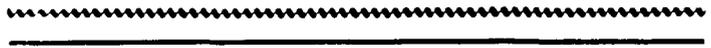


00324

15



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO



FACULTAD DE CIENCIAS



"INTUICION Y PERCEPCION EN EL ESTUDIO DE LA GEOMETRIA EN LA EDUCACION BASICA".

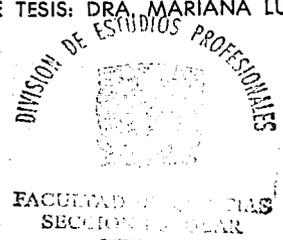
T E S I S
QUE PARA OBTENER EL TITULO DE:
M A T E M A T I C A
P R E S E N T A :
E D N A G O N Z A L E Z Q U I Z A



DIRECTORA DE TESIS: DRA. MARIANA LUISA SAIZ ROLDAN.

MEXICO, D. F.

2003



TESIS CON FALLA DE ORIGEN



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

**TESIS CON
FALLA DE
ORIGEN**

PAGINACION DISCONTINUA



UNIVERSIDAD NACIONAL
AUTÓNOMA DE
MÉXICO

DRA. MARÍA DE LOURDES ESTEVA PERALTA
Jefa de la División de Estudios Profesionales de la
Facultad de Ciencias
Presente

Comunicamos a usted que hemos revisado el trabajo escrito:
"Intuición y percepción en el estudio de la geometría en la
educación básica".

realizado por Edna González Quiza

con número de cuenta 9650519-7 , quien cubrió los créditos de la carrera de: Matemáticas

Dicho trabajo cuenta con nuestro voto aprobatorio.

Atentamente

Director de Tesis
Propietario

Dra. Mariana Luisa Saíz Roldán *Mariana Saíz Roldán*

Propietario

Dra. María de la Paz Alvarez Scherer *María de la Paz Alvarez Scherer*

Propietario

Mat. Concepción Ruíz Ruíz Funes *Concepción Ruíz Ruíz Funes*

Suplente

Mat. Natalia de Bengoechea Olguín *Natalia de Bengoechea Olguín*

Suplente

M. en C. Francisco Struck Chávez *Francisco Struck Chávez*

Consejo Departamental de Matemáticas

JAG

M. en C. José Antonio Gómez Ortega

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

10 a

***"Intuición y percepción en el estudio de la
geometría en la educación básica"***

Tesis de licenciatura realizada por:
Edna González Quiza

Facultad de Ciencias
Universidad Nacional Autónoma de México

Directora de tesis:
Dra. Mariana Luisa Saíz Roldán

1. b

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

A mis padres

A mi hermano

A todos mis amigos

l.c

Agradecimientos

Quiero agradecer a todas las personas que hicieron posible que este trabajo haya sido concluido. A todas las personas que de alguna u otra forma me ayudaron a terminar no solo este trabajo de tesis sino también mi carrera.

En especial quiero dar las gracias a Isaac por todo el apoyo y amor brindado en todos estos años tan importantes de mi vida, gracias por haber estado siempre conmigo y seguir aquí.

A mis amigos gracias por todo, podría empezar ahora la lista pero siempre faltaría alguno, todos ellos saben quienes son.

Gracias a mi directora de tesis, Mariana por haberme ayudado durante el tiempo que estuve trabajando en esta tesis. Gracias Natalia por haberme enseñado tantas artes en esto de la matemática educativa, gracias Paco por ser amigo.

A mis profesores de la facultad, Javier Páez, Concha, Paz, Dino, Rodolfo, Dr. Barajas, a todos por compartir la pasión por las matemáticas y por haber contribuido enormemente a mi formación profesional.

la d'

....¡aritmética!, ¡álgebra!, ¡geometría!, ¡trinidad grandiosa!, ¡luminoso triángulo! El que no os ha conocido es un insesato

... el orden que os rodea, representado sobre todo por la perfecta regularidad del cuadrado, amigo de Pitágoras, es mayor todavía; pues el Todo Poderoso se ha revelado por completo, él y sus atributos, en ese memorable trabajo que consistió en hacer brotar, de las entrañas del caos, vuestros tesoros de teoremas y vuestros magníficos esplendores. En antiguas épocas y en los tiempos modernos más de una gran imaginación humana vio cómo se asustaba su genio al contemplar vuestras figuras simbólicas, trazadas en el papel ardiente como otros tantos signos misteriosos viviendo con latente hálito, que el vulgo profano no comprende y que eran solo la brillante revelación de axiomas y de geroglíficos eternos, que existieron antes del universo y que se mantendrán tras él.

Maldoror

Índice

Introducción	Página	1
1. Capítulo 1		4
La importancia de la imaginación y la percepción espacial en el estudio de la geometría		
1.1 La geometría, la imaginación y percepción geométrica en la antigüedad		5
1.2 El papel de la imaginación espacial y la percepción en el desarrollo de habilidades y en el estudio de la geometría		11
1.3 La geometría y la imaginación espacial en el currículo escolar actual en educación básica		17
2. Capítulo 2		21
Análisis de la propuesta actual en los materiales de la SEP (Libro del niño y Fichero de actividades)		
2.1 Clasificación del material		23
2.2 El análisis de los materiales		28
3. Capítulo 3		37
Propuesta de actividades		
3.1 Mosaicos 1		38
3.2 Mosaicos 2		40
3.3 Colores y figuras 1		43
3.4 Colores y figuras 2		46
3.5 Grupos		49
3.6 Cubos		53

Anexos

Anexo 1: Clasificación por habilidades, contenidos y descripción de las lecciones y fichas	60
Anexo 2: Clasificación habilidad por habilidad de las lecciones y fichas	64
Anexo 3 Cartas del juego Grupos (actividad 3.5)	66 72
Bibliografía	75

INTRODUCCIÓN

La Matemática es una rama del saber humano que propicia el desarrollo del potencial imaginativo y creativo del individuo, y algunas de sus metas al enseñarla es aprender a razonar, desarrollar la capacidad de abstracción, generalizar y establecer conexiones. Dentro de la matemática se encuentra la Geometría, esta disciplina tiene la ventaja de encontrar en el entorno real una fuente de modelos perfectamente contruidos, poniéndose en juego así el poder de la percepción e imaginación creadora en este campo.

Los conocimientos previos y la intuición de los niños facilitan el estudio de la geometría euclidiana porque el entorno de los seres humanos está colmado de figuras y cuerpos geométricos; posteriormente, al enfrentarse a geometrías no euclidianas no hay mejor arma para su comprensión que la misma intuición ya desarrollada que permite explotar el potencial de la imaginación, que creo es un factor básico para la creación de los modelos que servirán para el estudio primario o avanzado de estas geometrías distintas.

El estudio de la geometría está estrechamente relacionado con el desarrollo de la imaginación y percepción espacial, el desarrollar estas habilidades aumenta la capacidad del niño para explorar, representar y describir su entorno físico, todo esto proporciona un conocimiento útil en la vida cotidiana y el estudio de las ciencias. Desarrollar estas habilidades es preparar al niño para comprender mejor las ideas relacionadas con el número, la medición y, posteriormente lograr formalizar sus conocimientos en forma de conjeturas para comunicarlas y validarlas.

En cuanto a la geometría, en particular, la tendencia hacia la abstracción condujo a las magnificas teorías sistemáticas de la geometría algebraica, la geometría de Riemann y la topología; estas teorías hacen extensivo el uso del razonamiento abstracto y el cálculo simbólico en el sentido algebraico. No obstante, es cierto que el conocimiento intuitivo juega un papel mayor en la geometría. Y de la misma forma la intuición concreta es de gran valor no sólo para el investigador, sino también para cualquiera que desee estudiar y comprender los resultados del estudio de la geometría. [Hilbert, 1932]

Este trabajo de tesis es un análisis del currículo actual de la educación primaria y una propuesta de actividades dirigidas al maestro para desarrollar principalmente la imaginación espacial y, de forma colateral, otros factores del estudio de la geometría como la percepción geométrica y algunas habilidades que permitan a los niños el estudio de los contenidos curriculares de geometría.

La idea de este tema de tesis surge a partir de mi experiencia docente a nivel secundaria y mi trabajo desarrollado en el proyecto realizado desde 1999 en forma conjunta por el cuerpo académico "Saberes y concepciones Matemáticos" de la Universidad Pedagógica Nacional y la Sociedad Matemática Mexicana: *"Mejoramiento de la enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria"* en el cual, una de mis actividades es hacer un análisis del material didáctico que utilizan los profesores de educación primaria (libro de texto gratuito del niño, fichero de actividades y libro para el maestro). Este análisis está basado en variables determinadas por especialistas en el tema los cuales han desarrollado esta investigación por seis años aproximadamente, las variables se definirán en el capítulo 2.

A lo largo de la primaria se trabaja el desarrollo de la imaginación espacial como un pilar en la rama de la geometría; sin embargo, después del primer grado las actividades para desarrollar las habilidades asociadas con la imaginación espacial disminuyen, por lo cual el objetivo de esta tesis es servir de complemento a los programas oficiales. Las actividades que aquí propongo son lúdicas y pueden ayudar al niño a desarrollar estas habilidades de una forma poco tediosa, además que son acordes con el nuevo enfoque del programa de educación básica, *aprender a través de la resolución de problemas, entendiendo por problema una situación que presente cierta dificultad al niño pero que pueda resolver con las herramientas que ya poseé* [SEP, 1994].

El presente trabajo de tesis se divide en tres partes, el capítulo uno: La importancia de la imaginación espacial y la percepción geométrica en el estudio de la geometría, es una recopilación de las opiniones de varios autores sobre la importancia del desarrollo de la imaginación espacial para un sólido aprendizaje de la geometría lo cual justifica el trabajo expuesto. En el capítulo dos: Análisis de la propuesta actual en los materiales de la SEP

(libro del niño y fichero de actividades), elaboro una clasificación por habilidades de las lecciones y fichas que trabajan la línea de la geometría, principalmente las que desarrollan las habilidades de la imaginación espacial y la percepción geométrica y, posteriormente, realizo un análisis mediante el seguimiento cronológico de estas habilidades en los 6 grados de educación básica, detectando los huecos y truncamientos. Finalmente en el capítulo tres: Propuesta de actividades, propongo una serie de actividades que desarrollan la imaginación espacial y la percepción geométrica, justificadas por el análisis hecho en el capítulo anterior y tomando en cuenta lo expuesto en el capítulo 1 para finalizar con un análisis, similar al hecho en el capítulo 2, que muestra la viabilidad de disminuir las carencias detectadas utilizando dichas actividades.

Cabe señalar que ante la gran extensión del tema *matemáticas* espero que el trabajo que se presenta en esta tesis sirva como motivación para hacer muchos más estudios sobre la importancia de desarrollar habilidades para mejorar la enseñanza de las matemáticas a cualquier nivel educativo.

CAPÍTULO I

La importancia de la imaginación y la percepción espacial en el estudio de la geometría

En el plan y programas de estudio para la escuela primaria (SEP, 1993) vigentes en la actualidad se señala *que la orientación adoptada para la enseñanza de las matemáticas pone el mayor énfasis en la formación de habilidades para la resolución de problemas y el desarrollo del razonamiento matemático a partir de situaciones prácticas* (op. cit., pág. 15) y específicamente propone, entre otros puntos, “el desarrollo de la imaginación espacial”.

Aunque los documentos citados no especifican a qué se refieren por “imaginación espacial”, una revisión del párrafo que explica el enfoque planteado para la geometría y de los contenidos programáticos incluidos en este eje temático permite inferir el significado que se da a dicha expresión.

A lo largo de la primaria se presentan contenidos y situaciones que favorecen la ubicación del alumno en relación a su entorno. Asimismo se proponen actividades de manipulación, observación, dibujo y análisis de formas diversas. A través de la formación paulatina de las relaciones que el niño percibe y de su representación en el plano, se pretende que estructure y enriquezca su manejo e interpretación del espacio y de las formas [SEP, 1993, pág.53].

Así el desarrollo de la imaginación y percepción espacial en la escuela primaria de acuerdo con el enfoque de la enseñanza actual parece referirse al desarrollo de habilidades tales como observación, percepción, reproducción, representación, análisis e interpretación de objetos del entorno del alumno.

En las siguientes secciones se explica un poco la importancia y las ventajas de desarrollar estas habilidades desde la escuela primaria.

1.1 La geometría, la imaginación y percepción geométricas en la antigüedad

Esta tesis muestra un análisis cronológico de algunas habilidades desarrolladas durante la enseñanza de la geometría en la escuela primaria. Para esto, no está de más reflexionar acerca de la importancia del aprendizaje de esta rama de las matemáticas. En parte, una buena perspectiva al respecto puede obtenerse del análisis de la historia del desarrollo de las ideas matemáticas.

Desde un punto de vista didáctico, el estudio de la historia de los conocimientos matemáticos, permite conocer los procesos que han llevado a los conceptos y resultados científicos tal y como se conocen en la actualidad, de manera que sea posible darse cuenta del grado de dificultad para llegar a la abstracción que involucran. Creo importante reconocer lo dicho por Freudenthal (1983), una parte importante en la enseñanza de las matemáticas, es que los jóvenes aprendices recapitulen, de cierta manera, el proceso de aprendizaje y creación de la humanidad; es evidente la importancia de conocer cómo se desarrollaron los conceptos e ideas matemáticas, de manera que no se obligue a los estudiantes a partir desde un grado de abstracción demasiado alto, el cual podría no ser percibido de no tenerse en cuenta todo el trabajo de creación, de ensayo y error, de ir y venir que ha llevado al concepto tal y cómo se le conoce ahora, esto es, el paso de "*la ardiente invención [transformada] en fría belleza*" (Ibid. p. ix) lo cual provoca lo que Freudenthal llama "*una inversión anti-didáctica*".

La geometría, de acuerdo con Proclo (citado por Filloy, 1998) se origina en Egipto, por la necesidad de medir áreas; ya que el Nilo, al desbordarse, barría las señales que limitaban las tierras. Según Filloy (Ibid.) las Matemáticas Mesopotámicas estaban aún más desarrolladas que las egipcias, él llama la atención sobre el hecho de que la aritmética mesopotámica funcionaba como una ciencia predictiva. Si bien la aritmética se había diseñado para contar y calcular, se podía usar también para medir. En este punto es donde la aritmética y la geometría se encuentran y, de aquí en adelante siguen *una serie de interrelaciones que se convulsan a lo largo de toda la Historia para alejar y acercar, en continuo vaivén, a las que podemos llamar dos visiones distintas de la realidad: una,*

geométrica y la otra numérica u operatoria (Ibid. pág. 3). Así, la geometría y la aritmética se desarrollan tocándose y alejándose hasta unirse en una ciencia más amplia: las matemáticas.

Filloy (Ibid.) afirma que lo que llama *visión geométrica* tiene su origen en el desarrollo que todo individuo tiene a lo largo de sus primeros años de vida. *La percepción de formas, hasta llegar a la formación de conceptos de naturaleza geométrica.* Sin embargo, los diseñadores de planes y programas pareciera que consideran que esta etapa ha terminado una vez que el niño llega a la escuela primaria, y no sólo esto, sino que además pareciera partirse del supuesto de que de aquí en adelante, el niño podrá decodificar toda la información que se le ofrece en forma de imágenes en sus libros.

El descubrimiento de la perspectiva, en el Renacimiento, fue una de las aportaciones más importantes de aquella época. Los hombre de ciencia de ese entonces, como Durero y Leonardo, quienes también eran artistas, pintaban cuadros inmortales al tiempo que resolvían problemas prácticos de la geometría (Kline, 1972) y de otras ciencias. Sin embargo, muchos siglos habían pasado ya, después de los griegos y el desarrollo de su geometría. ¿Por qué suponer que para el niño será natural comprender la perspectiva sin más antecedentes?

Volviendo entonces al desarrollo de la geometría, dejando atrás a los egipcios y babilonios y otras culturas orientales y mesoamericanas, cuyos monumentos, construcciones y conocimientos astronómicos revelan un conocimiento geométrico profundo, puede pasarse a la historia de la geometría en el mundo occidental.

Entre los griegos había un verdadero culto por la geometría, el cual tenía importantes reflejos en todas las áreas del pensamiento humano. Se puede decir que la geometría fue la primera y más importante ciencia antigua. Esta se desarrolló a la par que la astronomía y tiempo después se desarrollarían la física, la química, la biología, etc.

Los griegos consideraban a la geometría como una ciencia que habituaba al razonamiento y refinaba la inteligencia. No obstante consideraban que no era necesario estudiarla con fines prácticos, pero sí para *la honra de la mente humana.*

Grandes filósofos y matemáticos dedicaron su vida al estudio de la geometría. La escuela pitagórica tenía el lema “Todo son números”, mientras la escuela de Platón (La Academia) tenía escrito sobre la puerta: “No entre aquí nadie que no sepa geometría”. Platón (429-348 a.C), decía que “antes Dios geometriza” queriendo decir con esto que, en la Naturaleza, todo esta construido *de acuerdo como son las formas geométricas*.

El proceso de teorización de la geometría va desde Tales a Euclides, quien sistematizó todos los conocimientos de geometría de su época que provenian de muy dispersas fuentes. La geometría se convierte en teoría, y la geometría teórica pasa a ser entonces "la ciencia demostrativa", como la consideraba Aristóteles. Así nace una ciencia geométrica propiamente dicha, que permitirá el desarrollo de nuevas tecnologías (entendiendo por tecnología el mejoramiento de las técnicas a partir de la teoría) superiores a las anteriores técnicas.

La geometría teórica es la plataforma del posterior desarrollo de las ciencias mecánica y óptica; así mismo brinda mejoras y novedades en campos como la astronomía o la geodesia.

Desde la época de Platón se estudiaban y trataban de resolver los problemas que hoy llamamos “clásicos”:

1. La cuadratura del círculo. Se trata de construir utilizando solamente la regla y el compás el lado de un cuadrado que tenga la misma área que un círculo dado.
2. La trisección del ángulo. Se trata de dividir un ángulo en tres partes iguales utilizando solamente la regla y el compás.
3. La duplicación del cubo. Consiste en hallar mediante una construcción geométrica en la que se utilice solamente la regla y el compás, un cubo que tenga un volumen doble del de un cubo dado.

Platón, incluso, llegó a considerar a la regla y al compás como instrumentos divinos por originar las líneas y formas que permiten resolver problemas. Sin embargo, para él, el estudio de la Geometría Superior no tenía más ambición que llegar al conocimiento por el

conocimiento mismo, la matemática superior se desligaba de su finitud y participaba de la trascendencia de lo que es infinito, inmutable y verdadero.

Como ya se ha mencionado la perspectiva es uno de los resultados geométricos importantes durante el Renacimiento. De esa época, otro invento habría de venir a revolucionar todo el desarrollo del conocimiento en todos los ámbitos del saber.

La imprenta preparó el camino de otro acontecimiento de igual importancia: la revolución matemática del siglo XVII. Tanto en las escuelas de la antigüedad como en Europa occidental del siglo XVII se había atribuido a las matemáticas una belleza abstracta. Los físicos del siglo XVII obligaron a sus contemporáneos a atribuir una cualidad igualmente pasmosa a la ciencia abstracta, al demostrar, como dijo Galileo, que el libro de la naturaleza estaba escrito en el lenguaje de las matemáticas. Anteriormente, la belleza de esta ciencia se había considerado como perteneciente a otro mundo. Cuando Aristóteles hizo su descripción del mundo físico, deliberadamente evitó todo lo que fuera más complicado que la aritmética simple y la geometría intuitiva.

El siglo XVII presenció el crecimiento y desarrollo de la geometría analítica y del cálculo, con grandes exponentes como René Descartes (1596-1650) y Pierre de Fermat (1601-1665), herramientas matemáticas nuevas que servían para describir el movimiento de la materia en el espacio; todo esto rebasó la tendencia estática de la geometría euclidiana.

Estas nuevas matemáticas se propusieron analizar la naturaleza en un nivel más profundo que la geometría antigua. Para ello, Galileo y quienes lo siguieron consideraron que era necesario abstraer y simplificar, quitarle a la experiencia todo color, olor, gusto y demás "cualidades secundarias" para llegar al corazón lógico al cual se prestaban sus ecuaciones.

De acuerdo con Kline (1972) la historia de la geometría no euclidiana se inicia desde la época de los griegos con los esfuerzos por eliminar las dudas acerca del axioma de las paralelas: *si una recta al incidir sobre dos rectas hace los ángulos internos del mismo lado menores que dos rectos, las dos rectas prolongadas indefinidamente se encontrarán en el lado en el que están los (ángulos) menores que dos rectos.*

Mientras que los postulados anteriores sólo exhibían la posibilidad de hacer construcciones con regla y compás (Filloy, 1998) éste propone algo que es verificable empíricamente (Filloy, 1998). Este hecho, aunado a que Euclides realiza la demostración de las primeras veintiocho proposiciones sin usarlo lo convierte en un ente sospechoso.

Para eliminar las dudas sobre el postulado surgen dos caminos, los cuales guían las investigaciones desde la época de los griegos hasta alrededor de 1800: 1) Reemplazar el postulado por un enunciado más evidente; 2) Intentar deducirlo de los otros axiomas, en cuyo caso, lo que se tendría sería un teorema y se acabarían las dudas.

Saccheri, quien vivió de 1667 a 1733 desarrolló técnicamente las consecuencias de un sistema de axiomas que incluye un axioma alternativo al de las paralelas de Euclides, según Kline (1972) *este hecho podría darle crédito como el creador de las geometrías no euclidianas*. El mismo autor opina que dicho crédito también podría otorgarse a Klügel y Lambert, quienes en el siglo XVIII reconocieron la existencia de geometrías alternativas. Sin embargo, por lo general se considera que los creadores de las geometrías no euclidianas son Lobachevsky, Gauss y Bolyai, quienes vivieron en el siglo XIX. A ellos les siguió Riemann cuya geometría resulta más adecuada que la de Euclides para describir la curvatura del espacio. Consecuentemente, Einstein incorporó las ideas de Riemann en la teoría de la relatividad.

Posteriormente, Hilbert desarrollaría la geometría de Bolyai-Lobachevski en su “Geometría Axiomática” dándole rigor lógico a una teoría que chocaba, en cierto sentido, con la intuición. Sin embargo, quizás esta formalización de la geometría, ha influido en la enseñanza de la geometría, dejando de lado todo el proceso que llevó a dicha formalización. La imaginación y la percepción se dejaron de lado y el énfasis se puso en las ventajas de la geometría para mostrar a los alumnos el método deductivo.

En la mitad del siglo XX la escuela anglosajona, fundamentalmente, vuelve a descubrir y a rehabilitar la imaginación dentro de la investigación, donde se siguen una serie de principios en los que se pone en evidencia el papel de la imaginación en el proceso de descubrimiento de los fenómenos que rodean a la humanidad. Al respecto T. Ribot (citado

por Bravo y del Sol, 1992), planteó: *Toda invención grande o pequeña, antes de cobrar forma ha sido el producto de la imaginación, una idea formada o trazada en la mente mediante nuevas combinaciones y correlaciones.*

Aunque la propuesta actual para la enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria se plantea recuperar la intuición y los conocimientos previos de los niños, así como utilizar su entorno como fuente del conocimiento matemático, se pueden detectar ciertas carencias en cuanto al desarrollo de la imaginación y la percepción geométrica, quizás porque se ha subestimado su importancia, de ello se comenta en el siguiente apartado.

1.2 El papel de la imaginación espacial y la percepción en el desarrollo de habilidades y en el estudio de la geometría

La incorporación de la geometría en la currícula de la educación básica ha buscado acercar al niño al estudio de la geometría a través de sus experiencias con los objetos que lo rodean cotidianamente; en este proceso la enseñanza de la geometría suele ser más intuitiva, dado que las primeras aproximaciones del niño en esta materia se hacen por medio del reconocimiento de elementos geométricos simples como líneas rectas y curvas, cuadriláteros y circunferencias.

En niveles educativos posteriores el estudio de la geometría se va haciendo más formal, teniendo un papel esencial en el desarrollo de otras ramas de las matemáticas como son el álgebra, cálculo, topología, análisis matemático entre otras.

Debido a que el primer contacto del niño con la geometría es de forma intuitiva, se deben considerar varios factores determinantes para su aprendizaje. La experiencia, la necesidad, el interés y la capacidad combinadora y del ejercicio que se realiza de ella y medio circundante según Vigotsky (1987) son factores que dependen directamente de la imaginación, habilidad importante para lograr un desarrollo sólido en la geometría.

Actualmente se empieza a situar a la imaginación en un lugar importante en el quehacer diario de las personas, estableciéndose una estrecha relación entre imaginación y creación. Se particulariza con un interés marcado en la imaginación espacial y la necesidad de su desarrollo para los estudios geométricos, los que están incluidos en la mayoría de los diseños curriculares de la escuela, por su rica aplicación en todas las esferas de la vida. [Bravo, Del Sol y Arteaga, 2001].

La capacidad de imaginación y percepción espacial juega un papel fundamental en el desarrollo de la geometría. Teniendo en cuenta esta perspectiva es importante que en la formación de los futuros profesores dentro del plan de estudio, se enfatice el desarrollo de la imaginación y percepción espacial desde el punto de vista del contenido, así como didáctico y metodológico

Según las clasificaciones realizadas por Ribot (citado por Petrovsky,1979); existen dos tipos de imaginación. El primero de ellos se basa en la estructura de lo imaginado, y el segundo se sustenta en la acción, es decir si llega o no a materializarse en la realidad.

Al considerar las definiciones dadas, se aprecia que aparecen relacionados los vocablos imaginación - creación. Ribot, identifica el potencial imaginativo como la madre de la creatividad.

Creo se debe de tomar en cuenta el punto de vista de Vigotsky (1987) , cuando señala que *"la creación no existe únicamente donde se crean grandes obras artísticas, sino también dondequiera que el hombre imagine, combine, transforme y cree algo nuevo por pequeño que sea en comparación con la obra de los genios"*.

Por otro lado, Petrovsky (1979), en su clasificación de habilidades, señala la importancia de la imaginación espacial en la resolución de problemas geométricos. Considera fundamental, a la hora de trabajar, el poder imaginarse correctamente el dibujo, para posteriormente examinarlo y explicar todos los casos que se presentan. Más específicamente, se requiere imaginar de forma correcta las figuras geométricas necesarias para poder aplicar una fórmula o para argumentar acerca de cierto concepto. Procesos que provocan en los estudiantes no pocas inquietudes.

Por ultimo considero importante también reflexionar sobre lo que señalan investigadores contemporáneos con respecto a la importancia de la imaginación. *La imaginación espacial clara se desarrolla gradualmente, como resultado de un entrenamiento continuo. Es necesario imaginarse bien -desde distintos puntos de vista- los cuerpos y figuras que se plantean en el problema.*

Precisamente, cuando la imaginación de la figura es pobre, trae como consecuencia la incomprensión de la disposición mutua real de los cuerpos que se muestran en la figura y hacen que el estudiante realice una solución errónea del problema. Esto permite inferir que la imaginación espacial perfecta es inseparable de la demostración lógica completa de todos los conceptos geométricos, en los cuales se apoyan durante el proceso de resolución.

[Bravo, Del Sol y Arteaga,2001]

Con una enseñanza verbal, el aprendizaje será pasivo. Mediante la experiencia directa, la actividad, la concepción por sí sola a través de los sentidos, de las cosas y de las operaciones sobre las cosas, es como le nacerá el concepto, primero vago y apenas esbozado y después más preciso, consistente, claro y universal [Castelnuovo, 1965].

Para mucha gente las habilidades básicas en matemáticas significan habilidades computacionales (cálculos). Como sea, los que hemos tenido contacto con la enseñanza de las matemáticas sabemos que las habilidades matemáticas van más allá de las habilidades computacionales. Sin embargo aún entre los muchos autores como Ribot, Petrovsky o Vigotsky no se ha logrado hacer una clasificación precisa de estas habilidades.

Yo creo que entre todos ellos sí hay una coincidencia: la geometría se puede ver como una parte básica a desarrollar en la enseñanza de las matemáticas por su estrecha relación con el desarrollo de las habilidades de imaginación y percepción espacial.

En 1976 la junta Directiva del Consejo Nacional de Profesores de Matemáticas (National Council of Supervisors of Mathematics -NCSM) se dio a la tarea de formular un rango de las habilidades matemáticas básicas. Produjeron una lista de diez áreas de habilidades matemáticas básicas. Una de ellas es la geometría.

Los estudiantes deben aprender conceptos geométricos que necesitarán para tener un funcionamiento efectivo en el mundo tridimensional. Deberán tener el conocimiento de conceptos como punto, línea, plano, paralelo y perpendicular. Deberán saber propiedades simples de las figuras geométricas, particularmente propiedades relativas a la medida y tener habilidad para resolver problemas. También deben ser capaces de reconocer similitudes y diferencias entre objetos [NCTM, 1976].

Algunas razones de por qué la geometría puede ser considerada un conocimiento básico en la enseñanza de las matemáticas, razones por las cuales es importante su enseñanza y razones que hacen que algunos conocimientos de ella sean esenciales para el funcionamiento efectivo en la sociedad moderna son las siguientes:

- La geometría es un conocimiento básico dado que es un auxiliar para la comunicación. Nuestro lenguaje, escrito y oral, tiene muchos términos geométricos; por ejemplo: punto, línea, plano, curva, ángulo, paralela, perpendicular, círculo, esquina, rectángulo y triángulo. Si queremos comunicar a otra persona la localización, tamaño o forma de algún objeto, estos términos geométricos son esenciales (la tienda se encuentra en la calle París, que es perpendicular a la calle Morelos).
- Tiene una aplicación importante en problemas de la vida real (estimación de áreas para pintar, estimación de distancias, estimación de espacios para colocar objetos, lectura de mapas y croquis, etc.)
- Tiene importantes aplicaciones en temas básicos de matemáticas. Funciona como un recurso visual en la aritmética, álgebra y conceptos estáticos. Frecuentemente se usan ejemplos geométricos o modelos para que los alumnos entiendan conceptos matemáticos, por ejemplo:
 - a) La recta numérica es usada para ilustrar varios conceptos numéricos y operaciones.
 - b) Las regiones geométricas y formas geométricas son usadas para desarrollar el trabajo del concepto de fracciones, equivalencia de fracciones, orden de fracciones y operaciones con fracciones.
 - c) Los arreglos rectangulares son una ayuda al enseñar propiedades de números naturales (p.e. pares e impares) o al enseñar la multiplicación de números naturales.
 - d) Las medidas lineales, de área y de volumen están estrechamente relacionadas con conceptos geométricos.
 - e) Las coordenadas en el plano y la idea de localización de puntos mediante un par ordenado de números reales nos da una idea significativa de la relación entre el álgebra y la geometría.
 - f) La representación geométrica mediante barras, líneas o gráficas de pastel nos ayuda a interpretar y entender de mejor forma la estadística.

g) Las formas y arreglos geométricos en ocasiones son un auxiliar en la enseñanza de la lógica y un auxiliar para la habilidad de clasificar (p.e. los mapas conceptuales).

Si los estudiantes tienen antecedentes limitados en la geometría básica, los profesores estarán restringidos a los modelos y los auxiliares disponibles para enseñar otros conceptos matemáticos.

- Contiene una preparación valiosa para cursos en matemática avanzada y otras ciencias así como para otras carreras que requieren de habilidades matemáticas. La geometría es esencial para el cálculo, pues una estrategia básica, al enseñarlo, proviene de investigar el comportamiento geométrico de las funciones. La geometría es un prerrequisito para estudiar física, astronomía, arte, diseño industrial, química (para la estructura molecular y atómica), biología (estructura de las células) y geología. Las habilidades geométricas son de gran importancia en la arquitectura y el diseño, en ingeniería y en varios aspectos de la construcción.
- Está estrechamente relacionada con el desarrollo de la imaginación y percepción espacial. La necesidad de tener una buena imaginación y percepción espacial también trae la necesidad de tener la habilidad para visualizar objetos en el espacio y la relación entre ellos. Aunado a lo anterior también existe la necesidad de ser capaz de leer la representación en dos dimensiones de objetos tridimensionales (proyecciones ortogonales, perspectivas y proyecciones isométricas); capacidad puesta en práctica al seguir instrucciones para ensamblar objetos siguiendo ciertas instrucciones acompañadas de un dibujo.
- Sirve como vehículo para estimular y ejercitar las habilidades del pensamiento y las habilidades para resolver problemas. La geometría provee a los estudiantes con herramientas para observar, comparar, medir, hipotetizar, generalizar y abstraer.

Una estructura apropiada en las actividades geométricas presenta oportunidades para la creatividad y pensamiento imaginativo en la parte del aprendizaje.

- Tiene un valor cultural y estético en la sociedad. El entender y apreciar las formas caprichosas de la naturaleza y las obras de arte hechas por el ser humano contribuye a tener una vida plena.

Algunos de los puntos anteriores se retoman como parte importante de la práctica de la imaginación y percepción espacial, por lo que estos aspectos se han incluido dentro del currículo escolar actual.

Tomando en cuenta todo lo anterior pienso que si se desarrolla la imaginación espacial de manera continua, a través de actividades que vayan motivando la imaginación y percepción geométrica, el niño comenzará, por ejemplo, a identificar vértices, aristas y caras de los prismas, para luego concretar sus observaciones en el diseño de los patrones de armado de diversos cuerpos geométricos, lo cual dará lugar a un desarrollo sólido en el proceso del aprendizaje de la geometría, lo que sin duda lo dotará de mejores armas para enfrentar aprendizajes posteriores de la matemática u otras disciplinas.

1.3 La geometría y la imaginación espacial en el currículo escolar actual en educación básica

La enseñanza de esta disciplina en el pasado fue desfavorecida, ya que era ubicada al final del programa y de los libros de texto. Actualmente se recomienda trabajarla durante todo el año y en todos los grados de la escuela primaria, de manera que los niños la practiquen constantemente. Uno de los problemas que existen en el nuevo plan de estudio, es que en los libros de texto gratuitos de la SEP no hay un orden cronológico pertinente, es decir, hay huecos en el orden de aparición de las actividades, estos "hoyos" impiden lograr un trabajo adecuado para desarrollar la percepción e imaginación espacial de los niños, estos serán analizados en el capítulo 2 de esta tesis pero se puede adelantar un ejemplo. En primer grado se trabaja principalmente con rompecabezas, mosaicos y tangram y en segundo grado este trabajo se ve truncado, e inician actividades de reconocimiento de patrones para armar prismas dejando de lado la continuidad de las actividades referentes a armado de rompecabezas que podrían ser aprovechadas para comenzar de una mejor forma el estudio de las simetrías y la perspectiva. Es en cuarto grado que se construye de una manera más correcta el armado de patrones, pues comienzan con la identificación de ciertas características de los cuerpos geométricos.

Un problema en la enseñanza de la geometría en México es que los contenidos de geometría y propósitos están poco definidos y no se ve con claridad cuáles son los medios para lograr un aprendizaje significativo. Por ejemplo, en el primer grado se comienza a trabajar la construcción de prismas elaborando el forro de cajas (esto en el Fichero de actividades, material que no llega a todos los profesores de educación básica), en el segundo grado en el Libro del niño aparece una lección donde se pide que los niños identifiquen patrones de armado con los prismas. Entre estas dos actividades no hay nada, el trabajo gradual para que el niño logre realizar la lección con éxito es cortado de un grado a otro, es decir, no existen suficientes actividades para que el niño, a través de su experiencia y estrategia propia, concluya cómo hacer el patrón de armado de ciertos prismas, lo cual contradice el nuevo enfoque de la enseñanza de las matemáticas.

La enseñanza de la geometría en la escuela secundaria tiene como propósitos principales:

- Proporcionar a los alumnos una experiencia geométrica que les ayude a comprender, descubrir y representar el entorno y el mundo donde viven.
- Proporcionarle también una serie de conocimientos que le serán útiles para resolver problemas de la vida cotidiana y acceder al estudio de otras materias y disciplinas yo agrego aquí: como son la geografía y el arte.
- Iniciarlos gradualmente al razonamiento deductivo esencial en el estudio de la matemáticas.

[Libro para el maestro, Educación secundaria SEP, 1996 p. 223-224]

Estos propósitos no se logran partiendo de la nada, por eso se debe trabajar con los niños previamente en la educación primaria, pues es en edad temprana cuando se aprecian los procesos de creación que se caracterizan por un rápido desarrollo imaginativo. siendo éste un elemento indispensable. Al hacer referencia a este desarrollo es pertinente aclarar que no se trata simplemente del recuerdo de lo vivido, sino de la transformación creadora de las impresiones vividas y de la combinación y organización de estas impresiones para la formación de una nueva realidad que responde a las exigencias e inclinaciones del propio niño, luego pues, la imaginación tiene un fuerte componente motivacional.

“No es raro que en la educación secundaria la enseñanza de esta disciplina se limite a presentar definiciones, teoremas y demostraciones que no tengan sentido para los alumnos” [Libro para el maestro, Educación secundaria SEP, 1996 p. 224]; para que esto no suceda, el desarrollar previamente la percepción e imaginación espacial es de suma importancia con la finalidad de que posteriormente, estas habilidades se concreten o se dirijan hacia la construcción de conjeturas naturales que serán formalizadas con ayuda de un lenguaje formal.

El nuevo enfoque en los programas enfatiza entre otras cosas:

- El conocimiento, manipulación y representación plana de los sólidos comunes, con el objeto de que los alumnos desarrollen su imaginación espacial y se acostumbren al lenguaje utilizado para describirlos.

Sin embargo, es necesario contar con una extensa gama de actividades que primero desarrollen estas habilidades (imaginación espacial y percepción geométrica) y, posteriormente, utilizarlas para hacer una representación plana del entorno del niño, lo cual en los libros de texto gratuitos se presenta de una forma agresiva y que provoca confusión. Por ejemplo Comenius y Pestalozzi resaltan la intuición como una actividad dinámica que se acerca más a verla como una forma de construcción, Comenius propone *que el conocimiento debe, necesariamente, empezar a través de los sentidos si es verdad que nada puede ser objeto de comprensión si no ha sido primero objeto de sensación.**

Los conceptos espaciales se necesitan para interpretar, entender y apreciar nuestro mundo. Aspectos importantes del sentido espacial son las ideas e intuiciones sobre figuras bi y tri-dimensionales y sus características; la relación entre figuras; y el efecto que ejercen los cambios sobre las figuras. Los niños que desarrollan un sentido sólido de relaciones espaciales y que dominan los conceptos y el lenguaje de la geometría están mejor preparados para aprender ideas numéricas y de medición, así como otros temas matemáticos avanzados.

[...] Hay muchas habilidades y conceptos geométricos que son esenciales en el proceso de resolución de problemas. Por ejemplo, una estrategia primaria de resolución de problemas es hacer un dibujo o un diagrama, lo cual es, en muchos casos, una representación geométrica del problema [NCTM, 1986].

La iniciación gradual al razonamiento deductivo, en situaciones escogidas por el profesor y teniendo en cuenta que el acceso a la demostración en matemáticas, es un objetivo que requiere de tiempo, con una preparación adecuada y cuidadosa. Sin embargo, es un objetivo difícil de lograr en la educación básica debido a varias causas, entre otras, a los grandes huecos existentes en algunos temas como los patrones de armado de los sólidos y perspectiva; esto aunado a las pobres experiencias de los profesores cuando ellos aprendieron estos temas hace que se dificulte aún más alcanzar estas metas, *uno de los*

* Citados por Emma Castelnuovo en el libro *Didáctica de la matemática moderna*, edición en español 1970. p.17

factores que más afecta la manera de dar clase de los maestros es su experiencia como estudiantes, principalmente, la de sus primeros años de escuela (Saíz, 2002 p.110).

Investigaciones relacionadas con las concepciones mostraron la influencia de éstas en las actuaciones de las personas, al trasladar este resultado al fenómeno educativo y al hacer investigaciones en este sentido se encuentra que las concepciones de los maestros afectan de manera importante su manera de enseñar (ver Saíz, 2002, p.97).

Lo que también señala Castelnuovo (1970) *frente a un desarrollo o mejor dicho frente a una evolución de las matemáticas que se han verificado en estos últimos decenios, el problema de la formación cultural del profesorado asume una importancia todavía mayor.* Por eso, esta tesis propone actividades complementarias como apoyo a los profesores de educación básica, actividades que desarrollan las habilidades de percepción e imaginación espacial, pero sin pretender limitar la imaginación y curiosidad para explorar otras situaciones que el profesor considere favorables.

CAPÍTULO 2

Análisis de la propuesta actual en los materiales de la SEP (libro del niño y fichero de actividades)

La Secretaría de Educación Pública (SEP) después de un proceso de diagnóstico y evaluación inicia la elaboración de planes experimentales para la educación preescolar, primaria y secundaria (1990), que dentro del programa denominado "Prueba Operativa" fueron aplicados en un número limitado de planteles, con el objeto de probar su pertinencia y viabilidad. Para 1991, el Consejo Nacional Técnico de la Educación remite a la consideración de sus miembros y a la discusión pública una propuesta para la orientación general de la modernización de la educación básica, contenida en el documento "Nuevo Modelo Educativo". El debate llevado a cabo contribuyó notablemente a la precisión de los criterios centrales que deberían orientar la reforma.

A lo largo del proceso, se fue creando consenso en torno a la necesidad de fortalecer los conocimientos y habilidades realmente básicos, entre los que destacaban claramente las capacidades de lectura y escritura, el uso de las matemáticas en la solución de problemas y en la vida práctica.

Entre los objetivos del nuevo plan y programas se menciona que los niños: adquieran y desarrollen habilidades intelectuales (la lectura y la escritura, la expresión oral, la búsqueda y selección de información, la aplicación de las matemáticas a la realidad) que les permitan aprender permanentemente y con independencia, así como actuar con eficacia e iniciativa en las cuestiones prácticas de la vida cotidiana.

Dentro de la organización del plan de estudios (1993) la asignatura de matemáticas se debe trabajar 240 horas anuales, repartidas en 6 horas semanales para el primero y segundo grados, y de tercer a sexto grado el trabajo se reduce a 200 horas anuales, que son, 5 horas semanales. La orientación adoptada para la enseñanza de las matemáticas pone el mayor énfasis en la formación de habilidades para la resolución de problemas y el desarrollo del

razonamiento matemático a partir de situaciones prácticas. En el nuevo enfoque la enseñanza de las matemáticas se organiza en torno a seis ejes temáticos:

- Los números, sus relaciones y sus operaciones (aritmética)
- Medición
- Geometría
- Procesos de cambio (razón y proporción)
- Tratamiento de la información (introducción a la estadística)
- Predicción y azar

Los propósitos que señala el programa son los siguientes:

- La capacidad de utilizar las matemáticas como un instrumento para reconocer, plantear y resolver problemas.
- La capacidad de anticipar y verificar resultados.
- La capacidad de comunicar e interpretar información matemática.
- La imaginación espacial.
- La habilidad para estimar resultados de cálculos y mediciones.
- La destreza en el uso de ciertos instrumentos de medición, dibujo y cálculo.
- El pensamiento abstracto a través de distintas formas de razonamiento, entre otras, la sistematización y generalización de procedimientos y estrategias.

El trabajo de esta tesis se centra en el eje temático de la Geometría, por lo cual primero hice una selección de los materiales de distribución gratuita que la Secretaría de Educación Pública emitió para el ciclo escolar 2002-2003: el Libro de Texto Gratuito para los niños, y el Fichero de Actividades didácticas.

2.1 clasificación del material

Como mencioné al inicio de esta tesis, la idea surge a partir de mi experiencia como profesora a nivel secundaria y por mi trabajo realizado en el desarrollo de *Mi Ayudante, un auxiliar didáctico para los profesores de primaria*, el cual se basa en la investigación "*Propósitos y contenidos actuales de la enseñanza de las matemáticas en México en el nivel primaria*" realizada por la UPN y la SMM con apoyo de Conacyt*. En esta investigación se construyó una metodología para analizar los materiales de la SEP, con la que se elaboraron unas bases de datos. Tanto la metodología como las bases de datos han sido utilizadas y adecuadas a las finalidades de *Mi ayudante* y de este trabajo de tesis, lo que me permite ofrecer la información que se detalla más adelante.

Después de seleccionar todas las lecciones y fichas que aparecen relacionadas al eje de geometría hice una clasificación de éstas en los siguientes términos:

- ❖ Una primera clasificación fue la de poner una especial atención a las habilidades que ayudan al desarrollo de la imaginación espacial¹, éstas a su vez se clasificaron en actividades con rompecabezas, actividades con el Tangram, actividades para identificar patrones geométricos (mosaicos, teselaciones y simetrías) y actividades de ubicación espacial (diseño y lectura de planos, croquis, trayectos y perspectiva). En la tabla correspondiente al anexo 1 que se encuentra al final de esta tesis se ve claramente que sólo es en el primer y segundo grado donde se trabajan los rompecabezas y el Tangram, habiendo una interrupción muy clara en tercer grado.
- ❖ Una segunda clasificación fue seleccionar las lecciones y fichas de actividades donde se trabaja la identificación y clasificación de figuras geométricas, subdividiendo esta clase en actividades con el Tangram, identificación y clasificación de figuras con procedimientos informales (número de vértices, lados rectos o figuras curvilíneas, número de lados) y formales (medida de ángulos,

* Investigación realizada por Silvia Alatorre, Natalia de Bengoechea, Lydia López, Elsa Mendiola, Mariana Saiz y Arturo Villareal. Profesores de la Universidad Pedagógica Nacional.

¹ Estas habilidades se mencionan más adelante.

lados paralelos, lados perpendiculares, simetrías, etc.) y la última subclase es Reproducción de figuras modelo (con y sin apoyo de una cuadrícula).

- ❖ Una tercera clasificación fue seleccionar las lecciones y fichas de actividades donde se trabaja la Identificación, clasificación y construcción de cuerpos geométricos.
- ❖ Para finalizar realizo un análisis mediante el seguimiento secuencial de estas habilidades en los 6 grados de educación básica, detectando los huecos y truncamientos.

Habilidades

En el enfoque de los planes y programas actuales se hace mención a la importancia del desarrollo de habilidades, pero no se hace ninguna caracterización de las habilidades que se pretende desarrollar. *Mi ayudante, auxiliar didáctico para los profesores de primaria**, utiliza un listado de 28 habilidades básicas, clasificadas en ocho familias:

- *Cálculo*: cálculo mental y mecanizaciones.
- *Coordinación motriz fina*.
- *Percepción*: percepción en el plano y en el espacio de formas, de tamaños relativos, de posiciones relativas y de la perspectiva.
- *Previsión*: reconocimiento de patrones tanto numéricos como geométricos, y estimación de resultados tanto numéricos como de disposición espacial.
- *Manejo de fórmulas*: seguimiento de instrucciones, lectura de fórmulas y uso de fórmulas.
- *Estrategias para la resolución de problemas*: acomodamiento de la información, decantamiento de la información, ensayo y error, planteamiento de la pregunta adecuada y trabajo en reversa.

*Dirección electrónica del sitio *Mi ayudante, un auxiliar didáctico para los profesores de primaria*:
<http://kan.ajusco.upn.mx/miayudante/>

- *Operaciones mentales*: analogías, generalizaciones, planteamiento de hipótesis, procesos inversos y clasificación.
- *Formulaciones*: expresión de procesos, modelación, construcción de fórmulas y planteamiento de problemas.

A continuación se describe con mayor detalle las habilidades utilizadas para el análisis que hago del material de la SEP*:

- *Percepción de formas en el plano y el espacio*. Consiste en identificar formas, líneas y contornos y sus similitudes. Permite identificar un cuerpo con sólo ver su representación en un dibujo; también permite reconstruir un cuerpo al observar sus caras laterales o una vista desde arriba.
- *Percepción de posiciones relativas*. Consiste en identificar las posiciones que tienen entre sí, cuerpos y objetos en el entorno o en una imagen bidimensional, como un dibujo o una fotografía. Inicia desde conceptos como “lejos” y “cerca”, y se dirige hacia la ubicación en el plano cartesiano y la detección de caras no visibles en los cuerpos.
- *Percepción de tamaños relativos*. Consiste en identificar diferencias en las diversas magnitudes. Permite comparar, diferenciar y clasificar magnitudes. Inicia desde el ordenamiento por tamaños de objetos y figuras y llega, en la primaria, hasta la percepción de tamaños relativos en lados y ángulos de polígonos, y con la imaginación de distancias geográficas y astronómicas, por ejemplo.
- *Percepción de perspectivas*. Consiste en reconocer, en el espacio físico o en una fotografía, la apariencia de menor tamaño de un objeto cuando se observa a distancia; y en un dibujo hecho en perspectiva, que el tamaño relativo de un objeto representa su ubicación en uno de los diferentes planos de profundidad de la imagen.

* Habilidades tomadas de la investigación “Mejoramiento de la enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria”. 1999. Alatorre, Bengoechea, et.al. UPN.

- *Estimación de resultados de disposición espacial.* Consiste en poder anticipar o predecir el resultado aproximado de una acción geométrica antes de realizarla. Por ejemplo, cuando un niño predice en qué posición quedarán sus dedos en la imagen al poner la mano junto a un espejo, o cuando se imagina cómo va a ser un cuerpo geométrico con sólo ver su desarrollo plano.
- *Clasificación.* Consiste en poder reconocer y seleccionar características en un conjunto de objetos que permitan su clasificación y agrupamiento en subconjuntos ajenos. Por ejemplo, la cantidad de lados en los polígonos permite clasificarlos en triángulos, cuadriláteros, pentágonos, etc.
- *Reconocimiento de patrones geométricos.* Consiste en identificar las relaciones que hay entre las figuras de una secuencia. Se pone en juego, por ejemplo, cuando se tiene que continuar o completar una serie de dibujos o gráficos.
- *Coordinación motriz fina.* Se refiere a destrezas manuales que se adquieren gradualmente, por ejemplo, con el armado de rompecabezas y de mosaicos o embaldosados, el trazo de contornos de figuras y cuerpos, el doblado y recortado de papel, el dibujo a mano alzada de objetos y figuras del entorno, los trazos con el juego de geometría cuya precisión vaya en aumento, armado de cuerpos, etc.
- *Decantamiento de la información.* Consiste en reconocer si la información que brinda un problema o situación se va a usar o no, es decir, en identificar cuáles datos son relevantes o necesarios para resolver un problema y cuáles son superfluos o innecesarios.
- *Seguimiento de instrucciones.* Consiste en poder realizar una serie de actividades que se describen mediante un texto o dibujos. Es un antecedente para el aprendizaje de la lectura y el uso de fórmulas y algoritmos.
- *Ensayo y error.* Consiste en ir probando, uno tras otro, posibles caminos o soluciones hasta lograr avanzar en la solución o resolver el problema.
- *Acomodamiento de la información.* Consiste en saber cómo usar la información de un problema; por ejemplo, reconocer qué dato corresponde a qué aspecto del problema planteado, y cuándo y para qué se puede emplear.

Durante el análisis realizado a los materiales de la SEP (libros de texto gratuitos y ficheros de actividades), encontré que ciertas actividades desarrollan una habilidad que pareciera ser *Reconocimiento de patrones geométricos*, sin embargo, la definición de ésta no es suficiente para la clasificación de éstas. Como producto del análisis realizado para este trabajo de tesis propongo una definición más conveniente: *Reconocimiento de patrones geométricos consiste en identificar las relaciones que hay entre las figuras de una secuencia o bien las relaciones existentes entre las figuras de mosaicos y teselas.*

Por lo anterior considero que sería importante hacer una nueva clasificación de habilidades integrando una habilidad más en la familia de Previsión y de esta forma lograr un análisis más preciso en el eje temático de geometría.

Para una mejor lectura en las gráficas y tablas que se muestran en las siguientes secciones propongo la siguiente nomenclatura de las habilidades:

<i>Percepción de formas en el plano y el espacio</i>	PFPE
<i>Percepción de posiciones relativas</i>	PPR
<i>Percepción de tamaños relativos</i>	PTR
<i>Percepción de perspectivas</i>	PP
<i>Estimación de resultados de disposición espacial</i>	ERDE
<i>Clasificación</i>	C
<i>Reconocimiento de patrones geométricos</i>	RPG
<i>Coordinación motriz fina</i>	CMF
<i>Decantamiento de la información</i>	DI
<i>Seguimiento de instrucciones</i>	SI
<i>Ensayo y error</i>	EE
<i>Acomodamiento de la información</i>	AI

2.2 El análisis de los materiales

Al hacer la clasificación de las lecciones y fichas del eje temático geometría se puede observar que:

- Un 24.20% del total de lecciones en los libros de texto de los 6 grados, son lecciones dedicadas al eje temático de geometría.
- Un 20.25% de las fichas en los ficheros de actividades de los 6 grados, son fichas dedicadas al eje temático de geometría.

De este total de lecciones y fichas he detectado que se reparten en cada uno de los seis grados de la siguiente forma:

GRADO	% DE LECCIONES EN EL EJE TEMÁTICO GEOMETRÍA	% DE FICHAS EN EL EJE TEMÁTICO GEOMETRÍA
1º	21%	12%
2º	20%	19%
3º	13%	15%
4º	17%	19%
5º	12%	17%
6º	17%	18%

Se ve claramente que en tercero y quinto grados disminuye la cantidad de lecciones dedicadas al estudio de la geometría, mientras que en los dos primeros grados se dedica a este tema casi una quinta parte de las lecciones.

En las fichas podemos ver que el trabajo dedicado en el primer grado es casi la mitad de lo que se dedica en promedio en los grados posteriores, lo que nos habla de un manejo inadecuado del material concreto en el inicio de la educación primaria, esto también se puede observar en la clasificación por habilidades (ver gráficas Porcentaje de lecciones y Porcentaje de fichas de CMF y EE), donde las habilidades de construcción de estrategias con el ensayo y error y coordinación motriz fina no son de las más favorecidas.

Siguiendo en esta línea, podemos observar en primer lugar que no hay una correspondencia entre las habilidades desarrolladas por grado en el libro de texto y en el fichero de actividades, lo cual nos lleva a un desequilibrio en el trabajo realizado por el niño; en segundo lugar, se puede observar que la habilidad de Percepción de formas en el plano y el espacio es la habilidad que más se presenta en el trabajo con el libro de texto, sin embargo

la mayoría de las lecciones donde se detecta esta habilidad se refiere al trabajo que se hace en el plano, dejando de lado el trabajo de la percepción en el espacio y su representación en dos dimensiones, nuevamente esto es claro al ver la siguiente tabla donde las habilidades de percepción de perspectivas y estimación de disposición espacial son poco trabajadas a lo largo de toda la educación primaria.

Habilidades MÁS favorecidas por grado				
Grado	Lecciones		Fichas	
1°	PFPE	PPR	PFPE	RPG
2°	PFPE	PPR	AI	CMF
3°	PPR	PFPE	CMF	PFPE
4°	PPR	PFPE	PFPE	RPG
5°	PFPE	PPR	PFPE	PPR
6°	PFPE	CMF	PFPE	CMF

También se observa que la habilidad de coordinación motriz fina es muy favorecida en el último grado de la primaria, sin embargo esta debería ser una habilidad desarrollada a partir del primer grado de la educación primaria.

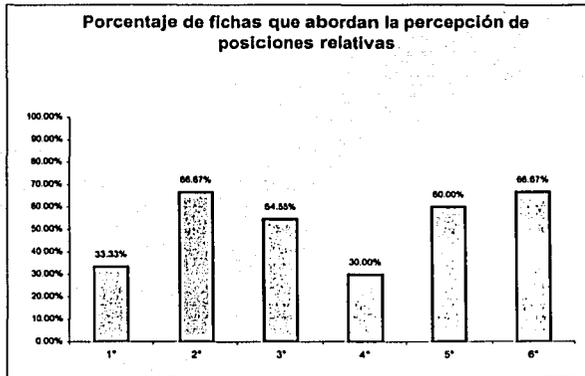
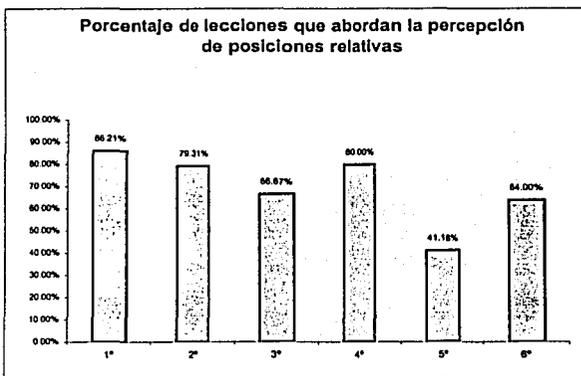
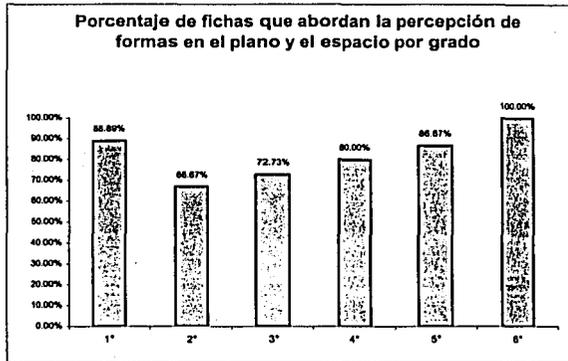
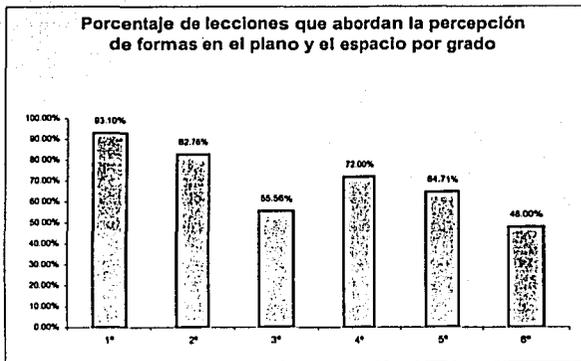
Habilidades MENOS favorecidas por grado				
Grado	Lecciones		Fichas	
1°	ERDE	SI	SI	PP
2°	ERDE	PP	RPG	PP
3°	C, ERDE	PP	RPG	PP
4°	PTR, AI	EE, SI	PP	PTR
5°	ERDE	PTR	PP	CMF
6°	ERDE	PP, EE	ERDE	DI

La tabla anterior muestra que una de las habilidades poco favorecidas en los ficheros de actividades es la de percepción de perspectivas, esta habilidad es más explotada a nivel secundaria al iniciar el trabajo de dibujo técnico, sin embargo sería conveniente que se trabajara más en la educación primaria para que los alumnos no tengan problemas en sus estudios posteriores.

También podemos ver que el trabajo en el libro de texto no favorece de manera suficiente la habilidad de estimación de resultados de disposición espacial, habilidad estrechamente

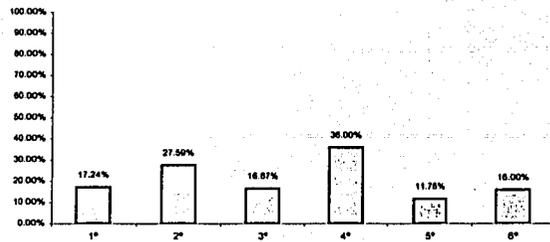
ligada a la de percepción de perspectivas y la adecuada representación en dos dimensiones de objetos en tercera dimensión.

A continuación se muestran las gráficas del porcentaje de lecciones y fichas de cada grado dedicadas a cada una de las habilidades detectadas en el análisis hecho para este trabajo de tesis.

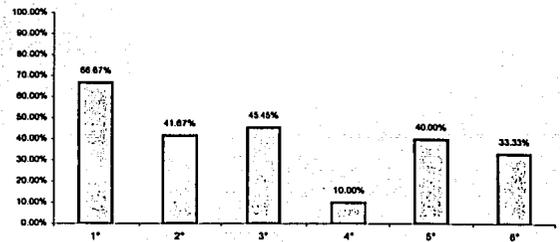


TESIS CON FALLA DE ORIGEN

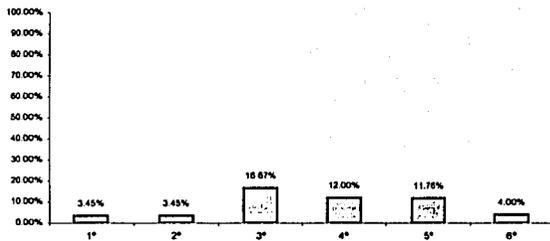
Porcentaje de lecciones que abordan la percepción de tamaños relativos



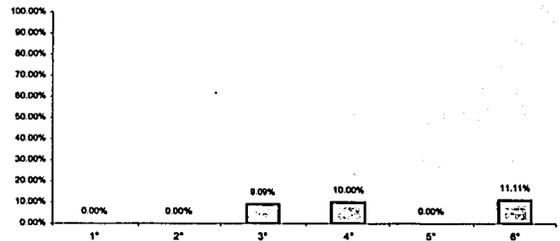
Porcentaje de fichas que abordan la percepción de tamaños relativos



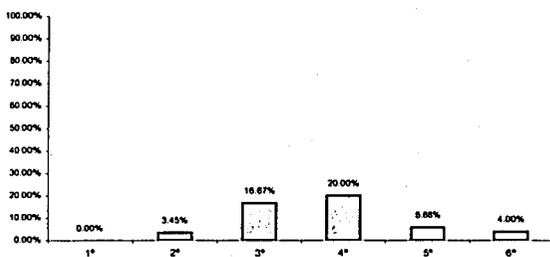
Porcentaje de lecciones que abordan percepción de perspectivas



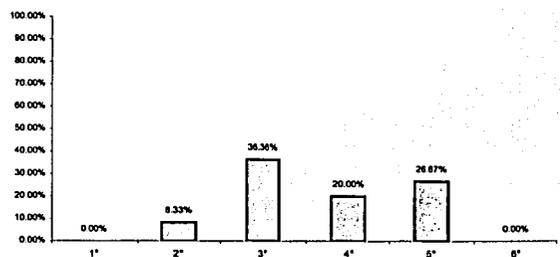
Porcentaje de fichas que abordan percepción de perspectivas



Porcentaje de lecciones que abordan estimación de disposición espacial

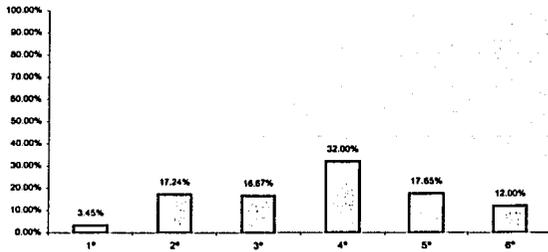


Porcentaje de fichas que abordan estimación de disposición espacial

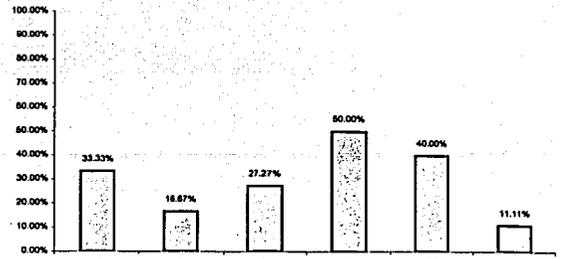


TESIS CON FALLA DE ORIGEN

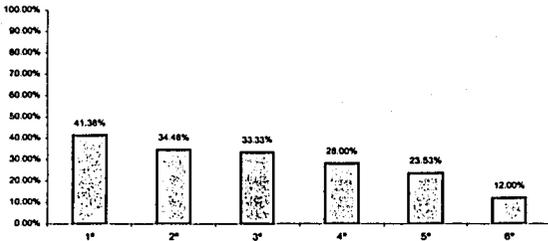
Porcentaje de lecciones que abordan clasificación



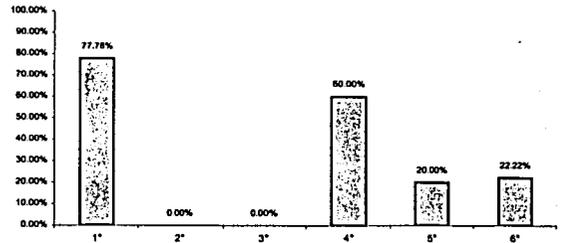
Porcentaje de fichas que abordan clasificación



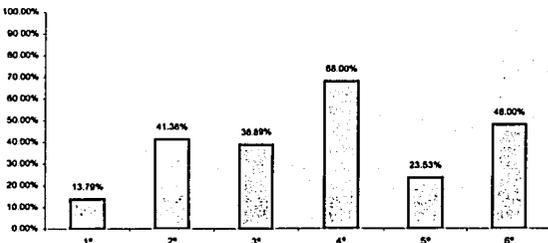
Porcentaje de lecciones que abordan reconocimiento de patrones geométricos



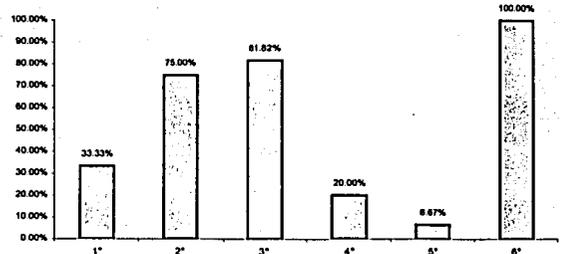
Porcentaje de fichas que abordan reconocimiento de patrones geométricos



Porcentaje de lecciones que abordan coordinación motriz fina

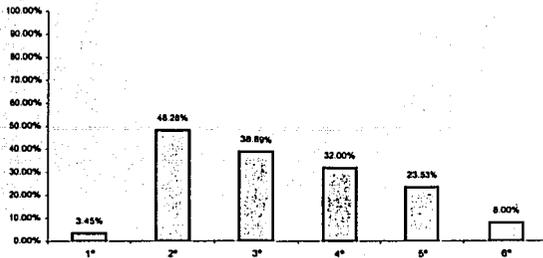


Porcentaje de fichas que abordan coordinación motriz fina

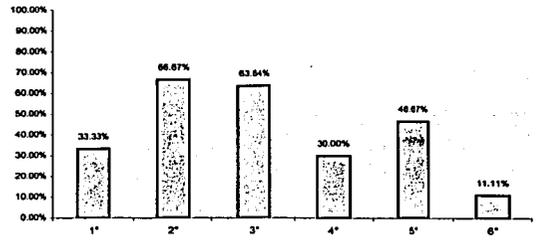


TESIS CON FALLA DE ORIGEN

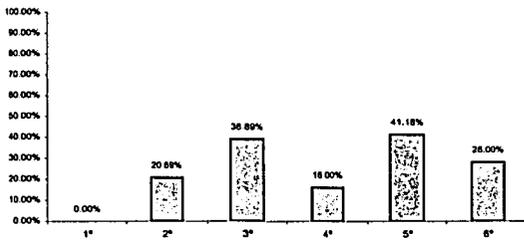
Porcentaje de lecciones que abordan decantamiento de la información



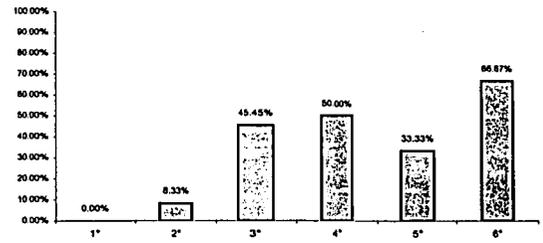
Porcentaje de fichas que abordan decantamiento de la información



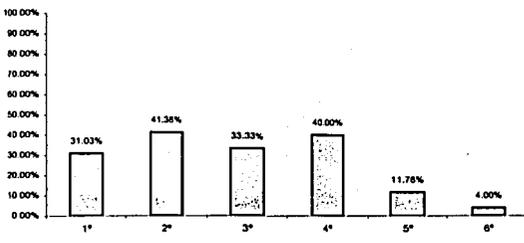
Porcentaje de lecciones que abordan seguimiento de instrucciones



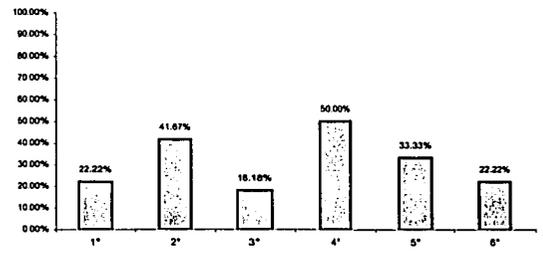
Porcentaje de fichas que abordan seguimiento de instrucciones



Porcentaje de lecciones que abordan construcción de estrategias con el ensayo y error

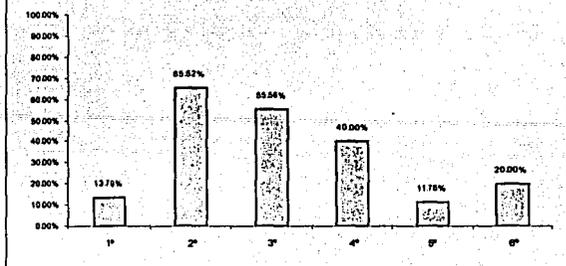


Porcentaje de fichas que abordan construcción de estrategias con el ensayo y error

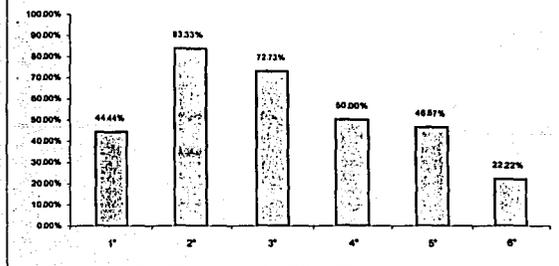


TESIS CON FALLA DE ORDEN

Porcentaje de lecciones que abordan acomodamiento de la información

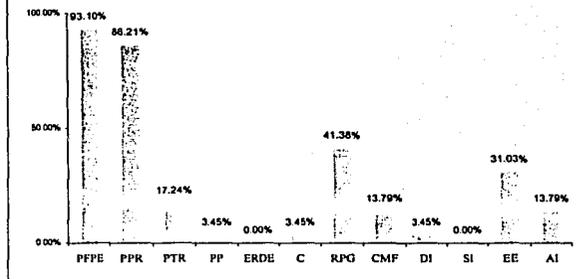


Porcentaje de fichas que abordan acomodamiento de la información

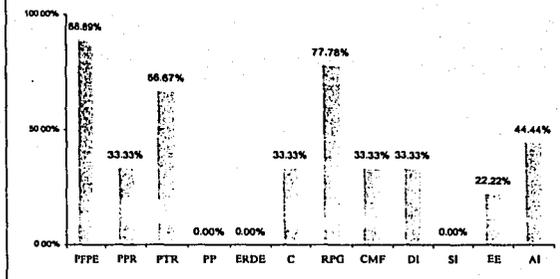


Las siguientes gráficas muestran el porcentaje de las lecciones y fichas, grado por grado, del eje de geometría que trabajan cada una de las habilidades:

Porcentaje de lecciones con habilidades 1er. grado

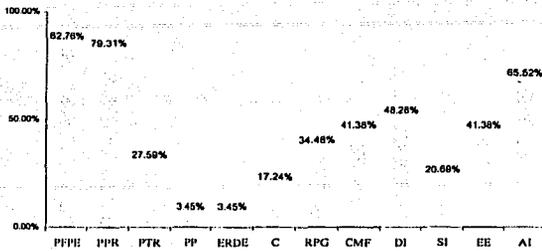


Porcentaje de fichas con habilidades 1ro. grado

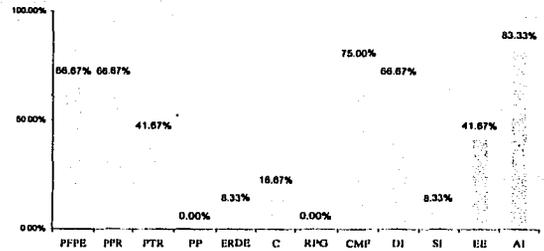


TESIS CON
FALLA DE CONTEN

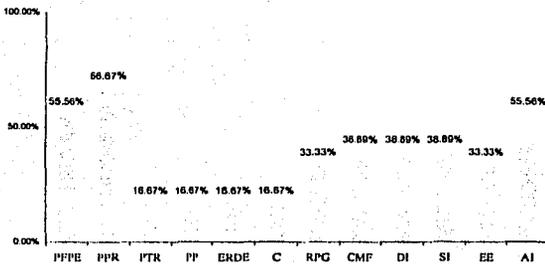
Porcentaje de lecciones con habilidades 2do. grado



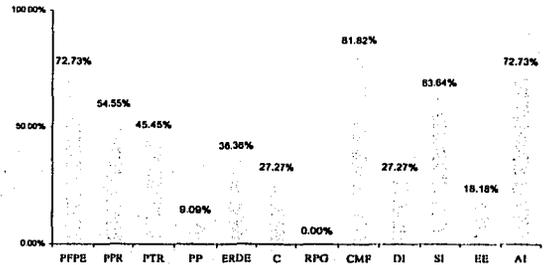
Porcentaje de fichas con habilidades 2do. grado



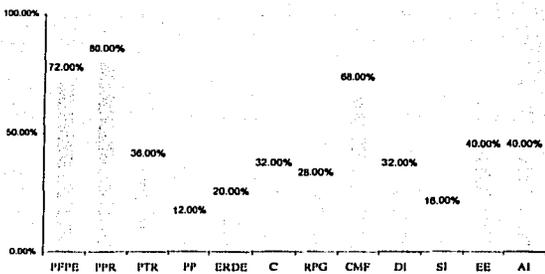
Porcentaje de lecciones con habilidades 3er. grado



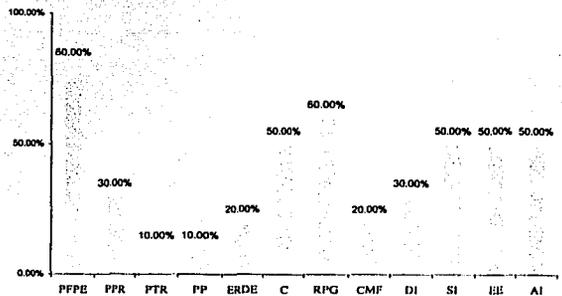
Porcentaje de fichas con habilidades 3er. grado



Porcentaje de lecciones con habilidades 4to. grado

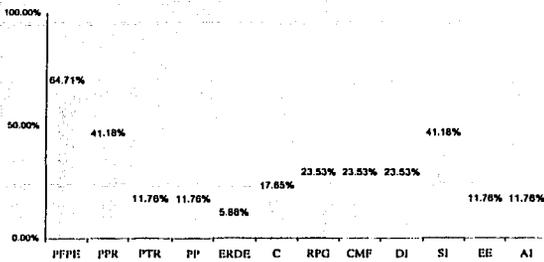


Porcentaje de fichas con habilidades 4to. grado

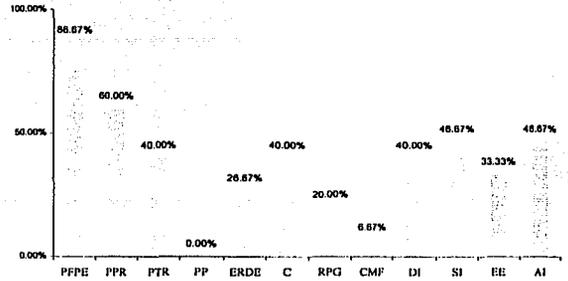


TESIS CON FALLA DE ORIGEN

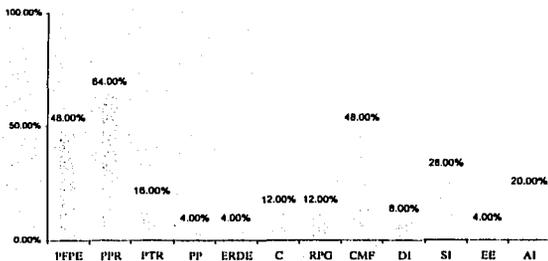
Porcentaje de lecciones con habilidades 5to. grado



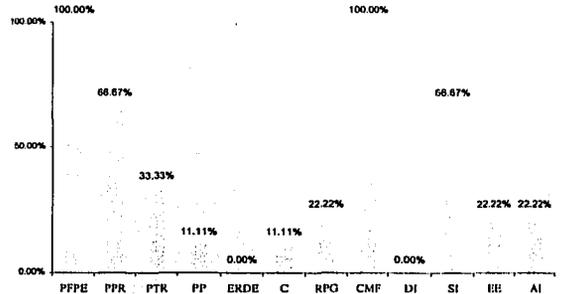
Porcentaje de fichas con habilidades 5to. grado



Porcentaje de lecciones con habilidades 6to. grado



Porcentaje de fichas con habilidades 6to. grado



Las tablas con los detalles de las clasificaciones se anexan al final de esta tesis.

**TESIS CON
FALLA DE ORIGEN**

CAPÍTULO 3

Propuesta de actividades

En este capítulo del trabajo de tesis propongo una serie de actividades que pretenden apoyar el trabajo de los profesores de educación primaria. Cada una se analiza de manera similar a las lecciones y fichas de actividades de los materiales de la SEP, se muestran las habilidades y contenidos matemáticos que se trabajan en cada una de ellas, tratando de cubrir algunas de las deficiencias encontradas en el análisis del capítulo anterior, como la continuidad del trabajo con rompecabezas en los grados 3° y 4°, el trabajo de clasificación en 1er grado y la estimación de disposición espacial en los dos últimos grados de la primaria.

Las actividades están propuestas para algunos grados según la dificultad, el maestro está en libertad para hacer las modificaciones pertinentes según el avance de sus grupos.

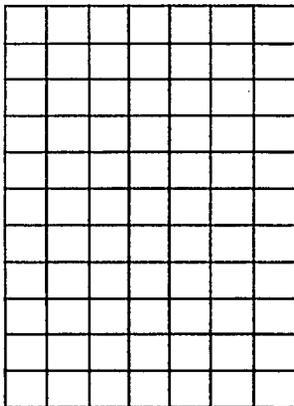
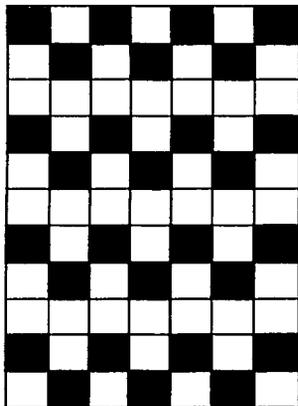
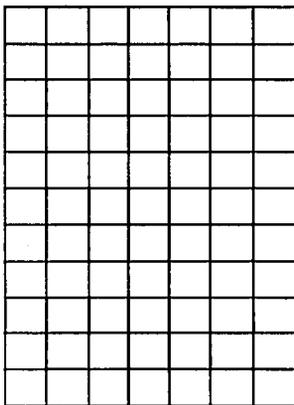
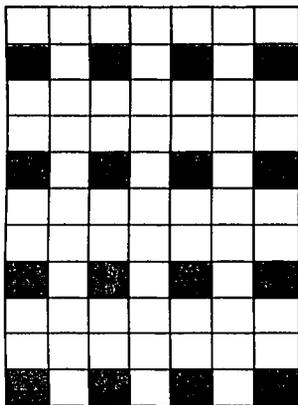
3.1 Mosaicos 1

Grados: 3° y 4°

Si encimas las tres figuras que se muestran a continuación, ¿crees que algunos colores queden encimados?

¿Cómo crees que queden las primeras tres hileras en la figura nueva? dibújalas en tu cuaderno.

¿Puedes reconstruir el mosaico exacto que queda si encimas las tres figuras que se muestran a continuación? dibújalo en el espacio que está en blanco.



TESIS CON
FALLA DE CIRCUN

Habilidades:

- Percepción de formas
- Percepción de posiciones relativas
- Reconocimiento de patrones geométricos
- Estimación de resultados de disposición espacial
- Construcción de estrategias con el acomodamiento de la información
- Construcción de estrategias con el decantamiento de la información
- Construcción de estrategias con el ensayo y error

Contenidos matemáticos:

- Resolución de problemas de ubicación y representación en el plano
- Uso de retículas para la ubicación en el plano
- Resolución de problemas de representación de relaciones en el plano
- Reproducción de grecas y patrones con figuras básicas

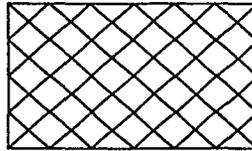
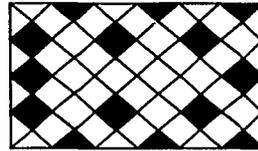
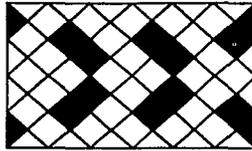
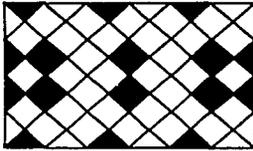
3.2 Mmosaicos 2

Grados: 4°, 5° y 6°.

Si encima las tres figuras que se muestran a continuación, ¿crees que algunos colores queden encimados?

¿Cómo crees que queden las primeras tres hileras en la figura nueva? dibújalas en tu cuaderno.

¿Puedes reconstruir el mosaico exacto que queda si encima las tres figuras que se muestran a continuación? dibújalo en el espacio que está en blanco.

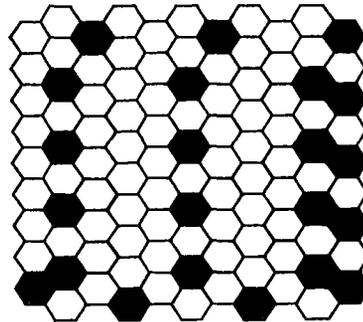
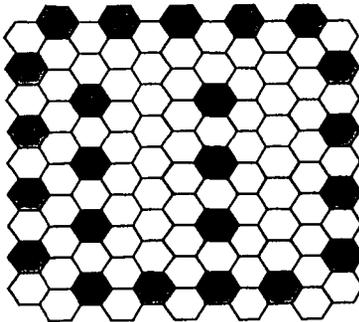
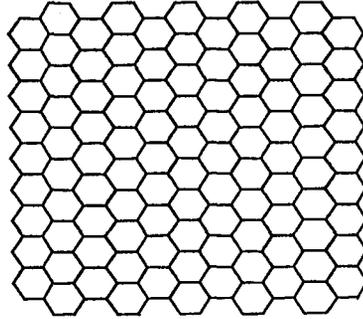
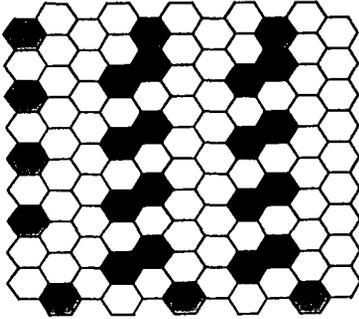


TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

Si encima las tres figuras que se muestran a continuación, ¿crees que algunos colores queden encimados?

¿Cómo crees que queden las primeras tres hileras en la figura nueva? dibújalas en tu cuaderno.

¿Puedes reconstruir el mosaico exacto que queda si encima las tres figuras que se muestran a continuación?



TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

Habilidades:

- Percepción de formas
- Percepción de posiciones relativas
- Reconocimiento de patrones geométricos
- Estimación de resultados de disposición espacial
- Construcción de estrategias con el acomodamiento de la información
- Construcción de estrategias con el decantamiento de la información
- Construcción de estrategias con el ensayo y error

Contenidos matemáticos:

- Resolución de problemas de ubicación y representación en el plano
- Uso de retículas para la ubicación en el plano
- Resolución de problemas de representación de relaciones en el plano
- Reproducción de grecas y patrones con figuras básicas

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

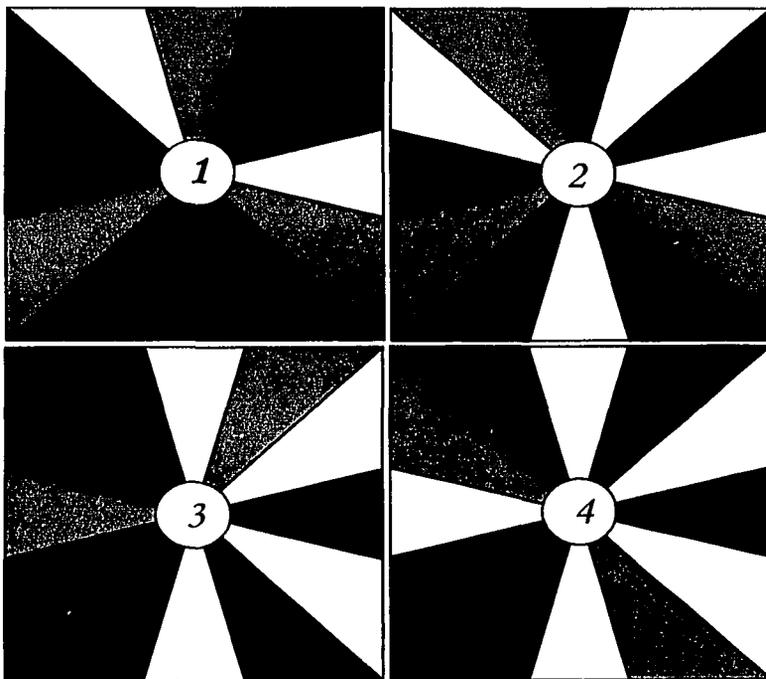
3.3 Colores y figuras 1

Grados: 2°, 3° y 4°.

2°: Recorta las piezas marcadas con los números 1, 2, 3 y 4. Ponlas sobre una mesa como se muestra abajo y con solo girar y sin cambiar de lugar estas cuatro piezas, tienes que formar las figuras sombreadas que se muestran en la siguiente página con el color que se indica arriba de cada una de ellas.

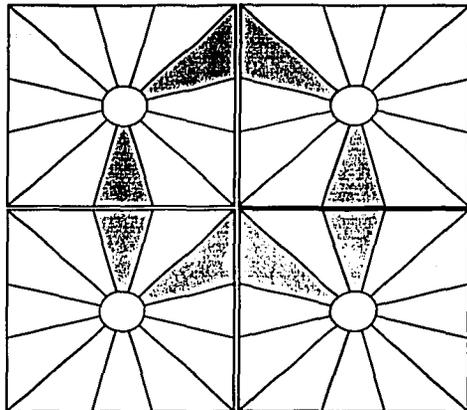
3° y 4°: ¿Todas las figuras tienen eje de simetría?. ¿Cuántos ejes de simetría tiene cada una de las figuras?.

4°: Reproduce las figuras que formaste en tu cuaderno. ¿Todas las figuras tienen eje de simetría?. ¿Cuántos ejes de simetría tiene cada una de las figuras?. En caso de que lo tengan márcalo.

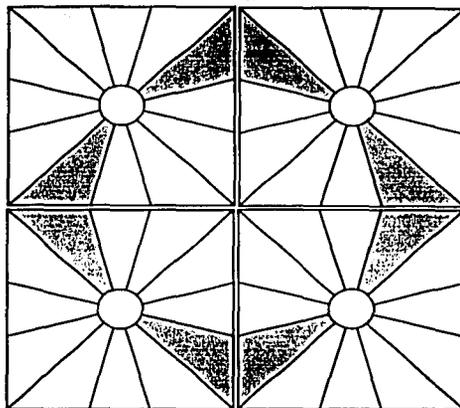


TESIS CON
FALLA DE COPIEN

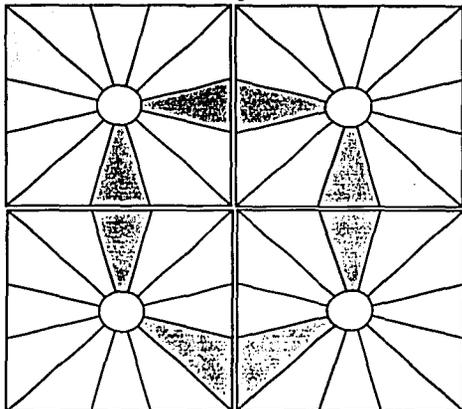
Amarillo



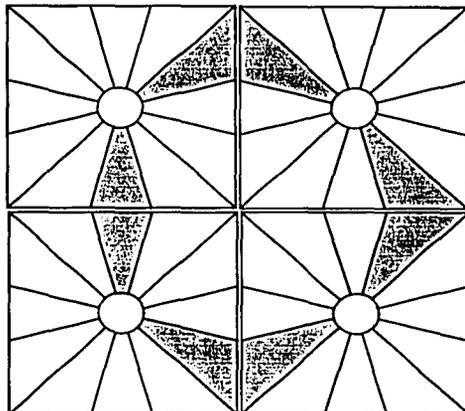
Azul



Rojo



Verde



TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

Habilidades:

- Percepción de formas
- Percepción de posiciones relativas en el plano
- Construcción de estrategias con el ensayo y error
- Construcción de estrategias con el acomodamiento de la información
- Construcción de estrategias con el decantamiento de la información
- Coordinación motriz fina
- Construcción de estrategias con el trabajo en reversa

Contenidos matemáticos:

- Representación de relaciones en el plano con la reproducción de figuras
- Resolución de problemas de representación de relaciones en el plano
- Identificación de diversos polígonos
- Identificación de simetrías
- Identificación de ejes de simetría
- Resolución de problemas de identificación de figuras geométricas
- Reproducción de motivos con figuras básicas
- Construcción y transformación de figuras a partir de figuras básicas



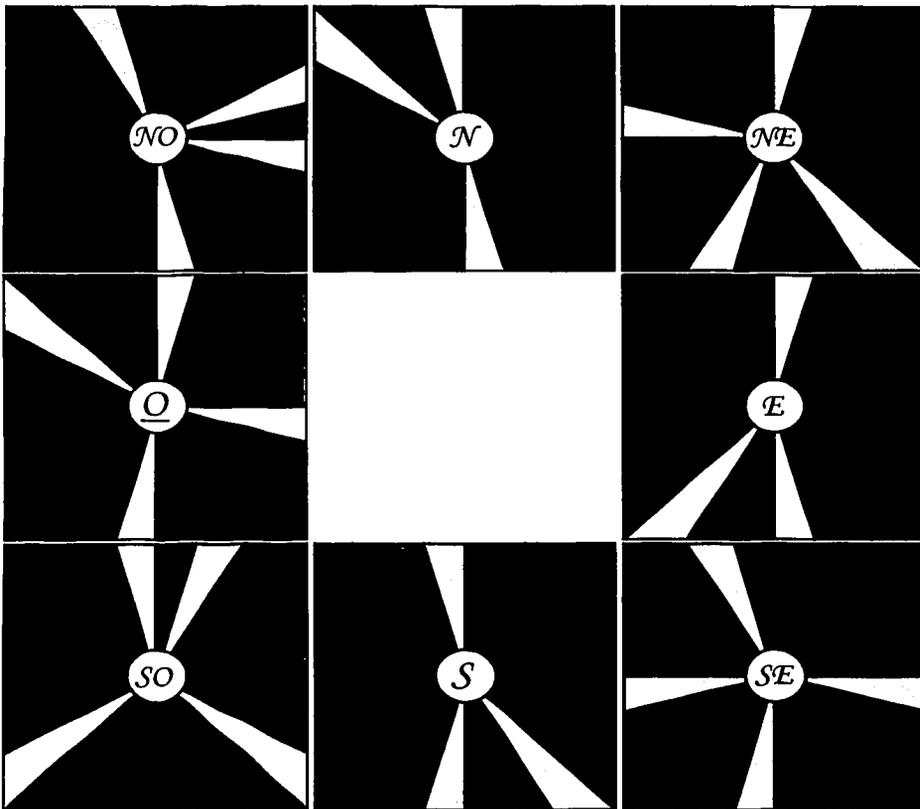
3.4 Colores y figuras 2

Grados: 5° y 6°.

Recorta las piezas marcadas con los *puntos cardinales*. Ponlas sobre una mesa como se muestra abajo y con solo girar y sin cambiar de lugar estas piezas, tienes que formar las figuras sombreadas que se muestran en la siguiente página con el color que se indica arriba de cada una de ellas.

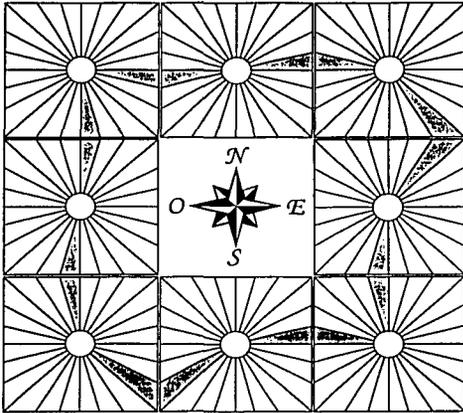
Reproduce las figuras que formaste en tu cuaderno. ¿Todas las figuras tienen eje de simetría?. ¿Cuántos ejes de simetría tiene cada una de las figuras?. En caso de que lo tengan márcalo.

Indica de cuántos grados fue el giro que hiciste en cada una de las piezas.

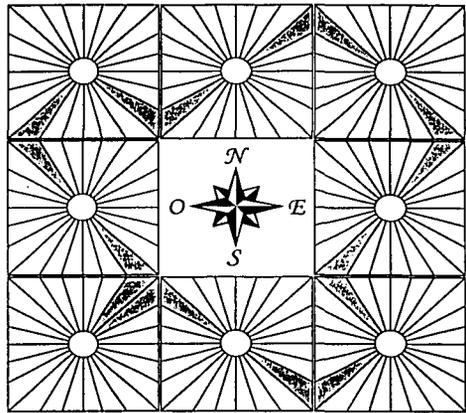


TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

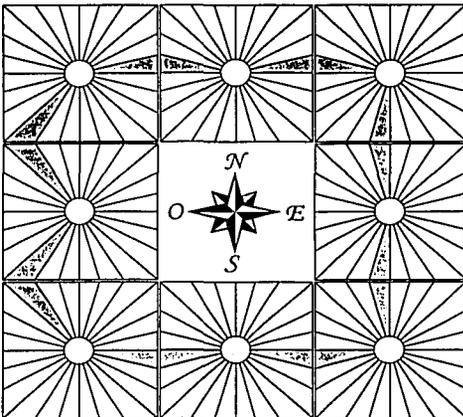
Amarillo



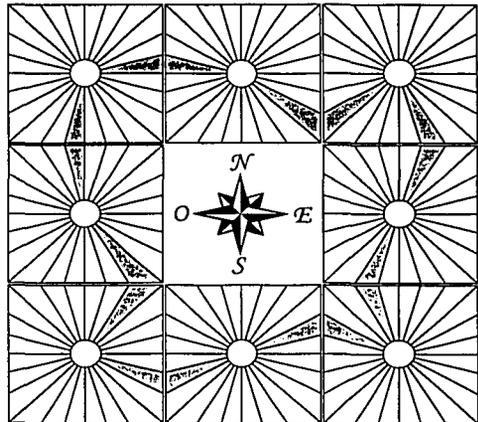
Azul claro



Azul oscuro

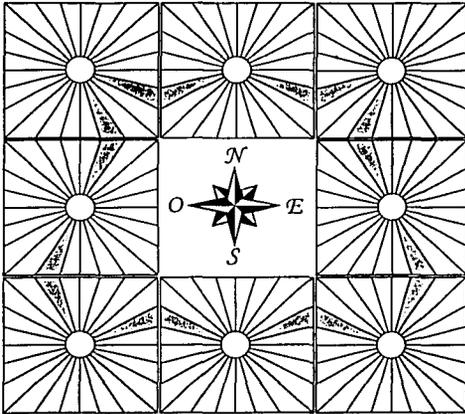


Morado

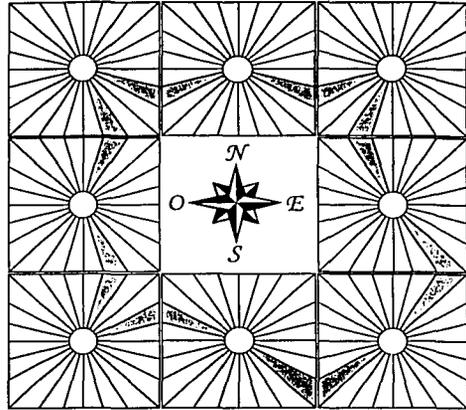


TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

Rojo



Verde



Habilidades:

- Percepción de formas
- Percepción de posiciones relativas en el plano
- Construcción de estrategias con el ensayo y error
- Construcción de estrategias con el acomodamiento de la información
- Construcción de estrategias con el decantamiento de la información
- Coordinación motriz fina
- Construcción de estrategias con el trabajo en reversa

Contenidos matemáticos:

- Representación de relaciones en el plano con la reproducción de figuras
- Resolución de problemas de representación de relaciones en el plano
- Identificación de diversos polígonos
- Identificación de simetrías
- Identificación de ejes de simetría
- Resolución de problemas de identificación de figuras geométricas
- Reproducción de motivos con figuras básicas
- Construcción y transformación de figuras a partir de figuras básicas
- Proceso de medición de ángulos con unidades convencionales grados

TEST CO
FALLA DE ORIGEN

3.5 Grupos

Grados: todos

1º: Clasifica las siguientes figuras con los criterios que tu quieras y coméntalo con tus compañeros.

2º y 3º: Clasifica las siguientes figuras por las siguientes características

1. COLOR: Cada carta es azul, roja o amarilla
2. FIGURA: Cada carta tiene rectángulos, elipses o romboides
3. NÚMERO: Cada carta tiene una, dos o tres figuras
4. TONO: Cada carta tiene figuras en tres tonos: totalmente rellenas, rayadas y sólo el perímetro sin relleno

5º y 6º: Juega en equipo de la siguiente forma: un niño coloca 12 cartas sobre la mesa. El objetivo es identificar un grupo de tres cartas que cumpla con lo siguiente: las tres cartas deben tener cada característica igual o diferente. Es decir, cualquier característica (Color, Figura, Número o Tono) es común en las tres cartas o es completamente diferente.

Las tres cartas deben tener el mismo color o una de cada color; la misma figura o una de cada figura; el mismo número o una de cada número; el mismo tono o una de cada tono.

Los jugadores no tiene turno, el primero que encuentre un grupo de tres cartas grita "grupo", entre todos verifican que en verdad formen un grupo, en caso de que no lo sea se le quitará un punto al jugador. Si al gritar "grupo" éste es efectivamente un grupo, las cartas se retiran y se colocaran tres nuevamente.

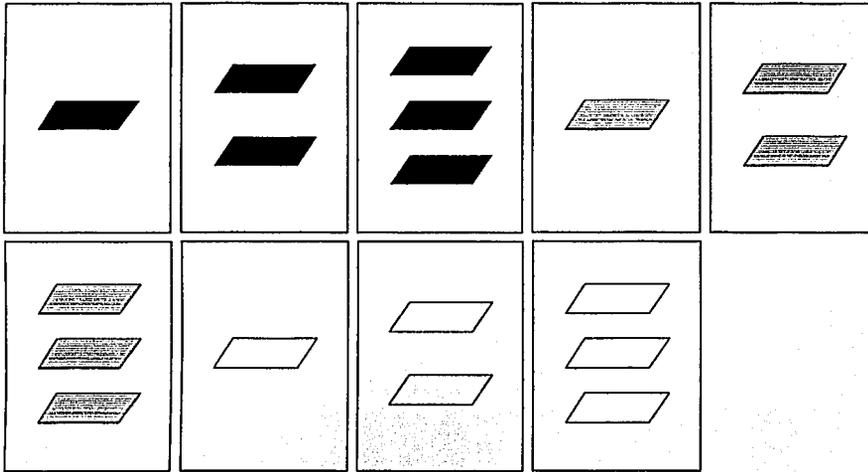
Si todos están de acuerdo en que no hay grupos entre las doce cartas sobre la mesa, se colocarán otras tres para tener un total de 15.

El juego continúa hasta que se acaben las cartas, es posible que al final queden 6 o 9 cartas sin que formen un grupo.

Cada jugador tiene un punto por cada grupo que forme. Al final se cuentan estos puntos quitando los malos que pudo haber tenido y gana quien tenga mayor cantidad de puntos.

Para jugar en grados anteriores a 5º y 6º (3º y 4º), se recomienda jugar con un número menor de cartas, por ejemplo, sólo con las de color amarillo, de esta forma se descarta la característica de color. Se colocan solamente nueve cartas sobre la mesa.

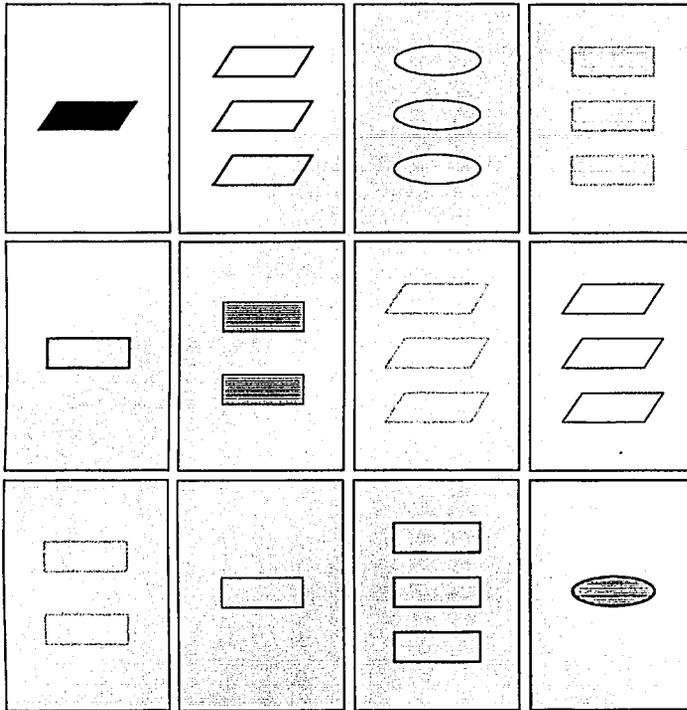
Las cartas del juego son como las siguientes



En este caso sólo muestro los romboides de color azul, pero también hay en color rojo y en color amarillo, así como las figuras de rectángulos y elipses. Al final de esta tesis, en el Anexo 3, se muestran todas las cartas que componen el juego.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

Un ejemplo de juego sería el siguiente:



Un grupo puede ser formado con el rectángulo azul, los dos rectángulos amarillos y los tres rectángulos rojos. Las tres cartas comparten la misma figura (rectángulo), el mismo tono (sólo el perímetro) y son distintas en color y número.

Otro grupo puede ser el formado con el romboide rojo, el rectángulo rojo y la elipse roja, pues las tres cartas tienen el mismo color, distinta figura, distinto tono y mismo número.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

Habilidades:

- **Percepción de formas**
- **Reconocimiento de patrones geométricos**
- **Seguimiento de instrucciones**
- **Construcción de estrategias con el ensayo y error**
- **Construcción de estrategias con el acomodamiento de la información**
- **Construcción de estrategias con el decantamiento de la información**
- **Clasificación**

Contenidos matemáticos:

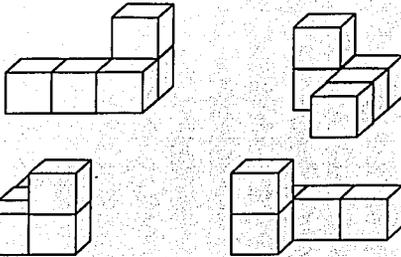
- **Identificación de figuras básicas: rectángulo**
- **Identificación de figuras: polígonos que no son triángulos, cuadrados o rectángulos**
- **Identificación de figuras que no son polígonos**
- **Resolución de problemas de clasificación de figuras**
- **Clasificación de figuras con criterios informales**
- **Clasificación de figuras según su forma**

3.6 Cubos

Grados: todos

Material necesario para esta actividad: 10 dados del mismo tamaño y tarjetas con los siguientes dibujos:

Cada cuerpo geométrico tendrá que ir en una tarjeta, también se harán cuatro tarjetas, cada una con la vista desde arriba de cada uno de los cuerpos geométricos formados por cubos, éstas tarjetas serán los mensajes. En el mensaje, que es la vista desde arriba del cuerpo, cada uno de los cuadros indica el número de cubos que hay en esa hilera.



		2
1	1	1

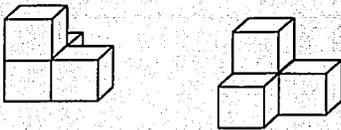
Mensaje

Cuerpo geométrico 1



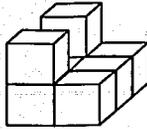
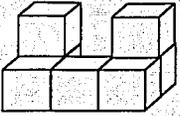
	1
1	2

Mensaje



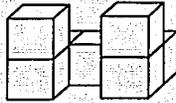
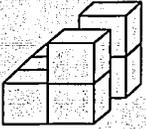
Cuerpo geométrico 2

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

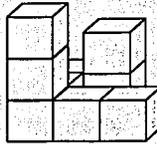
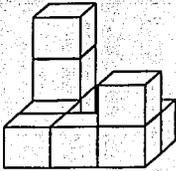


2		2
1	1	1

Mensaje

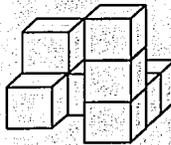
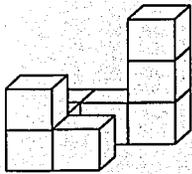


Cuerpo geométrico 3

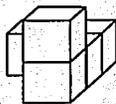
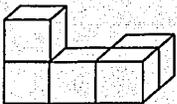


3		
1		1
1	1	2

Mensaje

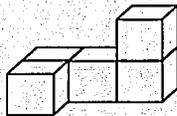
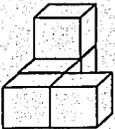


Cuerpo geométrico 4



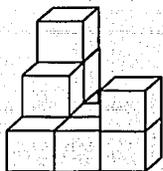
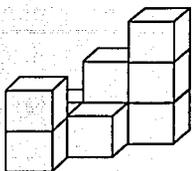
		1
2	1	1

Mensaje



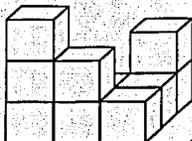
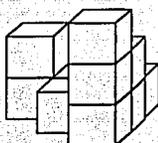
Cuerpo geométrico 5

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

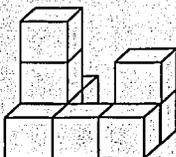
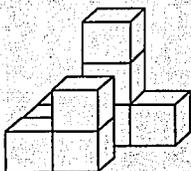


1	2	3
1	1	
2		

Mensaje

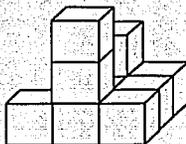
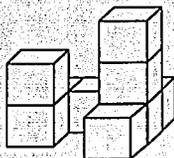


Cuerpo geométrico 6



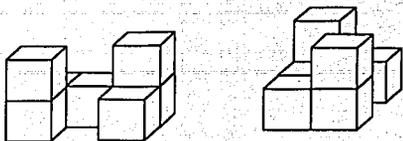
1	3	1
1		
1	2	

Mensaje



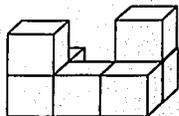
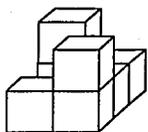
Cuerpo geométrico 7

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

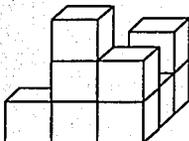
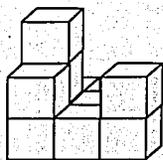


1	1	2
2		1

Mensaje



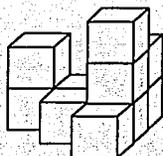
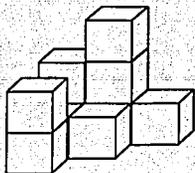
Cuerpo geométrico 8



TESIS CON
FOLIA DE ORIGEN

1		
3	1	
2	1	2

Mensaje



Cuerpo geométrico 9

1°, 2° y 3°: Se les muestra a los niños una de las tarjetas con los cuerpos geométricos y se les pide que lo construyan con los dados, se les da el tiempo suficiente y al final comparan sus construcciones.

2°, 3° y 4°: Se forman equipos y a cada uno se les da una tarjeta que muestre un cuerpo geométrico. Se les pide a los niños que imaginen cómo se vería el cuerpo geométrico si se girara de forma que quedara frente a ellos otra de las caras y que dibujen cómo verían esa cara, también se les pueden plantear preguntas como ¿dónde quedará la hilera que tiene dos cubos?, ¿cómo se vera la cara posterior de cuerpo geométrico?. Después se pide por equipo hagan un mensaje, escrito o con dibujos, para que los demás equipos puedan construir el cuerpo geométrico que se les muestra en una de las tarjetas, intercambian mensajes y construyen los cuerpos con los dados, al final comparan las construcciones y se comentan los mensajes que se hicieron.

3°, 4° y 5°: Se les explica a los niños una forma de mensaje para construir el cuerpo geométrico formado por cubos, donde cada cuerpo se ve desde arriba y el número que hay en cada cuadrito indica el número de cubos que tiene esa hilera.

Se muestra una tarjeta con el mensaje y ellos tienen que construir el cuerpo con los dados, cuando hayan terminado de construir el cuerpo se pide que reproduzcan ese cuerpo en su cuaderno, al terminar se comparan todas las construcciones y los dibujos.

4° y 5°: Otras actividades previas al memorama son las siguientes:

Se les muestran tarjetas de dos cuerpos geométricos y sus mensajes correspondientes, éstas se revuelven sobre una mesa con los dibujos hacia arriba, se les pide que formen parejas, de forma que cada pareja esté formada por un cuerpo y su mensaje correcto.

Se les muestra las tarjetas de cuatro cuerpos y se pide que formen parejas, de forma que cada pareja esté formada por dos cuerpos que sean iguales pero que se ven con un giro de 90°.

Se les pide que reproduzcan el cuerpo geométrico que ellos quieran en su cuaderno.

6°(memorama): Se revuelven todas las tarjetas de los cuerpos geométricos y se colocan boca abajo sobre una mesa, por separado se hace lo mismo con las tarjetas que tienen los mensajes, por turnos cada niño levanta dos tarjetas, una de cuerpos y una de mensajes, y trata de formar un par para poder levantarlas y llevárselas. Una pareja será formada por un

cuerpo geométrico y el mensaje que sea el correcto para poder construirlo. Gana el niño que más parejas haya formado de manera correcta.

6°: Se les muestra a los niños una tarjeta con un cuerpo geométrico formado por cubos y se les formula la siguiente pregunta: ¿Si se pinta la superficie de este cuerpo geométrico solo, cuántas caras de los cubos quedarán coloreadas?. Se les pide que reproduzcan ese cuerpo geométrico en su cuaderno, y sin ver ningún otra tarjeta que dibujen cómo creen que se vera ese mismo cuerpo geométrico si se gira 90° y que traten de hacer un patrón de armado.

Habilidades:

- Percepción de formas
- Percepción de posiciones relativas
- Percepción de perspectivas
- Estimación de resultados de disposición espacial
- Seguimiento de instrucciones
- Acomodamiento de la información
- Decantamiento de la información
- Construcción de estrategias con el ensayo y error
- Expresión de procesos
- Planteamiento de problemas

Contenidos matemáticos:

- Ubicación y representación en el espacio utilizando expresiones como “Arriba, abajo, adelante, atrás, derecha, izquierda”
- Resolución de problemas de ubicación y representación en el espacio
- Resolución de problemas de ubicación y representación de relaciones en el plano
- Representación de objetos y relaciones en el plano con la proyección ortogonal desde arriba
- Identificación de cuerpos geométricos básicos: cubo
- Identificación de otros cuerpos geométricos
- Resolución de problemas de identificación de cuerpos geométricos

- Resolución de problemas de construcción de cuerpos geométricos usando cubos
- Representación gráfica de cuerpos geométricos
- Resolución de problemas de representación de cuerpos geométricos en dos dimensiones
- Identificación de caras de cuerpos geométricos

Anexo I:

Clasificación por descripción, habilidades y contenidos matemáticos de las lecciones y fichas de actividades del eje temático de geometría de los libros de texto gratuitos de la Secretaría de Educación Pública:

DESARROLLO DE HABILIDADES					
Habilidades	Descripción	Contenidos matemáticos	Grado	Lecciones	Fichas
Coordinación motriz fina. Percepción de formas en el plano y el espacio. Percepción de tamaños relativos. Percepción de posiciones relativas. Reconocimiento de patrones geométricos.	Rompecabezas	-Ubicación relativa de objetos entre sí, en el plano -Reproducción de figuras en el plano -Resolución de problemas de la representación de objetos y relaciones en el plano	1º	1,6,19,54,75,97	
			2º	23,48,70,97	
			3º		
			4º		
			5º		52,59
			6º		37,40
Decantamiento de la información. Acomodamiento de la información. Ensayo y error. Trabajo en reversa. Detección de analogías.	Tangram	-Ubicación relativa en el plano usando los términos "arriba, abajo, adelante, atrás, derecha e izquierda y de objetos entre sí -Reproducción de figuras en el plano -Resolución de problemas de la representación de objetos y relaciones en el plano -Resolución de problemas a partir de una ilustración	1º	4,8,36,42,81,93	
			2º	1,10,30,46	
			3º		56
			4º		
			5º		
			6º	79	
Estimación de resultados de disposición espacial. Seguimiento de instrucciones. Percepción de perspectivas. Expresión de procesos.	Mosaicos Teselaciones Simetrías	-Ubicación relativa de objetos entre sí, en el plano -Reproducción de figuras en el plano -Resolución de problemas de la representación de objetos y relaciones en el plano -Identificación de simetrías -Resolución e invención de problemas a partir de una ilustración	1º	23,32,61,78,79,81,83,88,93,96,17	
			2º	18,23,29,36,48,56,61,70,87,93,97,101,106	
			3º	88	
			4º	15,78,83,91	30,41
			5º		
			6º	77	38
	-Perspectiva -Proyección desde arriba -Planos y trayectos	-Ubicación relativa de seres u objetos entre sí, en el espacio -Ubicación geográfica: los puntos cardinales -Interpretación de croquis, planos y mapas -Representación en el plano de trayectos, caminos y laberintos -Representación de recorridos en el plano, tomando en cuenta puntos de referencia	1º		8,9,25
			2º		9,15,38,49
			3º	1,7,13	1,7,11
			4º	1,12,16,68,72,89	
			5º	7,22	2,3
			6º	7,15,21,32,38,40	3

CLASIFICACIÓN DE FIGURAS GEOMÉTRICAS					
Habilidades	Descripción	Contenidos	Grado	Lecciones	Fichas
-Percepción de formas -Percepción de posiciones relativas -Ensayo y error	Tangram	-Ubicación relativa en el plano usando los términos "arriba, abajo, adelante, atrás, derecha e izquierda) y de objetos entre sí -Reproducción de figuras en el plano -Resolución de problemas de la representación de objetos y relaciones en el plano -Resolución de problemas a partir de una ilustración	1°	4,8,36,42,81,93	
			2°	55,110	
			3°	76	
			4°		
			5°		
			6°	79	
-Percepción de formas -Construcción de estrategias con el acomodamiento de la información -Clasificación -Percepción de tamaños relativos -Percepción de posiciones relativas	-Identificación y clasificación de figuras	-Identificación de figuras geométricas básicas: círculos, cuadrados, rectángulos y triángulos -Identificación de polígonos que no son cuadrados, rectángulos o triángulos -Resolución de problemas de identificación de figuras -Resolución de problemas a partir de una ilustración -Recolección de la información para su organización -Identificación de líneas curvas y rectas	1°	26, 46, 51, 58, 101	16,27,39,45, 53
			2°	4,14,33,46,61, 69,76,82,89,93,96,97,101,105	6,9,14,18,30,32,43,44
			3°	11,1819,26,31,45,55,70,14-4,81	17,26,36,49,50,56
			4°	15,37,39,57,62,66,78,83,76,88	5,8,17,28,30,32,37
			5°	2,24,38,43,62,67,84	4,25,50,51,52,53,54,56,57,58,59,73
			6°	2,15,26,44,56,57,67,77	3,8,34,37,40

Reproducción de figuras modelo con o sin apoyo de una cuadrícula	1°	78,81,83,88,93,96,107	45
	2°	18,56,87,101	18,46,48
	3°	31,55,67,70,87	14,17,26,36,43
	4°	15,18,24,33,39,68,91	10,16,30,37
	5°	24,38,43,62,67	3,52,73
	6°	3,15,67	8,34,38,40

CLASIFICACIÓN DE CUERPOS GEOMÉTRICOS

Habilidades	Descripción	Contenidos matemáticos	Grado	Lecciones	Fichas
-Percepción de formas -Percepción de tamaños relativos Percepción de posiciones relativas -Estimación de disposición espacial -Ensayo y error -Acomodamiento de la información	Identificación, clasificación y construcción de cuerpos geométricos	-Identificación de líneas rectas y curvas -Identificación de cuerpos geométricos básicos: esfera, cubo, cilindro, cono -Identificación de prismas y pirámides -Clasificación de cuerpos geométricos con criterios informales -Clasificación de cuerpos geométricos según forma de las caras	1°	58,66	6,16,23
			2°	14,33,89,105	6,44
			3°		11
			4°	34,40,50,70,88	25,41
			5°	12,59	25
			6°	26,41,49,60,85	11

Anexo 2:

Clasificación habilidad por habilidad de las lecciones y fichas de actividades que tratan la geometría en los libros de texto gratuitos y los ficheros de actividades de la Secretaría de Educación Pública:

PERCEPCIÓN DE FORMAS EN EL PLANO Y EL ESPACIO						
	1°	2°	3°	4°	5°	6°
L e c c i o n e s	1,4,6,8,16,19, 23,26,31,35,36,4 1,43,53,58,60,66, 74,78,80,82,87,9 2,95,96, 100,106	1,4,18,23,29, 30,33,36,48,55,56,6 1,69,70,76,82,87,89, 93,96,97,101,105, 110	11,21,33,45,55,67,7 0,76,81, 87	15,24,39,50,57,62,6 6,68,70, 75,83,88,90,91	2,12,22,24,38,40,43, 59,62,67,84	2,3,26,44,49, 56,57,60,67,77,79,8 5
F i c h a s	6,16,23,27, 33,39,45,53	6,14,30,32,43,44,46, 48	11,17,26,36,43,49,5 0,56	8,25,28,30,32,34,37, 41	3,4,25,50,51, 52,53,56,57,58,59,6 4,73	2,3,8,10,11,34,37,38 ,40

PERCEPCIÓN DE TAMAÑOS RELATIVOS						
	1°	2°	3°	4°	5°	6°
L e c c i o n e s	45,50,60,82,87	14,30,33,55,82,89,1 06,110	13,28,76	39,50,57,91	38,84	32,49,79,85
F i c h a s	16,27,33,39,45,5 3	6,30,43,46,48	14,17,49,50,56	34	51,52,56,59,64,73	2,3,37

PERCEPCIÓN DE POSICIONES RELATIVAS

	1°	2°	3°	4°	5°	6°
L e c c i o n e s	1,4,6,8,16,19, 23,26,31,35,41,4 3,53,54,60,74,77, 78,80,82,87,92,9 5,96,106	1,10,18,23,29,30,33, 36,48,50,55,56,61,7 0, 82,87,89,93,97,101, 106,110, 115	1,7,11,13,20,21,33,4 5,55,70,81,87	1,12,15,16, 24,39,50,57,62,66,6 8,70,72, 75,83,88,89,90,91	7,12,22,24,40,43,59	7,15,21,26,32,38,40, 41,49,56,57,60,67,7 7,79,85
F i c h a s	25,33,45	9,15,30,38,44,46,48, 49	1,11,17,26,50,56	25,32,37	2,3,50,52,53, 56,57,58,59	2,3,8,10,37,38

RECONOCIMIENTO DE PATRONES GEOMÉTRICOS

	1°	2°	3°	4°	5°	6°
L e c c i o n e s	23,31,43,60,66,7 8,80,82,87,92,95, 106	23,29,36,48,61,70,9 3,97,101,106	20,33,45,55,81,87	15,37,50,62,66,68,8 3	12,62,67	
F i c h a s	16,23,27,33,39,4 5,53			5,8,17,30,32, 41	25,51,64	3,11

CONSTRUCCIÓN DE ESTRATEGIAS: DECANTAMIENTO DE LA INFORMACIÓN

	1°	2°	3°	4°	5°	6°
L e c c i o n e s	36	14,18,23,33,48,50,55,56,69,70,76,89,96,97	13,21,28,33,55,67,81	72,75,83,88,90	2,7,12,40	57,60
F i c h a s	27,39,53	6,9,14,15,43,44,48,49	1,7,11,14,17,49,50	28,41	4,25,56,57,58,64,73	

CONSTRUCCIÓN DE ESTRATEGIAS: ACOMODAMIENTO DE LA INFORMACIÓN

	1°	2°	3°	4°	5°	6°
L e c c i o n e s	16,54,95,100	14,18,23,29,33,36,46,48,50,56,61,69,70,87,89,93,96,97, 101	1,7,13,28,33,45,55,67,70,87	19,83,88,90	2,12	3,7,21,57,60
F i c h a s	33,39,45,53	6,14,15,30,32,38,43,44,48,49	1,7,11,14,26,49,50,56	25,28,34,37	4,25,51,56,57,58,73	8,11

CONSTRUCCIÓN DE ESTRATEGIAS: ENSAYO Y ERROR

	1°	2°	3°	4°	5°	6°
L e c c i o n e s	1,6,19,26,43,53,7 4,80,96	1,18,23,30,33,48,50, 56,70,87,97,105	7,33,55,70,76,81	57,70,88,91	43,67	79
F i c h a s	33,39	6,14,30,44,48	17,56	5,17,25,30,32	2,3,52,59,73	40,38

DETECCIÓN DE ANALOGÍAS

	1°	2°	3°	4°	5°	6°
L e c c i o n e s	95	14,61,89	11	34,50,57,62,66,70,8 3,88	43	77,79
F i c h a s	6,16,23,27, 33,39,53	43	1,7		25	8

CLASIFICACIÓN						
	1°	2°	3°	4°	5°	6°
L e c c i o n e s	100	4,14,33,69,76	45,67,76	34,37,50,57,62,75,8 3,88	2,43,62	26,44,57
F i c h a s	6,16,23	14,43	43,49,50	17,25,28,34,41	4,50,51,56,58,64	11

ESTIMACIÓN DE RESULTADOS DE DISPOSICIÓN ESPACIAL						
	1°	2°	3°	4°	5°	6°
L e c c i o n e s		14	7,33,70	12,19,24,37,68,88,9 1	12	41
F i c h a s		44	1,7,26,36	8,25,34	3,4,25,73	

SEGUIMIENTO DE INSTRUCCIONES

	1°	2°	3°	4°	5°	6°
L e c c i o n e s		10,46,55,69,82,110	1,7,13,20,21, 70,76	68,72,75,89	7,22,38,40,43,62,84	15,49,56,67,77,79,85
F i c h a s		15	14,17,43,49,50	8,25,30,32,34	4,53,54,58,73	3,8,11,34,37,40

COORDINACIÓN MOTRIZ FINA

	1°	2°	3°	4°	5°	6°
L e c c i o n e s	16,60,77,80	1,23,30,33,46,48,70,89,97, 101,105,110	7,20,28,33,45,70,76	12,16,19,24,34,37,50,66,68, 70,88,91	12,40,62,67	2,3,15,26,32,40,49,56,57,67,77,79
F i c h a s	16,33,45	6,9,14,30,32,44,46,48,49	1,7,14,17,26,36,43,50,56	8,25	25	2,3,8,10,11,34,37,38,40

ESTA TESIS NO SALE
DE LA BIBLIOTECA

EXPRESIÓN DE PROCESOS

	1°	2°	3°	4°	5°	6°
L e c c i o n e s		14,50	1,11,13,28	1,34,37,50,57,68,72, 83,88,91	7,22,67,84	2,60
F i c h a s	24,27,40,49	15,44	1,11,17,26,43,50	8,25,28,30,32,34,41	4,25,59,73	2,3,11,34,37, 38,40

PERCEPCIÓN DE PERSPECTIVAS

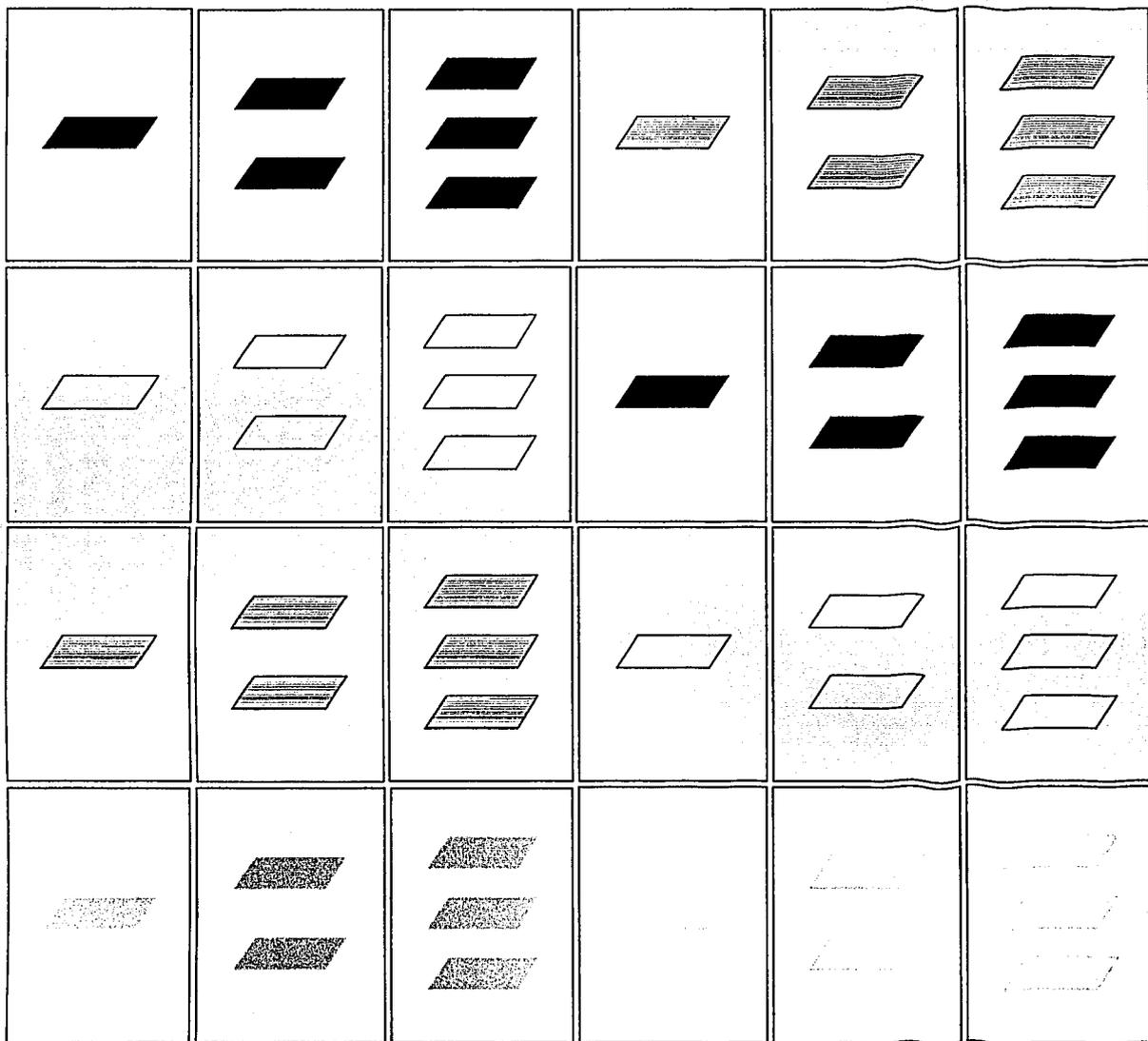
	1°	2°	3°	4°	5°	6°
L e c c i o n e s	54	10	1,11,13	1,12,19,50,68,70,88	59,84	41
F i c h a s			11	25		10

CONSTRUCCIÓN DE ESTRATEGIAS: TRABAJO EN REVERSA

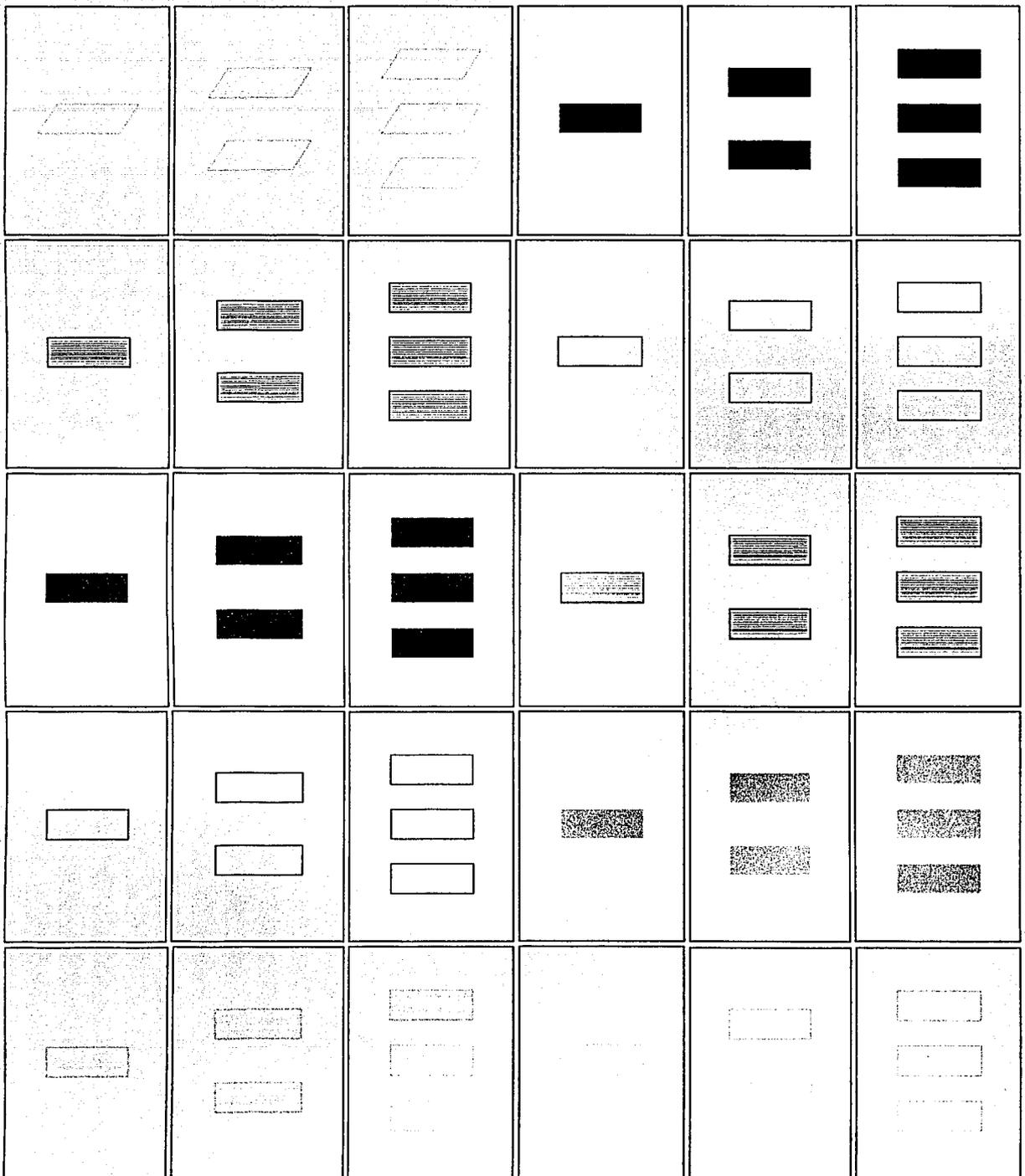
	1°	2°	3°	4°	5°	6°
L e c c i o n e s		50	13,33			
F i c h a s		48	26,50,56		4	

Anexo 3

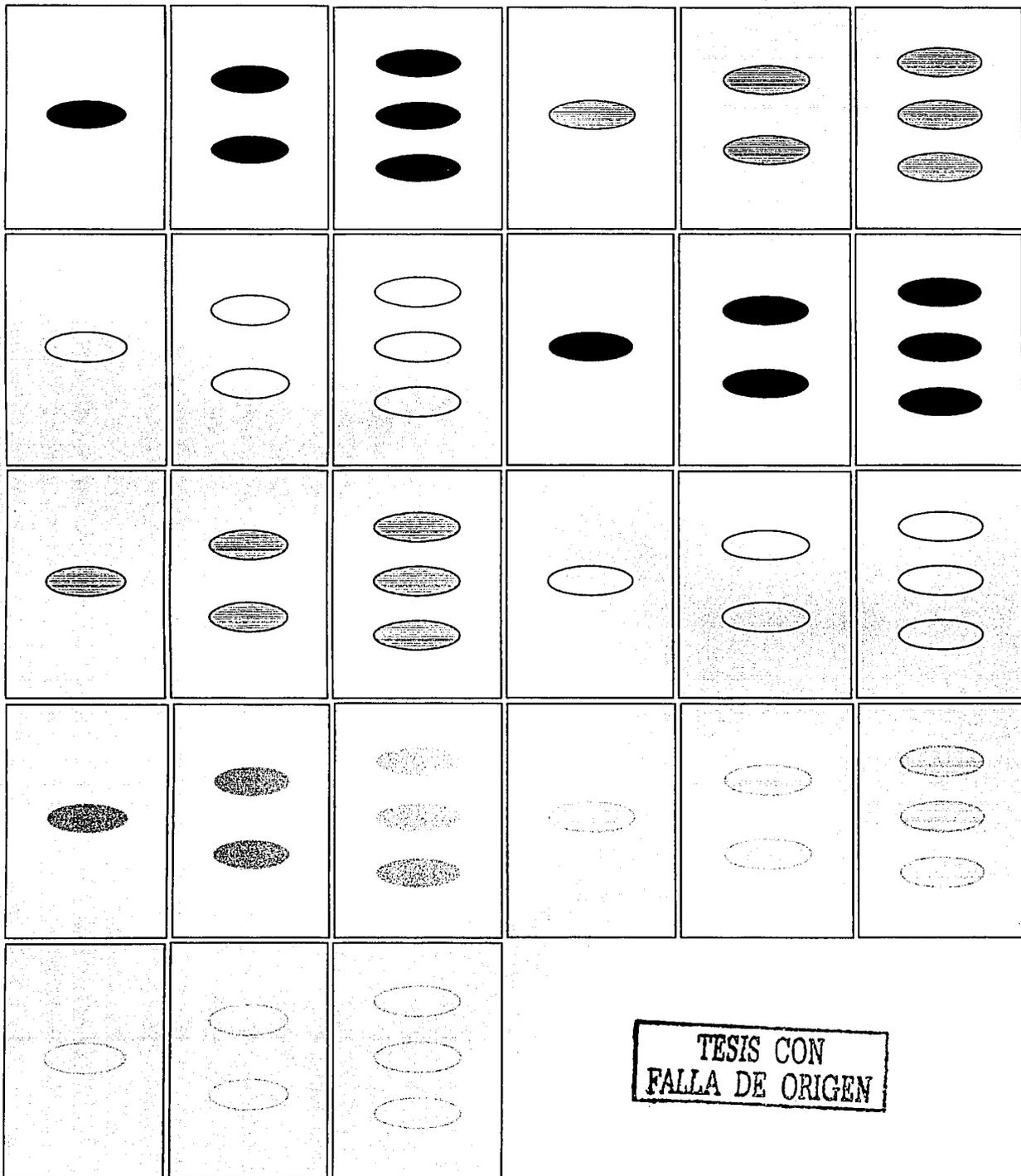
Las cartas del juego Grupos son las siguientes



TESIS CON
FALLA DE ORIGEN



TESIS CON
FALLA DE ORIGEN



TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

Bibliografía

- Alatorre Frenk Silvia, de Bengoechea Olguín Natalia, López Amador Lydia, Mendiola Sanz Elsa, Saíz Roldán Mariana. 1999. *Propósitos y contenidos actuales de la enseñanza de las matemáticas en México en el nivel primaria*. Reporte de investigación, México, SMM, UPN.
- Ávila Storer Alicia, *et al.*. Tercera edición 2001. *Matemáticas. Tercer grado*. (ciclo escolar 2002-2003). México, Comisión Nacional de los Libros de Texto Gratuitos, SEP.
- Ávila Storer Alicia, *et al.*. Tercera edición revisada 2001. *Matemáticas. Cuarto grado*. (ciclo escolar 2002-2003). México, Comisión Nacional de los Libros de Texto Gratuitos, SEP.
- Ávila Storer Alicia, *et al.*. Tercera edición revisada 2001. *Matemáticas. Quinto grado*. (ciclo escolar 2002-2003). México, Comisión Nacional de los Libros de Texto Gratuitos, SEP.
- Balbuena Corro Hugo, *et al.*. Segunda edición revisada 2001, *Matemáticas. Sexto grado*. (ciclo escolar 2002-2003). México, Comisión Nacional de los Libros de Texto Gratuitos, SEP.
- Block Sevilla David Francisco, *et al.*. 2000, Primera reimpression 2001. *Matemáticas. Primer grado*. (ciclo escolar 2002-2003). México, Comisión Nacional de los Libros de Texto Gratuitos, SEP.
- Bravo Estévez María de Lourdes, Jorge Luis del Sol Martínez y Eloy Arteaga Valdés (Instituto Superior Pedagógico "Conrado Benítez García". Facultad de Ciencias. Departamento Matemática-Computación, Cienfuegos Cuba). 2001. La imaginación y la creación en la Geometría. Implicaciones para la enseñanza de esta disciplina académica, México, *Xixim Revista electrónica de Didáctica de las matemáticas*, año 2, número 2. www.uaq.mx/matematicas/redm/articulos.html
- Claude Gaulin. 1985, The need for emphasizing various graphical representations of 3-dimensional shapes and relations, *Educational Studies*. pp. 53-71.
- Castelnuovo Emma. 1990, Didáctica de la matemática moderna, México, Trillas.
- D. Hilbert and Cohn-Vossen, Geometry an the imagination. 1990, México, *Publicaciones del departamento de matemáticas de la facultad de ciencias UNAM*.
- De León Pérez Humberto, *et al.*. Cuarta edición revisada 2001, *Matemáticas. Segundo grado*. (ciclo escolar 2002-2003). México, Comisión Nacional de los Libros de Texto Gratuitos, SEP.
- Filloy, E. Didáctica e Historia de la Geometría euclideana. 1998, Grupo Editorial Iberoamérica. México.

- Geary David C. 1996, *Biology, Culture, and Cross-National Differences in Mathematical Ability*, *The nature of Mathematical Thinking*, pp. 148-149, Yale University, EUA.
- Kline, M. *Mathematical thought, from ancient to modern times*. 1972, Oxford University Press. EUA.
- Moscovich Ivan. 1994, *Mind's Eye Geometry*, Tarquin Publications, Stradbroke, England.
- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). 1991, *Estándares curriculares y de evaluación para la educación matemática*, Edición en español por la Sociedad Andaluza de Educación Matemática "Thales".
- Ramírez Galarza Ana Irene. 1996. *Invitación a las geometrías no euclidianas*, México, *Publicaciones del departamento de matemáticas de la facultad de ciencias UNAM*.
- Santafè i Civit Carla. *La Geometría Antigua*, *Filosofía de la Ciencia I*.
- Saíz Roldán Mariana. 2002. *El pensamiento del maestro de primaria acerca del concepto volumen y de su enseñanza*. Tesis doctoral. Cinvestav. Departamento de Matemática educativa. México.
- SEP, *Fichero de Actividades didácticas. Matemáticas. Primer grado*. Sexta reimpresión 2002. (ciclo escolar 2002-2003). Dirección General de Materiales y Métodos Educativos. México.
- SEP, *Fichero de Actividades didácticas. Matemáticas. Segundo grado*. Primera reimpresión 2002. (ciclo escolar 2002-2003). Dirección General de Materiales y Métodos Educativos. México.
- SEP, *Fichero de Actividades didácticas. Matemáticas. Tercer grado*. Primera reimpresión 2002. (ciclo escolar 2002-2003). Dirección General de Materiales y Métodos Educativos. México.
- SEP, *Fichero de Actividades didácticas. Matemáticas. Cuarto grado*. Primera reimpresión 2002. (ciclo escolar 2002-2003). Dirección General de Materiales y Métodos Educativos. México.
- SEP, *Fichero de Actividades didácticas. Matemáticas. Quinto grado*. Primera reimpresión 2002. (ciclo escolar 2002-2003). Dirección General de Materiales y Métodos Educativos. México.
- SEP, *Fichero de Actividades didácticas. Matemáticas. Sexto grado*. Primera reimpresión 2002. (ciclo escolar 2002-2003). Dirección General de Materiales y Métodos Educativos. México.

SEP, *Libro para el maestro. Matemáticas. Educación secundaria*. 1996. México.

SEP, *Plan y programas de estudio. Educación Básica Primaria*. 1993. México.

The family game of visual perception. 1991, SET enterprises, EUA.

V. A. Krutetskii. 1976, *The Psychology of Mathematical Abilities in Schoolchildren*, Chicago, EUA, Editado por Jeremy Kilpatrick e Izaak Wirszup.

Wade H. Sherard III. 1981, Why is geometry a basic skill, *Mathematics Teacher*, pp.19-21
EUA.