



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE
MÉXICO**

PROGRAMA DE POSGRADO EN INGENIERÍA

**EVALUACIÓN DE ENFOQUES PARA ANÁLISIS Y DISEÑO
SÍSMICO DE EDIFICIOS ASIMÉTRICOS**

TESIS

**QUE PARA OBTENER EL GRADO DE
MAESTRO EN INGENIERÍA
(ESTRUCTURAS)**

PRESENTA

ZÁRATE SANTILLÁN GONZALO

DIRIGIDA POR

DR. GUSTAVO AYALA MILIÁN

CIUDAD UNIVERSITARIA

MÉXICO · 2002



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

A MIS PADRES

AGRADECIMIENTOS

Se agradece al M.I. Octavio García Domínguez, Dr. Carlos Reyes Salinas, Dr. Eduardo Reinoso Angulo, Dr. Oscar López Bátiz y en especial al Dr. Gustavo Ayala Milián director de la tesis por la revisión y aportaciones que enriquecieron este trabajo.

INDICE

INTRODUCCIÓN.....	2
OBJETIVOS.....	4
ORGANIZACIÓN DEL TRABAJO.....	5
1. MÉTODO SÍSMICO ESTÁTICO: PROCEDIMIENTOS DE APLICACIÓN.....	6
1.1. Antecedentes.....	6
1.2. Método de Damy.....	9
1.3. Método de Goel.....	12
2 EJEMPLO DE APLICACIÓN.....	15
2.1 Descripción del edificio estudiado.....	15
2.2 Aplicación del Método de Damy.....	16
2.3 Aplicación del Método de Goel.....	19
2.4 Comparación de resultados.....	22
2.5 Comentarios al Método Sísmico Estático.....	24
3 FORMULACIÓN DE UN MODELO ESTRUCTURAL DE UN NIVEL EQUIVALENTE A EDIFICIOS ASIMÉTRICOS DE VARIOS NIVELES DE UTILIDAD EN ESTUDIOS DE TORSIÓN ...	26
3.1 Modelos equivalentes a edificios de varios niveles.....	26
3.2 Equilibrio dinámico.....	27
3.3 Modelo equivalente derivado del uso de la Teoría de Perturbaciones.....	30
3.4 Aproximación Modelo equivalente-Modelo Original. Rango elástico.....	33
3.5 Modelos propuestos.....	35
4 EJEMPLO DE APLICACIÓN.....	44
4.1 Descripción del edificio en estudio.....	44
4.2 Modelo equivalente.....	45
4.3 Modelo propuesto.....	49
5 CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.....	51
REFERENCIAS.....	54
APÉNDICE I.....	56
APÉNDICE II.....	59

INTRODUCCIÓN

Los primeros trabajos relacionados con el tema de torsión en edificios se hicieron considerando modelos equivalentes de un nivel y tres grados de libertad (Bustamante y Rosenblueth 1960, Elorduy y Rosenblueth, 1968). El estudio del problema de torsión en edificios ha conservado hasta nuestros días el uso de tales modelos equivalentes y se han desarrollado numerosos estudios con el fin de interpretar los resultados obtenidos en edificios de un nivel y tres grados de libertad en edificios reales de varios niveles, ya sea con fines reglamentarios, Elorduy y Rosenblueth (1968), o de evaluación de los reglamentos (Jaramillo 1987, Barrón et. al. 1991, García 1992); así como para profundizar en el problema de torsión, Alexander et. al. (1999). Comúnmente la interpretación de los resultados que se derivan de los estudios mencionados, se hace sin la intervención de alguna regla de correspondencia que permita validar la hipótesis de que los resultados obtenidos de modelos equivalentes, son directamente extrapolables a edificios de varios niveles.

En lo referente a los modelos utilizados para el desarrollo y evaluación de criterios de diseño sísmico por torsión empleados desde hace algunos años, el más común es el de un nivel con el mismo número de planos resistentes que el edificio que se modela, iguales propiedades dinámicas desacopladas y tres grados de libertad. Sin embargo, al considerar las propiedades dinámicas acopladas, no ha sido posible obtener una regla de correspondencia que relacione los edificios reales con dichos modelos y viceversa, salvo el modelo paramétrico propuesto por Kan y Chopra (1971) válido únicamente en el intervalo elástico lineal, que no permite la identificación detallada del modelo al que se hace referencia en lo que respecta a masas, rigideces y excentricidades.

Con base en lo anterior, en este trabajo se discute la validez de interpretar los resultados provenientes del análisis de estructuras de un nivel y tres grados de libertad considerándolos como representativos de edificios reales sin el previo uso de reglas de correspondencia; se formula un procedimiento que permite establecer una "estructura" simplificada que cumple con los requisitos del modelo paramétrico de Kan y Chopra y que representa a la estructura real buscando establecer un modelo simplificado equivalente obedeciendo a la necesidad de identificar el edificio representado, cosa que

hasta el momento la mayoría de los modelos simplificados no hace. Así mismo, se proponen varios procedimientos que pretenden derivar la respuesta del edificio real a partir del modelo equivalente.

Por otro lado, se revisa la aplicación del método sísmico estático como una opción para facilitar el análisis de estructuras que cumplen ciertos requisitos de estructuración así como de distribución de masas y rigideces. Características del método como el cálculo de los centros de rigidez y la búsqueda de la combinación de cargas más crítica para diseño dificultan su uso, ya que la mayoría de los programas comerciales de análisis estructural disponibles en México no tienen implementados los procedimientos que automaticen su aplicación, mientras que el RCDF (1993) requiere determinar los centros de rigideces de entrepiso (conocidos como centros de torsión), y junto con las coordenadas del centro de cortante determinar la excentricidad de entrepiso.

En este trabajo se expone un método alternativo de análisis sísmico estático propuesto por Goel y Chopra (1993) el cual consiste en obtener la respuesta de la estructura sin necesidad de calcular los centros de rigideces de nivel. Como primer punto, se discute la diferencia de usar excentricidades de nivel o de entrepiso ya que en México se emplea la excentricidad de entrepiso mientras que en otros países se usa la excentricidad de nivel. En segundo lugar se hace una comparación del método sísmico estático con el método modal espectral desde el punto de vista de facilidad de aplicación, con objeto de proveer al ingeniero estructural de una perspectiva más amplia al momento de considerar ambos métodos para el diseño de las estructuras. Se comenta la consideración de la excentricidad accidental en el método modal espectral de acuerdo con la Propuesta a las Normas Técnicas Complementarias de Diseño por Sismo del RCDF.

OBJETIVOS

El trabajo tiene dos objetivos principales: El primero es determinar las similitudes y/o diferencias de los métodos propuestos por Damy (1987) y Goel (1993) para aplicar el método sísmico estático de acuerdo a un formato de norma sísmica por torsión como la del Reglamento de Construcciones del Distrito Federal, el segundo; es formular un modelo de un nivel y tres grados de libertad (3GDL) equivalente a un edificio de varios niveles estableciendo una regla de correspondencia que permita interpretar los resultados de análisis del modelo equivalente en el edificio de varios niveles.

ORGANIZACIÓN DEL TRABAJO

El trabajo se organiza de la siguiente manera:

En los primeros dos capítulos se revisa y compara el método propuesto por Dany (1987) para sistematizar el método sísmico estático de acuerdo al RCDF con el método propuesto por Goel (1993).

En los Capítulos 3 y 4 se formula un modelo de un nivel y tres grados de libertad equivalente a un edificio de varios niveles con acoplamiento en ambas direcciones.

Finalmente en el capítulo 5 se presentan las conclusiones y recomendaciones que se derivan de los temas tratados.

1. METODO SÍSMICO ESTÁTICO: PROCEDIMIENTOS DE APLICACIÓN

1.1 ANTECEDENTES

El método sísmico estático (ME) es una alternativa simplificada para el análisis de edificios que se ajustan a determinadas hipótesis de comportamiento y tipos de estructuración. Para considerar los efectos bidireccionales al aplicar el ME, las normas requieren que las fuerzas sísmicas se consideren aplicadas estáticamente en los niveles en dos direcciones ortogonales, así mismo; para tomar en cuenta los efectos de **amplificación dinámica por torsión**, las normas consideran un factor que afecta a la **excentricidad estructural** (e_s). Para incluir los efectos de una posible excentricidad accidental, se añade a la excentricidad de diseño (e_d), una excentricidad adicional expresada como una fracción de la longitud de la planta ortogonal a la dirección considerada de análisis.

En el ME, la determinación de la excentricidad estructural requiere del cálculo de las coordenadas de los centros de rigidez, y debido a que la mayoría de las formulaciones desarrolladas para localizar los centros de rigidez son de tipo matricial, resulta complicado determinarlos para un edificio de varios niveles con programas comerciales ya que estos, generalmente no tienen implementados los procedimientos necesarios, o bien como se comenta en Goel y Chopra (1993), existen otros métodos simplificados que requieren de modelos equivalentes que representan a la estructura.

Por otro lado, a diferencia de lo que ocurre en edificios de un nivel, para los edificios de varios niveles existen diferentes definiciones de los centros de rigidez. En la Tabla 1 se presentan algunas de estas definiciones y/o los métodos que se derivan de ellas. Cabe aclarar que en México para la aplicación del ME, se usa el concepto de centro de torsión, que es el punto en el cual actúa el cortante sísmico para que únicamente exista traslación.

AÑO	AUTOR(ES)	DEFINICIÓN / MÉTODO PROPUESTO
1977	Poole	Define el centro de rigidez de un entrepiso como la posición de la resultante de fuerzas cortantes de varios elementos resistentes en ese entrepiso, cuando el edificio se somete a cargas laterales estáticas que no causan rotación en ninguno de sus niveles.
1978	Bazán	Propone un método que permite determinar las acciones de diseño en un edificio de acuerdo al RCDF, DDF 1976. El método usa implícitamente el concepto de centro de torsión de nivel.
1984	Humar	Define el centro de rigidez en cualquier nivel como el punto en el que la aplicación de una carga lateral no causa rotación de ese nivel, sin embargo, los otros niveles pueden rotar.
1986	Alcocer y Damy	Presentan una metodología desarrollada por Damy para obtener el centro de torsión de entrepiso a partir de la matriz de rigideces de un edificio, definiendo al centro de torsión como el punto por el que debe pasar la línea de acción de la fuerza cortante sísmica para que el movimiento relativo de los dos niveles que limitan el entrepiso sea exclusivamente de traslación.
1986	Cheung y Tso	Definen al centro de rigidez para sistemas de marcos ortogonales como el conjunto de puntos localizados en los niveles del edificio en los cuales, la aplicación de las cargas laterales no causa rotación de ningún nivel.

Tabla 1. Definiciones de centros de rigidez.

En México, para el diseño de los edificios usando del ME, el RCDF (1993) exige del cálculo de la excentricidad estructural de entrepiso. En el trabajo de Bazán (1978), se formula un método matricial que permite aplicar el ME de acuerdo al RCDF sin necesidad de encontrar la posición de los centros de torsión o centros de rigidez de entrepiso. Alcocer y Damy (1986) proponen una metodología de cálculo que permite obtener las coordenadas de los centros de torsión (en adelante Método de Damy).

A continuación se muestran las distintas coordenadas a las que se hace referencia en el RCDF y en este trabajo, Figura 1:

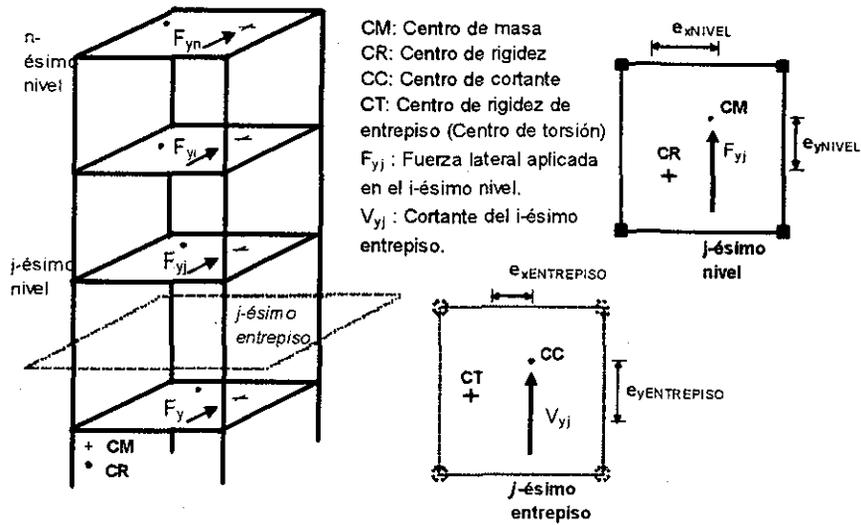


Figura 1. Coordenadas de referencia para la aplicación del ME.

Goel y Chopra (1993) usan la definición de centros de rigidez propuesta por Cheung y Tso (1986A, 1986B) para formular un procedimiento que, evadiendo la determinación de las coordenadas de los centros de rigidez de nivel, permite obtener la respuesta del edificio como si se hubiera aplicado el ME de manera convencional (en adelante Método de Goel). La ventaja del método reside en que el postprocesamiento requerido es mínimo, puesto que únicamente hay que combinar linealmente los resultados de tres análisis con modificaciones menores a un modelo estructural.

En apariencia, el método de Goel y el método de Dany no son equivalentes, debido a que el RCDF requiere utilizar excentricidades de entrepiso (aspecto que considera el método de Dany), mientras que el método de Goel utiliza excentricidades de nivel.

Con el fin de comparar el Método de Damy y el Método de Goel desde el punto de vista de equivalencia de resultados así como de facilidad de uso, se presenta la metodología de aplicación para cualquier programa de análisis estructural que permita modelar la estructura y los grados de libertad requeridos de sus diafragmas. Se muestra el procedimiento para una dirección principal de análisis, tal como se aplicaría en cualquier despacho de diseño estructural. Para la dirección ortogonal se procede de manera análoga.

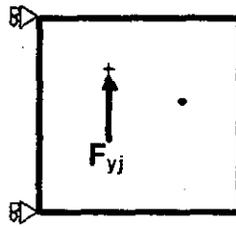
1.2 MÉTODO DE DAMY

Damy y Alcocer (1986) presentan una metodología que permite obtener los centros de torsión de todos los entrepisos a partir de la matriz de rigidez de un edificio de varios niveles, con objeto de determinar la excentricidad estática y aplicar el RCDF. La metodología presentada considera que el edificio está formado por marcos y/o muros ligados entre si por sistemas de piso que se consideran como diafragmas indeformables en su plano (diafragmas rígidos). Para cada dirección principal de análisis se considera la aplicación de carga lateral únicamente en la dirección analizada permitiendo exclusivamente traslación.

A continuación se presenta la versión del método de Damy para su uso en cualquier programa de análisis estructural con las características mencionadas, presentándose un nivel y un entrepiso de un edificio cualquiera. Las condiciones de restricción y carga se aplican simultáneamente en todos los niveles.

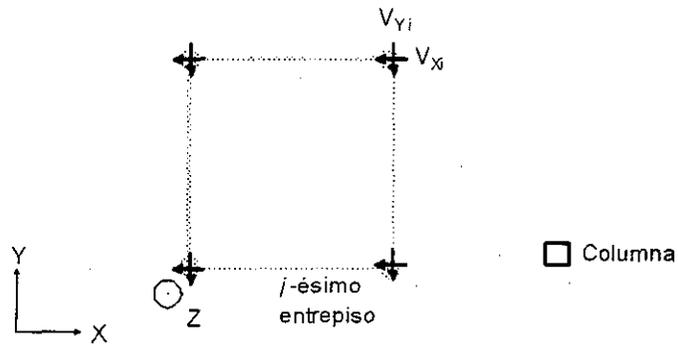
Pasos a seguir en la aplicación del Método de Damy en programas de análisis estructural:

1. Análisis de cargas laterales en una dirección, permitiendo únicamente traslación en la dirección de carga:



j -ésimo nivel

2. Cálculo de los centros de rigidez de entrepiso (centros de torsión) a partir de los momentos de entrepiso generados por los cortantes en cada columna debidos al paso 1 respecto a un eje vertical:



$$X_{CR} = \frac{M_j}{V_j} \quad (1)$$

3. Determinación de las coordenadas de los centros de cortante de entrepiso a partir de las coordenadas de los centros de masas:

$$X_{CCj} = \sum_j^{NN} F_j X_{Mj} / V_j \quad (2)$$

4. Determinación de las excentricidades de entrepiso:

$$e_{sxj} = X_{CRj} - X_{CCj} \quad (3)$$

5. Aplicación de las excentricidades de diseño requeridas por el RCDF (1993) para el entrepiso:

$$e_{dxj} = 1.5e_{sxj} + 0.1b \quad (4)$$

$$e_{dy} = e_{sy} - 0.1b \quad (5)$$

6. Cálculo de los momentos de entrepiso generados por la nueva posición de la fuerza cortante a partir de las excentricidades de diseño.

7. Cálculo de los momentos de nivel a partir de la resta de los momentos de dos entrepisos sucesivos (calculados en 6) y determinación de las nuevas coordenadas de los puntos de aplicación de las fuerzas laterales:

$$X_{CMj} = \frac{M_{j+1} - M_j}{F_y} \quad (6)$$

8. Análisis final de la estructura y selección de la condición de carga más desfavorable para diseño.

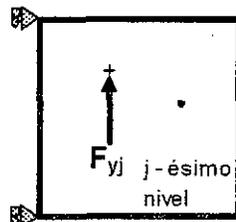
1.3 MÉTODO DE GOEL

Con objeto de simplificar la determinación de las fuerzas de diseño obtenidas con el ME, Goel y Chopra (1993); presentan un procedimiento que permite obtener la respuesta de una estructura analizada usando el ME sin necesidad de determinar los centros de rigidez de nivel. El método propuesto conduce a resultados idénticos a los que se obtienen cuando se aplica el ME de manera convencional, al combinar linealmente las respuestas derivadas de tres análisis estáticos para tres condiciones de carga aplicadas en los centros de masas. Por considerarse de utilidad, en el Anexo I se presenta una demostración de la propuesta de Goel y Chopra por el método de superposición.

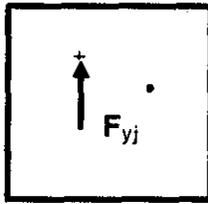
A continuación se exponen los pasos a seguir para el uso del método en cualquier programa de análisis estructural. Para cada paso todos los niveles tendrán simultáneamente las mismas condiciones de restricción y carga, mostrándose únicamente un nivel cualquiera de un edificio.

Pasos a seguir en la aplicación del Método de Goel en programas de análisis estructural:

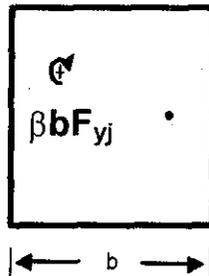
1. Aplicación de las fuerzas laterales en cada nivel en los centros de masas, permitiendo únicamente traslación en la dirección de carga (r^1):



2. Aplicación de cargas laterales en los centros de masas de cada nivel (r^2):



3. Aplicación en el centro de masas de un momento debido a la excentricidad accidental ($\beta = 0.1$), (r^3):



4. Combinación de las respuestas de 1, 2 y 3 ($r^{(1)}$, $r^{(2)}$, $r^{(3)}$ respectivamente) de acuerdo con la siguiente expresión:

$$r = r^{(1)} + \gamma(r^{(2)} - r^{(1)}) \pm r^{(3)} \quad (7)$$

Deben considerarse dos valores para γ ($\gamma = 1.5$, $\gamma = 1.0$), es decir:

$$r^{(a)} = r^{(1)} + 1.5(r^{(2)} - r^{(1)}) + r^{(3)} \quad (8)$$

$$r^{(b)} = r^{(1)} + (r^{(2)} - r^{(1)}) - r^{(3)} \quad (9)$$

Para obtener la respuesta deseada se debe ser cuidadoso al considerar el signo de $r^{(3)}$ (que es la respuesta debida a la excentricidad accidental). Para tal fin se procederá de la siguiente manera, Goel y Chopra (1995):

Si $r^{(1)}$ es menor que $r^{(2)}$, el signo de $r^{(3)}$ deberá ser tal que incremente la suma de los primeros dos términos en $r^{(a)}$, y que reduce la suma de los primeros dos términos en la

ecuación $r^{(b)}$. Por otro lado, si $r^{(1)}$ es más grande que $r^{(2)}$, el signo de $r^{(3)}$ deberá tomarse tal que incremente la suma de los dos primeros términos en $r^{(b)}$ y que reduzca $r^{(a)}$.

5. Selección de la respuesta más crítica para diseño. La respuesta de diseño es la mayor de $r^{(1)}$ y $r^{(2)}$.

2. EJEMPLO DE APLICACIÓN

2.1 DESCRIPCIÓN DEL EDIFICIO ESTUDIADO

Para ilustrar la equivalencia de los métodos propuestos por Dany y Goel (secciones 1.2 y 1.3 respectivamente), se considera un edificio cuya configuración en planta y elevación, así como las demás propiedades que lo definen; se muestran en la Figura 2. Las fuerzas laterales se calculan usando un coeficiente sísmico (c) de 0.4 y un factor de comportamiento sísmico (Q) de 4, sus magnitudes se muestra en la Tabla 2. En la Figura 2 se muestra la dirección principal de análisis que se considera. Se aplica la Ecuación 10 para la excentricidad de diseño, NTCDS (1995):

$$e_d = 1.5e_s + 0.1b \quad (10)$$

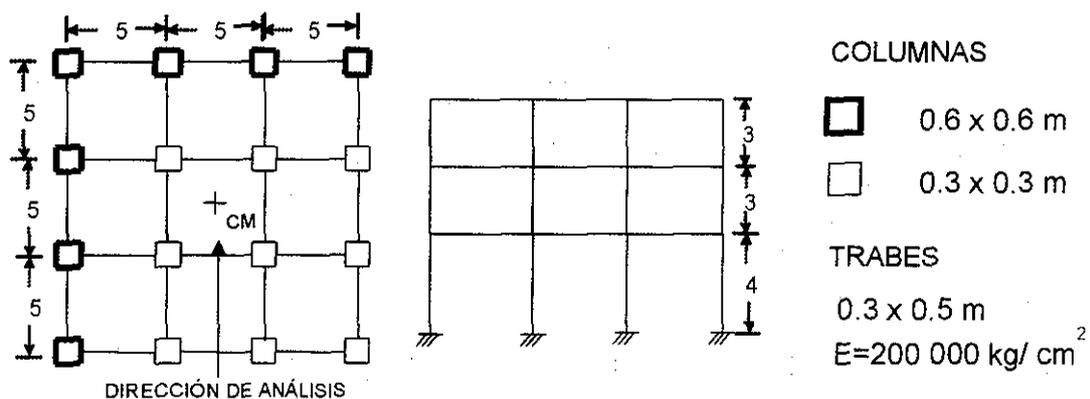


Figura 2. Características del edificio analizado.

NIVEL	W_i (Ton)	h_i (m)	$W_i h_i$ (Ton m)	F_i (Ton)	V_i (Ton)
3	90	10	900	13.30	13.30
2	114.75	7	803.25	11.87	25.17
1	114.75	4	459	6.78	31.95
	319.5		2162.25		

Tabla 2. Distribución de fuerzas laterales.

2.2 APLICACIÓN DEL MÉTODO DE DAMY

El método de Damy adaptado para su aplicación en cualquier programa de computadora, requiere del postprocesamiento de una gran cantidad de información usando herramientas distintas al programa con el que se analizó la estructura; debido a que la mayoría de los programas comerciales disponibles en México no tienen implementados tal procedimiento. En particular, la necesidad de la suma de momentos generados por los cortantes de cada columna con respecto a un eje vertical para determinar los momentos de entrepiso debe hacerse cuidadosamente. Para mayor claridad, en las Tablas 3, 4 y 5 se resume la secuela de cálculo de las coordenadas finales de aplicación de fuerzas laterales.

En lo que resta del trabajo se llamará Procedimiento I a la aplicación del Método de Damy considerando la Ecuación 10 para la excentricidad de diseño en el entrepiso. El Procedimiento II considera la Ecuación 10 para la excentricidad de diseño en el nivel. Cabe aclarar que el Procedimiento II es un paso intermedio del Método de Damy, pues únicamente se requieren de los centros de rigidez de nivel, los cuales pueden obtenerse matricialmente Chipol (2001), o bien usando parte de la metodología descrita en 1.2. En ambos casos los resultados a comparar serán las coordenadas finales de aplicación de las fuerzas laterales (en negritas).

Procedimiento I. Consideración de la excentricidad estática en el entrepiso. La excentricidad estática se calcula como la distancia entre el centro de cortante y el centro de torsión (centro de rigidez de entrepiso), NTCDS (1995).

ENTREPISO	X _{cc} (m)	X _{ct} (m)	e _{s_x} (m)	e _{d_{1x}} (m)	X _{cc₁} (m)	V _{SISMICO} (ton)	M (ton-m)
3	7.500	5.471	2.029	4.544	10.015	13.300	60.429
2	7.500	5.395	2.105	4.658	10.053	25.170	117.229
1	7.500	4.831	2.669	5.504	10.335	31.950	175.837

Tabla 3. Determinación de momentos de entrepiso.

Donde:

X_{cc} Coordenada del centro de cortante en la dirección de análisis.

X_{ct} Coordenada del centro de torsión en la dirección de análisis.

e_{sx} Excentricidad estática. $e_{sx} = X_{cc} - X_{ct}$

e_{dlx} Excentricidad de diseño. $e_{dlx} = 1.5e_{sx} + 0.1b$, NTCDS (1995).

X_{cci} Nueva posición de la fuerza cortante en el entrepiso. $X_{cci} = X_{ct} + e_{dlx}$

V Cortante sísmico.

M Momento amplificado de entrepiso (debido a la excentricidad de diseño) $M = V * e_{dlx}$

ENTREPISO	M (ton*m)	NIVEL	M_{NIVEL} (ton*m)	$F_{NIVEL-j}$ (m)	$e_{d1 NIVEL}$ (m)	X_{CT} (m)	X_{CMI} (m)
		3	60.429	13.300	4.544	5.471	10.015
3	60.429						
		2	56.801	11.870	4.785	5.311	10.096
2	117.229						
		1	58.608	6.780	8.644	2.734	11.378
1	175.837						

Tabla 4. Determinación de coordenadas de aplicación de fuerzas sísmicas por el Método de Dany (Procedimiento I).

M_{NIVELj} Momento amplificado de nivel. $M_{NIVELj} = M_{ENTREPISOj} - M_{ENTREPISOj+1}$

F_{NIVELj} Fuerzas sísmicas de nivel.

e_{d1} Excentricidad de diseño en el nivel: $e_{d1} = M_{NIVEL} / F_{NIVEL}$

X_{CT} Coordenada del centro de torsión de nivel.

X_{CMI} Nueva coordenada de aplicación de las fuerzas sísmicas.

Procedimiento II. Consideración de la excentricidad estática en el nivel. La excentricidad estática se calcula como la distancia entre el centro de masas y el centro de rigidez de nivel.

NIVEL	X_{CM} (m)	X_{ct} (m)	es_x (m)	ed_{1x} (m)	X_{CM1} (m)
3	7.500	5.471	2.029	4.543	10.014
2	7.500	5.311	2.189	4.784	10.095
1	7.500	2.734	4.766	8.649	11.383

Tabla 5. Determinación de coordenadas de aplicación de fuerzas sísmicas usando el Procedimiento II.

X_{CM} Coordenada del centro de masas en la dirección de análisis.

2.3 APLICACIÓN DEL MÉTODO DE GOEL

El método de Goel al igual que el de Dany, requiere del postprocesamiento de los cortantes de las columnas. Para la determinación de los cortantes basales de cada marco, únicamente se necesitan los cortantes asociados a las columnas del primer entrecimso. La definición de los marcos para el edificio estudiado se muestra en la Figura 3, los resultados del procedimiento descrito en 1.3 se ilustran en las tablas 6 y 7. La respuesta total de la estructura se muestra en la Tabla 8. Para cada marco se muestran los cortantes basales que se obtienen de aplicar el Método de Goel. Éstos cortantes basales se comparan con los cortantes basales que resultan de usar las coordenadas finales de aplicación de fuerzas laterales derivadas de los Procedimientos I y II. También se muestran los cortantes basales de los marcos que se derivan de las etapas $r^{(1)}$, $r^{(2)}$ y $r^{(3)}$.

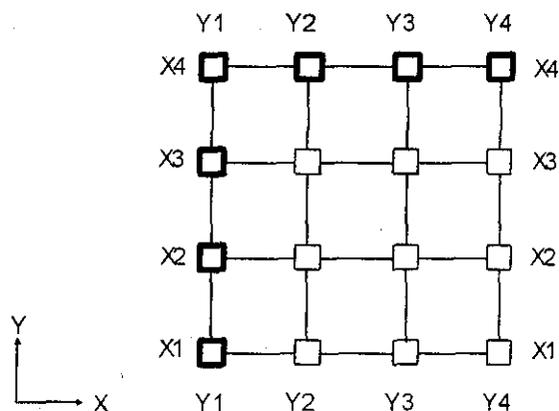


Figura 3. Definición de marcos para el edificio.

Método de Goel. Consideración de la excentricidad estática de nivel. La excentricidad estática se calcula como la distancia entre el centro de masas y el centro de rigidez de nivel.

MARCO	$r^{(1)}$	MARCO	$r^{(2)}$	MARCO	$r^{(3)}$
X1-X1	-0.002	X1-X1	-2.114	X1-X1	-1.189
X2-X2	0.003	X2-X2	-1.07	X2-X2	-0.603
X3-X3	-0.008	X3-X3	-0.044	X3-X3	-0.02
X4-X4	-0.004	X4-X4	3.228	X4-X4	1.812
Σ	-0.011	Σ	0	Σ	0

Tabla 6. Cortantes basales para marcos paralelos a X debidos a las condiciones $r^{(1)}$, $r^{(2)}$, $r^{(3)}$ respectivamente.

MARCO	$r^{(1)}$	MARCO	$r^{(2)}$	MARCO	$r^{(3)}$
Y1-Y1	-16.516	Y1-Y1	-13.289	Y1-Y1	1.812
Y2-Y2	-5.145	Y2-Y2	-5.183	Y2-Y2	-0.02
Y3-Y3	-5.144	Y3-Y3	-6.219	Y3-Y3	-0.603
Y4-Y4	-5.145	Y4-Y4	-7.259	Y4-Y4	-1.189
Σ	-31.95	Σ	-31.95	Σ	0

Tabla 7. Cortantes basales para marcos paralelos a Y debidos a las condiciones $r^{(1)}$, $r^{(2)}$, $r^{(3)}$ respectivamente.

Combinación de respuestas ($\gamma = 1.5$):

$$r = r^{(1)} + \gamma(r^{(2)} - r^{(1)}) + r^{(3)} \quad (11)$$

MARCO	CORTANTE BASAL (ton)
X1-X1	-4.359
X2-X2	-2.2095
X3-X3	-0.082
X4-X4	6.656
Σ	0.0055

MARCO	CORTANTE BASAL (ton)
Y1-Y1	-9.86
Y2-Y2	-5.22
Y3-Y3	-7.36
Y4-Y4	-9.51
Σ	-32.0

Tabla 8. Respuesta total de la estructura debido a la aplicación del ME usando el Método de Goel.

2.4 COMPARACIÓN DE RESULTADOS

En este apartado se muestran los resultados que se obtienen de la aplicación del Método de Goel y del Método de Damy. La Tabla 9 muestra las coordenadas finales de aplicación de las fuerzas laterales derivadas de la aplicación del Método de Damy en las modalidades de entrepiso y de nivel (Procedimientos I y II respectivamente). Las diferencias que se presentan se deben al procesamiento de los resultados en cada etapa de cálculo (programa de análisis estructural- hoja de cálculo - programa de análisis estructural – hoja de cálculo para el caso más elaborado).

NIVEL	XCM _{PI} (m)	XCM _{PII} (m)
3	10.015	10.014
2	10.096	10.095
1	11.378	11.383

Tabla 9. Coordenadas finales de aplicación de fuerzas sísmicas generadas por los Procedimientos I y II (PI y PII respectivamente).

XCM Coordenada en X de aplicación de las fuerzas laterales.

PI Procedimiento I (Excentricidad estática de entrepiso).

PII Procedimiento II (Excentricidad estática de nivel).

Las coordenadas de aplicación de las cargas laterales calculadas por medio de los Procedimientos I y II son iguales, lo cual permite concluir, que es indistinto obtener las excentricidades de diseño en los entrepisos o en los niveles. Es pertinente aclarar que la determinación de las coordenadas finales de aplicación de cargas se obtiene con mayor facilidad utilizando únicamente los centros de rigidez de nivel.

Se consideran las coordenadas obtenidas del Procedimiento I para la determinación de los cortantes basales de los marcos del edificio estudiado, con el fin de compararlos con los cortantes derivados de la aplicación del Método de Goel. Los resultados se muestran en la Tabla 10.

MARCO	Goel (ton)	PI (ton)
X1-X1	-4.359	-4.359
X2-X2	-2.2095	-2.21
X3-X3	-0.082	-0.084
X4-X4	6.656	6.711
Σ	0.0055	0.058

MARCO	Goel (ton)	PI (ton)
Y1-Y1	-9.86	-9.85
Y2-Y2	-5.22	-5.221
Y3-Y3	-7.36	-7.359
Y4-Y4	-9.51	-9.5
Σ	-32	-31.93

Tabla 10. Comparación de cortantes basales de los marcos para la dirección de análisis considerada. Método de Goel (Goel) vs. Procedimiento I (PI).

Nuevamente las diferencias que se presentan se deben a los diferentes procesamientos a los que han sido sometidos los resultados (programa de análisis estructural - hoja de cálculo - programa de análisis estructural – hoja de cálculo para el Procedimiento I, programa de análisis estructural – hoja de cálculo para el Método de Goel). Es claro que los resultados obtenidos por medio de ambos procedimientos son iguales.

2.5 COMENTARIOS AL MÉTODO SÍSMICO ESTÁTICO

Tradicionalmente ha existido controversia ante la posibilidad utilizar el ME o el Método Modal Espectral (MME) para determinar las fuerzas de diseño de una estructura, debido a las diferencias metodológicas que ambos presentan al momento de su aplicación. En este apartado se discuten las ventajas o desventajas de aplicar uno u otro método, con objeto de determinar desde el punto de vista práctico cuál de los dos resulta más sencillo de emplear. Se incluye una breve discusión sobre una forma alternativa de considerar los efectos de la excentricidad accidental en el MME.

El ME ha sido utilizado cotidianamente debido a la relativa facilidad con la que pueden determinarse las fuerzas de diseño. Independientemente de que se lleve a cabo la determinación de los centros de rigidez, las NTCDS (1995) establecen como requisito establecer la combinación de cargas más desfavorable para cada marco o muro, lo cual tiene un alto costo hora - hombre puesto que la determinación de tales combinaciones no se encuentra implementada en la mayoría de los programas comerciales disponibles en México. Para la aplicación estricta del ME según las NTCDS(1995), es obligatorio el cálculo de las excentricidades estructurales de entrepiso, pues se requiere de la comparación entre cada una de ellas en la dirección correspondiente, para cumplir con el requisito de considerar, como mínimo; la mitad del máximo valor calculado de excentricidad estructural para los entrepisos que se hallan abajo del que se considera; este requisito también está considerado en la Propuesta NTCDS (2001). Por último y con el fin de clasificar a la estructura como regular, irregular o fuertemente irregular, las NTCDS (1995) y la Propuesta NTCDS (2001) requieren la comparación de la excentricidad estática con un porcentaje de una de las dimensiones en planta del entrepiso correspondiente.

A diferencia del ME, la mayoría de los programas de análisis estructural disponibles en México tienen implementado el MME permitiendo seleccionar una regla de combinación de un conjunto de ellas. De acuerdo con la reglamentación mexicana el MME puede utilizarse para el análisis de toda estructura, teniendo como ventaja la estimación de la respuesta máxima de la estructura a partir de un espectro de diseño, sin necesidad de buscar la combinación más desfavorable para cada marco o muro

considerando tantos modos de vibrar como se juzgue necesario. Para su aplicación, el método no requiere de una clasificación de regularidad de la estructura por analizar, aspecto que es un requisito previo a la aplicación del ME. Por las razones expuestas, se considera más razonable adoptar un procedimiento de análisis del tipo MME que uno estático.

Uno de los aspectos de los que adolece el MME es que hasta la fecha, las diferentes ediciones de las NTCDS no han contemplado la influencia de la excentricidad accidental en la aplicación del MME. La Propuesta a las NTCDS (2001) es la primera que implementa un procedimiento parecido a la consideración hecha tradicionalmente para el ME, al requerir que se trasladen transversalmente $\pm 0.1b$ las fuerzas sísmicas resultantes en cada dirección de análisis aplicando el mismo signo en todos los niveles, Propuesta NTCDS (2001). En este trabajo se sugiere como procedimiento alternativo para tomar en cuenta el efecto de torsión accidental en el MME, aplicar un momento estático concentrado (igual a $\pm 0.1bF_{yj}$) considerando el mismo signo para todos los niveles, ya que es posible demostrar la igualdad entre lo planteado en la Propuesta NTCDS (2001) y la aplicación del momento concentrado recurriendo a lo desarrollado en este texto.

3. FORMULACIÓN DE UN MODELO ESTRUCTURAL DE UN NIVEL EQUIVALENTE A EDIFICIOS ASIMÉTRICOS DE VARIOS NIVELES DE UTILIDAD EN ESTUDIOS DE TORSIÓN

3.1 MODELOS EQUIVALENTES A EDIFICIOS DE VARIOS NIVELES

Los primeros estudios relacionados con los efectos de torsión en estructuras consideraron modelos simplificados de un nivel y tres grados de libertad. Los estudios posteriores han conservado hasta nuestros días el uso de tales modelos para representar de manera general y con fines reglamentarios, la respuesta de las estructuras sujetas a torsión. La información que se ha derivado de modelos equivalentes de un nivel y tres grados de libertad es vasta y se ha extrapolado de manera directa a edificios de varios niveles. De hecho, la capacidad de los modelos de un nivel para representar de manera aproximada la respuesta de edificios de varios niveles es cuestionable. Diversos autores han concluido que la analogía de un edificio de un nivel a uno de varios niveles es aplicable únicamente a edificios de cortante cuya relación de rigideces entre elementos resistentes a carga lateral es constante en la altura (en estas estructuras la localización de los centro de rigideces de todos los pisos yace sobre un mismo eje vertical), Yoon y Stafford-Smith (1995).

Con objeto de interpretar adecuadamente la información derivada de estudios de modelos de un nivel y tres grados de libertad (3GDL), en este trabajo se busca plantear una regla de correspondencia entre el modelo equivalente y el edificio real. Se presentan tres procedimientos que permiten definir modelos de un nivel y 3GDL con la intención de que sus frecuencias asociadas sean las correspondientes a las tres primeras frecuencias del edificio real y establecer la respuesta de la estructura real a partir de la respuesta del modelo equivalente.

3.2 EQUILIBRIO DINÁMICO

En 1971 Kan y Chopra desarrollan un procedimiento que permite definir el problema de eigenvalores asociado a una estructura de un nivel y 3GDL, como una aproximación a las frecuencias acopladas de un edificio real. Presentan una regla de correspondencia que permite construir las formas modales de este último a partir de la combinación lineal de las formas modales de las particiones de su matriz de rigidez desacoplada, derivando una expresión que permite estimar la respuesta máxima del edificio real a partir de un análisis modal espectral. El modelo propuesto por Kan y Chopra es paramétrico como consecuencia de que las matrices de masa y rigidez se modifican de manera que se encuentran factorizadas por el radio de giro, y no permite definir la geometría, rigideces y masas que lo constituyen. Para un edificio, la expresión de equilibrio dinámico se expresa usualmente de la siguiente manera:

$$\begin{bmatrix} [m] & 0 & 0 \\ 0 & [m] & 0 \\ 0 & 0 & [m_\theta] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\ddot{d}_x\} \\ \{\ddot{d}_y\} \\ \{\ddot{d}_\theta\} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} [K_{xx}] & 0 & [K_{x\theta}] \\ 0 & [K_{yy}] & [K_{y\theta}] \\ [K_{x\theta}] & [K_{y\theta}] & [K_{\theta\theta}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{d_x\} \\ \{d_y\} \\ \{d_\theta\} \end{Bmatrix} = - \begin{bmatrix} \ddot{u}_{gx} [m] \{1\} \\ \ddot{u}_{gy} [m] \{1\} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (12)$$

Donde:

[m] Matriz de masas traslacionales (diagonal).

[m_θ] Matriz de masas rotacionales (diagonal).

[K_{xx}] Partición de la matriz de rigideces asociada a la rigidez traslacional en dirección X.

[K_{yy}] Partición de la matriz de rigideces asociada a la rigidez traslacional en dirección Y.

[K_{θθ}] Partición de la matriz de rigideces asociada a la rigidez torsional.

[K_{xθ}] Partición de acoplamiento Xθ.

[K_{yθ}] Partición de acoplamiento Yθ.

\ddot{u}_{gx} , \ddot{u}_{gy} Aceleración del suelo en dirección X e Y respectivamente.

{1} Vector unidad.

{d_x} Vector de desplazamientos, dirección X.

$\{d_y\}$ Vector de desplazamientos, dirección Y.

$\{d_\theta\}$ Vector de rotaciones.

En general, la ecuación de equilibrio dinámico de cualquier edificio (Ec.12) puede modificarse según la transformación definida en el Apéndice II quedando como:

$$\begin{bmatrix} [m] & 0 & 0 \\ 0 & [m] & 0 \\ 0 & 0 & [m] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\ddot{u}_x\} \\ \{\ddot{u}_\theta\} \\ \{\ddot{u}_y\} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} [K_{xx}] & [K_{x\theta}] & 0 \\ [K_{x\theta}] & [K_{\theta\theta}] & [K_{y\theta}] \\ 0 & [K_{y\theta}] & [K_{yy}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{u_x\} \\ \{u_\theta\} \\ \{u_y\} \end{Bmatrix} = - \begin{bmatrix} \ddot{u}_{gx} [m] \{1\} \\ 0 \\ \ddot{u}_{gy} [m] \{1\} \end{bmatrix} \quad (13)$$

$$[K_{\theta\theta}] = [r]^{-1} [K_{\theta\theta}] [r]$$

$$[K_{x\theta}] = [r]^{-1} [K_{x\theta}]$$

$$[K_{y\theta}] = [r]^{-1} [K_{y\theta}]$$

$$\{u\} = \begin{Bmatrix} \{u_x\} \\ \{u_\theta\} \\ \{u_y\} \end{Bmatrix} = [R]^{-1} \begin{Bmatrix} \{d_x\} \\ \{d_\theta\} \\ \{d_y\} \end{Bmatrix}$$

Donde:

[r] Matriz de radios de giro (diagonal).

[R] Matriz de transformación (Ec. B3, Apéndice II)

Para el caso particular de una estructura de un nivel y 3GDL usado para representar un edificio de varios niveles:

$$\begin{bmatrix} m & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 \\ 0 & 0 & m \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u}_x \\ \ddot{u}_\theta \\ \ddot{u}_y \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_x & \frac{-e_y k_x}{r} & 0 \\ \frac{-e_y k_x}{r} & \frac{k_\theta}{r^2} & \frac{e_x k_y}{r} \\ 0 & \frac{e_x k_y}{r} & k_y \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_x \\ u_\theta \\ u_y \end{Bmatrix} = -m \begin{Bmatrix} \ddot{u}_{gx} \\ 0 \\ \ddot{u}_{gy} \end{Bmatrix} \quad (14)$$

Donde:

m Masa traslacional del modelo de 3GDL.

r Radio de giro del modelo de 3GDL.

k_x Rigidez traslacional en la dirección X.

k_y Rigidez traslacional en la dirección Y.

k_θ Rigidez rotacional.

e_x Excentricidad en la dirección X.

e_y Excentricidad en la dirección Y.

u_i ($i = x, y, \theta$) Desplazamientos asociados a cada grado de libertad.

$\ddot{u}_{gx}, \ddot{u}_{gy}$ Aceleración del suelo en dirección X e Y respectivamente.

Aunque es posible determinar tantos parámetros de respuesta como se requieran para el edificio real, únicamente se considerará como parámetro de estudio su historia de desplazamientos, pues una vez establecido el procedimiento para generarla a partir de la historia de desplazamientos del modelo equivalente, los procedimientos para derivar otros parámetros de respuesta son estándar y pueden consultarse en la literatura especializada; Chopra (1995).

3.3 MODELO EQUIVALENTE DERIVADO DEL USO DE LA TEORÍA DE PERTURBACIONES

El problema de eigenvalores y eigenvectores asociado a un modelo de un nivel y tres grados de libertad (modelo equivalente) se relaciona con el problema de eigenvalores y eigenvectores asociado a un edificio de N niveles con 3GDL por nivel (modelo original) por medio de la Teoría de Perturbaciones, la cual; aplicada a un problema de eigenvalores en su forma canónica, consiste en aproximar la matriz de coeficientes como la suma de dos matrices y sus eigenvalores y eigenvectores como una serie de potencias, Wilkinson (1965). El problema de eigenvalores y eigenvectores asociados al modelo original puede expresarse como:

$$([K_0] + [E] - \omega^2 [M])\{\Phi\} = \{0\} \quad (15)$$

$$K_0 = \begin{bmatrix} [K_x] & 0 & 0 \\ 0 & [K_u] & 0 \\ 0 & 0 & [K_y] \end{bmatrix}, \quad E = \begin{bmatrix} 0 & [K_x] & 0 \\ [K_x] & 0 & [K_y] \\ 0 & [K_y] & 0 \end{bmatrix}, \quad M = \begin{bmatrix} [m] & 0 & 0 \\ 0 & [m] & 0 \\ 0 & 0 & [m] \end{bmatrix} \quad (16)$$

Donde:

ω Frecuencia.

$[K_0]$ matriz de rigideces desacoplada (sistema no perturbado).

$[E]$ matriz de perturbación (sistema perturbado).

$[M]$ matriz de masas traslacionales.

$\{\Phi\}$ Forma modal.

$$[K] = [K_0] + [E]$$

Los parámetros del modelo equivalente que resultan de aplicar la Teoría de Perturbaciones y considerar hasta el término de segundo orden en la serie de potencias, se expresan en términos de las particiones, eigenvalores y eigenvectores de la matriz de rigideces desacoplada, así como de las particiones del sistema perturbado. De aplicar la

Teoría de Perturbaciones se deriva que las formas modales del modelo original pueden expresarse como una combinación lineal de las formas modales del sistema no perturbado, Kan y Chopra(1971), Wilkinson (1965); por tanto:

$$\{\Phi\} = [\Psi]\{\alpha\} \quad (17)$$

Donde:

$$[\Psi] = \begin{bmatrix} \{\Psi_x\} & \{0\} & \{0\} \\ \{0\} & \{\Psi_\theta\} & \{0\} \\ \{0\} & \{0\} & \{\Psi_y\} \end{bmatrix} \quad (18)$$

$$\{\alpha\} = \begin{Bmatrix} \alpha_x \\ \alpha_\theta \\ \alpha_y \end{Bmatrix} \quad (19)$$

$$\{\alpha\}^T \{\alpha\} = 1 \quad (20)$$

$[\Psi]$ Matriz de formas modales del sistema no perturbado ($[K_0]$).

$\{\Psi_x\}$ Forma del primer modo de la partición $[K_{xx}]$.

$\{\Psi_y\}$ Forma del primer modo de la partición $[K_{yy}]$.

$\{\Psi_\theta\}$ Forma del primer modo de la partición $[K_{tt}]$.

$\{\alpha\}$ Forma modal del modelo equivalente (arreglo de coeficientes de acoplamiento sistema no perturbado – sistema perturbado).

A partir de la aproximación anterior, el problema de eigenvalores y eigenvectores asociado al modelo original puede expresarse como:

$$([\Psi'] [K] [\Psi] - \omega^2 [\Psi'] [M] [\Psi]) \{\alpha\} = \{0\} \quad (21)$$

Al sustituir (18) y (19) en (21):

$$\begin{bmatrix} \omega_x^2 - \omega^2 & \{\Psi_x^T\}[K_{xt}]\{\Psi_\theta\} & 0 \\ \{\Psi_x^T\}[K_{xt}]\{\Psi_\theta\} & \omega_t^2 - \omega^2 & \{\Psi_y^T\}[K_{yt}]\{\Psi_\theta\} \\ 0 & \{\Psi_y^T\}[K_{yt}]\{\Psi_\theta\} & \omega_y^2 - \omega^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \alpha_x \\ \alpha_\theta \\ \alpha_y \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (22)$$

$$(\{\Psi_x^T\}[m]\{\Psi_x\} = \{\Psi_\theta^T\}[m]\{\Psi_\theta\} = \{\Psi_y^T\}[m]\{\Psi_y\} = 1) \quad (23)$$

Donde:

$\omega_x, \omega_y, \omega_t$ Frecuencias asociadas a los primeros modos de las particiones del sistema no perturbado (Particiones $[K_{xx}]$, $[K_{yy}]$ y $[K_{tt}]$ respectivamente).

Al plantear el problema de eigenvalores y eigenvectores asociados a una estructura de un nivel y 3GDL:

$$\begin{bmatrix} k_x - \omega^2 m & -\frac{e_y}{r} k_x & 0 \\ -\frac{e_y}{r} k_x & k_t - \omega^2 m & \frac{e_x}{r} k_y \\ 0 & \frac{e_x}{r} k_y & k_y - \omega^2 m \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \alpha_x \\ \alpha_\theta \\ \alpha_y \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (24)$$

Comparando (22) y (24) término a término se tiene:

$$k_x = \omega_x^2 m, \quad k_t = \omega_\theta^2 m, \quad k_y = \omega_y^2 m, \quad k_i = \frac{K_\theta}{r^2} \quad (25)$$

$$\frac{e_x}{r} = \frac{\{\Psi_y^T\}[K_{yt}]\{\Psi_\theta\}}{\omega_y^2 m} \quad (26)$$

$$\frac{e_y}{r} = -\frac{\{\Psi_x^T\}[K_{xt}]\{\Psi_\theta\}}{\omega_x^2 m} \quad (27)$$

Al resolver el problema de eigenvalores asociado al modelo equivalente, sus frecuencias serán una aproximación a las tres primeras frecuencias del modelo original, y sus formas modales serán los coeficientes que permitirán expresar las formas modales del modelo original como una combinación lineal de las formas modales del sistema no perturbado.

3.4 APROXIMACIÓN MODELO EQUIVALENTE – MODELO ORIGINAL. RANGO ELÁSTICO

A partir de un análisis paso a paso del modelo equivalente no es posible interpretar de manera directa la respuesta en el modelo original, Yoon y Stafford-Smith (1995). Para establecer una relación entre ambos modelos, en este trabajo se parte de sus ecuaciones desacopladas. Las ecuaciones de equilibrio para cualquier modo son, para el modelo simplificado y original respectivamente:

$$\ddot{q}_i + 2\varepsilon_i \omega_i \dot{q}_i + \omega_i^2 q_i = -\tau_i A \quad (28)$$

$$\ddot{y}_i + 2\xi_i \Omega_i \dot{y}_i + \Omega_i^2 y_i = -\Gamma_i A \quad (29)$$

Donde:

q_i Desplazamiento asociado al i -ésimo modo del modelo equivalente.

ε_i Amortiguamiento asociado al i -ésimo modo del modelo equivalente.

y_i Desplazamiento asociado al i -ésimo modo del modelo original.

ξ_i Amortiguamiento asociado al i -ésimo modo del modelo original.

τ_i Factor de participación asociado al i -ésimo modo del modelo equivalente.

Γ_i Factor de participación asociado al i -ésimo modo del modelo original.

ω_i Frecuencia del i -ésimo modo del sistema equivalente.

Ω_i Frecuencia del i -ésimo modo del sistema original.

A Aceleración del suelo.

Las frecuencias del modelo equivalente son una aproximación a las tres primeras frecuencias del modelo original, de donde:

$$\omega_i \doteq \Omega_i \quad (30)$$

En lo que respecta a los amortiguamientos modales, para ambos modelos se propondrá que sean constantes para todos los modos:

$$\varepsilon_i = \xi_i \quad (31)$$

Al sustituir (30) en (28) y (29) se tiene:

$$\ddot{q}_i + 2\xi_i \Omega_i \dot{q}_i + \Omega_i^2 q_i = -\tau_i A \quad (32)$$

$$\ddot{y}_i + 2\xi_i \Omega_i \dot{y}_i + \Omega_i^2 y_i = -\Gamma_i A \quad (33)$$

Los factores de participación que se derivan del modelo de 3GDL no son una aproximación a los factores de participación del edificio de N Niveles. Para el i -ésimo modo:

$$q_i = \frac{\tau_i}{\Gamma_i} y_i \quad (34)$$

Donde:

$$\tau_i = \{\alpha_i\}^T \{1\} \quad (35)$$

$$\Gamma_i = ([\Psi] \{\alpha_i\})^T [m] \{1\} \quad (36)$$

α_i Forma modal del sistema equivalente. (Arreglo de coeficientes de acoplamiento sistema no perturbado – sistema perturbado).

La Ecuación (34) es la expresión que nos permite relacionar las ecuaciones desacopladas de ambos modelos en el intervalo elástico lineal. Para obtener los desplazamientos reales del edificio original, bastará con usar la siguiente expresión:

$$u(t) = \{\Gamma\}[\Phi]q(t) \quad (37)$$

Donde:

$\{\Gamma\}$ Vector de factores de participación modal.

$[\Phi]$ Arreglo de formas modales del edificio original (contiene los tres primeros modos).

3.5 MODELOS PROPUESTOS

En este trabajo se busca establecer un procedimiento que permita definir cada uno de los elementos que constituyen un modelo equivalente (masas, rigideces, excentricidades) para establecer su contribución en el comportamiento de la estructura. Con objeto de identificar una estructura que tenga asociado el problema de eigenvalores de la Ecuación (22) y que represente a la estructura original en los rangos lineal y no lineal, se utiliza como hipótesis de trabajo una aproximación de las rigideces laterales de los marcos que componen el edificio usando el análisis del empujón. El procedimiento para estimar la rigidez lateral de marcos (o de un edificio) por medio del análisis del empujón es el siguiente:

- Considerar la matriz de rigideces como desacoplada para cada dirección de principal análisis y obtener las formas modales traslacionales asociadas al primer modo de vibrar.
- Cargar independientemente para cada dirección principal de análisis con la distribución de fuerzas asociadas al primer modo traslacional desacoplado, obtener el desplazamiento de azotea y efectuar el cociente cortante basal – desplazamiento de azotea. Para obtener la rigidez lateral de todo el edificio se efectúa el cociente cortante basal total – desplazamiento de azotea. Para determinar la rigidez lateral de cada marco se efectúa el cociente cortante basal de marco – desplazamiento de azotea.

Para representar edificios con masas iguales en todos los niveles sobre un eje vertical, se han propuesto tres procedimientos distintos que permiten definir una estructura de un nivel y 3GDL. Dos de ellos generan el modelo equivalente a partir de las masas y rigideces generadas por medio del análisis del empujón. El tercero usa de forma inversa la transformación lineal que hace paramétrica la ecuación de equilibrio dinámico de Kan y Chopra. A continuación se describe cada uno de ellos:

Estructura equivalente de un nivel y 3GDL con tantos planos resistentes como la estructura original. El primer modelo considerado en este estudio consiste de una estructura equivalente de un nivel y 3GDL con tantos planos resistentes como la estructura original, considerando la misma distribución en planta de los planos resistentes del modelo de 3GDL que la distribución en planta de los marcos del edificio.

Una vez estimadas las rigideces laterales de cada marco con un análisis de empujón y debido a que las frecuencias de los primeros modos traslacionales desacoplados en cada dirección son conocidas (frecuencias del primer modo de las particiones del sistema no perturbado, k_{xx} y k_{yy}), es posible obtener una masa traslacional asociada a cada una de ellas al efectuar el cociente entre rigidez y frecuencia al cuadrado. Para las direcciones principales de análisis las masas no son iguales para ambas direcciones, en consecuencia; se propone una masa promedio para el modelo de 3GDL:

$$M_p = \frac{m_x^1 + m_y^1}{2} \quad (38)$$

Donde:

m_x^1 , m_y^1 Masa traslacional desacoplada del primer modo en dirección X e Y respectivamente.

Al confirmar la validez de esta suposición usando la masa promedio para el cálculo de las frecuencias desacopladas, se obtienen resultados satisfactorios. Una vez determinadas las rigideces laterales de los marcos, se plantea una estructura de un nivel y tres grados de libertad cuyos elementos resistentes (representados por las rigideces

laterales derivadas del análisis del empujón), se encuentran en la misma posición que los marcos que constituyen el modelo original, lo mismo ocurre con la masa M_p . Para el modelo equivalente se considera un diafragma rígido de las mismas dimensiones que el último nivel del modelo original y se ensamblan las matrices de masas y rigidez asociadas al modelo equivalente.

Los periodos asociados a la estructura equivalente generada por este método tienen las siguientes características: De los tres periodos que se obtienen del problema de eigenvalores asociados al modelo equivalente, se generan dos periodos similares a los requeridos con un error que oscila entre 0.1 y 15 % al compararse con los periodos de referencia, mientras que uno de ellos no se considera una aproximación adecuada con un error de aproximadamente 40%, Tabla 11.

El modelo ensayado de acuerdo a lo planteado líneas arriba se muestran en las Figuras 4 y 5. Las masas de los niveles 1 y 2 son 3 y 2.4 ton. respectivamente.

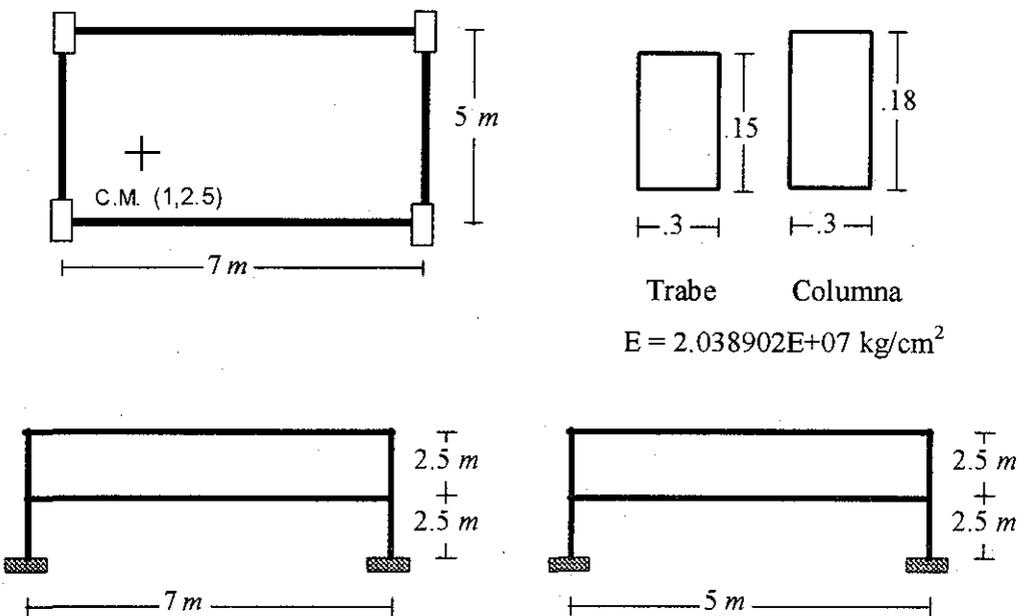


Figura 4. Planta y elevación del edificio propuesto para ser representado por un modelo de 3GDL con tantos elementos resistentes como marcos tiene la estructura.

Los periodos obtenidos del modelo equivalente de 3GDL y tantos planos resistentes como marcos tiene la estructura a representar se comparan con los del edificio que

representa, Tabla 11. Se concluye que el problema de eigenvalores que se deriva con esta aproximación no es el adecuado.

	PERIODO ORIGINAL (seg.)	PERIODO MODELO (seg.)	ERROR (%)
1	0.655	0.656	0.125
2	0.347	0.480	38.341
3	0.262	0.225	14.128

Tabla 11. Comparación de periodos. Periodos del modelo equivalente con el mismo número de planos resistentes que el edificio a representar vs. Periodos del edificio representado.

Estructura de un nivel con dos planos resistentes ortogonales. Otro procedimiento propuesto para generar un modelo equivalente es considerando dos planos resistentes en cada dirección principal de análisis usando las expresiones derivadas de la Teoría de Perturbaciones. A partir de ello, se define lo siguiente:

$$\frac{e_x}{r} = \frac{\Psi_{yj}^T K_{yt} \Psi_{\theta j}}{\omega_{yj}^2 m} = \frac{A}{\omega_{yj}^2 m} \quad (39)$$

$$\frac{e_y}{r} = -\frac{\Psi_{xj}^T K_{xt} \Psi_{\theta j}}{\omega_{xj}^2 m} = \frac{B}{\omega_{xj}^2 m} \quad (40)$$

Al desarrollar la frecuencia rotacional considerando dos planos resistentes ortogonales:

$$W_{\theta}^2 = \frac{K_{\theta}}{mr^2} = \left(\frac{e_x}{r}\right)^2 \frac{K_y}{m} + \left(\frac{e_y}{r}\right)^2 \frac{K_x}{m} = \left(\frac{e_x}{r}\right)^2 \omega_y^2 + \left(\frac{e_y}{r}\right)^2 \omega_x^2 \quad (41)$$

Efectuando el cociente de excentricidades:

$$\frac{e_x}{e_y} = \frac{\frac{-A}{\omega_y^2 m}}{\frac{B}{\omega_x^2 m}} = \frac{-A\omega_x^2}{B\omega_y^2} = E, \quad e_x = Ee_y \quad (42)$$

De donde:

$$(e_x)^2 = E^2 (e_y)^2 \quad (43)$$

Por tanto:

$$r^2 W_\theta^2 = e_y^2 E^2 W_y^2 + e_x^2 W_x^2 = (E^2 W_y^2 + W_x^2) e_y^2 \quad (44)$$

Lo cual conduce a:

$$\left(\frac{e_y}{r} \right)^2 = \frac{W_\theta^2}{(E^2 W_y^2 + W_x^2)} \quad (45)$$

Expresando los cocientes excentricidad a radio de giro para cada dirección:

$$\left(\frac{e_x}{r} \right)^2 = E^2 \left(\frac{e_y}{r} \right)^2 \quad (46)$$

$$\left(\frac{e_y}{r} \right)^2 = \frac{W_\theta^2}{(E^2 W_y^2 + W_x^2)} \quad (47)$$

Comprobando las dos ecuaciones anteriores:

$$\left(\frac{e_y}{r} \right)^2 \omega_x^2 + \left(\frac{e_x}{r} \right)^2 \omega_y^2 = \frac{W_\theta^2 \omega_x^2}{(E^2 W_y^2 + W_x^2)} + \frac{E W_\theta^2 \omega_y^2}{(E^2 W_y^2 + W_x^2)} = \frac{W_\theta^2 (E W_y^2 + W_x^2)}{(E^2 W_y^2 + W_x^2)} = W_\theta^2 \quad (48)$$

Se considera una masa traslacional igual a la masa promedio, Ec. (37):

$$Mp = \frac{m_x^1 + m_y^1}{2} \quad (49)$$

Considerando el radio de giro de azotea del modelo original:

$$R = r_0 \quad (50)$$

Donde:

R Radio de giro considerado.

r_0 Radio de giro de un nivel cualquiera.

Las rigideces laterales del edificio se obtienen del análisis de empujón para las dos direcciones principales. Sustituyendo las Ecuaciones (49) y (50) en (39) y (40), se obtienen las excentricidades estáticas en ambas direcciones. La ecuación de equilibrio dinámico asociada al sistema equivalente así como el problema de eigenvalores asociado a este pueden derivarse de forma convencional, las frecuencias asociadas al sistema equivalente no son aceptables pues el error que se obtiene en un periodo al compararlo con el periodo obtenido del modelo original es superior al 100 % Tabla 12.

El modelo ensayado que considera dos planos resistentes ortogonales tiene las características mostradas en la Figura 5. La masa de los dos niveles es de 3 ton.

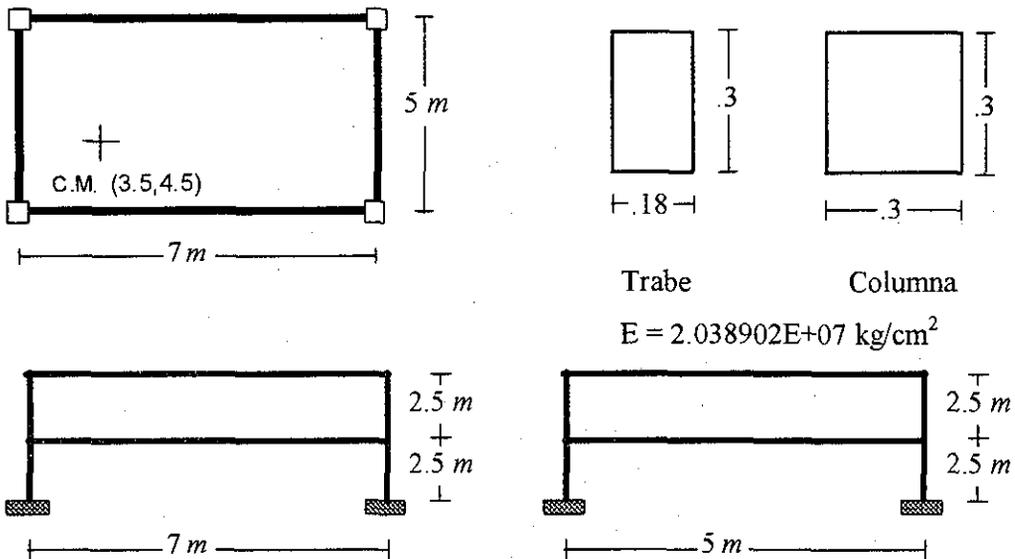


Figura 5. Planta y Elevación del edificio propuesto para ser representado por un modelo de 3GDL con dos planos resistentes.

Los periodos que se obtienen del modelo equivalente de 3GDL y dos planos resistentes se comparan con los del edificio de dos niveles que representa, Tabla 12:

	PERIODO ORIGINAL (seg.)	PERIODO MODELO (seg.)	ERROR (%)
1	0.51866	68449320.458	13197339285.783
2	0.46729	0.476	1.961
3	0.26785	0.237	11.619

Tabla 12. Comparación de periodos. Periodos del modelo equivalente con el mismo número de planos resistentes que el edificio a representar vs. Periodos derivados del edificio de dos niveles.

Transformación inversa. Los errores que se inducen por la determinación de las propiedades los elementos resistentes a partir de las consideraciones previas, tienen como consecuencia que para facilitar la determinación de las matrices de masas y rigideces del modelo equivalente, se aplique de forma inversa la transformación que relaciona las matrices de masa y rigidez convencionales de una estructura (Apéndice II). Por medio de este procedimiento es posible identificar una matriz de “rigideces” y una matriz de “masas” que no tienen interpretación desde el punto de vista del análisis estructural, por tanto; en adelante las denominaremos como “matriz de coeficientes de desplazamientos” y “matriz de coeficientes de aceleraciones” respectivamente. Para el caso de un edificio con masas iguales, situadas sobre un eje vertical a lo largo de toda la altura; se ha considerado razonable asignar al modelo equivalente la masa y el radio de giro de un nivel cualquiera del modelo original. Al plantear el problema de valores y vectores característicos para el sistema equivalente se tiene:

$$\left([W_o] - \omega^2 [m_o] \right) \{ \alpha \} = \left(\begin{bmatrix} k_x & -\frac{e_y}{r} k_x & 0 \\ -\frac{e_y}{r} k_x & k_x & \frac{e_x}{r} k_y \\ 0 & \frac{e_x}{r} k_y & k_y \end{bmatrix} - \omega^2 \begin{bmatrix} m_o & 0 & 0 \\ 0 & m_o & 0 \\ 0 & 0 & m_o \end{bmatrix} \right) \begin{Bmatrix} \alpha_x \\ \alpha_\theta \\ \alpha_y \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (51)$$

Donde:

$[W_o]$ Matriz de rigidez equivalente.

$[m_o]$ Matriz de masas traslacionales (Constituida por la masa de cualquiera de los pisos del modelo original).

m_o Masa traslacional del modelo equivalente.

$\{\alpha\}$ Forma modal del sistema equivalente ($\alpha^T \alpha = 1$).

ω Frecuencia.

El problema de valores y vectores característicos en su forma canónica asociado al modelo equivalente:

$$([II] - \omega^2 [I])\{\alpha\} = \begin{pmatrix} \left[\begin{array}{ccc} \frac{k_x}{m_o} & -\frac{e_y k_x}{r m_o} & 0 \\ -\frac{e_y k_x}{r m_o} & \frac{k_x}{m_o} & \frac{e_x k_y}{r m_o} \\ 0 & \frac{e_x k_y}{r m_o} & \frac{k_y}{m_o} \end{array} \right] - \omega^2 \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \alpha_x \\ \alpha_\theta \\ \alpha_y \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \end{pmatrix} \quad (52)$$

Donde:

$[II]$: Matriz de coeficientes derivados de plantear la forma canónica del problema de eigenvalores y eigenvectores para el modelo de Kan y Chopra.

Al premultiplicar (52) por la matriz de masa traslacional $[m_o]$, resulta la Ecuación (51). Aplicando de manera inversa la transformación que relaciona la matriz de rigidez convencional con la matriz propuesta por Kan y Chopra (Apéndice II):

$$([W_o] - \omega^2 [m_o])[R]^{-1}[R]\{\alpha\} = 0 \quad (53)$$

Premultiplicando (53) por la matriz de transformación inversa:

$$[R]^{-1} ([W_o] - \omega^2 [m_o]) [R]^{-1} [R] \{\alpha\} = 0 \quad (54)$$

Desarrollando:

$$([R]^{-1} [W_o] [R]^{-1} - \omega^2 [R]^{-1} [m_o] [R]^{-1}) [R] \{\alpha\} = 0 \quad (55)$$

Finalmente:

$$([K_c] - \omega^2 [m_p]) \{\beta\} = 0 \quad (56)$$

Donde:

$$[K_c] = [R]^{-1} [m_o] [\Pi] [R]^{-1}$$

$$[m_p] = [R]^{-1} [m_o] [R]^{-1}$$

$$\{\beta\} = [R] \{\alpha\}$$

[R]: Matriz de transformación para el modelo de 3GDL (Contiene el radio de giro de un nivel cualquiera de la estructura original, Apéndice II).

[m_o]: Matriz de masas traslacionales para el modelo de 3GDL (Contiene la masa traslacional de un nivel cualquiera de la estructura original).

[m_p]: Matriz de coeficientes de aceleraciones (Diagonal).

[K_c]: Matriz de coeficientes de desplazamientos.

Quedando finalmente la ecuación de equilibrio dinámico para una estructura de un nivel y 3GDL expresada en forma convencional como:

$$[m_p] \{\ddot{d}\} + [K_c] \{d\} = -[m_p] \{A\} \quad (57)$$

Que es la expresión de equilibrio dinámico que representa al modelo simplificado equivalente sin parámetros.

4 EJEMPLO DE APLICACIÓN

4.1 DESCRIPCIÓN DEL EDIFICIO EN ESTUDIO

Para ilustrar el procedimiento descrito en el Capítulo 3, se selecciona un edificio de concreto reforzado de ocho niveles, de planta rectangular, con tres crujiás en el sentido transversal y cuatro en el sentido longitudinal (claros de 7 y 8 m respectivamente), con alturas de entrepiso constantes de 3.3 m. En todo el edificio se tienen columnas y traveses de dimensiones constantes (80x80 cm y de 40x80 cm respectivamente). El módulo de elasticidad del concreto se considera de 2213600 kg/cm^2 . Las masas en todos los niveles son iguales a 86.2141 ton. localizadas sobre un eje vertical, Figuras 6 y 7.

El diseño del edificio se realizó conforme el Reglamento de Construcciones del Distrito Federal (1993) y sus Normas Técnicas Complementarias para Estructuras de Concreto (1993); Ortega, (2001).

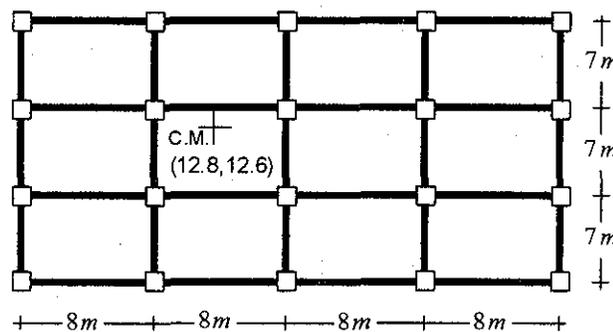


Figura 6. Planta del edificio propuesto.

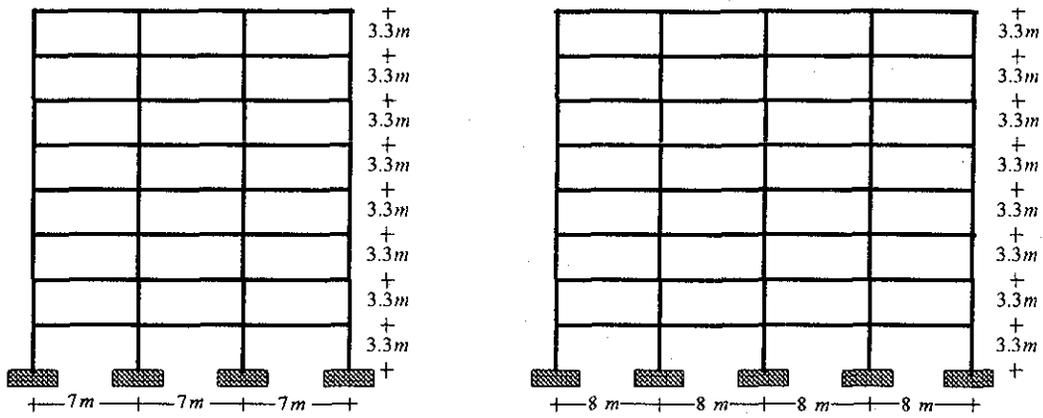


Figura 7. Elevación del edificio propuesto.

4.2 MODELO EQUIVALENTE

En este trabajo se ha desarrollado un programa en lenguaje de programación Fortran para el cálculo de los parámetros que se requieren para el caso particular de estructuras con masas iguales en toda la altura y sobre un eje vertical. La matriz $[\Pi]$ definida por (52) es:

$$[\Pi] = \begin{bmatrix} 45.350 & -8.399 & 0.000 \\ -8.399 & 74.110 & -13.960 \\ 0.000 & -13.960 & 50.420 \end{bmatrix}$$

Los periodos asociados al modelo equivalente y los periodos obtenidos directamente del modelo original se muestran en la Tabla 13:

	T_3	T_2	T_1
Modelo Original	0.69322	0.91352	0.98861
Modelo Equivalente	0.69317	0.91351	0.98858
Error Relativo (%)	0.00786	0.00085	0.00262

Tabla 13. Comparación de periodos. Periodos del modelo equivalente vs. Periodos derivados del problema completo.

El arreglo de formas modales asociadas al sistema equivalente:

$$[\alpha_o] = \begin{bmatrix} -0.2044 & -0.6809 & 0.7033 \\ 0.8961 & 0.1591 & 0.4145 \\ -0.3941 & 0.7149 & 0.5776 \end{bmatrix}$$

Identificando las formas modales asociadas a cada uno de los modos:

α_3	α_2	α_1
-0.2044	-0.6809	0.7033
0.8961	0.1591	0.4145
-0.3941	0.7149	0.5776

Tabla 14. Formas modales asociadas al modelo equivalente.

Las formas modales derivadas a partir del problema de eigenvalores asociados al modelo original (considerando las matrices de masa y rigidez completas), y las formas modales generadas haciendo uso de la Teoría de Perturbaciones y el modelo equivalente se muestran en la Tabla 15. Se presenta el error relativo entre las formas modales provenientes del modelo original y las formas modales generadas. Adicionalmente, se presenta el máximo error relativo entre ambos conjuntos de formas modales.

	Φ_3	Φ_2	Φ_1	Φ_{R3}	Φ_{R2}	Φ_{R1}	e_3 (%)	e_2 (%)	e_1 (%)
1	0.0011406	-0.0037888	0.0039152	0.0011378	-0.0037903	0.0039149	0.2455	0.0396	0.0077
2	0.0030286	-0.0100284	0.0103552	0.003011	-0.01003	0.0103596	0.5811	0.0160	0.0425
3	0.005015	-0.016585	0.0171175	0.0049787	-0.0165847	0.0171296	0.7238	0.0018	0.0707
4	0.0068655	-0.0227192	0.0234468	0.0068196	-0.022717	0.0234635	0.6686	0.0097	0.0712
5	0.0084526	-0.028035	0.0289421	0.0084157	-0.028034	0.0289551	0.4366	0.0036	0.0449
6	0.0097112	-0.0323136	0.0333746	0.0097008	-0.0323147	0.0333764	0.1071	0.0034	0.0054
7	0.010593	-0.0353672	0.0365482	0.0106187	-0.0353723	0.0365345	0.2426	0.0144	0.0375
8	0.0111419	-0.03728	0.0385383	0.011194	-0.0372886	0.0385138	0.4676	0.0231	0.0636
9	0.0022556	0.0040584	0.0032722	0.0022375	0.0040588	0.0032794	0.8024	0.0099	0.2200
10	0.0058997	0.0106408	0.0085838	0.0058657	0.0106403	0.008597	0.5763	0.0047	0.1538
11	0.0096813	0.0174864	0.0141103	0.0096394	0.0174858	0.0141279	0.4328	0.0034	0.1247
12	0.0131887	0.0238557	0.0192566	0.0131507	0.0238553	0.0192742	0.2881	0.0017	0.0914
13	0.0162231	0.0294004	0.0237422	0.0162059	0.0293974	0.023752	0.1060	0.0102	0.0413
14	0.0186576	0.0338581	0.0273525	0.0186632	0.0338551	0.0273536	0.0300	0.0089	0.0040
15	0.0204392	0.0371112	0.0299862	0.0204573	0.0371095	0.0299831	0.0886	0.0046	0.0103
16	0.0215844	0.0391943	0.0316702	0.0216062	0.0391935	0.0316669	0.1010	0.0020	0.0104
17	-0.0004281	0.0000767	0.0001984	-0.0004287	0.0000761	0.0001983	0.1402	0.7823	0.0504
18	-0.001127	0.0002017	0.0005221	-0.0011284	0.0002003	0.0005219	0.1242	0.6941	0.0383
19	-0.0018589	0.000332	0.0008606	-0.0018607	0.0003304	0.0008607	0.0968	0.4819	0.0116
20	-0.0025445	0.0004534	0.0011775	-0.0025462	0.0004521	0.0011777	0.0668	0.2867	0.0170
21	-0.003145	0.0005598	0.0014552	-0.0031463	0.0005586	0.0014553	0.0413	0.2144	0.0069
22	-0.003632	0.0006451	0.0016804	-0.0036325	0.0006449	0.0016802	0.0138	0.0310	0.0119
23	-0.0039862	0.000707	0.0018441	-0.003986	0.0007077	0.0018437	0.0050	0.0990	0.0217
24	-0.0042114	0.0007466	0.0019481	-0.0042106	0.0007476	0.0019476	0.0190	1.0013	0.9997

ERRORES MÁXIMOS (%)

0.8024	1.0013	0.9997
--------	--------	--------

Tabla 15. Comparación de formas modales. Formas modales derivadas a partir del problema de eigenvalores asociado al modelo original vs. Formas modales construidas a partir del problema equivalente.

Columnas:

Φ_1, Φ_2, Φ_3 Formas modales derivadas a partir del problema de eigenvalores asociado al modelo original. Formas asociadas al primer, segundo y tercer modos respectivamente.

$\Phi_{R1}, \Phi_{R2}, \Phi_{R3}$ Formas modales generadas a partir del modelo equivalente y las formas del primer modo asociadas a las particiones del modelo original. Formas asociadas al primer, segundo y tercer modos respectivamente.

e_i Error relativo calculado entre Φ_i y Φ_{Ri} , ($i=1,2,3$).
$$e_i = \frac{|\Phi_i - \Phi_{Ri}|}{\Phi_i} \times 100\%$$

En la Tabla 16 se muestran los factores de participación derivados por medio del problema de eigenvalores asociado al modelo original junto con los factores de participación construidos a partir del modelo equivalente y las formas modales del sistema no perturbado. Se calcula el error relativo entre ellos así como otros datos necesarios en la aplicación del método desarrollado en este trabajo.

Modo	Ω_c	Γ	Γ_c	e (%)	τ	τ / Γ_c
1	6.3558	144.39481	144.3676	0.0188	0.2976	0.00206
2	6.8781	44.704033	44.63972	0.1439	0.1931	0.00433
3	9.0645	232.67436	232.7154	0.0176	1.6954	0.00729

Tabla 16. Parámetros necesarios para la generación de las ecuaciones modales.

Ω_c Frecuencias asociadas al modelo equivalente.

Γ Factores de participación derivados del modelo original.

Γ_c Factores de participación derivados de las formas modales construidas.

e (%) Error relativo calculado entre Γ y Γ_c , $\left| \frac{(\Gamma - \Gamma_c)}{\Gamma} \right| \times 100\%$

τ Factores de participación del modelo equivalente.

Γ_c Cociente de factores de participación.

Con los datos anteriores es posible generar una aproximación a las ecuaciones modales de los tres primeros modos del modelo original (se considerará un amortiguamiento modal igual a 5%):

$$\text{Modo 1} \quad \ddot{y} + 2(0.05)(6.3558) \dot{y} + 40.3957 y = -144.3676 A$$

$$\text{Modo 2} \quad \ddot{y} + 2(0.05)(6.8781) \dot{y} + 47.3078 y = -44.6397 A$$

$$\text{Modo 3} \quad \ddot{y} + 2(0.05)(9.0645) \dot{y} + 82.1643 y = -232.7154 A$$

Una vez determinadas las ecuaciones anteriores, es posible seguir cualquier procedimiento de integración paso a paso para obtener los desplazamientos modales del

modelo original. Los desplazamientos de los niveles de determinan de manera convencional.

4.3 MODELO PROPUESTO

Con base en lo expuesto en 3.5 se procederá a determinar las matrices de coeficientes de aceleraciones y de coeficientes de desplazamientos respectivamente (modelo derivado de la transformación inversa). Considerando la masa de cualquier nivel de la estructura en estudio es posible formar la matriz de masas:

$$[m_o] = \begin{bmatrix} 86.210 & 0.000 & 0.000 \\ 0.000 & 86.210 & 0.000 \\ 0.000 & 0.000 & 86.210 \end{bmatrix}$$

Usando el radio de giro de cualquier nivel para formar la matriz de transformación:

$$[R_p]^{-1} = \begin{bmatrix} 1.000 & 0.000 & 0.000 \\ 0.000 & 11.694 & 0.000 \\ 0.000 & 0.000 & 1.000 \end{bmatrix}$$

Aplicando las transformaciones requeridas para generar (56) se derivan las matrices de coeficientes de masa y desplazamientos ($[m_p]$ y $[K_c]$ respectivamente), que constituyen al modelo equivalente en su forma convencional:

$$[m_p] = \begin{bmatrix} 86.210 & 0.000 & 0.000 \\ 0.000 & 11790.000 & 0.000 \\ 0.000 & 0.000 & 86.210 \end{bmatrix}$$

$$[K_c] = \begin{bmatrix} 3909.624 & -8467.658 & 0.000 \\ -8467.658 & 873756.900 & -14074.117 \\ 0.000 & -14074.117 & 4346.708 \end{bmatrix}$$

Quedando el modelo equivalente como:

$$[m_p]\{\ddot{d}\} + [K_C]\{d\} = -[m_p]\{A\}$$

Donde:

$[m_p]$ Matriz de coeficientes de aceleraciones.

$[K_C]$ Matriz de coeficientes de desplazamientos.

Que son las matrices que representan al modelo equivalente simplificados de un nivel y tres grados de libertad sin parámetros.

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Las conclusiones y recomendaciones que se derivan de este trabajo se presentan a continuación. La discusión que se desarrolla en este trabajo respecto al Método Sísmico Estático (ME) permitió aclarar la duda respecto a dos de sus variantes, demostrándose que es posible obtener los mismos resultados utilizando un método más simplificado (método de Goel). Cabe destacar que en tanto continúe vigente la aplicación del Método Sísmico Estático varias de las conclusiones a las que se llegaron permitirán modificar en el futuro las Normas Técnicas Complementarias para Diseño por Sismo así como los requisitos para su aplicación. En lo que respecta al modelo equivalente propuesto, se ha establecido la base para plantear futuros modelos que permitan representar con el detalle necesario a las estructuras reales.

CONCLUSIONES

- En lo que respecta al ME, en este trabajo se demuestra que emplear excentricidades de nivel o de entrepiso conduce a los mismos resultados debido a que son equivalentes.
- Se obtienen los resultados deseados de forma más simple al considerar excentricidades de nivel que de entrepiso.
- En cualquiera de las versiones presentadas del ME no se evita el cálculo de las combinaciones de carga más críticas para diseño.
- Al comparar el ME con el Método Modal Espectral (MME) desde el punto de vista de facilidad de aplicación, el ME queda en desventaja ante el MME puesto que el último requiere de menos combinaciones que el ME adicionalmente, el MME es de aplicación general y no requiere del cálculo de ningún tipo de excentricidad ni de la clasificación de la estructura por analizar.

- Con la hipótesis de trabajo para modelos simplificados equivalentes de 3GDL (aproximación de rigideces de los planos resistentes por medio del análisis del empujón) no se obtuvieron resultados satisfactorios. Únicamente el procedimiento de transformación inversa produjo los resultados deseados al determinar un sistema de ecuaciones equivalentes a una estructura simplificada de un nivel y 3GDL cuyas frecuencias son una aproximación a las tres primeras frecuencias de un edificio real.
- Del modelo que se propone en este trabajo el cual se deriva de una transformación inversa, las matrices que corresponderían a las matrices de masas y de rigideces en la ecuación de equilibrio dinámico de un edificio tridimensional sujeto a excitación en la base, han sido denominadas matrices de coeficientes de masas y desplazamientos respectivamente, pues no fue posible identificar los elementos resistentes que componen el modelo equivalente de manera tal, que pueda definirse la ley de comportamiento de cada uno de ellos y establecer su influencia en el comportamiento de la estructura en el rango no lineal.

RECOMENDACIONES

- Para la aplicación estricta del ME según el RCDF (1993), el cálculo de las excentricidades estáticas de entrepiso es obligatoria. Sería recomendable que se requiriera la determinación de la excentricidad de nivel en vez de la de entrepiso pues esto facilitaría la aplicación del método y la clasificación de las estructuras en términos de regularidad.
- Para tomar en cuenta el efecto de torsión accidental en el MME, se sugiere como procedimiento alternativo al descrito en la Propuesta a las NTCDS (2001) aplicar un momento estático concentrado (igual a $\pm 0.1bF_{yj}$) considerando el mismo signo para todos los niveles, pues como se muestra en este trabajo la aplicación de un momento concentrado en cualquier punto de un diafragma rígido causa los mismos efectos.

- En lo que corresponde a los modelos simplificados de un nivel y 3GDL y en particular en lo que respecta al modelo propuesto, se recomienda continuar con la investigación a fin de poder plantear un procedimiento que permita detallar tanto como se requiera un modelo simplificado equivalente a estructuras de varios niveles con acoplamiento en dos direcciones, con objeto de interpretar la información publicada en la literatura sobre sistemas equivalentes de un nivel respondiendo en el rango no lineal de comportamiento y explorar el uso de estos modelos equivalentes para aproximar la respuesta de los edificios en el rango no lineal.

REFERENCIAS

1. Alcocer, S. M. (1986), "Centro de Torsión de Edificios Obtenidos Matricialmente", Tesis de Licenciatura, Facultad de Ingeniería, UNAM.
2. Alexander, N.A., Javed, K., Noor, F.N., Goorvadoo, N. (1999), "Parametric study of torsional response of phased accelerograms", Proceedings of the 8th. Canadian Conference on Earthquake Engineering, Vancouver.
3. Barrón, R., Zapata, U. y Ayala, A. G. (1991), "Criterios de diseño sísmico para estructuras en torsión". Memoria del IX Congreso Nacional de Ingeniería Sísmica y VIII Congreso Nacional en Ingeniería Estructural, México.
4. Bazán, E. (1978), "Análisis sísmico de edificios con muros rigidizantes" IMCYC, 41,91, México, D. F. pp. 17-31.
5. Bustamante, J. I. y Rosenblueth, E. (1960) "Building code provisions on torsional oscillations", Proc. 2nd. Wld. Conf. Earthq. Engrg. Tokyo and Kyoto, Japan, 879 -94.
6. Cheung, V. W. y Tso, W. K. (1986), "Decoupling of equations of equilibrium in lateral load analysis of multistory buildings" Comp. and Struct. 23(5), 679-684.
7. Cheung, V. W. - T., and Tso, W. K. (1986), "Eccentricity in irregular multistory buildings" Can. J. Civ. Engrg. 13(1), 46-52.
8. Chipol, F. (2001), "Estudio de la Respuesta Sísmica de Modelos Tridimensionales de Edificios Torsionalmente Acoplados". Tesis de Maestría. Universidad Nacional Autónoma de México. México; D.F.
9. Chopra, A. K. (1995), "Dynamics of Structures. Theory and applications to earthquake engineering" Prentice Hall, Englewood Cliffs, N.J.
10. Damy, J. y Alcocer, S.(1987), "Obtención del centro de torsión de edificios", VII Congreso Nacional de Ingeniería Sísmica, Querétaro, México, pp C-60 a C-67.
11. Elorduy, J. y Rosenblueth, E. (1968), " Torsiones sísmicas en edificios de un piso" Series del Instituto de Ingeniería, UNAM.
12. Garcia, O. (1992) "Comportamiento sísmico de modelos de edificios en torsión", Tesis de Maestría. Universidad Nacional Autónoma de México. México; D.F.
13. Goel, R. K. (1995), "Implementation of NBCC torsional provisions for buildings without locating centres of stiffness". Seventh Canadian Conference on Earthquake Engineering, Montreal.
14. Goel, R. K., Chopra, A. K. (1993), "Seismic code analysis of buildings without locating centers of rigidity". Journal of Structural Engineering. American Society of Civil Engineers. Structural Division. Vol. 119 NO. 10 pp. 3039-3055.

15. Jaramillo, J. D. "Torsión sísmica en edificios", Tesis de Maestría, Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional Autónoma de México. México; D.F.
16. Kan, C. L. y Chopra, A. K. (1971), "Coupled lateral torsional response of buildings to ground shaking" Report No. 76-13. EERC, University of California; Berkeley, California.
17. Kan, C. L., y Chopra, A. K. (1977), "Elastic earthquake analysis of torsionally coupled multistory buildings" Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 5, 395-412.
18. Newmark, N. M. y Rosenblueth, E. (1975), "Fundamentals of earthquake engineering" N. M. Newmark and W. J. Hall, editors. Prentice Hall, Inc. Englewood Cliffs, N.J.
19. NTCDS(1995), "Normas Técnicas Complementarias para Diseño por Sismo", Reglamento de Construcciones del Distrito Federal, México.
20. Propuesta NTCDS DF (2001), "Propuesta a las Normas Técnicas Complementarias para Diseño por Sismo", México.
21. RCDF (1993), "Reglamento de Construcciones del Distrito Federal", Diario Oficial de la Federación, México.
22. Triantafyllos M., Kyriakos A. y Molano J. C. (1995) "Discussion: seismic code analysis of buildings without locating centers of rigidity". Closure by authors. Journal of Structural Engineering. American Society of Civil Engineers. Structural Division. Apr. 1995 Vol.121 NO.4.
23. Wilkinson, J. H.(1965), "Perturbation Theory", in the Algebraic Eigenvalue Problem, Clarendon Press, Oxford, pp. 62 - 71.
24. Wilson, E. L. (2000), "Three dimensional static and dynamic analysis of structures" Computers and Structures, Inc. Third Edition.
25. Yoon S. y Stafford-Smith, B.,(1995) "Estimating period ratio for predicting torsional coupling" J. Engng. Struct.; 17(1):52-62.

APÉNDICE I. DEMOSTRACIÓN DEL MÉTODO DE GOEL POR EL PRINCIPIO DE SUPERPOSICIÓN

Para mayor claridad se presenta la demostración del Método de Goel usando el principio de superposición. El procedimiento tradicional de aplicación del ME requiere, para cada nivel, la determinación de la coordenada del centro de rigidez para calcular la excentricidad estática (e_{sj}). Habiendo determinado la magnitud de e_{sj} , ésta debe multiplicarse por un factor γ para considerar los efectos de amplificación dinámica por torsión. Una vez factorizada e_{sj} , y para considerar una posible excentricidad accidental, se añade una fracción de la longitud de la planta ortogonal a la dirección considerada de análisis, quedando finalmente la coordenada de aplicación de la fuerza lateral en el punto definido por las Ecuaciones A1 y A2:

$$e_{dj} = 1.5e_{sj} + 0.1b \quad (A1)$$

$$e_{dj} = e_{sj} - 0.1b \quad (A2)$$

Habiendo calculado e_{dj} la carga lateral queda situada en el j -ésimo nivel como se muestra en la Figura A1:

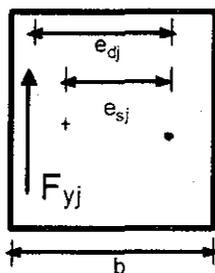
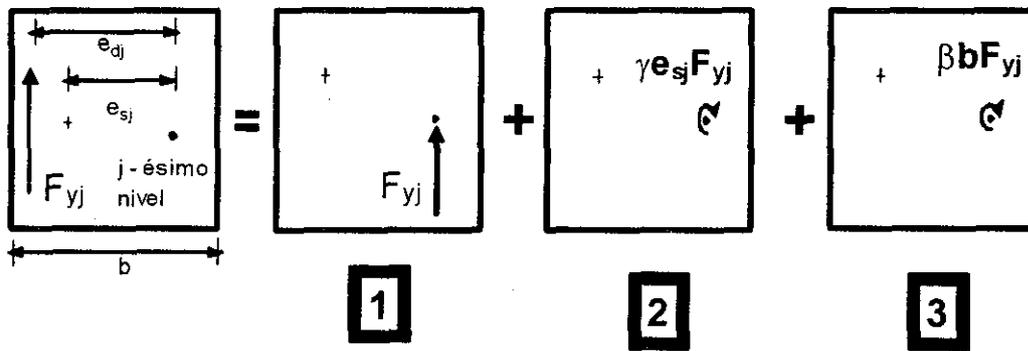
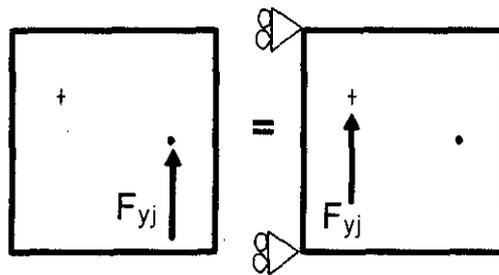


Figura A1. Condición de carga una vez determinada la excentricidad de diseño para el j -ésimo nivel.

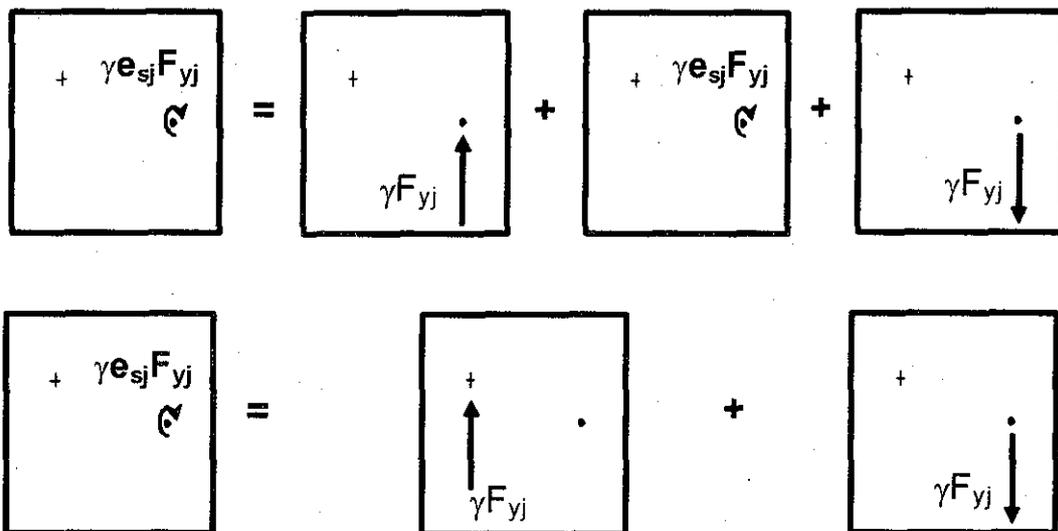
El estado de carga mostrada en la Figura A1 puede descomponerse en las siguientes condiciones:



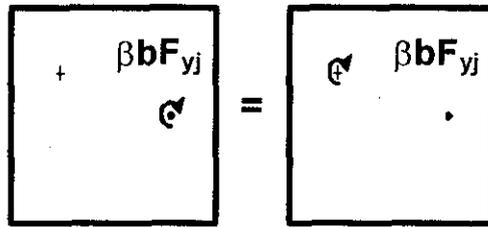
La condición 1 permite solo traslación en el sentido de las cargas, pues están aplicadas en los centros de rigidez; por tanto:



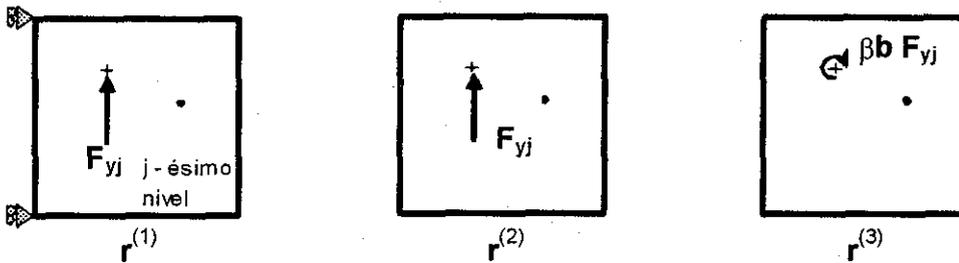
La condición 2 puede expresarse como:



Por último, para la condición 3:



Si llamamos $r^{(1)}$, $r^{(2)}$, $r^{(3)}$ a las siguientes condiciones de apoyo y carga:



Al combinar $r^{(1)}$, $r^{(2)}$ y $r^{(3)}$ para obtener la condición inicial tenemos:

$$r = r^{(1)} + \gamma (r^{(2)} - r^{(1)}) \pm r^{(3)}$$

Que es la expresión para el cálculo de la respuesta en el método de Goel y Chopra con los correspondientes valores de γ y signo de $r^{(3)}$, como se establece en 1.3.

APÉNDICE II. FORMA ALTERNATIVA DE LA EXPRESIÓN DE EQUILIBRIO DINÁMICO

Sea la ecuación de equilibrio dinámico convencional de un edificio de N niveles con 3 GDL por nivel:

$$[M]\{\ddot{d}\} + [K]\{d\} = -[M]\{A\} \quad (B1)$$

Expresándola por medio de particiones:

$$\begin{bmatrix} [m] & 0 & 0 \\ 0 & [m][r^2] & 0 \\ 0 & 0 & [m] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\ddot{d}_x\} \\ \{\ddot{d}_\theta\} \\ \{\ddot{d}_y\} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} [K_{xx}] & [K_{x\theta}] & 0 \\ [K_{x\theta}] & [K_{\theta\theta}] & [K_{y\theta}] \\ 0 & [K_{y\theta}] & [K_{yy}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{d_x\} \\ \{d_\theta\} \\ \{d_y\} \end{Bmatrix} = - \begin{bmatrix} [m] & 0 & 0 \\ 0 & [m][r^2] & 0 \\ 0 & 0 & [m] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u}_{gx} \{1\} \\ 0 \\ \ddot{u}_{gy} \{1\} \end{Bmatrix} \quad (B2)$$

Donde:

[m] Matriz de masas traslacionales (diagonal).

[r²] Matriz de radios de giro elevados al cuadrado (diagonal).

[K_{xx}] Partición de la matriz de rigideces asociada a la rigidez traslacional en dirección X.

[K_{yy}] Partición de la matriz de rigideces asociada a la rigidez traslacional en dirección Y.

[K_{θθ}] Partición de la matriz de rigideces asociada a la rigidez torsional.

[K_{xθ}] Partición de acoplamiento Xθ.

[K_{yθ}] Partición de acoplamiento Yθ.

\ddot{u}_{gx} , \ddot{u}_{gy} Aceleración del suelo en dirección X e Y respectivamente.

d_i ($i = x, y, \theta$) Desplazamiento asociados a cada grado de libertad.

Considérese el siguiente arreglo:

$$[R] = \begin{bmatrix} [I] & 0 & 0 \\ 0 & [r]^{-1} & 0 \\ 0 & 0 & [I] \end{bmatrix}, \quad [r] = [r^2]^{1/2} \quad (B3)$$

ESTA TESIS NO SALE
DE LA BIBLIOTECA

Donde:

[R] Matriz de transformación.

Transformando a un nuevo espacio de desplazamientos {u}:

$$\{u\} = \begin{Bmatrix} \{u_x\} \\ \{u_\theta\} \\ \{u_y\} \end{Bmatrix} = [R]^{-1} \begin{Bmatrix} \{d_x\} \\ \{d_\theta\} \\ \{d_y\} \end{Bmatrix} \quad (\text{B4})$$

Por tanto:

$$\{d\} = [R]\{u\} \quad (\text{B5})$$

Al sustituir {d} en la ecuación de equilibrio dinámico:

$$[M][R]\{\ddot{u}\} + [K][R]\{u\} = -[M]\{A\} \quad (\text{B6})$$

Premultiplicando por [R]:

$$[R][M][R]\{\ddot{u}\} + [R][K][R]\{u\} = -[R][M]\{A\} \quad (\text{B7})$$

Desarrollando:

$$[R][M][R] = \begin{bmatrix} [I] & 0 & 0 \\ 0 & [r]^{-1} & 0 \\ 0 & 0 & [I] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [m] & 0 & 0 \\ 0 & [m][r^2] & 0 \\ 0 & 0 & [m] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [I] & 0 & 0 \\ 0 & [r]^{-1} & 0 \\ 0 & 0 & [I] \end{bmatrix} \quad (\text{B8})$$

Por tanto:

$$[R][M][R] = \begin{bmatrix} [m] & 0 & 0 \\ 0 & [m] & 0 \\ 0 & 0 & [m] \end{bmatrix} \quad (\text{B9})$$

Que es la expresión que relaciona a la matriz de masas convencional con la matriz de masas traslacionales de Kan y Chopra. Para la matriz de rigideces:

$$[R][K][R] = \begin{bmatrix} [I] & 0 & 0 \\ 0 & [r]^{-1} & 0 \\ 0 & 0 & [I] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [K_{xx}] & [K_{x\theta}] & 0 \\ [K_{x\theta}] & [K_{\theta\theta}] & [K_{y\theta}] \\ 0 & [K_{y\theta}] & [K_{yy}] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [I] & 0 & 0 \\ 0 & [r]^{-1} & 0 \\ 0 & 0 & [I] \end{bmatrix} \quad (\text{B10})$$

Al desarrollar:

$$[R][K][R] = \begin{bmatrix} [K_{xx}] & [K_{xt}] & 0 \\ [K_{xt}] & [K_{tt}] & [K_{yt}] \\ 0 & [K_{yt}] & [K_{yy}] \end{bmatrix} \quad (\text{B11})$$

Que es la expresión que relaciona a la matriz de rigideces convencional con la matriz de rigideces propuesta por Kan y Chopra. Finalmente para el término de aceleraciones:

$$[R][M]\{A\} = \begin{Bmatrix} \ddot{u}_{gx}[m]\{1\} \\ 0 \\ \ddot{u}_{gy}[m]\{1\} \end{Bmatrix} \quad (\text{B12})$$

Quedando la expresión de equilibrio dinámico como:

$$\begin{bmatrix} [m] & 0 & 0 \\ 0 & [m] & 0 \\ 0 & 0 & [m] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\ddot{u}_x\} \\ \{\ddot{u}_\theta\} \\ \{\ddot{u}_y\} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} [K_{xx}] & [K_{xt}] & 0 \\ [K_{xt}]^T & [K_{tt}] & [K_{yt}]^T \\ 0 & [K_{yt}] & [K_{yy}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{u_x\} \\ \{u_\theta\} \\ \{u_y\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \ddot{u}_{gx}[m]\{1\} \\ 0 \\ \ddot{u}_{gy}[m]\{1\} \end{Bmatrix} \quad (\text{B13})$$

A nivel de particiones se tienen las siguientes identidades:

$$[K_{xx}] = [K_{xx}] \quad (\text{B14})$$

$$[K_{yy}] = [K_{yy}] \quad (\text{B15})$$

$$[K_{uu}] = [r]^{-1} [K_{\theta\theta}] [r]^{-1} \quad (\text{B16})$$

$$[K_{xi}] = [K_{x\theta}] [r]^{-1} \quad (\text{B17})$$

$$[K_{yi}] = [K_{y\theta}] [r]^{-1} \quad (\text{B18})$$