



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE INGENIERÍA

"INFLUENCIA DE LA RIGIDEZ DE LA ESTRUCTURA EN LOS RESULTADOS DE LA INTERACCION ESTATICA SUELO-ESTRUCTURA"

TESIS PROFESIONAL
QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE
INGENIERO CIVIL
PRESENTA:
JUAN LUIS ESPEJEL SOSA

DIRECTOR DE TESIS:
M.I. AGUSTÍN DEMÉNEGHI COLINA



MÉXICO, D.F.

2002



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

PAGINACION DISCONTINUA

DEDICATORIA

A todos mis familiares, profesores y amigos,
que de manera directa o indirectamente,
participaron para la realización de mis estudios.

Bibliotecas de la
electrónico e impresa al
trabajo recepcional.

Presento a la Dirección General de Bibliotecas de
UNAM a difundir en formato electrónico e impresa
el contenido de mi trabajo recepcional.

NOMBRE: JUAN LUIS

ESPINOZA SORSA

FECHA: 11-NOV-02

FIRMA: [Firma]

A la Facultad de Ingeniería, UNAM
por darme la oportunidad de ser parte de ella,
por darme los conocimientos para mi formación.

P.D. PARA TRIUNFAR NO ES PRECISO NI POSEER UNA INTELIGENCIA BRILLANTE, NI ALGUNA OTRA
CUALIDAD EXCEPCIONAL, LA TENACIDAD, LA PERSEVERANCIA, LA SEGURIDAD Y LA FÉ SON MÁS
IMPORTANTES.

Índice

INDRODUCCIÓN	I
CAPÍTULO I	
MÉTODO DE INTERACCIÓN ESTÁTICA SUELO – ESTRUCTURA	1
1.1 Métodos de Interacción Suelo – Estructura	2
1.2 Análisis Tridimensional	13
1.2.1 Análisis Estructural	14
1.2.2 Hundimientos del Terreno de Cimentación	16
1.2.3 Compatibilidad de Deformaciones	18
1.2.4 Elementos Mecánicos	18
CAPÍTULO II	
INFLUENCIA DE LA RIGIDEZ DE LA ESTRUCTURA EN LOS RESULTADOS DE LA INTERACCIÓN ESTÁTICA SUELO – ESTRUCTURA	22
2.1 Ejemplo de Aplicación	25
2.2 Características de la Cimentación	26
2.1.1 Reticula de Cimentación	26
2.1.2 Datos Generales	26
2.3 Análisis Estructural	27
2.4 Análisis de Deformaciones del Terreno de Cimentación	36
2.4.1 Reticula de Cimentación	36
2.4.2 Determinación de los Valores de Influencia	36
2.4.3 Estratigrafía y Propiedades	37
2.4.4 Cálculo de los Valores de Influencia	39
2.4.5 Compatibilidad de Deformaciones	50
2.4.5 Hundimientos de Terreno	50
CAPÍTULO III	
RESULTADOS OBTENIDOS	51
CAPÍTULO IV	
CONCLUSIONES	58
REFERENCIAS	61

INTRODUCCIÓN

La cimentación de estructuras sobre suelos de mediana a alta compresibilidad plantea el problema de determinar los hundimientos totales y diferenciales, así como los elementos mecánicos (momento flexionante y fuerza cortante), tanto en la subestructura como en la superestructura, ocasionados por los hundimientos del terreno de cimentación. Estos valores dependen por un lado de la compresibilidad del subsuelo y por otro de la rigidez de la estructura. Tomando en cuenta que con frecuencia en los análisis estructurales se considera a la estructura empotrada o articulada en su cimentación, o si se trata de una losa de apoyo se supone una presión de contacto uniforme, o que el cálculo de hundimientos del terreno de cimentación se realiza considerando la estructura de cimentación totalmente flexible, lo cual suele distar bastante de la realidad, se ve clara la necesidad de desarrollar métodos que tomen en cuenta los efectos de los hundimientos y que, al mismo tiempo, permitan calcular los valores de estos últimos. A estas técnicas es lo que se le denomina interacción estática suelo-estructura.

Por lo tanto, el propósito de la interacción estática suelo-estructura es llevar a cabo un análisis estructural tomando en cuenta el efecto de la rigidez del terreno de cimentación. La interacción suelo-estructura proporciona los diagramas de hundimientos diferenciales y de reacción del terreno de cimentación, lo que a su vez permite determinar los diagramas de momento flexionante y fuerza cortante en la estructura de cimentación, considerando la influencia de la rigidez del suelo de cimentación, lo que conduce a un diseño racional de dicha subestructura. Algunos procedimientos de interacción consideran también el efecto de la superestructura, con lo que se conoce además el efecto de la rigidez del terreno en los elementos mecánicos de toda la estructura.

En el primer capítulo, se presenta una breve descripción de los métodos de interacción estática que se han desarrollado hasta la fecha, algunos de ellos en la República Mexicana, teniendo la mayoría de ellos una buena dosis de mérito, así como algunas de sus aplicaciones. El lector que

tenga interés en estudiar al detalle uno de los procedimientos de interacción puede consultar las referencias que se incluyen al final de este trabajo.

Se han desarrollado hasta la fecha técnicas de interacción estática suelo-estructura bastante útiles la mayoría de ellas; sin embargo, muchos de estos métodos están elaborados para aplicarse únicamente en dos dimensiones, de manera que el análisis de una estructura se realiza en un plano, lo cual hace que se pierda la visualización del fenómeno tridimensional. Se puede intentar hacer análisis en dos direcciones ortogonales y superponer los efectos, para representar el fenómeno tridimensional, pero aún así el procedimiento es aproximado, y además no es posible conocer los elementos mecánicos en las vigas intermedias de la estructura de cimentación. Por lo tanto, es necesario desarrollar procedimientos que tomen en cuenta el efecto tridimensional en la interacción suelo-estructura.

En esta tesis se presenta un método de interacción tridimensional que toma en cuenta toda la estructura y todos los estratos del subsuelo.

La técnica de interacción que se propone consiste en considerar las reacciones del terreno de cimentación como cargas sobre la estructura, manejándolas como incógnitas. Después se calculan los hundimientos del suelo en función de las cargas sobre él (estas cargas son iguales en magnitud y de sentido contrario a las reacciones, por la tercera ley de Newton). Finalmente se establece la compatibilidad de deformaciones entre estructura y suelo, lo que equivale a igualar los desplazamientos entre ambos medios; con esto se resuelve el problema, ya que se obtienen los hundimientos del suelo y las reacciones sobre la estructura. Como previamente se realizó el análisis estructural, es posible determinar además los giros de los nudos de la estructura. Con estos resultados se pueden calcular los elementos mecánicos en toda la estructura, incluyendo desde luego a la estructura de cimentación.

En el segundo capítulo se desarrolla un ejemplo de aplicación paso a paso, con el propósito de que se visualicen las etapas requeridas para el análisis de la interacción estática suelo-estructura, apoyándose de un software (hoja de cálculo) para realizar las operaciones requeridas en cada etapa.

En el tercer capítulo se presentan los resultados obtenidos de las iteraciones que se realizaron apoyándose del software (hoja de cálculo), teniendo como variable la rigidez de la cimentación y así observar el comportamiento de los asentamientos en función de la rigidez. En el capítulo cuarto se presentan las conclusiones de esta tesis.

CAPÍTULO I

MÉTODO DE INTERACCIÓN ESTÁTICA SUELO-ESTRUCTURA

MÉTODOS DE INTERACCIÓN SUELO-ESTRUCTURA

Existen varios métodos para llevar a cabo la interacción estática suelo-estructura. A continuación se describen brevemente algunos de ellos.

En 1956, Samuel Chamecki, profesor de ingeniería estructural de la Universidad de Paraná, en Brasil, presenta uno de los primeros procedimientos para tomar en cuenta en forma racional la interacción suelo-estructura, aplicable a vigas y a marcos estructurales. Trata el caso de una viga con tres apoyos, desplantada en un suelo con un estrato de arcilla compresible; resuelve el problema utilizando unos coeficientes de transferencia de carga (equivalente a la matriz de rigideces de la estructura) en la viga, y considerando una arcilla normalmente consolidada, en la que se conoce su índice de compresibilidad. Estableciendo la compatibilidad de deformaciones entre viga y suelo, resuelve el problema en forma explícita.

A continuación trata el caso de marcos estructurales, y debido a que las relaciones esfuerzo-deformación unitaria en los suelos son no lineales, propone un procedimiento iterativo para la solución del problema, usando los coeficientes de transferencia de carga en la estructura y calculando los hundimientos del suelo por procedimientos usuales. Los valores de los asentamientos en las aproximaciones sucesivas oscilan alrededor de un valor medio y tienden a él. Para evitar un gran número de iteraciones, se aplica una corrección después de la primera iteración, calculando las cargas en las columnas con un promedio de los asentamientos obtenidos. En la mayoría de los casos prácticos no hay necesidad de correcciones para alcanzar la convergencia del procedimiento (Chamecki, 1956).

Otro procedimiento es el de Flores Victoria (1968), en el que para resolver el problema de la interacción suelo-estructura se establece la siguiente ecuación matricial.

$$\underline{K} \underline{\delta} = \underline{P} + \underline{E}_c \underline{P}_c - \underline{E} \underline{Q} \quad (1)$$

donde

\underline{K} = matriz de rigidez del conjunto superestructura cimentación

$\underline{\delta}$ = vector de asentamientos de los nudos de la cimentación, los cuales deben ser iguales a los de las bases de las columnas inferiores de la superestructura

\underline{E}_c = matriz de transmisión de peso propio de traveses a cargas en nudos

\underline{P}_c = cargas debidas al peso propio de traveses

\underline{E} = matriz de transmisión de cargas del suelo a los nudos de la cimentación

\underline{Q} = cargas que la cimentación aplica al suelo

Los movimientos del suelo estarán dados por:

$$\underline{F}_s \underline{Q}_s = \underline{\delta}_s \quad (2)$$

donde

\underline{Q}_s = cargas aplicadas al suelo

\underline{F}_s = matriz de flexibilidades del suelo, que es función no lineal de \underline{Q}_s

$\underline{\delta}_s$ = vector de movimientos verticales de la superficie del suelo

Suponiendo que la cimentación no se despegga del suelo, las cargas \underline{Q} sobre la cimentación deben ser iguales a las cargas \underline{Q}_s . Los hundimientos $\underline{\delta}$ de la cimentación deben ser iguales a los del suelo, por lo que la ec. (2) puede escribirse

$$\underline{F}_s \underline{Q} = \underline{\delta}$$

En la superestructura y cimentación, de la ec. (1) debe tenerse

$$\underline{K} \underline{\delta} = \underline{P}_T - \underline{E} \underline{Q} \quad (3)$$

donde

$$\underline{P}_T = \underline{P} + \underline{E}_c \underline{P}_c$$

son las cargas del edificio sobre los nudos de la cimentación, junto con su peso propio. Las ecs. (2) y (3) dan un planteamiento que en forma directa permite obtener como solución los asentamientos \underline{d} del suelo, así como las fuerzas de contacto \underline{Q} . Para ello se requiere como datos las matrices \underline{K} y \underline{E} , y el vector \underline{P}_T , junto con las propiedades del suelo, localización y tamaño de las áreas rectangulares asociadas a cada \underline{Q} . Para conocer momentos, cortantes, fuerzas normales en las columnas, etc. faltará calcular el efecto que producen $\underline{\delta}$ y \underline{Q} en el edificio y sumarlo con el efecto de las cargas verticales \underline{P} y \underline{P}_c .

La solución del problema se lleva a cabo sustituyendo la ec. (2) en la ec. (3)

$$\underline{K} \underline{E}_s \underline{Q} = \underline{P}_T - \underline{E} \underline{Q}$$

de donde

$$(\underline{E} + \underline{K} \underline{E}_s) \underline{Q} = \underline{P}_T$$

Finalmente

$$\underline{Q} = (\underline{E} + \underline{K} \underline{E}_s)^{-1} \underline{P}_T$$

Conocido \underline{Q} , con la ec. (2) se obtiene $\underline{\delta}$. No es posible despejar \underline{d} de la ec. (3) porque no existe la inversa de \underline{K} .

Flores Victoria señala que la matriz \underline{E}_s es función no lineal de \underline{Q} , lo que no permite resolver el problema directamente, sino que se requiere acudir a métodos iterativos.

Operando con las ecuaciones matriciales anteriores, el método iterativo tiene la interpretación física de aplicar una distribución de presiones al suelo $Q^{(n)}$, y calcular asentamientos del suelo; con esos asentamientos determinar el estado de cargas que debe tener la estructura como reacción del suelo. Esa reacción se vuelve a aplicar al suelo, y así sucesivamente, hasta lograr la convergencia; esta interpretación es debida a Chamecki (1956).

De acuerdo con Flores Victoria (1968), este procedimiento es divergente para suelos compresibles, como el de la ciudad de México, o para cimentaciones excesivamente rígidas. Esto

lleva a usar un criterio de interpolación para lograr y acelerar la convergencia, el cual se basa en el concepto físico de permitir que $Q^{(n)}$ se modifique en un porcentaje razonable en cada ciclo, y difiera poco de $Q^{(n+1)}$.

El método de Flores Victoria se aplica con un programa de computadora, el cual proporciona los elementos mecánicos correspondientes.

En un trabajo posterior (Flores Victoria y Esteva, 1970) presentan además un procedimiento simplificado en el que se considera lo siguiente:

- El suelo es un medio elástico lineal semi-infinito
- Cimentación rectangular con una red ortogonal de trabes
- No se toma en cuenta la rigidez de la superestructura

Para las condiciones mencionadas, y empleando valores normalizados, los autores proporcionan los valores de los asentamientos de la estructura y de las reacciones del terreno sobre la misma. Estos resultados los presentan en forma tabular. Los resultados del trabajo de Flores Victoria y Esteva (1970) son los que se emplean en las Normas Técnicas Complementarias para Diseño y Construcción de Cimentaciones del Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal de 1976 y en el Manual de Diseño de Obras Civiles de la Comisión Federal de Electricidad de 1980. Sin embargo, en las primeras no se incluye el cálculo de la magnitud de las reacciones del suelo de cimentación.

Para tomar en cuenta el comportamiento no lineal del suelo, Damy et al (1977) presenta un método incremental, que consiste en suponer que el vector de cargas se aplica gradualmente al conjunto de incrementos, siendo los incrementos suficientemente pequeños para que el sistema responda linealmente, con rigideces iguales a los valores tangentes que corresponden al estado de esfuerzos existentes al iniciar la aplicación de los incrementos. Al aplicar el último incremento deben satisfacerse las ecuaciones del equilibrio y de la compatibilidad de deformaciones entre estructura y suelo.

Por otra parte, Esteva et al (1977) propone dos procedimientos de iteración. El primero es a base de aproximaciones sucesivas, y consiste en suponer inicialmente que la distribución de presiones en el terreno es igual a la de las cargas aplicadas sobre el sistema estructural; con las reacciones y las correspondiente matriz secante de flexibilidades del suelo se obtiene una estimación de los desplazamientos del suelo, y una estimación de las deformaciones de la estructura, empleando matrices secantes de rigideces de la estructura y de flexibilidades del suelo. EL proceso se repite un número de veces tal que los valores de los desplazamientos del suelo sean suficientemente parecidos en dos estimaciones sucesivas.

El segundo método es un procedimiento incremental aproximado, que consiste en aplicar gradualmente la carga total en incrementos; en cada incremento se efectúa un ciclo semejante al del procedimiento de aproximaciones comentado antes; el resultado de dicho ciclo iterativo se toma como punto de partida para la aplicación de otro incremento de carga. Los autores proponen dos criterios alternativos: en el primero se logra el equilibrio al final de cada ciclo, pero no se logra la compatibilidad entre las deformaciones de la estructura y las del suelo; en el segundo se alcanza dicha compatibilidad, pero a costa de un desequilibrio. Por lo anterior, en ambos casos debe hacerse una corrección en el siguiente ciclo (Esteva et al, 1977).

El Dr. Leonardo Zeevaert (1973, 1980, 1983) ha trabajado profusamente en el desarrollo de métodos de interacción suelo-estructura. El método que utiliza consiste en formar la ecuación matricial de asentamientos o hundimientos (EMA), que relaciona los asentamientos del suelo en función de las cargas aplicadas en la superficie:

$$\underline{\delta} = \underline{D} \underline{q}$$

donde

$\underline{\delta}$ = vector de asentamientos en el contacto cimentación suelo

\underline{D} = matriz de asentamientos ocasionados por presiones unitarias

\underline{q} = vector de cargas aplicadas en el contacto cimentación suelo

Para la formación de la matriz \underline{D} se emplea el concepto de valores de influencia, que es el esfuerzo ocasionado por una presión unitaria en la superficie, lo que facilita de manera importante la determinación de los elementos de la matriz \underline{D} .

A continuación se forma la ecuación matricial de interacción (EMI), que relaciona las deformaciones de la estructura con las cargas que le transmite el suelo:

$$\underline{S} \underline{X} = \underline{\Delta}$$

donde \underline{S} = matriz de flexibilidades del suelo

\underline{X} = vector de cargas del suelo sobre la estructura

$\underline{\Delta}$ = vector de deformaciones de la estructura

La interacción de la estructura de cimentaciones con el suelo depende del valor de módulo de cimentación por área tributaria K , definido como el cociente de la carga sobre el suelo (en unidades de fuerza) entre la deformación que produce. Debe notarse en la ecuación EMI que los valores de deformaciones de la estructura $\underline{\Delta}$ son función del módulo K por área tributaria (Zeevaert 1980). Si los valores de K fuesen independientes entre sí, la ecuación matricial EMI daría los resultados definitivos de las reacciones incógnitas. Sin embargo, la hipótesis anterior no es exacta porque la masa del suelo debe considerarse como un medio continuo, donde los valores de K_i para los diferentes puntos considerados no son independientes entre sí y dependen de la distribución de esfuerzos de contacto con la estructura de cimentación.

La interacción correcta entre la estructura de cimentación y la masa del suelo se obtiene utilizando las reacciones X_i obtenidas por EMI, en la ecuación matricial de hundimientos EMA, obteniéndose los desplazamientos verticales d_i que proporcionan valores del módulo de cimentación iguales a los usados en la ecuación matricial de interacción EMI, $K_i = X_i / d_i$. Si los valores encontrados en esa forma no concuerdan con los utilizados inicialmente, no se tendrá la interacción correcta, ya que los módulos de cimentación no fueron correctamente elegidos, por lo cual será necesario utilizar la ecuación matricial EMA para conciliar este problema.

Así pues, se deduce que las ecuaciones matriciales EMA y EMI quedan ligadas por los valores de K_i , los cuales son únicos para la solución de cada problema en particular y dependen de la distribución de las reacciones del suelo sobre la estructura de cimentación, rigidez de ésta y de la posición de las cargas que actúan sobre ella (Zeevaert, 1980).

Es posible hallar una matriz única de interacción para resolver el problema sin realizar iteraciones y obtener resultados más precisos (Zeevaert, 1983). La nueva ecuación matricial se denomina ecuación matricial de interacción suelo-estructura (EMISE), mediante el empleo de la cual no se necesitan iteraciones para resolver el problema de interacción.

El procedimiento de Zeevaert (1980) se puede aplicar a cimentaciones compensadas, tomando en cuenta el efecto de las condiciones hidráulicas en la interacción suelo-estructura.

Otro procedimiento de interacción estática suelo-estructura es el que propone Deméneghi (1979, 1983, 1985), el cual considera a las reacciones del terreno como un sistema de cargas sobre la estructura, manejándolas durante el proceso de análisis como incógnitas. El análisis estructural se lleva a cabo empleando el método de rigideces, pero el problema no se puede resolver en esta etapa porque sobran incógnitas, ya que se están agregando al vector de cargas las reacciones del suelo, que no se conocen. Las ecuaciones faltantes las proporciona el análisis de hundimientos del terreno de cimentación, en el que se obtienen las deformaciones del suelo en función de las cargas sobre el mismo (estas cargas son iguales y de sentido contrario a las reacciones del suelo sobre la estructura, por la tercera ley de Newton); en esta etapa se hace uso del concepto de valores de influencia de Zeevaert (1980), lo que facilita la determinación de los hundimientos del suelo en función de las cargas sobre el mismo (recuérdese que las cargas sobre el suelo no se conocen).

Las deformaciones del suelo se sustituyen en las ecuaciones obtenidas inicialmente con el método de rigideces, lo que permite resolver el problema en forma directa, sin necesidad de iteraciones. Con este procedimiento se obtienen los diagramas de deformaciones y de reacciones del suelo, en el contacto entre éste y la estructura de cimentación. Este procedimiento tiene la ventaja de

que se pueden tomar en cuenta el número de pisos que se desee de la superestructura, así como de que se puede programar en una computadora con relativa facilidad.

El método de Sánchez Martínez y Enríquez (1982) se emplea en cimentaciones someras y consiste en realizar un análisis del conjunto suelo-estructura como un sistema estructural único que se resuelve utilizando el método general de las rigideces. Cabe aclarar que es un método no iterativo.

El procedimiento consiste en considerar al suelo sustituido por una serie de resortes, en los que el módulo de reacción o la constante de cada resorte depende de toda la masa del suelo, es decir, no se consideran los resortes independientes entre sí, como se verá más adelante.

Se establece primero la matriz de rigideces de la estructura a partir de la de sus miembros. Las reacciones del suelo se toman en cuenta a través de resortes que se conectan con la cimentación de la estructura.

A continuación se obtiene la matriz de rigideces del suelo. Esta se determina dando desplazamientos verticales con valor unitario a cada uno de los resortes que lo idealizan y calculando las fuerzas que aparecen por este efecto en todos ellos. Al dar un desplazamiento unitario en un resorte aparecen fuerzas no sólo en el propio resorte, sino también en todos los demás, ya que ellos deben considerarse ligados de alguna forma por pertenecer a un medio continuo.

Lo mismo sucede al aplicar sucesivamente desplazamientos unitarios en los demás resortes. El cálculo de la matriz de rigideces del suelo es en general laborioso y algo complicado; sin embargo, se puede determinar dicha matriz en forma indirecta, teniendo en cuenta que la matriz de rigideces es la inversa de la de flexibilidades.

Las expresiones generales que se usan son:

$$\underline{\delta} = \underline{S}_T^{-1} \underline{A} \quad (4)$$

donde $\underline{\delta}$ = vector de desplazamientos desconocidos
 \underline{A} = vector de acciones
 \underline{S}_T^{-1} = inversa de la matriz de rigideces del sistema

Además

$$\underline{S}_T = \underline{S}_E + \underline{S}_s$$

Siendo \underline{S}_E = matriz de rigidez de estructura
 \underline{S}_s = matriz de rigideces del suelo

La matriz de rigideces se obtiene en función de las de sus i miembros, como es usual en el análisis estructural usando computadoras.

La matriz de flexibilidades del suelo puede calcularse fácilmente determinando los hundimientos del terreno debido a la aplicación de fuerzas unitarias. Sánchez Martínez y Enríquez emplean el procedimiento de Zeevaert (1980) para alcanzar este propósito. Llamando \underline{F}_s a la matriz de flexibilidades, la matriz de rigideces del suelo vale:

$$\underline{S}_s = \underline{F}_s^{-1}$$

La matriz global del sistema estructural vale:

$$\underline{S}_T = \underline{S}_E + \underline{S}_s$$

Aplicando la ec. (4) se determinan los desplazamientos de la estructura y del suelo. Los elementos mecánicos en los miembros se halla a partir de sus matrices de rigidez, mientras que las fuerzas en el suelo se obtienen empleando la matriz de rigideces del suelo. Para utilizar el procedimiento anterior los autores han desarrollado un programa de computadora.

El método de Sánchez Martínez y Enríquez es general, como es el método de las rigideces del análisis estructural en el que se basa. Se puede considerar no sólo la estructura de cimentación, sino también la superestructura total del edificio, sin más limitaciones que la capacidad de la

computadora que se emplee. También el procedimiento se puede aplicar a la solución de estructuras de retículas de cimentación, constituidas por trabes horizontales en dos sentidos perpendiculares: el área de cimentación se divide en una serie de áreas tributarias que corresponden a las de las columnas y se considera en el centro de cada una de ellas los resortes que idealizan al terreno, y con cuyo comportamiento se establece la matriz de flexibilidades del suelo.

Los autores comentan que el problema podría atacarse utilizando alguno de los programas conocidos de análisis estructural, tomando del programa la matriz de rigideces de la estructura en estudio, modificándola para incluir los términos que representan el comportamiento del suelo e insertando nuevamente en el programa la matriz corregida.

Una propuesta de colaboración geotécnica-estructural en el cálculo de interacción suelo-estructura es el que presentan Ellstein y Granados (1988), que deja a cada especialista la labor que la corresponde.

El ingeniero de geotécnia obtiene la matriz de deformaciones del suelo en función de las características geométricas del proyecto y de un vector cualquiera de cargas bajadas por las columnas; la matriz de influencias en el suelo es invariable, así como el conjunto de curvas de compresibilidad; al variar el vector de cargas cambian los asentamientos, pero el nuevo cálculo se lleva a cabo con las mismas matrices de características del subsuelo. La estructura se representan mediante una parrilla de contratraves, con las cargas y reacciones perpendiculares a su plano; su rigidez es la propia de las contratraves de la subestructura, más un cierto incremento calculado o estimado de la contribución de la estructura a tal rigidez. Se conocen las cargas en las columnas y con ellas se calculan los asentamientos d_i del suelo, suponiendo una rigidez nula de la estructura, de tal manera que pueden calcularse las constantes K_i de unos resortes virtuales localizados bajo los nudos de la parrilla; estos resortes son de Winkler en apariencia, pero en realidad están relacionados entre sí al tomar en cuenta la influencia de los asentamientos del suelo en los valores de K_i .

Con la ayuda de un programa de computadora se aplican las cargas sobre la estructura, colocándose los resortes virtuales bajo los nudos para proveer las reacciones. El análisis arroja como

resultados las fuerzas de los resortes contra los nudos, R_i y sus deformaciones S_i ; se especifica la diferencia máxima permisible entre d_i (suelo) y S_i (resorte), por ejemplo 5%; si no se cumple esta diferencia hay que calcular nuevos asentamientos d_i , utilizando un nuevo vector de presiones determinado con los valores de las reacciones R_i y con ellos establecer los nuevos valores de las constantes K_i , iterando para obtener las nuevas deformaciones de los resortes S_i , y así hallar las diferencias $d_i - S_i$. El proceso debe ser rápidamente convergente para la mayoría de los casos, obteniéndose finalmente la configuración real de asentamientos por efecto de la rigidez de la estructura.

El geotecnista proporciona al estructurista los archivos de datos con las matrices de propiedades del suelo y coeficientes de influencia, para que éste pueda llevar a cabo las iteraciones necesarias entre estructura y suelo (Ellstein y Granados, 1988).

Un enfoque novedoso que trata la interacción suelo-estructura en sus etapas de análisis y diseño (Moreno, 1990) comprende una serie de opciones como considerar las características del suelo a partir del módulo de cimentación, características de la estructura, determinación de los elementos mecánicos (deflexiones, momento flexionante, giros, fuerza cortante), presentando éstos en forma de gráficas en pantalla o en impresora a escala. La ventaja de este enfoque es que simplifica la presentación de los resultados, y que comprende en forma integral las etapas de análisis y diseño de la estructura de cimentación, ahorrando considerable tiempo al ingeniero que realiza el cálculo correspondiente (Moreno, 1990).

La interacción suelo-estructura se pueden atacar utilizando el método del elemento finito (Zienkiewicz, 1977) en el terreno de cimentación. El inconveniente de esta técnica es que el número de datos y de operaciones es muy alto, y usualmente se requiere el uso de computadoras de gran capacidad.

ANÁLISIS TRIDIMENSIONAL

Se han desarrollado hasta la fecha técnicas de interacción estática suelo-estructura de gran utilidad (como los ya mencionados en páginas anteriores) la mayoría de ellas; sin embargo, muchos de estos métodos están elaborados para aplicarse únicamente en dos dimensiones, de manera que el análisis de una estructura se realiza en el plano, lo cual hace que se pierda la visualización del fenómeno tridimensional. Es por ello que a continuación se presenta un método de interacción tridimensional que toma en cuenta toda la estructura y todos los estratos del subsuelo.

La técnica de interacción que se propone (Deméneghi, 1983) consiste en considerar las reacciones del terreno de cimentación como cargas sobre la estructura, manejándolas como incógnitas.

Después se calculan los hundimientos del suelo en función de las cargas sobre él (estas cargas son iguales en magnitud y de sentido contrario a las reacciones, por la tercera ley de Newton). Finalmente se establece la compatibilidad de deformaciones entre estructura y suelo, lo que equivale a igualar los desplazamientos entre ambos medios; con esto se resuelve el problema, ya que se obtienen los hundimientos del suelo y las reacciones sobre la estructura.

Como previamente se realizó el análisis estructural, es posible determinar además los giros en los nudos de la estructura. Con estos resultados se puede calcular los elementos mecánicos en toda la estructura, incluyendo desde luego a la estructura de cimentación.

En los siguientes incisos se presenta los pasos a seguir para cumplir con el procedimiento que es descrito en el párrafo anterior.

ANÁLISIS ESTRUCTURAL

Para fines de interacción es conveniente utilizar el método de rigideces del análisis estructural, en el que la ecuación general de equilibrio de una estructura está dada por (Beaufait et al, 1970)

$$\underline{K} \underline{\delta} + \underline{P}_e + \underline{P}_c = 0 \quad (1)$$

donde

\underline{K} = matriz de rigideces de la estructura

$\underline{\delta}$ = vector de desplazamientos

\underline{P}_e = vector de cargas de empotramiento

\underline{P}_c = vector de cargas concentradas

La matriz de rigideces de la estructura se puede obtener mediante la suma de las matrices de rigidez de todas y cada una de las barras que forman la estructura. Para ilustrar el procedimiento de interacción en tres dimensiones, consideremos una retícula de barras horizontales ortogonales entre sí, aun cuando esta técnica se puede hacer extensiva a barras inclinadas.

Sea un sistema ortogonal X-Y en un plano horizontal. Veamos primeramente la obtención de la matriz de rigidez en dirección Y (Fig. 1). La convención de signos utilizada, en una barra horizontal, es la siguiente: los giros se consideran positivos en sentido antihorario, los desplazamientos verticales son positivos si van hacia abajo y los desplazamientos horizontales son positivos si van hacia la izquierda (Fig. 1a). Los momentos flexionantes son positivos en sentido horario, las fuerzas cortantes verticales son positivas si van hacia arriba y las fuerzas normales horizontales son positivas si van hacia la derecha (Fig. 1b). A continuación presentamos las matrices de rigidez y los vectores de empotramiento para una barra en estas condiciones (Fig. 2):

$$\underline{K}_m = \begin{array}{cccccccc|c}
 \theta_p & \theta_q & \delta_r & \delta_s & \delta_u & \delta_v & \theta_a & \theta_b & \\
 \hline
 4EI/L & 2EI/L & -6EI/L^2 & 6EI/L^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & \theta_p \\
 2EI/L & 4EI/L & -6EI/L^2 & 6EI/L^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & \theta_q \\
 -6EI/L^2 & -6EI/L^2 & 12EI/L^3 & -12EI/L^3 & 0 & 0 & 0 & 0 & \delta_r \\
 6EI/L^2 & 6EI/L^2 & -12EI/L^3 & 12EI/L^3 & 0 & 0 & 0 & 0 & \delta_s \\
 0 & 0 & 0 & 0 & AE/L & -AE/L & 0 & 0 & \delta_u \\
 0 & 0 & 0 & 0 & AE/L & AE/L & 0 & 0 & \delta_v \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & GI/L & -GI/L & \theta_a \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -GI/L & GI/L & \theta_b
 \end{array} \quad (2)$$

$$\underline{\delta}_m = \begin{array}{|c}
 \theta_p \\
 \theta_q \\
 \delta_r \\
 \delta_s \\
 \delta_u \\
 \delta_v \\
 \theta_a \\
 \theta_b
 \end{array} \quad (3)$$

Consideramos vigas sometidas únicamente a una carga repartida w (Fig. 2). Para la obtención de los vectores de empotramiento en las vigas de la estructura de cimentación, debido a la reacción del terreno, suponemos una carga repartida de un extremo hasta la mitad de una barra y otra carga repartida de la mitad hasta el otro extremo de la barra (Fig. 2). En estas condiciones, el vector de cargas de empotramiento vale:

$$\underline{P}_m^c = \begin{bmatrix} wL^2/12 - (11/192)L^2 r_r - (5/192)L^2 r_s \\ -wL^2/12 + (5/192)L^2 r_r + (11/192)L^2 r_s \\ -wL/2 + (13/32)L r_r + (3/32)L r_s \\ -wL/2 + (3/32)L r_r + (13/32)L r_s \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4)$$

\underline{K}_m = matriz de rigidez de la barra m

$\underline{\delta}_m$ = vector de desplazamientos de la barra m

\underline{P}_m^c = vector de cargas de empotramiento de la barra m

En la dirección X se emplean las mismas ecuaciones (2) a (4).

Como se indicó antes, la matriz de rigideces de toda la estructura es la suma de las matrices de rigidez de todas y cada una de las barras de la estructura. El vector de cargas de empotramiento de toda la estructura se obtiene sumando los vectores de cargas de empotramiento de todas y cada una de las barras. El vector de cargas concentradas es determinar asignando a cada grado de libertad la carga concentrada que actúa sobre él. Con esto se realiza el análisis estructural de toda la estructura.

HUNDIMIENTOS DEL TERRENO DE CIMENTACIÓN

En este inciso se consideraron las cargas que transmite la estructura sobre el terreno de apoyo, las que son iguales en magnitud y de sentido contrario a las reacciones del suelo sobre la estructura, por la tercera ley de Newton.

Calculemos los asentamientos del terreno en función de estas cargas; consideremos una reacción r_k actuando en la superficie (Fig. 3); la presión vertical vale $r_k l_k / a_k$, donde l_k y a_k son la longitud y el área en las que actúa la carga, respectivamente.

La deformación del estrato de espesor H_{ij} , debida a la carga r_k vale:

$$\delta_{ijk} = M_{zij} H_{ij} \sigma_{zij}$$

Pero

$$\sigma_{zij} = I_{ijk} r_k l_k / a_k$$

donde I_{ijk} es el valor de influencia, el cual está dado por el esfuerzo normal vertical en el punto ij , producido por una presión unitaria actuando en el área a_k (Zeevaert 1973). M_{zij} es el módulo lineal de deformación, es cual se define como el cociente de la deformación vertical del estrato, entre el esfuerzo normal vertical que la ocasiona.

En consecuencia

$$\delta_{ijk} = M_{zij} H_{ij} I_{ijk} r_k l_k / a_k$$

La deformación del estrato, debido a todas las cargas vale

$$\delta_{ijk} = M_{zij} H_{ij} \sum_{j=1}^{n_r} I_{ijk} r_k l_k / a_k$$

donde n_r = número total de cargas r_k

El asentamiento bajo el punto i vale

$$\delta_i = \sum_{j=1}^{n_e} M_{Zij} H_{ij} \sum_{k=1}^{n_r} I_{ijk} r_k l_k / a_k \quad (5)$$

donde n_e = número total de estratos

En la ec. (5) los hundimientos del terreno quedan en función de las cargas r_k .

COMPATIBILIDAD DE DEFORMACIONES

En esta etapa se establece la compatibilidad de deformaciones entre estructura y suelo de cimentación, lo que equivale a considerar que tanto los desplazamientos de la estructura como los del terreno son iguales. es decir, que el suelo no se despegue de la estructura. Analíticamente esto se alcanza sustituyendo los valores dados por la ec. (5) en la ec. (1). De esta manera desaparecen como incógnitas los desplazamientos lineales y quedan únicamente como incógnitas los giros en los nudos y las reacciones del terreno. Es fácil ver que el número de ecuaciones es el mismo que el de incógnitas, con lo que se puede resolver el sistema de ecuaciones y despejar los giros y las reacciones.

Empleando la ec. (5), ya conocidas las reacciones, se pueden determinar también los hundimientos del terreno de apoyo.

ELEMENTOS MECÁNICOS

Los elementos mecánicos que aparecen en la barra m valen, para la dirección Y :

$$M'_p = wL^2/12 - (11/192)L^2r_r - (5/192)L^2r_s + (4EI/L)\theta_p + (2EI/L)\theta_q - (6EI/L^2)\delta_r + (6EI/L^2)\delta_s \quad (6)$$

$$M'_q = -wL^2/12 + (5/192)L^2r_r + (11/192)L^2r_s + (2EI/L)\theta_p + (4EI/L)\theta_q - (6EI/L^2)\delta_r + (6EI/L^2)\delta_s \quad (7)$$

$$V'_r = -wL/2 + (13/32)Lr_r + (3/32)Lr_s - (6EI/L^2)\theta_p - (6EI/L^2)\theta_q + (12EI/L^3)\delta_r - (12EI/L^3)\delta_s \quad (8)$$

$$V'_s = -wL/2 + (3/32)Lr_r + (13/32)Lr_s + (6EI/L^2)\theta_p + (6EI/L^2)\theta_q - (12EI/L^3)\delta_r + (12EI/L^3)\delta_s \quad (9)$$

$$N'_u = (AE/L)\delta_u - (AE/L)\delta_v \quad (10)$$

$$N'_v = - (AE/L)\delta_u + (AE/L)\delta_v \quad (11)$$

$$M'_a = (GI_t/L)\theta_a - (GI_t/L)\theta_b \quad (12)$$

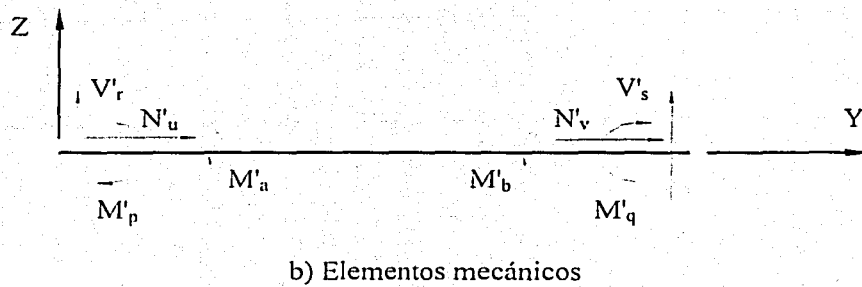
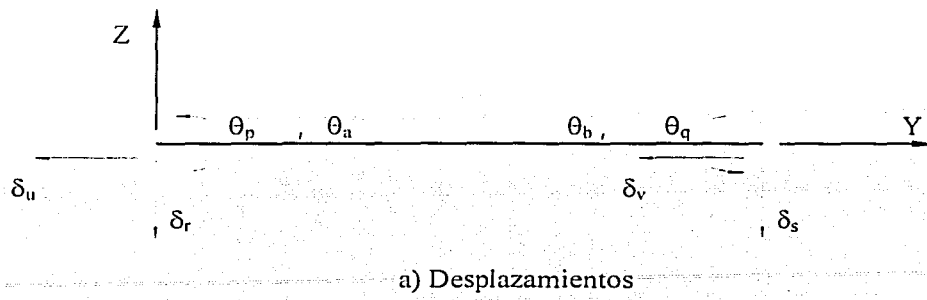
$$M'_b = - (GI_t/L)\theta_a + (GI_t/L)\theta_b \quad (13)$$

En la dirección X se emplean las mismas expresiones, excepto las ecs. (12) y (13), que cambian a

$$M'_a = - (GI_t/L)\theta_a + (GI_t/L)\theta_b \quad (14)$$

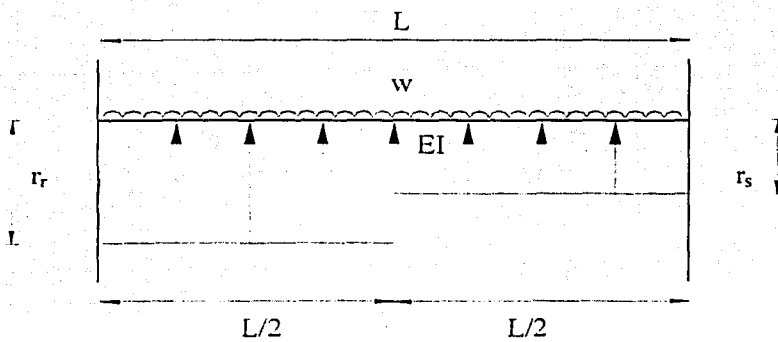
$$M'_b = (GI_t/L)\theta_a - (GI_t/L)\theta_b \quad (15)$$

(Las ecs. (14) y (15) se emplean únicamente para la determinación de elementos mecánicos en la barra m. dirección X).



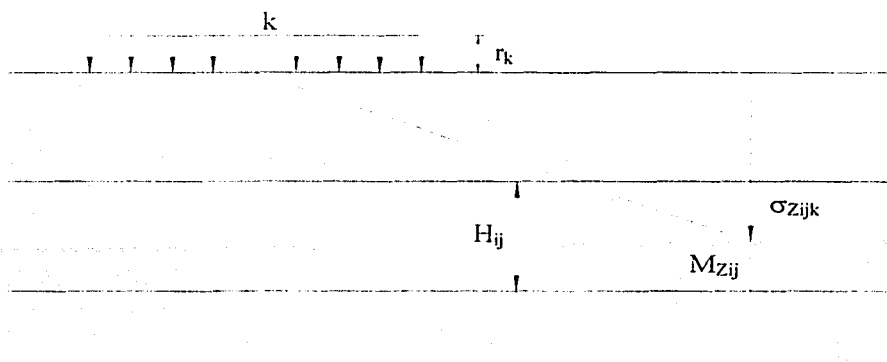
Convención de signos

Fig. 1



Barra m

Fig. 2



Cálculo de los hundimientos del terreno

Fig. 3

CAPÍTULO
II

INFLUENCIA DE LA RIGIDEZ
DE LA ESTRUCTURA EN LOS
RESULTADOS DE LA
INTERACCIÓN
ESTÁTICA
SUELO-ESTRUCTURA

Uno de los objetivos en la determinación de las propiedades de esfuerzo-deformación de los suelos es el uso de estas propiedades mecánicas, para estimar desplazamientos verticales y horizontales en la masa del suelo cuando éste se somete a un incremento de esfuerzo. En la interfase de la estructura de cimentación y el suelo se originan desplazamientos debido a las cargas que transmite la cimentación dando lugar a desplazamientos totales y diferenciales.

Los desplazamientos diferenciales de la estructura deberán ser iguales a los originados en la superficie de apoyo de la cimentación. Así pues, la estructura de la cimentación junto con las cargas que obran sobre ella y las reacciones que se provocan en el suelo se sujetará a una determinada configuración, igual a la que el suelo adoptará debido a las reacciones que este aporta a la estructura de cimentación para su equilibrio. La configuración de esfuerzos y deformaciones en la superficie de contacto dependerá de la rigidez de la cimentación, de la deformabilidad del subsuelo y de la distribución de cargas que se apliquen sobre la estructura de la cimentación.

La interacción entre la estructura de cimentación y el suelo consistirá en encontrar un sistema de reacciones que aplicadas simultáneamente a la estructura de cimentación y a la masa del suelo produzcan la misma configuración de desplazamientos diferenciales entre los dos elementos. El procedimiento de establecer las expresiones de compatibilidad para el cálculo de los esfuerzos de contacto se designará en adelante por Interacción-Suelo-Estructura. Para lograr lo anterior, será necesario basarse por un lado en las leyes físicas que rigen el comportamiento de la masa del suelo y por el otro en los procedimientos nominales de cálculos estructurales en la determinación de fuerzas y deformaciones, tomando en cuenta las propiedades mecánicas del material del cual será construida la estructura de cimentación.

Es obvio que la masa del subsuelo donde se apoya la estructura de cimentación no se puede simplificar suponiéndola constituida de elementos aislados, si se quiere obtener buena precisión en

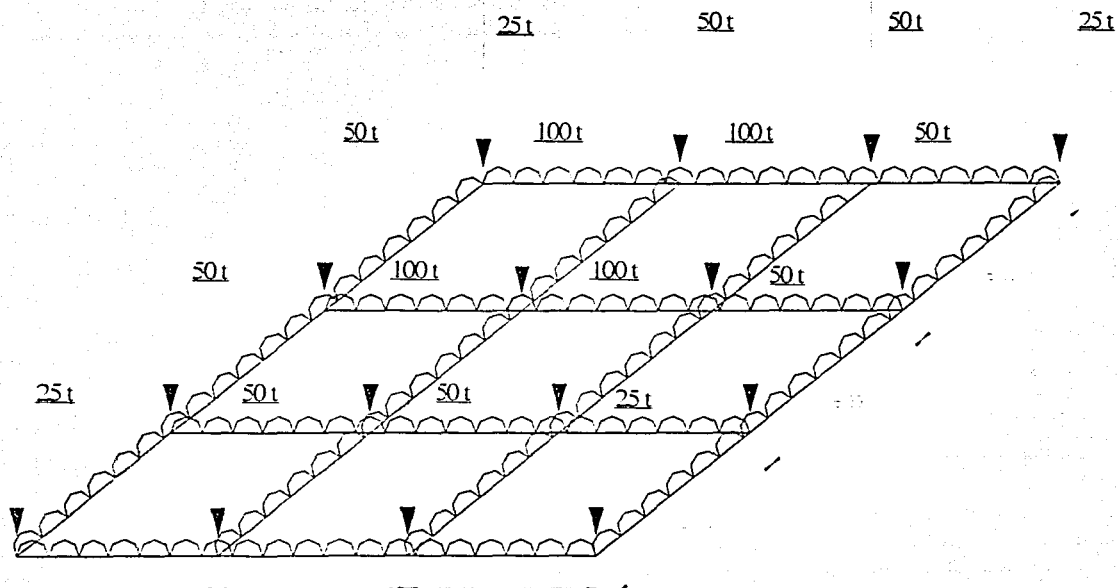
los cálculos. Será necesario tratar a la masa del suelo como un medio continuo en donde la acción en un punto i de la masa ejerce su influencia en otro punto j de ella. Así pues, para el cálculo de esfuerzos en la masa del suelo hacemos uso de la Teoría de Elasticidad o alguna de sus modificaciones, aun cuando sabemos que el suelo no es elástico, sino más bien es elástico-plástico y viscoso.

El cambio de esfuerzos dentro de cierto rango, en general, no es tan grande que no se pueda operar con las propiedades secantes de esfuerzo-deformación. Lo anterior trae como consecuencia el tener que estimar de antemano el nivel de esfuerzos y el cambio de éstos para asignar las propiedades mecánicas del material que deberán ser utilizadas en el cálculo. Lo cual implica, si se requiere aumentar la precisión, el tener que efectuar varios ciclos de cálculo hasta lograr la compatibilidad de las fuerzas y las deformaciones utilizando las propiedades mecánicas de esfuerzo-deformación del suelo. Desde el punto de vista de la ingeniería práctica de cimentaciones, en la mayoría de los casos es suficiente estimar el nivel de esfuerzos y los cambios probables de éstos para elegir las propiedades mecánicas a usar en Interacción suelo-estructura.

La rigidez de la estructura de cimentación y la contribución que ésta le pueda aportar la superestructura es importante. Lo cual implica tener que conocer de antemano la geometría y propiedades de los elementos que la forman. La incertidumbre que existe cuando las estructuras de cimentación se construyen de concreto armado es conocer su módulo de deformación unitaria, el cual es bien sabido aumenta con el tiempo. Así pues, podría aseverarse que la Interacción-suelo-estructura de una estructura recién construida es diferente a medida que pasa el tiempo y no es sino hasta que ha transcurrido un tiempo suficiente para el cual ya no aumentan las deformaciones plástico-viscosas del concreto cuando la configuración alcanzará una posición estable.

EJEMPLO DE APLICACIÓN

Con el objeto de ilustrar el procedimiento descrito en el capítulo anterior se desarrollará un ejemplo de aplicación paso a paso, con el propósito de que el lector visualice las etapas requeridas para el análisis de interacción, considerando una retícula de cimentación como se muestra en la Fig. 1, consistente en determinar los hundimientos del terreno en función de la rigidez de la cimentación y poder observar la variación de estos en función de la rigidez.



Nota:

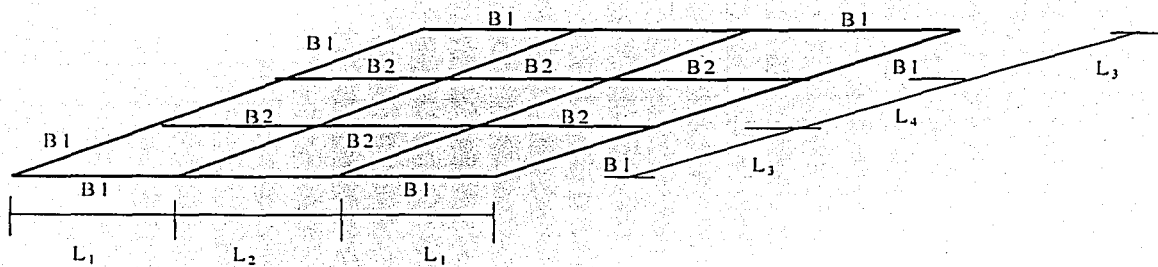
Para la cimentación de colindancia la carga uniformemente repartida es $w = 0.8 \text{ t/m}$
 Para la cimentación interior la carga uniformemente repartida es $w = 1.6 \text{ t/m}$

Fig. 1

CARACTERÍSTICAS DE LA CIMENTACIÓN

Se ha considerado una retícula a base de una cimentación corrida de concreto armado. La estratigrafía y las propiedades del subsuelo se muestran en la Fig. 3. Para poder llegar al objetivo de este capítulo, se tendrán que realizar los cálculos por medio de iteraciones, lo cual nos lleva, a ir variando las dimensiones de la cimentación para obtener variaciones en la rigidez y poder calcular los asentamientos.

RETÍCULA DE CIMENTACIÓN

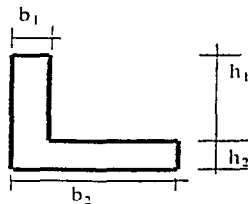


DATOS GENERALES

Longitud de eje a eje (m)			
L_1	L_2	L_3	L_4
6.00	6.00	6.00	6.00

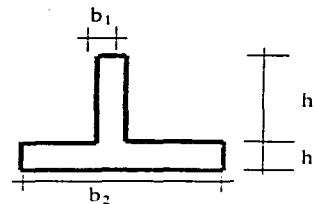
Barra	Dimensiones (m)				Área (m ²)			Ejes centroidales (m)		Momentos (m ⁴)	
	No.	b_1	b_2	h_1	h_2	A_1	A_2	A_t	X	Y	I_x
1	0.30	1.50	1.20	0.30	0.36	0.45	0.81	0.48	0.48	0.15908	0.02090
2	0.30	2.00	1.20	0.30	0.36	0.60	0.96	0.43	1.00	0.17426	0.02540

Barra No. 1



Cimiento de Colindancia

Barra No. 2



Cimiento Interior

ANÁLISIS ESTRUCTURAL

Primeramente numeramos las barras y los grados de libertad de la estructura, como se indica en la Fig. 2. Dada la simetría de la estructura, presentamos a continuación los grados de las barras 1, 2, 5, 6, 13, 14, 17 y 18.

Barra	θ_p	θ_q	δ_r	δ_s	θ_a	θ_b
1	θ_{10}	θ_{12}	δ_1	δ_2	θ_{11}	θ_{13}
2	θ_{18}	θ_{20}	δ_5	δ_6	θ_{19}	θ_{21}
5	θ_{12}	θ_{14}	δ_2	δ_3	θ_{13}	θ_{15}
6	θ_{20}	θ_{22}	δ_6	δ_7	θ_{21}	θ_{23}
13	θ_{11}	θ_{19}	δ_1	δ_5	θ_{10}	θ_{18}
14	θ_{13}	θ_{21}	δ_2	δ_6	θ_{12}	θ_{20}
17	θ_{19}	θ_{27}	δ_5	δ_9	θ_{18}	θ_{26}
18	θ_{21}	θ_{29}	δ_6	δ_{10}	θ_{20}	θ_{28}

A continuación hallaremos las matrices de rigidez y los vectores de empotramiento de las barras 1, 2, 5, 6, 13, 14, 17, y 18.

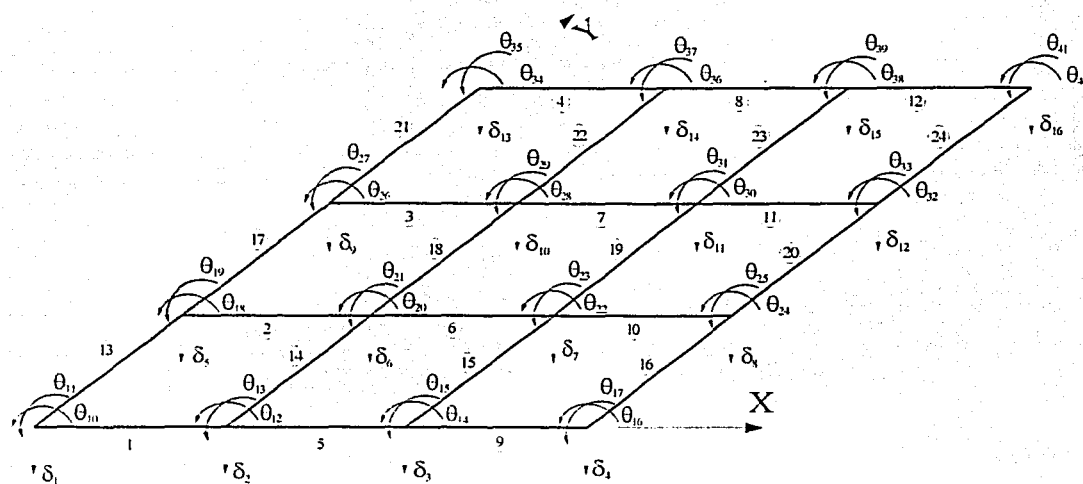


Fig. 2

BARRAS EN DIRECCIÓN X

MATRIZ DE RIGIDEZ

PARA LA BARRA	No.1 2	θ_{38}	θ_{40}	δ_{15}	δ_{16}	θ_{39}	θ_{41}	
	No. 9	θ_{14}	θ_{16}	δ_3	δ_4	θ_{15}	θ_{17}	
	No. 4	θ_{34}	θ_{36}	δ_{13}	δ_{14}	θ_{35}	θ_{37}	
	No. 1	θ_{10}	θ_{12}	δ_1	δ_2	θ_{11}	θ_{13}	
$E= 474300.000 \text{ t/m}^2$	$K_1 =$	50299.515	25149.758	-12574.879	12574.879	0	0	$\theta_{10} \theta_{34} \theta_{14} \theta_{38}$
$I = 0.15908 \text{ m}^4$		25149.758	50299.515	-12574.879	12574.879	0	0	$\theta_{12} \theta_{36} \theta_{16} \theta_{40}$
$L = 6.00 \text{ m}$		-12574.879	-12574.879	4191.626	-4191.626	0	0	$\delta_1 \delta_{13} \delta_3 \delta_{15}$
$G = 189720.000 \text{ t/m}^2$		12574.879	12574.879	-4191.626	4191.626	0	0	$\delta_2 \delta_{14} \delta_4 \delta_{16}$
$I_t = 0.02090 \text{ m}^4$		0	0	0	0	660.770	-660.770	$\theta_{11} \theta_{35} \theta_{15} \theta_{39}$
		0	0	0	0	-660.770	660.770	$\theta_{13} \theta_{37} \theta_{17} \theta_{41}$

PARA LA BARRA	No. 11	θ_{30}	θ_{32}	δ_{11}	δ_{12}	θ_{31}	θ_{33}	
	No. 10	θ_{22}	θ_{24}	δ_7	δ_8	θ_{23}	θ_{25}	
	No.3	θ_{26}	θ_{28}	δ_9	δ_{10}	θ_{27}	θ_{29}	
	No.2	θ_{18}	θ_{20}	δ_5	δ_6	θ_{19}	θ_{21}	
$E= 474300.000 \text{ t/m}^2$	$K_2 =$	55101.802	27550.901	-13775.451	13775.451	0	0	$\theta_{18} \theta_{26} \theta_{22} \theta_{30}$
$I = 0.17426 \text{ m}^4$		27550.901	55101.802	-13775.451	13775.451	0	0	$\theta_{20} \theta_{28} \theta_{24} \theta_{32}$
$L = 6.00 \text{ m}$		-13775.451	-13775.451	4591.817	-4591.817	0	0	$\delta_5 \delta_6 \delta_7 \delta_{11}$
$G = 189720.000 \text{ t/m}^2$		13775.451	13775.451	-4591.817	4591.817	0	0	$\delta_6 \delta_{10} \delta_8 \delta_{12}$
$I_t = 0.02540 \text{ m}^4$		0	0	0	0	803.065	-803.065	$\theta_{19} \theta_{27} \theta_{23} \theta_{31}$
		0	0	0	0	-803.065	803.065	$\theta_{21} \theta_{29} \theta_{25} \theta_{33}$

PARA LA BARRA	No. 8	θ_{36}	θ_{38}	δ_{14}	δ_{15}	θ_{37}	θ_{39}	
	No. 5	θ_{12}	θ_{14}	δ_2	δ_3	θ_{13}	θ_{15}	
$E= 474300.000 \text{ t/m}^2$	$K_5 =$	50299.515	25149.758	-12574.879	12574.879	0	0	$\theta_{12} \theta_{36}$
$I = 0.15908 \text{ m}^4$		25149.758	50299.515	-12574.879	12574.879	0	0	$\theta_{14} \theta_{38}$
$L = 6.00 \text{ m}$		-12574.879	-12574.879	4191.626	-4191.626	0	0	$\delta_2 \delta_{14}$
$G = 189720.000 \text{ t/m}^2$		12574.879	12574.879	-4191.626	4191.626	0	0	$\delta_3 \delta_{15}$
$I_t = 0.02090 \text{ m}^4$		0	0	0	0	660.770	-660.770	$\theta_{13} \theta_{37}$
		0	0	0	0	-660.770	660.770	$\theta_{15} \theta_{39}$

PARA LA BARRA	No. 7	θ_{28}	θ_{30}	δ_{10}	δ_{11}	θ_{29}	θ_{31}	
	No. 6	θ_{20}	θ_{22}	δ_6	δ_7	θ_{21}	θ_{23}	
$E= 474300.000 \text{ t/m}^2$	$K_6 =$	55101.802	27550.901	-13775.451	13775.451	0	0	$\theta_{20} \theta_{28}$
$I = 0.17426 \text{ m}^4$		27550.901	55101.802	-13775.451	13775.451	0	0	$\theta_{22} \theta_{30}$
$L = 6.00 \text{ m}$		-13775.451	-13775.451	4591.817	-4591.817	0	0	$\delta_6 \delta_{10}$
$G = 189720.000 \text{ t/m}^2$		13775.451	13775.451	-4591.817	4591.817	0	0	$\delta_7 \delta_{11}$
$I_t = 0.02540 \text{ m}^4$		0	0	0	0	803.065	-803.065	$\theta_{21} \theta_{29}$
		0	0	0	0	-803.065	803.065	$\theta_{23} \theta_{31}$

BARRAS EN DIRECCIÓN Y

MATRIZ DE RIGIDEZ

PARA LA BARRA	No. 24	θ_{33}	θ_{41}	δ_{12}	δ_{16}	θ_{32}	θ_{40}	
	No. 21	θ_{27}	θ_{35}	δ_9	δ_{13}	θ_{26}	θ_{34}	
	No. 16	θ_{17}	θ_{25}	δ_4	δ_8	θ_{16}	θ_{24}	
	No. 13	θ_{11}	θ_{19}	δ_1	δ_5	θ_{10}	θ_{18}	
$E = 474300.000 \text{ t/m}^2$	$K_{13} =$	50299.515	25149.758	-12574.879	12574.879	0	0	$\theta_{11} \theta_{17} \theta_{27} \theta_{33}$
$I = 0.15908 \text{ m}^4$		25149.758	50299.515	-12574.879	12574.879	0	0	$\theta_{19} \theta_{25} \theta_{35} \theta_{41}$
$L = 6.00 \text{ m}$		-12574.879	-12574.879	+191.626	-4191.626	0	0	$\delta_1 \delta_4 \delta_9 \delta_{12}$
$G = 189720.000 \text{ t/m}^2$		12574.879	12574.879	-4191.626	+191.626	0	0	$\delta_5 \delta_8 \delta_{13} \delta_{16}$
$I_t = 0.02090 \text{ m}^4$		0	0	0	0	660.770	-660.770	$\theta_{10} \theta_{16} \theta_{26} \theta_{32}$
		0	0	0	0	-660.770	660.770	$\theta_{18} \theta_{24} \theta_{34} \theta_{40}$

PARA LA BARRA	No. 23	θ_{31}	θ_{39}	δ_{11}	δ_{15}	θ_{30}	θ_{38}	
	No. 22	θ_{29}	θ_{37}	δ_{10}	δ_{14}	θ_{28}	θ_{36}	
	No. 15	θ_{15}	θ_{23}	δ_3	δ_7	θ_{14}	θ_{22}	
	No. 14	θ_{13}	θ_{21}	δ_2	δ_6	θ_{12}	θ_{20}	
$E = 474300.000 \text{ t/m}^2$	$K_{14} =$	55101.802	27550.901	-13775.451	13775.451	0	0	$\theta_{13} \theta_{15} \theta_{29} \theta_{31}$
$I = 0.17426 \text{ m}^4$		27550.901	55101.802	-13775.451	13775.451	0	0	$\theta_{21} \theta_{23} \theta_{37} \theta_{39}$
$L = 6.00 \text{ m}$		-13775.451	-13775.451	+591.817	-4591.817	0	0	$\delta_2 \delta_3 \delta_{10} \delta_{11}$
$G = 189720.000 \text{ t/m}^2$		13775.451	13775.451	-4591.817	+591.817	0	0	$\delta_6 \delta_7 \delta_{14} \delta_{15}$
$I_t = 0.02540 \text{ m}^4$		0	0	0	0	803.065	-803.065	$\theta_{12} \theta_{14} \theta_{28} \theta_{30}$
		0	0	0	0	-803.065	803.065	$\theta_{20} \theta_{22} \theta_{36} \theta_{38}$

PARA LA BARRA	No. 23	θ_{25}	θ_{33}	δ_8	δ_{12}	θ_{24}	θ_{32}	
	No. 17	θ_{19}	θ_{27}	δ_5	δ_9	θ_{18}	θ_{26}	
$E = 474300.000 \text{ t/m}^2$	$K_{17} =$	50299.515	25149.758	-12574.879	12574.879	0	0	$\theta_{19} \theta_{25}$
$I = 0.15908 \text{ m}^4$		25149.758	50299.515	-12574.879	12574.879	0	0	$\theta_{27} \theta_{33}$
$L = 6.00 \text{ m}$		-12574.879	-12574.879	+191.626	-4191.626	0	0	$\delta_5 \delta_8$
$G = 189720.000 \text{ t/m}^2$		12574.879	12574.879	-4191.626	+191.626	0	0	$\delta_9 \delta_{12}$
$I_t = 0.02090 \text{ m}^4$		0	0	0	0	660.770	-660.770	$\theta_{18} \theta_{24}$
		0	0	0	0	-660.770	660.770	$\theta_{26} \theta_{32}$

PARA LA BARRA	No. 19	θ_{23}	θ_{31}	δ_7	δ_{11}	θ_{22}	θ_{30}	
	No. 18	θ_{21}	θ_{29}	δ_6	δ_{10}	θ_{20}	θ_{28}	
$E = 474300.000 \text{ t/m}^2$	$K_{18} =$	55101.802	27550.901	-13775.451	13775.451	0	0	$\theta_{21} \theta_{23}$
$I = 0.17426 \text{ m}^4$		27550.901	55101.802	-13775.451	13775.451	0	0	$\theta_{29} \theta_{31}$
$L = 6.00 \text{ m}$		-13775.451	-13775.451	+591.817	-4591.817	0	0	$\delta_6 \delta_7$
$G = 189720.000 \text{ t/m}^2$		13775.451	13775.451	-4591.817	+591.817	0	0	$\delta_{10} \delta_{11}$
$I_t = 0.02540 \text{ m}^4$		0	0	0	0	803.065	-803.065	$\theta_{20} \theta_{22}$
		0	0	0	0	-803.065	803.065	$\theta_{28} \theta_{30}$

La matriz de rigideces de toda la estructura es la suma de las matrices de rigidez de todas y cada una de las barras de la estructura (el rango de cada matriz se toma de 41 por 41). En la siguiente página se muestra la matriz de rigidez de toda la estructura para los 41 grados de libertad.

El vector de desplazamientos , para los grados de libertad , vale:

$$\delta = \begin{bmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \\ \delta_3 \\ \delta_4 \\ \delta_5 \\ \delta_6 \\ \delta_7 \\ \delta_8 \\ \delta_9 \\ \delta_{10} \\ \delta_{11} \\ \delta_{12} \\ \delta_{13} \\ \delta_{14} \\ \delta_{15} \\ \delta_{16} \end{bmatrix}$$

Determinemos a continuación el vector de cargas de empotramiento, para las barras 1,2,5,6,13,17 y 18 aplicando la ecuación mencionada en el capítulo anterior.

DETERMINACIÓN DEL VECTOR DE CARGAS DE EMPOTRAMIENTO BARRAS EN DIRECCIÓN X

$$\begin{array}{l}
 W = 0.8 \text{ t/m}^2 \\
 L = 6.0 \text{ m}
 \end{array}
 \quad
 \underline{P}^e_1 =
 \begin{array}{c}
 \left[\begin{array}{cccc}
 2.4000 + & -2.0625 & r_1 + & -0.9375 & r_2 \\
 -2.4000 + & 0.9375 & r_1 + & 2.0625 & r_2 \\
 -2.4000 + & 2.4375 & r_1 + & 0.5625 & r_2 \\
 -2.4000 + & 0.5625 & r_1 + & 2.4375 & r_2 \\
 & 0 & & & \\
 & 0 & & &
 \end{array} \right]
 \end{array}
 \begin{array}{c}
 \text{barra} \\
 \text{GL} \\
 \begin{array}{cccc}
 1 & 4 & 9 & 12 \\
 10^\circ & 34^\circ & 14^\circ & 38^\circ \\
 12^\circ & 36^\circ & 16^\circ & 40^\circ \\
 1 & 13 & 3 & 15 \\
 2 & 14 & 4 & 16 \\
 11^\circ & 35^\circ & 15^\circ & 39^\circ \\
 13^\circ & 37^\circ & 17^\circ & 41^\circ
 \end{array}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 W = 1.6 \text{ t/m}^2 \\
 L = 6.0 \text{ m}
 \end{array}
 \quad
 \underline{P}^e_2 =
 \begin{array}{c}
 \left[\begin{array}{cccc}
 4.8000 + & -2.0625 & r_5 + & -0.9375 & r_6 \\
 -4.8000 + & 0.9375 & r_5 + & 2.0625 & r_6 \\
 -4.8000 + & 2.4375 & r_5 + & 0.5625 & r_6 \\
 -4.8000 + & 0.5625 & r_5 + & 2.4375 & r_6 \\
 & 0 & & & \\
 & 0 & & &
 \end{array} \right]
 \end{array}
 \begin{array}{c}
 \text{barra} \\
 \text{GL} \\
 \begin{array}{cccc}
 2 & 3 & 10 & 11 \\
 18^\circ & 26^\circ & 22^\circ & 30^\circ \\
 20^\circ & 28^\circ & 24^\circ & 32^\circ \\
 5 & 9 & 7 & 11 \\
 6 & 10 & 8 & 12 \\
 19^\circ & 27^\circ & 23^\circ & 31^\circ \\
 21^\circ & 29^\circ & 25^\circ & 33^\circ
 \end{array}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 W = 0.8 \text{ t/m}^2 \\
 L = 6.0 \text{ m}
 \end{array}
 \quad
 \underline{P}^e_5 =
 \begin{array}{c}
 \left[\begin{array}{cccc}
 2.4000 + & -2.0625 & r_2 + & -0.9375 & r_3 \\
 -2.4000 + & 0.9375 & r_2 + & 2.0625 & r_3 \\
 -2.4000 + & 2.4375 & r_2 + & 0.5625 & r_3 \\
 -2.4000 + & 0.5625 & r_2 + & 2.4375 & r_3 \\
 & 0 & & & \\
 & 0 & & &
 \end{array} \right]
 \end{array}
 \begin{array}{c}
 \text{barra} \\
 \text{GL} \\
 \begin{array}{cc}
 5 & 8 \\
 12^\circ & 36^\circ \\
 14^\circ & 38^\circ \\
 2 & 14 \\
 3 & 15 \\
 13^\circ & 37^\circ \\
 15^\circ & 39^\circ
 \end{array}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 W = 1.6 \text{ t/m}^2 \\
 L = 6.0 \text{ m}
 \end{array}
 \quad
 \underline{P}^e_6 =
 \begin{array}{c}
 \left[\begin{array}{cccc}
 4.8000 + & -2.0625 & r_6 + & -0.9375 & r_7 \\
 -4.8000 + & 0.9375 & r_6 + & 2.0625 & r_7 \\
 -4.8000 + & 2.4375 & r_6 + & 0.5625 & r_7 \\
 -4.8000 + & 0.5625 & r_6 + & 2.4375 & r_7 \\
 & 0 & & & \\
 & 0 & & &
 \end{array} \right]
 \end{array}
 \begin{array}{c}
 \text{barra} \\
 \text{GL} \\
 \begin{array}{cc}
 6 & 7 \\
 20^\circ & 28^\circ \\
 22^\circ & 30^\circ \\
 6 & 10 \\
 7 & 11 \\
 21^\circ & 29^\circ \\
 23^\circ & 31^\circ
 \end{array}
 \end{array}$$

GL = grado de libertad

DETERMINACIÓN DEL VECTOR DE CARGAS DE EMPOTRAMIENTO BARRAS EN DIRECCIÓN Y

$$\begin{array}{l}
 W = 0.8 \text{ t/m}^2 \\
 L = 6.0 \text{ m}
 \end{array}
 \quad
 \underline{P}_{13}^e =
 \begin{bmatrix}
 2.4000 + -2.0625 r_1 + -0.9375 r_5 \\
 -2.4000 + 0.9375 r_1 + 2.0625 r_5 \\
 -2.4000 + 2.4375 r_1 + 0.5625 r_5 \\
 -2.4000 + 0.5625 r_1 + 2.4375 r_5 \\
 0 \\
 0
 \end{bmatrix}
 \begin{array}{l}
 \text{barra} \\
 \text{GL} \\
 13 \quad 16 \quad 21 \quad 24 \\
 11 \quad 17 \quad 27 \quad 33 \\
 19 \quad 25 \quad 35 \quad 41 \\
 1 \quad 4 \quad 9 \quad 12 \\
 5 \quad 8 \quad 13 \quad 16 \\
 10 \quad 16 \quad 26 \quad 32 \\
 18 \quad 24 \quad 34 \quad 40
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 W = 1.6 \text{ t/m}^2 \\
 L = 6.0 \text{ m}
 \end{array}
 \quad
 \underline{P}_{14}^e =
 \begin{bmatrix}
 4.8000 + -2.0625 r_2 + -0.9375 r_6 \\
 -4.8000 + 0.9375 r_2 + 2.0625 r_6 \\
 -4.8000 + 2.4375 r_2 + 0.5625 r_6 \\
 -4.8000 + 0.5625 r_2 + 2.4375 r_6 \\
 0 \\
 0
 \end{bmatrix}
 \begin{array}{l}
 \text{barra} \\
 \text{GL} \\
 14 \quad 15 \quad 22 \quad 23 \\
 13 \quad 15 \quad 29 \quad 31 \\
 21 \quad 23 \quad 37 \quad 39 \\
 2 \quad 3 \quad 10 \quad 11 \\
 6 \quad 7 \quad 14 \quad 15 \\
 12 \quad 14 \quad 28 \quad 30 \\
 20 \quad 22 \quad 36 \quad 38
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 W = 0.8 \text{ t/m}^2 \\
 L = 6.0 \text{ m}
 \end{array}
 \quad
 \underline{P}_{17}^e =
 \begin{bmatrix}
 2.4000 + -2.0625 r_5 + -0.9375 r_9 \\
 -2.4000 + 0.9375 r_5 + 2.0625 r_9 \\
 -2.4000 + 2.4375 r_5 + 0.5625 r_9 \\
 -2.4000 + 0.5625 r_5 + 2.4375 r_9 \\
 0 \\
 0
 \end{bmatrix}
 \begin{array}{l}
 \text{barra} \\
 \text{GL} \\
 17 \quad 20 \\
 19 \quad 25 \\
 27 \quad 33 \\
 5 \quad 8 \\
 9 \quad 12 \\
 18 \quad 24 \\
 26 \quad 32
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 W = 1.6 \text{ t/m}^2 \\
 L = 6.0 \text{ m}
 \end{array}
 \quad
 \underline{P}_{18}^e =
 \begin{bmatrix}
 4.8000 + -2.0625 r_6 + -0.9375 r_{10} \\
 -4.8000 + 0.9375 r_6 + 2.0625 r_{10} \\
 -4.8000 + 2.4375 r_6 + 0.5625 r_{10} \\
 -4.8000 + 0.5625 r_6 + 2.4375 r_{10} \\
 0 \\
 0
 \end{bmatrix}
 \begin{array}{l}
 \text{barra} \\
 \text{GL} \\
 18 \quad 19 \\
 21 \quad 23 \\
 29 \quad 31 \\
 6 \quad 7 \\
 10 \quad 11 \\
 20 \quad 22 \\
 28 \quad 30
 \end{array}$$

GL = grado de libertad

Presentamos a continuación el vector de cargas de empotramiento de toda la estructura.

	-4.8000 +	4.8750	r ₁ +	0.5625	r ₂ +	0.5625	r ₅			GL	1	
	-9.6000 +	0.5625	r ₁ +	7.3125	r ₂ +	0.5625	r ₃ +	0.5625	r ₆		2	
	-9.6000 +	0.5625	r ₂ +	7.3125	r ₃ +	0.5625	r ₄ +	0.5625	r ₇		3	
	-4.8000 +	0.5625	r ₃ +	4.8750	r ₄ +	0.5625	r ₈				4	
	-9.6000 +	0.5625	r ₁ +	7.3125	r ₅ +	0.5625	r ₆ +	0.5625	r ₉		5	
	-19.2000 +	0.5625	r ₂ +	0.5625	r ₅ +	9.7500	r ₆ +	0.5625	r ₇ +	0.5625	r ₁₀	6
	-19.2000 +	0.5625	r ₃ +	0.5625	r ₆ +	9.7500	r ₇ +	0.5625	r ₈ +	0.5625	r ₁₁	7
	-9.6000 +	0.5625	r ₄ +	0.5625	r ₇ +	7.3125	r ₈ +	0.5625	r ₁₂		8	
	-9.6000 +	0.5625	r ₅ +	7.3125	r ₉ +	0.5625	r ₁₀ +	0.5625	r ₁₃		9	
	-19.2000 +	0.5625	r ₆ +	0.5625	r ₉ +	9.7500	r ₁₀ +	0.5625	r ₁₁ +	0.5625	r ₁₄	10
	-19.2000 +	0.5625	r ₇ +	0.5625	r ₁₀ +	9.7500	r ₁₁ +	0.5625	r ₁₂ +	0.5625	r ₁₅	11
	-9.6000 +	0.5625	r ₈ +	0.5625	r ₁₁ +	7.3125	r ₁₂ +	0.5625	r ₁₆		12	
	-4.8000 +	0.5625	r ₉ +	4.8750	r ₁₃ +	0.5625	r ₁₄				13	
	-9.6000 +	0.5625	r ₁₀ +	0.5625	r ₁₃ +	7.3125	r ₁₄ +	0.5625	r ₁₅		14	
	-9.6000 +	0.5625	r ₁₁ +	0.5625	r ₁₄ +	7.3125	r ₁₅ +	0.5625	r ₁₆		15	
	-4.8000 +	0.5625	r ₁₂ +	0.5625	r ₁₅ +	4.8750	r ₁₆				16	
	2.4000 +	-2.0625	r ₁ +	-0.9375	r ₂						10	
	2.4000 +	-2.0625	r ₁ +	-0.9375	r ₅						11	
	0.0000 +	0.9375	r ₁ +	0.0000	r ₂ +	-0.9375	r ₃				12	
	4.8000 +	-2.0625	r ₂ +	-0.9375	r ₆						13	
	0.0000 +	0.9375	r ₂ +	0.0000	r ₃ +	-0.9375	r ₄				14	
	4.8000 +	-2.0625	r ₃ +	-0.9375	r ₇						15	
	-2.4000 +	0.9375	r ₃ +	2.0625	r ₄						16	
P _e =	2.4000 +	-2.0625	r ₄ +	-0.9375	r ₈						17	
	4.8000 +	-2.0625	r ₅ +	-0.9375	r ₅						18	
	0.0000 +	0.9375	r ₁ +	0.0000	r ₅ +	-0.9375	r ₉				19	
	0.0000 +	0.9375	r ₅ +	0.0000	r ₆ +	-0.9375	r ₇				20	
	0.0000 +	0.9375	r ₂ +	0.0000	r ₆ +	-0.9375	r ₁₀				21	
	0.0000 +	0.9375	r ₆ +	0.0000	r ₇ +	-0.9375	r ₈				22	
	0.0000 +	0.9375	r ₃ +	0.0000	r ₇ +	-0.9375	r ₁₁				23	
	-4.8000 +	0.9375	r ₇ +	2.0625	r ₈						24	
	0.0000 +	0.9375	r ₄ +	0.0000	r ₈ +	-0.9375	r ₁₂				25	
	4.8000 +	-2.0625	r ₉ +	-0.9375	r ₁₃						26	
	0.0000 +	0.9375	r ₅ +	0.0000	r ₉ +	-0.9375	r ₁₃				27	
	0.0000 +	0.9375	r ₉ +	0.0000	r ₁₀ +	-0.9375	r ₁₁				28	
	0.0000 +	0.9375	r ₅ +	0.0000	r ₁₀ +	-0.9375	r ₁₄				29	
	0.0000 +	0.9375	r ₁₀ +	0.0000	r ₁₁ +	-0.9375	r ₁₂				30	
	0.0000 +	0.9375	r ₇ +	0.0000	r ₁₁ +	-0.9375	r ₁₅				31	
	-4.8000 +	0.9375	r ₁₁ +	2.0625	r ₁₂						32	
	0.0000 +	0.9375	r ₈ +	0.0000	r ₁₂ +	-0.9375	r ₁₆				33	
	2.4000 +	-2.0625	r ₁₃ +	-0.9375	r ₁₄						34	
	-2.4000 +	0.9375	r ₉ +	2.0625	r ₁₃						35	
	0.0000 +	0.9375	r ₁₃ +	0.0000	r ₁₄ +	-0.9375	r ₁₅				36	
	-4.8000 +	0.9375	r ₁₀ +	2.0625	r ₁₄						37	
	0.0000 +	0.9375	r ₁₄ +	0.0000	r ₁₅ +	-0.9375	r ₁₆				38	
	-4.8000 +	0.9375	r ₁₁ +	2.0625	r ₁₅						39	
	-2.4000 +	0.9375	r ₁₅ +	2.0625	r ₁₆						40	
	-2.4000 +	0.9375	r ₁₂ +	2.0625	r ₁₆						41	

El vector de cargas concentradas de toda la estructura.

$$P_c = \begin{bmatrix} -25 \\ -50 \\ -50 \\ -25 \\ -50 \\ -100 \\ -100 \\ -50 \\ -50 \\ -100 \\ -100 \\ -50 \\ -25 \\ -50 \\ -50 \\ -25 \end{bmatrix} \begin{matrix} \text{GL} \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \\ 7 \\ 8 \\ 9 \\ 10 \\ 11 \\ 12 \\ 13 \\ 14 \\ 15 \\ 16 \end{matrix}$$

Sustituyendo valores generamos el sistema de ecuaciones que se presenta en la siguiente página y no olvidando que por simetría se tiene que:

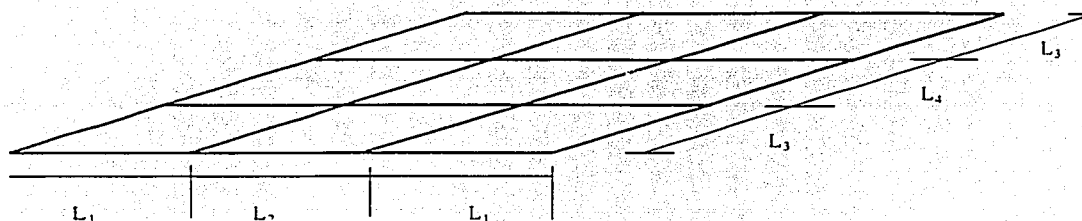
$$\begin{aligned} \delta_1 = \delta_4 = \delta_{13} = \delta_{16} & \quad \delta_2 = \delta_3 = \delta_5 = \delta_6 = \delta_8 = \delta_{12} = \delta_{14} = \delta_{15} & \quad \delta_6 = \delta_7 = \delta_{10} = \delta_{11} \\ r_1 = r_4 = r_{13} = r_{16} & \quad r_2 = r_3 = r_5 = r_8 = r_9 = r_{12} = r_{14} = r_{15} & \quad r_6 = r_7 = r_{10} = r_{11} \\ \Theta_{10} = \Theta_{11} = -\Theta_{16} = \Theta_{17} = \Theta_{34} = -\Theta_{35} = -\Theta_{40} = -\Theta_{41} & & \quad \Theta_{13} = \Theta_{15} = \Theta_{18} = -\Theta_{24} = \Theta_{26} = -\Theta_{32} = -\Theta_{37} = -\Theta_{39} \end{aligned}$$

ANÁLISIS DE DEFORMACIONES DEL TERRENO DE CIMENTACIÓN

Como se indicó en el capítulo anterior el valor de influencia I_{ijk} representa el esfuerzo ij debido a una presión unitaria colocada en el área k .

$$\delta_i = \sum_{j=1}^{n_e} M_{zij} H_{ij} \sum I_{ijk} r_k d_k / a_k$$

RETÍCULA DE CIMENTACIÓN

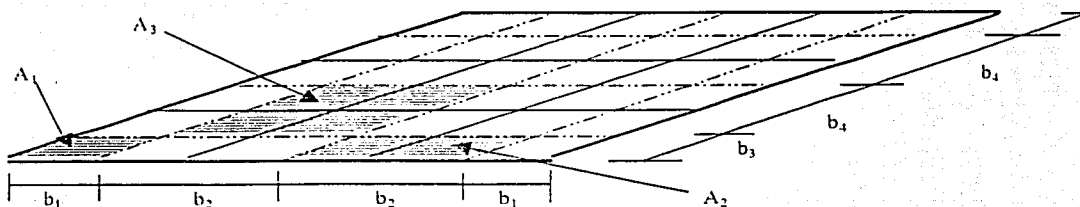


asignando valores de L_n :

Longitud de eje a eje (m)			
L_1	L_2	L_3	L_4
6.00	6.00	6.00	6.00

DETERMINACIÓN DE LOS VALORES DE INFLUENCIA

(Determinación del área para obtener los valores de influencia)



obtención de los valores de b_n en función de L_n :

Longitud de área (m)				Área de influencia (m ²)		
b_1	b_2	b_3	b_4	A_1	A_2	A_3
3.00	6.00	3.00	6.00	9.00	18.00	36.00

ESTRATIGRAFÍA Y PROPIEDADES

ESTRATO	PROFUNDIDAD (m)	ESTRATIGRAFÍA
	0	
1	2.3	$M_z = 0.00083 \text{ m}^2/\text{t}$ Limo arenoarcilloso
	4.6	
2	6.2	$M_z = 0.00092 \text{ m}^2/\text{t}$ Limo arcilloso
	7.8	
3	8.7	$M_z = 0.00101 \text{ m}^2/\text{t}$ Arcilla limosa
	9.6	
4	10.1	$M_z = 0.00110 \text{ m}^2/\text{t}$ Arena limosa
	10.6	
5	11.0	$M_z = 0.00120 \text{ m}^2/\text{t}$ Limo arcilloso
	11.4	
6	12.8	$M_z = 0.00129 \text{ m}^2/\text{t}$ Limo arcilloarenoso
	14.2	

Fig. 3

Para la obtención del M_z (módulo lineal de deformación) el cual se define como el cociente de la deformación unitaria vertical del estrato, entre el esfuerzo normal vertical que la ocasiona.

$$M_z = \varepsilon_z / \sigma_z$$

Donde:

$$\varepsilon_z = (1/E_s) [\sigma_z - \nu (\sigma_x + \sigma_y)] \quad E_s \text{ y } \nu, \text{ son producto del estudio de mecánica de suelos}$$

ε_z = deformación unitaria del elemento

E_s = módulo de elasticidad (deformación) del material

ν = relación de Poisson

H = espesor del elemento

Los esfuerzos σ_z , σ_x y σ_y se pueden obtener con la teoría de Boussinesq. A continuación se presenta la expresión para determinar el esfuerzo normal vertical bajo la esquina de un rectángulo sometido a una carga uniforme q aplicada en la superficie.

σ_z (Damy 1985)

$$\sigma_z = q/2\pi \left[\left(\frac{1}{(x^2+z^2)} + \frac{1}{(y^2+z^2)} \right) xyz/A + \text{ang tan } xy/zA \right]$$

Para σ_x y σ_y (Dashkó y Kagán 1980)

$$\sigma_x = q/2\pi \left[\left(\frac{\pi}{2} - \frac{xyz}{(x^2+z^2)A} \right) - \text{ang tan } (zA/xy) + (1-2\nu)(\text{ang tan } (y/x) - \text{ang tan } (yA/xz)) \right]$$

$$\sigma_y = q/2\pi \left[\left(\frac{\pi}{2} - \frac{xyz}{(y^2+z^2)A} \right) - \text{ang tan } (zA/xy) + (1-2\nu)(\text{ang tan } (x/y) - \text{ang tan } (xA/yz)) \right]$$

$$A = (x^2+y^2+z^2)^{1/2}$$

Para los diferentes suelos se pueden usar las siguientes expresiones:

Arcillas saturadas, corto plazo

$$\varepsilon_z = 1/E_u [\sigma_z - \nu (\sigma_x + \sigma_y)] \quad \text{donde } \nu \doteq 0.5$$

Arcillas saturadas, largo plazo (consolidación)

$$\Delta H = m_v \Delta p H \quad \Delta H / H = m_v \Delta p \quad \varepsilon_z = \Delta H / H = \left[1 / E'_s \right] \sigma_z \quad \text{donde } \nu \doteq 0$$

CÁLCULO DE LOS VALORES DE INFLUENCIA I_{ijk}

ESTRATO I $I_{i,j,k}$

$q/2P = 0.15915$

$Z = 2.3$

Los renglones representan el área a_k cargada con $q = 1 \text{ t/m}^2$ y las columnas representan el valor de la influencia en el punto i , (I_{ij}).

	$I_{1,1,1}$	$I_{1,1,2}$	$I_{1,1,3}$	$I_{1,1,4}$	$I_{1,1,5}$	$I_{1,1,6}$	$I_{1,1,7}$	$I_{1,1,8}$	$I_{1,1,9}$	$I_{1,1,10}$	$I_{1,1,11}$	$I_{1,1,12}$	$I_{1,1,13}$	$I_{1,1,14}$	$I_{1,1,15}$	$I_{1,1,16}$
a_1	0.20398	0.01638	0.00037	0.00004	0.01638	0.00443	0.00026	0.00004	0.00037	0.00026	0.00007	0.00002	0.00004	0.00004	0.00002	0.00001
a_2	0.01820	0.40796	0.01820	0.00048	0.00539	0.03275	0.00539	0.00035	0.00040	0.00075	0.00040	0.00011	0.00006	0.00008	0.00006	0.00003
a_3	0.00048	0.01820	0.40796	0.01820	0.00035	0.00539	0.03275	0.00539	0.00011	0.00040	0.00075	0.00040	0.00003	0.00006	0.00008	0.00006
a_4	0.00004	0.00037	0.01638	0.20398	0.00004	0.00026	0.00443	0.01638	0.00002	0.00007	0.00026	0.00037	0.00001	0.00002	0.00004	0.00004
a_5	0.01820	0.00539	0.00040	0.00006	0.40796	0.03275	0.00075	0.00008	0.01820	0.00539	0.00040	0.00006	0.00048	0.00035	0.00011	0.00003
a_6	0.00673	0.03641	0.00673	0.00055	0.03641	0.81591	0.03641	0.00097	0.00673	0.03641	0.00673	0.00055	0.00055	0.00097	0.00055	0.00016
a_7	0.00055	0.00673	0.03641	0.00673	0.00097	0.03641	0.81591	0.03641	0.00055	0.00673	0.03641	0.00673	0.00016	0.00055	0.00097	0.00055
a_8	0.00006	0.00040	0.00539	0.01820	0.00008	0.00075	0.03275	0.40796	0.00006	0.00040	0.00539	0.01820	0.00003	0.00011	0.00035	0.00048
a_9	0.00048	0.00035	0.00011	0.00003	0.01820	0.00539	0.00040	0.00006	0.40796	0.03275	0.00075	0.00008	0.01820	0.00539	0.00040	0.00006
a_{10}	0.00055	0.00097	0.00055	0.00016	0.00673	0.03641	0.00673	0.00055	0.03641	0.81591	0.03641	0.00097	0.00673	0.03641	0.00673	0.00055
a_{11}	0.00016	0.00055	0.00097	0.00055	0.00055	0.00673	0.03641	0.00673	0.00097	0.03641	0.81591	0.03641	0.00055	0.00673	0.03641	0.00673
a_{12}	0.00003	0.00011	0.00035	0.00048	0.00006	0.00040	0.00539	0.01820	0.00008	0.00075	0.03275	0.40796	0.00006	0.00040	0.00539	0.01820
a_{13}	0.00004	0.00004	0.00002	0.00001	0.00037	0.00026	0.00007	0.00002	0.01638	0.00443	0.00026	0.00004	0.20398	0.01638	0.00037	0.00004
a_{14}	0.00006	0.00008	0.00006	0.00003	0.00040	0.00075	0.00040	0.00011	0.00539	0.03275	0.00539	0.00035	0.01820	0.40796	0.01820	0.00048
a_{15}	0.00003	0.00006	0.00008	0.00006	0.00011	0.00040	0.00075	0.00040	0.00035	0.00539	0.03275	0.00539	0.00048	0.01820	0.40796	0.01820
a_{16}	0.00001	0.00002	0.00004	0.00004	0.00002	0.00007	0.00026	0.00037	0.00004	0.00026	0.00443	0.01638	0.00004	0.00037	0.01638	0.20398

CÁLCULO DE LOS VALORES DE INFLUENCIA I_{ijk}

ESTRATO 2 I_{i2k}

$$q/2P = 0.159155 \quad Z = 6.2$$

Los renglones representan el área a_k cargada con $q = 1 \text{ t/m}^2$ y las columnas representan el valor de la influencia en el punto i , (I_{ij}).

	$I_{1,2,1}$	$I_{1,2,2}$	$I_{1,2,3}$	$I_{1,2,4}$	$I_{1,2,5}$	$I_{1,2,6}$	$I_{1,2,7}$	$I_{1,2,8}$	$I_{1,2,9}$	$I_{1,2,10}$	$I_{1,2,11}$	$I_{1,2,12}$	$I_{1,2,13}$	$I_{1,2,14}$	$I_{1,2,15}$	$I_{1,2,16}$
a_1	0.08021	0.03587	0.00381	0.00061	0.03587	0.01920	0.00287	0.00053	0.00381	0.00287	0.00098	0.00029	0.00061	0.00053	0.00029	0.00013
a_2	0.04741	0.16043	0.04741	0.00523	0.02675	0.07174	0.02675	0.00404	0.00463	0.00761	0.00463	0.00150	0.00093	0.00121	0.00093	0.00048
a_3	0.00523	0.04741	0.16043	0.04741	0.00404	0.02675	0.07174	0.02675	0.00150	0.00463	0.00761	0.00463	0.00048	0.00093	0.00121	0.00093
a_4	0.00061	0.00381	0.03587	0.08021	0.00053	0.00287	0.01920	0.03587	0.00029	0.00098	0.00287	0.00381	0.00013	0.00029	0.00053	0.00061
a_5	0.04741	0.02675	0.00463	0.00093	0.16043	0.07174	0.00761	0.00121	0.04741	0.02675	0.00463	0.00093	0.00523	0.00404	0.00150	0.00048
a_6	0.03811	0.09482	0.03811	0.00663	0.09482	0.32086	0.09482	0.01046	0.03811	0.09482	0.03811	0.00663	0.00663	0.01046	0.00663	0.00235
a_7	0.00663	0.03811	0.09482	0.03811	0.01046	0.09482	0.32086	0.09482	0.00663	0.03811	0.09482	0.03811	0.00235	0.00663	0.01046	0.00663
a_8	0.00093	0.00463	0.02675	0.04741	0.00121	0.00761	0.07174	0.16043	0.00093	0.00463	0.02675	0.04741	0.00048	0.00150	0.00404	0.00523
a_9	0.00523	0.00404	0.00150	0.00048	0.04741	0.02675	0.00463	0.00093	0.16043	0.07174	0.00761	0.00121	0.04741	0.02675	0.00463	0.00093
a_{10}	0.00663	0.01046	0.00663	0.00235	0.03811	0.09482	0.03811	0.00663	0.09482	0.32086	0.09482	0.01046	0.03811	0.09482	0.03811	0.00663
a_{11}	0.00235	0.00663	0.01046	0.00663	0.00663	0.03811	0.09482	0.03811	0.01046	0.09482	0.32086	0.09482	0.00663	0.03811	0.09482	0.03811
a_{12}	0.00048	0.00150	0.00404	0.00523	0.00093	0.00463	0.02675	0.04741	0.00121	0.00761	0.07174	0.16043	0.00093	0.00463	0.02675	0.04741
a_{13}	0.00061	0.00053	0.00029	0.00013	0.00381	0.00287	0.00098	0.00029	0.03587	0.01920	0.00287	0.00053	0.08021	0.03587	0.00381	0.00061
a_{14}	0.00093	0.00121	0.00093	0.00048	0.00463	0.00761	0.00463	0.00150	0.02675	0.07174	0.02675	0.00404	0.04741	0.16043	0.04741	0.00523
a_{15}	0.00048	0.00093	0.00121	0.00093	0.00150	0.00463	0.00761	0.00463	0.00404	0.02675	0.07174	0.02675	0.00523	0.04741	0.16043	0.04741
a_{16}	0.00013	0.00029	0.00053	0.00061	0.00029	0.00098	0.00287	0.00381	0.00053	0.00287	0.01920	0.03587	0.00061	0.00381	0.03587	0.08021

CÁLCULO DE LOS VALORES DE INFLUENCIA I_{ijk}

ESTRATO 3 I_{ijk}

$$q/2P = 0.159155 \quad Z = 8.7$$

Los renglones representan el área a_i cargada con $q = 1 \text{ t/m}^2$ y las columnas representan el valor de la influencia en el punto i , (I_{ij}).

	$I_{1,3,1}$	$I_{1,3,2}$	$I_{1,3,3}$	$I_{1,3,4}$	$I_{1,3,5}$	$I_{1,3,6}$	$I_{1,3,7}$	$I_{1,3,8}$	$I_{1,3,9}$	$I_{1,3,10}$	$I_{1,3,11}$	$I_{1,3,12}$	$I_{1,3,13}$	$I_{1,3,14}$	$I_{1,3,15}$	$I_{1,3,16}$
a_1	0.047350	0.029378	0.005950	0.001256	0.029378	0.019575	0.004738	0.001108	0.005950	0.004738	0.001913	0.000640	0.001256	0.001108	0.000640	0.000299
a_2	0.043134	0.094699	0.043134	0.008597	0.029663	0.058755	0.029663	0.006976	0.007906	0.011900	0.007906	0.003021	0.001984	0.002512	0.001984	0.001083
a_3	0.008597	0.043134	0.094699	0.043134	0.006976	0.029663	0.058755	0.029663	0.003021	0.007906	0.011900	0.007906	0.001083	0.001984	0.002512	0.001984
a_4	0.001256	0.005950	0.029378	0.047350	0.001108	0.004738	0.019575	0.029378	0.000640	0.001913	0.004738	0.005950	0.000299	0.000640	0.001108	0.001256
a_5	0.043134	0.029663	0.007906	0.001984	0.094699	0.058755	0.011900	0.002512	0.043134	0.029663	0.007906	0.001984	0.008597	0.006976	0.003021	0.001083
a_6	0.045703	0.086269	0.045703	0.011794	0.086269	0.189398	0.086269	0.017193	0.045703	0.086269	0.045703	0.011794	0.011794	0.017193	0.011794	0.004836
a_7	0.011794	0.045703	0.086269	0.045703	0.017193	0.086269	0.189398	0.086269	0.011794	0.045703	0.086269	0.045703	0.004836	0.011794	0.017193	0.011794
a_8	0.001984	0.007906	0.029663	0.043134	0.002512	0.011900	0.058755	0.094699	0.001984	0.007906	0.029663	0.043134	0.001083	0.003021	0.006976	0.008597
a_9	0.008597	0.006976	0.003021	0.001083	0.043134	0.029663	0.007906	0.001984	0.094699	0.058755	0.011900	0.002512	0.043134	0.029663	0.007906	0.001984
a_{10}	0.011794	0.017193	0.011794	0.004836	0.045703	0.086269	0.045703	0.011794	0.086269	0.189398	0.086269	0.017193	0.045703	0.086269	0.045703	0.011794
a_{11}	0.004836	0.011794	0.017193	0.011794	0.011794	0.045703	0.086269	0.045703	0.017193	0.086269	0.189398	0.086269	0.011794	0.045703	0.086269	0.045703
a_{12}	0.001083	0.003021	0.006976	0.008597	0.001984	0.007906	0.029663	0.043134	0.002512	0.011900	0.058755	0.094699	0.001984	0.007906	0.029663	0.043134
a_{13}	0.001256	0.001108	0.000640	0.000299	0.005950	0.004738	0.001913	0.000640	0.029378	0.019575	0.004738	0.001108	0.047350	0.029378	0.005950	0.001256
a_{14}	0.001984	0.002512	0.001984	0.001083	0.007906	0.011900	0.007906	0.003021	0.029663	0.058755	0.029663	0.006976	0.043134	0.094699	0.043134	0.008597
a_{15}	0.001083	0.001984	0.002512	0.001984	0.003021	0.007906	0.011900	0.007906	0.006976	0.029663	0.058755	0.029663	0.008597	0.043134	0.094699	0.043134
a_{16}	0.000299	0.000640	0.001108	0.001256	0.000640	0.001913	0.004738	0.005950	0.001108	0.004738	0.019575	0.029378	0.001256	0.005950	0.029378	0.047350

CÁLCULO DE LOS VALORES DE INFLUENCIA I_{ijk}

ESTRATO 4 I_{ijk}

$$q/2P = 0.159155 \quad Z = 10.1$$

Los renglones representan el área a_k cargada con $q = 1 \text{ t/m}^2$ y las columnas representan el valor de la influencia en el punto i , (I_{ij}).

	$I_{1,1}$	$I_{1,2}$	$I_{1,3}$	$I_{1,4}$	$I_{1,5}$	$I_{1,6}$	$I_{1,7}$	$I_{1,8}$	$I_{1,9}$	$I_{1,10}$	$I_{1,11}$	$I_{1,12}$	$I_{1,13}$	$I_{1,14}$	$I_{1,15}$	$I_{1,16}$
a_1	0.036710	0.025306	0.006664	0.001634	0.025306	0.018254	0.005454	0.001454	0.006664	0.005454	0.002409	0.000869	0.001634	0.001454	0.000869	0.000421
a_2	0.038951	0.073420	0.038951	0.009902	0.028760	0.050611	0.028760	0.008235	0.009264	0.013328	0.009264	0.003863	0.002622	0.003269	0.002622	0.001482
a_3	0.009902	0.038951	0.073420	0.038951	0.008235	0.028760	0.050611	0.028760	0.003863	0.009264	0.013328	0.009264	0.001482	0.002622	0.003269	0.002622
a_4	0.001634	0.006664	0.025306	0.036710	0.001454	0.005454	0.018254	0.025306	0.000869	0.002409	0.005454	0.006664	0.000421	0.000869	0.001454	0.001634
a_5	0.038951	0.028760	0.009264	0.002622	0.073420	0.050611	0.013328	0.003269	0.038951	0.028760	0.009264	0.002622	0.009902	0.008235	0.003863	0.001482
a_6	0.045932	0.077903	0.045932	0.014147	0.077903	0.146841	0.077903	0.019805	0.045932	0.077903	0.045932	0.014147	0.014147	0.019805	0.014147	0.006273
a_7	0.014147	0.045932	0.077903	0.045932	0.019805	0.077903	0.146841	0.077903	0.014147	0.045932	0.077903	0.045932	0.006273	0.014147	0.019805	0.014147
a_8	0.002622	0.009264	0.028760	0.038951	0.003269	0.013328	0.050611	0.073420	0.002622	0.009264	0.028760	0.038951	0.001482	0.003863	0.008235	0.009902
a_9	0.009902	0.008235	0.003863	0.001482	0.038951	0.028760	0.009264	0.002622	0.073420	0.050611	0.013328	0.003269	0.038951	0.028760	0.009264	0.002622
a_{10}	0.014147	0.019805	0.014147	0.006273	0.045932	0.077903	0.045932	0.014147	0.077903	0.146841	0.077903	0.019805	0.045932	0.077903	0.045932	0.014147
a_{11}	0.006273	0.014147	0.019805	0.014147	0.014147	0.045932	0.077903	0.045932	0.019805	0.077903	0.146841	0.077903	0.014147	0.045932	0.077903	0.045932
a_{12}	0.001482	0.003863	0.008235	0.009902	0.002622	0.009264	0.028760	0.038951	0.003269	0.013328	0.050611	0.073420	0.002622	0.009264	0.028760	0.038951
a_{13}	0.001634	0.001454	0.000869	0.000421	0.006664	0.005454	0.002409	0.000869	0.025306	0.018254	0.005454	0.001454	0.036710	0.025306	0.006664	0.001634
a_{14}	0.002622	0.003269	0.002622	0.001482	0.009264	0.013328	0.009264	0.003863	0.028760	0.050611	0.028760	0.008235	0.038951	0.073420	0.038951	0.009902
a_{15}	0.001482	0.002622	0.003269	0.002622	0.003863	0.009264	0.013328	0.009264	0.008235	0.028760	0.050611	0.028760	0.009902	0.038951	0.073420	0.038951
a_{16}	0.000421	0.000869	0.001454	0.001634	0.000869	0.002409	0.005454	0.006664	0.001454	0.005454	0.018254	0.025306	0.001634	0.006664	0.025306	0.036710

CÁLCULO DE LOS VALORES DE INFLUENCIA I_{ijk}

ESTRATO 5 I_{5K}

$$q/2P = 0.159155 \quad Z = 11.0$$

Los renglones representan el área a_i cargada con $q = 1 \text{ t/m}^2$ y las columnas representan el valor de la influencia en el punto i , (I_{ij}).

	$I_{1,1}$	$I_{1,2}$	$I_{1,3}$	$I_{1,4}$	$I_{1,5}$	$I_{1,6}$	$I_{1,7}$	$I_{1,8}$	$I_{1,9}$	$I_{1,10}$	$I_{1,11}$	$I_{1,12}$	$I_{1,13}$	$I_{1,14}$	$I_{1,15}$	$I_{1,16}$
a_1	0.031588	0.022911	0.006939	0.001864	0.022911	0.017203	0.005771	0.001667	0.006939	0.005771	0.002691	0.001018	0.001864	0.001667	0.001018	0.000506
a_2	0.036196	0.063176	0.036196	0.010493	0.027706	0.045823	0.027706	0.008851	0.009907	0.013879	0.009907	0.004358	0.003020	0.003727	0.003020	0.001746
a_3	0.010493	0.036196	0.063176	0.036196	0.008851	0.027706	0.045823	0.027706	0.004358	0.009907	0.013879	0.009907	0.001746	0.003020	0.003727	0.003020
a_4	0.001864	0.006939	0.022911	0.031588	0.001667	0.005771	0.017203	0.022911	0.001018	0.002691	0.005771	0.006939	0.000506	0.001018	0.001667	0.001864
a_5	0.036196	0.027706	0.009907	0.003020	0.063176	0.045823	0.013879	0.003727	0.036196	0.027706	0.009907	0.003020	0.010493	0.008851	0.004358	0.001746
a_6	0.045149	0.072391	0.045149	0.015354	0.072391	0.126351	0.072391	0.020986	0.045149	0.072391	0.045149	0.015354	0.015354	0.020986	0.015354	0.007141
a_7	0.015354	0.045149	0.072391	0.045149	0.020986	0.072391	0.126351	0.072391	0.015354	0.045149	0.072391	0.045149	0.007141	0.015354	0.020986	0.015354
a_8	0.003020	0.009907	0.027706	0.036196	0.003727	0.013879	0.045823	0.063176	0.003020	0.009907	0.027706	0.036196	0.001746	0.004358	0.008851	0.010493
a_9	0.010493	0.008851	0.004358	0.001746	0.036196	0.027706	0.009907	0.003020	0.063176	0.045823	0.013879	0.003727	0.036196	0.027706	0.009907	0.003020
a_{10}	0.015354	0.020986	0.015354	0.007141	0.045149	0.072391	0.045149	0.015354	0.072391	0.126351	0.072391	0.020986	0.045149	0.072391	0.045149	0.015354
a_{11}	0.007141	0.015354	0.020986	0.015354	0.015354	0.045149	0.072391	0.045149	0.020986	0.072391	0.126351	0.072391	0.015354	0.045149	0.072391	0.045149
a_{12}	0.001746	0.004358	0.008851	0.010493	0.003020	0.009907	0.027706	0.036196	0.003727	0.013879	0.045823	0.063176	0.003020	0.009907	0.027706	0.036196
a_{13}	0.001864	0.001667	0.001018	0.000506	0.006939	0.005771	0.002691	0.001018	0.022911	0.017203	0.005771	0.001667	0.031588	0.022911	0.006939	0.001864
a_{14}	0.003020	0.003727	0.003020	0.001746	0.009907	0.013879	0.009907	0.004358	0.027706	0.045823	0.027706	0.008851	0.036196	0.063176	0.036196	0.010493
a_{15}	0.001746	0.003020	0.003727	0.003020	0.004358	0.009907	0.013879	0.009907	0.008851	0.027706	0.045823	0.027706	0.010493	0.036196	0.063176	0.036196
a_{16}	0.000506	0.001018	0.001667	0.001864	0.001018	0.002691	0.005771	0.006939	0.001667	0.005771	0.017203	0.022911	0.001864	0.006939	0.022911	0.031588

CÁLCULO DE LOS VALORES DE INFLUENCIA I_{ijk}

ESTRATO 6 I_{ijk}

$$q/2P = 0.159155 \quad Z = 12.8$$

Los renglones representan el área a_k cargada con $q = 1 \text{ t/m}^2$ y las columnas representan el valor de la influencia en el punto i , (I_{ij}).

	$I_{1,1}$	$I_{1,2}$	$I_{1,3}$	$I_{1,4}$	$I_{1,5}$	$I_{1,6}$	$I_{1,7}$	$I_{1,8}$	$I_{1,9}$	$I_{1,10}$	$I_{1,11}$	$I_{1,12}$	$I_{1,13}$	$I_{1,14}$	$I_{1,15}$	$I_{1,16}$
a_1	0.024024	0.018793	0.007139	0.002263	0.018793	0.015012	0.006105	0.002046	0.007139	0.006105	0.003143	0.001305	0.002263	0.002046	0.001305	0.000681
a_2	0.031000	0.048048	0.031000	0.011154	0.025093	0.037585	0.025093	0.009647	0.010688	0.014278	0.010688	0.005189	0.003739	0.004526	0.003739	0.002262
a_3	0.011154	0.031000	0.048048	0.031000	0.009647	0.025093	0.037585	0.025093	0.005189	0.010688	0.014278	0.010688	0.002262	0.003739	0.004526	0.003739
a_4	0.002263	0.007139	0.018793	0.024024	0.002046	0.006105	0.015012	0.018793	0.001305	0.003143	0.006105	0.007139	0.000681	0.001305	0.002046	0.002263
a_5	0.031000	0.025093	0.010688	0.003739	0.048048	0.037585	0.014278	0.004526	0.031000	0.025093	0.010688	0.003739	0.011154	0.009647	0.005189	0.002262
a_6	0.042312	0.062000	0.042312	0.017033	0.062000	0.096097	0.062000	0.022309	0.042312	0.062000	0.042312	0.017033	0.017033	0.022309	0.017033	0.008655
a_7	0.017033	0.042312	0.062000	0.042312	0.022309	0.062000	0.096097	0.062000	0.017033	0.042312	0.062000	0.042312	0.008655	0.017033	0.022309	0.017033
a_8	0.003739	0.010688	0.025093	0.031000	0.004526	0.014278	0.037585	0.048048	0.003739	0.010688	0.025093	0.031000	0.002262	0.005189	0.009647	0.011154
a_9	0.011154	0.009647	0.005189	0.002262	0.031000	0.025093	0.010688	0.003739	0.048048	0.037585	0.014278	0.004526	0.031000	0.025093	0.010688	0.003739
a_{10}	0.017033	0.022309	0.017033	0.008655	0.042312	0.062000	0.042312	0.017033	0.062000	0.096097	0.062000	0.022309	0.042312	0.062000	0.042312	0.017033
a_{11}	0.008655	0.017033	0.022309	0.017033	0.017033	0.042312	0.062000	0.042312	0.022309	0.062000	0.096097	0.062000	0.017033	0.042312	0.062000	0.042312
a_{12}	0.002262	0.005189	0.009647	0.011154	0.003739	0.010688	0.025093	0.031000	0.004526	0.014278	0.037585	0.048048	0.003739	0.010688	0.025093	0.031000
a_{13}	0.002263	0.002046	0.001305	0.000681	0.007139	0.006105	0.003143	0.001305	0.018793	0.015012	0.006105	0.002046	0.024024	0.018793	0.007139	0.002263
a_{14}	0.003739	0.004526	0.003739	0.002262	0.010688	0.014278	0.010688	0.005189	0.025093	0.037585	0.025093	0.009647	0.031000	0.048048	0.031000	0.011154
a_{15}	0.002262	0.003739	0.004526	0.003739	0.005189	0.010688	0.014278	0.010688	0.009647	0.025093	0.037585	0.025093	0.011154	0.031000	0.048048	0.031000
a_{16}	0.000681	0.001305	0.002046	0.002263	0.001305	0.003143	0.006105	0.007139	0.002046	0.006105	0.015012	0.018793	0.002263	0.007139	0.018793	0.024024

Aplicando la ecuación de Boussinesq, se obtiene los esfuerzos verticales

Por la simetría de la retícula calcularemos solamente a δ_1 , δ_2 y δ_6 .

$$\delta_1 = 0.00083 \cdot 4.6 \left[\begin{array}{l} 0.20398 (6 r_1) / 9 + 0.01820 (9 r_2) / 18 + 0.00048 (9 r_3) / 18 + 0.00004 (6 r_4) / 9 + 0.01820 (9 r_5) / 18 + \\ 0.00673 (12 r_6) / 36 + 0.00055 (12 r_7) / 36 + 0.00006 (9 r_8) / 18 + 0.00048 (9 r_9) / 18 + 0.00055 (12 r_{10}) / 36 + \\ 0.00016 (12 r_{11}) / 36 + 0.00003 (9 r_{12}) / 18 + 0.00004 (6 r_{13}) / 9 + 0.00006 (9 r_{14}) / 18 + 0.00003 (9 r_{15}) / 18 + \\ 0.00001 (6 r_{16}) / 9 \end{array} \right] +$$

$$0.00092 \cdot 3.2 \left[\begin{array}{l} 0.04021 (6 r_1) / 9 + 0.04741 (9 r_2) / 18 + 0.00523 (9 r_3) / 18 + 0.00061 (6 r_4) / 9 + 0.04741 (9 r_5) / 18 + \\ 0.03811 (12 r_6) / 36 + 0.00663 (12 r_7) / 36 + 0.00093 (9 r_8) / 18 + 0.00523 (9 r_9) / 18 + 0.00663 (12 r_{10}) / 36 + \\ 0.00235 (12 r_{11}) / 36 + 0.00048 (9 r_{12}) / 18 + 0.00061 (6 r_{13}) / 9 + 0.00093 (9 r_{14}) / 18 + 0.00048 (9 r_{15}) / 18 + \\ 0.00013 (6 r_{16}) / 9 \end{array} \right] +$$

$$0.00101 \cdot 1.8 \left[\begin{array}{l} 0.04735 (6 r_1) / 9 + 0.04313 (9 r_2) / 18 + 0.00860 (9 r_3) / 18 + 0.00126 (6 r_4) / 9 + 0.04313 (9 r_5) / 18 + \\ 0.04570 (12 r_6) / 36 + 0.01179 (12 r_7) / 36 + 0.00198 (9 r_8) / 18 + 0.00860 (9 r_9) / 18 + 0.01179 (12 r_{10}) / 36 + \\ 0.00484 (12 r_{11}) / 36 + 0.00108 (9 r_{12}) / 18 + 0.00126 (6 r_{13}) / 9 + 0.00198 (9 r_{14}) / 18 + 0.00108 (9 r_{15}) / 18 + \\ 0.00030 (6 r_{16}) / 9 \end{array} \right] +$$

$$0.00110 \cdot 1.0 \left[\begin{array}{l} 0.03671 (6 r_1) / 9 + 0.03895 (9 r_2) / 18 + 0.00990 (9 r_3) / 18 + 0.00163 (6 r_4) / 9 + 0.03895 (9 r_5) / 18 + \\ 0.04593 (12 r_6) / 36 + 0.01415 (12 r_7) / 36 + 0.00262 (9 r_8) / 18 + 0.00990 (9 r_9) / 18 + 0.01415 (12 r_{10}) / 36 + \\ 0.00627 (12 r_{11}) / 36 + 0.00148 (9 r_{12}) / 18 + 0.00163 (6 r_{13}) / 9 + 0.00262 (9 r_{14}) / 18 + 0.00148 (9 r_{15}) / 18 + \\ 0.00042 (6 r_{16}) / 9 \end{array} \right] +$$

$$0.00120 \cdot 0.8 \left[\begin{array}{l} 0.03159 (6 r_1) / 9 + 0.03620 (9 r_2) / 18 + 0.01049 (9 r_3) / 18 + 0.00186 (6 r_4) / 9 + 0.03620 (9 r_5) / 18 + \\ 0.04515 (12 r_6) / 36 + 0.01535 (12 r_7) / 36 + 0.00302 (9 r_8) / 18 + 0.01049 (9 r_9) / 18 + 0.01535 (12 r_{10}) / 36 + \\ 0.00714 (12 r_{11}) / 36 + 0.00175 (9 r_{12}) / 18 + 0.00186 (6 r_{13}) / 9 + 0.00302 (9 r_{14}) / 18 + 0.00175 (9 r_{15}) / 18 + \\ 0.00051 (6 r_{16}) / 9 \end{array} \right] +$$

$$0.00129 \cdot 2.8 \left[\begin{array}{l} 0.02402 (6 r_1) / 9 + 0.03100 (9 r_2) / 18 + 0.01115 (9 r_3) / 18 + 0.00226 (6 r_4) / 9 + 0.03100 (9 r_5) / 18 + \\ 0.04231 (12 r_6) / 36 + 0.01703 (12 r_7) / 36 + 0.00374 (9 r_8) / 18 + 0.01115 (9 r_9) / 18 + 0.01703 (12 r_{10}) / 36 + \\ 0.00865 (12 r_{11}) / 36 + 0.00226 (9 r_{12}) / 18 + 0.00226 (6 r_{13}) / 9 + 0.00374 (9 r_{14}) / 18 + 0.00226 (9 r_{15}) / 18 + \\ 0.00068 (6 r_{16}) / 9 \end{array} \right]$$

Por simetría

$$r_1 = r_4 = r_{13} = r_{16}$$

$$r_2 = r_3 = r_5 = r_8 = r_9 = r_{12} = r_{14} = r_{15}$$

$$r_6 = r_7 = r_{10} = r_{11}$$

Sustituyendo valores y haciendo operaciones

$$\delta_1 = 0.00086 r_1 + 0.00061 r_2 + 0.00027 r_6$$

$$\delta_2 = 0.00083 \begin{matrix} 5 \\ M_z \end{matrix} \left[\begin{matrix} 0.01638 (6 r_1) / 9 + 0.40796 (9 r_2) / 18 + 0.01820 (9 r_3) / 18 + 0.00037 (6 r_4) / 9 + 0.00539 (9 r_5) / 18 + \\ 0.03641 (12 r_6) / 36 + 0.00673 (12 r_7) / 36 + 0.00040 (9 r_8) / 18 + 0.00035 (9 r_9) / 18 + 0.00097 (12 r_{10}) / 36 + \\ 0.00055 (12 r_{11}) / 36 + 0.00011 (9 r_{12}) / 18 + 0.00004 (6 r_{13}) / 9 + 0.00008 (9 r_{14}) / 18 + 0.00006 (9 r_{15}) / 18 + \\ 0.00002 (6 r_{16}) / 9 \end{matrix} \right] +$$

$$0.00092 \begin{matrix} 3.2 \\ M_z \end{matrix} \left[\begin{matrix} 0.03587 (6 r_1) / 9 + 0.16043 (9 r_2) / 18 + 0.04741 (9 r_3) / 18 + 0.00381 (6 r_4) / 9 + 0.02675 (9 r_5) / 18 + \\ 0.09482 (12 r_6) / 36 + 0.03811 (12 r_7) / 36 + 0.00463 (9 r_8) / 18 + 0.00404 (9 r_9) / 18 + 0.01046 (12 r_{10}) / 36 + \\ 0.00663 (12 r_{11}) / 36 + 0.00150 (9 r_{12}) / 18 + 0.00053 (6 r_{13}) / 9 + 0.00121 (9 r_{14}) / 18 + 0.00093 (9 r_{15}) / 18 + \\ 0.00029 (6 r_{16}) / 9 \end{matrix} \right] +$$

$$0.00101 \begin{matrix} 1.8 \\ M_z \end{matrix} \left[\begin{matrix} 0.02938 (6 r_1) / 9 + 0.09470 (9 r_2) / 18 + 0.04313 (9 r_3) / 18 + 0.00595 (6 r_4) / 9 + 0.02966 (9 r_5) / 18 + \\ 0.08627 (12 r_6) / 36 + 0.04570 (12 r_7) / 36 + 0.00791 (9 r_8) / 18 + 0.00698 (9 r_9) / 18 + 0.01719 (12 r_{10}) / 36 + \\ 0.01179 (12 r_{11}) / 36 + 0.00302 (9 r_{12}) / 18 + 0.00111 (6 r_{13}) / 9 + 0.00251 (9 r_{14}) / 18 + 0.00198 (9 r_{15}) / 18 + \\ 0.00064 (6 r_{16}) / 9 \end{matrix} \right] +$$

$$0.00110 \begin{matrix} 1.0 \\ M_z \end{matrix} \left[\begin{matrix} 0.02531 (6 r_1) / 9 + 0.07342 (9 r_2) / 18 + 0.03895 (9 r_3) / 18 + 0.00666 (6 r_4) / 9 + 0.02876 (9 r_5) / 18 + \\ 0.07790 (12 r_6) / 36 + 0.04593 (12 r_7) / 36 + 0.00926 (9 r_8) / 18 + 0.00824 (9 r_9) / 18 + 0.01980 (12 r_{10}) / 36 + \\ 0.01415 (12 r_{11}) / 36 + 0.00386 (9 r_{12}) / 18 + 0.00145 (6 r_{13}) / 9 + 0.00327 (9 r_{14}) / 18 + 0.00262 (9 r_{15}) / 18 + \\ 0.00087 (6 r_{16}) / 9 \end{matrix} \right] +$$

$$0.00120 \begin{matrix} 0.8 \\ M_z \end{matrix} \left[\begin{matrix} 0.02291 (6 r_1) / 9 + 0.06318 (9 r_2) / 18 + 0.03620 (9 r_3) / 18 + 0.00694 (6 r_4) / 9 + 0.02771 (9 r_5) / 18 + \\ 0.07239 (12 r_6) / 36 + 0.04515 (12 r_7) / 36 + 0.00991 (9 r_8) / 18 + 0.00885 (9 r_9) / 18 + 0.02099 (12 r_{10}) / 36 + \\ 0.01535 (12 r_{11}) / 36 + 0.00436 (9 r_{12}) / 18 + 0.00167 (6 r_{13}) / 9 + 0.00373 (9 r_{14}) / 18 + 0.00302 (9 r_{15}) / 18 + \\ 0.00102 (6 r_{16}) / 9 \end{matrix} \right] +$$

$$0.00129 \begin{matrix} 2.8 \\ M_z \end{matrix} \left[\begin{matrix} 0.01879 (6 r_1) / 9 + 0.04805 (9 r_2) / 18 + 0.03100 (9 r_3) / 18 + 0.00714 (6 r_4) / 9 + 0.02509 (9 r_5) / 18 + \\ 0.06200 (12 r_6) / 36 + 0.04231 (12 r_7) / 36 + 0.01069 (9 r_8) / 18 + 0.00965 (9 r_9) / 18 + 0.02231 (12 r_{10}) / 36 + \\ 0.01703 (12 r_{11}) / 36 + 0.00519 (9 r_{12}) / 18 + 0.00205 (6 r_{13}) / 9 + 0.00453 (9 r_{14}) / 18 + 0.00374 (9 r_{15}) / 18 + \\ 0.00130 (6 r_{16}) / 9 \end{matrix} \right]$$

Por simetría

$$r_1 = r_4 = r_{13} = r_{16}$$

$$r_6 = r_7 = r_{10} = r_{11}$$

$$r_2 = r_3 = r_5 = r_8 = r_9 = r_{12} = r_{14} = r_{15}$$

Sustituyendo valores y haciendo operaciones

$$\delta_2 = 0.00028 r_1 + 0.00178 r_2 + 0.00058 r_6$$

$$\delta_0 = 0.00083 \quad 5 \left[\begin{array}{l} 0.00443 (6 r_1) / 9 + 0.03275 (9 r_2) / 18 + 0.00539 (9 r_3) / 18 + 0.00026 (6 r_4) / 9 + 0.03275 (9 r_5) / 18 + \\ M_z \quad 0.81591 (12 r_6) / 36 + 0.03641 (12 r_7) / 36 + 0.00075 (9 r_8) / 18 + 0.00539 (9 r_9) / 18 + 0.03641 (12 r_{10}) / 36 + \\ 0.00673 (12 r_{11}) / 36 + 0.00040 (9 r_{12}) / 18 + 0.00026 (6 r_{13}) / 9 + 0.00075 (9 r_{14}) / 18 + 0.00040 (9 r_{15}) / 18 + \\ 0.00067 (6 r_{16}) / 9 \end{array} \right] +$$

$$0.00092 \quad 3.2 \left[\begin{array}{l} 0.01920 (6 r_1) / 9 + 0.07174 (9 r_2) / 18 + 0.02675 (9 r_3) / 18 + 0.00287 (6 r_4) / 9 + 0.07174 (9 r_5) / 18 + \\ M_z \quad 0.32086 (12 r_6) / 36 + 0.09482 (12 r_7) / 36 + 0.00761 (9 r_8) / 18 + 0.02675 (9 r_9) / 18 + 0.09482 (12 r_{10}) / 36 + \\ 0.03611 (12 r_{11}) / 36 + 0.00463 (9 r_{12}) / 18 + 0.00287 (6 r_{13}) / 9 + 0.00761 (9 r_{14}) / 18 + 0.00463 (9 r_{15}) / 18 + \\ 0.00098 (6 r_{16}) / 9 \end{array} \right] +$$

$$0.00101 \quad 1.8 \left[\begin{array}{l} 0.01958 (6 r_1) / 9 + 0.05876 (9 r_2) / 18 + 0.02966 (9 r_3) / 18 + 0.00474 (6 r_4) / 9 + 0.05876 (9 r_5) / 18 + \\ M_z \quad 0.18940 (12 r_6) / 36 + 0.08627 (12 r_7) / 36 + 0.01190 (9 r_8) / 18 + 0.02966 (9 r_9) / 18 + 0.08627 (12 r_{10}) / 36 + \\ 0.04570 (12 r_{11}) / 36 + 0.00791 (9 r_{12}) / 18 + 0.00474 (6 r_{13}) / 9 + 0.01190 (9 r_{14}) / 18 + 0.00791 (9 r_{15}) / 18 + \\ 0.00191 (6 r_{16}) / 9 \end{array} \right] +$$

$$0.00110 \quad 1.0 \left[\begin{array}{l} 0.01825 (6 r_1) / 9 + 0.05061 (9 r_2) / 18 + 0.02876 (9 r_3) / 18 + 0.00545 (6 r_4) / 9 + 0.05061 (9 r_5) / 18 + \\ M_z \quad 0.14684 (12 r_6) / 36 + 0.07790 (12 r_7) / 36 + 0.01333 (9 r_8) / 18 + 0.02876 (9 r_9) / 18 + 0.07790 (12 r_{10}) / 36 + \\ 0.04593 (12 r_{11}) / 36 + 0.00926 (9 r_{12}) / 18 + 0.00545 (6 r_{13}) / 9 + 0.01333 (9 r_{14}) / 18 + 0.00926 (9 r_{15}) / 18 + \\ 0.00241 (6 r_{16}) / 9 \end{array} \right] +$$

$$0.00120 \quad 0.8 \left[\begin{array}{l} 0.01720 (6 r_1) / 9 + 0.04582 (9 r_2) / 18 + 0.02771 (9 r_3) / 18 + 0.00577 (6 r_4) / 9 + 0.04582 (9 r_5) / 18 + \\ M_z \quad 0.12635 (12 r_6) / 36 + 0.07239 (12 r_7) / 36 + 0.01388 (9 r_8) / 18 + 0.02771 (9 r_9) / 18 + 0.07239 (12 r_{10}) / 36 + \\ 0.04515 (12 r_{11}) / 36 + 0.00991 (9 r_{12}) / 18 + 0.00577 (6 r_{13}) / 9 + 0.01388 (9 r_{14}) / 18 + 0.00991 (9 r_{15}) / 18 + \\ 0.00269 (6 r_{16}) / 9 \end{array} \right] +$$

$$0.00129 \quad 2.8 \left[\begin{array}{l} 0.01501 (6 r_1) / 9 + 0.03759 (9 r_2) / 18 + 0.02509 (9 r_3) / 18 + 0.00611 (6 r_4) / 9 + 0.03759 (9 r_5) / 18 + \\ M_z \quad 0.09610 (12 r_6) / 36 + 0.06200 (12 r_7) / 36 + 0.01428 (9 r_8) / 18 + 0.02509 (9 r_9) / 18 + 0.06200 (12 r_{10}) / 36 + \\ 0.04231 (12 r_{11}) / 36 + 0.01069 (9 r_{12}) / 18 + 0.00611 (6 r_{13}) / 9 + 0.01428 (9 r_{14}) / 18 + 0.01069 (9 r_{15}) / 18 + \\ 0.00314 (6 r_{16}) / 9 \end{array} \right]$$

Por simetría

$$r_1 = r_4 = r_{13} = r_{16} \quad r_2 = r_3 = r_5 = r_8 = r_9 = r_{12} = r_{14} = r_{15}$$

$$r_6 = r_7 = r_{10} = r_{11}$$

Sustituyendo valores y haciendo operaciones

$$\delta_0 = 0.00022 r_1 + 0.00119 r_2 + 0.00247 r_6$$

OBTENCION DEL SISTEMA DE ECUACIONES

(QUE REPRESENTAN EL EQUILIBRIO DE CORTANTES O DE MOMENTOS EN EL GRADO DE LIBERTAD CORRESPONDIENTE)

1	8383 283	δ_1	-4191 626	δ_2	-4191 626	δ_3	-12574 879	δ_{11}	-12574 879	δ_{12}	-12574 879	δ_{13}	-12574 879	δ_{14}	-12574 879	δ_{15}	4 876	δ_{16}	0 603	δ_{17}	0 603	δ_{18}	7 313	δ_{19}	-43 00	
2	-4191 626	δ_2	12978 069	δ_3	-4191 626	δ_4	-4591 817	δ_{21}	12978 069	δ_{22}	0 000	δ_{23}	-13775 451	δ_{24}	-12574 879	δ_{25}	-13775 451	δ_{26}	0 603	δ_{27}	0 000	δ_{28}	7 313	δ_{29}	0 563 δ_{30} + 0 563 δ_{31} - 9 600	-50 00
3	14 000	δ_3	0 000	δ_4	-4191 626	δ_5	-4591 817	δ_{31}	0 000	δ_{32}	0 000	δ_{33}	-13775 451	δ_{34}	-12574 879	δ_{35}	-13775 451	δ_{36}	0 603	δ_{37}	0 000	δ_{38}	7 313	δ_{39}	0 563 δ_{40} + 0 563 δ_{41} - 9 600	-50 00
4	-4191 626	δ_4	8383 283	δ_5	-4191 626	δ_6	12978 069	δ_{41}	12978 069	δ_{42}	-12574 879	δ_{43}	-12574 879	δ_{44}	0 603	δ_{45}	4 876	δ_{46}	0 603	δ_{47}	-4 800	δ_{48}	-43 00	δ_{49}	-43 00	
5	-4191 626	δ_5	-12978 069	δ_6	-4591 817	δ_7	-4191 626	δ_{51}	-12978 069	δ_{52}	0 000	δ_{53}	-13775 451	δ_{54}	-12574 879	δ_{55}	-13775 451	δ_{56}	0 603	δ_{57}	0 000	δ_{58}	7 313	δ_{59}	0 563 δ_{60} + 0 563 δ_{61} - 9 600	-50 00
6	-4591 817	δ_6	-4591 817	δ_7	16367 266	δ_8	-4591 817	δ_{61}	-4591 817	δ_{62}	-4591 817	δ_{63}	13775 451	δ_{64}	13775 451	δ_{65}	0 000	δ_{66}	0 000	δ_{67}	-13775 451	δ_{68}	-13775 451	δ_{69}	0 563 δ_{70} + 0 563 δ_{71} + 9 750	δ_{72} + 0 563 δ_{73} + 0 563 δ_{74} + 0 563 δ_{75}
7	-4591 817	δ_7	-4591 817	δ_8	12978 069	δ_9	-4591 817	δ_{71}	-4591 817	δ_{72}	0 000	δ_{73}	-13775 451	δ_{74}	-12574 879	δ_{75}	-13775 451	δ_{76}	0 603	δ_{77}	0 000	δ_{78}	7 313	δ_{79}	0 563 δ_{80} + 0 563 δ_{81} - 9 600	-50 00
8	-4191 626	δ_8	-4591 617	δ_9	-12978 069	δ_{10}	-4191 626	δ_{81}	12978 069	δ_{82}	12978 069	δ_{83}	-13775 451	δ_{84}	-12574 879	δ_{85}	-13775 451	δ_{86}	0 603	δ_{87}	0 603	δ_{88}	7 313	δ_{89}	0 563 δ_{90} + 0 563 δ_{91} - 9 600	-50 00
9	-4191 626	δ_9	-12978 069	δ_{10}	-4591 817	δ_{11}	-4191 626	δ_{91}	-12978 069	δ_{92}	0 000	δ_{93}	-13775 451	δ_{94}	-12574 879	δ_{95}	-13775 451	δ_{96}	0 603	δ_{97}	0 000	δ_{98}	7 313	δ_{99}	0 563 δ_{100} + 0 563 δ_{101} - 9 600	-50 00
10	-4591 817	δ_{10}	-4591 817	δ_{11}	16367 266	δ_{12}	-4591 817	δ_{101}	-4591 817	δ_{102}	-4591 817	δ_{103}	13775 451	δ_{104}	13775 451	δ_{105}	0 000	δ_{106}	0 000	δ_{107}	-13775 451	δ_{108}	-13775 451	δ_{109}	0 563 δ_{110} + 0 563 δ_{111} + 9 750	δ_{112} + 0 563 δ_{113} + 0 563 δ_{114} + 0 563 δ_{115}
11	-4591 817	δ_{11}	-4591 817	δ_{12}	16367 266	δ_{13}	-4591 817	δ_{111}	-4591 817	δ_{112}	-4591 817	δ_{113}	13775 451	δ_{114}	13775 451	δ_{115}	0 000	δ_{116}	0 000	δ_{117}	-13775 451	δ_{118}	-13775 451	δ_{119}	0 563 δ_{120} + 0 563 δ_{121} + 9 750	δ_{122} + 0 563 δ_{123} + 0 563 δ_{124} + 0 563 δ_{125}
12	-4191 626	δ_{12}	-4591 817	δ_{13}	12978 069	δ_{14}	-4191 626	δ_{121}	12978 069	δ_{122}	12978 069	δ_{123}	-13775 451	δ_{124}	-12574 879	δ_{125}	-13775 451	δ_{126}	0 603	δ_{127}	0 603	δ_{128}	7 313	δ_{129}	0 563 δ_{130} + 0 563 δ_{131} - 9 600	-50 00
13	-4191 626	δ_{13}	8383 283	δ_{14}	-4191 626	δ_{15}	12978 069	δ_{131}	-12978 069	δ_{132}	-12978 069	δ_{133}	-12574 879	δ_{134}	0 603	δ_{135}	4 876	δ_{136}	0 603	δ_{137}	-4 800	δ_{138}	-43 00	δ_{139}	-43 00	
14	-4591 817	δ_{14}	-4191 626	δ_{15}	-12978 069	δ_{16}	-4191 626	δ_{141}	-12978 069	δ_{142}	0 000	δ_{143}	-13775 451	δ_{144}	-12574 879	δ_{145}	-13775 451	δ_{146}	0 603	δ_{147}	0 603	δ_{148}	7 313	δ_{149}	0 563 δ_{150} + 0 563 δ_{151} - 9 600	-50 00
15	-4591 817	δ_{15}	-4191 626	δ_{16}	-12978 069	δ_{17}	-4191 626	δ_{151}	-12978 069	δ_{152}	0 000	δ_{153}	-13775 451	δ_{154}	-12574 879	δ_{155}	-13775 451	δ_{156}	0 603	δ_{157}	0 603	δ_{158}	7 313	δ_{159}	0 563 δ_{160} + 0 563 δ_{161} - 9 600	-50 00
16	-4191 626	δ_{16}	-4191 626	δ_{17}	8383 283	δ_{18}	12978 069	δ_{161}	12978 069	δ_{162}	-660 770	δ_{163}	-660 770	δ_{164}	0 938	δ_{165}	2 063	δ_{166}	0 938	δ_{167}	-2 400	δ_{168}	-4 800	δ_{169}	-4 800	
17	-12574 879	δ_{17}	-12574 879	δ_{18}	50960 286	δ_{19}	-660 770	δ_{171}	-12574 879	δ_{172}	25149 758	δ_{173}	-660 770	δ_{174}	0 938	δ_{175}	2 063	δ_{176}	0 938	δ_{177}	-2 400	δ_{178}	-4 800	δ_{179}	-4 800	
18	-12574 879	δ_{18}	0 000	δ_{19}	12574 879	δ_{20}	25149 758	δ_{181}	101402 096	δ_{182}	-603 066	δ_{183}	-603 066	δ_{184}	0 938	δ_{185}	2 063	δ_{186}	0 938	δ_{187}	0 000	δ_{188}	-0 938	δ_{189}	0 000	
19	-13775 451	δ_{19}	-13775 451	δ_{20}	-660 770	δ_{21}	56403 343	δ_{191}	-660 770	δ_{192}	27650 901	δ_{193}	-603 066	δ_{194}	-603 066	δ_{195}	4 800	δ_{196}	0 938	δ_{197}	4 800	δ_{198}	-4 800	δ_{199}	-4 800	
20	-12574 879	δ_{20}	0 000	δ_{21}	12574 879	δ_{22}	25149 758	δ_{201}	101402 096	δ_{202}	-603 066	δ_{203}	-603 066	δ_{204}	0 938	δ_{205}	2 063	δ_{206}	0 938	δ_{207}	0 000	δ_{208}	-0 938	δ_{209}	0 000	
21	-13775 451	δ_{21}	-13775 451	δ_{22}	-660 770	δ_{23}	56403 343	δ_{211}	-660 770	δ_{212}	27650 901	δ_{213}	-603 066	δ_{214}	-603 066	δ_{215}	4 800	δ_{216}	0 938	δ_{217}	4 800	δ_{218}	-4 800	δ_{219}	-4 800	
22	-12574 879	δ_{22}	-12574 879	δ_{23}	25149 758	δ_{24}	50960 286	δ_{221}	-12574 879	δ_{222}	25149 758	δ_{223}	-660 770	δ_{224}	0 938	δ_{225}	2 063	δ_{226}	0 938	δ_{227}	-2 400	δ_{228}	-4 800	δ_{229}	-4 800	
23	-12574 879	δ_{23}	12574 879	δ_{24}	-660 770	δ_{25}	50960 286	δ_{231}	12574 879	δ_{232}	25149 758	δ_{233}	-660 770	δ_{234}	-660 770	δ_{235}	4 800	δ_{236}	0 938	δ_{237}	4 800	δ_{238}	-4 800	δ_{239}	-4 800	
24	-13775 451	δ_{24}	-13775 451	δ_{25}	-660 770	δ_{26}	56403 343	δ_{241}	-660 770	δ_{242}	27650 901	δ_{243}	-603 066	δ_{244}	-603 066	δ_{245}	4 800	δ_{246}	0 938	δ_{247}	4 800	δ_{248}	-4 800	δ_{249}	-4 800	
25	-12574 879	δ_{25}	0 000	δ_{26}	12574 879	δ_{27}	25149 758	δ_{251}	101402 096	δ_{252}	-603 066	δ_{253}	-603 066	δ_{254}	0 938	δ_{255}	2 063	δ_{256}	0 938	δ_{257}	0 000	δ_{258}	-0 938	δ_{259}	0 000	
26	-13775 451	δ_{26}	-13775 451	δ_{27}	-660 770	δ_{28}	56403 343	δ_{261}	-660 770	δ_{262}	27650 901	δ_{263}	-603 066	δ_{264}	-603 066	δ_{265}	4 800	δ_{266}	0 938	δ_{267}	4 800	δ_{268}	-4 800	δ_{269}	-4 800	
27	-12574 879	δ_{27}	0 000	δ_{28}	12574 879	δ_{29}	25149 758	δ_{271}	101402 096	δ_{272}	-603 066	δ_{273}	-603 066	δ_{274}	0 938	δ_{275}	2 063	δ_{276}	0 938	δ_{277}	0 000	δ_{278}	-0 938	δ_{279}	0 000	
28	-13775 451	δ_{28}	-13775 451	δ_{29}	-660 770	δ_{30}	56403 343	δ_{281}	-660 770	δ_{282}	27650 901	δ_{283}	-603 066	δ_{284}	-603 066	δ_{285}	4 800	δ_{286}	0 938	δ_{287}	4 800	δ_{288}	-4 800	δ_{289}	-4 800	
29	-12574 879	δ_{29}	-12574 879	δ_{30}	25149 758	δ_{31}	50960 286	δ_{291}	-12574 879	δ_{292}	25149 758	δ_{293}	-660 770	δ_{294}	0 938	δ_{295}	2 063	δ_{296}	0 938	δ_{297}	-2 400	δ_{298}	-4 800	δ_{299}	-4 800	
30	-12574 879	δ_{30}	12574 879	δ_{31}	-660 770	δ_{32}	50960 286	δ_{301}	12574 879	δ_{302}	25149 758	δ_{303}	-660 770	δ_{304}	-660 770	δ_{305}	4 800	δ_{306}	0 938	δ_{307}	4 800	δ_{308}	-4 800	δ_{309}	-4 800	
31	-13775 451	δ_{31}	-13775 451	δ_{32}	-660 770	δ_{33}	56403 343	δ_{311}	-660 770	δ_{312}	27650 901	δ_{313}	-603 066	δ_{314}	-603 066	δ_{315}	4 800	δ_{316}	0 938	δ_{317}	4 800	δ_{318}	-4 800	δ_{319}	-4 800	
32	-12574 879	δ_{32}	0 000	δ_{33}	12574 879	δ_{34}	25149 758	δ_{321}	101402 096	δ_{322}	-603 066	δ_{323}	-603 066	δ_{324}	0 938	δ_{325}	2 063	δ_{326}	0 938	δ_{327}	0 000	δ_{328}	-0 938	δ_{329}	0 000	
33	-13775 451	δ_{33}	-13775 4																							

Tomando en cuenta que, por simetría se tiene:

$$\delta_1 = \delta_4 = \delta_{13} = \delta_{16} \quad \delta_2 = \delta_3 = \delta_5 = \delta_8 = \delta_7 = \delta_{12} = \delta_{14} = \delta_{15} \quad \delta_6 = \delta_7 = \delta_{10} = \delta_{11}$$

$$r_1 = r_4 = r_{13} = r_{16} \quad r_2 = r_3 = r_5 = r_8 = r_9 = r_{12} = r_{14} = r_{15} \quad r_6 = r_7 = r_{10} = r_{11}$$

$$\Theta_{10} = \Theta_{11} = -\Theta_{16} = \Theta_{17} = \Theta_{34} = -\Theta_{35} = -\Theta_{40} = -\Theta_{41} \quad \Theta_{13} = \Theta_{15} = \Theta_{18} = -\Theta_{24} = -\Theta_{26} = -\Theta_{32} = -\Theta_{37} = -\Theta_{39}$$

TOMANDO EN CONSIDERACIÓN LA SIMETRÍA, OBTENEMOS EL SIGUIENTE SISTEMA DE ECUACIONES

GL		δ_1	δ_2	δ_6	Θ_{10}	Θ_{12}	r_1	r_2	r_6	Θ_{13}	Θ_{20}	r_1			
1	8383.253	$\delta_1 +$	-8383.253	$\delta_2 +$	-25149.758	$\Theta_{10} +$	-25149.758	$\Theta_{12} +$	4.875	$r_1 +$	1.125	$r_2 +$	-4.800	+ -25.00	
2	-4191.626	$\delta_1 +$	8783.443	$\delta_2 +$	-4591.817	$\delta_6 +$	12574.879	$\Theta_{10} +$	-12574.879	$\Theta_{12} +$	-13775.451	$\Theta_{13} +$	-13775.451	$\Theta_{20} +$	0.563
			7.875	$r_2 +$	0.563	$r_6 +$	-9.600								
6	-9183.634	$\delta_2 +$	9183.634	$\delta_6 +$	27550.901	$\Theta_{13} +$	-27550.901	$\Theta_{20} +$	1.125	$r_2 +$	10.875	$r_6 +$	-19.200	+ -100.00	
10	-12574.879	$\delta_1 +$	12574.879	$\delta_2 +$	50960.285	$\Theta_{10} +$	25149.758	$\Theta_{12} +$	-660.770	$\Theta_{13} +$	-2.063	$r_1 +$	-0.938	$r_2 +$	2.400
12*	-12574.879	$\delta_1 +$	12574.879	$\delta_2 +$	25149.758	$\Theta_{10} +$	126551.853	$\Theta_{12} +$	-803.065	$\Theta_{20} +$	0.938	$r_1 +$	-0.938	$r_2 +$	0.000
13	-13775.451	$\delta_2 +$	13775.451	$\delta_6 +$	-660.770	$\Theta_{10} +$	55762.573	$\Theta_{13} +$	27550.901	$\Theta_{20} +$	-2.063	$r_2 +$	-0.938	$r_6 +$	4.800
20	-13775.451	$\delta_2 +$	13775.451	$\delta_6 +$	-803.065	$\Theta_{12} +$	27550.901	$\Theta_{13} +$	138557.571	$\Theta_{20} +$	0.938	$r_2 +$	-0.938	$r_6 +$	0.000

VALORES DE INFLUENCIA

$$\delta_1 = 0.00086 \quad r_1 + 0.00061 \quad r_2 + 0.00027 \quad r_6$$

$$\delta_2 = 0.00028 \quad r_1 + 0.00178 \quad r_2 + 0.00058 \quad r_6$$

$$\delta_6 = 0.00022 \quad r_1 + 0.00119 \quad r_2 + 0.00247 \quad r_6$$

SUSTITUTENDO LOS VALORES DE INFLUENCIA EN EL SISTEMA DE ECUACIONES

GL		r_1	r_2	r_6	Θ_{10}	Θ_{12}	Θ_{13}	Θ_{20}							
1	9.734	$r_1 +$	-8.657	$r_2 +$	-2.644	$r_6 +$	-25149.758	$\Theta_{10} +$	-25149.758	$\Theta_{12} +$	-29.800				
2	-1.563	$r_1 +$	15.447	$r_2 +$	-6.786	$r_6 +$	12574.879	$\Theta_{10} +$	-12574.879	$\Theta_{12} +$	-13775.451	$\Theta_{13} +$	-13775.451	$\Theta_{20} +$	-59.600
6	-0.607	$r_1 +$	-4.238	$r_2 +$	28.217	$r_6 +$	27550.901	$\Theta_{13} +$	-27550.901	$\Theta_{20} +$	-119.200				
10	-9.350	$r_1 +$	13.735	$r_2 +$	3.966	$r_6 +$	50960.285	$\Theta_{10} +$	25149.758	$\Theta_{12} +$	-660.770	$\Theta_{13} +$	2.400		
12*	-6.350	$r_1 +$	13.735	$r_2 +$	3.966	$r_6 +$	25149.758	$\Theta_{10} +$	126551.853	$\Theta_{12} +$	-803.065	$\Theta_{20} +$	0.000		
13	-0.911	$r_1 +$	-10.106	$r_2 +$	25.075	$r_6 +$	-660.770	$\Theta_{10} +$	55762.573	$\Theta_{13} +$	27550.901	$\Theta_{20} +$	4.800		
20	-0.911	$r_1 +$	-7.106	$r_2 +$	25.075	$r_6 +$	-803.065	$\Theta_{12} +$	27550.901	$\Theta_{13} +$	138557.571	$\Theta_{20} +$	0.000		

COMPATIBILIDAD DE DEFORMACIONES

RESOLVIENDO EL SISTEMA DE ECUACIONES

$$r_1 = 7.61902 \text{ t/m}$$

$$\Theta_{10} = -0.00055$$

$$r_2 = 5.78253 \text{ t/m}$$

$$\Theta_{12} = -0.00033$$

$$r_6 = 6.22329 \text{ t/m}$$

$$\Theta_{13} = -0.00148$$

$$\Theta_{20} = -0.00049$$

HUNDIMIENTOS DEL TERRENO

SUSTITUYENDO LOS VALORES EN LOS VALORES DE INFLUENCIA

$$\delta_1 = 0.0118 \text{ m.}$$

$$\delta_2 = 0.0161 \text{ m.}$$

$$\delta_6 = 0.0239 \text{ m.}$$

CAPÍTULO III

RESULTADOS OBTENIDOS

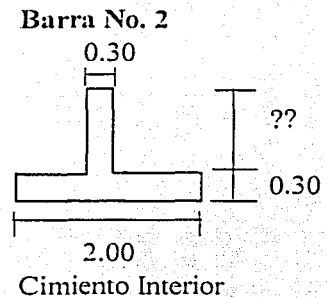
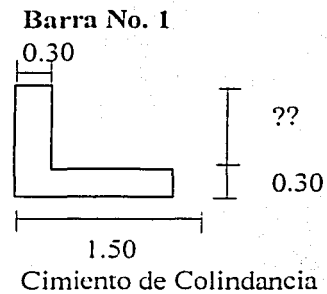
Como lo comentamos a principio del capítulo anterior, la interacción entre la estructura de cimentado y el suelo consistirá en encontrar un sistema de reacciones que aplicadas simultáneamente a la estructura de cimentación y a la masa del suelo produzcan la misma configuración de desplazamientos diferenciales entre los dos elementos. El procedimiento de establecer las expresiones de compatibilidad para el cálculo de los esfuerzos de contacto se designará en adelante por Interacción-Suelo-Estructura. Para lograr lo anterior, será necesario basarse por un lado en las leyes físicas que rigen el comportamiento de la masa del suelo y por el otro en los procedimientos nominales de cálculos estructurales en la determinación de fuerzas y deformaciones, tomando en cuenta las propiedades mecánicas del material del cual será construida la estructura de cimentación.

Los resultados que a continuación se presentan son producto de la técnica que se describe en el capítulo I (propuesta por Deméneghi, 1983), no olvidando, que para lograr el objetivo de esta tesis, fue necesario apoyarse en un software (hoja de cálculo) para realizar los cálculos e iteraciones y así poder variar el peralte de la cimentación para obtener los asentamientos en función de la rigidez. en el capítulo anterior se realizó una iteración aplicando esta técnica paso a paso para una de las iteraciones, los resultados presentados en la siguiente tabla son obtenidos de igual manera que los resultados del capítulo anterior.

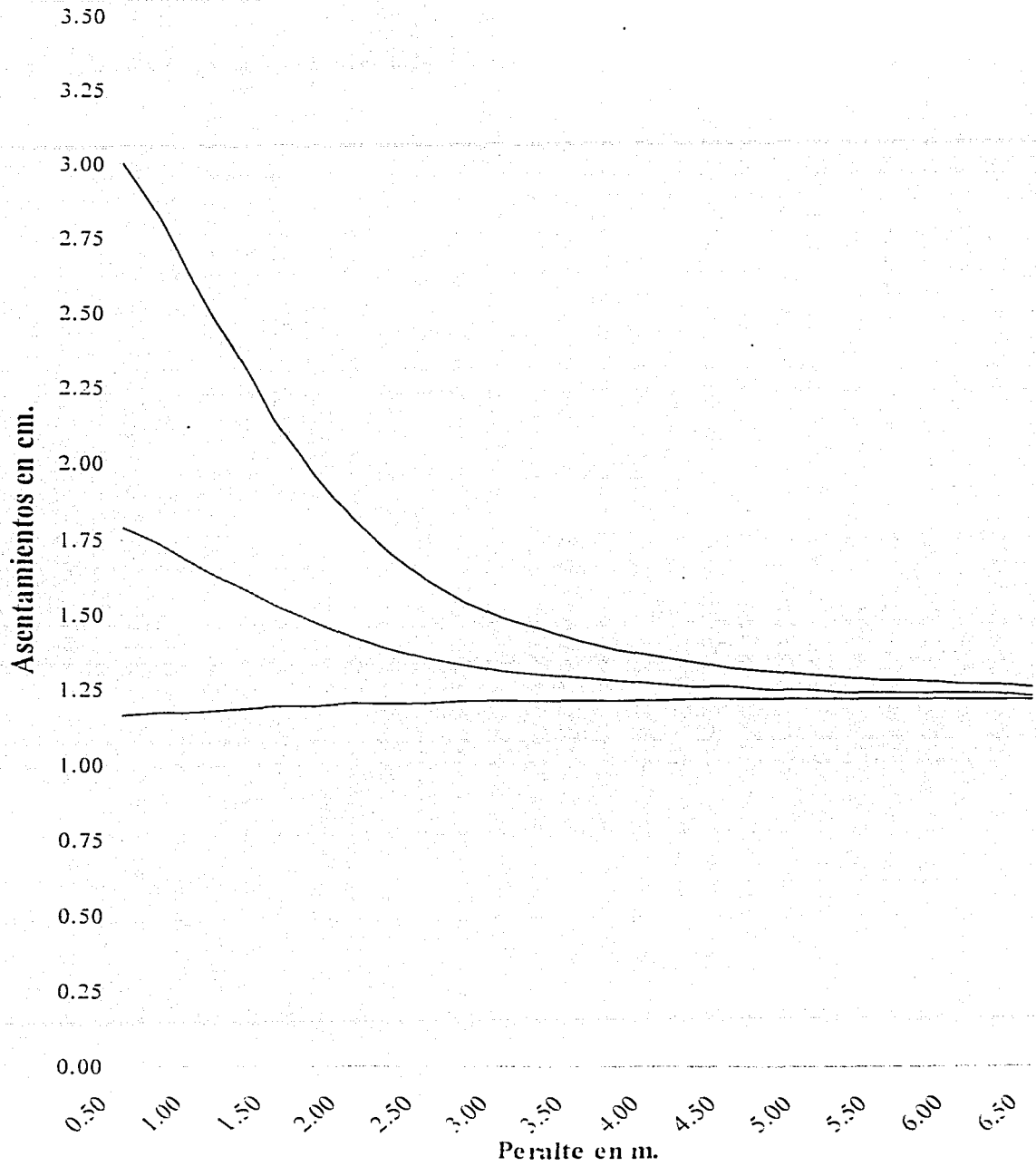
DATOS GENERALES

Barra	Dimensiones (m)				
	No.	b_1	b_2	h_1	h_2
1	0.30	1.50	??	0.30	
2	0.30	2.00	??	0.30	

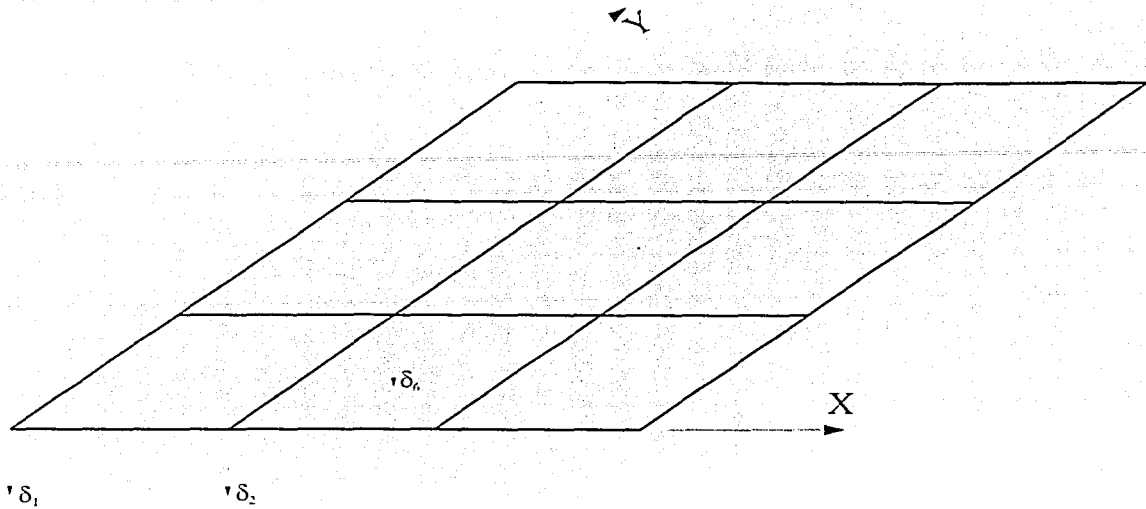
Peralte (m)	δ_1 (cm)	δ_2 (cm)	δ_6 (cm)	Asentamiento diferencial
0.50	1.16	1.79	3.00	1.21
0.75	1.17	1.73	2.81	1.08
1.00	1.17	1.66	2.58	0.92
1.25	1.18	1.59	2.35	0.76
1.50	1.19	1.53	2.14	0.61
1.75	1.19	1.47	1.96	0.49
2.00	1.20	1.42	1.82	0.40
2.25	1.20	1.38	1.70	0.32
2.50	1.20	1.35	1.61	0.26
2.75	1.21	1.33	1.54	0.21
3.00	1.21	1.31	1.49	0.18
3.25	1.21	1.30	1.45	0.15
3.50	1.21	1.29	1.41	0.12
3.75	1.21	1.28	1.38	0.10
4.00	1.21	1.27	1.36	0.09
4.25	1.22	1.26	1.34	0.08
4.50	1.22	1.26	1.32	0.06
4.75	1.22	1.25	1.31	0.06
5.00	1.22	1.25	1.30	0.05
5.25	1.22	1.24	1.29	0.05
5.50	1.22	1.24	1.28	0.04
5.75	1.22	1.24	1.28	0.04
6.00	1.22	1.24	1.27	0.03
6.25	1.22	1.24	1.27	0.03
6.50	1.22	1.23	1.26	0.03



Peralte / Asentamientos



Recordemos que por simetría la retícula de cimentación se simplifica a los asentamientos δ_1 , δ_2 y δ_3 .



Los asentamientos que una estructura puede tolerar, asentamientos admisibles, depende de muchos factores incluyendo el tipo, forma, situación y finalidad de la estructura, así como la forma, velocidad, causa y origen del asentamiento. A continuación compararemos los asentamientos obtenidos en esta tesis con los asentamientos admisibles propuestos en la siguiente tabla.

Tipo de movimiento	Factor limitativo	Asentamiento máximo
Asentamientos diferenciales:		
	Marcos de concreto armado	0.0025-0.004L
	Marcos metálicos continuos	0.002L
	Marcos metálicos sencillos	0.005L

Según Sowers, 1962.

Nota:

L = distancia entre columnas adyacentes con asentamientos diferenciales o entre dos puntos cualesquiera con asentamientos diferenciales. Los valores más elevados son para asentamientos

homogéneos y estructuras más tolerantes. Los valores inferiores corresponden a asentamientos irregulares y estructuras delicadas.

Si el ejemplo de aplicación de esta tesis se considerara de cualquiera de los tres tipos de marcos mencionados en la tabla anterior, tomando a L igual a 6 m que es la distancia entre las columnas adyacentes el asentamiento máximo que se obtendría como resultado sería el siguiente:

Tipo de marco	L (cm.)	Asentamiento Máximo (cm.)
Asentamientos diferenciales:		
Marcos de concreto armado	600	1.50 a 2.40
Marcos metálicos continuos	600	1.2
Marcos metálicos sencillos	600	3.0

Por lo tanto para que el ejemplo de aplicación cumpla con los asentamientos admisibles obtenidos en la tabla anterior, estará en función del tipo de marco, para que así se pueda determinar cuál es el peralte mínimo y cumpla con los asentamientos admisibles.

En la siguiente tabla se propondrán los peraltes mínimos para que se cumpla con los asentamientos máximos en cada uno de los tres tipos de marcos mencionados.

Tipo de marco	Peralte (cm)	Asentamiento diferencial (cm)
Marcos de concreto armado	50	1.21
Marcos metálicos continuos	75	1.08
Marcos metálicos sencillos	50	1.21

A continuación se analizará los asentamientos diferenciales utilizando el criterio de las Normas Técnicas Complementarias para Diseño y Construcción de Cimentaciones del D.F.

Tipo de estructura	Variable que se limita	Límite
Marcos de acero	Relación entre el asentamiento diferencial y el claro	0.006L
Marcos de concreto	Relación entre el asentamiento diferencial y el claro	0.004L
Muros de ladrillo recocido o bloque de concreto	Relación entre el asentamiento diferencial y el claro	0.002L
Muros con acabados muy sensibles, como yeso, piedra ornamental, etc.	Relación entre el asentamiento diferencial y el claro	0.001L

Sustituyendo el valor de L igual a 600 cm obtenemos en la siguiente tabla los valores correspondientes al límite máximo del asentamiento diferencial, en función de estos valores se propondrá el peralte para que se cumpla con los asentamientos diferenciales según las Normas Técnicas Complementarias para Diseño y Construcción de Cimentaciones del D.F.

Tipo de estructura	Límite del asentamiento (cm)	Asentamiento diferencial (cm)	Peralte propuesto (cm)
Marcos de acero	3.6	1.21	50
Marcos de concreto	2.4	1.21	50
Muros de ladrillo recocido o bloque de concreto	1.2	1.08	75
Muros con acabados muy sensibles, como yeso, piedra ornamental, etc.	0.6	0.49	175

CAPÍTULO IV

CONCLUSIONES

En relación con la interacción estática suelo-estructura se puede concluir lo siguiente:

a) Existe un buen número de métodos que tratan el problema. En términos generales, la mayoría de ellos determinan las deformaciones del terreno de cimentación utilizando la matriz de flexibilidades del suelo. En cambio, en el análisis de la estructura, algunos procedimientos emplean la matriz de rigideces, mientras que otros usan la matriz de flexibilidades de la estructura. Cabe aclarar que prácticamente todos los métodos resuelven el problema, es decir, todos ellos obtienen los diagramas de asentamientos diferenciales del suelo y de reacciones del mismo, tomando en cuenta la rigidez de la estructura de cimentación. Inclusive, algunos de los procedimientos toman en cuenta el efecto de la superestructura (con todos sus pisos) en el análisis de interacción.

b) La mayoría de los procedimientos de interacción se presentan en forma bidimensional, en el plano (quizá por facilidad de exposición), pero se pueden extender en forma relativamente sencilla a tres dimensiones. El principal inconveniente de tratar el problema en el espacio es que el número de operaciones es elevado.

c) Dada la gran cantidad de operaciones a realizar, la resolución de un problema de interacción suelo-estructura se lleva a cabo en general con el auxilio de programas de computadora, los cuales, actualmente, se pueden correr en una microcomputadora o PC, con las que se cuenta en las oficinas de cálculo.

Como se puede apreciar en el segundo capítulo, es posible en forma relativamente sencilla llevar a cabo el análisis de interacción estática suelo-estructura en el espacio, sin necesidad de hacer iteraciones. Además se toma en cuenta toda la estructura y todos los estratos del subsuelo.

ESTA TESIS NO SALE
DE LA BIBLIOTECA

Uno de los aspectos importantes es que para aplicar esta técnica en la práctica profesional, es necesario elaborar programas de computadora, los cuales utilizan grandes cantidades de memoria, ya que en tres dimensiones el número de grados de libertad es mucho mayor que el que se utiliza en análisis bidimensionales.

En el tercer capítulo, al presentar los resultados en forma de tabla y generando a la vez una gráfica de estos, se observa el comportamiento de los asentamientos de la retícula de cimentación. Se observa en la gráfica, producto de las iteraciones que se realizaron, que al ir variando el peralte de la cimentación se va presentando una disminución de los asentamientos diferenciales y que a mayor peralte éstos tienden a ser constantes, por lo tanto, según las Normas Técnicas Complementarias de Cimentaciones del RCDF, en función de los asentamientos diferenciales se puede proponer el peralte mínimo para cumplir con estas normas, disminuyendo con esto el costo de la cimentación.

Finalmente, concluyo que el ingeniero de cimentaciones se ve en la necesidad de hacer hipótesis de trabajo simples y conservadoras que le permitan el cálculo de interacción suelo-estructura con las herramientas de que dispone. En toda forma deberá conocer como mínimo las propiedades esfuerzo-deformación-tiempo para cada uno de los estratos que forman el subsuelo y hasta una profundidad a la cual ya no se afecten en sus cálculos de interacción suelo-estructura.

REFERENCIAS

- 1.-ZEEVAERT. L. "Interaccion Suelo Estructura de Cimentación". Limusa, México. 1980
- 2.-DEMENEGHI. A. "Interaccion estatica suelo-estructura. Análisis tridimensional". Rev. Ingenieria. Vol LXII. 1992
- 3.-DEMENEGHI. A. "Interacción estática suelo-estructura, considerando efectos de torsión y acortamiento en barras". XVIII Reunión Nacional de Mecánica de Suelos, Morelia, México. 1996.
- 4.-DEMENEGHI. A. "Interacción estática suelo-estructura", Reunión Conjunta sobre Interacción estática suelo-estructura y Diseño Estructural de Cimentaciones, SMMS, SMIS y SMIE. México D.F., septiembre 1991.
- 5.- ARELLANO. J. "Interaccion suelo-viga flotante. sometida a muros de cortante".Tesis de Licenciatura. Facultad de Ingeniería. UNAM. México. 1993.
- 6.- RAUL J. MARSAL "Notas sobre el Diseño y Construcción de Cimentaciones en el Distrito Federal". Comisión Federal de Electricidad. México. 1986.
- 7.-SANGINES. H. "Interacción Suelo Estructura en Suelos Friccionantes". Tesis de Maestría. Facultad de Ingeniería. UNAM. México. 2000
- 8.- McCORMAC. Jack C. "Análisis de Estructuras, Métodos Clásicos y Matricial", Alfaomega. 1994. 1ª. Edición.
- 9.- A. GHALI y A. NEVILLE. "Análisis Estructural". Diana técnico, 1983
- 10.- T. WILLIAM LAMBE y ROBERT V. WHITMAN. "Mecánica de Suelos", Limusa. 2001.
- 11.- NORMAS TECNICAS COMPLEMENTARIAS PARA DISEÑO Y CONSTRUCCION DE CIMENTACIONES DEL D.F.. (1987)