

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA
DE MEXICO

FACULTAD DE CIENCIAS

EJERCICIOS Y TAREAS DE ALGEBRA Y
TEMAS AFINES

T E S I S
QUE PARA OBTENER EL TITULO DE:
M A T E M A T I C O
P R E S E N T A:
JOSE LUIS FLORES RODRIGUEZ

DIRECTOR DE TESIS M. EN C. ALEJANDRO BRAVO MOJICA



FACULTAD DE CIENCIAS
UNAM

TESIS CON
FALSA FE ORIGIN

2002

DIVISION DE ESTUDIOS PROFESIONALES



FACULTAD DE CIENCIAS
SECCION ESCOLAR



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.



M. EN C. ELENA DE OTEYZA DE OTEYZA

Jefa de la División de Estudios Profesionales de la
Facultad de Ciencias

Presente

Comunico a usted que hemos revisado el trabajo escrito: EJERCICIO Y TAREAS
DE ALGEBRA Y TEMAS AFINES.

realizado por JOSE LUIS FLORES RODRIGUEZ

con número de cuenta 7311406-8 , quién cubrió los créditos de la carrera de MATEMATICAS

Dicho trabajo cuenta con nuestro voto aprobatorio.

Atentamente

Director de Tesis Propietario M. en C. ALEJANDRO BRAVO MOJICA *ABM*

Propietario M. en C. AGUSTIN ONTIVEROS PINEDA *OP*

Propietario DR. FERNANDO BRAMBILA PAZ *FWB*

Suplente M. en C. ELENA DE OTEYZA DE OTEYZA *Ed Oteyza*

Suplente M. en C. EMMA LAM OSNAYA *Emma Lam O*

Consejo Departamental de MATEMATICAS



995
M. en C. JOSE ANTONIO GOMEZ ORTEGA
DE
MATEMATICAS

Dedico este trabajo :

A mis queridos padres : Lino y margarita

A mis hijos : José Luis , Mago, Mónica, Mariccla y Marissa

A mi esposa : Mary

A mis hermanas y hermanos : Mago, Jorge, Lino , Roberto , Ma. del Carmen , Angel O.

y en especial a mi compadre y hermano Rogelio.

PRESENTACIÓN

Todo profesor que imparte cualquier materia a nivel preparatoria sabe de las dificultades que representa llevar a cabo una evaluación continua de los alumnos, en especial si el docente trabaja con varios grupos y además numerosos.

En particular el profesor que imparte la materia de Matemáticas sabe que el tiempo del que dispone en cada clase no le es suficiente para ejercitar; lo indispensable, a los alumnos en cada uno de los temas que el programa oficial le marca.

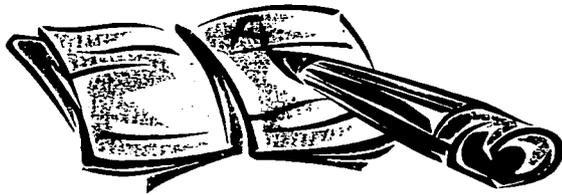
Este trabajo de ejercicios y tareas tiene el propósito de contribuir a mejorar el aprendizaje de las matemáticas y facilitar el trabajo del docente ya que provee de un gran número de ejercicios y tareas organizados de tal manera que permitan, tanto al maestro como al alumno, una revisión efectiva y ágil.

El material aquí presentado está acorde con los programas oficiales vigentes.

La experiencia nos indica que todo trabajo **debe** ser revisado para no generar desánimo, por ello recomiendo la resolución de los ejercicios y tareas variando las técnicas de resolución tanto individuales como grupales, y revisarlos a la brevedad posible.

MATEMÁTICAS IV

Ejercicios y Tareas de Álgebra y Temas Afines



A todos y a todas que han tenido dificultad para aprender Matemáticas.

CONTENIDO

PÁGINA

UNIDAD I. INTRODUCCIÓN AL ÁLGEBRA 7

TEMAS

- | | |
|---|----|
| 1) Conceptos básicos | 10 |
| 2) Lenguaje algebraico | 15 |
| 3) Operaciones fundamentales con expresiones algebraicas (suma) | 19 |
| 4) Resta de expresiones algebraicas | 23 |
| 5) Producto de expresiones algebraicas | 30 |
| 6) Cociente o división de expresiones algebraicas | 36 |
| 7) Teorema del residuo y del factor | 43 |
| 8) División sintética | 48 |

UNIDAD II. PRODUCTOS ESPECIALES 53

TEMAS

- | | |
|--|----|
| 1) Cuadrado de un binomio | 56 |
| 2) Producto de dos binomios conjugados | 59 |
| 3) Producto de dos binomios con un término común | 62 |
| 4) El cubo de un binomio | 66 |
| 5) Otros productos especiales | 70 |
| • Cuadrado de un polinomio | |
| • Producto de un binomio por un trinomio | |
| • Producto de dos binomios con términos semejantes | |

UNIDAD III. FACTORIZACION

76

TEMAS

1) Factor común	79
2) Agrupación de términos	83
3) Diferencia de cuadrados	88
4) Suma y diferencia de cubos	93
5) Trinomios cuadrados perfectos	97
6) Trinomios cuadrados no perfectos	103
7) Suma y diferencias de potencias iguales	107

UNIDAD IV. FRACCIONES

114

TEMAS

1) Simplificación de fracciones	117
2) Producto de fracciones	123
3) División de fracciones	126
4) Suma y resta de fracciones	130
5) Fracciones compuestas	133

UNIDAD V. TEORIA DE ECUACIONES

139

TEMAS

1) Propiedades de la igualdad y conceptos básicos	142
2) Ecuaciones lineales con una incógnita o variable (1er. Grado)	144
3) Ecuaciones fraccionarias	151
4) Ecuaciones irracionales	155
5) Aplicaciones	158
6) Sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas ó variables.	169
Conceptos básicos	
7) Método gráfico de solución de sistemas lineales con dos incógnitas ó variables	171
8) Resolución por sustitución	185
9) Resolución por igualación	194
10) Resolución por reducción (suma o resta)	205

11) Método de los determinantes (regla de cramer)	214
12) Aplicaciones	227
13) Sistemas de ecuaciones lineales con 3 o más variables	235
14) Ecuación de segundo grado con una incógnita ó variable.	250
Conceptos básicos	
15) Método gráfico de solución	254
16) Resolución por factorización	263
17) Resolución por el método de completar el trinomio cuadrado perfecto	270
18) Resolución por fórmula general	276

UNIDAD VI. DESIGUALDADES O INECUACIONES 284

TEMAS

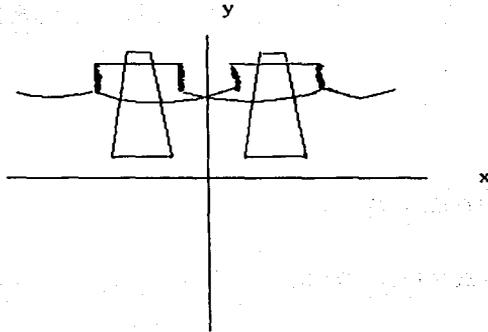
1) Desigualdades lineales con una incógnita o variable. Conceptos básicos	286
2) Desigualdades lineales con dos variables	298
3) Sistemas de desigualdades lineales con dos variables	306
BIBLIOGRAFIA	316

UNIDAD I

INTRODUCCIÓN AL ÁLGEBRA

TEMAS:

1. **CONCEPTOS BÁSICOS**
2. **LENGUAJE ALGEBRAICO**
3. **OPERACIONES FUNDAMENTALES CON EXPRESIONES ALGEBRAICAS: SUMA.**
4. **RESTA DE EXPRESIONES ALGEBRAICAS**
5. **PRODUCTO DE EXPRESIONES ALGEBRAICAS**
6. **COCIENTE O DIVISIÓN DE EXPRESIONES ALGEBRAICAS**
7. **TEOREMA DEL RESIDUO Y DEL FACTOR**
8. **DIVISIÓN SINTETICA**



1) Una ecuación de la forma $y = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$ aparece mucho en matemáticas aplicadas e

ingeniería, donde recibe el nombre de coseno hiperbólico, sirve para describir la forma de una cadena o cable flexible uniforme cuyos extremos están sostenidos a la misma altura, como las líneas telefónicas o de energía eléctrica. Resolver una ecuación como la anterior requiere de varios métodos algebraicos básicos.

2) Una empresa fabrica grabadoras cuyo precio de venta es de \$ 120. Si x representa la cantidad de grabadoras producidas, entonces el ingreso está dado por $I(x) = 120x$. Los costos fijos mensuales son de \$ 12,000 y costos variables son de \$ 53.50 por cada grabadora fabricada, entonces la función costo es $C(x) = 53.50x + 12,000$. ¿ Cuántas grabadoras debe de vender la empresa para que sus ingresos sean iguales a sus costos?

$$X = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$ax + by + c = 0$$



$$ax + b = 0$$

$$x^{2n+1} - 1 = 0$$



$$x^5 + a = 0$$

$$G = \text{Grupo}$$

$$z^n = 1$$

Cinco nombres son imborrables de la historia de las matemáticas y específicamente de la historia del álgebra: Diofanto, Griego (325-409 D.C) quién dio la primera teoría clara sobre ecuaciones de primer grado y ofreció la fórmula para las ecuaciones de segundo grado.

Al – Khwarizmi, Hindú (mediados del siglo IX) pronunciado algorismi’ de donde se derivaron las palabras “guarismo” y “algoritmo”. En uno de sus libros Al-jabr wa ‘muqābala, aparece la palabra “al-jabr” de la que se deriva la palabra “álgebra”, “Al-jabr” significa “restauración del equilibrio mediante la transposición de términos de una ecuación
“muqābala” significa simplificación.

Niels H. Abel, Noruego (1802-1829) fue uno de los mas grandes algebraistas del siglo XIX. Llevó acabo la demostración de la imposibilidad de la resolución de las ecuaciones de quinto grado.

Evariste Galois, Francés (1811-1832) precoz matemático quién destacó profundamente en el álgebra, al igual que Abel demostró la no solubilidad de la ecuación de quinto grado, Galois muere en un ridículo duelo por lios de “faldas” a la edad de 21 años. La noche anterior al duelo, escribió algunas cartas y unas sesenta páginas de matemáticas. En ellas escribió su teoría de grupos abstractos, fundando así el álgebra abstracta moderna que tendría ocupadas a varias generaciones de matemáticos y físicos.

Finalmente Carl Friederich Gauss, Alemán (1777-1855) “ El príncipe de las matemáticas” demostró primero el llamado “Teorema fundamental del álgebra”:

Toda ecuación racional entera $f(x) = 0$ admite al menos una raíz real ó compleja.

TEMA 1

CONCEPTOS BÁSICOS

EJERCICIO _____

CALIFICACIÓN

I. Anota en cada espacio la letra que represente la opción correcta.

1. Las letras que empleamos en una expresión algebraica se llaman _____.

- a) Variables b) Constantes c) Datos d) Relaciones e) Ninguna

2. Todos son términos o monomios excepto _____.

- a) $7a^2b^3$ b) $\frac{2a^3}{5y}$ c) $-2x^6$ d) $\sqrt{x^3y^3}$ e) $6a^2+3y^3$

3. Todos son monomios excepto _____.

- a) $3x^2y^5$ b) $5xyz^2w$ c) $\sqrt[3]{5x^2b^5}$ d) $\frac{3x^2}{wy^3}$ e) a^2-b^3

4. Es una expresión algebraica llamada binomio _____.

- a) ab^2 b) $a+b^2$ c) $2+a+b^2$ d) $\frac{2+a+6^2}{3}$

5. Es un trinomio _____.

- a) abc b) $\frac{a^2b^3}{z}$ c) $\frac{a+b^2+x}{2}$ d) $2x^2y+4z^3$ e) $3x^2y^3+2x^2-7xy$

6. Todos son polinomios excepto _____.

- a) $2a+3b^2$ b) $2x^3+6x^2y-7xy$ c) $a^3+b^2-\frac{2xy}{z}+2ab$ d) $-7x^2y^3zw^4$ e) $2+x$

7. En la expresión $5x^3y^2z$, x^3 es coeficiente de _____.

- a) $5y^2$ b) 5 c) 5z d) $5y^2z$ e) y^2

8. El coeficiente numérico de $-3a^2b^3c$ es _____.
- a) 1 b) 3 c) -3 d) 0 e) $-3a^2$
9. Todos son términos semejantes de $-5x^2y$ excepto _____.
- a) x^2y^2 b) $\frac{1}{2}x^2y$ c) x^2y d) $\frac{3}{4}x^2y$ e) $-\sqrt{2}x^2y$
10. El grado del término o monomio $4x^3y^2z$ es _____.
- a) 3 b) 2 c) 1 d) 6 e) 4
11. El grado del polinomio $8x^3y^4-4xz^6w+2x^3+7$ es _____.
- a) 7 b) 8 c) 3 d) 6 e) 1

II. Indica con una cruz la (s) categoría (s) a que pertenece cada expresión.

	Término o monomio	Binomio	Trinomio	Polinomio
1. a^3+2b^3z				
2. $2x^3+3x^2+5$				
3. $\frac{-5x^2y}{zw^3}$				
4. $a+1$				
5. $\frac{2x+3}{y+5}$				
6. $\sqrt{x^3+y^3+z^3}$				

7. $\sqrt{a} + b\sqrt{c}$				
8. $x^3 + y^2 + y^6 - 2xyz$				

III. Relaciona las columnas correctamente escribiendo en el paréntesis la letra que corresponda.

Polinomio	Respuesta	Grado
1. $2a^2b + 4xyz^4$	()	a) 7
2. $x^2 + 5x^7 - 8$	()	b) 6
3. $y^3 - 3y^2 + 4y - 2$	()	c) 4
4. $x^5 - 10^7$	()	d) 3
5. $xz^3 + 3x^2z^2 - 4x^3z + x^4$	()	e) 2
		f) 5

TAREA

CALIFICACIÓN

I. Clasifica las expresiones algebraicas siguientes según las categorías: Término o Monomio, Binomio, Trinomio, Polinomio. (Puede haber dos opciones para un ejercicio)

1. $3x^2y^3z^4w^5$	_____
2. $a^5+x^2y^3$	_____
3. $2x^3+5x-3$	_____
4. $\frac{5x^3y}{z^2w}$	_____
5. $\sqrt[3]{a+b+c}$	_____
6. $\frac{2x+5}{y-3}$	_____
7. $a^2+b^2-2ab\cos(\theta)$	_____
8. $\sqrt{a} + \sqrt{b}$	_____

II. Relaciona las columnas correctamente siendo $x = -1$, $y = 3$, $z = 2$, $a = 1/2$, $b = -2/3$

Expresión	Respuesta	Resultado del valor numérico
1. $4x^3y^2-3xyz^2$	()	a) 7
2. $(x-y)(y-z)(z-x)$	()	b) -24
3. $\frac{xy^2-3z}{a+b}$	()	c) -8
4. $\frac{(x-y)^2+2z}{ax+by}$	()	d) 0
5. $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}$	()	e) 90
6. $\frac{(x-1)(y-1)(z-1)}{(a-1)(b-1)}$	()	f) -12
		g) $-1/6$

III. Calcula el valor numérico de cada expresión y compara tus resultados para $x = -1$, $y = 3$, $z = 2$, $a = 1/2$, $b = -2/3$.

1. $\frac{z(x+y)}{8a^2} - \frac{3ab}{y-x+1} =$

(Sol. $11/5$)

2. $\frac{1}{x} - \frac{1}{y} - \frac{1}{z} =$

(Sol. $-11/6$)

3. $9ab^2 + 6ab - 4a^2 =$

(Sol. -1)

4. $\frac{(x+1)(y+1)(z+1)}{(a+1)(b+1)} =$

(Sol. 0)

5. $\frac{(x+y)(y+z)(z+x)}{a+b} =$

(Sol. -60)

6. $2xy^2 - 3az - 2ab =$

(Sol. $-61/3$)

TEMA 2**LENGUAJE ALGEBRAICO****EJERCICIO****CALIFICACIÓN****I) Anota en el espacio de la izquierda la letra de la opción correcta.**

1. Símbolo que se lee menor ó igual:

- a) $>$
b) \geq
c) \leq
d) $<$
e) \neq

2. Representa el cuádruple de un número:

- a) $\frac{x}{4}$
b) x^4
c) $4x$
d) $4+x$
e) Ninguna

3. Es la semisuma de dos números:

- a) $2(x+y)$
b) $(x+y)^2$
c) $(x+y)+\frac{1}{2}$
d) $\frac{x+y}{2}$
e) Ninguna

4. Representa la suma de tres enteros consecutivos:

- a) $n+m+n$
b) $x+y+z$
c) $(x+1)(x+2)(x+3)$
d) Ninguna
e) $n+(n+1)+(n+2)$

5. Es el triple de un número disminuido en cinco unidades:

- a) $3n-5$
- b) n^2-5
- c) $\frac{1}{3}n-5$
- d) $3+n-5$
- e) Ninguno

6. La expresión algebraica $3x+b^2 \geq 7$ se puede expresar con la oración:

- a) Tres mas un número aumentado en el doble de otro es mayor que 7.
- b) El triple de un número mas el cuadrado de otro número es menor que 7.
- c) El triple de un número y el cuadrado de otro es menor o igual que 7.
- d) El triple de un número mas el cuadrado de otro exceden a 7.
- e) Ninguno.

7. La oración que se puede representar con la expresión $4x-7 = 2$:

- a) Cuatro veces un número y siete es dos.
- b) A cuatro le quitamos siete nos quedan dos.
- c) El cuádruple de un número disminuido en siete es dos.
- d) La diferencia entre cuatro y siete es dos.
- e) Ninguno.

8. Expresión que corresponde a el quintuple de un número:

- a) x^5
- b) $5x$
- c) $x+5$
- d) $\frac{1}{5}x$
- e) Ninguno

II. Relaciona las columnas anotando en el paréntesis la letra que corresponda correctamente.

Expresión verbal	Respuesta	Expresión algebraica
1. El promedio de dos números	()	a) $x+y \geq 7$
2. El 10% de un número sumado a ese número	()	b) $2y^2+y-3 \leq 0$
3. El área de un triángulo cuya altura es $\frac{1}{3}$ de la longitud de su base	()	c) $2 < a-b < 7$
4. El volumen de una caja rectangular de dimensiones $x, 2x, 3x$	()	d) $n+(n+2) = 168$
5. El volumen de una caja de base cuadrada de longitud x y altura de 10	()	e) $V = 10x^3$
6. La suma de dos números impares consecutivos es 168	()	f) $V = (x)(2x)(3x) = 6x^3$
7. La suma de tres números pares consecutivos es 180	()	g) $0 \cdot x + x$
8. La suma de dos números no es menor que 7	()	h) $a = \frac{x(\frac{1}{3}x)}{2} = \frac{x^2}{6}$
9. La semidiferencia de dos números está entre dos y siete	()	i) $\frac{m+n}{2}$
10. El doble del cuadrado de un número mas ese número menos 3 no excede a 0	()	j) $V = 10x^2$
		k) $n+(n+2) + (n+4) = 180$

I. Anota en el espacio la expresión algebraica que representa la oración.

1. El producto de dos números menos el cociente no excede a 5 _____.
2. El triple de un número mas su cubo resulta negativo _____.
3. La suma del cuádruple de un número y su cuadrado se encuentra entre cero y uno _____.
4. El promedio de cinco números es 8 _____.
5. La tercera parte de un número y su cubo es 27 _____.
6. El perímetro es el doble de su largo mas el triple de su ancho _____.
7. Un número menos 6 es positivo _____.
8. El cubo de la diferencia de dos números es menor que dos _____.
9. La diferencia de los cubos de dos números es 8 _____.
10. El doble producto de dos números disminuido en diez es 7 _____.

TEMA 3 OPERACIONES FUNDAMENTALES CON EXPRESIONES ALGEBRAICAS

SUMA

EJERCICIO

CALIFICACIÓN

I. Anota dentro del recuadro la letra que representa la respuesta correcta.

1. ¿Cuál de los siguientes términos es semejante a (x^2+b) ?

- a) $2x^2b$
- b) $(x+b)$
- c) $\frac{3}{4}(x^2+b)$
- d) $-2(x+b^2)$
- e) $-\frac{7x^2}{b}$

2. ¿Qué polinomio se ha ordenado en forma decreciente?

- a) $2y^3-3y+y^2+3$
- b) $-3y+2y^3+y^5+3$
- c) $y^2-3y+2y^3+3$
- d) y^3+2y^3-3y+3
- e) Ninguno

3. ¿Cuál es el resultado de la suma $(7x^2y+3xy^2+2x^2y-xy^2)$?

- a) $10x^2y+x^2y$
- b) $5xy^2+6xy^2$
- c) $11x^2y$
- d) $9x^2y+2xy^2$
- e) $11xy^2$

4. La suma de $(5x^3-7x^2-3)$ y (x^3+2x^2-x+8) es:

- a) $4x^3+3x^2-7x+2$
- b) $4x^4+3x^2-7x+2$
- c) $4x^4+3x^2+7x+2$
- d) $4x^4+3x^2-7x-2$
- e) Ninguno

5. La suma de $3x^2y$ con $2xy^2$ es:

- a) $6x^2y$
- b) $5x^2y$
- c) $5xy^2$
- d) $3x^2y+2xy^2$
- e) Ninguno

II. Relaciona las columnas anotando en el paréntesis el inciso correcto.

Operaciones	Respuestas	Resultados
1. $(x^2+y^2-z^2+2xy-2yz) + (y^2+z^2-x^2+2yz-2xz)$	()	a) $2xz-2xy+1$
2. $(y^2+z^2-x^2+2yz-2xz) + (z^2+x^2-y^2+2xz-2xy)$	()	b) $2x^3+4x^2+10x-7$
3. $(z^2+x^2-y^2+2xz-2xy) + (1-x^2-y^2-z^2)$	()	c) $2y^2+2xy-2xz$
4. $(x^2+y^2-z^2+2xy-2yz) + (1-x^2-y^2-z^2)$	()	d) $2xz+2xy+1$
5. $(2x^3-3x^2+7x-5) + (-2+3x+7x^2)$	()	e) $2z^2+2yz-2xy$
6. $(-7x^2yz^3) + (6x^2yz^3)$	()	f) $2xy-2yz-2z^2+1$
		g) $-x^2yz^3$

III. Indicar si la igualdad es falsa (F) ó verdadera (V) de acuerdo al resultado.

1) _____ $(2a^4+b^2-a+b) + (3b^2+a-a^3) + (a-2b+a^2-4b^4) = 6a^2+a-b$
2) _____ $(a^2-ab+2bc+3c^2) + (2ab+b^2-3bc-4c^2) = a^2+ab-bc-c^2$
3) _____ $(ab-4bc+c^2-a^2) + (a^2+2c^2+5bc-2ab) = bc+ab+3c^2$
4) _____ $(2a^2bc-2acb^2+5c^2ab) + (4b^2ac+4bca^2-7ac^2b) = 6a^2bc+2ab^2c-2abc^2$
5) _____ $(4abc^2-3a^2bc-3ab^2c) + (b^2ac-abc^2-3a^2bc) = 3abc^2-6a^2bc-2ab^2c$
6) _____ $3\frac{(2x-3)}{y-2} + [2\frac{(2x-3)}{y-2}] = 5\frac{(2x-3)}{y-2}$

I. Relaciona las columnas correctamente escribiendo en el paréntesis la letra que corresponda.

Operaciones	Respuesta	Resultado
1. $(3ab-2bc+4ca) + (3ca+bc-2ab)$	()	a) $7a^2+2b^2-4a+1$ b) $-9a+4b$
2. $(4a^2+3b^2-6a+4b-2) + (2a-b^2+3a^2-4b+3)$	()	c) a^3+4a^2b
3. $(a^3-3a^2b+4ab^2-a^3) + (2b^3+3b^2a-2ab^2-3b^3)$	()	d) $5ab^2-a^2b+b^3$ e) $5ab^2-3a^2b-b^3$
4. $(-6a+2b-5) + (-3a+2b+5)$	()	f) $ab-bc+7ac$
5. $(a^3+a^2b+ab^3) + (3a^2b-ab^2)$	()	g) $-5x^2yz^3$
6. $(-3x^2yz^3) + (-2x^2yz^3)$	()	

II. Efectúa las siguientes sumas y compara tus respuestas.

1. $(5x^3-7x^2-3) + (x^3+2x^2-x+8) =$

(Sol. $6x^3-5x^2-x+5$)

2. $(7ab-5ac-3bc) + (2bc-3ab+5ac) + (10ab-7ac+3bc) =$

(Sol. $4ab-7ac+2bc$)

3. $(2y+3z) + (5y-6z) + (-4y-z) =$

(Sol. $3y+4z$)

4. $(a^2-ab+2bc+3c^2) + (2ab+b^2-3bc-4c^2) + (ab-4bc+c^2-a^2) + (a^2+2c^2+5bc-2ab) =$

(Sol. $a^2+b^2+2c^2$)

5. $(2x^2yz-2xzy^2+5z^2xy) + (4y^2xz+4yzx^2-7xz^2y) + (4xyz^2-3x^2yz-3xy^2z) + (y^2xz-xyz^2-3x^2yz) =$

(Sol. xyz^2)

6. $\left(\frac{a^2+1ab}{2}\right) + \left(\frac{-1ab+1b^2}{4 \quad 2}\right) + \left(\frac{-1ab-1b^2}{4 \quad 5}\right) =$

(Sol. $a^2 + \frac{3}{4}b^2$)

10

TEMA 4

RESTA O DIFERENCIA

EJERCICIO

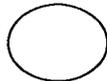
CALIFICACIÓN



I. Escribe en el círculo de la derecha el inciso que corresponda a la opción correcta.

1. ¿Cuál es una expresión equivalente a $3x^3y^2 - (-2x^2y^3)$?

- a) $-3x^3y^2 + 2x^2y^3$
- b) $3x^3y^2 + 2x^2y^3$
- c) $3x^3y^2 - 2x^2y^3$
- d) $-3x^3y^2 - 2x^2y^3$
- e) Ninguna



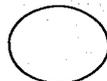
2. El resultado de la sustracción $7x^2z^3 - 10x^2z^3$ es:

- a) $-7x^2z^3$
- b) $3x^2z^3$
- c) $17x^2z^3$
- d) $-3x^2z^3$
- e) Ninguna



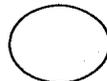
3. Al hacer la resta $(5x^3y^2 - 3x^3y)$ obtenemos:

- a) $2x^3y^2$
- b) $5x^3y^2 - 3x^3y$
- c) $2x^3y^2$
- d) $2xy$
- e) Ninguna



4. Al suprimir un símbolo de agrupación precedido por un signo menos, todos los términos dentro del símbolo:

- a) No altera su signo
- b) Cambia su signo
- c) Todos sus signos son negativos
- d) Todos sus signos son positivos
- e) Ninguna



5. El resultado de la sustracción $(4x^2 + 3y^2 - 6x + 4y - 2) - (2x - y^2 + 3x^2 - 4y + 3)$ es:

- a) $x^2 + 4y^2 - 8x + 8y - 5$
- b) $x^2 + 4y^2 - 8x - 5$
- c) $7x^2 + 4y^2 - 8x + 8y - 5$
- d) $x^2 + 2y^2 - 8x + 8y - 5$
- e) Ninguna



II. Indicar si la igualdad es falsa (F) o verdadera (V) de acuerdo al resultado.

1. $-6xy^2z - (-3xy^2z) = 3xy^2z$ _____

2. $(x^2+y^2-z^2-2xz-2yz) - (y^2+z^2-x^2+2yz-2xz) = 2x^2-2z^2-4yz$ _____

3. $(2x^2+y^2-x+y) - (x-2y+x^2-4y^2) = (x^2+5y^2-2x+3y)$ _____

4. $(3xy-2yz+4zx) - (3zx+yz-2xy) = 5xy-3yz+xz$ _____

5. $(2x^2+xy-y^2) - (3x^2-2xy+2y^2) = 3xy-x^2+y^2$ _____

6. $\left(\frac{3x^3-3xy^2-1y^3}{4 \quad 5 \quad 25}\right) - \left(\frac{x^3+3x^2y-2xy^2}{16 \quad 5}\right) = -\frac{1}{4}x^3 - \frac{1}{5}xy^2 + \frac{3}{16}x^2y$ _____

I. Relaciona las columnas escribiendo en el paréntesis la letra que corresponda a la respuesta correcta.

Operación	Respuesta	Resultado
1. $(-7a^2bc) - (-9a^2bc)$	()	a) $5abc^2 - 4ab^2c$
2. $(a^2 - ab + 2bc + 3c^2) - (2ab + b^2 - 3bc - 4c^2)$	()	b) $2x^3 - 10x^2 + 4x - 3$
3. $(ab - 4bc + c^2 - a^2) - (a^2 + 2c^2 + 5bc - 2ab)$	()	c) $\frac{1}{2}x^3 - \frac{14}{15}xy^2 - \frac{1}{6}ly^3$
4. $(4abc^2 - 3a^2bc - 3ab^2c) - (b^2ac - abc^2 - 3a^2bc)$	()	d) $a^2 - 3ab + 5bc + 7c^2 - b^2$
5. $(2x^3 - 3x^2 + 7x - 5) - (-2 + 3x + 7x^2)$	()	e) $2a^2bc$
6. $(3xy^2z - x^2yz + 4xyz^2) - (-4xy^2z - x^2yz + 3xyz^2)$	()	f) $\frac{1}{2}x^3 + \frac{14}{15}xy^2 - \frac{1}{6}ly^3$
7. $(\frac{3}{4}x^3 + \frac{3}{5}xy^2 - \frac{1}{2}ly^3) - (\frac{1}{4}x^3 + \frac{1}{3}xy^2 - \frac{1}{3}ly^3)$	()	g) $3ab - 9bc - c^2 - 2a^2$
		h) $7xy^2z + xyz^2$

II. Efectúa las siguientes sustracciones y compara tus resultados.

1. $(7ab - 5ac - 3bc) - (2bc - 3ab - 5ac) =$

(Sol. $10ab - 5bc$)

$$2. (x^3+2x^2-x+8) - (5x^3-7x^2-3) =$$

$$\text{(Sol. } -4x^3+9x^2-x+11\text{)}$$

$$3. \frac{(-3xy^2z^3)}{7} - \frac{(-1xy^2z^3)}{2} =$$

$$\text{(Sol. } \frac{1}{14}xy^2z^3\text{)}$$

$$4. (x^2+y^2-z^2+2xy-2yz) - (-x^2+y^2+\frac{1}{2}z^2+3xy-2yz) =$$

$$\text{(Sol. } 2x^2-3z^2-xy\text{)}$$

$$5. \frac{(-1ab+1b^2)}{4} - \frac{(-1ab-1b^2-1)}{4} =$$

$$\text{(Sol. } \frac{7}{10}b^2+\frac{1}{2}\text{)}$$

$$6. (2ab+b^2-3bc-4c^2) - (ab-4bc+3c^2+2b^2) =$$

$$\text{(Sol. } ab-b^2+bc-7c^2\text{)}$$

1. Escribe en el espacio de la izquierda el inciso que corresponda a la opción correcta.

1. Todos los siguientes se usan como símbolos de agrupación:

- a) ()
 b) []
 c) { }
 d) $\overline{\quad}$
 e) $\underline{\quad}$

2. Si se suprime un símbolo de agrupación precedido de un signo negativo, los términos comprendidos.

- a) Conservan su signo
 b) Todos son positivos
 c) Todos son negativos
 d) Cambian su signo

3. Al suprimir los símbolos de agrupación de la expresión: $3a+{-5x-[-a+{9x-(a+x)}]}$ el resultado es:

- a) $5a-13x$
 b) $5a+13x$
 c) $-5a+13x$
 d) $-5a-13x$
 e) Ninguno

4. Al simplificar la expresión: $2a+[a-(a+b)]$

- a) $2a+b$
 b) $2a-b$
 c) $-2a-b$
 d) $-2a+b$
 e) Ninguno

5. Al simplificar la expresión: $4x^2+[-(x^2-xy)+(-3y^2+2xy)-(-3x^2+y^2)]$ el resultado es:

- a) $6x^2-3xy-4y^2$
 b) $6x^2+3xy+4y^2$
 c) $6x^2+3xy-4y^2$
 d) $6x^2-3xy+4y^2$
 e) Ninguno

I. Relaciona las columnas anotando en el paréntesis el inciso que corresponda al resultado correcto.

Expresión con símbolos de agrupación.	Respuesta	Resultados
1. $a + \{(-2a+b)(-a+b-c)+a\}$	()	a) b
2. $-[x + \{-(x+y) - [-x + (y-z)(-x+y)] - y\}]$	()	b) $a-2b$
3. $2a - (-4a+b) - \{-[-4a+(b-a)(-b+a)]\}$	()	c) $a+c$
4. $2x + [-5x - (-2y + \{-x+y\})]$	()	d) $y+2x$
5. $-(a+b) + [-3a+b - \{-2a+b(a-b)\}] + 2a$	()	e) $y-2x$
		f) $2y-z$

II. Suprime los símbolos de agrupación para simplificar y compara tus resultados.

1. $-[-3a - \{b + [-a + (2a-b)(-a+b)] + 3b\}] + 4a$

(Sol. $a+2b$)

2. $4x^2 - \{3x^2 - 2[y - 3(x^2 - y)] + 4\}$

(Sol. $-5x^2 + 8y - 4$)

3. $8y - \{-7x - [(3y - 7x) - (2y - 8x)] + 5x\}$

(Sol. $3x + 9y$)

4. $3x^2 - \{3x^2 - xy - [5(x^2 - xy) - 3(x^2 - y^2)] + 4xy\} - 3y^2$

(Sol. $2x^2 - 8xy$)

5. $7m^2 - \{-[m^2 + 3n - (5 - n) - (-3 + m^2)]\} - (2n + 3)$

(Sol. $7m^2 + 2n - 5$)

6. $-[-3x + (-x - 2y - 3)] + \{-(-2x + y) + (-x - 3) + 2 - x + y\}$

(Sol. -4)

TEMA 5**PRODUCTO O MULTIPLICACIÓN****EJERCICIO****CALIFICACIÓN**

1. En cada caso elige la letra correcta.

1. Operación que se debe de efectuar con los exponentes al multiplicar $a^5 a^2$

- a) Sumar
- b) Restar
- c) Multiplicar
- d) Dividir

2. La operación que se debe de efectuar con los exponentes en la operación $(x^2)^5$

- a) Sumar
- b) Restar
- c) Multiplicar
- d) Dividir

3. La operación que se debe efectuar con los exponentes en la división $\frac{x^8}{x^3}$

- a) Sumar
- b) Restar
- c) Multiplicar
- d) Dividir

4. El resultado de la multiplicación $(x+y)^2(x+y)^3(x+y)$ es:

- a) $(x+y)^6$
- b) $(x+y)$
- c) $(x+y)^5$
- d) $(x+y)^7$
- e) Ninguna

5. El resultado de la división $\frac{(2x-y)^7}{(2x-y)^4}$ es:

- a) $(2x-y)^3$
- b) $(2x-y)^{11}$
- c) $(2x-y)$
- d) $(2x-y)^{-3}$
- e) Ninguna

6. El resultado de la potencia $(3xy^3)^2$ es:

- a) $3xy^6$
- b) $3xy^3$
- c) $9xy^6$
- d) $9x^2y^6$
- e) $-9x^2y^3$

7. El resultado de la potencia $(x+7)^0$, $x \neq -7$ es:

- a) Cero
- b) $(x+7)$
- c) 1
- d) $\frac{1}{x+7}$
- d) Ninguna

8. El resultado de la potencia $(2x^2)^{-2}$

- a) $-4x^2$
- b) $-4x^{-4}$
- c) $\frac{1}{4x^4}$
- c) $4x^4$
- d) Ninguna

II. Relaciona las columnas anotando en cada paréntesis la letra correspondiente.

Propiedad	Respuesta	Resultado
1. $a^m a^n$	()	a) 1 i) a^{m+n}
2. a^m / a^n	()	b) $a^m b^m$
3. a^{-n} , $a \neq 0$	()	c) a^{mn}
4. a^0 , $a \neq 0$	()	d) $(a/b)^n = b^n / a^n$
5. $(ab)^m$	()	e) a^{m-n}
6. $(a^m)^n$	()	f) $a^{m/n}$
7. $(a/b)^m$	()	g) $1/a^n$
8. $(a/b)^{-n}$	()	h) a^n / b^m

III. En cada caso indica si la igualdad es falsa (F) o verdadera (V) de acuerdo al resultado.

1. $7^2 \cdot 7^4 = 7^8$ _____	6. $(3^2)^6 = 3^8$ _____
2. $8^2 \cdot 8^3 = 64^5$ _____	7. $(-5)^0 = -1$ _____
3. $7^2 \cdot 7^4 = 7^6$ _____	8. $(-5)^0 = 1$ _____
4. $6^6 / 6^2 = 1^4$ _____	9. $2^{-3} = -1/2^3$ _____
5. $(3^2)^6 = 3^{12}$ _____	10. $2^{-3} = 1/2^3$ _____

IV. Relaciona las columnas escribiendo en el paréntesis el inciso correspondiente.

Operación	Respuesta	Resultado
1. $(-2x^3y)^2 (-3x^2y^2)^3$	()	a) $-8a^3b^8$
2. $(-2a^2b^0)^4 (-3a^0b^3)$	()	b) $24x^6y^7$
3. $(-2ab^3)(4a^2b^5)$	()	c) $4/xy$
4. $(-3x^2y)(4xy^2)(-2x^3y^4)$	()	d) $-48a^8b^3$
5. $(8x^4y^3)(1/2x^{-5}y^2)$	()	e) $108x^{12}y^8$
		f) $-108x^{12}y^8$

V. Determina si la igualdad es falsa (F) o verdadera (V) de acuerdo al resultado.

1. $(x^2yz^3)(-2xz^2)(x^3y^2) = -2x^6z^5/y$	<input type="text"/>
2. $(1/3x^4y^{-3})^2 = 9x^8y^6$	<input type="text"/>
3. $(2x^2y^{-5})(6x^{-3}y)(1/3x^{-1}y^3) = 4/x^2y$	<input type="text"/>
4. $(-6x^{7/5})(2x^{8/5}) = -12x^3$	<input type="text"/>

$$5. (z+2)^{-3}(z+2)^{-1} = (z+2)^{-4} = 1/(z+2)^4$$

$$6. [(x^2y^{-2})^{-1}](5x^2y^4z^6)(5x^2y^4z^6)^{-3} = y^4/25x^6z^{12}$$

VI. Relaciona las columnas anotando en el paréntesis la letra que corresponda.

Operación	Respuesta	Resultado
1. $3x^2y^3(2x^3y-5x^2y^2+6xy^3)$	()	a) $-2x^5y^5+19x^3b^7$
2. $(x^2-3xy+y^2)(4xy^2)$	()	b) x^3+27
3. $(2x^3y^2-4x^2y^3+7xy^4)3x^2y^3-2xy^4(4x^4y-6x^3y^2+x^2y^3)$	()	c) x^5-y^5
4. $(x^2-3x+9)(x+3)$	()	d) $6x^5y^4-15x^4y^5+18x^3y^6$
5. $(x-y)(x^4+x^3y+x^2y^2+xy^3+y^4)$	()	e) (x^5+y^5)
		f) $4x^3y^2-12x^2y^3+4xy^4$

VII. Cruza de acuerdo al resultado si la igualdad es falsa o verdadera.

1. $(3x^3-4y^3-6x^2y+2xy^2)(2xy-5x^2+3y^2) = -15x^5+36x^4y-13x^3y^2+6x^2y^3-2xy^4-12y^5$	F	V
2. $(2a+3b)(5a-7b) = 10a^2+ab-21b^2$	F	V
3. $(2x^2+xy-3y^2)(x^2-3xy+y^2) = 2x^4-5x^3y-4x^2y^2+10xy^3-3y^4$	F	V
4. $(2x^2-3x-4)(3x^2-4x) = 6x^4-17x^3+16x$	F	V
5. $(x-y)(x^5+x^4y+x^3y^2+x^2y^3+xy^4+y^5) = x^6-y^6$	F	V
6. $(x+y)(x^4-x^3y+x^2y^2-xy^3+y^4) = x^5+y^5$	F	V
7. $(2x+y-z)(2x-z+y) = 4x^2+y^2+z^2+4xy+4xz-2yz$	F	V

I. Cruza la letra correspondiente de acuerdo al resultado si la igualdad es falsa o verdadera.

1. $(2x^2y^{-1})^{-3}(2^{-1}x^3y^{-2})^{-2} = 1/2y$	V	F
2. $(a+3)^{-5}(a+3)^{-1} = (a+3)^5$	V	F
3. $(x^2-xy+y^2)(x^2+xy+y^2) = x^4+x^2y^2+y^4$	V	F
4. $(x^2-3x+9)(x-3)(x+3) = x^4-3x^3+27x-81$	V	F
5. $(a^4-a^3+a^2-a+1)(a+1) = a^5+1$	V	F
6. $(x^3-x^2y-2xy^2+2y^3)(x^2+xy-y^2) = x^5+3x^2y^3+4xy^4$	V	F

II. Efectúa el producto de las siguientes expresiones algebraicas y compara tus resultados.

1. $(3-x-y)(2x+y+1)(x-y)$

Sol. $y^3-2y^2-3y+3x+5x^2-3xy-2x^3-x^2y+2xy^2$

2. $(x^3+x^2y+xy^2+y^3)(x-y)$

Sol. x^4-y^4

3. $(a^4+a^2b^2+b^4)(b^4-a^2b^2+a^4)$

Sol. $a^8+a^4b^4+b^8$

$$4. (x^6y^3)^{-1/3} (x^4y^2)^{-1/2}$$

$$\text{Sol. } 1/(x^4y^2)$$

$$5. (a+b)(a^6-a^5b+a^4b^2-a^3b^3+a^2b^4-ab^5+b^6)$$

$$\text{Sol. } a^7+b^7$$

$$6. (x^{m+2}-4x^m-2x^{m+1})(a^2-2a)$$

$$\text{Sol. } a^{m+4}-4a^{m+3}+8a^{m+1}$$

$$7. (x^{n+2}-3x^n-x^{n+1}+x^{n-1})(x^{n+1}+x^n+4x^{n-1})$$

$$\text{Sol. } -6x^{2n}-11x^{2n-1}+4x^{2n-2}$$

TEMA 6

DIVISIÓN O COCIENTE

EJERCICIO

CALIFICACIÓN

I. Elige el inciso que complete correctamente la expresión.

1. Al efectuar la división x^m/x^n los exponentes se:

- a) suman
- b) restan
- c) multiplican
- d) dividen
- e) ninguno

2. El resultado de la división $\frac{y^m}{y^n}$, $y \neq 0$ es:

- a) cero
- b) 1
- c) y
- d) m
- e) ninguno

3. Si $m < n$ entonces $\frac{x^m}{x^n}$ es igual a:

- a) x^{n-m}
- b) x^{-m-n}
- c) $1/(x^{n-m})$
- d) x^{n+m}
- e) ninguno

4. Todas las expresiones siguientes son equivalentes a $-x/y$ excepto:

- a) $-(x/y)$
- b) $x/-y$
- c) $(-1)(x/y)$
- d) $-x/-y$

5. $(x/y)^{-n}$ es equivalente a:

- a) $-nx/y$
- b) $(x/y)^n$
- c) $(y/x)^n$
- d) $-x^n/y^n$

II. Relaciona las columnas anotando en el paréntesis el inciso correspondiente.

Operación	Respuesta	Resultado
1. $\frac{-12x^4yz^3}{3x^2y^4z}$	()	a) $4x^{24}y^4$
2. $\frac{-12x^{-9}y^{10}}{4x^{-12}y^7}$	()	b) $1/(x+3y)^{22}$
3. $\frac{(2x^2y^{-1})^6}{(4x^{-6}y^{-5})^2}$	()	c) $x^3/2y^6$
4. $\frac{(x+y)^{-2}}{(x+y)^{-8}}$	()	d) $16y^8/x^{12}$
5. $\frac{(x+3y)^{-12}}{(x+3y)^{10}}$	()	e) $\frac{-4x^2z^2}{y^3}$
6. $\frac{(2x^3y^{-2})^2}{8x^{-3}y^4}$	()	f) $\frac{x^4}{y^4}$
7. $\left[\frac{2x^2y^{-2}}{8x^{-3}y^2} \right]^{-2}$	()	g) $(x+3y)^{22}$
8. $\left(\frac{x^3}{y^2} \right)^4 \left(\frac{-x^4}{y^2} \right)^{-2}$	()	h) $(x+y)^6$
		i) $-3x^3y^3$
		j) $(x+3y)^2$

III. Cruza la letra que corresponda de acuerdo al resultado si la igualdad es falsa o verdadera.

1. $\frac{(x^2y^2)^3}{(x^3y^2)^2} - \frac{y^{10}}{x^{12}}$	F	V
2. $\frac{4xy^3-3x^2yz+12x^3y^2z^4}{-2xy^2z^3} - \frac{-2y}{z^3} + \frac{3x}{2yz^2} - 6x^2z$	F	V
3. $\frac{6x^4+4x^3y^3-3x^2y^2-2x^2}{3x^4} = 2x^{2+4}/3xy^3-y^2/3$	F	V
4. $\frac{-12a^{12}b^6+8a^8b^4-4a^4b^2}{-4a^4b^2} = 3a^3b^4-2a^4b^2+1$	F	V
5. $\frac{-12x^8y^2z^5-18x^6y^3z^4+24x^2y^4z^5}{-6x^2y^2z^4} = 2x^6z+3x^4y-4y^2z$	F	V
6. $\frac{4x^3y^2+16xy-4x^2}{-2x^2y} = -2xy - \frac{8}{x} - \frac{2}{y}$	F	V
7. $\frac{3x^3y+16xy^2-12x^4yz^4}{2x^2yz} = \frac{3x}{2z} + \frac{8y}{xz} - 6x^2z^3$	F	V
8. $\frac{x^{m+2}-5x^m+6x^{m+1}-x^{m-1}}{x^{m-2}} = x^4 + 6x^3 - 5x^2 - x$	F	V

IV. Cruza la letra correspondiente si la igualdad es falsa o verdadera.

1. $\frac{3x^2+2x-8}{x+2} = 3x - 4$	F	V
2. $\frac{x^3-2x^2-x+2}{x-1} = x^2-x-2$	F	V
3. $\frac{6x^2+5x-1}{2x-1} = 3x+4 + \frac{3}{2x-1}$	F	V
4. $\frac{8x^5+2x^4+7x^2+2x+3}{x^2+1} = 4x^3 + x^2 - 2x + 3 + \frac{4x-6}{x^2+1}$	F	V
5. $\frac{6y^4-41y^2+3y+6}{2y^2-4y-3} = 3y^2 + 6y - 4 + \frac{5y-6}{2y^2-4y-3}$	F	V
6. $\frac{8x^5+2x^4+7x^2+2x+3}{2x^2+1} = 4x^3 + x^2 - 2x - 3 + \frac{4x+6}{2x^2+1}$	F	V
7. $\frac{2x^2+5xy-4y^2}{2x-y} = x + 3y - \frac{y^2}{2x-y}$	F	V

V. Relaciona las columnas correctamente anotando en el paréntesis el inciso correspondiente.

Operación	Respuesta	Resultado
1. $\frac{x^4-x^3y+x^2y^2+2x^2y-2xy^2+2y^3}{x^2-xy+y^2}$	()	a) x^2+2y
2. $\frac{2x^6+5x^4-x^3+1}{-x^2+x+1}$	()	b) $x^4+x^3+x^2+x+1$
3. $\frac{6x^4-6y^2-3y^4+5xy^2-x^3y}{-2y^2+2x^2+xy}$	()	c) $-2x^4-2x^3-9x^2-10x-19$ $+ \frac{29x+20}{-x^2+x+1}$
4. $\frac{x^5-1}{x-1}$	()	d) $3x^2-2xy+y^2$ $- \frac{y^4}{2y^2+2x^2+xy}$
5. $\frac{x^5+1}{x+1}$	()	e) $3x^2-2xy+y^2$ $+ \frac{y^4}{-2y^2+2x^2+xy}$
		f) $x^4-x^3+x^2-x+1$
		g) $-2x^4-2x^3-9x^2+10x-19$ $+ \frac{29x+20}{-x^2+x+1}$

I. Indica en cada caso si la igualdad es verdadera o falsa cruzando la letra correspondiente.

1. $\frac{x^4-1}{x+1} = x^3-x^2+x+1$	V	F
2. $\frac{x^4+32}{x+1} = x^4-2x^3+4x^2-8x+16$	V	F
3. $\frac{24x^3+40x^4+3x+5}{3x+5} = 8x^4+1$	V	F
4. $\frac{15x^4+8x^2-16}{5x^2-4} = 3x^2+4$	V	F
5. $\frac{4x^3-5x^2+3x-2}{x+1} = 4x^2-9x+12 + \frac{-14}{x+1}$	V	F
6. $\frac{2x^3+x^5-3x-2}{x^2-3x+1} = x^3+3x^2+10x+27 + \frac{68x+29}{x^2-3x+1}$	V	F

II. Relaciona las columnas correctamente anotando en el paréntesis el inciso correspondiente.

Operación	Respuesta	Resultado
1. $\frac{27x^3-64}{3x-4}$	()	a) x^3-x^2+x-1
2. $\frac{1-x^2+x^4}{1-x}$	()	b) $8x^4+1$
3. $\frac{x^4-1}{x+1}$	()	c) $5x+7$
4. $\frac{24x^3+40x^4+3x+5}{3x+5}$	()	d) $9x^2+12x+16$
5. $\frac{10x^4+14x^3-5x-7}{2x^2-1}$	()	e) $-x^3-x^2-\frac{1}{1-x}$
		f) $-x^3-x^2+\frac{1}{1-x}$

III. Efectúa las divisiones indicadas y compara tus resultados.

$$1. \frac{(x^{-2})^{-3} (x^{-1/3})^9}{(x^{1/3})^{-3} (x^{-3/5})^5}$$

Sol. X^7

$$2. \frac{(x^2)^3}{x^4} \div \left(\frac{x^3}{(x^3)^2} \right)^{-2}$$

$$3. \frac{(x^2yz)^{-2}}{(xy^2)^{-4}}$$

Sol. $1/x^4$

$$4. \left(\frac{a^4b^{-5}}{ab} \right)^{-1/3} \left(\frac{a^{-2}b^3}{a^4b^{-3}} \right)^{-1/2}$$

Sol. y^6/z^2

$$5. \frac{-65a^{2n}b^n c^{3n}}{-15a^n b^n c}$$

Sol. a^2/b

$$6. \frac{45x^{-2}y^{-3}z^0}{-63x^4y^2z^2}$$

Sol. $13/3 a^n b^{2n} c^{3n-1}$

$$7. \frac{112 a^0 b^2 c^{-3}}{48 a^4 b^0 c^4}$$

$$\text{Sol. } -5/(7xy^7z^2)$$

$$8. \frac{15x^3y^4 - 10x^2y^2 - 9xy^2}{-3xy^2}$$

$$\text{Sol. } 7b^2/(3a^4c^7)$$

$$9. \frac{a^6 - 5a^5 + 31a^2 - 8a + 21}{a^3 - 2a - 7}$$

$$\text{Sol. } -5x^2y^2 + 10/3x + 3$$

$$10. \frac{12x^3 + 6x^2y + 15xy^2 - 20x^2 - 10xy - 25y^2}{3x - 5}$$

$$\text{Sol. } a^3 - 5a^2 + 2a - 3$$

$$11. \frac{32x^5 + y^5}{2x + y}$$

$$\text{Sol. } 4x^2 + 2xy + 5y^2$$

$$12. \frac{3x^{n+3} + 19x^{n+3} - 10x^{n+4} - 8x^{n+2} + 5x^{n+1}}{x^2 - 3x + 5}$$

$$\text{Sol. } 16x^4 - 8x^3y + 4x^2y^2 - 2xy^3 + y^4$$

$$\text{Sol. } 3x^{n+3} - x^{n+2} + x^{n+1}$$

TEMA 7 TEOREMA DEL RESIDUO Y DEL FACTOR

EJERCICIO

CALIFICACIÓN

I. Elije el inciso que complete correctamente el enunciado.

1. Si se divide $f(x)$ entre $(x-a)$ el resto es $f(a)$, el enunciado anterior es el teorema: _____

- a) Del factor
- b) Del divisor
- c) Del residuo
- d) De la división
- e) De la división sintética

2. Si r es una raíz de $f(x)$ es decir $f(r) = 0$, el binomio $(x-r)$ es un factor de $f(x)$. El enunciado anterior es el teorema _____

- a) Del resto
- b) Factor
- c) Residuo
- d) De la raíz
- e) De la división

3. En la división $(f(x) = 2x^3 - 3x^2 - x + 8) \div (x+1)$ el residuo de la división es _____

- a) $f(1)$
- b) $f(-1)$
- c) $f(0)$
- d) $f(8)$
- e) Ninguno

4. Una raíz o solución de la ecuación $f(x) = x^3 + 4x^2 + x - 6 = 0$ es -2 entonces un factor o (divisor) de $f(x)$ es: _____

- a) $(x-2)$
- b) $(x+2)$
- c) $(x+6)$
- d) $(x-6)$
- e) Ninguno

5. En la división $(f(x) = 4x^3 - 2x^2 + x - 3) \div (x-5)$ el residuo es: _____

- a) $f(5)$
- b) $f(-5)$
- c) $f(3)$
- d) $f(-3)$
- e) Ninguno

6. Dos raíces ó soluciones de la ecuación $f(x) = x^3 + 4x^2 + x - 6 = 0$ son: $-2y-3$, entonces dos factores o divisores de $f(x) = x^3 + 4x^2 + x - 6$ son: _____.

- a) $(x+2), (x-3)$
- b) $(x-2), (x+3)$
- c) $(x-2), (x-3)$
- d) $(x+2), (x+3)$
- e) Ninguno

7. Que $(x+2)$ sea factor o divisor de $f(x) = x^3 + 4x^2 + x - 6$, significa: _____.

- a) Que la división es exacta
- b) Que es inexacta
- c) Que no se puede dividir
- d) Que el residuo es diferente a 0

II. Relaciona las columnas apropiadamente escribiendo en el paréntesis la letra correcta.

División	Respuesta	Residuo de la división
1. $(2x^3 + 3x^2 - 18x - 4) \div (x - 2)$	()	a) $R = f(3/2) = 0$
2. $(4x^3 + 5x^2 - 1) \div (x + 1)$	()	b) $R = f(0) = -4$
3. $(\frac{8x^3}{27} - \frac{4x^2}{9} + \frac{x-3}{2}) \div (2x-3)$	()	c) $R = f(2) = -12$
4. $(x^3 - 2x^2 + x - 4) \div x$	()	d) $R = f(-1) = -\frac{1}{4}$
5. $(x^4 - 3x^3 + 5x + 8) \div (x + 1)$	()	e) $R = f(-1) = 7$
		f) $R = f(3) = \frac{11}{2}$

III. Relaciona las columnas correctamente.

Polinomio	Respuesta	Factor o divisor del polinomio
1. $f(x) = x^4 - 4x^3 - 7x^2 + 22x + 24$	()	a) $(x+2)$ f) $(x+1)$
2. $f(x) = x^3 - 7x - 6$	()	b) $(x-2)$
3. $f(x) = x^5 + 32$	()	c) $(x-1)$
4. $f(x) = x^3 - x - 6$	()	d) $(x-3)$
5. $f(x) = x^4 - 2x^2 - 3x - 2$	()	e) $(x+3)$

IV. En cada caso indicar, usando el teorema del factor, si el binomio dado es factor del polinomio dado.

1. $(x-1)$ _____	$f(x) = x^3 + 2x^2 - 4x + 1$
2. $(x+2)$ _____	$f(x) = x^4 - 3x^3 - 2x^2 + 5x - 9$
3. $(x+3)$ _____	$f(x) = x^5 + 4x^4 - 7x^2 + 5x - 3$
4. $(x-5)$ _____	$f(x) = x^4 - 5x^3 - x + 5$
5. $(x-2)$ _____	$f(x) = x^6 - 5x^5 + 3x^3 - x^2 + 7$

I. Relaciona las columnas apropiadamente anotando en el paréntesis la letra correcta.

División	Respuesta	Resto ó Residuo
1. $(f(x) = x^3 + 5x^2 + 8x + 6) \div (x + 3)$	()	a) $R = f(-2) = 0$
2. $(f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 5x + 1) \div (x - 2)$	()	b) $R = f(-3/2) = 12$
3. $(f(x) = x^4 - 2x^2 - 3x - 2) \div (x + 2)$	()	c) $R = f(-3) = 0$
4. $(f(a) = 4a^3 + a + 27) \div (2a + 3)$	()	d) $R = f(-1) = 33$
5. $(f(y) = 2y^{33} + 35) \div (y + 1)$	()	e) $R = f(1) = 37$
		f) $R = f(2) = -5$

II. En cada caso indica si la afirmación es Falsa (F) o Verdadera (V) siendo $f(x) = x^4 + 3x^3 + 12x - 16$:

1. $(x-2)$ es factor ó divisor de $f(x)$	F	V
2. $(x+4)$ es factor ó divisor de $f(x)$	F	V
3. $(x-3)$ es factor ó divisor de $f(x)$	F	V
4. $(x-1)$ es factor ó divisor de $f(x)$	F	V
5. $(x-2i)$ es factor ó divisor de $f(x)$	F	V

III. Sea $f(y) = 2y^3 - y^2 - y + 2$ calcular los residuos ó restos al dividir $f(y)$ entre:

1. y

(Sol. $R=2$)

2. $(y-2)$

(Sol. $R=12$)

3. $(y+1)$

(Sol. $R=0$)

4. $(y-1/2)$

(Sol. $R=3/2$)

5. $(y-\sqrt{2})$

(Sol. $3\sqrt{2}$)

TEMA 8

DIVISIÓN SINTÉTICA

EJERCICIO

CALIFICACIÓN

I. Elige el inciso que complete la expresión correctamente.

1. Si $x=3$ es raíz ó solución de la ecuación $f(x) = x^4 - 4x^3 - 7x^2 + 22x + 24 = 0$, entonces _____.

- a) $f(3) = 0$
- b) $f(3) \neq 0$
- c) $f(3) < 0$
- d) $f(3) > 0$

2. Si $x = -1$ es raíz o solución $f(x) = x^3 - 7x - 6 = 0$ entonces, ¿Qué binomio es factor ó divisor de $f(x)$? _____.

- a) $(x-1)$
- b) $(x+1)$
- c) $/x-1/$
- d) $/x+1/$
- e) Ninguno

3. Al aplicar división sintética a $f(x)$ y a $f(x)$ le falta una potencia de "x" entonces el coeficiente correspondiente es: _____.

- a) 1
- b) -1
- c) 0
- d) x
- e) -x

4. Si al dividir un polinomio $f(x)$ entre x el residuo es 0, entonces, una raíz del polinomio es: _____.

- a) 1
- b) 0
- c) -1
- d) x
- e) Ninguno

5. Al efectuar la división $(3x^5 - 4x^4 - 5x^3 - 8x + 25) \div (x-2)$ el cociente y el residuo son _____.

- a) $3x^4 + 2x^3 - x^2 - 2x - 12$, $R = 1$
- b) $3x^4 + 2x^3 - x^2 - 2x - 12$, $R = -1$
- c) $3x^4 + 2x^3 - x^2 - 2x + 12$, $R = 1$
- d) $3x^4 + 2x^3 - x^2 - 2x + 12$, $R = -1$
- e) Ninguno

II. Relaciona las columnas apropiadamente escribiendo en el paréntesis la letra correcta.

División	Respuesta	Resultado
1. $(4x^3-10x^2+x-1) \div (x-\frac{1}{2})$	()	a) $y^3-6y^2+15-\frac{10}{y+4}$
2. $(x^4-17x^2-4) \div (x+3)$	()	b) $3y^2+2y+2-\frac{3}{x-2}$
3. $(y^4-2y^3-24y^2+15y+50) \div (y+4)$	()	c) $2x^3-x^2+2x-5+\frac{7}{x+2}$
4. $(3y^3-4y^2-2y-7) \div (y-2)$	()	d) $2x^3-6x^2+x-3+\frac{5}{x+3}$
5. $(2x^4+3x^3-x-3) \div (x+2)$	()	e) $y^3-6y^2+15+\frac{10}{y+4}$
		f) $4x^2-8x-3-\frac{5}{2x+1}$

I. Indica si la igualdad es Falsa o Verdadera escribiendo al frente F ó V.

$$1. (4x^3+6x^2-2x+3) \div (2x+1) = 2x^2+2x-2+\frac{5}{2x+1} \quad \underline{\hspace{2cm}}$$

$$2. (z^6-3z^5+4z-5) \div (z+2) = z^5-5z^4+10z^3-20z^2+40z-76+\frac{147}{z+2} \quad \underline{\hspace{2cm}}$$

$$3. (3y^5+y^3-4) \div (y-2) = 3y^4+6y^3+13y^2+26y+52+\frac{100}{y-2} \quad \underline{\hspace{2cm}}$$

$$4. (2x^3+3x^2-4x-2) \div (x+1) = 2x^2+x-5+\frac{3}{x-1} \quad \underline{\hspace{2cm}}$$

$$5. (2x^5-7) \div (x+1) = 2x^4-2x^3+2x^2-2x+2+\frac{9}{x+1} \quad \underline{\hspace{2cm}}$$

II. Realiza las siguientes divisiones mediante el método de la división sintética y compara tus resultados.

$$1. (x^3+4x^2+7x-2) \div (x+2)$$

$$(\text{Sol. } x^2+2x+3-\frac{8}{x+2})$$

$$2. (x^4+2x^3-10x^2-11x-7) \div (x-3)$$

$$(\text{Sol. } x^3+5x^2+5x+4+\frac{5}{x-3})$$

$$3. (x^6-x^4+x^2-2) \div (x-1)$$

$$(\text{Sol. } x^5+x^4+x+1-\frac{1}{x-1})$$

$$4. (2x^3 - 14x^2 + 8x + 7) \div (x+3)$$

$$\text{(Sol. } 2x^2 - 6x^2 + 4x^2 - 4x + 12 \cdot \frac{29}{x+3}\text{)}$$

$$5. (4x^4 - 3x^2 + 3x + 7) \div (x + \frac{1}{2})$$

$$\text{(Sol. } 4x^3 - 2x^2 - 2x + 4 + \frac{5}{x + \frac{1}{2}}\text{)}$$

$$6. (4y^3 + 6y^2 - 2y + 3) \div (2y + 1)$$

$$\text{(Sol. } 2y^2 + 2y - 2 + \frac{5}{2y+1}\text{)}$$

"AHORA, NO TE ATROPELLES Y REFLEXIONA"

EJERCICIO

OPCIONAL

1. En cada caso mueve un palillo y forma una igualdad

a) VII = II + VIII

b) VII = I

2. Se tienen 5 pedazos de cadena con 3 eslabones cada uno. Se quiere construir una sola cadena cortando algunos eslabones y volviendo a soldar. El herrero cobra 42 por cortar y \$5 por soldar ¿ Cuántos cortes se deben hacer para pagar lo mínimo?

3. Quita 5 palillos para obtener 3 cuadrados del mismo tamaño que los originales



4. El siguiente es un cuadro mágico. Cada renglón, columna y diagonal suma $13 \frac{1}{2}$ ¡completálo!

	$3 \frac{1}{2}$	
$2 \frac{1}{2}$	$4 \frac{1}{2}$	$6 \frac{1}{2}$
	$5 \frac{1}{2}$	

**SUERTE Y RECUERDA QUE EL ÉXITO NO ES UNA META SINO
UNA CONSTANTE SUPERACIÓN**

UNIDAD II

PRODUCTOS ESPECIALES

TEMAS:

1. CUADRADO DE UN BINOMIO

2. PRODUCTO DE DOS BINOMIOS CONJUGADOS

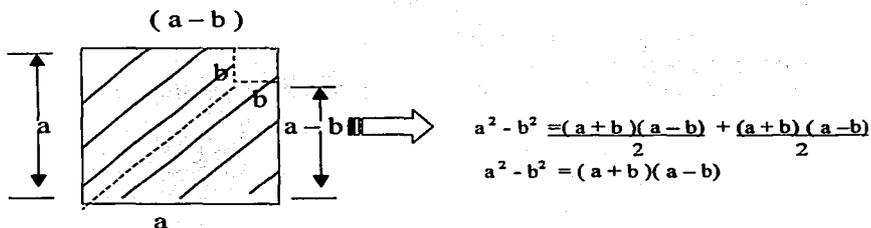
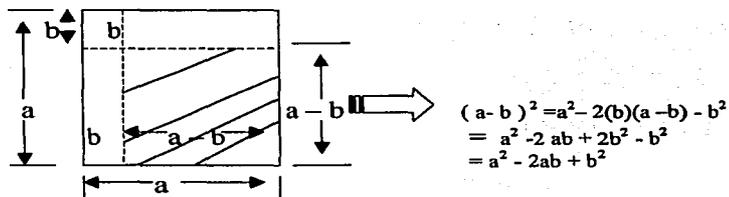
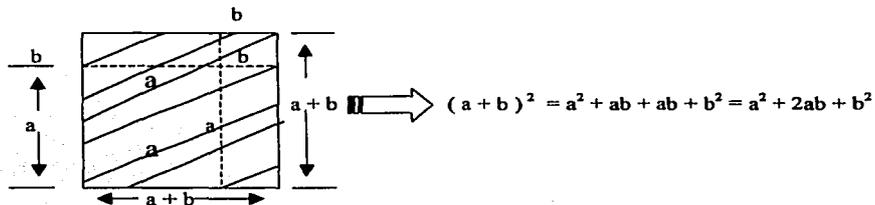
3. PRODUCTO DE DOS BINOMIOS CON UN TÉRMINO COMÚN

4. EL CUBO DE UN BINOMIO

5. OTROS PRODUCTOS ESPECIALES

- CUADRADO DE UN POLINOMIO
- BINOMIO POR TRINOMIO
- PRODUCTO DE DOS BINOMIOS CON TERMINOS SEMEJANTES

ALGUNOS PRODUCTOS NOTABLES DESDE UNA INTERPRETACIÓN GEOMÉTRICA. LAS FIGURAS DE ABAJO MUESTRAN LA IGUALDAD DE ALGUNOS PRODUCTOS ESPECIALES CLÁSICOS.



EL ELEGIDO DE LOS DIOS (EVARISTE GALOIS, 1811- 1832)



La historia de Evariste Galois es sin duda la mas triste y lamentable dentro de la historia de las matemáticas . A los doce años ingresó al Louis -Le - Grand de Paris, despues de ingresar a un curso optativo de matemáticas, se apasiona por ellas y cambia radicalmente su vida: leyó en dos días obras que se estudiaban en dos años. Muy pronto demostró que las ecuaciones de 5° grado no tienen soluciones generales (demostración que muchos matemáticos no habían podido encontrar) . Sus ideas y actividades políticas lo llevaron a abandonar casi por completo a las matemáticas . Por sus actividades fue hecho preso; allí se enamora de una joven , motivo por el cual es retado a duelo . La noche anterior al duelo(con solo 21 años de edad) escribió unas sesenta páginas de matemáticas. En ellas se expone su teoría de grupos abstractos; fundó así el álgebra abstracta moderna . El legado de Galois les tomó varias décadas en comprender a los matemáticos y físicos de la época. Un importante matemático alemán dijo acerca de Galois: “ Si se considera la originalidad y profundidad de las ideas , el testamento matemático de Galois es , quizás, el documento escrito mas valioso de toda la literatura de la humanidad”

TEMA 1

CUADRADO DE UN BINOMIO .

EJERCICIO _____

CALIFICACIÓN _____

I Elige el inciso que complete correctamente la expresión

1. La regla para desarrollar el binomio $(x + y)^2$ es :
- a) $x^2 + y^2$
b) $x^2 y^2$
c) $x^2 + 2xy + y^2$
d) $x^2 + xy + y^2$
e) ninguno
2. El desarrollo correcto de $(x - y)^2$ es
- a) $x^2 - 2xy + y^2$
b) $x^2 - y^2$
c) $x^2 - 2xy - y^2$
d) $x^2 - xy + y^2$
e) ninguno
3. La expresión $(x + y)^{-2}$ es igual a:
- a) $x^{-2} + y^{-2}$
b) $-2(x + y)$
c) $\frac{1}{x^2 + 2xy + y^2}$
d) $\frac{1}{x^2 + y^2}$
e) $\frac{-2}{x + y}$
4. El desarrollo correcto de $(\sqrt{x} + \sqrt{y})^2$ es :
- a) $x + y$
b) $2(\sqrt{x} + \sqrt{y})$
c) $x + \sqrt{x} \sqrt{y} + y$
d) $x + 2\sqrt{x} \sqrt{y} + y$
e) ninguna
5. El desarrollo correcto del binomio $(x-1)^2$ es:
- a) $x^2 + 1$
b) $x^2 - 1$
c) $x^2 - 2x + 1$
d) $x^2 - 2x - 1$
e) ninguna

II. Relaciona las columnas escribiendo en el paréntesis el inciso correcto.

PRODUCTO	RESPUESTA.	RESULTADO.
1. $(5a - b)^2$	()	a) $9a^2x^6 + 21 + 49y^2z^4$
2. $(7x + 3y)^2$	()	$y^2z^3 + a^2z^4$
3. $(9x^2y - 2xy^2)^2$	()	b) $64x^8y^6 + 240x^4y^5 + 225y^4$
4. $(8x^4y^3 + 15y^2)^2$	()	c) $25a^2 - 5ab + b^2$
5. $(19ax^5y - 11a^3bx)^2$	()	d) $25a^2 + 2 + 4b^2$
6. $\left(\frac{3}{5}x^2 - \frac{2}{3}x\right)^2$	()	$4b^2 + 25a^2$
7. $\left(\frac{5a + 2b}{2b - 5a}\right)^2$	()	e) $49x^2 + 42xy + y^2$
8. $\left(\frac{9ax^3 - 7yz^2}{3yz^2 - 2ax^3}\right)^2$	()	f) $25a^2 - 10ab + b^2$
	()	g) $\frac{9x^4}{25} - \frac{4x^2}{5} + \frac{4x^2}{9}$
	()	h) $81x^4y^2 - 36x^3y^3 + 4x^2y^4$
	()	i) $361a^2x^{10}y^2 - 418a^2bx^6y^6 + 121a^6b^2x^2$

III. Analiza cada igualdad y anota una (f) si es falsa y una (v) si es verdadera.

1. $(8x^2y + 9m^3)^2 = 64x^4y^2 + 72x^2ym^3 + 81m^6$	_____
2. $(x^n + y^{n+1})^2 = x^{2n} + 2x^n y^{n+1} + y^{2n+2}$	_____
3. $(10x^3 - 9xy^5)^2 = 100x^6 - 180x^4y^5 + 81x^2y^{10}$	_____
4. $(x^{n+1} - 3x^{n-2})^2 = x^{2n+2} - 6x^{2n-1} + 9x^{2n-4}$	_____
5. $\left(\frac{9a^3bc - 8ab^2}{7m - 5m^2}\right)^2 = \frac{81a^6b^2c^2}{49m^2} - \frac{144a^4b^3c}{35m^3} + \frac{64a^2b^4}{25m^4}$	_____
6. $\left(\frac{11xy^3 + 3a^2b}{3a^2b - 2xy^3}\right)^2 = \frac{121x^2y^6}{9a^4b^2} - 11 + \frac{9a^4b^2}{4x^2y^6}$	_____



I. Completa en forma correcta las siguientes igualdades escribiendo en cada espacio el término faltante.

$$1. (2x + \boxed{})^2 \boxed{} + \boxed{} + 9y^2$$

$$2. (\boxed{} - 2b)^2 = a^4 + \boxed{} + \boxed{}$$

$$3. (\boxed{} - 2xy)^2 = 49x^4 + \boxed{} + \boxed{}$$

$$4. (17m^3 - \boxed{})^2 = \boxed{} + \boxed{} + 121m^4$$

$$5. \left(\frac{12xy^4}{11} + \boxed{} \right)^2 = \boxed{} + \boxed{} + \frac{25x^6y^2}{81}$$

II. Desarrolla los siguientes binomios al cuadrado y compara tus resultados.

$$1. (x^2y - 2z)^2 = \underline{\hspace{10cm}}$$

$$\text{Sol. } x^4y^2 + 4z^2 - 4x^2yz$$

$$2. \left(\frac{5x + 2y}{2y - 5x} \right)^2 = \underline{\hspace{10cm}}$$

$$\text{Sol. } \frac{4y^2 + 25x^2}{25x^2 - 4y^2} + 2$$

$$3. \left(\frac{7x^3y - 9xy^2}{9 - 7} \right)^2 = \underline{\hspace{10cm}}$$

$$\text{Sol. } \frac{81x^2y^4 + 49x^6y^2 - 2x^4y^3}{49 - 81}$$

$$4. (8a^2x - 5ax^3)^2 = \underline{\hspace{10cm}}$$

$$\text{Sol. } 25a^2x^6 - 80a^3x^4 + 64a^4x^2$$

$$5. (5x^4y + 7y^3z^2)^2 = \underline{\hspace{10cm}}$$

$$\text{Sol. } 49y^6z^4 + 25x^8y^2 + 70x^4y^4z^2$$

TEMA 2

PRODUCTO DE DOS BINOMIOS CONJUGADOS

EJERCICIO

CALIFICACIÓN

I. Anota en el rectángulo de la izquierda el inciso que corresponda.

1. Son dos binomios conjugados:

- a) $(-x-y), (x+y)$
- b) $(x+y), (x+y)$
- c) $(x-y), (x-y)$
- d) $(x-y), (x+y)$
- e) ninguno.

2. Es el resultado de $(xy^2 - 7x^3)(xy^2 + 7x^3)$

- a) $x^2y^4 - 14x^4y^2 + 49x^6$
- b) $x^2y^4 + 14x^4y^2 + 49x^6$
- c) $x^2y^4 - 49x^6$
- d) $x^2y^4 + 49x^6$
- e) ninguno

3. Es el resultado del producto $(2x+3)(2x+2)$

- a) $4x^2 - 6$
- b) $4x^2 + 10x + 6$
- c) $4x^2 + 6$
- d) $4x^2 + 5x + 6$
- e) ninguno

4. Es el resultado del producto $(-a+5)(-a-5)$ es:

- a) $a^2 - 25$
- b) $25 - a^2$
- c) $a^2 + 25$
- d) $a^2 - 10a + 25$
- e) ninguno

5. Es el resultado del producto $\left(\frac{1}{b^4} + \frac{3}{a^3}\right) \left(\frac{1}{b^4} - \frac{3}{a^3}\right)$ es:

a) $b^8 - a^{10}$

b) $\frac{1}{b^6} - \frac{9}{a^7}$

c) $\frac{1}{b^8} - \frac{9}{a^{10}}$

d) $\frac{9}{a^{10}} - \frac{1}{b^8}$

e) ninguno

II. Relaciona las columnas anotando en el paréntesis la letra correcta

OPERACIÓN	RESPUESTA	RESULTADO
1. $(2x + 1)(2x - 1)$	()	a) $x^2 - 3$
2. $(\frac{1}{2}x + 4)(\frac{1}{2}x - 4)$	()	b) $y^{2n} - 16$
3. $(x - \sqrt{3})(x + \sqrt{3})$	()	c) $x^{4n+2} - x^{4n-2}$
4. $(0.1x - 0.01)(0.1x + 0.01)$	()	d) $x - 2$
5. $(y^n - 4)(y^n + 4)$	()	e) $9x^4y^6 - 4x^6y^4$
6. $(\sqrt{x} + \sqrt{2})(\sqrt{x} - \sqrt{2})$	()	f) $(x^2 + x)^2 - 4$
7. $(y^{2n} + 1)(y^{2n} - 1)$	()	g) $4x^2 - \frac{1}{10000}$
8. $(x^{2n+1} - x^{2n-1})(x^{2n+1} + x^{2n-1})$	()	h) $x^2 + x - 4$
9. $(3x^2y^3 - 2x^3y^2)(3x^2y^3 + 2x^3y^2)$	()	i) $\frac{x}{100}$
10. $(x^2 + x - 2)(x^2 + x + 2)$	()	j) $y^{4n} - 1$
		k) $\frac{x^2}{4} - 16$

Completa cada expresión para formar oraciones verdaderas

1. El binomio conjugado de $3a^2 - 5ab$ es:	
2.	
3. $(x + 3a^3b)$ es el binomio conjugado de:	
4. $(a + b)^2 - 3$ se obtiene multiplicando $(a + b) + \sqrt{3}$ por:	
5. El producto $[(x - y) + 3h][(x - y) - 3h]$ es:	
6. $(x - y)$ se obtiene de multiplicar $(\sqrt{x} + \sqrt{y})$ por:	



I- Escribe en los círculos el término que falta a las siguientes igualdades

$$1. (3xy + \text{○}) (3xy - \text{○}) = 9x^2y^2 - 4a^6b^4$$

$$2. (5a^2 + \text{○}) (5a^2 - 3ab^3) = 25a^4 - \text{○}$$

$$3. (2xy^3 + \text{○}) (\text{○} - 2a^2b) = 4x^2y^6 - \text{○}$$

$$4. \left(\frac{1}{2}ab + \text{○}\right) \left(\frac{1}{2}ab - \frac{1}{3}xy\right) = \frac{ab}{4} - \text{○}$$

$$5. (\text{○} - 3xy^3)(\text{○} + \text{○}) = 4x^4y^2 - 9x^2y^6$$

$$6. (\text{○} + \text{○})(\text{○} - \text{○})x - y$$

II. Obten los productos indicados aplicando la regla de binomios conjugados

$$1. (2ab^3 - 3a^2b^2)(2ab^3 + 3a^2b^2) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$2. (-15a + 8b)(15a + 8b) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$3. (-8a^3b - 7ab^3)(8a^3b - 7ab^3) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$4. (.2x - 5)(.2x + 5) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$5. \left(\frac{3x-2}{4} - \frac{2}{3}\right) \left(\frac{3x+2}{4} + \frac{2}{3}\right) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$6. \left(\frac{7x^2}{5a^3} - \frac{3y^3}{7b^5}\right) \left(-\frac{3y^3}{7b^5} - \frac{7x^2}{5a^3}\right) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$7. ([x+y] - h)([x+y] + h) = \underline{\hspace{2cm}}$$

TEMA 3

PRODUCTO DE DOS BINOMIOS CON UN TÉRMINO COMÚN.

EJERCICIO

CALIFICACIÓN

- I. Escribe en el espacio de la izquierda la letra que corresponda a la respuesta correcta

1. Son dos binomios con un término común:
- a) $(3xy + 2)(2xy + 5)$
 - b) $(xy + 2)(-xy + 5)$
 - c) $(-2xy + 2)(2xy + 5)$
 - d) $\left(\frac{1}{2}xy + 2\right)\left(\frac{1}{2}xy + 5\right)$
 - e) $(xy + b)(ab + c)$
2. La suma de los términos $-3xy^2$; $5xy^2$ es:
- a) 2
 - b) $2xy^2$
 - c) $3xy^2$
 - d) $-3xy^2$
 - e) $-2xy^2$
3. El producto de los términos $(-2ab^3)(5a^3b^2)$ es:
- a) $-10ab$
 - b) $-10a^3b^6$
 - c) $-10a^4b^6$
 - d) $-10a^4b^5$
 - e) $10a^4b^5$
4. El producto de los binomios $(x + a)(x + b)$ es:
- a) $x^2 + abx + ab$
 - b) $x^2 + (a + b)x + ab$
 - c) $x^2 + ax + bx$
 - d) $x + (a + b)x + ab$
 - e) ninguno
5. El producto de los binomios $(-3a^2b^3 + 3)(-3a^2b^3 - 15)$ es:
- a) $9a^4b^6 - 18a^2b^3 - 15$
 - b) $9a^4b^6 - 15$
 - c) $9a^4b^6 + 6a^2b^3 - 15$
 - d) $9a^4b^6 - 6a^2b^3 - 15$
 - e) $9a^4b^6 + 36a^2b^3 - 45$

II. Relaciona las columnas anotando en el paréntesis la letra correspondiente

PRODUCTO	RESPUESTA	RESULTADO
1. $(x + 11)(x + 5)$	()	a) $x^2 + 23x + 90$
2. $(x - 14)(x + 3)$	()	b) $4x^2y^2 + 6xy - 18$
3. $(x + 18)(x + 5)$	()	c) $10.24x^2 + 1.6xy - 3.36y^2$
4. $(2xy^3 - 6)(2xy^3 - 5)$	()	d) $9x^6 - \frac{18}{5}x^3 + \frac{8}{5}$
5. $(-2xy - 6)(-2xy + 3)$	()	e) $6.25x^2 + 1.32x - 0.12$
6. $\left\{ \begin{array}{l} 3x^2 - 4 \\ 5 \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} 3x^2 - 2 \\ 5 \end{array} \right\}$	()	f) $x^2 + 16x + 55$
7. $\left\{ \begin{array}{l} 3x^2 - 2x \\ 3 \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} 3x^2 - 4x \\ 3 \end{array} \right\}$	()	g) $0.25x^2 - 0.25xy - 0.03y^2$
8. $\left\{ \begin{array}{l} x + y \\ 5 \ 10 \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} x - 3y \\ 5 \ 10 \end{array} \right\}$	()	h) $4x^2y^2 + 6xy + 18$
9. $(2.5x + 1.2)(2.5x - 0.1)$	()	i) $x^2 - 11x - 42$
10. $(3.2x + 2.1y)(3.2x - 1.6y)$	()	j) $9x^4 - 6x^3 + \frac{8}{9}x^2$
		k) $4x^2y^6 - 22xy^3 + 30$

III. Analiza cada igualdad y escribe frente a ella (f) si es falsa y (v) si es verdadera

1. $(y + 3)(y - 8) = y^2 - 5y - 24$	()
2. $(\sqrt{n} + 9)(\sqrt{n} - 1) = n + 8n - 8$	()
3. $\left\{ \begin{array}{l} 7xy + 4a \\ 5 \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} 7xy - 3a \\ 5 \end{array} \right\} = 49x^2y^2 + 7axy - \frac{12}{5}a^2$	0
4. $\left\{ \begin{array}{l} 7a^3b + 4c \\ 2 \ 5 \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} 7a^3b - 3c \\ 2 \ 5 \end{array} \right\} = \frac{49}{4}a^6b^2 + \frac{7}{10}a^3bc - \frac{12}{25}c^2$	()
5. $(2xy - 6x)(2xy + 3x) = 4x^2y^2 - 6x^2y - 18x^2$	()
6. $\left\{ \begin{array}{l} 5a - 2x \\ 7 \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} 5a + 3x \\ 7 \end{array} \right\} = 25a^2 + \frac{5ax}{7} - \frac{6x^2}{49}$	()
7. $(4ab^3 + \frac{7c^2}{2})(4ab^3 - \frac{c^2}{2}) = 16a^2b^6 + 12ab^3c^2 - \frac{7c^4}{4}$	()
8. $(x^2y^3 - 4x)(x^2y^3 + 3x) = x^4y^6 - x^2y^3 - 12x^2$	()
9. $(x^3y - 2x)(x^3y - x) = x^6y^2 - x^4y + 2x$	()
10. $\left\{ \begin{array}{l} 1 \sqrt{x} - 1 \\ 2 \ 3 \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} 1 \sqrt{x} + 4 \\ 2 \ 3 \end{array} \right\} = \frac{x + \sqrt{x} - 4}{4 \ 2 \ 9}$	()

I. Relaciona las columnas escribiendo en el paréntesis la letra correcta

OPERACIÓN	RESPUESTA	RESULTADO
1. $(xy - 6)(xy + 4)$	()	a) $\frac{x^2y^2}{4} + \frac{x^2y}{2} + \frac{6x^2}{25}$
2. $\left\{ \frac{1}{3}x^2y - x \right\} \left\{ \frac{1}{3}x^2y + 3x \right\}$	()	b) $25x^4y^2 - 5x^2y^2 + 3y^2$
3. $\left\{ 3xy + \frac{4x}{5} \right\} \left\{ 3xy + \frac{x^2}{5} \right\}$	()	c) $9x^2y^2 + 3x^3y + \frac{2x^4}{25}$
4. $\left\{ 7x^3y + \frac{4}{5} \right\} \left\{ 7x^3y - \frac{2}{5} \right\}$	()	d) $x^2y^2 - 2xy - 24$
5. $\left\{ 5x^2y - \frac{3}{4}y \right\} \left\{ 5x^2y - \frac{y}{4} \right\}$	()	e) $\frac{x^4y^2}{9} + \frac{2x^2y}{3} - 3x^2$
6. $\frac{xy}{2} + \frac{2}{5}x \quad \frac{xy}{2} + \frac{3x}{5}$	()	f) $9x^2y^2 + 3x^3y + \frac{4x^4}{25}$
		g) $49x^6y^2 + \frac{14}{5}x^3y - \frac{8}{25}$

II. Indica si las siguientes igualdades son falsas (f) o verdaderas (v)

1. $(2w - 8)(2w + 11) = 4w^2 + 3w - 88$	<input type="checkbox"/>
2. $\left\{ 3x^2y - \frac{4xy}{5} \right\} \left\{ 3x^2y - \frac{11xy}{5} \right\} = 9x^4y^2 - 9x^3y^2 + \frac{44x^2y^2}{25}$	<input type="checkbox"/>
3. $\left\{ \frac{3}{2}ab - \frac{1}{2}a \right\} \left\{ \frac{3ab}{2} + \frac{5}{2}a \right\} = \frac{9a^2b^2}{4} + 3a^2b - \frac{5a^2}{4}$	<input type="checkbox"/>
4. $(3xyz - 4w)(3xyz + 7w) = 9x^2y^2z^2 - 9xyzw - 28w^2$	<input type="checkbox"/>
5. $\left\{ 4mn^3 + \frac{7y^2}{2} \right\} \left\{ 4mn^3 - \frac{y^2}{2} \right\} = 16m^2n^6 + 12mn^3y^2 - \frac{7y^4}{4}$	<input type="checkbox"/>

III. Efectua los siguientes productos y compara los resultados.

1. $(-3xy - 5)(-3xy - 2) =$

Sol. $9x^2y^2 + 21xy + 10$

2. $(4xy - 2)(4xy + 15) =$

Sol. $16x^2y^2 + 52xy - 30$

3. $\left(\frac{4x^2y^3}{5} - \frac{1}{2}y\right)\left(\frac{4x^2y^3}{5} + \frac{3}{2}y\right) =$

Sol. $-\frac{3y^2}{4} + \frac{4x^2y^4}{5} + \frac{16x^4y^6}{25}$

4. $\left(2ab^3 - \frac{7}{2}c^2\right)\left(2ab^3 + \frac{3}{2}c^2\right) =$

Sol. $4a^2b^6 - 4ab^3c^2 - \frac{21c^4}{4}$

5. $(-2xy^2z^3 - 3w^4)(-2xy^2z^3 + 2w^4) =$

Sol. $-6w^8 + 2xy^2z^3w^4 + 4x^2y^4z^6$

TEMA 4

EL CUBO DE UN BINOMIO

EJERCICIO

CALIFICACIÓN



I. Elige el inciso que complete correctamente la oración

1. El desarrollo del binomio $(a + b)^3$ es:

a) $a^3 + b^3$

b) $a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

c) $3a + 3b$

d) $a^3 + 3ab + b^3$

e) ninguno

2. El desarrollo del binomio $(x - y)^3$ es:

a) $x^3 + 3x^2y + 3xy^2 - y^3$

b) $x^3 - y^3$

c) $x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3$

d) $x^3 + 3x^2y - 3xy^2 - y^3$

e) ninguno

3. El resultado de $(x - 2)^3$ es:

a) $x^3 - 8$

b) $x^3 - 6x^2 + 12x - 8$

c) $x^3 + 6x^2 - 12 + 8$

d) $x^3 + 6x - 12x - 8$

e) $-8x^3$

4. El desarrollo de $(3xy - 2x)^3$ es:

a) $27x^3y^3 - 8x^3$

b) $27x^3y^3 - 54x^3y^2 + 36x^3y - 8x^3$

c) $27x^3y^3 - 54x^3y + 36x^3y + 8x^3$

d) $27x^3y^3 + 54x^3y - 36x^3y - 8x^3$

e) $27x^3y^3 - 54x^3y^2 - 36x^3y + 8x^3$

5. El resultado de $(1 - x)^3$ es:

a) $1 - x^3$

b) $3 - x^3$

c) $1 - 3x + 3x^2 - x^3$

d) $1 + 3x + 3x^2 - x^3$

e) $1 - 3x - 3x^2 + x^3$

II. Relaciona las columnas escribiendo en el paréntesis el inciso correcto

PRODUCTO	RESPUESTA	RESULTADO
1. $(3x-2)^3$	()	a) $\frac{x^6}{8} - \frac{3x^5}{2} + 6x^4 - 8x^3$
2. $\left(2x^2 + \frac{1}{2}x\right)^3$	()	b) $\frac{27x^3}{8} - \frac{9x^2}{2} + 2x - \frac{8}{27}$
3. $\left(2x - \frac{4}{3}\right)^3$	()	c) $\frac{125x^3}{27} - \frac{25x^2}{2} + \frac{45x}{4} + \frac{27}{8}$
4. $\left(\frac{5x}{3} - \frac{3}{2}\right)^3$	()	d) $27x^3 - 54x^2 + 36x - 8$
5. $(x^2-1)^3$	()	e) $8x^3 - 16x^2 + \frac{32x}{3} - \frac{64}{27}$
6. $(1+x^3)^3$	()	f) $8x^6 + 6x^5 + \frac{3x^4}{2} + \frac{x^3}{8}$
7. $\left(\frac{1}{2}x^2 - 2x\right)^3$	()	g) $x^6 - 3x^4 + 3x^2 - 1$
8. $\left(\frac{3}{2}x - \frac{2}{3}\right)^3$	()	h) $1 + 3x^3 + 3x^6 + x^9$
		i) $\frac{125x^3}{27} - \frac{25x^2}{2} + \frac{45x}{4} - \frac{27}{8}$

III. En cada caso indica si la igualdad es falsa (f) o verdadera (v), analizando el resultado.

1. $(x^2y-y^2)^3 = x^6y^3 - 3x^4y^4 + 3x^2y^5 - y^6$()
2. $(3x+2)^3 = 27x^3 + 54x^2 + 36x + 2$()
3. $(2xy^2-3x^2y)^3 = 8x^3 - 36x^4y^5 + 54x^5y^4 - 27x^3y^3$()
4. $\left(\frac{4a^2}{5} - \frac{3}{2}\right)^3 = \frac{64a^6}{125} - \frac{72a^4}{25} + \frac{27a^2}{5} - \frac{27}{4}$()
5. $\left(3a^2b^3 + \frac{2ab}{5}\right)^3 = 27a^6b^9 + \frac{54}{5}a^5b^7 + \frac{36}{25}a^4b^5 + \frac{8}{125}a^3b^3$()
6. $\left(\frac{2}{3}ab^2 - \frac{1}{2}a^2b\right)^3 = \frac{8}{27}a^3b^6 - \frac{2a^4b^5}{3} + \frac{1}{2}a^5b^6 - \frac{a^6b^3}{8}$()



I. Analiza cuidadosamente cada igualdad y anota en seguida (f) si es falsa y (v) si es verdadera.

1. $(5x - 3)^3 = 125x^3 - 225x^2 + 135x - 27$ ()

2. $\left(3x^2y + \frac{1}{3}\right)^3 = 27x^6y^3 + 9x^4y^2 + x^2y + \frac{1}{27}$ ()

3. $(5 - 2a^2)^3 = 125 - 150a^2 + 60a^4 - 6a^6$ ()

4. $\left(2xy^2 - \frac{1}{2}\right)^3 = 8x^3y^6 - 6x^2y^4 + \frac{3}{2}xy^2 - \frac{1}{8}$ ()

5. $\left(7m^2n^3 + \frac{2xy}{7}\right)^3 = 343m^6n^9 + \frac{42m^4n^6xy}{7} + \frac{12m^2n^3x^2y^2}{7} + \frac{6x^3y^3}{343}$ ()

6. $(2x^3 - 3x)^3 = 8x^9 - 36x^7 + 54x^5 + 27x^3$ ()

7. $(5xy - z)^3 = 125x^3y^3 - 75x^2y^2z + 15xyz^2 - z^3$ ()

8. $(m^2 + 3np)^3 = m^6 + 9m^4np + 27m^2n^2p^2 + 27n^3p^3$ ()

9. $(4x^2y - 7y^2)^3 = 64x^6y^3 - 336x^4y^4 + 588xy^5 - 343y^6$ ()

10. $\left(\frac{3a}{5} - \frac{2b}{7}\right)^3 = \frac{27a^3}{125} - \frac{54a^2b}{175} + \frac{36ab^2}{245} - \frac{8b^3}{343}$ ()

II. Desarrolla los siguientes binomios cúbicos y compara los resultados.

1. $(x^5 - 1)^3 =$

Sol. $3x^5 - 3x^{10} + x^{15} -$

2. $(11x - 4)^3 =$

Sol. $1331x^3 + 528x - 1452x^2 - 64$

3. $\left(\frac{4x^2}{5} - \frac{3}{7}\right)^3 =$

Sol. $\frac{64x^6}{125} + \frac{108x^2}{245} - \frac{144x}{175} - \frac{27}{343}$

4. $\left(\frac{3y^2}{5} - \frac{y}{8}\right)^3 =$

Sol. $\frac{2y^4}{320} - \frac{27y^5}{200} + \frac{27y^6}{125} - \frac{y^3}{512}$

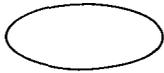
5. $(6x^3y^2 - 2xy^4)^3 =$

Sol. $72x^5y^2 - 216x^7y^8 + 216x^9y^6 - 8x^3y^{12}$

TEMA 5

OTROS PRODUCTOS ESPECIALES: CUADRADO DE UN POLINOMIO, BINOMIO POR TRINOMIO Y PRODUCTO DE DOS BINOMIOS CON TERMINOS SEMEJANTES.

EJERCICIO

CALIFICACIÓN 

I. Relaciona las columnas apropiadamente escribiendo en el paréntesis el inciso correcto

PRODUCTO	RESPUESTA	NOMBRE
1. $(x + y + z)^2$	()	a) Binomio por un trinomio
2. $(a - b)(a^2 + ab + b^2)$	()	b) Producto de dos binomios con términos semejantes
3. $(ax + by)(cx + dy)$	()	c) Binomio al cuadrado
4. $(x + y + z + w)^2$	()	d) Trinomio al cuadrado
5. $(a + b)(a^2 - ab + b^2)$	()	e) Binomio al cubo
		f) Polinomio al cuadrado

II. Relaciona las columnas correctamente

PRODUCTO	RESPUESTA	REGLA
1. $(a - b)(a^2 + ab + b^2)$	()	a) $acx^2 + (ad + bc)xy + bdy^2$
2. $(ax + by)(cx + dy)$	()	b) $a^3 - b^3$
3. $(x + y + z + w)^2$	()	c) $acx^2 + (b + d)xy + bdy^2$
4. $(a + b)(a^2 - ab + b^2)$	()	d) $x^2 + y^2 + z^2 + w^2 + 2xy + 2xz + 2xw + 2yz + 2yw + 2zw$
5. $(x + y + z)^2$	()	e) $a^3 + b^3$
		f) $x^2 + y^2 + z^2 + 2xy + 2xz + 2yz$

III. En cada caso indica si la igualdad es falsa (f) o verdadera (v)

1. $(x+2)(x^2 - 2x + 4) = x^3 + 8$()

2. $(3x - y)(9x^2 + 3xy + y^2) = 9x^2 - y^2$()

3. $(-3x - 2y - 3z + 2w)^2 = 9x^2 + 4y^2 + 9z^2 + 4w^2 - 12xy - 18xz + 12xw + 12yz - 8yw - 12zw$()

4. $(3x - y)(9x^2 + 3xy + y^2) = 27x^3 - y^3$()

5. $(x - 4y - 2z)^2 = x^2 + 16y^2 + 4z^2 - 8xy - 4xz + 16yz$()

6. $(x + 3y - z)^2 = x^2 + 9y^2 + z^2 + 6xy - 2xz + 6yz$()

7. $(3x - 4y)(2x + 5y) = 6x^2 + 7xy - 20y^2$()

8. $(2a + 5b)(3a - 3b) = 6a^2 + 9ab - 15b^2$()

9. $(x - 2)(x^2 + 2x + 4) = x^3 - 8$()

10. $(2x + 3y)(4x^2 - 6xy + 9y^2) = 8x^3 + 27y^3$()



I. Relaciona correctamente las columnas escribiendo en el paréntesis la letra apropiada

PRODUCTO	RESPUESTA	REGLA PARA APLICAR
1. $(x+y)^2$	()	a) $a^3 + b^3$
2. $(x+y)(x-y)$	()	b) $a^2 - 2ab + b^2$
3. $(a+b)^3$	()	c) $x^2 + y^2 + z^2 + 2xy + 2xz + 2yz$
4. $(a-b)^3$	()	d) $acx^2 + (ad+bc)xy + bdy^2$
5. $(a-b)^2$	()	e) $x^2 + y^2 + z^2 + w^2 + 2xy + 2xz + 2xw + 2yz + 2yw + 2zw$
6. $(a+b)(a^2 - ab + b^2)$	()	f) $a^2 + b^2 + ab$
7. $(a-b)(a^2 + ab + b^2)$	()	g) $a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$
8. $(ax+by)(cx+dy)$	()	h) $a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$
9. $(x+y+z)^2$	()	i) $x^2 - y^2$
10. $(x+y+z+w)^2$	()	j) $x^2 + 2xy + y^2$
		k) $a^3 - b^3$

II. Efectua los siguientes productos notables aplicando la regla correspondiente y compara tus resultados

$$1. \left(\frac{1}{2}xy - z^3\right)^2 =$$

$$\text{Sol. } \frac{x^2 y^2}{4} - xyz^3 + z^6$$

$$2. (3xy + 2x^2 y^3)^2 =$$

$$\text{Sol. } 9x^2 y^2 + 12x^3 y^4 + 4x^4 y^6$$

$$3 \quad (5x - 2y^2)^3 =$$

$$\text{Sol. } 125x^3 - 150x^2y^2 + 60xy^4 - 8y^6$$

$$4 \quad (n + 3)(n^2 - 3n + 9) =$$

$$\text{Sol. } n^3 + 27$$

$$5 \quad (x^3 - 3y)(x^6 + 3x^3y + 9y^2) =$$

$$\text{Sol. } x^9 - 27y^3$$

$$6. \quad (2c - d + 3)^2 =$$

$$\text{Sol. } 4c^2 + d^2 - 4cd + 12c - 6d + 9$$

$$7. \quad (3x - 2y + z - 2w)^2 =$$

$$\text{Sol. } 9x^2 + 4y^2 + z^2 + 4w^2 - 12xy + 6xz - 12xw - 4yz + 8yw - 4zw$$

$$8. \left(\frac{3}{4}a - 2bc\right)\left(\frac{3}{4}a + 2bc\right) =$$

$$\text{Sol. } \frac{9a^2}{16} - 4b^2c^2$$

$$9. (x + y - 2z + w)^3 =$$

$$\text{Sol. } (x+y)^3 - 3(x+y)^2(2z+w) + 3(x+y)(2z+w)^2 - (2z+w)^3$$

$$10. (2xy^2 - 7ab)(5xy^2 + 4ab) =$$

$$\text{Sol. } 10x^2y^4 - 27abxy^2 - 28a^2b^2$$

A MANERA DE TERAPIA DE RELAJAMIENTO

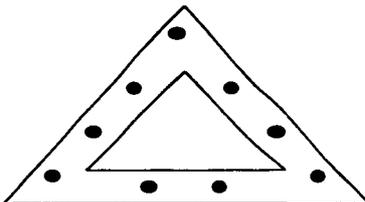
EJERCICIO

OPCIONAL

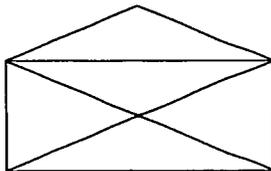
1. En la siguiente serie ¿Cuál es el número que sigue?

1	3	7	13	21	?
---	---	---	----	----	---

2. En los puntos de la siguiente figura coloque los números del 1 al 9 sin omitir ni repetir ninguno, de tal manera que sumen 17 por cada lado.



Elabora la siguiente figura de un solo trazo sin pasar el lápiz dos veces por la misma línea.



4. Se sabe que 8 bolas de billar aparentemente iguales, tienen el mismo peso, menos una que pesa ligeramente más que las restantes. Usando una balanza ¿Podrás determinar cuál es la bola que pesa más con tan solo utilizar dos veces la balanza?



UNIDAD III FACTORIZACIÓN

TEMAS:

1. FACTOR COMÚN
2. AGRUPACIÓN DE TÉRMINOS
3. DIFERENCIA DE CUADRADOS
4. TRINOMIO CUADRADO PERFECTO
5. TRINOMIO CUADRADO NO PERFECTO
6. SUMA Y DIFERENCIA DE CUBOS
7. SUMA Y DIFERENCIA DE POTENCIAS IGUALES
8. SUMA Y RESTA DE TÉRMINOS APROPIADOS
9. MÁXIMO COMÚN DIVISOR Y MÍNIMO COMÚN MÚLTIPLO

¿ES FACTORIZABLE O NO?

¿Cuáles de los siguientes polinomios se pueden factorizar?

1. $a^2 - 4$
2. $a^2 - 6$
3. $a^2 + 16$

i) Sólo el primero. Esto es cierto si se exige que la factorización tenga sólo coeficientes enteros:

$$a^2 - 4 = (a + 2)(a - 2)$$

ii) El 1º y el 2º también es cierto, si se permite que la factorización contenga coeficientes reales, entonces:

$$(a^2 - 6) = (a + \sqrt{6})(a - \sqrt{6})$$

iii) Todos son factorizables, esto también es cierto si la factorización se puede efectuar sobre el campo de los números complejos y entonces:

$$a^2 + 16 = (a + 4i)(a - 4i)$$

OBSERVACIÓN: La siguiente unidad trata de factorizaciones sobre los enteros (\mathbb{Z}), o cuando más sobre los reales (\mathbb{R}).

AL – JWARIZMI (780-835)



Es indiscutible el hecho de que a los árabes se debe el desarrollo de una de las ramas rectoras y eje dentro de las matemáticas: “EL ÁLGEBRA”.

De todos los matemáticos árabes sobresale sin lugar a dudas, Al- Jwarizmi, quien dio a esta disciplina su forma clásica. Nació en Jwarizmi a fines del siglo XVIII. Compuso la obra “Kitab Al- muhtasar fi hisab Al-gabr Wa- almuqabala, Al-gabr se transformó en álgebra que significa ecuación o restauración.

Al- muqabala son los términos que hay que agregar o quitar para que la igualdad no se altere, por lo tanto el álgebra en rigor, es el estudio de las ecuaciones.

TEMA 1

FACTOR COMÚN



EJERCICIO

CALIFICACIÓN

1. En cada caso elige la letra que complete correctamente la oración.

1. En la expresión $ax + ay + az$, el factor común es..... 

- a) x
- b) y
- c) a
- d) z
- e) Ninguna de las anteriores

2. El máximo común divisor numérico de la expresión: $4x^2y^3 + 8xy^2z - 16x^3y^4$ es.... 

- a) 4
- b) 8
- c) 16
- d) 6
- e) 2
- f) Ninguna de las anteriores

3. El máximo común divisor literal de la expresión: $4x^2y^3 + 8xy^2z - 16x^3y^4$ es..... 

- a) xy
- b) xy^2
- c) x^2y
- d) x^3y^4
- e) xy^2z
- f) Ninguna de las anteriores

4. El factor común de la expresión: $4x^2y^3 + 8xy^2z - 16x^3y^4$ es..... 

- a) $4xy$
- b) $4x^2y^7$
- c) $4xy^2$
- d) $4x^2y^2$
- e) $4x^3y^4$
- f) Ninguna de las anteriores

ESTA COPIA NO SALE
DE LA BIBLIOTECA

5. La factorización de la expresión: $12x^3y^2 + 6x^2y^3 - 18x^2y^2$ es..... 

- a) $6x^2y^2(2x + y + 3)$
- b) $6x^2y^2(2x - y - 3)$
- c) $6x^2y^2(2x + y - 3)$
- d) $6x^2y^2(2x - y + 3)$
- e) $3x^2y^2(4x + 2y - 6)$
- f) Ninguna de las anteriores

II. Relaciona las columnas apropiadamente escribiendo en el paréntesis la letra correcta.

EXPRESIÓN ALGEBRAICA	RESPUESTA	FACTORIZACIÓN
1. $25x^7 - 10x^7 + 15x^3 - 5x^2$	()	a) $12m^2n(1 + 2mn - 3m^2n^2 + 4m^3n^3)$
2. $9a^2 - 12ab + 15a^3b^2 - 24ab^3$	()	b) $50abc(2ab^2 - 3bc + b^2c^2 - 4c)$
3. $12m^2n + 24m^3n^2 - 36m^4n^3 + 48m^5n^4$	()	c) $ab(3a + 6 - 5a^2b + 8ax + 4bm)$
4. $100a^2b^3c - 150ab^2c^2 + 50a^3b^3c^3 - 200abc^2$	()	d) $3a(3a - 4b + 5a^2b^2 - 8b^3)$
5. $3a^2b + 6ab - 5a^3b^2 + 8a^2bx + 4ab^2m$	()	e) $5x^2(5x^5 - 2x^3 - 3x - 1)$
		f) $5x^2(5x^5 - 2x^3 + 3x - 1)$

III. Escribe enfrente de cada igualdad (F) si es falsa o (V) si es verdadera.

1. $-56a^3x^5 + 40a^2x^7 - 16a^2x^5 = 8a^2x^5(-7a + 5x^2 - 2)$
2. $35m^3n^2x + 20m^3n^3y + 25m^5n^3xy = 5m^3n^2(7m^2x + 4n^3y + 5m^2nxy)$
3. $24b^2c^7d^8 + 42b^3c^6d - 30b^5c^4dx = 6b^2c^4d(4c^3d^2 + 7bc^2 + 5b^3x)$
4. $126a^2m^4n^5x + 198a^3m^4n^5x - 72a^4m^4n^5x = 18a^2m^4n^5x(7 + 11a - 4a^2)$
5. $225x^3y^6 - 405x^4y^5 + 135x^3y^5 = 45x^3y^5(5y - 9x + 3)$
6. $36m^3n^3 + 24m^2n^4 - 60m^2n^3 = 12m^2n^3(3m + 2n - 5)$



I. Cruza la letra (F) ó (V) según corresponda en cada caso.

1. $3x^2yz^2 + 2xy^2z^2 - 5xyz^4 = xyz^2(3x + 2y - 5z^2)$	V	F
2. $192a^5b^3 - 288a^6b^4 + 160a^5b^5 = 32a^5b^3(6 - 9ab + 5b^2)$	V	F
3. $33x^3ym - 44xy^2m + 55xm = 11xm(3x^2y - 4y^2 + 5)$	V	F
4. $120x^2y^3z + 144y^4z^2 - 192x^2y^6z^2 + = 24xy^4(5xyz + 6z^2 - 8xy^2z^2)$	V	F
5. $(a + b)(a - b) + 2(a + b) = (a + b)(a - b + 2)$	V	F
6. $(-2x^2 + 3xy) = x(2x - 3y)$	V	F
7. $4x^{n+1} - 8x^{2n} = 4x^{n+1}(1 - 2x^{n-1})$	V	F
8. $10x^2y^3z^4 - 15x^3y^2z^4 + 30x^4y^3z^2 = + 5x^2y^2z^2(2yz^2 - 3xz^2 + 6xy)$	V	F
9. $3(a - b) - x(a - b) = (a - b)(3 + x)$	V	F
10. $(a + b)(2x + y) - (a + b)(x - 3y) = (a + b)[x + 5y]$	V	F

II. Factoriza los siguientes expresiones aplicando factor común y compara tus resultados.

1. $x^2y - xy^2 =$

2. $x^{2n} - x^n =$

(Sol. $xy(x-y)$)

3. $x^{n+2} - x^{n-1} =$

(Sol. $x^n(x^3 - 1)$)

4. $288am^2 + 432bm^2 - 252cm^2 =$

(Sol. $x^{n+1}(x^3 - 1)$)

5. $9x^5y^3 - 7x^6y^2 + 4x^4y =$

(Sol. $36m^2(8a + 12b - 7c)$)

6. $-3ax^2y^3 + 2bxy^4 + 3xy^3 =$

(Sol. $x^4y(9xy^2 - 7x^2y + 4)$)

7. $5a(x - 2y) - b(x - 2y) =$

(Sol. $xy^3(-3ax + 2by + 3)$)

8. $(1 + 3a)(x + 1) - 2a(x + 1) + 3(x + 1) =$

(Sol. $xy^3(-3ax + 2by + 3)$)

(Sol. $(x+1)(a+4)$)

TEMA 2

FACTORIZACIÓN POR AGRUPACIÓN DE TÉRMINOS

EJERCICIO

CALIFICACIÓN

I. Elige el inciso que complete correctamente.

1. La factorización completa de $ax + ay + bx + by$ es..... 
- a) $a(x + y) + b(x + y)$
 - b) $x(a + b) + y(a + b)$
 - c) $b(x + y) + a(x + y)$
 - d) $(x + y) \cdot (a + b)$
 - e) Ninguna de las anteriores
2. El producto $(x - y)(3a + b)$ es la factorización de la expresión..... 
- a) $3ax + 3ay$
 - b) $3ax - 3ay + bx - by$
 - c) $3ax - 3ay + bx + by$
 - d) $3ax - 3ay - bx - by$
 - e) $3ax + 3ay + bx + by$
 - f) Ninguna de las anteriores
3. El producto $(3x + 5)(y - 4)$ corresponde a la factorización de 
- a) $3xy - 5y - 12x - 20$
 - b) $3xy + 5y - 12x - 20$
 - c) $3xy + 5y - 12x + 20$
 - d) $3xy - 5y - 12x + 20$
 - e) $3xy - 5y + 12x + 20$
 - f) Ninguna de las anteriores
4. El producto $(3b + 8)(5a - 14)$ es la factorización de..... 
- a) $15ab + 40a - 42b - 112$
 - b) $15ab + 40a + 42b - 112$
 - c) $15ab - 40a + 42b - 112$
 - d) $15ab + 40a + 42b + 112$
 - e) $15ab + 40a - 42b + 112$
 - f) Ninguna de las anteriores

5. El producto $(5m - 9)(2n - 3)$ corresponde a la factorización de la expresión.....

- a) $10mn - 15m + 18n + 27$
- b) $10mn + 15m - 18n + 27$
- c) $10mn - 15m - 18n + 27$
- d) $10mn + 15m + 18n + 27$
- e) $10mn - 15m - 18n - 27$
- f) Ninguna de las anteriores



II. Relaciona las columnas apropiadamente escribiendo en el paréntesis el inciso correcto.

EXPRESIÓN	RESPUESTA	RESULTADO
1. $15am + 12an + 10bm + 8bn$	()	a) $(7mn - 6)(5n - 1)$
2. $mx + 4my + 3nx + 12ny$	()	b) $(a + b)(m - n)$
3. $am + an - bm - bn$	()	c) $(a + b)(m + n)$
4. $35mn^2 + 6 - 30n - 7mn$	()	d) $(a - b)(m - n)$
5. $am - an - bm + bn$	()	e) $(x + 4y)(m + 3n)$
6. $am - an + bm - bn$	()	f) $(6m - 7)(n + 5)$
7. $am + an + bm + bn$	()	g) $(3a + 2b)(5m + 4n)$
8. $6mn - 7n - 35 + 30m$	()	h) $(3a - 2b)(5m + 4n)$
		i) $(a - b)(m + n)$

I. Indica cruzando F o V si la igualdad es falsa o verdadera.

1. $bx - ab + x^2 - ax = (x - a)(x + b)$	F	V
2. $3ax - ay - 3bx + by = (3x - y)(a - b)$	F	V
3. $6x^2 - 4ax - 9bx + 6ab = (3x - 2a)(2x - 3b)$	F	V
4. $14ax - 21ay - 6bx + 9by = (2x - 3y)(7a + 3b)$	F	V
5. $8ax - 10ay + 28bx - 35by = (2a + 7b)(4x - 5y)$	F	V
6. $6ax - 8bx - 15ay + 20by = (3a - 4b)(2x - 5y)$	F	V

II. Factoriza las siguientes expresiones por agrupación de términos. Compara tus resultados.

1. $(x^3 + x^2y + xy^2 + y^3) =$

2. $x^7 + 27x^4 - x^3 - 27 =$

(Sol. $(x+y)(x^2+y^2)$)

3. $x^3y^3 - y^3 + 8x^3 - 8 =$

(Sol. $(x^3+27)(x^4-1)$)(Sol. $(x^2-1)(y^3+8)$)

$$4. x^6 + y^6 - x^2y^4 - x^4y^2 =$$

$$(\text{Sol. } (x^2 - y^2)(x^4 - y^2))$$

$$5. ax - ay + az + x - y + z =$$

$$6. a^2x - ax^2 - 2a^2y + 2axy + x^3 - 2x^2y =$$

$$(\text{Sol. } (x - y + z)(a + 1))$$

$$7. a^2x - ax^2 - 2a^2y + 2axy + x^3 - 2x^2y =$$

$$(\text{Sol. } (x - 2y)(a^2 - ax + x^2))$$

$$8. 3a^3 - 3a^2b + 9ab^2 - a^2 + ab - 3b^2 =$$

$$(\text{Sol. } (a^2 - ax + x^2)(x - 2y))$$

$$9. 2x^3 - nx^2 + 2xz^2 - nz^2 - 3ny^2 + 6xy^2 =$$

$$(\text{Sol. } (3a - 1)(a^2 - ab + 3b^2))$$

$$10. 3x^3 + 2axy + 2ay^2 - 3xy^2 - 2ax^2 - 3x^2y =$$

$$(\text{Sol. } (2x - a)(x^2 + 3y^2 + z^2))$$

$$(\text{Sol. } (3x - 2a)(x^2 - xy - y^2))$$

$$11. a^2b^3 - n^4 + a^2b^3x^2 - n^4x^2 - 3a^2b^3x + 3n^4x =$$

$$\text{(Sol. } (a^2b^3 - n^4)(1 - 3x + x^2)$$

$$12. a^3 + a + a^2 + 1 + x^2 + a^2x^2 =$$

$$\text{(Sol. } (a^2 + 1)(a + x^2 + 1)$$

TEMA 3

DIFERENCIA DE CUADRADOS

EJERCICIO

CALIFICACIÓN

I. En cada caso elige el inciso que complete correctamente la expresión:

1. El producto $(1 + x)(1 - x)$ corresponde a la factorización de la diferencia.....
- a) $x^2 - 1$
b) $x - 1$
c) $1 - x^2$
d) $1 - x$
e) $2 - x^2$
f) Ninguna de las anteriores
2. La expresión $(4x + 5y^2)(4x - 5y^2)$ es la factorización de la diferencia.....
- a) $16x^2 - 5y^2$
b) $16x^2 - 5y^4$
c) $4x^2 - 25y^4$
d) $16x^2 - 25y^4$
e) $4x^2 - 5y^4$
f) Ninguna de las anteriores
3. El producto $\left(\frac{a+b^2}{2} \frac{3}{3}\right) \left(\frac{a-b^2}{2} \frac{3}{3}\right)$ es el resultado de factorizar la diferencia.....
- a) $\frac{a-b}{2} \frac{3}{3}$
b) $\frac{a^2-b^2}{4} \frac{9}{9}$
c) $\frac{a^2-b^4}{4} \frac{9}{9}$
d) $\frac{b^4-a^2}{9} \frac{4}{4}$
e) $\frac{b^2-a^4}{9} \frac{4}{4}$
f) Ninguna de las anteriores

4. El producto de $(5m^4 - 11y^2)(5m^4 + 11y^2)$ es.....

- a) $5m^8 - 11y^{10}$
- b) $25m^8 - 121y^{10}$
- c) $25m^8 + 110m^4y^5 + 121y^{10}$
- d) $121y^{10} - 25m^8$
- e) $25m^8 - 110m^4y^5 + 121y^{10}$
- f) Ninguna de las anteriores

5. ¿Por qué binomio se debe multiplicar $\frac{12a^2b^5}{5x^3} + \frac{9y^4}{10x^5}$ para obtener $\frac{144a^4b^8}{25x^6} - \frac{81y^8}{100x^{10}}$?

- a) $\frac{12a^2b^2}{5x^2} - \frac{9y^2}{10x^2}$
- b) $\frac{12a^2b^4}{5x^3} - \frac{9y^4}{10x^5}$
- c) $\frac{12a^4b^2}{5x^3} - \frac{9y^4}{10x^5}$
- d) $\frac{12a^3b}{5x^3} - \frac{9y^2}{10x^5}$
- e) $\frac{12a^2b^4}{5x^3} + \frac{9y^4}{10x^5}$
- f) Ninguna de las anteriores

II. Analiza cada igualdad y complétala correctamente.

1. $\frac{x^2 - y^2z^4}{100 \cdot 81} = \left(\frac{x}{10} + \square \right) \left(\square - \frac{yz^2}{9} \right)$

2. $1 - 9a^2b^4c^6d^8 = \left(\square + 3ab^2c^3d^4 \right) \left(1 - \square \right)$

3. $16x^{6m} - \frac{y^{2n}}{49} = \left(4x^{3m} \square \right) \left(\square - \frac{y^n}{7} \right)$

4. $a^{2n} - \square = \left(\square + b^n \right) \left(\square \square \right)$

5. $100m^2n^4 - \frac{x^8}{16} = \left(\square + \square \right) \left(\square \square \right)$

III. En cada caso indica si la igualdad es falsa (F) o verdadera (V).

1. $(a + b)^2 - c^2 = (a + b + c)(a + b - c)$

2. $4a^2 - (a + b)^2 = (3a + b)(a - b)$

3. $(b + x)^2 - (x + 2)^2 = (b + 2x + 2)(b - 2)$

4. $36(m + n)^2 - 121(m - n)^2 = (17m - 5n)(17n - 5m)$

5. $25(x - y)^2 - 4(x + y)^2 = (7x - 3y)(3x + 7y)$

6. $(a + 2x + 1)^2 - (x + a - 1)^2 = (2a + 3x)(x + 2)$

7. $\frac{169y^4}{225} - \frac{256}{289} = \left(\frac{13y^2}{15} - \frac{16}{17}\right)\left(\frac{13y^2}{15} + \frac{16}{17}\right)$

8. $4m^6 - 729y^{10}z^8 = (2m^3 - 27y^5z^4)(2m^3 - 27y^5z^4)$

I. Factoriza las siguientes diferencias simplificando al máximo.

1. $16m^6n^2 - 169x^4y^6$ _____

2. $256x^2 - 1$ _____

3. $324m^8n^4 - 25y^{10}$ _____

4. $361a^2b^{12} - 49y^8$ _____

5. $400 - \frac{9y^6}{529}$ _____

6. $(2x + 1)^2 - (x + 4)^2$ _____

7. $(2x - 3)^2 - (x - 5)^2$ _____

8. $4(x + a)^2 - 49y^2$ _____

II. Factoriza las siguientes expresiones simplificando al máximo.

1. $(2a + b - c)^2 - (a + b)^2 =$

2. $a^4 - b^4 =$

(Sol. $(3a + 2b - c)(a - c)$)

3. $1 - b^8 =$

(Sol. $(a^2 + by^2)(a + b)(a - b)$)

4. $a^3b - b^3a =$

(Sol. $(1 + b^4)(1 + b^2)(1 + b)(1 - b)$)

5. $(5a + 2b)^2 - (3a - 7b)^2 =$

(Sol. $ab(a + b)(a - b)$)

(Sol. $(8a - 5b)(2a + 9b)$)

TEMA 4

TRINOMIO CUADRADO PERFECTO

EJERCICIO

CALIFICACIÓN

II. Relaciona las columnas apropiadamente escribiendo en el paréntesis la letra correcta.

TRINOMIO CUADRADO PERFECTO	RESPUESTA	FACTORIZACION
1. $16a^2 + 40ab + 25b^2$	()	a) $2xy^3(x + 4y)^2$
2. $9a^2b^2 - 12ab^3 + 4b^4$	()	b) $(x - 8y)^2$
3. $49a^2b^2 - \frac{56ab^2c}{5} + \frac{16b^2c^2}{25}$	()	c) $\left(\frac{7a^2b^2}{5c} + \frac{2b^3}{4c}\right)^2$
4. $\frac{9a^4}{25b^2} + \frac{4a^3}{5b^3} + \frac{4a^6}{9b^4}$	()	d) $\left(\frac{3a^2}{5b} - \frac{2a^3}{3b^2}\right)^2$
5. $\frac{49a^4b^4}{25c^2} + \frac{7a^2b^2}{5c^2} + \frac{4b^6}{16c^2}$	()	e) $(5x + 6y)^2$
6. $2x^3y^3 + 16x^2y^4 + 32xy^5$	()	f) $(x^2y^2 + 11)^2$
7. $9x^4 - 24x^2y + 16y^2$	()	g) $(4a + 5b)^2$
8. $25x^2 + 60xy + 36y^2$	()	h) $\left(7ab - \frac{4abc}{5}\right)^2$
9. $x^2 - 16xy + 64y^2$	()	i) $(3ab - 2b^2)^2$
10. $x^4y^4 + 22x^2y^2 + 121$	()	j) $\left(\frac{3a^2}{5b} + \frac{2a^3}{3b^2}\right)^2$
		k) $(3x^2 - 4y)^2$

II. En cada caso indicar si la factorización es falsa (F) o verdadera (V).

1. $1 + 14x^2y + 49x^4y^2 = (1 + 7x^2y^2)^2$	F	V
2. $1 + a^{10} - 2a^5 = (1 - a^5)^2$	F	V
3. $49m^6 - 70am^3n^2 + 25a^2n^4 = (7m^3 - 5an^2)^2$	F	V
4. $\frac{x^2}{4} - xy + y^2 = \left(\frac{x}{2} - y\right)^2$	F	V
5. $1 + \frac{2b}{3} + \frac{b^2}{9} = \left(1 + \frac{b}{3}\right)^2$	F	V
6. $x^4 - x^2y^2 + \frac{y^4}{4} = \left(x^2 + \frac{y^2}{2}\right)^2$	F	V
7. $a^2 + 2a(a + b) + (a + b)^2 = (2a + b)^2$	F	V
8. $4 - 4(1 - a) + (1 - a)^2 = (1 - a)^2$	F	V

I. Encuentra el término que complete el trinomio cuadrado perfecto.

1. $9x^2$ + _____ +25

2. $49x^2$ - _____ + $4y^2$

3. $16a^2 + 72ab$ + _____

4. $25x^2 + 110x$ + _____

5. _____ - $126x + 81$

6. $49a^2$ + _____ + $64b^4$

7. $9a^6$ + _____ + $25y^4$

8. $16a^6 + 24a^3b^3$ + _____

9. $\frac{-9a^2}{4} + 5a$ + _____

10. _____ + $\frac{3x}{5} + \frac{9}{16}$

11. $\frac{4x^2}{49}$ - _____ + $\frac{9y^2}{25}$

12. $\frac{16x^2}{9} + \frac{20xy}{3}$ + _____

II. Factoriza apropiadamente empleando las factorizaciones estudiadas hasta el momento.

1. $1 + 4x + 4x^2 =$

2. $9x^4 - 24x^2y + 16y^2 =$

Sol. $(1 + 2x)^2$

3. $2a^3b^3 + 16a^2b^4 + 32ab^5 =$

Sol. $(3x^2 - 4y)^2$

4. $16x^4 - 72x^2y^2 + 81y^4 =$

Sol. $2ab^2(a + 4b)^2$

5. $4w^6z^6 + 32w^4z^4 + 64w^2z^2 =$

Sol. $(4x^2 - 9y^2)^2 - (2x + 3y)^2(2x - 3y)^2$

Sol. $4w^2z^2(w^2z^2 + 4)^2$

TEMA 5

TRINOMIOS CUADRADOS NO PERFECTOS

$$ax^2 + bx + c$$

$$ax^2 + bx + c$$

$$ax^2 + bxy + cy^2$$

EJERCICIO

CALIFICACION



1. En cada caso elige el inciso que complete correctamente la proposición

1. Son binomios con un término semejante:

- a) $(2x^2y - 3)(3x^2y + 5)$ b) $(2ab + 3)(5ab^2 - 2)$ c) $(5a^2b^3 - 2)(-3a^2b^3 + 8)$
d) $(5ab + 2)(5b - 2c)$ e) $(2xy - 4c)(3x^2y + 5)$

2. Son binomios con un término común.

- a) $(m + n)(a + b)$ b) $(m + a)(m + b)$ c) $(m - n)(a - b)$
d) $(m + a)(n - b)$ e) $(m^2 + a)(m - a^2)$

3. Par de números cuya suma es -6 y cuyo producto es 5

- a) 5, -1 b) -5, 1 c) 6, -1 d) -6, 1 e) -5, -1

4. La factorización del trinomio: $x^2 + 7x + 12$

- a) $(x + 1)(x + 12)$ b) $(x + 7)(x + 1)$ c) $(x + 3)(x + 4)$
d) $(x + 8)(x - 1)$ e) $(x + 6)(x + 2)$

5. La factorización del trinomio: $10x^2 - 11x - 6$

- a) $(5x - 2)(2x - 3)$ b) $(5x + 2)(2x - 3)$ c) $(5x + 2)(5x + 3)$
d) $(5x + 2)(2x + 3)$ e) $(2x + 3)(5x - 2)$

6. La factorización del trinomio: $3x^2 - 10xy - 8y^2$

- a) $(3x + 2y)(x + 4y)$
b) $(3x + 2y)(4x - y)$
c) $(3x - 2y)(x - 4y)$
d) $(3x + 2y)(x - 4y)$
e) $(2x + 3y)(x - 4y)$

II. Relaciona las columnas anotando en el parentesis la letra correcta

TRINOMIO	RESPUESTA	FACTORIZACION
1. $x^2 + 2x - 15$	()	a) $(x + 5)(4 - x)$
2. $x^2 + 8x + 12$	()	b) $(x - 2)(x - 8)$
3. $x^2 - 12x + 32$	()	c) $(x - 3)(x + 5)$
4. $x^2 + x - 12$	()	d) $(x + 1)(x - 1)(x + 3)(x - 3)$
5. $3x^3 - 3x^2 - 18x$	()	e) $(x + 2)(x + 6)$
6. $x^4 + 7x^2 + 12$	()	f) $(x + 5)(x - 4)$
7. $x^4 + x^2 - 2$	()	g) $(x - 4)(x - 8)$
8. $x^4 - 10x^2 + 9$	()	h) $(x^2 + 4)(x^2 + 3)$
9. $x^2 - 10x + 16$	()	i) $3x(x - 3)(x + 2)$
10. $20 - x - x^2$	()	j) $(x^2 + 2)(x + 1)(x - 1)$
		k) $(x + 4)(x - 3)$

III. Analiza cada igualdad y escribe frente a ella (f) si es falsa y (v) si es verdadera

1. $2y^2 + y - 3 = (y - 1)(2y + 3)$	()
2. $3y^2 - y - 4 = (y + 1)(3y - 4)$	()
3. $2y^2 + 9y + 10 = (y + 2)(2y + 5)$	()
4. $4y^2 - 23y + 15 = (y - 5)(4y + 3)$	()
5. $10a^2 - 29a + 10 = (5a - 2)(2a - 5)$	()
6. $54x^2 - 147x + 65 = (9x - 5)(6x - 13)$	()
7. $2y^2 - y - 6 = (2y + 3)(y - 2)$	()
8. $3x^2 + 10x + 3 = (3x + 1)(x - 3)$	()
9. $10x^2 + 11x - 6 = (5x - 2)(2x + 3)$	()
10. $4w^4 - 9w^2 + 2 = (w^2 - 2)(2w + 1)(2w - 1)$	()

IV En cada caso anota al frente si la factorización es correcta o incorrecta

1. $6x^2 - xy - 12y^2 = (3x + 4y)(2x - 3y)$ _____

2. $16y^2 - 32yz + 15z^2 = (4y + 3z)(4y - 5z)$ _____

3. $30x^2 + 7xy - 15y^2 = (6x + 5y)(5x - 3y)$ _____

4. $30a^2 - 31ab - 12b^2 = (10a + 3b)(3a - 4b)$ _____

5. $96x^2 - 28xy - 55y^2 = (8x + 5y)(12x - 11y)$ _____

6. $x^2 - 7xy + 12y^2 = (x - 3y)(x - 4y)$ _____

7. $x^2 + xy - 12y^2 = (x + 4y)(x - 3y)$ _____

8. $10x^2 - 11xy - 6y^2 = (2x - 3y)(5x + 2y)$ _____

I. Relaciona las columnas escribiendo en el parentesis la letra correcta

TRINOMIO	RESPUESTA	FACTORIZACION
1. $x^2 + 4x - 45$	()	a) $(x-16)(x-8)$
2. $x^2 + 10x - 75$	()	b) $(a-24)(a+15)$
3. $x^2 - 24x + 128$	()	c) $(3x-1)(x+4)$
4. $x^2 - 28x + 147$	()	d) $(x+9)(x-5)$
5. $a^2 - 9a - 360$	()	e) $(x-21)(x-7)$
6. $2x^2 + 11x + 15$	()	f) $(x+15)(x-5)$
7. $3x^2 + 11x - 4$	()	g) $(2x+5)(x+3)$
8. $15x^2 - 44x + 21$	()	h) $(4x-3y)(5x+2y)$
9. $20x^2 - 16x + 3$	()	i) $(5x-3)(3x-7)$
10. $10x^2 + 51x + 27$	()	j) $(3x+2y)(7x-5y)$
11. $20x^2 - 7xy - 6y^2$	()	k) $(3x+2y)(7x+5y)$
12. $21x^2 - xy - 10y^2$	()	l) $(4x-3)(5x-1)$
		m) $(5x+3)(2x+9)$

II. Efectua las siguientes factorizaciones aplicando la regla correspondiente y compara tus resultados

1 $b^2 - 15b - 100 =$

2 $x^2 - 27x + 72 =$

Sol. $(b+5)(b-20)$ Sol. $(x-3)(x-24)$

$$3 \quad y^2 - 30y + 216 =$$

$$\text{Sol. } (y - 12)(y - 18)$$

$$4 \quad 6x^2 + 31x + 40 =$$

$$\text{Sol. } (3x + 8)(2x + 5)$$

$$5 \quad 12x^2 - 47x - 45 =$$

$$\text{Sol. } (4x + 9)(3x - 5)$$

$$6 \quad 2x^6y - 6x^4y^3 - 8x^2y^5 =$$

$$\text{Sol. } 2x^2y(x^2 + y^2)(x + 2y)(x - 2y)$$

$$7 \quad 4a^8b^{10} - 40a^5b^7 + 84a^2b^4 =$$

$$\text{Sol. } 4a^2b^4(a^3b^3 - 7)(a^3b^3 - 3)$$

$$8 \quad x^{m+2n} + 7x^{m+n} + 10x^m =$$

$$\text{Sol. } +x^m (x^n + 2)(x^n + 5)$$

$$9 \quad 18a^{4p+m} - 66a^{2p+m}b^2 - 24a^m b^4 =$$

$$\text{Sol. } 6a^m (3a^{2p} + b^2)(a^p + 2b)(a^p - 2b)$$

$$10 \quad 64a^{12}b^3 - 68a^8b^7 + 4a^4b^{11} =$$

$$\text{Sol. } 4a^4b^3 (4a^2 + b^2)(2a + b)(2a - b)(a^2 + b^2)(a + b)(a - b)$$

TEMA 6

SUMA Y DIFERENCIA DE CUBOS

$$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$$

$$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$$

EJERCICIO

CALIFICACIÓN

I. Anota a la derecha el inciso correcto que complete adecuadamente la oración

1. Para factorizar la expresión $a^3 + 8$ conviene expresarla como:

a) $a^3 + 2 \cdot 4$

b) $a^3 + 2^3$

c) $8 + a^3$

d) $a^3 + \frac{16}{2}$

2. Para factorizar la expresión $y^3 - 27$ conviene expresarla de la forma:

a) $y^2 y - 27$

b) $y \cdot y \cdot y - 9 \cdot 3$

c) $y^3 - \frac{54}{2}$

d) $y^3 - 3^3$

3. El producto $(x + 2)(x^2 - 2x + 4)$ es la factorización de:

a) $x^3 - 8$

b) $x^3 + 8$

c) $8 - x^3$

d) $x^2 - 4$

4. La expresión $(y - 3)(y^2 + 3y + 9)$ es la factorización de:

a) $y^3 + 27$

b) $y^3 + 9$

c) $y^2 - 9$

d) $y^3 - 27$

5. La factorización de $1 - x^3$ es:

a) $(1 - x)(1 + 2x + x^2)$

b) $(1 + x)(1 - x + x^2)$

c) $(1 - x)(1 + x + x^2)$

d) $(1 - x)(1 - x + x^2)$

II. Relaciona las columnas anotando en el parentesis la letra correspondiente

SUMA O DIFERENCIA DE CUBOS	RESPUESTA	FACTORIZACIÓN
1. $8x^6 - 27$	()	a) $(6x^3 + 1)(36x^{10} - 6x^3 + 1)$
2. $64x^3 + 125y^2$	()	b) $(2x^6y^7 + 5z^4)(4x^{12}y^{14} - 10x^6y^7z^4 + 25z^8)$
3. $216x^{15} + 1$	()	c) $(2a - 1)(4a^2 + 2a + 1)$
4. $x^3 - 729y^9$	()	d) $\left(3x^2 - \frac{2x}{y}\right) \left(9x^4 + \frac{6x^3}{y^3} + \frac{4x^2}{y^6}\right)$
5. $8x^{18}y^{21} + 125z^{12}$	()	e) $(5y + 2x)(25y^2 - 10xy + 4x^2)$
6. $8x^{15} - \frac{1}{125y^6}$	()	f) $(y^3 + 2)(y^6 - 2y^3 + 4)$
7. $27x^6 - \frac{8x^3}{y^9}$	()	g) $(2x^3 - 3)(4x^6 + 6x^3 + 9)$
8. $(125y^3 + 8x^3)$	()	h) $(y^3 - 2)(y^6 + 2y^3 + 4)$
9. $8a^3 - 1$	()	i) $\left(2x^5 - \frac{1}{5y^2}\right) \left(\frac{4x^{10} + 2x^5 + 1}{5y^2} + \frac{1}{25y^4}\right)$
10. $y^9 + 8$	()	j) $(x - 9y^3)(x^2 + 9x^3y + 81x^6)$
		k) $(8x + 5y^3)(64x^2 - 40xy^3 + 25y^6)$

TAREA**CALIFICACION**

I Escribe al frente de cada igualdad correcto o incorrecto según tu análisis de las factorizaciones

1. $216x^{27} - 343y^{18} = (6x^9 - 7y^6)(36x^{18} + 42x^9y^6 - 49y^{12})$ _____
2. $a^9 + b^9 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)(a^6 - a^3b^3 + b^6)$ _____
3. $2a^3 - 16b^3 = 2(a - 2b)(a^2 + 2ab + 8b^2)$ _____
4. $64x^8 - 25z^{10} = (4a + 3b)(16a^2 - 12ab + 9b^2)$ _____
5. $572x^{24} + 27y^6 = (8x^8 + 3y^2)(64x^{16} + 24x^8y^2 + 9y^4)$ _____
6. $1 - \frac{8a^3}{125} = \left(1 - \frac{2a}{5}\right) \left(1 + \frac{2a}{5} + \frac{4a^2}{25}\right)$ _____
7. $343a^{12} - b^3 = (7a^4 - b)(49a^8 + 7a^4b + b^2)$ _____
8. $\frac{343}{1331} - 64m^{12} = \left(\frac{7}{11} - 4m^4\right) \left(\frac{49}{121} + \frac{28m^4}{11} + 16m^8\right)$ _____
9. $a^6 - b^6 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$ _____
10. $a^6 + b^6 = (a^2)^3 + (b^2)^3 = (a^2 + b^2)(a^4 - a^2b^2 + b^4)$ _____

II. Factoriza las siguientes expresiones aplicando suma o diferencia de cubos y compara tus resultados

1. $27a^3 + 64b^3$

Sol. $(3a + 4b)(9a^2 - 12ab + 16b^2)$

2. $a^{12} + b^{12} = [(a^4)^3 + (b^4)^3]$

Sol. $(a^4 + b^4)(a^8 - a^4b^4 + b^8)$

$$3 \quad 64x^3 + 125y^3$$

$$\text{Sol. } (4x + 5y)(16x^2 - 20xy + 25y^2)$$

$$4 \quad (x - 2)^3 + 8y^3 = (x - 2)^3 + (2y)^3$$

$$\text{Sol. } (x - 2 + 2y)(x^2 - 4x + 4 - 2xy + 4y + 4y^2)$$

$$5 \quad x^6 - 7x^3 - 8 = (x^3 - 8)(x^3 + 1)$$

$$\text{Sol. } (4x + 9)(3x - 5)$$

$$6 \quad x^8y - 64x^2y^7 = x^2y(x^6 - 64y^6) = x^2y[(x^3)^2 - (8y^3)^2] = x^2y[x^3 - 8y^3][x^3 + 8y^3]$$

$$7 \quad 54x^6y^2 - 38x^3y^2 - 16y^2 = 2y^2(27x^6 - 19x^3 - 8) = 2y^2(27x^3 + 8)(x^3 - 1)$$

TEMA 7

SUMA Y DIFERENCIA DE POTENCIAS IGUALES.

$$a^n + b^n = (a + b)(a^{n-1} - a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 - \dots - ab^{n-2} + b^{n-1})$$

$$a^n - b^n = (a - b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 + \dots + ab^{n-2} + b^{n-1})$$

EJERCICIO

CALIFICACION

- I. **Relaciona las columnas escribiendo en el paréntesis el inciso correcto.**

PRODUCTO	RESPUESTA.	RESULTADO.
1. $a^5 + b^5$	()	a) $(a - b)(a^4 + a^3b + a^2b^2 + ab^3 + a^4b^5 + a^3b^6 + a^2b^7 + ab^8 + b^9)$
2. $1 + a^5b^5$	()	b) $(a - b)(a^6 + a^5b + a^4b^2 + a^3b^3 + a^2b^4 + ab^5 + b^6)$
3. $a^5 + 32$	()	c) $(a + 1)(a^8 - a^7 + a^6 - a^5 + a^4 - a^3 + a^2 - a + 1)$
4. $a^{10} + b^{10}$	()	d) $(1 + ab)(1 - ab + a^2b^2 - a^3b^3 + a^4b^4)$
5. $a^7 + b^7$	()	e) $(a - b)(a^7 + a^6b + a^5b^2 + a^4b^3 + a^3b^4 + a^2b^5 + ab^6 + b^7)$
6. $a^9 + 1$	()	f) $(a + 2)(a^4 - 2a^3 + 4a^2 - 8a + 16)$
7. $a^5 - 32$	()	g) $(1 - ab)(1 + ab + a^2b^2 + a^3b^3 + a^4b^4)$
8. $a^7 - b^7$	()	h) $(a + b)(a^6 - a^5b + a^4b^2 - ab^3 + b^6)$
9. $a^8 - b^8$	()	i) $(a + b)(a^9 - a^8b + a^7b^2 - a^6b^3 + a^5b^4 - ab^5 + b^6)$
10. $a^{10} - b^{10}$	()	j) $(a + b)(a^9 - a^8b + a^7b^2 - a^6b^3 + a^5b^4 - a^4b^5 + a^3b^6 - a^2b^7 + ab^8 - b^8)$
		k) $(a - 2)(a^4 + 2a^3 + 4a^2 + 8a + 16)$



- I. **Factoriza las siguientes sumas o diferencias de potencias iguales y verifica tus resultados efectuando los productos correspondientes**

1. $1+243x^3$

2. $x^7-b^7y^7$

3. $a^{10}+32y^5$

4. $1-128a^{14}$

5. $243-32b^5$

6. x^9-1

7. $x^{10}-y^{10}$

TEMA 8

SUMA Y DIFERENCIA DE TERMINOS APROPIADOS.

EJERCICIO

CALIFICACIÓN

I. En cada caso indica al frente de la factorización si es correcta o incorrecta

1. $a^4 + a^2b^2 + b^4 = a^4 + a^2b^2 + b^4 + a^2b^2 - a^2b^2 = (a^4 + 2a^2b^2 + b^4) - a^2b^2 = (a^2 + b^2)^2 - (ab)^2$
 $= (a^2 + b^2 + ab)(a^2 + b^2 - ab)$

2. $36x^4 + 15x^2 + 4 = 36x^4 + 15x^2 + 4 + 9x^2 - 9x^2$
 $= (36x^4 + 24x^2 + 4) - 9x^2 = (6x^2 + 2)^2 - 9x^2$
 $= (15x^2 + 2)(15x^2 - 2)$

3. $36a^4 + 15a^2 + 4 = (36a^4 + 15a^2 + 9a^2 + 4) - 9a^2$
 $= (36a^4 + 24a^2 + 4) - 9a^2 = (6a^2 + 2)^2 - (3a)^2$
 $= (6a^2 + 3a + 2)(6a^2 - 3a + 2)$

4. $64a^4 + b^4 = (64a^4 + 16a^2b^2 + b^4) - 16a^2b^2$
 $= (8a^2 + b^2)^2 - (4ab)^2$
 $= (8a^2 + b^2 + 4ab)(8a^2 + b^2 - 4ab)$

5. $x^8 + 14x^4 + 25 = (x^8 - 14x^4 + 4x^4 + 25) - 4x^4$
 $= (x^8 - 10x^4 + 25) - (2x^2)^2 = (x^4 - 5)^2 - (2x^2)^2$
 $= (x^4 + 2x^2 - 5)(x^4 - 2x^2 - 5)$



- I. Factoriza las siguientes expresiones sumando y restando términos apropiados, y verifica tus resultados efectuando los productos correspondientes.

1. $x^4 + 64y^4$

2. $81a^4 + 64b^4$

3. $a^4 - 20a^2 + 64$

4. $x^4 + 2x^2y^2 + y^4$

5. $4x^4 - 21x^2y^2 + 9y^4$

6. $x^4 - 12x^2y^2 + 16y^4$

TEMA 9

MÁXIMO COMUN DIVISOR Y MINIMO COMUN MULTIPLO DE EXPRESIONES ALGEBRAICAS.

EJERCICIO

CALIFICACIÓN

I. Escribe en el espacio de la izquierda la letra que corresponda a la respuesta correcta

1. El máximo comun divisor de : $36x^2y^4$, $48x^3y^3z$, $60x^4y^3w$
- a) $3x^2y^3$
b) $4x^2y^3$
c) $6x^4y^4$
d) $12x^2y^4$
e) $12x^2y^3$
2. El mínimo común múltiplo de $10a^3x$, $36a^2mx^2$, $24b^2m^4$:
- a) $360a^3bm^4x$
b) $360a^3b^2m^4x^2$
c) $360a^2b^2m^4x^2$
d) $360a^2b^2m^4x^2$
e) $360a^3b^2x^2$
3. Máximo común divisor de: $9a^3x^2 + 9x^2$, $6a^3x^2 - 12a^2x^2 - 18ax^2$, $6a^4x + 21a^3x + 15a^2x$:
- a) $x(a+1)$
b) $3(a+1)$
c) $3x(a+1)$
d) $3x^2(a+1)$
e) $x^2(a+1)$
4. El mínimo común múltiplo de : $24a^2x$, $18xy^2$, $2x^3 + 2x^2 - 40x$, $8x^4 - 200x^2$:
- a) $72(x^2 - 25)(x - 4)$
b) $72a^2x^3y^2(x^2 - 25)$
c) $72a^2x^3y^2(x - 4)$
d) $72a^2x^3y^2(x - 5)(x - 4)$
e) $72a^2x^3y^2(x^2 - 25)(x - 4)$
5. El mínimo común múltiplo de: $4ax^2 - 8axy + 4ay^2$, $6b^2x - 6b^2y$
- a) $12ab^2(x-y)^2$
b) $12ab(x-y)^2$
c) $12ab^2(x-y)$
d) $-12ab(xy)$
e) $6ab^2(x-y)^2$

I. Analiza cada igualdad y escribe frente a ella (f) si es falsa y (v) si es verdadera

1. MCD de $42am^2n$, $56m^3n^2x$, $70m^4n^2y = 14m^2n$()
2. MCD de $75a^4b^3c^2$, $150a^5b^7x^2$, $225a^3b^6y^2 = 75a^3b^3$()
3. MCD de $3x^3 + 15x^2$, $ax^2 + 5ax = x(x + 5)$()
4. MCD de $4a^2 + 8a - 12$, $2a^2 - 6a + 4$, $6a^2 + 18a - 24 = 2(a - 1)$()
5. MCM de $3a^3$, $8ab$, $10b^2$, $12a^2b^3 = 16a^2b^2$()
6. MCM de $15x^2$, $10x^2 + 5x$, $45x = 45x^2(2x + 1)$()
7. MCM de $4x$, $x^3 + x^2$, $x^2y - xy = 4x^2y(x^2 - 1)$()
8. MCM de $x^3 + 2bx^2$, $x^3y - 4b^2xy$, $x^2y^2 + 4bxy^2 + 4b^2y^2 = x^2y^2(x + 2b)^2(x - 2b)$()
9. MCM de $m^2 - mn$, $mn + n^2$, $m^2 - n^2 = m(m^2 - n^2)$()
10. MCD de $a^3 - 3a^2 + 3a - 1$, $a^2 - 2a + 1$, $a^3 - a$, $a^2 - 4a + 3 = a - 1$()

II. En cada caso obtener el MCD y el MCM. Comprueba tus resultados haciendo las divisiones correspondientes.

1. $9x^4y^2$, $12x^3y^3$
2. $6a - 6b$, $4a^2 - 4b^2$
3. $b^4 - 16$, $b^2 - 4$, $b^2 - 3b + 2$
4. $75(a + 3b)^2(2a - b)^4$, $360(a + 3b)^3(2a - b)^2$, $60(a + 3b)^4(2a - b)^5$

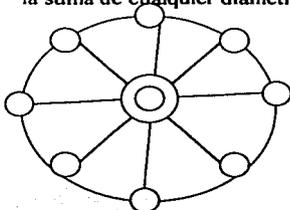
A MANERA DE TERAPIA DE RELAJAMIENTO

“ EL SECRETO DE LA SABIDURIA Y EL CONOCIMIENTO DE LAS MATEMATICAS ES: HUMILDAD Y PACIENCIA.”

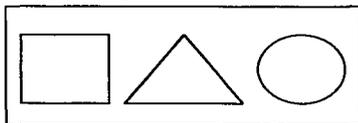
EJERCICIO

OPCIONAL

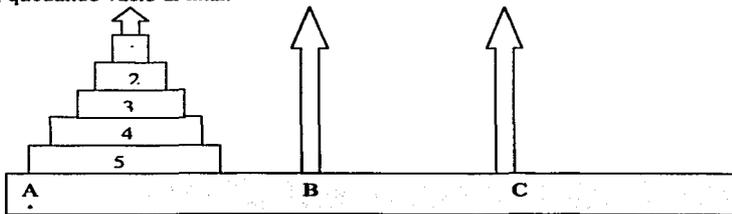
1. Los numeros de 1 al 9 se tienen que distribuir en la rueda de abajo de tal manera que la suma de cualquier diámetro sea 15.



2. Esta figura tiene 3 orificios: Cuadrangular, triangular y redondo. ¿Puedes construir un tapón que obstruya cualquiera de los tres orificios?



3. A,B,C son tres clavos, y 1, 2, 3, 4, y 5 son cinco discos con diámetros decrecientes. Se trata de pasar todos los discos del clavo A al clavo C, de tal manera que vuelva a quedar en el mismo orden. Con la siguientes condiciones:
A) Solo se puede mover un disco cada vez B) tiene que ir en orden decreciente.
B) En ningún momento un disco puede quedar encima de otro más pequeño (ni siquiera momentaneamente)
C) El clavo B puede usarse tantas veces como convenga, pero solo para operaciones de paso, quedando vacío al final.



UNIDAD IV

FRACCIONES

TEMAS:

- 1. SIMPLIFICACIÓN DE FRACCIONES**
- 2. PRODUCTO DE FRACCIONES**
- 3. DIVISIÓN DE FRACCIONES**
- 4. SUMA Y RESTA DE FRACCIONES**
- 5. FRACCIONES COMPUESTAS**

ANECDOTARIO DE LAS FRACCIONES

1.- Se cuenta que una vez se le preguntó a Thomas Jefferson, ¿Qué tienen en común las siguientes proposiciones.

a) La declaración de Independencia de los Estados Unidos

b)
$$\frac{x^2y^5 + 13xy^7 + 25x^4y^7 + 25x^4y^2 + 17}{3x^2y^6 + 105y^2 + 14x - 2xy}$$

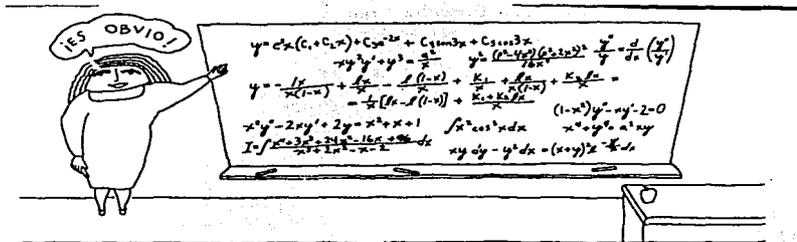
(Sol. Ambas son expresiones racionales)

2.- En el epitafio de la tumba de Diofanto, padre de el álgebra griega, se lee:

Esta tumba tumba contiene a Diofanto. Dios hizo que fuera niño una sexta parte de su vida. Añadiendo un doceavo, sus mejillas tuvieron la primera barba. Le encendió el fuego nupcial después del séptimo y en el quinto año después de la boda le concedió un hijo. Pero ¡ay! Niño desgraciado, en la mitad de la vida de su padre, lo arrebató la helada tumba. Cuatro años después llegó al término de su vida. Entonces, Diofanto vivió:

$$\frac{X}{6} + \frac{X}{12} + \frac{X}{7} + 5 + \frac{X}{2} + 4 = X$$

¡Diofanto vivió 84 años!





El origen de las fracciones comunes o quebrados se remonta a los babilonios, egipcios y griegos. Juan de Luna (s. XII) tradujo al latín la aritmética de Al - Juarizm; usando el término "Fratio" para el vocablo Al - Kasr que en árabe significa quebrar o romper. Se sabe que las fracciones surgieron con la necesidad de medir, así los babilonios utilizaban como único denominador el "60". Los egipcios usaban la unidad con numerador y así escribían $\frac{7}{8} = \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{2}$.

Los griegos indicaban el numerador con un acento y el denominador con dos, finalmente las reglas para operar con fracciones que son las mismas actualmente, las introdujeron los hindúes:

TEMA 1

SIMPLIFICACIÓN DE FRACCIONES

EJERCICIO _____

CALIFICACIÓN _____

1.- En cada caso elige el inciso correcto y anótalo en el círculo de la izquierda.



1.- Todas las fracciones que siguen son equivalentes a $\frac{a}{b}$ excepto:

- a) $\frac{-a}{-b}$ b) $\frac{-a}{b}$ c) $\frac{-a}{b}$ d) $\frac{-a}{-b}$ e) $(-\frac{a}{b})$



2.- Todas las fracciones son equivalentes a $-\frac{a}{b}$ excepto:

- a) $\frac{a}{b}$ b) $\frac{a}{-b}$ c) $(\frac{a}{b})$ d) $\frac{-a}{-b}$ e) $(-1)(\frac{a}{b})$



3.- Las fracciones siguientes son equivalentes excepto:

- a) $\frac{a-b}{x-y}$ b) $\frac{-a+b}{-x+y}$ c) $\frac{b-a}{y-x}$ d) $\frac{-(a-b)}{y-x}$ e) $\frac{a-b}{y-x}$



4.- Todas las fracciones son equivalentes excepto:

- a) $\frac{x-2}{x-3}$ b) $\frac{2-x}{3-x}$ c) $\frac{2-x}{x-3}$ d) $\frac{-(2-x)}{x-3}$ e) $\frac{-(x-2)}{3-x}$



5.- Todas las fracciones son equivalentes a $\frac{xy}{ab}$ excepto:

- a) $\frac{-xy}{-ab}$ b) $\frac{(-x)(-y)}{ab}$ c) $\frac{(-x)y}{a(-b)}$ d) $\frac{xy}{(-a)(-b)}$ e) $\frac{(-x)(-y)}{(-a)(-b)}$ f) $\frac{xy}{ab}$



6.- Si numerador y denominador de una fracción $\frac{a}{b}$ se multiplican o dividen por una misma cantidad, la fracción:

- a) se altera b) no se altera c) se divide d) se multiplica e) se reduce



7.- Si $a/b = c/d$, entonces:

a) $ac = bd$

b) $ad = bc$

c) $db = ca$

d) ninguna



8.- Todas las expresiones son equivalentes excepto

a) $\frac{x}{y}$

b) $\frac{x e}{y e}$

c) $\frac{\frac{x}{f}}{\frac{y}{f}}$

d) $\frac{x a}{y b}$

II.-Relaciona las columnas adecuadamente escribiendo en el paréntesis el inciso correcto.

OPERACIÓN	RESPUESTA	REGLA CORRESPONDIENTE
1.- $\frac{ac}{bc}$	()	a) $\frac{a \cdot d}{b \cdot c} = \frac{ad}{bc}$
2.- $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d}$	()	b) $\frac{ad + bc}{bd}$
3.- $\frac{a}{b} + \frac{c}{d}$	()	c) $\frac{a}{b} \div \frac{c}{d}$
4.- $\frac{a}{d} + \frac{c}{d}$	()	d) $\frac{a+c}{b+d}$
5.- $\frac{a}{d} - \frac{c}{d}$	()	e) $\frac{a}{b}$
6.- $\frac{a}{b} + \frac{c}{d}$	()	f) $\frac{a+c}{d}$
7.- $\frac{a}{b} - \frac{c}{d}$	()	g) $\frac{ac}{bd}$
8.- $\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}}$	()	h) $\frac{a-c}{d}$ i) $\frac{ad-bc}{bd}$

III.- Relaciona las columnas apropiadamente escribiendo en el paréntesis la letra correcta.

FRACCIÓN	RESPUESTA	RESULTADO
1.- $\frac{12x^3y^4z^5}{32xy^2z}$	()	a) $\frac{x-3}{x+1}$
2.- $\frac{54x^9y^{11}z^{13}}{63x^{10}y^{12}z^{15}}$	()	b) $\frac{a-2}{a+2}$
3.- $\frac{8x-8y}{16x-16y}$	()	c) $x-y$
4.- $\frac{5x^3y-5x^2y^2}{x^2y^2-xy^3}$	()	d) $\frac{6}{7xyz^2}$
5.- $\frac{3x^2-11x+6}{3x^2+x-2}$	()	e) $\frac{2a+b}{3a-b}$
6.- $\frac{3+2x-x^2}{3+5x+2x^2}$	()	f) $\frac{3x^2y^2z^4}{8}$
7.- $\frac{4a^2-b^2}{4a^2-b^2+2a-b}$	()	g) $\frac{3-x}{3+2x}$
8.- $\frac{a^3-2a^2-a+2}{a^3+2a^2-a-2}$	()	h) $\frac{1}{2}$
9.- $\frac{(a^3+b^3)(2a^2+5ab-3b^2)}{(2a^2+ab-b^2)(a+3b)}$	()	i) $x+y$
10.- $\frac{(a-2b)(a^2+4ab+3b^2)}{(a+3b)(2a^2+ab-b^2)}$	()	j) $\frac{a-2b}{2a-b}$
11.- $\frac{2ax-2ay+bx-by}{3ax-bx-3ay+by}$	()	k) $\frac{2a+b}{2a+b+1}$
12.- $\frac{x^3y-y^3x}{x^2y-xy^2}$	()	l) a^2-ab+b^2
		m) $\frac{5x}{y}$

TAREA**CALIFICACIÓN**

1.- En cada caso cruza al frente si la igualdad es falsa (F) o verdadera (V).

$$1.- \frac{25x^2 - 9}{25x^2 + 30x + 9} = \frac{5x - 3}{5x + 3}$$

→ F V

$$2.- \frac{5x + xy - 3y - 15}{4x^2y^2 + 20x^2y} = \frac{x - 3}{4x^2y}$$

→ F V

$$3.- \frac{x^3 - 1}{3ax^2 + 3ax + 3a} = \frac{x - 1}{3a + 1}$$

→ F V

$$4.- \frac{10b + 6ab - 12a - 20}{9a^2 + 30a + 25} = \frac{2(b - 2)}{3a - 4}$$

→ F V

$$5.- \frac{8x^2 - 14x + 3}{6x^2 - 11x + 3} = \frac{4x - 1}{3x + 1}$$

→ F V

$$6.- \frac{36x^3y^2 - 24x^2y - 32x}{36x^2y^2 - 64} = \frac{x(3xy + 2)}{3xy - 4}$$

→ F V

$$7.- \frac{8b^3x^2 - 2b^3x - 6b^3}{32b^2x^2 + 8b^2x - 12b} = \frac{b(x - 1)}{2(2x - 1)}$$

→ F V

$$8.- \frac{484x^3 - 36x}{77x^4 - 98x^3 + 21x^2} = \frac{4(11x + 3)}{7x(x - 1)}$$

→ F V

II.- Completa los espacios correctamente para tener una expresión verdadera.

$$1.- \frac{48x^2y^2 + 36x^2y - 16xy^2 - 12xy}{32xy^2 - 18x} = \frac{2(3x - 1)}{\quad}$$

$$2.- \frac{6a^2 - 3ab}{-4a^2b + 2ab^2} = \frac{\quad}{2y}$$

$$3.- \frac{x^3y + 3x^2y + 9xy}{x^3 - 27} = \frac{xy}{\quad}$$

$$4.- \frac{24a^3b + 8a^2b^2}{36a^4 + 24a^3b + 4a^2b^2} = \frac{\quad}{3a + b}$$

$$5.- \frac{n^3 - n}{n^2 - 5n - 6} = \frac{n(n - 1)}{\quad}$$

$$6.- \frac{x^6 + x^3 - 2}{x^4 - x^2y - x + y} = \frac{\quad}{x - y}$$

TEMA 2**PRODUCTO DE FRACCIONES****EJERCICIO****CALIFICACIÓN**

1.- Relaciona las columnas, apropiadamente escribiendo en el paréntesis la letra correcta.

Producto	Respuestas	Resultado
1.- $\frac{5x^2}{7y^3} \cdot \frac{4y^2}{7m^3} \cdot \frac{14m}{5x^4}$	()	a) $\frac{n}{m^2 - 2mn + n^2}$
2.- $\frac{2x^2 + x}{6} \cdot \frac{8}{4x + 2}$	()	b) $\frac{a-b}{a-1}$
3.- $\frac{m+n}{mn-n^2} \cdot \frac{n^2}{m^2-n^2}$	()	c) $\frac{1}{a+1}$
4.- $\frac{a^2-4ab+4b^2}{a^2+2b} \cdot \frac{a^2}{a^2-4b^2}$	()	d) $x-3$
5.- $\frac{(a-b)^3}{a^3-1} \cdot \frac{a^2+a+1}{(a-b)^2}$	()	e) $\frac{8}{7m^2x^2y}$
6.- $\frac{x^3-27}{a^3-1} \cdot \frac{a^2+a+1}{x^2+3x+9}$	()	f) $\frac{1}{n}$
7.- $\frac{a^2+2a}{a^2-16} \cdot \frac{a^2-2a-8}{a^3+a^2} \cdot \frac{a^2+4a}{a^2+4a+4}$	()	g) $\frac{2(n^2+4)}{n+2}$
8.- $\frac{x^3+x^2-12x}{x^2-3x} \cdot \frac{3x^2-10x+3}{3x^2+11x-4}$	()	h) $\frac{2x}{3}$
9.- $\frac{n^3-8}{n+2} \cdot \frac{2n^2+8}{n^3-4n} \cdot \frac{n^3+2n^2}{n^3+2n^2+4n}$	()	i) $\frac{a^2-2ab}{a^2+4ab+4b^2}$
10.- $\frac{n^2+n}{2n^2+7n-4} \cdot \frac{4n^2-4n+1}{2n^2-n-3} \cdot \frac{2n^2+5n-12}{2n^3-n^2}$	()	j) $\frac{x-3}{a-1}$
		k) $\frac{a^2+2ab}{a^2+4ab+4b^2}$

II.- Completa el espacio correctamente.

$$1.- \frac{2a^2 - a - 3}{a^2 - 1} \cdot \frac{a^2 - 2a + 1}{3a^2 - a - 2} =$$

$$\frac{2a - 3}{\quad}$$

$$2.- (a^2 - b^2) \cdot \frac{a^2 + 3ab + 2b^2}{2a^2 - 3ab + b^2} \cdot \frac{2a - b}{a^2 + 2ab + b^2} =$$

$$\frac{a + 2b}{\quad}$$

$$3.- \frac{a^3 - 1}{a^2 - 9} \cdot \frac{a^2 - 2a - 3}{a^2 + a + 1} =$$

$$\frac{\quad}{a + 3}$$

$$4.- \frac{a^2 - 7a + 12}{a^2 - 6a + 8} \cdot \frac{a^2 + 3a - 10}{a^2 - 10a + 21} \cdot \frac{a - 7}{a + 5} =$$

$$\frac{1}{\quad}$$

$$5.- \frac{30 - 7a - a^2}{24 - 2a - a^2} \cdot \frac{a^2 - a - 12}{a^2 + 7a - 30} =$$

$$\frac{a + 3}{\quad}$$

$$6.- \frac{4a^2 - 1}{2a^2 - 5a - 3} \cdot \frac{a^2 + a + 12}{4a^2 - 8a + 3} \cdot \frac{2a^2 + 3a - 9}{a^2 + 7a + 12} =$$

$$\frac{1}{\quad}$$

I.- Realiza los siguientes productos de fracciones y compara tus resultados.

$$1.- \frac{a^3 + 2a^2 - a - 2}{a^2 + 3a + 9} \cdot \frac{a^3 - 27}{a^2 + 3a + 2} =$$

[Sol. $(a-1)(a-3)$]

$$2.- \frac{3a^2 - a - 10}{8a^2 - 2a - 3} \cdot \frac{10a^2 + a - 2}{3a^2 + 20a + 25} \cdot \frac{12a^2 + 11a - 15}{5a^2 + 8a - 4} =$$

[Sol. $\frac{(a-2)(3a+5)}{(a+2)(a+5)}$]

$$3.- \frac{3a^2 + 4ab + b^2}{4a^2 + 2ab - 2b^2} \cdot \frac{3a^2 + 13ab - 10b^2}{a^2 - 4b^2} \cdot \frac{2a^2 - 5ab + 2b^2}{9a^2 - 12ab + 4b^2} =$$

[Sol. $\frac{(3a+b)(a+5b)}{2(a+2b)^3 a - 2b}$]

TEMA 3

DIVISIÓN DE FRACCIONES

EJERCICIO

CALIFICACIÓN



I.- Relaciona las columnas apropiadamente escribiendo en el paréntesis la letra correcta.

División	Respuesta	Resultado
1.- $\frac{10xy^2}{3z} \div \frac{5xy}{6z^3}$	()	a) $-\frac{3+x}{x^4}$
2.- $\frac{x+2xy}{3x^2} \div \frac{2y+1}{6x}$	()	b) -2
3.- $\frac{9-x^2}{x^4+6x^3} \div \frac{x^3-2x^2-3x}{x^2+7x+6}$	()	c) $\frac{(x-4)(x+2)}{2(2x+1)}$
4.- $\frac{x^2-5x+6}{x^2+7x-8} \div \frac{9-x^2}{64-x^2}$	()	d) $-\frac{(x-2)(8-x)}{(x-1)(3+x)}$
5.- $\frac{x^2-5x+4}{2x+6} \div \frac{2x^2-x-1}{x^2+5x+6}$	()	e) $\frac{x}{2(1-x)}$
6.- $\frac{x^2}{1-x^2} \div \frac{2x}{1-x} \div \frac{1-x}{1+x}$	()	f) $4yz^2$
		g) 2

TAREA

CALIFICACION



1) Indica cruzando al frente F ó V si la igualdad es falsa o verdadera.

<p>1. $\frac{a^2-8a+7}{a^2-11a+30} \cdot \frac{a^2-36}{a^2-1} \div \frac{a^2-a-42}{a^2-4a-5} = 1$</p>	F	V
<p>2. $\frac{x^4-27x}{x^2+7x-30} \cdot \frac{x^2+20x+100}{x^3+3x^2+9x} \div \frac{x^2-100}{x-3} = \frac{x-3}{x-10}$</p>	F	V
<p>3. $\frac{a^2+1}{3a-6} \div \left(\frac{a^3+a \cdot 4x+8}{6a-12} \cdot x-3 \right) = \frac{x-3}{2ax+4a}$</p>	F	V
<p>4. $\frac{8x^2-10x-3}{6x^2+13x+6} \cdot \frac{4x^2-9}{3x^2+2x} \div \frac{8x^2+14x+3}{9x^2+12x+4} = \frac{4x^2-12x+9}{2x^2+3x}$</p>	F	V
<p>5. $\frac{(a+b)^2-c^2}{(a-b)^2-c^2} \cdot \frac{(a+c)^2-b^2}{a^2+ab-ac} \div \frac{a+b+c}{a^2} = \frac{a^2+ab+ac}{a-b-c}$</p>	F	V

II) REALIZA LAS SIGUIENTES DIVISIONES Y COMPARA TUS RESULTADOS

$$1. \frac{a^2-5a}{b+b^2} \div \left(\frac{a^2+6a-55}{b^2-1} \cdot \frac{ax+3a}{ab^2+11b^2} \right)$$

[Sol. $\frac{b^2-b}{x+3}$]

$$2. \frac{m^3+6m^2n+9mn^2}{2m^2n+7mn^2+3n^3} \cdot \frac{4m^2-n^2}{8m^2-2mn-n^2} \div \frac{m^3+27n^3}{16m^2+8mn+n^2}$$

[Sol. $\frac{4m^2+mn}{m^2n-3mn^2+9n^3}$]

$$3. \frac{(a^2-ax)^2}{a^2+x^2} \cdot \frac{1}{a^3+a^2x} \div \left(\frac{a^3-a^2x}{a^2+2ax+x^2} \right) \cdot \left(\frac{a^2-x^2}{a^3+ax^2} \right)$$

[Sol. $\frac{1}{a}$]

$$4. \frac{(a^2-3a)^2}{9-a^2} \cdot \frac{27-a^3}{(a+3)^2-3a} \div \frac{a^4-9a^2}{(a^2+3a)^2}$$

[Sol. a^3-3a^2]

TEMA 4 SUMA Y RESTA DE FRACCIONES

EJERCICIO

CALIFICACION



1) RELACIONA LAS COLUMNAS APROPIADAMENTE ESCRIBIENDO EN EL PARENTESIS EL INSISO CORRECTO.

OPERACIÓN	RESPUESTA	RESULTADO
1. $\frac{2x-3y}{3z} + \frac{3x+4y}{3z}$	()	a) $\frac{2a^3-4a^2+3a-1}{a^2+1}$
2. $\frac{a}{a+5} - \frac{2}{a}$	()	b) $\frac{-2x}{2x+1}$
3. $\frac{2}{y-2} + \frac{3}{4-y^2}$	()	c) $\frac{5x+y}{3z}$
4. $\frac{a+3}{a^2+1} + \frac{2a-4}{2a-4}$	()	d) $\frac{2a-b}{a+2b}$
5. $\frac{2}{3-x} + \frac{3}{1-x} - \frac{2}{2-x}$	()	e) $\frac{a^2-2a-10}{a(a+5)}$
6. $\frac{16x^2}{4x^2-1} - \frac{4x}{2x-1} - \frac{6x}{2x+1}$	()	f) $\frac{11a-1}{(2a+1)(2a-3)}$
7. $\frac{x+1}{2x-3} - \frac{x-1}{2x+3} - \frac{2x^2-7x}{9-4x^2}$	()	g) $\frac{16-13x+3x^2}{(3-x)(1-x)(2-x)}$
8. $\frac{2a^2-5b^2}{a^2+ab-2b^2} + \frac{a-2b}{a+2b} - \frac{a-2b}{a-b}$	()	h) $\frac{x}{2x-3}$
9. $\frac{1}{2a^2+3a+1} + \frac{5a}{2a^2-a-3} + \frac{a+2}{4a^2-4a-3}$	()	i) $\frac{2a+b}{a+2b}$
		j) $\frac{2y+1}{(y+2)(y-2)}$

II) INDICA SI LA IGUALDAD ES CORRECTA O INCORRECTA

$$1. \frac{3x+5y}{16x^3} - \frac{7x+5y}{16x^3} = \frac{-1}{4x^2}$$

$$2. \frac{3(5x-7)}{(x+7)^2} - \frac{2x(4x+37)}{(x+7)^2} = \frac{-(8x+3)}{x+7}$$

$$3. \frac{7}{z} - \frac{35+6z}{z^2+5z} - \frac{1}{z+5} = 2z$$

$$4. \frac{2x}{15x+12} - \frac{1}{5x-4} - \frac{4x+16}{75x^2-48} = \frac{2x-7}{3(5x-4)}$$

$$5. \frac{3x+3}{2x^2+6x} - \frac{x-4}{x^2-x-12} + \frac{x+1}{3x^2-12x} = \frac{5(x-2)}{6x(x-4)}$$

1) EFECTUA LAS OPERACIONES INDICADAS Y COMPARA TUS RESULTADOS

$$1) \frac{3}{a} - \frac{2}{a+1} + \frac{2}{a^2}$$

$$\text{Sol. } \frac{a^2+5a+2}{a^2(a+1)}$$

$$2) 5 - \frac{5}{x+3} + \frac{10}{x^2-9}$$

$$\text{Sol. } \frac{5(x^2-x-4)}{x^2-9}$$

$$3) \frac{3}{x-2} - \frac{2}{x+2} - \frac{x}{x^2-4}$$

$$\text{Sol. } \frac{10}{x^2-4}$$

$$4) \frac{3a-6}{4a^2+12a-16} - \frac{2a-5}{6a^2-6} + \frac{3a^2+3}{8a^2+40a+32}$$

$$\text{Sol. } \frac{9a^3+a^2-21a+35}{24(a+4)(a+1)(a-1)}$$

$$5) \frac{32a-2b}{6a^2-19ab+10b^2} + \frac{a-3b}{6a^2-ab-2b^2} - \frac{20a+4b}{4a^2-8ab-5b^2}$$

$$\text{Sol. } \frac{3(a+7b)}{(3a-2b)(2a-5b)}$$

TEMA 5

FRACCIONES COMPUESTAS

EJERCICIO

CALIFICACION

I. RELACIONA LAS COLUMNAS APROPIADAMENTE ANOTANDO EN EL PARENTESIS EL INCISO CORRECTO.

FRACCION	RESPUESTA	RESULTADO
1) $\frac{x+y}{x-y} - \frac{x-y}{x+y}$	()	a) $\frac{3x^2+x-2}{x}$
1 + $\frac{x-y}{x+y}$	()	b) $x+1$
2) $\frac{\frac{2}{x+h-3} - \frac{2}{x-3}}{h}$	()	c) $\frac{2a+3}{6a-7}$
3) $3x + \frac{1+2x}{x+2} - \frac{x}{x-2}$	()	d) $\frac{2y}{x-y}$
4) $\frac{1}{1 - \frac{1}{1+\frac{1}{x}}}$	()	e) $\frac{a(a-b)}{a^2-ab+b^2}$
5) $\frac{a}{a-b} + \frac{a+b}{\frac{a-b}{b} - \frac{b}{a}}$	()	f) $\frac{2y}{x+y}$
6) $1 - \frac{1}{2 - \frac{1}{3 - \frac{2a-1}{2a+1}}}$	()	g) $\frac{-2}{(x+h-3)(x-3)}$

II) EN CADA CASO CRUZA (F) SI LA IGUALDAD ES FALSA O CRUZA (V) SI ES VERDADERA.

<p>1. $\frac{\frac{w}{w+1} - \frac{w^2}{w^2-1}}{\frac{1}{w-1} + 1} = \frac{-1}{w+1}$</p>	F	V
<p>2. $\frac{\frac{2a+3}{a+2} - \frac{2a}{a+1}}{\frac{a}{a+2} - 1} = \frac{-a-3}{2(a+1)}$</p>	F	V
<p>3. $2 - \frac{1}{\frac{x}{y} - 1} = \frac{x+y}{x-y}$</p>	F	V
<p>4. $\frac{\frac{3}{x} - \frac{4}{x+y}}{\frac{-3}{2x} + \frac{1}{x-y}} = \frac{2(x-y)}{x+y}$</p>	F	V
<p>5. $\frac{1 - \frac{6b}{a+2b}}{\frac{2b}{a-3b} - 2} = \frac{3b-a}{2(a-2b)}$</p>	F	V

TAREA

CALIFICACION

1) REALIZA LAS SIGUIENTES OPERACIONES Y COMPARA TU RESULTADOS.

$$1) \quad \frac{4 - \frac{4x-3}{x}}{2 - \frac{x-1}{x}}$$

Sol. $\frac{3}{x+1}$

$$2) \quad \frac{\frac{3}{x-1} - \frac{2}{x+1}}{\frac{1}{x-1} - \frac{5}{x+1}}$$

[Sol. $\frac{5+x}{6-4x}$

$$3) \quad \frac{\frac{1}{2x-1} - \frac{2}{3x-1}}{\frac{1}{2x-1} + \frac{1}{3x-1}}$$

Sol. $\frac{1-x}{5x-2}$

$$4) \frac{3 - \frac{x-6}{x^2-6x+8}}{2 + \frac{x+7}{x^2-2x-8}}$$

Sol. $\frac{(3x-10)(x+2)}{(x-2)(2x+3)}$

$$5) \frac{1 + \frac{9}{x^2+2x-8}}{1 + \frac{6}{x^2+x-6}}$$

Sol. $\frac{(x+1)(x+3)}{x(x+4)}$

$$6) \frac{1}{1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{x}}}$$

Sol. $1-x$

NO HAY TRABAJO MAS PESADO QUE AQUEL QUE DEJES PARA MAÑANA

EJERCICIO

OPCIONAL

1. MUEVE UN SOLO NUMERO PARA QUE SEA VERDADERA LA EXPRESION SIGUIENTE.

$$101 - 102 = 1$$

2. ¿CUALES SON LOS NUMEROS QUE FALTAN EN LA SIGUIENTE TABLA?

3	4	5	6	7	8	9	10
		52	63	94	46		

3. COMPLETA LOS CUADROS PARA QUE SEAN MAGICOS.

9		13	
14	10	6	
	12	11	

		9	
12	8	4	
7	6		

Tres parejas convencionales llegan a la orilla del río con la intención de cruzarlo para ello cuentan con un bote de remos para dos personas. Para evitar problemas nunca una mujer debe encontrarse sin su marido (en la orilla o el bote) donde haya hombres . Las mujeres pueden estar en un grupo sin presencia de hombres. Todos saben remar.
¿cómo deben cruzar el río sin que haya problemas?

UNIDAD V

TEORÍA DE ECUACIONES

TEMAS:

- 1) PROPIEDADES DE LA IGUALDAD Y CONCEPTOS BÁSICOS
- 2) ECUACIONES LINEALES CON UNA INCÓGNITA Ó VARIABLE (DE PRIMER GRADO)
- 3) ECUACIONES FRACCIONARIAS
- 4) ECUACIONES IRRACIONALES
- 5) APLICACIONES
- 6) SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES CON DOS INCÓGNITAS O VARIABLES. CONCEPTOS BÁSICOS
- 7) MÉTODO GRÁFICO DE SOLUCIÓN DE SISTEMAS LINEALES CON DOS VARIABLE
- 8) RESOLUCIÓN POR SUSTITUCIÓN
- 9) RESOLUCIÓN POR IGUALACIÓN
- 10) RESOLUCIÓN POR REDUCCIÓN
- 11) RESOLUCIÓN POR DETERMINANTES . (REGLA DE CRAMER)
- 12) APLICACIONES
- 13) SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES CON TRES O MAS VARIABLES.
- 14) ECUACIÓN DE 2º GRADO CON UNA INCÓGNITA O VARIABLE . CONCEPTOS BÁSICOS.
- 15) SOLUCIÓN DE ECUACIONES CUADRATICAS POR EL METODO GRAFICO
- 16) RESOLUCIÓN POR FACTORIZACIÓN
- 17) RESOLUCIÓN POR EL METODO DE COMPLETAR EL TRINOMIO CUADRADO PERFECTO
- 18) RESOLUCIÓN POR FORMULA GENERAL.
- 19) APLICACIONES.

REGLAS PARA LA DIRECCIÓN DEL ESPÍRITU

- 1) Reducir cualquier problema a un problema matemático.
- 2) Reducir cualquier problema matemático a un problema algebraico.
- 3) Reducir cualquier problema algebraico a resolver una sola ecuación.

René Descartes

(1596 – 2650)





RENATO DESCARTES (1596 – 1650)

Matemático y filósofo francés. Cuando joven fue soldado y recorrió varios países, después de participar en el sitio de la Rochelle, se retiró a la vida estudiantina. La reina Cristina de Suecia lo invita a su corte, para que le dé clases de matemáticas. A Descartes se le atribuye el haber sistematizado el método científico. Fue el primero en combinar el álgebra con la geometría, dando origen a una de las ramas fundamentales de las matemáticas: La Geometría Analítica.

TEMA 1**PROPIEDADES DE LA IGUALDAD Y
CONCEPTOS BÁSICOS****EJERCICIO****CALIFICACIÓN****1) En cada caso elige el inciso que complete correctamente la expresión.****1) Si en los dos miembros de una igualdad se aplican operaciones iguales los resultados serán:**

- a) Cambian
b) Son Diferentes
c) Se Alteran
- d) Son Iguales
e) Ninguno

**2) Una solución o raíz de una ecuación es un valor específico tal que:**

- a) Altera la ecuación
b) Reduce la ecuación
c) No altera la ecuación
- d) Despeja "x"
e) Satisface la ecuación

**3) Es una ecuación de primer grado con una incógnita:**

- a) $2x+3y = 7$
b) $3x^2+2x+1 = 0$
c) $x-1 = 7$
- d) $x^2-1 = 0$
e) $x+y+z = 0$

**4) Nombre que recibe la incógnita de una ecuación:**

- a) Constante
b) Termino
c) Base
- d) Variable
e) Exponente

**5) Propiedad de la igualdad que se ilustra: "si $x = 7$ entonces $7 = x$ "**

- a) Reflexiva
b) Simétrica
c) Transitiva
- d) Aditiva
e) Multiplicativa

**6) Una de las siguientes ecuaciones es una identidad:**

- a) $3x+1 = 5$
b) $4x = 2(x+x)$
c) $x^2-1 = 0$
- d) $2x+y = 1$
e) $3x^2-x = 0$



7) Es una ecuación de primer grado con dos variables:

- a) $x^2+2x-1 = 0$
- b) $3x-7y = 0$
- c) $2x+1 = 3$

- d) $x^2 = 1$
- e) $x+y = z$

8) Propiedad de la igualdad que se ilustra: "si $x-4 = 9$ entonces $x-4 + 4 = 9+4$ ":

- a) Reflexiva
- b) Simétrica
- c) Transitiva

- d) Aditiva
- e) Multiplicativa

II) Relaciona las columnas apropiadamente escribiendo en el paréntesis la letra correcta:

ECUACIÓN	RESPUESTA	TIPO DE ECUACIÓN
1) $\frac{3}{2}x + 5y - 1 = 0$	()	a) Fraccionaria
2) $\frac{2x-a}{b} = \frac{2x-b}{a}$	()	b) Numérica
3) $4x-7 = 2x+5$	()	c) Con dos variables
4) $\frac{3}{y} - \frac{4}{5y} = \frac{1}{10}$	()	d) Literal
5) $\sqrt{x+1} = 3$	()	e) Irrracional
		f) Entera

III) Indica el orden en el que se debe resolver una ecuación; escribiendo frente a cada paso el orden que le corresponda del 1 al 6.

a) Se despeja la incógnita	()
b) Se vuelve a reducir términos semejantes	()
c) Se hace la transposición de términos de tal manera que un miembro contenga todos los términos con incógnita y el otro miembro contenga las constantes.	()
d) Se efectúan las operaciones indicadas	()
e) Se reducen términos semejantes en ambos miembros de la ecuación	()
f) Se comprueba con la solución encontrada	()

TEMA 2**ECUACIONES LINEALES CON UNA
INCÓGNITA Ó VARIABLE
(DE PRIMER GRADO)****EJERCICIO****CALIFICACIÓN**

1) En cada caso elige la letra que complete correctamente la expresión y anótala en el rectángulo de la derecha.

1) La solución de la ecuación $3x-7 = 5-x$ es:

- a) $x = -3$
- b) $x = 4$
- c) $x = -4$

- d) $x = 3$
- e) Ninguno

2) El valor de "x" en la ecuación $3x+4-7x-9-5 = 2x-3x+9-3$ es:

- a) 2
- b) -1
- c) -2

- d) 1
- e) Ninguno

3) Si $5(x+3)-2(4x-9) = 15-(3x+6)+3(x-3)$ entonces x es igual a:

- a) -11
- b) 10
- c) 11

- d) -10
- e) Ninguno

4) Al resolver la ecuación $(x-4)(x-7)+5x-3 = (x+7)(x-3)-4x+21$, obtenemos:

- a) $x = 25$
- b) $x = 2$
- c) $x = 50$

- d) $x = \frac{25}{2}$
- e) Ninguno

5) El valor de "x" que satisface la ecuación $\frac{3x}{7} - \frac{4x}{9} = \frac{2x}{21} - \frac{2}{3}$ es:

- a) 9
- b) 6
- c) -6

- d) -9
- e) Ninguna

II) Ahora relaciona las columnas apropiadamente escribiendo en el paréntesis la letra correcta.

ECUACIONES	RESPUESTA	SOLUCIÓN
1) $2x + 5 = 0$	()	a) $x = 3$
2) $3x - 2 = 0$	()	b) $x = 4$
3) $4x - 1 = 11$	()	c) $x = -5/2$
4) $-2x + 5 = 7$	()	d) $x = -3$
5) $3x - 4 = 4x$	()	e) $x = 2/3$
6) $4x + 1 = 6x - 7$	()	f) $x = -4$ g) $x = -1$

III) Relaciona las columnas correctamente escribiendo en el paréntesis la letra adecuada.

ECUACIONES	RESPUESTAS	SOLUCIONES
1) $3x + 8 = -2x - 17$	()	a) $x = -21/2$
2) $2(x-5) = 3(2x+1)$	()	b) $x = -1$
3) $8(2x+3) = -5(-3x+2)$	()	c) $x = -5$
4) $6(3x-1) = 5(4x+3)$	()	d) $x = -34$
5) $1/3(5x-2) = x+2$	()	e) $x = -1/2$
6) $3/4(3x-2) = 3x$	()	f) $x = 4$
7) $\frac{6x+2}{5} + \frac{4x-9}{3} = 5$	()	g) $x = 3$
8) $\frac{4x+13}{7} - \frac{3x-5}{10} = 1$	()	h) $x = -5$
9) $\frac{6x-5}{11} - \frac{4x+5}{3} = -4$	()	i) $x = -2$
10) $\frac{4x}{3} + \frac{1}{6} = \frac{10x}{5} - \frac{1}{6}$	()	j) $x = -13/4$ k) $x = 1/2$

IV) De acuerdo con cada afirmación cruza la letra correspondiente.

1) Si $\frac{5x}{6} + \frac{7}{9} - \frac{3x}{4} = \frac{x}{9} - \frac{2}{9}$, entonces $x = 36$

2) El valor de la incógnita en la ecuación

$$\frac{5x}{6} + \frac{5}{9} - \frac{2x}{9} = \frac{2x}{3} - \frac{4}{9} \text{ es } 18$$

3) La ecuación $2x - 4p = 3x + 2p$, tiene como solución $x = -6p$

4) Si $ax + a = bx + b$, entonces $x = \frac{b-a}{a-b} = -1$

5) El valor de la incógnita x en la ecuación $2cx + 4d = 3ax - 4b$ es:

$$x = \frac{-4b - 4d}{2c - 3a} = \frac{4b + 4d}{3a - 2c}$$

6) Si $\frac{3x+a}{b} = \frac{4x+b}{a}$ entonces $x = \frac{b^2 - a^2}{3a + 4b}$

F	V
F	V
F	V
F	V
F	V
F	V



1) Relaciona las columnas apropiadamente escribiendo en el paréntesis el inciso correcto.

ECUACIONES	RESPUESTA	SOLUCIONES
1) $5x - 4 = 3x - 6$	()	a) $x = 1/2$
2) $3(4-5x) - 2(x+4) = 4$	()	b) $x = \frac{4+2b}{10+3a}$
3) $(3x-1)(x+1) = 3x^2$	()	c) $x = -1$
4) $x(10-3a) = 4+2b$	()	d) $x = 8/11$
5) $\frac{2x+4}{4} - \frac{5x}{8} = \frac{2x+4}{6}$	()	e) $x = \frac{4+2b}{10-3a}$
		f) $x = 0$

II) Resuelve las siguientes ecuaciones y compara tus resultados.

$$1) \frac{2x+3}{3} - \frac{x}{4} = \frac{x}{4} - \frac{1}{2}$$

Solución: $x = 12$

$$2) \frac{x}{2b} + b^2 = a + \frac{bx}{2a}$$

Solución: $2ab$

$$3) 4x + 13 = 3(5x + 20) + 8$$

$$4) 2(x - a) - 5 = 3(ax - 4)$$

Solución: $x = -9$

$$5) (x + 1)^2 - (x - 1)^2 = x + 9$$

Solución: $x = \frac{2a - 7}{2 - 3a}$

Solución: $x = 3$

$$6) 4x(2x - 5) + 5x(2x + 3) = 6 - 8x(-2x+7) + 2(x^2+15)$$

Solución: $x = \frac{12}{17}$

$$7) 4(x + 7)(3x + 1) - 2(3x + 1)^2 = 2(3x - 4)(3x + 4) + 3x(4x + 3)$$

Solución: $x = \frac{-62}{91}$

$$8) (x + 3)(x + 1)(x - 1) = 2x(x + 3)^2 - x^3 - (3x + 1)^2$$

Solución: $x = -\frac{2}{13}$

$$9) \frac{6x}{7} + \frac{9x}{14} - \frac{x}{2} - \frac{5x}{3} + \frac{5x}{6} + \frac{3}{2}$$

Solución: $x = -1$

$$10) \frac{2(x + \frac{2x}{3})}{3 \cdot 4} - \frac{3(4x + \frac{x}{2} - \frac{2x}{3})}{3 \cdot 3} = \frac{5x + 11}{3 \cdot 9}$$

Solución: $x = -\frac{11}{83}$

TEMA 3

ECUACIONES FRACCIONARIAS

EJERCICIO

CALIFICACIÓN



1) En cada caso elige el inciso que complete correctamente la oración y anótalo en el círculo de la izquierda.



1) La solución de la ecuación $1/x = 1/4$ es:

- a) $x = 4$
- b) $x = 1/4$
- c) $x = 1$

- d) $x = 2$
- e) Ninguna



2) El valor de la variable "x" en la ecuación $\frac{1-1}{x} = \frac{2}{3}$ es:

- a) $3/5$
- b) $2/5$
- c) $5/2$
- d) $-5/2$

- e) $-2/5$
- f) Ninguno



3) Si $\frac{2}{3x+1} = \frac{5}{8x+1}$, entonces:

- a) $x = -1/3$
- b) $x = 1/3$
- c) $x = 3$

- d) $x = -3$
- e) Ninguno



4) Cuando se resuelve la ecuación $\frac{x+1}{x-2} = \frac{x-1}{x-3}$ obtenemos:

- a) $x = -1/5$
- b) $x = 1/5$
- c) $x = -5$

- d) $x = 5$
- e) Ninguno



5) Al resolver la ecuación $\frac{4}{x-2} - \frac{3}{x+1} = \frac{8}{(x-2)(x+1)}$ se obtiene:

- a) $x = 2$
- b) $x = -2$
- c) $x = 1/2$

- d) $x = -1/2$
- e) Ninguno

II) Relaciona las columnas apropiadamente escribiendo en el paréntesis el inciso correcto, en el cuadrado de la derecha.

ECUACIONES	RESPUESTA	SOLUCIONES
1) $\frac{2}{3x+1} = 1$	()	a) $x = -2$
2) $\frac{11}{6x+1} = \frac{2}{x+1}$	()	b) $x = -3$
3) $\frac{x+5}{x-1} = \frac{x+2}{x-2}$	()	c) $x = 4$
4) $\frac{1}{x+5} + \frac{1}{2x+9} = \frac{2}{(x+5)(2x+9)}$	()	d) $x = 3$
5) $\frac{2}{x+1} - \frac{3}{2x-3} = \frac{6x+1}{2x^2-x-3}$	()	e) $x = 9$
6) $\frac{5}{2x+1} + \frac{4}{x-1} = \frac{12x+6}{2x^2-x-1}$	()	f) $x = -4$ g) $x = 7$

TAREA

CALIFICACIÓN



I) De acuerdo a cada afirmación cruza (F) si es falsa y (V) si es verdadera.

1) Si $\frac{5}{3x-1} - \frac{1}{5x-7} = \frac{11x-1}{15x^2-26x+7}$, entonces $x = 3$	F	V
2) La solución de la ecuación $\frac{4}{3x-2} - \frac{1}{2x-3} = \frac{5}{6x+3}$, entonces $x = 3$	F	V
3) El valor de la variable "x" en la ecuación $\frac{3}{x+3} - \frac{2}{2x-5} = \frac{6}{3x-13}$ es 5	F	V
4) Al resolver la ecuación $\frac{4}{2x-3} + \frac{35}{5x-4} = \frac{3}{x+2}$ obtenemos $x = 1$	F	V
5) Si $\frac{4}{3x-1} - \frac{3}{2x+3} = \frac{-1}{6x-24}$, entonces $x = 3$	F	V
6) x debe valer 5 para cumplir la ecuación $\frac{x+7}{(2x-3)(x+1)} = \frac{8x-9}{2x-3} - \frac{4x+9}{x+2}$	F	V

II) Resuelve las siguientes ecuaciones copara tus resultados y comprueba.

1) $\frac{5}{2x} = \frac{8}{3x} + \frac{1}{3}$	Solución: $x = -1$
2) $\frac{9}{2x} + \frac{3}{4x} + \frac{2}{3} - \frac{8}{3x} = \frac{-1}{x} - \frac{8}{3x} - \frac{1}{4x}$	Solución: $x = -39/4$

$$3) \frac{4}{3x-1} - \frac{7}{2x-1} = \frac{8}{6x^2-5x+1}$$

Solución: $x = -\frac{5}{13}$

$$4) \frac{3}{2x+3} + \frac{4}{2x^2+x-3} = \frac{3}{x-1}$$

Solución: $x = \frac{1}{2}$

$$5) \frac{4}{3x-1} - \frac{8}{x+2} = \frac{14}{6x^2+5x-2}$$

Solución: $x = \frac{1}{10}$

TEMA 4

ECUACIONES IRRACIONALES

EJERCICIO _____

CALIFICACIÓN

1) En cada caso elige el inciso que complete correctamente la expresión y escríbelo en la elipse de la izquierda.

1) La solución de la ecuación $\sqrt{x-8} = 2$ es:

- a) 4
- b) 10
- c) 12

- d) 2
- e) Ninguno

2) El valor de "x" que satisface la ecuación $\sqrt{x+4} + \sqrt{x-1} = 5$ es:

- a) -5
- b) 10
- c) 1/5

- d) 5
- e) Ninguno

3) Si $5 - \sqrt{3x+1} = 0$, entonces x es igual a:

- a) 25
- b) 8
- c) -8

- d) 26
- e) Ninguno

4) ¿Cuánto a de valer "x" para que satisfaga la ecuación: $\sqrt{9x^2-5} - 3x = -1$

- a) -1
- b) 2
- c) 1

- d) -2
- e) Ninguno

11) Relaciona las columnas apropiadamente escribiendo en el paréntesis la letra correcta.

ECUACIONES	RESPUESTA	SOLUCIONES
1) $\sqrt{x+2} = 5$	()	a) $x = 5$
2) $\sqrt{x^2-2x+1} = 9-x$	()	b) $x = 9$
3) $15 - ^3\sqrt{7x-1} = 12$	()	c) $x = 23$
4) $\sqrt{x} + \sqrt{x+7} = 7$	()	d) $x = 10$
5) $\sqrt{3x-5} + \sqrt{3x-14} = 9$	()	e) $x = -4$
6) $\sqrt{x-3} + \frac{8}{\sqrt{x+9}} = \frac{\sqrt{x+9}}{\sqrt{x+9}}$	()	f) $x = 6$ g) $x = 7$



1) Resuelve, compara tus resultados y comprueba.

$$1) \sqrt{5x-19} - \sqrt{5x} = -1$$

Solución: $x = 20$

$$2) \sqrt{x+10} - \sqrt{x+19} = -1$$

Solución: $x = 6$

$$3) \sqrt{4x-11} = 7\sqrt{2x-29}$$

Solución: $x = 15$

$$4) 13 - \sqrt{13+4x} = 2\sqrt{x}$$

Solución: $x = 9$

$$5) \sqrt{x-4} + \sqrt{x+4} = 2\sqrt{x-1}$$

Solución: $x = 5$

$$6) \sqrt{x+4} - \sqrt{x-1} = \frac{2}{\sqrt{x-1}}$$

Solución: $x = 4$

TEMA 5

APLICACIÓN DE LAS ECUACIONES LINEALES CON UNA INCÓGNITA (1er. GRADO)

EJERCICIO

CALIFICACIÓN



1) En cada caso elige el inciso que complete correctamente la expresión.

1) ¿Cuál es la ecuación que corresponde al problema "encontrar tres enteros consecutivos tales que su suma sea 72?" _____

a) $x+y+z = 72$

b) $(x-1)+(x+3)+(x+2) = 72$

c) $x+(x+1)(x+2) = 72$

d) $x(x+1)(x+2) = 72$

e) Ninguno

2) La ecuación que resuelve el problema "un agente de ventas visitó a 20 clientes en 3 días. Si el segundo día visitó a uno más que en el primer día y en el tercer día a 3 más que en el segundo. ¿Cuántos clientes visitó al día? Es: _____

a) $x+y+z = 20$

b) $x+3x+2x = 20$

c) $x+(x+1)+(x+3) = 20$

d) $x(x+1)(x+2) = 20$

e) $x+(x+1)+(x+4) = 20$

3) ¿Cuál es la ecuación que resuelve el problema "el triple de la diferencia entre un número y 1 es igual al doble de la suma del número original y 6, ¿cuál es el número?" _____

a) $2(x-1) = 3(x+6)$

b) $3(x-1) = 2(x+6)$

c) $3(x-6) = 2(x+1)$

d) $2(x) = 3(x+6)$

e) $2(x-1) = 3x$

II) Relaciona las columnas anotando en cada paréntesis la letra que corresponda a la ecuación que resuelva cada problema.

PROBLEMAS	RESPUESTAS	ECUACIONES
1) Si el largo de un rectángulo mide el doble de lo que mide el ancho y además, su perímetro es de 39 dm ¿cuánto mide el ancho del rectángulo?	()	a) $0.05x + 0.03(300,00 - x) = 10,000$
2) Determinar 2 números sabiendo que su suma es 37 y que si se divide el mayor entre el menor, el cociente vale 3 y el resto 5.	()	b) $41 + x = 3(9 + x)$
3) La edad de una persona es 41 años y la de su hijo es 9. Determinar al cabo de cuantos años la edad del padre triplica la del hijo.	()	c) $(x+4)^2 = x^2 + 64$
4) Una persona invierte \$300,000 y recibe, anualmente \$10,000 de interés. Si sabe que una parte de su dinero le produce el 5% y la otra el 3%, a interés simple, hallar cuánto dinero invierte al 5% y cuanto al 3%.	()	d) $\frac{37 + x}{x} = 3 + \frac{5}{x}$
5) Hallar la longitud del lado de un cuadrado sabiendo que si se aumenta ésta. En 4m, su área se incrementa en $64m^2$	()	e) $2(x+2x) = 39$ f) $\frac{37 - x}{x} = 3 + \frac{5}{x}$

III) En cada caso completa los espacios ya sea con la ecuación que resuelva el problema ó con la solución, según corresponda.

1) Un cuaderno de 200 hojas cuesta \$7.50 más de lo que vale uno de 100 hojas. Si al comprar un cuaderno de cada tipo se pagaron \$27.50 ¿Cuál es el precio de cada cuaderno?

Ecuación: $2x + 7.5 = 27.5$

Solución: _____

2) Determinar el número de kilogramos que se deben de tomar de dos ingredientes cuyos precios son \$45 y \$85 por kg respectivamente, para obtener un producto de 40 kg a un precio de \$60 por kg.

Ecuación: $45x + 85(40 - x) = 60 \times 40$

Solución: _____

3) Una pintura tiene forma rectangular, cuya base es 4 pulgadas menor que el doble de su altura. Si el marco tiene 2 pulgadas de ancho y su área de 360 pulgadas cuadradas, obtener las dimensiones de la pintura sin el marco.

Ecuación: $360 = (2x-4+4)(x+4) - x(2x-4)$

Solución: _____

4) Encontrar tres números enteros consecutivos cuya suma sea 84.

Ecuación: _____

Solución: 27, 28, 29

5) La cuarta parte de un número es 10 unidades menor que la tercera parte de él.

Ecuación: _____

Solución: $x = 120$

6) El dígito de las decenas de un número de dos cifras supera en 4 al dígito de las unidades. Si el número supera en 12 al séxtuplo de la suma de los dígitos, obtener el número.

Ecuación: _____

Solución: El Número es 84

7) Hace 18 años Pedro era exactamente tres veces más viejo que su hijo. Y ahora es dos veces más viejo que su hijo. ¿Cuántos años tiene Pedro y su hijo?

Ecuación: $2x - 18 = 3(x - 18)$

Solución: _____

8) ¿Cuántos litros de una solución de agua oxigenada al 30% deben combinarse, con cuántos litros de una solución de agua oxigenada al 3%, para obtener 30 litros de una solución de agua oxigenada al 12%.

Ecuación: $0.30x + 0.03(30 - x) = 0.12(x + 30 - x)$

Solución: _____

9) Lalo tarda 5 días en hacer un jardín y Memo se tarda 3 días en el mismo jardín. ¿Cuánto tiempo tardarán los dos juntos en hacer el jardín?

Ecuación: $\frac{x}{5} + \frac{x}{3} = 1$

Solución: _____

10) Rodrigo pinta una habitación en cinco días menos que lo que le toma a Juan. Trabajando juntos, ellos completan el trabajo en días ¿cuánto tiempo le toma a cada uno hacer el trabajo solo?

RESOLUCION

Ecuación: $\frac{1}{6} = \frac{1}{x} + \frac{1}{x} + 5$

Solución: _____



**1) En cada caso completa el espacio con la ecuación que resuelva el problema o con la solución misma, según corresponda.
Comprueba tus resultados:**

1) Calcular el número de litros de una solución de alcohol al 60%, que se deben añadir a 40 litros de otra solución de alcohol al 20% para obtener una mezcla al 30%.

Ecuación: $0.60x + (0.20)(0.40) = 0.30(x + 40)$

RESOLUCION

Solución: _____

Comprobación: _____

2) Dos minerales de Magnesio (Mn) contienen el 40% y el 25% de dicho metal, respectivamente. Calcular las toneladas de cada uno de ellos que se deben mezclar para obtener 100 toneladas de mineral con una riqueza del 35%.

Ecuación: $0.40x + 0.25(100 - x) = 0.35(100)$

RESOLUCION

Solución: _____

Comprobación: _____

3. ¿ Cuántos galones de un líquido que tiene el 74% de alcohol deben ser combinados con 5 galones de uno que tiene el 90% de alcohol para obtener una mezcla con el 84 % de alcohol?

RESOLUCION

Ecuación : $0.74x + 4.5 = 0.84(x + 5)$

Sol: _____

Comprobación

4. Tres aeropuertos , A, B, C están localizados sobre la dirección norte – sur. B está a 645 millas al norte de A; C esta a 540 millas al norte de B. Un piloto viajó de A a B , en donde se retrasó 2 hrs antes de proseguir su viaje hacia C. Considérese que durante la primera parte del viaje el viento soplaba desde el sur , con una velocidad 15 millas por hora, pero, durante el retraso del piloto en C el viento comenzó a soplar desde el norte, a una velocidad de 20 millas por hora . Si cada viaje requiere el mismo periodo de tiempo. Encuentre la velocidad del avión

RESOLUCION

Ecuación : $\frac{645}{x + 15} = \frac{540}{x - 20}$

Sol _____

Comprobación: _____

II En cada problema lee con mucho cuidado. Establece la ecuación correspondiente y resuélvela. Comprueba tus resultados

1. Un agricultor puede arar un campo en 4 días empleando su tractor. Su peón puede arar en mismo campo en 6 días utilizando un tractor más chico. ¿ Cuántos días se requieren para el arado si los dos lo aran juntos?

RESOLUCION

Ecuación _____

Solución 2 2/5 días

Comprobación:

2. Si en el problema anterior el peón trabajó un día el tractor chico y después fue ayudado por el patrón. ¿ Cuántos días necesitaran para arar el mismo campo?

RESOLUCION

Ecuación _____

Solución 2 días

Comprobación:

3. Pedro y Gaby tienen un total de \$ 599 en sus cuentas bancarias . Si Pedro tiene \$213 más en su cuenta que Gaby ¿ Cuántos tiene cada uno en su cuenta?

RESOLUCION

Ecuación _____
Solución \$ 193 y \$ 406
Comprobación:

4. Valeria, Gaby y Ari trabajaron un total de 21 hrs. de tiempo extra. Valeria y Gabriela trabajaron juntas durante 15 horas y Ari trabajó 2 horas más que Valeria ¿ Cuántas horas extras trabajó cada uno?

RESOLUCION

Ecuación _____
Solución Valeria: 4hrs .Gaby: 11 hrs Ari 6hrs
Comprobación:

5. Tres de cuatro jugadores de póker perdieron dinero. El Sr. Delgado perdió la cuarta parte del total en dinero. El Sr. Roccatti perdió \$10 mas que el Sr. Delgado , y el Sr. Sainz perdió \$ 6 más que el Sr. Roccatt ¿ Cuánto ganó el cuarto jugador?

RESOLUCION

Ecuación _____
Solución \$ 104
Comprobación:

6. Si 20 galones de agua a una temperatura de 65°C son mezclados con 20 galones de agua de 81°C ¿Cuál será la temperatura de la mezcla?

RESOLUCION

Ecuación _____

Solución 73° C

Comprobación:

7. El segundo número de la combinación para abrir una caja fuerte es el doble del primero y el tercer número es la cuarta parte del segundo. Si la suma de los números es 42 ¿Cuál es la combinación?

. RESOLUCION

Ecuación _____

Solución 12, 24, 6

Comprobación:

8. El chofer de un vehículo de reparto recorrió 30 millas por una autopista para ir desde un almacén, desde el centro, hasta los suburbios en donde entregó paquetes a lo largo de la ruta de 24 millas. Tomó $2\frac{2}{3}$ de hora más entregando paquetes que cuando viajó hacia los suburbios. Encuentra la velocidad promedio en cada parte del trayecto si se sabe que viaja a una velocidad de 35 m / hr más rápido en la autopista que en los suburbios.

RESOLUCION

Ecuación _____

Solución 50mi/hr – autopista 15mi/hr- suburbios

Comprobación:

9. El aeropuerto A esta localizado a 325 millas al norte del aeropuerto B; A su vez un aeropuerto C esta a 460 millas al este de uno en B. En avioneta, un piloto voló desde A a B en un día y al día siguiente lo hizo de A a C. El primer día el viento soplabla del sur a 12 millas/hr y desde el oeste a 16 millas/hr el segundo día ; Determinar la velocidad del avión considerando que ambos vuelos tomaron el mismo tiempo.

RESOLUCION

Ecuación _____

Solución _____ 112m/hr.

Comprobación _____

10. Dos automóviles A y B , recorren una pista circular de 1km de longitud en 6 y 10 minutos respectivamente. Suponiendo que parten en el mismo instante y lugar . Hallar al cabo de cuánto tiempo se encontrarán si se mueven alrededor de la pista :

- a) En la misma dirección
- b) En direcciones opuestas.

RESOLUCION

Ecuación _____

Solución 15 min. — Misma dirección 15/4 min- dirección opuesta ..

Comprobación _____

TEMA 6

SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES CON DOS INCÓGNITAS O VARIABLES. CONCEPTOS BÁSICOS

EJERCICIO

CALIFICACIÓN

- I. Anota en el triángulo de la izquierda el inciso que complete correctamente la expresión



1. Es una ecuación lineal con dos incógnitas o variables:

- a) $2x^2 + y = 5$
- b) $3x^2 + 2x - 1 = 0$
- c) $2x - 4y = 5$
- d) $3x + 5 = 8$
- e) $3x + 2y + z = 0$



2. Ecuación lineal con 2 variables en su forma general

- a) $3x^2 - 2x + 1 = 0$
- b) $2x^2 - y + 5 = 0$
- c) $y = 2x + 3$
- d) $2x - 3y + 6 = 0$
- e) $4x + 5 = 0$



3. Ecuación lineal con dos variables en su forma ordinaria o función A

- a) $3x^2 + x - 1 = 0$
- b) $y = x^2 + 3x + 1$
- c) $y = \frac{4}{3}x - 5$
- d) $2x + 5y - 10 = 0$
- e) $4x - 6 = 0$



4. En la expresión $y = mx + b$, m se llama:

- a) Ordenada al origen
- b) Pendiente
- c) Intersección con el eje X
- d) Intersección con el eje Y
- f) Ninguno



5. De la misma ecuación: b se llama:

- a) Ordenada al origen
- b) Pendiente
- c) Intersección con el eje X
- d) Intersección con el eje Y
- e) Ninguno



6. Sistema de ecuaciones lineales con dos variables

- a) $x + y = 1$
 $x + 4 = 1$
- b) $x^2 + y - 3 = 0$
 $x = 5$
- c) $x^2 + 2x - 3 = 0$
 $3x + 5 = 0$
- d) $3x - 2y = 8$
 $x + 4y = 1$
- e) $x + y = 1$
 $y + z = 0$

II. Relaciona las columnas anotando en el paréntesis la letra correcta

CONCEPTO	RESPUESTA	DEFINICIÓN O REGLA
1. Intersección con X	()	a) Punto donde una recta corta al eje Y
2. Ordenada al origen	()	b) Ángulo positivo medido desde el semieje positivo X
3. Pendiente de una recta no vertical	()	c) Se hace $x = 0$
4. Inclinación	()	d) $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}, x_2 \neq x_1$
5. Intersección con Y	()	e) Punto donde una recta corta al eje X
		f) Se hace $y = 0$

TEMA 7

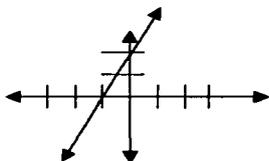
MÉTODO GRÁFICO DE SOLUCIÓN DE SISTEMAS LINEALES CON DOS VARIABLES

EJERCICIO _____

CALIFICACION

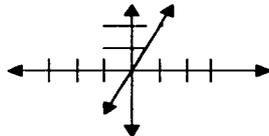
I. En cada caso elige el inciso correcto

1. Ecuación de la siguiente gráfica: _____



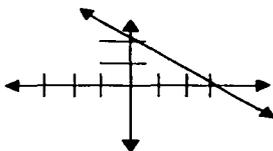
- a) $-2x - y - 2 = 0$
- b) $-2x + y - 2 = 0$
- c) $-x + y - 2 = 0$
- d) $-2x - y + 2 = 0$
- e) $2x - y + 2 = 0$

2. Ecuación de la siguiente gráfica _____



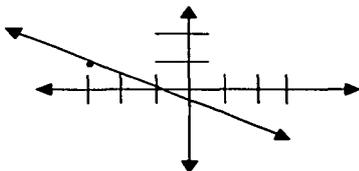
- a) $2x - y = 0$
- b) $-2x + y = 0$
- c) $-2x - y = 0$
- d) $\frac{1}{2}x - y = 0$
- e) $x - \frac{1}{2}y = 0$

3 Ecuación de la siguiente gráfica _____



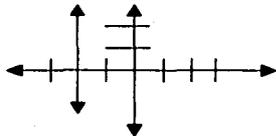
- a) $-2x + 3y + 6 = 0$
- b) $2x - 3y + 6 = 0$
- c) $2x + 3y - 6 = 0$
- d) $-2x - 3y - 6 = 0$
- e) $-2x + 3y - 6 = 0$

4 Ecuación de la siguiente gráfica _____



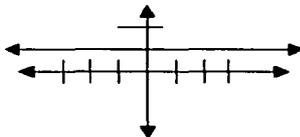
- a) $x - 3y = 0$
- b) $-x + 3y = 0$
- c) $-x - 3y = 0$
- d) $3x + y = 0$
- e) $x + 3y = 0$

5 Ecuación de la siguiente gráfica _____



- a) $x = 2$
- b) $x = -2$
- c) $y = 2$
- d) $y = -2$
- e) $1 + y = 0$

6 Ecuación de la siguiente gráfica _____



- a) $x = 1$
- b) $x = -1$
- c) $y = 1$
- d) $y = -1$
- e) $x + y = 1$

II. Analiza cada afirmación y escribe frente a ella (f) si es falsa y (v) si es verdadera

1. Dos rectas paralelas no tienen puntos en común.	F	V
2. Dos rectas que forman un ángulo de 90° se llaman paralelas	F	V
3. Dos rectas perpendiculares tienen más de un punto en común	F	V
4. Si dos rectas coinciden en el sistema de ecuaciones correspondiente tienen infinitud de soluciones	F	V
5. Dos rectas se intersectan en un sólo punto	F	V
6. Dos ecuaciones lineales con dos variables cuyas gráficas se intersectan en un solo punto se llaman incompatibles o inconsistente.	F	V
7. Las coordenadas del punto intersección de dos rectas es la solución del sistema de ecuaciones correspondientes	F	V
8. Dos ecuaciones lineales con dos variables cuyas gráficas sean paralelas se llaman incompatibles	F	V
9. Dos ecuaciones lineales con dos variables cuyas gráficas coincidan se llaman dependientes.	F	V
10. Dos rectas paralelas tienen distintas pendientes	F	V
11. Dos rectas que se intersectan en un solo punto se llaman compatibles o independientes.	F	V

III. Enseguida cruza el par ordenado que sea la solución de los siguientes sistemas de ecuaciones.

1. $x - 2y = -2$

A (3 , - 4) B (3 , 4) C (4 , 3)

$x + y = 7$

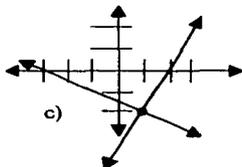
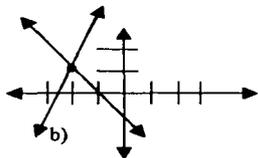
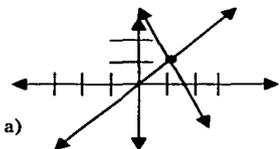
D (- 3 , - 4) E (- 3 , 4)

IV. En cada caso elige el inciso que complete correctamente la expresión y anótalo en el círculo de la izquierda



1. Es la gráfica del sistema de ecuaciones.

1. $2x - y = 4$
2. $x + 2y = -3$



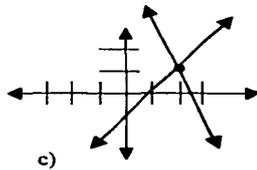
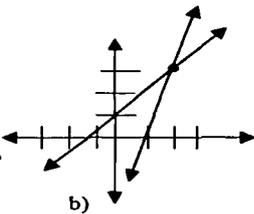
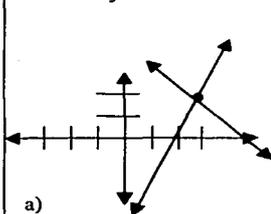
2. En relación al ejercicio anterior la solución del sistema es:

- a) (1,2) b) (-1, -2) c) (-1, 2) d) (1, -2) e) (-2, 1)



3. El siguiente sistema de ecuaciones tiene como gráfica:

1. $2x - y = 4$
2. $x + y = 5$



4. Con base al ejercicio anterior la solución del sistema es:

- a) (2, 3) b) (-2, -3) c) (3, 2) d) (-3, 2) e) (3, -2)

V. Marca en el cuadrado izquierdo la solución de los siguientes sistemas de ecuaciones.

1. $2x - y = 4$
 $x + 2y = -3$

- a) $(-1, -2)$
- b) $(1, -2)$
- c) $(-1, 2)$
- d) $(1, 2)$
- e) $(-2, 1)$

2. $2x + y = 8$
 $x - 3y = -3$

- a) $(2, 3)$
- b) $(-2, 3)$
- c) $(3, 2)$
- d) $(2, -3)$
- e) $(-2, -3)$

3. $2x - 2y = -6$
 $2x + 3y = -16$

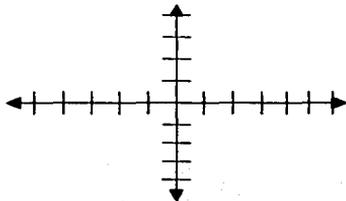
- a) $(-5, 2)$
- b) $(5, -2)$
- c) $(5, 2)$
- d) $(2, 5)$
- e) $(-2, -2)$

4. $5x + 2y = 3$
 $2x + 3y = -1$

- a) $(-1, -1)$
- b) $(-1, -1)$
- c) $(1, 1)$
- d) $(-1, 1)$
- e) $(1, 2)$

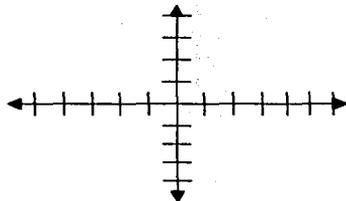
VI. Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones lineales haciendo la gráfica de cada ecuación y tomando como solución las coordenadas del punto de intersección.

1. $2x + y = 9$
 $x + y = 7$



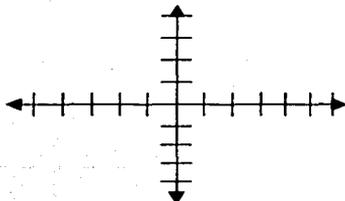
Sol: (2, 5)

2. $3x - 2y = -7$
 $2x + y = -14$



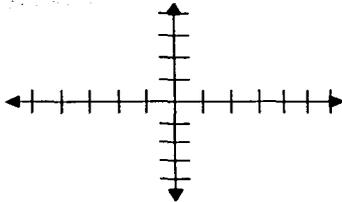
Sol: (-5, -4)

3. $x - 5y = 19$
 $2x + 7y = -13$



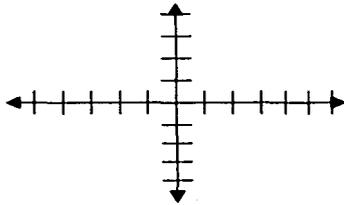
Sol: (4, -3)

4. $3x - 5y = 15$
 $x + y = 5$



Sol: (5, 0)

5. $3x - 5y = -23$
 $7x - 3y = -19$

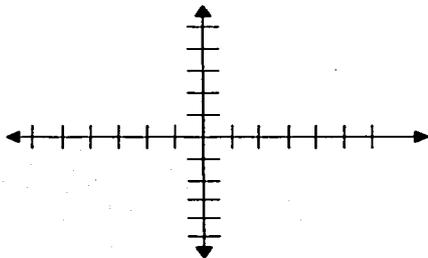


Sol: (-1, 4)



I. En cada caso resuelve gráficamente el sistema, compara tus resultados y comprueba

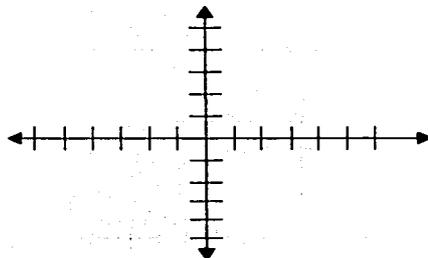
1. $3x - 2y = -12$
 $x + 3y = 7$



Sol: (-2, 3)

Comprobación:

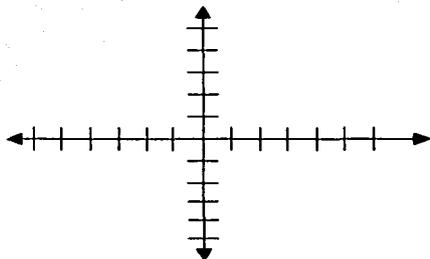
2. $5x + 2y = 1$
 $-3x - 4y = 19$



Sol: (3, -7)

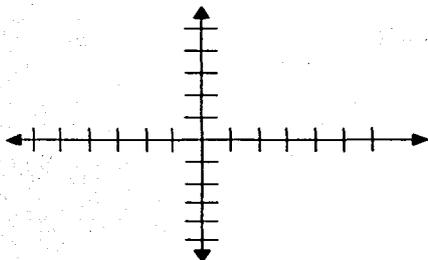
Comprobación

3. $4x + 3y = -12$
 $2x + 5y = -20$



Sol: (0, -4)
Comprobación

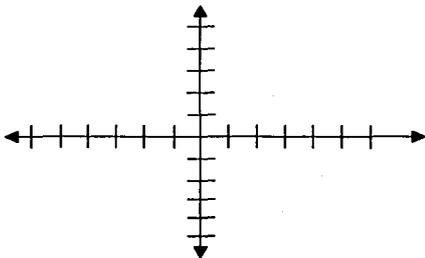
4. $x - 7y = -18$
 $7x + y = 24$



Sol: (3, 3)
Comprobación

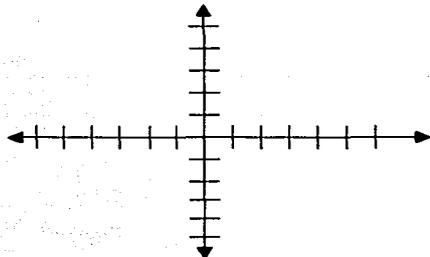
II. En cada caso clasifique al sistema de ecuaciones lineales por medio de su gráfica en: compatible (independiente) , incompatible (inconsistente) ó dependiente.

1. $2x + 5y = 3$
 $3x + 6y = 7$



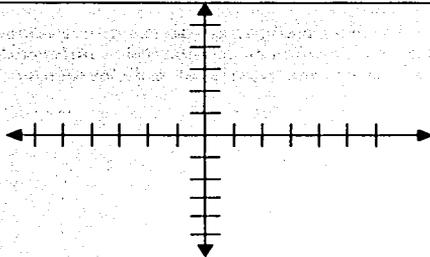
Sol: Compatible

2. $4x - y = 1$
 $2x - 3y = 2$



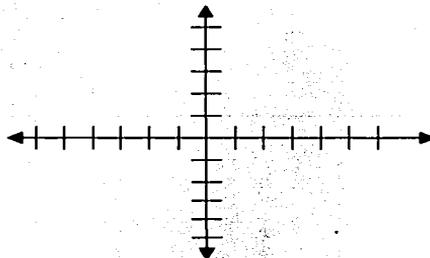
Sol: Compatible

3. $-x + 3y = 6$
 $-2x + 6y = 12$



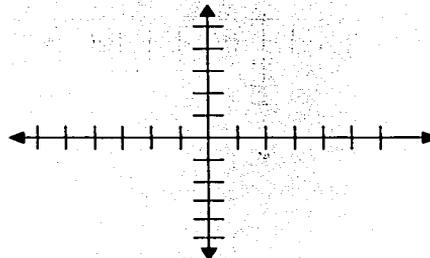
Sol: Dependiente

4. $4x + 7y = -2$
 $-8x - 14y = 4$



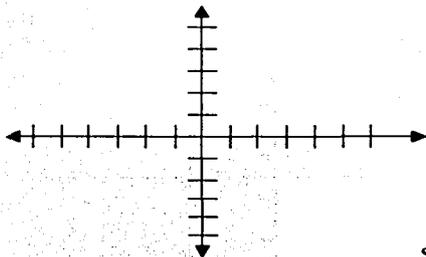
Sol: Dependiente

5. $-12x - 15y = 9$
 $8x + 10y = -6$



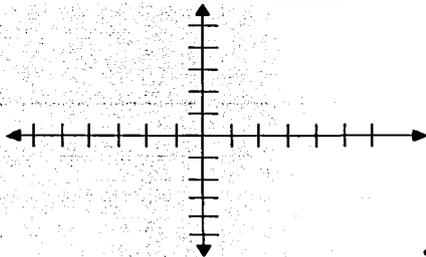
Sol: Dependiente

6. $3x - 12y = 18$
 $4x - 16y = 42$



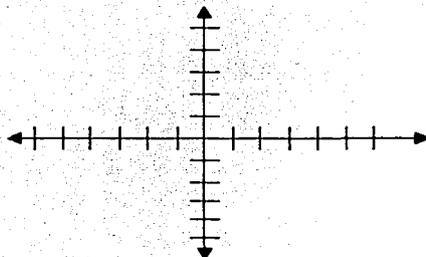
Sol: Incompatible

7. $4x + 10y = 8$
 $6x - 15y = 12$



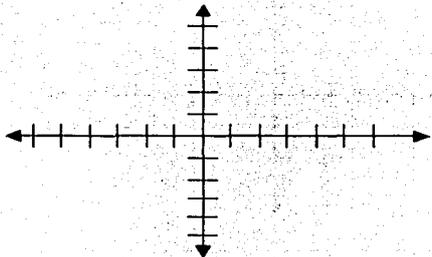
Sol: Compatible

8. $4x + 4y = 8$
 $5x + 5y = 10$



Sol: Dependiente

9. $3x + y = 6$
 $6x + 2y = 10$



Sol: Incompatible

4. Es el valor de "y" que resulta de sustituir $x = \frac{1-3y}{4}$ en $2x + 9y = 11$

- a) $y = \frac{15}{21}$
- b) $y = -\frac{15}{21}$
- c) $y = -\frac{21}{15}$
- e) $y = \frac{21}{15}$
- f) ninguno

5. La expresión que resulta de despejar a "x" de la ecuación $\frac{5}{x} - \frac{8}{y} - 12 = 0$

- a) $x = \frac{5}{8+12y}$
- b) $x = \frac{8+12y}{5}$
- c) $x = \frac{8-12y}{5y}$
- d) $x = \frac{5y}{8+12y}$
- e) $x = \frac{8+12y}{5y}$

II. El orden que seguimos al resolver un sistema de dos ecuaciones lineales con dos variables por sustitución es: (enumera del 1 al 5)

- a) Se comprueban resultados _____ ()
- b) Se sustituye la variable despejada en la otra ecuación _____ ()
- c) Se despeja una variable de una de las ecuaciones (la más fácil) _____ ()
- d) Se sustituye la variable ya determinada por su valor , en cualquiera de las dos ecuaciones originales _____ ()
- e) Se resuelve la ecuación resultante para determinar el valor de las variables ____ ()

III. Relaciona las columnas apropiadamente escribiendo en el paréntesis la letra correcta.

ECUACIÓN PARA DESPEJAR "y"	RESPUESTA	RESULTADO
1. $2x - 3y = 7$	()	a) $y = \frac{7 - 2x}{3}$
2. $3x + y = 5$	()	b) $y = \frac{2x - 7}{3}$
3. $2x + 3y = 7$	()	c) $y = \frac{90 - 2x}{3}$
4. $5x - 3y = -2$	()	d) $y = 5 - 3x$
5. $\frac{2x}{3} + \frac{y}{5} = 6$	()	e) $y = \frac{5x + 2}{3}$
		f) $y = \frac{90 + 2x}{3}$

IV. En cada sistema de ecuaciones despeja la variable que se indica. Luego resuelve por sustitución.

a) 1. $2x - 3y = 7$ 2. $3x + y = 5$	Sustitución	Comprobación
I. Despejar "y"		

Sol: (2, -1)

e) 1. $-6x + 5y = 1$ 2. $-11x + 9y = 1$	Sustitución	Comprobación
Despejar "y"		

Sol: (4, 5)



I. Relaciona las columnas apropiadamente escribiendo en el paréntesis la letra correcta

ECUACIÓN PARA DESPEJAR "X"	RESPUESTAS	DESPEJE
1. $2x - 5y = 10$	()	a) $x = 3y - 24$
2. $\frac{2x}{3} + \frac{y}{5} = 6$	()	b) $x = \frac{4y}{3+y}$
3. $\frac{x}{6} - \frac{y}{2} = -4$	()	c) $x = \frac{5y+10}{2}$
4. $\frac{x+3}{2} - \frac{x-y}{3} = 3$	()	d) $x = \frac{4y}{3-y}$
5. $\frac{4-x}{x} = \frac{3-y}{y} - 1$	()	e) $x = \frac{90-3y}{10}$
		f) $x = 9 - 2y$

- II.** En cada sistema de ecuaciones lineales con dos variables despeja la incógnita que más convenga, luego resuelve el sistema por sustitución. Comprueba tus resultados

a) 1. $2y - x = 1$ 2. $2x + y = 8$	Sustitución	Comprobación
Despejar		
b) 1. $x + 4y = -2$ 2. $3x - 4y = 10$	Sustitución	Comprobación
Despejar		

Sol: (3, 2)

Sol: (2, -1)

c) 1. $2x + 9y = 11$ 2. $4x - 3y = 1$	Sustitución	Comprobación
Despejar		Sol: (1, 1)
d) 1. $4x + 11y = 87$ 2. $-9x - 8y = -112$	Sustitución	Comprobación
Despejar		Sol: (8, 5)
e) 1. $14x + 9y = 37$ 2. $11x - 8y = 14$	Sustitución	Comprobación
Despejar		Sol: (2, 1)

TEMA 9

RESOLUCIÓN POR IGUALACIÓN

EJERCICIO

CALIFICACIÓN

1. En cada caso escoge el inciso que complete correctamente la expresión y anótalo en la elipse de la derecha.

1. Al despejar a "y" de la ecuación $\frac{3}{2}x - \frac{5}{7}y = 8$ obtenemos:

a) $y = \frac{21x + 112}{10}$

b) $y = \frac{21x - 112}{10}$

c) $y = \frac{-21x + 112}{10}$

d) $y = \frac{-21x - 112}{10}$

e) $y = \frac{21x - 112}{10}$

2. Si despejamos a "x" de $\frac{2}{3}x + \frac{2y}{5} = 6$ obtenemos:

a) $x = \frac{45 - 3y}{5}$

b) $x = \frac{90 + 6y}{10}$

c) $x = \frac{90 - 6y}{10}$

d) $x = \frac{-90 + 6y}{10}$

e) $x = \frac{3y - 45}{5}$

3. El despeje de "y" de la ecuación $\frac{6}{x} - \frac{5}{y} = 49$ es:

a) $y = \frac{x}{6 - 49x}$

b) $y = \frac{5x}{6 + 49x}$

c) $y = \frac{5x}{49 - 6}$

d) $y = \frac{5}{6 - 49x}$

e) $y = \frac{5x}{6 - 49}$

4. Si despejamos "x" de la ecuación $\frac{7}{x} + \frac{2}{y} = -4$ se obtiene:

- a) $\frac{7y}{2+4y}$
- b) $\frac{-7}{2+y}$
- c) $\frac{-7y}{2+4y}$
- d) $\frac{-7}{2+4y}$
- e) $\frac{y}{-2-4y}$



5. Si sustituimos $x = \frac{3y}{9y-1}$ en $\frac{4}{h} - \frac{3}{x} = -1$ obtenemos para "y"

- a) $y = 3$
- b) $y = -3$
- c) $y = \frac{1}{3}$
- d) $y = -\frac{1}{3}$
- e) $y = \frac{1}{2}$



II. Cuando resolvemos un sistema de ecuaciones lineales por igualación seguimos los pasos que se enuncian. Indica el orden en que se deben seguir dichos pasos (enumera los pasos del 1 al 5)

- a) Igualamos los resultados de los despejes originales.....()
- b) Comprobamos los resultados obtenidos en las ecuaciones originales.....()
- c) Sustituimos el valor encontrado de la variable en cualquiera de las dos ecuaciones originales para determinar el valor de la otra variable.()
- d) Resolvemos la ecuación resultante para obtener el valor de una variable...()
- e) Se despeja una misma variable en ambas ecuaciones()

III. Relaciona las columnas apropiadamente escribiendo en el paréntesis la letra correcta.

ECUACIÓN PARA DESPEJAR "Y"	RESPUESTAS	DESPEJE DE "Y"
1. $3x + 5y = 34$	()	a) $y = \frac{-7x - 11}{2}$
2. $7x - 2y = 11$	()	b) $y = \frac{5x + 16}{2}$
3. $9x + 7y = -17$	()	c) $y = \frac{34 - 3x}{5}$
4. $\frac{5x}{2} - y = -8$	()	d) $y = \frac{-68 - 3x}{28}$
5. $\frac{1}{x} - \frac{1}{y} = 1$	()	e) $y = \frac{x}{1-x}$
		f) $y = \frac{x}{1+x}$

IV. Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones lineales por el método de igualación. Comprueba tus resultados.

$1. 3x + 5y = 34$ $2. 7x - 2y = 11$	IGUALACIÓN	COMPROBACIÓN
<hr/> <p>DESPEJE DE "X" EN AMBAS ECUACIONES.</p>		

Sol: (3, 5)

1. $\frac{3x}{4} + 7y = -17$

2. $\frac{5x - y}{2} = -8$

DESPEJE DE "Y" EN
AMBAS ECUACIONES.

IGUALACIÓN

COMPROBACIÓN

Sol: (-4, -2)

1. $x + 3y = 17$

2. $x - 2y = -3$

DESPEJE DE "X" EN
AMBAS ECUACIONES.

IGUALACIÓN

COMPROBACIÓN

Sol: (5,4)

1. $4x + y = 19$
2. $-3x - y = -2$

**DESPEJE DE "Y" EN
AMBAS ECUACIONES.**

IGUALACIÓN

COMPROBACIÓN

Sol: (17, -49)

1. $3x - 4y = 51$
2. $2x + 3y = 0$

**DESPEJE DE "X" EN
AMBAS ECUACIONES.**

IGUALACIÓN

COMPROBACIÓN

Sol: (9, -6)

1. $-5x - 5y = 35$
2. $2x + 3y = -18$

**DESPEJE DE "Y" EN
AMBAS ECUACIONES.**

IGUALACIÓN

COMPROBACIÓN

Sol: (-3, -4)

I. Relaciona las columnas apropiadamente escribiendo en el paréntesis el inciso correcto. Resuelve por igualación.

SISTEMA A RESOLVER	RESPUESTA	SOLUCIÓN
1. $-x + 4y = -10$ $-x - 3y = -3$	()	a) $(-1, -2)$
2. $-5x - 3y = 11$ $4x + 5y = -14$	()	b) $(\frac{11}{19}, \frac{7}{19})$
3. $5y = 3 - 2x$ $3x = 2y + 1$	()	c) $(\frac{59}{9}, \frac{17}{9})$
4. $2x + y = 15$ $x - 4y = -1$	()	d) $(\frac{17}{9}, \frac{59}{9})$ e) $(-6, -1)$

II. Resuelva cada sistema de ecuaciones por el método de igualación despejando la variable más apropiada. Compara resultados y comprueba.

<p>a)</p> <p>1. $3x - 2y = -12$</p> <p>2. $x + 3y = 7$</p> <p>_____</p> <p>DESPEJE DE UNA VARIABLE EN AMBAS ECUACIONES.</p>	<p>IGUALACIÓN</p>	<p>COMPROBACIÓN</p>
<p>Sol: $(-2, 3)$</p>		

d)

$$1. 3x - 2y = \frac{24}{5}$$

$$2. 2x + 3y = \frac{-49}{5}$$

DESPEJE DE UNA VARIABLE
EN AMBAS ECUACIONES.

IGUALACIÓN

COMPROBACIÓN

Sol: $(-\frac{2}{5}, -3)$

e)

$$1. \frac{3x}{2} + 7y = 15$$

$$2. \frac{4x}{3} - 5y = \frac{-61}{3}$$

DESPEJE DE UNA VARIABLE
EN AMBAS ECUACIONES.

IGUALACIÓN

COMPROBACIÓN

Sol: $(-4, 3)$

f)

$$1. \frac{5x}{3} - 4y = \frac{29}{2}$$

$$2. 2x + \frac{3y}{2} = -\frac{3}{2}$$

**DESPEJE DE UNA VARIABLE
EN AMBAS ECUACIONES.**

IGUALACIÓN

COMPROBACIÓN

Sol: (3/2, -3)

g)

$$1. \frac{7x}{3} + \frac{5y}{3} = \frac{145}{12}$$

$$2. \frac{2x}{3} + \frac{3y}{2} = \frac{1}{3}$$

**DESPEJE DE UNA VARIABLE
EN AMBAS ECUACIONES.**

IGUALACIÓN

COMPROBACIÓN

Sol: (9/2, 19/10)

h)

$$1. \frac{5x}{3} - \frac{8y}{5} = \frac{37}{6}$$

$$2. \frac{7x}{5} - \frac{5y}{3} = \frac{67}{12}$$

**DESPEJE DE UNA VARIABLE
EN AMBAS ECUACIONES.**

IGUALACIÓN

COMPROBACIÓN

Sol: (5/2, - 5/4)

TEMA 10

RESOLUCIÓN POR REDUCCIÓN (SUMA Y RESTA)

EJERCICIO

CALIFICACIÓN

I. En cada caso elige el inciso correcto y escríbelo en el círculo de la derecha.

1. ¿Cuál es el número por el que debes multiplicar la ecuación $5x+3y=-26$ para que al sumarla con $4x-9y=2$ se cancele la "y"?

- a) -3
- b) 3
- c) 4
- d) 5
- e) 9

2. Al sumar las ecuaciones $x+y=1$ y $3x-y=3$ obtenemos:

- a) $x=3$
- b) $x=1$
- c) $x=-3$
- d) $x=-1$
- e) $x=0$

3. El resultado de restar las ecuaciones $2x+3y=2$, $4x+3y=22$ es:

- a) $x=-10$
- b) $x=20$
- c) $x=10$
- d) $x=-20$
- e) $x=-11$

4. Numero por el que debes multiplicar $2x+4y=-3$ para que al restarla con $4x+2y=9$ se elimine "x":

- a) -2
- b) 2
- c) 4
- d) -4
- e) 3

5. ¿Cuáles son los números por los que debemos multiplicar $15x+3y=2$ y $10x+2y=3$ para que al sumarlas se eliminen "y"?:

- a) 2,3
- b) 3,2
- c) -2,3
- d) 10,-15
- e) -10,15

<p>b) 1. $4x-7y=12$ 2. $3x-5y=-9$ coeficientes a igualar los de "x".</p>	<p>Reducción</p>	<p>Comprobación</p> <p>Sol (-123,-72)</p>
<p>c) 1. $\frac{5x}{3} + \frac{7y}{2} = 9$ 2. $4x-5y=-32$ coeficientes a igualar los de "y".</p>	<p>Reducción</p>	<p>Comprobación</p> <p>Sol (-3,4)</p>

<p>c) 1. $2x - 11y = -19$ 2. $4x + 3y = -37$ igualación de coeficientes</p>	<p>Reducción</p>	<p>Comprobación</p> <p>Sol (-1,-11)</p>
<p>d) 1. $11x - 9y = -8$ 2. $11x - 7y = -5$ igualación de coeficientes</p>	<p>Reducción</p>	<p>Comprobación</p> <p>Sol (1/2, 3/2)</p>

<p>e) 1. $5x - 4y = 0$ 2. $3x - 2y = 4$ igualación de coeficientes</p>	<p>Reducción</p>	<p>Comprobación</p> <p>Sol (8,10)</p>
<p>f) 1. $9x - 15y = -81$ 2. $7x - 3y = -63$ igualación de coeficientes</p>	<p>Reducción</p>	<p>Comprobación</p> <p>Sol (-9,0)</p>

<p>g) 1. $9x - 11y = 4$ 2. $-5x + 3y = -9$ igualación de coeficientes</p>	<p>Reducción</p>	<p>Comprobación</p> <p>Sol (87/28, 61/28)</p>
<p>h) 1. $\frac{2x}{3} - 5y = \frac{-40}{3}$ 2. $3x - \frac{9y}{2} = -6$ igualación de coeficientes</p>	<p>Reducción</p>	<p>Comprobación</p> <p>Sol (-5, 2)</p>

<p>i) 1. $\frac{4x}{3} + \frac{7y}{4} = \frac{-23}{4}$ 2. $\frac{2x}{2} + \frac{3y}{2} = \frac{-15}{2}$ igualación de coeficientes</p>	<p>Reducción</p>	<p>Comprobación</p> <p>Sol (-3,-1)</p>
<p>j) 1. $\frac{5x}{4} - \frac{3y}{2} = \frac{16}{3}$ 2. $\frac{2x}{5} + \frac{4y}{3} = \frac{-56}{15}$ igualación de coeficientes</p>	<p>Reducción</p>	<p>Comprobación</p> <p>Sol (2/3, -3)</p>

TEMA 11

RESOLUCIÓN POR DETERMINANTES (REGLA DE CRAMER)

EJERCICIO

CALIFICACIÓN

I. En cada caso elija un inciso correcto y escríbelo en el rombo de la izquierda.



1. El valor de un determinante de orden dos de la forma $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}$ es:

- a) $ad + bc$
- b) $bc - ad$
- c) $ad - bc$
- d) $ac - bd$
- e) $bd - ac$



2. En un sistema de ecuaciones de la forma $a_1x + b_1y = c_1$, $a_2x + b_2y = c_2$, el determinante de sistema es:

a) $\Delta = \begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix}$

b) $\Delta = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}$

c) $\Delta = \begin{vmatrix} b_1 & c_1 \\ b_2 & c_2 \end{vmatrix}$

d) $\Delta = \begin{vmatrix} a_2 & c_1 \\ a_1 & c_2 \end{vmatrix}$

e) $\Delta = \begin{vmatrix} a_2 & b_2 \\ a_1 & b_1 \end{vmatrix}$



3. El valor de la variable "x" es el sistema $a_1x + b_1y = c_1$, $a_2x + b_2y = c_2$:

a) $x = \frac{\begin{vmatrix} c_1 & b_1 \\ c_2 & b_2 \end{vmatrix}}{\Delta}$

b) $x = \frac{\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}}{\Delta}$

c) $x = \frac{\begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix}}{\Delta}$

d) $x = \frac{\begin{vmatrix} a_2 & b_2 \\ a_1 & b_1 \end{vmatrix}}{\Delta}$

e) $x = \frac{\begin{vmatrix} a_2 & c_2 \\ a_1 & c_1 \end{vmatrix}}{\Delta}$



4. El valor de la variable "y" del sistema $a_1x + b_1y = c_1$, es:
 $a_2x + b_2y = c_2$

$$a) y = \frac{\begin{vmatrix} c_1 & b_1 \\ c_2 & b_2 \end{vmatrix}}{\Delta}$$

$$b) y = \frac{\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}}{\Delta}$$

$$c) y = \frac{\begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix}}{\Delta}$$

$$d) y = \frac{\begin{vmatrix} a_1 & b_2 \\ a_2 & b_1 \end{vmatrix}}{\Delta}$$

$$e) y = \frac{\begin{vmatrix} a_2 & c_2 \\ a_1 & c_1 \end{vmatrix}}{\Delta}$$



5. Para que un sistema $a_1x + b_1y = c_1$,
 $a_2x + b_2y = c_2$ sea compatible o independiente (tenga una sola solución) es necesario que:

- a) $\Delta = 0$
- b) $\Delta \neq 0$
- c) $\Delta < 0$
- d) $\Delta > 0$
- e) $\Delta \geq 0$



6. El procedimiento para obtener los valores "x" "y" en un sistema
 $a_1x + b_1y = c_1$,
 $a_2x + b_2y = c_2$ dadas por : $x = \frac{\Delta_x}{\Delta}$, $y = \frac{\Delta_y}{\Delta}$ se conoce como:

- a) Reducción
- b) Igualación
- c) Sustitución
- d) Regla de Cramer
- e) Método de Gauss



7. La solución del sistema $3x - 5y = -7$ aplicando determinantes es:
 $2x + 3y = 8$

- a) (2, 1)
- b) (-1,2)
- c) (1, - 2)
- d) (-1,-2)
- e) (1, 2)

II. Los pasos para resolver un sistema de ecuaciones lineales con dos variables por determinantes se enuncian enseguida . Ordénalos del 1 al 6

a) Se reemplaza la columna de coeficiente de "y" en Δ por la columna de términos independientes y se obtiene el determinante Δy _____ ()

b) Se forma el determinante Δ cuyos elementos son los coeficientes de "x" y "y" en el orden en que aparecen en el sistema. _____ ()

c) Se procede a obtener las soluciones del sistema mediante las reglas
 $x = \frac{\Delta x}{\Delta}$, $y = \frac{\Delta y}{\Delta}$ _____ ()

d) Se arreglan los términos de las ecuaciones escribiendo primero los términos de "x", después los de "y" y finalmente los términos independientes (constantes) a la derecha de la igualdad _____ ()

e) Se sustituye la columna de coeficientes de "x" en Δ por la columna de términos independientes y se obtiene el determinante Δx _____ ()

f) Se comprueban resultados _____ ()

III. Obtener el valor de cada determinante

1. $\begin{vmatrix} 2 & 5 \\ 3 & 8 \end{vmatrix} =$ _____

2. $\begin{vmatrix} 3 & 7 \\ 1 & -4 \end{vmatrix} =$ _____

3. $\begin{vmatrix} 4 & 8 \\ -2 & 5 \end{vmatrix} =$ _____

4. $\begin{vmatrix} 2 & -5 \\ 4 & 7 \end{vmatrix} =$ _____

5. $\begin{vmatrix} 3 & -8 \\ 8 & -5 \end{vmatrix} =$ _____

6. $\begin{vmatrix} -4 & -1 \\ -1 & -2 \end{vmatrix} =$ _____

IV. Resuelva los siguientes sistemas de ecuaciones lineales por el método de los determinantes o regla de Cramer

<p>a) 1. $3x + y = 13$ 2. $x - 2y = 2$</p> <p>$\Delta =$</p> <p>$\Delta x =$</p> <p>$\Delta y =$</p>	<p>REGLA DE CRAMER</p> <p>$x = \frac{\Delta x}{\Delta}$</p> <p>$y = \frac{\Delta y}{\Delta}$</p>	<p>COMPROBACIÓN</p> <p>Sol: (4, 1)</p>
---	---	---

<p>b) 1. $x - 3y = 5$ 2. $3x + 2y = 4$</p> <p>$\Delta =$</p> <p>$\Delta x =$</p> <p>$\Delta y =$</p>	<p>REGLA DE CRAMER</p> <p>$x = \frac{\Delta x}{\Delta}$</p> <p>$y = \frac{\Delta y}{\Delta}$</p>	<p>COMPROBACIÓN</p> <p>Sol: (2, -1)</p>
---	---	--

<p>c) 1. $4x - y = -14$ 2. $-x + 2y = 7$</p> <p>$\Delta =$</p> <p>$\Delta x =$</p> <p>$\Delta y =$</p>	<p>REGLA DE CRAMER</p> <p>$x = \frac{\Delta x}{\Delta}$</p> <p>$y = \frac{\Delta y}{\Delta}$</p>	<p>COMPROBACIÓN</p> <p>Sol: (-3, 2)</p>
<p>d) 1. $6x + 7y = 17$ 2. $3x - 5y = 17$</p> <p>$\Delta =$</p> <p>$\Delta x =$</p> <p>$\Delta y =$</p>	<p>REGLA DE CRAMER</p> <p>$x = \frac{\Delta x}{\Delta}$</p> <p>$y = \frac{\Delta y}{\Delta}$</p>	<p>COMPROBACIÓN</p> <p>Sol: (4, -1)</p>

<p>e) 1. $3x + 5y = 3$ 2. $x + 3y = 5$</p> <p>$\Delta =$</p> <p>$\Delta x =$</p> <p>$\Delta y =$</p>	<p>REGLA DE CRAMER</p> <p>$x = \frac{\Delta x}{\Delta}$</p> <p>$y = \frac{\Delta y}{\Delta}$</p>	<p>COMPROBACIÓN</p> <p>Sol: $(-4, 3)$</p>
<p>f) 1. $8x + 11y = 17$ 2. $-3x + 7y = 27$</p> <p>$\Delta =$</p> <p>$\Delta x =$</p> <p>$\Delta y =$</p>	<p>REGLA DE CRAMER</p> <p>$x = \frac{\Delta x}{\Delta}$</p> <p>$y = \frac{\Delta y}{\Delta}$</p>	<p>COMPROBACIÓN</p> <p>Sol: $(-2, 3)$</p>



I. Calcula el valor de los siguientes determinantes:

1. $\begin{vmatrix} 4 & -3 \\ -1 & 2 \end{vmatrix} =$ _____

2. $\begin{vmatrix} -5 & 7 \\ -4 & 2 \end{vmatrix} =$ _____

3. $\begin{vmatrix} -2 & -1 \\ 4 & 0 \end{vmatrix} =$ _____

4. $\begin{vmatrix} -2x & -3y \\ 4x & -y \end{vmatrix} =$ _____ Sol: $14xy$

5. $\begin{vmatrix} a+b & a-b \\ a & -b \end{vmatrix} =$ _____ Sol: $-a^2 - b^2$

6. $\begin{vmatrix} 2x-1 & x+1 \\ x+2 & x-2 \end{vmatrix} =$ _____ Sol: $x^2 - 8x$

II. Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones lineales por el método de los determinantes o regla de Cramer

	REGLA DE CRAMER	COMPROBACIÓN
a) 1. $6x + y = -1$ 2. $4x - y = -9$	$x = \frac{\Delta x}{\Delta}$	
$\Delta =$		
$\Delta x =$		
$\Delta y =$	$y = \frac{\Delta y}{\Delta}$	
		Sol: $(-1, 5)$

<p>b) 1. $3x + 4y = 8$ 2. $-5x - 2y = 10$</p> <p>$\Delta =$</p> <p>$\Delta x =$</p> <p>$\Delta y =$</p>	<p>REGLA DE CRAMER</p> <p>$x = \frac{\Delta x}{\Delta}$</p> <p>$y = \frac{\Delta y}{\Delta}$</p>	<p>COMPROBACIÓN</p> <p>Sol: (-4, 5)</p>
<p>c) 1. $3x - 5y = -6$ 2. $4x + 2y = 5$</p> <p>$\Delta =$</p> <p>$\Delta x =$</p> <p>$\Delta y =$</p>	<p>REGLA DE CRAMER</p> <p>$x = \frac{\Delta x}{\Delta}$</p> <p>$y = \frac{\Delta y}{\Delta}$</p>	<p>COMPROBACIÓN</p> <p>Sol: (1/2, 3/2)</p>

<p>d) 1. $28+4x+5y=0$ 2. $-3x+4y+10=0$</p> <p>$\Delta =$</p> <p>$\Delta x =$</p> <p>$\Delta y =$</p>	<p>REGLA DE CRAMER</p> <p>$x = \frac{\Delta x}{\Delta}$</p> <p>$y = \frac{\Delta y}{\Delta}$</p>	<p>COMPROBACIÓN</p> <p>Sol: (-2, -4)</p>
<p>e) 1. $5x+2y=4$ 2. $2x-y=7$</p> <p>$\Delta =$</p> <p>$\Delta x =$</p> <p>$\Delta y =$</p>	<p>REGLA DE CRAMER</p> <p>$x = \frac{\Delta x}{\Delta}$</p> <p>$y = \frac{\Delta y}{\Delta}$</p>	<p>COMPROBACIÓN</p> <p>Sol: (2, -3)</p>

<p>f) 1. $5x - 4y = 16$ 2. $2x + 3y = -10$</p> <p>$\Delta =$</p> <p>$\Delta x =$</p> <p>$\Delta y =$</p>	<p>REGLA DE CRAMER</p> <p>$x = \frac{\Delta x}{\Delta}$</p> <p>$y = \frac{\Delta y}{\Delta}$</p>	<p>COMPROBACIÓN</p> <p>Sol: (8/23 , - 82/23)</p>
<p>g) 1. $4x + 2y = 5$ 2. $3x - 4y = 1$</p> <p>$\Delta =$</p> <p>$\Delta x =$</p> <p>$\Delta y =$</p>	<p>REGLA DE CRAMER</p> <p>$x = \frac{\Delta x}{\Delta}$</p> <p>$y = \frac{\Delta y}{\Delta}$</p>	<p>COMPROBACIÓN</p> <p>Sol: (1 , 1/2)</p>

<p>h) 1. $3x + 2y = 18$ 2. $-5x - y = 12$</p> <p>$\Delta =$</p> <p>$\Delta x =$</p> <p>$\Delta y =$</p>	<p>REGLA DE CRAMER</p> <p>$x = \frac{\Delta x}{\Delta}$</p> <p>$y = \frac{\Delta y}{\Delta}$</p>	<p>COMPROBACIÓN</p> <p>Sol: (-6 , 18)</p>
<p>i) 1. $5x - 2y - 14 = 0$ 2. $2x + 3y + 3 = 0$</p> <p>$\Delta =$</p> <p>$\Delta x =$</p> <p>$\Delta y =$</p>	<p>REGLA DE CRAMER</p> <p>$x = \frac{\Delta x}{\Delta}$</p> <p>$y = \frac{\Delta y}{\Delta}$</p>	<p>COMPROBACIÓN</p> <p>Sol: (36/19 , -43/19)</p>

<p>j) 1. $\frac{3x-2}{5} + \frac{7y+1}{10} = 10$</p> <p>2. $\frac{x+3}{2} - \frac{2y-5}{3} = 3$</p> <p>$\Delta =$</p> <p>$\Delta x =$</p> <p>$\Delta y =$</p>	<p>REGLA DE CRAMER</p> <p>$x = \frac{\Delta x}{\Delta}$</p> <p>$y = \frac{\Delta y}{\Delta}$</p>	<p>COMPROBACIÓN</p> <p>Sol: (9, 7)</p>
<p>k) 1. $\frac{2}{y+1} - \frac{3}{x+1} = 0$</p> <p>2. $\frac{2}{x-7} + \frac{3}{2y-3} = 0$</p> <p>$\Delta =$</p> <p>$\Delta x =$</p> <p>$\Delta y =$</p>	<p>REGLA DE CRAMER</p> <p>$x = \frac{\Delta x}{\Delta}$</p> <p>$y = \frac{\Delta y}{\Delta}$</p>	<p>COMPROBACIÓN</p> <p>Sol: (5, 3)</p>

$$1) \begin{array}{r} 1 \cdot 3 - 6 = 1 \\ x \quad y \quad 6 \\ 2 \cdot 2 + 3 = 1 \\ x \quad y \quad 2 \end{array}$$

$$\Delta =$$

$$\Delta x =$$

$$\Delta y =$$

REGLA DE CRAMER

$$x = \frac{\Delta x}{\Delta}$$

$$y = \frac{\Delta y}{\Delta}$$

COMPROBACIÓN

Sol: (6 , 18)

TEMA 12

APLICACIONES

EJERCICIO

CALIFICACIÓN

III. Anota en el círculo de la derecha el inciso que complete correctamente al expresión

5. La expresión algebraica que representa "la diferencia de dos números es un cuarto de su suma":

a) $x - y = 4(x + y)$

b) $\frac{1}{4}(x - y) = (x + y)$

c) $4(x + y) = (x - y)$

d) $(x - y) = \frac{1}{4}(x + y)$

e) $(x - y) = (x + y)^4$

6. Dos números cuya suma es 150 :

a) $x + y = 50$

b) $2x + 2y = 150$

c) $x + y = 150$

d) $2(x + y) = 150$

e) $\frac{x + y}{2} = 150$

7. Las ecuaciones que resuelven el problema "cinco cuadernos y 8 lapiceros cuestan \$115, tres cuadernos y 5 lapices \$ 70 . Hallar el precio de cada cuaderno y lápiz"son:

a) $8x + 5y = 115, 3x + 5y = 70$

b) $5x + 8y = 115, 3x + 5y = 70$

c) $5x + 8y = 115, 5x + 3y = 70$

d) $5x + 8y = 70, 5x + 3y = 70$

e) $3x + 5y = 70, 8x + 5y = 115$

8. "Tengo una colección de gallinas y de conejos. Estos animales tienen 50 cabezas y 140 patas. ¿ Cuántas gallinas y cuántos conejos tengo?"

a) $x - y = 50, 2x + 4y = 140$

b) $x + y = 50, 4x + 2y = 140$

c) $x + y = 140, 2x + 4y = 50$

d) $x + y = 50, 2x + 4y = 140$

e) $y + x = 50, 2y + 4x = 140$

9. "Un avión, volando con la ayuda de un fuerte viento, cubrió 1,200 millas en 2 hrs. Sin embargo, el viaje de regreso contra el viento le tomo $2\frac{1}{2}$ hrs. ¿ A que velocidad vuela el avión en condiciones sin viento? Y ¿Cuál era la velocidad del viento? Ambas velocidades son constantes.

- a) $2(x + y) = 1,200$, $\frac{1}{2}(x - y) = 1,200$
 b) $\frac{1}{2}(x + y) = 1,200$, $2(x - y) = 1,200$
 c) $2(x + y) = 1,200$, $\frac{x}{2}(x - y) = 1,200$
 d) $\frac{x}{2}(x + y) = 1,200$, $2(x - y) = 1,200$
 e) $2(y + x) = 1,200$, $\frac{y}{2}(y - x) = 1,200$

IV. Relaciona las columnas apropiadamente escribiendo en el paréntesis la letra correcta

PROBLEMA	RESPUESTAS	ECUACIONES QUE RESUELVEN EL PROBLEMA
1. Valeria Barrón vendió dos televisores. Recibiendo un total de \$13000. Si recibió \$1400 mas de uno por el otro ¿ Cual fue el precio de venta de cada uno? <small>Sol. 7,200-3,800</small>	()	a) $x + y = \frac{1}{3}$ $x - y = 3$
2. Obtener dos números cuya suma sea $\frac{1}{3}$ pero cuyas diferencias sea 3, <small>Sol. $\frac{1}{3}, -\frac{4}{3}$</small>	()	b) $\frac{x+1}{y+1} = \frac{3}{5}$ $\frac{x-1}{y-1} = \frac{5}{9}$
3. Si el numerador y el denominador de una fracción se incrementan en 1. El resultado es $\frac{3}{5}$, pero si el numerador y el denominador disminuyen en 1 el resultados es $\frac{5}{9}$. Encuentre la fracción. <small>Sol. $\frac{11}{19}$</small>	()	c) $x + y = 13,000$ $x - y = 1,400$ d) $\frac{x+1}{y+1} = \frac{5}{9}$ $\frac{x-1}{y-1} = \frac{3}{5}$

V. Resuelve los siguientes problemas de aplicación empleando tus conocimientos sobre sistemas de ecuaciones lineales con dos variables.

1. La asistencia a un juego de fútbol profesional fue de 45,000 personas y el dinero recaudado en la entrada, fue de \$ 495,000. Si cada persona compro un boleto de \$10 o un boleto de \$ 15 ¿ Cuántos boletos de cada tipo se vendieron?

Ecuaciones: _____

Sol: 36,000 de a \$10
9,000 de a \$15

2. Un tendero tiene un tipo de café que vale \$ 3.60 la libra y otro que vale solo \$2.90 ¿Cuánto debe mezclar de cada uno para obtener 100 libras de mezcla que valga \$3.30 la libra?

Ecuaciones: _____

Sol: $57 \frac{1}{7}$ libras primera clase
 $42 \frac{6}{7}$ libras segunda clase

3. Un inversionista ha colocado un cierto capital al 4% una parte, y al 5% la otra, recibiendo anualmente un interés de \$1,100. Si las hubiera invertido al revés, recibiría al año \$50 más en concepto de interés. Hallar la cantidad de dinero que ha invertido.

Ecuaciones: $0.04x + 0.05y = 1,100$
 $0.05x + 0.04y = 1,150$

Sol: _____

4. Hace 2 años un padre era 6 veces mayor que su hijo. Hallar sus edades actuales sabiendo que dentro de 18 años la edad del padre será el doble de la del hijo

Ecuaciones: $x - 2 = 6(y - 2)$
 $x + 18 = 2(y + 18)$

Sol: _____



I. A continuación resuelve los problemas planteados. Compara y comprueba tus resultados

1. Determinas la velocidad de una lancha y la velocidad de la corriente del río, si emplea 2 hrs en navegar 9 km a favor de la corriente y 6 hrs de regreso.

$$\begin{aligned} \text{Ecuaciones: } & 2(x + y) = 9 \\ & 6(x - y) = 9 \end{aligned}$$

Sol: _____

2. Dividir 80 en dos partes tales que los $\frac{3}{8}$ de la mayor parte equivalen a los $\frac{3}{2}$ de la menor.

Ecuaciones: _____

Sol: (64 ; 16)

3. Cierta aleación contiene un 20% de cobre y un 5% de estaño . Encontrar el numero de kilogramos de cobre y estaño que se deben de mezclar con 100kg de aleación dada para obtener una aleación que contenga un 30% de cobre y un 10% de estaño.

Ecuaciones: $\frac{20 + x}{100 + x + y} = 0.30$

$$\frac{5 + y}{100 + x + y} = 0.10$$

Sol: _____

4. El doble de la edad de Arturo excede en 50 años a la edad de Gaby y $1/4$ de la edad de Gaby es 35 años menos que la edad de Arturo. Hallar ambas edades.

Ecuaciones: _____

Sol: Arturo 45 años
Gaby 40 años

5. La suma de la cifra de las decenas y la cifra de las unidades de las unidades de un número es 15, si al número se le resta 9, las cifras se invierten

Ecuaciones: $x + y = 15$

$$10x + y - 9 = 10y + x$$

Sol: _____

6. Un bote emplea 5hrs en recorrer 24 km río abajo y en regresar. En recorrer 3km río abajo emplea el mismo tiempo que en recorrer 2km río arriba. Hallar el tiempo empleado en ir y el tiempo empleado en volver.

Ecuaciones: _____

Sol: De ida: 2hrs
En volver 3 hrs

7. Dos campos de Aterrizaje A y B están separados por una distancia de 400 millas; B se encuentra al este de A. Un avión vuela de A a B en 2hrs y regreso a A en $2\frac{1}{2}$ hrs. Si el viento sopla con una velocidad constante desde el oeste. Encuentra la velocidad del avión con respecto al aire en reposo así como a la velocidad del viento.

Ecuaciones: $\frac{400}{x+y} = 2$
 $\frac{400}{x-y} = \frac{5}{2}$

Sol: _____

8. Gaby y Valeria cortaron el pasto juntas en $2\frac{2}{3}$ hrs, la siguiente semana Gaby trabajó sola por 3 hrs y luego Valeria terminó el trabajo en $1\frac{1}{4}$ hrs ¿ Cuánto le tardará cortar el pasto a cada una?

Ecuaciones: _____

Sol: Gaby : 4hrs
Valeria: 5 hrs

TEMA 13

SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES CON TRES O MÁS VARIABLES

EJERCICIO

CALIFICACIÓN



1. En cada caso elige el inciso que complete correctamente la expresión y anótalo en la parábola de la derecha.

1. Un arreglo de números de la forma

$$\begin{vmatrix} a_1b_1c_1 \\ a_2b_2c_2 \\ a_3b_3c_3 \end{vmatrix}$$

recibe el nombre de:

- a) Matriz de orden 3
- b) Permutación de números
- c) Determinante de orden 3
- d) Conjunto de números



2. El repetir los dos primeros renglones de

$$\begin{vmatrix} a_1b_1c_1 \\ a_2b_2c_2 \\ a_3b_3c_3 \end{vmatrix}$$

se esta resolviendo por el método de:

- a) Menores
- b) Cofactores
- c) Diagonales ó Sarrus
- d) Determinante
- e) Matrices



3. Al fijar un renglón o una columna de

$$\begin{vmatrix} a_1b_1c_1 \\ a_2b_2c_2 \\ a_3b_3c_3 \end{vmatrix}$$

se esta resolviendo por el método de:

- a) Menores
- b) Cofactores
- c) Diagonales ó Sarrus
- d) Determinante
- e) Matrices



4. El valor de la determinante $\begin{vmatrix} 3 & -2 & 2 \\ 1 & 4 & 5 \\ 6 & -1 & 2 \end{vmatrix}$ es



- a) 76
- b) -67
- c) 67
- d) -76
- e) 46

5. El valor del determinante

$$\begin{vmatrix} x & y & z \\ z & x & y \\ y & z & x \end{vmatrix}$$

es:



- a) $x^3 + y^3 + z^3 + 3xyz$
- b) $x^3 - y^3 + z^3 - 3xyz$
- c) $x^3 + y^3 - z^3 - 3xyz$
- d) $x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz$
- e) $-x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz$

II. Relaciona las columnas apropiadamente escribiendo en el paréntesis el inciso correcto:

DETERMINANTES	RESPUESTAS	RESULTADOS
1 $\begin{vmatrix} -1 & 2 & -3 \\ 5 & -3 & 2 \\ 1 & -1 & -3 \end{vmatrix}$	()	a) -42
2 $\begin{vmatrix} 5 & 1 & -1 \\ -3 & -2 & 2 \\ -2 & -3 & -3 \end{vmatrix}$	()	b) 18
3 $\begin{vmatrix} 2 & 5 & -1 \\ 3 & -3 & 2 \\ 1 & -2 & -3 \end{vmatrix}$	()	c) 42
		d) -29

$4 \begin{vmatrix} 2 & 1 & 5 \\ 3 & -2 & -3 \\ 1 & -3 & -2 \end{vmatrix}$	()	
$5 \begin{vmatrix} 7 & 0 & 2 \\ 5 & 1 & 0 \\ -5 & 2 & -3 \end{vmatrix}$	()	e) 9
$6 \begin{vmatrix} 1 & 7 & 2 \\ 3 & 5 & 0 \\ 0 & -5 & -3 \end{vmatrix}$	()	f) 29
	()	g) 84

III. Considera el sistema de ecuaciones lineales siguientes:

$$x + 2y - z = 3$$

$$3x + y + z = 4$$

$$x - y + 2z = 6$$

Ahora relaciona las Columnas apropiadamente

DETERMINANTES	RESPUESTA	SÍMBOLO
$1 \begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 3 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \end{vmatrix}$	()	a) Δ
$2 \begin{vmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 3 & 1 & 4 \\ 1 & -1 & 6 \end{vmatrix}$	()	b) Δz

$3 \begin{vmatrix} -3 & 2 & -1 \\ 4 & 1 & 1 \\ 6 & -1 & 2 \end{vmatrix}$	()	c) Δx
$4 \begin{vmatrix} 1 & -3 & -1 \\ 3 & 4 & 1 \\ 1 & 6 & 2 \end{vmatrix}$	()	d) Δy

IV. Nuevamente considera el sistema de ecuaciones:

$$x + 2y - z = -3$$

$$3x + y + z = 4$$

$$x - y + 2z = 6$$

Ahora relaciona las columnas.

INCÓGNITA	RESPUESTAS	VALOR
1. $x = \frac{\Delta x}{\Delta}$	()	a) 3 b) -6
2. $y = \frac{\Delta y}{\Delta}$	()	c) -3 d) -2
3. $z = \frac{\Delta z}{\Delta}$	()	e) 1 f) 2
3. Δz	()	g) -1
5. Δ	()	
6. Δy	()	

V. En cada caso elige el inciso que complete correctamente la expresión , y anota en el círculo de la izquierda



1. La solución del sistema $2x + y - z = 5$, $3x - 2y + 2z = -3$, $x - 3y - 3z = -2$ es:

- a) (2, 1, -1)
- b) (-1, 2, 1)
- c) (1, 2, -1)
- d) (2, -1, 1)



2. La solución del sistema : $2x + 3y - 5z = 7$, $x - 2y + 3z = 2$, $3x - y + 2z = 9$ es:

- a) (1, 2, 3)
- b) (2, 3, 1)
- c) (2, 1, 3)
- d) (3, 1, 2)
- e) (3, 2, 1)



3. Al resolver el sistema : $2x - y + 3z = -1$, $x + 5y - 2z = -1$, $3x + 4y - z = 4$ obtenemos:

- a) (3, -2, -3)
- b) (-3, -2, -3)
- c) (3, 2, -3)
- d) (3, -2, 3)
- e) (-3, -2, 3)



- I. En cada caso escoge la letra que complete correctamente la expresión escribiéndola en la elipse de la derecha.

1. Aplicando determinantes al sistema $4x - 3y + 2z = 27$, $3x - 4y - 5z = 7$, $2x + 5y + 7z = -24$ obtenemos:

- a) (2, 3, -5)
- b) (-2, 3, -5)
- c) (2, -3, 5)
- d) (-5, 3, -2)
- e) (2 - 5, 3)



2. Aplicando el método de reducción por suma o resta al sistema : $x + 3y - 2z = 15$, $2x - 2y + 3z = 18$, $3x + 4y + z = 48$. La solución es:

- a) (5, 8, 4)
- b) (5, 4, 8)
- c) (8, 5, 4)
- d) (-5, 8, 4)
- e) (5, -8, 4)



3. Ahora aplica el método de sustitución y resuelve el sistema : $x - y + 2z = 13$, $2x + y - z = 5$, $4x + 3y + 2z = 20$

- a) (-3, -2, 1)
- b) (5, -3, -2)
- c) (-5, 3, -2)
- d) (5, -2, 3)
- e) (5 - 2, -3)



II. Aplicando el método indicado resuelve los sistemas de ecuaciones siguientes. Compara tus resultados y resuelve

1. Resuelve aplicando el método de los determinantes (Regla de Cramer)

$$\begin{aligned}2x - 3y + z &= -9 \\ x + 2y - z &= 11 \\ 3x - y + 2z &= -4\end{aligned}$$

Sol: (1, 3, -2)

2. Resuelve por el método de igualación

$$\begin{aligned}x + y - z &= -3 \\ -2x + 2y - 2z &= -18 \\ x + 3y + 3z &= 9\end{aligned}$$

Sol: (3, -2, 4)

3. Resolver por sustitución:

$$x + 2y + 3z = -4$$

$$2x - 3y + 2z = 17$$

$$3x + y - z = 13$$

Sol: (5, -3, -1)

4. Resuelve por reducción (suma o resta)

$$2x - 2y + 4z = -14$$

$$x + y - 5z = 0$$

$$-4x + 5y + 3z = 19$$

Sol: (-3, 2, -1)

III. Ahora analiza los siguientes sistemas y aplica el método que consideres mas adecuado para resolverlo. Compara y comprueba tus resultados .

1. $x + 2y + 4z = 11$
 $-3x + 4y + z = 11$
 $-2x + 6y - 3z = -10$

Sol: $(-2, \frac{1}{2}, 3)$

2. $2x + 3y - z = -1$
 $5x - y - 3z = 5$
 $4x + 2y - 3z = 0$

Sol: $(2, -1, 2)$

$$\begin{aligned} 3) \quad & -3x+2y-z=16 \\ & -x+y-2z=-5 \\ & -2x+3y-z=15 \end{aligned}$$

solución: (-5, 4, 7)

$$\begin{aligned} 4) \quad & 3x-5y+4z=-37 \\ & 2x-y+z=11 \\ & -2x+3y+3z=12 \end{aligned}$$

solución: (-3, 4, -2)

IV. Usa el método que consideres más adecuado ó combinalos y resuelve los siguientes sistemas. Compara y comprueba tus resultados.

$$\begin{aligned} 1) \quad & 2x+z-w = 1 \\ & x+2y-2z+3w = 9 \\ & 3x-2y+3z-2w = 2 \\ & 4x-4y-2z-3w = 3 \end{aligned}$$

solución (2, -1, 0, 3)

$$\begin{aligned} 2) \quad & -x+2y+3z-2w = 2 \\ & 3x+y+z-w = 4 \\ & 2x-y-z+2w = 0 \\ & x + y + z + w = 0 \end{aligned}$$

solución (1, -1, 1, -1)

$$3) \frac{1}{x} - \frac{2}{y} - \frac{2}{z} = 0$$

$$\frac{2}{x} + \frac{3}{y} + \frac{1}{z} = 1$$

$$\frac{3}{x} - \frac{1}{y} - \frac{3}{z} = 3$$

solución $(-1/2, 1/3, -1/4)$

Ahora aplicando sistema de ecuaciones lineales con 3 variables:

V. Resuelve los siguientes problemas. Compara y comprueba tus resultados.

1.- Encontrar 3 números sabiendo que el primero es igual al segundo más la mitad del tercero, que la suma del segundo y el tercero es igual al primero más uno, y finalmente, si se resta el segundo de la suma del primero con el tercero el resultado es 5.

Solución: 4, 2, 3

2.- La suma de los tres ángulos de un triángulo es 180° . La suma de dos de los ángulos es igual al tercero ángulo y la diferencia de los dos ángulos es igual a dos tercios del tercer ángulo. Encuentre los ángulos.

Solución: $15^\circ, 75^\circ, 90^\circ$

3.- Trabajando conjuntamente Valeria, el Sr. Delgado y Gaby pueden efectuar una cierta tarea en 6hrs, Valeria y el Sr. Delgado harán la misma tarea en 9hrs y el Sr. Delgado y Gaby son capaces de hacerla en 12hrs ¿cuánto se tardaría cada uno en hacer la tarea trabajando por si solo?

Valeria: 12hrs
El Sr. Delgado: 36hrs
Gaby: 18hrs

4.- José Luis, Margarita y Mónica terminan una tarea en 3 días. El 1er día hacen un tercio de la tarea. Habiendo trabajado José Luis 10hrs, Margarita 4hrs y Mónica 10hrs. El 2do día hacen una cuarta parte de la tarea. Habiendo trabajado José Luis 4hrs, Margarita 6hrs y Mónica 9hrs. Terminan la tarea el tercer día habiendo trabajado José Luis 7hrs, Margarita 12hrs y Mónica 12hrs. Determinar el número de horas que se tardaría cada uno en hacer la tarea si trabajara solo.

José Luis: 60hrs
Margarita: 72hrs
Mónica: 90hrs

TEMA 14

ECUACIÓN DE 2º GRADO COM UNA INCOGNITA O VARIABLE. CONCEPTOS BASICOS.

EJERCICIO

CALIFICACION



I. En cada caso anota en la parábola de la izquierda el inciso que corresponda

1. Todas son ecuaciones de 2º grado con una variable, excepto :

- e) $2x^2 - 16 = 0$
- f) $3x^2 + 2x = 1$
- g) $2x^2 - 5x + 6 = 0$
- h) $3x^2 - 5y^2 = 3$
- i) $ax^2 + bx + c = 0, a \neq 0$

2. Es una ecuación cuadrática pura

- g) $4x^2 + 8x = 0$
- h) $2x^2 + 6 = 0$
- i) $3x^2 + 2x - 5 = 0$
- j) $x + 4 = 0$
- k) $x^2 + x + 1 = 0$

3. La solución general de una ecuación cuadrática pura " $ax^2 + b = 0$ es:

- f) $x = \pm \sqrt{\frac{a}{b}}$
- g) $x = \pm \sqrt{\frac{-b}{a}}$
- h) $x = \pm \sqrt{\frac{-a}{b}}$
- i) $x = \pm \sqrt{\frac{b}{a}}$
- j) $x = -\sqrt{\frac{b}{a}}$

4. Las soluciones de una ecuación cuadrática incompleta mixta : $ax^2 + bx = 0$ son

- a. $x_1 = 0$
 $x_2 = \sqrt{\frac{a}{b}}$
- b. $x_1 = 0$
 $x_2 = -\sqrt{\frac{a}{b}}$
- c. $x_1 = 0$
 $x_2 = -\frac{a}{b}$
- d. $x_1 = 0$
 $x_2 = -\frac{b}{a}$
- e. $x_1 = 0$
 $x_2 = \frac{a}{b}$

5. Los valores de "x" que satisfacen la ecuación : $x^2 - 5x + 6 = 0$ son:

- a) $x_1 = 2$
 $x_2 = -3$
- b) $x_1 = -2$
 $x_2 = 3$
- c) $x_1 = 2$
 $x_2 = 3$
- d) $x_1 = -2$
 $x_2 = -3$
- e) $x_1 = 1$
 $x_2 = 2$

6. Es la factorización de $10x^2 - 15x$:

- a) $x(10x - 15)$
- b) $5(2x^2 - 3x)$
- c) $5x(2x - 3x)$
- d) $5x(2x - 3)$
- e) $5x(2x + 3)$

II. Analiza cada igualdad y escribe frente a ella (f) si es falsa ó (v) si es verdadera

1. Si $x (3x - 19 = 0$ Entonces : $x = 0$ ó $3x - 1 = 0$	F	V
2. Una solución de $3x^2 - 4 = 0$ es "2"	F	V
3. Una ecuación cuadrática incompleta mixta " $ax^2 + bx = 0$ " siempre tiene a cero como solución	F	V
4. "2" es solución de la ecuación : $x^2 - 2 = 0$	F	V
5. $\sqrt{2}$ es solución de $x^2 - 2 = 0$	F	V

III. Relaciona las columnas apropiadamente escribiendo en el paréntesis la letra correcta:

ECUACIONES INCOMPLETAS	RESPUESTAS	SOLUCIONES
1. $x^2 + 1 = 0$	()	a) $x_1 = i, x_2 = -2$
2. $2x^2 - 3x = 0$	()	b) $x_1 = 6, x_2 = -6$
3. $3x^2 + 6x = 0$	()	c) $x_1 = \frac{4}{3}\sqrt{3}, x_2 = -\frac{4}{3}\sqrt{3}$
4. $x^2 - 36 = 0$	()	d) $x_1 = 0, x_2 = 2$
5. $3x^2 + 16 = 0$	()	e) $x_1 = 0, x_2 = -2$
6. $x^2 + 2x = 0$	()	f) $x_1 = \frac{\sqrt{6}}{3}, x_2 = \frac{-\sqrt{6}}{3}$
7. $3x^2 - 2 = 0$	()	g) $x_1 = 0, x_2 = \frac{3}{2}$



I. Resuelve las siguientes ecuaciones cuadráticas incompletas y relaciona apropiadamente las columnas.

ECUACIÓN	RESPUESTA	SOLUCIONES
1. $3x^2 - 8 = 0$	()	a) $x_1 = i, x_2 = -3i$
2. $25x^2 - 3 = 0$	()	b) $x_1 = 0, x_2 = \frac{2}{3}$
3. $4x^2 - 3 = 0$	()	c) $x_1 = \frac{2\sqrt{3}}{3}, x_2 = \frac{-2\sqrt{3}}{3}$
4. $x^2 + 9 = 0$	()	d) $x_1 = \frac{2\sqrt{6}}{3}, x_2 = \frac{-2\sqrt{6}}{3}$
5. $x^2 - 3x = 0$	()	e) $x_1 = 0, x_2 = -2$
6. $6x^2 - 4x = 0$	()	f) $x_1 = 0, x_2 = -\frac{1}{4}$
7. $x^2 + 2x = 0$	()	g) $x_1 = \frac{1}{5}\sqrt{3}, x_2 = \frac{-1}{6}\sqrt{3}$
8. $3x^2 - 4 = 0$	()	h) $x_1 = 3, x_2 = -3$
9. $x^2 - 9 = 0$	()	i) $x_1 = 0, x_2 = 3$
10. $4x^2 + x = 0$	()	j) $x_1 = \frac{\sqrt{3}}{2}, x_2 = \frac{-\sqrt{3}}{2}$
		k) $x = \frac{\sqrt{2}}{3}, x = \frac{-\sqrt{2}}{3}$

TEMA 15

SOLUCION DE ECUACIONES CUADRATICAS POR EL METODO GRAFICO

EJERCICIO

CALIFICACION



I. En cada caso elige el inciso correcto y anotalo en el rectángulo de la derecha

1. Toda ecuación de la forma $y = ax^2 + bx + c$ con $a \neq 0$ tiene

como gráfica.

- a. Una circunferencia
- b. Una elipse
- c. Una parábola
- d. Una hipérbola
- e. Una recta

2. Para resolver una ecuación de 2º grado $y = ax^2 + bx + c$

- a) Se despeja "x"
- b) Se hace $x = 0$
- c) Se hace $a = 0$
- d) Se hace $y = 0$
- e) Se hace $b = 0$

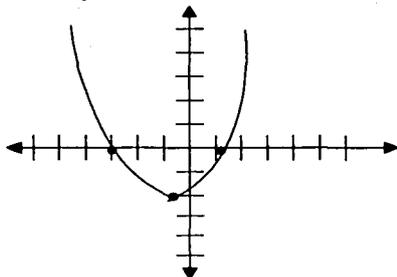
3. Resolver la ecuación $ax^2 + bx + c = 0$ geoméricamente significa

- a) Encontrar los puntos de intersección con Y ó con X
- b) Encontrar los puntos de intersección de la parábola con el eje X
- c) Encontrar los puntos de intersección con X ó con Y
- d) Encontrar los puntos de intersección de la parábola con el eje Y

4. La coordenada "x" del vértice de la parábola $y = ax^2 + bx + c$ se calcula con la fórmula

- a) $x_v = \frac{b}{a}$
- b) $x_v = \frac{a}{b}$
- c) $x_v = \frac{b}{2a}$
- d) $x_v = \frac{-b}{2a}$
- e) $x_v = \frac{-2a}{b}$

5. La gráfica siguiente corresponde a la ecuación.



- a) $y = -x^2 + 2x - 3$
 b) $y = x^2 - x - 3$
 c) $y = x^2 + 2x + 3$
 d) $y = x^2 + 2x - 3$

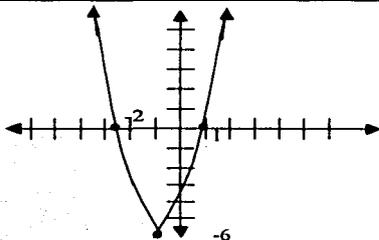
6. De acuerdo a la gráfica anterior las soluciones o raíces de la ecuación cuadrática correspondiente son:

- a) $x_1 = 3$
 $x_2 = -1$
 b) $x_1 = -2$
 $x_2 = 1$
 c) $x_1 = -3$
 $x_2 = 1$
 d) $x_1 = -1$
 $x_2 = -4$
 e) $x_1 = -3$
 $x_2 = -1$

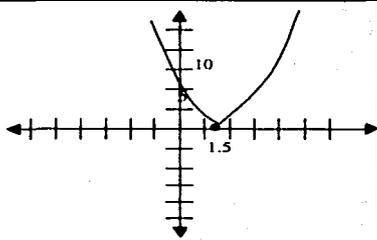
II. Relaciona las columnas apropiadamente escribiendo en el paréntesis la letra correcta

GRAFICA DE UNA ECUACION CUADRATICA	RESPUESTAS	CONCLUSION
1. Intersecta al eje X en dos puntos	()	a) La parábola se abre hacia arriba
2. Intersecta al eje X en un solo punto	()	b) La ecuación no tiene solución
3. Tiene un punto máximo	()	c) La ecuación tiene dos soluciones complejas
4. Tiene un punto mínimo	()	d) La ecuación tiene una sola solución real
5. No interseca al eje X	()	e) La parábola se abre hacia abajo
		f) La ecuación tiene dos soluciones reales distintas

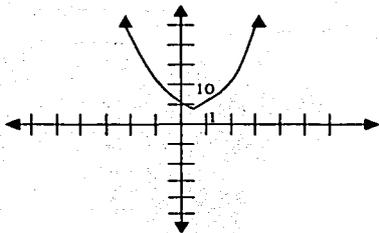
III. Ahora relaciona la grafica con su ecuación y su solución



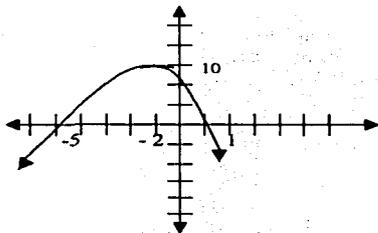
() _____



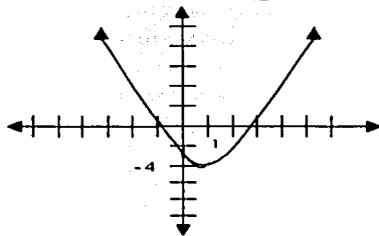
() _____



() _____



() _____



() _____

- a) $y = 4x^2 - 12x + 9$
- b) $y = 2x^2 + 3x - 5$
- c) $y = 4x^2 - 4x + 5$
- d) $y = x^2 - 2x - 3$
- e) $y = -x^2 - 4x + 5$

- () $x_1 = 1, x_2 = -2.5$
- () $x_1 = \frac{1}{2} + i, x_2 = \frac{1}{2} - i$
- () $x_1 = -1, x_2 = 3$
- () $x_1 = -5, x_2 = 1$
- () $x_1 = 1.5, x_2 = 1.5$

IV Relaciona apropiadamente las columnas escribiendo en el paréntesis la letra correcta.

FUNCIÓN CUADRÁTICA	RESPUESTA	VERTICE DE LA PARABOLA
1) $y = 4x^2 + 8x + 6$	()	a) V(-1,2)
2) $y = 8x^2 - 48x + 73$	()	b) V(-1,-2)
3) $y = -4x^2 - 32x - 66$	()	c) V(1, 0)
4) $y = -8x^2 + 16x - 8$	()	d) V(-1, 0)
5) $y = 12x^2 + 24x + 12$	()	e) V(3, 1)
6) $y = -12x^2 - 24x - 14$	()	f) V(-4,-2)
		g) V(2,-1)

V En cada caso resolver la ecuación por el método gráfico. Indica el vértice correspondiente. Grafica.

1) $x^2 + x - 2 = 0$

V(,)

Tabulación

X
Y

(Proponer valores de "x" apropiados)

GRAFICA

Sol $X_1 =$
 $X_2 =$

2) $-x^2+2x+8=0$

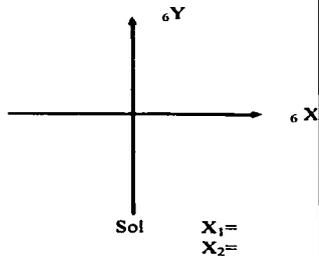
V(,)

Tabulación

X
Y

(Proponer valores de "x" apropiados)

GRAFICA



3) $x^2-6x+8=0$

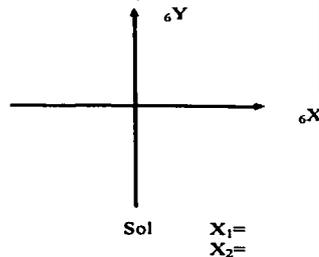
V(,)

Tabulación

X
Y

(Proponer valores de "x" apropiados)

GRAFICA



4) $-x^2-x+6=0$

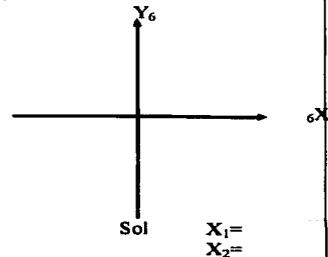
V(,)

Tabulación

X
Y

(Proponer valores de "x" apropiados)

GRAFICA



5) $x^2+2x+1=0$

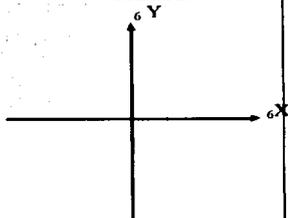
V(,)

Tabulación

X
Y

(Proponer valores de "x" apropiados)

GRAFICA



Sol $X_1=$
 $X_2=$

6) $-x^2+2x-1$

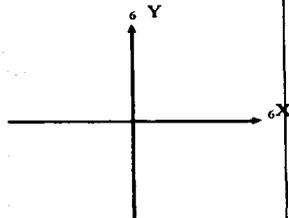
V(,)

Tabulación

X
Y

(Proponer valores de "x" apropiados)

GRAFICA



Sol $X_1=$
 $X_2=$

7) $2x^2+2x=0$

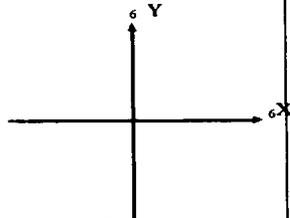
V(,)

Tabulación

X
Y

(Proponer valores de "x" apropiados)

GRAFICA



Sol $X_1=$
 $X_2=$



I Relaciona apropiadamente las columnas escribiendo en el paréntesis la letra correcta.

FUNCIÓN CUADRÁTICA	RESPUESTA	VERTICE DE LA PARABOLA
1) $y = 16x^2 - 224x + 787$	()	a) V(-3,5)
2) $y = -x^2 + 160x - 395$	()	b) V(2,-6)
3) $y = 20x^2 - 80x + 76$	()	c) V(7,3)
4) $y = -20x^2 + 16x - 323$	()	d) V(4,3)
5) $y = 5x^2 - 20x + 14$	()	e) V(7,-3)
		f) V(2,-4)

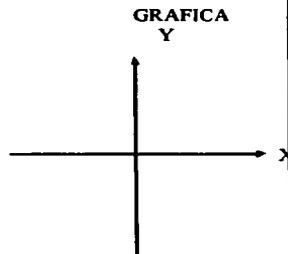
II En cada caso resolver la ecuación por el método grafico. Indicar el vértice correspondiente.

1) $x^2 - 4x + 3 = 0$

V(,)

Tabulación

X
Y



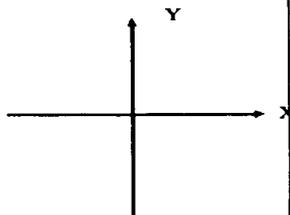
Sol. $X_1 =$
 $X_2 =$

2) $-x^2+4x-4=0$

V(,)

Tabulación

GRAFICA



Sol. $X_1=$
 $X_2=$

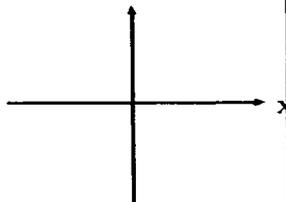
3) $x^2+2x+3=0$

V(,)

Tabulación

X
Y

GRAFICA
Y



Sol. $X_1=$
 $X_2=$

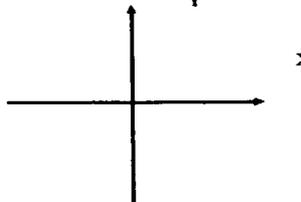
4) $x^2+2x-24=0$

V(,)

Tabulación

X
Y

GRAFICA
Y



Sol. $X_1=$
 $X_2=$

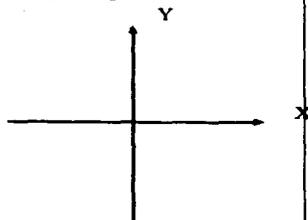
5) $2x^2 - x = 0$

V(,)

Tabulación

X
Y

GRAFICA



Sol. $X_1 =$
 $X_2 =$

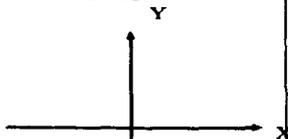
6) $-2x^2 + 3x + 2 = 0$

V(,)

Tabulación

X
Y

GRAFICA



Sol. $X_1 =$
 $X_2 =$

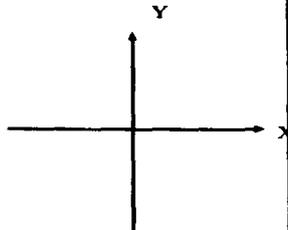
7) $2x^2 + 5x - 3 = 0$

V(,)

Tabulación

X
Y

GRAFICA



Sol. $X_1 =$
 $X_2 =$

8) La factorización completa de $x^3 - 6x^2 - x + 6$ es:

a) $(x-6)(x^2+1)$

b) $(x+6)(x^2-1)$

c) $(x-6)(x^2-1)$

d) $(x-6)(x+1)(x-1)$

e) $(x-6)(x-1)$

II) Sigue los pasos indicados y resuelve las ecuaciones dadas:

PASOS	$x^2-x-2=0$	$x^2=6-x$	$4x^2=49$	$2x^2-x=0$
Igualar a cero las ecuaciones				
Factorizar		$(x+3)(x-3)$		
Igualar a cero Cada factor			$2x-7=0$ $2x+7=0$	
Resolver las ecuaciones que resultaron				
Comprobación				

$x_1=2 \quad x_2=$

$x_1=3 \quad x_2=$

$x_1=7/2 \quad x_2=$

$x_1=0 \quad x_2=$

III Resuelve las siguientes ecuaciones por factorización

1) $18x^2+3=29x$	Igualar a cero Cada factor	Comprobación
Igualar a cero		
Factorización		
		Sol $x_1=3/2 \quad x_2=$

<p>4) $12x^2+13x= 4$</p> <p>Igualar a cero</p> <hr/> <p>Factorización</p>	<p>Igualar a cero Cada factor</p>	<p>Comprobación</p> <p>Sol $x_1 = 1/4$ $x_2 = \underline{\hspace{2cm}}$</p>
<p>5) $10 a^2x^2+11ax= -6$</p> <p>Igualar a cero</p> <hr/> <p>Factorización</p>	<p>Igualar a cero Cada factor</p>	<p>Comprobación</p> <p>Sol $x_1 = 2a$ $x_2 = \underline{\hspace{2cm}}$ 5</p>

<p>3) $6x^2-7x-3=0$ Factorización</p>	<p>Igualar a cero cada factor</p>	<p>Comprobación</p> <p>Sol: $x_1=3/2$ $x_2=$_____</p>
<p>4) $6a^2x^2-11ax-10=0$ Factorización</p>	<p>Igualar a cero cada factor</p>	<p>Comprobación</p> <p>Sol: $x_1=-2/3a$ $x_2=$_____</p>
<p>5) $2x^2+dx-6d^2=0$ Factorización</p>	<p>Igualar a cero cada factor</p>	<p>Comprobación</p> <p>Sol: $x_1=3d/2$ $x_2=$_____</p>

<p>2) $2x^2-3x-2=0$ Completar Trinomio Cuadrado</p>	<p>Comprobación</p> <p>Sol $x_1 = -1/2$ $x_2 = \underline{\hspace{2cm}}$</p>
<p>3) $3x^2-x-4=0$ Completar Trinomio Cuadrado</p>	<p>Comprobación</p> <p>Sol $x_1 = -1$ $x_2 = \underline{\hspace{2cm}}$</p>
<p>4) $12x^2+7x-12=0$ Completar Trinomio Cuadrado</p>	<p>Comprobación</p> <p>Sol $x_1 = -4/3$ $x_2 = \underline{\hspace{2cm}}$</p>

5) $x^2 - 4x + 1 = 0$

Completar Trinomio Cuadrado

Comprobación

Sol $x_1 = 2 + \sqrt{3}$ $x_2 = \underline{\hspace{1cm}}$

6) $9x^2 + 12x + 2 = 0$

Completar Trinomio Cuadrado

Comprobación

Sol $x_1 = \frac{-2 + \sqrt{2}}{3}$ $x_2 = \underline{\hspace{1cm}}$

<p>4) $x^2 - 2x + 2 = 0$ Completar Trinomio Cuadrado</p>	<p>Comprobación</p> <p>Sol $x_1 = 1 + i$ $x_2 = \underline{\hspace{2cm}}$</p>
<p>5) $4x^2 - 8x + 5 = 0$ Completar Trinomio Cuadrado</p>	<p>Comprobación</p> <p>Sol $x_1 = \frac{2 \pm i}{2}$ $x_2 = \underline{\hspace{2cm}}$</p>
<p>6) $b^2x^2 + abx - 6a^2 = 0$ Completar Trinomio Cuadrado</p>	<p>Comprobación</p> <p>Sol $x_1 = -3a/b$ $x_2 = \underline{\hspace{2cm}}$</p>

TEMA 18**RESOLUCIÓN POR FÓRMULA
GENERAL****EJERCICIO****CALIFICACIÓN**

I) Anota en cada elipse el inciso que corresponda a la respuesta correcta.



1. Los coeficientes de la ecuación $x^2 - x/2 + 3 = 0$ son:

f) $a=1, b=-1, c=0$

i) $a=1, b=-1/2, c=0$

g) $a=1, b=-1, c=3$

j) $a=1, b=-2, c=3$

h) $a=1, b=-1/2, c=3$



2. Los coeficientes de la ecuación $-3x^2/2 + x = 0$ son:

g) $a=-3, b=0, c=1$

j) $a=-3/2, b=-1, c=\text{No tiene}$

h) $a=-2, b=3, c=0$

k) $a=3/2, b=1, c=0$

i) $a=-3/2, b=1, c=0$



3. Los coeficientes de la ecuación $3/2x^2 - 16 = 0$ son:

f) $a=3, b=2, c=16$

i) $a=3/2, b=0, c=-16$

g) $a=3/2, b=-16, c=0$

j) $a=3/2, b=\text{No tiene}, c=-16$

h) $a=3/2, b=0, c=16$



4. En la ecuación $x^2 - 5x + 3 = 0$ el valor del discriminante $b^2 - 4ac$ es:

f) -13

i) 10

g) -12

j) 25

h) 13



5. Es la fórmula general para resolver ecuaciones cuadráticas:

f) $x = (b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}) \div 2a$

g) $x = (-b - \sqrt{b^2 - 4ac}) \div 2a$

h) $x = (b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}) \div 2a$

i) $x = (-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}) \div 2a$

j) $x = (b + \sqrt{b^2 - 4ac}) \div 2a$

II) Resuelve las siguientes ecuaciones por fórmula general siguiendo los pasos que se indican.

PASOS ECUACIÓN	ECUACIÓN $x^2 = -3x + 10$	$x^2 - 12x = -36$
1) Se iguala a cero y se ordena en forma decreciente.		
2) Se identifican los coeficientes.	a= b= c=	a= b= c=
3) Se sustituyen los coeficientes en la fórmula general.		
4) Se simplifican las operaciones.		
5) Determina las raíces ó soluciones.	x1 = x2 =	x1 = x2 =
6) Se comprueban los resultados.		
Soluciones	x1 = -5, x2 = _____	x1 = 6, x2 = _____

III) Ahora aplicando la fórmula general resuelve las siguientes ecuaciones, compara tus resultados y comprueba.

1) $x^2 + 3x + 2 = 0$	RESOLUCIÓN	COMPROBACIÓN
a = _____ b = _____ c = _____ SUSTITUCIÓN		
	Solución: -2, x2 = _____	

2) $-2x^2 + x + 6 = 0$	RESOLUCIÓN	COMPROBACIÓN
<p>a = _____ b = _____ c = _____</p> <p>SUSTITUCIÓN</p> <p>Solución: $x = -3/2, x_2 = \underline{\hspace{2cm}}$</p>		

3) $x^2 + 5x - 7 = 0$	RESOLUCIÓN	COMPROBACIÓN
<p>a = _____ b = _____ c = _____</p> <p>SUSTITUCIÓN</p> <p>Solución: $x = \frac{-5+\sqrt{53}}{2}, x_2 = \underline{\hspace{2cm}}$</p>		

4) $6x^2 + x - 35 = 0$	RESOLUCIÓN	COMPROBACIÓN
<p>a = _____ b = _____ c = _____</p> <p>SUSTITUCIÓN</p> <p>Solución: $x = 7/3, x_2 = \underline{\hspace{2cm}}$</p>		

5) $5x^2 + 3x - 2 = 0$	RESOLUCIÓN	COMPROBACIÓN
$a =$ _____ $b =$ _____ $c =$ _____ SUSTITUCIÓN Solución: $x_1 = -1, x_2 =$		

IV) Para toda ecuación cuadrática $ax^2 + bx + c = 0, a \neq 0$ se puede resolver mediante la fórmula: $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ entonces; para la expresión $b^2 - 4ac$ se tiene:

EXPRESIÓN	RESPUESTA	RESULTADO
1) $b^2 - 4ac$	()	a) Las raíces son reales e iguales.
2) $b^2 - 4ac = 0$	()	b) Las raíces son imaginarias
3) $b^2 - 4ac > 0$	()	c) Se llama discriminante
4) $b^2 - 4ac < 0$	()	d) Las raíces son reales y diferentes
		e) No hay raíces

TAREA**CALIFICACIÓN**

I. Identifica los coeficientes en cada una de las siguientes ecuaciones y determina la naturaleza de las raíces.

1. $x^2 = -6x - 5$

a = _____

b = _____

c = _____

Carácter de las raíces :

3. $2x^2 = x + 7$

a = _____

b = _____

c = _____

Carácter de las raíces :

5. $3x^2 + 7x = 1$

a = _____

b = _____

c = _____

Carácter de las raíces :

7. $10y^2 = -3y$

a = _____

b = _____

c = _____

Carácter de las raíces :

2. $4x^2 = 12x - 9$

a = _____

b = _____

c = _____

Carácter de las raíces:

4. $5x = -2x^2 - 5$

a = _____

b = _____

c = _____

Carácter de las raíces:

6. $7y^2 - 4 = 0$

a = _____

b = _____

c = _____

Carácter de las raíces:

8. $\sqrt{2}x^2 + 2x = 1$

a = _____

b = _____

c = _____

Carácter de las raíces:

**II. Resuelve las siguientes ecuaciones mediante el uso de la formula cuadratica .
Luego usa las raices para factorizar la ecuación.**

<p>1 . $x^2 - 6x + 8 = 0$ $a = \underline{\quad} b = \underline{\quad} c = \underline{\quad}$ Sustitución</p>	<p>Resolución</p>	<p>Comprobación</p>
<p>Sol: $x_1 = 2$ $x_2 =$ Factorización: $(x - 2)(\quad)$</p>		
<p>2 . $3x^2 - 2x - 5 = 0$ $a = \underline{\quad} b = \underline{\quad} c = \underline{\quad}$ Sustitución</p>	<p>Resolución</p>	<p>Comprobación</p>
<p>Sol: $x_1 = 5/3$ $x_2 =$ Factorización: $3(x - 5/3)(\quad)$</p>		
<p>3 . $2x^2 - 5x + 1 = 0$ $a = \underline{\quad} b = \underline{\quad} c = \underline{\quad}$ Sustitución</p>	<p>Resolución</p>	<p>Comprobación</p>
<p>Sol: $x_1 = \frac{5 + \sqrt{17}}{4}$ $x_2 =$ Factorización: $2(x - \frac{5 + \sqrt{17}}{4})(\quad)$</p>		

<p>4. $8x^2 + 10x + 1 = 0$</p> <p>a= ___ b= ___ c= ___</p> <p>Sustitución</p>	<p>Resolución</p>	<p>Comprobación</p>
<p>Sol: $x_1 = \frac{5 + \sqrt{17}}{8}$</p> <p>$x_2 =$</p>	<p>Factorización: $8(x - \frac{5 + \sqrt{17}}{8})(\quad)$</p>	
<p>5. $3x^2 - 11x + 7 = 0$</p> <p>a= ___ b= ___ c= ___</p> <p>Sustitución</p>	<p>Resolución</p>	<p>Comprobación</p>
<p>Sol: $x_1 = \frac{11 + \sqrt{37}}{6}$</p> <p>$x_2 =$</p>	<p>Factorización: $3(x - \frac{11 + \sqrt{37}}{6})(\quad)$</p>	
<p>6. $9x^2 + 12x + 10 = 0$</p> <p>a= ___ b= ___ c= ___</p> <p>Sustitución</p>	<p>Resolución</p>	<p>Comprobación</p>
<p>Sol: $x_1 = \frac{-2 + \sqrt{6}j}{3}$</p> <p>$x_2 =$</p>	<p>Factorización: $9(x - \frac{-2 + \sqrt{6}j}{3})(\quad)$</p>	

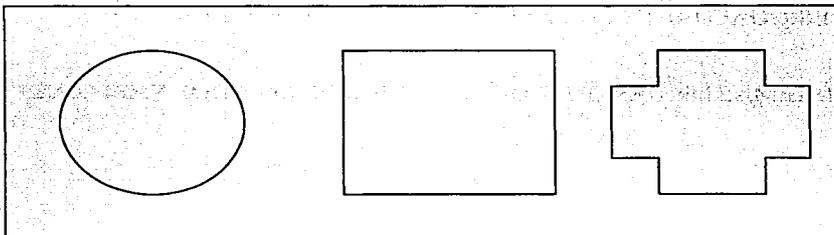
A MANERA DE TERAPIA DE RELAJAMIENTO.

EJERCICIO

OPCIONAL.



1. Expresa el número 10 usando cinco nueves
2. Expresa el número 100 empleando cinco cifras iguales.
3. Podrías fabricar un tapón común para los siguientes tres orificios.



4. Doce bolas de billar. Con una balanza, sin pesas, hay que determinar entre doce bolas de billar, aparentemente iguales, cual de ellas es distinta de las demás. Haciendo solamente tres intentos.

Nota: La bola distinta no se sabe si pesa más o menos que las demás.

UNIDAD VI

DESIGUALDADES O INECUACIONES.

TEMAS.

- 1. DESIGUALDADES LINEALES CON UNA VARIABLE Ó INCOGNITA.
CONCEPTOS BÁSICOS.**
- 2. DESIGUALDADES LINEALES CON DOS VARIABLES**
- 3. SISTEMAS DE DESIGUALDADES LINEALES CON DOS VARIABLES**

1. Si $0 < a < b$, son números reales entonces:

$$a < \sqrt{ab} < \frac{a+b}{2} < b$$

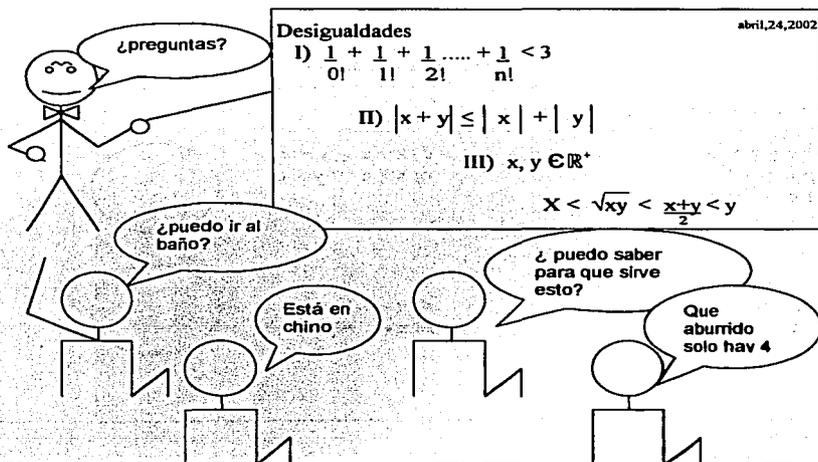
La media geométrica es menor que la media aritmética a y b, y ambos están entre a y b

2. Para todo a, b \mathbb{R}

$$|a + b| \leq |a| + |b|$$

La desigualdad del Triangulo

3. Fue en el siglo XVII cuando el ingles Harriot y el frances Bouguer establecieron el uso de los símbolos mayor que ($>$) y menor que ($<$)



TEMA 1

DESIGUALDADES CON UNA VARIABLE Ó INCOGNITA . CONCEPTOS BÁSICOS

EJERCICIO

CALIFICACION



I. Relaciona apropiadamente las columnas escribiendo en el paréntesis la letra correcta.

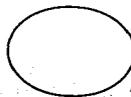
DESIGUALDAD	RESPUESTAS	SIGNIFICADO
1. $a > b$	()	a) a es mayor o igual que b
2. $a < b$	()	b) x es mayor o igual que a, pero menor que b
3. $a \geq b$	()	c) a es mayor que b
4. $a \leq b$	()	d) a es menor o igual que b
5. $0 < a < b$	()	e) a es mayor que cero pero menor que b
6. $a \leq x < b$	()	f) a es menor que b g) b es menor que a

II. Anota en el círculo de la derecha la letra que completa correctamente la expresión

1. Si $x, y, c \in \mathbb{R}$ y $x < y$, entonces:

- a) $x + c \leq y + c$
- b) $x + c < y + c$
- c) $x + c > y + c$

- d) $x + c \geq y + c$
- e) $x + c = y + c$



2. Si $x < y$, entonces

- a) $x - c \leq y - c$
- b) $x - c > y - c$
- c) $x - c < y - c$

- d) $x - c \geq y - c$
- e) $x - c = y - c$



3. Si $x < y$ pero $c \in \mathbb{R}^+$

- a) $x \cdot c < y \cdot c$
b) $x \cdot c \leq y \cdot c$
c) $x \cdot c \geq y \cdot c$

- d) $x \cdot c > y \cdot c$
e) $x \cdot c = y \cdot c$



4. Si $x < y$, pero $x \in \mathbb{R}^+$, entonces.

- a) $\frac{x}{c} \leq \frac{y}{c}$
b) $\frac{x}{c} > \frac{y}{c}$
c) $\frac{x}{c} \geq \frac{y}{c}$

- d) $\frac{x}{c} < \frac{y}{c}$
e) $\frac{x}{c} = \frac{y}{c}$



5. Si $x < y$, pero $c \in \mathbb{R}^-$, entonces.

- a) $x \cdot c < y \cdot c$
b) $x \cdot c \leq y \cdot c$
c) $x \cdot c > y \cdot c$

- d) $x \cdot c \geq y \cdot c$
e) $x \cdot c = y \cdot c$



6. Si $x < y$, pero $c \in \mathbb{R}^-$, entonces

- a) $\frac{x}{c} \geq \frac{y}{c}$
b) $\frac{x}{c} \leq \frac{y}{c}$
c) $\frac{x}{c} < \frac{y}{c}$

- d) $\frac{x}{c} = \frac{y}{c}$
e) $\frac{x}{c} > \frac{y}{c}$

III. Relaciona las columnas apropiadamente escribiendo en el paréntesis el inciso correcto.

DESIGUALDAD.	RESPUESTAS.	SOLUCIONES
1. $3x \leq 12$	()	a) $x > 5$
2. $5x - 1 > 3x + 9$	()	b) $-2 \leq x \leq 5$
3. $6 - x < 3x - 5$	()	c) $x > \frac{11}{4}$
4. $2 - 4x \geq 3 + 7x$	()	d) $2 \leq x \leq 5$
5. $-8 \leq 2x - 4 \leq 6$	()	e) $x \leq -\frac{1}{11}$
		f) $x \leq 4$

IV. Completa el cuadro siguiente de forma correcta.

DESIGUALDAD	INTERVALO.	REPRESENTACIÓN GEOMÉTRICA
1. $2 \leq x \leq 6$		
2.	$(-2, 5)$	
3.		
4. $0 < x \leq 2$		
5.	$[-5, 0)$	
6.		

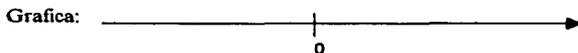
V. Resuelve las siguientes desigualdades graficando el intervalo solución.

1. $\frac{5}{3}x + 8 < 2$

COMPROBACIÓN.

RESOLUCION

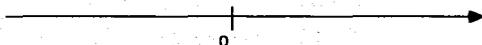
Intervalo $(-\infty - \frac{18}{5})$



2. $2 - \frac{9}{4}x \geq 5$

COMPROBACIÓN:

RESOLUCION

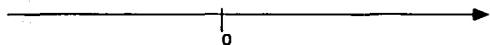


Intervalo _____

3. $3 + 2x < 6x - 1$

COMPROBACIÓN

RESOLUCION



Intervalo (1 , 00)

4. $3 + 4x \leq 5x + 4$

COMPROBACIÓN

RESOLUCION

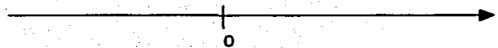


Intervalo _____

5. $\frac{3}{2}x - \frac{2}{3} \leq \frac{x}{3} - \frac{5}{2}$

COMPROBACIÓN

RESOLUCION

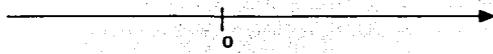


Intervalo _____

6. $5 \leq 4x - 7 \leq 9$

COMPROBACIÓN

RESOLUCION

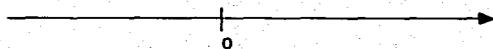


Intervalo _____

7. $\frac{x+5}{2x-1} \leq 0$

COMPROBACIÓN

RESOLUCIÓN



Intervalo $[-5, 1/2)$



I. Completa la tabla apropiadamente

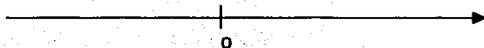
DESIGUALDAD	INTERVALO	REPRESENTACIÓN GEOMÉTRICA
1. $-2 < x < 5$		
2.	$(-\infty, 3]$	
3.		
4. $x \geq 5$		
5.	$(0, 7)$	
6.		

II. Resuelve las siguientes desigualdades lineales, representando en forma de intervalo y en forma grafica su conjunto solución. Comprueba resultados.

1. $4(x - 1) + 2 \leq 3(x + 2) - 4$

COMPROBACIÓN

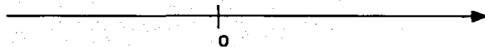
RESOLUCION

Sol: $(-\infty, 4]$

2. $-2x^2 + 5x - 27 \geq (x - 1)(2x - 3)$

COMPROBACIÓN

RESOLUCION

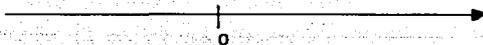


Sol: $[3, 00)$

3. $-5 \leq 2x + \frac{1}{3} \leq \frac{1}{5}$

COMPROBACIÓN

RESOLUCION

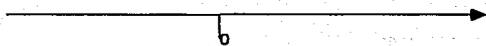


Sol: $[-8/3, -1/15]$

4. $3x - 1 \leq \frac{3}{8}x + \frac{5-x}{2}$

COMPROBACIÓN

RESOLUCION

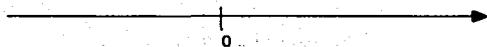


Sol: $(-\infty, 28 / 25]$

5. $3 > 6 - \frac{3}{5}x \geq 1$

COMPROBACIÓN

RESOLUCION



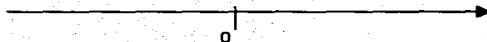
Intervalo: _____

6.

$$-1 < \frac{3x-1}{2} < 5$$

COMPROBACIÓN

RESOLUCION



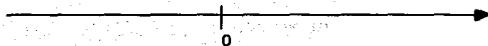
Intervalo: _____

7.

$$\frac{x+5}{2x-1} \leq 0$$

COMPROBACIÓN

RESOLUCION

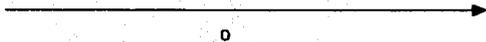
Intervalo $[-5, \frac{1}{2})$

8.

$$\frac{x-1}{x+2} \geq 0$$

COMPROBACIÓN

RESOLUCION



Intervalo $(-\infty, -2) \cup [1, \infty)$

TEMA 2

DESIGUALDADES LINEALES CON DOS VARIABLES

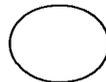
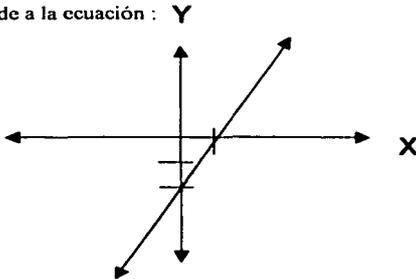
EJERCICIO _____

CALIFICACIÓN

I. Elige el inciso que complete correctamente la expresión y anotalo en el círculo de la derecha.

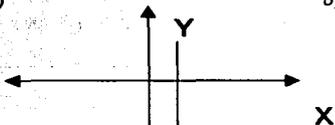
1. La grafica siguiente corresponde a la ecuación :

- a) $-2x + y + 2 = 0$
- b) $2x + y + 2 = 0$
- c) $-2x - y + 2 = 0$
- d) $-2x - y - 2 = 0$
- e) $-2x - y = 2$



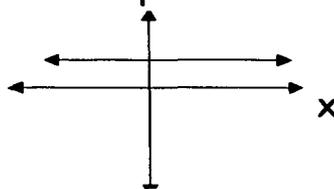
2. La grafica de la ecuación $y = 1$ es:

a)



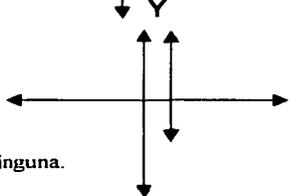
X

b)

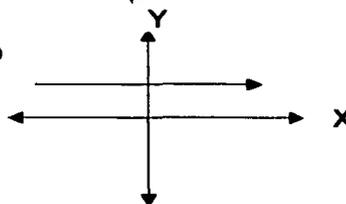


X

c)



d)



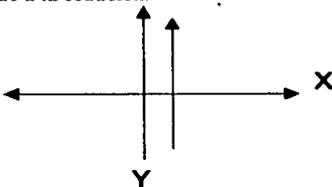
X

i+C

e) Ninguna.

3. La gráfica siguiente corresponde a la ecuación:

- a) $y = 1$
- b) $y = -1$
- c) $x = 1$
- d) $x = -1$
- e) Ninguna



4. La solución de una desigualdad lineal con dos variables es:

- a) Un par ordenado (x, y)
- b) Una recta
- c) Un punto
- d) Una parte del plano cartesiano
- e) La intersección de dos rectas



5. Para graficar la expresión $y < 2x - 1$ se sombrea la región :

- a) Por arriba de la línea
- b) Por abajo de la línea
- c) Por abajo de la línea punteada
- d) Por abajo de la línea continua



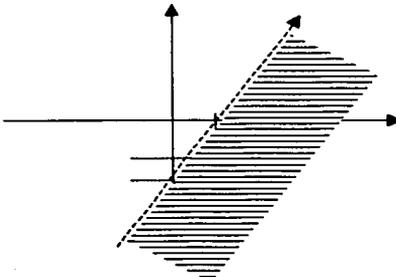
6. Para graficar la expresión $y \geq 2x - 1$ se sombrea la región:

- a) Por arriba de la línea continua
- b) Por abajo de la línea
- c) Por arriba de la línea punteada
- d) Por abajo de la línea punteada



7. La siguiente grafica corresponde a la desigualdad

- a) $2x - y - 2 < 0$
- b) $2x - y - 2 \leq 0$
- c) $2x - y - 2 > 0$
- d) $2x - y - 2 \geq 0$



8. La siguiente gráfica corresponde a la desigualdad :

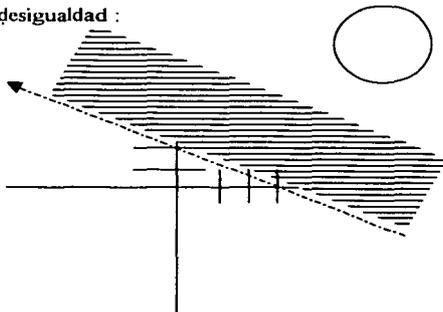
a) $y > -\frac{2}{3}x + 2$

b) $y < -\frac{2}{3}x + 2$

c) $y \leq -\frac{2}{3}x + 2$

d) $y \geq -\frac{2}{3}x + 2$

e) $y > -\frac{2}{3}x - 2$



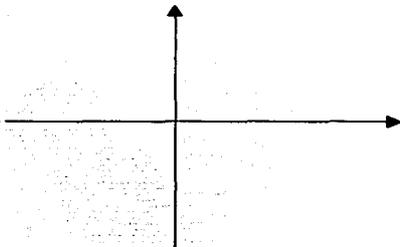
II. En cada caso grafique la región solución y compruebe.

1. $x - y < 0$

GRAFICA

COMPROBACIÓN

Despeje de "y"

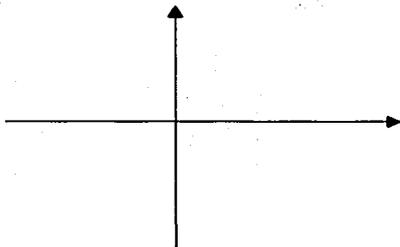


2. $x - y \leq 0$

GRAFICA

COMPROBACIÓN

Despeje de "y"

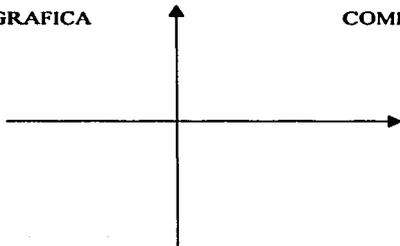


3. $x - y > 1$

Despeje de "y"

GRAFICA

COMPROBACIÓN

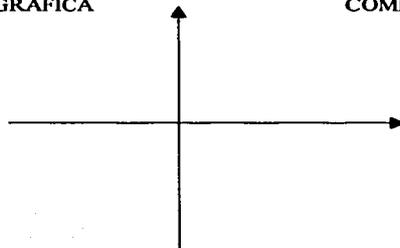


4. $2x + y \leq 6$

Despeje de "y"

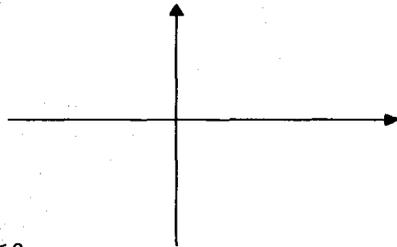
GRAFICA

COMPROBACIÓN



5. $3x - 4y \geq 12$
Despeje de "y"

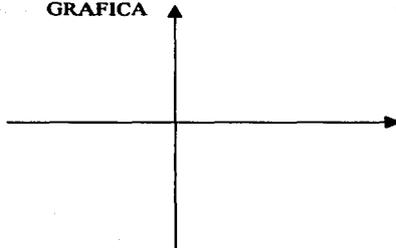
GRAFICA



COMPROBACIÓN

6. $3x - 2y + 6 < 0$
Despeje de "y"

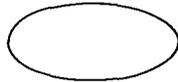
GRAFICA



COMPROBACIÓN

TAREA

CALIFICACIÓN

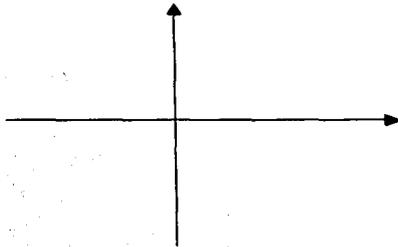


I. En cada caso graficar el conjunto ó región solución y comprobar

1. $x + 3y \geq 12$
Despeje de "y"

GRAFICA

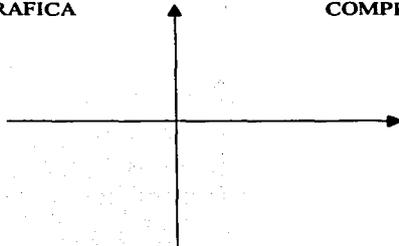
COMPROBACIÓN



2. $-2x + y < 4$
Despeje de "y"

GRAFICA

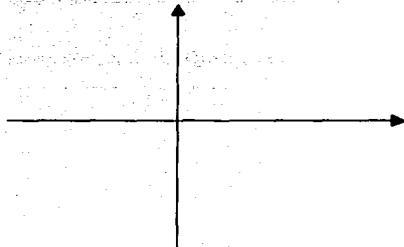
COMPROBACIÓN



3. $8x + 3y \leq 54$
Despeje de "y"

GRAFICA

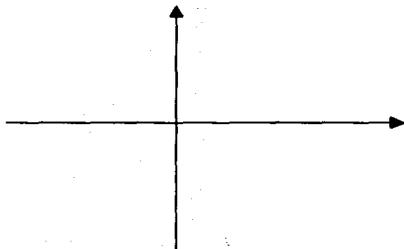
COMPROBACIÓN



4. $y < 5$

GRAFICA

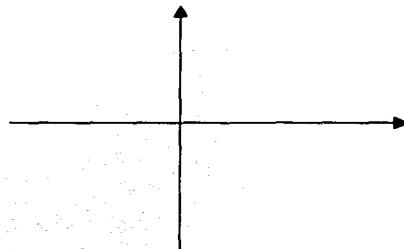
COMPROBACIÓN



5. $y \geq -2$

GRAFICA

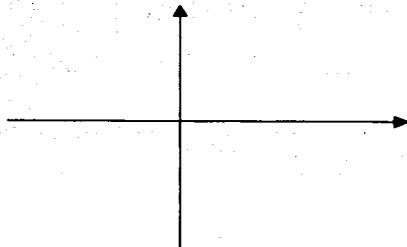
COMPROBACIÓN



6. $x \leq 3$

GRAFICA

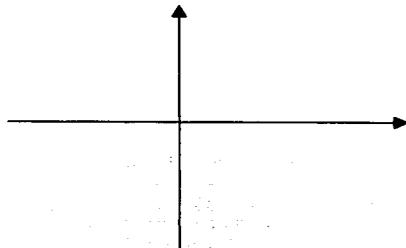
COMPROBACIÓN



7. $x > 0$

GRAFICA

COMPROBACIÓN

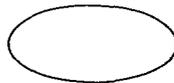


TEMA 3

SISTEMAS DE DESIGUALDADES LINEALES CON DOS VARIABLES

EJERCICIO

CALIFICACIÓN



I. En cada caso elige el inciso que complete correctamente la expresión y anótalo en la parábola de la izquierda

1. Es un sistema de desigualdades lineales con dos variables.

a) $2x + y^2 < 1$

$x + y \geq 2$

b) $2x + 1 < y$

$x + y < 1$

c) $x + y + z < 0$

$x - y + z > 1$

d) $x^2 - y^2 < 0$

$x^2 + y^2 \leq 0$

e) $x^2 + 2x + 1 < 0$

$x + y < 1$

2. El conjunto solución de un sistema de desigualdades lineales con dos variables es:

a) El punto de intersección de las rectas

b) Las dos regiones solución de las desigualdades.

c) La región donde se interseccionan las regiones solución de cada desigualdad.

3. Para resolver un sistema de desigualdades lineales con dos variables se deben graficar:

a) En planos cartesianos

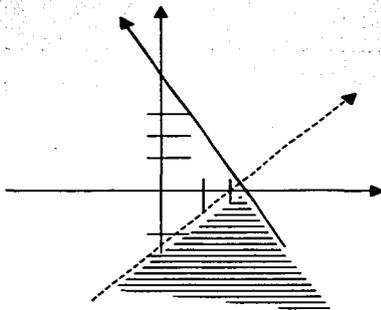
b) En planos paralelos

c) En un mismo plano.

d) En una misma recta

4. La siguiente grafica representa la región solución de:

- a) $2x + y > 6$
 $3x - 4y \leq 12$
 b) $2x + y \geq 6$
 $3x - 4y < 12$
 c) $2x + y \leq 6$
 $3x - 4y < 12$
 d) $2x + y < 6$
 $3x - 4y < 12$



5. Es un punto de la región solución del ejercicio anterior que nos sirve para comprobar nuestros resultados:

- a) (-1, 2)
 b) (2, -2)
 c) (3, 4)
 d) (4, 1)
 e) (0, 0)

II. Relaciones las columnas apropiadamente escribiendo en el paréntesis la letra correcta.

DESIGUALDAD	RESPUESTA	DESPEJE
1. $x + 3y \geq 12$	()	a) $y \leq 2x + 4$
2. $2x - y > 6$	()	b) $y \geq \frac{8x - 54}{3}$
3. $-2x + y \leq 4$	()	c) $y \geq \frac{12 - x}{3}$
4. $3x - 4y < 12$	()	d) $y < 2x - 6$
5. $8x - 3y \leq 54$	()	e) $y > \frac{3}{4}x - 3$
		f) $y > \frac{3}{4}x + 3$

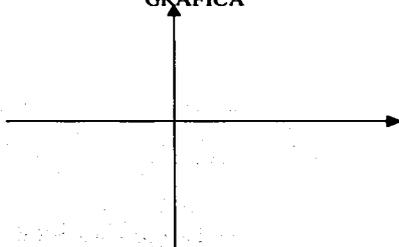
III. Ahora resuelve y comprueba los siguientes sistemas de ecuaciones lineales. Indica el conjunto solución.

a)

1. $-2x + y \leq 4$
2. $8x + 3y \leq 54$

COMPROBACIÓN

GRAFICA

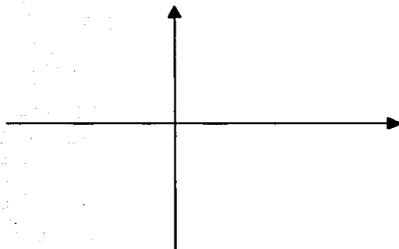


b)

1. $x + 3 \geq 12$
2. $-2x + y \leq 4$
3. $8x + 3y \leq 54$

COMPROBACIÓN

GRAFICA

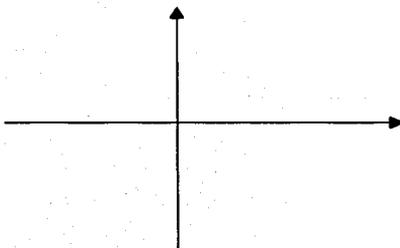


c)

1. $x + y \leq 450$
2. $y \geq 2x$
3. $x \geq 90$

GRAFICA

COMPROBACIÓN

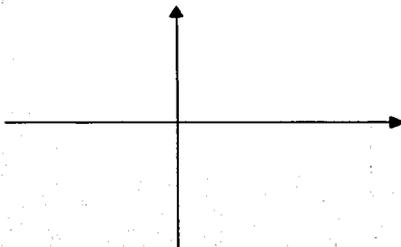


d)

1. $y \leq 4x + 1$
2. $y \geq 4x + 1$

GRAFICA

COMPROBACIÓN



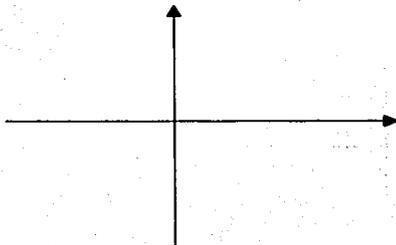
e)

1. $3x + y < 6$

2. $y > 1$

GRAFICA

COMPROBACIÓN



f)

1. $x + 2y \leq 10$

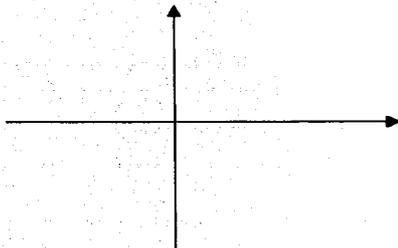
2. $3x + 2y \leq 18$

$x \geq 0$

$y \geq 0$

GRAFICA

COMPROBACIÓN



g)

1. $x - y \geq -1$

2. $2x + y \leq 7$

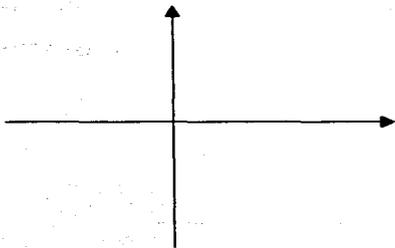
3. $4x - y \leq 11$

$x \geq 0$

$y \geq 0$

COMPROBACIÓN

GRAFICA



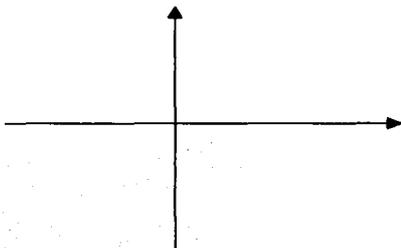


I. Resuelve los siguientes sistemas . Indica el conjunto solución y comprueba.

a)

1. $x - y \leq -1$
2. $2x + y \geq 7$
3. $4x - y \leq 11$

GRAFICA

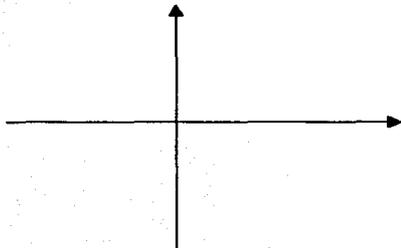


COMPROBACIÓN

b)

1. $y \geq x + 2$
2. $y \leq -x + 1$

GRAFICA



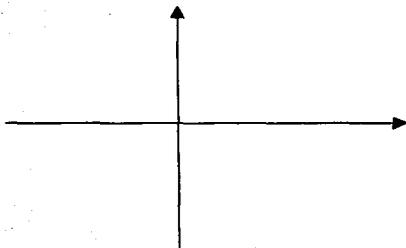
COMPROBACIÓN

c)

1. $|x| > 2$
2. $|y| > 1$

COMPROBACIÓN

GRAFICA

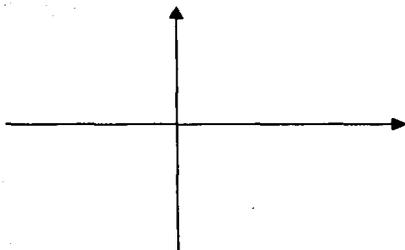


d)

1. $|x - 2| \leq 1$
2. $|y + 1| \geq 2$

COMPROBACIÓN

GRAFICA

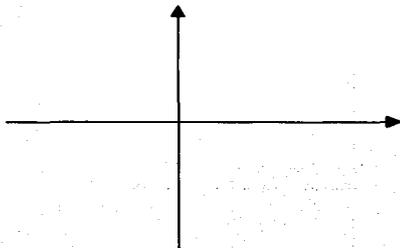


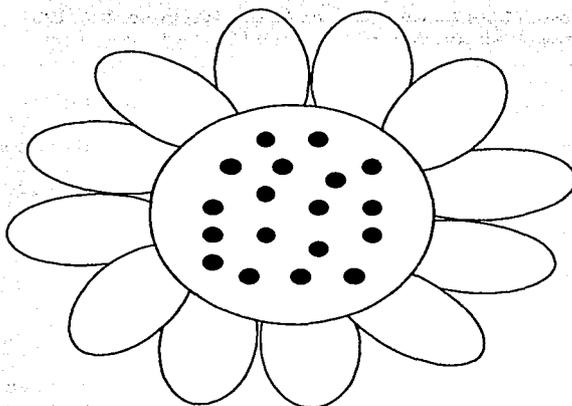
e)

1. $|x| \leq 2$
2. $|y| \leq 1$

COMPROBACIÓN

GRAFICA





Se dice que Buda dio una vez un sermón sin pronunciar palabras: simplemente sostuvo una flor ante los presentes. Es el famoso "sermón de la flor". ¿por qué?, ¿de qué habla el modelo de una flor?. Si se analiza con cuidado, se hallará en ella una unidad y un orden comunes a todas las demás creaciones naturales y artificiales. Los flósculos del centro de una "**MARGARITA**" crecen entre los puntos de contacto de dos espirales opuestas. Tales espirales son logarítmicas y equiángulares. Así que la naturaleza se ha dado (o le ha dado) patrones o reglas de formación fundamentalmente matemáticas. Así que Buda lo explicó todo sin decir nada.

BIBLIOGRAFIA

1. Agustín Anfossi, Flores Meyer. Curso de Álgebra. Progreso. S.A. 1981.
2. Murria R. Spiegel. Álgebra Superior. Mcgraw-Hill. 1999
3. Parra Cabrera. Álgebra Preuniversitaria. Limusa. 1997
4. Charles H. Lehmann. Álgebra. Limusa
5. Florence M. Lovaglia, Merritt Elmore, Donald Conway. Harla. 1997
6. A. Baldor. Álgebra. Publicaciones Cultural. 1999
7. Gordon Fuller, Walter Wilson, Henry Miller. Álgebra Universitaria. Cecsá. 1999
8. Rees/Sparks. Álgebra Contemporánea. Mcgraw-Hill. 1999
9. Jangdish C. Arya, Robin W. Lardner. Matemáticas Aplicadas. Prentice Hall. 1989
10. Max Sobel, Norbert Lerner. Álgebra. Printice Hall. 1995
11. Ya. Perelman. Matemáticas Recreativas. Editorial Mir. 1985
12. Eugene Raudsepp. Juegos de Ingenio. Selector. 1996
13. Misael Aragon B., Santiago Valiente. En el Amable Mundo de la Matemática. Patria. 1990
14. Andres Sestier. Historia de las Matemáticas. Limusa. 1996
15. Mariano Perero. Historia e Historias de Matemáticas. Grupo editorial Iberoamerica. 1994
16. R. David Gustafson. Álgebra Intermedia. International Thompson Editores. 1997
17. Walter Fleming, Sale Varberg. Álgebra y Trigonometría Analítica. Prentice Hall. 1991
18. Smith, Charles, Dossey, Keedy. Álgebra. Addison Wesley Iberoamericana. 1992
19. Silva Lazo. Fundamentos de Matemáticas. Limusa. 2000
20. Oteyza de Oteyza. Álgebra. 2000