



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE INGENIERIA

CONTROL DIFUSO DE UN SISTEMA DE DOS TANQUES ESTUDIO COMPARATIVO

T E S I S
QUE PARA OBTENER EL GRADO DE :
INGENIERO ELECTRICO ELECTRONICO
P R E S E N T A :
MARCOS ANGEL GONZALEZ OLVERA

DIRECTOR DE TESIS: DR. YU TANG XU



MEXICO, D.F.

2002.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

ESTA TESIS NO SALE
DE LA BIBLIOTECA

Auto
UNAM a situar en las Bibliotecas de la
contenido de me proceso el
cional.
NOMBRE: Blasco Angel González
Olvera
FECHA: 25 octubre 2002
FIRMA: 

Índice

	<i>página</i>
<i>Introducción</i>	1
<i>Capítulo 1. Sistemas de inferencia difusa (FIS)</i>	5
<i>Capítulo 2. Diseño de un FIS</i>	19
<i>Capítulo 3. Control basado en un FIS</i>	25
<i>Capítulo 4. Modelado de un sistema de dos tanques</i>	31
<i>Capítulo 5. Control de nivel en el sistema de dos tanques</i>	39
<i>Capítulo 6. Simulación y experimentos en un sistema escalado</i>	49
<i>Capítulo 7. Conclusiones</i>	69
<i>Bibliografía</i>	73
<i>Anexo I. Datos técnicos del sistema de tres tanques DTS200</i>	75

Introducción.

Desarrollar un sistema de control significa investigar la forma de diseñarlo con el fin de obtener un buen desempeño en su implementación. Se busca desarrollarlos de forma tal que tengan un buen servicio con sistemas cada vez más complejos, en los cuales el modelo matemático no se encuentre bien definido o no sea lineal. Conforme estos sistemas incrementan su complejidad, su estudio se complica y son menos susceptibles de ser modelados, dado que pueden ser estocásticos, poseer parámetros distribuidos, ser variantes en el tiempo, e incluso pueden presentar un comportamiento poco predecible, con variables de difícil medición y con relaciones causales poco conocidas. Todos estos elementos dificultan la introducción de esquemas de control tradicionales y en especial de tipo lineal.

En el esfuerzo por crear sistemas que puedan reaccionar por sí mismos a cambios en su naturaleza, surge la necesidad de esquemas de control *inteligente*, que incrementen la flexibilidad y fiabilidad de los sistemas de control. Es en este punto donde la experiencia humana juega un papel esencial. Una de las aproximaciones más exitosas al control inteligente ha sido la lógica difusa, que admite múltiples formas de adaptar el conocimiento humano en algoritmos matemáticos.

El concepto de *lógica difusa* lo introdujo Lotfi A. Zadeh en 1965, concepto que no recibió la atención que merecía sino hasta diez años después. Sus primeras aplicaciones se presentaron en el Reino Unido en sistemas poco definidos en los que no era posible implementar un análisis matemático, como reguladores de temperatura en reactores químicos, o controles de presión y mezclado. En estos casos con un control basado en lógica difusa se tuvieron mejores resultados que con los controladores PID. Las primeras aplicaciones comerciales se hicieron en Japón a mediados de los años 80 con su empleo, por Sugeno [1985], en sistemas tan variados como fábricas de cemento, motores diesel o cruces vehiculares.

La lógica difusa ha sido objeto de opiniones encontradas desde su nacimiento, algunas positivas desde del ámbito tecnológico, que le ha utilizado en el desarrollo de múltiples sistemas *inteligentes* con los que han mejorado mucho el desempeño de los sistemas tradicionales. Las opiniones contrarias se generaron a partir de la dificultad que presenta un sistema basado en lógica difusa para ser analizado tanto en estabilidad como robustez dada su naturaleza.

No obstante, la lógica difusa ha demostrado ser una forma novedosa de manejar el concepto de imprecisión, no en términos de la probabilidad que posee un cierto evento para ocurrir, de lo cual ya se encarga la teoría homónima, sino en términos del *grado* con el que dicho evento ocurre en el presente.

La presente investigación ofrece una nueva aportación para el uso de los sistemas difusos. Como ha sido mencionado, cuando no es posible utilizar el modelo de un sistema para proponer un esquema de control es necesario recurrir a otros métodos que ayuden a resolverlo. En este caso se propone un sistema de control difuso en cuatro formas distintas, con el fin de evaluar cuál de ellas ofrece el mejor desempeño, tanto teórico como experimental. En primera instancia se utilizó un sistema difuso convencional, el tipo *Mamdani*, cuyas reglas e inferencias se basan completamente en el conocimiento que se tenga del sistema a controlar. El segundo tipo empleado fue el *Takagi-Sugeno*, con el fin de evaluar las diferencias tanto de diseño como de desempeño en relación con el anterior. Éste último sistema presenta la ventaja de que la forma en la cual efectúa la toma de decisiones se basa primordialmente en la lógica difusa, pero con la diferencia de que su salida se encuentra dada en términos de funciones que pueden ser definidas de forma lineal, con lo que es posible utilizar elementos de la teoría de control "tradicional", tales como el control adaptable, para poder generar un sistema de control más complejo, pero con un mejores resultados. El resultado de la combinación de estos esquemas de control es el tercer método presentado. El cuarto método expuesto es una técnica novedosa formulada por Palm [1994] conocido como *control difuso de modo deslizante o control deslizante difuso*.

El objetivo principal de esta investigación es presentar un estudio comparativo entre los distintos sistemas de control mencionados aplicados a un sistema hidráulico no lineal. La principal motivación para realizar este estudio es la falta de análisis previos que permitan visualizar las diferencias en desempeño existentes entre diversos métodos de control difuso, en este caso aplicados a un sistema hidráulico no lineal. Además, existió una iniciativa propia de desarrollar un sistema de control difuso que en combinación con los elementos de la teoría de control tradicional permitiera que su respuesta mejore al ajustar sus propias características al pasar el tiempo. Fue por esto que el control tipo *Takagi-Sugeno* combinado con el control adaptable fue desarrollado en forma teórica en esta investigación con el propósito de proponer una nueva aproximación, diferente a las ya desarrolladas.

El análisis se realiza mediante la comparación de tres elementos básicos de diseño: el sobrepaso de la señal a controlar, el tiempo de levantamiento y el error en estado estable que presente con respecto a dos niveles de una señal de referencia.

En el primer capítulo se introducen los principios de la lógica difusa, desde los antecedentes históricos hasta los elementos, postulados, reglas y leyes que le rigen. Asimismo se mencionan los dos tipos de sistemas difusos que serán utilizados más adelante para proponer los sistemas de control: el sistema tipo Mamdani y el tipo Takagi-Sugeno.

En el segundo capítulo se enumeran varios métodos para realizar el diseño de un sistema de inferencia difusa, haciendo especial hincapié en el método intuitivo (aplicado en sistemas tipo Mamdani) y en el *Anfis* (para sistemas Takagi-Sugeno), los cuales fueron los utilizados en la investigación.

El tercer capítulo menciona los métodos de diseño de un sistema de control difuso empleados en esta investigación: la identificación de las entradas y salidas del sistema, el planteamiento de los conjuntos difusos para cada universo, la generación de las reglas de inferencia, su evaluación y el proceso de desfusión.

En el capítulo cuatro se modela matemáticamente el sistema hidráulico (dos tanques) a utilizar con el fin de simular el comportamiento de dicho sistema y facilitar el diseño de los controladores que serán implementados.

El quinto capítulo trata sobre los controles que serán implementados en el sistema de dos tanques con el fin de establecer el análisis comparativo. Los sistemas de control son de cuatro tipos: Mamdani, Takagi-Sugeno, Takagi-Sugeno con adaptación de parámetros, y de Modo Deslizante. Se mencionan sus características principales: intervalos de acción, definición de los conjuntos difusos de entrada y salida empleados y las superficies de control que generan. En el caso del control Takagi-Sugeno adaptable se realiza además el desarrollo de la función de adaptación a emplear.

En el capítulo seis se muestran y comentan los resultados obtenidos tanto en la simulación de los controles utilizados así como en la implementación en el sistema físico (*Sistema de tres tanques Amira DTS200*) y los elementos añadidos para tal fin.

Capítulo 1.

Sistemas de inferencia difusa.

En este capítulo se define la lógica difusa, así como los elementos, postulados, reglas y leyes que le rigen. Se mencionan y describen los diferentes tipos de sistemas difusos que existen: el tipo *Mamdani* y el tipo *Takagi-Sugeno*, mencionando sus particularidades y diferencias.

Breve desarrollo histórico.

La lógica es la ciencia que tiene por objetivo el estudio del conocimiento intelectual. Aristóteles creó la primera concepción de la Lógica y las distintas reglas y leyes que la conforman. Una de las principales características dentro de la lógica aristotélica es la llamada *ley del medio excluido*, que se refiere a que un elemento dentro de un universo puede o no pertenecer a un cierto subconjunto del mismo universo; en otras palabras un elemento x dentro de un universo X puede pertenecer a un subconjunto C o pertenecer al complemento \bar{C} , pero no a ambos a la vez. Su pertenencia se puede evaluar mediante una *función de pertenencia* que proporcione información numérica sobre el carácter lógico del elemento. De esta forma, se puede definir dicha función de tal manera que genere un valor unitario cuando el elemento pertenezca al conjunto C y 0 cuando no sea así; es decir:

$$T_C(x): X \rightarrow \{0, 1\}.$$

Donde $C \cap \bar{C} = \emptyset$.

La primera propuesta de una lógica multivaluada surgió alrededor del siglo XIV con William de Occam, que si bien apoyó la idea de una lógica bivaluada, reflexionó acerca del valor de verdad que tendría un enunciado del tipo *Si p entonces q* en el caso en donde no se pudiese determinar si p o q fueran verdaderos o falsos.

El tipo de lógica aristotélica prevaleció hasta fines del siglo XIX y comienzos del XX, cuando Lukasiewicz, a partir de su estudio de diversos enunciados lógicos paradójicos, propuso un tipo de lógica multivaluada en la que el *valor de pertenencia* generado por la *función de pertenencia* pudiera tomar valores de *verdadero* (1), *falso* (0) y *neutro* (1/2), siendo éste último el punto que representa un valor la mitad verdadero y la mitad falso.

Varios lógicos en China se ocuparon del problema de la lógica multivaluada, pero fue hasta 1965, con la publicación del artículo *Fuzzy Sets*, que su autor, Lotfi Zadeh, determinó que una nueva forma de lógica multivaluada basada en lo que podemos traducir como *conjuntos difusos* era en sí la base de cualquier tipo de lógica, independientemente del número de grados de verdad que contuviera. La primera gran diferencia que presenta con respecto a la lógica aristotélica es que Ley del Medio Excluido no es la misma, ya que para los conjuntos difusos $C \cap \bar{C} \neq \emptyset$ es decir, que un elemento de un conjunto puede pertenecer parcialmente a éste y también parcialmente a su complemento.

Utilidad de la lógica difusa.

En la lógica difusa los enunciados que se expresan no poseen la restricción de ser ciertos o falsos en su totalidad, dado que pueden tener diferentes grados de verdad. En la teoría de conjuntos clásica o aristotélica, un elemento de un universo pertenece a un conjunto A o a su complemento \bar{A} , pero no a ambos. Por ejemplo, se desea determinar si una persona y pertenece al conjunto PA de *personas altas*, el cual se define por todas aquellas personas que rebasan 1.80m de estatura. En forma matemática, el enunciado sería el siguiente:

$$PA = \{x | x > 1.80m, x \in X \}, \text{ donde } X \text{ es el universo de las estaturas (en metros).}$$

Por nomenclatura, todo universo es llamado *universo del discurso*, pero por simplicidad seguiremos llamándolo *universo*.

Si se define a la función $T_{PA}(x)$ como una *función de pertenencia* que es igual a 0 cuando el enunciado es falso y 1 cuando es verdadera, entonces, si la estatura de la persona y es de 1.75m, entonces:

$$T_{PA}(x = 1.75m) = 0, \text{ donde } T_{PA}(x): X \rightarrow [1,0]$$

Dado que $1.75\text{m} < 1.80\text{m}$, por lo que v no pertenece al conjunto de *hombres altos*. Si se toma ahora a una persona cuya estatura sea de 1.85m , se tendrá que:

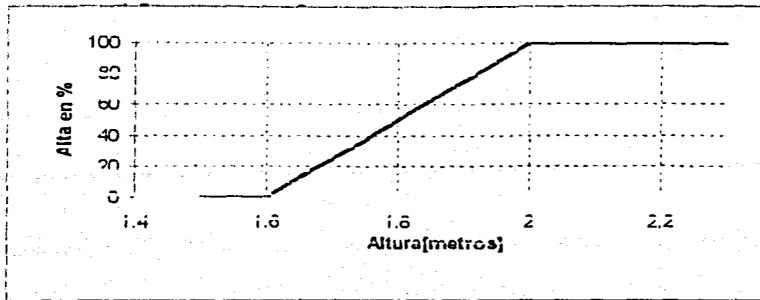
$$T_{PA}(v = 1.85\text{m}) = 1$$

esto es, que sí pertenece al conjunto de *hombres altos*.

Cabe reflexionar qué sucede cuando una persona que mide 1.79m y con otra mide 1.81m . De acuerdo con la definición propuesta para los *hombres altos*, la primera no pertenecería a dicho conjunto, mientras que la segunda sí. La lógica aristotélica es tajante en este aspecto, y si bien la primera persona no es tan alta como la segunda, el sentido común dice que entre ambos no existe una gran diferencia; lo que más bien indica es que si bien el segundo es alto, el primero también lo es aunque en menor medida.

Refiriéndose al caso extremo en donde se tengan a otras dos personas con estaturas distintas, donde una mida 1.795m y otra 1.805m , a simple vista y para fines prácticos, ambas personas son igualmente altas y deberían pertenecer a dicho conjunto. Para la lógica aristotélica la primera no pertenece al conjunto *PA*, mientras que la segunda sí.

Es en este punto donde la lógica normal deja de tener una aproximación real para la representación de la forma común de razonamiento. La lógica difusa permite establecer una mejor relación con nuestra forma de pensar. Si se considera el caso extremo de una persona de 1.60m o menor estatura, se puede decir que en absoluto es una persona alta, mientras que para una de 2.00m o mayor se puede decir que efectivamente es alta. En el lenguaje común se puede decir que aunque una persona que mide 1.70m no es alta, sí lo es un poco. Incluso se le puede dar un *grado de pertenencia* al conjunto *PA* de, por decir, 25% ; mientras que otra que mida 2.00m será en un 100% alta. Si se realiza una relación lineal entre estas consideraciones, se puede dibujar el siguiente gráfico:



Con base en esta primera aproximación, se establece un grado de verdad o *pertenencia* para cada valor dado, ya no solamente un 0% o 100% (completamente falso o completamente verdadero). Si regresamos al caso anterior, se puede decir que una persona de 1.75m es alta, pero no mucho, mientras que una de 1.85m también es alta, pero en mayor medida que la anterior. Así, la ecuación que define a este conjunto es la siguiente:

$$T_{PA}(x) = \begin{cases} 0, & x < 1.6 \\ 2.5x - 4, & x \in [1.6, 2] \\ 1, & x > 2 \end{cases}$$

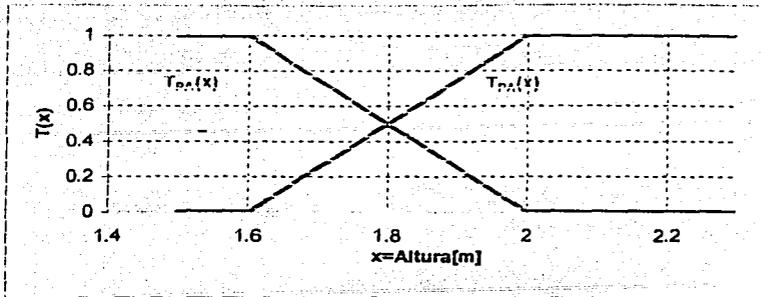
donde el símbolo “~” bajo el conjunto PA denota que es un conjunto difuso, aunque de aquí en adelante la mayoría de los conjuntos utilizados tendrán este carácter, por lo que se omitirá el uso de dicho símbolo

De esta forma para cada elemento del universo de alturas se tiene una función que determina el grado de pertenencia que tendrá para cada uno de los conjuntos difusos.

No solo es posible tener una cierta pertenencia a un determinado conjunto, sino que también puede definirse uno cuyos elementos sean todos aquellos que *no pertenecen* a PA , es decir un conjunto complemento \overline{PA} . Para este caso, tendremos que la función de pertenencia para cada elemento del universo definida para este conjunto será:

$$T_{\overline{PA}}(x) = 1 - T_{PA}(x)$$

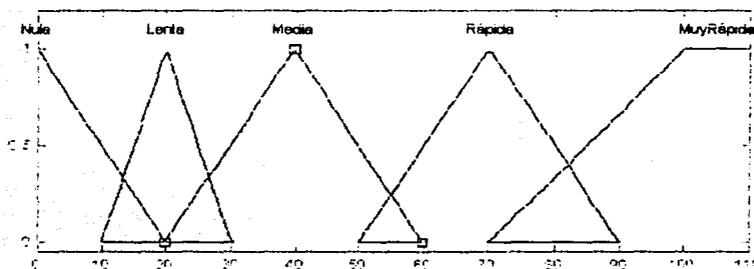
Gráficamente lo podemos ver de la siguiente forma:



Los conjuntos difusos pueden tener varias formas, no solamente las dos mostradas en el ejemplo anterior. De hecho, dentro de un universo dado se puede tener una gran cantidad de ellos. Para definirlos son utilizados habitualmente los siguientes tipos de conjuntos:

	Genérica	Tipo S	Tipo Z
Triangular			
Trapezoidal			
Campana de gauss			
Singleton			

Dentro de un mismo universo se pueden tener diversos conjuntos que definan distintas situaciones. Por ejemplo, para definir la velocidad de un automóvil es posible utilizar varios adjetivos tales como “nula”, “lenta”, “media”, “rápida”, y “muy rápida”. Está claro que si se considera que un automóvil va lento, de ninguna forma puede ir al mismo tiempo rápido, pero si puede poseer una velocidad que se sitúe entre lenta y media, o lenta y nula. De la experiencia y dependiendo de la aplicación se puede establecer arbitrariamente que una velocidad nula se encuentra situada entre los 0 y 20km/h, mientras una velocidad *lenta* se encontrará entre los 10 y los 30km/h, una *media* entre los 20 y los 60km/h, una velocidad *rápida* entre los 50 y los 90km/h, y finalmente una *muy rápida* comenzando en los 70km/h con un valor máximo a partir de 100km/h. De esta forma los conjuntos difusos para este universo quedan definidos gráficamente como se ve en la siguiente figura.



La forma de los conjuntos difusos es asimismo arbitraria, ya que se tiene de igual forma la libertad de escoger la forma de cada conjunto difuso. Por lo general los conjuntos difusos de forma triangular ofrecen una mayor facilidad de cómputo tanto en su definición como para el proceso de evaluación de reglas y de *desdifusión*, que veremos más adelante, a comparación de las curvas sigmoides, que a su vez ofrecen mayor suavidad en la respuesta del sistema.

Lógica difusa. Definiciones.

Para poder establecer un sistema difuso matemáticamente y de forma rigurosa, primero atendamos a las siguientes definiciones:

1. Sea X un universo con elementos x , de esta forma $X = \{x\}$.
2. Un conjunto difuso A tal que $A \subseteq X$ se encuentra caracterizado por una *función de pertenencia* $\mu_A(x)$ que mapea cada punto en X dentro de un intervalo continuo $[0,1]$,

- y cuyo valor se aproxima a 1 a medida que el grado de pertenencia de x en A aumenta.
3. Si $\forall x, \mu_A(x) = 0, \Rightarrow A = \{\emptyset\}$
 4. Sean A y B dos conjuntos difusos tales que $A \subseteq X$ y $B \subseteq X$. Si $\forall x, \mu_A(x) = \mu_B(x)$, entonces $A=B$.
 5. El *complemento* \bar{A} de un conjunto difuso A se define como $\mu_{\bar{A}}(x) = 1 - \mu_A(x)$.
 6. $A \subset B$ si $\forall x, \mu_A(x) \leq \mu_B(x)$.
 7. La operación *Unión de conjuntos* (\cup , O u OR) se define como:
Sean A, B, C tres conjuntos difusos tales que $A, B, C \subset X$. Si $A \cup B = C$, entonces $\mu_C(x) = \text{MÁX}(\mu_A(x), \mu_B(x))$ donde la función $\text{MÁX}(a, b)$ es aquella función que obtiene el máximo aritmético entre a y b .
 8. La operación *Intersección de conjuntos* (\cap , Y ó AND) se define como:
Sean A, B, C tres conjuntos difusos tales que $A, B, C \subset X$. Si $A \cap B = C$, entonces $\mu_C(x) = \text{mín}(\mu_A(x), \mu_B(x))$ donde la función $\text{mín}(a, b)$ es aquella función que obtiene el mínimo aritmético entre a y b .

Las últimas dos definiciones establecen la principal diferencia de la teoría de conjuntos difusos con respecto a la teoría de probabilidades, dado que en la segunda la operación *unión* se define como la multiplicación de las funciones de probabilidad de ambos conjuntos. A decir verdad, las operaciones MÁX y mín pueden quedar definidas de múltiples formas, dependiendo de las necesidades, siendo las más usuales las siguientes:

$\text{MÁX}(a, b) =$	$\begin{cases} a, a \geq b \\ b, b > a \end{cases}$	$a + b - ab$
$\text{mín}(a, b) =$	$\begin{cases} a, a \leq b \\ b, b < a \end{cases}$	$a * b$

La lógica difusa demuestra ser una herramienta muy útil que ayuda a representar sistemas que son fácilmente modelables en el lenguaje que utilizamos todos los días. Por 11

ejemplo, si deseamos modelar la forma en la que conducimos un vehículo, será mucho más sencillo referir nuestro comportamiento utilizando *variables lingüísticas* tales como “acelerar poco, acelerar mucho, frenar poco, frenar mucho” que tratar de modelarlo con un proceso matemático tradicional.

Propiedades de una implicación o regla difusa.

Así como en la lógica aristotélica, donde las reglas de inferencia se deducen de varias tautologías, dichas reglas pueden ser generalizadas al ámbito de la lógica difusa. Existen dos propiedades fundamentales de las implicaciones o reglas difusas: la primera es la llamada *Modus Ponens Generalizada*, y la segunda *Modus Tollens Generalizada*, cada una referida a las dos distintas partes que conforman una regla difusa.

Modus Ponens General.

Premisa 1. x es \bar{A} .

Premisa 2. Si x es A , entonces y es B .

Consecuencia. y es \bar{B}

Modus Tollens General.

Premisa 1. y es \bar{B} .

Premisa 2. Si x es A , entonces y es B .

Consecuencia. x es \bar{A}

Existe una tercera generalización, la cual es conocida como *silogismo hipotético generalizado*, el cual expresa la consecuencia de una serie de inferencias. Ésta generalización se describe como:

Premisa 1. Si x es A , entonces y es B .

Premisa 2. Si y es B , entonces z es C

Consecuencia. Si x es A , entonces z es C

Sistemas de inferencia difusa (FIS).

Al hablar de un sistema de inferencia difusa o *FIS (Fuzzy Inference System)* se hace referencia a un sistema basado en lógica difusa que se compone de tres elementos principales:

- *Etapa de difusión.*
- *Evaluación de reglas.*
- *Desdifusión.*

La primera parte se refiere a la obtención de los distintos valores de pertenencia para los diferentes conjuntos difusos contenidos en un universo dada una variable de entrada definida x , proceso que se realiza mediante el cálculo descrito anteriormente.

La etapa de *evaluación de reglas* se refiere a la cuantificación de cada enunciado lingüístico del tipo *Si x es A entonces y es B* . En este nivel se evalúan los grados de verdad de las reglas. Al conjunto de reglas que relacionan los conjuntos difusos de entrada con las salidas se le conoce como *base de conocimiento*.

La etapa de *desdifusión* (o *defuzzification* en su nombre en inglés) se encarga de tomar el conjunto de reglas evaluadas y calcular un valor definido resultante de la combinación de los conjuntos difusos de salida.

Reglas de inferencia difusa

En lógica se cuenta con tres tipos de juicios:

- *De asignación.* Este tipo de juicios no se encuentran sujetos a discusión, sino que asignan un valor a un elemento dado. Por ejemplo, “la manzana es roja”.
- *Condicionales.* Son aquellos en donde el grado de verdad del enunciado consecuente está en función del grado de verdad de su antecedente, y son de la forma *Si (antecedente) entonces (consecuente)*. Por ejemplo: Para un automóvil, *Si (se acelera) entonces (aumenta el flujo de gasolina al motor)*.
- *Incondicionales.* Aquellos que son del tipo imperativo.

El más utilizado dentro de la lógica difusa para aplicaciones de control y toma de decisiones es el juicio del tipo *condicional* o de forma *Si... entonces... o if... then...*

Dentro de un juicio o *regla* la parte antecedente puede estar formada tanto por un solo conjunto difuso como por una composición de ellos, que pueden estar conectados tanto por la operación lógica de conjunción *Y* o *AND*, y por la disyunción inclusiva *O* u *OR*. Por su parte, el consecuente puede un conjunto difuso o una función algebraica, caso que será discutido más adelante.

De igual forma que un experto manipula un sistema mediante una serie de reglas verbales, se puede generar una lista de reglas que simulen el comportamiento de un experto mediante su agregación.

En forma general, para un sistema con n entradas x_i con i conjuntos difusos A_i con entrada con m conjuntos difusos de salida la agregación tendrá la siguiente forma:

Si $(x_1 \in A_1) Y (x_1 \in A_2) Y \dots (x_1 \in A_i)$ entonces B_1

Si $(x_2 \in A_1) Y (x_2 \in A_2) Y \dots (x_2 \in A_i)$ entonces B_1

·
·

Si $(x_n \in A_1) Y (x_n \in A_2) Y \dots (x_n \in A_i)$ entonces B_1

donde $l \in [1, m]$ y $l \in \mathbf{N}$, y B_l es el consecuente para cada regla. Si se desea obtener el grado de pertenencia de cada regla, simplemente aplicamos la *función de pertenencia* $\mu(x)$ a toda la regla y obtenemos:

$$\mu_{B_1}(x_1, x_2, \dots, x_m) = \min(\mu_{A_1}(x_1), \mu_{A_2}(x_1), \dots, \mu_{A_i}(x_1))$$

$$\mu_{B_2}(x_1, x_2, \dots, x_m) = \min(\mu_{A_1}(x_2), \mu_{A_2}(x_2), \dots, \mu_{A_i}(x_2))$$

·

$$\mu_{B_m}(x_1, x_2, \dots, x_m) = \min(\mu_{A_1}(x_n), \mu_{A_2}(x_n), \dots, \mu_{A_i}(x_n))$$

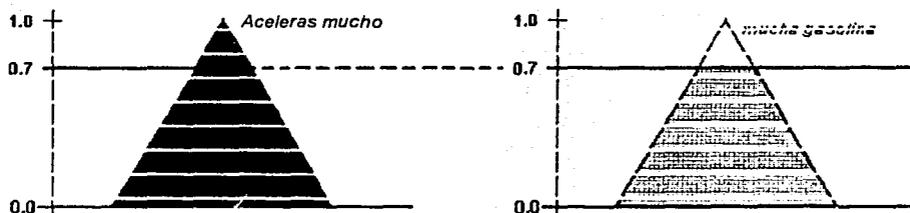
Donde el valor $\mu_{B_k}(x_1, x_2, \dots, x_m)$, $k=1..m$, es llamado *fuerza o peso de la regla*, donde además $\mu_{B_k}(x_1, x_2, \dots, x_m): Y \rightarrow [0, 1]$.

Formas de desfusión.

Existen dos formas de obtener una salida definida a partir de una serie de conjuntos difusos. El primero corresponde al sistema difuso tipo Mamdani, y el segundo a un tipo Takagi-Sugeno.

Sistema tipo Mamdani.

En un sistema tipo Mamdani, el peso de la regla define el valor máximo que alcanzará el conjunto difuso de salida correspondiente. Esto es, que si a una regla del tipo *Si (aceleras mucho) entonces (entra mucha gasolina al motor)* le corresponde un peso de 0.7 dado que el valor de pertenencia de x para el conjunto *aceleras mucho* fue de 0.7. De esta forma el conjunto de salida *mucha gasolina* se encontrará truncado (o cortado) en dicho valor, como podemos ver en la figura.

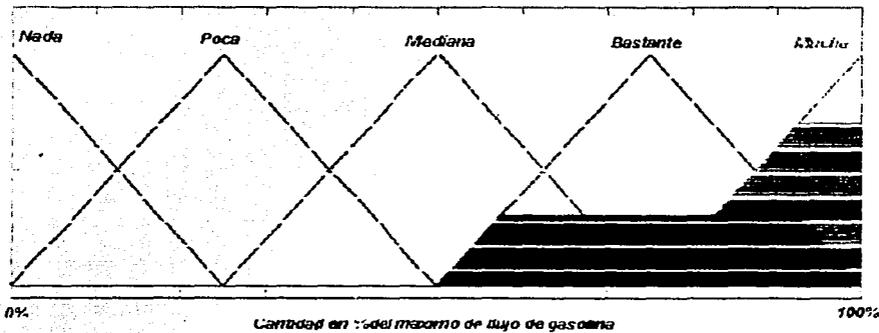
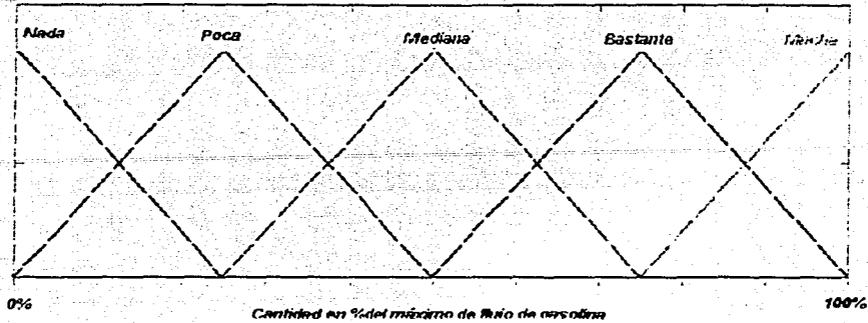


El hecho de que cada regla tenga un peso distinto para cada valor de x implica que al mismo tiempo varios conjuntos de salida tienen un valor distinto a cero, por lo que es necesario un método para convertir el “traslape” o “suma” de estos conjuntos en un valor con significado físico.

Método del centroide. Existen varios métodos para realizar este proceso. El más utilizado de ellos es el método del centroide el cual toma la totalidad de conjuntos difusos que resultan de la evaluación de cada regla y realiza la operación O ú OR entre ellos. La función obtenida es considerada un área de la cual se obtiene el centroide, que será interpretado como el valor de salida final.

Supongamos que en el sistema anterior existen cinco conjuntos difusos de salida: *nada de gasolina*, *poca gasolina*, *mediana cantidad*, *bastante* y *mucha*. Si de la evaluación de las reglas resulta que el conjunto *bastante* se trunca en 0.3 y el conjunto *mucha gasolina* en

0.7. será necesario primero realizar el gráfico de los dos conjuntos sobrepuestos, y después, con base en el cálculo del centroide de la figura resultante, obtener dicho punto, como vemos en la figura.



Para obtener el centroide de la figura aplicamos la siguiente fórmula:

$$z^* = \frac{\int z \cdot \mu_i(z) dz}{\int \mu_i(z) dz}$$

donde $\mu_i(z)$ es la función de pertenencia de cada de salida obtenido y z^* es el valor del centroide en las abscisas. Para el caso del ejemplo, el centroide se sitúa en $z=0.816=81.6\%$. Como se puede apreciar, el valor se sitúa más allá del centroide del conjunto *bastante*

16 ($z=0.75$), pero sin llegar a ser el valor máximo (100%).

Método del centro de máximos Este método sólo considera los valores máximos de los conjuntos difusos y no sus áreas, por lo que el área no es truncada. En cambio el valor en las abscisas correspondiente al máximo de la función de pertenencia del conjunto es ponderado por la multiplicación con su respectivo grado de pertenencia en la forma:

$$z^* = \frac{\sum z_i \cdot \mu(z_i)}{\sum \mu(z_i)}$$

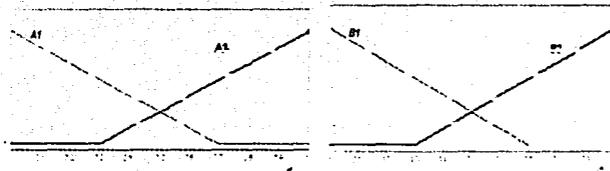
Sistema tipo Takagi Sugeno

Un sistema de este tipo utiliza funciones lineales como consecuentes de la forma $y^i = p_0^i + p_1^i x_1 + p_2^i x_2 + \dots + p_k^i x_k$ (donde x_n es cada variable de entrada, p_n un parámetro de evaluación y k el número total de entradas) para obtener el valor de la variable de salida en lugar de utilizar conjuntos difusos. Para cada regla del conjunto de n reglas se obtiene el grado de verdad $\mu_{B_m}(x_1, x_2, \dots, x_n) = \min(\mu_{A_1}(x_n), \mu_{B_1}(x_n), \dots, \mu_{C_1}(x_n))$ correspondiente, donde A_1, B_1, \dots, C_1 corresponden a los conjuntos difusos de entrada para cada variable.

Posteriormente cada consecuente y^i es evaluado, y para obtener el valor final se toma el promedio ponderado de sus valores, de la forma:

$$y^* = \frac{\sum \mu_{B_i}(x_1, x_2, \dots, x_k) \cdot y^i}{\sum \mu_{B_i}(x_1, x_2, \dots, x_k)}$$

Por ejemplo, supongamos dos variables de entrada x_1 y x_2 con dos conjuntos difusos cada una como los mostrados en la figura.



Tomemos las reglas R_i siguientes:

$R1$: Si x_1 es A_1 y x_2 es B_1 entonces $y = 1 + x_1 + x_2$

$R2$: Si x_1 es A_2 y x_2 es B_2 entonces $y = 1 + 2x_1 + 3x_2$

$R3$: Si x_1 es A_1 y x_2 es B_2 entonces $y = 2 - 2x_1 - x_2$

$R4$: Si x_1 es A_2 y x_2 es B_1 entonces $y = -1 + x_1 + x_2$

Si tomamos el caso en el que $x_1 = .5$ y $x_2 = .5$, tendremos que

$$\mu_{R1}(x_1, x_2) = 0.285$$

$$\mu_{R2}(x_1, x_2) = 0.285$$

$$\mu_{R3}(x_1, x_2) = 0.285$$

$$\mu_{R4}(x_1, x_2) = 0.285$$

y para cada consecuente

$$y^1 = 2$$

$$y^2 = 3.5$$

$$y^3 = .5$$

$$y^4 = 0$$

de esta forma, el valor de salida será

$$y = \frac{\sum \mu_{R_i}(x_1, x_2) \cdot y^i}{\sum \mu_{R_i}(x_1, x_2)} = \frac{0.285 * 2 + 0.285 * 3.5 + 0.285 * .5 + 0.285 * 0}{0.285 + 0.285 + 0.285 + 0.285} = 1.5$$

Capítulo 2.

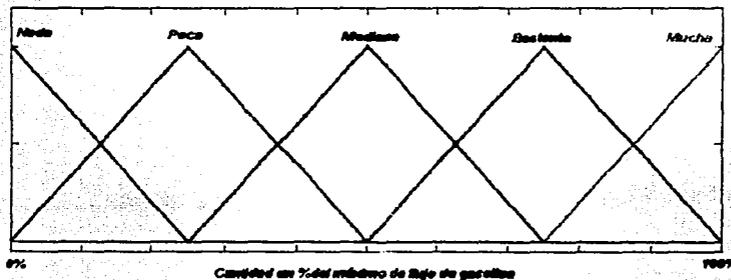
Diseño de un FIS.

En el presente capítulo se llevará a cabo una explicación de los diferentes métodos existentes para realizar el diseño de un sistema de inferencia difusa (FIS), estableciéndose desde los métodos empíricos, basados en el conocimiento de expertos transcrito en forma de reglas del tipo *Si... entonces...*, hasta aquellos basados en mediciones numéricas y que además de tener como fundamento la experiencia, añaden elementos basados en un modelo matemático del sistema.

Diseño de un sistema tipo Mamdani.

Existen varias formas de realizar el diseño de un sistema tipo *Mamdani*, ya sea mediante un método intuitivo o mediante inferencia matemática.

El tipo de planteamiento basado en la intuición, que será el empleado en esta investigación, es aquel referido a la experiencia que se tenga respecto al problema abordado. Por ejemplo, si nos referimos a la forma de conducir un automóvil, se puede, de la misma forma en el capítulo anterior, relacionar el efecto de acelerar con el del flujo de gasolina que entrará al motor del automóvil. La experiencia nos dice que, aunque no conozcamos las ecuaciones que rigen esta relación ni hayamos sido los diseñadores de dicho sistema, efectivamente al pisar el pedal del acelerador, el flujo de gasolina hacia el motor se incrementa, lo cual visto con conjuntos difusos se representa en la siguiente figura.



El principal problema dentro del diseño de un FIS recae en plasmar en los conjuntos difusos y las reglas el significado que tiene el lenguaje humano. Debe quedar claro que la lógica y los conjuntos difusos no son más que una herramienta para representar el conocimiento humano en la forma de reglas *Si A entonces B*, por lo que la obtención de dicho conocimiento debe ser tratada por separado, pero con la base de la teoría de la lógica difusa

Existen varios métodos para determinar las funciones de pertenencia para cada conjunto difuso de nuestro universo, y la mayoría de ellos se basan en la experiencia de un experto en el sistema. Un método directo el experto debe responder a varias clases de preguntas relacionadas la función de pertenencia por obtener; mientras que un método indirecto las preguntas son más sencillas, al mismo tiempo que tratan de minimizar la subjetividad del experto dentro del proceso. Dichos métodos se dividen en dos clases: métodos *directos* y métodos *indirectos*. A su vez, ambos métodos se dividen en dos clases: aquellos que hacen referencia a la experiencia de un único experto y aquellos que recurren a varios expertos.

Método directo con un solo experto.

En este caso, se le pide al experto que asigne a varios elementos x del universo X el grado de pertenencia para cada conjunto difuso $A_i(x)$ que a su juicio modele mejor al proceso. A la serie de valores obtenidos se le puede asignar una función matemática que los represente. En este caso, los conjuntos pueden ser de la forma *demasiado caliente, muy caliente, poco caliente, normal, poco frío, muy frío y demasiado frío*. Si los conjuntos son semánticamente más complicados, tales como *situación estresante, poco estresante, muy estresante*, se puede recurrir a un método conocido como *método de un diferencial semántico*, en el que se selecciona una escala para dos adjetivos contrarios (como *bueno o malo, difícil o fácil*) que estén relacionados con el concepto y se evalúa dicho concepto en términos de las escalas para cada objeto del universo. Se puede encontrar más información al respecto en *The Measurement of Meaning*, Osgood et al [1957].

Los conjuntos difusos obtenidos de esta forma pueden ajustarse utilizando los tipos de funciones de pertenencia vistas en el capítulo anterior, tales como sigmoides, curvas gaussianas, funciones trapezoidales o triangulares.

Método directo con múltiples expertos.

En este caso se pide a varios expertos que evalúen si la frase x es A (27°C es Caliente, 40km/h es Velocidad Media, etc.) únicamente como verdadera o falsa, y al final se evalúa el promedio de opiniones para cada punto x , considerando que $a_i(x)=1$ si el experto i opinó que x pertenece a A , y $a_i(x)=0$ si opinó lo contrario. De esta forma, para cada punto x tendremos que

$$\mu_{\cdot}(x) = \frac{\sum_{i=1}^n a_i(x)}{n}$$

En el caso en el que se solicite no una evaluación discreta (0 o 1, Verdadero o Falso) sino un grado de pertenencia:

$$\mu_{\cdot}(x) = \frac{\sum_{i=1}^n \mu_{L_i}(x) \cdot a_i(x)}{n}$$

o con el *grado de competencia*:

$$\mu_{\cdot}(x) = \sum_{i=1}^n c_i(x),$$

donde

$$\sum c_i = 1$$

Método indirecto con un experto.

De los métodos anteriores se puede notar que el principal inconveniente es que requieren de un experto que conteste a las diferentes preguntas que se le hagan, además que para conceptos "complicados", tales como *belleza*, *creatividad*, *inteligencia*, las respuestas pueden ser aleatorias. El objetivo de los métodos indirectos es el de disminuir dicha arbitrariedad mediante comparaciones pareadas.

En este caso, Klir y Yuan reportan que para poder asignar un valor de pertenencia $\forall x_i \in X$ para un conjunto difuso $A(x_i)$, al experto no se le pregunte directamente qué pertenencia le asignaría, sino se le pide comparar los elementos x_1, x_2, \dots, x_n en parejas de acuerdo con la pertenencia relativa que tengan con respecto a A . Las comparaciones se expresan mediante una matriz cuadrada $P=[p_{ij}]$. El caso ideal es cuando la matriz P es consistente, es decir, que $p_{ik}=p_{ij}p_{jk}$, lo que implica que $p_{ii}=1$, y que $p_{ij}=1/p_{ji}$. de esta forma:

$$\sum_{j=1}^n \bar{p}_{ij} \alpha_j - \sum_{j=1}^n \alpha_j - n \cdot \alpha_i,$$

en forma matricial, para todos los elementos de P

$$Pa = na, \text{ donde } a = [\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n]^T$$

de donde obtenemos $(P - In)a = 0$, que indica que el valor de n es un valor característico de P , mientras que a es su vector característico.

Considerando que $\sum_{i=1}^n \alpha_i = 1$, entonces

$$\sum_{i=1}^n \bar{p}_{ij} - \sum_{i=1}^n \alpha_i / \alpha_j = \frac{1}{\alpha_j} \sum_{i=1}^n \alpha_i = \frac{1}{\alpha_j},$$

$$\alpha_j = \sum_{i=1}^n \bar{p}_{ij}.$$

Dado que en la práctica la matriz P difiere de lo una matriz consistente perfecta, será necesario considerarla como una *desviación* de dicha matriz y considerar a la ecuación $(P - In)a = 0$ como $(P - \lambda_{max} a)a = 0$, donde λ_{max} es el valor característico más cercano a a .

Método indirecto con múltiples expertos.

Klir y Yuan describen este procedimiento, el cual permite determinar el grado de competencia de cada experto participante junto con el juicio que cada uno de ellos aporte respecto al grado de pertenencia de cada elemento en un conjunto difuso. Este método queda fuera del alcance del presente estudio y no será descrito aquí.

Diseño en un sistema Takagi-Sugeno.

Este tipo de sistema es utilizado para modelar y representar un sistema que se quiera aproximar mediante un algoritmo basado en la lógica difusa. Para la identificación del sistema es necesario contar con una serie de datos que permitan aproximar el sistema difuso al sistema a identificar. Este método recibe el nombre de *Anfis* (Jang [1991]).

El método propuesto por Tomohiro Takagi y Michio Sugeno se basa en que un sistema que se desee representar estará dado en la forma de reglas:

R^1 : Si x_1 es A_1^1 , y x_2 es A_2^1 , ... y x_k es A_k^1 ,

$$\text{entonces } y = p_0^n + p_1^n x_1 + p_2^n x_2 + \dots + p_k^n x_k$$

:

R^n : Si x_1 es A_1^n , y x_2 es A_2^n , ... y x_k es A_k^n ,

$$\text{entonces } y = p_0^n + p_1^n x_1 + p_2^n x_2 + \dots + p_k^n x_k$$

donde x_i es la i -ésima entrada, k es el número de entradas, n el número de conjuntos difusos de entrada y y la función de salida deseada.

Por medio del promedio ponderado, para una cierta entrada (x_1, x_2, \dots, x_k) la salida y correspondiente será:

$$y = \frac{\sum_{i=1}^n [A_1^i(x_1) \wedge A_2^i(x_2) \wedge \dots \wedge A_k^i(x_k)] \cdot (p_0^n + p_1^n x_1 + p_2^n x_2 + \dots + p_k^n x_k)}{\sum_{i=1}^n [A_1^i(x_1) \wedge A_2^i(x_2) \wedge \dots \wedge A_k^i(x_k)]}$$

donde $A_1^i(x_1) \wedge A_2^i(x_2) \wedge \dots \wedge A_k^i(x_k)$ es el grado de verdad de la regla.

Si hacemos

$$\beta_i = \frac{[A_1^i(x_1) \wedge A_2^i(x_2) \wedge \dots \wedge A_k^i(x_k)]}{\sum_{i=1}^n [A_1^i(x_1) \wedge A_2^i(x_2) \wedge \dots \wedge A_k^i(x_k)]}$$

entonces

$$y = \sum_{i=1}^n (p_0^i \cdot \beta_i + p_1^i \cdot x_1 \cdot \beta_i + \dots + p_k^i \cdot x_k \cdot \beta_i)$$

Para el caso donde tenemos varias entradas de la forma $x_1, x_2, \dots, x_k \rightarrow y$, se pueden obtener los parámetros p utilizando el método recursivo de mínimos cuadrados.

Una vez aplicado dicho método, los parámetros P son calculados de forma recursiva mediante:

$$P_{i-1} = P_i + S_{i-1} \cdot r_{i-1} \cdot (y_{i-1} - r_{i-1} \cdot P_i),$$

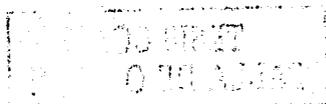
donde

$S_{i-1} = S_i - \frac{S_i \cdot x_i \oplus x_{i+1} \cdot S_i}{1 + x_{i+1} \cdot S_i \cdot x_{i+1}^T}$ es un estimador, x_i el vector de entradas.

utilizándose como valores iniciales

$P_0 = 0$ en el caso de que no poseamos ninguna información previa acerca de la naturaleza de los parámetros, pudiendo en caso contrario ser $P_0 \neq 0$ una estimación inicial de éstos.

Para los demás elementos, $S_0 = \alpha I$ donde α es un número grande e I la matriz identidad.



Capítulo 3.

Diseño de Sistemas de Control Basados en un FIS

Un sistema de control tiene como primer objetivo, dado un sistema físico y un conjunto de especificaciones de desempeño para éste, permitirnos obtener una señal de entrada a dicho sistema tal que se satisfaga el conjunto de especificaciones dado, tratando en todo momento de eliminar la influencia de factores externos que no sean de interés o que afecten de forma importante al sistema. Debe estar claro desde el primer momento que dentro de las especificaciones se debe establecer una condición de estabilidad en un esquema de malla cerrada.

De esta forma, un esquema o diseño de control busca encontrar un sistema llamado *controlador* que mantenga y asegure la estabilidad del sistema bajo condiciones de operación variables y controlar que la operación del sistema se encuentre dentro de las especificaciones dadas.

Existen varias formas de implementar un sistema de control para lograr tales fines: modelos experimentales que describan el proceso; o modelos matemáticos que requieren un modelo idealizado del proceso a controlar. Desafortunadamente solo pueden obtenerse soluciones analíticas directas de sistemas modelados por ecuaciones diferenciales (o en diferencias) lineales, mientras que este proceso se complica para sistemas no lineales que no sean susceptibles de ser aproximados mediante un sistema lineal o que posean parámetros variables. Para este tipo de sistemas la implementación de un sistema de control tradicional resulta más complicada, tanto en cuestión de análisis como de desempeño. Una solución a este tipo de problemas es un esquema heurístico que describa el efecto de las entradas sobre las salidas del sistema, tal como lo es un sistema de inferencia difusa.

Un sistema de inferencia difusa (FIS) se basa, como se ha comentado, en la lógica difusa para proponer y evaluar la pertenencia de una o varias variables de entrada respecto a los conjuntos difusos de entrada; y a través de las reglas o implicaciones evaluadas igualmente de forma difusa, obtiene una salida y definida. Cuando un sistema de inferencia difusa es aplicado a un esquema de control, se habla de un *Sistema de Control Difuso*. En este caso, el lenguaje y el conocimiento son vertidos en un algoritmo que permite convertirlos en un sistema automático de control

La lógica difusa resulta en este caso una herramienta muy útil para llevar a cabo este proceso. Un operador o un experto en un sistema generalmente puede manejarlo aún cuando su modelo no esté bien determinado o el operador no conozca su dinámica interna: el control realizado por dicho experto se basa en las lecturas que le proporcionan los distintos instrumentos, los cuales son indicadores que le permiten determinar qué acción emprender dadas las condiciones presentes.

De acuerdo con Terano [1992], al plantear un control difuso se debe tener en cuenta que el principal problema será precisamente su diseño, dado que este proceso implica el determinar tanto la forma como el significado que tendrán las reglas de control, ya que deben ser definidas de forma concreta. De esta forma, el problema se divide en dos partes: una dedicada a la determinación de los antecedentes y la segunda a la determinación de los consecuentes.

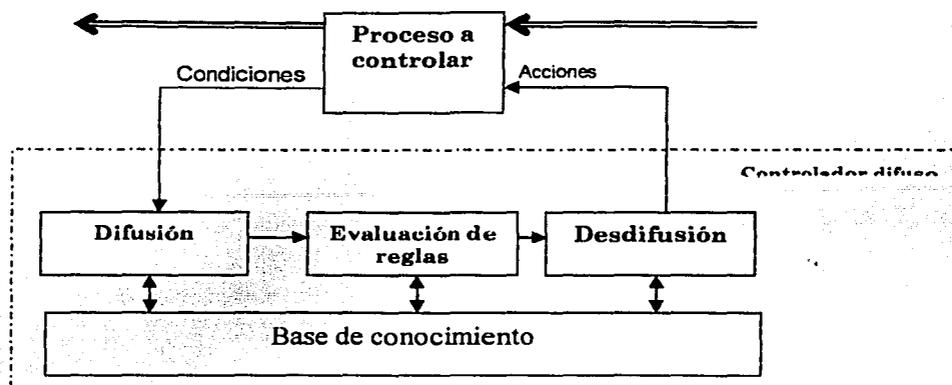
Los elementos del sistema que se deben determinar son: la información de entrada o el tipo de variables a considerar dentro del esquema de control; las condiciones o conjuntos difusos a utilizar; y la determinación de los parámetros de los conjuntos y variables difusas.

Los dos primeros puntos son menos conflictivos, ya que generalmente las entradas en un sistema de control se encuentran derivadas de las señales de salida. Asimismo, la determinación de los consecuentes (lo que sucede a la salida) no resulta tan complicada. El problema recae en la determinación de la relación que tienen entre sí los antecedentes para generar dichos consecuentes.

Existen tres métodos de diseño para un control difuso: el primero se basa en el conocimiento y experiencia dadas por un experto, el cual es el utilizado en esta investigación. Como se mencionó en el capítulo anterior, un experto puede verter su comprensión del proceso en la forma de enunciados lógicos que podemos transportar a la lógica difusa mediante distintos métodos antes señalados. Los otros dos métodos son aquellos basados en los modelos dados por el operador o el experto (en los cuales es el experto quien propone la aproximación al sistema) o aquellos en los cuales se realiza el modelado difuso del proceso (básicamente basado en el método de aproximación propuesto por Takagi y Sugeno [1995] de identificación de sistemas)

Estructura general de un control difuso.

Un control difuso se compone de cuatro bloques principales, los cuales podemos ver esquemáticamente en la figura:



- **Bloque de difusión.** Es en donde se evalúan los grados de pertenencia a los conjuntos difusos de cada universo en función de las entradas definidas (llamadas también *crisp*), las cuales pueden ser obtenidas desde un sensor o un dispositivo electrónico. Las funciones de pertenencia correspondientes a cada conjunto difuso se obtienen a partir de la *base de conocimiento*.
- **Base de conocimiento.** La base de conocimiento contiene la información en forma de enunciados lingüísticos que representan al sistema a controlar. Contiene tanto las funciones de pertenencia expresadas en forma numérica, como una estructura lingüística que modela la forma en la que se realizará el control.
- **Evaluación de reglas.** A partir de las reglas y los conjuntos de entrada genera acciones de control a partir de dichas condiciones.
- **Desdifusión.** Se encarga de generar una salida definida a partir de un grupo de conjuntos difusos, resultado de la evaluación de reglas. Como ya se analizó en el capítulo 1, existen varias formas de realizar el proceso de desdifusión. En general, se dice que un proceso de desdifusión es continuo cuando para un cambio infinitesimal en sus entradas no se presenta un cambio abrupto en la salida.

Una de las desventajas de utilizar un controlador difuso es que no existen métodos analíticos para diseñarlos. Ahora bien, existen una serie de reglas a seguir para poder llevar a buen término su implementación. Para ejemplificarlo, supongamos que el control difuso funcionará de forma similar a como lo hace un control PD, es decir, utilizando el error entre la señal de salida y el punto de ajuste, y para hacerlo un control más refinado, utilizaremos también la derivada de dicho error. Los pasos recomendados para realizar el diseño e implementación de un controlador difuso son los siguientes:

1. *Identificación de las entradas y salidas.* En este paso debemos identificar cuáles son las señales de entrada que influyen en mayor medida en la respuesta del sistema, así como cuáles son aquellas que podemos controlar; para después identificar las salidas deseadas. En ambos casos se deben determinar los intervalos en los cuales se deberán desempeñar dichas señales.
2. *Seleccionar los conjuntos difusos de cada universo.* Una vez identificadas la salida y la entrada, se deben seleccionar diversos *estados lingüísticos* (por ejemplo: muy vacío, medio vacío, poco vacío) para cada variable y entonces representarlos con conjuntos difusos en cada universo. Generalmente, si utilizamos el error entre la señal de salida y el punto de ajuste, se utilizan conjuntos difusos relacionados con la naturaleza del error (negativo, cero y positivo). Para cada conjunto, debe seleccionarse la forma de su función de pertenencia dentro ya sea, por simplificación, dentro de la gama existente (sigmoide, triangular, trapezoidal); o si es necesario, las funciones de pertenencia pueden adecuarse a las necesidades de control (polinomiales, aproximaciones estadísticas, etc.).

3. *Generación de las reglas de inferencia difusa.* Las reglas se generan, como se indicó anteriormente, por medio de un experto en el sistema o por medio de datos experimentales, asimismo dependiendo del tipo de sistema a implementar (Mamdani o Sugeno). Para estos últimos se suelen utilizar métodos de aprendizaje tales como las redes neuronales. Si se tiene un sistema como el comentado, que actúe utilizando el error y la derivada del error, y suponemos 5 conjuntos para cada entrada del tipo *muy negativo (MN)*, *negativo (N)*, *cero (C)*, *positivo (P)*, *muy positivo (MP)*, el número total de reglas será $5^2=25$. Suponiendo que el sistema elegido sea un tipo Mamdani, con 5 conjuntos de salida (de la misma naturaleza: MN, N, C, P y MP), se puede generar una matriz que resuma en su conjunto a las reglas.

		de/dt				
		MN	N	C	P	MP
e	MN	MP		P	C	
	N					
	C	P	P	C	N	
	P		C	N		
	MP	C	N	MN		

Si las reglas son generadas de forma tal que en algún momento surja algún conflicto entre ellas, se puede multiplicar a cada una de éstas por un *factor de relevancia* i_i que indica el grado de importancia, y por lo tanto el peso, que tendrá en el cálculo de la salida final. Esto se representa de la siguiente forma:

$R_i(x_1, \dots, x_n) = i_i \cdot |A_k(x_1) \wedge \dots \wedge B_k(x_n)|$ donde $k=0 \dots n$, n es el número de conjuntos difusos a la entrada, x_n la n -ésima entrada, $|*|$ es el grado de verdad del enunciado $*$, R_i el grado de verdad de la regla, e i_i el factor de relevancia de la i -ésima regla.

4. *Evaluar las reglas.* Mediante la evaluación de las funciones de pertenencia para cada entrada se toma el grado de verdad de cada regla, y en caso de que lo haya, se multiplica cada una por su factor de relevancia, para a continuación efectuar la

conjunción de todos los resultados de la forma:

$$C = \bigcup_j [f_{x1}(x_1) \times \dots \times f_{xn}(x_n)] \circ R_j$$

donde C es el resultado de la conjunción de las entradas $x_1 \dots x_n$ compuestas con el peso de cada regla R_j .

5. *Realizar la desdifusión.* Se elige alguno de los métodos de desdifusión comentados anteriormente para obtener, a partir de los conjuntos difusos, un número real utilizable físicamente.

Estabilidad de un sistema de control difuso.

La estabilidad es una propiedad sumamente importante al diseñar un sistema de control, dado que éste se relaciona con la propia estabilidad del sistema. En una implementación con malla cerrada con un esquema de control tradicional la inestabilidad se presenta con una ganancia en lazo cerrado superior a 1 o cuando la fase es inferior a -180° . En control difuso este esquema es diferente, dado que primordialmente se trata de controladores determinísticos y no lineales, en los cuales dicho análisis se complica.

Generalmente en estos casos se suele realizar la implementación del sistema de control tanto en simulaciones como en prototipos bajo todas las condiciones de operación posibles en lugar de realizar un análisis matemático.

Uno de los métodos existentes es mencionado por Shaw [1998]. A este método se le conoce como *método de campo de vectores (Vector Field Method)* que utiliza el sistema en malla abierta para realizar una serie de pruebas que permitan evaluar la estabilidad del sistema, introduciendo una señal simétrica (generalmente una cosenoidal), al sistema y evaluando la respuesta generada.

Capítulo 4.

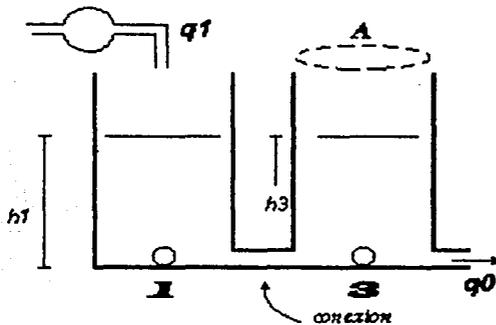
Modelado de un sistema de dos tanques.

En este capítulo se realiza el modelado matemático del sistema físico a emplear, con el fin de poder analizar su desempeño y comportamiento tanto físicamente como mediante una simulación.

Modelado del sistema.

Si bien ha sido mencionado que para los controladores difusos el modelo no resulta tan necesario para establecer su diseño, una aproximación a éste será de utilidad para fines de análisis, para así poder simular tanto los controladores que se propongan más adelante como el propio sistema y llevar a cabo una sintonización más rápida de éstos.

El sistema a controlar consiste en dos tanques de acrílico conectados entre sí por conductos en sus bases (Sistema de tres tanques DTS200 de Amira), como se muestra en la figura:



Con propósitos de análisis, se definen los siguientes parámetros para el sistema:

h_1, h_3 : alturas de líquido en cada tanque,

q_1 : flujo de entrada,

q_0 : flujo de salida,

q_{13} : flujo entre los tanques.

a_{13} : coeficiente de flujo entre los tanques

a_0 : coeficiente de flujo de salida,

A : área seccional de los cilindros

S_n : área seccional de la tubería de interconexión

g : aceleración provocada por la fuerza de gravedad.

Estableciendo las ecuaciones de equilibrio:

$$A \frac{dh_1}{dt} = q_1 - q_{13}$$

$$A \frac{dh_3}{dt} = q_{13} - q_0$$

El flujo entre los tanques, así como el flujo de salida, se puede determinar mediante la ley generalizada de Torricelli:

$$q = a \cdot S_n \cdot \text{sgn}(\Delta h) \cdot \sqrt{2g|\Delta h|}$$

por lo que obtenemos:

$$q_{13} = a_1 S_n \text{sgn}(h_1 - h_3) \sqrt{2g|h_1 - h_3|} \quad (1)$$

$$q_0 = a_0 S_n \sqrt{2gh_3} \quad (2)$$

Los valores numéricos de las constantes del sistema son:

Área seccional A : 0.0154 [m²]

Área seccional S_n : 5*10⁻⁵ [m²]

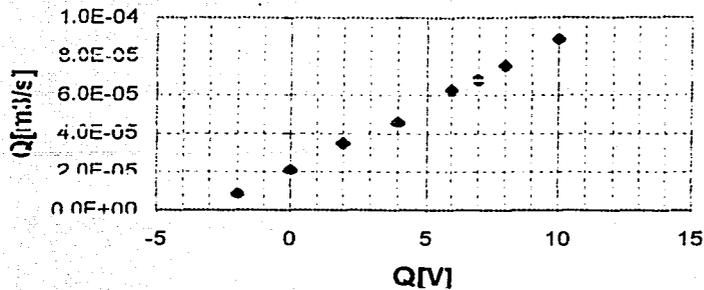
Altura máxima posible de líquido en los tanques h_{max} : 62 [cm] ± 1 [cm]

Flujo máximo q_1 : 0.1 [l/s]

Límites de voltaje de entrada al actuador: ±10 [V]

Obtención de los parámetros para el flujo de salida q_1 .

El flujo entregado por las bombas se encuentra controlado por voltaje. La fórmula que determina la relación existente entre el voltaje de entrada a la bomba y el flujo de salida fue determinada experimentalmente dejando que vaciara dentro del tanque una determinada cantidad de líquido, determinándose el tiempo que requería. Los resultados experimentales se muestran en la figura.



La recta de aproximación obtenida es:

$$Q \left[\frac{m^3}{s} \right] = 6.7106 \cdot 10^{-6} \left[\frac{m^3}{l \cdot s} \right] Q [l/s] + 2.1213 \cdot 10^{-6} \left[\frac{m^3}{s} \right]$$

Identificación de variables de control, a controlar y de estado.

En este sistema se pueden proponer distintos esquemas de control basados en el modelo. Una primera aproximación nos sugiere que, dado que existe una relación entre los niveles de los dos tanques, podemos controlar uno de ellos mientras se realiza un seguimiento del segundo, teniéndose así un control indirecto basado en el modelo matemático del sistema. Es necesario, obviamente, comprobar tanto matemática como experimentalmente la veracidad de esta hipótesis.

Teniéndose las ecuaciones de estado igualadas a cero para determinar la condición de estado de equilibrio, cuando no existe cambio ni de h_1 ni h_3 ,

$$A \frac{dh_1}{dt} = q_1 - q_{13} = 0$$

$$A \frac{dh_3}{dt} = q_{13} - q_0 = 0$$

obtenemos

$$q_1 - q_{13} = 0$$

$$q_{13} - q_0 = 0$$

de donde, lógicamente, la condición para el estado de equilibrio es $q_0 = q_1$.

Por lo tanto:

$$q_1 \sin \operatorname{sgn}(h_1 - h_3) \sqrt{2g|h_1 - h_3|} - q_0 \sin \sqrt{2gh_3}$$

resolviendo:

$$\frac{q_1}{q_0} = \sqrt{\frac{h_3}{h_1 - h_3}}$$

donde no es considerado la función *signo*, dado que en estado estable la condición física implica que $h_1 > h_3$.

Dado que podemos conocer el valor de q_0 a partir de q_1 de entrada en el estado estable:

$$q_0 = q_1 \sin \sqrt{2gh_3} = q_1$$

$$q_0 = \frac{q_1}{\sin \sqrt{2gh_3}}$$

finalmente,

$$q_1 = \frac{q_1}{\sin} \cdot \sqrt{\frac{h_3}{2gh_3(h_1 - h_3)}}$$

$$q_1 = \frac{q_1}{\sin} \cdot \sqrt{\frac{1}{2g(h_1 - h_3)}}$$

Experimentalmente podemos obtener varios datos en estado estable para determinar los valores de h_1 y h_3 en estado estable para diversos valores de entrada q_1 . Una vez obtenido el valor de q_0 , podemos calcular para el estado estable el valor de la relación $\frac{h_1}{h_3}$ de la siguiente forma:

De (1) y (2):

$$h_3 = \frac{1}{2g} \left(\frac{q_0}{\alpha_0 \sin} \right)^2$$

$$h_1 - h_3 = \frac{1}{2g} \left(\frac{q_0}{\alpha_1 \sin} \right)^2$$

sustituyendo h_3 y resolviendo, obtenemos:

$$h_1 = \frac{q_0^2}{2gSn^2} \left(\frac{1}{a_1^2} + \frac{1}{a_0^2} \right)$$

realizando la división:

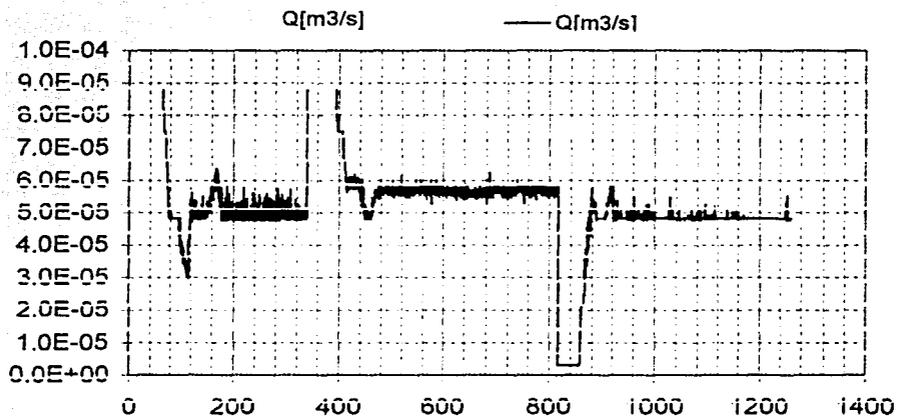
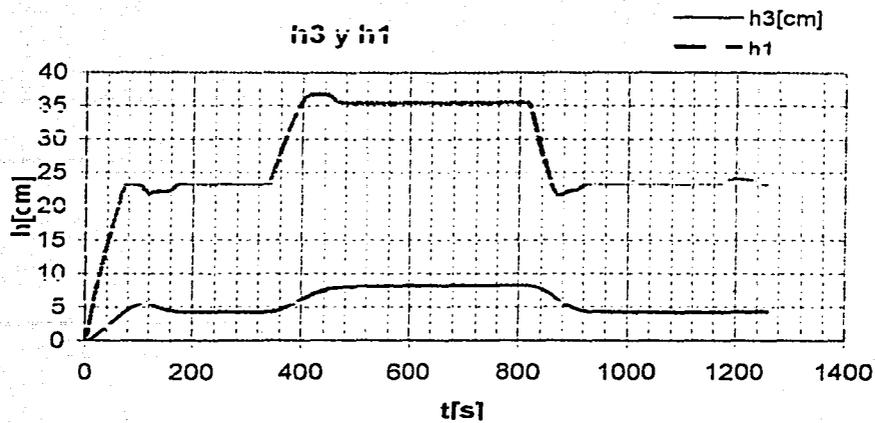
$$\frac{h_1}{h_3} = \frac{\frac{q_0^2}{2gSn^2} \left(\frac{1}{a_1^2} + \frac{1}{a_0^2} \right)}{\frac{q_0^2}{2gSn^2} \frac{1}{a_0^2}}$$

con lo que obtenemos que:

$$\frac{h_1}{h_3} = 1 + \frac{a_0^2}{a_1^2} = k$$

Determinación experimental de los parámetros del sistema.

La determinación de las constantes a_0 y a_1 se llevó a cabo experimentalmente mediante la aplicación al sistema de dos valores distintos de q_1 con el fin de determinar los valores que tomarían tanto h_1 como h_3 en su estado estable. Con un sistema de control simple se trató de hacer que el sistema alcanzara tentativamente dos puntos de ajuste: 5 y 8 cm. El comportamiento resultante para las variables h_1 , h_3 , y q_1 se puede ver en las siguientes figuras:



De este experimento obtenemos los siguientes resultados:

El intervalo donde $h3$ es prácticamente estable para el punto de ajuste de 5cm es donde

$$t = [200, 300] [s]$$

$$\bar{h}_3 = 4.24 [cm]$$

$$\bar{h}_1 = 23.38 [cm]$$

$$\bar{q}_1 = 4.9755 \cdot 10^{-5} \left[\frac{m^3}{s} \right]$$

por lo que

$$a_{0_1} = 1.093$$

$$a_{1_1} = 0.5142$$

$$k = 5.52.$$

En el intervalo donde h_3 es prácticamente estable para el punto de ajuste aproximado de 8cm obtenemos que

$$t \in [700, 800] [s]$$

$$\bar{h}_3 = 8.16 [cm]$$

$$\bar{h}_1 = 35.44 [cm]$$

$$\bar{q}_1 = 5.683 \cdot 10^{-5} \left[\frac{m^3}{s} \right]$$

por lo que

$$a_{0_2} = 0.9$$

$$a_{1_2} = 0.511$$

de donde la relación k será

$$k = \frac{a_0^2}{a_1^2} + 1$$

$$k \approx 4.1$$

En el cambio del parámetro k para dos puntos distintos de operación en estado estable se puede ver que si bien el modelo indica que los parámetros a_0 y a_1 son constantes, el sistema cuenta con dinámicas despreciadas que provocan que dichos parámetros no sean constantes, por lo que puede no ser tan confiable el utilizar un control basado en el modelo del sistema, con lo cual se justifica el uso de un control independiente del modelote. En este caso fue escogido el control difuso en diversas modalidades, las cuales serán detalladas en el siguiente capítulo.

Capítulo 5.

Control de nivel en el sistema de dos tanques.

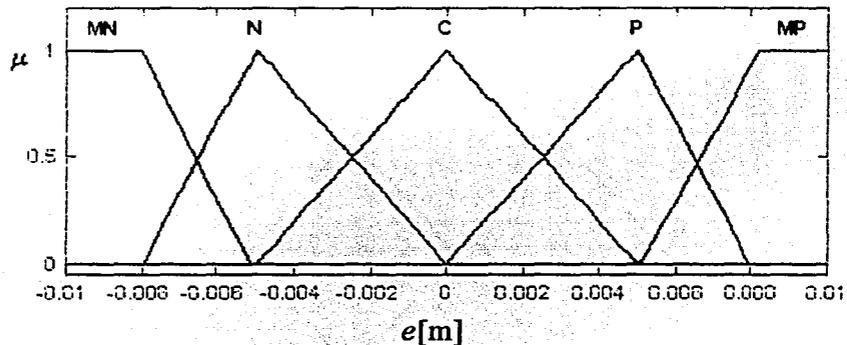
En este capítulo se detalla el diseño de los distintos esquemas de control difuso utilizados: Mamdani, Takagi-Sugeno, Takagi-Sugeno adaptable y de Modo Deslizante.

Control utilizando un FIS tipo Mamdani.

El sistema tipo Mamdani presentado fue diseñado mediante una familiarización del operador con el equipo:

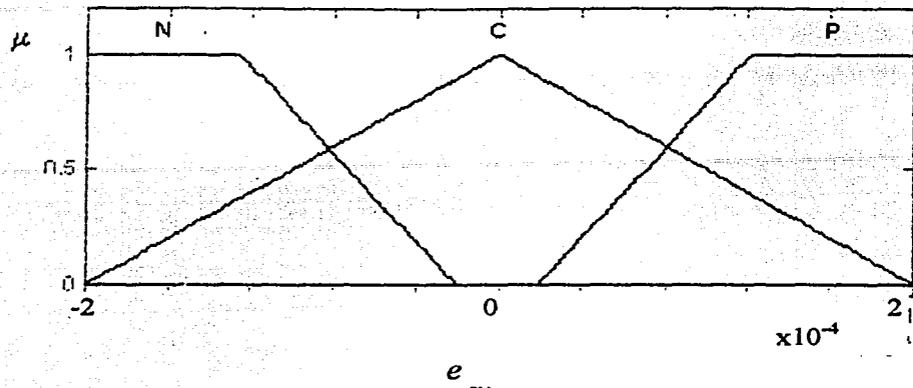
1. Entradas.

- a. *Error en el tanque 3.* Definido como $e = h_{SP} - h_3$, donde h_{SP} es el punto de ajuste o señal de referencia y h_3 la altura del nivel de líquido en el tanque 3. Se dividió en 5 conjuntos difusos, con un intervalo de $[-1, 1]$ [cm], nombrándolos respecto a la naturaleza del error: *Muy Negativo, Negativo, Cero, Positivo, Muy Positivo.*

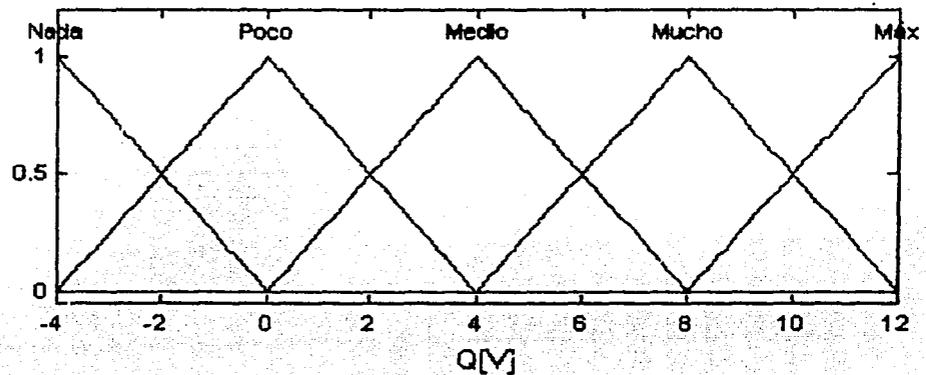


b. *Derivada del error en el tanque 3.* Se define como \dot{e} .

Para este caso se tomó un intervalo de $[-0.0002, 0.0002]$ [m/s], con 3 conjuntos difusos: *Negativa, Cero y Positiva.*



2. *Salida.* Como única salida se tomó el voltaje de entrada a los actuadores que controlan la bomba. Se tomó un intervalo ligeramente mayor que el definido para provocar que el control pudiera realizar la desdifusión en el intervalo definido físicamente para la bomba. Los conjuntos de salida tomados fueron, respecto al flujo: *Nada, Poco, Medio, Mucho y Máximo.*

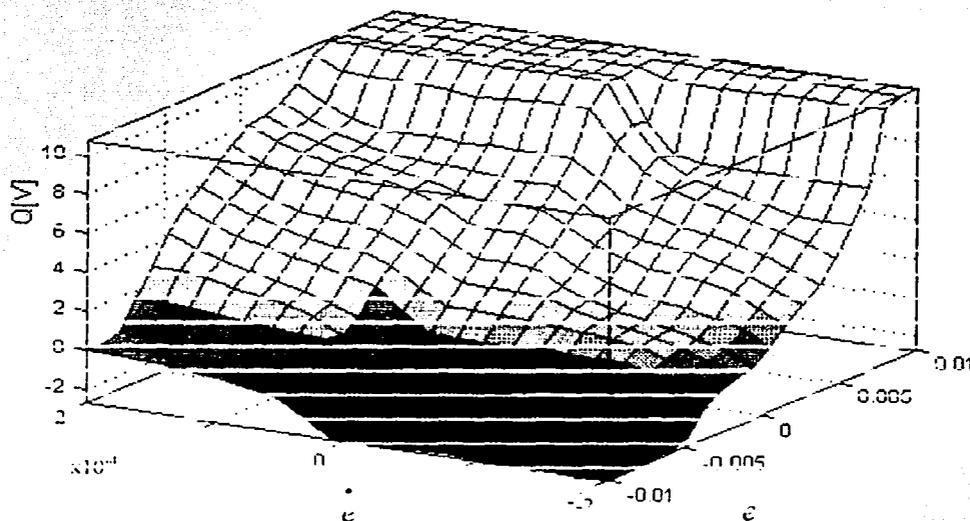


Reglas. Las reglas se propusieron mediante la observación del experimento y en la experiencia tras una serie de pruebas encaminadas a familiarizarse con el sistema. Las reglas de control se plantearon de la forma canónica *Si e es A_i y \dot{e} es B_j entonces Q_j es C_i* , donde A_i se refiere a los conjuntos de entrada para el error e , B_j a los conjuntos de entrada de la derivada del error \dot{e} y C_i a los conjuntos de salida para cada regla.

Se puede ver una representación de la superficie de control creada mediante una matriz en la siguiente tabla:

		e				
		Muy Negativo	Negativo	Cero	Positivo	Muy Positivo
\dot{e}	Muy N.	Nada	Nada	Poco	Medio	Máximo
	Neg	Nada	Nada	Medio	Máximo	Máximo
	Cero	Poco	Medio	Máximo	Máximo	Máximo

Evaluando el sistema difuso para varios valores tanto del Error como de la derivada de éste, obtenemos la superficie de control mostrada en la figura siguiente.



Control utilizando un FIS tipo Takagi-Sugeno.

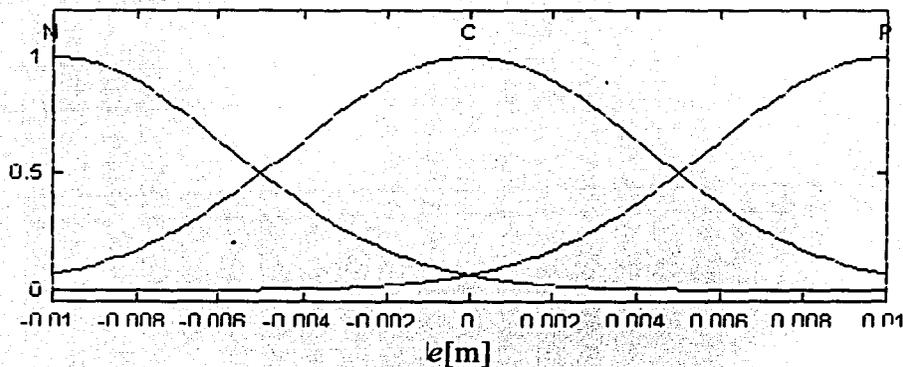
Para la generación del FIS tipo Takagi-Sugeno se utilizó como base la misma superficie de control generada en el caso anterior, para que a partir de ésta se pudieran tomar dos distintos análisis:

1. Utilizando un sistema Takagi-Sugeno sin alteración alguna de la superficie obtenida a partir del sistema tipo Mamdani, manteniendo los parámetros de las funciones $y = a_1 * e + a_2 * \dot{e} + a_0$ de cada regla de forma que no sufran ningún cambio durante la acción del control.
2. Utilizando un sistema Takagi-Sugeno modificando los parámetros de las funciones de cada regla $y = a_1 * e + a_2 * \dot{e} + a_0$ mediante la utilización de la teoría del control adaptable.

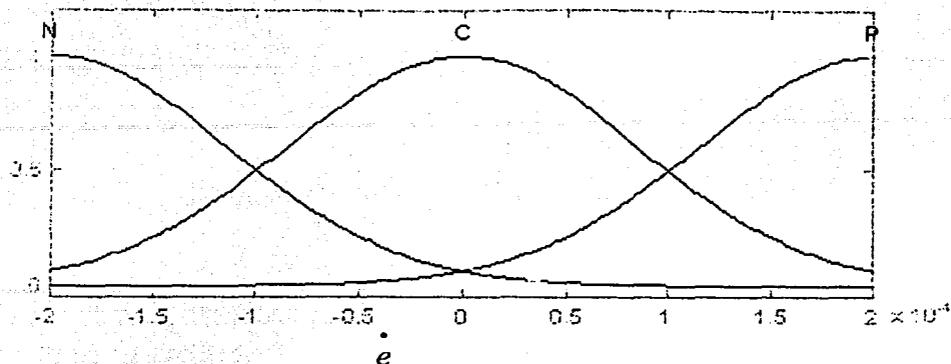
Control utilizando un FIS tipo Takagi-Sugeno Constante.

La generación de este tipo de control difuso se llevó a cabo tomando 400 muestras de la superficie de control tipo Mamdani y estableciendo previamente tres conjuntos difusos de entrada para cada variable:

Para el Error, la definición tomada para los conjuntos difusos es la siguiente:



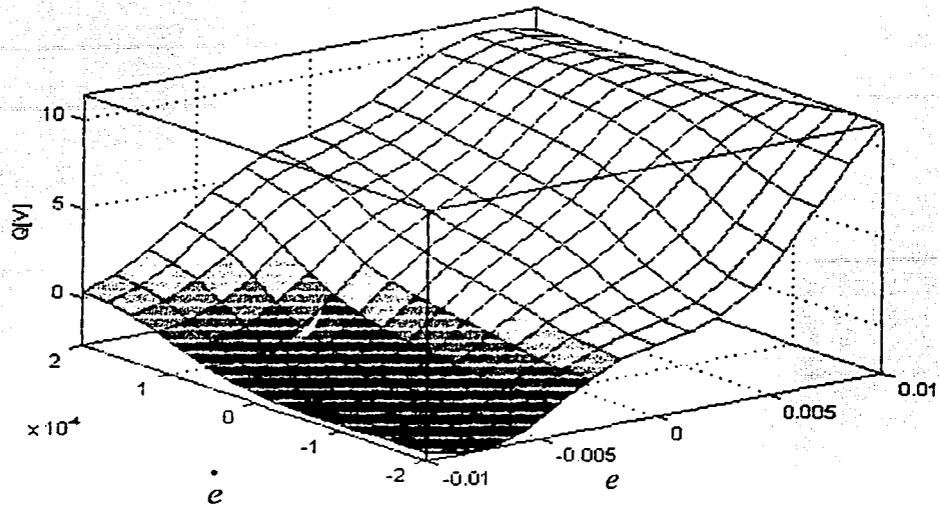
Para la derivada del error, la definición para los conjuntos tomada es la siguiente:



Mediante el método de entrenamiento para un sistema de lógica difusa conocido como *Anfis* (propuesto por Jang [1991]) se obtiene la siguiente definición para las reglas:

Regla:	Si e es	y \dot{e} es:	entonces $y =$	a_1	a_2	a_0
R1:	Negativo	Negativa		-592.5	207.4	-8.345
R2:	Negativo	Cero		-576.2	1587.0	-8.362
R3:	Negativo	Positiva		208.2	-1080.0	2.332
R4:	Cero	Negativa		-105.1	337.6	1.85
R5:	Cero	Cero		122.5	1085	4.076
R6:	Cero	Positiva		-152.9	334.4	6.47
R7:	Positivo	Negativa		1094.0	-674.2	1.033
R8:	Positivo	Cero		-467.2	995.1	15.57
R9:	Positivo	Positiva	-603.4	207.4	16.48	

La superficie de control generada es la siguiente:



Control utilizando un FIS tipo Sugeno Adaptable.

La superficie de control base utilizada es la generada en el caso anterior; pero la diferencia entre este tipo de control y el anterior radica en el cambio y adaptación ciertos parámetros de las funciones y_i , obteniéndose así un sistema que conforme actúa ajusta sus parámetros para lograr alcanzar el punto de ajuste deseado.

La teoría del control adaptable sugiere que se establece la siguiente función dependiente del error, la cual se busca minimizar:

$$J(a_i) = \frac{1}{2} e^2 ,$$

donde $e = h_{sp} - h$, es el error entre el la señal de referencia y la señal a controlar,

a_i : es el parámetro a ajustar

De esta forma, si aplicamos el criterio del gradiente para adaptar un parámetro del controlador difuso a_i obtenemos:

$$\frac{da_i}{dt} = -\gamma \frac{\partial J}{\partial a_i} = -\gamma \cdot e \frac{\partial e}{\partial a_i}$$

El problema en este caso surge al momento de determinar la derivada parcial $\frac{\partial e}{\partial a_i}$. En este caso, tomamos la definición del error, donde $e = h_{sp} - h_3$, y entonces:

$$\frac{\partial e}{\partial a_i} = \frac{\partial (h_{sp} - h_3)}{\partial a_i} = -\frac{\partial h_3}{\partial a_i} \approx -\frac{\Delta h_3}{\Delta a_i}$$

Esta aproximación es válida dado que la señal de referencia no depende del valor de a_i , ni de los parámetros, ni del error.

Para la determinación del valor numérico de la derivada parcial, utilizamos la regla MIT indicada por Astrom K. [1989], que nos indica que, si el sistema lo permite, podemos suponer que los parámetros cambiarán de una forma mucho más lenta que la salida del sistema, por lo que la derivada puede ser aproximada. Además, no es en sí el valor del cambio de h_3 lo que nos interesa, sino más bien el sentido en el que lo hace, por lo que podemos aproximar dicho cambio mediante la función de signo de la forma siguiente, despreciando el valor de Δa_i .

$$\text{signum}(\Delta h_3) = \text{signum}(\Delta (h_{sp} - e))$$

Si consideramos asimismo que respecto al error no cambiará en gran medida la señal de referencia, podemos aproximar $\Delta h_{sp} = 0$. Además, si consideramos:

$$\text{signum}(\dot{e}) = \text{signum}\left(\frac{\Delta e}{\Delta t}\right)$$

Dado que $\text{signum}(\Delta t)$ siempre será positivo, obtendremos que:

$$\frac{\partial e}{\partial a_i} = -\text{signum}(\dot{e})$$

De esta forma, la expresión en tiempo continuo para el ajuste de los parámetros queda establecido como:

$$\frac{da_i}{dt} = -\gamma \cdot e \cdot \text{signum}(\dot{e})$$

la derivada nuevamente podemos aproximarla como:

$$\frac{\Delta a_i}{\Delta t} = -\gamma \cdot e \cdot \text{signum}(\dot{e})$$

con lo que finalmente obtenemos, para tiempo discreto:

$$a_i(k) = a_i(k-1) + \Delta a_i(k) = a_i(k-1) - \gamma \cdot e \cdot \text{signum}(\dot{e}) \cdot T$$

donde T se refiere al tiempo de muestreo.

Expresándolo en forma matricial, dado que un sistema Takagi-Sugeno se compone de $n = \text{número de reglas de la entrada 1} * \text{número de reglas de la entrada 2}$, podemos expresar a cada función correspondiente a cada regla en función de una función matricial de la forma:

$$Y = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{n3} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e \\ \dot{e} \\ 1 \end{pmatrix} = A \bar{x}^T$$

donde los elementos a_{ij} representan a los parámetros de las funciones.

De esta forma, podemos expresar la ecuación para la adaptación como un producto punto, o elemento a elemento, entre dos matrices de la forma:

$$A(k) = A(k-1) + \Delta A(k) = A(k-1) - \Gamma \cdot \left(e \cdot \text{signum}(\dot{e}) T \right)$$

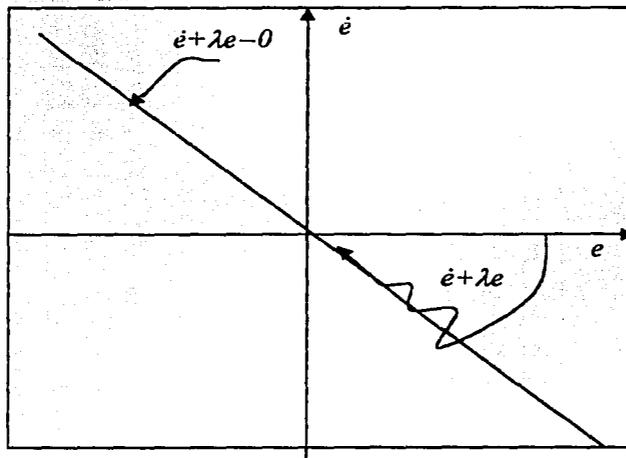
donde Γ es la matriz que contiene los factores γ de adaptación de cada parámetro:

$$\Gamma = \begin{pmatrix} \gamma_{11} & \gamma_{12} & \gamma_{13} \\ \gamma_{21} & \gamma_{22} & \gamma_{23} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \gamma_{n1} & \gamma_{n2} & \gamma_{n3} \end{pmatrix}$$

Cabe mencionar que dada la naturaleza del control adaptable propuesto, la mayoría de los elementos que componen a la matriz Γ serán iguales a cero, difiriendo de estos valores solos aquellos relacionados con las reglas difusas que relacionen al error "Cero". La razón principal de esto es que se busca modificar dichos parámetros en la suposición de que el sistema base (sin adaptación) funcionaba relativamente bien, teniéndose únicamente que modificar los valores de los parámetros relacionados con dichas reglas para lograr minimizar el error.

Control mediante un modo deslizante difuso.

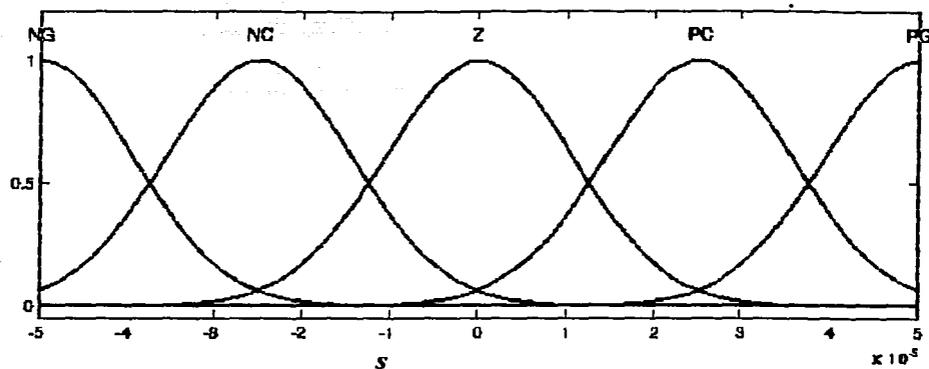
Este control se encuentra basado en el trabajo de Palm, R. [1994], quien sugiere un tipo de control basado en una variable s dependiente de el error y la derivada de éste, en el cual se define como $s = \lambda e + \dot{e}$. Se sugiere que se puede construir una función de control para $s=0$. Si se visualiza el plano e, \dot{e} podemos ver la relación $s = \lambda e + \dot{e} = 0$ como una recta. De esta forma se intentará siempre que el punto determinado por (e, \dot{e}) se encuentre lo más cerca posible de la recta para que la siga, en la forma que indica la figura. Esto se demuestra mediante la solución de la ecuación diferencial $\lambda e + \dot{e} = 0$, la cual es $e(t) = e(t_0) e^{-\lambda(t-t_0)}$, la cual tiende a cero a medida que $t \rightarrow \infty$



Para poder generar un control difuso basado en esta idea, Palm, R. [1994] propone plantear una ley de control basada en dicha variable s que tengan la forma:

- R1: Si S es Negativa Grande (NG), entonces y es Positiva Grande (PG)
 - R2: Si S es Negativa Chica (NC), entonces y es Positiva Chica (PC)
 - R3: Si S es Cero (Z), entonces y es Cero (Z)
 - R4: Si S es Positiva Chica (PC), entonces y es Negativa Chica (NC)
 - R5: Si S es Positiva Grande (PG), entonces y es Negativa Grande (NG)
- donde y se refiere a la variable de control.

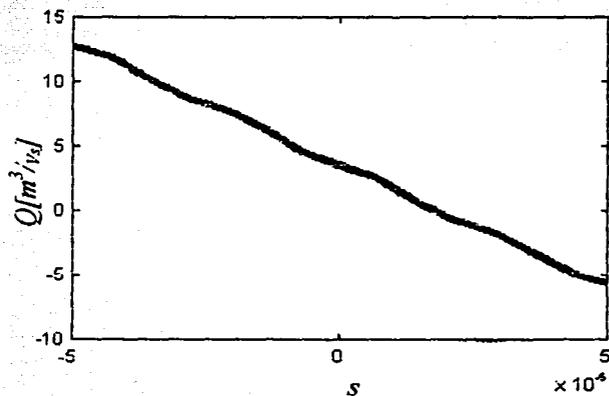
Para establecer los conjuntos de entrada se propusieron los siguientes conjuntos difusos de entrada para la variable s :



La salida se consideró basada en un sistema difuso tipo Sugeno que solo considerara constantes, de forma tal que los conjuntos quedaron definidos como:

- y Negativa Grande* = -6
- y Negativa Chica* = -1.25
- y Cero* = 3.5
- y Positiva Chica* = 8.25
- y Positiva Grande* = 13

Lo cual genera la siguiente curva de control:



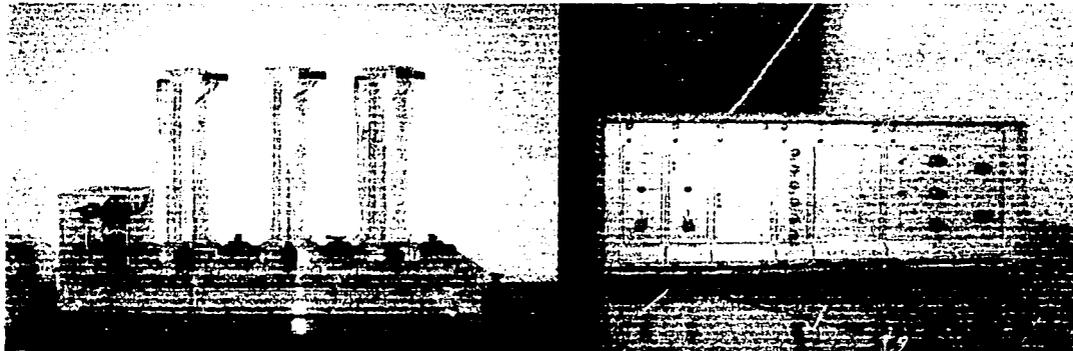
Capítulo 6.

Simulación y experimentos en un sistema escalado.

En el caso de los resultados obtenidos mediante la simulación del sistema, fue utilizado el modelo obtenido en el capítulo anterior. El software empleado para dicha simulación fue el paquete *Matlab* junto con su biblioteca *Simulink*, que permite implementar ecuaciones diferenciales, tanto lineales como no lineales, mediante bloques.

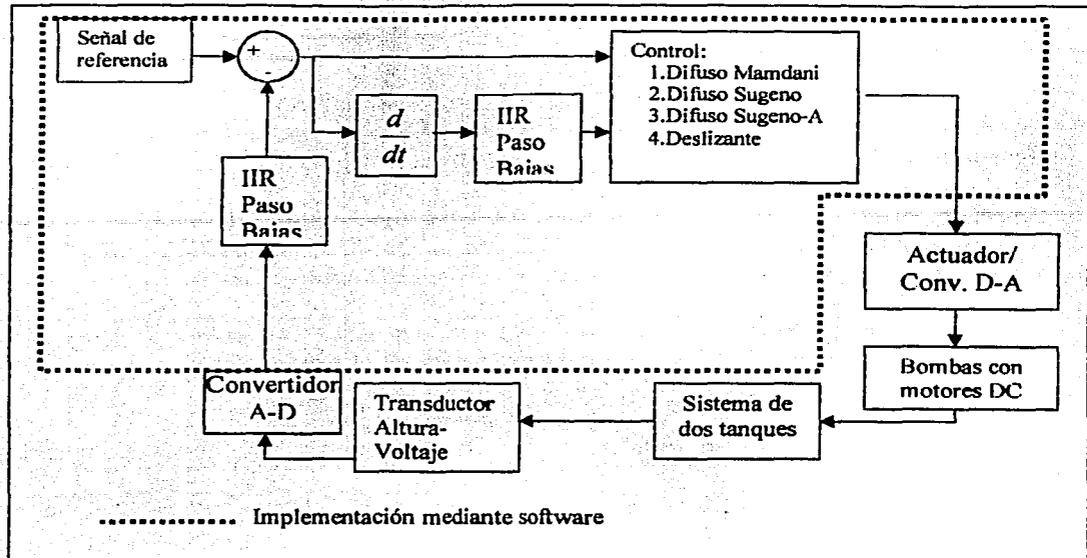
El sistema utilizado para la implementación física fue el *Sistema de Tres Tanques DTS200* de la marca *Amira*.

En la presente investigación se utilizaron dos tanques y una sola de las dos bombas que incluye el sistema. Dicho sistema incluye un actuador que controla el flujo que entregarán las bombas, así como tarjetas que permiten controlar el sistema desde una PC y registrar los niveles de líquido en cada tanque. Tanto el sistema como el actuador se pueden ver en las siguientes figuras.



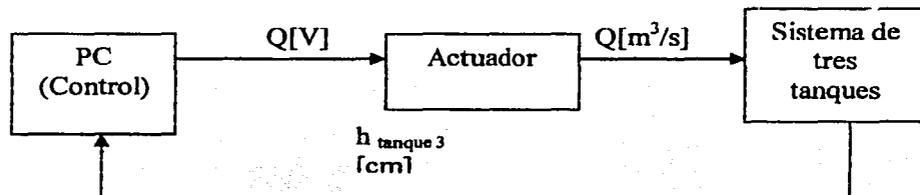
En la PC se desarrollaron los programas en el ambiente de programación *LabView* que permitieran implementar los sistemas de control utilizando los distintos métodos de control

difuso señalados en el capítulo anterior. El diagrama de bloques que a continuación se presenta muestra el sistema de control en lazo cerrado implementado:



En todos los casos se utilizó una señal cuadrada con un periodo de 800 segundos, con un ciclo de trabajo del 50%, con un valor mínimo de 5[cm] y un máximo de 8[cm].

La siguiente figura muestra el diagrama de conexiones realizado para controlar el sistema de tres tanques:



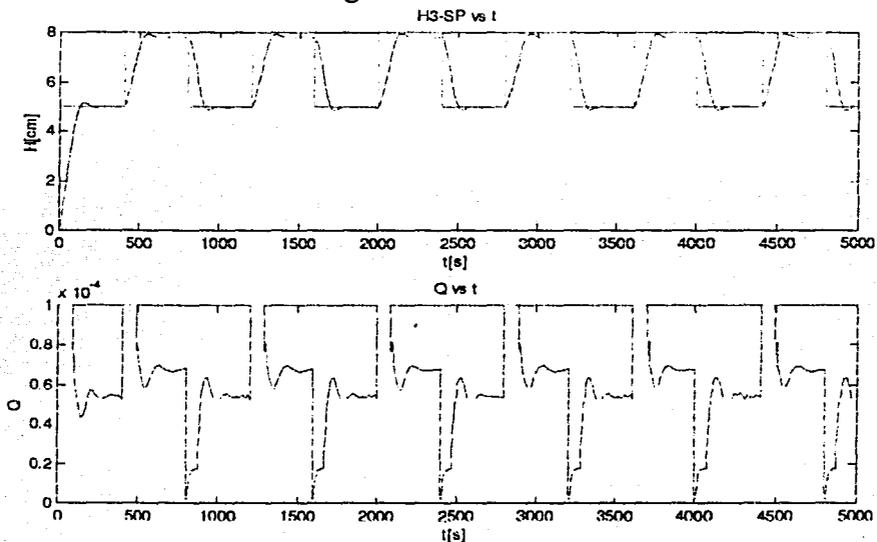
Resultados obtenidos mediante simulación.

Los objetivos buscados en la simulación son el verificar los resultados teóricos y dar las indicaciones para mejorar el diseño del controlador. En este caso se utilizaron dentro de la simulación los mismos valores de los parámetros que los reales. Solo en el caso de las constantes de flujo a_1 y a_0 se tomaron valores constantes y no se realizó alguna modificación durante la simulación, a diferencia de lo que sucede en la realidad y como se pudo comprobar anteriormente. En este caso se tomaron los valores de:

$$a_1=0.43, a_0=1.09$$

Control utilizando un sistema de control difuso tipo Mamdani.

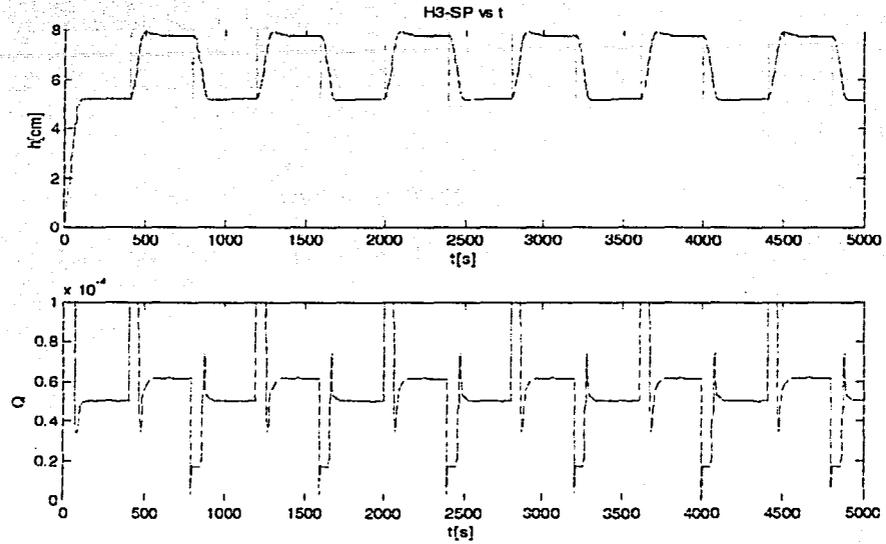
El siguiente gráfico muestra el tiempo contra la salida del sistema utilizando el sistema tipo Mamdani descrito en el capítulo anterior. El resultado obtenido tras ser simulado con parámetros similares a los físicos fue el siguiente:



Control utilizando un sistema de control difuso tipo Takagi-Sugeno.

En este caso podemos ver los resultados generados con un sistema del tipo *Takagi-Sugeno* generado a partir del sistema anterior.

Los resultados simulados son los siguientes:



Control utilizando un sistema de control difuso tipo Takagi-Sugeno adaptable.

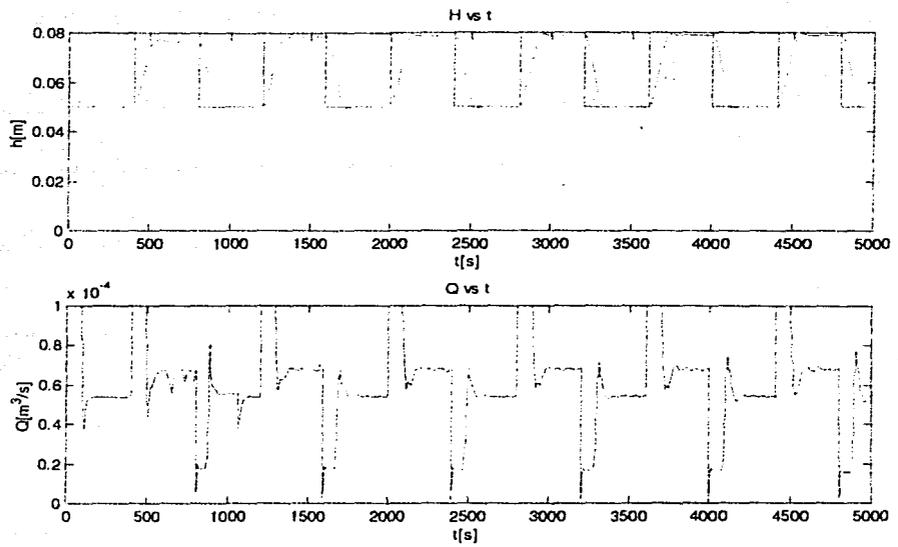
De una implementación realizada utilizando el sistema modelado de la forma señalada en el capítulo 5, se llevó a cabo la simulación del comportamiento del control para poder evaluar su desempeño.

Para el experimento se utilizó una adaptación de los parámetros a_{ij} con $i=4,5,6$ de las funciones de salida, es decir, aquellos que multiplican al error en la función de salida.

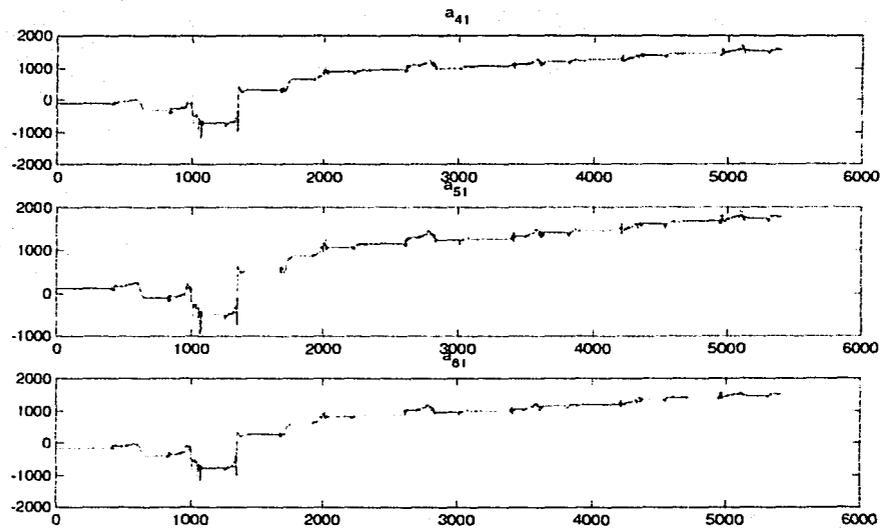
La matriz Γ utilizada es la siguiente: $\Gamma =$

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 100 & 0 & 0 \\ 100 & 0 & 0 \\ 100 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Los resultados en simulación se pueden apreciar en la siguiente página:

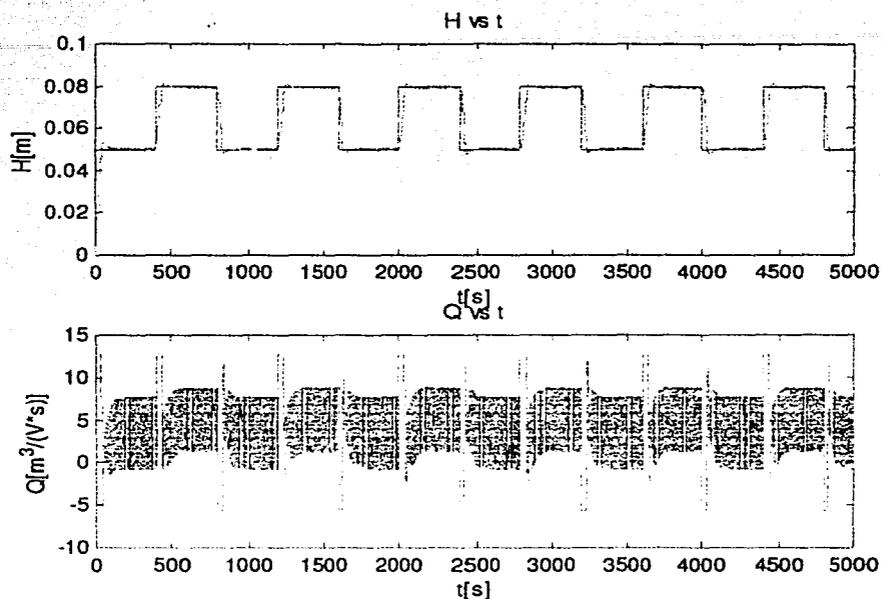


y el comportamiento de los parámetros fue el siguiente:



Control utilizando modo deslizante difuso.

Utilizando el procedimiento indicado en el capítulo anterior, tomando un valor $\lambda=0.01$, con un control difuso actuando en el intervalo para s de $s \in [-5 \cdot 10^{-5}, 5 \cdot 10^{-5}]$, con un intervalo de acción para el error de la derivada del error de $[2 \cdot 10^{-5}, 2 \cdot 10^{-5}]$ se obtienen los siguientes resultados simulados:



Resultados obtenidos mediante experimentación.

Implementación de un filtro IIR (de Respuesta Infinita al Impulso) para la eliminación del ruido de alta frecuencia.

Dado que el sistema utilizado es un sistema hidráulico abierto al ambiente, el sistema presenta una cantidad importante de ruido en la detección de la altura de los tanques, ya que las oscilaciones producidas por el ingreso del líquido dentro de los tanques produce oscilaciones que pueden llegar a tener una amplitud de $\pm 1.5\text{cm}$, que son capaces de crear perturbaciones importantes en el sistema de control, dado que éste depende tanto de la lectura del error como de la razón de cambio de éste, donde el efecto resulta mucho más evidente.

Es por ello que se implementaron, mediante software, dos filtros del tipo IIR Chebyshev de 3° orden, tanto para el error como para su derivada, para de esta forma minimizar el efecto del ruido en la señal a controlar. Los parámetros de los filtros fueron los siguientes:

f_s : Frecuencia de muestreo: $10[\text{Hz}/\text{muestra}] = 1/T$

T : Periodo de muestreo: $0.1[\text{segundo}/\text{muestras}]$

N : Orden del filtro=3

A_c =Ganancia tras la frecuencia de corte=-20[dB]

Para el filtro aplicado a la señal de error:

f_c : Frecuencia de corte: 0.1 de la mitad de la frecuencia de muestreo=0.5[Hz]

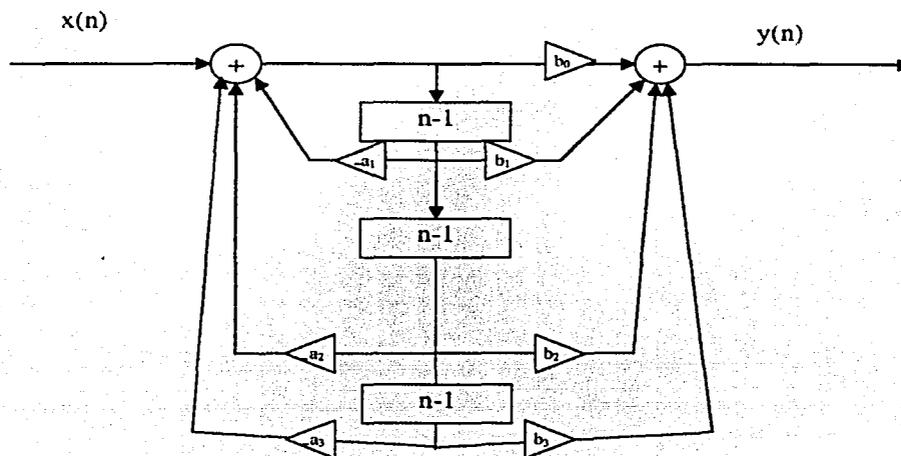
Para el filtro aplicado a la derivada del error:

f_c : Frecuencia de corte: 0.05 de la mitad de la frecuencia de muestreo=0.25[Hz]

Parámetros de los filtros:

Para el Error (Filtro I)		Para la derivada del Error (Filtro II)	
$a_0=1$	$b_0=0.0396$	$a_0=1$	$b_0=0.0214$
$a_1=-2.5598$	$b_1=-0.0344$	$a_1=-2.7799$	$b_1=-0.0207$
$a_2=2.2107$	$b_2=-0.0344$	$a_2=2.5829$	$b_2=-0.0207$
$a_3=-0.6407$	$b_3=0.0396$	$a_3=-0.8015$	$b_3=0.0214$

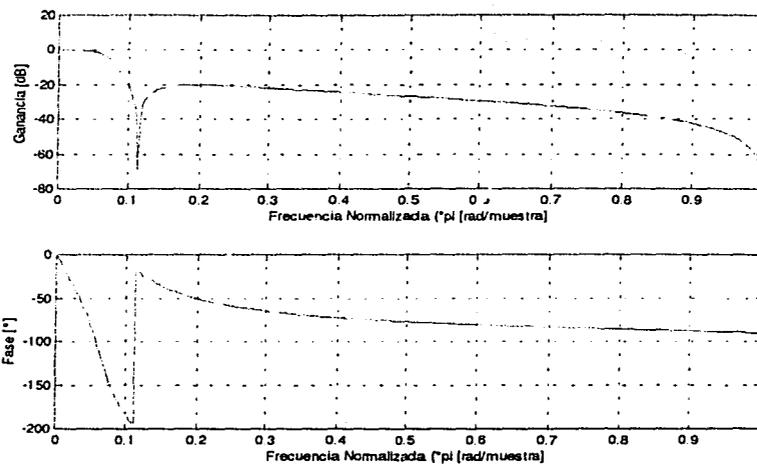
Estructura utilizada para la implementación de los filtros:



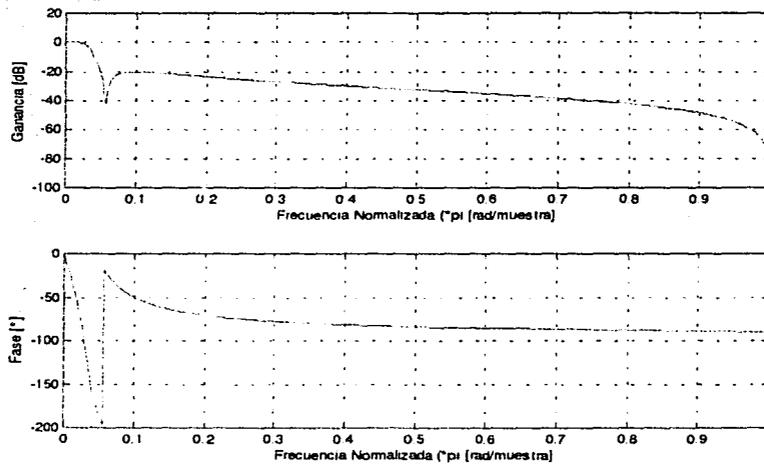
TALLER DE ORIENTACION
 TIPO 2 COM
 2008

Respuesta en frecuencia de los filtros (normalizada a $\frac{1}{2}$ de f_s):

Filtro I.



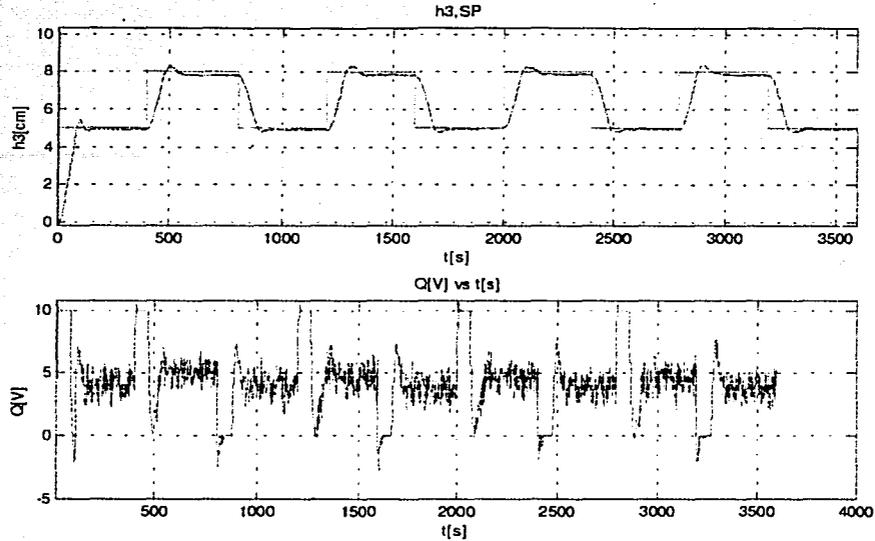
Filtro II.



TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

Resultados utilizando el sistema de control difuso tipo Mamdani.

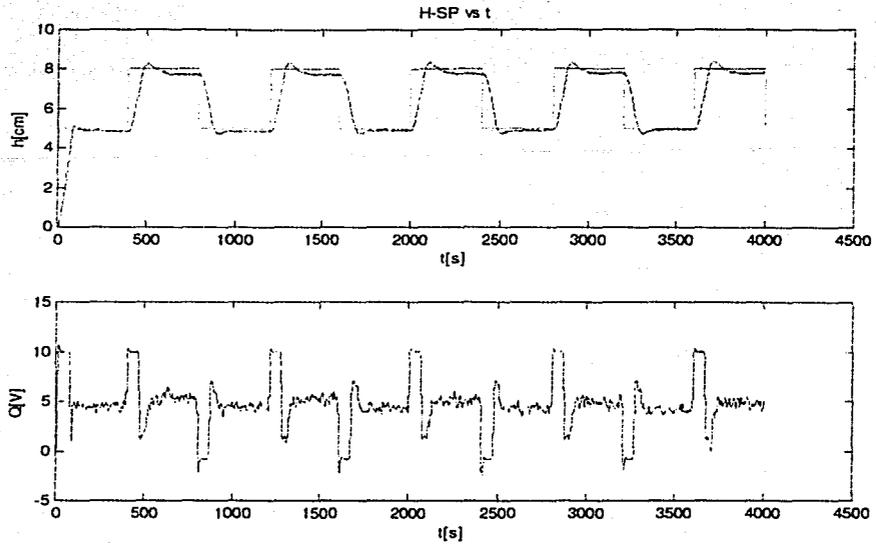
La respuesta experimental fue la siguiente:



Se puede observar que la salida deseada es alcanzada en un tiempo razonable, y que existen breves perturbaciones en el periodo transitorio; mientras que durante el tiempo en el cual se mantiene relativamente estable se puede ver el efecto del ruido, que habiendo sido reducido, aún provoca que la salida presente una amplificación de éste.

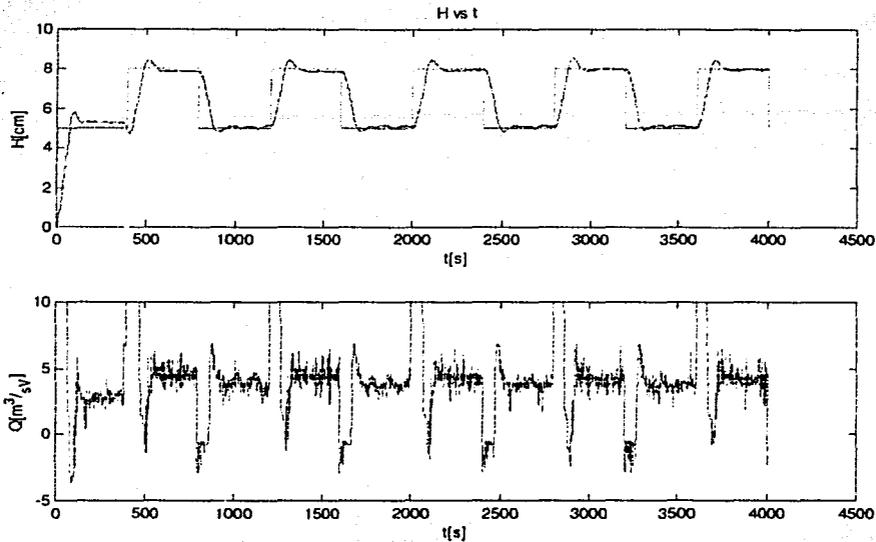
Resultados utilizando el sistema difuso tipo Takagi-Sugeno no adaptable.

En ambos casos podemos notar que si bien el error en estado estable para 5cm es menor al 1%, cuando el punto de ajuste se sitúa en 8cm este aumenta hasta un 3.5%.

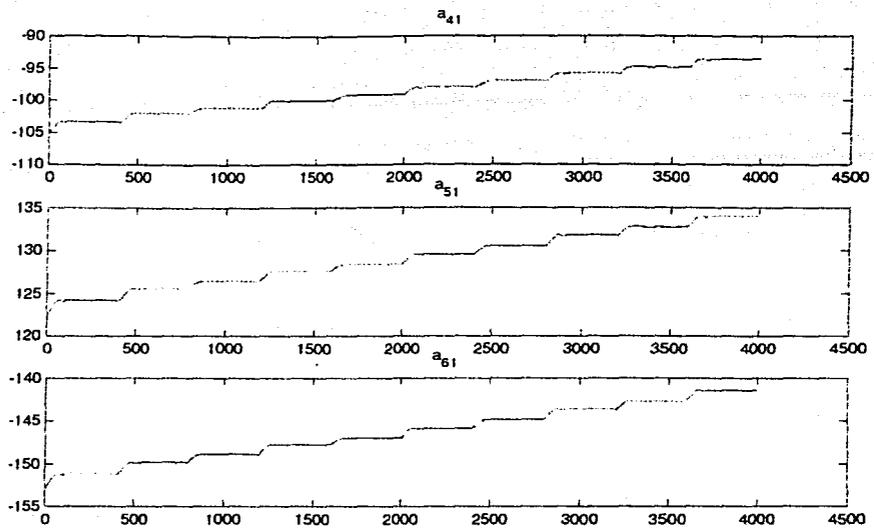


Resultados utilizando el sistema difuso tipo Takagi-Sugeno adaptable.

La matriz Γ utilizada fue la misma que la utilizada en la simulación, teniéndose como resultados experimentales lo siguiente:

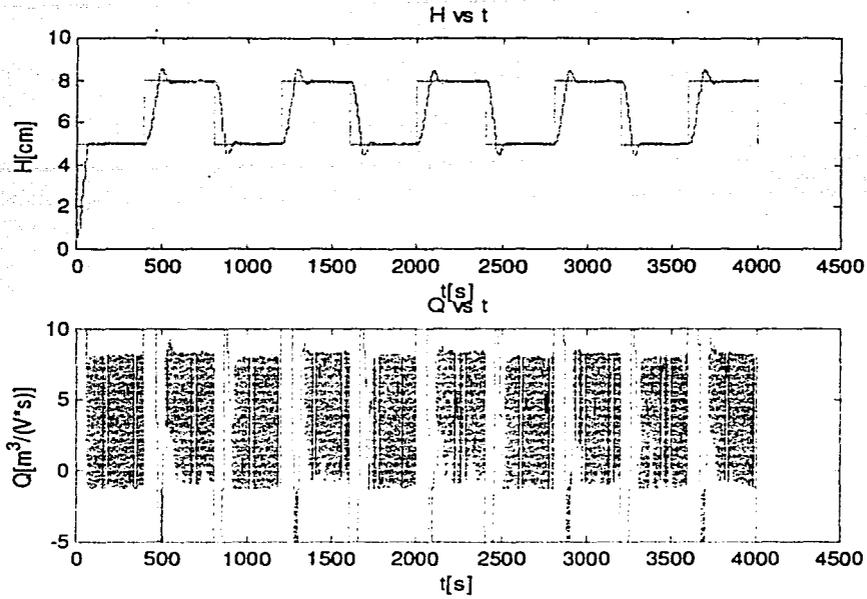


En este segundo caso notamos una respuesta similar a la obtenida en el experimento anterior, a diferencia de que se logra un menor error en estado estable a medida que el sistema continúa su funcionamiento. Los parámetros en este caso se comportan de forma distinta en comparación a los obtenidos en la simulación, como lo podemos ver en la siguiente figura, donde su incremento se espera logre, como en la simulación, llegar en algún momento a la estabilización.



Resultados utilizando el control de modo deslizante difuso

En el experimento se utilizaron, como en los casos anteriores, los mismos parámetros que en la simulación, obteniéndose el siguiente comportamiento:



Comparación de resultados (experimentación y simulación):

A continuación se muestran las tablas que contienen los resultados obtenidos respecto a los parámetros a evaluar, los cuales fueron el sobrepaso que presenta la señal para los dos niveles de la señal de referencia (parámetro evaluado de la etapa transitoria), el tiempo de levantamiento y el error en estado estable.

Simulación:

Método de control difuso	Sobrepaso [%]		Error en edo. estable [%]		Tiempo de levantamiento [s]	
	$h_{sp}=5\text{cm}$	$h_{sp}=8\text{cm}$	$h_{sp}=5\text{cm}$	$h_{sp}=8\text{cm}$	$h_{sp}=5\text{cm}$	$h_{sp}=8\text{cm}$
Mamdani	2	2	<1	4	104	115
Takagi-Sugeno	<1	1.5	5	4	93	71
Takagi-Sugeno con parámetros adaptables	<2	2	$\rightarrow 0$ si $t \rightarrow \infty$	$\rightarrow 0$ si $t \rightarrow \infty$	$\rightarrow 104$	$\rightarrow 86$
Deslizante	5	2	<1	<1	34	50

Experimentación

Método de control difuso	Sobrepaso [%]		Error en edo. estable [%]		Tiempo de levantamiento [s]	
	$h_{sp}=5\text{cm}$	$h_{sp}=8\text{cm}$	$h_{sp}=5\text{cm}$	$h_{sp}=8\text{cm}$	$h_{sp}=5\text{cm}$	$h_{sp}=8\text{cm}$
Mamdani	4	3.7	1.2	2	85	92.9
Takagi-Sugeno	5	4.5	2	3	87	87
Takagi-Sugeno con parámetros adaptables	3	5	$\rightarrow <3$ si $t \rightarrow \infty$	$\rightarrow <3$ si $t \rightarrow \infty$	80.5	87
Deslizante	8.2	6	<1	<1	61	81

De un análisis de las dos tablas y de las gráficas obtenidas podemos ver que el comportamiento entre la simulación y el experimento, si bien no son idénticas, si se estiman en buena medida.

Dado que el entrenamiento y las reglas fueron generadas a partir de la simulación del sistema, en el cual se supuso que no se debería realizar filtrado alguno de la señal, el sistema simulado presenta índices de sobrepaso y de error en estado estable menores que los que presenta en el sistema físico (con excepción de el error en estado estable para una señal de referencia de 8cm). Este fenómeno lo podemos apreciar en tres de los cuatro controles implementados, ya que solamente en el caso del control con un FIS tipo Takagi-Sugeno el comportamiento para el punto de ajuste de 8cm en estado estable muestra un mejor desempeño en el estado estable en el experimento que en la simulación.

Estas diferencias las pueden ser explicadas dada la naturaleza de los dos sistemas: el simulado y el físico. Para el primero, el modelo matemático no incluye ciertas dinámicas que en la realidad sí se presentan (como pudo ser demostrado en el capítulo 4), además que la simulación no incluye la implementación de los dos filtros digitales que ayudaran a disminuir el ruido de la señal. Esto ciertamente influye en la respuesta del sistema de control para el segundo caso.

El sistema tipo Mamdani muestra la forma en la cual el conocimiento del comportamiento del sistema pudo ser vertido en el FIS, ya que el índice de sobrepaso en la simulación se sitúa en límites razonables (2% de sobrepaso en la simulación). En la simulación y en la experimentación se puede apreciar que el comportamiento para el nivel de 5cm es ciertamente mejor que en el nivel de 8cm.

En el tipo Takagi-Sugeno se puede ver que, para ambos casos (simulación y experimentación) el comportamiento es un poco más pobre que en el caso anterior (lo cual 65

es más notorio en el sistema físico) respecto a los parámetros de sobrepaso y error en estado estable, a costa de un ligero incremento en la velocidad de respuesta. Esto se puede explicar en vista que la superficie de control para este caso fue generada a partir del sistema Mamdani, lo cual ocasiona cierta pérdida de información que se refleja en su comportamiento, aunque ciertamente en la simulación se puede percibir una salida más suave que para el sistema original.

En la simulación se aprecia que, aunque sin adaptación, el error en estado estable se incrementa con respecto al Mamdani, la adaptación provoca que éste disminuya paulatinamente hasta quedar muy próximo a cero. En el sistema físico éste fenómeno también se observó: si bien algunos índices no logran superar al sistema Mamdani, consiguen mejorar en otros el comportamiento del sistema Sugeno. El índice relacionado con el comportamiento transitorio, el porcentaje de sobrepaso, ciertamente no se aprecia tal mejoría. Sin embargo, éste es un comportamiento que cabe esperar, ya que los sistemas de control adaptable suelen presentar respuestas transitorias más pronunciadas en comparación con otros métodos, y se advierte que este caso no es la excepción. Se puede apreciar que este sistema permitió una respuesta ligeramente más rápida que la dada por el sistema Mamdani.

Finalmente, el control deslizante muestra un error en estado estable menor que los tres sistemas anteriores de control. La única excepción se nota quizás en la simulación, donde el error no tiende a aproximarse a cero, como en el caso del Takagi-Sugeno con parámetros adaptables; pero en la implementación física ciertamente muestra un comportamiento muy superior comparado con los demás tanto en la condición de equilibrio como en el tiempo de respuesta. En contraste presenta valores de sobrepaso sensiblemente mayores a los otros

controles, en especial en la implementación física, donde dichos índices tienden a dispararse a 8 y 6%, mientras que los demás tipos de control no superan el 5%.

Capítulo 7.

Conclusiones

De lo expuesto se pueden destacar dos conclusiones básicas: la primera acerca de las diferencias de diseño existentes entre los cuatro tipos de sistemas difusos empleados. La segunda en su desempeño.

Respecto a la primera, se pudo constatar que un sistema difuso del tipo Mamdani puede ser implementado de una forma sencilla a partir del conocimiento y experiencia que se tenga en el manejo del sistema, cuya única complicación consiste en la selección del número y en la adecuada definición de los conjuntos difusos utilizados.

Por otra parte, un sistema difuso del tipo Takagi-Sugeno ofrece la desventaja de hacer más complicado verter el conocimiento empírico en las funciones de salida que corresponden a cada regla. Este problema, para el caso del estudio, se resolvió mediante el uso previo de un sistema Mamdani que generara la superficie de control requerida (en combinación con el método *Anfis*), lo que permitió generar las funciones necesitadas a partir del primer sistema.

Al momento de realizar el control en tiempo real, dado que se contó con un sistema controlado a través de una PC, se pudo hacer uso de funciones de pertenencia no de tipo triangular, más utilizadas cuando el poder de cómputo se encuentra limitado en forma sensible, sino que se recurrió al uso de funciones de pertenencia más suaves (como las campanas de Gauss) a pesar de ser más "pesadas" en términos de cómputo.

Sin embargo, un sistema Mamdani presenta la desventaja de que no se puede recurrir fácilmente a la teoría de control para mejorar su desempeño durante su operación, ya que la definición de los conjuntos de salida, previa al proceso de *desdifusión*, lo complica. Para este caso, un sistema Takagi-Sugeno presentó la ventaja de que las salidas pueden ser definidas como funciones lineales dependientes de los valores de las señales de entrada, por lo que sus parámetros pudieron ajustarse en tiempo real mediante la utilización de la teoría del control adaptable, que en este caso mostró utilidad al mejorar la respuesta del sistema conforme pasaba el tiempo. Esto se pudo constatar al ser añadido el filtro, que si bien alteró el desempeño del sistema, los parámetros lograron ajustarse de forma tal que el error en estado estable cada vez fue menor, aunque la respuesta transitoria se incrementó.

Dada esta característica de los sistemas Takagi-Sugeno es factible, para estudios posteriores, efectuar adaptaciones mediante métodos más vanguardistas como algoritmos genéticos u otro tipo de métodos de adaptación que permitan lograr desempeños óptimos, ya sea en éste o para otro tipo de sistemas cuya naturaleza sea o no lineal. Éste tipo de estudios en un sistema tipo Mamdani puede ser más laborioso y complicado, puesto que la salida no se encuentra directamente relacionada con los parámetros de entrada, sino que depende del proceso anterior, de evaluación del peso de las reglas, para poder generar una salida definida, hecho que dificulta la aplicación de un proceso de adaptación como el sugerido.

La implementación de un control difuso deslizante tiene la característica de ser más sencilla de realizar comparativamente con los casos anteriores, así como la sintonización requerida para su buen servicio. Esto es por lo que la creación de un sistema Mamdani requiere del conocimiento previo del sistema para entonces establecer las reglas necesarias para el control, además de que en ocasiones se requiere de un proceso de sintonización que no siempre es sencillo llevar a cabo. Un sistema Takagi-Sugeno constante es mucho más difícil de sintonizar, dado que se complica vaciar el conocimiento del sistema en el mismo. Por su parte, un Takagi-Sugeno adaptable presenta una complicación extra en la sintonización de los elementos que constituyen la matriz Γ dado que hay que hacer una selección de ellos de forma tal que adapten rápidamente los parámetros, pero no tanto que lleven al sistema a una eventual inestabilidad.

En lo que respecta al desempeño, pudimos ver cómo un sistema tipo Mamdani se comportó relativamente bien, aunque presentando un cierto error en estado estable. Por su parte un sistema Takagi-Sugeno obtenido del sistema anterior presentó un comportamiento similar, pero con una respuesta con cierta degradación, tanto con sobrepasos como errores en estado estable mayores.

Un sistema tipo Takagi-Sugeno adaptable mejoró su respuesta con respecto a los dos anteriores, que si bien al principio su desempeño fue inferior al de los anteriores, con el transcurrir del tiempo su respuesta se modificó de forma tal que pudo superarlos en la condición de equilibrio.

Por su parte el control deslizante difuso, tanto en la simulación como en su implementación real, presentó un comportamiento superior en la condición de estado estable, pero con un transitorio un poco más pronunciado que el de los casos anteriores, que es el precio pagado por conseguir un tiempo de respuesta más rápido que el de los casos anteriores, los cuales se encontraron muy cercanos entre sí. Además presentó una salida más sujeta a ruido de alta frecuencia, la cual puede llegar a provocar esfuerzos importantes (y no deseados) en la variable de control.

En resumen:

a) Se puede decir que un sistema tipo Mamdani es de implementación menos compleja cuando se posee la experiencia del sistema tal que permita implementar un esquema de control; aunque puede generar un gran número de reglas, lo que dificulta su sintonización.

b) Por otra parte, un sistema Takagi-Sugeno permite un control ligeramente más suave y permite la aplicación de diversos elementos de la teoría de control para mejorar su desempeño (a diferencia del sistema Mamdani que para su sintonización requeriría del cambio de reglas o los pesos de las mismas, lo que no siempre es sencillo de realizar en tiempo real), aunque la generación de las reglas a partir de la experiencia se torna ciertamente más complicada, requiriéndose generalmente de un entrenamiento fuera de línea.

c) El control mediante un sistema Takagi-Sugeno con parámetros adaptables permite mejorar el comportamiento en estado estable a medida que el control se autoajusta, aunque se pierde calidad en la etapa transitoria. De igual forma presenta la desventaja de ser relativamente "pesado" en términos de cómputo, y la sintonización de las ganancias de adaptación no deja de tener sus inconvenientes.

c) Un control deslizante difuso logra una mejor respuesta en tiempo y en estado estable en comparación con los anteriores de una forma más sencilla y sin requerir de conocimiento previo del sistema, necesitando únicamente de un corto proceso de sintonización y de la aplicación de pocas reglas de inferencia. Sin embargo provoca una salida muy ruidosa al tender a cero el error, hecho menos notorio en los tres controles anteriores.

Queda aún mucho camino que recorrer en lo que se refiere al análisis del comportamiento de dos de los sistemas propuestos. Como trabajos futuros se puede sugerir

que es necesario, para el sistema de control difuso tipo Takagi-Sugeno adaptable, determinar la forma más adecuada de adaptar todos los parámetros, puesto que, como ya se dijo, en esta investigación únicamente se variaron tres de 27 parámetros posibles. De igual forma queda como trabajo pendiente la investigación de la aplicación de mecanismos de adaptación para dichos parámetros diferentes al aquí propuesto.

En lo que respecta al método de control de modo deslizante difuso, es preciso analizar la forma más adecuada de eliminar las componentes de alta frecuencia en la señal de control de forma tal que el desempeño del sistema se vea alterado en la menor medida posible.

Bibliografía.

Capítulo 1.

- Jamshidi, Mohamad; *et al.* *Fuzzy Logic and Control, Software and Hardware Applications*. Prentice Hall. 1993.
- Pedrycz, Witold. *Fuzzy Control and Fuzzy Systems*. 2a edición. RSP. Inglaterra. 1996.
- Takagi, T.; Sugeno, M.. *Fuzzy Identification of Systems and Its Applications to Modeling and Control*. IEEE Transactions on Systems. Vol SMC-15. Enero-Febrero 1985.

Referencias electrónicas.

- *Fuzzy Logic and its uses*.
http://www.doc.ic.ac.uk/~nd/surprise_96/journal/vol4/sbaa/report.background.html

Capítulo 2.

- Klir, G. y Yuan, B. *Fuzzy Sets and Fuzzy Logic, theory and applications*. Prentice Hall. E.U. 1995.
- Johansson, R. *System Modeling and Identification*. Prentice Hall. 1993.
- Takagi, T.; Sugeno, M.. *Fuzzy Identification of Systems and Its Applications to Modeling and Control*. IEEE Transactions on Systems. Vol SMC-15. Enero-Febrero 1985.

Capítulo 3.

- Chien, Chuen. *Fuzzy Logic in Control Systems: Fuzzy Logic Controller-Part I*. IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics. Vol. 20, No. 2. Marzo-Abril 1990.
- Bandemer, H., Gottwald, S. *Fuzzy Sets, Fuzzy Logic, Fuzzy Methods with applications*. John Wiley & Sons. Inglaterra, 1995.
- Terano, T., Asai, K., Sugeno, M. *Fuzzy Systems Theory and its Applications*. Academic Press. E.U. 1992.
- Shaw, I. *Fuzzy Control of Industrial Systems. Theory and Applications*. Kluwer Academic Publishers. E.U. 1998.

- Klir, G. y Yuan, B. *Fuzzy Sets and Fuzzy Logic, theory and applications*. Prentice Hall. E.U. 1995.

Capítulo 4.

- Manual de operación del sistema de tres tanques DTS200. *DTS200 Three-Tanks-System*. Amira 1993.

Capítulo 5.

- Åström, K., Björn, W. *Adaptive Control*. Addison-Wesley. 1989.
- Palm, Rainer. *Robust Control by Sliding Mode*. Automatica. Vol 30. No. 9. 1994

Anexo I

Datos técnicos del sistema de tres tanques DTS200

Tanques

Diámetro interno	140[mm]
Altura	670[mm]
Nivel máximo de líquido	630[mm]
Capacidad	9.7[l]

Bombas

Voltaje nominal	12[V]
Corriente nominal	1.5[A]
Presión nominal	1.3[bar]

Sensores de presión piezoresistivos

	Mínima	Típica	Máxima
Voltaje de alimentación	7[V]		16[V]
Voltaje de salida a presión máxima	5.9[V]	6.0[V]	6.1[V]
Linealidad		0.5 [%SEC ⁻¹]	1.5 [%SEC ⁻¹]
Tiempo de resp.		0.1[ms]	

Señales de entrada

Alimentación de las bombas	0...+12[V]
Alimentación de los sensores	8[V]

Señales de salida

Niveles de voltaje de los sensores de altura	
▪ Intervalo de voltaje	1...5.6[V]
▪ Intervalo de alturas	0...63[cm]
▪ Resolución	73[mV/cm]