

01162 5



UNIVERSIDAD NACIONAL
AUTÓNOMA DE MÉXICO

UNIVERSIDAD NACIONAL
AVENIDA DE
MÉXICO

DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO

FACULTAD DE INGENIERÍA

TESIS

“Caracterización del transporte de sedimentos
en las Bocas del Carmen y Puerto Real en
Laguna de Términos, Campeche”

Como requisito para obtener el grado de:

Maestro en Ingeniería Civil

(Hidráulica)

Presenta:

JUAN CARLOS ESPINAL GONZÁLEZ

DIRECTOR DE TESIS:

DR. PAULO SALLES AFONSO DE ALMEIDA



MÉXICO, DF

NOVIEMBRE DEL 2002

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

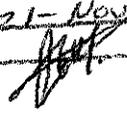
El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

Autorizo a la Dirección General de Bibliotecas
UNAM a difundir en formato electrónico o impreso
el contenido de mi trabajo recepcionado.

NOMBRE: Juan Carlos

Espinal González

FECHA: 21- Nov - 2002

FIRMA: 

**TESIS CON
FALLA DE ORIGEN**

*A mis padres: Alfredo Espinal García y Estela González Hernández
y hermanos: Israel, Idania y Rene*

AGRADECIMIENTOS

Pensar a quien incluir en estas líneas es fácil, pues es la gente que rápidamente se aparece en la mente, y perdura a pesar de todo, por lo cual me disculpo si omito a alguien, pero ya saben como es el subconsciente.

A la Universidad Nacional Autónoma de México por ser después de todo la MÁXIMA CASA DE ESTUDIOS, en donde se le brinda a todo tipo de personas la oportunidad de ser alguien mejor para el y los demás.

A la Facultad de Ingeniería y a la División de Estudios de Posgrado.

A el Instituto de Ingeniería por el apoyo a lo largo de todos estos años.

Gracias al Dr. Paulo Salles Afonso de Almeida por compartir sus conocimientos, esfuerzo y tiempo en el desarrollo de este trabajo.

Gracias al Dr. Rodolfo Silva Casarín por contribuir con dedicación y esfuerzo a la formación integral de ingenieros costeros.

Gracias al Dr. Georges Andre Govaere Vicarioli, pues siempre pude contar con su apoyo y compañía.

Gracias al M.I Edgar Gerardo Mendoza Baldwin, que revalorara una palabra, amistad.

A mis amigos del Grupo de Ingeniería de Costas y Puertos.

Gracias a mis padres y mis hermanos, por ser una familia y darme siempre su apoyo incondicional y a ti Laura por estar ahí cuando te necesitamos.

A la M.I Maria Berenice Aguilar López, por ser mi consultor permanente y compañera inseparable.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

RESUMEN

La laguna de Términos es una de las lagunas costeras más importantes de nuestro país, dadas sus actividades ecológicas, económicas y sociales. En particular la Laguna de Términos esta conectada al mar por 3 bocas, 2 naturales (Carmen y Puerto Real), y una artificial (Sabancuy), en las dos primeras se lleva el intercambio más importante de agua, por otro lado existe otro intercambio de agua este es el vertido de ríos directo en la laguna (Palizada, Chumpan, Candelaria y Mamantel).

En la primera fase de este trabajo, se caracteriza el patrón hidrodinámico de la laguna, con varios escenarios incorporando las lagunas satelitales y los canales en la zona Oeste, así como el forzado de la marea astronómica y los gastos de los ríos antes mencionados.

En la segunda fase, se trata la propagación del oleaje que se genera en aguas intermedias y tiene efecto sobre las bocas del Carmen y Puerto Real.

Una vez que se obtuvo la información en las primeras dos fases, se selecciona una zona con puntos de control, en este caso se llevo a cabo en la sección mínima de la boca de Puerto Real, en ella se llevo a cabo el cálculo de del transporte neto de sedimentos, en cada uno de los puntos de control de la sección de control, incorporando el efecto de las corrientes y el oleaje.

El transporte de sedimentos se llevo a cabo por medio de la formulación de escenarios que tienen con objetivo, representar las condiciones prevaletientes en la Laguna de Términos, además de incluir condiciones extremas que son posibles, como lo es el paso de un huracán, por ello se incorporo en uno de los escenarios modelados para el transporte, del gasto de sedimentos la sobrelevación por marea de tormenta.

Con el modelo de transporte de sedimentos, se llevo a resultados con los cual se pueden comparar los efectos de las mareas y las alturas de ola, principalmente por otro lado es posible dado cada escenarios, ubicar la distribución temporal y espacial del gasto total de sedimentos, y evidenciar la influencia del oleaje en el cálculo del transporte de sedimento.

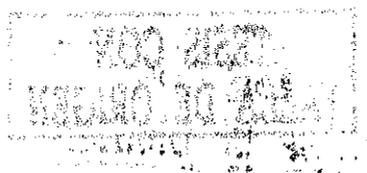
TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

ÍNDICE

RESUMEN.....	1
ÍNDICE.....	3
LISTA DE FIGURAS	5
LISTA DE TABLAS	7
LISTA DE SÍMBOLOS	9
INTRODUCCIÓN.....	15
1.1. OBJETIVOS.....	15
1.2. METODOLOGÍA.....	15
1.3. ALCANCES Y LIMITACIONES.....	16
1.4. DESCRIPCIÓN Y ORGANIZACIÓN DE LA TESIS	16
2. MODELOS MATEMÁTICOS	21
2.1. Modelo hidrodinámico.	21
2.1.1 Teoría del modelo hidrodinámico.....	21
2.1.2 Ecuaciones del modelo RMA2.....	23
2.2. Modelo de propagación de oleaje.....	24
2.2.1 Introducción a la propagación de oleaje.....	24
2.3. Ecuación modificada de la pendiente suave.....	25
2.4. Modelo de corrientes de playa.....	33
2.4.1 Introducción a las corrientes generadas por oleaje.....	33
2.4.2 Planteamiento del problema.	33
2.4.3 Hipótesis del modelo de corrientes playeras	34
2.4.4 Rugosidad del fondo.....	37
2.4.5 Viscosidad de remolino	38
2.5. Modelo de transporte de sedimentos	39
2.5.1 Ecuaciones de transporte de sedimentos	39
3. Caso de aplicación.....	47
3.1. Introducción.....	47
3.2. Clima	48
3.3. Hidrología.....	48
3.4. Marea.....	48
3.5. Vegetación.....	50
3.6. Morfología.....	50
3.7. Implementación del modelo hidrodinámico sin oleaje	51
3.7.1 Delimitación zona de estudio	51
3.7.2 Generación de la malla	51
3.7.3 Determinación del coeficiente de rugosidad de fondo.	53
3.7.4 Determinación del coeficiente de viscosidad del remolino	54
3.8. Determinación del coeficiente de porosidad de manglar	55
3.8.1 Condiciones de frontera iniciales	55
3.9. Análisis preliminares	56
3.9.1 Conservación de masa	57
3.9.2 Calibración	58
3.10. Escenarios Modelados	59

**TESIS CON
FALLA DE ORIGEN**

3.10.1	Mareas	59
3.10.2	Gastos de los ríos.....	61
3.10.3	Descripción de los escenarios.....	61
3.11.	RESULTADOS HIDRODINÁMICOS.....	62
3.11.1	Simulación 1: Marea monocromática y gastos mínimos (estiaje).....	62
3.11.2	Simulación 2: Marea viva y gastos mínimos (estiaje).....	64
3.11.3	Simulación 3: Marea muerta y gastos máximos (avenidas).....	64
3.11.4	Simulación 4: Marea viva, gastos máximos (avenidas) y sobrelevación por tormenta. 64	
3.12.	PROPAGACIÓN DE OLEAJE.....	65
3.12.1	Condiciones de frontera para la propagación del oleaje.....	65
3.13.	Corrientes Generadas por Oleaje	66
3.14.	Transporte de sedimentos	75
3.14.1	Transporte de sedimentos en fondo y suspensión	75
3.14.2	Resultados del transporte de sedimentos	78
3.15.	Conclusiones.....	87
4.	Conclusiones.....	91
4.1.	Futuras líneas de trabajo.....	92



LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1 Parámetros para porosidad de manglar: (a) curva hipotética de área inundada; (b): curva de área inundada para un elemento dado, obtenida con los parámetros A_1 , A_2 , y A_3 . A_0 es la elevación del nodo.....	22
Figura 3.1. Marea astronómica en Ciudad del Carmen en 2001.....	49
Figura 3.2. Ejemplo de vegetación de orilla en Laguna de Términos (cerca de Boca Chica).....	50
Figura 3.3 Modelo Digital del Terreno.....	52
Figura 3.4. Malla del modelo, versión final.....	52
Figura 3.5. Batimetría utilizada por el modelo, versión final.....	53
Figura 3.6. Diferencia de velocidades entre los finales del tercer y cuarto ciclos de marea.....	57
Figura 3.7. Diferencia en Superficie libre del agua entre los finales del tercer y cuarto Ciclos de marea.....	57
Figura 3.8. Gastos totales a través de las bocas oceánicas (marea monocromática).....	58
Figura 3.9. Variación de la superficie libre del agua en las dos bocas oceánicas principales y en la estación St. 12.....	59
Figura 3.10. Mareas utilizadas. (a): marea monocromática para la corrida de calibración y conservación de masa; (b): marea muerta; (c): marea viva; (d): marea viva con sobrelevación por tormenta; círculos (Carmen), triángulos (Puerto Real), cuadros (Sabancuy).....	60
Figura 3.11 Vista satelital de Laguna de Términos.....	65
Figura 3.12 Dominio de cálculo para el modelo de propagación de oleaje.....	66
Figura 3.13. Corrientes generadas por oleaje $H= 1$ m, m en ambas bocas.....	68
Figura 3.14. Corrientes generadas por oleaje $H= 1$ m, m en Boca del Carmen.....	68
Figura 3.15. Corrientes generadas por oleaje $H= 1$ m, m en Boca Puerto Real.....	69
Figura 3.16. Corrientes generadas por oleaje $H= 3$ m, en ambas bocas.....	70
Figura 3.17. Corrientes generadas por oleaje $H= 3$ m, boca del Carmen.....	71
Figura 3.18. Corrientes generadas por oleaje $H= 3$ m, boca Puerto Real.....	72
Figura 3.19. Muestra las alturas de ola a lo largo de todo el dominio de estudio con un altura de ola inicial de $H= 1$ m.....	73
Figura 3.20. alturas de ola a lo largo de todo el dominio de estudio con $H= 3$ m.....	73

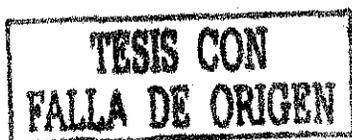
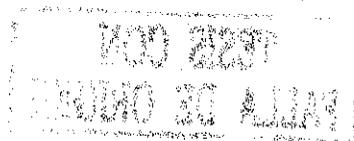


Figura 3.21. Muestra la magnitud y dirección del oleaje en todo el dominio de estudio para una altura de ola inicial $H=1$ m. sobrepuesto a la batimetría utilizada.....	74
Figura 3.22. Muestra la magnitud y dirección del oleaje en todo el dominio de estudio para una altura de ola inicial $H=3$ m.....	74
Figura 3.23. Puntos de control para el cálculo de transporte de sedimentos.....	75
Figura 3.24. Marea viva empleada.....	77
Figura 3.25. Marea viva empleada.....	77
Figura 3.26. Caso 001, marea de tormenta con $H=1$ m.....	79
Figura 3.27. Caso 002 marea de tormenta con oleaje de 3m.....	79
Figura 3.28. Caso 003 marea de tormenta sin oleaje.....	80
Figura 3.29. Caso 004 marea viva con oleaje de 1m.....	81
Figura 3.30. Caso 005 marea viva con oleaje de 3 m.....	81
Figura 3.31. Caso 006 marea viva sin oleaje.....	82
Figura 3.32. Marea de tormenta con oleaje de 1 m vs. Marea viva con oleaje de 1 m.....	83
Figura 3.33. Marea de tormenta con oleaje de 3 m vs. Marea viva con oleaje de 3 m.....	83
Figura 3.34. Marea de tormenta sin oleaje vs. Marea viva sin oleaje.....	84
Figura 3.35. Marea de tormenta con oleaje de 1 m vs. Marea de tormenta sin oleaje.....	85
Figura 3.36. Marea de tormenta con oleaje de 3 m vs. Marea tormenta sin oleaje.....	85
Figura 3.37. Marea de tormenta con oleaje de 1 m vs. Marea viva con oleaje de 3 m.....	86
Figura 3.38. Marea viva con oleaje de 1 m vs. Marea viva con oleaje de 3 m.....	87



LISTA DE TABLAS

<i>Tabla 3.1.</i> Principales Constantes Armónicas.....	49
<i>Tabla 3.2.</i> Fases de las principales constantes armónicas, relativas a Puerto Real (valores en grados y horas:minutos).....	49
<i>Tabla 3.3.</i> Gastos de ríos utilizados en los escenarios hidrodinámicos.....	61
<i>Tabla 3.4.</i> Descripción de escenarios modelados en el transporte de sedimentos total.....	77

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

NOO REST
WENTHO SO ALLAY

LISTA DE SÍMBOLOS

a	amplitud de ola
	rugosidad del fondo
a_x, a_y, a_z	componentes del vector aceleración
d	profundidad sobre la estructura sumergida
div	divergencia
f_B	función de disipación por fricción de fondo
f_D	función de disipación por rotura
f_w	coeficiente de fricción
$f(z)$	función de profundidad
g	aceleración debida a la fuerza de gravedad
$grad$	gradiente
h	profundidad
v	componente del vector velocidad
w	componente del vector velocidad
x	coordenada horizontal
$\mathbf{x}(x,y)$	vector horizontal
y	coordenada horizontal
z	coordenada vertical
C	celeridad
C_g	celeridad de grupo
$C(x,z,t)$	función de integración
D_{50}	diámetro para el que el 50%, en peso, del material de una muestra es mayor o igual a él. Diámetro medio.
E	energía de la onda por unidad de superficie
E_c	energía cinética
E_p	energía potencial
F	vector de fuerzas
$F(x,y,z)$	representación de una superficie cualquiera
F_x, F_y, F_z	componentes del vector de fuerzas
H	altura de ola
H_a	función hamiltoniana
H_B	altura de ola de rotura
H_i	altura de ola incidente
H_r	altura de ola reflejada
$I(z)$	función de la profundidad
K	coeficiente de decaimiento
L	longitud de onda
R	coeficiente de reflexión
R_0	amplitud reflejada
T	periodo
Y	eje coordenado
Z	eje coordenado
α	ángulo del fondo con la horizontal

	ángulo del talud del dique con la horizontal
δ	derivada variacional
$\delta(x)$	tasa de disipación de energía por unidad de superficie
ϕ	potencial de velocidades plano
ϕ^*	potencial de velocidades independiente del tiempo
$\eta(x,y,z)$	representación del desplazamiento de la superficie libre
φ	amplitud compleja
μ	viscosidad dinámica del agua
	constante de integración
θ	ángulo de incidencia del oleaje
ρ	densidad del fluido
σ	frecuencia angular
	esfuerzo normal
τ	esfuerzo cortante
ν	viscosidad cinemática del agua
ω	velocidad de caída
Φ	potencial de velocidades
Γ	factor de proporcionalidad
Ω	fase del movimiento ondulatorio
Re	número de Reynolds
∇	gradiente
h	es la profundidad
g	es la aceleración de la gravedad,
a	es la elevación del fondo
E_{xx}, E_{xy}	coeficientes de viscosidad de remolino
τ_{zx}	esfuerzo cortante.
x,y,z	componentes escalares
U,V,W	Componentes de velocidad en las direcciones x,y,z
R	es el radio hidráulico del canal
S	es la pendiente de la superficie libre del agua
V	es la velocidad del flujo promediada en al vertical
τ_{zx}	esfuerzo cortante en el fondo en la dirección x
$\Phi(x,y,z,t)$	es el potencial de velocidades que describe el flujo
t	es el tiempo
h	profundidad, m
k	número de onda, m^{-1} .

ϕ	amplitud compleja
H_a	función hamiltoniana
T	energía potencial, definida como
V	energía cinética, definida por
ρ	densidad del agua
g	aceleración debida a la fuerza de gravedad
η	desplazamiento de la superficie libre del agua medido desde el nivel medio del mar
δ	derivada variacional
σ	frecuencia angular $\sigma = 2\pi/T$, s^{-1}
T	periodo, s
H_B	altura de ola de rotura, en m. Evaluada en este trabajo a partir de la expresión $H_B = 0.78h$
h	profundidad hasta el nivel de referencia
H	Profundidad
t	tiempo
T	período del oleaje
S_{xx}	tensor de radiación en la dirección x
S_{yy}	tensor de radiación en la dirección y
$\eta(x, y, t)$	elevación de la superficie libre a partir del nivel medio del mar
u	velocidad instantánea en dirección x
v	velocidad instantánea en dirección y
E	energía del oleaje
k	número de onda
θ	ángulo del vector de onda con el eje x
c	coeficiente de Chézy
ε	coeficiente de viscosidad de remolino
P	presión total (dinámica mas estática)
P_0	presión estática a partir del nivel medio de referencia
H_1	altura de ola
G	aceleración de la gravedad
ρ	densidad del flujo
Δx	espaciamiento en la dirección x de la malla de cálculo
Δy	espaciamiento en la dirección y de la malla de cálculo
ε	turbulencia
s	peso específico del sedimento
g	aceleración de la gravedad (9.81 m/s^{-1})
d	diámetro del sedimento
ϕ_c'	ángulo de fase del esfuerzo cortante, asociado a la corriente por fricción de fondo
ϕ_{wm}'	ángulo de fase del esfuerzo cortante, asociado al oleaje

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

u_{*wm}	máxima velocidad del esfuerzo cortante, asociada al oleaje
u_{*c}	máxima velocidad del esfuerzo cortante, asociada a la corriente (hidrodinámica)
θ_{wc}	fase de la variación periódica asociada al oleaje
u_b	velocidad en el fondo
$(\bar{q}_{sB})_{wc}$	es el transporte de sedimentos en el fondo asociado de las corrientes y el oleaje
$(\bar{q}_{sB})_{\beta}$	es el transporte de sedimentos asociado a la pendiente del fondo
h	profundidad del agua
z_R	elevación de referencia para la concentración $7d_{50}$
\bar{uc}	tasa neta de transporte en suspensión
\bar{u}_w	tasa neta de transporte en suspensión, asociada al oleaje
\bar{z}	coordenada normal del fondo (positiva hacia arriba)
$\bar{q}_s S$	tasa media del transporte en suspensión
$\bar{q}_s SW$	tasa media del transporte en suspensión asociado al oleaje
\bar{u}_c	velocidad de la corriente (hidrodinámica)
\bar{c}	volumen medio de concentración de sedimento en suspensión
\bar{c}_w	volumen medio de concentración de sedimento en suspensión, asociado al oleaje
$\bar{q}_s S, T$	tasa neta total del sedimento en suspensión
u_{*c}	velocidad del cortante asociado a la corriente
u_{*m}	máxima velocidad del cortante
u_{*c}	máxima velocidad asociada a la corriente
δ_{cw}	espesor de la capa límite asociado con el oleaje en presencia de corrientes hidrodinámicas
w_f	velocidad de caída del sedimento
k	es el número de onda
z_0	rugosidad de fondo
u_{bm}	máxima velocidad orbital del oleaje en el fondo
c_{Rwm}	concentración de sedimento asociado al oleaje

CAPÍTULO 1.
INTRODUCCIÓN

12/

1. INTRODUCCIÓN

La conservación de los ecosistemas costeros es vital para las actividades tanto industriales como turísticas y recreativas que se desarrollan en el litoral. En el caso particular de los sistemas lagunares, la caracterización y la consecución de la estabilidad (natural o artificial) de la o las bocas por donde circula el flujo cobra especial interés dada la importante dependencia de las características hidrodinámicas (velocidades, tiempos de residencia, niveles de superficie libre) y de las de calidad del agua (salinidad) en el comportamiento de dichas aperturas.

La estabilidad de bocas es un tópico que depende de una gran cantidad de parámetros, los cuales han de seleccionarse de acuerdo con el enfoque del estudio a realizar. Existen en la literatura, principalmente, tres maneras de abordar el tema, a saber:

- Relaciones empíricas
- Modelos semi-empíricos a largo plazo
- Modelos numéricos

En este trabajo, la estabilidad se estudia a partir de modelos numéricos, ya que éstos ofrecen la posibilidad de representar diversos escenarios y condiciones de clima marítimo, aportación de ríos y eventuales cambios morfológicos. Este tipo de modelos permiten también delimitar diferentes zonas de estudio, con el fin de considerar en los resultados los procesos físicos que tienen lugar en las zonas adyacentes y en las mismas bocas, como es el caso del transporte de sedimentos.

1.1. OBJETIVOS

Los principales objetivos que se pretenden alcanzar luego de la ejecución de la presente Tesis son los siguientes:

- Llevar acabo los estudios hidrodinámicos necesarios para encontrar los escenarios que lleven a representar, de forma aceptable, el patrón de corrientes prevaleciente en los cuerpos de agua que *intervienen directamente en las bocas de las lagunas costeras*.
- Superponer las corrientes generadas por mareas, ríos, vientos y oleaje, obteniendo así, un patrón de corrientes para todos los escenarios que se hayan determinado como representativos en del estudio hidrodinámico.
- Evidenciar y cuantificar la influencia del oleaje en la morfodinámica de bocas en lagunas estuarinas.
- Aplicar los estudios y trabajos desarrollados, a modo de caso de aplicación, en la Laguna de Términos en Campeche, México.

1.2. METODOLOGÍA

La metodología elegida para llevar a cabo los objetivos planteados anteriormente, en el caso específico de la Laguna de Términos, se detalla a continuación:

- Determinar las condiciones de frontera de los diferentes escenarios hidrodinámicos y de oleaje.
- Obtener el patrón hidrodinámico de los cuerpos de agua, que intervienen directamente en la o las bocas de la laguna.
- Propagar el oleaje de aguas profundas a las zonas de interés, para el estudio hidrodinámico.
- Superponer los efectos de las corrientes generadas por mareas, ríos, vientos y oleaje.
- Con el patrón hidrodinámico final, cuantificar el transporte de sedimentos en suspensión y fondo, a través de las bocas.
- Determinar, vía el análisis del gasto y la velocidades a través de las bocas, la tendencia de las bocas a importar o exportar sedimentos.

1.3. ALCANCES Y LIMITACIONES

Dada su amplitud, es importante delimitar adecuadamente el objeto de estudio de este trabajo, para ello, los principales alcances del trabajo son:

- Caracterizar adecuadamente, el patrón hidrodinámico de la Laguna de Términos y cuerpos de agua adyacentes.
- Llevar a cabo la propagación de oleaje desde aguas profundas hasta aguas intermedias
- Obtener el gasto de sedimentos total, incorporando el efecto de las corrientes y el oleaje.

De la misma manera, la principal limitante de este trabajo es que el análisis de transporte de sedimentos se realiza sin considerar cambios morfológicos, es decir se mantiene la batimetría constante.

1.4. DESCRIPCIÓN Y ORGANIZACIÓN DE LA TESIS

De acuerdo con la metodología enunciada y para lograr el cumplimiento de los objetivos estipulados, el trabajo se ha dividido en los siguientes capítulos:

Capítulo 1 Introducción

Se presenta una breve introducción, los objetivos, metodología y limitaciones del trabajo.

Capítulo 2 Modelos matemáticos

Se presentan los modelos hidrodinámicos y de propagación de oleaje, adicionalmente se exponen de manera general los principales puntos de la teoría de transporte de sedimentos.

Capítulo 3 Caso de aplicación

Se presenta un caso de aplicación de la estabilidad de bocas, tomando uno de los sistemas lagunares más importantes de México, Laguna de Términos. Con base en los patrones hidrodinámicos y las corrientes generadas por el oleaje, se evalúa de forma cuantitativa el transporte de sedimentos, para 12 escenarios, los cuales se conforman de la combinación de los diferentes parámetros que interviene de manera importante en el transporte de sedimentos, estos parámetros son:

Capítulo 4 Conclusiones y futuras líneas de trabajo

Se presentan las principales conclusiones a las que llega este trabajo y se indican algunas futuras líneas de investigación sobre el tema.

CAPÍTULO 2.
MODELOS MATEMÁTICOS

2. MODELOS MATEMÁTICOS

2.1. Modelo hidrodinámico.

El modelo seleccionado, RMA-2V, es un modelo hidrodinámico de elemento finito en dos dimensiones, integrado en la vertical. Dicho modelo fue desarrollado inicialmente a principios de los años 70 (Norton *et al.* 1973), y desde entonces ha experimentado varias mejoras y ampliaciones, culminando en la versión actual que está mantenida por el Cuerpo de Ingenieros de la Armada de Estados Unidos (Donnell *et al.* 1997). Las principales características de dicho modelo son:

- La estructura de elemento finito del modelo RMA-2V es flexible, lo cual permite la construcción de una malla (red de nodos donde el modelo resolverá las ecuaciones de flujo) irregular, y la consecuente generación de elementos con tamaños y formas variables. Dicha flexibilidad permite una modelación precisa del contorno irregular del sistema lagunar. Adicionalmente, una malla relativamente gruesa se puede utilizar en zonas donde el gradiente espacial es pequeño, sin la necesidad de implementar mallas anidadas.
- El modelo está provisto de un módulo avanzado para el manejo de zonas intermareales, el cual tiene la capacidad de simular áreas que alternadamente se inundan y secan durante el ciclo de la marea. Dicho módulo contribuye a mantener estabilidad numérica del modelo, ya que utiliza un algoritmo que retiene las áreas secas en el dominio de cómputo.
- El esquema de solución implícita del modelo permite el uso de intervalos de tiempo relativamente largos en la simulación, lo cual reduce significativamente el tiempo de cómputo.

2.1.1 Teoría del modelo hidrodinámico

RMA-2V resuelve en elemento finito las ecuaciones de Reynolds y Navier-Stokes para flujo turbulento. El modelo incorpora las pérdidas por fricción (aproximando por la fórmula de Chezy o Manning), efectos de Coriolis, esfuerzos de superficie por viento, precipitación, evaporación y todos los coeficientes varían a lo largo del paso del tiempo.

El modelo tiene dos formas de manejar los casos de secado y mojado de elementos: eliminación de elementos (“element elimination”) y porosidad de manglar (“marsh porosity”). La primera técnica elimina los nodos que estén por encima de la superficie libre del agua en una zona y tiempo determinados y los reactiva nuevamente cuando se vuelven a inundar al subir el nivel del agua a lo largo del ciclo de marea. Por otro lado, la “porosidad de manglar” permite a cada elemento hacer una transición gradualmente entre el secado y el mojado.

La técnica de eliminación de elementos presenta con frecuencia problemas durante la eliminación y reactivación de elementos largos intermareales alrededor de la bajamar, dado que grandes volúmenes de agua son incorporados al modelo de golpe, lo cual induce a problemas de inestabilidad numérica en la simulación. Además, esta técnica de eliminación de elementos puede resultar el aislamiento de áreas bajas rodeadas de áreas más altas (pequeños lagos aislados, lo cual a su vez también es una fuente de inestabilidad numérica). En cambio, la técnica de “porosidad de manglar” mantiene todos los elementos activos, y por lo tanto es con frecuencia la más utilizada para simulaciones dinámicas de sistemas con grandes áreas que pueden llegar a secarse. El volumen residual existente en un elemento parcialmente mojado es calculado por la integración en la vertical del área bajo la curva de área inundada asociada con cada nodo de dicho elemento. La curva de área inundada (“wetted area curve”) define el área inundada en función de la elevación de la superficie libre del agua, y es equivalente a la curva hipsométrica local. Un ejemplo de una curva de área inundada se muestra en el panel izquierdo de la *Figura 2.1*

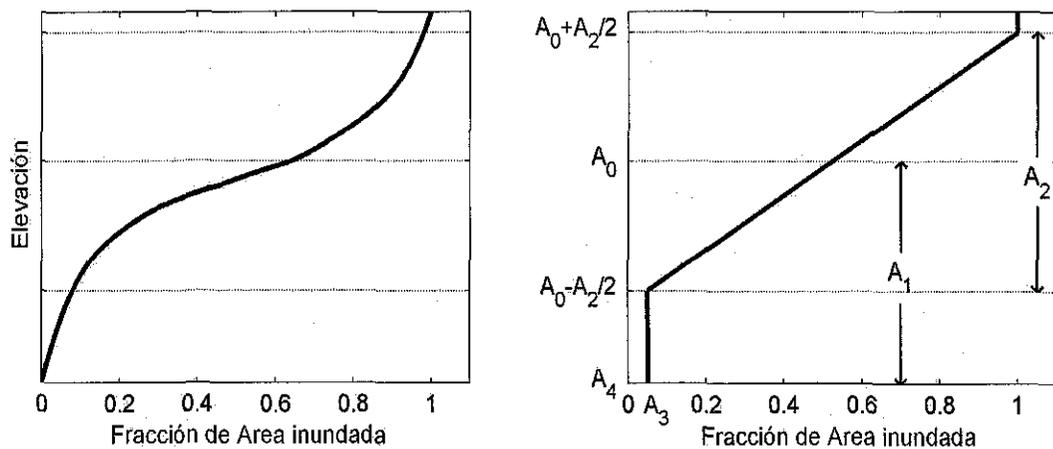


Figura 2.1 Parámetros para porosidad de manglar: (a) curva hipotética de área inundada; (b): curva de área inundada para un elemento dado, obtenida con los parámetros A_1 , A_2 , y A_3 . A_0 es la elevación del nodo.

Los datos requeridos para construir la curva de área inundada, se reducen a tres parámetros (A_1 , A_2 , A_3) por cada nodo. La elevación del nodo en la *Figura 2.1* es A_0 . La capacidad dada a cada nodo para llevar agua se reduce gradualmente de $A_0 + A_2/2$ a $A_0 - A_2/2$. Debajo de esa elevación, el nodo mantiene una pequeña fracción (A_3) del volumen total que puede transportar en condiciones de inundación total, hasta cuando el nivel de la superficie libre del agua está por debajo de $A_0 - A_4$, en cuyo caso el nodo se considera seco. Los elementos parcialmente inundados son conservados en la malla de cómputo hasta el momento en que todos sus nodos se secan. Elementos secos entran nuevamente en la malla de cómputo cuando alguno de sus elementos se inunda nuevamente (Donnell *et al.* 1997). A pesar de que algunos elementos puedan ser eliminados con esta técnica (dependiendo del valor de A_1), la capacidad de almacenamiento del elemento disminuye gradualmente y la probabilidad de inestabilidad numérica se reduce significativamente.

2.1.2 Ecuaciones del modelo RMA2

La ecuación bidimensional de conservación de momento usado por el modelo se deriva a partir de la ecuación de momento:

$$\rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right) = -\frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) \quad 2.1$$

donde ρ es la densidad del agua, u, v y w son las componentes de velocidad en x, y y z respectivamente, y p es la presión hidrostática. Asumiendo w despreciable e integrando la ecuación (2.1) sobre la componente en z resulta

$$h \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) + gh \left(\frac{\partial a}{\partial x} + \frac{\partial h}{\partial x} \right) - \frac{h}{\rho} \left(E_{xx} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + E_{yy} \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) - \frac{\tau_{zx}}{\rho} = 0 \quad 2.2$$

donde h es la profundidad, g es la aceleración de la gravedad, a es la elevación del fondo, E_{xx}, E_{yy} , son los coeficientes de viscosidad de remolino, y τ_{zx} es el esfuerzo cortante. Cada uno de los términos están promediados en la vertical. El último término es la fricción. Cada componente en x requiere de los esfuerzos cortantes del fondo, y pueden ser expresados en términos del coeficiente n de Manning. En cada paso se asume un estado de flujo uniforme, y se desprecia la pendiente del fondo, los esfuerzos cortantes en el fondo pueden ser escritos según la teoría de canales abiertos como

$$\tau = \rho g R S \quad 2.3$$

donde R es el radio hidráulico del canal y S es la pendiente de la superficie libre del agua. Por otro lado la ecuación de Manning se puede escribir

$$V = \frac{1}{n} R^{2/3} S^{1/2} \quad 2.4$$

donde V es el cambio vertical de la velocidad del flujo, en este caso $(u^2 + v^2)^{1/2}$. Resolviendo para S en la ecuación (2.4) y sustituyendo en la ecuación (2.3), asumiendo R aproximadamente igual a h , a:

$$\tau = \rho g \frac{V |V| n^2}{h^{1/3}} \quad 2.5$$

El esfuerzo cortante en el fondo en la dirección x puede por lo tanto ser escrito como

$$\tau_{zx} = \rho g n^2 \frac{u \sqrt{u^2 + v^2}}{h^{1/3}} \quad 2.6$$

Sustituyendo la ecuación 2.6 en la ecuación 2.2 resulta en la ecuación de cantidad de movimiento en x

$$h \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) + gh \left(\frac{\partial a}{\partial x} + \frac{\partial h}{\partial x} \right) - \frac{h}{\rho} \left(E_{xx} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + E_{yy} \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) - \frac{g u n^2}{h^{1/3}} \sqrt{u^2 + v^2} = 0 \quad 2.7$$

Similarmente la ecuación de momento en y se escribe

$$h \left(\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \right) + gh \left(\frac{\partial a}{\partial y} + \frac{\partial h}{\partial y} \right) - \frac{h}{\rho} \left(E_{xy} \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + E_{yy} \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) - \frac{g v n^2}{h^{1/3}} \sqrt{u^2 + v^2} = 0 \quad 2.8$$

y la ecuación de continuidad en dos dimensiones es

$$\frac{\partial h}{\partial t} + h \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) + u \frac{\partial h}{\partial x} + v \frac{\partial h}{\partial y} = 0 \quad 2.9$$

El modelo RMA-2V resuelve las ecuaciones 2.7, 2.8 y 2.9 por el método de elemento finito usando el método de Galerkin de residuos ponderados. La integración en el espacio es hecha por integración Gaussiana, y las derivadas en el tiempo son remplazadas por la aproximación de las diferencias finitas no lineales. La solución implícita completa y el arreglo de las ecuaciones simultáneas son resueltas por iteraciones no lineales tipo Newton-Raphson (Donnell *et al.* 1997). Las estimaciones finales de velocidades y superficie libre del agua para cada nodo en cada paso de tiempo son obtenidas por iteraciones cumpliendo un criterio de convergencia predeterminado.

2.2. Modelo de propagación de oleaje.

La propagación del oleaje y el cálculo de las corrientes generadas por el oleaje se llevo a cabo con el modelo numérico COPLA-2DH. Este modelo realiza la propagación del oleaje resolviendo la ecuación modificada de pendiente suave, y para calcular las corrientes generadas por oleaje, resuelve las ecuaciones de flujo dentro de la zona de rompiente.

2.2.1 Introducción a la propagación de oleaje

El oleaje que se aproxima a la línea de costa sobre un fondo cuya profundidad cambia lentamente sufre transformaciones debidas a los procesos de refracción, difracción, reflexión, someramiento, presencia de corrientes y disipación de energía por turbulencia y rotura. Este fenómeno está gobernado por la ecuación de Laplace y las condiciones de frontera apropiadas, problema para el que solo se han encontrado soluciones analíticas en los casos de geometrías muy simples con fronteras lineales. Como consecuencia existe una gran variedad de simplificaciones, una de ellas consiste en eliminar la coordenada vertical integrando en la profundidad. El resultado de este procedimiento es la llamada "ecuación de la pendiente suave" derivada por primera vez por Berkhoff en 1973. Otros autores que han derivado esta ecuación son Smith (1975), Lozano (1976), Massel (1989) y Miles (1991).

Por su parte, Massel (1993), Chamberlain (1995), Kirby (1998) y Silva C. (2002) desarrollaron la llamada ecuación modificada de la pendiente suave, la cual, al considerar los términos de segundo orden que despreciara Berkhoff (1973) representa con mejor precisión la propagación del oleaje en presencia de batimetrías complicadas.

La ecuación de la pendiente suave es de tipo elíptico y ha sido resuelta como un problema de valores en la frontera. Algunos de los autores que han desarrollado soluciones son Tsai (1983) quienes utilizaron un esquema de elemento finito, y otros autores (como Radder, 1979; Copeland, 1985; Kirby, 1986; Martin, 1997; Kaihatu, 2001) la han aproximado con una ecuación de tipo parabólico o hiperbólico. Este tipo de soluciones presenta principalmente dos desventajas (Panchang, 1991):

- El oleaje debe tener una dirección principal y los efectos de difracción están restringidos solo a la dirección perpendicular.
- Se desprecia la componente del oleaje en la dirección contraria a la de propagación (reflejada).

Dadas las dos desventajas anteriores, estas aproximaciones no son útiles en los casos en que la batimetría o alguna estructura marítima (muros verticales) generan reflexión importante, así como cuando el ángulo de incidencia es muy variable.

2.3. Ecuación modificada de la pendiente suave

El desarrollo de esta ecuación (Chamberlain, 1995) supone un flujo incompresible, homogéneo e irrotacional sobre un fondo $h(x, y)$, siendo x e y las coordenadas cartesianas horizontales. La coordenada vertical, z , es positiva hacia arriba y el nivel $z = 0$ se encuentra en el nivel medio del mar.

$$\nabla_h^2 \Phi + \frac{\partial \Phi}{\partial z^2} = 0 \quad -h(x, y) \leq z \leq 0 \quad 2.10$$

Donde $\Phi(x, y, z, t)$ es el potencial de velocidades que describe el flujo, t es el tiempo y $\nabla_h = (\partial/\partial x, \partial/\partial y)$.

Las condiciones de frontera son similares a las utilizadas en teoría lineal, esto es

- Condiciones dinámica y cinemática de superficie libre

$$\eta = -\frac{1}{g} \frac{\partial \Phi}{\partial t} = -\frac{1}{g} \frac{\partial \varphi}{\partial t} \quad z = 0 \quad 2.11$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial z} - \frac{\partial \eta}{\partial t} = \frac{\partial \varphi}{\partial z} - \frac{\partial \eta}{\partial t} = 0 \quad z = 0 \quad 2.12$$

- Condición de impermeabilidad en el fondo

$$\frac{\partial \Phi}{\partial z} + \nabla_h h \cdot \nabla_h \Phi = 0 \quad z = -h(x, y) \quad 2.13$$

En la que, empleando el método de separación de variables, el potencial de velocidades se ha descompuesto en

$$\Phi(x, y, z, t) = \varphi(x, y, t) I(z) \quad 2.14$$

donde

$$I(z) = \frac{\cosh k(h+z)}{\cosh kh}$$

h profundidad, m
 k número de onda, m^{-1} .
 φ amplitud compleja

Una forma de resolver este problema (Chamberlain, 1995; Silva, 2001), en el que las variables dependientes son el potencial de velocidades $\Phi(x, y, z, t)$, y el desplazamiento de la superficie libre del agua, $\eta(x, y, t)$, es aplicando el principio variacional de Hamilton, el cual establece que la energía total en un sistema es igual a la integral, en todo el dominio, de la suma de las energías cinética y potencial. De modo que se puede definir el operador $L(H_a)$ como

$$L(H_a) = \iint H_a dx dy = \iint (T + V) dx dy \quad 2.15$$

donde

H_a función hamiltoniana

T energía potencial, definida como $E_p = \frac{1}{2} \rho g \eta^2$

V energía cinética, definida por $E_c = \frac{1}{2} \rho \int_{-h}^0 \left[(\nabla_h \Phi)^2 + \left(\frac{\partial \Phi}{\partial z} \right)^2 \right] dz$

ρ densidad del agua

g aceleración debida a la fuerza de gravedad

η desplazamiento de la superficie libre del agua medido desde el nivel medio del mar

La función hamiltoniana queda entonces

$$H_a = Ec + Ep = \frac{1}{2} \rho \left[\int_{-h}^0 \left[(\nabla_h \Phi)^2 + \left(\frac{\partial \Phi}{\partial z} \right)^2 \right] dz + g\eta^2 \right] \quad 2.16$$

Si se considera la descomposición del potencial presentada en la ecuación 2.14 y aceptando que la función $I(z)$ depende de x e y , se tiene

$$\nabla_h \Phi = I \nabla_h \varphi + \varphi \nabla_h I$$

$$\nabla_h I = \frac{\partial I}{\partial h} \nabla_h h$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial z} = \varphi \frac{\partial I}{\partial z}$$

de modo que la ecuación 2.16 queda

$$H_a = \frac{1}{2} \rho \left[\int_{-h}^0 \left[(I \nabla_h \varphi + \varphi \nabla_h I)^2 + \left(\varphi \frac{\partial I}{\partial z} \right)^2 \right] dz + g\eta^2 \right] \quad 2.17$$

desarrollando el binomio se llega a

$$H_a = \frac{1}{2} \rho \left[I_1 (\nabla_h \varphi)^2 + (I_2 + I_4) \varphi^2 + 2I_3 \varphi \nabla_h \varphi + g\eta^2 \right] \quad 2.18$$

donde

$$I_1 = \int_{-h}^0 I^2 dz \quad I_2 = \int_{-h}^0 \left(\frac{\partial I}{\partial z} \right)^2 dz \quad I_3 = \int_{-h}^0 I \nabla_h I dz \quad I_4 = \int_{-h}^0 (\nabla_h I)^2 dz$$

Por otro lado, el principio variacional puede ser expresado como

$$\delta L = \delta \iint H_a dx dy = \delta \iint (T + V) dx dy \quad 2.19$$

donde δ denota derivada variacional, que por definición, es

$$\delta L(\eta, \Phi) = L(\eta + \delta\eta, \Phi + \delta\Phi) - L(\eta, \Phi) \quad 2.20$$

así, aplicando la derivada variacional a la función hamiltoniana, H , se tiene

$$\begin{aligned} \delta L(\eta, \Phi) = & \\ = \frac{1}{2} \rho \iint & \left\{ g(\eta + \delta\eta)^2 + \int_{-h}^0 [\nabla(\Phi + \delta\Phi)]^2 dz \right\} dx dy - \frac{1}{2} \rho \iint \left\{ g\eta^2 + \int_{-h}^0 (\nabla\Phi)^2 dz \right\} dx dy \end{aligned} \quad 2.21$$

donde $\nabla = (\partial/\partial x, \partial/\partial y, \partial/\partial z)$. Operando y despreciando los términos de más alto orden

$$\delta L = \rho \iint \left\{ g\eta\delta\eta + \int_{-h}^0 (\nabla\{\Phi \cdot \nabla\delta\Phi\}) dz \right\} dx dy \quad 2.22$$

Empleando la ecuación de Laplace $\nabla^2\Phi = 0$, y separando los términos del operador nabla, el segundo término de la derecha de la ecuación 2.22 puede escribirse como

$$\int_{-h}^0 \nabla(\Phi \cdot \nabla\delta\Phi) dz = \int_{-h}^0 \nabla(\delta\Phi \nabla\Phi) dz = \int_{-h}^0 \left[\frac{\partial}{\partial z} \left(\delta\Phi \frac{\partial\Phi}{\partial z} \right) + \nabla_h \cdot (\delta\Phi \nabla_h \Phi) \right] dz \quad 2.23$$

Buscando simplificar la expresión anterior, si se considera la Ley de Leibnitz,

$$\frac{d}{dc} \int_a^b f(x, c) dx = \int_a^b \frac{d}{dc} f(x, c) dx + f(b, c) \frac{db}{dc} - f(a, c) \frac{da}{dc} \quad 2.24$$

la ecuación 2.23 queda

$$\int_{-h}^0 \nabla(\delta\Phi \nabla\Phi) dz = \left[\delta\Phi \frac{\partial\Phi}{\partial z} \right]_{-h}^0 + \nabla_h \cdot \int_{-h}^0 \delta\Phi \nabla\Phi dz - [\delta\Phi \nabla\Phi \cdot \nabla_h h]_{-h} \quad 2.25$$

Por otro lado, si se acepta que el movimiento se amortigua en el infinito, el segundo término de la derecha de la ecuación anterior no interviene en la horizontal y puede despreciarse. Por tanto la expresión 2.22 resulta

$$\delta L = \rho \iint g\eta \delta\eta dx dy + \rho \iint \left\{ \frac{\partial\Phi}{\partial z} \right\}_{z=0} \delta\Phi dx dy - \rho \iint \left\{ \left(\frac{\partial\Phi}{\partial z} + \nabla\Phi \cdot \nabla_h h \right) \delta\Phi \right\}_{z=-h} dx dy \quad 2.26$$

Aplicando la condición de contorno de impermeabilidad en el fondo, expresada en la ecuación 2.13, la ecuación anterior se resume a

$$\delta L = \rho \iint g\eta \delta\eta dx dy + \rho \iint \left\{ \frac{\partial\Phi}{\partial z} \right\}_{z=0} \delta\Phi dx dy \quad 2.27$$

Derivando lo anterior respecto de η se tiene

$$\frac{\delta L}{\delta\eta} = \rho g \eta$$

la cual, igualada con la condición dinámica de superficie libre, ecuación 2.11, resulta en la primera ecuación canónica

$$\frac{\delta L}{\delta\eta} = -\rho \frac{\partial\phi}{\partial t} = g\eta \quad 2.28$$

La segunda ecuación canónica se obtiene derivando 2.27 respecto de Φ , esto es,

$$\frac{\delta L}{\delta\Phi}_{z=0} = \rho \left(\frac{\partial\Phi}{\partial z} \right)_{z=0}$$

que, igualada con la condición cinemática de superficie libre, ecuación 2.12, queda

$$\frac{\delta L}{\delta \Phi} = \frac{\delta L}{\delta \varphi} = \rho \frac{\partial \eta}{\partial t} \quad 2.29$$

Por otro lado, el desarrollo en serie de la derivada variacional puede escribirse como

$$\frac{\delta L}{\delta p} = \frac{\partial H}{\partial p} - \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{\partial H}{\partial p_x} \right] + \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[\frac{\partial H}{\partial p_{xx}} \right] - \dots \quad 2.30$$

aplicando dicha definición, término a término, a la ecuación 2.18, se tiene

$$\frac{\delta(I_1(\nabla_h \varphi)^2)}{\delta \varphi} = 2I_1 \nabla_h \varphi \frac{\partial}{\partial \varphi} (\nabla_h \varphi) - \nabla_h \left[\frac{\partial I_1 (\nabla_h \varphi)^2}{\partial \nabla_h \varphi} \right] = -\nabla_h \cdot (I_1 \nabla_h \varphi)$$

$$\frac{\delta((I_2 + I_4)\varphi^2)}{\delta \varphi} = 2\varphi(I_2 + I_4) - \nabla_h \left[\frac{\partial (I_2 + I_4)\varphi^2}{\partial \nabla_h \varphi} \right] = 2\varphi(I_2 + I_4)$$

$$\frac{\delta(2I_3\varphi\nabla_h\varphi)}{\delta\varphi} = 2I_3 \left[\varphi \frac{\partial}{\partial\varphi} (\nabla_h\varphi) + \nabla_h\varphi \right] - \nabla_h \left[\frac{\partial 2I_3\varphi\nabla_h\varphi}{\partial\nabla_h\varphi} \right] = 2I_3\nabla_h\varphi - \nabla_h(2I_3\varphi) = -2\varphi\nabla_h \cdot I_3$$

Al sustituir estos resultados en la ecuación 2.19 queda

$$\frac{1}{\rho} \frac{\delta L}{\delta \varphi} = \frac{\partial \eta}{\partial t} = -\nabla_h \cdot (I_1 \nabla_h \varphi) + (I_2 + I_4 - \nabla_h \cdot I_3) \varphi \quad 2.31$$

Ahora, si se deriva la expresión 2.18 respecto del tiempo

$$-\frac{1}{g} \frac{\partial \varphi^2}{\partial t^2} = \frac{\partial \eta}{\partial t}$$

y se iguala con la ecuación 2.21 se obtiene la ecuación de la pendiente suave independiente del tiempo, esto es,

$$\frac{1}{g} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} - \nabla_h \cdot (I_1 \nabla_h \varphi) + (I_2 + I_4 - \nabla_h \cdot I_3) \varphi = 0 \quad 2.32$$

Para incorporar a esta ecuación el movimiento armónico, considérese la siguiente separación del potencial de velocidades

$$\varphi(x, y, t) = \phi(x, y) e^{-i\sigma t} \quad 2.33$$

donde ϕ es el potencial de velocidades plano.

Por otro lado, multiplicando la función I_2 por ϕ se puede llegar a

$$I_2 \phi = -\frac{1}{g} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} - I_1 \mathbf{k}^2 \phi \quad 2.34$$

Ahora, al derivar la función I_3 , considerando que $\nabla_h I = \frac{\partial I}{\partial h} \nabla_h h$ y aplicando la ley de Leibnitz, ecuación 2.24, se obtiene

$$\begin{aligned} \nabla h \cdot I_3 &= \nabla_h^2 h \cdot I_{31} + \nabla_h h \cdot \nabla_h I_{31} = \nabla_h^2 h \cdot I_{31} + \nabla_h h \cdot \left\{ \int_{-h}^0 \nabla_h \left(I \frac{\partial I}{\partial h} \right) dz + \left(I \frac{\partial I}{\partial h} \right)_{z=-h} \cdot \nabla_h h \right\} = \\ & \nabla_h^2 h \cdot I_{31} + (\nabla_h h)^2 \cdot \left\{ \int_{-h}^0 \left(\frac{\partial I}{\partial h} \right)^2 + I \cdot \frac{\partial^2 I}{\partial h^2} \right\} dz + \left(I \frac{\partial I}{\partial h} \right)_{z=-h} \end{aligned}$$

donde

$$I_{31} = \int_{-h}^0 I \frac{\partial I}{\partial h} dz$$

Reagrupando y aplicando de nuevo la ley de Leibnitz

$$\nabla_h \cdot I_3 = \nabla_h^2 h \cdot I_{31} + (\nabla_h h)^2 \frac{\partial I_{31}}{\partial h} \quad 2.35$$

Finalmente, aplicando $\nabla_h I = \frac{\partial I}{\partial h} \nabla_h h$ en la función I_4

$$I_4 = (\nabla_h h)^2 I_{41} \quad 2.36$$

donde

$$I_{41} = \int_{-h}^0 \left(\frac{\partial I}{\partial h} \right)^2 dz$$

Al sustituir las ecuaciones 2.34, 2.35 y 2.36 en la 2.32 se llega a la ecuación armónica de la pendiente suave

$$\nabla_h \cdot I_1 \nabla_h \phi + \mathbf{k}^2 I_1 \phi + (\nabla_h^2 h \cdot I_{31}) \phi + (\nabla_h h)^2 \left(\frac{\partial I_{31}}{\partial h} - I_{41} \right) \phi = 0 \quad 2.37$$

Si se define la función $r(h) = \nabla_h \cdot I_3 - I_4$ la ecuación modificada de la pendiente suave es obtenida

$$\nabla_h \cdot I_1 \nabla_h \phi + (\mathbf{k}^2 I_1 + r(h)) \phi = 0 \quad 2.38$$

Para considerar la rotura del oleaje, a la ecuación anterior se le incorpora un término disipativo, quedando

$$\nabla_h \cdot I_1 \nabla_h \phi + ((\mathbf{k}^2 - i\sigma f_D) I_1 + r(h)) \phi = 0 \quad 2.39$$

siendo

$$f_D = \frac{0.15\mathbf{k}}{\sigma h} \left[1 - \left(\frac{0.4h}{H_B} \right)^2 \right]$$

donde

- σ frecuencia angular $\sigma = 2\pi/T$, s^{-1}
- T periodo, s
- H_B altura de ola de rotura, en m. Evaluada en este trabajo a partir de la expresión $H_B = 0.78h$

Metodologías alternativas para encontrar la ecuación 2.39 han sido desarrolladas por diversos autores, entre los que destacan: Chamberlain, (1995), quien utilizó el método de Galerkin y Smith (1975); Kirby (1986^a), Mase (1994), Silva (2002), quienes derivaron la ecuación modificada de la pendiente suave utilizando la segunda identidad de Green. A continuación se describirá la teoría del modelo de corrientes generadas por oleaje en las

zonas de rompientes, abordando desde las hipótesis generales del modelo, hasta los resultados que este modelo aporta.

2.4. Modelo de corrientes de playa.

2.4.1 Introducción a las corrientes generadas por oleaje.

Dentro del movimiento del fluido, las corrientes que se generan en la costa influyen de forma importante en la conformación morfológica de las playas, siendo este sistema de corrientes, en muchos de los casos, de notable complejidad. Johnson (1919) distinguió los siguientes tipos de corrientes que pueden contribuir al desarrollo de la línea de costa: corrientes debidas al oleaje, corrientes de marea, corrientes hidráulicas asociadas a oscilaciones de bahías, corrientes debidas al viento, corrientes planetarias asociadas a sistemas oceánicos circulatorios, corrientes debidas a ríos, etc. De todas ellas, en la mayoría de los casos, son las corrientes debidas al oleaje las más importantes en el desarrollo de la línea de costa. En el caso de bocas de lagunas costeras, las corrientes hidráulicas y las debidas al viento también son de mucha importancia, como se vio en la sección 2.1.1.

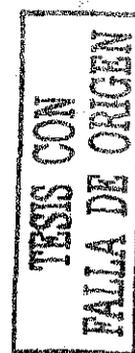
El sistema circulatorio en la zona de rompientes es dominado por las fuerzas inducidas por el oleaje y asociadas a la rotura del mismo. El modelado del sistema circulatorio en la zona de rompiente es necesario para resolver el transporte de sedimentos y las variaciones morfológicas en la línea de costa.

Estos modelos se basan, fundamentalmente, en la resolución de las ecuaciones promediadas del movimiento y las ecuaciones de continuidad. Sin embargo, estas ecuaciones pueden ser resueltas con diferentes grados de complejidad. En cualquier caso, la utilización de las ecuaciones promediadas requiere de la determinación de expresiones para las tensiones tangenciales y turbulentas, lo cual obliga a su vez la introducción de una serie de ecuaciones de cierre.

2.4.2 Planteamiento del problema.

Sherpard e Inman (1950) propusieron una justificación de la existencia de corrientes inducidas por el oleaje en un análisis bidimensional de la propagación y rotura del oleaje. Dicho análisis fue completado por otro desarrollo por los mismos investigadores, esta vez tridimensional, donde se puso de manifiesto por primera vez la existencia de un sistema circulatorio de corrientes en la zona litoral.

En los últimos años se han presentado diversas teorías que han permitido contestar algunas cuestiones planteadas, pero siempre con carácter parcial y con fuertes limitaciones en su aplicación a casos muy concretos y particulares. Sin embargo, estas teorías presentaron un mundo más complejo que el descrito en el modelo de Sherpad e Inman. Uno de los grandes avances en esta área surgió a partir de la introducción del concepto de tensor de radiación, Longuet-Higgins y Stewart (1962), concepto que puede ser explicado de la siguiente manera: con el paso de una onda, se pueden considerar dos movimientos: el movimiento



instantáneo de las partículas y el movimiento neto de las partículas o transporte de masa. En profundidades indefinidas e incluso intermedias, este transporte de masa es pequeño; sin embargo, en profundidades reducidas, donde la onda se propaga a través de un talud, como es el caso de la playa, la celeridad de la onda decrece, la velocidad instantánea crece, lo mismo que la velocidad de transporte de masa; en el momento de romper la ola, se igualan las velocidades instantáneas de masa y celeridad, en magnitud y dirección; en la rotura, se inyecta un exceso de masa de agua que genera un exceso de cantidad de movimiento dentro de la zona de rompiente, denominados tensores de radiación, los cuales son los generadores de corrientes en playas debidos únicamente al oleaje.

2.4.3 Hipótesis del modelo de corrientes playeras

El modelo de corrientes en playas se deduce de las ecuaciones de Navier-Stokes, con base en las siguientes hipótesis:

a) Con respecto al flujo:

- Fluido homogéneo.
- Incompresible.
- Densidad constante.

b) Con respecto al movimiento:

- La variación del fondo del mar con respecto a la horizontal es lenta (aceleraciones verticales muy pequeñas), lo que implica que las principales características del sistema de corrientes en playas estén contenidos en la variación horizontal de las propiedades integradas en la profundidad, por lo que la velocidad de corrientes (u,v) es independiente de la profundidad.
- Los movimientos asociados a las corrientes de la playa son permanentes, permitiendo esto promediar las ecuaciones que los representan en el tiempo (período del oleaje), lo cual significa que para períodos de tiempo mayores al del período del oleaje las variaciones temporales son despreciables. Cada tren de ondas incidentes crea su propio sistema circulatorio de corrientes.
- Los efectos de viscosidad son débiles excepto en contornos, en consecuencia, se puede admitir que el movimiento oscilatorio es esencialmente irrotacional (Longuet-Higgins y Stewart, 1962).
- Las fluctuaciones turbulentas debidas al oleaje son despreciables.
- Se desprecia la fuerza de Coriolis, dada la escala espacial del problema.
- Las corrientes son suficientemente débiles para poder despreciar su interacción con el tren de ondas.

El modelo bidimensional de corrientes en playas se deduce de las ecuaciones de Navier-Stokes. Si se integran estas ecuaciones en la profundidad y se promedian en un período de tiempo en un sistema de coordenadas localizado en el nivel medio del mar (x = dirección transversal a la playa; y = dirección longitudinal a la playa; z = dirección vertical) bajo las hipótesis anteriormente planteadas, se obtienen las siguientes ecuaciones de continuidad y cantidad de movimiento:

Continuidad:

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial(UH)}{\partial x} + \frac{\partial(VH)}{\partial y} = 0 \quad 2.40$$

Momentum:

Dirección x (transversal a la playa)

$$\begin{aligned} \frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial U}{\partial x} + V \frac{\partial U}{\partial y} + g \frac{\partial \eta}{\partial x} + \frac{1}{\rho H} \frac{\partial}{\partial x} (s_{xx}) \\ + \frac{1}{\rho H} \frac{\partial}{\partial y} (s_{xy}) + \frac{gU}{C^2 H} (U^2 + V^2)^{\frac{1}{2}} - \varepsilon \left[\left(\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} \right) + \left(\frac{\partial^2 U}{\partial y^2} \right) \right] = 0 \end{aligned} \quad 2.41$$

Dirección y (paralela a la playa)

$$\begin{aligned} \frac{\partial V}{\partial t} + U \frac{\partial V}{\partial x} + V \frac{\partial V}{\partial y} + g \frac{\partial \eta}{\partial x} + \frac{1}{\rho H} \frac{\partial}{\partial x} (s_{xy}) \\ + \frac{1}{\rho H} \frac{\partial}{\partial y} (s_{yy}) + \frac{gV}{C^2 H} (U^2 + V^2)^{\frac{1}{2}} - \varepsilon \left[\left(\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} \right) + \left(\frac{\partial^2 V}{\partial y^2} \right) \right] = 0 \end{aligned} \quad 2.42$$

donde:

$$H = \eta + h$$

$$S_{xx} = \frac{1}{T} \int_t^{t+T} \int_{-h}^{\eta} (\rho u^2 + p) dz dt - \frac{1}{T} \int_t^{t+T} \int_{-h}^0 p_0 dz dt$$

$$S_{yy} = \frac{1}{T} \int_t^{t+T} \int_{-h}^{\eta} (\rho v^2 + p) dz dt - \frac{1}{T} \int_t^{t+T} \int_{-h}^0 p_0 dz dt$$

$$S_{xy} = \frac{1}{T} \int_t^{t+T} \int_{-h}^{\eta} \rho uv dz dt$$

$$\eta = \frac{1}{T} \int_t^{t+T} \eta(x, y, t') dt'$$

$$U = \frac{1}{T} \int_t^{t+T} \int_{-h}^{\eta} u(x, y, z, t) dt$$

$$V = \frac{1}{T} \int_t^{t+T} \int_{-h}^{\eta} v(x, y, z, t) dt$$

Aplicando la teoría lineal de ondas, se obtiene las expresiones para los tensores de radiación al 2° orden:

$$S_{xx} = E(n \cos^2 + n - \frac{1}{2}) \quad 2.43$$

$$S_{yy} = E(n \sen^2 + n - \frac{1}{2}) \quad 2.44$$

$$S_{xy} = E \sen \theta \cos \theta \quad 2.45$$

donde:

$$E = \frac{\rho g H_1^2}{8}$$

$$n = \frac{1}{2} \left[1 + \frac{2kh}{\sinh 2kh} \right]$$

$$k = \frac{2\pi}{L}$$

con lo cual los tensores de radiación en cada punto del dominio dependen de (H_1, T, θ, h) .

Las variables dependientes del problema son η, U, V , que representan la elevación de la superficie libre sobre el nivel de referencia y las corrientes promediadas en la vertical en un período de tiempo en las direcciones x e y , respectivamente.

Las otras variables de la ecuación son:

h profundidad hasta el nivel de referencia

H Profundidad

t tiempo
 T período del oleaje
 S_{xx} tensor de radiación en la dirección x
 S_{yy} tensor de radiación en la dirección y
 $\eta(x, y, t)$ elevación de la superficie libre a partir del nivel medio del mar
 u velocidad instantánea en dirección x
 v velocidad instantánea en dirección y
 E energía del oleaje
 k número de onda
 θ ángulo del vector de onda con el eje x
 c coeficiente de Chézy
 ε coeficiente de viscosidad de remolino
 P presión total (dinámica mas estática)
 P_0 presión estática a partir del nivel medio de referencia
 H_1 altura de ola
 G aceleración de la gravedad
 ρ densidad del flujo.

TESIS CON
 FALLA DE ORIGEN

2.4.4 Rugosidad del fondo

El término de fricción es un término de cantidad de movimiento debido a la fricción del flujo (interacción oleaje-corriente) con el fondo. Gran cantidad de modelos de rugosidad en la zona de rompientes se han planteado en la literatura, como es el caso de Longuet-Higgins (1970), Thornton (1970), Grant y Madsen (1979), Tanaka y Shuto (1981), Johnson (1996), donde sistemas combinados de oleaje-corriente toman en cuenta el término de fricción. El principal problema de estas formulaciones en el ámbito numérico, es la dificultad en algunos casos para medirlos. En el COPLA-2DH se emplea una expresión análoga a la de flujo en ríos y estuarios, la cual ha funcionado apropiadamente en este tipo de modelos:

En x:

$$\frac{gU}{c^2 H} (U^2 + V^2)^{\frac{1}{2}} \quad 2.46$$

En y:

$$\frac{gV}{c^2 H} (U^2 + V^2)^{\frac{1}{2}} \quad 2.47$$

Como se puede observar, el término de rugosidad depende de la profundidad; a menor profundidad, mayor resistencia al flujo, lo cual consume mayor cantidad de movimiento. Así mismo, dicho término también depende de las velocidades medias y de un coeficiente

denominado de Chézy, c , el cual se relaciona con el coeficiente n de Manning. El rango de variabilidad recomendado en playas para este tipo de formulación de fricción con c , está entre (5 y 20 $m^{1/2}.s^{-1}$). Éste es un valor mucho menor que el típico en zonas de estuarios y ríos (30 a 50 $m^{1/2}.s^{-1}$), es decir que el término de rugosidad aumenta, debido a la gran fricción que genera el oleaje en las playas.

2.4.5 Viscosidad de remolino

Este parámetro se emplea para describir la "turbulencia" en la zona de rompientes. Asumiendo que la turbulencia en esta zona es isotrópica, el término de turbulencia es usualmente escrito de la siguiente forma:

En x:

$$\varepsilon \left[\left(\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} \right) + \left(\frac{\partial^2 U}{\partial y^2} \right) \right] \quad 2.48$$

En y:

$$\varepsilon \left[\left(\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} \right) + \left(\frac{\partial^2 V}{\partial y^2} \right) \right] \quad 2.49$$

Esta expresión se basa en la analogía al flujo laminar, donde los esfuerzos cortantes se asumen proporcionales al gradiente de la velocidad media.

La intensidad de turbulencia causada por las olas rompiendo está distribuida en toda la zona de rompientes. Dada su naturaleza, el conocimiento actual sobre la difusión de la turbulencia todavía no es suficiente y una discusión en detalle con respecto a este parámetro es imposible hoy en día. Sin embargo, muchas expresiones para ε han sido propuestas; Bowen (1969), Thornton (1970), Longuet-Higgins (1979), presentan un resumen de formulaciones hechas para este parámetro en corrientes de playas, pero ninguna de ellas deja de ser más que una hipótesis.

La turbulencia, al igual que la fricción, es consumidora de cantidad de movimiento y comienza a ser más importante que el término de fricción a mayores profundidades, y en el caso de modelaciones numéricas resulta del orden del tamaño de los elementos de la malla. En este modelo se permite, al igual que con el coeficiente c , definir ε como una constante en toda la malla. Como puede verse en las ecuaciones anteriores, el término de turbulencia relaciona de alguna forma las velocidades medias (U, V) con el tamaño de malla ($\Delta x, \Delta y$) y el parámetro de viscosidad de remolino, es ε .

Una relación empírica que puede aplicarse para obtener un orden de magnitud de ε , es mediante la siguiente relación:

$\varepsilon = k_2 \Delta_x U$, donde k_2 es un parámetro entre $[1.5 \sim 2.5]$ y U es una velocidad media en la zona de rompientes.

Tomando un $k_2 \sim 2$ y $U \sim 0.5 \text{ m/s}$, obtenemos que $\varepsilon \sim \Delta x$, lo cual es un orden de magnitud adecuado para definir la viscosidad de remolino en la zona de rompientes. Un valor típico para ε en playas varía entre 15 y 25, que corresponde a los tamaños típicos de mallas (en metros) en zonas de rotura.

2.5. Modelo de transporte de sedimentos

El modelo de transporte de Sedimentos TRANS-D, es un modelo en dos dimensiones, que calcula el transporte de sedimentos en fondo y suspensión, incorporando la pendiente y los efectos del oleaje. Dicho modelo fue desarrollado como parte de este estudio en el Grupo de Ingeniería de Costas y Puertos del Instituto de Ingeniería de la UNAM. Las principales características del modelo son las siguientes:

- El modelo es capaz de incorporar el transporte de sedimentos, generado por las corrientes, además de incluir la pendiente.
- Es posible hacer el cálculo del transporte de sedimentos total, en un punto o en toda la malla de cálculo.
- Los tiempos de calculo son rápidos, sin tener la necesidad de utilizar estaciones de trabajo, ya que el programa incorpora las condiciones iniciales al superponer las corrientes generadas por marea, ríos, cuerpos de agua adyacentes y oleaje.
- Dada su estructura, el TRANS-D puede ser incorporado como una subrutina de otros modelos de tipo hidrodinámicos, como es el caso del RMA-2.

2.5.1 Ecuaciones de transporte de sedimentos

El modelo TRANS-D, resuelve las ecuaciones del transporte total de sedimentos en el fondo y en suspensión (Madsen, 1993). Para evaluar el transporte en el fondo, se resuelven las ecuaciones de gasto de sedimentos asociado con el flujo de las corrientes de oleaje y la pendiente del fondo (batimetría). En el caso del transporte de sedimentos en suspensión, el modelo resuelve la ecuación del gasto total del sedimento en suspensión.

La ecuación 2.50 representa el transporte de total del fondo que es una de las ecuaciones que resuelve el modelo TRANS-D.

$$\bar{q}_{sB} = \left(\bar{q}_{sB} \right)_{wc} + \left(\bar{q}_{sB} \right)_{\beta} \quad 2.50$$

donde

$$\left(\frac{\overline{q_{sB}}}{\sqrt{(s-1)gd}} \right)_{wc} = 6(\varphi'_c)^{\frac{3}{2}} \frac{u'_{*wm}}{u'_{*c}} \left\{ \frac{3}{2} \cos \theta_{wc}, \text{sen} \theta_{wc} \right\} \quad 2.51$$

$$\left(\frac{\overline{q_{sB}}}{\sqrt{(s-1)gd}} \right)_{\beta} = 4.5(\varphi'_{wm})^{\frac{3}{2}} \{-u_b, 0\} \quad 2.52$$

donde

s peso específico del sedimento

g aceleración de la gravedad (9.81 m/s^{-1})

d diámetro del sedimento

φ'_c ángulo de fase del esfuerzo cortante, asociado a la corriente por fricción de fondo

φ'_{wm} ángulo de fase del esfuerzo cortante, asociado al oleaje

u'_{*wm} máxima velocidad del esfuerzo cortante, asociada al oleaje

u'_{*c} máxima velocidad del esfuerzo cortante, asociada a la corriente (hidrodinámica)

θ_{wc} fase de la variación periódica asociada al oleaje

u_b velocidad orbital en el fondo

$\left(\overline{q_{sB}} \right)_{wc}$ es el transporte de sedimentos en el fondo asociado de las corrientes y el oleaje

$\left(\overline{q_{sB}} \right)_{\beta}$ es el transporte de sedimentos asociado a la pendiente del fondo

Cuando la intensidad del flujo aumenta, la turbulencia en el fondo también y parte de los granos se aleja del fondo y dan principio al transporte en suspensión. El transporte en suspensión depende de la turbulencia asociada con el esfuerzo cortante total de fondo, es decir el esfuerzo cortante obtenido a partir de la rugosidad de fondo móvil.

El transporte en suspensión neto, es decir el del promedio de la tasa de transporte instantáneo se puede representar por

$$\overline{q_{sS,T}} = \int_{z_R}^h \overline{uc} dz = \overline{q_{sS}} + \overline{q_{sSw}} = \int_{z_R}^h \overline{u_c c} dz + \int_{z_R}^h \overline{u_w c_w} dz \quad 2.52$$

donde

h profundidad del agua

z_R elevación de referencia para la concentración $7d_{50}$

\overline{uc} tasa neta de transporte en suspensión

\bar{u}_w tasa neta de transporte en suspensión, asociada al oleaje

z coordenada normal del fondo (positiva hacia arriba)

\bar{q}_{sS} tasa media del transporte en suspensión

\bar{q}_{sSw} tasa media del transporte en suspensión asociado al oleaje

u_c velocidad de la corriente (hidrodinámica)

\bar{c} volumen medio de concentración de sedimento en suspensión

\bar{c}_w volumen medio de concentración de sedimento en suspensión, asociado al oleaje

$\bar{q}_{sS,T}$ tasa neta total del sedimento en suspensión

La tasa media de transporte en suspensión debe separarse como:

$$\bar{q}_{sS} = \int_{z_R}^{\delta_{cw}} u_c \bar{c} dz + \int_{\delta_{cw}}^h u_c \bar{c} dz \quad 2.53$$

dado que tanto u_c como \bar{c} se expresan de manera diferente si z es mayor o menor a δ_{cw} , de acuerdo a Madsen (1993). Adicionalmente, es necesario distinguir dos casos, cuando la elevación de referencia para la concentración de referencia, z_R , es mayor o menor a la rugosidad de fondo, z_0 .

Cuando $z_R > z_0$, el perfil de la velocidad de corriente es valido para $z \geq z_R$, por lo que el transporte de sedimentos medio en suspensión se obtiene con:

$$\bar{q}_{sS} = \frac{u_{*c}}{k} \bar{C}_R \left(\frac{\delta_{cw}}{z_R} \right)^{\frac{w_f}{Ku_{*m}}} \delta_{cw} (I_1 + I_2) \quad 2.54$$

donde

$$I_1 = \frac{Ku_{*c}}{Ku_{*m} - w_f} \left[\ln \frac{\delta_{cw}}{z_0} - \frac{Ku_{*m}}{Ku_{*m} - w_f} - \left(\frac{z_R}{\delta_{cw}} \right)^{\frac{Ku_{*m} - w_f}{Ku_{*m}}} \left(\ln \frac{z_R}{z_0} - \frac{Ku_{*m}}{Ku_{*m} - w_f} \right) \right] \quad 2.55$$

representa la contribución desde dentro de la capa límite del oleaje, e

$$I_2 = \frac{Ku_{*c}}{Ku_{*c} - w_f} \left[\left(\frac{h}{\delta_{cw}} \right)^{\frac{Ku_{*c} - w_f}{Ku_{*c}}} \left(\ln \frac{h}{z_{0a}} - \frac{Ku_{*c}}{Ku_{*c} - w_f} \right) - \left(\ln \frac{\delta_{cw}}{z_{0a}} - \frac{Ku_{*c}}{Ku_{*c} - w_f} \right) \right] \quad 2.56$$

expresa la contribución encima de la capa límite del oleaje.

donde

h profundidad del agua

u_{*c} velocidad del cortante asociado a la corriente

u_{*m} máxima velocidad del cortante

δ_{cw} espesor de la capa límite asociado con el oleaje en presencia de corrientes hidrodinámicas

w_f velocidad de caída del sedimento

κ es la constante de von Karman

z_0 rugosidad de fondo

Cuando $z_R < z_0$, el perfil de la velocidad de corriente no está definido por $z_R < z < z_0$, para remediar esta situación sin interpretación física, el perfil de velocidad de corrientes es modificado y está dado por

$$u_c = \frac{u_{*c}}{k} \frac{u_{*c}}{u_{*m}} \frac{\ln \frac{\delta_{cw}}{z_0}}{\ln \frac{\delta_{cw}}{z_R}} \ln \frac{z}{z_R} \quad \text{para } z < \delta_{cw} \quad 2.57$$

por lo que el transporte medio en suspensión queda como

$$\bar{q}_{ss} = \frac{u_{*c}}{K} C_R \left(\frac{\delta_{cw}}{z_R} \right)^{\frac{w_f}{\kappa u_{*m}}} \delta_{cw} (I_3 + I_2) \quad \text{para } z_R < z_0 \quad 2.58$$

donde

$$I_3 = \frac{\ln \frac{\delta_{cw}}{z_0}}{\frac{\delta_{cw}}{z_R}} \frac{\kappa u_{*c}}{\kappa u_{*c} - w_f} \left\{ \ln \frac{\delta_{cw}}{z_R} - \frac{\kappa u_{*m}}{\kappa u_{*c} - w_f} \left[1 - \left(\frac{z_R}{\delta_{cw}} \right)^{\frac{\kappa u_{*c}}{\kappa u_{*c} - w_f}} \right] \right\} \quad 2.59$$

Por otro lado, el transporte de sedimentos medio asociado a oleaje se obtiene por medio de

2.53. Para $z_0 < z_R < \frac{\delta_{cw}}{\pi}$, se llega a

$$\bar{q}_{ssw} = \frac{1}{\pi^2} \sin \varphi u_{bm} c_{Rwm} \delta_{cw} \left(\cos(\varphi - \varphi') I_4 - \frac{2}{\pi} \sin \varphi_s \cos(\varphi - \varphi' - \varphi_s) I_5 \right) \quad 2.60$$

en donde

$$I_4 = \frac{\pi}{\delta_{cw}} \int_{z_R}^{\frac{\delta_{cw}}{\pi}} \ln \frac{z}{z_0} dz = \ln \frac{\delta_{cw}}{\pi z_0} - 1 - \frac{\pi z_R}{\delta_{cw}} \left(\ln \frac{z_R}{z_0} - 1 \right) \quad 2.61$$

e

$$I_5 = \ln \frac{z_R}{z_0} \left(\ln \frac{\delta_{cw}}{\pi z_R} - 1 + \frac{\pi z_R}{\delta_{cw}} \right) + \left(\ln \frac{\delta_{cw}}{\pi z_R} \right)^2 - 2 \ln \frac{\delta_{cw}}{\pi z_R} + 2 \left(1 - \frac{\pi z_R}{\delta_{cw}} \right) \quad 2.62$$

Para $z_R < z_0$

$$\bar{q}_{sSw} = \frac{1}{\pi^2} \sin \varphi u_{bm} c_{Rwm} \delta_{cw} \frac{\ln \frac{\delta_{cw}}{\pi z_0}}{\ln \frac{\delta_{cw}}{\pi z_R}} \left(\cos(\varphi - \varphi') I_6 - \frac{2}{\pi} \sin \varphi_s \cos(\varphi - \varphi' - \varphi_s) I_7 \right) \quad 2.63$$

donde

u_{bm} máxima velocidad orbital del oleaje en el fondo

c_{Rwm} concentración de sedimento asociado al oleaje

$$I_6 = \ln \frac{\delta_{cw}}{\pi z_R} - 1 + \frac{\pi z_R}{\delta_{cw}} \quad 2.64$$

e

$$I_7 = \left(\ln \frac{\delta_{cw}}{\pi z_R} \right)^2 - 2 \ln \frac{\delta_{cw}}{\pi z_R} + 2 \left(1 - \frac{\pi z_R}{\delta_{cw}} \right) \quad 2.65$$

La ecuación 2.63 es la que proporciona el transporte de sedimentos asociado al oleaje.

**CAPÍTULO 3.
CASO DE APLICACIÓN**

3. Caso de aplicación

3.1. Introducción

México está rodeado por una línea litoral de cerca de 11 mil 600 kilómetros, y cuenta con un millón 567 hectáreas que están cubiertas por superficies estuáricas. El Pacífico posee 892 mil 800 hectáreas y el Golfo de México 674 mil 500 hectáreas.

México posee a lo largo de sus litorales aproximadamente 130 lagunas costeras, las cuales exhiben diferentes características físicas, regímenes hidráulicos e hidrológicos, bióta, y hábitats. Las lagunas son ecosistemas costeros que están distribuidos a lo largo de ambos litorales mexicanos y que varían en su extensión. Tradicionalmente han sido (a) lugares de pesca intensiva, aunque artesanal; (b) medio de vida de miles de pescadores y sus familias; (c) proveedores de las principales especies de peces y mariscos que se consumen en la República Mexicana como el ostión, camarón, mojarra, jaiba, róbalo, almeja, langostino, entre los más conocidos, y (d) hábitat de muchas especies de plantas y animales, lo que las sitúa como sitios de una significativa importancia por su biodiversidad y una alta tasa de producción de especies de importancia comercial.

Por otro lado, en las zonas costeras mexicanas se ubican destacados complejos industriales, como es el caso de Coatzacoalcos-Minatitlan y Tampico-Ciudad Madero en el Golfo de México. En el Pacífico se encuentran Salina Cruz, Puerto Madero y Lázaro Cárdenas. La actividad industrial genera movilizaciones sociales y asentamientos alrededor de las posibles fuentes de trabajo, como es el caso de Tampico, Tuxpan, Veracruz, Campeche, Salina Cruz, Lázaro Cárdenas y Mazatlán.

Desde el punto de vista turístico, hay zonas de importancia internacional como lo son el Caribe, Acapulco, Manzanillo, Puerto Vallarta, Los Cabos y las bahías de Huatulco.

Los recursos naturales costeros de producción alimentaria más significativos son: Laguna de Tamiahua, Laguna de Mandinga; los sistemas lagunares de Alvarado y áreas pantanosas adyacentes, las extensiones pantanosas de Tabasco y Laguna de Términos en el Golfo de México. En el Pacífico sobresalen Laguna La Joya-Buenavista, Laguna Mar Muerto, la zona lagunara de Nayarit, y el sistema de Huizache-Caimanero y áreas adyacentes.

En particular, la laguna de Términos está ubicada en el estado de Campeche, entre el Río San Pedro al occidente y la Península de Yucatán al oriente, sus alrededores están ubicados en una zona plana en el Estado de Campeche. Se comunica con el Golfo de México a través de dos bocas naturales principales y una boca artificial secundaria: Boca del Carmen y Boca de Puerto Real al Oeste y al Este de la Isla del Carmen, respectivamente, y Boca de Sabancuy, a 43 km al Noroeste de la Boca de Puerto Real.

En su fisiografía sobresalen el Río Palizada en el suroeste; la isla barrera, denominada Isla del Carmen, la cual está formada a barlovento por varias series de bermas de tormentas, constituidas casi en su totalidad por fragmentos de conchas marinas que han sido acumulados por el océano, en especial durante las tormentas. No hay grandes dunas, pues los materiales están muy bien estabilizados por la vegetación, y el transporte eólico está reducido al mínimo. Hacia sotavento se encuentran extensas zonas de manglares con crecimiento hacia la laguna; en la porción central hay una antigua boca que ha sido rellenada en gran parte por los manglares, dejando sólo canales entre

ellos, existe evidencias de otra antigua boca cerca del límite oriental. La vegetación circundante está formada principalmente por manglares bien desarrollados, en la mayor parte de la región, salvo a sotavento de la isla barrera, donde son escasos (Phleger y Ayala-Castañares 1971). En los sedimentos predominan los limos y arcillas; solo hay arenas calcáreas en el área de la boca oriental y cerca de la barrera arenosa; la boca occidental es limo-arcillosa (Yáñez Correa 1963).

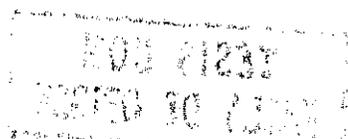
3.2. Clima

El clima regional es tropical húmedo con un rango de precipitación anual de 1100 a 2000 mm, tres épocas climáticas marcadas: a) periodo de secas de Febrero a Mayo, b) periodo de lluvias de Junio a Octubre y, c) periodo de "nortes" de Octubre a Febrero. La precipitación media anual es de 1,805 mm (David y Kjerfve 1998), lo cual equivale, dada una superficie aproximada de 2,500 km², a 143 m³.s⁻¹. Por otro lado, la evaporación promedio anual ha sido estimada (EPOMEX 1993) en 1,512 mm, lo cual a su vez equivale a 120 m³.s⁻¹. Por lo tanto, el aporte efectivo (precipitación - evaporación) es de aproximadamente 23 m³.s⁻¹, lo cual se considerará para efectos de modelación como uniformemente distribuidos sobre la superficie del sistema lagunar. Los vientos predominantes tienen, en un año promedio, velocidades de aproximadamente 5 m.s⁻¹, y proveniencias en los sectores entre Norte-Noroeste y Este-Sureste (David y Kjerfve 1998). Durante la época de *Nortes*, los vientos tienen velocidades que rebasan los 8 m.s⁻¹, llegando a rebasar los 12.5 m.s⁻¹ (Mancilla y Vargas 1980), y provienen del Noroeste.

3.3. Hidrología

A pesar de que existen numerosos brazos del sistema Grijalva-Usumacinta que se dispersan en una complicada red fluvial y desembocan directa o indirectamente en la Laguna de Términos, son tres los ríos que contribuyen con la mayor parte del aporte de agua dulce al sistema lagunar. De acuerdo a datos de la Comisión Nacional del Agua correspondientes a diferentes años, el Río Palizada es el de mayor caudal, con promedio anual de 288 m³.s⁻¹ y rango de variaciones mensuales de 115 a 510 m³.s⁻¹. Los ríos Candelaria y Mamantel desembocan en la Laguna de Panlau, la cual a su vez se comunica con la Laguna de Términos, y su caudal promedio anual se estima en 72 m³.s⁻¹ (David y Kjerfve 1998), con un mínimo registrado de 23 m³.s⁻¹, y máximo de 197 m³.s⁻¹. Adicionalmente, el Río Chumpán participa en el aporte de agua dulce al sistema con un gasto promedio de 18.06 m³.s⁻¹, mínimo de 0.32 m³.s⁻¹ y máximo de 50 m³.s⁻¹. Cabe mencionar que el Río del Este (tributario del Usumacinta) no ha sido considerado de importancia para el aporte de agua dulce al sistema. Sin embargo, dicho río, además de fluir en un valle aluvial en el cual se forman pantanos y manglares, da lugar a la formación de las lagunas de Atasta, Pom, Corte y Puerto Rico. Por lo tanto, el estudio preliminar de la fisiografía de la zona sugiere que dicho río es potencialmente importante en cuanto a su caudal neto.

3.4. Marea



La marea en la zona es mixta diurna (Marina 2001), siendo que las componentes diurnas son las dominantes. La amplitud media es de 0.424 m, la pleamar máxima registrada es de 0.923 m y la bajamar mínima registrada de -0.662 m, con respecto al nivel medio del mar (cota 0.000 m). En la **Figura 3.1.** se puede ver la generación sintética de la marea en Ciudad del Carmen en el 2001, en donde aparecen claramente las señales de marea viva y marea muerta, las cuales tienen un período de aproximadamente 14 días. Las amplitudes y fases de las principales constantes armónicas en la Boca del Carmen, se muestran en la **Tabla 3.1.**

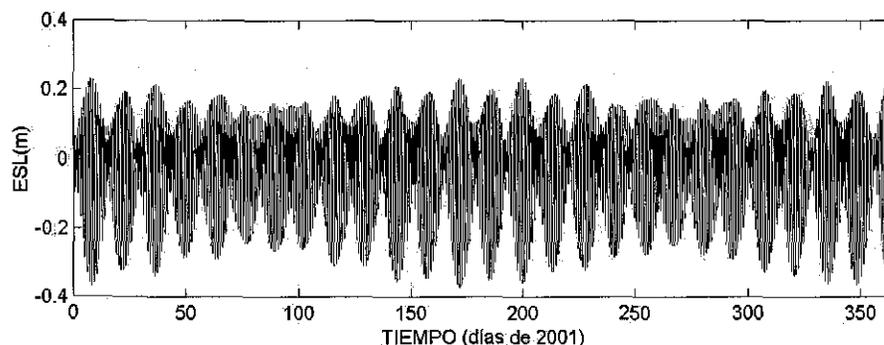


Figura 3.1. Marea astronómica en Ciudad del Carmen en 2001.

Tabla 3.1. Principales Constantes Armónicas

Componente	M ₂	S ₂	N ₂	K ₁	O ₁	P ₁
H (m)	0.076	0.019	0.021	0.111	0.120	0.036
Fáse (°)	78.58	73.63	67.35	315.17	318.93	321.44

Adicionalmente, y de acuerdo a mediciones de variación del nivel de la superficie libre del agua en la Boca de Puerto Real y una estación dentro de laguna (David y Kjerfve 1998), existe un retraso de la señal de la marea para cada componente, tanto en su propagación por el mar, cómo en su propagación por la laguna, cómo se puede ver en la **Tabla 3-2.**

Tabla 3-2. Fases de las principales constantes armónicas, relativas a Puerto Real (valores en grados y horas:minutos).

Componente	M ₂	S ₂	N ₂	K ₁	O ₁	Q ₁
Puerto Real	0	0	0	0	0	0
Carmen	-33 / 1:08	-8 / 0:16	-39 / 1:22	-36 / 2:24	-24 / 1:43	-27 / 2:01
St. 12	-134 / 4:38	-254 / 8:28	---	-67 / 4:27	-70 / 5:01	-41 / 3:04

Por ejemplo, relativo a la pleamar de la componente O₁ en Puerto Real, dicha pleamar llega 1:43 después a la Boca del Carmen y 5:01 después a la estación 12. Por lo tanto, puede verse que la propagación de la marea es del Noreste al suroeste en esa zona del Golfo, y que la señal de la marea se retrasa de manera aún más importante al propagarse dentro de la laguna. Dicho retraso es debido a la poca profundidad de la laguna (y por ende alta fricción), y es seguramente más importante en zonas del sistema lagunar más alejadas de las bocas. Adicionalmente, la marea comúnmente también se ve distorsionada en cuanto a la amplitud de las diferentes componentes (e.g. Salles *et al.* 2000), experimentando por un lado pérdida de energía por fricción, así cómo transferencia de

energía de unas componentes a otras. Los datos de fase entre las dos bocas servirán para calibración del modelo, en tanto que los datos de fase entre las bocas y el interior de la laguna servirán para verificar los resultados.

3.5. Vegetación

La vegetación en la orilla de la laguna es muy exuberante. Por un lado, el intercambio de agua dulce y agua salada favorece el desarrollo de los halófitos (ver *Figura 3.2.*), y por otro lado la casi ausencia de pendientes provoca el estancamiento del agua, lo que permite una vegetación de pantano muy importante (Yañez 1963; Coll 1975).



Figura 3.2. Ejemplo de vegetación de orilla en Laguna de Términos (cerca de Boca Chica).

La vegetación sumergida es también muy exuberante, predominando los llamados "ceibadales" formados por *Thalassia testudinum* y en menor escala por *Diplanthera wrightii* (Yañez 1963).

Las características de la vegetación servirá para asignarle coeficientes de fricción y viscosidad cinemática tanto a las zonas permanentemente sumergidas, cómo a las zonas intermareales altamente vegetadas, que se inundan sólo durante ciertos periodos de la marea (pleamares vivas).

3.6. Morfología

Como se mencionó anteriormente, el Área Natural Protegida Laguna de Términos (ANPLT) y sus alrededores están ubicados en una zona plana en el Estado de Campeche. Se comunica con el Golfo de México a través de dos bocas principales a ambas extremidades de la Isla del Carmen: Boca del Carmen al Oeste, con una profundidad promedio de 6.4 m y máxima de 14 m, y Boca de Puerto Real al Este, con una profundidad media de 5 m y máxima de 15 m. Por otro lado, también existe intercambio directo entre el sistema lagunar y el mar a través de una pequeña boca artificial en el Estero de Sabancuy, formada básicamente por un canal dragado de 300 m de longitud, 20m de ancho y 6 m de profundidad, a 43 km al Noroeste de la Boca de Puerto Real, la cual fue abierta para aumentar el intercambio de agua con el mar en dicho estero. El gasto a través de la boca en el estero de Sabancuy es mucho menor que el gasto a través de las dos bocas principales. La circulación de las aguas en la laguna depende principalmente del régimen de vientos, la descarga de los ríos y las corrientes marinas.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

3.7. Implementación del modelo hidrodinámico sin oleaje

La implementación del modelo consistió en la creación de la malla computacional, describiendo las principales características del sistema lagunar de Laguna de Términos (línea de costa, bocas, canales principales, lagunas adyacentes, zonas intermareales, ríos), asignando la elevación, valores de fricción (o rugosidad de fondo) y viscosidad turbulenta (o de remolino), los parámetros de porosidad de manglar, así como condiciones iniciales y de frontera, todos ellos correspondientes a cada nodo de la malla.

3.7.1 Delimitación zona de estudio

La malla de cálculo para el modelo se generó a partir de información cartográfica, topográfica y batimétrica de la zona. Siete mapas fueron utilizados para tal fin (con fechas de 1978 a 1996), los cuales aparecen listados en la bibliografía. Dichos mapas fueron digitalizados y georeferenciados para su utilización posterior en el modelo. Por otro lado, se obtuvieron series de fotografías aéreas de la zona de Laguna de Términos, para complementar la información existente sobre zonificación vegetal y para optimizar el modelo en cuanto a determinación de las zonas efectivamente inundables.

Adicionalmente, el centro EPOMEX proporcionó un Modelo Digital del Terreno (DTM por sus siglas en inglés) con las cotas 0.0 m, +1.0 m y +2.0 m con respecto al nivel medio del mar, para la determinación del límite de la zona a modelar. Dado que la pleamar máxima registrada ha sido de 0.92 m, el modelo comprenderá el sistema lagunar y las áreas aledañas que están por debajo de la cota +1.0 m. El DTM se presenta en la *Figura 3.3*.

3.7.2 Generación de la malla

Las características físicas del sistema lagunar fueron incorporadas al modelo en la forma de una malla irregular (i. e. red de nodos unidos para formar elementos), extendiéndose sobre todo el dominio de cálculo. La malla fue diseñada considerando un equilibrio entre la resolución espacial y la capacidad computacional. Por un lado, el modelo debe ser capaz de reproducir la hidrodinámica del sistema, pero por otro lado una malla muy fina puede requerir tiempos de ejecución demasiado elevados, lo cual resulta impráctico y hasta imposible de realizar con las computadoras que tenemos a nuestro alcance. Por tal motivo, la malla fue diseñada reproduciendo rigurosamente los aspectos físicos solo en las áreas de mayor interés (Bocas y canales principales). Por ende, las zonas manglares fueron simplificadas, eliminando los canales secundarios y los pequeños accidentes del terreno, lo cual permitió el uso de una malla más gruesa en esas áreas. La línea de costa de la Laguna de Términos y los canales principales fueron digitalizados a partir de los datos proporcionados por EPOMEX. La elevación de cada nodo de la malla de cálculo se asignó conforme a lo proporcionado por EPOMEX, así como a partir de las cartas náuticas. Finalmente, datos batimétricos adicionales se obtuvieron de las campañas de campo realizadas dentro del marco de este proyecto, y de información proporcionada por la ANPLT. La malla final del modelo se muestra en la *Figura 3.4*, la cual consiste en 10,555 elementos y 23,096 nodos. La malla cubre un área total de 4,065.04 km², siendo que los cuerpos de agua abarcan una superficie

de 2,106.51 km² y las zonas altas (manglar, pantano, marisma,...) cubre un área de 1,833.28 km².

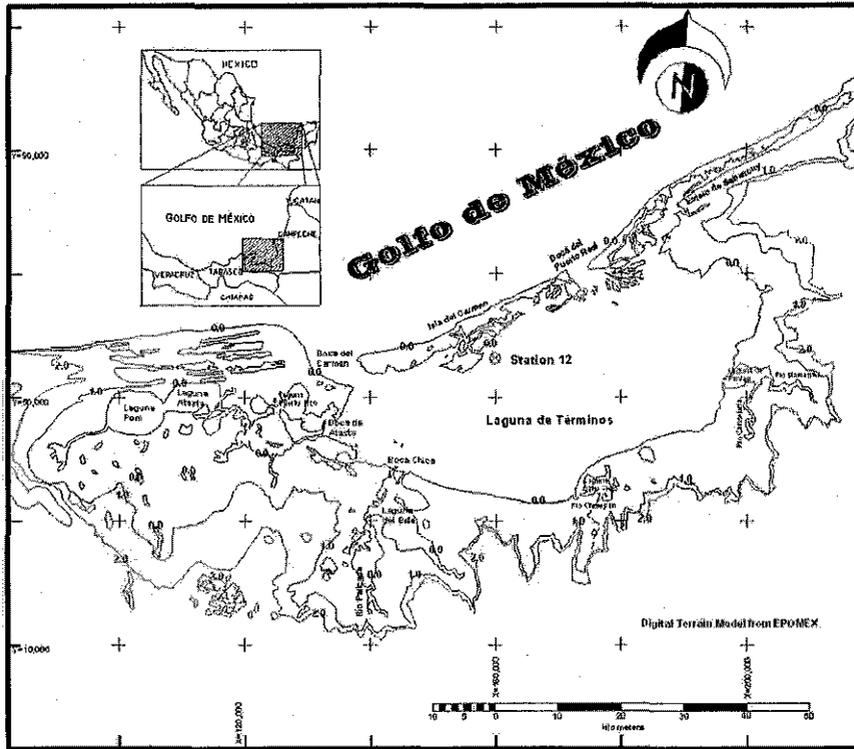


Figura 3.3. Modelo Digital del Terreno

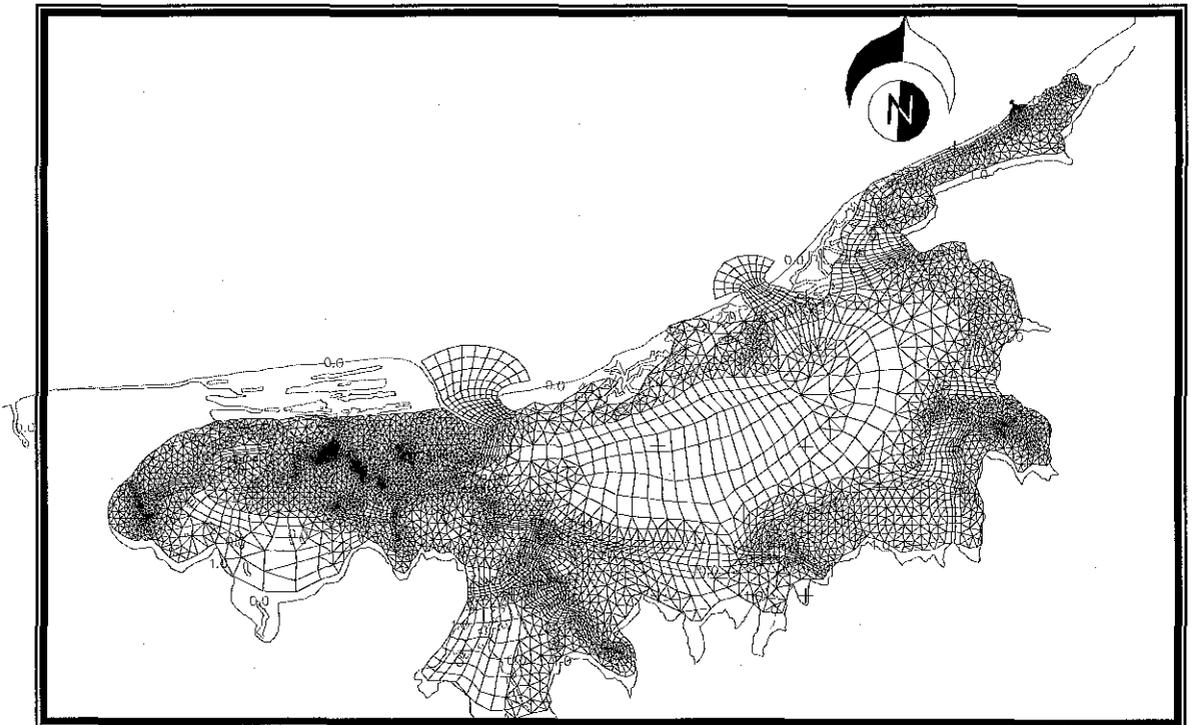


Figura 3.4. Malla del modelo, versión final.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

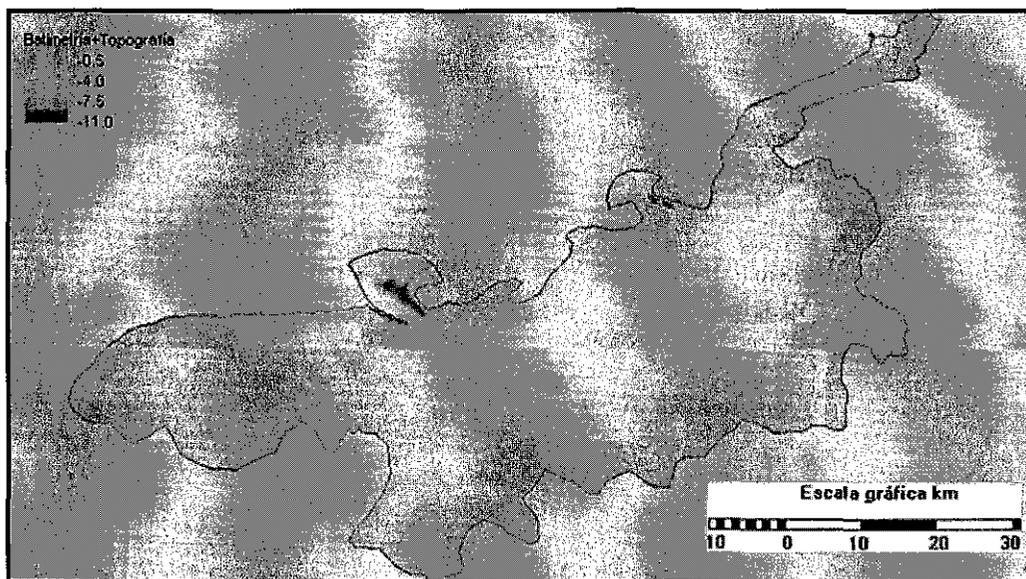


Figura 3.5. Batimetría utilizada por el modelo, versión final.

3.7.3 Determinación del coeficiente de rugosidad de fondo.

El sistema lagunar de Laguna de Términos está compuesta por un cuerpo de agua principal, abastecido por tres comunicaciones con el mar y en donde desembocan cuatro ríos, así como por lagunas adyacentes comunicadas entre sí por una red de canales, y finalmente por extensas áreas intermareales y de manglar. Estas últimas permanecen parcialmente inundadas durante parte del ciclo de marea, dependiendo de la amplitud de la marea y de los gastos de los ríos. La resistencia del flujo en las áreas intermareales vegetadas, así como en las tierras más altas, es dominada no sólo por el esfuerzo cortante de fondo como en canales abiertos, sino por la forma y densidad de la vegetación. A pesar de que los estudios experimentales de resistencia de flujo a través de manglar son muy limitados, en particular en lo que se refiere a la estimación del coeficiente de Manning, existen numerosos estudios sobre flujo a través de otros tipos de vegetación, como son la vegetación existente en planicies de inundación y campos agrícolas (e.g., Chow 1959; Ree y Crow 1977). Los estudios de flujo sobre vegetación de pantanos salados y manglares se han enfocado en (a) la determinación de la variación en la vertical de la fricción causado por los tallos y capas frondosas de las plantas (Jackson y Winant 1983; Ward *et al.* 1984; Leonard y Luther 1995), analizando los efectos de (b) capas frondosas sobre el perfil de velocidad y difusión horizontal (Nepf *et al.* 1997) y (c) de *Zostera marina* sobre la hidrodinámica del flujo y el mezclamiento turbulento (Fonseca *et al.* 1982; Gambi *et al.* 1990; Worcester 1995). Por lo tanto, a pesar de que los estudios previos no se han enfocado en la estimación del coeficiente de Manning en ambientes de manglar, en particular en Laguna de Términos, estos pueden ser utilizados para estimar los valores de los coeficientes requeridos en este caso particular.

Sin embargo, dado que la resolución espacial de la fricción en RMA-2V está limitada por el tamaño de los elementos de la malla generada, la representación rigurosa de los diferentes ambientes de fricción, existentes en sistemas complejos como el de Laguna de Términos, requeriría un gran número de elementos pequeños. Este enfoque puede ser impráctico dados los recursos de cómputo disponibles. En cambio, se adoptó un enfoque simplificado, en el cual las zonas intermareales y

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

altas fueron consideradas homogéneas, por lo que la fricción en esas zonas fue especificada con un solo valor del coeficiente n de Manning. Dado lo anterior, la malla de cálculo fue dividida en 3 diferentes unidades morfológicas: cuerpos de agua sin vegetación submarina, cuerpos de agua con vegetación submarina y zonas de transición, y zonas intermareales descubiertas, cada una con diferentes valores de rugosidad.

Los valores iniciales de los coeficientes de rugosidad (n de Manning) fueron obtenidos de estudios previos sobre (a) hidrodinámica de las bocas (Escoffier 1977; Bruun 1978), quienes propusieron $n = 0.022-0.025$, (b) flujo en canales abiertos (Chow 1959; Henderson 1966), quienes propusieron $n = 0.020-0.040$ para canales desde "limpios y rectos" hasta "curvados con pozas y bancos", (c) sobre flujo en cauces de ríos con diferentes grados de densidad vegetal, desde pastos subacuáticos hasta grandes cantidades de vegetación muerta (Chow 1959), quien propone valores desde 0.06 hasta 0.200, y (d) sobre flujo sobre planicies de inundación y campos de agricultura (Henderson 1966; Ree y Crow 1977), quienes estimaron un rango para n entre 0.025 y 0.425 para una amplia gama de velocidades de flujo y profundidades, y dependiendo de las características de la vegetación (tamaño, altura, rigidez del tallo, densidad). Con el apoyo de las estimaciones de los estudios anteriores, el rango de valores del factor de fricción n de Manning utilizado para la calibración fue de 0.020 a 0.030 para cuerpos de agua no vegetados (incluyendo bocas), de 0.035 a 0.055 para los cuerpos de agua vegetados, y de 0.080 a 0.120 para las zonas de manglar.

3.7.4 Determinación del coeficiente de viscosidad del remolino

El coeficiente de viscosidad de remolino (E o K) es la parameterización del cambio en la turbulencia del flujo. Este coeficiente es empírico y el valor exacto para aguas poco profundas es desconocido. En estudios previos se otorgo un valor general para estos valores. Por ejemplo, Okubo (1971), obtuvo datos experimentales con trazadores marcados en la capa superior de la columna de agua en ambientes marinos, y presentó un diagrama de difusión en función de la escala de difusión, en donde la difusión se aproximó por

$$K = 5.16 \cdot 10^2 \ell^{1.15} \quad (3.1)$$

donde K es la difusión aparente (en Pa.s) y ℓ es la escala de difusión (en metros). Por consiguiente, asumiendo que la escala puede ser del orden de 10-100 metros, K estaría en el rango el rango $7 \cdot 10^3$ a 10^5 Pa.s. En otro estudio, Tee (1976) usó tres valores de E desde 10^3 a 10^5 Pa.s para el modelo hidrodinámico de "Minas Basin" en la cabeza de la Bahía de Fundy. Kowalik and Murty (1993) sugieren un valor medio a lo largo de la dirección horizontal, con un rango que va de 10^4 a 10^6 Pa.s. A su vez, el manual técnico del RMA2V sugiere $2.5 \cdot 10^3 < E < 10^4$ Pa.s para flujos mareales en estuarios tropicales. La prueba de arranque del modelo fue diseñada con un valor grande de viscosidad de remolino ($E = 5 \cdot 10^4$ Pa,s), y la distorsión de marea dentro de la Laguna resulto no ser realista, poniendo en evidencia la gran sensibilidad del modelo a este parámetro. En la primera aproximación *a priori* se uso un valor de remolino de $5.0 \cdot 10^3$ Pa.s para el coeficiente de viscosidad de remolino, asignándolo de manera uniforme en todo el sistema. Además, dada la irregularidad del sistema, no se tiene una dirección preferente en la dirección del flujo en un sistema de coordenadas cartesianas usado por el modelo, salvo en los ríos, y por lo tanto la viscosidad de remolino se consideró isotrópica.

3.8. Determinación del coeficiente de porosidad de manglar

Dada la complejidad del sistema lagunar de Laguna de Términos, el enfoque usado por la simulación de flujo sobre áreas intermareales fue el asignar valores de los parámetros de porosidades de manglar, de tal manera que todos los elementos se mantuvieran activos durante todo el ciclo de marea. Este enfoque excluye la desactivación reactivación de elementos durante la simulación, descartando la posibilidad de inestabilidades numéricas, y resultando en áreas constantemente activas, a pesar de que la elevación de la superficie libre del agua esté por debajo de la elevación del elemento de la malla. Dada la amplitud de la marea viva en Laguna de Términos ($\cong 0.6$ m) y la máxima elevación de la malla (1 m sobre el NMM), el valor del parámetro A_1 fue de 2.0 m. Considerando que (i) las zonas de manglar ocupan las regiones intermareales y altas, y (ii) que la mayor densidad de vegetación (bulbos y raíces de los manglares) sobresalen en promedio 50-100 cm sobre el nivel del terreno, el valor del parámetro A_2 se escogió de 1.0 m para dichas zonas. Los valores de dicho parámetro para las zonas de transición y para los cuerpos de agua fueron de 0.8 m y 0.5, respectivamente. Finalmente, el valor de A_3 se escogió de 0.01, lo que significa que, para un nodo dado de la malla, cuando la elevación de la superficie libre del agua es inferior a A_0 - A_2 , la capacidad de transportar agua por dicho nodo se reduce a 1% del valor correspondiente a cuando está totalmente sumergido. Este enfoque no afectó la veracidad del modelo, específicamente de la conservación de masa, dado que las velocidades y volúmenes del agua transportada por los elementos parcialmente sumergidos son despreciables.

3.8.1 Condiciones de frontera iniciales

Dos tipos de condición de frontera fueron aplicadas para el modelo: 1) condición de frontera abierta, aplicadas en las bocas oceánicas, donde se prescribió la serie de tiempo de la marea, y 2) condición de frontera de flujo paralelo (o cerrado) para los nodos que definen los límites de la malla de cómputo. La condición de frontera para los nodos en los bordes y límites de la malla de cálculo prescribe cero velocidades perpendiculares a la frontera y a una condición de deslizamiento ("slip condition") en la dirección paralela a la frontera.

La condición de frontera aplicada a los bordes abiertos de la malla consiste de los niveles de variación del agua y el correspondiente forzado de marea que conduce el flujo y reflujos de la Laguna. El forzado de marea aplicado para determinar el tiempo de estabilización correspondió a una marea monocromática (armónico simple) con período de S_2 , y amplitud correspondiente a la suma de las componentes diurnas principales en la zona ($K_1 + O_1 + P_1$), para poder comparar los resultados del modelo para ciclos consecutivos de marea. Para las simulaciones, se utilizaron mareas reales, vivas y muertas. Por otro lado, en las fronteras del modelo correspondientes a las secciones transversales de los ríos principales (Palizada, Chumpán, Candelaria y Mamantel), se prescribieron gastos de estiaje y avenidas. Además de las condiciones de frontera, tiene que asignarse un valor inicial a la variable dependiente en todos los nodos.

Dado que las condiciones iniciales en el sistema no están disponibles, el inicio de las simulaciones se realiza con asignaciones arbitrarias de a) un nivel artificialmente alto de la superficie libre del agua, uniforme en toda la malla, para garantizar que todos los elementos inician "mojados" y que los efectos combinados del esquema de porosidad de manglar no son importantes, y b) de cero velocidad en todo el sistema.

Con el fin de determinar el paso de tiempo para las simulaciones, no existe una respuesta única sobre que paso debe utilizarse en un esquema implícito como el de RMA-2V. Pasos de tiempo cortos suelen no ser prácticos en escenarios donde hay largos periodos de simulación, y pasos de tiempo demasiado largos pueden acarrear errores de redondeo y estabilización importantes. De acuerdo a Kowalik and Murty (1993), las soluciones implícitas permiten pasos de tiempo de 10 a 20 minutos mayores que las soluciones explícitas. En este estudio, y siguiendo las recomendaciones de (Salles 2000), los pasos de tiempo fueron escogidos de 30 minutos, tanto para las simulaciones con marea real, como para las simulaciones con marea monocromática.

3.9. Análisis preliminares

Debido a efectos transitorios, las soluciones del modelo no son lo suficientemente confiables durante un cierto número de pasos de tiempo que varía según la complejidad del sistema a modelar y de las condiciones iniciales arbitrariamente prescritas. Por lo tanto, el modelo debe correr lo suficiente para estabilizarse y para que la solución sea independiente de las condiciones iniciales, i.e., hasta que los efectos transitorios sean despreciables. El tiempo de estabilización se define como el tiempo requerido por el modelo para que la solución (velocidad y elevación de la superficie libre del agua) se repita entre dos ciclos de marea idénticos. La prueba de inicio del modelo para 12 nodos distribuidos durante todo el sistema fue formada usando un armónico simple (M_2) forzado durante 7 ciclos de marea.

Las diferencias entre velocidad y elevación de la superficie libre del agua entre dos ciclos consecutivos de marea se calculan simplemente con:

$$\varepsilon_n(t) = \left| \chi(t) - \chi(t - T_{S_2}) \right| \quad (3.2)$$

donde $\chi(t)$ es la velocidad o la elevación de la superficie libre del agua para un tiempo t , y T_{S_2} es el periodo de S_2 (24 h).

Las máximas diferencias en velocidades y superficie libre del agua entre $t = 96 \text{ h}$ y $t = 72 \text{ h}$ (finales del cuarto y tercer ciclos de marea) son $0.2 \text{ cm}\cdot\text{s}^{-1}$, y 0.3 cm . (en los canales de las lagunas asociadas), como se muestra en las **Figuras 3.6. y 3.7.**



Figura 3.6. Diferencia de velocidades entre los finales del tercer y cuarto ciclos de marea.

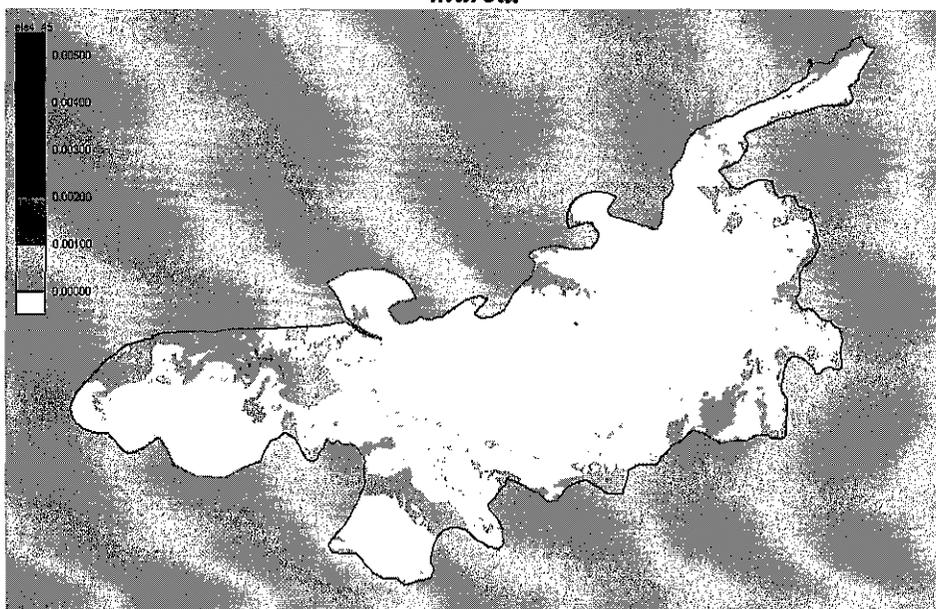


Figura 3.7. Diferencia en Superficie libre del agua entre los finales del tercer y cuarto ciclos de marea.

Dado lo anterior, se concluye que los resultados del modelo del tercer y cuarto ciclos de marea son similares, por lo que las simulaciones se hicieron con cuatro ciclos de marea.

3.9.1 Conservación de masa

Modelos numéricos y en particular modelos de elementos finitos semejantes al RMA-2, son susceptibles a tener problemas con la conservación de masa debido a las aproximaciones numéricas cuando se resuelven las ecuaciones de gobierno. Este problema puede ser significativo si la malla

de cálculo no es implementada correctamente (suavizado inadecuado de elementos definidos, pendientes bruscas en la batimetría). Por lo tanto previo a la calibración, el modelo fue corrido y las salidas revisadas para la conservación de masa, en orden para detectar problemas potenciales de pérdida o ganancia de masa.

La **Figura 3.88**. muestra la serie de tiempo de la suma de todos los gastos en las bocas. Se puede ver que el prisma de marea de reflujo (negativo) es mayor que el de flujo (positivo).

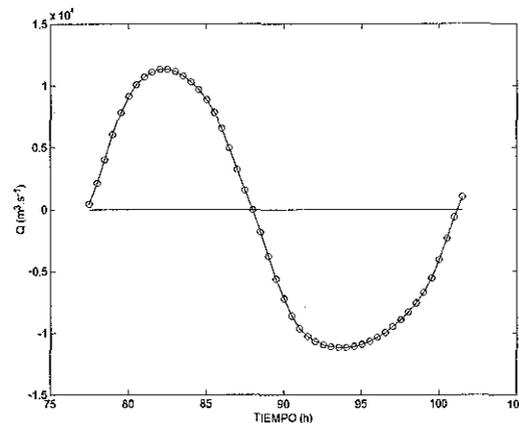


Figura 3.8. Gastos totales a través de las bocas oceánicas (marea monocromática).

Sin embargo, tomando en cuenta que los ríos, para esa simulación (i.e., estiaje) aportan un gasto total de $139 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$, la diferencia entre los prismas de marea de flujo y reflujo son despreciables, del orden de 3%. En otras palabras, la pérdida o ganancia de masa no es significativa, y los resultados del modelo son confiables para el análisis.

3.9.2 Calibración

En términos generales, la calibración del modelo es un proceso interactivo en el cual los datos de entrada del modelo (atributos físicos de la Laguna, coeficientes de fricción y de viscosidad de remolino), son refinados y ajustados para asegurar que el modelo pueda reproducir el campo de observación con un nivel aceptable de certidumbre. Los únicos datos confiables de velocidad a través de las bocas oceánicas y variación de la superficie libre del agua dentro de la laguna son los de (David y Kjerfve 1998). Sin embargo, de esos datos, los únicos que son continuos y realmente representativos de las condiciones reales en la laguna son los de variación de la superficie libre del agua en una estación intermedia entre las dos bocas oceánicas principales del sistema, dado que las mediciones de velocidad fueron únicamente en un punto de cada boca, con lo cual no se pueden hacer estimaciones de los gastos a través de las mismas. De acuerdo a los resultados del modelo (**Figura 3.9.**), en donde se simuló la hidrodinámica del sistema con una marea representativa (monocromática con período de 24 horas y una fase de dos horas entre las bocas de Puerto Real y Carmen), la fase existente entre la estación St. 12 y las bocas de Puerto Real y Carmen es de 6.5 horas y 4.5 horas, respectivamente, lo cual, considerando la cantidad de información de campo disponible para la calibración, está dentro del orden de magnitud reportado en la **Tabla 3-2**.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

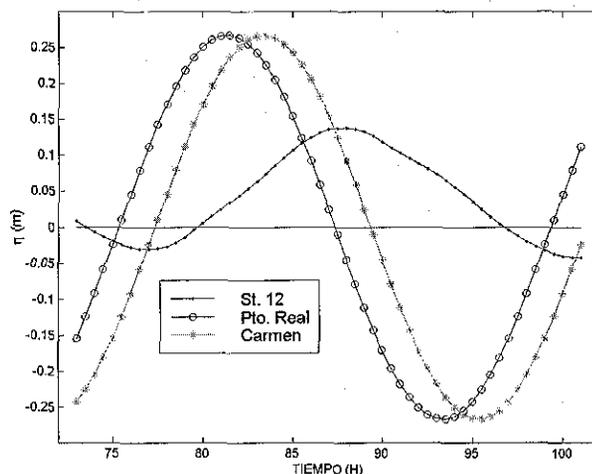


Figura 3.9. Variación de la superficie libre del agua en las dos bocas oceánicas principales y en la estación St. 12.

3.10. Escenarios Modelados

El modelo fue forzado con dos condiciones de frontera, estas son: gastos de ríos y mareas oceánicas.

3.10.1 Mareas

Con respecto a las mareas, se generó una serie de tiempo anual a partir de las componentes registradas en las tablas de predicción de mareas (Marina 2001) utilizando el Método del Almirantazgo Inglés. De todo el registro obtenido, fue seleccionado un período de marea muerta y uno de marea viva, para simular las condiciones extremas de marea astronómica. Dichos períodos tuvieron una duración de cuatro ciclos de marea, con la finalidad de permitir al modelo que elimine los efectos transitorios y para que el análisis de la cuarta marea tenga validez. Las series de tiempo de marea se muestran en la **Figura 3.10**.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

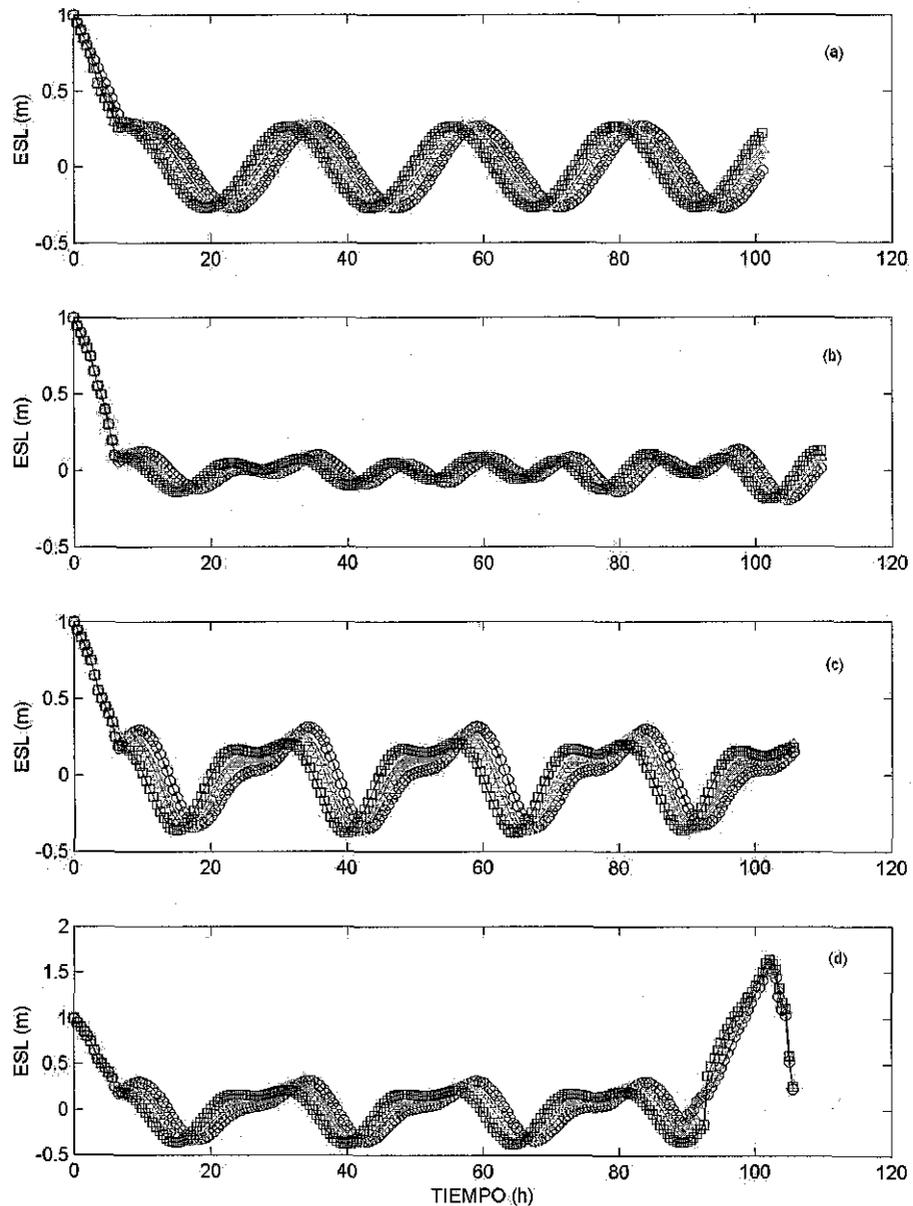


Figura 3.10. Mareas utilizadas. (a): marea monocromática para la corrida de calibración y conservación de masa; (b): marea muerta; (c): marea viva; (d): marea viva con sobrelevación por tormenta; círculos (Carmen), triángulos (Puerto Real), cuadros (Sabancuy).

Por otro lado, y dada la ubicación geográfica de Laguna de Términos, los fenómenos meteorológicos extraordinarios, como lo son tormentas de invierno y huracanes, se presentan con relativa frecuencia, en cuyo caso el viento es un factor importante que debe tomarse en cuenta ya que puede afectar el patrón de simulación. En ese sentido, se formó un escenario a con un forzado de marea de tormenta, que toma en consideración de forma indirecta la presencia de vientos extraordinarios, por medio de la sobrelevación del nivel de mar por marea de tormenta. Es importante destacar que se consideró un patrón de comportamiento de una tormenta *tipo*, con una sobrelevación máxima de 1.5 m, la cual se sobrepuso a una marea viva astronómica, para simular la respuesta hidrodinámica del sistema al paso de un huracán.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

3.10.2 Gastos de los ríos

Los gastos (m^3/s) utilizados son resumidos en la **Tabla 3.3**.

Tipo	Palizada	Chumpán	Candelaria / Mamantel
Avenidas	510	50	197
Estiaje	115	0.32	23

3.10.3 Descripción de los escenarios

En los cuatro escenarios se tomó en consideración la presencia de cuerpos que son de importancia para el funcionamiento del sistema, por ejemplo en todos los escenarios se cuenta con la presencia de las lagunas de Pom, Atasta, Muerta, los sistemas de canales principales que comunican a estos cuerpos de agua y el aporte de los ríos más importantes antes mencionados, incluyendo las configuraciones aproximadas de las lagunas ubicadas en los deltas de los ríos a su llegada a Laguna de Términos. Otra situación destacable de los escenarios es que no sólo se llega a la cota cero sobre el nivel medio del mar, sino que se llevó la malla de cálculo hasta la cota 1.0 m, esto con la finalidad de poder definir la extensión de las zonas de inundación.

Los cuatro escenarios seleccionados para las simulaciones finales se describen a continuación, así como sus ventajas y principal objetivo:

- El primer escenario (simulación 1) se compuso de una marea monocromática y gasto de estiaje. Los resultados arrojados por el modelo con dichas condiciones fueron utilizados, para determinar el tiempo de estabilización numérica del modelo, para la calibración, y para la verificación de conservación de masa. Por otro lado,
- El segundo escenario (simulación 2) se compone de cuatro ciclos de marea viva y gastos de estiaje en los ríos. Esta simulación tuvo como objetivo analizar la influencia de la marea con la menor influencia posible de gastos de los ríos. Es otras palabras, este escenario intenta simular situaciones que ocurren con cierta frecuencia en Laguna Términos, dado que la ocurrencia de mareas vivas es de dos cada mes y los gastos de los ríos son bajos buena parte del año, salvo en la época de lluvias (Marzo a Mayo).
- El tercer escenario (simulación 3) fue diseñado con la finalidad de observar la respuesta hidrodinámica del sistema a condiciones de marea con pequeña amplitud y gastos máximos de los ríos.
- En el cuarto escenario (simulación 4), se incorporó en las comunicaciones de la laguna con el mar el efecto de la presencia de un huracán cercano, a través de la prescripción de una sobrelevación por tormenta. Ya que no se cuenta con mediciones de elevación durante eventos extremos, los datos utilizados fueron fabricados sintéticamente, utilizando modelos de viento, presión y oleaje. Aunado a dicho evento extremo, se decidió incluir una marea viva sobrepuesta a la señal meteorológica, así como gastos máximos en los ríos. A pesar de que dicho escenario es el más desfavorable que se pueda presentar, su probabilidad de ocurrencia no es despreciable, dado que los huracanes están comúnmente asociados con fuertes precipitaciones, y por ende con avenidas de los ríos. Datos más precisos, recabados

**TESIS CON
FALLA DE ORIGEN**

en campo, serían de mucha utilidad para poder incluir fases que se puedan dar entre el paso del huracán y los picos de las avenidas.

3.11. RESULTADOS HIDRODINÁMICOS

Las simulaciones permitieron obtener datos de velocidades y niveles de la superficie libre del agua en todos los nodos de la malla. Antes que nada, y como primera observación, es que las curvas de gastos son casi idénticas a las curvas de velocidades. En efecto, es sabido que en un canal dado (sea este de una boca o de un río), tanto el gasto, como la velocidad y el área de la sección transversal, son funciones del tiempo y dependen de la variación temporal de la elevación de la superficie libre del agua o del gasto que se prescribe en la vecindad de dicho canal. Sin embargo, en el caso de las bocas oceánicas de Laguna de Términos, la amplitud de la marea es de tres a cuatro ordenes de magnitud inferior al radio hidráulico (área dividida por el perímetro mojado) de dichas bocas. Por lo tanto las fluctuaciones verticales de la marea no afectan significativamente el área y por lo tanto la relación entre gasto y velocidad es casi lineal. Así mismo, y dado que se prescribieron en cada simulación gastos constantes en los ríos durante todo el intervalo de modelación (i.e., el gasto no varía desde el principio hasta el fin de la simulación), las áreas de las secciones transversales de las desembocaduras de los ríos tampoco variaron significativamente.

3.11.1 Simulación 1: Marea monocromática y gastos mínimos (estiaje)

Los resultados de esta simulación muestran que el sistema distorsiona fuertemente la marea, al momento que esta entra y se propaga en la laguna. Dicha distorsión se da no sólo en la reducción de la amplitud de la marea, sino también en el retraso de la marea, i.e., en la generación de fases importantes. En efecto, cuando la marea se propaga desde aguas profundas en el mar hacia la costa, la composición espectral de la marea cambia en el sentido que la energía de las componentes marinas de la marea es transferida a armónicos de mayor frecuencia (DiLorenzo, 1988; van de Kreeke, 1988).

En el caso de Laguna de Términos, un factor que incrementa la complejidad de la distorsión de la marea es el aporte de agua a través de los ríos, el cual es "externo" al intercambio entre la laguna y el mar. En otras palabras, el volumen de agua introducido al sistema por los ríos, el cual se traduce en la formación de gradientes no linealmente distribuidos en el dominio del sistema, hace que la señal de la marea sea altamente compleja.

Otras conclusiones importantes son que:

- El prisma de marea de reflujo es 50% mayor que el de reflujo en Boca del Carmen ($3.130 \cdot 10^8 \text{ m}^3$ contra $2.121 \cdot 10^8 \text{ m}^3$). A primera vista, ese desequilibrio es en parte debido a la relativa proximidad del mayor río del sistema (Río Palizada), el cual, mismo en épocas de estiaje, conduce un gasto importante, y probablemente termina descargando al mar por la Boca del Carmen. Sin embargo, dicho gasto representa durante un ciclo de marea únicamente $0.094 \cdot 10^8 \text{ m}^3$, es decir menos del 10% de la diferencia entre los prismas de marea de flujo y reflujo de dicha boca. Por lo tanto, el 90% de dicha diferencia debe provenir de otras fuentes, como pueden ser los otros ríos y en particular la Boca de Puerto Real.



- Al analizar la curva de gastos para la Boca de Puerto Real, se puede ver que el fenómeno es inverso: es decir, entra más agua de la que sale.
- Por lo tanto, los resultados del modelo confirman las conclusiones presentadas en otros estudios, en el sentido que la Boca de Puerto Real es “importadora” de agua al sistema, en tanto que la boca de Carmen es más bien “exportadora”.
- Cabe señalar que la entrada neta de agua por Puerto Real, sumada al aporte de agua dulce de los ríos no explica en su totalidad la enorme diferencia que existe entre los volúmenes de flujo y reflujo en Carmen. Eso se debe a que, mismo después de cuatro ciclos de marea, las extensas zonas de manglar al sur y suroeste de la Boca del Carmen, las cuales tenían un nivel de agua de +1.0 m al inicio de la simulación, no han terminado de vaciarse. Lo anterior podría verse como un aliciente para que el intervalo de modelación fuera mucho mayor, pero de hecho demuestra que los tiempos de residencia en las zonas altas y remotas del suroeste del sistema son muy elevados, del orden de 10 ciclos de marea, i.e., 10 días.
- Un análisis más refinado sería necesario para estimar con mayor precisión el tiempo de residencia en las diferentes zonas de la Laguna. Sin embargo, dada la falta de datos hidrodinámicos para calibrar con precisión el modelo, dada la falta de una zonación a detalle de los diferentes ambientes vegetales de las zonas, y finalmente, dada la falta de una batimetría de alta resolución, sería una ilusión pretender estimar confiablemente y con precisión los tiempos de residencia.
- En cuanto a los gastos en las desembocaduras de los ríos, es de notarse que para el caso de Palizada el gasto cambia de sentido antes que el gasto a través de Boca del Carmen. En otras palabras, el volumen transportado por Palizada es suficientemente grande para contrarrestar en cierto momento el gradiente generado por la marea entrante. Dicho fenómeno no ocurre en los demás ríos, los cuales tiene un gasto mucho inferior. De hecho, el retraso de la marea es notorio en el caso de las bocas de Candelaria y Mamantel (y de Pargos), ya que mismo cuando la marea está por debajo de la cota 0.0 m y las bocas oceánicas están en una etapa avanzada del reflujo (e.g., en $t = 88$ h), el flujo en dichos ríos sigue siendo aguas arriba.
- En lo que respecta a las velocidades, es de notar que en las bocas y desembocaduras de los ríos (salvo en el Palizada), las velocidades son extremadamente bajas, del orden de $0.1 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ o menores. En efecto, con dichas velocidades material relativamente fino (limos y arenas finas) puede llegar a sedimentarse. Ese resultado es indicativo que la tasa de sedimentación en dichas zonas puede ser importante en época de estiaje, lo cual acarrea sin duda problemas diversos desde varios puntos de vista: morfológicos (el agua se ve impedida a salir y descargar libremente, elevando el nivel freático en zonas aledañas y tendiendo a inundar excesivamente zonas anteriormente menos húmedas), biológicos (la sedimentación provoca la muerte de los pastos marinos, alterando y hasta interrumpiendo el ciclo trófico, social (el acceso a las lagunas deltáicas de los ríos y al cauce mismo aguas arriba puede verse limitado).
- A pesar de que la señal hidrodinámica en las bocas oceánicas sigue un padrón diurno, en armonía con la marea externa, la señal en las desembocaduras de los ríos presenta invariablemente un componente semi-diurna, en particular las bocas más cercanas a la Boca del Carmen. Ese fenómeno no ha sido debidamente estudiado, pero puede deberse simplemente a que cuando el gasto entrante por Carmen alcanza cierto nivel, el flujo por los ríos se ve “frenado” y no consigue mantener un gasto aguas abajo tan elevado. Sin

embargo, ese fenómeno tiene sin duda una componente más compleja, ya que la respuesta de los ríos es casi instantánea, lo cual no es posible dada la distancia que tiene que recorrer el pico de marea desde la Boca del Carmen.

3.11.2 Simulación 2: Marea viva y gastos mínimos (estiaje)

En los resultados entre las condiciones de simulación 1 y simulación 2, no existe una diferencia significativa entre la hidrodinámica. De hecho ambas tienen gastos mínimos de los ríos, y la marea monocromática utilizada no difiere mucho (ni en amplitud ni en período) de la marea viva. Por lo tanto las observaciones son básicamente las mismas.

3.11.3 Simulación 3: Marea muerta y gastos máximos (avenidas)

La observación principal en esta simulación es que el aporte de los ríos, en particular Palizada y Candelaria, es tan alto que no se presentan gastos aguas arriba por la acción de la marea entrante.

Las velocidades en las desembocaduras no varían mucho, salvo en Boca de San Francisco y Boca Chica, donde el aumento de velocidad es apreciable. Por lo tanto, resulta que los gastos de avenidas en los ríos Chumpán, Candelaria y Mamantel no favorecen el aumento de transporte de sedimentos. *En otras palabras, no parecen existir escenarios favorables, por lo menos desde el punto de vista hidrodinámico para propiciar una adecuada remoción natural del sedimento que tiende a sedimentarse en dichas zonas.* Lo anterior se debe a que las lagunas deltáicas de esos ríos funcionan como frenos para el flujo. De hecho, al aumentar abruptamente la sección transversal del cauce y expandirse en dichas zonas anteriores a la Laguna de Términos, la velocidad del flujo disminuye, y parte del sedimento acarreado por los ríos encuentra las condiciones propicias para sedimentarse. Por otro lado, dada la magnitud del aporte de agua dulce en época de avenidas, el prisma de marea de reflujo es invariablemente mayor que el de flujo en las tres bocas oceánicas. En este caso, el comportamiento es favorable para la estabilidad morfológica general del sistema, ya que el material fino que entra a Laguna de Términos por los ríos puede ser expulsado hacia el mar fácilmente, como se muestra en la fotografía satelital de la *Figura 3.11.*, donde se aprecia la columna de material en suspensión siendo expulsado de la laguna hacia el mar por Boca del Carmen.

3.11.4 Simulación 4: Marea viva, gastos máximos (avenidas) y sobrelevación por tormenta.

Al igual que la simulación 3, no se presentan gastos aguas arriba por la acción de la marea entrante. Las velocidades en las desembocaduras presentan una variación importante. Por lo tanto, resulta que los gastos de avenidas en los ríos Chumpán, Candelaria y Mamantel, favorecen el aumento de transporte de sedimentos. Por otro lado, dada la magnitud del aporte de agua en esta simulación, el prisma de marea de reflujo es aún un poco mayor que el de flujo en las tres bocas oceánicas. Por lo tanto aún bajo condiciones de marea de tormenta, el comportamiento es favorable para la estabilidad morfológica general de sistema.



Figura 3.11. Vista satelital de Laguna de Términos.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

3.12. PROPAGACIÓN DE OLEAJE

En el caso de Laguna de Términos, que es un sistema lagunar costero en donde, dada su ubicación geográfica, se puede presentar oleaje con alturas considerables, es justificada la simulación de la propagación del oleaje, es decir la transformación desde aguas intermedias hasta la zona de interés. Por un lado el oleaje experimenta, al aproximarse a la costa, refracción y someramiento por interacción con el fondo, lo cual hace que su altura y longitud cambien. Dichos cambios son de gran importancia para tener los elementos necesarios para estimar la capacidad del transporte de sedimentos en las bocas. Por otro lado, existen corrientes inducidas por el oleaje, las cuales también pueden ser significativas y juegan un papel importante en el transporte de sedimentos y la evolución morfológica de las bocas.

3.12.1 Condiciones de frontera para la propagación del oleaje.

La propagación de oleaje tiene como fin, incorporar los efectos de las corrientes generadas por oleaje de 1m y 3 m de altura de ola respectivamente, tomando como punto de partida la frontera norte, siendo que las fronteras restantes son no reflejantes. Para el caso de laguna de Términos, en particular de la boca de Puerto Real, la cual no tienen una zona de bajos importante en su zona oceánica, esta propagación se lleva a cabo desde aguas profundas (aproximadamente desde la cota -15 m), hasta el interior de Laguna de Términos. La malla utilizada para la propagación de oleaje es rectangular con un total de 14,400 nodos, y un espaciamento $\Delta x = 452$ m y $\Delta y = 456$ m. El criterio utilizado para la selección de la resolución de la malla fue, por un lado, que el número de nodos en la sección mínima de las bocas fuera del orden de diez (equivalente a la resolución del modelo de corrientes RMA-2), y por otro lado la capacidad computacional disponible en lo referente al número total de nodos a modelar. La *Figura 3.12.* muestra el dominio de cálculo de la malla utilizada para la propagación del oleaje, con coordenadas arbitrarias. La rugosidad de fondo, expresada por el número de Chezy, c , es de 10

($m^{1/2} \cdot s^{-1}$), la viscosidad de remolino ("Eddy viscosity") ε , de 20 en ambas simulaciones el periodo utilizado es de 10 s, la duración de todos los escenarios es de 1000 s, con un $\Delta t = 5s$.

Una de las características importantes en las que difieren la boca del Carmen de la Boca de Puerto Real, es que en la Boca del Carmen se presenta en delta de reflujo, la cual no se presenta en la boca del Puerto Real.

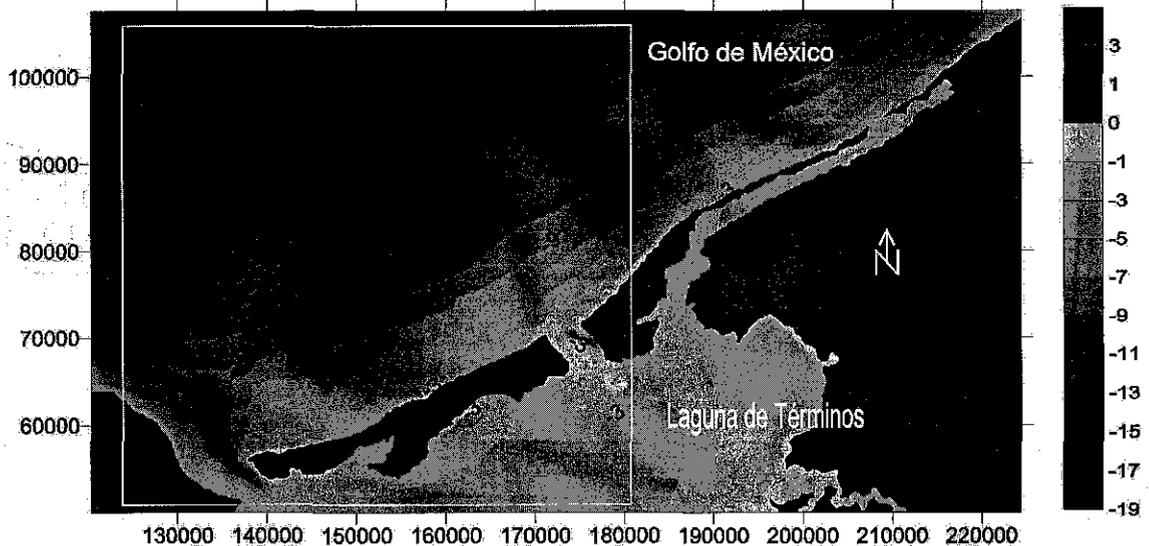


Figura 3.12. Dominio de cálculo para el modelo de propagación de oleaje.

3.13. Corrientes Generadas por Oleaje

El objetivo de esta sección es evaluar el efecto de las corrientes generadas por el oleaje, lo cual es necesario para cuantificar el efecto de las corrientes, tanto las inducidas por el oleaje como las inducidas por la marea, en el transporte de sedimentos a través de las bocas del Carmen y Puerto Real. Para llegar a dicho objetivo es necesario hacer la propagación de oleaje desde aguas profundas hasta el punto de interés que en este caso son las bocas antes citadas. A continuación se muestran los campos de corrientes generados por el oleaje, considerando 1 y 3 m de altura de ola. Para ello se dispuso de una malla general con coordenadas arbitrarias, la cual abarca las dos bocas de la Laguna de Términos (ver recuadro en *Figura 3.12.*), aunque para poder apreciar mejor los resultados obtenidos de la propagación, se hace un acercamiento en cada una de las bocas.

Los resultados que a continuación se presentan, muestran el comportamiento de las corrientes generadas por oleaje. Por un lado, la altura de ola disminuye por el efecto de someramiento y refracción. Por otro lado, el cambio de dirección por efecto de refracción y difracción se ve muy acentuado, sobre todo al propagarse el oleaje a través de las bocas. Cabe mencionar que en las *Figuras 3.13. a 3.18.*, no se representan las corrientes generadas por la marea y aportes de ríos y cuerpos de agua adyacentes. Sin embargo, en el punto 3.11

de este trabajo se hace la superposición de efectos para llevar a cabo la evaluación del transporte de sedimentos de fondo y en suspensión.

La propagación del oleaje consiste en evaluar la transformación que sufre el mismo, en lo que se refiere a dirección, periodo y altura de ola, desde aguas intermedias hasta las zonas someras de interés, es decir las bocas oceánicas. Por otro lado, el modelo cuantifica las corrientes que generan este oleaje propagado. Dicho proceso de propagación se realizó para cada uno de los escenarios modelados. A pesar de que se consideraron en los escenarios únicamente dos alturas de ola, una dirección y un periodo, estos son representativos y se formularon considerando reportes de trabajos anteriores y en general datos oceanográficos correspondientes a la zona del Golfo de México. Sin embargo, es recomendable que con datos de campo, se comprueben y calibren nuevamente los modelos con los cuales se llevo a cabo la propagación de oleaje, lo cual no se tomó en cuenta en este trabajo por no contar con dichas mediciones.

En las *Figuras 3.13. y 3.16.* se puede apreciar el patrón de las corrientes para 1 y 3 m de altura de ola, respectivamente, correspondiente a las bocas del Carmen y Puerto Real. La propagación se hizo desde la frontera norte de la malla de cálculo de la *Figura 3.12.* con el oleaje propagándose en la dirección Norte-Sur. Sin embargo, para poder apreciar con mayor detalle el orden de magnitud y dirección de las corrientes que se presentan en las bocas se hace un acercamiento en las *Figuras 3.14., 3.15., 3.17. y 3.18.*

En la *Figura 3.13.* se puede ver como cambian de manera significativa, tanto la dirección como la intensidad de las corrientes generadas por el oleaje, particularmente al aproximarse a la costa. En el caso de las bocas, existe una fuerte afectación a lo largo de la sección mínima, pues en esta zona se acentúan los efectos de fricción de fondo, refracción y difracción, dada la geometría de las bocas (entrada y salida). Una de las principales diferencias que existe entre los vectores de corriente de oleaje de la Boca del Carme y los de Puerto Real (*Figura 3.13.*), son el orden de magnitud y dirección de propagación. En esta figura es claro como los vectores en Puerto Real son de mayor intensidad y con una propagación menos ordenada, comparado a lo que se presenta en Carmen. Lo anterior influye de alguna manera el patrón de circulación cercano a las secciones mínimas de ambas bocas, lo cual a su vez debe considerarse en la interpretación de los resultados de transporte de sedimentos. Otro de los aspectos importantes a resaltar en esta figura es la fuerte disipación de la energía del oleaje al entrar a la laguna, lo que se traduce en una zona de calma abrigada en la sección lagunar de las bocas y en la laguna misma.

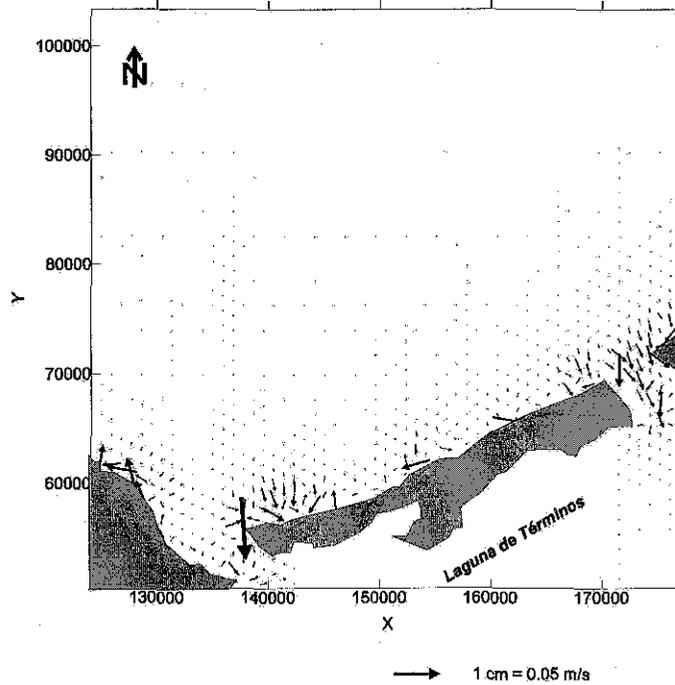


Figura 3.13. Corrientes generadas por oleaje $H=1$, m en ambas bocas.

En la **Figura 3.14.**, se presenta un acercamiento de los resultados de la modelación, y por razones de claridad sólo se indican los vectores correspondientes a una fracción de los nodos de la malla. Se puede apreciar que la magnitud de las corrientes inducidas por el oleaje es significativamente menor en sección mínima de la boca, comparada con la que se presenta próxima a la costa.

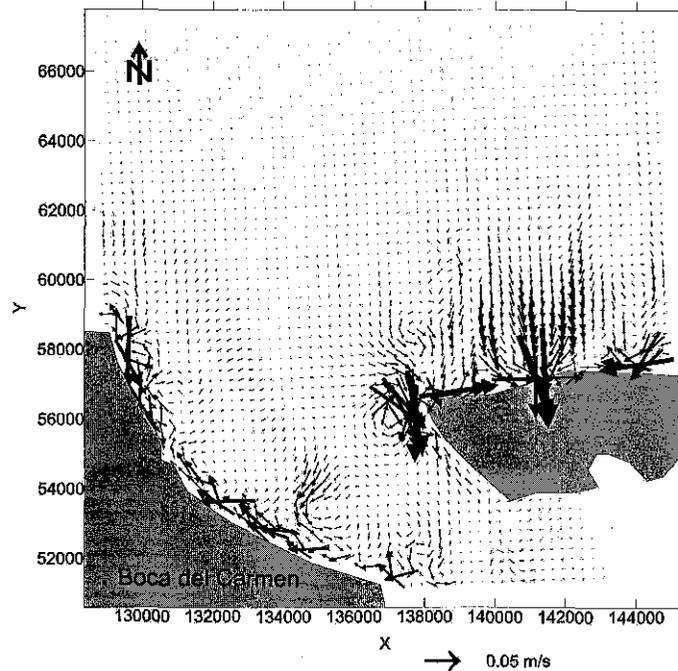


Figura 3.14. Corrientes generadas por oleaje $H=1$, m en Boca del Carmen.

Otro de los elementos destacables es la aparente contracorriente que se genera en la zona Oeste de la boca, la cual no se puede corroborar, pues se carecen de mediciones de campo que contradigan o ratifiquen este comportamiento. Sin embargo, es probable que dicha corriente pueda ocurrir debido a la pronunciada refracción que sufre el oleaje en esa zona de la boca, aunado a la contracción de la sección transversal. Otro aspecto que puede afectar, es la resolución de la malla, la cual fue seleccionada considerando la dimensión del área de estudio y la factibilidad en términos de capacidad computacional, y la subsiguiente simplificación en la descripción del contorno de la boca. En efecto, puede ocurrir que los efectos de difracción y refracción no hayan sido modelados con la resolución espacial necesaria.

La misma aproximación se hizo para la Boca de Puerto Real, como se puede observar en la *Figura 3.15*. En dicha figura se aprecia un patrón de corrientes con mayor intensidad que en la Boca del Carmen, es decir que la disipación es menor. También se observa la existencia de una zona, al Sureste de la boca, en la cual el oleaje se difracta y la energía se disipa rápidamente por someramiento y refracción, debido a la zona de bajos que se encuentra en la entrada del estero de Sabancuy (ver *Figura 3.23*).

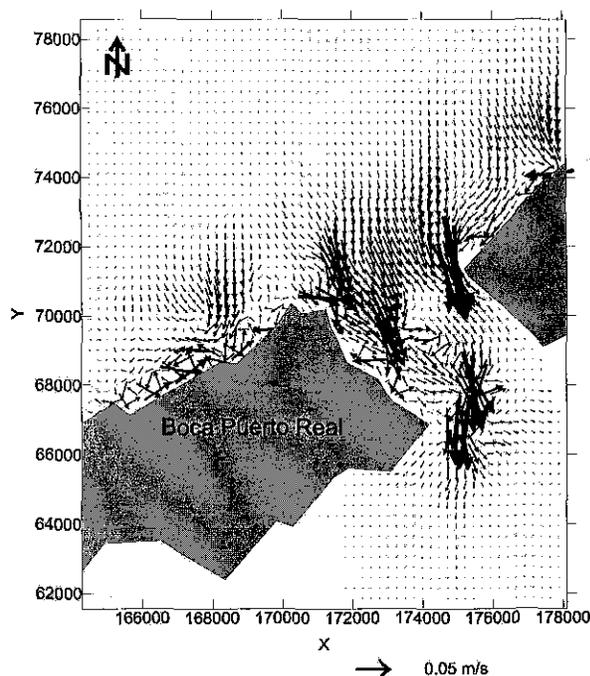


Figura 3.15. Corrientes generadas por oleaje $H=1$, m en Boca Puerto Real.

Las *Figuras 3.16. a 3.18*. muestran a su vez las corrientes generadas por oleaje con altura de 3 m, lo cual corresponde a la condición más desfavorable. La zona de generación del oleaje sigue siendo la parte superior de la malla, con el oleaje propagándose inicialmente en la dirección Norte-Sur. Se puede observar, como era de esperarse, que las corrientes son en este caso significativamente mayores que para el oleaje de 1 m de altura, y que nuevamente las corrientes inducidas por el oleaje son mayores en Puerto Real que en Carmen, salvo en el margen occidental de Carmen, donde las corrientes son altas. En efecto, a pesar de que la línea de rompiente del oleaje para tres metros de altura de ola se presenta más lejos de las bocas que para el oleaje de un metro, la disipación de energía en este caso no resulta suficientemente intensa como para que las corrientes generadas por el oleaje de tres metros sean menores que las generadas por el oleaje de un metro.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

En lo que se refiere al transporte de sedimentos, se puede ver que la concentración de energía del oleaje, sobre todo en la zona Noreste de ambas bocas, se traduce en corrientes importantes que pueden llegar a incrementar el transporte de sedimentos desde zonas alejadas de la costa hasta las bocas, lo cual es independiente del transporte litoral paralelo a la costa. Asimismo, y dada la orientación general de la costa en esa región del Golfo de México, los resultados sugieren de manera cualitativa que el patrón de corrientes presente induciría que la zona Oeste de las bocas se erosionara y que en la zona Este se depositara sedimento, lo cual puede traducirse en una migración de las Bocas de Este a Oeste. Lo anterior se ha evidenciado en cierta medida en ambas bocas:

- Por un lado, la Boca del Carmen sufre un proceso de erosión en su margen occidental (Península de Atasta) y un importante proceso de acreción en la zona Norte de su margen oriental (Playa Norte de Ciudad del Carmen), aparentemente producto de la incesante erosión que existe en las playas de la Isla del Carmen.
- Por otro lado, la boca de Puerto también sufre de un proceso similar, solo que este caso el depósito de sedimento sucede en la región interior sureste, es decir al sur de la península de Sabancuy, a través de la formación de bajos, algunos de los cuales ya se encuentran parcialmente vegetados.

Sin embargo, un análisis más exhaustivo sobre la erosión y acreción de los márgenes de las bocas, es decir sobre la migración de las bocas, requiere tanto de un estudio histórico de la evolución de las bocas, como de levantamientos topo-batimétricos de detalle y de modelaciones numéricas incorporando un mayor número de direcciones y alturas de oleaje, lo cual sale del alcance de este trabajo.

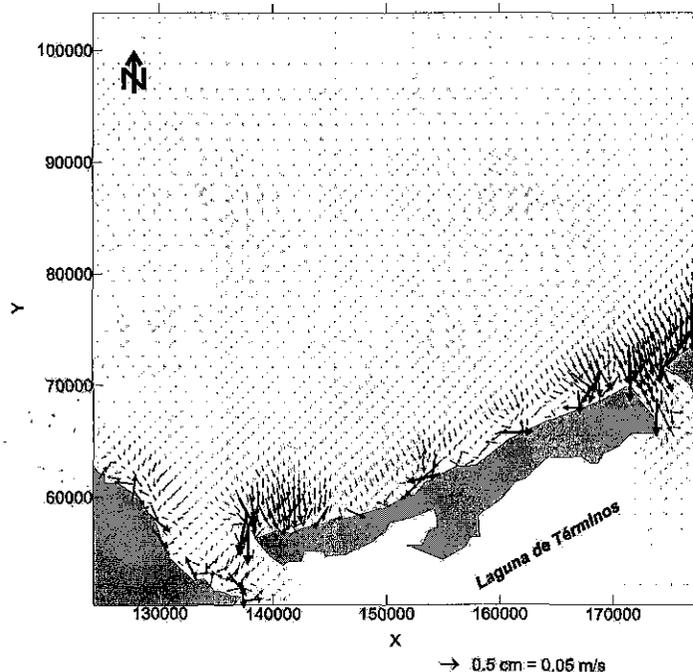


Figura 3.16. Corrientes generadas por oleaje $H=3$ m, en ambas bocas.

Cabe señalar que el flujo saliente observado en el margen occidental de la Boca del Carmen para el oleaje de 1 m no se presenta en el caso de oleaje de tres metros (ver *Figuras 3.14. y 3.17.*). En efecto, una de las principales diferencias al aumentar la altura de ola a tres metros en la zona de propagación es la desaparición de la aparente contracorriente que se presentaba en la margen Oeste

de dicha boca. Sin embargo, con ambas alturas de ola existe una zona de vórtices en la zona central de la boca, lo cual muestra la complejidad de las corrientes generadas por el oleaje y resalta la importancia de considerarlas e incluirlas en el análisis de la hidrodinámica y transporte de sedimentos en las bocas donde el oleaje no es despreciable. De hecho, un estudio cuantitativo requeriría la incorporación de oleaje espectral, tanto en dirección como en período y altura.

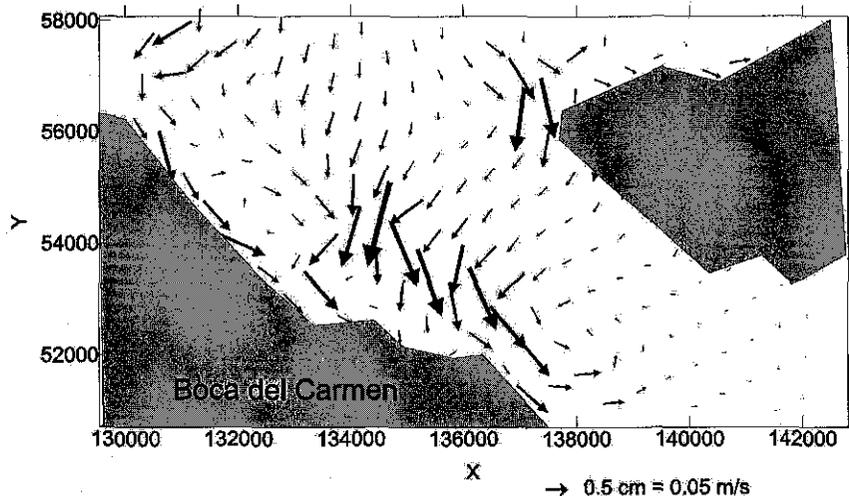


Figura 3.17. Corrientes generadas por oleaje $H=3m$, boca del Carmen.

Caso similar de vórtices se presenta en la Boca de Puerto Real, como se puede apreciar en *Figura 3.18*. Además, como en el caso de un metro de ola, vuelve presentarse un gran disipación de energía de oleaje en la entrada del estero de Sabancuy (zona sureste de la boca), impidiendo que el efecto de las corrientes de oleaje sean apreciables al interior de la Laguna de Términos, lo cual hace que el sedimento que entra a través de dicha boca se deposite en su sección lagunar, formando los bajos mencionados anteriormente.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

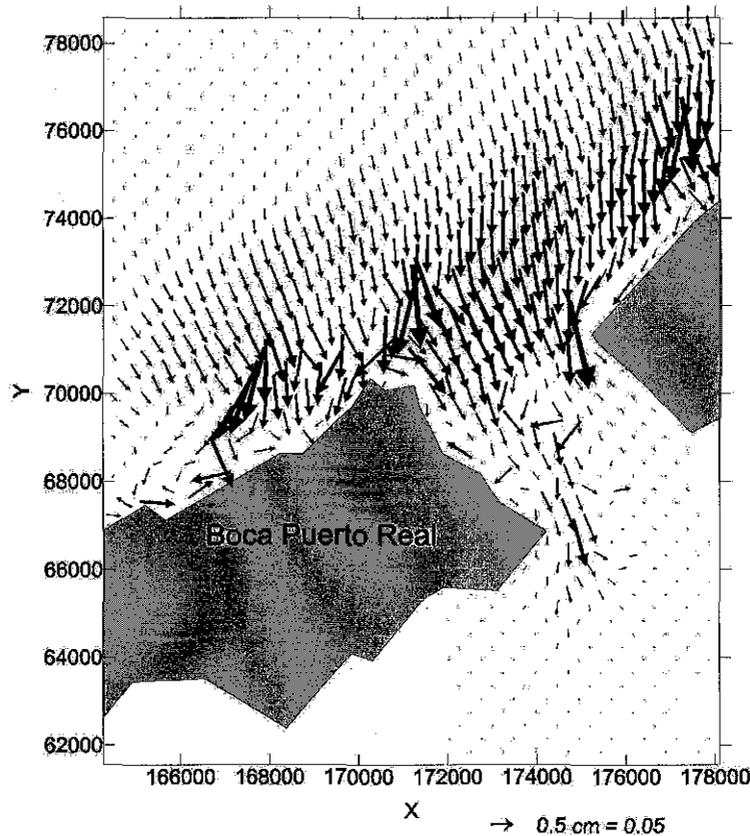


Figura 3.18. Corrientes generadas por oleaje $H=3\text{m}$, boca Puerto Real.

3.10.3 Resultados de la propagación del oleaje

A continuación, en las **Figuras 3.19. y 3.20.**, se muestra la distribución espacial de la altura de ola en todo el dominio de cálculo para 1 y 3 m de altura de ola inicial, respectivamente. Los resultados muestran que el oleaje de 3 m es disipado desde el principio de la propagación, en tanto que el oleaje de 1 m llega en ciertas zonas cercanas a la costa, en particular cerca de la Boca del Carmen, sin perder su altura apreciablemente, lo cual se debe en gran medida a la orientación de la costa y de las líneas batimétricas (ver **Figura 3.12.**), que hacen que el oleaje propagado encuentre zonas someras antes enfrente de la Boca de Puerto Real que de la Boca del Carmen. Es importante destacar que, si bien al interior de la Laguna de Términos el oleaje es despreciable, no se puede decir lo mismo en ambas bocas. Para el caso de la Boca del Carmen, se puede apreciar como la altura de ola es de más de 0.5 m cuando la altura de ola inicial es de 1 m, y entre 1 y 2 m cuando la altura de ola inicial es de 3 m, lo cual muestra que el oleaje puede llegar a ser significativo en dicha boca. Para el caso de la Boca de Puerto Real, la altura de ola disminuye en un mayor grado, con lo cual no se llegan a presentar alturas de olas mayores a 1 m. Sin embargo, es interesante observar que, como se vio en las **Figuras 3.13. a 3.18.**, en la Boca de Puerto Real se presentan las mayores corrientes generadas por oleaje, cercanas a los $0.3\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$, lo cual indica que la disipación de la energía del oleaje se traduce en parte por una transferencia de la energía de la velocidad orbital de la onda a la energía de las corrientes inducidas por el oleaje.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

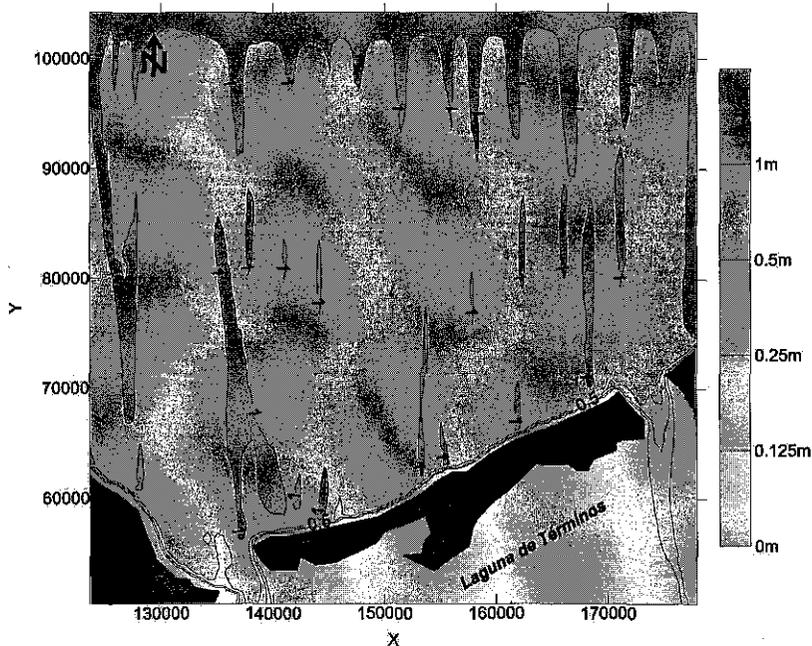


Figura 3.19. Muestra las alturas de ola a lo largo de todo el dominio de estudio con un altura de ola inicial de $H=1$ m.

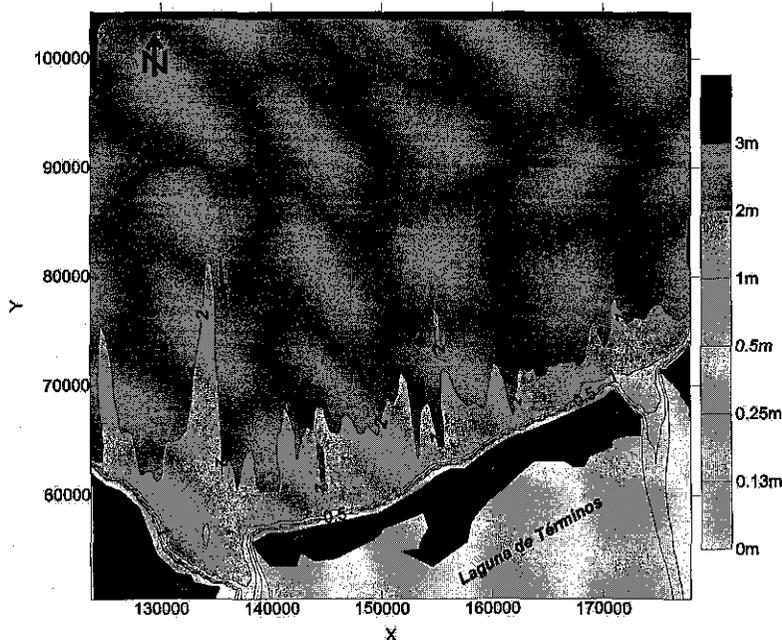


Figura 3.20. alturas de ola a lo largo de todo el dominio de estudio con $H=3$ m.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

Otro de los parámetros importantes obtenidos en la propagación del oleaje, es la dirección del frente de ola, la cual se muestra en las *Figuras 3.21.* y *3.22.* para 1 y 3 m de altura de ola, respectivamente, en todo el dominio de cálculo. Por claridad, sólo se muestran los resultados en algunos nodos. El oleaje no se disipa tanto en la Boca del Carmen como en la Boca de Puerto Real, y dada la dirección del oleaje incidente y la configuración de los márgenes de la Boca del Carmen, el oleaje no llega a penetrar dicha boca de una manera directa, como es el caso en la boca de puerto real. Dicho comportamiento no se presentaría de la misma forma en el caso de oleaje propagando desde aguas profundas con otra dirección.

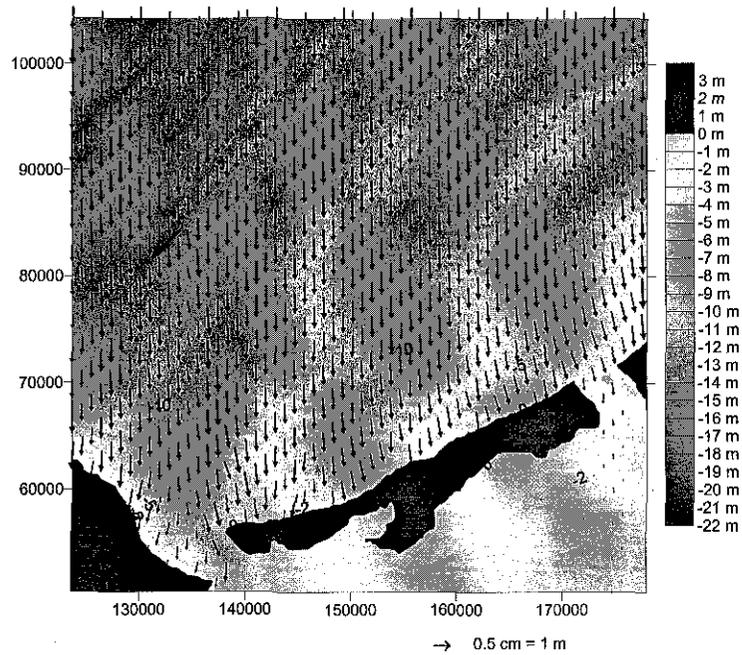


Figura 3.21. Muestra la magnitud y dirección del oleaje en todo el dominio de estudio para una altura de ola inicial $H=1$ m. sobrepuesto a la batimetría utilizada

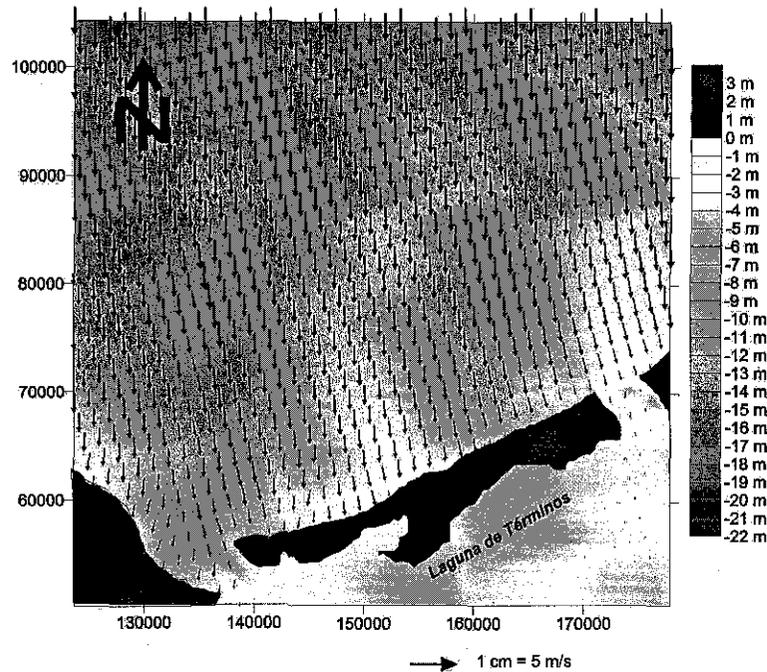


Figura 3.22. Muestra la magnitud y dirección del oleaje en todo el dominio de estudio para una altura de ola inicial $H=3$ m.

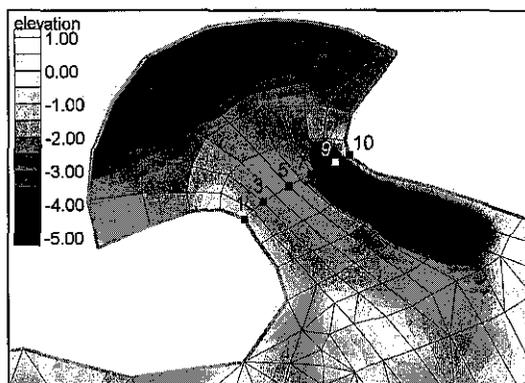
El ángulo formado por el frente de oleaje y las corrientes generadas por el oleaje son parámetros necesarios en la estimación del transporte de sedimento en fondo y en suspensión a través de las bocas.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

3.14. Transporte de sedimentos

Antes que nada es importante señalar que el modelo de transporte de sedimentos que se presenta en esta sección depende directamente de las características (1) hidrodinámicas (oleaje y corrientes), y (2) del sedimento (tamaño y densidad del grano). Dado que tanto las condiciones simplificadas de oleaje, así como las características del sedimento, fueron en parte escogidas arbitrariamente, dicho modelo no pretende arrojar resultados que puedan servir para analizar cuantitativamente la evolución morfológica del sitio de estudio. Por otro lado, se escogió la Boca de Puerto Real como el escenario más interesante para realizar dichas modelaciones, dado que las corrientes generadas por el oleaje son las mayores.

Para poder evaluar el transporte de sedimentos a través de la Boca del Puerto Real, fue necesario establecer puntos de control, como se muestra en la *Figura 3.23.*, en los cuales se obtuvieron, a partir de los modelos de corriente (RMA2) y propagación de oleaje (COPLA), los datos de velocidad y dirección de las corrientes generadas por la marea y el oleaje a lo largo de los cuatro ciclos de marea, así como la velocidad orbital del oleaje presente en dichos puntos.



TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

Figura 3.23. Puntos de control para el cálculo de transporte de sedimentos

Por otro lado, para llevar a cabo el cálculo del transporte de sedimentos fue necesario hacer las siguientes hipótesis:

- En todos los casos estudiados, las corrientes (dirección y magnitud) generadas por oleaje se consideran constantes,
- El cálculo del transporte de sedimentos se realiza únicamente con la componente perpendicular a la sección mínima transversal, con lo cual sólo se cuantifica el sedimento que pasa por dicha sección,
- No se consideran cambios en el fondo marino. Esto es válido dadas las dimensiones de la boca y la escala de tiempo utilizada (del orden de ciclos de marea), por lo cual los cambios morfológicos en el periodo de tiempo considerado pueden considerarse despreciables, y sin influencia en la hidrodinámica.

3.14.1 Transporte de sedimentos en fondo y suspensión

En el cálculo del transporte de sedimentos en el fondo originado por el oleaje, se lleva a cabo conforme a lo visto en la sección 2.4.9 de esta tesis. Los datos de partida utilizados son:

Diámetro del sedimento, $D_{50} = 0.0002 \text{ m}$

Densidad del sedimento, $\rho = 2650 \text{ kg/m}^3$

Ángulo de incidencia (aguas profundas): Es el obtenido por la propagación de oleaje desde aguas profundas hasta la sección de estudio, **Figuras 3.21. y 3.22.**

Pendiente media de la playa, $\beta = 0.003$, obtenido a partir de los datos batimétricos.

Periodo representativo del oleaje, $T = 8 \text{ s}$, correspondiente al utilizado en el modelo de propagación del oleaje.

Densidad del agua de mar, $\rho_w = 1025 \text{ kg/m}^3$

Aceleración de la gravedad, $g = 9.8 \text{ m/s}^2$

Altura de ola en aguas profundas: 1 y 3 m

Velocidad de la corriente. Es obtenida en dos partes: la primera son las corrientes generadas por el oleaje como se muestra en las **Figuras 3.13. a la 3.18.**, para 1 y 3 m, la segunda parte son las corrientes generadas por marea y aportes de cuerpos de aguas adyacentes, ambas corrientes superpuestas en los puntos de control de la sección transversal de la boca.

Elevación de referencia z_r : se calcula en función del diámetro del sedimento.

Ángulo entre oleaje y corriente ϕ_{cw} = Se obtiene entre la dirección del frente de oleaje y las corrientes generadas por oleaje, para uno y tres metros de altura de ola.

Constante de von Karman, $k = 0.4$

Ángulo de fricción del sedimento en movimiento, $\phi_m = 30^\circ$

Viscosidad cinemática $\nu = 1 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$

El transporte de sedimentos en suspensión se llevó a cabo conforme a lo visto en la sección 2.4 con los datos iniciales antes mencionados.

Con el fin de evaluar la importancia de movimiento de sedimentos ocasionado por el oleaje se tomaron en consideración escenarios que pudieran resaltar dicha importancia. Por un lado se consideraron condiciones de corrientes generadas por marea viva únicamente. Enseguida, se superpuso a dicha marea viva una marea de tormenta de 1 m, tratando de emular lo que pasaría con el paso de un huracán. Finalmente, se realizaron simulaciones con los mismos escenarios, pero considerando oleaje de 1 y 3 m. Para todos los escenarios se consideraron gastos máximos de los ríos. Los escenarios son los de la **Tabla 3.3.**

Clave	Descripción
1	Marea de tormenta, con una altura de ola de 1 m.
2	Marea de tormenta con altura de ola de 3 m.
3	Marea de tormenta sin oleaje.
4	Marea viva con altura de ola de 1 m.
5	Marea viva con altura de ola de 3 m.
6	Marea viva, sin oleaje.

Tabla 3.4 Descripción de escenarios modelados en el transporte de sedimentos total.

Las mareas utilizadas como condiciones de frontera para el modelo hidrodinámico se presentan en las **Figuras 3.24. y 3.25.**

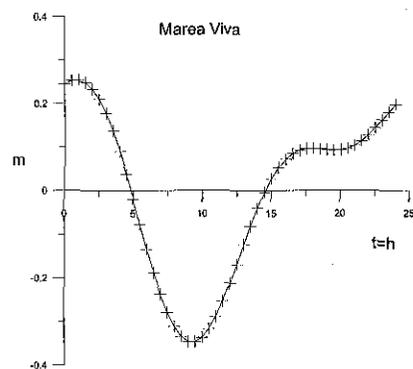


Figura 3.24. Marea viva empleada.

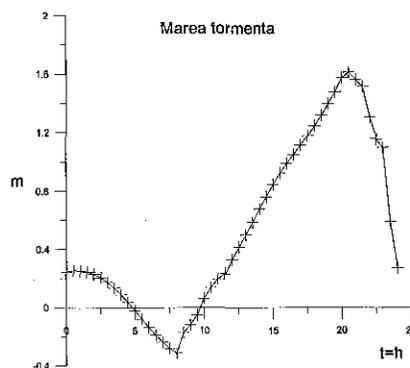


Figura 3.25. Marea viva empleada.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

Los resultados de las simulaciones correspondientes a los escenarios de la **Tabla 3.3** se presentan en el siguiente inciso y las siguientes gráficas, las cuales muestran el gasto del sedimento (en unidades de cm^3/s de material) a través de la sección transversal de la Boca del Puerto Real, sumando el transporte de fondo y suspensión. Valores negativos corresponden a transporte de sedimentos hacia

adentro de la laguna, y positivos hacia fuera. Cabe señalar que en este análisis se consideró únicamente la componente del transporte perpendicular a las .

3.14.2 Resultados del transporte de sedimentos

Uno de los principales objetivos de este trabajo es tratar de evaluar el transporte de sedimentos neto a través de las bocas, ya que por medio de esta información se establecen indicadores con los cuales es posible evaluar procesos como la ubicación de las zonas de erosión y depósito de sedimentos, así como las tendencias de "importación" o "exportación" de sedimento en la laguna. Dado que una boca importadora de sedimento (hacia la laguna) está generalmente asociada con un estado de poca estabilidad a largo plazo, los procesos antes mencionados pueden llevar a entender mejor la estabilidad y persistencia de las bocas, así como la estabilidad general del sistema. A continuación se muestran los resultados del gasto total de sedimentos a lo largo de 24 horas de simulación para cada uno de los casos descritos en la *Tabla 3.4*.

Comparando las gráficas de transporte con o sin oleaje, se puede evidenciar la importancia del oleaje en dicho proceso de transporte. Además es posible identificar los periodos en los cuales la Boca de Puerto Real está importando o exportando sedimento, por lo que posible determinar que la tendencia general de la boca es, por un lado, de importar intensamente sedimentos durante el paso de eventos meteorológicos extremos (marea de tormenta y oleaje intenso), y por otro lado de exportar moderadamente sedimentos durante condiciones hidrodinámicas normales (marea viva y oleaje moderado o inexistente). Con las observaciones anteriores es posible explicar, por un lado, la existencia de los bajos en la parte oriental de la sección lagunar de la boca, los cuales aparentemente se han venido formando y desarrollando a lo largo del tiempo en forma discreta durante los eventos de fuerte importación de sedimentos. Por otro lado, los resultados del transporte en condiciones normales sugieren que la boca tiene la capacidad de exportar hacia el mar los importantes flujos de sedimento fino provenientes de los ríos. Otro de los aspectos importantes es que durante los eventos climáticos extraordinarios, como son las tormentas tropicales o huracanes, tanto el aporte de los ríos, como la sobrelevación por marea de tormenta y el correspondiente incremento en la altura de ola y las corrientes de marea, generan los cambios morfológicos de mayor importancia, pues la magnitud de las corrientes, sumada a la presencia de oleaje, mueve una mayor cantidad de sedimentos.

En la *Figura 3.26.*, referente al Caso 001, en el cual se analiza el transporte de sedimentos con marea de tormenta y una altura de ola de un metro, una de las primeras observaciones es que la tendencia del gasto de sedimentos es en un principio (0-12 h) de exportar sedimentos, dado que en buena parte de ese periodo la marea está bajando (ver *Figura 3.26.*) es interesante observar que, a pesar de que el efecto de la tormenta en el nivel de superficie libre empieza en $t = 6h$ (ver *Figura 3.26.*), el transporte de sedimentos hacia la laguna solo comienza en $t \cong 12 h$, lo cual muestra la grande inercia que tiene el sistema de Laguna de Términos para responder a cambios en el nivel del mar. Enseguida, conforme el nivel del mar aumenta por el efecto de la sobrelevación por tormenta, el sedimento empieza a entrar entra por la Boca de Puerto Real, y alcanza valores importantes.

Marea de tormenta con altura de ola de 1m

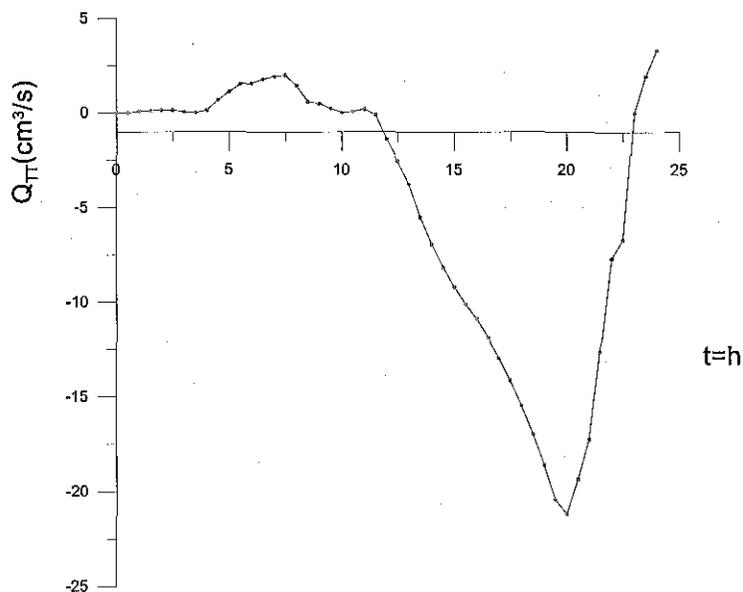


Figura 3.26. Caso 001, marea de tormenta con $H=1$ m

En la *Figura 3.27.*, correspondiente al Caso 002 (marea de tormenta y oleaje de 3 m), se puede observar una tendencia muy similar a la que se presenta para oleaje de 1 m, salvo que en este caso el transporte es más intenso. Una comparación de detalle se hace más adelante.

Marea de tormenta con altura de ola de 3m

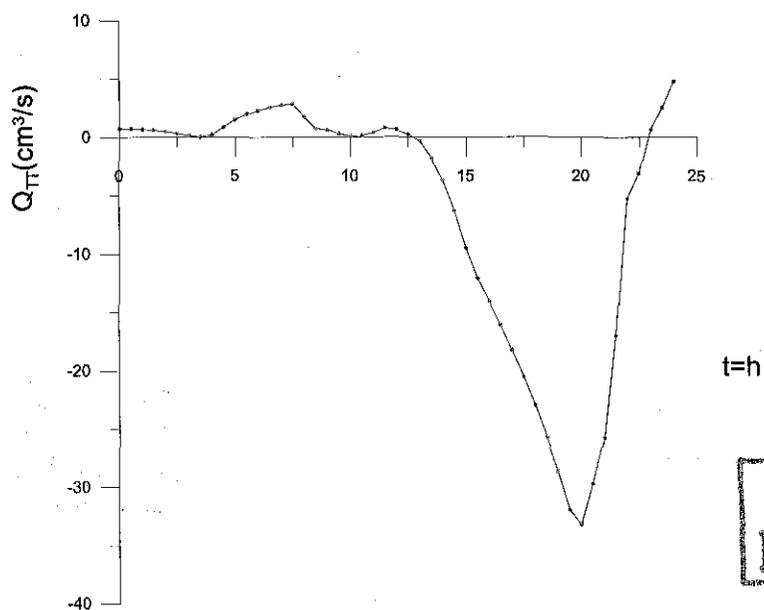


Figura 3.27. Caso 002 marea de tormenta con oleaje de 3m

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

ESTA TESIS NO SALE
DE LA BIBLIOTECA

En la *Figura 3.28.*, correspondiente a marea de tormenta sin oleaje, se observa una tendencia a exportar sedimentos antes de que actúe la sobrelevación por tormenta, seguida de un transporte de sedimentos hacia adentro de la laguna cuando la marea de tormenta se hace presente. Es interesante notar la magnitud del transporte el cual es de dos a tres órdenes de magnitud inferior al transporte en presencia de oleaje. Lo anterior es debido a que la corriente sin oleaje no es capaz de levantar el sedimento del fondo por si sola. En efecto, el oleaje juega un papel muy importante en el transporte de sedimentos en la costa, al levantar el sedimento del fondo por su movimiento oscilatorio, y hacerlo disponible para que la corriente lo transporte.

Marea de tormenta sin oleaje

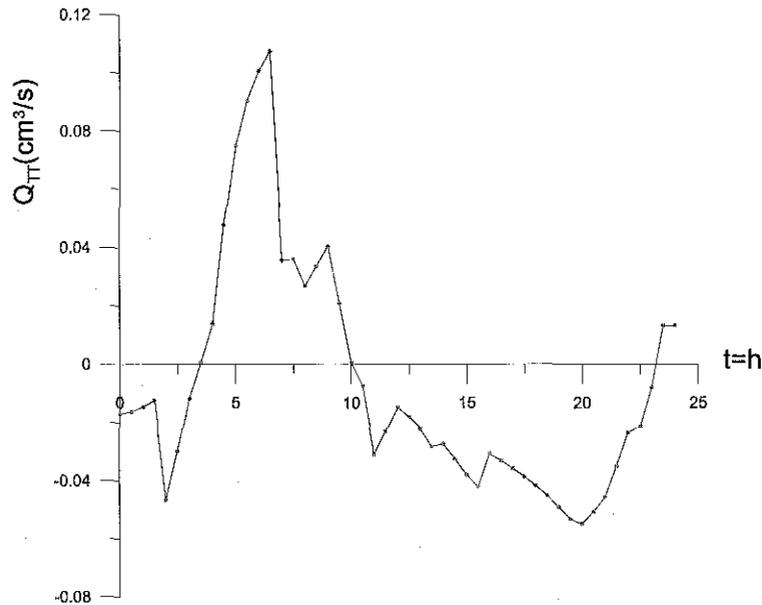


Figura 3.28. Caso 003 marea de tormenta sin oleaje

Para el Caso 004 (*Figura 3.29*, oleaje de 1 m), los resultados muestran que el transporte de sedimentos es hacia fuera de la laguna, a pesar de que oleaje tiene una dirección de propagación hacia dentro de la laguna. Lo anterior muestra que las corrientes generadas por la marea, las cuales son predominantemente de refluo dado que el nivel del mar está bajando (ver *Figura 3.24.*), son las que determinan el sentido del transporte sedimentos, y que, una vez más, el oleaje, con su movimiento oscilatorio, finge simplemente como un agente perturbador del sedimento.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

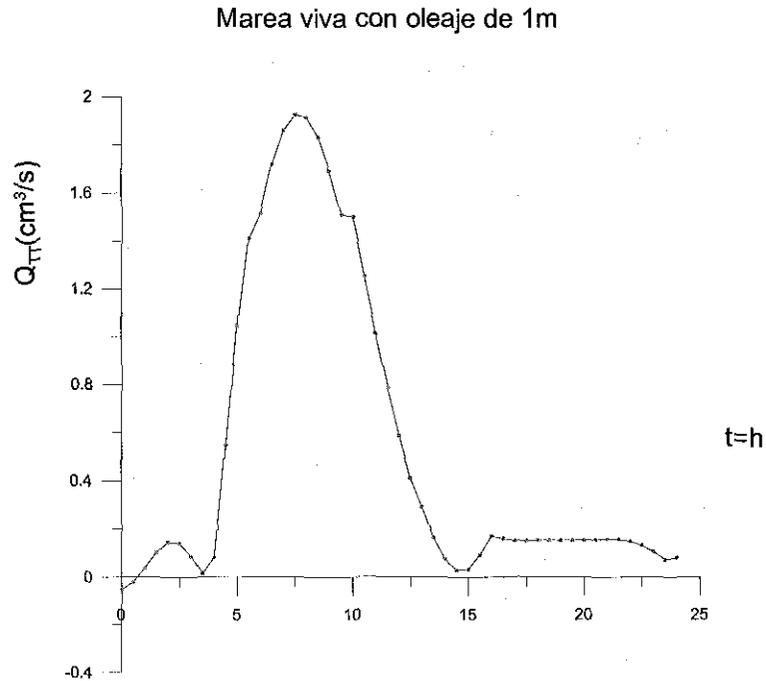
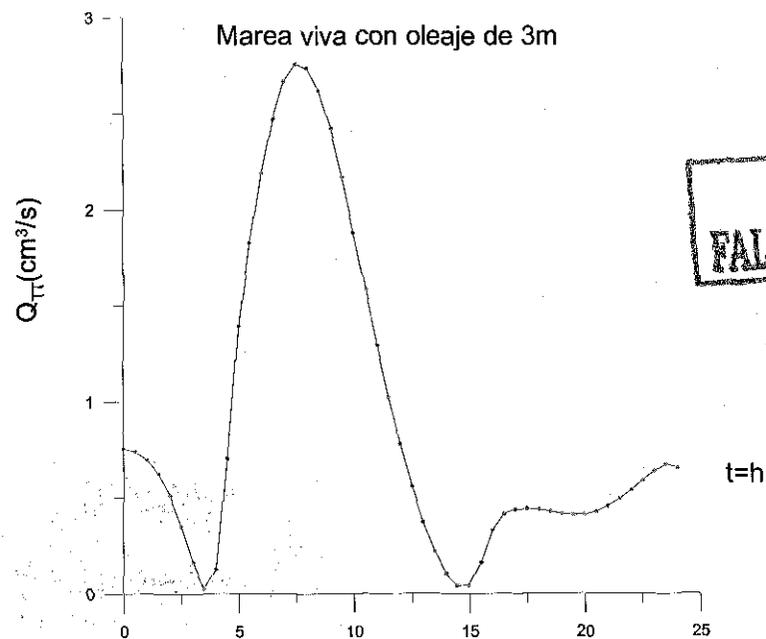


Figura 3.29. Caso 004 marea viva con oleaje de 1m

En la **Figura 3.30.** (oleaje de 3 m) se observa un comportamiento similar al caso con oleaje de 1 m, salvo que ahora la magnitud del transporte es ligeramente mayor.



TESIS CON
 FALLA DE ORIGEN

Figura 3.30. Caso 005 marea viva con oleaje de 3 m

En el Caso 006 (**Figura 3.31.**, marea viva sin oleaje) se ve un ciclo de importación y exportación de sedimentos, el cual en valor absoluto es 10 veces menor que el transporte en presencia de oleaje. Al hacer el balance final, resulta en una importación neta de sedimentos, dada la marea viva utilizada.

Es importante señalar que resulta difícil hacer balances de transporte neto de sedimentos al utilizar mareas reales, ya que estas últimas no son simétricas con respecto al nivel medio del mar. En efecto, al calcular el transporte neto causado por corrientes generadas por mareas reales, no se puede saber si el resultado que se obtiene, sea este de importación o expulsión neta de sedimentos, se debe a la hidrodinámica particular de la boca analizada o a la asimetría del período de marea analizado. Para poder realizar un análisis del transporte neto (o residual) a través de una boca, sería necesario utilizar una marea monocromática.

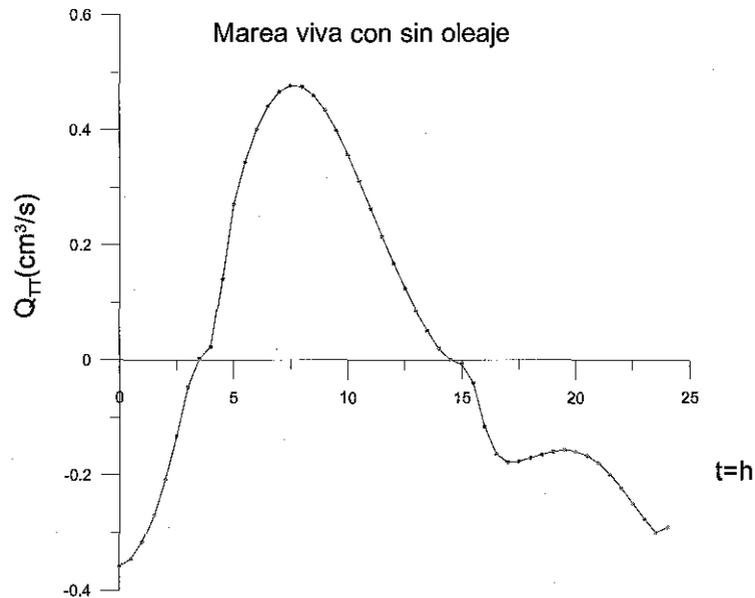


Figura 3.31. Caso 006 marea viva sin oleaje

Con el objeto de poder entender mejor los efectos de las diferentes carreras de marea y altura de ola, a continuación se presenta un análisis comparativo de los resultados, resaltando los efectos de marea viva y de tormenta, así como el tipo de oleaje considerado, de los casos antes presentados por separado.

Las Figuras 3.32. y 3.33. muestran como, para un mismo oleaje de 1 y 3 m, respectivamente, el transporte de sedimentos es distinto entre los casos con marea viva y marea de tormenta. Al comparar los efectos de la marea viva contra los efectos de la marea de tormenta, se puede ver que al presentarse la sobrelevación por marea de tormenta, el transporte hacia el interior de la laguna se vuelve muy intenso, lo cual no sucede con la marea viva, a pesar de contar con el efecto del oleaje propagándose al interior de la laguna.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

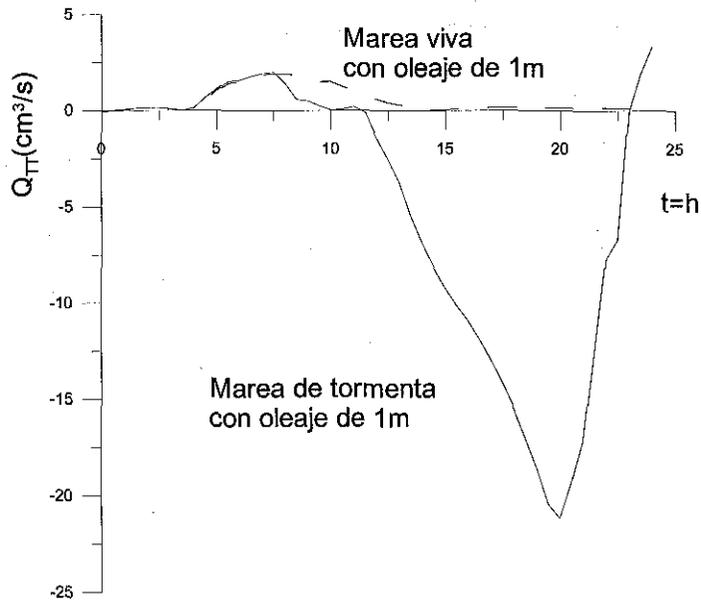


Figura 3.32. Marea de tormenta con oleaje de 1 m vs. Marea viva con oleaje de 1 m

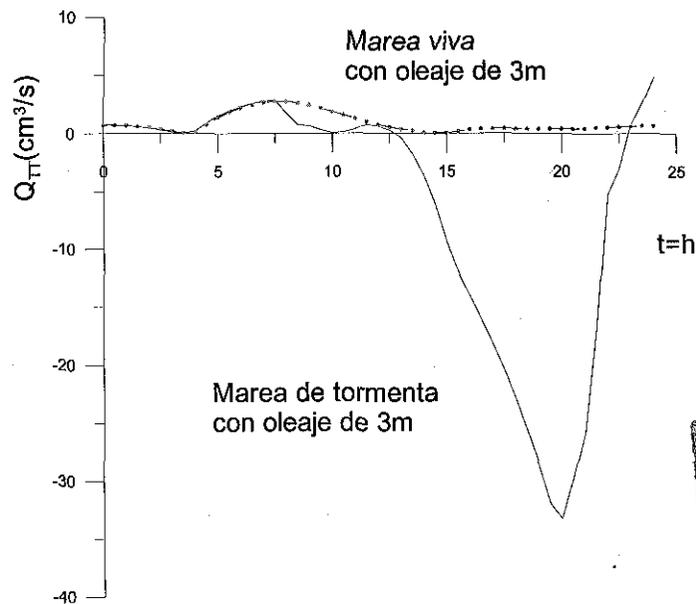


Figura 3.33. Marea de tormenta con oleaje de 3 m vs. Marea viva con oleaje de 3 m

Para el comparativo entre la marea de tormenta y la marea viva, ambas sin oleaje (*Figura 3.34.*), es notable como la marea viva tiene mayor capacidad de transporte de sedimentos, lo cual no es intuitivamente obvio. Sin embargo, este comportamiento reafirma el hecho de que, dada la magnitud del sistema de Laguna de Términos, su inercia es muy alta o, equivalentemente, su velocidad de respuesta muy baja. En otras palabras, el sistema responde de manera más ordenada y predecible a cambios suaves del nivel del mar, por ejemplo la marea viva, que en el caso de

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

cambios abruptos como los considerados con la sobrelevación por marea de tormenta. En efecto, con la sobrelevación de marea de tormenta, el nivel del mar se incrementa rápidamente, pero el flujo a través de la boca no puede responder tan rápido, por lo que se presentan aparentemente corrientes desordenadas (vórtices, corrientes de flujo y contrareflujo), con lo cual el transporte promediado en la sección transversal resulta ser menor, e igualmente desordenado, como se aprecia en la *Figura 3.34*.

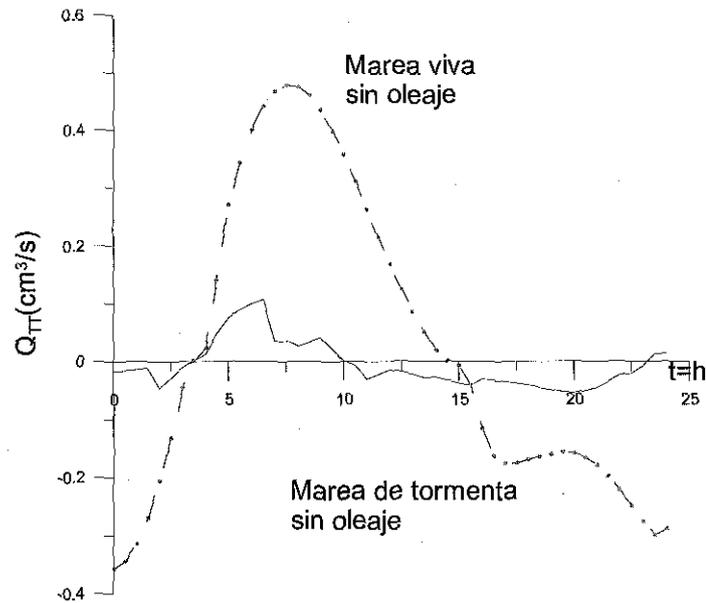


Figura 3.34. Marea de tormenta sin oleaje vs. Marea viva sin oleaje

En las siguientes figuras (3.35 y 3.36) se presentan los resultados con marea de tormenta y con los tres tipos de oleaje considerados. En estos casos se puede ver el gran efecto que tiene el oleaje en el transporte de sedimentos, ya que el transporte con oleaje es de dos a tres órdenes de magnitud mayores que el transporte únicamente con la corriente de marea. Por lo tanto, podemos afirmar que corrientes de marea intensas sin oleaje transportan menos sedimento que corrientes de marea moderadas con oleaje. Lo anterior conduce a insistir en que el oleaje, en caso de presentarse, tiene efectos muy importantes en la morfología de las bocas en lagunas costeras.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

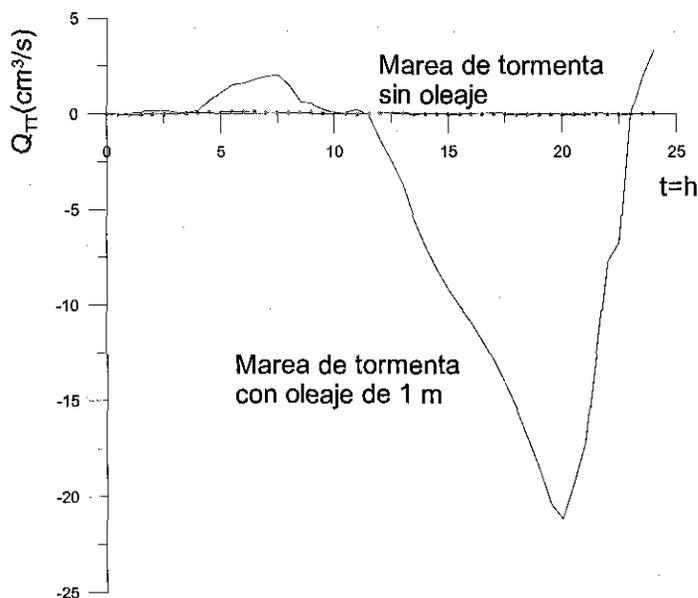


Figura 3.35. Marea de tormenta con oleaje de 1 m vs. Marea de tormenta sin oleaje

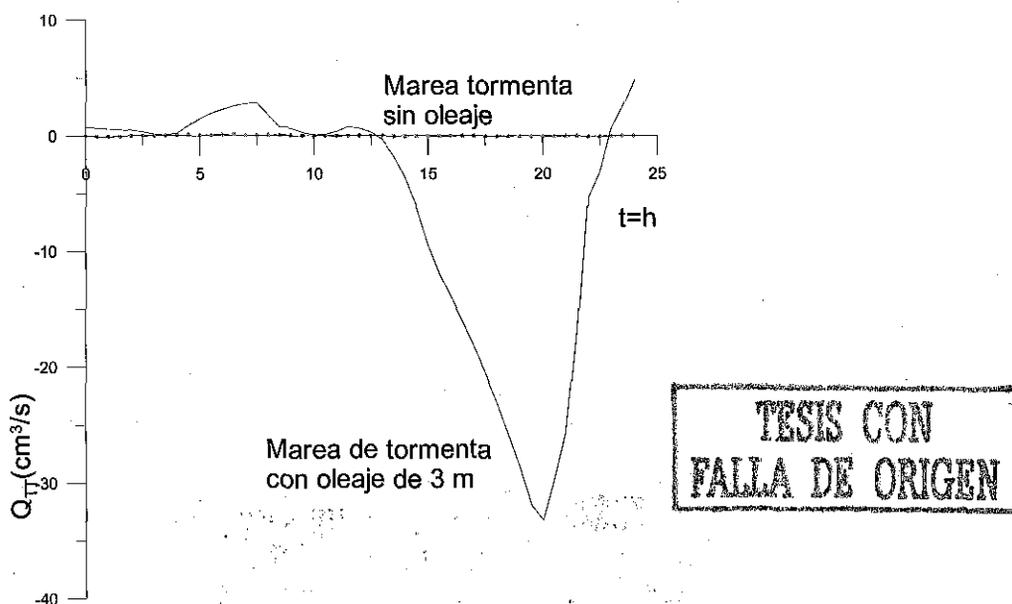


Figura 3.36. Marea de tormenta con oleaje de 3 m vs. Marea tormenta sin oleaje

En la *Figura 3.36*, se presentan los resultados del transporte de sedimentos causado por la marea de tormenta con oleaje de 1 m contra la misma marea y un oleaje de 3 m. Si bien el comportamiento espacial y temporal del gasto se comporta similarmente, es interesante notar que el oleaje de 3 m hace que el transporte de sedimentos hacia dentro de laguna presente un retraso de más de una hora, con relación al caso con oleaje de 1 m. En efecto, el transporte de sedimentos hacia dentro empieza en $t = 12$ h para el oleaje de 1 m, y en $t = 13.5$ h para el oleaje de 3 m. Sugerimos en este análisis que la razón de ese comportamiento es que, dado que el oleaje de 3 m levanta más sedimento del fondo que el de 1 m, las corrientes de refluo que se presentan antes de la sobrelevación por

tormenta tienen más sedimento disponible para transportar y por ende retrasan la entrada de sedimento a la laguna.

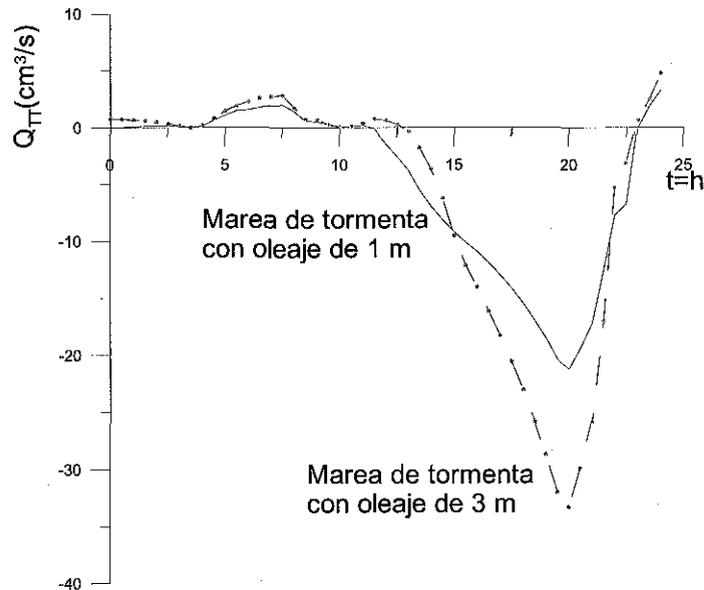


Figura 3.37. Marea de tormenta con oleaje de 1 m vs. Marea viva con oleaje de 3 m

En la **Figura 3.37**, que presenta los resultados con la marea viva con oleaje de 1 m y la misma marea con oleaje de 3 m, se nota que el transporte es hacia fuera de la laguna. Lo anterior se debe a que, como se mencionó anteriormente, las corrientes de marea dominan sobre las corrientes generadas por el oleaje, y que en gran medida solo pone el sedimento a disposición de la corriente. Por otro lado, a pesar de que el oleaje de 3 m es mucho mayor que el de 1 m, se puede ver que el transporte de sedimentos no es mucho más intenso, lo cual indica que la agitación de sedimento en el fondo por el oleaje no aumenta significativamente al aumentar la altura de ola. Esto a su vez sugiere que el oleaje propagado desde aguas intermedias a aguas someras se ve transformado de manera significativa, por lo que al llegar a las zonas cercanas a la playa, el incremento de las corrientes generadas por oleaje y sus efectos se ven amortiguados por disipación y refracción, y que esa pérdida de energía es más intensa cuanto mayor sea la altura de la ola propagada.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

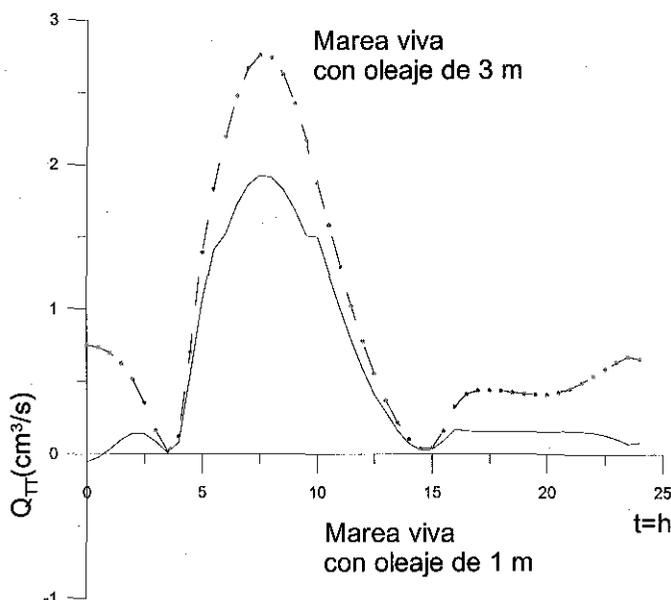


Figura 3.38. Marea viva con oleaje de 1 m vs. Marea viva con oleaje de 3 m

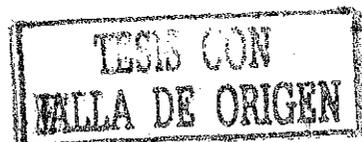
Además de lo anterior, debe considerarse en la medida de lo posible conseguir datos de campo con un mayor grado de certidumbre y con la cantidad suficiente, que nos lleve a la verificación y validación de nuestros resultados, pues es la mejor forma de poder caracterizar un problema en el cual interfieren tantas variables y de diferentes tipo, ya que dependiendo del caso, el oleaje puede despreciarse, o puede ser necesario incorporarlo, como es el caso de la Boca del Puerto Real. En efecto, el no considerar el oleaje en la Boca de Puerto Real afectaría sin duda la calidad de nuestros cálculos llevándonos a sobreestimar o subestimar el transporte neto.

Finalmente, haciendo referencia a la circulación general del sistema, es importante recordar el patrón de corrientes por oleajes que se obtuvo en la Boca del Carmen con alturas de ola de un metro (*Figura 3.14*), el cual presenta contracorrientes, mientras que la Boca de Puerto Real presenta corrientes mayores a las de la Boca del Carmen hacia el interior de la Laguna de Términos. Lo anterior, aunado a los resultados hidrodinámicos, los cuales muestran que las corrientes de flujo (hacia el interior de la laguna) por la Boca de Puerto Real son mayores que las de reflujos, en tanto que las corrientes de reflujos a través de la Boca del Carmen son mayores que las de flujo, refuerza el hecho que la Boca de Puerto Real es importadora de sedimentos, y la Boca del Carmen exportadora.

3.15. Conclusiones

Para cada uno de los modelos se establecieron los dominios de cálculo, condiciones de frontera y valor o rango de valores de los parámetros más importantes, del modelo hidrodinámico, de propagación de oleaje y transporte de sedimentos.

Se reunió y discretizó la información necesaria para poder realizar las modelaciones, por lo cual fue necesario calibrar y validar los modelos, con datos de trabajos anteriores, o en su defecto con valores típicos de las condiciones presentes.



Tomando en cuenta diversos factores, como son las condiciones típicas y extraordinarias, necesarias en cada uno de los modelos, se generaron los diferentes escenarios representativos o de interés necesarios para llegar a los objetivos planteados.

Con la información generada por los modelos hidrodinámico y de oleaje-corriente, se procesaron y seleccionaron los datos necesarios para implementar el modelo de transporte de sedimentos.

Los datos procesados, del transporte total de sedimentos en fondo y suspensión, proporcionaron datos necesarios para evidenciar la diferencia entre transporte de sedimentos con y sin oleaje, sobre todo en el caso de sobrelevación por marea de tormenta.

Los resultados sugieren que el sistema de Laguna de Términos, dadas sus dimensiones y la magnitud de sus prismas de marea, presenta una gran inercia para responder a cambios en el nivel del mar.

Es interesante notar que la magnitud del transporte sin oleaje es de dos a tres órdenes de magnitud inferior al transporte en presencia de oleaje. Por lo tanto, podemos afirmar que corrientes de marea intensas sin oleaje transportan menos sedimento que corrientes de marea moderadas con oleaje. Lo anterior conduce a insistir en que el oleaje, en caso de presentarse, tiene efectos muy importantes en la morfología de las bocas en lagunas costeras.

**CONCLUSIONES
Y FUTURAS LÍNEAS
DE TRABAJO**

4. Conclusiones

Las conclusiones más relevantes a las que se llegó al realizar este trabajo, son las siguientes:

Se conformó una malla de cálculo capaz de describir de forma adecuada las principales características de la Laguna de Términos, lagunas satelitales y cuerpos de aguas adyacentes, así como los ríos y esteros más importantes que influyen en la hidrodinámica de todo el cuerpo de agua.

Los modelos hidrodinámicos, propagación de oleaje y transporte de sedimentos, fueron calibrados y validados adecuadamente, con lo que se elimina en la medida de lo posible, los errores numéricos propios de este tipo de modelos.

Los escenarios simulados, son representativos de las condiciones que se presentan en la Laguna de Términos, aún en las condiciones extremas como lo es cuando se presentan avenidas en los ríos, oleaje ciclónico y sobre elevación por marea de tormenta.

Los datos (velocidad y elevación de superficie libre), resultados de las simulaciones hidrodinámicas sin considerar la interacción oleaje-corriente, entran en el rango de aceptación, al compararlos con mediciones de superficie libre, por lo cual es posible utilizarlos como información en otros estudios, como puede ser transporte de sedimentos a través de las Bocas del Carmen y Puerto Real, eutrofización en la laguna, cálculo de tiempos de residencia, calidad del agua, solo por mencionar algunos.

Todos los escenarios modelados, aportan datos importantes del comportamiento hidrodinámico de la laguna en general, ya que a través de ellos es posible evaluar de manera cuantitativa el efecto de las corrientes generadas por la marea y aporte de ríos, así como el resultado de las interacciones de ambas corrientes.

La influencia de los cuerpos de agua adyacentes como son las lagunas: Colorada, Pom, Atasta, Río Muerto, Palancares, El Viento, Carlos, Las Palmas, del Corte, Puerto Rico, Los Loros, de Piedra y Palizada Vieja, forman parte importante del comportamiento hidrodinámico de la Laguna de Términos.

Si bien únicamente se consideró una sola dirección y periodo del oleaje, es aceptable la propagación de oleaje realizada, pues la magnitud de las corrientes, dirección y altura de ola se consideran válidas, confiando en las bondades del modelo, ya que es un modelo que ha comprobado su validación con datos de laboratorio y campo.

Se comparó el transporte por fondo y suspensión con y sin efectos del oleaje, con lo cual se aprecia una marcada diferencia, en el transporte de sedimentos espacial y temporalmente, con lo cual se concluye que en casos donde las lagunas costeras tienen una importante interacción del oleaje sobre las bocas, se debe tomar en cuenta el efecto del oleaje (corrientes), a pesar del esfuerzo adicional que implica incluir este parámetro.

El papel del oleaje puede ser importante, en particular en bocas con dominancia al flujo y con oleaje considerable, ya que este levanta el sedimento y lo hace disponible para ser transportado por las corrientes.

El oleaje levanta el sedimento de una manera oscilatoria, por lo que provee de material a la corriente, y esta es la que efectivamente lo transporta. Sin oleaje, le cuesta mucho más a la corriente mover el sedimento, como queda en evidencia en la *Figura 3.27* de este trabajo.

El gradiente en la capa límite generada por las olas es mucho mayor al gradiente generado por la corriente, por lo tanto la capacidad del oleaje de iniciar movimiento es mucho mayor que la de la corriente hidrodinámica lo que puede verse al comparar la *Figura 3.28* de este trabajo.

A pesar de considerar las condiciones de propagación constantes a lo largo del tiempo, estas dan una clara idea de cómo las corrientes con las que finalmente se evalúa el gasto total de sedimentos, aumentan su capacidad de transporte, como resultado del efecto de las corrientes por oleaje.

4.1. *Futuras líneas de trabajo*

Mejorar los parámetros y calibraciones de los datos presentes en este trabajo por medio de las mediciones, producto de las campañas de campo en las cuales se obtendrán datos tan importantes como son:

- Altura, periodo y dirección del oleaje
- Dirección e intensidad de viento
- Dirección e intensidad de las corrientes en diferentes cuerpos de agua de la Laguna de Términos
- Registros de marea en diferentes cuerpos de agua de la Laguna de Términos
- Muestras en diferentes puntos de la granulometría del fondo en puntos de interés
- Secciones playeras a lo largo de las Bocas y zonas adyacentes
- gradiente de velocidad y la magnitud del esfuerzo cortante cerca del fondo
- el esfuerzo turbulento de Reynolds
- el flujo de sedimentación

Incorporar al modelo de transporte de sedientos TRANS-D, el cambio espacial y temporal de la configuración batimétrica.

Incluir nuevos parámetros a la hidrodinámica general, como es el oleaje generado por la zona de Fetch, dadas las dimensiones del cuerpo interior de la Laguna de Términos, aunque este efecto solo tendría importancia en la Boca del Carmen, dada la dirección del viento. Otro aspecto es, incluir un régimen de vientos, Coriolis, y nuevas alturas de ola con sus respectivas direcciones y periodos, calibrados adecuadamente con datos de campo de ser posible.

Comprender el mecanismo a través del cual el oleaje modifica la capa límite generada por la corriente, tanto cuando el oleaje y la corriente se propagan en el mismo sentido, como cuando se propagan en sentido opuesto.

Cuantificar la influencia del esfuerzo de Reynolds inducido por el oleaje, que afecta la distribución vertical de la corriente.

Describir el efecto del oleaje en el intercambio de agua y sedimento entre las lagunas costeras y el mar, así como la estabilidad de la boca.

Cuando se presenten bocas con dominancia al flujo (marea entrante) y/o dominancia del oleaje y/o que presentan un delta de reflujos pequeño o inexistente, entender su susceptibilidad a modificar significativamente la calidad del agua en la laguna.

Bibliografía y mapas consultados

Bowen A.J 1969a, "The generation of Longshore Currents on a Plane Beach". 5 Marine Res., Vol. 27, pp. 206-215.

Bowen A.J 1969a, "Rip Currents, 1: Technical Investigations". J. Geophys. Res., Vol. 83, pp. 1913-1920.

Berkhoff, J. C. (1973). Computation of combined refraction-diffraction. Proc. 13th International Conference on Coastal Engineering, Vancouver, Canadá, ASCE.

Borthwick, A., K. F. Yiu, et al. (1997). GMRES solution of the mild-slope equation on quadtree grids. Proc. XVII IAHR Congress, San Francisco, USA.

Chamberlain, P. G. and D. Porter (1995). "The modified mild-slope equation." Journal of Fluid Mechanics Vol. 291.

Copeland, G. J. M. (1985). "A practical alternative to the mild-slope wave equation." Coastal Engineering Vol. 9.

COPLA-RD, "Modelo integral de propagación de oleaje y corrientes en playa., Manual de Usuario versión 1.0", 1998, Universidad de Cantabria., Grupo de Ingeniería Oceanográfica y de Costas.

D. E. Mauricio González Rodríguez, Universidad de Cantabria, Escuela técnica superior de ingenieros de caminos, canales y puertos, TESIS DOCTORAL; "MORFOLOGÍA DE PLAYAS EN EQUILIBRIO PLANTA Y PERFIL". Santander, Mayo de 1995.

Donnell, B. P., Finnie, J. I., Letter, J. V., MaAnally, W. H., Roig, L. C. and Thomas, W. A., 1999. "User's Guide to Rma2", Wes Version 7.0 US Army Corps of Engineers- Waterways Experiment Station Hydraulics Laboratory.

Donnell, B. P., J. I. Finnie, J. V. Letter, W. H. McAnally, L. C. Roig y W. A. Thomas (1997). User's Guide to RMA2 WES Version 4.3, US Army Corps of Engineers -Waterways Experiment Station Hydraulics Laboratory.

Engelund, F., Fredsoe, J 1976. "A Sediment Transport Model for Alluvial Channels," Nordic Hydrology, Vol 7, pp 292-306.

EPOMEX (1993). Estudio de declaratoria como área ecológica de protección de flora y fauna de la Laguna de Términos, Campeche. Campeche, México, EPOMEX. Informe Técnico. 300 pp.

Grant, W.D., O.S. Madsen, 1979. "Combined Wave and Current Interaction with a Rouge Bottom". J. Geophys. Res., Vol. 84, pp. 1797-1808.

Johnson, I.G., 1919 "Shore Processes and Shoreline Development". Wiley. New York, 589 págs. Facsimile edition: Hafner, New York.

Johnson, I.G., 1966. "Wave Boundary Layer and Function Factors". Proc. 10th Coastal Engineering. Conf., ASCE, pp. 127-148.

Kaihatu, J. M. (2001). "Improvement of parabolic nonlinear dispersive wave model." Journal of Waterway, Port, Coastal and Ocean Engineering Vol. 127.

Kirby, J. T. and R. A. Dalrymple (1986). "Modeling waves in surfzones and around islands." Journal of Waterway, Port, Coastal and Ocean Engineering Vol. 112.

Kirby, J. T. and S. K. Misra (1998). "A Note on the Modified Mild-Slope Equation". Newark, Delaware, Center for Applied Coastal Research.

Lozano, C. and R. E. Meyer (1976). "Leakage and response of waves trapped by round islands." The Physics of Fluids Vol. 19.

Longuet-Higgins, M.S., R.W. Stewart, 1962. "Radiation Stress and Mass Transport in Gravity Waves, with Application to 'Surf Beat'". J. Fluid Mech., Vol. 13, pp. 481-584.

Longuet-Higgins, M.S., 1970 "Longshore Currents Generated by obliquely Incident Sea Waves". J. Geophys. Res., Vol. 75, pp. 6778-6801.

Martin, P. A., R. A. Dalrymple, et al. (1997). "Parabolic modelling of water waves, en Gravity waves in water of finite depth. Advances in Fluid Mechanics". J. N. Hunt, Computational Mechanics Publications. Vol. 10.

Massel, S. R. (1993). "Extended refraction-diffraction equation for surface waves." Coastal Engineering Vol. 19.

Mendoza B. E. (2002). "Diques arrecife como elementos de protección litoral" Tesis de maestría, Posgrado de Ingeniería UNAM.

Mancilla, M. y M. Vargas (1980). "Los primeros estudios sobre la circulación y el flujo neto de agua a través de la laguna de Términos, Campeche, México." An. Instituto de Ciencias del Mar y Limología, UNAM 7(2): 1-12.

Marina, S. d. (2001). Tablas de Mareas, Golfo de México y Mar Caribe, Dirección general de Oceanografía Naval.

Madsen (1993). "SEDIMENT TRANSPORT ON THE SHELF." By Ole Scher Madsen. Professor of Civil and Environmental Engineering. Ralph M. Parsons Laboratory. Massachusetts Institute of Technology Cambridge, MA 02139, USA.

Secretaría de Marina. Dirección General de Oceanografía Naval México Costa Este. "Laguna de Términos y Proximidades". De levantamientos efectuados en 1978 por la Dirección de Hidrología de la D.G.O. Profundidades en metros. Esc. 1:60000.

Secretaría de Agricultura y Recursos Hidráulicos. Subsecretaría Forestal y de Fauna Silvestre. Universidad Nacional Autónoma de México. Instituto de Geología. **“Carta Forestal Ciudad del Carmen”**. Esc. 1:250 000.

Secretaría de Marina. Dirección General de Oceanografía Naval México Costa Este. **“Laguna de Términos entrada oeste”**. De levantamientos efectuados en 1993 y 1994 por la Dirección de Hidrología de la D.G.O.N. Sondeos en metros. Esc. 1:25000.

Instituto Nacional de Estadística, Geografía e Informática. **“Carta Topográfica Laguna de Términos E15B65”**. Fecha de Vuelo 1994. Segunda Ed. 1996. Esc. 1:50 000.

Instituto Nacional de Estadística, Geografía e Informática. **“Carta Edafológica Ciudad del Carmen E15-6”**. Levantamiento en 1985. Tercera Impresión 1993. Esc. 1:250 000.

Instituto Nacional de Estadística, Geografía e Informática. **“Carta Topográfica Nuevo Progreso E15B63”**. Fecha de Vuelo 1980. Tercera Impresión 1993. Esc. 1:50 000.

Instituto Nacional de Estadística, Geografía e Informática. **“Carta Topográfica Ciudad del Carmen E15B64”**. Fecha de Vuelo 1987. Primera Impresión. 1987. Esc. 1:50 000.

Miles, J. W. (1991). “Variational approximations for gravity waves in water of variable depth.” *Journal of Fluid Mechanics* Vol. 232.

Nikuradse (1933). “Strömungsgesetze in rauhen Rohren,” VDI Forschungsheft No. 361 (English translation NACA Technical Memorandum No. 1292).

Norton., W. R., King, I. P. and Orlob, G. T., 1973. “A Finite Element Model for Lower Granite Reservoir”. Report prepared by Water Resources Engineers, Walnut Creeke, California, for U.S. Army Corps of Engineers, Walla Walla, Washington.

Panchang, V. J., R. Pearce, et al. (1991). “Solution of the mild-slope problem by iteration.” *Applied Ocean Research* Vol. 13.

Radder, A. C. (1979). “On the parabolic equation method for water-wave propagation.” *Journal of Fluid Mechanics* Vol. 95.

Silva C., R. (2001). Apuntes del Curso: Hidráulica, Marítima. DEPMI, UNAM.

Sherpard, F.P., D.L. Inman, 1950. “Nearshore Circulation Related to Bottom Topography and Wave Refraction”. *Trans. Am. Geophys. Union*, Vol. 3, No 2, pp. 196-212.

Smith, R. and T. Spinks (1975). “Scattering of surface waves by a conical island.” *Journal of Fluid Mechanics* Vol. 72.

Thornton, E.B., 1970 “Variation of Longshore Current across the Surf Zone”. *Proc. 12th Coastal Engineering Conference, ASCE*, pp. 291-308.

Tanaka, H., y Shuto, 1981 “Function Coefficient for a Wave-Current Coexistent System”. *Coastal Engrg. In Japan*, Vol 24, pp. 105-128.

Tsai, T. K. and P. L. Liu (1983). "A finite element model for wave refraction and diffraction." Applied Ocean Research Vol. 5.

Zhao, Y. and K. Anastasiou (1996). "Modelling of wave propagation in the nearshore region using the mild-slope equation with GMRES-based iterative solvers." International Journal for Numerical Methods in Fluids Vol. 23.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN