

01126  
7



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA  
DE MÉXICO**

**FACULTAD DE INGENIERIA**

**DESARROLLO DE UN MODELO COMPUTACIONAL  
PARA EL ESTUDIO DE LA EVOLUCION PLAYERA**

**T E S I S**

**QUE PARA OBTENER EL TITULO DE:**

**INGENIERO MECANICO ELECTRICISTA**

**(AREA MECANICA)**

**PRESENTA**

**FRANCISCO JAVIER AYALA SARABIA**

**DIRECTOR DE TESIS:**

**DR. ALEJANDRO RODRIGUEZ V.**



**MEXICO, D. F.**

**MARZO 2003**

A



Universidad Nacional  
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

**Biblioteca Central**



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

## AGRADECIMIENTOS

Agradecimiento a la Dirección General de Bibliotecas  
UNAM a difundir en formato electrónico e impreso  
el contenido de mi trabajo recibido.

NOMBRE: Francisco Javier  
Aguiar Serubi

FECHA: 05/03/03

SIRMA: MP

B

# ÍNDICE

<b>NOMENCLATURA</b>	<b>1</b>
<b>1. INTRODUCCIÓN</b>	<b>4</b>
1.1 Motivación	4
1.2 Objetivos de la Tesis	5
1.3 Modelo de Simulación de la Evolución Playera	5
<b>2. TRANSFORMACIÓN DEL OLEAJE</b>	<b>7</b>
2.1 Introducción	7
2.2 Modelo Numérico de Refracción-Difracción	8
2.3 Empleo de las Ecuaciones de Refracción-Difracción	11
2.3.1 Refracción Pura	13
2.3.2 Difracción Pura	14
2.4 Ecuaciones en Diferencias Finitas de Refracción-Difracción	15
2.5 Método para Calcular la Refracción y Difracción	16
2.5.1 Obtención de los componentes del gradiente de la función de fase	16
2.5.2 Cálculo de la altura de la ola	18
2.5.3 Revisión del valor del gradiente de la función de fase	19
2.5.4 Secuencia de cálculo	19
2.6 Comparación de Resultados para un Caso Particular	20
2.7 Rompimiento de Olas	22
<b>3. HIDRODINÁMICA</b>	<b>29</b>
3.1 Introducción	29
3.2 Modelo Matemático General	29
3.2.1 Ecuaciones de conservación	29
3.2.2 Modelo de Turbulencia $k - \epsilon$	30

C

3.2.3 Superficies Sólidas	32
3.3 Modelo Hidrodinámico Bidimensional	32
3.4 Método de Solución	37
3.5 Ejemplo de Aplicación	38
Figuras Capítulo 3	40
4. TRANSPORTES DE SEDIMENTOS	44
4.1 Introducción	44
4.2 Transporte Litoral	44
4.2.1 Introducción	44
4.2.2 Modelo Matemático	47
4.2.3 Ejemplo de Aplicación	53
A. Playa litoral	53
B. Playa Santa Barbara	56
C. Playa de Tuxpan	63
4.2.4 Conclusiones	68
4.3 Transporte en Suspensión	69
4.3.1 Introducción	69
4.3.2 Antecedentes	70
4.3.3 Modelo Matemático del Transporte de Sedimentos	76
5. CONCLUSIONES	78
REFERENCIAS	80
APENDICE 1. Programa Principal y Subrutinas de Cálculo (GROUND.F)	82
APENDICE 2. Programa de Entrada de Datos (Q1)	106

D

## NOMENCLATURA

$a$	amplitud de la ola
$A_{celda}$	área de celda
$b$	espesor del lecho donde el transporte es por arrastre de fondo y no por suspensión
$b$	subíndice que denota la zona de rompientes
$c$	celeridad de onda
$C$	coeficiente de Chezy
$c^*$	relación entre concentraciones por peso
$calc$	subíndice que se refiere al valor calculado
$C_b$	concentración en la línea de rompiente
$c_b$	velocidad de grupo o de propagación evaluada en la rompiente
$C_{bmax}$	concentración máxima que se puede alcanzar para condiciones especificadas de flujo y de carga de sedimentos
$C_d$	coeficiente de fricción
$C_f$	factor de fricción
$c_g$	celeridad de grupo
$C_m$	concentración promedio sobre el tirante
$C_T$	concentración media de la capacidad de transporte
$D$	suma del tirante con referencia al nivel de aguas tranquilas
$E_b$	energía del oleaje por unidad de longitud en la línea de rompiente
$E_r$	factor de rugosidad
$f$	coeficiente de Darcy-Weisbach
$F$	función que representa al gradiente de la función de fase $S$
$f_o$	potencial del oleaje
$f_w$	coeficiente de fricción por oleaje
$g$	gravedad
$G_B$	producción o destrucción de $k$ debido a efectos de flotación
$H$	altura de la ola
$h$	tirante del nivel medio del agua
$H_b$	altura de la ola en la zona de rompientes
$h_b$	tirante en la zona de rompientes
$H_o$	altura de la ola para oleaje profundo
$i$	número imaginario (unidad)
$I$	tensor unitario
$I_L$	tasa de transporte en peso [N/s]
$i_l$	transporte litoral por unidad de ancho (en peso de arena)
$K$	coeficiente de Komar
$k$	energía cinética turbulenta
$k$	número de onda
$K_r$	coeficiente de refracción
$k_S$	rugosidad equivalente

$L$	longitud de onda del oleaje
$m$	subíndice que denota el valor promedio sobre el tirante
$n$	coeficiente de Manning
$N$	constante de la formulación de Longuet-Higgins (dispersión horizontal)
$n$	número de iteración
$Ox$	componente normal del esfuerzo de radiación en la dirección de propagación de las olas
$Oy$	componente normal del esfuerzo de radiación en la dirección perpendicular a la dirección del movimiento de olas
$p$	presión estática
$P_k$	rapidez de producción de $k$
$P_L$	flujo energético
$pre$	subíndice que se refiere al valor de la iteración previa
$Q$	tasa volumétrica de transporte [ $m^3/s$ ]
$q$	transporte volumétrico (gasto) por unidad de ancho
$Q_y$	transporte volumétrico para todo el ancho en la zona de rompientes
$Q_s$	capacidad de equilibrio de transporte de sedimentos
$q_{sm}$	transporte volumétrico máximo de sedimentos
$S$	fase de la ola.
$S_\Phi$	término fuente (o sumidero) por unidad de volumen
$S_{ij}$	tensor del esfuerzo de radiación
$S_k$	términos fuente para la energía turbulenta
$S_s$	densidad relativa de los sólidos
$T$	superíndice que denota la transpuesta de la diádica
$t$	tiempo
$t_f$	intervalo de tiempo falso
$T_o$	periodo de oleaje profundo
$u$	componente de velocidad en dirección $x$
$u_c$	velocidad de cortante
$U_c$	velocidad de fricción
$U_M$	velocidad orbital máxima
$U_{maxij}$	velocidades orbitales máximas
$U_{res}$	velocidad resultante
$U_{tot}$	suma sobre el ancho de las velocidades orbitales máximas
$v$	componente de velocidad en dirección $y$
$V$	vector de velocidad
$V_p$	volumen de la celda
$V_s$	velocidad de sedimentación de los sólidos
$v_w$	velocidad de la corriente litoral
$w$	componente de velocidad en dirección $z$
$y^*$	distancia adimensional en superficies sólidas
$Z$	número de Rouse

### Letras Griegas

$\tau_w$	esfuerzo cortante de la corriente litoral
$\nu_t$	viscosidad turbulenta
$\mu_t$	viscosidad dinámica turbulenta
$\tau_S$	esfuerzo cortante aplicado sobre la superficie
$\rho_s$	densidad de los sólidos
$\alpha_o$	ángulo de incidencia del rayo del oleaje para oleaje profundo
$\mu_l$	viscosidad dinámica laminar
$\sigma_k$	coeficiente de difusión empírico
$\mu_e$	viscosidad dinámica efectiva,
$\sigma_c$	número de Schmidt turbulento
$\tau_b$	esfuerzo cortante sobre el fondo
$\chi_b$	distancia donde ocurre la rompiente
$\alpha_b$	ángulo de incidencia de la línea de rompientes
$\rho_a$	densidad del aire
$\sigma_e$	coeficiente de difusión empírico
$\nu$	viscosidad cinemática
$\Phi$	término fuente de la variable
$\lambda$	término de inercia
$\epsilon$	rapidez de disipación de energía cinética
$\phi$	porosidad de los sólidos sedimentados
$\tau$	periodo
$\gamma$	índice de rompimiento
$\sigma$	frecuencia angular
$\alpha$	factor de relajación
$\theta$	factor constante de ponderación de las ecuaciones en diferencias finitas de refracción-difracción (comprendido entre cero y uno)
$\chi$	distancia desde la línea de costa hasta de la zona de rompientes,
$\delta$	distancia de la superficie sólida a un punto externo a la subcapa viscosa
$\rho$	densidad
$\Phi$	cualquier variable dependiente
$\tau$	cortante de pared
$\kappa$	constante de von Kármán
$\Gamma$	coeficiente de transporte de la variable dependiente
$\alpha$	ángulo que forma $\bar{F}$ respecto al eje $x$
$\theta$	ángulo entre $Ox$ y $Oy$
$\alpha$	ángulo de incidencia del rayo de oleaje con respecto a la dirección $Ox$ (o de línea de rompientes)
$\eta$	"set-up, set-down"
$\xi$	resuspensión de sedimentos en la frontera del arrastre de fondo
$\delta\phi$	rapidez de deposición de sedimentos en la frontera del arrastre de fondo



## 1. INTRODUCCIÓN

### 1.1 MOTIVACIÓN

Esta tesis presenta los resultados del trabajo de investigación del proyecto de "*Desarrollo de un Modelo de Simulación de la Evolución Playera*" (desarrollado en el Instituto de Ingeniería).

El proyecto para desarrollar dicho modelo surge a partir de la necesidad de estudiar el transporte de sedimentos en zonas costeras que se establece por la interacción de las corrientes cerca de la costa, el oleaje, el viento y el efecto de las mareas. Las condiciones de equilibrio de la playa, que podrá tener fluctuaciones periódicas o estacionales establecidas, se ven alteradas con la construcción de obras de protección como escolleras, espigones y otras obras como los canales de llamada para el sistema de enfriamiento de las centrales térmicas de generación. Una consecuencia del transporte de la arena en estos últimos es la necesidad de realizar un dragado continuo o periódico para mantener las condiciones de diseño de operación hidráulica.

Con el fin de mejorar el diseño de estas obras y reducir los costos de mantenimiento y operación, se requiere un mayor entendimiento del fenómeno de transporte litoral, y la elaboración de herramientas de trabajo que faciliten el diseño de dichas obras al explorar las consecuencias y alteraciones provocadas por su construcción. Con base en una metodología que permita definir las condiciones de operación más probables o extremas, se podrán abatir los costos del diseño y mantenimiento de las obras.

El *Modelo de Simulación de la Evolución Playera* es un modelo desarrollado por un grupo de investigadores del Instituto de Ingeniería para la *Comisión Federal de Electricidad*.

La Comisión Federal de Electricidad no es el único organismo interesado en este tipo de investigaciones para mejorar el diseño, operación y mantenimiento de las obras hidráulicas ya descritas. En Estados Unidos, Japón y la Comunidad Europea se han desarrollado trabajos similares por grupos importantes. Como proyecto de prioridad nacional, el congreso americano estableció el Sea Grant Act en 1976 para "... el desarrollo y la verificación experimental de las leyes hidrodinámicas que gobiernan el transporte de sedimentos marinos en los campos de flujo que ocurren en zonas costeras". Para cumplir con este cometido se destinaron fondos de 4 millones de dólares en el transcurso de 5 años para el proyecto NSTS (Nearshore Sediment Transport Study) enfocado a la obtención de datos de campo para verificar y calibrar los modelos desarrollados, bajo la dirección de 10 investigadores de 5 universidades, institutos y agencias gubernamentales (Seymour, 1989).

En el Japón se realizó un estudio cooperativo entre nueve universidades e institutos con un grupo de 20 investigadores cuyo objetivo fue el desarrollo de modelos numéricos para la predicción de la evolución de las playas, asociada con la cercanía de puertos y otras estructuras costeras. El programa denominado NERC (Nearshore Environment Research

Center) que inició en 1978 tuvo una duración de 6 años, más uno adicional para la preparación de los reportes (Horikawa, 1988). Este proyecto fue financiado por la industria de generación eléctrica porque la mayoría de sus plantas están localizadas en la costa, y requieren de un modelo de predicción práctico que les permita calcular los cambios en el litoral adyacentes a estructuras de protección.

Finalmente, la Comunidad Europea desarrolla el proyecto MAST Coastal Morphodynamics que apoya, en diversas instituciones de varios países europeos, el desarrollo teórico y experimental en el campo de transporte de sedimentos y cambios morfológicos en el litoral.

## 1.2 OBJETIVOS DE LA TESIS

Los objetivos del presente trabajo son:

1. Realizar una comparación del *Modelo de Simulación de la Evolución Playera* con los modelos teóricos para una pendiente lineal con líneas batimétricas rectas y paralelas
  - 1.a. Comparación del "set-up y set-down".
  - 1.b. Comparación de los perfiles de velocidad en dirección hacia la línea de costa.
2. Efectuar una discretización para el modelo numérico del dominio de las batimetrías de Tuxpan y Santa Bárbara, y evaluar los resultados de la hidrodinámica costera inducida por el oleaje a partir del uso del *Modelo de Simulación de la Evolución Playera*.
3. Identificar las limitantes del modelo de Simulación de la Evolución Playera y emitir las recomendaciones pertinentes.

## 1.3 MODELO DE SIMULACIÓN DE LA EVOLUCIÓN PLAYERA

El Modelo de Simulación de la Evolución Playera se ha implantado en un sistema de tercera generación de modelado numérico denominado "*PHOENICS*", el cual es el resultado de más de 30 años de investigación y desarrollo, por un grupo de más de 20 profesionales de alto nivel liderados por el Prof. D. B. Spalding, *fellow* del Royal Society.

El código numérico PHOENICS permite modularizar directamente las tres rutinas principales del modelo de la evolución playera: transformación del oleaje, hidrodinámica, transporte litoral y cambio topográfico. El procedimiento de cálculo sigue secuencialmente tal orden. Para un clima de oleaje determinado y una batimetría dada, el módulo de transformación del oleaje calcula el campo de altura de ola y los ángulos de incidencia de las olas que permite el cálculo del campo de "esfuerzos de radiación" bajo la suposición de un modelo de oleaje monocromático.

El gradiente de los esfuerzos de radiación, es la fuente de cantidad de movimiento que se genera sobre la corriente costera, que a su vez transporta la arena suspendida hacia la zona de rompientes. En esta etapa de desarrollo, sólo se considera al transporte total de arena basado en la energía de "flujo" provisto por las olas que rompen. Finalmente, la tasa de transporte local y los cambios topográficos se pueden estimar basados en la ecuación de conservación de masa (i.e. arena). En esta última etapa del cálculo es donde se considera el efecto transitorio del fenómeno de transporte, con un intervalo de tiempo adecuado. Los modelos matemáticos en los que se basa la simulación se presentan en las secciones 2, 3 y 4 de esta tesis.

## 2. TRANSFORMACIÓN DEL OLEAJE

### 2.1 INTRODUCCIÓN

Cuando las olas se propagan hacia la costa sufren una transformación que depende de los siguientes fenómenos:

- (1) influencia del decremento de profundidad (shoaling effect)
- (2) refracción de olas
- (3) difracción de olas
- (4) rompimiento de olas
- (5) disipación de energía debido a la fricción en el fondo

Para distintos estudios de Hidráulica Marítima es importante disponer de la información sobre el clima de oleaje en una zona de interés, que generalmente se encuentra cerca de la costa o de las obras de protección de playas, o bien en el entorno de entrada a recintos marinos. Una forma de calcular el oleaje en tal zona consiste en propagar un oleaje conocido desde aguas profundas. Para llevar a cabo este proceso es necesario tomar en cuenta la refracción, la difracción, reflexión y la posibilidad de que la ola rompa. Como es complicado obtener el oleaje, se han propuesto métodos que consideran independientes estos efectos, por lo que sus resultados en ocasiones son poco precisos y limitados. En los últimos años, con las mejoras de los equipos de cómputo se ha planteado procedimientos que involucran simultáneamente a estos fenómenos de cambio en el cálculo del oleaje.

En este capítulo se presenta un procedimiento numérico desarrollado por Fuentes (1990) para propagar el oleaje desde aguas profundas a una zona cercana a la costa tomando en cuenta la refracción y la difracción simultáneamente, así como la rompiente de la ola. No se consideran obstáculos al avance de la ola por lo que no está presente la reflexión de las olas. Este método no considera la reflexión de las olas, pero es útil para propagar el oleaje desde aguas profundas hasta aguas bajas (la relación entre la profundidad y la longitud de la ola es menor a 0.05) lejos de obstáculos al avance de la ola cuyo ancho excede al 5% de la longitud de la ola.

Este modelo es adecuado para obtener los patrones de oleaje en lugares donde la irregularidad de las batimétricas provocaría zonas cáusticas, cuando sólo se estudia a la refracción; es decir, áreas donde las líneas imaginarias (rayos de onda) que representan a la dirección de avance de las olas se cruzarían y habría una gran concentración de energía del oleaje. El procedimiento es útil para obtener el oleaje cerca de la costa o de cuerpos que impiden el desplazamiento de las olas.

En las siguientes secciones se describen los modelos, y posteriormente se analizan y discuten los resultados de aplicación de los modelos para un caso típico.

## 2.2 MODELO NÚMÉRICO DE REFRACCIÓN-DIFRACCIÓN

Para calcular la refracción y difracción combinadas se requiere resolver la ecuación pendiente suave o de Berkhoff. En la referencia de Fuentes (1990) se presenta el desarrollo completo de esta sección. Aquí sólo se presenta una breve descripción del método. La ecuación de Berkhoff se puede escribir de varias maneras, una de las más útiles es la siguiente:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( cc_g \frac{\partial f_o}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( cc_g \frac{\partial f_o}{\partial y} \right) + \sigma^2 \frac{c_g}{c} f_o = 0 \quad (2.1)$$

donde:

$f_o$  - potencial del oleaje

$c$  - celeridad de la onda

$c_g$  - celeridad de grupo

$\sigma$  - frecuencia angular ( $2\pi/\tau$ , siendo  $\tau$  el periodo)

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

Considere que la expresión fundamental para calcular la refracción y difracción se escribe en la forma

$$A_x + A_y + B = 0 \quad (2.1')$$

Se sabe que,

$$\frac{d}{dx}(uv) = u \left( \frac{dv}{dx} \right) + v \left( \frac{du}{dx} \right)$$

entonces,

$$A_x = \frac{\partial}{\partial x} \left( cc_g \frac{\partial f_o}{\partial x} \right) = cc_g \frac{\partial^2 f_o}{\partial x^2} + \frac{\partial f_o}{\partial x} \frac{\partial}{\partial x} (cc_g) \quad (2.2)$$

$$A_y = \frac{\partial}{\partial y} \left( cc_g \frac{\partial f_o}{\partial y} \right) = cc_g \frac{\partial^2 f_o}{\partial y^2} + \frac{\partial f_o}{\partial y} \frac{\partial}{\partial y} (cc_g) \quad (2.3)$$

$$B = \sigma^2 \frac{c_g}{c} f_o \quad (2.4)$$

Se propone que el potencial  $f_o$  se exprese como:

$$f_o = ae^{is} \quad (2.5)$$

en la cual  $i = \sqrt{-1}$ ,  $a = a(x, y)$  es la amplitud de la ola y  $S = S(x, y)$  es la fase de la ola.

Dado el potencial  $f_o = ae^{is}$ , se sustituye en (2.2) y se evalúa, así se tiene que:

$$A_x = cc_g \frac{\partial^2 (ae^{is})}{\partial x^2} + \frac{\partial (ae^{is})}{\partial x} \frac{\partial}{\partial x} (cc_g)$$

Ahora se obtiene la derivada parcial de  $f_o$  con respecto a 'x'

$$\frac{\partial f_o}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} (ae^{is}) = e^{is} \frac{\partial a}{\partial x} + iae^{is} \frac{\partial S}{\partial x} \quad (2.6)$$

Se deriva nuevamente con respecto a 'x'

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 f_o}{\partial x^2} &= \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial f_o}{\partial x} \right) = \frac{\partial}{\partial x} \left( e^{is} \frac{\partial a}{\partial x} + iae^{is} \frac{\partial S}{\partial x} \right) = \\ &= e^{is} \left( \frac{\partial^2 a}{\partial x^2} - a \frac{\partial S}{\partial x} \frac{\partial S}{\partial x} \right) + ie^{is} \left( a \frac{\partial^2 S}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial S}{\partial x} \frac{\partial a}{\partial x} \right) \end{aligned} \quad (2.7)$$

Al considerar en el segundo sumando de la ecuación 2.2 a la ecuación 2.6 resulta

$$\frac{\partial f_o}{\partial x} \frac{\partial (cc_g)}{\partial x} = e^{is} \frac{\partial a}{\partial x} \frac{\partial (cc_g)}{\partial x} + iae^{is} \frac{\partial S}{\partial x} \frac{\partial (cc_g)}{\partial x} \quad (2.8)$$

Al tomar en cuenta las ecuaciones 2.7 y 2.8 en 2.2 se encuentra

$$\begin{aligned} A_x &= (cc_g) e^{is} \left( \frac{\partial^2 a}{\partial x^2} - a \frac{\partial S}{\partial x} \frac{\partial S}{\partial x} + \frac{1}{(cc_g)} \frac{\partial a}{\partial x} \frac{\partial (cc_g)}{\partial x} \right) + \\ &+ i (cc_g) e^{is} \left( a \frac{\partial^2 S}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial S}{\partial x} \frac{\partial a}{\partial x} + \frac{a}{(cc_g)} \frac{\partial S}{\partial x} \frac{\partial (cc_g)}{\partial x} \right) \end{aligned} \quad (2.9)$$

Partiendo de la ecuación 2.5, con un proceso similar para la dirección 'y' se llega a:

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

$$\begin{aligned}
 A_y = & (cc_x)e^{iS} \left( \frac{\partial^2 a}{\partial y^2} - a \frac{\partial S}{\partial y} \frac{\partial S}{\partial y} + \frac{1}{(cc_x)} \frac{\partial a}{\partial y} \frac{\partial (cc_x)}{\partial y} \right) + \\
 & + i(cc_x)e^{iS} \left( a \frac{\partial^2 S}{\partial y^2} + 2 \frac{\partial S}{\partial y} \frac{\partial a}{\partial y} + \frac{a}{(cc_x)} \frac{\partial S}{\partial y} \frac{\partial (cc_x)}{\partial y} \right)
 \end{aligned} \quad (2.10)$$

Por otra parte, al sustituir 2.5 en 2.4 se tiene

$$B = \sigma^2 \frac{c_x}{c} a e^{iS} \quad (2.11)$$

De acuerdo con la ecuación 2.1, la suma de la parte real e imaginaria de las ecuaciones 2.9, 2.10 y 2.11 son nulas. A continuación se trata por separado cada una de estas partes.

• **Parte real**

$$(cc_x)e^{iS} \left\{ \frac{\partial^2 a}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 a}{\partial y^2} - a \left[ \left( \frac{\partial S}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial S}{\partial y} \right)^2 \right] + \frac{1}{(cc_x)} \frac{\partial a}{\partial x} \frac{\partial cc_x}{\partial x} + \frac{1}{(cc_x)} \frac{\partial a}{\partial y} \frac{\partial cc_x}{\partial y} + \frac{\sigma^2}{c^2} a \right\} = 0 \quad (2.12)$$

Al dividir entre  $(cc_x)ae^{iS}$  y considerar que  $k^2 = \sigma^2 / c^2$  se encuentra

$$\frac{1}{a} \left\{ \frac{\partial^2 a}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 a}{\partial y^2} + \frac{1}{(cc_x)} \left[ \frac{\partial a}{\partial x} \frac{\partial cc_x}{\partial x} + \frac{\partial a}{\partial y} \frac{\partial cc_x}{\partial y} \right] \right\} - \left\{ \left( \frac{\partial S}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial S}{\partial y} \right)^2 \right\} + k^2 = 0 \quad (2.13)$$

En forma vectorial la expresión anterior se puede escribir como

$$\frac{1}{a} \left\{ \nabla^2 a + \frac{1}{(cc_x)} \left[ \nabla a \cdot \nabla (cc_x) \right] \right\} - |\nabla S|^2 + k^2 = 0 \quad (2.14)$$

• **Parte imaginaria**

$$(cc_x)e^{iS} \left\{ a \frac{\partial^2 S}{\partial x^2} + a \frac{\partial^2 S}{\partial y^2} + 2 \frac{\partial S}{\partial x} \frac{\partial a}{\partial x} + 2 \frac{\partial S}{\partial y} \frac{\partial a}{\partial y} + \frac{a}{(cc_x)} \frac{\partial S}{\partial x} \frac{\partial (cc_x)}{\partial x} + \frac{a}{(cc_x)} \frac{\partial S}{\partial y} \frac{\partial (cc_x)}{\partial y} \right\} \quad (2.15)$$

al multiplicar por  $a / e^{iS}$  y ordenar términos

TESIS CON  
 FALLA DE ORIGEN

$$(cc_{\kappa})a^2 \left( \frac{\partial^2 S}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 S}{\partial y^2} \right) + \frac{\partial S}{\partial x} \left( 2a(cc_{\kappa}) \frac{\partial a}{\partial x} + a^2 \frac{\partial (cc_{\kappa})}{\partial x} \right) + \frac{\partial S}{\partial y} \left( 2a(cc_{\kappa}) \frac{\partial a}{\partial y} + a^2 \frac{\partial (cc_{\kappa})}{\partial y} \right) = 0 \quad (2.16)$$

como

$$\frac{\partial}{\partial x} a^2 (cc_{\kappa}) = 2a(cc_{\kappa}) \frac{\partial a}{\partial x} + a^2 \frac{\partial (cc_{\kappa})}{\partial x} \quad (2.17)$$

$$\frac{\partial}{\partial y} a^2 (cc_{\kappa}) = 2a(cc_{\kappa}) \frac{\partial a}{\partial y} + a^2 \frac{\partial (cc_{\kappa})}{\partial y} \quad (2.18)$$

al sustituir las ecuaciones 2.17 y 2.18 en 2.16 se puede escribir

$$(cc_{\kappa})a^2 \frac{\partial^2 S}{\partial x^2} + \frac{\partial S}{\partial x} \frac{\partial}{\partial x} (cc_{\kappa})a^2 + (cc_{\kappa})a^2 \frac{\partial^2 S}{\partial y^2} + \frac{\partial S}{\partial y} \frac{\partial}{\partial y} (cc_{\kappa})a^2 = 0 \quad (2.19)$$

o bien como

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( (cc_{\kappa})a^2 \frac{\partial S}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( (cc_{\kappa})a^2 \frac{\partial S}{\partial y} \right) = 0 \quad (2.20)$$

que en forma vectorial es

$$\nabla \cdot \left\{ (cc_{\kappa})a^2 \nabla S \right\} = 0 \quad (2.21)$$

Las ecuaciones 2.14 y 2.21 corresponden a la ecuación de Berkhoff (ecuación 2.1) y serán empleadas para obtener simultáneamente la refracción y difracción del oleaje en una zona del mar donde la reflexión no sea importante.

### 2.3 EMPLEO DE LAS ECUACIONES DE REFRACCIÓN - DIFRACCIÓN

Para utilizar las ecuaciones 2.14 y 2.21 se escriben en términos de una función  $F$  que representa al gradiente de la función de fase  $S$ , es decir

$$\nabla S = \bar{F} = F_x \hat{i} + F_y \hat{j} \quad (2.22)$$



o bien

$$\vec{F} = (|\vec{F}|\cos\alpha)\hat{i} + (|\vec{F}|\operatorname{sen}\alpha)\hat{j} \quad (2.22')$$

donde  $\alpha$  es el ángulo que forma  $\vec{F}$  respecto al eje  $x$

De acuerdo con la ecuación 2.22'

$$\frac{\partial S}{\partial x} = F_x = |\vec{F}|\cos\alpha \quad (2.23)$$

$$\frac{\partial S}{\partial y} = F_y = |\vec{F}|\operatorname{sen}\alpha \quad (2.24)$$

Por otra parte, se acepta que este gradiente es irrotacional, de modo que

$$\nabla \times \vec{F} = 0 \quad (2.25)$$

Cuando se desarrolla el producto cruzado anterior y se toma en cuenta a las igualdades 2.23 y 2.24, se tiene

$$\frac{\partial}{\partial x} (|\vec{F}|\operatorname{sen}\alpha) - \frac{\partial}{\partial y} (|\vec{F}|\cos\alpha) = 0 \quad (2.26)$$

Al sustituir las ecuaciones 2.23 y 2.24 en la ecuación 2.20 resulta

$$\frac{\partial}{\partial x} = \{(cc_s)a^2|\vec{F}|\cos\alpha\} + \frac{\partial}{\partial y} \{(cc_s)a^2|\vec{F}|\operatorname{sen}\alpha\} = 0 \quad (2.27)$$

La ecuación 2.27 puede ser empleada para obtener la amplitud del oleaje una vez que se ha calculado la dirección del oleaje (mediante el ángulo  $\alpha$ ) y la magnitud  $|\vec{F}|$  del gradiente de la función de fase.

Por otra parte, la ecuación 2.14 se puede escribir como

$$|\vec{F}|^2 = k^2 + \frac{1}{a} \left\{ \nabla^2 a + \frac{1}{cc_s} [\nabla a \cdot \nabla(cc_s)] \right\} \quad (2.28)$$

Las ecuaciones 2.26, 2.27 y 2.28 forman un sistema de tres ecuaciones en función de tres parámetros del oleaje:  $a$ ,  $\alpha$  y  $|\vec{F}|$ . A partir de ellos se tiene la modificación que sufren las olas a la refracción y difracción simultáneas.

Conviene escribir las ecuaciones 2.26 a 2.28, en función de la altura de la ola ( $H = 2a$ ) y del gradiente de la función de fase en términos de  $F_x = |\bar{F}| \cos \alpha$ ,  $F_y = |\bar{F}| \sin \alpha$  y  $|\bar{F}|^2 = F_x^2 + F_y^2$ , de modo que estas expresiones quedan así:

$$|\bar{F}|^2 = k^2 + \frac{1}{H} \left[ \frac{\partial^2 H}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H}{\partial y^2} + \frac{1}{cc_x} \left( \frac{\partial H}{\partial x} \frac{\partial (cc_x)}{\partial x} + \frac{\partial H}{\partial y} \frac{\partial (cc_x)}{\partial y} \right) \right] \quad (2.29)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} [H^2 (cc_x) F_x] + \frac{\partial}{\partial y} [H^2 (cc_x) F_y] = 0 \quad (2.30)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} F_x - \frac{\partial}{\partial y} F_y = 0 \quad (2.31)$$

Estas tres ecuaciones describen el fenómeno difracción-refracción bajo las hipótesis de pendiente de fondo pequeña, ondas lineales e irrotacionales y reflexión despreciable. Las pérdidas de energía debidas a la rugosidad del fondo o a la rompiente ~~no son~~ tomadas en cuenta.

### 2.3.1. Refracción Pura

Cuando los efectos de difracción son pequeños se cumple que

$$\nabla^2 \alpha = 0 \quad (2.32)$$

$$\nabla^2 \cdot \nabla (cc_x) = 0 \quad (2.33)$$

Por lo que la ecuación 2.28 se reduce a la llamada ecuación *eiconal*, es decir

$$|\nabla S|^2 = k^2 \quad (2.34)$$

así  $k = |\bar{F}| = |\nabla S|$  y en consecuencia, las ecuaciones 2.26 y 2.27 quedan como

$$\frac{\partial}{\partial x} k \operatorname{sen} \alpha - \frac{\partial}{\partial y} k \operatorname{cosen} \alpha = 0 \quad (2.35)$$

**TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN**

$$\frac{\partial}{\partial x} \left\{ (cc_x) a^2 k \cos \alpha \right\} + \frac{\partial}{\partial y} \left\{ (cc_x) a^2 k \sin \alpha \right\} = 0 \quad (2.36)$$

Con las ecuaciones 2.35, 2.36 y la ecuación de la longitud de ola de la teoría lineal se puede calcular  $\alpha$ ,  $a$ ,  $k$ . Con ello se obtiene la transformación del oleaje debido a refracción pura.

Esta clase de modificación que sufre el oleaje por efecto de la profundidad del fondo marino es la más conocida. Para el cálculo de  $\alpha$ ,  $a$  y  $k$  se han empleado los métodos de refracción de rayos (ortogonales) de ola de tipo gráfico (Wiegel, 1964) o de tipo numérico (Fuentes y Osnaya, 1990).

### 2.3.2 Difracción Pura

Cuando el fondo del mar se puede representar como un plano horizontal a una profundidad  $h$ , el producto de las celeridades  $cc_x$  es constante, por lo cual la ecuación 2.1 queda

$$cc_x \frac{\partial^2}{\partial x^2} f_0 + cc_x \frac{\partial^2}{\partial y^2} f_0 + \sigma^2 \frac{c_x}{c} f_0 = 0 \quad (2.36)$$

Al dividir entre  $cc_x$  se obtiene que

$$\frac{\partial^2 f_0}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f_0}{\partial y^2} + \frac{\sigma^2}{c^2} f_0 = 0 \quad (2.37)$$

como el número de onda  $k$  es igual a la frecuencia angular  $\sigma$  entre la celeridad  $c$  resulta

$$\frac{\partial^2 f_0}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f_0}{\partial y^2} + k^2 f_0 = 0 \quad (2.38)$$

La expresión anterior es conocida como la ecuación de Helmholtz. La solución de esta ecuación con las condiciones de frontera convenientes permite calcular la difracción del oleaje (donde el fondo de mar es horizontal) y es útil para los estudios de agitación portuaria. Generalmente las soluciones de esta ecuación se presentan con diagramas o tablas en los manuales de Hidráulica Marítima.

Dado que la profundidad del fondo es constante no se presenta la refracción del oleaje, con la ecuación de Helmholtz sólo se obtendría la llamada difracción pura.

TESIS CON  
 FALLA DE ORIGEN

## 2.4 ECUACIONES EN DIFERENCIAS FINITAS DE REFRACCIÓN-DIFRACCIÓN

Para resolver las ecuaciones 2.29, 2.30 y 2.31 Fuentes (1990) ha implantado un método de diferencias finitas. El método considera en la zona de interés la malla de rectángulos de lados  $\Delta x$  y  $\Delta y$  que se muestra en la figura 2.1.

En los puntos de la malla se define la profundidad del fondo respecto al nivel medio del mar. Por ello se obtiene el número de onda a partir de la ecuación de dispersión, el periodo del oleaje y el número de onda  $k$ .

A partir de las ecuaciones diferenciales 2.29 a 2.31 se proponen las expresiones de diferencias finitas siguientes:

$$\frac{F_{x,j+1} - F_{x,j}}{\Delta y} - \left\{ \theta \frac{F_{y,j+1,j+1} - F_{y,j+1,j}}{2\Delta x} + (1-\theta) \frac{F_{y,j+1,j} - F_{y,j+1,j+1}}{2\Delta x} \right\} = 0 \quad (2.48)$$

$$\begin{aligned} & \frac{H_{i,j+1}^2(cc_g)_{i,j+1} F_{y,j+1} - H_{i,j}^2(cc_g)_{i,j} F_{y,j}}{\Delta y} + \\ & + \left\{ \theta \frac{H_{i+1,j}^2(cc_g)_{i+1,j+1} F_{x,j+1} - H_{i-1,j+1}^2(cc_g)_{i-1,j+1} F_{x,i-1,j+1}}{2\Delta x} \right. \\ & \left. + (1-\theta) \frac{H_{i+1,j}^2(cc_g)_{i+1,j} F_{x,i+1} - H_{i-1,j}^2(cc_g)_{i-1,j} F_{x,i-1,j}}{2\Delta x} \right\} = 0 \quad (2.49) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & F_{x,j+1}^2 + F_{y,j+1}^2 = k_{j+1}^2 + \\ & + \frac{1}{H_{i,j+1}} \left[ \frac{H_{i+1,j+1} - 2H_{i,j+1} + H_{i-1,j+1}}{\Delta x^2} + \frac{H_{i,j+1} - 2H_{i,j} + H_{i,j-1}}{\Delta y^2} \right. \\ & \left. + \left( \frac{1}{cc_g} \frac{\partial(cc_g)}{\partial x} \right)_{i,j+1} \frac{H_{i+1,j+1} - H_{i-1,j+1}}{2\Delta x} + \left( \frac{1}{cc_g} \frac{\partial(cc_g)}{\partial y} \right)_{i,j+1} \frac{H_{i,j+1} - H_{i,j}}{\Delta y} \right] \quad (2.50) \end{aligned}$$

En estas expresiones  $\theta$  es un factor constante de ponderación comprendido entre cero y uno. Sirve para darle importancia en el cálculo a las aproximaciones de algunas de las derivadas.

Estas últimas tres ecuaciones tienen como incógnitas a  $F_{x,j+1}$ ,  $F_{y,j+1}$  y  $H_{i,j+1}$ . Dado que estas aparecen en cada ecuación con un exponente distinto de uno ó se multiplican entre sí, estas ecuaciones son no lineales.

TESIS COM  
FALLA DE ORIGEN

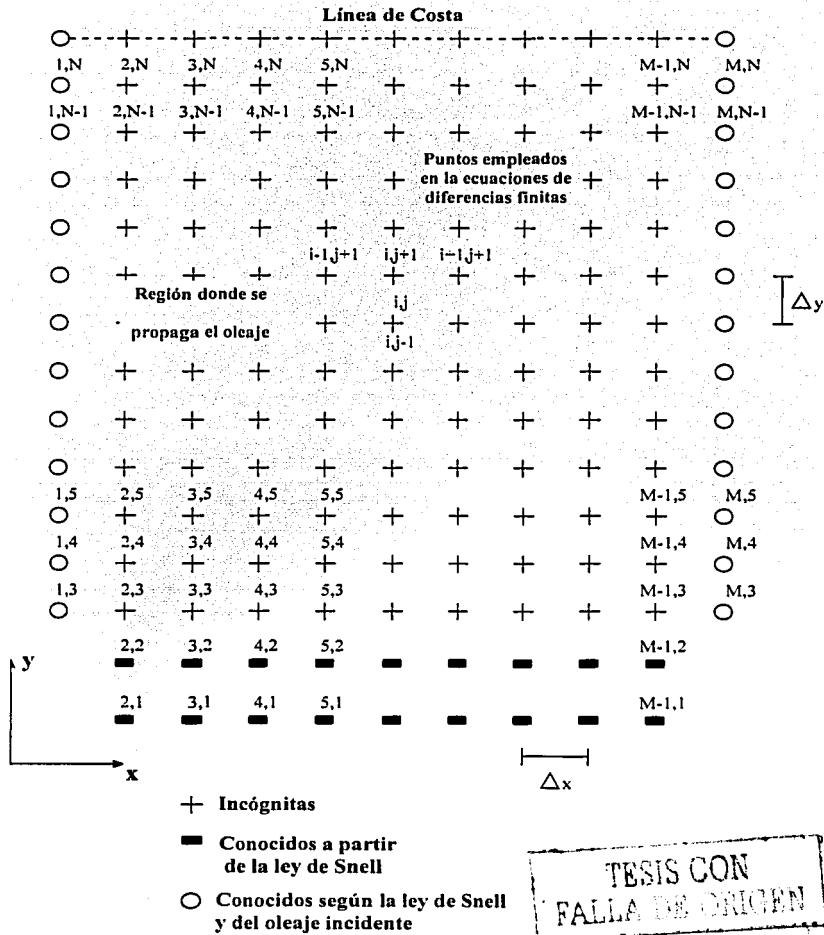


Figura 2.1

## 2.5 MÉTODO PARA CALCULAR LA REFRACCIÓN Y DIFRACCIÓN

Para obtener la solución de las ecuaciones 2.48 a 2.50 Fuentes (1990) desarrolló el método de relajación que se describe a continuación.

### 2.5.1 Obtención de los componentes del gradiente de la función de fase

De acuerdo con la ecuación 2.22 se tiene

$$F_{x,j+1}^2 + F_{y,j+1}^2 = |F_{i,j+1}|^2 \quad (2.51)$$

de donde

$$F_{y,j+1} = \sqrt{|F_{i,j+1}|^2 - F_{x,j+1}^2} \quad (2.52)$$

Para disponer de un procedimiento simple de cálculo que permita valuar  $F_{x,j+1}$  y  $F_{y,j+1}$  se propone una aproximación lineal de la ecuación anterior con base en la función:

$$y = \sqrt{r^2 - x^2} = f(x)$$

Según el desarrollo en serie de Taylor de  $f(x)$

$$f(x + \Delta x) \approx f(x) + f'(x)\Delta x$$

si se acepta que  $n$  representa al número de iteración y se le anota como un superíndice en las variables, y que

$$\Delta x = x^{(n+1)} - x^{(n)} \quad ; \quad x = x^{(n)}$$

$$f(x + \Delta x) = f(x^{(n+1)}) = y^{(n+1)} \quad ;$$

$$f(x) = f(x^{(n)}) = \sqrt{r^2 - (x^{(n)})^2}$$

el desarrollo anterior queda

$$f(x^{(n+1)}) = f(x^{(n)}) + f'(x^{(n)})(x^{(n+1)} - x^{(n)})$$

como

TESIS CON  
 FALLA DE ORIGEN

$$f'(x) = -\frac{x}{\sqrt{r^2 - x^2}}$$

se tiene

$$f'(x^{(n)}) = -\frac{x^{(n)}}{\sqrt{r^2 - (x^{(n)})^2}} = -\frac{x^{(n)}}{y^{(n)}}$$

Reagrupando, el desarrollo anterior se puede escribir como:

$$y^{(n+1)} = \gamma^{(n)} + \delta^{(n)} x^{(n+1)}$$

siendo

$$\gamma^{(n)} = y^{(n)} + \frac{(x^{(n)})^2}{y^{(n)}}$$

$$\delta^{(n)} = \frac{x^{(n)}}{y^{(n)}}$$

en términos del gradiente de la función de fase, las últimas tres ecuaciones dan lugar a

$$F_{y_i, j+1}^{(n+1)} = \gamma_i^n + \delta_i^n F_{x_i, j+1}^{(n+1)} \quad (2.53)$$

$$\gamma_i^n = F_{y_i, j+1}^{(n)} + \frac{(F_{x_i, j+1}^{(n)})^2}{F_{y_i, j+1}^{(n)}} \quad (2.54)$$

$$\delta_i^n = \frac{F_{x_i, j+1}^{(n)}}{F_{y_i, j+1}^{(n)}} \quad (2.55)$$

$$F_{y_i, j+1}^{(n)} = \sqrt{|F_{x_i, j+1}^{(n)}|^2 - (F_{x_i, j+1}^{(n)})^2} \quad (2.56)$$

Cuando el radical anterior es negativo, conviene asignarle un valor pequeño a  $\gamma^{(n)}$  y a  $\delta^{(n)}$ .

Al sustituir a la ecuación 2.53 en la ecuación 2.48 y después de ordenar términos se llega a

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

$$-\delta_{i-1}^{(n)} F_{x_{i-1}, j+1}^{(n+1)} + F_{x_{i,j+1}}^{(n+1)} + \delta_{i-1}^{(n)} F_{x_{i+1}, j+1}^{(n+1)} = \beta_i + \alpha (\gamma_{i+1}^{(n)} - \gamma_{i-1}^{(n)}) \quad (2.57)$$

donde

$$\alpha = \frac{\theta \Delta y}{2 \Delta x} \quad (2.58)$$

$$\beta_i = F_{x_{i,j}} + \frac{(1-\theta)}{2 \Delta y} (F_{y_{i-1}, j} - F_{y_{i+1}, j}) \quad (2.59)$$

El procedimiento de cálculo consiste en los pasos siguientes

1. Plantear la ecuación 2.57 en los puntos con  $i = 2, 3, \dots, M - 1$  manteniendo fijo  $j + 1$ , donde  $j \geq 2$ .
2. Con lo realizado en el paso 1 se formó un sistema de ecuaciones lineales tridiagonal con  $M - 2$  incógnitas  $F_{x_{i,j+1}}$ .

En este paso consiste en resolver tal sistema

3. Con la solución del sistema tridiagonal se calculan los valores  $F_{y_{i,j+1}}^{(n+1)}$  con la ecuación 2.53.
4. Se comparan los valores de  $F_{x_{i,j+1}}^{(n+1)}$  con los de  $F_{x_{i,j+1}}^{(n)}$ .

Quando son muy parecidos se va al paso 2. De otro modo, se asigna a  $n$  el valor  $n + 1$  y se va al paso 1.

5. Los valores de  $F_{x_{i,j+1}}^{(n+1)}$  y  $F_{y_{i,j+1}}^{(n+1)}$  corresponden a los de  $F_{x_{i,j+1}}$  y  $F_{y_{i,j+1}}$  de interés.

### 2.5.2 Cálculo de la altura de la ola

Una vez conocidas  $F_{x_{i,j+1}}$  y  $F_{y_{i,j+1}}$  se obtiene  $H_{i,j+1}$  a partir de la expresión 2.38, es decir

$$H_{i,j+1}^{(n+1)} = \left[ \frac{\left( \alpha \left\{ \left( H_{i-1,j+1}^{(n+1)} \right)^2 (cc_g)_{i-1,j+1} F_{x_{i-1}, j+1} - \left( H_{i+1,j+1}^{(n+1)} \right)^2 (cc_g)_{i+1,j+1} F_{x_{i+1}, j+1} \right\} + \epsilon_i \right)}{(cc_g)_{i,j+1} F_{y_{i,j+1}}} \right]^{1/2} \quad (2.60)$$



donde

$$\varepsilon_i = H_{i-1,j}^2 (cc_g)_{i-1,j} F_{i,j} + \frac{(1-\theta)\Delta y}{2\Delta x} \left( H_{i-1,j}^2 (cc_g)_{i-1,j} F_{i-1,j} - \left( H_{i-1,j}^2 (cc_g)_{i-1,j} F_{i-1,j} \right) \right) \quad (2.61)$$

### 2.5.3 Revisión del valor del gradiente de la función de fase

Los valores calculados de  $H_{i,j}^{(n+1)}$  son sustituidos en la ecuación 2.39 de donde

$$\left| F_{i,j}^{(n+1)} \right|^2 = \frac{1}{H_{i,j}^{(n+1)}} \left( \frac{H_{i-1,j+1}^{(n)} - 2H_{i,j}^{(n+1)} + H_{i-1,j+1}^{(n+1)}}{\Delta x^2} + \frac{H_{i-1,j+1}^{(n+1)}}{\Delta y^2} - \rho_i + \tau_i \left( F_{i+1,j+1}^{(n)} - F_{i-1,j+1}^{(n+1)} \right) + \Omega_i F_{i,j+1}^{(n+1)} \right) + k_{i,j+1}^2 \quad (2.62)$$

siendo

$$\tau_i = \frac{(cc_g)_{i-1,j+1} - (cc_g)_{i-1,j+1}}{4\Delta x^2 (cc_g)_{i,j+1}} \quad (2.63)$$

$$\Omega_i = \frac{(cc_g)_{i,j+1} - (cc_g)_{i,j}}{\Delta x^2 (cc_g)_{i,j+1}} \quad (2.64)$$

$$\rho_i = \frac{H_{i,j-2} - 2H_{i,j} - \Omega_i H_{i,j}}{\Delta y^2} \quad (2.65)$$

TESIS CON FALLA DE ORIGEN

### 2.5.4 Secuencia de cálculo

El modelo matemático de oleaje de refracción-difracción se basa en lo descrito en el inciso anterior. Se presenta una recopilación de los pasos necesarios para calcular la propagación del oleaje. Se considera que  $l_0$  es un número positivo pequeño cercano a cero, que  $M - 1$  es el número de celdas  $x$ ,  $N - 1$  en la dirección 'y', y también que los valores de  $i$  comienzan en 2 y terminan en  $M - 1$  y los de  $j$  se inician con 3 y concluyen con  $M$ . Los pasos a seguir son:

- a) Con los datos del oleaje por propagar y de la batimetría se obtiene los números de onda en los puntos de la malla par  $j = 1$  y  $j = 2$ .

- b) Se emplea la Ley de Snell para calcular los componentes del gradiente de la función de fase y la altura de ola tanto en las orillas de la zona en estudio (con esto quedan definidas las condiciones de oleaje en las fronteras) como en el interior de la zona (corresponden a los valores iniciales del proceso de relajación).
- c) Se asigna a  $j$  el valor 2.
- d) Para cada punto de la malla (con  $i = 2, 3, \dots, M - 1$  sobre la línea  $y = (j + 1) \Delta y$  se calculan los valores de  $F_{i,j+1}^{(n+1)}$  y  $F_{i,j+1}^{(n)}$  como se indicó en el inciso 2.4.1.
- e) Cuando para cada punto de la malla sobre la línea  $y = (j + 1) \Delta y$ , se tiene  $|F_{i,j+1}^{(n+1)} - F_{i,j+1}^{(n)}| < t_0$ , se continúa con el paso g. De otro modo, se toma a  $n$  como  $n + 1$  y se va al paso d.
- f) Para cada punto de la malla sobre la línea  $y = (j + 1) \Delta y$ , se obtiene  $H_{i,j+1}^{(n+1)}$  y  $|F_{i,j+1}^{(n+1)}|^2$ . Cuando para cada uno de estos puntos  $|H_{i,j+1}^{(n+1)} - H_{i,j+1}^{(n)}| < t_0$ ,  $|F_{i,j+1}^{(n+1)}|^2 - |F_{i,j+1}^{(n)}|^2 < t_0$  se va al paso g. De otra manera, se regresa al paso d.
- g) Se asigna a  $j$  el valor de  $j - 1$ . De otro modo, se termina el procedimiento.

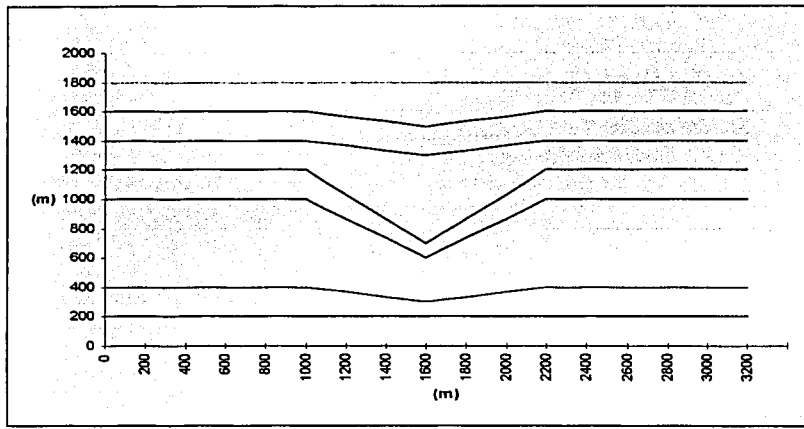
Cabe mencionar la dirección del oleaje  $\alpha_{i,j+1}$  se determina a partir de la ecuación 2.24 como

$$\alpha_{i,j+1} = \text{ang} \tan \frac{F_{i,j+1}^c}{F_{i,j+1}}$$

## 2.6 COMPARACIÓN DE RESULTADOS PARA UN CASO PARTICULAR

En la figura 2.2 se muestra las líneas batimétricas de una zona donde interesa obtener el patrón del oleaje. En esta región no existen obstáculos al avance de las olas y la irregularidad de la profundidad da lugar a zonas caústicas cuando se utilizan modelos de rayos de ola para obtener la refracción pura del oleaje. Se desea propagar al oleaje que incide en la dirección  $\theta = 85^\circ$ , de periodo de 8 s y altura de 1.0 m para obtener la altura y dirección de olas de los puntos A, B y C de las figuras 2.3 a 2.8.

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN



**Figura 2.2. Líneas batimétricas**

**Solución**

Se propone un sistema de ejes cartesiano cuyo origen se encuentra en aguas profundas en el extremo inferior izquierdo de la figura 2.1. Sobre este se considera que existe una malla de líneas verticales paralelas a una distancia  $\Delta x = 200$  m y un conjunto de líneas horizontales paralelas a un espaciamiento igual a  $\Delta y = 200$  m.

**a) Refracción pura**

Mediante un procedimiento numérico que resuelven las ecuaciones de refracción pura. En la figura 2.3 se muestra el trazo de un rayo de onda que pasa a la izquierda del **punto A**, y en la figura 2.4 se agrega otro rayo que pasa a la derecha de este punto. En ambas figuras se incluye una tabla que contiene las coordenadas de algunos puntos del rayo en estudio. Se aprecia que las distancias mínimas entre los rayos son 25 m y 26 m en aguas profundas y cerca del punto A respectivamente, por lo que el coeficiente de refracción es igual a  $K_r = 26/25 = 1.04$ , como el coeficiente de aguas bajas es igual a 1.12, la altura de la ola es  $H = 1(1.04)(1.12) = 1.14$  m y la dirección es  $87.6^\circ$ .

Para el **punto B** se seguiría un procedimiento similar. En la figura 2.5 se muestran dos rayos uno a la izquierda y otro a la derecha del punto B. De ellos se encuentra que la altura de ola es 1.35m y la dirección resulta igual a  $80.8^\circ$ .

Para el *punto C* se hace lo mismo, se nota en la figura 2.6 que hay dos rayos que definen un canal de energía que contiene al punto C. Sin embargo, si por alguna circunstancia se dibujarán más rayos que comiencen de modo semejante a los dos anteriores, se obtendría en este caso que existen otros dos rayos que pasan cerca del punto C como se ve en la figura 2.7. Esta situación crea un conflicto, ¿cuál par de rayos seleccionar para definir la altura y dirección del oleaje?. Observando la figura 2.7 se aprecia que los rayos de onda se cruzan, es decir existe una zona cáustica. Para definirla de una manera más clara, se trazaron rayos adicionales, espaciados a cada 25 m en aguas profundas, dando lugar a la figura 2.8. En esta figura se ve al punto C que se localiza dentro de un área donde se cruzan los rayos, que es precisamente la zona cáustica. Por lo tanto, para el punto C no puede ser estimada la altura ni la dirección del oleaje con refracción pura. En las zonas cáusticas importa tanto la refracción como la difracción.

### b) Refracción-difracción

Usando un método para calcular la refracción-difracción basado en la secuela de cálculo del inciso 2.5.4 se obtuvo, para la línea de la malta que es paralela al eje 'x' y se encuentra a una distancia de 1800 m de tal eje, los valores incluidos en la tabla de la figura 2.9. Se nota que en el *punto A* la altura y dirección son 1.12 m y 87.6°, que son casi idénticos a los obtenidos con refracción pura. Para el *punto B*, existen diferencias que son atribuidas a que todavía existen influencia en la difracción en este punto. El *punto C* se encuentra en la zona cáustica; la altura de la ola es mayor que en los otros puntos y que es igual a 1.56m con una dirección de 85.9, lo cual es congruente con la idea de que el punto C esta dentro de una zona de concentración de energía. Con este método si se cuenta con información dentro de la zona cáustica, y pone de manifiesto que influye la difracción en una zona que rodea a la zona cáustica, por lo que la estimación del oleaje en el punto B con refracción pura, no es confiable.

## 2.7 ROMPIMIENTO DE OLAS

Las olas consideradas como perturbaciones hidrodinámicas comienzan a ser inestables en mar abierto (sin la influencia del fondo) para un cierto valor de la esbeltez de ola  $H/L$ , y en aguas someras para un cierto valor límite de la altura relativa de ola  $H/h$ . La teoría lineal de estabilidad hidrodinámica establece que la esbeltez máxima posible esta dada por:

$$(H/L)_{\max} = (1/7)\tanh(2\pi h/L) \quad (2.66)$$

Teóricamente la esbeltez de la ola  $H/L$  no puede ser mayor de 14%, pero la inestabilidad de la ola siempre ocurre antes, ya sea que se incremente la altura o disminuya a la longitud de onda por la disminución de la profundidad. Dicha inestabilidad se denomina el rompimiento de la ola. Para establecer la hidrodinámica de las corrientes costeras provocadas por el clima del

oleaje que predomina, es imprescindible determinar la localización de la rompiente, así como cuantificar la energía que se transforma en la fuerza motriz de la corriente litoral.

La consideración de estabilidad para ondas solitarias se aproxima bastante bien para olas en aguas someras, y da el valor de  $H/h$  máximo.

$$(H/h)_{\max} = 0.78 \quad (2.67)$$

en forma general

$$(H/h)_{\max} = \gamma \quad (2.68)$$

donde  $\gamma$  es el índice de rompimiento.

A partir de una serie de pruebas se ha encontrado que el índice de rompimiento (que usualmente varía entre 0.5 a 1.2 con un valor promedio de 0.7) es una función del tipo de rompimiento de la ola, de la esbeltez y de la pendiente del fondo. En la práctica, se puede determinar con mayor precisión la profundidad y la altura del rompimiento usando los diagramas de rompimiento de Goda (cf. Koutitas, 1988; Horikawua, 1978).

# TESIS CON FALLA DE ORIGEN

Figura 2.3

L (s)	x (m)	y (m)	alfa (rad)	alfa (grados)	h (m)	L (m)	C (m/s)	ks
174	384.27	1719.96	1.52	87.4	3.72	46.5	5.81	1.079
176	384.80	1731.49	1.53	87.4	3.61	45.8	5.73	1.085
178	385.32	1742.85	1.53	87.4	3.51	45.2	5.65	1.091
180	385.82	1754.06	1.53	87.5	3.40	44.6	5.57	1.097
182	386.30	1765.11	1.53	87.5	3.30	44.0	5.49	1.104
184	386.78	1776.02	1.53	87.5	3.21	43.4	5.42	1.110
186	387.24	1786.77	1.53	87.6	3.11	42.8	5.35	1.117
188	387.69	1797.38	1.53	87.6	3.02	42.2	5.27	1.124
190	388.12	1807.82	1.53	87.6	2.90	41.4	5.17	1.133

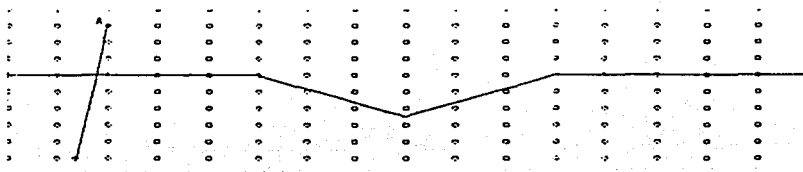
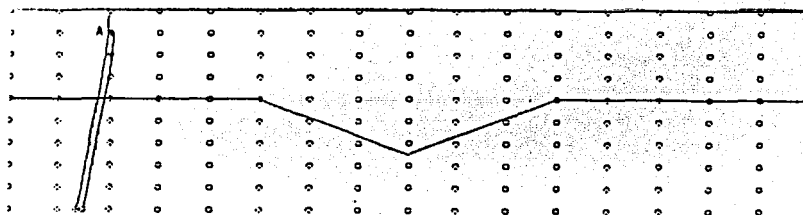


Figura 2.4

L (s)	x (m)	y (m)	alfa (rad)	alfa (grados)	h (m)	L (m)	C (m/s)	ks
174	409.27	1719.96	1.52	87.4	3.72	46.5	5.81	1.079
176	409.80	1731.49	1.53	87.4	3.61	45.8	5.73	1.085
178	410.32	1742.85	1.53	87.4	3.51	45.2	5.65	1.091
180	410.82	1754.06	1.53	87.5	3.40	44.6	5.57	1.097
182	411.30	1765.11	1.53	87.5	3.30	44.0	5.49	1.104
184	411.78	1776.02	1.53	87.5	3.21	43.4	5.42	1.110
186	412.24	1786.77	1.53	87.6	3.11	42.8	5.35	1.117
188	412.69	1797.38	1.53	87.6	3.02	42.2	5.27	1.124
190	413.12	1807.82	1.53	87.6	2.90	41.4	5.17	1.133

Punto Inicial 300 200

Punto Final 413.1207 1807.819



# TESIS CON FALLA DE ORIGEN

Figura 2.5

L (s)	x (m)	y (m)	alfa (rad)	alfa (grados)	h (m)	L (m)	C (m/s)	Ks
184	1387.23	1730.11	1.40	79.9	3.57	45.6	5.69	1.087
186	1389.20	1741.26	1.40	80.1	3.47	45.0	5.62	1.093
188	1391.11	1752.27	1.40	80.2	3.38	44.4	5.56	1.099
190	1392.98	1763.15	1.40	80.3	3.29	43.9	5.49	1.105
192	1394.80	1773.90	1.40	80.4	3.21	43.3	5.42	1.110
194	1396.58	1784.53	1.41	80.6	3.12	42.8	5.35	1.116
196	1398.31	1795.02	1.41	80.7	3.04	42.3	5.29	1.122
198	1400.00	1805.38	1.41	80.9	2.93	41.6	5.20	1.131
200	1401.61	1815.54	1.41	81.1	2.80	40.7	5.09	1.141

Punto Inicial 1150.200

Punto Final 1403.162 1825.481

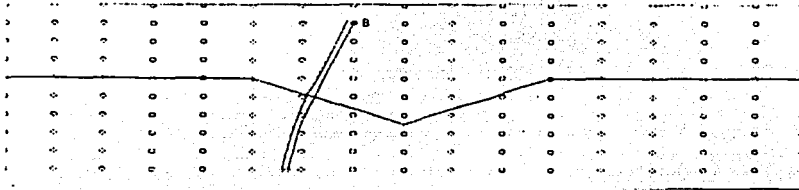
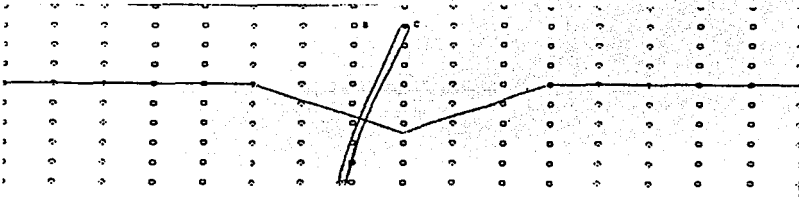


Figura 2.6

L (s)	x (m)	y (m)	alfa (rad)	alfa (grados)	h (m)	L (m)	C (m/s)	Ks
184	1606.04	1699.18	1.41	80.8	3.62	45.9	5.73	1.084
186	1607.85	1710.45	1.41	80.9	3.55	45.4	5.68	1.089
188	1609.64	1721.61	1.41	81.0	3.47	45.0	5.63	1.093
190	1611.39	1732.67	1.41	81.1	3.41	44.6	5.57	1.097
192	1613.10	1743.63	1.42	81.1	3.34	44.2	5.52	1.102
194	1614.79	1754.49	1.42	81.2	3.27	43.8	5.47	1.106
196	1616.44	1765.25	1.42	81.3	3.21	43.3	5.42	1.110
198	1618.07	1775.91	1.42	81.4	3.14	42.9	5.37	1.115
200	1619.66	1786.48	1.42	81.5	3.08	42.5	5.32	1.119

Punto Inicial 1375.200

Punto Final 1621.223 1796.95



# TESIS CON FALLA DE ORIGEN

Figura 2.7

L (s)	x (m)	y (m)	alfa (rad)	alfa (grados)	h (m)	L (m)	C (m/s)	ks
184	1621.84	1702.01	1.66	94.9	3.60	45.7	5.72	1.086
186	1620.87	1713.35	1.66	94.8	3.53	45.3	5.66	1.090
188	1619.93	1724.59	1.65	94.8	3.46	44.9	5.61	1.094
190	1619.00	1735.72	1.65	94.7	3.39	44.5	5.56	1.098
192	1618.09	1746.75	1.65	94.7	3.32	44.0	5.51	1.103
194	1617.20	1757.67	1.63	94.7	3.25	43.6	5.45	1.107
196	1616.32	1768.49	1.65	94.6	3.19	43.2	5.40	1.112
198	1615.46	1779.21	1.65	94.6	3.12	42.8	5.35	1.116
200	1614.61	1789.83	1.65	94.5	3.06	42.4	5.30	1.121

Punto Inicial 1675 200

Punto Final 1613.786 1800.355

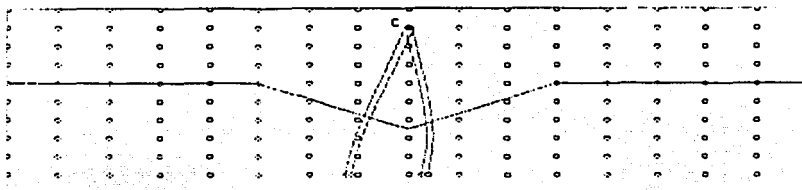


Figura 2.8

L (s)	x (m)	y (m)	alfa (rad)	alfa (grados)	h (m)	L (m)	C (m/s)	ks
184	2124.95	1771.28	1.65	94.3	3.23	43.5	5.44	1.109
186	2194.15	1782.05	1.64	94.2	3.14	42.9	5.37	1.115
188	2123.36	1792.69	1.64	94.2	3.06	42.4	5.30	1.121
190	2122.60	1803.19	1.64	94.1	2.96	41.8	5.22	1.128
192	2121.87	1813.49	1.64	94.0	2.83	40.9	5.11	1.139
194	2121.17	1823.58	1.64	93.9	2.70	40.0	5.00	1.150
196	2120.50	1833.45	1.64	93.9	2.58	39.1	4.89	1.161
198	2119.85	1843.11	1.64	93.8	2.46	38.3	4.79	1.172
200	2119.23	1852.56	1.64	93.7	2.36	37.5	4.69	1.183

Punto Inicial 2150 200

Punto Final 2188.643 1861.82

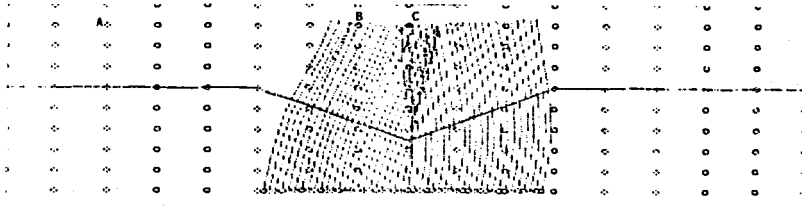




Figura 2.9

I	ANGULO	Sx	Sy	II	k 2	E(Sx)	E(II)	E(DS)	E.dif.
1	87.90	0.01	0.15	1.1	0.02	0.0000	0.0000	0.0000	-0.0001
2	87.90	0.01	0.15	1.1	0.02	0.0000	0.0000	0.0000	-0.0001
3	87.90	0.01	0.15	1.1	0.02	0.0000	0.0000	0.0000	-0.0001
A 4	87.90	0.01	0.15	1.1	0.02	0.0000	0.0000	0.0000	0.0002
5	87.90	0.01	0.15	1.1	0.02	0.0000	0.0000	0.0000	-0.0018
6	88.30	0.00	0.15	1.1	0.02	0.0000	0.0000	0.0000	-0.0007
7	85.90	0.01	0.15	1.0	0.02	0.0000	0.0000	0.0000	0.0005
8	82.20	0.02	0.15	0.9	0.02	0.0000	0.0001	0.0000	0.0107
B 9	79.10	0.03	0.15	1.2	0.02	0.0000	0.0006	0.0000	0.0018
C 10	85.90	0.01	0.15	1.6	0.02	0.0000	-0.0010	0.0000	-0.0098
11	-84.50	-0.01	0.15	1.4	0.02	0.0000	-0.0005	0.0000	-0.0046
12	-84.90	-0.01	0.15	0.9	0.02	0.0000	0.0006	0.0000	0.0109
13	-88.90	0.00	0.15	0.9	0.02	0.0000	0.0002	0.0000	0.0034
14	88.10	0.01	0.15	1.0	0.02	0.0000	0.0001	0.0000	-0.0001
15	87.90	0.01	0.15	1.1	0.02	0.0000	0.0000	0.0000	-0.0018
16	87.90	0.01	0.15	1.1	0.02	0.0000	0.0000	0.0000	-0.0003
17	87.90	0.01	0.15	1.1	0.02	0.0000	0.0000	0.0000	-0.0001

Iteración 19 Línea 8  
Línea J=8

### 3. HIDRODINÁMICA

#### 3.1 INTRODUCCIÓN

Este capítulo está subdividido en 5 secciones, de las cuales esta introducción constituye la primera. Las ecuaciones de conservación que integran el modelo matemático general, aparecen en la segunda sección; seguida de la sección que describe la aproximación bidimensional para la hidrodinámica costera. La cuarta sección propone el método de solución a las ecuaciones en volumen finito. La quinta sección presenta el método de solución a las ecuaciones discretizadas en volumen finito. Finalmente, la quinta sección ilustra con un ejemplo sencillo los resultados que se han alcanzado.

#### 3.2 MODELO MATEMÁTICO GENERAL

##### 3.2.1 Ecuaciones de Conservación

El problema general a ser considerado es el de un flujo incompresible, bi o tridimensional y en estado permanente en cuanto a la hidrodinámica se refiere, donde para discretizar el dominio, se emplea un sistema de coordenadas curvilíneas, utilizando como variables independientes las direcciones  $x, y$  y  $z$ , adoptándose como coordenada vertical a ' $y$ ' para los casos tridimensionales.

Las ecuaciones consideradas para describir la hidrodinámica son las de: (1) continuidad (conservación de masa), (2) de conservación de cantidad de movimiento en cada una de las direcciones coordenadas y (3) las ecuaciones de transporte de turbulencia. Adicionalmente, se incorporan (4) ecuaciones de transporte para determinar la distribución de sedimentos en el sistema; donde al considerar condiciones de no equilibrio entre la deposición y el arrastre se resuelve para un estado transitorio.

Sin embargo, es factible que se establezca un estado casi permanente, puesto que la respuesta hidrodinámica a los cambios provocados por las variaciones batimétricas ocurre en diferentes escalas de tiempo con respecto a los cambios en la hidrostática. Dichas ecuaciones para un flujo incompresible en estado permanente se presentan en los párrafos siguientes.

Las ecuaciones de conservación que describen al flujo se pueden representar a través de la ecuación general:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\Phi) + \nabla \cdot (\rho\vec{v}\Phi) = \nabla \cdot (\Gamma_{\phi} \nabla\Phi) + S_{\phi} \quad (3.1)$$

# TESIS CON FALLA DE ORIGEN

donde  $t$  denota tiempo,  $\Phi$  es cualquier variable dependiente,  $\vec{V}$  es el vector de velocidad,  $\rho$  es la densidad,  $\Gamma$  es el coeficiente de transporte de la variable dependiente, y  $S_\Phi$  representa términos fuente o bien sumidero por unidad de volumen.

Las variables dependientes consideradas, así como sus coeficientes de transporte asociados, dan lugar a las ecuaciones de continuidad, cantidad de movimiento y turbulencia, y se presentan en la tabla 3.1. En dicha tabla, los símbolos  $u$ ,  $v$  y  $w$  corresponden a los componentes de velocidad en las direcciones coordenadas  $x$ ,  $y$ ,  $z$  respectivamente,  $k$  es la energía cinética turbulenta, y  $\epsilon$  la rapidez de disipación de energía cinética;  $\mu$ , es la viscosidad dinámica laminar,  $\mu_t$  la viscosidad dinámica turbulenta, y la suma de las dos viscosidades se define como la viscosidad dinámica efectiva,  $\mu_e$ ;  $\sigma_k$  y  $\sigma_\epsilon$  son coeficientes de difusión empíricos empleados en el modelo de turbulencia que se describe en la siguiente sección.

**TABLA 3.1. COEFICIENTES DE TRANSPORTE PARA CADA VARIABLE**

	$\Phi$ (cualquier variable dependiente)	$\Gamma_\Phi$ (coeficiente de transporte de la variable dependiente)
Continuidad	1	0
Cantidad de movimiento	$u, v, w$	$\mu_e$
Energía c. turbulenta	$k$	$(\mu_t + \mu_l / \sigma_k)$
Rapidez de disipación	$\epsilon$	$(\mu_t + \mu_l / \sigma_\epsilon)$

Por lo que a la conservación de cantidad de movimiento toca, el término fuente está dado por:

$$S_m = -\nabla p + \rho g + \nabla \cdot \left[ \mu_e (\nabla \mathcal{U})^T - \frac{2}{3} (\mu_e \nabla \cdot \mathcal{U}) I \right] \quad (3.2)$$

donde  $p$  es la presión estática,  $g$  es el vector gravedad,  $I$  es el tensor unitario, y el superíndice  $T$  denota la transpuesta de la diádica.

### 3.2.2 Modelo de Turbulencia $k-\epsilon$

Los términos fuente para la energía turbulenta y su rapidez de disipación son,

$$S_k = (P_k - \rho \epsilon + G_B) \quad (3.3)$$

$$S_\varepsilon = (C_{1\varepsilon} P_k - C_{2\varepsilon} \rho \varepsilon + C_{3\varepsilon} G_B) \frac{\varepsilon}{k} \quad (3.4)$$

donde  $P_k$  es la rapidez de producción de  $k$ , y  $G_B$  es la producción o destrucción de  $k$  debido a efectos de flotación.

La rapidez de producción de  $k$  se determina a partir del tensor de esfuerzos turbulento con la siguiente expresión:

$$P_k = \mu_t \left[ \nabla U : (\nabla U + (\nabla U)^T) \right] \quad (3.5)$$

donde el símbolo  $:$  se refiere al producto tensorial, mientras que el término de producción o destrucción debido a flotación se calcula con:

$$G_B = - \frac{\mu_t}{\rho \sigma_t} \underline{g} \cdot \nabla \rho \quad (3.6)$$

La viscosidad turbulenta se calcula con los valores locales obtenidos de  $k$  y  $\varepsilon$  empleando la relación:

$$\mu_t = C_\mu \rho k^2 / \varepsilon \quad (3.7)$$

Los valores asignados a las constantes turbulentas de acuerdo con Launder y Spalding (1974) son:

$$C_\mu = 0.09 ; \quad C_{1\varepsilon} = 1.44 ;$$

$$C_{2\varepsilon} = 1.92 ; \quad C_{3\varepsilon} = 1.00 ;$$

$$\sigma_k = 1.00 ; \quad \sigma_\varepsilon = 1.314$$

De acuerdo con la formulación anterior, las variables dependientes que caracterizan al flujo, y para cada una de las cuales se resuelve una ecuación de transporte son los componentes de velocidad en cada dirección de los ejes cartesianos  $x_i$ :  $u_i$ , la presión estática,  $p$ , la cual aún cuando no aparece explícitamente en la ecuación (3.1), es la variable representativa del principio de continuidad de acuerdo con el algoritmo de solución empleado; la energía cinética turbulenta,  $k$ , la rapidez de disipación de la energía cinética,  $\varepsilon$ .

### 3.2.3 Superficies Sólidas

Como condición de frontera para las superficies sólidas, el término de fricción que se agrega a las ecuaciones de cantidad de movimiento se calcula con el esfuerzo cortante de pared local. Para el caso tridimensional, dicho esfuerzo cortante se obtiene siguiendo el procedimiento descrito por Rodi (1980). Este procedimiento utiliza las funciones de pared típicas para flujos con fricción, y consiste básicamente en especificar las condiciones de frontera en un punto externo a la subcapa viscosa, donde la Ley Logarítmica es válida y la turbulencia se puede considerar en equilibrio local.

Para tal punto, a una distancia  $\delta$  de la superficie sólida, la velocidad resultante paralela a dicha superficie se determina como:

$$U_{res} = \frac{U_*}{\kappa} \ln(Ey^*) \quad (3.9)$$

donde  $\kappa$  es la constante de Von Kármán igual a 0.435,  $E$  es un factor de rugosidad [igual a 9.0 para superficies lisas, (Rosten y Worrell, 1988)], y la velocidad de fricción  $U_*$  está dada por:

$$U_* = (\tau / \rho)^{1/2} \quad (3.10)$$

siendo  $\tau$  el cortante de pared, y la distancia adimensional  $y^*$  se define como:

$$y^* = \frac{U_* \delta}{\nu} \quad (3.11)$$

donde  $\nu$  es la viscosidad cinemática. Las condiciones de frontera para la energía cinética turbulenta y su rapidez de disipación también se aplica para el mismo punto y están dadas por:

$$k = U_*^2 C_\mu^{-1/2} \quad (3.12)$$

$$\epsilon = U_*^3 / (k\delta) \quad (3.13)$$

## 3.3 MODELO HIDRODINÁMICO BIDIMENSIONAL

Las olas poseen cantidad de movimiento que se disipa en su mayor parte en la zona de rompientes al generar turbulencia. La energía cinética que no se disipa, es la que impulsa la corriente litoral y el cambio del nivel sobre el nivel medio del mar (*wave set-up*). El modelo de circulación costera considera las ecuaciones de conservación de cantidad de movimiento que incluyen los términos que representan el exceso de flujo de cantidad de movimiento debido al oleaje. Longuet-Higgins y Stewart (1962) se refieren a este exceso de flujo de

cantidad de movimiento, como *esfuerzos de radiación*. Los gradientes de dichos esfuerzos son entonces la fuerza motriz que genera y mantiene las corrientes cerca de la costa.

Para los promedios temporales y espaciales usualmente necesarios para representar la hidrodinámica costera, un modelo bidimensional es una simplificación que permite describir los fenómenos de flujo más importantes.

Por lo tanto, siendo  $U$  y  $V$  los promedios sobre el tirante  $h$ , para las direcciones  $x$  y  $y$  la ecuación general para la cantidad de movimiento se reduce a:

$$\frac{\partial U_j}{\partial t} + U_j \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{1}{\rho D} \frac{\partial S_{ij}}{\partial x_j} = -g \frac{\partial \eta}{\partial x_i} + \frac{\mu_i}{\rho} \nabla^2 U_i - \frac{\tau_b}{\rho D} \quad (3.14)$$

para  $i, j = 1, 2$  y donde  $D = h + \eta$  es la suma del tirante con referencia al nivel de aguas tranquilas  $h$  y de la variación promedio temporal del nivel del agua debido al oleaje y corrientes  $\eta$ , el llamado "set-up / set-down".

El gradiente del término  $\eta$  es equivalente al gradiente de presión que se genera sobre la superficie libre, frontera donde se puede realizar la aproximación denominada de "tapa rígida". Sin embargo, dicho gradiente de presión representa efectivamente las variaciones en el nivel de la superficie libre, y en el cálculo de los valores promedio de las velocidades se toma en cuenta esta variación a través de las porosidades.

En la ec. (3.14),  $S_{ij}$  representa el tensor del esfuerzo de radiación, y  $\tau_b$  es el esfuerzo cortante sobre el fondo. El componente normal del esfuerzo de radiación en la dirección de propagación de las olas  $Ox$  se define como:

$$S_{xx} = E [2kh / \sinh(2kh) + 1/2] \quad (3.15)$$

donde,  $E = \frac{1}{8} \rho g H^2$  es la energía de ola por unidad de longitud de cresta de ola; y  $k = 2\pi/L$  es el número de onda.

El componente normal del esfuerzo de radiación en la dirección perpendicular a la dirección del movimiento de olas  $Oy$  es:

$$S_{yy} = E [kh / \sinh(2kh)] \quad (3.16)$$

El esfuerzo de radiación se puede considerar como un tensor de segundo orden, y su transformación de los ejes principales a las coordenadas de referencia se puede realizar a través del siguiente sistema de ecuaciones de acuerdo con la ley de Euler:

$$S_{x'x'} = S_{xx} \cos^2 \theta + S_{yy} \sin^2 \theta - 2S_{xy} \sin \theta \cos \theta \quad (3.17)$$

$$S_{x'y'} = S_{xx} \operatorname{sen}^2 \theta + S_{yy} \cos^2 \theta + 2S_{xy} \operatorname{sen} \theta \cos \theta \quad (3.18)$$

$$S_{x'x'} = (S_{xx} - S_{yy}) \operatorname{sen} \theta \cos \theta + S_{xy} (\cos^2 \theta - \operatorname{sen}^2 \theta) \quad (3.19)$$

Tomando en cuenta que  $S_{xy} = 0$ , se obtienen las siguientes expresiones de los componentes de esfuerzos de radiación con respecto al sistema de coordenadas que hace un ángulo  $\theta$  con los ejes principales ( la dirección de propagación de olas es la dirección positiva del eje  $Ox$ ):

$$S_{x'x'} = \frac{E}{2} [(2n-1) + 2n \cos^2 \theta] \quad (3.20)$$

$$S_{x'y'} = S_{y'x'} = \frac{E}{2} n \operatorname{sen} 2\theta \quad (3.21)$$

$$S_{y'y'} = \frac{E}{2} [(2n-1) + 2n \operatorname{sen}^2 \theta] \quad (3.22)$$

Generalizando las expresiones anteriores, y de acuerdo con la notación de coordenadas  $(x,y)$  de la figura 3.1 (las figuras se encuentran al final de cada capítulo), se tiene el esfuerzo de radiación:

$$S_v = \frac{E}{2} \left[ \frac{c_g}{c} \cdot \frac{k_x k_y}{k} + \left[ \frac{c_g}{c} - \frac{1}{2} \right] \delta_{xy} \right] \quad (3.23)$$

donde  $k_x = k \cos \alpha$ ,  $k_y = k \operatorname{sen} \alpha$ ,  $\alpha$  es el ángulo de incidencia del rayo de oleaje con respecto a la dirección  $Ox$ .  $c_g$  es la celeridad del grupo y  $c$  es la celeridad de onda, que están relacionadas por la razón,

$$\frac{c_g}{c} = n = \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{2kh}{\operatorname{senh}(2kh)} \right) \quad (3.24)$$

Considerando el caso límite cuando el tirante es pequeño con respecto a la longitud de onda ( $h/L < 1/20$ ), entonces  $kh$  tiende a cero,  $n$  tiende a 1, y la celeridad  $c = (gh)^{1/2}$ . Este caso límite es la llamada aproximación de aguas someras.

Para determinar el efecto de mezclado inducido por los esfuerzos de Reynolds generados por las fluctuaciones turbulentas se ha optado por el modelado propuesto por Longuet-Higgins (1970) con una viscosidad turbulenta representativa del valor promedio sobre el tirante, en vez del modelo  $k - \epsilon$ .

Dicho modelo se basa en el concepto de longitud de mezclado de Prandtl donde  $\mu_t / \rho$  es proporcional al producto de una escala de velocidad y de longitud. Considerando que el efecto principal del mezclado turbulento es debido a la rompiente de la ola y su evolución hasta la playa, y no al efecto de fricción sobre el lecho arenoso, las escalas apropiadas serían la celeridad de la ola y el tirante. Este último está relacionado con la distancia de la playa y la pendiente. Dada la incertidumbre para este parámetro y la escasez de datos de campo, Bowen e Inman (1972) consideran razonable la formulación de Longuet-Higgins, que también fue adoptada por Wu et. al. (1985), Thornton y Guza (1989) y Yamaguchi y Nishioka (1984) en sus modelos numéricos de simulación:

$$\frac{\mu_t}{\rho} = N\chi(gh)^{1/2} \quad (3.25)$$

donde  $\chi$  es la distancia, desde la línea de costa (dentro de la zona de rompientes) y la constante  $N$  está dentro del intervalo:  $0 < N < 0.016$ . Un inconveniente de esta formulación es que la viscosidad turbulenta tendería a aumentar indefinidamente mar adentro. En el presente modelo se considera que en el valor máximo se alcanza en la distancia donde ocurre la rompiente  $\chi_b$ , y mantiene ese valor constante mar adentro. Esto no genera alguna incongruencia puesto que fuera de la zona de rompientes no hay gradientes significativos de  $S_y$  y por lo tanto no hay fuentes de cantidad de movimiento que genere la corriente litoral.

Fredsoe y Deigaard (1992) proponen otra metodología para estimar el coeficiente de mezclado turbulento con base en los mecanismos de generación y disipación de la turbulencia dentro de la zona de rompientes, que es sin duda una mejor representación de lo que ocurre en la naturaleza. Sin embargo, la implantación de dicho modelo requiere considerar la dimensión vertical lo cual está fuera del alcance del presente desarrollo.

El último término de la ecuación (3.14) representa el sumidero de la cantidad de movimiento debido a la fricción que se genera sobre el fondo. Este se podrá representar como una función cuadrática de la velocidad de la corriente inducida por el oleaje. Varios autores incluyen en su formulación propuesta la velocidad orbital debido al oleaje, sin embargo, en dicha ecuación (3.14) se están considerando únicamente las velocidades de la corriente litoral que establecen los gradientes del esfuerzo de radiación. La magnitud del esfuerzo cortante sobre el fondo debido a la velocidad orbital, se podría considerar como el efecto causante de la suspensión de la arena; y esta estaría asociada como sumidero a la energía del oleaje en vez de sumidero de la cantidad de movimiento de una corriente que es una magnitud promedio en el espacio y tiempo.

Como argumento adicional para una formulación directa y sencilla es el hecho que a la fecha no se ha realizado una correlación con datos de campo lo suficientemente consistente como para proponer una formulación confiable como es el caso de la cuantificación de la fricción en tubos comerciales. De hecho, la mayoría de los autores de modelos de simulación numérica emplean el coeficiente de fricción como un factor de ajuste para "modular" sus



resultados para que se parezcan a los datos que son factibles de medición, ya sea en el laboratorio o en el campo.

Por estas razones, para la aproximación bidimensional al modelo tridimensional donde el fondo tiene el sumidero de la cantidad de movimiento, se implantó la expresión cuadrática de Chézy.

$$S_u = -\rho g \frac{u^2}{C^2} A_{celda} \quad (3.26)$$

para los dos componentes horizontales de la velocidad para representar la fricción sobre el fondo.

El valor del coeficiente de Chezy que se consideró en las pruebas fue 50, que equivale al coeficiente de Manning,  $n = 0.027$ ; y corresponde al de Darcy-Weisbach de  $f = 0.031$ . Este valor se podrá variar de acuerdo con los datos de campo para tener la velocidad promedio de la corriente litoral dentro de la zona de rompientes.

La superficie libre se considera como una "tapa rígida" donde se resuelve un gradiente de presión longitudinal representativo de la variación en la elevación de la superficie libre que induce el flujo en el dominio computacional.

El efecto del viento se podrá introducir a través de un esfuerzo cortante aplicado sobre la superficie de acuerdo con la ecuación:

$$\tau_s = C_d \rho_a V_{10}^2 \quad (3.27)$$

donde  $C_d$  es el coeficiente de fricción con valor de  $0.9E-03$  (Safaie, 1984),  $\rho_a$  es la densidad del aire y  $V_{10} < 10$  m/s es la velocidad del aire medida a 10 m de altura.

Sobre las posibles condiciones de frontera en los extremos laterales, actualmente se ha implantado solo la condición cíclica; esto es, las variables en la salida del dominio computacional son las que adquiere en la entrada al dominio. Esto implica que la batimetría debe ser la misma en el entorno de estas zonas. Esta condición de frontera es muy razonable para los casos de playas muy largas donde generalmente se tiene una periodicidad tanto en la batimetría cercana a la costa como en los patrones de flujo que se establecen con la interacción entre la corriente litoral y las de retorno (las llamadas *rip currents*).

La condición de frontera en la zona de mar abierto es la especificación de los parámetros de oleaje para la batimetría en dicha frontera a partir de los de oleaje profundo ( $H_0$ ,  $\alpha_0$ ,  $T_0$ ) de acuerdo con la ley de Snell para batimétricas rectas y paralelas. Con respecto a la hidrodinámica, se especifica una presión de referencia que es equivalente al nivel de aguas tranquilas del mar.

### 3.4 MÉTODO DE SOLUCIÓN

Cada una de las ecuaciones de transporte descritas en las secciones previas, es discretizada empleando el método de volumen finito. Es decir, el dominio de solución es subdividido en pequeños volúmenes de control, asociando a cada uno de ellos un punto nodal. Las variables escalares y la presión son almacenadas en dichos nodos, mientras que las velocidades son almacenadas en las caras de los volúmenes localizadas entre los puntos nodales. De esta manera, los volúmenes de control para las velocidades quedan defasados con respecto a los empleados para las variables escalares.

Este método de discretización es el empleado por *PHOENICS*, que es el código utilizado para llevar a cabo las simulaciones numéricas (Ludwig et. al., 1990), que se presenta en este estudio.

El algoritmo de solución se basa en el procedimiento iterativo de Patankar y Spalding (1972), *SIMPLE*, modificado de acuerdo con el algoritmo de Spalding (1982), *SIMPLEST*. En términos generales, las variables escalares se resuelven utilizando el método implícito de Stone (1968). En seguida, las velocidades se obtienen al resolver las ecuaciones de cantidad de movimiento utilizando los valores de presión de la iteración previa; posteriormente, la ecuación de continuidad es ajustada resolviendo una ecuación de corrección de presión que determina los ajustes requeridos para las velocidades y las de presiones. Este procedimiento es repetido varias veces hasta que la solución cumple con un criterio de convergencia especificado.

Como todo procedimiento iterativo, la convergencia del método se logra a través de cuidadosa linealización de los términos fuente, junto con una apropiada relajación de las variables de flujo. Se emplearon dos tipos de relajación: la inercial y la lineal. La relajación inercial empleada para las velocidades, los parámetros de turbulencia (cuando es aplicable el modelo  $k - \epsilon$ ), resulta de agregar el término fuente de la variable  $\Phi$  la expresión:

$$S_{\Phi,x} = \lambda (\Phi_{p,pre} - \Phi_p) \quad (3.28)$$

donde  $\lambda$  es el llamado término de inercia definido por:

$$\lambda = \frac{\rho V_p}{t_f} \quad (3.29)$$

donde  $V_p$  es el volumen de la celda,  $t_f$  es el intervalo de tiempo falso y el subíndice *pre* se refiere al valor de la iteración previa.

Para la presión se empleó la relajación lineal dada por:

$$\Phi = \alpha \Phi_{calc} + (1 - \alpha) \Phi_{pre} \quad (3.30)$$

donde  $\alpha$  es el factor de relajación y el subíndice *calc* se refiere al valor calculado.

El criterio de convergencia es tal que para cada variable, la suma de los valores absolutos de los residuales en todo el dominio sea menor del 1% de valor de referencia asignado a cada variable. Un requerimiento adicional es que los valores de las variables dependientes monitoriados en una localidad de dominio, no cambien en más del 0.1% entre ciclos sucesivos de iteración.

### 3.5 EJEMPLO DE APLICACIÓN

Las ecuaciones arriba descritas para la hidrodinámica bidimensional [Abbott (1991), las denomina "2"-dimensional" por que se resuelve la variación de la elevación de la superficie libre] se aplicaron para simular la circulación inducida por el oleaje en una zona costera de geometría sencilla (i.e. línea de costa recta, pendiente del fondo constante y las líneas batimétricas son paralelas a la costa). Para determinar el efecto sobre la hidrodinámica que tiene una escollera en forma de "L" se realizó también una corrida sin tomar en cuenta el efecto de reflexión que provoca dicha escollera. Por ello los valores de  $S_{ij}$  no se ven afectados.

La discretización del dominio computacional es uniforme para el caso de aplicación del modelo de transformación de oleaje presentando en el presente trabajo. Sin embargo, esta limitante se podrá eliminar para tener mallas más finas dentro de la zona de rompientes, y mallas gruesas fuera de esta zona de tal suerte que se consideren los efectos más relevantes de la batimetría sobre la transformación del oleaje. En los casos presentados se ha despreciado los efectos de difracción del oleaje dentro de la escollera.

Para una pendiente uniforme de 10%, se considera que el oleaje profundo en mar abierto tiene la altura de ola y periodo de  $H_0=1.0$  m,  $T=7$  s con una dirección SW con ángulo de incidencia de  $\theta = 80^\circ$  (considerando la dirección Sur-Norte del mar abierto hacia la línea de costa, y perpendicular a esta última). El marco de referencia y la definición de los ángulos se ilustran en el esquema de la figura 3.1. Cabe hacer notar que las ecuaciones que se describen en este escrito están con base en las coordenadas  $(x,y)$  de dicha figura (i.e  $x$  es la dirección hacia la costa, y  $y$  a lo largo de la costa); mientras que en la codificación en **PHOENICS** se consideran  $(X,Y)$  ilustrados en la misma figura 3.1, para aprovechar la implantación automática de condiciones de frontera cíclicas.

En la figura 3.2 se presenta la variación de los contornos de la presión hidrostática que es equivalente a la variación de  $\eta$ , esto es, la variación promedio de la superficie libre del agua sobre el nivel de aguas tranquilas (NAT), que por brevedad se denomina "*set-up & set-down*". En la escala de la figura, 1 kPa equivale aproximadamente a 10 cm. Se indica también la localización de la rompiente, considerando que el factor de rompimiento es

$\gamma = 0.78(H = \gamma h)$ . Se observa en (b) una velocidad máxima dentro de la zona de rompientes del orden de 0.5 m/s, y como tiende a cero mar adentro.

La dispersión de cantidad de movimiento lateral se controla con la constante N de la ec. 3.25, y su efecto sobre la distribución y el valor y localización dentro de la rompiente de la velocidad máxima se ilustra en la figura 3.3 para cuatro valores de dicha constante. Cualitativamente se reproducen los resultados de la solución analítica descrita por Komar (1976), lo que confirma la validez del esquema numérico para resolver la hidrodinámica costera.

En la figura 3.4 se ilustra el efecto de una escollera que se encuentra dentro de la zona de rompientes, y en (a) se nota el efecto de la difracción sobre el cálculo de la altura de la ola. La hidrodinámica se ve afectada sólo en el entorno de la escollera, acelerándose la corriente litoral enfrente de la escollera en 50%, con una recirculación en el interior. La malla no tiene la fineza para resolver el vórtice que se tendría corriente arriba de la escollera.

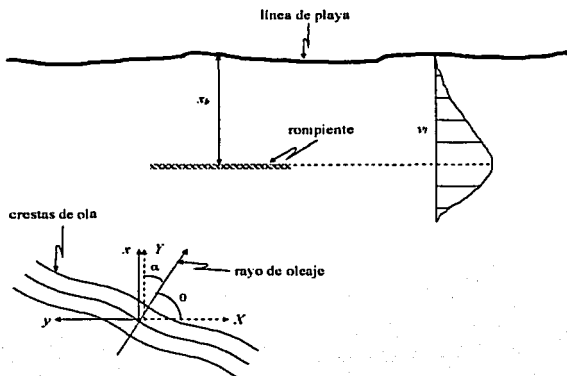
# TESIS CON FALLA DE ORIGEN

CAPITULO 3.

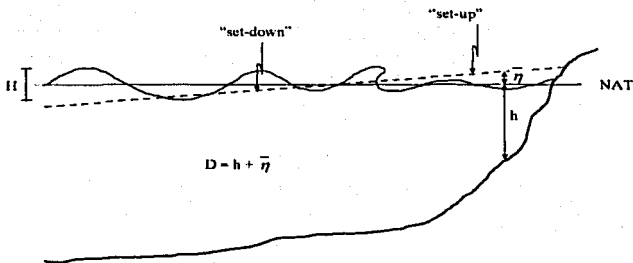
HIDRODINÁMICA

## FIGURAS.

(a)

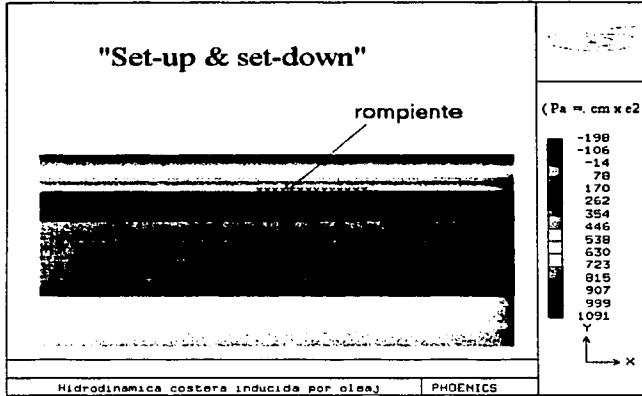


(b)



**Figura 3.1** Descripción de las variables del modelo. En (a) la vista de planta muestra el marco de referencia. Las ecuaciones en términos de  $(x,y)$  se han implantado en PHOENICS en términos de  $(X,Y)$ . En (b) la vista en elevación muestra la batimetría 'h' respecto al nivel de aguas tranquilas y el tirante promedio 'D'.

(a)



(b)

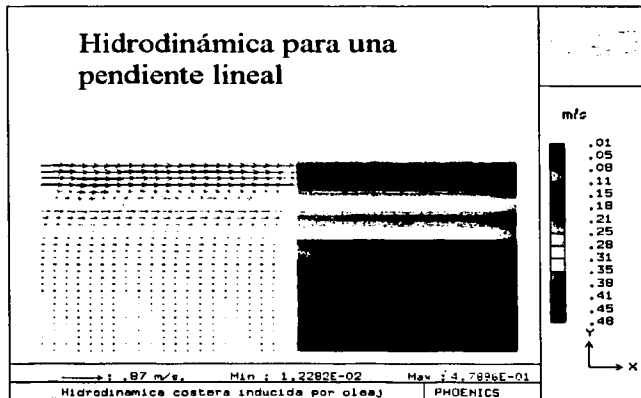


Figura 3.2 Resultados de la hidrodinámica para una pendiente lineal con batimétricas rectas y paralelas. Los datos de oleaje profundo son  $1h_0 = 1$  m,  $T_0 = 7$  s. En (a) los contornos de presión son representativos de la variación de la superficie libre. En (b) se muestra la corriente litoral con  $N=0.016/6$ .

TESIS CON  
 FALLA DE ORIGEN

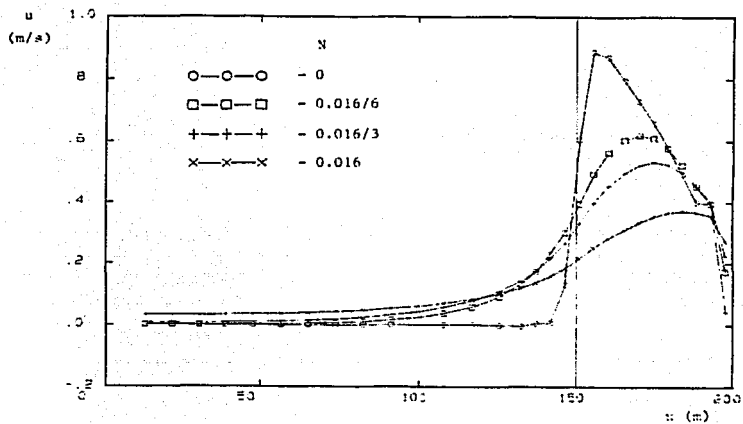
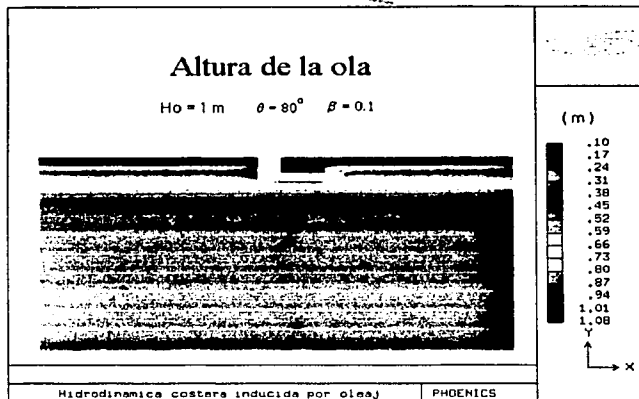


Figura 3.3 Efecto del valor de la constante  $N$  de la ec. (3.25) que reproduce los resultados de la solución analítica de Komar (1976). Al aumentar  $N$  se incrementa la dispersión horizontal de la cantidad de movimiento.

(a)



(b)

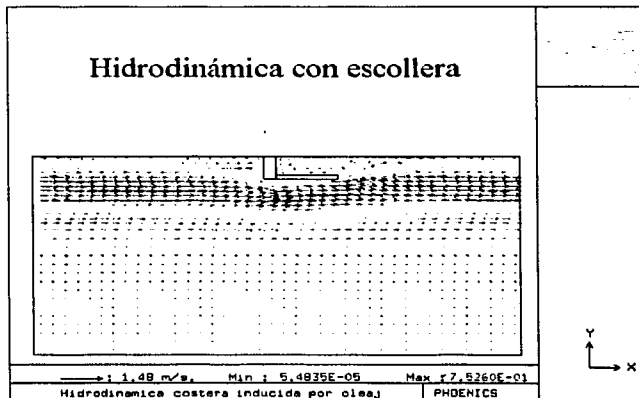


Figura 3.4

Efecto de una escollera sobre la transformación del oleaje (a), y sobre la corriente litoral (b).



## 4. TRANSPORTE DE SEDIMENTOS

### 4.1 INTRODUCCIÓN

Este capítulo se compone de dos secciones principales. En la primera se presentan los antecedentes y la metodología adoptada para modelar el transporte litoral cuando el oleaje incide oblicuamente con respecto a la línea de la costa. En la presente etapa el desarrollo del proyecto se han considerado modelos semi empíricos de tipo energético.

La segunda sección analiza con mayor detalle el estado del arte de los modelos que representan el transporte advectivo de los sólidos en suspensión considerando los efectos de la turbulencia asociada al flujo. Se presenta el modelo tridimensional desarrollado para simular el transporte de sedimentos que es aplicable al problema de azolve en canales de llamada de una obra dentro de la zona costera.

### 4.2 TRANSPORTE LITORAL

#### 4.2.1 Introducción

El transporte de partículas por efectos del oleaje y de las corrientes costeras, generalmente se puede dividir en un transporte paralelo a la línea de costa y en un transporte en la dirección perpendicular hacia o fuera de la costa. Existen dos modos de transporte que son arrastre de fondo y en suspensión, siendo el primero el caso en que las partículas no se "despegan" del fondo pero saltan, se deslizan o ruedan unas sobre otras. En el caso del transporte en suspensión existe un balance entre las fuerzas de gravedad y las fluctuaciones turbulentas verticales, lo que mantiene una cierta carga de sedimento en sustentación. Debe remarcarse que las concentraciones consideradas son promedios temporales del orden de 100 olas (i.e. como 15 minutos), y espacialmente el promedio debe ser representativo de las formas de fondo. Dada la hidrodinámica compleja que se establece en la zona costera, los mecanismos y patrones de transporte que ocurren en la zona fuera de la rompiente misma y dentro de la rompiente son muy diferenciados.

Fuera de la rompiente, al transformarse el oleaje en aguas cada vez más someras, el material del fondo responde al movimiento oscilatorio del agua cuyo efecto es reducir la magnitud del esfuerzo cortante crítico para el inicio del movimiento. No obstante la característica oscilante, resulta un transporte neto hacia o fuera de la costa, generándose en esta zona de la formación de rizos y dunas que influyen significativamente sobre el transporte de sedimentos por la presencia de vórtices (i.e. "macro" turbulencia). Sin embargo, la distribución de la concentración promedio de sedimentos en suspensión se restringe a un espesor generalmente menor a 50 cm sobre el fondo. Por encima, las fracciones de sólidos en suspensión son tan

finas que se consideran no sedimentables (*wash load*). La distribución de la concentración en esta zona se puede representar con una función exponencial sencilla.

$$C = C_0 \exp[-az]$$

Donde la constante  $a$  representa una "longitud de mezclado" y es del orden de  $10 \text{ [m}^{-1}\text{]}$  (Raudkivi, 1990).

El efecto neto de este transporte combinado con el aporte de sedimento de la zona de rompiente (por la corriente de retorno) es una separación por tamaños del sedimento y la formación de una barra que estabiliza la localización de la rompiente y protege la costa de una continua erosión. Como consecuencia, las tasas de transporte de sedimentos en esta zona son relativamente bajas (un orden de magnitud menor respecto al que ocurre dentro de la rompiente) que resulta en los cambios a largo plazo del perfil de la playa. Una metodología para el cálculo de estos perfiles se describe en la tesis de Swart (1974).

En la zona de la rompiente es donde ocurre la mayor disipación de la energía del oleaje, y donde una gran cantidad de sedimento se pone en suspensión y después se transporta paralelamente a la costa por la corriente litoral, o bien fuera de costa por las corrientes de retorno (*rip currents*). Los efectos sobre los sedimentos serán diferentes de acuerdo con el tipo de rompiente, i.e. continua (*spilling*), rodante (*plunging*), o súbita (*surging*), y se generan estructuras vorticosas coherentes que levantan sedimento hasta la superficie. Sin embargo, la disipación de energía que genera una turbulencia considerable, tiende a uniformar la concentración de sedimentos en suspensión, y el transporte neto resulta complejo ya que el perfil de velocidad no es uniforme sobre la vertical. Las rompientes súbitas son relativamente raras y ocurren sólo cuando la pendiente de la playa es grande y el oleaje relativamente plano. Para el caso de la rompiente continua, la turbulencia se genera sobre la superficie y tiende a difundirse hacia abajo. Como estas rompientes tienden a ocurrir en secuencia en esta zona, la turbulencia se incrementa en dirección de la playa; sin embargo, la turbulencia es menor que en el caso de rompientes rodantes.

Como la caracterización de estas variaciones tanto en la intensidad como en la estructura de la turbulencia es difícil determinar, una descripción detallada de la suspensión de sedimentos en esta zona sería demasiado compleja. Aunado a esto está el sistema complejo de corrientes que interactúan con el oleaje generando vórtices, con flujos que van hacia la playa cerca de la superficie y una resaca cerca del fondo. Estos fenómenos generan cambios en la topografía del fondo, que en tormentas pueden ser del orden de 2 m.

No obstante que una solución rigurosa al transporte de sedimentos en la zona de rompientes (*surf zone*) parece no ser posible y probablemente no resultaría práctica, las mediciones en campo han mostrado un movimiento en "zig zag" de las partículas a lo largo de la costa cuando el oleaje profundo incide oblicuamente. El resultado neto es un transporte litoral que se ha cuantificado y mejor correlacionado con la energía del oleaje.

Para estimar las tasas de transporte litoral se han desarrollado formulaciones empíricas para correlacionar un producto de factor energético del oleaje (que provoca la movilización del

sedimento) y una velocidad de transporte (la cual se puede suponer proporcional a la corriente litoral). Sin embargo, no ha sido posible establecer una funcionalidad exacta.

Por otro lado, se han buscado métodos sencillos para poder predecir el transporte de sedimentos inducido por oleaje con base en los fundamentos de la mecánica del movimiento. Básicamente son dos los enfoques que se aplican actualmente. Banglod (1963) introdujo el concepto energético que describe el movimiento como una función de la cantidad de energía disponible para desplazar el sedimento. Este enfoque se limita a un intercambio energético en una macro escala, y no considera los fenómenos locales de interacción entre el agua y los sólidos. En contraparte, Einstein (1972) propone un estudio análogo al de transporte de sedimentos en canales, donde el flujo se supone uniforme, con base en el concepto de funciones que definen la tasa de arrastre (*pick-up rate*). Dicha analogía debe suplementarse con los efectos del movimiento oscilatorio sobre la suspensión del sedimento.

Ambos métodos conciernen principalmente al arrastre de fondo, y en la zona de rompientes algunos investigadores consideran que predomina el transporte en suspensión. Para calcular las tasas de transporte, se considera entonces al sedimento en suspensión como una concentración que se mueve por advección con el flujo o corriente, y se determina su variación espacio-temporal con base en una ecuación de difusión. La tasa de transporte en suspensión se puede calcular como el producto del gasto promedio del agua y de la concentración obtenida de una ecuación de transporte con un coeficiente de difusión que incorpore el efecto del oleaje (Horikawa, 1988).

Todas las formulaciones que hasta ahora se han propuesto tienen cierto grado de empirismo, sin embargo unas se basan en conceptos físicos entre las fuerzas que provocan el movimiento del sedimento, i.e. (1) el esfuerzo cortante sobre el lecho, (2) la energía del oleaje o la altura de la ola.

Sólo para el caso del transporte transversal a la costa se han propuesto fórmulas que consideran la velocidad del agua en la vecindad del lecho.

En las fórmulas que emplean el esfuerzo cortante en el fondo, se debe estimar el efecto combinado de las corrientes y del oleaje. Estas ecuaciones determinan que la tasa de transporte de sedimentos es proporcional a un producto de la velocidad de la corriente litoral y del cortante efectivo sobre el fondo.

Las fórmulas que se basan en la energía del oleaje o altura de ola se expresan como una cierta función del componente paralelo a la costa del "flujo energético" en la línea de rompientes. Sin embargo, esta consideración no tiene un fundamento rigurosamente físico, puesto que la energía es una cantidad escalar (Raudkivi, 1990). Estas ecuaciones no consideran la velocidad o energía críticas para el inicio de movimiento, el tamaño de los sedimentos o la pendiente de la playa. Recientemente, Kampuhuis et. al. (1986) han propuesto una formulación empírica que incorpora tanto la pendiente como el tamaño de los granos. Una deficiencia de este enfoque es que se tiene una discontinuidad en el transporte litoral en la línea de rompientes puesto que el transporte se reduce a cero mar adentro de

dicha línea. Además los modelos reportados no están elaborados para describir el transporte en la zona del "swash". Los datos que se han recopilado de estudios de campo y laboratorio indican sin embargo que (1) el transporte en esta última zona puede ser muy importante, (2) esta contribución se incrementa a medida que la rompiente ocurre más cerca de la línea de costa, (3) aproximadamente entre el 10% y 30% del transporte litoral total ocurre mar adentro de la línea de rompientes, (4) el valor máximo del transporte local dentro de la zona de rompientes puede ocurrir tanto cerca de la línea de costa como la línea de la rompiente, y la forma del perfil tiene una gran variabilidad (Bodge, 1989).

Horikawa (1988) también presenta cuatro fórmulas de transporte de sedimentos que consideran la coexistencia del oleaje y corrientes, las cuales se basan en el cortante de fondo. La comparación con datos experimentales en un tanque de oleaje parece indicar que la distribución del transporte de sedimentos dentro de la rompiente no sigue necesariamente la distribución de la corriente litoral. Tampoco coincide la distribución del transporte transversal porque no se evalúa correctamente la dirección del transporte neto. En este sentido, Horikawa considera que el estado actual del conocimiento no permitiría establecer una metodología para calcular las tasas de transporte de sedimentos bajo la coexistencia de los efectos simultáneos del oleaje y corrientes. Por ello, propone que se realicen los cálculos por separado de los efectos de la corriente y el oleaje que sean compatibles y consistentes con los estudios ya realizados.

No obstante que el desarrollo de modelos para cuantificar el transporte de sedimentos tanto en la zona dentro de la rompiente como fuera de ella, es una línea de investigación en constante desarrollo que se refleja en las publicaciones más recientes de la ASCE, *Coastal Engineering* y otras, así como en monografías [(e.g. Fredsoe y Deigaard (1992), Nielsen (1992)], la mayoría parece coincidir en la opinión que el modelo para predecir el transporte litoral llamado "la formulación del CERC" (Shore Protection Manual, 1983) arroja resultados adecuados para fines de diseño ingenieril. Aunque esta formulación esté restringida al transporte inducido por oleaje con incidencia oblicua a la costa (van de Graaff, 1979) sigue siendo la que se ha comparado con datos de campo con mayor éxito. Es básicamente por esta razón que se ha optado incorporar esta formulación en la presente etapa del desarrollo. Sin embargo, los resultados de transporte litoral que se obtengan se podrán comparar subsecuentemente con aquellos que se deriven con otros modelos que se basan en la física e interacción entre las partículas sólidas y la turbulencia de flujo.

Con base en los alcances propuestos para esta etapa del proyecto de investigación, el estudio se limita a la formulación más adecuada para describir el transporte litoral que se presenta en la siguiente sección.

#### 4.2.2 Modelo Matemático

Con base en lo anterior, se ha propuesto implementar una formulación para la tasa de transporte de sedimentos que arroje resultados de confiabilidad probada, y que a la vez resulte sencilla, dado que una formulación más compleja no incrementaría el nivel de

precisión en la predicción. La formulación propuesta es la recomendada por el *Shore Protection Manual* (1983) del CERC que considera la energía del oleaje. Aparte de lo ya expuesto, los argumentos a favor de esta opción son los siguientes (Martínez y Harbaugh, 1993):

- (1) Es la ecuación que ha sido más empleada en la práctica para estimar el transporte litoral.
- (2) El coeficiente de calibración basado en los datos de campo varía en un rango relativamente estrecho, lo que permite un estudio de sensibilidad adecuado.
- (3) Los parámetros necesarios para su calibración son fácilmente asequibles de los estudios de campo, esto es, alturas del oleaje y ángulos de incidencia en la rompiente.
- (4) Se ha implementado específicamente para la zona de rompiente donde se supone que el promedio temporal tanto del transporte como de la corriente litoral son en estado casi-permanente.
- (5) No se incorpora el carácter oscilatorio de las corrientes, puesto que se considera un modelo bidimensional con valores promediados sobre el tirante, así como en el tiempo.
- (6) Como consecuencia de lo anterior, el intervalo de tiempo de integración en la modelación numérica puede ser grande.

Siguiendo el procedimiento propuesto por Komar e Inman (1979), se calcula la tasa de transporte con base en el peso, y luego se convierte a tasa de transporte volumétrica para poder representar efectivamente el movimiento de sedimento entre las celdas de la malla computacional. Dicho transporte volumétrico considera el volumen de sedimento que se ha depositado así como el factor de porosidad. La equivalencia entre ambas tasas de transporte está dada por la ecuación,

$$I_L = Q(\rho_s - \rho)g(1 - \phi) \quad (4.1)$$

donde  $I_L$  es la tasa de transporte en peso [N/s],  $Q$  es la tasa volumétrica de transporte [ $m^3/s$ ],  $\rho_s$  es la densidad de los sólidos, y  $\phi$  es la porosidad de los sólidos sedimentados. Los valores empleados en los ejemplos ilustrativos son  $2.6 \text{ kg/m}^3$  y  $0.6$ , respectivamente.

Con base en datos de campo reportados (SPM, 1984), se tiene entonces que dicho transporte es proporcional al componente a lo largo de la costa del "flujo de la energía" del oleaje,

$$I_L = K \cdot P_L \quad (4.2)$$

Dicho "flujo energético" en [N/s] o [W/m] se determina con la expresión,

$$P_L = (E_b c_b) \cos \alpha, \sin \alpha, \quad (4.3)$$

donde el producto  $E_b c_b$  es el flujo energético del oleaje en la zona de rompientes, siendo  $E_b$  la energía del oleaje por unidad de longitud en la línea de rompiente,  $c_b$  la velocidad de grupo o de propagación evaluada en la rompiente, y  $\alpha$  el ángulo de incidencia de la línea de rompientes (referirse a la figura 3.1). Se tiene además que,

$$E_b = \frac{1}{8} \rho g H_b^2$$

$$c_b = \frac{c}{2} \left( 1 + \frac{2kh}{\sinh(2kh)} \right) \quad (4.4)$$

donde  $k$  es el número de onda,  $h$  es la tirante del nivel medio del agua, y  $c$  es la celeridad de la ola dada por,

$$c = \sqrt{\frac{g}{k} \tanh\left(\frac{2\pi h}{L}\right)} \quad (4.5)$$

donde  $L$  es la longitud de onda del oleaje.

La constante  $K$  de la ecuación 4.2 se podría inicialmente estimar de los datos de campo reportados para once playas diferentes (Martínez y Harbaugh), 1993 que se muestran en la tabla 4.1.

El valor que arroja este procedimiento es el transporte volumétrico para todo el ancho de la zona de rompientes. La distribución que se tiene en esta dirección se podrá considerar proporcional a la distribución de la corriente litoral en esta zona; o bien, se podrá considerar proporcional a la magnitud de la velocidad orbital máxima en cada localidad con respecto a la suma de estas magnitudes (Martínez y Harbaugh, 1993) i.e.

$$Q_{i,j} = Q_{tot} \frac{U_{i,j}^{max}}{U_{tot}} \quad (4.6)$$

donde  $U_{tot}$  es la suma sobre el ancho de las velocidades orbitales máximas. De esta manera, el valor máximo del transporte litoral ocurre cerca de la línea de la rompiente.

TABLA 4.1 valores estimados del coeficiente  $K$  de la ecuación (4.2)

Tamaño promedio en mm	Coficiente $K$	Rango de valores observados
0.40	0.89	0.73 - 1.03
0.40	0.63	0.16 - 1.65
0.60	0.82	0.48 - 1.15
0.18	0.77	0.52 - 0.92
?	0.42	0.24 - 0.72
0.18	0.62	0.23 - 1.00
0.20	0.69	0.26 - 1.34
0.15	0.81	--
0.20	0.87	0.42 - 1.50
0.22	1.15	0.32 - 1.63
0.30	1.00	0.84 - 1.09

En el presente desarrollo se ha optado por la descripción de Komar (1976) que se basa en el modelo de Bagnold (1963). El efecto del movimiento orbital inducido por el oleaje es la suspensión del sedimento sin transporte neto del mismo, luego cualquier corriente unidireccional sobreimpuesta sobre el movimiento "reciprocante" es la que realiza el transporte neto de arena. El esfuerzo cortante que trabaja para la suspensión es el debido al oleaje, y este se calcula con base en la siguiente expresión,

$$\tau_b = \frac{f_w \rho u_M^2}{2} \quad (4.7)$$

donde  $f_w$  es el coeficiente de fricción por oleaje (Kamphuis, 1975), y  $u_M$  es la velocidad orbital máxima que para la aproximación de aguas someras es,

$$u_M = \left( \frac{gH^2}{4h} \right)^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \frac{H}{h} \sqrt{gh} = \frac{\gamma}{2} \sqrt{gh} \quad (4.8)$$

El transporte en peso de arena por unidad de ancho sería entonces proporcional al producto de la velocidad de la corriente litoral y dicho esfuerzo cortante, i.e.

$$i_L = K v \tau_w \quad (4.9)$$

Ahora bien, la ecuación (4.2) determina el transporte litoral para todo el ancho de la zona de rompientes  $x_b$  cuyo valor sería entonces la integral de la distribución del transporte litoral por unidad de ancho  $i_L(x)$ .

$$I_L = \int_0^s i_L(x) dx = \int_0^s K v(x) \tau_w dx \quad (4.10)$$

Para poder determinar el transporte cuando las líneas de corriente ya no son todas paralelas a la costa por efectos de estructuras, batimetría e inclusive por el viento, en el presente desarrollo se hace la suposición que la constante adimensional  $K$  permanece prácticamente invariable al deformarse las líneas de corriente mientras dicha constante esté calculada con base en las ecuaciones (4.2) y (4.9).

Con la aproximación de aguas someras, el factor  $P_L$  se calcula con,

$$P_L = \frac{1}{8} \rho g^{1/2} H_b^2 h_b^{1/2} v^2 \frac{\sin 2\alpha_b}{2} \quad (4.11)$$

De la ecuación (4.9), considerando la ecuación (4.1), se obtiene entonces el transporte volumétrico por unidad de ancho para las dos direcciones (x,y) [i.e.  $i=1,2$ ]:

$$q_i = \frac{1}{8} \frac{\kappa f_i \gamma^2 h}{(1-\phi)(s-1)} \cdot u_i \quad (4.12)$$

Para calcular los cambios batimétricos provocados por la distribución de  $q_i$ , se considera la ecuación de conservación de la arena en términos de la variación temporal del tirante  $h$  con base en el nivel medio de aguas tranquilas. El incremento o el decremento de esta variable es opuesto en signo pero de misma magnitud al incremento o decremento en el nivel o elevación del fondo arenoso. Se tiene por lo tanto.

$$\frac{\partial h}{\partial t} = \frac{\partial q_i}{\partial x_i} \quad (4.13)$$

Mediante esta ecuación es posible determinar la evolución temporal de los contornos batimétricos asociados a la variabilidad del clima de oleaje que tiende a modificar el cuasi equilibrio entre el patrón de corrientes litoral, el transporte de sedimentos que induce, y la transformación del oleaje que se ajusta al cambio de la batimetría. Esta última parte en el procedimiento de cálculo es la que confiere la tridimensionalidad al modelo de evolución playera.

Generalmente, los modelos numéricos sólo consideran los cambios en la transformación del oleaje para intervalos de tiempo largos (del orden de horas a días). Mientras que para el cálculo de la hidrodinámica el esquema numérico está limitado por el número de Courant, lo que implica intervalos de tiempos muy cortos (del orden de segundos a minutos). Sin embargo, cuando el clima de oleaje que prevalece implica condiciones que están muy alejadas del casi equilibrio de la playa se requiere un acoplamiento entre la hidrodinámica, el transporte de sedimentos, el cambio de la batimetría así como su efecto en la transformación del oleaje que a su vez implica un cambio en la hidrodinámica. En el presente desarrollo, el



método descrito en la sección 3.4 permite intervalos del orden de minutos a horas, y el costo numérico no se torna excesivo si para cada intervalo se calculan los cambios batimétricos y el cambio en la transformación de oleaje asociado.

En la siguiente sección se describen los resultados de ejemplos ilustrativos que permiten acotar la bondad del modelo desarrollado.

### 4.2.3 Ejemplos de Aplicación

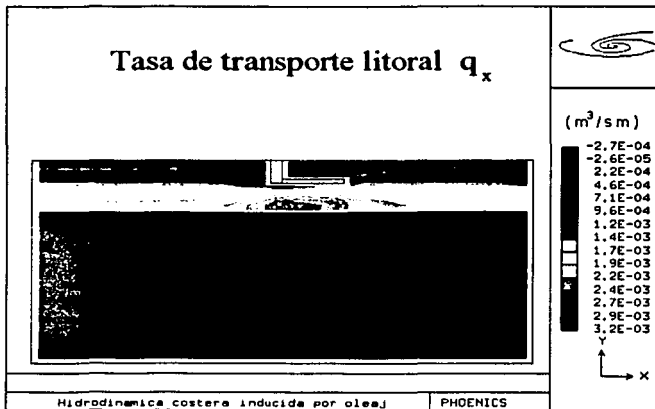
El procedimiento descrito en la sección anterior se consideró para tres casos: (A) la playa de pendiente constante con batimétricas rectas y paralelas descrita en la sección 3.5; (B) el caso de la playa de Santa Barbara descrito en Seymour (1989), y que utilizaron Wu et. al. (1985) para justificar los resultados de su modelo numérico; (C) la batimetría de la playa de Tuxpan proporcionada por el departamento de oceanografía de la Comisión Federal de Electricidad referente a condiciones con fecha de enero de 1986, antes de la construcción de las obras de toma.

#### A. Playa lineal

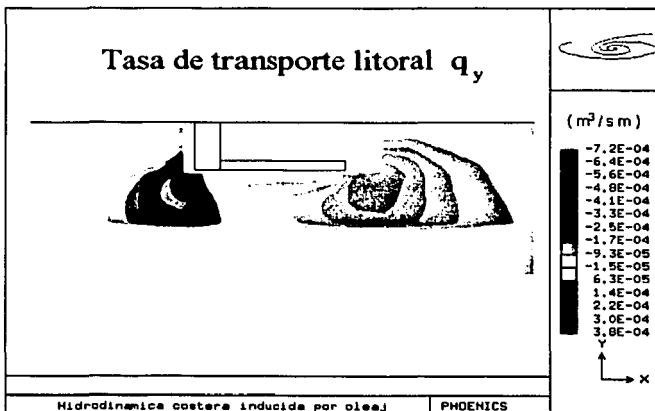
El caso previamente descrito en la sección 3.5 con la escollera arroja resultados que se muestran en la figura 4.1 en cuanto a las tasas de transporte en ambas direcciones  $q_x$  y  $q_y$ . El esquema implantado implica que sólo se calcula el transporte dentro de la zona de rompientes, y por ello es notoria la discontinuidad que se presenta en los contornos de tasas de transporte. En (a) se nota como son mayores dichas tasas donde son máximas las respectivas velocidades; y como la escollera acorta la distancia de la línea de la rompiente, para el mismo "flujo" energético habrá mayor tasa de transporte a lo largo de la costa. En (b) el transporte es congruente con la hidrodinámica, siendo fuera de costa en la zona aguas arriba de la escollera, y hacia la costa aguas abajo. Lo que ocurre dentro de la escollera y en la boca de la misma no es factible de representación puesto que la energía del oleaje no tiene afectación en dichos lugares. Para estas zonas tendría que implantarse una ecuación de conservación, y no el modelo energético.

Las tasas de transporte implican patrones de erosión-deposición ilustrados en la figura 4.2 (a) después de 2 horas de simulación. Se nota una zona de erosión en la zona aguas arriba de la escollera pero mar adentro de la escollera. En la zona más cerca de la línea de costa, se nota el inicio de acumulación. La deposición más importante ocurre en la zona aguas abajo de la escollera entre la escollera y la línea de rompiente. También se presenta erosión directamente aguas abajo de la escollera. La batimetría se modifica como se muestra en (b).

(a)



(b)



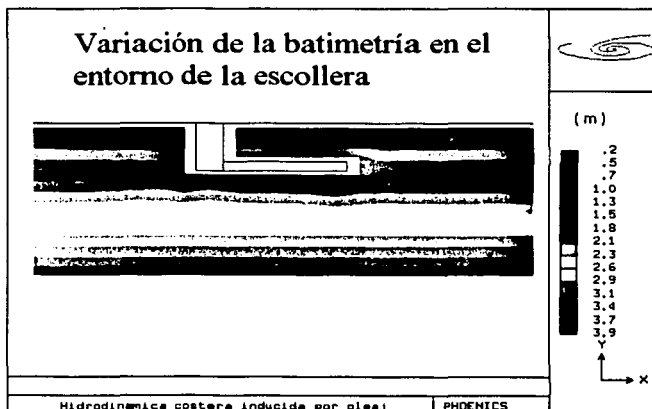
**Figura 4.1**  
cm<sup>3</sup>/s·cm.

Tasas de transporte litoral en el entorno de una escollera. Los valores x (E+04) equivalen a

(a)



(b)



**Figura 4.2** Las tasas de transporte generan la erosión y deposición mostradas en (a) en 2 h, y la batimetría se modifica de acuerdo con lo mostrado en (b).

### B. Plava Santa Barbara

Este caso es el descrito en Seymour (1989) para la playa Leadbetter en Santa Barbara California durante las campañas de recopilación de datos del proyecto NSTS, y parecen ser los datos de campo de mayor confiabilidad. De hecho, son los datos que Wu et. al. (1985) emplearon para poder calibrar su modelo numérico ajustando los valores de  $C_f$  (el factor de fricción),  $N$  (dispersión horizontal) y el índice de rompiente y que resultó ser 0.44.

En la figura 4.3 (a) se aprecia como se extendió la batimetría hacia los lados con batimétricas rectas y paralelas con el fin de atenuar los efectos de las fronteras de manera de reproducir los resultados de altura de ola mostrados en (b) con buena aproximación a las mediciones del 04/02/80. En este caso se requeriría una mayor concentración de celdas para definir con mayor precisión lo que ocurre dentro de la zona de rompientes ya que se tienen 5 celdas en esta zona. Sin embargo, para el propósito planteado de mostrar la bondad del modelo han sido suficientes.

En la figura 4.4 (b) se nota como después de 10 h los cambios batimétricos modifican la transformación del oleaje de suerte que la línea de rompiente ya no es casi paralela a la línea de costa. En cuanto a la corriente litoral, se aprecia en la figura 4.5 (b) la tendencia a tener meandros, con zonas de alta y baja velocidad. Los valores máximos de velocidad están sobre estimados en un 40% con respecto a lo reportado por Wu et. al. (1985) por que en este caso no se ha realizado la calibración con el ajuste de los factores de fricción y de dispersión turbulenta.

En la figura 4.6 (a y b) se aprecia como varía el *set-up & set-down* para este caso con valores máximos del orden de 5 cm. En la figura 4.7 (a y b) se representa la tasa de transporte en dirección a lo largo de la costa, y es de notar como el valor máximo de la tasa tiende a "contornear" el montículo de deposición que se está formando. Comparando con la figura 4.8 (a), se observa que en las zonas de máximo gradiente de la tasa de transporte es de donde se generan las zonas de erosión y deposición. Finalmente, en la figura 4.8 (b) se muestran los cambios batimétricos en color con respecto a la batimetría original indicada por las líneas negras. Se puede inferir la tendencia a la formación de una línea de costa ondulada (i.e. "*cusps*").

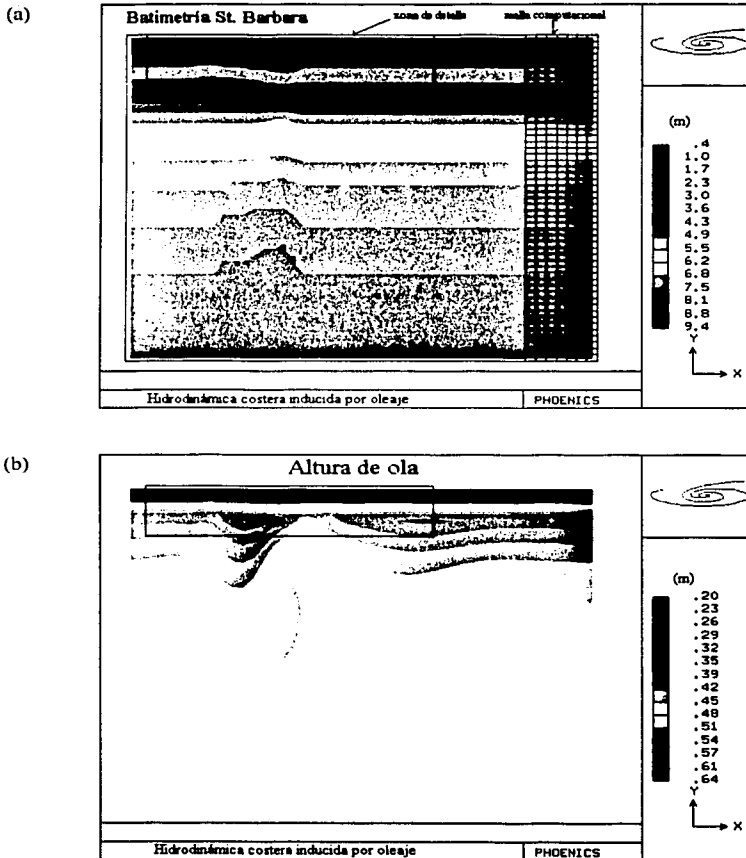
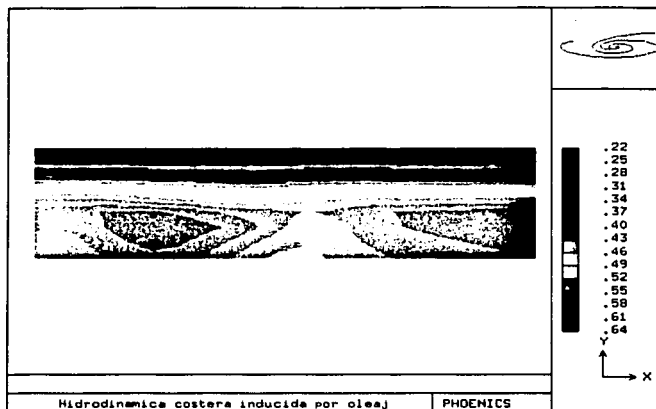
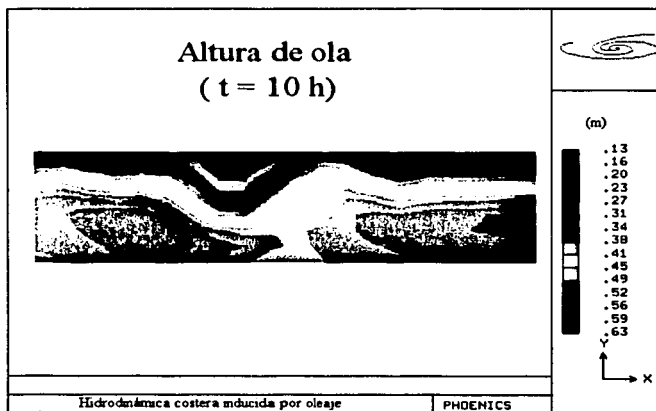


Figura 4.3 Batimetría de Santa Barbara y transformación del oleaje;  $H_0 = 0.52$  m,  $T = 7$  s,  $\theta = 65^\circ$ ,  $\gamma = 0.44$ . El cuadro indica la zona de detalle de las figuras subsiguientes.

(a)

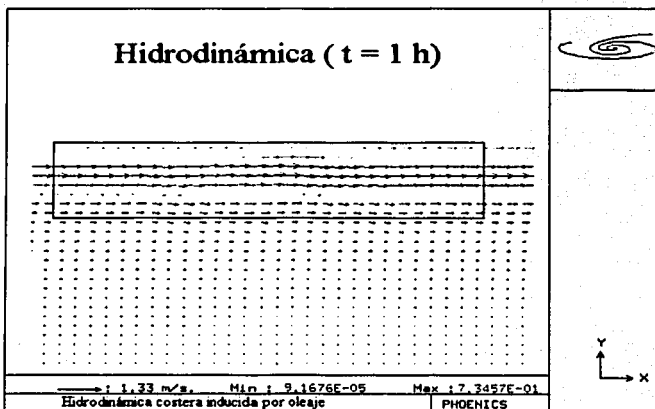


(b)



**Figura 4.4** En la figura (b) se observa como se ha modificado la altura de la ola después de 10 h de simulación por los cambios batimétricos. En (a) se observa la condición de altura de ola inicial.

(a)



(b)

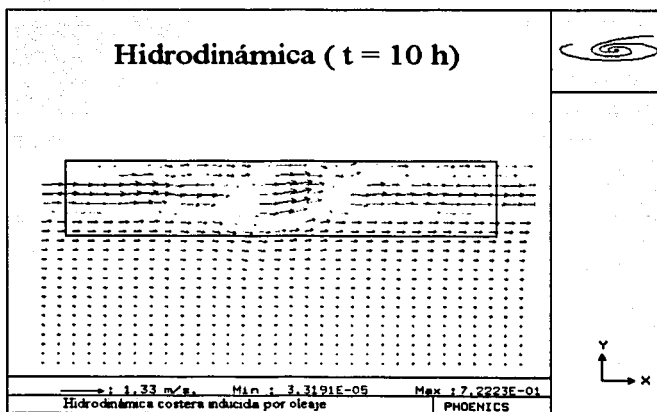
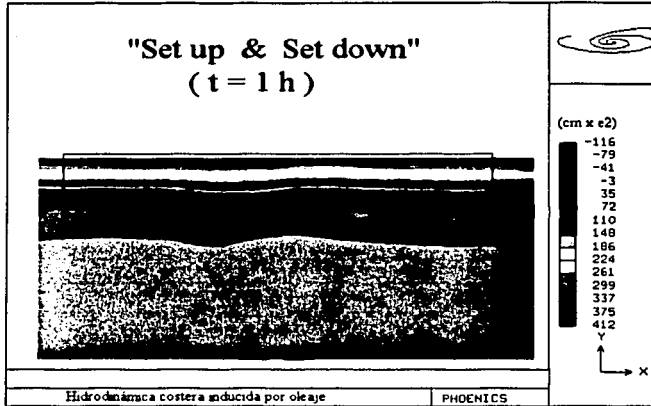


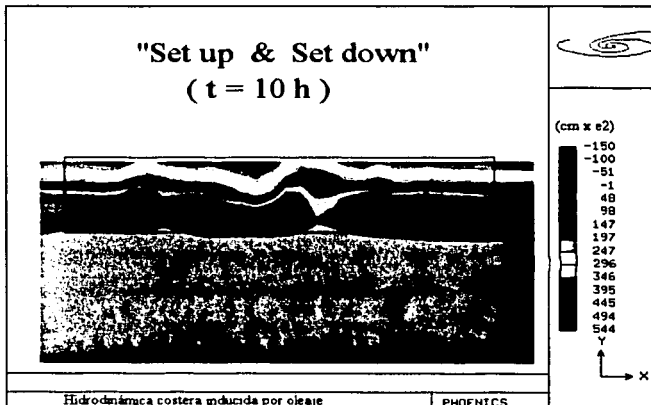
Figura 4.5 En (a) se observa la condición inicial de la corriente litoral, y en (b) se observa la modificación de la corriente litoral por los cambios batimétricos después de 10 h de simulación.



(a)

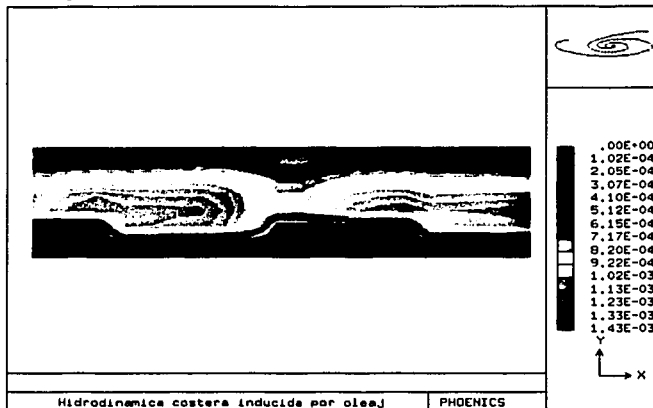


(b)



**Figura 4.6** En (a) se observa la condición inicial de la superficie libre, y en (b) se muestra la variación de la superficie libre en la zona de rompientes después de 10 h de simulación .

(a)



(b)

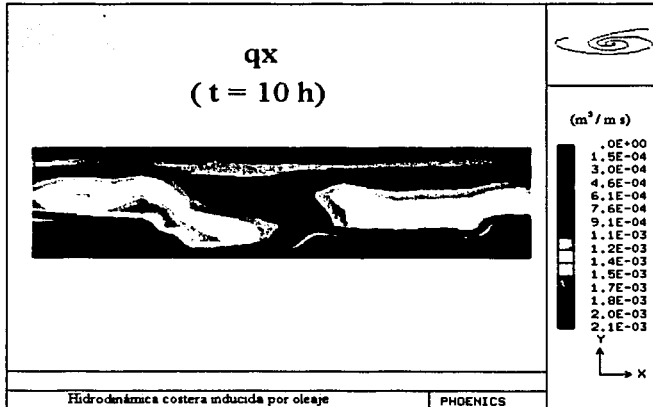
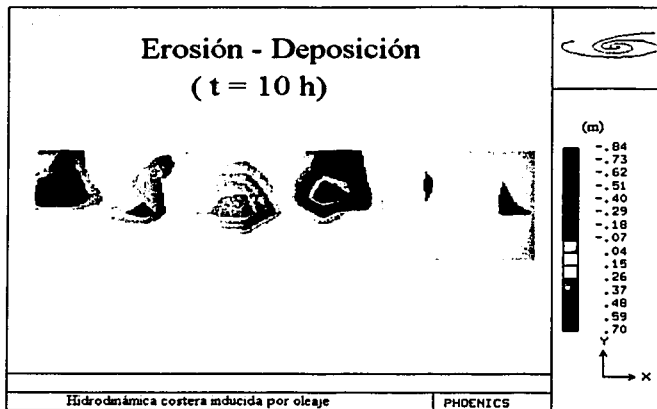
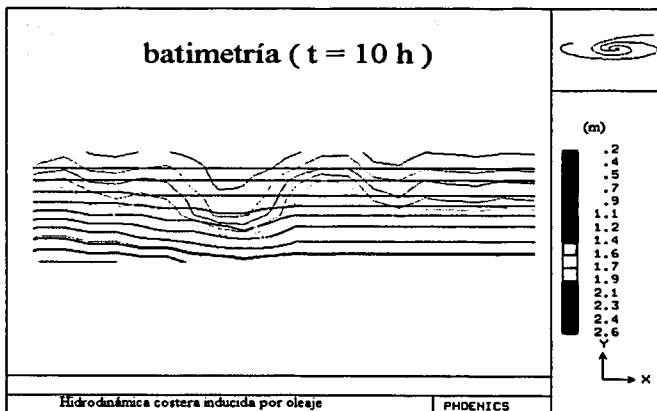


Figura 4.7 En (b) se muestra sólo la tasa de transporte en dirección a lo largo de la costa en donde se observa el "avance" de dicha zona hacia el mar.

(a)



(b)



**Figura 4.8**  
en (b).

Zonas de erosión-deposición (a) que modifican los contornos batimétricos como se muestra

### C. Playa de Tuxpan

Para este caso se consideró la batimetría correspondiente a enero de 1986 por dos razones esencialmente: la marcada periodicidad en las formaciones topográficas; y para estimar via el cálculo numérico las condiciones de transporte litoral antes de la construcción de las obras de toma de la C.T. Tuxpan, las cuales serían las condiciones iniciales para una simulación para determinar el efecto de dichas estructuras sobre el transporte litoral.

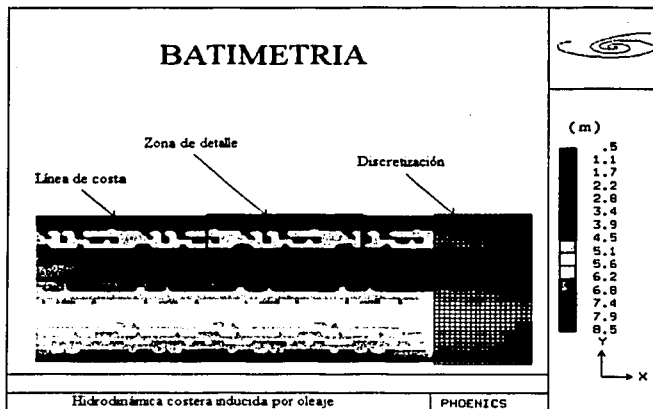
En la figura 4.9 (a) se presenta la batimetría donde se aprecia la formación periódica de barras. Se considera en total 5 periodos, y la zona de detalle es la que se enfatiza en las figuras subsecuentes. En este caso, la figura 4.9 (b) muestra que transformación del oleaje es más compleja, y que genera entonces una corriente litoral con meandros significativos [ver la figura 4.10 (a)], que se ven acentuados por el alto valor del coeficiente de dispersión horizontal,  $N = 0.016/2$ .

Los valores del *set-up* no uniformes sobre la línea de costa provoca las corrientes encontradas que se ven en la figura 4.10 (b), y faltaría mayor resolución de malla para apreciar los vórtices que se forman entonces. En este caso como en el anterior se obtienen valores del máximo *set-up* que son consistentes con las observaciones de campo y de laboratorio que sugieren una relación  $\eta_M = 0.17 H_{S,0}$  donde la última variable es la altura de ola significativa mar adentro (Seymour, 1989).

En la figura 4.11 (a) se nota como el valor alto de la dispersión turbulenta horizontal y la batimetría compleja provocan velocidades altas, del orden de 30 cm/s donde la batimetría es del orden de 2 m; lo que a su vez induce los altos gradientes en la tasa de transporte a lo largo de la costa, figura 4.11 (b).

Como consecuencia se tienen las zonas de erosión-deposición mostradas en la figura 4.12 (a) y los cambios batimétricos de la figura 4.12 (b) donde se puede inferir que las estructuras de fondo se van acentuando para el clima de oleaje están más cercanas a las del cuasi equilibrio de la playa. Sin embargo, no se realizaron suficientes pruebas para afirmarlo.

(a)

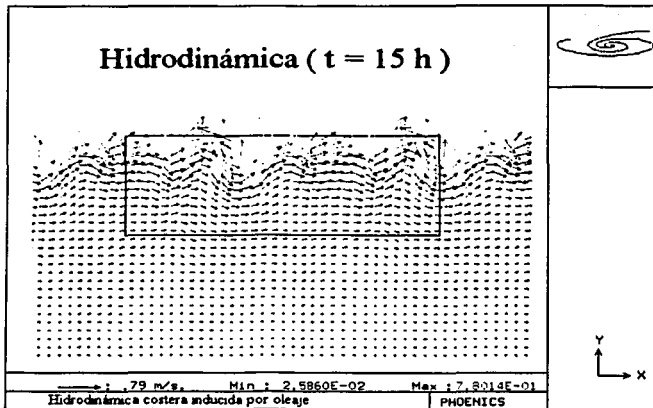


(b)



Figura 4.9 Batimetria de la playa de Tuxpan (a) donde se ha extendido en 2 periodos sobre los extremos. En (b), transformación del oleaje después de 15 h :  $H_0 = 0.52$  m,  $T = 7$  s,  $\theta = 80^\circ$ ,  $\gamma = 0.44$ ,  $N = 0.016/2$ . El cuadro en (a) indica la zona de detalle de las figuras subsiguientes.

(a)



(b)

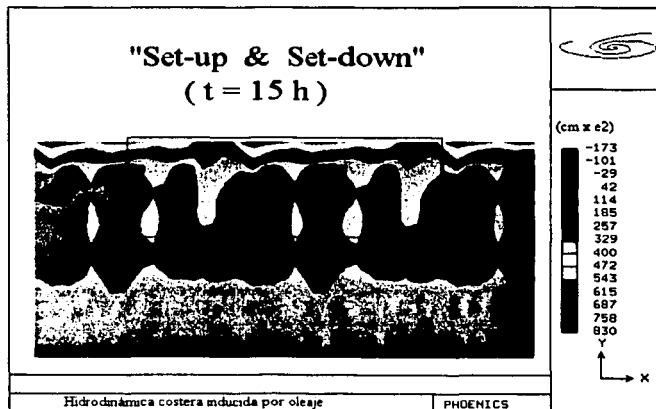
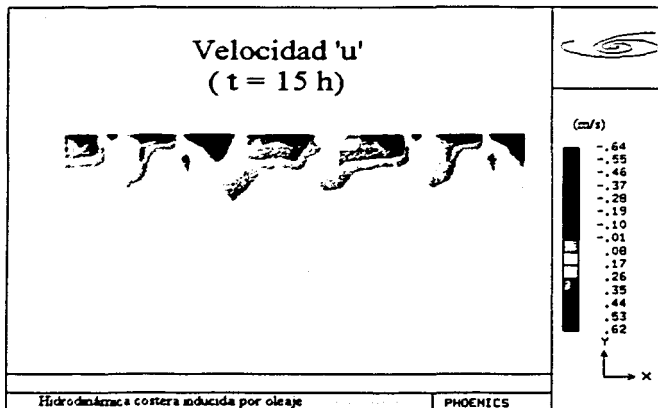
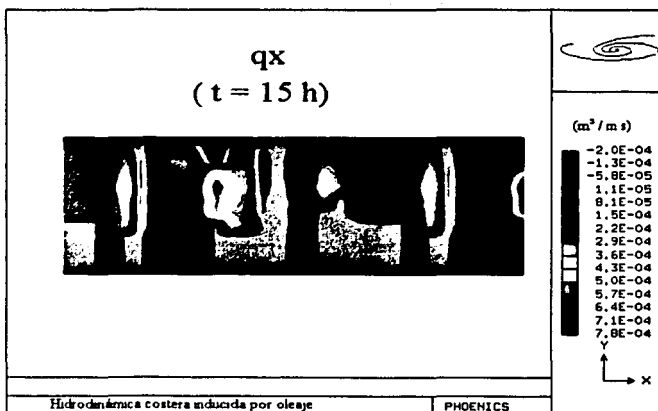


Figura 4.10 La corriente litoral se genera en forma de meandros con zonas de recirculación cerca de la costa (a). Los gradientes en dirección a lo largo de la costa de la superficie libre son los que generan las corrientes encontradas (b).

(a)

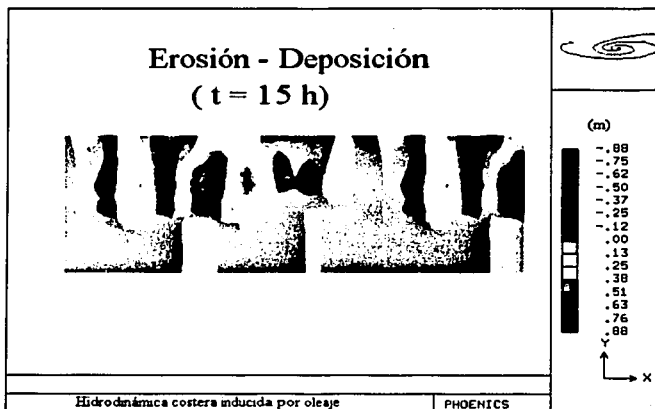


(b)

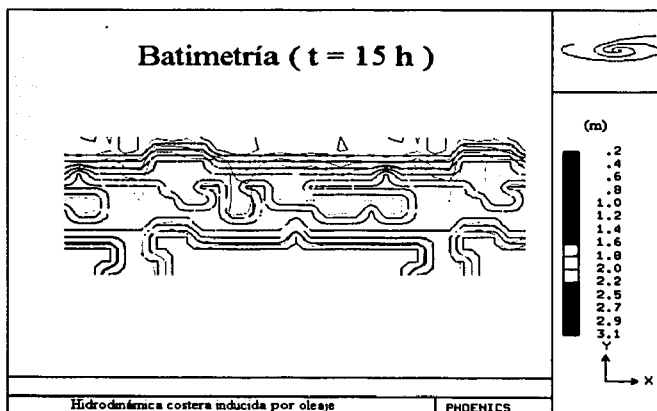


**Figura 4.11** (a) Contornos de la velocidad en dirección a lo largo de la costa. En las zonas de velocidad máxima se tienen las mayores tasa de transporte (b).

(a)



(b)



**Figura 4.12** Zonas de erosión-deposición donde las tasas han disminuido con el tiempo lo que indicaría que el clima de oleaje es compatible con las condiciones de cuasi equilibrio. Los cambios en la batimetría parece así indicarlo.



#### 4.2.4 Conclusiones

De los resultados de los tres ejemplos arriba descritos se ha obtenido con el modelo desarrollado una hidrodinámica que describe bien la corriente litoral; y el modelo energético para el cálculo de una distribución de las tasas de transporte dentro de la zona de rompientes arroja valores muy similares a los reportados en la literatura. Sin embargo, las tasas de erosión- deposición parecen ser demasiado altas para los intervalos de tiempo considerados. Esta aparente diferencia con los valores normalmente esperados es atribuible a dos posibles razones: (1) el clima de oleaje prescrito no corresponde a las condiciones de cuasi equilibrio de la playa, (2) la suposición de un valor de  $K$  que permanece invariable para los dos componentes de la velocidad de acuerdo con la ec. (4.11) no es válida cuando se generan altos gradientes de las tasas de transporte litoral. Sólo con una serie de pruebas con el modelo basándose en datos de campo o laboratorio se podrá esclarecer este problema.

Martínez y Harbaugh (1992) resuelven el problema de una predicción de erosión demasiado grande con un intervalo de tiempo variable que se ajusta al espesor máximo de la capa erosionable. Este método puede resultar poco práctico si la limitante del tiempo se toma excesiva, y posiblemente se tengan valores poco realistas cuando existan zonas de recirculación. Quizás la solución en este caso sea la implantación de un modelo que calcule el transporte por suspensión con base en una ecuación de conservación (advección-dispersión) con una condición de frontera sobre el fondo que considere las tasas de arrastre semiempíricas (i.e. *pick-up rate functions*). En contraparte, se tendrán otra serie de constantes que dificulten la calibración con los datos de campo asequibles. Adicionalmente, debe considerarse que la discusión sobre el predominio del arrastre en suspensión o del arrastre de fondo en la cuantificación del transporte litoral neto sigue siendo una cuestión abierta en los foros internacionales.

## 4.3 TRANSPORTE EN SUSPENSIÓN

### 4.3.1 INTRODUCCIÓN

Para la hidrodinámica que se establece en un canal donde los efectos de entrada pueden inducir zonas de recirculación importantes que alteran la uniformidad del flujo longitudinal, habrá un efecto significativo sobre la deposición de los sedimentos y no se podrán sedimentar algunas fracciones de los sólidos en suspensión [SS]. A su vez, el campo hidrodinámico determina el campo de la viscosidad turbulenta que gobierna el mezclado turbulento.

Para determinar el comportamiento de los SS en un sistema, así como la variación temporal y espacial de la concentración de sólidos, es indispensable conocer las características y propiedades de los SS. Es de particular importancia determinar si estos son de tipo cohesivo o no. Si los diámetros equivalentes son mayores de  $63 \mu\text{m}$  el sedimento será no cohesivo y se podrá definir una velocidad de caída que caracterice los procesos de sedimentación y erosión.

Si los sedimentos consisten de partículas de diámetros menores, entonces las características cohesivas le confieren propiedades variables que requieren de hasta 18 parámetros para determinar las propiedades físico-químicas del sedimento. Cuando las concentraciones de los sedimentos coloidales son altas, del orden de  $10 \text{ mg/l}$ , las características reológicas cambian y entonces la capa de lodos se comporta como un fluido no-Newtoniano.

No obstante las complejidades y limitaciones impuestas por la falta de conocimiento de la interacción entre los fenómenos arriba mencionados, el mejor enfoque para tener una apreciación cualitativa de los fenómenos que ocurren, y a la vez determinar los parámetros de diseño de manera más económica, es a través de los modelos matemáticos que describen las variaciones espacio-temporales de los SS (Raudkivi, 1990). Con las herramientas numéricas ahora disponibles, aunado a las máquinas de mayor capacidad y rapidez, se ha logrado un avance significativo en la predicción y el análisis del comportamiento de sistemas donde ocurre el transporte de sedimentos.

Los resultados del modelo matemático que se ha integrado para modelar el comportamiento del fenómeno de sedimentación, se ha comparado con resultados reportados en la literatura para un caso bidimensional de un sedimentador típico, con el fin de calibrar su capacidad de representar adecuadamente la dependencia entre la concentración de SS y las características hidrodinámicas del flujo.

Con el fin de obtener resultados que sean comparables con mediciones experimentales, en vez de emplear un valor promedio de la velocidad de sedimentación  $V_s$  para los sólidos en suspensión, se podrán considerar varias distribuciones de dicha velocidad en función de la fracción en masa de los sólidos en la entrada.

En las siguientes secciones se presentan los modelos matemáticos para describir el transporte de sedimentos en suspensión.

### 4.3.2 Antecedentes

En los procesos de transporte y deposición de sedimentos en obras hidráulicas generalmente se presentan tres fenómenos de sedimentación que ocurren simultáneamente: (1) sedimentación de partículas con velocidad de caída prácticamente constante dependiente únicamente del diámetro y forma de las partículas; (2) sedimentación uniforme (sin movimiento relativo entre partículas) en las zonas de alta concentración donde el contraflujo ascendente del fluido impide una "caída libre"; y finalmente, (3) la consolidación por compresión de las capas sobre el fondo.

Dadas las limitaciones en el conocimiento de las interacciones entre los diferentes tipos de sedimentación, el presente enfoque se restringe a la representación de los SS a través de ecuaciones de concentración para cada una de las fracciones representativas tomando en cuenta su respectiva velocidad de sedimentación y la dispersión turbulenta.

Asimismo para establecer condiciones de no-equilibrio, se toma en cuenta la posibilidad que la deposición y erosión no sean iguales en diferentes zonas de dominio.

El transporte de sedimentos no cohesivos en canales involucra procesos muy complejos puesto que la física y la interacción entre las fases fluido-sólidos no son aún totalmente conocidas. Se han propuesto diversas teorías para analizar la gran cantidad de datos que se han recopilado del transporte de sedimentos bajo condiciones variadas, que abarcan desde la descripción del movimiento de partículas individuales, el análisis de parámetros de semejanza adimensionales, teorías de difusión, de energía, de mezclado y estocásticas (Pacheco - C., 1989; Ackers, 1983). Un análisis sistemático de estas teorías indica que los resultados que arrojan son prácticamente semejantes a los que se obtienen con la ecuación de difusión (Ni, 1989), y para ajustar los datos se requiere modificar uno o varios parámetros. Sin embargo, como lo señala van Rijn (1984) generalmente los datos se ajustan dentro de un factor de 2 de los modelos predictivos.

Para el diseño y operación de una obra hidráulica donde ocurra sedimentación, es necesario cuantificar tanto la deposición como la resuspensión desde el fondo. El tipo de transporte que predomina depende del tamaño, forma y densidad de los sólidos, así como de las velocidades y la intensidad de turbulencia del flujo. Las características geométricas de las obras que generalmente se construyen implican que se tendrán zonas de separación de flujo con recirculación (zonas muertas), así como asimetrías en la distribución del flujo. Para estos casos, los modelos simplificados (bidimensionales, con perfil logarítmico de la velocidad, y con un valor uniforme de la viscosidad turbulenta, e.g. Imam et. al. (1982); Abdel-G. y McCorcodale (1985)) resultan poco confiables. Realizar trabajo experimental para cada opción de diseño resulta muy costoso en tiempo, recursos humanos y materiales; y por ello se requieren métodos computacionales avanzados para poder predecir el transporte de sedimentos.

Recientemente, se han realizado trabajos que incorporan modelos de turbulencia que representan mejor los efectos de las zonas separadas (Celik et al, 1985) y que generan

resultados que se comparan favorablemente con datos experimentales (Lyn et al, 1990). Estos modelos resuelven ecuaciones de transporte para la energía cinética turbulenta  $k$  y para su rapidez de disipación  $\epsilon$ , el llamado modelo  $k - \epsilon$  de turbulencia. Adams y Rodi (1990) han demostrado la bondad de este modelo para varias geometrías con una zona de separación, y señalan que todavía existe cierta incertidumbre cuando existe más de una. Sin embargo, de todos los modelos, es el que mejor representa la física.

En los trabajos de Celik y Rodi (1988, 1991) se describe el modelo para calcular la concentración de sólidos en suspensión para el flujo bidimensional en estado permanente, donde la ecuación de transporte de SS está dada por:

$$u_i \frac{\partial c}{\partial x_i} = \frac{\partial (-\overline{u_i c} + V_{s_i} c \delta_{i2})}{\partial x_i} \quad (4.14)$$

donde el primer término del miembro derecho de la ecuación representa el transporte turbulento de SS en la dirección vertical. Este movimiento turbulento realiza trabajo sobre las partículas para mantenerlas en suspensión y está en balance con la fuerza gravitacional que tiende a sedimentar las partículas. Estos autores han demostrado que la energía que se requiere es directamente proporcional a la producción de energía turbulenta, y es del orden de 3%. Esto justifica poder despreciar cualquier efecto de los sedimentos sobre la turbulencia, mientras la concentración sea relativamente baja, menos de 10% en volumen (aprox. 260 mg/l). Cuando las concentraciones son mayores, se debe modificar la ecuación 4.14, y determinar una velocidad de sedimentación en función de la concentración (Woo et al, 1989).

Para calcular el transporte turbulento, se recurre a un modelo de turbulencia con base en el concepto de difusividad turbulenta:

$$-\overline{u_i c} = \Gamma_{t_i} \frac{\partial c}{\partial x_i} \quad (4.15)$$

Se considera válido para las concentraciones bajas especificar la proporcionalidad de la difusividad turbulenta con la viscosidad turbulenta  $\nu_t$ , i.e.  $\Gamma_{t_i} \frac{\nu_t}{\sigma_c}$ . Para resolver la ecuación 4.14 se requiere entonces calcular la distribución de  $\nu_t$  que resulta del modelo hidrodinámico. El número de Schmidt turbulento  $\sigma_c$  se puede considerar constante, asumiendo que el transporte de masa y cantidad de movimiento son semejantes.

En condiciones de equilibrio, en la zona cerca del fondo el transporte de SS hacia abajo por la gravedad es igual al transporte hacia arriba por la turbulencia. Entonces la deposición de sedimentos es igual a la resuspensión de los mismos, y no hay acumulación o erosión en el fondo. En este caso el gasto del agua ha alcanzado su capacidad máxima de transporte de sedimentos  $q_{sm}$  (i.e. el flujo está saturado), y no hay variación longitudinal, esto es:  $dq_{sm} / dx_1 = 0$ . Mientras que en condiciones de no equilibrio se tiene:

$$\frac{v_s}{\sigma_c} \frac{\partial C}{\partial x_2} + V_s C = \wp - \xi = -\frac{dq_s}{dx_1} \quad (4.16)$$

donde  $\wp$  es la rapidez de deposición de sedimentos en la frontera del arrastre de fondo (igual a  $V_s C_b$ ), y  $\xi$  es la resuspensión. El problema para modelar el transporte de sedimentos en condiciones de no-equilibrio es que no se conoce a priori esta condición de frontera. Sin embargo, el flujo neto de sedimentos tiende a cero cuando la concentración justo arriba de la capa de arrastre de fondo se acerca a la concentración de equilibrio, la cual depende de las características del flujo, (i.e. la densidad, la viscosidad turbulenta y el esfuerzo cortante sobre el lecho), y del tipo de sedimento (i.e. densidad del sedimento, el tamaño medio  $d_{50}$ , y el cortante crítico  $\sigma_c$ ).

Con el enfoque de Celik y Rodi (1985, 1988, 1991) se calcula la condición de flujo cerca del lecho de sólidos para determinar la diferencia entre la deposición y la resuspensión. La tasa de deposición es el producto de la concentración en la capa superior al lecho y de la correspondiente velocidad de caída, mientras que la erosión o resuspensión se asume como el producto de la velocidad de caída y la concentración que prevalece en condiciones de equilibrio correspondientes a la capacidad máxima de transporte. Esto es,

$$\xi = -\Gamma_{is} \frac{\partial C}{\partial y_{s,b}} = C_{bmax} V_s \quad (4.17)$$

donde  $C_{bmax}$  es la máxima concentración que se puede alcanzar para condiciones especificadas de flujo y de carga de sedimentos. Esto implica que el flujo siempre va a arrastrar o resuspender tanto sedimento del lecho como sea posible con la energía disponible mientras el sedimento esté disponible en cantidades suficientes.

Para calcular  $C_{bmax}$ , se considera primero la carga de sedimento en suspensión con base en la capacidad media de transporte  $C_T$ , definida por:

$$q_s = qC_T = \int_b^h \rho u C dy \quad (4.18)$$

donde  $q_s$  es la capacidad de equilibrio de transporte de sedimentos,  $q$  es el gasto por unidad de ancho,  $h$  es el tirante y  $b$  es el espesor del lecho donde el transporte es por arrastre de fondo y no por suspensión. Como no se conoce a priori el valor de referencia en  $y=b$ , se podrá asumir el perfil estándar derivado por Rouse (1937):

$$\frac{C}{C_b} = \left( \frac{b}{h-b} \cdot \frac{h-y}{y} \right)^2 ; \quad (4.18)$$

$$Z = \frac{\sigma_c V_s}{\kappa u_*}$$

$Z$  se define como el número de Rouse, donde  $u_* = (\tau_w / \rho)^{1/2}$  es la velocidad de corte y  $\kappa$  es la constante de von Kármán.

Con dicho perfil, se puede integrar la concentración sobre el tirante para determinar la concentración promedio  $C_m$  sobre dicho tirante, que en forma adimensional queda:

$$\frac{C_m}{C_b} = \frac{1}{1 - \eta_b} \int_{\eta_b}^1 \frac{C(\eta)}{C_b} d\eta, \quad \eta = \frac{y}{h} \quad (4.20)$$

Celik y Rodi (1991) integraron esta expresión en dos partes (siendo la frontera entre las partes en  $y$  igual a 5% del tirante) con un perfil exponencial y el perfil de Rouse, puesto que este último tiende a infinito cerca de  $y=0$ . Con diferentes valores de  $b$  se definieron gráficas de  $(C_m / C_b) = F(Z)$ . Considerando que la concentración media de la capacidad de transporte  $C_T$  es proporcional a la concentración promedio  $C_m$ , tal que  $C_m = 1.13 C_T$ , se determina  $C_{bmax}$  a través de dichas gráficas.

Para determinar  $C_T$ , Celik y Rodi (1991) consideran que la energía que se requiere para mantener las partículas en suspensión es proporcional al trabajo realizado por las fuerzas de fricción sobre el fondo. Con base en una integración sobre el tirante de la ecuación del balance de energía cinética turbulenta, y considerando flujo bidimensional totalmente desarrollado en estado permanente, donde el término difusivo sólo cambia la distribución de  $k$  sobre el tirante, obtienen:

$$0 = \frac{\tau_w u_m}{h} - \rho \epsilon_m - (\rho_s - \rho) g V_s C_m \quad (4.21)$$

donde el subíndice  $m$  indica un valor promediado sobre el tirante. En esta ecuación el primer término representa la producción de energía turbulenta, el segundo su disipación, y el tercer término es la energía que se requiere para mantener las partículas en suspensión, la cual consideran es una fracción constante de la producción total, i.e.

$$C_T = \beta \frac{\tau_w}{(\rho_s - \rho) g h} \cdot \frac{u_m}{V_s} \quad (4.22)$$

Los datos experimentales que recopilamos de la literatura mostraban una alta dispersión al buscar correlacionar la ec. 4.22; entonces consideramos un esfuerzo cortante efectivo que tomará en cuenta la rugosidad del lecho sobre el fondo, ya que sólo una parte de la energía del esfuerzo cortante (relacionada con la producción de energía turbulenta) promueve la suspensión y otra parte se disipa por la resistencia de forma. Para tomar en cuenta este efecto

consideraron el factor de corrección para determinar el esfuerzo cortante efectivo que se añade como factor de  $\tau_w$  en la ec. 4.22,

$$\frac{\tau_e}{\tau_w} = 1 - \left( \frac{k_S}{h} \right)^n \quad (4.23)$$

donde  $k_S$  es la rugosidad equivalente. Si no está medida, se podrá estimar de la siguiente ecuación,

$$\frac{k_S}{h} = E_r \exp \left[ - \left( 1 + \kappa \frac{u_m}{u_*} \right) \right] \quad (4.24)$$

donde  $E_r$  es del orden de 30. Esta corrección la aplicaron sólo cuando  $k_S^* > 15$ , ( $k_S^* = u_* k_S / \nu$ ).

La comparación con los datos experimentales (dentro de una banda de  $\pm 150\%$ ) arrojó los valores:  $\beta = 0.034$  y  $n = 0.06$  para las ecs. (4.22) y (4.23). Estos valores son válidos dentro de los límites impuestos por los datos experimentales:  $5\mu\text{m} < d_m < 600\mu\text{m}$  y  $10^{-1}\% < C_T < 10^{-1}\%$  (volumétrica). Para concentraciones mayores habrá un efecto sobre la turbulencia que deberá tomarse en cuenta.

Existe una resuspensión de partículas sólo cuando se rebasa un cierto esfuerzo cortante llamado crítico  $\tau_s$ . Por lo tanto,  $C_T$  será cero si el esfuerzo cortante es menor que el crítico. Celik y Rodi (1988) consideran la siguiente relación empírica para determinar dicho valor:

$$\frac{u_{*cs}^2}{\Delta \cdot g d_m} = 0.25, \text{ para: } Re_* \geq 0.6 \quad (4.25)$$

$$\frac{u_{*cs}^2}{\Delta \cdot g d_m} = \frac{0.15}{Re_*}, \text{ para: } Re_* > 0.6$$

donde,

$$u_{*cs} = \sqrt{\frac{\tau_{cs}}{\rho}}, \quad \Delta = \frac{\rho_s - \rho}{\rho}, \quad Re_* = \frac{u_* d_m}{\nu}$$

Una alternativa para determinar la concentración de equilibrio sobre el fondo es mediante la relación empírica propuesta por van Rijn (1985),

$$C_{b\max} = 0.015 \frac{d_{50}}{k_s} \cdot \frac{T^{1.5}}{D^{0.3}} \quad (4.26)$$

donde,

$$T = \frac{\tau' - \tau_{CS}}{\tau_{CS}}, \quad D_c = d_{50} \sqrt[3]{\frac{\Delta g}{\nu^2}}, \quad \tau' = \rho g \left( \frac{u_m}{C} \right)^2, \quad C' = 18 \log \frac{12h}{3d_{90}}$$

En este caso el esfuerzo cortante crítico,  $\tau_{CS}$  se determina con el criterio de Shields (Raudkivi, 1990).

Si bien este último enfoque parece ser más directo en el procedimiento de cálculo, ofrece menor generalidad, particularmente cuando los campos de flujo son complejos y cuando las altas concentraciones de sedimentos pueden afectar la producción y disipación de energía turbulenta. Estos últimos efectos sí se podrán implementar en los modelos de turbulencia.

Los cambios de densidad atribuibles a las variaciones en la concentración de los sedimentos afectan significativamente la producción y disipación de la turbulencia puesto que un gradiente densimétrico estable tiende a amortiguar las fluctuaciones turbulentas. Estos efectos se pueden modelar a través de los modelos de turbulencia que se han implantado en los códigos de simulación (Palacio *et al.* 1994).

Los flujos inducidos por gradientes densimétricos también se pueden modelar tomando en cuenta las fuerzas de flotación (proporcionales a la diferencia local de la densidad respecto a la densidad de referencia) que se agregan a la ecuación de cantidad de movimiento. Zhou *et al.* (1992) proponen la siguiente expresión para calcular la variación de la densidad con la concentración de sedimentos,

$$\rho = \rho_0 + C(1 - S_s^{-1}) \quad (4.27)$$

donde el subíndice 0 indica el valor de referencia, y  $S_s$  es la densidad relativa de los sólidos.

En términos de concentraciones volumétricas se tiene,

$$\frac{\Delta \rho}{\rho_0} = 0.41C \quad (4.28)$$

La relación entre las concentraciones volumétricas  $C$  y por peso  $c'$  es,



$$C = \frac{\frac{c'}{S_s}}{(1-c') + \frac{c'}{S_s}} \quad (4.29)$$

A medida que la concentración se incrementa cerca del lecho, las partículas se verán impedidas en su descenso por las partículas aledañas y habrá un flujo a contracorriente del fluido (por conservación de masa). Raudkivi (1990) reporta la siguiente expresión para tomar en cuenta esta disminución de la velocidad de caída,

$$V'_s = V_{s0}(1-C)^\gamma \quad (4.30)$$

donde,

$$\gamma = 4.65, \text{ para } D_* < 40$$

$$\gamma = 2.35, \text{ para } D_* > \approx 800$$

$$\gamma = 7.478 D_*^{-0.129}$$

$$D_* = \sqrt[3]{\frac{\Delta g d^3}{\nu^2}}$$

### 4.3.3 Modelo Matemático del Transporte de Sedimentos

Las partículas suspendidas de sedimentos se suponen como un material discreto cuya distribución de tamaños es descrita por la curva de velocidades de sedimentación. La distribución completa de tamaños de partículas se divide en  $n$  grupos de partículas de tamaño constante asociadas a una velocidad de sedimentación  $V_{s_i}$ , y representan una fracción de masa  $f$  del total de sedimentos que se determina con la curva de velocidad de sedimentación obtenida de pruebas de laboratorio.

La distribución de la concentración de masa de cada grupo,  $C$ , se determina en el presente modelo a partir de la solución de una ecuación de transporte para cada concentración como sigue.

Con base en lo expuesto en la sección anterior, se ha generalizado el modelo matemático a tres dimensiones, y se considera una ecuación para cada fracción en masa que se tiene al ingreso del canal, por lo que la ecuación 3.1 queda entonces:

$$\nabla \cdot (\rho V C) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \frac{v_j}{\sigma_c} \frac{\partial C}{\partial x_j} + V_{s_i} C \delta_{j,2} \right] \quad (4.31)$$

donde  $C$  representa la concentración de cada una de las fracciones de masa,  $v_t / \sigma_C$  es la difusividad turbulenta de masa para los sólidos suspendidos, la cual es proporcional a la viscosidad turbulenta  $\mu_t$  y al número de Schmidt  $\sigma_C$ , al cual se asignó un valor de 0.7 (Stamou *et al.* 1989).

Se podrán representar varias distribuciones de la fracción de masa de los SS en las fronteras del dominio en función de la velocidad de sedimentación  $V_S$ , es decir para los diferentes tamaños de partícula. Para suspensiones la velocidad de caída se define en términos del porcentaje de sólidos que se han sedimentado, esto es  $V_{50}$  que es la velocidad de caída media correspondiente al 50% (en peso) de los sólidos que se han sedimentado.

Por ejemplo, se podrán considerar 6 fracciones de masa con las  $V_S$ : 1.65, 2.55, 3.3, 4.5 y 6.6 mm/s. que corresponden a los tamaños de partícula 40, 55, 60, 75 y 95  $\mu\text{m}$ . Además para tamaños menores a 20  $\mu\text{m}$  la velocidad de sedimentación se considera nula, y se desprecian los efectos atribuibles a las propiedades cohesivas. Debido a que la ecuación 4.31 se resuelve para cada una de las diferentes concentraciones  $C_i$ , de las fracciones individuales de masa  $f_i$ , con su respectiva velocidad de sedimentación  $V_{Si}$ , la concentración total de todas las fracciones,  $C$ , se determina simplemente a partir de la siguiente sumatoria:

$$C = \sum_{i=1}^n f_i C_i \quad (4.32)$$

## 5. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

### 5.1 CONCLUSIONES

1. En el caso que las celdas utilizadas para caracterizar las batimetrías representen 25 o menos metros en cada pared de la celda, es necesario considerar un modelo de refracción-difracción, como es el caso del modelo presentado en esta tesis, y no solo un modelo de refracción pura.

2. La refracción y difracción son consideradas para el cálculo de transformación del oleaje en las zonas donde los rayos de ola convergen (zonas cáusticas). Sin embargo, la reflexión no es considerada y el método es valido si el ancho de la estructura es 5% o menor a la longitud de la ola.

3. El esquema numérico para resolver la hidrodinámica presentado en esta tesis es valido, al reproducirse los resultados de la solución analítica de Komar (1976), en donde al aumentar el valor de la constante  $N$  se incrementa la dispersión horizontal de la cantidad de movimiento.

4. Tres casos de estudio fueron simulados para verificar el desempeño del modelo para establecer patrones de corriente cercanos a la costa, tasa de transporte y el cambio topográfico, estos casos son:

- Playa "lineal" de pendiente constante con batimétricas rectas y paralelas
- Playa de Santa Bárbara en California
- Playa de Tuxpan en Veracruz, México

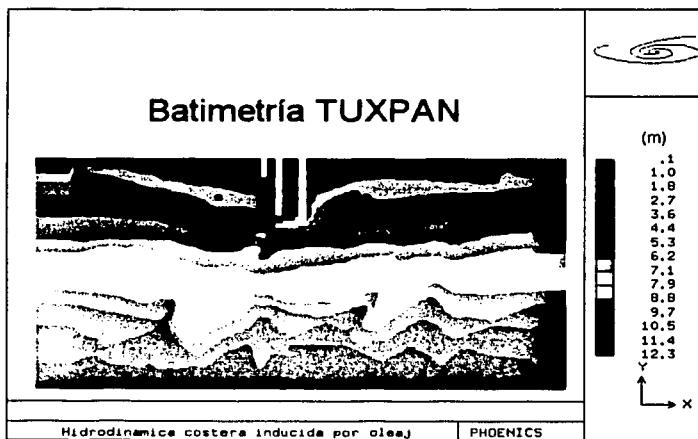
De los resultados de los tres ejemplos arriba mencionados se demuestra como el modelo genera una hidrodinámica que describe bien la corriente litoral; y el modelo energético para el cálculo de una distribución de las tasas de transporte dentro de la zona de rompientes arroja valores muy similares a los reportados en la literatura. Sin embargo, las tasas de erosión-deposición parecen ser demasiado altas para los intervalos de tiempo considerados (~20 horas).

Esta aparente diferencia con los valores normalmente esperados es atribuible a dos posibles razones: (1) el clima de oleaje prescrito no corresponde a las condiciones de cuasi-equilibrio de la playa, (2) la suposición de un valor de  $K$  que permanece invariable para los dos componentes de la velocidad de acuerdo con la ecuación (4.11) no es válida cuando se generan altos gradientes de las tasas de transporte litoral. Sólo con una serie de pruebas con el modelo basándose en datos de campo o laboratorio se podrá esclarecer este problema.

## 5.2 RECOMENDACIONES

**TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN**

- Se recomienda realizar una simulación de la playa de Tuxpan considerando la escollera que se encuentra en esta playa. Esto con el fin de poder validar el modelo con datos de campo. En la figura 5.1 se presenta la batimetría de la playa de Tuxpan considerando la escollera. El archivo que contiene la batimetría mostrada abajo se anexa a esta tesis para estudios futuros.



**Figura 5.1** Batimetría de Tuxpan considerando la escollera.

**ESTA TESIS NO SALE  
DE LA BIBLIOTECA**

## REFERENCIAS

Bodge, K. 1989 Journal of Coastal Research, Vol. 5, No. 2.

Celik, I., W.Rodi (1985) "Sediment transport under steady, non-equilibrium situations", Euromech 192: Transport of Suspended Solids in Open Channels, 11-15 June, pp 97-100.

Celik, I., W.Rodi (1988) "Modeling suspended sediment transport in non-equilibrium situations" J.Hydr. Div ASCE 114 (10) 1157-1191.

Celik, I., W. Rodi (1991) "Suspended-transport capacity for open channel flow" J. Hydr. Div. ASCE, 117 (2) 191-204.

Celik, I., W. Rodi, A.I. Stamou (1985) "Prediction of hydrodynamic characteristics of rectangular setting tanks" en **Turbulence measurements and flow modeling**, Asce, New York, N.Y.

Fuentes M., A. (1991) Modelos de oleaje para prevención de desastres en costas. CENAPRED, México D,F.

Fuentes M., A., J. Osnaya R.(1991) Cálculo numérico de refracción del oleaje. Series del Instituto de Ingeniería UNAM. No. 536.

Horikawa, K. (1978) **Coastal Engineering: An Introduction to Ocean Engineering**, University of Tokyo Press, Tokio.

Horikawa, K. (1988) **Nearshore Dynamics and Coastal Processes**, University of Tokyo Press, Tokio.

Komar, P.D., D.L. Inman (1970) "Longshore sediment transport on beaches" J. Geophys. Res. 75, pp 5914-5927.

Komar, P.D. (1976) **Beach Processes and Sedimentation**, Prentice-Hall, N.J.

Koutitas, K.G. (1988) **Mathematical Models in Coastal Engineering**, Pentech Press, London.

Lounguet-Higgins, M.S, and Stewart, R.W. (1962) "Radiation stress and mass transport in gravity waves; with applications to surf beat", J. Fluid Mech. 13, pp 481-504.

Lounguet-Higgins, M.S. (1970) "Longshore currents generated by obliquely incident sea waves", J. Geophys. Res. 80, pp 2688-2694.

Ludwig, J.C., Qin, H.Q., and Spalding, D.B. (1990) **The PHOENICS Reference Manual for version 1.5**. CHAM TR/200, CHAM Ltd, London.

Martinez, P.A., and Harbaugh, J.W. (1993) **Simulating Nearshore Environments**. Pergamon Press, Great Britain.

Nielsen, P. (1992) **Coastal Bottom Boundary Layers and Sediment Transport**. World Scientific, Singapore.

Palacio P., A., A. Rodríguez V., M. Mazari H., P. Magaña, I. Navarro G., J. Padilla B. (1994). "Evolución de la calidad del agua del embalse del P.H. Zimapán. Hgo. ".Informe Técnico elaborado para la CFE, pry. 3127, Instituto de Ingeniería de la UNAM.

Patankar, S.V., and Spalding, D.B. (1972) A Calculation Procedure for Heat, Mass and Momentum Transfer in Three-dimensional Parabolic Flows, Int. J. Of Heat and Mass Transfer, Vol. 15, 1787-1806.

Raudkivi, A.J. (1990). **Loose Boundary Hydraulics 3<sup>rd</sup>** de. Pergamon Press.

Rodi, W. (1980) **Turbulence Models and Their Application in Hydraulics. A State of the Art Review**, Delft, the Netherlands.

**Shore Protection Manual** (1984) 4<sup>th</sup> de. Coastal Engineering Research Center, Dept. Of the Army, Waterways Experiment Station, Corps of Engineers. Vols I, II. Washington D.C.

Yamaguchi M. y Y. Nishjoka (1984) "Numerical simulation on the change of bottom topography by the presence of coastal structures" Cap. 117 en los Proceedings de Coastal Engineering 1984, ICCE Conference. pp 1732-1748.

Wiegel, R.L. (1964) **Oceanographical Engineering**. Pintice Hall, Inc./Englewood Cliffs, N.J.

Woo, H.S., P.Y Julien, E.V. Richardson (1989) "Suspension of large concentrations of sands" ASCE J. Hydr. Div. 114 (8) 888-898.

Wu, C.S., P.F. Liu (1985) "Finite element modeling of nonlinear coastal currents" ASCE J. Of Waterway, Port Coastal & Ocean Engrg. 111 (2) 417-432.

Wu, C.S., E.B. Thornton, R.T. Guza (1985) "Waves and longshore currents: Comparaison of numerical model with field data "J. Of Geophysical Res. 90 (C34951-4958.

## APÉNDICE 1. Programa Principal y Subrutinas de Cálculo (Ground.f)

C FILE NAME GROUND.FTN-----200190

C THIS IS THE MAIN PROGRAM OF EARTH

C (C) COPYRIGHT 1984, LAST REVISION 1989.  
C CONCENTRATION HEAT AND MOMENTUM LTD. ALL RIGHTS RESERVED.  
C This subroutine and the remainder of the PHOENICS code are  
C proprietary software owned by Concentration Heat and Momentum  
C Limited, 40 High Street, Wimbledon, London SW19 5AU, England.

C PROGRAM MAIN

C 1 The following COMMON's, which appear identically in the  
C satellite MAIN program, allow up to 50 dependent variables to  
C be solved for (or their storage spaces to be occupied by  
C other variables, such as density). If a larger number is  
C required, the PARAMETER NUMPHI should be reset to the required  
C larger number. Numbers less than 50 are not permitted.

C PARAMETER (NUMPHI=50, NM=NUMPHI,NM4=NM\*4)

C COMMON/LGE4/L4(NM)  
C 1/LDB1/L5(NM)IDA1/I1(NM)IDA2/I2(NM)IDA3/I3(NM)IDA4/I4(NM)  
C 1/IDA5/I5(NM)IDA6/I6(NM)GI1/I7(NM)GI2/I8(NM)HDA1/H1(NM)  
C 1/GH1/H2(NM)RDA1/R1(NM)RDA2/R2(NM)RDA3/R3(NM)RDA4/R4(NM)  
C 1/RDA5/R5(NM)RDA6/R6(NM)RDA7/R7(NM)RDA8/R8(NM)RDA9/R9(NM)  
C 1/RDA10/R10(NM)RDA11/R11(NM)  
C 1/GR1/R12(NM)GR2/R13(NM)GR3/R14(NM)GR4/R15(NM)  
C 1/IP1P1/IP1(NM)HP1P2/IHP2(NM)RPIP1/RVAL(NM)/LPIP1/LVAL(NM)  
C 1/RFPL1/PL0(NM)RFPL1/ORPRIN(NM)RFPL2/ORMAX(NM)  
C 1/RFPL3/ORMIN(NM)IDA7/ID7(NM)IDA8/ID8(NM)  
C LOGICAL L1,L2,L3,L4,L5,DBGFIL,LVAL  
C CHARACTER\*4 IH1,IH2,IHP2,NSDA

C COMMON/F01/I9(NM4)  
C COMMON/DISC/DBGFIL  
C COMMON/LUNITS/LUNIT(60)

C EXTERNAL WAYOUT

C 2 Set dimensions of data-for-GROUND arrays here. WARNING: the  
C corresponding arrays in the MAIN program of the satellite  
C (see SATLIT) must have the same dimensions.  
C PARAMETER (NLG=20, NIG=20, NRG=100, NCG=10)

C COMMON/LGRND/LG(NLG)/IGRND/IG(NIG)/RGRND/RG(NRG)/CGRND/CG(NCG)  
C LOGICAL LG  
C CHARACTER\*4 CG

C 3 Set dimensions of data-for-GREX arrays here. WARNING: the  
C corresponding arrays in the MAIN program of the satellite  
C (see SATLIT) must have the same dimensions.  
C PARAMETER (NLSG=20, NISG=20, NRSNG=100, NCSG=10)

C COMMON/LSG/LSGD(NLSG)/ISG/ISGD(NISG)/RSG/RSGD(NRSNG)/CSG/CSGD(NCSG)  
C LOGICAL LSGD

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

CHARACTER\*4 CSGD

C

C 4 Set dimension of patch-name array here. WARNING: the array  
C NAMPAT in the MAIN program of the satellite must have the  
C same dimension.

PARAMETER (NPNAM=1000)

C

COMMON/NPAT/NAMPAT(NPNAM)  
COMMON/LWFUN1/DOSKIN(NPNAM)  
COMMON/LWFUN2/DHCHKD(NPNAM)  
CHARACTER\*8 NAMPAT

C

C CONFIG FILE name declaration.  
COMMON/CNFG/CNFIG  
CHARACTER CNFIG\*48

C

C 5 The numbers in the next statement indicates how much computer  
C memory is to be set aside for storing the main and auxiliary  
C variables. The user may alter them if he wishes, to accord  
C with the number of grid nodes and dependent variables he is  
C concerned with.

PARAMETER (NFDIM=500000)

C

COMMON F(NFDIM)

C

C 6 The following three statements concern storage for the PATCH-wise  
C variables. If more than 30 PATCH-wise variables are required  
C NPVDM should be increased and the common block /LBPV/ in the  
C include file GRDLOC15 should be lengthened.

PARAMETER (NPVDM=30)

COMMON INDPV,NPVDM,NIMAX,NITOT,L0PV(NPVDM)

C

CALL SUB2(NPVDM,NPVDM,NIMAX,NPVDM)

C

CALL CNFGZZ(2)  
CALL EARSET(1)  
CALL OPENFL(6)

C

CALL MAIN1(NFDIM,NUMPHI,NLSG,NISG,NRSG,NCSG,NLG,NIG,NRG,NCG)  
CALL WAYOUT(0)  
STOP  
END

C

-----  
SUBROUTINE GROSTA  
INCLUDE 'ppath\_d\_earth/SATEAR'  
INCLUDE 'ppath\_d\_earth/GRDLOC'  
INCLUDE 'ppath\_d\_earth/GRDEAR'

C

C... This subroutine acts as a junction-box, directing control to  
C the GROUNDs selected by the SATELLITE settings of USEGRX,  
C NAMIGRD & USEGRD.

C

C Subroutine GREX contains options for fluid properties,  
C turbulence models, wall functions, chemical reaction etc.  
C The version of GREX supplied with PHOENICS 1.5 is GREX3.  
C Earlier revisions of GREX can be used with care.

C

IF(USEGRX) CALL GREX3

C

C... SPECGR, SPC1GR, SPC2GR and SPC3GR are names which the user may  
C give to "special GROUNDs" of his own.

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN





C DIMENSION GUH(10,10),GUC(10,10),GUX(10,10),GUZ(10)  
 PARAMETER(NXDIM=100,NYDIM=100)  
 DIMENSION GPORO(NYDIM,NXDIM),H(NYDIM,NXDIM),HH(NYDIM,NXDIM),  
 &TH(NYDIM,NXDIM),AN(NYDIM,NXDIM)  
 &.AK(NYDIM,NXDIM),DX(NXDIM),DY(NYDIM)  
 &.HI(NYDIM,NXDIM),DXA(NYDIM,NXDIM),DYA(NYDIM,NXDIM)  
 &.SXX(NYDIM,NXDIM),SXY(NYDIM,NXDIM),SY(NYDIM,NXDIM)  
 &.GFORO1(NYDIM,NXDIM),GFORO2(NYDIM,NXDIM)  
 &.GFORO3(NYDIM,NXDIM),GFORO4(NYDIM,NXDIM)  
 &.GFORO5(NYDIM,NXDIM),GFORO6(NYDIM,NXDIM),GFORO7(NYDIM,NXDIM)  
 &.GDMMY8(NYDIM,NXDIM),GDMMY9(NYDIM,NXDIM)  
 &.HA(NYDIM,NXDIM),HB(NYDIM,NXDIM)  
 &.GVVL(NYDIM,NXDIM),GVVL(NYDIM,NXDIM)  
 &.GHTIR(NYDIM,NXDIM),GALF(NYDIM,NXDIM),GHOLA(NYDIM,NXDIM)  
 &.GQX(NYDIM,NXDIM),GOY(NYDIM,NXDIM),GVAL(NYDIM,NXDIM)  
 &.GC4(NYDIM,NXDIM),GPORVOL(NYDIM,NXDIM),GDX(NYDIM,NXDIM)  
 &.GDY(NYDIM,NXDIM),GCO(NYDIM,NXDIM),GDS(NYDIM,NXDIM)  
 &.GNUT(NYDIM,NXDIM),GXX(NYDIM,NXDIM),GYB(NYDIM,NXDIM)  
 &.GPI(NYDIM,NXDIM)

C 3 User places his data statements here. for example:

C DATA NXDIM,NYDIM 10,10  
 LOGICAL LBLO,LROMP,LSEDIM

C C 4 Insert own coding below as desired, guided by GREX examples.

C Note that the satellite-to-GREX special data in the labelled  
 COMMONs .RSG , .ISG , .LSG and .CSG can be included and  
 used below but the user must check GREX for any conflicting  
 uses. The same comment applies to the EARTH-spore working  
 arrays EASP1 , EASP2,.....EASP20. In addition to the EASPs,  
 there are 10 GRound-earth SPare arrays. GRSP1.....GRSP10,  
 supplied solely for the user, which are not used by GREX. If  
 the call to GREX has been deactivated then all of the arrays  
 C may be used without reservation.  
 C

INL=IABS(INL)  
 IF(IGR.EQ.13) GO TO 13  
 IF(IGR.EQ.19) GO TO 19  
 GO TO (1,2,3,4,5,6,25,8,9,10,11,12,13,14,25,25,25,19,20,25,  
 125,23,24),IGR  
 25 CONTINUE  
 RETURN

C-----

C C--- GROUP 1. Run title and other preliminaries  
 C

1 GO TO (1001,1002),ISC  
 1001 CONTINUE  
 OPEN(UNIT=32,FILE='tuxinvi',STATUS='OLD',FORM='FORMATTED')  
 CALL MAKE(DYV2D)  
 CALL MAKE(DXU2D)  
 CALL MAKE(XG2D)  
 CALL MAKE(YG2D)  
 CALL MAKE(GRSP1)  
 CALL MAKE(GRSP2)  
 CALL MAKE(GRSP3)  
 CALL MAKE(GRSP4)

C User may here change message transmitted to the VDU screen or  
 C batch-run log file.  
 C IF(IGR.EQ.1.AND.ISC.EQ.1) THEN  
 CALL WRYT40('GROU'ND file is GROMAR.FTN of: 011094')

TESIS CON  
 FALLA DE ORIGEN

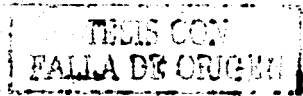
```

CALL WRYT40('PHOENICS version number is : 1.5.3 ')
ENDIF
C
RETURN
1002 CONTINUE
RETURN
-----
C
C--- GROUP 2. Transience; time-step specification
C
2 CONTINUE
RETURN
-----
C
C--- GROUP 3. X-direction grid specification
C
3 CONTINUE
RETURN
-----
C
C--- GROUP 4. Y-direction grid specification
C
4 CONTINUE
RETURN
-----
C
C--- GROUP 5. Z-direction grid specification
C
5 CONTINUE
RETURN
-----
C
C--- GROUP 6. Body-fitted coordinates or grid distortion
C
6 CONTINUE
RETURN
-----
C
C * Make changes for this group only in group 19.
C--- GROUP 7. Variables stored, solved & named
C-----
C
C--- GROUP 8. Terms (in differential equations) & devices
C
8 GO TO (81.82,83,84.85,86.87.88,89,810,811,812,813,814,815)
1,ISC
81 CONTINUE
C * ----- SECTION 1 -----
C For U1AD.LE.GRND--- phase 1 additional velocity. Index VELAD
RETURN
82 CONTINUE
C * ----- SECTION 2 -----
C For U2AD.LE.GRND--- phase 2 additional velocity. Index VELAD
RETURN
83 CONTINUE
C * ----- SECTION 3 -----
C For V1AD.LE.GRND--- phase 1 additional velocity. Index VELAD
RETURN
84 CONTINUE
C * ----- SECTION 4 -----
C For V2AD.LE.GRND--- phase 2 additional velocity. Index VELAD
RETURN

```

**TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN.**

85 CONTINUE  
C \* ----- SECTION 5 -----  
C For W1AD.LE.GRND--- phase 1 additional velocity. Index VELAD  
RETURN  
86 CONTINUE  
C \* ----- SECTION 6 -----  
C For W2AD.LE.GRND--- phase 2 additional velocity. Index VELAD  
RETURN  
87 CONTINUE  
C \* ----- SECTION 7 --- Volumetric source for gala  
RETURN  
88 CONTINUE  
C \* ----- SECTION 8 --- Convection fluxes  
RETURN  
89 CONTINUE  
C \* ----- SECTION 9 --- Diffusion coefficients  
RETURN  
90 CONTINUE  
C \* ----- SECTION 10 --- Convection neighbours  
RETURN  
91 CONTINUE  
C \* ----- SECTION 11 --- Diffusion neighbours  
RETURN  
92 CONTINUE  
C \* ----- SECTION 12 --- Linearised sources  
RETURN  
93 CONTINUE  
C \* ----- SECTION 13 --- Correction coefficients  
RETURN  
94 CONTINUE  
C \* ----- SECTION 14 --- User's solver  
RETURN  
95 CONTINUE  
C \* ----- SECTION 15 --- Change solution  
RETURN  
C  
C \* See the equivalent section in GREX for the indices to be  
C used in sections 7 - 15  
C  
C \* Make all other group-8 changes in GROUP 19.  
C-----  
C  
C--- GROUP 9. Properties of the medium (or media)  
C  
C The sections in this group are arranged sequentially in their  
C order of calling from EARTH. Thus, as can be seen from below,  
C the temperature sections (10 and 11) precede the density  
C sections (1 and 3); so, density formulae can refer to  
C temperature stores already set.  
9 GO TO (91,92,93,94,95,96,97,98,99,900,901,902,903,904,905),ISC  
C-----  
900 CONTINUE  
C \* ----- SECTION 10 -----  
C For TMP1.LE.GRND----- phase-1 temperature Index TEMP1  
RETURN  
901 CONTINUE  
C \* ----- SECTION 11 -----  
C For TMP2.LE.GRND----- phase-2 temperature Index TEMP2  
RETURN  
902 CONTINUE  
C \* ----- SECTION 12 -----



```

C For EL1.LE.GRND----- phase-1 length scale Index LEN1
RETURN
903 CONTINUE
C *----- SECTION 13 -----
C For EL2.LE.GRND----- phase-2 length scale Index LEN2
RETURN
904 CONTINUE
C *----- SECTION 14 -----
C For SOLVE(TEMP1)----- phase-1 specic heat
RETURN
905 CONTINUE
C *----- SECTION 15 -----
C For SOLVE(TEMP2)----- phase-2 specic heat
RETURN
91 CONTINUE
C *----- SECTION 1 -----
C For RHO1.LE.GRND--- density for phase 1   Index DEN1
RETURN
92 CONTINUE
C *----- SECTION 2 -----
C For DRH1DP.LE.GRND--- D(LN(DEN));DP for phase 1
                        Index D1DP
RETURN
93 CONTINUE
C *----- SECTION 3 -----
C For RHO2.LE.GRND--- density for phase 2   Index DEN2
RETURN
94 CONTINUE
C *----- SECTION 4 -----
C For DRH2DP.LE.GRND--- D(LN(DEN));DP for phase 2
                        Index D2DP
RETURN
95 CONTINUE
C *----- SECTION 5 -----
C For ENUT.LE.GRND--- reference turbulent kinematic viscosity
                        Index VIST
C
call fn2(grsp4,yg2d,VVLAST,-1.0)
call fn0(grsp3,vpor)
call fn25(grsp3,rg(9)*9.810)
call fn30(grsp3)
call fn21(vist,grsp4,grsp3,0.0,rg(5))
call geryx(vist,gnut,nydim,nxdim)
call geryx(C5,ghola,nydim,nxdim)
c   write(6,*) 'INICIA el calc. de NUt'
do ix=1,nx
  ghigh=rg(2)
  do iy=10,ny
    if (ghola(iy,ix).gt.ghola(iy-1,ix).and.
    &   ghola(iy,ix).gt.ghola(iy-1,ix).and.
    &   ghola(iy,ix).ge.ghigh) then
      ghigh=ghola(iy,ix)
      my=iy
    endif
  enddo
  do iy=1,my
    gnut(iy,ix)=gnut(my,ix)
  end do
end do
call seryx(vist,gnut,nydim,nxdim)
RETURN
96 CONTINUE

```

**TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN**

```

C *----- SECTION 6 -----
C For ENUL.LE.GRND--- reference laminar kinematic viscosity
C                               Index VISL
RETURN
97 CONTINUE
C *----- SECTION 7 -----
C For PRNDTL( ).LE.GRND--- laminar PRANDTL nos., or diffusivity
C                               Index LAMPR
RETURN
98 CONTINUE
C *----- SECTION 8 -----
C For PHINT( ).LE.GRND--- interface value of first phase
C                               Index FII1
RETURN
99 CONTINUE
C *----- SECTION 9 -----
C For PHINT( ).LE.GRND--- interface value of second phase
C                               Index FII2
RETURN
C-----
C
C--- GROUP 10. Inter-phase-transfer processes and properties
C
10 GO TO (101,102,103,104),ISC
101 CONTINUE
C *----- SECTION 1 -----
C For CFIPS.LE.GRND--- inter-phase friction coeff.
C                               Index AUX(INTFRC)
RETURN
102 CONTINUE
C *----- SECTION 2 -----
C For CMDOT.EQ.GRND- inter-phase mass transfer Index AUX(INTMDT)
RETURN
103 CONTINUE
C *----- SECTION 3 -----
C For CFNT( ).EQ.GRND--- phase1-to-interface transfer coefficients
C                               Index COI1
RETURN
104 CONTINUE
C *----- SECTION 4 -----
C For CFNT( ).EQ.GRND--- phase2-to-interface transfer coefficients
C                               Index COI2
RETURN
C-----
C
C--- GROUP 11. Initialization of variable or porosity fields
C                               Index VAL
11 CONTINUE
RETURN
C-----
C
C--- GROUP 12. Convection and diffusion adjustments
C
12 CONTINUE
RETURN
C-----
C
C--- GROUP 13. Boundary conditions and special sources
C                               Index for Coefficient - CO
C                               Index for Value - VAL
13 CONTINUE

```

TESIS CON  
 FALLA DE ORIGEN

gO TO (130,131,132,133,134,135,136,137,138,139,1310,  
11311,1312,1313,1314,1315,1316,1317,1318,1319,1320,1321),ISC

130 CONTINUE

C----- SECTION 1 ----- coefficient = GRND

C\*\*\*\*\*

C@v En diferencias centradas se determina la distancia entre

C celdas vecinas y el tirante para el calculo de los

C esfuerzos de radiacion Sxx, Sxy, Syy

IF (indivar.eq.ul.or.indivar.eq.v1) THEN

call getyx(CO,geo.nydim,nxdim)

call fn0(grsp3,vpor)

C if(isweep.eq.lswEEP-1) call prm('VPVA',vpor)

call fn25(grsp3,rg(9))

call getyx(grsp3,ghir.nydim,nxdim)

if(npatch.eq.'RADSTR1') then

call getyx(XG2D,gdx.nydim,nxdim)

do ix=ixf,ixl

do iy=iyf,iyl

gdelta=gdx(iy,ix-1)-gdx(iy,ix)

if(ix.eq.ixl) gdelta=gdx(iy,ix-1)-gdx(iy,ix)

if(ix.eq.ixl) gdelta=gdx(iy,ix)-gdx(iy,ix-1)

gco(iy,ix)=rg(4)\*(ghir(iy,ix)\*gdelta)

if(ghir(iy,ix).le.1.0E-02) gco(iy,ix)=0.0

end do

end do

call setyx(CO,geo.nydim,nxdim)

C if(isweep.eq.lswEEP-1) call prm('COE1',co)

else if (npatch.eq.'RADSTR2'.or.npatch.eq.'RADSTR3') then

call getyx(YG2D,gdy.nydim,nxdim)

do ix=ixf,ixl

do iy=iyf,iyl

gdelta=gdy(iy-1,ix)-gdy(iy,ix)

if(iy.eq.iyl) gdelta=gdy(iy-1,ix)-gdy(iy,ix)

if(iy.eq.iyl) gdelta=gdy(iy,ix)-gdy(iy-1,ix)

gco(iy,ix)=rg(4)\*(ghir(iy,ix)\*gdelta)

if(ghir(iy,ix).le.1.0E-02) gco(iy,ix)=0.0

end do

end do

call setyx(CO,geo.nydim,nxdim)

C if(isweep.eq.lswEEP-1) call prm('COE2',co)

endif

ENDIF

RETURN

131 CONTINUE

C----- SECTION 2 ----- coefficient = GRND1

RETURN

132 CONTINUE

C----- SECTION 3 ----- coefficient = GRND2

RETURN

133 CONTINUE

C----- SECTION 4 ----- coefficient = GRND3

RETURN

134 CONTINUE

C----- SECTION 5 ----- coefficient = GRND4

RETURN

135 CONTINUE

C----- SECTION 6 ----- coefficient = GRND5

RETURN

136 CONTINUE

C----- SECTION 7 ----- coefficient = GRND6

RETURN

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

```

137 CONTINUE
C----- SECTION 8 ----- coefficient = GRND7
RETURN
138 CONTINUE
C----- SECTION 9 ----- coefficient = GRND8
RETURN
139 CONTINUE
C----- SECTION 10 ----- coefficient = GRND9
RETURN
1310 CONTINUE
C----- SECTION 11 ----- coefficient = GRND10
RETURN
1311 CONTINUE
C----- SECTION 12 ----- value = GRND

```

c\*\*\*\*\*

```

c@v En diferencias centradas se determinan los valores de los
c esfuerzos de radiacion Sxx, Sxy, Syy en las celdas vecinas
IF (npatch.eq.'RADSTR1') THEN
call getyx(VAL,gval,nydim,nxdim)
if (indvar.eq.u1) then
call getyx(C1,gds,nydim,nxdim)
call getyx(U1,guvel,nydim,nxdim)
else
call getyx(C2,gds,nydim,nxdim)
call getyx(V1,guvel,nydim,nxdim)
endif
do ix=ixf,ixl
do iy=yf,y1
gval(iy,ix)=gds(iy,ix-1)-gds(iy,ix)+guvel(iy,ix)
if(ix.eq.ixf) then
gval(iy,ix)=gds(iy,ix+1)-gds(iy,ix)-guvel(iy,ix)
else if(ix.eq.ixl) then
gval(iy,ix)=gds(iy,ix)-gds(iy,ix-1)+guvel(iy,ix)
endif
end do
end do
call setyx(val,gval,nydim,nxdim)
c if(isweep.eq.lswEEP-1) call prn('VAL1',val)
c ELSE IF (npatch.eq.'RADSTR2') THEN
ELSE IF (npatch.eq.'RADSTR2'.or.npatch.eq.'RADSTR3') then
call getyx(VAL,gval,nydim,nxdim)
if (indvar.eq.u1) then
call getyx(C2,gds,nydim,nxdim)
call getyx(U1,guvel,nydim,nxdim)
else
call getyx(C3,gds,nydim,nxdim)
call getyx(V1,guvel,nydim,nxdim)
endif
do ix=ixf,ixl
do iy=yf,y1
gval(iy,ix)=gds(iy+1,ix)-gds(iy,ix)+guvel(iy,ix)
if(iy.eq.yf) then
gval(iy,ix)=gds(iy+1,ix)-gds(iy,ix)+guvel(iy,ix)
else if(iy.eq.y1) then
gval(iy,ix)=gds(iy,ix)-gds(iy-1,ix)+guvel(iy,ix)
endif
end do
end do
call setyx(val,gval,nydim,nxdim)
c if(isweep.eq.lswEEP-1) call prn('VAL2',val)
ENDIF

```

**TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN**



```

RETURN
1312 CONTINUE
C----- SECTION 13 ----- value = GRND1
capp  Friccion en el fondo segun Chezy
      IF(INDVAR.EQ.U1) THEN
          CALL FN2(GRSP1,U1,0.0,RG(7))
          CALL FN0(GRSP2,U1)
          CALL FN40(GRSP2)
          CALL FN21(VAL,GRSP1,GRSP2,0.0,-1.0)
      c  if(isweep.eq.lisweep) then
      c    call prn('absu',grsp2)
      c    call prn('val',val)
      c  endif
      ELSE IF(INDVAR.EQ.V1) THEN
          CALL FN2(GRSP1,V1,0.0,RG(7))
          CALL FN0(GRSP2,V1)
          CALL FN40(GRSP2)
          CALL FN21(VAL,GRSP1,GRSP2,0.0,-1.0)
      ENDIF
RETURN
1313 CONTINUE
C----- SECTION 14 ----- value = GRND2
RETURN
1314 CONTINUE
C----- SECTION 15 ----- value = GRND3
RETURN
1315 CONTINUE
C----- SECTION 16 ----- value = GRND4
RETURN
1316 CONTINUE
C----- SECTION 17 ----- value = GRND5
RETURN
1317 CONTINUE
C----- SECTION 18 ----- value = GRND6
RETURN
1318 CONTINUE
C----- SECTION 19 ----- value = GRND7
RETURN
1319 CONTINUE
C----- SECTION 20 ----- value = GRND8
RETURN
1320 CONTINUE
C----- SECTION 21 ----- value = GRND9
RETURN
1321 CONTINUE
C----- SECTION 22 ----- value = GRND10
RETURN
C-----
C
C--- GROUP 14. Downstream pressure for PARAB=.TRUE.
C
14 CONTINUE
RETURN
C-----
C* Make changes for these groups only in GROUP 19.
C--- GROUP 15. Termination of sweeps
C--- GROUP 16. Termination of iterations
C--- GROUP 17. Under-relaxation devices
C--- GROUP 18. Limits on variables or increments to them
C-----
C

```

FALLA DE ORIGEN

C--- GROUP 19 Special calls to GROUND from EARTH

C  
19 GO TO (191,192,193,194,195,196,197,198),ISC  
191 CONTINUE

C \* ----- SECTION 1 ---- Start of time step.

CCC Lo siguiente es para que entre 1 vez al final del sweep

ccc cuando se calcula sedimentacion, i.e., LG(3)=T

LSEDIM=FALSE

RETURN

192 CONTINUE

C \* ----- SECTION 2 ---- Start of sweep.

c Calculo de transformacion de ondas (Oscar Fuentes)

IF(isweep.eq.1.and.lg(1)) THEN

call getyx(dxu2d,dxa.nydim,nxdim)

call getyx(dyv2d,dya.nydim,nxdim)

c Entrada de la batimetria en el caso del perfil fondo complejo.

if(istep.eq.1.and.(.not.LG(4))) then

do iy=1,ny

read(32.666)(hb(ix,iy),ix=1,nx)

c El siguiente formato es para la batimetria de Santa Barbara

c el archivo es "snbint"

c 666 format(2f3.1)

c El siguiente formato es para la batimetria de Santa Barbara

c el archivo es "snblst"

c 666 format(4f3.1)

c 666 format(2f4.2)

c 666 format(12f4.2)

c El siguiente formato es para la batimetria de Tuxpan

c el archivo es "tuxinv1"

666 format(98f4.2)

end do

write(6,\*) 'Ya leyo la batim \*\*\*\*\*'

do 959 i=1,nx

do 959 j=1,ny

959 HI(i,j)=HB(i,j)

else

if(istep.eq.1.and.(.not.LG(10))) then

write(6,\*) 'EN 1'

call fn0(grsp3,vpor)

call fn25(grsp3,rg(9))

call getyx(grsp3,hb.nydim,nxdim)

call pmyx('HT\_B'.HB,NYDIM,NXDIM)

else

write(6,\*) 'si entro en rstpr'

call getyx(c4,hb.nydim,nxdim)

endif

c write(6,\*) 'EN 2'

do ix=1,nx

do iy=1,ny

c write(6,\*) ' HBij',ix,iy,hb(iy,ix)

HI(ix,iy)=HB(iy,ix)

c write(6,\*) ' Hlij',ix,iy,hi(iy,ix)

enddo

endif

endif

C@v las siguientes lineas son para ver si

c se lee correctamente la batimetria

c call pmyx('HTIR',HI,NYDIM,NXDIM)

c call prn('grsp',grsp3)

inx=nx+1

jny=ny+1

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

```

im=nx+1
jm=ny+1
dxx=dxn(1,1)
dyy=dyd(1,1)
DO 906 I=1,NX
DO 906 J=1,NY
IF(HI(I,J).LE.0.0) HI(I,J)=1.e-2
906 continue
DO 950 I=1,NX-1
DO 950 J=1,NY-1
950 HA(I-1,J-1)=0.25*(HI(I,J)+HI(I-1,J)+HI(I,J+1)+HI(I+1,J+1))
DO 951 I=1,NX
DO 951 J=1,NY
HA(I,NY-1)=HA(I,NY)
HA(1,1)=HI(1,1)
HA(1,J)=HA(2,J)
951 HA(NX+1,J)=HA(NX,J)
HA(IM,JM)=HA(IM-1,JM)
HA(NX-1,1)=HA(NX,1)
HA(1,NY-1)=HA(1,NY)
DO 953 I=1,IM
DO 953 J=1,JM
953 H(I,J)=HA(I,J)
C WAVE REFRACTION ANGLE,HEIGHT AND RADIATION STRESS COMPUTATION

```

```

write(6,*) ' entro al calc. oleaje'
call gwt(h,h,h,th,ak)
write(6,*) 'salio del calc. oleaje'
DO 960 I=1,nx-1
DO 960 J=1,ny-1
TH(I,J)=TH(I,J)*3.14*180.
ay=2.*ak(i,j)*h(i,j)
an(i,j)=0.5*(1.-ay*(exp(ay)-exp(-ay)))**2.)
SXX(I,J)=9.81*HH(I,J)**2./16.*(2.*AN(I,J)-1.+2.*AN(I,J)*
&(COS(TH(I,J))))**2.)
SXY(I,J)=9.81*HH(I,J)**2./16.*AN(I,J)*SIN(2.*TH(I,J))
960 SYY(I,J)=9.81*HH(I,J)**2./16.*(2.*AN(I,J)-1.+2.*AN(I,J)*
&(SIN(TH(I,J))))**2.)
DO 961 I=1,nx
DO 961 J=1,ny
HH(I,J)=0.25*(HH(I,J)-HH(I+1,J)+HH(I,J-1)+HH(I+1,J-1))
TH(I,J)=0.25*(TH(I,J)+TH(I-1,J)-TH(I,J-1)-TH(I+1,J+1))
SXX(I,J)=0.25*(SXX(I,J)-SXX(I-1,J)+SXX(I,J-1)-SXX(I+1,J+1))
SXY(I,J)=0.25*(SXY(I,J)-SXY(I-1,J)+SXY(I,J+1)+SXY(I+1,J+1))
961 SYY(I,J)=0.25*(SYY(I,J)+SYY(I+1,J)+SYY(I,J+1)+SYY(I+1,J+1))
DO 964 I=1,nx
DO 964 J=1,ny
gporo1(j,i)=hi(i,j)
if(gporo1(j,i).le.1.0e-02) gporo1(j,i)=0.0
gporo2(j,i)=hh(i,j)
c gporo3(j,i)=abs(th(i,j))*180./3.14
gporo3(j,i)=th(i,j)*180./3.14
gdmmy8(j,i)=cos(th(i,j))
gdmmy9(j,i)=sin(th(i,j))
gporo4(j,i)=sxx(i,j)
gporo5(j,i)=sxy(i,j)
gporo6(j,i)=syy(i,j)
gporo7(j,i)=hi(i,j)/rg(9)
if(gporo7(j,i).le.1.0e-02) gporo7(j,i)=0.0
964 continue
C.....
CALL SETXY(c4,gporo1,NYDIM,NXDIM)

```

**TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN**

```

CALL SETYX(c5,GPORO2,NYDIM,NXDIM)
CALL SETYX(c6,GPORO3,NYDIM,NXDIM)
CALL SETYX(c11,gdmmy8,NYDIM,NXDIM)
CALL SETYX(c12,gdmmy9,NYDIM,NXDIM)
CALL SETYX(c1,GPORO4,NYDIM,NXDIM)
CALL SETYX(c2,GPORO5,NYDIM,NXDIM)
CALL SETYX(c3,GPORO6,NYDIM,NXDIM)
965 CALL SETYX(vpor,GPORO7,NYDIM,NXDIM)
CALL SETYX(epor,GPORO7,NYDIM,NXDIM)
CALL SETYX(npwr,GPORO7,NYDIM,NXDIM)
IF(istep.eq.1.and.(.not.LG(10))) call fn0(c9,c4)
ENDIF
RETURN
195 CONTINUE
C *----- SECTION 3 ---- Start of iz slab.
RETURN
194 CONTINUE
C *----- SECTION 4 ---- Start of iteration.
RETURN
195 CONTINUE
C *----- SECTION 5 ---- Finish of iteration.
RETURN
196 CONTINUE
C *----- SECTION 6 ---- Finish of iz slab.
RETURN
197 CONTINUE
C *----- SECTION 7 ---- Finish of sweep.
c @ v -----
c Al final del intervalo de tiempo, se calculan los parametros
c energeticos del oleaje para determinar el arrastre de
c sedimentos con el metodo propuesto por Komar y Watanabe
c
c -----
IF ((ISWEEP.EQ.LSWEEP.OR.ENUFSW).AND.(.NOT.LSEDIM)) THEN
write(6,*) 'time step', istep, 'sweep', isweep
IF (LG(2)) THEN
call getyx (U1,gvvel,nydim,nxdim)
call getyx (V1,gvvel,nydim,nxdim)
call getyx (C4,ghttr,nydim,nxdim)
call getyx (C6,galf,nydim,nxdim)
call getyx (C5,ghola,nydim,nxdim)
call getyx (C7,gqx,nydim,nxdim)
call getyx (C8,gqy,nydim,nxdim)
call getyx (VPOR,gporv0l,nydim,nxdim)
call getyx (YG2D,gyb,nydim,nxdim)
call getyx (DYV2D,gdy,nydim,nxdim)
gtiny=1.E-02
do iy=1,ny
do ix=1,nx
gqx(iy,ix)=0.0
gqy(iy,ix)=0.0
end do
end do
CCC EMPIEZA DO EN X
do ix=1,nx
LBLO=.FALSE.
LROMP=.FALSE.
ghigh=rg(2)
CCC EMPIEZA DO EN Y antes de checar si cumple
do iy=10,ny
if (ghola(iy,ix).gt.ghola(iy+1,ix).and.

```

**TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN**

```

&      ghola(jy,ix),gt,ghola(jy-1,ix).and.
&      ghola(jy,ix),ge,ghigh) then
      ghigh=ghola(jy,ix)
      my=jy
      LROMP=.TRUE.
    endif
  enddo
  if(lg(13)) write(6,*) 'SI CUMPLE ix =',ix,' my =',my
  gpl=1.917E3*ghola(my,ix)**2.*SQRT(ghitir(my,ix))
  &      *sin(2.*(90.0-gal(my,ix))*rg(91)/180.)
  gil=rg(10)*gpl
  if(lg(19)) write(6,*) 'GIL =',gil,'GPL ',gpl
  gtauvl=0.0
  ky=ny
CCC  EMPIEZA DO YA QUE CUMPLIO Y CALCULA TAU Y CHECA BLOQUES
do jy=my,ny
  gtauvl=gtauvl+1.225E3*rg(11)*rg(12)**2
  &      *ghitir(jy,ix)*abs(guvel(jy,ix))*gdy(jy,ix)
  if(lg(19)) write(6,*) 'Gtauvl=',gtauvl
  if(gporvol(jy-1,ix).le.gtiny.or.gporvol(jy,ix).le.
  &      gtiny) then
    if(lg(19)) write(6,*) ' SI BLOQUEADO'
    ky=jy+1
  if(lg(19)) write(6,*) 'KY es =',ky,' JY ',jy,' IY',iy,'IX ',ix
  go to 777
  endif
  if(gporol(jy,ix-1).le.1.0E-06) then
    LBLO=.TRUE.
    if(lg(19)) write(6,*) ' D E R E C H A'
    gkap=gkap2
    go to 999
  endif
  end do
CCC  TERMINA DO DE TAU'S y BLOQUES
777  if(gtauvl.le.gtiny) then
      gkap=0.0
    else
      gkap=gil/gtauvl
    endif
    gkap2=gkap
  c  if(lg(19)) write(6,*) 'GKAP =',gkap
  999  continue
CCC  EMPIEZA DO EN Y al final para calculo de gq's
do ly=my,ny
  if(lg(19)) write(6,*) 'ly',ly:' IY abajo',my,'KY',ky
  if(LBLO) go to 888
  c
  gcoef=(gkap*rg(11)*rg(12)**2*ghitir(ly,ix))
  &      /(8.0*(1.-rg(13))*rg(14)-1.)
  if(ly.ge.ky) gcoef=0.0
  if(lg(19)) write(6,*) 'GCOEF =',gcoef,' IY = ',iy
  888  gqx(ly,ix)=gqx(ly,ix)-gcoef*guvel(ly,ix)
      gqy(ly,ix)=gqy(ly,ix)-gcoef*gvvel(ly,ix)
  end do
CCC  TERMINA DO EN Y al final del calculo de gq's
end do
CCC  TERMINA DO EN X al final de todo
call setyx (C7,gqx,nydim,nxdim)
call setyx (C8,gqy,nydim,nxdim)
ENDIF
IF (LG(3)) THEN
c  SETPOR=T

```

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

```

call getyx (VPOR, gporvol, nydim, nxdim)
call getyx (C4, ghtir, nydim, nxdim)
call getyx (C7, gqx, nydim, nxdim)
call getyx (C8, gqy, nydim, nxdim)
call getyx (C5, ghola, nydim, nxdim)
call getyx (C11, gxx, nydim, nxdim)
call getyx (DXU2D, gdx, nydim, nxdim)
call getyx (DYV2D, gdy, nydim, nxdim)
gtiny=1.1E-02
do iy=1,ny
do ix=1,nx
gc4(iy,ix)=ghtir(iy,ix)
end do
end do
do ix=1,nx
LROMP=.FALSE.
ghigh=rg(2)
do iy=10,ny
if (ghola(iy,ix).gt.ghola(iy+1,ix).and.
& ghola(iy,ix).gt.ghola(iy-1,ix).and.
& ghola(iy,ix).ge.ghigh) then
ghigh=ghola(iy,ix)
my=iy
LROMP=.TRUE.
endif
enddo
do iy=my-IG(3),ny
if(lg(13)) write(6,*) 'A B A J O ix=',ix,' iy=',iy
if(ix.le.lg(1).or.ix.ge.lg(2)) then
grad=0.0
go to 679
endif
if(lg(8)) gradx=DT*(gqx(iy,ix-1)-gqx(iy,ix-1))/gdx(iy,ix)/2.
if(lg(9)) grady=DT*((gqy(iy+1,ix)-gqy(iy-1,ix))/gdy(iy,ix)/2.
if(iy.eq.my) grady=0.0
if(gporvol(iy-1,ix).le.gtiny) then
grady=DT*(gqy(iy,ix)-gqy(iy-1,ix))/gdy(iy,ix)
endif
if(gporvol(iy-1,ix).le.gtiny) then
grady=DT*(gqy(iy+1,ix)-gqy(iy,ix))/gdy(iy,ix)
endif
if(gporvol(iy,ix-1).le.gtiny) then
gradx=DT*(gqx(iy,ix)-gqx(iy,ix-1))/gdx(iy,ix)
endif
if(gporvol(iy,ix-1).le.gtiny) then
gradx=DT*(gqx(iy,ix+1)-gqx(iy,ix))/gdx(iy,ix)
endif
if(lg(7)) grad=gradx+grady
c gxx(iy,ix)=(gqx(iy,ix)-gqx(iy,ix-1))
679 gc4(iy,ix)=ghtir(iy,ix)+grad
CCC La siguiente linea evita cambios fuera de la rompiente
c if(LROMP) gc4(iy-1,ix)=ghtir(iy-1,ix)
if(ghtir(iy,ix).le.1.1E-02) gc4(iy,ix)=0.0
end do
end do
call setyx (c4,gc4,nydim,nxdim)
c call setyx (c11,gxx,nydim,nxdim)
call fn2(vpor,c4,0.0,1.0)/rg(91)
call fn0(epor,vpor)
call fn0(npor,vpor)
call fn10(c10,c9,c4,0.0,1.0,-1.0)

```

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

```

      END IF
      LSEDIM=.TRUE.
      ENDIF
C .....
      RETURN
198 CONTINUE
C *----- SECTION 8 ---- Finish of time step.
      RETURN
C .....
C
C--- GROUP 20. Preliminary print-out
C
      20 CONTINUE
      RETURN
C .....
C* Make changes for these groups only in GROUP 19.
C--- GROUP 21. Print-out of variables
C--- GROUP 22. Spot-value print-out
C .....
C
C--- GROUP 23. Field print-out and plot control
      23 CONTINUE
      RETURN
C .....
C
C--- GROUP 24. Dumps for restarts
C
      24 CONTINUE
      END
C .....
      SUBROUTINE SPECGR
      CALL WRIT40('Dummy subroutine SPECGR called.  ')
      CALL WAYOUT(2)
      END
C .....
      SUBROUTINE SPC1GR
      CALL WRIT40('Dummy subroutine SPC1GR called.  ')
      CALL WAYOUT(2)
      END
C .....
      SUBROUTINE SPC2GR
      CALL WRIT40('Dummy subroutine SPC2GR called.  ')
      CALL WAYOUT(2)
      END
C .....
      SUBROUTINE SPC3GR
      CALL WRIT40('Dummy subroutine SPC3GR called.  ')
      CALL WAYOUT(2)
      END
C .....
      SUBROUTINE QUIZ
C--- This subroutine is used by CHAM for de-bugging
      END
C .....
C
C      PROGRAMA OLARED1
C      CALCULA LA REFRACCION-DIFRACCION DE OLAS SENOIDALES.
C
C      (El angulo es el que forma el rayo respecto a un eje x
C      paralelo a la linea de costa)
C      Version 2/2 feb 1995/OAFM
C

```

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

C

C-----

```
subroutine gwt(hb,hh,th,ann)
common'RGRND/RG(100)/mesh/dxx,dyy/limit/inx,jny
PARAMETER (NW=100)
PARAMETER (NW=100)
COMMON/UNO/D(MW,NW),M,N,M1,N1,M2,J1
COMMON/DOS/P2,DD,L0,AY,TA,L,C,T,KC2,RXX,RY,Y,FC,KC,SE,H0
COMMON/TRES/K2(MW,NW),K2N(MW,NW),EX(MW,NW),EY(MW,NW),SX(MW,NW),
-SY(MW,NW),CG(MW,NW),H(MW,NW)
COMMON/CUATRO/SXA(MW),DL(MW),GA(MW),SA(MW),NS(MW),AL,IM
COMMON/CINCO/F(MW,4)
DIMENSION AU(MW),H2(MW),UA(MW),ANN(MW,NW)
DIMENSION SYA(MW),HXA(MW),AP(MW),KA(MW),Hh(MW,NW),TH(MW,NW)
-hb(MW,NW),FAC(MW)
REAL*4 KC,KC2,L,L0
REAL*4 K2,K2N,KA,K0
```

C

```
***** (1) LEE DATOS
```

C

```
e 940 write(6,*)'11, J1,HB',ij,hb(i,j),d(i,j)
```

C

```
DATA FP,TL,H0,T,DX,DY,AN,NIT/75.,000001,0.915,10.,73.152,73.152
```

C

```
-.90.,140
```

C

```
DATA FP,TL,NIT/9.,000001.
```

C

```
-140/
```

C

```
***** (2) CALCULA CONSTANTES
```

```
DX=DXX
```

```
DY=DYY
```

```
H0=RG(2)
```

```
AN=RG(3)
```

```
T=RG(1)
```

```
M=INX
```

```
N=JNY
```

```
DO 940 I=1,M
```

```
DO 940 J=1,N
```

```
940 D(I,J)=HB(I,J)
```

```
P2=6.28318530718
```

```
FC=P2/360.
```

```
AN=AN*FC
```

```
L0=1.36130999173*T*T
```

```
KC=P2*COS(AN)/L0
```

```
SE=SIN(AN)
```

```
KC2=KC*KC
```

```
YX2=DY/(2.*DX)
```

```
RXX=1./(DX*DX)
```

```
RYY=1./(DY*DY)
```

```
RX2=1./(2.*DX)
```

```
AL=FP*DY/(2.*DX)
```

```
GAA=(1.-FP)*DY/(2.*DX)
```

```
RY=1./DY
```

```
M1=M-1
```

```
M2=M-2
```

```
N1=N-1
```

C

```
***** (3) OBTIENE K2,CCg,Ex y Ey
```

C

```
CALL TERMI
```

C

```
***** (4) ASIGNA LAS CONDICIONES DE FRONTERA
```

C

```
***** (6) EMPIEZA EL PROCESO ITERATIVO
```

C

```
DO J=2,N1
```

```
  J1=J-1
```

```
  J2=J-1
```

C

```
Obtiene valores que permanecen sin cambio en cada I en el
```

C

```
   renglon J
```

```
  H2(1)=H(1,J)*H(1,J)*CG(1,J)
```

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN



```

H2(2)=H(2,J)*H(2,J)*CG(2,J)
KW=0
DO I=2,M1
  I1=I-1
  I2=I-1
  FAC(I)=0.7
  H2(I1)=H(1,J)*H(1,J)*CG(1,J)
  AU(I)=H2(I)*SY(I,J)-GAA*(H2(I2)*SX(I2,J)-H2(I1)*SX(I1,J))
  UA(I)=(H(1,I2)-2)*H(1,J)*RY-EY(I,J)*H(1,J)
  SA(I)=SX(I,J)-GAA*(SY(I1,J)-SY(I2,J))

```

ENDDO

DO IT=1,NIT

```

C ***** (7) ESTIMA SX(I,J+1)
  FMIN=1.
  DO IW=1,20
    CALL FASE
    F(1,2)=1.
    F(1,3)=-AL*DL(3)
    F(1,4)=SA(2)-AL*(GA(3)-SY(I,J1))
    DO I=3,M2
      I1=I-1
      I2=I-1
      F(I2,1)=-AL*DL(I2)
      F(I2,2)=1.
      F(I2,3)=-AL*DL(I1)
      F(I2,4)=SA(I)-AL*(GA(I1)-GA(I2))
    ENDDO
    F(M2,1)=-AL*DL(M2)
    F(M2,2)=1.
    F(M2,4)=SA(M1)-AL*(SY(M,J1)-GA(M2))
    CALL RESIS
    IM=0
    DO I=2,M1
      IF(SX(I,J1)*SX(I,J1).GT.K2N(I,J1)) THEN
        SX(I,J1)=SXA(I)
        IM=IM+1
        NS(IM)=I
      END IF
    ENDDO
    IF(IM.NE.0) CALL REVISA
    IX=1
    DO I=2,M1
      SYA(I)=SY(I,J1)
      SY(I,J1)=GA(I)-DL(I)*SX(I,J1)
      S2=SX(I,J1)*SX(I,J1)-SY(I,J1)*SY(I,J1)
      EK=K2N(I,J1)-S2
      IF(ABS(EK).LT.TL) IX=IX+1
    ENDDO
    IF(IX.EQ.M1) GO TO 1120
  ENDDO
C ***** (8) OBTIENE SX(I,J+1)
1120 IH=1
  IK=1
  DO I=2,M1
    I1=I+1
    I2=I-1
  C ***** (9) DETERMINA H(I,J+1)
    APP=AU(I)-AL*(H(I2,J1)*H(I2,J1)*CG(I2, J1))
    SX(I2,J1)-H(I1,J1)*H(I1,J1)*CG(I1,J1)*SX(I1,J1)
    IF(I.EQ.1.OR.I.EQ.M1) THEN
      APP=APP/(CG(I,J1)*SY(I,J1))

```

TESIS CON  
 FALLA DE ORIGEN

```

ELSE
APP=APP/(CG(I,J))*(SY(I2,J1)+SY(I1,J1))*5)
END IF
HXA(I)=H(I,J1)
H(I,J1)=(SQRT(ABS(APP))-HXA(I))*5
IF(H(I,J1).GT.D(I,J1)) H(I,J1)=D(I,J1)
IF(ABS(HXA(I)-H(I,J1)).LT.TL) IH=IH+1
IW=IH
C ***** (10) ENCUENTRA K2N(I,J+1)
APP=(H(I2,J1)-2.*H(I,J1)+H(I1,J1))*RXX+H(I,J1)*RYY+UA(I)
APP=APP-EX(I,J1)*(H(I1,J1)-H(I2,J1))+EY(I,J1)*H(I,J1)
AP(I)=APP/H(I,J1)
APPP=FAC(I)*AP(I)
IF(K2(I,J1)+APPP.GT.0.) THEN
FAC(I)=FAC(I)*.005
IF(FAC(I).GT.1.) FAC(I)=1.
ELSE
APPP=FAC(I)*AP(I)*.9
END IF
AP(I)=APPP
KA(I)=K2N(I,J1)
K2N(I,J1)=K2(I,J1)-AP(I)
ANN(I,J1)=SQRT(K2(I,J1))
S2=SX(I,J1)*SX(I,J1)-SY(I,J1)*SY(I,J1)
K2N(I,J1)=(K2N(I,J1)+S2)*0.5
IF(K2N(I,J1).LT.0.) THEN
K2N(I,J1)=K2(I,J1)*.5
END IF
IF(S2.GT.K2N(I,J1)) THEN
S3=K2N(I,J1)/S2
ELSE
S3=S2/K2N(I,J1)
END IF
IF(S3.GT.0.99) IK=IK-1
IF(IK.LE.IH) IW=IK
IF(FAC(I).LT.FMIN) FMIN=FAC(I)
ENDDO
IF(FMIN.GE.1.) THEN
KW=KW+1
IF(KW.GE.30) THEN
IF(IW.EQ.M1) GO TO 1370
ENDIF
END IF
ENDDO
KW=0
C ***** (11) IMPRIME RESULTADOS
1370 CONTINUE
c WRITE(*,*) 'I ANGULO Sx Sy H k^2 E(Sx) E(Sy) E(H)
c I E(DS) E.dif'
DO I=2, M1
S2=SX(I,J1)*SX(I,J1)+SY(I,J1)*SY(I,J1)
AA=ATAN(SY(I,J1)/SX(I,J1))
IF(AA.GT.0.) THEN
IF(SX(I,J1).LT.0.) AA=AA+3.14159265
ELSE
IF(SX(I,J1).LT.0.) THEN
AA=AA-3.14159265
ELSE
AA=AA+6.28318531
ENDIF
ENDIF
ENDIF

```

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

```
ARA=AA/FC
TH(I,J)=ARA
hH(I,J)=H(I,J)
```

```
ENDDO
```

```
END DO
```

```
DO I=1,M
```

```
DO J=1,N
```

```
HH(I,1)=HH(I,3)
```

```
HH(I,2)=HH(I,3)
```

```
HH(I,J)=HH(2,J)
```

```
HH(M,J)=HH(M1,J)
```

```
TH(I,1)=TH(I,3)
```

```
TH(I,2)=TH(I,3)
```

```
TH(I,J)=TH(2,J)
```

```
TH(M,J)=TH(M1,J)
```

```
ANN(I,1)=ANN(I,3)
```

```
ANN(I,2)=ANN(I,3)
```

```
ANN(M,J)=ANN(M1,J)
```

```
ANN(I,J)=ANN(2,J)
```

```
ENDDO
```

```
ENDDO
```

```
RETURN
```

```
END
```

```
SUBROUTINE LECTU
```

```
PARAMETER (MW=100)
```

```
PARAMETER (NW=100)
```

```
COMMON/UNO'D(MW,NW),M,N
```

```
OPEN(1,FILE='sanfor.dat',STATUS='OLD')
```

```
READ(1,*) N,M
```

```
DO J=1,N
```

```
DO I=1,M
```

```
READ(1,*) AA,BB,D(I,J)
```

```
END DO
```

```
END DO
```

```
CLOSE(1)
```

```
RETURN
```

```
END
```

```
SUBROUTINE CELERI
```

```
COMMON/DOS/P2,DD,L0,AY,TA,L,C,T
```

```
REAL*4 L0,L
```

C Encuentra la celeridad y la longitud asociadas a la

C profundidad

```
PD=P2*DD
```

```
DDD=PD/L0
```

```
AY=SQRT(DDD)
```

```
DO I=1,20
```

```
EY=EXP(AY)
```

```
ER=1/EY
```

```
CO=EY-ER
```

```
TA=(EY-ER)/CO
```

```
F=AY*TA-DDD
```

```
IF(ABS(F).LT.0.001) GO TO 10
```

```
DF=4.*AY/(CO*CO)+TA
```

```
AY=AY-DF
```

```
ENDDO
```

```
10 L=PD AY
```

```
C=L/T
```

```
RETURN
```

```
END
```

```
SUBROUTINE FASE
```

```
PARAMETER (MW=100)
```

TRCER 01 11  
FALLA DE ORIGEN

```

PARAMETER (NW=100)
COMMON/UNO/D(MW,NW),M,N,M1,N1,M2,J1
COMMON/TRES/K2(MW,NW),K2N(MW,NW),EX(MW,NW),EY(MW,NW),SX(MW,NW),
ISY(MW,NW)
COMMON/CUATRO/SXA(MW),DL(MW),GA(MW)
REAL*4 K2N
DO I=1,M1
  SXA(I)=SX(I,J1)
  R=SQRT(K2N(I,J1))
  S3=ABS(SX(I,J1))
  IF(S3.GT.R) THEN
    S2=SQRT(SX(I,J1)*SX(I,J1)+SY(I,J1)*SY(I,J1))
    SX(I,J1)=R*SX(I,J1)/S2
    SY(I,J1)=R*SY(I,J1)/S2
    SXA(I)=SX(I,J1)
    Y1=SQRT(K2N(I,J1)-SXA(I)*SXA(I))
  ELSE
    Y1=SQRT(K2N(I,J1)-SXA(I)*SXA(I))
  END IF
  DL(I)=-SXA(I)/Y1
  GA(I)=Y1-DL(I)*SXA(I)
ENDDO
RETURN
END
SUBROUTINE RESIS
PARAMETER (MW=100)
PARAMETER (NW=100)
COMMON/UNO/D(MW,NW),M,N,M1,N1,M2,J1
COMMON/TRES/K2(MW,NW),K2N(MW,NW),EX(MW,NW),EY(MW,NW),SX(MW,NW),
-SY(MW,NW)
COMMON/CINCO F(MW,4)
C Resuelve un sistema de ecuaciones lineales tri diagonal
MM1=M2
MM2=M2-1
MM3=MM2
DO I=1,MM3
  A9=1./F(MM1,2)
  DO K=1,4
    F(MM1,K)=F(MM1,K)*A9
  END DO
  F(MM2,2)=F(MM2,2)-F(MM1,1)*F(MM2,3)
  F(MM2,4)=F(MM2,4)-F(MM1,4)*F(MM2,3)
  MM1=MM2
  MM2=MM1-1
END DO
F(MM1,4)=F(MM1,4)/F(MM1,2)
SX(MM1-1,J1)=F(MM1,4)
MM2=MM1-1
DO I=1,MM3
  F(MM2,4)=F(MM2,4)-F(MM1,4)*F(MM2,1)
  SX(MM2-1,J1)=F(MM2,4)
  MM1=MM2
  MM2=MM1-1
END DO
RETURN
END
SUBROUTINE TERMI
PARAMETER (MW=100)
PARAMETER (NW=100)
COMMON/UNO/D(MW,NW),M,N,M1,N1/RGRND/RG(100)
COMMON/DOS/P2,DD,L0,AY,TA,L,C,T,KC2,RXX,RYY,FC,KC,SE,H0

```

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

```

COMMON/TRES/K2(MW,NW),K2N(MW,NW),EX(MW,NW),EY(MW,NW),SX(MW,NW),
-SY(MW,NW),CG(MW,NW),H(MW,NW)
REAL*4 KC,KC2,KR,KS,L,L0
REAL*4 K2,K2N

```

C Obtiene para cada punto de la malla K2,CCg,Ex y Ey

```

DO J=1,N
DO I=1,M
DD=D(I,J)
D(I,J)=D(I,J)*rg(12)
CALL CELERI
FN=.5*(1.-AY*(1.-TA*TA)/TA)
K2(I,J)=P2/L
K2N(I,J)=K2(I,J)
K2(I,J)=K2(I,J)*K2(I,J)
CG(I,J)=C*C*FN
KS=SQRT(L0/(2.*FN*L))
CS=KC/SQRT(K2(I,J))
SEN=SQRT(1.-CS*CS)
AA=ATAN(SEN/CS)
KR=SQRT(SE/SEN)
H(I,J)=H0*KS*KR
SX(I,J)=K2N(I,J)*CS
SY(I,J)=K2N(I,J)*SEN
K2N(I,J)=K2(I,J)
END DO
END DO
DO J=2,N1
J1=J-1
J2=J-1
DO I=2,M1
I1=I-1
I2=I-1
EX(I,J1)=(CG(I1,J1)-CG(I2,J1))*RXX/(4.*CG(I,J1))
EY(I,J1)=(CG(I1,J1)-CG(I2,J1))*RYY/CG(I,J1)
END DO
END DO
RETURN
END
SUBROUTINE REVIS
PARAMETER (MW=100)
PARAMETER (NW=100)
COMMON/ LNO/D(MW,NW),M,N,M1,N1,M2,J1
COMMON/ TRES/ K2(MW,NW),K2N(MW,NW),EX(MW,NW),EY(MW,NW),SX(MW,NW),
ISY(MW,NW)
COMMON/ CUATRO/SXA(MW),DL(MW),GA(MW),SA(MW),NS(MW),AL,IM
COMMON/ CINCO/F(MW,4)
KON=0
10 CALL FASE
KON=KON+1
DO I=3,M2
I1=I-1
I2=I-1
F(I2,1)=AL*DL(I2)
F(I2,2)=1.
F(I2,3)=-AL*DL(I1)
F(I2,4)=SA(I1)+AL*(GA(I1)-GA(I2))
END DO
F(I1,2)=1.
F(I1,3)=-AL*DL(3)
F(I1,4)=SA(2)+AL*(GA(3)-SY(I,J1))
F(M2,1)=AL*DL(M2)

```

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

```
F(M2,2)=1.  
F(M2,4)=SA(M1)-AL*(SY(M,J1)-GA(M2))  
DO I=1,IM  
  JJ=NS(I)  
  JJ2=JJ-1  
  F(JJ2,1)=0.  
  F(JJ2,3)=0.  
  F(JJ2,4)=SXA(JJ)  
END DO  
CALL RESIS  
IM=0  
DO I=2,M1  
  IF(SX(I,J1)*SX(I,J1).GT.K2N(I,J1)) THEN  
    SX(I,J1)=SXA(I)  
    IM=IM+1  
    NS(IM)=I  
  END IF  
END DO  
IF(IM.NE.0) THEN  
  IF(KON.LT.2) GO TO 10  
ENDIF  
RETURN  
END
```

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

## APÉNDICE 2. Programa de Entrada (Q1)

TALK=F;RUN(1,1);VDU=0

Ig(20)=f

Ig(19)=f

Ig(5)=t

Ig(6)=t

considera x e y

Ig(7)=t

considera x

Ig(8)=t

considera y

Ig(9)=t

print donde rompe

Ig(13)=f

\*

\*

\* GROUP 1. Run title and other preliminaries.

\*

TEXT(Hidrodinamica costera inducida por oleaje)

\*

BOOLEAN(HIDRO)

- \* Para resolver la transformacion de oleaje y la hidrodinamica, esta var. logica es T
- En caso contrario resuelve el transitorio con el arrastre de sedimentos.

HIDRO=t

- \* Para que inicie con el ultimo calculo de batimetria, la siguiente var. logica es T
- asi como la subsecuente; (i.e. ambas son T o F)

LG(10)=f

- \* Si la batimetria se especifica a partir de este archivo Q1,
- \* entonces la variable logica LG(4) debe ser .T.

\*

LG(4)=f

\*

\*

\* GROUP 2. Transience; time-step specification.

\*

IF (HIDRO) THEN

STEADY=T

ELSE

STEADY=F

REAL(HR);HR=3600.

GRDPWR(T,2,1.\*hr,1)

ENDIF

\*

\*

\*

\* GROUP 3. X-direction grid specification.

\*

CARTES=T

\* ALONGSHORE DIRECTION

\*

\* Malla para el caso de una batimetria paralela y de pendiente uniforme

NX=20

GRDPWR(X,NX,20.0,1.0)

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

```

NX=40
GRDPWR(X,NX,400.0,1.0)
*****
* Malla para el caso de la batimetria de Tuxpan
  [ref. datos CFE]
NX=98
GRDPWR(X,NX,1960.,1.0)
*****
* Malla para el caso de la batimetria de St. Barbara
  [ref. art. Wu]
NX=12*2
GRDPWR(X,NX,2.*120.,1.0)
*
* .....
*
* GROUP 4. Y-direction grid specification.
*
* ONSHORE DIRECTION
*
* Malla para el caso de una batimetria paralela y de
  pendiente uniforme
NY=10
GRDPWR(Y,NY,10.0,1.0)
NY=30
GRDPWR(Y,NY,200.0,1.0)
SUBGRD(Y,1,15,130.0,1.0)
SUBGRD(Y,16,30,70.0,1.0)
SUBGRD(Y,1,15,130.0,1.0)
SUBGRD(Y,16,30,70.0,1.0)
*****
* Malla para el caso de la batimetria de Tuxpan
  [ref. datos CFE]
NY=36
GRDPWR(Y,NY,720.,1.0)
*****
* Malla para el caso de la batimetria de St. Barbara
  [ref. art. Wu]
NY=22
GRDPWR(Y,NY,330.,1.0)
*
ZWLAST=10.0
ZWLAST=8.5
*
* .....
*
* GROUP 7. Variables stored, solved & named.
*
* (Slab-by-Slab Method) * (Arithmetic Averaging)
IF (HIDRO) THEN
  SOLVE(P1,U1,V1)
ELSE
  STORE(P1,U1,V1)
ENDIF
STORE(c1,c2,c3,c4,c5,c6,c7,c8,c9,c10,c11,c12)
STORE(vpor,epor,npor)
*
* .....
*
* GROUP 8. Terms (in differential equations) & devices.
*
* .....
*

```

**TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN**



• GROUP 9. Properties of the medium (or media).

•  
• Se: First-Phase Density Value  
RHO1= 1.000E+03  
• Set Laminar Kinematic Viscosity Value  
ENUL= 1.000E-06  
ENUT=GRND

•  
TURMOD(KEMODL)  
STORE(ENUT)

•  
• GROUP 11. Initialization of variable or porosity fields.

•  
•  
Group 11. Initialise Var/Porosity Fields

finit(epor)=1.0  
finit(vpor)=1.0  
finit(npor)=1.0  
INLADD=F  
REAL(PNDNT);PNDNT=-5.0E-03  
PATCH(PORS11,LINVLV,1,NX,1,15,1,1,1,1)  
INIT(PORS11,VPOR,PNDNT,1.0)  
INIT(PORS11,EPOR,PNDNT,1.0)  
INIT(PORS11,NPOR,PNDNT,1.0)  
PATCH(PORS12,LINVLV,1,NX,16,NY,1,1,1,1)  
INIT(PORS12,VPOR,PNDNT,0.35)  
INIT(PORS12,EPOR,PNDNT,0.35)  
INIT(PORS12,NPOR,PNDNT,0.35)

•  
conpor(bloque1,0.0,cell,20,20,25,ny,1,1)  
conpor(bloque2,0.0,cell,21,25,25,1,1)

•  
• GROUP 13 Boundary conditions and special sources.

•  
XCYCLE=1

• INLET Boundary Condition. Named INLET02  
PATCH(INLET02,free,1,nx,1,1,1,1,LSTEP)  
COVAL(INLET02,P1,FIXP,0.000E+00)  
COVAL(INLET02,U1,ONLYMS,SAME)  
COVAL(INLET02,V1,ONLYMS,SAME)

inlet02=skip  
\*\*\*\*\*

- Para el calculo de la HIDRODINAMICA se agregan los
- terminos fuente en la cantidad de movimiento por los
- gradientes de los esfuerzos de radiacion:
- 'radstr1' en direccion de X, 'radstr2' en Y

PATCH(radstr1,phasem,1,nx,3,ny-1,1,1,LSTEP)  
COVAL(radstr1,u1,grnd,grnd)  
COVAL(radstr1,v1,grnd,grnd)  
PATCH(radstr2,phasem,1,nx,3,18,1,1,LSTEP)  
COVAL(radstr2,u1,grnd,grnd)  
COVAL(radstr2,v1,grnd,grnd)  
radstr1=skip  
radstr2=skip

PATCH(radstr3,phasem,1,nx,19,ny-1,1,1,LSTEP)  
COVAL(radstr3,u1,grnd,grnd)  
COVAL(radstr3,v1,grnd,grnd)

• Friccion en el fondo de acuerdo con Chezy  
patch(frict,low,1,nx,1,ny,1,1,1,1,1,1)

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

```

coval(frictc,u1,fxflu, grnd1)
coval(frictc,v1,fxflu, grnd1)
  * RG(7) es coeficiente de p'erdidas 1/2g/C**2
  * en este caso C=50
rg(7)=3.924
frictc=skip
  *
patch(playa,nwall,1,nx,ny,ny,1,1,1,lstep)
coval(playa,u1,1,0,0,0)
walla=0.05
  * Las tasas de transporte de sedimentos se calculan al
  * final del intervalo de tiempo en grnd [gpo 19-secc 8]
  * Para determinar los cambios en la batimetria por el
  * arrastre de sedimentos deben ser (T) las siguientes
  * variables logicas:
IF (.NOT.HIDRO) THEN
LG(2)=t
LG(3)=t
ENDIF
IG(1)=2
IG(2)=nx
  * RG(10) es el coeficiente K de la ec. I_1 = K*P_1
rg(10)=0.77
  * RG(11) es el coef. de friccion por oleaje f_w
rg(11)=0.03
  * RG(12) es el indice de rompimiento GAMMA = H/h
rg(12)=0.78
rg(12)=0.44
  * RG(13) es la porosidad en la arena O
rg(13)=0.6
  * RG(14) es la densidad relativa de la arena l
rg(14)=2.6
  *
.....
REAL(GAMA);GAMA=rho1*9.81
if(hidro) then
DRH1DP=1.0/gama
ISG11=1.;RSG11=1.0.;RSG12=1.0./gama
ISG12=1.;RSG13=1.0.;RSG14=1.0./gama
ISG14=1.;RSG17=1.0.;RSG18=1.0./gama
endif
  *
.....
  *
  * GROUP 15. Termination of sweeps.
  *
  * Number of Iterative Sweeps (Outer Iterations)
LSWEEP=3
ISG2=1.;CSG1=t
IF (.NOT.HIDRO) THEN
restrt(all)
ENDIF
  restrt(all)
  *
.....
  *
  * GROUP 16. Termination of iterations.
  *
  *
.....
  *

```

TESIS CON  
 FALLA DE ORIGEN

- GROUP 17. Under-relaxation devices.
- Automatic False-Time-Step Relaxation Applied to U1  
 REAL(SCALEL,SCALEU);SCALEL=5.0E+00;SCALEU= 1.000E-00  
 RELAX(U1,FALSDT, 1.000E+00\*SCALEL/SCALEU)  
 RELAX(V1,FALSDT, 1.000E-00\*SCALEL/SCALEU)

.....

- GROUP 19. Data communicated by satellite to GROUND.

- entra al calculo de transformacion de oleaje si LG(1)=T  
 IF (HIDRO) THEN

```
lg(1)=t
ENDIF
lg(1)=t
```

- el periodo de oleaje profundo es RG(1) en s.

```
rg(1)=7.0
rg(1)=12.2
```

- la altura de ola en mar profundo es RG(2) en m.

```
rg(2)=1.00
```

```
rg(2)=0.52
```

- el angulo de incidencia de oleaje es RG(3) en °.

```
rg(3)=80.0
```

- la profundidad maxima del dominio es IG(1) en m [entero]

```
rg(9)=10.0
```

```
rg(9)=8.5
```

```
rg(91)=3.14159265359
```

- RG(4) es para cambiar el signo a los gradientes de  
 Sij en la ec. de cant. de mvt.

```
rg(4)=-1.0
```

```
rg(5)=0.016/2.0
```

.....

- GROUP 20. Preliminary print-out.

- Activate Printout of Satellite Data.

```
ECHO=T
```

.....

- GROUP 21. Print-out of variables.

```
OUTPUT(P1,n,n,N,Y,Y,Y)
OUTPUT(U1,n,n,N,Y,Y,Y)
OUTPUT(V1,n,n,N,Y,Y,Y)
OUTPUT(c1,n,n,N,Y,Y,Y)
OUTPUT(c2,n,n,N,Y,Y,Y)
OUTPUT(c3,n,n,N,Y,Y,Y)
OUTPUT(c4,n,n,N,Y,Y,Y)
OUTPUT(c5,n,n,N,Y,Y,Y)
OUTPUT(c6,n,n,N,Y,Y,Y)
OUTPUT(c7,n,n,N,Y,Y,Y)
OUTPUT(c8,n,n,N,Y,Y,Y)
OUTPUT(c9,n,n,N,Y,Y,Y)
OUTPUT(c10,n,n,N,Y,Y,Y)
OUTPUT(c11,n,n,N,Y,Y,Y)
OUTPUT(c12,n,n,N,Y,Y,Y)
OUTPUT(vpor,n,n,N,Y,Y,Y)
OUTPUT(repor,n,n,N,Y,Y,Y)
```



