UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE FILOSOFÍA Y LETRAS

COLEGIO DE PEDAGOGÍA

"ESTRATEGIAS DE APOYO PARA LA ENSEÑANZA DE OPERACIONES BÁSICAS, PARA SEGUNDO GRADO DE PRIMARIA CON REGLETAS DE COLORES CUISENAIRE"

TESINA

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:

LICENCIADA EN PEDAGOGÍA

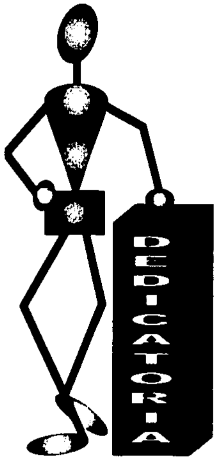
P R E S E N T A :

MARÍA ANGÉLICA ROMERO JUÁREZ

ASESORA
DOCTORA SARA GASPAR HERNÁNDEZ

CIUDAD UNIVERSITARIA FEBRERO DEL 2003

PAGINACION DISCONTINUA



A DIOS

Gracias padre por haber caminado conmigo todo este tiempo. Gracias por los ángeles con los que rodeaste mi vida a quienes también dedico este trabajo:

A MIS PADRES

Andrés y Guille quienes me guiaron por el sendero de la honestidad con energía, paciencia y amor. Por mantener su esperanza en mi, sobre todo en los momentos difíciles.

A MIS ABUELITOS

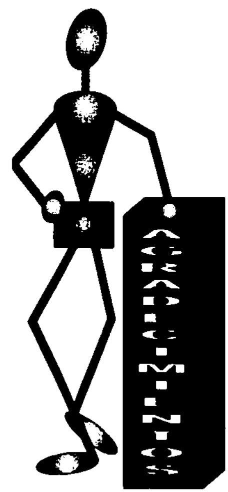
Eulalio y Tere quienes me han brindado su apoyo y amor incondicional, por que se que siempre cuento con ellos.

A MIS HERMANOS

Luz María, Andrés, Eulalio, Beatriz e Israel los cuales admiro y amo les dedico este trabajo en el cual colaboraron, ya sea escuchándome, brindándome consejos y aportando un pequeño grano de esfuerzo.

A MIS ALUMNOS

Los que fueron, los que son y los que serán, de quiénes he aprendido a amar la labor de ser profesora, quienes me contagian alegría, con los cuales comparto locuras y sueños, con los que discuto y descubro gran sabiduría, con quienes sigo construyendo esta gran labor de la enseñanza-aprendizaje.



A los profesores de la
Universidad Nacional Autónoma de México
Facultad de Filosofía y Letras
Colegio de Pedagogía

Doctora Sara Gaspar Hernández
Lic. Claudia Bataller Sala
Lic. Guadalupe Mora Pizano
Lic. Eusebio Vargas Bello
Lic. Roxana Velasco Pérez
Miembros del sinodal

A los profesores de la
Benemérita Escuela Nacional de Maestros
Lic. Romeo Froylán Caballero
Lic. Angelina Hernández
Lic. Edgar Cardoso Espinosa

A todos gracias por sus observaciones y comentarios en la realización de este trabajo.

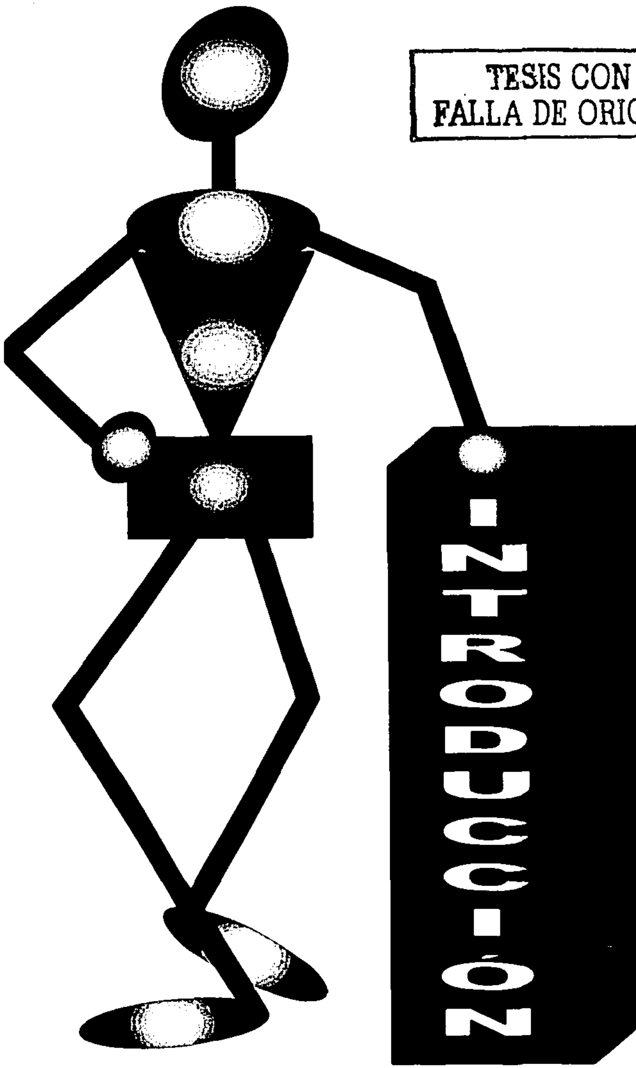
ÍNDICE

CAPÍTULO 3

LOS FUNDAMENTOS PSICOPEDAGÓGICOS DEL MÉTODO CUISENAIRE

CAPÍTULO 4

ESTRATEGIAS DE APOYO PARA LA ENSEÑANZA DE LAS OPERACIONES BÁSICAS PARA SEGUNDO GRADO DE PRIMARIA CON REGLETAS DE COLORES CUISENARIE


INTRODUCCIÓN

INTRODUCCIÓN

La matemática es un producto humano y su proceso de construcción está sustentado en abstracciones sucesivas. Muchos avances importantes de esta disciplina han partido de la necesidad de resolver problemas concretos propios de los grupos sociales. Por ejemplo, los números, tan familiares para todos, surgieron de la necesidad de contar y son también una abstracción de la realidad que se fue desarrollando durante largo tiempo. Este desarrollo está además estrechamente ligado a las particularidades culturales de los pueblos: todas las culturas tienen un sistema para contar aunque no todas cuentan de la misma manera.

En este trabajo expondré algunas estrategias de apoyo para la enseñanza de las operaciones básicas para segundo grado de primaria con regletas de colores Cuisenaire. La génesis del número es la parte medular de dichas estrategias.

En la construcción de los conocimientos matemáticos los niños también parten de experiencias concretas. Paulatinamente, y a medida que van haciendo abstracciones, podrán prescindir de los objetos físicos. Pero para que el alumno pueda llegar a esto, el uso del material concreto es un auxiliar importante en su proceso de adquisición de los conocimientos, como se verá a lo largo de este trabajo.

El diálogo, la interacción y la confrontación de puntos de vista ayudan al aprendizaje y a la construcción de conocimientos; así, tal proceso es reforzado por la interacción con los compañeros y con el maestro. El éxito en el aprendizaje de esta disciplina depende, en buena medida, del diseño de actividades que promueven la construcción de conceptos tomando como punto de apoyo las experiencias concretas en la interacción de material manipulativo y socialización. En esas actividades, la matemática será para el niño herramienta funcional y flexible que le permitirá resolver problemáticas que se le planteen.

Las matemáticas permiten resolver problemas en diversos ámbitos, como el científico, el técnico, el artístico y la vida cotidiana. Si bien todas las personas construyen conocimientos fuera de la escuela que les permiten enfrentar dichos problemas, esos aprendizajes no bastan para actuar eficazmente en la práctica diaria. Los procedimientos generados en la vida cotidiana para resolver situaciones problemáticas muchas veces son largos, complicados y poco eficientes, si se les compara con los procedimientos convencionales que permiten resolver las mismas situaciones con más facilidad y rapidez.

Contar con las habilidades, los conocimientos y las formas de expresión que la escuela proporciona, permite la comunicación y comprensión de la información matemática presentada a través de medios de distinta índole.

Se considera que una de las funciones de la escuela es brindar situaciones en las que los niños utilicen los conocimientos que ya tienen para resolver ciertos problemas, y que a partir de las soluciones iniciales, comparen los resultados y las formas de solución para hacerlos evolucionar hacia los procedimientos y las concepciones propias de la matemática.

El presente está organizado en cuatro capítulos. El primero, Fundamentos teóricos de la asignatura de matemáticas a partir de la reforma educativa de 1993, habla de los cambios principales o modificaciones curriculares del plan y programa de matemáticas. Dichos cambios se refieren fundamentalmente al enfoque didáctico. Este enfoque coloca en primer término el planteamiento y resolución de problemas como forma de construcción de los conocimientos matemáticos. Cambia en la metodología de la enseñanza de las matemáticas.

Las reformas hechas al plan y programa se fundamentan principalmente en investigaciones desarrolladas en México y Francia. En México, en el Centro de Investigaciones y Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional (CINVESTAV), en la Sección de Matemática Educativa (SME), instancia creada *ex profeso* en el Departamento de Investigaciones Educativas (DIE). Y en Francia en los Institutes de Recherche sur l'Eseignemet de Mathématiques (IREM),[1] particularmente las desarrolladas por G. Brousseau en Bordeaux.

Este apartado tiene el objetivo de identificar las teorías educativas (Piaget-constructivistas) en las que está basado el programa de matemáticas para reconocer cómo debe abordarse la enseñanza de las operaciones básicas y saber por qué el método Cuisenaire puede apoyar a dicho programa.

La enseñanza de las matemáticas en México tiene los siguientes propósitos generales: los alumnos en la escuela primaria deberán adquirir conocimientos básicos de las matemáticas y desarrollar:

1. La capacidad de utilizar las matemáticas como un instrumento para reconocer, plantear y resolver problemas.
2. La capacidad de anticipar y verificar resultados.
3. La capacidad de comunicar e interpretar información matemática.
4. El pensamiento abstracto por medio de distintas formas de razonamiento, entre otras, la sistematización y generalización de procedimientos y estrategias.

La organización general de los contenidos de primaria está articulada basándose en seis ejes del saber:

- Los números, sus relaciones y sus operaciones.
- Medición.
- Geometría.
- Procesos de cambio.
- Tratamiento de la información.
- Predicción y azar.

[1] Dichos institutos estaban principalmente localizados en París y Estrasburgo.

Esta organización permite que la enseñanza incorpore de manera articulada no sólo contenidos matemáticos, sino habilidades y destrezas fundamentales para una buena formación en matemáticas.

En el primer ciclo (primero y segundo de primaria) se abordan los tres primeros ejes, con el fin de proporcionar experiencias que pongan en juego los significados que los números adquieren en diversos contextos y las diferentes relaciones que pueden establecerse entre ellos.

Este trabajo centra su atención en el eje temático "Los números, sus relaciones y sus operaciones". Los contenidos de esta línea se trabajan desde el primer grado con el objetivo de que los alumnos —a partir de los conocimientos con que llegan a la escuela—, comprendan cabalmente el significado de los números y de los símbolos que los representan y puedan utilizarlos como herramientas para solucionar diversas situaciones problemáticas. Dichas situaciones se plantean con el fin de promover en los niños el desarrollo de una serie de actividades, reflexiones, estrategias y discusiones que les permitan la construcción de conocimientos nuevos o la búsqueda de la solución a partir de los conocimientos que ya poseen.

Las operaciones son concebidas como instrumentos que permiten resolver problemas. El significado y el sentido que los niños puedan darles, deriva precisamente de las situaciones que resuelven con ellas.

La resolución de problemas es entonces, a lo largo de la primaria, el sustento de los nuevos programas. A partir de las acciones realizadas al resolver un problema (agregar, unir, igualar, quitar, buscar un faltante, etcétera), el niño construye los significados de las operaciones. El grado de dificultad no radica solamente en el uso de números de mayor valor, sino también en la variedad de problemas que se resuelven con cada una de las operaciones y las relaciones que se establecen entre ellos.

Los números, sus relaciones y sus operaciones tienen como fundamento psicopedagógico "la génesis del número" de acuerdo con las teorías psicogenéticas, igual que el método Cuisenaire.

El plan y programa de matemáticas para segundo grado propuesto por Irma Fuenlabrada y David Block, propone un cambio en la metodología de la enseñanza de las matemáticas. Se pone a disposición de los profesores varios materiales que les sean útiles en su labor docente, como son:

- El libro para el maestro.
- Matemáticas actividades.
- Matemáticas recortable.
- Fichero de actividades.

En estos materiales se pone de manifiesto el uso de material concreto para la adquisición de los conceptos matemáticos. Reconociendo la importancia que tiene el material concreto en la enseñanza, se propone al docente la creación en el salón de clase del llamado Rincón de las Matemáticas.

El segundo capítulo, El papel del maestro dentro de la enseñanza de las operaciones básicas con regletas de colores Cuisenaire, habla de los recursos didácticos que se han propuesto a partir de que se reconoce la necesidad de cambiar la metodología de la enseñanza de las matemáticas basadas en la estructura, el partir de una situación problemática para poner en juego los conocimientos del alumno.

Se reconoce que para que el docente pueda enriquecer su práctica, en particular el eje "Los números, sus relaciones y sus operaciones", deberá tener una comprensión básica de la teoría de la génesis del número de Piaget, como lo propone el profesor Cuisenaire:

El docente que tenga una comprensión amplia de la génesis del número y cómo se verifica el proceso del aprendizaje de las operaciones, tendrá la posibilidad de aplicar este método y sacará mejor partido de las situaciones e insistirá en las actividades que resulten básicas para el aprendizaje. Además, estará en condiciones de comprender las incógnitas que ese aprendizaje plantea y de proponer otras que surjan de la observación sistemática durante la aplicación del método.[2]

Reconociendo que el método Cuisenaire se basa en la teoría de la génesis del número, en este apartado se habla del proceso de adquisición del concepto de número, y las etapas de desarrollo cognoscitivo en el niño.

El tercer capítulo, Los fundamentos psicopedagógicos del método Cuisenaire, está organizado de la siguiente manera: Georges Cuisenaire Hottelet, datos biográficos; contexto educativo en el que se desarrolla el método, aquí se habla de un cambio en la visión de la enseñanza, el cual se basa en la enseñanza o comprensión de las estructuras, en la ubicación de la naturaleza de las matemáticas, dichos cambios están reflejados en el Plan y Programa de Modernización de la Secretaría de Educación Pública (SEP).

En esta línea se reconoce la importancia del material manipulativo (tangram, fichas de colores, bloques aritméticos multibase, etcétera), y propiamente se habla de la teoría de la génesis del número según Piaget. Por último se describe el material de las regletas de colores Cuisenaire.

El cuarto capítulo, Estrategias de apoyo para la enseñanza de operaciones básicas para segundo grado de primaria con regletas de colores Cuisenaire, se presenta de la siguiente manera:

1. Estrategias para que el alumno reconozca los atributos o características de las regletas. Se presentan varios juegos, que tienen la finalidad de desarrollar en el alumno el sentido estereognóstico y manejo de la parte prenumérica con regletas.

---

[2] Márquez, Ángel Diego, La enseñanza de las matemáticas por el método de los números en color o Método Cuisenaire, 2ª ed., Ed. El Ateneo, Buenos Aires, Argentina, 1967, p. 123.

2. Ejercicios de conteo y seriación, en orden ascendente y descendente para dar el valor numérico correspondiente a cada regleta.
3. Agrupamientos en decena.
4. El juego de los trenes. Concepto de adición o suma.
5. El juego de quitar. Concepto de resta.
6. Los tapetes. Los arreglos rectangulares. Introducción a la multiplicación.
7. Repartos. La división.

La metodología empleada para la realización de este trabajo es exploratoria debido a que se buscaron diversas fuentes teóricas que dieran sustento al método de los números de color o método Cuisenaire, además de ponerlo en práctica dentro de un grupo de segundo de primaria.

Este trabajo o la concepción del mismo, surge cuando cursé el diplomado "La matemática y su didáctica en la educación básica", desarrollado en la Universidad Pedagógica Nacional, Unidad 098, Oriente del D.F., impartido por docentes de la Benemérita Escuela Nacional de Maestros.

En dicho diplomado se analizaron los fundamentos psicológicos del aprendizaje en matemáticas, desde las posturas conductistas hasta el constructivismo.

Se hizo una revisión a los fundamentos de la enseñanza de las matemáticas a nivel primaria en México a partir de la reforma educativa y la influencia de la escuela francesa.

Para su mejor impartición se dividió el diplomado en dos bloques, teórica (análisis de las teorías educativas en las matemáticas) y práctica, en la cual se daban diversas estrategias constructivistas con material concreto: tangram, fichas de colores, bloques aritméticos multibase, doblado de papel aplicado a la enseñanza de la geometría, etcétera. El material que cautivó mi atención fue las regletas de colores por todas sus propiedades, debido a la diversidad y facilidad con que los niños pueden adquirir los conceptos matemáticos. Romper el miedo que todos le tenemos a las matemáticas, no enseñar símbolos, sino jugar y aprender.

En dicho diplomado se nos pidió como trabajo final la planeación e impartición de un curso taller, en el que asistirían profesores de diferentes niveles educativos interesados en la enseñanza de las matemáticas. Teníamos la libertad de elegir cualquiera de los materiales que se nos dieron a conocer en el diplomado.

Tomé la decisión de impartir el taller de regletas. En este taller, con duración de cuatro horas, se abordó el sentido estereognóstico, la parte prenumérica, la seriación, suma de decenas y centenas con transformación.

A este taller acudieron profesores de preescolar, primaria, secundaria, preparatoria y profesores de USAER (psicólogos y pedagogos que atienden a niños con problemas de aprendizaje).

La experiencia de haber impartido este taller fue enriquecedora, y los comentarios de los profesores que acudieron fue el impulso para trabajar en este proyecto.

Dichos profesores realizaron varios comentarios reconociendo en el material Cuisenaire una herramienta de apoyo a su labor docente. Esto es, las profesoras de preescolar pueden explotar el material Cuisenaire en su parte prenumérica; los profesores de primaria pueden emplear dicho método en la enseñanza de las operaciones básicas y en la comprensión de fracciones; los profesores de USAER comentaron que este material puede ser empleado con alumnos sordos, débiles visuales a los cuales se les dificultaba comprender conceptos abstractos de matemáticas; y los profesores de secundaria y preparatoria en la comprensión del sistema numérico con diferentes bases, potenciación, raíz cuadrada, etcétera.

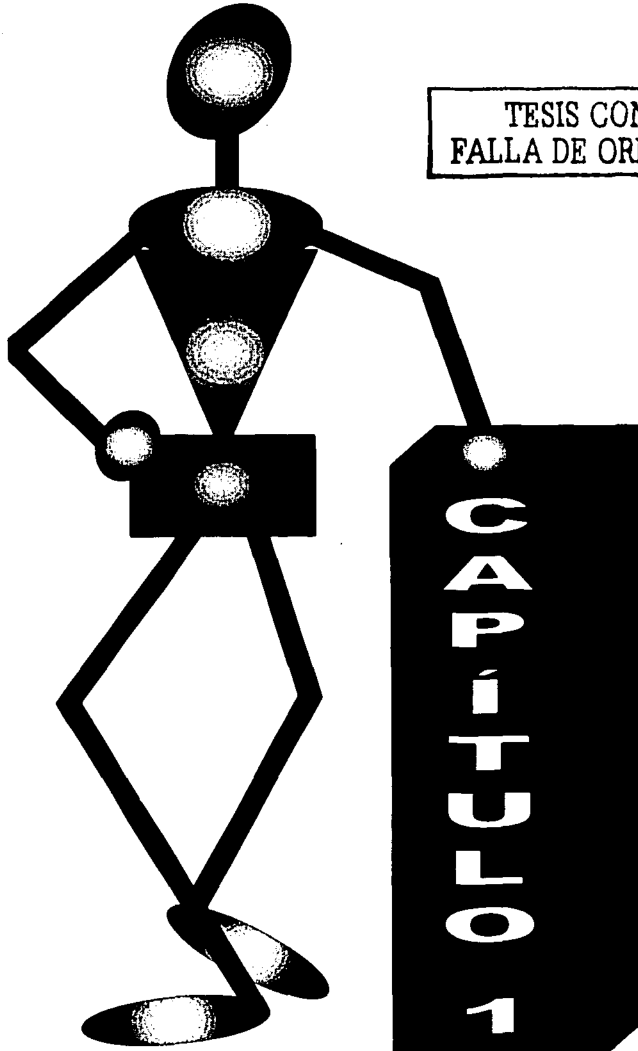
Es difícil abordar el método Cuisenaire si se desconocen sus fundamentos, y es en este punto donde radica la importancia de este trabajo, que puede ser útil para la comprensión de dichas bases.

Por tanto, esta tesina puede servir como difusión del material y de comprensión de algunas estrategias que con él se pueden abordar.

Para que este material sea empleado en el salón de clases, se requiere que los profesores reciban una capacitación didáctica, en la que este trabajo puede ser de introducción.

Las estrategias que se presentan son viables, ya que yo las he puesto en práctica como profesora frente al grupo en segundo grado.

Espero que este trabajo sirva a los profesores interesados en la enseñanza de la matemática, como introducción en la comprensión del método Cuisenaire, y que año con año pueda ser enriquecido con el aporte de los diferentes profesores comprometidos con su labor docente.


CAPÍTULO 1

CAPÍTULO 1

FUNDAMENTOS TEÓRICOS DE LA ASIGNATURA DE MATEMÁTICAS A PARTIR DE LA REFORMA EDUCATIVA DE 1993

Las matemáticas se encuentran presentes en todas las actividades que el hombre realiza en su vida cotidiana, por esto, uno de los principales objetivos de la educación básica en nuestro país es que los niños y niñas aprendan los conceptos necesarios para resolver problemas matemáticos y puedan aplicarlos en su vida cotidiana.

El objetivo principal de este trabajo es proponer estrategias que puedan enriquecer el programa de segundo grado en la enseñanza de las operaciones básicas con regletas de colores Cuisenaire.

La enseñanza de las matemáticas en la educación básica, son una seria influencia en el desarrollo personal de un ser humano, porque las capacidades que se adquieren en esta área son una herramienta necesaria para la adquisición de conocimientos, tanto en etapas escolares como en las posteriores. El éxito o fracaso en la adquisición de los conceptos básicos, influye en su desarrollo personal; por ejemplo, las personas que no comprenden los conceptos matemáticos durante su etapa escolar, experimentan un rechazo hacia todo lo relacionado con esta área del conocimiento y por esto suelen elegir carreras o actividades que no se relacionen con ellas (sin embargo, las matemáticas quedan latentes en cada momento), limitando así su desarrollo personal.

La enseñanza de las matemáticas de forma placentera y eficaz, sigue siendo uno de los principales retos didácticos de los profesores de educación básica, psicólogos y pedagogos.

La mala enseñanza propicia un mal aprendizaje y en muchos casos frustración o deserción escolar, o como ya se había mencionado se adquiere una fobia a todo los relacionado con las matemáticas.

En este trabajo se analizará el sustento teórico del plan y programa de matemáticas de segundo grado. En dicho plan propuesto por Irma Fuenlabrada y David Block, se hace un cambio en la metodología de la enseñanza de matemáticas, se pone a disposición de los profesores varios materiales que les sean útiles en su labor docente, como son: el Libro para el maestro, Matemáticas actividades, Matemáticas recortable y Fichero de actividades. En estos materiales se pone de manifiesto el uso del material concreto para la adquisición de los conceptos matemáticos. Se hace mención de esto, ya que el presente trabajo pretende proponer estrategias de apoyo a la enseñanza de las operaciones básicas con regletas de colores Cuisenaire, se hace un análisis del plan y programa de matemáticas de segundo grado y de los materiales, para reconocer cómo, por qué, cuándo y dónde, es oportuno el uso de regletas para reforzar la adquisición y comprensión de las operaciones básicas en segundo grado.

Para iniciar con el análisis de este trabajo, se empezará con los fundamentos teóricos de la asignatura de matemáticas a partir de la reforma educativa de 1993. Esto con objeto de conocer desde cuándo se venía gestando un cambio curricular y en qué teorías educativas se basan dichos cambios. Así se comprenderá cómo las regletas de colores pueden apoyar la enseñanza de las operaciones básicas apegándose al programa, sin ser esto una tarea extra para el profesor que desee apoyarse en este material.

El plan y programas elaborados dentro de la modernización educativa tuvieron varias etapas: a partir de 1989 se realizó una consulta amplia con la cual se precisaron prioridades y se definieron estrategias, se renovaron contenidos y métodos de enseñanza. Una principal tarea fue la del mejoramiento de los docentes y la articulación de los niveles educativos que conforman la educación básica.

En 1990 se elaboraron planes experimentales denominados "Prueba Operativa", los cuales fueron aplicados en número limitado de planteles, con el objeto de probar su pertinencia y viabilidad.

En 1991, se suscitaron críticas sobre los planes y programas desde diversos sectores involucrados en la tarea educativa, por lo que el Consejo Nacional Técnico de la Educación, remitió a consideración de sus miembros y de la opinión pública una propuesta para la orientación general de la modernización de la educación básica, este documento se denominó "Nuevo Modelo Educativo", el cual tuvo peso en la precisión de los criterios centrales que tendrían los nuevos planes y programas. Durante todo este proceso, se observó la necesidad de fortalecer los conocimientos y habilidades básicas, entre los que destacaban las capacidades de lectura y escritura, el uso de las matemáticas en la solución de problemas y en la vida práctica, la vinculación de los conocimientos científicos con la preservación del ambiente y un conocimiento más amplio de la historia y la geografía de nuestro país.

En mayo de 1992, la Secretaría de Educación Pública (SEP) inició la última etapa de la transformación de los Planes y Programas de Estudios, los cuales se orientaron en dos direcciones:

1. "Realizar acciones inmediatas para el fortalecimiento de los contenidos educativos básicos, como fueron las Guías para el Docente, en las cuales se orientaba a éstos para el mejor uso de los libros de texto y la mejor aplicación de los Planes y Programas.
2. Organizar la elaboración del currículo definitivo, el cual se aplicaría a partir de septiembre de 1992."[3]

Plan y programas de la SEP se sustentan en investigaciones realizadas a través de un grupo multidisciplinario de egresados de un programa de maestría en ciencias con la especialidad de Matemática educativa. Dicha maestría surgió en 1975 bajo el auspicio del Centro de Investigación de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional (CINVESTAV), en la Sección de Matemática Educativa (SME), instancia creada *ex profeso* en el Departamento de Investigaciones Educativas (DIE). La necesidad de la creación de esta maestría estuvo justificada por la insuficiencia de cuerpos de profesionales en el campo de la enseñanza de la matemática, que dieran respuesta a las demandas del

[3] Ojeda Salcedo,Beatriz Isabel Teresa, Estudios sobre la problemática de la enseñanza de las matemáticas en la educación primaria desde una perspectiva del docente, (Tesis de maestría), UNAM-Escuela profesional de estudios superiores, Campus Acatlán, México, 2001, p. 28.

Sistema Educativo Nacional. Estas demandas se centraban en el requerimiento de elaborar lineamientos y programas para la enseñanza de la matemática, en los distintos niveles del Sistema, ya que en el contexto de reformas educativas del momento se había hecho patente el déficit existente —y las carencias de formación— de profesionales que pudieran asumir dichas funciones.

En 1978, el DIE propuso una línea de investigación en didáctica de las matemáticas centrada en el nivel básico, que estuvo a cargo de un grupo interdisciplinario llamado desde entonces el Laboratorio de Psicomatemáticas, teniendo como objetivo formal:

> "La formación de especialistas cuyo trabajo esté enfocado principalmente a la investigación sobre la problemática de la enseñanza-aprendizaje de la matemática, entendiendo esta problemática en toda su extensión, es decir, a cualquier nivel de escolaridad y tanto en general como en el contexto específico del Sistema Educativo."[4]

La maestría apuntaba principalmente a resolver las necesidades del docente más que las del nivel del investigador; estas necesidades se referían a los contenidos matemáticos del currículum y no a la profundización del conocimiento sobre los procesos de aprendizaje y enseñanza.

Al final de 1992, había alrededor de 100 graduados de estos programas, quienes, en mayor o menor medida, se habían responsabilizado de la creación de centros regionales de investigación y docencia en esta disciplina.

La Academia de Matemáticas de la Universidad Pedagógica Nacional (UPN) mantiene desde 1988 un convenio de intercambio académico con el Instituto Nacional de Investigación Pedagógica (Institute National de Recherche Pedagogique-INRP) de Francia.[5]

---

[4] Fuenlabrada, Irma, "*Enseñanza y aprendizaje de las matemáticas*", en: Waldegg, Guillermina (coord.), La investigación educativa en los ochenta, perspectiva para los noventa, Cuadernos de Estados de conocimiento, Cuaderno No. 10, 2° Congreso Nacional de Investigación Educativa, Contexto educativo mexicano durante la década 1982-1921, Centro de Investigaciones y de Estudios Avanzados del IPN, (DIE-CINVESTAV-IPN), México, 1993, p. 19.
[5] *Ibidem*, p. 11.

Los estudios sobre la didáctica de las Matemáticas en el nivel básico tienen sus antecedentes durante los años setenta y ochenta en la teoría psicogenética del desarrollo cognitivo, que cobró cada vez más influencia entre los profesionales de la educación dedicados al estudio de problemas de enseñanza y aprendizaje.

Las relaciones establecidas entre la teoría psicogenética del desarrollo cognitivo y la enseñanza escolar, han sido diversas y, puede decirse, problemáticas.[6] Dicha teoría proporcionó una explicación de los procesos de construcción del conocimiento racional (teoría de la equilibración), destacó etapas básicas en la evolución de las operaciones lógicas, revitalizó un cuestionamiento fundamental: el fracaso de los alumnos no se debe únicamente a las dificultades "propias" del conocimiento matemático o a las limitaciones de los sujetos, sino a una forma de enseñanza que no responde a los procesos que siguen los alumnos para aprender.

Por otro lado, el impacto de esta teoría centró la atención de numerosos investigadores y profesionales de la educación, en el estudio evolutivo de determinadas nociones sin intervención didáctica. Se tenía la idea de sustituir en los programas, las metas de adquisición de contenidos específicos por metas de "desarrollo cognitivo".[7]

Se consideraba que "lo didáctico" podría fundamentarse mejor a partir de dichos estudios, o nuevamente, "lo didáctico" volvió a verse como una aplicación de la teoría del aprendizaje, aplicación que en última instancia podía quedar en manos de maestros con una buena formación en matemáticas y en teorías del aprendizaje. Dando como resultado el eludir nuevamente el estudio de los problemas de enseñanza, librándolo al campo de la propuesta.

---

[6] Coll, César, "*Estudios sobre la didáctica en las matemáticas en el nivel básico*", en: Waldegg, Guillermina (coord.), La investigación educativa en los ochenta, perspectiva para los noventa, Cuadernos de Estados de conocimiento, Cuaderno No. 10, 2º Congreso Nacional de Investigación Educativa, Contexto educativo mexicano durante la década 1982-1921, Centro de Investigaciones y de Estudios Avanzados del IPN, (DIE-CINVESTAV-IPN), México, 1993, p. 22.

[7] *Ídem.*

Fue probablemente en Europa, y en particular en Francia, con el nacimiento de los Institutes de Recherche sur l'Eseignemet de Mathématiques (IEREM), y también a partir de la reforma de los años sesenta, en donde se empieza a reconocer la necesidad de asumir los fenómenos de la enseñanza de las matemáticas en el aula, como un campo de investigación con problemas muy específicos que requieren ser estudiados en forma sistemática, "creando un cuerpo teórico que permita integrar los aportes de otras disciplinas."[8]

El propósito fundamental de la didáctica de las matemáticas, considerada como campo de investigación, es crear explicaciones fundamentadas acerca de los procesos de transmisión del saber matemático en el salón de clases. Este propósito es amplio y requiere, naturalmente, de los conocimientos de otros campos de investigación. No obstante, su objeto de estudio se distingue claramente de los de las otras disciplinas.

Al asumir como uno de los ejes fundamentales del estudio didáctico las características de la disciplina específica (las matemáticas y su génesis particular), la didáctica de las matemáticas ha ofrecido un desarrollo importante con respecto a los aportes de las didácticas generales.[9]

En México, los estudios realizados por el equipo multidisciplinario del Laboratorio de Psicomatemáticas del DIE han centrado sus esfuerzos en el análisis y experimentación en el salón de clases de secuencias de situaciones didácticas para el aprendizaje de contenidos específicos, con un enfoque constructivista del aprendizaje.

Una referencia importante en la fundamentación de las secuencias de situaciones didácticas y del análisis de la experimentación en clase de estos trabajos, es la teoría del

[8] Brousseau, Guy, "*Estudios sobre la didáctica en las matemáticas en el nivel básico*", en: Waldegg, Guillermina (coord.), La investigación educativa en los ochenta, perspectiva para los noventa, Cuadernos de Estados de conocimiento. Cuaderno No. 10, 2º Congreso Nacional de Investigación Educativa, Contexto educativo mexicano durante la década 1982-1921, Centro de Investigaciones y de Estudios Avanzados del IPN, (DIE-CINVESTAV-IPN), México, 1993, p. 35.
[9] Fuenlabrada Irma, Innovaciones curriculares en matemáticas. Primer ciclo de la educación primaria, Documento DIE 45, Departamento de Investigaciones Educativas, Centro de Investigación de Estudios Avanzados del IPN, (DIE-CINVESTAV-IPN), México, 1996, p. 3.

proceso de materialización, elaborada por Guy Brousseau (1972). Además, en algunos de estos trabajos tiene un peso importante la referencia a investigaciones de corte psicogenético sobre el desarrollo conceptual de las nociones estudiadas. En todos ellos se incluye un análisis del contenido curricular y algunas consideraciones sobre la génesis histórica del mismo.[10]

La parte central de estos estudios es el análisis de la experimentación didáctica en el salón de clases. Su enfoque postula el aprendizaje de las matemáticas a partir de la resolución de problemas.

1.1. ANTECEDENTES DEL PLAN DE MATEMÁTICAS

La SEP, en ejercicio de las facultades que le confieren las leyes, estableció en 1993 un nuevo plan de estudios para la educación primaria, así como los programas que corresponden a cada una de las asignaturas que lo integran. Este plan, que rige actualmente, se aplicó en una primera fase en el ciclo escolar 1993-1994 y entró en vigor para todos los grados al inicio del ciclo 1994-1995.

El reconocimiento de los avances logrados fue el fundamento para que, en noviembre de 1992, el Ejecutivo Federal presentara una iniciativa de reforma al artículo tercero, para establecer la obligatoriedad de la educación secundaria. Al aprobarse la medida, el gobierno adquirió el compromiso de realizar los cambios necesarios para establecer congruencia y continuidad entre los estudios de preescolar, primaria y secundaria.[11]

---

[10] Gálvez, G. y Block, D., "Estudios sobre la didáctica en las matemáticas en el nivel básico. Estudios realizados en México", en: Waldegg, Guillermina (coord.), La investigación educativa en los ochenta, perspectiva para los noventa, Cuadernos de Estados de conocimiento, Cuaderno No. 10, 2º Congreso Nacional de Investigación Educativa, Contexto educativo mexicano durante la década 1982-1921, Centro de Investigaciones y de Estudios Avanzados del IPN, (DIE-CINVESTAV-IPN), México, 1993, p. 24.

[11] SEP, "*Antecedentes del plan*", en: Plan y programas de estudio 1993. Educación básica primaria, México, 1993, p. 12.

Desde los primeros meses de 1989, y como tarea previa a la elaboración del Plan Nacional de Desarrollo 1989-1994, se realizó una consulta amplia que permitió identificar los principales problemas educativos del país, precisar las prioridades y definir estrategias para su atención.

A partir de esta formulación, la SEP inició la evaluación de planes, programas y libros de texto y procedió a la formulación de propuestas de reforma. En 1990 fueron elaborados planes experimentales para la educación preescolar, primaria y secundaria, que denominado "Prueba Operativa" fue aplicado en un número limitado de planteles, con el objeto de probar su pertinencia y viabilidad.

El Plan Nacional de Modernización Educativa de 1993 propone como objetivo general la búsqueda de alternativas que permitan elevar la calidad de la educación.

En el marco de dicho Plan Nacional, se publica en 1993 el Plan y Programas de Estudio para la Educación Básica; en ellos el cambio principal en matemáticas se refiere a la metodología de enseñanza y, en todo caso, las otras modificaciones curriculares de este plan están subordinadas a la nueva metodología propuesta.[12]

La reforma del currículo y los nuevos libros de texto tienen como propósitos que los niños mexicanos adquieran una formación cultural más sólida y desarrollen su capacidad para aprender permanentemente y con independencia.

Se busca, a través de las actividades que se propongan en la escuela, que los conocimientos matemáticos sean una herramienta flexible y adaptable para enfrentar situaciones problemáticas.

Uno de los aspectos fundamentales que favorecen la adquisición de los conocimientos es el desarrollo de la expresión oral. Se pretende que los alumnos

[12] Fuenlabrada, Irma, "*Concepción actual de la matemática*", en: Innovaciones curriculares en matemáticas. Primer ciclo de la educación primaria, Documento DIE 45, Departamento de Investigaciones Educativas, Centro de Investigación de Estudios Avanzados del IPN, (DIE-CINVESTAV-IPN), México, 1996, p. 5.

desarrollen habilidades para expresar sus ideas, explicar a sus compañeros cómo logran resolver las situaciones problemáticas y, asimismo, que aprendan a defender sus formas de solución y a reconocer sus errores.

El hecho de que los alumnos expresen sus ideas, permite al maestro entender el razonamiento que los niños siguen en la resolución de un problema, y así poder determinar las actividades que refuercen algún contenido o proponer situaciones que favorezcan la adquisición de conocimientos.

Si bien antes de terminar la primaria los alumnos conocerán los procedimientos convencionales para resolver las operaciones, las fórmulas y definiciones propias de las matemáticas, la forma que se propone para llegar a ellos toma en cuenta el desarrollo intelectual de los alumnos, los procesos que siguen y las dificultades que enfrentan para adquirirlos.

La escuela primaria está concebida en tres ciclos. Cada ciclo contempla dos grados. Por esta razón en el segundo grado, si bien se trabajan los mismos contenidos que se proponen en el primero, a excepción de la multiplicación de dígitos, éstos se amplían y profundizan a través del planteamiento de situaciones problemáticas más complejas.[13]

Para tener una comprensión más amplia de las teorías que sustentan el actual plan y programa, es necesario hacer un análisis del enfoque didáctico; esto es, conocer la metodología empleada en la enseñanza de las matemáticas y comprender el por qué del enfoque didáctico y en dónde se llevaron a cabo las reformas educativas.

1.1.1. LA CONCEPCIÓN TRADICIONAL DE LA ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA

Al analizar el esquema didáctico tradicional de la matemática, se ve a éste como un modelo repetitivo que ha reducido el aprendizaje de esa área a la realización mecánica de

[13] SEP, "*Recomendaciones didácticas generales*", en: Libro para el maestro, México, 1995, p. 10.

sus procedimientos; mostrándola al educando como un objeto rígido que no admite cuestionamiento, donde hay que seguir paso a paso las indicaciones del maestro. Esta manera de proceder ha limitado las posibilidades cognoscitivas del sujeto y ha coadyuvado a crearle un tabú: la matemática es inaccesible al menos para la gran mayoría.

El modelo de enseñanza clásico ha hecho una reconstrucción tipificada del saber matemático, primero se "enseñan" los algoritmos y luego se ve qué tipo de problemas son resueltos por éstos, es por eso que en la escuela se ve primero la suma y luego los problemas aditivos, la multiplicación y después los problemas multiplicativos, etcétera.

Desde el particular punto de vista del actual plan y programas, la enseñanza y el aprendizaje de la matemática no sólo es un problema pedagógico, sino un problema cultural, de comunicación de un saber y del papel que juega ese saber dentro de una sociedad determinada. ¿Por qué se han olvidado de las cualidades del saber matemático que constituyen el interés y la funcionalidad de éste? La matemática es ante todo una apertura, un estado de espíritu de confrontación metódica con una gran variedad de problemas, donde se mezclan creaciones, comunicaciones e imágenes que nos construimos antes de conocer los conceptos elaborados, a los que la matemática ha llegado.

La enseñanza (y no sólo la de la matemática) se encuentra bajo el signo de la reproducción, dentro de un engranaje de ritos: se presenta al educando de forma lineal, la mayoría de las veces empleando siempre el mismo razonamiento. De esta manera se han dejado de lado los puntos de controversia y sobre todo la historia de las ideas mismas. Existe además una gran tendencia a descontextualizar los conocimientos y los métodos haciéndolos perder todo su valor formativo, pues se dejan de lado, las preguntas a las que este conocimiento pretende responder; las funciones para las cuales los conceptos y los métodos fueron creados.[14]

---

[14] Fuenlabrada, Irma, "*Diferencias entre los dos modelos de enseñanza: la postura tradicional y la constructivista*", en: <u>II Congreso estatal de la enseñanza de las matemáticas</u>, ANPM, Xalapa, 1988, p. 18.

Hasta no hace mucho tiempo, existía en el sistema educativo la preocupación de evaluar lo que le pasa al niño en relación con el saber, desde luego no nos referimos a lo que ha memorizado para el examen de la semana siguiente, sino lo que realmente ha adquirido en tanto que saber operativo y funcional, como posibilidad real de dominio de su medio ambiente inmediato y futuro.

La enseñanza tradicional de la matemática se ha caracterizado por comunicar al alumno un cierto número de conocimientos con el objetivo de inducirlo a participar en el pensamiento del grupo al cual pertenece; para esto parecería suficiente determinar cuáles son los contenidos necesarios. Pero el problema no es tan simple, ya que los diferentes estudios de la psicología genética han demostrado que el modo de pensar del niño y del adolescente no corresponden a un modelo de pensar reducido de un adulto, sino que es completamente otro: sus estructuras mentales no aumentan en volumen, tienen estructuras mentales que se suceden.

Existe un desfase total entre el esquema de aprendizaje que el maestro crea en la práctica y el aprendizaje real, tal como opera en el alumno. El maestro interviene, según su modo de pensar y sus conceptos. El niño y el adolescente que poseen otras estructuras, otros conceptos, la mayoría de las veces no pueden comprender al maestro. De esta forma memorizan, bajo coacción, un montón de conocimientos con los cuales ellos nada tienen que hacer, porque no los comprenden, no le atañen. El conocer, para el alumno, no puede sintetizarse en una suma de informaciones que se le han transmitido. En realidad, la información sólo informa a la gente informada.

Esto no significa que en el salón no deba darse información al niño, sólo que cabe señalar que no puede fundamentarse todo proceso de enseñanza en un acto de informar. De hecho, cuando estas informaciones responden a una necesidad del niño y pertenecen al mismo tipo de operación que él domina, le resultan útiles e incorporables a sus esquemas de adquisición, pero ¿cuándo dar esta información? Por otro lado, el alumno nunca llega al salón sin traer consigo una infinidad de conocimientos empíricos sobre las cuestiones que se tratan en clase. Tampoco podemos evadir las preguntas espontáneas del alumno pues inhibiremos su actitud de búsqueda y, consecuentemente, los docentes estaremos limitando nuestras posibilidades de "ver" qué es lo que está pensando el alumno, pero ¿cómo manejar estas preguntas?, ¿qué curso darles? ¿Hay que inventar para cada tipo de dificultad un tipo diferente de intervención del maestro?[15]

1.1.2. La investigación en didáctica de las matemáticas

Fue necesario esperar muchos siglos para que el problema de la enseñanza de la matemática fuese visto como un problema de investigación, no es sino hasta la década de los años sesenta cuando empieza a ser tratado como tal. En particular, en el Departamento de Investigaciones Educativas del DIE, en 1978 un grupo conformado por profesionistas de diferentes disciplinas (matemáticas, psicología y pedagogía) empezaron a desarrollar investigación sobre didáctica de la matemática en el nivel básico. La postura teórica que orientó a la investigación se ubica dentro de las corrientes constructivistas del conocimiento.[16]

Para aproximarse a la solución del problema de la enseñanza y el aprendizaje de la matemática fue necesario, por un lado, intentar comprender las dificultades y en particular los obstáculos epistemológicos que enfrenta el alumno, y por otro, entender y analizar las concepciones que los docentes tienen sobre su quehacer profesional, así como las posibilidades de procesos de reconceptualización de los maestros sobre su propia práctica docente.

Empecemos por precisar que el elemento importante del proceso didáctico es la relación alumno-conocimiento-maestro, dentro de un espacio particular que es el aula.

---

[15] Block Sevilla, David, "*Enseñanza y aprendizaje de las matemáticas*", en: Waldegg, Guillermina (coord.), La investigación educativa en los ochenta, perspectiva para los noventa, Cuadernos de Estados de conocimiento, Cuaderno No. 10, 2º Congreso Nacional de Investigación Educativa, Contexto educativo mexicano durante la década 1982-1921, Centro de Investigaciones y de Estudios Avanzados del IPN, (DIE-CINVESTAV-IPN), México, 1993, p. 22.
[16] Brousseau, Guy, Proceso de matematización, (mimeo), 1972, s/p.

En el plano de la didáctica este espacio es controlado por el didacta y debe ser tal, que permita entre el sujeto y el medio (maestro, compañeros y saber) se establezca una dialéctica, denominada: dialéctica de la acción. Es decir, el sujeto es colocado delante de una cierta situación frente a la cual él debe poseer modelos mentales más o menos satisfactorios que le permitan interpretar o recibir información sobre esta situación, debe tener además una meta o una motivación para actuar que mejorará o degradará su posición respecto a la situación, así el modelo utilizado será reforzado o abandonado (por el sujeto).

Se puede observar que en el curso de ciertas acciones exitosas los modelos se empobrecen en cada esfuerzo. Al contrario en el transcurso de acciones que fracasan, el sujeto tiende a enriquecer el modelo, lo precisa, lo concretiza y se vuelve capaz de entregarle una mayor cantidad de informaciones. La dialéctica de la acción conduce a la creación por el sujeto de modelos implícitos que regulan esta acción, se trata en un principio de la asociación de ciertos estímulos a ciertas respuestas.

En otro orden de ideas se hace necesario revisar las nociones que se poseen sobre las relaciones entre el lenguaje y la acción.

La lógica no procede directamente del lenguaje sino de una fuente mucho más profunda que hallaría en las coordinaciones generales de la acción. Efectivamente, las acciones son susceptibles (anteriormente a todo lenguaje y un nivel puramente sensoriomotor) de repetición y generalización, constituyendo lo que podríamos llamar esquemas de asimilación. Estos esquemas se organizan con arreglo a leyes cuyo parentesco con los de la lógica es innegable.

En lo que se refiere a la enseñanza tradicional de la matemática, ha sido un grave error haberse limitado al plano del lenguaje y haber dejado de lado el papel de las acciones. En los alumnos de preescolar y primaria la acción sobre los objetos resulta totalmente indispensable para la comprensión de las relaciones aritméticas y de las geométricas.

El rechazo de los maestros a cualquier acción y/o experiencia material resulta comprensible, puesto que ven en ellas un recurso a las propiedades físicas bien al relajamiento de la disciplina interna del grupo y temen que las constataciones empíricas constituyan un estorbo para el desarrollo del espíritu "deductivo y puramente racional" característico de la matemática.

Pero se trata en realidad de un malentendido, hay dos formas de experiencias ligadas a las acciones materiales:

- Las experiencias físicas consisten en actuar sobre los objetos a fin de descubrir propiedades que éstos ya poseían antes de su manipulación como podría ser el peso, elasticidad, etcétera.
- Las experiencias lógico-matemáticas, en las cuales la información no se obtiene a partir de los objetos particulares en tanto que objetos físicos, sino de las propias acciones (o de sus coordinaciones) que el sujeto ejerce sobre ellos, por ejemplo, si un niño cuenta hilera de piedras de derecha a izquierda y encuentra que hay diez, y luego cuenta de izquierda a derecha y vuelve a encontrar diez, acaba por darse cuenta de que el resultado diez es independiente del orden. Es evidente que ni la suma ni el orden son algo propio de las piedras antes de que sujeto las ponga en fila o las reúna formando un todo; esto quiere decir que lo que el niño ha descubierto es que la acción de reunir da resultados independientes de la de ordenar; las propiedades físicas de las piedras no intervienen para nada en lo anterior.[17]

Ahora bien, este papel inicial de las acciones y las experiencias lógico-matemáticas, no es obstáculo para el desarrollo posterior del espíritu deductivo, son precisamente la preparación para llegar a él, esto por dos razones.

[17] Bruner, Jerome S., "*Bruner y la representación cognoscitiva de los conceptos matemáticos*", en: Resnick, Lauren B. (comp.), La enseñanza de las matemáticas y sus fundamentos psicológicos, Ed. Paidós, Barcelona, 1990, p. 137.

La primera es que las operaciones mentales o intelectuales que intervienen en estas deducciones ulteriores se derivan justamente de las acciones: se trata de acciones interiorizadas y cuando esta interiorización, junto con las coordinaciones que supone sea suficiente, las experiencias lógico-matemáticas en tanto que acciones materiales resultarán inútiles y la deducción interior se bastará a sí misma.

La segunda razón es que las coordinaciones de las acciones y las experiencias lógico-matemáticas, dan lugar al interiorizarse, a la formación de una variedad particular de abstracción que corresponde precisamente a la abstracción lógico-matemática.

Sin embargo, para que empiece a aparecer objetivamente un concepto matemático el sujeto debe expresar, con respecto a una situación, informaciones pertinentes, en un lenguaje convencional,[18] el cual él conoce o ha creado las reglas. Es necesario que él construya una descripción, una representación, un modelo explícito.

Se requiere que la creación de un modelo explícito siga nuestro esquema didáctico,[19] es necesario que ese modelo sea útil a la obtención de un resultado. El sujeto puede obtener sobre la situación ciertas informaciones, pero él no llega por su sola acción a obtener el resultado esperado, ya que sus informaciones son incompletas o porque sus medios de acción son insuficientes.

En este momento la secuencia didáctica plantea situaciones denominadas de formulación. El sujeto se da cuenta que otras personas han actuado sobre la situación de manera favorable, él busca obtener su participación y luego intercambia con otros sujetos informaciones u órdenes, a partir de este momento uno de ellos asume el rol de emisor y el otro de receptor.

[18] Todavía aquí no se habla del lenguaje convencional de la matemática.
[19] En el esquema didáctico que trabajamos, el conocimiento debe aparecer como un instrumento que permita resolver un problema planteado y no como tradicionalmente se ha trabajado. En la didáctica tradicional el conocimiento aparece como un objeto cultural del cual se informa al sujeto que "aprende" para que posteriormente pueda hacer "uso de él" en la resolución de problemas.

El receptor actúa en función del mensaje que ha recibido; si esta acción no es satisfactoria, él la puede corregir con un nuevo intercambio de mensajes. Para favorecer la comunicación, se hace necesario que tanto el emisor como el receptor, usen el mismo código.

Si el esquema didáctico es correcto, cuando la sanción de la acción es negativa se entabla una serie de correcciones llevando los mensajes a la formulación buscada. Las relaciones de dos interlocutores con la situación permiten prever cuál es la semántica y la sintaxis de los mensajes que permitirán la obtención de los resultados. Es posible combinando juiciosamente una situación y las condiciones de intercambio de mensajes, emitir el tipo de mensaje susceptible de ser creado, cabe aclarar que si el mensaje no pasa, ya sea porque ha sido mal codificado o mal emprendida la acción, no puede ser ejecutado y en tal caso hay que replantear la formulación.

Un mensaje, aunque sea una orden breve y necesaria —la realización de una tarea— contiene, por fuerza, una parte concretamente significativa. El hecho de condicionar el mensaje para que sea por escrito, sin ambigüedad, sin redundancia, sin información superflua y más generalmente mínima en lo que concierne al mensaje repertorio y a la sintaxis, producen en la mayoría de los casos mensajes quasimatemáticos, es decir, modelos.

En el transcurso de la dialéctica de la formulación, la construcción de los mensajes matemáticos se cumple siguiendo las reglas que son aún implícitas por los dos interlocutores. Se trata ahora de explicar estas reglas, es decir, por qué tal escritura matemática es correcta y por qué ella es pertinente, este es el objeto en la siguiente fase: la dialéctica de la validación.

El sujeto debe justificar, defender su formulación y luego emitir aserciones y ya no informaciones, frente a un oponente.[20]

---

[20] Fuenlabrada, Irma, "*Enseñanza y aprendizaje de las matemáticas*", *op. cit.*, p. 24.

La dialéctica de la validación se establece muchas veces organizando juegos de estrategias oponiendo a pequeños grupos en una competencia. Un equipo emite una aserción, el equipo oponente busca probar la falsedad de la aserción. Desde luego que un descubrimiento aceptado por todos puede ser utilizado para validar o invalidar a otra cosa, en tal caso deben tratar de argumentar la validez de su aceptación, si no lo logran los proponentes deben justificar su aserción. En el transcurso de los intercambios sucesivos, los sujetos son conducidos a explicar una parte del repertorio lógico y matemático del que se sirven para establecer su convicción. A la secuencia didáctica le sigue una fase de institucionalización,[21] en la cual el maestro hace pequeñas síntesis de los avances del proceso o bien da informaciones tales como la denominación convencional de ciertos conceptos o representaciones.

Finalmente, cabe aclarar que aunque el proceso se ha descrito de manera lineal éste no sucede formalmente de esta manera, ya que con bastante frecuencia los alumnos en la fase de las acciones empieza a hacer formulaciones, o en la formulación aparecen ciertas validaciones; más aún, en ocasiones en la fase de la validación éstos empiezan por apoyarse en las acciones y, por último, la fase de institucionalización atraviesa gradualmente a las fases anteriores.

Así, la matemática se aprende por medio de un proceso de construcción dentro del respeto de las posibilidades del sujeto, de la filiación de su sistema de expresión y justificación.[22]

1.2. La concepción actual de la enseñanza de la matemática

En las últimas tres décadas y a raíz de la aparición de la Teoría Psicogenética desarrollada por Piaget, cambia la concepción sobre cómo se aprende. Esta nueva concepción se expresa de diferentes maneras en las reformas educativas.[23]

---

[21] Block Sevilla, David, "*Enseñanza y aprendizaje de las matemáticas*", *op. cit.*, p. 25.
[22] Para una mejor comprensión de la visión del plan se presenta la secuencia didáctica analizada por Irma Fuenlabrada.
[23] Block Sevilla, David, "*Enseñanza y aprendizaje de las matemáticas*", *op. cit.*, p. 25.

En la reforma educativa de 1993, el nuevo enfoque metodológico para la enseñanza de las matemáticas se sustenta en resultados de investigaciones en matemática educativa desarrolladas en México[24] y el extranjero[25] así como proyectos de desarrollo curricular,[26] todos ellos basados en corrientes constructivistas del aprendizaje. También se tomaron en cuenta resultados de investigaciones de algunos conceptos matemáticos (del currículo anterior) de acuerdo con las edades de los niños de la escuela primaria.

Históricamente, gran parte del conocimiento matemático se ha generado a través de procesos de abstracción de las soluciones particulares encontradas a diversos problemas específicos que la humanidad ha enfrentado. Si bien en el nuevo enfoque metodológico no se pretende replicar dentro del salón de clases los procesos históricos, sí se trata de propiciar, en cierta medida, el desarrollo de los procesos intelectuales a partir de experiencias concretas (situaciones problemáticas) que posibiliten la construcción de conocimiento por parte de los alumnos.

Consecuentemente, el objetivo central de la metodología propuesta para la enseñanza en la escuela primaria es que los niños reconozcan, a través del proceso de aprendizaje, que la matemática es:

- Un objeto de conocimiento sujeto a cuestionamiento, análisis y experimentación, en donde las cosas no están dadas de una vez y para siempre.
- Una herramienta útil que permite resolver problemas, considerando que éstos pueden resolverse de diversas maneras, entre las cuales está el recurso a las estrategias convencionales de solución (sistema de numeración, sistemas de medida, operatoria, fórmulas, etcétera) y que en todo caso, estos procedimientos convencionales, a partir de que son comprendidas y se reconoce

[24] Investigaciones desarrolladas, en el Laboratorio de Psicomatemática del DIE-CINVESTAV, grupo coordinado por D. Block e Irma Fuenlabrada.
[25] Investigaciones desarrolladas en los IREM de Francia, particularmente por G. Brosseau en Bordeaux.
[26] Por ejemplo, proyecto: *Dialogar y descubrir*, desarrollado por investigadores del DIE-CINVESTAV para el Sistema de Cursos comunitarios del CONAFE; bajo la coordinación general de E. Rockwell y de D. Block e Irma Fuenlabrada (Coordinadores y autores del área de matemáticas).

su utilidad, permiten resolver las situaciones problemáticas con más facilidad y rapidez.

- En segundo lugar es necesario tener presente que la investigación en didáctica de la matemática desarrollada en los últimos 30 años, ha mostrado que los niños aprenden:
- Interactuando con el objeto de conocimiento a través de la búsqueda de soluciones a situaciones problemáticas, que los reten intelectualmente (desde luego esas situaciones problemáticas deben implicar al concepto matemático que se está enseñando);
- Intercambiando sistemáticamente con sus compañeros y su maestro los hallazgos, dificultades, estrategias de solución, resultados y observaciones que van encontrando;
- Elaborando argumentaciones cada vez mejores al aplicar y defender los puntos de vista que van externando sobre los resultados o estrategias de solución encontrados; el ejercicio sobre las argumentaciones les permite tomar acuerdos sobre algunas estrategias de solución y desechar otras.[27]

El enfoque metodológico actual propone una reubicación de los problemas en la organización de la enseñanza; éstos deben ser planteados a los alumnos desde un principio, antes de que aprendan los procedimientos convencionales de solución.

1.2.1. LA ORGANIZACIÓN DE LOS LIBROS DE MATEMÁTICAS Y LAS LÍNEAS CONCEPTUALES

En los nuevos programas, el currículum está organizado a través de seis líneas conceptuales que deben desarrollarse en paralelo a lo largo del año escolar, en los casos que es pertinente deben trabajarse simultáneamente dos o tres líneas conceptuales.

[27] Block, D. y Fuenlabrada I.,"*Innovaciones curriculares en matemáticas*", en: Documento DIE 45, Departamento de Investigaciones Educativas, Centro de Investigación de Estudios Avanzados del IPN, (DIE-CINVESTAV-IPN), México, 1996, pp. 2-3.

Las seis líneas conceptuales que organizan al currículum de matemáticas para la escuela primaria son:

1) Los números, sus relaciones y sus operaciones.
2) Medición.
3) Geometría.
4) Tratamiento de la información.
5) Predicción y azar.
6) Procesos de cambio.

Las cuatro primeras líneas empiezan a desarrollarse en primer grado, la línea sobre predicción y azar se inicia en tercero y la línea sobre procesos de cambio en cuarto; una vez iniciada cada línea conceptual se continúa su desarrollo hasta sexto grado.[28]

Además, si se hace una revisión más detallada de los contenidos en cada una de las líneas previstos para cada grado, se pone de manifiesto que los temas se organizan en tres ciclos (de dos años cada uno). En cada ciclo, el nivel de formalización al que llega en cada tema varía, por lo que no todos los temas incluidos en cada una de las líneas conceptuales desarrolladas a lo largo de un año escolar se evalúan de manera equivalente. Por ejemplo, en el caso del primer ciclo, que es el que nos ocupa, de la línea conceptual de los números, sus relaciones y sus operaciones, los temas que le competen son: el sistema decimal de numeración, la suma, la resta y la multiplicación entre dígitos.

Éstos en su desarrollo didáctico llegan a ser formalizados al término de los dos años del primer ciclo (se llega a los algoritmos convencionales de suma y de resta como herramientas para resolver problemas aditivos; al uso de la simbología convencional para la multiplicación entre dígitos, así como a la representación convencional de los números hasta el mil, basándose en las leyes de agrupamiento y posición), para continuarse en

[28] *Ibidem*, p. 7.

años posteriores un trabajo de profundización y de enriquecimiento en situaciones problemáticas más complejas.[29]

1.2.2. Consideraciones y criterios para la elaboración de materiales de apoyo a la enseñanza de las matemáticas

Partiendo de una concepción de aprendizaje según la cual los niños aprenden matemáticas fundamentalmente al enfrentar situaciones que sean problemáticas para ellos cuya resolución implique la puesta en juego de herramientas matemáticas. Diversos estudios relativos a la forma en que los estudiantes resuelven problemas matemáticos han llevado a la explicación de corte constructivista, de que la estructura de la actividad de resolución de problemas surge como un objeto cognoscitivo (un esquema) a partir de la reflexión que el sujeto hace sobre sus propias acciones. El conocimiento matemático, para la epistemología genética, es resultado de esta reflexión sobre acciones interiorizadas —la abstracción reflexiva—; la matemática no es un cuerpo codificado de conocimientos (así como una lengua no es el texto de su enseñanza), sino esencialmente una actividad.

El conocimiento, desde la perspectiva constructivista, es siempre contextual y nunca separado del sujeto. En el proceso de conocer, el sujeto va asignando al objeto una serie de significados, cuya multiplicidad determina conceptualmente al objeto. Conocer es actuar, pero conocer también implica comprender de tal forma que permita compartir con otros el conocimiento y formar así una comunidad. En esta interacción de naturaleza social, un rol fundamental lo juega la negociación de los significados.

Una tesis fundamental de la teoría piagetiana es que todo acto intelectual se construye progresivamente a partir de estructuras cognoscitivas, anteriores y más primitivas. La tarea del educador constructivista será mucho más compleja que la de su colega tradicional, consistirá entonces en diseñar y presentar situaciones que apelando a las estructuras anteriores, le permitan al estudiante asimilar y acomodar nuevos

[29] *Idem.*

significados personales a través de una negociación con otros estudiantes, con el profesor, con los textos.

Al poner el énfasis en la actividad del estudiante, una didáctica basada en teorías constructivistas exige también una actividad mayor de parte del educador. Ésta ya no se limita a tomar conocimiento de un texto y exponerlo en el aula, o en unas notas, o en otro texto, con mayor o menor habilidad. La actividad demandada por esta concepción es menos rutinaria, en ocasiones impredecible, y exige del educador una constante creatividad.[30]

Sin embargo, en los primeros grados de la educación primaria, la mayor parte de las situaciones problemáticas que los alumnos pueden enfrentar para aprender matemáticas, son actividades que se realizan con distintos materiales concretos, "fuera del libro".

En el caso de primer grado, está diseñada cada secuencia de lecciones del libro de texto de manera integrada con una propuesta de actividades a realizar previamente, con distintos materiales concretos y fuera del libro. Dicha propuesta fue entregada a la SEP junto con el libro de texto. A su vez, un equipo técnico de dicha dependencia desarrolló la propuesta en los siguientes materiales:

- **Libro para el Maestro:** contiene secuencias de actividades para el aprendizaje de cada aspecto; se propone realizarlas antes o al mismo tiempo que las lecciones de los libros de texto.
- **Fichero de actividades:** contiene secuencias de actividades para el aprendizaje de cada aspecto; se propone realizarlas antes o al mismo tiempo que las lecciones de los libros de texto.

[30] Un intento, aunque ya rebasado de lo que podría ser una didáctica constructivista, ha sido el desarrollado por Hans Aebli en su libro: Una didáctica fundada en la psicología de Jean Piaget, Ed. Kapeluz, Buenos Aires, 1973, p. 34.

- **Avance programático:** presenta una secuencia de contenidos, en el que se pueden ir desarrollando durante el año, con la indicación de fichas y lecciones correspondientes.[31]

1.3. EJES MATEMÁTICOS Y CONTENIDOS QUE ABORDAN LAS MATEMÁTICAS EN SEGUNDO GRADO

De acuerdo con el enfoque planteado, se espera que los alumnos:

- "Utilicen y comprendan el significado de los números naturales, hasta centenas, en diversos contextos.
- Resuelvan problemas de suma y de resta con números naturales hasta de tres cifras, utilizando el procedimiento convencional.
- Resuelvan problemas de multiplicación, problemas de reparto de colecciones y problemas en los que hay que averiguar cuántas veces cabe una cantidad en otra (tasativos), mediante procedimientos no convencionales y utilizando cantidades menores que 100.
- Expresen las relaciones multiplicativas de los dígitos con la representación convencional (2x4=8).
- Desarrollen la habilidad para realizar estimaciones y cálculos mentales de suma y restas, con números hasta de dos cifras.
- Desarrollen la habilidad para estimular, medir, comparar y ordenar longitudes, superficies, la capacidad de recipientes y el peso de objetos mediante la utilización de unidades arbitrarias de medida.
- Reconozcan algunas propiedades geométricas que hacen que los triángulos, cuadriláteros y polígonos se parezcan o diferencien entre sí.
- Identifiquen por su forma y nombre figuras como: cuadrados, rectángulos, triángulos, círculos, trapecios, rombos, romboides, pentágonos y hexágonos.
- Desarrollen la habilidad para ubicarse en el plano al recorrer trayectos, representarlos gráficamente e interpretarlos.
- Desarrollen la habilidad para buscar, analizar y seleccionar información contenida en ilustraciones de su libro u otras fuentes en tablas y en gráficas de barras sencillas, para resolver e inventar problemas." [32]

[31] Block, D. y Fuenlabrada I.,"*Innovaciones curriculares en matemáticas*", *op. cit.*, p. 7.
[32] SEP, "*Propósitos generales del grado*", en: Libro para el maestro, México, 1995, pp. 10-11.

1.3.1. ORGANIZACIÓN DE LOS CONTENIDOS MATEMÁTICOS

Con el propósito de adecuar los contenidos propuestos para el segundo grado al proceso de aprendizaje de los alumnos y de facilitar al maestro su integración, se ha organizado el programa de tal forma que los contenidos se introduzcan en el momento en el que los alumnos tienen las posibilidades para abordarlos.

Los contenidos en el segundo grado de educación primaria están organizados en cuatro ejes:

- ⇨ Los números, sus relaciones y sus operaciones.
- ⇨ Medición.
- ⇨ Geometría.
- ⇨ Tratamiento de la información.

Los ejes "La predicción y el azar" y "Procesos de cambio", no se trabajan en este grado.

1.3.2. LOS NÚMEROS, SUS RELACIONES Y SUS OPERACIONES

Es en este eje temático en donde se desarrolla la propuesta de este trabajo, el cual pretende proponer estrategias de apoyo al programa de segundo grado en la adquisición de las operaciones básicas con las regletas de colores Cuisenaire. En la explicación de este eje temático se hablará acerca de que el alumno de segundo grado ya tiene una comprensión numérica hasta tres cifras, seriación, etcétera.

Con las regletas los alumnos reafirmarán dichos conceptos, comprenderán a través de diversas estrategias los atributos de las regletas, para que con el material concreto realicen sumas, restas, multiplicaciones y repartos. Esta es una explicación muy al vapor de lo que se pretende, pero la consideré necesaria para comprender, en qué eje temático tiene injerencia esta propuesta de trabajo.

A través de las actividades con las que se desarrollan los contenidos de este eje, los alumnos aprenderán a usar los números hasta de tres cifras en forma oral y escrita, para comparar y cuantificar colecciones y para ordenar los elementos de una colección e identificar objetos.

Agruparán colecciones en decenas y centenas, y representarán gráficamente los resultados obtenidos, primero de manera no convencional y después con los símbolos numéricos convencionales. Comprenderán que escribir cualquier número, en particular los de tres cifras, se necesitan únicamente diez símbolos (del 0 al 9) y en consecuencia, estarán en posibilidades de comprender que éstos adquieren valores diferentes según el lugar que ocupan en un número.

> "Asimismo, desarrollarán la habilidad para estimar y calcular mentalmente el resultado de problemas de suma y de resta mediante diversos procedimientos (redondeo, descomposición de números en centenas, decenas y unidades, etc.).
>
> También seguirá resolviendo problemas que implican sumar o restar con distintos significados (agregar, unir, igualar, quitar, buscar un faltante), utilizando primero procedimientos no convencionales (uso de material concreto, dibujos, conteo por agrupamientos) y después utilizando el algoritmo convencional de la suma y de la resta."[33]

En cuanto a los problemas multiplicativos, éstos se han venido trabajando desde primer grado. En segundo, se realiza un trabajo más sistemático hasta llegar al empleo de la representación convencional de la multiplicación de dígitos. Respecto de los problemas multiplicativos relacionados con la división, se continúa trabajando con los de reparto y se incorporan problemas más complejos que incluyen algunos problemas tasativos, es decir, problemas en los que se tiene que averiguar cuántas veces cabe una cantidad en otra; por ejemplo: Tengo 38 naranjas y quiero hacer montones de 5 naranjas cada uno, ¿cuántos montones puedo formar? Los alumnos resolverán estos problemas con procedimientos convencionales (uso de material concreto para hacer agrupamientos, dibujos, conteo, suma iterada, etcétera).

[33] Block Sevilla, David, La enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria I, SEP, Programa Nacional de Actualización Permanente, México, 1995, pp. 17-32.

1.3.3. MEDICIÓN

A lo largo del año, los alumnos continuarán desarrollando las nociones de longitud, superficie, capacidad, peso y tiempo.

En segundo grado pueden seguir haciendo comparaciones utilizando unidades arbitrarias de medida. De esta manera se desarrolla el concepto de medición y consecuentemente el de unidad de medida.[34]

1.3.4. GEOMETRÍA

Los alumnos realizarán diversas actividades con cuerpos geométricos que les permitirán identificar las partes que los constituyen, distinguiendo sus formas, su extensión, la unión de cada una de las formas (aristas), así como sus vértices (puntas o esquinas).

Los alumnos desarrollarán también la habilidad para ubicarse en el plano, reconocer trayectos y a representarlos e interpretarlos gráficamente. Al mismo tiempo, aprenderán a expresar adecuadamente su propia ubicación en relación con su entorno, la de seres u objetos en relación con él y la de los objetos entre sí.[35]

1.3.5. TRATAMIENTO DE LA INFORMACIÓN

Por medio de las actividades que se proponen, los alumnos continúan desarrollando la habilidad para analizar la información contenida en textos, tablas y gráficas de barras sencillas, así como en ilustraciones de su libro de texto u otras fuentes.

---

[34] SEP, Organización general de los contenidos. Plan y programas de estudio 1993, Educación básica Primaria, México, 1993, pp. 52-54.
[35] *Ídem.*

Además, aprenderán a seleccionar la información necesaria que les permita inventar y resolver problemas.[36]

La enseñanza de las operaciones básicas lógicamente tiene mayor peso en los números, sus relaciones y sus operaciones. Si se da una breve explicación de cada uno de los ejes temáticos, es para comprender el criterio del por qué se hace esta división del conocimiento matemático y cómo se interelacionan.

1.4. LAS OPERACIONES BÁSICAS EN LOS LIBROS DE TEXTO

De acuerdo con Hugo Balbuena, David Block y Alicia Carvajal, una de las características de los nuevos materiales para la enseñanza de las matemáticas es el propósito de dar mayores oportunidades a los alumnos para apropiarse de los significados de los conceptos y desarrollar una actitud más creativa en el desempeño de esta disciplina.

> "La expresión 'actitud creativa' suele asociarse, si de contenidos escolares se trata, al área de educación artística o a la redacción de textos libres. ¿Cómo se puede ser creativo en matemáticas, cuando, por ejemplo sabemos que el resultado de la operación 12-8 está bien determinado, y que existe una manera que se enseña en la escuela para obtenerlo? ¿Cuáles son los significados de los conceptos? Dichos autores ilustran esta idea con el siguiente problema".[37]

Un problema que se resuelva con la resta mencionada, por ejemplo es el siguiente:

José quiere comprar una camiseta que vale 12 pesos, pero sólo tiene ocho pesos. ¿Cuánto le falta para poder comprar una camiseta?

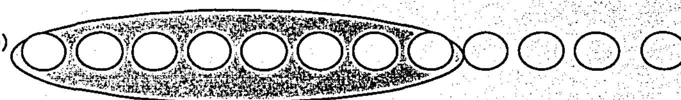
[36] *Idem.*
[37] Balbuena, Hugo, Block, David y Carvajal, Alicia, *"Las operaciones básicas en los nuevos libros de texto"*, en: Revista Cero en Conducta, núm. 40-41, México, mayo-agosto 1995, pp. 15-29.

De acuerdo con cualquier persona, el problema no da lugar a creatividad alguna porque se sabe que se resuelve con la resta 12-8 y cualquiera sabe resolver esta operación.

Pero, si se plantea el problema al alumno de segundo o incluso de tercer grado, probablemente podremos observar resoluciones como las siguientes:

a) 

Puso los doce pesos que cuenta la camiseta y tachó los ocho pesos que ya tiene.

b) 

Puso los ocho pesos que ya se tienen, y completó a 12.

c) 9, 10, 11, 12.

Contó a partir de nueve hasta 12, registrando con los dedos el número de unidades contadas.[38]

Si el problema citado se plantea después de haber enseñado a restar, con la expectativa de que los alumnos apliquen lo aprendido, estos procedimientos tendrían pocas posibilidades de aparecer. Los alumnos sabrán que lo que deben hacer es aplicar la resta o, en todo caso, sabrán que se espera de ellos que apliquen alguna de las operaciones que ya se vieron en clase. Si aún no identifican las relaciones entre los datos del problema con la resta, buscarán alguna pista, alguna palabra clave o elegirán un poco al azar.

[38] *Idem.*

Los alumnos tienen posibilidades de desarrollar procedimientos que no les fueron enseñados para abordar un problema, cuando éste se les plantea no sólo para que apliquen lo que les fue enseñado, sino para que se aproximen por sí mismos a lo que se les quiere enseñar. Es entonces cuando se puede desarrollar también una actitud más creativa en el desempeño de las matemáticas.

Estos procedimientos, aunque largos, poco sistemáticos y de alcance limitado, constituyen una parte de la significación que la operación tendrá para ellos y son la base a partir de la cual pueden desarrollar procedimientos más eficientes.[39]

Para precisar un poco más se distinguen dos aspectos de las operaciones aritméticas: sus significados y las técnicas para resolverlas.

Los significados de una operación están dados en gran medida por las relaciones que los alumnos establecen al resolver problemas que implican la operación. Así podemos decir que restar significa en ciertos casos "quitar" pero también, por ejemplo, encontrar una diferencia, agregar una cantidad que le falta para que quede igual que otra.

Aun cuando los niños ya sepan restar, reconocen en algunos problemas la pertinencia de la resta. Frente a problemas con relaciones entre sus datos distintas a las que ya conocen, necesitan desarrollar nuevamente procedimientos de ensayo y error, de aproximaciones por tanteos, necesitan apoyarse en relaciones que les permitan identificar la resta. Así, durante un periodo relativamente largo, los niños dirán que un problema como el de José es "de suma", porque lo que suelen hacer para resolverlo es sumar a ocho lo necesario para llegar a doce. Cuando identifiquen la resta con la significación que tenga para ellos se habrán enriquecido.[40]

Por otro lado, están las técnicas para resolver una operación. Recordemos que cualquier operación aritmética se puede resolver de muchas maneras. Las técnicas que se

[39] *Idem.*
[40] *Idem.*

enseñan en las escuelas se desarrollaron a lo largo de muchos años y se caracterizan por ser sumamente sintéticas, es decir, por abreviar los procesos a fin de hacerlos lo más rápido posible. Esto es así, debido a que hasta hace algunas décadas, las cuentas requeridas en los distintos oficios tenían que hacerse a mano.

Hoy en día las cosas han cambiado. Las calculadoras de bolsillo se pueden conseguir a muy bajo costo en casi cualquier mercado. Cada vez más personas de todos los oficios las utilizan para realizar sus cuentas. Por supuesto sigue siendo indispensable que las personas las realicen "a mano" y mentalmente, pero ya no es un propósito prioritario el hacerlas de la manera más rápida posible, como una técnica única.

Esta descarga permite dar mayor peso en la educación básica a aspectos formativos en el aprendizaje de las técnicas para resolver operaciones. Podemos propiciar en mayor medida la participación de alumnos en el desarrollo de técnicas más accesibles, de tal forma que el propósito de este contenido sólo sea "aprender a hacer las cuentas, sino también a desarrollar la capacidad de crear procedimientos".

Las consideraciones anteriores no son fáciles de llevar a cabo porque implican cambiar algunos aspectos de prácticas muy arraigadas en la enseñanza de las matemáticas: aplazar un poco la enseñanza de las técnicas usuales para realizar las operaciones, plantear problemas no sólo para que los alumnos apliquen las técnicas, sino antes de que las dominen, para que desarrollen procedimientos personales, para que se aproximen por sí mismos a dichas técnicas, aceptar la validez de procedimientos no formales, aceptar que los problemas se pueden resolver de maneras distintas.

Las secuencias de actividades que se proponen en los materiales de la SEP para la enseñanza de primero a cuarto grado de primaria (libros de texto, ficheros de actividades, libros para el maestro), constituyen un intento por ofrecer una alternativa didáctica para propiciar aprendizajes bajo este enfoque. (Balbuena, 1995).[41]

[41] *Idem.*

1.4.1. LA SUMA Y LA RESTA

En primero y segundo grados de primaria las operaciones de suma y resta tienen un antecedente importante en el trabajo con los números al estar presentes, de manera implícita, en algunas lecciones y actividades. Sin embargo, estas operaciones tienen un desarrollo particular.

A continuación se abordan algunas características más importantes que tienen las actividades que se proponen para la suma y la resta en los dos primeros grados de primaria en diferentes materiales (libro de texto, Fichero de actividades didácticas y Libro para el maestro). Se hace referencia a estos tres materiales porque, especialmente en primer grado, existe una fuerte interdependencia entre ellos. Para aprender matemáticas los alumnos de este ciclo necesitan realizar ciertas actividades que implican acciones físicas o manejo de materiales concretos.[42] Las lecciones de los libros de texto suponen un trabajo a nivel gráfico que muchas veces son el complemento de las actividades que se proponen en el Fichero.[43]

Uno de los problemas más frecuentes en la enseñanza de la suma y la resta, es lograr que el alumno adquiera un lenguaje matemático apropiado tal como reconocer a la suma como una adición, lo cual con el material de regletas, es más comprensible. Es complicado que el alumno conceptualice a la resta como diferencia y a través del manejo con regletas, el alumno logra comprender el uso adecuado de la resta y a aplicar dicho conocimiento a cualquier situación problemática.

1.4.2. DIVERSIDAD DE PROBLEMAS DE SUMA Y RESTA

En el primer ciclo se presenta una variedad de problemas que involucran estas operaciones y los niños pueden resolverlos haciendo uso de diversos procedimientos.

[42] Cuando se habla de material concreto para la enseñanza de las operaciones básicas, directamente entra el uso de regletas.
[43] Balbuena, Hugo, Block, David y Carvajal, Alicia, "*Las operaciones básicas en los nuevos libros de texto*", *op. cit.*, pp. 15-29.

Esta variedad tiene que ver tanto con las relaciones entre los datos en los problemas que se plantean como con la forma de presentarlos. En este momento veremos las relaciones entre los datos.

En los actuales libros de texto de primero y segundo grado se parte de reconocer que no cualquier problema de suma y de resta significa lo mismo para los niños, ya que esto depende, como acabamos de señalar, de las relaciones que establecen entre los datos y los contextos en que se dan. Veamos los siguientes ejemplos:

> "En la caja 1, ficha 22, se les da a los niños una caja con cinco semillas, una bolsa con un puño de semillas y cinco tarjetas con los números del 1 al 5. Se pide a los niños que cuenten las semillas que hay dentro de la caja. Uno de ellos elige al azar una de las tarjetas y la muestra al grupo por el lado del número. Se le indica al mismo niño que quite o agregue las semillas de la caja la cantidad de semillas que quedaron en la caja, dan su resultado oralmente y lo escriben en el cuaderno.
>
> Verifican si su respuesta fue correcta viendo la cantidad de semillas que hay ahora en la caja."[44]

En esta actividad los niños tienen que averiguar un estado final de una colección, después de que sufre una transformación: conocen el estado iniciar (las semillas que hay en la caja), y el valor de la transformación (la cantidad de semillas que se agregan o se quitan, por ejemplo +5). Al mismo tiempo, el problema permite a los niños verificar por sí mismos el resultado de su anticipación.

Otros tipos de problemas son:

En el corral hay 5 pollos, 7 conejos, 3 cochinos y 4 borregos. ¿Cuántos animales hay en total?

(PRIMER GRADO, LECCIÓN 114).

---

[44] *Ídem.*

En este caso no están implicadas las acciones de agregar o quitar. Se trata de un conjunto formado por varios subconjuntos, se conoce el número de elementos de los subconjuntos y hay que averiguar el total.

En el caso donde se trata de igualar una cantidad a otra:

> Roberto quiere tener la misma cantidad de canicas que Toño. ¿Cuántas canicas le faltan a Roberto? (En la ilustración se ve que Roberto tiene 8 canicas y Toño 14).
> (PRIMER GRADO, LECCIÓN 116).

Los problemas que con más frecuencia se plantean en los dos primeros grados, por ser los más accesibles, son aquellos en los que se agrega o se quita una cantidad a una colección resultante (el estado final).

Las variantes de problemas de este tipo (calcular el estado inicial o calcular el valor de la transformación), así como los otros tipos de problemas (igualar, comparar, etcétera), se plantean poco a poco con cantidades más pequeñas y frecuentemente, con apoyo en dibujos o en material concreto.

En un segundo momento, cuando los niños ya han abordado varias situaciones que implican agregar o quitar a través de actividades del Fichero, se introducen los signos de suma y resta como un medio para indicar o comunicar las transformaciones (pueden verse por ejemplo, Fichas 22, 28, y 29). Posteriormente, en las lecciones del libro de texto se plantean diversas situaciones que exigen interpretar estos signos, escribir el resultado que corresponde (por ejemplo a 5+4), escribir el signo (como en 5-4=9), comparar dos sumas 7+2 con 2+5), relacionar operaciones con secuencias temporales en las que se representan acciones de agregar o quitar. Como veremos más adelante, el manejo de los signos de suma y resta no implica aún el trabajo con los procedimientos usuales para sumar y restar, también llamados algoritmos.

1.4.3. OTRAS CARACTERÍSTICAS DE LOS PROBLEMAS

En el manejo de estas operaciones a partir de problemas supone una redefinición de lo que en general se ha manejado como "problema". Más allá de situaciones planteadas como texto, la idea de problemas se ha enriquecido. De esta manera en los primeros grados se incluyen, entre otros:

a) Problemas planteados oralmente y que incluyen un trabajo con objetos. Estas situaciones se presentan en el Fichero de actividades.

b) Problemas a partir de imágenes[45] (con información abundante o suficiente) de donde se tienen que tomar los datos necesarios para contestar ciertas interrogantes.

c) Problemas con texto, apoyándose en dibujos para resolución.

d) Problemas con una o más respuestas posibles.

e) Problemas donde la respuesta, aunque producto de una situación matemática, no es numérica.

f) Situaciones presentadas como juegos matemáticos (por ejemplo de segundo año, en la Lección 22).[46]

1.4.4. LOS PROCEDIMIENTOS PARA SUMAR Y RESTAR

Tanto en las fichas como en el libro de texto, se busca que los niños resuelvan de la manera que les sea más funcional las situaciones problemáticas allí propuestas. Esto supone, por lo tanto, rescatar la evolución de sus procedimientos. La complejidad de las actividades y el conocimiento que los niños van adquiriendo sobre los números, favorecen la evolución de los procedimientos para sumar y restar.

[45] Actividades como éstas se relacionan de manera directa con el eje temático "Tratamiento de la Información".
[46] Balbuena, Hugo, Block, David y Carvajal, Alicia, "*Las operaciones básicas en los nuevos libros de texto*", *op. cit.*, pp. 15-29.

En el primer grado, a partir del conocimiento que los niños tienen de la serie numérica oral, se propicia el desarrollo del conteo como medio para resolver las situaciones. El conteo se va complejizando al aumentar el rango de los números que se utilizan.

Para las situaciones de suma, se favorece el desarrollo de ciertos procedimientos como: conteo a partir de uno de los sumandos para encontrar el resultado (primero con números menores a diez y luego incluyendo los que son mayores); conteo de diez en diez apoyándose en la serie numérica; suma decenas y unidades por separado con apoyo en materiales o dibujos. En varias de las lecciones que contienen problemas de suma y resta, en la parte superior de la hoja se incluye una serie numérica (de uno en uno o de diez en diez), para que los niños se apoyen en el conteo.

En el caso de la resta, durante un tiempo se facilita que en las situaciones de "quitar", los niños quiten efectivamente los objetos o los tachen y luego cuenten los que quedan. Poco a poco se propicia el uso de un recurso más complejo: el conteo regresivo.

En segundo grado se aborda el desarrollo de los algoritmos usuales para sumar y restar, a partir de un trabajo previo de las características de base y posición que supone el sistema decimal de numeración y que, como ya dijimos, se inicia en primer grado. A partir de representaciones concretas o pictóricas de los agrupamientos[47] se propicia que los niños realicen las sumas y las restas considerando por separado unidades y decenas.

Aquí cabe señalar que se introducen desde el principio casos que implican agrupar unidades en decenas (en las sumas), o desagrupar decenas en unidades (en la resta). Es precisamente en estos casos en los que los algoritmos resultan más funcionales que otros procedimientos.

[47] Un ejemplo del manejo de agrupamientos son las lecciones *Los mangos* y *Los cartoncitos*. En el primero de ellos se presentan dibujos de cajas con 100 mangos, bolsas con 10 mangos y mangos sueltos. Por otra parte, el recortable *Los cartoncitos* presentados en cuadros agrupados en 100 cuadritos, en tiras de 10 cuadritos y cuadros sueltos que miden 1cm^2 de superficie. Siendo estos últimos los bloques aritméticos multibase, los cuales en una secuencia didáctica se pueden emplear para introducir al grupo en el manejo de regletas y en la construcción del conocimiento lógico-matemático del sistema numérico en base 10

Posteriormente, a partir de los procesos que los niños realizan con estos materiales, se introducen los algoritmos usuales a nivel numérico.

En tercer grado, a lo largo de varias lecciones se retoma nuevamente el desarrollo de estos algoritmos a partir de representaciones gráficas de los distintos agrupamientos de tres cifras.[48]

1.4.5. La multiplicación y la división

Las operaciones de multiplicación y división se introducen en segundo grado con el planteamiento de problemas que implican un doble conteo de cantidades o un reparto, por ejemplo:

> ¿Dónde hay más chiclosos, en 7 paquetes de dos chiclosos cada uno o en 4 de 5 chiclosos cada uno?
>
> ¿Cuántos paquetes pueden formar con 30 chocolates si en cada paquete pones 6 chocolates?
>
> (Segundo grado, lecciones 51 y 74)

En el primer problema hay un doble conteo de cantidades porque para calcular cuántos chiclosos hay en siete paquetes con dos chiclosos se cuentan de dos en dos (2,4,6 ...), y además de llevar la cuenta del número de paquetes.

Para resolver estos problemas los niños utilizan algún material concreto, cuentan con los dedos, hacen dibujos o utilizan las operaciones que ya conocen.

En segundo grado se introduce también el signo de la multiplicación y la escritura formal a x b, el multiplicando y el multiplicador se asocian a los términos que aparecen en

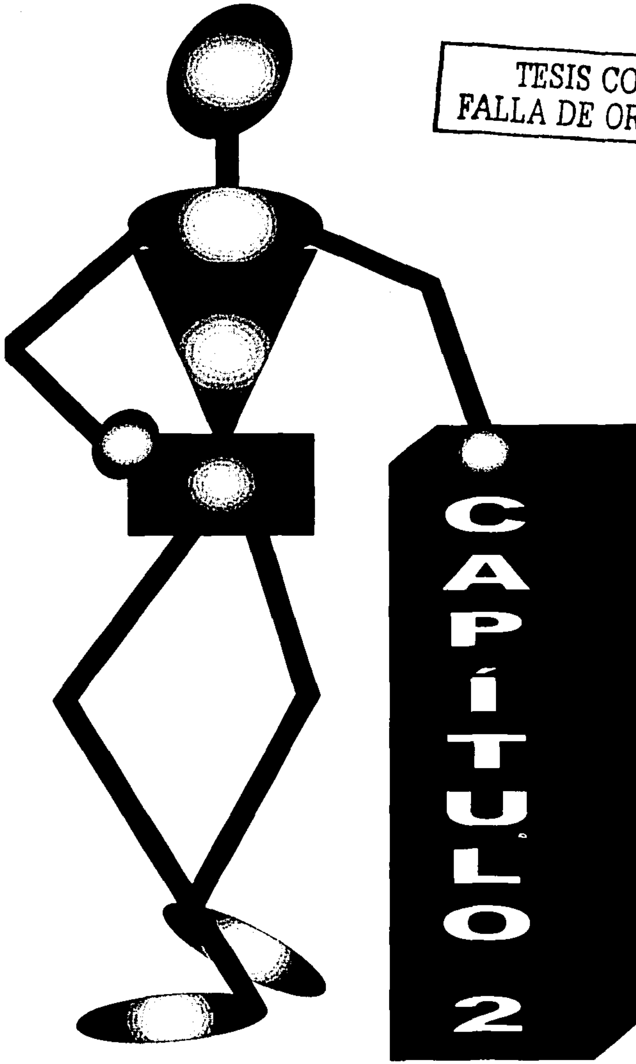
[48] Block Sevilla, David, *"Procedimientos para sumar y restar"*, en: La enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria I, SEP, Programa Nacional de Actualización Permanente, México, 1995, pp. 66-70.

el texto del problema; por ejemplo, si hay cinco paquetes y dos chocolates en cada paquete (SEGUNDO GRADO, LECCIÓN 77) la multiplicación que resuelve el problema es 5x2, en la que cinco representa el número de paquetes y dos la cantidad de chocolates en cada paquete. Un poco más adelante, en el mismo texto, la nueva operación coexiste con la suma de cantidades iguales, es decir, en nuevo recurso convive con el anterior para reflejar su eficacia, aunque para que realmente esto se dé, hay que tener a la mano o en la memoria los resultados de la multiplicación de dos dígitos cualesquiera. Este requerimiento da entrada al cuadro de multiplicaciones (cuadro que concentra las tablas de multiplicar) que los alumnos van llenando poco a poco con los resultados de los problemas que van resolviendo.

En cuadro de multiplicaciones se usa indistintamente para encontrar productos de dos dígitos o para averiguar el factor desconocido cuando se conoce el producto y el otro factor. Así, los procesos para aprender la multiplicación y la división avanzan paralelamente y en muchos casos se aprovechan los mismos problemas para que se utilicen ambas operaciones.

Por último, en tercer grado, el estudio de la multiplicación se inicia con el planteamiento de problemas en los que se trata de averiguar la cantidad de elementos que hay en un arreglo rectangular; por ejemplo, "si en una tablita hay cuatro hileras de cinco barquillos cada una, cuántos barquillos hay en total".[49] Este tipo de problemas sufre algunas modificaciones para dar paso a la división cuando se conoce el total de elementos que hay en el arreglo y, ya sea el número de filas o la cantidad de elementos que hay en el arreglo, o bien el número de filas o la cantidad de elementos que hay en cada fila.

[49] *Ibidem*, p. 22.


CAPÍTULO 2

CAPÍTULO 2

EL PAPEL DEL MAESTRO DENTRO DE LA ENSEÑANZA DE LAS OPERACIONES BÁSICAS CON REGLETAS DE COLORES CUISENAIRE

Cuando se analizan los nuevos planes y programas de la SEP, se pueden reconocer los siguientes cambios: la metodología en la enseñanza, cambios curriculares y el papel que juega el maestro, es en estos tres rubros donde se encuentra inmerso este trabajo de investigación, "la enseñanza de las operaciones básicas a través de otra perspectiva".

Primero se habla en general, de que la enseñanza debe perder esa rigidez de sólo ser transmisora de conocimientos, ahora se pretende que primero se problematice al alumno, para que éste a su vez, plantee una serie de estrategias de solución.

Cuando se hace un análisis de cómo se pretende que sea la enseñanza de las operaciones básicas, se nos dice que se desea una "creatividad en el proceso de enseñanza-aprendizaje"; yo encuentro en este enunciado la vinculación de la enseñanza de las operaciones básicas con regletas, ya que las estrategias que se propondrán en este trabajo tienen esa misma intención: DESPERTAR AL DOCENTE en una búsqueda por la creatividad en el proceso de enseñanza de las operaciones básicas. En particular aquí se habla de estrategias con regletas, pero existe un abanico de posibilidades (o de materiales concretos y otras serie de estrategias) en el cómo abordar la enseñanza.

En este apartado veremos el papel del maestro en la enseñanza de las matemáticas. Para la realización de este apartado se tomó como fuente principal el "Libro para el maestro", lógicamente del área de matemáticas. Este análisis se hace con el fin de reconocer el papel que juega el maestro de acuerdo con los nuevos planes y programas y los nuevos materiales propuestos. En especial se reconoce a "las fichas de actividades didácticas", en las cuales se contempla el uso de material concreto (tangram, bloques lógicos de Dienes, bloques aritméticos multibase, fichas de colores, por sólo nombrar algunos) para la enseñanza.

La SEP contempla el uso de regletas de colores para la enseñanza de fracciones equivalentes en sexto grado.

Pero en este trabajo, reconociendo todas las bondades que este material contiene, se sugiere su empleo para la enseñanza de las operaciones básicas.

A continuación se hablará del papel del maestro y de manera muy breve el cómo la SEP reconoce la importancia del material concreto y los juegos para la enseñanza placentaria y eficaz de las matemáticas.

2.1. EL PAPEL DEL DOCENTE DENTRO DEL NUEVO PLAN Y PROGRAMA DE MATEMÁTICAS

Dentro del nuevo enfoque de los Planes y Programas de Estudio de Nivel Primaria, es necesario tomar en cuenta lo siguiente:

- "Conocer los Planes y Programas de Estudios, así como los apoyos que se tengan para cada asignatura y el contenido de los libros de texto y su forma de trabajarlos.
- Debe tener una actualización constante, en cuanto a los nuevos materiales que se llegan a implementar dentro de su nivel y no dejar a un lado los cursos de actualización que le ayuden a mejorar su nivel académico.
- Ser autocrítico, analizando sus aciertos y sus errores y sacando provecho de éstos para mejorar su labor educativa.
- Tener apertura para compartir con otros docentes experiencias y actividades tomando en cuenta las características individuales y grupales de sus alumnos."[50]

Lo anterior sería en cuanto a su persona, para dar un aprendizaje de calidad. En cuanto a su visión de los alumnos que tiene a su cargo, el docente deberá tomar en cuenta:

- "El grado de desarrollo que tiene cada uno de sus alumnos, con el fin de determinar qué tipo de estímulos pueden ser significativos para cada caso.

[50] Ojeda Salcedo, Beatriz Isabel Teresa, *Estudio sobre la problemática de la enseñanza de las matemáticas*, *op. cit.*, p. 28.

- Para elegir contenidos, se deberá tomar en cuenta los instrumentos y materiales que manejará el alumno en forma individual, colectiva con sus compañeros o en compañía con el docente, para extraer de ellos la significación del concepto que se trata de enseñar.
- Los contenidos deberán responder a los intereses del niño, teniendo en cuenta los factores que determinan la importancia que adquieren los conocimientos en un momento dado.
- Promover la confrontación e interacción entre los niños, en donde se intercambie y confronte sus concepciones, respuestas, explicaciones y ejecuciones.
- Tomar en cuenta como punto de partida para su planeación, los conocimientos ya construidos por sus alumnos o propiciando la confrontación con la realidad y con otros diversos puntos de vista que surjan; estimulándolos para que piensen y traten de encontrar respuestas por sí mismos, en lugar de ser sólo receptores pasivos."[51]

Al cumplir con los anteriores puntos tendríamos al docente ideal, el cual estaría inmerso dentro de la propuesta metodológica que plantean los planes y programas de la SEP, que concibe el aprendizaje como un proceso mediante el cual, el alumno construye su propio conocimiento y aprende interactuando con el objeto del conocimiento. El papel del docente va más allá que el de un "facilitador", el cual tendrá la capacidad de apoyar a los alumnos para que éstos respondan a sus interrogantes, investiguen y se aproximen hacia aquello que se desea conocer.

Por tanto, el trabajo del profesor está en cierta medida inmerso en el trabajo de investigador, ya que debe producir una recontextualización y una repersonalización de los conocimientos. Ellas van a convertirse en el conocimiento del alumno, es decir, en una respuesta bastante natural a condiciones relativamente particulares, condiciones indispensables para que tengan sentido para él. Cada conocimiento debe nacer de la adaptación a una situación específica, pues no se crean la probabilidades en el mismo género de contexto y relaciones con el medio, que aquéllas que inventa o utiliza la aritmética.

[51] *Ibidem*, p. 29.

2.1.1. LAS FICHAS DE ACTIVIDADES DIDÁCTICAS

Además de las actividades que el maestro diseñe a partir de su experiencia y de las recomendaciones didácticas planteadas para cada uno de los ejes, se cuenta también con el Fichero de actividades didácticas en el que podrá encontrar una amplia gama de situaciones que favorecen la introducción, profundización y afirmación de los contenidos y, por ende, el aprendizaje de los alumnos.

Por lo anterior, es importante que el maestro revise y seleccione las actividades planteadas en el fichero para ponerlas en práctica con sus alumnos. Si es necesario, pueden ser modificadas o rediseñadas (sin perder de vista el propósito de la actividad), de acuerdo con el criterio y la experiencia del maestro para adaptarlas a las condiciones del grupo con el que trabaja.

Con el propósito de que el maestro tenga una idea de cómo utilizar las fichas de actividades y el libro de texto, en el Avance programático se sugiere cómo alterar estos dos recursos didácticos.

Algunas de las actividades del fichero están señaladas como actividades rutinarias y se caracterizan porque pueden realizarse diariamente, en cinco o diez minutos, al principio o al final de la clase de matemáticas. Además de ser divertidas, favorecen que los alumnos desarrollen la habilidad para leer y escribir números con los símbolos convencionales, reflexionen acerca del orden de los números, utilicen oralmente los números ordinales y desarrollen su capacidad para hacer estimaciones y cálculos mentales. Es recomendable que el maestro alterne las actividades rutinarias que se proponen en el desarrollo de cada bloque.

En la mayoría de las fichas se sugieren dos o tres versiones de la misma actividad. El maestro deberá seleccionar la versión que se considere más adecuada, en función de los conocimientos que poseen sus alumnos hasta ese momento.[52]

---

[52] Block Sevilla, David, "*Nuestros materiales de trabajo*", en: La enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria I, SEP, Programa Nacional de Actualización Permanente, México, 1995, pp. 24-30.

2.1.2. IMPORTANCIA DEL MATERIAL CONCRETO EN EL APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS

En los primeros grados de la primaria, parte de los contenidos matemáticos se empiezan a trabajar con las actividades en las que es necesario usar el material concreto (algunos de los materiales que se emplean en el fichero son: los bloques aritméticos multibase, bloques lógicos de Dienes, tangram, fichas de colores, regletas de colores, entre otros). La forma en que los alumnos utilizan este material determina en gran medida la posibilidad de comprender el contenido que se trabaja. Si bien es importante que en un primer momento se permita a los alumnos manipular los materiales para que se familiaricen con ellos, es necesario plantearse situaciones problemáticas en las que el uso del material tenga sentido.

Si el maestro entrega el material a los alumnos y les indica la manera como deben utilizarlo para resolver la problemática que les plantea, los alumnos aprenderán a seguir instrucciones, pero probablemente no podrán comprender por qué tuvieron que realizar dichas acciones con el material. En cambio, si se plantea el problema a los alumnos, les entrega el material y les da libertad de usarlo como ellos consideren conveniente para encontrar la solución, los niños pondrán en juego sus conocimientos sobre la situación planteada, echarán mano de experiencias anteriores y utilizarán el material como un recurso que les ayude a resolver el problema.

Dada la importancia que tiene el uso de material concreto en este grado, se ha incorporado en el libro recortable una gran parte de los materiales didácticos necesarios para llevar a cabo las situaciones que se proponen en el Fichero de actividades didácticas y en el libro de texto.[53]

2.1.3. RINCÓN DE LAS MATEMÁTICAS

Con el propósito de que los alumnos tengan acceso a los materiales que se utilizarán en el transcurso del año escolar, se sugiere que el maestro organice, junto con

[53] SEP, *"Importancia del material concreto en el aprendizaje de las matemáticas"*, en: Libro para el maestro, México, 1995, pp. 23-25.

sus alumnos, El Rincón de las Matemáticas en algún espacio del salón de clases. En este lugar deberán concentrarse, de manera organizada, todos los materiales.

En este Rincón de las Matemáticas se debe tener un espacio para las regletas de colores y los materiales de apoyo para el manejo de las mismas. El profesor debe pues simular en su clase una micro sociedad científica, si quiere que los conocimientos sean medios económicos para plantear buenos problemas y para solucionar debates, si quiere que los lenguajes sean medios de dominar situaciones de formulación y las demostraciones sean pruebas.

Para hacer posible semejante actividad, el profesor debe imaginar y proponer a los alumnos situaciones que puedan vivir y en las que los conocimientos van a parecer como la solución óptima y descubrirlos en los problemas planteados.

Pero debe también dar a los alumnos los medios para encontrar en esta historia particular que les ha hecho vivir, lo que es el saber cultural y comunicable que se ha querido enseñarles. Los alumnos deben a su turno redescontextualizar y redespersonalizar su saber y de esta de manera identificar su producción con el saber que se utiliza en la comunidad científica y cultural de su época.

Claro está, se trata de una simulación mas no es la "verdadera" actividad científica, así como el conocimiento presentado de manera axiomática no es el "verdadero" conocimiento.

Todo esto se comprende mejor visto a la luz de la teoría de Piaget en la génesis del número como Constance Kamii tuvo a bien denominar "El niño reinventa la aritmética". El rincón de las matemáticas es el laboratorio donde el niño reintenta, genera y construye su conocimiento lógico-matemático.[54]

[54] Fuenlabrada, Irma, *et al.*, Juega y aprende matemáticas, 2ª ed., Libros del rincón, SEP, México, 1992, pp. 6-13.

2.1.4. LOS JUEGOS MATEMÁTICOS

El juego es una parte importante en la vida de los niños y debe aprovecharse para favorecer el aprendizaje. Todos los juegos exigen a los participantes, por una parte, conocer las reglas y, por otra, construir estrategias para ganar sistemáticamente.

Cada vez que los niños participan en un mismo juego perfeccionan sus estrategias. Al final saben si ganaron o perdieron; incluso, con el tiempo, pueden darse cuenta en qué parte del juego pudieron haber hecho otra jugada. Es también a través de los juegos como se va trabajando con las regletas de colores, el profesor Cuiseniare planteó varios juegos para el reconocimiento de los diferentes atributos con los que cuentan las regletas.[55]

2.2. EL PAPEL DEL ALUMNO DENTRO DE LA ENSEÑANZA DE LAS OPERACIONES BÁSICAS CON REGLETAS DE COLORES

El papel del niño en esta metodología consiste en participar activamente sobre su objeto de conocimiento, al buscar nuevas experiencias que se integren a las anteriores, de manera que favorezcan la coordinación y la combinación de esquemas para alcanzar reestructuraciones cada vez más móviles y reversibles. El niño es el forjador de su propio aprendizaje.

El desarrollo de los sistemas de clasificación lógica y de conceptos numéricos, aritméticos son según Piaget las estructuras bases del pensamiento y del razonamiento proceso que va de una validez menor a una mayor, en construcción permanente. Siendo el resultado de una práctica social, fruto de la interacción sujeto-objeto.

2.2.1. LA TEORÍA DEL NÚMERO DE PIAGET

De acuerdo con Piaget, el número es una estructura mental que construye cada niño mediante una aptitud natural para pensar, en vez de aprenderla del entorno. Además,

[55] Gálvez, Grecia, "*La didáctica de las matemáticas*", en: Parra, Cecilia y Saiz, Irma (comps.), Didáctica de matemáticas. Aportes y reflexiones, Ed. Paidós Educador, Madrid-España, 1997, pp. 43-45.

puesto que cada número se construye mediante la adición repetitiva de 1, puede decirse que su misma construcción incluye la adición.

Normalmente se cree que Piaget era un psicólogo, pero realmente fue un epistemólogo genético. La epistemología es el estudio de la naturaleza y los orígenes del conocimiento expresado en cuestiones como: "¿Cómo sabemos lo que creemos saber?" y ¿Cómo sabemos lo que creemos saber es cierto?". Históricamente, se han desarrollado dos corrientes principales de pensamiento para responder a estas cuestiones: el empirismo y el racionalismo.

En esencia, los empiristas (como Locke, Berkeley y Hume) mantenían que la fuente de conocimiento es externa al sujeto y que aquél es interiorizado a través de los sentidos. Afirmaban además que, al nacer, el individuo es como una pizarra en blanco en la que se "escriben" las experiencias a medida que crece.

Los racionalistas como Descartes, Spinoza y Kant no negaban la importancia de la experiencia sensorial, pero insistían en que la razón es más poderosa que ella porque nos permite conocer con certeza muchas verdades que los sentidos nunca pueden comprobar. Por ejemplo, sabemos que todo acontecimiento tiene una causa del hecho de que, evidentemente, no podemos examinar cada suceso acaecido en todo el paso y futuro del universo. Los racionalistas también indicaban que, como nuestros sentidos nos engañan con frecuencia (por ejemplo, la ilusiones perceptivas), no podemos esperar que las experiencias sensoriales nos proporcionen un conocimiento fiable. El rigor, la precisión y la certidumbre de la matemática puramente deductiva, es el principal ejemplo aducido por los racionalistas en apoyo del poder de la razón. Cuando tenían que explicar el origen de este poder, los racionalistas acababan diciendo que ciertos conocimientos o conceptos son innatos y que se desarrollan en función de la maduración.

Piaget observó elementos de verdad y de falsedad en ambos campos. Como científico formado en biología, estaba convencido de que la única manera de responder a las cuestiones epistemológicas era estudiarlas científicamente en vez de hacerlo mediante la especulación. Con esta convicción decidió que una buena manera de estudiar el conocimiento empírico y la razón del hombre era la consistente en estudiar el desarrollo del conocimiento en los niños. Así, el estudio de los niños constituía un medio de responder científicamente las cuestiones epistemológicas.

Aunque Piaget veía que tanto la información sensorial como la razón eran importantes, sus preferencias se centraban en el racionalismo. Sus sesenta años de investigación con niños estuvieron motivados por el deseo de probar lo inadecuado del empirismo. La tarea de conservación de cantidades numéricas que se expone a continuación debería entenderse a la luz de estos conocimientos.[56]

2.2.2. LA CONSERVACIÓN DE CANTIDADES NUMÉRICAS

La conservación de las cantidades numéricas es la capacidad de deducir (mediante la razón) que la cantidad de objetos de una colección permanece igual cuando la apariencia empírica de los objetos es modificada.

Para tener una idea completa acerca de la conservación de cantidades numéricas, se revisa a continuación el método y los resultados de la tarea propuesta por Inhelder, Sinclair y Bovet.[57]

1) Método:

a) Materiales: 20 fichas rojas y 20 fichas azules.
b) Procedimiento:

1. Igualdad: El experimentador extiende una hilera de aproximadamente ocho fichas azules (al menos siete) y pide al niño que extienda el mismo número de

[56] Kamii, Kazuko Constance, "*La naturaleza del número*", en: El número en la educación preescolar, 4ª ed., Vol. IX de la Colección Aprendizaje, Ed. Visor, España, 1995, pp. 15-27.
[57] Inhelder, Sinclair y Bovet, "*Conservación de las cantidades numéricas*", en: El niño reinventa la aritmética. Implicaciones de la teoría de Piaget, 4ª ed., Vol. XXIX de la Colección Aprendizaje, Ed. Visor, España, 1994, pp. 18-20.

fichas rojas diciendo: "Pon tantas de tus fichas rojas como yo he puesto de azules... (exactamente la misma cantidad, las mismas ni más ni menos)".

La respuesta del niño se registra en el protocolo. Si es necesario, el experimentador pone la fichas rojas y azules en correspondencia biunívoca y pregunta al niño si en las dos hileras hay o no la misma cantidad.

2. Conservación: El experimentador modifica la distribución de las fichas ante la mirada atenta del niño, separando o juntando entre sí las fichas de una de las hileras (como se muestra en la Fig. 1.1.). A continuación se hacen las siguientes preguntas: "¿Hay tantas fichas azules como fichas rojas, o hay más aquí (azules) o más aquí (rojas)? ¿Cómo lo sabes?

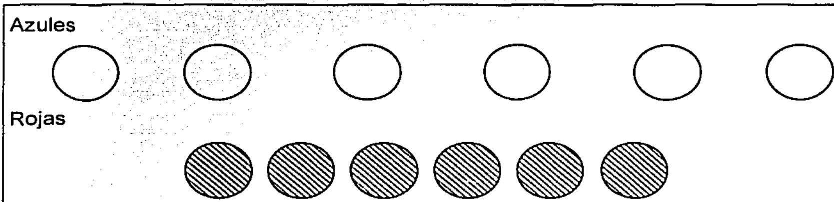


Figura 1.1. La disposición de los objetos cuando se pregunta al niño si hay tantas ficha rojas como azules o si hay más rojas o más azules.

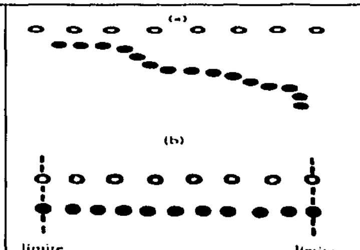
3. Contrasugerencia: Si el niño ha dado una repuesta de conservación correcta, el experimentador dice: "Mira que larga esta hilera. Otro niño ha dicho que hay más fichas en ella porque esta hilera es más larga. ¿Quién tiene razón, tú o el otro niño?

   En cambio, si la respuesta del niño es incorrecta, el experimentador le recuerda la igualdad inicial: Pero, ¿no recuerdas que antes pusimos una ficha roja delante de cada ficha azul? Otro niño ha dicho que ahora hay el mismo número de fichas rojas que de azules. ¿Quién crees que tiene razón, tú o el otro niño?

Resultados:

a) En el nivel 1,[58] el niño no puede hacer una colección que tenga la misma cantidad. Por tanto, no hace falta decir que tampoco puede conservar la igualdad entre ambas colecciones. Algunos de estos niños ponen en línea todas las fichas rojas como se muestra en la figura 1.2a. Dejan de colocar fichas porque ya no quedan más que poner. La figura 1.2b muestra una respuesta más avanzada dentro del nivel 1. Los niños que la realizan no colocan el mismo número de fichas rojas que de azules, pero usan cuidadosamente los límites espaciales de las hileras como criterio para decidir la "igualdad" entre ambas cantidades. (Cuando todavía no han construido los inicios de la estructura mental del número que se muestra en la figura 1.4b., los niños recuren al mejor criterio que se les ocurre, en este caso los límites espaciales de ambas colecciones.)

b) El en nivel 2, que se alcanza a la edad de cuatro a cinco años, el niño puede hacer una colección que tenga la misma cantidad, pero no puede conservar esta igualdad. Cuando se le hace la pregunta sobre la conservación dice, por ejemplo: "Hay más rojas porque las azules están más juntas".

(a)	Azules rojos	
Dos intentos, dentro del nivel 1 de hacer colecciones que tengan la misma cantidad.		
(b)	Azules rojos	
Figura 1.2.		

[58] En las tareas de conservación de cantidades numéricas realizadas por Inhelder, Sinclair, y Bovet en 1974, se distinguen tres diferentes niveles y se habla de los niños de primer curso (niños de 5-6 años), niños de segundo curso (niños de 6-7 años) y niños de tercer curso (niños de 8 años) que es la edad promedio de un alumno de segundo de primaria de nuestro sistema educativo.

c) Los niños del nivel 3 ya tienen la noción de conservación, dan respuestas correctas a toda pregunta, no se dejan influir por las contrasugerencias y aducen uno o más de los siguientes razonamientos para explicar por qué piensan que las dos hileras tienen la misma cantidad:

1. "Hay tantas azules como rojas porque ya era así antes y no hemos quitado ninguna, sólo están más juntas" (argumento de identidad).
2. "Podríamos volver a poner las rojas como estaban antes, así que no hay más azules ni más rojas" (argumento de reversibilidad).
3. "La hilera de las rojas es más larga, pero como hay más espacio entre las fichas no pasa nada" (argumento de compensación).

d) La conservación no se alcanza de la noche a la mañana, y entre los niveles II y III existe un nivel intermedio. Los niños del nivel intermedio sólo dan la respuesta correcta a una de las preguntas cuando se alarga una de las hileras o vacilan en su repuesta. Incluso cuando dan respuestas correctas, estos niños no pueden justificarlas adecuadamente.[59]

El niño del nivel 2 no puede conservar, y es capaz de hacerlo más tarde. Para resolver este cuestionamiento es necesario discutir la teoría del número de Piaget en el contexto de la distinción que realizó entre tres tipos de conocimiento: físico, lógico-matemático y social (convencional). Realizó esta distinción de acuerdo con sus fuentes y sus modos fundamentales de reestructuración.

2.2.3. EL CONOCIMIENTO LÓGICO-MATEMÁTICO Y EL CONOCIMIENTO FÍSICO

El conocimiento lógico-matemático y el conocimiento físico son dos tipos principales, o polos, del conocimiento distinguidos por Piaget. El conocimiento físico es el conocimiento de objetos de la realidad exterior. El peso y color de una ficha son ejemplos

[59] Piaget, Jean, "*El conocimiento lógico-matemático y el conocimiento físico*", en: El niño reinventa la aritmética. Implicaciones de la teoría de Piaget, 4ª ed., Vol. XXIX de la Colección Aprendizaje, Ed. Visor, España, 1994, p. 21.

de propiedades físicas que están en objetos de la realidad exterior y que pueden conocerse mediante la observación.

Por otra parte, el conocimiento lógico-matemático se compone de relaciones construidas por cada individuo. Por ejemplo, cuando se nos muestran dos fichas, una roja y otra azul, y creemos que son diferentes, esta diferencia es una relación creada mentalmente por el individuo que establece esta relación entre los dos objetos. La diferencia no está ni en la ficha roja ni en la azul, y si una persona no estableciera esta relación entre los objetos, no habría para ella ninguna diferencia. La relación que establece el sujeto entre los objetos depende del propio sujeto. El número es una relación creada mentalmente por cada individuo.[60]

El niño progresa en la construcción del conocimiento lógico-matemático mediante la coordinación de las relaciones simples que ha creado anteriormente entre distintos objetos. Por ejemplo, mediante la coordinación de "iguales", "distintos" y "más".

Piaget admitía la existencia de fuentes internas y externas del conocimiento. La fuente del conocimiento físico (así como del conocimiento social) es en parte externa al conocimiento. Por el contrario, la fuente del conocimiento lógico-matemático es interna. Se comprende mejor esta idea cuando se discute acerca de los dos tipos de abstracción con los que el niño construye el conocimiento físico y el conocimiento lógico-matemático.

2.2.4. CONSTRUCCIÓN MEDIANTE ABSTRACCIÓN EMPÍRICA Y REFLEXIONANTE

Según la teoría de Piaget, la abstracción del color de los objetos es de naturaleza muy distinta a la abstracción del número. En realidad son tan diferentes, que se designan con términos distintos. Para la abstracción de propiedades de los objetos, Piaget usó el término de empírica (o simple). Cuando un niño ha reconocido todos los atributos físicos de las regletas, se reconoce la abstracción empírica.

[60] *Idem.*

Para la abstracción del número usó el término abstracción reflexionante.

En la abstracción empírica, todo lo que el niño hace es centrarse en las propiedades físicas que componen a determinado objeto. Por ejemplo, color, tamaño e ignorar a las propiedades restantes.

La abstracción reflexionante comporta la construcción de relaciones entre objetos. Como se dijo anteriormente, las relaciones no tienen existencia en la realidad exterior. Esta relación sólo existe en el pensamiento de quienes la pueden establecer entre los objetos. El término de abstracción constructiva podría ser más fácil de entender que abstracción reflexionante, para indicar que esta abstracción es una verdadera construcción llevada a cabo por el pensamiento en vez de ser un enfoque sobre algo que ya existe en los objetos.

Habiendo establecido la distinción teórica entre abstracción reflexionante y abstracción empírica, Piaget afirmó que, en la realidad psicológica del niño pequeño, una no puede darse sin la otra. Por ejemplo, el niño no puede construir la relación de "diferente" si no puede observar propiedades diferentes en los objetos. Recíprocamente, el niño no podría construir conocimientos físicos si no poseyera un marco de referencia lógico-matemático que le permitiera relacionar nuevas observaciones con el conocimiento que ya posee. Por tanto, para la abstracción empírica es necesaria la existencia de un marco de referencia lógico-matemático (construido mediante la abstracción reflexionante).

Así pues, aunque la abstracción reflexionante no puede darse independientemente de la abstracción empírica durante los periodos sensoriomotor y peroperacional, posteriormente sí se hace posible esta independencia. Por ejemplo, una vez que el niño ha construido el número (mediante la abstracción reflexionante), es capaz de operar con números y hacer 5+5 = 5X2.

Puede que la distinción entre los dos tipos de abstracción no parezca importante mientras el niño aprende números pequeños, digamos hasta 10. Sin embargo, cuando pasa a números mayores de 999 y 1000, ¡es evidente que no es posible aprender cada número entero hasta el infinito a partir de conjuntos de objetos o imágenes! Los números no se aprenden mediante la abstracción empírica de conjuntos que ya existen, sino mediante la abstracción reflexionante a medida que el niño construye relaciones. Como estas relaciones son creadas por el pensamiento, es posible comprender números como 1000 002 incluso sin haber visto o contado nunca 1000 002 objetos, dentro de un conjunto o fuera de él.[61]

2.2.5. LA CONSTRUCCIÓN DEL NÚMERO COMO SÍNTESIS DEL ORDEN Y DE LA INCLUSIÓN JERÁRQUICA

Según Piaget, el número es una síntesis de dos tipos de relaciones que el niño establece entre objetos (mediante la abstracción reflexionante). Una de orden, y la otra, la inclusión jerárquica.

Todos los maestros de niños pequeños han observado la tendencia, común entre los niños, a contar objetos saltándose algunos y contando otros más de una vez. Por ejemplo, cuando se le dan ocho objetos a un niño que puede contar en voz alta "uno, dos, tres, cuatro..." correctamente hasta diez, puede terminar afirmando que hay diez objetos. Esta tendencia pone de manifiesto que el niño no siente la necesidad lógica de situar los objetos en orden para asegurase de que no se salta ninguno ni si lo cuenta más de una vez. La única manera de asegurarnos de que no pasar por alto ningún objeto es poniéndolos en orden. Sin embargo, el niño no tiene que poner los objetos literalmente en un orden espacial para establecer entre ellos una relación orden. Lo importante es que los ordene mentalmente.

Si la ordenación fuera la única acción mental que se realizara sobre los objetos, la colección no podría cuantificarse puesto que el niño tendría en cuenta un objeto cada vez y no un grupo de muchos al mismo tiempo. Por ejemplo, después de contar ocho objetos dispuestos ordenadamente, el niño normalmente afirma que hay ocho. Si entonces le

[61] Piaget, Jean, "*Construcción mediante abstracción empírica y reflexionante*", en: El niño reinventa la aritmética. Implicaciones de la teoría de Piaget, 4ª ed., Vol. XXIX de la Colección Aprendizaje, Ed. Visor, España, 1994, pp. 22-23.

pedimos que nos muestre los ocho, algunas veces señala el último (el octavo). Esta conducta indica que, para este niño las palabras "uno", "dos" "tres", etcétera, son nombres de elementos individuales de la serie. Para cuantificar la colección de objetos, el niño tiene que establecer entre ellos una relación de inclusión jerárquica.[62]

Síntesis de orden

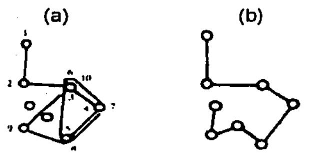


Figura 1.3. Dos maneras de contar objetos: (a) la manera empleada por muchos niños de cuatro años; (b) la ordenación mental de los objetos.

Inclusión jerárquica

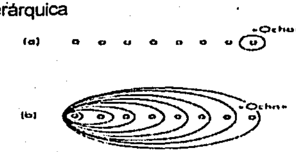
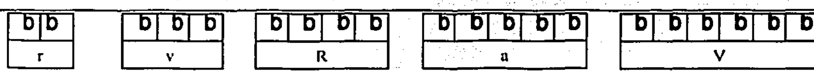


Figura 1.4. El término «ocho» utilizado para referirse (a) sólo al último elemento y (b) a todo el grupo de objetos.

Ejemplos de inclusión jerárquica con regletas:



Los niños a través del juego libre con regletas (abstracción empírica), comparación de regletas (abstracción reflexionante) y como ya se ha visto, a través la interrelación de éstas, el niño construye su conocimiento lógico-matemático. Asimismo, a través de la manipulación del material Cuisenaire, el niño llegará a la inclusión jerárquica en el momento que identifique, por ejemplo, que dos regletas blancas son iguales que una roja, que con tres regletas blancas se forma una verde claro y así sucesivamente; el niño estructura su inclusión jerárquica.

62 *Ibidem*, p. 24.

La reacción de los niños pequeños a las tareas de inclusión de clases[63] nos ayuda a comprender lo difícil que es construir la estructura jerárquica del número.

Hacia los siete u ocho años de edad, el pensamiento de la mayor parte de los niños es lo suficientemente móvil como para ser reversible. La reversibilidad se refiere a la capacidad de realizar mentalmente acciones opuestas de forma simultánea: en este caso, dividir el todo en dos partes y reunir las partes en un todo. En la acción física, material, no es posible hacer dos cosas opuestas al mismo tiempo. Sin embargo, en nuestro pensamiento sí es posible cuando se ha vuelto lo suficientemente móvil como para ser reversible. Sólo cuando las partes pueden reunirse en el pensamiento, puede el niño "ver".

Así pues, Piaget explicó la consecución de la estructura jerárquica de la inclusión de clases mediante el aumento de la movilidad del pensamiento del niño. De ahí la importancia que tiene para los niños establecer todo tipo de relaciones entre todo tipo de contenidos (objetos, acontecimientos y acciones). Cuando los niños establecen relaciones entre todo tipo de contenidos, su pensamiento se hace más móvil, y uno de los resultados de esta movilidad es la estructura lógico-matemática del número.[64]

2.2.6. CONOCIMIENTO LÓGICO-MATEMÁTICO Y CONOCIMIENTO SOCIAL

La teoría del número de Piaget también contrasta con la suposición habitual según la cual los números pueden enseñarse por transmisión social, como un conocimiento social (convencional), especialmente enseñando a los niños a contar. La fuentes últimas del conocimiento social son las convenciones elaboradas por la gente. La característica principal del conocimiento social es su naturaleza eminentemente arbitraria. De ello se deduce que, para que el niño adquiera conocimientos sociales, es indispensable que reciba información de los demás.

[63] La inclusión de clases es similar a la estructura jerárquica del número, pero es distinta. La inclusión de clases trata de cualidades, como las que caracterizan a los perros, gatos y animales. Por otra parte, en el número todas las cualidades son irrelevantes, ya que tanto un perro como un gato se consideran como 1. Otra diferencia entre el número y la inclusión de clases es que en el número sólo hay un elemento en cada nivel jerárquico. En una clase hay más de un elemento.

[64] Piaget, Jean, *"La construcción del número como síntesis del orden y la inclusión jerárquica"*, en: El número en la educación preescolar, 4ª ed., Vol. IX de la Colección Aprendizaje, Ed. Visor, España, 1995, pp. 18-21.

La afirmación anterior no significa que todo lo que el niño necesita para adquirir conocimientos sociales sea la información procedente de los demás. Al igual que el conocimiento físico, el conocimiento social es un conocimiento de contenidos y requiere de un marco de referencia lógico-matemático para su **asimilación y organización.** El niño usa el mismo marco de referencia lógico-matemático tanto para construir el conocimiento físico como el social.

La gente que cree que los números deberían enseñarse por transmisión social, no realizan la distinción fundamental entre conocimiento lógico-matemático y conocimiento social. En el conocimiento lógico-matemático, la fuente última del conocimiento es el niño mismo, y en este ámbito no hay nada arbitrario. Las palabras uno, dos, tres, cuatro son ejemplos de conocimiento social. Cada lengua posee un conjunto diferente de palabras para contar. Pero la idea de número subyacente pertenece al conocimiento pertenece al conocimiento lógico-matemático, que es universal. Esto define la universalidad y la naturaleza no arbitraria del conocimiento lógico-matemático.

Así pues, el punto de vista de Piaget contrasta con la creencia de que existe un "mundo de números" en el cual debe ser socializado cada niño. Ciertamente, hay consenso sobre, por ejemplo, la suma 2+3, pero ni los dos números ni la suma "existen" en el mundo social para ser transmitidos por las personas. Se puede enseñar a los niños a dar la respuesta correcta a 2+3, pero no puede enseñárseles directamente la relación que subyace a esta adición.

¿Por qué conservan los niños que conservan? Volvamos a la pregunta planteada anteriormente: ¿cómo llegan los niños a ser capaces de conservar el número? La respuesta es que los niños llegan a ser capaces de conservar cuando han construido mentalmente la estructura lógico del número que se muestra en la inclusión jerárquica.

Como el número es una estructura mental que se tarda mucho en construir, vemos la secuencia de desarrollo: En el nivel 1, el niño ni siquiera puede hacer una colección que tenga la misma cantidad. En el nivel 2, es capaz de hacerlo porque ha empezado a construir la estructura lógico-matemática (mental) del número que se muestra en la inclusión jerárquica. Sin embargo, esta estructura emergente todavía no es lo suficientemente fuerte para permitirle conservar la igualdad numérica de ambos conjuntos. Cuando llega al nivel 3 ya ha construido una estructura numérica con poder suficiente para permitirle observar el grupo de objetos numéricamente en vez de espacialmente.

El significado real de ésta y de otras tareas de conservación, estriba en la luz que arrojan sobre cuestiones epistemológicas. Esta es una de las muchas tareas que demuestran las limitaciones del empirismo. El conocimiento empírico debe ser interpretado y corregido por la razón. La tarea demuestra que el número es algo que cada ser humano construye desde adentro y no algo que se transmite socialmente. Nunca se había enseñado a ningún niño a conservar la cantidad numérica antes de que Piaget inventara la tarea de conservación.

Muchos intérpretes de la teoría de Piaget asimilan erróneamente la conservación a supuestos empiristas. Por ejemplo, Ginsburg y Opper describen la conservación de cantidades numéricas como la "capacidad del niño para reconocer que la propiedad numérica de un conjunto permanece invariable a pesar de cambios irrelevantes como la mera disposición física del conjunto."[65] La expresión "la capacidad del niño para reconocer que" implica que existe algo "ahí" para ser reconocido. Esto constituye un ejemplo de pensamiento empirista, según el cual todo conocimiento tienen sus fuentes en la realidad exterior. Además, el número no es una "propiedad de un conjunto" "que permanece invariable" en el mundo exterior por sí misma. El número es una idea, y si el número permanece invariable, esta invariabilidad acontece en el pensamiento del niño. Además, aunque la disposición espacial del conjunto es irrelevante para los adultos, es muy importante para los niños pequeños que no han construido la estructura mental de la cantidad.

[65] Piaget, Jean, *"Conocimiento lógico-matemático y conocimiento social"*, en: El niño reinventa la aritmética. Implicaciones de la teoría de Piaget, 4ª ed., Vol. XXIX de la Colección Aprendizaje, Ed. Visor, España, 1994, pp. 25.

En otro pasaje de Ginsburg y Opper afirman: "Si se ve que el número varía siempre que se altera la mera disposición física, es que el niño no aprecia ciertas constancias básicas o invariantes del entorno."[66] Los niños que no conservan no piensan que el número varía. Como todavía no han construido la noción de número en su pensamiento, sencillamente no pueden pensar en él. Sólo pueden pensar en la cantidad, que juzgan en base al espacio. La conservación no es una "apreciación" de "ciertas constancias básicas o invariantes del entorno". Además, los niños que no conservan no piensan que el número cambia "cada vez que se altera la mera disposición física". Algunas distribuciones provocan respuestas de no conservación más fácilmente que otras. Constance Kamii ejemplifica esto a través de fichas azules y rojas acomodadas de manera horizontal y vertical; separadas y juntas, pero lo que se dice es que las fichas colocadas de manera vertical son aquéllas que provocan la idea de la no conservación, ya que no es visible la comparación directa de límites.

Para los educadores es muy difícil aceptar la idea de que cada niño construye el número por su cuenta, sin ninguna instrucción. Para comprender en toda su dimensión esta idea se dan ejemplos de la tarea consistente en dejar caer cuentas empleada por Inhelder y Piaget[67]

Esta tarea muestra convincentemente que el numero no se construye mediante la abstracción empírica de conjuntos. También muestra que la descripción o explicación que normalmente se da de la conservación es incorrecta. Como dijimos anteriormente, para algunas personas la conservación es "la capacidad de reconocer que la propiedad numérica de un conjunto permanece invariable a pesar de cambios irrelevantes como la mera disposición física del conjunto."[68] Esta afirmación puede dar la impresión de "explicar" la conservación, pero no explica la consecución del nivel 3 en la otra tarea. Si un niño tiene esta estructura jerárquica del número, puede usarla en diversas situaciones distintas. Un niño que no haya construido esta estructura mental sólo puede basarse en la información empírica: en los límites de la hilera o en la cantidad de cuentas, por ejemplo.

[66] *Ibídem*, p. 27.
[67] *Ibídem*, p. 29.
[68] *Ibídem*, p. 32.

El concepto de número surge de la capacidad natural que el niño tiene para pensar. La adición se da en la propia construcción del número, puesto que el niño lo construye mediante la adición repetitiva de 1.

Así, la investigación piagetiana muestra que el razonamiento numérico es posible gracias a la lógica natural del niño, y que el razonamiento numérico a veces es más fácil y a veces más difícil de lo que hace suponer el sentido común.

En conclusión, los puntos más importantes en relación a la aritmética de primer curso que pueden desprenderse de las investigaciones anteriormente mencionadas son los siguientes:

1. El número no es de naturaleza empírica. El niño lo construye mediante la abstracción reflexionante a partir de su propia acción mental de establecer relaciones entre objetos.
2. Los conceptos numéricos no pueden enseñarse. Si bien esto puede ser una mala noticia para los educadores, la buena noticia es que el número no ha de ser enseñado ya que el niño lo construye desde dentro, a partir de su propia capacidad natural de pensar.
3. La adición tampoco ha de ser enseñada. La propia construcción del número implica la adición repetida de "1".[69]

Esta teoría es fundamentalmente diferente de los supuestos empiristas en los que se ha venido basando la enseñanza de la aritmética de primer curso. La teoría también permite a los maestros comprender por qué a ciertos niños parece no "entrarles" la aritmética, por mucho y muy bien que se les explique algo. Los educadores se hallan bajo la ilusión de que enseñan aritmética, cuando en realidad no enseñan más que los aspectos más superficiales de ésta, como sumas específicas (4+4=8, 4+5=9...) y el significado convencional de signos escritos (por ejemplo, 4 y +). La aritmética no es un

[69] *Ibídem*, p. 35.

cuerpo de conocimientos que deba enseñarse mediante transmisión social. Debe ser construido por cada niño mediante la abstracción reflexionante. Si el niño no puede construir una relación, ninguna explicación del mundo hará que comprenda las explicaciones del maestro.

2.2.7. LA IMPORTANCIA DE LA INTERACCIÓN SOCIAL EN LA CONSTRUCCIÓN DEL CONOCIMIENTO LÓGICO-MATEMÁTICO

¿Cómo desarrollan los niños su capacidad para pensar lógicamente, para construir el número y para inventar la aritmética? Parte de la respuesta reside en la interacción social, o más específicamente en al actividad mental que se da en el contexto de los intercambios sociales.

Piaget escribió que "primeramente el niño busca evitar contradecirse a sí mismo cuando se halla en presencia de otros."[70] El deseo de "hablar con sentido" y de intercambiar puntos de vista con otras personas alimenta la creciente capacidad del niño para pensar lógicamente.

Para comprender la importancia de la interacción social se hace un análisis a dos estudios propuestos por Perret-Clermont y otro por Inhelder, Sinclair y Bovet,[71] los cuales demuestran la importancia de la interacción social y la no enseñanza directa en la construcción del conocimiento lógico-matemático. En el primer estudio expuesto por Perret-Clermont hablan de diversas tareas aplicadas a grupos de niños en los cuales, niños que no conservaban, se vio que de manera significativa progresaron en el postest. Así pues, puede inferirse que el provecho de la interacción social se amplía hasta más allá de las tareas propuestas a realizar.

[70] Piaget, Jean, *"La importancia de la interacción social en la construcción del conocimiento lógico-matemático"*, en: El niño reinventa la aritmética. Implicaciones de la teoría de Piaget, 4ª ed., Vol. XXIX de la Colección Aprendizaje, Ed. Visor, España, 1994, p. 37.
[71] *Ibidem*, pp. 41.

Los niños que mostraron haber progresado en el postest eran los que según el pretest podían conservar o estaban en un nivel intermedio en la tarea de conservación de las cantidades numéricas. Así pues, la interacción social sólo facilita el desarrollo de un nivel de pensamiento lógico más elevado cuando en el pensamiento de los niños ya existen los elementos aún no coordinados que necesitan coordinarse para producir este nivel más elevado.

Inhelder, Sinclair y Bovet, en el "Conflicto cognitivo en la conservación", sus experimentos sobre el aprendizaje se llevaron a cabo para comprender mejor el proceso constructivo implicado en el progreso de un niño de un nivel al siguiente, y para ver si era posible acelerar el desarrollo. Plantearon tareas clásicas como conservación de líquidos e inclusión de clases solos en vez de a grupos pequeños. Cuando un niño reaccionaba estableciendo relaciones inadecuadas entre diversos elementos, el adulto intentaba crear un conflicto cognitivo entre un punto de vista (una relación) y otro, planteando una pregunta y/o llamando la atención del niño hacia un factor pertinente que no era tenido en cuenta. La razón de tratar de inducir un conflicto cognitivo en el niño era que el conflicto es una característica de un nivel intermedio que se da antes de alcanzar la coordinación propia de un nivel superior lo que Piaget denominó "equilibración mayorante" o equilibración maximizadora". Así pues, los investigadores ni enseñaban respuestas "correctas" ni corregían "incorrectas". En este caso no se analizan las tareas, lo que consideré importante en destacar son los resultados:

1. Los niños no necesitan ninguna enseñanza directa para progresar en el ámbito lógico-matemático. La confrontación con una idea conflictiva casi siempre acarrea un pensamiento de mayor nivel.
2. El progreso realizado por un niño está en función del nivel ya alcanzado. Los niños que muestran progreso en el postest son los que ya muestran hallarse en un nivel intermedio, relativamente elevado en el pretest.[72]

[72] *Ibidem*, p. 46.

Conflicto cognitivo en la inclusión de clases, implica principalmente conocimientos lógico-matemáticos porque trata de relaciones entre objetos, y las propiedades específicas de los objetos no tienen importancia. Lo importante es la relación parte-todo entre una clase y una subclase.

Inhelder y los otros investigadores de Ginebra se preocuparon mucho por analizar el proceso constructivo del aprendizaje de cada niño durante cada sesión, recomendando que a los niños se les debe construir conocimiento lógico-matemático mediante la coordinación progresiva de relaciones.

Éste y muchos otros estudios muestran que cada nivel de "incorrección" es un paso necesario en la construcción del nivel siguiente. La ideas "erróneas" de los niños no son errores a eliminar, sino relaciones a coordinar mejor en el nivel siguiente. Inhelder y otros han clarificado la teoría de Piaget sobre el aprendizaje y han vuelto a demostrar lo inadecuado del empirismo. Los niños no adquieren el conocimiento lógico-matemático mediante transmisión, asociación o refuerzo, como creen los empiristas.

2.2.8. IMPLICACIONES PEDAGÓGICAS DE ESTOS ESTUDIOS

Inhelder, Sinclair y Bovet, en estos estudios donde un adulto interactuaba de manera individual, demostraron que una pregunta socrática, o presentación de un punto de vista conflictivo sin ninguna enseñanza directa, era suficiente para que un niño construyera su conocimiento lógico-matemático de mayor nivel. Basándose en estos trabajos, Perret-Clemont hicieron que los niños confrontaran entre sí sus distintas ideas sin la intervención de un adulto.

En la aritmética, y más concretamente en la adición, se puede pedir a niños que llegan a sus sumas diferentes (por ejemplo, 8+5=12 y 8+5=14),[73] que expliquen mutuamente cómo han llegado a sus respuestas. El consiguiente diálogo, fomentado por

[73] Piaget, Jean, "*Implicaciones pedagógicas de estos estudios*", en: El niño reinventa la aritmética. Implicaciones de la teoría de Piaget, 4ª ed., Vol. XXIX de la Colección Aprendizaje, Ed. Visor, España, 1994, p. 41.

el maestro, permitiría que los niños pensaran sobre lo adecuado de una u otra solución, manera de llegar a una solución. Con este fin de probar o defender sus soluciones ante sus compañeros, se impediría que se desarrollara la idea de que las matemáticas son arbitrarias, incomprensibles y destinadas a ser memorizadas. Para que se diera tal intercambio, los maestros tendrían que plantearse seriamente la cuestión de cómo crear una atmósfera adecuada para el pensamiento de los niños, en vez de plantearse cómo se dirige una clase para que se den aprendizajes específicos.

En la medida en que los compañeros y los adultos constituyen el entorno social del niño, los objetos de su interacción social influyen de manera muy importante en la construcción de su conocimiento lógico-matemático. Aportan combustible a la actividad mental del niño medios indirectos, como por ejemplo, diciendo algo que plantee dudas en su pensamiento respecto a los adecuado de una idea. También hacen cosas que le impulsan a establecer una nueva relación.

Recordamos los siguientes elementos importantes de los cuales ya se ha hablado, pero que no están por demás reiterarlos: el conocimiento lógico-matemático se desarrolla mediante la abstracción reflexionante, es decir, mediante la coordinación por parte del niño de las relaciones creadas por él mismo.

La confrontación de puntos de vista es importante para el desarrollo del pensamiento lógico-matemático, porque coloca al niño en un contexto social que le incita a pensar en otros puntos de vista en relación al suyo propio.

Hay un mundo de diferencia entre transmisión social y estímulo del pensamiento mediante la confrontación de puntos de vista. El conocimiento social requiere la transmisión de información a partir de la gente. Por otra parte, el conocimiento lógico-matemático no requiere este tipo de transmisión.

Esta idea es muy repetitiva pero debido a la propuesta que se desea alcanzar se repite. Los niños construyen por su cuenta el número, la adición y la inclusión de clases mediante la abstracción reflexionante, sin ninguna transmisión social. No hay absolutamente nada arbitrario en el conocimiento lógico-matemático, y ello explica que el intercambio de puntos de vista sin transmisión de conocimientos sea suficiente para su construcción.

Actualmente la aritmética se enseña por transmisión, como si fuera un conocimiento social. Si, por ejemplo, un niño escribe 4+2=5, los maestros normalmente tildan esta respuesta de incorrecta. En la medida en que impida que los niños discutan entre sí, no es deseable porque subyuga la iniciativa de los niños y la confianza en su propia capacidad para pensar.

El clima social y la situación que crea el maestro son cruciales para el desarrollo del conocimiento lógico–matemático. Dado que éste es construido por el niño mediante la abstracción reflexionante, es importante que el entorno social fomente este tipo de abstracción. Piaget mantenía que cualquier niño con inteligencia normal es capaz de aprender aritmética. La aritmética es algo que los niños pueden reinventar y no algo que les ha de ser transmitido. Si los niños pueden pensar, no pueden dejar de construir el número, la adición y la sustracción. Si las matemáticas son tan difíciles para muchos niños, normalmente es porque se les impone demasiado pronto y sin una conciencia adecuada de cómo piensan y aprenden. En palabras de Piaget:

> "Todo estudiante normal es capaz de razonar bien matemáticamente, si su atención se dirige a actividades de su interés, y si mediante este método se eliminan las inhibiciones emocionales que con demasiada frecuencia le provocan un sentimiento de inferioridad ante las lecciones de esta materia. En la mayoría de las lecciones de matemáticas, la diferencia estriba por entero en el hecho de que se le pide al estudiante que acepte desde el exterior una disciplina intelectual que ya está completamente organizada y que él puede no comprender, mientras que en un contexto de actividad autónoma se le pide que descubra las relaciones y las ideas por sí mismo y que las vuelva a crear, hasta que llegue el momento en que se sentirá contento de ser guiado y enseñado." (1948, Págs. 98-99)[74]

Si bien los educadores han llegado a reconocer que la enseñanza global a toda la clase no es deseable, se han ido al otro extremo, siempre dentro de al tradición empirista,

---

[74] *Ibidem*, p. 45.

y se han decantado por la enseñanza individualizada con folletos programados, materiales auto corregibles, máquinas de enseñanza y ordenadores usados como cuadernos de ejercicios. Aislar a los niños para verter conocimientos en su cabeza sistemática y eficazmente no es deseable. En el ámbito lógico–matemático, la confrontación de puntos de vista sirve para acrecentar la capacidad del niño de razonar a niveles progresivamente mayores. Por lo tanto, debería maximizarse la interacción con los compañeros.

En la escuela, a los niños se les pregunta muy pocas veces por lo que piensan honradamente. No se les anima a que tengan opiniones propias y defiendan sus puntos de vista. Si un niño piensa que 8+5=12 debería animársele a defender esta idea hasta que él mismo decida que hay otra solución mejor. Es importante animar a los niños a que tengan sus propias opiniones y dejar que ellos mismos decidan cuándo hay otra idea mejor. Las ideas erróneas han de ser modificadas por el niño. No pueden ser eliminadas por el maestro. Además, la naturaleza del conocimiento lógico–matemático es tal que cualquier maestro puede estar seguro que los niños llegarán a las respuestas correctas si debaten entre sí durante un tiempo suficiente.

Con todo esto no se pretende decir que los niños no aprenden mediante los cuadernos de ejercicios y la transmisión. Ciertamente lo hacen, y normalmente adquieren antes la verdad si se les dice, que si la construyen por su cuenta. Pero debemos pensar en el aprendizaje con base en un contexto más amplio que el de la memorización de sumas y la capacidad de obtener puntuaciones altas en las pruebas. En otras palabras, necesitamos considerar la autonomía como meta fundamental de la educación.

Aunque la autonomía como objetivo de la educación no se escapa por completo del tema de los valores, su poder se deriva de una teoría científica. Varios profesores demostraron empíricamente que la coordinación de puntos de vista conduce a la construcción de conocimientos lógico–matemáticos de nivel superior. Piaget formuló la hipótesis de que la coordinación de puntos de vista conduce a la construcción de la autonomía.

Según el constructivismo, si el niño coordina puntos de vista o relaciones, desarrollará su inteligencia natural, y este desarrollo sólo puede tender hacia la autonomía. La historia de la ciencia apoya ampliamente el constructivismo. La ciencia no ha sido dada a los científicos desde afuera. Fue y continúa siendo creada por los científicos mediante el intercambio mutuo de sus puntos de vista. La ciencia sólo evoluciona en una dirección: hacia un nivel superior que integra los conocimientos previos.

Piaget mostró que las recompensas y los castigos físicos y psicológicos explican la heteronimia pero no la autonomía. El conductismo todavía es útil para enseñar técnicas motrices como la caligrafía, la mecanografía y la natación y determinadas partes superficiales del conocimiento como las tablas de multiplicar y el vocabulario de lenguas extranjeras. Si bien el conductismo es adecuado para este tipo de aprendizajes sencillos y específicos, no es adecuado para explicar la adquisición de ideas más generales, profundas y poderosas, como la lógica de la multiplicación o los valores que sustentan el desafío de la gente a determinados sistemas de recompensas.

Piaget escribió sobre la autonomía hace medio siglo y abogó explícitamente por ella como el objetivo de educación en 1948. El enfoque a la aritmética de primer curso propuesto por Piaget no es "otro método" para alcanzar los mismos objetivos tradicionales de la aritmética de primer curso; al contrario se fundamenta en una redefinición fundamental de sus fines y objetivos.

2.3. LAS ETAPAS DEL DESARROLLO COGNITIVO

Las secuencias y etapas del desarrollo cognitivo de Piaget se pueden aplicar de una forma más general para dirigir la enseñanza de las matemáticas. Si su teoría del desarrollo es correcta, por lo menos en términos generales, parece entonces que limita el tipo de razonamiento y de comprensión que podemos esperar en los niños en cualquier momento dado su desarrollo. Esto supone que tanto el contenido como las técnicas de presentación de la enseñanza se deben ajustar al nivel actual del desarrollo de los niños.

Para diseño de programas de estudio se debe ajustar al nivel de desarrollo de los niños, no debe obligárseles a emprender actividades que todavía no son capaces de comprender plenamente. Así, por ejemplo no se debe enseñar nada sobre la suma hasta que se haya establecido bien los conceptos básicos de la idea de número, y hasta que no se comprendan propiedades como la conmutativa y la asociativa.

La teoría del desarrollo de Piaget se centra en el aspecto dinámico de la actividad intelectual y de las estructuras psicológicas que caracterizan a los niños en diferentes etapas de su desarrollo. Para lograr un incremento al nivel de desarrollo del niño, en lugar de esperar que los niños estén preparados para la enseñanza, ha de presentárseles a los niños tareas que supongan cierto desafío intelectual, pero que tengan los suficientes elementos (conocimientos previos) para que le resulten comprensibles.[75]

2.3.1. ETAPA SENSOMOTORA (0-2 AÑOS)

En esta etapa la conducta del niño es esencialmente motora. No hay representaciones internas de los acontecimientos externos ni piensa mediante conceptos.

Dado que los alumnos objeto de este estudio ya han pasado esta etapa, no nos ocuparemos de ella.[76]

2.3.2. ETAPA DEL PENSAMIENTO PREOPERATORIO (2 A 7 AÑOS)

Se desarrolla la capacidad de representarse los objetos y los acontecimientos. En tal desarrollo los tipos principales de representación significativa son: *1)* la imitación diferida (imitación de objetos y conductas que estuvieron presentes antes, con la cual demuestra la capacidad de representarse mentalmente la conducta que imita); *2)* el juego simbólico (por ejemplo, el uso de un pedazo de madera para representar una locomotora. En general, en este tipo de juegos el niño da expresión a sus ideas e imágenes e

[75] Ford, Wendy, W., "*Una década de reformas del currículo*", en: Resnick, Lauren B. (comp.), La enseñanza de las matemáticas y sus fundamentos psicológicos, Ed. Paidós, Barcelona, 1990, pp. 223-229.
[76] Piaget, Jean, "*El nivel senso-motor*", en: Psicología del niño, 13ª ed., Ed. Morata, Barcelona, 1993, pp. 15-31.

intereses); *3)* el dibujo (el niño trata de representar cosas de la realidad, pero antes de los 8 o 9 años los dibujos son confusos porque corresponden a cosas que imagina y no a lo que ve); *4)* las imágenes mentales (representaciones internas o símbolos de experiencias de percepciones pasadas): estas imágenes son básicamente estáticas. La noción de movimiento aparece en la siguiente etapa operativa concreta; *5)* el lenguaje hablado (hacia los dos años, el niño comienza a utilizar palabras como símbolos de los objetos, si bien hacia el año de edad pronuncia "papá" y "mamá"). Piaget dice que el lenguaje tiene tres consecuencias importantes para el desarrollo mental: a) posibilita el intercambio verbal con otras personas con lo cual se inicia el proceso de socialización; b) se produce la internalización de las palabras y con ello la aparición del pensamiento mismo apoyado en el lenguaje interno; y c) la internalización de las acciones unidas a las palabras con lo cual pasan de su nivel meramente perceptual y motor a representaciones por medio de ilustraciones y experimentos mentales.

El desarrollo del lenguaje durante la etapa preoperativa se da en una transición del lenguaje egocéntrico (el niño habla pero sólo para expresar sus pensamientos en voz alta, pero sin la intención de comunicarse con los otros) al lenguaje social hacia los 6 y 7 años (el niño se comunica con otros, su lenguaje es intercomunicativo).

Otras características de la etapa preoperatoria son las siguientes:

El egocentrismo. Esto significa que el niño no puede ver las cosas desde el punto de vista de otras personas, ya que cree que todos piensan como él y que sus pensamientos son los correctos.

El razonamiento transformacional. El niño no tiene la capacidad de juzgar las transformaciones que puede experimentar un objeto o suceso. Por lo general sólo reproduce el estado inicial y el estado final. Su pensamiento no es deductivo ni inductivo, es transitivo.

Centrismo. El niño tiende a centrar su atención sólo en una parte limitada de un estímulo visual (puede hacer sólo una clasificación si se le pide que lo haga, en un conjunto donde son posible varias). Por lo tanto, sólo capta parcialidades de tal estímulo.

La irreversibilidad. El niño de esta etapa preoperatoria es incapaz de darse cuenta que el número de objetos permanece igual cuando se modifica la disposición con la cual les fueron presentados originalmente (que un grupo de niños en un círculo pequeño conservan su cantidad si se colocan en fila).[77]

2.3.3. ETAPA DE LAS OPERACIONES CONCRETAS (7 A 11 AÑOS)

En esta etapa el niño se hace más capaz de mostrar el pensamiento lógico ante los objetos físicos. Una facultad recién adquirida de reversibilidad le permite invertir mentalmente una acción que antes sólo había llevado a cabo físicamente. El niño también es capaz de retener mentalmente dos o más variables cuando estudia los objetos y reconcilia datos aparentemente contradictorios. Se vuelve más sociocéntrico, cada vez más consciente de la opinión de los otros. Estas nuevas capacidades mentales se demuestran por un rápido incremento en su habilidad para conservar ciertas propiedades de los objetos (número y cantidad) a través de los cambios de otras propiedades y para realizar una clasificación y ordenamiento de los objetos. Las operaciones matemáticas también surgen en este periodo. El niño se convierte en un ser cada vez más capaz de pensar en objetos físicamente ausentes que se apoyan en imágenes vivas de experiencias pasadas. Sin embargo, el pensamiento infantil está limitado a cosas concretas en lugar de ideas.

Es una etapa especialmente importante para las acciones pedagógicas pues su duración casi coincide con el de la escolarización básica o primaria.

---

[77] Piaget, Jean, *"El desarrollo de las percepciones"*, en: Psicología del niño, 13ª ed., Ed. Morata, Barcelona, 1993, pp. 39-52.

En esta etapa aparecen los esquemas para las operaciones lógicas de seriación (capacidad de ordenar mentalmente un conjunto de elementos de acuerdo con su mayor o menor tamaño, peso o volumen) y de clasificación, y se perfeccionan los conceptos de causalidad, espacio, tiempo y velocidad. En esencia, el niño en la etapa operativa concreta alcanza un nivel de actividad intelectual superior en todos los sentidos a la del niño en la etapa preoperatoria.

Por lo general, los niños en la etapa operativa concreta todavía no pueden aplicar la lógica a problemas hipotéticos, exclusivamente verbales o abstractos. Si a un niño en esta etapa se le presenta un problema exclusivamente verbal, en general es incapaz de resolverlo de manera correcta; pero si se le presenta desde una perspectiva de objetos reales, es capaz de aplicar las operaciones lógicas y resolver el problema si éste incluye variables múltiples.[78]

2.3.4. ETAPA DE LAS OPERACIONES FORMALES (12 A 16 AÑOS)

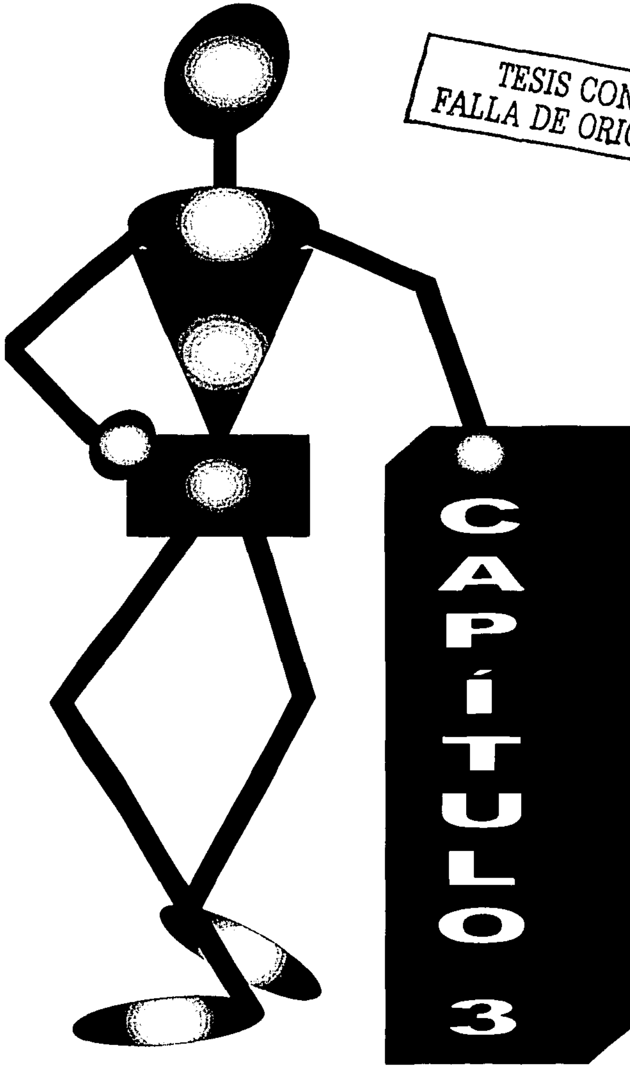
Este periodo se caracteriza por la habilidad de pensar más allá de la realidad concreta. La realidad es ahora sólo un subconjunto de las posibilidades para pensar. En la etapa anterior el niño desarrolló un número de relaciones en la interacción con materiales concretos; ahora puede pensar acerca de relación de relaciones y otras ideas abstractas; por ejemplo, proporciones y conceptos de segundo orden. El niño de pensamiento formal tiene la capacidad de manejar, a nivel lógico, enunciados verbales y proposiciones en vez de objetos concretos únicamente. Es capaz ahora de entender plenamente y apreciar las abstracciones simbólicas del álgebra y la crítica literaria, así como el uso de metáforas en la literatura. A menudo se ve involucrado en discusiones espontáneas sobre filosofía, religión y moral en las que son abordados conceptos abstractos, tales como justicia y libertad.

---

[78] Piaget, Jean, *"Las operaciones 'concretas' del pensamiento y las relaciones interindividuales"*, en: Psicología del niño, 13ª ed., Ed. Morata, Barcelona, 1993, pp. 96-129.

Debe anotarse que cuando un niño entra a una nueva etapa, la etapa anterior continúa a pesar de que la nueva capacidad de pensamiento es el rasgo dominante del periodo. Se puede dar el caso de que un niño que sustenta un pensamiento operativo concreto en una labor de permanencia puede ser preoperacional en su pensamiento con relación a labores más desafiantes de permanencia. Esto indica que el desarrollo intelectual infantil no puede ser representado como simples cambios abruptos que resultan inmediatamente en etapas estables estáticas. Al contrario, sugiere que el desarrollo intelectual es continuo aunque caracterizado por la discontinuidad de formas nuevas de pensamiento en cada etapa.[79]

[79] Piaget, Jean, "*El pensamiento formal y los esquemas operatorios formales*", en: Psicología del niño, 13ª ed., Ed. Morata, Barcelona, 1993, pp. 131-144.


CAPÍTULO 3

CAPÍTULO 3

FUNDAMENTOS PSICOPEDAGÓGICOS DEL MÉTODO CUISENAIRE

3.1. GEORGES CUISENAIRE HOTTLELET. DATOS BIOGRÁFICOS

Georges Cuisenaire Hottelet es un educador belga.[80] Maestro durante muchos años, posteriormente director honorario de enseñanza comunal en la pequeña ciudad de Thuin, su nombre es hoy conocido mundialmente. Tal es la enorme difusión que su método ha tenido.

> "En 1952 da a conocer su método publicando su libro: Los números en color. Nuevo procedimiento de cálculo por el método activo, aplicable en todos los grados de la Escuela Primaria."[81]

Cuisenaire insistió mucho en manifestar que el suyo es un método global inspirado en las ideas pedagógicas del doctor Decroly.

Caleb Gattegno contribuyó en una interpretación del método, ilustrativa de las características esenciales del mismo y su capacidad de rendimiento específico en 1960.

En algunas de sus anécdotas, el profesor Cuisenaire cuenta que cuando trabajaba las actividades artísticas con sus alumnos, observaba caras alegres y de gran interés por parte de los niños; en cambio cuando trabajaba temas de matemáticas, se encontraba con expresiones tristes y de aburrimiento. Por tal motivo, se propuso inventar un instrumento musical (hablando metafóricamente) para tocar la matemática; que fuera al mismo tiempo un juguete, para que los niños aprendieran matemáticas de forma divertida. Es así como surgieron las regletas de colores.

---

[80] En la referencia consultada no se menciona fecha de nacimiento y/o fallecimiento.

[81] Márquez, Ángel Diego, La enseñanza de las matemáticas por el método de los números en color o método Cuisenaire, *op. cit.*, pp. 25-26.

3.2. CONTEXTO EDUCATIVO EN EL QUE SE DESARROLLA EL MÉTODO CUISENAIRE

El método Cuisenaire facilita, por sus características, precisamente del modo más efectivo una enseñanza elemental de las matemáticas conforme a las recomendaciones formuladas en la Conferencia Internacional en Ginebra[82] en la cual de acuerdo con la recomendación tercera "... la iniciación en las operaciones aritméticas, durante los años primarios, será siempre fundada en acciones previas, que permitan al niño redescubrir por su cuenta los mecanismos de estas operaciones por la manipulación de objetos concretos y en función de preguntas que él mismo se hará de acuerdo con sus intereses espontáneos".

El método Cuisenaire tiene precisamente por fundamento la actividad del niño, las "acciones previas", que permiten a éste el redescubrimiento de las relaciones, del mecanismo de las operaciones mediante la manipulación de objetos concretos y atractivos como las regletas de color.

En la enseñanza del cálculo pueden distinguirse, según las citadas instrucciones, tres aspectos que se desarrollan paralelamente y que se relacionan:

a) "Adquisiciones numerosas por medio de ejercicios de observación y juegos educativos.
b) Fijación definitiva y automatización por ejercicios especiales orales y escritos.
c) Aplicación de los mecanismos adquiridos."[83]

El método Cuisenaire es el recurso didáctico que más se adapta a los conceptos vigentes acerca de la génesis del número en el niño y del proceso del aprendizaje operatorio de las nociones matemáticas fundamentales, tal como lo concibe la moderna psicología del aprendizaje.

---

[82] Bureau International d'Education: L'nitiation Mathématique a primarie et XIII Conference Internationale de l'nstruction publique Proces Verbaux et resolution Genove, 1950. Puede consultarse: "La Educación Iberoamericana, Madrid, 1960, p. 288.
[83] Márquez, Ángel Diego, La enseñanza de las matemáticas por el método de los números en color o método Cuisenaire, *op. cit.*, p. 21.

En síntesis, el método Cuisenaire inicia su difusión en 1952, en ese año se lleva a cabo el Congreso Internacional de Educación en Ginebra del cual se emana una serie de reformas educativas que intentan terminar con prácticas tradicionales. Se reconoce que el sustento psicopedagógico de las regletas de colores, se encuentra en la teoría de la génesis del número planteada por Piaget.

Fue a finales de los años cincuenta cuando se presentan grandes cambios en la visión de la enseñanza de las matemáticas,[84] tanto en Estados Unidos como en otros países, con el objetivo expreso de determinar cuál era la mejor manera de enseñar a los niños los conceptos y los principios que aportan coherencia al contenido de las matemáticas (es decir, las estructuras de las matemáticas). Se amplió el currículo de matemáticas; en las escuelas se exponía a los pequeños a conceptos relativamente "avanzados", como las desigualdades, las propiedades de los conjuntos, el empleo del cero como número, y a los principios en los que se fundamenta la notación decimal. Los pedagogos luchaban por poner al día la preparación de los profesores para hacer frente al incremento de la demanda de conocimientos de matemáticas (Goals for Mathematical Education, 1967).[85] Hicieron aparición nuevos materiales (y se redescubrieron algunos antiguos), que estaban diseñados especialmente para la enseñanza de las estructuras matemáticas en que se basan los procedimientos de cálculo. Mientras tanto, la investigación psicológica pretendía explicar cómo llegan los niños a comprender y a utilizar los conceptos matemáticos complejos.

En los inicios de este periodo el interés se encuentra generalizado por los enfoques conceptuales de la enseñanza de las matemáticas. Los matemáticos, psicólogos y los pedagogos trabajan por extender la gama de temas que se cubrían en las matemáticas escolares y por desarrollar nuevos métodos de enseñanza para que el aprendizaje de las matemáticas fuese significativo, es decir, que tuviese "sentido". Los investigadores y los diseñado del currículo que se orientan hacia enfoques conceptuales parecen estar de

[84] La enseñanza de las matemáticas vista como cálculo a la enseñanza de las matemáticas centrada en su estructura, las matemáticas como comprensión conceptual y como resolución de problemas.
[85] Márquez, Ángel Diego, La enseñanza de las matemáticas por el método de los números en color o método Cuisenaire, *op. cit.*, pp. 27-54.

acuerdo con la importancia de fomentar en el niño una sólida comprensión intuitiva de las estructuras subyacentes de las matemáticas.[86]

3.2.1. UNA DÉCADA DE REFORMAS DEL CURRÍCULO EN LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS

El problema de conseguir que el aprendizaje sea significativo, es decir, que tenga sentido, ya lo habían advertido hacía mucho tiempo algunos profesores de matemáticas, incluso en los tiempos de Thorndike. Los primeros intentos de dar una carga de significado a la enseñanza se centraron en presentar las habilidades y conceptos aritméticos en ejercicios prácticos que se relacionaban con la vida diaria. Pero los métodos de enseñanza basados en la memoria repetitiva se siguieron aplicando hasta bien entrados los años cincuenta, a pesar de las buenas intenciones de los educadores que se preocupaban por el desarrollo conceptual significativo.

Luego, a finales de los años cincuenta y principios de los sesenta, la enseñanza de las matemáticas sufrió el impacto de algunos avances que estimularon el interés por el problema del aprendizaje significativo. Después de que se lanzara el Sputnik y de que se pusiera en marcha la "carrera espacial" entre la U.R.S.S. y los Estados Unidos, las escuelas se vieron presionadas para producir rápidamente estudiantes cuyos conocimientos matemáticos estuviesen a la altura de la nueva tecnología de la era espacial. Esto no sólo se suponía enseñar más matemáticas, sino también integrar mejor los conocimientos matemáticos de los niños. Empezó un periodo de reevaluación y reforma del currículo, centrado en las matemáticas y en las ciencias.

Los matemáticos ofrecieron la idea de que el aprendizaje significativo sería la consecuencia de enseñar a los niños el substrato matemático de los conceptos y de las habilidades, es decir, las estructuras de las matemáticas. No esperaban que los niños fuesen capaces de comprender las demostraciones formales que construyen la base epistemológica de las matemáticas, pero creían que los niños podrían apreciar de forma intuitiva los conceptos y relaciones en que se basan los procedimientos matemáticos. En

---

[86] Ford, Wendy, W., "*Una década de reformas del currículo*", *op. cit.*, pp. 123-128.

otras palabras, abogaban por un enfoque de las matemáticas más conceptual que de cálculo. La significatividad de la enseñanza no sólo dependería de la relevancia de las habilidades de cálculo en las tareas de la vida real, sino también de la medida en que se encuadra en la integridad del contenido de las matemáticas.

En este periodo también se registraron avances en el campo de la psicología norteamericana. Estaba naciendo el campo de la psicología "cognitiva", en parte por el redescubrimiento de teóricos como Bartlett (1932), los psicólogos de la Gestalt (Köhler, 1925) (Koffka, 1924) y (Piaget 1941-1952). De este nuevo campo salió un interés renovado por el estudio de los procesos cognoscitivos humanos y sugerencias sobre cómo podría la enseñanza de la matemática cobrar sentido respondiendo a las capacidades intelectuales específicas de los estudiantes.[87]

3.2.2. ¿POR QUÉ ENSEÑAR LAS ESTRUCTURAS DE LAS MATEMÁTICAS?

Durante este periodo de reevaluación del currículo, se llevaron a cabo dos conferencias de profesionales que darían forma a las aspiraciones de muchos profesores de matemáticas en la década siguiente. Una de las conferencias tuvo lugar en 1959 en Woods Hole (Massachusetts), y reunió a psicólogos, pedagogos, físicos y matemáticos para considerar los principios generales y las propuestas sobre la naturaleza del aprendizaje y de la enseñanza en matemáticas en las escuelas. Ofreció propuestas de currículos y principios que afectaban directamente a los desarrollos ulteriores de la enseñanza de las matemáticas y de la experimentación psicológica relacionada con la misma.

Los asistentes a la Conferencia de Woods Hole se preocuparon también de la enseñanza de la estructura del contenido de las matemáticas, pero el motivo de este enfoque se articulaba en términos de las consecuencias psicológicas y pedagógicas de la comprensión de dicha estructura:

[87] *Ibidem*, pp. 128-129.

El currículo de una asignatura se debe determinar por la comprensión más básica que se pueda conseguir de los principios subyacentes que soportan la estructura de dicha asignatura. La enseñanza de temas o habilidades matemáticas sin clarificar su contexto dentro de la estructura fundamental más amplia de un ámbito del conocimiento es antieconómica en varios sentidos profundos. En primer lugar, tal enseñanza hace muy difícil al estudiante generalizar lo que ha aprendido a lo que se encontrará más adelante. En segundo lugar, el aprendizaje que en términos de satisfacción intelectual. En tercer lugar, el conocimiento que se ha aprendido sin una estructura suficiente para aglutinarlo es un conocimiento que es fácil que se olvide.[88]

En otras palabras, si la enseñanza pudiese servir para que los estudiantes consiguiesen una comprensión fundamental de la estructura de las matemáticas presentando las razones básicas de las operaciones matemáticas y clarificando los conceptos que asocian una operación con otra, entonces dichos estudiantes serían capaces en último extremo de mantener en la memoria sus nuevos conocimientos, de generalizar su comprensión aplicándola a una amplia gama de fenómenos, y de transferir su aprendizaje específico a nuevas situaciones y tareas.

Por lo tanto, su enfoque de la enseñanza suponía apartar o incluso eliminar los ejercicios del currículo de las matemáticas. Se debían utilizar, en cambio, métodos de enseñanza que permitiesen a los niños descubrir por sí mismos ciertas generalizaciones y principios, permitiéndoles así gozar del aprendizaje y participar en algunos de los procesos creadores con los que han disfrutado los matemáticos a lo largo de los siglos.[89]

En resumen, los psicólogos, matemáticos y educadores volvieron a plantearse en los años sesenta, la cuestión tan debatida de cómo se debía conseguir que el aprendizaje fuese significativo, como parte de un movimiento de reforma a gran escala de los currículos. Los ejercicios de práctica se debían sustituir por el aprendizaje con comprensión; al parecer, el criterio que proponían para definir este último era: 1) la

---

[88] Ford, Wendy, W., "*La enseñanza de las estructuras matemáticas*", en: Resnick, Lauren B. (comp.), La enseñanza de las matemáticas y sus fundamentos psicológicos, Ed. Paidós, Barcelona, 1990, pp. 130-137.
[89] *Ibídem*, p. 132.

enseñanza que hiciese hincapié en las estructuras básicas de los procedimientos y los conceptos matemáticos, y 2) la enseñanza que respondiese a las ricas capacidades intelectuales del niño.

3.2.3. EL MÉTODO CUISENAIRE BASADO EN LA ENSEÑANZA ORIENTADO A LA ESTRUCTURA

¿En qué consisten exactamente las estructuras de las matemáticas? El cambio de la visión de las matemáticas como una colección de procedimientos que sirven para resolver cálculos. Pero cualquier matemático sabe que las matemáticas forman un sistema unificado de conceptos y de operaciones que explican algunos patrones y relaciones que existen en el universo. Además de conceptos y operaciones, hay declaraciones más o menos abstractas de patrones y relaciones, expresadas en forma de axiomas o de reglas en fórmulas matemáticas que dan significado a dichos patrones en relación con los otros. Y además, existe un cuerpo de procedimientos que permiten manipular conceptos y patrones de forma ordenada y precisa.

Para comprender las estructuras de las matemáticas, hay que comprender en consecuencia tanto las interrelaciones entre los conceptos y las operaciones como las reglas por las que se pueden manipular y reorganizar para descubrir nuevos patrones y propiedades. La mayor parte de los adultos, y, hasta hace pocos años, la mayor parte de los escolares, no han visto casi nunca estos aspectos estructurales (excepto, quizás, en la geometría), porque la enseñanza de la escuela sólo ha presentado elementos aislados, y rara vez los ha relacionado con la estructura global en evolución de las matemáticas.

Para dar una definición precisa a todas las estructuras de las matemáticas habría que tener los conocimientos de un matemático, lo que está fuera del objetivo de este trabajo de tesina. Pero se puede dar idea de los tipos de estructura matemática que pueden aprender los niños dando varios ejemplos de enseñanza de las matemáticas orientada a la estructura. Considerando los ejemplos siguientes de secuencias de enseñanza:

El profesor da a Paco dos balanzas, varias canicas y cubos de diversos tamaños. Después de experimentar con las balanzas un rato, Paco descubre que el cubo mayor pesa lo mismo que ocho canicas. La obra balanza se equilibra al poner en un platillo el cubo mayor y uno pequeño y en el otro diez canicas. El profesor le pide a Paco que deduzca a partir de estos datos el peso del cubo pequeño.[90]

En el primer ejemplo, el profesor está dando una lección de agrupamientos de objetos en conjuntos y de dar nombre a los conjuntos. Se supone que esto prepara al niño para la numeración y para los conceptos de representación en bases numeración. Los ejercicios requieren los tipos de intercambio que harían falta para llevar a cabo operaciones en base 5 y en base 6. En el segundo ejemplo Paco está resolviendo en la práctica ecuaciones simultáneas, aunque no tiene idea de que sus balanzas y sus canicas tengan nada que ver con los símbolos algebraicos. En ambos ejemplos se utilizan objetos concretos que los niños manipulan para descubrir soluciones a las preguntas de los profesores. Son intentos de transmitir conceptos matemáticos complejos (la numeración, la representación de bases de numeración, sistemas de ecuaciones) en términos sencillos, de forma que se consigue el aprendizaje con una comprensión y un significado.

3.2.4. BRUNER Y LA REPRESENTACIÓN COGNOSCITIVA DE LOS CONCEPTOS MATEMÁTICOS

Un matemático aprobaría seguramente el tipo de enseñanza que hemos estado describiendo, dado que refleja con precisión la estructura matemática que es el fundamento de algoritmo de suma (de llevar o de transformación). Debemos determinar también qué capacidades cognoscitivas aportan los niños al aprendizaje de las matemáticas, y cómo se interrelacionan con las capacidades de los niños los actos de enseñanza que presentan dichas estructuras.

Lo que interesa en este trabajo es la relevancia de los diferentes modos de representación para el diseño de los materiales destinados a la enseñanza de las matemáticas.

---

90 *Idem.*

Del campo de la psicología cognitiva proceden indicaciones sobre cómo se puede conseguir que la enseñanza responda a los procesos cognoscitivos de los estudiantes. Bruner, que es un psicólogo asociado al movimiento de reforma del currículo, ha elaborado una teoría cognitiva del desarrollo conceptual que implica cierta secuencia de enseñanza. Afirma que las estructuras matemáticas se pueden ir formando en las mentes de los estudiantes a base de proporcionarles experiencias que les permitan desarrollar representaciones enactivas, icónicas y simbólicas de los conceptos, en ese orden. Se plantea la hipótesis de que estas representaciones mentales sean las formas o modos en que se recuerdan las experiencias de aprendizaje, y, en último extremo, los conceptos.

Dienes, un profesor de matemáticas, se centra en el empleo de materiales matemáticos concretos en una secuencia similar de experiencias de aprendizaje, un ciclo de aprendizaje. Sugiere que los conceptos estructurales se descubren y se reafirman al irse dedicando los niños a las manipulaciones dirigidas de materiales que materializan físicamente los conceptos de maneras diferentes. La instrucción y la práctica se pueden organizar de forma que pongan más de manifiesto las diferencias entre los aspectos relevantes de los conceptos y los no relevantes, y que expongan a los niños a toda la gama de variaciones preceptuales y matemáticas de dichos conceptos.

Los materiales y los principios instruccionales orientados hacia la estructura no se han validado de forma adecuada por medio de la investigación, y sabemos poco a partir de la práctica escolar de los efectos de las reformas del contenido sobre la calidad del aprendizaje de las matemáticas por parte de los niños. Ahora es cuando estamos empezando a disponer de las herramientas psicológicas que permiten diseñar las investigaciones necesarias. No obstante, el enfoque orientado hacia la estructura plantea una meta digna de la enseñanza de las matemáticas: el diseño de una enseñanza que presente las estructuras básicas de las matemáticas; es decir, el diseño de una enseñanza que presente las estructuras básicas de las matemáticas de forma elegante y sencilla, teniendo en cuenta al mismo tiempo las capacidades cognoscitivas de los estudiantes.[91]

---

[91] Bruner, Jerome S., "*Bruner y la representación cognoscitiva de los conceptos matemáticos*", *op. cit.*, p. 137.

3.2.5. LAS MATERIALIZACIONES DE DIENES

Antes de hablar acerca del método Cuisenaire, primero se exponen las críticas realizadas por Dienes, el cual afirma que este método puede acusar confusión en los alumnos debido a que se tendrían que aprender una serie de códigos que se encuentran de manera implícita en las familias de regletas, dicho esto a grandes rasgos. Pero una vez que se analicen los fundamentos del método, veremos que el profesor Cuisenaire dice que para no caer en este error se necesita conocer la génesis del número sustentada por Piaget.

Se habla de Dienes porque si se analiza el desarrollo de la enseñanza de la matemática y sus fundamentos, veríamos que la enseñanza de la matemática de manera conductista fue vista como "Cálculo", y cuando se introducen diferentes materiales a la enseñanza de las matemáticas se habla de la ENSEÑANZA DE LAS ESTRUCTURAS. Y los autores que fundamentan la enseñanza a través de materiales manipulativos son Bruner, Dienes con su material de bloques aritméticos multibase (BAM) que son empleados en el programa de segundo grado, en base 10. Siendo que esta propuesta está encaminada al planteamiento de estrategias, se hablará de cómo las regletas, pueden ser de apoyo también a los BAM.

> "Zoltan P. Dienes estudia el problema de diseñar una enseñanza significativa (una enseñanza que tenga tanto la estructura de las matemáticas como las capacidades cognoscitivas del estudiante) desde su punto de vista de profesor de matemáticas. Dienes dedicó su carrera al diseño de materiales para la enseñanza y llevar a cabo experimentos para calificar algunos aspectos de la adquisición de los conceptos matemáticos. Se apoyó mucho de la teoría piegetiana y trabajó con Bruner en un proyecto de matemáticas experimentales."[92]

Lo más característico del enfoque de Dienes de la enseñanza de las matemáticas era el empleo de materiales y juegos concretos, en secuencias de aprendizaje estructurales cuidadosamente. Desde luego, no es el primero que haya sugerido el

[92] Dienes Zoltan, P., "*Las materializaciones de Dienes y la secuencia de la enseñanza*", en: Resnick, Lauren B. (comp.), La enseñanza de las matemáticas y sus fundamentos psicológicos, Ed. Paidós, Barcelona, 1990, pp. 143-151.

empleo de materiales concretos, ni se ha demostrado de forma empírica que sus materiales generen un mejor aprendizaje que otros disponibles. Cuando describamos los principios pedagógicos Dienes, se apreciará el paralelismo entre su secuencia de enseñanza y los modos de representación de Bruner. Pero primero vamos a ocuparnos de la relevancia de los materiales concretos en el aprendizaje matemático de los niños pequeños.

De acuerdo con Dienes, los niños son constructivistas por naturaleza, más que analíticos. Van formándose (es decir, construyen) una imagen de la realidad a partir de sus experiencias con los objetos del mundo. Este proceso depende mucho de una exploración activa, como ha puesto de manifiesto Piaget. Dado que las relaciones y pautas matemáticas no son evidentes en el entorno diario de los niños, Dienes propone que se creen materiales de enseñanza que materialicen estas estructuras, y las acerque al campo de la experiencia concreta.

Dienes ha diseñado su propio juego de materiales matemáticos que se llaman bloques aritméticos multibase (BAM), o simplemente, bloques de Dienes, el empleo de este recurso didáctico se ha extendido mucho en la enseñanza y en la investigación de las matemáticas; en los libros de texto de la SEP los suelen emplear para la construcción del concepto de número. En segundo grado se emplean para la construcción del valor de posición (los agrupamientos) e ilustran las manipulaciones concretas en base 10.

3.3. IMPLICACIONES DE LA TEORÍA DE PIAGET EN EL MANEJO DEL MATERIAL CUISENAIRE

3.3.1. LAS CIFRAS Y EL VALOR DE LA POSICIÓN COMO OBJETIVOS

Una vez que el niño ha construido la idea del ocho por medio de la abstracción reflexionante, puede representarlo mediante símbolos, o con signos como la palabra hablada "ocho" o el grafismo "8" (véase la fig. 4.1.). En la teoría de Piaget, un símbolo es un significante que tiene una semejanza figurativa con el objeto representado y que puede ser inventado por el niño. Un signo es un significante convencional. Los signos no tienen ninguna semejanza con el objeto representado y forma parte de sistemas ideados para comunicar mensajes a otras personas. La palabra "ocho" y el grafismo "8" son signos que requieren de transmisión social.[93]

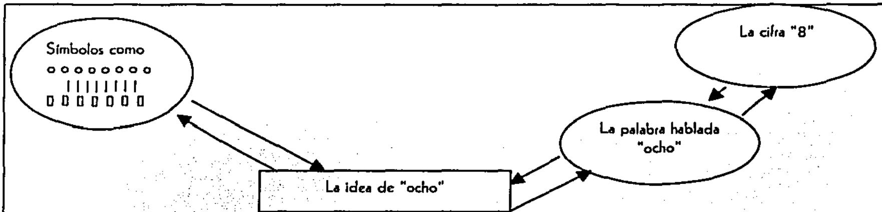


Figura 4.1. Representación de la idea de ocho con símbolos y signos.

La secuencia de objetivos que va de lo concreto a lo abstracto, pasando por lo semiconcreto, se basa en una teoría que no distingue entre abstracción y representación.

El número es una idea que, cuando es construida, es impuesta sobre los objetos por el niño. Cuando el niño ha construido la idea de "ocho" puede producir una variedad de símbolos, incluyendo imágenes.

A los niños pequeños les gusta contar, escribir, y leer cifras. Normalmente adquieren sin problemas este conocimiento social y convencional. Los niños pueden generar números escritos, esencialmente mediante la repetición de un orden cíclico. Una vez que aprenden el orden de las cifras del 0 al 9 pueden escribir 1 en la columna de las decenas y repetir el mismo orden hasta llegar a 19, etcétera. El problema es que para los niños de 5-6 años es imposible comprender que el "2" de "26" significa "20". Sin embargo, les es muy fácil reconocer que 26 es menor que 62. La razón es que los niños de primer curso saben con certeza qué número viene después de otro en la secuencia hablada y escrita. De acuerdo con investigaciones llevadas a cabo por Mieko, es importante el valor de la posición en el aprendizaje.[94]

---

[93] Kamii, Kazuko Constance, *"Las cifras y el valor de la posición como objetivos"*, en: El niño reinventa la aritmética. Implicaciones de la teoría de Piaget, 4ª ed., Vol. XXIX de la Colección Aprendizaje, Ed. Visor, España, 1994, p. 61.
[94] *Ibidem*, pp. 69-71.

3.3.1.1. EL VALOR DE LA POSICIÓN

Las respuestas de los niños indican que el valor de posición es demasiado difícil para los niños de primer curso, y extremadamente confuso para los de segundo e incluso tercer curso (ocho años de edad). Agrupar objetos y manejar grandes cantidades es una cosa, pero la coordinación de cantidades agrupadas con el sistema de numeración es otra muy distinta. Cuando los grupos son pequeños, muchos niños de primer curso y casi todos los de segundo estructuran los objetos (n =16 ó 23) en grupos (de cuatro o cinco elementos por grupo) con facilidad, representan sus resultados con exactitud en forma simbólica (dibujos). Comprenden que un número con muchas cifras de dígitos separados (partes escritas) y que la cifra en su conjunto representa el valor cardinal de la totalidad. Sin embargo, tienen problemas para comprender que las partes notacionales tienen una relación específica con la totalidad cuantificada numéricamente. Los niños de ocho años de edad hablan muchas veces de unidades, decenas y centenas, pero sólo son dos sujetos de un total de doce.[95]

Los niños de seis y siete años todavía están en pleno proceso de construcción del sistema numérico (mediante la abstracción reflexionante) con la operación +1 (colección de 10) de cada 10 (unidades) y la coordinación de la estructura jerárquica de dos niveles que se muestran en la figura 4.3. Es imposible construir el segundo nivel mientras todavía se está construyendo el primero.

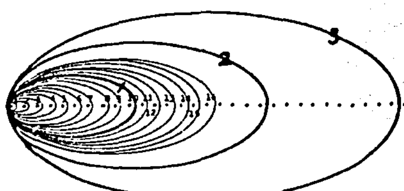
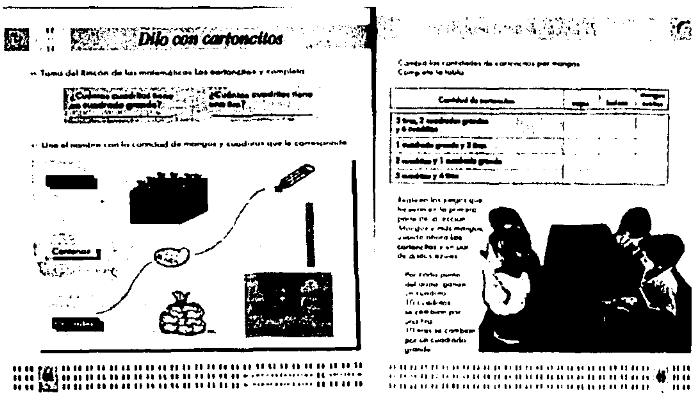


Figura 4.3. La estructura jerárquica de dos niveles necesaria para comprender cada una de dos cifras.

[95] *Ibídem*, p. 64.

El niño no puede crear la estructura jerárquica de inclusión numérica antes de los siete u ocho años de edad, cuando su pensamiento se hace reversible. Además, el sistema en base 10 implica la multiplicación. El 2 de 26 significa 2X10. Normalmente la multiplicación se introduce hasta tercer curso.

De acuerdo con nuestro sistema de enseñanza, en segundo grado de primaria (niños de ocho años) se hace la introducción de la multiplicación. Para la construcción del valor de la posición, de acuerdo con Fuenlabrada y Block, se proponen los agrupamientos a través de las fichas de colores y el manejo de los bloques aritméticos multibase propuestos por Dienes.



La anterior imagen fue tomada del bloque dos, en dicha imagen se resume la construcción del valor de posición a través de diferentes recursos didácticos; las fichas de colores (fichas azules tienen el valor de 1, fichas rojas valen 10 y fichas amarillas valen 100 puntos), los mangos y los cartoncitos bloques aritméticos multibase (BAM). Por cada punto del dado, ganan un cuadrito, 10 cuadritos se cambian por una tira segmentada en 10 cuadritos y 10 tiras se cambian por un cuadro grande segmentado el 100 cuadritos.

Esto es a grandes rasgos el manejo de estos diferentes recursos didácticos para la construcción del valor de posición.[96]

Lo indispensable es que los educadores deben tener una idea clara del tipo de aprendizaje que lleva a cabo el niño y de cómo se da ese aprendizaje. Estos conocimientos son necesarios para conceptuar principios docentes adecuados. Las técnicas constan normalmente de ejecuciones motrices que pueden perfeccionarse mediante la práctica. Por lo tanto, aprender a escribir es en parte una técnica. Sin embargo, aprender a sumar, restar, multiplicar y dividir, implica pensamiento lógico-matemático, y el pensar no es una técnica. El pensamiento no se desarrolla y no puede perfeccionarse mediante la práctica. Las decenas sólo pueden enseñarse cuando el niño ya ha construido las unidades. Por la misma razón, las centenas sólo pueden enseñarse una vez que haya construido las unidades y las decenas. Extraer mentalmente 1 de cada 100 y coordinarlo jerárquicamente con la estructura de las decenas y las unidades, es una tarea muy compleja. Finalmente, la dificultad del valor de la posición puede comprenderse ante el hecho de que en nuestro sistema de notación, el 0 como cifra con valor posicional, se inventó relativamente tarde en la historia.

La enseñanza prematura, sea del valor de la posición o de cualquier otro aspecto del programa de estudios, es pernicioso para la comprensión de una disciplina por parte de los niños.

Dado lo que sabemos sobre el curso del desarrollo del pensamiento infantil, encontramos el aporte que brinda el material de regletas Cuisenaire en la construcción del valor de posición. Reconociendo que el valor de posición se construye hasta que los niños hayan construido con solidez las series de números (por repetición de la operación +1) y puedan dividir totalidades de diversas maneras (relaciones parte-todo). Tomando en cuenta que una regleta es una inclusión jerárquica con la que el niño establecerá diversas

[96] Lección *"Dilo con cartoncitos"*, en: SEP, Matemáticas segundo grado. Libro para el alumno, México, 2000, pp. 44-45.

relaciones (relaciones parte-todo) y en la construcción de las de las series de números por repetición de la operación +1.

3.3.2. LA ADICIÓN COMO OBJETIVO

La adición es fácil y natural para la mayoría de los niños, se considera un objetivo adecuado siempre y cuando se centre en la acción mental del niño para sumar y no en la producción de respuestas escritas y/o correctas.

En cuanto a recordar las relaciones establecidas mediante las propias acciones mentales, existe una gran diferencia entre el objetivo de recordar las relaciones establecidas mediante las propias acciones (mentales) y la meta de conocer los "hechos de la adición". Cuando el objetivo es conocer los "hechos", a los niños se les enseña técnicas para adquirir "hechos" y se les enseña a interiorizarlos.

El niño que utiliza su capacidad para pensar aprende a sumar sin que se le diga cómo ha de hacerlo, y adquiere confianza en su propia capacidad de comprender las cosas. En cambio, la aritmética tradicional refuerza la heteronimia natural del niño mediante un maestro que decide qué "hechos" hay que aprender, cuándo y cómo y cuáles son las respuestas correctas.

Los denominados "hechos de la adición" no existen en la teoría de Piaget. Un hecho es empíricamente observable.[97] El conocimiento social y físico implica hechos pero no implica el conocimiento lógico-matemático. El conocimiento lógico matemático consta de relaciones, que no son observables. Aunque cuatro pelotas sean observables, la "cualidad de cuatro" no lo es. Cuando estamos sumando 4 a 2, estamos estableciendo una relación aditiva entre dos cantidades numéricas que cada uno de nosotros ha construido, mediante la abstracción reflexionante; 4+2 es igual a 6 es una relación, no un hecho. Un hecho es empíricamente verificable, pero una relación no lo es.

[97] Según el diccionario, un hecho es una verdad conocida a través de la experiencia o la observación. A veces, un hecho se opone a una teoría. Las cuestiones de hecho también se oponen a las cuestiones de ley.

Los maestros deben comprender sus propios objetivos con precisión. Si no distinguen la diferencia entre relaciones y hechos, no podrán comprender que los "hechos de la adición" son fines equivocados, y que en los adultos es un medio equivocado que conduce a metas ilusorias. Porque el uso de las regletas puede caer en esta contradicción. Quizás algunos profesores digan: "la observación y la manipulación son necesarias al empezar la aritmética". Piaget está de acuerdo. Pero la observación y la manipulación son las partes menos importantes del pensamiento numérico. El aspecto que ha de explotarse con el material Cuisenaire y el cual todos los profesores debemos tener presente es: **"Las observaciones y manipulaciones sólo son útiles en el contexto del propio pensamiento lógico del niño."**[98]

En la construcción aditiva, para añadir dos números, el niño tiene que elaborar mentalmente una totalidad (una regleta representa un objeto simbólico), después de otra totalidad y a continuación unirlas mentalmente para formar otra totalidad nueva y homogénea en la que, en cierto sentido, desaparecen las totalidades previas, aunque en otro sentido sigan existiendo.

Es importante que los niños construyan sumas mediante sus propias acciones mentales, no sólo porque se trata de relaciones que cada niño debe construir por sí mismo, sino también porque queremos que el niño las recuerde.

> **"La implicación educativa de la teoría de Piaget sobre la memoria estriba en la importancia de que los niños construyan las sumas mediante sus propias acciones mentales, estableciendo relaciones entre números. Si lo hacen así pueden recodar una red coherente de relaciones mucho mejor que conjuntos arbitrarios de números."**[99]

Los educadores de matemáticas que articulan sus objetivos en función del aprendizaje de "hechos de la adición" y de la escritura de respuestas por parte de los niños, equivale a empezar la casa por el tejado. Si los niños suman cantidades numéricas repetidamente y de forma activa en el contexto de los acontecimientos, juegos y

---

[98] Kamii, Kazuko Constance, "*La adición como objetivo*", en: El niño reinventa la aritmética. Implicaciones de la teoría de Piaget, 4ª ed., Vol. XXIX de la Colección Aprendizaje, Ed. Visor, España, 1994, p. 76.
[99] *Ibidem*, p. 80.

problemas cotidianos que pueden comprender, recordarán los resultados de estas acciones mentales y serán capaces de leer y escribir signos matemáticos convencionales. La atención del maestro deberá centrarse en el pensamiento del niño y no en la capacidad para escribir respuestas correctas. El pensamiento del niño se desarrolla a partir de su intuición y su lógica naturales y los educadores deberían favorecer este desarrollo en vez buscar la definición de objetivos ajenos a esta manera de pensar.

3.3.3. LA SUSTRACCIÓN COMO OBJETIVO

Los niños que pueden establecer correspondencias entre relaciones aditivas y los números escritos deberán ser capaces de usar este conocimiento para expresar su pensamiento en la sustracción. La enseñanza de técnicas que pueden usarse de forma mecánica da como resultado unos fundamentos muy pobres para futuros aprendizajes.

La aritmética debe desarrollarse a partir de la vida concreta de los niños, estableciéndose ésta como punto de partida y no como punto de destino en una unidad didáctica dedicada a determinada operación.

Cuando a un niño (5 años) se le pregunta cuántos lápices le quedarán si le da al niño de al lado uno o dos de los cinco que tiene en la mano, es indudable que encontrará la respuesta usando su propia capacidad natural para pensar. Podrá una partición de una colección o contar con los dedos, y en este sentido ya sabe el significado de la sustracción. No necesita que alguien establezca este significado por él, y desde un punto de vista piagetiano no puede ser establecido por nadie que no sea el mismo individuo. Si los niños inventan una técnica, como el recuento de puntos y dedos, se trata de un método propio, enraizado en su manera de pensar. Cuando le damos el mismo procedimiento previamente "masticado", le estamos enseñando trucos procedentes del exterior que pueden usar mecánicamente con el fin de producir respuestas que satisfagan a los adultos.

El dominio de la adición prefigura la aptitud para la sustracción, las descripciones negativas (en sentido aritmético), surgen de la capacidad creciente del niño para establecer relaciones que culminan en la reversibilidad.[100]

En comparación, si presentamos dos conjuntos con una cantidad distinta de objetos a niños de cuatro años, es mucho más probable que obtengamos la respuesta correcta si les preguntamos dónde hay más que si le preguntamos dónde hay menos.

Puesto que los niños tienden a pensar positivamente, y dado que construyen la sustracción, después y a partir de la adición. Del mismo modo que se dan cuenta de la sustracción de una ficha después de darse cuenta de su adición y que consideran la clase complementaria negativamente después de considerarla positivamente, los niños llegan a ser capaces de restar después de haber llegado a realizar sumas mentalmente.

En la vida real, casi siempre es imposible delimitar claramente la línea que separa la adición, la sustracción la multiplicación y la división.

Por lo tanto, al utilizar problemas con argumento, nuestro objetivo no debe ser ni que los niños lleguen a ser capaces de resolver problemas específicos de sustracción como "separar", "comparar", e "igualar", ni que lleguen a ser capaces de escribir ecuaciones. En vez de ello, el objetivo debe ser que los niños lleguen a ser capaces de estructurar lógico-aritméticamente su realidad mediante el establecimiento de relaciones parte-todo.

Sólo después de que el niño haya establecido esta relación lógica puede esperase que deduzca la cantidad exacta. Piaget mostró que los niños tiene que estructurar lógicamente la realidad antes de estructurarla lógico-aritméticamente, y que la aritmética se desarrolla a partir de la lógica. Describiendo así acciones mentales que realiza el niño.

[100] Kamii, Kazuko Constance, "*La sustracción como objetivo*", en: El niño reinventa la aritmética. Implicaciones de la teoría de Piaget, 4ª ed., Vol. XXIX de la Colección Aprendizaje, Ed. Visor, España, 1994, p. 108.

Esta visión de la aritmética es muy distinta de la que considera un cuerpo de conocimientos formados por "conceptos", "hechos" y "técnicas" que deben ser aprendidos.

A la luz de la teoría de Piaget, si un tipo de problema era más difícil que otro, la causa podría residir en las diferencias de dificultad al establecer relaciones correctas entre las partes y el todo. Por ejemplo, "separar" parece fácil porque sólo implica extraer (mentalmente) una parte de un todo. El niño podría obtener la respuesta pensando primeramente en el todo y después en cada una de las partes, en un proceso que podría constar de una serie de actos sucesivos en vez de simultáneos.

"Comparar" parece mucho más difícil que "separar" porque implica dos todos , uno de los cuales debe ser "transportado" mentalmente hasta el otro y debe ser considerado como parte del todo mayor. La lógica de esta relación parte-todo parece extremadamente difícil antes de los siete u ocho años de edad, porque la diferencia entre los dos conjuntos no puede concentrarse sin pensar simultáneamente en las partes y en el todo.

Los niños para ser capaces de resolver problemas han de desarrollar primero su lógica. Una vez desarrollada ésta, pueden deducir (con precaución) la respuesta correcta. A los siete u ocho años de edad, un momento crucial en el desarrollo de la lógica del niño.[101]

En la cuestión sobre "igualación"(¿Cuántas más...?), la relación parte-todo es más fácil, porque implica un conjunto y la acción positiva de la adición.

Para un niño no puede haber una "estructura del problema" hasta que él mismo erija esta estructura en su mente, en una escuela que fomente que cada niño piense activamente y a su manera ante todo tipo de situación. Los niños que finalmente llegan a ser conscientes de cómo producen una respuesta son más capaces de expresar sus ideas con el lenguaje normal y con símbolos que con ecuaciones. Cuando los niños muestran

---

[101] *Ibidem*, p. 112.

cómo han llegado a la respuesta ya sea contando, quitando etcétera, simplemente exteriorizan la acción que han desarrollado para llegar a la respuesta.

Los problemas con argumento basados en situaciones de la vida real pueden y deben construir el foco de actividad de los niños. Debe fomentarse que el niño piense a su manera para que estructure lógico-aritméticamente su realidad.

3.4. Las regletas de colores Cuisenaire

Cubos y regletas de diferentes longitudes, no divididos en segmentos, son un ejemplo de materiales diseñados para materializar conceptos aritméticos sin referencia a la numeración. Tienen un código de colores tal que en cada "familia" de colores se presentan ciertas relaciones matemáticas. Los colores dan pista de las formas y las relaciones que se deben descubrir sin introducir números ni otros símbolos. Se discute si es útil sustituir las relaciones numéricas por relaciones de colores, ya que los niños primero tienen que aprender un código y después otro. Pero a pesar de ello, las regletas de Cuisenaire han sido de los materiales más adoptados por los profesores en la aula, entre los muchos disponibles para la enseñanza orientada al concepto. Aun reconociendo su utilidad para la enseñanza de las fracciones y las proporciones (razones), Dienes y otros han expresado algunas reservas sobre su empleo exclusivo en el aula.[102]

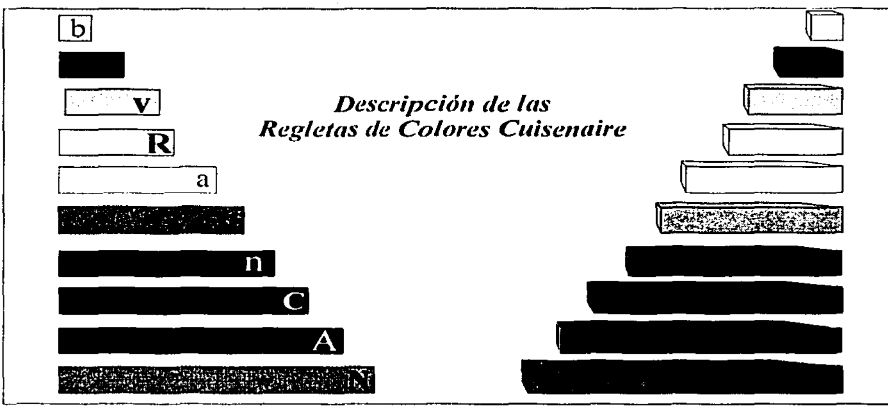
Dienes se preocupaba por la posibilidad de que el aprendizaje de los niños quedase asociado a un conjunto de materiales, y que esto supusiera una interferencia con el proceso de abstracción del proceso deseado. Pero el mayor defensor de las regletas de Cuisenaire (Gattegno, 1963)[103] parece opinar que son un sistema único para resolver los problemas asociados a la enseñanza de las matemáticas a los niños, tanto porque son una materialización de las relaciones y estructuras centrales de las matemáticas, como porque estimulan la intuición y la investigación.

---

[102] Dienes Zoltan, P., "*Los materiales manipulativos*", en: Resnick, Lauren B. (comp.), La enseñanza de las matemáticas y sus fundamentos psicológicos, Ed. Paidós, Barcelona, 1990, pp. 143-151.
[103] Márquez, Ángel Diego, La enseñanza de las matemáticas por el método de los números en color o método Cuisenaire, *op. cit.*, p. 51.

3.4.1. DESCRIPCIÓN DE LAS REGLETAS DE COLORES CUISENAIRE

El material esencial empleado para la aplicación del método Cuisenaire está constituido por regletas o barras de color, de 1cm^2 de sección y de una longitud que va de 1 a 10 cm, es decir, por prismas rectangulares. Cada longitud está asociada a un color diferente y simboliza un número.



El juego total de regletas que integra una "caja Cuisenaire" se compone de la manera que indica la figura 5.1.

Es imprescindible que los niños cuenten con el número de regletas necesarias, el número que se requiere depende del tipo de ejercicio y de la tarea que realicen, es recomendable disponer por lo menos de una caja para un equipo de 5 alumnos.[104]

[104] Márquez, Ángel Diego, <u>El material Cuisenaire</u>, 2ª ed., Ed. El Ateneo, Buenos Aires, 1967, p. 55.

LONGITUD DE LAS REGLETAS EN CM Y NÚMERO QUE SIMBOLIZAN	NÚM. DE REGLETAS	COLOR	FAMILIA DE COLORES	LONG. ACUM. EN CM.
1	50	Madera Natural	Madera	50
2	50	Rojo	ROJO	100
4	24	Rosa		100
8	12	Café		96
5	20	Amarillo	AMARILLO	100
10	10	Naranja		100
3	33	Verde Claro	VERDE	99
6	16	Verde Oscuro		69
9	11	Azul		99
7	14	Negro	Negro	98

Figura 5.1. El juego total de regletas que integra una caja Cuisenaire.

3.4.2. EL COLOR

Según el autor del método, esos colores han sido elegidos después de una experimentación prolongada, es decir, han sido establecidos científicamente.

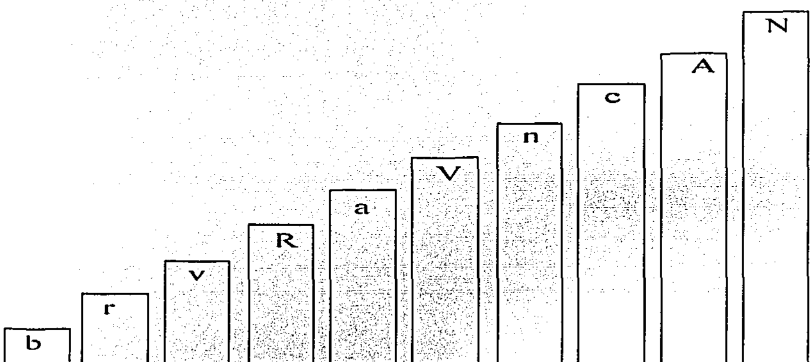
La elección de los colores, basándose en las siguientes consideraciones:

a) La utilidad didáctica de agrupar las longitudes de las regletas en cinco familias según las relaciones naturales que presiden la construcción de los números.
b) Una lógica de adulto, que incita, en la medida de lo posible, a hacer coincidir las relaciones naturales de los números con las relaciones naturales de los colores, manteniendo los contrastes entre los colores de las diversas familias. Por ejemplo, que el amarillo (5) conduce, multiplicado por el rojo (2) al anaranjado (10).

c) En el interior de una familia dada, la regla menos larga corresponde al color menos denso. En la familia de los rojos el rojo (2), siendo su doble el rosa (4). El verde claro (3), siendo su doble el verde oscuro (6).

d) Los cubos unitarios (1) son de madera natural-neutro situado al igual distancia de todos los otros colores (rojo, amarillo, verde, negro). El cubo unidad debe poder integrarse en la construcción de todas las familias por vía de la adición 1+1.

Si seriamos los 10 elementos para formar la "escalera" de Piaget, podemos observar que los peldaños se diferencian uno de otro por el contraste de colores.



La asociación del color a la longitud contribuye al fácil reconocimiento del número. El color es un valioso auxiliar para acelerar el conocimiento del número. Y si el color es útil para la identificación de los primeros números resulta fundamental en el momento en que se va a iniciar la construcción del conocimiento lógico-matemático mediante la actividad relacionante. Recordemos que una idea básica sobre la que se funda el método es "el estudio del número por y para las relaciones."[105]

[105] Márquez, Ángel Diego, El color, la familia de colores y principios psicopedagógicos, 2ª ed., Ed. El Ateneo, Buenos Aires, 1967, p. 58.

Como ya se dijo, las regletas están coloreadas siguiendo un parentesco de colores correspondiente a su parentesco matemático, cosa que facilita la construcción de la relación de los números (el doble, la mitad). La regleta cuatro (rosa) es el doble de la regleta dos (roja) y la mitad de la regleta ocho (café).

La unidad (madera natural) constituye la clase singular.

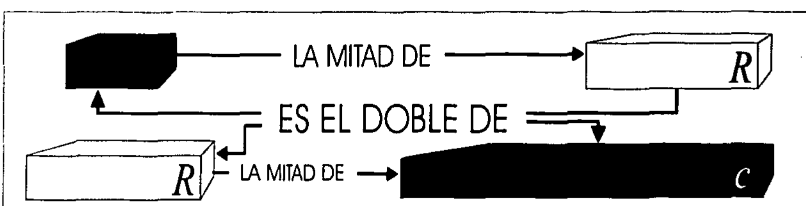
La serie 2, 4, 8 (familia roja) constituye una clase binaria que se obtiene multiplicando 2=2X1, 4=2X2, 8=4X4.

La serie 5, 10 (familia amarilla) es binaria y se obtiene igualmente multiplicando 10=5X2.

La serie 3, 6, 9 (familia verde) es una clase mixta binaria- ternaria 3=3X1, 6=3X2, 9=3X3.

La clase 7 es también una clase singular. Por lo que le corresponde el color negro.

Los niños descubren las relaciones elementales, primero a través de la construcción del conocimiento lógico-matemático, reconociendo los atributos de las regeltas en su parte prenumérica. Más grande que, más chico que, mitad, doble, etcétera.



El color que se asocia al número no es sólo un mero simbolismo convencional. El color agrega un elemento suplementario de representación sensorial que contribuye, a la construcción del concepto de número y sus relaciones.

El método Cuisenaire es un método de sólida fundamentación psicopedagógica. Podríamos decir que es el recurso didáctico que más se adapta a los conceptos vigentes acerca de la génesis del número en el niño y del proceso del aprendizaje operatorio de las nociones matemáticas fundamentales, tal como lo concibe la moderna psicología del aprendizaje.

El docente que tenga una comprensión amplia de la génesis del número y cómo se verifica el proceso del aprendizaje de las operaciones, tendrá la posibilidad de aplicar este método y sacará mejor partido de las situaciones e insistirá en las actividades que resulten básicas para el aprendizaje. Además, estará en condiciones de comprender las incógnitas que ese aprendizaje plantea y de proponer otras que surjan de la observación sistemática durante la aplicación del método.[106]

Toda la labor de iniciación matemática implica el conocimiento por parte del educador de la génesis del número en el niño, paso previo a la comprensión de los mecanismos que están en la base de las operaciones.

Es Piaget sin duda, quien más exhaustivamente ha investigado, en forma experimental la génesis del número en el niño.

Al nivel prelógico corresponde, se observa, un periodo prenumérico. En el curso del pensamiento prelógico, preoperatorio del niño, es decir, puramente intuitivo, no hay número propiamente dicho, sino solamente figuras perceptivas. Son estas figuras las que le permitirán restablecer ciertas distinciones entre los conjuntos de objetos y efectuar manipulaciones prácticas, pero no son operatorias. Excedería los objetivos de este capítulo seguir paso a paso las investigaciones de Piaget sobre la génesis del número.

[106] *Ibidem*, p. 62.

El número es, pues, equivalencia en general y orden en general. Cada unidad es equivalente a todas las otras y no obstante distinta, según el orden que ocupan en la serie.

Es preciso, antes de iniciar al alumno en el aprendizaje de los números y de las operaciones básicas, certificar la madurez alcanzada por el niño para lograr este aprendizaje. Lógicamente será necesario comprobar si el niño ha alcanzado conciencia de la conservación de los conjuntos, y de la conservación de la equivalencia, y si es capaz de construir los números desde un punto de vista operatorio (noción de relación entre las partes y el todo y capacidad de seriación de tamaños.[107]

Verificada la existencia de la necesaria madurez para la iniciación matemática del niño, resulta imprescindible para el educador conocer el proceso del pensamiento operatorio en el aprendizaje de las operaciones básicas.

Piaget ha puesto de relieve la naturaleza operatoria del pensamiento. El espíritu se compone de "imágenes", contenidos rígidos y esquemas de acción u "operaciones".

Toda operación mental debe ser considerada como una forma interiorizada de las operaciones concretas. Por ello es previa a la operación mental, en los primeros años de vida del niño la realización efectiva de la operación.

Las operaciones mentales, afirma Piaget, deben ser consideradas como formas interiorizadas de las operaciones concretas.

De ahí el papel fundamental de las actividades prácticas en la elaboración de las nociones y en especial el valor del método Cuisenaire, que permite la realización de todas las operaciones prácticas, efectivas (realizadas a través de material concreto), facilitando su interiorización. Como ha observado Piaget, en un comienzo el niño necesita el soporte de lo real (hacer dicho ejercicio en la práctica). (Márquez, 1968).

---

[107] *Ibídem*, p. 68.

El método Cuisenaire favorece ampliamente la posibilidad de accionar del niño. El manejo de ese material favorece el surgimiento de las imágenes.

Las regletas de colores hacen surgir, a través del trabajo propio del niño, de sus manipulaciones, de sus acciones, las imágenes que permitirán la realización interiorizada de las operaciones básicas.

La adquisición de la conciencia de la reversibilidad de las operaciones desempeña papel primordial en la construcción de esas nociones. Afirma Piaget: "Puede hallarse la forma inicial, rehacer el todo con las partes, compensar cada deformación con una transformación inversa."[108]

El niño, manipulando sus regletas de colores, compone y descompone, transforma. Realiza sobre material concreto lo que luego interiorizará, efectúa la operación directa y la operación inversa (el ejercicio operatorio abarca su ejecución en ambos sentidos).

> "La operación será precisamente comprendida, como ya hemos dicho, cuando el sujeto esté en condiciones de realizarla en su forma directa e inversa, es decir, cuando el niño alcance conciencia de su REVERSIVILIDAD. (La resta como operación inversa de la suma, la división como operación inversa de la multiplicación)."[109]

El material Cuisenaire, mediante sus ejercicios de composición y descomposición, obliga, como se verá pertinentemente, a la realización de operaciones en su forma directa e inversa.

Un tercer aspecto del pensamiento operatorio, puesto de relieve por Piaget, es la ASOCIATIVIDAD, es decir, la posibilidad de alcanzar un mismo resultado siguiendo caminos diferentes. El pensamiento puede llegar a un mismo resultado mediante procedimientos diversos, la base del material Cuisenaire es la relación, afirma Gategno: "El valor

[108] Piaget, Jean, Psicología de la inteligencia, París, 1947, p. 56.
[109] Márquez, Ángel Diego, La enseñanza de las matemáticas por el método de los números en color o método Cuisenaire, *op. cit.*, p. 46.

matemático del método que surge del material Cuisenaire reside en el hecho de que es susceptible de ser expresado en términos de relación."[110]

Todos los números serán "descubiertos" mediante una actividad relacionante, todas las operaciones matemáticas surgen de las relaciones que pueden establecer objetivamente mediante el empleo de las regletas de colores Cuisenaire.

El que a una operación del "grupo" en cuanto ente matemático, corresponda siempre una operación inversa, expresa según Piaget, la reversibilidad de las acciones transformadas así en operatorias, y en el plano práctico, expresa la conducta de retorno. La ASOCIATIVIDAD corresponde a la posibilidad de alcanzar el mismo punto de llegada por caminos diferentes, es decir, en el plano práctico a la conducta del rodeo.

Gattegno nos ha mostrado cómo el niño, mediante el empleo de las regletas Cuisenaire, no tarda en reconocer las tres estructuras fundamentales de las matemáticas modernas: las relaciones de equivalencia, las relaciones de orden y las relaciones algebraicas.

> "Descubre las relaciones de equivalencia cuando observa regletas del mismo color y longitud, pero después en las (estrategias) se hablará como también descubre las equivalencias en la multiplicación.
>
> Las relaciones de orden: tomando al azar varias regletas el niño inmediatamente a través de sus diferentes tamaños puede establecer un orden.
>
> Las relaciones algebraicas, que resultan de la introducción de una operación sobre el conjunto de regletas. El niño combina espontáneamente sus regletas de diversos modos para producir una variedad extraordinaria de esquemas si adquiere conciencia de que dos regletas colocadas una a continuación de la otra reeemplazan, en cuanto a longitud, a otras dos colocadas extremo a extremo, ha introducido un álgebra sobre el conjunto."[111]

---

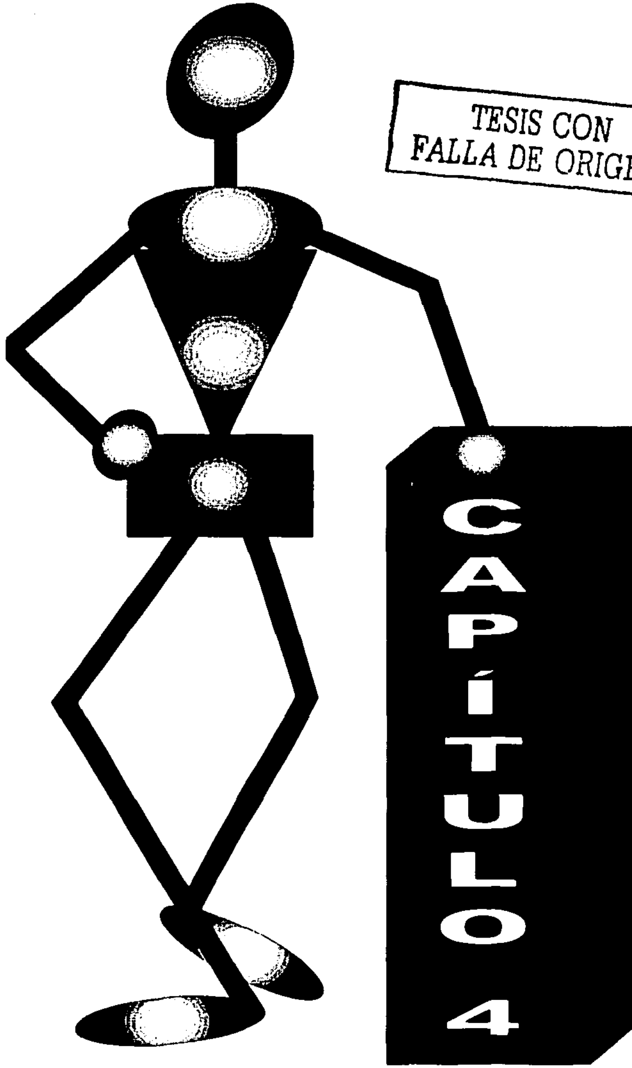
[110] *Ibidem*, p. 53.
[111] *Ibidem*, pp. 50-51.

El empleo del método Cuisenaire permite al niño alcanzar rápidamente tales estructuras fundamentales mediante el manejo del material, dialogando con él. Puede además recombinar tales estructuras para lograr estructuras más especiales, más ricas y fecundas.

Se logra así mediante este método, la construcción del conocimiento lógico-matemático en el niño, conforme a su desarrollo psicológico, con el desarrollo de la lógica del niño, conforme con los principios de una psicología del aprendizaje y las exigencias modernas.

Debemos tener en cuenta que todo cuanto trabajamos con el niño, es interpretado por éste de una manera muy particular y diferente, no como lo haría un adulto, debido a su propio sistema de pensamiento; así, las cosas que observa y experimenta es interpretado de un modo distinto. Éste sistema de pensamiento no es más que las manifestaciones de las estructuras que evolucionan a lo largo de su desarrollo. Por ello es que se comenta que el maestro debe conocer esta evolución y el momento en que él niño se encuentra, ya que así se tiene un elemento para comprender las posibilidades que tienen los alumnos para comprender los algoritmos y las dificultades que presentará en la construcción de su pensamiento lógico-matemático y lógico-aritmético. Es erróneo esperar que todos los alumnos avancen al mismo ritmo y nivel, de igual manera es creer que obtendremos los mismos resultados en cada uno de ellos.

Debemos permitir que él niño construya, invente, que formule sus propias hipótesis no importando si sabemos que son erróneas ya que dejaremos que él mismo compruebe sus supuestos, obviamente no se esta olvidando al maestro ya que éste a través de plantear interrogantes y situaciones conducirá al planteamiento de nuevas hipótesis. De esta manera no estamos sustituyendo su verdad por la nuestra, ni le impedimos pensar sometiéndolo a criterios de autoridad. Esto no tiene otra intención que formar individuos mentalmente activos.


CAPÍTULO 4

CAPÍTULO 4

ESTRATEGIAS DE APOYO PARA LA ENSEÑANZA DE LAS OPERACIONES BÁSICAS PARA SEGUNDO GRADO DE PRIMARIA CON REGLETAS DE COLORES CUISENAIRE

Las estrategias didácticas con el material Cuisenaire son una compilación tomando como referencia el libro del profesor Romeo Froylán Caballero Ramos y el de Angel Diego Márquez, "La enseñanza de las matemáticas por el método de los números en color o método Cuisenaire". Siguiendo la secuencia didáctica planteada en el libro de "Actividades de Matemáticas SEP" propuestos por Irma Fuenlabrada y David Block.

A través de reconocer qué se espera del profesor en la enseñanza de las matemáticas, específicamente de la aritmética de acuerdo con la SEP, después de analizar el desarrollo del pensamiento lógico en el niño, presentado en el capítulo 2 visto a la luz de la teoría psicogenética, reconociendo a ésta como la cual va a dar sustento teórico tanto a los planes y programas según Fuenlabrada y Block, y al método Cuisenaire.

Teniendo siempre presente que las observaciones y manipulaciones sólo son útiles en el contexto propio del pensamiento lógico del niño.

Siendo que en este trabajo de investigación un punto que llegó a romper mi esquema como pedagoga y profesora de primaria fue el pensamiento de Piaget, presentaré mis estrategias de apoyo, paso a paso tomadas de la mano de la teoría piagetiana.

El conocimiento lógico-matemático se compone de relaciones construidas por cada individuo, el número es una relación creada mentalmente por cada individuo, a través de la abstracción empírica (esta abstracción se da cuando el niño reconoce sólo los atributos fiscos de las regletas-conocimiento esterognóstico). La abstracción reflexionante comporta la construcción de relaciones entre los objetos (iguales, distintos, más que, menos que), recordando que las relaciones no tienen existencia en la realidad exterior ya que esta realidad sólo existe en el pensamiento de quienes la pueden establecer entre los objetos.

A través interacción de la abstracción empírica y la abstracción reflexionante se construye el conocimiento lógico-matemático. Empleando como recurso didáctico las regletas de colores, el conocimiento lógico-matemático se estará construyendo a través del manejo del sentido esterognóstico y explotando la parte prenumérica (mayor que, menor que, igual, etcétera).

Cuando los niños establecen relaciones entre todo tipo de contenidos, su pensamiento se hace más móvil, y uno de los resultados de esta movilidad es la estructura lógico-matemática del número. El número se construye mediante la adición repetitiva de 1, cuando el niño construya su inclusión jerárquica, cuando realice su adición repetida de 1 e identifique en cada regleta una inclusión jerárquica de número se estará construyendo en el niño su conocimiento lógico-matemático. Reconociendo así que el número no es de naturaleza empírica, el niño lo construye mediante la abstracción reflexionante a partir de su propia acción mental de establecer relaciones entre objetos.

Los conceptos numéricos no pueden enseñarse ya que el niño lo construye desde dentro, a partir de su propia capacidad natural de pensar.

Las estrategias didácticas que se enumeran, son sencillamente pocas para la construcción del concepto de número, pero si cada profesor tiene estos preceptos bien claros, será capaz de acuerdo con su propia creatividad de poner en juego un abanico más amplio de estrategias respondiendo a las necesidades particulares de su grupo.

En cuanto a **la importancia de la interacción social**, los niños no necesitan ninguna enseñanza directa para progresar en el ámbito lógico-matemático. La confrontación con una idea conflictiva casi siempre acarrea un pensamiento de mayor nivel. Este es un aspecto que como profesora, "cómo cuesta" llevar a la práctica **el trabajo en equipo y el planteamiento del conflicto cognitivo**, el cual, duele reconocer tristemente, que en muchas ocasiones no es llevado a la práctica por desconocimiento de muchos conceptos matemáticos. En los pocos años que llevo como profesora me queda bien claro que la construcción del conocimiento lógico-matemático jamás se dará a través de la transmisión social (quizás algunos conceptos, pero uno como profesor hace o abusa de la transmisión social).

Respecto al **valor de la posición como objetivos**, una vez que el niño ha construido la idea de un número (entero natural) por medio de la abstracción reflexionante, podrá representarlo en diversas formas de expresión (una regleta, un color, símbolo, signo, etcétera).

Para la tarea del valor de posición como objetivo, la SEP pone a disposición de los profesores el manejo de dos recursos didácticos: en particular, las fichas de colores y los bloques aritméticos en su base 10, muy similares en su manejo propuesto por Cuisenaire. Lo que no debemos perder de foco, es que **las decenas sólo pueden enseñarse cuando el niño ya ha construido las unidades; por la misma razón, las centenas sólo pueden enseñarse una vez que haya construido las unidades y las decenas.**

En lo referente a **la adición**, teniendo presente siempre la inclusión jerárquica, la unión de dos o más conjuntos (la unión de dos inclusiones jerárquicas —la unión de dos o más regletas) conforman una adición. Los problemas se presentan cuando uno como profesor baña toda esta construcción lógico-aritmética con técnicas o trucos que lejos de ayudar al alumno siempre lo confunden cada vez más.

Mientras que en **la sustracción**, la relación parte-todo igualación, separación, distinción, comparación, contar hacia atrás, contar hacia delante, el objetivo que nos ocupará cuando el niño erija su estructura del problema a través de las regletas es que él erija su estructura (o relación) del problema, pensando activamente y estructurando sus relaciones parte-todo, que establezcan una o más relaciones entre los números construyendo una red de relaciones progresivamente más coherente y amplia.

En tanto para **la multiplicación y la división**, es importante recordar que el propósito de la enseñanza de la multiplicación y la división no es únicamente ni principalmente que los alumnos sepan ejecutar las técnicas usuales para calcular los resultados. Se pretende que los niños logren una comprensión amplia del sentido de estos algoritmos, que puedan aplicar con flexibilidad para resolver una variedad de problemas cada vez mayor, que sean capaces de proporcionar mentalmente resultados aproximados y que dispongan de estrategias de cálculo adecuadas.

Los problemas de multiplicación más familiares para los niños, y más adecuados para introducir esta operación, son aquéllos en los que se establece una relación proporcional entre dos magnitudes, por lo que en esta propuesta se maneja la multiplicación a través de los arreglos rectangulares.

Finalmente, antes de conocer formalmente la **división**, los niños pueden resolver problemas que implican el uso de esta operación de muy diversas maneras: repartiendo y contando, sumando, restando, etcétera. Un paso muy importante en este proceso es empezar a hacer multiplicaciones para encontrar el cociente. Así, al plantear a los alumnos problemas sencillos de división, se propicia que afirmen sus conocimientos sobre los anteriores algoritmos empleados.

4.1. USO DEL SENTIDO ESTEROGNÓSTICO

En este punto se tratará la construcción del conocimiento lógico-matemático a través de la abstracción empírica y abstracción reflexionante, reconociendo los atributos físicos de las regletas, empleando los sentidos (oído-tacto-vista).[112]

[112] Márquez, Ángel Diego, Cualidades del material Cuisenaire. 2ª ed., Ed. El Ateneo, Buenos Aires, Argentina, 1967, p. 68.

4.1.1. COMPOSICIÓN LIBRE. DESCUBRIMIENTO DE LA RELACIÓN COLOR-TAMAÑO

PROPÓSITOS:

Que los alumnos:

Se familiaricen con las regletas de colores jugando libremente con ellas.

Deduzcan la relación color-tamaño que existe en las regletas.

MATERIAL NECESARIO:

Regletas de colores.

ESTRATEGIAS DIDÁCTICAS:

Se comenta con los alumnos que tenemos dentro de unas cajas unos juguetes que han gustado mucho a otros niños. Cuando los alumnos piden conocerlos, se inicia la actividad.

A cada equipo se le proporciona una caja de regletas y se invita a sus integrantes a jugar con ellas, impulsando poco a poco el juego colectivo y la construcción de casas, personas o situaciones diversas con el material.

Cada equipo inventa un cuento o historieta que haya sucedido dentro de la construcción que hizo y presenta sus trabajos a todo el grupo, propiciando el diálogo, la reflexión y el debate entre todos los integrantes del mismo.[113]

4.1.2. CHOCOLATE MOLINILLO. USO DEL SENTIDO ESTEREOGNÓSTICO PARA RECONOCER EL COLOR DE TRES REGLETAS CONSECUTIVAS

PROPÓSITOS:

Que los alumnos:

Identifiquen y serien las regletas más chicas (blanca, roja y verde claro y de manera consecutiva).

Reconozcan las relaciones chico, mediano y grande.

---

[113] Caballero Ramos, Romeo Froylán, Juegos para el conocimiento de las regletas, Edición del autor, México, 2000, p. 11.

MATERIAL NECESARIO:

Regletas de colores.

ESTRATEGIAS DIDÁCTICAS:

Se platica con los alumnos, que hace mucho tiempo se acostumbraba tomar chocolate calientito, que se preparaba en ollas de barro. Antes de servir el chocolate, se agitaba con un molinillo para sacarle espuma. Si es posible, se hace una representación teatral de este hecho.

También se recomienda cantar con los niños la siguiente canción, ya muy conocida en nuestro país.

CANTO:

"Chocolate molinillo tienes cara de zorrillo
Estirar, estirar que el demonio va a pasar
con una regleta color ..."

Decir a los alumnos que vamos a jugar todos los integrantes del grupo. Para tal fin todos tomaremos las tres regletas más chicas, reconociendo por medio del tacto los tamaños de las mismas sin utilizar la vista.

Después pondremos todos las manos atrás sin soltar las regletas; y nos convertiremos en magos que adivinan el color de las mismas sin verlas. Por ejemplo, teniendo todas las manos atrás, el profesor circulando por el salón y conduciendo el canto del chocolate molinillo, pide que todos muestren levantando con la mano una regleta color "-----------------". Después son los mismos niños los que conducen el juego.

Los niños plantarán sus reglas, por ejemplo: A los niños que se equivoquen tres veces, deberán bailar, cantar, recitar, hacer una representación cómica o contar un chiste al final de la clase.

Por último, se pide a los niños que acomoden el material en sus bolsitas respectivas o en cajas.[114]

4.1.3. EL PESCADOR. USO DEL SENTIDO ESTEREOGNÓSTICO PARA RECONOCER UNA ENTRE DIEZ REGLETAS

PROPÓSITO:

Que el niño identifique con el sentido estereognóstico, una de las regletas entre las diez que forman la serie.

MATERIAL NECESARIO:

Regletas de colores.

Platos de cartón de los que se usan en las fiestas infantiles, es decir, que tengan dibujos atractivos para los niños. (Los platos serán estanques en donde el niño pescará).

ESTRATEGIAS DIDÁCTICAS:

Se comenta con los niños, algún cuento, relato o anécdota referente a los peces y a los pescadores.

Se reparte el plato de cartón para cada niño.

Se pide a los niños, que coloquen dentro de su plato, una serie completa de todas las regletas.

Después, cada niño se coloca su plato en la cabeza, afianzándolo con una mano, y con otra va a pescar. Para ello el profesor circula por todo el salón dirigiendo el canto del pescadito y pide a un niño que diga uno de los colores de las regletas. Todos los niños deberán intentar pescar un pececito de ese color con el sentido esteregnóstico. Más adelante son los mismos niños los que conducen el juego.[115]

[114] *Ibidem*, p. 13.
[115] *Ibidem*, p. 16.

CANCIÓN DEL PESCADITO:

"En el agua clara
que brota en la fuente
un lindo pescado sale de repente.

Lindo pescadito
no quieres salir
a jugar conmigo
vamos al jardín.

Mi mamá me ha dicho
no salgas de aquí
porque si te sales
te vas a morir."

4.1.4. ADIVINA ADIVINADOR. USO DEL SENTIDO ESTEREOGNÓSTICO PARA RECONOCER UNA REGLETA

PROPÓSITO:

Que los alumnos:

Identifiquen el color de una de las 10 regletas utilizando el sentido estereognóstico, y sin compararlas directamente con otra u otras.

Desarrollen mentalmente el concepto de seriación.

MATERIAL NECESARIO:

Regletas de colores.

ESTRATEGIAS DIDÁCTICAS:

Se comenta con los niños el papel de los magos en el circo, y una vez que se genera el ambiente adecuado, se les invita a jugar al mago que adivina el color de una regleta sin verla.

Se pasa un alumno al frente y se le pide que se pare frente al grupo y coloque sus manos atrás.

Sin que el alumno vea, se le pone una regleta cualquiera en las manos y se le pide que adivine el color después de que el grupo corea:

"Adivina adivinador
de qué color es esta flor."

El alumno debe decir primero el color y después levantar la regleta que le fue proporcionada. Si acertó en el color se le dan aplausos.

En equipos, el juego se repite tantas veces como se crea necesario, mientras los alumnos muestren interés en jugarlo.[116]

4.2. EJERCICIOS DE REGLETAS. PARTE PRENUMÉRICA

Construcción del conocimiento lógico-matemático a través de la abstracción empírica y abstracción reflexionante mediante las relaciones más grande que, igual que, más chico que, etcétera.

Unir, igualar, quitar, ordenar por tamaño, color, etcétera, empleando la relación color-tamaño.[117]

4.2.1. LOS TRENES. MANEJO DE LAS RELACIONES "MÁS GRANDE QUE", "MÁS CHICO QUE" O "IGUAL QUE"

INTRODUCCIÓN:

Se continúa la construcción de los conceptos de "más chico que" y "más grande que". En este juego, se lanza un dado de colores y se toma la regleta que corresponda al

[116] *Ibidem*, p. 19.
[117] Por la extensión breve del trabajo sólo se menciona una estrategia, pero como se ha expuesto extensamente en los fundamentos psicopedagógicos, las relaciones para la construcción de número son diversas y numerosas.

color que salió, y se van colocando las regletas que forman el tren. Después de 3 rondas, gana quien haya formado el tren más largo.

Tren de Roberto	r	c	b	v

Tren de Nadia	C	a	R

PROPÓSITO:

Que los alumnos sigan construyendo los conceptos de "más chico que" y "más grande qué" e "igual de grande que".

MATERIAL NECESARIO:

Regletas de colores.
Un dado con colores chicos de las regletas y otro con los colores grandes.
Silbato.

ESTRATEGIAS DIDÁCTICAS:

Se platica con los niños las experiencias que tengan con los trenes y la forma como funcionan.

El juego de los trenes consiste en que cada jugador lanza los dados de colores y toma las regletas correspondientes, con el objetivo de armar un trenecito.

Gana el jugador que al final de 5 rondas, haya enganchado el tren más largo. Se ordenan de menor a mayor y se marca claramente si hay trenes iguales y cuál fue el tren más chico a todos.[118]

4.3. CONCEPTO DE NÚMERO CON REGLETAS

Inclusión jerárquica mediante la adición repetitiva de 1, identificando el valor numérico de cada regleta.

[118] Caballero Ramos, Romeo Froylán, Juegos para descubrir las relaciones de equivalencia, Edición del autor, México, 2000, p. 28.

4.3.1. LOS ELEFANTES. EJERCICIOS DE CONTEO

INTRODUCCIÓN:

Platicamos con los niños algún cuento, relato o anécdota relativa a los elefantes. Después les invitamos a contar elefantes con la tonada de:

"Un elefante se columpiaba sobre la tela de una araña,
como veía que resistía fueron a llamar otro elefante.
Dos elefantes se columpiaban sobre la tela de una araña,
como veían que resistían fueron a llamar otro elefante.
Tres elefantes se columpiaban sobre la tela de una araña,
como veían que resistían fueron a llamar otro elefante..."

PROPÓSITO:

Que los alumnos realicen conteos y cambios con regletas de colores.

MATERIAL NECESARIO:

Regletas de colores.
Silbato.

ESTRATEGIAS DIDÁCTICAS:

Se distribuye al grupo en equipos de trabajo de 4 a 6 regletas de colores.

A cada equipo se le proporciona una caja de regletas y se invita a sus integrantes a jugar con ellas, el juego de los elefantes, quedando de acuerdo en que cada regleta blanca representa un elefante.

Mientras se va cantando, se toma un elefante con una mano y se coloca en la otra, simulando una tela de araña en la que se mece. También los niños balancean sus cuerpos mientras cantan. Cuando el profesor haga sonar el silbato, cada niño cambiará sus elefantes por la regleta del color que corresponda.[119]

4.3.2. Los perritos. Ejercicios de conteo en sentido contrario

INTRODUCCIÓN:

Se realiza un conteo en sentido inverso, partiendo del que se llegó en el juego de los elefantes, diciéndoles a los niños, que con unos polvitos mágicos convertiremos a los elefantes en perritos. A continuación se platica con los niños algún cuento, o que ellos hablen de alguna experiencia o anécdota referente a perritos. Y se canta con ellos la siguiente tonada:

"Yo tenía 10 perritos, yo tenía 10 perritos,
uno se lo di a Don Seve, ya nomás me quedan nueve, nueve.
De los nueve que tenía, de los nueve que quedaban,
uno se lo di a un jarocho, ya nomás me quedan ocho, ocho..."

PROPÓSITO:

Que los alumnos cuenten al revés, es decir, que vayan quitando.

MATERIAL NECESARIO:

Regletas de colores.

ESTRATEGIAS DIDÁCTICAS:

Se distribuye al grupo en equipos de trabajo de 4 a 6 regletas de colores.

A cada equipo se le proporciona una caja de regletas y se invita a sus integrantes a jugar con ellas, el juego de los perritos, quedando de acuerdo en que cada regleta blanca representa un perrito.

[119] Caballero Ramos, Romeo Froylán, Clasificación, seriación y conteo, Edición del autor, México, 2000, p. 55.

Cantarán la tonada de los perritos y terminarán de escribir la letra de dicha canción de acuerdo con su creatividad.[120]

4.3.3. EL METRO. ASIGNACIÓN DE UN VALOR NUMÉRICO A CADA REGLETA

PROPÓSITO:

Que los alumnos relacionen las regletas con el número que representa.

Establezcan correspondencia biunívocas.

MATERIAL NECESARIO:

Regletas de colores.

ESTRATEGIAS DIDÁCTICAS:

Se distribuye al grupo en equipos de trabajo de 4 a 6 regletas de colores.

A cada equipo se le proporciona una caja de regletas y dados de puntos.

Cada jugador maneja un convoy, formado por cuatro vagones de diferente color (todos los jugadores tendrán la misma combinación). Por turnos cada jugador lanza los dados que van a representar las personas que suben en cada parada.

El primer jugador que logre llenar un convoy gana el juego. En cada parada, esto es, dado que se llena una regleta, el jugador deberá gritar cuántos pasajeros lleva.

Ejemplos: Vagón amarillo con 5 pasajeros, vagón verde oscuro con 6 pasajeros ...[121]

---

[120] *Ibidem*, p. 57.
[121] *Ibidem*, p. 60.

4.3.4. DAME LA MANO MANITO. AGRUPAMIENTOS EN DECENA

INTRODUCCIÓN:

Comentar con los alumnos, la utilidad de las manos a la hora de contar, destacando que nuestras manos tienen 10 dedos, pidiéndole que identifique la regleta que representa los diez dedos de la mano, es decir, la regleta naranja.

En este juego, cada que se reúnan 10 unidades, se cambian por una regleta naranja. Por ejemplo:

Se tiene una regleta café y otra amarilla.

Se deberán cambiar por una regleta naranja y otra verde claro.

MATERIAL NECESARIO:

Regletas de colores.
Dados normales de puntos.

PROPÓSITO:

Que los alumnos identifiquen la base de nuestro sistema de numeración decimal.

DESCRIPCIÓN DEL JUEGO

Se distribuye el grupo en equipos de trabajo de 4 a 6 elementos.

A cada equipo se le proporciona una caja de regletas y se invita a sus integrantes a jugar a los dados con ellas.

Los jugadores por turnos lanzan el dado normal y toman la regleta que corresponda con el número de puntos. Siempre que junten los puntos necesarios para cambiar dos o más regletas por una regleta naranja, deberán hacerlo, en caso contrario pierden las regletas en cuestión.

Gana el jugador que primero reúna 3 regletas naranjas.

Se pide a los niños que guarden el material en las cajas, de tal manera que quede en la misma forma como se les entregó.

DURACIÓN DEL JUEGO:

Sesiones de 30 minutos o como el profesor estime necesario.[122]

Esta actividad complementa la lección "Dilo con cartoncitos", de Matemáticas Actividades.[123]

4.3.5. EL BANCO. SUMA DE REGLETAS HASTA DECENAS

PROPÓSITO:

Que los alumnos realicen sumas y realicen sus cambios hasta decenas. En esta estrategia se manejan los agrupamientos en 10 como se menciona en **la construcción del valor de posición.**

MATERIAL NECESARIO:

Regletas de colores.
Dados con puntos.

ESTRATEGIAS DIDÁCTICAS:

Se les pregunta a los niños si conocen un banco y si han entrado, y el tipo de actividades que se llevan a cabo en dicho lugar, etcétera.

---

[122] Caballero Ramos, Romeo Froylán, Lectura y escritura de números naturales y compuestos, Edición del autor, México, 2000, p. 81.
[123] SEP, Matemáticas Actividades segundo grado. Libro para el alumno, México, 2000, pp. 44-45.

Una vez creado el ambiente, se les pregunta que si quieren jugar al banco; se les dicen tres reglas fundamentales:

Cuando puedan cambiar su capital por regletas con valor numérico 10 deben de cambiar, si esto no se hace se le quitará su capital.

Deben realizar bien sus sumas y comprobarlas, para después proceder al cambio.

El niño o niña que gane en las 3 primeras rondas será designado banco.[124]

4.4. LECTURA Y ESCRITURA DE NÚMEROS NATURALES

Para llegar a la lectura y escritura de número naturales, el profesor deberá trabajar, la tarea del valor de posición, agrupamientos en decena, el banco, el cajero, etcétera. Trabajar con fichas de colores, los bloques aritméticos en su base 10.[125]

4.4.1. SERIACIÓN

PROPÓSITO:

Que los alumnos realicen una serie numérica primero de uno en uno hasta el diez (decena) y luego de 5 en 5 y llegar hasta a las centenas.

MATERIAL NECESARIO:

Regletas de colores.

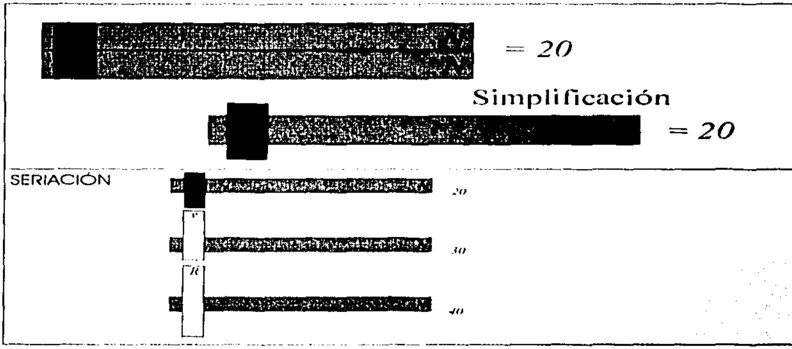
ESTRATEGIAS DIDÁCTICAS:

Se le pide a los alumnos que vamos a escribir números con nuestras regletas. Ellos hasta este momento ya saben contar hasta 19, por lo que se pide que cada miembro del equipo vaya colocando en su mesa la cifra que le corresponde de acuerdo como se pide.

---

124 *Ibidem*, p. 77.
125 *Ibidem*, p. 83.

Cuando se llega al 20 se les pregunta qué regleta tiene el mismo ancho de dos regletas naranjas.[126]



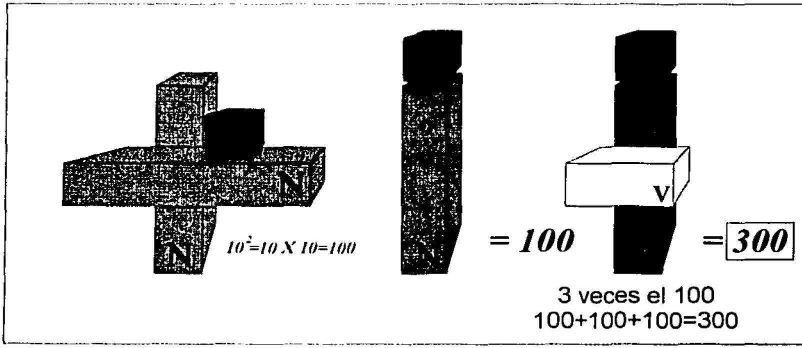
Por lo breve de este trabajo se realiza una secuencia didáctica, tratando de tomar las estrategias más significativas para la construcción de los conceptos numéricos, recordando que el profesor puede seguir la secuencia planteada en los libros de ejercicios, Fichero de actividades y Libro para el maestro, que en una actitud creativa enriquecerá todas su práctica docente.

4.4.2. SERIACIÓN EN CENTENA. ARMAR TORRES

INTRODUCCIÓN:

Cuando se llega a la centena se van a formar torres y se les pregunta a los niños cuál de las regletas tiene el mismo alto de 2 regletas naranjas.

[126] Caballero Ramos, Romeo Froylán, Aritmética con regletas de colores, Edición del autor, México, 2000, p. 89.



Que los alumnos tiren dos dados de puntos y vayan formando cantidades hastadecenas.

Que los alumnos tiren tres dados de puntos y vayan formando cantidades hasta centenas.[127]

4.5. ADICIÓN CON REGLETAS

En las estrategias didácticas propuestas se ha manejado la adición con regletas para llegar a la construcción del concepto numérico. Cuando se hayan construido las unidades, decenas y centenas en el pensamiento lógico del niño y llegar a estructuras convencionales o la lectura y escritura de números de dos cifras con regletas, se propone la suma con transformación.

PROPÓSITO:

Que los alumnos realicen sumas comprobando sus resultados.

Reconocer el valor posicional, para realizar la suma con transformación.

[127] Caballero Ramos, Romeo Froylán, Lectura y escritura de números naturales y compuestos, *op. cit.*, pp. 91-94.

MATERIAL NECESARIO:

Regletas de colores.

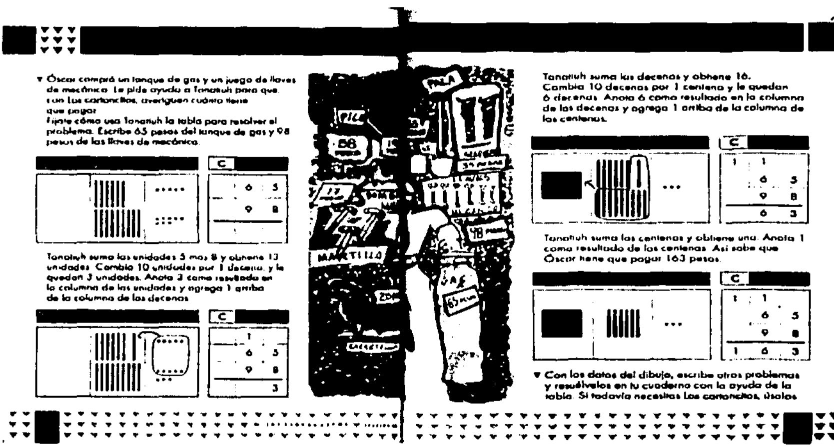
Dados con puntos.

ESTRATEGIAS DIDÁCTICAS:

Los alumnos realizarán un cuadro identificando con azul las unidades, rojo las decenas y amarillo las centenas.

Representará con las regletas números hasta decenas. Sumando el valor absoluto realizará sus transformaciones.

Por equipos realizarán sumas con sus dados de puntos y regletas.



▼ Óscar compró un tanque de gas y un juego de llaves de mecánica. Le pide ayuda a Tonatiuh para que, con los cartoncillos, averigüen cuánto tiene que pagar.

Fíjate cómo usa Tonatiuh la tabla para resolver el problema. Escribe 65 pesos del tanque de gas y 98 pesos de las llaves de mecánica.

Tonatiuh suma las unidades 5 mas 8 y obtiene 13 unidades. Cambia 10 unidades por 1 decena, y le quedan 3 unidades. Anota 3 como resultado en la columna de las unidades y agrega 1 arriba de la columna de las decenas.

Tonatiuh suma las decenas y obtiene 16. Cambia 10 decenas por 1 centena y le quedan 6 decenas. Anota 6 como resultado en la columna de las decenas y agrega 1 arriba de la columna de las centenas.

Tonatiuh suma las centenas y obtiene una. Anota 1 como resultado de las centenas. Así sabe que Óscar tiene que pagar 163 pesos.

▼ Con los datos del dibujo, escribe otros problemas y resuélvelos en tu cuaderno con la ayuda de la tabla. Si todavía necesitas los cartoncillos, úsalos.

Ferretería "La Tachuela". Se realiza la suma con transformación de la siguiente forma: 5 unidades más 8 obtiene 13 unidades. Cambia 10 unidades por la decena 1, y le quedan 3 unidades. Anota 3 como resultado en la columna de unidades y agrega 1 arriba de la columna de las decenas. Suma las decenas y obtiene 16. Cambia 10 decenas por 1 centena y le quedan 6 decenas. Se anota el resultado en la columna de las decenas y agrega 1 arriba de la columna de las centenas. Suma la centena y obtiene una. Anota 1 como resultado de las centenas. Así sabe que el resultado total es 163. Esta es la secuencia didáctica que se emplea también para la suma con regletas.[128]

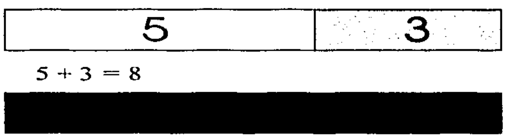
4.5.1. CAMBIANDO MI LLANTA NUEVA POR UNA VIEJA. AGREGANDO Y QUITANDO

INTRODUCCIÓN:

Se comenta con los alumnos, la necesidad de agregar y quitar en la vida diaria. Después se le invita a jugar a agregar y quitar.

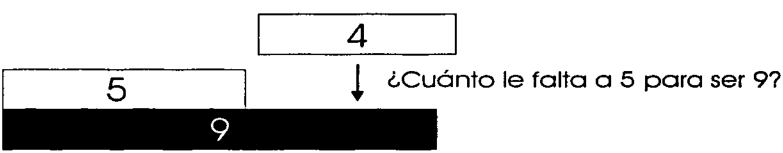
Para indicar suma o agregación con las regletas, se colocan éstas como trenecito, una después de la otra. Ejemplo:

Si a 5 dulces se les agregan 3 dulces, se tienen 8 dulces.



Para indicar la acción de quitar o restar, se coloca la regleta que representa al minuendo; y la regleta que representa el sustraendo arriba del minuendo. El resultado será el complemento. Por ejemplo si se tiene 9 llantas y se quitan 5, dicha acción se representa como a continuación se muestra y el resultado es el complemento, este caso 4.

Se tienen 9 llantas y se quitan 5, nos quedan 4.



---

[128] Lección *"Ferretería 'La Tachuela'"*, en: SEP, Matemáticas segundo grado. Libro para el alumno, México, 2000, pp. 94-95.

MATERIAL NECESARIO:

Regletas de colores.

Dados con 3 caras con el signo de más (+) y 3 caras con el signo de menos (-), dados de puntos normales.

PROPÓSITO:

Que los alumnos introduzcan de manera formal la suma y resta.

DESCRIPCIÓN DEL JUEGO:

Se distribuye el grupo de trabajo de 4 a 6 elementos.

A cada equipo se le proporciona una caja de regletas y los dados invitando a sus integrantes a jugar, aclarando que el signo de más significará agregar y el de menos quitar.

Se da a cada jugador una regleta naranja. Después por turnos, cada jugador lanza el dado de agregar-quitar y el dado de puntos.

Por ejemplo, si cayó 4 el signo de más, el jugador toma una regleta rosa que se agrega a la naranja que ya tiene, colocándolos en forma de tren. Si cayó 3 y el signo de menos, el jugador coloca una regleta verde claro del tren y se queda con el completo.

Después de 5 rondas, gana el alumno que termine con el tren mayor.[129]

Esta actividad complementa la lección "Tonatiuh suma y Tonatiuh resta"[130] planteada en la secuencia didáctica en el libro de texto de la SEP.

[129] Caballero Ramos, Romeo Froylán, Introducción a las operaciones básicas con números naturales, Edición del autor, México, 2000, p. 99.
[130] SEP, Matemáticas Actividades segundo grado, Libro para el alumno, *op. cit.*, "Tonatiuh suma", pp. 44-45; "Tonatiuh resta", pp. 54-55.

4.6. LOS TAPETES, ARREGLOS RECTANGULARES SUMA ITERADA

INTRODUCCIÓN:

Comentar con los alumnos, la necesidad de efectuar sumas con sumandos iguales, jugando previamente a la tiendita. Dichas sumas se representarán como tapetes de un solo color. Un tapete cuadrado es cuando se tiene por ejemplo, 2 regletas rojas, o 3 regletas verdes claro, o 4 regletas rosas, etcétera.

Por ejemplo, a continuación se muestra un tapete de 3 veces 5, otro de 7 veces 8 y un tapete cuadrado de 3 veces 3.

3 veces 5 | 7 veces 8 | 3 veces 3

MATERIAL NECESARIO:

Regletas de colores.
Dados de puntos normales.
Dados de colores.

PROPÓSITO:

Que los alumnos construyan la lógica de la multiplicación.

DESCRIPCIÓN DEL JUEGO:

Se distribuye el grupo en equipos de trabajo de 4 a 6 elementos.

A cada equipo se le proporciona una caja de regletas y los dados respectivos.

Cada jugador lanza un dado de colores y un dado normal de puntos. Si sale 3 puntos y color amarillo, deberá tomar tres regletas amarillas y formar un tapete con ellas.

Gana el alumno que al final de 5 rondas haya construido más tapetes cuadrados, sin contar los tapetes blancos.[131]

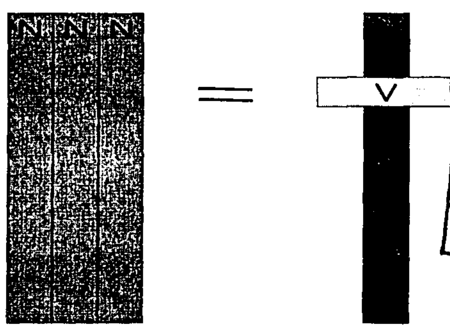
Esta actividad complementa las lecciones "Las estampas", "Tonatiuh multiplica", "Domingo el albañil", "La cuadrícula de margaritas" de Matemáticas Actividades.[132]

4.6.1. LA MÁQUINA MULTIPLICADORA. EL JUEGO DE LAS "X"

INTRODUCCIÓN:

Se cuenta a los niños el relato de la máquina que multiplica las regletas que se le introducen. Si se le pone una regleta naranja y se le pide que la triplique, sale por ella 3 regletas naranjas, con las que se formará un tapete.

A continuación, se toma el ancho del tapete, que en este caso es igual a la regleta verde claro. Esto se puede expresar como una "X" que significa 3 veces 10.



[131] Caballero Ramos, Romeo Froylán, Introducción a las operaciones básicas con números naturales, *op. cit.*, p. 102.
[132] SEP, Matemáticas Actividades segundo grado. Libro para el alumno, *op. cit.*, "Las estampas", pp. 102-103; "Tonatiuh multiplica", pp. 118-119; "Domingo el albañil", pp. 162-163; "La cuadrícula de margaritas", pp. 170-171.

MATERIAL NECESARIO:

Regletas de colores.

Dados de puntos.

Dados de colores.

PROPÓSITO:

Que los alumnos simbolicen la suma iterada colocando las regletas en forma de "X".

DESCRIPCIÓN DEL JUEGO:

Se distribuye el grupo en equipos de trabajo de 4 a 6 elementos.

A cada equipo se le proporciona una caja de regletas y los dados respectivos, invitando a los niños a jugar con la máquina multiplicadora.

El primer jugador lanza el dado de colores e introduce en la máquina una regleta con el color resultante. A continuación lanza del dado de puntos y la maquina realiza su función multiplicadora. Por ejemplo, si el dado de colores marcó amarillo y el de puntos de 6, la máquina (que es él deberá sacar 6 regletas amarillas. Entonces el jugador pondrá la regleta amarilla sobre la mesa y sobre la regleta verde oscuro (6) de tal forma que queden en X (de por). Después tira el jugador que se encuentra a la derecha del primero, y así sucesivamente hasta que tiren todos los jugadores del equipo.[133]

4.6.2. LÚNULAS O ROSETAS

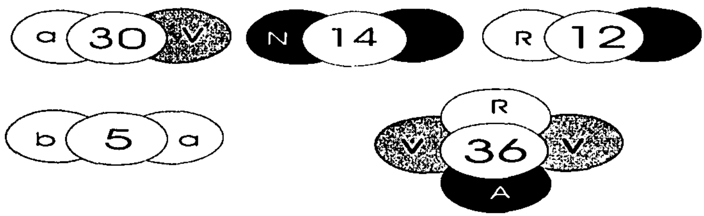
El manejo de las lúnulas o rosetas y la criba de multiplicar son actividades completarias a la multiplicación con regletas.

Concentrar los productos de dígito por dígito en flores de colores (lúnulas o rosetas que se usan en lugar de las tablas de multiplicar), en las que los pétalos extremos representan los productos. Por ejemplo, amarillo (5) por verde oscuro (6) es igual a 30.

[133] Caballero Ramos, Romeo Froylán, Introducción a las operaciones básicas con números naturales, *op. cit.*, p. 104.

Realizar la criba de multiplicar o tabla de Pitágoras.[134]

Esta actividad complementa las lecciones "Las estampas", "Tonatiuh multiplica", "Domingo el albañil", "La cuadrícula de margaritas", "Brinca la tablita" de Matemáticas Actividades (son sólo algunos ejemplos en los que se maneja la multiplicación).[135]



Lúnulas o rosetas

4.7. SITUACIONES DE REPARTO

4.7.1. ¿CUÁNTO LE TOCA A CADA NIÑO?

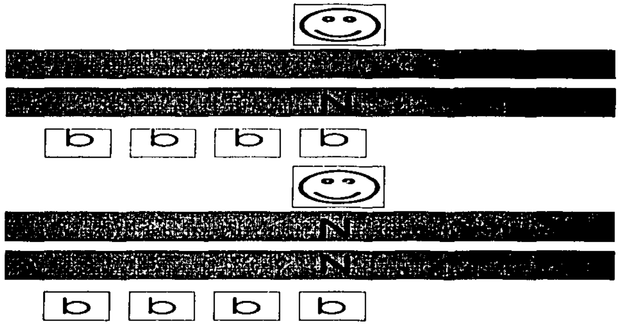
La división se introduce a partir de la idea de reparto. En una primera fase se reparte una cantidad pequeña de unidades entre una cantidad de niños menor de diez . Por ejemplo, si se van a repartir 48 dulces repartidos en 4 cajas de 10 dulces cada una y 8 dulces sueltos, entre 2 niños; se colocan las tarjetas que representan niños y se reparten en primer lugar las 4 cajas, resultando dos para cada niño; después se reparten los 8 dulces sueltos entre los 2 niños, tocando 4 de ellos para cada niño.

Es decir, el reparto de 48 dulces se expresa como a continuación se muestra:

---

134 Márquez, Ángel Diego, Estudio de un producto derivado de otro producto, 2ª ed., Ed. El Ateneo, Buenos Aires, Argentina, 1967, pp. 100-108.

135 SEP, Matemáticas Actividades segundo grado. Libro para el alumno, *op. cit.*, "Las estampas", pp. 102-103; "Tonatiuh multiplica", pp. 118-119; "Domingo el albañil", pp. 162-163; "La cuadrícula de margaritas", pp. 170-171; "Brinca la tablita", pp. 132-133.



Es decir, tocan 24 dulces para cada niño.

MATERIAL NECESARIO:

Regletas de colores.

Dados de puntos de diferentes colores.

Tarjetas con una carita.

PROPÓSITOS:

Que los alumnos manipulen el concepto de reparto.

DESCRIPCIÓN DEL JUEGO:

Se distribuye el grupo en equipos de trabajo de 4 a 6 elementos.

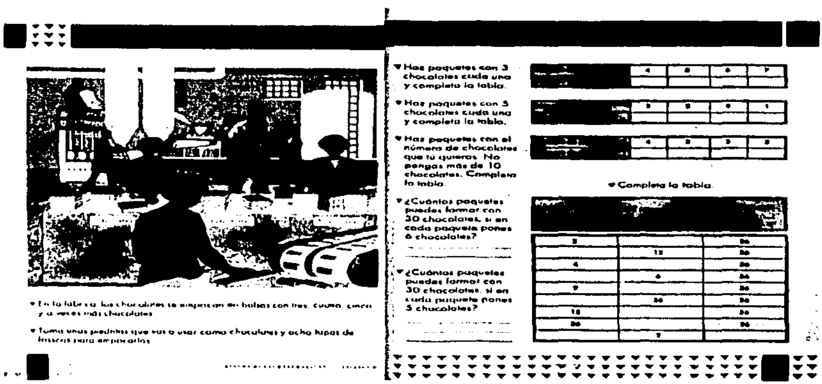
A cada equipo se le proporciona una caja de regletas y se invita a sus integrantes a jugar con ellas.

Por turnos, los alumnos lanzan los dados de puntos de unidades y decenas; se representan el número natural resultante con regletas y con numerales al mismo tiempo (por ejemplo, 54 dulces). Después se lanza el dado de puntos para saber entre cuántos niños se repartirán los 54 dulces. El niño debe deducir que en el reparto debe darse la misma cantidad a cada niño (principio de equidad) y que debe terminarse el reparto, hasta que ya no sea posible dar más a cada niño.

Se asigna un punto al alumno que termine primero y correctamente el reparto. Se juega 5 rondas (OPCIONAL).

Se pide a los niños que guarden el material en las cajas de tal manera que quede en la misma forma como se les entregó.[136]

Recordando que primero se ha de crear un conflicto cognitivo en el niño, el cual a través de sus cocimientos previos formulará sus estrategias de solución. Una lección que puede ser manejada con regletas de colores es la siguiente, la cual ilustra claramente el manejo de arreglos rectangulares y el manejo de la lógica-aritmética, de la multiplicación y división paralela.



En la fábrica "La empacadora", los chocolates se empacan en bolsas con tres, cuatro, cinco y a veces más chocolates.

[136] Caballero Ramos, Romeo Froylán, Introducción a las operaciones básicas con números naturales, *op. cit.*, p. 108.

Haz paquetes con 3 chocolates cada uno y completa la tabla.[137]

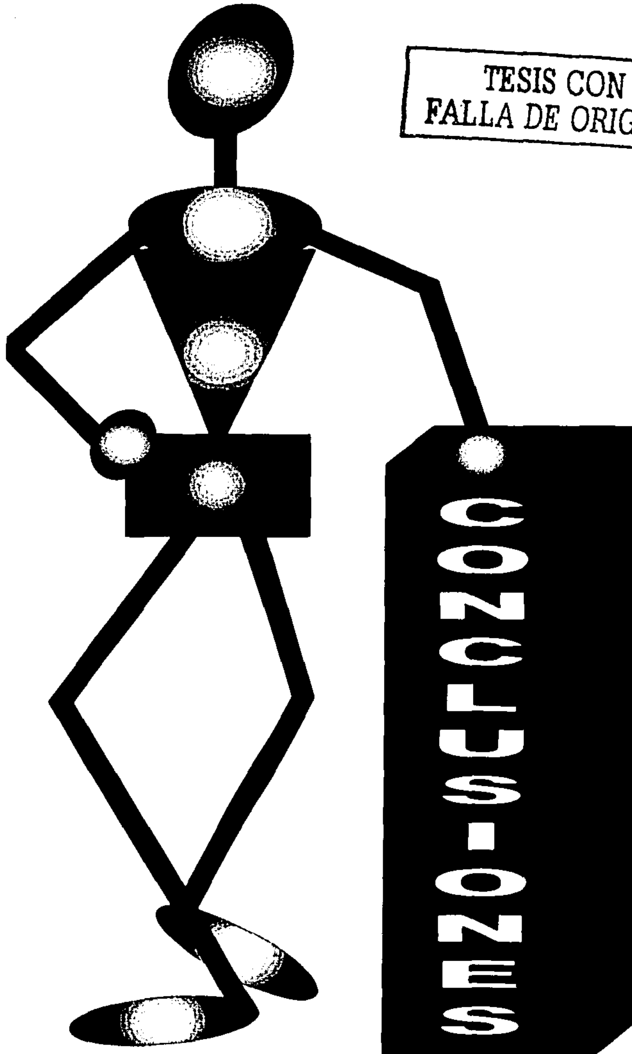
Número de paquetes	4	5	6	7
Número de chocolates				

Como vemos, esta es una tabla sencilla de variación proporcional directa, la cual puede ser solucionada multiplicando, se pone en juego la lógica de multiplicativa paralelamente con la división en las siguientes situaciones problemáticas planteadas en esta misma lección.

¿Cuántos paquetes puedes formar con 30 chocolates, si en cada paquete pones 6 chocolates?

Completa la tabla		
Número de paquetes	Número de chocolates por paquete	Total de chocolates
2		**36**
	12	**36**
9		**36**

[137] Lección *"La empacadora"*, en: SEP, Matemáticas segundo grado. Libro para el alumno, México, 2000, pp. 78-79.


CONCLUSIONES

CONCLUSIONES

Un cuestionamiento que puede esperarse a esta propuesta para la enseñanza de las operaciones básicas es el hecho de que los procesos son aparentemente más largos, y sobre todo más complicados que limitarse a explicar los algoritmos usuales. Sin embargo, la experiencia de los propios maestros les hace notar que con la misma facilidad con que se explica el algoritmo, los niños suelen olvidar algunos de los pasos a seguir y manifiestan una gran capacidad para inventar otros, muy curiosos y genuinos, pero que desafortunadamente no conducen al resultado correcto.

Pero además, si en el mejor de los casos los niños logran cierta habilidad para efectuar operaciones, no deja de ser desalentador el hecho de que no las puedan utilizar como herramientas para resolver problemas. En ese sentido, se desenvuelve mejor el vendedor que sin conocer los procedimientos usuales para hacer operaciones escritas, resuelve muy bien los problemas que se le presentan, ya sea mentalmente o con su calculadora de bolsillo, que el hábil resolutor de operaciones escritas que no sabe cuándo aplicarlas.

Los errores más frecuentes, en los que caemos todos los docentes frente a grupo, pueden ser evitados de diversas formas. Este trabajo tiene la pretensión de ser un auxiliar del docente que pretende cambiar su actuar en las situaciones que a continuación se enunciarán.

Se observa un notable desprecio hacia el concepto de número, no hay una idea clara en el maestro de separar lo que es el concepto de número y lo que es su representación, los maestros aluden a estas dos ideas como sinónimas, pero debe quedar claro que el significado y el significante son cuestiones diferentes.

Respecto a las propiedades del número, aquí es donde se puede uno dar cuenta de lo anterior, en buena medida las matemáticas se basan en la propiedad de la reversibilidad, y se ha notado que el maestro difícilmente reconoce este punto como primordial; de ahí que para operaciones inversas tenga problemas, tal es el caso de la reversible de la adición y la multiplicación, o sea, la resta y la división. Vemos entonces que el problema es de fondo en el manejo de contenidos, y nos da idea de un manejo mecánico de los algoritmos.

Por lo que se refiere a la propiedad de la multiplicación, por ejemplo se nota una confusión en el manejo de propiedades, confundiéndola con la propiedad aditiva. El maestro reconoce a la multiplicación como una suma abreviada, o sea, un cruce de conceptos —una traslación—; por ello, al manejar propiedades de la multiplicación como la base o potenciación, se confunden, ya que usan la lógica de la aditividad para resolver problemas de multiplicidad.

Por su parte, recordemos que el algoritmo es la síntesis de un razonamiento, no el inicio, sin esa idea base, el docente toma al algoritmo como el inicio de un razonamiento, dando lugar a un aprendizaje de un mecanismo de operación, pero no a una síntesis de razón. El resultado es un aprendizaje mecanizado de formas de operar.

En general, el material y ayudas didácticas con que cuenta el profesor, como ficheros y Libro del maestro, son ignorados. Eso nos lleva a que existen problemas provenientes de la enseñanza como la incomprensión del profesor, la memorización y la mecanización algorítmica, la dependencia intelectual del niño respecto al adulto, el desconocimiento del profesor por saber con quien trabaja, alejamiento de modificaciones de estrategias por desconocimiento de las nuevas corrientes pedagógicas, renuncia a incorporarse a los nuevos enfoques de la enseñanza de la matemática, por lo que se dan éstos sin entrenamiento previo a profesores. Esto es, el cambio curricular no corresponde al cambio conceptual del docente, lo que implica una práctica con los alumnos sin conocimientos básicos y sin interés en el grado de maduración del niño.

Todo esto, sin perder de vista que la práctica educativa diaria se sustenta en fundamentos teóricos que es necesario revisar constantemente para entender sus finalidades, objetivos, marco legal y características; seguidas de una reflexión sobre el currículum y la función que juega el pedagogo.

A través del análisis que se ha realizado en este trabajo de investigación, se han obtenido experiencias que enriquecen los conocimientos sobre el proceso enseñanza-aprendizaje de las matemáticas, el desarrollo del niño, los cambios ocurridos a través del tiempo en nuestro sistema educativo y sobre todo, un enfoque constructivista en la adquisición de las matemáticas.

Todo ello nos permite llegar a las siguientes conclusiones: El primer ciclo, el cual abarca primero y segundo de primaria. Siendo en segundo en donde se culmina esta fase, con la consigna de que el alumno habrá comprendido el uso y aplicación de las operaciones básicas y tomando en cuenta que este ciclo es la base fundamental para la adquisición de cualquier conocimiento en general y educativo, por lo que las matemáticas se adquieren con mayor facilidad, si el maestro sabe guiar al alumno hacia un proceso de construcción de sus propias hipótesis, planteadas como problemas reales, de su cotidianeidad y con aplicaciones de utilidad en su vida práctica.

Pero para poder guiarlos necesita conocer un poco más sobre el desarrollo del niño y sus intereses, ya que esto le permitirá ver sus posibilidades para adquirir nuevos conocimientos basándose en los que ya tiene.

Por ello, el maestro debe evitar la apatía, el desinterés o desconocimiento, tratando de dar un enfoque diferente a la educación. Este enfoque debe estar basado en estrategias didácticas, que ayuden al alumno a tener un aprendizaje más significativo acorde a sus procesos cognitivos, pero sin dejar de lado los socioafectivos y psicomotores, manteniendo una adecuada relación con sus compañeros y maestros.

Manteniendo la conceptualización de que el niño es quien construye sus propios conocimientos a través de las acciones y el análisis que realiza con los objetos concretos, acontecimientos y procesos que conforman su realidad. La función del pedagogo y el maestro consistirá en proporcionarle un conjunto cada vez más rico de oportunidades, para que sea él mismo quien se pregunte y busque respuestas acerca del acontecer que le rodea.

Sin descartar que al niño muchas veces no se le puede transmitir una información porque no dispone de los instrumentos intelectuales o físicos para asimilarla, pues hay limitaciones ligadas a la edad que se deben tomar en cuenta cuando se enseña algo, en especial las matemáticas, teniendo en cuenta que la educación no es sólo transmisión de conocimientos y habilidades sino construir el desarrollo del individuo.

Así, la asimilación y acomodación son elementos esenciales para la construcción de nuevos aprendizajes, por ello es necesario proporcionar a los alumnos experiencias significativas que les permitan apropiarse de las matemáticas y a su vez utilizarlas y generalizarlas a nuevas situaciones de aprendizaje.

El maestro debe entonces, reconocer la función tan importante que desempeña en la vida de los alumnos, como agente promotor de conocimientos, no sólo de carácter intelectual sino también de valores, hábitos, actitudes que forman parte de su vida y que de alguna manera serán determinantes en el aspecto intelectual.

Aprender matemáticas desde este enfoque significa que los niños seleccionen y usen estrategias para resolver problemas y convencer a sus compañeros que están en lo cierto. Es importante que discutan sus ideas, reglas del juego con regletas, que pretendan convencerlos de su verdad y que presenten conjeturas acerca del comportamiento de ciertas ideas matemáticas, etcétera.

Con todo lo anterior, se pretende que al revisar este trabajo se introduzca al maestro en el trabajo didáctico utilizando estrategias pedagógicas que permitan al alumno lograr la adquisición de las matemáticas como base para un desarrollo más amplio en los ciclos posteriores.

El niño, al manipular sus regletas de colores, compone y descompone, transforma. Realiza sobre material concreto lo que luego interiorizará, efectuando la operación directa y operación inversa de manera paralela tomando en cuenta la importancia que tiene la reversibilidad en la adquisición de los conceptos matemáticos. La adquisición de la conciencia de la reversibilidad de las operaciones desempeña el papel primordial en la construcción de esas nociones. Puede hallarse la forma inicial, al rehacer el todo con las partes, compensar cada deformación con una transformación inversa.

El pensamiento operatorio, puesto en relieve por Piaget, esto es la Asociatividad, la posibilidad de alcanzar un mismo resultado siguiendo diferentes caminos.

El alumno descubre las relaciones de equivalencia, al manipular el material, experimentar, plantear sus conjeturas cuando realiza agrupaciones, cambios de regletas, aplicación de la propiedad conmutativa en la multiplicación, etcétera.

Las relaciones de orden: tomando al azar varias regletas, el niño inmediatamente a través de sus diferentes tamaños, puede establecer un orden.

Las relaciones algebraicas, que resultan de la introducción de una operación sobre el conjunto de regletas. El niño combina espontáneamente sus regletas de diversos modos para producir una variedad extraordinaria de esquemas. Si adquiere conciencia de que dos regletas colocadas una a continuación de la otra reemplazan, en cuanto a longitud, a otras dos colocadas extremo a extremo, ha introducido un álgebra sobre el conjunto.

El material Cuisenaire es muy atractivo para el niño. El niño se siente impulsado a actuar, a reunir colores, construir trenes, hacer casitas, ordenar de mayor a menor, a hacer escaleras, etcétera, sin la mínima intervención del maestro. Diríamos que es un material cargado de sugestiones.

La manipulación conduce al descubrimiento, al conocimiento matemático a través de ensayo y error. Este gesto exige una coordinación de la percepción visual y de la actividad motriz (táctil-muscular). Cuisenaire llega a hablar de imágenes musculares y táctiles, de una percepción motriz, que debe coordinarse con percepción visual, estos ejercicios son denominados estereognósticos —es la intervención conjugada del sentido muscular y del sentido visual, que fortifica singularmente la imagen de los primeros números.

El método de los números en color permite un aprendizaje activo, heurístico y dinámico. Es decir, un aprendizaje basado en la propia actividad (actividad externa, muscular y visual, etcétera, y actividad interiorizada) del sujeto que aprende en la elaboración de su propio aprendizaje.

Heurístico, puesto que es a través de la investigación que el niño llega al descubrimiento de los conceptos matemáticos.

El carácter dinámico del aprendizaje se advierte tanto en el juego de las operaciones, formaciones y transformaciones que permite materializar, como en el juego de las operaciones interiorizadas correspondientes que suscita.

Cuisenaire sugiere igualmente la utilización de ejercicios rítmicos que aportarán imágenes preciosas a la adquisición del número.

Teniendo presente los fundamentos psicopedagógicos de Cuisenaire, de acuerdo con el autor del método "Los números de color", asocia ver, a hacer, a calcular, a verificar, a comprender.

VISIÓN. El color permite distinguir cada número y sus múltiplos representado por colores afines. La dimensión exige la intervención activa de los ojos y de las manos, asociando las percepciones simultáneas.

Asociación de color y dimensión. Intervención de todos los sentidos y de la actividad intelectual, motivando el pensamiento calculador.

Esta clasificación facilita la identificación, las agrupaciones de familias y las relaciones de los números lográndose así el aprendizaje significativo, preciso, durable, preparando el camino hacia la percepción mental.

ACCIÓN. Satisface el deseo de actuar mediante la realización espontánea de combinaciones numerosas libremente inventadas por el niño. Estas combinaciones exigen tanteos y verificaciones previas.

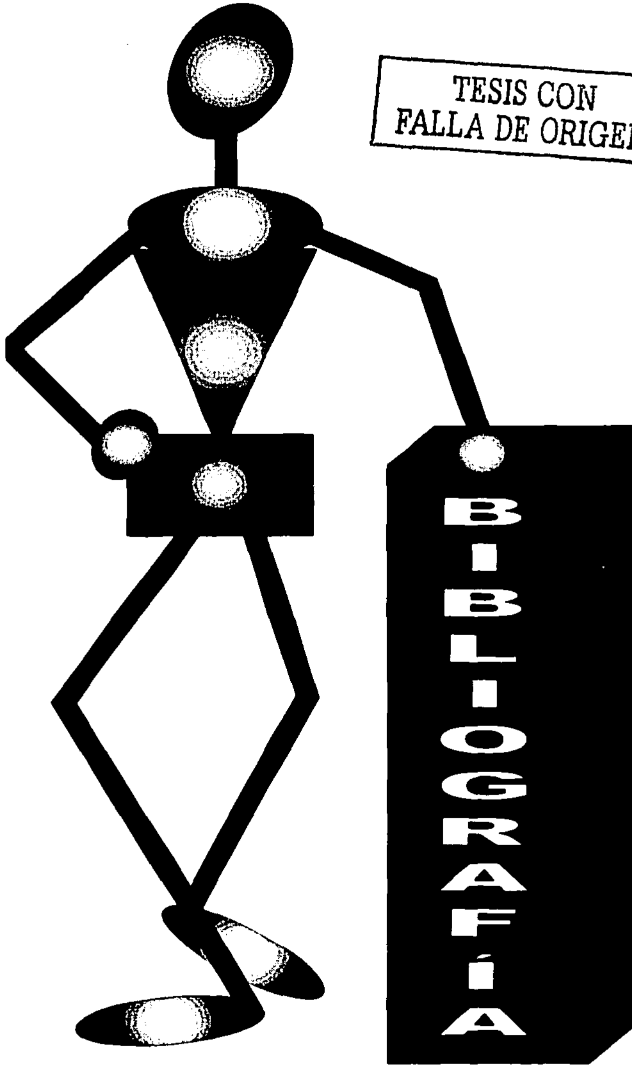
CÁLCULO. El manejo de las regletas hace nacer en el niño la necesidad de realizar cálculos como medio de satisfacer sus ansias de descubrimientos.

VERIFICACIÓN. El niño puede verificar sus errores, que él mismo podrá rectificar, dando a este método, el carácter fundamentalmente de método autodidáctico.

COMPRENSIÓN. Ver y hacer, calcular y verificar, facilitan la comprensión y motiva a la imaginación y el pensamiento calculador.

Se logra así mediante este método, la construcción del conocimiento matemático en el niño, conforme a su desarrollo psicológico, con el desarrollo de la lógica del niño, conforme con los principios de una psicología del aprendizaje y las exigencias modernas.

Por último, es necesario recordar que no se necesita únicamente la receta; se requiere del criterio del profesor que seleccione las estrategias con base en su estilo individual, las características del grupo, los objetivos de aprendizaje, los conocimientos previos a los casos particulares.


BIBLIOGRAFÍA

BIBLIOGRAFÍA

AEBLI, Hans, Una didáctica fundada en la psicología de Jean Piaget, Ed. Kapeluz, Buenos Aires, 1973.

BALBUENA, Hugo, BLOCK, David y CARVAJAL, Alicia, *"Las operaciones básicas en los nuevos libros de texto"*, en: Revista Cero en Conducta, núm. 40-41, México, mayo-agosto 1995.

BLOCK SEVILLA, David, *"Enseñanza y aprendizaje de las matemáticas"*, en: WALDEGG, Guillermina (coord.), La investigación educativa en los ochenta, perspectiva para los noventa, Cuadernos de Estados de conocimiento, Cuaderno No. 10, 2° Congreso Nacional de Investigación Educativa, Contexto educativo mexicano durante la década 1982-1921, Centro de Investigaciones y de Estudios Avanzados del IPN, (DIE-CINVESTAV-IPN), México, 1993.

——————, La enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria 2, SEP, Programa Nacional de Actualización Permanente, México, 1995.

——————, *"Nuestros materiales de trabajo"*, en: La enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria 1, SEP, Programa Nacional de Actualización Permanente, México, 1995.

——————, *"Procedimientos para sumar y restar"*, en: La enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria 1, SEP, Programa Nacional de Actualización Permanente, México, 1995.

—————— y FUENLABRADA, I.,*"Innovaciones curriculares en matemáticas"*, en: Documento DIE 45, Departamento de Investigaciones Educativas, Centro de Investigación de Estudios Avanzados del IPN, (DIE-CINVESTAV-IPN), México, 1996.

BROUSSEAU, Guy, *"Estudios sobre la didáctica en las matemáticas en el nivel básico"*, en: WALDEGG, Guillermina (coord.), La investigación educativa en los ochenta, perspectiva para los noventa, Cuadernos de Estados de conocimiento, Cuaderno No. 10, 2° Congreso Nacional de Investigación Educativa, Contexto educativo mexicano durante la década 1982-1921, Centro de Investigaciones y de Estudios Avanzados del IPN, (DIE-CINVESTAV-IPN), México, 1993.

——————, Proceso de matematización, (mimeo), 1972.

BRUNER, Jerome S., *"Bruner y la representación cognoscitiva de los conceptos matemáticos"*, en: RESNICK, Lauren B. (comp.), La enseñanza de las matemáticas y sus fundamentos psicológicos, Ed. Paidós, Barcelona, 1990.

CABALLERO RAMOS, Romeo Froylán, Aritmética con regletas de colores, Edición del autor, México, 2000.

——————, Clasificación, seriación y conteo, Edición del autor, México, 2000.

——————, Introducción a las operaciones básicas con números naturales, Edición del autor, México, 2000.

——————, Juegos para descubrir las relaciones de equivalencia, Edición del autor, México, 2000.

——————, Juegos para el conocimiento de las regletas, Edición del autor, México, 2000.

——————, Lectura y escritura de números naturales y compuestos, Edición del autor, México, 2000.

COLL, César, *"Estudios sobre la didáctica en las matemáticas en el nivel básico"*, en: WALDEGG, Guillermina (coord.), La investigación educativa en los ochenta, perspectiva para los noventa, Cuadernos de Estados de conocimiento, Cuaderno No. 10, 2° Congreso Nacional de Investigación Educativa, Contexto educativo mexicano durante la década 1982-1921, Centro de Investigaciones y de Estudios Avanzados del IPN, (DIE-CINVESTAV-IPN), México, 1993.

DIENES ZOLTAN, P., *"La enseñanza de las estructuras de las matemáticas"*, en: RESNICK, Lauren B. (comp.), La enseñanza de las matemáticas y sus fundamentos psicológicos, Ed. Paidós, Barcelona, 1990.

——————, *"Las materializaciones de Dienes y la secuencia de la enseñanza"*, en: RESNICK, Lauren B. (comp.), La enseñanza de las matemáticas y sus fundamentos psicológicos, Ed. Paidós, Barcelona, 1990.

——————, *"Los materiales manipulativos"*, en: RESNICK, Lauren B. (comp.), La enseñanza de las matemáticas y sus fundamentos psicológicos, Ed. Paidós, Barcelona, 1990.

FORD, Wendy, W., *"La enseñanza de las estructuras matemáticas"*, en: RESNICK, Lauren B. (comp.), La enseñanza de las matemáticas y sus fundamentos psicológicos, Ed. Paidós, Barcelona, 1990.

——————, *"Una década de reformas del curriculo"*, en: RESNICK, Lauren B. (comp.), La enseñanza de las matemáticas y sus fundamentos psicológicos, Ed. Paidós, Barcelona, 1990.

FUENLABRADA, Irma, *"Concepción actual de la matemática"*, en: Innovaciones curriculares en matemáticas. Primer ciclo de la educación primaria, Documento DIE 45, Departamento de Investigaciones Educativas, Centro de Investigación de Estudios Avanzados del IPN, (DIE-CINVESTAV-IPN), México, 1996.

——————, Currículo e investigación educativa, una propuesta de innovación para el nivel básico, Documento DIE 47, Departamento de Investigaciones Educativas, Centro de Investigación de Estudios Avanzados del IPN, (DIE-CINVESTAV-IPN), México, 1997.

———————, *"Diferencias entre los dos modelos de enseñanza: la postura tradicional y la constructivista"*, en: II Congreso estatal de la enseñanza de las matemáticas, ANPM, Xalapa, 1988.

———————, *"Enseñanza y aprendizaje de las matemáticas"*, en: WALDEGG, Guillermina (coord.), La investigación educativa en los ochenta, perspectiva para los noventa, Cuadernos de Estados de conocimiento, Cuaderno No. 10, 2º Congreso Nacional de Investigación Educativa, Contexto educativo mexicano durante la década 1982-1921, Centro de Investigaciones y de Estudios Avanzados del IPN, (DIE-CINVESTAV-IPN), México, 1993.

———————, Innovaciones de la matemática en la escuela primaria, en: Revista Cero en Conducta, núm. 40-41, México, mayo-agosto 1995.

———————, La didáctica, los maestros y el conocimiento matemático. La investigación en didáctica de la matemática, 2ª reimpresión, Documento DIE 43, Departamento de Investigaciones Educativas, Centro de Investigación de Estudios Avanzados del IPN, (DIE-CINVESTAV-IPN), México, junio del 2001.

———————, Lo que cuentan las cuentas de sumar y restar, Libros del Rincón, SEP, México, 1994.

———————, *et al.*, Juega y aprende matemáticas, 2ª ed., Libros del Rincón, SEP, México, 1992.

GÁLVEZ, Grecia, *"La didáctica de las matemáticas"*, en: PARRA, Cecilia y SAIZ, Irma (comps.), Didáctica de matemáticas. Aportes y reflexiones, Ed. Paidós Educador, Madrid-España, 1997.

——————— y BLOCK, D., *"Estudios sobre la didáctica en las matemáticas en el nivel básico. Estudios realizados en México"*, en: WALDEGG, Guillermina (coord.), La investigación educativa en los ochenta, perspectiva para los noventa, Cuadernos de Estados de conocimiento, Cuaderno No. 10, 2º Congreso Nacional de Investigación Educativa, Contexto educativo mexicano durante la década 1982-1921, Centro de Investigaciones y de Estudios Avanzados del IPN, (DIE-CINVESTAV-IPN), México, 1993.

INHELDER, SINCLAIR y BOVET, *"Conservación de las cantidades numéricas"*, en: El niño reinventa la aritmética. Implicaciones de la teoría de Piaget, 4ª ed., Vol. XXIX de la Colección Aprendizaje, Ed. Visor, España, 1994.

KAMII, Kazuko Constance, *"La adición como objetivo"*, en: El niño reinventa la aritmética. Implicaciones de la teoría de Piaget, 4ª ed., Vol. XXIX de la Colección Aprendizaje, Ed. Visor, España, 1994.

———————, *"La naturaleza del número"*, en: El número en la educación preescolar, 4ª ed., Vol. IX de la Colección Aprendizaje, Ed. Visor, España, 1995.

————, *"La sustracción como objetivo"*, en: El niño reinventa la aritmética. Implicaciones de la teoría de Piaget, 4ª ed., Vol. XXIX de la Colección Aprendizaje, Ed. Visor, España, 1994.

————, *"Las cifras y el valor de la posición como objetivos"*, en: El niño reinventa la aritmética. Implicaciones de la teoria de Piaget, 4ª ed., Vol. XXIX de la Colección Aprendizaje, Ed. Visor, España, 1994.

————, *"Principios de enseñanza"*, en: El número en la educación preescolar, 4ª ed., Vol. IX de la Colección Aprendizaje, Ed. Visor, España, 1995.

MÁRQUEZ, Ángel Diego, Cualidades del material Cuisenaire, 2ª ed., Ed. El Ateneo, Buenos Aires, Argentina, 1967.

————, El color, la familia de colores y principios psicopedagógicos, 2ª ed., Ed. El Ateneo, Buenos Aires, 1967.

————, El material Cuisenaire, 2ª ed., Ed. El Ateneo, Buenos Aires, 1967.

————, Estudio de un producto derivado de otro producto, 2ª ed., Ed. El Ateneo, Buenos Aires, Argentina, 1967.

————, La enseñanza de las matemáticas por el método de los números en color o método Cuisenaire, 2ª ed., Ed. El Ateneo, Buenos Aires, Argentina, 1967.

OJEDA SALCEDO, Beatriz Isabel Teresa, Estudios sobre la problemática de la enseñanza de las matemáticas en la educación primaria desde una perspectiva del docente, (Tesis de maestría), UNAM-Escuela profesional de estudios superiores, Campus Acatlán, México, 2001.

PIAGET, Jean, *"Conocimiento lógico-matemático y conocimiento social"*, en: El niño reinventa la aritmética. Implicaciones de la teoría de Piaget, 4ª ed., Vol. XXIX de la Colección Aprendizaje, Ed. Visor, España, 1994.

————, *"Construcción mediante abstracción emplrica y reflexionante"*, en: El niño reinventa la aritmética. Implicaciones de la teoría de Piaget, 4ª ed., Vol. XXIX de la Colección Aprendizaje, Ed. Visor, España, 1994.

————, *"El conocimiento lógico-matemático y el conocimiento fisico"*, en: El niño reinventa la aritmética. Implicaciones de la teoría de Piaget, 4ª ed., Vol. XXIX de la Colección Aprendizaje, Ed. Visor, España, 1994.

————, *"El desarrollo de las percepciones"*, en: Psicología del niño, 13ª ed., Ed. Morata, Barcelona, 1993.

————, *"El nivel senso-motor"*, en: Psicología del niño, 13ª ed., Ed. Morata, Barcelona, 1993.

———, *"El pensamiento formal y los esquemas operatorios formales"*, en: Psicología del niño, 13ª ed., Ed. Morata, Barcelona, 1993.

———, Génesis del número en el niño, 7ª ed., Ed. Guadalupe, Buenos Aires, 1982.

———, *"Implicaciones pedagógicas de estos estudios"*, en: El niño reinventa la aritmética. Implicaciones de la teoría de Piaget, 4ª ed., Vol. XXIX de la Colección Aprendizaje, Ed. Visor, España, 1994.

———, *"La construcción del número como síntesis del orden y la inclusión jerárquica"*, en: El número en la educación preescolar, 4ª ed., Vol. IX de la Colección Aprendizaje, Ed. Visor, España, 1995.

———, *"La importancia de la interacción social en la construcción del conocimiento lógico-matemático"*, en: El niño reinventa la aritmética. Implicaciones de la teoría de Piaget, 4ª ed., Vol. XXIX de la Colección Aprendizaje, Ed. Visor, España, 1994.

———, *"Las operaciones 'concretas' del pensamiento y las relaciones interindividuales"*, en: Psicología del niño, 13ª ed., Ed. Morata, Barcelona, 1993.

———, Psicología de la inteligencia, París, 1947.

POZO, Juan Ignacio, Teorías cognitivas del aprendizaje, 5ª ed., Ed. Morata, Barcelona, 1997.

PRESIDENCIA DE LA REPÚBLICA, Plan Nacional de Modernización Educativa 1993, México, 1993.

REMENDI, Eduardo (coord.), Encuentros de Investigación Educativa 95-98, Departamento de Investigaciones Educativas (DIE), Plaza y Valdés editores, México, marzo de 1999.

SEP, *"Antecedentes del plan"*, en: Plan y programas de estudio 1993. Educación básica primaria, México, 1993.

———, *"Importancia del material concreto en el aprendizaje de las matemáticas"*, en: Libro para el maestro, México, 1995.

———, Matemáticas Actividades segundo grado. Libro para el alumno, México, 2000.

———, Organización general de los contenidos. Plan y programas de estudio 1993, Educación básica primaria, México, 1993.

———, *"Propósitos generales del grado"*, en: Libro para el maestro, México, 1995.

———, *"Recomendaciones didácticas generales"*, en: Libro para el maestro, México, 1995.

———, Fichero de actividades. Matemáticas de segundo grado, México, 1997.