



UNIVERSIDAD NACIONAL  
AVENIDA DE  
MEXICO

**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO**

**Escuela Nacional de Estudios Profesionales  
E.N.E.P. Acatlán**

**Cobertura para Fluctuaciones en Inversiones  
de Renta Variable del Mercado de Valores  
en México**

T E S  
PARA OBTENER EL TITULO DE:  
A C T U A R I O  
P R E S E N T A

**RICARDO CARLOS ALVARADO ALFARO**

ASESOR DE TESIS: ACT. SONIA CORDERO LÓPEZ



ACATLAN, EDO. DE MEXICO

SEPTIEMBRE DE 2002

**TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN**



Universidad Nacional  
Autónoma de México



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

## **AGRADECIMIENTOS**

**A mis Padres por el invaluable apoyo y cariño que siempre me han ofrecido y por que sin su valiosa ayuda no hubiese logrado una de mis metas.**

**A Karen por lo que representa para mí y por ser parte importante de nuestro futuro.**

**A mis amigos y compañeros que me acompañaron a lo largo de todos mis años de estudio por su valiosa y sincera amistad ya que de una u otra manera han contribuido a mi formación humana y profesional.**

**A la Actuaría Sonia Cordero López con mi mayor reconocimiento por su enseñanza, desinteresada asesoría y orientación.**

**A mis maestros por la confianza y conocimientos que me brindaron desde el inicio de mi carrera hasta el término de mi preparación profesional.**

**A la Universidad Nacional Autónoma de México con gratitud imperecedera por haberme dado la oportunidad de forjarme un futuro.**

**INDICE**

**Introducción**

**Capítulo I La Bolsa de Valores y la Inversión**

1.1 El Mercado de Valores en México	1
1.1.1 El Sistema Financiero Mexicano.....	1
1.1.2 Antecedentes del Mercado de Valores .....	3
1.1.3 Situación Actual.....	5
1.1.4 Organización y Servicios .....	6
1.1.5 Empresas inscritas en la Bolsa de Valores.....	8
1.1.6 Importancia del Mercado Accionario.....	9
1.1.7 Instrumentos Bursátiles .....	10
1.2 Inversiones y sus Elementos	
1.2.1 Definición de Inversión .....	12
1.2.2 Rendimiento .....	13
1.2.3 Riesgo y Diversificación.....	17
1.2.4 Inversiones de Renta Variable.....	19
1.2.5 Análisis de Acciones.....	20
1.2.6 Inflación y Economía .....	23

**Capítulo II Introducción a la Probabilidad y Estadística**

2.1 ¿Qué es la Probabilidad?	
2.1.1 Introducción.....	27
2.1.2 Cálculo de la probabilidad de un evento .....	29
2.1.3 Probabilidad Condicional e Independencia de eventos.....	31
2.1.4 Variable aleatorias.....	32
2.1.5 El teorema del límite central .....	38
2.2 ¿Qué es la estadística?	
2.2.1 Introducción.....	42
2.2.2 Cómo se hacen las inferencias.....	44
2.2.3 Intervalos de Confianza .....	45
2.2.4 Análisis de Regresión .....	51

**Capítulo III Volatilidad de la BVM y antecedentes de la cobertura CFIRV.**

3.1 Causas de las fluctuaciones más importantes de la BVM .....	64
3.2 La Cobertura de Riesgos Políticos .....	77
3.3 La Cobertura Cambiaría .....	79
3.4 Fondo de contingencia de la Bolsa de Valores de México .....	81
3.5 El Mercado de Derivados .....	84
3.5.1 Los contratos de Futuros y Forwards .....	93
3.5.2 Opciones y Warrants .....	98
3.6 Teoría de Portafolios .....	110
3.5 The Capital Asset Pricing Model (CAPM) .....	113

**Capítulo IV Cobertura para Fluctuaciones en Inversiones de Renta Variable**

4.1 Desarrollo analítico de la CFIRV .....	119
4.2 Construcción de portafolios de inversión con correlatividad negativa .....	133
4.3 Implementación de la CFIRV a diferentes acciones de renta variable .....	137
4.4 Análisis del Costo de la CFIRV .....	143

**Conclusiones****Anexos**

1. Gráficas de algunas acciones del Índice de Precios y Cotizaciones
2. Formato resumen de implementación de la cobertura a diversas acciones

**Apéndices**

- A. Tablas Estadísticas
- B. Otros Conceptos Matemáticos

**Bibliografía**

# COBERTURA PARA FLUCTUACIONES EN INVERSIONES DE RENTA VARIABLE DEL MERCADO DE VALORES EN MEXICO

## Introducción

En la actualidad es importante contar con conocimientos básicos sobre los diferentes tipos de inversiones que existen ya que es necesario tomar decisiones con respecto al plazo, la tasa o el grado de riesgo de la inversión que se está dispuesto a enfrentar. En nuestro país las acciones de renta variable comúnmente son una de las alternativas que producen el mayor rendimiento en el menor plazo, pero de igual manera son las que cuentan con el mayor riesgo y cuya pérdida puede llegar a ser hasta por el total de la inversión en un caso extremo.

El objeto del presente trabajo es desarrollar un instrumento bursátil que proporcione un esquema de cobertura cuyo objetivo sea minimizar las pérdidas a causa de fluctuaciones negativas sufridas por las acciones que cotizan en la Bolsa Mexicana de Valores en el entendido de que debe ser un instrumento costeable para el inversionista de acuerdo con el rendimiento que se espera obtener.

La problemática que representa el factor riesgo en las inversiones ha llevado a crear instrumentos tales como los contratos de futuros y opciones. Éstos fueron establecidos principalmente para cubrir las necesidades de quienes deseaban cubrirse frente al riesgo, sin embargo no son universales, a pesar de que funcionan tanto para valores de renta fija como para valores de variable no están disponibles para el 100% de las acciones que cotizan en la bolsa de valores y están dirigidos a futuros compradores o vendedores. La Cobertura para Fluctuaciones en Inversiones de Renta Variable (CFIRV) está enfocada a proporcionar protección al actual poseedor de la acción que se esté negociando y está dirigida sólo a acciones que cotizan en bolsa.

Las repercusiones que pueden tener en los mercados financieros las fluctuaciones negativas sobre los precios de las acciones son de suma importancia ya que representan una pérdida para los inversionistas y crea un ambiente de incertidumbre que se puede reflejar en una disminución de participantes en los mercados de valores de renta variable. A partir de este escenario se hace clara la necesidad de un instrumento bursátil que impida que los inversionistas acumulen pérdidas por fluctuaciones y otorgue un mayor grado de confiabilidad en los mercados de valores de renta variable.

La concepción de la CFIRV nació a partir de la Teoría de Inmunización de Redington, que es una técnica para la medida y control del riesgo de las tasas de interés y de que hoy en día contamos con las herramientas para realizar proyecciones reales del comportamiento futuro de los precios de acciones de renta variable. La estructura general de la Cobertura por Fluctuaciones en Inversiones de Renta Variable está compuesta por diversos procedimientos por lo que su desarrollo se divide en cuatro pasos:

- Análisis del comportamiento de la acción,
- Creación de un portafolio diversificado,
- Análisis de Pérdidas y Ganancias,
- Implementación de la cobertura.

Para poder entender el origen y el funcionamiento de la CFIRV son necesarios una serie de conocimientos preliminares, que van desde comprender qué es una inversión hasta cómo puede calcularse la tendencia futura de una acción. Es por ello que una buena parte de este trabajo se dedica a introducir esos conceptos (capítulos I a III), conformando lo que será el marco teórico conceptual y únicamente el capítulo IV se dedica de lleno a la presentación y desarrollo de la Cobertura para Fluctuaciones en Inversiones de Renta Variable.

De manera general, la estructura de la tesis puede describirse como sigue:

### **Capítulo I**

En el primer capítulo se habla de los antecedentes de la Bolsa Mexicana de Valores así como sus funciones y su papel dentro de la economía del país, asimismo, se proporciona una introducción sobre las inversiones en bolsa, sus elementos y cómo funcionan de manera interactiva con el desarrollo del país.

### **Capítulo II**

En el capítulo II se definen al lector algunas bases de probabilidad y estadística con el fin de que comprenda el desarrollo matemático teórico y analítico de la Cobertura para Fluctuaciones en Inversiones de Renta Variable, haciendo énfasis en el Análisis de Regresión y los intervalos de confianza que son las principales herramientas estadísticas utilizadas para el pronóstico de la tendencia de diferentes acciones analizadas en este trabajo.

### **Capítulo III**

Con el objeto de abordar el problema y las causas de las fluctuaciones negativas sufridas por las bolsas de valores del mundo, en el capítulo III se realiza un cuidadoso análisis de este tema con la finalidad de considerar sus repercusiones, asimismo se presentan algunos antecedentes de la Cobertura para Fluctuaciones en Inversiones de Renta Variable como son la Cobertura de Riesgos Políticos y la constitución de fideicomisos y fondos de contingencia en las bolsas de valores.

Es importante definir en este capítulo el funcionamiento del Mercado de Derivados, su contexto dentro del ámbito económico y las diferencias que existen entre las coberturas proporcionadas por este mercado y la Cobertura para Fluctuaciones en Inversiones de Renta Variable para que de esta manera el lector comprenda que la cobertura que este trabajo propone es complementaria al actual esquema proporcionado por el Mercado de Derivados.

### **Capítulo IV**

En este último capítulo se presenta el desarrollo analítico de la Cobertura para Fluctuaciones en Inversiones de Renta Variable mostrando el proceso de cálculo, sus características y sus alcances.

Finalmente, una vez desarrollada la cobertura se implementa ésta de manera práctica a un portafolio de inversión seleccionado de acuerdo a la metodología mencionada en este capítulo y se presentan los resultados obtenidos de la implementación bajo un esquema real durante un periodo de 10 días.



## Capítulo I. La Bolsa de Valores y la Inversión

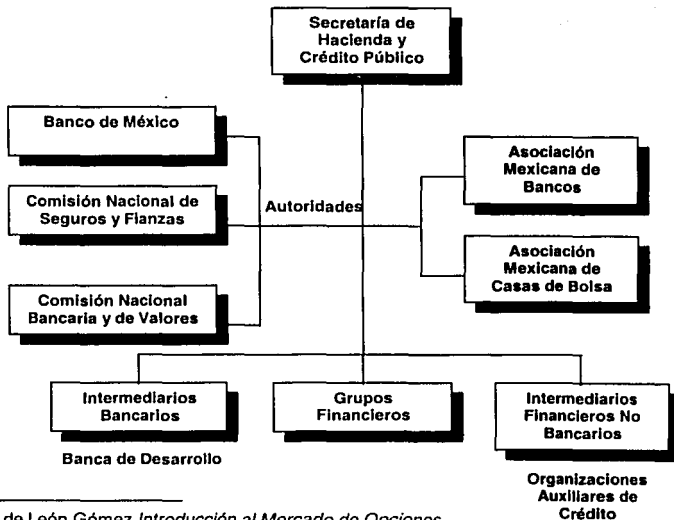
Conocer y entender las funciones de la Bolsa de Valores así como su papel dentro de la economía de nuestro país es una parte indispensable para entender el entorno en el que se desenvolverá la Cobertura para Fluctuaciones en Inversiones de Renta Variable es por esto que la primera sección de este capítulo está enfocada a mostrar una plataforma básica de estos temas, asimismo y por su marcada importancia, las inversiones y los elementos que la componen son desarrollados en la segunda sección para proporcionar una introducción al cálculo de rendimientos y a los instrumentos bursátiles que serán utilizados en este trabajo de investigación.

### 1.1 El Mercado de Valores en México

#### 1.1.1 El Sistema Financiero Mexicano<sup>1</sup>

El Sistema Financiero es el organismo que conjunta la actividad económica del país, en el cual se integran las leyes, los reglamentos, organismos e instituciones cuyo objetivo es canalizar en forma eficiente los recursos monetarios de la economía, en forma de ahorro, inversión y financiamiento, dentro de un marco legal de referencia.

En el sistema Financiero Mexicano Intervienen organismos que se clasifican en Autoridades, Intermediarios Bancarios, Grupos Financieros e Intermediario Financieros no Bancarios



<sup>1</sup> Gracela de León Gómez *Introducción al Mercado de Opciones*

La Secretaría de Hacienda y Crédito Público es la máxima autoridad en materia económica encargada de aplicar la política fiscal y determinar las directrices para el sistema financiero.

### **Autoridades**

El **Banco de México** es el Banco Central del país, el cual se encarga de emitir moneda y procurar las condiciones cambiarias y crediticias favorables.

La **Comisión Nacional de Seguros y Fianzas** es el organismo cuyo objetivo es vigilar que las actividades aseguradoras y afianzadoras se apeguen al cumplimiento de la Ley General de Instituciones y Sociedades Mutualistas de Seguros y Fianzas.

La **Comisión Nacional Bancaria y de Valores** tiene el objetivo de vigilar que las actividades bancarias se apeguen a la Ley de Banca y Crédito Público así como vigilar que las actividades bursátiles se apeguen a la Ley del Mercado de Valores.

### **Intermediarios Bancarios**

Son las instituciones que cuentan con la autorización de la Secretaría de Hacienda y Crédito Público para poder realizar operaciones de crédito, brindando además servicios conexos tales como: ahorro, inversión, bóvedas, cobranzas, servicios financieros, transferencias, remesas, etc.

La **Banca de Desarrollo** está compuesta por las instituciones de crédito cuyo objetivo es proporcionar sus servicios a un sector específico de la economía fomentando su desarrollo. Los servicios constan de investigaciones generales para facilitar el otorgamiento de créditos con fines de inversión.

### **Grupos Financieros**

Sociedades mercantiles controladoras de acciones de por lo menos tres instituciones del sector financiero regidas bajo la ley para regular las agrupaciones financieras.

### **Intermediarios Financieros No Bancarios**

Son las instituciones que prestan servicios financieros complementarios, distintos al otorgamiento de crédito.

#### *Organizaciones auxiliares de crédito*

Los **Almacenes Generales de Depósito** tienen como finalidad el almacenamiento, guarda y conservación de mercancías y la expedición de certificados de depósito y bonos de prenda.

El objetivo de las **Arrendadoras Financieras** es arrendar activos a los agentes económicos, bajo esquemas de arrendamiento Puro o Financiero, otorgando la opción a comprar el activo al vencimiento del contrato.

Las **Uniones de Crédito** son los organismos que agrupan a socios con una actividad común, ya sea agrícola, ganadera, industrial o comercial, para facilitar el uso del crédito a sus socios, bancos, aseguradoras, proveedores y otras uniones de crédito mediante el otorgamiento de avales y garantías.

Las **Casas de Cambio** son instituciones que se dedican a realizar operaciones de compra y venta de divisas en forma habitual y profesional.

Las **Empresas de Factoraje** son empresas que se dedican a dar liquidez inmediata a las cuentas por cobrar de una empresa pudiendo o no absorber la responsabilidad del cobro mediante el pago de un diferencial. En forma práctica compran la deuda a un porcentaje menor y ellos adquieren el derecho sobre la misma.

Las **Compañías Aseguradoras** son instituciones que invierten en activos financieros para hacer frente a obligaciones, que se dan como consecuencia del compromiso adquirido de indemnizar a un tercero, quien ha pagado las primas correspondientes, en caso de que ocurra un siniestro.

Las **Compañías Afianzadoras** cubren mediante una suma preestablecida las posibles pérdidas monetarias generadas por una falta financiera del afianzado. Son aquellas que intervienen en activos financieros para hacer frente a obligaciones derivadas del compromiso de indemnizar a un tercero en caso de que una persona no cumpla con dicha obligación adquirida con la misma. Es éste un compromiso adecuado para personas morales.

El **Mercado de Valores** se conforma por un conjunto de leyes, reglamentos e instituciones tendientes a poner en contacto la oferta y la demanda de títulos de crédito.

Las **Casas de Bolsa** son intermediarios entre la oferta y la demanda de valores aquellos que realicen actividades de correduría y asesoría de valores (como acciones de empresas o de fondos de inversión) en forma consuetudinaria.

La **Bolsa de Valores** es un organismo cuyo objetivo es dotar a los intermediarios de lugar físico, así como el apoyo administrativo para que éstos puedan realizar la intermediación.

#### **Asociación Mexicana de Bancos**

Representa los intereses de la Banca frente a las autoridades y a otras entidades, propone regulaciones, provee información de sus asociados, publica nuevos productos así como resultados. Promueve las relaciones entre las distintas instituciones que pertenecen a este gremio y establece el código de ética.

#### **Asociación Mexicana de Casas de Bolsa**

Este organismo se encarga de promover el desarrollo firme y sano de la actividad de intermediación en el mercado de valores, para lo cual realiza una amplia gama de actividades dirigidas a mejorar las relaciones entre todos aquellos que estén involucrados en el medio bursátil.

#### **1.1.2 Antecedentes del Mercado de Valores en México**

La difícil situación política y social que vivió el país desde la Guerra de Independencia, empezó a aliviarse hacia 1880, consecuentemente empezó la etapa de la industrialización. Se instalaron algunas fábricas textiles, de jabones, cerveza, vidrio y papel, entre otras.

En esa época, México era un país exportador de materias primas, principalmente minerales. Todas las grandes empresas eran, la mayoría, de capital extranjero.

En 1864 se fundaron los primeros bancos, pero no fue sino hasta fines de siglo cuando prestaron un servicio más o menos regular. Su función era la de otorgar crédito al comercio, auxiliando esporádicamente a los industriales. El crédito público tampoco era factor de capitalización, debido a la vigencia de los principios liberales en materia de política económica, que impedían el uso del crédito gubernamental para fines de inversión.

Como consecuencia de lo anterior, el ahorro era insuficiente para impulsar la economía y aquellos que tenían recursos, básicamente los terratenientes y los comerciantes, preferían especular, atesorar o invertir en bienes inmuebles y otras actividades similares.

En 1880, se empezaron a efectuar las operaciones con valores en las oficinas de la Compañía Mexicana de Gas, donde se reunían mexicanos y extranjeros para comerciar con títulos mineros. El grupo fue cada vez mayor, pues la gente era atraída por lo altos rendimientos de las acciones mineras. Después, se hizo famosa la trastienda del comercio de la viuda de Genin.

Buscando la regularización de las operaciones, un grupo especializado en el comercio con valores decidió organizarse y fundó, el 21 de octubre de 1894, la Bolsa de Valores de México en la calle de Plateros No. 9, hoy avenida Francisco I. Madero.

Su principal misión era establecer los contactos entre compradores y vendedores. Su existencia fue efímera debido a diversas causas, entre las cuales estaba la poca cantidad de títulos que se comerciaban. En 1897, sólo se cotizaban tres emisiones públicas y ocho privadas, entre las que destacaban las acciones del Banco Nacional de México, del Banco de Londres y México y las del Banco Internacional Hipotecario, asimismo las de la Cervecería Moctezuma, las de la Compañía de Fábricas San Rafael y las de la Compañía Industrial de Orizaba.

El 4 de enero de 1907, la sociedad renació como Bolsa Privada de México y se estableció en las oficinas de la Compañía de Seguros la Mexicana, situada entonces en el Callejón de la Olla de la Ciudad de México. En agosto del mismo año se transformó en Cooperativa Limitada.

En junio de 1910, cambió su nombre por el de Bolsa de Valores de México, S.C.L., y las oficinas se trasladaron a lo que actualmente es el número 33 de Isabel la Católica.

Durante el movimiento revolucionario continuaron las transacciones con valores mineros y con las explotaciones de los yacimientos petroleros el interés aumentó, pues surgieron innumerables compañías explotadoras dándose casos de fraudes cuantiosos, lo que repercutió en perjuicio del mercado.

Dada la gran demanda y oferta de acciones, se creó otra Bolsa de México, Centro de Corredores e Inversionistas, localizada en la calle de Palma, pero por causas internas se disolvió.

En 1933, la Bolsa de Valores de México, S.C.L., cambió su nombre al de Bolsa de Valores de México, S.A. de C.V. y comenzó a funcionar como una organización auxiliar de crédito.

En 1975 fue promulgada la Ley del Mercado de Valores y con ello se proporcionó un marco legal y jurídico idóneo para propiciar y consolidar el desarrollo y la institucionalización del mercado de valores de nuestro país. La misma Ley dio pauta a la elaboración del Reglamento Interior de la Bolsa, el cual entró en vigor en octubre de 1982.

Hasta el año de 1975, existían tres Bolsa de Valores en territorio mexicano: La Bolsa de Valores de Occidente, la Bolsa de Valores de Monterrey y la Bolsa de Valores de México.

Con objeto de dotar de una estructura administrativa y operativa idónea al Mercado de Valores y por ende al país, se acordó entre los socios de las Bolsas el cierre de las primeras y el apoyo de la última para operar a nivel nacional, cambiándose su denominación social por la de Bolsa Mexicana de Valores, eliminándole la función legal de organización auxiliar de crédito, para depender en su regularización y vigilancia de la Comisión Nacional de Valores (ahora Comisión Nacional Bancaria y de Valores).

### 1.1.3 Situación actual<sup>2</sup>

A la fecha, la Bolsa es una institución privada, organizada como Sociedad Anónima de Capital Variable. En la actualidad es la única autorizada por la Secretaría de Hacienda y Crédito Público para operar a nivel nacional.

Al tanto de las situaciones que se presentan en el país, la Bolsa Mexicana de Valores ha orientado sus esfuerzos hacia el reforzamiento de sus estructuras y a la creación de nuevos productos financieros - bursátiles, para satisfacer las múltiples demandas de un Mercado de Valores creciente. La Bolsa es un mecanismo que posibilita e impulsa un desarrollo más equilibrado de la economía en particular, para la creación de otros instrumentos fundamentales en nuestro Sistema Financiero, constituyendo un elemento significativo en el contexto económico nacional. Por lo tanto, el Mercado de Valores Mexicano es en donde se ponen en contacto oferentes y demandantes de recursos monetarios. Dentro de este Mercado, se distinguen dos grandes sectores: el Mercado de Dinero y el Mercado de Capitales.

El Mercado de Dinero es la actividad crediticia a corto plazo donde los concurrentes depositan fondos por un corto periodo, en espera de ser realizados y en donde se demandan fondos para el mantenimiento equilibrado de los flujos de recursos.

Los medios de pago a corto plazo, pueden ser:

- Papeles comerciales (como pagarés y letras de cambio): préstamos bancarios así como descuentos, préstamos directos, etc.
- Las operaciones con valores gubernamentales, como los Certificados de la Tesorería de la Federación (CETES), Aceptaciones Bancarias, Pagarés Bancarios, etc.

Al Mercado de Capitales lo conforma la oferta y demanda de recursos a medio y largo plazo, como préstamos bancarios a largo plazo (hipotecarios, refaccionarios, habilitación o avío) emisión de bonos financieros o hipotecarios, emisión de obligaciones (hipotecarias, quirografarias o convertibles), emisión de acciones en general, emisión de petrobonos y de bonos de indemnización bancaria.

<sup>2</sup> Reynaldo Hernández Bazaldua *El Mercado de Valores Una opción de financiamiento e inversión*

Como puede observarse, la frontera entre los dos mercados es bastante tenue y el único criterio de diferenciación es el tiempo del crédito concedido u obtenido.

La necesidad de contar con un Mercado de Valores organizado, está en función directa al crecimiento de la actividad económica en un país determinado y a la importancia que tiene la canalización de recursos ahorrados para el financiamiento a las empresas eficientes y productivas. La mayoría de los países altamente industrializados, se han apoyado decididamente, como vía de desarrollo, en las Bolsas de Valores.

Lo anterior nos lleva a destacar la importante función que debe cumplir un Mercado de Valores, a través de sus dos niveles existentes:

- 1º. El Mercado Primario, el cual constituye el intermediario del flujo de recursos entre la empresa y el público inversionista. Este mercado está constituido por las Casas de Bolsa y las propias empresas cuando actúan como compradores de los valores emitidos.
- 2º. El Mercado Secundario, cuya función es otorgar liquidez a través de la compra-venta constante de los valores que emiten las empresas para allegarse de recursos que financien su actividad.

Está integrado, esencialmente, por los inversionistas, personas físicas o morales, que intervienen en la transacción de valores. Este segundo mercado propicia la demanda y la oferta, la mejor valoración de los activos financieros y de las expectativas, dentro del riesgo que supone toda inversión.

Los dos mercados, Primario y Secundario, se encuentran íntimamente relacionados ya que si el Mercado Secundario atraviesa un momento de auge, es muy probable que las nuevas emisiones del Mercado Primario tendrán una acogida positiva.

### 1.1.4 Organización y servicios

Hasta antes de 1975, la actividad de compra-venta de valores se desarrolló única y exclusivamente a través de los llamados agentes de bolsa, personas físicas cuya calidad de socios de la bolsa les facultaba a realizar las labores de intermediación bursátil.

La ley del Mercado de Valores estimuló la organización de los agentes de bolsa en sociedades mercantiles conocidas como casas de bolsa; para constituirse, deben llenar los requisitos de la propia ley así como cumplir las disposiciones que marca el Reglamento Interior de la Bolsa:

- Estar inscrito en la sección de intermediarios de la Comisión Nacional Bancaria y de Valores,
- Adquirir una acción de la bolsa,
- Realizar la aportación al Fondo de Contingencia a favor del público inversionista,
- Designar y mantener un mínimo de dos operadores de piso,
- Que sus directores tengan solvencia moral y económica.

Cumpliendo con lo anterior, deben ser aprobados por el consejo de Administración de la Bolsa así como por la Comisión Nacional Bancaria y de Valores.

Como puede observarse, las casas de bolsa deben constituir estructuras institucionales que ayuden a configurar un Mercado de Valores eficiente, por ello, las casas de bolsa han realizado esfuerzos en materia de recursos humanos, técnicos y económicos que las colocan en la posición estratégica idónea para satisfacer las demandas de un mercado creciente y cambiante.

La asesoría y servicio a los inversionistas y empresas emisoras constituye para las casas de Bolsa una gran responsabilidad, en una palabra, requiere de la reunión de talentos, habilidades recursos y energías que representan la institucionalización de las propias casas de bolsa.

El esfuerzo constante y permanente realizado por la intermediación constituida actualmente por las Casas de Bolsa, las ha llevado a ofrecer servicios a escala nacional contando con oficinas en el interior de la República Mexicana.

Actualmente, las casas de Bolsa no obstante que son organizaciones de servicio, cuentan con un capital social pagado y poseen instalaciones y sistemas de automatización que respaldan de manera eficaz y responsable su función.

Entre los servicios que proporcionan las Casas de Bolsa, destacan los siguientes:

- Realizar operaciones de compra-venta de valores y de los instrumentos del mercado de dinero que están autorizados para manejar,
- Prestar asesoría en materia del Mercado de Valores a empresas y público inversionista,
- Facilitar la obtención de créditos para apoyar la inversión en bolsa,
- Auxillar a los inversionistas, tanto personas físicas como inversionistas institucionales, para la integración de sus carteras de inversión y en la toma de decisiones de inversión en bolsa;
- Proporcionar a las empresas la asesoría necesaria para la colocación de valores en bolsa.

Para cumplir adecuadamente con sus objetivos, las casas de bolsa han creado estructuras administrativas que les permitan enfrentar las demandas de servicios y no les resten agilidad en su labor y de esta manera puedan aprovechar los conocimientos de los profesionales que en ellas laboran.

La estructura típica una de casa de bolsa sería la siguiente:

- Promoción. A través de ella, los promotores establecen contacto con los inversionistas actuales o potenciales para interesarlos en el mercado, asesorarlos en su inversión y recibir sus instrucciones de compra-venta de valores. Este punto es de vital importancia, ya que deben tenerse presentes constantemente los valores de cada cliente para realizar en forma oportuna y de acuerdo a sus intereses y expectativas, las operaciones que más le convengan.
- Operación. La realizan los operadores de piso, los cuales solamente pueden desempeñar esta función en el salón de remates, una vez que han aprobado rigurosos exámenes en materia legal y práctica bursátil en la Bolsa Mexicana de Valores y que han comprobado una asistencia mínima de seis meses al piso de remates, para adquirir experiencia práctica.

### 1.1.5 Las empresas inscritas en bolsa

Existe una frase surgida de una conferencia del Lic. Jorge Caso Bercht a los empresarios: " La Bolsa debe ser la empresa más importante de los empresarios". El mensaje es claro: el Mercado de Valores no está sólo al servicio de los inversionistas, sino que es indispensable para la vida de las empresas, por su capacidad de conceder financiamientos en plazos, términos y costos, que no se consiguen sino en el Mercado de Valores.

Por otra parte, existen antecedentes claros de los problemas financieros por los cuales han atravesado las emisoras en los últimos años. Regularmente han buscado su financiamiento a través de los créditos que le conceden los bancos, sin embargo, la situación económica del país, donde existen altas tasas de interés e inflación obliga a las empresas a buscar otro tipo de financiamiento a corto y largo plazo y a financiar sus operaciones y programas de expansión con capital de riesgo.

El mercado bursátil cuenta con la infraestructura necesaria para que los empresarios la utilicen y conozcan los mecanismos que en estos momentos se tienen en el Sistema Financiero Mexicano. Los propios empresarios han sido inversionistas a otros negocios con la oportunidad que se les pone a su alcance para conseguir financiamientos más baratos en el corto y largo plazo. Es el momento de que las empresas familiares busquen romper con esa administración tradicional y procedan a cumplir con sus objetivos, multiplicando el número de accionistas.

#### Inversionistas

El público inversionista representa el sector demandante o adquiriente de valores. Este factor constituye una pieza fundamental del mercado ya que sus recursos contribuyen al financiamiento de las empresas y por consecuencia al desarrollo económico del país.

En el mercado de valores existen dos clases de inversionistas, las personas físicas y los inversionistas institucionales, que son los que invierten sus recursos con el fin de hacerlos más productivos.

La principal misión de la Bolsa es la de salvaguardar los intereses de los inversionistas y para ello se rige por un conjunto de normas legales, reglamentarias y de costumbre que además facilitan el trabajo de los agentes y casas de bolsa.

Asimismo, para que el servicio que se presta al inversionista sea más eficaz, los operadores se norman por principios muy rígidos y utilizan un conjunto de procedimientos que buscan uniformar la mecánica de las operaciones.

Para esto, las órdenes pueden ser agrupadas de diferentes maneras:

- Son órdenes a **precio limitado** aquellas en las cuales el cliente fija el precio de compra o venta de los valores. En estos casos la ejecución de la orden requiere que el mercado permita vender o comprar al precio que el cliente estableció,
- Órdenes al **mercado** son aquellas en las que el cliente deja al criterio de su agente el precio de compra o venta de sus acciones para que éste trate de realizar la operación más favorable,



- Las órdenes **condicionales** se dan cuando el cliente gira instrucciones de que se realice su operación sólo cuando se dé determinada situación.

Para que sean ejecutadas las órdenes a precio limitado sólo se estipula el precio, mientras que en las condicionales pueden medirse varias circunstancias para realizar el trámite, como el que efectúen otras operaciones o que el precio de otros valores se mueva en determinado sentido.

### 1.1.6 Importancia del mercado accionario

#### Barómetro de la Economía

El mercado accionario reacciona a todos los eventos, tanto económicos como políticos, lo mismo nacionales que internacionales. Por lo tanto, en el análisis de acciones es importante tener un marco teórico que nos ayude a relacionar estos eventos con la valuación del mercado en general y las acciones específicas.

De igual manera, el mercado accionario no sólo reacciona a los eventos sino que también los pronostica o para usar un término financiero, los descuenta. Así tenemos que el índice accionario tuvo un alza ininterrumpida desde 1976 hasta 1979. Esto implica que previó el crecimiento del Producto Interno Bruto (PIB) de los años 1978-1981. Cuando el índice empezó a bajar a principios de 1981, aparentemente pronosticó el declive económico de 1982, terminando en el crac de agosto. A su vez el índice empezó a subir en forma interesante a principios de 1983, previendo la recuperación de 1984. También es lógico pensar que el alza explosiva que tuvo el mercado accionario en el segundo semestre de 1986 pronosticaba una recuperación de la actividad económica en 1987.

Lo importante de este fenómeno es que el mercado accionario está empezando a funcionar como un barómetro de la economía, o sea un indicador de previsión, del mismo modo que en los Estados Unidos. Esto significa que puede ser igual de interesante para el inversionista tratar de prever el comportamiento del índice accionario para fines de inversión, como para prever el comportamiento general de la economía, que a su vez afectará sus decisiones de inversión.

#### Tamaño relativo

A pesar de su importancia histórica, así como su importancia actual como barómetro del comportamiento de la economía en general, el mercado accionario ha perdido terreno como opción de inversión frente a otros instrumentos del Mercado de Valores. Así tenemos que en el año boom de 1979, la operación en acciones representó 26% de la operación total del Mercado de Valores. Sin embargo en 1986, otro año boom, la operación en acciones representó apenas 3% de la operación total del Mercado de Valores.

Hay dos motivos principales para este cambio. El primero es el cambio en el entorno económico, el cual ha impulsado a los inversionistas a inclinarse más por las inversiones líquidas y de corto plazo que las inversiones de largo plazo y menos líquidas, como las acciones. El segundo motivo fue la decisión del gobierno, desde el sexenio de 1976-82, de financiarse cada vez más por medio del Mercado de Valores con la emisión de CETES.

Además, hay otro motivo específico para la pérdida de importancia relativa del mercado accionario dentro del Mercado de Valores. A finales de diciembre de 1986 las cien principales acciones del mercado tenían un valor total de aprox. 5.5 billones de pesos. Se calcula que de estas cien acciones, sólo el 20% en promedio de su capital social se puede operar libremente en la Bolsa.

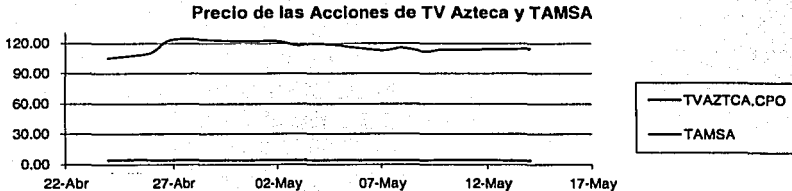
La causa de esta situación es que la mayoría (en promedio 80%) del capital de todas las empresas cotizadas en bolsa está en manos firmes, es decir en manos de una persona o un grupo de personas que tiene el control de la empresa, el cual no están dispuestos a ceder. Esta situación se agudizó en 1985 y 1986, por las adquisiciones y recompras.

### 1.1.7 Instrumentos bursátiles

#### La medición de la bursatilidad

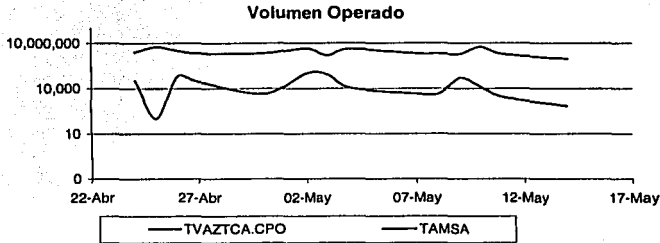
El declive comparativo de las operaciones en acciones en la bolsa que antes describimos también se ha dado en llamar una pérdida progresiva de bursatilidad. La bursatilidad de una acción se refleja en la facilidad que tiene un inversionista de comprar o venderla durante un corto periodo. Existen varias formas de medirla.

Una es el volumen de las acciones operado durante un periodo determinado (Gráfica 1.1). Un volumen de operación de 100,000 acciones de TV Azteca a un precio de \$ 4.24 M.N. cada una (o sea un valor total de \$ 424,000 M.N.) es muy diferente de un volumen de 100,000 acciones de Tamsa a un precio de \$ 105.60 M.N. cada una ( un valor de \$10,560,000 M.N.).



Gráfica 1.1

Asimismo como se muestra en la gráfica 1.2, para un inversionista es más atractivo invertir en acciones de TV Azteca que tienen un volumen operado que fluctúa entre 9 y 13 millones de acciones que invertir en acciones de TAMSА cuyo volumen operado fluctúa entre las 8 y 15 mil acciones.



Gráfica 1.2

Sin embargo estimamos que la mejor medida de bursatilidad no es el volumen sino el valor operado de determinada acción.

El valor operado representa la cantidad de recursos que un inversionista puede destinar a la acción. Si una acción tiene un valor operado en una semana de 5 millones, es lógico que para un fondo de pensiones con 2.5 millones para invertir, se vuelve menos atractivo que una acción con un valor operado de 10 millones. En un caso, lo que desembolsa el inversionista representaría 50% del total operado en una semana; en el otro representaría sólo el 25%.

La Bolsa Mexicana de Valores proporciona al público inversionista estadísticas del importe operado por acción mensualmente, las cuales dan un índice importante de bursatilidad para cada emisión.

### La importancia de la bursatilidad

La bursatilidad en relación con las acciones (y cualquier otra inversión cotizada en bolsa), es ni más ni menos que la liquidez<sup>3</sup>. Una falta de bursatilidad o liquidez, implica que el inversionista no puede hacerse o deshacerse de una inversión financiera en un corto plazo. Si un ahorrador está invirtiendo en instrumentos financieros esperando poder venderlos en cualquier momento y resulta que los instrumentos adquiridos no tienen liquidez, esto trae como consecuencia que las expectativas del inversionista no se cumplan.

Esta decepción, a la vez, tiene un efecto en el rendimiento de la inversión. Esto es, si un inversionista al comprar la inversión lo hace porque supone que va a poder deshacerse de ella fácilmente, pero al llegar el momento de venderla no lo puede hacer, tendrá que venderla muy barata (y percibir un menor rendimiento de lo esperado), o no venderla, y buscar dinero en efectivo por otros medios.

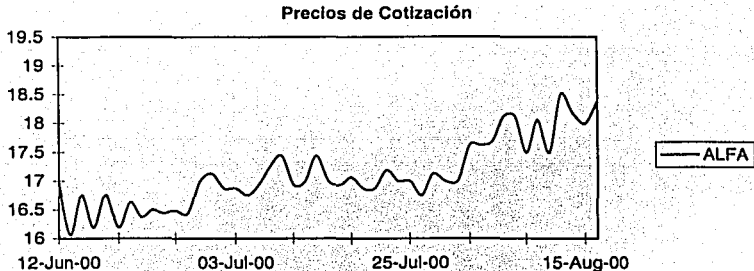
<sup>3</sup> Por liquidez se entiende que la inversión en cuestión se puede comprar y vender con facilidad.

Otra consecuencia de la falta de bursatilidad de una acción, efecto del fenómeno antes mencionado, es que se pueden dar cambios muy bruscos, tanto a la alza como a la baja, en su cotización. Cuando hay mucha demanda y poca oferta de una acción su precio se puede elevar muy rápidamente y lo mismo puede suceder al revés.

Estos dos problemas (mucha demanda y poca oferta) que se interrelacionan, tienden a desalentar la inversión en acciones que no son bursátiles, y, por lo tanto, las operaciones en acciones, como proporción de la operación total en la bolsa, se reduce aún más.

**EJEMPLO 1.1** Un ejemplo de un cambio brusco a la alza fueron las acciones de ALFA que tuvieron un cambio drástico a la alza de casi un 20% en tan solo 2 meses durante el período de Junio a Agosto del 2000 (Gráfica 1.3). ALFA es un grupo de empresas que se constituyó en 1974 a partir de Hojalata y Lámina (acero), Empaques de Cartón Titán (empaques) y Draco (minería), además de una participación minoritaria de Televisa. Hoy en día éste es uno de los grupos más importantes en México y está compuesto por cinco empresas que son:

- ALPEK (Petroquímicos y Fibras Sintéticas)
- HYSALMEX (Acero)
- SIGMA (Alimentos Refrigerados)
- NEMAK(Autopartes)
- ONEXA(Telecomunicaciones)



Gráfica 1.3

En el caso de ALFA, debido a la diversificación de sus negocios la demanda experimentada durante el período mencionado fue mucha y ocasionó el alza de la acción.

## 1.2 Inversiones y sus elementos

### 1.2.1 Definición de la inversión

La inversión tiene dos sentidos principales, el primero es "en qué se invierte" (e.g. "las inversiones"); el segundo es "el acto de invertir" ("la inversión").

Se pueden invertir recursos de muchos tipos en una enorme variedad de cosas o actividades.

Es posible utilizar el dinero para realizar una inversión en una empresa, en una planta, en equipo, en acciones, en CETES, etc. Asimismo, se puede invertir tiempo o energía en un deporte u otros.

Lo que tienen en común los actos de inversión es la aportación de recursos a algo. Pero una mera aportación de recursos podría implicar consumo o gratificación inmediata. Podríamos, por ejemplo, aportar recursos para la compra de una cena: no lo llamaríamos inversión sino consumo. La diferencia entre la inversión y el consumo es que en la inversión se espera un beneficio futuro.

Una definición de la inversión que abarcaría todos los casos antes mencionados sería, entonces, "la aportación de recursos para obtener un beneficio futuro".

### Inversiones real y financiera

Existe una diferencia entre la inversión real y la inversión financiera. La inversión real es la que se hace en bienes tangibles como planta y equipo, inventarios, terrenos o bienes raíces.

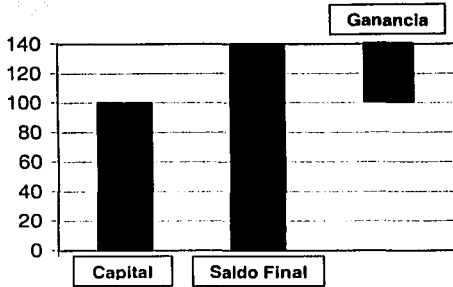
Podríamos decir, en el caso de una persona moral, que son las inversiones que se hacen para asegurar la operación normal de un negocio. Asimismo, en el caso de una persona física, por lo regular la inversión más importante que se hace es para asegurar su vivienda, es decir, una inversión real en bienes raíces. Las inversiones financieras son los recursos que sobran después de la operación del negocio (en el caso de personas morales), o de la vida diaria (en el caso de personas físicas), es por ello que se llaman excedentes. Cuando llega el momento de utilizarlos, estos recursos excedentes se convierten en inversiones reales, o gastos, en su caso.

Una de las características principales de los excedentes es que sean líquidos, es decir, de fácil realización. Al no ser así, no podemos hacernos de ellos en el momento en que los necesitamos, ya sea para el negocio o la vida diaria.

Tomando en cuenta esta característica de liquidez es posible ampliar nuestra definición de inversión a una definición de inversión financiera como "la aportación de recursos líquidos para obtener un beneficio futuro".

### 1.2.2 Rendimiento

Beneficio es la segunda palabra importante de la definición de inversión financiera. En el contexto de la inversión financiera se ha dado en llamarle rendimiento. El rendimiento que se deriva de una inversión financiera se expresa como un porcentaje de lo invertido. Si invertimos \$ 100.00 M.N. y ganamos \$ 40.00 M.N., nuestro rendimiento fue de 40% (Gráfica 1.4).



Gráfica 1.4

El rendimiento se puede percibir por medio de intereses, ganancias de capital, dividendos o alguna combinación. Así se tiene que el rendimiento que se deriva de los metales es por medio de ganancias de capital, el que se deriva de un depósito bancario es mediante intereses, y el que se deriva de las acciones es una combinación de ganancias de capital y dividendos.

### Rendimientos en el tiempo

El rendimiento de una inversión normalmente se expresa en términos de un porcentaje anual. Si invertimos los \$ 100.00 M.N. para recibir \$ 30.00 M.N. a un plazo de seis meses, ganamos el 30% en términos absolutos. En términos anuales podemos expresar nuestra ganancia de dos maneras. Tomando una tasa de rendimiento simple (que también se ha dado en llamar anualizada) ganamos, en términos anuales, 60% (dos veces 30%, ya que hay dos periodos de seis meses en un año. Tomando una tasa de rendimiento compuesto ganamos, en términos anuales, 69%. Esta cifra se deriva de la reinversión del flujo de \$ 30.00 M.N. que recibimos después de seis meses (30% sobre los \$ 130.00 M.N.).

En la mayoría de los instrumentos de inversión la tasa compuesta de rendimiento se deriva de la tasa nominal. La tasa nominal es la tasa anualizada que paga un instrumento de inversión sobre su valor nominal.

**EJEMPLO 1.2** Tomemos un pagaré bancario con vencimiento a tres meses con una tasa nominal de rendimiento de 54%. Esta tasa consiste en la tasa anual ( 54%) dividida en cuatro periodos, o sea 13.5%. Esta misma tasa, compuesta, nos daría una reinversión de los tres pagos de intereses hechos antes de vencimiento, o sea 65.95%. Existe una diferencia notable entre la tasa nominal anualizada de 54% y la tasa compuesta de 65.95%.

**EJEMPLO 1.3** Tomemos un pagaré con vencimiento mensual y una tasa nominal de 15%. Supongamos que decidimos invertir el 1º de Enero en un pagaré de \$10,000, nuestro saldo al 31 de Enero sería de \$10,125, por que

$$10,000 * \left(1 + \frac{0.15}{12}\right) = 10,125$$

Si decidiéramos dejar que se reinviertan los intereses obtenidos por el pagaré durante doce meses obtendríamos la siguiente tabla:

Capital	\$10,000
Enero	\$10,125
Febrero	\$10,252
Marzo	\$10,380
Abril	\$10,509
Mayo	\$10,641
Junio	\$10,774
Julio	\$10,909
Agosto	\$11,045
Septiembre	\$11,183
Octubre	\$11,323
Noviembre	\$11,464
Diciembre	\$11,608

Esto significa que obtuvimos rendimientos por \$1,608 durante los doce meses, esto es, que obtuvimos una tasa compuesta de rendimiento del 16.08% =  $\frac{\$1,608}{\$10,000}$

Si hubiéramos retirado los intereses obtenidos mes tras mes, la tasa obtenida hubiera sido la tasa nominal del 15% antes mencionada.

Capital	\$10,000	Intereses Retirados
Enero	\$10,000	\$125
Febrero	\$10,000	\$125
Marzo	\$10,000	\$125
Abril	\$10,000	\$125
Mayo	\$10,000	\$125
Junio	\$10,000	\$125
Julio	\$10,000	\$125
Agosto	\$10,000	\$125
Septiembre	\$10,000	\$125
Octubre	\$10,000	\$125
Noviembre	\$10,000	\$125
Diciembre	\$10,000	\$125
Suma		\$1,500

Esto significa que obtuvimos rendimientos por \$1,500 durante los doce meses después de retirar los intereses mensualmente, esto es, que obtuvimos la tasa nominal de rendimiento de

$$15.00\% = \frac{\$1,500}{\$10,000}$$

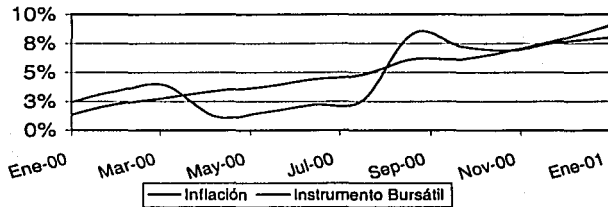
**Rendimiento ahorro e inflación.**

La inversión financiera es el ahorro. El ahorro, a su vez, es el no-gasto. Pero si no se gasta hoy se necesita un rendimiento que compense el no-gasto.

**EJEMPLO 1.4** Necesito un auto. En la actualidad el auto me cuesta \$ 100,000.00 M.N., y estimo que, en tres meses, costará \$ 105,000.00 M.N.. Pero el rendimiento que dan los CETES durante el mismo lapso, por los mismos \$ 100,000.00 M.N., es de \$ 10,000.00 M.N.. Con base en estos cálculos, prefiero diferir mi gasto. De ocurrir lo contrario, sería preferible gastar ahora.

En términos generales el rendimiento que se percibe por una inversión financiera deber rebasar la tasa de inflación del periodo correspondiente. Esta diferencia entre la tasa de rendimiento y la tasa de inflación se llama tasa real y puede ser positiva o negativa, en su caso.

Los rendimientos pueden ser positivos durante un plazo, y luego volverse negativos como ve en la gráfica 1.5, que durante los primeros meses el instrumento provee un rendimiento arriba de la inflación del periodo y posteriormente tiende a estar por debajo de la inflación.

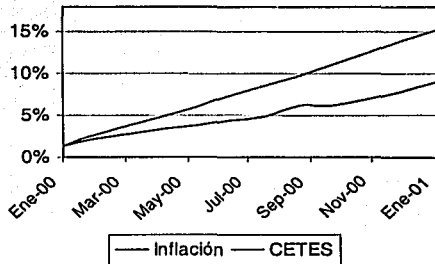


Gráfica 1.5

Regularmente lo mínimo que se pide del rendimiento en una moneda es que rebase la tasa de inflación esperada del país correspondiente. En este contexto, por rendimiento normalmente se entiende el rendimiento compuesto durante los próximos doce meses que se puede esperar de un instrumento sin riesgo ( the risk free rate).

En México, en este momento, la tasa que se toma como pauta es la tasa de rendimiento a 28 días de los CETES (Gráfica 1.6). Este instrumento se utiliza para tales fines porque es sumamente líquido y tiene la garantía del Gobierno Federal y, por lo tanto, representa el instrumento de menor riesgo en el Mercado Financiero Mexicano.





Gráfica 1.6

La tasa de inflación esperada que se toma es el aumento del índice de precios al consumidor del Banco de México, proyectado para los siguientes doce meses.

Si la tasa sin riesgo es positiva, se puede seguir con el análisis de las distintas opciones de inversión disponibles en la moneda que se este utilizando. Si no, quedan dos opciones para invertir: una es la de buscar bienes reales que protejan mejor contra la inflación y la otra es cambiar de moneda.

### Plazos

Futuro es la tercera palabra de la definición de inversión financiera que necesita clarificación. El concepto de futuro implica alguna noción de plazo. Este concepto puede variar según el inversionista y según el entorno en que se desenvuelva. Para un especulador, o para cualquiera en una época de hiperinflación, corto plazo puede ser de un día, mediano una semana y largo un mes.

Sin embargo, en los mercados financieros de México existe una definición más o menos aceptada de los distintos plazos de inversión. Un plazo corto es el de menos de un año; mediano de uno hasta cinco años, y largo, de más de cinco años. La decisión del plazo de inversión depende de las necesidades del inversionista y de su temperamento.

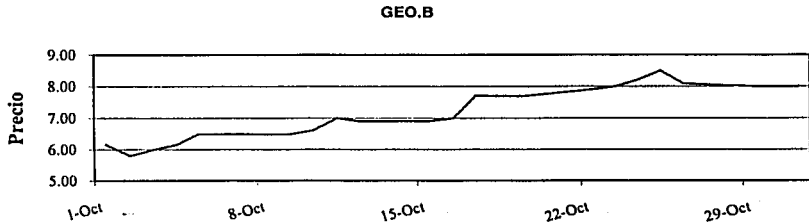
### 1.2.3 Riesgo y diversificación

Otra implicación de la palabra futuro es el concepto de riesgo. Como el rendimiento que se espera obtener de una inversión está ubicado en el futuro, siempre existe la posibilidad de que no se realice según lo esperado. Esta posibilidad se llama riesgo. El riesgo puede variar según la incertidumbre que exista respecto al rendimiento que se espera de una inversión. En los mercados financieros normalmente existen tres principales áreas de incertidumbre:

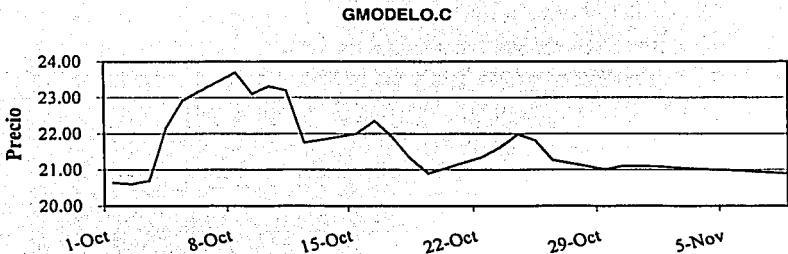
- Respecto a los distintos indicadores de la economía (el ambiente de las inversiones),
- Respecto a los rendimientos de la inversión en sí (el oro, una acción, los petrobonos),
- Respecto al comportamiento del mercado (los inversionistas) en que se hacen operaciones de compraventa de la inversión correspondiente.

En otros mercados de inversión, sobre todo en los Estados Unidos, los riesgos inherentes a los rendimientos de los distintos instrumentos de inversión se han sometido a análisis estadístico y probabilístico. Se ha llegado a denominar al riesgo de una inversión la variación que demuestra su rendimiento medido como la desviación estándar<sup>4</sup> de una distribución normal de rendimientos históricos y se calculan 1.5 desviaciones estándar. Cuanto mayor sea esta desviación, mayor será el riesgo del instrumento.

**EJEMPLO 1.5** Analicemos la desviación estándar de dos acciones cualesquiera que cotizan en el Índice Precios y Cotizaciones.



La variación que demuestra su rendimiento medido como 1.5 desviaciones estándar de rendimientos históricos (solo del periodo graficado) es 0.36



Para el caso de Grupo Modelo el valor de 1.5 desviaciones estándar es 0.90.

De lo anterior se puede deducir que el riesgo de la acción de Grupo Modelo es mayor que el riesgo de acción de Grupo GEO, de hecho, se puede ver claramente que el comportamiento de la acción de GEO es más nivelado que el comportamiento de Grupo Modelo donde se perciben altas y bajas a lo largo del periodo.

<sup>4</sup> Este concepto será definido en el Capítulo II

A la vez, se han utilizado técnicas de análisis de riesgos futuros con datos actuales que implican una asignación de un valor esperado (con su desviación estándar correspondiente) a un rendimiento según datos históricos y las expectativas subjetivas (basadas en los datos históricos) del inversionista.

Finalmente, se ha llegado a una mezcla de inversiones, combinando las desviaciones estándar de distintos instrumentos, para ver su correlación entre sí. Cuanto menos correlacionados (correlación negativa o correlación cero) estén mayor probabilidad de diversificación proporcionan al inversionista.

**EJEMPLO 1.6** Tomemos las dos acciones del ejemplo anterior, una forma de diversificación sería adquirirlas a ambas en el mismo momento, esto nos proporcionaría cierta certidumbre con respecto al comportamiento de una acción mientras que estaríamos especulando con la otra. Esto nos asegura que nuestra pérdida puede estar limitada a la sufrida por Gmodelo y por otro lado la ganancia esta sujeta al incremento en Geo y a una posible alza (menos esperada) por parte de la acción Gmodelo.

En los mercados de inversión de México se ha hecho poco análisis formal y cuantitativo de los riesgos inherentes a las distintas inversiones, con su aplicación práctica al problema concreto de la selección de inversiones.

### **Instrumentos bursátiles**

Hay varios tipos de valores; únicamente son objeto de comercio en bolsa los que provienen de una sola emisión producida en serie y en masa, que tienen las mismas cualidades, ofrecen los mismos derechos a sus tenedores y tienen un curso de cambio común. Además deben ser autorizados por la Comisión Nacional Bancaria y de Valores y por la Bolsa Mexicana de Valores.

Una primera clasificación de los diferentes valores cotizados en la Bolsa Mexicana de Valores es la que define sus características de rendimiento y los divide en valores de renta variable y valores de renta fija. Los primeros, no garantizan un rendimiento fijo a su tenedor, sino que lo condicionan a los resultados de la emisora. Los segundos, que representan en realidad un crédito colectivo a favor de la emisora, garantizan un rendimiento constante o flotante y la amortización a valor nominal al término del plazo a que se emitieron.

Los clásicos valores de renta variable son las acciones, definidas como títulos valor que representan una parte alícuota del capital social de una empresa. Esto significa que el propietario de una acción es socio de la empresa en la parte proporcional que representa su acción.

#### **1.2.4 Inversiones de Renta Variable (Acciones)**

Existen en el mercado varios tipos de acciones:

**Comunes.** Son aquellas que confieren los mismos derechos e imponen las mismas obligaciones a sus tenedores. Tienen derecho a voz y voto en las asambleas de accionistas, así como a percibir dividendos cuando la empresa obtenga utilidades. A partir del año 1985 sólo son nominativas.

**Preferentes.** Se denomina así a las acciones que garantizan un dividendo anual mínimo; en caso de liquidación de la empresa siempre tienen preferencia sobre otros tipos de acciones que existan en circulación en ese momento. Se caracterizan además por no tener derecho a voto en las asambleas de accionistas.

Las acciones preferentes adoptan varias modalidades:

**Acciones preferentes con dividendos acumulativos:** Son aquellas en las cuales se ha pactado que, independientemente de los resultados que haya obtenido la empresa, tienen derecho a un rendimiento anual fijo y que en caso de que los resultados de la empresa en un ejercicio no le permitan cubrir el dividendo pactado, ésta se los acreditará y les será cubierto en el próximo ejercicio o hasta que las ganancias de la empresa lo permitan.

**Acciones no acumulativas:** Se llaman así aquellas cuyos dividendos no se acumulan y que, por lo tanto, si en un ejercicio determinado no hay utilidades para su distribución, dan derecho a exigir un dividendo del 5%, que se podrá cubrir en los años siguientes.

**Acciones participantes:** Son acciones que tienen derecho a participar, además del dividendo fijo, en uno extraordinario sobre el resto de las utilidades, cuando éstas llegan a superar un porcentaje determinado.

**Acciones convertibles:** Son aquellas para las cuales se ha pactado que después de un periodo previamente fijado se transformarán en acciones comunes.

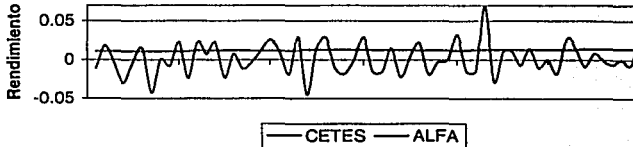
### 1.2.5 Análisis de acciones

#### Valuación de acciones

Cualquier apreciación del precio de las acciones depende de una estimación del rendimiento a través de las utilidades que las empresas pueden generar. Estas a su vez, se tienen que comparar con la tasa que cuente con el menor riesgo en el mercado. Por lo tanto, los precios de las acciones, tanto en general como específicamente, dependen de las expectativas (estimaciones) de sus utilidades y de las tasas de interés.

La inversión en acciones conlleva más riesgo que la inversión en valores de renta fija. Por lo tanto, en un periodo se espera que el rendimiento de una acción sea mayor que la tasa de CETES.

Comparativo Accion ALFA Vs CETES



Gráfica 1.7

La gráfica 1.7 muestra un comparativo de los rendimientos diarios proporcionados por la acción ALFA contra los rendimientos diarios de los Certificados de la Tesorería durante el periodo del 31 de Mayo al 30 de Agosto del 2000.

Como podemos apreciar en la gráfica anterior existen periodos en los que el rendimiento de la acción supera al rendimiento de los CETES, sin embargo los periodos en los que el rendimiento es menor son más frecuentes y con mucho mayor impacto.

El rendimiento esperado de una acción se puede expresar como la utilidad por acción (la utilidad neta de una empresa dividida por el número total de acciones emitidas) dividido entre su precio de compra. Asimismo, en el Mercado Financiero Mexicano, por sus características de liquidez y seguridad, la tasa de rendimiento del CETE (28 días) representa nuestra tasa de interés sin riesgo.

En términos simbólicos esperamos que:

$$UPAE/P > = \text{TASA CT}$$

Donde UPAE = utilidad por acción estimada

P = precio de la acción

Tasa CT = tasa de rendimiento sin riesgo del CETE

**EJEMPLO 1.7** Tomemos el rendimiento proporcionado de una acción cualquiera que pertenezca al INPC, por ejemplo la acción Walmex.V durante la primera quincena de Mayo del 2001.

La utilidad obtenida por la acción fue la siguiente:

El valor de compra al 2 de Mayo fue de 22.01, y el valor de venta al 16 de Mayo fue de 22.23. Esto nos da una utilidad por acción de .22, esto es:

$$\frac{.22}{22.01} = .1\% \text{ de rendimiento en el periodo, ahora comparémoslo con el rendimiento que hubiera}$$

proporcionado la tasa líder del Mercado. Los CETES proporcionaron una tasa de rendimiento anual durante el mismo periodo de 12.1%, esto significa que si hubiéramos invertido 22.01 en CETES, hubiéramos obtenido una tasa de rendimiento durante el mismo periodo del:

$$\frac{12.1\%}{24} = .5\% \text{ (se divide entre veinticuatro porque es el número de quincenas del año)}$$

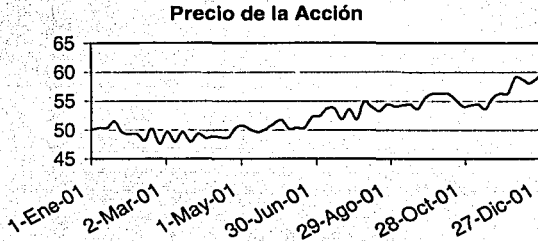
Podemos concluir que si hubiéramos estimado correctamente la utilidad por acción que proporcionaría Walmex.V, hubiéramos llegado a la conclusión que no superaba la tasa líder del mercado y por lo tanto no era una buena opción de inversión durante ese periodo.

Ahora bien, en el mercado accionario para llegar a una estimación de la utilidad futura de una acción, también se calcula la utilidad por acción conocida. La utilidad por acción conocida es la utilidad neta reportada por la emisora durante los últimos doce meses (las emisoras

proporcionan informes trimestrales de sus estados financieros básicos) dividida por el número de acciones emitidas. Normalmente, en el caso de una acción individual, para llegar a una estimación de la utilidad por acción futura pensamos en un aumento porcentual respecto a la utilidad conocida. Si creemos que va a haber un aumento en el volumen de producción de la empresa, estimamos, en primer lugar, un aumento porcentual en este volumen. A este aumento le añadimos el aumento de precios que estimamos que la emisora podrá sostener (dependiendo de si su producto tiene precios controlados por el gobierno o no).

La combinación del aumento de volumen, más aumento de precio, nos da un aumento de utilidades estimado (con el supuesto simplificado de que los costos de la empresa suban en la misma forma).

**EJEMPLO 1.8** La utilidad por acción conocida es de \$ 10 en el próximo año. Si el valor inicial de la acción es de \$50, esto da un aumento total de 20%, entonces, si el inversionista decide adquirir la acción, estará en posibilidades de venderla a final del año a un precio de \$60 compuesto por el valor inicial de la acción de \$50 más la utilidad del año de \$10.



Gráfica 1.8

Las fluctuaciones de la acción (Gráfica 1.8) en realidad no afectan la utilidad del inversionista en tanto mantenga su posición hasta el final de periodo.

Podemos realizar exactamente el mismo cálculo de utilidades respecto al mercado total, para hacer este calculo sencillamente se suman las utilidades conocidas de todas las empresas bursátiles, luego las utilidades estimadas, y se calcula el aumento porcentual.

### "Timing" y selección

En el análisis de las acciones es importante distinguir entre market timing y market selection – la elección del momento al entrar al mercado accionario, o sea incluir un porcentaje de acciones en la mezcla total de inversiones y la elección de acciones específicas dentro del porcentaje que se escoja. La elección del momento de entrar al mercado depende de un análisis del mercado global. La elección de acciones específicas depende, por un lado, de un análisis del sector de actividad económica al que pertenezca la emisora, y por otro, de un análisis de la emisora en sí, esto es, analizar su comportamiento histórico y buscar ciclos de comportamiento

de tal manera que podamos predecir mediante un análisis técnico y fundamental con cierta certidumbre una ganancia en el periodo en que decidamos adquirir la acción.

### 1.2.6 Inflación y economía

#### El pronóstico de la inflación

El pronóstico de la inflación es campo tradicional de los economistas. Los economistas, a su vez, tienen acceso a técnicas y a información que muchas veces no están disponibles para el analista o asesor de inversiones. Sin embargo a pesar de estas técnicas y esta información, en años recientes los economistas no han acertado en sus pronósticos.

La causa principal de estos errores de pronóstico es el comportamiento humano, la inflación, al fin y al cabo, es un fenómeno social que tiene su raíz en las expectativas de los seres humanos respecto a la tendencia de los precios. Si estas expectativas permanecen altas, los aumentos de precios y sueldos siguen en un alto nivel. Los errores en los pronósticos de inflación nos recuerdan que la economía no es ciencia natural sino social, con todas las imprecisiones e imperfecciones que esto implica.

Otro motivo de los errores de pronóstico ha sido el alto nivel de la tasa inflacionaria. Por la misma naturaleza social del fenómeno es más fácil pronosticar la inflación cuando las tasas de inflación son bajas y estables que cuando son altas y volátiles.

Estos mismos errores subrayan las deficiencias de las técnicas de pronóstico netamente econométricas para la estimación de la inflación .

Hay técnicas de pronóstico de la inflación a largo, mediano y corto plazo. La de largo plazo se basa en un pronóstico del comportamiento del ciclo económico. La de mediano plazo se basa en un pronóstico de los factores que más afectan a la inflación: el gasto público, el circulante y los aumentos salariales. La de corto plazo se basa en una comparación probabilística con las tasas de inflación promedio recientes.

#### El modelo del ciclo económico

##### *El caso estadounidense.*

El ciclo económico es, sencillamente la representación gráfica en el tiempo de los aumentos y las disminuciones porcentuales del PIB de un país. Se empezó a utilizar como herramienta de pronóstico en los Estados Unidos en 1923, cuando se estableció el National Bureau of Economic Research (Centro de Investigación Económica de Sector Privado).

Se descubrió que la actividad económica medida por el PIB tiende a subir y bajar según un patrón cíclico, normalmente entre 4 y 6 años. Otros indicadores también varían según el mismo patrón: los indicadores de empleo, de producción, de circulante, de tasas de interés y de inflación; sin embargo, algunos se mueven antes, otros al mismo tiempo y unos más después del indicador del PIB (indicadores de previsión, coincidentes y de secuencia).

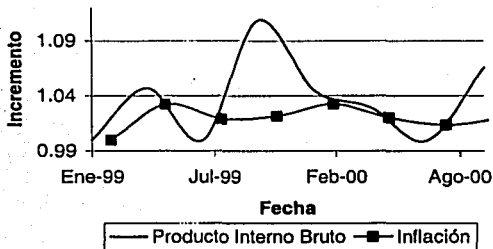
La duración de los ciclos económicos en EU corresponde aproximadamente a la gestación y ejecución de los grandes proyectos de inversión que sirven como motor del desarrollo económico de cualquier país. Normalmente la planeación de una planta de luz o una fábrica de

cemento o de papel se lleva entre uno y dos años. Asimismo, su construcción dura aproximadamente el mismo lapso.

La trayectoria del ciclo a su vez, corresponde a épocas de sub y sobrecapacidad de la planta productiva. Al principio del ciclo existe sobrecapacidad: hay desempleo. Con bajas tasas de interés, los empresarios empiezan a invertir en sus propios negocios, ya que ven que los rendimientos que obtienen pueden superar los proporcionados por las inversiones financieras. Al hacerse estas inversiones aumentan el empleo, el consumo y la producción, hasta ocuparse la capacidad ociosa. Al saturarse esta capacidad empieza a haber más demanda que oferta de bienes y servicios, la tasa de inflación aumenta, con ella, la tasa de interés. Al haber falta de capacidad, los empresarios empiezan a expandir su planta productiva. Hasta que no se comisione esta nueva planta, sigue la espiral inflacionaria, con el alza de tasas correspondiente. Al disminuir su poder de compra con la inflación, disminuye la demanda del consumidor, asimismo, al aumentarse la tasa de interés el empresario deja de invertir.

Con la baja demanda, aumenta el desempleo, y la demanda disminuye aún más. Mientras tanto, los nuevos proyectos de inversión que se han planeado en el auge del boom se empiezan a comisionar, aumentando aún más la oferta, sin que se aumente la demanda correspondiente. La tasa de inflación empieza a ceder, y con ella la tasa de interés, hasta que llega al nivel en que el ciclo vuelve a empezar.

Dentro de esta secuencia se ha notado que las tasas de interés e inflación tienden a seguir los indicadores del PIB y de producción industrial, es decir que el pico del ciclo inflacionario se da después del pico del ciclo del PIB como se puede ver en la Gráfica 1.9, estos picos son casi inmediatos, sin embargo, es notable que los picos inflacionarios son los que se encuentran diferidos. Por lo tanto, al darse ciertos indicadores de previsión o coincidentes, sea de producción o de empleo, se ha llegado a pronosticar con cierta precisión la tendencia de la tasa inflacionaria y, por lo tanto, de las tasas de interés.



Gráfica 1.9



### **Las Inversiones para cada etapa del ciclo.**

A la vez, ha sido posible apreciar que la conveniencia de la categoría de inversión financiera, entre renta fija, renta variable e inversiones de protección, depende de la tasa de inflación (y de interés) y por lo tanto de la etapa del ciclo.

En el punto más bajo del ciclo generalmente conviene la compra de inversiones de renta variable (acciones). Existe la posibilidad de estabilidad en la tasa inflacionaria (y por lo tanto en las tasas de interés), hasta que se llene la capacidad ociosa de la planta productiva. Mientras tanto, al llenarse esta capacidad, la producción de las empresas aumenta y, por lo tanto, sus utilidades.

Al aumentar la tasa de inflación –y la tasa de interés- todavía existe la posibilidad de que los incrementos en productividad y producción contrarresten los aumentos en las tasas de interés y por lo tanto, la inversión en acciones aún sea rentable. Sin embargo, llega un momento en que los aumentos inflacionarios no se ven compensados en esta forma. Es en este momento, cuando empieza a haber preocupación por la estabilidad de la moneda y los inversionistas buscan protección en otras monedas (divisas), como el dólar, el euro o el yen, o en metales (oro y plata).

Cuando la tasa de inflación y las tasas de interés llegan a su pico, convienen las inversiones de renta fija (suponiendo que haya tasas de interés positivas), ya que el inversionista querrá asegurar una tasa de interés alta frente a la baja probable de la misma tasa. Finalmente, cuando la tasa de interés está por llegar a su nivel más bajo, las acciones otra vez son atractivas y el patrón de conveniencia de las distintas categorías de inversión, al igual que el mismo ciclo económico, se repite.

### **Indicadores específicos**

#### *Inflación y gasto público*

Si la herramienta del ciclo económico nos ayuda a predecir la tendencia a largo plazo (5 años en adelante) de la tasa inflacionaria, hay ciertos indicadores más inmediatos que nos señalan su comportamiento durante un plazo menor, es decir a nivel anual o a mediano plazo.

Hay tres indicadores claves para el pronóstico de la inflación a mediano plazo: el déficit en las finanzas públicas, medido como porcentaje del PIB, el aumento en el circulante y el aumento en el salario mínimo.

El mecanismo del déficit público y la inflación funciona dentro del esquema general del ciclo económico antes descrito.

Normalmente durante el segundo año del sexenio, el gobierno empieza a gastar según los programas del gasto declarados al principio del mismo. Conforme aumenta la inflación, se incrementa el gasto durante los años de auge del sexenio (del tercero al quinto año). Este aumento del gasto proviene, por un lado, del aumento de precio de los bienes y servicios y por otro, del aumento en las tasas de interés que el gobierno tiene que pagar sobre fondos prestados. Sin embargo este aumento no viene acompañado por un aumento correspondiente en los ingresos del gobierno, por lo tanto, crece la diferencia entre ingresos y gastos, o sea el déficit público.

Al crecer el déficit público, el gobierno tiene que acudir aún más a los mercados de crédito, empujando a niveles todavía más altos a las tasas de interés, y con ello a la propia inflación. Al agotarse las fuentes de crédito locales, finalmente el gobierno emite más circulante para financiarse. Con la emisión de circulante, la tasa de inflación crece más todavía.

Al llegar el déficit y la inflación a un punto crítico, el gobierno decide recortar el gasto. Esto tiene su efecto en el empleo, la inversión y, finalmente, en la demanda de bienes y servicios. Al bajar la demanda, bajar la tasa inflacionaria, los costos reales de bienes y servicios y las tasas de interés para el gobierno bajan hasta que el ciclo llegue otra vez a su punto de partida, la entrada de una nueva administración.

### **Escenarios futuros**

#### *El concepto del escenario*

A pesar de la comprensión de las causas fundamentales de la inflación y la posibilidad de utilizar algunas técnicas tanto cuantitativas como cualitativas para pronosticarla, se tiene que admitir que la estimación de la inflación es una actividad sumamente imperfecta y expuesta a errores. Sin embargo, nuestras decisiones de inversión dependen de una estimación adecuada.

Es por este motivo que sentimos que la mejor manera de tomar en cuenta nuestra incertidumbre respecto a la trayectoria de la inflación futura es la de proporcionar escenarios de su posible comportamiento.

Estos escenarios dependen de supuestos respecto a las variables principales. Luego, de la infinidad de permutaciones y combinaciones<sup>5</sup> de estas variables escogimos dos que nos dan límites tanto optimistas como pesimistas para nuestra imaginación. Uno (el optimista) consiste en la premisa de que todas las variables se comportarán de la mejor manera previsible, dentro de las posibilidades realistas que se pueden vislumbrar en el momento que se "pinta" el escenario. Otro (el pesimista) consiste en la premisa de que las variables se comportarán de la peor manera previsible. Finalmente, el escenario más difícil es el mediano, donde se prevé que las variables principales se comportarán ni tan bien como en el caso optimista ni tan mal como en el caso pesimista.

El escenario optimista implica una baja gradual de la tasa inflacionaria. El escenario mediano implica estancamiento de inflación a los niveles actuales. Y el escenario pesimista implica hiperinflación.

<sup>5</sup> Estos conceptos serán desarrollados en el Apéndice Estadístico

## Capítulo II. Introducción a la Probabilidad y Estadística

Para la mayoría de la gente, "probabilidad" es un término vago utilizado en el lenguaje cotidiano para indicar la posibilidad de la ocurrencia de un evento futuro. Esta interpretación práctica del término puede considerarse aceptable, pero se pretende lograr una comprensión más precisa del contexto de su aplicación, de cómo se mide y de qué manera se utiliza la probabilidad para hacer inferencias; en el caso específico de este trabajo las inferencias serán parte fundamental del cálculo de la Cobertura para Fluctuaciones en Inversiones de Renta Variable, razón por la cual en este capítulo son desarrollados de manera introductoria conceptos generales de Probabilidad y Estadística necesarios para la comprensión del cálculo de la Cobertura para Inversiones de Renta Variable haciendo énfasis en el análisis de regresión y los intervalos de confianza que son las principales herramientas estadísticas utilizadas.

### 2.1 ¿Qué es la Probabilidad?

#### 2.1.1 Introducción

El concepto de probabilidad es necesario cuando se opera con procesos físicos, biológicos y sociales que generan observaciones que no es factible predecir con exactitud. Por ejemplo, no se puede predecir con certeza la presión arterial de una persona en un momento dado y nunca se conoce la carga exacta que soporta un puente antes de derrumbarse y caer. Tales sucesos o eventos aleatorios no se pueden predecir con exactitud, pero la frecuencia relativa<sup>1</sup> con la cual ocurren en una gran serie de observaciones es a menudo estable. Los eventos que poseen esta propiedad se denominan eventos *aleatorios o estocásticos*.

Esta frecuencia relativa estable nos da una medida intuitiva pero significativa de la posibilidad de ocurrencia de un evento aleatorio en una observación futura. Es imposible, por ejemplo, predecir con exactitud la ocurrencia de caras en un sólo lanzamiento de una moneda perfecta, pero se podría afirmar con relativa confianza que la proporción de caras en una gran cantidad de lanzamientos estaría muy cerca de 0,5. El uso de esta frecuencia relativa como medida para la posibilidad de este resultado en un sólo lanzamiento es evidente cuando se considera el objetivo de un apostador. Él arriesga su dinero en un sólo lanzamiento de la moneda, no en una gran cantidad de lanzamientos. La frecuencia relativa del resultado cara en una gran serie de lanzamientos, designada por él como "la probabilidad de que resulte cara", le indica en cierta medida la probabilidad de ganar en un sólo lanzamiento. Si la moneda fuera imperfecta y ocurriera un 90% de caras en una mayor cantidad de lanzamientos, el jugador consideraría que "la probabilidad del resultado cara" es de 0.9, y su confianza en que resultara cara en un solo lanzamiento de la moneda sería muy alta.

El ejemplo anterior contiene analogías muy reales y aplicables. En muchos aspectos, todo humano es un apostador. El médico que realiza una investigación arriesga tiempo y dinero en el proyecto de investigación y le interesa "ganar" en un "sólo lanzamiento" de una moneda simbólica. De la misma manera, la inversión de capital en una nueva instalación industrial es un riesgo que representa el lanzamiento de una moneda en el cual el empresario deposita sus

<sup>1</sup> Para nuestros fines aceptamos la interpretación basada en la frecuencia relativa como una medida significativa de la confianza de una persona en la ocurrencia de un evento.

esperanzas de tener éxito. La proporción de inversiones similares que resultan exitosas en una gran serie de pruebas sólo interesa al empresario en cuanto a que le da una medida para confiar en el resultado favorable de su inversión.

El concepto de frecuencia relativa de la probabilidad tiene sentido intuitivamente, pero no proporciona una definición estricta de probabilidad. Se han propuesto muchos otros conceptos de probabilidad, incluyendo el de una probabilidad subjetiva que se modifica de acuerdo con la persona que realiza la evaluación.

No se requiere de una aclaración perfecta del significado práctico de probabilidad para establecer una teoría, pero es absolutamente necesario si se desea aplicarla para alcanzar la meta práctica de hacer inferencias, que se ha definido como el objetivo de la estadística.

### Probabilidad e inferencia

En esta sección se presenta una explicación previa para motivar un manejo elemental de esta teoría utilizando un ejemplo y el recurso de la intuición.

El ejemplo seleccionado es sencillo y relativamente práctico. Se escogió por la facilidad con la que es posible apreciar la población y la muestra<sup>2</sup> ya que aporta un procedimiento para generar observaciones.

Considérese un apostador que desea hacer una inferencia con respecto a la perfección de un dado. La población teórica estudiada es el conjunto de números que resultaría lanzando el dado repetidamente hasta el infinito. Si el dado fuera perfectamente equilibrado en 1/6 de las observaciones resultaría 1, en 1/6 resultaría 2, en 1/6 resultaría 3 y así sucesivamente.

Mediante el método científico, el apostador propone la hipótesis de que el dado es perfecto e intenta obtener observaciones en la realidad para rechazar la teoría, si la hipótesis es falsa. Se selecciona una muestra de diez lanzamientos a partir de la población lanzando el dado diez veces. Los diez lanzamientos dieron como resultado el 1 (un punto). El apostador considera este resultado con cierta desconfianza y concluye que su hipótesis no está de acuerdo con la realidad y que entonces el dado no es perfecto.

El razonamiento del apostador reconoce la función que desempeña la probabilidad al hacer inferencias. El apostador rechaza su hipótesis (concluyendo que el dado no es perfecto) no porque sea imposible obtener diez resultados iguales con un dado perfecto, sino porque es muy poco probable. Su evaluación de la probabilidad era muy posiblemente subjetiva, es decir, el apostador quizás no sabía cómo calcular la probabilidad de obtener diez veces el resultado 1, pero intuía que este evento ocurriría con una frecuencia muy baja si el dado fuera perfecto y se repitieran los diez lanzamientos muchas veces en una gran serie de lanzamientos. Lo que cabe aquí enfatizar es que su decisión fue basada en la probabilidad de la muestra observada.

Es evidente la necesidad de una teoría de la probabilidad que aporte un método riguroso para determinar cierto número (una probabilidad) que sea consistente con la frecuencia relativa de la ocurrencia real de un evento en una gran serie de observaciones si se considera un resultado diferente en la muestra del apostador. Supóngase, por ejemplo, que en lugar de los diez resultados 1, haya observado cinco veces el 1 y además un 3, un 4, un 6, un 3 y un 2. Si el dado fuese perfecto, ¿sería este resultado tan poco probable como para provocar el rechazo de la hipótesis y concluir que el dado está, sesgado en favor del resultado 1. En este caso, a

<sup>2</sup> Los conceptos de población y muestra están definidos en la sección 2.2.1

diferencia de aquel en que se obtuvo diez veces el resultado 1 en diez lanzamientos, no es fácil decidir si la probabilidad de cinco resultados 1 en diez lanzamientos es grande o pequeña si sólo se confía en la experiencia e intuición para valorarla. La probabilidad de obtener cuatro veces el resultado 1 en diez lanzamientos sería todavía más difícil de estimar.

No puede negarse que muchos resultados experimentales son obviamente incongruentes con la hipótesis y originan el rechazo de la misma, pero muchas muestras ofrecen resultados ambiguos por lo que requieren una valoración rigurosa de la probabilidad. Fácilmente se puede demostrar que la evaluación intuitiva de la probabilidad conduce en muchas ocasiones a una respuesta errónea y genera inferencias incorrectas respecto de la población analizada.

Por ejemplo, si hay 20 personas en un sillón, la mayoría de nosotros estimaría como muy improbable el hecho de que dos o más personas hayan nacido el mismo día. Sin embargo, se puede demostrar, bajo ciertos supuestos pertinentes, que la probabilidad de tal evento es mayor que 0.4.

La teoría de la probabilidad nos permitirá calcular la probabilidad de observar resultados específicos, suponiendo que el modelo hipotético sea correcto.

Utilizaremos el término experimento para considerar las observaciones obtenidas de situaciones totalmente incontrolables (como las observaciones acerca del precio diario de un conjunto particular de acciones), así como las obtenidas de situaciones en condiciones controladas de laboratorio. De ahí que se defina un experimento como el proceso por medio del cual se obtiene una observación.

Un evento simple es aquel que solamente puede ocurrir de una forma, mientras que un evento compuesto es el que puede ocurrir en más de una forma diferente. Los conjuntos son muy útiles para expresar las relaciones entre varios eventos asociados con un experimento. Como los conjuntos son agrupaciones de puntos, pensemos en asociar con cada evento simple relacionado con un experimento, un punto distinto, llamado punto muestra o muestral.

Un evento simple es un evento que no se puede descomponer. A cada evento simple corresponde uno y sólo un punto muestral

El espacio muestra o muestral asociado con un experimento es el conjunto que consta de todos los posibles puntos muestrales. Un espacio muestral se denotará por  $S$ .

### 2.1.2 Cálculo de la probabilidad de un evento

Para encontrar la probabilidad de un evento definido en un espacio muestral que contiene un número finito o enumerable (contablemente finito) de puntos muestrales se pueden utilizar dos métodos, que llamaremos el método de los puntos muestrales y el método de la composición de eventos. Ambos métodos utilizan el modelo del espacio muestral pero difieren en la secuencia de pasos necesarios para obtener la solución y en el procedimiento utilizado.

Método de los puntos muestrales:

1. Definir el experimento,
2. Establecer los eventos simples asociados con el experimento y someter a prueba cada uno para asegurarse de que no se puede descomponer más. Esto define el espacio muestral  $\{S\}$ ,
3. Asignar a cada punto muestral en  $\{S\}$  una probabilidad adecuada, verificando que  $P(E_i) \geq 0$  y que la suma de  $P(E_i)=1$ ,

4. Definir el evento de estudio "A", como una colección específica de punto muestrales,
5. Encontrar  $P(A)$  sumando las probabilidades de los puntos muestrales.

Método de la composición de eventos:

1. Definir el experimento,
2. Interpretar claramente la naturaleza de los puntos muestrales. Identificar algunos para comprender el proceso,
3. Formular una ecuación que exprese el evento de estudio "A", como una composición de dos o más eventos utilizando uniones, intersecciones y/o complementos. Notar que esto es una ecuación entre conjuntos de puntos. Asegurar que el evento obtenido para la composición y el evento "a" representen el mismo conjunto de puntos muestrales,
4. Aplicar las leyes aditiva y multiplicativa de probabilidad al paso 3 y encuentre  $P(A)$ .

**EJEMPLO 2.1** Se lanza una moneda perfecta tres veces. Calcule la probabilidad de obtener cara en dos de los tres lanzamientos.

**SOLUCIÓN:** Los cinco pasos del método de los puntos muestrales son los siguientes:

1. El experimento consiste en la observación de los resultados (cara o cruz) para cada uno de los tres lanzamientos de la moneda.
2. Se puede caracterizar un evento simple de este experimento por una sucesión de tres letras con  $H$  y  $T$ , que representan "cara" y "cruz" de las monedas ( $H$  de *head*, cara;  $T$ , de *tail*, cruz), respectivamente. La primera letra en la secuencia representa el resultado del primer lanzamiento, la segunda letra representa el resultado del segundo lanzamiento, y así sucesivamente. Los 8 eventos simples en  $S$  son

$$\begin{array}{llll}
 E_1: HHH & E_3: HTH & E_5: HTT & E_7: TTH \\
 E_2: HHT & E_4: THH & E_6: THT & E_8: TTT
 \end{array}$$

3. Como la moneda es perfecta podría esperarse que los eventos simples sean igualmente probables, es decir,

$$P(E_i) = 1/8, \quad i = 1, 2, \dots, 8$$

4. El evento de estudio "A", es el evento que en dos de los lanzamientos el resultado es cara. Un examen de los puntos muestrales nos indicará que

$$A = \{E_2, E_3, E_4\}$$

5. Finalmente,

$$P(A) = P(E_2) + P(E_3) + P(E_4) = 1/8 + 1/8 + 1/8 = 3/8$$

Este ejemplo involucra el manejo de un espacio muestral  $S$  en el cual el evento simple es igualmente probable. Es importante concientizarse de que los puntos muestrales en el espacio muestral de un experimento no siempre son igualmente probables.

El método de los puntos muestrales para resolver un problema de la probabilidad es simple y efectivo y en ciertos aspectos es un enfoque muy útil. Se puede encontrar la probabilidad de cualquier evento definido en un espacio muestral que tiene un conjunto finito o numerablemente infinito de puntos muestrales, pero no es infalible. Los errores se cometen frecuentemente al interpretar de modo equivocado la naturaleza de un evento simple y al no incluir todos los puntos muestrales en  $S$ . Existe una segunda complicación que se presenta porque muchos espacios muestrales contienen un número de puntos muestrales y la especificación detallada de cada punto es al mismo tiempo tediosa y tardada. Afortunadamente, muchos espacios muestrales generados por datos experimentales contienen subconjuntos de puntos muestrales que son equiprobables. Cuando esto ocurre, no se requiere especificar los puntos sino solamente contar los pertenecientes a cada  $\{s\}$  conjunto. Si no se dispone de métodos para hacer el conteo, debe elaborarse un registro sistemático y ordenado de los puntos muestrales. El listado de un gran número de puntos muestrales puede obtenerse mediante una computadora.

### 2.1.3 Probabilidad condicional e Independencia de eventos.

La probabilidad de un evento variará dependiendo de la ocurrencia o la no ocurrencia de uno o más eventos relacionados. Por ejemplo, los pescadores deportistas de Florida se interesan en gran manera en la probabilidad de que llueva en un día dado, cuando se desconocen las condiciones atmosféricas cotidianas o cualquier otro evento. Esto se llamaría la probabilidad incondicional del evento lluvia en un día dado. Supóngase que quisiéramos considerar la probabilidad de que lloviera mañana. Ha estado lloviendo casi continuamente durante dos días seguidos y hay una tormenta tropical en la costa. ¿Cuál es la probabilidad de que llueva? Esta probabilidad depende de la ocurrencia de varios eventos y una persona que viviera en Florida le diría que es mucho mayor que la probabilidad incondicional de tener lluvia.

La probabilidad incondicional de obtener un 1 en un sólo lanzamiento de un dado perfecto es  $1/6$ . La probabilidad condicional de un 1, dado que se obtuvo un número impar es  $1/3$ . Es decir, 1, 3 y 5 ocurren con una frecuencia igual. Al saber que se observó un número impar, la frecuencia relativa de la ocurrencia de un 1 es  $1/3$ . Entonces la probabilidad condicional de un evento es la probabilidad del evento, dado que el hecho de que ya ocurrieron uno o más eventos.

Supóngase que la ocurrencia de un evento "A" no se afecta por la ocurrencia o no ocurrencia de un evento "B". Cuando esto sucede, se podría afirmar que el evento "A" es independiente del evento "B".

La noción de independencia como un concepto probabilístico es congruente con el uso cotidiano de esta palabra si se consideran cuidadosamente los eventos en cuestión.

## 2.1.4 Variables aleatorias

### Definición básica

Una variable aleatoria es una función de valores reales definida en un espacio muestral. Una variable aleatoria transforma los eventos de un espacio muestral en eventos numéricos. Por ejemplo, el evento de estudio en una encuesta con respecto a la preferencia de los votantes no es la gente en particular de la muestra, ni el orden en el cual se obtuvieron las preferencias, sino el *número* de votantes en favor de cierto candidato o resultado. Este evento da lugar a una variable aleatoria, el número de votantes de la muestra en favor de cierto candidato o resultado, que solamente puede tomar un número finito de valores con una probabilidad diferente de cero. Es decir, el valor observado de la variable aleatoria de interés tiene que ser un número entero entre cero y el tamaño de la muestra. Una variable aleatoria de este tipo se dice que es discreta.

Una variable aleatoria  $Y$  se dice discreta si solamente puede tomar un número finito o infinito contablemente<sup>3</sup> de valores distintos.

Una descripción menos formal de variables aleatorias discretas se logra considerando algunos ejemplos prácticos. El número de bacterias por unidad de área en el estudio del control de fármacos respecto del crecimiento bacteriano es una variable aleatoria discreta, tal como lo es el número de televisores defectuosos en un envío de 100.

Consideremos ahora ¿Por qué estudiar la teoría de la probabilidad? La respuesta es que necesitamos la probabilidad de una muestra observada para hacer inferencias acerca de una población. Las observaciones muestrales son frecuentemente cálculos numéricos, es decir, valores de variables aleatorias discretas, y por eso es imperativo que conozcamos las probabilidades de estos eventos numéricos. Dado que ciertos tipos de variables aleatorias ocurren con mucha frecuencia en la práctica, es útil disponer de las probabilidades para cada valor de una variable aleatoria. Este conjunto de probabilidades se llama distribución de probabilidad. Encontramos que muchos tipos de experimentos muestran características similares y generan variables aleatorias con la misma *distribución de probabilidad*. Como consecuencia, el conocimiento de las distribuciones de probabilidad de ciertos tipos usuales de experimentos eliminará la necesidad de resolver el mismo problema de probabilidad repetidas veces.

### Distribución de probabilidad de una variable aleatoria discreta

Por lo que respecta a la notación, se utilizarán mayúsculas, como  $Y$ , para denotar variables aleatorias, y minúsculas como  $y$ , para denotar valores particulares que puede tomar una variable aleatoria. Por ejemplo, sea  $Y$  cualquiera de los seis posibles valores que se pueden observar en la cara resultante al arrojar un dado. El número que aparece después de haber arrojado el dado, se denotará por el símbolo  $y$ . Obsérvese que  $Y$  es una variable aleatoria, pero que un valor específico observado,  $y$ , no es aleatorio.

<sup>3</sup> Recuérdese que un conjunto de elementos es infinito contablemente si se puede establecer una correspondencia biunívoca o uno-uno con el conjunto de los enteros positivos.



La expresión  $(Y = y)$  se puede leer como "el conjunto de todos los puntos de  $S$  a los que la variable aleatoria  $Y$  les asignó el valor  $y$ ".

Ahora tiene sentido hablar de la probabilidad de que  $Y$  tome el valor  $y$ , denotado por  $P(Y = y)$ . Esta probabilidad se define como la suma de probabilidades de ciertos puntos muestrales.

Obsérvese que  $p(y)$  es nada más una función que asigna probabilidades a cada valor  $y$  (o de  $y$ ), y por lo tanto algunas veces se le denomina función de probabilidad de  $Y$ .

La distribución de probabilidad para una variable aleatoria discreta  $Y$  se puede representar por una fórmula, una tabla o una gráfica que indique las probabilidades  $p(y)$  correspondientes a cada uno de los valores de  $y$ .

Obsérvese que  $p(y) \geq 0$  para toda  $y$ , pero la distribución de probabilidad para una variable aleatoria discreta asigna probabilidades diferentes de cero solamente al conjunto numerable de los distintos valores  $y$ . Esto es, para cualquier valor  $y$  que no tiene asignado explícitamente una probabilidad positiva se entenderá que  $p(y) = 0$ . Se aclararán estas ideas con un ejemplo.

**EJEMPLO 2.2** Un capataz en una fábrica tiene tres hombres y tres mujeres trabajando para él. Desea elegir dos trabajadores para una labor especial y decide seleccionarlos al azar para no introducir algún sesgo en su selección. Sea  $Y$  el número de mujeres en su selección. Encuentre la distribución de probabilidad para  $Y$ .

**SOLUCIÓN:** El capataz puede escoger dos de seis trabajadores de  $\binom{6}{2} = 15$  maneras. Por lo tanto  $S$  contiene 15 puntos muestrales con igual probabilidad, considerando que se utilizó un muestreo aleatorio. Así  $P(E_i) = 1/15$ ,  $i = 1, 2, \dots, 15$ . Los valores de  $Y$  con probabilidad diferente de cero son 0, 1 y 2. El número de formas de seleccionar  $Y = 0$  mujeres es  $\binom{3}{0}\binom{3}{2}^4$  ya que *el capataz tiene* que seleccionar cero trabajadores de tres mujeres y dos de tres hombres. De esta manera hay  $\binom{3}{0}\binom{3}{2} = 1 \cdot 3 = 3$  puntos muestrales en el evento  $Y = 0$ , por lo tanto

$$p(0) = P(Y = 0) = \frac{\binom{3}{0}\binom{3}{2}}{15} = \frac{3}{15} = \frac{1}{5}$$

<sup>4</sup> El concepto de combinaciones, así como el desarrollo de fórmulas combinatorias se encuentra en el Apéndice B

Análogamente,

$$p(1) = P(Y = 1) = \frac{\binom{3}{1}\binom{3}{1}}{15} = \frac{9}{15} = \frac{3}{5}$$

$$p(2) = P(Y = 2) = \frac{\binom{3}{2}\binom{3}{0}}{15} = \frac{3}{15} = \frac{1}{5}$$

Obsérvese que  $Y = 1$  es con mucho el resultado más probable, lo que parece adecuado, ya que el número de mujeres es igual al número de hombres en el grupo original.

El método más conveniente para representar distribuciones de probabilidad discreta es por medio de una fórmula. Para el ejemplo anterior la fórmula para  $p(y)$  se puede escribir como

$$p(y) = \frac{\binom{3}{y}\binom{3}{2-y}}{\binom{6}{2}}, \quad y = 0, 1, 2$$

Obsérvese que la suma de las probabilidades asignadas a todos los valores distintos que puede tomar una variable aleatoria discreta, tiene que ser 1. Resumiendo, las siguientes propiedades deben cumplirse para cualquier distribución de probabilidad de una variable aleatoria discreta:

$0 \leq p(y) \leq 1$  para toda  $y$

$\sum_y p(y) = 1$ , donde la suma se toma sobre todos los valores de  $y$  con probabilidad diferente de cero.

Como ya se mencionó, las distribuciones de probabilidad que se obtienen son *modelos*, no representaciones exactas de distribuciones de frecuencias en la realidad. Por ejemplo, si tuviéramos que escoger al azar dos trabajadores de los seis del ejemplo, observaríamos un solo valor  $y$ . En este caso el valor observado  $y$  sería 0, 1 o 2. Al repetir el experimento muchas veces, se generarían muchos valores de  $y$ . Tales estudios de simulación son muy útiles. Al hacer algunos experimentos repetidas veces, se pueden generar mediciones de variables aleatorias discretas que poseen distribuciones de frecuencias muy similares a las distribuciones de probabilidad obtenidas en este capítulo, y por lo tanto, refuerzan la convicción de que nuestros modelos son descripciones bastante adecuadas de las condiciones reales que supuestamente representan.

**El valor esperado de una variable aleatoria o de una función de una variable aleatoria**

Se ha observado que la distribución de probabilidad para una variable aleatoria es un modelo teórico para la distribución empírica de datos asociados a una población real. Si el modelo es una representación exacta de la realidad, las distribuciones teórica y empírica son equivalentes.

**DEFINICIÓN** Sea  $Y$  una variable aleatoria discreta con función de probabilidad  $p(y)$ ; entonces, el valor esperado de  $Y$ ,  $E(Y)$ , está definido por

$$E(Y) = \sum_y yp(y)$$

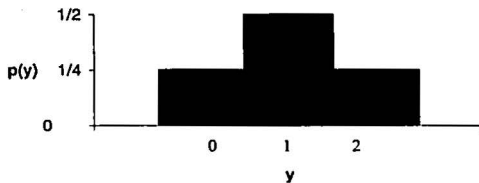
Si  $p(y)$  es una caracterización exacta de la distribución de frecuencias de la población, entonces  $E(Y) = \mu$ , que es la media de la población.

Por ejemplo, considere una variable aleatoria discreta  $Y$ , que puede tener los valores 0, 1, 2 con la distribución de probabilidad  $p(y)$  de la tabla y el histograma de probabilidad de la figura. Una inspección visual revela que la media de la distribución se encuentra en  $y=1$ .

Distribución de probabilidad para  $Y$

$y$	$P(y)$
0	1/4
1	1/2
2	1/4

Histograma



Gráfica 2.1

Para mostrar que  $E(Y) = \sum yp(y)$  es la media de la distribución de probabilidad  $P(y)$ , supóngase que se haya realizado el experimento cuatro millones de veces y que se hayan observado los valores correspondientes de  $Y$ . Nos gustaría encontrar el valor medio de  $Y$ . Observando  $p(y)$ , en la figura, esperaríamos obtener *aproximadamente* uno de los cuatro millones de repeticiones con el resultado  $Y = 0$ , dos millones con el resultado  $Y = 1$ , y un millón con  $Y = 2$ .

TESIS CON FALLA DE ORIGEN

Calculando el promedio de los cuatro millones de mediciones se obtendría:

$$\mu = \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{n} = \frac{(1,000,000)(0) + (2,000,000)(1) + (1,000,000)(2)}{4,000,000}$$

$$= (0)(1/4) + (1)(1/2) + (2)(1/4) = \sum_{y=0}^2 yp(y) = 1$$

De esta manera,  $E(Y)$  es un promedio. Asimismo, frecuentemente nos interesa encontrar la media o valor esperado de una función de una variable aleatoria  $Y$ . Por ejemplo, las moléculas en el espacio se mueven con velocidades variables, donde  $Y$ , velocidad de una molécula dada, es una variable aleatoria. La energía liberada en un impacto por un cuerpo en movimiento es proporcional al cuadrado de la velocidad. Por consiguiente, tenemos que encontrar el valor medio de  $Y^2$  para obtener la energía promedio transferida por una molécula en un impacto. Pero más importante es que la varianza de un conjunto de mediciones es la media del cuadrado de las desviaciones de dichas mediciones con respecto a su media, o sea el valor medio de  $(Y - \mu)^2$

Sea  $Y$  una variable aleatoria discreta con una función de probabilidad  $p(y)$ , y sea  $g(y)$  una función de valores reales de  $y$ . Entonces el valor esperado de  $g(y)$  está dado por

$$E[g(Y)] = \sum_y g(y)p(y)$$

Ya que  $E(Y)$  representa su media, se buscará ahora su medida de dispersión y su desviación estándar. Se recordará la varianza de un conjunto de mediciones es la media del cuadrado de las desviaciones de dichas mediciones con respecto a su media. Así, se desea encontrar el promedio de la función  $q(Y) = (Y - \mu)^2$

**Definición** La varianza de una variable aleatoria  $Y$  está definida como el valor esperado de  $(Y - \mu)^2$ . Es decir,

$$V(Y) = E[(Y - \mu)^2]$$

La desviación estándar de  $Y$  es la raíz cuadrada positiva de  $V(Y)$ .

Si  $p(y)$  es una caracterización exacta de la distribución de frecuencias de una población (y para simplificar la notación vamos a suponer que esto es cierto), entonces  $E(Y) = \mu$ ,  $V(Y) = \sigma^2$ , es la varianza de la población y  $\sigma$  es la desviación estándar de la población.

**EJEMPLO 2.3** Hallar la media, la varianza y la desviación estándar de la variable aleatoria  $Y$ , cuya distribución de probabilidad se da en la siguiente tabla.

Distribución de probabilidad para Y

y	p(y)
0	1/8
1	1/4
2	3/8
3	1/4

Tabla 3.3

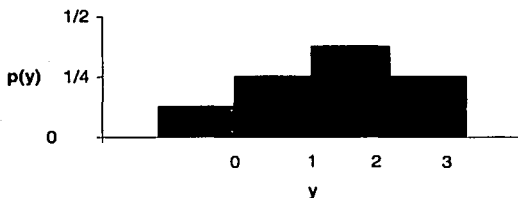
**SOLUCIÓN:** Por las Definiciones,

$$\mu = E(Y) = \sum_{y=0}^3 yp(y) = (0)(1/8) + (1)(1/4) + (2)(3/8) + (3)(1/4) = 1.75$$

$$\begin{aligned} \sigma^2 &= E[(Y - \mu)^2] = \sum_{y=0}^3 (y - \mu)^2 p(y) \\ &= (0 - 1.75)^2(1/8) + (1 - 1.75)^2(1/4) + (2 - 1.75)^2(3/8) + (3 - 1.75)^2(1/4) \\ &= .9375 \end{aligned}$$

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{.9375} = .97$$

El histograma de probabilidad se muestra en la figura. Localice  $\mu$  en el eje de las mediciones y observe que indica el "centro" de la distribución asimétrica de probabilidades  $p(y)$ . Nótese también que el intervalo  $(\mu \pm \sigma)$  contiene los puntos discretos  $Y = 1$  y  $Y = 2$ , que abarca 5/8 de la probabilidad. Entonces la regla empírica da una aproximación adecuada para la probabilidad de que una medición caiga en este intervalo. (Recuérdese que las probabilidades se concentran en los puntos  $Y = 0, 1, 2, 3$  porque  $Y$  no puede tomar valores intermedios.)



Gráfica 2.2 Histograma de probabilidad para el Ejemplo 2.3

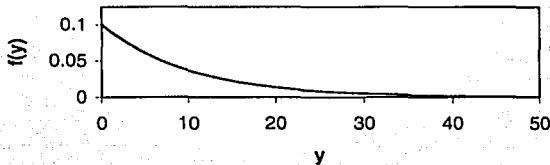
### 2.1.5 El Teorema del Límite Central

Si  $Y_1, Y_2, \dots, Y_n$ , representan una muestra aleatoria de *cualquier* distribución con media  $\mu$  y varianza  $\sigma^2$ , entonces  $E(Y) = \mu$  y  $V(Y) = \sigma^2/n$ . En esta sección desarrollaremos una aproximación para la distribución muestral de  $Y$  que se puede utilizar sea cual fuere la distribución de la población de la cual se toma la muestra.

Si se saca la muestra de una población normal, entonces  $Y$  tiene una distribución muestral que es normal. ¿Pero qué podemos decir de la distribución muestral de  $Y$  si los  $Y_i$  no están distribuidos normalmente? Afortunadamente, veremos que  $Y$  tendrá una distribución muestral que es aproximadamente normal si el tamaño de la muestra es grande.

El enunciado formal del resultado antes indicado se denomina *Teorema del Límite Central*. Sin embargo, antes de enunciar este teorema, se tratarán ciertos estudios prácticos que revelan la distribución muestral de  $Y$ .

#### Función de Densidad Exponencial



Gráfica 2.3

Se generaron muestras aleatorias de tamaño  $n$  por medio de una computadora partir de una función de densidad exponencial (Gráfica 2.3) con media 10, es decir, a partir de

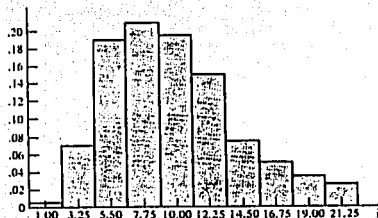
$$f(y) = \begin{cases} \left(\frac{1}{10}\right)e^{-\frac{y}{10}}, & y > 0 \\ 0, & \text{en cualquier otro punto} \end{cases}$$

En la figura anterior se presenta una gráfica de esta función de densidad. Se calcularon la media y la varianza de cada muestra. En la siguiente figura se ofrece el histograma de frecuencias relativas de las medias de 1000 muestras de tamaño  $n = 5$ . Nótese que esta figura muestra un histograma que tiene en general una forma de montaña, pero el histograma no es simétrico.

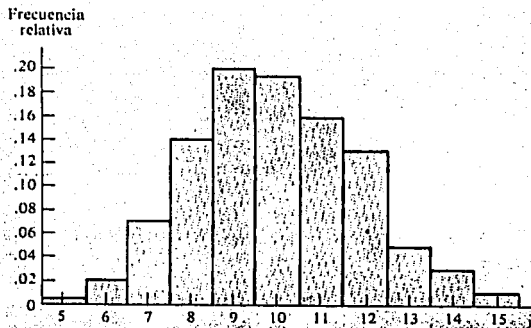
La gráfica 2.4 siguiente es una representación gráfica de un histograma de frecuencias relativas similar al de las medias de 1000 muestras de tamaño  $n = 25$ . En este caso, la figura muestra un histograma con forma de montaña y que casi es simétrico, de tal manera que se podría aproximar bastante bien mediante una función de densidad normal.

Recuérdese que  $E(Y) = \mu$  y  $V(Y) = \sigma^2/n$ . Para la función de densidad exponencial que se aplicó en la simulación,  $\mu = E(Y) = 10$  y  $\sigma^2 = V(Y) = (10)^2$ . Así vemos que para esta situación,

$$E(Y) = \mu = 10 \quad \text{y} \quad \sigma^2/n = (10)^2/n$$



Gráfica 2.4  
Histograma de frecuencias  
relativas, 1000 muestras  
( $n = 5$ ) de una distribución exponencial



Gráfica 2.5  
Histograma de frecuencias  
Relativas; 1000 muestras  
( $n = 25$ ) de una distribución  
exponencial

Para cada valor de  $n$  (5 y 25) calculamos la media de las 1000 medias muestrales generadas en el estudio. La varianza observada de las 1000 medias muestrales también se calculó para cada valor de  $n$ . Los resultados se muestran en la siguiente tabla .

**Cálculos para 1000 medias muestrales**

Tamaño De la Muestra	Promedio de la media muestral	Media Poblacional $\mu$	Varianza de las medias muestrales	$\sigma_Y^2 = \sigma^2 / n$
$n = 5$	9.86	10	19.63	20
$n = 25$	9.95	10	3.93	4

Nótese que el estudio práctico nos da promedios de las medias muestrales y varianzas de las medias muestrales que están bastante cerca a los valores teóricos esperados. Ahora se presenta el enunciado formal del Teorema del Límite Central.

El Teorema del Límite Central: Sean  $Y_1, Y_2, \dots, Y_n$ , variables aleatorias independientes y distribuidas idénticamente con

$$E(Y_i) = \mu \text{ y } V(Y_i) = \sigma^2 < \infty.$$

Definimos

$$U_n = \sqrt{n} \left( \frac{Y - \mu}{\sigma} \right) \text{ en donde } Y = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n Y_i$$

Entonces la función de distribución  $U_n$ , converge a una función de distribución normal estándar cuando  $n \rightarrow \infty$

Es decir, los enunciados de las probabilidades con respecto a  $U_n$ , se pueden aproximar por las probabilidades correspondientes para la variable aleatoria normal estándar si  $n$  es grande. (Un valor de  $n$  mayor que 30 garantizará generalmente que la distribución de  $U_n$  se pueda aproximar muy bien por una distribución normal.)

Por conveniencia, la conclusión del Teorema del Límite Central se reemplaza muchas veces por el enunciado más sencillo de que  $Y$  es asintóticamente normal con media  $\mu$  y varianza  $\sigma^2 / n$ . Es importante notar que el Teorema del Límite Central se puede aplicar para una muestra aleatoria  $Y_1, Y_2, \dots, Y_n$ , de cualquier distribución, en tanto que  $E(Y) = \mu$  y  $V(Y) = \sigma^2 / n$  sean finitos y el tamaño de la muestra sea grande.

Daremos algunos ejemplos del uso del teorema del límite central.



**EJEMPLO 2.4** Los resultados de las pruebas finales de todos los alumnos del último año de las preparatorias de cierto estado tienen una media de 60 y una varianza de 64. Una generación específica de cierta preparatoria de  $n = 100$  alumnos tuvo una media de 58. ¿Puede afirmarse que esta preparatoria sea inferior? (Calcular la probabilidad de que la media muestral sea a lo más 58 cuando  $n = 100$ .)

**SOLUCIÓN:** Sea  $Y$  la media de una muestra aleatoria de  $n = 100$  calificaciones de una población con  $\mu = 60$  y  $\sigma^2 = 64$ . Se desea aproximar  $P(Y \leq 58)$ . Sabemos del teorema que  $\sqrt{n}(Y - \mu)/\sigma$  es aproximadamente una variable aleatoria normal estándar, que denotaremos por  $Z$ . Por tanto

$$P(Y \leq 58) \approx P\left(Z \leq \frac{58 - 60}{\sqrt{64/100}}\right) = P(Z \leq -2.5) = .0062$$

mediante la Tabla del Apéndice.

Ya que la probabilidad es tan pequeña, es poco probable que se pueda considerar a esa generación estudiada como una muestra aleatoria de una población con  $\mu = 60$  y  $\sigma^2 = 64$ . Se puede afirmar que la calificación promedio para esta preparatoria es menor que el promedio global de  $\mu = 60$ .

**EJEMPLO 2.5** Los tiempos de espera para los clientes que pasan por una caja registradora a la salida de una tienda de menudeo son variables aleatorias independientes con una media de 1.5 minutos y una varianza de 1.0. Aproxime la probabilidad de que se pueda atender a 100 clientes en menos de 2 horas.

**SOLUCIÓN:** Si  $Y_i$  denota el tiempo de espera para el  $i$ -ésimo cliente, entonces se desea calcular

$$P\left(\sum_{i=1}^{100} Y_i \leq 120\right) = P\left(Y \leq \frac{120}{100}\right) = P(Y \leq 1.20)$$

Ya que el tamaño de la muestra es grande, el teorema del límite central establece que  $Y$  es aproximadamente una distribución normal con media  $\mu = 1.5$  y varianza  $\sigma^2/n = 1.0/100$ . Por lo tanto,

$$P(Y \leq 1.20) = P\left(\frac{Y - 1.50}{1/\sqrt{100}} \leq \frac{1.20 - 1.50}{1/\sqrt{100}}\right) \approx P\left[Z \leq (1.2 - 1.5)\sqrt{100}\right]$$

$$= P(Z \leq -3) = .0013$$

de la Tabla del Apéndice.

Así la probabilidad de que se pueda atender a 100 clientes en menos de 2 horas es aproximadamente 0.0013. Esta pequeña probabilidad indica que es prácticamente imposible despachar a 100 clientes en menos de 2 horas de servicio.

## 2.2 Estadística

### 2.2.1 Introducción

Las técnicas estadísticas se utilizan en casi todos los aspectos de la vida. Se diseñan encuestas para recabar información previa al día de elecciones y así predecir el resultado de las mismas, se seleccionan al azar consumidores para obtener información con el fin de predecir la preferencia con respecto a cierto producto, el médico que investiga realiza experimentos para determinar el efecto de ciertos medicamentos y de condiciones ambientales controladas en los humanos y así determinar el método apropiado para curar cierta enfermedad el ingeniero muestra las características de calidad de un producto, junto con otras variables controlables del proceso, para facilitar la identificación de las variables que están más relacionadas con dicha calidad; se toman muestras de fusibles, recientemente fabricados, antes de su envío, para decidir si se entregan o se retienen ciertos lotes de dicho producto; el economista considera varios índices de la situación económica durante cierto periodo y utiliza la información para predecir la situación económica futura. Las técnicas estadísticas desempeñan una función importante en el logro del objetivo de cada uno de estos problemas prácticos.

Un requisito para la explicación de la teoría es la definición de la "Estadística" y la formulación de sus objetivos. El *New Collegiate Dictionary* de Webster, define la Estadística como "una rama de las matemáticas que trata de la recopilación, el análisis, la interpretación y la presentación de una gran cantidad de datos numéricos". Por otra parte, Kendall y Stuart afirman: "La Estadística es la rama del método científico que trata de los datos reunidos al contar o medir las propiedades de alguna población". Fraser, al comentar sobre la experimentación y las aplicaciones estadísticas, dice que "la Estadística trata con métodos para obtener conclusiones a partir de los resultados de los experimentos o procesos". Freund entre otros, considera a la Estadística como algo que abarca "el conocimiento relacionado con el tomar decisiones en situaciones de incertidumbre", Mood, Graybill y Boes definen la Estadística como "la tecnología el método científico" y añaden que trata con "(1) el diseño de experimentos e investigaciones, (2) la inferencia estadística".

*Un examen superficial de estas definiciones indica una carencia desconcertante de uniformidad, pero todas tienen algunos elementos en común. Cada definición implica una recopilación de datos teniendo como objetivo la inferencia. Cada una requiere la selección de un subconjunto de una gran colección de datos existente o conceptual, con el propósito de formular inferencias con respecto a las características del conjunto completo.*

El gran conjunto de datos que es el centro de nuestro interés se denomina *población*, y el subconjunto de ahí seleccionado representa una *muestra*. Las decisiones de los votantes por un candidato a la gubernatura (Gómez), expresadas de una manera cuantitativa (1 para "elegir" y 0 para "no elegir") determinan una población existente real y finita, de gran interés para Gómez. Él desearía, seguramente, considerar al conjunto total de votantes para determinar la fracción en favor de su elección. El voltaje en un punto particular de un sistema guía de un

vehículo espacial sólo se puede medir mediante los únicos tres sistemas que han sido contruidos para estimarlo, las características del voltaje en otros sistemas que pudieran construirse en el futuro podría modificar la estimación ligeramente. En este caso la población es *teórica* por lo tanto, se considera una muestra de tres sistemas como representativa de una población grande de sistemas de guía que se podrían construir y que tendrían características similares a los tres de la muestra. Otro ejemplo está dado por las mediciones efectuadas en pacientes sometidos a un experimento que representa una muestra de una población conceptual (teórica) de todos los pacientes que padecen actualmente la misma enfermedad y de los que padecerían la enfermedad en un futuro próximo. Puede ser útil para el lector definir claramente las poblaciones de interés para cada uno de los problemas estadísticos descritos anteriormente e identificar el objetivo inferencial para cada caso.

Es interesante hacer notar que la industria y el gobierno de Estados Unidos gastan miles de millones de dólares cada año para reunir datos de experimentos, encuestas y otros procedimientos de recopilación de información. Vemos por consiguiente, que se gasta este dinero sólo para obtener información respecto a fenómenos susceptibles de medición en el área de los negocios, de la ciencia o de las artes. Lo anterior proporciona una clave para comprender las valiosas contribuciones que hace la estadística a la investigación y al desarrollo en todas las áreas de la sociedad. La información útil para hacer inferencias respecto a ciertas características de una población (real o teórica) se puede obtener en una cantidad determinada y concluirá en una inferencia (estimación o decisión) con cierto grado de exactitud. Por ejemplo, si Gómez puede concertar una entrevista con una muestra de votantes, la información en la muestra se puede utilizar para estimar la fracción real de todos los votantes que favorecerán la elección de Gómez además de la estimación en sí. Gómez estaría interesado también en el valor de la probabilidad (azar) de que la estimación obtenida se aproxime a la fracción real de votantes en favor de su elección. Intuitivamente podemos afirmar que cuanto mayor sea el número de votantes incluidos en la muestra, tanto mayor será la probabilidad de una estimación exacta. Si se requiere decidir con respecto a los méritos relativos de dos procesos de manufactura basada en el examen de muestras de productos de cada proceso, debemos interesarnos tanto en la decisión como en la probabilidad de que ésta sea correcta.

En general podemos establecer que la Estadística trata el diseño de experimentos o encuestas mediante muestras para obtener una cantidad determinada de información a un costo mínimo y del uso óptimo de esta información para hacer inferencias con respecto a una población. El objetivo de la Estadística es deducir inferencias con respecto a una población a partir de la información contenida en una muestra y proporcionar una medida correspondiente para la exactitud de la inferencia.

Es importante que se comprenda la diferencia entre la teoría y la realidad. Las teorías son conceptos propuestos para explicar los fenómenos del mundo real y, como tal, son aproximaciones o modelos de la realidad. Estos modelos, o interpretaciones de la realidad, son presentados en forma verbal en algunas áreas menos cuantitativas y como relaciones matemáticas en otras áreas. Mientras que una teoría del cambio social se puede expresar verbalmente en la sociología, la descripción del movimiento de una cuerda vibratoria se representa de una manera matemática exacta en la física. Al escoger un modelo matemático para un proceso físico, esperamos que el modelo refleje fielmente, en términos matemáticos, las características del proceso físico de tal manera que se puedan utilizar métodos matemáticos para llegar a conclusiones sobre el proceso mismo. Si pudiéramos desarrollar una ecuación para predecir la posición de una cuerda vibratoria, la calidad de la predicción dependerá del grado en el que la ecuación corresponde o representa al movimiento de la cuerda. El

procedimiento para encontrar una buena ecuación generalmente no es sencillo y requiere normalmente varios supuestos simplificadorios (masa uniforme de la cuerda, resistencia nula del aire, etc.). El criterio final para decidir si un modelo es bueno, es el hecho de que nos aporte información adecuada y útil. La motivación para utilizar modelos matemáticos consiste primordialmente en su utilidad.

### 2.2.2 Cómo se hacen las inferencias

El procedimiento para efectuar inferencias se puede entender mejor al analizar nuestros propios métodos intuitivos para hacer inferencias.

Supóngase que dos candidatos aspiran a un puesto público en la comunidad y se desea determinar si el candidato Gómez tiene posibilidades de ganar. Entonces la población implicada es el conjunto de respuestas de todos los votantes que van a sufragar el día de las elecciones y lo que se pretende determinar es si la fracción en favor de Gómez excede a 0.5. Para simplificar las cosas, supóngase que todos los votantes van a votar y que se selecciona al azar una muestra de 20 personas del registro electoral oficial. Los 20 afirman estar a favor de Gómez. ¿Qué puede concluirse respecto a las posibilidades de Gómez para ganar las elecciones?

Es indudable que la mayoría de nosotros deduciría de inmediato que Gómez va a ganar las elecciones, y veremos que el análisis siguiente comprobará nuestro buen juicio. Esta fue realmente una conclusión fácil de obtener, pero nuestro objetivo inmediato no es la inferencia en sí. Nos gustaría más bien examinar los procesos mentales que se utilizaron para llegar a la conclusión con respecto al comportamiento posible de una gran población de votantes basado en una muestra de solamente 20 personas.

Ganar quiere decir obtener más del 50% de los votos. ¿Concluiríamos que Gómez ganaría porque esperamos que la fracción en favor de Gómez en la muestra corresponde idénticamente a la fracción respectiva de la población? Sabemos que esto no es cierto y un experimento sencillo comprobará el hecho de que la fracción muestral a favor de Gómez no tiene que ser la misma que la fracción de la población en favor de él. Al lanzar una moneda perfecta es obvio intuitivamente que la verdadera proporción de veces que se obtendrá cara es 0.5. Sin embargo, al obtener muestras de los resultados de 20 lanzamientos de esa moneda, la proporción de caras variaría de muestra en muestra. Es decir, en una ocasión podríamos observar 12 caras en 20 lanzamientos con una proporción muestral de  $12/20 = 0.6$ . En otra ocasión podríamos observar 8 caras de 20 lanzamientos con una proporción de  $8/20 = 0.4$ . En realidad, la proporción de caras podría ser 0, 0.05, 0.10, ..., 1.0.

¿Concluiríamos que Gómez tiene que ganar porque sería imposible tener 20 personas de 20 en favor de Gómez, si en realidad tiene menos del 50% de los electores cuya decisión es votar por él? La respuesta a esta pregunta es no, pero nos da la clave para la lógica de la inferencia. No es posible obtener 20 personas de 20 a favor de Gómez (*aún cuando menos del 50% del electorado está en su favor*), pero es muy poco probable que 20 personas de las 20 de la muestra, seleccionarían a Gómez si en realidad fuese el perdedor. Por eso concluimos que va a ganar.

El ejemplo anterior pone de manifiesto el papel tan importante que juega la probabilidad al hacer inferencias. Los especialistas en probabilidad suponen que conocen la estructura del fenómeno en cuestión, la población, y utilizan la teoría de la probabilidad para hacer inferencias con respecto a una muestra. Suponen que, por ejemplo, conocen la estructura de una población generada al sacar cinco cartas de una baraja común, y utilizan la probabilidad para hacer inferencias con respecto a la obtención de tres ases y dos reyes. Los estadísticos

utilizan la probabilidad para hacer lo contrario, van de la muestra hacia la población. Al observar una mano de cinco ases en línea, concluyen inmediatamente que la baraja (de la cual se obtiene la muestra) está "arreglada", porque la probabilidad de obtener cinco ases de una baraja común es cero. Este es un caso extremo, pero nos permite llegar a la conclusión de que la probabilidad es el sistema utilizado en hacer inferencias. Lo fundamental en la inferencia es, por lo tanto, el problema de calcular la probabilidad de la muestra observada.

Cabe hacer un comentario adicional. Cualquiera que no haya considerado que la muestra justifica la conclusión de que Gómez ganaría, no debe preocuparse. Uno puede equivocarse fácilmente al hacer evaluaciones intuitivas de las probabilidades de los eventos. Cada uno que haya determinado que la probabilidad de que 20 votantes de 20 favoreciendo a Gómez es muy baja, suponiendo que Gómez no ganaría, está en lo correcto. No sería demasiado difícil preparar un ejemplo en el cual una estimación intuitiva de la probabilidad fuese errónea. Las estimaciones intuitivas de las probabilidades son poco satisfactorias, por lo que debemos tener a nuestra disposición una teoría rigurosa de la probabilidad para desarrollar un procedimiento para hacer inferencias.

### 2.2.3 Intervalos de confianza

Un estimador por intervalo es una regla que especifica el método que utiliza las mediciones de la muestra para calcular dos números que forman los extremos del intervalo. En el caso ideal sería conveniente que el intervalo tuviera dos propiedades. Primero que el intervalo contenga al parámetro-objetivo  $\theta$ . Segundo, que el intervalo sea relativamente estrecho. Nótese que uno o ambos extremos del intervalo variarán de manera aleatoria de una muestra a otra, porque son funciones de las mediciones de la muestra. Así, la longitud y la localización del intervalo son cantidades aleatorias, y no podemos estar seguros de que el parámetro-objetivo (fijo)  $\theta$  se localice realmente entre los extremos de cualquier intervalo calculado a partir de una sola muestra. Dada esta situación, el objetivo es encontrar un estimador por intervalo que genere intervalos angostos que contengan a  $\theta$  con una alta probabilidad.

Los estimadores por intervalo se denominan comúnmente *intervalos de confianza*. Los extremos superior e inferior de un intervalo de confianza se llaman *límites de confianza superior e inferior*, respectivamente. La probabilidad de que un intervalo de confianza contenga  $\theta$  se conoce como *coeficiente de confianza*. Desde un punto de vista práctico, el coeficiente de confianza indica la fracción de veces, en un muestreo repetitivo, que los intervalos construidos contendrán el parámetro-objetivo  $\theta$ . Si se sabe que el coeficiente de confianza asociado a nuestro estimador es alto, estaremos altamente confiados de que un intervalo de confianza particular, construido a partir de una sola muestra, contendrá  $\theta$ .

Supóngase que  $\theta_L$  y  $\theta_U$ , son los límites de confianza inferior y superior, respectivamente, para un parámetro  $\theta$ . Entonces, si

$$P(\theta_L < \theta < \theta_U) = 1 - \alpha$$

la probabilidad,  $(1 - \alpha)$ , es el coeficiente de confianza. El intervalo aleatorio resultante, definido por  $\theta_L$  hasta  $\theta_U$ , se denomina *intervalo de confianza bilateral*.

También es posible construir un *intervalo de confianza unilateral* tal que

$$P(\theta_L < \theta) = 1 - \alpha$$

Aunque solamente un punto es aleatorio en este caso, el intervalo de confianza es  $(\theta_L, \infty)$ . De manera similar, podríamos tener un intervalo de confianza unilateral superior tal que

$$P(\theta < \theta_U) = 1 - \alpha$$

El intervalo de confianza correspondiente es  $(-\infty, \theta_U)$ .

Un método muy útil para obtener los intervalos de confianza se denomina método *del pivote*. Este método depende de la determinación de una expresión pivote posee dos características:

1. Es una función de las mediciones de la muestra y el parámetro desconocido  $\theta$ , en donde  $\theta$  es la *única* cantidad desconocida.
2. Tiene una distribución de probabilidad que no depende del parámetro  $\theta$ .

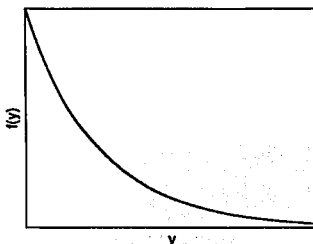
Si se conoce la distribución de probabilidad de la cantidad pivote, entonces se puede utilizar la lógica siguiente para obtener el intervalo deseado de estimación. Si  $Y$  es una variable aleatoria,  $c$  una constante ( $c > 0$ ) y  $P(a \leq Y \leq b) = 0.7$ , entonces  $P(ca \leq cY \leq cb) = 0.7$ . De manera similar, para cualquier constante  $d$ ,  $P(a + d \leq Y + d \leq b + d) = 0.7$ ; es decir, la probabilidad del evento  $(a < Y < b)$  no se altera por un cambio de escala o por una traslación de  $Y$ . Por lo tanto, si conocemos la distribución de probabilidad de una cantidad pivote, es posible aplicar las operaciones detalladas anteriormente para obtener el estimador por intervalo deseado. Explicaremos este método en los siguientes ejemplos.

**EJEMPLO 2.6** Supóngase que se obtiene una sola observación  $Y$  de una distribución exponencial con media  $\theta$ . Utilícese  $Y$  para construir un intervalo de confianza para  $\theta$  con coeficiente de confianza de 0.90.

**SOLUCIÓN:** La función de densidad de probabilidad para  $Y$  está dada por

$$f(y) = \begin{cases} \left(\frac{1}{\theta}\right)e^{-\frac{y}{\theta}} & y \geq 0 \\ 0, & \text{en cualquier otro punto} \end{cases}$$

Función de densidad para U



Gráfica 2.6

Por el método de transformación<sup>5</sup>, podemos ver que  $U = Y/\theta$  (Gráfica 2.7) tiene la función de densidad exponencial dada por

$$f_U(u) = \begin{cases} e^{-u} & u > 0 \\ 0, & \text{o en cualquier otro punto} \end{cases}$$

La función de densidad para U se representa gráficamente en la figura. Nótese que  $U = Y/\theta$  es una función de Y (la medición de la muestra) y  $\theta$ ; y que la distribución de U no depende de  $\theta$ .

Por lo tanto podemos utilizar  $U = \frac{Y}{\theta}$  como una expresión pivote. Dado que se desea un estimador por intervalo con un coeficiente de confianza igual a 0.90, encontramos los números a y b, tales que

$$P(a \leq U \leq b) = .90$$

Una manera de hacer esto es elegir a y b de modo que satisfagan

$$P(U \leq a) = \int_0^a e^{-u} du = .05 \quad \text{y} \quad P(U > b) = \int_b^{\infty} e^{-u} du = .05$$

Estas ecuaciones dan

$$1 - e^{-a} = .05 \quad \text{y} \quad e^{-b} = .05$$

o sea  $a = .051$  y  $b = 2.996$ .

<sup>5</sup> El desarrollo y demostración por medio del método de la transformación de que  $U=Y/\theta$  tiene la función de densidad exponencial se encuentra en el Apéndice B

Se tiene que

$$.90 = P(.051 \leq U \leq 2.996) = P(.051 \leq Y\theta \leq 2.996)$$

Por el hecho de que se busca un estimador por intervalo para  $\theta$ , se manejan las desigualdades que describen el evento para aislar  $\theta$  en el medio. Como  $Y$  tiene una distribución exponencial,  $P(Y > 0) = 1$  y los sentidos de las desigualdades no cambian al dividir entre  $Y$ . Es decir,

$$.90 = P(.051 \leq Y\theta \leq 2.996) = P(.051/Y \leq \theta \leq 2.996/Y)$$

Al tomar los valores recíprocos (y por lo tanto al invertirse el sentido de las desigualdades), obtenemos

$$.90 = P(Y/2.996 \geq \theta \geq Y/2.996) = P(Y/2.996 \leq \theta \leq Y/2.996)$$

Por lo tanto, se ve que  $Y/2.996$  y  $Y/2.051$  representan los límites de confianza inferior y superior, respectivamente. Para obtener los valores numéricos de estos límites, se debe observar un valor real de  $Y$  y sustituir este valor en las fórmulas dadas para los límites de confianza. Sabemos que los límites de la forma  $(Y/2.996, Y/2.051)$  incluirán el verdadero (desconocido) valor de  $\theta$  para el 90% de los valores de  $Y$  que se obtendrán a partir de un muestreo repetitivo de esta distribución exponencial.

### Intervalos de confianza con muestras grandes

Algunos estimadores puntuales  $\mu$ ,  $p$ ,  $\mu_1 - \mu_2$  y  $p_1 - p_2$ . Todos estos estimadores puntuales tienen aproximadamente distribuciones normales para el caso de muestras grandes. Es decir, si el parámetro objetivo  $\theta$  es  $\mu$ ,  $p$ ,  $\mu_1 - \mu_2$  o bien  $p_1 - p_2$ , entonces con muestras grandes

$$Z = \frac{\theta - \theta}{\sigma_{\theta}}$$

posee aproximadamente una distribución normal estándar. Es decir,  $Z = \frac{\theta - \theta}{\sigma_{\theta}}$  representa una expresión pivote, y se puede emplear el método del pivote para desarrollar estimadores por intervalos para el parámetro-objetivo  $\theta$ .

**EJEMPLO 2.7** Sea  $\hat{\theta}$  un estadístico que tiene una distribución normal con valor esperado y varianza igual a  $\theta$  y  $\sigma_{\theta}^2$ , respectivamente. Hallar un intervalo de confianza para  $\theta$  que tenga un coeficiente de confianza de  $(1 - \alpha)$ .



**SOLUCIÓN:** La expresión

$$Z = \frac{\hat{\theta} - \theta}{\sigma_{\hat{\theta}}}$$

tiene una distribución normal estándar. Ahora seleccione dos valores en los extremos de esta distribución,  $z_{\alpha/2}$  y  $-z_{\alpha/2}$  tales que

$$P(-z_{\alpha/2} < Z < z_{\alpha/2})$$

Al sustituir Z en el enunciado de la probabilidad, se tiene que

$$P\left(-z_{\alpha/2} < \frac{\hat{\theta} - \theta}{\sigma_{\hat{\theta}}} < z_{\alpha/2}\right) = 1 - \alpha$$

Al multiplicar por  $\sigma_{\hat{\theta}}$ , se obtiene

$$P\left(-z_{\alpha/2}\sigma_{\hat{\theta}} < \hat{\theta} - \theta < z_{\alpha/2}\sigma_{\hat{\theta}}\right) = 1 - \alpha$$

y al restar de cada término de la desigualdad,

$$P\left(-\hat{\theta} - z_{\alpha/2}\sigma_{\hat{\theta}} < \theta < -\hat{\theta} + z_{\alpha/2}\sigma_{\hat{\theta}}\right) = 1 - \alpha$$

Finalmente, al multiplicar cada término por  $-1$  y, por consiguiente, cambiar el sentido de las desigualdades, tenemos

$$P\left(\hat{\theta} - z_{\alpha/2}\sigma_{\hat{\theta}} < \theta < \hat{\theta} + z_{\alpha/2}\sigma_{\hat{\theta}}\right) = 1 - \alpha$$

Por lo tanto los límites de confianza inferior y superior para  $\theta$  son

límite de confianza inferior (LCI) =  $\hat{\theta} - z_{\alpha/2}\sigma_{\hat{\theta}}$

límite de confianza superior (UCI) =  $\hat{\theta} + z_{\alpha/2}\sigma_{\hat{\theta}}$

El ejemplo anterior se puede utilizar para encontrar los intervalos de confianza con muestras grandes para  $\mu$ ,  $p$ ,  $\mu_1 - \mu_2$  y  $p_1 - p_2$ .

**EJEMPLO 2.8** Dos marcas de refrigeradores, A y B, tienen (ambas) una garantía de un año. En una muestra aleatoria de 50 refrigeradores de la marca A, 12 se descompusieron antes de terminar el periodo de garantía. Una muestra aleatoria de 60 refrigeradores de la marca B reveló también 12 descomposturas durante el periodo de garantía. Se busca estimar la diferencia real entre las proporciones de fallas  $p_1 - p_2$ , durante el periodo de garantía, con un coeficiente de confianza de 0.98.

**SOLUCIÓN:** El intervalo de confianza

$$\hat{\theta} \pm z_{\alpha/2} \sigma_{\hat{\theta}}$$

tiene ahora la forma

$$(\hat{p}_1 - \hat{p}_2) \pm z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{p_1 q_1}{n_1} + \frac{p_2 q_2}{n_2}}$$

Como se desconocen  $p_1$ ,  $q_1$ ,  $p_2$  y  $q_2$  es posible calcular el valor exacto de  $\sigma_{\hat{\theta}}$ . Como se indicó podemos obtener una buena aproximación para  $\sigma_{\hat{\theta}}$  al sustituir  $\hat{p}_1 - \hat{p}_2$  por  $p_1$  y  $p_2$  respectivamente.

Para este ejemplo  $\hat{p}_1 = 0.24$ ,  $\hat{p}_2 = 0.20$ , y  $z_{0.01} = 2.33$ .

El intervalo de confianza entonces es

$$(.24 - .20) \pm 2.33 \sqrt{\frac{(.24)(.76)}{50} + \frac{(.20)(.80)}{60}}$$

$$.04 \pm .1857$$

Esto significa que la diferencia de las dos muestras es de .04, para muestras más grandes la diferencia en la proporción de fallas no irá más allá de 0.2257 ni será menor de -0.1457, esto es, las fallas en una marca pueden ser 0 y en la otra no será más de un 22.57% (22.57 - 0 = 22.57 que es el límite de confianza superior), o viceversa, en una puede ser 15.57% y en la otra no será menos de 1% (15.57 - 1 = 14.57 que es el intervalo de confianza inferior).

Obsérvese que este intervalo de confianza contiene al cero, entonces la verdadera diferencia ( $p_1 - p_2$ ) podría ser positiva o negativa.

## 2.2.4 Análisis de regresión: el modelo lineal simple

### Introducción

El propósito de esta sección radica en proporcionar los conceptos y metodología básicos para extraer de grandes cantidades de datos las características principales de una relación que no es evidente. De manera específica, se examinarán técnicas que permitan ajustar una ecuación de algún tipo al conjunto de datos dado, con el propósito de obtener una ecuación empírica de predicción razonablemente precisa y que proporcione un modelo teórico que no está disponible.

Se supondrá la existencia de un conjunto de  $n$  mediciones  $y_1, y_2, \dots, y_n$  de una variable respuesta  $Y$ , las cuales se han observado bajo un conjunto de condiciones experimentales  $(x_1, x_2, \dots, x_n)$  que representan los valores de  $k$  variables de predicción. El interés recae en determinar una función matemática sencilla, por ejemplo un polinomio que describa, en forma razonable, el comportamiento de la variable respuesta, dados los valores de las variables de predicción. Nótese que la ecuación que se obtiene por esta forma puede tener algunas limitaciones con respecto a su interpretación física; sin embargo, en un medio empírico, será muy útil si puede proporcionar una adecuada capacidad de predicción para la respuesta en el interior de una región especificada de las variables de predicción.

A pesar de que no se encuentra problema alguno con las designaciones comunes de variable dependiente e independiente para  $Y$  y  $x$ , respectivamente, se preferirá denominarlas como variable de *respuesta* y de *predicción*, ya que en la regresión sólo *puede asociarse* un valor de  $Y$  con uno de predicción  $x$ , no es posible establecer una relación causa-efecto entre la  $Y$  y las  $x$ . Algunos ejemplos proporcionarán una idea del por qué obtener una relación causa-efecto se encuentra más allá del alcance del análisis de regresión. De manera obvia, existe una relación entre la altura y el peso de los seres humanos, pero ¿implica esta relación, por ejemplo, que pueda cambiar la altura de una persona si se modifica su peso? También se tiene una relación entre la cantidad de gas bruto que se consume en cierta área de alguna ciudad y la temperatura atmosférica promedio, pero ¿significa esto que es posible aumentar la temperatura mediante la reducción del consumo de gas? También puede existir alguna relación entre un factor económico en particular y un ciclo financiero, pero ¿implica lo anterior que el factor económico "causa" el ciclo financiero?

La esencia de los ejemplos anteriores está en el hecho de que el análisis de regresión sólo descubre una asociación entre la variable de respuesta y las variables de predicción, en lugar de detectar una relación causa-efecto. La causalidad implica que un cambio en las  $x$  causará uno correspondiente en la variable respuesta. Por ejemplo, cuando se calienta un metal, éste se expande; en este caso no existe ninguna duda de que establecer una relación causa-efecto es muy importante. Pero en forma desafortunada, lo anterior generalmente no puede llevarse a cabo con base en un análisis estadístico, a menos que se efectúe un experimento rigurosamente controlado. Un ejemplo de lo anterior, es la relación que existe entre fumar y el cáncer pulmonar. La evidencia que se tiene resulta abrumadora con respecto a que el fumador crónico (predicción) está estadísticamente asociado con una alta incidencia de cáncer pulmonar (respuesta). La industria cigarrera argumenta, en contra de estos hallazgos, que todavía no existe una relación de tipo causal entre fumar mucho y la incidencia de cáncer pulmonar.

El enfoque que se utilizará en esta sección, se limitará a establecer el grado de asociación que existe entre variables, sin tomar en cuenta la noción de causalidad. En esta sección se examinarán los fundamentos del análisis de regresión para el modelo con una sola variable de predicción.

### El significado de la regresión y suposiciones básicas

Si los métodos de regresión son tan útiles en la práctica, debe comprenderse su significado y las suposiciones bajo las cuales se han desarrollado. Las técnicas de regresión proporcionan medios legítimos a través de los cuales pueden establecerse asociaciones entre las variables de interés en las cuales la relación usual no es causal.

La palabra "regresión" se usó por primera vez en este contexto por Francis Galton (1822-1911) en sus estudios biológicos sobre la herencia. En ellos se notó que las características promedio de la siguiente generación de un grupo en particular tendían a moverse en la dirección de las características promedio de la población general, más que hacia las de la generación previa de ese grupo. Esta tendencia fue referida como una regresión hacia la media de la población.

De manera básica, la regresión tiene dos significados: uno surge de la distribución conjunta de probabilidad de dos variables aleatorias; el otro es empírico y nace de la necesidad de ajustar alguna función a un conjunto de datos. Para ilustrar el primer significado se tratará de predecir el salario anual de un profesionalista dado el número de años que han transcurrido desde su graduación. Sea  $X$  el número de años y  $Y$  el salario anual. Debe ser obvio que para un valor dado de  $x$  es imposible predecir, de manera exacta, el salario anual de una persona en particular. Sin embargo, es posible predecir el salario promedio de todos aquellos individuos para los que el número de años  $x$  que han transcurrido desde su graduación es el mismo. En otras palabras, para cada valor de  $x$  existe una distribución de ingresos anuales y lo que se busca es la media de esa distribución, dado  $x$ . La gráfica de la media condicional  $E(Y | x)$  como una función de  $x$  recibe el nombre de curva de regresión de  $Y$  sobre  $X$ . De esta forma, si  $f(x, y)$  es la función de densidad conjunta de probabilidad de  $X$  y  $Y$ , y si  $f(y | x)$  es la función de densidad condicional de  $Y$  dado  $x$ , se define la curva de regresión como

$$E(Y | x) = \int_x y f(y | x) dy$$

**EJEMPLO 2.9** Considérese la función de densidad conjunta de probabilidad dada por

$$f(x, y) = \begin{cases} 2x & 0 < x < y < 1, \\ 0 & \text{para cualquier otro valor} \end{cases}$$

Obtégase la curva de regresión de  $Y$  sobre  $X$ .

Dado que

$$f(y | x) = \frac{f(x, y)}{f_x(x)}$$

entonces

$$f_x(x) = \int f(x, y) dy = \int 2x dy = 2x(1-x)$$

y

$$f(y | x) = \frac{2x}{2x(1-x)} = \frac{1}{1-x}$$

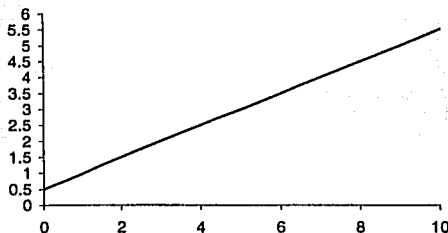
Por lo tanto, la curva de regresión es

$$E(Y | x) = \int (1-x)^{-1} y dy = \frac{1+x}{2},$$

la cual es una línea recta con pendiente e intersección igual a  $\frac{1}{2}$  (Gráfica 2.8), ya que si  $x = 0$  entonces la recta interseca al eje Y en  $y = 1/2$  y si ordenamos la ecuación de la forma  $y = mx + b$

donde  $m$  es la pendiente de la recta, entonces queda una ecuación igual a  $y = \frac{x}{2} + \frac{1}{2}$  donde la pendiente es igual a  $1/2$ .

#### Línea recta con pendiente e Intersección de 1/2



Gráfica 2.7

El segundo significado de la regresión es mucho más práctico que el primero. En él no se tienen los elementos necesarios para determinar la curva de regresión tal como se hizo en el ejemplo anterior. No obstante, dado un conjunto de datos, puede asumirse una forma funcional para la curva de regresión y entonces tratar de ajustar ésta a los datos. En estas situaciones, la variable respuesta es una variable aleatoria cuyos valores se observan mediante la selección de los valores de las variables de predicción en un intervalo de interés. Por lo tanto, las variables de predicción no se consideran como variables aleatorias, sino que éstas son un conjunto de valores fijos que representan los puntos de observación para la variable respuesta. El modelo de regresión propuesto debe ser relativamente sencillo y deberá contener pocos parámetros. Un procedimiento muy útil para la selección inicial cuando se tiene sólo una

variable de predicción es graficar la variable respuesta contra la variable de predicción. Si esta gráfica revela una tendencia lineal, deberá suponerse un modelo de regresión lineal. Si es evidente alguna curvatura, deberá suponerse un modelo cuadrático o de mayor grado para ajustarse a los datos.

Una vez que se ha seleccionado el modelo, la siguiente tarea es la de obtener estimaciones para los parámetros que intervienen en el mismo. Una técnica muy aceptada para este propósito es el *método de mínimos cuadrados (MC)*. Este método encuentra las estimaciones para los parámetros en la ecuación seleccionada mediante la minimización de la suma de los cuadrados de las diferencias entre los valores observados de la variable respuesta y de aquellos proporcionados por la ecuación de predicción. Estos valores se conocen como los estimadores por mínimos cuadrados (*EMC*) de los parámetros. Los estimadores por mínimos cuadrados poseen ciertas propiedades deseables, pero para determinarlas es necesario formular las siguientes suposiciones:

1. Se ha seleccionado la forma correcta de la ecuación de regresión. Esto implica que cualquier variabilidad en la variable respuesta que no pueda explicarse mediante el empleo de la ecuación de regresión, se debe a un error aleatorio.

Por ejemplo, se sabe que la distancia  $d$  que recorre un objeto en un tiempo  $t$ , está dada por la siguiente relación

$$d = \beta_0 + \beta_1 t$$

donde  $\beta_1$  es la velocidad promedio y  $\beta_0$  es la posición del objeto para  $t = 0$ . Si no fuese posible medir  $d$  en forma precisa para un valor dado de  $t$ , pero se observó un valor

$$y = d + \varepsilon,$$

donde  $\varepsilon$  es el error aleatorio, se ha seleccionado la forma correcta de la ecuación de regresión y el problema se reduce a estimar los valores de  $\beta_0$  y  $\beta_1$ . Sin embargo, rara es la vez que el problema resulta ser tan sencillo. Por ejemplo, si se tiene interés en predecir la cantidad de ozono que se encuentra en la estratosfera, como una función de los niveles de concentración de los constituyentes químicos de ésta en cierto momento del día, la ecuación por seleccionar será, en primera instancia, una conjetura. El error no puede considerarse como puramente aleatorio ya que pueden existir variaciones sistemáticas por causa de errores en el modelo. Algunos de los valores de la variable de respuesta proporcionados por la ecuación de predicción estarán sesgados ya que las estimaciones de los parámetros también se encuentran sesgadas.

2. Los datos que se observan son comunes en el sentido en que constituyen una muestra representativa de un medio acerca del cual el investigador desea generalizar. Si el investigador sabe que los datos no son representativos, el comportamiento general del mecanismo puede encontrarse más allá del alcance de los datos.
3. Los valores observados de la variable respuesta no se encuentran estadísticamente correlacionados. Se supone que cada valor observado está constituido por un valor real y una componente aleatoria. La componente aleatoria consiste en una variable aleatoria no observable; entonces la covarianza entre cualesquiera dos observaciones  $Y_i$  y  $Y_j$ , o entre los correspondientes errores aleatorios  $\varepsilon_i$  y  $\varepsilon_j$ , es cero para toda  $i \neq j$ .

4. Para toda  $i = 1, 2 \dots n$ , la media de  $\varepsilon_i$  es cero y la varianza de  $\varepsilon_i$  es  $\sigma^2$ . Esta última recibe el nombre de varianza del error y, generalmente, no es conocida. Dado que las variables de predicción no son variables aleatorias, la varianza de  $Y_i$  también es  $\sigma^2$  para toda  $i$  y de esta forma es independiente del punto de observación. Si no es posible formular la suposición de que la varianza es constante para las observaciones de la variable respuesta, generalmente se emplea el método de mínimos cuadrados con factores de peso, sin embargo éste no es tema de estudio en este trabajo.
5. Los puntos de observación o los valores de las variables de predicción son fijos o se seleccionan con anticipación y se miden sin error. Para muchas situaciones prácticas, ambas condiciones no se cumplen. Afortunadamente, el método de mínimos cuadrados sigue siendo válido siempre y cuando los errores en los valores de las  $x$  sean pequeños al compararse con los errores aleatorios y dado que éstos no dependan de los parámetros del modelo.

A manera de comentario final sobre las suposiciones del procedimiento MC, se considerarán sólo mínimos cuadrados lineales, donde la palabra "lineal" significa que el modelo seleccionado es lineal en los parámetros. La frase "lineal en los parámetros" significa que ningún parámetro en el modelo aparece como un exponente o es multiplicado por o dividido entre cualquier otro parámetro.

### Estimación por mínimos cuadrados para el modelo lineal simple

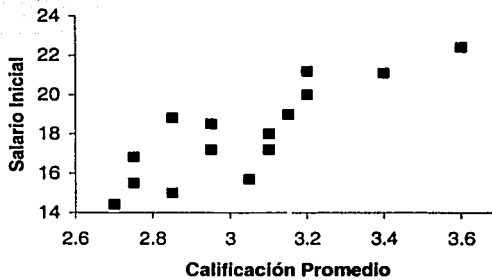
En esta sección se estudiará la estimación por mínimos cuadrados para el modelo lineal simple en el que sólo se tiene una variable de predicción y se supone una ecuación de regresión lineal. Por ejemplo, los estudiantes universitarios que aprenden más rápido tienen mejores calificaciones promedio ( $CP$ ) y por lo tanto, mejores oportunidades de obtener buenos empleos después de graduarse. Supóngase que los datos que se encuentran en la tabla 2.1 representan las calificaciones promedio de 15 recién graduados y sus correspondientes salarios iniciales.

Para este ejemplo, la variable respuesta es el salario inicial y la variable de predicción potencial es la calificación promedio. Estas últimas se seleccionaron de tal manera que reflejen un amplio intervalo. Se desea determinar una ecuación de regresión para el salario inicial promedio como una función de la calificación promedio. Dado que se ha propuesto sólo una variable de predicción, graficar los datos puede ser útil en la selección inicial de un modelo de regresión. Los salarios iniciales contra las calificaciones promedio se muestran en la gráfica 2.8.

**TABLA 2.1** Datos de la muestra para un modelo lineal simple (miles de dólares)

CP	Salario inicial
2.95	18.5
3.20	20.0
3.40	21.1
3.60	22.4
3.20	21.2
2.85	15.0
3.10	18.0
2.85	18.8
3.05	15.7
2.70	14.4
2.75	15.5
3.10	17.2
3.15	19.0
2.95	17.2
2.75	16.8

**Salario Inicial contra calificación promedio**



Gráfica 2.8



A pesar de que esta gráfica muestra una gran dispersión<sup>8</sup>, se observa una tendencia lineal. De acuerdo con lo anterior se supondrá un modelo de la forma

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \varepsilon_i \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad (2.4.1)$$

donde  $Y_i$  es la  $i$ -ésima observación de la variable respuesta, la cual corresponde al  $i$ -ésimo valor  $x_i$  de la variable de predicción,  $\varepsilon_i$  es el error aleatorio no observable asociado con  $Y_i$  y  $\beta_0$  y  $\beta_1$ , son los parámetros desconocidos que representan la intersección y la pendiente, respectivamente. La expresión (2.4.1) se conoce como *modelo lineal simple*, debido a que es lineal en los parámetros y se tiene sólo una variable de predicción.

Cada observación  $Y_i$  es una variable aleatoria que es la suma de dos componentes; el término no aleatorio  $\beta_0 + \beta_1 x_i$ , y la componente aleatoria  $\varepsilon_i$ . Si  $\varepsilon_i$  fuera un valor igual a cero, la observación  $Y_i$  se encontraría precisamente sobre la línea de regresión  $\beta_0 + \beta_1 x_i$ . Por lo tanto,  $\varepsilon_i$  es la distancia vertical de la observación a la línea de regresión.

Dado que se supone

$$E(\varepsilon_i) = 0, \quad \text{Var}(\varepsilon_i) = \sigma^2 \quad i = 1, 2, \dots, n,$$

y

$$\text{Cov}(\varepsilon_i, \varepsilon_j) = 0 \quad i \neq j$$

entonces

$$E(Y_i) = E(\beta_0 + \beta_1 x_i + \varepsilon_i) = \beta_0 + \beta_1 x_i,$$

$$\text{COV}(Y_i, Y_j) = \sigma^2 \quad i \neq j,$$

y

$$\text{Var}(Y_i) = \text{Var}(\beta_0 + \beta_1 x_i + \varepsilon_i) = \text{Var}(\varepsilon_i) = \sigma^2$$

El último resultado surge del hecho de que la varianza de una variable aleatoria no varía con respecto a la localización; en este caso, el corrimiento en localización está proporcionado por el término no aleatorio  $\beta_0 + \beta_1 x_i$ , por lo tanto, en términos reales, lo que se supone es que para cada calificación promedio  $x$  existe una distribución de probabilidad para los salarios iniciales cuya media es una función lineal de  $x$  y cuya varianza es la misma para toda  $x$ . El modelo proporcionado por (2.4.1) debe considerarse sólo como una selección inicial para la forma funcional de la curva de regresión. Con base en análisis más apropiados, puede ser necesario

<sup>8</sup> Por esta razón, este tipo de gráfica se conoce como gráfica de dispersión

hacer ajustes y éstos a su vez pueden dar como resultado una ecuación final de predicción diferente de la del modelo inicial.

Para obtener los estimadores de mínimos cuadrados de  $\beta_0$  y  $\beta_1$  se generalizará un conjunto de datos consistente en  $n$  pares  $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$ , donde los valores de  $x$  y  $y$  son las observaciones de la variable aleatoria respuesta. El método de mínimos cuadrados considera la desviación de la observación  $Y_i$  de su valor medio y determina los valores de  $\beta_0$  y  $\beta_1$ , que minimizan la suma de los cuadrados de estas desviaciones. La  $i$ -ésima desviación o error es

$$\varepsilon_i = Y_i - (\beta_0 + \beta_1 x_i), \quad (2.4.2)$$

y la suma de los cuadrados de los errores es

$$\sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2 = \sum_{i=1}^n (Y_i - \beta_0 - \beta_1 x_i)^2 \quad (2.4.3)$$

Los estimadores de mínimos cuadrados de  $\beta_0$  y  $\beta_1$ , se obtienen mediante la diferenciación de (2.4.3) con respecto a  $\beta_0$  y  $\beta_1$  y después al igualar cada derivada parcial con cero, es decir

$$\frac{\partial \sum \varepsilon_i^2}{\partial \beta_0} = -2 \sum (Y_i - B_0 - B_1 x_i) = 0,$$

y

$$\frac{\partial \sum \varepsilon_i^2}{\partial \beta_1} = -2 \sum x_i (Y_i - B_0 - B_1 x_i) = 0,$$

donde  $\beta_0$  y  $\beta_1$  son los estimadores de mínimos cuadrados de  $\beta_0$  y  $\beta_1$ , respectivamente. Al simplificar y distribuir las sumas en estas ecuaciones, se tiene

$$\sum_{i=1}^n Y_i = nB_0 + B_1 \sum_{i=1}^n x_i$$

y

$$\sum_{i=1}^n x_i Y_i = B_0 \sum_{i=1}^n x_i + B_1 \sum_{i=1}^n x_i^2$$

(2.4.4)

Las dos ecuaciones dadas por (2.4.4) se conocen como *ecuaciones normales*.

Dadas las realizaciones  $y_1, y_2, \dots, y_n$ , las ecuaciones pueden resolverse para los  $b_0$  y  $b_1$ . Si se dividen ambos miembros de la primera ecuación entre  $n$ , se obtiene

$$\frac{\sum y_i}{n} = b_0 + b_1 \frac{\sum x_i}{n}$$

entonces el estimador de mínimos cuadrados de  $\beta_0$  es

$$b_0 = \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{n} - b_1 \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} = \bar{y} - b_1 \bar{x} \quad (2.4.5)$$

Al sustituir  $b_0$  en la segunda ecuación de (2.4.4) se obtiene

$$\sum x_i y_i = \left( \frac{\sum y_i}{n} - b_1 \frac{\sum x_i}{n} \right) \sum x_i + b_1 \sum x_i^2,$$

la que, después de resolver para  $b_1$ , se reduce a

$$b_1 = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - \frac{\left( \sum_{i=1}^n x_i \right) \left( \sum_{i=1}^n y_i \right)}{n}}{\sum_{i=1}^n x_i^2 - \frac{\left( \sum_{i=1}^n x_i \right)^2}{n}} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \quad (2.4.6)$$

Los valores dados por (2.4.5) y (2.4.6) son aquellos que minimizan la suma de los cuadrados de los errores.

Dados los estimadores de mínimos cuadrados  $B_0$  y  $B_1$  para la intersección y la pendiente, respectivamente, la recta de regresión estimada para el modelo (2.4.1) es

$$\hat{Y}_i = B_0 + B_1 x_i \quad (2.4.7)$$

donde  $\hat{Y}$  es el estimador para la media de la observación  $Y_i$ , la cual corresponde al valor  $x_i$  de la variable de predicción. Nótese que si se sustituye (2.4.5) por  $B_0$ , en (2.4.7) se obtiene una forma alternativa para la recta de regresión estimada, la cual se encuentra dada por

$$\begin{aligned} \hat{Y}_i &= \bar{Y} - B_1 \bar{x} + B_1 x_i \\ &= \bar{Y} + B_1 (x_i - \bar{x}) \end{aligned} \quad (2.4.8)$$

Con base en (2.4.2), la diferencia entre la realización  $y_i$  y el valor estimado  $\hat{y}_i$  es un estimador del correspondiente error.

Este estimador se conoce como el *i*-ésimo residual y se denota por

$$\varepsilon_i = y_i - \hat{y}_i \quad (2.4.9)$$

De nuevo, nótese que los residuos no son estimados en el sentido clásico de la estimación de parámetros (fijos), sino que son estimadores de los valores de las variables aleatorias no observables  $\varepsilon_i$ , los cuales se obtienen de la recta de regresión estimada. Los residuos  $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_n$  son muy importantes debido a que proporcionan una abundante información sobre lo que puede faltar del modelo de regresión estimado. Más adelante se darán más detalles con respecto a lo anterior. En este momento se ilustrarán los procesos de cálculo para obtener la recta de regresión estimada para el modelo lineal simple empleando para ello los datos de los salarios. El propósito de esto radica en familiarizar al lector únicamente con el procedimiento de cálculo. De lo contrario, se puede hacer uso de algún paquete estadístico para computadora.

En la siguiente tabla, se incluyen los cálculos básicos necesarios para obtener los estimadores de mínimos cuadrados de la intersección y la pendiente. Las últimas cuatro columnas de esta tabla no son necesarias para la determinación de  $b_0$  y  $b_1$ , éstas serán empleadas después en otro contexto.

CP	Salario				Salario		Cuadrado	
$x_i$	$y_i$	$x_i y_i$	$x_i^2$	$y_i^2$	estimado	Residuo	Residuo	
2.95	18.5	54.575	8.7025	342.25	17.32	1.18	1.3924	
3.20	20.0	64.000	10.2400	400.00	19.35	0.65	0.4225	
3.40	21.1	71.740	11.5600	445.21	20.98	0.12	0.0144	
3.60	22.4	80.640	12.9600	501.76	22.60	-0.20	0.0400	
3.20	21.2	67.840	10.2400	449.44	19.35	1.85	3.4225	
2.85	15.0	42.750	8.1225	225.00	16.51	-1.51	2.2801	
3.10	18.0	55.800	9.6100	324.00	18.54	-0.54	0.2916	
2.85	18.8	53.580	8.1225	353.44	16.51	2.29	5.2441	
3.05	15.7	47.885	9.3025	246.49	18.13	-2.43	5.9049	
2.70	14.4	38.880	7.2900	207.36	15.29	-0.89	0.7921	
2.75	15.5	42.625	7.5625	240.25	15.70	-0.20	0.0400	
3.10	17.2	53.320	9.6100	295.84	18.54	-1.34	1.7956	
3.15	19.0	59.850	9.9225	361.00	18.95	0.05	0.0025	
2.95	17.2	50.740	8.7025	295.84	17.32	-0.12	0.0144	
2.75	16.8	46.200	7.5625	282.24	15.70	1.10	1.2100	
Totales	45,6	270.8	830.425	139.5100	4970.12	270.79	0.01	22.8671

Mediante el empleo de (2.4.5) y (2.4.6) el estimador de mínimos cuadrados para la pendiente es

$$b_1 = \frac{830.425 - \frac{(45.6)(270.8)}{15}}{139.51 - \frac{(45.6)^2}{15}} = 8.12$$

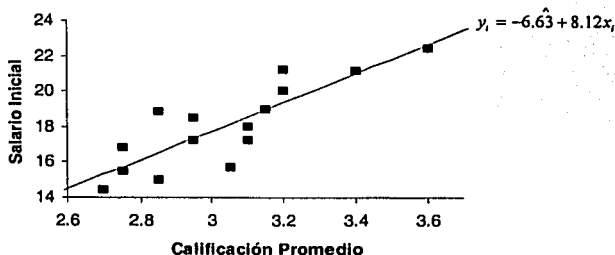
y el correspondiente estimador de mínimos cuadrados para la intersección es

$$b_0 = \frac{270.8}{15} - (8.12) \frac{45.6}{15} = -6.63$$

De acuerdo con lo anterior, la ecuación estimada de regresión es

$$y_i = -6.63 + 8.12x_i \quad (2.4.10)$$

### Salario Inicial contra calificación Promedio



Gráfica 2.9

Al intentar interpretar esta ecuación se tiene que los valores  $\hat{y}_i$  son los estimadores para las medias de las distribuciones de probabilidad de los salarios iniciales correspondientes a las calificaciones promedio  $x_i$ . Tener una intersección negativa resulta fastidioso, ya que, por ejemplo, si  $x = 0.5$ ,  $\hat{y} = -2.57$ , lo cual es absurdo. Las calificaciones promedio en este conjunto de datos varían de 2.70 a 3.60, por lo tanto, cualquiera que sea la validez que tiene la ecuación estimada de regresión al predecir los salarios iniciales promedio se mantiene para

todos aquellos valores de  $x$  que se encuentren entre 2.70 y 3.60. En la práctica, muchas veces se desea predecir la respuesta más allá del intervalo de valores de  $x$  para los cuales se obtuvo la ecuación estimada de regresión. Si un valor de  $x$  se encuentra muy cercano a este intervalo, la predicción tendrá cierta validez. De otra forma, ésta debe verse con mucho cuidado, ya que la ecuación de regresión estimada puede no ser apropiada para un intervalo de valores más amplio de la variable de predicción.

La interpretación del valor estimado de la pendiente es directa. El incremento estimado en el salario inicial promedio para cada aumento igual a una unidad de la calificación promedio es de 8 120 dólares.

La tercera columna de la derecha en la tabla anterior, contiene los salarios promedio estimados para cada calificación promedio dada por (2.4.10). Por ejemplo, si  $x = 2.95$ , el salario inicial

estimado promedio es  $\hat{y} = -6.63 + 8.12(2.95)$  ecuación(2.4.9), miles de dólares. Dado que el correspondiente valor observado es 18.5, de (2.4.9),  $e = 18.5 - 17.32 = 1.18$  es el residuo para  $x = 2.95$ . En otras palabras, el valor residual 1.18 es la distancia vertical que existe entre la observación 18.5 y el punto sobre la recta estimada de regresión para  $x = 2.95$ . Los otros residuos se obtienen de la misma manera y tienen significados similares. Dado que un residuo representa la cantidad en la que un valor estimado falla para predecir la media de la correspondiente observación aleatoria, entre más grandes son las magnitudes de los residuos, mayor tenderá a ser el efecto de la componente aleatoria en el modelo.

Recuérdese que la varianza  $\sigma^2$  de la variable respuesta es igual a la varianza del error y ésta es constante para todos los valores de la variable de predicción. En general, dado que el valor de  $\sigma^2$  no se conoce, puede obtenerse un estimador de éste a partir de los estimados de mínimos cuadrados  $b_0$  y  $b_1$ , dado que cada  $\hat{y}_i$  estima la media de  $Y_i$ , la diferencia  $y_i - \hat{y}_i$  representa la desviación de  $Y_i$  con respecto a su propia media. La suma de los cuadrados de estas diferencias, dividida entre una constante apropiada, es la forma en la que se determina una varianza. Pero estas diferencias son los residuos, por lo tanto, la suma de los cuadrados de los residuos dividida entre una constante apropiada es un estimador de  $\sigma^2$ , la constante apropiada es  $n - 2$ , ya que se pierden dos grados de libertad al tener que estimar los dos parámetros  $\beta_0$  y  $\beta_1$  antes de obtener  $\hat{y}_i$ . El estimador de  $\sigma^2$  se denota como  $s^2$  y está dado por

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{n - 2} = \frac{\sum_{i=1}^n e_i^2}{n - 2} \quad (2.4.11)$$

El estimador  $s^2$  recibe el nombre de *varianza residual* o *CME*, y la raíz cuadrada positiva  $s$  se conoce como la *desviación estándar residual*. Para el ejemplo de los salarios iniciales, la varianza residual es  $s^2 = 22.8671/13 = 1.759$ . La varianza residual  $s^2$  es una medida absoluta de qué tan bien se ajusta la recta estimada de regresión a las medias de las observaciones de la variable respuesta. Por lo tanto, en general entre más pequeño sea el valor de  $s^2$ , se ajustará mejor al modelo.

Cuando se obtiene una recta de regresión por el método de mínimos cuadrados, surgen cierto número de propiedades, algunas de éstas son las siguientes:

1.  $\sum_{i=1}^n e_i = 0$
2.  $\sum_{i=1}^n y_i = \sum_{i=1}^n \hat{y}_i$
3.  $\sum_{i=1}^n x_i e_i = 0$

A causa de los errores de redondeo, la suma de los residuos dados en la tabla de los cálculos básicos para obtener los estimadores no es exactamente igual a cero. Además, dado que los estimadores MC se obtienen mediante la minimización de la suma de los cuadrados de los errores, para este ejemplo el valor mínimo es 22.8671.

## Capítulo III. Volatilidad de la BVM y antecedentes de la Cobertura para Fluctuaciones en Inversiones de Renta Variable

Antes de entrar en el análisis propiamente dicho de la Cobertura para Fluctuaciones en Inversiones de Renta Variable, es conveniente y aún de suma importancia sentar un precedente acerca de la necesidad de esta cobertura, por esto se ha destinado una sección de este capítulo al desarrollo de los Boom's y Cracs más importantes de la historia. Asimismo, se han desarrollado dos secciones más para los antecedentes de la Cobertura para Inversiones de Renta Variable. La cuarta sección de este capítulo está dedicada al Fondo de Contingencia constituido por la Bolsa de Valores de México en virtud de que por su naturaleza podría ser confundido con el objetivo de la Cobertura para Inversiones de Renta Variable.

Finalmente la última y más extensa sección está enfocada a definir el Mercado de Derivados, su contexto, su funcionamiento dentro del ámbito económico con el único objetivo de que el lector comprenda las marcadas diferencias existentes entre las coberturas proporcionadas por este mercado y la Cobertura para Fluctuaciones en Inversiones de Renta Variable en el siguiente capítulo.

### 3.1 Causas de las fluctuaciones más importantes de la BVM

En los países nórdicos hay una especie de ratón que se llama "turón de Noruega" (*myodes lemmus* o *lemming* en Inglés). Este animal tiene dos características extraordinarias: su fecundidad y su tendencia suicida. Una pareja de turones se puede reproducir cada seis meses. Así que en diez años esa pareja puede llegar a convertirse (a tasas compuestas, por supuesto) en 1,048,576 animales (o sea  $2^{20}$ ).

Al llegar a cierto número la familia de turones (un *boom* de turones), por algún proceso misterioso empieza a marchar hacia el mar. En cuanto ve el mar, no importa que sea playa o rocas, se tira adentro y así se suicida.

Lo mismo, sucede en los mercados financieros. En todos los mercados, en todos los tiempos (de los que tenemos historia), existe un proceso misterioso por medio del cual, al parecer, los inversionistas quieren perder dinero. Esto se puede ver a diario, *cuando se observa que los inversionistas tienden a comprar cuando el mercado sube y a vender cuando baja*, cuando debería ser al contrario. También se ve en ciertas épocas coyunturales, cuando durante periodos más largos un grupo de inversionistas, o sea un mercado total, casi literalmente se vuelve loco por un bien o grupo de bienes, haciendo que suban los precios fuera de cualquier rango racional (un *boom*).

Hay técnicas de enfoque hacia la inversión (objetivos de rendimiento, riesgo, plazo, liquidez), de análisis de la inflación (que a su vez determina la repartición entre distintas categorías de inversión en la cartera), de análisis de inversiones de renta fija, renta variable, e inversiones de protección pero en los booms, y también en la operación diaria, parece que los inversionistas llegan a estar más allá de la racionalidad, o sea irracionales. Una forma de describir esta irracionalidad es que "la tendencia a ver más allá del simple hecho de un valor en aumento a las causas sobre las cuales este aumento depende, empieza a disminuir".



Existen un sinnúmero de modos de describir estos periodos de Irracionalidad: "especulación frenética", "orgía financiera", "inversionistas intoxicados por el deseo de hacerse ricos", "paraíso de locos", "burbujas", "manías especulativas", etc.

### *Los booms y cracs*

Entre 1720 y 1987 en los países capitalistas importantes (Europa y los Estados Unidos) ha habido 31 crisis financieras, promedio aproximado de una cada nueve años. Una crisis financiera en este contexto se puede entender como un sacudimiento del sistema financiero correspondiente.

El análisis de las crisis financieras generalmente se ha llevado a cabo en el contexto de una discusión más amplia acerca del capitalismo como sistema económico. Según las teorías clásicas de economía, el sistema capitalista siempre se "autoajusta" a los eventos. Sin embargo, el fenómeno de crisis financiera, que se ha observado tan frecuentemente, representa una excepción importante a esta teoría de la economía clásica. Por lo tanto, los defensores del capitalismo tienen que encontrar explicaciones de este fenómeno tan común, mientras que los proponentes de otros sistemas usan las crisis como ejemplos de las fallas estructurales (o "contradicciones internas") del sistema.

En los actuales sistemas de economía mixta el análisis de las crisis financieras tiene aplicaciones prácticas importantes respecto a si es o no aconsejable la intervención en los mercados financieros supuestamente "libres" de las autoridades: un banco central o un gobierno. Si los mercados no se ajustan automáticamente en todos los casos, hay argumentos para la intervención oficial: si se ajustan, esta intervención no es necesaria. En los sistemas más capitalistas hay en la actualidad un consenso práctico de que los mercados deben actuar como si fueran libres; pero que, en casos de emergencia, los gobiernos sí deben intervenir. Esto es lo que sucedió tanto en la crisis de los mercados internacionales de capital en 1982 (con la operación de rescate de varios países endeudados encabezada por el Fondo Monetario Internacional) como en la crisis del mercado bancario interno en EU en 1984, cuando el gobierno estadounidense encabezó una operación de rescate del Continental Illinois Bank.

Los *booms* y los *Cracks* forman parte del fenómeno de una crisis financiera. Un boom se puede definir como un auge exagerado (o sea fuera de lo normal) del precio de un bien: la prueba de la exageración en el nivel de precio es precisamente el *Crack en* el precio que sigue al *boom*. Un boom puede ser resultado de una crisis financiera y, a la vez, puede ser su causa. Podemos usar como ejemplos el boom de 1987 del mercado mexicano de acciones que fue resultado de la crisis petrolera y financiera de 1986, y el famoso boom (y crack) de 1929 que fue causa de la crisis financiera posterior en EU, y, finalmente la depresión de los años treinta. Aunque han ocurrido en distintas épocas y respecto a distintos bienes, los booms han tenido características bastante semejantes entre sí. A continuación se expone en las siguientes secciones ejemplos destacados de ella, booms históricos recientes en el mercado internacional y en el mercado accionario en México en 1979 y 1984; y, finalmente, el boom accionario en México de 1987 en el contexto del boom accionario mundial del mismo año.

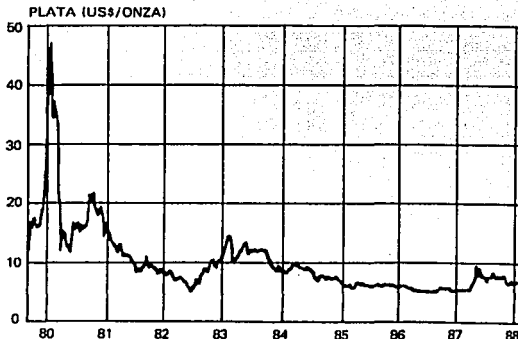
*El crack de 1929*

Por su trascendencia dentro del sistema económico estadounidense, el crack de 1929 ha llegado a representar el prototipo de cualquier boom financiero. Después de casi una década de auge en el mercado accionario de Nueva York, los inversionistas estaban acostumbrados a un mercado con un sólo sentido: hacia arriba. Estaban alentados a actuar a base de sus sentimientos, con la posibilidad de crédito de margen hasta 9 veces su propia inversión. Pero cuando el mercado se empezó a tambalear no hubo nada que impidiera la caída. El martes 29 de octubre (el famoso *Lunes, negro*) el índice Dow Jones bajó 30 puntos (10%), operándose un nivel récord de 16 millones de acciones. Cuando las acciones llegaron a su nivel más bajo, en 1932, habían perdido 83% del valor de sus niveles máximos de septiembre de 1929. Mientras tanto, el índice Dow Jones no volvió a los niveles de 1929 sino hasta 1954.

Posteriormente en 1979, en el quinquagésimo aniversario del crack de 1929, surgió una oleada de artículos periodísticos y programas de televisión con el tema "¿Podría suceder otra vez?". Todos, obviamente, llegaron a la conclusión de que, con los sistemas financieros tan sofisticados de la época, no sería posible.

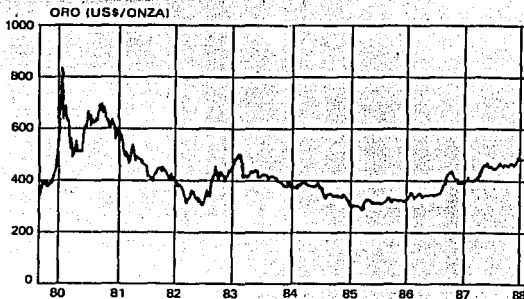
Apenas tres meses después, en enero de 1980, se les dio otra respuesta, esta vez la correcta, aunque en otros mercados. El oro llegó a un nivel de US\$850 y la plata a un nivel de US\$50 por onza, habiendo subido los precios de los dos metales 100% en sólo un mes. La plata cayó a un nivel de US\$11, o sea en 80% en marzo del mismo año, sólo *dos meses* después.

Para los fines de este estudio basta decir que estos booms, como se ve en las Gráfica 3.1 y 3.2, muestran el patrón clásico, esto es una súbita alza de precios que después tiende a normalizarse a través del tiempo.



Gráfica 3.1

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN



Gráfica 3.2

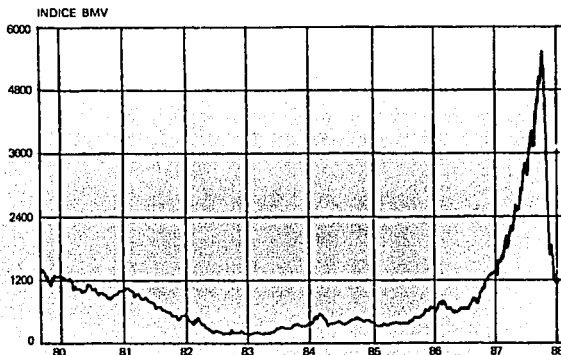
### El Mercado Accionario Mexicano en 1979 y 1984

El boom accionario mexicano de 1979 fue resultado directo de la devaluación de 1976. La devaluación afectó a las empresas de dos maneras. Por un lado, las empresas endeudadas en dólares tuvieron una pérdida cambiaria. Por el otro, la crisis económica de 1976 causó una recesión en 1977, que también afectó los resultados de las empresas. La recuperación económica de 1978, aunada a factores especiales (las ventajas fiscales para la inversión en Bolsa y una campaña de publicidad lanzada por la misma Bolsa), culminó en la euforia de 1979 (llegando el índice accionario a su pico de 1798 el 7 de mayo), y el crac posterior. La caída del índice bursátil fue casi continua durante los últimos años del sexenio, y llegó a un mínimo posterior de 480 en el mes de agosto de 1982, cuando estalló la crisis financiera en México.

La crisis financiera de 1982, con sus múltiples devaluaciones, fue, de hecho, la causa del boom accionario de 1984. Al igual que en 1977, las empresas se vieron afectadas por la recesión de 1983. Asimismo, las pérdidas cambiarias sobre su deuda externa les habrían afectado aún más, si no hubiera sido por la introducción del sistema FICORCA (Fideicomiso para la Cobertura de Riesgos Cambiarios) en mayo de 1983. La recuperación económica esperada para 1984, aunada otra vez a factores especiales (la introducción del Boletín B-10<sup>1</sup> y la venta de los activos no crediticios de la banca nacionalizada) causaron un alza espectacular en el primer bimestre de 1984, culminando en un nivel de índice de 4079 el 28 de febrero, comparado con 2452 al terminar 1983. El índice accionario no volvió a su nivel real de febrero de 1984 hasta octubre de 1985 (véase la gráfica 3.3).

<sup>1</sup> El Boletín B-10 se refiere a la reexpresión inflacionaria en cuestiones contables.

**Promedio de Precios y Cotizaciones del Mercado Accionario 1979-1988**



Gráfica 3.3

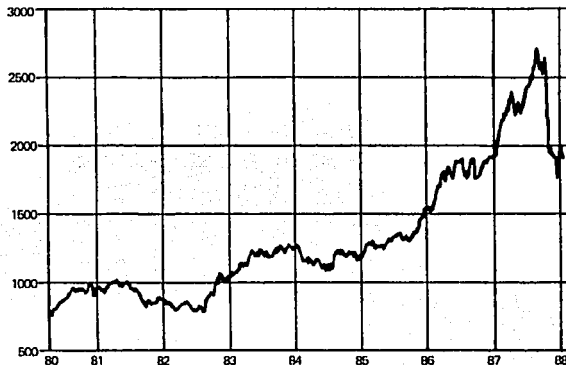
**El Mercado Accionario Mexicano en 1987**

*El contexto mundial del boom accionario de 1987*

El boom accionario en México de 1987 tuvo sus propios orígenes, trayectoria, y desenlace, que describimos posteriormente, pero también fue parte de un auge bursátil global, que empezó en agosto de 1982, y terminó el 19 de octubre de 1987.

En agosto de 1982, se confirmó la tendencia a la baja de las tasas de interés de EU, y se empezó a prever una recuperación económica para 1983. El índice Dow Jones, de un mínimo de 758 en agosto de 1982, empezó un alza ininterrumpida que no terminó hasta el 25 agosto de 1987 en un nivel de 2722, uno de los mercados alcistas más largos de su historia como se ve en la gráfica 3.4. Esta alza tuvo tres causas principales: el déficit público de EU, la corriente conservadora de la administración de Reagan y el avance tecnológico en los mercados de valores.

**Indice Dow Jones del Mercado Accionario de Nueva York 1980-1988**



Gráfica 3.4

*El déficit público de EU*

Al asumir la presidencia de EU en 1981, el Presidente Reagan emprendió un programa de aumento del gasto gubernamental (principalmente el bélico) y recorte de impuestos. El programa no tuvo efecto sobre la economía durante los primeros dos años de su administración, porque la Reserva Federal (bajo la presidencia de Paul Volcker) estaba combatiendo la alta tasa de inflación heredada de la administración de Jimmy Carter mediante una política monetaria restrictiva.

Al abatirse la inflación en 1982, el Sr. Volcker relajó su política monetaria, y el programa de Reagan empezó a empujar el crecimiento económico, inyectando dinero a la economía estadounidense, con consecuentes bajas en las tasas de interés. Al bajar las tasas de interés y crecer la economía, se volvió atractiva la inversión en EU, y el dólar se fortaleció contra las otras monedas principales.

La fortaleza del dólar también implicó cada vez mayores importaciones a EU, con consecuencias positivas para los países exportadores tanto de Asia (principalmente Japón, Corea del Sur, Taiwan, Hong Kong, Singapur), como de Europa (principalmente Alemania Occidental e Inglaterra).

Las dos consecuencias de la política económica de Reagan para las cuentas públicas de EU fueron un crecimiento del déficit público (por la brecha cada vez mayor entre gastos e ingresos), y un creciente déficit en balanza de pagos (por la brecha creciente entre exportaciones e importaciones). Los dos déficits se financiaron con préstamos del resto del mundo, aumentándose la deuda del gobierno de EU en US\$1 billón (mil millones de dólares) durante los años 1981-1988, y convirtiéndose EU del acreedor neto hacia el exterior al deudor más grande del mundo (ocupando Brasil y México segundo y tercer lugar respectivamente).

La creación de este mar de deuda en el mundo, y su gasto correspondiente, tuvo su contrapartida; una liquidez cada vez mayor, no sólo en EU, sino en el resto del mundo. La consecuencia fueron bajas tasas de interés, no sólo en EU sino también en el resto del mundo. La combinación de crecimiento económico y tasas de interés bajas es inmejorable para los mercados accionarios. Por lo tanto, hubo auges bursátiles no sólo en EU sino en casi todos los países desarrollados y en vías de desarrollo en que hay Bolsas.

Otro aspecto de la llamada "revolución de Reagan" en EU fue la rehabilitación del capitalismo como sistema económico, poniéndose más énfasis en las "fuerzas libres del mercado" que en la intervención gubernamental. En el campo empresarial, el efecto más importante fue una actitud menos estricta hacia el crecimiento por adquisición o fusión de las empresas. Anteriormente, como resultado de los excesos de los "barones ladrones" del siglo diecinueve, se había considerado que las empresas demasiado grandes podrían ser nocivas para la libre competencia en la economía, sobre todo si tenían monopolios en sus mercados.

Con la nueva filosofía, se consideraba que, por un lado, el mercado debería decidir el tamaño adecuado para distintos tipos de empresa; por otro lado, en un mercado cada vez más internacional, era casi imposible llamar "monopólico" un productor único nacional, porque su competencia venía de productores de otros países.

El resultado de este regreso a la economía de "laissez faire"<sup>2</sup> fue, en Estados Unidos, una ola de adquisiciones y fusiones billonarias de empresas a través del mercado accionario. El movimiento empezó con las empresas petroleras (por ej. Gulf, Conoco, Sun, Getty), cuya estructura financiera y empresarial se había desquiciado por el ciclo de boom/crac de los precios petroleros entre 1973 y 1981.

Posteriormente hubo adquisiciones o fusiones de muchas grandes empresas de otros ramos industriales y tecnológicos de EU (por ej. RCA, CBS, ABC, General Foods, Nabisco, Carnation, Hughes Aircraft).

Además, por la disponibilidad de dinero en el sistema financiero (otro de los efectos secundarios de los déficits arriba mencionados), se abrió la posibilidad de que una persona, o una empresa, con pocos recursos propios pudiera financiar la adquisición de una empresa mucho mayor, con préstamos organizados por bancos comerciales o bancos de inversión. El servicio de la deuda así contratada se haría con el flujo de caja generado por la empresa adquirida. De ahí surgió el auge de operaciones de "leveraged buyouts" (compras apalancadas) o "contestant takeovers" (adquisiciones hostiles), financiadas por "junk bonds" (bonos chatarra) de alto rendimiento (porque las empresas que las emitían fueron altamente apalancadas, y por lo tanto riesgosas), o por los bancos.

En otros países, esta rehabilitación de la economía de mercado tuvo otro aspecto. En Inglaterra, el gobierno conservador de la Sra. Margaret Thatcher, quien asumió el poder en 1979, emprendió un programa importante de privatización de las grandes empresas estatales. Uno de los graves problemas estructurales de la economía británica había sido la importancia de la industria estatal, empresas que habían sido "nacionalizadas" por el gobierno laborista después de la Segunda Guerra Mundial.

<sup>2</sup> Traducción: Dejar hacer. Que fluyera naturalmente el mercado.

El problema de estas industrias no fue sólo su ineficiencia orgánica (por ser estatal), sino que también dieron lugar al crecimiento de sindicatos muy poderosos, por el propio tamaño de las empresas donde trabajaban, y su carácter estratégico dentro de la economía (acero, gas, carbón, electricidad, teléfonos, líneas aéreas, etc.).

Hasta la fecha, las empresas principales que se han privatizado en Inglaterra son las compañías de teléfonos (British Telecom), de gas (British Gas), de líneas aéreas (British Airways), de administración de aeropuertos (British Airways Authority), de camiones de pasajeros (National Bus Company), de armamentos (National Ordnance Company), de motores (Rolls Royce) y de automóviles (Jaguar). Más recientemente, durante el periodo del crac mundial bursátil de 1987, el gobierno británico vendió su participación en la tercera empresa petrolera del mundo, British Petroleum (BP).

El mercado que se utilizó para llevar a cabo transacciones de fusiones, adquisiciones, o privatizaciones, fue, precisamente, el mercado accionario, tanto en Estados Unidos, como en Inglaterra, u otros países donde se dieron los mismos fenómenos. No se habría utilizado este mercado si no hubiera proporcionado al vendedor de la empresa un valor adecuado para sus activos. De la misma forma, una influencia alcista en los propios mercados fue la anticipación de las distintas operaciones de compra, venta o fusión que se podrían hacer.

#### *El crac de 1987*

Todos estos factores se combinaron y reforzaron para impulsar un auge bursátil internacional sin antecedente en la historia bursátil mundial. Pero, como suele suceder en los procesos históricos, los mismos factores que propiciaron este auge, también fueron la causa principal del crac posterior.

Los dos déficits de EU (el fiscal y el de balanza de pagos) que se habían vuelto crónicos desde el año 1985, se empezaron a percibir como críticos en agosto, 1987. La desconfianza de los inversionistas internacionales en la moneda estadounidense se reflejó en una mayor caída del dólar, que se tuvo que contrarrestar con alzas en las tasas de interés. El mercado accionario empezó a caer ese mismo mes.

Aún así, el mercado sólo había caído de 2722 el 25 de agosto a 2508 el 13 de octubre, o sea 8%. Sin embargo, en los últimos tres días de operación de esa semana el índice Dow Jones del mercado de Nueva York cayó 95,58 y 108 puntos respectivamente, cerrando la semana en un nivel de 2246. Ese mismo fin de semana, James Baker, Secretario de Hacienda en EU, hizo unos comentarios desafortunados respecto a su voluntad de dejar caer el dólar frente a la intransigencia de los alemanes occidentales en reactivar su economía.

El resultado fue el "Lunes Negro". El mercado de acciones de Nueva York, ya sensible por las bajas de la semana anterior, abrió marcadamente a la baja. Los programas de operación de acciones ("trading programs") empezaron a funcionar, deprimiendo aún más el mercado, y creando un círculo vicioso. Al terminar el día el índice Dow Jones había desplomado 508 puntos, cerrando en un nivel de 1739, la mayor baja porcentual en un sólo día (de 22.6%) de su historia.

Estando los mercados internacionales de valores, a raíz de la nueva tecnología, altamente telecomunicados entre sí, se desató una cadena de bajas en los principales mercados accionarios del mundo. El 20 de octubre, los mercados que habían cerrado (por la diferencia de horas), antes de que terminara el Lunes Negro en Nueva York, se contagiaron por el crac de Nueva York; el mercado de Londres cayó 12%, el de Tokio 15% y el de Sydney (Australia) 25%.

En Hong Kong, las autoridades bursátiles decidieron cerrar el mercado durante el resto de la semana.

Al terminar 1987, la mayoría de los mercados accionarios del mundo se habían recuperado de sus niveles mínimos de la semana después del "Lunes Negro". Sin embargo, el trauma del crac ha ocasionado un análisis muy profundo de sus causas: de los déficits, de la autorregulación de los mercados, y de la tecnología. Como en cualquier caso de exceso, se dio una corrección en cada una de estas áreas en los años subsecuentes.

#### *El crac mexicano en 1987*

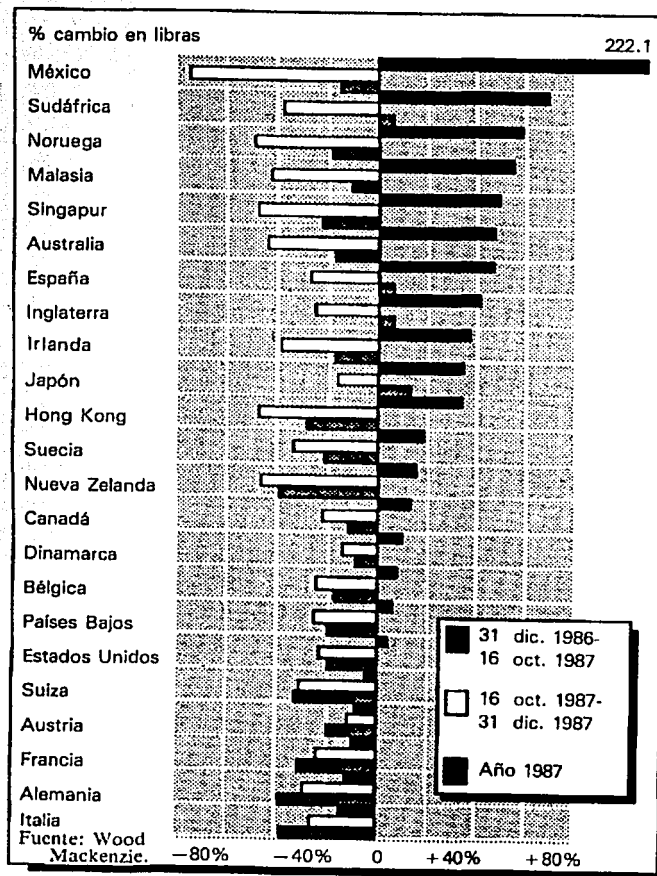
El boom accionario mexicano de 1987 representó otra variación del boom bursátil mundial. Al igual que el mercado accionario estadounidense, el índice accionario en México tocó fondo en agosto de 1982. La causa de este fenómeno fue la misma que afectó el mercado estadounidense, el alza de los precios del petróleo de 1979-1980, aunque su efecto fue distinto en los dos mercados. En México, el boom petrolero había ocasionado un boom crediticio, con el consecuente auge económico de 1978-1981, y el desplome posterior. En EU, el boom petrolero desató una feroz inflación, que sólo se pudo controlar hasta 1982. Los dos mercados empezaron a subir al mismo tiempo. Pero el Mercado Mexicano subió más violentamente, en 1983 y 1984, para luego ajustarse, por haberse adelantado a una recuperación económica prematura, que se tuvo que frenar en el segundo semestre de 1985. En septiembre de 1985 sobrevino el trágico terremoto y en enero de 1986 el desplome en los precios mundiales del petróleo. Estos dos factores impidieron que el mercado accionario siguiera la trayectoria de las otras bolsas mundiales.

En julio de 1986, parecía que el problema externo de la economía mexicana se había superado con el acuerdo crediticio con el FMI que implicaba un flujo bruto de recursos hacia México de un mínimo de US\$12 mil millones. A su vez, el precio del petróleo empezó a subir. Partiendo de esta base positiva, los tres factores que habían empujado el auge bursátil mundial empezaron a tener un efecto en el mercado accionario en México. Las bajas tasas de interés internacionales, producto de la enorme liquidez mundial (aunadas a una política cambiaria agresiva en México), propiciaron una repartición importante de capitales hacia México desde mediados de 1986. Las reestructuraciones y privatizaciones de los mercados accionarios estadounidense y británico tuvieron su reflejo en México en septiembre de 1986, se formalizaron las operaciones de reestructuración de la deuda externa de las empresas mexicanas mediante o raciones de "swaps", u otros sistemas de capitalización o prepago de pasivos: el efecto de estas operaciones sobre los estados financieros de las empresas fue una causa muy importante de la revalorización de las empresas en el boom. A su vez, la privatización parcial de un grupo muy importante de sociedades (los bancos) desde febrero de 1987 también tuvo un efecto muy importante en el auge accionario.

La tecnología también incidió en el boom mexicano. El alto volumen de operaciones en acciones no habría sido posible sin sistemas avanzados de computación. Los avances en telecomunicaciones hicieron posible una mayor participación en el auge por parte de sucursales de las casas de bolsa en las principales ciudades de república. Pero la influencia más fuerte, evidentemente, fue la del "Lunes negro". Tal como el mercado accionario mexicano había sido el de mayor alza de todo el mundo en 1987, así fue el de mayor baja como se ve en la gráfica 3.5. Lo que sube, baja: lo que sube violentamente, también baja violentamente.



Bolsas del Mundo 1987



Gráfica 3.5

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

El economista estadounidense J. K. Galbraith refiriéndose al crac de 1929 escribió que "durante un pánico financiero podemos gozar al máximo la idiotez en toda su variedad de la raza humana, que, aunque represente una gran tragedia, lo único que se está perdiendo es el dinero".

Pero, aparte de su interés intrínseco, el análisis de los booms y los cracs, las crisis y los pánicos tiene una utilidad práctica. Si llegamos a encontrar un *patrón* en los booms, esto nos dará la posibilidad de conocer sus distintas etapas, aprovechar la parte de irracional, pero todavía salir a tiempo. Asimismo, fuera de las épocas (no muy comunes) de boom, si, mediante un análisis de la actividad de los inversionistas durante épocas de boom, podemos derivar patrones psicológicos, podemos aprovechar el reconocimiento de ellos para nuestra operación cotidiana en los mercados de inversión.

### EL PATRON CLASICO DEL BOOM

Con base en el trabajo pionero del economista estadounidense Hyman Minsky se ha podido detectar una serie de *etapas* que la mayoría de los booms tiene en común. Estas etapas (algunas de las cuales pueden llegar a ser simultáneas) se pueden denominar de la manera siguiente: desplazamiento, crecimiento gradual, aumento de crédito, entrada de novatos, euforia, salida de conocedores, crac, pánico y rechazo.

#### *Desplazamiento*

Cada boom viene como resultado de un cambio drástico (*desplazamiento*) en el ambiente de inversión. Este cambio puede ser una guerra -el crac de 1929 fue consecuencia de la prosperidad de los años posteriores a la primera guerra mundial. También puede ser un descubrimiento o un invento (canales, ferrocarriles, la obsesión por las empresas de alta tecnología en EU en 1983). Puede ser un cambio importante de relaciones políticas: el nuevo poder de la OPEP que ocasionó los aumentos en el precio del petróleo, que a su vez causaron las alzas en los precios de los metales. El mismo boom petrolero detonó la inflación en EU, cuyo abatimiento fue causa del boom bursátil estadounidense de 1982-1987. En México, las devaluaciones de 1976 y de 1982 fueron las causas directas de los booms accionarios de 1979 y 1984. La devaluación de 1985, el terremoto del mismo año y el colapso petrolero de 1986 fueron causas del boom accionario de 1987.

#### *Crecimiento gradual*

Después del cambio drástico en el ambiente ocasionado por el evento de desplazamiento, por lo regular sobreviene un ajuste gradual a las nuevas circunstancias. Esto se puede ver más claramente en el crecimiento gradual de la economía estadounidense en la década de los años veinte de este siglo, y en el aumento relativamente suave tanto de los metales en 1979 como de los precios de las acciones en México en los años 1977 y 1978, 1983 y 1986.

#### *Aumento de Crédito*

El aumento de crédito normalmente se da en forma simultánea al crecimiento gradual descrito antes. De hecho, la existencia de dinero para invertir en el bien en cuestión (u objeto de especulación) es una condición necesaria para que haya un boom subsecuente.

A la vez, el auge de los metales en 1973-4 y 1979-80 fue resultado directo de la mayor afluencia de dinero (petrodólares) que surgió a raíz del aumento en el precio del petróleo. Una condición importante para el auge bursátil mundial de 1982-1987 fue la enorme liquidez creada por el déficit público de EU. En el mercado mexicano el retiro de la circulación de los bonos financieros, que se llevó a cabo en los años 1977-78, tuvo una influencia directa en la disponibilidad de dinero para el mercado accionario. En el boom de 1984 la existencia de un mercado de dinero enorme desde 1982 facilitó la posibilidad de transferencia de recursos de este mercado grande a un mercado accionario relativamente pequeño. Un factor importante del boom de 1987 fue la disponibilidad de dinero para la inversión en acciones creada por la repatriación de capitales, estimada en US\$5 mil millones entre julio de 1986 y octubre de 1987.

#### *La entrada de novatos*

La entrada de novatos es una etapa que resulta de las condiciones anteriores. Por las ganancias importantes que se han realizado, el novato empieza a darse cuenta, y entra al mercado sin experiencia y sin conocimiento. Señales de esta etapa pueden ser: comentarios en periódicos no especializados (que normalmente no se interesan en cosas tan esotéricas), pláticas abiertas en cócteles y reuniones (que tampoco son por lo general foros para este tipo de conversación), e interés mostrado en el mercado por gente que por lo común no está altamente calificada para la actividad de inversión (amas de casa, taxistas, dentistas). Otro indicador útil de esta etapa muchas veces lo constituyen las declaraciones oficiales de funcionarios del mercado de la bondad de la inversión en él.

#### *Euforia*

La entrada de los novatos da como resultado una especie de euforia en el mismo mercado. Esta euforia se demuestra en alzas espectaculares e indiscriminadas del objeto de especulación (metales, acciones, mercaderes). Se vuelve muy fácil ganar dinero, y casi imposible perderlo. Como consecuencia de ello, los inversionistas e intermediarios que los asesoran empiezan a sentirse omnipotentes.

#### *Salida de conocedores*

Con la entrada de los novatos y las alzas espectaculares en los precios los conocedores ven los síntomas de un boom clásico y se empiezan a salir del mercado. Esto, a su vez, puede tener un efecto estabilizador en el mercado que deja de subir en la forma vertiginosa antes experimentada (véase el cuadro 7-3).

#### *Crac*

El crac viene cuando, por primera vez, hay una baja importante en el precio del bien. El crac puede ser resultado de algo externo (como los eventos políticos en el caso del boom bursátil de 1979). O puede ser, sencillamente, una baja de precio porque el bien estaba sobrevaluado (la Bolsa de Nueva York, los booms mexicanos).

### Pánico

Después del primer crac, puede haber un ligero repunte, ya que todavía hay inversionistas que no quieren creer que el boom ha terminado. Posteriormente viene el pánico, cuando cada quien trata de salirse de la inversión como pueda. Esta etapa, la esencia de un boom (no podría haber un boom sin su crac correspondiente), ocurre en todos los booms. Cada idioma tiene frases propias de esta etapa. "Every man for himself" (inglés: cada quien lo suyo); "sauve qui peut" (francés: sálvese el que pueda); "den letzen bei sen die Hunde" (alemán: que los perros muerdan a los últimos); "Torschlüssspanik" (alemán: las ansias de llegar a la puerta antes de que se cierre).

### Rechazo

Después de las pérdidas financieras (sin mencionar el traqueteo emocional) sufridas, son muchos los inversionistas que ya no quieren saber absolutamente nada del bien en cuestión. Esta es la etapa de rechazo que ya vimos en el caso de sir Isaac Newton. Esta etapa puede durar mucho tiempo -como en el caso del mercado de acciones en Nueva York que no llegó a los niveles de 1929 sino hasta 1954. Puede durar un plazo razonable: los metales tuvieron booms en 1973-4 y 1979-80, el mercado accionario mexicano en 1979 y 1984 -los dos con un lapso intermedio de cinco años. También puede haber una época corta (aunque esto no ha sido normal históricamente). Por eso fue de sorprender la aparente recuperación del mercado accionario en México, ya que rompió su máximo del boom del 28 de febrero de 1984 en *el mismo año*, llegando a otro máximo (4,460) el día 21 de septiembre -aunque, como comentamos anteriormente, apenas rebasó *en términos reales* sus niveles de febrero de 1984 en el último trimestre de 1985.

### Su aplicación práctica

Hay una aplicación práctica del modelo. Tomemos los tres casos del mercado accionario en México. Un buen analista ortodoxo utilizando técnicas de valuación de mercado se habría dado cuenta de que el mercado se había empezado a sobrevaluar en el mes de enero de 1979, en enero de 1984 y en abril de 1987, respectivamente. Por lo tanto, habría salido de *toda su posición accionaria en aquellos meses*. Eso, de hecho, fue lo que hizo sir Isaac Newton, logrando una buena utilidad para luego volver a entrar y perder todo.

Pero, aunque tiene bases técnicas impecables, esta salida del mercado habría implicado *el sacrificio de posibles ganancias importantes*. El mercado subió de 889 a 1,798 -el doble- en 1979, de 2,45 a 4,079 (66%) en 1984 y de 98,524 al principio de abril de 1987 373,216 al principio de octubre (casi cuatro veces). Por lo tanto, con conocimiento del fenómeno de los booms el inversionista los puede aprovechar manteniendo una posición hasta la última etapa anterior al crac (euforia y salida de conocedores). Dependiendo de su actitud hacia el riesgo, esta estrategia implicaría, por ejemplo, la venta de una cuarta parte de su posición cuando el mercado se llega a sobrevaluar por primera vez, otra cuarta parte cuando se percibe la entrada de los novatos, otra cuarta etapa en la etapa de la euforia y la parte final justo antes del crac.

## 3.2 La Cobertura de Riesgos Políticos

### Introducción

Exportadores y contratistas que tengan relación alguna de trabajo en el extranjero pueden incurrir en fuertes pérdidas financieras que se originen como consecuencia de la consumación de algún evento político, social o económico originado por una decisión tomada por el gobierno o autoridad de determinado país o de alguna institución privada que haya actuado bajo el direccionamiento del gobierno de dicho país.

Muchos de estos riesgos a los que están expuestos los exportadores y contratistas, pueden ser aseguradas por las agencias nacionales de crédito a la exportación, los cuales son organismos gubernamentales encargados de apoyar a los pequeños, medianos y grandes empresarios de un país, ofreciéndoles servicios de asesoría en comercio exterior y que en algunas ocasiones otorga la cobertura para el llamado Seguro de Riesgo Político, debido al interés que tiene el gobierno en fomentar las exportaciones de sus empresarios y de esta forma incrementar los ingresos de una nación que provengan del exterior. Independientemente a las agencias nacionales de crédito a la exportación existen diferentes fuentes alternativas de seguro contra este tipo de riesgos en el mercado internacional de seguros, incluyendo los sindicatos de Lloyds y otras compañías de seguros con red de oficinas de representación en todo el mundo. Estas compañías ofrecen productos especializados para asegurar riesgos de contratos de exportación para los cuales una cobertura de origen local es restringida, muy cara, no apropiada o no disponible, por ejemplo:

- a) El contrato pudiera ser considerado no elegible para cobertura debido a la insuficiencia de los bienes o servicios en el país destino.
- b) El contrato pudiera ser no elegible para cobertura debido a que los términos de los pagos no son compatibles con los acuerdos internacionales de comercio internacional.
- e) El sistema de aseguramiento local pudiera declinar otorgar cobertura en algún país determinado por considerarlo fuera de cobertura de acuerdo a sus políticas de suscripción
- d) El sistema de aseguramiento local pudiera no cubrir cierto riesgo en particular, por ejemplo la falta de abastecimiento de mercancía por parte de un comprador en un acuerdo de comercio por trueque o intercambio de mercancías.

En este contexto podemos listar algunos de los riesgos que pueden ser cubiertos y las principales particularidades de estas coberturas. Es importante mencionar que este tipo de coberturas se otorgan a aquellos riesgos existentes dentro de los aspectos del entorno político internacional, es decir no se cubren riesgos que pudieran estar dentro de la cobertura de una póliza estándar de Seguro de Crédito o bajo una póliza estándar de todo riesgo a propiedad en el caso de inversiones en el exterior.

### Coberturas

Las coberturas existentes dentro del esquema asegurador internacional de riesgo político, se dividen en dos grandes áreas que son independientes entre sí, la primera se refiere al comercio internacional, y comprende los aspectos derivados de alguna razón de cancelación del contrato de exportación y la segunda área de estudio del riesgo político que comprende la cobertura

sobre activos, es decir inversiones, plantas industriales o equipo que se encuentre ubicado fuera del país de origen del asegurado, a continuación se hace una descripción muy general de los tipos de coberturas existentes dentro de este esquema de aseguramiento a manera de resumen.

#### Frustración de contrato

- Incumplimiento en el pago,
- Embargo por transferencia de moneda,
- Cancelación unilateral de contrato,
- Embargo de exportación o importación y cancelación de licencia,
- Terminación por causa de fuerza mayor,
- Guerra,
- Trueque e intercambio de mercancías,
- Incumplimiento en la entrega de los bienes adquiridos,
- Cobertura contra reclamo injusto de fianzas y garantías,
- Incumplimiento de la letra de crédito.

#### Confiscación

- Confiscación de inversiones fijas o permanentes,
- Confiscación de garantías de préstamo,
- Confiscación de activos móviles,
- Confiscación de aeronaves operadas bajo contrato de venta o arrendamiento,
- Confiscación de plantas industriales y equipo de contratistas,
- Cobertura contra terrorismo y sabotaje,
- Guerra en tierra.

#### Principales características:

- Flexibilidad,
  - Individualidad del seguro,
  - Coaseguro,
- Periodo de espera,
- Intereses,
- Principales exclusiones
  - Deficiencia material,
  - Guerra entre las cinco potencias,
  - Fluctuación de moneda,
  - Insolvencia y déficit financiero,
- Vigencia,
- Beneficiario preferencial,
- Asegurados potenciales,
- Confidencialidad.

ESTA TESIS NO SALE  
DE LA BIBLIOTECA

### 3.3 La Cobertura Cambiaria

La política de largo plazo adoptada para el desarrollo de la Economía Mexicana a partir del año de 1982 contempla la liberalización y desregulación de la misma, así como el impulso al desarrollo del comercio exterior como medio para lograr que el país pueda crecer y salir de la crisis que enfrentaba desde la década de los años setenta. Ello implica para el Gobierno Mexicano el compromiso de procurar que se den las condiciones propicias para que el desarrollo del comercio sea posible, y en ese sentido la estabilidad del mercado cambiario es elemento indispensable. Así, además de tomar medidas para estabilizar el mercado cambiaria al contado desde 1982 en adelante, el Gobierno Mexicano anunció en noviembre de 1986 la puesta en marcha del Mercado de Coberturas Cambiarias de Corto Plazo, que inició sus operaciones el 5 de enero de 1987.

El Mercado de Coberturas Cambiarias de Corto Plazo fue diseñado por una comisión integrada por elementos del Banco de México, de la Comisión Nacional Bancaria y de la Secretaría de Hacienda y Crédito Público y fue implementado como una alternativa a las operaciones de compra-venta de divisas a futuro en el Mercado Interbancario Mexicano, resolviendo la restricción que imponen la Legislación Bancaria y el Control de Cambios vigentes a las operaciones a futuro. En este sentido, el factor más importante es que en el mercado de coberturas cambiarias las operaciones son liquidadas en moneda nacional al tipo de cambio controlado de equilibrio vigente en la fecha de liquidación de las mismas, al mismo tiempo que permiten conocer los precios de compra o venta de los dólares objeto de las coberturas desde el momento mismo en que la operación es pactada.

Entre los beneficios de implementar en México un mercado alterno para las operaciones de compra-venta a futuro para el peso mexicano, posiblemente los más importantes son: dar estabilidad a los precios, transferir los riesgos a los agentes económicos dispuestos a asumirlos (los especuladores), y permitir la planificación de las actividades industrial y comercial.

#### Funcionamiento

Los participantes del mercado de coberturas cambiarias son las instituciones autorizadas por el Banco de México para operar como intermediarias (a octubre de 1990 eran ocho los bancos y once las casas de bolsa autorizadas), las sociedades mercantiles y los organismos públicos descentralizados 13 establecidos en el país, además del mismo Banco Central. En total, a la fecha deben ser alrededor de 300 los participantes del mercado.

Las empresas participantes recurren a alguna de las intermediarias para comprar o vender contratos de cobertura cambiaria. Las intermediarias también se compran y venden coberturas entre sí, y al Banco de México. Ya que las instituciones intermediarias deben asumir también riesgos por incumplimiento de los contratos, estas sólo realizan operaciones de compraventa con las sociedades mercantiles o con los organismos que cumplan con los requisitos crediticios a su juicio necesarios como garantía. La participación del Banco de México en el mercado de coberturas cambiarias, comprando y vendiendo coberturas a las intermediarias, permite reducir el riesgo comercial y tener control sobre la especulación.

Para participar en el mercado de coberturas de corto plazo, no es requisito que las empresas demuestren la tenencia de activos o pasivos denominados en moneda extranjera. Como consecuencia, pueden participar no sólo con el objeto de cubrir posiciones expuestas, sino también con el objeto de especular, de realizar operaciones cubiertas o bien operaciones de

arbitraje. El objetivo de no requerir la demostración de la tenencia de posiciones en dólares es tener un mayor número de participantes en el mercado, que con las operaciones de especulación y de arbitraje permitan a los precios de cobertura tener mayor estabilidad.

Los contratos de cobertura cambiaria cubren los riesgos por posiciones denominadas en dólares norteamericanos, tomando como referencia el tipo de cambio controlado de equilibrio del peso mexicano con respecto al dólar de los E.U.A.. Sin embargo, acorde con el control cambiario vigente en el país, en el mercado de coberturas cambiarias no se trabaja con divisas, sino que se pagan solamente las diferencias en moneda nacional. Los plazos de cobertura pueden ser pactados libremente entre los participantes, aunque no deben exceder a los 180 días. Los plazos de cobertura más comunes son de uno, dos, tres o seis meses, dependiendo de la institución intermediaria de que se trate.

Los contratos de cobertura cambiaria son comprados y vendidos a un precio llamado precio de cobertura (por dólar cubierto), que es determinado por la oferta y la demanda, y cada operación efectuada con dichos contratos es única, es decir, no existe un mercado secundario.

El mercado de coberturas opera los días hábiles del calendario bancario, de las 9:00 a las 13:30 hrs., que es el mismo horario del mercado cambiario en México. Al igual que en este último, la utilidad que obtienen las instituciones intermediarias del mercado de coberturas proviene del diferencial que existe entre los precios de compra y de venta, por lo que los participantes (sus clientes) no pagan ninguna comisión o arancel.

No existe explícitamente en las reglas de operación del mercado de coberturas un monto mínimo para la realización de operaciones de compra-venta de coberturas, aunque las instituciones intermediarias fijan en la práctica uno, que comúnmente es de \$ 5,000.00 M.N.; no existe, en cambio, un límite superior. Para las intermediarias, los límites en su operación están dados por las posiciones máximas que el Banco de México le autoriza tener a cada una. Al igual que ocurre en los mercados interbancarios internacionales de divisas (spot y forward), en el mercado interbancario mexicano las operaciones de compra-venta son pactadas vía telefónica, y existe una confirmación escrita en forma posterior. El mercado de coberturas opera de forma similar. Cada operación es cerrada directamente entre un representante de la institución intermediaria y uno de la empresa participante, lo cual difiere enormemente de la forma en que se pactan las operaciones en un mercado de futuros donde, aunque también se confirman por escrito las operaciones después de que fueron pactadas, las compras o ventas se cierran entre dos representantes de los brokers en un espacio físico (patio) especialmente designado para ello.

Ya se indicó que los precios de las coberturas son determinados por la interacción de la oferta y la demanda. Sin embargo, cuando las instituciones intermediarias tienen que establecer sus cotizaciones, toman dos criterios como primera aproximación. Por una parte, calculan el precio de la cobertura cambiaria como la diferencia entre el tipo de cambio al contado o spot y el tipo de cambio a plazo dado por la paridad de tasas de interés (véase el Anexo I, sección C), traída a valor presente; Por otro lado, calculan también el precio de la cobertura como la diferencia entre el tipo de cambio al contado y el tipo de cambio resultado de la extrapolación del deslizamiento en la paridad del peso, suponiendo que la política cambiaria permanece constante, traída también a valor presente. El tomar en cuenta las dos estimaciones mencionadas puede servir a las instituciones intermediarias para formarse un criterio acerca de como se presentarán la oferta y la demanda, según las posibilidades de arbitraje.



### 3.4 Fondo de Contingencia de la Bolsa de Valores de México

#### Objetivo

El fondo de contingencia en favor de los inversionistas del Mercado de Valores constituye un instrumento de interés público, creado por la Bolsa Mexicana de Valores, por los Agentes de Bolsa y Casas de Bolsa, con el conocimiento y apoyo de la Secretaría de Hacienda y Crédito Público y de la Comisión Nacional de Valores, cuyo objetivo primordial es el de proteger a los inversionistas contra la contingencia de sufrir un menoscabo patrimonial, cuando por cualquier circunstancia no les sean devueltos los valores o fondos que hubieran confiado a Agentes de Valores, para actos propios de su actividad profesional.

El Fondo constituye un instrumento esencial de seguridad para el público inversionista, que crea la intermediación como un acto de madurez propio para el desarrollo del Mercado de Valores Mexicano.

La Bolsa Mexicana de Valores, los Agentes de Bolsa y Casas de Bolsa afectan en fideicomiso bienes para constituir un Fondo de Contingencia en favor de los Inversionistas del Mercado de Valores, cuyo objeto ha sido señalado.

El Fondo está constituido en fideicomiso irrevocable, en el cual actúa:

- Como fideicomitentes: la Bolsa Mexicana de Valores, los Agentes de Bolsa personas físicas y las Casas de Bolsa.
- Como fiduciario: el Banco Nacional de México, institución privada de banca múltiple.
- Como fideicomisarios: los inversionistas del Mercado de Valores, que hayan entregado valores o fondos a los fideicomitentes (Agentes de Bolsa y Casas de Bolsa), para realizar operaciones en el Mercado de Valores y por la Bolsa Mexicana de Valores.

#### Junta de fideicomitentes

Los fideicomitentes, para adoptar decisiones en asuntos que se han reservado, así como para asumir obligaciones y externar su voluntad conjunta, han convenido en integrar un cuerpo colegiado, que funcionará como junta de Fideicomitentes, la cual actuará como se indica:

Dicha junta se integra con la totalidad de los fideicomitentes y cada uno de ellos representará un voto.

La junta de Fideicomitentes se reunirá cada vez que las circunstancias lo ameriten, a iniciativa del fiduciario, del Comité Técnico o de la Bolsa Mexicana de Valores y, cuando lo considere oportuno, la Comisión Nacional de Valores.

Las reuniones de la junta serán presididas por el Presidente de la Bolsa Mexicana de Valores, quien en su ausencia será sustituido por los miembros del Comité Técnico, en el orden de su designación. Actuará como Secretario quien lo sea del Comité Técnico y, en ausencia, la persona que designen los fideicomitentes que asistan a la reunión.

Las facultades de la junta de Fideicomitentes se encuentran debidamente establecidas en el cuerpo del contrato del fideicomiso.

### Comité técnico

El Fondo prevé el establecimiento de un Comité Técnico, que estará integrado por el número de miembros que determine la junta de Fideicomitentes sin que sea menor de cinco.

Para ser miembro del Comité Técnico se requiere ser Agente de Bolsa persona física o administrador, director o apoderado para celebrar operaciones con el público, de Casas de Bolsa que sean fideicomitentes; o ser presidente, vicepresidente o funcionario de la Bolsa Mexicana de Valores.

La junta de Fideicomitentes determinará el período en que los miembros designados ocuparán el cargo. Corresponde la presidencia del Comité, de oficio, al Presidente de la Bolsa Mexicana de Valores.

Las funciones del Comité Técnico al igual que las de la junta de Fideicomitentes, están definidas en el contrato del fideicomiso.

Por su propia naturaleza el fideicomiso es irrevocable y su duración indefinida, pudiendo extinguirse por imposibilidad para continuar realizando el fin para el que se crea, estableciéndose otro mecanismo que los sustituya en sus fines, por disposición legal o administrativa de las autoridades competentes, sin perjuicio de los intereses de terceros.

El patrimonio del Fondo está integrado por los recursos aportados por la Bolsa Mexicana de Valores, por los Agentes de Bolsa y las Casas de Bolsa.

Las afectaciones de recursos que realicen o deban realizar los fideicomitentes serán por cantidades iguales, sin considerar la capacidad patrimonial de cada uno, ni la importancia en el volumen de los negocios que manejen. El monto de las afectaciones que, en su caso, haga la Bolsa Mexicana de Valores, se determinará de acuerdo con ésta.

Formaran parte del patrimonio del Fondo, los recursos que cada uno de los fideicomitentes entregó, las aportaciones de los Agentes de Bolsa y Casas de Bolsa que se incorporen posteriormente con el carácter de fideicomitentes, más los productos obtenidos con la inversión de fondos.

Los productos que se obtengan de los bienes y fondos afectados en fideicomiso pasarán a formar parte del patrimonio del Fondo.

Los bienes o efectivo que los fideicomitentes afecten en fideicomiso, para integrar, incrementar o reponer los recursos patrimoniales del Fondo, se considerarán afectos en forma definitiva e incondicional para el cumplimiento de los fines del fideicomiso, por cuyo motivo no habrá reversión en ningún caso y bajo ninguna circunstancia, aún cuando los fideicomitentes, por cualquier causa, dejen de tener ese carácter.

Los inversionistas del Mercado de Valores que hayan confiado valores o fondos a los Agentes de Bolsa y Casas de Bolsa que sean fideicomitentes, para realizar operaciones con valores aprobados, para actos propios de su actividad profesional, tendrán derecho a que el fideicomiso los indemnice en los daños sufridos por el menoscabo patrimonial, al no restituirseles parcial o totalmente los títulos o fondos entregados, sujeto a los límites, requisitos y condiciones que establecen en el contrato de fideicomiso.

Como consecuencia, quedan expresamente excluidos de la garantía a que se refiere el contrato de Fondo:

- Los perjuicios que el inversionista tenga derecho a reclamar contra el intermediario, por la privación de la posible ganancia lícita que pudiera haber obtenido,

- Los quebrantos patrimoniales que resulten como consecuencia de las operaciones de intermediación en el Mercado de Valores, sea por alzas o bajas del Mercado,
- Los quebrantos patrimoniales que se originen de actos relacionados con la intermediación financiera, a que se refiere el artículo 138 bis 7, de la Ley General de Instituciones de Crédito y organizaciones Auxiliares,
- Los daños patrimoniales que sufra un Agente de Valores, por operaciones que haya celebrado con el Agente de Valores insolvente que incumplió con su cliente la de inversionistas, aquel Agente también cae en insolvencia, quedando en imposibilidad de hacer devolución de los fondos y valores que se le confiaron, los inversionistas afectados que operen con el mismo, quedan protegidos con la garantía del Fondo, en los términos del contrato de fideicomiso.

### **Monto de la cobertura**

El monto de la protección a cargo del Fondo a favor de cada inversionista, no será superior a un millón de pesos; por lo tanto, si el valor de los títulos o fondos, o ambos, entregados al fideicomitente que incumpla, ascienden a una cantidad superior, el fiduciario se concretará a pagar hasta el límite antes señalado.

Cuando, de acuerdo con los estatutos que celebren los inversionistas con los fideicomitentes, se presente el caso de que exista en favor de un mismo fideicomisario varias cuentas que representen derechos de solidaridad activa, a cargo de un mismo fideicomitente, para efectos de determinar el límite que establece el párrafo anterior, y fijar las responsabilidades a cargo del Fondo, sumarán los derechos solidarios de dicho fideicomisario, como si fuese único acreedor, por lo que el fiduciario no podrá hacer pago a los demás acreedores solidarios, sin perjuicio de los derechos que éstos tengan y puedan hacer valer contra el deudor. Tratándose de varias cuentas por simple mancomunidad activa a cargo de un mismo fideicomitente, se sumarán las porciones que correspondan a cada acreedor mancomunado, de manera que los límites a que se refiere el párrafo anterior, se fijen por cada uno de dichos acreedores.

Para determinar el monto de los pagos que deba realizar el fiduciario a los fideicomisarios, en los términos del contrato de fideicomiso, los títulos deberán considerarse de acuerdo con las cotizaciones de mercado, calculado a la fecha en que debió hacerse la devolución por parte del fideicomitente.

De la cantidad resultante a pagar a cada fideicomisario, el fiduciario deducirá un 10 %, reduciéndose en esa proporción la suma a cubrir con cargo al Fondo.

Para que el fideicomisario pueda recibir el pago que corresponda, es necesario que la causa de la no restitución de los títulos, valores o efectivo que se hubieran confiado al Agente de Valores que sea fideicomitente, genere obligación de éste para resarcir el menoscabo patrimonial, y que el correlativo derecho del fideicomisario, sea susceptible de subrogación, de tal manera que, hasta por el monto que se le pagó al inversionista con cargo al patrimonio fideicomitado, el fiduciario esté en aptitud de ejercitar las acciones y privilegios que aquel tenga contra el deudor.

El fiduciario asumirá la obligación de pago, sólo después de que el fideicomitente incumplido deje de tener capacidad para devolver los títulos o fondos que se le entregaron, y carezca de suficiente patrimonio para pagar sus deudas.

## 3.5 El Mercado de Derivados

### Introducción

Los mercados de futuros y opciones han cobrado en los últimos años una importancia creciente en el mundo de las finanzas y la inversión financiera. Hemos alcanzado un estado donde es absolutamente esencial que los profesionales de las finanzas entiendan cómo funcionan estos mercados, cómo pueden ser utilizados y qué determina sus precios.

### Contratos de Futuros

*Un contrato de futuros es un acuerdo para comprar o vender un activo en una fecha futura a un precio cierto.* Los dos mercados de cambios principales donde se negocian contratos de futuros son el Chicago Board of Trade (CBOT) y el Chicago Mercantile Exchange (CME). Ilustraremos aquí cómo se hace un contrato de futuros tomando como ejemplo los futuros del maíz que se negocian en el Chicago Board of Trade.

Supongamos que un inversor de Nueva York llama a su agente en el mes de marzo y le da instrucciones para que compre 5.000 bushels<sup>3</sup> de maíz para entregar en el mes de julio. El agente traslada inmediatamente esas instrucciones a un operador del Chicago Board of Trade. Aproximadamente al mismo tiempo, otro inversor de Kansas podría dar instrucciones a su agente para que vendiese 5.000 bushels de maíz a entregar en el mes de julio. Estas instrucciones serían asimismo trasladadas a un operador del Chicago Board of Trade. De encontrarse estos dos operadores y acordar un precio sobre el maíz a pagar en julio, el trato estaría concluido.

El inversionista de Nueva York que ha aceptado la compra, se encuentra en lo que se llamaría una "posición larga en futuros"; el inversionista de Kansas que ha aceptado vender está en lo que se denomina una "posición corta en futuros". El precio acordado entre ambos operadores en el parque se llama *precio del futuro*. Supongamos que ese precio es de 170 centavos por bushel. Este precio está determinado esencialmente por las leyes de oferta y demanda que rigen, de igual forma, el precio de cualquier otro producto. Si en un momento dado hay más operadores que desean vender maíz en julio, en lugar de comprarlo, su precio bajará. Esto posibilitará la entrada en el mercado de nuevos compradores a fin de mantener un equilibrio entre compradores, y vendedores. De modo similar, si existen más operadores que desean comprar maíz en julio en lugar de venderlo, su precio aumentará.

Podemos considerar de momento, que el resultado final de todo lo anterior es que el inversor de Nueva York ha acordado comprar 5.000 bushels de maíz a 170 centavos cada bushel en julio y que el inversor de Kansas ha convenido vender 5.000 bushels de maíz a 170 centavos cada bushel en julio. Ambas partes han adquirido un compromiso contractual.

La negociación de los futuros normalmente tienen lugar en lo que se denomina corros de negociación. Estos son anillos de forma poligonal con peldaños que descienden hacia el centro. Cada corro se dedica generalmente al comercio de un activo en particular. Los agentes interesados en negociar un contrato en un determinado mes tienden a situarse en un lugar determinado del corro. Recientemente, ha tenido lugar un gran debate acerca de la viabilidad de automatizar los sistemas de negociación de los futuros. Bajo un sistema automatizado, el comprador y el vendedor se relacionan a través de un ordenador. Así un comprador potencial

<sup>3</sup> Bushel: medida de áridos = 36.35 litros

se sienta delante de una terminal de ordenador e indica el precio al que está dispuesto a comprar. Este precio es transmitido a través del ordenador y otro operador, también sentado ante un ordenador y conectado al sistema, puede señalar su disposición a vender al precio del comprador sólo pulsando la tecla adecuada. La mayoría de los mercados norteamericanos (incluyendo México) utilizan este tipo de sistemas. Es posible que todos los mercados acaben por eliminar la subasta a viva voz.

### Historia de los Mercados de Futuros

Los orígenes de los mercados de futuros se remontan a la Edad Media. Fueron creados originalmente para satisfacer las demandas de agricultores y comerciantes. Consideremos la posición de un agricultor en el mes de abril de un cierto año. Va a cosechar su cereal en junio y desconoce el precio al que se pagará su cosecha. En años de escasez, puede que el precio de ese cereal sea relativamente alto, sobre todo cuando el agricultor no tenga prisa por vender. Por otra parte, en años de abundancia puede suceder que el cereal tenga que venderse a precios reventados: el agricultor, y su familia, están claramente expuestos a situaciones de alto riesgo.

Consideremos ahora un comerciante que necesite comprar cereal de forma habitual: también estará expuesto a riesgos de precio. Algunos años, la situación de exceso de oferta puede que le aporte precios favorables; en otros, la escasez puede generar unos precios exorbitantes. Parece claro que el agricultor y el comerciante deberían ponerse de acuerdo en abril (o antes) y acordar un precio para el cereal que el agricultor prevea se cosechará en junio. En otras palabras, parece sensato que entre ellos negocien un contrato de futuros. Dicho contrato hará que se elimine para ambas partes el riesgo que supone un precio futuro incierto del cereal.

Nos podemos, preguntar cómo se las compondrá el comerciante durante el resto del año para tener cubiertas sus necesidades de abastecimiento de cereal. Una vez terminado el período de cosecha, el cereal debe ser almacenado hasta la temporada siguiente. Si el comerciante se hace cargo de dicho almacenamiento no tendrá ningún riesgo de precio aunque tendrá que costear el precio de almacenaje. Si el agricultor u otra persona se hace cargo del almacenamiento de cereal, ambos, comerciante y almacenista, se enfrentarán a riesgos asociados con el precio futuro y aparecerá nuevamente la necesidad clara de establecer un contrato de futuros.

### Chicago Board of Trade

El Chicago Board of Trade (CBOT) fue fundado en 1848 a fin de servir de puente a agricultores y comerciantes. Su tarea principal fue, en su inicio, la de estandarizar las cantidades y calidades de cereales que se comercializaban. Al cabo de pocos años, se produciría el primer tipo de contrato de futuros. Fue llamado contrato *to-arrive* (para el futuro). Los especuladores pronto se interesaron en ese contrato y encontraron el hecho de comerciar con el contrato mismo una alternativa más atractiva que el comercio de grano. El Chicago Board of Trade ofrece hoy en día contratos de futuros para muchos activos subyacentes, entre ellos, avena, soya, harina de soya, aceite de soja, trigo, plata, bonos del Tesoro, letras del Tesoro y el Major Market Stock Index.

## Chicago Mercantile Exchange

El Chicago Mercantile Exchange fue fundado en 1874 proporcionando un mercado central para mantequilla, huevos, aves y otros productos agrícolas perecederos. En 1898, los tratantes de mantequilla y huevos se retiraron de este mercado para formar el Butter and Egg Board que en 1919 cambió su nombre por el de Chicago Mercantile Exchange (CME) que se reorganizó para negociar futuros. Desde esa fecha, la institución ha aportado mercados de futuros para muchos productos incluyendo entre otros, panceta de cerdo (1961), vacuno vivo (1964), porcino vivo (1966) y vacuno para el consumo (1971). En 1982 introdujo un contrato de futuros sobre el S&P 500 Stock Index.

El International Monetary Market (IMM) fue fundado en 1972 como una división del Chicago Mercantile Exchange, para procesar contratos de futuros en divisas. Los contratos de futuros en divisas hoy en día incluyen la libra esterlina, el dólar canadiense, el yen japonés, el franco suizo, el marco alemán y el dólar australiano. El IMM también procesa un contrato de futuros en oro, un contrato de futuros en bonos del Tesoro y un contrato de futuros en eurodólares.

## Otros Mercados de Futuros

Existen muchos mercados en el mundo donde se negocian contratos de futuros, entre ellos el Chicago Rice and Cotton Exchange (CRCE), el New York Futures Exchange (NYFE), el London International Financial Futures Exchange (LIFFE), el Toronto Futures Exchange y el Singapore International Monetary Exchange (SIMEX). La mayoría de los contratos que se negocian en los diferentes mercados de cambio pueden clasificarse como contratos de futuros sobre productos\* (en los que subyace un producto) o como contratos de futuros sobre el activo subyacentes financieros\* (en los que subyace un activo financiero como pueda ser una obligación o una cartera de acciones bursátiles). Constantemente se presentan propuestas para nuevos contratos. Sin lugar a dudas, los mercados de futuros son una de las innovaciones financieras de mayor éxito que jamás ha habido.

## Contratos de Opciones

Los contratos de opciones llevan menos tiempo negociándose en bolsa que los contratos de futuros, no obstante han tenido gran éxito entre los inversores. Existen básicamente dos tipos de opciones: de compra y de venta (call y put). Una *opción de compra* da a su titular el derecho a comprar un activo a un precio determinado en una fecha establecida. Una *opción de venta* proporciona a su poseedor el derecho a vender un activo en una fecha determinada a un precio establecido. El precio contractual se llama precio de ejercicio y la fecha de finalización del contrato, fecha de ejercicio o vencimiento. Una opción europea sólo puede ser ejercitada en la fecha de vencimiento, mientras que una opción americana, puede ser ejercitada en cualquier momento hasta su fecha de vencimiento incluida.

Deberíamos subrayar el hecho de que una opción otorga a su titular el derecho a hacer algo, sin estar obligado a ejercer ese derecho. Es en este punto donde se diferencian las opciones de los contratos de futuros. El titular de un contrato de futuros a largo plazo, se compromete a comprar un activo, a un cierto precio y en una fecha dada. En cambio, el titular de una opción de compra, tiene opción a decidir sobre la compra de un activo, a un cierto precio, en una fecha dada, en el futuro. Suscribir contrato de futuros no cuesta nada; sin embargo, para suscribir un contrato de opciones el inversionista deberá pagar un precio de adquisición.

El mayor mercado de opciones sobre acciones, es el Chicago Board Options Exchange (CBOE). Para ilustrar cómo se inicia un contrato de opciones, supongamos que un inversionista ordena a su agente comprar un contrato de opción de compra de acciones IBM con un precio de ejercicio de 50 dólares y que la fecha de ejercicio sea octubre. El agente pasará estas instrucciones al operador del CBOE quien, a su vez, buscará a otro operador que quiera vender un contrato de venta de IBM en octubre a un precio de ejercicio de 50 dólares. Se acordará un precio y el trato se considerará cerrado. Supongamos que el precio acordado es de 6 dólares. Éste es el precio de una opción que da derecho a comprar una acción. En los Estados Unidos un contrato de opción sobre acciones es un contrato que da derecho a comprar o vender 100 acciones, por lo tanto, un inversionista deberá transferir 600 dólares al mercado de opciones a través de su agente y, a su vez, el mercado de opciones traspasará dicha cantidad a la parte que se halla en el otro extremo de la transacción. El precio de las acciones no tiene por qué ser igual al precio de ejercicio. Por ejemplo, el precio de las acciones de IBM en este caso podría ser de 52 dólares en el momento de cerrar el trato. En nuestro ejemplo, el inversionista ha obtenido por 600 dólares el derecho a comprar 100 acciones IBM a 50 dólares cada una. La otra parte, en esta transacción, ha recibido 600 dólares y se ha comprometido a vender 100 acciones a 50 dólares cada acción si el inversionista decide ejercer la opción. Existen cuatro tipos de participantes en los mercados de opciones:

1. Compradores de opciones de compra
2. Vendedores de opciones de compra
3. Compradores de opciones de venta
4. Vendedores de opciones de venta

Se considera que los compradores tienen "posiciones largas" y los vendedores "posiciones cortas". La venta de una opción en primera instancia también puede llamarse "emisión de la opción".

### **Historia de los Mercados de Opciones**

Las primeras transacciones de opciones de venta y de compra tuvieron lugar en Europa y Estados Unidos en el siglo XVIII. En sus principios, no gozó de buena reputación debido a ciertas prácticas fraudulentas. Una de ellas consistía en regalar a agentes opciones sobre acciones de ciertas empresas, de esa forma se les incentivaba a recomendar la compra de tales acciones a sus clientes.

### **Asociación de agentes y dealers de opciones de compra y venta**

A principios del siglo XX se fundó la Asociación de Agentes y Dealers de Opciones de Compra y Venta, cuyo objeto era proporcionar un sistema para acercar a vendedores y compradores. Cuando alguien quería comprar una opción contactaba con una de las empresas asociadas que, a su vez, hacía lo posible para hallar un vendedor o "emisor" de la opción entre sus clientes o entre las otras empresas también asociadas. Si no se encontraba vendedor la propia asociación "emitía" la opción a cambio de un precio que se juzgaba apropiado. El mercado creado de esta manera fue llamado mercado *Over-the-Counter* (no oficial o extrabursátil), puesto que los operadores no se reunían físicamente en el parqué del mercado de cambios.

El mercado de opciones de la Asociación de Agentes y Dealers de Opciones de Compra y Venta presentaba dos defectos: primero, no disponer de un mercado secundario puesto que el comprador de una opción no tenía derecho a venderla a un tercero antes de su fecha de expiración. En segundo lugar, no existía un mecanismo que garantizase que el "emisor" de la opción cumpliría con su contrato y de no cumplir, el comprador se veía forzado a demandarle judicialmente, lo cual resultaba económicamente muy costoso.

### **Formación de los mercados de opciones**

En abril de 1973, el Chicago Board of Trade abrió un nuevo mercado, el Chicago Board Options Exchange, con el motivo específico de negociar opciones sobre acciones de empresas que cotizasen en bolsa. Desde esa fecha los mercados de opciones han sido objeto de gran interés entre los inversores. El American Stock Exchange (AMEX) y el Philadelphia Stock Exchange (PHLX) comenzaron a negociar opciones en 1975, el Pacific Stock Exchange (PSE) hizo lo propio en 1976. A principios de los ochenta, el volumen de negociación había crecido tan rápidamente que el número de acciones subyacentes en contratos de opciones vendidas a diario excedía el volumen de acciones negociadas en el New York Stock Exchange.

En los años ochenta se desarrollaron los mercados sobre opciones en divisas, opciones sobre índices bursátiles y opciones sobre contratos de futuros. El Philadelphia Stock Exchange es el principal mercado de opciones sobre divisas. El Chicago Board Options Exchange negocia opciones sobre los índices bursátiles de S&P 100 y de S&P 500, mientras que el American Stock Exchange negocia opciones sobre el Major Market Stock Index y el New York Stock Exchange hace lo propio sobre el índice NYSE. La mayoría de mercados que ofrecen contratos de futuros, hoy día, también ofrecen opciones sobre esos contratos de futuros. De este modo, el Chicago Board of Trade ofrece opciones sobre contratos de futuros para el maíz, el Chicago Mercantile Exchange ofrece opciones sobre contratos de futuros sobre ganado y el International Monetary Market ofrece opciones sobre futuros en divisas, etc.

Tanto los mercados de opciones como los de futuros han tenido un éxito notorio. Uno de los motivos para ello, es que han atraído operadores muy diversos entre los cuales se pueden identificar tres categorías: aquellos que hacen operaciones de cobertura, especuladores y quienes realizan operaciones de arbitraje.

### **Operadores en actividades de cobertura**

Como se ha mencionado anteriormente, los mercados de futuros fueron establecidos originalmente para cubrir las necesidades de quienes deseaban cubrirse frente al riesgo. Los agricultores querían fijar un precio seguro para su productos e idéntico deseo existía entre los comerciantes de productos agrarios en cuanto a sus precios de compra. Los contratos de futuros permitían a ambas partes alcanzar sus objetivos.

#### **EJEMPLO 3.1 *Ejemplo de cobertura utilizando contratos de futuros***

Los contratos de futuros sobre mercancías siguen siendo muy utilizados por los productores y demandantes finales de las mismas como objeto de cobertura. Los contratos de futuros sobre activos financieros también pueden ser utilizados para ese fin. Supongamos que estamos en el mes de julio y que una empresa A, con base en Estados Unidos, sabe que en septiembre tendrá que pagar un millón de libras esterlinas por mercancías compradas a un proveedor inglés. El cambio de divisas actual es de 1,6920 y en septiembre, el precio de contratos de



futuros IMM sobre la libra esterlina es de 1,6850. Esto significa que, sin tener en cuenta comisiones ni otros costes de transacción, el tipo de cambio para una entrega inmediata es:

1,6920\$ = 1 £

y el tipo de cambio para la entrega en septiembre:

1,6850\$ = 1 £

La empresa A podría utilizar un sistema de cobertura para evitar el riesgo del tipo de cambio adoptando una posición larga en contratos de futuros valorados en septiembre en un millón de libras. (Cada contrato negociado en el IMM va destinado a la entrega de 62.500 libras y, por lo tanto, se deberían comprar 16 contratos.) Sin tener en cuenta comisiones ni otros costes de transacción, los contratos tienen el efecto de fijar el precio a pagar al exportador británico en 1.685.000 dólares.

Tomemos ahora en consideración otra empresa de Estados Unidos, a la que llamaremos empresa B, que exporta al Reino Unido y que en julio tiene la certeza de que en septiembre recibirá 3 millones de libras. La empresa B puede cubrir su riesgo sobre divisas vendiendo contratos futuros a corto que venzan en septiembre. (En este caso, se necesitarían 48 contratos a fin de que la posición "corta" total de la empresa fuera de  $48 \times 62.500 \text{ £} = 3 \text{ millones de libras.}$ )

La compañía habría fijado de este modo la cantidad de dólares U.S.A., a recibir a cambio de las libras esterlinas en 5.055.000 dólares ( $= 3 \times 1.685.000 \text{ \$}$ ).

Hay que tener en cuenta que si las empresas no utilizan cobertura pueden obtener más beneficio que de utilizarla, aunque también pueda suceder lo contrario.

Tomemos en consideración la empresa A. Si el tipo de cambio está a 1,6600 en septiembre y la empresa no ha realizado la cobertura, el millón de libras a pagar se transformará en 1.660.000 dólares -lo cual es inferior 1.685.000 dólares. Por otra parte, si el tipo de cambio está en 1,710, el millón de libras costará 1,710,000 dólares y la empresa se lamentará por no haberse cubierto. La posición de la empresa B, si no opta por la cobertura, será justamente la contraria. Si el tipo de cambio en septiembre resulta ser menor que 1,6850 se felicitará de no haberlo hecho.

Este punto ilustra una cuestión vital sobre el tema de la cobertura en lo contratos de futuros. El coste o precio recibido por el activo subyacente está garantizado; sin embargo, no existe seguridad de que el resultado sea mejor o peor que sin cobertura.

### **EJEMPLO 3.2** *Un ejemplo de cobertura utilizando opciones*

Las opciones también pueden ser utilizadas para la cobertura. Pensemos en un inversionista que en el mes de agosto es propietario de 500 acciones de IBM. El precio actual de cada acción es de 52 dólares, al inversor le preocupa el que en los próximos dos meses se dé un desplome en el precio de las acciones y está interesado en protegerse. El inversionista podría comprar en el Chicago Board Option Exchange opciones de venta de 500 acciones para octubre a un precio de ejercicio de 50 dólares. Dado que cada contrato CBOE exige vender 100 acciones, debería comprar un total de 5 contratos. Si el precio publicado de las opciones cotizaba a 4 dólares, cada contrato de opciones costaría  $100 \times 4 \text{ \$} = 400 \text{ dólares}$  y el coste total de la estrategia de cobertura sería  $5 \times 400 \text{ \$} = 2.000 \text{ dólares}$ .

El coste de la misma es de 2.000 dólares pero garantiza que las acciones pueden ser vendidas a un precio mínimo de 50 dólares mientras exista la opción. Si el precio de mercado de las

acciones de IBM cae por debajo de los 50 dólares, las acciones pueden ser ejercitadas y obtener 25.000 dólares. Cuando se tiene en cuenta el coste de las opciones, la cantidad obtenida es de 23.000 dólares. Si el precio de mercado se mantiene por encima de 50 dólares, las opciones no se ejercitan y vencen sin valor. No obstante en este caso el valor del conjunto (acciones + opciones de venta) permanece siempre por encima de 25.000 dólares (o por encima de 23.000 dólares cuando el coste de las opciones se tiene en cuenta).

### Una comparación

Una comparación entre los ejercicios anteriores revela una diferencia fundamental entre el uso de contratos de futuros y de opciones para cobertura. Los contratos de futuros están diseñados para neutralizar el riesgo al fijar el precio a pagar o recibir por el activo subyacente en operaciones de cobertura. Por contraste, los contratos de opciones proveen un seguro, una manera de proteger a los inversionistas contra los futuros movimientos de precio adversos en el futuro, aunque permitiendo un beneficio si hay movimientos de precios favorables. Al contrario de los contratos de futuros, los contratos de opciones implican el pago adelantado de una prima.

### Especuladores

Pasaremos ahora a considerar cómo los mercados de futuros y opciones pueden ser utilizados para la especulación. Las operaciones de cobertura pretenden evitar la exposición a movimientos adversos de los precios de un activo. Los especuladores actúan tomando posiciones en el mercado. Tales posiciones suponen una apuesta, bien de que el precio irá al alza o de que irá a la baja.

#### EJEMPLO 3.3 *Un ejemplo de especulación utilizando contratos de futuros*

Supongamos que en febrero un especulador de los Estados Unidos piensa que en los próximos dos meses habrá una apreciación de la libra esterlina frente al dólar americano y que está dispuesto a posicionarse con una inversión de 250.000 libras. Una de sus alternativas consistiría en comprar libras esperando poder venderlas más adelante obteniendo un beneficio. Las libras esterlinas adquiridas las depositaría en una cuenta que le rindiese interés. Otra posibilidad sería la de establecer una posición larga en contratos de futuros sobre el cuatro IMM en libras esterlinas para abril. (Cada contrato de futuros se realiza para la compra de 62.500 libras.)

Suponiendo que el tipo de cambio actual es de 1.6470 y que el precio de futuros en abril es de 1,6410. Si el tipo de cambio en abril resulta ser de 1.7000, la posibilidad de establecer un contrato de futuros permite al especulador comprar en abril por 1.6410 dólares un activo valorado en 1.7000 dólares, con lo cual se produce un beneficio de  $(1.7000 - 1.6470) \times 250.000 = 14.750$  dólares.

La vía del mercado de contado hace que la compra por 1.6470 en febrero y la venta por 1.7000 en abril, cause  $(1.7000 - 1.6470) \times 250.000 = 13.250$  dólares de beneficio. Si el tipo de cambio cae hasta 1.6000, los contratos de futuros dan lugar a  $(1.6410 - 1.6000) \times 250.000 = 10.250$  dólares de pérdidas, mientras que la alternativa de mercado de contado da lugar a  $(1.6470 - 1.6000) \times 250.000 = 11.750$  dólares de pérdidas.

Aparentemente ambas vías dan lugar a beneficios y pérdidas muy similares. Pero estos cálculos no reflejan los intereses devengados.

¿Cuál es pues la diferencia entre las dos alternativas? La primera compra de libras, requiere una inversión de 411,750 dólares, en cambio la segunda alternativa sólo requiere una pequeña garantía -quizás 25,000 dólares- que debe depositar el especulador. En efecto, el mercado de futuros permite que el especulador se favorezca de un efecto palanca o apalancamiento. Con un desembolso inicial relativamente pequeño, podrá tomar una posición especuladora de cierta magnitud.

#### **EJEMPLO 3.4** *Un ejemplo de especulación utilizando opciones*

Consideremos ahora cómo podría utilizar opciones un especulador. Un especulador se plantea en septiembre comprar acciones de Exxon: desea tornar una posición que le permita obtener beneficios si aumenta la cotización de esas acciones. Supongamos que el precio de las acciones de Exxon es actualmente de 78 dólares y que la correspondiente opción de compra para diciembre con un precio de ejercicio de 80 dólares, cotiza actualmente a 3 dólares. Existen dos posibles alternativas abiertas al especulador para una inversión de 7,800 dólares. La primera alternativa se refiere a una compra directa de 100 acciones. La segunda a una compra de 2.600 opciones de compra sobre acciones de Exxon (es decir, 26 contratos de opción).

Supongamos que la intuición del especulador es correcta y que el precio de las acciones de Exxon sube a 90 dólares en diciembre. De esta primera alternativa, compra de acciones, resultará un beneficio de:

$$100 \times (\$90 - \$78) = \$1,200$$

No obstante, la segunda alternativa es mucho más rentable. Una opción de compra sobre Exxon con un precio de ejercicio de 80 dólares, proporciona un beneficio de 10 dólares puesto que la opción permite comprar por 80 dólares algo que vale 90 dólares. El valor total de todas las opciones compradas es:

$$2,600 \times \$10 = \$26,000$$

Restando el costo original de las opciones, el beneficio neto es

$$\$26,000 - \$7,800 = \$18,200$$

La estrategia de opciones es por lo tanto alrededor de 15 veces más beneficiosa que la estrategia de compra de acciones.

Por supuesto las opciones también dan origen a un mayor potencial de pérdida. Supongamos que el precio de las acciones baja a 70 dólares en diciembre, la primera alternativa de compra de acciones resultará en una pérdida de:

$$100 \times (\$78 - \$70) = \$800$$

Dado que las opciones vencen sin haber sido ejercidas, la estrategia de opciones supondría una pérdida de 7.800 dólares, precio originalmente pagado por ellas.

ESTRATEGIA DEL INVERSOR	PRECIO ACCIONES EN DICIEMBRE	
	\$70	\$90
Compra acciones	\$ (800 )	\$ 1.200
Compra opciones de compra	\$(7.800 )	\$18,200

De la Tabla se deduce claramente que tanto opciones como futuros proporcionan una forma de apalancamiento. Para una inversión determinada, la utilización de opciones significa las consecuencias financieras: Los resultados buenos son óptimos, los malos, pésimos.

### Una comparación

Los contratos de futuros y de opciones son instrumentos similares para los especuladores puesto que ambos aportan un sistema para la consecución de cierto apalancamiento. Existe sin embargo una diferencia primordial entre ambos. En el primer ejemplo de futuros la pérdida potencial que pudiese sufrir el especulador es muy importante como también lo es el potencial de ganancia. En el segundo ejemplo de opción por muy mal que vayan las cosas, las pérdidas del especulador están limitadas a los 7.800 dólares pagados por las opciones.

### Activos Derivados

Los contratos de opciones y futuros son ejemplos de lo que se denominan *activos derivados*. Se trata de instrumentos cuyo valor depende del valor de otras variables más básicas. Una opción sobre acciones de IBM, es un activo derivado porque su valor depende del precio de las acciones de IBM; un contrato de futuros sobre trigo, es un activo derivado porque su valor depende del precio del trigo,, etc.

La banca de inversión ha hecho recientemente un esfuerzo imaginativo en el diseño de nuevos derivados para la satisfacción de las necesidades de sus clientes. Con frecuencia éstos no se negocian en bolsa. Las instituciones financieras los venden directamente a sus empresas clientes, o son incorporados a emisiones de acciones u obligaciones con objeto de hacerlos más atractivos a los inversores. Algunos de estos derivados se parecen a los contratos de futuros y de opciones que se negocian en mercados regulados. Otros son mucho más complejos. Las posibilidades de diseño de nuevos derivados parecen ser prácticamente ilimitadas. No existe prácticamente ningún límite a la cantidad de innovaciones posibles que pueden efectuarse en el área de los derivados. Hasta la fecha, las variables subyacentes en los derivados han sido frecuentemente precios de acciones, índices bursátiles, tipos de interés, tipos de cambio de divisas y precios de mercancías. Se pueden, no obstante, utilizar, y a menudo se hace, otras variables. Por ejemplo se sabe que los operadores de estaciones de esquí han emitido obligaciones cuyo rendimiento depende del total de nieve caída en unas determinadas instalaciones de esquí, como también se sabe que los bancos han creado instrumentos de depósito donde el interés a pagar dependía de los resultados del club de fútbol local.

### 3.5.1 Los contratos de futuros y forwards

#### Funcionamiento de los Mercados de Futuros y a Plazo (*Forward*)

Los contratos de futuros se negocian en un mercado organizado y los términos del contrato están estandarizados por la organización, a diferencia de los contratos a plazo que son acuerdos privados entre dos entidades financieras o entre una entidad financiera y una de sus empresas clientes.

#### Liquidación de las posiciones

Un contrato de futuros es un acuerdo para comprar o vender un activo a un cierto precio en una fecha futura dada. El lector podría sorprenderse al saber que la gran mayoría de los contratos de futuros que se inician nunca concluyen con la entrega de activo alguno. Esto es así porque gran parte de los inversores deciden cerrar sus posiciones antes del período de entrega especificado en el contrato.

Hacer o recibir la entrega en los términos del contrato de futuros es a menudo poco conveniente y en algunos casos bastante caro, esto es cierto incluso para quien intenta cubrirse del riesgo que desee adquirir o vender el activo subyacente del contrato de futuros. Estos agentes prefieren, por lo general, cierra la posición de futuros y, acto seguido, comprar o vender de la forma usual.

La liquidación de una posición supone realizar una transacción contraria la original. Por ejemplo, si un inversor compra el día 6 de mayo cinco contratos de futuros sobre maíz para julio, puede liquidar su posición el 20 de junio vendiendo (es decir, tomando una posición corta) cinco contratos de futuros para julio. Si un inversor vende (es decir, toma una posición corta) el 6 de mayo cinco contratos para julio, puede liquidar la posición el 20 de junio comprando cinco contratos para julio. En cada caso, la (ganancia o pérdida total del inverso está determinada por el cambio en el precio del futuro para julio entre el 6 de mayo y el 20 de junio.

Es necesario entrar e estas cuestiones porque la posibilidad de entrega es lo que enlaza el precio de futuro al precio de contado. Entender en profundidad el procedimiento de entrega es por tanto esencial para una comprensión completa de la relación entre precio al contado y precio del futuro.

#### La especificación de los contratos de Futuros

Cuando se introduce un nuevo contrato, el mercado debe especificar con detalle la naturaleza exacta del acuerdo entre las partes: activo, el tamaño del contrato (es decir, la cantidad del activo a entregar por un contrato) así cómo, dónde y cuándo se realizará la entrega. En algún caso se especifican diferentes alternativas para el activo a entregar o para el procedimiento de entrega. Como regla general, es la posición corta (es decir, la parte que ha acordado vender el activo) parte vendedora la que decide entre esas alternativas.

#### El activo

Cuando el activo es una mercancía pueden darse una gran variedad de calidades disponibles. Se hace por tanto imprescindible que el mercado estipule la calidad o calidades de la mercancía que son aceptables. El New York Cotton Exchange ha especificado que el activo en su contrato de futuros sobre jugo de naranja es:

Calidad US Grade A, con un contenido de azúcar no inferior a 57 grados con razón de azúcar / acidez no inferior a 13 y no, superior a 19, con factores de color y sabor de 37 puntos o más cada uno, con una puntuación mínima de 94.

En el caso de algunas mercancías se aceptan diferentes calidades en la entrega, ajustando el precio recibido a la calidad escogida. Por ejemplo, en el contrato de futuros de maíz del Chicago Board of Trade la calidad standard es "No. 2 Yellow", aunque se permiten sustituciones conforme a diferenciales establecidos por el mercado.

Los activos financieros en contratos de futuros están, por lo general, bien definidos y sin ambigüedades. Por ejemplo, no es necesario especificar la calidad de un yen japonés. Sin embargo, hay algunas características interesantes en los contratos de futuros negociados en el Chicago Board of Trade para obligaciones y pagarés del tesoro. El activo subyacente en el contrato de futuros para la obligación del tesoro es cualquier obligación del tesoro de largo plazo con vencimiento superior a 15 años, sin posibilidad de amortización anticipada en 15 años. En los contratos de futuros para la obligación del tesoro el activo subyacente es cualquier obligación del tesoro de largo plazo con vencimiento no inferior a 6.5 y no superior a 10 años a partir de la fecha de entrega. En ambos casos el mercado dispone de una fórmula para ajustar el precio recibido conforme al cupón y la fecha de vencimiento de la obligación entregada.

#### **El tamaño del contrato**

El tamaño del contrato especifica la cantidad del activo que se debe entregar con un único contrato. Ésta es una decisión importante del mercado. Si el tamaño del contrato es demasiado grande, muchos inversionistas a quienes podría interesarles realizar coberturas de inversiones modestas o que desearían realizar operaciones especulativas relativamente pequeñas no podrán utilizar el Mercado de Cambios. Por otro lado, si el tamaño del contrato es demasiado pequeño, la negociación puede ser cara al existir un costo asociado a cada transacción realizada.

El tamaño correcto para el contrato depende de quién sea su usuario más probable. Mientras que el valor de la entrega en contratos de futuros para productos agrícolas puede estar entre 10,000 y 20,000 dólares, para futuros financieros es mucho mayor. Por ejemplo, en contiguos de futuros sobre obligaciones del tesoro negociadas en el Chicago Board of Trade, se entregan instrumentos con valor nominal de 100,000 dólares.

#### **Disposiciones para la entrega**

El lugar donde debe realizarse la entrega debe ser especificado por el mercado. Esto es de especial importancia para las mercancías con costos de transporte significativos.

Cuando se especifican lugares alternativos para la entrega, el precio recibido por la parte contratante con la posición corta se ajusta en ocasiones al lugar elegido por esa parte.

Un contrato de futuros hace referencia al mes de entrega. El mercado debe especificar el período preciso del mes en el cual puede realizarse la entrega. Para muchos contratos de futuros el período de entrega es todo el mes.

### Cotizaciones de precios

Los precios de los futuros se cotizan de acuerdo un procedimiento práctico y fácil de entender. Por ejemplo, el precio del futuro del petróleo en el New York Mercantile Exchange cotiza en dólares por barril aproximado dos decimales (es decir, obligaciones del tesoro, al centavo más cercano). Los precios de contratos de futuros sobre obligaciones del tesoro y pagarés del tesoro se publican en dólares y treintaidosavos de dólar. El mínimo cambio de precio que puede ocurrir en la negociación es consistente con la formar en la que cotiza el precio. Para los futuros del petróleo es 0.01 dólares (un centavo por barril) y un treintaidosavo de dólar para los futuros sobre obligaciones del tesoro y pagarés del tesoro.

### Límites a los movimientos diarios de precios

Para la mayoría de los contratos, los límites a los movimientos diarios de precios son especificados por el mercado. Por ejemplo, el límite máximo para el movimiento de precio del petróleo es de un dólar. Si el precio cae en un valor igual a la variación límite diaria, se dice que el contrato está en el límite superior. Un movimiento límite es un incremento o decremento igual a la variación límite de precio. Normalmente, la contratación del día se para cuando el contrato está en el límite inferior o superior. Sin embargo, en algunos casos, el mercado tiene autoridad para tomar medidas y cambiar los límites.

El propósito de fijar límites a los precios diarios es prevenir grandes movimientos de precios originados en exceso especulativos. Sin embargo, pueden ser una barrera artificial a la negociación cuando el precio de subyacente está subiendo o bajando rápidamente. Si los precios límite son, en términos generales, positivos o no para los mercados es fuente de controversia.

### Posiciones límite

Las posiciones límite son el máximo número de contratos que un especulador puede mantener en cartera. Por ejemplo, el contrato de futuros para madera de longitud aleatoria del Chicago Mercantiles Exchange la posición límite es de 1,000 contratos con 300 o menos para cada mes de entrega. A los operadores dedicados a realizar coberturas que actúan de buena fe no les afectan las posiciones límite. El propósito de los límites es prevenir una influencia indebida de los especuladores sobre los precios y la contratación.

### Convergencia de los precios de futuros hacia los precios de contado

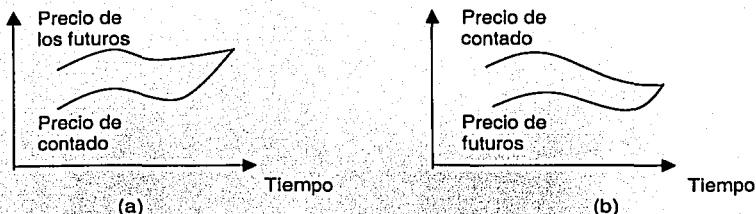
Cuando se acerca el mes de entregar de un contrato de futuros, el precio del futuro converge hacia el precio de contado del activo subyacente. Al llegar el período de entrega el precio del futuro se iguala o está muy cercano al precio contado.

Para mostrar las razones de ello, supongamos primero que el precio del futuro esté por encima del precio de contado durante el período de entrega. Esto daría lugar a una clara oportunidad de arbitraje:

1. Venta de un contrato de futuros
2. Compra del activo
3. Realizar la entrega

Esta serie de operaciones producirá un beneficio cierto igual a la diferencia e el precio del futuro y el precio de contado. A medida que los operadores exploten esta oportunidad de arbitraje, el precio del futuro caerá.

Supongamos ahora que el precio del futuro esté por debajo del precio contado *en el período de entrega*. Las empresas interesadas en adquirir el activo comprarán el contrato de futuros y esperarán la entrega. En la medida en que eso ocurra, el precio del futuro tenderá a subir.



Gráfica 3.5 Relación entre precios de futuro y precios de contado dependiendo de la proximidad de la fecha de entrega. (a) Precio del futuro por encima del precio de contado; (b) precio del futuro por debajo del precio de contado

El resultado de todo esto es que el precio del futuro está muy cerca del precio de contado durante el período de entrega. La Figura 2.1 ilustra la convergencia del precio del futuro al precio de contado. En la Figura 2.1a el precio del futuro está por encima del precio de contado antes del mes de entrega. En la Figura 2.1b el precio del futuro está por debajo del precio de contado también antes del mes de entrega.

### Contratos a plazo

Los Contratos a plazo (forward) son parecidos a los contratos de futuros en lo que ambos son acuerdos de compra o venta de un activo en un momento determinado en el futuro por un precio determinados. No obstante, a diferencia de los contratos de futuros, éstos no son negociados en un mercado. Son acuerdos privados entre dos instituciones financieras o entre una institución financiera y uno de sus clientes corporativos.

Una de las partes de un contrato a plazo asume una posición larga y acuerda comprar un activo en una fecha específica a un precio determinado. La otra parte asume una posición en corta y acuerda vender el activo en la misma fecha por el mismo precio. Los contratos a plazo no tienen que ajustarse a los estándares de un determinado mercado. La fecha de entrega en el contrato puede ser convenida mutuamente por las dos partes. Normalmente en los contratos a plazo se especifica una simple fecha de entrega, mientras que en los contratos futuros hay un campo de posibles fechas de entrega.

Los contratos a plazo no son ajustados al mercado diariamente como los contratos de futuros. Las dos partes contratantes acuerdan liquidar cuentas en la fecha de entrega especificada. Mientras la mayoría de los contratos de futuros se liquidan antes de la entrega, en la mayoría de los contratos a plazo se realiza la entrega del activo físico o la liquidación final en metálico.



### **Precio de Entrega**

El precio especificado en un contrato a plazo se denomina precio de entrega. Este se elige de tal forma que en el momento en que se firma el contrato, el valor del contrato para ambas partes es cero. Esto significa que no cuesta nada tomar una posición larga o corta. Podemos pensar que el precio de entrega se determina a partir de las consideraciones de la oferta y la demanda. No obstante, para activos en los que se negocian contratos a plazo normalmente hay un modo de calcular el precio de entrega correcto a partir del precio actual de contado del activo, la fecha de entrega y otras variables observables.

### **Precio a plazo**

El precio a plazo para un contrato a plazo es parecido, en cuanto a concepto, al precio del futuro para un contrato de futuros. El precio actual a plazo de un contrato es el precio de entrega que se aplicaría si el contrato se negociara hoy. De manera más formal, podemos decir que el precio a plazo para cierto contrato se define como el precio de entrega que da al contrato un valor cero. El precio a plazo y el precio de entrega son por definición iguales en el momento en que se firma el contrato. No obstante, con el paso del tiempo el precio a plazo tiende a cambiar mientras que el precio de entrega, por supuesto, permanece igual. Por lo tanto no son iguales después de comenzar el contrato, excepto por casualidad. Generalmente el precio a plazo varía con elación al vencimiento del contrato. Por ejemplo, el precio a plazo para un contrato para comprar o vender en tres meses será totalmente diferente a un contrato para comprar o vender en seis meses.

### **Beneficios procedentes de los contratos a plazo y de futuros**

Supongamos que el tipo de cambio de la libra esterlina para un contrato a plazo de 90 días es de 1.8381 y que también es el precio del futuro para un contrato que será entregado dentro de exactamente 90 días ¿Cuál es la diferencia entre los beneficios y pérdidas bajo los dos contratos?

Bajo el contrato a plazo, el beneficio o pérdida íntegro se obtiene al acabar la vida del contrato. Bajo el contrato de futuros, el beneficio o pérdida se consigue día a día porque los procedimientos de liquidación son diarios. Supongamos que un inversor A tiene una posición larga con un contrato a plazo de 90 días de un millón de libras y un inversor B también con una posición larga tiene un contrato de futuros a largo plazo de 90 días por 1 millón de libras. (Debido a que cada contrato de futuros se suscribe para comprar o vender 62,500 libras, el inversionista B debe comprar un total de 16 contratos.) Asumimos que el tipo de cambio de contado en 90 días será 1.8600. El inversor A obtiene un beneficio de 21,900 dólares en el día 90. El inversor B consigue el mismo beneficio, pero se ha distribuido a lo largo de un periodo de 90 días. Algunos días el inversor B obtiene pérdidas, mientras que otros beneficios. No obstante, en total, cuando se liquidan las pérdidas con los beneficios hay un beneficio de 21,900 dólares sobre el período de 90 días.

### 3.5.2 Opciones y Warrants

#### Funcionamiento de los Mercados de Opciones

Las opciones son, en su fundamento, diferentes de los contratos a plazo y de futuros. Una opción da a su propietario el derecho a hacer algo. El propietario de la opción no está obligado a ejercer ese derecho. Por contra, en un contrato a plazo o de futuros, las dos partes se han comprometido a hacer algo. Mientras firmar un contrato a plazo o de futuros no tiene ningún coste (excepto por los requisitos de garantías), la compra de una opción requiere, de entrada, un pago.

#### Tipos de opciones

Como mencionamos, hay dos tipos básicos de opciones. Una opción de compra da a su propietario el derecho de comprar un activo en una fecha determinada y a un cierto precio. Una opción de venta da al propietario el derecho a vender un activo en una fecha dada a un precio determinado. La fecha especificada en el contrato se conoce como la fecha del vencimiento, fecha de ejercicio, o vencimiento. El precio especificado en el contrato se conoce como el precio de ejercicio.

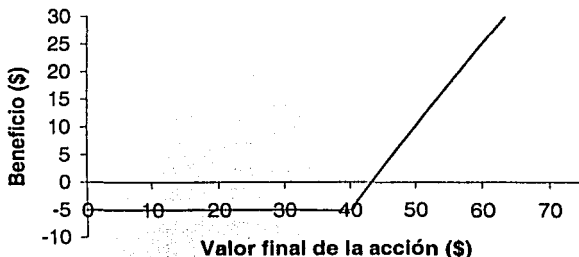
Las opciones pueden ser americanas o europeas. Esto no tiene nada que ver con la ubicación geográfica. Las *opciones americanas* son opciones que pueden ser ejercidas en cualquier momento hasta su fecha de vencimiento, mientras que las *opciones europeas* sólo pueden ser ejercidas en la propia fecha de vencimiento. La mayoría de opciones negociadas en mercados son americanas. Sin embargo, las opciones europeas son generalmente más fáciles de analizar que las opciones americanas, y algunas propiedades de estas últimas son frecuentemente deducidas de sus análogas europeas.

#### EJEMPLO 3.5 Una opción de compra

Consideremos la situación de un inversionista que compra una opción de compra europea para comprar 100 acciones de IBM con un precio de ejercicio de 40 dólares. Supongamos que el precio actual de las acciones es 38 dólares, el vencimiento de la *opción* es dentro de cuatro meses, y el precio de la opción para comprar una acción es de 5 dólares. La inversión inicial es de 500 dólares. Si la opción es europea, el inversionista sólo puede ejercerla en la fecha de vencimiento. Si el precio de la acción en esa fecha es menor de 40 dólares, es evidente que decidirá no ejercerla. (No tiene sentido comprar a 40 dólares una acción que tiene un valor de mercado de menos de 40 dólares.) En estas circunstancias, el inversionista pierde la totalidad de la inversión inicial de 500 dólares. Si el precio de la acción está por encima de 40 dólares en la fecha del vencimiento, la opción se ejercerá. Supongamos, por ejemplo, que el precio por acción es de 55 dólares. Ejerciendo la opción, el inversor está dispuesto a comprar 100 acciones a 40 dólares por acción. Si vende las acciones inmediatamente el inversionista obtiene un beneficio de 15 dólares por acción, o 1,500 dólares, ignorando costos de transacción. Cuando el costo inicial de la opción se tiene en cuenta, el beneficio neto del inversor es de 1,000 dólares.

La Figura muestra la manera en la cual el beneficio / pérdida neto de un inversionista sobre una opción para comprar una acción varía con el precio final de la acción en este ejemplo. Es importante darse cuenta que el inversionista a veces ejercerá una opción obteniendo una pérdida global. Supongamos que, en el ejemplo, el precio de las acciones de IBM es de 42

dólares al vencimiento de la opción. El inversionista habría ejercido la opción con un beneficio de  $100 \times (42 - 40) = 200$  dólares y obtenido una pérdida, global de 300 dólares cuando el costo inicial de la opción es tenido en cuenta. Es tentador argumentar que el inversor no debe ejercer la opción en estas circunstancias, sin embargo, no ejercerla significaría una pérdida global de 500 dólares (lo cual es peor que la pérdida de 300 dólares cuando el inversionista la ejerce). El general en la fecha de vencimiento, la opciones de compra siempre deben ejercerse, si el precio de las acciones está por encima del precio de ejercicio.

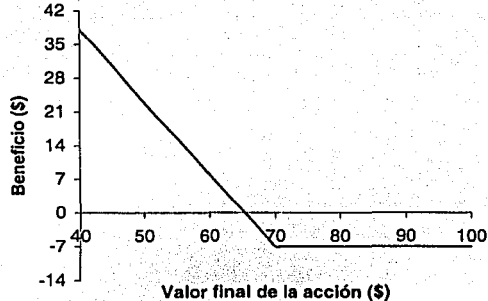


Gráfica 3.6 Beneficio de comprar una opción de compra sobre una acción de IBM. Precio de la opción = 5 dólares. Precio de ejercicio = 40 dólares

### EJEMPLO 3.6 Opción de venta

Mientras el comprador de una opción de compra espera que el precio de las acciones suba, el comprador de una opción de venta está esperando que baje. Consideremos un inversor que compra una opción de venta europea para la venta de 100 acciones de Exxon con un precio de ejercicio de 70 dólares. Supongamos que el precio actual por acción es de 65 dólares, la fecha de vencimiento de la opción es dentro de tres meses, y el precio de una opción para la venta de una acción es de 7 dólares. La inversión inicial es de 700 dólares. Si la opción es europea, sólo se ejercerá si el precio por acción está por debajo de 70 dólares en la fecha del vencimiento. Supongamos que el precio de la acción en esa fecha es de 55 dólares. El inversor puede comprar 100 acciones a 55 dólares cada acción y, bajo las condiciones de la opción de venta, vender las mismas acciones a 70 dólares para obtener un beneficio de 15 dólares por acción, o 1,500 dólares. (De nuevo, se ignoran los costos de transacción.) Cuando el costo inicial de la opción de 700 dólares es tenido en cuenta, el inversor obtiene un beneficio neto de 800 dólares. Por supuesto, no hay ninguna garantía de que el inversor vaya a obtener un beneficio. Si el precio final de las acciones está por encima de 70 dólares, la opción de venta vence sin valor y el inversor pierde 700 dólares. La siguiente figura muestra la manera en la que el beneficio / pérdida de un inversor sobre una opción para vender una acción cambia con el precio final de las acciones, en este ejemplo.

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN



Gráfica 3.7 Beneficio de comprar una opción de venta sobre una acción de Exxon. Precio de la opción = 7 dólares. Precio de ejercicio = 70 dólares

### Ejercicio anticipado

Como ya mencionamos, las opciones sobre acciones son generalmente americanas, en lugar de europeas. Esto significa que el inversor de los ejemplos anteriores no tiene que esperar hasta la fecha del vencimiento para ejercer la opción. Más adelante veremos que en determinadas circunstancias puede ser óptimo ejercer opciones americanas antes del vencimiento.

### Posiciones en Opciones

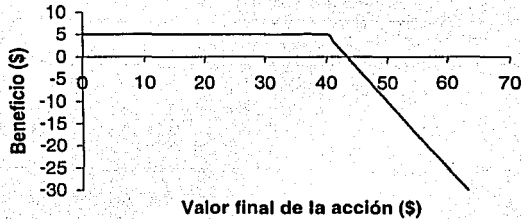
En cada contrato de opciones hay dos partes. En una parte está el inversor que ha tomado la posición larga (es decir, ha comprado la opción). En la otra parte está el emisor que ha tomado la posición corta (es decir, ha vendido o emitido la opción). El emisor de una opción recibe una entrada en metálico pero adquiere pasivos potenciales para más adelante. Su beneficio / pérdida es la contraria de la del comprador de la opción. Las Figuras 7.3 y 7.4 muestran la variación del beneficio / pérdida con el precio final de las acciones para los emisores de las opciones considerados en las Figuras 7.1 y 7.2.

Hay cuatro tipos de posiciones en opciones:

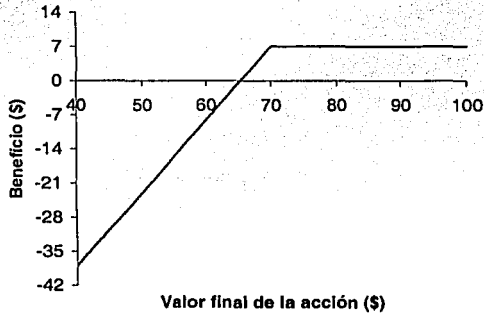
1. *Posición larga* en una opción de compra
2. *Posición larga* en una opción de venta
3. *Posición corta* en una opción de compra
4. *Posición corta* en una opción de venta

A menudo es útil caracterizar las posiciones en opciones europeas en términos del valor final o pago al inversor al vencimiento. El costo inicial de la opción, en este caso, no está incluido en el cálculo. Si  $X$  es el precio de ejercicio y  $S_T$  es el precio final del activo subyacente, el rendimiento de una posición larga en una opción de compra europea es:

máx ( $S_T - X, 0$ )



Gráfica 3.8 Beneficio de emitir una opción de compra europea sobre una acción de IBM. Precio de la opción = 5 dólares. Precio de ejercicio = 40 dólares



Gráfica 3.9 Beneficio de emitir una opción de venta europea sobre una acción de Exxon. Precio de la opción = 7 dólares. Precio de ejercicio = 70 dólares

Esto refleja el hecho de que la opción va a ser ejercida si  $S_T > X$  y no será ejercida si  $S_T \leq X$ .

### Activos Subyacentes

Actualmente se negocia de forma muy activa en los mercados de opciones sobre acciones, índices de acciones, divisas, y contratos de futuros.

### Opciones sobre acciones

Actualmente, en los Estados Unidos se negocian opciones sobre las acciones de más de 500 empresas. Un contrato de opción da a su propietario el derecho a comprar o vender 100 acciones al precio de ejercicio especificado. Esto es conveniente dado que las acciones normalmente se negocian en lotes de 100. En cierto momento, hubo un acuerdo por el cual la mayoría de las opciones sobre acciones serían negociadas sólo en un mercado. Sin embargo, esto está en proceso de cambio hacia una situación en la que se permitirá negociar todas las opciones en todos los mercados.

### Opciones sobre divisas

El principal mercado para la negociación de opciones sobre divisas es el Philadelphia Stock Exchange. En él se ofrecen opciones europeas y americanas sobre el dólar australiano, la libra esterlina, el dólar canadiense, el marco alemán, el franco francés, el yen japonés, y el franco suizo. El tamaño de cada contrato depende de la divisa. Por ejemplo, en el caso de la libra británica, contrato da a su propietario el derecho a comprar o vender 31,250 libras; en caso del yen japonés, el contrato da el derecho a comprar o vender 6.25 millones de yenes.

### Opciones sobre índices

En Estados Unidos actualmente se negocian muchas opciones sobre índices diferentes. Los contratos con mayor volumen en circulación son sobre el S 500 Index (CBOE), el S&P 100 Index (CBOE), y el Major Market Ind (AMEX). Algunas de las opciones negociadas son europeas; otras son americanas. Por ejemplo, el contrato sobre el S&P 500 es europeo mientras aquellos sobre el S&P 1 00 y el Major Market Index son americanos. El contrato se suscribe para compra o venta de 100 veces el índice al precio de ejercicio especifica La liquidación siempre se realiza en tesorería en lugar de entregar la cartera subyacente al índice. Consideremos, por ejemplo, un contrato de opción de compra sobre el S&P 100 con un precio de ejercicio de 280. Si se ejerce cuando el valor del índice es 292, el emisor del contrato paga al propietario  $(292 - 280) \times 10 = 1,200$  dólares. Este pago en metálico está basado en el valor del índice al final del día en el cual se emite la orden de ejercer. No nos sorprende que los inversionistas normalmente esperen hasta el final del día antes de dar estas órdenes.

Los contratos de opciones sobre índices normalmente tienen vencimientos no superiores a cuatro meses, aunque contratos con vencimientos a más largo plazo conocidos como LEAPS están disponibles sobre el S&P 500, el S&P 1 y el Major Market Index. Estos contratos siempre tienen fecha de vencimiento en diciembre. Recientemente el CBOE ha introducido a negociación opciones flexibles. Éstas son opciones para las que el precio de ejercicio y el vencimiento están determinados por los operadores y no tienen que estar conformes a los especificados por el mercado.

### Opciones sobre futuros

En una opción de futuros (u opción sobre futuros), el activo subyacente es un contrato de futuros. El contrato de futuros normalmente vence poco después del a expiración de la opción. Las opciones sobre futuros están disponibles sobre la mayoría de los activos para los que se negocian contratos de futuros. Cuando el propietario de una opción de compra la ejerce, adquiere del emisor una posición larga en el contrato de futuros subyacente más una cantidad

en metálico igual al exceso del precio del futuro por encima del precio de ejercicio. Cuando el propietario de una opción de venta la ejerce, adquiere una posición corta en el contrato de futuros subyacente más una cantidad en metálico igual al exceso del precio de ejercicio por encima del precio del futuro. En ambos casos, los contratos de futuros tienen valor cero y pueden cerrarse inmediatamente. El pago de una opción de futuros es, por lo tanto, el mismo que el pago de una opción sobre acciones con el precio de la acción reemplazado por el precio del futuro. La mayoría de los contratos de opciones de futuros negociados activamente son sobre eurodólares (CME) y bonos del tesoro a largo plazo (CBOT). Los contratos sobre maíz, haba de soya, petróleo, oro, y otros productos son también muy populares.

### Descripción de las Opciones sobre Acciones

En el resto de esta sección, nos centraremos en las opciones sobre acciones.

Como ya mencionamos, un contrato de opción sobre acciones es un contrato de una opción americana para la compra o venta de acciones de una empresa. Los detalles del contrato como la fecha de vencimiento, el precio de ejercicio, lo que sucede cuando se declaran los dividendos, durante cuánto tiempo los inversionistas pueden mantener una posición, etc., vienen especificados por el mercado.

#### *Fechas de vencimiento*

Uno de los puntos utilizados para describir una opción sobre acciones es el mes en el que vence. De esta manera, una compra en enero de IBM es una opción de compra sobre IBM con fecha de vencimiento en enero. La fecha precisa de vencimiento es 10:59 p.m. hora central el sábado inmediatamente siguiente al tercer viernes del mes del vencimiento. El último día en que se negocian opciones es el tercer viernes del mes del vencimiento. Un inversionista con una posición larga en una opción normalmente tiene hasta las 4:30 p.m. hora centro del viernes para dar instrucciones a su agente para ejercer la opción. El agente entonces tiene hasta las 10:59 p.m. del día siguiente para completar la tramitación de notificar al mercado que el ejercicio va a tener lugar.

Las opciones sobre acciones son sobre ciclos en enero, febrero, o marzo. El ciclo de enero consta de los meses de enero, abril, julio, y octubre. El ciclo de febrero consta de los meses de febrero, mayo, agosto, y noviembre. El ciclo de marzo consta de los meses de marzo, junio, septiembre, y diciembre. Si la fecha de vencimiento del mes actual todavía no ha llegado, las opciones se negocian con fechas de vencimiento en el mes actual, el mes siguiente, y los dos meses siguientes de su ciclo. Si la fecha de vencimiento del mes actual ya ha pasado, las opciones se negocian con fechas de entrega en el mes siguiente el segundo mes después de éste, y los dos meses siguientes de vencimiento del ciclo. Por ejemplo, IBM está en un ciclo de enero. Al principio de enero, las opciones se negocian con fechas de vencimiento en enero, febrero, abril y julio; al final de enero, se negocian con fechas de vencimiento en febrero, marzo, abril y julio; al principio de mayo, se negocian con fechas de vencimiento en mayo, junio, julio y octubre; y así sucesivamente. Cuando una opción llega a su vencimiento, se *emplea* a negociar en otro. Las opciones a largo plazo, conocidas como *leaps*, también se negocian sobre algunas acciones. Estas tienen fechas de vencimiento hasta tres años en el futuro. Las fechas de vencimiento para las *leaps* sobre acciones son siempre en enero.

### Precios de ejercicio

El mercado elige los precios de ejercicio a los cuales las opciones pueden ser emitidas. Para opciones sobre acciones, los precios de ejercicio están normalmente espaciados 2.5 dólares, 5 dólares, o 10 dólares separadamente. (Una excepción es cuando ha habido división de acciones o dividendos en acciones como se describirá en breve.) La regla habitual seguida por los mercados es utilizar un espacio de 2.5 dólares para precios de ejercicio cuando el precio de las acciones es menor que 25 dólares, un espacio de 5 dólares cuando está entre 25 dólares y 200 dólares, y un espacio de 10 dólares cuando es mayor que 200 dólares. Por ejemplo a mitad de 1993, Compaq tenía un precio de acciones de 52.625 y las opciones negociadas tenían unos precios de ejercicio de 40, 45, 50, 55, y 60. Bethlehem Steel tenía un precio de acciones de 13.875 y las opciones negociadas tenían unos precios de ejercicio de 12.5, 15, y 12.5.

Cuando se introduce una nueva fecha de vencimiento, los dos precios de ejercicio más cercanos al precio actual de las acciones son normalmente seleccionados por el mercado. Si uno de éstos es muy parecido al precio de las acciones existente, el tercer precio de ejercicio más parecido al precio actual de las acciones también puede ser seleccionado. Si el precio de las acciones sale fuera del campo definido por el precio de ejercicio más alto y más bajo, normalmente se introduce a negociación una opción con un nuevo precio de ejercicio. Para ilustrar estas reglas, supongamos que el precio de las acciones es 53 dólares cuando empieza la negociación de opciones de octubre. Las opciones de compra y de venta primero serían ofrecidas con precios de ejercicio de 50 y 55. Si el precio de ejercicio subiese por encima de 55 dólares, se ofrecería un precio de ejercicio de 60; si cayese por debajo de 50 dólares, se ofrecería un precio de ejercicio de 45 dólares; y así sucesivamente.

### Terminología

Para cualquier activo dado en cualquier momento, puede haber muchos contratos diferentes de opciones en negociación. Consideremos un stock donde hay cuatro fechas de vencimiento y cinco precios de ejercicio. Si se negocian opciones de compra y de venta para cada fecha de vencimiento y cada precio de ejercicio, hay un total de 40 contratos distintos. Todas las opciones del mismo tipo (compra o venta) reciben el nombre de *clase de opción*. Por ejemplo, las opciones de compra de IBM son una clase mientras opciones de venta de IBM son otra clase. Una *serie de opciones* consiste en todas las opciones de una determinada clase con igual fecha de vencimiento y precio de ejercicio. En otras palabras, una serie de opciones se refiere a un contrato determinado que se negocia. Las opciones de compra a 50 dólares IBM de octubre son una serie de opciones.

Las opciones reciben el nombre de *en dinero*. Una opción en dinero es aquella que produciría un flujo de caja positivo para el propietario si fuese ejercida inmediatamente. De forma parecida, una opción a dinero produciría un flujo de caja cero si fuese ejercida inmediatamente, y una opción fuera de dinero produciría un flujo de caja negativo si fuese ejercida inmediatamente. Si  $S$  es el precio de las acciones y  $X$  es el precio de ejercicio, una opción de compra es en dinero cuando  $S > X$ , a dinero cuando  $S = X$ , y fuera de dinero cuando  $S < X$ . Una opción de venta está en dinero cuando  $S < X$ , a dinero cuando  $S = X$ , y fuera de dinero cuando  $S > X$ . Claramente, una opción sólo será ejercida si está en dinero. En ausencia de costos de transacción, una opción en dinero siempre será ejercida en la fecha de vencimiento si no ha sido ejercida anteriormente.



El *valor intrínseco* de una opción se define como el máximo entre cero y el valor que tendría si fuera ejercida inmediatamente. Para una opción de compra, el valor intrínseco es por lo tanto  $\max(S - X, 0)$ . Para una opción de venta, es  $\max(X - S, 0)$ . Una opción americana en dinero debe estar valorada como poco a su valor intrínseco, dado que el propietario puede obtenerlo ejerciéndola inmediatamente. A menudo lo mejor para el propietario de una opción americana en dinero es esperar en lugar de ejercerla de inmediato. La opción entonces se dice que tiene *valor temporal*. El valor total de una opción puede pensarse como la suma de su valor intrínseco y su valor temporal.

#### *Dividendos y división de acciones*

Las primeras opciones extrabursátiles estaban protegidas frente a los dividendos. Si una empresa declaraba un dividendo líquido, el precio de ejercicio para las opciones sobre las acciones de la empresa se reducía el día ex-dividendo en la cantidad del dividendo. Las opciones intercambiadas en mercados generalmente no se ajustan a los dividendos líquidos.

Las opciones intercambiadas en mercados se ajustan a las divisiones de acciones. Un división de acciones sucede cuando las acciones existentes son divididas en más acciones. Por ejemplo, en una división de acciones 3-por-1, tres acciones nuevas se emiten para reemplazar cada una de las acciones ya existentes. Si una división de acciones no varía los activos o la capacidad de beneficios de una empresa, no debemos esperar que tenga ningún efecto en la riqueza de los accionistas de la empresa. Todo sigue siendo igual, la división de acciones 3-por-1 sólo podrá causar una bajada en el precio de las acciones en un tercio de su valor anterior. En general, una división de acciones  $n$  por  $m$  debe hacer que el precio de las acciones baje en  $m/n$  su valor anterior. Las condiciones de los contratos de opciones se ajustan para reflejar los cambios esperados en un precio de acciones que surge de una división de acciones.

Después de una división de acciones  $n$ -por- $m$ , el precio de ejercicio se reduce en  $m/n$  de su valor anterior y el número de acciones cubiertas por un contrato se incrementa en  $n/m$  de su valor anterior. Si el precio de la acción se reduce de la manera esperada, las posiciones del emisor y del comprador de un contrato permanecerán invariables.

#### **Ejemplo 3.7**

Consideremos una opción de compra de 100 acciones de una empresa por 30 dólares en acción. Supongamos que la empresa hace una división de acciones 2-por-1. Las condiciones del contrato de opción entonces habrán cambiado, lo cual dará al propietario el derecho a comprar 200 acciones a 15 dólares por acción.

Las opciones sobre acciones se ajustan por dividendos de acciones. Un dividendo en acciones implica que una empresa emita más acciones para sus accionistas ya existentes. Por ejemplo, un 20 por ciento de dividendo en acciones significa que los inversores reciben una nueva acción por cada cinco de las que ya tenían. Un dividendo en acciones como una división de acciones no tiene ningún efecto en los activos o en las ganancias de una empresa. El precio de las acciones puede esperarse que baje como resultado de un dividendo en acciones. El 20 por ciento de dividendo de acciones es esencialmente lo mismo que una división de acciones 6-por-5. Todo lo demás sigue siendo igual, debe hacer que el precio de las acciones baje en  $5/6$  su valor anterior. Las condiciones de una opción se ajustan para reflejar la caída de precio

esperada que surge a partir de un dividendo de acciones de la misma manera que cuando surge a partir de una división de acciones.

### Ejemplo 3.8

Consideremos una opción de venta sobre 1 00 acciones de una empresa a 15 dólares por acción. Supongamos que la empresa declara un 25 por ciento de dividendos en acciones. Esto equivale a una división de acciones 5-por-4. Las condiciones del contrato de opción varían, lo cual da al propietario el derecho a vender 125 acciones a 12 dólares.

Los ajustes también se hacen por emisión de derechos. El procedimiento básico es calcular el precio teórico de los derechos y entonces reducir el precio de ejercicio por esa cantidad.

#### *Límites de posición y límites de ejercicio*

El mercado especifica una *posición límite* para cada acción sobre la que se negocian opciones. Este define el número máximo de contratos de opciones que un inversor puede poseer en una parte del mercado. Con este fin, opciones de *compra a largo* y opciones de venta a corto se consideran en el mismo aspecto del mercado. También, las opciones de compra a corto y las opciones de venta a largo se consideran en el mismo sentido. El *límite de ejercicio* iguala la posición límite. Define el número máximo de contratos que puede ser ejercido por un particular (o grupo de particulares que actúa en conjunto) en cualquier período de cinco días de negocio consecutivos. Una posición límite de ejercicio entre 5.000 y 1 0.000 contratos no es infrecuente.

Los límites de posición y los límites de ejercicio se fijan para prevenir al mercado de una influencia excesiva de las actividades de un inversor particular o un grupo de inversores. Sin embargo, es una cuestión controvertida el si son realmente necesarios.

#### *Regulación*

Los mercados de opciones están regulados de muchas formas, los mercados y la Cámara de Compensación de Opciones fijan reglamentos que ordenan la conducta de los operadores. Además existen autoridades reguladoras federales y estatales. En términos generales, los mercados de opciones han demostrado cierta voluntad para regularse ellos mismos. No ha habido escándalos de envergadura o quiebras. Los inversionistas pueden tener un alto nivel de confianza en la forma de funcionamiento del mercado.

#### **Certificado de Opción (Warrants)**

Para las opciones negociadas en los mercados que han sido descritas, los emisores y los compradores se encuentran en el parque del mercado, y a medida que la negociación tiene lugar, el número de contratos en circulación fluctúa. Un certificado de opción (warrant) es una opción que surge de manera bastante diferente. Los warrants son emitidos por una empresa o una institución financiera. En algunos casos se negocian después en un mercado. El número de contratos en circulación se determina por el tamaño de la emisión original y varía sólo cuando las opciones se ejercen o vencen. Los warrants se compran y venden en la mayoría de los casos de la misma manera que las acciones y no hay necesidad de involucrar a la Cámara de Compensación de Opciones. Cuando se ejerce un libramiento, el emisor original ajusta cuentas con el propietario del mismo.

Los warrants de compra frecuentemente son emitidos por empresas sobre sus propias acciones. Por ejemplo, en una emisión de deuda una empresa puede ofrecer a los inversionistas un paquete consistente en obligaciones más warrants de compra sobre sus acciones. Si los warrants se ejercen, la empresa emite nuevas acciones para los propietarios de éstos a un cambio igual al precio de ejercicio especificado en el contrato. El precio de ejercicio y la fecha de vencimiento de los warrants no tienen porqué corresponder a los de las opciones de compra negociadas en mercados organizados. Normalmente los warrants tienen fechas de vencimiento mayores que las opciones de compra negociadas regularmente en los mercados de cambio.

Los warrants de compra y de venta son también emitidos por instituciones financieras para satisfacer una demanda del mercado. El activo subyacente normalmente es un índice, una divisa, o un producto. Una vez que el warrant ha sido emitido, la institución financiera debe cubrir su riesgo.

### La fórmula Black-Scholes para valorar opciones

En 1973 Fischer Black y Mirón Scholes publicaron un artículo de donde se deriva una fórmula para valorar opciones. Esta fórmula se aplica sólo para opciones europeas a pesar de que existen versiones más sofisticadas que tratan el tema de la valuación de opciones americanas. Para propósitos de éste análisis trataremos sólo con opciones de compra. La fórmula Black-Scholes está basada en algunos supuestos:

1. El activo subyacente no paga dividendos o intereses a lo largo de su periodo de vigencia.
2. La opción es una opción Europea, esto es, no puede ejercerse antes de su fecha de vencimiento.
3. La tasa de interés libre de riesgo se fija durante la vida de la opción.
4. Los mercados financieros son perfectamente eficientes sin costos por las transacciones que se realizan y sin cargo por impuestos.
5. El precio del activo subyacente está distribuido como una normal con una media y varianzas constantes.
6. Es posible vender en el corto plazo el activo subyacente y utilizar los procedimientos obtenidos sin restricción.
7. El precio del activo subyacente se mueve de forma continua.

La idea básica de la fórmula Black-Scholes es que una posición larga en el mercado de opciones es neutralizada por una posición corta (valuada apropiadamente), de tal manera que el poseedor de la acción con ésta posición combinada sólo tendrá un rendimiento igual a la tasa de interés libre de riesgo. Cuando el precio de la acción se incrementa, la prima en una opción crece (esto implica una pérdida para una posición corta) de tal manera que anula cualquier ganancia por el incremento en el precio de la acción.

El punto de partida de la fórmula de Black-Scholes es que el valor intrínseco de una opción de compra en la fecha de expiración es el precio spot (S) menos el precio de ejercicio (X).

Imagine que se sabe con una certidumbre del 100 por ciento que el valor intrínseco en la fecha de expiración y que éste fue el precio de ejercicio, entonces el valor de la prima para la opción de compra en la fecha de expiración sería:

$$C = S - X > 0$$

(3.5.2.1)

Donde: C es la prima de venta; S es el valor spot para el activo subyacente; y X es el precio de ejercicio de la opción.

El poseedor de tal opción de compra podría separar una cantidad de dinero menor a aquella del precio de ejercicio X ya que durante el tiempo remanente hasta el momento de expiración de la opción obtendrá una tasa de interés r sobre estos fondos, que calculada de manera compuesta continuamente le darán X cuando se deba ejercer la opción. El monto que debe separarse para acumular la suma X está dado por:

$$X \cdot e^{-rT} \quad (3.5.2.2)$$

donde: X es el precio de ejercicio; e es el número natural 2.7182...; r es la tasa de interés libre de riesgo; y T es el tiempo restante para la madurez de la opción expresado como una fracción de año.

El término  $X \cdot e^{-rT}$  es simplemente el valor presente del precio de ejercicio descontando la tasa de manera continua. Entonces el valor de una opción de compra de hecho valdría más que lo sugerido por la fórmula 3.5.2.1. En cualquier momento anterior a la madurez de la opción, el valor de compra de dicha opción estaría dado por:

$$C = S - X \cdot e^{-rT} \quad (3.5.2.3)$$

Esta ecuación explica que el valor de la opción de compra es igual al precio a la fecha de expiración menos el valor presente del precio de ejercicio.

En realidad, el supuesto de que el valor de la opción se aproximará al precio encontrado no es muy realista. Por lo anterior, el valor presente  $S - X \cdot e^{-rT}$  es incierto de tal manera que la ecuación debe ser modificada para que este basada en el valor esperado a la expiración. El valor esperado involucra el uso de tablas de la distribución normal y lleva a la modificación de la ecuación como sigue:

$$C = S \cdot N(d1) - X \cdot e^{-rT} \cdot N(d2) \quad (3.5.2.4)$$

donde  $S \cdot N(d1)$  es el valor esperado para la acción subyacente a la fecha de expiración (asumiendo que la opción es ejercida). Mientras que el término  $X \cdot e^{-rT} \cdot N(d2)$  es el valor presente esperado para el precio a la fecha de expiración (asumiendo que la opción es ejercida).

Los términos d1 y d2 están dados por:

$$d1 = \frac{\ln\left(\frac{S}{X}\right) + \left(r + \frac{\sigma^2}{2}\right) \cdot T}{\sigma\sqrt{T}}$$

y

$$d2 = d1 - \sigma\sqrt{T}$$

donde  $S$  es el actual precio spot;  $X$  es el precio de ejercicio;  $\sigma^2$  es la varianza del precio del activo subyacente en una base anual;  $\sigma$  es la desviación estándar del precio del activo subyacente;  $r$  es la tasa de interés libre de riesgo y  $T$  es el tiempo para la expiración como una fracción de año.

La fórmula Black-Scholes está diciendo por lo tanto que el valor actual de una opción de compra es el valor presente del precio esperado menos el valor del precio de ejercicio esperado.

**EJEMPLO 3.9** Considere una opción de compra para acciones de la compañía ABC. Por simplicidad se ignorarán las complicaciones derivadas de la posibilidad del pago de dividendos. Asuma que el actual precio spot de una acción es de \$100 y que el inversionista compra una opción para la compra de una acción a un valor de \$90. La tasa de interés libre de riesgo es del 6% y la medida de la volatilidad relevante histórica es del 30%. La opción tiene 90 días para expirar. Entonces:

$$S=100$$

$$X=90$$

$$r=0,06$$

$$T=90/365=0.25 \text{ (aprox)}$$

$$\sigma^2=0.49 \text{ tal que } \sigma =0.7$$

Se calcula primero el valor de  $d1$ :

$$d1 = \frac{\ln\left(\frac{S}{X}\right) + \left(r + \frac{\sigma^2}{2}\right) \cdot T}{\sigma\sqrt{T}}$$

esto es

$$d1 = \frac{\ln\left(\frac{100}{90}\right) + \left(0.06 + \frac{0.7^2}{2}\right) \cdot 0.25}{0.7\sqrt{0.25}} = 0.52$$

De la tabla de la distribución normal del Anexo A se encuentra que:  
 $N(d1) = N(0.52) = 0.6985$

Luego se calcula  $d2$ :

$$d2 = d1 - \sigma\sqrt{T}$$

$$d2 = 0.52 - 0.7\sqrt{0.25} = 0.17$$

De la tabla de la distribución normal del Anexo A se encuentra que:  
 $N(d2) = N(0.17) = 0.5675$

Con esto cálculos es posible calcular el precio de la opción:

$$C = S \cdot N(d1) - X \cdot e^{-rt} \cdot N(d2)$$

Substituyendo

$$C = 100 \cdot (0.6985) - 90 \cdot 2.718^{-0.06(0.25)} \cdot (0.5675) = 19.35$$

En conclusión el inversionista debe pagar 19.35 por la oportunidad de comprar una acción a 90 la cual tiene un precio spot de 100. Y del precio de 19.35, 10 es el valor intrínseco y 9.35 es el valor del tiempo.

### 3.6 Teoría de Portafolios

La teoría de portafolios fue publicada por primera vez en 1952 por Harry Markowitz. En este artículo centro su atención en la práctica común de la diversificación de portafolios de inversión mostrando exactamente como un inversionista puede reducir la desviación estándar de los rendimientos mediante la selección de acciones que se muevan de la misma manera.

Antes de iniciar con el modelo propuesto por Markowitz es necesario establecer los supuestos que se utilizan en la teoría de portafolios:

1. Los inversionistas prefieren más riqueza.
2. Los inversionistas son renuentes al riesgo y requieren una tasa de rendimiento esperada mayor para tomar riesgos más altos.
3. Las tasas de rendimiento siguen una distribución normal. Esto significa que el riesgo de una acción individual puede ser medida en términos de su desviación estándar.
4. El poseedor de la riqueza no puede afectar la distribución de probabilidad de la acción tomada.
5. La teoría considera sólo activos financieros existentes y no de nueva emisión.

El rendimiento en un portafolio de acciones está dado por las siguientes expresiones:

$$R_p = \sum_{i=1}^N w_i R_i \quad (3.6.1)$$

donde  $R_p$  es el valor ponderado de rendimiento sobre un portafolio de activos financieros con riesgo;  $w_i$  es la proporción de un portafolio invertido en un activo financiero  $i$ ;  $R_i$  es el rendimiento sobre el activo financiero  $i$  en el portafolio; y  $N$  es el número de acciones en el portafolio del inversionista.

$$E(R_p) = \sum_{i=1}^N w_i E(R_i) \quad (3.6.2)$$

donde:  $E(R_p)$  es el rendimiento promedio esperado del portafolio; y  $E(R_i)$  es el rendimiento promedio esperado del activo financiero  $i$ .

Suponga dos acciones A y B, donde A tiene un rendimiento esperado mayor además de una desviación estándar menor que la acción B. ¿Por qué algún inversionista renuente al riesgo desearía adquirir la acción B?

El punto crucial de la teoría de portafolios está situado en el hecho de que mientras los rendimientos de las acciones A y B no estén perfectamente correlacionados, hay ganancias por adquirir a partir de la diversificación del portafolio. Por diversificación de portafolios se entiende que la combinación de varios activos financieros reduce el riesgo.

### Medición del Riesgo de un Portafolio

Si el portafolio está compuesto por sólo dos acciones A y B, la expresión para la varianza del portafolio está dada por:

$$\sigma_p^2 = w_A^2 \sigma_A^2 + w_B^2 \sigma_B^2 + 2w_A w_B \sigma_A \sigma_B \rho_{AB} \quad (3.6.3)$$

donde  $\sigma_p^2$  es la varianza en el rendimiento de un portafolio con cierto grado de riesgo;  $w_A$  es la proporción ponderada del valor de un portafolio invertido en un activo financiero A;  $\sigma_A^2$  es la varianza de la tasa de rendimiento del activo financiero A;  $\sigma_A$  es la desviación estándar del rendimiento del activo financiero A;  $w_B$  es la proporción ponderada del valor de un portafolio invertido en un activo financiero B;  $\sigma_B^2$  es la varianza de la tasa de rendimiento del activo financiero B;  $\sigma_B$  es la desviación estándar del rendimiento del activo financiero B y finalmente  $\rho_{AB}$  es el coeficiente de correlación de los rendimientos entre el activo financiero A y el activo financiero B.

**EJEMPLO 3.10** Un portafolio contiene dos acciones A y B. La riqueza financiera total de un inversionista está dada por  $W = V_A + V_B$  donde  $V_A$  es el valor de las acciones A y  $V_B$  es el valor de las acciones B que posee el inversionista.

Si la proporción que se tiene por la acción A es 70%  $w_A=0.7$ , el remanente 30% está en la acción B de tal manera que  $w_B=0.3$ . La tasa de rendimiento esperada sobre el activo A es de 25% y la del activo B es de 20%. La desviación estándar de la tasa de rendimiento del activo A es 75% y la del activo B es 50%, mientras el coeficiente de correlación entre las tasas de rendimiento es  $-0.6$ .

$$\begin{aligned} R_A &= 0.25 & \sigma_A &= 0.75 \\ R_B &= 0.20 & \sigma_B &= 0.50 & \rho_{AB} &= -0.6 \end{aligned}$$

Substituyendo estos valores en la ecuación encontramos que la varianza del portafolio está dada por:

$$\sigma_p^2 = w_A^2 \sigma_A^2 + w_B^2 \sigma_B^2 + 2w_A w_B \sigma_A \sigma_B \rho_{AB}$$

$$\sigma_p^2 = (0.7)^2(0.75)^2 + (0.3)^2(0.50)^2 + 2(0.7)(0.3)(0.75)(0.50)(-0.6) = 0.2036 \quad \delta$$

$$\sigma_p = 20.36\%$$

$$\sigma_p = 0.4512 \quad \delta$$

$$\sigma_p = 45.12\%$$

donde  $\sigma_A^2 = 0.5625$  y  $\sigma_B^2 = 0.25$  de tal manera que el promedio ponderado de las varianzas de A y B es

$$0.7(0.5625) + 0.3(0.25) = 0.46875.$$

Entonces con una varianza del portafolio de 0.2036 el inversionista tiene, en este ejemplo, aproximadamente la mitad de la varianza de la inversión sin afectar la tasa de rendimiento esperada que está dada por:

$$E(R_p) = (0.7)(0.25) + (0.3)(0.20) = 0.235 \text{ o } 23.5\%$$

Es posible notar que la diversificación del portafolio tiene un rol importante en la reducción de los riesgos que enfrenta un inversionista pero no en el rendimiento esperado el cual es simplemente el promedio ponderado de los rendimientos de los activos financieros individuales de un portafolio. Esto significa que la diversificación simplemente no es un medio para mejorar el rendimiento de un portafolio, es un medio para reducir la variabilidad del rendimiento.

A pesar de que el riesgo de adquirir una acción puede ser reducido mediante la diversificación mientras los rendimientos no estén perfectamente correlacionados, no es posible eliminar cierto grado de riesgo de una acción el cual es inherente en el mercado. El riesgo atribuido a poseer una acción que puede ser eliminado por el proceso de diversificación es conocido como riesgo específico mientras que el riesgo atribuido a una acción que no puede ser eliminado a través del proceso de diversificación es conocido como riesgo de mercado.

Si un inversionista tiene la alternativa de construir un portafolio con N acciones, el inversionista podría seleccionar un portafolio con N acciones o portafolios con menos de N acciones dependiendo en la correlación entre las mismas. Una pregunta interesante sería ¿cuántas acciones debería el inversionista seleccionar de las N totales?.

Una manera de responder a esta pregunta es seleccionar de manera aleatoria un conjunto de acciones para propósitos de diversificación sin permitir posibles correlaciones entre las acciones. En 1974 se realizó un estudio donde se investigó este hecho para acciones del Reino Unido. Selecciones aleatorias fueron hechas de tamaño de 1 a 50 acciones y el riesgo promedio como medida de la desviación estándar del rendimiento expresada como un porcentaje del riesgo promedio de poseer sólo un acción. Los resultados revelaron que inicialmente las ganancias de la diversificación en términos de la reducción de riesgo eran substanciales hasta 20 acciones, pero de ahí en adelante la reducción de riesgo adquirida se convertía a relativamente modesta. Mientras N se convierta en un número mayor, el inversionista tiene un nivel de riesgo que coincide con el del mercado en general. Se encontró que el riesgo medido a partir de lo anterior no puede ser reducido por debajo del 34.5% del riesgo promedio de poseer una acción sin importar cuántas acciones compongan el portafolio.



De acuerdo con el análisis de Markowitz un método aún mejor que la selección aleatoria de acciones es tomar en cuenta la correlatividad entre las mismas y seleccionar así las acciones que compongan el portafolio.

Ya que parte del riesgo atribuido a un portafolio puede ser eliminado a través de la diversificación, en equilibrio no será necesario valorar el riesgo. Es sólo el riesgo de mercado atribuido a una acción el cual no puede ser eliminado a través de un portafolio y por esto se convierte en el riesgo necesario de valorar. Mientras la diversificación puede reducir los riesgos que enfrenta un inversionista en una acción dada no es posible eliminar cierto grado de riesgo atribuido a poseer un activo financiero, el riesgo de mercado. Esta situación variará de una acción a otra y dependerá de variables como la naturaleza del negocio, las relaciones laborales, la calificación crediticia y otros.

### 3.7 The Capital Asset Pricing Model (CAPM)

Uno de los problemas de implementar la teoría de Portafolios es que un gran número de covarianzas se deben calcular para armar el portafolio. Mientras que el modelo de Markowitz provee de una solución para el caso de dos acciones, se vuelve mucho más complicado de resolver para un número mayor de acciones.

En el caso de N acciones es necesario calcular  $(N^2-N)/2$  covarianzas. Esto significa que con 100 acciones sería necesario calcular 4950 covarianzas y con 500 acciones esto se incrementa a 124,750 covarianzas. La cantidad de cálculos requeridos para el método de Markowitz fue uno de los factores para estimular otros acercamientos a la administración de inversiones.

El CAPM intenta explicar la relación entre el riesgo y el rendimiento en un activo financiero y así usar posteriormente esta relación para determinar el precio apropiado de la acción.

La idea básica del CAPM es que si una acción ayuda a estabilizar un portafolio, esto es hacerlo más en línea con el portafolio del mercado, entonces esta acción ganará una tasa de rendimiento similar al portafolio del mercado. Si una acción hace un portafolio más riesgoso en comparación con el mercado éste estará en menor demanda por parte de los inversionistas renuentes al riesgo, su precio caerá y su tasa esperada de rendimiento estará por arriba del promedio del mercado. Inversamente si una acción disminuye el riesgo de un portafolio en comparación con el mercado estará en mayor demanda por parte de los inversionistas renuentes al riesgo, su precio se incrementará de tal manera que la tasa de rendimiento será menor que la del promedio del mercado.

Si se desea conocer la contribución de una acción individual al riesgo de un portafolio bien diversificado es necesario medir el riesgo de mercado lo cual nos lleva a medir que tan sensible es ésta acción a los movimientos del mercado. A esta medida de sensibilidad se le llama beta ( $\beta$ ). Acciones con betas mayores a 1.0 tienden a amplificar los movimientos del mercado mientras que acciones con betas entre 0 y 1.0 tienden a moverse en la misma dirección del mercado pero en una menor magnitud. Por supuesto que el portafolio conformado por todas las acciones del mercado tiene una beta de 1.0.

Otra idea clave del CAPM es que en un mercado eficiente todos los riesgos diversificables serán eliminados, de tal manera que el único riesgo que será valuado por el mercado en un portafolio

será el riesgo no diversificable de mercado. Así, el CAPM se concentra sólo en la valuación de riesgos de mercado no diversificables. El CAPM provee una medida simple del riesgo sistemático atribuido a una acción dado por su beta de seguridad.

El CAPM realiza un número de supuestos clave relacionados a la operación del mercado y al comportamiento de los inversionistas.

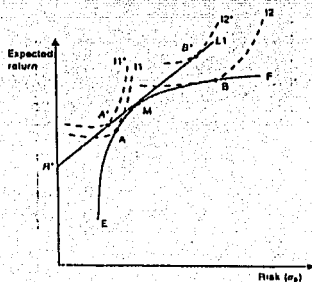
1. Los mercados de capitales son perfectos, no hay costos por transacciones, todos los activos financieros son perfectamente divisibles (es posible comprar fracciones de una acción) y no hay impuestos, los inversionistas pueden vender al corto plazo y la información está disponible gratuitamente para todos los participantes del mercado.
2. Los inversionistas intentan maximizar su utilidad la cual consiste en maximizar los rendimientos para un determinado grado de riesgo. Los inversionistas son renuentes al riesgo y miden el riesgo en términos de las desviaciones estándar de los rendimientos.
3. Los inversionistas utilizan un horizonte de tiempo de un periodo de tiempo futuro común. Todas las decisiones son hechas al inicio del periodo y no se realizan cambios durante el horizonte de inversión.
4. Los inversionistas tienen exactamente las mismas expectativas acerca del riesgo y los rendimientos sobre las acciones. Por lo tanto, la única razón por la cual los inversionistas poseen diferentes portafolios es porque tienen diferentes preferencias de riesgo.
5. Existe solo un activo financiero libre de riesgo para negociar.

Estos supuestos separan al modelo CAPM del modelo de Markowitz. En particular, el supuesto (4) significa que los inversionistas tienen la misma frontera de eficiencia<sup>4</sup>, esto es más restrictivo que en la teoría de portafolios donde los inversionistas con diferentes percepciones podían tener diferentes fronteras de eficiencia. La inclusión del activo financiero libre de riesgo significa que el CAPM existe una relación entre el riesgo y el rendimiento que no está presente en el caso con el modelo de Markowitz.

Considere la frontera de eficiencia para N acciones con riesgo que se muestra en la gráfica 3.10. Ya que hemos asumido que todos los inversionistas tienen idénticas expectativas entonces ésta frontera de eficiencia es la misma para todos los inversionistas.

Se ha dibujado también una línea recta que representa la tasa de interés libre de riesgo  $R^*$  la cual es tangente a la frontera de eficiencia en el punto M. La pregunta que es necesario considerar es cuál de los portafolios M, A, y B, o cualquier otro portafolio que se encuentre en la frontera de eficiencia escogerá el inversionista.

<sup>4</sup> La Frontera de eficiencia para una combinación de acciones muestra la máxima tasa de retorno para un nivel dado de riesgo o el portafolio con el menor riesgo para una tasa de interés dada.



Gráfica 3.10

El resultado del modelo es que en un mercado en equilibrio todos los inversionistas colocarán sus recursos entre el activo libre de riesgo y en la misma mezcla de activos financieros del portafolio M. La única diferencia entre los inversionistas serán las proporciones en las que colocuen sus recursos entre el portafolio de acciones M y el activo financiero libre de riesgo.

Primero considere que los portafolios A y B que se encuentran en la frontera de eficiencia EF. Se han colocado dos diferentes curvas representando a dos diferentes inversionistas uno en A y otro en B. El inversionista en el punto A es más adverso al riesgo que el inversionista B; esto es, el inversionista A prefiere menor riesgo por una tasa de retorno menor que la del inversionista B. El inversionista A está en la curva de indiferencia<sup>5</sup> I1 y el inversionista B en la curva de indiferencia I2. Estas son sus posiciones óptimas en la ausencia del activo libre de riesgo.

Con la posibilidad de tomar prestado y prestar a la tasa de interés libre de riesgo ambos inversionistas escogerán el portafolio M sin importar su preferencia de riesgo – rendimiento y posteriormente tomarán prestado o prestarán fondos al nivel de la tasa de interés libre de riesgo R\*. Para entender este resultado y la importancia del portafolio M, considere que ocurre cuando el activo financiero libre de riesgo es introducido. No hay una relación entre el riesgo y el rendimiento y la línea que posibilita a los inversionistas alcanzar la máxima curva de indiferencia es L1, la cual es tangente a la frontera de eficiencia del portafolio M, el cual es conocido como el portafolio de mercado. La línea L1 es conocida como la línea del capital de mercado y muestra que existe una relación entre el riesgo y el rendimiento.

Ya que la desviación estándar del activo financiero libre de riesgo es cero  $\sigma_{R^*}$ , entonces la desviación estándar del portafolio combinado (aquel que incluye activos financieros con y sin riesgo) es simplemente la desviación estándar del portafolio M por el porcentaje de recursos invertidos en este portafolio:

$$\sigma_p = w\sigma_m \quad (3.7.1)$$

<sup>5</sup> La curva de indiferencia está compuesta por una serie de opciones a las cuales el inversionista encuentra igualmente deseables.

Cuando todos los recursos del inversionista están invertidos en el portafolio de mercado (esto es  $w=1$ ), el inversionista tendrá un portafolio con la misma desviación estándar que el portafolio de mercado.

Debido a que ahora los inversionistas pueden prestar o tomar prestado a la tasa libre de riesgo  $r^*$ , talvez deseen invertir todos sus recursos en el portafolio M o en una mezcla del mismo con inversiones en el activo financiero libre de riesgo. El inversionista que se encontraba en A tiene ahora la opción de invertir una proporción de su dinero en un portafolio con riesgo M y el remanente  $(1-w)$  en el activo libre de riesgo. Haciendo esto puede moverse a una curva de indiferencia mayor  $I^*$  en el punto  $A^*$ . Esto significa que el inversionista está prestando fondos. La proporción de su dinero invertido en el portafolio está dado por  $w$  o la distancia  $R^*A^*/R^*M$ . Entre más cerca este  $A^*$  de M mayor será la proporción invertida en el portafolio de mercado.

Ya que el portafolio incluye un activo financiero con una tasa libre de riesgo entonces ya hemos determinado de la ecuación 3.7.1 que  $\sigma_p = w\sigma_m$ . La varianza es el cuadrado de éste dado por la siguiente ecuación:

$$\sigma_p^2 = w^2\sigma_m^2 \quad (3.7.2)$$

donde  $\sigma_p^2$  es la varianza del portafolio y  $\sigma_m^2$  es la varianza del portafolio de mercado.

El inversionista B también puede alcanzar una curva de indiferencia mayor  $I^*$  en el punto  $B^*$ ; para esto es necesario que tome prestado fondos a la tasa de interés libre de riesgo ya que el tiene una  $w$  mayor a 1 y por lo tanto está invirtiendo más del 100% de sus recursos. Donde  $w$  es mayor a 1, entonces  $(1-w)$  tiene una posición negativa en el activo financiero libre de riesgo indicando que el inversionista ha tomado prestado dinero a la tasa de interés libre de riesgo. Haciendo esto se puede mover a una curva de indiferencia mayor  $I^*$ .

El resultado es que cualquiera de los inversionistas están contentos de invertir en el portafolio de mercado a pesar de sus preferencias por el riesgo. El punto no es en cuál portafolio de acciones invertir, más bien es que cantidad de recursos destinar al activo financiero libre de riesgo y que cantidad al portafolio de mercado.

Hemos establecido que M es el portafolio óptimo, pero ¿por qué es el portafolio de mercado?. La respuesta es que debido a que M es el único portafolio que todos los inversionistas seleccionaran, entonces todas las acciones que conforman el portafolio M deben estar bien valuadas. En consecuencia el portafolio de mercado es un portafolio de todos los activos financieros con riesgo en la economía sopesados por su valor de mercado sobre el valor de mercado de todos los activos de la economía. Ya que por definición el portafolio de mercado contiene todos los activos sopesados y valuados de la economía es un portafolio no diversificable. El único riesgo en el portafolio de mercado es el riesgo de mercado, todos los riesgos específicos han sido eliminados.

La tasa esperada de rendimiento en un portafolio combinado M está dada por la ecuación:

$$E(R_p) = (1-w)R^* + wE(R_m) \quad (3.7.3)$$

donde:  $E(R_p)$  es la tasa de rendimiento esperada en un portafolio combinado compuesto por el activo libre de riesgo y el portafolio de mercado; y  $E(R_m)$  es la tasa de rendimiento esperada del portafolio de mercado.

La ecuación 3.7.3 puede ser arreglada de la siguiente manera:

$$E(R_p) = R^* + w[E(R_m) - R^*] \quad (3.7.4)$$

De la ecuación 3.7.4 podemos ver que cuando  $w$  es mayor a 1 (esto es que el inversionista toma una deuda) el rendimiento del portafolio combinado es mayor que la tasa de rendimiento del mercado; mientras que si  $w$  es menor que 1 gana menos que la tasa de mercado.

De la ecuación 3.7.1 obtenemos:

$$w = \frac{\sigma_p}{\sigma_m} \quad (3.7.5)$$

Esta ecuación puede ser insertada en la ecuación 3.7.4:

$$E(R_p) = R^* + \frac{\sigma_p}{\sigma_m} [E(R_m) - R^*] \quad (3.7.6)$$

Así la ecuación 3.7.6 representa la línea del mercado de capitales (CML) la cual expresa el rendimiento esperado para un portafolio en términos del riesgo. Cualquier portafolio en la línea del mercado de capitales es eficiente ya que debe estar perfectamente relacionada de manera positiva con el portafolio de mercado. La expresión  $[E(R_m) - R^*]$  arroja la pendiente de la curva de la CML y es referida frecuentemente como el precio de mercado unitario de riesgo.

Si definimos beta como  $\frac{\sigma_p}{\sigma_m}$  entonces la ecuación 3.7.6 se convierte en:

$$E(R_p) = R^* + \beta[E(R_m) - R^*] \quad (3.7.7)$$

Las ecuaciones 3.7.6 y 3.7.7 representan el modelo del Capital Asset Pricing para portafolios de activos financieros. La ecuación 3.7.7 muestra que el rendimiento esperado promedio en un portafolio compuesto por activos libres de riesgo y un portafolio con activos de riesgo excederá la tasa de interés libre de riesgo en una cantidad proporcional al beta del portafolio.

**EJEMPLO 3.11** La tasa de interés libre de riesgo es del 7%, la tasa de rendimiento del mercado es del 12% y la desviación estándar del portafolio es de 0.50 mientras que la desviación estándar del mercado es del 0.70. La tasa de rendimiento esperada del portafolio es:

$$\begin{aligned} E(R_p) &= R^* + \frac{\sigma_p}{\sigma_m} [E(R_m) - R^*] \\ &= 7 + (0.5 / 0.4) * [12 - 7] \\ &= 10.57\% \end{aligned}$$

Las predicciones del modelo son que un portafolio que tiene un peso de 0 ( $\beta_p = 0$ ) en los activos con riesgo ganará sólo la tasa de interés libre de riesgo. Cuando la beta del portafolio se incrementa, los inversionistas estarán incrementando el riesgo tomado del portafolio de inversiones y en consecuencia requerirán una compensación en la tasa de rendimiento. Un inversionista con un portafolio compuesto de activos financieros relativamente seguros comparados con el portafolio de mercado tiene una tasa esperada de rendimiento menor que la del portafolio de mercado.

Cualquier portafolio combinado a lo largo de la línea de mercado de capitales está perfectamente correlacionada con el portafolio de mercado y por lo tanto no contiene riesgo específico. Entonces movimientos a lo largo de la línea del mercado de capitales refleja cambios sólo en el riesgo de mercado.

## Cap IV. Cobertura para Fluctuaciones en Inversiones de Renta Variable del Mercado de Valores en México

En este capítulo se expone el desarrollo íntegro de la Cobertura para Fluctuaciones en Inversiones de Renta Variable mostrando el desarrollo desde su concepción hasta el cálculo de los distintos factores que intervienen en ella. El propósito de este capítulo es determinar si es posible crear un instrumento bursátil innovador que proporcione un esquema de cobertura cuyo objetivo sea minimizar las pérdidas a causa de fluctuaciones negativas sufridas por las acciones de renta variable así como mostrar los resultados obtenidos después de haber realizado una prueba con valores de acciones reales que cotizan en el Índice de Precios y Cotizaciones analizadas a lo largo de un periodo de seis meses. Las primeras tres secciones están enfocadas al desarrollo analítico y las restantes a la implementación práctica de la cobertura.

### 4.1 Desarrollo Analítico de la Cobertura para Fluctuaciones en Inversiones de Renta Variable

#### ¿Qué es la Cobertura para Fluctuaciones en Inversiones de Renta Variable?

La Cobertura para Fluctuaciones en Inversiones de Renta Variable (CFIRV) es un instrumento bursátil concebido y creado para el público inversionista de la Bolsa Mexicana de Valores bajo un esquema real y no puramente teórico. La CFIRV nació a partir de la idea de que actualmente contamos con la tecnología para conocer las tendencias de las acciones que cotizan en el mercado con cierta certidumbre. La compra – venta de acciones representa un riesgo significativo para los recursos de un inversionista debido a que los mercados de valores están sujetos a eventos económicos, políticos y sociales.

La propuesta de esta investigación no consiste en alentar o desalentar al público a comprar acciones, se busca disminuir en cierto grado el riesgo que corre un inversionista y su pérdida al comprar un número de acciones en la bolsa de valores y dejar en sus manos la responsabilidad de elegir en qué va a invertir sus recursos.

Como su nombre lo indica la Cobertura para Fluctuaciones en Inversiones de Renta Variable esta enfocada a aquellas acciones que cuentan con el mayor grado de fluctuación dentro del esquema de inversión existente en México. La CFIRV esta ideada como un instrumento que que proporciona resultados a futuro debido a que ésta se otorga durante un plazo, al final del cual se evaluarán las fluctuaciones de la acción incluida en la cobertura. Asimismo, provee seguridad al inversionista que ha decidido invertir en acciones de renta variable, mediante la transferencia del riesgo que podría significar una pérdida desmesurada de sus recursos. En el mercado de valores existe la incertidumbre respecto al rendimiento o pérdida en ocasiones que se espera de una inversión, la CFIRV realiza mediante un análisis estadístico detallado y bien estructurado un pronóstico del comportamiento de "X" acción de renta variable y adquiere parte del riesgo a cambio de un pago, de esta manera el inversionista transfiere en cierto grado el riesgo de pérdida económica que ha adquirido al realizar la compra de "Y" número de acciones.

Es un instrumento de corto plazo mediante el cual los inversionistas de acciones de renta variable pueden protegerse de una pérdida por fluctuaciones negativas en el precio de la acción mediante la adquisición de la cobertura.

Es importante mencionar que esta cobertura debe ser proporcionada por alguna institución, de hecho está estructurada para ser otorgada por un Intermediario Financiero como sería una compañía aseguradora o una casa de bolsa debido a que maneja un fondo común de donde se pagarían las fluctuaciones negativas sufridas así como los gastos administrativos de la institución.

La CFIRV cuenta con un margen de riesgo a cargo del poseedor de la acción, asimismo, se maneja un límite de pérdida potencial por acción y estaría sujeto a ciertas restricciones como serían el plazo y la aprobación de la acción de acuerdo a su volatilidad considerando que ésta debe estar incluida en un portafolio de inversiones adecuadamente diversificado de acuerdo al esquema propuesto en este trabajo de investigación.

Esta cobertura pretende incrementar los montos de inversión en las empresas que cotizan en bolsa mediante un esquema menos riesgoso que contribuya al financiamiento de las mismas así como a proporcionar al inversionista una mayor seguridad, asimismo, pretende proveer de una utilidad al proveedor de la cobertura, la cual estaría dada en función de los costos contra las pérdidas resarcidas a los inversionistas por concepto de fluctuaciones negativas en el precio.

#### **Antecedentes**

Los modelos tradicionales desarrollados por Actuarios para valorar beneficios bajo programas de seguros y planes de pensiones han usado supuestos de tasas de interés determinísticas. Mientras dichos modelos son adecuados para muchos propósitos, sus limitaciones se vuelven cada vez más evidentes. En las últimas tres décadas ha habido avances substanciales en nuestro entendimiento de cómo acciones financieras son clasificadas en mercados competitivos. Estos modelos asumen que las acciones se mueven de una manera estocástica y que delimitan relaciones entre la ganancia esperada y el riesgo. Los resultados iniciales fueron obtenidos para inversiones en acciones comunes. Hay varias razones por las cuales estos desarrollos son de interés para los Actuarios.

Primero, intermediarios financieros como compañías de seguros y de pensiones en México tienen la mayoría de sus inversiones en valores a cargo del Gobierno Federal ya que de acuerdo con la Ley del Impuesto Sobre la Renta están limitados a invertir como máximo del 10% del total de sus inversiones en acciones comunes aprobadas por la Comisión Nacional Bancaria y de Valores para el caso de Fondos de Pensiones. De hecho las compañías hacen uso de este límite de inversión y concentran el porcentaje máximo del 10% de sus inversiones en acciones comunes que pueden representar fluctuaciones importantes que necesariamente deben ser estudiadas y prevenidas.

Segundo, para desarrollar nuevos procesos de valuación de beneficios, es necesario conocer los mecanismos utilizados para evaluar la calidad de dichos valores.



Tercero, existen cambios regulatorios y estructurales que toman lugar y que están creando una demanda de valuación de responsabilidades más basada en los mercados de valores. Existe una tendencia mundial a invertir los fondos de pensiones en mayor proporción en el mercado de valores, a pesar de que esta situación en México se ve a largo plazo es necesario estudiar estos sucesos.

Cuarto, varios intermediarios financieros están tomando activamente más conciencia de la importancia que representa una buena administración de riesgos de valores. El incremento de la volatilidad de las tasas de interés en años recientes han resaltado la importancia de la administración de activos de responsabilidades y valores.

Quinto, varios de los nuevos productos que han sido introducidos por compañías de seguros y otros intermediarios financieros han creado cuadros que solo pueden ser valuados usando métodos estocásticos para el cálculo de la ganancia de las inversiones.

Finalmente, estos recientes avances en economía financiera proveen un ambiente conceptual de trabajo para algunas nuevas tecnologías recientemente desarrolladas para la administración científica del riesgo financiero.

Es importante resaltar las diferencias que existen entre los riesgos financieros y los riesgos asegurables, ya que esto explica porque se requieren diferentes tipos de administración de riesgo. Riesgos asegurables es una idea que envuelve el concepto de unidades de riesgo independientes, de tal manera que el hecho de conjuntarlos nos lleve a una reducción del riesgo.

Los Riesgos Financieros de manera contraria están relacionados entre sí, de esta manera la reducción de riesgo disponible por el hecho de reunirlos es generalmente limitada. En el caso de acciones comunes se ha llegado a la conclusión de que la diversificación reduce el riesgo a un cierto nivel. Un inversionista de acciones comunes, que maneja el total del índice del mercado ha alcanzado el límite en terminos de reducción de riesgo a través de la diversificación.

La conjunción de unidades de riesgo respresenta la llave principal del mecanismo tradicional para la reducción de riesgo. Por ejemplo, consideremos la situación de una cía. aseguradora, donde suscribe cien pólizas de auto a periodos distintos. Asumiendo que estas unidades de riesgo son independientes, el monto del total de reclamaciones puede ser predecido con una razonable certidumbre. Reuniendo un gran numero de unidades de riesgo independientes, la exposición al riesgo de la prima es reducido, esto es, entre más pólizas de autos suscriba la compañía las probabilidades de que se utilizen todas las primas cobradas en el pago de siniestros disminuye.

En contraste, el mecanismo de reunir unidades de riesgo no reducirá la probabilidad de una fluctuación negativa si las unidades se encuentran perfectamente correlacionadas. Por ejemplo, asuma que el asegurador contrata \$10,000,000 M.N. en Bonos de Desarrollo del Gobierno Federal (BONDES) a 10 años. Este valor es sensible a los movimientos de las tasas de interés. Si las tasas suben, el valor de mercado de los BONDES baja, y si el interés baja, el valor del mercado sube. Si el asegurador compra mas bonos a 10 años, la exposición al riesgo de la tasa de interés es incrementado. La conjunción no reduce el riesgo en esta situación.

En el caso de riesgos correlacionados, la conjunción no funcionará. De cualquier manera, si se puede identificar o crear una variable aleatoria que esté negativamente correlacionada con el riesgo, entonces la reducción del riesgo es posible.

Las oportunidades para la reducción de riesgo usando esta aproximación se han extendido enormemente en los últimos años.

La Teoría de Inmunización de Redington es un ejemplo de una técnica para la medida y control del riesgo de las tasas de interés. Esta técnica iguala la sensibilidad de los precios de los valores y las responsabilidades con respecto a los movimientos de la tasa de interés. La curva dinámica postulada por Redington es ahora vista como muy simple. Sin embargo, su manera de crear una estrategia de inversión que aislara el valor de un portafolio de pequeños cambios en las variables tasas de interés corresponde a una de las ideas fundamentales de la moderna Economía Financiera. En recientes años el concepto de inmunización se ha extendido y refinado tanto como el rango de los movimientos admisibles del interés se ha expandido. En recientes años, un número de técnicas para la administración y control del riesgo de las tasas de interés se ha introducido. Estas nuevas herramientas también pueden ser usadas para el control de otros tipos de riesgos financieros como el riesgo del tipo de cambio de monedas. Los actuales procesos usados para controlar este tipo de riesgo normalmente usan valores derivados. A pesar de que dichos valores no son usados explícitamente con estas técnicas están basados en el contexto conceptual usado para estudiar valores derivados. Opciones y Futuros son ejemplos prototipos de valores derivados.

Es importante mencionar que la CFIRV es una forma de transferir o disminuir riesgos financieros completamente diferente a la que proporciona los valores derivados. Las principales diferencias son:

Cobertura para Fluctuaciones en Inversiones de Renta Variable	Mercado de Derivados	
	Futuros	Opciones <sup>1</sup>
Actúa sólo sobre acciones de renta variable.	Se utilizan tanto para instrumentos de renta fija como de renta variable.	
Proporciona una cobertura inmediata y a lo largo de un periodo al actual poseedor de la acción.	Supone la obligación u opción de compra o venta de un activo en una fecha futura a un precio determinado el cual puede ser utilizado para cubrir pérdidas en fluctuaciones, sin embargo, al momento de compra del futuro puede ser que la acción no sea propiedad del accionista (que es el momento donde el futuro comprador quiere evitar fluctuaciones) y si ese fuera el caso, entonces la acción está próxima a venderse (que es el momento en que el vendedor quiere evitar las fluctuaciones).	

<sup>1</sup> En cuanto a las opciones, se tomarán en cuenta sólo las opciones de tipo americanas, ya que para el caso de las europeas solo pueden ser ejercidas en la fecha de vencimiento y se daría un caso muy similar al de los contratos de futuros.

Cobertura para Fluctuaciones en Inversiones de Renta Variable	Mercado de Derivados	
	Futuros	Opciones
La CFIRV contempla la posibilidad de proporcionar la cobertura a todas las acciones que puedan ser incluidas en el esquema que más tarde se explicará.		Las opciones no están disponibles para el 100% de las acciones de renta variable que se cotizan en bolsa.
La CFIRV solo aplica para acciones de renta variable.		Las opciones se negocian sobre acciones, índices, divisas, futuros y obligaciones.
La CFIRV está enfocada a proporcionar cobertura al actual poseedor de la acción.	Los futuros y las opciones dan a su propietario el derecho de comprar o vender acciones al precio de ejercicio especificado, por lo tanto está protegiendo al futuro comprador o vendedor y no al actual contra las posibles fluctuaciones.	
En el caso de la CFIRV cuando una acción tiene dividendos el dueño de la acción tendrá acceso éstos y a la protección contra fluctuaciones al mismo tiempo.		Las opciones no están ajustadas a los dividendos líquidos, razón por la cual en caso de que el tenedor de la opción no la ejerza antes de la fecha en que se den los dividendos, dicho tenedor no tendrá acceso a dichos dividendos.
<p>La diferencia más importante es que el valor de la cobertura no tendrá una relación directa con el precio de la acción ni los dividendos esperados a diferencia de las opciones cuyos montos se incrementan proporcionalmente al costo de la acción, esto debido a que el valor de la cobertura será calculado con base en la volatilidad de la acción y la suma o rango que se deseará proteger contra la fluctuación al inversionista, situación que probablemente conlleve a una disminución del costo por la protección ya que seguramente un esquema de opciones se constituiría de varias posiciones largas y cortas para asegurar su buen desempeño y sería más costoso.</p> <p>Los futuros y las opciones dan a su propietario el derecho de comprar o vender acciones al precio de ejercicio especificado, por lo tanto está protegiendo al futuro comprador o vendedor y no al actual contra las posibles fluctuaciones.</p>		

Con la finalidad de ejemplificar las diferencias antes expuestas pensemos en un accionista que posee un porcentaje importante de las acciones de una empresa y quien no está dispuesto a venderlas a pesar de las posibles altas o bajas que sufra ya que está interesado en el negocio a largo plazo. Esta persona no entraría al Mercado de Derivados, ya que si ejerce una opción de venta disminuirá su porcentaje de acciones dentro de la empresa, tal vez su única preocupación sea la de protegerse contra fluctuaciones fuertes sin arriesgar su posición como accionista, para este caso la alternativa óptima sería la CFIRV donde no pone en venta sus acciones dentro del Mercado de Derivados y se protege mediante el pago del costo de la cobertura contra fluctuaciones de la acción.

## Metodología

Es indispensable en el desarrollo matemático de la Cobertura para Fluctuaciones en Inversiones de Renta Variable el uso de probabilidad y estadística. Como ya se vio en el capítulo dos, predecir con certeza procesos que generan observaciones no es factible, sin embargo la frecuencia relativa con la cual ocurren en una gran serie de observaciones es a menudo estable, así, podemos considerar que tras el análisis del comportamiento de una acción a lo largo de un periodo de seis meses contamos con una serie de observaciones suficientes para un estudio más a fondo.

Antes de entrar al desarrollo de la metodología es importante aclarar la razón por la que no se realizarán consideraciones externas, o dicho de una mejor manera, no se tomarán en cuenta variables externas económicas o políticas.

El comportamiento o trayectoria que sigue el precio de una acción es influido a lo largo del tiempo por diversas situaciones, en algunos casos son prácticamente imperceptibles las repercusiones, en otros es muy notable, sin embargo todos estos cambios en el precio de una acción a lo largo del tiempo quedan de una u otra manera grabados de manera permanente sin importar si fue un crac, un boom, una toma de utilidades, etc. En el caso específico de eventos periódicos como sería la toma de utilidades son eventos predecibles tanto en tiempo como en magnitud debido a que mediante el adecuado análisis, el comportamiento histórico de la acción dicta en que época del año sucede esta fluctuación y aproximadamente la magnitud de la misma.

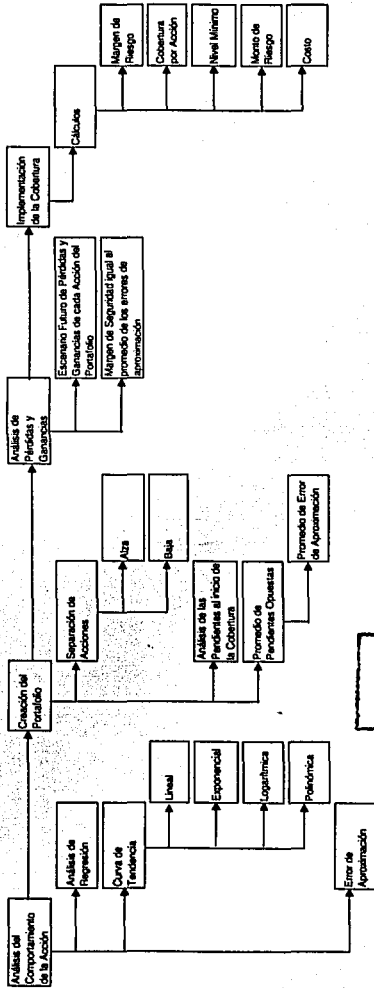
El comportamiento histórico de los precios de una acción contiene dicha información debido a que los precios ya fueron afectados por variables externas o internas, y éstas variaciones se encuentran registradas en las fluctuaciones, ya sean positivas o negativas, de los precios. De esta manera se realizará todo el análisis enfocando el estudio solo a los comportamientos históricos de los precios de las acciones de renta variable debido a que si se intentara considerar algún método de recargo en el riesgo debido a sucesos pasados se estarían duplicando. Con respecto a aquellos sucesos futuros que no son periódicos como el caso de una devaluación o un crac se consideran completamente impredecibles debido a la naturaleza de las afectaciones a los mercados de valores tanto en México como en el Mundo, la única alternativa en estos casos consiste en una adecuada selección de acuerdo con el momento económico que este sufriendo el país.

Asimismo, eventos catastróficos que generen resultados atípicos durante un periodo deberán ser excluidos del análisis debido a que no representan un evento repetitivo a lo largo del tiempo y solo generarán que la cobertura este recargada.

La construcción de la cobertura está compuesta por diversos procedimientos por lo que se dividirá el proceso de implementación para facilitar la comprensión de cada procedimiento en los siguientes cuatro pasos:

- Análisis del comportamiento de la acción,
- Creación del portafolio diversificado,
- Análisis de Pérdidas y Ganancias,
- Implementación de la cobertura.

Cada uno de estos procedimientos está dividido a su vez en otra serie de pasos por lo que a continuación se muestra un esquema para que sirva como guía rápida a lo largo del procedimiento:



TESIS CON FALLA DE ORIGEN

### *Analisis de la Acción*

Tratando el movimiento de una acción como una variable aleatoria que describe una trayectoria en un sistema coordenado, se buscará la tendencia de la curva mediante un Análisis de Regresión. Se tiene un conjunto de "n" mediciones dadas por los precios diarios al cierre de cada jornada durante el período del 2 de Mayo del 2001 al 30 de Octubre del 2001 de una variable respuesta Y (la acción), el interés recae en determinar la función matemática que describa en forma razonable el comportamiento de la variable. El Modelo de Regresión debe ser relativamente sencillo para que pueda ser manejable, de esta manera si la gráfica del histórico de la acción revela una tendencia lineal deberá suponerse un Modelo de Regresión Lineal, si es evidente alguna curvatura deberá suponerse un modelo cuadrático, exponencial o logarítmico; debido a que el número de observaciones es considerable y a que el comportamiento de una acción no tiene una tendencia clara u obvia, considero que deberá realizarse el análisis de regresión bajo diferentes modelos<sup>2</sup> y de ellos elegir aquel que cuente con el mejor coeficiente de determinación<sup>3</sup> ( $r^2$ ). Se proponen los modelos ya mencionados: lineal, exponencial, logarítmico y polinómico a pesar de que puede extenderse a algunos más complicados.

La finalidad de realizar el análisis de regresión es acotar la futura trayectoria o comportamiento del precio de la acción mediante intervalos de confianza y así obtendríamos una curva confiable limitada con cierto porcentaje de certeza. En este punto cabe resaltar que como estamos manejando una muestra grande, podemos suponer una distribución normal estándar de las curvas y así utilizar el método del pivote para desarrollar estimadores por intervalos para el parámetro objetivo. Utilizaremos el estimador visto en el ejemplo 2.7 de la sección 2.2.3 para encontrar un intervalo de confianza inferior con respecto a la curva estimada en el Análisis de Regresión, así tendremos la certidumbre de que nuestra curva resultante es aquella con el mejor  $r^2$  y además está acotada por un intervalo de confianza calculado bajo el supuesto de que una muestra grande posee aproximadamente una distribución normal estándar.

### *Creación de un portafolio diversificado*

Se buscará crear portafolios de inversión, donde las acciones consideradas cumplan con la característica de poseer correlatividad negativa, ésta característica será determinada mediante el estudio, análisis y comparación de valores históricos y graficas de las acciones. En este trabajo se analizarán solamente las acciones que componen el Índice de Precios y Cotizaciones debido a la complejidad que significaría crear diversos portafolios utilizando todas las acciones que cotizan en la BMV.

El primer paso en la creación del portafolio tras haber realizado el análisis estadístico consiste en separar las acciones cuya tendencia es a la alza de aquellas con tendencia a la baja para de esta manera estructurar un portafolio donde sea notable la correlación negativa entre dichas acciones. Este procedimiento consiste en tomar aquellas acciones cuya pendiente de la curva de regresión obtenida sea positiva como acciones con tendencia a la alza y aquellas con pendiente negativa como acciones con tendencia a la baja.

<sup>2</sup> En el anexo 1 se muestran las gráficas del análisis de regresión para algunas acciones del Índice de Precios y Cotizaciones bajo los diferentes modelos propuestos.

<sup>3</sup> Este coeficiente mide la proporción de la variación total explicada por el modelo de regresión y es desarrollado en el Apéndice B.

Una vez divididas las acciones en estos dos grandes grupos deberá realizarse el proceso de análisis de las pendientes de las curvas seleccionadas en el momento en que se quiera implementar la cobertura, es muy importante que el análisis de la pendiente de la curva sea en el momento en que iniciará debido a que si tomamos la pendiente en un punto anterior o posterior en el tiempo puede ser que no sea representativa de la cobertura que se necesita en ese momento, o bien, puede ser que la curva haya sufrido un cambio de signo en la pendiente a lo largo del periodo y si la tomáramos en el momento equivocado podríamos estar construyendo un portafolio mal diversificado.

El proceso de selección de las acciones que conformarán el portafolio para proveer de la cobertura consiste esencialmente en la correlación negativa de la media de las pendientes considerando el  $r^2$  con que cuentan las curvas de regresión. Debido a lo anterior es muy importante seleccionar como nuestra curva de aproximación a aquella que cuente con el mejor  $r^2$ . Ya que se cuentan con las pendientes de los dos grandes grupos de acciones es necesario estructurar los portafolios buscando que la media de las pendientes sean opuestas considerando que la media del grupo de acciones a la alza nunca deberá ser menor a la media del grupo de acciones a la baja, debido a que podría ocasionar que la pérdida sufrida por fluctuaciones a la baja sea mayor a la ganancia de las acciones que tenían una tendencia esperada a la alza. Es importante mencionar que al construir este portafolio también se debe tomar en cuenta el promedio de  $r^2$  de las curvas de las acciones, esto es debido a que si construyéramos un portafolio a partir de un grupo de acciones donde las pendientes de sus curvas de regresión son opuestas pero donde el  $r^2$  promedio de las curvas a la baja es considerablemente menor a aquel de las acciones a la alza la probabilidad de pérdida del portafolio se incrementaría exponencialmente.

Por lo anterior se debe buscar que la proporción en las pendientes a la alza son mayores a aquellas que van a la baja sea equivalente a la proporción en la que el  $r^2$  de las acciones a la alza es mayor al  $r^2$  de las acciones a la baja. Esto es:

$$\frac{\text{Promedio de las pendientes a la alza}}{\text{Promedio de las pendientes a la baja}} - 1 = \% \text{ en que las pendientes a la alza son mayores}$$

$$\frac{\text{Promedio del } r^2 \text{ de las acciones a la alza}}{\text{Promedio del } r^2 \text{ de las acciones a la baja}} - 1 = \% \text{ en que los } r^2 \text{ a la alza son mayores}$$

Entonces la siguiente condición siempre debe cumplirse:

$$\frac{\% \text{ en que las pendientes}}{\text{a la alza son mayores}} > \text{ ó } = \frac{\% \text{ en que los } r^2}{\text{a la alza son mayores}}$$

Este es el proceso más complicado en la construcción de la cobertura debido a que esta sujeto a la inclusión y exclusión de acciones del portafolio a prueba y error hasta que se logre el equilibrio requerido por parte de las pendientes con respecto a los coeficientes de determinación de las curvas. Esta situación puede parecer hipotética, sin embargo, como se verá en el ejemplo práctico posteriormente es posible crear un portafolio debidamente diversificado bajo este esquema, teniendo siempre en mente que la finalidad de éste portafolio

no es obtener una utilidad por compra y venta de acciones sino proveer de una cobertura por fluctuaciones negativas.

Para ejemplificar lo anterior numéricamente utilizaré una situación hipotética en la construcción de un portafolio compuesto por cinco acciones.

Supongamos que las siguientes acciones cuentan con las pendientes y  $r^2$  como se muestran:

<u>Acción</u>	<u>Pendiente</u>	<u><math>r^2</math></u>
CONTAL	.0106	.0174
DESC.B	.0100	.66
ARA	<u>.0125</u>	<u>.5687</u>
<i>Promedio</i>	<u>.0110</u>	<u>.4153</u>
BIMBO	(.014)	.3843
TELMEX	<u>(.0025)</u>	<u>.2568</u>
<i>Promedio</i>	<u>(.00825)</u>	<u>.3205</u>

En este ejemplo la pendiente promedio de las acciones con tendencia a la alza es de .0110 y la pendiente promedio de las acciones con tendencia a la baja es de (.00825) esto nos arroja un portafolio donde las pendientes de las curvas están aproximadamente correlacionadas de forma negativa. Podemos ver que la pendiente de las acciones a la alza es en valor absoluto 33% mayor que el promedio de las pendientes de las acciones a la baja. Y de acuerdo a lo expuesto anteriormente, esto nos conduce a que el promedio de  $r^2$  de las acciones a la alza debe ser como máximo 33% mayor que el  $r^2$  de las curvas a la baja o de lo contrario este portafolio no estaría correctamente diversificado y con la correlatividad negativa que se busca.

Es importante mencionar que por la naturaleza de los portafolios que se pueden construir con acciones de renta variable siempre debe existir el factor flexibilidad al momento de la selección de acciones, como se menciona debe haber cierta correlación consistente en que los signos de las pendientes sean opuestos, esto no significa que los números deben ser exactamente iguales pero con diferente signo, implica que lleven o muestren tendencias opuestas que se complementen con el equilibrio en los  $r^2$  propios de las curvas de tendencia calculadas.

En este ejemplo hipotético el promedio de los  $r^2$  queda de la siguiente manera:

Alza	.4153
Baja	.3205

Así el promedio de  $r^2$  de las acciones a la alza es 29% mayor que de aquellas con tendencia a la baja, y se cumple con la condición dada.

Una vez que se haya logrado construir un portafolio de acciones que cumpla con las características mencionadas, se ha cumplido con la tarea más laboriosa y tardada. El número de acciones que deben componer un portafolio no está definido, el número de acciones que compongan un portafolio estará dado por el número de acciones que sean necesarias para lograr que la media de sus pendientes sean opuestas y donde los  $r^2$  promedio de las curvas de regresión cumplan con la condición dada.



**Análisis de Pérdidas y Ganancias**

Por último después de haber construido el portafolio y antes de proceder a implementar la cobertura deberá realizarse un Estudio de Pérdidas y Ganancias Esperadas, éste tiene como finalidad establecer si es factible proporcionar la cobertura considerando que se dará al mismo número de acciones a la alza como a la baja, realizando un análisis de la relación que existe con su ganancia o pérdida esperada. Cabe resaltar la importancia de este procedimiento debido a que si no se tomaran en cuenta las pérdidas esperadas por las acciones con tendencia a la baja y éstas fuesen mayores a las ganancias esperadas la finalidad de la cobertura se perdería debido a que se resarcirían las pérdidas sufridas por las acciones a la baja pero no podrían ser compensadas por las ganancias obtenidas o pérdidas no sufridas por las acciones a la alza debido a que son insuficientes y no equiparables con las pérdidas sufridas. Esto no implica que quien proporcione la cobertura esté ganando o perdiendo recursos propios debido a las fluctuaciones de las acciones, el punto a tratar consiste en que si se resarcan pérdidas mayores a las esperadas o provenientes de los factores no previstos o de las acciones a la alza de quienes no se esperaban reclamaciones podría incurrirse en una insolvencia de recursos que tendría una repercusión negativa muy importante.

El Análisis de Pérdidas y Ganancias consiste en utilizar las curvas resultantes del Análisis de Regresión para visualizar el escenario esperado de pérdidas y ganancias de nuestro portafolio de acciones. Deberán realizarse las proyecciones a lo largo del periodo de cobertura teniendo muy en cuenta que la ecuación que deberá utilizarse es aquella usada en la construcción del portafolio debido a que fue la que tuvo el mejor  $r^2$ . Una vez realizadas las proyecciones deberán calcularse las pérdidas y ganancias acumuladas durante el periodo y compararse entre sí, de esta manera sabremos si se espera que el portafolio de acciones a la alza tenga una mayor ganancia acumulada con respecto a la pérdida acumulada de las acciones con tendencia a la baja.

Es muy importante considerar que las ganancias esperadas deben tener un margen de seguridad por arriba de las pérdidas esperadas de por lo menos el promedio de  $r^2$  de las ecuaciones utilizadas, y si no es así buscar un portafolio alternativo debido a que puede ser que el que estamos utilizando no sea óptimo para la cobertura. Para ejemplificar el Análisis de Pérdidas y Ganancias se propondrá un portafolio compuesto de 5 acciones donde dos tienen tendencia a la baja y tres a la alza, se supone que las ganancias esperadas por las acciones con tendencia a la alza sean mayores, en caso contrario no podría implementarse la cobertura a este portafolio,

Las acciones a utilizar serán las siguientes, asimismo, se muestran los  $r^2$  de las curvas resultantes del análisis de regresión correspondientes a cada una.

<u>Tendencia</u>	<u>Acción</u>	<u><math>r^2</math></u>
Alza	Gmodelo.C	0.0694
Alza	Fernsa	0.2827
Alza	Gsanbor	0.0174
Baja	Soriana	0.66
Baja	GFNorte	0.05687

Promedio de  $r^2$  de las acciones a la alza: 0.244  
 Promedio de  $r^2$  de las acciones a la baja: 0.176

El  $r^2$  promedio de las acciones a la alza es 28.07% mayor que el de las acciones a la baja lo que significa que si las ganancias esperadas no son por lo menos 28.07% mayores a las pérdidas esperadas entonces no cumplimos con el margen de seguridad necesario y nuestro portafolio no es un candidato óptimo para la aplicación de la cobertura.

El comportamiento de las acciones antes mencionadas de acuerdo a sus tendencias durante el periodo del 31 de octubre al 5 de noviembre es el siguiente:

	GMODELO.C	FEMSA	GSANBOR	SORIANA	GFNORTE
31/10/01	21.36	26.84	10.52	20.71	15.14
01/11/01	21.34	26.78	10.52	20.80	15.19
02/11/01	21.31	26.71	10.53	20.88	15.24
03/11/01	21.29	26.64	10.53	20.97	15.30
04/11/01	21.26	26.57	10.53	21.05	15.35
05/11/01	21.23	26.50	10.54	21.14	15.40
Ganacia o Pérdida Acumulada	(0.13)	(0.34)	0.02	0.43	0.26

En este ejercicio las acciones Gmodelo.C y Femsa son acciones con tendencia a la baja y Gsanbor, Soriana y GFNorte con tendencia a la alza. Como se ve en la tabla, la suma de las pérdidas esperadas en el periodo del 31 de octubre al 5 de noviembre, suponiendo que este es el periodo de vigencia de la cobertura es de (0.47) por acción y en el caso de aquellas con tendencia a la alza, la ganancia esperada es de 0.71 por acción, de esta manera las ganancias esperadas del periodo son 33% mayores a las pérdidas y cumplen con el margen de seguridad y por lo tanto son candidatas a la cobertura.

Como podemos ver existen diversos mecanismos de seguridad a lo largo del procedimiento para implementar la cobertura con la finalidad de no caer en una falta de certidumbre acerca del resultado al final del periodo de vigencia de la Cobertura para Fluctuaciones en Inversiones de Renta Variable.

Se considera importante hacer mención en este punto en especial que los mecanismos considerados y desarrolladas en los procedimientos previos a la implementación de la cobertura fueron surgiendo durante la estructuración de la CFIRV en respuesta a la necesidad de una certidumbre relativa en cuanto a los resultados esperados al final del periodo durante el cual funcionase la cobertura. Todos estos procesos tienen bases estadísticas y matemáticas para mantener una congruencia con la estructura de la cobertura, y como se menciona al principio de este capítulo, no se consideraran eventos políticos o económicos que no puedan ser representados matemáticamente de forma congruente con la estructura aquí analizada, es por esto que es importante cumplir con los mecanismos desarrollados para obtener una cobertura más precisa en base a la información analizada.

### *Implementación de la Cobertura*

En este punto, después de haber cumplido con todas las características antes mencionadas sólo queda realizar la implementación de la cobertura a las acciones que componen el portafolio debidamente diversificado y que después del debido análisis sabemos es candidata a la Cobertura para Fluctuaciones en Inversiones de Renta Variable.

El proceso de implementación es relativamente sencillo debido a que la mayor parte del trabajo se encuentra en la creación del portafolio y en el Análisis Estadístico y de Pérdidas y Ganancias.

Los datos a utilizar, que por cierto ya han sido calculados a lo largo de los procesos anteriores, serán los siguientes:

La media y varianza de los valores de la acción durante el periodo,

El valor mínimo que se espera tenga la acción en el periodo,

Media y varianza promedio durante el periodo considerando los valores esperados determinados por la curva de regresión.

El coeficiente de determinación  $r^2$  y su raíz cuadrada.

Una vez que se cuenta con toda esta información se procede a calcular lo siguiente:

- El margen de Riesgo. El margen de riesgo es la diferencia entre el valor medio promedio y la varianza promedio, y representa el valor a partir del cual empieza a funcionar la cobertura, esto es, cuando el valor de la acción descienda por debajo de este límite la pérdida acumulada a partir de ese momento corre a cargo de la cobertura.
- Cobertura por acción. Es la diferencia entre el valor esperado de la acción en el último día de la cobertura y el margen de riesgo, y representa la cantidad máxima que se cubre por pérdida a causa de fluctuaciones en el precio de la acción.
- Nivel Mínimo de Participación en el Riesgo. Es un porcentaje de la cobertura por acción que será el nivel mínimo con el que participara el accionista de su pérdida. Es decir, que cuando el accionista pierde x cantidad por fluctuaciones un porcentaje de dicha pérdida correrá a cargo del accionista ya que comparte el riesgo con el proveedor de la cobertura. Puede solicitarse la cobertura sin el nivel mínimo y dejar a cargo de la cobertura el 100% del riesgo, sin embargo esto incrementaría el costo.
- Intervalo de Confianza Inferior. El intervalo de confianza se utiliza para tener una idea con cierta certidumbre del valor por debajo del cual no se espera se encuentre la acción en el periodo de cobertura.
- Monto de Riesgo. Es el 10% de la cobertura por acción. A partir de que empieza a funcionar la cobertura el 10% de la pérdida está a cargo del accionista y el resto a cargo de la cobertura, la principal función de este monto es evitar reclamaciones por fluctuaciones menores.

- Costo. El costo se calcula de la siguiente manera:

$r^2 \cdot ((\text{Cobertura} - \text{Monto de Riesgo}) - \text{Nivel M\u00ednimo})$  con un m\u00ednimo del 1% del valor de la acci\u00f3n al d\u00eda de implementaci\u00f3n de la cobertura.

Es el precio que paga el accionista por transferir el riesgo por perdida a causa de fluctuaciones de la acci\u00f3n.

Ya se ha explicado el desarrollo integro de la cobertura y los procesos que la conforman en su totalidad, sin embargo es necesario constatar que en verdad es posible crear un portafolio que cumpla con las caracter\u00edsticas aqu\u00ed especificadas y que la cobertura en verdad es factible, por lo que es necesario realizar un ejercicio con valores reales a fecha actual o reciente.

Las siguientes secciones de este cap\u00edtulo est\u00e1n dedicadas precisamente a realizar todo el proceso explicado en esta secci\u00f3n y verificar si es posible crear un instrumento burs\u00e1til que proporcione un esquema de cobertura cuyo objetivo sea minimizar las p\u00e9rdidas a causa de fluctuaciones negativas sufridas por las acciones de renta variable que cotizan en la Bolsa Mexicana de Valores y que sea costeable, de acuerdo a su rendimiento, considerando a estos como inestables e impredecibles.

El ejercicio pr\u00e1ctico que se realizar\u00e1 comprender\u00e1 el periodo del 31 de Octubre al 10 de Noviembre como plazo durante el cual se proporcionar\u00e1 la CFIRV a un portafolio determinado.

La primera parte del proceso para la implementaci\u00f3n de la cobertura implica el an\u00e1lisis de los comportamientos de las acciones, sin embargo este proceso de an\u00e1lisis ser\u00e1 modificado ligeramente debido a los tr\u00e1gicos sucesos ocurridos el pasado 11 de septiembre que sacudieron los Mercados de Valores en el mundo. Este evento fue un suceso \u00fanico que no puede repetirse debido a que es imposible que suceda exactamente el mismo atentado contra el mismo inmueble por esto se ha decidido partir el an\u00e1lisis de las acciones en dos partes, en la primera se analiza el comportamiento de las acciones hasta el d\u00eda 10 de septiembre y en la segunda a partir del 30 de septiembre por considerar que despu\u00e9s de este periodo el Mercado de Valores empieza a recuperar su tendencia normal. De esta manera, las gr\u00e1ficas de los comportamientos de las acciones estar\u00e1n divididas en los dos periodos antes mencionados y deber\u00e1n ser analizadas como candidatas a la cobertura s\u00f3lo aquellas cuya tendencia se mantenga antes y despu\u00e9s del periodo mencionado.

En el anexo 1 se muestra el an\u00e1lisis del comportamiento de algunas acciones que conforman el \u00cdndice Nacional de Precios y Cotizaciones (IPC), mostrando las curvas obtenidas mediante An\u00e1lisis de Regresi\u00f3n bajo los diferentes modelos comentados al inicio. Asimismo, se especificar\u00e1n los coeficientes de determinaci\u00f3n de cada modelo as\u00ed como la ecuaci\u00f3n representativa de la curva de tendencia de la acci\u00f3n.

Los resultados que arroja el An\u00e1lisis de Regresi\u00f3n muestran la tendencia de las acciones, sin embargo siempre es importante incluir el razonamiento de la curva. Existen varios puntos importantes que debemos analizar en las gr\u00e1ficas como son:

- **La volatilidad.** Hay que reconocer perfectamente aquellas acciones cuyos precios cuentan con variaciones importantes ya que a pesar de que este tipo de movimientos se expresan por el factor  $r^2$  de la curva debemos estar conscientes de que no es un prospecto óptimo para el portafolio de la cobertura.
- **La continuidad en la tendencia.** Si podemos descubrir diversos cambios de tendencia a lo largo del período puede ser que consideremos indebidamente que la curva va a la alza cuando en realidad solo es parte de su comportamiento normal y posteriormente tendrá una baja.
- **El ajuste de la curva de tendencia.** La curva de tendencia no necesariamente inicia su trayectoria donde finalizo la trayectoria real de la acción debido a que todo el histórico esta influyendo en la curva de tendencia. El brinco entre el último valor real y el primer valor proyectado deberá ser tomado en cuenta para evitar una subestimación del riesgo.

## 4.2 Construcción de Portafollos de Inversión con Correlatividad Negativa

En esta sección se realizará la construcción del portafolio de inversión al cual se le implementará la cobertura siguiendo el proceso especificado en la primera sección del presente capítulo.

Como ya se comentó, debido a los sucesos del 11 de septiembre del 2001 deberá darse un trato especial a las acciones para contruir el portafolio de inversión; éste consiste en el aislamiento del evento y posterior análisis de las acciones sin considerar este periodo. Debido a lo anterior el conjunto de acciones a partir de las cuales debemos elegir dos subconjuntos que cuenten con la característica de tener pendientes con correlatividad negativa se reduce, ya que como se comentó en la primera sección deben seguir o continuar con la tendencia que tenían antes del evento ya que en caso contrario podemos suponer que aún siguen siendo influenciadas por este evento.

Por esto, el primer paso en la construcción del portafolio consistirá en determinar cuáles son las acciones que ya han dejado atrás la influencia de los eventos del 11 de septiembre mediante el simple análisis de sus tendencias antes y después del evento. Esto nos lleva a hacer una lista de las acciones del Índice Nacional de Precios y Cotizaciones que cuentan con la misma tendencia antes y después del periodo afectado.

Basándonos en los resultados obtenidos a partir del análisis de las gráficas y eligiendo aquellas acciones cuya curva de regresión contaba con una pendiente del mismo signo antes y después del periodo afectado se ha llegado a la conclusión de que las siguientes acciones son las únicas que después del 30 de septiembre ya no están influenciadas por el suceso.

### Grupo de Acciones a la Alza

Gsanbor  
 Soriana.B  
 GFNorte  
 G.Carso  
 Geo.B

### Pendiente de la Curva de Regresión

.0036  
 .0862  
 .0527  
 .0375  
 .0827

**Grupo de Acciones a la Alza**

Cemex  
 Contal  
 Desc.B  
 Ara  
 Bimbo  
 Telmex.L

**Pendiente de la Curva de Regresión**

.0608  
 .0106  
 .0024  
 .0125  
 .014  
 .0109

**Grupo de Acciones a la Baja**

Gméxico.B  
 Gmodelo.C  
 Femsa.Ubd  
 Cie.B  
 Amx.L  
 Apasco  
 Tamsa

**Pendiente de la Curva de Regresión**

(.1068)  
 (.0254)  
 (0.688)  
 (.1514)  
 (.0124)  
 (.0408)  
 (.0307)

Es muy importante recordar que estas pendientes corresponden a la curva que cuenta con el mejor  $r^2$ .

El promedio de las pendientes del grupo de acciones a la alza es de 0.03399 y el promedio de las pendientes del grupo de acciones a la baja es de (0.06233), esto es 54.53% mayor que las pendientes de las acciones a la alza. Este portafolio no funcionará para los efectos de la cobertura siguiendo la composición que tiene al momento, por esto, deben descartarse como primer paso aquellas acciones cuya tendencia a la baja sea muy marcada y nos signifiquen una potencial pérdida considerable. Cabe mencionar que en este punto aún no es necesario considerar el promedio de los  $r^2$  de cada curva debido a que es indispensable como primer paso lograr la dualidad en el promedio de las pendientes.

De esta manera eliminamos para construir el portafolio de forma equilibrada las acciones Gméxico y Cie.B son las que cuentan con las pendientes más negativas; una vez realizado queda una pendiente a la baja promedio de las acciones a la baja de (0.03562).

Así, continuamos con un promedio de las acciones a la baja mayor al promedio de las acciones a la alza. El siguiente paso es seleccionar las acciones a la alza para el portafolio de manera que el promedio de sus pendientes sea mayor o por lo menos igual a aquel de las acciones a la baja. Aquí hay que considerar también la parte de los  $r^2$  donde se debe de cumplir con la siguiente condición:

$$\begin{array}{l} \% \text{ en que las pendientes} \\ \text{a la alza son mayores} \end{array} > \text{ ó } = \begin{array}{l} \% \text{ en que los } r^2 \\ \text{a la alza son mayores} \end{array}$$

Esto significa que si el promedio de las pendientes de las acciones a la alza es 30% mayor que el de las acciones a la baja se debe de mantener por lo menos la misma proporción en el promedio de los  $r^2$ . Al cumplir con esta condición podemos asegurar que la probabilidad de variación de las curvas estimadas para las acciones a la baja siempre será menor que aquella de las acciones a la alza.

Este es un proceso de prueba y error hasta encontrar la combinación adecuada, de esta manera a continuación se muestra el portafolio construido en base a las características antes mencionadas:

	Pendientes a la alza		$r^2$
	GSANBOR	0.0036	0.0036
SORIANA	0.0862	0.0862	0.66
GFNORTE	0.0527	0.0527	0.4087
GCARSO	0.0375	0.0375	0.3843
GEOB	0.0827	0.0827	0.8958
CEMEX	0.0608	0.0608	0.2424
CONTAL	0.0106		
DESC.B	0.0024		
ARA	0.0125		
BIMBO	0.014		
TELMEX	0.0109		
Promedio	0.03399	0.05392	0.43477

	Pendientes a la baja		$r^2$
	GMEXICO	-0.1068	
GMODELO	-0.0254	-0.0254	0.0694
FEMSA	-0.0688	-0.0688	0.2827
CIE.B	-0.1514		
AMX.L	-0.0124	-0.0124	0.3569
APASCO	-0.0408	-0.0408	0.7003
TAMSA	-0.0307	-0.0307	0.0514
Promedio	-0.06233	-0.03562	0.29214

De esta manera podemos observar que el promedio de las pendientes a la alza es 51.36% mayor que las pendientes a la baja, pero además el coeficiente de determinación de las curvas de regresión de las acciones con tendencia a la alza es 48.82% mayor que el de las curvas con tendencia a la baja, esto nos sitúa en el rango permitido y por lo tanto consideramos que el portafolio arriba especificado cuenta con las características necesarias para implementar en él la Cobertura para Fluctuaciones en Inversiones de Renta Variable.

Por último después de haber construido el portafolio y antes de proceder a implementar la cobertura deberá realizarse el Estudio de Pérdidas y Ganancias esperadas con la finalidad de establecer si las pérdidas esperadas por las acciones con tendencia a la baja no son mayores a las ganancias esperadas.

Utilizando las curvas resultantes del Análisis de Regresión para visualizar el escenario esperado de pérdidas y ganancias de nuestro portafolio de acciones. A continuación se muestran las proyecciones a lo largo del periodo de cobertura

**Cap. IV Cobertura para Fluctuaciones en Inversiones de Renta Variable**

**Acciones a la Alza**

Valor Real al 31/10/01

	<b>GSANBOR</b>	<b>SORIANA</b>	<b>GFNORTE</b>	<b>GCARSO.A1</b>	<b>GEO.B</b>	<b>CEMEX.CPO</b>
31/10/01	10.52	20.71	15.14	22.51	8.03	42.96
01/11/01	10.52	20.80	15.19	22.55	8.11	43.02
02/11/01	10.53	20.88	15.24	22.59	8.19	43.08
03/11/01	10.53	20.97	15.30	22.63	8.27	43.14
04/11/01	10.53	21.05	15.35	22.66	8.36	43.20
05/11/01	10.54	21.14	15.40	22.70	8.44	43.26
06/11/01	10.54	21.23	15.45	22.74	8.52	43.32
07/11/01	10.55	21.31	15.50	22.78	8.61	43.38
08/11/01	10.55	21.40	15.56	22.81	8.69	43.44
09/11/01	10.55	21.48	15.61	22.85	8.77	43.50
10/11/01	10.56	21.57	15.66	22.89	8.85	43.56
<b>ganancia acum</b>	<b>0.04</b>	<b>0.86</b>	<b>0.52</b>	<b>0.38</b>	<b>0.83</b>	<b>0.61</b>
<b>Ganancia Acumulada Total</b>						<b>3.23</b>

**Acciones a la Baja**

Valor Real al 31/10/01

	<b>GMODELO.C</b>	<b>FEMSA</b>	<b>AMX.L</b>	<b>APASCO</b>	<b>TAMSA</b>
31/10/01	21.36	26.84	6.39	39.74	18.62
01/11/01	21.34	26.78	6.38	39.70	18.59
02/11/01	21.31	26.71	6.37	39.66	18.56
03/11/01	21.29	26.64	6.35	39.62	18.53
04/11/01	21.26	26.57	6.34	39.58	18.50
05/11/01	21.23	26.50	6.33	39.54	18.47
06/11/01	21.21	26.43	6.32	39.50	18.44
07/11/01	21.18	26.36	6.31	39.46	18.41
08/11/01	21.16	26.29	6.29	39.42	18.37
09/11/01	21.13	26.23	6.28	39.38	18.34
10/11/01	21.11	26.16	6.27	39.34	18.31
<b>perdida acum</b>	<b>0.25</b>	<b>0.69</b>	<b>0.12</b>	<b>0.41</b>	<b>0.31</b>
<b>Pérdida Acumulada Total</b>					<b>1.78</b>

Una vez realizadas las proyecciones y calculando las pérdidas y ganancias acumuladas durante el periodo, sabemos que se espera que el portafolio de acciones a la alza tenga una mayor ganancia acumulada con respecto a la pérdida acumulada de las acciones con tendencia a la baja.



Es muy importante considerar que las ganancias esperadas deben tener un margen de seguridad por arriba de las pérdidas esperadas de por lo menos el promedio de  $r^2$  de las ecuaciones utilizadas, condición con la que cumple el portafolio construido. La ganancia acumulada esperada es 81.22% mayor a las pérdidas proyectadas, de esta manera se cumple con la condición anterior.

Así, en este punto hemos cubierto todos los mecanismos precedentes a la implementación de la cobertura y se ha determinado que fue posible crear el portafolio que cumpliera con todas las características necesarias para contar con la certidumbre de que la cobertura será exitosa y no incurriremos en pérdidas durante la operación de la cobertura.

En la siguiente sección se realizará la implementación al portafolio antes descrito, y finalmente en la sección 4.5 se analizará con los datos reales del periodo, los montos de pérdida en los que se incurrió y si fue posible hacer frente a ellos con el costo aplicado a cada acción.

### **4.3 Implementación de la Cobertura para Fluctuaciones en Inversiones de Renta Variable a diferentes acciones de renta variable**

De acuerdo con el análisis realizado en la sección anterior, el portafolio al cual le será implementada la Cobertura para Fluctuaciones en Inversiones de Renta Variable está compuesto por las siguientes acciones que cotizan en el Índice de Precios y cotizaciones:

- GSANBOR
- SORIANA
- GFNORTE
- GCARSO
- GEOB
- CEMEX
- GMODELO
- FEMSA
- AMX.L
- APASCO
- TAMSA

En las siguientes páginas se muestran algunos formatos resumen de Implementación de la Cobertura<sup>4</sup>, éstos cuentan con varios cuadros de información en los que se detallan resultados del análisis y de costos.

El cuadro No. 1 muestra los precios reales de las acciones hasta el 31 de Octubre del 2001 y a partir del 1 de Noviembre hasta el 10 de Noviembre del 2001 que es el periodo de la cobertura se muestran los precios proyectados mediante el Análisis de Regresión de la curva.

En la gráfica se muestran los precios de la acción y su línea de tendencia calculada por la ecuación resultante del Análisis de Regresión proyectada para el periodo de cobertura.

<sup>4</sup> El resto de los resúmenes de implementación de la cobertura se encuentran en el Anexo 2.

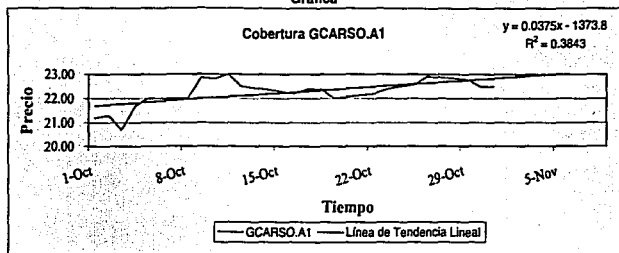
En la parte inferior derecha se muestran cuatro cuadros, el cuadro No. 2 se refiere a resultados estadísticos, el cuadro No. 3 muestra los resultados obtenidos para la implementación como son: el Margen de Riesgo, la Cobertura por Acción, el Nivel Mínimo de Riesgo, el Monto de Riesgo y finalmente el Costo.

El cuadro No. 4 muestra los valores reales con los que cerró el precio de la acción cada día que se proporcionó la cobertura a la acción y la pérdida o ganancia resultante al comparar los precios reales contra los proyectados. Finalmente el cuadro No. 5 determina las cifras finales de la implementación de la Cobertura para Fluctuaciones en Inversiones de Renta Variable. Aquí se muestran el valor de la acción al inicio del periodo, el intervalo de confianza, la cobertura por acción, el monto de riesgo, el nivel mínimo de riesgo, el costo final (recuerde que el costo no puede ser menor al 1% del valor de la acción al inicio del periodo) y la proporción del costo con respecto de la cobertura por acción.

Cuadro No. 1

Fecha	GCARSO.A1
01-Oct-01	21.20
02-Oct-01	21.30
03-Oct-01	20.70
04-Oct-01	21.70
05-Oct-01	22.00
08-Oct-01	22.00
09-Oct-01	22.85
10-Oct-01	22.80
11-Oct-01	23.00
12-Oct-01	22.50
15-Oct-01	22.30
16-Oct-01	22.20
17-Oct-01	22.40
18-Oct-01	22.40
19-Oct-01	22.01
22-Oct-01	22.20
23-Oct-01	22.33
24-Oct-01	22.50
25-Oct-01	22.55
26-Oct-01	22.90
29-Oct-01	22.80
30-Oct-01	22.50
31-Oct-01	22.50
01-Nov-01	22.05
02-Nov-01	22.09
03-Nov-01	22.13
04-Nov-01	22.16
05-Nov-01	22.20
06-Nov-01	22.24
07-Nov-01	22.28
08-Nov-01	22.31
09-Nov-01	22.35
10-Nov-01	22.39

Gráfica



Cuadro No. 2

Media	22.25
Var	0.57424
Intervalo inferior	0.03034
Valor mínimo	22.21749
Media promedio	22.2390
Var promedio	0.5500
r	0.6199
r <sup>2</sup>	0.3843

Cuadro No. 3

Margen de Riesgo	21.6890
Cobertura por acción	0.6985
Nivel Mínimo	0.062865
Monto de Riesgo 10%	0.069850
Costo = r*((Cobert. - Monto de Riesgo)-Nivel Mín.)	0.108716323

Cuadro No. 4

Valor Real de la Acción	Pérdida o Ganancia
22.8	1.06
22.7	0.97
22.7	0.97
22.7	0.97
23.35	1.55
23.2	1.42
23.2	1.42
23.3	1.51
23.3	1.51
23.3	1.51
	0.00

Cuadro No. 5

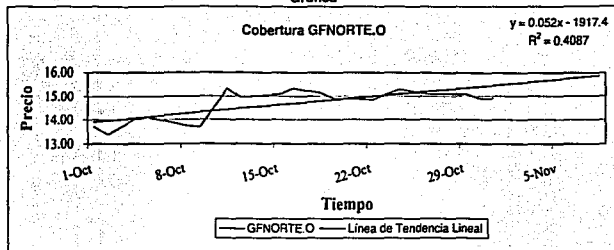
Valor de la acción el 31 de Octubre	22.50
Intervalo de Confianza	Precio > 22.46
Cobertura por acción	0.69850
Monto de Riesgo 10%	0.06287
Nivel Mínimo 10%	0.06985
Costo	0.22500
Proporción	0.15564

De acuerdo con la proyección se esperaba una ligera baja y posteriormente que la acción se recuperara, sin embargo el valor de la acción aumentó por arriba de la expectativa.

Cuadro No. 1

Fecha	GFNORTE.O
01-Oct-01	13.70
02-Oct-01	13.37
03-Oct-01	13.68
04-Oct-01	14.00
05-Oct-01	14.10
08-Oct-01	13.74
09-Oct-01	13.70
10-Oct-01	14.50
11-Oct-01	15.35
12-Oct-01	14.95
15-Oct-01	15.10
16-Oct-01	15.35
17-Oct-01	15.25
18-Oct-01	15.15
19-Oct-01	14.90
22-Oct-01	14.85
23-Oct-01	15.10
24-Oct-01	15.30
25-Oct-01	15.20
26-Oct-01	15.10
29-Oct-01	15.09
30-Oct-01	14.90
31-Oct-01	14.90
01-Nov-01	16.79
02-Nov-01	16.84
03-Nov-01	16.90
04-Nov-01	16.95
05-Nov-01	17.00
06-Nov-01	17.05
07-Nov-01	17.10
08-Nov-01	17.16
09-Nov-01	17.21
10-Nov-01	17.26

Gráfica



Cuadro No. 2

Media	14.66
Var	0.65327
Intervalo inferior	0.03451
Valor mínimo	14.62984
Media promedio	15.3800
Var promedio	0.9351
r	0.6393
r <sup>2</sup>	0.4087

Cuadro No. 3

Margen de Riesgo	14.4449
Cobertura por acción	2.8151
Nivel Mínimo	0.253359
Monto de Riesgo 10%	0.281510
Costo = r*((Cobert. - Monto de Riesgo)-Nivel Mín.)	0.465965929

Cuadro No. 4

Valor Real de la Acción	Pérdida o Ganancia
15.2	0.91
15.3	1.00
15.3	1.00
15.3	1.00
15.4	1.09
15.18	0.89
14.9	0.64
14.95	0.68
15	0.73
15	0.73
	0.00

Cuadro No. 5

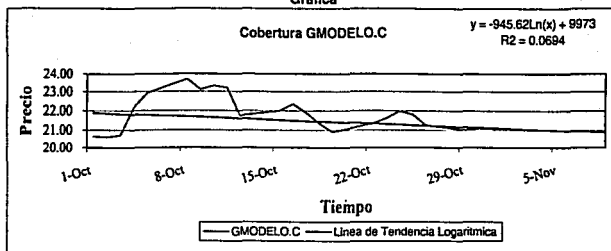
Valor de la acción el 31 de Octubre	14.90
Intervalo de Confianza	Precio > 14.86
Cobertura por acción	2.81510
Monto de Riesgo 10%	0.25336
Nivel Mínimo 10%	0.28151
Costo	0.46597
Proporción	0.16552

Los precios de la acción GFNORTE no resultaron tan aproximados a los proyectados debido a la volatilidad con que cuenta esta acción, se pueden ver claramente en la gráfica los picos tanto a la alza como a la baja. Sin embargo la varianza que está en función de la volatilidad determina un margen de riesgo suficiente para no incurrir en pagos por fluctuaciones.

Cuadro No. 1

Fecha	GMODELO.C
01-Oct-01	20.64
02-Oct-01	20.60
03-Oct-01	20.70
04-Oct-01	22.15
05-Oct-01	22.91
08-Oct-01	23.70
09-Oct-01	23.10
10-Oct-01	23.31
11-Oct-01	23.20
12-Oct-01	21.75
15-Oct-01	22.00
16-Oct-01	22.35
17-Oct-01	21.90
18-Oct-01	21.34
19-Oct-01	20.90
22-Oct-01	21.35
23-Oct-01	21.60
24-Oct-01	21.98
25-Oct-01	21.80
26-Oct-01	21.28
29-Oct-01	21.01
30-Oct-01	21.10
31-Oct-01	21.10
01-Nov-01	21.09
02-Nov-01	21.06
03-Nov-01	21.04
04-Nov-01	21.01
05-Nov-01	20.98
06-Nov-01	20.96
07-Nov-01	20.93
08-Nov-01	20.91
09-Nov-01	20.88
10-Nov-01	20.86

Gráfica



Cuadro No. 2

Media	21.82
Var	0.91533
Intervalo inferior	0.04835
Valor mínimo	21.76686
Media promedio	21.5597
Var promedio	0.5597
r	0.2634
r <sup>2</sup>	0.0694

Cuadro No. 3

Margen de Riesgo	21.0000
Cobertura por acción	0.1425
Nivel Mínimo	0.012826
Monto de Riesgo 10%	0.014251
Costo = r*((Cobert. - Monto de Riesgo) - Nivel Mín.)	0.015204376

Cuadro No. 4

Valor Real de la Acción	Pérdida o Ganancia
21.29	0.27
21.8	0.73
21.8	0.73
21.8	0.73
21.9	0.82
21.8	0.73
21.78	0.71
21.3	0.28
20.6	(0.14)
20.6	(0.14)
	(0.25)

Cuadro No. 5

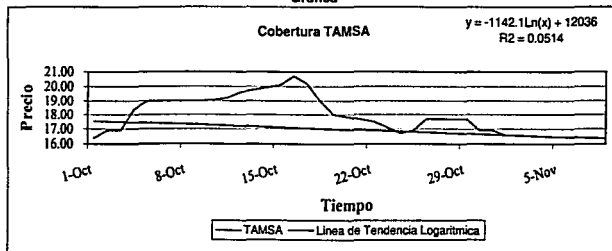
Valor de la acción el 31 de Octubre	21.10
Intervalo de Confianza	Precio > 21.05
Cobertura por acción	0.14251
Monto de Riesgo 10%	0.01283
Nivel Mínimo 10%	0.01425
Costo	0.01520
Proporción	0.10669

Como se esperaba GMODELO sufrió pérdidas por fluctuaciones durante el periodo mismas que alcanzaron el límite de la cobertura por acción de 0.1425.

**Cuadro No. 1**

Fecha	TAMSA
01-Oct-01	16.40
02-Oct-01	16.90
03-Oct-01	16.90
04-Oct-01	18.40
05-Oct-01	19.00
06-Oct-01	19.00
09-Oct-01	19.00
10-Oct-01	19.06
11-Oct-01	19.20
12-Oct-01	19.60
15-Oct-01	20.10
16-Oct-01	20.70
17-Oct-01	20.19
18-Oct-01	19.00
19-Oct-01	18.00
22-Oct-01	17.50
23-Oct-01	17.12
24-Oct-01	16.70
25-Oct-01	16.88
26-Oct-01	17.69
29-Oct-01	17.69
30-Oct-01	16.90
31-Oct-01	16.90
01-Nov-01	16.59
02-Nov-01	16.56
03-Nov-01	16.53
04-Nov-01	16.50
05-Nov-01	16.47
06-Nov-01	16.44
07-Nov-01	16.41
08-Nov-01	16.37
09-Nov-01	16.34
10-Nov-01	16.31

**Gráfica**



**Cuadro No. 2**

Media	18.21
Var	1.28499
Intervalo inferior	0.06788
Valor mínimo	18.14212
Media promedio	17.6770
Var promedio	0.7863
r	0.2267
r <sup>2</sup>	0.0514

**Cuadro No. 3**

Margen de Riesgo	16.8907
Cobertura por acción	
Nivel Mínimo	0.5777
Monto de Riesgo 10%	0.051996
Costo= r*(Cobert. - Monto de Riesgo)-Nivel Mín.)	0.057773
	0.053047496

**Cuadro No. 4**

Valor Real de la Acción	Pérdida o Ganancia
17	0.15
17.01	0.15
17.01	0.15
17.01	0.15
16.5	(0.30)
16.65	(0.17)
15.5	(0.58)
15.5	(0.58)
16	(0.58)
16	(0.58)
	(2.47)

**Cuadro No. 5**

Valor de la acción el 31 de Octubre	16.90
Intervalo de Confianza	
Cobertura por acción	Precio > 16.83
	0.57773
Monto de Riesgo 10%	0.05200
Nivel Mínimo 10%	0.05777
Costo	0.05305
Proporción	0.09182

Este fue el caso más severo del portafolio ya que el precio de la acción de TAMSA bajo más allá del margen de riesgo durante 6 de los 10 días de la cobertura además de que utilizó la cobertura máxima por acción los últimos 4 días.

4.4 Análisis del Costo de la Cobertura para Fluctuaciones de Renta Variable

Acciones	Precio de la Acción al 31 de Octubre	Margen de Riesgo	Cobertura por Acción	Costo	Indemnización por Fluctuación	Volumen Operado	10% del Volumen Operado	Pago por Contratación de Cobertura	Pagos
<b>Aizas</b>									
SORIANA.B	20.55	18.688	2.583	0.708	0	486,294.61	48,629.46	34,422.02	-
GEO.B	8	6.717	2.537	0.821	0	226,844.98	22,684.50	20,881.38	-
CEMEX.CPO	42.3	41.776	2.488	0.423	0	2,962,417.35	337,360.09	125,310.25	-
GCARSO.A1	22.5	21.689	0.699	0.225	0	488,176.09	48,817.61	10,983.96	-
GFNORTE.O	14.9	14.445	2.815	0.468	0	690,815.48	69,081.55	32,189.65	-
GSANBOR.B1	10.5	10.301	0.256	0.105	0	41,584.52	4,158.45	436.64	-
Subtotal							530,731.65	224,223.91	
<b>Bajas</b>									
TAMSA	16.9	16.891	0.578	0.053	(2.47)	144,085.74	14,408.57	764.34	(35,550.47)
APASCO	39.4	39.264	0.072	0.024	(0.05)	104,926.04	10,492.60	255.73	(498.81)
AMXL	6.53	6.183	0.085	0.020	0.00	19,484,968.74	194,849.69	39,861.45	0.00
FEMSA.UBD	27.6	26.706	0.549	0.118	0.00	1,576,035.17	157,603.52	18,629.92	0.00
GMODELO.C	21.1	21.000	0.143	0.015	(0.25)	1,533,746.96	153,374.70	2,331.97	(39,049.77)
Subtotal							530,729.08	61,843.40	
<b>TOTAL</b>				<b>3.079</b>	<b>(2.77)</b>			<b>286,067.31</b>	<b>(75,099.04)</b>
								<b>Utilidad Bruta</b>	<b>210,968.27</b>

Basándonos en una cifra conservadora, se utilizó el supuesto de que el 10% del volumen de acciones operadas el día de inicio de la cobertura la contrataron, y suponemos que no hubo inclusiones de nuevas acciones para cubrir. En el análisis se muestran el Margen de Riesgo, la Cobertura por Acción y el Costo. Cabe mencionar que el número de acciones que se incluyeron en la cobertura son aproximadamente iguales para mantener el equilibrio entre las acciones a la alza y a la baja. Asimismo, se muestra el pago realizado por el costo de la cobertura por el conjunto de acciones y los pagos realizados por resarcimiento de pérdidas a causa de fluctuaciones negativas sufridas por la acciones.

En conclusión después del ejercicio se determinó una utilidad bruta del 39.75% del monto recolectado por concepto del costo de la cobertura. Sin embargo existen diversos puntos que deben ser comentados por tener importancia relativa en este ejercicio.

A pesar de lo esperado hubo una acción que se encontraba en el conjunto de acciones a la alza, de las cuales no se espera pérdida alguna, cuyo precio pasó por debajo del intervalo de confianza determinado, no superó el margen de riesgo por lo que no entró a la parte de la indemnización por fluctuaciones negativas que proporciona cobertura, sin embargo aquí vemos que a pesar de haber tomado todas las precauciones posibles siempre existirá cierta incertidumbre respecto de los comportamientos esperados.

Como se podrá ver en el análisis de costos, los volúmenes operados en este ejercicio son prácticamente iguales para las acciones a la alza como para las acciones a la baja, ésta es una situación que difícilmente podría suceder en la práctica sin embargo sabemos por sentido común que nunca deberán cubrirse más acciones a la baja de las que tenemos a la alza, por esto sabemos que de cualquier manera en el ejercicio práctico no se hubiese incurrido en pérdidas de operación.

Finalmente el hecho de que los pagos por fluctuaciones negativas hipotéticos realizados a los poseedores de las acciones a la baja fueron considerablemente mayores al costo de la cobertura de cada acción muestra estamos beneficiando al sector cuya pérdida era prácticamente irresarcible por ellos mismos y a aquellos contratantes que no incurrieron en pérdidas o cuyas pérdidas no superaron los márgenes de riesgo previstos no pueden considerar el costo pagado por la cobertura como una pérdida representativa debido a que durante el periodo estipulado transfirieron cierto riesgo implícito en las acciones de renta variable.



## COBERTURA PARA FLUCTUACIONES EN INVERSIONES DE RENTA VARIABLE DEL MERCADO DE VALORES EN MEXICO

### Conclusiones

Como resultado de la información presentada en este trabajo, pueden darse algunas conclusiones acerca de la Cobertura para Fluctuaciones en Inversiones de Renta Variable (CFIRV), éstas se presentan a continuación:

Es notable que el Mercado de Valores en México necesita de una mayor participación del público inversionista de manera que se fomente el crecimiento del financiamiento de las empresas que cotizan en la Bolsa Mexicana de Valores. La Cobertura para Fluctuaciones en Inversiones de Renta Variable es un instrumento bursátil diseñado de tal forma que resuelva hasta cierto punto el riesgo por una posible pérdida por fluctuaciones para el inversionista de manera que brinde cierta confianza y así contribuir con una mayor inversión en este tipo de instrumentos que cuentan con un grado considerable de riesgo.

Es prácticamente imposible predecir con certeza el comportamiento que seguirá una acción a lo largo de un periodo. Mediante el uso de la probabilidad y de la estadística puede obtenerse una aproximación del comportamiento futuro en función de los movimientos históricos de la acción.

Dadas las características particulares de la Cobertura para Fluctuaciones en Inversiones de Renta Variable ésta plantea un sentido diferente a la inversión en este tipo de instrumentos mediante una disminución del riesgo. En el mercado de valores existe la incertidumbre respecto al rendimiento o pérdida en ocasiones que se espera de una inversión, la cobertura provee seguridad a quien ha decidido invertir en acciones de renta variable adquiriendo parte del riesgo a cambio de un pago de tal manera que el inversionista transfiere en cierto grado la probabilidad de pérdida económica que ha adquirido al realizar la compra de acciones.

Un punto muy importante que se trató en la cobertura, son las tendencias con las que cuentan los precios de las acciones, debido a que durante el plazo que se estudió existió un factor determinante de cambio en los precios (evento del 11 de septiembre) tuvo que darse un tratamiento especial para este periodo en particular el cual consistió en separar la línea de tiempo de análisis de las tendencias eliminando los últimos 20 días del mes de septiembre y limitando la posibilidad de incluir alguna acción en el portafolio de la cobertura sólo a aquellas que mantuviesen la misma tendencia antes y después del corte en el análisis de los precios. La razón específica para eliminar un periodo de 20 días no fue aleatoria, se realizó un análisis de la fecha promedio en que las acciones retomaban sus tendencias originales y de esta manera se determinó este periodo.

En este trabajo se mostró que es posible proporcionar la cobertura a un portafolio de inversión debidamente diversificado a un costo razonable para los inversionistas donde a la vez el proveedor de la cobertura se hace acreedor de una utilidad por la administración de la cobertura proporcionada. Cabe resaltar que el objetivo de la Cobertura por Fluctuaciones en Inversiones de Renta Variable no es obtener una utilidad por la compra - venta de acciones, la principal finalidad es proveer de un instrumento a los inversionistas del mercado de valores que les

ayuda a distribuir los riesgos propios de las acciones y las pérdidas en que pueden incurrir por fluctuaciones negativas. Sin embargo conceptos como Monto de Riesgo o Nivel Mínimo de Participación de Riesgo tratados en el desarrollo de la cobertura que impiden a los participantes reclamar indemnizaciones por bajas en los precios de las acciones que no cuenten con importancia relativa pueden llamársele candados de la cobertura que ayudan a un óptimo funcionamiento restringiendo a las reclamaciones de los inversionistas debido a que los hacen partícipes de la pérdida.

Si bien la cobertura muestra beneficios, también cuenta con algunas limitantes. La construcción del portafolio se vuelve un proceso de prueba y error que puede volverse muy lento y tedioso, en el ejemplo desarrollado se utilizó un portafolio con un número reducido de acciones en él, por lo que el proceso fue relativamente ágil, sin embargo, en portafolios con más de 15 acciones este proceso se puede volver extremadamente difícil por lo que la sugerencia sería utilizar la ayuda de un programa que se encargue de realizar el número de iteraciones necesarias tomando en cuenta las limitantes mencionadas en el capítulo IV para llegar al portafolio óptimo al cual se le implementará la cobertura.

Otra limitación de la CFIRV es el cúmulo de riesgo debido a que no se considera dentro del estudio de posibles indemnizaciones por fluctuaciones el hecho de que no han sucedido eventos catastróficos durante algún periodo de tiempo; es posible que exista una acumulación de riesgo que no se está considerando la cual al momento de que ocurra un evento extraordinario puede hacer que la cobertura no cuente con los fondos suficientes para enfrentar las fluctuaciones negativas en los precios de las acciones participantes. Una alternativa para este problema sería la creación de fondos de capital mínimo acumulativos donde se vaya creando una reserva de riesgo a partir de un porcentaje de las utilidades obtenidas y a lo largo del tiempo sea de ayuda en el resarcimiento de eventos catastróficos.

Un supuesto que destaca como una limitante dentro del cálculo de los costos de la cobertura son los costos de transacción que no se incluyen debido a que pueden variar dependiendo del intermediario, pero que sin embargo pueden influir en el desempeño de la cobertura modificando los resultados en cada ejercicio.

Si bien el presente trabajo de investigación se realizó incluyendo todos los aspectos pertinentes a criterio del autor, es posible complementario incluyendo análisis más detallados de algunos puntos en particular como son:

- Valuar la posibilidad de eficiencia del portafolio.
- Incluir un espectro de simulación para ajustar el error de las curvas de regresión utilizadas.

Recomendaciones con respecto a la implementación de la cobertura pueden ser demasiadas, sin embargo considero importante mencionar las siguientes:

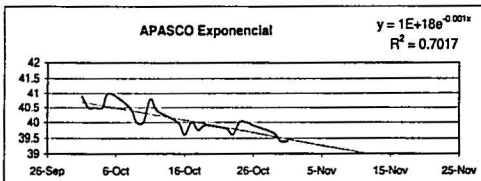
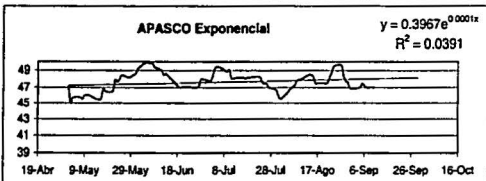
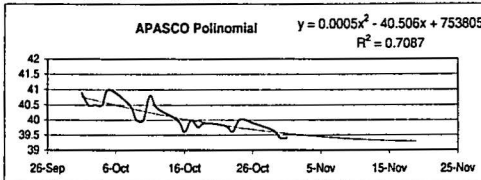
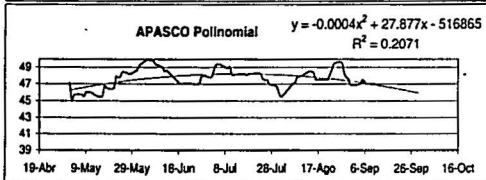
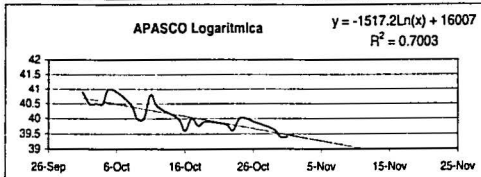
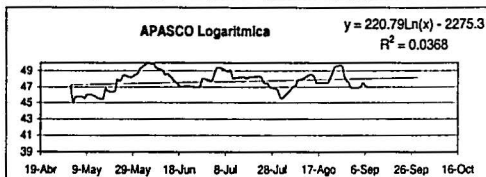
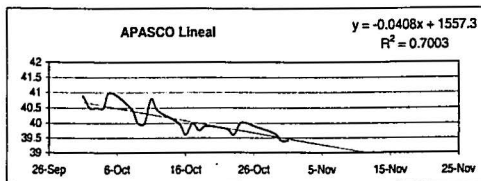
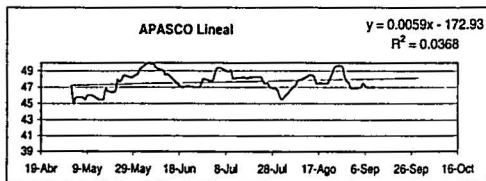
- Siempre asegurarse de que la mayoría del volumen de acciones que se incluirán en la cobertura siempre debe contar con una tendencia a la alza.
- Riesgos correlacionados no funcionarán para la conjunción de riesgo, es decir, no podemos seleccionar un portafolio donde el grupo de acciones esté formado por empresas subsidiarias de un mismo corporativo ya que si existiera una baja en el precio posiblemente todas sufrirían la repercusión y la cobertura no podría hacer frente a sus obligaciones.

- El costo de la cobertura siempre tiene que estar en función del beneficio debido a que el costo no puede ser mayor a la ganancia esperada por la acción ya que representaría una pérdida para el inversionista transferir su riesgo aún cuando obtuviese una ganancia por el incremento en el precio de la acción.

Durante el periodo de estudio, si bien los datos recopilados parecen indicar que es completamente factible elegir un portafolio de inversión e implementar la cobertura en él obteniendo cierta utilidad aún después de pagar las fluctuaciones negativas sufridas siempre existirá un grado considerable de incertidumbre hacia factores externos no manipulables ni predecibles que pueden ocasionar que la cobertura no siempre sea benéfica para todo el que participa en ella, sin embargo, considero que la propuesta realizada en este trabajo es funcional y aplicable a nuestro actual sistema financiero de manera que puede promover una mayor inversión interna y una evolución en cuanto a nuevos instrumentos bursátiles de cobertura.

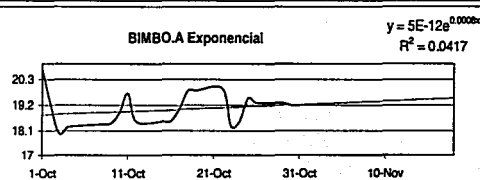
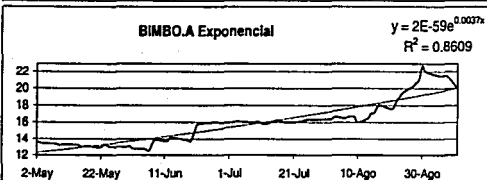
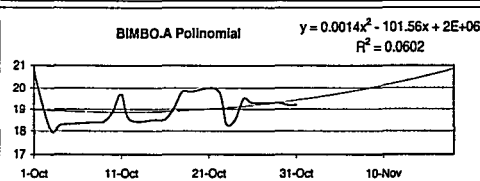
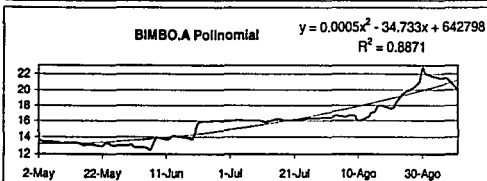
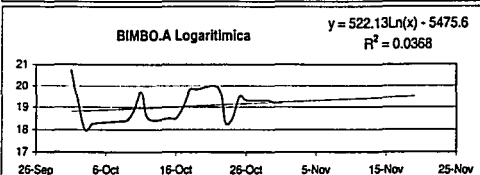
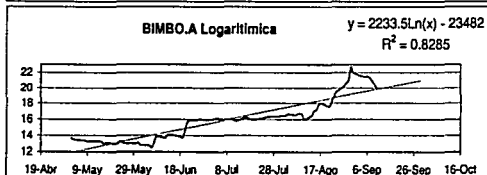
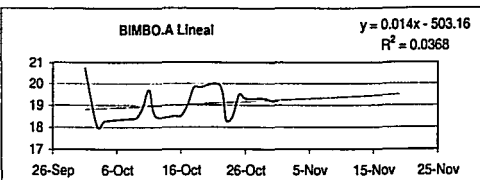
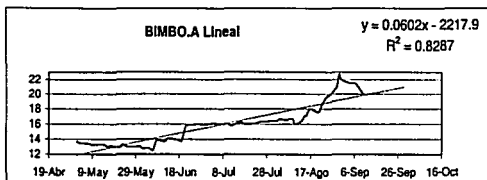
Anexo 1. Gráficas de algunas acciones del índice de Precios y Cotizaciones

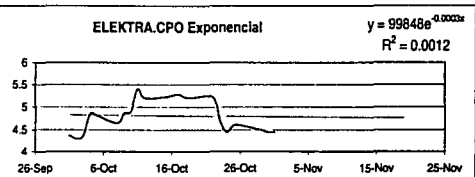
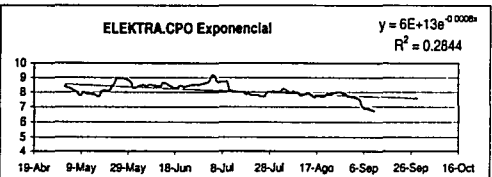
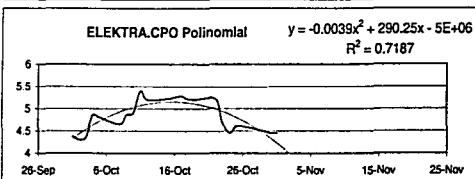
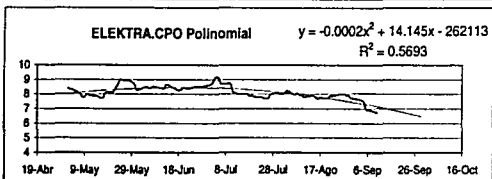
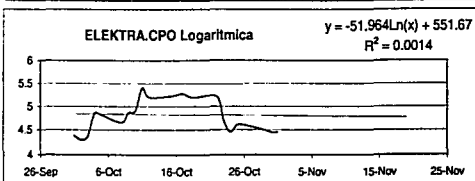
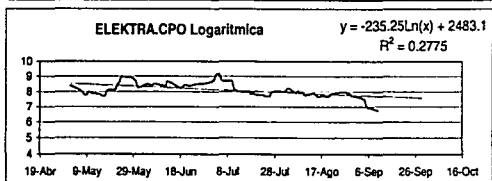
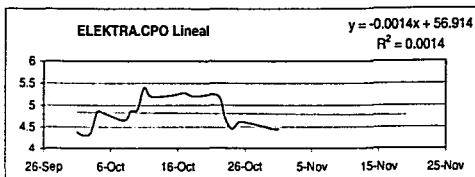
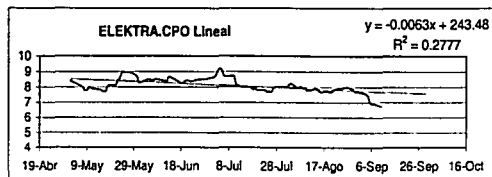
Anexo 1

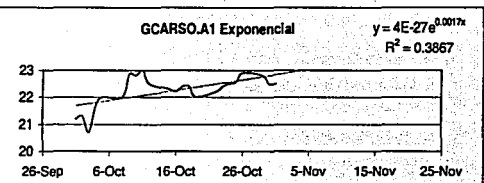
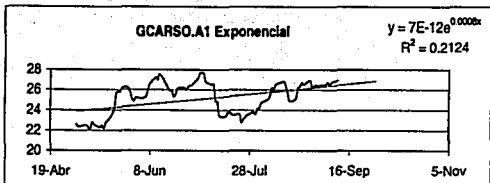
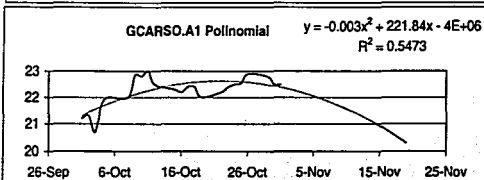
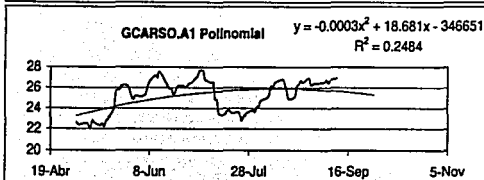
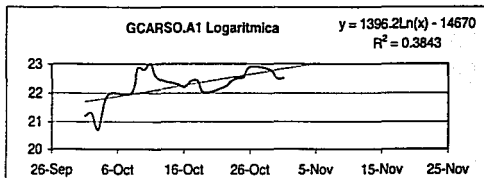
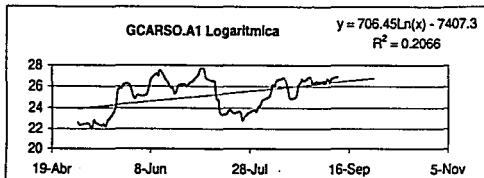
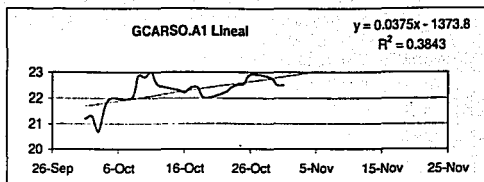
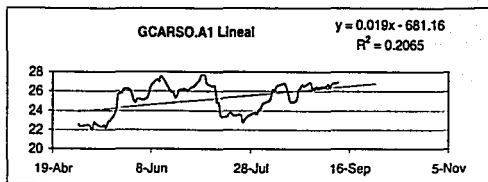


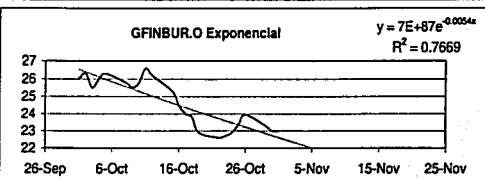
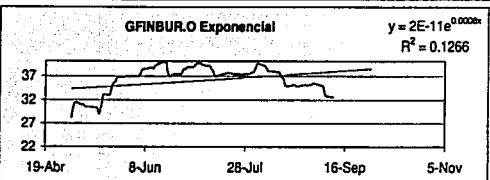
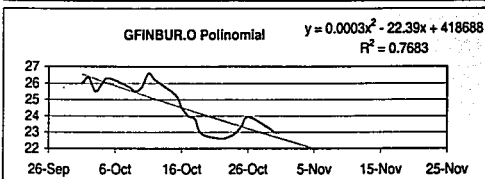
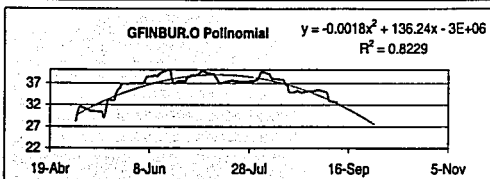
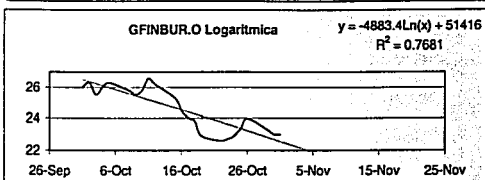
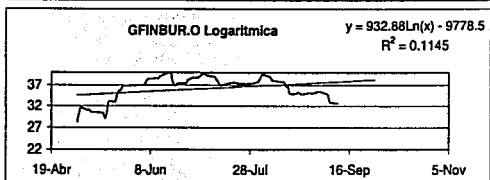
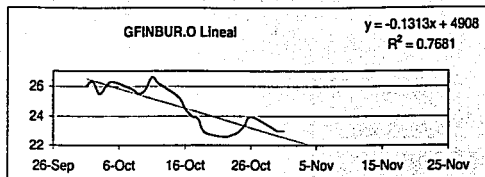
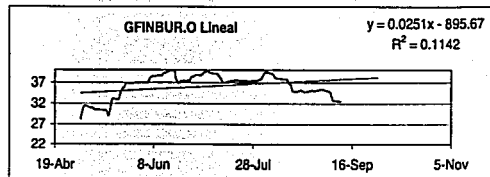
140

TESIS CON FALLA DE ORIGEN



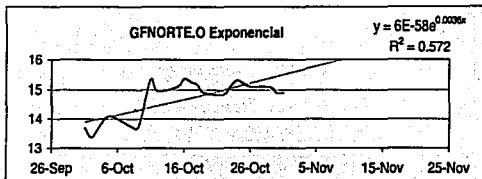
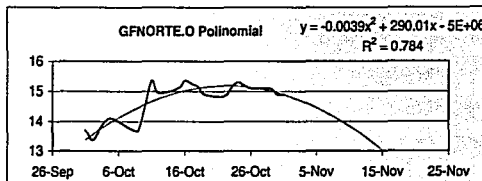
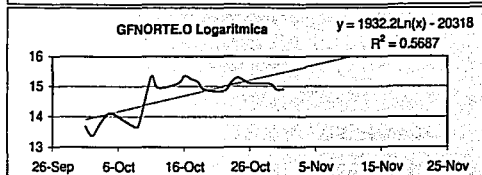
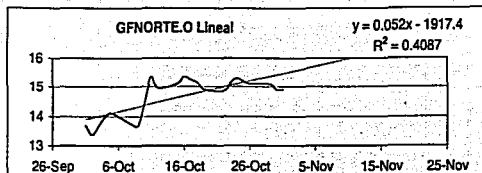
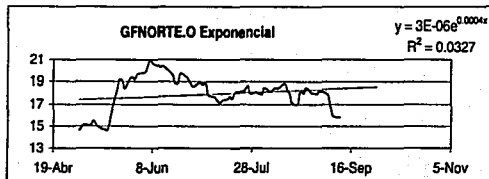
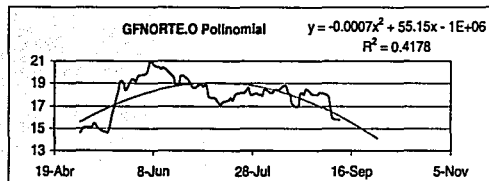
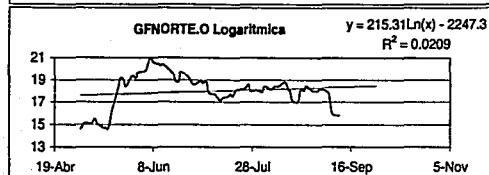
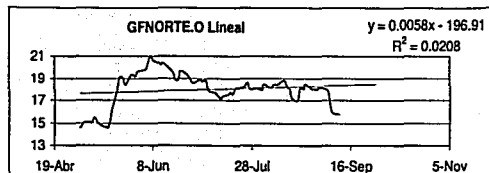


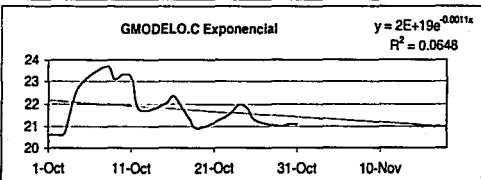
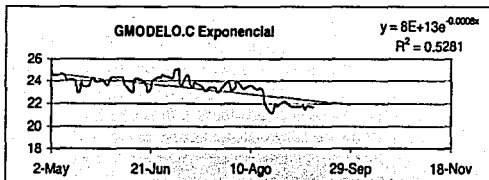
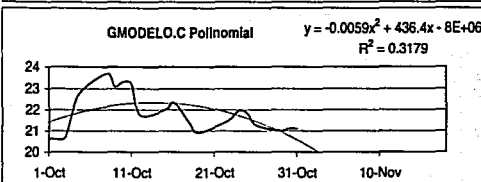
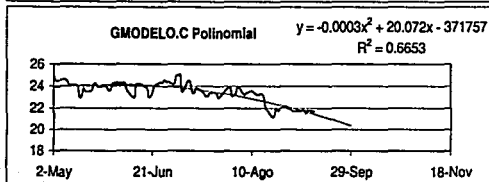
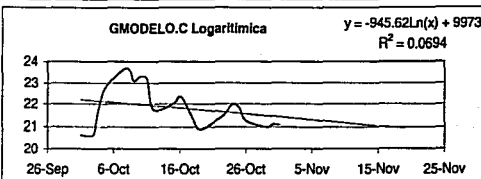
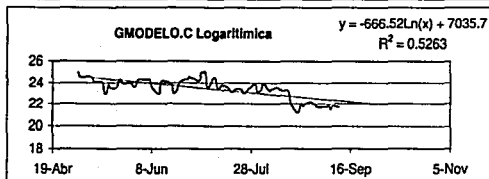
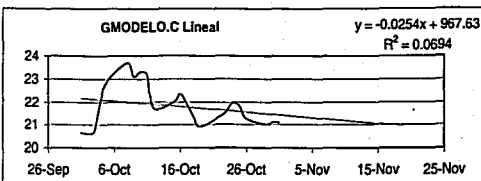
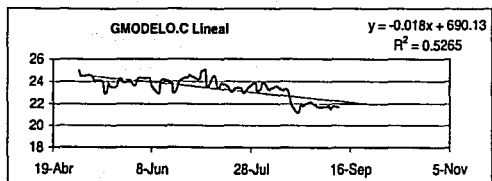


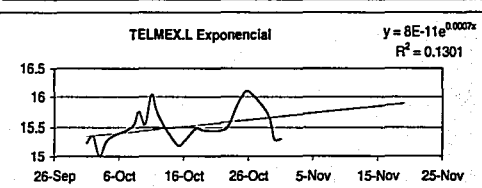
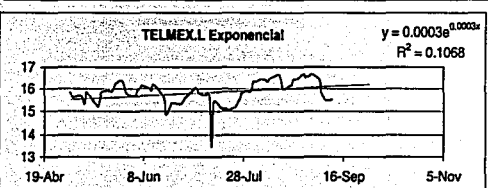
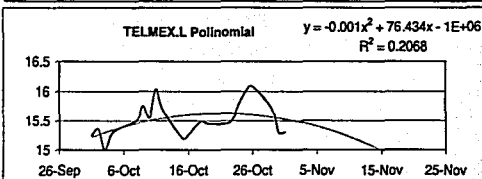
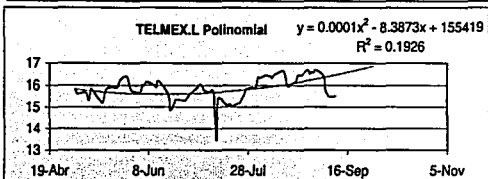
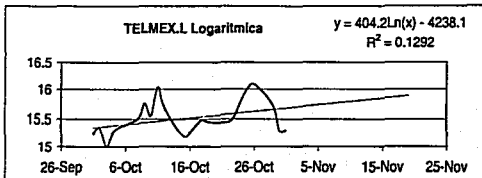
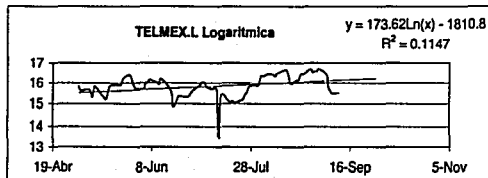
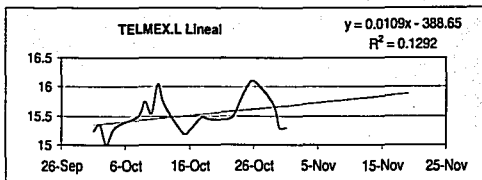
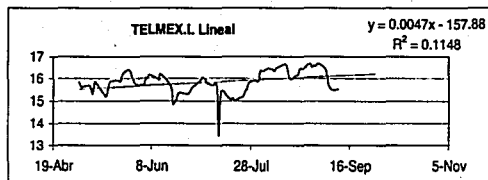


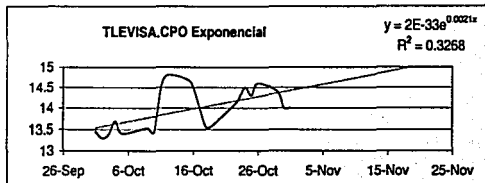
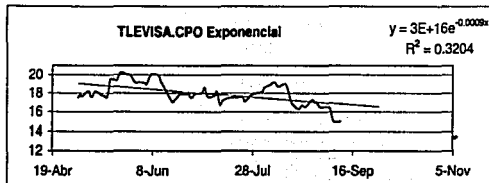
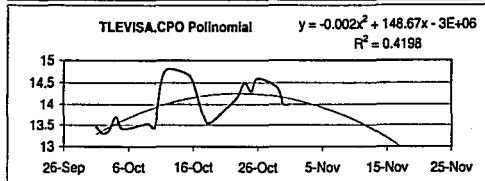
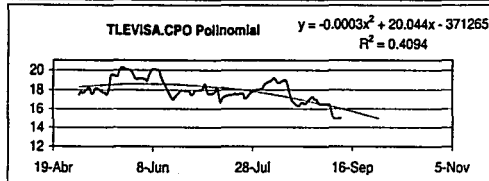
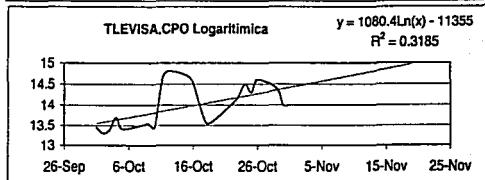
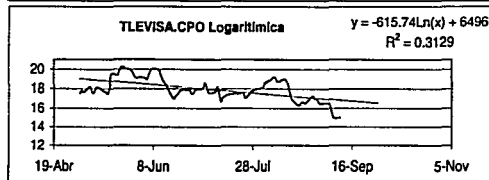
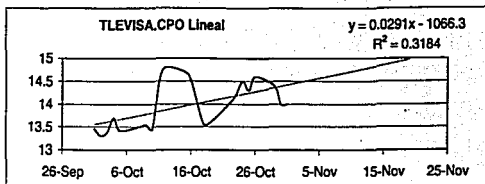
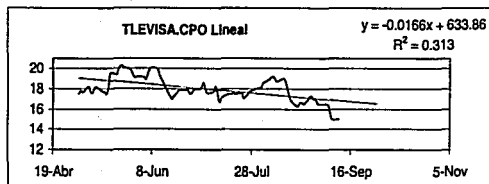
152

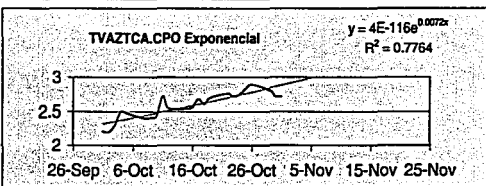
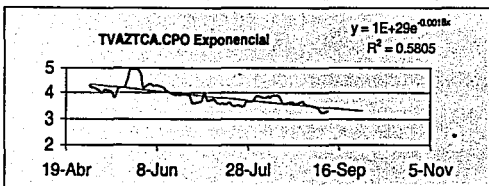
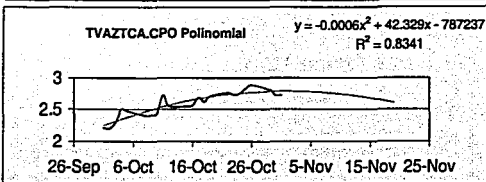
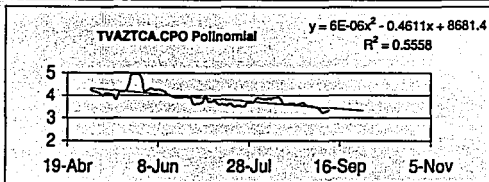
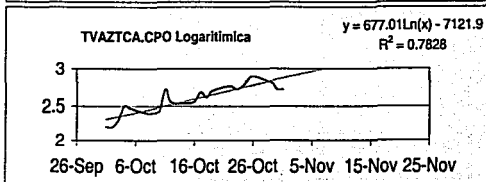
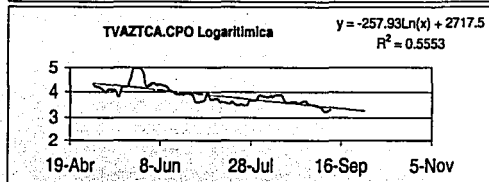
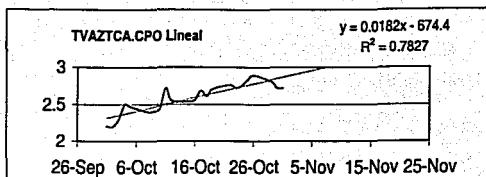
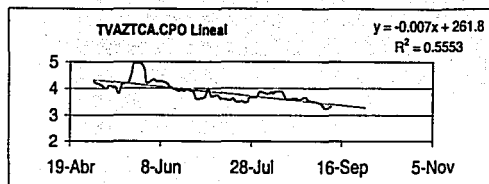








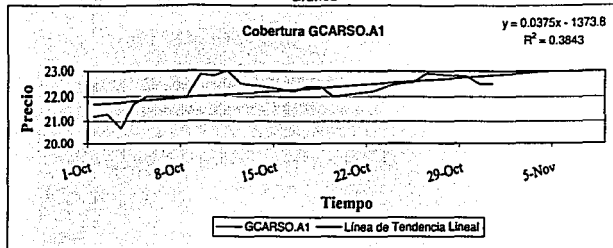




Cuadro No. 1

Fecha	GCARSO.A1
01-Oct-01	21.20
02-Oct-01	21.30
03-Oct-01	20.70
04-Oct-01	21.70
05-Oct-01	22.00
06-Oct-01	22.00
09-Oct-01	22.85
10-Oct-01	22.80
11-Oct-01	23.00
12-Oct-01	22.50
15-Oct-01	22.30
16-Oct-01	22.20
17-Oct-01	22.40
18-Oct-01	22.40
19-Oct-01	22.01
22-Oct-01	22.20
23-Oct-01	22.39
24-Oct-01	22.50
25-Oct-01	22.55
26-Oct-01	22.90
29-Oct-01	22.80
30-Oct-01	22.50
31-Oct-01	22.50
01-Nov-01	22.05
02-Nov-01	22.09
03-Nov-01	22.13
04-Nov-01	22.16
05-Nov-01	22.20
06-Nov-01	22.24
07-Nov-01	22.28
08-Nov-01	22.31
09-Nov-01	22.35
10-Nov-01	22.39

Gráfica



Cuadro No. 2

Media	22.25
Var	0.57424
Intervalo inferior	0.03034
Valor mínimo	22.21749
Media promedio	22.2390
Var promedio	0.5500
r	0.6199
r <sup>2</sup>	0.3843

Cuadro No. 3

Margen de Riesgo	21.6890
Cobertura por acción	0.6985
Nivel Mínimo	0.062865
Monto de Riesgo 10%	0.069850
Costo = r*((Cobert. - Monto de Riesgo)-Nivel Mín.)	0.108716323

Cuadro No. 4

Valor Real de la Acción	Pérdida o Ganancia
22.8	1.06
22.7	0.97
22.7	0.97
22.7	0.97
23.35	1.55
23.2	1.42
23.2	1.42
23.3	1.51
23.3	1.51
23.3	1.51
	0.00

Cuadro No. 5

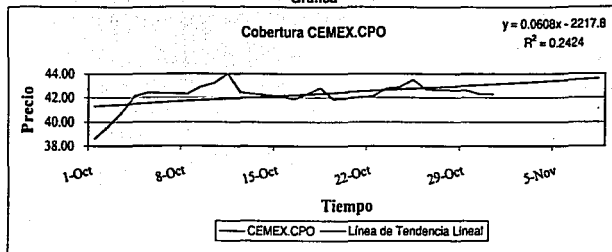
Valor de la acción el 31 de Octubre	22.50
Intervalo de Confianza	Precio > 22.46
Cobertura por acción	0.69850
Monto de Riesgo 10%	0.06287
Nivel Mínimo 10%	0.06985
Costo	0.22500
Proporción	0.15564

De acuerdo con la proyección se esperaba una ligera baja y posteriormente que la acción se recuperara, sin embargo el valor de la acción aumentó por arriba de la expectativa.

Cuadro No. 1

Fecha	CEMEX.CPO
01-Oct-01	38.61
02-Oct-01	39.60
03-Oct-01	40.72
04-Oct-01	42.10
05-Oct-01	42.40
08-Oct-01	42.30
09-Oct-01	42.90
10-Oct-01	43.20
11-Oct-01	44.00
12-Oct-01	42.40
15-Oct-01	42.10
16-Oct-01	41.85
17-Oct-01	42.30
18-Oct-01	42.80
19-Oct-01	41.85
22-Oct-01	42.10
23-Oct-01	42.76
24-Oct-01	42.87
25-Oct-01	43.50
26-Oct-01	42.65
29-Oct-01	42.80
30-Oct-01	42.30
31-Oct-01	42.30
01-Nov-01	43.72
02-Nov-01	43.78
03-Nov-01	43.84
04-Nov-01	43.90
05-Nov-01	43.96
06-Nov-01	44.02
07-Nov-01	44.08
08-Nov-01	44.14
09-Nov-01	44.20
10-Nov-01	44.26

Gráfica



Cuadro No. 2

Media	42.18
Var	1.17031
Intervalo inferior	0.06182
Valor mínimo	42.12122
Media promedio	42.7307
Var promedio	0.9547
r	0.6199
r <sup>2</sup>	0.3843

Cuadro No. 3

Margen de Riesgo	41.7761
Cobertura por acción	2.4879
Nivel Mínimo	0.223915
Monto de Riesgo 10%	0.248794
Costo= r*((Cobert. - Monto de Riesgo)-Nivel Min.)	0.387227381

Cuadro No. 4

Valor Real de la Acción	Pérdida o Ganancia
42.21	0.59
42.42	0.78
42.42	0.78
42.42	0.78
42.6	0.94
42.48	0.84
42.68	1.02
42.8	1.12
42.53	0.88
42.53	0.88
	0.00

Cuadro No. 5

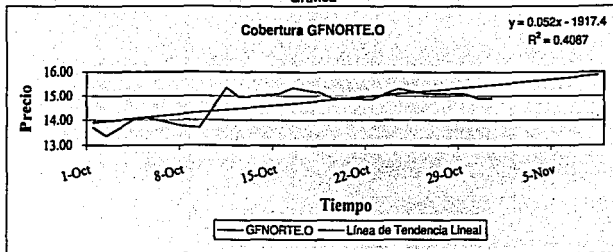
Valor de la acción el 31 de Octubre	42.30
Intervalo de Confianza	Precio > 42.23
Cobertura por acción	2.48794
Monto de Riesgo 10%	0.22391
Nivel Mínimo 10%	0.24879
Costo	0.42300
Proporción	0.15564

Esta acción contaba con una tendencia a la alza al 31 de Octubre del 2001, a pesar de esto el 1 de noviembre sufrió una baja que no entró al esquema de la cobertura, posteriormente la acción se recuperó.

Cuadro No. 1

Fecha	GFNORTE.O
01-Oct-01	13.70
02-Oct-01	13.37
03-Oct-01	13.68
04-Oct-01	14.00
05-Oct-01	14.10
08-Oct-01	13.74
09-Oct-01	13.70
10-Oct-01	14.50
11-Oct-01	15.35
12-Oct-01	14.95
15-Oct-01	15.10
16-Oct-01	15.35
17-Oct-01	15.25
18-Oct-01	15.15
19-Oct-01	14.90
22-Oct-01	14.85
23-Oct-01	15.10
24-Oct-01	15.30
25-Oct-01	15.20
26-Oct-01	15.10
29-Oct-01	15.09
30-Oct-01	14.90
31-Oct-01	14.90
01-Nov-01	16.79
02-Nov-01	16.84
03-Nov-01	16.90
04-Nov-01	16.95
05-Nov-01	17.00
06-Nov-01	17.05
07-Nov-01	17.10
08-Nov-01	17.16
09-Nov-01	17.21
10-Nov-01	17.28

Gráfica



Cuadro No. 2

Media	14.66
Var	0.65327
Intervalo inferior	0.03451
Valor mínimo	14.62984
Media promedio	15.3800
Var promedio	0.9351
r	0.6393
r <sup>2</sup>	0.4087

Cuadro No. 3

Margen de Riesgo	14.4449
Cobertura por acción	2.8151
Nivel Mínimo	0.253359
Monto de Riesgo 10%	0.281510
Costo= r*((Cobert. - Monto de Riesgo)-Nivel Min.)	0.465965929

Cuadro No. 4

Valor Real de la Acción	Pérdida o Ganancia
15.2	0.91
15.3	1.00
15.3	1.00
15.3	1.00
15.4	1.09
15.18	0.89
14.9	0.64
14.95	0.68
15	0.73
15	0.73
	0.00

Cuadro No. 5

Valor de la acción el 31 de Octubre	14.90
Intervalo de Confianza	Precio > 14.86
Cobertura por acción	2.81510
Monto de Riesgo 10%	0.25336
Nivel Mínimo 10%	0.28151
Costo	0.46597
Proporción	0.16552

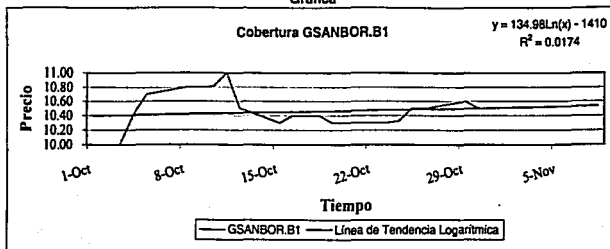
Los precios de la acción GFNORTE no resultaron tan aproximados a los proyectados debido a la volatilidad con que cuenta esta acción, se pueden ver claramente en la gráfica los picos tanto a la alza como a la baja. Sin embargo la varianza que está en función de la volatilidad determina un margen de riesgo suficiente para no incurrir en pagos por fluctuaciones.



Cuadro No. 1

Fecha	GSANBOR.B1
01-Oct-01	10.00
02-Oct-01	10.00
03-Oct-01	10.00
04-Oct-01	10.41
05-Oct-01	10.70
08-Oct-01	10.80
09-Oct-01	10.80
10-Oct-01	10.81
11-Oct-01	11.00
12-Oct-01	10.50
15-Oct-01	10.30
16-Oct-01	10.40
17-Oct-01	10.40
18-Oct-01	10.40
19-Oct-01	10.30
22-Oct-01	10.30
23-Oct-01	10.30
24-Oct-01	10.32
25-Oct-01	10.50
26-Oct-01	10.50
29-Oct-01	10.60
30-Oct-01	10.50
31-Oct-01	10.50
01-Nov-01	10.52
02-Nov-01	10.53
03-Nov-01	10.53
04-Nov-01	10.53
05-Nov-01	10.54
06-Nov-01	10.54
07-Nov-01	10.55
08-Nov-01	10.55
09-Nov-01	10.55
10-Nov-01	10.56

Gráfica



Cuadro No. 2

Media	10.45
Var	0.26095
Intervalo inferior	0.01379
Valor mínimo	10.43578
Media promedio	10.4770
Var promedio	0.1762
r	0.1319
r <sup>2</sup>	0.0174

Cuadro No. 3

Margen de Riesgo	10.3007
Cobertura por acción	0.2556
Nivel Mínimo	0.023000
Monto de Riesgo 10%	0.025556
Costo = $r^2((\text{Cobert.} - \text{Monto de Riesgo}) - \text{Nivel Min.})$	0.001800915

Cuadro No. 4

Valor Real de la Acción	Pérdida o Ganancia
10.6	0.29
10.6	0.29
10.6	0.29
10.6	0.29
10.6	0.29
10.4	0.11
10.45	0.16
10.6	0.29
10.6	0.29
10.6	0.29
10.6	0.00

Cuadro No. 5

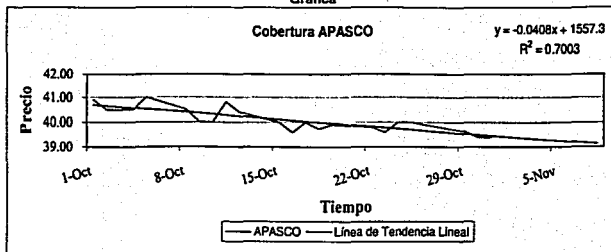
Valor de la acción el 31 de Octubre	10.50
Intervalo de Confianza	Precio > 10.48
Cobertura por acción	0.25556
Monto de Riesgo 10%	0.02300
Nivel Mínimo 10%	0.02556
Costo	0.10500
Proporción	0.00705

En el caso de GSANBOR resultó un costo del 0.7% sobre la cobertura otorgada a pesar de que la curva de regresión no se ajusta de manera óptima, este efecto se debe a una clara tendencia a la alza por parte de la trayectoria descrita por la acción.

Cuadro No. 1

Fecha	APASCO
01-Oct-01	40.90
02-Oct-01	40.50
03-Oct-01	40.50
04-Oct-01	40.50
05-Oct-01	41.00
08-Oct-01	40.50
09-Oct-01	40.01
10-Oct-01	40.00
11-Oct-01	40.80
12-Oct-01	40.40
15-Oct-01	40.00
16-Oct-01	39.60
17-Oct-01	40.00
18-Oct-01	39.75
19-Oct-01	39.90
22-Oct-01	39.80
23-Oct-01	39.60
24-Oct-01	40.00
25-Oct-01	40.00
26-Oct-01	39.90
28-Oct-01	39.65
30-Oct-01	39.40
31-Oct-01	39.40
01-Nov-01	39.70
02-Nov-01	39.66
03-Nov-01	39.62
04-Nov-01	39.58
05-Nov-01	39.54
06-Nov-01	39.50
07-Nov-01	39.46
08-Nov-01	39.42
09-Nov-01	39.38
10-Nov-01	39.34

Gráfica



Cuadro No. 2

Media	40.09
Var	0.46228
Intervalo inferior	0.02442
Valor mínimo	40.06732
Media promedio	39.9184
Var promedio	0.6543
r	0.8368
r <sup>2</sup>	0.7003

Cuadro No. 3

Margen de Riesgo	39.2641
Cobertura por acción	0.0719
Nivel Mínimo	0.006472
Monto de Riesgo 10%	0.007191
Costo= r*((Cobert. - Monto de Riesgo)-Nivel Min.)	0.024372161

Cuadro No. 4

Valor Real de la Acción	Pérdida o Ganancia
39.4	0.13
39.4	0.13
39.4	0.13
39.4	0.13
39.41	0.14
39.4	0.13
38.85	(0.07)
39.5	0.22
39.5	0.22
39.5	0.22
	(0.05)

Cuadro No. 5

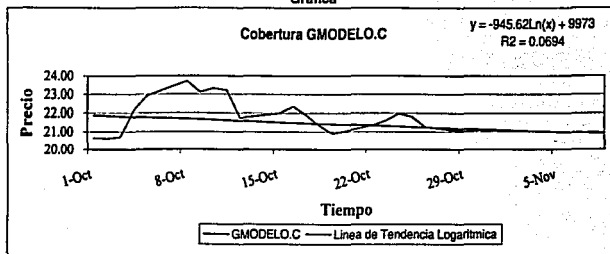
Valor de la acción el 31 de Octubre	39.40
Intervalo de Confianza	Precio > 39.37
Cobertura por acción	0.07191
Monto de Riesgo 10%	0.00647
Nivel Mínimo 10%	0.00719
Costo	0.02437
Proporción	0.33892

Debido a que a lo largo del periodo de la cobertura APASCO rebasó sólo en una ocasión el margen de riesgo el pago por fluctuación no resulta significativo.

Cuadro No. 1

Fecha	GMODELO.C
01-Oct-01	20.64
02-Oct-01	20.60
03-Oct-01	20.70
04-Oct-01	22.15
05-Oct-01	22.91
08-Oct-01	23.70
09-Oct-01	23.10
10-Oct-01	23.31
11-Oct-01	23.20
12-Oct-01	21.75
15-Oct-01	22.00
16-Oct-01	22.35
17-Oct-01	21.90
18-Oct-01	21.34
19-Oct-01	20.90
22-Oct-01	21.35
23-Oct-01	21.60
24-Oct-01	21.98
25-Oct-01	21.80
26-Oct-01	21.26
29-Oct-01	21.01
30-Oct-01	21.10
31-Oct-01	21.10
01-Nov-01	21.09
02-Nov-01	21.06
03-Nov-01	21.04
04-Nov-01	21.01
05-Nov-01	20.98
06-Nov-01	20.96
07-Nov-01	20.93
08-Nov-01	20.91
09-Nov-01	20.88
10-Nov-01	20.86

Gráfica



Cuadro No. 2

Media	21.82
Var	0.91533
Intervalo inferior	0.04835
Valor mínimo	21.76686
Media promedio	21.5597
Var promedio	0.5597
r	0.2634
r <sup>2</sup>	0.0694

Cuadro No. 3

Margen de Riesgo	21.0000
Cobertura por acción	0.1425
Nivel Mínimo	0.012826
Monto de Riesgo 10%	0.014251
Costo= r*((Cobert. - Monto de Riesgo)-Nivel Mín.)	0.015204376

Cuadro No. 4

Valor Real de la Acción	Pérdida o Ganancia
21.29	0.27
21.8	0.73
21.8	0.73
21.8	0.73
21.8	0.73
21.9	0.82
21.8	0.73
21.78	0.71
21.3	0.28
20.6	(0.14)
20.6	(0.14)
	(0.25)

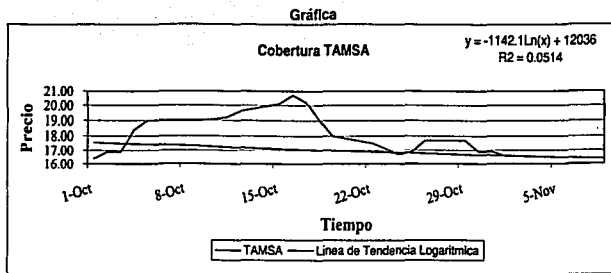
Cuadro No. 5

Valor de la acción el 31 de Octubre	21.10
Intervalo de Confianza	Precio > 21.05
Cobertura por acción	0.14251
Monto de Riesgo 10%	0.01283
Nivel Mínimo 10%	0.01425
Costo	0.01520
Proporción	0.10669

Como se esperaba GMODELO sufrió pérdidas por fluctuaciones durante el período mismas que alcanzaron el límite de la cobertura por acción de 0.1425.

163

Fecha	TAMSA
01-Oct-01	16.40
02-Oct-01	16.90
03-Oct-01	16.90
04-Oct-01	18.40
05-Oct-01	19.00
08-Oct-01	19.00
09-Oct-01	19.00
10-Oct-01	19.06
11-Oct-01	19.20
12-Oct-01	19.80
15-Oct-01	20.10
16-Oct-01	20.70
17-Oct-01	20.19
18-Oct-01	19.00
19-Oct-01	18.00
22-Oct-01	17.50
23-Oct-01	17.12
24-Oct-01	16.70
25-Oct-01	16.88
26-Oct-01	17.69
29-Oct-01	17.69
30-Oct-01	16.90
31-Oct-01	16.90
01-Nov-01	16.59
02-Nov-01	16.56
03-Nov-01	16.53
04-Nov-01	16.50
05-Nov-01	16.47
06-Nov-01	16.44
07-Nov-01	16.41
08-Nov-01	16.37
09-Nov-01	16.34
10-Nov-01	16.31



Media	18.21
Var	1.28499
Intervalo inferior	0.06788
Valor mínimo	18.14212
Media promedio	17.6770
Var promedio	0.7863
r	0.2267
r <sup>2</sup>	0.0514

Margen de Riesgo	16.8907
Cobertura por acción	0.5777
Nivel Mínimo	0.051996
Monto de Riesgo 10%	0.057773
Costo= r*((CoBERT. - Monto de Riesgo)-Nivel Mín.)	0.053047496

Valor Real de la Acción	Pérdida o Ganancia
17	0.15
17.01	0.15
17.01	0.15
17.01	0.15
16.5	(0.30)
16.65	(0.17)
15.5	(0.58)
15.5	(0.58)
16	(0.58)
16	(0.58)
	(2.47)

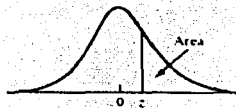
Valor de la acción el 31 de Octubre	16.90
Intervalo de Confianza	Precio > 16.83
Cobertura por acción	0.57773
Monto de Riesgo 10%	0.05200
Nivel Mínimo 10%	0.05777
Costo	0.05305
Proporción	0.09182

Este fue el caso más severo del portafolio ya que el precio de la acción de TAMSA bajo más allá del margen de riesgo durante 6 de los 10 días de la cobertura además de que utilizó la cobertura máxima por acción los últimos 4 días.

164

**Apéndice A. Tabla Estadística**

Tabla. Áreas bajo la curva normal  
 Probabilidad normal estándar de cola superior  
 (a la derecha) (para valores negativos de z, las  
 áreas se obtienen por simetría)



z	Segundo Decimal de z									
	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.4960	0.4920	0.4880	0.4840	0.4801	0.4761	0.4721	0.4681	0.4641
0.1	0.4602	0.4562	0.4522	0.4483	0.4443	0.4404	0.4364	0.4325	0.4286	0.4247
0.2	0.4207	0.4168	0.4129	0.4090	0.4052	0.4013	0.3974	0.3936	0.3897	0.3859
0.3	0.3821	0.3783	0.3745	0.3707	0.3669	0.3632	0.3594	0.3557	0.3520	0.3483
0.4	0.3446	0.3409	0.3372	0.3336	0.3300	0.3264	0.3228	0.3192	0.3156	0.3121
0.5	0.3085	0.3050	0.3015	0.2981	0.2946	0.2912	0.2877	0.2843	0.2810	0.2776
0.6	0.2743	0.2709	0.2676	0.2643	0.2611	0.2578	0.2546	0.2514	0.2483	0.2451
0.7	0.2420	0.2389	0.2358	0.2327	0.2296	0.2266	0.2236	0.2206	0.2177	0.2148
0.8	0.2119	0.2090	0.2061	0.2033	0.2005	0.1977	0.1949	0.1922	0.1894	0.1867
0.9	0.1841	0.1814	0.1788	0.1762	0.1736	0.1711	0.1685	0.1660	0.1635	0.1611
1.0	0.1587	0.1562	0.1539	0.1515	0.1492	0.1469	0.1446	0.1423	0.1401	0.1379
1.1	0.1357	0.1335	0.1314	0.1292	0.1271	0.1251	0.1230	0.1210	0.1190	0.1170
1.2	0.1151	0.1131	0.1112	0.1093	0.1075	0.1056	0.1038	0.1020	0.1003	0.0985
1.3	0.0968	0.0951	0.0934	0.0918	0.0901	0.0885	0.0869	0.0853	0.0838	0.0823
1.4	0.0808	0.0793	0.0778	0.0764	0.0749	0.0735	0.0721	0.0708	0.0694	0.0681
1.5	0.0668	0.0655	0.0643	0.0630	0.0618	0.0606	0.0594	0.0582	0.0571	0.0559
1.6	0.0548	0.0537	0.0526	0.0516	0.0505	0.0495	0.0485	0.0475	0.0465	0.0455
1.7	0.0446	0.0436	0.0427	0.0418	0.0409	0.0401	0.0392	0.0384	0.0375	0.0367
1.8	0.0359	0.0351	0.0344	0.0336	0.0329	0.0322	0.0314	0.0307	0.0301	0.0294
1.9	0.0287	0.0281	0.0274	0.0268	0.0262	0.0256	0.0250	0.0244	0.0239	0.0233
2.0	0.0228	0.0222	0.0217	0.0212	0.0207	0.0202	0.0197	0.0192	0.0188	0.0183
2.1	0.0179	0.0174	0.0170	0.0166	0.0162	0.0158	0.0154	0.0150	0.0146	0.0143
2.2	0.0139	0.0136	0.0132	0.0129	0.0125	0.0122	0.0119	0.0116	0.0113	0.0110
2.3	0.0107	0.0104	0.0102	0.0099	0.0096	0.0094	0.0091	0.0089	0.0087	0.0084
2.4	0.0082	0.0080	0.0078	0.0075	0.0073	0.0071	0.0069	0.0068	0.0066	0.0064
2.5	0.0062	0.0060	0.0059	0.0057	0.0055	0.0054	0.0052	0.0051	0.0049	0.0048
2.6	0.0047	0.0045	0.0044	0.0043	0.0041	0.0040	0.0039	0.0038	0.0037	0.0036
2.7	0.0035	0.0034	0.0033	0.0032	0.0031	0.0030	0.0029	0.0028	0.0027	0.0026
2.8	0.0026	0.0025	0.0024	0.0023	0.0023	0.0022	0.0021	0.0021	0.0020	0.0019
2.9	0.0019	0.0018	0.0018	0.0017	0.0016	0.0016	0.0015	0.0015	0.0014	0.0014
3.0	0.00135									
3.5	0.000233									
4.0	0.0000317									
4.5	0.00000340									
5.0	0.000000287									

## Apéndice B. Otros conceptos estadísticos

### Análisis Combinatorio

Lo siguiente representa algunos principios de la teoría del análisis combinatorio que son particularmente útiles para calcular la probabilidad de un evento. En particular, estos principios le permitirán contar el total de puntos muestrales en un espacio muestral  $S$  y en un evento de estudio, para verificar el listado de los eventos simples. Además, el número de eventos simples en un espacio muestral es muchas veces muy grande y la descripción de cada punto muestral puede resultar muy tardada o aun prácticamente imposible. Así, la enumeración (o contabilización) de los puntos es un espacio muestral y en un evento de estudio puede ser la única manera eficiente para calcular la probabilidad de un evento. Si los puntos muestrales en un espacio muestral son equiprobables, y puede determinarse que hay un total de  $N$  puntos muestrales, la probabilidad de cada punto muestral será  $P(E_i) = 1/N$  y la probabilidad de un evento  $A$  que contiene exactamente  $n_a$  puntos muestrales será  $n_a/N$ , lo que se puede verificar fácilmente.

La primera herramienta del análisis combinatorio que presentamos se llama muy a menudo regla  $mn$  y se establece como sigue:

**TEOREMA B.1** Con  $m$  elementos  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_m$  y  $n$  elementos  $b_1, b_2, \dots, b_n$  es posible formar  $mn$  pares que contienen un elemento de cada grupo.

Se puede extender la regla  $mn$  a cualquier número de conjuntos. Dados tres conjuntos de elementos  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_m$ ;  $b_1, b_2, \dots, b_n$ ; y  $c_1, c_2, \dots, c_p$ , el número de ternas (tríadas) distintas que contienen un elemento de cada conjunto es igual a  $mnp$ .

**EJEMPLO B.1** El experimento consiste en lanzar un par de dados y en observar los números de las caras superiores. Encuentre el número de puntos muestrales de  $S$ , el espacio muestral del experimento.

**SOLUCIÓN** Un punto muestral para este experimento se puede representar simbólicamente por un par ordenado de números que representan los resultados en el primero y segundo dados, respectivamente. Entonces  $(4,5)$  denotaría el evento que representa el resultado 4 en la cara superior del primer dado y el 5 en el segundo dado. El espacio muestral  $S$  consistiría en el conjunto de todos los posibles pares  $(x,y)$ , en donde  $x$  y  $y$  son ambos números enteros entre 1 y 6.

El primer dado puede mostrar uno de seis números, denotados por  $a_1, a_2, \dots, a_6$ . De la misma manera, el segundo dado puede caer de una de seis maneras y éstas corresponden a  $b_1, b_2, \dots, b_6$ . Entonces  $m = n = 6$  y el número total de puntos del espacio muestral en  $S$  es  $mn = (6)(6) = 36$ .

**EJEMPLO B.2** Considérese un experimento que consiste en anotar la fecha de cumpleaños para cada una de 20 personas seleccionadas al azar. Si se ignoran los años bisiestos y se supone que hay solamente 365 distintos cumpleaños posibles, encuentre el número de puntos en el espacio muestral  $S$  para este experimento. Si además se supone que cada conjunto de cumpleaños es equiprobable. ¿cuál es la probabilidad de que cada persona de los 20 tenga un diferente día de cumpleaños?

**SOLUCION** Numeramos los días del año 1, 2, ..., 365. Un punto muestral para este experimento se puede presentar por una sucesión ordenada de 20 números, donde el primer número denota el número del día en el cual cae el cumpleaños de la primera persona, el segundo número denota el número del día en el cual cae el cumpleaños de la segunda persona, y así sucesivamente. Estamos interesados en el número de 20-adas que se pueden formar, seleccionando un número que represente uno de los 365 días del año en cada uno de los 20 conjuntos. Los conjuntos son idénticos y cada uno contiene 365 elementos. Aplicaciones repetidas de la regla mn dan como resultado que hay  $(365)^{20}$  de dichas 20-adas. Entonces el espacio muestral  $S$  tiene  $N = (365)^{20}$  puntos muestrales. Aunque no sería factible listar todos los puntos muestrales,  $P(E_i) = 1/(365)^{20}$  para cada evento simple suponiendo que son equiprobables.

Si se denota como  $A$  el evento de que cada persona tiene un día de cumpleaños diferente, la probabilidad de  $A$  puede calcularse si se determina, el número de puntos muestrales en  $A$ . Un punto muestral estará en  $A$  si la 20-ada correspondiente no contiene dos números iguales. Entonces, el conjunto de números del cual se puede seleccionar el primer elemento de una 20-ada en  $A$  contiene 365 números, el conjunto del cual se puede seleccionar el segundo elemento contiene 364 números (todos los números posibles menos el que ya se seleccionó para el primer elemento), el conjunto del cual se puede seleccionar el tercer elemento contiene 363 números (todos menos los escogidos para los dos primeros elementos), ..., el conjunto del cual se puede seleccionar el vigésimo elemento contiene 346 elementos (todos los escogidos para los primeros 19 elementos). Una extensión de la regla mn nos da

$$n_a = (365) \times (364) \times \dots \times (346)$$

Finalmente, se puede determinar que

$$P(a) = \frac{n_a}{N} = \frac{365 \times 364 \times \dots \times 346}{(365)^{20}} = 0.5886$$

Obsérvese que para el Ejemplo A.2 el número de puntos muestrales en el espacio muestral es relativamente pequeño y que puede describirse fácilmente ese espacio muestral. En estos casos, la regla mn nos proporciona un método sencillo para verificar que los espacios muestrales tienen el número correcto de puntos. Al contrario, no es factible listar el espacio muestral del Ejemplo A.2, pero se puede utilizar la regla mn para calcular la probabilidad del evento bajo consideración.

Hemos visto que los puntos muestrales asociados con un experimento, muchas veces pueden representarse simbólicamente como una sucesión de números o símbolos. En algunos casos es obvio que la totalidad de puntos muestrales es el número de formas distintas en que se pueden arreglar los respectivos símbolos en una sucesión. El siguiente teorema puede utilizarse para determinar el número de arreglos ordenados que se pueden formar.

**DEFINICIÓN B.1** El arreglo ordenado de  $r$  objetos o elementos distintos se denomina permutación. El número de maneras en que se pueden ordenar  $n$  objetos distintos tomando  $r$  a la vez se denota por el símbolo  $P_r^n$ .

**TEOREMA B.2**

$$P_r^n = n(n-1)(n-2)\dots(n-r+1) = \frac{n!}{(n-r)!}$$

**EJEMPLO B.3** Para abrir una cerradura de combinación se requiere de la selección correcta de un conjunto de cuatro dígitos en sucesión. Los dígitos se fijan girando el tambor alternativamente en el sentido de las manecillas del reloj y en el sentido opuesto. Supóngase que no se utiliza un mismo dígito dos veces. Encuentra el número total de las posibles combinaciones.

**SOLUCION** El número total de combinaciones de la cerradura sería igual al número de maneras en las que pueden arreglarse  $r = 4$  de los 10 posibles dígitos. Entonces

$$P_4^{10} = \frac{10!}{6!} = (10) \cdot (9) \cdot (8) \cdot (7) = 5040$$

La siguiente regla del análisis combinatorio se puede utilizar para determinar el número de subconjuntos de tamaños diferentes que se pueden formar al hacer una partición de un conjunto de  $n$  objetos distintos.

**TEOREMA B.3** El número de formas en las que se pueden asignar  $n$  objetos distintos de  $k$  grupos diferentes que contienen  $n_1, n_2, \dots, n_k$  objetos respectivamente, es

$$N = \frac{n!}{n_1!n_2!\dots n_k!} \quad \text{en donde} \quad \sum_{i=1}^k n_i = n$$

El número de arreglos distintos de  $n$  objetos, suponiendo todos diferentes es  $P_n^n = n!$  (del Teorema A.2) Entonces  $P_n^n$  es igual al número de formas e que se pueden repartir los  $n$  objetos en  $k$  grupos (ignorando el orden dentro de los grupos) multiplicado por el número de formas de ordenar los  $n_1, n_2, \dots, n_k$  elementos dentro de cada grupo. La aplicación de la generalización de la regla  $mn$  nos da

$$P_n^n = (N) \cdot (n_1!n_2!\dots n_k!)$$

En donde  $n_i!$  Es el número de arreglos distintos de los  $n_i$  objetos en el grupo  $i$ . Despejando para  $N$ , se tiene.

$$N = \frac{n!}{(n_1!n_2!\dots n_k!)}$$



Usándose algunas veces la notación

$$\binom{n}{n_1!n_2!\dots n_k!} = \frac{n!}{(n_1!n_2!\dots n_k!)}$$

**EJEMPLO B.4** Un conflicto laboral ha surgido con respecto a una supuesta distribución desigual de 20 trabajadores en cuatro diferentes trabajos de construcción. El primer trabajo (considerado como una ocupación detestable) requería de seis trabajadores, el segundo, el tercero y el cuarto, utilizaban respectivamente 4, 5 y 5. La controversia surgió con respecto a una supuesta distribución aleatoria de los trabajadores en los trabajos que asignó a los 4 miembros de un grupo étnico en particular al trabajo 1. Un comité conciliatorio pidió conocer la probabilidad del evento observado para establecer si la asignación se hizo o no de manera injusta. Determine el número de puntos muestrales en el espacio muestral  $S$  para este experimento. Es decir, determine el número de formas en las que se pueden separar los 20 trabajadores en grupos de tamaño apropiado para realizar los trabajos. Encuentre la probabilidad del evento observado suponiendo que se asignaron los trabajadores aleatoriamente.

**SOLUCION** El número de formas de asignar los 20 trabajadores a los cuatro trabajos es igual al número de formas de separar los 20 en cuatro grupos de  $n_1 = 6$ ,  $n_2 = 4$ ,  $n_3 = n_4 = 5$ . Entonces

$$N = \frac{20!}{6!4!5!5!}$$

La asignación aleatoria de trabajadores a las diferentes tareas significa que los  $N$  puntos muestrales son equiprobables con una probabilidad de  $1/N$ . Sea  $A$  el evento considerado y  $n_a$  el número de puntos muestrales en  $A$ , la suma de las probabilidades de los puntos muestrales de  $A$  será  $P(A) = n_a(1/N) = n_a/N$ . El número de puntos muestrales en  $A$ ,  $n_a$ , es el número de formas de asignar los trabajadores a los cuatro trabajos, si se sabe que los cuatro de un grupo étnico específico realizan el trabajo 1. Entonces nos quedan 16 trabajadores que deben distribuirse aleatoriamente y

$$n_a = \frac{16!}{2!4!5!5!}$$

(quedan dos lugares para el trabajo 1). De aquí que

$$P(A) = \frac{n_a}{N} = 0.0031$$

Entonces, si los trabajadores fueron asignados aleatoriamente a los trabajos, la probabilidad de que los 4 miembros de un grupo étnico estén en el trabajo indeseable sería muy pequeño. Es razonable dudar de que la asignación de los trabajos fue hecha al azar.

En muchas situaciones los puntos muestrales se identifican por un arreglo de símbolos en los cuales el orden de los símbolos no es importante. Cada punto muestral se representa como un par de símbolos y el orden de los símbolos que identifica el punto muestral es irrelevante.

**DEFINICIÓN B.2** El número de combinaciones de  $n$  objetos tomados  $r$  a la vez, es el número de subconjuntos, cada uno de tamaño  $r$ , que se pueden formar a partir de los  $n$  objetos. Este número se denotará por  $C_r^n$  o  $\binom{n}{r}$

$$\binom{n}{r} = C_r^n = \frac{P_r^n}{r!} = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

**EJEMPLO B.5** Encuentre el número de formas de seleccionar dos aspirantes entre cinco y a partir de esto el número total de puntos muestrales en  $S$ .

**SOLUCION**

$$\binom{5}{2} = \frac{5!}{2!3!} = 10$$

**EJEMPLO B.6** Encuentre el número de formas de seleccionar exactamente uno de los dos mejores aspirantes mediante una selección de dos en cinco. Después encuentre la probabilidad de este evento.

**SOLUCION** Sea  $A$  el evento de que se escoge exactamente uno de los dos mejores y sea  $n_a$  el número de puntos muestrales en  $A$ . Entonces  $n_a$  es igual al número de formas de seleccionar uno de los dos mejores entre dos posibilidades (designe a este número como  $m$ ), multiplicado por el número de formas de seleccionar uno de los tres aspirantes menos preparados entre tres posibilidades (denote a este número como  $n$ ). Entonces  $m = \binom{2}{1}$ ,  $n = \binom{3}{1}$  y aplicando la regla  $mn$ ,

$$n_a = \binom{2}{1} \cdot \binom{3}{1} = \frac{2!}{1!1!} \cdot \frac{3!}{1!2!} = 6$$

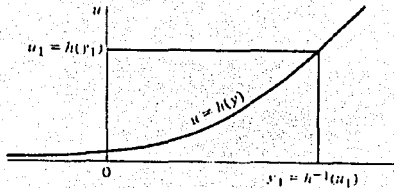
En el Ejemplo A.5 encontramos que el número total de puntos muestrales en  $S$  es igual a  $N = 10$ . Si cada selección es equiprobable,  $P(E_i) = 1/10$ ,  $i = 1, 2, \dots, 10$ , y

$$P(A) = \sum_{E_i \in A} P(E_i) = n_a \left( \frac{1}{10} \right) = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$$

### El método de las transformaciones

El método de las transformaciones para encontrar la distribución de probabilidad de una función de variables aleatorias es un caso especial del método de la función de distribución. Mediante el procedimiento de la función de distribución puede llegarse a un método sencillo para determinar la función de densidad de  $U=h(y)$ , siempre y cuando  $h(y)$  sea decreciente o creciente (monótona).

La gráfica de una función creciente  $h(y)$  se muestra en la siguiente figura.



Supóngase que  $h(y)$  es una función creciente de  $y$ , y además que  $U=h(y)$ , en donde  $Y$  tiene la función de densidad  $F_Y(y)$ . Vemos de la figura que el conjunto de puntos y tales que  $h(y) \leq u_1$  es exactamente igual al conjunto de puntos tales que  $y \leq h^{-1}(u_1)$ . Por lo tanto,

$$P(U \leq u) = P(Y \leq y) \text{ en donde } y = h^{-1}(u_1)$$

O bien

$$F_U(u) = F_Y(y) \text{ en donde } y = h^{-1}(u_1)$$

Al derivar con respecto a  $u$  se tiene

$$F_U(u) = \frac{dF_U(u)}{du} = \frac{dF_Y(y)}{du} = f_Y(y) \frac{dy}{du}$$

en donde  $y = h^{-1}(u_1)$ .

Para encontrar  $f_U(u)$ , exprese  $y$  en términos de  $u$ ; es decir, encuentre  $y = h^{-1}(u_1)$ , sustituya esta expresión en  $f_Y(y)$  y multiplique después esta cantidad por  $dy/du$ .

**EJEMPLO B.7** Realizar la demostración correspondiente al Ejemplo 2.6:

Demostrar que para la función de densidad de probabilidad

$$f_Y(y) = \left(\frac{1}{\theta}\right) e^{-\frac{y}{\theta}}$$

por el método de transformación, podemos ver que  $U=Y/\theta$  tiene la función de densidad exponencial dada por

$$f_U(u) = e^{-u}$$

Lo que se busca es que

$$F_U(u) = f_Y(y) \frac{dy}{du}$$

y dado que  $U=Y/\theta$  entonces  $Y=U\theta$

$$\text{por lo que } \frac{dy}{du} = \theta$$

siguiendo con el método hay que sustituir  $y = h^{-1}(u_1)$  que es  $u\theta$  en  $f_Y(y)$  y multiplicar después esta cantidad por  $dy/du$ .

Así,

$$f_Y(y) \frac{dy}{du} = \frac{1}{\theta} \cdot e^{-\frac{y}{\theta}} \cdot \theta = e^{-u}$$

Por lo tanto

$$f_Y(y) \frac{dy}{du} = e^{-u} = F_U(u)$$

## EL Coeficiente de Determinación ( $r^2$ )

Una vez que se realiza el Análisis de Regresión y se ha obtenido una ecuación la pregunta es: ¿qué tan bien se ajusta a los datos?

El coeficiente de regresión es una medida de la bondad de ajuste para una ecuación de regresión.

Retomemos el ejemplo de la sección de estimación por mínimos cuadrados para el modelo lineal simple de la página 51 donde estimamos los salarios iniciales de un grupo de estudiantes universitarios en función de sus calificaciones. Para el  $i$ -ésimo estudiante, la diferencia  $y_i - \bar{y}$  suministra una medida del error incurrido al usar  $\bar{y}$  (el promedio de salarios) para estimar el salario inicial de un estudiante. A la suma correspondiente de cuadrados, llamada *suma total de cuadrados*, se le representa por SST.

$$SST = \sum (y_i - \bar{y})^2$$

Para medir cuánto se desvían los valores de  $y$  (salarios estimados) medidos en la línea de regresión, de los valores de  $\bar{y}$  (el promedio de salarios), se calcula otra suma de cuadrados. A esa suma se le llama *suma de cuadrados debido a la regresión*, y se representa por SSR.

$$SSR = \sum (\hat{y}_i - \bar{y})^2$$

La ecuación obtenida por el análisis tendría un ajuste perfecto si cada valor de la variable dependiente  $y_i$  (salario inicial del estudiante) estuviera sobre la línea estimada de regresión. En este caso  $y_i - \hat{y}_i$ , serían cero para cada observación, dando como resultado que la relación (SSR/SST) debe ser igual a uno. En el ejemplo de la sección de Análisis de Regresión del capítulo II es claro que el ajuste de la ecuación resultante no es perfecto de acuerdo con la gráfica 2.9 pág. 57.

La relación SSR/SST, que asume valores entre cero y uno, se usa para evaluar la bondad de ajuste para la ecuación de regresión. A esta relación se le llama coeficiente de determinación, y se representa por  $r^2$ .

$$r^2 = \frac{SSR}{SST}$$

Si lo expresamos como porcentaje, se puede interpretar a  $r^2$  como el porcentaje de la suma total de cuadrados que se puede explicar aplicando la ecuación de regresión.

A modo de ejemplo calcularemos el  $r^2$  del ejemplo donde estimamos los salarios iniciales de un grupo de estudiantes universitarios en función de sus calificaciones del final del capítulo II.

Calificación Promedio	Salario	Salario Estimado	Suma Total de Cuadrados	Suma de Cuadrados debido a la Regresión	
$x_i$	$y_i$	$\hat{y}$	$\sum (y_i - \bar{y})^2$	$\sum (\hat{y}_i - \bar{y})^2$	
2.95	18.5	17.32	0.20	0.54	
3.20	20.00	19.35	3.79	1.68	
3.40	21.10	20.98	9.28	8.57	
3.60	22.40	22.60	18.89	20.67	
3.20	21.20	19.35	9.90	1.68	
2.85	15.00	16.51	9.32	2.38	
3.10	18.00	18.54	0.00	0.24	
2.85	18.80	16.51	0.56	2.38	
3.05	15.70	18.13	5.54	0.01	
2.70	14.40	15.29	13.35	7.64	
2.75	15.50	15.70	6.52	5.54	
3.10	17.20	18.54	0.73	0.24	
3.15	19.00	18.95	0.90	0.80	
2.95	17.20	17.32	0.73	0.54	
2.75	16.80	15.70	1.57	5.54	
Sumas	45.60	270.80	270.79	81.28	58.44

Promedio de los salarios o  $\bar{y}$  es igual a 18.05, de aquí resulta que:

$$r^2 = \frac{SSR}{SST} = \frac{58.44}{81.28} = 0.7190$$

En otras palabras, el 71.90% de la variación en los salarios se puede explicar con la relación lineal entre la calificación promedio del estudiante y su salario inicial.

**Bibliografía**

- **Estadística para Administración y Economía**  
**David R. Anderson**  
**Ed. Thomson Editores**
- **Futuros y Opciones Financieras**  
**Días Tinoco, Hernández Trillo**  
**Ed. Limusa**
- **Introducción al Mercado de Opciones**  
**Graciela de León Gómez**  
**Tesis ENEP Acatlán 1995**
- **Introducción al Análisis Estadístico**  
**Harnett Donald**  
**Ed. Addison Wesley Iberoamericana**
- **Introduction to Mathematical Statistics**  
**Hogg R.V. and Craig, A.T.**  
**Ed. New York Wiley**
- **Introducción a los mercados de Futuros y Opciones**  
**John C.Hull**  
**Ed. Prentice Hall**
- **Introduction to the Theory of Statistics**  
**Mood, A. M. Graybill, F.A.; and Boes, D.**  
**Ed. Mc Graw Hill**
- **El Mercado de Coberturas Cambiarias**  
**La Experiencia Reciente en México**  
**Muñoz de la Fuente Luis Joaquín**  
**Tesis ENEP Acatlán 1993**
- **Estadística**  
**Murray R. Spiegel**  
**Ed. Mc Graw Hill**
- **Options and the management of financial risk**  
**Phelim P. Boyle**  
**Society of Actuaries.**

- ✓ El Mercado de Valores  
Una opción de financiamiento e inversión  
**Reynaldo Hernández Bazaldúa**  
Ed. Privada
- ✓ Business Fluctuations  
**Robert Aaron Gordon**  
Ed. Harper & Brothers
- ✓ Investments  
**Sharrpe William**  
Ed. Prentice may
- ✓ Inversión contra Inflación  
**Timothy Heyman**  
Ed. Milenio
- ✓ Estadística Matemática con  
Aplicaciones  
**William Mendenhall**  
Ed. Iberoamérica
- ✓ Información relativa a los precios de las acciones  
**Página de Internet Banamex.com.mx**
- ✓ Boletines Estadísticos de la Comisión  
**Nacional Bancaria y de Valores**