



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

U. N. A. M.

**FACULTAD DE ESTUDIOS SUPERIORES
CUAUTITLAN**

FACULTAD DE ESTUDIOS
SUPERIORES CUAUTITLAN



Departamento de
Exámenes Profesionales

**"COEFICIENTES DE RESISTENCIA DE ACCESORIOS
DE TUBERIA PARA FLUIDOS DE LA POTENCIA EN
REGIMEN LAMINAR"**

P U B L I C A C I O N
QUE PARA OBTENER EL TITULO DE
I N G E N I E R O E N A L I M E N T O S
P R E S E N T A :
J O S E A N T O N I O L I N A R E S G A R C I A

ASESORA: DRA. LAURA PATRICIA MARTINEZ PADILLA

CUAUTITLAN IZCALLI, EDO. DE MEXICO

2002

**TESIS CON
FALLA DE ORIGEN**



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

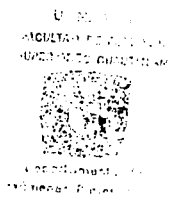
Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

FACULTAD DE ESTUDIOS SUPERIORES CUAUTITLAN
UNIDAD DE LA ADMINISTRACION ESCOLAR
DEPARTAMENTO DE EXAMENES PROFESIONALES



ASUNTO: VOTOS APROBATORIOS



DR. JUAN ANTONIO MONTARAZ CRESPO
DIRECTOR DE LA FES CUAUTITLAN
P R E S E N T E

ATN: Q. Ma. del Carmen García Mijares
Jefe del Departamento de Exámenes
Profesionales de la FES Cuautitlán

Con base en el art. 28 del Reglamento General de Exámenes, nos permitimos comunicar a usted que revisamos:

La publicación: coeficientes de resistencia de accesorios de tubería
para fluidos de la potencia en régimen laminar

que presenta el pasante: José Antonio Linares García
con número de cuenta: 9102039-4 para obtener el título de:
Ingeniero en Alimentos

Considerando que dicho trabajo reúne los requisitos necesarios para ser discutido en el EXAMEN PROFESIONAL correspondiente, otorgamos nuestro VOTO APROBATORIO.

ATENTAMENTE
"POR MI RAZA HABLARA EL ESPIRITU"

Cuautitlán Izcalli, Méx. a 28 de Febrero de 2002

PRESIDENTE Dra. Laura Patricia Martínez Padilla

VOCAL I.A. Laura M. Cortazar Figueroa

SECRETARIO I.A. Francisco Javier López Martínez

PRIMER SUPLENTE I.A. José Luis Velazquez Ortega

SEGUNDO SUPLENTE I.A. Ma. Guadalupe Sosa Herrera

AGRADECIMIENTOS

A DIOS PORQUE NUNCA ME HA DEJADO SOLO Y ME HA PERMITIDO LLEGAR HASTA AQUI.

A MIS PADRES ROSA Y PEDRO POR TODO SU AMOR, SU APOYO INCONDICIONAL Y SUS VALIOSAS ENSEÑANZAS.

A GRISELDA CUYA SINCERA COMPRESION HA SIDO TAN IMPORTANTE PARA MI.

A MI QUERIDA UNIVERSIDAD QUE ME FORMO Y ME ENSEÑO PORQUE ES LA GRAN CASA DE ESTUDIOS.

A MI ASESORA POR SUS ENSEÑANZAS Y SU VALIOSA ORIENTACION.

A TODOS LOS QUE EN MI CREYERON Y CONTRIBUYERON EN UNA O MUCHAS FORMAS A TERMINAR ESTE TRABAJO.

A FUNDACION UNAM CUYOS PROGRAMAS DE APOYO SIEMPRE FACILITARON MIS ESTUDIOS.

**COEFICIENTES DE RESISTENCIA DE ACCESORIOS DE TUBERIA
PARA FLUIDOS DE LA POTENCIA EN REGIMEN LAMINAR.**

*Martínez-Padilla, L. P. y Linares García J. A.
Universidad Nacional Autónoma de México, FES Cuautitlán.
Laboratorio de Propiedades Reológicas y Funcionales en Alimentos.
Av. Primero de Mayo S/N. 54740 Cuautitlán Izcalli Edo. de México, México
e-mail: lpmp@servidor.unam.mx*

RESUMEN

El cálculo de caída de presión en válvulas y accesorios es importante para diseñar procesos de transporte en alimentos bajo diferentes condiciones de bombeo. No obstante, existen pocos datos reportados para predecir la caída de presión en accesorios para fluidos no-newtonianos en flujo laminar, comúnmente observado en muchos alimentos fluidos de alta viscosidad aparente. En este estudio se obtuvieron datos experimentales de caída de presión en función del número de Reynolds generalizado para determinar el coeficiente de pérdida por fricción o resistencia (k_f) de fluidos no newtonianos que siguen el comportamiento de la ley de la potencia durante su bombeo a través de válvulas de acero inoxidable de 1-pulgada de diámetro (mariposa y globo), y un arreglo de cuatro codos de 90°. Los resultados mostraron que en todos los accesorios utilizados, los valores de k_f mantienen una función inversa con el número de Reynolds generalizado, en el clásico gráfico de coordenadas logarítmicas. Los resultados obtenidos presentan concordancia con los valores reportados en la literatura para fluidos newtonianos y de la potencia (fluidificantes). Las correlaciones de k_f en función de Re_g obtenidas en este estudio fueron comparadas con datos reportados en literatura, las cuales se encuentran dentro del intervalo reportado.

INTRODUCCION

El cálculo de la caída de presión causada por válvulas y accesorios es necesario para el diseño y optimización de procesos en ingeniería en alimentos. Muchos fluidos alimenticios complejos que pueden presentar comportamiento newtoniano o no-newtoniano, son bombeados generalmente bajo condiciones laminares a través de tuberías cilíndricas que incluyen diferentes accesorios.

El mecanismo de flujo a través de la válvula o el accesorio no está claramente definido debido a los cambios bruscos en la dirección o áreas de sección transversal, por lo que la predicción de las caídas de presión en tales accesorios no es tan evidente como lo es para el tramo recto. El método más adecuado para evaluar la resistencia en accesorios está basado en la determinación global de la caída de presión y la subsecuente deducción del coeficiente de resistencia k_f o el factor de fricción (f_f). Pese a que el número de accesorios usados en los procesos industriales es significativo, pocos datos experimentales se encuentran en la literatura para fluidos no-newtonianos (Steffe, *et al.*, 1984; Edwards, *et al.*, 1985; Das *et al.*, 1991; Banerjee *et al.*, 1994). Existen varias propuestas para estimar la caída de presión en accesorios, la mayoría de ellas están basadas en la determinación experimental. Una propuesta inicial para calcular la caída de presión a través de válvulas y accesorios es considerar que la caída de presión en tramo recto y accesorios para un fluido no-newtoniano es similar a la de un fluido newtoniano con el mismo número de Reynolds generalizado (Re_g). Tanto en flujo laminar como en turbulento, se puede usar el concepto de k_f (también llamado coeficiente de pérdida de cabezal), el cual se define de la siguiente manera:

$$k_f = \frac{2\Delta P_{acc}}{\rho v^2} \quad (1)$$

Donde ΔP_{acc} es la caída de presión causada por el accesorio (Pa), ρ es la densidad del fluido a la temperatura de bombeo (kg/m^3) y v es la velocidad promedio del fluido en el tubo (m/s). Se sabe que para los fluidos newtonianos en flujo laminar el coeficiente de resistencia k_f incrementa de manera importante cuando el número de Reynolds disminuye, sin embargo, en flujo turbulento k_f tiene un valor constante (Kittredge y Rowley, 1957).

Para fluidos fluidificantes, en donde la viscosidad disminuye en función de la velocidad de cizalla, el uso de k_f , como una función del número de Reynolds generalizado, Re_g , se propuso primero por Steffe, *et al.*, en 1984, como una función potencia de la siguiente forma:

$$k_f = \frac{\beta}{Re_g^\alpha} \quad (2)$$

Donde α es un exponente menor a la unidad y β es una constante de proporcionalidad (ambos adimensionales y se obtienen a través de un ajuste tipo función potencia de los valores experimentales). El Re_g para un fluido que obedece la ley de la potencia (Ostwald-de Waele) se define como:

$$Re_g = \frac{\rho D^n v^{2-n}}{K 8^{n-1}} \left(\frac{4n}{3n+1} \right)^{n*} \quad (3)$$

En un estudio posterior, Edwards *et al.*, (1985) propuso sólo una relación de dependencia inversa entre k_f y Re_g donde el exponente de la ecuación (2) toma el valor de la unidad. Al comparar ambas ecuaciones usando los mismos datos experimentales se obtienen regresiones similares, como se muestra en el Cuadro 2. Sin embargo, los valores de k_f calculados con la ecuación (2) quedan sobrestimados (en casi 200%) cuando α es menor a la unidad en el intervalo de número de Reynolds estudiado.

Un segundo enfoque sugiere considerar la válvula como un segmento de tramo recto de longitud específica que presenta la misma caída de presión que la válvula o el accesorio; es decir, representado por una longitud equivalente. Un ejemplo reconocido ampliamente, es la relación adimensional $L/D=30$ para un codo de 90° (Crane, 1992). No obstante, este enfoque ha sido corroborado únicamente en flujo turbulento. Usando la definición del coeficiente de resistencia en flujo turbulento, la ecuación de k_f puede expresarse de la siguiente manera:

$$k_f = 4f_f (L/D)_{acc} \quad (4)$$

* Ecuación corregida por error de edición en la versión en inglés.

Un valor equivalente de $(L/D)_{acc}$ en flujo laminar se puede estimar usando el respectivo factor de fricción ($f_f = 16/Re_g$). En este caso (L/D) está basado en la regresión lineal inversa de la relación $k_f - Re_g$.

Finalmente, en ausencia de datos experimentales algunas reglas empíricas como la "regla de oro" propuesta por Steffe (1996) y Steffe y Singh (1997) pueden utilizarse, pero éstas deberán aplicarse con cuidado. En condiciones laminares ($20 < Re_g < 500$), Steffe (1996) calcula k_f para fluidos no-newtonianos usando un valor de β , calculado de la siguiente forma:

$$\beta = 500k_{f_{turbulento}} \quad (5)$$

Considerando que la geometría interna de las válvulas varía dependiendo del diseño y con base en las diferentes patentes y recomendaciones asépticas que aplican en procesos alimentarios y farmacéuticos, los principales objetivos de este estudio son: 1) medir la caída de presión (ΔP) a través de válvulas (globo y mariposa) de acero inoxidable de 1 pulgada de diámetro, y un ensamble de cuatro codos de 90°; 2) evaluar su coeficiente de resistencia y 3) comparar los resultados de este estudio con los valores obtenidos de las correlaciones reportadas en la literatura.

MATERIALES Y METODOS

Se emplearon soluciones de carboximetilcelulosa de alta viscosidad (0.5, 0.7, 1 y 1.2% w/w, Gomas Naturales S. A., México), las cuales se hidrataron 12 h antes de los ensayos. La densidad (ρ) de las soluciones se midió con densímetro DMA 38 (Paar Physica USA Inc., Spring TX). El análisis reológico del fluido a $20 \pm 1^\circ\text{C}$ se hizo con ayuda de un viscosímetro rotacional RHEOLAB MC 1 (Paar Physica USA Inc., Spring TX) en un intervalo de velocidades de cizalla de 1 a 1000 s^{-1} , usando una geometría tipo Couette con cilindro de fondo cónico (Z20). Se usó un sistema de bombeo a nivel planta piloto, que incluyó una bomba de desplazamiento positivo (Viking pump Inc. Cedar Falls, IA). La velocidad (v) se controló con un variador electrónico de frecuencia. El flujo se midió usando una probeta (0.002 m^3) y un cronómetro (0.01 s de exactitud). Se bombeó un volumen (0.040 m^3) del fluido no-newtoniano a diferentes velocidades, temperatura ambiente ($20 \pm 1^\circ\text{C}$) y una presión atmosférica de 548 mm Hg (73059.36 Pa). Los accesorios estudiados fueron: válvulas de mariposa y globo de una pulgada de diámetro en acero inoxidable (316), cuatro codos de 90° ensamblados como una desviación en U, todos de la marca Proinox S. A. (México). Debido a la necesidad de mantener flujo laminar se requirió eliminar los efectos de entrada y salida de tuberías y asegurar condiciones de flujo estacionario, por lo que el accesorio en estudio se situó en el centro de una tubería horizontal ($L=2.8 \text{ m}$) con diámetro interno (D), de 0.021 m. Las tomas de presión se localizaron 1.4 m después de un codo de 90° ($L/D = 66.6$) y 1.6 m ($L/D=76.2$) antes de un segundo codo de 90° . La caída de presión en tramo recto y el arreglo de accesorios se midió con dos manómetros diferenciales en U. La caída de presión del accesorio se calculó como la diferencia entre la caída de presión del tramo

recto y la del arreglo. El flujo se mantuvo laminar ($Re_p < 650$) considerando que el número de Reynolds crítico para fluidos de la potencia, que limita el flujo laminar, de la transición en un tramo recto es mayor a 2300 para los fluidos de la potencia estudiados. Se trabajó con diez diferentes velocidades de flujo usando como mínimo tres repeticiones o más. Un diagrama esquemático del sistema de bombeo y la localización de accesorios y tomas de presión se muestra en la Figura 1.

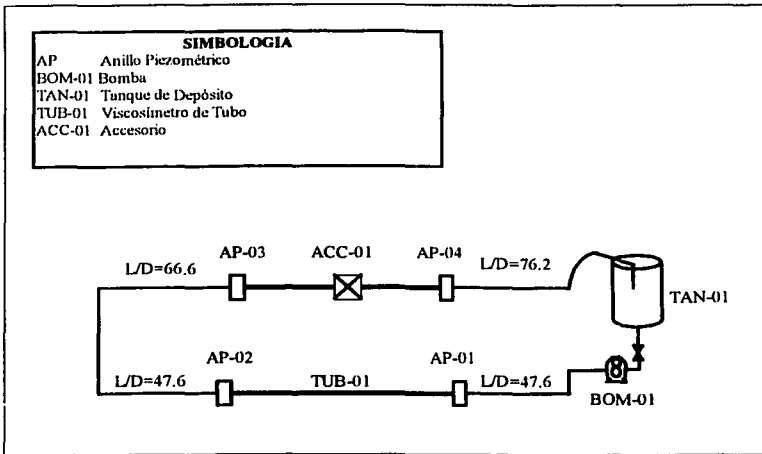


Figura 1. Diagrama esquemático del sistema de bombeo de la planta piloto.

RESULTADOS Y DISCUSION

Los parámetros reológicos del modelo de la potencia para los fluidos estudiados se encuentran resumidos en el Cuadro 1. Las curvas de flujo obtenidas para tramo recto usando la ecuación de Rabinowitsch-Mooney fueron sobrepuestas a las curvas de flujo obtenidas en el reómetro. La velocidad de cizalla en la pared en tramo recto varió entre 50 y 800 s⁻¹. Las Figuras 2, 3 y 4 muestran los valores experimentales de k_f para las válvulas y accesorios como una función de Re_g . El valor de k_f se calculó usando la Ecuación 1. Con el fin de comparar el k_f con la resistecia que ofrece el tramo recto se incluyó en las figuras 2, 3 y 4 un gráfico del factor de fricción en función del número de Reynolds. Se usó el análisis de regresión para obtener los valores de β considerando $\alpha=1$ y α variable. Los resultados se muestran en el Cuadro 2.

CUADRO 1.
PARAMETROS REOLÓGICOS DE LOS FLUIDOS ESTUDIADOS A 20°C DEL MODELO DE LA POTENCIA

	0.5%	0.7%	1%	1.2%
K (Pasⁿ)	0.699	1.886	5.906	10.94
n	0.555	0.499	0.397	0.365

CUADRO 2.
VALORES DE α Y β DE LAS CORRELACIONES DE k_f COMO FUNCION DE Re_g , DE LOS ACCESORIOS ESTUDIADOS.

Accesorio	Lineal $\alpha = 1$		Potencia			Re_g
	β	R^2	β	α	R^2	
Válvula de mariposa	761	0.985	714	0.96	0.955	6-382
Válvula de globo	862	0.960	510	0.73	0.975	6-112
Codo de 90 °	1193	0.987	973	0.90	0.985	6-646

R= coeficiente de correlación

Válvula de mariposa

Los datos de la válvula de mariposa totalmente abierta muestran una relación lineal inversa ($k_f = 761 / Re_g$) semejante a las válvulas de compuerta o globo totalmente abiertas reportadas por Kittredge y Rowley (1957) con fluidos newtonianos.

Las regresiones para las relaciones inversas de Re_g para la válvula de mariposa son más altas que las relaciones de potencia donde α , tomada como variable abierta, es un valor cercano a la unidad (Cuadro 2). Este comportamiento obtenido es válido únicamente en régimen laminar, tal como se muestra en la Figura 2. Tomando los resultados de la regresión lineal inversa $k_f - Re_g$, se obtuvo un valor de $(L/D)_{válvula} = 12$. Este valor es cuatro veces más pequeño que el reportado por Crane (1992) para una válvula similar abierta en flujo turbulento (válvulas de 0.05 a 0.2 m de diámetro), con $(L/D)_{válvula} = 45$, como se puede observar en la Figura 2.

Siguiendo la "regla de oro" propuesta por Steffe y Singh, (1997) (ecuación 5); se tomaron las predicciones para válvula de mariposa parcialmente abierta (5 y 60 grados) debido a que los datos correspondientes a la válvula totalmente abierta se reportan como nulas. De los datos presentados en la misma Figura, es fácil observar que la válvula con 60 grados de apertura toma el valor extremo de k_f para una válvula de mariposa. Ambas aproximaciones presentadas sobrestiman el valor de k_f .

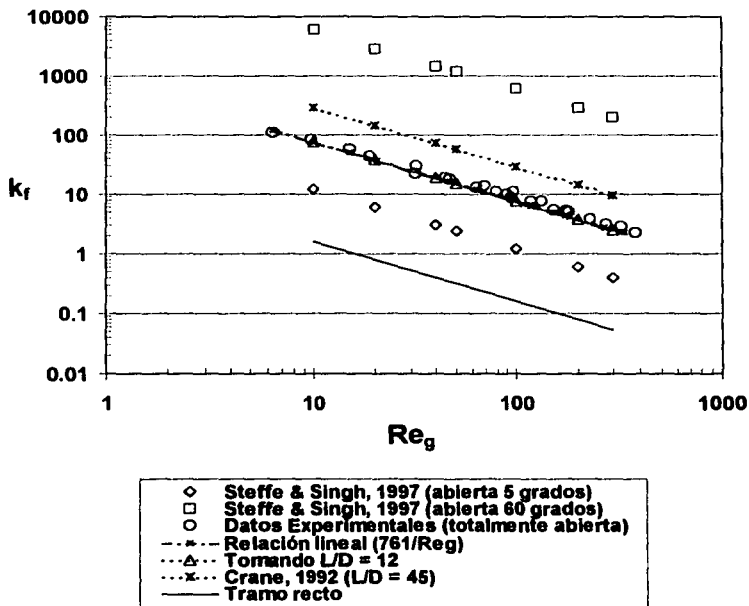


Figura 2. Coeficientes de resistencia (k_f) experimental y reportados para válvula de mariposa en función del número de Reynolds generalizado (Re_g). Los datos de los accesorios reportados fueron calculados usando "la regla de oro" propuesta por Steffe & Singh, (1997) o la definición de L/D cuando fue necesario.

Válvula de globo

En lo que concierne a válvula de globo, los resultados obtenidos son similares a los reportados por Edwards *et al.*, (1985), donde obtiene una relación inversa de k_f como una función del número de Reynolds, en Re_g menores a 100. Un valor constante de k_f cercano a 15 puede ser obtenido cuando Re_g es mayor que 100, como se muestra en la Figura 3. Para este accesorio, la transición de flujo laminar no está claramente definida. Las correlaciones obtenidas para válvula de globo totalmente abierta muestran valores intermedios en comparación con válvulas en escuadra y de asiento circular reportados por el mismo autor para números de Reynolds menores que 100, mientras que para Re_g altos, k_f es muy próximo al valor constante reportado para la válvula de asiento circular.

Únicamente en este accesorio, la relación potencia de k_f como una función de Re_g ($k_f = 510 Re_g^{-0.73}$) fue más alta que la regresión lineal (Cuadro 2). Este comportamiento podría deberse al propio diseño geométrico y también a que los datos experimentales se situaron cerca de la zona de transición.

También en este caso, los valores obtenidos para la relación $(L/D)_{válvula}$ en flujo laminar, fueron más pequeños que los propuestos para accesorios similares en flujo turbulento. Se obtuvo un valor pequeño de $(L/D)_{válvula} = 14$ para la válvula de globo, el cual es 24 veces más bajo que el valor $(L/D)_{válvula} = 340$ reportado por Crane (1992) para una válvula de globo análoga (Figura 3), correspondiendo también a un

valor de k_f sobrestimado. Las predicciones usando la "regla de oro" (Steffe, 1996 y Steffe y Singh, 1997) también se incluyen en la Figura 3, y vuelven a proporcionar los valores extremos.

La correlación propuesta por Banerjee *et al.*, (1994) para una válvula de globo abierta también se muestra en la Figura 3. Estos autores proponen una correlación generalizada, en términos de $\Delta P / \rho v^2$ equivalente, en los términos de este estudio, a $k_f / 2$. Los valores obtenidos con esta ecuación presentan una tendencia casi constante para la válvula de globo totalmente abierta en flujo laminar y se aproximan a los valores constantes reportados por Edwards *et al.*, (1985) para una válvula de asiento circular.

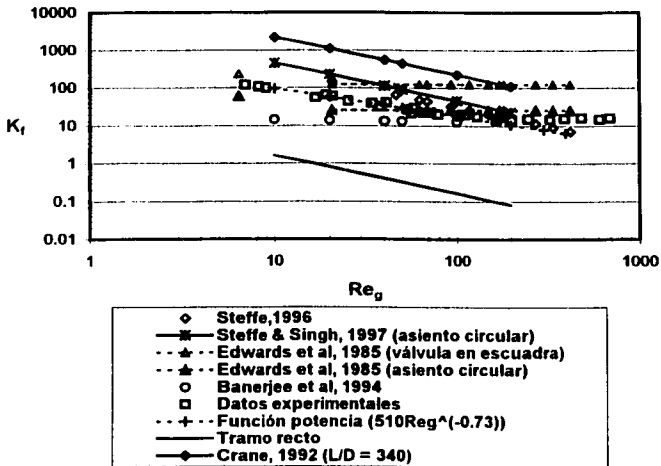


Figura 3. Coeficientes de resistencia (k_f) experimental y reportados para válvula de globo en función del número de Reynolds generalizado (Re_g). Los datos de los accesorios reportados fueron calculados usando "la regla de oro" propuesta por Steffe y Singh, (1997) o la definición de L/D cuando fue necesario.

Codos

Al considerar los datos experimentales de un codo (Figura 4), calculado como la caída de presión total del arreglo en U dividido entre 4, se observan valores experimentales más altos en comparación con las correlaciones propuestas por Steffe *et al.*, (1984) o Edwards *et al.*, (1985). En este caso la regresión para la relación inversa en un codo de 90° ($k_f = 1193/Re_g$) es más alta que la de la relación potencial, como en el caso de la válvula de mariposa. Un valor de $(L/D)_{\text{codo}} = 19$ se puede calcular para el flujo laminar siendo este menor al de $(L/D)_{\text{codo}} = 30$ reportado para el flujo turbulento. Los datos experimentales estuvieron muy próximos a los propuestos por Steffe (1996) usando la "regla de oro"

Para comparar los datos de las correlaciones propuestas por Das *et al.*, (1991) para fluidos no-newtonianos a través de codos de diferente curvatura en un plano horizontal, se propusieron las siguientes transformaciones a la relación original. El factor de fricción (f_c) del codo se ha relacionado con el factor de fricción del tramo recto (f_f) como una función del número de Dean (De) y el ángulo de curvatura (θ) de la siguiente manera:

$$\frac{f_c}{f_f} - 1 = 0.025687De^{0.809} \left[\frac{\theta}{180} \right]^{-0.556} \quad (5)$$

donde $De = Re_g \left(\frac{r_t}{r_c} \right)^{1/2*}$, r_c es el radio de la curvatura de línea central (m) y r_t es el

radio de la tubería. Tomando f_f para el flujo laminar y f_c como:

* Ecuación corregida por error de edición en la versión en inglés.

$$f_c = \left[\frac{2\Delta P_c}{\rho v^2} \right] \frac{g_c D_c}{4L_c} \quad (6)$$

se puede deducir una ecuación en función de los coeficientes de resistencia (k_{f_c}):

$$k_{f_c} = \left(0.025687 D_e^{0.809} \left[\frac{\theta}{180} \right]^{-0.556} + 1 \right) \left(\frac{64 L_c}{Re_g g_c D_c} \right) \quad (7)$$

Tomando el diámetro (D_c) y la longitud (L_c) de los codos reportados por los autores y $g_c = \text{mkg} / \text{Ns}^2$. Las curvas resultantes se presentan en la Figura 4. Se observa una mayor dependencia del grado de curvatura en flujo turbulento y de transición en comparación con las predicciones en flujo laminar. A Re_g bajos, los datos experimentales fueron más altos que los obtenidos por la correlación propuestas por Das *et al.*, (1991). Sin embargo, a Re_g mayores, ambos datos se superponen. Es importante notar que en codos, la dispersión de los datos experimentales es mayor que la obtenida en válvulas, lo cual puede deberse al arreglo seleccionado.

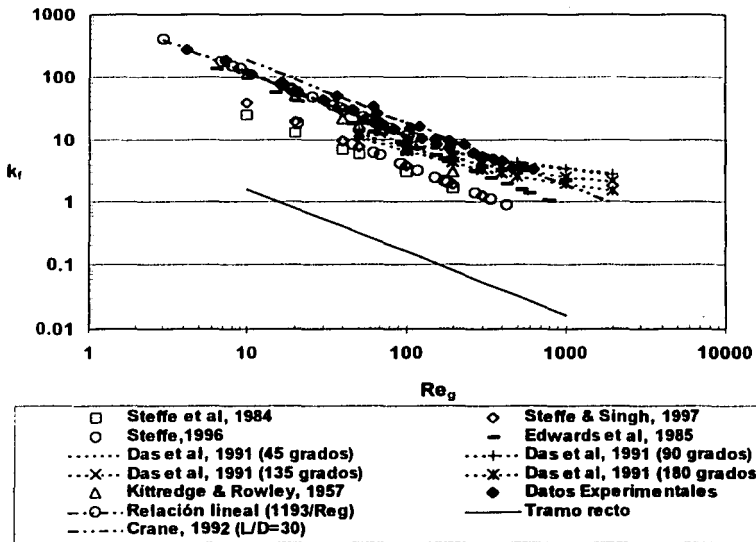


Figura 4. Coeficientes de resistencia (k_f) experimental y reportados para codos en función del número de Reynolds generalizado (Re_g). Los datos de los accesorios reportados fueron calculados usando "la regla de oro" propuesta por Steffe y Singh, (1997) o la definición de L/D cuando fue necesario.

CONCLUSIONES

En este estudio se obtuvieron los parámetros de una función tipo potencia del coeficiente de resistencia k_f como una función del número de Reynolds (Re_g). Estos parámetros permitieron predecir la caída de presión debida a la fricción a través de los accesorios estudiados, para fluidos fluidificantes en flujo laminar. Las correlaciones fueron comparadas con datos publicados y se encontró estar dentro del intervalo reportado.

Por lo tanto, el procedimiento experimental seguido en este estudio para el cálculo de pérdida ó caída de presión en accesorios se puede considerar adecuado, y asegura que los resultados obtenidos para los accesorios son confiables. También se propusieron valores alternos de relaciones adimensionales de longitud equivalente/diámetro de los accesorios estudiados en flujo laminar, los cuales fueron menores que los reportados para el flujo turbulento. Nuestra recomendación con propósito de diseño rápido, es usar los valores de L/D obtenidos en este estudio para válvula de mariposa (abierta), $L/D=12$; válvula de globo (abierta), $L/D= 14$; y codo $L/D=19$. Para cualquier otro accesorio, "la regla de oro" propuesta por Steffe y Singh, (1997) puede ser útil, en tanto que más datos experimentales estén disponibles.

Referencias Bibliográficas

- Banerjee, T.K., Das, M. y Das, S.K. 1994. Non-Newtonian liquid flow through globe and gate valves. Can. J. Chem. Eng. 72 (4), 207-211.
- Crane Co. 1992. *Flujo de fluidos en válvulas, accesorios y tuberías*. Technical Paper No. 410. Mc Graw Hill/Interamericana. México

- Das, S.K., Biswas, M.N. y Mitra, A.K. 1991. Non Newtonian liquid flow in bends. Chem. Eng. J. 45, 165-171.
- Edwards, M.F., Jadallah, M.S.M. y Smith, R. 1985. Head losses in pipe fittings at low Reynolds numbers. Chem. Eng. Res. Des. 63 (1), 44-50.
- Kittredge, C.P. y Rowley, D.S. 1957. Resistance coefficients for laminar and turbulent flow through one-half-inch valves and fittings. Trans. Am. Soc. Mech. E. 79,1759-1766.
- Steffe, J.F. 1996. *Rheological Methods in Food Process Engineering*. pp. 133-137. 2n. Ed. Freeman Press, East Lansing, MI.
- Steffe, J.F. Mohamed, I.O. y Ford, E.W. 1984. Pressure drop across valves and fittings for pseudoplastic fluids in laminar flow. Transactions of the ASAE, 27, 616-619.
- Steffe, J.F. y Singh P. 1997. Pipeline design Calculations for Newtonian and Non-Newtonian fluids. *In Food Engineering Practice*. (J.H. Valentas, E. Rostein, and R.P.Singh, eds.) pp. 1-34, CRC Press, Boca Raton, FL.

Nomenclatura

D	diámetro de tubería (m)
D _c	diámetro de codo (m)
De	número de Dean
f _c	factor de fricción en codos
f _f	factor de fricción de Fanning
K	índice de consistencia de la ley de potencia (Pas ⁿ)
k _f	coeficiente de resistencia

k_{f_c}	coeficiente de resistencia de codos
$(L/D)_{acc}$	longitud equivalente de un accesorio
L_c	longitud equivalente de un codo (m)
n	índice de comportamiento al flujo de la ley de la potencia
r_c	radio de la curvatura de un codo (m)
Re_g	número de Reynolds generalizado de la ley de la potencia
r_t	radio de tubería (m)
v	velocidad promedio (m/s)
α	exponente de la ecuación 2
β	constante de proporcionalidad de la ecuación 2
ΔP_{acc}	caídas de presión en un accesorio (Pa)
ρ	densidad (kg/m^3)
θ	ángulo de curvatura de codo ($^\circ$)

Agradecimientos

Linares García J. A. expresa su agradecimiento por la beca otorgada por Fundación-UNAM (México), para la realización de esta investigación.

RESISTANCE COEFFICIENTS OF FITTINGS FOR POWER-LAW FLUIDS IN LAMINAR FLOW

L.P. MARTÍNEZ-PADILLA¹ and J.A. LINARES GARCÍA

Universidad Nacional Autónoma de México, FES Cuautitlán
Laboratorio de Propiedades Reológicas y Funcionales en Alimentos
Av. Primero de Mayo S/N. 54740 Cuautitlán Izcalli Edo de México, México

Accepted for Publication January 18, 2001

ABSTRACT

The calculation of head loss in valves and fittings is highly important to design food engineering processes under several pumping conditions. Nevertheless, there are few data reported to predict pressure loss in accessories for non-Newtonian fluids in laminar flow, usually observed in many viscous fluid foods. In this study, experimental data of pressure drops as a function of the generalized Reynolds number were obtained to determine the resistance or friction loss coefficient (k_f) of power-law fluids while pumped through 1-in. diameter stainless steel valves (butterfly and globe), and an assembly of four 90° bends. Aqueous dispersions of carboxymethylcellulose were used as a model of a shear thinning fluid. Results showed that for all the accessories evaluated, the k_f values hold an inverse function with the generalized Reynolds, using the classical log-log plot. Results are in agreement with data reported in the literature for Newtonian and power-law fluids. The correlations obtained in this study were compared with results in previous works and they were found to be within the range reported.

INTRODUCTION

Estimation of head loss or pressure drop caused by valves or different fittings is necessary in the design and optimization of food engineering processes. Many viscous food fluids, showing Newtonian or non-Newtonian behavior, are generally pumped under laminar conditions through cylindrical pipes with different accessories.

The flow mechanism through a valve or fitting is not clearly defined due to abrupt changes in direction or cross-sectional area; therefore, the prediction of pressure drop in such fittings is not straightforward. The best method to evaluate fitting resistance is based on a global determination of pressure drops and deduced k_f resistance coefficients or friction factors (f_f). Although, the number of fittings used in the industrial processes is important, few of these experimen-

¹ To whom correspondence should be addressed. E-mail: lpmp@servidor.unam.mx

tal data are found in the literature for non-Newtonian fluids (Steffe *et al.* 1984; Edwards *et al.* 1985; Das *et al.* 1991; Banerjee *et al.* 1994).

There are several approaches to estimate the pressure drop across fittings. Most of them are based on experimental determination. A first approach to calculate the pressure drop across valves and fittings, is to consider the behavior of non-Newtonian fluid head losses in a pipe or a fitting similar to Newtonian fluid head losses with the same generalized Reynolds number (Re_g). In both cases, laminar and turbulent flows, one may use the k_f concept (also called head loss coefficient) which is defined as:

$$k_f = \frac{2\Delta P_{\text{fitting}}}{\rho v^2} \quad (1)$$

where $\Delta P_{\text{fitting}}$ is the pressure drop caused by the fitting (Pa), ρ is the density of the fluid at the pumping temperature (kg/m^3) and v the average velocity of the fluid in the pipe (m/s). It is well known that for Newtonian fluids in laminar flow, the resistance coefficient, k_f increases highly when Reynolds number decreases, but in turbulent flow k_f is a constant value (Kittredge and Rowley 1957).

For shear-thinning, the use of the k_f as a function of the generalized Reynolds number, Re_g , for fluids was first proposed by Steffe *et al.* (1984), as a power relationship, defined as:

$$k_f = \frac{\beta}{Re_g^\alpha} \quad (2)$$

where α is an exponent lower than unity and β is a proportionally constant (both dimensionless). The Re_g , for a power-law fluid (Ostwald de Waele) is defined as:

$$Re_g = \frac{\rho D^n v^{2n-1}}{Kg^{n-1}} \left(\frac{4n}{3n+1} \right) \quad (3)$$

A year later, Edwards *et al.* (1985) proposed only an inverse dependence relationship between k_f and Re_g where α in Eq. (2) takes a value of the unity. Comparing both considerations with the same experimental data, similar acceptable regressions can be obtained, as it will be shown in Table 2. Nevertheless, overestimate values of k_f (almost twice) can be calculated from Eq. (2) as α is far from unity, over a range of 10 to 500 of Re_g .

A second approach is to consider the fitting as a piece of straight pipe, which has the same pressure drops of such fitting, and it is therefore represented as an equivalent length. A widely recognized example is, the classical value of $L/D=30$ for a 90° bend (Crane 1992). Nevertheless, this approach has been

verified only in turbulent flow. Taking the definition of the resistance coefficient in turbulent flow as:

$$k_f = 4f_t(L/D)_{\text{fitting}} \quad (4)$$

an equivalent value of $(L/D)_{\text{fitting}}$ in laminar flow can be estimated using the respective friction factor ($f_l = 16/Re_c$). In this case (L/D) values are based on the inverse linear regression $k_f - Re_c$.

Finally, in the absence of experimental data, some "rules of thumb" were proposed (Steffe 1996; Steffe and Singh 1997) but they should be used cautiously. For laminar conditions ($20 < Re_c < 500$), Steffe (1996) predicts k_f for non-Newtonian fluids in laminar flow, taking β as follows:

$$\beta = 500k_{f,\text{turbulent}} \quad (5)$$

Considering that plugs in valves vary according to their design based on different patents and aseptic recommendations taken for food and pharmaceutical applications, the main objectives of this study were: (1) to measure the pressure drop (ΔP) through 1-in. diameter stainless steel valves (butterfly and globe), and an assembly of four 90° bend, (2) to evaluate their resistance coefficient and (3) to compare estimated k_f values with those proposed correlations found in the literature.

MATERIAL AND METHODS

High viscous carboxymethylcellulose dispersions (0.5, 0.7, 1 and 1.2% w/w, Gomas Naturales S.A., México) were hydrated 12 h before essays. Density (ρ) of solutions was measured by DMA 38 Density meter (Paar Physica USA Inc., Spring, TX). Flow curves of fluids at $20 \pm 1^\circ\text{C}$ were obtained in a RHEOLAB MC 1 rotational viscometer (Paar Physica, USA Inc., Spring, TX) in the shear range of 1 to 1000 1/s, using the Couette geometry (Z20) with conical bottom cylinders. A pilot plant pumping system, including a positive displacement pump (Viking pump Inc., Cedar Falls, IA) was used. The velocity (v) was changed with an electronic frequency driven speed control. The flow was measured using a test tube (0.002 m^3) and a stopwatch (0.01s accuracy). A volume (0.040 m^3) of the non-Newtonian fluids was pumped at different flow rates at room temperature ($20 \pm 1^\circ\text{C}$) and atmospheric pressure (548 mm Hg). Fittings studied were 1-in. diameter stainless steel (316) butterfly and globe valves, and four 90° bends assembled as U deviation, supplied by Proinox S.A. (México). To assure laminar steady state flow with no entry-end effects, the fitting studied was situated on the center of a horizontal long tube ($L=2.8 \text{ m}$) of internal diameter (D) of 0.021 m. The total pressure measurement points were located 1.4 m after a 90° bend ($L/D = 66.6$) and 1.6 m before a second 90° bend ($L/D=76.2$). The pressure drops of straight tube and the fitting

assembly were measured with two U-tube manometers. Pressure drop of the fitting was calculated as the difference between the pressure drop of the straight tube and the total pressure drop of the assembly. The flow was maintained laminar ($Re_g < 650$), since the critical power-law Reynolds number that limited laminar flow from transition in a straight tube, was higher than 2300 for the power-law fluids studied. Ten different flow rates were tested using at least three replicates. A schematic diagram of the pumping system and fittings location is shown in Fig. 1.

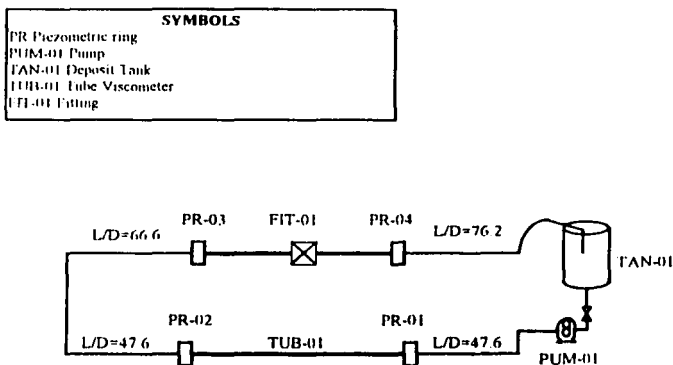


FIG. 1. SCHEMATIC DIAGRAM OF THE PILOT PLANT PUMPING SYSTEM

RESULTS AND DISCUSSION

Rheological parameters of the power-law fluids studied are summarized in Table 1. Flow curves obtained in the straight tube using the Rabinowitsch-Mooney equation, were superposed to the flow curves obtained in the rheometer. The shear rate at the wall in the straight tube ranged from 50 to 800 1/s.

TABLE I.
 POWER-LAW PARAMETERS OF FLUID STUDIED AT 20°C

	0.5%	0.7%	1%	1.2%
K (Pas ⁿ)	0.699	1.886	5.906	10.94
n	0.555	0.499	0.397	0.365

Figures 2, 3 and 4, show experimental k_f values of valves or fittings studied as a function of Re_g . The k_f values were calculated using Eq. 1. In order to compare, the k_f corresponding to a straight tube is also plotted. Linear regression analysis was used to obtain β parameters considering $\alpha=1$ and α variable. Results are shown in Table 2.

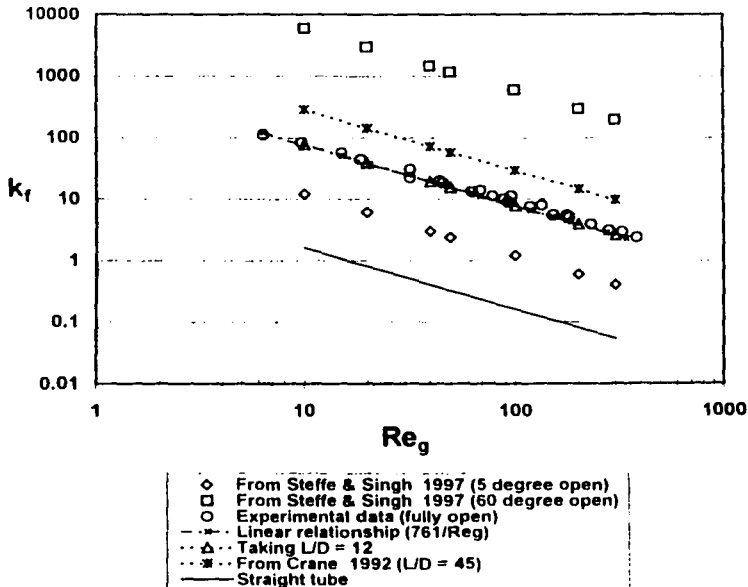


FIG. 2. EXPERIMENTAL AND REPORTED BUTTERFLY VALVE RESISTANCE COEFFICIENTS (k_f) AS A FUNCTION OF GENERALIZED REYNOLDS NUMBER (Re_g) Fitting reported data were calculated using the "rule of thumb" proposed by Steffe and Singh (1997) or definition of L/D when necessary.

Butterfly Valve

Fully open butterfly valve data showed an inverse linear function ($k_f = 761/Re_g$) as fully open gate or globe valves reported by Kittredge and Rowley (1957) in Newtonian fluids. Regressions for the inverse relationships of Re_g for butterfly are higher than power relationships where α , taken as open variable,

is a value close to the unity (Table 2). This behavior obtained is valid only in the laminar zone, as is shown in Fig. 2.

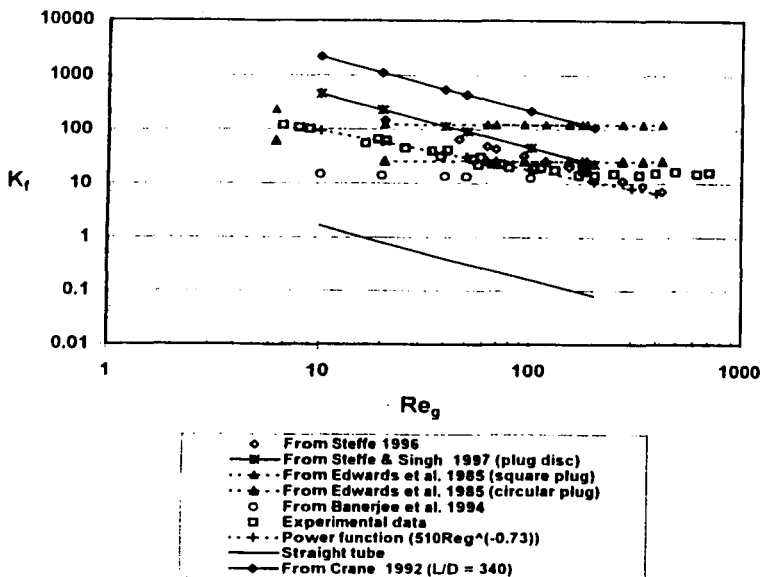


FIG. 3. EXPERIMENTAL AND REPORTED GLOBE VALVE RESISTANCE COEFFICIENTS (K_f) AS A FUNCTION OF GENERALIZED REYNOLDS NUMBER (Re_g) Fitting reported data were calculated using the "rule of thumb" proposed by Steffe and Singh (1997) or definition of L/D when necessary.

Using the results of the inverse linear regression k_f-Re_g , a value of $(L/D)_{valve} = 12$ was obtained. This value is 4-fold smaller than the value reported by Crane (1992) for a similar full open valve in turbulent flow (valves from 0.05 to 0.2 m of diameter), with a $(L/D)_{valve} = 45$, as can be seen in Fig. 2.

Following the "rules of thumb" proposed by Steffe and Singh (1997) (Eq. 5): predictions for partially open butterfly valves (5 and 60 degree open) were taken because full open valve is reported negligible. From data plotted in the same figure, it is easy to observe that the 60-degree valve shows the extreme value of k_f for a butterfly valve. Both approaches presented overestimate values of k_f .

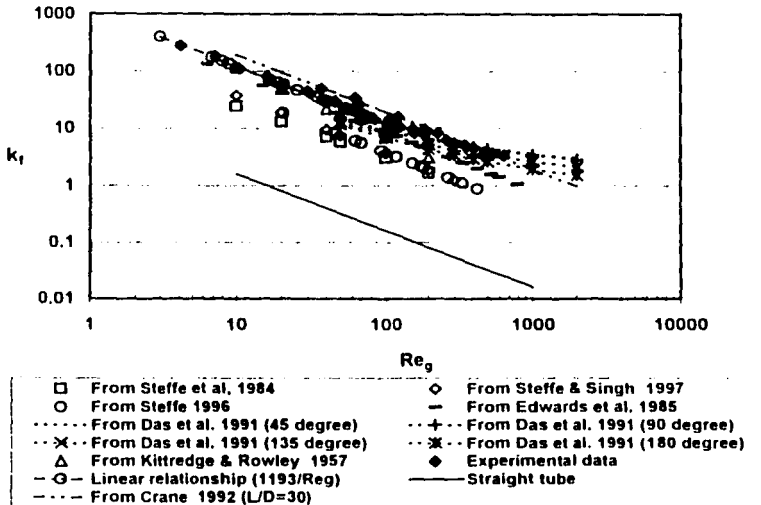


FIG. 4. EXPERIMENTAL AND REPORTED BEND RESISTANCE COEFFICIENTS (k_f) AS A FUNCTION OF GENERALIZED REYNOLDS NUMBER (Re_g)

Fitting reported data were calculated using the "rule of thumb" proposed by Steffe and Singh (1997) or definition of L/D when necessary.

TABLE 2.
CORRELATION PARAMETERS α AND β OF k_f AS A
FUNCTION OF Re_g OF FITTING STUDIED

Fitting	Linear Relationship $\alpha = 1$		Power Relationship			Re_g Range
	β	R^2	β	α	R^2	
Butterfly valve	761	0.985	714	0.96	0.955	6-382
Globe valve	862	0.960	510	0.73	0.975	6-112
90° bend	1193	0.987	973	0.90	0.985	6-646

R = correlation coefficient

Globe Valve

Concerning the globe valve, similar results to those reported by Edwards *et al.* (1985) were obtained. An inverse relationship of k_f as a function of

Reynolds number was observed for Re_g lower than 100. A constant value of k_f close to 15 was attained when Re_g is higher than 100, as it is shown in Fig. 3. For this fitting, transition from laminar flow is not clearly defined. Correlation obtained for fully open globe valve shows intermediate values comparing with square or circular plug valves reported by the same author at Reynolds numbers lower than 100, while at higher Reynolds numbers k_f is near to the constant value reported for the circular plug globe valve.

Only in this fitting, the power relationship for k_f as a function of Re_g ($k_f = 510 Re_g^{-0.73}$) was higher than the lineal inverse regression (Table 2). This behavior might be due to valve internal design and also to dispersion of experimental data obtained near the transition zone from laminar to turbulent flow. Also in this case, values obtained for $(L/D)_{valve}$ in laminar flow were smaller than those proposed for similar fittings in turbulent flow. A small value of $(L/D)_{valve} = 14$ was obtained for globe valve which is 24-fold lower than the value $(L/D)_{valve} = 340$ reported by Crane (1992) for an analogous globe valve (Fig. 3), corresponding to an overestimate k_f . Predictions using the "rules of thumb" (Steffe 1996 and Steffe and Singh 1997) are plotted also in Fig. 3, being again the extreme values of k_f reported.

The correlation proposed by Banerjee *et al.* (1994), for an open globe valve is plotted in Fig. 3. They proposed a generalized relationship, in terms of $\Delta P/\rho v^2$, equivalent to $k_f/2$ as defined here. Values predicted by this equation seem to be approximately constant for the full open globe valve in laminar flow and close to the constant values reported by Edwards *et al.* (1985) for a circular plug valve.

Bend

Regarding to the experimental data of one bend (Fig. 4), calculated as the total pressure of the U arrangement divided by 4, higher experimental values are obtained than correlations proposed by Steffe *et al.* (1984) or Edwards *et al.* (1985). In this case, regression for the inverse relationship of a 90° bend ($k_f = 1193/Re_g$) is higher than the power relationship, similar to butterfly valve data. A value of $(L/D)_{bend} = 19$ can be calculated for laminar flow being lower than $(L/D)_{bend} = 30$ reported for turbulent flow. Experimental data were close to that proposed by Steffe (1996) using the "rules of thumb".

In order to compare data correlations proposed by Das *et al.* (1991) for non-Newtonian fluids through different degree bends in a horizontal plane, the following transformations from the original relationship were proposed. The friction factor (f_b) of the bend was related to the friction factor of the straight tube (f_s) as a function of the Dean Number (De) and the angle of curvature (θ) as:

$$\frac{f_b}{f_l} - 1 = 0.025687De^{0.809} \left[\frac{\theta}{180} \right]^{-0.556} \quad (5)$$

where $De = Re_g \frac{r_l}{r_c}$, r_c is the radius of the center line curvature (m) and r_l is the radius of the tube. Taking f_l for the laminar flow and f_b as:

$$f_b = \left[\frac{2\Delta P_b}{\rho v^2} \right] \frac{g_c D_b}{4L_b} \quad (6)$$

an equation for the resistance coefficients (k_{f_b}) can be deduced:

$$k_{f_b} = \left(0.025687De^{0.809} \left[\frac{\theta}{180} \right]^{-0.556} + 1 \right) \left(\frac{64L_b}{Re_g g_c D_b} \right) \quad (7)$$

Taking diameter (D_b) and length (L_b) of bends reported by the authors and $g_c = \text{mkg/Ns}^2$, resulting curves are plotted in Fig. 4. A higher dependence on degree bend is observed in the transition and turbulent flows when compared with predictions for laminar flow. At low Re_g , our experimental data were higher than those obtained by the correlation proposed by Das *et al.* (1991). However, at higher Re_g numbers, both are superposed. It is worth mentioning that in bends, the dispersion of our experimental data is higher than that obtained in valves which may be assembly chosen.

CONCLUSIONS

Power-law parameters of k_f as a function of Re_g , have been obtained to predict the frictional pressure drop across the fittings studied for shear-thinning fluids in laminar flow. Correlations were compared with published data and found to be within the range reported. Therefore, the experimental procedures followed in this study for the calculations of head loss proved to be adequate, and they assure that the results for the fittings are reliable. Also, alternative L/D values of fittings studied in laminar flow were proposed which were lower than those reported for turbulent flow. Our recommendation for a quick design purpose is to use values of L/D obtained in this study for butterfly valve (open), $L/D=12$; globe valve (open), $L/D = 14$; and elbow $L/D=19$. For other fittings, use "rules of thumb" proposed by Steffe and Singh (1997), while the next experimental data are available.

NOMENCLATURE

D	tube diameter (m)	n	power-law behavior index
D_b	bend diameter (m)	r_c	bend radius of the center line curvature (m)
De	Dean Number	Re_g	generalized power-law Reynolds number
f_b	bend friction factor	r_t	tube radius (m)
f_f	Fanning friction factor	v	average velocity (m/s)
K	power-law consistency index (Pas ⁿ)	α	exponent of Eq. 2
k_f	resistance coefficient	β	proportionally constant of Eq. 2
k_{f_b}	bend resistance coefficient	$\Delta P_{fitting}$	pressure drops of a fitting (Pa)
$(L/D)_{fitting}$	fitting equivalent length diameter ratio	ρ	density (kg/m ³)
L_b	bend equivalent length (m)	θ	angle of bend curvature (°)

ACKNOWLEDGMENTS

J.A. Linares García expresses his gratitude for the scholarship obtained from Fundación-UNAM (México), for the completion of this research.

REFERENCES

- BANERJEE, T.K., DAS, M. and DAS, S.K. 1994. Non-Newtonian liquid flow through globe and gate valves. *Can. J. Chem. Eng.* 72(4), 207-211.
- Crane Co. 1992. *Flujo de fluidos en valvulas, accesorios y tuberias*. Technical Paper No. 410. McGraw Hill/Interamericana, México.
- DAS, S.K., BISWAS, M.N. and MITRA, A.K. 1991. Non-Newtonian liquid flow in bends. *Chem. Eng. J.* 45, 165-171.
- EDWARDS, M.F., JADALLAH, M.S.M. and SMITH, R. 1985. Head losses in pipe fittings at low Reynolds numbers. *Chem. Eng. Res. Des.* 63(1), 44-50.
- KITTREDGE, C.P. and ROWLEY, D.S. 1957. Resistance coefficients for laminar and turbulent flow through one-half-inch valves and fittings. *Trans. Am. Soc. Mech. E.* 79, 1759-1766.
- STEFFE, J.F. 1996. *Rheological Methods in Food Process Engineering*, 2nd Ed. pp. 133-137, Freeman Press, East Lansing, MI.
- STEFFE, J.F., MOHAMED, I.O. and FORD, E.W. 1984. Pressure drop across valves and fittings for pseudoplastic fluids in laminar flow. *Trans. ASAE* 27, 616-619.
- STEFFE, J.F. and SINGH, P. 1997. Pipeline design Calculations for Newtonian and Non-Newtonian fluids. *In Food Engineering Practice*, (J.H. Valentas, E. Rostein and R.P. Singh, eds.) pp. 1-34, CRC Press, Boca Raton, FL.