

01121  
74



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA  
DE MEXICO**

**FACULTAD DE INGENIERIA**

**EFFECTOS HIDRODINAMICOS  
DE LA PRESA TRIGOMIL.**

**TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN**

**T E S I S**  
Q U E P R E S E N T A :  
**JUAN MANUEL JIMENEZ CHONG**  
P A R A O B T E N E R E L T I T U L O D E :  
**I N G E N I E R O C I V I L**

DIRIGIDA POR: M.I. ROBERTO MAGAÑA DEL TORO



MEXICO, D. F.

2003.

A



Universidad Nacional  
Autónoma de México



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.



UNIVERSIDAD NACIONAL  
AUTÓNOMA DE  
MÉXICO

FACULTAD DE INGENIERÍA  
DIRECCIÓN  
FING/DCTG/SEAC/UTIT/042/02

Señor  
JUAN MANUEL JIMÉNEZ CHONG  
Presente

En atención a su solicitud me es grato hacer de su conocimiento el tema que propuso el profesor M.I. ROBERTO MAGAÑA DEL TORO, que aprobó esta Dirección, para que lo desarrolle usted como tesis de su examen profesional de INGENIERO CIVIL.

**"EFECTOS HIDRODINÁMICOS DE LA PRESA TRIGOMIL"**

INTRODUCCIÓN

- I. ANTECEDENTES
- II. INFORMACIÓN GEOSÍSMICA
- III. PROCEDIMIENTO ANALÍTICO
- IV. ANÁLISIS DINÁMICO DE PRESAS DE CONCRETO INCLUYENDO EFECTOS HIDRODINÁMICOS TRIDIMENSIONALES
- V. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Ruego a usted cumplir con la disposición de la Dirección General de la Administración Escolar en el sentido de que se imprima en lugar visible de cada ejemplar de la tesis el Título de ésta.

Asimismo le recuerdo que la Ley de Profesiones estipula que deberá prestar servicio social durante un tiempo mínimo de seis meses como requisito para sustentar Examen Profesional.

Atentamente  
"POR MI RAZA HABLARÁ EL ESPÍRITU"

Cd. Universitaria a 25 febrero 2002.  
EL DIRECTOR

M.C. GERARDO FERRANDO BRAVO  
GFB/GMP/mstg.

3

# Índice

<b>INTRODUCCIÓN</b> .....	3
<b>1. ANTECEDENTES</b>	
1.1 ALCANCES DE LA INVESTIGACIÓN .....	7
1.2 PRESAS Y SUS CARACTERÍSTICAS .....	9
1.3 LA SEGURIDAD EN LAS PRESAS DE CONCRETO .....	13
1.4 DESCRIPCIÓN DE LA PRESA TRIGOMIL .....	17
1.5 MÉTODOS BIDIMENSIONALES DE ANÁLISIS .....	21
<b>2. INFORMACIÓN GEOSÍSMICA</b>	
2.1 MODELOS: CORTINA, CIMENTACIÓN Y EMBALSE .....	29
2.2 EXCITACIÓN SÍSMICA .....	33
2.3 PARÁMETROS MECÁNICOS .....	36
<b>3. PROCEDIMIENTO ANALÍTICO</b>	
3.1 ELEMENTO FINITO .....	39
3.2 ELEMENTO SÓLIDO .....	47
3.3 ELEMENTO FLUIDO .....	56
3.4 PROGRAMA DE APLICACIÓN .....	61
<b>4. ANÁLISIS DINÁMICO DE PRESAS DE CONCRETO INCLUYENDO     LOS EFECTOS HIDRODINÁMICOS TRIDIMENSIONALES</b>	
4.1 CASOS ANALIZADOS .....	67
4.2 MODOS DE VIBRACIÓN .....	69
4.3 DEFORMACIONES Y ESFUERZOS .....	72
<b>5. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES</b> .....	81
<b>BIBLIOGRAFÍA</b> .....	87
<b>ANEXO A</b> .....	89
<b>ANEXO B</b> .....	95



# Introducción

El agua es la base del sustento humano por lo que siempre se ha tenido la necesidad de aprovecharla, tanto en la vida doméstica como en la productiva, para lograrlo se ha requerido de la construcción de obras civiles y su consecuente mantenimiento para regular el flujo e impedir su acción devastadora.

## Presas

Las presas son sistemas de protección y aprovechamiento hidráulico. Estas estructuras tienen un comportamiento mecánico muy complejo, debido a la cantidad de variables que intervienen en su diseño y operación, por lo que los métodos de análisis y diseño han progresado lentamente y han ocasionado algunas veces que se hayan tenido que pagar altos precios por diseños muy conservadores.

Inicialmente las presas fueron construidas en sitios geológicamente ventajosos y la necesidad de predecir con detalle su comportamiento no fue muy grande, pues para su diseño y construcción era válido recurrir, en gran medida, a la experiencia previa. Sin embargo, cuando se requirió construir presas en sitios de geología cada vez más desfavorable, creció el número de variables que influía significativamente en el comportamiento a tal grado que el diseño vino a depender de las peculiaridades de cada caso más que de las semejanzas con otras estructuras del mismo género.

Simultáneamente fueron creciendo la altura, capacidad e importancia de las presas junto con el número de vidas en peligro y el valor de las zonas en que se debían localizar, por lo que los costos de una posible falla se incrementaron notablemente y todo esto hizo imperativo mejorar los métodos de análisis y diseño de estas estructuras. Los avances en la mecánica de materiales, suelos y rocas y de las técnicas de análisis experimental de esfuerzos y de los métodos de análisis numérico en computadoras aportaron grandes avances a este fin.

## Método del elemento finito

Con los avances en la tecnología de cómputo pueden simularse problemas complejos con relativa facilidad. En una computadora pueden probarse varias configuraciones antes de construir modelos reales y es posible analizar con mayor precisión los sistemas existentes.

El método del elemento finito es una herramienta poderosa en la solución numérica de un amplio rango de problemas de ingeniería. Las aplicaciones van desde el análisis de deformación y esfuerzo de automóviles, aeronaves, edificios, estructuras de puentes y presas.

En este método de análisis la región compleja que define al continuo se discretiza en formas geométricas simples llamadas elementos finitos. Las propiedades del material y las acciones gobernantes, son consideradas sobre estos elementos y expresadas en términos de

valores desconocidos en las fronteras del elemento. Un proceso de ensamble, cuando se consideran debidamente las cargas y restricciones, da lugar a un conjunto de ecuaciones, la solución de esas ecuaciones nos da el comportamiento aproximado del continuo.

## **Modelo**

El modelo se genera a partir de la información topográfica del sitio y de las características geométricas de la presa. El sistema tridimensional de la cortina y de la región adyacente del embalse es discretizado como un ensamble de bloques de seis caras.

Este conjunto es entonces expresado como una serie de coordenadas de los puntos que definen las esquinas de los bloques llamados nodos y de las uniones de las aristas para conformar los elementos finitos. Estos elementos son bloques discretos que en conjunto representan toda la presa, así que tienen volumen, masa, propiedades mecánicas de los materiales que los conforman y existe interacción con sus elementos vecinos.

La interacción puede ser con bloques similares o con alguno de diferente material y otro comportamiento. Esta característica permite, bajo ciertos procedimientos, tomar en cuenta la transmisión de fuerzas y desplazamientos del sistema acoplado, ya que la solución no podrá ser obtenida separadamente sino simultáneamente.

El modelo discretizado es el modelo de elementos finitos que puede representar numéricamente al sistema estructural tan aproximado como se desee, ya que entre mayor sea el número de bloques discretos el modelo se aproximará más al continuo que intenta representar y el volumen de datos y de cálculos también se incrementará.

El modelo tendrá por sí mismo acciones implícitas debidas a su naturaleza como son las cargas debidas al peso propio y la interacción entre las diversas partes, pero también tendrá acciones externas como en el caso del análisis sísmico en que una excitación provoca aceleraciones en los cuerpos y se generarán fuerzas inerciales que serán acompañadas por esfuerzos internos dentro del cuerpo y desplazamientos en cada una de sus partículas.

## **Acciones**

La excitación sísmica tiene características que pueden modificarse según las propiedades naturales de rigidez y masa del sistema de la presa y su evaluación puede provocar respuestas mayores o menores. Las características de la señal sísmica son las magnitudes de las aceleraciones y sus frecuencias dominantes, esto se debe a que un sismo puede representarse como la suma de varias señales con frecuencia uniforme en donde algunas de ellas tendrán mayor o menor amplitud. El sistema, en cambio, tendrá formas modales y frecuencias naturales de acuerdo a la distribución de masa y rigidez.

Si las frecuencias de la excitación y del sistema coinciden se amplificará la respuesta de deformaciones y esfuerzos. A este fenómeno se le conoce como resonancia y puede causar el colapso de una estructura aún cuando la excitación dinámica sea pequeña.

## **Análisis**

Para evaluar estos riesgos se propone el uso de una herramienta de cálculo que utiliza computadoras especializadas para aplicar un procedimiento analítico que se basa en el método del elemento finito. El procedimiento incluye la interacción entre modelos sólidos y fluidos y obtiene las propiedades dinámicas del sistema para proveer de esfuerzos y deformaciones cuando se aplica el movimiento sísmico.

El programa de cómputo aplicado fue desarrollado para analizar modelos tridimensionales de presas de concreto. Se considera comportamiento elástico lineal en el concreto porque, aunque dista de serlo, presenta características aceptables si se compara con otros materiales comunes que conforman las presas. El método puede analizar presas de concreto de cualquier geometría tridimensional como las de tipo gravedad y aquellas en que no hay ejes rectos como lo son las presas de arco.

Los casos analizados constan de una excitación sísmica para tres diferentes niveles en el embalse: el máximo extraordinario NAME, máximo ordinario NAMO y el embalse vacío. La limitación de una sola señal sísmica se debe a que el objetivo es ilustrar el procedimiento y no un análisis detallado ante varios casos de carga sísmica que requeriría un desarrollo más extenso.

La mayor complejidad de esta metodología yace en la generación de modelos tridimensionales, su traducción a modelos numéricos que representen los diversos modelos geométricos y en la interpretación de enormes volúmenes de resultados numéricos. La puesta en marcha del procedimiento analítico también representa un gran paso ya que su implementación se realiza en computadoras especializadas que analizan el sistema durante algunas horas de procesamiento.

El resultado de este complejo desarrollo provee de información que ayuda a entender el comportamiento de las presas existentes de manera más realista y hacen posible la optimización de los diseños de las presas en proyecto.

Con el procedimiento propuesto se analiza la respuesta sísmica de la presa Trigomil a través de las etapas presentadas anteriormente.

El desarrollo de esta tesis comienza por la descripción de la presa y los métodos de evaluación de la seguridad que durante años se han implementado en presas similares.

Luego se explica la generación de los modelos tridimensionales que representarán al sistema con ciertos parámetros mecánicos para evaluar la respuesta ante una determinada acción sísmica.

El método analítico se basa en las teorías de elemento finito para materiales sólidos y fluidos y su interacción para concentrar el procedimiento analítico en un programa de cómputo capaz de analizar el sistema tridimensional generado bajo la excitación seleccionada.

Finalmente se presentan las propiedades naturales del sistema y las deformaciones y esfuerzos dinámicos para tres niveles diferentes en el embalse y se evalúan los resultados de esta respuesta tridimensional.





# 1. Antecedentes

## 1.1 Alcances de la investigación

### Seguridad sísmica y objetivos

Durante los años recientes la seguridad sísmica de las presas ha estado recibiendo creciente atención en muchas partes del mundo y ha llegado a ser un factor primordial en la planeación de nuevas presas localizadas en regiones sísmicas y en la evaluación de la seguridad de las presas existentes en esas áreas. Hay dos razones principales para esta creciente preocupación. La primera se debe a que el riesgo de un desastre mayor debido al colapso de una presa se incrementa cada año debido a que la población aumenta y esto incluye las regiones aguas abajo de aproximadamente todas las presas grandes; consecuentemente, donde habían vivido sólo unas pocas personas en los tiempos cuando se construyeron las presas, ahora hay grandes centros de población en riesgo. En segundo lugar, está incrementándose el conocimiento de la compleja naturaleza de los movimientos sísmicos que pueden atacar una presa ya que son obtenidos más registros sísmicos alrededor del mundo y porque es cada vez más evidente que los conceptos de diseño sísmico en uso en el momento en que la mayoría de las presas fueron construidas eran inadecuados.

El objetivo de este trabajo es indicar a los investigadores, proyectistas y oficinas de gobierno el presente estado del conocimiento del problema sísmico en las presas de concreto, y así llamar la atención para que se inicien, dirijan o provean fondos para la investigación y que de este modo se genere información útil para la planeación de dichas actividades.

### Estado actual

En el territorio nacional se contabilizan aproximadamente 4500 presas, de las cuales casi un tercio se ubican en zonas de peligro sísmico donde ocurren con cierta frecuencia movimientos de diferentes magnitudes sin que, por fortuna, se hayan registrado incidentes de consideración hasta la fecha.

La Comisión Nacional del Agua (CNA), como una de las instituciones responsables de la operación y seguridad de las presas en México, solicitó a la Sección de Geotecnia del Instituto de Ingeniería de la UNAM llevar a cabo una serie de actividades encaminadas a establecer criterios de análisis con los que se pueda evaluar el estado de seguridad de las presas administradas por la propia CNA ante eventos sísmicos futuros.

El programa de seguridad de presas implementado por la CNA obedece a la inquietud de que muchos embalses no han sido revisados con criterios avanzados para reconocer los posibles

riesgos, sobre todo en los estados de mayor actividad sísmica frente al océano Pacífico, como son Jalisco, Colima, Michoacán, Guerrero y Oaxaca.

Con el propósito de responder a estas inquietudes se encomendó evaluar la seguridad sísmica de la presa de almacenamiento General Ramón Corona Madrigal, también conocida como presa Trigomil. En esta presa se empleó una tecnología relativamente nueva en el tiempo de su construcción, la cual hace uso del concreto compactado de rodillo (CCR), que es un concreto con revenimiento nulo.

En una primera instancia, en estudios previos a este desarrollo, se planteó un estudio bidimensional que consistió en definir si la cortina presenta o no riesgo alguno ante los sismos sintéticos de 100 y 200 años de periodo de retorno. Una reciente aproximación, que da origen a esta tesis, consiste en aplicar mayor rigor matemático y analizar los esfuerzos y deformaciones dinámicos tridimensionales de la cortina de concreto.

Los estudios realizados en la primera etapa consistieron en calcular, primeramente, con el método de los elementos finitos el estado de esfuerzos estáticos en la cortina debido al peso propio más el empuje hidrostático por el llenado del embalse. Posteriormente, se analizaron las respuestas dinámicas con un método elástico lineal para obtener factores de amplificación producida por la flexibilidad de la estructura. Además se realizó un análisis sísmico más riguroso consistente en un procedimiento de análisis bidimensional mediante el empleo de un programa de computadora, llamado EAGD-84 desarrollado por Anil K. Chopra, P. Chakrabarti y Gregory Fenves. Con este programa de computadora se realiza un análisis de interacción bidimensional completo que puede evaluar el comportamiento de la respuesta dinámica de una presa a gravedad para la componente horizontal y vertical de un sismo.

La etapa más reciente lleva a cabo un procedimiento para el análisis tridimensional de la respuesta sísmica de presas de concreto incluyendo los efectos de interacción de cortina-agua, compresibilidad del agua, y absorción debido a los sedimentos del fondo y posiblemente a los lados del embalse; la flexibilidad, los efectos de la inercia, el amortiguamiento de roca de cimentación y la interacción con el resto del sistema se incluye en el análisis de la respuesta. Así son considerados en el análisis los diversos efectos de interacción tridimensional del sistema cortina-embalse-cimentación.

## **1.2 Presas y sus características**

### **Objetivo de las Presas**

Una presa es un sistema de aprovechamiento hidráulico que puede ser pequeño o grande, sencillo o complejo, para un objeto o varios, que debe constar de las instalaciones necesarias para obtener el máximo aprovechamiento de los recursos hidráulicos explotados.

Las investigaciones y los estudios que se efectúan deben considerarse en relación a la función que desempeñan para obtener los fines que se persiguen con la construcción de la presa.

En muchos casos, la presa tendrá un objeto doble o múltiple. Por esta razón, las investigaciones pueden abarcar un gran número de materias las cuales influirán en la selección del emplazamiento de la presa, en el tamaño de las mismas y en los objetos a los que se destine. Por lo tanto, todo el proyecto debe considerarse para su estudio como una sola unidad, antes de establecer definitivamente los requisitos de diseño correspondientes a un solo elemento, como una presa. Cada objeto al que se destina y cada incremento en su tamaño o alcance, deben justificar su inclusión en el proyecto con alguna medida apropiada de viabilidad o de justificación, que generalmente se relacionan con los beneficios que producen, la necesidad que remedian o la inversión que se puede recuperar.

Al estudiar la viabilidad de las presas deben siempre tomarse en cuenta las posibles objeciones con respecto a los perjuicios que se puedan producir para hacer los esfuerzos necesarios para evitarlos.

### **Tipos de Presas**

Las presas se pueden clasificar en diferentes categorías, que dependen del objeto de la clasificación. Principalmente se consideran tres amplias clasificaciones de acuerdo con el uso, el proyecto hidráulico o los materiales que forman la estructura.

#### **Clasificación según el uso**

Las presas se pueden clasificar de acuerdo con la función más general que van a desempeñar ya sea almacenamiento, derivación o regulación. Se pueden precisar más las clasificaciones cuando se consideran sus funciones específicas.

Las presas de almacenamiento se construyen para embalsar el agua en los periodos en que sobra para utilizarla cuando escasea. Estos periodos pueden ser estacionales, anuales o más largos. Muchas presas pequeñas almacenan los escurrimientos de primavera para usarse en la estación seca del verano. Las presas de almacenamiento se pueden a su vez clasificar de acuerdo con el objeto del almacenamiento, como para abastecimiento de agua, para recreo, para la cría de peces y animales salvajes, para la generación de energía hidroeléctrica, irrigación, etc.

Las presas de derivación se construyen ordinariamente para proporcionar la carga necesaria para desviar el agua hacia zanjas, canales u otros sistemas de conducción que se dirijan hacia el lugar en que se va a usar. Estas presas se utilizan en los sistemas de riego para la derivación de una corriente natural hacia un vaso de almacenamiento fuera del cauce natural de la corriente, para usos municipales e industriales, o para una combinación de los mismos.

Las presas reguladoras se construyen para retardar el escurrimiento de las avenidas y disminuir su efecto. Las presas reguladoras se dividen en dos tipos. En uno de ellos, el agua se almacena temporalmente y se deja salir por una obra de toma con un gasto que no exceda la capacidad del cauce aguas abajo. En el otro tipo el agua se almacena tanto tiempo como sea posible y se deja infiltrar en las laderas del valle o por los estratos de grava de la cimentación. A este último tipo se le llama algunas veces de distribución o dique, porque su principal objeto es recargar los acuíferos. Las presas reguladoras también se construyen para detener los sedimentos, a menudo a éstas se les llama presas para arrastres.

Aunque no es tan frecuente que estas presas se utilicen para varios objetos, como las presas grandes, con frecuencia sirven para más de un fin. Cuando son para varios objetos, se reserva un volumen separado del vaso para cada uno de ellos. Existe una combinación de usos relativamente frecuente como almacenamiento, control de avenidas y deportes.

### **Clasificación según su proyecto hidráulico**

Las presas se pueden clasificar también como presas vertedoras o no vertedoras. Las presas vertedoras se proyectan para descargar sobre sus coronas. Deben estar hechas de materiales que no se erosionen con tales descargas. Es necesario emplear concreto, mampostería, acero y madera excepto en las estructuras vertedoras muy bajas. Las presas no vertedoras son las que se proyectan para que no rebase el agua por su corona. Este tipo de proyecto permite ampliar la elección de materiales incluyendo las presas de tierra y las de enrocamiento.

Con frecuencia se combinan los dos tipos para formar una estructura compuesta, que consiste de, por ejemplo, una parte vertedora de concreto de gravedad con extremos formados por terraplenes.

### **Clasificación según los materiales**

La clasificación más común que se usa en la discusión de los procedimientos de construcción se basa en los materiales que forman la estructura. En esta clasificación también se menciona el tipo básico de proyecto como, por ejemplo, presa de concreto de gravedad o presa de concreto del tipo de arco.

Los tipos más comunes de presas que se construyen en las condiciones actuales son las de tierra, las de enrocamiento y las de gravedad de concreto. Hay otros tipos de presas no tan comunes que son las de arco de concreto, las de contrafuertes de concreto y las de madera.

### **Presas de tierra**

Las presas de tierra constituyen el tipo más común, principalmente porque en su construcción intervienen materiales en su estado natural que requieren el mínimo de tratamiento. Además, los requisitos para sus cimentaciones son menos exigentes que para los otros tipos. Es probable que las presas de tierra continúen prevaleciendo sobre los demás tipos para fines de almacenamiento, en parte, debido a que el número de sitios favorables para las estructuras de concreto está disminuyendo como resultado de los numerosos sistemas de almacenamiento de agua que se han emprendido, especialmente en las regiones áridas y semiáridas en las que la conservación del agua para riego es una necesidad fundamental.

Aunque dentro de la clasificación de presas de tierra están comprendidos varios tipos, los adelantos obtenidos en los equipos de excavación, acarreo y compactación de materiales terrosos, ha hecho el tipo de presas de tierra compactada tan económico que virtualmente ha reemplazado las presas de terraplenes de concreto hidráulico y semi-hidráulico, lo que es especialmente cierto, al tratarse de la construcción de pequeñas estructuras, en las que la relativamente pequeña cantidad de material que hay que manejar, impide la instalación de la planta de grandes dimensiones que es necesaria para la eficiencia de las operaciones hidráulicas. Las presas de tierra compactada se subdividen en presas de un sólo material, o de varios.

Las presas de tierra requieren estructuras complementarias que sirvan de vertedores de demasías. La principal desventaja de una presa de tierra es que, si no tiene suficiente capacidad, el vertedor de demasías puede dañarse y aun destruirse por el efecto erosivo del agua que llegue a rebasarla. También están sujetas a sufrir serios daños y aun a fallar debido a las perforaciones hechas por animales cavadores, a menos de que se tomen precauciones especiales.

### **Presas de enrocamiento**

En las presas de enrocamiento se utiliza roca de todos los tamaños para dar estabilidad a una membrana impermeable. La membrana puede ser una capa de material impermeable del lado del talud mojado, una losa de concreto, un recubrimiento de concreto asfáltico, placas de acero o cualquier otro dispositivo semejante; o puede ser un núcleo interior delgado de tierra impermeable.

Como los terraplenes de tierra, los de roca están sujetos a daños y destrucción si los rebasa el agua y, por lo tanto, deben tener un vertedor de demasías de la capacidad adecuada para evitar que esto suceda. Una excepción la constituyen las presas derivadoras extremadamente bajas en las que el enrocamiento está especialmente proyectado para soportar los derrames. Estas presas requieren cimentaciones que no estén sujetas a asentamientos de magnitudes suficientes para romper la membrana impermeable. Las únicas cimentaciones adecuadas, por lo general, son la roca o la arena compacta y la grava.

El tipo de enrocamiento se adapta a los sitios remotos, donde abunda la roca buena, donde no se encuentra tierra buena para una presa de tierra, y donde la construcción de una presa de concreto resultaría muy costosa.

### **Presas de concreto del tipo de gravedad**

Las presas de gravedad de concreto se adaptan a los lugares en los que se dispone de una cimentación de roca razonablemente sana, aunque las estructuras bajas se pueden establecer sobre cimentaciones aluviales si se construyen los dados adecuados. Se adaptan bien para usarse como cresta vertedora y, debido a esta ventaja, a menudo se usan formando la parte vertedora de las presas de tierra y de enrocamiento o de una presa derivadora.

Hace algunos años las de las presas de gravedad se construyeron de mampostería, sin embargo, la cantidad de mano de obra requerida en esta operación ha sido la causa de que se sustituya la mampostería por el concreto en la construcción de las presas modernas de gravedad.

Las presas de gravedad pueden tener planta curva o recta. La planta curva puede proporcionar algunas ventajas con respecto al costo y a la seguridad. Además, ocasionalmente, la

curvatura hacia aguas arriba puede situar esa parte de la presa en una cimentación más elevada de roca.

### **Presas de concreto del tipo de arco**

Las presas de concreto del tipo de arco se adaptan a los lugares en los que la relación de la distancia entre los arranques del arco a la altura no es grande y donde la cimentación en estos mismos arranques es roca sólida capaz de resistir el empuje del arco.

### **Presas de concreto del tipo de contrafuertes**

Las presas del tipo de contrafuertes comprenden las de losas y las de arcos. Requieren aproximadamente 60% menos de concreto que las presas macizas de gravedad, pero los aumentos debidos a las cimbras y al refuerzo de acero necesario, generalmente contrarrestan las economías en concreto. Se construyeron varias presas de contrafuertes en la decena de los 30, cuando la relación del costo de la mano de obra al costo de los materiales era comparativamente baja.

Este tipo de construcción no puede competir generalmente con los otros tipos de presas cuando la mano de obra es cara. El proyecto de las presas de contrafuertes se basa en el conocimiento y criterio que se adquiere solamente por la experiencia especializada en este tipo de obras.

## **1.3 La seguridad en las presas de concreto**

### **El riesgo de las presas**

Las presas están probablemente entre las estructuras recientes más grandes creadas por el hombre; los embalses retenidos por las presas fueron elementos clave en los sistemas de abastecimiento de agua que datan desde al menos 5000 años. Las primeras, sin duda, fueron pequeños diques que fueron diseñados por prueba y error, las fallas de estas presas deben haber ocurrido frecuentemente pero con pequeñas consecuencias. De cualquier forma, con las crecientes necesidades de agua y con la confianza derivada de las experiencias previas en diseños exitosos, su tamaño aumentó, llegando a incrementar el potencial de desastre. El entendimiento de los cambios en el comportamiento de presas más grandes incrementa la audacia de los planeadores, entonces las fallas continúan ocurriendo con consecuencias trágicas crecientes. Esta historia de tragedias por fallas en presas originan el establecimiento de agencias responsables de su seguridad.

El riesgo ocasionado por grandes presas ha sido demostrado por las fallas de algunas de ellas, de todos tipos y en varias partes del mundo. Sin embargo, ninguna falla ha sido ocasionada por excitación sísmica en presas de concreto. Por otro lado, dos ejemplos significativos del daño sísmico ocurrieron en 1960. Hsinfengkiang en China y Koyna en India. El daño fue suficientemente severo en ambos casos para requerir reparaciones mayores y refuerzos, pero los embalses no fueron liberados, así que no hubo daño por inundación. De cualquier forma, este excelente registro no es una causa suficiente para estar satisfecho acerca de la seguridad sísmica de las presas de concreto, porque ninguna ha estado sujeta a la máxima excitación sísmica concebible mientras retiene el máximo embalse. Por esta razón es esencial que todas las presas existentes en regiones sísmicas, también como las planeadas para tales regiones, sean revisadas para asegurar que se comportarán satisfactoriamente durante el sismo más severo al que pudieran ser sujetas.

Los factores principales que deben ser considerados para verificar la seguridad sísmica de las presas de concreto existentes o propuestas incluyen la definición de la excitación sísmica esperada y la evaluación de la respuesta de la estructura a este requerimiento. Usualmente, la respuesta estructural es calculada primero asumiendo que la presa es un sistema lineal en la que los desplazamientos son directamente proporcionales a la excitación de entrada. Para establecer la capacidad de resistencia última, sin embargo, los mecanismos de falla y la no linealidad resultante deben también ser considerados. La evidencia observada provee la mejor indicación de que el verdadero desempeño de una presa es en el rango de respuesta dinámica; de aquí, una parte importante de la ingeniería sísmica para presas de concreto es la evaluación de los datos de pruebas dinámicas, la información de la respuesta sísmica real y los datos de pruebas en laboratorio y campo. Finalmente, para asegurar que las presas de concreto existentes o propuestas proveen la seguridad adecuada, deben ser establecidos criterios de desempeño adecuados contra los que el comportamiento sísmico predicho de una presa puede ser evaluado.

### **Evidencia observada**

Todas las predicciones analíticas de comportamiento sísmico de presas de concreto están basadas en numerosos supuestos, cada uno de ellos tiene un rango limitado de validez. Aún en el



diseño de experimentos en mesas vibratorias empleando modelos físicos de presas de concreto se requiere de la introducción de suposiciones simplificadoras, de acuerdo con la naturaleza de los movimientos sísmicos simulados y en las propiedades de la estructura del modelo y de la cimentación en las que son colocadas. Por estas razones la mejor evidencia, por mucho, acerca del comportamiento sísmico de las presas de concreto, es la obtenida de presas reales que han sido sujetas a sismos reales.

Debido a que los sismos reales proveen la mejor prueba de respuesta sísmica, es esencial que muchas más presas sean provistas con instrumentación sísmica adecuada para que la evidencia cuantitativa pueda ser obtenida para ser usada en verificar los procedimientos de evaluación de seguridad. Además la instrumentación en campo libre debe ser instalada en sitios potenciales para presas en regiones con gran sismicidad para que mejor información pueda ser obtenida acerca de la excitación sísmica a la que las presas típicas puedan estar sujetas. La escasez de datos sísmicos adecuados es probablemente el más grande impedimento para progresar hacia el mejoramiento de los procedimientos de evaluación sísmica de las presas.

No obstante, aún si los datos de entrada están bien establecidos, el grado de daño esperado de una gran excitación sísmica de una presa de concreto no puede ser predicha con certeza. Parte de la incertidumbre yace en las propiedades físicas no lineales del concreto y esta información puede ser obtenida únicamente de programas bien planeados de pruebas de materiales. En suma, muchos supuestos son hechos formulando procedimientos de análisis no lineales y estos deben ser validados por experimentos que simulen ambos, la excitación y la respuesta estructural. Experimentos de vibración en campo, usando excitaciones ambientales o forzadas son muy útiles para verificar los modelos matemáticos del sistema en amplitudes de respuesta baja. Las mesas vibratorias son los únicos medios factibles para probar el sistema dentro de los rangos de falla. Sin embargo, debe ser reconocido que la dificultad de lograr una similitud del modelo se incrementa cuando las dimensiones del modelo son reducidas, en particular, para las leyes usadas más comúnmente.

### **Criterios de desempeño sísmico**

El diseño de presas de concreto resistentes a sismos debe estar basado en criterios apropiados de desempeño que reflejen el nivel deseado de seguridad y la naturaleza de los procedimientos de diseño y análisis. Antes de que las computadoras fueran utilizadas en los cálculos de diseño, los criterios usuales eran simplemente revisiones de la estabilidad estática de la presa; de este modo, no representaban el comportamiento real de respuesta sísmica dinámica y no proveían ninguna garantía contra el daño o colapso sísmico. Ahora, con los procedimientos de análisis computacionales modernos, es posible predecir con algo de precisión la respuesta lineal elástica que resultará de una entrada sísmica especificada, no obstante, debido a las incertidumbres en las características del sismo esperado, en el modo que la excitación es aplicada a la presa, en las propiedades dinámicas resistentes del concreto y la naturaleza del mecanismo último de falla, aún no es posible prescribir exactamente los criterios de desempeño a ser usados en el diseño de presas de concreto. Por este motivo los criterios usados actualmente en la evaluación sísmica de las presas existentes de concreto o en el diseño de nuevas presas generalmente son simples revisiones de esfuerzos en los cuales los esfuerzos elásticos predichos son comparados con la resistencia esperada del concreto.

Los datos de entrada sísmica especificados en la mayoría de los criterios son el sismo base de diseño y el sismo máximo creíble. El sismo base de diseño es definido como la excitación sísmica más grande esperada a ocurrir al menos una vez durante la vida de la presa, posiblemente 100 años. Éste no debe causar daño significativo a la presa; de esta manera, en la respuesta a tal entrada sísmica es apropiado limitar el máximo esfuerzo del concreto para la resistencia del material aplicada con un factor de seguridad. El sismo máximo creíble es la más grande excitación que pueda ocurrir en el sitio de la presa; tiene una muy baja probabilidad de ocurrencia, y por esto, podría ser aceptable daño significativo por este sismo; sin embargo, la presa no debe romperse y amenazar vidas y propiedades aguas abajo. Es evidente que el criterio de diseño para la respuesta al máximo sismo creíble debe involucrar más que la comparación del esfuerzo pico con la resistencia del concreto. No obstante, algunas ideas de acuerdo con la posibilidad de colapso pueden ser obtenidas al estudiar la extensión de las regiones dentro de la presa en las que se esperen esfuerzos que posiblemente induzcan grietas, especialmente en sitios en que la estructura podría estar sujeta a tales esfuerzos. En adición, la posibilidad de colapso puede estar relacionada con el número de veces y con la duración total que el umbral de esfuerzo de agrietamiento es excedido.

Eventualmente, se espera que las capacidades de análisis no lineal sean mejoradas al punto en que los criterios de desempeño puedan ser establecidos en términos de cantidades aceptables de desplazamiento no lineal; ambos tipos de desplazamiento y su localización en la presa pueden influir en la amplitud aceptable de desplazamientos. Sin embargo, tendrán que lograrse avances significativos para el entendimiento de posibles mecanismos de colapso sísmico, así como en capacidad de análisis no lineal para presas de concreto. De este modo, es evidente que la investigación analítica y experimental en el comportamiento no lineal de las presas de concreto debe continuar.

Los programas de inspección de presas han provisto información sobre ellas y se han identificado algunas que necesitarían estudios detallados para determinar si cumplen el nivel requerido de seguridad. Fallas posibles debidas a todos los tipos de causas fueron considerados para ambas presas: concreto y tierra. Para las presas localizadas en regiones sísmicas se concluyó generalmente que se necesitaban investigaciones más profundas de seguridad sísmica debido a los avances en el conocimiento de la entrada de datos sísmicos como también en el mejor entendimiento de los mecanismos de respuesta dinámica. Además, han sido hechas predicciones de desempeño para un número relativamente pequeño de nuevas presas construidas o diseñadas para regiones sísmicas.

Para poner la cuestión de la seguridad sísmica de las presas de concreto en la perspectiva correcta, debe notarse que no hay ningún registro de alguna presa de concreto que haya sido dañada debido a la excitación sísmica al grado de que el embalse haya sido liberado. Este registro perfecto prevalece aunque más de 100 presas de concreto de todos los tipos han sido sujetas a excitaciones medibles debido a sismos en muchas partes del mundo. Pero este registro no es completo, porque en algunos casos las mediciones reales de la intensidad del sismo y su severidad son desconocidas. Así que no es posible sacar alguna conclusión definitiva referente a la seguridad del desempeño histórico. Consecuentemente, aún cuando los registros de seguridad sísmica en presas de concreto es excelente, debe realizarse mucha más investigación porque los detalles de su comportamiento necesitan ser comprendidos y ser predichos confiablemente.

Hasta hace tres o cuatro décadas, la única consideración dada a los sismos en el diseño de presas de concreto fue el aplicar una fuerza estática horizontal especificada como una fracción del peso de la estructura para representar la carga de diseño sísmica. En etapas posteriores este método de diseño de carga sísmica equivalente a menudo incluía un peso adicional para representar la resistencia inercial del agua detrás de la presa. En estos análisis una presa de gravedad era modelada como una simple columna en cantiliver de sección variable, pero con el desarrollo de las computadoras y del método de elemento finito, llegó a ser posible modelar la configuración geométrica de la presa en un modo realista. Al usar elementos finitos tridimensionales, aún las presas de arco podían ser modeladas confiablemente. Subsecuentemente, el procedimiento de análisis fue extendido para tratar la verdadera característica dinámica de los movimientos sísmicos y la interacción dinámica de la presa con el embalse y la roca de cimentación; entonces el método mencionado de la carga sísmica estática equivalente fue aplicado sólo en análisis preliminares. Estudios actuales que toman ventaja de estos avances en los métodos analíticos dan buenas estimaciones de la seguridad sísmica de las presas existentes o propuestas. Sin embargo, las incertidumbres aún continúan acerca de cada aspecto de los análisis y un esfuerzo de investigación intensivo y continuo es necesario para alcanzar el punto en el que se logre la completa confianza de las predicciones de la seguridad sísmica.

## 1.4 Descripción de la Presa Trigomil

### Información General

La presa General Ramón Corona Madrigal, Trigomil, ha sido diseñada para tener una capacidad total de almacenamiento de 324 millones de metros cúbicos de agua del río Ayuquila y para dar paso, por su cresta vertedora, a un gasto de 3655 metros cúbicos por segundo.

Con la presa de almacenamiento Trigomil se benefician directamente cerca de 2500 productores de los poblados Autlán, El Grullo, El Limón y Unión de Tula, en el estado de Jalisco; ya que se abrieron al riego 8636 hectáreas. El objetivo principal del proyecto es consolidar y ampliar el Distrito de Riego "El Grullo-Autlán" y, adicionalmente, controlar las avenidas del río Ayuquila, en el tramo Tacotán-Trigomil. Asimismo, la presa permite y favorece el aprovechamiento eficiente del agua en la zona y para poder satisfacer las demandas del líquido vital en el estado de Colima.

La obra aprovecha los escurrimientos de los ríos Ayuquila, San Antonio y Ayutla; tiene una capacidad total de almacenamiento de 324 millones de metros cúbicos y su cortina es de gravedad, de concreto compactado con rodillo (CCR), tiene una altura de 107 metros y 250 de longitud, además de un vertedor de demasías con perfil en cimacio ubicado al centro de la sección de gravedad, con capacidad de 3655 m<sup>3</sup>/s y una obra de toma del tipo de conducto de acero en el lado izquierdo de la cortina con capacidad para 30 m<sup>3</sup>/s para riego y futuro uso en generación eléctrica.

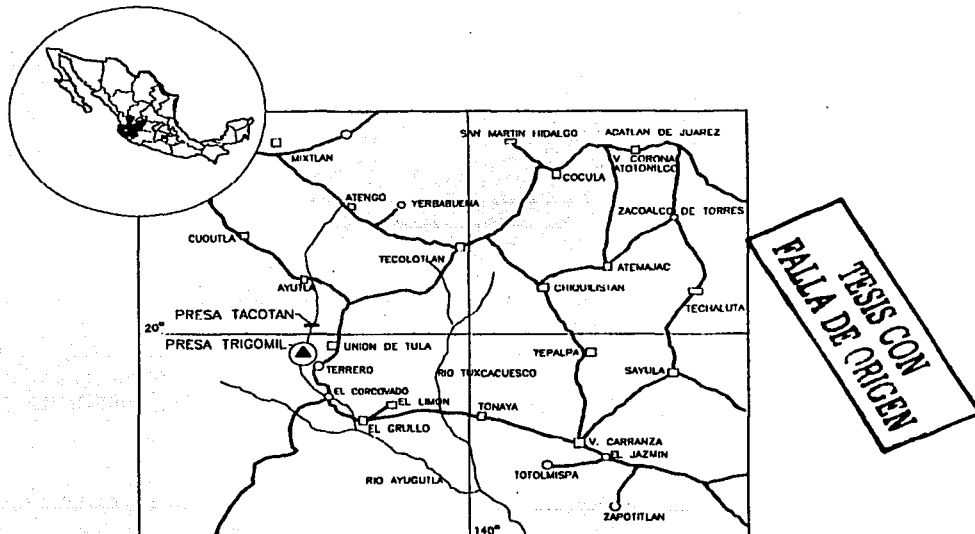


Figura 1.1 Localización de la presa Trigomil

## Localización geográfica

La presa se localiza sobre el río Ayuquila, aproximadamente 15 km aguas abajo de la presa Tacotán, encontrándose al oeste del poblado Unión de Tula, Jalisco, (ver figura 1.1). Geográficamente se ubica en la intersección del paralelo 19°58' latitud norte y el meridiano 104°22' longitud oeste. La zona elegida para la construcción está entre la también Presa de Almacenamiento Tacotán y la Derivadora El Corcovado.

Como la región donde se construyó la presa es sísmica, se consideró un factor por sismos de 0.17; de esta manera, la obra queda comprendida entre las que tienen un buen sistema de seguridad al respecto.

## Hidrología

El sitio de la Presa Trigomil corresponde a la región hidrológica 16 Armería-Coahuayana y el área de la cuenca Trigomil es de 997.90 km<sup>2</sup> y corresponde a la cuenca Trigomil-Tacotán que tiene un área total de 2164.90 km<sup>2</sup>. El área del embalse de la presa Trigomil es de 864 ha al nivel de aguas máximas ordinarias NAMO y de 1008 ha al nivel de aguas máximas extraordinarias NAME.

Para la realización del proyecto hidrológico se observaron durante 34 años, comenzando en 1943 hasta 1977, los escurrimientos anuales mínimos, medios y máximos de 47.3 millones de m<sup>3</sup>, 131.8 millones de m<sup>3</sup> y 317.7 millones de m<sup>3</sup> respectivamente.

El gasto máximo observado fue de 1612 m<sup>3</sup>/s que tuvo lugar el 10 de octubre de 1943. Por tal motivo se propuso una avenida de diseño de 4000 m<sup>3</sup>/s que corresponde a un período de retorno de 10000 años. El bordo libre es de 2.94m y las capacidades y elevaciones se muestran en la tabla siguiente.

Capacidades de almacenamiento y elevaciones		
Capacidad	Almacenamiento millones de m <sup>3</sup> /s	Elevación m
Azóvles	25	
Útil	225	1201.40 NAMO
Control de Avenidas	74	1209.36 NAME
Total	324	

## Cortina

La presa consta de una cortina sección de gravedad de concreto compactado con rodillo (CCR), es la segunda construida en el país con este procedimiento, con una altura máxima desde el desplante de 107 m, una longitud también en metros de 250 y un ancho de corona de 5.80 m. El paramento aguas arriba es vertical hasta la elevación 1165 m.s.n.m. y de esta elevación hasta su desplante cambia a un talud de 0.24:1. El paramento de aguas abajo es vertical hasta la elevación 1202.15 m.s.n.m. y desde esta elevación hasta su desplante tiene un talud de 0.8:1.

## Instrumentación

La cortina cuenta con un sistema de instrumentación para realizar un registro acertado y oportuno de los movimientos y desplazamientos que podría sufrir la estructura. Para ello, cuenta con 6 cuerdas vibrantes (deformímetros) colocados dentro del cuerpo de la cortina y a diferentes

elevaciones y que se agrupan en dos cajas de registro en la parte superior de la corona, debidamente identificadas.

Para determinar si existe desplazamiento en la cortina, se cuenta con un eje de colimación con 22 testigos a lo largo de la corona, 11 en cada lado, un monumento de centraje forzoso en la ladera izquierda y una mira en la ladera derecha, así como 2 bancos de nivel, el del lado izquierdo a la elevación 1213.573 m.s.n.m. en color rojo y el de la derecha a la elevación 1212.036 m.s.n.m. en color blanco.

Para el registro de movimientos sísmicos se cuenta con dos casetas ubicadas una sobre la corona junto al vertedor, elevación 1212.30 m.s.n.m. y la otra sobre el macizo rocoso en la ladera izquierda a 50 m aguas arriba sobre el camino de acceso a la cortina, elevación 1213.00 m.s.n.m.

A pesar de que la cortina cuenta con instrumentación sísmica, no se han recopilado registros de movimientos sísmicos debido a fallas en los equipos.

### **Obra de toma y vertedor**

La obra de toma tiene un gasto de diseño de 30 m<sup>3</sup>/s, al nivel mínimo de operación (elevación 1164.20 m.s.n.m.), se encuentra alojada en el lado izquierdo de la cortina, con umbral en la elevación de 1151.50 m.s.n.m.; consta de una estructura de rejas en su acceso.

El vertedor está alojado en el centro de la sección de gravedad; consiste en un cimacio o cresta vertedora a la elevación 1201.40 m.s.n.m., una rápida a base de losa corrida de concreto reforzado de 1.00 m de espesor apoyada y anclada en la cortina, dos muros de encauce de concreto reforzado de sección trapecial con 0.50 m en la parte superior 1.00 m en la base y una longitud de 100.00 m cada uno con altura variable; está rematado en una estructura disipadora de energía del tipo salto de esquí. A la elevación 1160.00 m.s.n.m. de la rápida, se construyó un aireador transversal para reducir el riesgo de cavitación.

Para el diseño de la cortina y vertedor se consideró una avenida de diez mil años de período de retorno, con un gasto de 4000 m<sup>3</sup>/s y el vertedor tiene una longitud de 75.00 m, que le permite descargar 3655 m<sup>3</sup>/s, con una carga de 7.96 m.

### **Construcción**

El volumen de concreto compactado con rodillo fue de 361,500 m<sup>3</sup>, mientras que el concreto simple alcanzó un volumen de 43,400 m<sup>3</sup> y el concreto reforzado utilizado fue 10,500 m<sup>3</sup> con 146 toneladas de acero de refuerzo. Se utilizaron 280,000 piezas de losas prefabricadas. El volumen de excavación para limpieza y desplante fue 34,000 m<sup>3</sup>.

<b>Periodo de construcción</b>	
Iniciación del camino de acceso	1983
Iniciación presa de almacenamiento	1986
Colocación de concreto compactado con rodillo	Febrero 1991 - Febrero 1992
Terminación presa de almacenamiento	1993

## **Comportamiento a la fecha**

No han ocurrido asentamientos, no se han registrado movimientos en otras direcciones y no hay fracturas ni grietas. Los mecanismos de operación se han comportado normalmente a la fecha.

Se observan filtraciones constantes en inspecciones realizadas en las galerías del cuerpo de la cortina, mismas que se acentúan al subir el nivel del embalse, considerándose éstas como normales por las características del material utilizado en la construcción. Los gastos de filtración máximos observados se presentaron cuando se llenó la presa en construcción (enero 1992), con un valor estimado mayor a  $0.1 \text{ m}^3/\text{s}$ . Las filtraciones disminuyeron hasta  $0.01 \text{ m}^3/\text{s}$  con un nivel medio en el vaso.

## 1.5 Métodos bidimensionales de análisis

### Origen y evolución

Las presas de concreto son estructuras de dimensiones tales, que por su propio peso resisten las fuerzas que actúan sobre ellas. Si se construyen en cimentaciones buenas las presas sólidas de concreto son estructuras permanentes que requieren poca conservación.

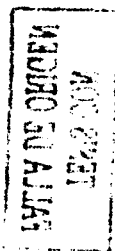
La mampostería no sirvió para la construcción más que de presas bajas, y se desarrollaron otros métodos de construcción. Según los registros, primero se usó un mortero de arcilla para unir la mampostería; después se descubrió y usó el mortero de cal. Las presas del tipo de mampostería fueron superadas con mucho por las del tipo de concreto ciclópeo, que fueron las predecesoras de las presas modernas de concreto del tipo de gravedad. Innumerables innovaciones en el proyecto y la construcción, como la refrigeración de la masa para difundir el calor de hidratación, el uso de nuevos cementantes, la construcción en bloques separados y muchas otras, han hecho posible la construcción de estructuras monumentales. La relación de la base a la altura de estas estructuras de concreto es mucho menor que 1:1.

A continuación se discutirán las fuerzas estabilizadoras y las que no lo son, que actúan en las presas de concreto del tipo de gravedad y los requisitos para su estabilidad.

### Fuerzas que obran sobre la presa

Para el proyecto de las presas de gravedad, es necesario determinar las fuerzas que afectan la estabilidad de la estructura. Las fuerzas que se consideran en las presas de gravedad, son las debidas a la presión del agua, tanto externa como interna (o subpresión), la presión del azolve, la presión del hielo, las fuerzas producidas por los sismos, el peso de la estructura y la reacción resultante de la cimentación. La figura 1.2 muestra las condiciones normales de carga. Los símbolos y definiciones para las condiciones normales de carga se dan enseguida:

- $\psi$  = Ángulo entre la cara del elemento y la vertical
- $T$  = Distancia horizontal de la arista de aguas arriba a la arista de aguas abajo de la sección
- $I$  = Momento de inercia de la base de ancho unitario con relación a su centro de gravedad, igual a  $T^3/12$
- $w_c$  = Peso unitario del concreto
- $w$  = Peso unitario del agua
- $h$  o  $h'$  = Distancia vertical del agua del vaso o de la descarga, respectivamente, a la base de la sección
- $p$  o  $p'$  = Presión del agua del vaso o del agua de descarga, respectivamente, en la base de la sección. Es igual a  $wh$  o  $wh'$
- $W_0$  = Carga muerta arriba de la base de la sección que se considera incluyendo el peso del concreto.  $W_0$  más el de los accesorios como compuertas y puentes
- $W_w$  o  $W_w'$  = Componente vertical del agua del vaso o carga del agua de descarga, respectivamente, sobre el paramento arriba de la base de la sección
- $M_0$  = Momento de  $W_0$  con relación al centro de gravedad de la base de la sección
- $M_w$  o  $M_w'$  = Momento de  $W_w$  o  $W_w'$  con relación al centro de gravedad de la base de la sección
- $V$  o  $V'$  = Componente horizontal de la carga del agua del vaso o del agua de descarga, respectivamente, sobre el paramento arriba de la base de la sección. Esta es igual a  $wh^2/2$  para  $V$  y  $w(h')^2/2$  para  $V'$  en las condiciones normales
- $M_p$  o  $M_p'$  = Momento de  $V$  o  $V'$  con relación al centro de gravedad de la base de la sección, igual a  $wh^3/6$  para  $M_p$  y  $w(h')^3/6$  para  $M_p'$





- $\Sigma W$ = Fuerza vertical resultante arriba de la base de la sección, igual a  $W_o + W_w + W_w'$   
 $\Sigma V$ = Fuerza horizontal resultante arriba de la base de la sección, igual a  $V - V'$   
 $\Sigma M$ = Momento resultante de las fuerzas arriba de la base de la sección con relación al centro de gravedad de la base de la sección. Es igual a  $M_o + M_w - M_w' - (M_p - M_p')$   
 $e$ = Distancia del centro de gravedad de la base de la sección al punto donde la resultante de  $\Sigma W$  y  $\Sigma V$  corta la base de la sección. Es igual a  $\Sigma M / \Sigma W$   
 $U$ = Fuerza total de subpresión sobre una sección horizontal, es igual a  $T(p+p')/2$

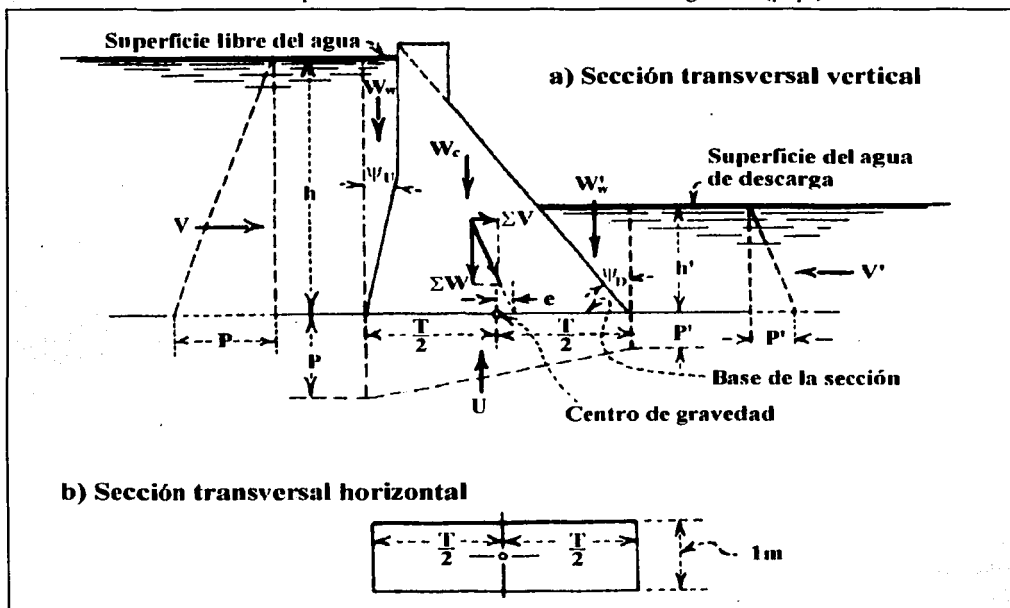


Figura 1.2 Fuerzas que actúan sobre una presa de concreto del tipo de gravedad

Otras fuerzas, entre las que se incluyen los vientos y las olas, son insignificantes por lo general y no es necesario considerarlas en los análisis de la estabilidad.

Además de las condiciones normales de carga, puede ser necesario aplicar las cargas del hielo, del azolve y las producidas por los terremotos. Sin embargo, no es probable que todas estas cargas adicionales ocurran al mismo tiempo. La decisión de si se consideran estas cargas adicionales y en qué combinaciones, debe tomarla un ingeniero experimentado en el proyecto de presas.

### Presión hidráulica

La presión externa del agua que actúa sobre una presa que no es vertedora, se ilustra en la figura 1.3. En el paramento de aguas arriba, por ejemplo, la fuerza horizontal es  $V$  y la fuerza vertical es  $W_w$ . Se acepta generalmente para el peso del agua  $1 \text{ ton/m}^3$ .

Sobre las presas vertedoras sin dispositivos de control, la presión horizontal total sobre el paramento de aguas arriba, se representa por el trapecoide (abcd) en la figura 1.3 en la que las presiones unitarias en la parte superior y en la inferior son  $h_1$  y  $h$ , respectivamente. La línea de acción de la fuerza pasa por el centro de gravedad del trapecoide.

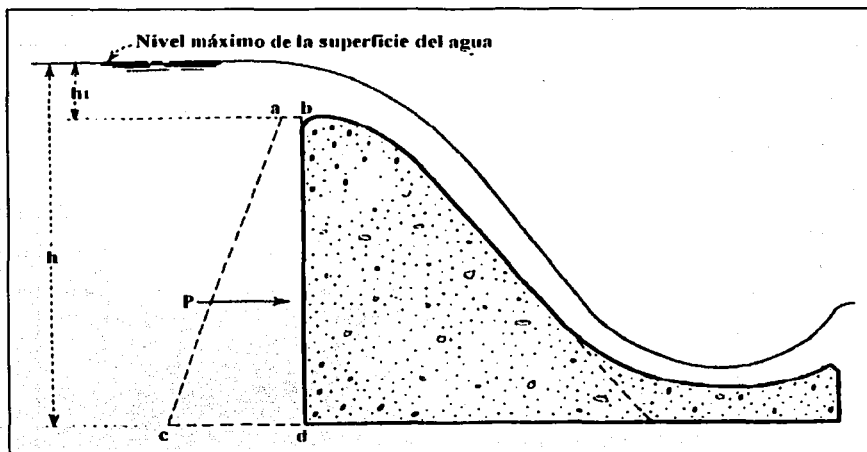


Figura 1.3 Presiones del agua que actúan sobre una presa vertedora de concreto

La componente vertical del agua que se vierte por la cresta del vertedor no se usa en el análisis porque el agua se aproxima con la velocidad del chorro, que reduce mucho la presión vertical sobre la presa. De la misma manera, debido a su elevada velocidad, la corriente del agua en el paramento de aguas abajo no ejerce presión suficiente sobre la presa para que se le tome en cuenta. Cuando existe presión del agua de descarga o presión hacia atrás sobre el paramento de aguas abajo, se trata de la misma manera que la presión del agua en la figura 1.2. Si se usan en la corona compuertas, agujas, u otros detalles de control se consideran como partes de la presa en lo que toca a la aplicación de la presión del agua.

### Presión interna o subpresión

Las fuerzas de subpresión se presentan como presiones internas en los poros, grietas y hendiduras tanto de la presa como de su cimentación. Es evidente que estos espacios en la presa o en la cimentación estarán llenos de agua, la cual ejerce presiones en todas direcciones. Esta presión puede tener un efecto importante en la estabilidad de la presa y debe incluirse en el análisis. Se supone que a las fuerzas de subpresión no las afectan las fuerzas producidas por los sismos.

La intensidad de la subpresión debajo de una presa de concreto sobre una cimentación de roca es difícil de determinar. Generalmente, se supone que las presiones intersticiales en la roca o en el concreto son efectivas sobre toda la base de la sección como se muestra en la figura 1.4. Es evidente que bajo el efecto de una carga sostenida, la intensidad de la subpresión en el paramento de aguas arriba es igual a la presión total del vaso y varía en forma aproximada a la línea recta desde este punto a la presión del agua de descarga, o cero, en el paramento de aguas abajo, si no

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

hay agua de descarga. Esto es cierto no solamente en el contacto entre la presa y la cimentación sino también dentro del cuerpo de la misma presa.

Las subpresiones se pueden reducir construyendo drenes a través del concreto de la presa y perforando agujeros de drenaje en la roca de la cimentación. Estos drenes se colocan generalmente cerca del paramento de aguas arriba de la presa, aunque se debe tener cuidado para asegurarse de que no se producirán tubificaciones. En muchas presas se construyen drenes de este tipo cuando son de altura considerable y medidas reales de la subpresión tomadas debajo de la presa han demostrado que son muy efectivos.

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

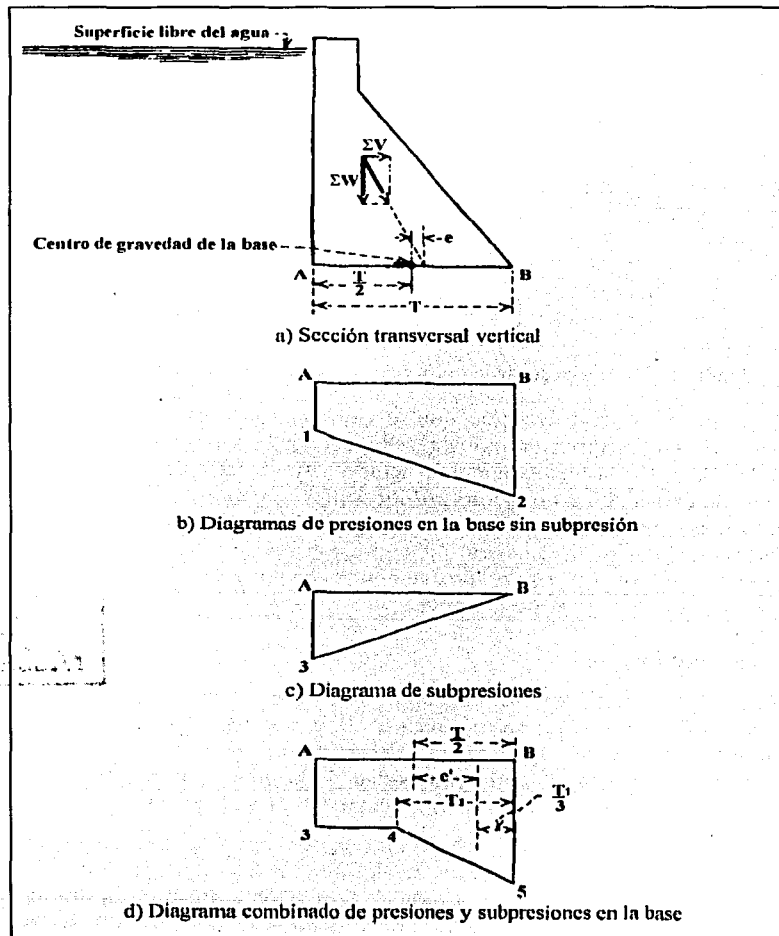


Figura 1.4 Presiones en la base de la cimentación en una presa de gravedad

## **Presión del azolve**

Casi todas las corrientes llevan una cantidad apreciable de limo tanto en sus gastos normales como en las avenidas. Cuando en una corriente que lleva limos se construye una presa, eventualmente entrarán en el vaso y se depositarán en el agua tranquila, aguas arriba de la presa. Si se deja acumular contra el paramento de aguas arriba de la presa, el limo ejercerá cargas mayores que la presión hidrostática. En ausencia de datos seguros, una suposición relativamente común sobre la presión del limo es considerar la carga horizontal como equivalente a la de un líquido que pese  $1400 \text{ kg/m}^3$  y un peso vertical de  $1900 \text{ kg/m}^3$ .

Se han proyectado muchas presas de gravedad sin tomar en cuenta la carga de los azolves. Existen algunas razones para despreciar la carga del azolve, inicialmente no existe la carga del limo y con el tiempo puede llegar a ser un factor importante; el limo ha consolidado en cierto grado y, por lo tanto, actúa menos como un líquido. Además, el limo depositado en un vaso será algo impermeable y ayudará a disminuir la subpresión debajo de la presa.

Se deberá dar mayor importancia a los azolves cuando el objeto principal es la detención de limo. En este caso, el proyectista no quedará satisfecho en suponerla equivalente a una cantidad arbitraria.

## **Sismos**

Los sismos generan aceleraciones a las presas que pueden aumentar las presiones del agua y del limo sobre ellas y los esfuerzos dentro de las mismas presas. Debe dejarse algún margen para las cargas producidas por los movimientos sísmicos en el proyecto de las presas que se van a construir en las zonas sísmicas. Además del aumento de las cargas del agua y de los azolves, se debe tomar en cuenta el efecto de los sismos de la carga muerta sobre la estructura.

Se deben aplicar las cargas tanto verticales como horizontales producidas por los temblores en la dirección en que la estructura quede menos estable. Para la condición de vaso lleno ésta será una fuerza sobre la cimentación en la dirección de aguas arriba y aguas abajo. El primero aumenta la carga hidráulica y produce un momento de vuelco debido a la inercia del concreto. El segundo produce una disminución de peso del concreto y del agua arriba del paramento inclinado, reduciendo de esta manera la estabilidad de la estructura.

Con objeto de obtener las fuerzas totales debidas a un sismo, es necesario determinar su intensidad o aceleración, que generalmente se expresa como fracciones de la aceleración de la gravedad. Las aceleraciones que razonablemente se pueden suponer en el sitio de una presa se determinan tomando en consideración la geología de la zona, vecindad con fallas mayores, antecedentes de terremotos en la región y los registros sísmicos de que se pueda disponer. En las zonas que no están expuestas a fuertes temblores, generalmente se usa una fracción de la aceleración de la gravedad de 0.10 en dirección horizontal y vertical de 0.05.

## **Requisitos de estabilidad**

Las presas deben proyectarse para que resistan con un amplio factor de seguridad tres causas de destrucción: el vuelco, el deslizamiento y los esfuerzos excesivos.

## Volcadura

Existe una tendencia en las presas de gravedad a volcarse girando alrededor del talón de aguas abajo en la cimentación, o alrededor de la arista de aguas abajo de cada sección horizontal. Si el esfuerzo vertical en la arista de aguas arriba que se calcula en cualquier sección horizontal, sin la subpresión, excede a la subpresión en ese punto, se considera que la presa es segura contra el vuelco con un amplio factor de seguridad. Si la subpresión en el paramento de aguas arriba excede al esfuerzo vertical en cualquier sección horizontal, calculado sin subpresión, las fuerzas de subpresión a lo largo de la grieta horizontal supuesta aumenta mucho la tendencia en la presa a volcarse con relación al paramento de aguas abajo. En estas condiciones, sin embargo, si B5 en la figura 1.4 inciso D es menor que el esfuerzo tolerado en la cimentación, se considera la presa segura contra el vuelco.

## Deslizamiento

La fuerza horizontal  $\Sigma V$  en la figura 1.2 tiende a desalojar la presa en una dirección horizontal. Esta tendencia la contrarrestan las resistencias producidas por la fricción y por la resistencia al corte del concreto o de la cimentación.

Las características cohesivas del concreto o de la roca, que afectan mucho al factor de fricción de corte, deben determinarse por medio de pruebas especiales de laboratorio o estimarse por algún ingeniero que haya tenido mucha experiencia en este campo específico. Para estructuras pequeñas, en las que no resulta económico ejecutar estas pruebas u obtener los servicios de un experto, el método usual de comprobar la estructura contra el desalojamiento horizontal es por la determinación de un factor de deslizamiento.

El factor de deslizamiento permisible es el coeficiente de fricción estática entre dos superficies de deslizamiento, reducido por un factor de seguridad conveniente. Si  $f$  representa el factor de deslizamiento permitido, una presa se considera segura contra el deslizamiento cuando  $\frac{\Sigma V}{\Sigma H - U}$  es igual a o menor que  $f$ . Los valores exactos del coeficiente de fricción estática se determinan con el auxilio de las pruebas de laboratorio, aunque hay algunos valores comunes para varios materiales de cimentación como los que se dan en la tabla:

Material	f
Roca sana con superficie limpia e irregular	0.8
Roca con algunas fisuras y laminaciones	0.7
Grava y arena gruesa	0.4
Arena	0.3
Choy (arcilla laminar)	0.3
Limo y arcilla	Es necesario hacer pruebas.

## Esfuerzos excesivos

El esfuerzo unitario en el concreto y la cimentación debe mantenerse dentro de valores máximos prescritos. Normalmente el esfuerzo en el concreto de las presas de gravedad será tan pequeño que una mezcla de concreto proyectada para satisfacer otros requisitos como la durabilidad y la manejabilidad, alcanzará suficiente resistencia para asegurar un factor de seguridad de cuando menos 4 contra el exceso de trabajo de los materiales.

## **Métodos avanzados de análisis**

En el análisis bidimensional convencional de presas de concreto se utilizan simplificaciones estáticas para considerar el efecto del sismo dando como resultado una respuesta sísmica conservadora. Con el avance tecnológico se han ideado nuevos métodos capaces de evaluar la respuesta dinámica de las presas, sin embargo, se han limitado a tratar estos problemas desde un punto de vista dinámico bidimensional o bien tridimensional pero bajo acciones estáticas.

Existen actualmente herramientas para el análisis dinámico bidimensional de presas de concreto y su utilidad ha sido probada en la misma presa aquí presentada. Este método simplificado bidimensional es útil cuando la longitud de la cortina es considerable ya que, debido a esta característica, el comportamiento tiende a uniformarse en secciones adyacentes y el análisis es limitado al plano.

Debido a esta característica, las presas de gravedad de concreto son usualmente evaluadas considerando comportamiento plano. Sin embargo, un análisis plano casi siempre indicará que durante la acción de un sismo se desarrollan esfuerzos mayores donde un análisis tridimensional probará que serán menores. No obstante, aunque estos análisis son apropiados en muchos casos, hay situaciones en las que deberán ser considerados los análisis tridimensionales, particularmente en las presas de concreto compactado con rodillo localizadas en sitios relativamente angostos, con una relación menor de 5 a 1 de la longitud de cresta respecto a la altura.

En el plano se requieren modelos y acciones muy simplificados en contraste con los análisis tridimensionales. En dichos análisis, su complejidad obliga a usar herramientas más especializadas para la generación de modelos, el cálculo de la respuesta necesita tiempos mayores de cómputo y el gran volumen de resultados dificulta su interpretación. Sin embargo, esta complejidad en el análisis logra optimizar los recursos en construcción de las presas que aún están en proyecto y ayuda a entender el comportamiento de las presas existentes de manera más realista.

El análisis tridimensional dinámico necesita, en primer lugar, modelos geométricos de tres dimensiones que sean representativos del sistema en estudio para luego evaluar la respuesta en el tiempo con métodos y herramientas de cálculo cuando se aplica una acción dinámica, finalmente, se necesitará una interpretación capaz de evaluar resultados variables en el espacio y en el tiempo.



## **2. Información Geosísmica**

### **2.1 Modelos: cortina, cimentación y embalse**

#### **Introducción**

Todo análisis parte de un modelo y de ciertas hipótesis que hacen que el problema sea más sencillo de resolver. Aunque pueden resultar lejos de la realidad, estas hipótesis simplifican la interpretación de la naturaleza adaptándola a los modelos matemáticos que pueden describir los comportamientos de estos modelos simplificados.

La naturaleza no siempre se puede explicar por modelos matemáticos sencillos, por esto, la labor del ingeniero es determinar en qué medida se pueden hacer estas simplificaciones y cuándo es necesario buscar modelos matemáticos más complejos que expliquen con más detalle las causas y los efectos que se aplican sobre las estructuras que se construyen para el beneficio de la sociedad. Así, se llega a una discusión entre qué es más conveniente: un modelo complejo y elaborado que llevará más tiempo en analizar pero que explique más detalladamente a la naturaleza o en un modelo simplificado que de manera aún más artificial trate de apegarse a las leyes naturales pero con más simplificaciones que lo alejan de la realidad.

Este estudio supera lo alcanzado hasta el momento al proponer un análisis hidrodinámico tridimensional, para lograrlo se requieren modelos tridimensionales de la cortina, embalse y cimentación donde se recurren a ciertas hipótesis simplificadoras pero que se aproximan más a la realidad.

#### **Geometría tridimensional**

La obtención de estos modelos se logra a partir de los levantamientos topográficos de la zona de la presa; así se genera el cuerpo de la cortina y el embalse será el volumen que queda tras el respaldo. La figura 2.1 muestra la vista en planta de la presa Trigomil así como las curvas de nivel aproximadas del cañón.

Las curvas de nivel se colocaron en sus cotas respectivas en modelos computacionales con el auxilio de programas de dibujo tridimensional y se generó así el modelo en el espacio del cañón que alberga a la presa.

La intersección de los planos de los taludes de aguas arriba y aguas abajo de la cortina con la superficie del cañón generó el modelo de la cortina y la región adyacente del embalse. En el conjunto de figuras 2.2 se muestran: vista en planta, perfil y perspectiva del nuevo modelo tridimensional.



TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

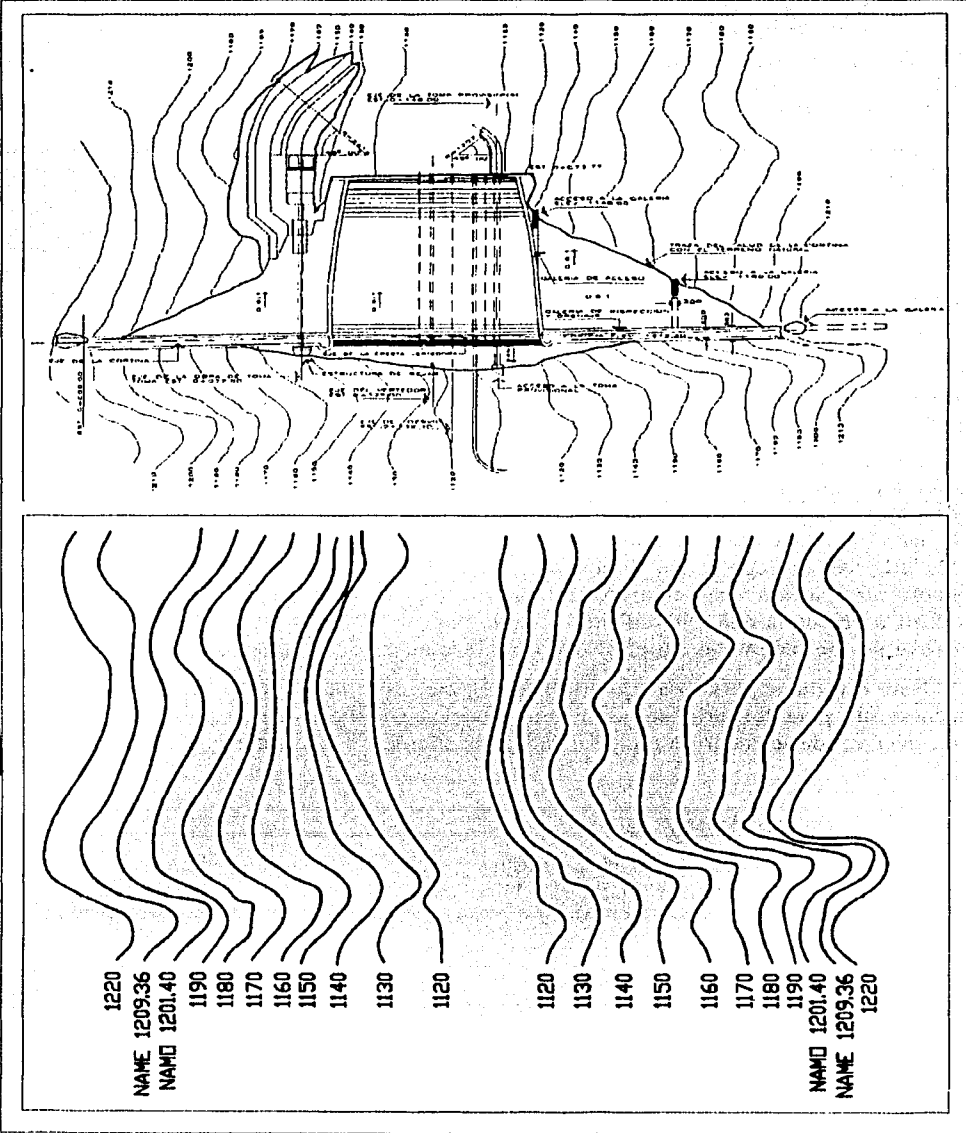


Figura 2.1 Planta de la presa Trigomil y curvas de nivel del cañón

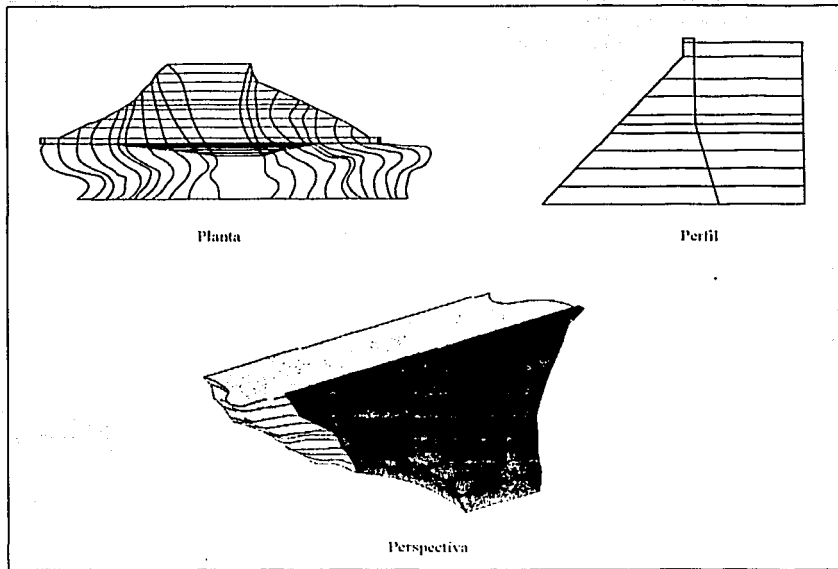


Figura 2.2 Modelo generado de la cortina y embalse en planta, perfil y perspectiva

TESIS CON  
PALA DE ORIGEN

### Modelos para análisis

El análisis requiere que la geometría tridimensional obtenida anteriormente sea dividida en secciones sólidas, planas y lineales para que reciban tratamientos distintos según sea su naturaleza y de acuerdo a las regiones de contacto para la interacción entre los diferentes materiales.

La cortina de concreto se representa por un bloque tridimensional de geometría irregular tridimensional que se ajusta al cañón y a los taludes de aguas arriba y aguas abajo. El embalse se representa de igual manera por medio de un bloque tridimensional, sin embargo aquí es necesario para el análisis ciertos tipos de elementos planos y lineales que delimiten las fronteras del medio y que interactúen con los materiales de la cortina y de la cimentación, por eso, el embalse no sólo es representado por un modelo tridimensional sino que también consta de elementos planos que delimitan los contactos con la cortina, el cañón y finalmente con más agua que puede extenderse a grandes longitudes en dirección aguas arriba. La roca de cimentación será un semiespacio homogéneo de modo que la zona que interesará analizar será la interfaz con la cortina; es decir, una superficie de contacto entre la roca y el concreto.

De esta manera son necesarias dos regiones tridimensionales: primero del concreto, de la cortina y también la región adyacente del embalse; luego la superficie de contacto entre la cortina y el embalse, la superficie de frontera de la región adyacente del embalse, los contactos de la roca con la cortina y con la región sólida del embalse; por último se necesita un modelo lineal para representar el contacto del plano que limita la región finita del embalse. En resumen son dos modelos sólidos, cuatro planos y uno lineal cuyo conjunto se muestra en la figura 2.3. El modelo

es orientado de acuerdo al sistema de referencia mostrado en el que el eje  $x$  se orienta hacia aguas arriba, el eje  $y$  en dirección vertical hacia arriba y el  $z$  transversal formando un sistema de referencia derecho.

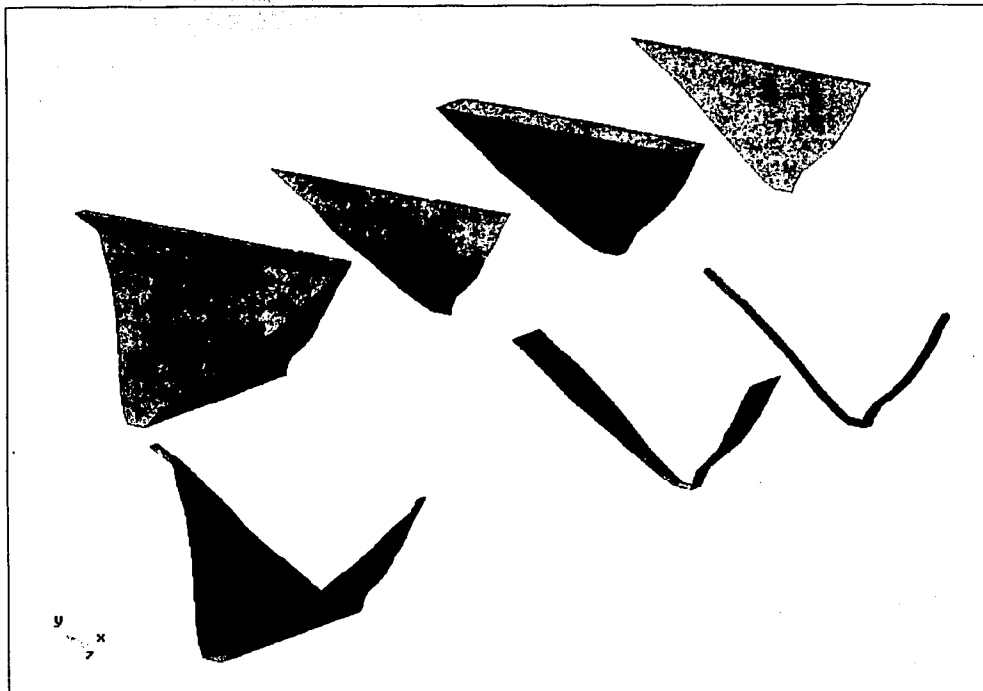


Figura 2.3 Modelos tridimensionales sólidos, planos y lineales

Este conjunto de modelos deberá cumplir con una ciertas características particulares que se discutirán posteriormente, ya que los modelos aquí presentados necesitarán ser tratados para la aplicación del método de análisis sísmico tridimensional propuesto, en el que ciertas hipótesis simplificadoras deberán cumplirse.

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

## 2.2 Excitación sísmica

### Región sísmica

La presa Trigomil se localiza en una región de alta sismicidad, la más alta según los manuales de diseño de la Comisión Federal de Electricidad, por esto, aunque no existen grandes centros de población cercanos en dirección aguas abajo, su importancia para la agricultura de la zona hace imperante su seguridad.

La figura siguiente muestra la regionalización sísmica de México contenida en el Manual de Obras Civiles de la Comisión Federal de Electricidad. Se aprecia que el país se divide en cuatro zonas designadas con las letras de A a D en orden creciente de riesgo sísmico. El peligro sísmico depende esencialmente de la distancia a la zona de mayor generación de sismos de gran magnitud que es la que se encuentra en la Costa del Pacífico frente a los estados de Jalisco, Colima, Michoacán, Guerrero, Oaxaca y Chiapas.

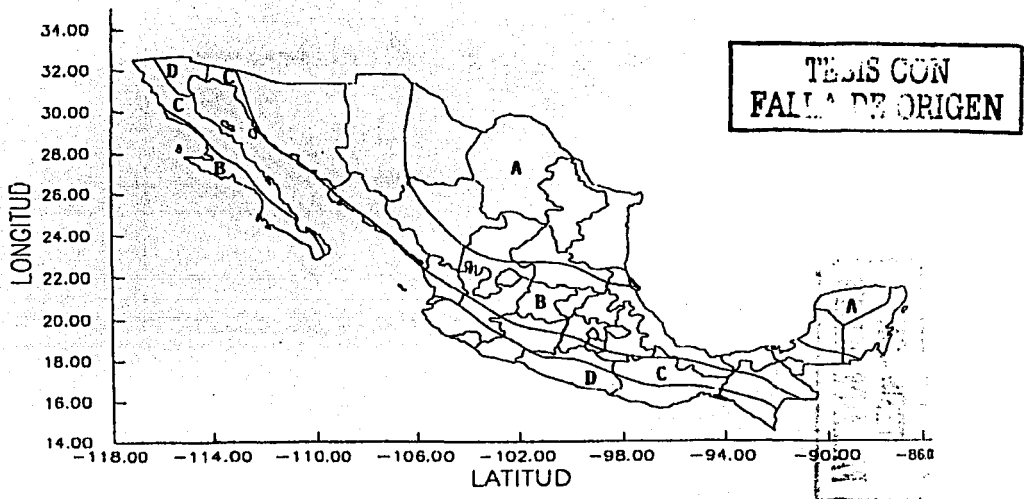


Figura 2.4 Regionalización sísmica de la República Mexicana

### Movimiento del suelo

La alimentación de los datos sísmicos, en el análisis de la respuesta sísmica de presas, se especifica como el movimiento de campo libre en la interfaz de la cortina-roca. Este movimiento del suelo en campo libre se asume como uniforme a lo largo de la interfaz roca-cortina y sobre los lados y fondo del embalse en dirección aguas arriba (interfaz embalse-roca). La aceleración del suelo es definida por sus tres componentes  $a_R^x(t)$  en dirección aguas arriba,  $a_R^z(t)$  en la dirección de la sección transversal al cauce y  $a_R^y(t)$  en la dirección vertical.

## Señal sísmica utilizada

Una vez que el problema ha sido traducido a un modelo analítico es necesario definir las acciones dinámicas que actuarán sobre el sistema cortina-roca-cimentación. Estas acciones deben ser consistentes con la zona en que la presa se ubica y además, por ser un análisis tridimensional, las acciones tridimensionales deben estar correctamente dirigidas de acuerdo al modelo geométrico.

Diversos factores influyen en las características de un sismo, ya que dependiendo del tipo de suelo y de la sismicidad de la zona se pueden esperar diferentes magnitudes y frecuencias dominantes en el movimiento. En análisis sísmicos previos se han utilizado señales generadas artificialmente, en cambio, este análisis se realizó con información sísmica real cercana a la zona y, aunque la presa está instrumentada, éstos datos no están disponibles debido a fallas en los equipos de registro y medición.

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

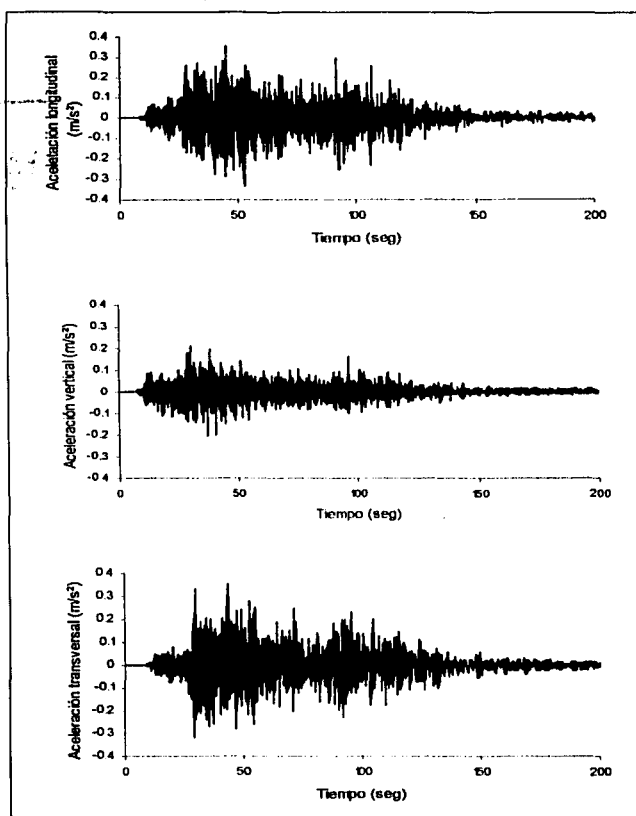


Figura 2.5 Acelerogramas del sismo seleccionado para el análisis

El sismo registrado en Ciudad Guzmán el 9 de octubre de 1995 resultó ser el más conveniente para el análisis debido a su cercanía con el sitio de la presa ya que el epicentro se localizó a aproximadamente 100 km de la estación de registro, distancia que es similar a la que hay entre el sitio de la presa y el epicentro. La aceleración máxima del sismo es de  $46 \text{ cm/s}^2$  y la duración es de 225 segundos de los cuales solo se utilizó la fracción cuya magnitud fuera superior al promedio.

Se muestran en la figura 2.5 las componentes longitudinal, vertical y transversal de los acelerogramas y sus respectivos espectros de respuesta de la señal sísmica utilizada en el análisis aparecen en la figura 2.6.

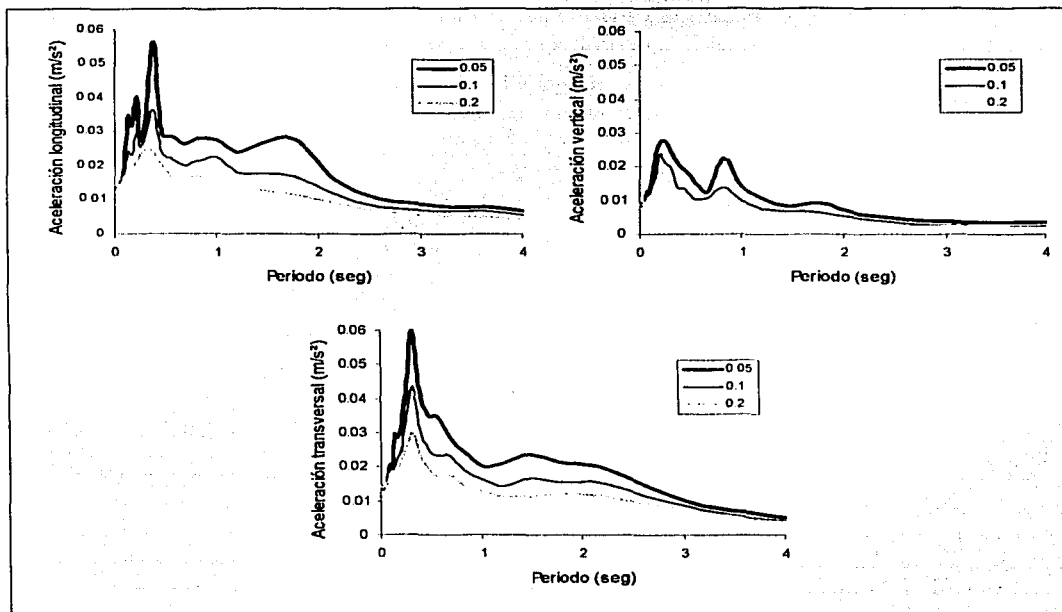


Figura 2.6 Espectros del sismo para tres valores de amortiguamiento: 5, 10 y 20%

Las direcciones horizontales se ajustaron, longitudinal en dirección aguas arriba-aguas abajo (eje  $x$ ), y en dirección transversal (eje  $z$ ), paralelo al eje de la cortina, para hacer coincidir la orientación del sismo y del sistema de referencia de la presa.

La precisión del registro original es de 0.005 de segundo que para el análisis se redujo a 0.02, es decir, en una cuarta parte para reducir el volumen de cálculo en la misma razón. De los 225 segundos del registro se eligió un lapso de 15 segundos en los cuales la magnitud de la aceleración fuera apreciablemente mayor. Estas consideraciones redujeron la cantidad de cálculo de 45000 a 750 instantes para hallar la respuesta sísmica en el lapso más representativo.

## 2.3 Parámetros mecánicos

El concreto, la roca y el agua tienen diferentes comportamientos mecánicos, no obstante es posible aproximar cada uno de estos a materiales de comportamiento lineal, de esta manera, son necesarias las relaciones constitutivas para cada uno.

### Cortina de concreto

La cortina se idealiza con el ensamble de un conjunto de elementos finitos. En la idealización tridimensional de la presa de gravedad de concreto son utilizados elementos sólidos tridimensionales. Las propiedades de cada elemento finito son caracterizadas por el módulo de Young  $E=1.80 \times 10^9$  kg/m<sup>2</sup>, su relación de Poisson  $\nu=0.2$  y su peso unitario  $w=2400$  kg/m<sup>3</sup>.

Las propiedades de disipación de energía vibracional de la presa son caracterizadas por el factor constante de amortiguación histerética  $\eta_k$ . Una relación de amortiguamiento viscoso, la misma para todos los modos de vibración natural de la presa en una roca de cimentación rígida en un embalse vacío, corresponde a un factor constante del amortiguamiento histerético del doble del viscoso. Pruebas de vibración forzada en presas indican que la relación de amortiguamiento viscoso en un rango de 1 a 3 por ciento es completamente independiente del número del modo de vibración. Una relación de amortiguamiento histerético constante de  $\eta=0.1$ , que corresponde al 5 por ciento de la relación de amortiguamiento viscoso en todos los modos de vibración de la presa, es un valor razonable para una respuesta mucho más grande pero esencialmente lineal al movimiento sísmico.

### Roca de cimentación

En el método de la subestructura, en el que se basa el análisis de la respuesta sísmica, se requiere la matriz de impedancia o de rigidez dinámica para la roca de cimentación. Esta matriz se define en los puntos nodales de la interfaz roca-cortina y es dependiente de la frecuencia y está valuada en el campo complejo y, de este modo, relaciona las fuerzas de interacción en la interfaz roca-cortina con los desplazamientos correspondientes inducidos sísmicamente en la ausencia de la cortina. La evaluación de estas fuerzas requiere la solución de un problema de valores mixtos en la frontera con desplazamientos descritos en la interfaz roca-cortina y tracciones nulas fuera de la frontera. En lugar de resolver directamente el problema de valores mixtos en la frontera, resulta más conveniente resolver el problema de esfuerzos en el cual las tracciones no nulas son especificadas en la interfaz roca-cortina y así son obtenidos los desplazamientos resultantes en la interfaz. A partir de estos desplazamientos se ensambla la matriz de influencia dinámica de flexibilidades la cual se invierte para determinar la matriz de impedancia.

Se ha desarrollado un método de frontera directo para determinar la matriz de impedancia asumiendo que el cañón es infinitamente largo con sección transversal uniforme. Tal consideración permite la integración analítica a lo largo del eje del cañón de la ecuación de frontera tridimensional. De este modo, el problema tridimensional original se reduce a una serie infinita de problemas bidimensionales, en que cada uno corresponde a un número particular de onda y contiene transformaciones de Fourier de funciones de espacio completo de Green. La apropiada superposición de las soluciones de estos dos problemas de valores en la frontera lleva a la matriz de influencia dinámica de flexibilidades que se invierte para obtener la matriz de

impedancia. Este procedimiento muestra ser más preciso y eficiente que el método tridimensional de los elementos de frontera.

Para este procedimiento de elemento frontera directo, la interfaz roca-cortina es discretizada como un arreglo de elementos frontera con sus puntos nodales coincidentes con la idealización de la cortina. Las propiedades de la roca de cimentación se caracterizan por su módulo de Young  $E=2.82 \times 10^9 \text{ kg/m}^2$ , relación de Poisson  $\nu=0.2$  y peso unitario  $\omega=2600 \text{ kg/m}^3$ . Las propiedades de disipación de energía vibracional de la roca se caracterizan por el factor de amortiguamiento histerético constante  $\eta=0.1$ .

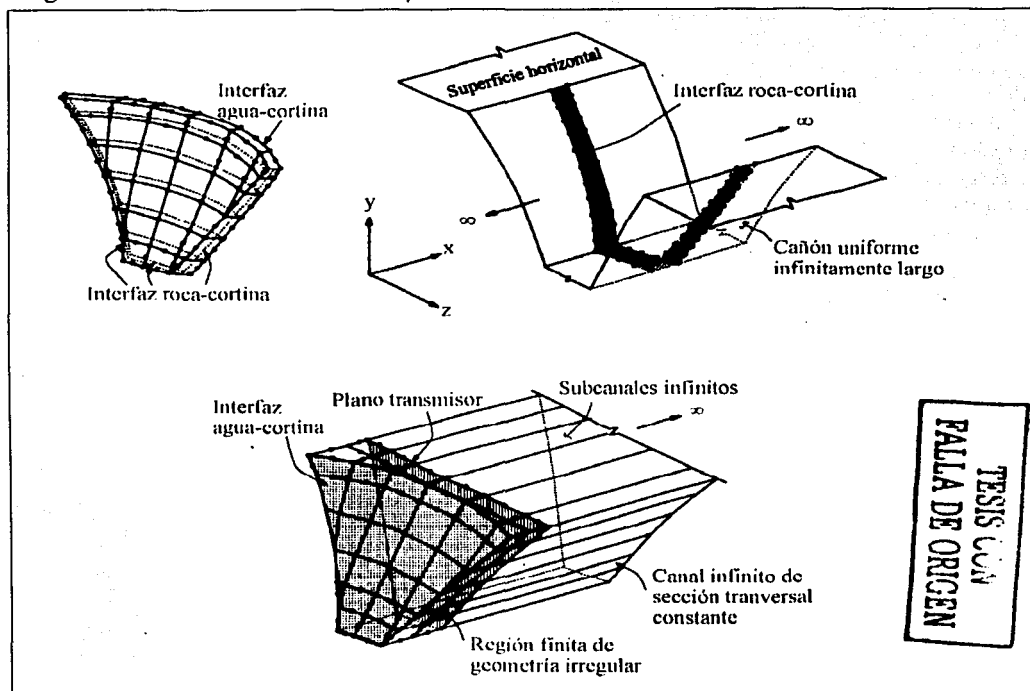


Figura 2.7 Modelos de elementos finitos de la cortina y dominio fluido y modelo de elementos frontera de la roca de cimentación

## Embalse

El embalse detrás de la cortina es de formas complicadas, dictada por la topografía natural del sitio. Regularmente el embalse de extiende grandes distancias, hasta unas pocas decenas de kilómetros en la dirección aguas arriba. Las idealizaciones de elemento finito son necesarias para representar propiamente la geometría complicada del embalse. Pero tales idealizaciones pueden ser exorbitantemente costosas, al punto de llegar a ser imprácticas si las idealizaciones comunes de elemento finito son empleadas en largas distancias en la dirección aguas arriba.



El dominio fluido, limitado por la cara de aguas arriba de la cortina y la superficie del cañón uniforme, es idealizado por una región finita de geometría irregular adyacente a la cortina conectada a un canal uniforme infinito, una región que se extiende al infinito a lo largo de la dirección aguas arriba (eje  $x$ ) con sección transversal  $y$ - $z$  uniforme (figura 2.7). Con esta restricción, es posible tomar en cuenta eficientemente la extensión infinita del embalse en dirección aguas arriba.

Para el análisis computacional, la región finita de geometría irregular se idealiza como un ensamble de elementos finitos tridimensionales como se muestra en la figura 2.7. Cada punto nodal de la región fluida irregular de la frontera de la cara de aguas arriba de la cortina debe corresponder con un nodo de la cortina en la interfaz embalse-cortina. De este modo la malla de elementos finitos para la presa deberá ser seleccionada para que sea compatible con los niveles de diseño del embalse. Una discretización de la sección transversal constante del canal infinito, compatible con la región irregular adyacente, proveerá la transmisión apropiada de las ondas de presión en la dirección en la que se extiende el embalse. Físicamente este tratamiento puede ser interpretado como una discretización del dominio fluido como subcanales de longitud infinita. Las propiedades del agua del embalse son caracterizadas por la densidad de masa  $\rho=101.9 \text{ kg/m}^3/\text{m/s}^2$  y la velocidad de las ondas de presión en el agua  $C=1400 \text{ m/s}$ .

El método de análisis también puede manejar embalses extendidos en distancias finitas. En este caso, el dominio fluido se idealiza como un conjunto de elementos finitos.

### **Depósitos absorbentes en lados y fondo**

La capacidad de absorción del aluvión, cieno y otros materiales sedimentarios en el fondo y posiblemente a los lados del embalse son caracterizados por el coeficiente de reflexión de onda  $\alpha$ , que es la razón de la amplitud de la onda de presión hidrodinámica reflejada a la amplitud de la onda de presión normal incidente en la frontera del embalse,  $\alpha=1$  indica que las ondas de presión son reflejadas completamente; y  $\alpha=0$  indica que las ondas son completamente absorbidas por los materiales del fondo sin reflejarlas.

Debido a que en cañones angostos y escarpados los sedimentos pueden estar esencialmente confinados en el fondo del embalse, el programa de cómputo permite la opción de que únicamente una porción de la frontera del embalse tenga capacidad de absorción. Así pueden ser modelados por el programa los lados no absorbentes del embalse con fondo absorbente.

Actualmente no hay datos de campo disponibles para el coeficiente de reflexión de ondas en los embalses detrás de las cortinas. Por la ausencia de tales datos se recomienda un valor  $\alpha=0.90$  a  $1.0$  para presas en proyecto o recientes donde el depósito de sedimentos es escaso; un valor  $\alpha=0.75$  a  $0.90$  se recomienda para presas más antiguas con depósito de sedimento considerable.

# 3. Procedimiento analítico

## 3.1 Elemento finito

### Introducción

El proceso de aproximar el comportamiento de un continuo mediante elementos finitos que se comportan de una forma similar a los elementos reales, llamados discretos, se puede introducir mediante aplicaciones físicas específicas o como un concepto matemático general. Se ha escogido aquí seguir el primer camino, limitando la perspectiva a un conjunto de problemas asociados a la mecánica estructural.

Son muchas las facetas de la ingeniería en las que se precisa determinar la distribución de esfuerzos y deformaciones en un continuo elástico. Los casos particulares de dichos problemas pueden variar desde casos de esfuerzos bidimensionales o deformación plana, sólidos de revolución y flexión de placas y láminas, hasta el análisis más general de sólidos tridimensionales. En todos los casos, el número de interconexiones entre un elemento finito cualquiera rodeado por fronteras imaginarias y los elementos vecinos a él es infinito. Es difícil, por consiguiente, ver rápidamente cómo pueden discretizarse problemas de este tipo. Esta dificultad puede superarse y efectuarse la aproximación de la siguiente manera:

1. El continuo se divide, mediante líneas o superficies imaginarias, en un número de elementos finitos.
2. Se supone que los elementos están conectados entre sí mediante un número discreto de puntos, que llamaremos nodos, situados en sus contornos. Los desplazamientos de estos nodos serán las incógnitas fundamentales del problema, tal como sucede en el análisis simple de estructuras.
3. Se toma un conjunto de funciones que definan de manera única el campo de desplazamientos dentro de cada elemento finito en función de los desplazamientos nodales de dicho elemento.
4. Estas funciones de desplazamientos definirán entonces de manera única el estado de deformación dentro del elemento en función de los desplazamientos nodales. Estas deformaciones, junto con las deformaciones iniciales y las propiedades constitutivas del material, definirán el estado de tensiones en todo el elemento y, por consiguiente, también en sus contornos.
5. Se determina un sistema de fuerzas concentradas en los nodos, tal que equilibre los esfuerzos en el contorno y cualesquiera cargas repartidas, resultando así una relación entre fuerzas y desplazamientos.

Es evidente que se han introducido una serie de aproximaciones. En primer lugar, no siempre es fácil asegurar que las funciones de desplazamientos escogidas satisfacen las condiciones de continuidad de los desplazamientos entre elementos adyacentes. Por consiguiente, esta condición de compatibilidad puede no cumplirse en el contorno de los elementos; aunque es evidente que dentro de cada elemento sí se cumplirá, a causa de la unicidad de los desplazamientos implicada en el hecho de que los mismos estén representados por funciones continuas. En segundo lugar, al concentrar las fuerzas equivalentes en los nodos, las condiciones de equilibrio sólo se cumplirán para el conjunto del continuo. Normalmente ocurrirá que tales condiciones no se cumplirán en zonas localizadas dentro y en el contorno de cada elemento.

Será misión del ingeniero escoger la forma de los elementos y de las funciones de desplazamiento para cada caso particular, debiendo usar de su ingenio y habilidad, dependiendo el grado de aproximación que se alcance del uso que haga de esas dos facultades.

Hasta aquí, el procedimiento descrito se justifica sólo intuitivamente, pero de hecho lo que se ha sugerido es equivalente a la minimización de la energía potencial total del sistema, siendo función ésta de un campo de desplazamientos impuesto. Si este campo de desplazamientos se define adecuadamente, deberá producirse convergencia hacia la solución correcta.

Esta generalización de las bases del método de los elementos finitos permite su ampliación a problemas continuos donde sea posible la formulación variacional, y lo cierto es que ya se dispone de procedimientos generales para discretizar mediante elementos finitos cualquier problema definido por un sistema de ecuaciones diferenciales adecuadamente constituido.

### **Aspectos históricos**

Las ideas básicas del método del elemento finito se originaron gracias a los avances en el análisis estructural de las aeronaves. En 1941, Hrenikoff presentó una solución de problemas de la elasticidad usando el "método de trabajo del marco". En un artículo publicado en 1943, Courant usó interpolación polinomial por partes sobre subregiones triangulares para modelar problemas de torsión. Turner y otros investigadores obtuvieron matrices de rigidez para armaduras, vigas y otros elementos y presentaron sus hallazgos en 1956. Clough fue el primero en acuñar y emplear el término elemento finito en 1960.

En los primeros años de la década de 1960, los ingenieros usaron el método para obtener soluciones aproximadas en problemas de análisis de esfuerzos, flujo de fluidos, transferencia de calor y otras áreas. Un libro de Argyris, publicado en 1955, sobre teoremas de energía y métodos matriciales, cimentó métodos adicionales en los estudios del elemento finito. El primer libro sobre elementos finitos por Zienkiewicz y Chung fue publicado en 1967. A finales de la década de 1960 y principios de la siguiente, el análisis por elemento finito se aplicó a problemas no lineales y de grandes deformaciones. Actualmente, los avances en la tecnología de procesamiento y la disponibilidad de poderosas microcomputadoras han puesto este método al alcance de estudiantes e ingenieros.

Ahora se presentarán algunos conceptos fundamentales necesarios en el desarrollo del método del elemento finito.

## Esfuerzos y equilibrio

En la figura 3.1 se muestra un cuerpo tridimensional que ocupa un volumen  $V$  y tiene una superficie  $S$ . Los puntos en el cuerpo están identificados por las coordenadas  $x, y, z$ . La frontera del cuerpo se restringe a la región donde se especifica el desplazamiento. Sobre una parte de la frontera se aplica una fuerza distribuida por unidad de área  $T$ , llamada también tracción. Debido a la acción de la fuerza se deforma el cuerpo. La deformación en un punto  $x(=[x, y, z]^T)$  está dada por las tres componentes de su desplazamiento:

$$u = \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

La fuerza distribuida por unidad de volumen, por ejemplo, el peso por unidad de volumen, es el vector  $f$  dado por

$$f = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

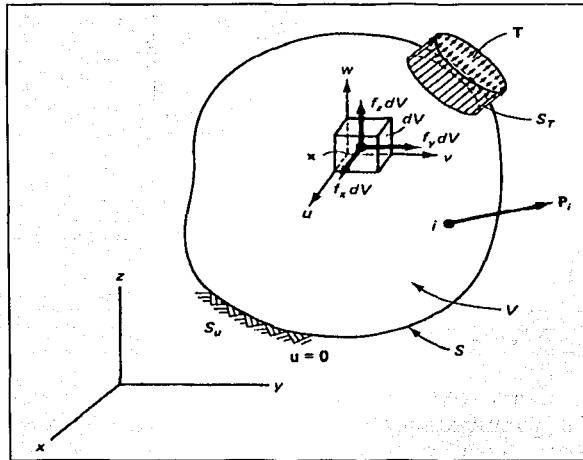


Figura 3.1 Cuerpo tridimensional

En la figura 3.1 se muestra la fuerza de cuerpo actuando sobre el volumen elemental  $dV$ . La tracción superficial  $T$  puede darse por el valor de sus componentes en puntos sobre la superficie.

$$T = \begin{bmatrix} T_x \\ T_y \\ T_z \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

Ejemplos de tracción son las fuerzas de contacto distribuidas y la acción de la presión. Una carga  $P$  actuando en un punto  $i$  se representa por sus tres componentes

$$P_i = \begin{bmatrix} P_x \\ P_y \\ P_z \end{bmatrix}_i \quad (3.4)$$

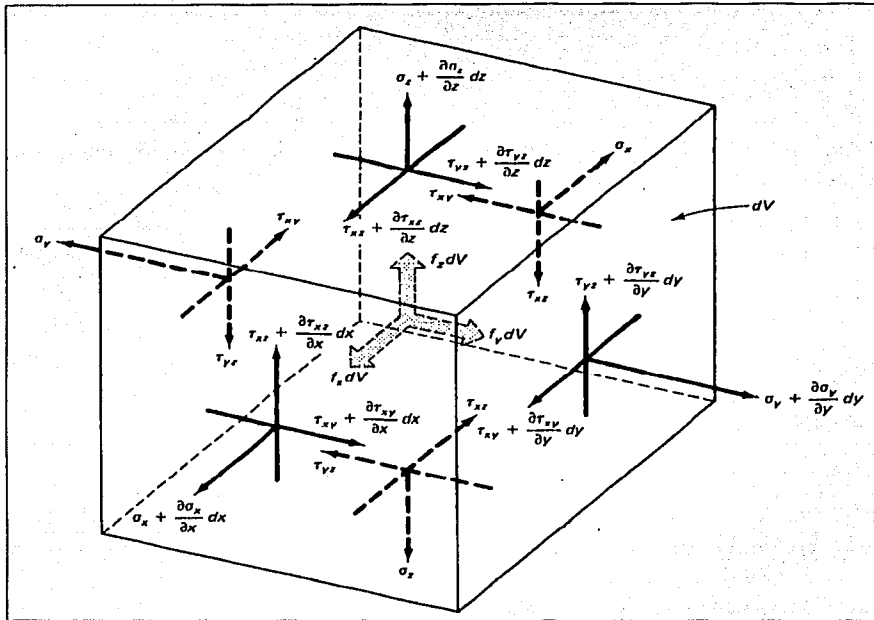


Figura 3.2 Equilibrio de un volumen elemental

En la figura 3.2 se muestran los esfuerzos que actúan sobre el volumen elemental  $dV$ . Cuando el volumen  $dV$  se contrae a un punto, el tensor de esfuerzo se representa colocando sus componentes en una matriz simétrica  $(3 \times 3)$ . Sin embargo, se puede representar a los esfuerzos por medio de sus seis componentes independientes como sigue:

$$\sigma = \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{yz} \\ \tau_{xz} \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

Donde  $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$  son esfuerzos normales y  $\tau_{yz}, \tau_{xz}, \tau_{xy}$  son esfuerzos cortantes. Al considerar el equilibrio del volumen elemental mostrado en la figura 3.2. Primero se obtienen las fuerzas sobre las caras multiplicando los esfuerzos por las áreas correspondientes. Escribiendo  $\Sigma F_x = 0, \Sigma F_y = 0, \Sigma F_z = 0$  y recordando que  $dV = dx dy dz$ , se obtienen las ecuaciones de equilibrio:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} + f_x &= 0 \\ \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} + f_y &= 0 \\ \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + f_z &= 0 \end{aligned} \quad (3.6)$$

### Condiciones de frontera

En la figura 3.1, se ve que hay condiciones de desplazamiento en la frontera y condiciones de carga en la superficie. Si  $u$  se especifica sobre parte de la frontera denotada por  $S_u$  se tiene:

$$u = 0 \quad \text{sobre } S_u \quad (3.7)$$

También es posible considerar condiciones de frontera tales como  $u = a$ , donde  $a$  es un desplazamiento.

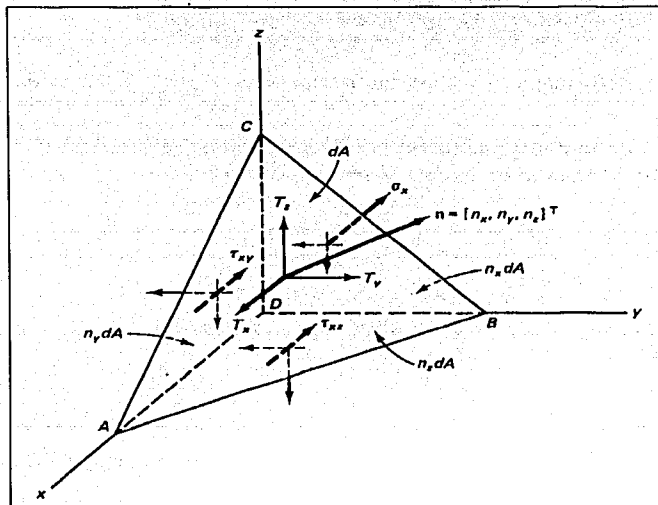


Figura 3.3 Un volumen elemental en la superficie

Si se considera ahora el equilibrio del tetraedro elemental  $ABCD$ , mostrado en la figura 3.3, donde  $DA, DB$  y  $DC$  son paralelas a los ejes  $x, y$  y  $z$ , respectivamente, y  $dA$  es el área definida

por los vértices  $ABC$ . Si  $n = [n_x, n_y, n_z]^T$  es la normal unitaria a  $dA$ , entonces el área  $BDC = n_x dA$  el área  $ADC = n_y dA$  y el área  $ADB = n_z dA$ . La consideración del equilibrio a lo largo de los tres ejes coordenados da

$$\begin{aligned} \sigma_x n_x + \tau_{xy} n_y + \tau_{xz} n_z &= T_x \\ \tau_{xy} n_x + \sigma_y n_y + \tau_{yz} n_z &= T_y \\ \tau_{xz} n_x + \tau_{yz} n_y + \sigma_z n_z &= T_z \end{aligned} \quad (3.8)$$

Esas condiciones deben satisfacerse sobre la frontera  $S_T$  donde se aplican las tracciones. En esta descripción, las cargas puntuales deben tratarse como cargas distribuidas sobre áreas pequeñas pero finitas.

### RELACIONES DEFORMACIÓN UNITARIA-DESPLAZAMIENTO

En la ecuación 3.5 se representan los esfuerzos en una forma vectorial que correspondan con las deformaciones unitarias

$$\epsilon = \begin{bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \epsilon_z \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

donde las  $\epsilon$  son las deformaciones unitarias normales y las  $\gamma$  son las deformaciones angulares unitarias cortantes.

La figura 3.4 da la deformación de la cara  $dx-dy$  para pequeñas deformaciones, que serán las consideradas aquí. Tomando en cuenta también las otras caras, se puede escribir

$$\epsilon = \begin{bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial y} \\ \frac{\partial w}{\partial z} \\ \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial u}{\partial z} \\ \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} \\ \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

Estas relaciones entre deformaciones unitarias se cumplen para deformaciones pequeñas.

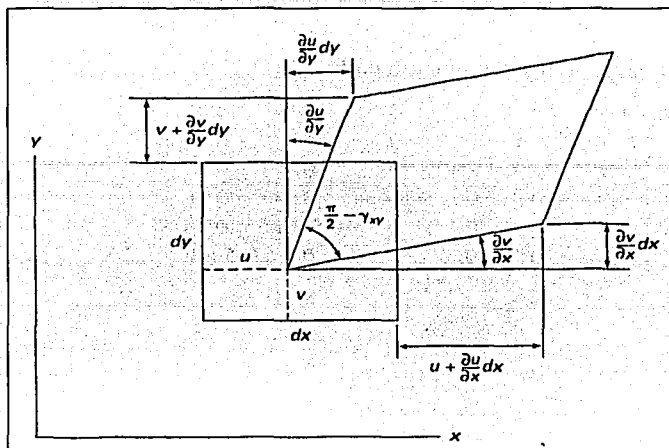


Figura 3.4 Superficie elemental deformada

## RELACIONES ESFUERZO-DEFORMACIÓN UNITARIA

Para materiales elásticos lineales, las relaciones esfuerzo-deformación unitaria provienen de la ley de Hooke generalizada. Para materiales isotrópicos, las dos propiedades del material son el módulo de Young (o módulo de elasticidad)  $E$  y la relación de Poisson  $\nu$ . Si se considera un cubo elemental dentro del cuerpo, la ley de Hooke es

$$\begin{aligned}
 \epsilon_x &= \frac{1}{E} [\sigma_x - \nu(\sigma_y + \sigma_z)] \\
 \epsilon_y &= \frac{1}{E} [\sigma_y - \nu(\sigma_x + \sigma_z)] \\
 \epsilon_z &= \frac{1}{E} [\sigma_z - \nu(\sigma_x + \sigma_y)] \\
 \gamma_{yz} &= \frac{\tau_{yz}}{G} \\
 \gamma_{xz} &= \frac{\tau_{xz}}{G} \\
 \gamma_{xy} &= \frac{\tau_{xy}}{G}
 \end{aligned} \tag{3.11}$$

El módulo de rigidez al cortante  $G$ , está dado por

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} \tag{3.12}$$

De las relaciones de la ley de Hooke (ecuación 3.11), se obtiene que

$$\epsilon_x + \epsilon_y + \epsilon_z = \frac{1-2\nu}{E} (\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z) \tag{3.13}$$

Sustituyendo  $(\sigma_y + \sigma_z)$  y otras relaciones en la ecuación 3.11, se obtienen las relaciones inversas



$$\sigma = D\epsilon$$

(3.14)

D es la matriz simétrica de (6×6) del material dada por

$$D = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1-\nu & \nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & 1-\nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & \nu & 1-\nu & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.5-\nu & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.5-\nu & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.5-\nu \end{bmatrix} \quad (3.15)$$

### 3.2 Elemento Sólido

La naturaleza del problema por resolver requiere de modelos tridimensionales y el método de análisis estudiado primero verá en detalle el elemento tetraédrico de cuatro nodos y luego modelos en el espacio formados por elementos hexaédricos de ocho nodos.

#### Formulación del elemento finito

Primero se dividirá el volumen en tetraedros de cuatro nodos, tantos como sea necesario. A cada nodo se le asigna un número y sus coordenadas  $x, y, z$ . En la figura 3.5 se muestra un elemento típico  $e$ . La conectividad puede ser definida como se muestra en la tabla 3.1.

Tabla 3.1 Conectividad

Elemento No.	Nodos			
	1	2	3	4
$e$	$I$	$J$	$K$	$L$

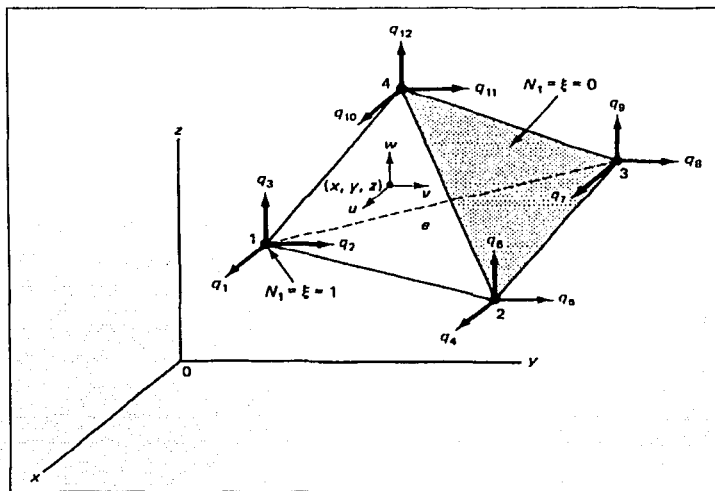


Figura 3.5 Elemento tetraédrico

A cada nodo local  $i$  se le asignan los tres grados de libertad  $q_{3i-2}, q_{3i-1}, q_{3i}$  y al correspondiente nodo global  $I$  se definen  $Q_{3I-2}, Q_{3I-1}, Q_{3I}$ . Los vectores de desplazamiento del elemento y global son entonces

$$q = \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \\ \dots \\ q_{12} \end{bmatrix}$$

$$Q = \begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ Q_3 \\ \dots \\ Q_n \end{bmatrix}$$

(3.16) y (3.17)

donde  $n$  es el número total de grados de libertad de la estructura, a razón de tres por nodo. Se definen las cuatro funciones de forma tipo Lagrange  $N_1$ ,  $N_2$ ,  $N_3$  y  $N_4$  donde la función de forma  $N_i$  tiene un valor de 1 en el nodo  $i$  y es cero en los otros tres nodos. Específicamente,  $N_1$  es 0 en los nodos 2, 3 y 4 y crece linealmente hasta 1 en el nodo 1. Usando el elemento maestro mostrado en la figura 3.6, se pueden definir las funciones de forma como

$$N_1 = \xi \quad N_2 = \eta \quad N_3 = \zeta \quad N_4 = 1 - \xi - \eta - \zeta \quad (3.18)$$

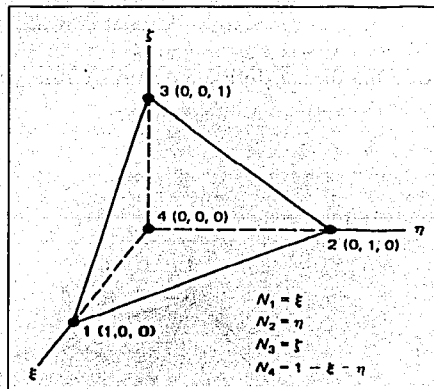


Figura 3.6 Elemento maestro para funciones de forma

Los desplazamientos  $u$ ,  $y$ ,  $w$  en  $x$  pueden escribirse en términos de los valores nodales desconocidos como

$$u = Nq \quad (3.19)$$

donde

$$N = \begin{bmatrix} N_1 & 0 & 0 & N_2 & 0 & 0 & N_3 & 0 & 0 & N_4 & 0 & 0 \\ 0 & N_1 & 0 & 0 & N_2 & 0 & 0 & N_3 & 0 & 0 & N_4 & 0 \\ 0 & 0 & N_1 & 0 & 0 & N_2 & 0 & 0 & N_3 & 0 & 0 & N_4 \end{bmatrix} \quad (3.20)$$

Las funciones de forma dadas por la ecuación 3.18 pueden usarse para definir las coordenadas  $x$ ,  $y$ ,  $z$  del punto en el que se interpolan los desplazamientos  $u$ ,  $y$ ,  $w$ . La transformación isoparamétrica está dada por

$$\begin{aligned} x &= N_1x_1 + N_2x_2 + N_3x_3 + N_4x_4 \\ y &= N_1y_1 + N_2y_2 + N_3y_3 + N_4y_4 \\ z &= N_1z_1 + N_2z_2 + N_3z_3 + N_4z_4 \end{aligned} \quad (3.21)$$

que, al sustituir los valores  $N$  dados por la ecuación 3.18 y usar la notación  $x_{ij} = x_i - x_j$ ,  $y_{ij} = y_i - y_j$  y  $z_{ij} = z_i - z_j$ , conduce a

$$\begin{aligned}
 x &= x_4 + x_{14}\xi + x_{24}\eta + x_{34}\zeta \\
 y &= y_4 + y_{14}\xi + y_{24}\eta + y_{34}\zeta \\
 z &= z_4 + z_{14}\xi + z_{24}\eta + z_{34}\zeta
 \end{aligned}
 \tag{3.22}$$

Usando la regla de la cadena para derivadas parciales para  $u$  se tiene

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial u}{\partial \xi} \\ \frac{\partial u}{\partial \eta} \\ \frac{\partial u}{\partial \zeta} \end{pmatrix} = J \begin{pmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} \\ \frac{\partial u}{\partial y} \\ \frac{\partial u}{\partial z} \end{pmatrix}
 \tag{3.23}$$

Las derivadas parciales con respecto a  $\xi$ ,  $\eta$  y  $\zeta$  están relacionadas entonces con las derivadas  $x$ ,  $y$ ,  $z$  por medio de la relación anterior. El jacobiano  $J$  de la transformación está dado por

$$J = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial \xi} & \frac{\partial y}{\partial \xi} & \frac{\partial z}{\partial \xi} \\ \frac{\partial x}{\partial \eta} & \frac{\partial y}{\partial \eta} & \frac{\partial z}{\partial \eta} \\ \frac{\partial x}{\partial \zeta} & \frac{\partial y}{\partial \zeta} & \frac{\partial z}{\partial \zeta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{14} & y_{14} & z_{14} \\ x_{24} & y_{24} & z_{24} \\ x_{34} & y_{34} & z_{34} \end{bmatrix}
 \tag{3.24}$$

Se nota aquí que

$$\det J = x_{14}(y_{24}z_{34} - y_{34}z_{24}) + y_{14}(z_{24}x_{34} - z_{34}x_{24}) + z_{14}(x_{24}y_{34} - x_{34}y_{24})
 \tag{3.25}$$

El volumen del elemento es

$$V_e = \left| \int_0^1 \int_0^{1-\xi} \int_0^{1-\xi-\eta} \det J d\xi d\eta d\zeta \right|
 \tag{3.26}$$

Como  $\det J$  es constante,

$$V_e = |\det J| \int_0^1 \int_0^{1-\xi} \int_0^{1-\xi-\eta} d\xi d\eta d\zeta
 \tag{3.27}$$

Usando la fórmula polinomial integral

$$\int_0^1 \int_0^{1-\xi} \int_0^{1-\xi-\eta} \xi^m \eta^n \zeta^p d\xi d\eta d\zeta = \frac{m!n!p!}{(m+n+p+3)!}
 \tag{3.28}$$

Se obtiene

$$V_e = \frac{1}{6} |\det J|
 \tag{3.29}$$

La relación inversa correspondiente a la ecuación 3.23 está dada por

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} \\ \frac{\partial u}{\partial y} \\ \frac{\partial u}{\partial z} \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} \frac{\partial u}{\partial \xi} \\ \frac{\partial u}{\partial \eta} \\ \frac{\partial u}{\partial \zeta} \end{pmatrix}
 \tag{3.30}$$

donde A es la inversa de la matriz jacobiana J dada en la ecuación 3.24:

$$A = J^{-1} = \frac{1}{\det J} \begin{bmatrix} y_{34}z_{34} - y_{34}z_{24} & y_{34}z_{14} - y_{14}z_{34} & y_{14}z_{24} - y_{24}z_{14} \\ z_{24}x_{34} - z_{34}x_{24} & z_{34}z_{14} - z_{14}x_{34} & z_{14}x_{24} - z_{24}x_{14} \\ x_{34}y_{34} - x_{34}y_{24} & x_{34}y_{14} - x_{14}y_{34} & x_{14}y_{24} - x_{24}y_{14} \end{bmatrix} \quad (3.31)$$

$$A = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} \end{bmatrix}$$

Usando las relaciones deformación unitaria-desplazamiento de la ecuación 3.10, la relación entre las derivadas en x, y, z y  $\xi$ ,  $\eta$ ,  $\zeta$  de la ecuación 3.30 y el campo supuesto de desplazamiento  $u = Nq$  de la ecuación 3.19, se obtiene

$$\epsilon = Bq \quad (3.32)$$

donde B es una matriz (6 X 12) dada por

$$B = \begin{bmatrix} A_{11} & 0 & 0 & A_{12} & 0 & 0 & A_{13} & 0 & 0 & -\bar{A}_1 & 0 & 0 \\ 0 & A_{21} & 0 & 0 & A_{22} & 0 & 0 & A_{23} & 0 & 0 & -\bar{A}_2 & 0 \\ 0 & 0 & A_{31} & 0 & 0 & A_{32} & 0 & 0 & A_{33} & 0 & 0 & -\bar{A}_3 \\ 0 & A_{31} & A_{21} & 0 & A_{32} & A_{22} & 0 & A_{33} & A_{23} & 0 & -\bar{A}_3 & -\bar{A}_2 \\ A_{31} & 0 & A_{11} & A_{32} & 0 & A_{12} & A_{33} & 0 & A_{13} & -\bar{A}_3 & 0 & -\bar{A}_1 \\ A_{21} & A_{11} & 0 & A_{22} & A_{12} & 0 & A_{23} & A_{13} & 0 & -\bar{A}_2 & -\bar{A}_1 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.33)$$

Donde  $\bar{A}_1 = A_{11} + A_{12} + A_{13}$ ,  $\bar{A}_2 = A_{21} + A_{22} + A_{23}$  y  $\bar{A}_3 = A_{31} + A_{32} + A_{33}$ . Todos los términos de B son constantes. La ecuación 3.32 da entonces deformaciones unitarias constantes después de que se calculan los desplazamientos nodales.

### Rigidez del elemento

La energía de deformación unitaria del elemento en el potencial total está dada por

$$\begin{aligned} U_e &= \frac{1}{2} \int_e \epsilon^T D \epsilon dV \\ &= \frac{1}{2} q^T B^T D B q \int_e dV \\ &= \frac{1}{2} q^T V_e B^T D B q \\ &= \frac{1}{2} q^T k^e q \end{aligned} \quad (3.34)$$

donde la matriz de rigidez del elemento  $k^e$  está dada por

$$k^e = V_e B^T D B \quad (3.35)$$

donde  $V_e$  es el volumen del elemento dado por  $\frac{1}{6} |\det J|$ . En el método de Galerkin, el trabajo virtual interno del elemento resulta ser

$$\int_e \sigma^T \epsilon(\phi) dV = \psi^T V_c B^T DBq \quad (3.36)$$

que da la rigidez del elemento en la ecuación 3.35.

### Términos de fuerza

El término de potencial asociado con la fuerza de cuerpo es

$$\begin{aligned} \int_e u^T f dV &= q^T \iiint N^T f \det J d\xi d\eta d\zeta \\ &= q^T f^v \end{aligned} \quad (3.37)$$

Usando la fórmula de integración en la ecuación 3.28, se tiene

$$f^v = \frac{V_e}{4} \begin{bmatrix} f_x & f_y & f_z & f_x & f_y & f_z & \dots & f_z \end{bmatrix}^T \quad (3.38)$$

En la ecuación anterior, el vector de fuerza de cuerpo del elemento  $f^v$  es de dimensión  $12 \times 1$ . Nótese que  $V_e f_x$  es la componente  $x$  de la fuerza de cuerpo que se distribuye a los grados de libertad  $q_1, q_4, q_7$  y  $q_{10}$  (Ver figura 3.5).

### Cálculo de los esfuerzos

Después de resolver las ecuaciones anteriores pueden obtenerse los desplazamientos  $q$  nodales del elemento. Como  $\sigma = DB\epsilon$  y  $\epsilon = Bq$ , los esfuerzos del elemento están dados por

$$\sigma = DB\epsilon \quad (3.39)$$

Los tres esfuerzos principales pueden calcularse usando las relaciones dadas abajo. Los tres invariantes del tensor esfuerzo ( $3 \times 3$ ) son

$$\begin{aligned} I_1 &= \sigma_x + \sigma_y + \sigma_z \\ I_2 &= \sigma_x \sigma_y + \sigma_y \sigma_z + \sigma_z \sigma_x - \tau_{yz}^2 - \tau_{xz}^2 - \tau_{xy}^2 \\ I_3 &= \sigma_x \sigma_y \sigma_z + 2\tau_{yz} \tau_{xz} \tau_{xy} - \sigma_x \tau_{yz}^2 - \sigma_y \tau_{xz}^2 - \sigma_z \tau_{xy}^2 \end{aligned} \quad (3.40)$$

Si se define

$$\begin{aligned} a &= \frac{I_1^2}{3} - I_2 \\ b &= -2 \left( \frac{I_1}{3} \right)^3 + \frac{I_1 I_2}{3} - I_3 \\ c &= 2 \sqrt{\frac{a}{3}} \\ \theta &= \frac{1}{3} \cos^{-1} \left( \frac{3b}{ac} \right) \end{aligned} \quad (3.41)$$

los esfuerzos principales están dados por

$$\begin{aligned}\sigma_1 &= \frac{l_3}{3} + c \cos \theta \\ \sigma_2 &= \frac{l_3}{3} + c \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \\ \sigma_3 &= \frac{l_3}{3} + c \cos\left(\theta + \frac{4\pi}{3}\right)\end{aligned}\tag{3.42}$$

### Preparación de la malla

Si bien las regiones tridimensionales complejas pueden llenarse en forma efectiva por elementos tetraédricos, en forma similar como llenan los elementos triangulares una región bidimensional, es tedioso llevar la preparación manual de los datos. Para superar esto en regiones simples, es más fácil dividir las regiones en bloques de ocho nodos. Al considerar el cubo maestro mostrado en la figura 3.7, el cubo puede dividirse en cinco tetraedros con las conectividades como se dan en la tabla 3.2.

Tabla 3.2 Cinco tetraedros

Elemento No.	Nodos			
	1	2	3	4
1	1	4	2	6
2	1	4	3	7
3	6	7	5	1
4	6	7	8	4
5	1	4	6	7

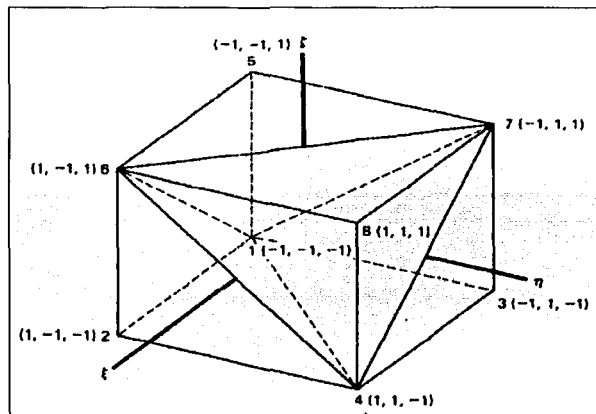


Figura 3.7 Cubo maestro para división de tetraedros

En la división anterior, los primeros cuatro elementos son de igual volumen y el quinto elemento tiene dos veces el volumen de los otros. En este caso, debe tenerse cuidado de que concuerden los bordes de los elementos de bloques adyacentes. El cubo maestro también puede dividirse en seis elementos de igual volumen.

Tabla 3.3 Seis tetraedros

Elemento No.	Nodos			
	1	2	3	4
1	1	2	4	8
2	1	2	8	5
3	2	8	5	6
4	1	3	4	7
5	1	7	8	5
6	1	8	4	7

El uso de  $\det J$  en el cálculo de  $B$  en la ecuación 3.32 y el uso de  $|\det J|$  en la estimación del volumen del elemento  $V_e$ , permite usar los números nodales del elemento en cualquier orden.

Para definir la conectividad de elementos hexaédricos debe seguirse un esquema consistente con la numeración de nodos. Para un hexaedro o elemento cubico de ocho nodos, se considera el mapeo sobre un cubo con lados de dos unidades colocado simétricamente con coordenadas  $\xi, \eta, \zeta$ , como se muestra en la figura 3.8.

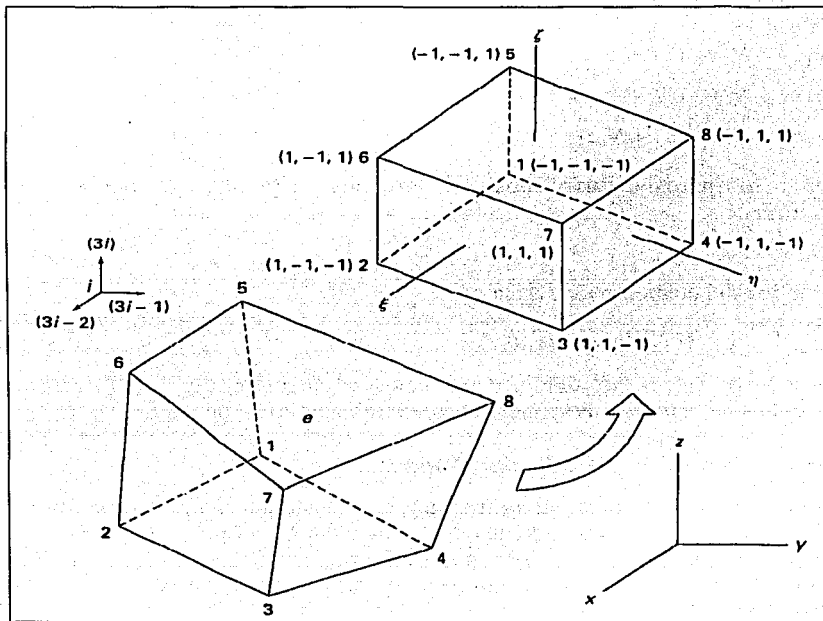


Figura 3.8 Elemento hexaédrico

Sobre el cubo maestro las funciones de forma de Lagrange pueden escribirse como

$$N_i = \frac{1}{8}(1 + \xi_i \xi)(1 + \eta_i \eta)(1 + \zeta_i \zeta) \quad i=1 \text{ a } 8 \quad (3.43)$$



donde  $(\xi_i, \eta_i, \zeta_i)$  representa las coordenadas del nodo  $i$  del elemento en el sistema  $(\xi, \eta, \zeta)$ . Los desplazamientos nodales del elemento están representados por el vector

$$q = \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ \dots \\ q_{24} \end{bmatrix} \quad (3.44)$$

Usando las funciones de forma  $N_i$  para definir los desplazamientos en cualquier punto dentro del elemento en término de sus valores nodales:

$$\begin{aligned} u &= N_1 q_1 + N_2 q_4 + \dots + N_8 q_{22} \\ v &= N_1 q_2 + N_2 q_5 + \dots + N_8 q_{23} \\ w &= N_1 q_3 + N_2 q_6 + \dots + N_8 q_{24} \end{aligned} \quad (3.45)$$

también

$$\begin{aligned} x &= N_1 x_1 + N_2 x_2 + \dots + N_8 x_8 \\ y &= N_1 y_1 + N_2 y_2 + \dots + N_8 y_8 \\ z &= N_1 z_1 + N_2 z_2 + \dots + N_8 z_8 \end{aligned} \quad (3.46)$$

Siguiendo los pasos desarrollados anteriormente se pueden obtener las deformaciones unitarias de la forma

$$\epsilon = Bq \quad (3.32)$$

La matriz de rigidez del elemento está dada por

$$k^e = \int_{-1}^{+1} \int_{-1}^{+1} \int_{-1}^{+1} B^T D B |\det J| d\xi d\eta d\zeta \quad (3.47)$$

donde se ha usado  $dV = |\det J| d\xi d\eta d\zeta$  y  $J$  es la matriz jacobiana de  $3 \times 3$ . La integración en la ecuación 3.47 se lleva a cabo numéricamente usando la cuadratura de Gauss.

### Construcción de modelos para los problemas

Para resolver un problema, el primer paso es formular un modelo burdo. Los datos necesarios serán las coordenadas nodales, la conectividad nodal entre los elementos, las propiedades del material, las condiciones de restricción y las cargas nodales. En la viga en voladizo tridimensional mostrada en la figura 3.9, la geometría y las condiciones de carga demandan un modelo tridimensional.

El elemento y las conectividades pueden establecerse fácilmente definiendo los cuatro bloques de 8 esquinas. Se puede modelar el primer bloque, cerca de la base del voladizo, como un elemento hexaédrico con conectividades 2-1-5-6-3-4-8-7. Para cada bloque subsecuente, puede generarse la conectividad incrementando cada número del conjunto actual en 4. Las coordenadas de los nodos pueden generarse usando las funciones de forma de la ecuación 3.43 para su definición geométrica. Alternativamente, cada bloque en el voladizo tridimensional puede

modelarse usando elementos tetraedricos. Para el patrón de bloques repetidos, mostrado en la figura 3.8, puede usarse la división en seis elementos dada en la tabla 3.3.

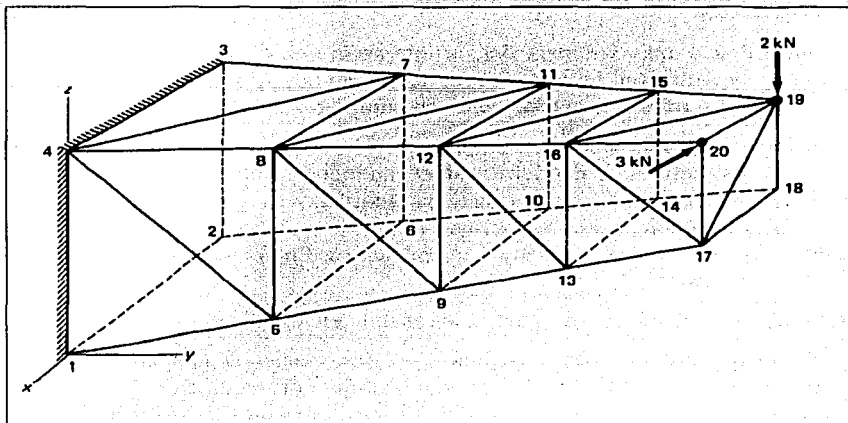


Figura 3.9 Cuerpo elástico tridimensional

### 3.3 Elemento Fluido

#### Sistemas acoplados

A menudo dos o más sistemas físicos interactúan uno con otro de tal manera que es imposible obtener la solución independiente de cualquiera de los sistemas sin la solución simultánea de los demás, tales sistemas se conocen como acoplados.

Un problema común acoplado es el de interacción dinámica fluido estructura. En él, ni el fluido ni el sistema estructural se pueden resolver independientemente uno del otro debido a las fuerzas desconocidas en la interfaz. El sistema acoplado es aquel que consta de dominios múltiples y variables dependientes que describen fenómenos físicos diferentes y en los que ningún dominio puede resolverse de forma separada de los demás. En el sistema acoplado se necesita una solución analítica completa.

Resulta práctico clasificar los sistemas acoplados en dos categorías:

Clase I. Esta clase contiene problemas en los cuales el acoplamiento ocurre en las interfaces entre dominios a través de las condiciones de contorno que se imponen allí. Generalmente los dominios describen situaciones físicas diferentes, pero es posible considerar el acoplamiento entre dominios que, siendo físicamente similares, han sido discretizados usando procedimientos diferentes.

Clase II. Esta clase contiene problemas en los cuales los varios dominios se superponen total o parcialmente. Aquí el acoplamiento ocurre a través de las ecuaciones de gobierno que describen fenómenos físicos diferentes.

Típicos de la primera categoría son los problemas de interacción fluido-estructura en los que interactúan dominios físicamente diferentes como en la figura 3.10(a) y también las interacciones estructura-estructura de la figura 3.10(b) donde la interfaz simplemente divide regiones elegidas arbitrariamente en las que se han utilizado discretizaciones numéricas diferentes.

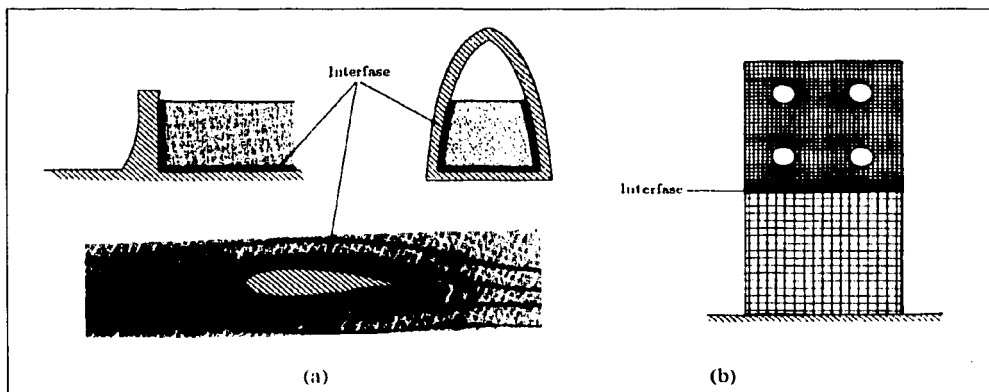


Figura 3.10 Problemas de Clase I con acoplamiento vía interfaz (mostradas en línea gruesa)

El uso de diferentes discretizaciones puede surgir de distintas causas, por ejemplo:

1. Mallas de elementos finitos diferentes pueden presentar ventajas para describir los dominios.
2. Diferentes procedimientos tales como la combinación de métodos de contorno y de elementos finitos en sus regiones respectivas pueden ser deseables desde el punto de vista computacional.
3. Los dominios pueden dividirse simplemente debido a la elección de diferentes algoritmos de avance en el tiempo, por ejemplo, unos de tipo implícito y otros explícitos.

En la Figura 3.11 se muestran problemas típicos de la segunda categoría. Uno de éstos es de dinámica de suelos para el análisis de la respuesta de una presa ante acciones sísmicas, en el cual el flujo y las presiones de filtración interactúan con el comportamiento dinámico del esqueleto del suelo. El otro es la extrusión de metales, donde el flujo plástico está fuertemente acoplado con el campo de temperaturas, mientras al mismo tiempo este último está influido por el calor generado en el flujo plástico.

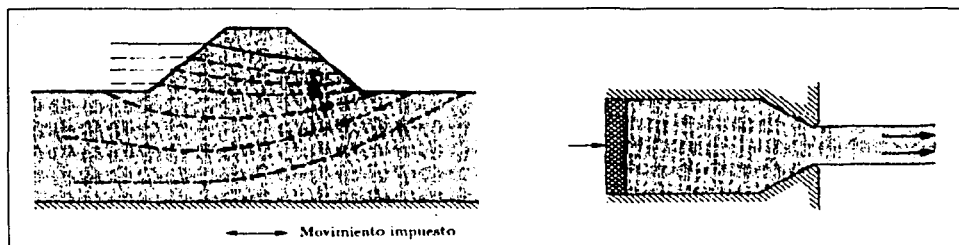


Figura 3.11 Problemas acoplados de Clase II con acoplamiento en dominios que se superponen

### Interacción fluido-estructura

El problema de interacción fluido-estructura es amplio y cubre muchas formas de comportamiento del fluido, las cuales, de momento, no se han discutido en detalle.

Sin embargo, en una muy amplia variedad de problemas el desplazamiento del fluido es pequeño mientras que la interacción es importante. Se engloban en esta categoría los dos primeros ejemplos de la figura 3.10, en los cuales el movimiento estructural influye e interactúa con la generación de presiones en el embalse o en el contenedor. Numerosos congresos se han dedicado enteramente a esta clase de problema el cual es de considerable interés en ingeniería, y en el que afortunadamente son posibles considerables simplificaciones en la descripción de la fase fluida. En tales problemas es posible escribir las ecuaciones dinámicas del comportamiento fluido simplemente como

$$\frac{\partial p}{\partial t} \approx \rho \dot{v} = -\nabla p \quad (3.48)$$

donde  $v$  es la velocidad del fluido,  $\rho$  es la densidad y  $p$  la presión. Para llegar a lo anterior se ha supuesto:

- a) la densidad  $\rho$  varía solo ligeramente,

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

- b) las velocidades son suficientemente pequeñas como para omitir los efectos convectivos, y  
 c) los efectos viscosos que introducen tensiones desviadoras pueden ser despreciados en el fluido.  
 La ecuación de continuidad basada en las mismas hipótesis es

$$\rho \operatorname{div} \mathbf{v} \equiv \rho \nabla^T \mathbf{v} = \frac{\partial \rho}{\partial t} \quad (3.49)$$

y puesto que

$$d\rho = \frac{\rho \Delta p}{K} \quad (3.50)$$

donde K es el módulo de deformación volumétrica, se puede escribir

$$\nabla^T \mathbf{v} = \frac{1}{K} \frac{\partial \rho}{\partial t} \quad (3.51)$$

La eliminación de  $\mathbf{v}$  entre 3.48 y 3.51 lleva a la ecuación de Helmholtz que gobierna la presión  $p$ :

$$\nabla^2 p + \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = 0 \quad (3.52)$$

donde

$$c = \sqrt{\frac{K}{\rho}} \quad (3.53)$$

denota la velocidad del sonido en el fluido.

Las ecuaciones descritas arriba son la base de todos los problemas acústicos.

En la figura 3.12 se analiza el problema ilustrado en la figura 3.10(a) y en las condiciones de contorno posibles para la parte fluida descrita por la ecuación 3.52. Como es conocido, se necesita como condición de contorno la especificación de los gradientes normales o de los valores de  $p$ .

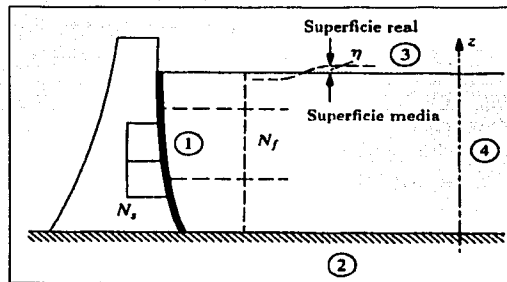


Figura 3.12 Condiciones de contorno para el fluido en un sistema de interacción fluido estructura

En la interfaz con el sólido, es decir los contornos 1 y 2 en la figura 3.12, las velocidades normales, o sus derivadas temporales, están prescritas. Considerando el gradiente de presión en la dirección normal a la cara se puede escribir, mediante la ecuación 3.48,

$$\frac{\partial p}{\partial n} = -\rho \dot{v}_n \quad (3.54)$$

donde  $\bar{v}_n$  está prescrita. Por tanto, por ejemplo, en el contorno ocurre acoplamiento con el movimiento de la estructura descrito por los desplazamientos  $u$ . Aquí se escribe

$$\dot{\bar{v}}_n = \ddot{u}_n \quad (3.55)$$

mientras que en el contorno 2, donde sólo existe movimiento horizontal, se tiene

$$\dot{\bar{v}}_z = 0 \quad (3.56)$$

Claramente, el acoplamiento con el movimiento de la estructura ocurre sólo vía el contorno 1. En la superficie libre, o contorno 3, la hipótesis más sencilla es que

$$p = 0 \quad (3.57)$$

Sin embargo, esto no permite la posibilidad de ondas superficiales de gravedad. Estas pueden aproximarse suponiendo que la superficie real está a una elevación  $\eta$  relativa a la superficie media. Ahora

$$p = \rho g \eta \quad (3.58)$$

donde  $\rho$  es la densidad y  $g$  la aceleración de la gravedad. Sin embargo, por la ecuación 3.48 se tiene que, puesto que  $v_z = \partial \eta / \partial t$  y suponiendo  $\rho$  constante,

$$\rho \frac{\partial \eta}{\partial t^2} = \frac{\partial p}{\partial x} \quad (3.59)$$

y eliminando  $\eta$  usando la ecuación 3.58, se tiene una condición de gradiente normal prescrito

$$\frac{\partial p}{\partial x} = -\frac{1}{g} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = -\frac{1}{g} \ddot{p} \quad (3.60)$$

Esto permite incorporar las ondas de gravedad de forma aproximada en el análisis y se conoce como la condición linealizada de ondas de superficie.

El contorno de radiación, contorno 4 en la figura 3.12, termina físicamente un dominio infinito y es necesaria alguna aproximación para tener en cuenta el efecto de tal truncamiento. El principal efecto dinámico es sencillamente que la única solución de la ecuación de gobierno 3.52 debe estar compuesta aquí de ondas salientes solamente ya que no existe entrada proveniente del dominio infinito.

Si se consideran sólo variaciones en  $x$ , dirección horizontal, es sabido que la solución general de la ecuación 3.52 se puede escribir como

$$p = F(x - ct) + G(x + ct) \quad (3.61)$$

donde  $c$  es la velocidad de onda y las dos ondas  $F$  y  $G$  viajan en las direcciones positiva y negativa de  $x$ , respectivamente. La ausencia de la onda entrante  $G$  significa que se tiene solamente

$$p = F(x - ct) \quad (3.62)$$

por tanto

$$\frac{\partial p}{\partial t} \equiv \frac{\partial p}{\partial x} = F' \quad (3.63)$$

y

$$\frac{\partial p}{\partial x} = -cI'' \quad (3.64)$$

donde  $I''$  es la derivada de  $I'$  con respecto a  $(x-cl)$ . Es posible, por tanto, eliminar la función desconocida  $I''$  y escribir

$$\frac{\partial p}{\partial x} = -\frac{1}{c} \dot{p} \quad (3.65)$$

que es una condición muy parecida a la expresada en 3.60. Esta condición de contorno se presenta para contornos radiantes y es análoga a colocar un elemento de amortiguamiento en dicho contorno.

### **Ensamblado del procedimiento analítico**

El método analítico para el tratamiento del sistema se basa en los desarrollos teóricos anteriores, esta combinación deberá tomar en cuenta la interacción de los elementos ante acciones dinámicas.

La teoría de los elementos finitos permite generar modelos discretizados que se adaptan a cualquier geometría y en este análisis de presas son requeridos modelos geométricos para la cortina, el embalse y la cimentación. El procedimiento de cálculo involucrará la interacción entre los elementos del sistema ante acciones dinámicas, dicha interacción incluye los efectos entre la cortina y su cimentación y la cortina y el embalse retenido.

De esta manera la teoría de elementos finitos se utiliza para analizar la cortina como un sólido que incluye la interacción dinámica entre otros elementos como la roca de cimentación que también es sólida y del fluido del agua embalsada. El sistema estará bajo acciones sísmicas, así que serán necesarias las propiedades dinámicas de los materiales y del sistema.

La evaluación de la respuesta dinámica del sistema se realiza por medio de herramientas de cómputo basadas en los elementos teóricos presentados.

### 3.4 Programa de aplicación

En 1986 se desarrolló un procedimiento para el análisis tridimensional de la respuesta sísmica de presas de concreto. En el procedimiento se incluyeron los efectos de la interacción agua-cortina, la compresibilidad del agua, la absorción en las fronteras debido a los sedimentos en el fondo y laderas. La flexibilidad de la roca de cimentación fue considerada en el análisis pero sus efectos inerciales y de amortiguamiento fueron ignorados. El procedimiento analítico fue implementado en un programa de cómputo llamado Eacd-3d desarrollado por la Universidad de California en Berkeley.

El procedimiento de análisis ha sido extendido recientemente para incluir los efectos inerciales y de amortiguamiento en la roca de cimentación, de este modo, los diversos efectos de la interacción roca-cortina son ahora incluidos en el análisis. El programa de cómputo original fue modificado para extenderlo a la versión Eacd-3d-96. En el procedimiento analítico, las subestructuras de la cortina y del dominio fluido son modelados por elementos finitos tridimensionales, no obstante, la región de la roca de cimentación se modela por elementos frontera en la superficie del cañón a lo largo de la interfaz roca-cortina.

El procedimiento analítico implícito en el programa asume en la cortina de concreto, embalse y roca de cimentación comportamiento lineal. De este modo no se considera la posibilidad del agrietamiento y apertura de las juntas constructivas de la cortina y cavitación.

El programa ha sido desarrollado para realizar análisis tridimensional de presas de concreto. Las presas de gravedad de concreto son construidas tradicionalmente como una serie de monolitos, usualmente con juntas de contracción rectas, tales juntas pueden deslizar y los monolitos tenderán a vibrar independientemente. Para esas presas una idealización bidimensional de esfuerzos de los monolitos individuales puede ser apropiado para predecir su respuesta sísmica. Por otro lado, son necesarias idealizaciones tridimensionales para las presas de gravedad de concreto con juntas de contracción ensambladas. Para presas de concreto compactado con rodillo que son construidas sin juntas puede ser apropiada una idealización plana si la presa está localizada en un valle ancho; de otro modo será necesaria una idealización tridimensional.

#### Sistema y movimiento del suelo

##### Geometría del sistema y consideraciones

El sistema consiste en una cortina de concreto cimentada en roca flexible y el embalse que se extiende hacia aguas arriba, figura 3.13(a). A pesar de que la cortina se construye usualmente en una zona estrecha del cañón, en este análisis se considera como infinitamente largo con una sección arbitraria pero uniforme longitudinalmente y es parte de un semiespacio homogéneo y viscoelástico. La sección transversal uniforme del cañón es definida únicamente por la proyección de la superficie media de la cortina en el plano  $y$ - $z$ , figura 3.13(b). Un ejemplo de los modelos de elementos finitos de la cortina para una cortina en arco, de su dominio fluido y el modelo de frontera de la subestructura de la roca de cimentación se muestra en la figura 3.14.

Nótese que los ejes  $x$ ,  $y$ ,  $z$  forman un sistema derecho con el eje  $x$  horizontal apuntado aguas arriba, el eje  $y$  es vertical hacia arriba y  $z$  tiene la dirección del eje de la presa.



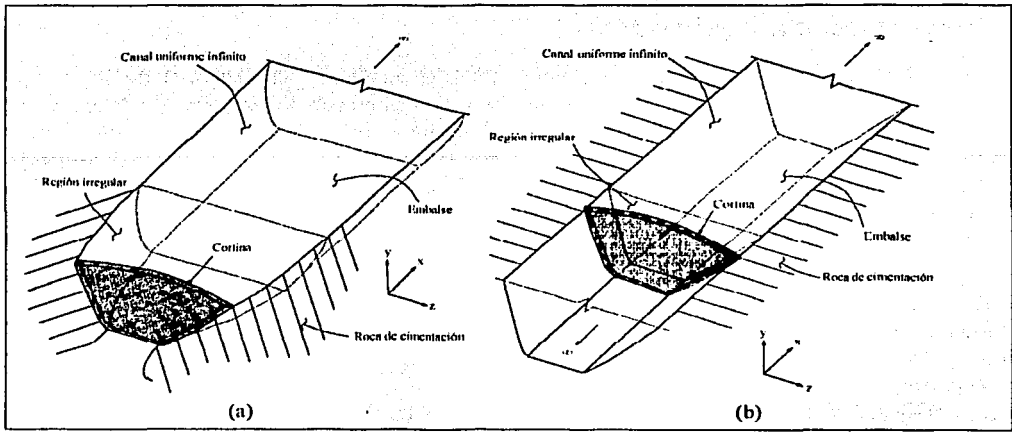


Figura 3.13 Sistema cortina-embalse-cimentación y su idealización

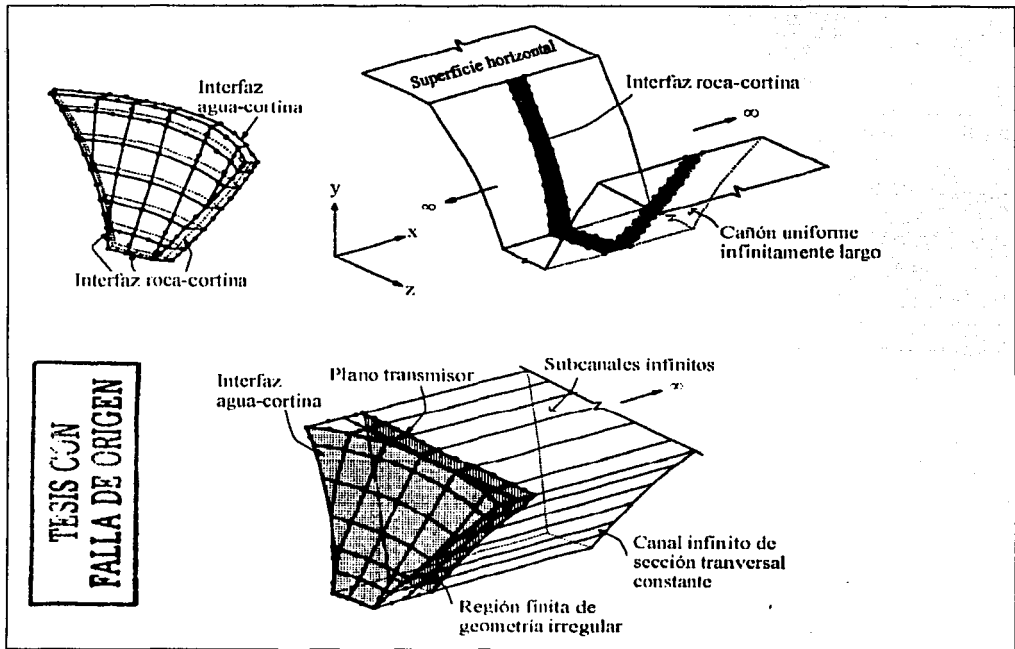


Figura 3.14 Modelos de elementos finitos de la cortina y dominio fluido y modelo de elementos frontera de la roca de cimentación para una presa de arco

## **Resumen del procedimiento analítico**

El programa de cómputo Eacd-3d-96 implementa el procedimiento analítico desarrollado para el análisis tridimensional del sistema cortina-embalse-cimentación, idealizado de acuerdo con la sección anterior, para determinar la respuesta sísmica de presas de concreto. Este procedimiento es una extensión de los procedimientos previos para considerar los efectos de la inercia y el amortiguamiento de la roca de cimentación que soporta a la cortina. Los efectos de la interacción embalse-roca no son incluidos por resultar pequeños. El análisis estático considera únicamente los efectos del peso de la cortina y las presiones hidrostáticas en la cara de aguas arriba de la cortina. Los efectos térmicos del concreto y la secuencia de construcción no son incluidos.

La eficiencia general del procedimiento de análisis dinámico está en función de la representación de la cortina, el embalse y la roca de cimentación como tres subestructuras de un sistema completo, con idealizaciones apropiadas de cada uno y en una dramática reducción de los grados de libertad al transformar los desplazamientos de la cortina a coordenadas generalizadas. Para la eficiencia computacional el programa incorpora varias características: eficientes formulaciones analíticas y procedimientos de cómputo para evaluar los términos hidrodinámicos, uso de expresiones racionales para interpolar funciones para las frecuencias de respuesta para las coordenadas modales de una estructura y reducir el número de frecuencias para las que la respuesta debe ser calculada exactamente y finalmente el empleo de un esquema de interpolación cúbica para reducir el número de valores de frecuencia para los cuales se calcula la matriz de impedancia de la roca de cimentación dependiente de la frecuencia y valuada en el campo complejo.

De este modo el procedimiento analítico resultante y el programa de cómputo proveen de una herramienta efectiva para el cálculo de la respuesta sísmica de diseños propuestos de nuevas presas de concreto y en la evaluación de la seguridad sísmica de las existentes.

## **Adaptaciones al modelo geométrico**

Dadas las nuevas características necesarias para el cálculo, discutidas anteriormente, el modelo geométrico debe adaptarse para que cumpla con las consideraciones en el sistema cortina-embalse-cimentación.

La geometría del cañón deberá obedecer las especificaciones del procedimiento analítico que precisan que la geometría del cañón sea prismática. Este requisito tiene como consecuencia que los modelos de la cortina y del embalse deberán ajustarse de la mejor manera a la nueva geometría.

El modelo adaptado del cañón será un promedio de la geometría que se desarrolla en la longitud de los modelos de la cortina y el embalse. Aunque aproximado, es una simplificación básica para poder enfrentar el problema dinámico del sistema y reducir el volumen de cálculo.

En la figura 3.15 se presentan dos modelos, el primero en el que la geometría se apega más a la naturaleza del cañón y el modelo ajustado que obedece a un cañón prismático. La extensión del embalse en dirección aguas arriba se redujo porque la geometría se regularizó y sus dimensiones se mantienen constantes en toda la extensión. Además de los cambios en los modelos

de la cortina y del embalse, los elementos frontera se adaptaron a la nueva geometría y de este modo se reconstruyó todo el sistema con sus superficies de contacto y modelos lineales.

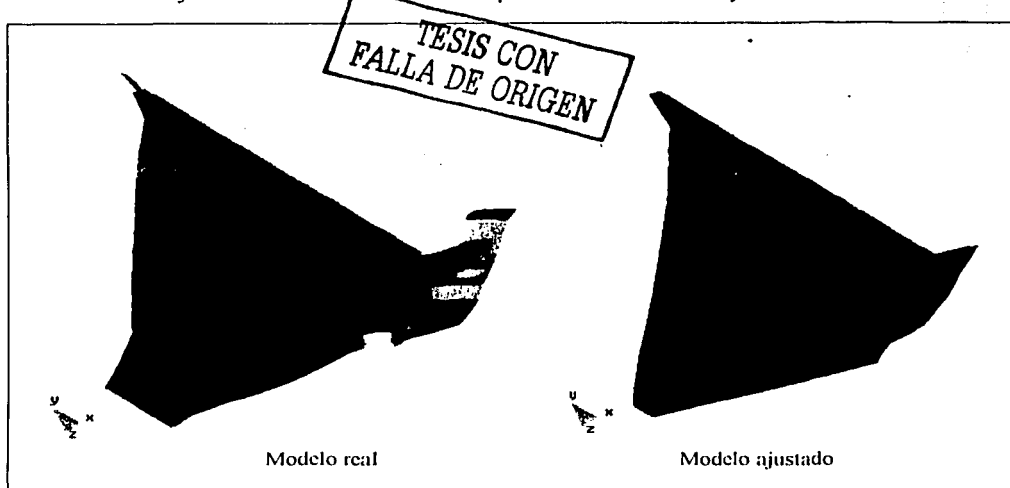


Figura 3.15 Modelos de la presa Trigomil real y ajustado de la cortina y del embalse

### Modelo de elementos finitos

Con la geometría determinada por la región natural y las simplificaciones necesarias para la aplicación del procedimiento analítico, se puede especificar el modelo de elementos finitos definitivo. A pesar de las simplificaciones la geometría es aún complicada y debe adaptarse a la forma del cañón y acoplarse a las inclinaciones de los paramentos.

Para generar la geometría sólida tridimensional se utilizaron elementos sólidos hexaédricos irregulares que se originaron al dividir la cortina y el embalse en regiones de tamaño conveniente. En la figura 3.16 se muestran las divisiones que se hicieron en la sección transversal máxima de la cortina y en la sección transversal del cañón que dan origen al modelo tridimensional.

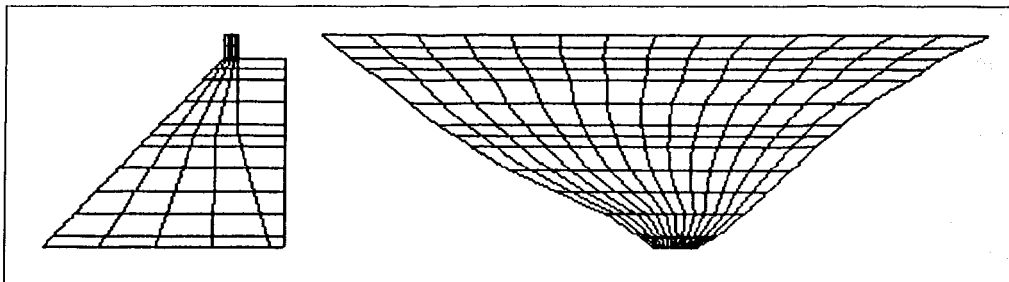


Figura 3.16 Secciones de la cortina y del cañón para la generación de los modelos.

El modelo de elementos finitos elegido para la malla sólida de la cortina consta de 1050 nodos y 728 elementos. La roca de cimentación, representada por la frontera del cañón prismático en contacto con la cortina, se conforma por un modelo de 205 nodos y 160 elementos de superficie tridimensionales. La región sólida del embalse varía de acuerdo al nivel del agua de modo que para el embalse en el nivel el máximo extraordinario se tienen 420 nodos y 182 elementos. La cantidad de elementos superficiales y lineales para los contactos cortina-embalse, roca-embalse y embalse-región infinita son variables de acuerdo a los niveles de agua hasta ser nulos para un embalse vacío. El conjunto se ejemplifica en la figura 3.17.

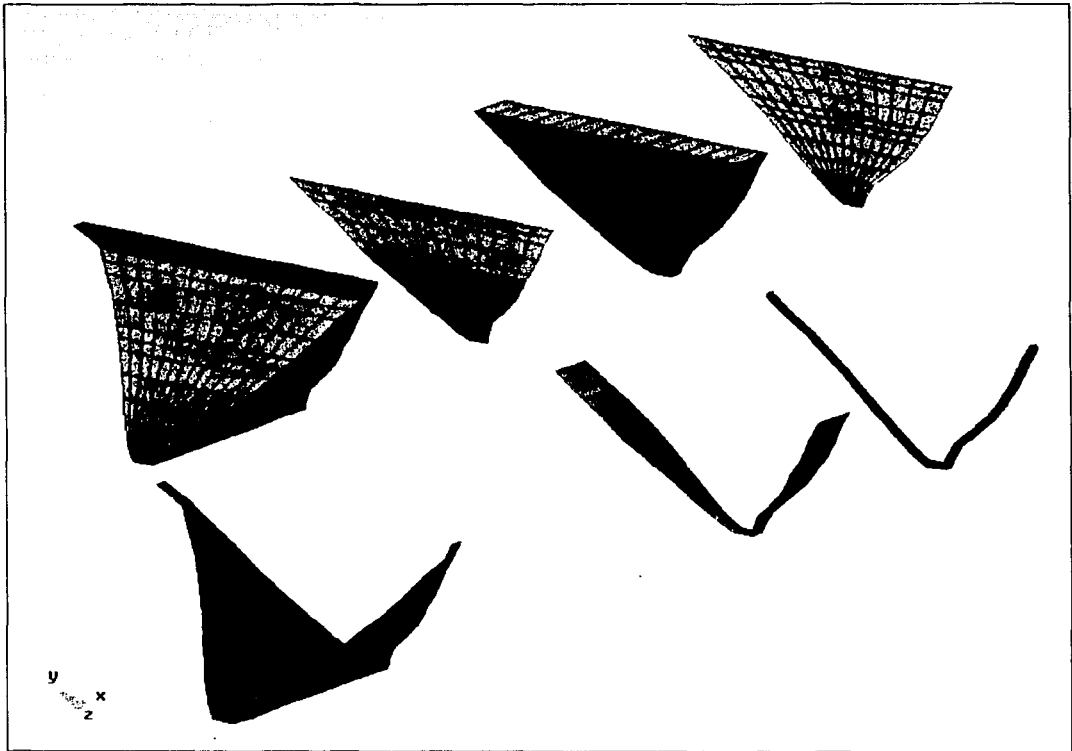


Figura 3.17 Sistema de mallas del modelo de elemento finito de la presa Trigonil

TRIGONIL CON  
FALDA DE ORIGEN



# **4. Análisis dinámico de presas de concreto incluyendo los efectos hidrodinámicos tridimensionales**

## **4.1 Casos analizados**

### **Análisis propuesto**

Cualquier estructura civil está sujeta a acciones variables dadas las condiciones de carga normales y extraordinarias que se ejercen sobre ella. En el análisis de presas, las primeras cargas se deben a los empujes hidrostáticos del agua los cuales varían de acuerdo a los niveles alcanzados por el agua en el embalse; y las segundas son causadas por los movimientos que el sismo ocasiona. Ambas son variables, pero las acciones sísmicas son más difíciles de predecir debido a que se desconoce la verdadera magnitud de cada sismo y por lo mismo, se desconocen también los efectos en la estructura.

La evaluación sísmica completa de la estructura debe constituirse por muchos análisis sísmicos de la respuesta de la cortina para así encontrar las máximas respuestas ya que cada una de las acciones puede causar diferentes respuestas críticas, que se deben a la naturaleza de los análisis dinámicos y de las respuestas dependientes de las frecuencias asociadas con las señales sísmicas.

En este trabajo se limita el estudio a una sola señal sísmica ya que se presenta un caso ilustrativo del procedimiento y no un análisis detallado de todos los posibles casos de carga sísmica. El objetivo de la investigación es una ejemplificación de un análisis sísmico que tome en cuenta aproximaciones a la realidad al utilizar un modelo tridimensional de la cortina, embalse y cimentación y un análisis sísmico hidrodinámico también tridimensional de interacción entre estos elementos. De este modo, los casos analizados son para tres diferentes niveles en el embalse: el máximo extraordinario NAME, máximo ordinario NAMO y el embalse vacío, todos ellos con la misma señal sísmica. En el Anexo A se explica con detalle la metodología del programa de cómputo y las características de los datos de entrada.

Para cada uno de los casos la acción es el acelerograma descrito anteriormente y las respuestas que se estudian son las deformaciones y los esfuerzos dentro de la cortina debido a los efectos sísmicos e hidrodinámicos.

Como parte del análisis se presentan los modos naturales de vibración y las frecuencias en las que estos suceden. Estos resultados son información fundamental para la evaluación dinámica de la cortina y para la estimación de las características vibratorias dominantes de los sismos que podrían afectar más a la presa.

En el cuadro siguiente se esquematizan los resultados que se presentarán adelante:

<i>Caso</i>	<i>Acción</i>	<i>Respuesta</i>
Todos	Ninguna	Modos de vibración
NAME	Sismo de Ciudad Guzmán	Deformaciones y esfuerzos dinámicos
NAMO		
Vacío		

### **Posibles análisis**

El análisis propuesto se limita a un sólo sismo, no obstante las posibilidades son mayores. Las acciones determinarán la respuesta de la presa y, como cada señal es única, un análisis completo debería incluir varias excitaciones que correspondan a la zona y así encontrar una envolvente de la respuesta. De esta manera será posible evaluar la seguridad de la cortina y localizar los esfuerzos máximos posibles en la vida útil de la presa.

Los resultados de las características dinámicas pueden también ayudar a estimar las magnitudes y características de los sismos y así encontrar la excitación máxima que la cortina podría soportar. De igual manera sabiendo cuáles son las características de una región es posible proponer diseños y estudiar la susceptibilidad de las construcciones a sufrir daños mayores a causa de acciones dinámicas debido a resonancia entre las frecuencias dominantes del movimiento y las frecuencias naturales del sistema.

Por último es posible un estudio paramétrico de las propiedades mecánicas de los materiales, de esta manera se podrían optimizar las calidades de materiales y volúmenes al variar la geometría.

Como en muchas ramas de la ingeniería, las posibilidades de análisis son muchas y los casos que se analicen estarán en función del fin que se quiere alcanzar y de los resultados que se busquen. Este estudio no se limita a presentar resultados sino a proponer una herramienta adicional para el diseño y revisión de presas de concreto.

## 4.2 Modos de vibración

En primer lugar, como parte de las características del comportamiento de la cortina en estudio, se presentan los modos de vibración, que es un grupo de valores de frecuencias y de formas modales en las que vibra el sistema naturalmente. Estos valores resultan cuando al sistema se le impone un desplazamiento y se le suelta causando una oscilación a una frecuencia y forma específica de acuerdo a la distribución de rigidez y de masa en el sistema.

Para cada una de las formas modales dominantes se presentan los aspectos de la geometría de la cortina deformada mostrando las amplitudes del desplazamiento correspondientes. Por tanto, este análisis dio como resultado las configuraciones que se muestran a continuación así como las frecuencias de vibración asociadas.

De acuerdo al procedimiento anterior, se obtuvieron las seis formas modales más significativas de la cortina de la presa Trigomil. Se observa que el primer modo, con una frecuencia de 5.9 Hz, es el modo simétrico fundamental. La segunda forma modal, con una frecuencia de 7.5 Hz, es la asimétrica fundamental del sistema. Figura 4.1.

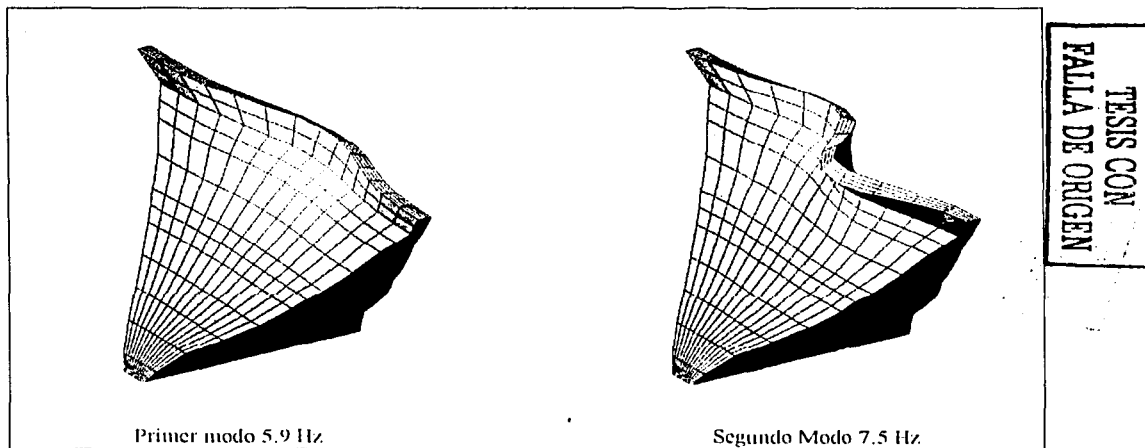


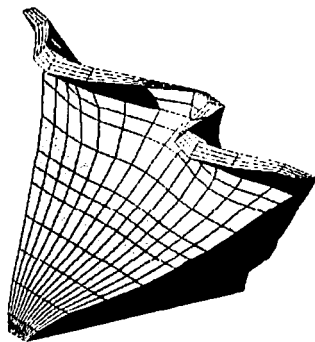
Figura 4.1 Primer y segundo modos de vibración.

El tercer y el quinto modo mostrados en la figura 4.2 con frecuencias de 9.4 y 11.9 Hz son órdenes elevados de la segunda forma modal, que tienen deformaciones dominantes tanto en dirección de aguas arriba y aguas abajo, esto se debe a que la rigidez en este sentido es menor que en las otras dos direcciones ortogonales a ella.

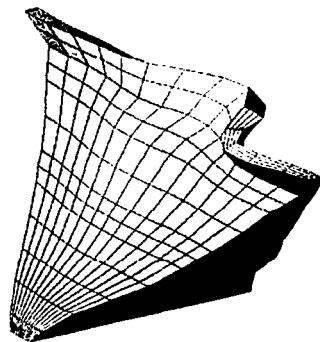
Los modos 4 y 6 con frecuencias de 11.3 y 12.8 Hz, también mostrados en la figura 4.2, exhiben formas más complicadas en donde la participación vertical es mayor y existen contribuciones de los modos de órdenes inferiores.



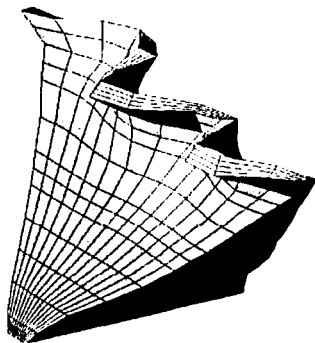
TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN



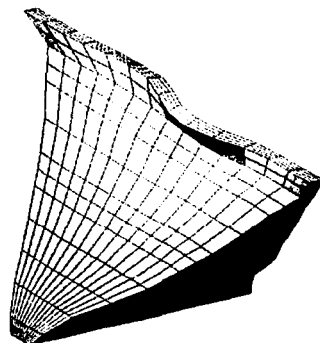
Tercer modo 9.4 Hz.



Cuarto modo 11.3 Hz.



Quinto modo 11.9 Hz.



Sexto modo 12.8 Hz.

Figura 4.2 Tercer a sexto modos de vibración.

Las frecuencias naturales del sistema son valores indicativos de la seguridad dinámica de la presa. De acuerdo a la sismicidad de la zona es posible esperar ciertas frecuencias dominantes en los movimientos sísmicos que dependen del tipo de medio en el cual las ondas viajan y la distancia a las principales zonas en las que se generan los sismos.

De esta manera, haciendo una comparación con el estudio de la señal seleccionada para el análisis, que es muy aproximada a la de la zona de la presa, se observa que la frecuencia del primer modo de vibración, de 5.9 Hz o ciclos por segundo que equivale a un periodo del inverso de esta frecuencia igual a 0.17 de segundo. Esta es la frecuencia más baja, o periodo más grande, y las magnitudes de los periodos para los siguientes modos de vibración serán menores.

Se observa que los valores de estas seis frecuencias no coinciden con los picos de frecuencia dominantes en los espectros de aceleraciones obtenidos en el Capítulo 2 y que se muestran a continuación.

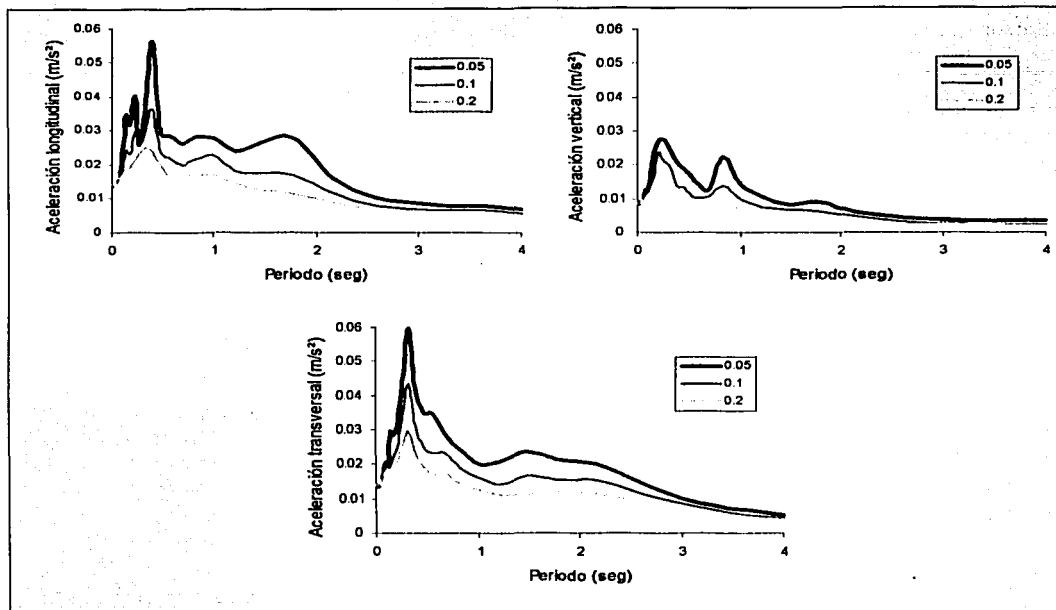


Figura 4.3 Espectros de aceleraciones del sismo de Ciudad Guzmán para tres valores de amortiguamiento

Los máximos valores de la aceleración espectral de las componentes horizontales se alcanzan para un periodo de aproximadamente 0.3 de segundo y en la componente vertical para 0.2 de segundo. Comparando estas magnitudes con las calculadas para la cortina se concluye que para esta señal sísmica no hay riesgo de resonancia en las componentes horizontales. En dirección vertical, aunque es cercano el valor del periodo, la forma modal dominante causa desplazamientos horizontales mas no verticales, es decir, se encuentra también fuera de riesgo.

Los modos de vibración natural o formas modales y sus frecuencias son un indicador de los desplazamientos que pueden inducirse por una acción sísmica y, a su vez, los desplazamientos podrán ser traducidos a esfuerzos. Estos valores serán parte de la evaluación de la respuesta dinámica tridimensional de la cortina y mediante ellas se localizarán posibles concentraciones de esfuerzos dinámicos así como su variación en el tiempo bajo una excitación dinámica.

TESIS CON  
FALTA DE ORIGEN

### 4.3 Deformaciones y esfuerzos

Las acciones sísmicas variables en el tiempo sobre la cortina ocasionarán una respuesta igualmente dinámica y distribuida en su cuerpo y también variable en el tiempo, es decir, habrán instantes durante la acción del sismo en que la respuesta será máxima y dichos valores se localizarán a cada instante en lugares diferentes dentro de la geometría de la cortina. Esta respuesta dinámica temporal y espacialmente variable es función directa de la acción y de las propiedades del sistema cortina-cimentación-embalse de modo que esta interacción ofrecerá como respuesta un conjunto de valores de deformaciones y esfuerzos dinámicos tridimensionales.

La naturaleza del método aplicado otorga gran flexibilidad al cálculo, sin embargo arroja infinidad de resultados numéricos de acuerdo a la densidad de la discretización de las subestructuras que representan al sistema, además, cada instante en que el sismo actúa tiene una respuesta que será diferente una fracción de segundo posterior. A pesar de la gran cantidad de datos del problema, será suficiente localizar las magnitudes máximas de los esfuerzos y deformaciones en el tiempo en que éstas sucedan y también mostrar gráficamente la respuesta a fin de facilitar la comprensión de los resultados.

La historia de la respuesta puede ser expresada como una secuencia de imágenes en la que se representen las deformaciones y los esfuerzos para cada instante de tiempo. Como ejemplo en la figura 4.4 se muestra la respuesta para cuatro instantes de tiempo de la cortina, cada imagen representa la evolución de los esfuerzos principales mayores y la geometría deformada cuando el embalse está al máximo.

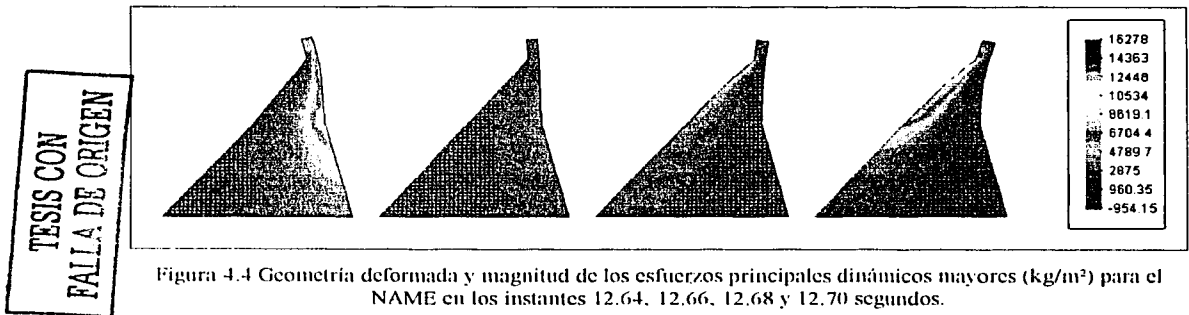


Figura 4.4 Geometría deformada y magnitud de los esfuerzos principales dinámicos mayores ( $\text{kg/m}^2$ ) para el NAME en los instantes 12.64, 12.66, 12.68 y 12.70 segundos.

Los ejemplos anteriores muestran cuatro resultados consecutivos de los 750 instantes en un corte transversal para un caso de carga y un tipo de esfuerzo, es decir, una pequeña fracción de los resultados. La información total alcanza magnitudes extraordinarias ya que en primer lugar se trata de un modelo tridimensional y son tres los casos de carga estudiados de acuerdo al nivel del agua en el embalse; además para cada uno de los 750 instantes de la historia de la respuesta se cuenta con la información de los desplazamientos y de los esfuerzos principales de cada uno de los 1050 nodos de la malla de elementos finitos.

Por esta razón se presentan dos de los instantes en donde la respuesta sísmica es mayor para cada uno de los tres casos analizados, uno para la deformación máxima dominante en

dirección aguas arriba y otro hacia aguas abajo. Los resultados gráficos mostrados corresponden a los valores de la deformación y los esfuerzos principales mayores y menores, es decir, tensiones y compresiones. Para una mejor apreciación, se presenta un corte transversal y el modelo tridimensional, ambos deformados y los valores numéricos se muestran con escala de colores.

### Deformaciones y esfuerzos con el embalse al NAME

Cuando el nivel del embalse es el máximo extraordinario, es decir 1239.36 metros sobre el nivel del mar o aproximadamente 89 metros de tirante de agua, la respuesta es máxima.

Las deformaciones máximas debidas a la acción sísmica son de hasta 2.1 milímetros en la corona de la cortina, este valor no pareciera ser muy alto pero todo se debe a que las aceleraciones que causa el sismo tampoco son elevadas. En la figura 4.5 se muestra, para un tiempo de 5.56 segundos, en la sección máxima de la cortina y en el modelo tridimensional, la distribución de las deformaciones. Se observa en el modelo tridimensional la variación de la respuesta así como la deformación a lo largo del eje de la cortina.

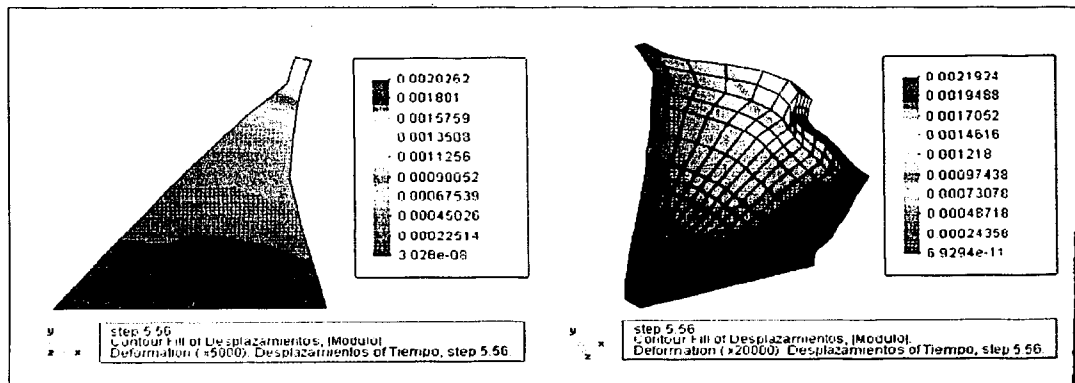


Figura 4.5 Geometría deformada y valores de los desplazamientos en metros para el NAME en el instante 5.56 seg.

En las figuras 4.6 y 4.7, además de la geometría deformada, se muestran los valores de los esfuerzos principales mayores y menores, es decir, tensiones en la primera y compresiones en la segunda.

Los esfuerzos dinámicos máximos de tensión son de hasta 2.3 kg/cm<sup>2</sup> y los de compresión dinámica tienen el mismo valor. La localización de los valores máximos varía de acuerdo a la geometría deformada, de modo que cuando se deforma hacia aguas arriba las tensiones se localizan en la parte superior de la cara de aguas abajo y las máximas compresiones en la cara contraria en el pliegue del talón.

La información sobre la distribución de esfuerzos y deformaciones corresponde a las acciones dinámicas, así que la distribución real debe considerar los esfuerzos estáticos. Este análisis se ha limitado a presentar sólo la respuesta debida a la acción dinámica.

TESIS CON  
FALTA DE ORIGEN

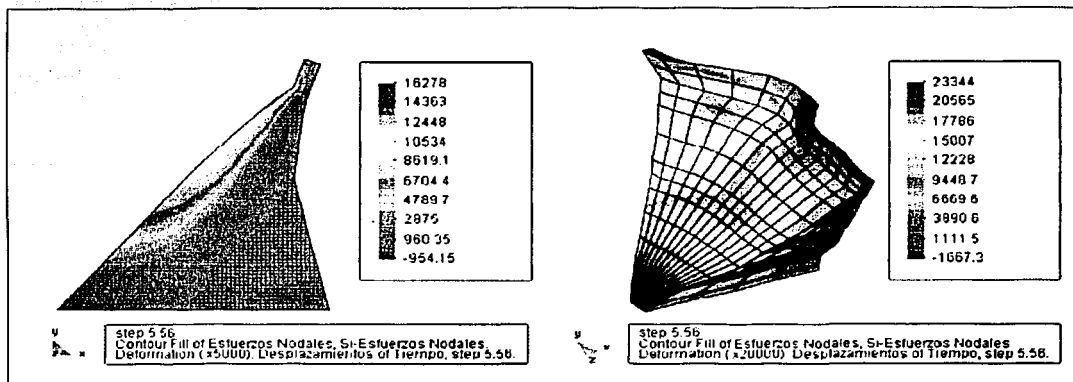


Figura 4.6 Geometría deformada y valores de los esfuerzos principales mayores (tensión) en  $\text{kg/m}^2$  para el NAME en el instante 5.56 seg.

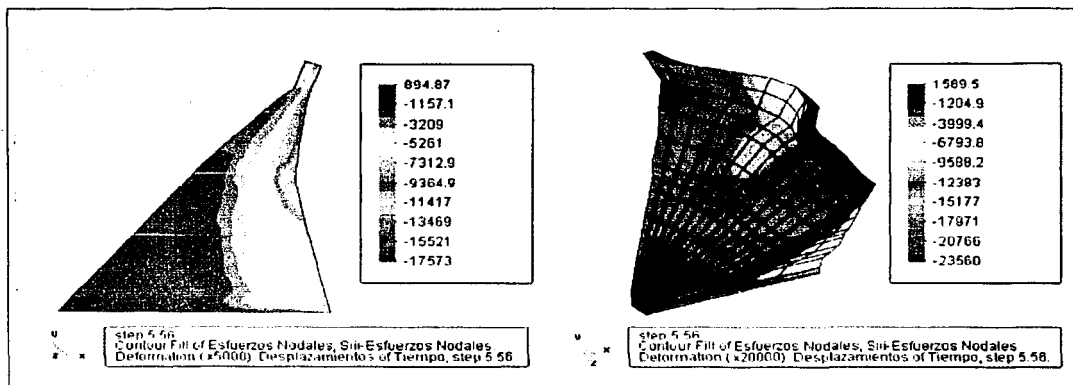


Figura 4.7 Geometría deformada y valores de los esfuerzos principales menores (compresión) en  $\text{kg/m}^2$  para el NAME en el instante 5.56 seg.

A continuación se muestra el instante 12.6 seg. en el cual la deformación dominante es hacia aguas abajo. En la figura 4.8 se muestra el conjunto de la respuesta para deformaciones y esfuerzos de tensión y compresión.

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

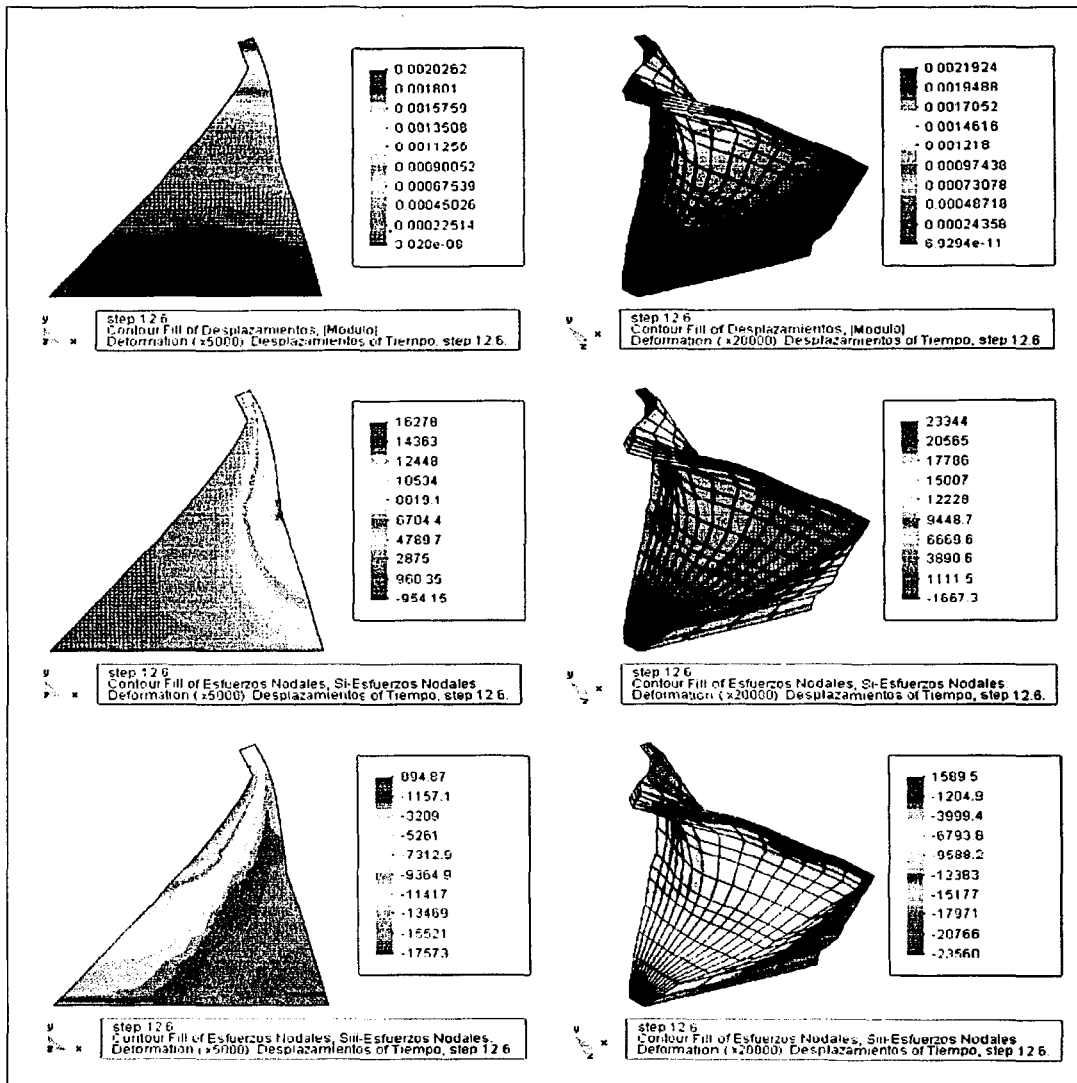


Figura 4.8 Geometría deformada y valores de la deformación y esfuerzos principales de tensión y compresión para el NAME en el instante 12.6 scg.

TESIS CON  
FALLA DE CALIFICACION

### **Deformaciones y esfuerzos con el embalse al NAMO**

En el segundo caso analizado el nivel del embalse es el máximo ordinario con 1201.40 metros sobre el nivel del mar o aproximadamente 81 metros de tirante de agua.

Las deformaciones alcanzan los 1.7 milímetros en la corona de la cortina y los esfuerzos dinámicos varían desde 1.6 kg/cm<sup>2</sup> en tensión hasta 1.7 en compresión. Y como es de esperarse la localización de los valores máximos obedece a la geometría deformada.

En las figuras 4.9 y 4.10 se muestran para los instantes 13.98 y 14.70 seg. los conjuntos de valores de deformación y esfuerzo, el primero para la deformación máxima dominante en dirección aguas arriba y el otro hacia aguas abajo.

### **Deformaciones y esfuerzos con el embalse vacío**

En las figuras 4.11 y 4.12 se muestran para los instantes 11.58 y 12.42 seg. los conjuntos de valores de deformación y esfuerzo, el primero para la deformación máxima dominante en dirección aguas arriba y el segundo hacia aguas abajo cuando el embalse se encuentra vacío.

La respuesta es mínima en este caso debido a que el agua del embalse no ejerce ninguna acción sobre la cortina para incrementar la respuesta.

Las deformaciones alcanzan los 0.9 de milímetro en la corona de la cortina y los esfuerzos oscilan entre 0.9 en tensión y de 1.0 kg/cm<sup>2</sup> en compresión.

Cuando el embalse está vacío, hay una tendencia a desplazarse mayormente hacia aguas arriba como es de esperarse. Los resultados también comprueban que la interacción dinámica del embalse tiene gran peso sobre la respuesta de la cortina porque los máximos, además de ser de diferente magnitud, se alcanzan en diferentes instantes.

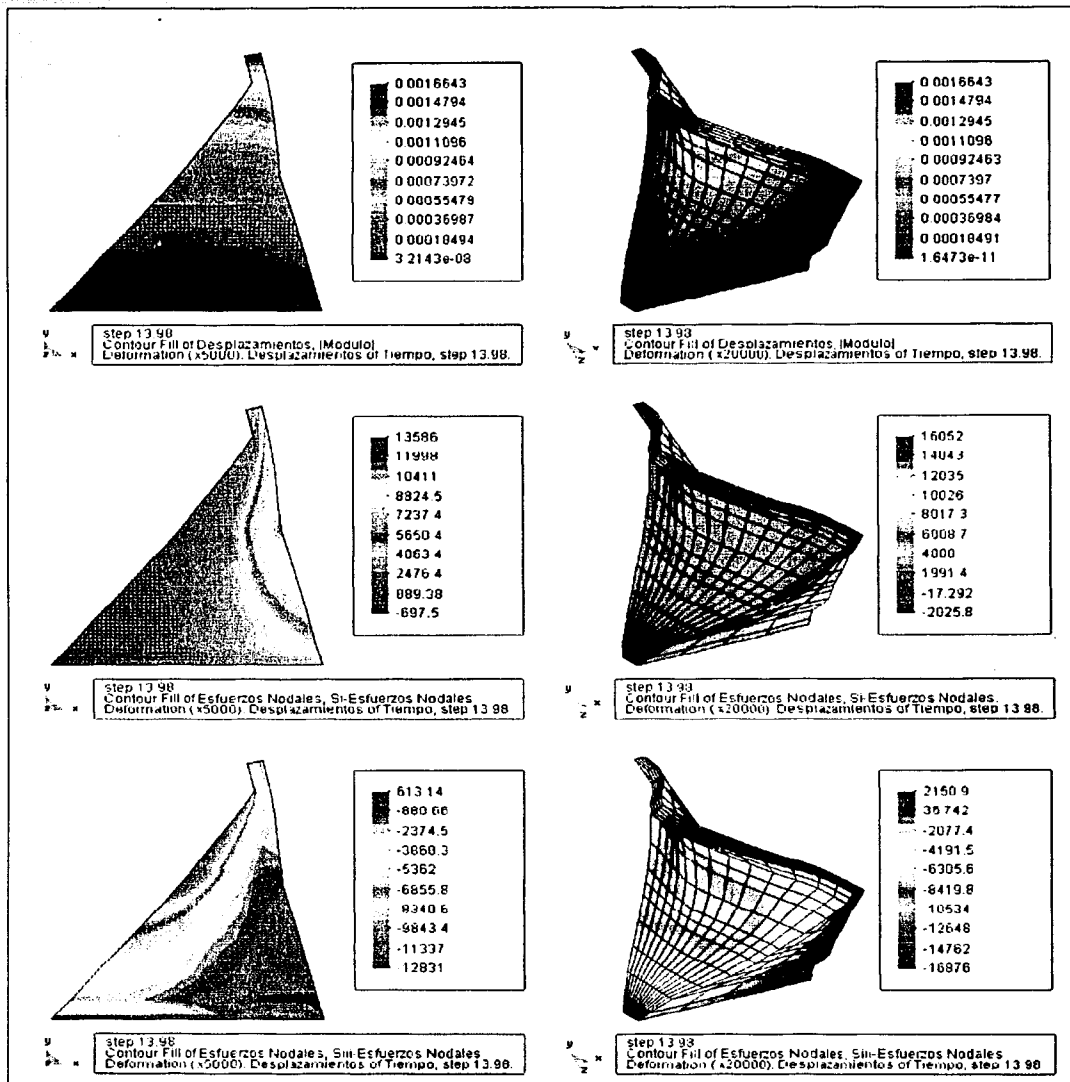


Figura 4.9 Geometría deformada y valores de la deformación y esfuerzos principales de tensión y compresión para el NAMO en el instante 13.98 seg.

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN



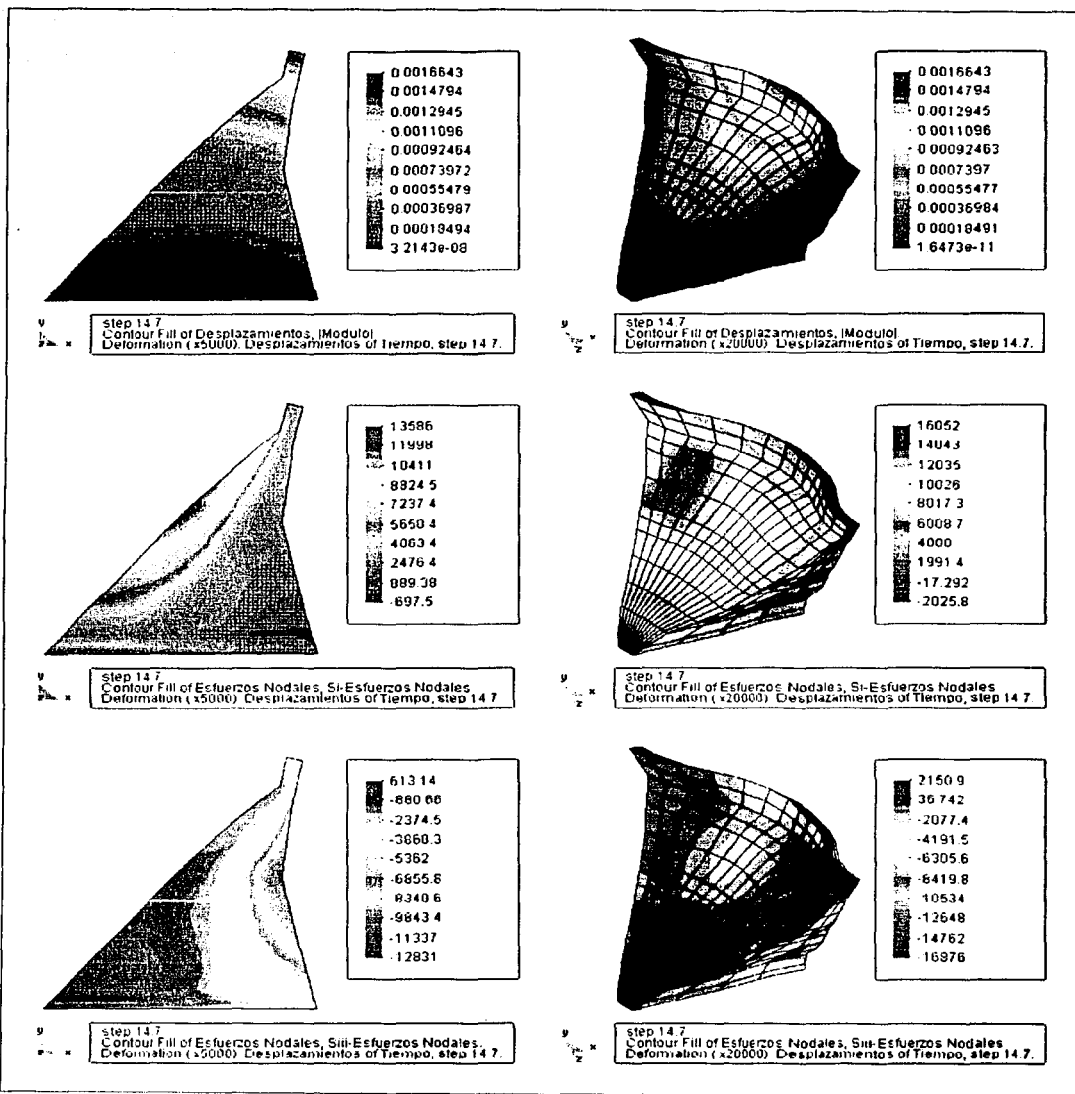


Figura 4.10 Geometria deformada y valores de la deformación y esfuerzos principales de tensión y compresión para el NAMO en el instante 14.7 seg.

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

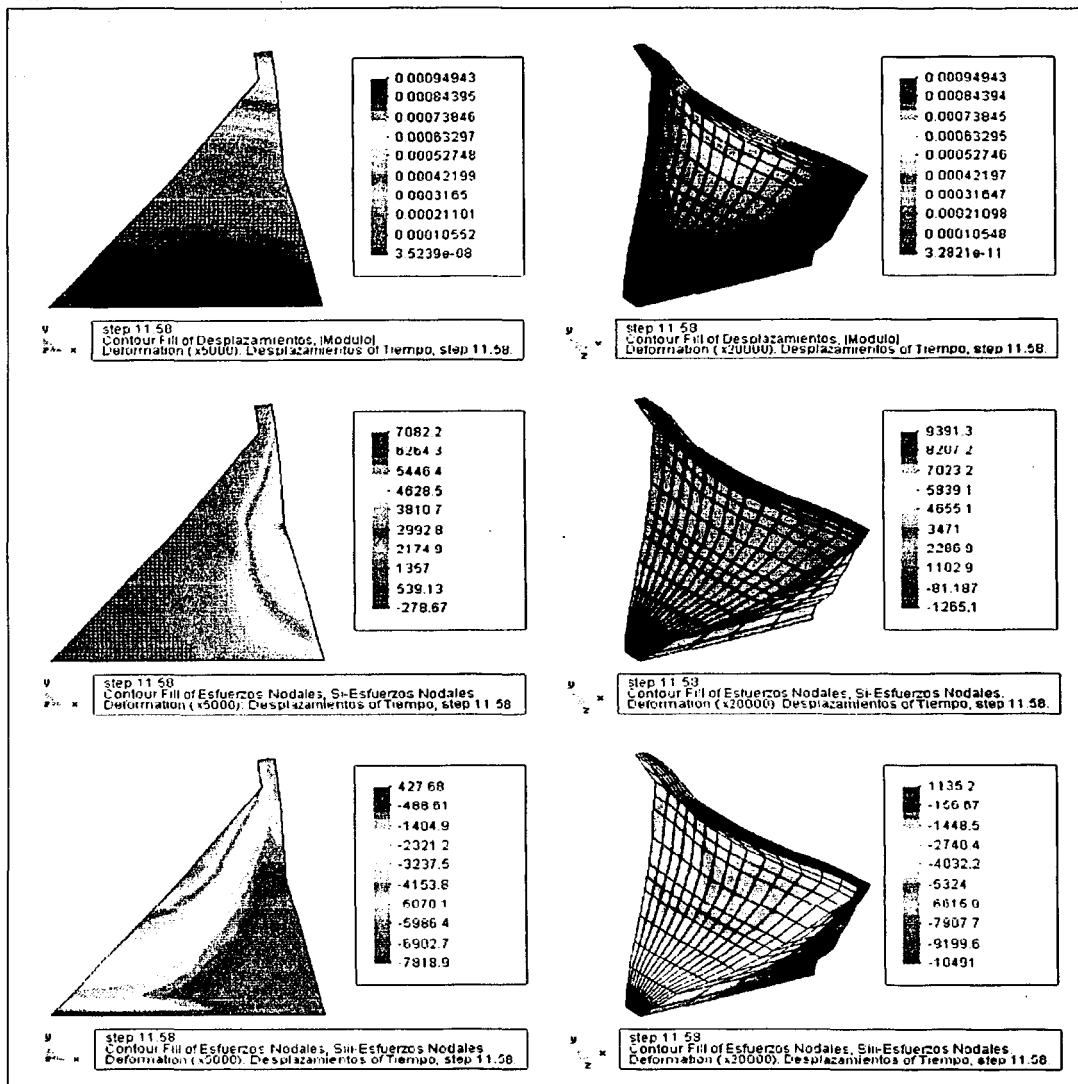


Figura 4.11 Geometría deformada y valores de la deformación y esfuerzos principales de tensión y compresión para el embalse vacío en el instante 11.58 seg.

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

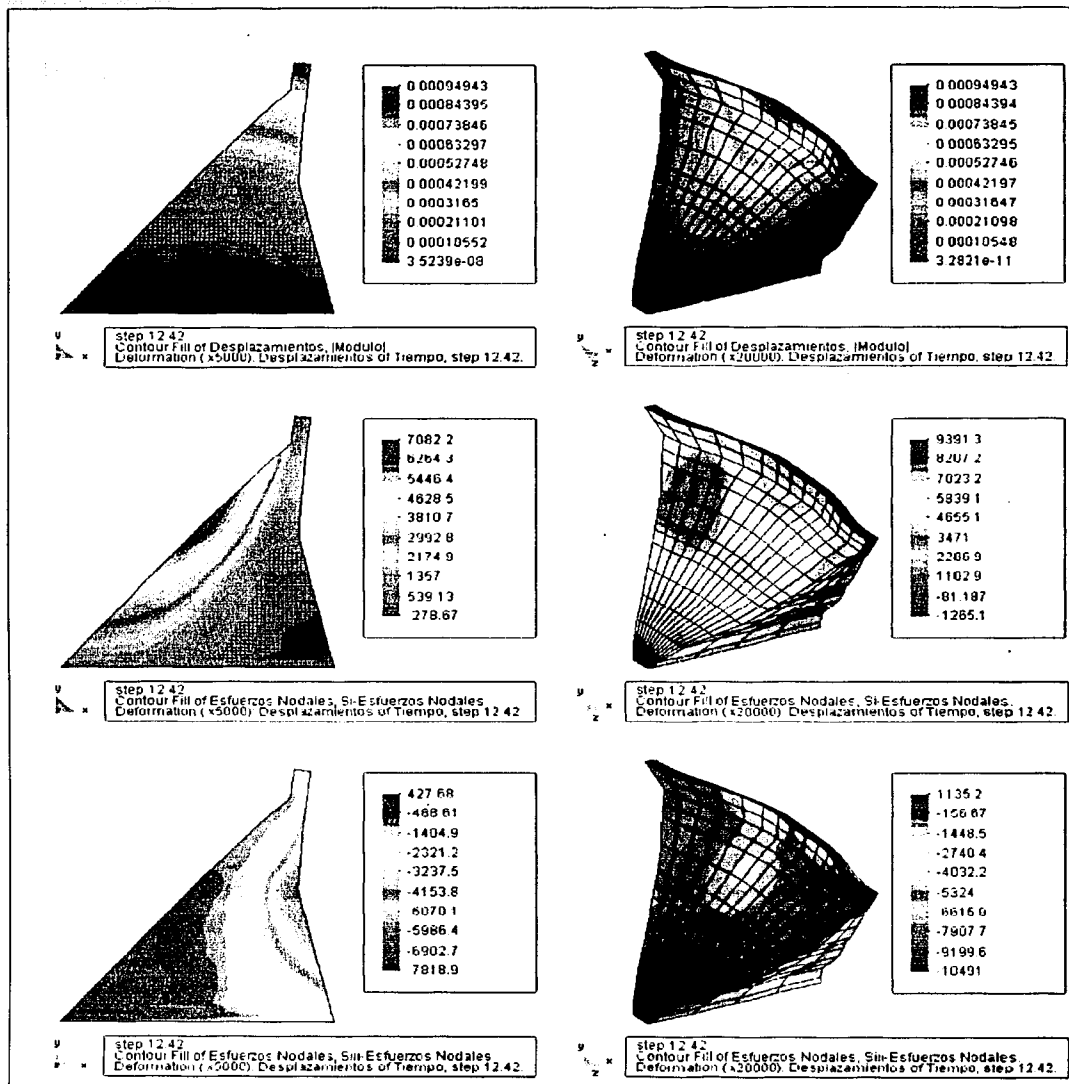


Figura 4.12 Geometría deformada y valores de la deformación y esfuerzos principales de tensión y compresión para el embalse vacío en el instante 12.42 seg.

# 5. Conclusiones y recomendaciones

## Modos y espectro

Las frecuencias naturales y las formas modales, también llamadas simplemente modos de vibración, son el principal indicador para evaluar la respuesta dinámica de la presa ya que son independientes de la excitación y son función de la rigidez y de la masa del sistema. Esta independencia permite hacer comparaciones entre las frecuencias naturales del sistema con las frecuencias de los espectros de las acciones sísmicas para evaluar la posibilidad de resonancia del sistema.

Los modos de vibración obtenidos oscilan entre los 5.9 y 12.8 Hz que son equivalentes a periodos de 0.17 de segundo para el primero y 0.08 para el último. Esto quiere decir que el modo fundamental vibra a razón de un ciclo completo cada 0.17 de segundo y los demás modos de vibración aparecen con velocidades mayores. De esta manera, cualquier excitación dinámica cuyos periodos dominantes en sus espectros de aceleraciones estén fuera del rango comprendido por el periodo natural del modo fundamental y modos menores, estará libre del riesgo de amplificación por el fenómeno de resonancia.

Los modos de vibración tienen frecuencias elevadas que corresponden a la rigidez de las obras de concreto a diferencia de las presas de tierra y enrocamiento que tienen frecuencias más bajas.

El sismo de Ciudad Guzmán del 9 de octubre de 1995, utilizado en este análisis como única señal, tiene aceleración dominante en un periodo de 0.3 de segundo para sus componentes horizontales y en la componente vertical tiene un pico en 0.2 que es cercano a 0.17 de segundo del periodo fundamental.

Las formas modales intervienen en esta discusión porque determinan la ubicación en que atacaría el fenómeno de resonancia, así que poseer solamente la información de las frecuencias no basta para este análisis. Para el caso en estudio, anteriormente se revisaron las formas modales donde se observó que tenían una forma específica que era en dirección longitudinal, es decir, de aguas arriba hacia aguas abajo. Esta forma se debe comparar con su correspondiente excitación, así que la forma modal del primer modo de vibración no coincide con la excitación ya que esta es vertical. La forma modal que tomaría una forma dominante vertical tendría una frecuencia mucho mayor a la del sexto modo de vibración mostrado o bien, un periodo muy pequeño, de modo que no existe posibilidad de amplificación importante en ninguna de las direcciones con el sismo analizado.

Bajo la señal sísmica utilizada, la Presa Trigomil tiene una respuesta dinámica modal satisfactoria. Son necesarias más comparaciones con las frecuencias dominantes de señales sísmicas de la zona para evaluar completamente el riesgo de resonancia sísmica, sin embargo, dado que ya se conocen las características de las formas modales y sus frecuencias, este proceso carece de complicaciones.

### **Esfuerzos y deformaciones**

El análisis dio resultados de esfuerzos con magnitudes inferiores a las que pondrían en riesgo al concreto de la cortina, sin embargo, el bajo nivel de los esfuerzos se debe a que los valores calculados no incluyen los esfuerzos estáticos o por peso propio de la cortina. No obstante, la localización de los esfuerzos es de utilidad en la determinación de posibles zonas críticas por concentración de esfuerzos.

Una señal mayor provocará esfuerzos más significativos pero el alcance de este análisis se limita a ejemplificar el procedimiento, además la escasez de datos sísmicos adecuados es probablemente el más grande impedimento para progresar en la evaluación sísmica de la presa. A pesar de las incertidumbres en las características del sismo esperado se logra presentar un posible modo de falla al localizar los esfuerzos dinámicos que se agregarían a los estáticos y así poder compararlos con la resistencia del concreto estática o dinámica.

El comportamiento ante este sismo es evidentemente satisfactorio debido a su pequeña magnitud, pero en este análisis, no solo se localizan los esfuerzos en la cortina sino que también se dice cuál es su duración, así que, aunque la señal fuera escalada para alcanzar los niveles de aceleraciones de un sismo con un periodo de retorno elevado, las duraciones de los esfuerzos dinámicos máximos seguirían siendo equivalentes.

Un estudio de la resistencia dinámica del concreto sería de utilidad ya que los valores pico se alcanzan solo durante pequeños instantes de tiempo y quizá los materiales son capaces de soportarlos si se compararan con las de las relaciones constitutivas instantáneas de los materiales. De esta manera se mejorarían los criterios comunes de evaluación sísmica de presas en los que se comparan los esfuerzos elásticos bajo cargas estáticas con la resistencia estática esperada del concreto.

### **Interacción hidrodinámica**

El análisis de los diferentes casos de niveles del embalse revela la importancia de los análisis hidrodinámicos. Es obvio que cuanto mayor sea el nivel del agua, mayores serán los esfuerzos y las deformaciones, pero el comportamiento dinámico será distinto.

Para una misma señal sísmica la respuesta varía en el tiempo, es decir, cambian las deformaciones y los esfuerzos. Este análisis comprueba que, cuando ha transcurrido el mismo tiempo bajo la misma excitación sísmica, el sistema tiene configuraciones deformadas y magnitudes de esfuerzos que cambian con el nivel del embalse para los mismos instantes en relación a esfuerzos principales mayores tanto para el embalse al NAME y cuando está vacío, como se muestra en la figura 5.1.

Es evidente que la magnitud de la respuesta cambiará si es modificada alguna de las componentes de carga que en este caso es el efecto del agua. El análisis muestra que la acción

dinámica no solo generará empujes sino que, debido al efecto de las presiones hidrodinámicas, también habrán succiones debido a un movimiento fuera de fase del embalse y estos efectos pueden reducir o amplificar la respuesta del sistema.

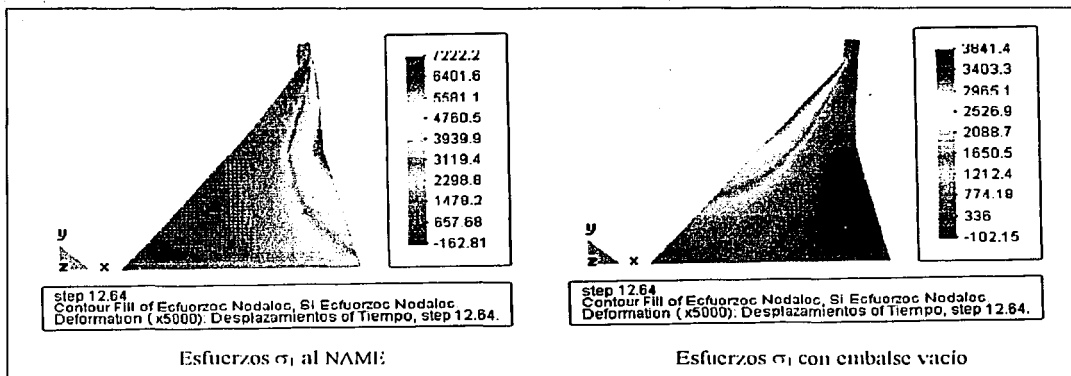


Figura 5.1 Esfuerzos principales mayores en el mismo instante (12.64 seg.) para el nivel máximo y embalse vacío

Un análisis con varias señales aplicadas al sistema mostraría la presencia de movimientos del embalse y la cortina en o fuera de fase que determinen si existe amplificación por este fenómeno. Otra solución resultaría de comparar la información de vibración natural obtenida de la cortina con valores equivalentes para el embalse. La primera propuesta requiere registros sísmicos que no están disponibles en el momento, y la segunda idea necesita análisis más profundos que exceden los alcances de la evaluación dinámica realizada en este trabajo.

### Respuesta tridimensional

La respuesta hidrodinámica de una presa de concreto gravedad puede ser evaluada como un sistema plano, este análisis se justifica cuando la longitud de cresta de la cortina es grande en relación con su altura y en el cañón no hay grandes variaciones de su profundidad. Cuando estas circunstancias no se cumplen en presas de gravedad se requiere un análisis tridimensional.

El desarrollo presentado tiene resultados que comprueban esta necesidad, así en la figura 5.2 se observan varias distribuciones de las deformaciones para tres instantes a lo largo de un corte longitudinal de la cortina, en ellas se comprueba que asumir un comportamiento uniforme de la sección transversal, como lo hace la hipótesis de comportamiento plano, resulta falso para esta cortina.

El análisis tridimensional obliga al uso de herramientas especializadas y la interpretación de resultados es complicada en contraste con los métodos planos. Este incremento en la complejidad tiene como recompensa que los resultados obtenidos ayudan a entender el comportamiento de las presas existentes de manera más realista y se pueden optimizar los diseños de las presas que estén en proyecto.

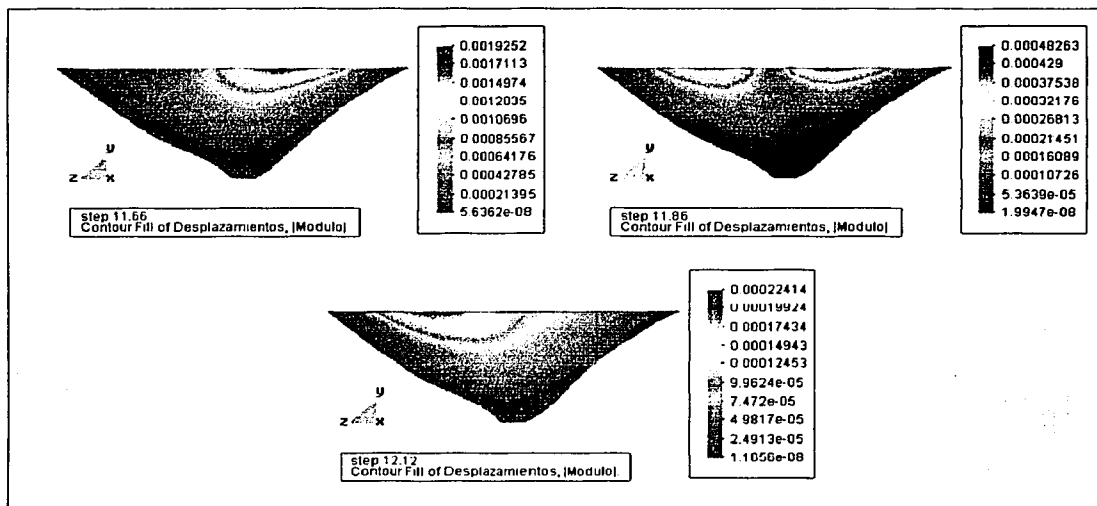


Figura 5.2 Deformaciones en un corte longitudinal para los instantes 11.66, 11.86 y 12.12 seg.

## Posibles análisis

El procedimiento analítico y las herramientas de cómputo hacen posible realizar análisis para complementar la evaluación de la respuesta dinámica de la presa Triguimil.

A los resultados mostrados, que incluyen las características naturales de la cortina y la respuesta de la acción sísmica constituida por deformaciones y esfuerzos dinámicos, se les debe incluir el efecto de las fuerzas estáticas. En este desarrollo no se agregaron por la pequeña magnitud de la respuesta sísmica y porque se deseaba observarlos sin que el efecto estático los hiciera poco notorios, no obstante, un análisis completo deberá incluirlos.

Es necesario realizar análisis con señales sísmicas de mayor magnitud, que sean representativas del peligro real de la zona, para que provean de esfuerzos y deformaciones que sean suficientes para dictaminar la seguridad sísmica de la cortina en su vida útil. Estas excitaciones pueden ser señales modificadas para la zona o señales artificiales o sintéticas, por lo que también es necesario recopilar información del sitio para evaluar el fenómeno de resonancia ante un número considerable de señales sísmicas.

Contando con registros sísmicos de diferentes características pueden realizarse análisis de tipo dinámico incremental. Cada uno de ellos se podría escalar paulatinamente hasta obtener esfuerzos capaces de causar el colapso de la cortina. Así, los sismos de diferente naturaleza estarán ofreciendo respuestas diferentes y el incremento en cada señal ayudaría a formular una envolvente sísmica máxima que la cortina sería capaz de resistir. Este análisis no sólo sería útil para la presa en cuestión sino que proveería de información útil para presas similares y establecería un método simplificado de análisis tridimensional.

## **Comentarios finales**

Es conveniente resaltar lo siguiente:

El procedimiento analítico proporciona información valiosa sobre la respuesta hidrodinámica para el diseño de presas de concreto de gravedad y de arco. El estudio tridimensional revela las distorsiones, variables en el tiempo, del eje de la cortina que no muestran los análisis bidimensionales.

El trabajo presentado tiene el objeto de informar el estado actual del conocimiento del problema para proporcionar herramientas de cálculo a las dependencias encargadas de la seguridad de las presas, tales como la Comisión Federal de Electricidad y la Comisión Nacional del Agua, y que sean tomadas en cuenta en proyectos de revisión de seguridad de presas existentes o en el diseño de las futuras.





# Bibliografía

Chandrupatla, Tirupathi R.; Belegundu, Ashok D.  
Introducción al estudio del elemento finito en ingeniería  
Prentice Hall, México, 1999

Fenves, Gregory; Chopra, Anil K.  
“EAGD-84: A Computer Program for Earthquake Analysis of Concrete Gravity Dams”  
Report No. UCB/EERC-84/11. Earthquake Engineering Research Center  
University of California, Berkeley, August 1984

Fok, Ka-lun; Chopra, Anil K.  
“Dynamic Analysis and Response of Concrete Arch Dams”  
Report No. UCB/EERC-85/07. Earthquake Engineering Research Center  
University of California, Berkeley, July 1985

Fok, Ka-lun; Hall, John F.; Chopra, Anil K.  
“EACD-3D: A Computer Program for Three Dimensional Earthquake Analysis of Concrete Dams”  
Report No. UCB/EERC-86/09. Earthquake Engineering Research Center  
University of California, Berkeley, July 1986

Hall, John F.; Chopra, Anil K.  
“Dynamic Analysis of Arch Dams Including Hydrodynamic Effects”  
Journal of the Engineering Mechanics Division, American Society of Civil Engineers, Vol. 109, No. EM1,  
February 1983

Tan, Hanchen C.; Chopra, Anil K.  
“EACD-3D-96: A Computer Program for Three-Dimensional Earthquake Analysis of Concrete Dams”  
Report No. UCB/SEMM-96/06. Structural Engineering, Mechanics, and Materials, Department of Civil  
and Environmental Engineering  
University of California, Berkeley, October 1996

Zienkiewicz, Olgierd C.; Taylor, Robert L.  
El método de los elementos finitos  
Mc.Graw Hill, Barcelona, 1994

Comportamiento de presas construidas en México

Secretaría de Recursos Hidráulicos, Comisión Federal de Electricidad, Instituto de Ingeniería, UNAM  
Contribución al XII Congreso Internacional de Grandes Presas, México 1976  
Instituto de Ingeniería, UNAM, México, 1976

Diseño de presas pequeñas

United States of the Interior Bureau of Reclamation  
CECSA, México, 1980

Earthquake engineering for concrete dams: design, performance, and research needs

National Academy Press, Washington, D.C., 1990

Joint ASCE-USCOLD committee on current United States practice in the design and construction of Arch Dams, Embankment Dams, Concrete Gravity Dams

American Society of Civil Engineers and United States Committee on Large Dams, 1967

Las presas en México: tradición ancestral, Necesidad actual

Comisión Nacional del Agua: Subdirección General de Infraestructura Hidroagrícola, México, 1992

Presas de México: Volumen IX 1982-1994

Comisión Nacional del Agua, SEMARNAP, México, 1994

# Anexo A

## Estructura del programa Eacd-3d-96

El programa de cómputo Eacd-3d-96 está formado por una sección principal donde se leen las variables de control de todo el procedimiento analítico y siete subprogramas en los que se ejecutan diversos procesos para el análisis de los componentes del sistema.

Los tres primeros subprogramas analizan el sistema cortina-roca. La malla de elementos frontera para esta interfaz se alimenta y procesa en el primer subprograma donde se calcula la matriz de impedancia de la cimentación para algunas frecuencias selectas. La malla de la cortina se procesa en el segundo subprograma y son calculadas las matrices de rigidez, masa y esfuerzo. Las matrices de rigidez y masa de la cortina son ensambladas en el subprograma 3, incluida la matriz de rigidez de la cimentación calculada en el subprograma 1. Después de este ensamble se resuelve el problema de valores característicos del sistema cortina-roca encontrándose las frecuencias naturales y formas modales y además se calcula el vector de cargas por peso propio para el análisis estático.

Los subprogramas 4 y 5 se ocupan del dominio fluido definido por la malla sólida y de elementos frontera. En primer lugar son ensambladas las mallas del embalse tridimensional y del plano transmisor del canal de longitud infinita y es resuelto su problema de valores característicos. Los cálculos realizados con las matrices de las mallas de frontera están relacionados con el dominio fluido y la conectividad cortina-embalse. En el análisis estático es calculado el vector de presiones hidrostáticas.

En el subprograma 6 se calculan las frecuencias de respuesta de la cortina y el fluido. En este análisis se incluyen las soluciones de valores característicos del plano transmisor, la de las ecuaciones de la malla del embalse tridimensional y la de las ecuaciones de la cortina en términos de coordenadas generalizadas. En la opción de análisis estático se calcula la respuesta estática de la cortina. La historia en el tiempo de la respuesta sísmica es calculada en el subprograma 7.

## Subprogramas y datos de entrada

El programa de cómputo puede analizar presas tridimensionales con diferentes consideraciones para la cortina, roca de cimentación y embalse. Con la especificación de los datos de entrada pueden ser analizados los siguientes casos.

1. Sistema cortina-embalse-cimentación
  - a. Simétrico respecto al plano  $x-y$
  - b. Asimétrico respecto al plano  $x-y$
2. Roca de cimentación que soporta la presa
  - a. Rígida

- b. Flexible
- 3. Dominio del embalse
  - a. Extensión
    - i. Infinita
    - ii. Finita
  - b. Compresibilidad del agua
    - i. Incluida
    - ii. Ignorada
  - c. Fronteras del embalse (fondo y lados)
    - i. Absorbentes (cuando se incluye la compresibilidad)
    - ii. No absorbente (o rígida)
  - d. Nivel del agua
    - i. Cualquier nivel siempre que la malla de elementos finitos de la cortina esté definida para incluir los puntos nodales de la superficie del agua
    - ii. Embalse vacío

Como se mencionó antes, el programa de cómputo consiste en un programa principal y siete subprogramas. Las funciones primarias de cada uno de los siete subprogramas y los datos de entrada respectivos se describen a continuación. El formato de los datos de entrada es un conjunto de valores numéricos acomodados en un archivo de texto que el programa leerá e interpretará como la geometría del sistema y sus acciones.

#### **Programa principal**

Requiere de un registro para la ejecución de los subprogramas y se especifica si en el sistema la roca de cimentación es rígida, si hay agua en el embalse y si su compresibilidad será tomada en cuenta. También se definen en estos registros el número de nodos y elementos de cada malla de elementos finitos de la cortina, embalse y cimentación.

#### **Subprograma 1**

Se calcula la matriz de impedancia valuada en el campo complejo y dependiente de la frecuencia de la roca de cimentación para los grados de libertad en la interfaz cortina-roca. Si la roca de cimentación se considera flexible se requerirá definir la malla de elementos finitos con las coordenadas de sus puntos nodales y las incidencias entre ellos así como las relaciones constitutivas del material. Es necesario que esta malla sea consistente con la malla que representa a la cortina para poder evaluar la interacción del sistema. También se necesitan ciertos parámetros para la aplicación de métodos numéricos y generar la matriz de impedancia del sistema.

#### **Subprograma 2**

Son calculadas las matrices de rigidez, masa y esfuerzos de la cortina. Es necesario para este subprograma definir la malla de elementos finitos y las propiedades de los materiales que conforman la cortina.

### **Subprograma 3**

Se ensamblan las matrices de rigidez y masa de la cortina con la matriz de rigidez de la cimentación del subprograma 1 para la cimentación flexible. En el análisis dinámico son calculadas las frecuencias naturales y las formas modales de la roca del sistema cortina-roca. En el análisis estático se calcula el vector de cargas por peso propio de la cortina. Requiere de datos adicionales cuando se elige modificar algunos nodos en la frontera de la malla de la cortina.

### **Subprograma 4**

Son definidas las cinco mallas del dominio fluido y, para el análisis dinámico, se calculan las matrices de masa y amortiguamiento de las mallas que definen el embalse. Cuando se realiza un análisis estático se determina el vector de presiones hidrostáticas sobre la cortina. Cuando el embalse no está vacío será necesario proveer al programa con la malla de elementos finitos de cada una de las cinco mallas que representan al embalse y sus fronteras. Si se realiza un análisis estático no serán necesarias las mallas frontera que generan al canal de longitud infinita.

### **Subprograma 5**

Las matrices de los elementos fluidos del subprograma 4 son ensambladas y se resuelve el problema de valores característicos del canal de longitud infinita. Los vectores de carga del dominio fluido también se calculan. Este subprograma no requiere registros.

### **Subprograma 6**

En el análisis dinámico son calculadas las frecuencias de respuesta valuadas en el campo complejo para las formas modales de la cortina. En el análisis estático son calculados los esfuerzos y desplazamientos. En el análisis estático se alimentará al programa con la densidad del agua y la aceleración local de la gravedad y en el dinámico se darán las propiedades de amortiguamiento del concreto de la cortina y el coeficiente de reflexión para las zonas absorbentes del embalse.

### **Subprograma 7**

Se calcula la historia en el tiempo de la respuesta sísmica de la cortina. En este registro se incluirán el número de nodos y elementos para los que se desee conocer la historia en el tiempo de los desplazamientos y esfuerzos. También se proveerán los registros de aceleraciones sísmicas a las que se sujetará el sistema para evaluar su respuesta.

### **Procedimiento para usar el programa**

El programa puede ser ejecutado en una corrida continua para el análisis estático y para varios casos de análisis dinámico. Sin embargo, cuando la roca de cimentación es flexible no se recomienda una corrida continua debido al gran tamaño del programa, a los varios archivos utilizados y por razones de eficiencia computacional.

### **Análisis estático**

En el análisis estático del sistema cortina-embalse-cimentación el programa puede ser ejecutado en una corrida continua de los subprogramas 1, 2, 3 4 y 6. Los subprogramas 5 y 7 se omiten en el análisis estático. Si la roca de cimentación es rígida, el subprograma 1 se omite y si el embalse está vacío se omite el 4. Los desplazamientos y esfuerzos estáticos de la cortina debidos a las cargas muertas y la presión hidrostática son calculadas por el subprograma 6. Si se desean agregar los esfuerzos estáticos a los dinámicos, calculados en un análisis dinámico separado, deberán guardarse después de la ejecución de este último subprograma.

Si la flexibilidad de la roca de cimentación se incluye en el análisis estático, el subprograma 1 para la roca de cimentación será ejecutado primero y la matriz de rigidez de la interfaz cortina-roca calculada se guardará en un archivo de manera que pueda usarse en los programas siguientes para calcular la respuesta estática, independientemente del nivel del agua del embalse.

### **Análisis dinámico**

La matriz de impedancia dependiente de la frecuencia de la cimentación se genera en el subprograma 1 y se guarda en un archivo. Se recomienda correr primero el subprograma 1 en un análisis dinámico para generar la matriz de impedancia de la cimentación antes de realizar el análisis estático.

En el análisis dinámico del sistema cortina-embalse-cimentación el programa puede ser ejecutado en una sola corrida de los subprogramas 1 a 7, omitiendo el subprograma 1 para la roca de cimentación rígida y omitiendo los subprogramas 4 y 5 para el embalse vacío. La historia en el tiempo de los esfuerzos y deformaciones dinámicos son calculados en el subprograma 7.

El programa puede ser corrido en partes para obtener la respuesta del sistema y, guardando los archivos necesarios, es posible una ejecución eficiente. Considérese el siguiente ejemplo.

Un sistema debe ser analizado para un embalse vacío, medio lleno y lleno bajo dos excitaciones sísmicas. Los subprogramas 1, 2 y 3 se corren primero seguido por tres corridas de los subprogramas 4, 5 y 6, una para cada condición del nivel del agua en embalse. Finalmente, seis corridas del subprograma 7 para obtener la respuesta de la cortina para cada una de las tres condiciones de llenado bajo dos excitaciones sísmicas.

### **Análisis estático y sísmico combinados**

Si los esfuerzos estáticos serán agregados a los dinámicos calculados, el subprograma 7 tiene que ser ejecutado separadamente de los subprogramas 1 a 6 para todas las condiciones. Primero es analizada la respuesta dinámica del sistema con una ejecución de los subprogramas 1 a 6. Posteriormente se lleva a cabo el análisis estático ejecutando los subprogramas 1 a 6 y se guarda el archivo de los esfuerzos estáticos debidos al peso muerto de la cortina y de la presión hidrostática. Finalmente se ejecuta el subprograma 7 usando los datos generados anteriormente.

## Ejecución del programa

El Eacd-3d-96 está codificado en lenguaje Fortran para computadoras con sistema operativo Unix por lo que fue compilado y ejecutado en el equipo de alto rendimiento Origin 2000 de 40 procesadores del Departamento de Supercómputo de la UNAM. El programa se encuentra actualmente almacenado en la ruta */usr/inv/rml/eacd/* en *Berenice8* y para su ejecución se requiere el archivo de datos *input.dat* cuya estructura se explicó anteriormente. En el Anexo B se muestran parcialmente los archivos para el caso del agua al NAME, el inciso B1 para la ejecución de los subprogramas 1 a 6; para el subprograma 7 el inciso B2 para deformaciones y el B3 para esfuerzos.

Los modelos tridimensionales computacionales se procesaron para generar las mallas de elementos finitos. Para que la geometría sea representada como un conjunto de secuencias numéricas se crearon algoritmos numéricos para procesar los modelos tridimensionales y lograr arreglos compatibles entre los modelos de elementos finitos de acuerdo a los formatos requeridos por el programa.

El tiempo de ejecución del programa es variable de acuerdo a la densidad de la malla seleccionada y al número de frecuencias para el cual se calcula la matriz de impedancia del sistema cortina-roca. Los modelos propuestos en estos análisis tardaron aproximadamente 17 horas efectivas en la ejecución de los subprogramas 1 a 6 para cada uno de los niveles del embalse. El subprograma 7 se ejecutó dos veces para cada nivel del embalse, para la obtención de los desplazamientos y esfuerzos, con una duración de media hora cada uno.

Debido a la naturaleza del programa los resultados del análisis son puramente numéricos y el gran volumen de resultados requiere de un manejo adecuado para su interpretación. Para lograrlo se generaron secuencias de cálculo que reorganizaran los resultados y que se pudieran visualizar en un programa de proceso de datos de salida. Así se logran generar las imágenes de los modelos tridimensionales en cada instante en el que actúa el sismo para los tres casos analizados.





# Anexo B

## Archivos de datos para el embalse al NAME

### BI. Análisis dinámico Subprogramas 1 a 6 (4896 líneas)

1	1	1	1	1	1	0											Registros de control de la ejecución de los subprogramas				
90000000	3	1	3	1	25,00000	2,50000															
2	61050	738											Parámetros de las idealizaciones de elementos finitos								
205	160	1210,000																			
210	210	182	182	182	40	40	1400,00000	0,50000	0,50000												
1	1											Coordenadas nodales de la roca de cimentación									
1	0	0,000	1210,000	-125,000																	
2	0	-1,250	1210,000	-125,000																	
204	0	-3,750	1210,000	125,000																	
205	0	-5,000	1210,000	125,000																	
1	1	2	2	3	3	4	4	5	5	6	6	7	7	8	8	9	9	10	10	Correspondencia entre los nodos de las mallas de cimentación y cortina	
11	14	12	15	13	17	14	19	15	20	16	24	17	26	18	28	19	29	20	30		
1911036	1921037	1931038	1941039	1951040	1961041	1971042	1981043	1991044	2001045												
2011046	2021047	2031048	2041049	2051050	0																
1	0,29200E+10	0,200000	270,00000	0,10000											Relaciones constitutivas de la roca de cimentación						
1	2	1																			
149	153	145	133																		Conectividad de los elementos de la malla de elementos finitos
2	2	1																			
133	135	119	120																		
159	2	1																			
3	7	9	5																		
160	2	1																			
5	9	10	8																		
4																			Parámetros del esquema de integración numérica		
500,000	42	40	4	3																	
0,0010000																			Coordenadas de referencia del cañón de sección uniforme		
1210,000																					
1210,000	-125,000																				
1205,000	-116,189																				
1205,000	119,578																				
1210,000	125,000																				
1	3,141593	0,516159																			
14	3,742602	0,000000																			
28	3,141593	-0,815351																			
41	2,496663	0,000000																			
4,0																					
1	0	0,000	1210,000	-125,000																Coordenadas nodales de la malla de elementos finitos de la cortina	
2	0	-1,250	1210,000	-125,000																	
1049	0	-3,750	1210,000	125,000																	
1050	0	-5,000	1210,000	125,000																	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	14	15	17	18	20	24	26	28	29	30	Nodos en la interfaz cortina-roca	
44	41	43	45	50	65	71	76	81	87	99	101	111	118	148	125	132	134	137	144		

**TESIS COI**  
**FALLA DE OF**

10191022103310241025103110321033103410351036103710381039104010411042104310441045  
 10461047104810491050 0

1  
 1 0.18000E+10 0.20000 245.00000

Relaciones constitutivas del concreto de la cortina

1 4 1 1 0  
 418 492 475 409 435 523 513 425  
 2 4 1 1 0  
 429 507 492 418 446 535 523 435

Conectividad de los nodos de la malla de elementos finitos

727 4 1 1 0  
 33 47 21 11 36 48 22 12  
 728 4 1 1 0  
 11 21 4 1 12 22 6 2

Coordenadas de los puntos nodales del dominio fluido

0  
 1 0 0.000 1210.000 -125.000  
 2 0 0.000 1205.000 -116.189

419 0 17.000 1205.000 119.578  
 420 0 17.000 1210.000 125.000

1 3 8 15 23 37 52 72 102 157 175 189 200 206 210 211 213 218 225 233  
 247 261 282 312 365 385 399 410 416 420 0

Puntos nodales en la superficie libre

1 1 2 4 3 11 4 14 5 21 6 24 7 31 8 33 9 34 10 44  
 11 47 12 56 13 58 14 65 15 66 16 73 17 79 18 85 19 89 20 92

Nodos en la interfaz cortina-embalse

191 946 192 947 193 958 194 962 195 969 196 971 197 981 198 983 199 990 200 992  
 2011001 2021004 2031011 2041016 2051019 2061026 2071031 2081036 2091041 2101046

0  
 1 2 4 6 9 14 21 24 30 40 53 67 89 105 111 113 118 122 124 125  
 129 131 132 134 137 139 143 146 148 158 171 181 191 194 197 202 205 207 208 209  
 210 211 212 214 216 219 224 231 234 240 250 263 278 300 319 322 325 330 332 334  
 335 339 341 342 345 347 351 353 357 360 368 381 393 401 404 407 412 415 417 418

Nodos en la interfaz roca-embalse

419 420 0  
 211 212 214 216 219 224 231 234 240 250 263 278 300 319 322 325 330 332 334 335  
 339 341 342 345 347 351 353 357 360 368 381 393 401 404 407 412 415 417 418 419

Nodos en el fondo y lados del plano

420 0  
 1 4  
 360 357 353 354 148 146 143 144

Definición de la malla tridimensional del embalse

2 4  
 354 353 351 348 144 143 139 138

181 4  
 218 221 215 213 8 11 5 3

182 4  
 213 215 212 211 3 5 2 1

1 2  
 300 319 322 303

Definición de la malla del plano transmisor

2 2  
 303 322 325 306

181 2  
 408 406 413 414

182 2  
 413 413 418 419

89 105 111 106  
 2 2

Definición de la malla de la interfaz cortina-embalse

181 2  
 300 198 204 206

182 2  
 306 204 209 210

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 0

Elementos tridimensionales con sedimentos

148 146 357 360  
 2 2  
 300 319 105 89

Definición de la malla de la interfaz roca-embalse

39 2  
 212 214 4 2  
 40 2

**TESIS CON FALLA DE ORIGEN**



### B3. Análisis dinámico Subprogramas 7 para esfuerzos (5478 líneas)

Registros de control de la ejecución de los subprogramas																			
Parámetros de las idealizaciones de elementos finitos																			
Parámetros de la ejecución del análisis dinámico																			
Elementos y direcciones para los que se escriben los esfuerzos																			
Registros de aceleración en x, y, z																			
0	0	0	0	0	0	1													
900000000	3	1	3	1	25.00000	2.50000													
2	61050	728																	
205	160	1210.000																	
210	210	182	182	182	40	40	1400.00000	0.50000	0.50000										
1	0	34944	1	3	0	0	0												
1	1	1	1																
1	1	1	1	1	2	1	1	3	1	1	4	1	1	5	1	1	6	1	2
1	728	6	2	728	6	3	728	6	4	728	6	5	728	6	6	728	7	1	728
7	2	728	7	3	728	7	4	728	7	5	728	7	6	728	8	1	728	8	2
728	8	3	728	8	4	728	8	5	728	8	6								
15.00000	8	3	0																
750	1																		
-0.1153	-0.1474	-0.1760	-0.1969	-0.1932	-0.1617	-0.1240	-0.0988	-0.0831	-0.0616										
-0.0248	0.0165	0.0374	0.0260	-0.0059	-0.0321	-0.0309	-0.0105	-0.0004	-0.0143										
-0.0717	-0.1463	-0.2130	-0.2561	-0.2627	-0.2404	-0.2049	-0.1589	-0.1065	-0.0643										
-0.0360	-0.0130	0.0125	0.0423	0.0593	0.0482	0.0194	-0.0131	-0.0446	-0.0734										
750	1																		
-0.0860	-0.0920	-0.0871	-0.0787	-0.0689	-0.0604	-0.0556	-0.0486	-0.0361	-0.0263										
-0.0245	-0.0229	-0.0163	-0.0109	-0.0066	-0.0005	0.0042	0.0103	0.0261	0.0485										
-0.0510	-0.0160	0.0124	0.0208	0.0188	0.0133	0.0055	0.0081	0.0234	0.0359										
0.0433	0.0530	0.0591	0.0492	0.0217	-0.0142	-0.0463	-0.0723	-0.0961	-0.1036										
750	1																		
0.0461	0.0084	-0.0297	-0.0431	-0.0335	-0.0244	-0.0311	-0.0492	-0.0587	-0.0505										
-0.0425	-0.0495	-0.0614	-0.0587	-0.0306	0.0110	0.0434	0.0599	0.0656	0.0588										
-0.0723	-0.0719	-0.0555	-0.0228	0.0145	0.0400	0.0509	0.0501	0.0512	0.0654										
0.0863	0.0983	0.0927	0.0686	0.0325	-0.0066	-0.0418	-0.0665	-0.0730	-0.0601										

**TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN**

1700/1/17  
 17/11/2017