

2 01149



**UNIVERSIDAD NACIONAL  
AUTÓNOMA DE MÉXICO**

**IDENTIFICACIÓN DE PARÁMETROS DINÁMICOS  
DE MEDIOS ESTRATIFICADOS USANDO  
ALGORITMOS GENÉTICOS.**

**CARLOS DANIEL LARDILA**

TESIS

Presentada a la División de Estudios de Posgrado de la  
Facultad de Ingeniería de la  
Universidad Nacional Autónoma de México  
como requisito para obtener el grado de

**MAESTRO EN INGENIERÍA  
(GEOTECNIA)**

MÉXICO DF, CIUDAD UNIVERSITARIA  
SEPTIEMBRE, 2002.

**TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN**

1



Universidad Nacional  
Autónoma de México



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

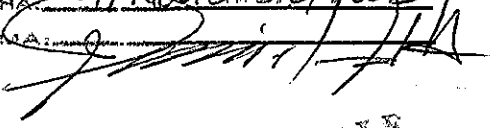
Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

Autorizo a la Dirección General de Bibliotecas de la UNAM a difundir en formato electrónico e impreso el contenido de mi trabajo recepcional.

NOMBRE: Carlos Daniel Ardila

FECHA: 14/ Noviembre/ 2002

FIRMA: 

ESTE LIBRO NO SALE  
DE LA BIBLIOTECA



*A Yesenia  
A mi Mamá  
A mi familia  
en mi querida Colombia  
A Deicy, Martha y Orión,  
a la tía Socorro, y al tío Daniel,  
a Sergio, Consuelo y las niñas,  
a Solangel, al Flaco y a Daniela  
y a la Nona*

## **AGRADECIMIENTOS**

---

El Dr. Víctor Manuel Taboada me invitó a trabajar en su grupo de investigación desde mi llegada a México. Gracias Víctor por tu apoyo continuo, por la confianza que depositaste en mi, por la libertad para explorar el tema de la tesis.

A los Drs. Miguel Romo, Jorge Aguirre, Mario Ordaz y Efraín Ovando por la disposición para escuchar y discutir los resultados de esta tesis, por los excelentes comentarios y sugerencias.

A los Profesores de la División de Estudios de Posgrado de la Facultad de Ingeniería por compartir sus conocimientos y experiencias.

Este proyecto de investigación se llevó a cabo gracias al apoyo del Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT, convenio J27503U), la Universidad Nacional Autónoma de México UNAM, bajo el programa PAPIIT (convenio IN116199) y el Instituto de Ingeniería de la UNAM mediante el Fondo FI<sup>3</sup>. Quedo agradecido por los fondos y recursos recibidos.

No pueden faltar los cuates, los amigos, esos que siempre están aquí, aunque a veces nos separe un océano o cuatro horas de avión. Primero, los tres mosqueteros colombianos: Jorge Raúl, Freddy Mauricio y Luis Fernando, el que me llama en los cumpleaños; gracias por el gusto de encontrarnos en la navidad, por el güaro, por la fiesta. A la Negrita en Colombia icarajo, que amiga! Los que siguen son la mala influencia, la fiesta en México, en el Altillio: Jack, Mae, Marisol, Genaro, Esther y Akiko, con ustedes me llevo los mejores recuerdos de México. A los que vinieron después: Martin, Patrick y los catalanes del cotilleo: Albert y Carla. A los cuates mexicanos: Lucía, Axel, Guillermo y Patricia. A los compañeros del Instituto de Ingeniería. A Ismael y a la familia Basilio por invitarme en esa Navidad. A Sandrilla, que me llama desde Reynosa. Al pingo del cubil: a Franco. A las cuchibarbies en Miami: itías, ya acabé la tesis! Gracias a todos.

Hay algunas personas que son muy especiales. Los que me ayudaron tan pronto llegué a México y me abrieron las puertas de su casa y me brindaron su amistad: gracias Juan Carlos y Adriana. A Lupita Olín ichale Lupe, que chido! Claro, y a mi española favorita, quien aprendió a bailar Vallenato en Cartagena, a Luisa.

A Yesenia, mi amor, mi motor, mi compañera, mi cómplice. Gracias bebé por estar conmigo en las buenas y en las malas. Te amo.

Gracias México por permitirme encontrarme con tanta gente maravillosa, gracias por la maestría, gracias por darme la oportunidad de encontrarme con Yesenia.

## RESUMEN

---

La información proveniente de sitios instrumentados con arreglos acelerográficos verticales ha abierto la puerta a la identificación de los parámetros dinámicos, aplicando la técnica del análisis inverso, también conocido como sistema de identificación de parámetros.

El método de análisis inverso consiste, en pocas palabras, en el establecimiento de una función de error, la cual debe minimizarse. En esta tesis, la función de error se define comparando los espectros de amplitudes de Fourier medidos en un arreglo acelerográfico vertical, con los espectros calculados a partir de un modelo matemático. El conjunto de parámetros resultante representa los parámetros dinámicos equivalentes del suelo en el sitio. Como método de optimización se utiliza un algoritmo genético. Los algoritmos genéticos son métodos adaptativos que han demostrado ser aplicables a una variedad de problemas y presentan menores probabilidades de quedar atrapados en un mínimo relativo que los métodos tradicionales de optimización.

El sistema de identificación de parámetros propuesto se desarrolla en el dominio de la frecuencia y utiliza el modelo de propagación unidimensional de ondas de corte SH, con incidencia vertical, para evaluar la respuesta sísmica del depósito de suelo. El depósito se idealiza como un medio estratificado horizontalmente con características viscoelásticas. La información de entrada incluye, además de los registros de aceleración provenientes del arreglo vertical, los espesores, densidades y disposiciones de los estratos en el depósito de suelo.

Antes de aplicar el sistema de identificación de parámetros se evalúa la sensibilidad del modelo analítico para calcular la respuesta sísmica con el fin de determinar el intervalo de frecuencias en el cual se realizará la inversión de los parámetros y finalmente, el desempeño del algoritmo genético.

Los análisis realizados permitieron plantear un sistema de identificación de parámetros que logra aproximarse satisfactoriamente a la respuesta del depósito de suelo, medida por el arreglo acelerográfico vertical.

*S*

# ÍNDICE

---

<b>1.</b>	<b>Introducción</b>	<b>11</b>
1.1	Objetivos	13
1.2	Antecedentes	13
1.3	Contenido de la tesis	15
<b>2.</b>	<b>Respuesta sísmica del terreno</b>	<b>17</b>
2.1	Tipos de ondas sísmicas	18
2.2	Modelo constitutivo del suelo: Kelvin-Voigt	20
2.3	Comportamiento del suelo bajo cargas cíclicas	21
2.3.1	Modelo Lineal Equivalente	22
2.3.2	Curva de degradación del módulo de rigidez	23
2.3.3	Relación de amortiguamiento	23
2.4	Propagación 1D de ondas de corte en medios viscoelásticos	24
2.4.1	Deducción y solución de la ecuación 1D de onda	24
2.4.2	Propagación 1D de ondas en un medio viscoelástico estratificado	28
2.4.3	Hipótesis de incidencia perpendicular	30
2.5	Modelo 1D de respuesta sísmica de medios estratificados	32
2.5.1	Cálculo de la respuesta del terreno bajo excitaciones armónicas	32
2.5.2	Funciones de transferencia para medios estratificados	35
2.5.3	Cálculo de la respuesta del terreno bajo excitaciones aleatorias	36
2.5.4	Comportamiento lineal de la arcilla del valle de México	37
<b>3.</b>	<b>Identificación de parámetros dinámicos del suelo usando arreglos acelerográficos</b>	<b>39</b>
3.1	Diseño del sistema de identificación de parámetros	39
3.1.1	Descripción del problema	40
3.2	Elementos del sistema de identificación de parámetros	40
3.2.1	Entrada y salida del sistema real	41
3.2.2	Modelo analítico para el cálculo la respuesta sísmica	43
3.2.3	Modelo estratigráfico	43
3.2.4	Definición de los parámetros	43
3.2.5	Función de error	43
3.2.6	Método de optimación	45
3.3	Filtrado de los registros de aceleración	46
3.4	Sincronizado de los registros de aceleración	48
3.5	Corrección por línea base	50



<b>4.</b>	<b>Proceso de optimación vía algoritmos genéticos</b>	<b>51</b>
4.1	Introducción a los algoritmos genéticos	
4.1.1	Bases biológicas de los algoritmos genéticos	51
4.1.2	El algoritmo genético	51
4.1.3	Métodos tradicionales de optimación versus algoritmos genéticos	52
4.1.4	Operadores genéticos básicos	53
4.1.5	Esquemas o plantillas de similitud	55
4.2	Los operadores genéticos y el procesamiento de la información	56
4.2.1	Efecto de la selección	57
4.2.2	Efecto del cruce	57
4.2.3	Efecto de la mutación	57
4.3	Fundamentos matemáticos	58
4.3.1	Propiedades de los esquemas	58
4.3.2	Análisis cuantitativo del procesamiento de los esquemas	59
4.3.3	Teorema fundamental, bloques básicos y paralelismo implícito	59
4.4	Implementación del algoritmo genético	63
4.4.1	Estructura de datos	63
4.4.2	Codificación	63
4.4.3	Operadores genéticos utilizados	64
4.4.4	Tipo de algoritmo genético implementado	65
4.4.5	Mapeado del problema de minimización a uno de maximización	66
4.4.6	Convergencia prematura	67
4.4.7	Finalización lenta	67
4.4.8	Escalamiento lineal	68
4.4.9	Estrategias de reinserción y terminación	68
4.5	Variables que controlan el algoritmo genético	69
4.5.1	Definición y discretización del espacio de búsqueda	69
4.5.2	Tamaño de la población	70
4.5.3	Presión de selección y probabilidades de cruce y de mutación	70
4.5.4	Número máximo de generaciones	71
		73
<b>5.</b>	<b>Evaluación del sistema de identificación de parámetros y del algoritmo genético</b>	<b>75</b>
5.1	Intervalo de frecuencias en el análisis inverso	
5.2	Sensibilidad de la función de error	75
5.3	Diseño y evaluación del algoritmo genético	77
5.3.1	Tamaño de la población	79
5.3.2	Presión de selección	80
5.3.3	Probabilidad de mutación y de cruce	82
5.3.4	Parámetros del AG para el problema con siete estratos	83
		85
<b>6.</b>	<b>Aplicación del sistema de identificación de parámetros</b>	<b>91</b>
6.1	Comentarios generales sobre el valle de la ciudad de México	
6.2	Zonificación geotécnica del valle de México	91
6.3	Identificación de parámetros en el sitio CAO	92
		93

**TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN**



6.3.1	Localización y descripción del arreglo acelerográfico	93
6.3.2	Aspectos geotécnicos del sitio CAO	94
6.3.3	Eventos sísmicos utilizados	95
6.4	Presentación, validación y discusión de resultados	96
6.4.1	Parámetros dinámicos identificados para 3 estratos y 3 señales	99
6.4.2	Parámetros dinámicos identificados para 7 estratos y 4 señales	104
6.4.3	Validación de los parámetros identificados con el SIP	115

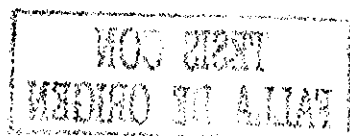
<b>CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES</b>	<b>119</b>
<b>REFERENCIAS</b>	<b>121</b>
<b>APÉNDICE A</b>	<b>125</b>
<b>APÉNDICE B</b>	<b>129</b>

**TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN**

## ÍNDICE DE TABLAS

---

Tabla 1.1 Antecedentes de la identificación de propiedades dinámicas	14
Tabla 3.1 Hora GMT de la primera muestra, CAO 23/05/94-NS	50
Tabla 4.1 Orden de un esquema	59
Tabla 4.2 Longitud de definición de un esquema	59
Tabla 4.3 Intervalo de búsqueda y sublongitud $l_s$ para cada parámetro	70
Tabla 4.4 Tamaño de la población	73
Tabla 5.1 Influencia de los parámetros dinámicos en la FT	76
Tabla 5.2 Parámetros dinámicos en CAO [Jaime <i>et al</i> , 1987]	80
Tabla 5.3 Parámetros del AG durante la evaluación de n	81
Tabla 5.4 Evaluación del tamaño de la población	82
Tabla 5.5 Parámetros del AG para invertir seis parámetros dinámicos	84
Tabla 5.6 Parámetros del AG para invertir 14 parámetros dinámicos	85
Tabla 5.7 Resultados del ejercicio con siete estratos	85
Tabla 5.8 Parámetros identificados introduciendo información adicional en el SIP	87
Tabla 6.1 Datos de la estación y de los acelerógrafos en CAO	94
Tabla 6.2 Modelo estratigráfico del sitio CAO	94
Tabla 6.3 Características generales de los sismos analizados en CAO	96
Tabla 6.4 Características generales de los acelerogramas analizados en CAO	96
Tabla 6.5 Parámetros del AG para tres estratos	97
Tabla 6.6 Parámetros del AG para siete estratos	98
Tabla 6.7 Parámetros dinámicos para tres estratos y tres señales	99
Tabla 6.8 Parámetros dinámicos identificados en CAO	105
Tabla 6.9 Parámetros dinámicos promedio, identificados en CAO	115

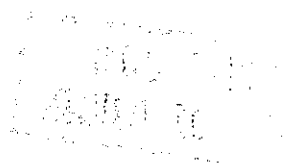


## ÍNDICE DE FIGURAS

---

Figura 1.1 Daños en dos puentes durante el sismo de Kobe, 1995	11
Figura 2.1 Placas tectónicas continentales y algunas subcontinentales	18
Figura 2.2 Deformaciones producidas por ondas de cuerpo	19
Figura 2.3 Deformaciones producidas por ondas de superficie	20
Figura 2.4 Modelo Kelvin-Voigt	20
Figura 2.5 Relación entre el ciclo de histéresis y los parámetros dinámicos	22
Figura 2.6 Variación del módulo de rigidez con la deformación angular	24
Figura 2.7 Onda transversal en una barra infinita	25
Figura 2.8 Esfuerzos en una barra sometida a ondas transversales	25
Figura 2.9 Propagación 1D de ondas en un medio estratificado	28
Figura 2.10 Ondas reflejadas y transmitidas por una onda SH incidente	31
Figura 2.11 Hipótesis de incidencia vertical	32
Figura 2.12 Nomenclatura del medio estratificado	33
Figura 2.13 Respuesta del terreno bajo excitaciones sísmicas.	37
Figura 3.1 Parámetros desconocidos y conocidos del problema	40
Figura 3.2 Diagrama de bloques ilustrando el SIP propuesto	41
Figura 3.3 Entrada y salidas del sistema real y del modelo analítico	42
Figura 3.4 Interpretación gráfica de la función de error	46
Figura 3.5 Diagrama de flujo del sistema de identificación de parámetros	47
Figura 3.6 Esquema del filtro pasabanda tipo FIR <i>Remez Exchange</i>	47
Figura 3.7 Magnitud frecuencial del filtro pasabanda diseñado con el DADiSP	48
Figura 3.8 Ejemplo de acelerograma con ruido	49
Figura 3.9 Ejemplo de acelerograma filtrado	49
Figura 3.10 Correlación cruzada acelerogramas 0 y 60 m 23/05/94-NS	50
Figura 4.1 Una cadena que concuerda con 4 esquemas	56
Figura 4.2 Un esquema que concuerda con tres cadenas	56
Figura 4.3 Cadenas seleccionadas para ser cruzadas	57
Figura 4.4 Proceso de cruce de un punto	58
Figura 4.5 Notación de una cadena artificial.	59
Figura 4.6 Efecto del cruce sobre los esquemas	61
Figura 4.7 Estructura de un individuo	64
Figura 4.8 Codificación en aritmética de base dos	64
Figura 4.9 Codificación multiparamétrica de punto fijo	65
Figura 4.10 Código C++ de la estructura multiparamétrica de punto fijo	65
Figura 4.11 Esquema del muestreo estocástico con reemplazo	66
Figura 4.12 Esquema del algoritmo genético canónico	67
Figura 4.13 Escalamiento lineal	69
Figura 5.1 Dos estratos viscoelásticos sobre un semiespacio rígido	75
Figura 5.2 FT para dos estratos viscoelásticos sobre semiespacio rígido	76
Figura 5.3 Forma de la función de error (f) para un problema bidimensional	77
Figura 5.4 Forma de la función de mapeo (g) para un problema bidimensional	78
Figura 5.5 Distribución de los individuos de un AG en un problema bidimensional	79
Figura 5.6 Evaluación del tamaño de la población	81
Figura 5.7 Efecto del escalamiento lineal	82
Figura 5.8 Evaluación de la probabilidad de cruce en un AG selecto-combinatorio	84
Figura 5.9 Aproximación del SIP a la respuesta del sistema real (tres estratos)	86

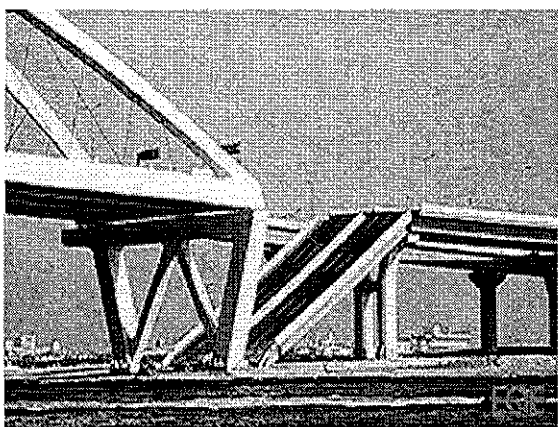
Figura 5.10 SIP que involucra sólo una parte de los parámetros dinámicos	88
Figura 5.11 SIP complemento del sistema parcial	88
Figura 5.12 Aproximación del SIP a la respuesta del sistema real (siete estratos)	89
Figura 6.1 Esquema geológico general del valle de México	91
Figura 6.2 Zonificación geotécnica de la ciudad de México	92
Figura 6.3 Localización del arreglo acelerográfico en el sitio CAO	93
Figura 6.4 Perfil estratigráfico del sitio CAO	95
Figura 6.5 Modelo estratigráfico con tres estratos en CAO	97
Figura 6.6 Modelo estratigráfico con siete estratos en CAO	98
Figura 6.7 Respuesta medida y calculada, evento 10/12/94-NS	100
Figura 6.8 Respuesta medida y calculada, evento 10/12/94-EO	101
Figura 6.9 Respuesta medida y calculada, evento 22/05/97-NS	102
Figura 6.10 Respuesta medida y calculada, evento 22/05/97-EO	103
Figura 6.11 Funciones de transferencia y cocientes espectrales para dos eventos	104
Figura 6.12 Perfil de velocidad de onda de corte identificado en el sitio CAO	106
Figura 6.13 Respuesta calculada y medida a 0m, 24/10/93 NS	107
Figura 6.14 Respuesta calculada y medida a 12m, 24/10/93 NS	107
Figura 6.15 Respuesta calculada y medida a 30m, 24/10/93 NS	108
Figura 6.16 Respuesta a 0m, evento 24/10/93 EO	108
Figura 6.17 Respuesta a 12m, evento 24/10/93 EO	109
Figura 6.18 Respuesta a 30m, evento 24/10/93 EO	109
Figura 6.19 Respuesta a 0m, evento 23/05/94 NS	110
Figura 6.20 Respuesta a 12m, evento 24/10/93 NS	110
Figura 6.21 Respuesta a 30m, evento 23/05/94 NS	111
Figura 6.22 SIP y modelo massing [Romo, 1995]	111
Figura 6.23 FT y cocientes espectrales, evento 24/10/93-NS	112
Figura 6.24 FT y cocientes espectrales, evento 24/10/93-EO	113
Figura 6.25 FT y cocientes espectrales, evento 23/05/94-NS	114
Figura 6.26 Respuesta a 0m, evento 23/05/94 EO	116
Figura 6.27 Respuesta a 12m, evento 23/05/94 EO	116
Figura 6.28 Respuesta a 30m, evento 23/05/94 EO	117
Figura A. 1 Planteamiento de la simplificación matemática	126
Figura B. 1 Sismo 24/10/93 NS, estación CAO, filtrado y sincronizado	130
Figura B. 2 Sismo 24/10/93 EO, estación CAO, filtrado y sincronizado	131
Figura B. 3 Sismo 23/05/94 NS, estación CAO, filtrado y sincronizado	132
Figura B. 4 Sismo 23/05/94 EO, estación CAO, filtrado y sincronizado	133
Figura B. 5 Sismo 24/10/93 EO, estación CAO, filtrado y sincronizado	134
Figura B. 6 Sismo 10/12/94 EO, estación CAO, filtrado y sincronizado	135
Figura B. 7 Sismo 22/05/97 NS, estación CAO, filtrado y sincronizado	136
Figura B. 8 Sismo 22/05/97 EO, estación CAO, filtrado y sincronizado	137



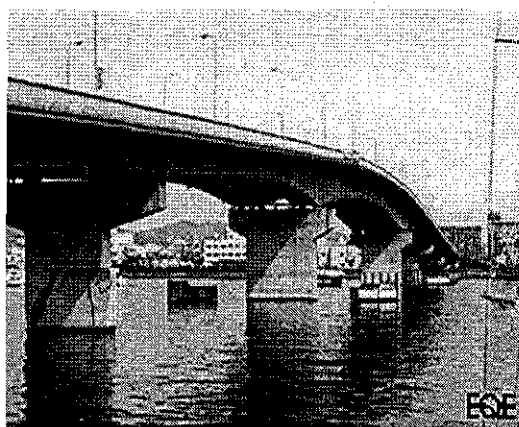
# 1.

## Introducción

Es abrumadora la fuerza destructiva de los movimientos telúricos, la cual se manifiesta en el colapso de estructuras y en la pérdida de vidas. No obstante, no hace mucho tiempo la gente pensaba que las causas que originaban estos desastres estaban mucho más allá del entendimiento humano, por lo que no es raro encontrar en el folclore de algunas culturas, mitos en los cuales los sismos son el castigo justo a las faltas de los hombres, administrados por un ser supremo todopoderoso. Hoy, no sólo es claro que los sismos se originan debido al reajuste geológico de la tierra, sino que también se pueden expresar sus características en términos físicos y matemáticos.



a) Colapso de una sección de aprox. 252 metros del puente *Nishinomiya*



b) Falla de los pilares del *Gran Puente Nishinomiya*.

Figura 1.1 Daños en dos puentes durante el sismo de Kobe, 1995  
[EQE International, 2002]

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

En la actualidad los esfuerzos por entender la respuesta sísmica del terreno se enfocan en el procesamiento de la información proveniente de los arreglos acelerográficos. Estos arreglos consisten en una disposición espacial cercana de acelerógrafos, los cuales registran la respuesta de los estratos del depósito de suelo que se encuentran cerca de la superficie. En esta tesis, se utiliza la información proveniente de arreglos acelerográficos verticales para identificar las propiedades dinámicas lineales equivalentes del suelo, haciendo uso del análisis inverso o sistema de identificación de parámetros (SIP).

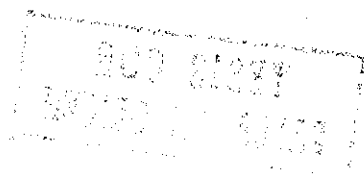
Las propiedades dinámicas del suelo (módulo de rigidez y relación de amortiguamiento) se pueden determinar, para niveles bajos de deformación, a partir de pruebas in situ y de laboratorio, y para altos niveles de deformación generalmente se hace uso de pruebas de laboratorio. Sin embargo, los resultados del laboratorio están influidos por las alteraciones del suelo durante el muestreo, los efectos de escala y las dificultades para reproducir las condiciones que se tienen en campo, como son: los estados de esfuerzo, la historia de carga, la estratificación y las condiciones apropiadas de frontera. Los registros de respuesta sísmica al estar libres de estos inconvenientes, son un complemento invaluable de las técnicas convencionales de investigación geotécnica [Elgamal *et al*, 2001; Archuleta y Steidl, 2000; Baise y Glaser, 2000].

El método de análisis inverso consiste, en pocas palabras, en el establecimiento de una función de error, la cual debe minimizarse. En esta tesis, la función de error se define comparando los espectros de amplitudes de Fourier medidos en un arreglo acelerográfico vertical, con los espectros calculados a partir de un modelo analítico. El conjunto de valores resultante representa los parámetros dinámicos del suelo en el sitio. Para identificar las propiedades dinámicas del suelo, a partir de registros acelerográficos, es necesario:

1. Seleccionar un modelo analítico que permita evaluar la respuesta sísmica del depósito de suelo.
2. Seleccionar un método de optimación.
3. Validar los resultados.

En esta tesis se utiliza el modelo de propagación unidimensional de ondas de corte SH, con incidencia vertical, para evaluar la respuesta sísmica del depósito de suelo. Este modelo supone que el depósito de suelo se puede idealizar como un medio estratificado horizontalmente, que descansa sobre un semiespacio infinito. Asimismo, el modelo supone que la respuesta del depósito se debe predominantemente a la propagación vertical de ondas horizontales de corte (SH) desde la frontera del semiespacio [Kanai, 1951].

En esta tesis se utiliza un algoritmo genético como método de optimación debido a que presenta menos probabilidades de quedar atrapados en un mínimo o máximo relativo que los métodos basados en el cálculo diferencial. Los algoritmos genéticos son métodos adaptativos que han demostrado ser aplicables a una variedad de problemas, así como ser capaces de manejar problemas de optimación que generalmente presentan dificultades para los métodos convencionales [Goldberg, 1989]. Finalmente, la validación de los resultados se realiza comparando los parámetros identificados por el SIP con los valores obtenidos utilizando otras técnicas.



## 1.1 Objetivos

Los objetivos de esta tesis son:

1. Desarrollar un sistema de identificación de parámetros (SIP), en el dominio de la frecuencia, que permita determinar las propiedades dinámicas del suelo a partir de registros de aceleración procedentes de un arreglo vertical. Se supone que el depósito de suelo es un medio estratificado horizontalmente, y se asocia a éste un modelo de propagación unidimensional de ondas de corte SH, con incidencia vertical.
2. Implementar un algoritmo genético como método de optimización.
3. Explorar los alcances y las limitaciones del sistema de identificación propuesto.
4. Comparar los parámetros identificados por el SIP con aquellos obtenidos mediante otras técnicas de investigación, como pruebas de campo y de laboratorio.

## 1.2 Antecedentes

Los primeros arreglos acelerográficos verticales se desarrollaron en Estados Unidos y en Japón. Los primeros registros acelerográficos provenientes de un arreglo se obtuvieron en Union Bay, Estados Unidos. Estos datos se emplearon para verificar el mecanismo de los efectos de sitio y para analizar la respuesta de depósitos de turba y arcilla. En Japón, los primeros registros se obtuvieron a finales de la década de 1950, usando un arreglo instalado en las cercanías de la estación de Tokio. Este arreglo consistía de dos sismógrafos en superficie y dos más instalados en pozo. Estos registros acelerográficos se utilizaron para estimar las características de amortiguamiento y de resonancia del sitio [Elgamal *et al*, 2001].

Uno de los primeros campos de aplicación del análisis inverso de registros acelerográficos fue la identificación de las propiedades dinámicas de los materiales que conforman las cortinas de presas instrumentadas. La mayoría de estos análisis se realizaron usando elementos finitos para discretizar la presa, en tanto que se utilizaron varios modelos para idealizar la respuesta sísmica (ver Tabla 1).

Posteriormente y a medida que proliferaban los arreglos acelerográficos, la investigación se extendió a depósitos naturales de suelo. Elgamal y sus colaboradores [2001] presentan en su estado del arte, un inventario de los principales arreglos acelerográficos en Estados Unidos y Taiwán.

En el caso de México, la red acelerográfica ha crecido considerablemente y en la actualidad se cuenta con 547 estaciones [SMIS, 1997/2000], de las cuales gran parte se encuentra en la Zona de Lago de la ciudad de México. Esta información ha sido utilizada en estudios recientes por Martínez [1998], Carvajal [2000] y Hernández [2001] para identificar las propiedades dinámicas de la arcilla del valle de México. A continuación se presenta un resumen de algunas investigaciones sobre este tema.

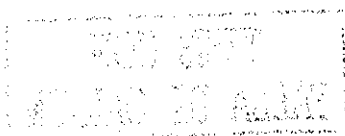


Tabla 1.1 Antecedentes de la identificación de propiedades dinámicas usando registros de aceleración

Investigador y año	Tipo de depósito	Modelado del problema	Logros y/o conclusiones
Gordon <i>et al</i> [1974]	Presa "San Leandro".	Elementos finitos. Comportamiento lineal equivalente.	Propiedades estáticas y dinámicas de los materiales que constituyen la presa.
Makdisi y Seed [1978]	Varias presas	Elementos finitos bidimensional, comportamiento lineal equivalente.	Se consideró la influencia de la deformación angular en el módulo de rigidez al corte y en la relación de amortiguamiento.
Abdel-Ghaffar y Scott [1978]	Presa "Santa Felicia"	Viga Cortante. Sistema histerético no lineal	Identificación de las propiedades dinámicas: módulo de rigidez y relación de amortiguamiento.
Romo y Villarraga [1987]	Presa "El infiernillo"	Modelo basado en la teoría de vibraciones aleatorias. Elementos finitos tridimensionales.	Evaluación de la respuesta dinámica de la presa y las propiedades dinámicas de los materiales que conforman la cortina.
Lin y Chao [1990]	Presa "Santa Felicia".	Sistema no lineal de un grado de libertad.	Se obtienen los ciclos histeréticos del suelo y a partir de estos, las propiedades dinámicas del mismo.
Elgamal y Gunturi [1993]	Presa "El Infiernillo"	Elementos finitos tridimensional y tridimensional simplificado.	Evaluación de la respuesta dinámica de la presa y las propiedades dinámicas de los materiales que conforman la cortina.
Lin [1994]	Arreglo "SMART1" en Taiwán.	Modelo de identificación no lineal usando filtro Kalman.	Perfil de velocidades de ondas de corte Excelente coincidencia con los resultados de la prueba cross-hole.
Elgamal <i>et al</i> [1995]	Arreglo acelerográfico "Lotung" en Taiwán.	Análisis de correlación de los registros, junto con un análisis espectral.	Variación de la velocidad de ondas de corte con la profundidad, frecuencias de resonancia y configuración modal del sitio.
Chang <i>et al</i> [1996]	Arreglo acelerográfico "Lotung" en Taiwán	Propagación unidimensional de ondas de corte. Medio estratificado horizontalmente	Perfil de velocidades efectivas de ondas de corte entre estaciones, a partir de la frecuencia fundamental. Evidencia de campo sobre el comportamiento no lineal del suelo durante eventos sísmicos.
Sato <i>et al</i> [1996]	Arreglo acelerográfico en Kobe, Japón.	Propagación unidimensional de ondas de corte (SHAKE) Identificación usando minimización del error cuadrático.	Propiedades dinámicas Se evaluó el comportamiento no lineal de la respuesta sísmica, así como los efectos de licuación Se determinaron perfiles de propagación de ondas de corte y de ondas compresionales.
Martínez [1998] y Taboada <i>et al</i> [1999a, 1999b y 2000]	Arreglo CAO, en México DF.	Modelo de viga cortante	Propiedades dinámicas de la arcilla del valle de México a partir de las historias esfuerzo - deformación
Honjo <i>et al</i> [1998]	Arreglos acelerográficos en la ciudad de Tokio, Japón.	Propagación unidimensional de ondas de corte (SHAKE). Identificación usando el método Bayesiano extendido.	Se Comparan los sistemas de identificación basados en mínimos cuadrados con el método propuesto. Evalúa las propiedades dinámicas del suelo y las curvas de su variación con la deformación angular efectiva.
Ghayamghamian y Kawakami [2000]	Arreglos acelerográficos en Japón.	Propagación 1D de ondas de corte. Sistemas de identificación en el dominio del tiempo y la frecuencia.	Se compararon los resultados de los dos sistemas de identificación. Se obtuvieron las curvas de variación del módulo de rigidez al corte y relación de amortiguamiento con la deformación cortante.

**TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN**



Tabla 1.1 Antecedentes de la identificación de propiedades dinámicas usando registros de aceleración (continuación)

Investigador y Año	Tipo de depósito	Modelado del problema	Logros y/o conclusiones
Carvajal [2000]	Arreglo acelerográfico en CAO, México DF.	Propagación unidimensional de ondas de corte. Medio homogéneo.	Propiedades dinámicas del sitio CAO. Evaluación de la influencia del contenido frecuencial de la excitación en los parámetros identificados.
Zeghal y Elgamal [2000]	Arreglos acelerográficos en Japón, Taiwán (Lotung) y Estados Unidos.	Métodos variados que incluyen análisis inversos de campos 3D de deformaciones sísmicas, así como modelos de viga cortante.	Perfiles de propagación de ondas de corte, características de amplificación y comportamiento cíclico del suelo durante licuación. Las técnicas de procesamiento incluyen: análisis espectral, sistemas de identificación y relación esfuerzo - deformación.
Ikemoto et al [2000]	Estación experimental de Chiba, en Japón.	Propagación unidimensional de ondas de corte en un medio estratificado.	Se utilizan registros de baja intensidad con lo cual no es necesario considerar el comportamiento no lineal del suelo. Junto con las propiedades dinámicas, se identifican los espesores de los estratos.
Glaser y Baise [2000]	Arreglo acelerográfico Lotung, en Taiwán.	Modelo de masas concentradas, y sistema de identificación ARMA ( <i>Autoregressive-moving average</i> ).	Se identificaron las propiedades dinámicas del sitio Lotung, utilizando sistemas paramétricos invariables y variables con respecto al tiempo.
Hernández [2001]	Arreglos acelerográficos en CAO, SCT y EJ - 15 en México DF.	Propagación 1D de ondas de corte (SHAKE) y masas concentradas. Utiliza un método de optimización basado en el cálculo diferencial.	El medio se considera estratificado para identificar el módulo de rigidez, pero homogéneo en cuanto al amortiguamiento. Se utilizan sismos de baja intensidad con lo que no se supera la deformación crítica.

### 1.3 Contenido de la tesis

En el segundo capítulo se expone el modelo analítico para el cálculo de la respuesta sísmica. Se presentan las funciones de transferencia necesarias para el cálculo de la respuesta sísmica de medios estratificados.

En el tercer capítulo se diseña el sistema de identificación de parámetros, se definen los parámetros a identificar, la forma de realizar la estimación del error y se establece el procedimiento para realizar el filtrado, sincronizado y corrección por línea base de la información que ha de procesar el sistema.

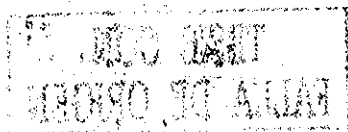
En el cuarto capítulo se presentan los conceptos básicos y los fundamentos matemáticos para entender el funcionamiento de los algoritmos genéticos, se expone y explica el algoritmo genético que se implementa para minimizar la función de error establecida en el capítulo anterior.

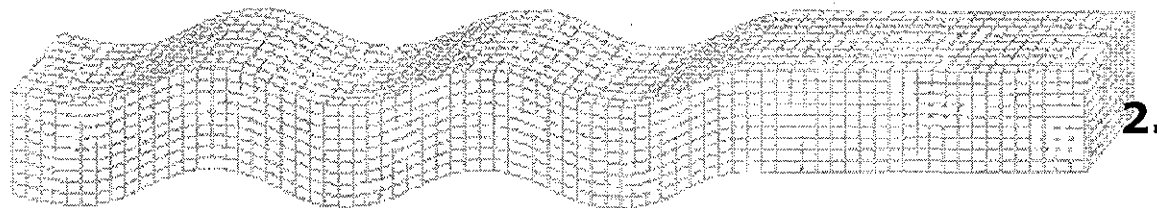
En el quinto capítulo se realiza una evaluación del algoritmo genético y del sistema de identificación de parámetros propuesto. El algoritmo genético con un ejemplo donde se conocen los parámetros dinámicos del depósito, es decir, se conoce el mínimo global. La respuesta del sistema real se calcula con el modelo analítico del capítulo dos y con

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

los parámetros dinámicos conocidos. El objetivo del ejercicio es establecer los valores de los parámetros del AG que direccionan la búsqueda hacia el mínimo global. En el sexto capítulo se presenta la aplicación del sistema de identificación en el sitio CAO, se incluye una breve descripción de las características geotécnicas de este sitio, los eventos sísmicos utilizados, los parámetros identificados, así como la validación de los mismos.

Por último se consignan las conclusiones y las recomendaciones para futuros estudios.





## Respuesta sísmica del terreno

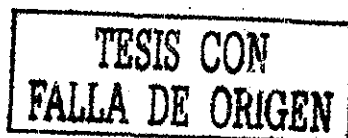
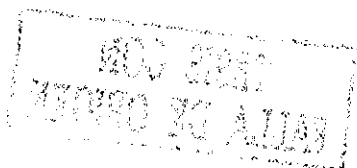
La ciencia que estudia los aspectos relacionados con la ocurrencia de temblores de tierra, terremotos o sismos se denomina sismología. Esta es una ciencia joven, puesto que gran parte de sus métodos e instrumentos de observación fueron desarrollados a lo largo del siglo XX. A pesar de esto, la sismología ha logrado avances notables. Quizá una de sus contribuciones más valiosas es la tectónica de placas.

La hipótesis fundamental de la tectónica de placas es que la superficie de la tierra está formada por un gran número de bloques intactos, denominados placas, las cuales se desplazan entre sí. La corteza terrestre se encuentra dividida en seis placas continentales (Africana, Americana, Antártica, India–Australiana, Euroasiática y Placa del Pacífico) y en cerca de 14 placas de tamaño subcontinental (p.e. Cocos, Caribe, Nazca, etc.), tal como se ve en la Figura 2.1.

Los desplazamientos aparentemente aleatorios de las placas se deben a movimientos convectivos en la capa intermedia de la Tierra. En los límites entre placas se generan fuerzas de fricción, las cuales mantienen atoradas dos placas adyacentes, produciendo grandes esfuerzos en los materiales. Cuando dichos esfuerzos sobrepasan la resistencia de la roca se produce una ruptura violenta que conlleva una liberación repentina de la energía acumulada, generándose un temblor que irradia dicha energía en forma de ondas. Estas ondas se propagan en todas direcciones a través de la Tierra.

El lugar en el interior de la tierra en donde se origina un sismo se denomina hipocentro y su proyección sobre la superficie se denomina epicentro. Observaciones sobre la localización de los epicentros han revelado que estos se concentran en las cercanías de las fronteras entre placas, lo cual provee evidencia a la teoría de tectónica de placas.

También se generan sismos asociados a fenómenos locales, como actividad volcánica o la extracción de fluidos o materiales del subsuelo que provocan su colapso.



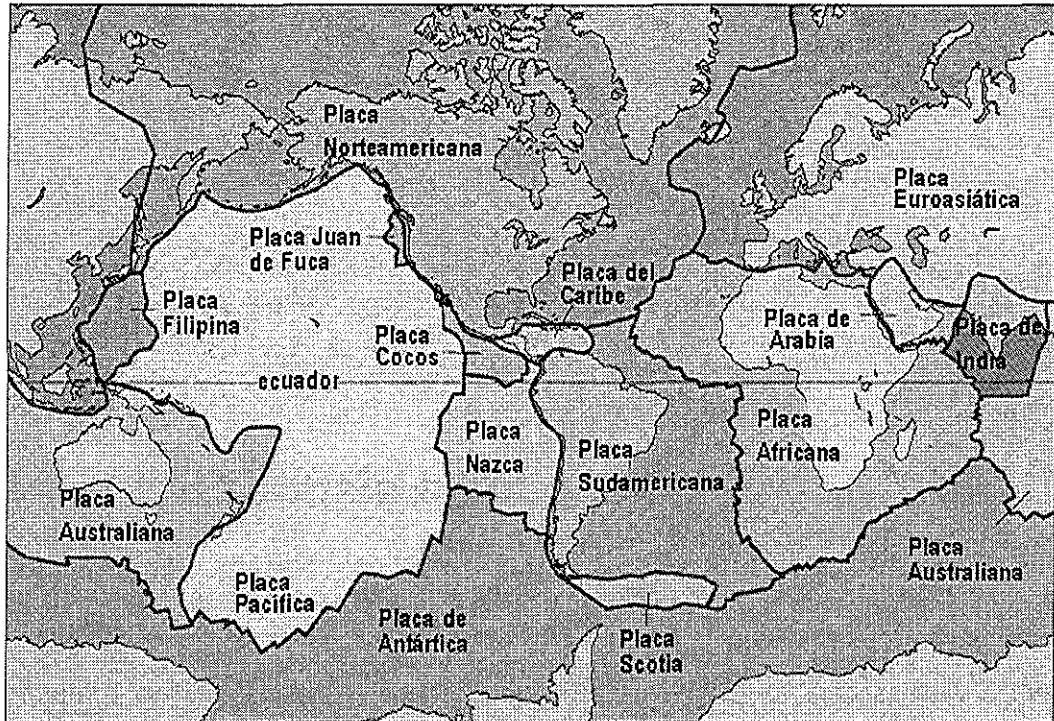


Figura 2.1 Placas tectónicas continentales y algunas subcontinentales [SNS, 2002]

En condiciones ideales, un análisis completo de la respuesta del terreno ante excitaciones sísmicas, debería modelar el mecanismo de ruptura en la fuente del sismo, la propagación de las ondas de esfuerzo desde la fuente hasta la frontera entre la roca y el depósito de suelo y finalmente, determinar la influencia que tienen los estratos del depósito de suelo en la respuesta de la superficie del terreno. En la realidad, el mecanismo que genera la ruptura en la falla es demasiado complicado y el fenómeno se conoce poco. Además, la forma en que se produce la transmisión de energía desde la fuente hasta el sitio de análisis está sujeta a muchas incertidumbres por lo que éstas consideraciones no son prácticas para la mayoría de las aplicaciones ingenieriles.

En la mayoría de los casos, el depósito de suelo es el factor más importante que afecta las características de los movimientos del terreno, a pesar de que las ondas sísmicas viajan solamente unas decenas de metros a través del suelo, en tanto que recorren cientos de kilómetros a través de roca.

## 2.1 Tipos de ondas sísmicas

Durante un sismo, la energía disipada se convierte en ondas sísmicas de cuerpo y en ondas de superficie. Estas ondas al viajar por la Tierra sufren reflexiones, refracciones, atenuaciones o amplificaciones y llegan en forma de excitación sísmica hasta el basamento rocoso que se encuentra bajo el depósito de suelo

UNIVERSIDAD DE  
VALPARAÍSO

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

Las ondas de cuerpo, las cuales viajan a través del interior de la Tierra, son de dos tipos: ondas P y ondas S. Las ondas P son conocidas como ondas primarias, compresionales o longitudinales, porque transmiten compresiones y extensiones (ver Figura 2.2a). En este caso, las partículas del medio se mueven en el mismo sentido en que se propaga la onda. Estas ondas son similares a las del sonido, las cuales se pueden propagar a través de sólidos y líquidos.

Las ondas S, también conocidas como secundarias, de corte o transversales, causan deformaciones de corte a medida que se propagan a través de un cuerpo (ver Figura 2.2b). En las ondas S, la dirección del movimiento de las partículas es perpendicular a la dirección de propagación de la onda y puede usarse para dividir la onda S en dos componentes: SV en donde el plano del movimiento es vertical y SH en donde el plano del movimiento es horizontal. Las ondas S no pueden propagarse a través de fluidos, debido a que estos presentan resistencia nula a los esfuerzos de corte.

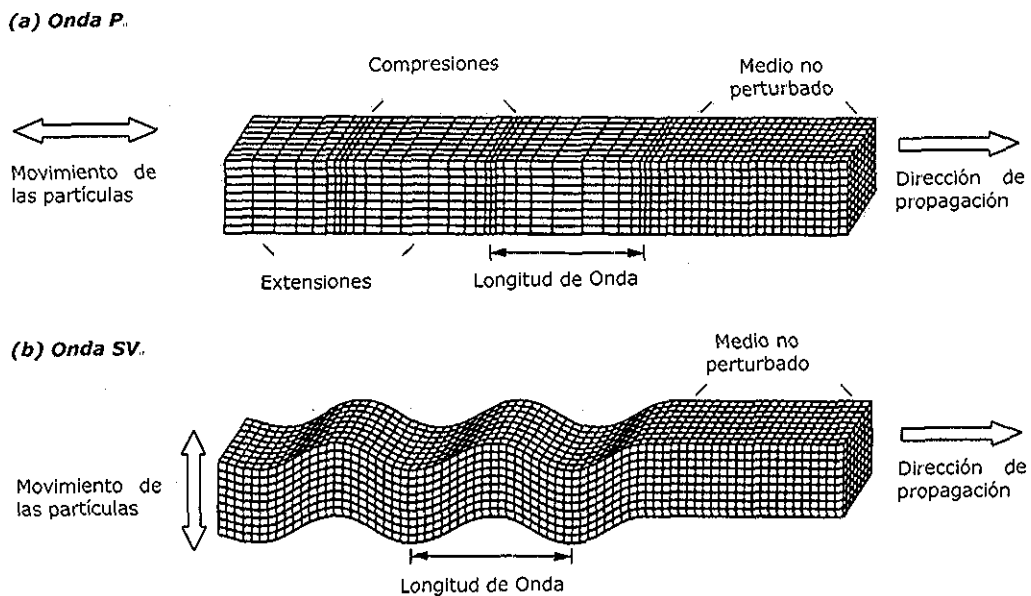


Figura 2.2 Deformaciones producidas por ondas de cuerpo  
Modificado de Bolt [1978]

Las ondas de superficie son el resultado de la interacción entre las ondas de cuerpo y la superficie o los estratos superficiales de la Tierra. Las ondas superficiales de Rayleigh y Love son las más importantes para propósitos ingenieriles

Las ondas de Rayleigh se producen por la interacción de ondas P y SV con la superficie de la tierra. En este caso, la trayectoria que describen las partículas del medio es elíptica retrógrada y ocurre en el plano de propagación de la onda (ver Figura 2.3a).

Las ondas de Love son el resultado de la interacción de ondas SH con un estrato superficial de suelo blando (Figura 2.3b). En estas ondas el movimiento de las partículas del medio es perpendicular a la dirección de propagación, como ocurre en las ondas S, sólo que polarizadas en el plano de la superficie de la Tierra.

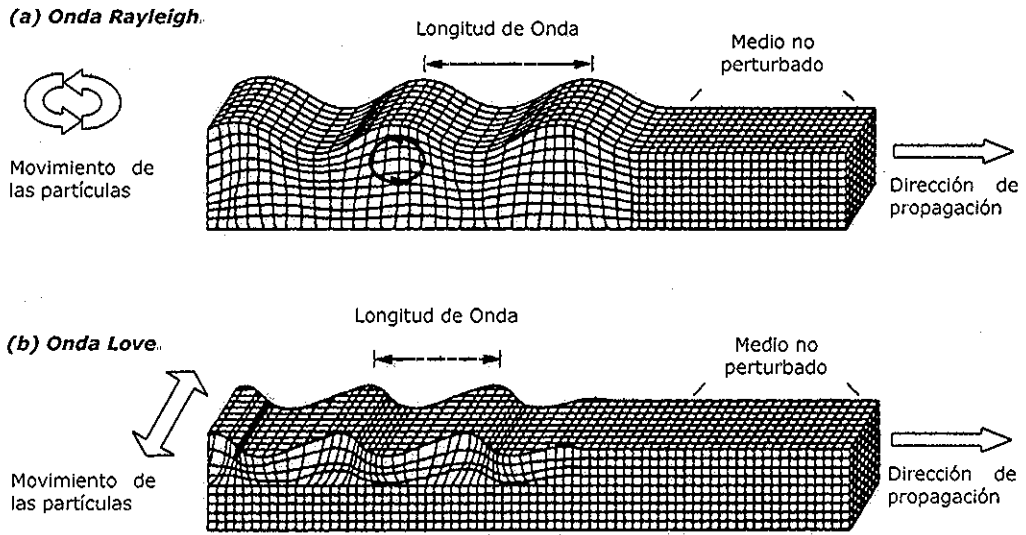


Figura 2.3 Deformaciones producidas por ondas de superficie Modificado de Bolt [1978]

## 2.2 Modelo constitutivo del suelo: Kelvin-Voigt

En geotecnia, es común utilizar el modelo Kelvin-Voigt para representar el comportamiento del suelo bajo cargas dinámicas, debido a su capacidad para predecir la atenuación de las ondas, ocasionada por la disipación de la energía elástica. Este modelo supone un comportamiento viscoelástico del suelo, donde la resistencia a la deformación está dada por la suma de una componente elástica y una viscosa. El modelo Kelvin-Voigt se representa gráficamente con un resorte y un amortiguador acoplados en paralelo (Figura 2.4). La relación entre el esfuerzo y la deformación, en un elemento Kelvin-Voigt sometido a esfuerzo cortante, se puede expresar como:

$$\tau(t) = G\gamma(t) + \eta \frac{\partial \gamma}{\partial t} \quad [2.1]$$

En la ecuación 2.1,  $\tau$  es el esfuerzo cortante,  $G$  el módulo de rigidez al corte,  $\gamma$  ( $= \partial u / \partial z$ ) es la deformación angular y  $\eta$  es el coeficiente de viscosidad.

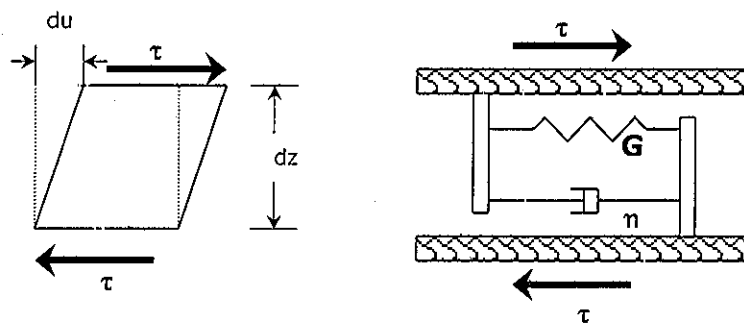


Figura 2.4 Modelo Kelvin-Voigt

El modelo constitutivo Kelvin-Voigt también se utiliza para idealizar el comportamiento del suelo en las pruebas de laboratorio y de campo, a partir de las cuales se determinan los parámetros dinámicos del suelo. Esto permite la comparación de los parámetros identificados usando registros de aceleración con los obtenidos usando los métodos convencionales de campo y de laboratorio.

### 2.3 Comportamiento del suelo bajo cargas cíclicas

Si un elemento mecánico tipo Kelvin-Voigt es sometido a excitaciones armónicas, la deformación que experimenta, en el estado estacionario, es armónica y puede escribirse como:

$$\gamma(t) = \gamma_0 \text{sen}(\omega t) \quad [2.2]$$

donde  $\gamma_0$  es la amplitud de la deformación,  $t$  es el tiempo en el que la deformación  $\gamma(t)$  sucede y  $\omega$  la frecuencia de excitación. Teniendo en cuenta las Ecuaciones 2.1 y 2.2, el esfuerzo cortante está dado por:

$$\tau(t) = G\gamma_0 \text{sen}(\omega t) + \omega\eta\gamma_0 \cos(\omega t) \quad [2.3]$$

A partir de las Ecuaciones 2.2 y 2.3, se puede obtener un ciclo completo esfuerzo-deformación para un elemento Kelvin-Voigt excitado armónicamente, el cual, como se aprecia en la Figura 2.5, resulta ser de forma elíptica. La energía elástica disipada en este ciclo está dada por el área de la elipse, o matemáticamente por:

$$\Delta W = \int_{t_0}^{t_0+2\pi/\omega} \tau \frac{\partial \gamma}{\partial t} dt = \pi\eta\omega\gamma_0^2 \quad [2.4]$$

En la Ecuación 2.4 puede observarse que la energía disipada es proporcional a la frecuencia de la excitación. No obstante, resultados de ensayos cíclicos indican que la respuesta del suelo es independiente de la frecuencia de la excitación [Hardin, 1965; Krisek y Franklin 1967, Aisks y Tarshansky, 1969; Donovan, 1969, Hardin y Drnevich, 1972]. Esta independencia de la frecuencia se mantiene, en suelos friccionantes secos, desde cero hasta algunos cientos de ciclos por segundos (cps). En suelos cohesivos, las frecuencias superiores a 0.1 cps tienen cierto efecto en el ciclo de histéresis, pero este es pequeño [Hardin y Drnevich, 1972].

Estudios recientes [Stokoe *et al*, 1999; Miura *et al*, 2000; Carvajal *et al*, 2002] han evaluado la influencia de la frecuencia de excitación en la respuesta del suelo, a la luz de la información proveniente de arreglos acelerográficos verticales.

En esta tesis se conserva la hipótesis comúnmente aceptada en la dinámica de suelos de independencia de la frecuencia de excitación.

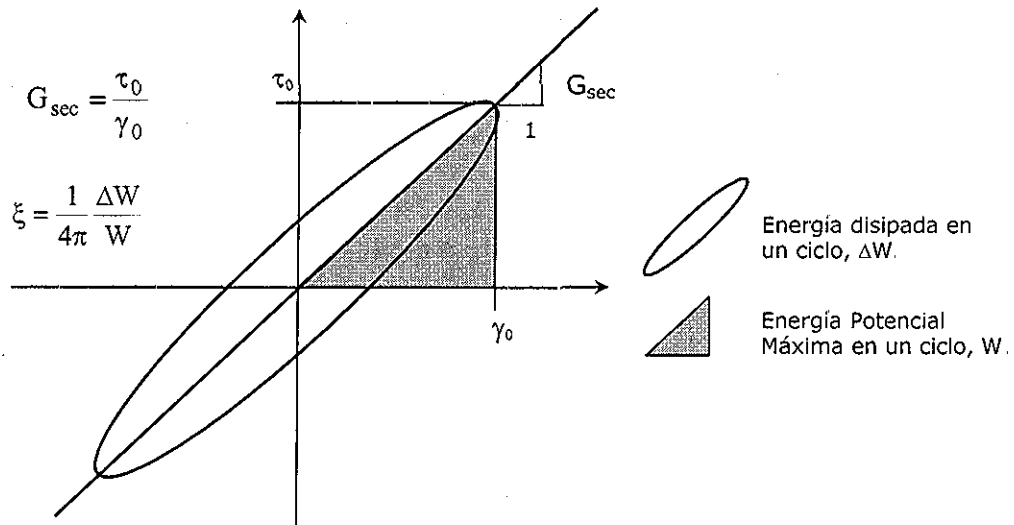


Figura 2.5 Relación entre el ciclo de histéresis y los parámetros dinámicos

La energía potencial máxima almacenada en un ciclo está dada por el área del triángulo sombreado de la Figura 2.5, o matemáticamente como:

$$W = \frac{1}{2} G \gamma_0^2 \tag{2.5}$$

La relación entre la energía disipada,  $\Delta W$ , y la máxima energía potencial almacenada,  $W$ , proporciona la capacidad que tiene el sistema para disipar energía. En dinámica de suelos se usa la relación de amortiguamiento  $\xi$  para definir esta capacidad de disipación de energía, la cual está dada por:

$$\xi = \frac{1}{4\pi} \frac{\Delta W}{W} \tag{2.6}$$

La Ecuación 2.6 es estrictamente válida para el caso de la resonancia, es decir, cuando la frecuencia de excitación es igual a la frecuencia natural del sistema.

Hardin [1965] propuso conservar el modelo Kelvin-Voigt, definiendo el coeficiente de viscosidad de acuerdo con la Ecuación 2.7, con el fin de modelar la respuesta del suelo de manera tal que sea independiente de la frecuencia de la excitación.

$$\eta = \frac{2\xi G}{\omega} \tag{2.7}$$

### 2.3.1 Modelo Lineal Equivalente

Del análisis anterior se concluye que el comportamiento del suelo bajo la acción de cargas cíclicas se puede describir de dos maneras: una es utilizando el ciclo histerético



esfuerzo-deformación, y la otra es mediante los parámetros que describen la forma general de dicho ciclo. Las características más importantes del ciclo son su inclinación y su ancho.

Para un nivel de deformación dado, la inclinación del ciclo depende del módulo de rigidez al corte, el cual puede describirse en cada punto del ciclo haciendo uso del módulo de rigidez tangente. Este módulo varía durante la acción de la carga cíclica, pero su valor promedio durante el ciclo puede aproximarse usando el módulo secante  $G_{sec}$  (ver Figura 2.5), el cual está dado por:

$$G_{sec} = \frac{\tau_o}{\gamma_o} \quad [2.8]$$

donde  $\tau_o$  y  $\gamma_o$  son las amplitudes del esfuerzo y de la deformación cortante, respectivamente. Por otro lado, para un nivel de deformación particular, el ancho del ciclo de histéresis está determinado por la relación entre la energía disipada y la energía potencial máxima, por lo tanto puede describirse utilizando la relación de amortiguamiento (Ecuación 2.6).

Los valores de  $G_{sec}$  y  $\xi$  se conocen como **parámetros lineales equivalentes**, y se utilizan para describir el comportamiento del suelo en el análisis de la respuesta sísmica del terreno [Hardin, 1965]. Estos parámetros lineales son solamente una aproximación del comportamiento no lineal expresado por el ciclo de histéresis. Esta hipótesis de linealidad permite la aplicación de algoritmos computacionales eficientes para realizar el análisis de respuesta sísmica del terreno. De aquí en adelante se denominará simplemente como módulo de rigidez al corte ( $G$ ) a este módulo secante.

### 2.3.2 Curva de degradación del módulo de rigidez

Las pruebas de laboratorio han evidenciado que el módulo de rigidez depende de la amplitud de deformación del ciclo histerético, la relación de vacíos, los esfuerzos efectivos principales, el índice de plasticidad, la relación de preconsolidación, el grado de saturación y el número de ciclos de carga.

El lugar geométrico que corresponde a los puntos más altos ( $\tau_o, \gamma_o$ ), provenientes de ciclos de histéresis con niveles de deformación diferentes, recibe el nombre de curva esqueleto (ver Figura 2.6a). En esta curva, la pendiente en el origen es el valor máximo del módulo de rigidez ( $G_{max}$ ).

El módulo de rigidez, máximo a deformaciones pequeñas (p.e.  $10^{-6}$  %), disminuye a partir de un valor de deformación denominado crítica ( $\gamma_c$ , ver Figura 2.6b). La curva que describe la relación entre el cociente  $G/G_{max}$  y la deformación angular recibe el nombre de curva de degradación del módulo de rigidez.

### 2.3.3 Relación de amortiguamiento

Para el caso del amortiguamiento, una vez superado el umbral de deformación crítica y a medida que aumenta la deformación, el ancho de los ciclos de histéresis también

aumenta. Esto indica que el amortiguamiento crece a medida que aumenta la deformación angular.

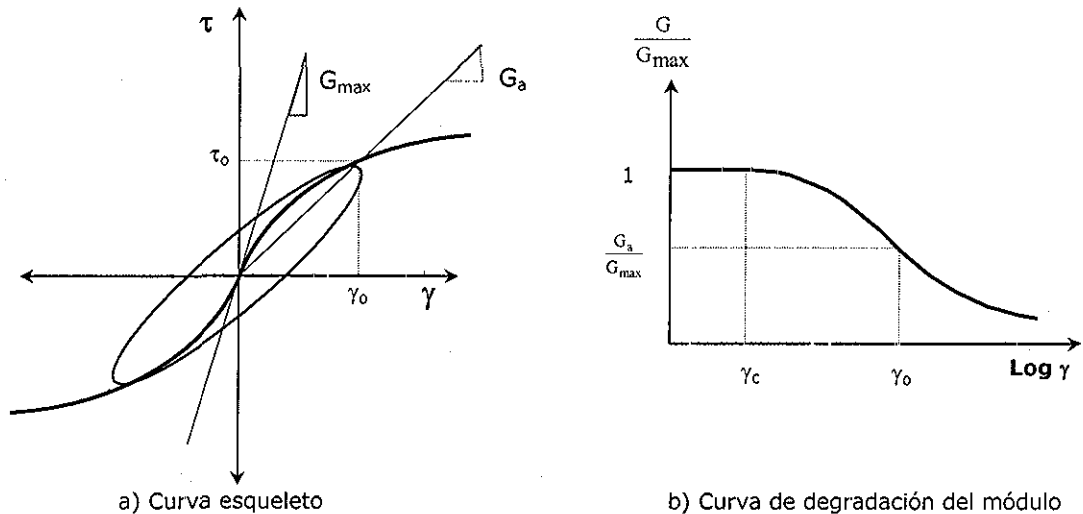


Figura 2.6 Variación del módulo de rigidez con la deformación angular

## 2.4 Propagación 1D de ondas de corte en medios viscoelásticos

Se han desarrollado varios modelos analíticos para predecir la respuesta del terreno bajo la acción de los sismos. Estos modelos se agrupan de acuerdo a la dimensión del problema, aunque muchas técnicas bidimensionales 2D y tridimensionales 3D son extensiones relativamente directas de sus correspondientes técnicas unidimensionales 1D. El modelo unidimensional que se usa en esta tesis se basa en la suposición que la repuesta en campo libre, de un depósito de suelo, se debe predominantemente a la propagación vertical de ondas de corte desde la formación inferior de roca, hasta la superficie libre del depósito de suelo [Kanai, 1951].

### 2.4.1 Dedución y solución de la ecuación 1D de onda

Un medio unidimensional se idealiza fácilmente como una barra de longitud infinita (Figura 2.7) en la que se pueden propagar ondas longitudinales, transversales y torsionales. A continuación se presenta únicamente el problema de propagación de ondas transversales, debido a que la evaluación de la respuesta sísmica del terreno se realizará suponiendo que ésta se debe principalmente a la propagación vertical de ondas transversales SH.

Para deducir la ecuación 1D de propagación de ondas, se supone que las áreas transversales (A), del elemento diferencial de la Figura 2.7, permanecen planas durante la propagación de las ondas transversales y que los esfuerzos de corte se distribuyen uniformemente en dichas áreas.

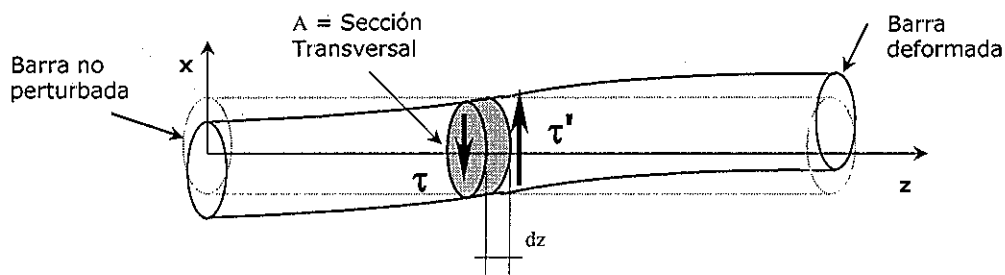


Figura 2.7 Onda transversal en una barra infinita

En la Figura 2.8 se muestran los esfuerzos cortantes a la izquierda ( $z_0$ ) y derecha ( $z_0+dz$ ) el elemento diferencial de la Figura 2.7.

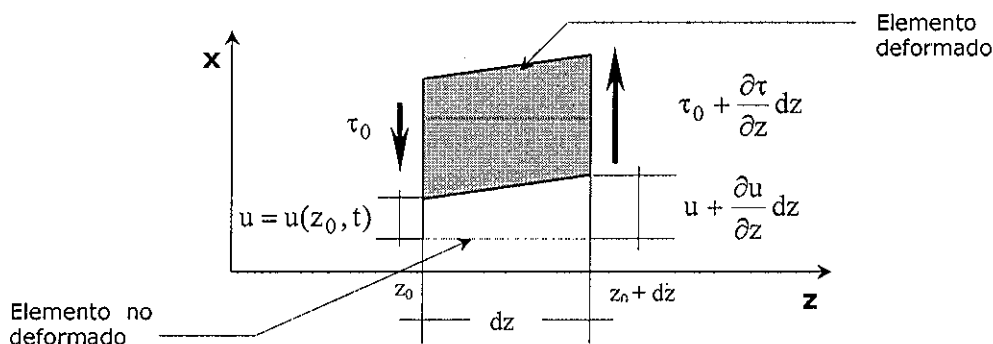


Figura 2.8 Esfuerzos en una barra sometida a ondas transversales

Para que exista equilibrio dinámico en dicho elemento se requiere que:

$$\left( \tau_0 + \frac{\partial \tau}{\partial z} dz \right) A - \tau_0 A = \rho A dz \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad [2.9]$$

donde  $u$  son los desplazamientos en la dirección  $x$ ,  $A$  es el área de la sección transversal del elemento diferencial y  $\rho$  la densidad de la barra. La Ecuación 2.9 establece que las acciones externas, ejercidas en los extremos del elemento diferencial de la barra, deben igualarse con la fuerza inercial generada por la aceleración de la masa del elemento. Simplificando la Ecuación 2.9, se llega a la ecuación unidimensional de movimiento:

$$\frac{\partial \tau}{\partial z} = \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad [2.10]$$

La Ecuación 2.10 es válida para cualquier tipo de esfuerzo (normal, torsional o de corte), pero no puede resolverse en esta forma debido a que mezcla esfuerzos con desplazamientos. Para salvar esta situación es necesario incluir un modelo constitutivo del suelo, el cual podría idealizarse como un material de comportamiento elástico, plástico, viscoelástico, etc. Incluyendo el modelo Kelvin-Voigt como constitutivo del suelo y derivando la Ecuación 2.1 con respecto a  $z$ , se tiene:

$$\frac{\partial \tau}{\partial z} = G \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + \eta \frac{\partial^3 u}{\partial z^2 \partial t} \quad [2.11]$$

Ahora, reemplazando la expresión anterior en la Ecuación 2.10 se llega a:

$$\rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = G \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + \eta \frac{\partial^3 u}{\partial z^2 \partial t} \quad [2.12]$$

la cual es la ecuación de propagación unidimensional de ondas de corte en un medio viscoelástico. Si la barra de la Figura 2.7 se somete a excitaciones armónicas, entonces los desplazamientos inducidos en la barra son de la forma:

$$u_{(z,t)} = U_{(z)} e^{i\omega t} \quad [2.13]$$

donde  $i = \sqrt{-1}$  y  $e$  es el número de Euler. Si se reemplaza la expresión anterior en la Ecuación 2.12 se obtiene la siguiente ecuación diferencial ordinaria:

$$(G + i\omega\eta) \frac{d^2 U}{dz^2} = -\rho\omega^2 U \quad [2.14]$$

La Ecuación 2.14 puede escribirse como:

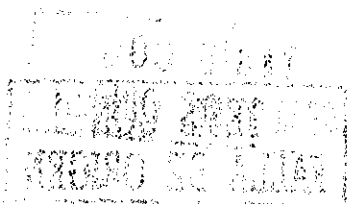
$$G^* \frac{d^2 U}{dz^2} = -\rho\omega^2 U \quad [2.15]$$

donde  $G^* = G + i\omega\eta$  es el módulo de rigidez complejo. Como puede observarse, este módulo complejo depende de la frecuencia de excitación. Para eliminar esta dependencia se hace uso de la Ecuación 2.7, con lo que el módulo de rigidez complejo se expresa como:

$$G^* = G(1 + 2i\xi) \quad [2.16]$$

Utilizando este módulo de rigidez complejo, se puede definir el número de onda complejo como:

$$k^* = \omega \sqrt{\frac{\rho}{G^*}} \quad [2.17]$$



La Ecuación 2.17 cuantifica el número de longitudes de onda que hay en una distancia de  $2\pi$ . Este número de onda complejo está formado por una parte real y una imaginaria, de la siguiente manera [Kolsky, 1963]:

$$k^* = k_1 + ik_2 \quad [2.18]$$

siendo:

$$k_1^2 = \frac{\rho\omega^2}{2G(1+4\xi^2)} \left( \sqrt{1+4\xi^2} + 1 \right) \quad [2.19]$$

y

$$k_2^2 = \frac{\rho\omega^2}{2G(1+4\xi^2)} \left( \sqrt{1+4\xi^2} - 1 \right) \quad [2.20]$$

De las expresiones 2.22 y 2.23 solamente la raíz positiva de  $k_1$  y la negativa de  $k_2$  tienen sentido físico. Incorporando el número de onda complejo se tiene que la solución de la ecuación diferencial ordinaria [2.18] es de la forma:

$$u_{(z,t)} = Ae^{i(\omega t - k^*z)} + Be^{i(\omega t + k^*z)} \quad [2.21]$$

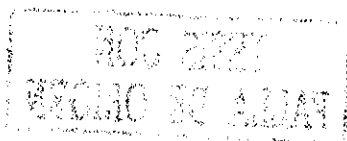
La Ecuación 2.24 representa dos ondas con amplitudes A y B, de las cuales el término  $Ae^{i(\omega t - k^*z)}$  representa la onda incidente viajando en la dirección positiva del eje z y el término  $Be^{i(\omega t + k^*z)}$  representa la onda reflejada viajando en la dirección negativa del eje z. El valor de las amplitudes A y B depende de las condiciones de frontera del problema. Para una onda viajando en la dirección positiva del eje z se tiene que la solución de la ecuación de onda se puede escribir como:

$$u_{(z,t)} = Ae^{k_2z} e^{i(\omega t - k_1z)} \quad [2.22]$$

Nótese que si el medio se considera solamente elástico ( $\eta = \xi = 0$ ), entonces  $k_2 = 0$  y  $k_1 = k$ , con lo que la solución de la ecuación de onda para este caso se puede escribir como:

$$u_{(z,t)} = Ae^{i(\omega t - k_1z)} \quad [2.23]$$

Si se comparan las Ecuaciones 2.22 y 2.23 es claro que el amortiguamiento produce una disminución exponencial de la amplitud de onda con la distancia (recordar que  $k_2$  es negativo). Esto se logró utilizando un modelo constitutivo Kelvin-Voigt, el cual es solamente uno de los tantos modelos reológicos con los que se puede idealizar el comportamiento del suelo. Asimismo, se podría diseñar otro modelo constitutivo, seleccionando y acoplado un mayor número de resortes y amortiguadores, con lo que se podría lograr una mayor aproximación al comportamiento real del suelo. Sin



embargo, estos modelos incrementan la complejidad de la solución de la ecuación de onda, cuya sencillez es clave durante el desarrollo del tema del presente estudio

### 2.4.2 Propagación 1D de ondas en un medio viscoelástico estratificado

En la Tierra se tienen generalmente condiciones complejas, en las que se suceden series de materiales con características diferentes, lo cual hace necesario complementar el análisis anterior con la inclusión del estudio de medios estratificados. El caso estratificado más simple es una frontera entre dos materiales que se encuentran dispuestos en una barra de longitud infinita, tal y como se aprecia en la Figura 2.9.

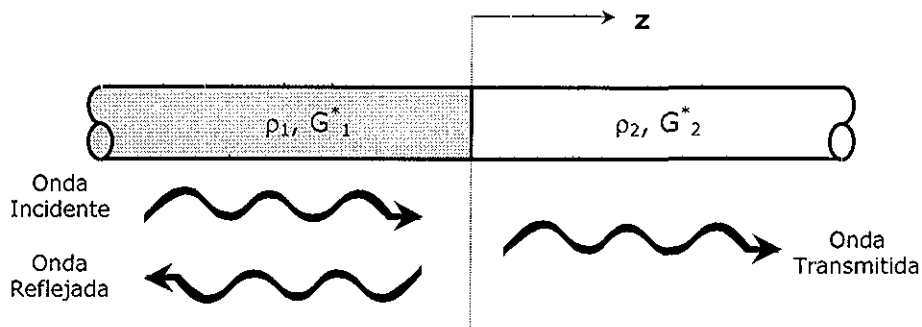


Figura 2.9 Propagación 1D de ondas en un medio estratificado

Considérese que a lo largo de la barra viscoelástica de la Figura 2.9 se propaga una onda armónica de corte en la dirección  $z$ , la cual se acerca a la frontera entre los dos materiales. Una vez que esta onda incidente ( $I$ ) ha alcanzado la frontera, parte de su energía se transmite generando una onda transmitida ( $T$ ) y parte se refleja generando una onda reflejada ( $R$ ). Las ecuaciones de desplazamiento de cada una de estas ondas están dadas por las expresiones 2.24

$$u_{I(z,t)} = A_I e^{i(\omega t - k_1^* z)} \quad [2.24a]$$

$$u_{R(z,t)} = A_R e^{i(\omega t + k_1^* z)} \quad [2.24b]$$

$$u_{T(z,t)} = A_T e^{i(\omega t - k_2^* z)} \quad [2.24c]$$

En la frontera debe existir compatibilidad de desplazamientos y de esfuerzos, lo que expresa como:

$$u_I(0,t) + u_R(0,t) = u_T(0,t) \quad [2.25]$$

$$\tau_I(0,t) + \tau_R(0,t) = \tau_T(0,t) \quad [2.26]$$

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

Haciendo  $z = 0$  en las Ecuaciones 2.24 y reemplazándolas en la ecuación de compatibilidad de deformaciones (Ecuación 2.25), se tiene que:

$$A_I + A_R = A_T \quad [2.27]$$

En la Ecuación 2.26 los esfuerzos cortantes están dados por:

$$\tau = G^* \frac{\partial u}{\partial z} \quad [2.28]$$

Reemplazando las Ecuaciones 2.24 en la Ecuación 2.28 se tiene:

$$\tau_{I(z,t)} = -G_1^* k_1^* A_I e^{i(\omega t - k_1^* z)} \quad [2.29a]$$

$$\tau_{R(z,t)} = G_1^* k_1^* A_R e^{i(\omega t + k_1^* z)} \quad [2.29b]$$

$$\tau_{T(z,t)} = -G_2^* k_2^* A_T e^{i(\omega t - k_2^* z)} \quad [2.29c]$$

Haciendo  $z = 0$  en las Ecuaciones 2.29 y reemplazándolas en la ecuación de compatibilidad de esfuerzos (Ecuación 2.26), se tiene que:

$$-G_1^* k_1^* A_I + G_1^* k_1^* A_R = -G_2^* k_2^* A_T \quad [2.30]$$

La Ecuación 2.30 se puede describir como:

$$A_I - A_R = \alpha_z A_T \quad [2.31]$$

donde  $\alpha_z$  es la impedancia, la cual en este caso es una cantidad compleja que se expresa matemáticamente como:

$$\alpha_z = \frac{G_2^* k_2^*}{G_1^* k_1^*} \quad [2.32]$$

Las Ecuaciones 2.27 y 2.31 conforman un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas, en donde conociendo la amplitud de la onda incidente, se pueden despejar la amplitud de la onda reflejada y transmitida, como se muestra en las Ecuaciones 2.33a y 2.33b.

$$A_R = \frac{1 - \alpha_z}{1 + \alpha_z} A_I \quad [2.33a]$$

$$A_T = \frac{2}{1 + \alpha_z} A_I \quad [2.33b]$$

La impedancia compleja es una medida de las características de la frontera entre dos materiales. Si se observa cuidadosamente la Ecuación 2.32 se puede deducir que si la norma de la impedancia compleja es mayor a la unidad, la onda incidente se aproxima desde un medio menos rígido hacia una frontera con un material más rígido; por consiguiente, cuando la norma de la impedancia compleja es menor que la unidad, la onda incidente se aproxima desde un medio más rígido hacia uno menos rígido. En este último caso, también la magnitud de la onda transmitida es mayor que la magnitud de la onda incidente, es decir, se produce el fenómeno de amplificación (Ecuación 2.33b); en tanto que en el caso contrario, es decir, con una impedancia compleja cuya norma es mayor que la unidad, se produce el fenómeno de atenuación. Igualmente se pueden analizar otros dos casos, dependiendo de si el valor de  $\alpha^* = 0$  o.

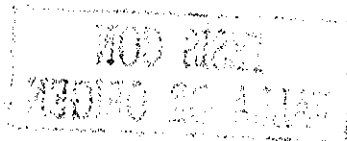
Si la impedancia compleja es igual a cero, la onda incidente se está aproximando a una condición de frontera libre en la cual el esfuerzo cortante es cero ( $\tau = 0$ ). Para satisfacer esta condición de nulidad del esfuerzo cortante en la superficie libre, la amplitud del desplazamiento en la frontera debe ser el doble que la amplitud del desplazamiento de la onda incidente ( $A_T = 2A_I$ ). Asimismo, la onda reflejada tendrá la misma amplitud que la onda incidente ( $A_R = A_I$ ), pero sus sentidos serán opuestos.

Si la impedancia compleja es infinita, la onda incidente se está aproximando a un extremo fijo en el cual los desplazamientos son iguales a cero ( $u_T = 0$ ). En este caso, la amplitud del esfuerzo en la frontera es el doble de la amplitud del esfuerzo de la onda incidente ( $\tau_T = 2\tau_I$ ), la amplitud de la onda reflejada es igual a la amplitud de la onda incidente ( $A_R = A_I$ ), pero la amplitud de la onda transmitida es igual a cero ( $A_T = 0$ ).

### 2.4.3 Hipótesis de incidencia perpendicular

En general, las ondas no se aproximan a las fronteras de manera perpendicular, tal como se supuso tácitamente en los análisis anteriores. Asimismo, la orientación de una onda inclinada de cuerpo determina la manera en la cual la energía es disipada o transmitida justo en la frontera. El principio de Fermat define el tiempo de propagación de un pulso sísmico como el tiempo mínimo de propagación a lo largo de un recorrido continuo entre dos puntos arbitrarios. La dirección del recorrido que produce el tiempo mínimo de propagación se conoce como rayo. Un frente de onda se define como una superficie de igual tiempo de propagación, con lo que el rayo ha de ser perpendicular, sólo en materiales isotrópicos, al frente de onda. Usando el principio de Fermat, Snell demostró que:

$$\frac{\text{sen}(\delta_I)}{v} = \text{constante} \quad [2.34]$$





En la Ecuación 2.34,  $\delta_i$  es el ángulo entre el rayo incidente y la normal a la frontera y  $v$  es la velocidad de propagación de la onda. Esta relación es válida tanto para ondas incidentes como para ondas reflejadas, lo cual indica que toda onda que pasa de un medio a otro cambia de dirección (excepto cuando  $\delta_i = 0$ ).

Por otro lado, cuando las ondas SH alcanzan una frontera solamente reflejan y transmiten ondas de tipo SH (Figura 2.10). Esto se debe a que en éste caso la onda incidente no involucra movimiento de partículas en dirección perpendicular a la frontera.

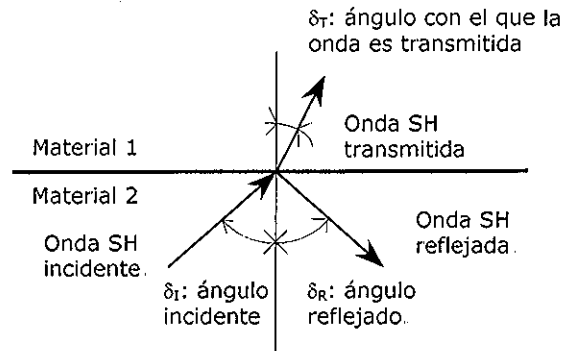


Figura 2.10 Ondas reflejadas y transmitidas por una onda SH incidente

En el caso de los ángulos de incidencia y reflexión se tiene que:

$$\frac{\text{sen}(\delta_I)}{v_I} = \frac{\text{sen}(\delta_R)}{v_R} \quad [2.35]$$

Como estas dos ondas (incidente y reflejada) viajan a través del mismo medio, sus velocidades de propagación son iguales, lo que deriva, de acuerdo con la Ecuación 2.35, en ángulos iguales de incidencia y reflexión. Por otro lado, el ángulo de con el que la onda se transmite depende exclusivamente del ángulo de incidencia y del cociente entre las velocidades de propagación a ambos lados de la frontera:

$$\text{sen}(\delta_T) = \text{sen}(\delta_I) \frac{v_I}{v_I} \quad [2.36]$$

La Ecuación 2.36 indica que en el caso de ondas que se propagan hacia arriba, a través de medios horizontales en donde la velocidad de propagación disminuye a medida que la onda se acerca a la superficie, las ondas SH se transmiten de tal manera que su dirección de propagación se acerca cada vez más a la vertical, tal como se muestra en la Figura 2.11.

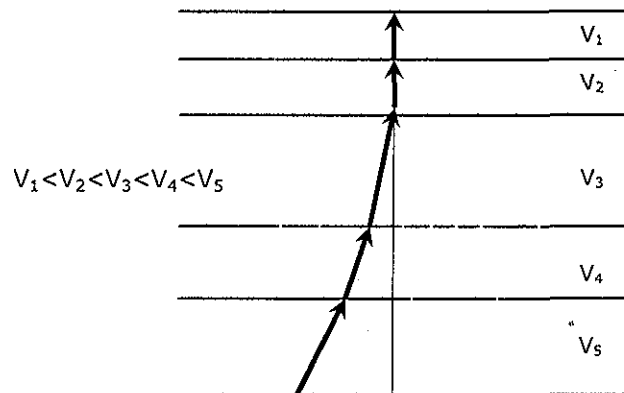


Figura 2.11 Hipótesis de incidencia vertical

## 2.5 Modelo 1D de respuesta sísmica de medios estratificados

El análisis de la respuesta sísmica en los sitios de estudio (Zona de Lago de la ciudad de México), se realiza en esta tesis con un modelo unidimensional, el cual se basa en las siguientes hipótesis:

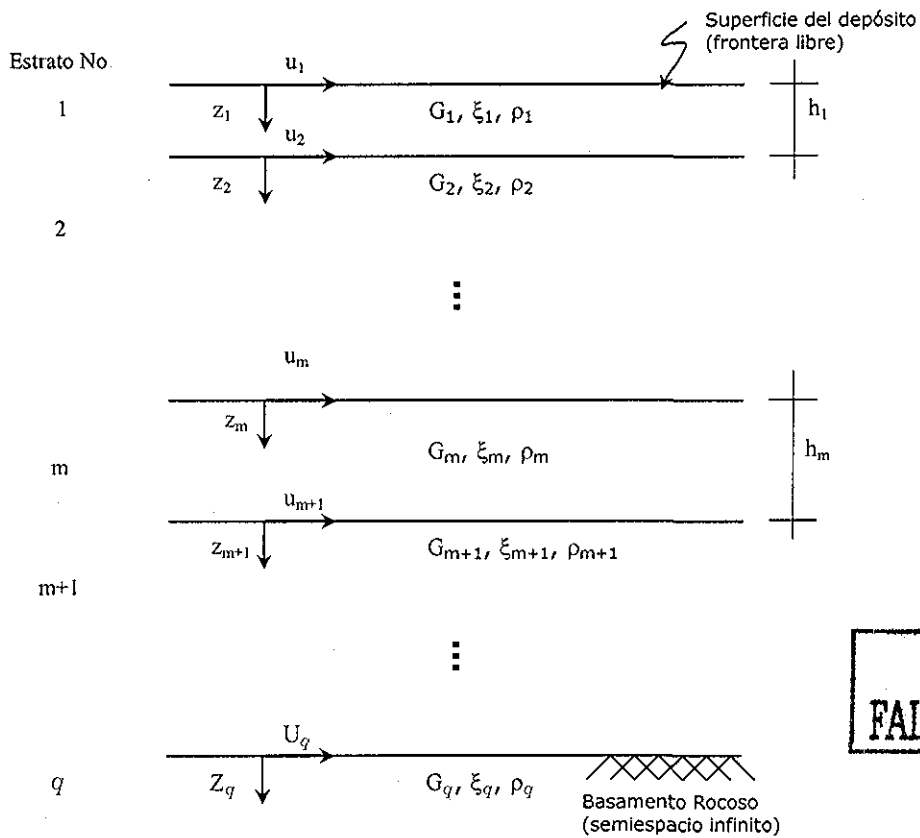
- La respuesta sísmica del depósito es causada predominantemente por la propagación vertical, desde el basamento rocoso, de ondas de corte SH [Kanai, 1951].
- La superficie del depósito de suelo y las fronteras entre los diferentes estratos que lo forman, son horizontales y de extensión infinita.
- El depósito de suelo está formado por estratos homogéneos perfectamente definidos por su densidad ( $\rho$ ), espesor ( $h$ ) y por sus parámetros dinámicos lineales equivalentes: módulo de rigidez al corte ( $G$ ) y relación de amortiguamiento ( $\xi$ ) [Hardin, 1965].
- Cada estrato del depósito exhibe un comportamiento viscoelástico.
- Existe condición de frontera libre en la superficie del depósito.

Aunque la validez de las hipótesis anteriores es cuestionable, existen estudios a partir de los cuales se puede concluir que este modelo es lo suficientemente adecuado para idealizar la respuesta sísmica de los depósitos de suelo de la Zona de Lago y de Transición de la ciudad de México [Romo y Seed, 1986; Romo, 1991; Ovando *et al*, 1993, Rosenblueth y Ovando, 1995; Romo, 1995].

### 2.5.1 Cálculo de la respuesta del terreno bajo excitaciones armónicas

A continuación se expone el análisis de la respuesta unidimensional del terreno utilizando el mismo desarrollo del programa de computador SHAKE [Schnabel *et al*, 1972]. Considérese la siguiente nomenclatura de un depósito estratificado horizontalmente, formado por  $q$  estratos, donde el  $q$ -ésimo estrato corresponde al basamento rocoso (Figura 2.11). Los ejes de desplazamiento ( $u$ ) y profundidad ( $z$ ) forman los ejes coordenados para cada estrato





TESIS CON FALLA DE ORIGEN

Figura 2.12 Nomenclatura del medio estratificado

En este caso, al igual que en el de propagación de ondas en una barra, se ha de satisfacer la condición de continuidad de desplazamientos para los estratos  $m$  y  $m+1$ , la cual se expresa como:

$$u_m(z_m = h_m, t) = u_{m+1}(z_{m+1} = 0, t) \quad [2.37]$$

De forma similar, la condición de compatibilidad de esfuerzos se expresa como:

$$\tau_m(z_m = h_m, t) = \tau_{m+1}(z_{m+1} = 0, t) \quad [2.38]$$

Los desplazamientos y esfuerzos en cada estrato están dados por:

$$u_m(z_m = h_m, t) = (A_m e^{ik_m^* h_m} + B_m e^{-ik_m^* h_m}) e^{i\omega t} \quad [2.39a]$$

$$u_{m+1}(z_{m+1} = 0, t) = (A_{m+1} + B_{m+1}) e^{i\omega t} \quad [2.39b]$$

$$\tau_m(z_m = h_m, t) = ik_m^* G_m^* (A_m e^{ik_m^* h_m} - B_m e^{-ik_m^* h_m}) e^{i\omega t} \quad [2.39c]$$

$$\tau_{m+1}(z_{m+1} = 0, t) = ik_{m+1}^* G_{m+1}^* (A_{m+1} - B_{m+1}) e^{i\omega t} \quad [2.39d]$$

Reemplazando las Ecuaciones 2.39a y 2.39b en la ecuación de compatibilidad de desplazamientos, Ecuación 2.37, se tiene:

$$A_m e^{ik_m^* h_m} + B_m e^{-ik_m^* h_m} = A_{m+1} + B_{m+1} \quad [2.40]$$

y reemplazando las Ecuaciones 2.39c y 2.39d en la Ecuación de compatibilidad de esfuerzos, Ecuación 2.38, se llega a:

$$A_{m+1} - B_{m+1} = \frac{k_m^* G_m^*}{k_{m+1}^* G_{m+1}^*} (A_m e^{ik_m^* h_m} - B_m e^{-ik_m^* h_m}) e^{i\omega t} \quad [2.41]$$

Conocidas las amplitudes  $A_m$  y  $B_m$ , las Ecuaciones 2.40 y 2.41 conforman un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas, de la misma manera que en el caso de propagación 1D de ondas en una barra desarrollado en el inciso 2.4.2. Despejando las amplitudes de las ondas  $A_{m+1}$  y  $B_{m+1}$  se tiene:

$$A_{m+1} = \frac{1}{2} A_m (1 + \alpha_m^*) e^{ik_m^* h_m} + \frac{1}{2} B_m (1 - \alpha_m^*) e^{-ik_m^* h_m} \quad [2.42a]$$

$$B_{m+1} = \frac{1}{2} A_m (1 - \alpha_m^*) e^{ik_m^* h_m} + \frac{1}{2} B_m (1 + \alpha_m^*) e^{-ik_m^* h_m} \quad [2.42b]$$

En las Ecuaciones 2.42, la impedancia compleja  $\alpha_m^*$  está dada por:

$$\alpha_m^* = \frac{k_m^* G_m^*}{k_{m+1}^* G_{m+1}^*} \quad [2.43]$$

Las Ecuaciones 2.42 se pueden expresar en forma matricial como:

$$\begin{bmatrix} A_{m+1} \\ B_{m+1} \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} (1 + \alpha_m^*) e^{ik_m^* h_m} & (1 - \alpha_m^*) e^{-ik_m^* h_m} \\ (1 - \alpha_m^*) e^{ik_m^* h_m} & (1 + \alpha_m^*) e^{-ik_m^* h_m} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_m \\ B_m \end{bmatrix} \quad [2.44]$$

La condición de frontera libre en la superficie del depósito implica que el esfuerzo en la frontera superior del primer estrato sea igual a cero, lo que requiere que las amplitudes de las ondas  $A_1$  y  $B_1$  sean iguales ( $A_1 = B_1 = A$ ). Las amplitudes de las ondas en el estrato  $m$  se pueden expresar en función de las amplitudes de onda del primer estrato, de la siguiente manera:

$$A_m = a_m(\omega)A_1 \quad [2.45a]$$

$$B_m = b_m(\omega)B_1 \quad [2.45b]$$

donde  $a_m(\omega)$  y  $b_m(\omega)$  son funciones de la frecuencia  $\omega$ , calculadas utilizando las Ecuaciones 2.42 de forma recursiva.

### 2.5.2 Funciones de transferencia para medios estratificados

Las funciones de transferencia (FT) son la clave para realizar el análisis unidimensional de la respuesta del terreno. Estas funciones se desarrollan en el dominio de la frecuencia y permiten relacionar los parámetros de la excitación con los parámetros de la respuesta del depósito. Tanto la respuesta como la excitación pueden encontrarse ubicadas en cualquier punto del depósito y estar expresadas como aceleraciones, desplazamientos, esfuerzos o en función de cualquier otra variable que represente el movimiento.

Aunque este procedimiento es estrictamente aplicable a sistemas lineales, puesto que se basa en el principio de superposición, el comportamiento no lineal puede evaluarse utilizando un proceso iterativo que involucra los parámetros lineales equivalentes del suelo [Seed e Idriss, 1969]. Este proceso consiste básicamente en actualizar el módulo de rigidez al corte y la relación de amortiguamiento del suelo con base en el nivel de deformaciones inducido. Las Ecuaciones 2.45a y 2.45b pueden utilizarse para definir la función de transferencia que relaciona la amplitud del desplazamiento en estrato  $j$  y del estrato  $i$ , de la siguiente manera:

$$F_{i \rightarrow j}(\omega) = \frac{u_j}{u_i} = \frac{a_j(\omega) + b_j(\omega)}{a_i(\omega) + b_i(\omega)} \quad [2.46]$$

Para el caso de medios viscoelásticos, esta FT es una función compleja. La Ecuación 2.46 también describe la relación entre las amplitudes de la aceleración y la velocidad de los estratos  $i$  y  $j$ . Cabe aclarar que esta ecuación ubica la excitación y la respuesta del depósito en las fronteras superiores de los estratos  $i$  y  $j$ , respectivamente, lo cual simplifica la forma de la FT.

Las expresiones recursivas (Ecuaciones 2.45) se codificaron usando el editor C++ Borland 5.0 [Arnush, 1997] y la programación orientada a objetos, como parte del diseño de la herramienta computacional que se usa en esta tesis. Los resultados de esta subrutina se validaron utilizando el programa SHAKE [Schnabel *et al*, 1972].

Con un procedimiento similar al anterior se pueden deducir FT adicionales que relacionen otras variables del movimiento. Por ejemplo, la FT que relaciona la aceleración ( $a_{\text{Acel}}$ ) relativa con el desplazamiento ( $u_{\text{Desp}}$ ), en mismo punto del depósito de suelo, es:

$$FT_{\text{Acel} \rightarrow \text{Desp}} = -\frac{1}{\omega^2} \quad [2.47]$$

La función de transferencia que relaciona el desplazamiento ubicado en la frontera superior del estrato  $m$  con la deformación ( $\gamma_{\text{Def}}$ ) en un punto cualquiera ( $z_m$ ) del estrato  $m$ , es:

$$FT_{\text{Desp} \rightarrow \text{Def}} = \frac{\gamma_m}{u_m} = ik_m^* \frac{a_m e^{ik_m^* z_m} - b_m e^{-ik_m^* z_m}}{a_m e^{ik_m^* z_m} + b_m e^{-ik_m^* z_m}} \quad [2.48]$$

Incluso la Ecuación 2.31 expresada en la siguiente forma puede utilizarse para transformar las deformaciones del estrato  $m$  en esfuerzo cortante ( $\tau_{\text{Esf}}$ ), en un mismo punto del depósito de suelo:

$$FT_{\text{Def} \rightarrow \text{Esf}} = \frac{\tau_m}{\gamma_m} = G^* \quad [2.49]$$

En el Apéndice A se propone una simplificación matemática de la Ecuación 2.48, la cual se implementó en la herramienta computacional desarrollada en esta tesis. Esta simplificación se validó utilizando el programa SHAKE [Schnabel *et al*, 1972].

### 2.5.3 Cálculo de la respuesta del terreno bajo excitaciones aleatorias

Hasta este punto se ha idealizado la excitación sísmica como ondas armónicas (Ecuación 2.21), sin embargo en la realidad un sismo no es una serie armónica. Asimismo, aunque el sismo es un evento continuo, el acelerograma que resulta de su medición es una serie temporal discreta, debido a que sólo es posible realizar mediciones en instantes de tiempo, regularmente espaciados. Este espaciamiento constante ( $dt$ ) es muy pequeño, p.e. 0.01 seg.

De acuerdo con lo anterior, la aplicación directa de las funciones de transferencia permite calcular la respuesta de un depósito de suelo bajo excitaciones solamente de tipo armónico. Para solucionar este problema se recurre al análisis en el dominio de la frecuencia, desarrollado por el matemático francés J.B.J. Fourier, mediante el cual una función discreta y periódica puede expresarse como la suma de una serie de funciones armónicas de diferente amplitud, frecuencia y fase, y en caso inverso, la suma de sus componentes armónicas resulta en la función periódica.

Incluyendo las series de Fourier, el procedimiento para calcular la respuesta sísmica del terreno por medio de funciones de transferencia, consiste en (ver Figura 2.13):

Paso 1: Descomponer la excitación en sus componentes armónicas, utilizando la transformada de Fourier.



Paso 2: Calcular las funciones de transferencia (FT), utilizando la metodología descrita en los incisos 2.5.1 y 2.5.2.

Paso 3: Calcular la respuesta para cada excitación armónica usando las FT.

Paso 4: Por último, aplicar la transformada de Fourier inversa para regresar al dominio del tiempo.

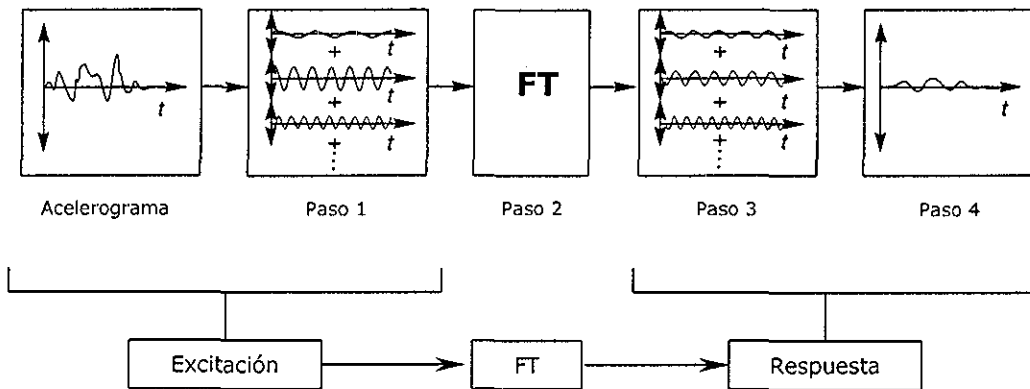


Figura 2.13 Respuesta del terreno bajo excitaciones sísmicas

Existen varios algoritmos para calcular la transformada de Fourier. Cooley y Tookey desarrollaron en 1965 un algoritmo eficiente que reduce significativamente el número de cálculos y el tiempo de cómputo. Este algoritmo, conocido como transformada rápida de Fourier (FFT), permite descomponer una serie discreta y periódica en sus componentes armónicas, siempre y cuando esta contenga un número de puntos igual a una potencia de dos. Para cumplir con la condición del número de puntos, generalmente se adicionan ceros al final de los acelerogramas hasta alcanzar la potencia de dos más cercana. Esta adición de ceros tiene como ventaja evitar que se produzca el efecto de solapamiento o *aliasing*.

El método descrito en este inciso para el cálculo de la respuesta sísmica se conoce como Método de la Respuesta Compleja (*Complex Response Analysis*).

#### 2.5.4 Comportamiento lineal de la arcilla del valle de México

Los resultados de las investigaciones de Romo [1995] han evidenciado un comportamiento lineal elástico de la arcilla del valle de México hasta valores de deformaciones de corte entre el 0.2 y 0.5%, dependiendo de sus índices de plasticidad ( $I_p$ ) y de consistencia ( $I_c$ ). Este umbral de deformación al corte a partir del cual empieza a hacerse notorio el comportamiento no lineal en esta arcilla, es particularmente superior a los valores reportados en la literatura para otras arcillas.

TESIS CON  
 FALLA DE ORIGEN

El comportamiento lineal de la arcilla del valle de México y el uso de sismos de intensidades bajas (entre 20 y 2 gal), permiten que en esta tesis se consideren solamente análisis de tipo lineal, en los cuales los parámetros dinámicos equivalentes del suelo se mantienen constantes a lo largo del intervalo de deformaciones de corte.





## Identificación de parámetros dinámicos del suelo usando arreglos acelerográficos

Un sistema de identificación de parámetros (SIP) permite determinar qué parámetros reproducen la respuesta conocida del sistema. En esta tesis, los registros de aceleración provenientes de un arreglo acelerográfico vertical son la respuesta conocida del sistema y los parámetros a identificar son los parámetros dinámicos lineales equivalentes del depósito de suelo.

### 3.1 Diseño del sistema de identificación de parámetros

El diseño del sistema de identificación consiste básicamente en:

1. Seleccionar un modelo analítico para evaluar la repuesta sísmica del terreno, el cual involucre los parámetros que se quieren identificar: módulo de rigidez al corte y la relación de amortiguamiento.
2. Establecer una función de error. Esta función de error no es más que la comparación, bajo un criterio matemático determinado, de la respuesta calculada con el modelo analítico y la respuesta conocida del sistema.
3. Seleccionar un método de optimación cuyo objetivo es minimizar la función de error.
4. Validar los resultados.

El primer punto se solucionó en el capítulo anterior. En este capítulo se presenta la solución de los demás puntos a excepción del método de optimación, al cual se le ha dedicado por completo el cuarto capítulo.

### 3.1.1 Descripción del problema

La identificación de parámetros dinámicos del suelo usando registros de aceleración de pozo es un problema que involucra la respuesta sísmica del terreno. En este estudio se supone que de este problema se conocen (ver Figura 3.1):

- Los registros de aceleración provenientes de un arreglo acelerográfico vertical.
- El modelo estratigráfico: la secuencia de estratos, con sus espesores y densidades.

Y que por otro lado, se desconoce:

- El módulo de rigidez al corte ( $G$ ) de cada estrato.
- La relación de amortiguamiento ( $\xi$ ) de cada estrato.

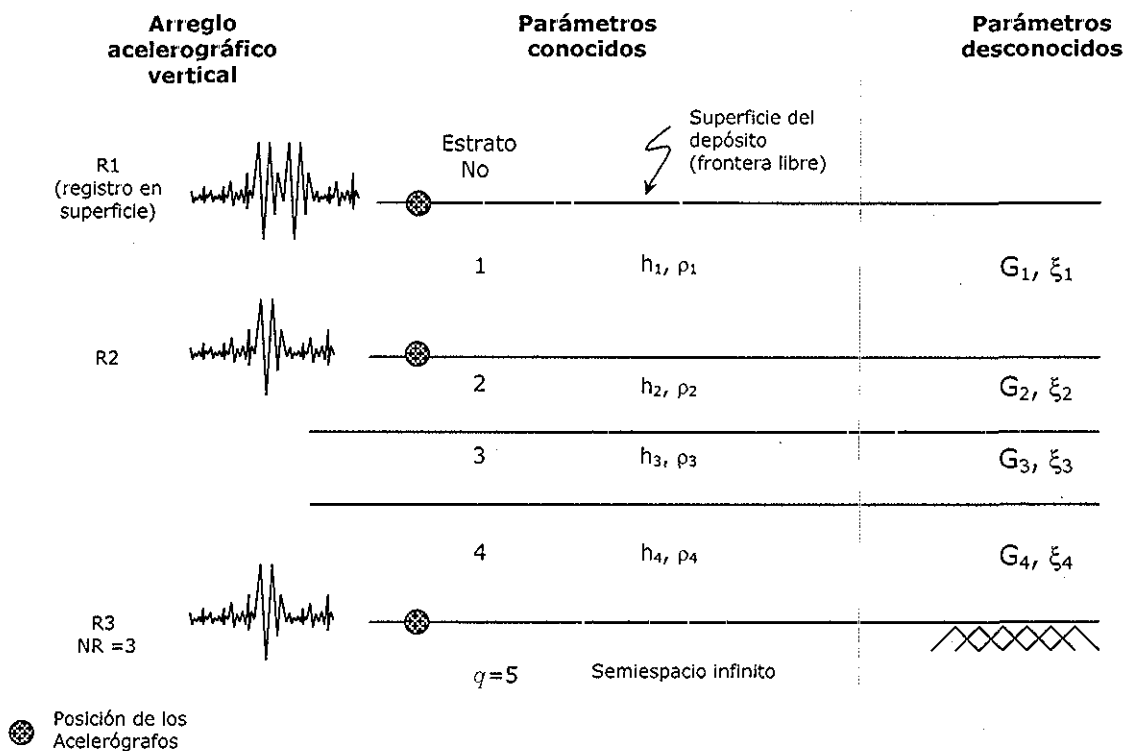


Figura 3 1 Parámetros desconocidos y conocidos del problema

La información presentada en la Figura 3.1 se procesa en el sistema de identificación de parámetros. En la Figura 3.2 se presenta el diagrama de bloques del SIP.

### 3.2 Elementos del sistema de identificación de parámetros

A continuación se describen cada uno de los elementos que forman el sistema de identificación de parámetros.

TESIS CON  
 FALLA DE ORIGEN

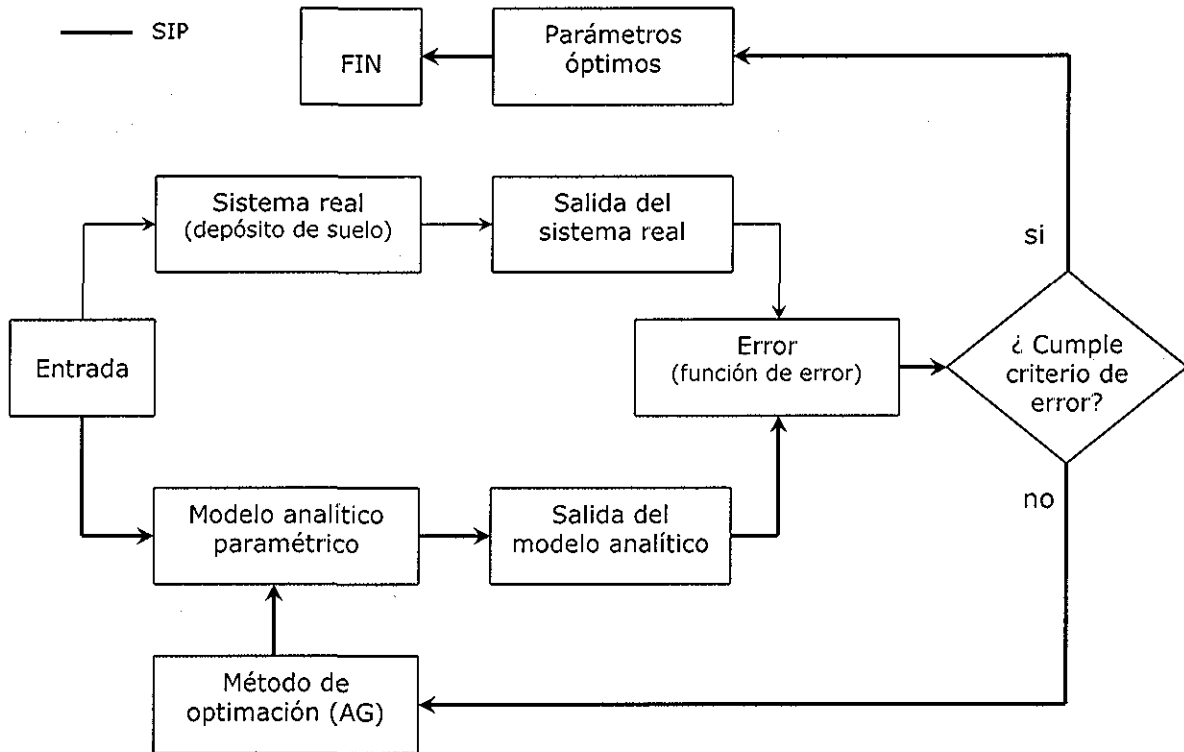


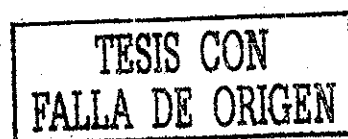
Figura 3.2 Diagrama de bloques ilustrando el SIP propuesto modificado de Gunturi [1996]

### 3.2.1 Entrada y salida del sistema real

El SIP de la Figura 3.2 requiere como mínimo de dos acelerogramas medidos en el arreglo vertical, de los cuales uno es la entrada y el otro la salida o respuesta conocida del depósito de suelo, ver Figura 3.2. El modelo analítico y el sistema real comparten la misma entrada.

La entrada se utiliza en el modelo analítico para calcular, junto con los parámetros dinámicos propuestos, la respuesta sísmica en el punto donde se encuentra la salida del sistema real. En esta tesis se denomina a la entrada simplemente como *entrada*, a la salida del modelo analítico como *registro calculado* y a la salida del sistema real como *registro medido*.

Si el arreglo acelerográfico vertical cuenta con más de dos aparatos, entonces los acelerogramas medidos se pueden disponer de tal forma que se tengan varias *entradas* y varias salidas del sistema real. Por ejemplo, en la Figura 3.1, los acelerogramas R2 y R3 pueden formar las entradas del sistema real, y el acelerograma R1 su salida. Esta disposición tiene un inconveniente. Cuando el modelo analítico usa como entrada el registro R3, involucra los parámetros dinámicos de los estratos uno al cuatro para calcular la respuesta sísmica en la superficie del depósito. Luego, este *registro calculado* es comparado con el acelerograma R1 y se establece un error (ver Figura 3.2). Ahora, cuando el modelo analítico usa como entrada el registro R2,



solamente involucra los parámetros dinámicos del primer estrato para calcular la respuesta sísmica en la superficie del depósito. Este otro *registro calculado* se compara con el acelerograma R1 y se establece otro error. Por lo tanto, esta disposición de las entradas y salida del sistema real le da más peso a los parámetros dinámicos del primer estrato, puesto que son incluidos en las dos funciones de error, en tanto que los parámetros de los demás estratos solamente se incluyen en una.

Si en lugar de varias entradas se establece el acelerograma procedente del aparato más profundo como entrada única, y a los demás acelerogramas como las salidas del sistema real, entonces se logra dar igual peso a todos los parámetros dinámicos del depósito de suelo (ver Figura 3.3). De esta manera se establecieron la entrada y las salidas del sistema real en esta tesis.

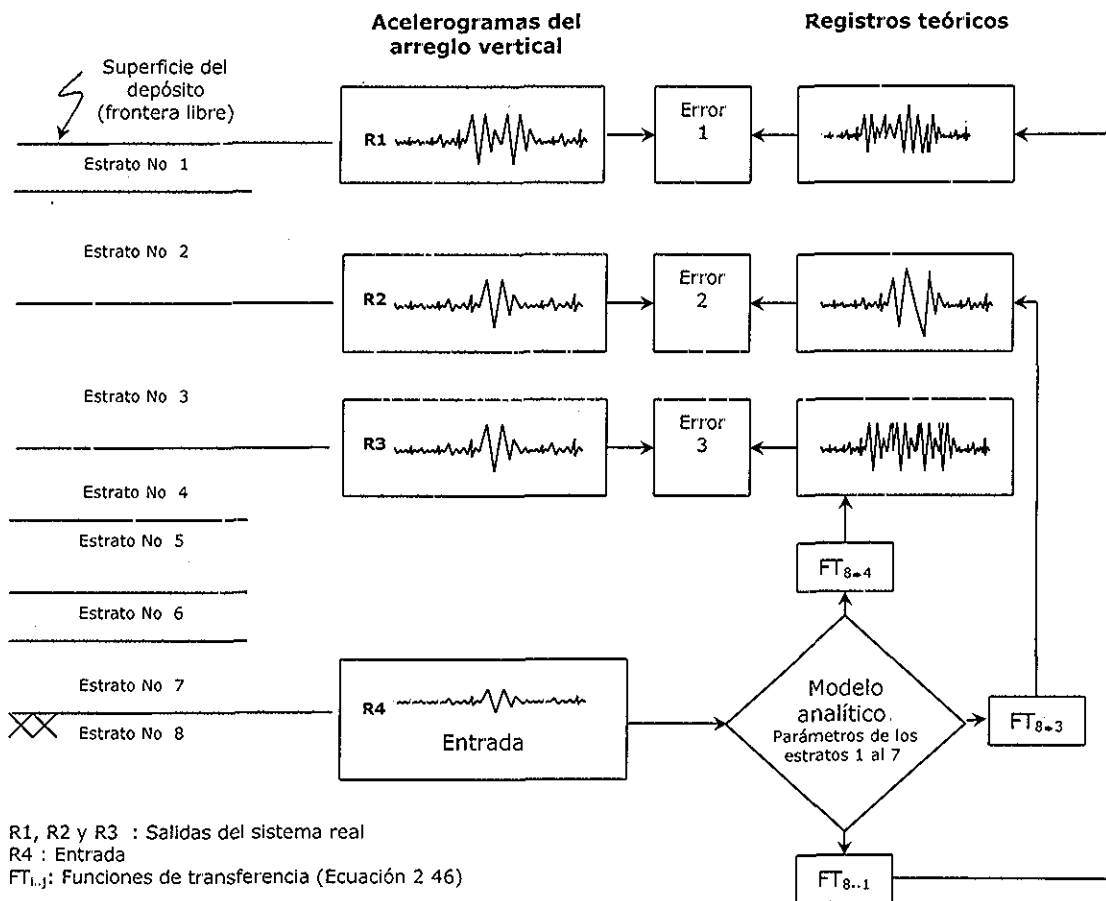


Figura 3.3 Entrada y salidas del sistema real y del modelo analítico

Conforme a lo discutido, se deduce que al aumentar el número de respuestas conocidas del sistema, aumenta igualmente el número de condiciones a las que han de ajustarse los parámetros del modelo analítico. Esto es deseable puesto que reduce el número de conjuntos de parámetros dinámicos que se ajustan a la respuesta medida. El número mínimo de condiciones se obtiene utilizando dos registros de aceleración



TESIS CON FALLA DE ORIGEN

procedentes del arreglo vertical y una situación satisfactoria sería contar con un acelerógrafo para instrumentar la respuesta de cada estrato del depósito de suelo.

### **3.2.2 Modelo analítico para el cálculo la respuesta sísmica**

En esta tesis, la respuesta sísmica se calcula utilizando el modelo unidimensional de propagación vertical de ondas de corte SH, con incidencia vertical, expuesto en el capítulo anterior, el cual es un modelo paramétrico. Este modelo utiliza una excitación como entrada para calcular la respuesta sísmica en cualquier punto del depósito de suelo. A continuación se establece el modelo estratigráfico a usar y se definen los parámetros dinámicos a identificar

### **3.2.3 Modelo estratigráfico**

Como puede observarse en la Figura 3.1, el modelo estratigráfico puede incluir más de un estrato entre dos acelerógrafos vecinos. El número de parámetros a identificar es igual al doble del número de estratos considerados en el modelo estratigráfico. La simplificación matemática propuesta en el apéndice A permite, en el caso de la Figura 3.1, incluir solamente los parámetros dinámicos lineales equivalentes de los estratos uno, dos, tres y cuatro en el modelo analítico del inciso anterior.

### **3.2.4 Definición de los parámetros**

La identificación de los parámetros se realiza mediante el planteamiento de una función de error, la cual evalúa la aproximación de los registros teóricos a los registros medidos. Los parámetros óptimos son aquellos que minimizan la función de error y cuyos valores tienen una representación física del problema.

Otro punto que ha de ser aclarado es que en este estudio se identifican los parámetros dinámicos que se encuentran abajo del umbral de deformación crítica, es decir en el intervalo del comportamiento lineal del suelo. Esto se debe a la falta de registros de un evento sísmico con la suficiente magnitud como para inducir el comportamiento no lineal en el suelo, medidos en pozo.

### **3.2.5 Función de error**

En el contexto de los métodos de optimización se denomina función objetivo a la función que se desea optimar. En este estudio se desea minimizar la función de error que se define a continuación.

La comparación de los registros teóricos con los registros medidos se realiza en el dominio de la frecuencia, es decir, que se calcula la transformada de Fourier de los registros medidos y se compara con las transformadas de las respuestas calculadas a partir de los parámetros dinámicos propuestos.

De acuerdo con el análisis espectral, una función temporal  $x(t)$ , discreta, periódica del tiempo  $t$ , con período  $I$ , se puede expresar como una serie infinita de términos trigonométricos de la forma:

$$x(t) = a_0 + \sum_{k=1}^{\infty} [a_k \cos(\omega_k t) + b_k \sin(\omega_k t)] \quad [3.1]$$

donde:

$$\omega_k = \frac{2\pi k}{T}$$

Frecuencia angular del  $k$ -ésimo armónico.

$a_k$  y  $b_k$

Coefficientes de Fourier del  $k$ -ésimo armónico, donde:

$$a_k = \frac{1}{I} \int_0^I x(t) \cos \frac{2\pi kt}{I} dt \quad [3.2a]$$

$$b_k = \frac{1}{I} \int_0^I x(t) \sin \frac{2\pi kt}{I} dt \quad [3.2b]$$

$a_0$

Valor medio de  $x(t)$ .

$k$

Orden del armónico.

$I$

Período de la serie temporal.  $I = N \Delta t$  (número de puntos  $N$ , por la frecuencia de muestreo en el dominio del tiempo  $\Delta t$ ).

De acuerdo con lo anterior, los registros teóricos se pueden expresar matemáticamente como:

$$x_{(t)rt} = \sum_{k=1}^{\infty} [(a_{rt})_k \cos(\omega_k t) + (b_{rt})_k \sin(\omega_k t)]^1 \quad [3.3a]$$

y los registros medidos como:

$$x_{(t)rm} = \sum_{k=1}^{\infty} [(a_{rm})_k \cos(\omega_k t) + (b_{rm})_k \sin(\omega_k t)]^1 \quad [3.3b]$$

Para una frecuencia particular  $\omega_k$ , se tiene que la aproximación de un registro teórico un registro medido es:

$$[a_{rt} \cos(\omega_k t) + b_{rt} \sin(\omega_k t)] - [a_{rc} \cos(\omega_k t) + b_{rc} \sin(\omega_k t)] \quad [3.4]$$

<sup>1</sup> Los subíndices  $j$  y  $k$  se reservan para los contadores de las sumatorias. Los subíndices  $m$  y  $r$  indican *registro medido* y *registro teórico*, respectivamente

Carvajal [2000] y Hernández [2001] definieron la función de error a partir de los espectros de amplitudes de Fourier y de respuesta, respectivamente. Reordenando términos y suponiendo que para todos los armónicos se tiene que  $\delta_{rm} = \delta_{rc} = \text{atan}(b_k/a_k)$ , la función de error se expresa como:

$$f(G, \xi) = \sum_{k=1}^{NR-1} \sum_{j=\omega_{inf}}^{\omega_{sup}} \left[ \frac{(A_{rt})_{kj} - (A_{rm})_{kj}}{(A_{rm})_{kj}} \right] \quad [3.5]$$

donde:

$f(G, \xi)$	Función de error a minimizar (función objetivo).
$(G, \xi)$	Vector de Parámetros Dinámicos del depósito de suelo.
NR	Número de acelerógrafos involucrados en el análisis.
$[\omega_{inf}, \omega_{sup}]$	Intervalo de frecuencias para el cual se define la función de error.
$A_{rt} = \sqrt{a_{rt}^2 + b_{rt}^2}$	Amplitud del espectro de Fourier del registro teórico, para una frecuencia determinada.
$A_{rm} = \sqrt{a_{rc}^2 + b_{rc}^2}$	Amplitud del espectro de Fourier del registro medido para una frecuencia determinada.

La Ecuación 3.5 define la función objetivo como la sumatoria de los errores producidos por la comparación de cada uno de los espectros de Fourier, de los registros teóricos de aceleración, con los registros medidos. Nótese que en la Ecuación 3.5 cada uno de los errores se normaliza con respecto al área del espectro de Fourier del registro medido.

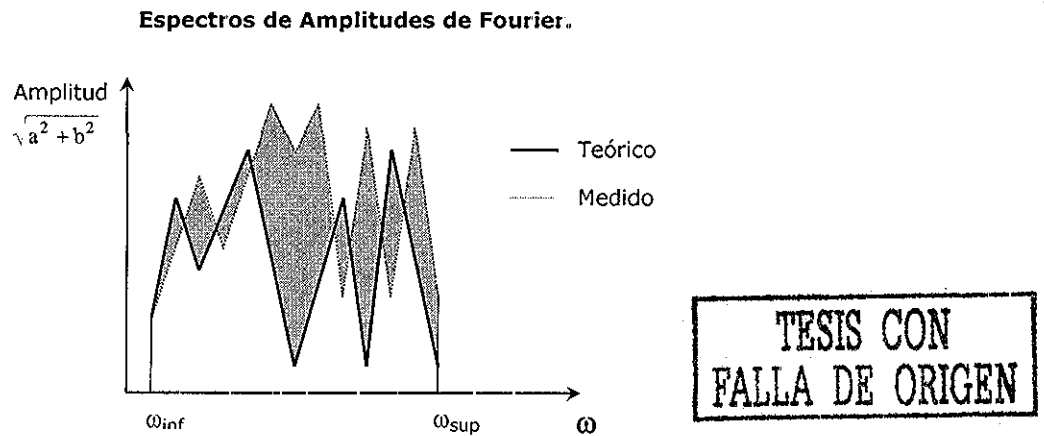
En la Figura 3.4 se puede observar la interpretación gráfica de la función de error definida por la Ecuación 3.5, donde el error corresponde al área sombreada que se encuentra entre el espectro de Fourier teórico y el espectro medido.

La función de error utilizada por Hernández [2001] es muy similar a la expresada por la ecuación 3.5, incluso en su forma matemática. La diferencia radica en que en el caso de Hernández, las amplitudes  $A_{rt}$  y  $A_{rm}$  corresponden al espectro de respuesta de un oscilador de un grado de libertad, con un amortiguamiento  $\lambda = 5\%$ .

### 3.2.6 Método de optimación

El método de análisis inverso puede definirse, en pocas palabras, como el establecimiento de una función de error (función objetivo), la cual debe minimizarse. El conjunto de parámetros resultante representa, en el caso de este estudio, las propiedades del suelo en el sitio. Es claro entonces, que el proceso por el cual se llega a los valores que minimizan la función objetivo es de importancia vital en el análisis inverso. En esta tesis, como ya se anunció en la introducción, se utilizará un algoritmo genético como proceso de optimación. Los algoritmos genéticos manejan la optimación teniendo como meta tanto el alcance del óptimo como la eficiencia del proceso con el que este se alcanza. Como ventaja adicional, la inclusión de este método de optimación permite una mejor definición del espacio de solución, evidenciando la

posible existencia de más de un mínimo relativo. El próximo capítulo se dedica enteramente a la descripción detallada del algoritmo genético utilizado.



Una vez establecidos los elementos que forman el SIP, se puede esbozar su algoritmo como (ver Figura 3.5):

- Paso No. 1: Proponer un grupo de parámetros dinámicos del medio estratificado.
- Paso No. 2: Con los parámetros propuestos y haciendo uso de las ecuaciones desarrolladas en el capítulo anterior, evaluar las funciones de transferencia (Ecuación 2.46).
- Paso No. 3: Utilizando las funciones de transferencia del punto anterior y la entrada del sistema real, calcular la respuesta sísmica en los puntos del depósito en donde existe una respuesta medida.
- Paso No. 4: Evaluar la aproximación del registro analítico al registro medido utilizando la función de error (Ecuación 3.5).
- Paso No. 5: En el caso de no satisfacer el criterio de error, se han de repetir los pasos uno al cuatro hasta alcanzar la convergencia.

### 3.3 Filtrado de los registros de aceleración

Los filtros se utilizan, generalmente, para modificar la magnitud de una señal (p.e. un registro de aceleraciones) alterando su contenido frecuencial. De esta manera, la señal deseada en un intervalo de frecuencias determinado, usualmente denominado banda, es mantenida o pasa por el filtro sin modificaciones; en tanto que las señales no deseadas, en determinadas bandas, son reducidas o atenuadas. En esta tesis, se desea



eliminar el ruido de alta y baja frecuencia de los registros de aceleración de pozo; por consiguiente se emplea el filtro pasabanda, esquematizado en la Figura 3.6

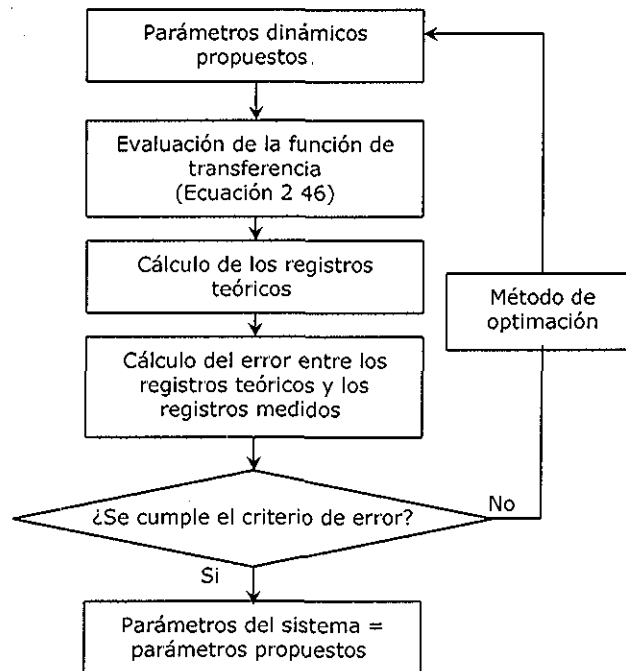


Figura 3.5 Diagrama de flujo del sistema de identificación de parámetros

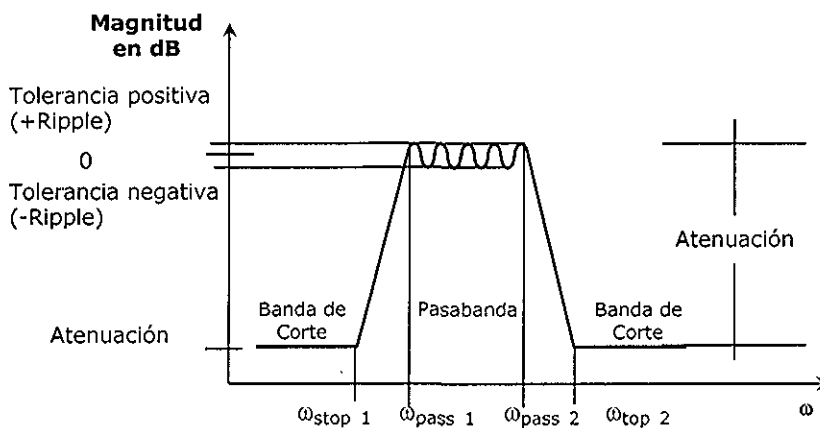
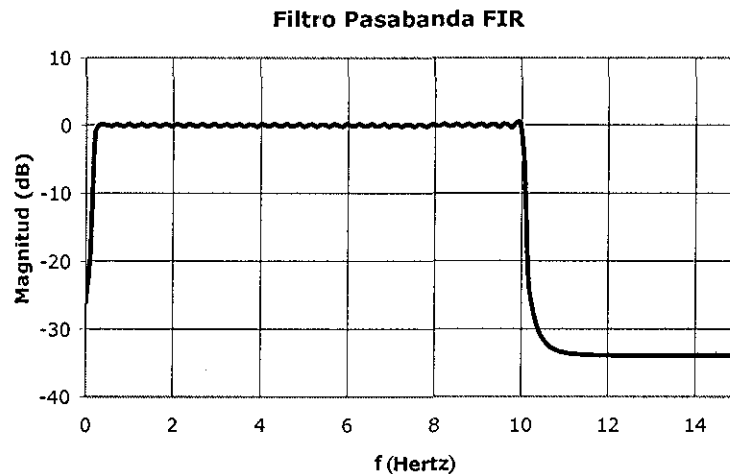


Figura 3.6 Esquema del filtro pasabanda tipo FIR Remez Exchange

Este filtro pasabanda mantiene inalterada la magnitud del acelerograma para la banda de interés, en tanto que remueve las componentes armónicas del acelerograma que se

encuentran por debajo y por arriba de dicha banda (ver Figura 3.6). Cabe anotar que se desea remover este contenido frecuencial indeseado del acelerograma sin causar distorsiones debidas a retrasos o desfases entre los armónicos del acelerograma que pasan sin alteraciones por el filtro. Esto se logra utilizando un filtro de tipo FIR (Finite Impulse Response) [Oppenheim y Schaffer, 1999]. El filtro utilizado en esta tesis se diseñó con el programa DADiSP [DSP, 1996a y 1996b] y los siguientes parámetros (Figura 3.6 y 3.7):

$W_{rate}$	: Frecuencia de muestreo del acelerógrafo.	100 para $dt = 0.01$ seg.
$\omega_{stop1}$	: Primera frecuencia de corte.	0.1 Hz.
$\omega_{pass1}$	: Inicio de la región pasabanda.	0.2 Hz.
$\omega_{pass2}$	: Fin de la región pasabanda.	10 Hz.
$\omega_{stop2}$	: Segunda frecuencia de corte.	10.1 Hz.
Ripple	: Tolerancia en el pasabanda.	0.01 dB.
Attn	: Tolerancia en la banda de corte.	0.5 dB.



**TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN**

Figura 3.7 Magnitud frecuencial del filtro pasabanda diseñado con el DADiSP

En las Figuras 3.8 y 3.9 se puede observar la diferencia entre un acelerograma con ruido y uno en el que este ha sido atenuado, usando el filtro pasabanda tipo FIR mostrado en la Figura 3.7.

### 3.4 Sincronizado de los registros de aceleración

En el arreglo acelerográfico utilizado en esta tesis, el tiempo de disparo de los acelerógrafos de pozo no se encuentra sincronizado con el del acelerógrafo de superficie. Debido a lo anterior fue necesario sincronizar los registros de aceleración utilizando el procedimiento de correlación cruzada. En este procedimiento se calcula el desfase en tiempo entre dos señales como la abscisa de la correlación máxima de los dos registros de aceleraciones, los cuales han sido previamente filtrados (ver Figura 3.10).

De acuerdo con el método de la correlación cruzada existe un desfase en el tiempo entre las señales de las Figuras 3.8 y 3.9 de 10.17 seg.

En la Tabla 3.1 se presentan los tiempos de disparo de los acelerógrafos que registraron estos dos eventos [SMIS, 1997 y 2000], a partir de los cuales se puede deducir que existe una buena concordancia entre el desfase de las dos señales calculado usando el método de la correlación cruzada, y el retardo en el tiempo de disparo de los acelerógrafos.

Registro Acelerográfico de la Estación CAO, a 60 m.  
(Sismo del 23/05/94 - NS) Sin Filtrar

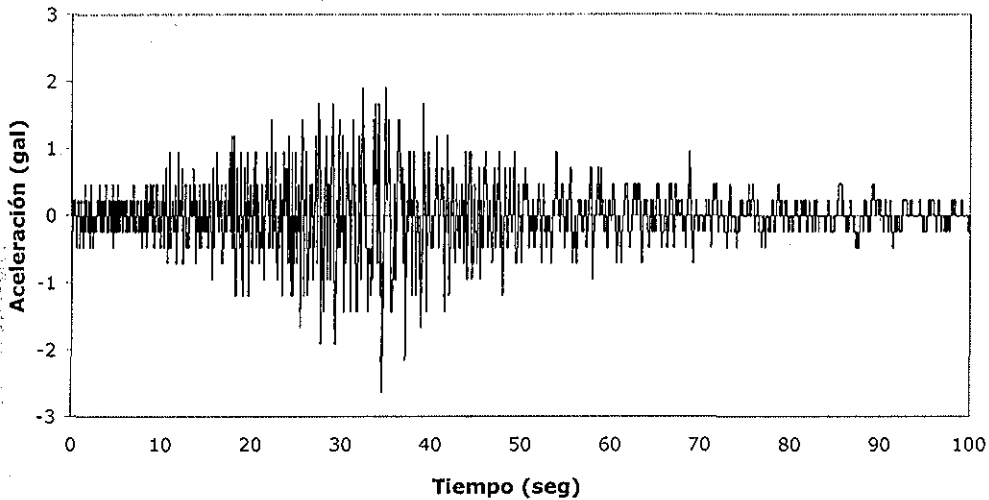


Figura 3.8 Ejemplo de acelerograma con ruido

Registro Acelerográfico de la Estación CAO, a 60 m.  
(Sismo del 23/05/94 - N00E) Filtrado

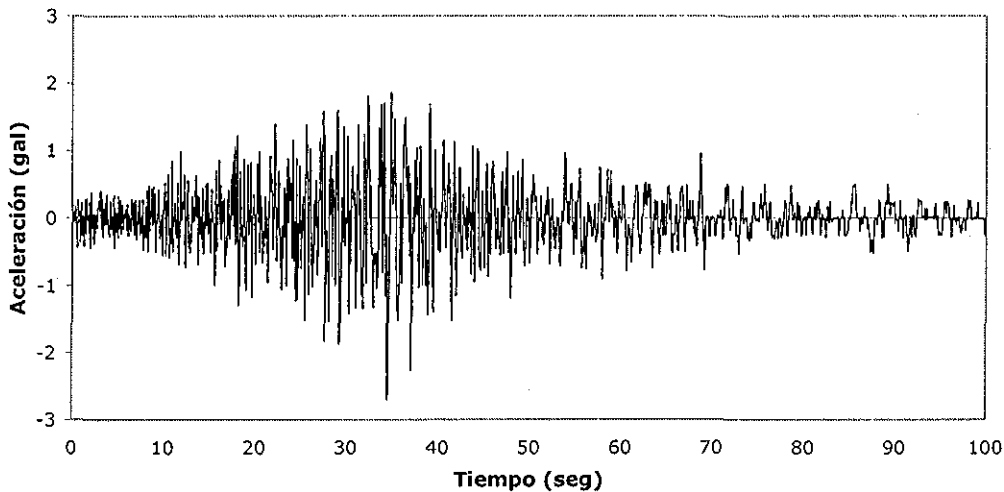


Figura 3.9 Ejemplo de acelerograma filtrado

Tabla 3.1 Hora GMT de la primera muestra, CAO 23/05/94-NS

Acelerógrafo	Hora GMT de la primera muestra
Superficie	01:42:16.26
60 m	01:42:27.91
Desfase	11.65 seg.

Adicionalmente, se consideró el tiempo relativo de arribo de las ondas de corte entre cada uno de los aparatos. Para esto se usaron los valores promedio de velocidad de propagación de ondas de corte, medidos en campo con la sonda suspendida por Jaime y sus colaboradores [1987].

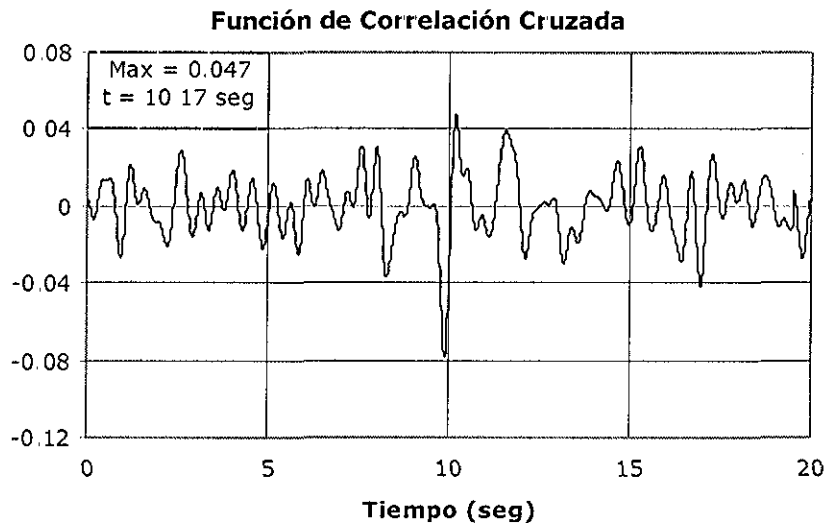


Figura 3.10 Correlación cruzada acelerogramas 0 y 60 m 23/05/94-NS

### 3.5 Corrección por línea base

Por último, terminado el filtrado y sincronizado de los sismos, se procedió a corregirlos por línea base usando el método de traslación y rotación del eje del tiempo.

El sistema de identificación de parámetros realiza una última modificación de los acelerogramas provenientes del arreglo vertical: adiciona los ceros necesarios para completar la potencia de dos más cercana, de acuerdo con el algoritmo para el cálculo de la transformada rápida de Fourier [Cooley y Tukey, 1965].

La adición de ceros tiene la ventaja de proveer una zona durante la cual se amortigua totalmente la respuesta producida por el tren de la excitación. Esto es necesario debido a que el modelo para el cálculo de la respuesta sísmica del depósito, expuesto en el capítulo anterior, supone un tren infinito de acelerogramas idénticos, de período  $T$ , en lugar de un único acelerograma [Schnabel *et al*, 1972].

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN



4.

## Proceso de optimación vía algoritmos genéticos

### 4.1 Introducción a los algoritmos genéticos

Los algoritmos genéticos (AG) son métodos adaptativos que pueden ser utilizados para implementar búsquedas. Estos algoritmos, introducidos por John Holland en 1975, se basan en los mecanismos de la selección natural postulados por Charles Darwin en 1859, y en los procesos genéticos de los organismos biológicos descubiertos por Gregor Mendel en 1866 y Hugo Marie De Vries en 1902.

#### 4.1.1 Bases biológicas de los algoritmos genéticos

En 1978, Thomas Malthus propuso en su ensayo sobre el principio de la población que en un mundo poblado de organismos que se reproducen abundantemente, es matemáticamente inevitable que tarde o temprano la población resulte desproporcionada frente a los recursos disponibles. En ese momento muchos organismos morirán sin haber podido reproducirse. Darwin agregó dos puntos clave a este respecto. El primero fue que si hubiere variaciones en una población, aunque fueren pequeñas, cualquier ventaja relativa en algunos individuos sesgaría la reproducción en su favor, en el momento en que comenzara la escasez de alimentos o de espacio. El segundo es consecuencia del primero: las diferencias tendrían a magnificarse con el tiempo con la consiguiente deriva hacia los tipos que tuvieran las diferencias más ventajosas. Así lo expresó en su obra: "si más individuos nacen que los que pueden sobrevivir, un grano de arena en la balanza bastará para determinar cuál individuo vivirá y cuál morirá, cuál variedad o especie aumentará en números, y cual decrecerá o finalmente llegará a extinguirse" [Gutiérrez, 1996].

Por otro lado, Mendel descubrió que los caracteres se heredan de padres a hijos como unidades separadas, y que cada una de ellas lo hace de forma independiente con respecto de las otras. Señaló que cada progenitor tiene pares de unidades, pero que sólo aporta una unidad de cada pareja a su descendiente. Más tarde, las unidades descritas por Mendel recibieron el nombre de genes. En complemento al trabajo de Mendel, Hugo Marie De Vries postuló por primera vez una teoría sobre la mutación, él propuso que la existencia de varios tipos de individuos en una población podría no ser el resultado de la acumulación gradual de pequeños cambios debidos a la selección natural, sino el resultado de un salto en la evolución debido a la mutación.

La validación de las anteriores teorías es clara en la naturaleza, donde los individuos compiten entre sí por recursos tales como alimento, agua y refugio. Adicionalmente, los animales de la misma especie, normalmente antagonizan para obtener una pareja. Aquellos individuos que tengan éxito en esta lucha, tendrán un mayor número de descendientes y por lo tanto sus genes serán propagados a lo largo de generaciones sucesivas. La combinación de las características de padres bien adaptados en un descendiente, puede producir un individuo mejor adaptado que cualquiera de sus padres a las condiciones de su medio ambiente, lo cual se define como evolución.

#### 4.1.2 El algoritmo genético

Los algoritmos genéticos realizan una analogía directa al fenómeno de evolución en la naturaleza. Trabajan con una población de individuos en donde cada uno representa un punto en el espacio de búsqueda. Tal punto se codifica en un cromosoma compuesto por un vector de bits (unos y ceros) o cualquier otro tipo de caracteres. A cada individuo se le asigna una puntuación de adaptación dependiendo de que tan buena fue la respuesta al problema. A los más adaptados, es decir, con el mayor puntaje, se les asignan mayores probabilidades de reproducirse mediante cruces con otros individuos de la población. El resultado del proceso de cruce es un descendiente con las características de ambos padres. De acuerdo con lo anterior, los individuos menos adaptados tienen menores probabilidades de reproducción y con el paso de generaciones su información genética (codificada) desaparece. Las nuevas generaciones contienen una proporción más alta de las características poseídas por los mejores individuos de la generación anterior. Así, a través de varias generaciones, las características buenas son difundidas a lo largo de la población, mezclándose con otras. Esta mezcla de los individuos que poseen las mejores características hace posible la exploración de las áreas más prometedoras del espacio de búsqueda. Finalmente, si el algoritmo genético ha sido diseñado correctamente, la población convergerá a una solución óptima o casi óptima al problema.

En un algoritmo genético, los cromosomas son simplemente vectores (p.e. [0100001011]) cuya longitud  $l$  es el número de elementos o genes que contiene. Esta longitud depende del número y discretización de los parámetros involucrados en la función a optimar. En este estudio a este cromosoma se le denomina como cadena y a los genes como elementos.

De manera general se presentan a continuación los elementos necesarios para implementar un algoritmo genético:

- Un sistema de codificación de los parámetros.

- Una medida de la adaptación al problema, la cual se realiza por medio de la evaluación de la función que se quiere optimar (Ecuación 3.5).
- Un criterio de selección y uno de reemplazo de individuos.
- Uno o varios operadores genéticos de cruce y mutación.
- Un criterio de convergencia.

Estos elementos se han de conjugar observando el siguiente ciclo:

- Paso 1: Generar la población inicial.
- Paso 2: Evaluar la adaptación de todos los individuos en la población.
- Paso 3: Crear una nueva población efectuando las operaciones de selección, cruce y mutación en los individuos cuya adaptación acaba de ser medida.
- Paso 4: Reemplazar la antigua población.
- Paso 5: Iterar utilizando la nueva población hasta alcanzar el criterio de convergencia seleccionado.

Cada iteración de este ciclo es conocida como **generación**. La primera generación de este proceso es un conjunto de individuos, denominado población, creados al azar. Desde ese punto, los operadores genéticos de cruce y mutación, en unión con la medida de la adaptación, actúan para mejorar la población.

#### 4.1.3 Métodos tradicionales de optimación versus algoritmos genéticos

El objetivo de la optimación es mejorar el desempeño en la búsqueda de un punto o puntos óptimos. Nótese que esta definición tiene dos componentes: uno es el mejoramiento del desempeño en la búsqueda o aproximación a algo y el otro es el punto óptimo en sí. Es evidente entonces que existe una clara diferencia entre el desempeño del proceso y el punto de destino o punto óptimo, aunque al juzgar un procedimiento de optimación se tiende a enfatizar sólo en el alcance del punto óptimo o convergencia y se olvida por completo la eficiencia del proceso durante la búsqueda. Este énfasis sobre el valor numérico del óptimo y no sobre la eficiencia del proceso es producto del enfoque con que se tratan los procesos de optimación desarrollados a partir del cálculo diferencial. ¿Acaso no es tan importante el alcance de cierto nivel de aproximación al óptimo como lo es también la rapidez con la que éste se alcanza, y no es esto aún más cierto cuando se habla de la optimación de sistemas complejos?

De acuerdo con la literatura actual se puede hablar, en términos generales, de tres tipos de métodos de optimación: métodos enumerativos, métodos derivados del cálculo diferencial y métodos independientes del cálculo diferencial como los algoritmos genéticos, las búsquedas aleatorias, la simulación de endurecimiento (*simulated annealing*), etc

Cada uno de estos métodos puede aplicarse exitosamente dependiendo, entre otros factores, de la dimensión del problema. En esta tesis, la dimensión del problema está definida como el número de parámetros que involucra la función de error a minimizar. Por ejemplo, en un problema de una dimensión pequeña, que involucra uno o dos parámetros, un método enumerativo puede ser muy eficiente. Incluso donde existen técnicas especializadas para la solución de los problemas de optimación estas superan fácilmente a los algoritmos genéticos, tanto en velocidad como en precisión. El campo principal de aplicación de los AG es donde no existen este tipo de técnicas.

Los métodos enumerativos se basan en un principio muy simple: discretizar el espacio de búsqueda, ya sea finito o infinito, y evaluar la función a optimar (función objetivo) en cada punto del espacio de búsqueda, uno por uno. Aunque la simplicidad de su algoritmo puede llegar a ser atractiva, este método es descartado en los casos donde el espacio de búsqueda es demasiado grande como para que el método, realizando la evaluación punto por punto, pueda alcanzar el óptimo en un tiempo razonable con los recursos de computo disponibles. Incluso los métodos enumerativos avanzados como los que usan esquemas de programación dinámica, colapsan al tratar con problemas medianamente complejos, los cuales padecen "la maldición de la multidimensionalidad", definida así por su creador Richard Bellman [Goldberg, 1989]. Este método fue utilizado por Carvajal [2000] para solucionar el caso homogéneo de la identificación de parámetros dinámicos del suelo. Cabe anotar que en este caso la función de error sólo involucra dos variables: un módulo de rigidez y una relación de amortiguamiento, con lo cual el método enumerativo es eficiente.

Los métodos basados en el cálculo diferencial han sido estudiados profundamente. Estos se pueden subdividir en dos clases: directos e indirectos. Los métodos indirectos buscan el extremo local resolviendo el conjunto de ecuaciones no lineales que resultan al igualar el gradiente de la función objetivo a cero. Esta es la generalización multidimensional de la noción elemental de puntos extremos. Por otro lado, los métodos directos buscan el óptimo local desplazándose a través de la función en una dirección relacionada con el gradiente local. Estos métodos presentan como desventaja que el óptimo que se busca es local en alcance, puesto que es el mejor alrededor de un punto dado. Hernández [2001] aplicó este método de optimación al caso de medios estratificados, haciendo uso de una herramienta computacional desarrollada por Gill y colaboradores [1997]. En este estudio, Hernández hace notar que el éxito del método de optimación depende fuertemente de los valores de los parámetros dinámicos del medio con los cuales se realiza la suposición inicial.

Los métodos independientes del cálculo diferencial han alcanzado notable popularidad debido a las debilidades de los métodos enumerativos y de los basados en el cálculo diferencial. Estos métodos utilizan reglas probabilistas y no deterministas para direccionar la búsqueda.

La creciente popularidad de los AG se debe en gran medida a:

- Los AG son procedimientos de búsqueda paralela que pueden implementarse en máquinas con procesadores paralelos, lo cual acelera significativamente sus operaciones.
- Los AG se aplican a problemas de optimación continuos y discretos (combinatorios).
- La flexibilidad de los AG facilita la identificación tanto de parámetros como de estructuras de modelos complejos como redes neuronales artificiales (RNA) y sistemas de inferencia difusa.
- Los AG son métodos estocásticos con menores probabilidades de quedar atrapados en mínimos o máximos relativos, que los métodos basados en el cálculo diferencial.

El poder de los algoritmos genéticos proviene del hecho de que la técnica es robusta y puede manejar exitosamente una amplia variedad de problemas, incluso algunos que son difíciles de resolver usando los métodos tradicionales descritos anteriormente. Sin



embargo, los algoritmos genéticos no garantizan que encontrarán la solución óptima al problema, pero generalmente son buenos encontrando soluciones aceptables a problemas en corto tiempo [Goldberg, 1989; Mitchell *et al*, 1994].

#### 4.1.4 Operadores genéticos básicos

Los operadores genéticos son las diferentes operaciones que se pueden ejercer sobre una población. Los operadores básicos se dividen en 4 categorías: selección, cruce, mutación y reemplazo.

##### 4.1.4.1 Selección

Proceso por el que se eligen los individuos de la población que serán utilizados en el cruce. Su meta es dar más oportunidades de selección a los individuos más aptos de la población. La probabilidad que un individuo particular "i" tiene de ser elegido, se denomina simplemente como probabilidad de selección ( $p_i$ ) y está definida como:

$$p_i = \frac{f_i}{\sum_j f_j} = \frac{f(G, \xi)_i}{\sum_j f(G, \xi)_j} \quad [4.1]$$

donde  $f_i$  es la adaptación del individuo  $i$  al problema. En esta tesis, la adaptación del individuo es igual al error evaluado con la Ecuación 3.5. De ahora en adelante se denominará ajuste a esta medida de la adaptación del individuo. En esta misma ecuación,  $\sum_j f_j$  es la sumatoria de los ajustes de la totalidad de individuos en la población.

##### 4.1.4.2 Cruce

El cruce consiste en intercambiar, de alguna forma, la información contenida en las cadenas de dos individuos denominados padres, para formar dos descendientes. Existen diversas opciones para realizar el cruce, dependiendo del número de puntos de división a emplear, la forma de ver la cadena, etc.

##### 4.1.4.3 Mutación

La mutación consiste en alterar al azar, uno o varios elementos contenidos en la cadena de un descendiente, cambiando su valor de uno a cero o viceversa. El cruce y la mutación modifican directamente la información contenida dentro de una cadena y se aplican sobre la población con una probabilidad  $p_c$  y  $p_m$ , respectivamente.

##### 4.1.4.4 Reemplazo

Es el proceso por el cual se insertan los hijos en la población, por ejemplo mediante la eliminación del individuo más débil o al azar. La forma como se realiza el reemplazo tiene que ver con el tipo de AG utilizado.

### 4.1.5 Esquemas o plantillas de similitud

En los incisos anteriores se mencionó que los algoritmos genéticos trabajan con una codificación de los parámetros involucrados en la función a optimar. Existen varias opciones para realizar la codificación de los parámetros, una de ellas es mediante una cadena de bits, de unos y ceros de una determinada longitud  $l$ . Estos bits forman el alfabeto binario de codificación que se utiliza en esta tesis. Así por ejemplo, la cadena [1010000101] de longitud  $l = 10$ , puede representar un conjunto específico de valores de módulos de deformación al corte y relaciones de amortiguamiento. De acuerdo con esto, cualquier población está compuesta por un conjunto de cadenas de unos y ceros y es válido pensar que algunos subconjuntos de estas cadenas pueden parecerse entre sí, es decir, que existen patrones de similitud entre algunas cadenas. Dicho patrón de similitud se denomina esquema.

Un esquema se puede representar, en el caso del alfabeto binario, agregando un nuevo carácter: "\*". Este asterisco denota que una cadena puede tomar cualquier valor del alfabeto de codificación, en la posición en donde dicho carácter aparece en la plantilla. El esquema es por lo tanto una herramienta que permite encontrar cadenas con un patrón de similitud.

Una cadena concuerda con un esquema, si para cada posición en la cadena existe una concordancia con el valor en el esquema, es decir, si cada "1" en la cadena concuerda con cada "1" en el esquema, cada "0" concuerda con cada "0", y es elemental que cada "\*" concuerda con cualquier valor. Por ejemplo, cada uno de los siguientes esquemas concuerda con la cadena anterior:

```

Cadena:      1010000101
Esquemas:    ***0000101
              ***00001**
              **10000*01
              *010*00*01
  
```

Figura 4.1 Una cadena que concuerda con 4 esquemas

Asimismo, cada una de las cadenas siguientes concuerda con el primer esquema del ejemplo anterior:

```

Esquemas:    ***0000101
Cadenas:     1010000101
              1000000101
              1110000101
  
```

Figura 4.2 Un esquema que concuerda con tres cadenas

Con ayuda del primer ejemplo (Figura 4.1) se puede deducir que para alfabetos de cardinalidad  $k$  (número de caracteres en el alfabeto) existen  $(k+1)^l$  esquemas y sólo  $k^l$  posibles cadenas. El segundo ejemplo (Figura 4.2) denota la utilidad del esquema para identificar similitudes entre las cadenas.



Ahora bien, en una cadena particular de longitud  $l$ , pueden existir  $k^l$  diferentes esquemas, así en una población con  $n$  individuos, pueden existir entre  $k^l$  y  $nk^l$  esquemas, dependiendo de la diversidad de la población. Suponiendo que en el ejemplo anterior se tiene una población de 20 individuos y por lo tanto 20 cadenas, entonces se podrían tener entre 1,024 y 20,480 esquemas.

A primera vista la consideración de los esquemas en lugar de las cadenas incrementa la complejidad del problema, pero en realidad al usarlos se está manejando un volumen considerable de información, aún con poblaciones pequeñas.

Este volumen de información es procesado por los algoritmos genéticos por medio de la selección, el cruce y la mutación.

## 4.2 Los operadores genéticos y el procesamiento de la información

Para visualizar cómo los algoritmos genéticos procesan la información contenida en una población, es necesario estudiar el efecto que tienen los operadores genéticos en el crecimiento o eliminación de los esquemas, al pasar de una generación a otra.

### 4.2.1 Efecto de la selección

El efecto de la selección es fácil de determinar. Debido a que los individuos mejor adaptados reciben una mayor probabilidad de ser seleccionados, en promedio, se están seleccionando un mayor número de individuos del esquema con la mejor adaptación. Sin embargo, es claro que el proceso de selección por sí solo no explora nuevos puntos del espacio de búsqueda.

### 4.2.2 Efecto del cruce

Al igual que sucede con la codificación, la selección y la mutación, existen varias opciones para implementar mecanismos de cruce en un algoritmo genético. A continuación se describe uno de los más sencillos denominado cruce de un punto, el cual es el mecanismo utilizado en este estudio. Si se tienen las siguientes cadenas:

1	0	1	0	0	0	0	1	0	1
1	0	0	0	0	0	1	1	1	1

Figura 4.3 Cadenas seleccionadas para ser cruzadas

El cruce de su información genética se realiza seleccionando al azar el punto a partir del cual se sucederá el intercambio. Luego se hace el intercambio como se muestra en la Figura 4.4.



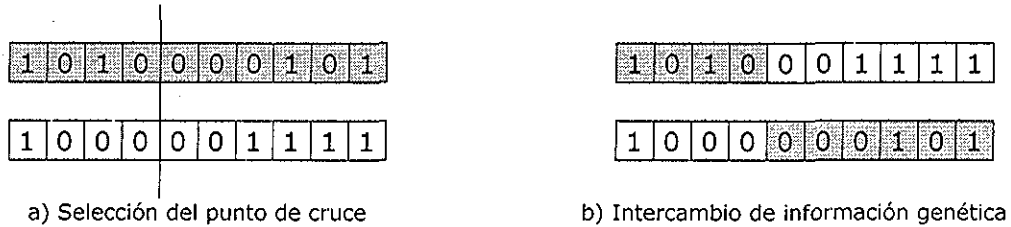


Figura 4.4 Proceso de cruce de un punto

Una vez definido el cruce, es claro que esta operación puede romper un esquema. Las cadenas anteriores concuerdan, antes del cruce (Figura 4.4a), con los siguientes esquemas: \*\*\*\*0001\*\* y 1000\*\*\*\*11. Se podría deducir, a partir de la simple observación, que el primero de ellos tiene menor probabilidad de ser destruido que el segundo, y eso es exactamente lo que ha sucedido durante el cruce. La primera cadena cruzada (Figura 4.4b) aún concuerda con el primero de los esquemas, pero el segundo se ha perdido puesto que no existe concordancia entre este esquema y las cadenas cruzadas de la Figura 4.4b. Esto se debe a que el primer esquema tiene una longitud menor que el segundo, es decir, que la distancia entre posiciones fijas, aquellas en la que no aparece el carácter "\*", es menor en el primero de los esquemas.

### 4.2.3 Efecto de la mutación

Esta operación se realiza muy pocas veces durante el ciclo del algoritmo genético, por lo tanto tiene una pequeña probabilidad de modificar un esquema. Debido a esto, la mutación juega un papel secundario durante el proceso de optimación, siendo su principal función, reducir la probabilidad de que el proceso converja de manera irremediable a un mínimo o máximo relativo.

Con base en el análisis anterior se puede concluir que los esquemas con una alta adaptación y una corta longitud, los cuales se denominan **bloques básicos**, son propagados de generación en generación, aumentando así el número de individuos que concuerdan con el esquema mejor adaptado. Todo esto se realiza conservando la población de n individuos como único registro de información.

### 4.3 Fundamentos matemáticos

El objetivo de incluir este inciso es demostrar que la base biológica de los algoritmos genéticos está soportada por un fundamento matemático. Para analizar el funcionamiento de los algoritmos genéticos con el rigor de las matemáticas, es necesario desarrollar una notación. Sean:

- |                        |   |
|------------------------|---|
| $V = \{0,1, "*" \}$    | El Alfabeto binario para construir las cadenas.               |
| $A_j, B_j, C_j, \dots$ | Cadenas.  |
| $a_i, b_i, c_i, \dots$ | Detectores o elementos donde el subíndice indica la posición. |
| $H_i$                  | Esquemas.   |
| $A(t)$                 | Una población o conjunto de cadenas, en un tiempo t.          |

TESIS CON FALLA DE ORIGEN

En la Figura 4.5 se representa simbólicamente la cadena  $A_1 = 1000000111$ , usando la notación anterior. En esta cadena, el elemento que se encuentra en la primera posición, denotado como  $a_1$ , tiene valor "1"; el de la segunda, "0"; el de la tercera, "0"; y así sucesivamente.

$$A_1 = a_1 a_2 a_3 a_4 a_5 a_6 a_7 a_8 a_9 a_{10}$$

Figura 4.5 Notación de una cadena artificial.

### 4.3.1 Propiedades de los esquemas

Adicional a la notación anterior, es necesario definir las propiedades de los esquemas, las cuales permiten clasificar las similitudes entre estos, y proveen los medios básicos para analizar cuantitativamente el efecto de la selección y de los operadores genéticos sobre los bloques básicos contenidos en una población.

#### 4.2.1.1 Orden del esquema

El orden de un esquema  $H_i$ , denotado como  $o(H_i)$ , es el número de posiciones fijas presentes en la plantilla. En la Tabla 4.1 se calculan los ordenes de los dos esquemas utilizados en el ejemplo anterior.

Tabla 4.1 Orden de un esquema

Esquema	Orden
$H_1 = ****0001**$	$o(H_1) = 4$
$H_2 = 1000****11$	$o(H_2) = 6$



#### 4.2.1.2 Longitud de definición

La longitud de definición se denota como  $\delta(H)$  y se define como la distancia entre la primera y la última posición fija en un esquema. En la Tabla 4.2 se muestran las longitudes de definición para los esquemas anteriores.

Tabla 4.2 Longitud de definición de un esquema

Esquema	Longitud de definición
$H_1 = ****0001**$	$\delta(H_1) = 5 - 8 = 3$
$H_2 = 1000****11$	$\delta(H_2) = 10 - 1 = 9$

### 4.3.2 Análisis cuantitativo del procesamiento de los esquemas

En el inciso 4.2 se realizó una primera evaluación cualitativa del efecto que tienen los operadores genéticos sobre los esquemas. Ahora, utilizando la notación establecida y las propiedades de los esquemas, se realiza una evaluación cuantitativa.

4.2.1.3 *Procesamiento de los esquemas durante la selección*

Sea  $m$  el número de individuos que concuerdan con un esquema particular  $H$ , en un instante  $t$ , dentro de la población  $A(t)$ , denotado como:

$$m = m_{(H,t)} \quad [4.2]$$

Suponiendo que se ha elegido como estrategia de reemplazo, sustituir todos los individuos de la generación anterior por los nuevos individuos, es decir, que los hijos tomen los lugares de los padres y que estos últimos sean eliminados definitivamente de la población.

De acuerdo con lo anterior y usando la definición de probabilidad de selección (Ecuación 4.1), se tiene que el número esperado de individuos en la siguiente generación que concuerdan con el esquema  $H$ , está dado por:

$$m_{(H,t+1)} = m_{(H,t)} \frac{f(H)}{\sum_j f_j} n \quad [4.3]$$

donde  $f(H)$  es el ajuste del esquema  $H$ , calculado como el promedio de los ajustes de las cadenas que concuerdan con el esquema  $H$ , en el instante  $t$  y  $n$  es el número total de individuos de la población  $A(t)$ .

Ahora, el ajuste promedio de toda la población  $A(t)$ , se puede escribir como:

$$\bar{f} = \frac{\sum_j f_j}{n} \quad [4.4]$$

Reemplazando el ajuste promedio de toda la población  $A(t)$  (Ecuación 4.4) en la Ecuación 4.3, se tiene:

$$m_{(H,t+1)} = m_{(H,t)} \frac{f(H)}{\bar{f}} \quad [4.5]$$

La Ecuación 4.5 demuestra que un esquema particular  $H$ , con un ajuste mayor que el ajuste promedio de toda la población, tendrá en la siguiente generación un incremento en el número de individuos que concuerdan con este; en tanto que los esquemas con un ajuste menor que el ajuste promedio de toda la población, verán reducidos el número de individuos que concuerdan con ellos. Esto es válido para todos los esquemas contenidos en la población, lo que significa que el algoritmo genético procesa esta información en paralelo.

Ahora, suponiendo que un esquema particular  $H$  tiene un ajuste  $c$  veces mayor que el ajuste promedio de toda la población, donde  $c$  es una constante, entonces la Ecuación 4.5 se puede describir de la siguiente manera:

$$m_{(H,t+1)} = m_{(H,t)} \frac{\bar{f} + c\bar{f}}{\bar{f}} = (1+c) m_{(H,t)} \quad [4.6]$$

Comenzando a partir de  $t=0$  y suponiendo que el valor de  $c$  permanece constante, se puede describir la Ecuación 4.6, como:

$$m_{(H,t)} = m_{(H,0)} (1+c)^t \quad [4.7]$$

A partir de la Ecuación 4.7 se deduce que el crecimiento del número de individuos que concuerdan con un esquema bien adaptado, al pasar de una generación a otra, es de tipo exponencial. Esta, según las investigaciones de John Holland, es la estrategia óptima de selección: aumentar exponencialmente el número de réplicas del individuo con el mejor desempeño, respecto de aquel con el peor desempeño.

#### 4.2.1.4 Efecto del cruce y la mutación sobre los esquemas

La selección por si sola no promueve la exploración de nuevos puntos del espacio de búsqueda debido a que durante esta solamente se eligen individuos ya evaluados. La evaluación de nuevos puntos se logra cruzando la información codificada (genética) de los individuos, con lo que se crea un nuevo individuo o punto del espacio de búsqueda que posteriormente será evaluado.

Como ya se estableció, el proceso de cruce comienza seleccionando aleatoriamente el punto en donde los dos individuos han de intercambiar información. Si una cadena tiene una longitud  $l$ , entonces existen  $l-1$  posibles puntos de intercambio. Asimismo, un esquema tiene una probabilidad de ser destruido de acuerdo con su longitud de definición, es decir, en tanto más largo sea tiene una mayor probabilidad de ser destruido, tal y como se aprecia en la Figura 4.6.

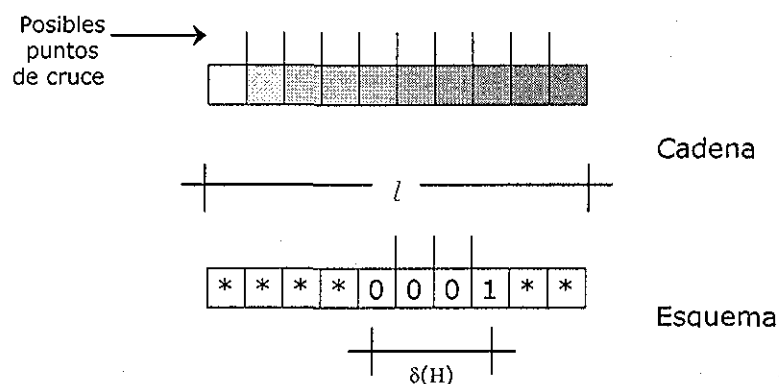


Figura 4.6 Efecto del cruce sobre los esquemas

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

De esta figura se puede deducir que la probabilidad que tiene un esquema de ser destruido ( $p_d$ ) es:

$$p_d = \frac{\delta(H)}{1-1} \quad [4.8]$$

De la misma manera, la probabilidad complemento, es decir, la probabilidad de supervivencia ( $p_s$ ) del esquema es:

$$p_s = 1 - \frac{\delta(H)}{1-1} \quad [4.9]$$

La Ecuación 4.9 es correcta siempre y cuando el cruce se aplique sobre todos los individuos seleccionados. En la práctica, el cruce no se realiza sobre todos los individuos, sino que es aplicado sobre estos con una probabilidad  $p_c$ . Usando la definición de la probabilidad condicional y de probabilidad completa, se puede llegar a que la probabilidad de supervivencia de un esquema, dado que se efectuó el cruce, se puede expresar como se muestra en la Ecuación 4.10.

$$p[s/c] \geq 1 - p_c \frac{\delta(H)}{1-1} \quad [4.10]$$

Suponiendo que existe una independencia estocástica entre el cruce y la selección, el número esperado de esquemas en la siguiente generación es:

$$m_{(H,t+1)} \geq m_{(H,t)} \frac{f(H)}{\bar{f}} \left[ 1 - p_c \frac{\delta(H)}{1-1} \right] \quad [4.11]$$

Una vez más, el efecto de los procesos es claro: el algoritmo genético propaga los esquemas de una generación a otra, de acuerdo con un factor multiplicador. Este factor depende de dos condiciones: si el ajuste del esquema se encuentra por arriba o por debajo del ajuste promedio de toda población y si este esquema tiene una longitud de definición corta o larga. Aquellos esquemas con un alto ajuste y una longitud de definición relativamente corta, incrementarán el número de individuos que concuerdan con ellos, al paso de las generaciones; en tanto que los esquemas con un bajo ajuste y una longitud de definición larga, irán decayendo.

La mutación opera con una probabilidad asociada  $p_m$ . Para que un esquema sobreviva la mutación, esta no debe alterar ninguna de sus posiciones fijas, por lo tanto cada elemento de la cadena sobrevive a la mutación con una probabilidad  $1-p_m$ .

Teniendo en cuenta que la aplicación de este operador sobre un elemento es independiente del proceso sobre los demás elementos de la cadena, entonces la probabilidad de supervivencia del esquema se puede expresar como:

$$P[sm] = (1 - p_m)^{o(H)} \quad [4.12]$$





Para valores muy pequeños de  $p_m$ , la Ecuación 4.12 se puede escribir como:

$$P[s_m] = 1 - o(H)p_m \quad [4.13]$$

Finalmente, despreciando el valor del producto de las probabilidades de cruce y mutación, el número esperado de individuos que concuerdan con un esquema particular, está dado por la siguiente ecuación:

$$m_{(H,t+1)} \geq m_{(H,t)} \frac{f(H)}{\bar{f}} \left[ 1 - p_c \frac{\delta(H)}{l-1} - o(H)p_m \right] \quad [4.14]$$

### 4.3.3 Teorema fundamental, bloques básicos y paralelismo implícito

A partir de la Ecuación 4.14 se puede establecer que aquellos esquemas cortos, de bajo orden y con un ajuste por encima del ajuste promedio de la población, serán propagados de generación en generación, a través de las cuales el número de individuos que concuerdan con dichos esquemas se incrementará exponencialmente. A esta conclusión se le conoce como teorema fundamental de los algoritmos genéticos, y a los esquemas que presentan las características mencionadas anteriormente se les conoce como **bloques básicos**.

La hipótesis de los bloques básicos postula que dichos bloques han de seleccionarse, combinarse y recombinarse, una y otra vez, con el fin de formar cadenas con un ajuste potencialmente mayor del que exhiben los bloques básicos si se consideran por separado. Finalmente es conveniente dejar constancia que la información contenida en los individuos es procesada en paralelo puesto que todos son evaluados al mismo tiempo en cada iteración. Esta forma en que ocurre el procesamiento de los esquemas es conocida como **paralelismo implícito** [Holland, 1975].

## 4.4 Implementación del algoritmo genético

A continuación se precisa el diseño del algoritmo genético implementado en el sistema de identificación de parámetros.

### 4.4.1 Estructura de datos

La estructura de datos permite emular el sistema natural de selección e intercambio de información genética. En este estudio, el sistema artificial está compuesto por una población única y constante de individuos donde cada uno representa un conjunto de posibles propiedades dinámicas de los estratos del depósito de suelo (ver Figura 4.7).

Estos individuos están estructurados de tal manera que se puede acceder y modificar su información codificada (genética) y asimismo, usar el valor decodificado del conjunto de parámetros dinámicos con los cuales se evalúa la respuesta sísmica del depósito de suelo.

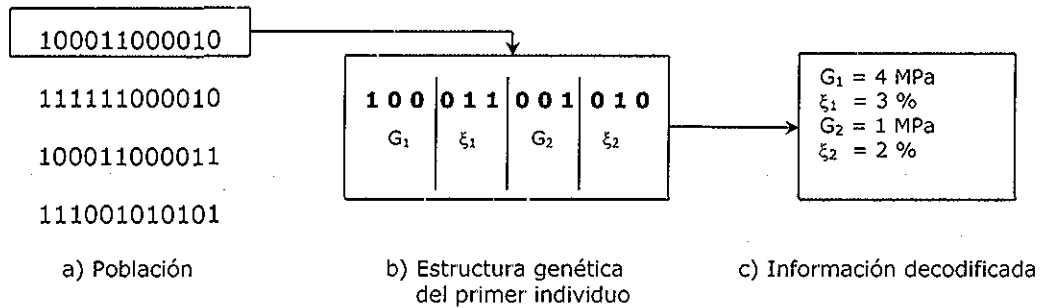


Figura 4.7 Estructura de un individuo

### 4.4.2 Codificación

El alfabeto binario seleccionado requiere que la codificación de los parámetros se realice en el contexto de la aritmética de base dos. Suponiendo que se tiene una cadena con una longitud  $l = 10$ , entonces un valor de módulo de rigidez de 5 MPa se representa como:

$$\begin{array}{|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|}
 \hline
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\
 \hline
 \end{array}$$

$$0 \cdot 2^9 + 0 \cdot 2^8 + 0 \cdot 2^7 + 0 \cdot 2^6 + 0 \cdot 2^5 + 0 \cdot 2^4 + 0 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 = 5$$

Figura 4.8 Codificación en aritmética de base dos

Para resolver el problema planteado en los objetivos de esta tesis, es claro que se debe codificar no un valor aislado sino un vector de valores de parámetros dinámicos del depósito de suelo modelado. Esto se puede realizar con una sola cadena si se utiliza el método de codificación multiparamétrico, el cual se explica a continuación. Si se utiliza únicamente la aritmética de base dos, el módulo de rigidez de la Figura 4.8 solamente puede tomar valores enteros del intervalo  $[0, 2^l]$ . Esto se soluciona fácilmente utilizando una simple regla de tres con la que cualquier parámetro puede llevarse al intervalo de interés  $[U_{\min}, U_{\max}]$ . Este intervalo así como la discretización del parámetro puede controlarse utilizando la siguiente expresión:

$$\pi = \frac{U_{\max} - U_{\min}}{2^{l_s} - 1} \tag{4.15}$$

donde:

- $\pi$  Discretización del parámetro.
- $U_{\max}$  Valor máximo que puede tomar el parámetro.
- $U_{\min}$  Valor mínimo que puede tomar el parámetro
- $l_s$  Sublongitud de la cadena que codifica éste parámetro específico.

Generalmente se establecen los valores de  $\pi$ ,  $U_{\max}$ ,  $U_{\min}$  y se obtiene la sublongitud de la cadena que codifica un parámetro específico. Para construir una cadena que incluya un vector de parámetros en lugar de un valor único, simplemente se disponen las subcadenas una junto a la otra, como se muestra en la Figura 4.9.

011011111011000100011000110100010100010001011110011010010101011011

a) Cadena multiparamétrica nodriza ( $l = 66$ )

01101111101	10001000110	00110100010	10001000101	11100110100	10101011011
$G_1 = 13.09 \text{ MPa}$	$\xi_1 = 16.037 \%$	$G_2 = 6.134 \text{ MPa}$	$\xi_2 = 16.023 \%$	$G_3 = 27.02 \text{ MPa}$	$\xi_3 = 20.096 \%$

b) Subcadenas y valores decodificados de cada parámetro

Figura 4.9 Codificación multiparamétrica de punto fijo

Analizando el ejemplo de la Figura 4.9, se tiene una cadena nodriza que contiene la información total de seis parámetros dinámicos codificados. En éste ejemplo se estableció que cada uno de los parámetros puede variar entre  $U_{\min} = 0.01$  y  $U_{\max} = 30$ , MPa y %, para los módulos de rigidez al corte ( $G$ ) y las relaciones de amortiguamiento ( $\xi$ ), respectivamente, con una precisión  $\pi=0.01465071$ .

Con esta forma de codificación simple se puede permitir que cada uno de los parámetros tenga su intervalo particular de variación y su valor propio de discretización. Para terminar el diseño de la estructura de los individuos y del sistema de codificación es necesario incluir la información que permite decodificar cada parámetro, la cual se puede observar, en C++, en la Figura 4.10.

```

struct parmparm {
int lparm; // Longitud de la subcadena
double parametro; // Valor expresado del parámetro
double maxparm; //  $U_{\max}$ 
double minparm; //  $U_{\min}$ 
int nparms; // Número de parámetros codificados.
typedef bool alelo; // Definición de los alelos.
typedef alelo cromosoma[?]; // Definición de los cromosomas

```

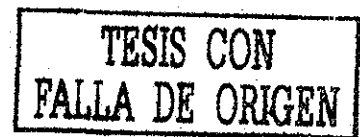


Figura 4.10 Código C++ de la estructura multiparamétrica de punto fijo

### 4.4.3 Operadores genéticos utilizados

El proceso de selección asigna de manera probabilística un número entero de copias a un individuo, de acuerdo con su probabilidad de selección ( $P_i$ , Ecuación 4.1). Existen varias opciones para implementar este mecanismo de selección. Uno de los más simples es el muestreo estocástico con reemplazo [Golberg, 1989]. Este proceso consiste en crear una ruleta sesgada donde cada cadena de la población tiene asignada una zona, de manera proporcional a su ajuste (Figura 4.11). Luego, la ruleta es girada tantas veces como individuos se desean seleccionar y la posición final de la esfera señala al individuo que recibe la copia.



Individuo No	Ajuste	Pi
1	75	50%
2	52.5	35%
3	12	8%
4	10	7%
Σ	150	

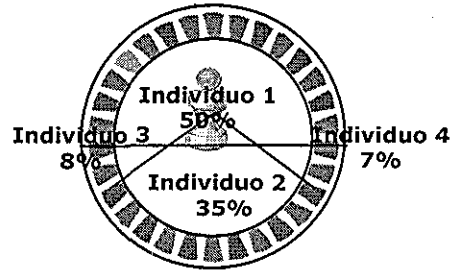


Figura 4 11 Esquema del muestreo estocástico con reemplazo

Este método, a pesar de su atractiva sencillez, puede asignar a los individuos un número de copias diferente al esperado. Para evitar esto se implementó el muestreo estocástico de residuos con reemplazo. Este método inicia con el cálculo de la probabilidad de selección del individuo, de acuerdo con lo establecido por la Ecuación 4.1. Luego se calcula el número de copias esperado ( $e_i$ ) para cada individuo, haciendo:

$$e_i = n \cdot p_i \quad [4.17]$$

donde  $n$  es el número total de individuos en la población.

A cada individuo con un  $e_i$  mayor a la unidad se le asignan un número de copias igual a la parte entera del valor  $e_i$ . Acto seguido, las partes fraccionarias del valor  $e_i$  de cada individuo son utilizadas como probabilidades de selección para completar la población. Específicamente, se lanza una moneda sesgada al aire (evento Bernoulli) cuya probabilidad de éxito corresponde al valor de la parte fraccionaria del valor  $e_i$ . Si el resultado de este experimento le es favorable, entonces el individuo recibe una copia adicional a las ya asignadas de acuerdo con su parte entera. Si el resultado le es desfavorable, entonces se utiliza la parte fraccionaria del siguiente individuo y así sucesivamente hasta que la nueva población cuenta con la misma cantidad de individuos que la antigua población.

Los demás operadores genéticos implementados en el AG son el cruce de un punto, expuesto en la sección 4.2.2 (Figuras 4.3 y 4.4) y la mutación sencilla expuesta en la sección 4.2.3.

#### 4.4.4 Tipo de algoritmo genético implementado

El algoritmo genético implementado es de tipo generacional. Este algoritmo genético emula la forma de reproducción de los insectos, donde una generación pone huevos, se aleja geográficamente o muere y es substituida por una nueva (Figura 4.12). En este modelo se realizan cruces en una matriz de individuos, los descendientes son puestos en otra, al final de la fase reproductiva se elimina la generación anterior y se utiliza la nueva. Este modelo también es conocido como algoritmo genético canónico.

TESIS CON  
 FALLA DE ORIGEN

Así como se emuló la forma de reproducción de los insectos, la cual es de los mecanismos más sencillos, se utilizó una modelación genética simple, característica de los organismos más sencillos: las bacterias. Estos organismos tienen células con un número de cromosomas reducido a una serie (cromosomas haploides), a diferencia de los organismos más complejos como los humanos que poseen dos series de 23 pares (cromosomas diploides).

**4.4.5 Mapeado del problema de minimización a uno de maximización**

En esta tesis se requiere la minimización de la función de error (Ecuación 3.5). Los AG se desarrollaron teniendo en cuenta que el individuo con el máximo ajuste tiene la mayor probabilidad de sobrevivir, lo que quiere decir que la función a optimar ha de replantearse de tal manera que los individuos que tengan el mayor error consecuentemente tengan las menores probabilidades de sobrevivir. En esta tesis se utiliza la Ecuación 4.18.

$$g_i = \frac{1}{1+f_i} \quad [4.18]$$

donde  $f_i$  es el valor de la función de error para el individuo  $i$ . La Ecuación 4.18 permite mapear el problema de minimización de la función de error  $f(G, \xi)$  en un problema de maximización de la función  $g(G, \xi)$ .

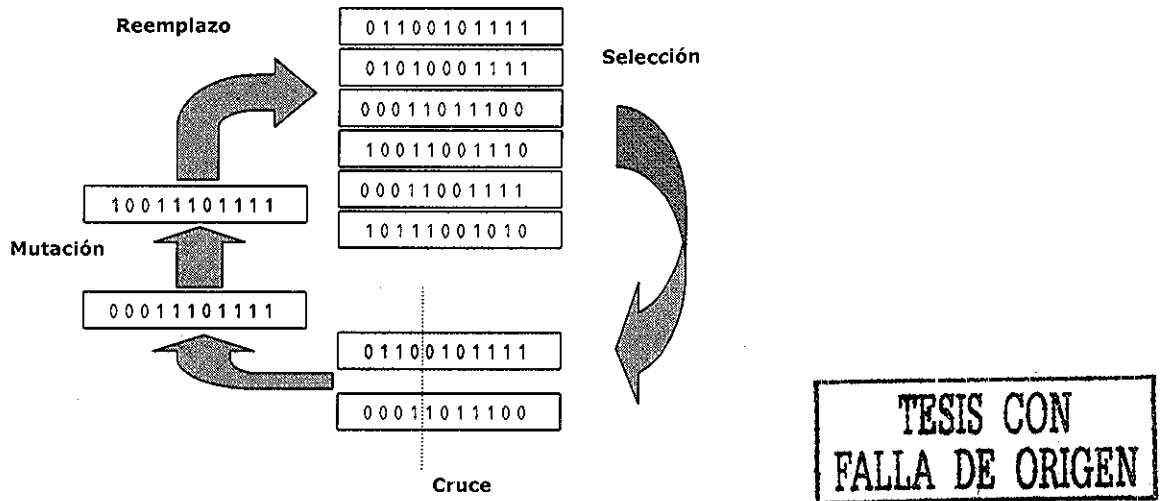


Figura 4.12 Esquema del algoritmo genético canónico

**4.4.6 Convergencia prematura**

Un problema de los algoritmos genéticos generado por una formulación deficiente del mismo, es aquel en el cual unos pocos individuos relativamente bien ajustados mas no

óptimos, pueden dominar rápidamente la población, causando la convergencia a un mínimo local. Una vez que esto ocurre, se elimina la habilidad del AG para buscar mejores soluciones mediante el cruce, quedando sólo la mutación como mecanismo para explorar el espacio de búsqueda. Finalmente el AG se convierte en una búsqueda lenta al azar. Para evitar este problema es necesario controlar el número de oportunidades reproductivas de cada individuo de tal manera que no obtenga, en la siguiente generación, un número de copias ni muy alto ni muy bajo. La distribución en la población del número de copias se define como presión de selección y puede mantenerse dentro de un intervalo. En este caso la presión de selección de los individuos relativamente bien adaptados es alta. El efecto que se busca es limitar el número de copias que reciben los individuos súper adaptados, para prevenir que tomen el control de la población rápidamente.

#### 4.4.7 Finalización lenta

Este es un problema contrario al anterior. Luego de muchas generaciones la población habrá convergido, pero no habrá localizado el máximo global. El ajuste promedio de la población será alto y habrá poca diferencia entre el mejor y el individuo promedio, por consiguiente será muy baja la eficiencia del proceso de selección para llevar el algoritmo hacia el máximo global. En este caso la presión de selección es baja, puesto que casi todos los individuos sobreviven con probabilidades similares.

#### 4.4.8 Escalamiento lineal

Con el fin de disminuir los efectos de la convergencia prematura y de la finalización lenta, se incluyó en el algoritmo genético, un procedimiento de escalamiento lineal de los valores de ajuste de los individuos de la población, de acuerdo con la siguiente expresión:

$$g'_i = a g_i + b \quad [4.19]$$

donde  $a$  y  $b$  son coeficientes seleccionados de acuerdo con lo expuesto a continuación.

##### 4.4.8.1 Escalamiento lineal durante las primeras generaciones

Este control se realiza durante las primeras generaciones, asignándole al individuo súper adaptado un valor de ajuste igual a  $C_{mult}$  veces el ajuste promedio de la población ( $g_{prom}$ ). Al hacer esto, el valor de  $C_{mult}$  equivale al número de copias esperado que recibirá este individuo. La otra condición es mantener el valor del ajuste promedio de la población constante. Para poblaciones pequeñas ( $n = 50$  a  $100$ ), se han utilizado exitosamente valores de  $C_{mult}$  entre 1.2 y 2 [Goldberg, 1989]. Los valores de  $a$  y  $b$  corresponden a la pendiente y a la ordenada al origen de la recta mostrada en la Figura 4.13a.

##### 4.4.8.2 Escalamiento lineal durante las últimas generaciones

Si el valor de  $C_{mult}$  se mantuviese constante, al final de las generaciones se tendrían valores negativos de la función de ajuste ( $g'$ ), lo que no debe permitirse debido a que

el resultado de esta función debe ser, a todas luces, un valor carente de signo. Esto se solucionó en el algoritmo genético implementado, haciendo que el valor mínimo de ajuste sea cero y manteniendo constante el valor del ajuste promedio de la población, tal como se muestra en la Figura 4.15b. Los valores de  $a$  y  $b$  corresponden ahora a la pendiente y a la ordenada al origen de la recta de la Figura 4.13b.

#### 4.4.9 Estrategias de reinserción y terminación

Si se utiliza el diseño del AG tal y como se ha definido hasta ahora, es muy posible que debido al cruce se pierda el individuo que produce el error mínimo de todo el proceso. Para evitar esto se incluye una estrategia elitista de reinserción, la cual consiste en asegurar que el individuo mejor adaptado de la generación anterior se encuentre presente en la siguiente generación. Esta estrategia se conoce con el nombre de elitismo. Las estrategias usuales de terminación de los AG son dar por terminado el proceso cuando un cierto número de generaciones ha sido procesado, cuando se ha alcanzado un cierto error, cuando la desviación estándar del ajuste de la población es lo suficientemente pequeña, etc. En esta tesis se optó por la primera de estas estrategias debido a que aunque el estudio desarrollado por Carvajal [2000] reporta parámetros óptimos con valores de la función de error (Ecuación 3.6) del orden del 30%, no se conoce con exactitud la forma de la función de error.

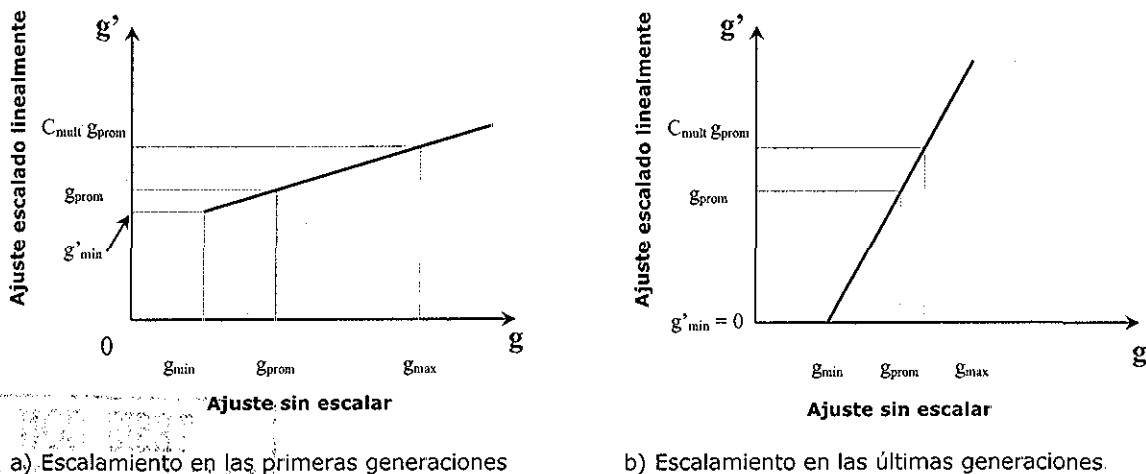


Figura 4.13 Escalamiento lineal

#### 4.5 Variables que controlan el algoritmo genético

Implementar de manera exitosa un algoritmo genético como método de optimización requiere la selección cuidadosa de las variables que controlan el proceso, los cuales son:

- La definición de los límites del espacio de búsqueda.
- La discretización de dicho espacio.
- El tamaño de la población.

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

- La presión de selección.
- Las probabilidades de cruce y de mutación.

**4.5.1 Definición y discretización del espacio de búsqueda**

En esta tesis la definición del espacio de búsqueda tiene que ver con la física del problema. Así por ejemplo, valores menores o iguales a cero de los módulos de rigidez y de las relaciones de amortiguamiento están por fuera del espacio de búsqueda puesto que carecen de sentido físico. De la misma manera, los límites superiores para cada parámetro se pueden establecer a partir de los resultados de pruebas de laboratorio y de campo. Por ejemplo, los resultados de las pruebas de laboratorio, realizados en suelos de la ciudad de México [Romo, 1995], indican que un límite máximo de 20% para la relación de amortiguamiento es adecuado. En cuanto al módulo de rigidez, los suelos de la ciudad de México presentan valores tan pequeños como 2 MPa, propios de los estratos blandos (p.e. la serie arcillosa superior), hasta valores del orden de 100 MPa, propios de los estratos más rígidos [Jaime *et al*, 1987]. De acuerdo con lo anterior, un límite superior de 200 MPa para el módulo de rigidez, en el sitio de estudio (Central de Abasto Oficinas), es adecuado.

La discretización del espacio de búsqueda tiene que ver con varios factores que deben balancearse. Uno es la sensibilidad de la función de error a los parámetros a optimar. Por otro lado, la discretización debe permitir la identificación de cada parámetro con la suficiente precisión. Así por ejemplo, en el caso del módulo de rigidez al corte, una discretización de 10 MPa puede permitir la identificación en los estratos más rígidos con la suficiente precisión; mas no en los estratos más blandos, en los cuales el módulo es del orden de 2 MPa. En esta tesis se estableció una discretización de 0.8 MPa para el módulo de rigidez y de 0.5% para la relación de amortiguamiento. En la Tabla 4.3 se presenta la sublongitud de las cadenas calculada con la Ecuación 4.15.

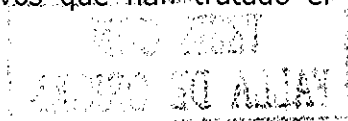
Tabla 4.3 Intervalo de búsqueda y sublongitud  $l_s$  para cada parámetro

Parámetro	G (MPa)	$\xi$ (%)
$U_{min}$	0.1	0.1
$U_{m\acute{a}x}$	200	20
$\pi$ (propuesto)	0.8	0.5
$l_s$	8	6
$\pi$ (Ecuación 4.15)	0.784	0.32



**4.5.2 Tamaño de la población**

El tamaño de la población es una variable muy importante puesto que está relacionada directamente con la complejidad del problema y la eficacia del proceso. Poblaciones muy pequeñas pueden provocar convergencias prematuras, en tanto que poblaciones de un tamaño adecuado proveen la suficiente información para que el algoritmo oriente la búsqueda en la dirección correcta. Por otro lado, una población exageradamente grande disminuye la eficiencia del proceso. Existen varios estudios exhaustivos que han tratado el tema del tamaño de la población [Holland, 1973;





Goldberg, 1985; Grenfenstette, 1986; De Jong y Spears, 1990; Goldberg y Deb, 1992; Goldberg *et al*, 2002]. La mayoría de estos estudios pueden incluirse en uno de los siguientes enfoques:

- El tamaño de la población suministra los suficientes bloques básicos.
- El tamaño de la población asegura la correcta selección entre bloques básicos competitivos.

El objetivo del primero de estos enfoques es que la población inicial sea una muestra lo suficientemente representativa del espacio de búsqueda. Con este enfoque, Goldberg y sus colaboradores [2002] derivaron analíticamente y validaron experimentalmente la siguiente expresión:

$$n = \chi^k (k \log \chi + \log m) \quad [4.20]$$

donde:

- n      Tamaño de la población
- $\chi$       Cardinalidad del alfabeto (para el alfabeto binario  $\chi = 2$ )
- k      Tamaño de los bloques básicos
- m      Número de bloques básicos en una cadena

El segundo de los enfoques trata sobre el problema de dar prioridad a los bloques básicos que forman el óptimo global, en el momento de compararlos con los bloques básicos contenidos en soluciones parciales.

Los operadores genéticos también influyen en la selección del tamaño de la población. Como observación general, incrementar la complejidad del algoritmo crea la necesidad de incrementar el tamaño de la población.

#### 4.5.3 Presión de selección y probabilidades de cruce y de mutación

Las probabilidades de cruce y de mutación influyen directamente en la eficiencia del proceso y en el alcance del óptimo global.

El cruce se realiza sobre una población con dos objetivos. El objetivo fundamental es promover la exploración de nuevos puntos del espacio de búsqueda. Al mismo tiempo, este operador conserva información clave, la cual es aprovechada en el siguiente proceso de selección. Esto sucede debido a que el cruce se aplica sobre la población con una probabilidad  $p_c$ , por lo que se espera que  $n(1-p_c)$  individuos sobrevivan al proceso de cruce. Puesto que los individuos presentes en una generación son el producto de la selección y combinación de los mejores individuos de la generación anterior, es deseable conservar la información contenida en sus bloques básicos.

En los procesos de cruce de un punto la exploración del espacio de búsqueda no es intensiva, en tanto que se preserva la máxima cantidad de información entre generaciones sucesivas, con el fin de aprovecharla en el siguiente proceso de selección. Esta situación se invierte en los procesos de cruce de más de un punto. En el proceso de cruce uniforme la intensidad de la exploración es máxima. En este tipo

de cruce, cada elemento de los dos padres tiene el 50% de probabilidad de ser seleccionado para formar el nuevo individuo. La mutación tiene la capacidad de destruir los individuos que se crearon por medio del cruce, por lo tanto, en problemas que requieren la combinación de bloques básicos se debe utilizar una probabilidad baja de mutación.

De lo discutido anteriormente se deduce que además de un tamaño adecuado de la población, es necesario balancear el aprovechamiento de la información realizado por el proceso de selección y la exploración del espacio de búsqueda realizada por el proceso de cruce y mutación.

Ahora, si durante el proceso de selección existe una presión de selección muy alta, es decir que se enfatiza en el número de copias de las mejores soluciones asignándoles un número de copias muy alto, entonces la población pierde su diversidad rápidamente. En otras palabras, los puntos del espacio de búsqueda procesados por el AG tienden a ser muy similares. Entonces, los procesos de cruce y de mutación deben aplicarse con probabilidades altas, con el fin de recobrar la diversidad de la población. De lo contrario se suscita la convergencia prematura discutida en el inciso 4.4.6. Una presión de selección baja genera la finalización lenta discutida en el inciso 4.4.7.

Aunque existe una argumentación cualitativa sobre el balance entre la exploración del espacio de búsqueda y el aprovechamiento de la información, lograr este balance de forma cuantitativa es una tarea difícil de alcanzar [Goldberg, 1989; Deb, 2001]. Deb y Agrawal [1999] realizaron una serie de experimentos con varios operadores genéticos, aplicados a problemas de diversos grados de dificultad, con los siguientes resultados:

1. En problemas de optimación simples (aquellos con un óptimo único o lineales) funcionan AG diseñados con un operador de selección y uno de cruce, o con un operador de selección y uno de mutación o con un operador de selección y operadores de cruce y mutación aplicados conjuntamente. Sin embargo, cada una de estas combinaciones de operadores genéticos requieren un tamaño de población diferente.

Para un AG de selección y mutación, una población pequeña funciona satisfactoriamente (p.e. de 3 a 6 individuos). Ahora, como este AG de selección-mutación opera en forma similar a una búsqueda local, entonces es necesario un número relativamente grande de iteraciones para encontrar el óptimo global, en lugar de una población muy grande.

Por otro lado, en un AG de selección y recombinación, es decir sin operador de mutación, se requiere de una población muy grande, puesto que el operador de cruce necesita un gran volumen de información para orientar la búsqueda en la dirección correcta. Una vez que el proceso de cruce ha creado los bloques básicos contenidos en el óptimo global, se necesitan pocas generaciones para combinarlos adecuadamente.

2. En problemas de optimación difíciles (p.e. aquellos con varios óptimos, con una dimensionalidad muy grande, con un espacio de búsqueda abrupto, etc.) los AG de selección-mutación no funcionan bien. En estos problemas, los AG de selección y recombinación pueden encontrar el óptimo global, siempre y cuando se establezca adecuadamente el tamaño de la población.

LIBRO DE ACTAS

En esta tesis, si se supone que cada parámetro involucrado es un bloque básico, entonces la complejidad del problema está determinada por el número de estratos considerados ( $m$ , dimensión) y por el tamaño y discretización del espacio de búsqueda ( $k$ ). En la Tabla 4.4. se presentan los tamaños de las poblaciones calculados con la Ecuación 4.20. Para uno y dos estratos se tiene una complejidad relativamente pequeña, por lo es de esperarse que un AG de selección-mutación, con una población pequeña funcione bien. En este caso, la Ecuación 4.20 sobrestima el tamaño de la población. Para cinco estratos en adelante, la complejidad del problema es grande, y se espera que un AG de selección y combinación, con un tamaño de población grande funcione bien. Para tres y cuatro estratos se tiene una situación intermedia.

#### 4.5.4 Número máximo de generaciones

Finalmente, el número de generaciones necesario para alcanzar la convergencia de la población depende del tipo de operadores genéticos utilizados y del tamaño de la población, tal y como se discutió anteriormente. En algoritmos genéticos donde el operador de cruce juega un papel decisivo, se espera que la convergencia se logre alrededor de las  $n \log(n)$  generaciones [Goldberg *et al*, 1992].

Tabla 4.4 Tamaño de la población

# Estratos	# Parámetros (dimensión) $m$	$\chi^2 \log(m)$	$n$	$l$
1	2	39	310	14
2	4	77	350	28
3	6	100	370	42
4	8	116	390	56
5	10	128	400	70
6	12	138	410	84
7	14	147	420	98

Nota  $k = (8+6)/2 = 7$  (ver  $l_s$  en la Tabla 4.3)

En resumen, hasta el momento se ha establecido:

- Los límites del espacio de búsqueda:  $0.1 < G < 200$  MPa,  $0.1 < \xi < 20\%$
- La discretización del espacio de búsqueda: 0.8 MPa para el módulo de rigidez y 0.5% para la relación de amortiguamiento.
- El tamaño de la población,  $n$ , de acuerdo con el número de estratos involucrados y la definición del espacio de búsqueda (ver Tabla 4.4).
- La estrategia de terminación y de reemplazo.

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

En el capítulo siguiente se calibran los parámetros y el diseño del algoritmo genético para problemas con tres y siete estratos. Específicamente se establecerá:

- e) El número máximo de generaciones.
- f) El valor de la probabilidad de cruce.
- g) El valor de la probabilidad de mutación.
- h) El número máximo de copias que recibe el individuo mejor adaptado.

Los puntos a) al h) forman el algoritmo de diseño del AG implementado en esta tesis.



## Evaluación del sistema de identificación de parámetros y del algoritmo genético

Antes de realizar la identificación formal de los parámetros dinámicos es necesario establecer el intervalo de frecuencias que ha de utilizar el sistema de identificación, además de calibrar y evaluar el algoritmo genético como método de optimización.

### 5.1 Intervalo de frecuencias en el análisis inverso

En esta sección se realiza un análisis de sensibilidad del modelo de propagación unidimensional (1D) de ondas de corte SH con el fin de establecer el intervalo de frecuencias en el cual se ha de realizar la inversión de los parámetros dinámicos. De acuerdo con lo establecido en la sección 2.5, las funciones de transferencia (FT) son la clave para evaluar la respuesta sísmica de un depósito de suelo usando el modelo 1D. En el caso del modelo estratigráfico de la Figura 5.1, la FT para calcular la respuesta en la superficie del depósito involucra el espesor, la densidad y los parámetros dinámicos del estrato superficial ( $h_1$ ,  $\rho_1$ ,  $G_1$  y  $\xi_1$ ) y del estrato ubicado entre los 6 y los 12 m ( $h_2$ ,  $\rho_2$ ,  $G_2$  y  $\xi_2$ ).

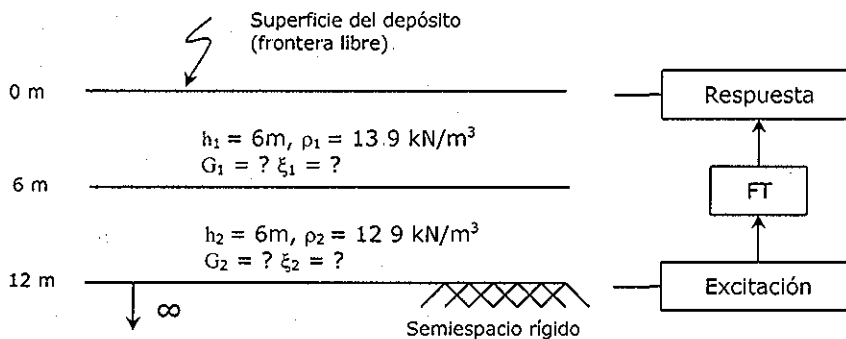


Figura 5.1 Dos estratos viscoelásticos sobre un semiespacio rígido



En la Figura 5.2 se muestran las funciones de transferencia del problema establecido en la Figura 5.1, las cuales se calcularon con la Ecuación 2.46, variando solamente uno de los cuatro parámetros dinámicos involucrados  $G_1$  o  $\xi_1$  o  $G_2$  o  $\xi_2$ , a la vez. Los parámetros dinámicos se mantuvieron entre los límites establecidos en el capítulo anterior ( $0.1 < G < 200$  MPa,  $0.1 < \xi < 20\%$ ). En la Tabla 5.1 se resume la influencia de cada uno de los parámetros dinámicos en la forma y valor de la función de transferencia de la Figura 5.2.

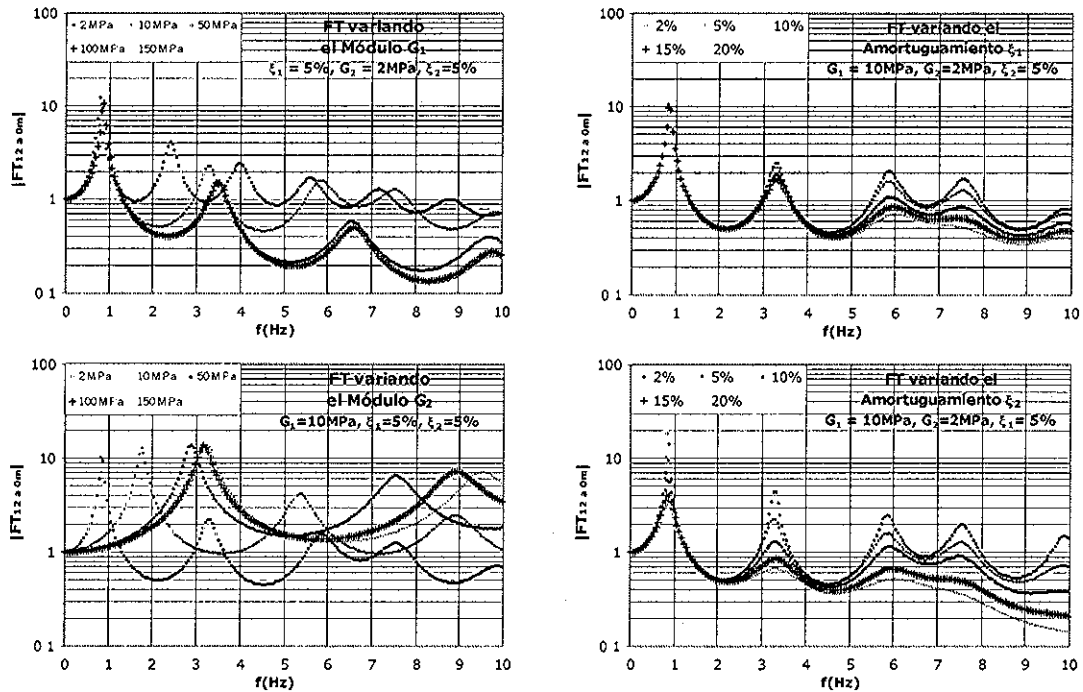


Figura 5.2 FT para dos estratos viscoelásticos sobre semiespacio rígido

Tabla 5.1 Influencia de los parámetros dinámicos en la FT

Parámetro	Influye en
$G_1$	La amplitud y la frecuencia del primer modo de atenuación. Las frecuencias de los modos de amplificación (frecuencias naturales) y su amplitud, a excepción de la frecuencia fundamental del depósito y de la amplitud del primer modo de amplificación.
$\xi_1$	La amplitud de los modos de amplificación y atenuación para frecuencias entre los 4 y los 10 Hz. Los parámetros dinámicos del estrato superficial tienen poca influencia en la frecuencia fundamental y la amplitud del primer modo de amplificación.
$G_2$	La frecuencia del primer modo de amplificación. Esta frecuencia depende casi exclusivamente del valor de $G_2$ . También influye en la amplitud de este primer modo de amplificación y en las frecuencias y amplitudes de los subsiguientes modos de amplificación y atenuación.
$\xi_2$	El amortiguamiento $\xi_2$ es el parámetro que más influye en la amplitud del primer modo de amplificación. También influye en las amplitudes de los subsiguientes modos de amplificación y atenuación.

TESIS CON FALLA DE ORIGEN

A partir de la Tabla 5.1 y de la Figura 5.2 puede deducirse que en conjunto, los parámetros dinámicos de los estratos involucrados manifiestan su influencia entre los 0.1 y 10 Hz. Particularmente interesante es el caso de los parámetros dinámicos del estrato superficial ( $G_1, \xi_1$ ), los cuales varían la forma y valor de la FT a partir de frecuencias superiores a los 1.2 y 4 Hz, para el módulo de rigidez y la relación de amortiguamiento, respectivamente. Debido a esto, en esta tesis se realiza la inversión de los parámetros dinámicos entre los 0.1 y 10 Hz.

### 5.2 Sensibilidad de la función de error

En este inciso se evalúa la sensibilidad de la función de error (Ecuación 3.5) y de la función de mapeo (Ecuación 4.18) a los parámetros dinámicos del depósito de suelo. Para este fin se utiliza el acelerograma medido a 60 m de profundidad durante el evento del 24 de Octubre de 1993, dirección EO, en la estación acelerográfica de Central de Abasto Oficinas (CAO) [SMIS, 1997/2000]. Con esta señal y los parámetros dinámicos de la Tabla 5.2, se calcula la respuesta a 0 y 6 m de profundidad. A partir de estas señales calculadas se evalúa el error del espacio de búsqueda definido por  $0.5 < G < 40$  MPa,  $0.5 < \xi < 20\%$ , con una discretización de 0.1 MPa y 0.1 % para el módulo y el amortiguamiento, respectivamente. El error se evalúa de manera enumerativa. Los resultados se presentan en forma gráfica en las Figuras 5.3 y 5.4.

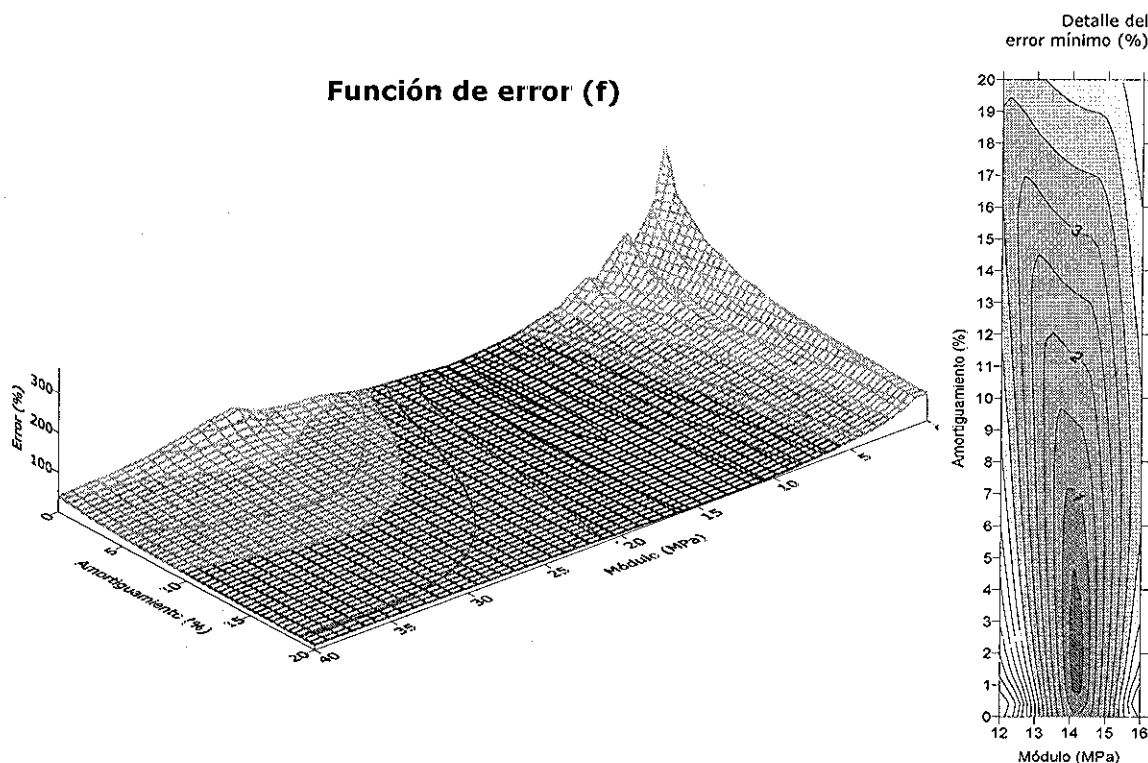


Figura 5.3 Forma de la función de error (f) para un problema bidimensional

TESIS CON  
 FALLA DE ORIGEN

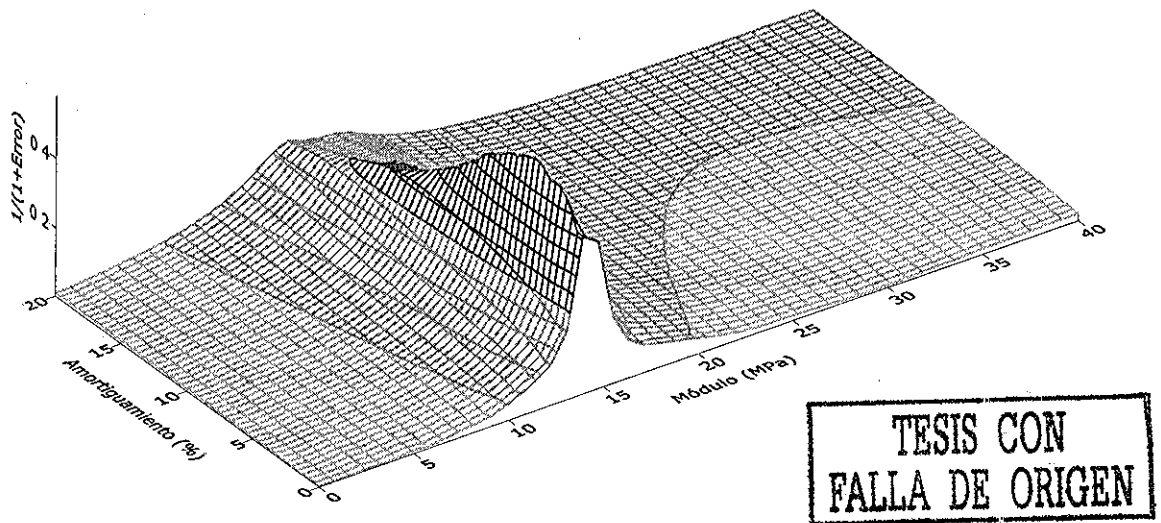


Figura 5.4 Forma de la función de mapeo (g) para un problema bidimensional

En la Figura 5.3 se observa que el mínimo de la función de error se localiza en un intervalo estrecho alrededor del módulo de rigidez [14, 15 MPa]. En términos de velocidad de onda de corte este intervalo corresponde a: [99, 102 m/seg]

Por otro lado, el amortiguamiento puede tomar valores entre 1 y 4% y generar un error de 0.5% alrededor del mínimo. Esto evidencia que el modelo analítico para el cálculo de la respuesta sísmica es más sensible al módulo de rigidez, expresado en MPa, que al amortiguamiento, expresado en porcentaje. En el siguiente inciso se demuestra que un error del 0.5%, entre la respuesta conocida del depósito y la respuesta calculada, es prácticamente imperceptible.

Seed y sus colaboradores [1998] estudiaron la sensibilidad y aproximación del modelo 1D a la respuesta conocida de los suelos de la ciudad de México. En este estudio se reporta que pequeñas variaciones de los valores de la velocidad de onda de corte, tienen efectos considerables en la aproximación del modelo 1D a la respuesta conocida del depósito de suelo.

De acuerdo con lo discutido, la sensibilidad de la función de error es reflejo de la sensibilidad del modelo analítico a los parámetros dinámicos. Esto tiene un impacto directo en el SIP, pues es de esperarse que se logren buenos resultados en la identificación del módulo de rigidez. Para el amortiguamiento se tienen las dos caras de una misma moneda: el SIP identifica este parámetro con una aproximación menor que en el caso del módulo, porque asimismo, el modelo analítico es menos sensible al amortiguamiento que al módulo de rigidez.

En la Figura 5.4 se presenta la forma de la Ecuación 4.18, la cual permite mapear el problema de minimización de la función de error (f) en un problema de maximización. En esta figura se observa que la forma matemática de la ecuación de mapeo ( $g = 1/(1+f)$ ) tiene la ventaja de aumentar las diferencias entre el mínimo y el resto del espacio de búsqueda.



A primera vista es claro que el problema de maximización de la Figura 5.4 es de baja complejidad. Aún así, con la ayuda de esta figura se puede resaltar una de las ventajas de los AG como método de optimización, la cual motivó su utilización en esta tesis. Para optimizar la función  $g$  de la Figura 5.4 se utilizó un AG con: 40 individuos, 100 generaciones,  $p_c = 0.01$ ,  $p_m = 0.01$  y  $c_{mult} = 1.3$ . En la Figura 5.5 se presenta la distribución de los individuos en el espacio de búsqueda durante el proceso de optimización. En esta figura se aprecia que el AG asigna un mayor número de individuos en las áreas más prometedoras, sin dejar de explorar otras regiones. Esto, de acuerdo con lo discutido en el capítulo anterior, se realiza de forma simultánea, lo que disminuye las probabilidades de que el AG quede atrapado en un óptimo local.

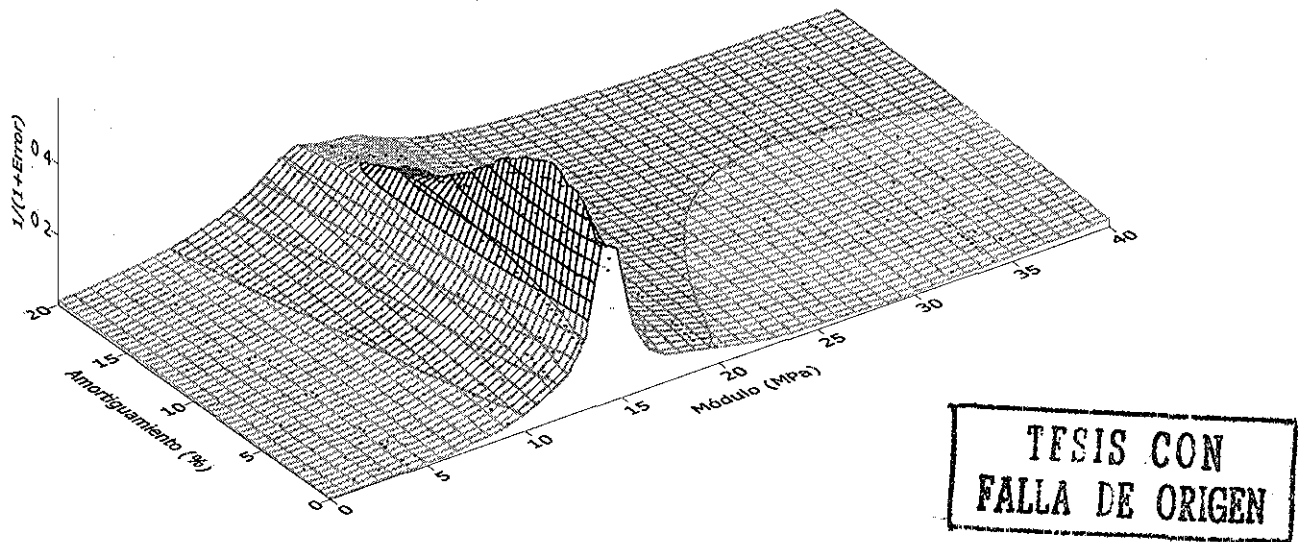


Figura 5.5 Distribución de los individuos de un AG en un problema bidimensional

### 5.3 Diseño y evaluación del algoritmo genético

Para realizar el diseño y la evaluación del AG se utilizan dos ejercicios que involucran tres y siete estratos. En estos ejercicios se emplea el acelerograma medido a 60 m de profundidad durante el evento del 24 de Octubre de 1993, dirección EO, en la estación acelerográfica de Central de Abasto Oficinas (CAO) [SMIS, 1997/2000]. Esta señal se utiliza, junto con los parámetros dinámicos de la Tabla 5.2 y el modelo analítico del capítulo dos, para calcular la respuesta a 0, 12 y 30 m de profundidad. Estas respuestas se consideran, en estos ejercicios, como la respuesta conocida del depósito de suelo.

En el primer ejercicio se intentan identificar los parámetros dinámicos de los estratos uno, dos, y tres de la Tabla 5.2, utilizando las señales calculadas a 0, 12 y 30 m. En el segundo ejercicio se intentan identificar los parámetros dinámicos de los siete estratos

ESTA TESIS NO SALE  
DE LA BIBLIOTECA

de la Tabla 5.2, utilizando las señales calculadas a 0, 12, y 30 m, y la señal medida a 60 m.

Tabla 5.2 Parámetros dinámicos en CAO [Jaime *et al*, 1987]

Estrato No.	Espesor (m)	$\gamma$ (kN/m <sup>3</sup> )	G (MPa)	$\xi$ (%)
1	6	13.9	14.2	2
2	6	12.9	2.1	1.1
3	18	11.8	3.5	1.5
4	11	12.4	5.1	1.7
5	5	15.9	100	3
6	4	13	13.3	1.7
7	10	16.3	80.5	1.8

La complejidad del problema de optimización es determinante en el diseño de un AG. En problemas sencillos se puede utilizar un AG de selección-mutación, el cual opera en forma similar a los métodos de optimización local.

En problemas de optimización complejos, como por ejemplo en aquellos donde el alcance del óptimo global depende de la combinación adecuada de varios parámetros, es recomendable utilizar un AG de selección y recombinación. Este AG funciona combinando los bloques básicos contenidos en las mejores soluciones parciales, es decir, opera como un método de optimización global. En los dos ejercicios planteados en este inciso se busca la combinación correcta de seis y catorce variables, razón por la cual se utilizará un AG de selección y combinación, con una probabilidad muy baja de mutación. Una vez seleccionado el tipo de AG, es necesario establecer:

- El valor de la probabilidad de cruce y de mutación.
- El valor de la probabilidad de mutación.
- El proceso para controlar la presión de selección.

Es importante mencionar que los valores de los parámetros, que llevan el AG hacia el óptimo global, dependen de si el número de iteraciones está o no restringido [Deb, 2001]. En esta tesis se limita el número de iteraciones hasta  $n \log(n)$  (ver incisos 4.4.9 y 4.5.4).

### 5.3.1 Tamaño de la población

Antes de explorar el valor de los parámetros que controlan el AG, es necesario validar experimentalmente el tamaño de la población. Para tal fin, se realizaron cuatro evaluaciones con 25, 50, 100 y 300 individuos, utilizando las señales calculadas a 0, 12 y 30 m; y el modelo estratigráfico formado por los estratos uno, dos, y tres de la Tabla 5.2. Durante la evaluación del tamaño de la población se utilizaron los parámetros del AG mostrados en la Tabla 5.3. Los resultados se presentan en la Figura 5.3 y en la Tabla 5.4.

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

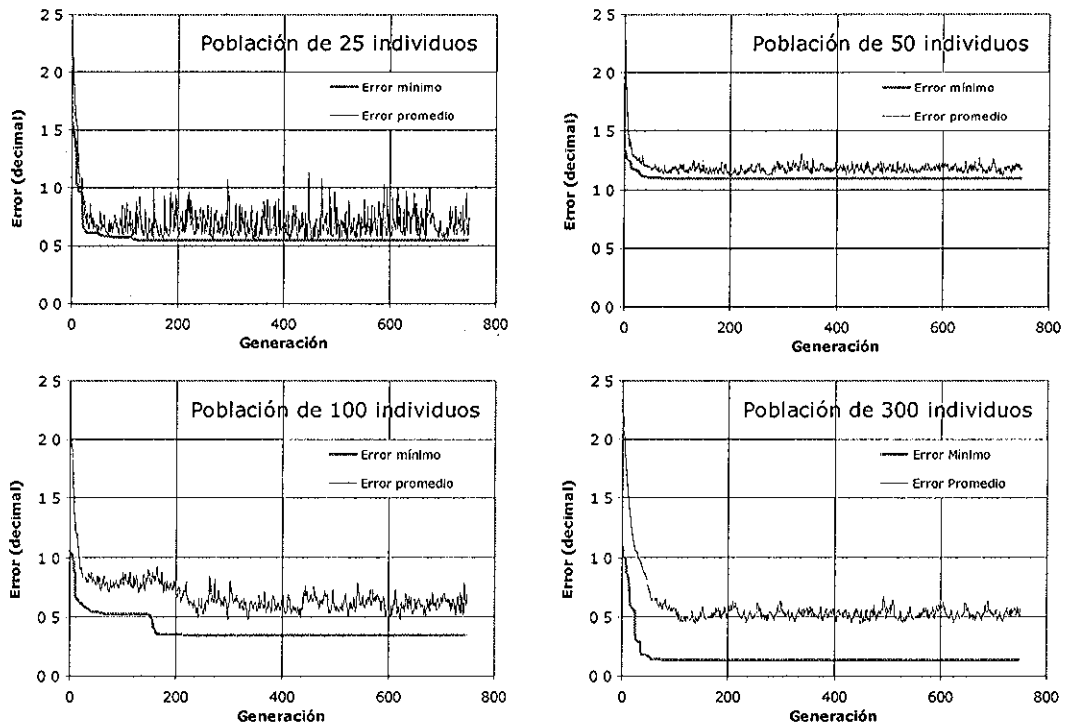


Figura 5.6 Evaluación del tamaño de la población

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

Tabla 5.3 Parámetros del AG durante la evaluación de n

Parámetro	Valor
# generaciones: $n \log(n)$ , con $n = 300$	750
Longitud del cromosoma	42
Probabilidad del cruce (decimal)	0.7
P[mutación] (decimal)	0.004
$C_{mult}$	1.7
<b>Espacio de búsqueda</b>	
G (MPa)	[0.5, 200]
$\pi$ para G (MPa)	0.78
$\xi$ (%)	[0.5, 20]
$\pi$ para $\xi$ (%)	0.3

Como puede observarse en la Tabla 5.4 y en la Figura 5.3, el mejor resultado es el de la población de 300 individuos, con la cual se llega a un intervalo muy cercano alrededor del óptimo buscado (ver filas  $300 \pm \pi$ , en la Tabla 5.3). Los demás tamaños de población convergen a un mínimo relativo (ver Figura 5.3). Para escapar de este mínimo relativo puede aumentarse la probabilidad de mutación, con el riesgo de destruir los individuos creados por medio del cruce de los mejores individuos. Finalmente, si la probabilidad de mutación es excesiva puede convertir el AG en una

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

búsqueda al azar. En estos ejemplos, los individuos tienen una probabilidad del 85% de sobrevivir a la mutación ( $=100(1-0.004)^{42}$ , ver Ecuación 4.12).

Tabla 5 4 Evaluación del tamaño de la población

Tamaño población	G <sub>1</sub> (MPa)	ξ <sub>1</sub> (%)	G <sub>2</sub> (MPa)	ξ <sub>2</sub> (%)	G <sub>3</sub> (MPa)	ξ <sub>3</sub> (%)	Error (decimal)
25	13.0	0.5	2.8	0.5	2.8	6.4	0.55
50	2.8	3.3	0.5	10.1	13.0	20.0	1.10
100	6.4	13.5	2.5	4.8	3.6	2.4	0.34
300	13.8	2.0	2.1	0.8	3.6	2.4	0.13
π	0.78	0.3	0.78	0.3	0.78	0.3	
300 + π	14.6	2.4	2.8	1.1	4.4	2.7	
300 - π	13.0	1.7	1.3	0.5	2.8	2.0	
Óptimo buscado	14.2	2	2.1	1.1	3.5	1.5	

### 5.3.2 Presión de selección

En el capítulo anterior se discutió el problema que plantea la presión de selección, así como la solución empleada en esta tesis: el escalamiento lineal. Los algoritmos genéticos que utilizan poblaciones pequeñas (p.e. 25 individuos) son más susceptibles a los problemas de convergencia prematura que aquellos que utilizan poblaciones grandes (p.e. 300 individuos), tal y como puede deducirse de la Figura 5.3. A continuación se muestran los resultados de un AG que no utiliza el escalamiento lineal del ajuste. Este AG procesa 300 individuos y usa los valores de los parámetros de la Tabla 5.3.

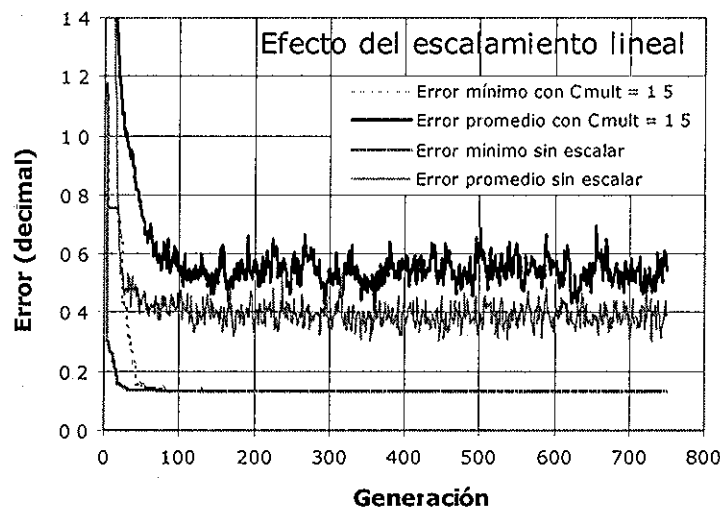


Figura 5 7 Efecto del escalamiento lineal

**TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN**

En la Figura 5.4 se observa cómo al limitar el número de copias que recibe el individuo mejor adaptado de las primeras generaciones se reduce la presión de selección, con lo cual el AG evoluciona más lentamente hacia el error mínimo. También se observa que la población de 300 individuos no es susceptible al problema de convergencia prematura, por el contrario, las 750 generaciones no son suficientes para que toda la población converja hacia el error mínimo. Incluso, parecería que en este caso el uso del escalamiento lineal agrava el problema de finalización lenta, pero en realidad lo que sucede es que la tasa de mutación es demasiado alta e impide la convergencia del AG al mínimo global. Esto se comprueba en los ejercicios del siguiente inciso. Finalmente, con o sin escalamiento lineal se identifica el mismo mínimo global.

### 5.3.3 Probabilidad de mutación y de cruce

En un AG selecto-combinatorio no se emplea la mutación. En la Figura 5.5 se presentan los resultados de la evaluación de un AG selecto-combinatorio con varias probabilidades de cruce. Como puede observarse en esta figura, los AG selecto-combinatorios son eficaces cuando utilizan probabilidades de cruce altas, p.e 0.7 ó 0.9, expresadas en decimal. Inclusive, con el mayor de los valores anteriores se identifica la mejor solución en un menor número de iteraciones (ver error mínimo con  $p_c = 0.7$  y  $0.9$ , Figura 5.5). Para probabilidades menores a 0.7 se presenta la convergencia hacia un mínimo relativo, puesto que no se explora el espacio de búsqueda con la suficiente intensidad.

En esta tesis se mantiene el uso de la mutación como un seguro contra la convergencia a un mínimo relativo, solamente que se aplica con una probabilidad aún menor que la inicialmente propuesta en la Tabla 5.3. En los ejercicios de este inciso se utilizó el escalamiento lineal con  $C_{mult} = 1.7$ .

A partir de los resultados de los ejercicios anteriores se puede concluir que existen varias combinaciones de los parámetros del algoritmo genético con las cuales se alcanza el mismo mínimo global. Sin embargo, algunas de estas combinaciones impiden la convergencia de toda población hacia el mínimo global.

Por otro lado, aunque la complejidad del problema de optimación sugiere el uso de un AG selecto-combinatorio, la ausencia del operador de mutación puede producir la convergencia a un mínimo relativo, en los casos en donde la probabilidad de cruce no permite la exploración del espacio de búsqueda con la suficiente intensidad.

En la tabla 5.5 se presentan los valores de los parámetros del AG que se utilizarán en el siguiente capítulo para la identificación de parámetros dinámicos en problemas con tres estratos. La probabilidad de cruce se seleccionó esperando que el AG encuentre el mínimo global rápidamente. Adicionalmente, se espera que la mutación mantenga la diversidad de la población por más tiempo que en un AG selecto-combinatorio y que esto a su vez, impida la convergencia a un mínimo relativo.

Con el mínimo global identificado en estos incisos (ver fila 300 en la Tabla 5.4) y el modelo analítico, se calculó la respuesta del depósito de suelo y se comparó con aquella supuesta como la respuesta del sistema real. Estas respuestas se muestran en la Figura 5.7. Aunque el valor del error que genera este individuo parece muy grande

(0.13, expresado en decimal), en realidad la aproximación que logra el SIP es muy alta.

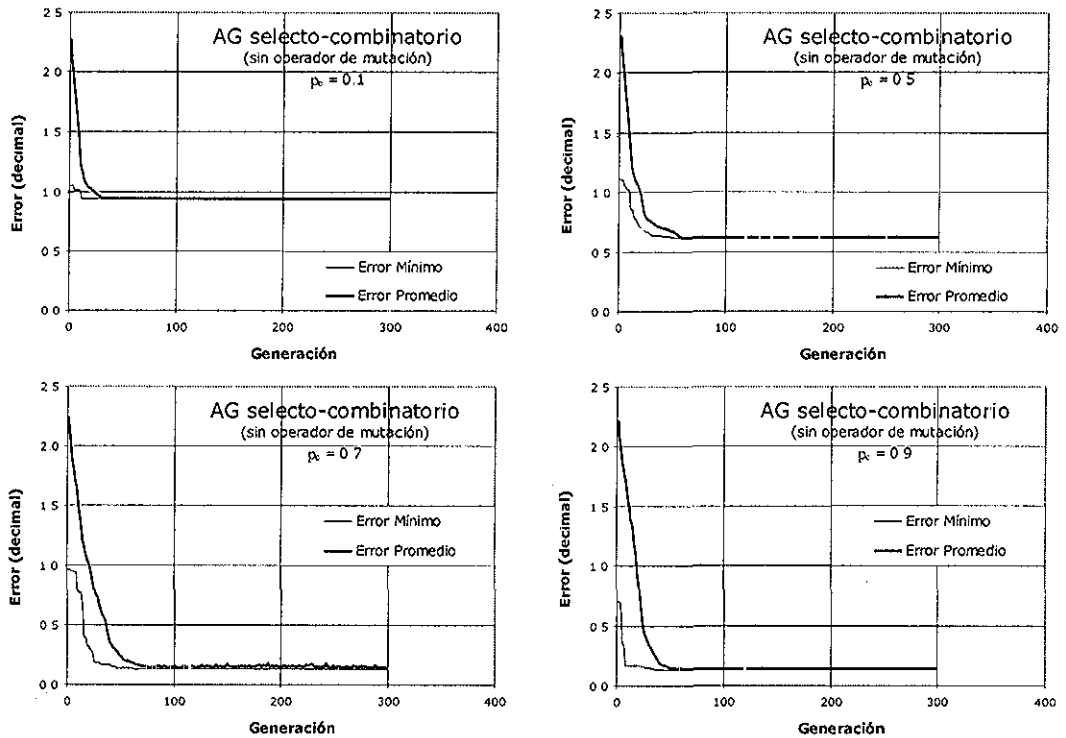


Figura 5.8 Evaluación de la probabilidad de cruce en un AG selecto-combinatorio

Tabla 5.5 Parámetros del AG para invertir seis parámetros dinámicos

Parámetro	Valor
Tamaño de la población	300
# generaciones: $n \log(n)$ , con $n = 300$	750
Longitud del cromosoma	42
Probabilidad del cruce (decimal)	0.8
P[mutación] (decimal)	0.001
$C_{mult}$	1.7
<b>Espacio de búsqueda</b>	
G (MPa)	[0.5, 200]
$\pi$ para G (MPa)	0.78
$\xi$ (%)	[0.5, 20]
$\pi$ para $\xi$ (%)	0.3

TESIS CON FALLA DE ORIGEN

### 5.3.4 Parámetros del AG para el problema con siete estratos

Para este problema de optimación se requiere un tamaño de población de 420 individuos, de acuerdo con lo establecido en la sección 5.2.1 del capítulo anterior. Los valores de los parámetros del AG se muestran en la Tabla 5.6 y los resultados de la evaluación en la Tabla 5.7.

Tabla 5.6 Parámetros del AG para invertir 14 parámetros dinámicos

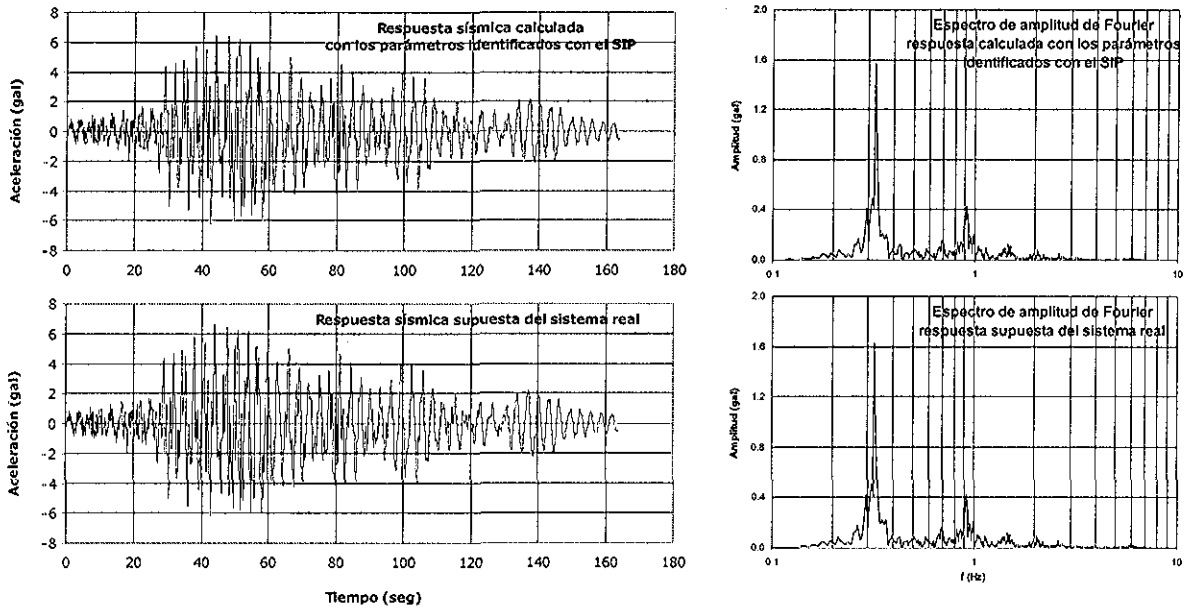
Parámetro	Valor
Tamaño de la población	420
# generaciones: $n \log(n)$ , con $n = 300$	1200
Longitud del cromosoma	98
Probabilidad del cruce (decimal)	0.9
P[mutación] (decimal)	0.002
$C_{mult}$	1.7
<b>Espacio de búsqueda</b>	
G (MPa)	[0.5, 200]
$\pi$ para G (MPa)	0.78
$\xi$ (%)	[0.5, 20]
$\pi$ para $\xi$ (%)	0.3

Tabla 5.7 Resultados del ejercicio con siete estratos

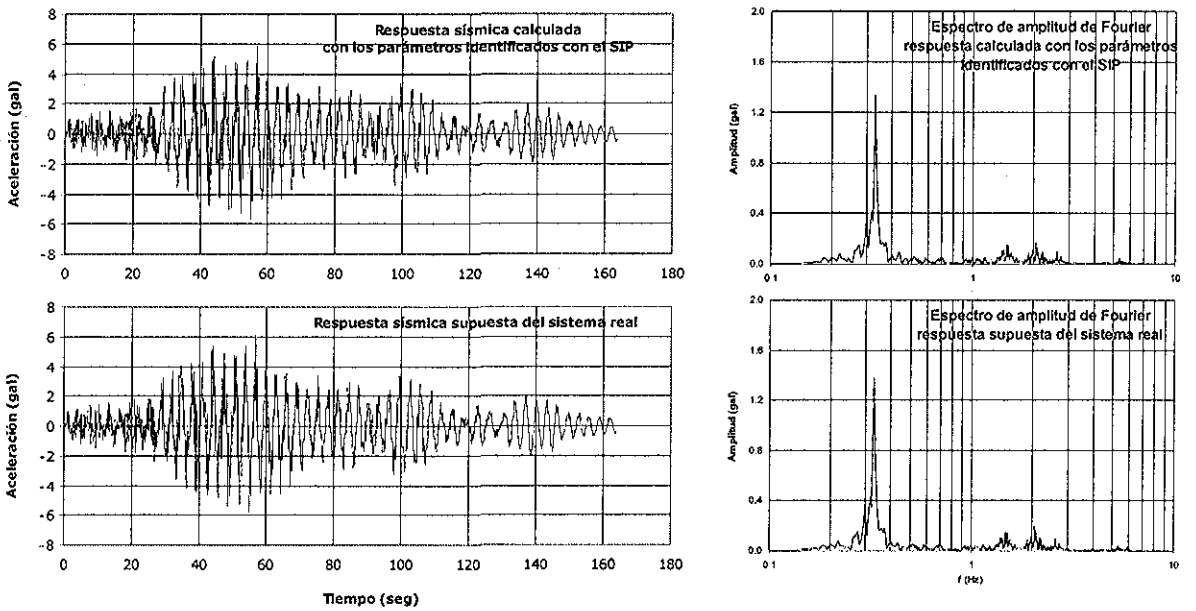
Parámetros	Individuo elite	$\pi$	Elite +5 $\pi$	Elite -5 $\pi$	Valor buscado
G <sub>1</sub> (MPa)	25.5	0.78	21.6	29.4	14.2
$\xi_1$ (%)	1.7	0.3	0	3.2	2.0
G <sub>2</sub> (MPa)	2.1	0.78	0	6	2.1
$\xi_2$ (%)	2.8	0.3	0	4.3	1.1
G <sub>3</sub> (MPa)	3.6	0.78	0	7.5	3.5
$\xi_3$ (%)	1.7	0.3	0	3.2	1.5
G <sub>4</sub> (MPa)	6.8	0.78	2.9	10.7	5.1
$\xi_4$ (%)	2.7	0.3	0	4.2	1.7
G <sub>5</sub> (MPa)	175.7	0.78	171.8	179.6	100
$\xi_5$ (%)	7	0.3	0	8.5	3
G <sub>6</sub> (MPa)	25.5	0.78	21.6	29.4	13.3
$\xi_6$ (%)	2.0	0.3	0	3.5	1.7
G <sub>7</sub> (MPa)	59.2	0.78	55.3	63.1	80.5
$\xi_7$ (%)	3.0	0.3	0	4.5	1.8
Error (decimal)	0.65				0

Los resultados de la Tabla 5.7 son buenos en términos generales, teniendo en cuenta la complejidad del problema de optimación. El AG logra aproximarse a un intervalo de  $\pm 5\pi$  alrededor del valor buscado, en diez de los catorce parámetros dinámicos. Para mejorar el desempeño del AG podrían seguirse varias estrategias, entre las cuales está disminuir el espacio de búsqueda, lo cual se plantea en esta tesis de dos maneras.

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN



a) Aproximación del SIP a la respuesta sísmica supuesta del sistema real a 0 m



b) Aproximación del SIP a la respuesta sísmica supuesta del sistema real a 30 m

Figura 5.9 Aproximación del SIP a la respuesta del sistema real (tres estratos)

TESIS CON FALLA DE ORIGEN



La primera es dividir el problema de optimización en dos. Por ejemplo, para este ejercicio, primero se optiman los parámetros de los estratos uno al tres, usando las señales a 0, 12 y 30 m de profundidad, como se muestra en la Figura 5.7. Luego, con estos parámetros dinámicos conocidos, se realiza la optimación de los parámetros dinámicos de los estratos restantes, como se muestra en la Figura 5.8.

La segunda opción que se propone es comprimir el intervalo de búsqueda de los parámetros  $G$  y  $\xi$  de cada estrato, de acuerdo con los resultados de un intento inicial de optimación. Por ejemplo, en el caso de este ejercicio, se podría reducir el intervalo de búsqueda del módulo a  $[0.5, 30]$  MPa y el del amortiguamiento a  $[0.5, 5]$  %, para los estratos uno al cuatro. Los intervalos de los parámetros de los demás estratos pueden limitarse a  $[50, 150]$  MPa y  $[0.5, 10]$ % para el módulo de rigidez y el amortiguamiento, respectivamente. Estos cambios disminuyen la longitud de la cadena de 98 a 74 elementos. Con esta estrategia se realizó un nuevo proceso de optimación con los siguientes resultados:

Tabla 5.8 Parámetros identificados introduciendo información adicional en el SIP

Parámetros	Individuo elite	$\pi$	Elite $+\pi$	Elite $-\pi$	Valor buscado
$G_1$ (MPa)	13.7	0.78	13.0	14.5	14.2
$\xi_1$ (%)	1.9	0.3	1.6	2.2	2.0
$G_2$ (MPa)	2.1	0.78	1.3	2.9	2.1
$\xi_2$ (%)	0.8	0.3	0.5	1.1	1.1
$G_3$ (MPa)	3.5	0.78	2.7	4.3	3.5
$\xi_3$ (%)	2.3	0.3	2.0	2.6	1.5
$G_4$ (MPa)	5.2	0.78	4.4	6.0	5.1
$\xi_4$ (%)	0.9	0.3	0.5	1.1	1.7
$G_5$ (MPa)	91.3	0.78	90.5	92.0	100
$\xi_5$ (%)	1.7	0.3	1.4	2.0	3
$G_6$ (MPa)	13	0.78	12.2	13.8	13.3
$\xi_6$ (%)	1.4	0.3	1.1	1.7	1.7
$G_7$ (MPa)	81.9	0.78	81.1	82.6	80.5
$\xi_7$ (%)	2.0	0.3	1.7	2.3	1.8
Error (decimal)	0 09				

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

Como puede observarse en la Tabla 5.8 y en la Figura 5.10, el AG logra identificar el mínimo global buscado. El limitar el espacio de búsqueda inicialmente propuesto, no es más que incluir información adicional en el SIP.

El comportamiento del algoritmo genético durante el proceso de minimización de la función de error es consiste con las limitaciones que presentan los demás elementos del sistema de identificación de parámetros. Estas limitaciones, en el ejercicio que involucra siete estratos, se deben a que no existe un equilibrio entre el número de parámetros a identificar y el número de respuestas conocidas del sistema real: sólo se conoce la respuesta en tres puntos del depósito de suelo. En conclusión, al aumentar el número de respuestas conocidas del sistema, aumenta el número de condiciones a las que han de ajustarse los parámetros del modelo analítico. Esto simplifica la forma de la función de error, debido a que decrece el número de mínimos relativos.

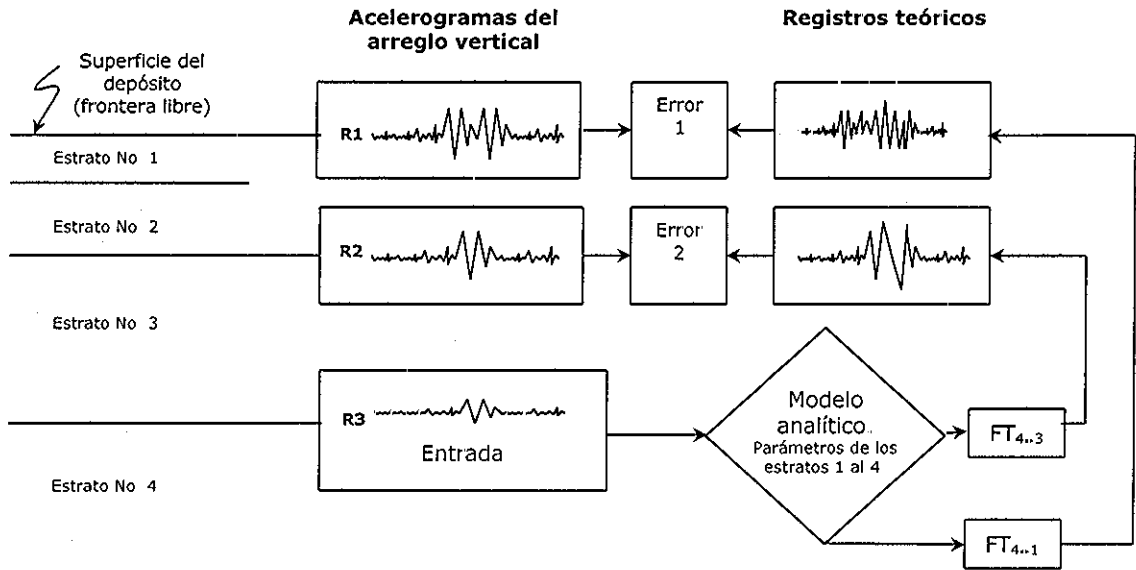


Figura 5.10 SIP que involucra sólo una parte de los parámetros dinámicos

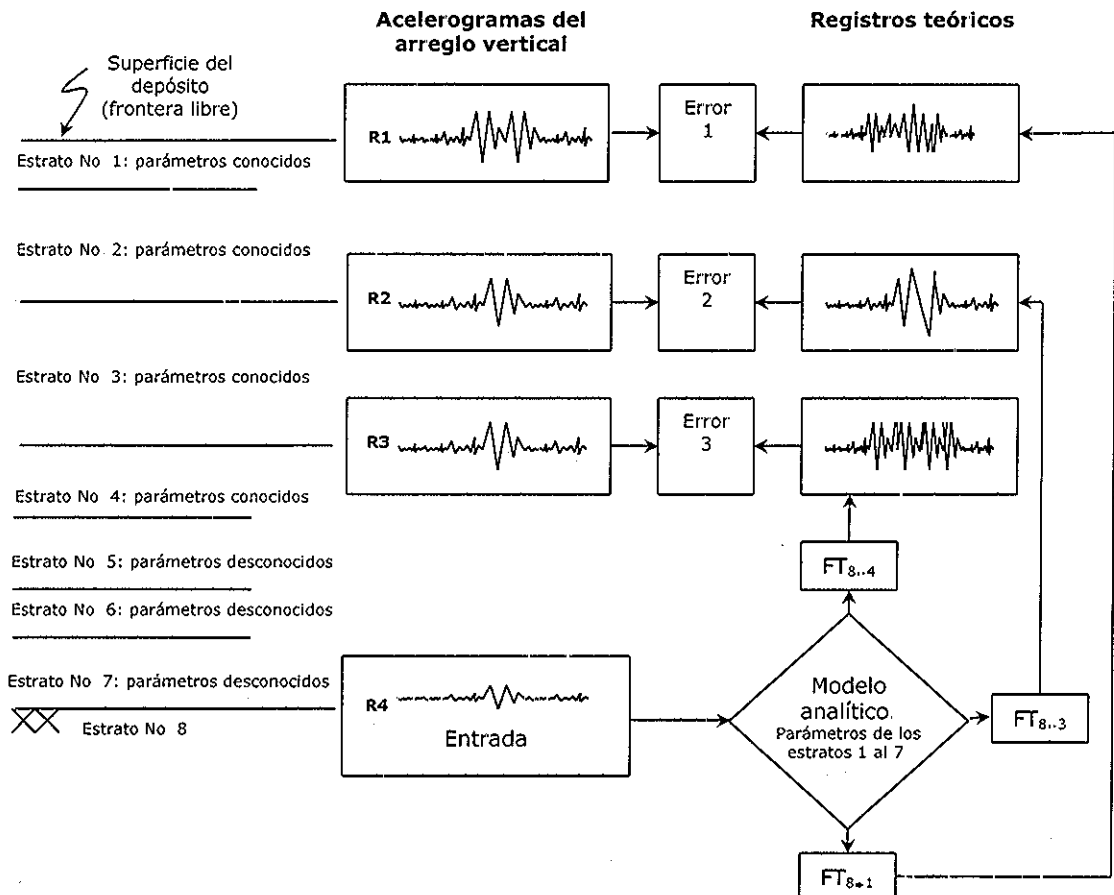
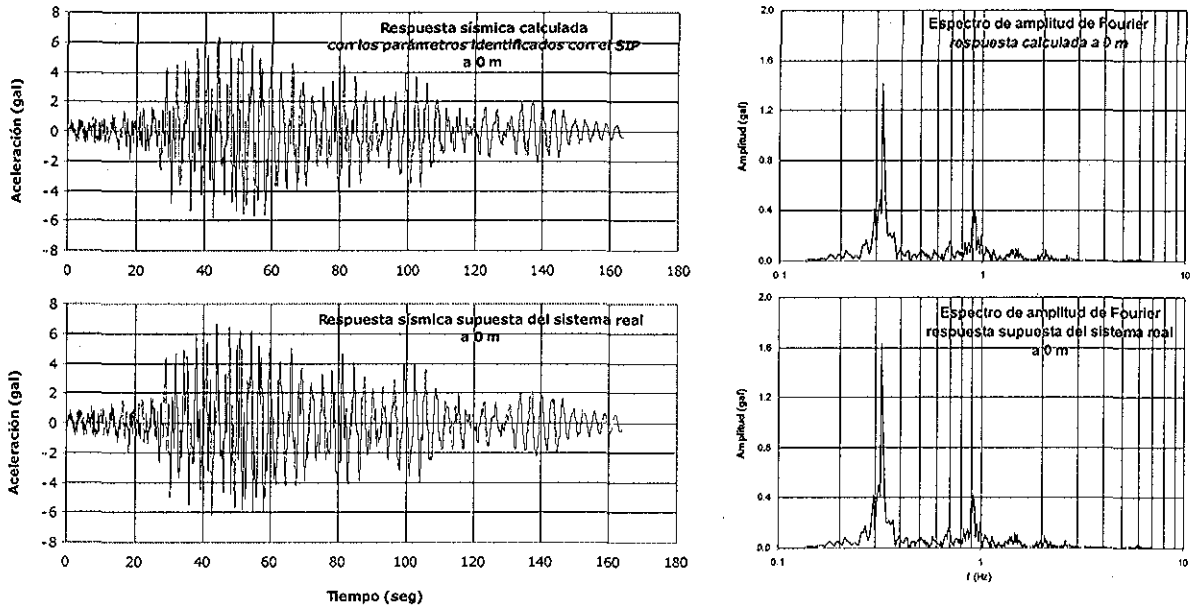
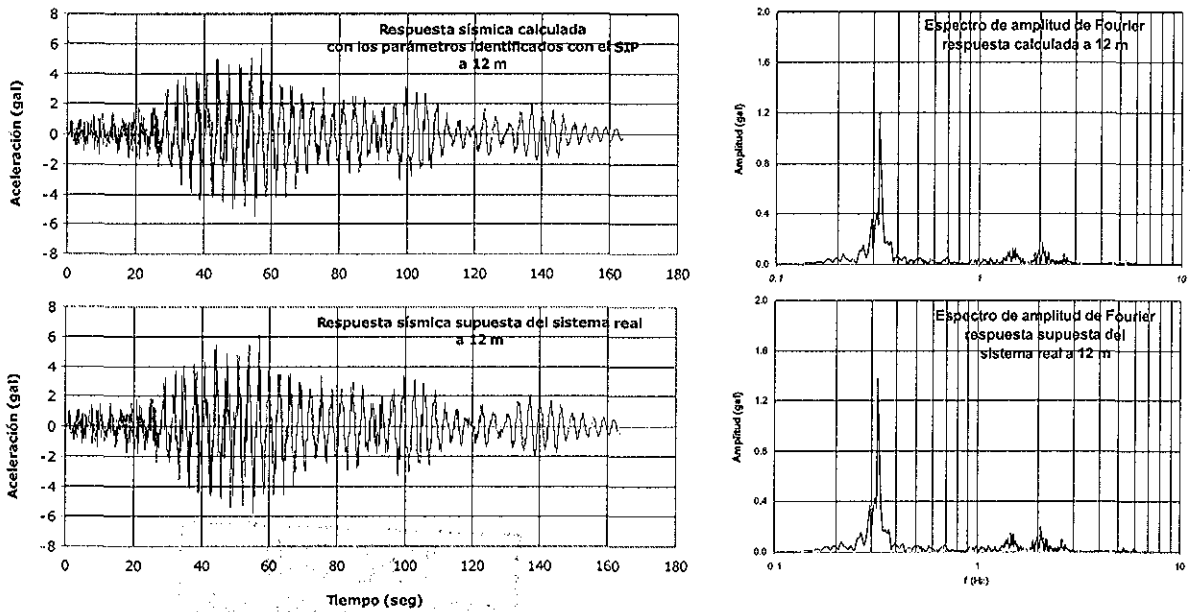


Figura 5.11 SIP complemento del sistema parcial

TESIS CON FALLA DE ORIGEN



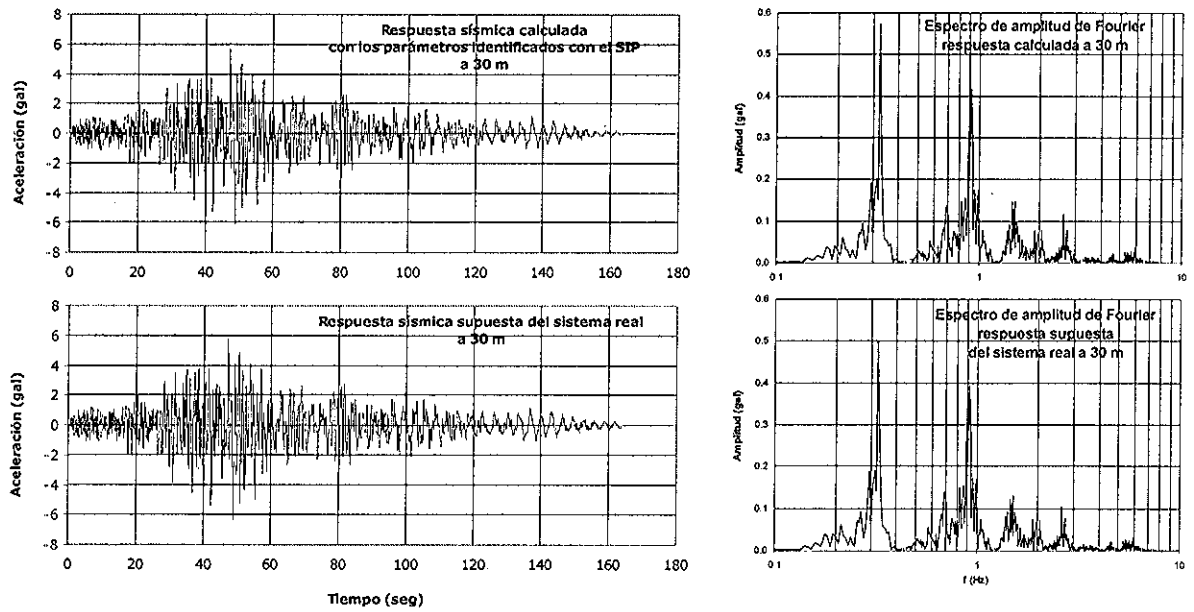
a) Aproximación del SIP a la respuesta sísmica supuesta del sistema real a 0 m



b) Aproximación del SIP a la respuesta sísmica supuesta del sistema real a 12 m

Figura 5.12 Aproximación del SIP a la respuesta del sistema real (siete estratos)

TESIS CON FALLA DE ORIGEN

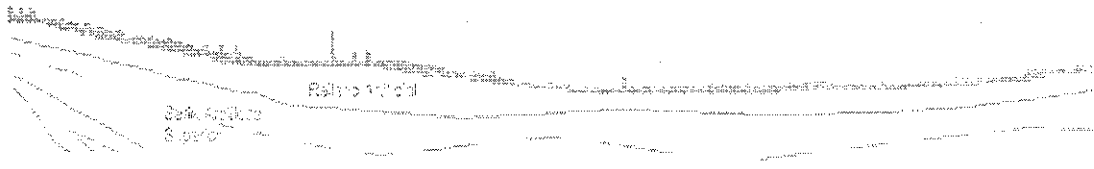


c) Aproximación del SIP a la respuesta sísmica supuesta del sistema real a 30 m

Figura 5.10 Aproximación del SIP a la respuesta del sistema real (siete estratos)  
(continuación)

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO  
INSTITUTO DE INVESTIGACIONES EN INGENIERÍA Y CIENCIAS  
MEXICO, D.F.



6.

## Aplicación del sistema de identificación de parámetros

### 6.1 Comentarios generales sobre el valle de la ciudad de México

La cuenca de México se asemeja a una enorme presa azolvada donde la cortina, ubicada al sur de la cuenca, está conformada por los depósitos basálticos de la sierra del Chichinautzin; en tanto que los rellenos del vaso están constituidos, en su parte superior, por arcillas lacustres y en su parte inferior por depósitos clásticos derivados de la acción de ríos, arroyos, glaciares y volcanes. El conjunto de rellenos contiene además, capas de cenizas y estratos de pómez producto de las erupciones volcánicas menores y mayores del último millón de años (ver figura 6.1) [Tamez *et al*, 1987].

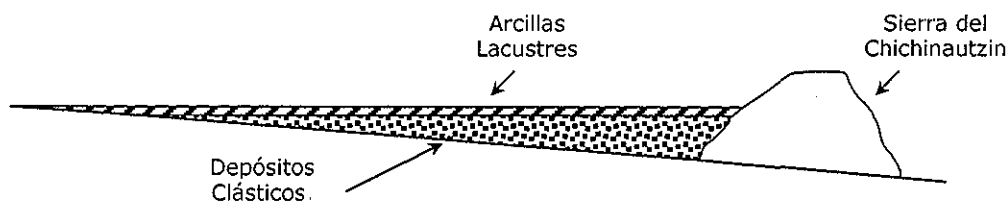


Figura 6.1 Esquema geológico general del valle de México

En realidad, todo material contenido en los depósitos de la cuenca del valle de México es directa o indirectamente de origen volcánico. De origen directo son las lavas de los domos del cerro de Chapultepec y del cerro del Tepeyac, los tezontles y cenizas del Peñón del Marqués y de la sierra de Santa Catarina, las coladas recientes del Pedregal de San Ángel, originadas en el Xitle y los derrames del cerro de San Miguel. Los depósitos volcánicos indirectos son principalmente las acumulaciones de polvo eólico, los cuales son detritos finos derivados de cenizas volcánicas que han sido levantados y transportados a grandes distancias por la acción del viento.

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO  
 INSTITUTO DE INVESTIGACIONES EN GEOLÓGIA Y MINERÍA

TESIS CON  
 FALLA DE ORIGEN

Cuando estos materiales finos se depositan en la cuenca de un lago, como por ejemplo en el lago de Texcoco, sus partículas se hidratan transformándose en arcillas.

### 6.2 Zonificación geotécnica del valle de México

El valle de México se ha dividido en tres zonas, atendiendo a las características del suelo. Estas zonas son: Lomas, Transición y Lago, las cuales se denominan zonas I, II y III, en el reglamento de construcción del Distrito Federal (ver Figura 6.2).

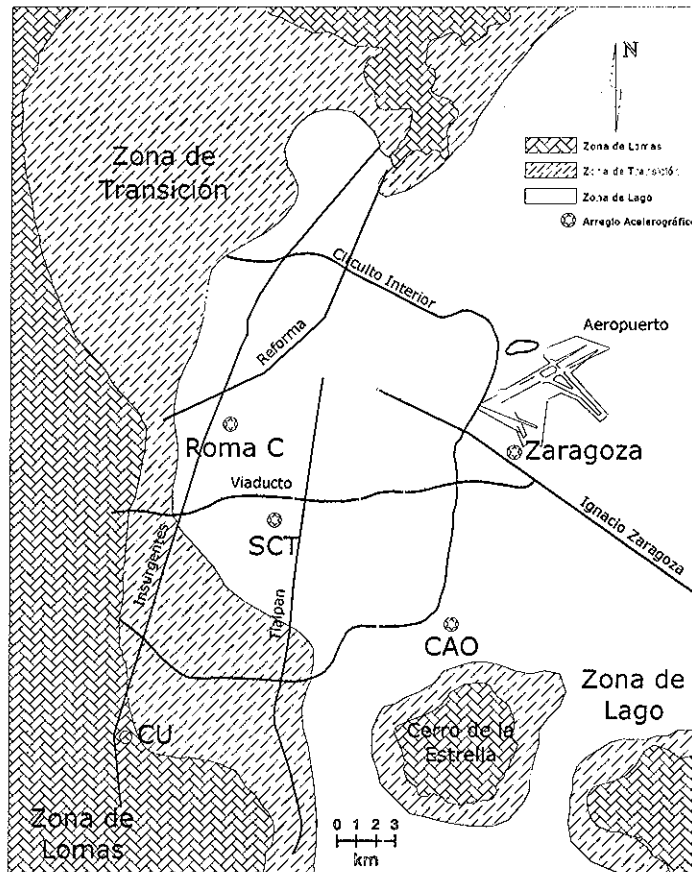


Figura 6.2 Zonificación geotécnica de la ciudad de México

**Zona de Lomas (I):** La zona de Lomas está formada por las serranías que limitan a la cuenca al poniente y al norte. Al sur, se tienen los derrames basálticos del Pedregal. Al oriente, también se encuentran basaltos alrededor de Chimalhuacán y la Sierra de Santa Catarina.

**Zona de transición (II):** Los depósitos de transición forman una franja comprendida entre la Zona de Lago y la de Lomas. En esta zona se alternan estratos arcillosos en un

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

ambiente lacustre con suelos gruesos de origen aluvial. La frontera entre las Zonas de Transición y de Lago se define donde desaparece la serie arcillosa inferior.

**Zona de Lago (III):** Esta zona se caracteriza por los grandes espesores de arcillas blandas de alta compresibilidad, que subyacen a una costra endurecida superficial de espesor variable en cada sitio, dependiendo de la localización e historia de cargas.

### 6.3 Identificación de parámetros en el sitio CAO

En el sitio Central de Abasto Oficinas (CAO) existen tres precedentes de identificación de propiedades dinámicas usando registros acelerográficos [Martínez, 1998; Carvajal, 2000, y Hernández, 2001]. Actualmente se está desarrollando un estudio para evaluar el cambio en las características y propiedades del suelo en CAO, desde el sismo de 1985 hasta la fecha [Olín, 2002].

#### 6.3.1 Localización y descripción del arreglo acelerográfico

El sitio CAO se encuentra ubicado dentro de la Zona de Lago, en la esquina de Río Churubusco y Apatlaco (ver figuras 6.2 y 6.3).

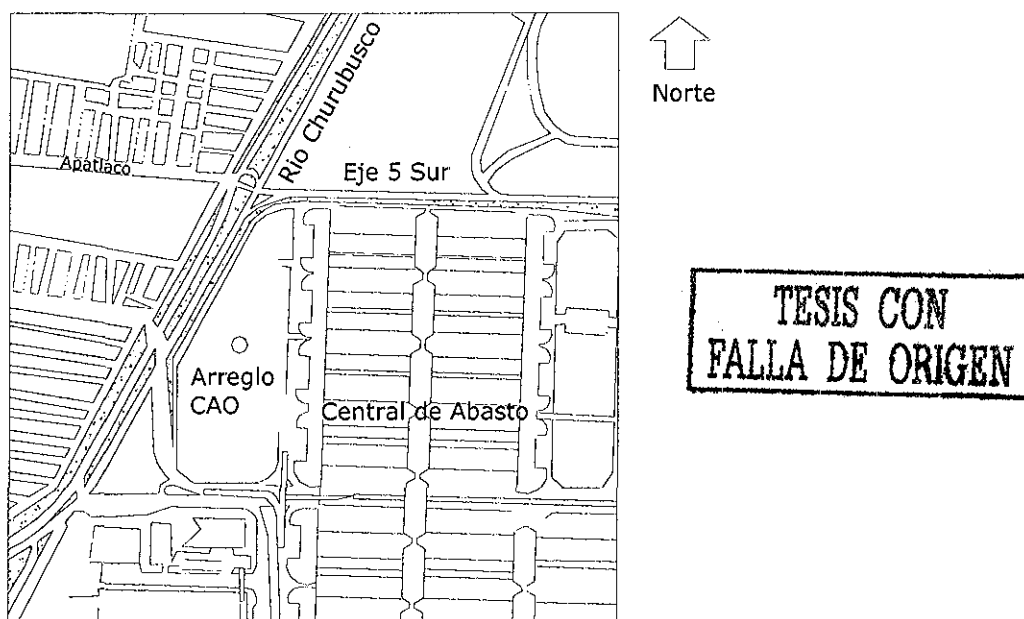


Figura 6.3 Localización del arreglo acelerográfico en el sitio CAO

El arreglo en CAO es vertical y está formado por cuatro acelerógrafos, de los cuales el acelerógrafo superficial es operado por el Instituto de Ingeniería de la UNAM, y los tres restantes, ubicados en pozo a 12, 30 y 60 m, son operados por el Centro de Instrumentación y Registro Sísmico (CIRES). Las estaciones de pozo y superficie

funcionan independientemente, es decir, los acelerógrafos no están sincronizados. Debido a lo anterior es necesario filtrar y sincronizar los registros, de acuerdo con lo expuesto en las secciones 3.3, 3.4 y 3.5, antes de procesarlos con el sistema de identificación de parámetros (SIP). En la Figura 6.3 se puede observar un croquis detallado de la localización del arreglo acelerográfico vertical en CAO y en la Tabla 6.1 se muestran los datos de los acelerógrafos tal y como aparecen en la base mexicana de sismos fuertes [SMIS, 1997/2000].

Tabla 6 1 Datos de la estación y de los acelerógrafos en CAO

Código acelerógrafo	Profundidad (m)	Modelo	Velocidad de muestreo (muestras/seg)	Umbral de disparo (gal)	Memoria de preevento (seg)	Memoria de posevento (seg)
CDAO	Superficial	DCA-333	100	2	4	15
C166	12	DCA-300	100	1	4	15
C266	30	DCA-300	100	1.5	4	15
C366	60	DCA-300	100	1.5	4	15

### 6.3.2 Aspectos geotécnicos del sitio CAO

En la Figura 6.4 se muestra el perfil estratigráfico del sitio CAO. A partir de la información de este perfil se definió el modelo estratigráfico a utilizar (ver Tabla 6.2). Asimismo, el perfil de velocidad de onda de corte ( $V_s$ ) de la Figura 6.4 se utiliza para validar los módulos de rigidez identificados con el SIP. Este perfil de velocidad se obtuvo en el campo utilizando la técnica de la sonda suspendida [Jaime *et al*, 1987]. En este perfil estratigráfico son notorios los grandes espesores de arcilla compresible, típicos de la Zona de Lago. Para fines de identificación, los estratos se denominan de acuerdo con el número (#) que aparece junto a su descripción en la Tabla 6.2.

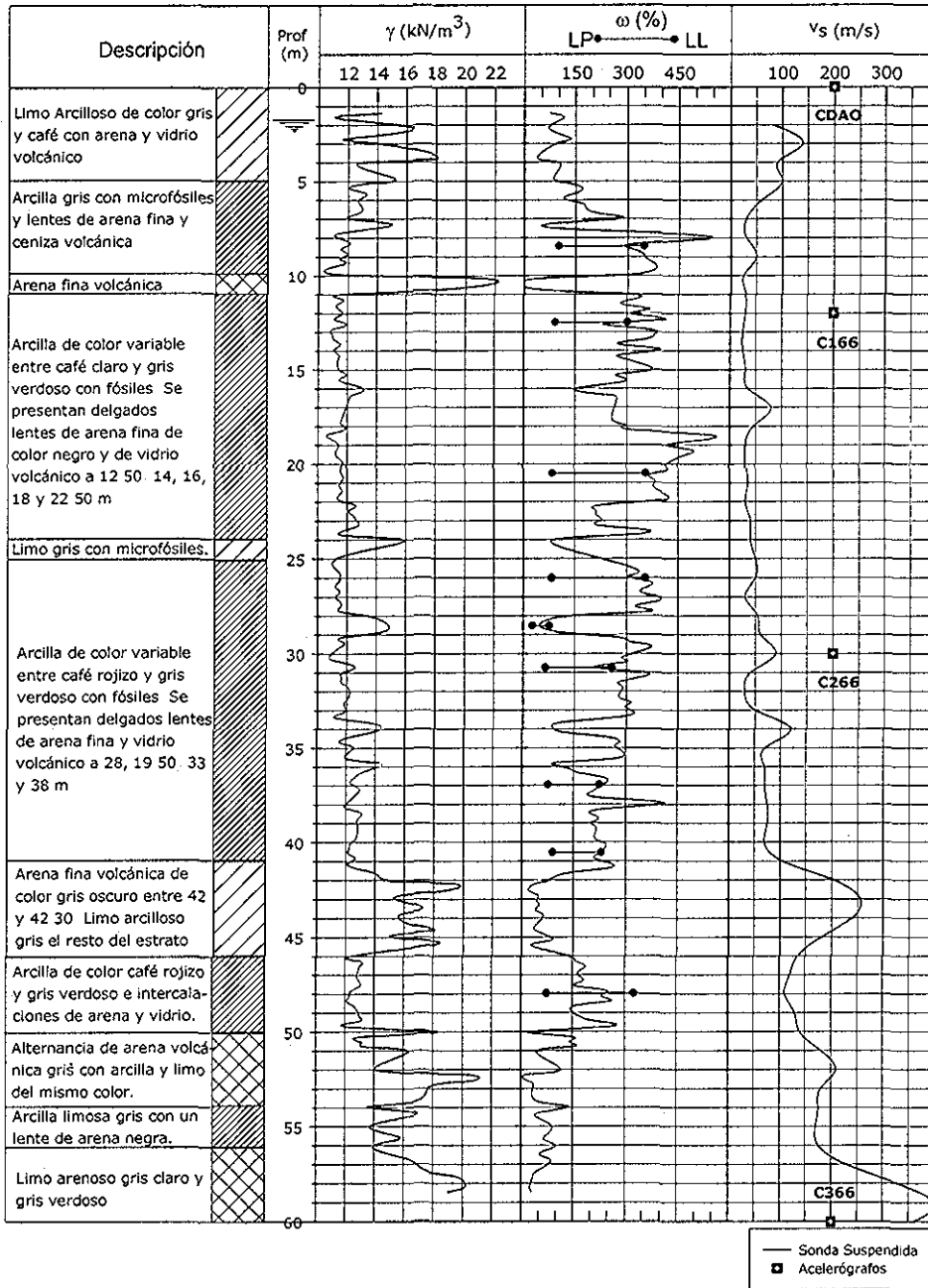
Tabla 6 2 Modelo estratigráfico del sitio CAO

#	Descripción del estrato	de	a	Espesor (m)	Peso* Específico ( $\text{kN/m}^3$ )	$V_s$ * m/s	$G^*$ MPa
1	Limo arcilloso.	0	6	6	13.9	94	12.52
2	Arcilla gris.	6	12	6	12.9	36	1.75
3	Arcilla de color variable 1.	12	30	18	11.8	43	2.19
4	Arcilla de color variable 2.	30	41	11	12.4	72	6.57
5	Arena fina volcánica.	41	46	5	15.9	187	56.49
6	Arcilla café rojizo y gris verdoso con intercalaciones.	46	50	4	13.0	127	21.38
7	Alternancia de arena volcánica gris y arcilla y limo.	50	60	10	16.33	232	89.48

\*Valores promedio del estudio de Jaime *et al* [1987].

TESIS CON  
 FALLA DE ORIGEN





TESIS CON  
 FALLA DE ORIGEN

Figura 6 4 Perfil estratigráfico del sitio CAO [Jaime et al, 1987]

**6.3.3 Eventos sísmicos utilizados**

Las características generales de los sismos utilizados se resumen en la Tabla 6.3. Los registros de aceleración de estos sismos provienen de la base mexicana de sismos fuertes [SMIS, 1997/2000].

Tabla 6.3 Características generales de los sismos analizados en CAO

Evento	Fecha dd/mm/aa	Hora epicentro (GMT)	Coordenadas del epicentro		Prof (km)	Mc
			LAT. N	LONG. W		
1	24/10/93	07:52:18.2	16.540	98.980	19	6.5
2	23/05/94	01:41:46.0	18.030	100.570	23	5.6
3	10/12/94	16:17:40.9	18.020	101.560	20	6.3
4	22/05/97	07:50:55.7	18.410	101.810	59	6.0(Ms)

En la Tabla 6.4 se consignan las características generales de los registros correspondientes a los sismos de la Tabla 6.3.

Tabla 6.4 Características generales de los acelerogramas analizados en CAO

Evento	Fecha	Estación y Prof. (m)	Acel. Máx. (gal)		Hora de la primera muestra	Duración (seg)
			NS	EO		
1	24/10/93	CDAO 0	-13.40	-9.57	07:53:22.00	200.27
		C166 12	9.83	9.42	07:53:13.97	211.07
		C266 30	6.87	7.15	07:53:13.97	243.23
		C366 60	2.06	2.17	07:53:14.94	185.63
2	23/05/94	CDAO 0	8.14	-8.38	01:42:16.26	151.71
		C166 12	8.28	8.69	01:42:27.89	141.55
		C266 30	8.08	7.66	01:42:27.91	141.51
		C366 60	2.64	2.77	01:42:27.91	141.34
3	10/12/94	CDAO 0	13.17	-19.64	16:18:37.28	210.64
		C166 12	11.51	13.31	16:18:40.72	210.63
		C266 30	8.08	14.34	16:18:40.50	211.50
		C366 60	ND	ND	ND	ND
4	22/05/97	CDAO 0	5.11	4.66	07:52:10	86.04
		C166 12	4.7	4.47	07:52:04.18	127
		C266 30	3.6	4.22	07:52:04.03	127
		C366 60	ND	ND	ND	ND

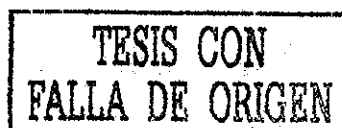
ND: No disponible

En el Apéndice B pueden apreciarse los registros de aceleración de la Tabla 6.4, filtrados, sincronizados y corregidos por línea base, en el dominio del tiempo y la frecuencia.

#### 6.4 Presentación, validación y discusión de resultados

La identificación de los parámetros dinámicos en el sitio CAO se realiza en dos grupos. El primer grupo de sismos se utiliza para establecer el orden de magnitud de los parámetros dinámicos (G y  $\xi$ ) de los estratos uno, dos, tres y cuatro, siguiendo la estrategia de reducción del espacio de búsqueda discutida en el inciso 5.3.4. A continuación se describe cada grupo.

- a) Identificación de los parámetros dinámicos de los primeros cuatro estratos, ubicados entre la superficie y los 41 m de profundidad (Ver Tabla 6.2). Este



análisis involucra los registros de los acelerógrafos a 0, 12 y 30 m, dirección NS y EO, de los eventos del 10 de diciembre de 1994 y del 22 de diciembre de 1997. En estos sismos no se registró señal a 60m de profundidad (ver Tabla 6.4). El intervalo de frecuencias de interés se mantuvo entre 0.1 y 10 Hz. Los parámetros del algoritmo genético se muestran en la Tabla 6.5 y el modelo estratigráfico en la Figura 6.5.

Tabla 6.5 Parámetros del AG para tres estratos

Parámetro	Valor
Intervalo del módulo (MPa)	[0.5, 200]
Intervalo del amortiguamiento (%)	[0.5, 20]
Discretización del módulo (MPa)	0.78
Discretización del amortiguamiento (%)	0.30
Tamaño de la población	300
Número máximo de generaciones	750
Número total de evaluaciones	225000
Número máximo de copias ( $C_{mult}$ )	1.3
Probabilidad de cruce	0.8
Probabilidad de mutación	0.001

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

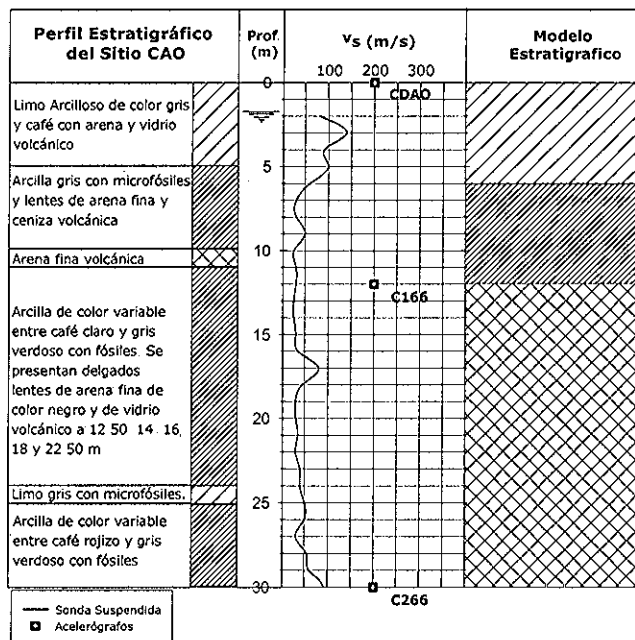


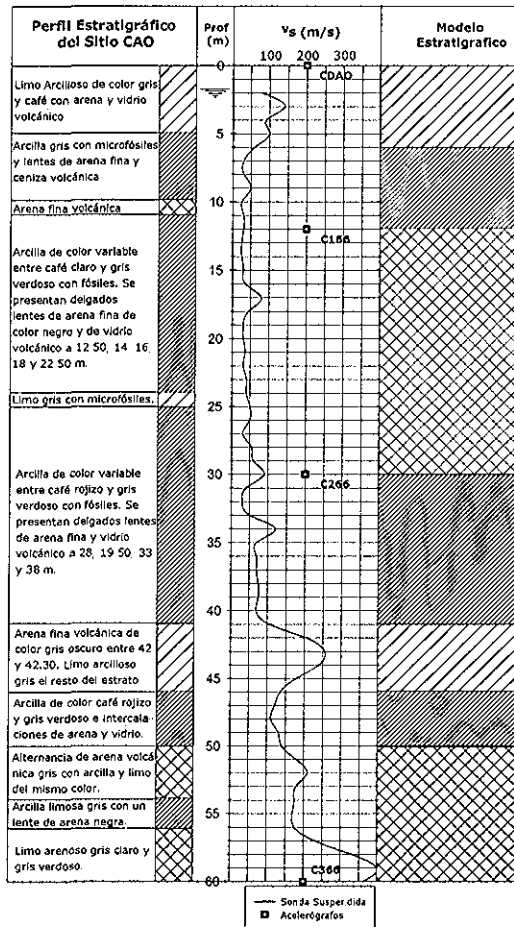
Figura 6.5 Modelo estratigráfico con tres estratos en CAO

- b) Identificación de los parámetros dinámicos de los estratos ubicados entre la superficie y el acelerógrafo ubicado a 60 m de profundidad. En este grupo se utilizan las señales registradas a 0, 12, 30 y 60 m, para los eventos del 24 de octubre de 1993, dirección NS y EO; y del 23 de mayo de 1994, dirección NS. El

intervalo de frecuencias de interés se mantuvo entre 0.1 y 10 Hz. Los parámetros del algoritmo genético se muestran en la Tabla 6.6 y el modelo estratigráfico corresponde a la Tabla 6.2 y a la Figura 6.6.

Tabla 6 6 Parámetros del AG para siete estratos

Parámetro	Valor
Para los estratos uno al cuatro	
Intervalo del módulo (MPa)	[0.5, 20]
Intervalo del amortiguamiento (%)	[0.5, 10]
Para los demás estratos	
Intervalo del módulo (MPa)	[0.5, 200]
Intervalo del amortiguamiento (%)	[0.5, 20]
Discretización del módulo (MPa)	0.78
Discretización del amortiguamiento (%)	0.30
Tamaño de la población	420
Número máximo de generaciones	1100
Número total de evaluaciones	462000
Número máximo de copias ( $C_{mult}$ )	1.7
Probabilidad de cruce	0.9
Probabilidad de mutación	0.002



TESIS CON FALLA DE ORIGEN

Figura 6 6 Modelo estratigráfico con siete estratos en CAO

Finalmente, se evalúa la aproximación del SIP a la respuesta del sistema real. Para tal fin, se utilizan los acelerogramas registrados en la dirección EO, para el evento del 23 de mayo de 1994. Estos acelerogramas se comparan con la respuesta sísmica calculada con el modelo 1D y los valores medios de los parámetros dinámicos identificados con el SIP. Nótese que los registros del evento 23/05/94EO no se utilizaron en el punto anterior para la identificación de los parámetros dinámicos.

### 6.4.1 Parámetros dinámicos identificados para 3 estratos y 3 señales

En las Figuras 6.7 a 6.10 se presentan las respuestas medidas y calculadas, expresadas en aceleraciones, en el dominio del tiempo y de la frecuencia. En estas figuras puede apreciarse que el sistema de identificación de parámetros logra una buena reproducción a la respuesta conocida del depósito de suelo; tanto para el evento del 10 de diciembre de 1994, cuya energía se encuentra concentrada en pequeños intervalos de frecuencia, como para el evento del 22 de mayo de 1997, donde la energía está distribuida en un intervalo más amplio.

En la Tabla 6.7 se presentan los valores de los parámetros dinámicos identificados en cada evento. También se muestran los valores máximo, mínimo y promedio para cada parámetro. La dispersión en los valores se debe a que las señales registradas son diferentes, lo que conduce a funciones de transferencia con picos y valles diferentes para cada evento, incluso para cada dirección. Esto puede apreciarse en la Figura 6.11.

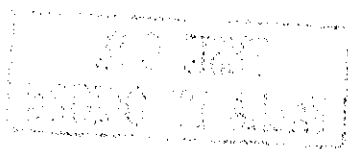
Los módulos identificados concuerdan muy bien con los valores reportados por los estudios de campo y con las características físicas del depósito de suelo en el sitio CAO. Como puede observarse en la Tabla 6.7, el SIP logra identificar un estrato superficial rígido (costra superficial), seguido por una serie de estratos blandos (serie arcillosa superior), la cual es la configuración estratigráfica típica de la Zona de Lago.

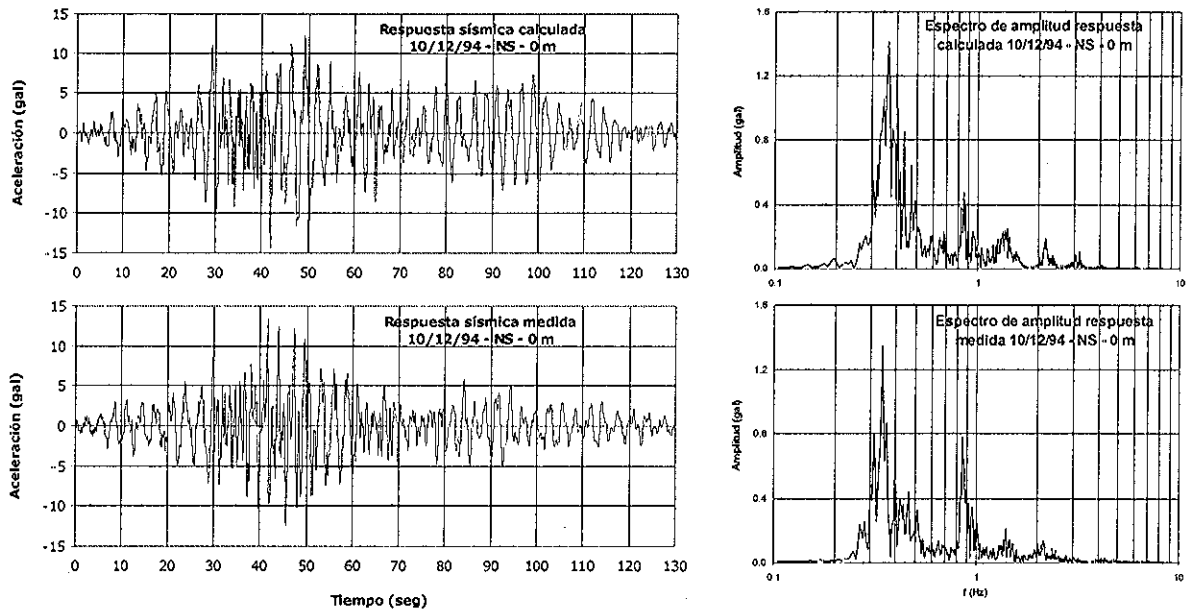
Finalmente, en la Figura 6.11 se aprecia cómo las funciones de transferencia, que permiten calcular la respuesta sísmica a partir del registro a 30 m, siguen aproximadamente el cociente espectral calculado con la respuesta conocida del depósito. Este comportamiento se mantiene hasta los 2.5 Hz, aprox.

Tabla 6.7 Parámetros dinámicos para tres estratos y tres señales

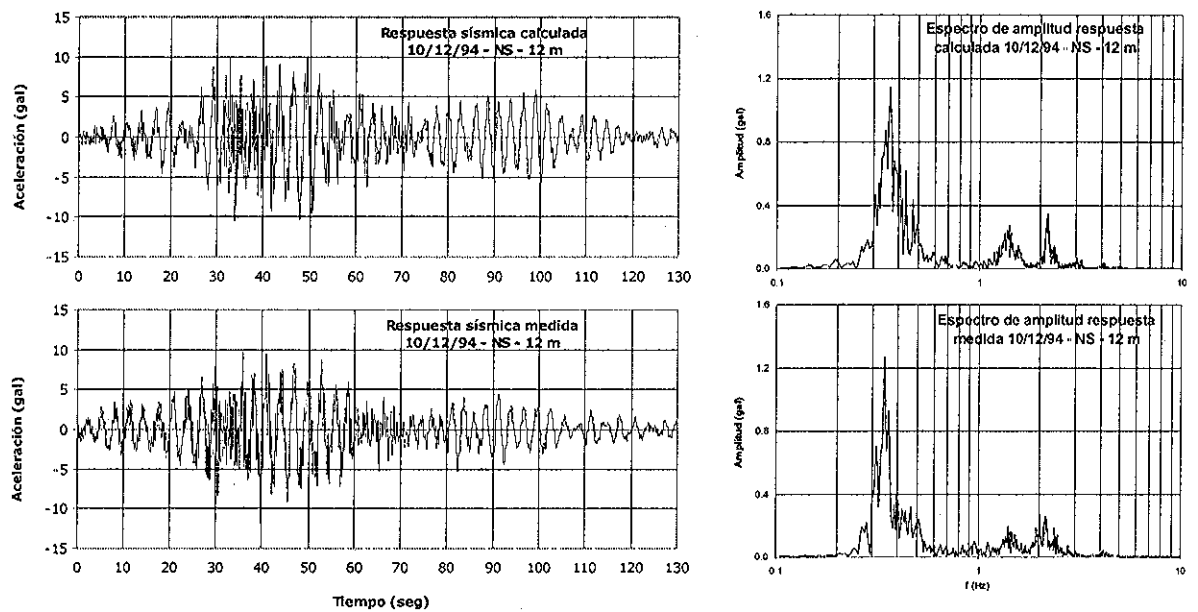
Parámetro	10/12/94 NS	10/12/94 EO	22/05/97 NS	22/05/97 EO	Valor mínimo	Valor máximo	Promedio
$G_1$ (MPa)	8.3	10.7	5.2	6.8	5.2	10.7	7.8
$\xi_1$ (%)	9.2	5.1	6.4	6.4	5.1	9.2	6.8
$G_2$ (MPa)	2.1	2.1	2.8	2.8	2.1	2.8	2.5
$\xi_2$ (%)	4.8	4.8	3.9	4.8	3.9	4.8	4.6
$G_3$ (MPa)	3.6	2.8	3.6	2.8	2.8	3.6	3.2
$\xi_3$ (%)	4.8	4.2	4.8	4.8	4.2	4.8	4.7
$G_4$ (MPa)	5.2	9.9	8.3	4.4	4.4	9.9	7.0
$\xi_4$ (%)	3.6	3.3	4.5	2.7	2.7	4.5	3.5
Error/(NR-1)	0.52	0.53	0.45	0.49	0.45	0.53	0.5

NR-1: número de funciones de error involucradas en el análisis. Error expresado en decimal.





a) Respuesta medida y calculada, evento 10/12/94-NS, a 0 m

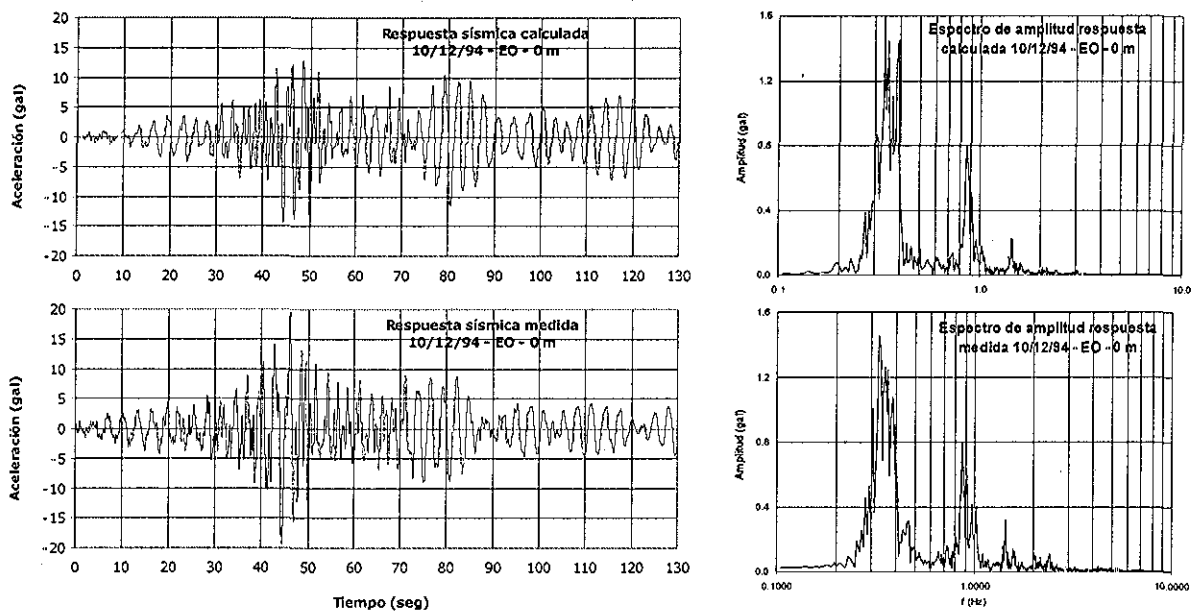


b) Respuesta medida y calculada, evento 10/12/94-NS, a 12 m

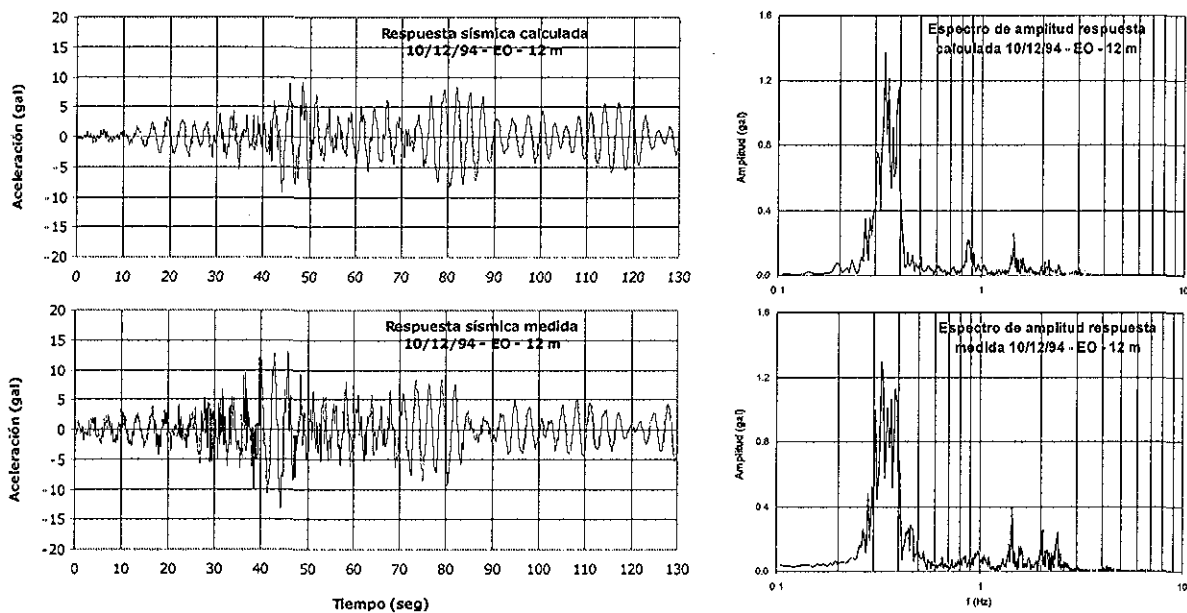
Figura 6.7 Respuesta medida y calculada, evento 10/12/94-NS



**TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN**



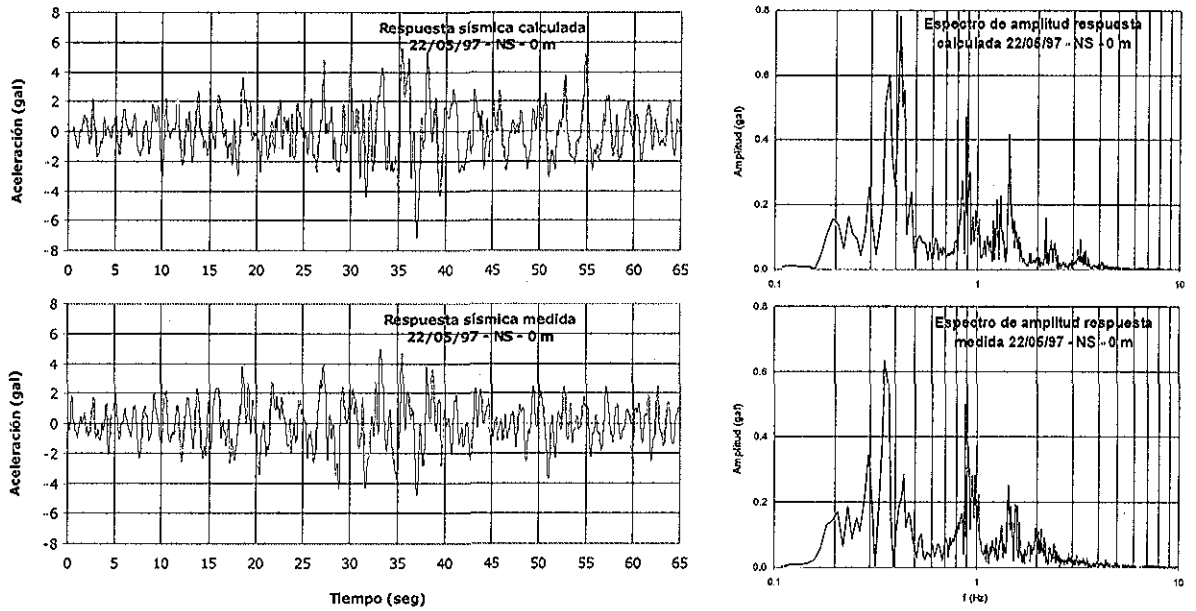
a) Respuesta medida y calculada, evento 10/12/94-EO, a 0 m



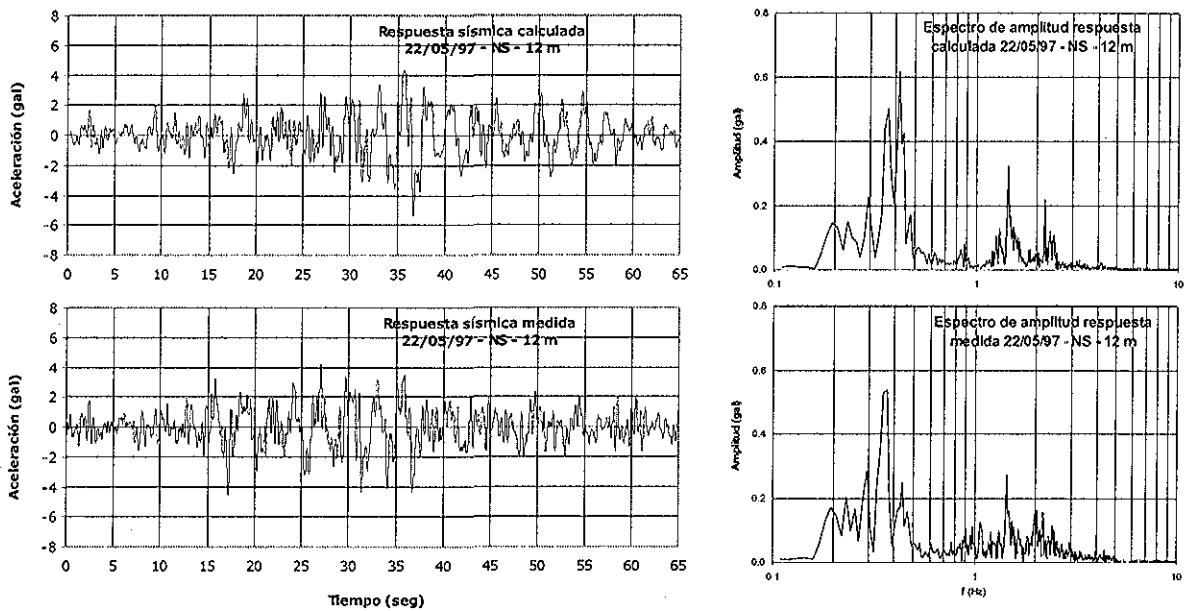
b) Respuesta medida y calculada, evento 10/12/94-EO, a 12 m

Figura 6.8 Respuesta medida y calculada, evento 10/12/94-EO

**TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN**



a) Respuesta medida y calculada, evento 22/05/97 - NS, a 0 m

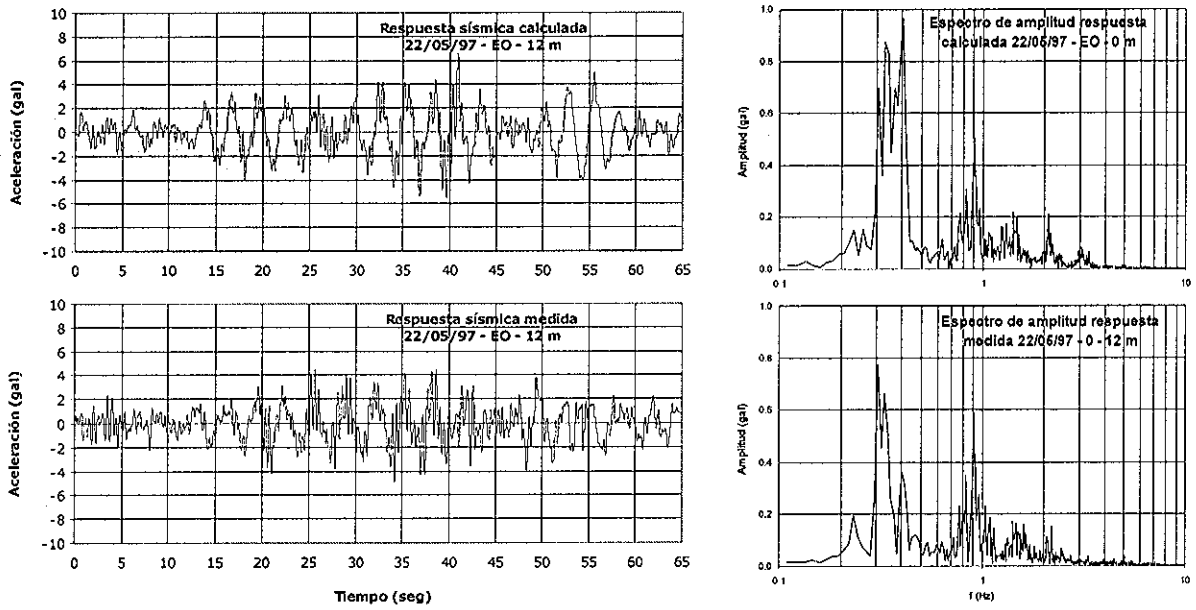


a) Respuesta medida y calculada, evento 22/05/97 - NS, a 12 m

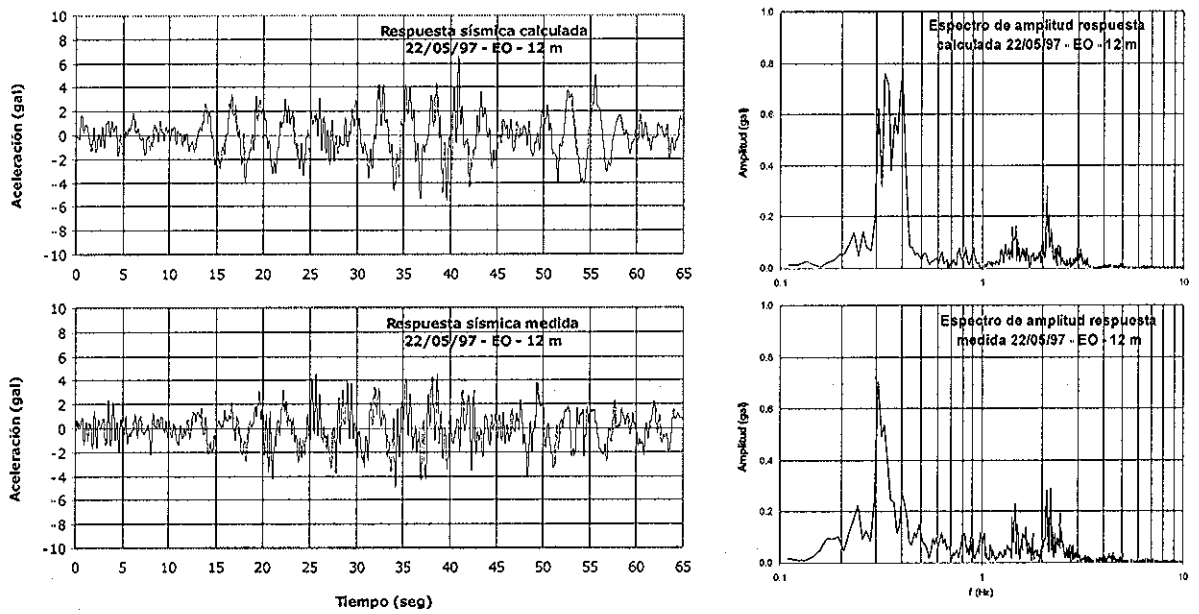
Figura 6.9 Respuesta medida y calculada, evento 22/05/97-NS

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN





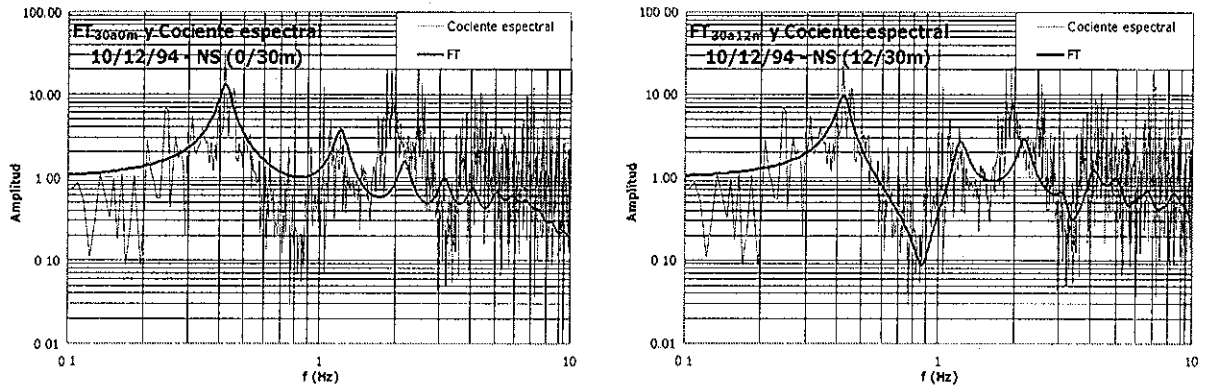
a) Respuesta medida y calculada, evento 22/05/97 - EO, a 0 m



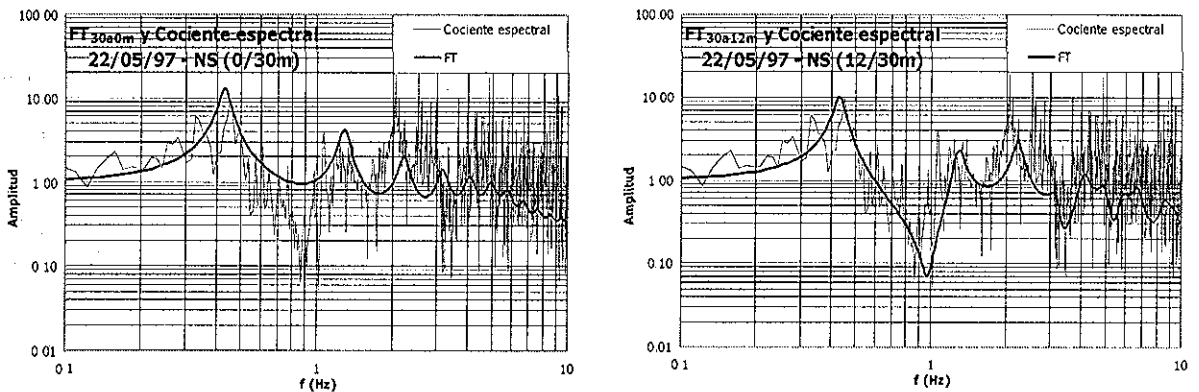
b) Respuesta medida y calculada, evento 22/05/97 - EO, a 12 m

Figura 6 10 Respuesta medida y calculada, evento 22/05/97-EO

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN



a) Evento 10/12/94 - NS



b) Evento 22/05/97 - NS

Figura 6.11 Funciones de transferencia y cocientes espectrales para dos eventos

### 6.4.2 Parámetros dinámicos identificados para 7 estratos y 4 señales

La sección estratigráfica que se analiza en este inciso (Figura 6.6) presenta una región en la cual existen por lo menos cuatro estratos bien definidos entre dos acelerógrafos vecinos, lo cual, de acuerdo con los resultados del capítulo anterior, disminuye la sensibilidad del sistema de identificación de parámetros. Debido a esto se decidió reducir la complejidad del problema limitando el intervalo de búsqueda de los parámetros dinámicos de los estratos uno al cuatro, de acuerdo con los resultados del inciso anterior (ver Tabla 6.6).

En la Tabla 6.8 se presentan los parámetros dinámicos identificados y en la Figura 6.12 el perfil de velocidad de onda de corte, calculado con los módulos de rigidez identificados por el SIP y las densidades reportadas por Jaime *et al* [1987]. En la Tabla

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

6.8 también se presentan las deformaciones máximas analíticas calculadas, para cada evento, con el registro ubicado a 60 m y los parámetros dinámicos identificados

Tabla 6.8 Parámetros dinámicos identificados en CAO

Sismo	Estrato	G (MPa)	$\xi$ (%)	Def. analítica máxima (%)	
24/10/93	NS	1	6.2	9.7	0.0062
		2	1.8	1.1	0.1115
		3	3.0	0.8	0.0685
		4	6.2	1.4	0.0440
		5	175.7	1.1	0.0455
		6	49.0	5.1	0.0014
		7	42.0	3.9	0.0053
24/10/93	EO	1	4.9	8.5	0.0054
		2	1.1	3.2	0.2109
		3	3.6	1.1	0.0719
		4	13.1	4.1	0.0123
		5	92.8	1.4	0.0013
		6	46.7	5.1	0.0029
		7	35.7	1.7	0.0052
23/05/94	NS	1	4.3	9.7	0.0074
		2	2.4	1.7	0.0507
		3	3.0	1.7	0.0332
		4	6.2	1.7	0.0138
		5	156.2	1.7	0.0004
		6	47.4	9.5	0.0019
		7	38.1	3.6	0.0053

Las deformaciones se calcularon en el punto medio de cada estrato.

TESIS CON FALLA DE ORIGEN

Aunque se observa dispersión en los módulos de rigidez identificados con el SIP (ver Tabla 6.8 y 6.12), estos se aproximan a los valores obtenidos en campo con la sonda suspendida.

Con los parámetros de la Tabla 6.8 se calcularon las respuestas teóricas a los 0, 12 y 30 m, usando como excitación la respuesta medida a los 60 m. Los resultados se presentan en las Figuras 6.13 a 6.21. Al igual que en el inciso anterior, el SIP logra una buena aproximación a la respuesta medida del depósito.

En la Figura 6.22 se comparan los valores de amortiguamiento identificados por el SIP con dos límites del modelo tipo massing desarrollado por Romo [1995]. Las deformaciones que aparecen en esta figura corresponden a la Tabla 6.8. Estas deformaciones analíticas se encuentran por debajo o muy cerca del umbral de deformación crítica reportado en la literatura para las arcillas de la ciudad de México, el cual varía entre 0.2 y 0.5% dependiendo de sus índices de plasticidad y consistencia [Romo, 1995]. En otras palabras, los valores de la Tabla 6.8 y la Figura 6.22, indican que la hipótesis de un comportamiento lineal durante los eventos sísmicos analizados en esta sección, es suficientemente aproximada.

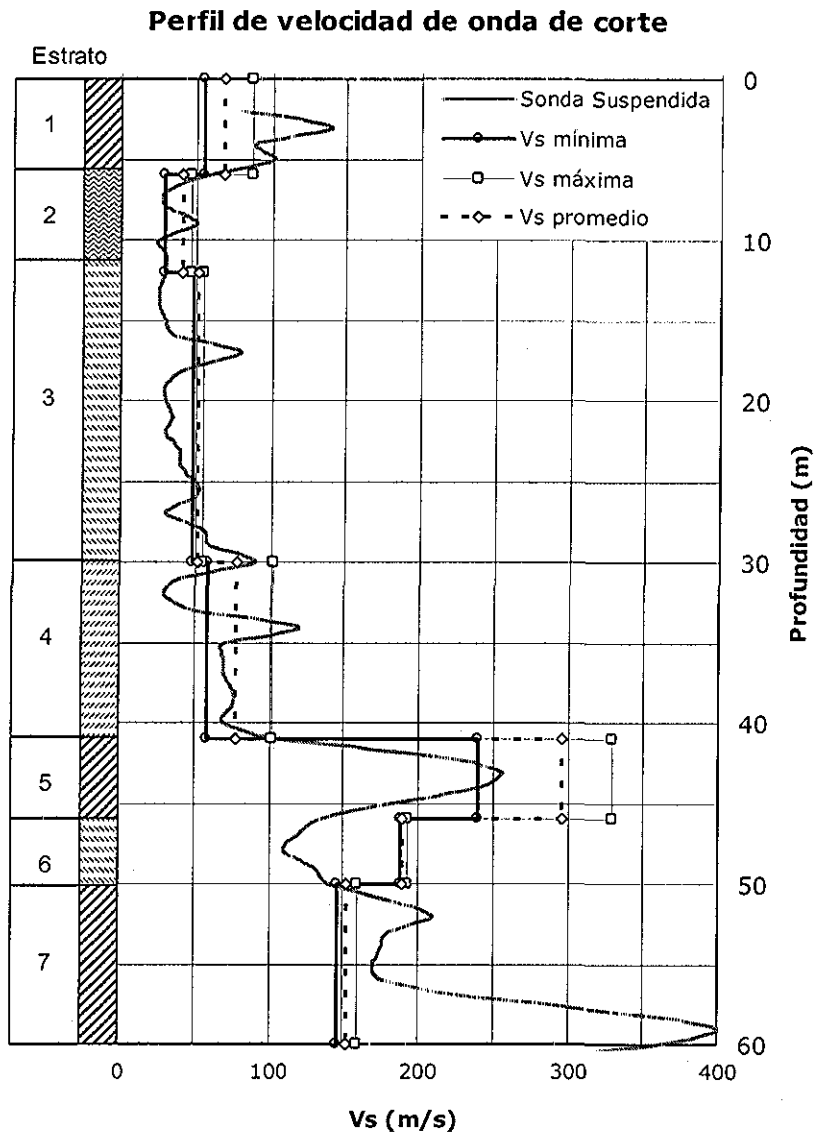


Figura 6 12 Perfil de velocidad de onda de corte identificado en el sitio CAO

**TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN**

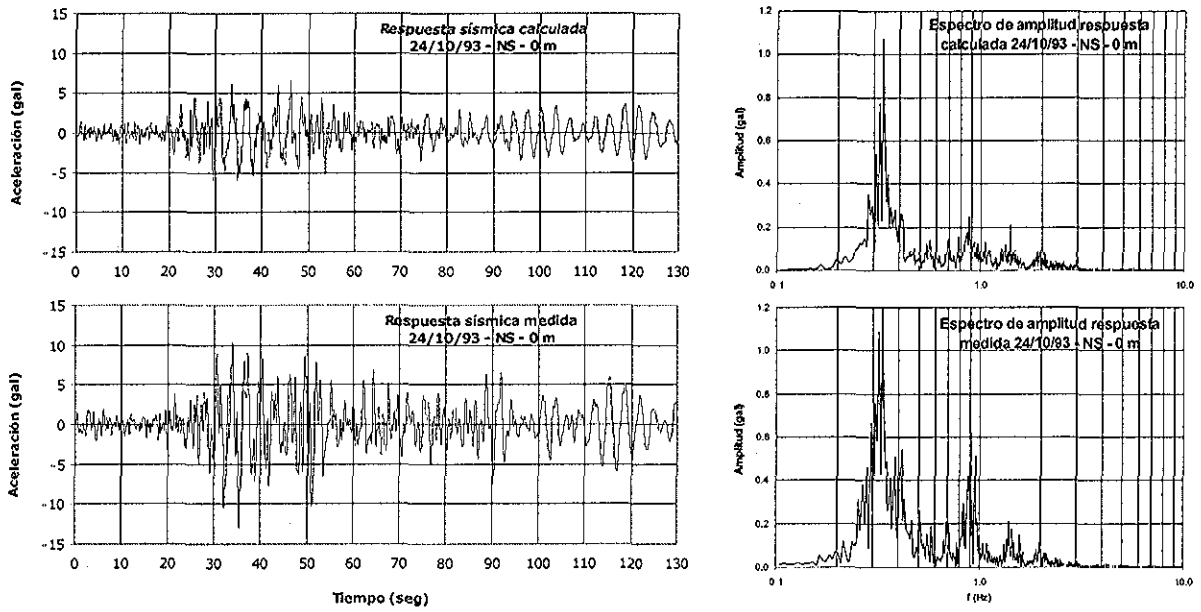


Figura 6.13 Respuesta calculada y medida a 0m, 24/10/93 NS

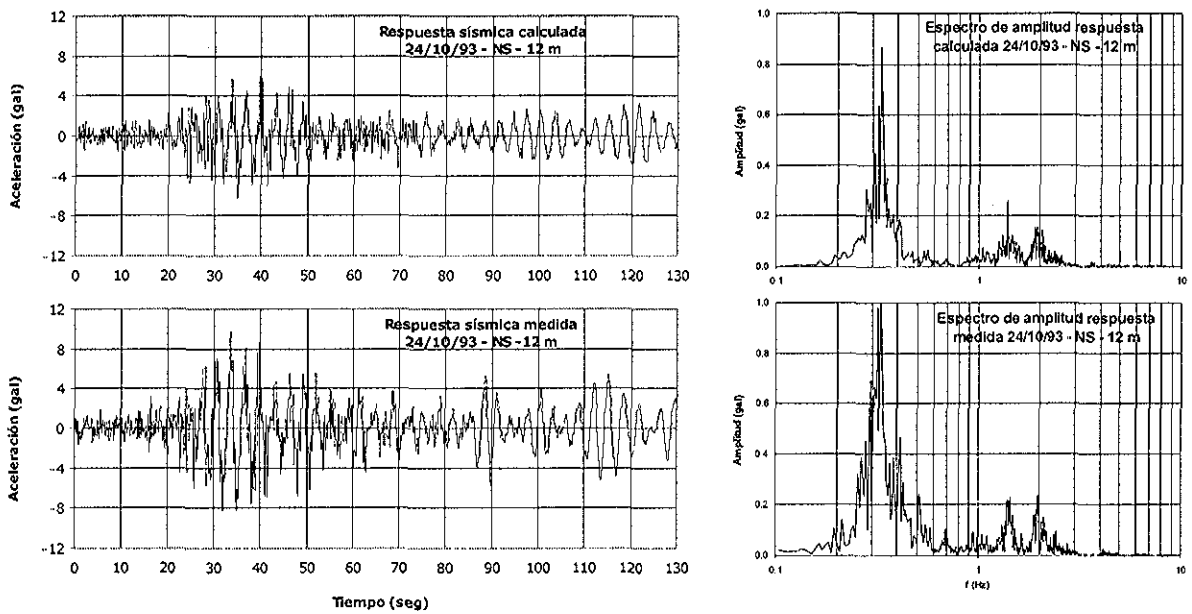


Figura 6.14 Respuesta calculada y medida a 12m, 24/10/93 NS

TESIS CON  
FALTA DE OR GEN

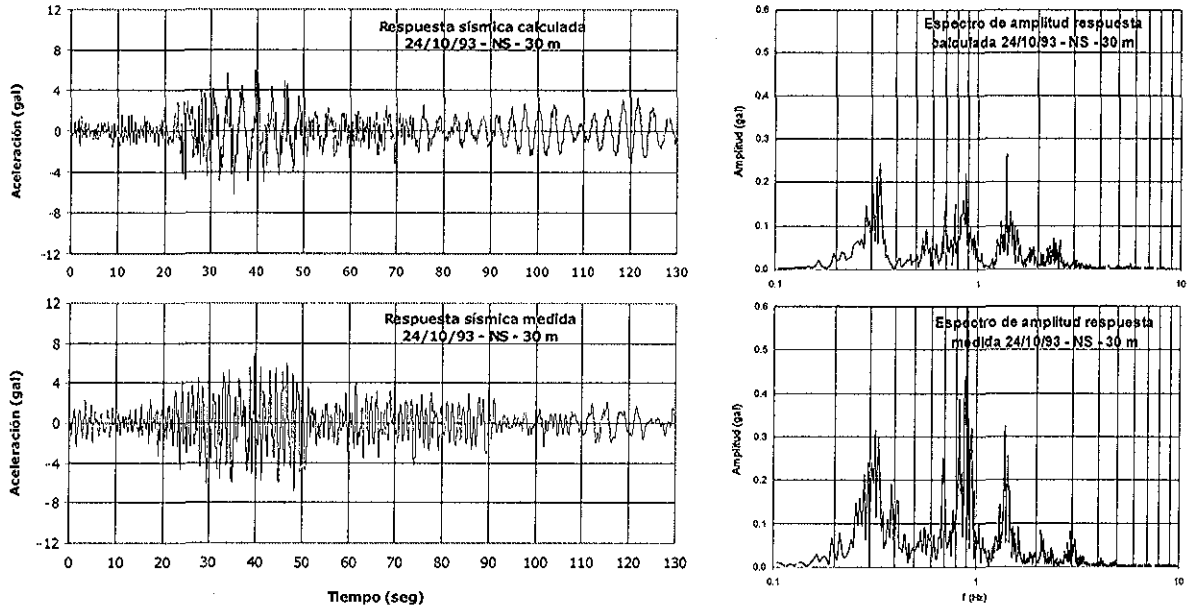


Figura 6.15 Respuesta calculada y medida a 30m, 24/10/93 NS

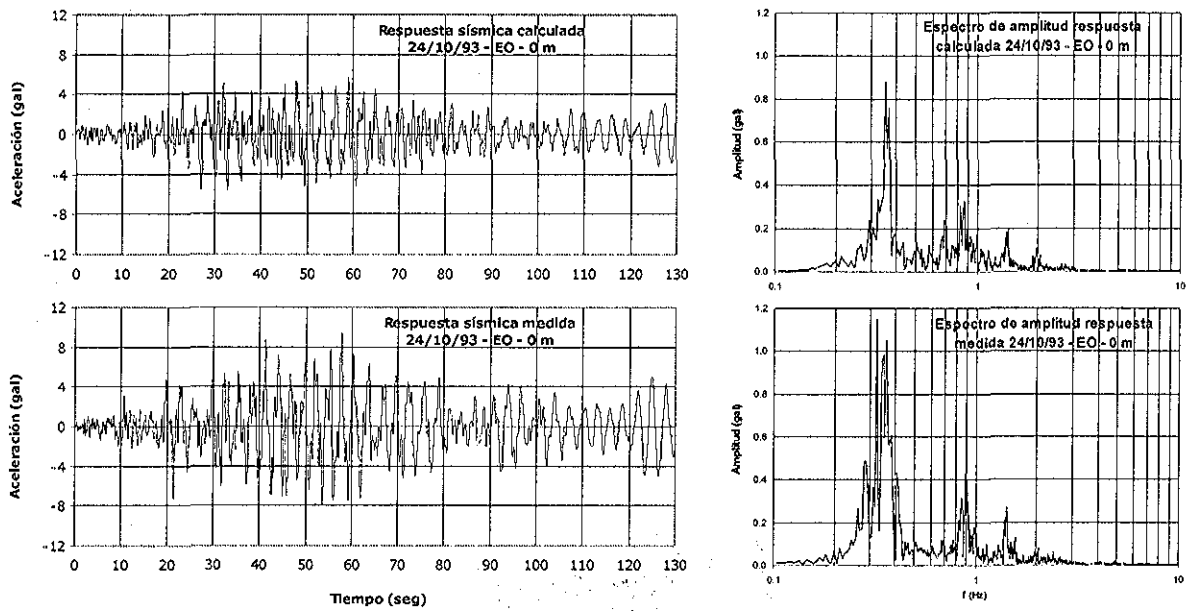


Figura 6.16 Respuesta a 0m, evento 24/10/93 EO

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

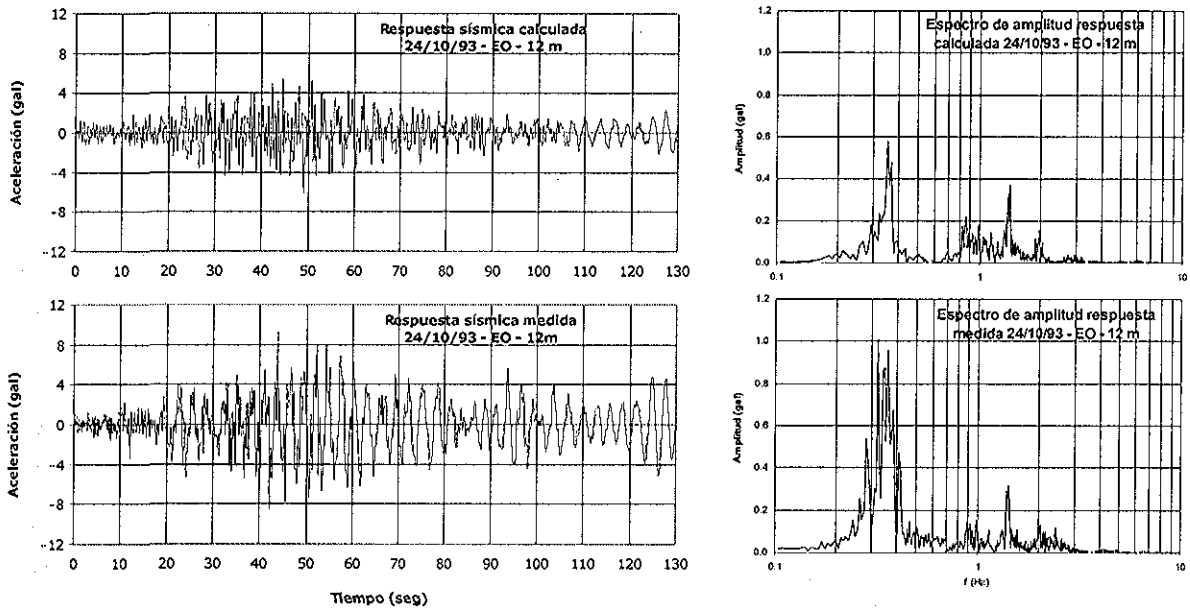


Figura 6.17 Respuesta a 12m, evento 24/10/93 EO

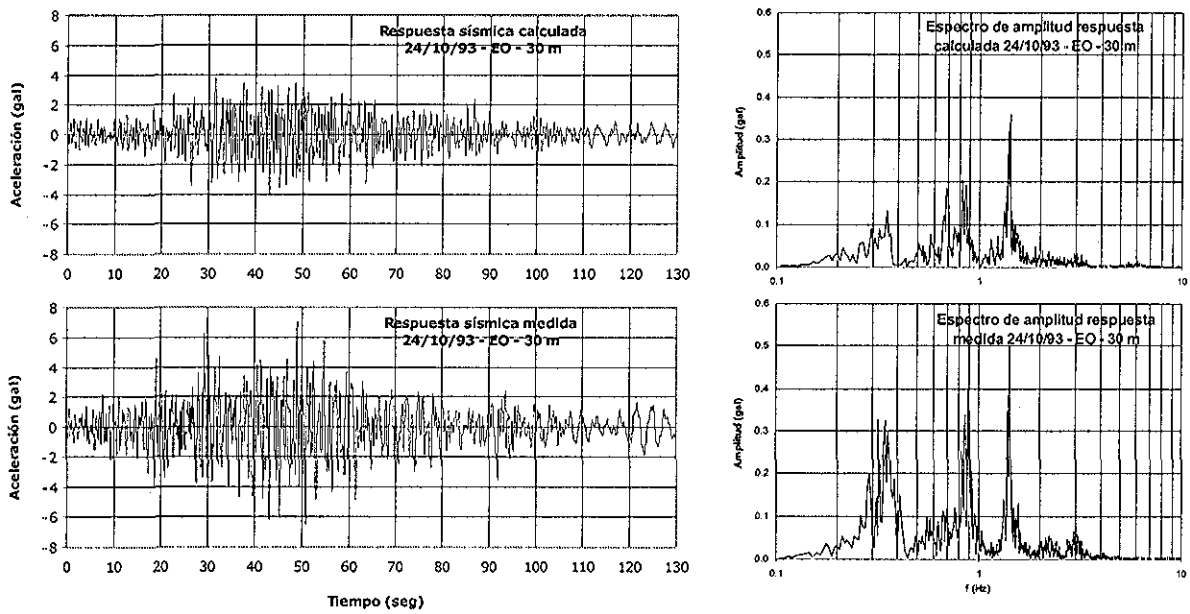


Figura 6 18 Respuesta a 30m, evento 24/10/93 EO

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

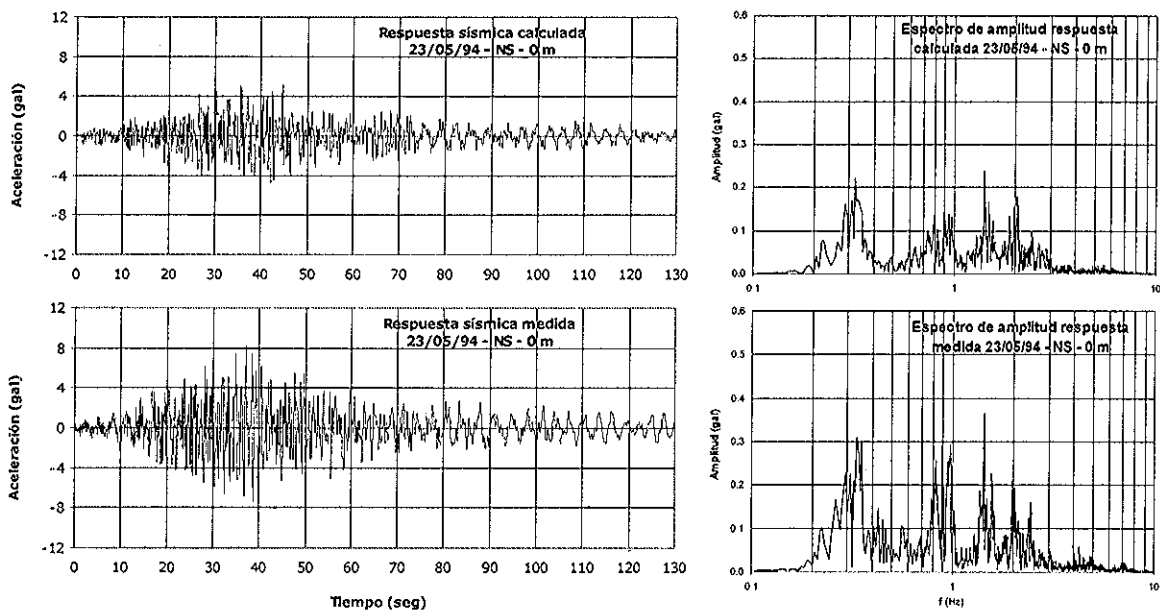


Figura 6.19 Respuesta a 0m, evento 23/05/94 NS

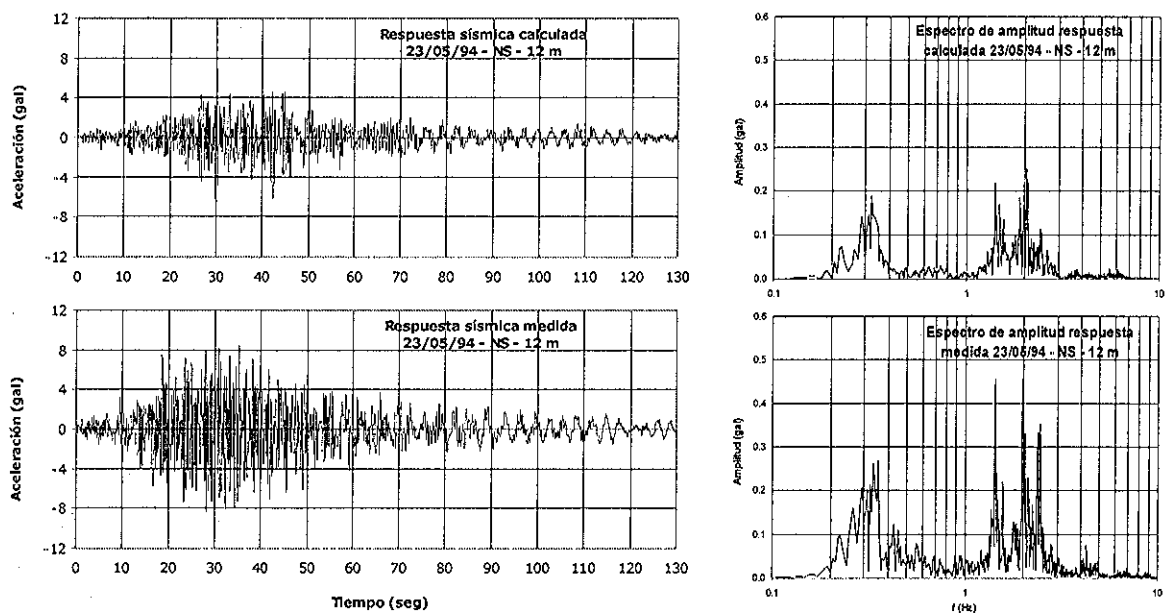


Figura 6.20 Respuesta a 12m, evento 24/10/93 NS

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN



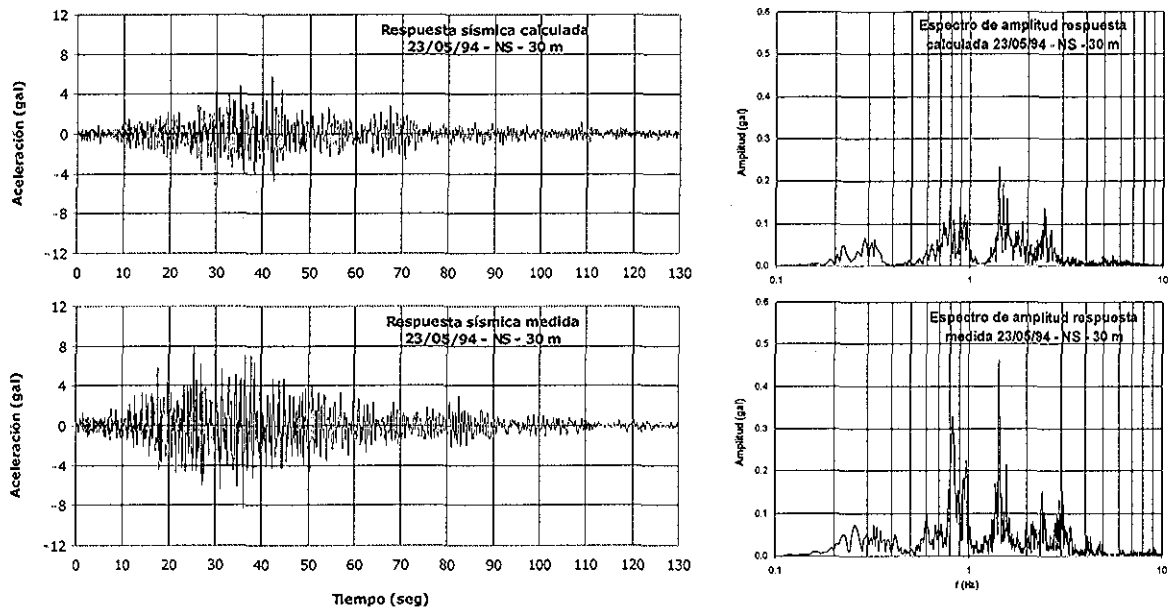


Figura 6.21 Respuesta a 30m, evento 23/05/94 NS

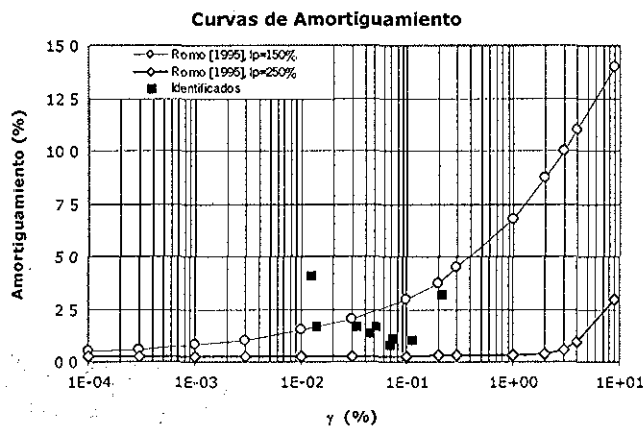
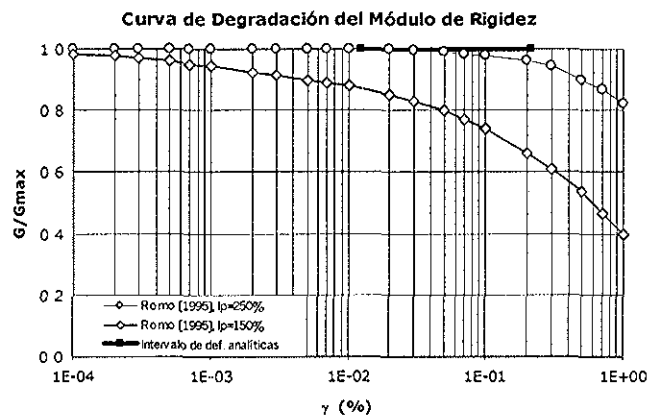


Figura 6.22 SIP y modelo massing [Romo, 1995]

TESIS CON  
 FALLA DE ORIGEN

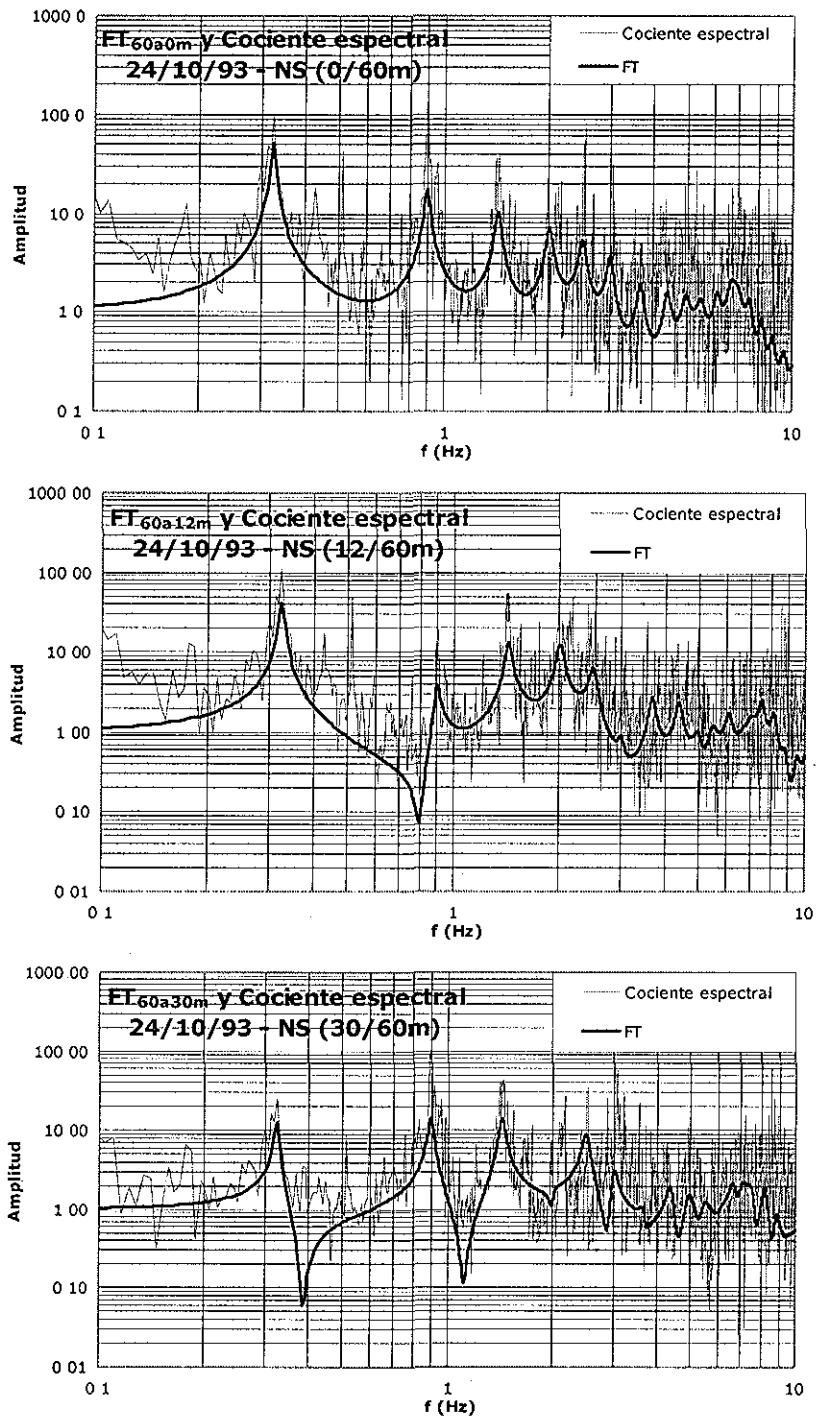


Figura 6.23 FT y cocientes espectrales, evento 24/10/93-NS

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

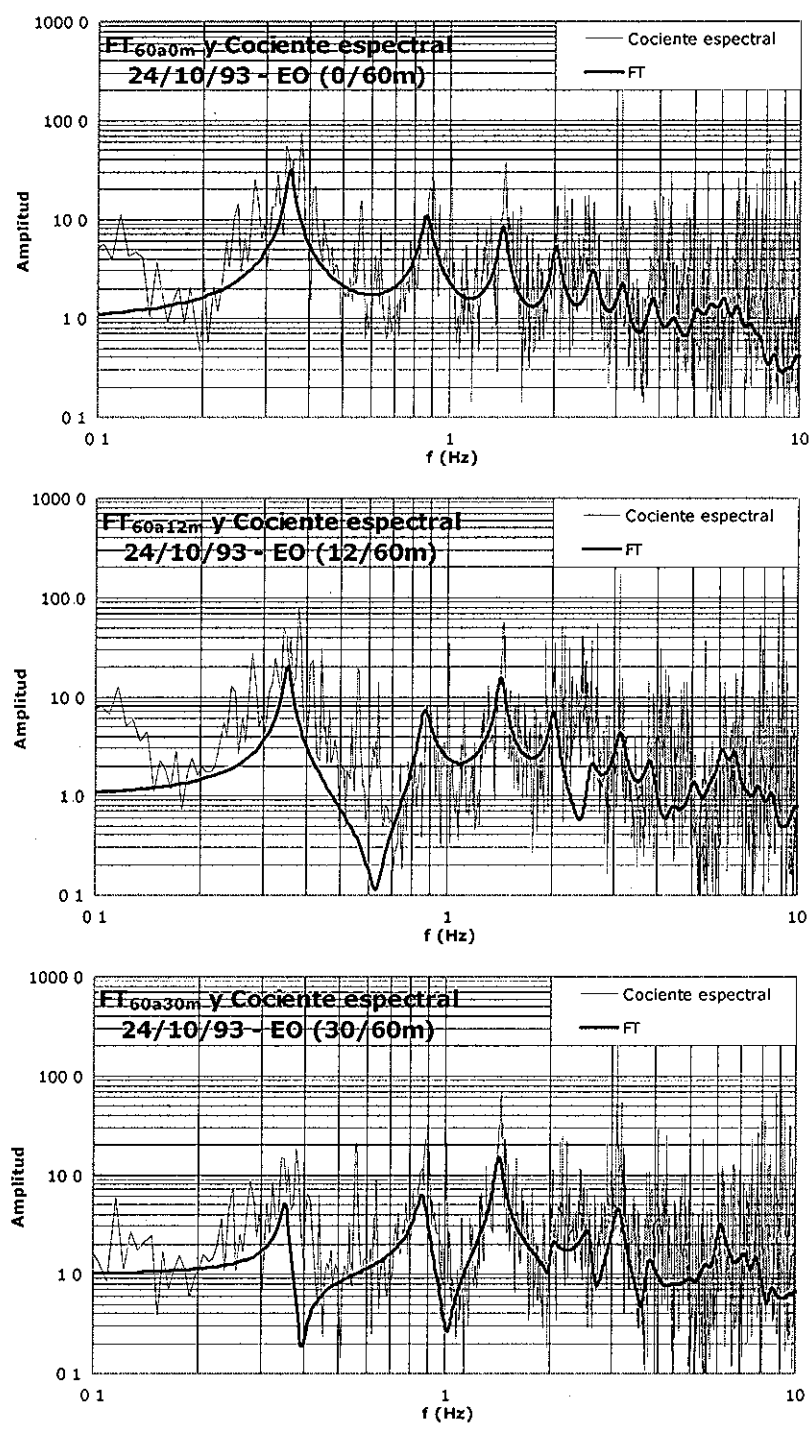


Figura 6 24 FT y cocientes espectrales, evento 24/10/93-EO

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

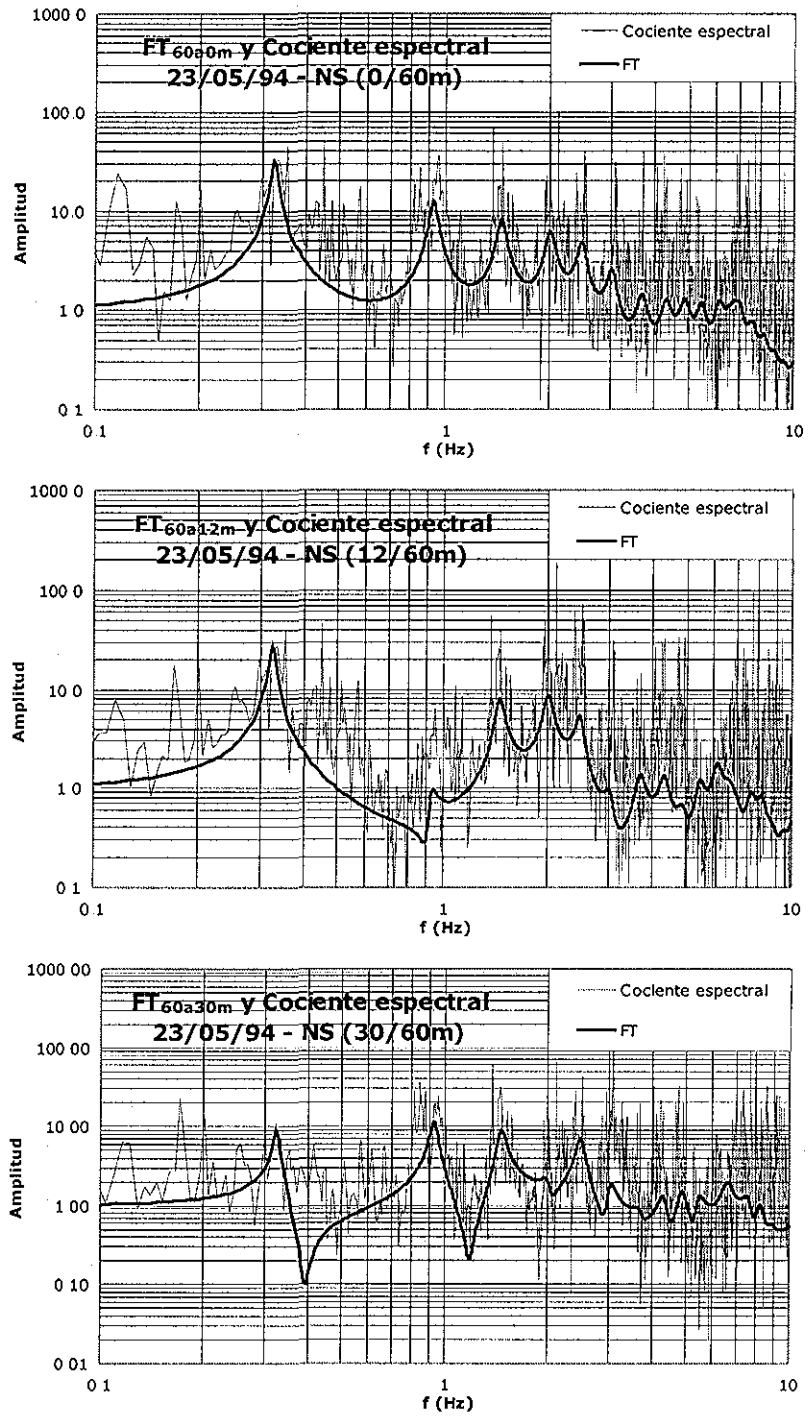


Figura 6 25 FT y cocientes espectrales, evento 23/05/94-NS

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

### 6.4.3 Validación de los parámetros identificados con el SIP

Para validar los parámetros identificados con el SIP se utilizan dos procedimientos: uno determinista y otro probabilista

En el procedimiento determinista se calcula la respuesta sísmica a 0, 12 y 30 m, utilizando como excitación el registro medido a 60 m durante el evento sísmico del 23 de mayo de 1994, componente EO, y los parámetros dinámicos promedio de la Tabla 6.9. Estos parámetros son el promedio de los valores identificados en los incisos 6.4.1 y 6.4.2. La respuesta calculada se compara con la respuesta medida a 0, 12 y 30 m en el arreglo vertical (ver Figuras 6.26 a 6.28). Nótese que este evento (23/05/94-EO) no se utiliza para identificar los parámetros dinámicos de la Tabla 6.9

En el procedimiento probabilista se establecen 25 perfiles aleatorios de velocidad de onda de corte y de valores de amortiguamiento. Para tal fin, se seleccionan, aleatoriamente, valores de los parámetros dinámicos, entre los intervalos establecidos por los máximos y mínimos de los parámetros identificados en los incisos 6.4.1 y 6.4.2 (Ver Tabla 6.9). Con estos perfiles se calcula la respuesta sísmica a 0, 12 y 30m, utilizando el modelo 1D expuesto en el capítulo dos. Los resultados se expresan como espectros de respuesta, en términos de pseudo aceleraciones. Se comparan los espectros calculados con los espectros de la respuesta conocida del depósito. Los resultados se presentan en la Figura 6.29 a 6.30.

Tabla 6.9 Parámetros dinámicos promedio, identificados en CAO

Parámetro	Valor Promedio	Valor mínimo	Valor máximo
$G_1$ (MPa)	6.6	4.3	10.7
$\xi_1$ (%)	7.9	5.1	9.7
$G_2$ (MPa)	2.2	1.1	2.8
$\xi_2$ (%)	3.5	1.1	4.8
$G_3$ (MPa)	3.2	2.8	3.6
$\xi_3$ (%)	3.2	0.8	4.8
$G_4$ (MPa)	7.6	4.4	13.1
$\xi_4$ (%)	3.0	1.4	4.5
$G_5$ (MPa)	141.6	92.8	175.7
$\xi_5$ (%)	1.4	1.1	1.7
$G_6$ (MPa)	47.7	46.7	49.0
$\xi_6$ (%)	6.6	5.1	9.5
$G_7$ (MPa)	38.6	35.7	42.0
$\xi_7$ (%)	3.1	1.7	3.9

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

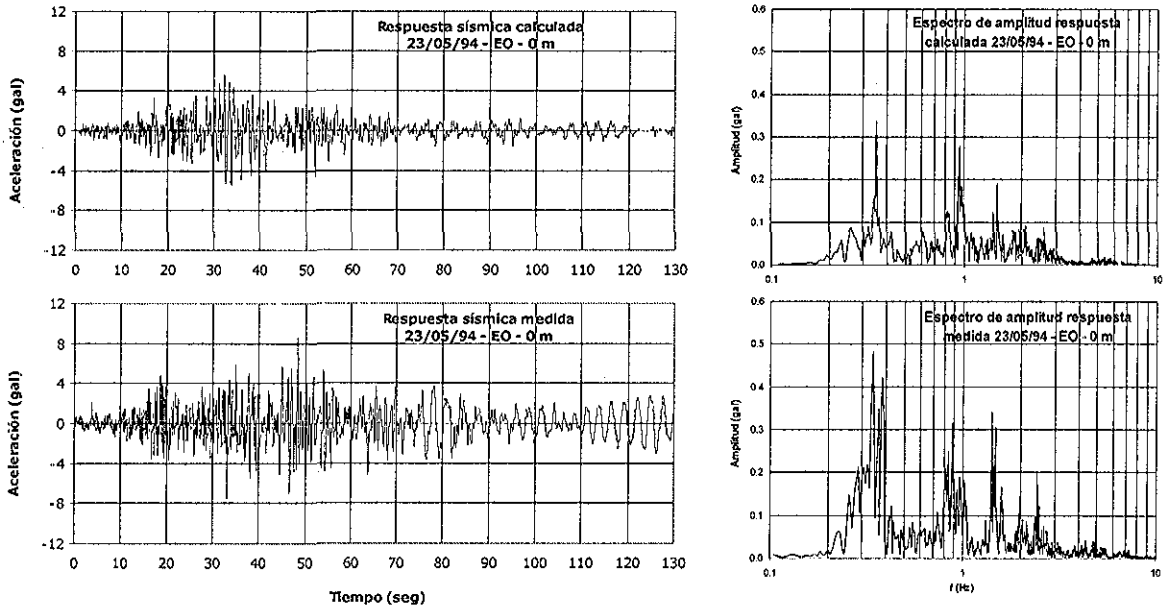


Figura 6.26 Respuesta a 0m, evento 23/05/94 EO

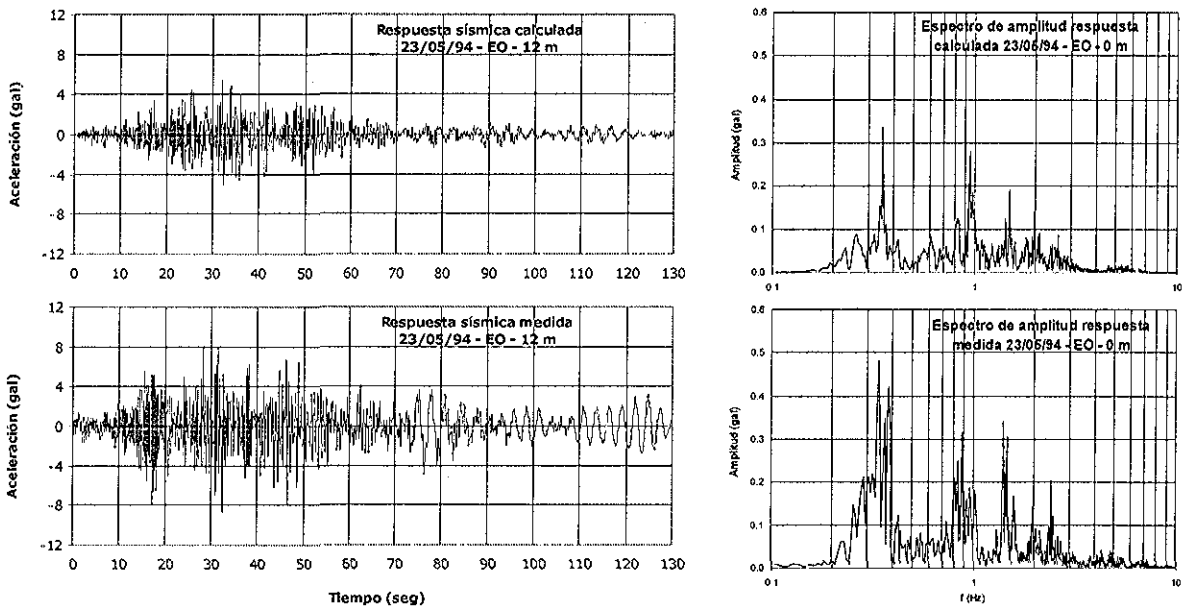


Figura 6.27 Respuesta a 12m, evento 23/05/94 EO

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

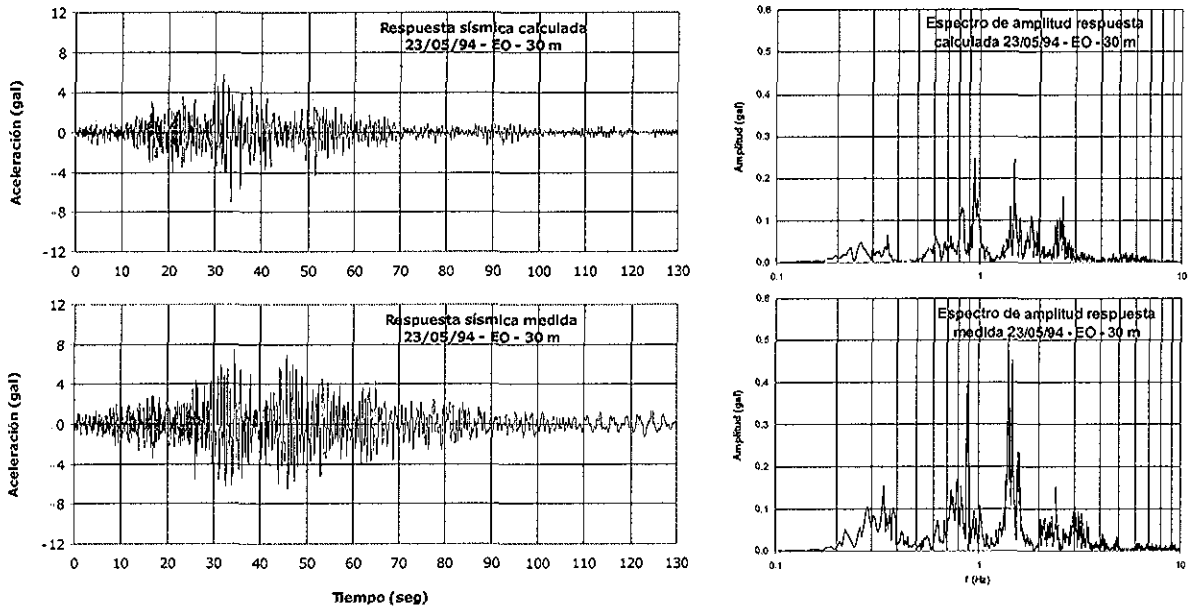


Figura 6.28 Respuesta a 30m, evento 23/05/94 EO

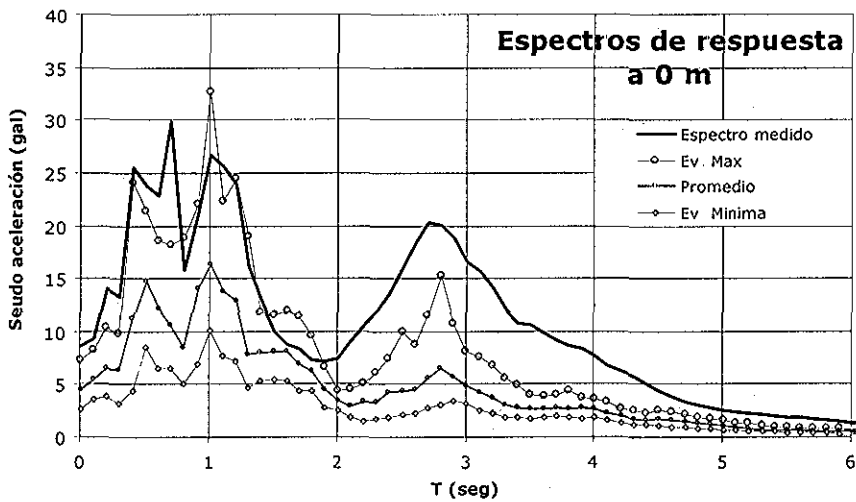


Figura 6.29 Espectro de respuesta a 0 m, evento 23/05/94-EO

TERIS CON  
 FEB 7 4 30 PM '94

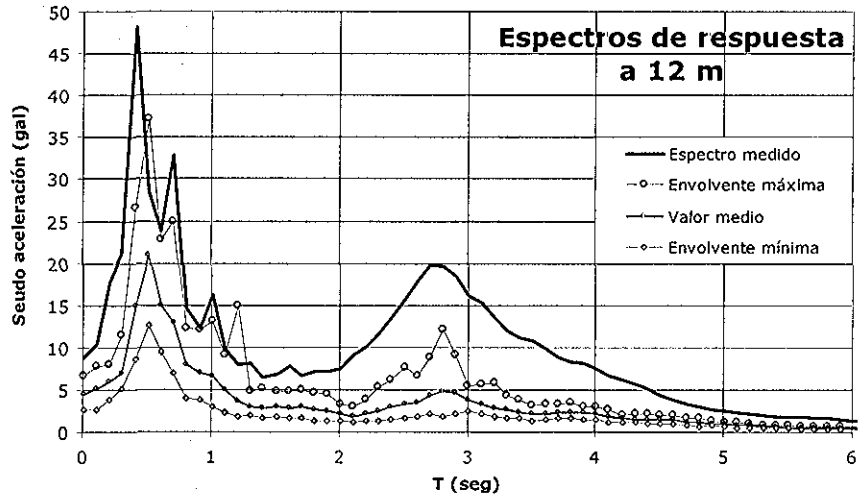


Figura 6.30 Espectro de respuesta a 12 m, evento 23/05/94-EO

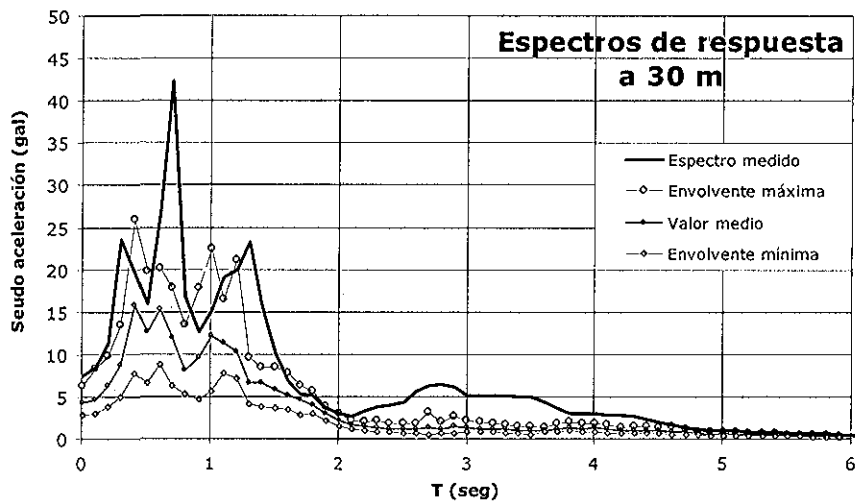


Figura 6.31 Espectro de respuesta a 30 m, evento 23/05/94-EO

En términos generales, la reproducción con los parámetros dinámicos promedio (Figuras 6.26 a 6.28) es buena.

En las Figuras 6.29 a 6.31 se presentan las envolventes máxima y mínima y el promedio de los 25 espectros aleatorios. La envolvente máxima logra una reproducción aceptable de la respuesta conocida. Este procedimiento probabilista es útil para evaluar la influencia de la dispersión en los valores de los parámetros identificados.

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN



TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

## CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

En esta tesis se planteó, desarrolló, evaluó y aplicó un sistema de identificación de parámetros (SIP) que permite determinar las propiedades dinámicas de medios estratificados, mediante el análisis inverso de los registros de aceleración de un arreglo vertical. Los principales elementos de este SIP son el modelo unidimensional de propagación vertical de ondas de corte SH para calcular la respuesta sísmica, la función de error y un algoritmo genético para minimizar esta función.

El aporte de este estudio se puede dividir en dos grupos. El primero se refiere al diseño del SIP, y el segundo a los valores de los parámetros dinámicos identificados y la reproducción de la respuesta medida.

### ***I. Diseño del sistema de identificación de parámetros***

El comportamiento del algoritmo genético durante el proceso de minimización de la función de error es consistente con las limitaciones que presentan los demás elementos del sistema de identificación de parámetros. Estas limitaciones tienden a atenuarse cuando se logra un equilibrio entre el número de estratos a evaluar y el número de respuestas conocidas del sistema real. Por lo tanto, la aplicabilidad de los resultados del SIP dependen del número de señales de aceleración disponibles en el arreglo vertical, de la separación entre dichas señales, del número de estratos del depósito de suelo y del intervalo de frecuencias a lo largo del cual se realiza la inversión.

Otro aspecto del diseño del SIP tiene que ver con la selección de las señales de entrada y salida del sistema real. Una disposición inadecuada de estas señales genera una distribución despareja de la influencia de los parámetros dinámicos en la función de error. Para distribuir equitativamente la influencia de todos los parámetros dinámicos en la función de error, se propone que se utilice como entrada única del SIP el registro de aceleración más profundo y que se calcule la respuesta teórica en los demás puntos en donde se conozca la respuesta del depósito.

La incorporación del algoritmo genético en el SIP permite realizar una evaluación simultánea de los puntos más prometedores del espacio de búsqueda y de puntos nuevos, totalmente inexplorados. Esto disminuye las probabilidades de que el AG quede atrapado en un óptimo local, lo cual hace de este un método de optimización muy atractivo.

Esta ventaja, así como la eficiencia y eficacia del AG están subordinadas a un diseño acertado del mismo, el cual incluye la selección de los operadores genéticos y de los valores que controlan el proceso (p.e. el tamaño de la población, la probabilidad de cruce, etc.).

Finalmente, el diseño del AG depende del grado de dificultad del problema de optimización, el cual puede evaluarse considerando el número de variables involucradas, la forma de la función de error, el tamaño y la discretización del espacio de búsqueda, etc. En esta tesis se propuso un algoritmo de diseño del AG para el problema de identificación de parámetros dinámicos.

## ***II. Valores de los parámetros dinámicos identificados y reproducción de la respuesta del sistema real***

El SIP es más sensible a los valores del módulo de rigidez que a los valores del amortiguamiento.

El SIP logra una reproducción aproximada de la respuesta sísmica conocida del depósito de suelo, tanto en los sismos cuya energía se encuentra concentrada en pequeños intervalos de frecuencia (eventos 24/10/93 y 10/12/94), como en aquellos donde la energía se encuentra distribuida en intervalos más amplios (eventos 23/05/94 y 22/05/97).

Aunque existe dispersión, los módulos de rigidez al corte identificados con el SIP concuerdan con los valores reportados por los estudios de campo y con las características físicas de los estratos en el sitio CAO. De igual manera, el amortiguamiento se encuentra dentro de los límites esperados para un comportamiento lineal del depósito.

Las deformaciones inducidas por los eventos sísmicos utilizados en este estudio se encuentran por debajo o muy cerca del umbral de deformación crítica reportado en la literatura para los suelos de la ciudad de México. En otras palabras, los valores de deformaciones analíticas indican que la hipótesis de un comportamiento lineal durante los eventos sísmicos analizados en esta tesis, es suficientemente aproximada.

El diseño del SIP podría mejorarse mediante la exploración de la optimización multiobjetivo, en donde no es necesario sumar las funciones de error a optimizar, sino que por el contrario se buscan los puntos que son óptimos simultáneamente a estas funciones.

## REFERENCIAS

- [1] Abdel-Ghaffar, A. M. y Scott, R. (1978). "Investigation of the Dynamic Characteristics of an Earth Dam". Report No. EERL 78-02, Earthquake Engineering Laboratory, Pasadena, EUA.
- [2] Aisks, E.G. y Tarshansky, I. W. (1969). "Soil Studies for Seismic Design of San Francisco Transbay Tube" *Vibration Effects of Earthquakes on Soils and Foundations*, ASTM STP 450, pp/ 138-166.
- [3] Archuleta, R. J. y Steidl, J. H. (2000). "Engineering Insights from Data Recorded on Vertical Arrays". In: *Proceedings of the 12<sup>th</sup> World Conference on Earthquake Engineering*, Enero 30–Febrero 4, Auckland, New Zealand, Paper No. 2681.
- [4] Arnush, C. (1997). "Aprendiendo Borland C++ 5.0 en 21 días". Prentice Hall-Hispanoamericana, Edo. de México, 834 p.
- [5] Baise, L.G. y Glaser, S. D. (2000). "Fundamental Aspects of Site Response from Inversion of Vertical Array Data". In: *Proceedings of the 12<sup>th</sup> World Conference on Earthquake Engineering*, Enero 30–Febrero 4, Auckland, New Zealand, Paper No. 0572.
- [6] Bolt, B. A. (1978). "Earthquakes, A Primer". W. H. Freeman and Co, San Francisco, 241 p.
- [7] Carvajal U., J. C. (2000). "Análisis Espectral de Movimientos Sísmicos en la Ciudad de México para Evaluar Propiedades Dinámicas del Suelo". Tesis de Maestría, UNAM, México DF, 152 p.
- [8] Carvajal, J. C., Taboada, V. M. y Romo, M. P. (2002). "Influence of Earthquake Frequency Content on Soil Dynamic Properties at CAO Site". *Journal of Soil Dynamics and Earthquake Engineering*. Artículo Aceptado.
- [9] Chang, C. Y., Man, M. C. y Tang, H. T. (1996). "Inference of Dynamic Shear Modulus from Lotung Downhole Data". *Journal of the Geotechnical Engineering Division, ASCE*, Vol. 122, No. 8, pp: 657-665.
- [10] Cooley J. M y Tukey J. W. (1965). "An Algorithm for the Machine Calculation of Complex Fourier Series". *Mathematic Computations*, Vol. 19, No. 90, pp. 297-301.
- [11] De Jong K, y Spears, W. M. (1990). "An Análisis of the Interacting Roles of the Population Size and Crossover in Genetic Algorithms". In: *1<sup>st</sup> Int. Conf. on Parallel Problem Solving from Nature*, Drtmund, Germany, IEE Society Press, pp. 38-47.
- [12] Deb, K. (2001) [en línea]. *Genetic Algorithms for Optimization*. KanGAL Report Number 2001002. In: [www.iitk.ac.in/kangal/pub.htm](http://www.iitk.ac.in/kangal/pub.htm)
- [13] Deb, K. y Agrawal, S. (1999). "Understanding Interactions Among Genetic Algorithms Parameters". *Foundation of Genetic Algorithms V*. Morgan Kaufmann.
- [14] Donovan, N. C. (1969). "Evaluation of Compatibility between Modulus and Camping Values from Hysteresis Loops". *Proc. Soil Dynamics Specialty Session, 7<sup>th</sup> Int. Conf. on Soil Mechanics and Foundations Eng.*, Mexico City, pp 121.

- [15] DSP Development Corporation. (1996a). "DADiSP Worksheet User Manual". DSP Development Co, 170 p.
- [16] DSP Development Corporation. (1996b). "DADiSP Filters User's Manual". DSP Development Co., 50 p.
- [17] Elgamal, A. W. y Gunturi, R. V. (1993). "Dynamic Behaviour and Seismic Response of the Infiernillo Dam". *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 22. p:665-684.
- [18] Elgamal, A. W., Zeghal, M., Tang, H. T. y Stepp, J. C. (1995). "Lotung Downhole Array I: Evaluation of Site Dynamic Properties". *Journal of the Geotechnical Engineering Division, ASCE*, Vol. 121, No. 4, pp: 350-362.
- [19] Elgamal, A., Lai, T. y He, L. (2001). "Dynamic Soil Properties, Seismic Downhole Arrays and Applications in Practice". In: *Proceedings, 4<sup>th</sup> International Conference on Recent Advances in Geotechnical Earthquake Engineering and Soil Dynamics*, 26-31 de marzo, San Diego, California, Vol II: State of the Art Paper.
- [20] EQE International. (2002) [en línea]. "The January 17, 1995 Kobe Earthquake". In: *Web de la EQE International*, <http://www.eqe.com/publications/kobe/kobe.htm>
- [21] Ghayamghamian, M. R y Kawakami H. (2000). "On-Site Nonlinear Hysteresis Curves and Dynamic Soil Properties". *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering Division, ASCE*, Vol. 126, No. 6, pp:543-555.
- [22] Gill, P. E., Murray, W. y Saunders, M. A. (1997). "User's Guide for Snopt 5.3: A Fortran Package for Large-Scale Nonlinear Programming". Report SOL 98-1, Dept of EESOR, Stanford University, 37 p.
- [23] Glaser, S. D. y Baise, L. G. (2000). "System Identification Estimation of Soil Properties at the Lotung Site". *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, Vol. 19, No. 10, pp: 521-531.
- [24] Goldberg D, Sastry K, y Latoza, T. (2002). "On the Supply of Building Blocks". In: *Proc. of Geco-2002*, pp. 328-335.
- [25] Goldberg D, y Deb, K. (1992). "A Comparative Analysis of Selection Schemes Used in Genetic Algorithms". *Foundation of Genetic Algorithms I*, Morgan Kaufmann, pp. 69-93.
- [26] Goldberg, D. (1985). "Optimal Initial Population Size for Binary-Coded Genetic Algorithms". TCGA Report No. 85001. The Clearinghouse For Genetic Algorithms, University of Alabama.
- [27] Goldberg, D. E. (1989), "Genetic Algorithms in Search, Optimization, and Machine Learning". Addison-Wesley, Nueva York, pp: 1-214.
- [28] Goldberg, D., Deb, K., Clark, J. (1992). "Genetic Algorithms, Noise and the Sizing of the Populations" In: *Complex Systems* 6, pp. 333-362.
- [29] Gordon, B. B., Dayton, D. J. y Sadigh, K. (1974). "Seismic Stability of Upper San Leandro Dam". *Journal of the Geotechnical Engineering Division, ASCE*. Vol. 100, pp: 523-545.
- [30] Grenfenstette, J. J. (1986). "Optimization of Control Parameters for Genetic Algorithms" *IEEE-SMC, SMC-16*, pp. 122 - 128.
- [31] Gunturi, V. R. (1996). "Identification and Modeling of Seismic Response of Landfills". Ph. D. Dissertation, Rensselaer Polytechnic Institute.
- [32] Gutiérrez, C. (1996) [en línea]. "Una Trinidad Contemporánea". In: *Web de la Universidad de Costa Rica*, <http://cariari.ucr.ac.cr/~claudiog/Entrada.html>
- [33] Hardin, B. O. (1965). "The nature of Damping in Sands". *Proc. ASCE*, 91, No. SM1, Enero 1965, pp. 63-97.
- [34] Hardin, B. O. y Drnevich, V.P. (1972). "Shear Modulus and Damping in Soils: Measurements and Parameters Effects". *Proc. ASCE*, 98, No. SM 6, Junio 1972, pp. 603-624.

- [35] Hernández M., F. G. (2001), "Identificación de Parámetros Dinámicos y Modelado del Subsuelo en los Sitios SCT, CAO y EJ-15", Tesis de Maestría, UNAM, México DF, 202 p.
- [36] Holland, J. (1973). "Genetic Algorithms and the Optimal Allocation of Trials". SIAM Journal of Computing, Vol 2, pp. 88-105.
- [37] Holland, J. H. (1975/1992). "Adaptation in Natural and Artificial Systems". MIT Press, Cambridge, pp: 66-121.
- [38] Honjo, Y., Iwamoto, S., Sugimoto, M., Onimaru, S. Y Yoshizawa M. (1998). "Inverse Analysis of Dynamic Soil Properties Based on Seismometer Array Using The Extended Bayesian Method". Soils and Foundations, Japanese Geotechnical Society, Marzo, pp: 131-143.
- [39] Ikemoto, T., Miyajima, M. Y Kitaura, M. (2000). "Inverse Analysis of Dynamic Soil Parameters Using Acceleration Records". In: Proceedings of the 12<sup>th</sup> World Conference on Earthquake Engineering, Enero 30-Febrero 4, Auckland, New Zealand, Paper No. 1794.
- [40] Jaime, A. P., Romo, M. P. y Ovando, E. (1987). "Características del Suelo en el Sitio Central de Abasto Oficinas". Informe Interno del Instituto de Ingeniería, UNAM. 50 p.
- [41] Kanai, K. (1951). "Relation between the nature of surface layer and amplitudes of earthquake motions". Bull. Tokio Earth. Res. Ins., Vol. 30, pp. 31-37.
- [42] Kosiky, H. (1963). "Stress waves in solids", Dover Publications, New York, 213 pp.
- [43] Krisek, R. J y Franklin, A. G. (1967). "Energy Dissipation in a Soft Clay". Proc. Int. Symposium on Wave Propagation and Dynamic Properties of Earth Materials, University of New Mexico, 1968, pp. 797-807.
- [44] Lin, J. S. (1994). "Extraction of Dynamic Soil Properties Using Extend Kalman Filter". Journal of the Geotechnical Engineering Division, ASCE, Vol. 120.
- [45] Lin, J. S. y Chao, B. K. (1990). "Estimation of Shear Modulus and Damping Factors of Earth Dam Material". Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 19.
- [46] Makdisi, F. I. y Seed, H. B. (1978). "Simplified Procedure for Estimating Dam and Embankment Earthquake-Induced Deformation". Journal of the Geotechnical Engineering Division, ASCE. Vol. 104, pp: 849-867.
- [47] Martínez C., H. E. (1998). "Identificación de las Propiedades Dinámicas de la Ciudad de México". Tesis de Maestría, UNAM, México DF. 110 p.
- [48] Mitchell, M., Holland, J. H. y Forrest, S. (1994). "When Will a Genetic Algorithm Outperform Hill Climbing?". In: Advances in Neural Information Processing Systems 6, Cowan, J. D., Tesauro, G. y Alspector, J. (eds.), Morgan Kaufmann Publishers, San Francisco, pp 51 - 58.
- [49] Miura, K., Kobayashi, S. y Yoshida, N. (2000). "Equivalent Linear Analysis Considering Large Strains and Frequency Dependent Characteristics". In: Proceedings of the 12<sup>th</sup> World Conference on Earthquake Engineering, Enero 30-Febrero 4, Auckland, New Zealand, Paper No. 1832.
- [50] Olín M., M. G. (2002). "Características y Propiedades del Sitio CAO a 15 años del Sismo del 85". Tesis de Maestría, Instituto Politécnico Nacional, México DF.
- [51] Oppenheim, A. V. y Schafer, R. W. (1999). "Discrete-Time Signal Processing". 2<sup>nd</sup> Edition, Prentice Hall Signal Processing Series, Upper Saddle River, pp: 439-511.
- [52] Ovando, E., Romo, M. P., Díaz, L. (1993). "Ground Movements in México City During Recent Earthquakes". In: Proceedings, Third International Conference on Case Histories in Geotechnical Engineering, Junio 1 - 4, St. Louis, Missouri, pp:1769 - 1775.

- [53] Romo, M. P. (1995). "Clay Behavior, Ground Response and Soil-Structure Interaction Studies in México City". In: Proceedings. Third International Conference on Recent Advances in Geotechnical Earthquake Engineering and Soil Dynamics, Abril 2-7, St. Louis, Missouri, Vol. II, pp: 1039 - 1051.
- [54] Romo, M. P. y Seed, H. B. (1986). "Analytical Modeling of Dynamics Soil Response in the México Earthquake of September 19, 1985". Proc. Int. Conf. Of the México Earthquake-1985: Factors Involved and Lessons Learned, pp. 148-162.
- [55] Romo, M. P. y Villarraga, M. R. (1987). "Respuesta Aleatoria Tridimensional de Presas de Tierra". Informe del Instituto de Ingeniería, No. 584.
- [56] Romo, M.P. (1991). "Comportamiento Dinámico de la Arcilla de la Ciudad de México y sus Repercusiones en la Ingeniería de Cimentaciones". Sismodinámica 2, pp. 125-143.
- [57] Rosenblueth, E. y Ovando, E. (1995). "Geotechnical Lessons from México City and other Recent Earthquakes" Proc. 2<sup>nd</sup> Int. Conf. on Recent Advances in Geotechnical Engineering and Soil Dynamics, S. Prakash (editor), University of Missouri at Rolla, St Luis, pp. 1799-1811.
- [58] Sato, K., Kokusho, T., Matsumoto, M. y Yamada E. (1996). "Nonlinear Seismic Response and Soil Property During Strong Motion". Soils and Foundations, Japanese Geotechnical Society, enero, pp:41-52.
- [59] Schnabel, P. B., Lysmer, J. y Seed H. B. (1972). "SHAKE: A Computer Program for Earthquake Response Analysis of Horizontally Layered Sites". Report No. EERC 72-12, EERC, University of California, Berkeley, 88 p.
- [60] Seed, H. B e Idriss, I. (1969). "The Influence of Soil Conditions on Ground Motions during Earthquakes". Journal of Soil Mechanics and Foundation Division, ASCE, Vol 94, No. SM1, pp 120-137.
- [61] SMIS, Sociedad Mexicana de Ingeniería Sísmica A. C. (1997 y 2000). "Base Mexicana de Datos de Sismos Fuertes". CD-ROM, Vol 1 y 2.
- [62] SSN [en línea]. (2002). "Acerca de Sismos". In: Web del Servicio Sismológico Nacional de México, <http://www.ssn.unam.mx/index.html>
- [63] Stokoe, K.H. II, Darendeli, M.B., Andrews, R.D., and Brown, L.T. (1999). "Dynamic strain properties: Laboratory and Field correlation studies". In: Proceedings, Earthquake Geotechnical Engineering, edited by P. Sêco e Pinto, Balkema, Vol 3, pp 811 - 845.
- [64] Taboada, V. M., Martínez, H. y Romo M. P. (1999a). "Evaluation of Dynamic Soil Properties in México City Using Downhole Array Records". Soils and Foundations, Vol. 39, No. 5, pp. 81-92.
- [65] Taboada, V. M., Martínez, H., Romo, M. P y Ardila, C. (2000). "Identification of México City Clay Dynamic Properties". In: Proceedings of the 12<sup>th</sup> World Conference on Earthquake Engineering, Enero 30-Febrero 4, Auckland, New Zealand, Paper No. 1220
- [66] Taboada, V. M., Martínez, H., Romo, M. P., Ardila, C. D. y Hernández, F. G. (1999b). "Evaluación del Comportamiento No-Lineal Esfuerzo-Deformación Cortante de la Arcilla del Valle de México, en el Sitio CAO". In: Memorias XII Congreso Nacional de Ingeniería Sísmica, 17-20 noviembre, Morelia, México, Vol. 2, pp. 859-869.
- [67] Tamez, E., Santoyo, E., Mooser, F. Y Gutiérrez E, C. (1987). "Manual de Diseño Geotécnico". Comisión de Vialidad y Transporte Urbano (COVITUR), México , pp. 5-23.
- [68] Yamashita Architects & Engineers Inc. y Oyo Corporation (1996). "Estudios del Subsuelo en el Valle de México". Cuaderno de Investigación No. 34, Centro Nacional de Prevención de Desastres, 91 p.
- [69] Zeghal, M. y Elgamal A. W. (2000). "A Review of Site Seismic Response Using Vertical Arrays". In: Proceedings of the 12<sup>th</sup> World Conference on Earthquake Engineering, Enero 30-Febrero 4, Auckland, New Zealand, Paper No. 2175.

## APÉNDICE A

---

# SIMPLIFICACIÓN MATEMÁTICA PARA EL CÁLCULO DE LA RESPUESTA SÍSMICA

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

Para ésta demostración se supondrá que se tiene una señal ubicada en la frontera de los estratos  $m$  y  $m+1$ , la cual se denomina como Punto B, y se desea calcular la respuesta del depósito en la frontera superior del estrato  $m$ , denominada Punto A, como se muestra en la Figura A.1.

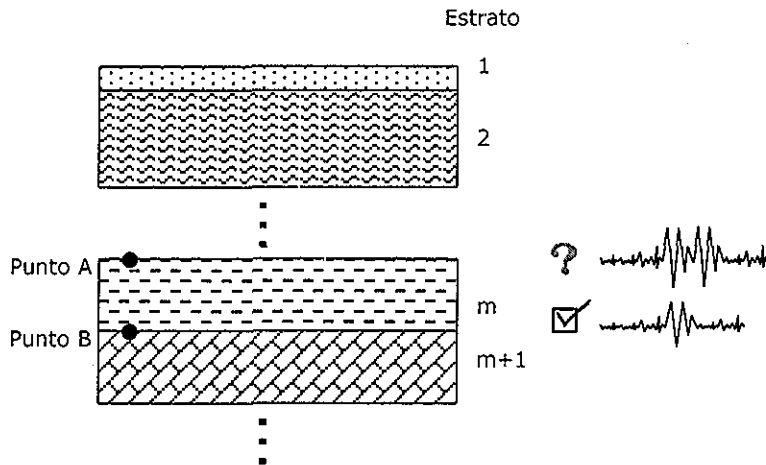


Figura A. 1 Planteamiento de la simplificación matemática

La ecuación general de movimiento para el estrato  $m$  es:

$$u_m(z_m, t) = (A_m e^{ik_m^* z_m} + B_m e^{-ik_m^* z_m}) e^{i\omega t} \quad [A.1]$$

Para definir el movimiento en los puntos A y B, se hace que  $z_m = 0$  y  $h_m$ , respectivamente, en la Ecuación A.1, con lo cual se tiene:

$$u_A(z_m = 0, t) = (A_m + B_m) e^{i\omega t} \quad [A.2]$$

$$u_B(z_m = h_m, t) = (A_m e^{ik_m^* h_m} + B_m e^{-ik_m^* h_m}) e^{i\omega t} \quad [A.3]$$

Haciendo uso de las Ecuaciones A.2 y A.3 se puede determinar la función de transferencia para calcular la respuesta del depósito en la frontera superior del estrato  $m$ , la cual se define como:

$$F_{B \rightarrow A}(\omega) = \frac{u_A}{u_B} = \frac{A_m + B_m}{A_m e^{ik_m^* h_m} + B_m e^{-ik_m^* h_m}} \quad [A.4]$$

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN



La función de transferencia de la Ecuación A.4 involucra los parámetros dinámicos equivalentes de los estratos comprendidos entre la superficie libre y el estrato  $m$ , inclusive, es decir, no incluye los parámetros dinámicos equivalentes del estrato  $m+1$ . La independencia de la función de transferencia A.4 de los parámetros dinámicos del estrato  $m+1$  se debe a que implícitamente se consideró que la excitación se encuentra en la frontera inferior del estrato  $m$  y no en la frontera superior del estrato  $m+1$ . Una vez que la excitación se ha logrado ubicar en el punto A, usando la FT A.4, es claro que se puede calcular la respuesta del depósito en la superficie sin involucrar las características geométricas y los parámetros dinámicos del estrato  $m+1$ .

A continuación se procede a realizar el mismo ejercicio de calcular la respuesta en el Punto A considerando las propiedades dinámicas equivalentes del estrato  $m+1$ , es decir, considerando que la excitación se encuentra en la frontera superior del estrato  $m+1$ .

De acuerdo con la definición de función de transferencia, se tiene que la respuesta en el Punto A se obtiene usando la siguiente expresión:

$$F_{B \rightarrow A}(\omega) = \frac{u_A}{u_B} \quad [A.5]$$

donde los movimientos en A y B se calculan a partir de las ecuaciones generales de movimiento para los estratos  $m$  y  $m+1$ . La ecuación A.2 define el movimiento del Punto A, en tanto que el movimiento del Punto B se define como:

$$u_B(z_{m+1} = 0, t) = (A_{m+1} + B_{m+1})e^{i\omega t} \quad [A.6]$$

Reemplazando las Ecuaciones A.2 y A.6 en la Ecuación A.5 se tiene que:

$$F_{B \rightarrow A}(\omega) = \frac{u_A}{u_B} = \frac{A_m + B_m}{A_{m+1} + B_{m+1}} \quad [A.7]$$

En el capítulo dos se definieron los valores de las amplitudes A y B en cualquier estrato, en función de los parámetros dinámicos de los estratos comprometidos y sus geometrías. Estas amplitudes corresponden a las Ecuaciones 2.42a y 2.42b, las cuales se transcriben a continuación:

$$A_{m+1} = \frac{1}{2} A_m (1 + \alpha_m^*) e^{ik_m^* h_m} + \frac{1}{2} B_m (1 - \alpha_m^*) e^{-ik_m^* h_m} \quad [2.42a]$$

$$B_{m+1} = \frac{1}{2} A_m (1 - \alpha_m^*) e^{ik_m^* h_m} + \frac{1}{2} B_m (1 + \alpha_m^*) e^{-ik_m^* h_m} \quad [2.42b]$$

Reemplazando las Ecuaciones 2.42a y 2.42b en la Ecuación A.7, se tiene que:

$$F_{B \rightarrow A}(\omega) = \frac{u_A}{u_B} = \frac{A_m + B_m}{\frac{1}{2} A_m e^{ik_m^* h_m} [1 + \alpha_m^* + 1 - \alpha_m^*] + \frac{1}{2} B_m e^{-ik_m^* h_m} [1 - \alpha_m^* + 1 + \alpha_m^*]} \quad [A.8]$$

La Ecuación A.8 es exactamente igual a la Ecuación A.4, con lo cual queda demostrado que la respuesta, por ejemplo en la superficie del depósito, debida a una excitación ubicada en la frontera de los estratos  $m$  y  $m+1$ , puede calcularse sin incluir los parámetros dinámicos y las características geométricas del estrato  $m+1$ . La Ecuación A.9 corresponde a una generalización de la Ecuación A.4, en la cual las amplitudes de las aceleraciones de los estratos de interés se definen como fórmulas recursivas dependientes de las amplitudes de las aceleraciones en el estrato superficial.

$$F_{jinf \rightarrow i}(\omega) = \frac{u_i}{u_{jinf}} = \frac{a_i(\omega) + b_i(\omega)}{a_j(\omega)e^{ik_j^* h_j} + b_j(\omega)e^{-ik_j^* h_j}} \quad [A.9]$$

## **APÉNDICE B**

---

# **REGISTROS DE ACELERACIÓN FILTRADOS, SINCRONIZADOS Y CORREGIDOS POR LÍNEA BASE**



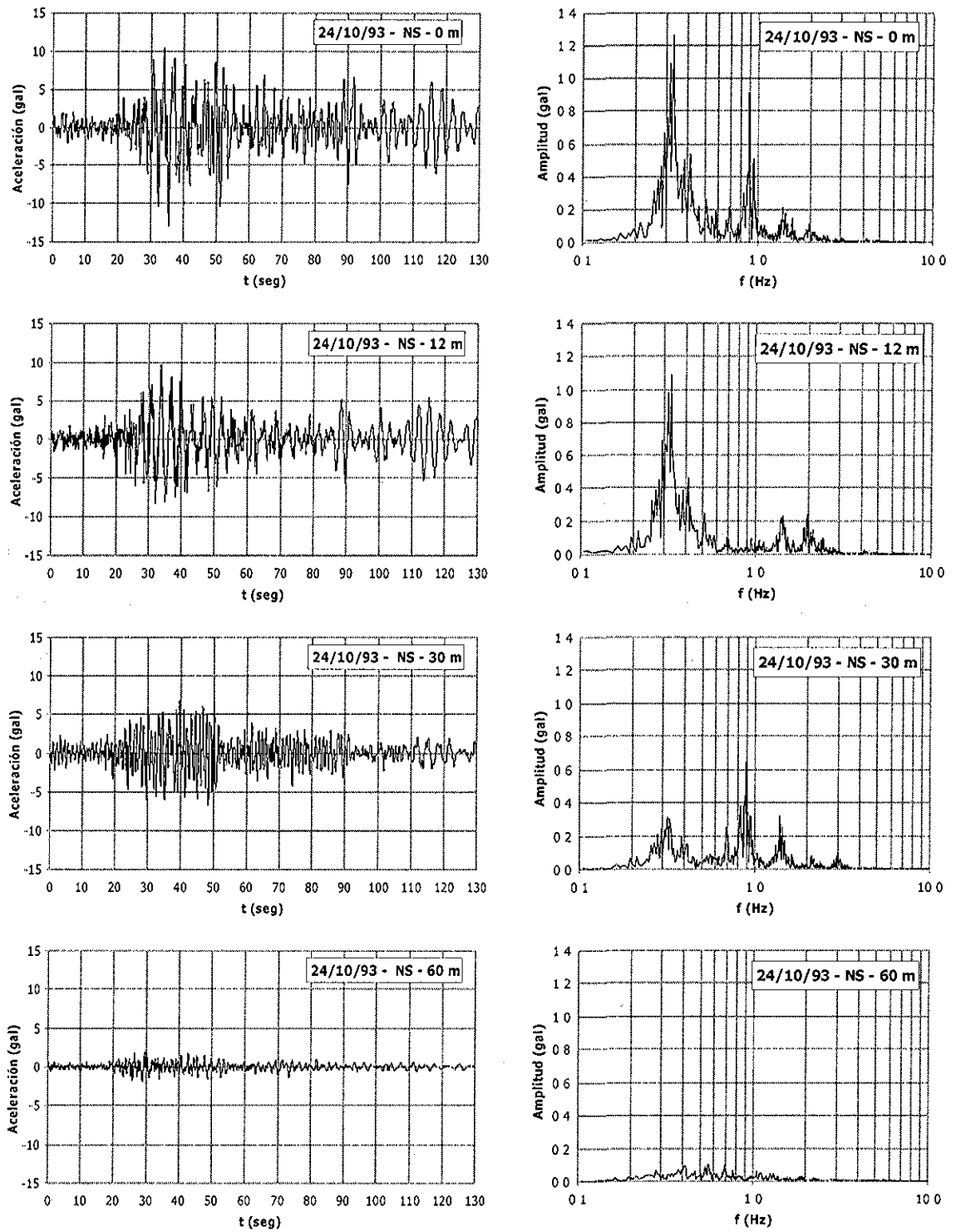


Figura B. 1 Sismo 24/10/93 NS, estación CAO, filtrado y sincronizado

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

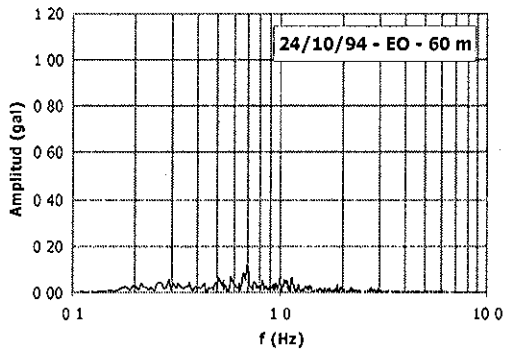
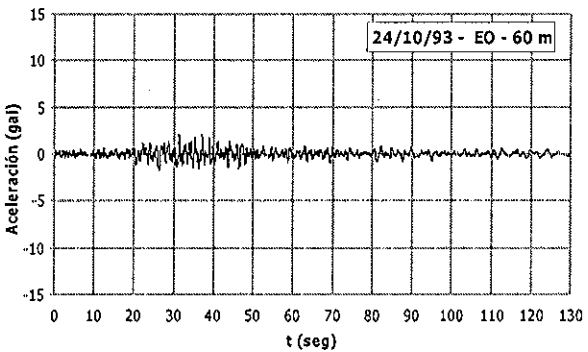
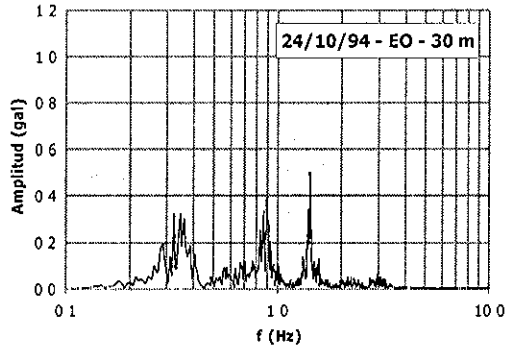
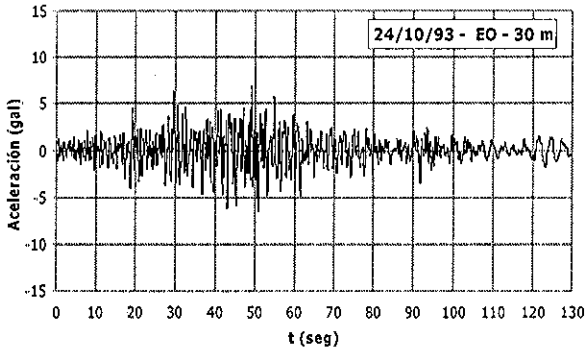
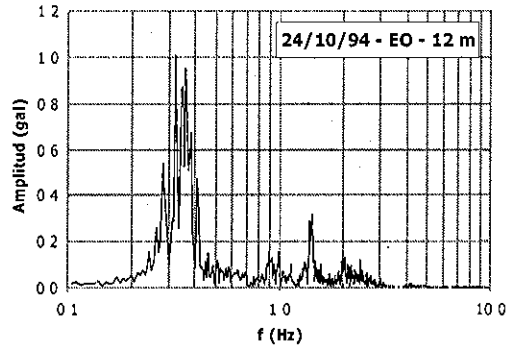
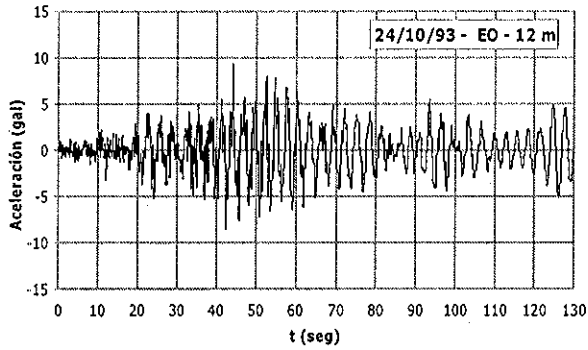
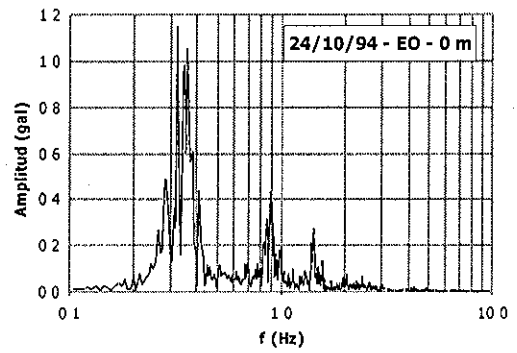
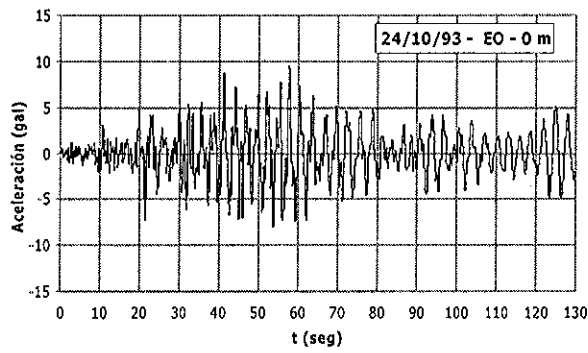


Figura B 2 Sismo 24/10/93 EO, estación CAO, filtrado y sincronizado

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

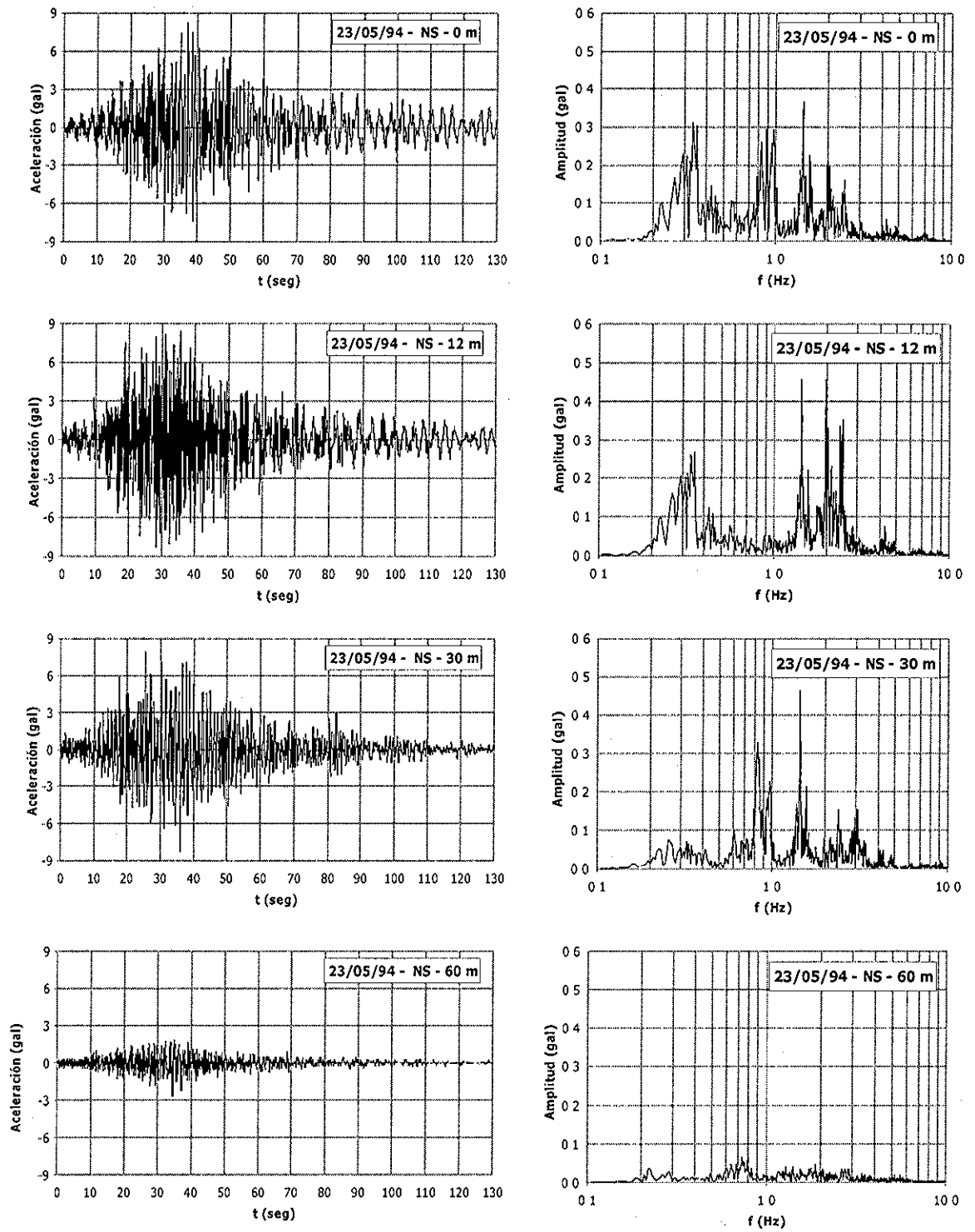


Figura B 3 Sismo 23/05/94 NS, estación CAO, filtrado y sincronizado

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

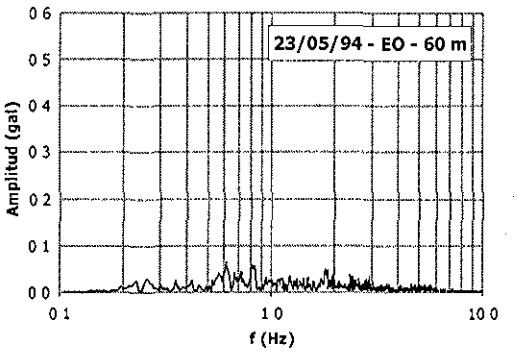
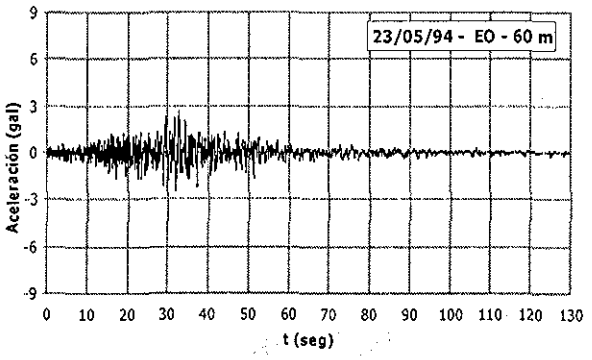
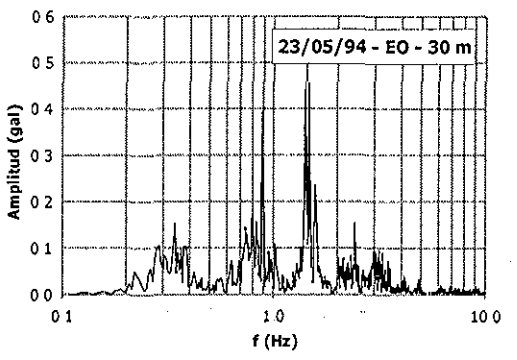
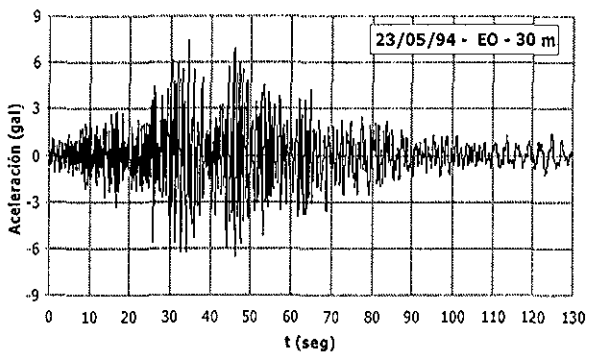
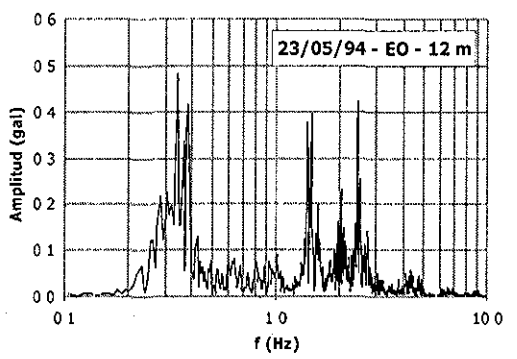
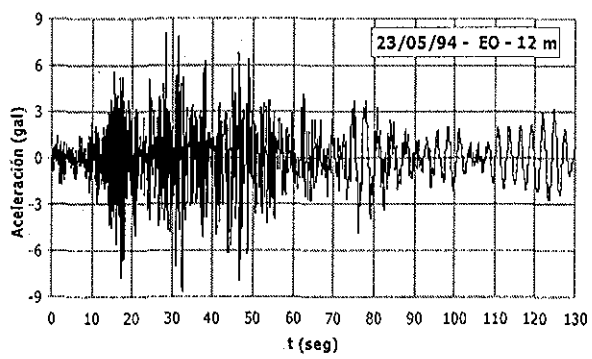
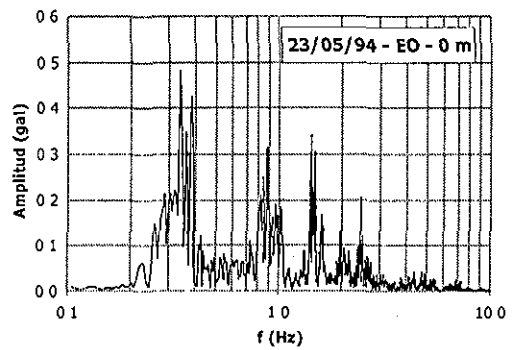
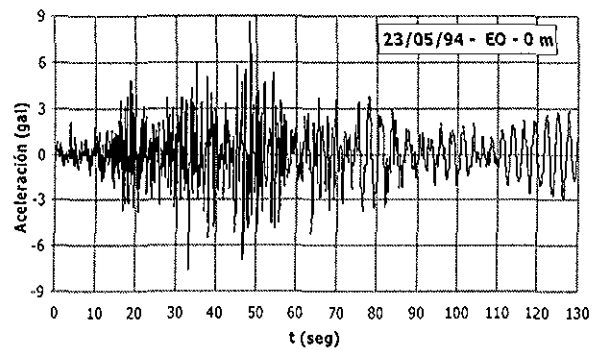


Figura B. 4 Sismo 23/05/94 EO, estación CAO, filtrado y sincronizado

**TFIS CON  
FALLA LE ORIGEN**

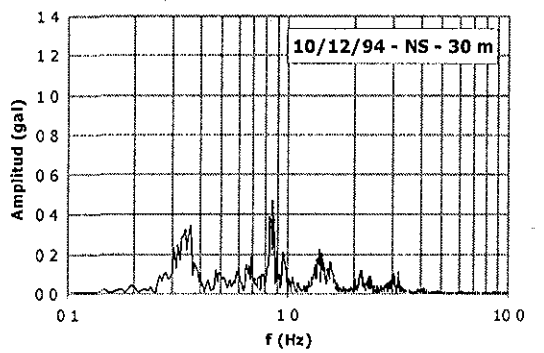
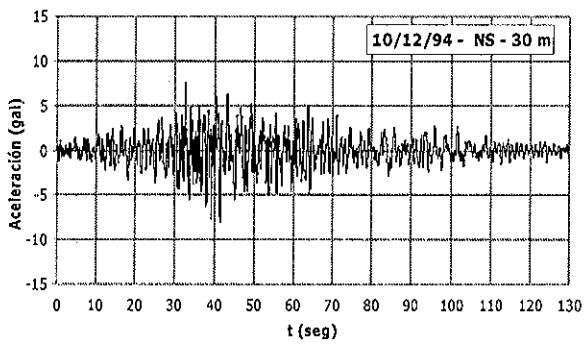
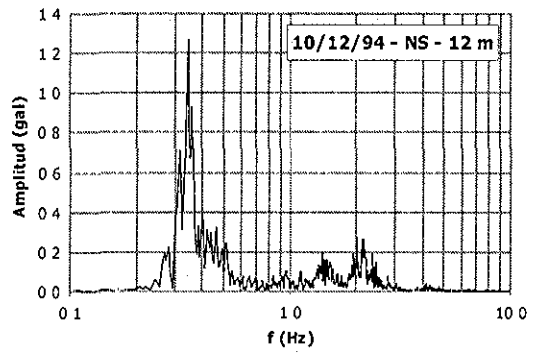
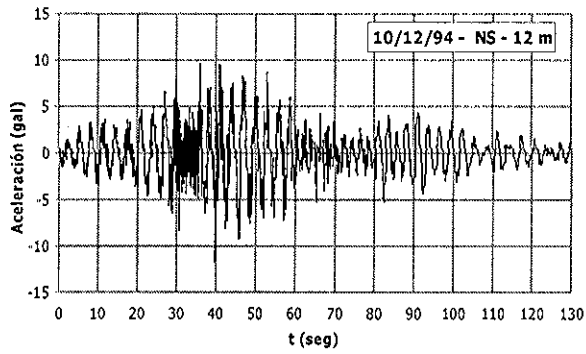
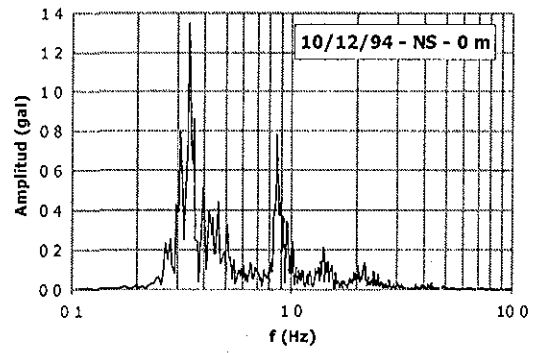
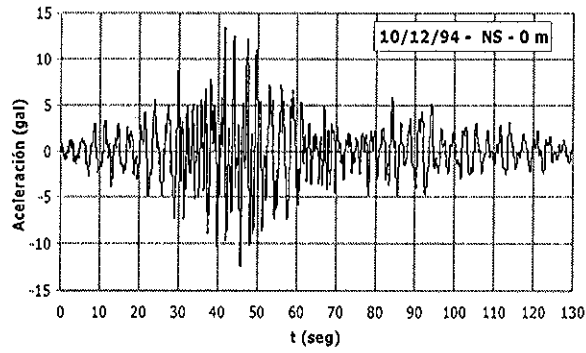


Figura B. 5 Sismo 24/10/93 EO, estación CAO, filtrado y sincronizado

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN



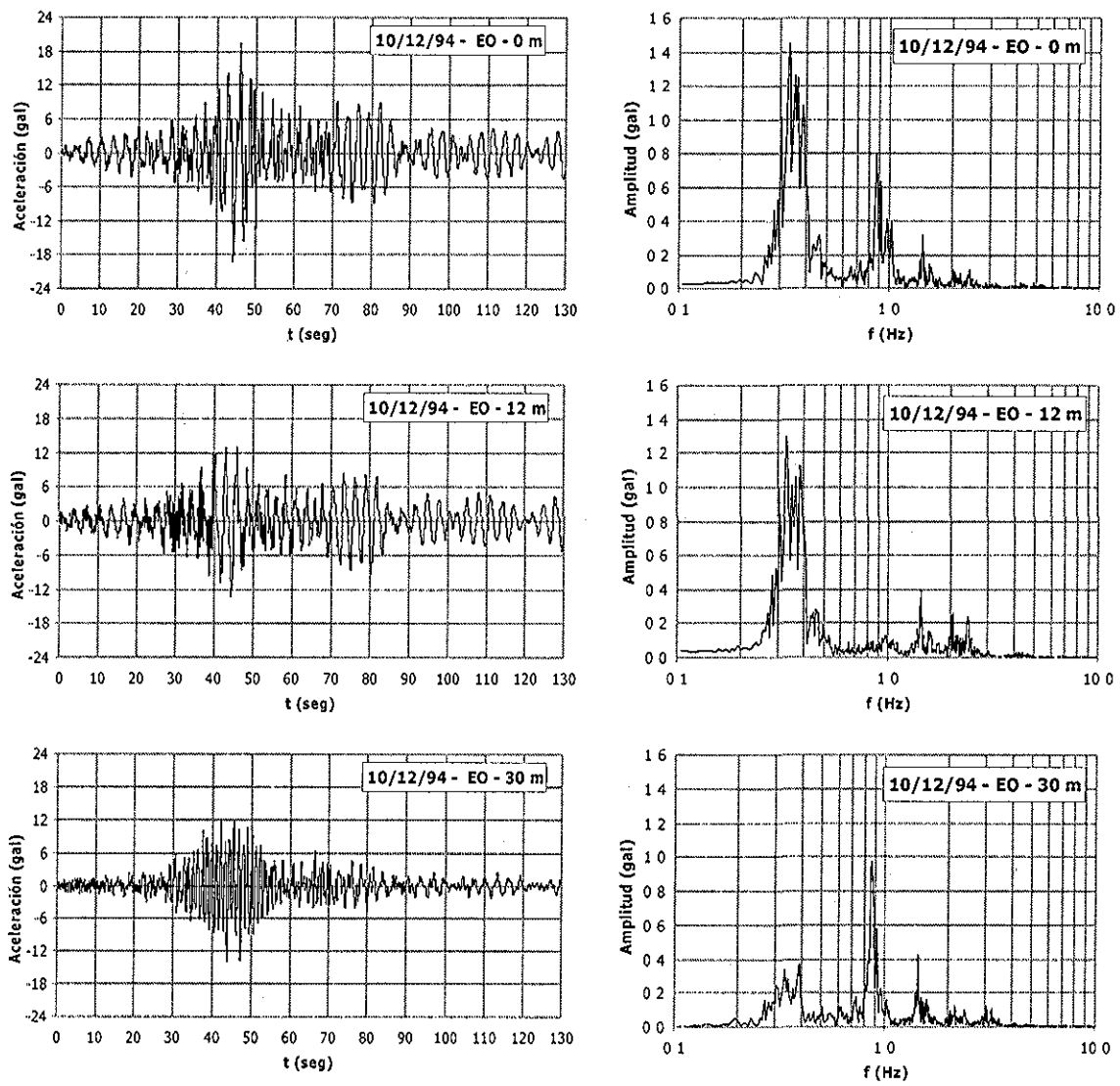


Figura B. 6 Sismo 10/12/94 EO, estación CAO, filtrado y sincronizado

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

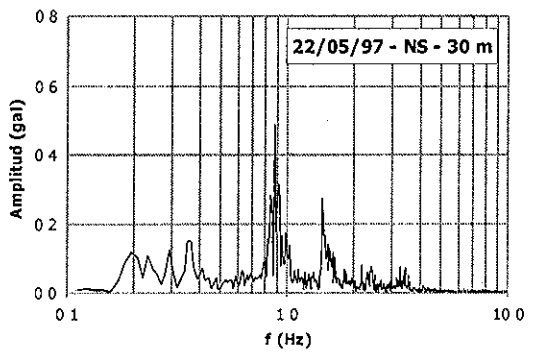
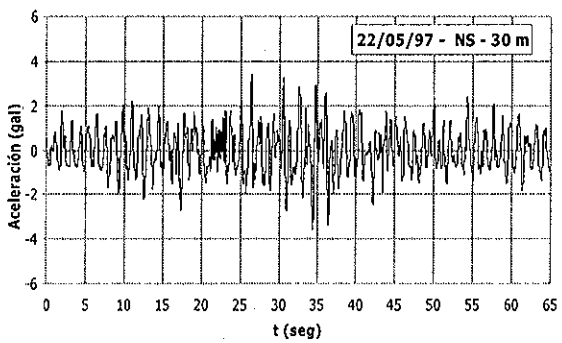
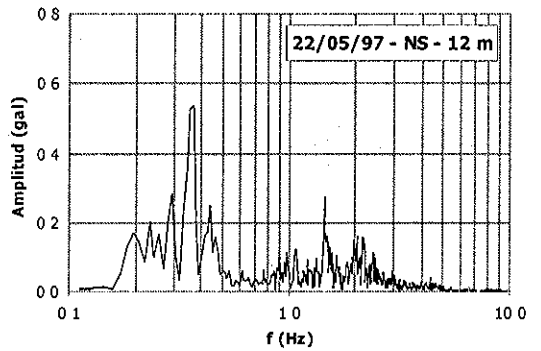
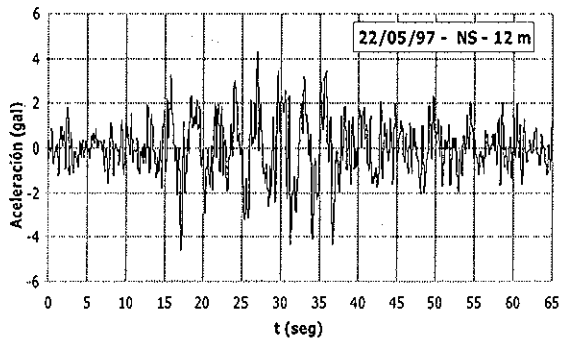
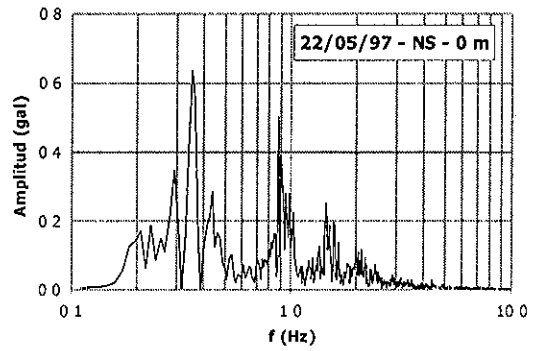
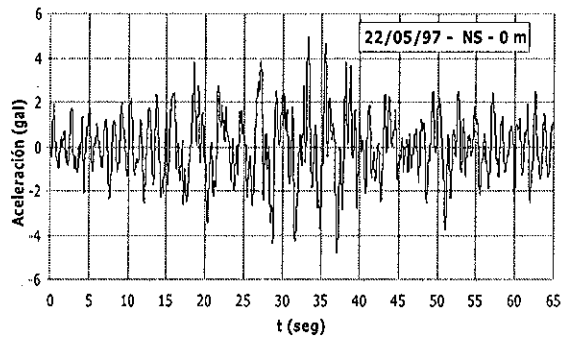


Figura B. 7 Sismo 22/05/97 NS, estación CAO, filtrado y sincronizado

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

RECIBIDO  
2007

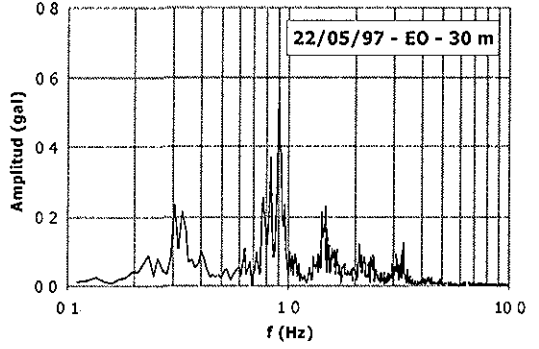
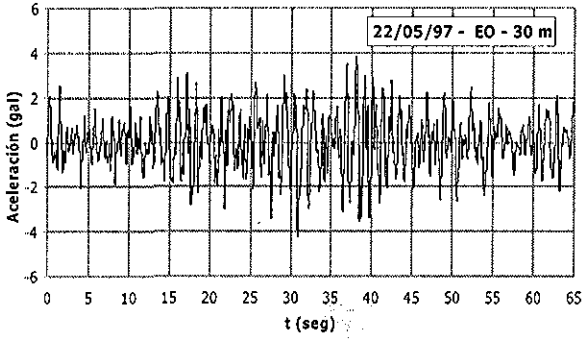
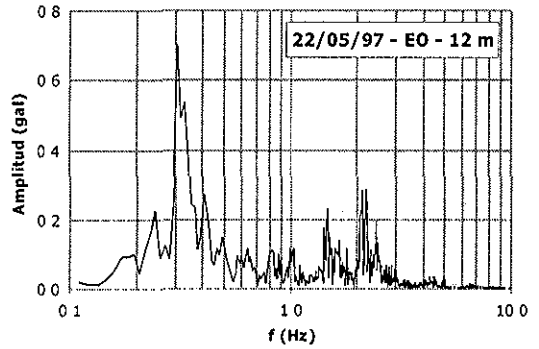
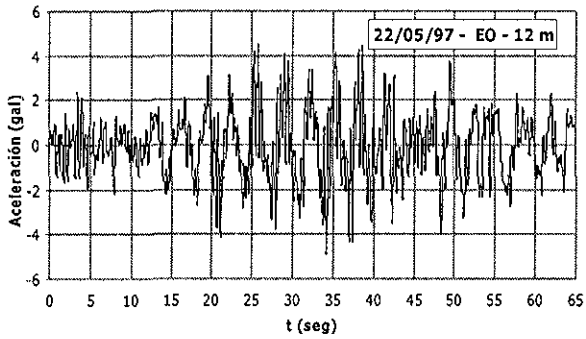
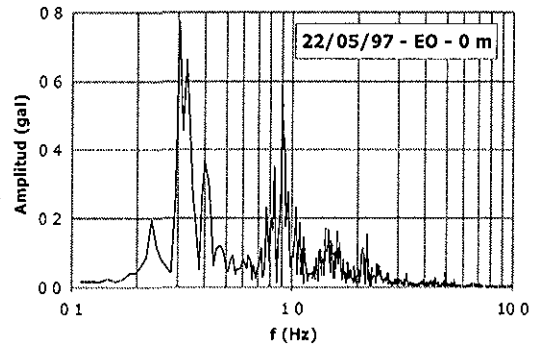
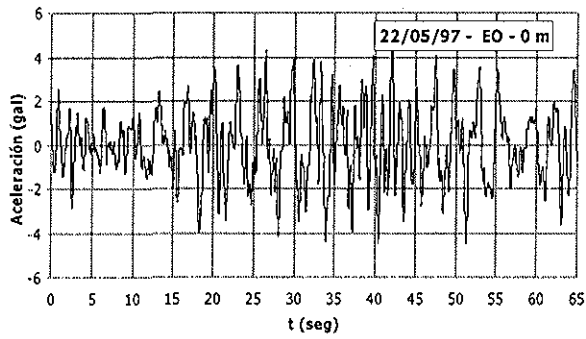


Figura B. 8 Sismo 22/05/97 EO, estación CAO, filtrado y sincronizado

TESIS CON  
 FALLA DE ORIGEN