

2 00574



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO**

**FACULTAD DE QUIMICA**

MODELADO MATEMATICO DE LA SOLIDIFICACION DE COMPOSITOS  
A 356 - SiC<sub>p</sub> COLADOS EN MOLDES DE ARENA

**T E S I S**  
QUE PARA OBTENER EL GRADO DE:  
**MAESTRO EN INGENIERIA QUIMICA**  
(AREA DE MATERIALES METALURGIA)  
P R E S E N T A :  
ING. IND. MEDARDO RAMSES CHAVEZ CARRILLO



MEXICO, D. F.

**TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN**

2002



Universidad Nacional  
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

**Biblioteca Central**



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

Modelado matemático de la solidificación de compósitos A356-SiC,  
colados en moldes de arena.

Tesis presentada por el Ing. Ind. Medardo Ramsés Chávez Carrillo para  
obtener el grado de Maestro en Ingeniería Química (Área de  
Materiales, Metalurgia).

Maestría en Ingeniería Química  
Facultad de Química, UNAM  
2002

*Para:*

*Alma*

*y*

*Paola*

## Agradecimientos

Quiero agradecer al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACyT) por el apoyo económico proporcionado para la realización de este trabajo.

Asimismo, agradezco a todos los que contribuyeron al logro del presente proyecto, en particular al Dr. Carlos González Rivera y a los integrantes del Grupo de Fundición del Departamento de Ingeniería Metalúrgica de la Facultad de Química de la UNAM: Ignacio Beltrán Piña, Cándido Atlatenco Tlapanco, Alejandro García Hinojosa, Adrián Amaro Villeda, Sergio García Galán; de igual forma a los compañeros Juan Carlos Báez Crespo y Héctor Cruz Mejía.

## ÍNDICE

LISTADO DE SÍMBOLOS	i
ÍNDICE DE FIGURAS	iv
ÍNDICE DE TABLAS	vi
RESUMEN	1
OBJETIVOS	2
CAPÍTULO I: GENERALIDADES	3
I.1..    INTRODUCCIÓN	3
I.2..    ANTECEDENTES	4
CAPÍTULO II: MACRO-MICRO MODELADO DE LA SOLIDIFICACIÓN DE MATERIALES COMPUESTOS A356/SiC <sub>p</sub>	14
RESUMEN	14
II.1..    MACRO MODELO DE TRANSFERENCIA DE CALOR	15
II.2..    MICRO MODELO DE SOLIDIFICACION	16
II.3..    IMPLEMENTACIÓN DEL MACRO-MICRO MODELO	
CAPÍTULO III: EXPERIMENTACIÓN	29
III.1..    PROCEDIMIENTO	29
III.2..    ANÁLISIS METALOGRÁFICO	31
CAPÍTULO IV: RESULTADOS Y DISCUSIÓN	33
IV.1..    ANÁLISIS DE CURVAS DE ENFRIAMIENTO	33
IV.2..    ANÁLISIS DE FOURIER	39
IV.3..    ANÁLISIS METALOGRÁFICO	42
IV.4..    COMPARACIÓN DE RESULTADOS EXPERIMENTALES Y PREDICCIONES DEL MODELO ELABORADO	44
CONCLUSIONES	49
ANEXO "A": IMPLEMENTACIÓN DEL MÉTODO DE FOURIER	50
ANEXO "B": DIAGRAMA DE FLUJO DEL PROGRAMA DE COMPUTO DONDE SE IMPLEMENTÓ EL MODELO DESARROLLADO	53
REFERENCIAS	58

## LISTA DE SÍMBOLOS

Símbolo	Descripción	Unidades
$C_1$	Concentración de soluto en el líquido	% en peso
$C_p$	Capacidad Calorífica	J/kg °C
$C_{p_i}$	Capacidad calorífica del medio i	J/kg °C
$C_{p_M}$	Capacidad calorífica del material compuesto	J/kg °C
$C_{p_s}$	Capacidad calorífica del molde	J/kg °C
$C_{p_R}$	Capacidad calorífica del reforzante	J/kg °C
$C_o$	Concentración inicial de soluto	% en peso
$D$	Coefficiente de difusión de soluto en el líquido	m <sup>2</sup> /s
$D_s$	Coefficiente de difusión de soluto en el sólido	m <sup>2</sup> /s
$f_g$	Fracción de grano	Adimensional
$FO_M$	Número de Fourier en el MMC	Adimensional
$FO_s$	Número de Fourier en el molde	Adimensional
$f_s$	Fracción sólida	Adimensional
$h_o$	Coefficiente de transferencia de calor por convección	W/m <sup>2</sup> °C
$k$	Conductividad térmica	W/m °C
$k_M, k_1$	Conductividad térmica del material compuesto	W/m °C
$k_s, k_2$	Conductividad térmica del molde	W/m °C
$k_m$	Conductividad térmica de la matriz	W/m °C
$k_R$	Conductividad térmica del reforzante	W/m °C
$K_C$	Constante fisicoquímica, modelo JH <sup>(83)</sup>	°C/s/m
$k_o$	Coefficiente de redistribución de soluto	Adimensional
$K_r$	Constante fisicoquímica, modelo JH <sup>(83)</sup>	m °C
$L_f$	Calor latente de fusión	J/m <sup>3</sup>
$L_s$	Calor latente de solidificación	J/m <sup>3</sup>
$m_1$	Pendiente de la línea de líquidus asociada a la aleación	°C/% en peso
$N_s$	Número de núcleos por unidad de volumen	m <sup>-3</sup>
$\hat{N}_d$	Densidad de núcleos dendríticos	m <sup>-3</sup>
$\hat{N}_e$	Densidad de núcleos eutécticos	m <sup>-3</sup>
$q^+ ( )$	Flujo de calor transferido	W
$Q_a$	Flujo volumétrico de calor acumulado	W/m <sup>3</sup>
$q_a ( )$	Flujo de calor acumulado	W
$Q_c$	Flujo volumétrico neto de calor intercambiado con los alrededores	W/m <sup>3</sup>
$Q_s$	Flujo volumétrico de calor latente de solidificación	W/m <sup>3</sup>
$R$	radio de la punta dendrítica	m
$R_i$	radio promedio del volumen de control	m
$r$	Posición radial	m
$R_{centro}$	Posición radial del termopar más cercano al eje de simetría de la pieza	m
$R_{máx}$		

<b>Símbolo</b>	<b>Descripción</b>	<b>Unidades</b>
$R_{orilla}$	Posición radial del termopar más alejado del eje de simetría de la pieza	m
$R_{min}$	Radio de la punta dendrítica	m
$R_g$	Radio promedio de las esferas sólidas en crecimiento	m
$R_{tot}$	Radio total de grano	m
$Si$	Contenido porcentual de Si en la matriz	%
$T$	Temperatura	°C
$t$	Tiempo	s
$T^*$	Temperatura de líquidus del líquido remanente	°C
$T_1$	Temperatura asociada al termopar más cercano al eje de simetría de la pieza	°C
$T_2$	Temperatura asociada al termopar más alejado del eje de simetría de la pieza	°C
$T_c$	Temperatura de colada	°C
$T_{colada}$		
$t_f$	Tiempo local de solidificación	s
$T_F$	Temperatura de fusión del solvente	°C
$T_i$	Temperatura en el nodo iésimo	°C
$T_E$	Temperatura eutéctica	°C
$t_E$	Tiempo eutéctico	s
$T_L$	Temperatura de líquidus	°C
$t_L$	Tiempo de líquidus	s
$T_m$	Temperatura de fusión del solvente puro	°C
$T_M$	Temperatura del líquido remanente	°C
$T_n$	Temperatura de nucleación	°C
$T_\infty$	Temperatura ambiente	°C
$\dot{T}$	Primera derivada de la temperatura en función del tiempo	°C/s
$T_g$	Tamaño de grano	$\mu\text{m}$
$T_R$	Temperatura de la punta dendrítica	°C
$V_d$	Velocidad de avance de la punta dendrítica	m/s
$V_R$	Fracción de contenido volumétrico de reforzante	Adimensional
$V_{Rm}$	Fracción de contenido másico de reforzante	Adimensional
$ZF$	Curva cero de referencia en el método de Fourier	°C/s
$\alpha$	Parámetro de Brody-Flemmings	Adimensional
$\alpha_l$	Difusividad térmica del metal líquido	$\text{m}^2/\text{s}$
$\alpha_s$	Difusividad térmica del metal sólido	$\text{m}^2/\text{s}$
$\alpha_m$	Difusividad térmica del metal	$\text{m}^2/\text{s}$
$\alpha_M$	Difusividad térmica del material compuesto	$\text{m}^2/\text{s}$
$\beta$	Parámetro de Ohnaka	Adimensional
$\Delta H_f$	Entalpía de fusión por unidad de masa	J/Kg
$\Delta T_{tot}$	Subenfriamiento total	°C



Símbolo	Descripción	Unidades
$\Delta T_E$	Máximo subenfriamiento eutéctico	$^{\circ}\text{C}$
$\Delta T_I$	Máximo subenfriamiento de líquidus	$^{\circ}\text{C}$
$\Delta T_C$	Subenfriamiento solutal	$^{\circ}\text{C}$
$\Delta T_{Eu}$	Subenfriamiento eutéctico	$^{\circ}\text{C}$
$\Delta T_R$	Subenfriamiento capilar	$^{\circ}\text{C}$
$\Delta T_t$	Subenfriamiento térmico	$^{\circ}\text{C}$
$\Delta R_m$	Tamaño de malla de discretización en el metal	m
$\Delta R_s$	Tamaño de malla de discretización en el molde	m
$\Delta t$	Tamaño del incremento de tiempo empleado en el modelo	s
$\Gamma$	Coefficiente de Gibbs-Thompson	$\text{m}^{\circ}\text{C}$
$\phi$	Parámetro de ajuste modelo JK()	Adimensional
$\lambda_1$	Espaciamiento interdendrítico primario	$\mu\text{m}$
$\lambda_{Eu}$	Espaciamiento interlaminar eutéctico	$\mu\text{m}$
$\mu_d$	Coefficiente de crecimiento equiaxial dendrítico	$\text{m/s } ^{\circ}\text{C}^2$
$\mu_{Eu}$	Coefficiente de crecimiento equiaxial eutéctico	$\text{m/s } ^{\circ}\text{C}^2$
$v_{Eu}$	Velocidad de avance del frente eutéctico	m/s
$\rho$	Densidad	$\text{Kg/m}^3$
$\rho_M$	Densidad del material compuesto	$\text{Kg/m}^3$
$\rho_S$	Densidad del molde	$\text{Kg/m}^3$
$\rho_R$	Densidad del reforzante	$\text{Kg/m}^3$
$\nabla T$	Gradiente del campo de temperaturas	$^{\circ}\text{C/m}^2$
$\nabla^2 T$	Laplaciano del campo de temperaturas	$^{\circ}\text{C/m}^2$
$\Omega$	Supersaturación de soluto	Adimensional
$\sigma^*$	Constante de estabilidad	Adimensional

## ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1.- Esquema del sistema a considerar durante la simulación de la solidificación de MMC A356/SiC <sub>p</sub> . . . . .	15
Figura 2.- Diagrama de fases del sistema binario Al-Si. . . . .	17
Figura 3.- Curva de enfriamiento típica, asociada al enfriamiento y solidificación de la aleación A356, en donde se muestran las etapas consideradas en el modelo elaborado. . . . .	17
Figura 4.- Representación esquemática de los radios característicos y del reparto de soluto asociados al crecimiento equiaxial dendrítico. . . . .	20
Figura 5.- Velocidad de avance de la punta dendrítica, $V_d$ , en función del subenfriamiento total, $\Delta T_{tot}$ , para la aleación A356 considerada en el presente trabajo. . . . .	23
Figura 6.- Esquema de la discretización del sistema. . . . .	25
Figura 7.- Representación esquemática del arreglo experimental empleado. . . . .	30
Figura 8.- Curvas de enfriamiento asociadas a dos posiciones radiales, durante el enfriamiento y solidificación de la matriz y los compósitos A356/SiC <sub>p</sub> , colado en molde de arena, (a) A356, (b) A356/6.8%SiC <sub>p</sub> , (c) A356/9.1%SiC <sub>p</sub> . . . . .	33
Figura 9.- Curvas de enfriamiento experimentales asociadas a la aleación A356 y los compósitos con 6.8% y 9.1% de SiC <sub>p</sub> . . . . .	34
Figura 10.- Parámetros característicos considerados en las curvas de enfriamiento. . . . .	35
Figura 11.- Intervalos mínimo y máximo, así como de confianza de los valores de los parámetros de líquidus. . . . .	36
Figura 12.- Intervalos mínimo y máximo, así como de confianza de los parámetros eutécticos. . . . .	37
Figura 13.- Intervalos mínimo y máximo, así como de confianza de los valores de $t_s$ y $\frac{dT}{dt}$ . . . . .	38
Figura 14.- Curvas de enfriamiento experimental y simulada de la aleación A356. . . . .	39

Figura 15.- Gráfica comparativa de las curvas de $\frac{df_s}{dt}$ , determinadas experimentalmente a través del método de Fourier, para los casos bajo estudio. ....	40
Figura 16.- Valores de $L_f$ en función del %SiC <sub>p</sub> vol., obtenidos de la aplicación del Método de Fourier a las curvas experimentales ...	41
Figura 17.- Microfotografías de (a) la matriz A356, (b) MMC A356/6.8%SiC <sub>p</sub> vol., (c) MMC A356/9.1%SiC <sub>p</sub> vol. y (d) en detalle donde se observa la nucleación y el crecimiento del Si eutéctico sobre el reforzante. ....	42
Figura 18.- Curvas de enfriamiento experimental y simulada del material compuesto A356/6.8%SiC <sub>p</sub> vol. ....	44
Figura 19.- Evolución de la velocidad de enfriamiento y de la curva cero de Fourier, correspondientes a las curvas de enfriamiento mostradas en la Figura 18. ....	45
Figura 20.- Curvas de enfriamiento experimental y simulada del compósito A356/6.8%SiC <sub>p</sub> vol. ....	46
Figura 21.- Curvas de enfriamiento experimental y simulada del compósito A356/6.8%SiC <sub>p</sub> vol. ....	47

## ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1.- Modelos de microsegregación y expresiones asociadas para determinar $f_s(T)$ .....	7
Tabla 2.- Modelos de nucleación. ....	9
Tabla 3.- Parámetros empleados en las relaciones de nucleación y crecimiento empleadas en el modelo, así como las relaciones resultantes. ....	24
Tabla 4.- Propiedades termofísicas utilizadas en el modelo. ....	27
Tabla 5.- Composición química de la aleación A356 empleada como matriz del MMC bajo estudio. ....	29
Tabla 6.- Diseño experimental. ....	31
Tabla 7.- Contenido de partículas, de los experimentos realizados .	42

## RESUMEN

Las propiedades físicas de los materiales compuestos de matriz metálica (MMC), dependen del material reforzante y en gran manera de la microestructura que presenta la aleación que conforma su matriz, por lo tanto, si se cuenta con un modelo matemático que describa de forma aproximada la evolución térmica y cinética de solidificación, se contará con una herramienta auxiliar para la interpretación y conocimiento de los procesos de solidificación en dichos materiales.

El sistema Al-Si/SiC ha sido utilizado dentro de la industria en la elaboración de algunas piezas por fundición que están sustituyendo a las de hierro, acero y otros, ya que ofrecen propiedades de buena estabilidad dimensional, baja densidad y bajo coeficiente de expansión; en el presente trabajo de tesis, se desarrolló un modelo matemático para simular la solidificación de materiales compuestos de matriz base aluminio-silicio A356 reforzada con carburo de silicio en partículas, colados en moldes de arena, con objeto de contar con una herramienta que desde el punto de vista mecanístico, apoyara a la explicación fenomenológica de lo que acontece durante la solidificación de dichos materiales.

Dicho modelo se tradujo en un programa de cómputo el cual, a partir de las condiciones de procesamiento (temperatura de colada, dimensiones del molde cilíndrico y porcentaje de partículas reforzantes), es capaz de simular de manera aproximada la historia térmica y la cinética de solidificación.

Con objeto de corroborar los datos arrojados por el modelo, se realizaron nueve corridas experimentales, considerando tres niveles de porcentaje de partículas y tres réplicas por cada nivel. De cada probeta cilíndrica se obtuvieron dos curvas de enfriamiento de las cuales se analizó el efecto del contenido de reforzante en sus parámetros de líquidus y eutécticos, de igual forma fueron analizadas por el método de Fourier con el fin de extraer la información del calor latente y la cinética de solidificación en función del porcentaje de SiC.

Las curvas de enfriamiento y de cinética de solidificación simuladas mostraron una buena concordancia cualitativa con las experimentales, mostrando ligeras discrepancias en las etapas de nucleación y crecimiento dendrítico y del microconstituyente eutéctico. Con base en esto se considera necesario realizar una investigación más detallada que abarque esta etapa de la solidificación en este sistema, además de obtener mejores valores de los parámetros termofísicos de sus componentes con objeto de mejorar las predicciones del modelo.

## OBJETIVOS

- 1.. Determinar experimentalmente el efecto de la presencia de diferentes cantidades de SiC sobre las características de las curvas de enfriamiento asociadas con la solidificación de materiales compuestos A356/SiC<sub>p</sub>, colados en moldes de arena.
- 2.. Explorar el efecto de la presencia de diferentes cantidades de SiC sobre el calor latente y la cinética de solidificación de la matriz metálica presente en materiales compuestos A356/SiC<sub>f</sub>, mediante la aplicación del Método de Análisis Térmico de Fourier a las curvas de enfriamiento experimentales.
- 3.. Elaborar e implementar un macro-micro modelo de solidificación destinado a simular las historias térmicas y la cinética de solidificación de materiales compuestos A356/SiC<sub>p</sub> colados en moldes de arena.
- 4.. Comparar las predicciones del modelo con respecto a los resultados experimentales, incluyendo las historias térmicas, así como la cinética de solidificación obtenida mediante la aplicación del Método de Fourier.

## CAPÍTULO I:

### GENERALIDADES

#### I.1. INTRODUCCIÓN

Los materiales compuestos de matriz metálica (MMC, por sus siglas en inglés) son materiales desarrollados para cubrir una gama de usos especiales, aprovechando las propiedades del metal base en combinación con las del material reforzante, con lo que se pueden modificar características tales como resistencia, rigidez, resistencia a la abrasión y estabilidad dimensional, dependiendo de la cantidad, ubicación y unión con la matriz<sup>1</sup>.

La mayoría de los desarrollos comerciales de MMC, se ha enfocado en el aluminio como la matriz metálica, ya que se aprovecha la ligereza, resistencia a la intemperie y propiedades mecánicas de sus aleaciones. El punto de fusión del aluminio es suficientemente alto para satisfacer varias aplicaciones, así mismo es suficientemente bajo para que el proceso de fabricación del MMC sea conveniente. Otra característica del aluminio, es que puede emplearse con una gran variedad de reforzantes, como boro,  $\text{Al}_2\text{O}_3$ , SiC y grafito, ya sea en forma de partículas, fibras largas o cortas y hojuelas<sup>2</sup>.

Actualmente varias compañías emplean la técnica de incorporación de partículas u hojuelas en la aleación fundida de aluminio, para su posterior colada y producción de lingotes, barras o placas. Los MMC de aluminio/SiC partículas ( $\text{Al}/\text{SiC}_p$ ) están siendo desarrollados por la industria aeroespacial para fabricar placas, refuerzos y racks para equipo eléctrico en aviones; dichos MMC poseen buena estabilidad dimensional o resistencia a la microflectura, importante en las aplicaciones de óptica de precisión y medición de unidades inerciales; la industria electrónica ha comenzado a reemplazar aleaciones hierro-níquel por MMC de  $\text{Al}/\text{SiC}_p$  por su baja densidad, buena conductividad térmica y bajo coeficiente de expansión.

Las propiedades de los productos finales de MMC, están controlados en gran parte por la microestructura obtenida durante su solidificación<sup>3</sup>, por lo que es importante establecer las condiciones de proceso que producen la microestructura deseada así como la influencia de las partículas reforzantes.

Es por esto que para obtener un MMC de las características requeridas, es necesario establecer las relaciones causa-efecto que ligan a las variables de proceso con la microestructura presente en el producto de solidificación<sup>4,5,6</sup>, así como de la distribución de las partículas de reforzante<sup>7</sup>.

## I.2. ANTECEDENTES

### I.2.1. GENERALIDADES.

En las últimas décadas el modelado de la solidificación ha seguido un desarrollo sostenido, impulsado por el interés de optimizar los procesos y la calidad de los productos de fundición mediante la comprensión de los fenómenos que rigen la formación de la microestructura, a través de la predicción de la evolución de sus variables, basada en modelos mecanísticos<sup>8,9,10,11</sup>.

A partir de un punto de vista general, las características estructurales asociadas a un producto metálico obtenido mediante procesos que involucran a la solidificación se establecen a tres niveles, en función del tamaño de los aspectos de interés<sup>12</sup>:

- 1) **Nivel macroscópico** (macroestructural), del orden de mm a m, los aspectos de interés asociados a la solidificación a este nivel incluyen la forma y posicionamiento de macrorechupes, tamaño de macrograno, macrosegregación, fisuras, calidad superficial y exactitud dimensional de la pieza; la aceptación de un producto de fundición pasa por un primer filtro que restringe las condiciones mínimas de calidad que debe cumplir una pieza en función de las características macroestructurales.
- 2) **Nivel microscópico** (microestructural), del orden de  $\mu\text{m}$  a mm, en la mayoría de los casos las propiedades mecánicas dependen de la estructura de solidificación a este nivel; elementos de este nivel incluyen al tamaño y tipo (columnar o equiaxial) de grano obtenido de colada, tipo, morfología y cantidades relativas de las fases presentes, espaciamiento interdendrítico, tipo e intensidad de la microsegregación, cantidad de microrechupes, microporosidad e inclusiones.
- 3) **Nivel atómico** (nanoestructural), del orden de nanómetros, las características estructurales a este nivel incluyen la estructura cristalina y defectos lineales, puntuales y de superficie (dislocaciones, vacancias, etc.).

Con base en la anterior clasificación y en su evolución pasada, el estado actual del conocimiento y el desarrollo que tendrán los modelos destinados a simular la solidificación, pueden ser ubicados dentro de tres generaciones de modelos de solidificación.

Los **modelos de la primera generación**, basan su planteamiento en lo que acontece dentro del sistema a nivel macroscópico y son conocidos como modelos macroscópicos de solidificación.



En estos modelos, la descripción cuantitativa de la evolución de la interfase sólido-líquido se realiza a través de las soluciones numéricas de las ecuaciones de conservación macroscópica de energía, masa, momentum y especies químicas, empleando simplificaciones para introducir al calor latente generado por el cambio de fase, sin considerar la cinética de solidificación y asumen que la fracción sólida es una función que dependen únicamente de la temperatura. La mayor parte de los esfuerzos realizados en las últimas tres décadas pertenecen a este tipo de modelos.

Los **modelos de la segunda generación** acoplan la descripción cuantitativa (a escala macroscópica) de los fenómenos de transporte, con la descripción microscópica de la solidificación mediante la introducción de la cinética de formación de los microconstituyentes.

La mayor parte de los modelos que pertenecen a esta generación resuelven las ecuaciones asociadas a los fenómenos macroscópicos de transporte simultáneamente con las ecuaciones relacionadas con la cinética de transformaciones de fase y, cuando la principal transformación de fase es la solidificación, son conocidos bajo el nombre genérico de macro-micromodelos de solidificación.

Estos modelos permiten obtener información cuantitativa de aspectos estructurales a nivel microscópico. El tratamiento del problema de generación de calor latente durante el cambio de fase se realiza mediante leyes de nucleación y crecimiento del microconstituyente en formación.

Los **modelos de la tercera generación**, para predecir la evolución de la interfase sólido-líquido, se basan no solamente en consideraciones que se relacionan con lo que acontece a nivel macroscópico y microscópico, sino que adicionalmente calcula la evolución del sistema a nivel atómico. Si bien en la actualidad no existe una base de datos que correlacione cuantitativamente a elementos estructurales a este nivel con las propiedades que muestra una pieza fundida, la descripción detallada del movimiento de las interfases sólido-líquido durante la solidificación requiere cálculos a este nivel<sup>12</sup>.

Sin embargo, la descripción de la evolución del estado asociado a cada átomo presente en un sistema metal-molde está limitada por la capacidad de memoria y procesamiento del equipo de cómputo disponible<sup>13</sup>.

Por esta razón los cálculos atomísticos asociados a la formación de microestructura se han aplicado a aspectos microestructurales muy aislados y específicos, como límites de grano, dislocaciones, etc., donde el número de átomos se ubica entre  $10^2$  y  $10^4$ .

Actualmente los modelos de la segunda generación son los que mayores aportaciones han dado al estudio de la solidificación y en este trabajo se planteó e implantó un modelo de esta naturaleza, razón por la cual este tipo de modelado se trata con más detalle a continuación.

### I.2.2. MODELADO DE LA SOLIDIFICACIÓN.

Un modelo que pretenda describir el enfriamiento y solidificación de una pieza fundida, debe considerar la fenomenología a nivel macroscópico y microscópico.

Una descripción más precisa de la evolución de parámetros microestructurales, depende del adecuado modelado de la transferencia de calor, de la cinética de solidificación y de un correcto acoplamiento entre estos dos aspectos durante el cambio de fase<sup>14</sup>.

A escala macroscópica, el proceso de solidificación de piezas coladas en moldes de arena, es gobernado principalmente por la transferencia conductiva de calor.

La variable que debe ser evaluada es la temperatura,  $T$ , a cualquier tiempo,  $t$ , y en cualquier posición,  $(x,y,z)$ , dentro de la pieza bajo estudio.

Conforme a lo anterior, el planteamiento básico de un modelo de solidificación, se resume en la resolución de la ecuación de conservación de energía con cambio de fase cuando se considera que el principal mecanismo de transferencia de energía es la conducción.

$$\nabla(k_i \nabla T) + Q_s = \rho_i C_{p_i} \frac{\partial T}{\partial t} \quad \text{ec. 1}$$

en donde:

$$Q_s = L_f \frac{\partial f_s}{\partial t} \quad \text{ec. 2}$$

En las ecs. 1 y 2,  $T$  es el campo de temperaturas en función de la posición y del tiempo,  $k$  es la conductividad térmica,  $\rho$  es la densidad,  $C_p$  es la capacidad calorífica,  $L_f$  es el calor latente de fusión por unidad de volumen,  $f_s$  es la fracción sólida, los subíndices íesimos indican la pertenencia al dominio del metal ( $i=1$ ) o del molde ( $i=2$ ) y  $Q_s$  es el flujo de calor latente liberado por la solidificación, por unidad de volumen, el cual toma valores diferentes de cero únicamente en el dominio del metal y durante la solidificación.

En este caso para resolver la ec. 1 es necesario fijar las condiciones iniciales y límites del sistema bajo estudio, así como conocer la evolución de la fracción sólida  $f_s$  como una función de la posición y del tiempo.

En los modelos macroscópicos de solidificación,  $f_s$  se determina en función de la temperatura. Las ecuaciones empleadas para describir cuantitativamente esta dependencia son obtenidas, en la mayoría de los casos, a partir de modelos de microsegregación<sup>15, 16</sup>.

En la tabla 1 se muestran las ecuaciones de algunos modelos de microsegregación.

Modelo	Ecuación Característica	$f_s(T)$
Regla de la palanca	$C_L^* = C_o / [1 + f_s(k_o - 1)]$	$f_s = \frac{1}{(k_o - 1)} \left[ \frac{T_L - T}{T_L - T_F} \right]$
Scheil <sup>(50)</sup>	$C_L^* = C_o [1 - f_s]^{(k_o - 1)}$	$f_s = \frac{1}{(k_o - 1)} \left[ \frac{T - T_F}{T_L - T_F} \right]^{1/(k_o - 1)}$
Brody y Flemings <sup>(51)</sup>	$C_L^* = C_o [1 - (1 - 2\alpha k_o) f_s]^{(k_o - 1)/(1 - 2\alpha k_o)}$ $\alpha = 4D_s t_f / \lambda_1^2$	$f_s = \frac{1}{(1 - 2\alpha k_o)} \left[ \frac{T - T_F}{T_L - T_F} \right]^{(1 - 2\alpha k_o)/(k_o - 1)}$
Clyne y Kurz <sup>(53)</sup>	$C_L^* = C_o [(1 - 2\Omega k_o) f_s]^{(k_o - 1)/(1 - 2\Omega k_o)}$ $\Omega = \alpha(1 - \exp(-1/\alpha) - 0.5 \exp(-1/2\alpha))$	$f_s = \frac{1}{(1 - 2\Omega k_o)} \left[ \frac{T - T_F}{T_L - T_F} \right]^{(1 - 2\Omega k_o)/(k_o - 1)}$
Ohnaka <sup>(54)</sup>	$C_L^* = C_o [1 - (1 - \beta k_o) f_s]^{(k_o - 1)/(\beta - k_o)}$ $\beta = 2\gamma / (1 + 2\gamma)$ $\gamma = 8D_s t_f / \lambda_1^2$	$f_s = \frac{1}{(1 - 2\beta k_o)} \left[ \frac{T - T_F}{T_L - T_F} \right]^{(1 - 2\beta k_o)/(k_o - 1)}$

Tabla 1.- Modelos de microsegregación y expresiones asociadas para determinar  $f_s(T)$ .

Sin embargo, estos modelos simplificados del cambio de fase, no pueden predecir adecuadamente la historia térmica<sup>17</sup>, en particular la recalcancia, ni las características de las microestructuras equiaxiales, como tamaño de grano, espaciamentos interdendrítico y laminar eutéctico, fracciones volumínicas de cada fase ni la morfología de los productos de solidificación.

Por lo anterior y con el fin de predecir de una manera más cercana a la realidad lo que acontece en la matriz de los MMC durante la transformación de fase, es necesario conocer la evolución de  $f_s$  en función de las condiciones de enfriamiento presentes en el interior de la pieza bajo estudio, lográndose esto a partir de las leyes de

nucleación y crecimiento, e incorporándolas en la parte microscópica del macro-micro modelo de solidificación.

Un micromodelo destinado a describir la solidificación equiaxial y eutéctica de una aleación, consta básicamente de tres elementos, para cada microconstituyente:

- Modelos de nucleación.
- Modelos de crecimiento.
- La consideración de la interacción de los granos en crecimiento.

#### I.2.2.1. NUCLEACIÓN.

La evaluación de las leyes que rigen dicho fenómeno sirven para determinar la densidad de granos que presentará un producto de solidificación. Para ello, se distinguen dos aproximaciones principales<sup>17</sup>:

##### 1. Modelos de nucleación continua.

En este tipo de modelos se considera una dependencia continua del número de núcleos activos por unidad de volumen de metal,  $N_s$ , respecto a la temperatura del líquido subenfriado y la nucleación termina cuando el líquido remanente alcanza su máximo subenfriamiento.

##### 2. Modelos de nucleación instantánea.

Estos modelos consideran que todos los núcleos se forman en el momento en que el líquido subenfriado alcanza la temperatura de nucleación,  $T_N$ .

En la Tabla 2 se muestran algunas de las ecuaciones básicas y parámetros que deben evaluarse para caracterizar cuantitativamente la nucleación.

Modelo	Tipo	Ecuación Básica	Parámetros de ajuste
Oldfield	Continuo	$\frac{\delta N}{\delta t} = -nK_1(\Delta T)^{n-1} \frac{\delta T}{\delta t}$	$n, K_1$
Maxwell	Continuo	$\frac{dN}{dt} = (N_s - N_i)\mu_2 \exp\left[\frac{f(\theta)}{\Delta T^2(T_p - \Delta T)}\right]$	$N_s, \theta$
Thevoz	Continuo (estadístico)	$\frac{dN}{d(\Delta T)} = \frac{N_s}{\sqrt{2\pi}\Delta T_\sigma} \exp\left[\frac{(\Delta T - \Delta T_N)^2}{\Delta T_\sigma^2}\right]$	$N_s, \Delta T_N, \Delta T_\sigma$
Goettsch	Continuo (estadístico)	$N(r) = \frac{3N_s}{(R_{\max} - R_{\min})^3} (R_{\max} - r)^2$	$N_s, R_{\max}, R_{\min}$
Stefanescu	Instantáneo	$\frac{dN}{dt} = (N_s - N_i)\mu_2 \exp\left[\frac{-\mu_3}{\Delta T^2}\right]$	$N_s \left(\frac{dT}{dt}\right)$
Fras	Continuo	$N = \psi \Delta T^\eta$	$\psi, \eta$

Tabla 2.- Modelos de nucleación.

La descripción cuantitativa de la nucleación, depende en gran medida de las condiciones experimentales en que se obtuvieron los datos alimentados al modelo, por lo que los parámetros de ajuste mostrados en la tabla anterior deben obtenerse mediante el conteo de granos en diferentes condiciones experimentales de enfriamiento.

En los modelos mencionados, se considera que la nucleación ocurre sobre sustratos presentes previamente en el metal líquido, lo que se justifica cuando, como parte del tratamiento de refinación de grano de aleaciones, se realizan adiciones que fungirán como sitios de nucleación.

#### I.2.2.2. CRECIMIENTO.

En el caso de las aleaciones hipoeutécticas base Al-Si, como es el caso de la matriz de los MMC A356/SiC, se presentan los siguientes microconstituyentes:

- La fase  $\alpha$ , que se forma al inicio de la solidificación, es una solución rica en aluminio, que se presenta en las condiciones existentes durante el enfriamiento y solidificación en moldes de arena, como dendritas equiaxiales.

- El eutéctico irregular Al-Si, que se presenta como placas alternadas de silicio y de solución sólida de aluminio, espaciadas irregularmente, que se ubican en las regiones interdendríticas e intergranulares de la fase primaria.

Debido a que difieren las características de los crecimientos equiaxiales dendrítico y eutéctico durante la solidificación, se han desarrollado modelos aplicables a cada caso.

En el caso del crecimiento equiaxial dendrítico, los granos en crecimiento son parcialmente sólidos, mientras que en el equiaxial eutéctico son totalmente sólidos<sup>18</sup>.

- CRECIMIENTO DENDRITICO.

Para modelar el crecimiento de un grano equiaxial dendrítico hay que considerar:

- El conocimiento de la velocidad a la que se desplaza la punta de la dendrita, en función del subenfriamiento presente en el líquido en contacto y del radio de la punta bajo esas condiciones de crecimiento.
- Un modelo de microsegregación que permita relacionar la evolución de la fracción sólida en el grano semisólido en crecimiento, con la distribución del soluto dentro del sistema, el cual debe conservarse.

Esta aproximación, aunque no describe la complejidad geométrica de un grano dendrítico real, sí describe la evolución de la fracción sólida dentro del grano, de donde se determina la cinética de solidificación<sup>12</sup>.

Como el campo solutal es la principal fuerza motriz de crecimiento de la dendrita, se requiere representar adecuadamente la composición del líquido remanente en contacto con la dendrita en crecimiento, por lo que es necesario incluir un modelo de microsegregación.

Las teorías que han sido propuestas para describir al crecimiento dendrítico constituyen una de las áreas fundamentales de la investigación que con respecto a la solidificación ha sido realizada en las últimas décadas<sup>19,20</sup>. Hasta inicios de la década pasada la teoría del subenfriamiento constitucional (CS)<sup>21</sup> sirvió como el modelo más exitoso para describir la evolución de estructuras dendríticas, particularmente en el caso de solidificación direccional. El análisis realizado por Lipton, Glicksman y Kurz

(LGK)<sup>22,23</sup> proporcionó los fundamentos del estado actual del conocimiento del crecimiento equiaxial dendrítico<sup>24</sup>.

Este modelo establece la interrelación entre el subenfriamiento, la velocidad de avance de la dendrita y el radio de la punta dendrítica a partir de un análisis de los procesos físicos que controlan al crecimiento dendrítico, los cuales, en la mayoría de los procesos convencionales de solidificación, son básicamente tres: difusión térmica, difusión solutal y energía interfacial.

El modelo LGK combina las soluciones de Ivantsov<sup>25</sup> para los campos de difusión térmico y solutal alrededor de una punta dendrítica, con forma de un paraboloides en revolución, con el criterio de estabilidad morfológica marginal de Muller-Krumbhaar<sup>26</sup> y se resume a continuación.

Durante el crecimiento equiaxial dendrítico, en relación con la velocidad a la cual se desplaza la punta dendrítica, se ha encontrado que la transferencia de calor y de masa implícita en este proceso son una función del subenfriamiento total que presenta la aleación líquida en contacto con la punta de la dendrita en crecimiento y que, en las condiciones presentes en los procesos convencionales de solidificación, el subenfriamiento total mencionado anteriormente es la suma de tres contribuciones: el subenfriamiento térmico, el subenfriamiento solutal y el subenfriamiento capilar.

$$\Delta T = \Delta T_t + \Delta T_c + \Delta T_R \quad \text{ec. 3}$$

Los componentes térmico y solutal del subenfriamiento pueden obtenerse a partir de la solución general del campo de difusión asociado a un paraboloides de revolución, el cual simula a la punta de la dendrita en crecimiento, mediante el tratamiento de Ivantsov, mientras que el subenfriamiento capilar es obtenible de la ecuación de Gibbs-Thomson<sup>27</sup>, que permite calcular la disminución de la temperatura de líquidus asociada a la curvatura finita que presenta la punta de la dendrita en crecimiento. Las anteriores consideraciones permiten describir explícitamente la siguiente ecuación.

$$\Delta T = \frac{\Delta H_f}{C_p} I_v(P_t) + m_1 C_0 \left\{ 1 - \frac{1}{1 - (1 - k_0) I_v(P_c)} \right\} + \frac{2\Gamma}{R} \quad \text{ec. 4}$$

Adicionalmente, para obtener una relación única entre el subenfriamiento total, la velocidad de crecimiento de la dendrita y el radio que presenta la punta de la dendrita, es necesario introducir el criterio de estabilidad morfológica marginal para una interfase sólido/líquido. El modelo LGK asume que el radio observado

en la punta dendrítica es igual a la menor longitud de onda que se forma bajo las condiciones locales de crecimiento en la punta dendrítica, empleando el modelo de Müller-Krumbhaar:

$$R = \frac{\Gamma / \sigma^*}{\frac{P_i \Delta H_f}{C_p} - \frac{P_c m C_0 (1 - k_0)}{1 - (1 - k_0) I_v(P_c)}} \quad \text{ec. 5}$$

donde el número de Péclet Solutal es definido por:

$$P_c = \frac{V_a R}{2D} \quad \text{ec. 6}$$

La solución, mediante métodos iterativos, de las ecuaciones 4 y 5 determinan, para un subenfriamiento dado, el radio y la velocidad de avance de la punta dendrítica. Realizando una regresión polinomial de la dependencia funcional de la velocidad de avance con respecto al subenfriamiento, la ecuación resultante permite simular la evolución de la velocidad de la punta dendrítica durante la solidificación. Lo anterior constituye la base del conocimiento actual relacionado al crecimiento dendrítico en aleaciones subenfriadas.

- CRECIMIENTO EUTECTICO.

El crecimiento del microconstituyente eutéctico, corresponde a un sistema binario que involucra el crecimiento acoplado de dos fases sólidas a partir del líquido de manera cooperativa y por efectos capilares, ya que en la interfase existente entre las dos soluciones sólidas y el líquido, las tensiones deben estar balanceadas para alcanzar el equilibrio mecánico.

Jackson y Hunt (JH)<sup>28</sup> desarrollaron la teoría de los eutécticos regulares. En este caso dos fases  $\alpha$  y  $\beta$ , crecen en la forma de placas o fibras que son perpendiculares a la interfase sólido/líquido. Considerando la difusión de soluto entre el arreglo periódico de placas o fibras, y el equilibrio mecánico entre las fuerzas interfaciales en la unión de las tres fases participantes, la teoría JH permite calcular el subenfriamiento del frente eutéctico,  $\Delta T_{Eu}$ , así como el espaciamiento interlaminar o interfibroso,  $\lambda_{Eu}$ , como una función de la velocidad de crecimiento,  $v_{Eu}$ . Lo anterior es descrito por las siguientes ecuaciones:

$$\lambda_{Eu}^2 v_{Eu} = \frac{K_r}{K_c} \quad \text{ec. 7}$$

$$(\Delta T_{Eu})^{-2} v_{Eu} = \frac{1}{4K_c K_r} \quad \text{ec. 8}$$



donde  $K_r$  y  $K_c$  son constantes fisicoquímicas que caracterizan a las fases que conforman al microconstituyente eutéctico.

En muchas aleaciones eutécticas de interés industrial, como las asociadas a los sistemas Fe-C y Al-Si, la formación de placas o fibras es dificultada por la presencia de una fase facetada. Esto resulta en una morfología eutéctica irregular en donde las fases en crecimiento no son paralelas ni están espaciadas regularmente. Fisher y Kurz<sup>29</sup> asumieron que el espaciamiento entre placas en eutécticos irregulares varían entre un valor mínimo y un máximo, proponiendo un espaciamiento interlaminar promedio para caracterizar microestructuralmente a los eutécticos irregulares.

Extendiendo estas ideas Jones y Kurz<sup>30</sup> encontraron que el valor promedio del espaciamiento interlaminar está dado por:

$$\langle \lambda_{Eu} \rangle = \phi \lambda_{Eu} \quad \text{ec. 9}$$

en donde  $\phi$  es una constante cuyo valor dependen del sistema binario bajo estudio. El factor de corrección  $\phi$  modifica la relación entre el subenfriamiento y la velocidad de crecimiento predichas por el modelo JH de la siguiente manera:

$$\langle \lambda_{Eu}^2 \rangle v_{Eu} = \phi^2 \frac{K_r}{K_c} \quad \text{ec. 10}$$

$$(\Delta T_{Eu})^{-2} v_{Eu} = \left( \frac{\phi}{\phi^2 + 1} \right)^2 \frac{1}{K_c K_r} \quad \text{ec. 11}$$

Estas ecuaciones sólo son válidas en condiciones de enfriamiento que aseguren que el espaciamiento interlaminar es menor a la distancia de difusión, como en el caso de piezas metálicas obtenidas por colada en moldes de arena.

## CAPÍTULO II:

### MACRO-MICRO MODELADO DE LA SOLIDIFICACIÓN DE MATERIALES COMPUESTOS A356/SiC<sub>p</sub>

#### RESUMEN

En este capítulo se muestra el desarrollo de un macro-micro modelo de la solidificación de materiales compuestos A356/SiC<sub>p</sub>, en el que se acoplan los aspectos macroscópicos de transferencia de calor con los aspectos microscópicos asociados a la cinética de las transformaciones de fase<sup>31</sup>, considerando los cambios en las condiciones térmicas y físicas del sistema, provocados por la presencia del reforzante<sup>12,32</sup>.

En este modelo se buscó simular la historia térmica y cinética de solidificación, para crear una herramienta que desde el punto de vista mecanístico apoye a explicar la fenomenología que ocurre durante la producción de los materiales mencionados.

El acoplamiento del modelo cinético de solidificación con el de transferencia de calor consistió en incorporar el calor latente liberado durante el cambio de fase, asociado con la nucleación y el crecimiento de las nuevas fases, tomando en cuenta el efecto de las partículas reforzantes dentro de la ecuación de conservación de energía del modelo de transferencia de calor, con el fin de determinar la evolución de la temperatura en el sistema.

En este trabajo, se consideró la solidificación equiaxial dendrítica y eutéctica, por ser estos casos los que presenta la aleación A356, una de las aleaciones comerciales empleadas como matriz en la manufactura de MMC colados en moldes de arena<sup>33</sup>.

El modelo consta de dos componentes principales: un macromodelo de transferencia de calor, cuyo propósito es llevar a cabo el balance de energía dentro del sistema; así como un micromodelo de cinética de solidificación dendrítica y eutéctica, cuyo objetivo es cuantificar la nucleación de los granos dendríticos y eutécticos, así como la cinética de crecimiento de los mismos, para incorporar el calor latente de solidificación en los cálculos realizados por el macromodelo<sup>34</sup>.

## II.1. MACRO MODELO DE TRANSFERENCIA DE CALOR.

El sistema bajo estudio, representado esquemáticamente en la Figura 1 consta de un cilindro de MMC cuya matriz es la aleación A356, inicialmente líquida, a una temperatura mayor a la temperatura de líquidus, rodeado por un molde de arena sílica que en un principio se encuentra a temperatura ambiente.

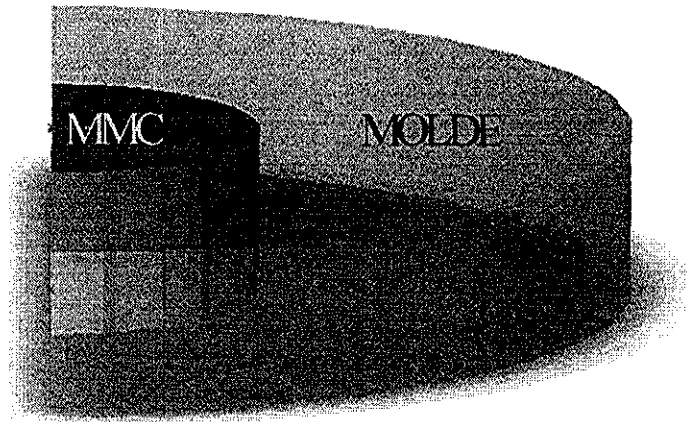


Figura 1.- Esquema del sistema a considerar durante la simulación de la solidificación de MMC A356/SiC<sub>p</sub>.

Debido a los gradientes térmicos se considera que durante el enfriamiento y la solidificación del MMC, el principal mecanismo de transferencia de calor es la conducción. En consecuencia la conservación de energía en el sistema se representa por la ecuación general de conducción:

$$\rho_i C p_i \frac{\partial T}{\partial t} = \nabla(k_i \nabla T) + L_s \frac{\partial f_s}{\partial t} \quad \text{ec. 12}$$

donde las propiedades termofísicas se han asumido constantes.

Expresando la ecuación anterior en coordenadas cilíndricas, considerando transferencia de calor únicamente en dirección radial, se obtiene lo siguiente:

$$\rho_i C p_i \frac{\partial T}{\partial t} = k_i \frac{1}{r} \left( r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + L_s \frac{\partial f_s}{\partial t} \quad \text{ec. 13}$$

donde:

$$L_s \frac{\partial f_s}{\partial t} = Q_s \quad \text{ec. 14}$$

El término de generación de calor latente durante la solidificación,  $Q_s$ , lo proporciona el modelo microscópico de cinética

de solidificación y adquiere valores distintos de cero únicamente en el dominio del MMC y durante la solidificación.

En el sistema bajo estudio, se consideraron las siguientes condiciones límite:

i) Centro geométrico del MMC.

$$k_M \frac{\partial T}{\partial r} = 0 \quad \text{ec. 15}$$

ii) Intercara molde/MMC.

$$k_M \frac{\partial T}{\partial r} = k_s \frac{\partial T}{\partial r} \quad \text{ec. 16}$$

iii) Intercara molde/medio ambiente.

$$-k_s \frac{\partial T}{\partial r} = h_\infty (T_{R_s} - T_\infty) \quad \text{ec. 17}$$

Las condiciones iniciales, de temperatura como función de la posición y del tiempo,  $T(r,t)$ , son las siguientes:

iv) En el dominio del MMC.

$$T(r,0) = T_{\text{colada}} \quad \text{ec. 18}$$

v) En el dominio del molde.

$$T(r,0) = T_\infty \quad \text{ec. 19}$$

## II.2. MICRO MODELO.

El modelo propuesto asume que, como resultado de la solidificación existen dos principales productos: (i) dendritas equiaxiadas de una solución rica en aluminio y (ii) microconstituyente eutéctico, como es el caso de la matriz A356 la cual es una aleación base Al-Si<sup>35</sup>, por lo que se tomo como referencia al binario Al-Si, cuyo diagrama de fases se observa esquemáticamente en la Figura 2:

## Diagrama Al-Si

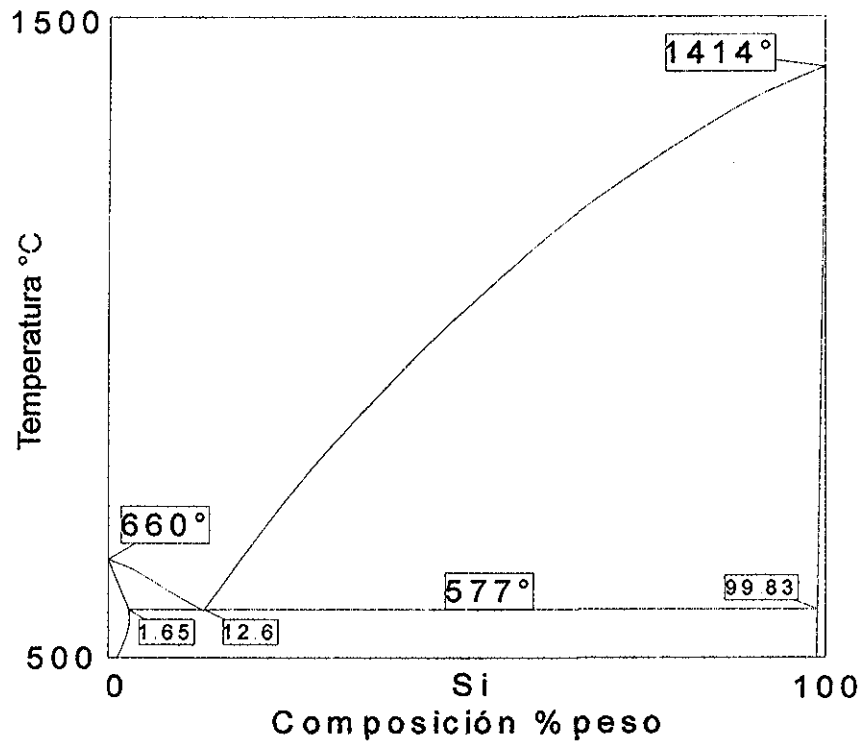


Figura 2.- Diagrama de fases del sistema binario Al-Si.

En la Figura 3 se muestra una curva de enfriamiento experimental típica, de una aleación A356, colada en molde de arena.

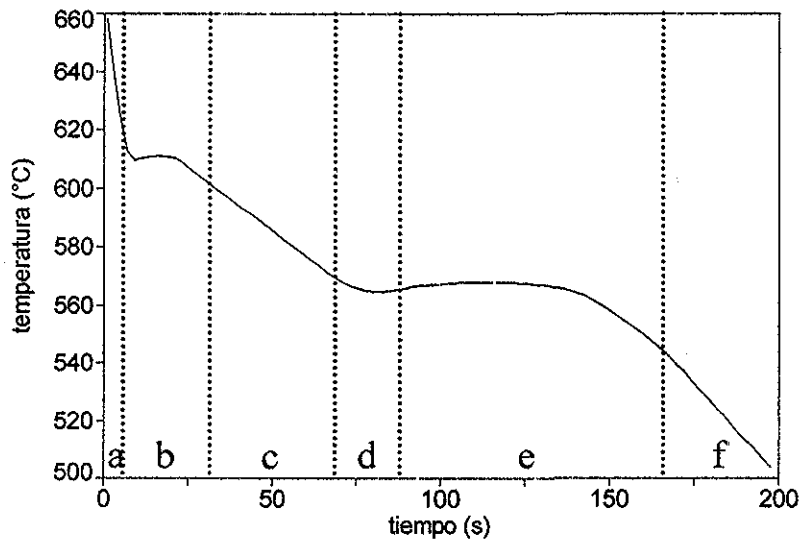


Figura 3.- Curva de enfriamiento típica, asociada al enfriamiento y solidificación de la aleación A356, en donde se muestran las etapas consideradas en el modelo elaborado.

**TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN**

Con base en la figura anterior, se pueden describir las etapas consideradas en el modelo propuesto, mismas que se describen a continuación:

**a. Enfriamiento del líquido.**

Durante esta etapa, el sistema alcanza la temperatura de líquidus, ya que transfiere energía a su alrededor como calor sensible, asociado al sobrecalentamiento inicial.

**b. Inicio de la solidificación primaria.**

En esta etapa, inicia la nucleación de los granos de la matriz metálica y predomina el crecimiento de los brazos dendríticos de la fase  $\alpha$  rica en Al, en forma radial hasta que se alcanza la coherencia dendrítica.

**c. Engrosamiento de los brazos dendríticos.**

A partir de este punto la dendrita equiaxial cesa su crecimiento radial y la solidificación de la fase primaria se realiza mediante el engrosamiento de las dendritas, lo cual rechaza soluto hacia el metal líquido remanente y este proceso continúa hasta que se alcanza la temperatura eutéctica, momento en que inicia la siguiente etapa.

**d. Solidificación simultánea.**

En esta parte, nuclean los granos de microconstituyente eutéctico y crecen simultáneamente con la fase primaria, de forma competitiva, hasta que cesa el desarrollo de esta última al presentarse la recalescencia eutéctica.

**e. Crecimiento eutéctico.**

Durante esta etapa, el incremento en la fracción sólida se debe únicamente al desarrollo del microconstituyente eutéctico y éste continúa hasta agotarse el líquido remanente, al final de la solidificación.

**f. Enfriamiento del sólido.**

A partir del inicio de esta etapa, el MMC aporta energía al medio circundante, como calor sensible del sólido caliente hasta alcanzar la estabilidad térmica con el molde.

En el presente trabajo, para simplificar el problema de la determinación de la evolución de la fracción sólida durante la solidificación equiaxial dendrítica o eutéctica, se consideran tres supuestos:

- 1) Todos los granos que han nucleado permanecen durante toda la solidificación.

Esta suposición permite una primera aproximación ya que se ignoran los procesos de coalescencia y disolución de los granos en crecimiento, lo cual ocurre en el caso real, ya que de no hacerlo sería necesario incorporar al micromodelo otro que considerara dicho efecto, cabe señalar que hasta la fecha no existe un modelo reportado que simule tales efectos.

- 2) Dichos granos permanecen en la misma posición, es decir, no se considera flujo en la aleación.

La consideración de que la velocidad de los granos sólidos en el seno del metal es nula se hace porque para poder tomar en cuenta el movimiento de la fase sólida durante la solidificación sería necesario resolver simultáneamente, además del modelo de transferencia de calor y el cinético de solidificación, las ecuaciones de continuidad y movimiento, lo cual presenta una complejidad formidable.

- 3) La morfología de los granos es esférica.

La suposición de que los granos son esféricos reside en simplificar al máximo el seguimiento de la posición de la punta dendrítica y eventualmente del frente sólido dentro del grano en crecimiento y poder aplicar así la ecuación de crecimiento dendrítico y eutéctico, el no hacerlo de esta manera implicaría el realizar un seguimiento de la evolución topológica de los brazos del grano dendrítico en tres dimensiones, lo cual constituye una gran complejidad que apenas en años recientes se empieza a modelar con la ayuda de supercomputadoras.

Dentro de cada elemento de volumen, se puede determinar la fracción sólida mediante:

$$f_s(x,t) = N(x) \frac{4}{3} \pi R^3(x,t) \quad \text{ec. 20}$$

donde  $N(x)$  es el número de granos por unidad de volumen y  $R(x,t)$  es el radio promedio de los granos presentes en el microvolumen. Cabe señalar que conforme se desarrollan los granos, entre sí mismos existirá un interbloqueo entre su crecimiento, por lo que la fracción sólida efectiva estará dada por la ecuación de Jonson Mehl<sup>36</sup>:

$$f_s(x,t) = 1 - \exp\left(-N(x) \frac{4}{3} \pi R^3(x,t)\right) \quad \text{ec. 21}$$

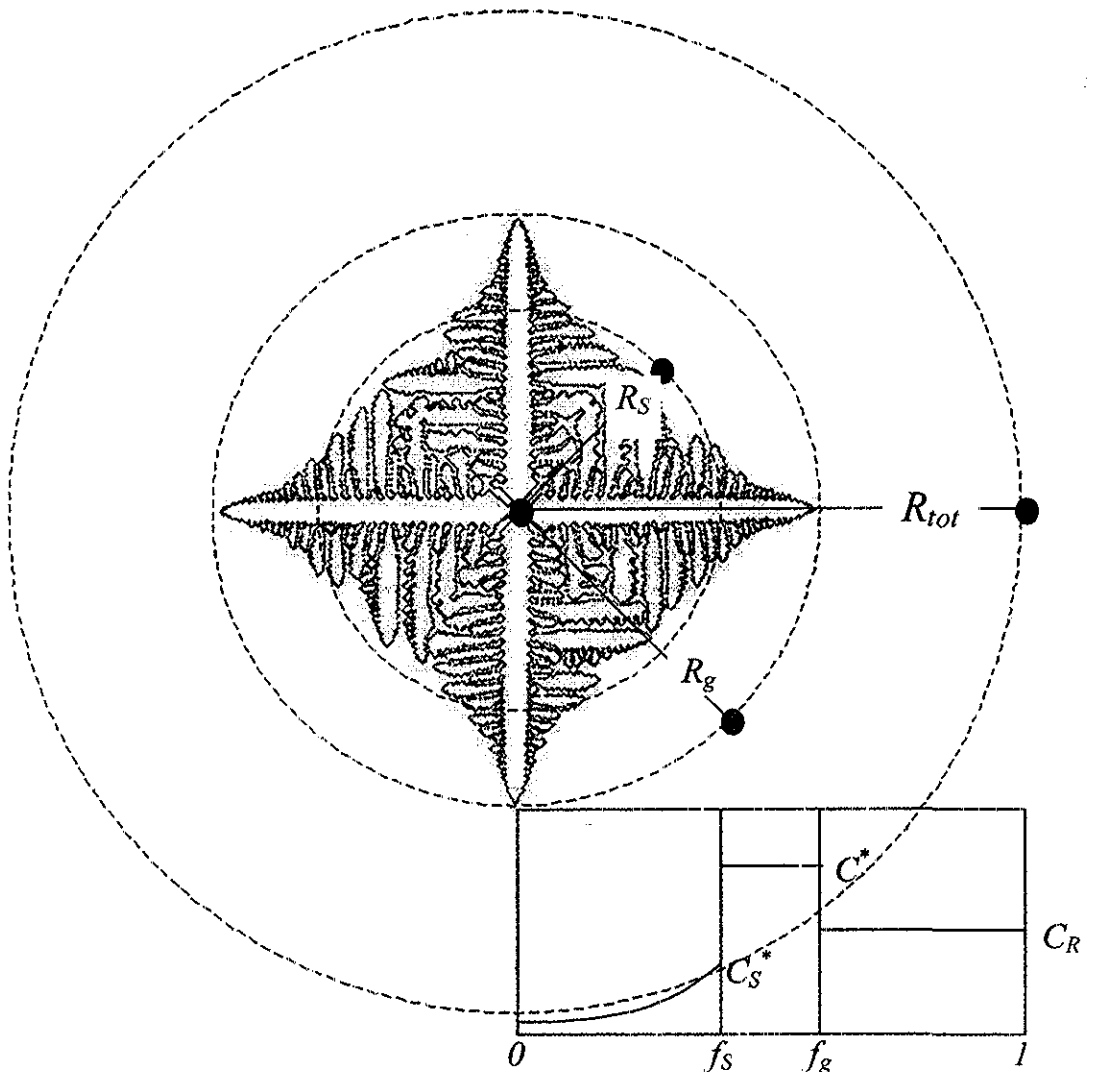


Figura 4.- Representación esquemática de los radios característicos y del reparto de soluto asociados al crecimiento equiaxial dendrítico.

La Figura 4 representa un esquemáticamente a un grano dendrítico durante su crecimiento, donde su envolvente de radio  $R_g$ , está definido por la posición de la punta de la dendrita. Por lo tanto, la fracción volumen del grano,  $f_g$ , esta dada por:

$$f_g = \left( \frac{R_g}{R_{tot}} \right)^3$$

ec. 22

La fracción de la fase sólida con respecto al volumen total del grano, se caracteriza por  $f_s$ . Inmediatamente después de la nucleación, el grano esférico se supone completamente sólido, por lo que  $f_s = f_g$ . Como la difusividad térmica de la aleación metálica es



de 3 a 4 ordenes de magnitud mayor que la difusividad de soluto<sup>37</sup>, por lo que los gradientes térmicos se desprecian, la cinética de solidificación se considera dependiente del gradiente de soluto, por lo anterior se supone que la temperatura dentro del grano es uniforme e igual a la temperatura de la punta de la dendrita.

De acuerdo con lo mostrado en la Figura 4, se considera lo siguiente:

- 1) El contenido de soluto dentro de la esfera sólida equivalente, de  $R=0$  a  $R_s$ , se obtiene al aplicar un modelo de microsegregación.
- 2) En el líquido interdendrítico, de  $R_s$  a  $R_g$ , la concentración de soluto es constante y corresponde a la composición de equilibrio en la intercara sólido/líquido,  $C^*$ , obtenida del diagrama de fases de la aleación A356.
- 3) En el líquido extradendrítico, entre  $R_g$  y  $R_{tot}$ , se considera que existe difusión total del soluto y su contenido corresponde a una concentración constante,  $C_R$ , que se obtiene del balance de materia.
- 4) La punta dendrítica se desplaza bajo el efecto del subenfriamiento considerando la concentración de soluto presente en los líquidos intradendrítico y extradendrítico.
- 5) El contenido total de soluto dentro de  $R_{tot}$  está restringido por consideraciones de conservación de materia, resumidas por la ecuación de balance de masa definida por:

$$\int_0^{f_s} kC^* + (f_g - f_s)C^* + (1 - f_g)C_R = C_0 \quad \text{ec. 23}$$

Que este caso, al emplear el modelo de microsegregación de Scheil, se resume por la ec. 24.

$$C_0(1 - (1 - f_s))^k + (f_g - f_s)C^* + (1 - f_g)C_R = C_0 \quad \text{ec. 24}$$

donde  $f_s$  se define mediante:

$$f_s = \left( \frac{R_s}{R_{tot}} \right)^3 \quad \text{ec. 25}$$

Para calcular la velocidad instantánea de crecimiento del grano dendrítico semisólido se empleó el modelo LGK, a fin de obtener una ecuación que relacione al subenfriamiento del líquido remanente con la velocidad de avance de la punta dendrítica.

Para tal efecto se resolvieron de manera simultánea las ecuaciones 4 y 5, empleando el contenido inicial de soluto arrojado por los análisis químicos de la aleación empleada, así como al coeficiente de distribución de soluto, la pendiente de líquidus y otros parámetros resumidos en la Tabla 3.

PARÁMETRO	VALOR	UNIDADES	REF.
$D$	3E-9	m <sup>2</sup> /s	38
$\Gamma$	9E-8	mK	
$m_l$	-6.58	K/%Si	
$k_0$	0.117	Adimensional	
$\alpha_m$	5.255E-5	m <sup>2</sup> /s	
$\sigma^*$	0.0253	Adimensional	21
$C_0$	6.56	%Si	EXP.

Tabla 3.- Parámetros empleados para el cálculo de la velocidad de crecimiento dendrítico.

Para un subenfriamiento total dado, definido por la ec. 3, se calculan los números de Péclet térmico y solutal, que satisfacen a las ecuaciones 4 y 5 de manera iterativa, asimismo se resuelve numéricamente la ec. 5 para conocer el radio de la punta dendrítica que se emplea a su vez para obtener el subenfriamiento en función de la velocidad de avance de la punta dendrítica.

Realizando este cálculo para diferente valores de subenfriamiento, se generó un archivo de datos que correlaciona a valores de  $V_d$  en función de  $\Delta T_{tot}$  y esta información se procesó mediante una regresión numérica para encontrar una ecuación cuadrática que describiera apropiadamente dicha dependencia.

En la Figura 5 se presentan gráficamente los datos generados mediante el procedimiento anteriormente descrito para el caso de la aleación hipoeutéctica A356 considerada en este trabajo.

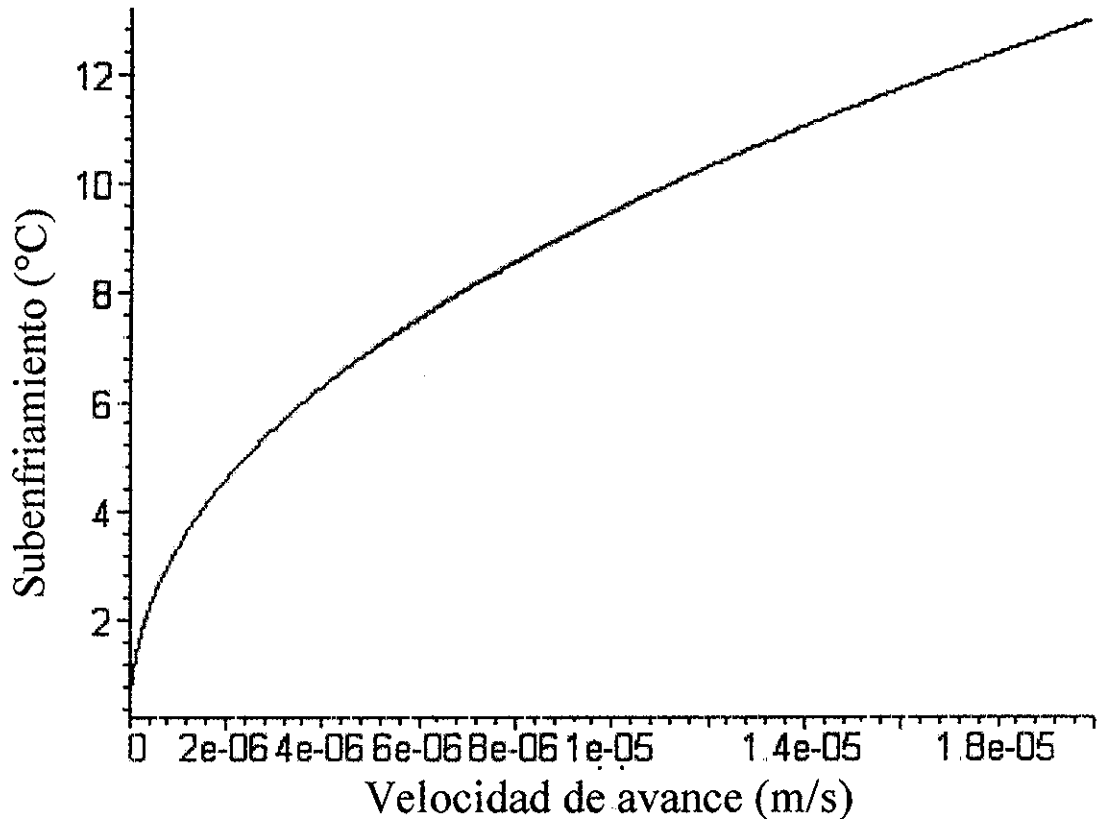


Figura 5.- Subenfriamiento total,  $\Delta T_{tot}$ , en función de la velocidad de avance de la punta de la dendrita,  $V_d$ , para la aleación A356 considerada en el presente trabajo.

En el modelo propuesto, cuando un volumen de control alcanza la temperatura eutéctica,  $T_E$ , se asume que inicia el crecimiento simultáneo de los microconstituyentes primario y eutéctico, etapa en la cual, el subenfriamiento eutéctico,  $\Delta T_E$ , es calculado mediante:

$$\Delta T_E = T_E - T_M \quad \text{ec. 26}$$

donde  $T_M$  es la temperatura del líquido remanente.

Durante esta etapa, el sólido presente en cada elemento de control dentro del dominio del metal puede ser representado por:

- i) Esferas sólidas de fase primaria
- ii) Esferas sólidas de microconstituyente eutéctico.

Cuando se presenta la recalescencia, la fase primaria cesa de crecer y el único microconstituyente que prosigue su solidificación es el eutéctico, hasta que el líquido remanente se agota, para posteriormente enfriarse el sólido resultante.

Las relaciones empleadas en el modelo para simular la nucleación y el crecimiento de la fase primaria y del microconstituyente eutéctico, de la matriz metálica de aleación A356, obtenidas por el modelo LGK y tomadas de la literatura reciente, se resumen a continuación<sup>38</sup>.

MICRO- CONSTITUYENTE	DENDRÍTICO	EUTÉCTICO	REF.
Nucleación	$\hat{N}_d = 3.75E9 + 2.3E7 \left( \frac{\partial T}{\partial t} \right)_{T=T_d}^2$	$\hat{N}_E = 5.21E8 + 3.56E6 \left( \frac{\partial T}{\partial t} \right)_{T=T_E}^2$	38
Crecimiento	$\frac{\partial R_d}{\partial t} = 1.59E-6 (\Delta T_d)^2$	$\frac{\partial R_E}{\partial t} = 5E-6 (\Delta T_E)^2$	

Tabla 4.- Relaciones de nucleación y crecimiento empleadas en el modelo.

### II.3. IMPLEMENTACION DEL MACRO-MICRO MODELO.

Inicialmente, se discretizó el sistema compuesto metal-molde bajo estudio, en un conjunto de elementos de volumen o macrovolúmenes, dentro de cada uno se considera que la temperatura es uniforme, como se muestra en la Figura 6. Cada macrovolumen, en caso de encontrarse en el dominio del metal, se subdividió en microvolúmenes, considerados esféricos, cuya cantidad se determina mediante una ley de nucleación<sup>12</sup>, donde crece un solo grano en cada núcleo, a una velocidad determinada por consideraciones cinéticas.

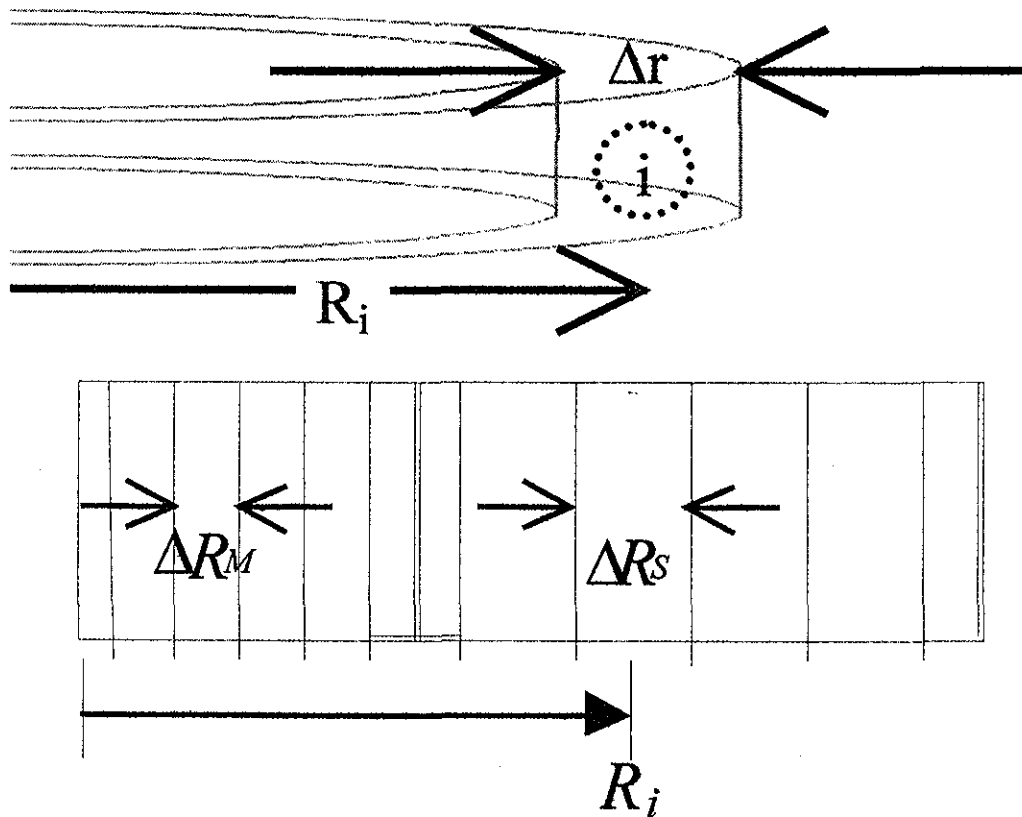


Figura 6.- Esquema de la discretización del sistema.

En el presente trabajo, se empleó un micromodelo determinístico, ya que incorpora los aspectos de la cinética de solidificación y transferencia de calor, relacionados con el sistema aleación-A356/molde, bajo estudio, dentro de las ecuaciones obtenidas al aplicar el principio de conservación de energía.

A nivel macroscópico, se resuelve la ecuación de conservación de energía por transferencia de calor, considerando el cambio de energía asociado al cambio de fase  $Q_s$ , en la ec. 13, mediante la ec. 14.

Al considerar una geometría cilíndrica, es necesario resolver numéricamente la ecuación 13, por lo que se utilizó el método de diferencias finitas implícito, que aplicando las condiciones de frontera mencionadas, arrojaron las siguientes ecuaciones nodales, correspondientes a cada tipo de elemento de control:

1. Elemento en el centro de simetría del MMC.

$$\left\{1 + \frac{1}{4Fo_M}\right\} T'_i - T'_{i+1} = \frac{T_i}{4Fo_M} + \frac{\Delta H_f}{4Fo_M Cp_M} \Delta f_s, \quad Fo_M = \frac{\alpha_M \Delta t}{\Delta r_M^2} \quad \text{ec. 27}$$

2. Elementos en el dominio del MMC.

$$-\left(1 - \frac{1}{2i}\right) T_{i-1} + \left\{2 + \frac{1}{Fo_M}\right\} T_i - \left(1 + \frac{1}{2i}\right) T_{i+1} = \frac{T_i}{Fo_M} + \frac{\Delta H_f}{Fo_M Cp_M} \Delta f_s, \quad \text{ec. 28}$$

3. Elemento de la intercara MMC/molde.

$$-\left\{\frac{k_M \Delta t}{\Delta r_M} A \left(1 - \frac{1}{i}\right)\right\} T_{i-1} + \left\{1 + A \Delta t \left[\frac{k_M}{\Delta r_M} \left(1 - \frac{1}{i}\right) + \frac{k_S}{\Delta r_S} \left(\frac{\Delta r_S}{i \Delta r_M}\right)\right]\right\} T'_i \quad \text{ec. 29}$$

$$-\left\{\frac{k_S \Delta t}{\Delta r_S} A \left[1 + \frac{\Delta r_S}{i \Delta r_M}\right]\right\} T'_{i+1} = T_i + \rho_M \Delta H_f A \Delta f_s,$$

$$A = \frac{\alpha_S \alpha_M}{\alpha_M k_S \Delta r_S + \alpha_S k_M \Delta r_M}$$

4. Elementos en el dominio del molde.

$$-\left(1 - \frac{1}{2i}\right) T_{i-1} + \left\{2 + \frac{1}{Fo_S}\right\} T_i - \left(1 + \frac{1}{2i}\right) T_{i+1} = \frac{T_i}{Fo_S}, \quad Fo_S = \frac{\alpha_S \Delta t}{\Delta r_S^2} \quad \text{ec. 30}$$

5. Elemento en la intercara molde/medio ambiente.

$$-\left\{1 - \frac{1}{2i}\right\} 2Fo_S T_{i-1} + \left\{1 - 2Fo_S \left(1 - \frac{1}{2i}\right) + \frac{2h_\infty \Delta t}{\Delta r_S \rho_S Cp_S}\right\} T_i = T_i + \frac{2h_\infty \Delta t}{\Delta r_S \rho_S Cp_S} \quad \text{ec. 31}$$

A partir de las ecuaciones nodales anteriores, que discretizan al sistema compuesto MMC/molde/medio-ambiente, debe generarse el sistema de ecuaciones simultáneas que lo represente.

Dicho sistema de ecuaciones se resuelve considerando el campo de temperaturas previo. Cuando no exista solidificación, el término  $\Delta f_s$  adquirirá un valor nulo y cuando se considere la solidificación del MMC, el cambio de la fracción sólida en cada volumen de control en un tiempo dado, será calculado explícitamente a partir de las leyes de nucleación y crecimiento señaladas con anterioridad, dichos resultados serán alimentados al nuevo cálculo del campo de temperaturas.

Cabe señalar, que el sistema de ecuaciones generado toma la forma de una matriz tridiagonal, por lo que para resolverlo eficientemente se aplica el algoritmo para resolver sistemas de banda diagonal<sup>39</sup>.

Las propiedades termofísicas usadas durante los cálculos fueron obtenidas de la literatura, siendo las siguientes:

PROPIEDAD	Densidad (kg·m <sup>-3</sup> )	Ref.	Cp (J·kg <sup>-1</sup> ·K <sup>-1</sup> )	Ref.	Conductividad térmica (W·m <sup>-1</sup> ·K <sup>-1</sup> )	Ref.
Matriz metálica líquida	2559.1- 0.2820T+ 3.371Si T en °C, Si en %	40	1084	41	77.36	38
Matriz metálica sólida	2688.6- 0.199T- 2.295Si T en °C, Si en %	40	963	41	122.26	38
Reforzante	3200	42	690	42	100	41
Arena de moldeo	248	43	880	43	3	43

Tabla 5.- Propiedades termofísicas utilizadas en el modelo.

Se considera que el material compuesto posee propiedades termofísicas homogéneas, por lo que los parámetros de densidad, calor específico y conductividad térmica que se introducen en el modelo durante los cálculos térmicos, se obtienen mediante<sup>44</sup>:

$$k_M = k_m \frac{2k_m + k_R - 2V_R(k_m - k_R)}{2k_m + k_R + V_R(k_m - k_R)} \quad \text{ec. 32}$$

$$\rho_M = V_R \rho_R + (1 - V_R) \rho_m \quad \text{ec. 33}$$

$$Cp_M = \frac{V_R \rho_R Cp_R + (1 - V_R) \rho_m Cp_m}{\rho_M} \quad \text{ec. 34}$$

De igual manera, el calor latente de solidificación<sup>44</sup>, por unidad de masa:

$$L_f = L_{fM} (1 - V_{Rm}) \quad \text{ec. 35}$$

donde  $V_R$  es la fracción de contenido volumétrico del material reforzante y  $V_{Rm}$  es la fracción másica de contenido de partículas.

El campo de temperaturas se obtiene de manera iterativa durante la historia del enfriamiento del líquido, solidificación y enfriamiento del sólido, conforme al procedimiento ilustrado en el diagrama de flujo del anexo "B", estando en posibilidad de desplegar los resultados y actualizar los parámetros correspondientes.

La velocidad de avance de la punta de la dendrita es calculada a partir de la ley de crecimiento del radio de grano, de acuerdo a la ecuación mostrada en la Tabla 4.

La ecuación 24 es resuelta numéricamente para conocer el radio equivalente del sólido  $R_s$  que corresponde a un valor conocido de  $R_g$ .

El procedimiento anterior se realiza hasta alcanzar la coherencia dendrítica, a partir de lo cual para determinar  $R_s$  se aplica el modelo de microsegregación de Scheil, hasta que se presenta el crecimiento eutéctico.

El procedimiento citado anteriormente se implantó en un programa de cómputo en lenguaje BASIC y su diagrama de flujo correspondiente se muestra en el anexo "B".



## CAPÍTULO III:

### EXPERIMENTACION

#### III.1. PROCEDIMIENTO.

La experimentación fue realizada con la aleación comercial A356 como matriz y SiC en partículas de tamaño entre 23 y 38  $\mu\text{m}$  como reforzante, cuyo tamaño se obtuvo separándolas mediante cribado entre mallas 400 y 500.

La composición química de la aleación empleada se obtuvo mediante espectrometría de absorción atómica y se muestra en la Tabla 6.

%Si	%Fe	%Cu	%Mn	%Mg	%Zn	%Al
6.56±0.133	0.40±0.018	0.05±0.001	0.14±0.005	0.30±0.014	0.05±0.001	Balance

Tabla 6.- Composición química de la aleación A356 empleada como matriz del MMC bajo estudio.

Los MMC fueron preparados por la técnica de agitación del fundido en un crisol de carburo de silicio con un diámetro interno de 12.5 cm, colocado dentro de un horno de resistencia eléctrica, en atmósfera de Ar; la matriz líquida fue desgasificada durante 4 minutos con una corriente de Ar inducida mediante una lanza de cuarzo.

El SiC<sub>p</sub> precalentado a 300°C se adicionó al baño metálico y se incorporó por mezclado a 850 r.p.m. usando un agitador de acero cuyos alabes se recubrieron con material refractario, para evitar su disolución.

La matriz metálica se modificó con 0.015% en peso de Sr, ya que se ha encontrado que su presencia en cantidades ligeramente mayores a las normalmente presentes en la aleación monolítica modificada promueve la incorporación de las partículas de SiC<sub>p</sub> al baño metálico<sup>45</sup>.

Los MMC fueron vaciados a una temperatura preestablecida de 720±10°C, dentro de un molde de arena-silicato/CO<sub>2</sub>, con base y tapa de fibra refractaria, diámetro interior de 2.6 cm, y altura de 10 cm, con dos termopares tipo K, recubiertos por una funda bifilar de alúmina de 1.6 mm de diámetro, cuya punta se encontraba en contacto directo con el MMC, en diferentes posiciones radiales con respecto al eje de simetría de la pieza, como se muestra esquemáticamente en la Figura 7.

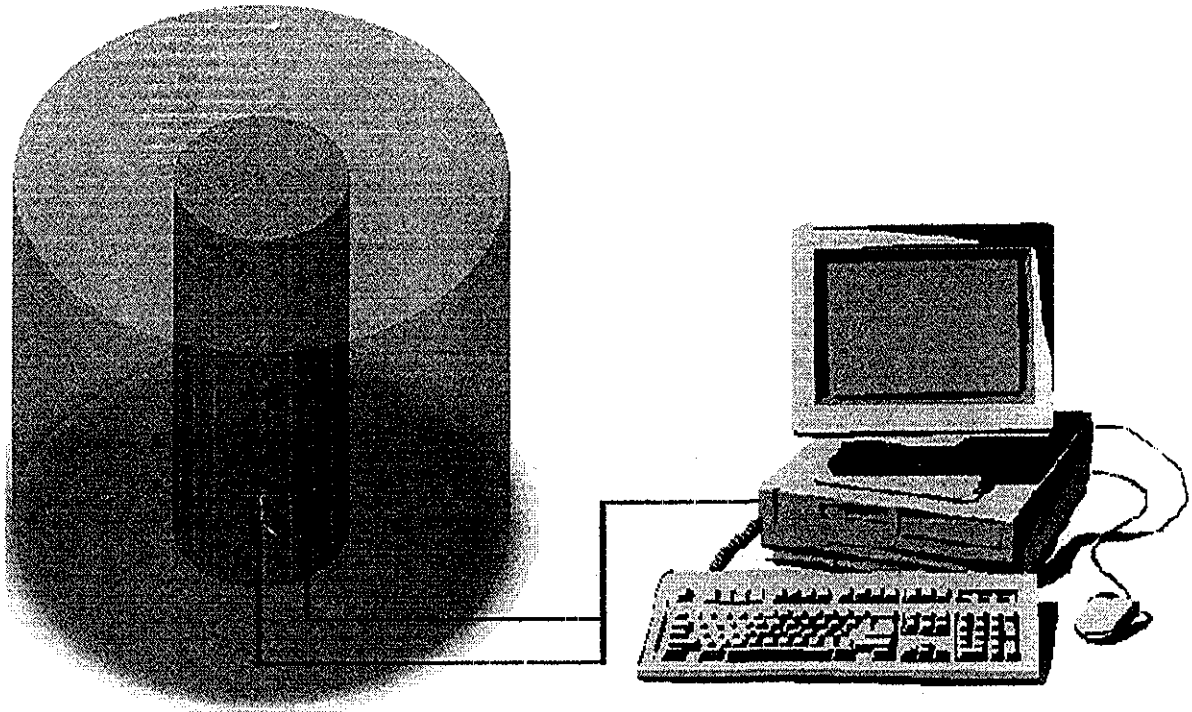


Figura 7.- Representación esquemática del arreglo experimental empleado.

Las posiciones consideradas para los cálculos durante el procesamiento de la información experimental, fueron medidas después de cortar en el plano transversal del cilindro, a la altura correspondiente a las puntas de los termopares.

Los termopares fueron conectados a un sistema de adquisición de datos Iotech Tempscan 1100, de donde se enviaron a una computadora personal, habiendo realizado las mediciones con una frecuencia de 10 hertz. Su calibración se realizó empleando como referencia aluminio puro (99.99%).

Con objeto de que las condiciones experimentales se aproximen a las del modelo, que considera un llenado instantáneo del molde, se empleó un método de vaciado directo del MMC dentro del molde.

El tiempo de llenado del molde fue de  $2.32 \pm 0.12$  segundos, el cual representa un 1.9% del tiempo total contado a partir del primer registro de temperatura dentro del líquido y hasta el final de la solidificación, en el caso más rápido (MMC con 9.1% vol. de  $\text{SiC}_p$ ) y considerando que el efecto de la transferencia de calor del metal líquido hacia el molde durante el llenado es mínimo, aunque existe, como lo denota la diferencia entre la temperatura de colada y la

primera temperatura registrada, de igual manera se debe considerar la inercia térmica de los termopares empleados. Los efectos reportados en estas prácticas han sido reportados en la literatura para el estudio de la solidificación<sup>46</sup>.

El diseño experimental incluyó 9 experimentos elementales, considerando 3 niveles de contenido de SiC<sub>p</sub> como variable independiente, habiendo planeado utilizar 0, 5 y 10% de reforzante por ser el intervalo más ampliamente utilizado<sup>47</sup> en la fabricación de estos materiales, por lo que posteriormente se analizó su contenido real incorporado, lo que se reporta en el siguiente capítulo.

Se realizaron 3 réplicas por nivel, con el fin de analizar el efecto del contenido de reforzante sobre los parámetros característicos de las curvas de enfriamiento y sobre la cinética de solidificación obtenida de la aplicación del Método de Fourier a las señales obtenidas de los termopares dentro de cada muestra durante su solidificación. La

Tabla 7 resume los experimentos realizados.

EXPERIMENTO	NIVEL 0 SIN REFORZANTE	NIVEL 1	NIVEL 2
1	X		
2	X		
3	X		
4		X	
5		X	
6		X	
7			X
8			X
9			X

Tabla 7.- Diseño experimental.

Las curvas de enfriamiento obtenidas, fueron procesadas mediante el Método de Fourier, empleando el programa elaborado con base en el procedimiento presentado en el anexo "A", a fin de extraer la información de la cinética de solidificación.

### III.2. ANÁLISIS METALOGRAFICO.

Las superficies de la probetas seccionadas transversalmente se prepararon metalográficamente, después de haber sido cortadas con un disco de diamante, mediante desbaste con lijas 80, 100, 240, 320 y 600 y posteriormente pulidas con una suspensión de diamante de 1 µm.

Lo anterior, con objeto de determinar el contenido de SiC<sub>p</sub>, empleando un sistema de análisis de imágenes, considerando al menos 30 regiones por muestra, para tener una representación estadísticamente confiable del contenido de reforzante.

La determinación del contenido de partículas en las probetas experimentales se realizó empleando el sistema de análisis de imágenes "Global Lab, Data Translation", el cual permite medir el área ocupada por diferentes microconstituyentes en una superficie preparada metalográficamente, conforme el procedimiento reportado en el manual de operación de dicho software. En este caso el porcentaje del área determinada se consideró equivalente al porcentaje de volumen ocupado por el reforzante<sup>48</sup>.

## CAPÍTULO IV:

### RESULTADOS Y DISCUSION

#### IV.1. ANÁLISIS DE CURVAS DE ENFRIAMIENTO.

En la Figura 8 se muestran las curvas de enfriamiento típicamente asociadas con cada uno de los casos bajo estudio, incluyendo las señales de los dos termopares dentro de cada pieza. Como era de esperarse, el termopar que se ubicó en el eje de simetría de la muestra presentó mayor temperatura que el asociado a la orilla, durante todo el proceso como consta en la siguiente figura.

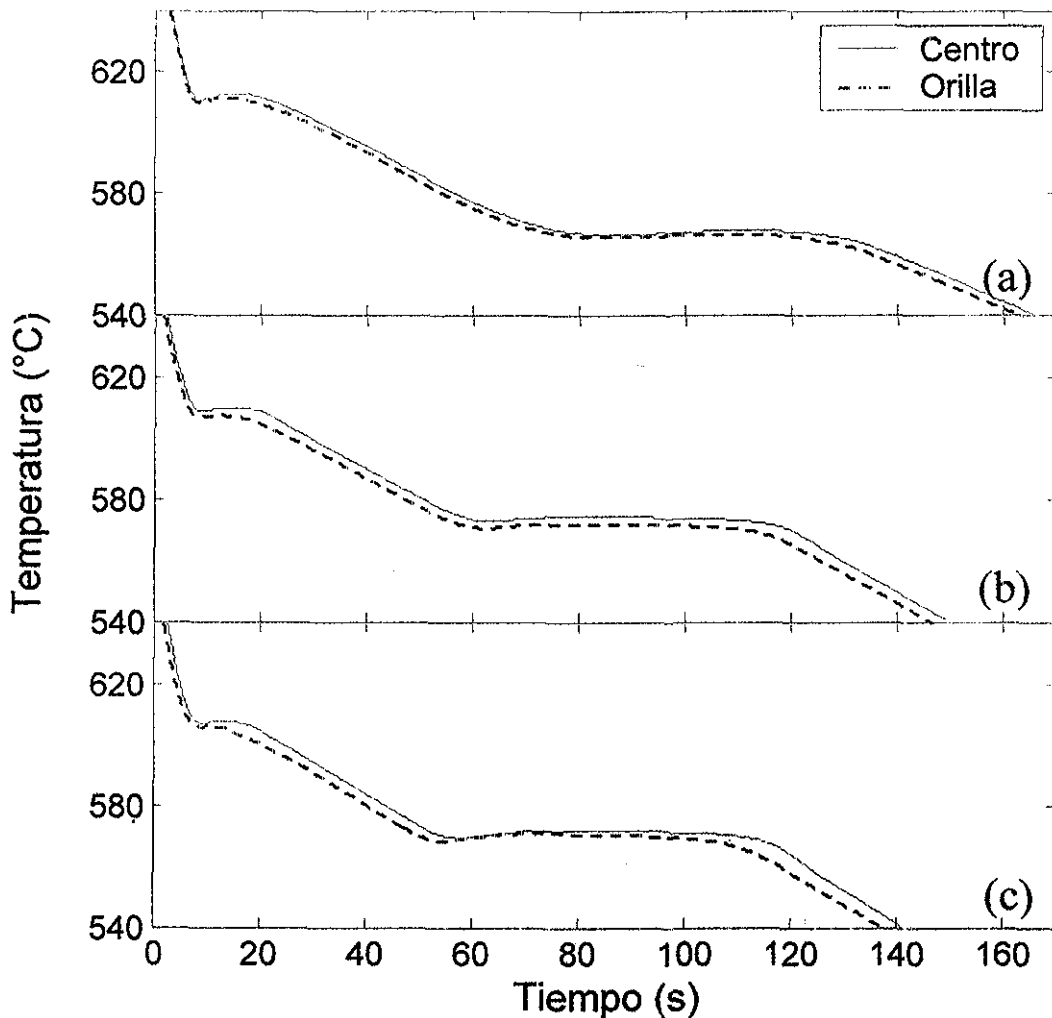
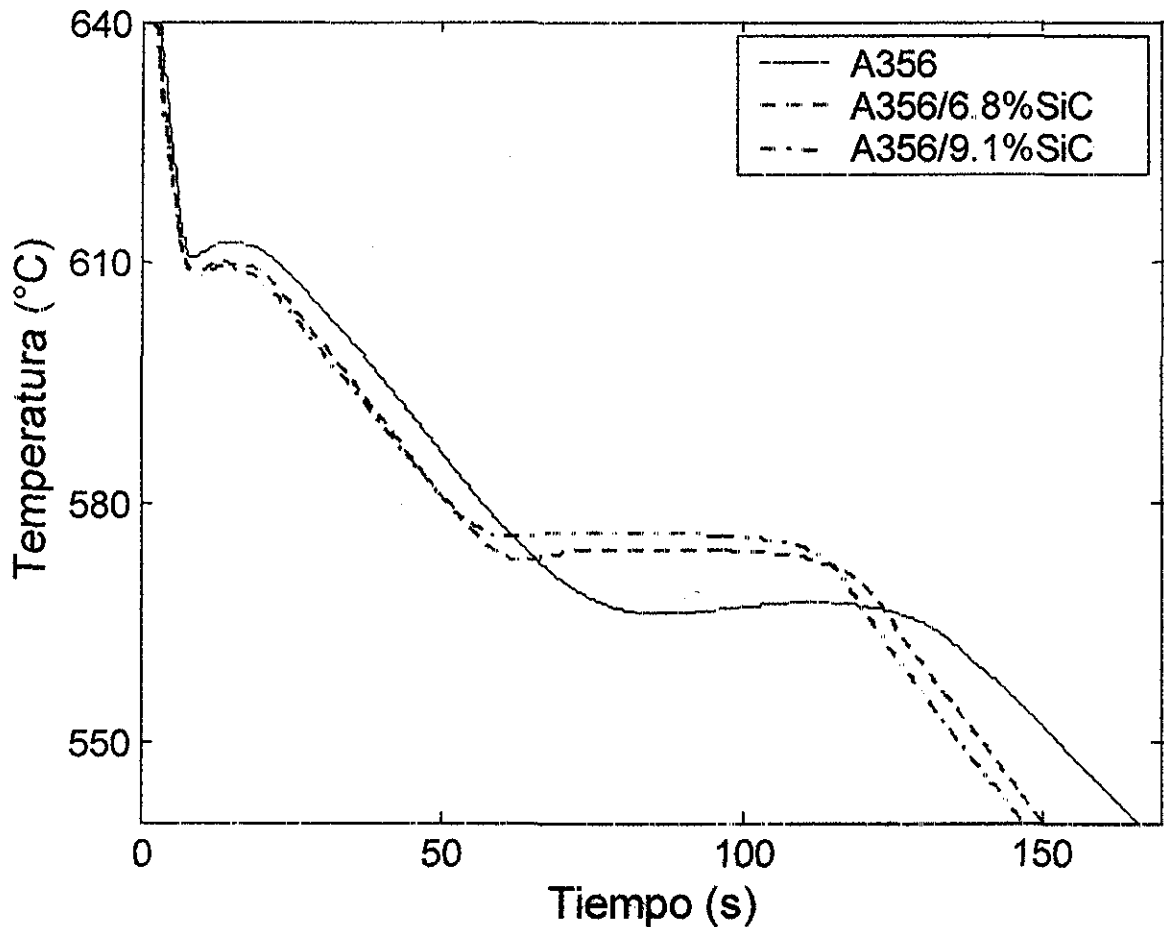


Figura 8.- Curvas de enfriamiento asociadas a dos posiciones radiales, durante el enfriamiento y solidificación de la matriz y los compósitos A356/SiC<sub>p</sub>, colado en molde de arena, (a) A356, (b) A356/6.8%SiC<sub>p</sub>, (c) A356/9.1%SiC<sub>p</sub>

En la Figura 9 y con el fin de mostrar el efecto de la presencia de diferentes cantidades de partículas sobre las características de las curvas de enfriamiento, se muestran las curvas de enfriamiento asociadas con el termopar ubicado en el eje de simetría, para los tres niveles de contenido de  $\text{SiC}_p$  considerados.



a b  
Figura 9.- Curvas de enfriamiento experimentales asociadas a la aleación A356 y los compósitos con 6.8% y 9.1% de  $\text{SiC}_p$ .

Observando esta figura se puede notar que un incremento en el contenido de  $\text{SiC}_p$  tiene los siguientes efectos principales sobre las curvas de enfriamiento.

- i) El acortamiento de las curvas.
- ii) Un decremento en la temperatura de líquidos.
- iii) Un incremento en la temperatura eutéctica.

Con el fin de conocer en mayor detalle los efectos del %SiC<sub>p</sub> sobre las curvas de enfriamiento se procedió a analizar estadísticamente los cambios en los parámetros característicos de las curvas de enfriamiento en función del contenido de reforzante.

Se consideraron los parámetros de: máxima temperatura de recalcancia de líquidus,  $T_L$ ; tiempo de líquidus,  $t_L$ ; máximo subenfriamiento de líquidus,  $\Delta T_L$ ; máxima temperatura de recalcancia eutéctica,  $T_E$ ; tiempo eutéctico,  $t_E$  y máximo subenfriamiento eutéctico,  $\Delta T_E$ . Lo anterior se muestra esquemáticamente en la Figura 10.

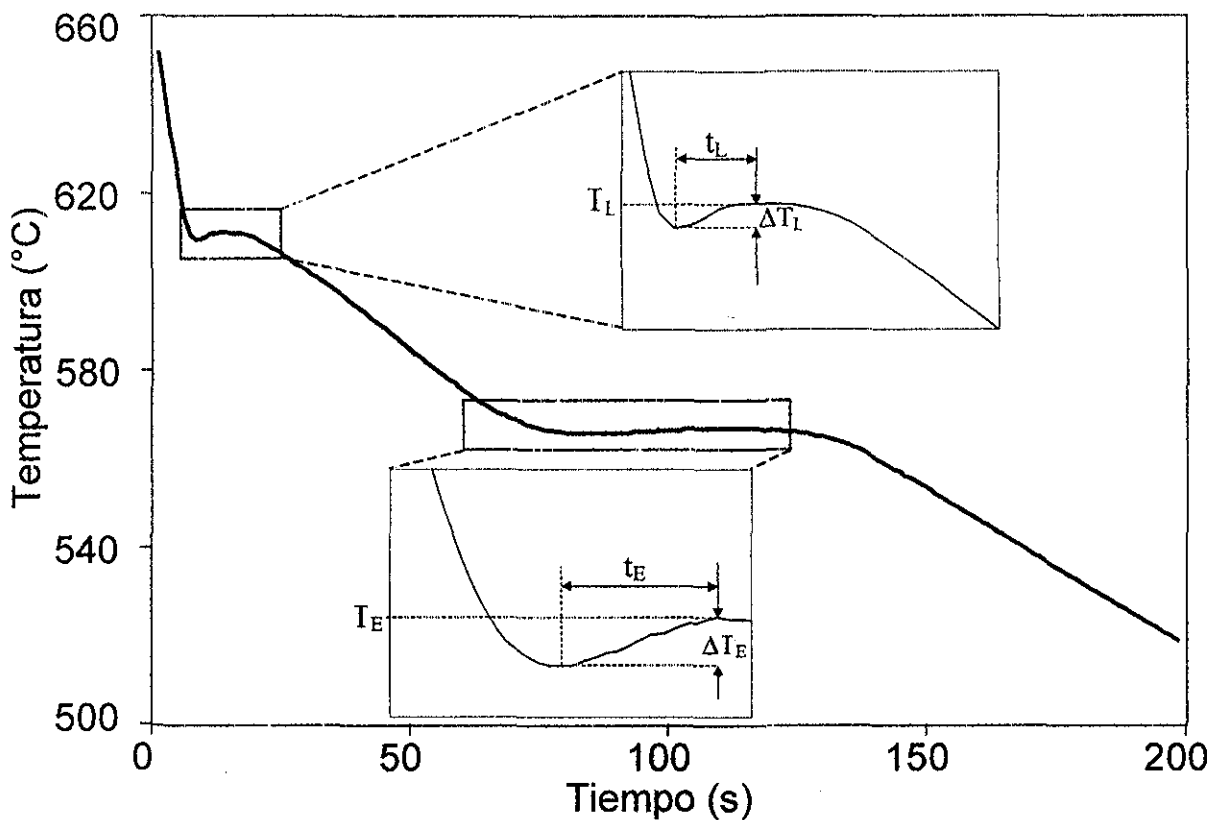


Figura 10.- Parámetros característicos considerados en las curvas de enfriamiento.

Asimismo se analizó al tiempo local de solidificación,  $t_s$  y velocidad de enfriamiento,  $dT/dt$ , cuya determinación se realizó siguiendo los procedimientos descritos en la literatura<sup>46</sup>.

Los resultados obtenidos se muestran en la Figura 11 y en la Figura 12.

Con relación a los parámetros de líquidos, se observa que la presencia de  $\text{SiC}_p$  provoca una disminución de  $T_L$ ,  $t_L$  y  $\Delta T_L$ , como se observa en la Figura 11. Se sabe que la máxima temperatura de recalcificación de líquidos está muy relacionada con el número de núcleos dendríticos que operan durante la solidificación, por lo cual los cambios observados podrían relacionarse a cambios en el potencial de nucleación de la fase primaria, debido a la presencia de  $\text{SiC}_p$ . También los cambios en  $\Delta T_L$  indican modificación en la cinética de solidificación dendrítica durante los primeros instantes de la solidificación, como resultado de la presencia de reforzante. El decremento de  $t_L$  podría estar asociado con el acortamiento de las curvas de enfriamiento.

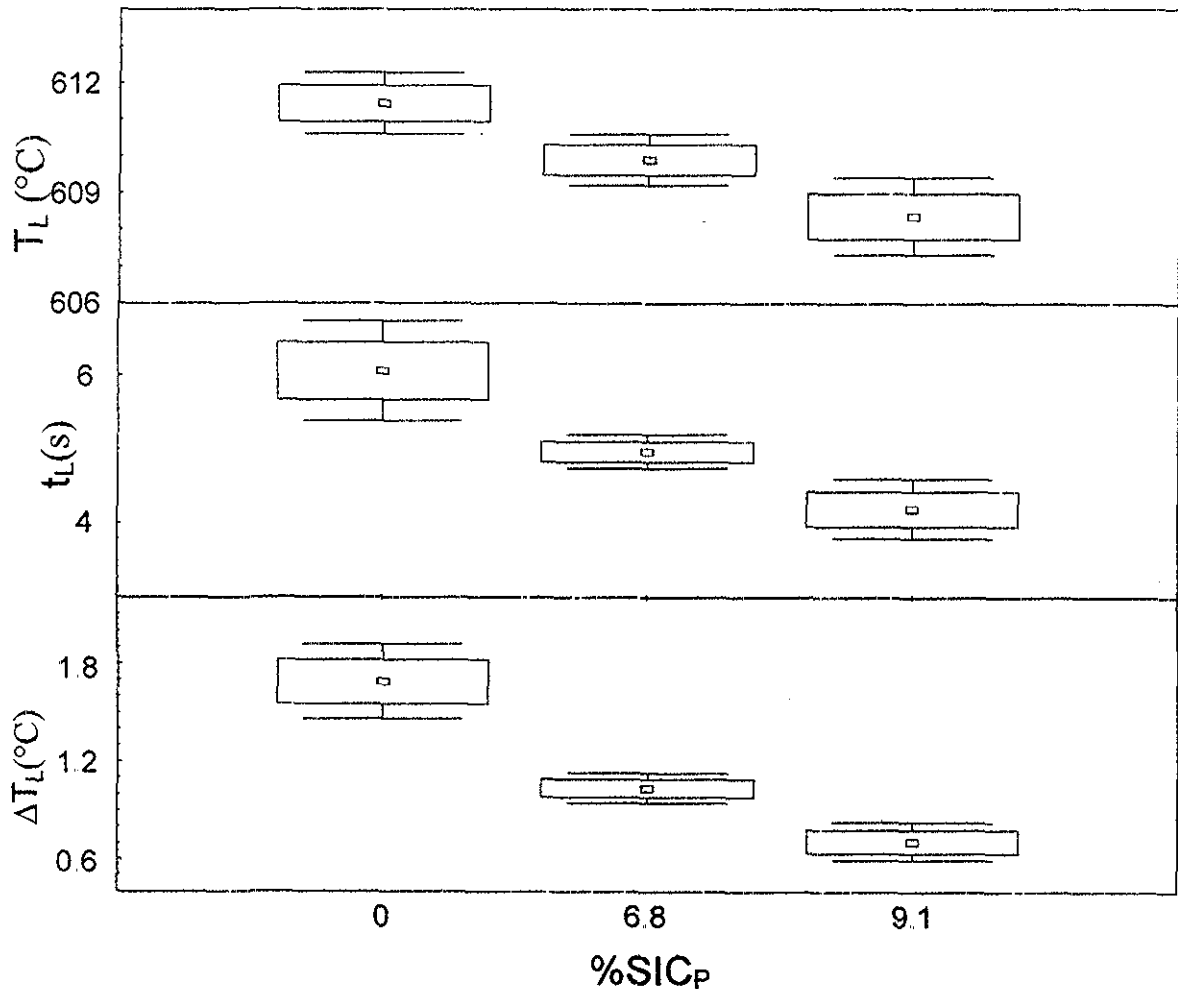


Figura 11.- Intervalos mínimo y máximo, así como de confianza de los valores de los parámetros de líquidos.



La Figura 12 muestra que la presencia de partículas afecta notablemente a los parámetros eutécticos. Evidentemente el  $\text{SiC}_p$  provoca un aumento en  $T_E$  y una disminución de  $t_E$  y  $\Delta T_E$ . El incremento en  $T_E$  podría estar asociado con la nucleación de  $\text{Si}$  eutéctico sobre las partículas de  $\text{SiC}_p$ , como se observa durante el análisis metalográfico de los MMC, el que se discute más adelante en este texto; el comportamiento de  $\Delta T_E$  en función del contenido de  $\text{SiC}_p$  también sugiere cambios en la cinética de solidificación del microconstituyente eutéctico durante el inicio de la solidificación eutéctica. Observando la Figura 9 se puede constatar que existe un incremento en la temperatura a la que crece el eutéctico, lo cual podría sugerir cambios no sólo en la cinética de nucleación, pero también en la cinética de crecimiento eutéctico, debido a la presencia de  $\text{SiC}_p$ . La disminución de  $t_E$  conforme el  $\% \text{SiC}_p$  se incrementa puede estar asociada al acortamiento de las curvas.

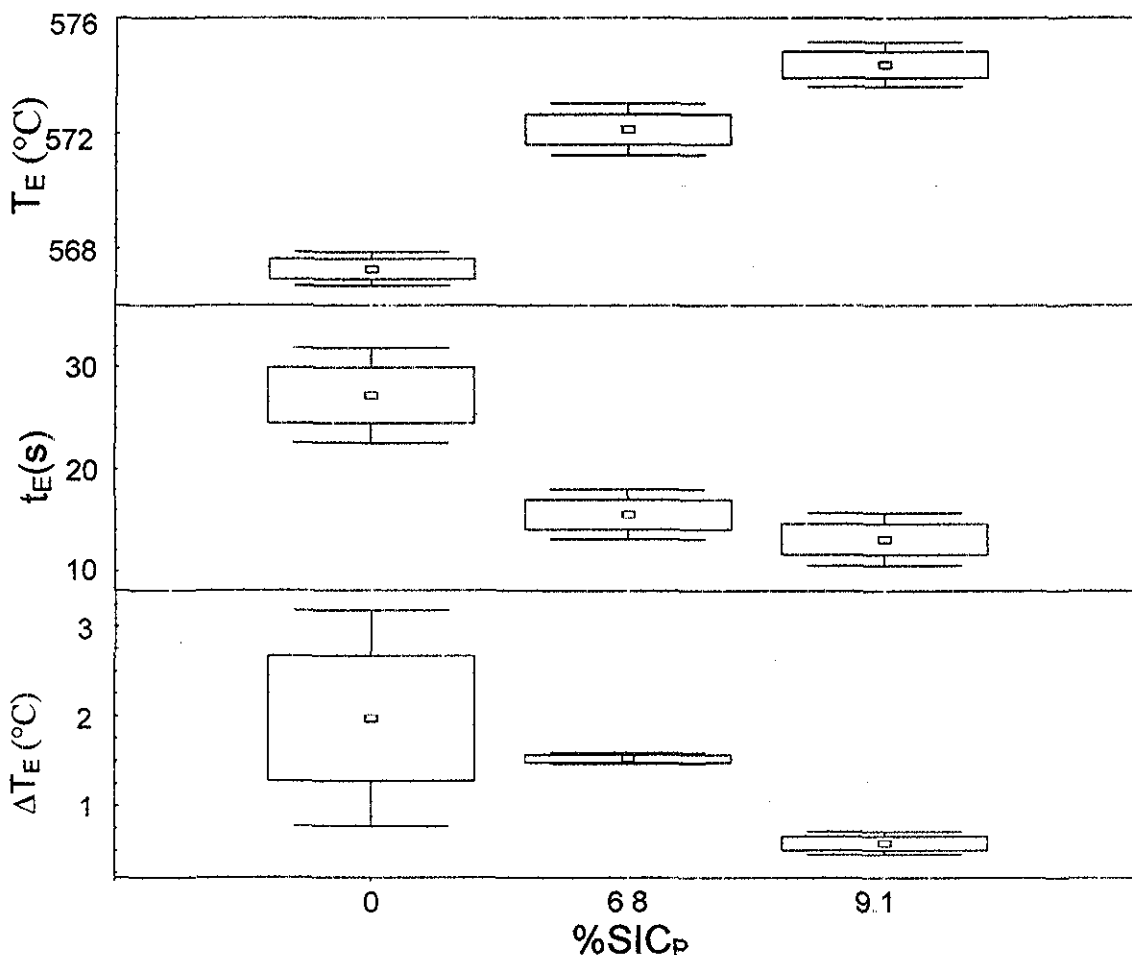


Figura 12.- Intervalos mínimo y máximo, así como de confianza de los parámetros eutécticos.

La Figura 13 muestra el efecto del %SiC<sub>p</sub> sobre  $t_s$  y  $dT/dt$ . Un incremento en el contenido de reforzante provoca una disminución de  $t_s$  y valores de  $dT/dt$  más negativos. El decremento de  $t_s$  era de esperarse debido al efecto observado del acortamiento de las curvas de enfriamiento asociadas, lo cual es el resultado, como lo muestra el análisis de Fourier de las curvas experimentales, de una disminución del calor latente liberado por unidad de volumen conforme se incrementa el %SiC<sub>p</sub>. Esta disminución de calor latente liberado durante la solidificación provoca que el enfriamiento del sistema durante la misma se efectúe en condiciones más severas (valores más negativos de  $dT/dt$ ), como se puede constatar en la Figura 13(b).

Los cambios observados en las historias térmicas de las muestras, como resultado del incremento en la cantidad de SiC<sub>p</sub> presente en el sistema son una manifestación de cambios térmicos y cinéticos de solidificación que resultan de la presencia de las partículas reforzantes, como se verá en los siguientes puntos.

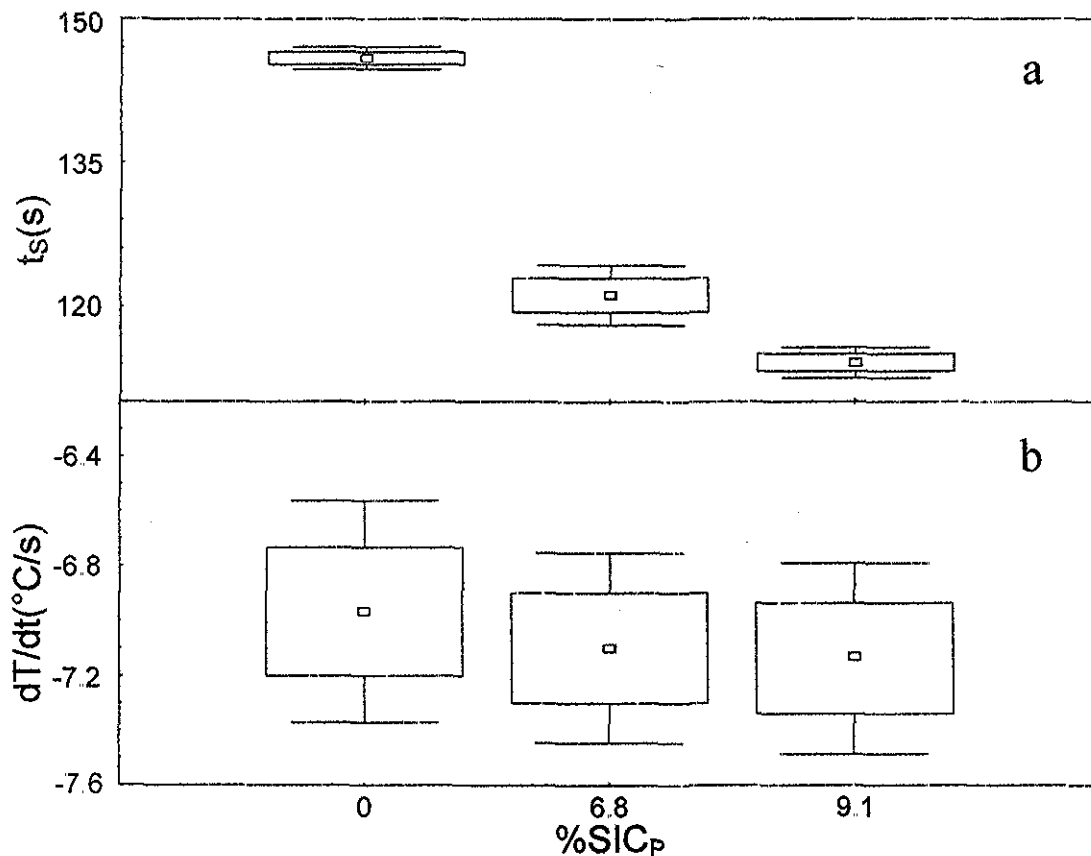


Figura 13.- Intervalos mínimo y máximo, así como de confianza de los valores de  $t_s$  y  $dT/dt$ .

#### IV.2. ANÁLISIS DE FOURIER.

Se procedió a efectuar el procesamiento numérico de las curvas de enfriamiento asociadas con los dos termopares introducidos en cada muestra, con el fin de obtener información relativa a la cinética de solidificación de los compósitos bajo estudio.

Para tal efecto se aplicó la metodología descrita en el anexo "A", siguiendo el procedimiento ahí señalado, empleando un programa de cómputo elaborado para tal fin.

La Figura 14 muestra las curvas de enfriamiento asociadas a un compósito con 9.1%SiC<sub>p</sub>, Figura 14(a), así como a la primera derivada de la curva de enfriamiento y la curva cero de Fourier, ZF, Figura 14(b), de igual forma la Figura 14(c) muestra la evolución de la fracción sólida y la Figura 14(d) la velocidad de solidificación correspondiente.

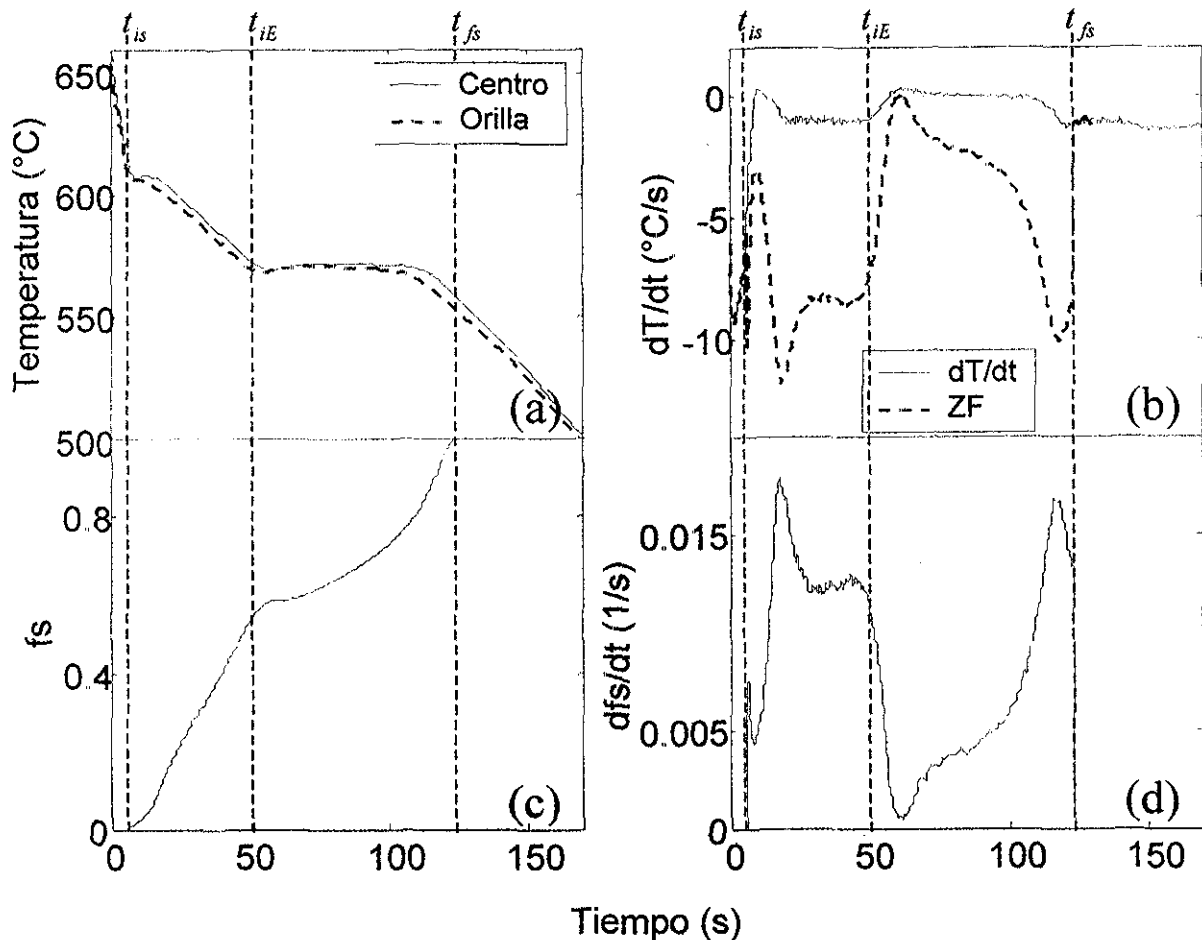


Figura 14.- Curvas de enfriamiento experimental y simulada de la aleación A356.

En la Figura 14 se puede observar que la solidificación se realiza en dos etapas principales: solidificación de las dendritas de fase primaria, en el intervalo de tiempo comprendido entre  $t_{is}$  y  $t_{iE}$ , y la solidificación del microconstituyente eutéctico en el periodo de tiempo comprendido entre  $t_{iE}$  y  $t_{fs}$ . Observando la Figura 14(d) se puede constatar que existe, a lo largo del proceso de solidificación de la pieza, variaciones importantes en la cinética de solidificación, relacionadas con la velocidad con que se forman los diferentes microconstituyentes durante el proceso.

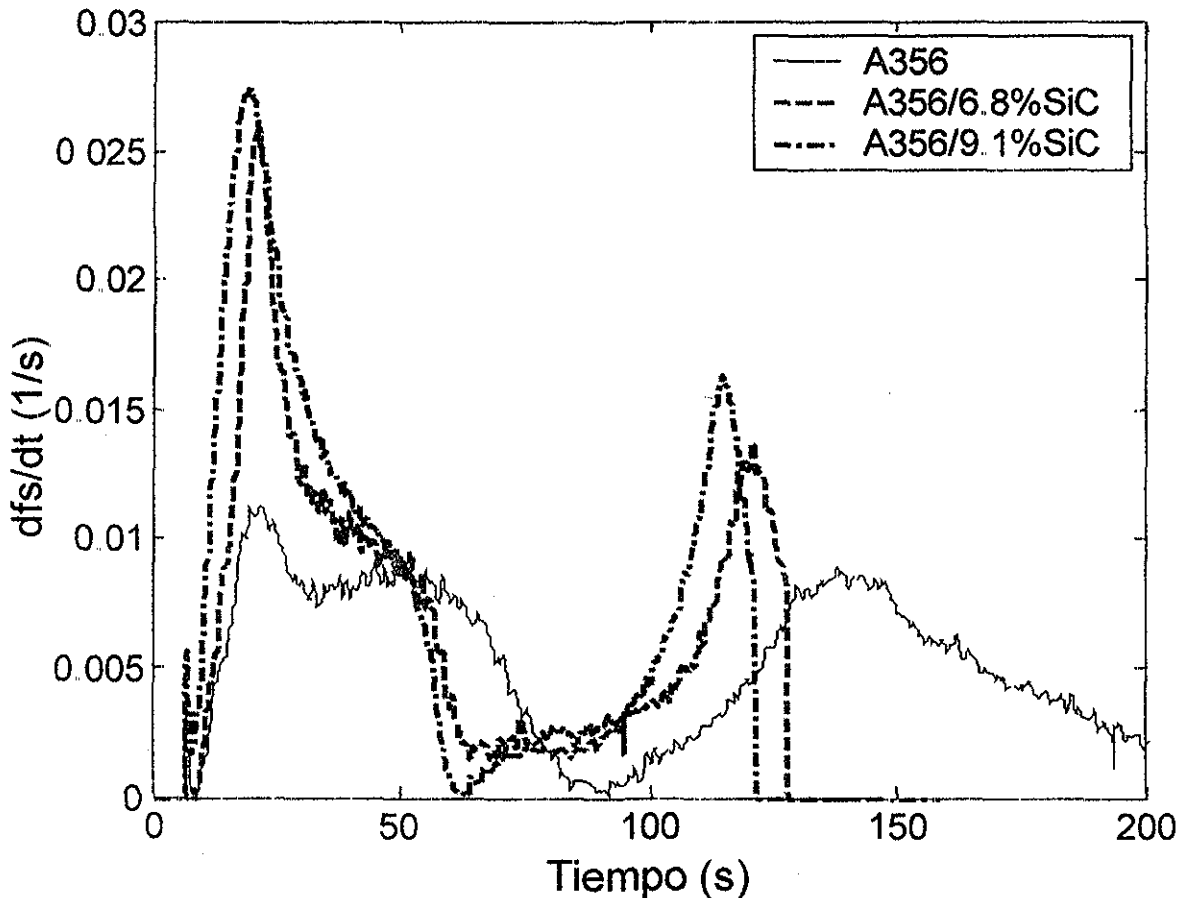


Figura 15.- Gráfica comparativa de las curvas de  $\frac{df_s}{dt}$ , determinadas experimentalmente a través del método de Fourier, para los casos bajo estudio.

La Figura 15 muestra comparativamente las curvas de velocidad de solidificación, asociadas a la matriz A356 y a los MMC A356/SiC<sub>p</sub>, donde se observa que la presencia de partículas afecta sustancialmente a la cinética de solidificación, como se había inferido del análisis de las curvas de enfriamiento.

La Figura 16 muestra los resultados de  $L_f$ , el calor latente de solidificación, en función del contenido de  $\text{SiC}_p$ , donde se observa claramente una disminución en el calor latente liberado por las muestras durante su solidificación, conforme aumenta el porcentaje de reforzante, como era de esperarse de la presencia de una menor cantidad de metal líquido por unidad de volumen, conforme se incrementa el  $\% \text{SiC}_p$ . Como el metal líquido durante su solidificación es el único constituyente del sistema que libera calor latente, al reducir su cantidad por unidad de volumen, lo cual sucede cuando se incrementa la cantidad de reforzante, se reduce la cantidad de energía por unidad de volumen del sistema, liberada durante la solidificación.

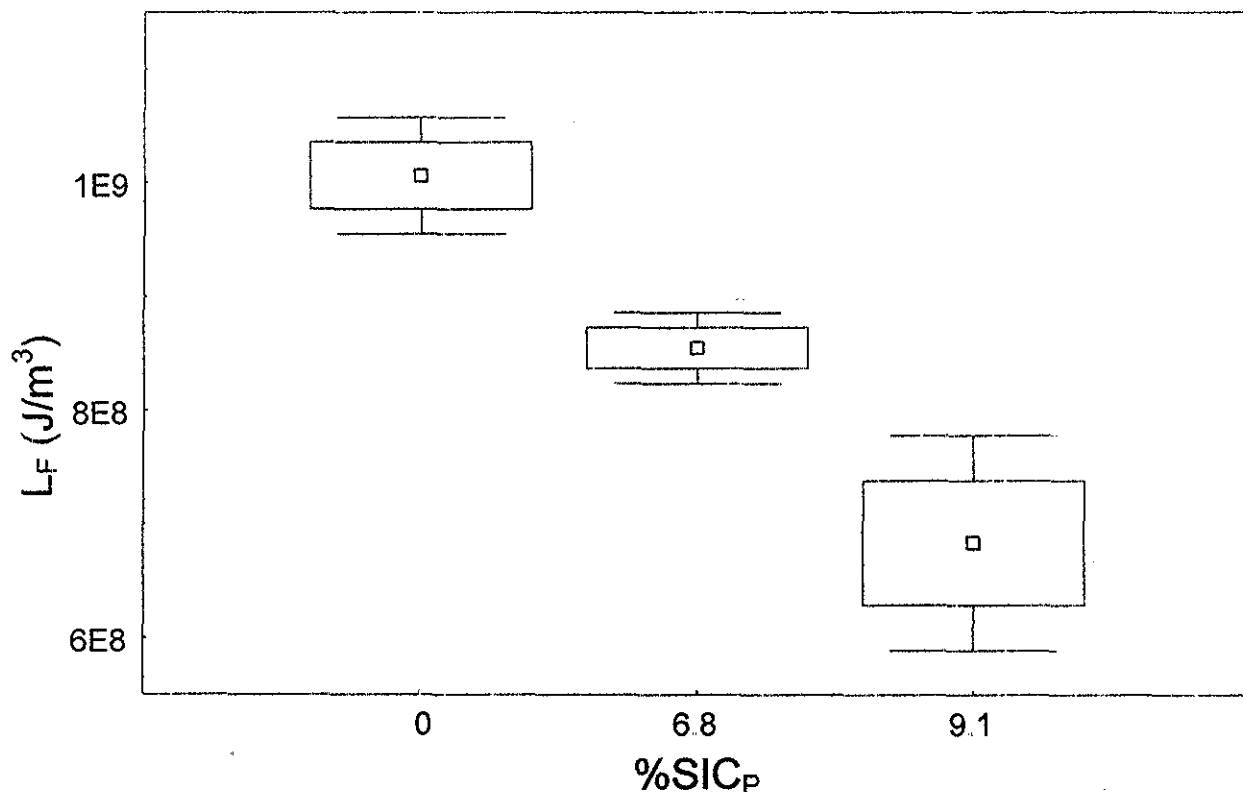


Figura 16.- Valores de  $L_f$  en función del  $\% \text{SiC}_p$  vol., obtenidos de la aplicación del Método de Fourier a las curvas experimentales

### IV.3. ANÁLISIS METALGRÁFICO.

Se procedió a efectuar la cuantificación del  $\text{SiC}_p$  siguiendo el procedimiento descrito en el capítulo anterior, los resultados obtenidos se enlistan en la Tabla 8, donde se incluyen los intervalos de confianza al 95% para cada nivel de contenido de reforzante.

Nivel de contenido de reforzante	% $\text{SiC}_p$ en volumen
0	0.0
1	$6.8 \pm 0.6$
2	$9.1 \pm 1.1$

Tabla 8.- Contenido de partículas, de los experimentos realizados

La Figura 17 muestra fotomicrografías características asociadas a la matriz y a los compósitos analizados en este trabajo.

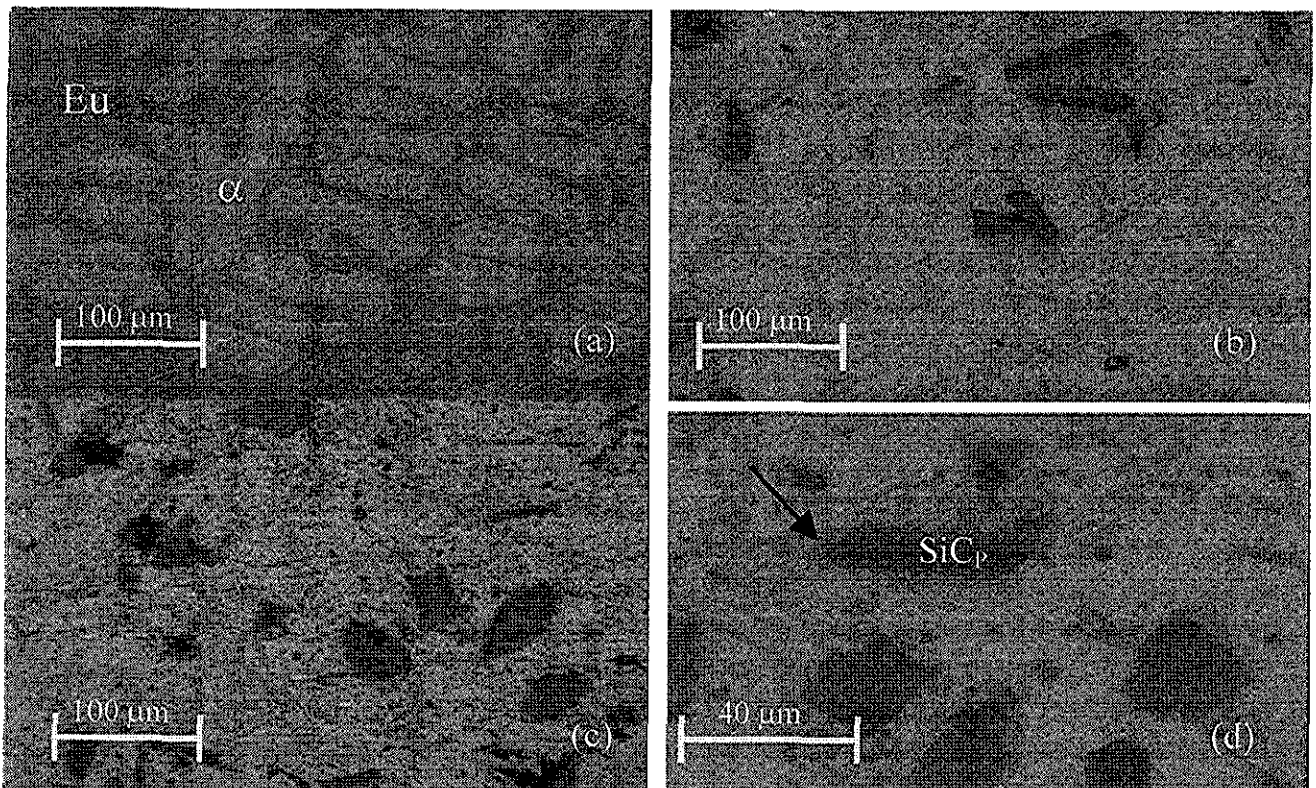


Figura 17.- Microfotografías de (a) la matriz A356, (b) MMC A356/6.8% $\text{SiC}_p$  vol., (c) MMC A356/9.1% $\text{SiC}_p$  vol. y (d) detalle donde se observa la nucleación y el crecimiento del Si eutéctico sobre el reforzante.

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

La Figura 17(a), asociada a la aleación A356 sin reforzante muestra la presencia de los dos microconstituyentes principales, las dendritas de solución sólida  $\alpha$  y el microconstituyente eutéctico ubicado en las zonas interdendríticas e intergranulares, lo cual corresponde con la presencia de dos productos principales de solidificación, como se detecta al aplicar el análisis de Fourier (ver la parte de resultados de curvas de enfriamiento y análisis).

La Figura 17(b) y la Figura 17(c) muestran las fotomicrografías asociadas a los materiales compuestos bajo estudio, con 6.8%SiC<sub>p</sub> y 9.1% SiC<sub>p</sub>, respectivamente, en donde se puede constatar que las partículas son empujadas hacia las regiones interdendríticas e intergranulares. La Figura 17(d) muestra claramente la nucleación de Si eutéctico sobre las partículas de SiC<sub>p</sub>, lo cual pudiera estar asociado con los cambios de  $T_b$  detectadas durante el análisis de las curvas de enfriamiento.

#### IV.4. COMPARACIÓN DE RESULTADOS EXPERIMENTALES Y PREDICCIONES DEL MODELO ELABORADO.

La comparación en las curvas de enfriamiento experimentales y las simuladas por el modelo elaborado indican una buena concordancia cualitativa y cuantitativa, como se observa en la Figura 18 donde se muestran las curvas de enfriamiento experimental y simulada, correspondientes a la probeta de material compuesto A356/6.8%SiC<sub>p</sub>, en las zonas más cercanas al eje de simetría y a la orilla de la probeta cilíndrica.

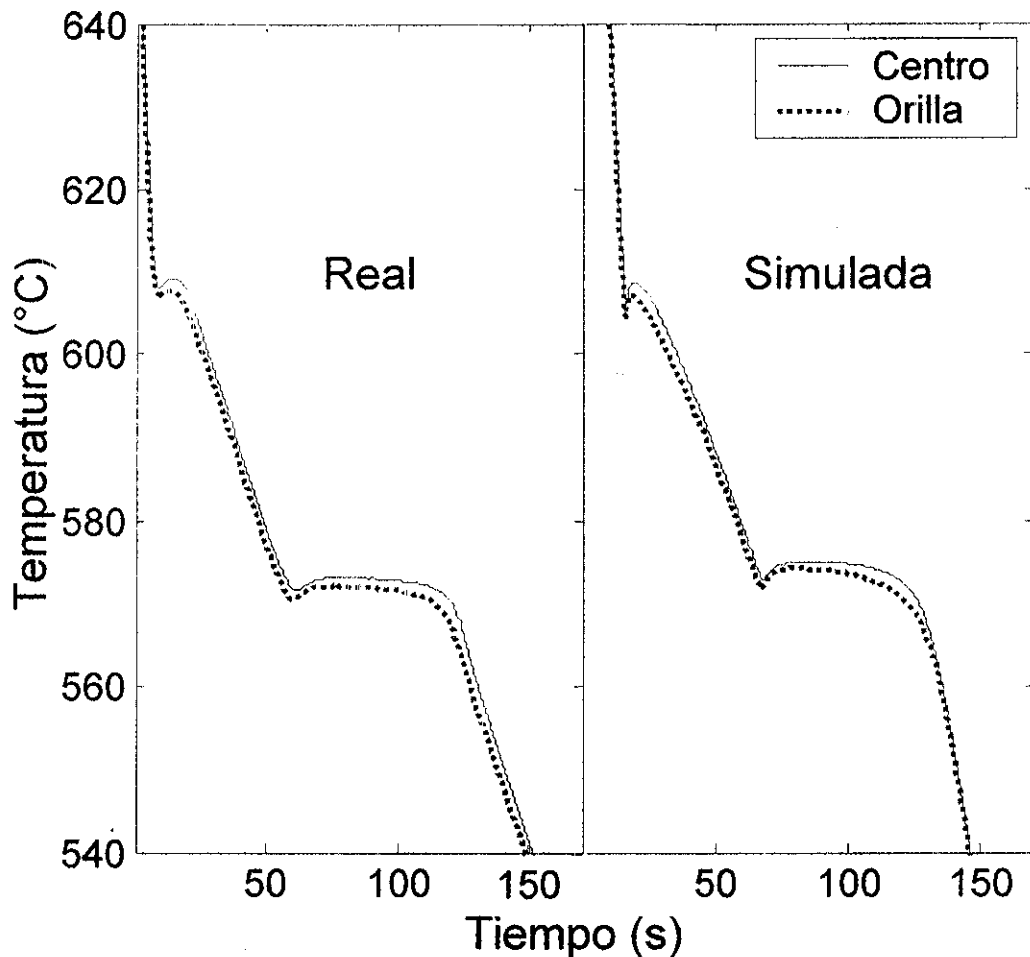


Figura 18.- Curvas de enfriamiento experimental y simulada del material compuesto A356/6.8%SiC<sub>p</sub> vol.

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN



La Figura 19 muestra la evaluación de la Curva Cero de Fourier durante el proceso de enfriamiento y solidificación para las curvas experimentales y las simuladas por el modelo. Aquí se observa una buena concordancia cualitativa entre ambos casos.

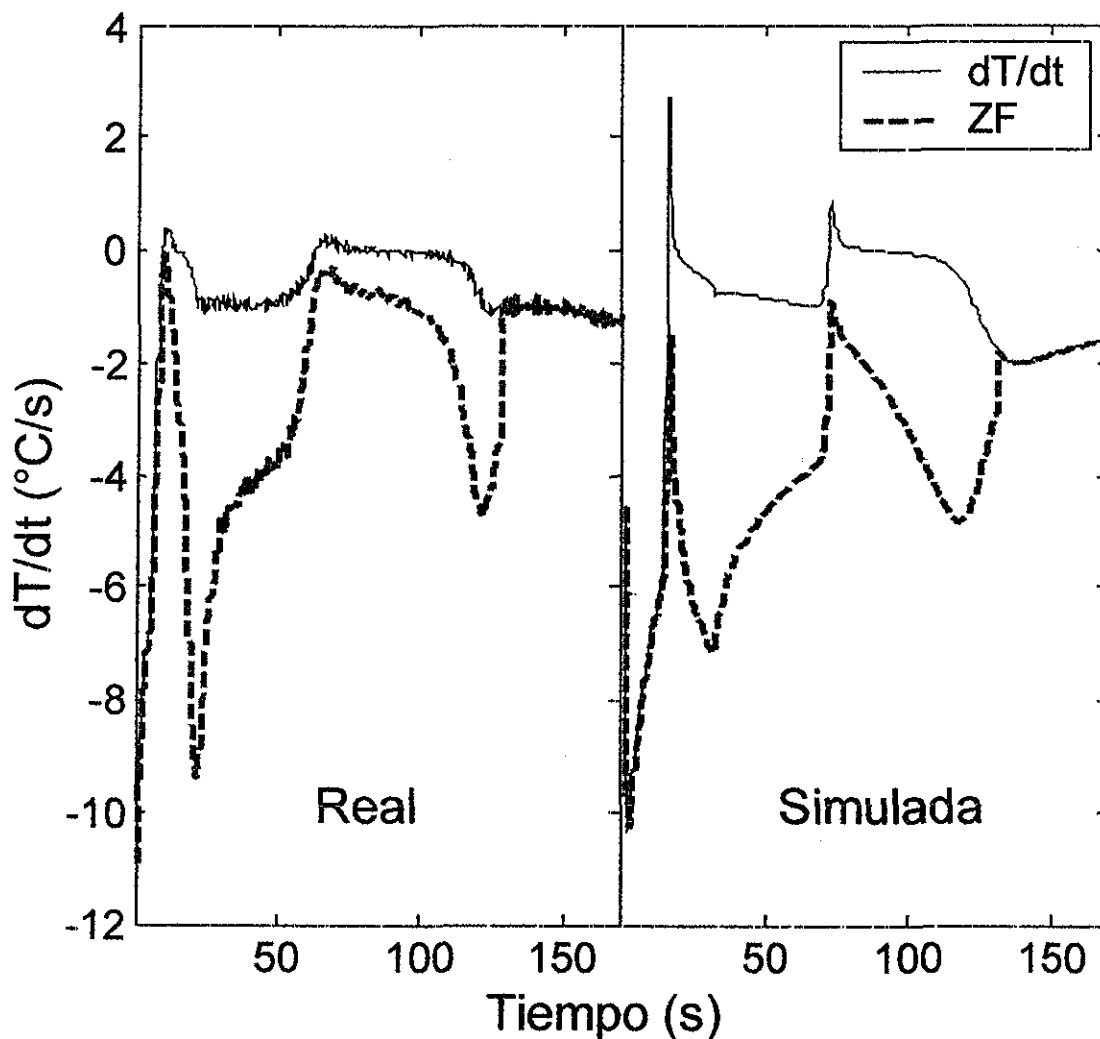


Figura 19.- Evolución de la velocidad de enfriamiento y de la curva cero de Fourier, correspondientes a las curvas de enfriamiento mostradas en la Figura 18.

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

La Figura 20 presenta la evolución de la fracción sólida asociada a datos experimentales y simulados. En este caso, como en el anterior, se observa una buena concordancia cualitativa, ya que se puede apreciar en esta figura, que la fracción sólida simulada es muy semejante con respecto a la real, mostrando puntos de inflexión similares, los cuales corresponden al inicio de la solidificación eutéctica.

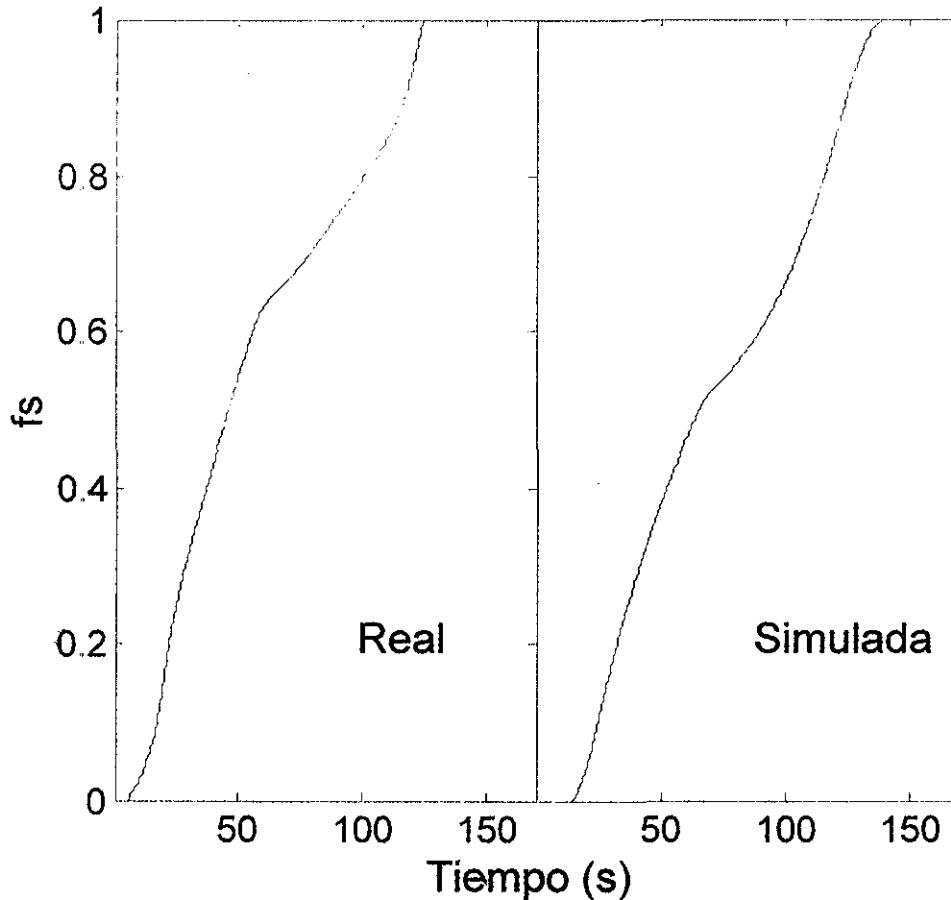


Figura 20.- Curvas de enfriamiento experimental y simulada del compuesto A356/6.8%SiC<sub>p</sub> vol.

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

La Figura 21 muestra la evolución de la velocidad de formación del sólido y en este caso también se observa una buena concordancia cualitativa, distinguiéndose la presencia de dos máximos, asociados cada uno de ellos con cada producto principal de solidificación. Puede observarse que en esta figura existen, como en todos los casos anteriores, discrepancias cuantitativas, indicando que el modelo propuesto es susceptible de mejoras.

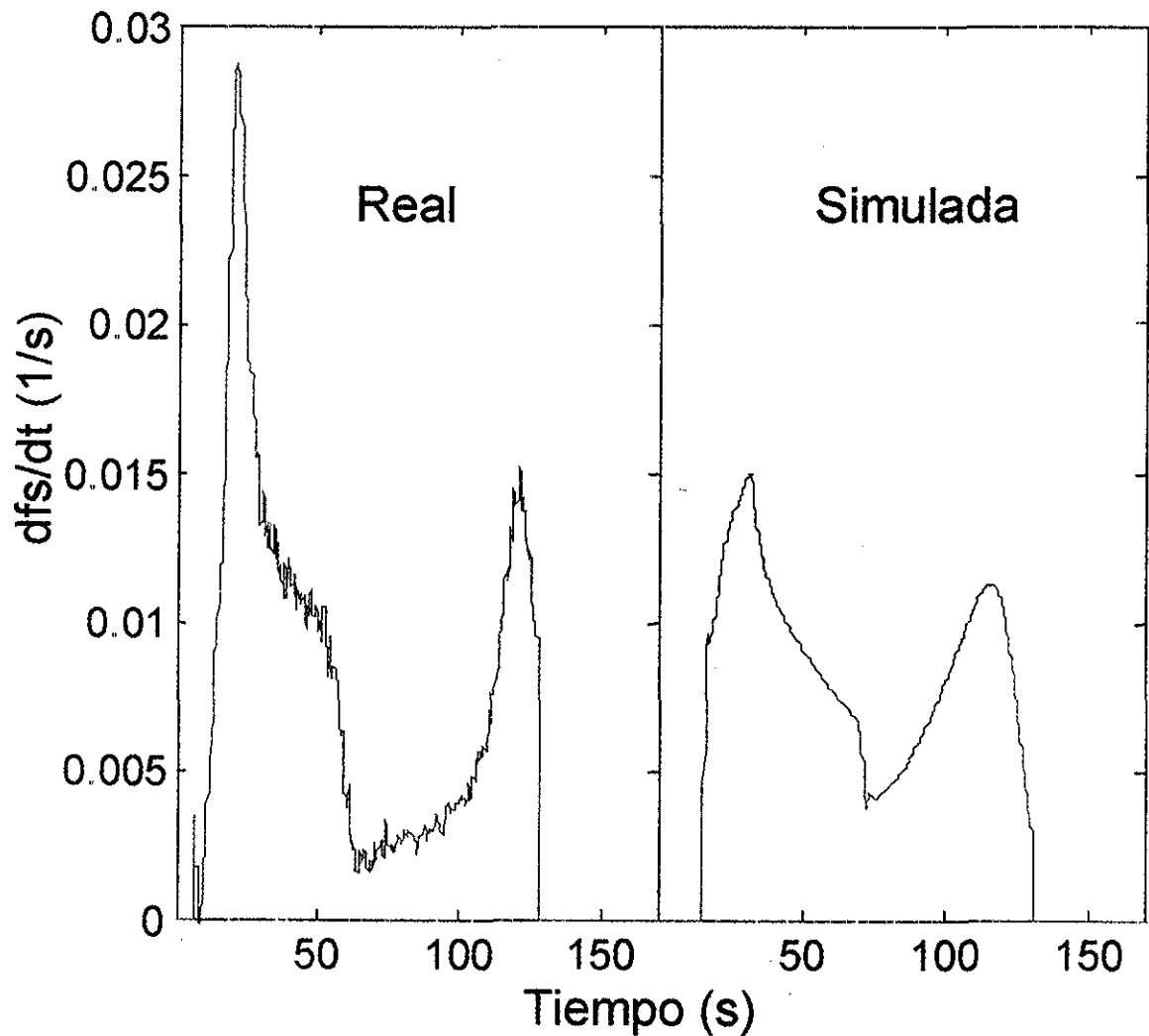


Figura 21.- Curvas de enfriamiento experimental y simulada del compuesto A356/6.8%SiC<sub>p</sub> vol.

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

Las discrepancias pueden deberse a valores inadecuados en las propiedades termofísicas consideradas durante el cálculo, también los modelos de nucleación y crecimiento equiaxial dendrítico y eutéctico empleados, no fueron capaces de capturar con detalle todos los factores que influyen en la formación de los microconstituyentes presentes en la matriz del compuesto durante la solidificación.

Sin embargo se debe resaltar que el modelo mostró una buena concordancia cualitativa con respecto a los resultados experimentales, ya que se aprecian las mismas etapas principales del proceso en las figuras anteriores, asociadas a los máximos y mínimos en la evolución de la fracción sólida, correspondientes a la solidificación de la fase primaria y a la del microconstituyente eutéctico.

Por lo cual, la información extraída del modelo podría ser utilizada como una primera aproximación para explorar la fenomenología de la solidificación de materiales compuestos A356/SiC<sub>p</sub>.

## CONCLUSIONES

1. La presencia de  $\text{SiC}_p$  afecta las características de las curvas de enfriamiento, en los siguientes aspectos:
  - Acortamiento de las curvas.
  - Disminución de  $T_l$ .
  - Aumento de  $T_b$ .
2. El calor latente disminuye conforme se incrementa el  $\text{SiC}_p$  y la cinética de solidificación es afectada por la presencia del reforzante, encontrándose los mayores efectos durante la solidificación del microconstituyente eutéctico.
3. Se evidencia la nucleación de Si eutéctico sobre las partículas de  $\text{SiC}$ , lo cual podría estar asociado con el aumento observado de  $T_b$  al incrementarse el contenido de partículas reforzantes y con los cambios en la cinética de solidificación del microconstituyente eutéctico obtenida del análisis de Fourier.
4. Se obtuvo una buena concordancia cualitativa entre las predicciones del modelo y los resultados experimentales. Las discrepancias cuantitativas indican que el modelo es susceptible de ser mejorado.

## ANEXO "A"

### IMPLEMENTACIÓN DEL MÉTODO DE FOURIER

Existen dos métodos reportados en la literatura reciente, que permiten obtener información que caracteriza cuantitativamente a la cinética de solidificación de aleaciones en condiciones de interés industrial para la producción de piezas fundidas: el método de Newton y el método de Fourier, en el presente trabajo se empleará éste último.

Dicho método se basa en el procesamiento digital de curvas de enfriamiento de la aleación, empleando los datos provenientes de dos termopares, ubicados dentro del metal, a una distancia predeterminada entre ellos y toma en cuenta los gradientes térmicos durante el enfriamiento y la solidificación.

Se realizó el programa de cómputo que permitiera emplear ésta herramienta de análisis para confrontar los resultados de cinética de solidificación arrojados por el modelo elaborado con los experimentales.

#### MÉTODO DE FOURIER.

Este método asume que el mecanismo principal de transferencia de calor durante el enfriamiento y solidificación de piezas metálicas coladas en moldes de arena es la conducción, por lo que la temperatura en cualquier región de la pieza y a cualquier tiempo, puede conocerse a partir de la ecuación general de conducción o ecuación de Fourier, la cual se aplica al dominio del MMC y durante la solidificación incluye un término de generación asociado con la liberación de calor latente de solidificación.

Se consideran propiedades termofísicas constantes para la aleación líquida, la aleación sólida, el reforzante y el material de moldeo, por lo que la siguiente ecuación describe la evolución, en el dominio del MMC, de la velocidad de enfriamiento durante el proceso:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha_M \nabla^2 T + \frac{Q_s}{\rho_M C_{p_M}} = \dot{T} \quad \text{ec. A-1}$$

Esta ecuación puede describirse en términos del flujo volumétrico instantáneo de calor generado durante la solidificación,  $Q_s$ :

$$Q_s = \rho_M C_{p_M} \left( \dot{T} - \alpha_M \nabla^2 T \right) = \rho_M C_{p_M} \left( \dot{T} - ZF \right) \quad \text{ec. A-2}$$

donde  $ZF$  es la curva cero de Fourier o línea base para el cálculo de los parámetros cinéticos que caracterizan al sistema y está definida por<sup>49</sup>:

$$ZF = \alpha_M \nabla^2 T \quad \text{ec. A-3}$$

$ZF$  representa la velocidad de enfriamiento que presentaría la región adyacente al termopar más cercano al eje de simetría si en esta zona no se efectuara la solidificación.

Por lo anterior, cuando  $\alpha_M$  y el campo de temperaturas  $T(x,t)$  son conocidos dentro del metal, pueden establecerse las magnitudes de las deferentes contribuciones térmicas del sistema.

Experimentalmente el Laplaciano del campo de temperaturas  $\nabla^2 T$  puede obtenerse de las lecturas de temperatura contra tiempo de dos termopares insertados dentro de una pieza simétrica en posiciones conocidas<sup>50, 51</sup>:

$$\nabla^2 T = \frac{4(T_2 - T_1)}{R_2^2 - R_1^2} \quad \text{ec. A-4}$$

Cuando no existe generación de calor latente,  $Q_s = 0$ , la ec. A-1 muestra que la difusividad térmica del metal puede estimarse experimentalmente mediante:

$$\alpha_M = \frac{\dot{T}}{\nabla^2 T} \quad \text{ec. A-5}$$

esta ecuación, aplicada en las partes de las historias térmicas justo antes y después de la solidificación, permite obtener valores experimentales de la difusividad térmica de la matriz líquida y sólida, respectivamente, los cuales pueden emplearse para estimar la difusividad térmica de una región parcialmente sólida, mediante una ponderación a través de la fracción sólida.

El calor latente de solidificación por unidad de volumen se obtiene de:

$$L_s = \rho_M C p_M \int_{t_{is}}^{t_{fs}} (\dot{T} - ZF) dt = \sum_{t_{is}}^{t_{fs}} Q_s \Delta t \quad \text{ec. A-6}$$

La rapidez de solidificación está dada por:

$$\frac{df_s}{dt} = \frac{\rho_M C p_M}{L_s} \Delta \left\{ \dot{T} - ZF \right\} \quad \text{ec. A-7}$$

Por lo que la evolución de la fracción sólida se puede determinar mediante:

$$f_s = \frac{\rho_M}{L_s} \int_{t_i}^t Q_s dt$$

ec. A-8

Los pasos anteriormente descritos, se realizan iterativamente de acuerdo al siguiente procedimiento:

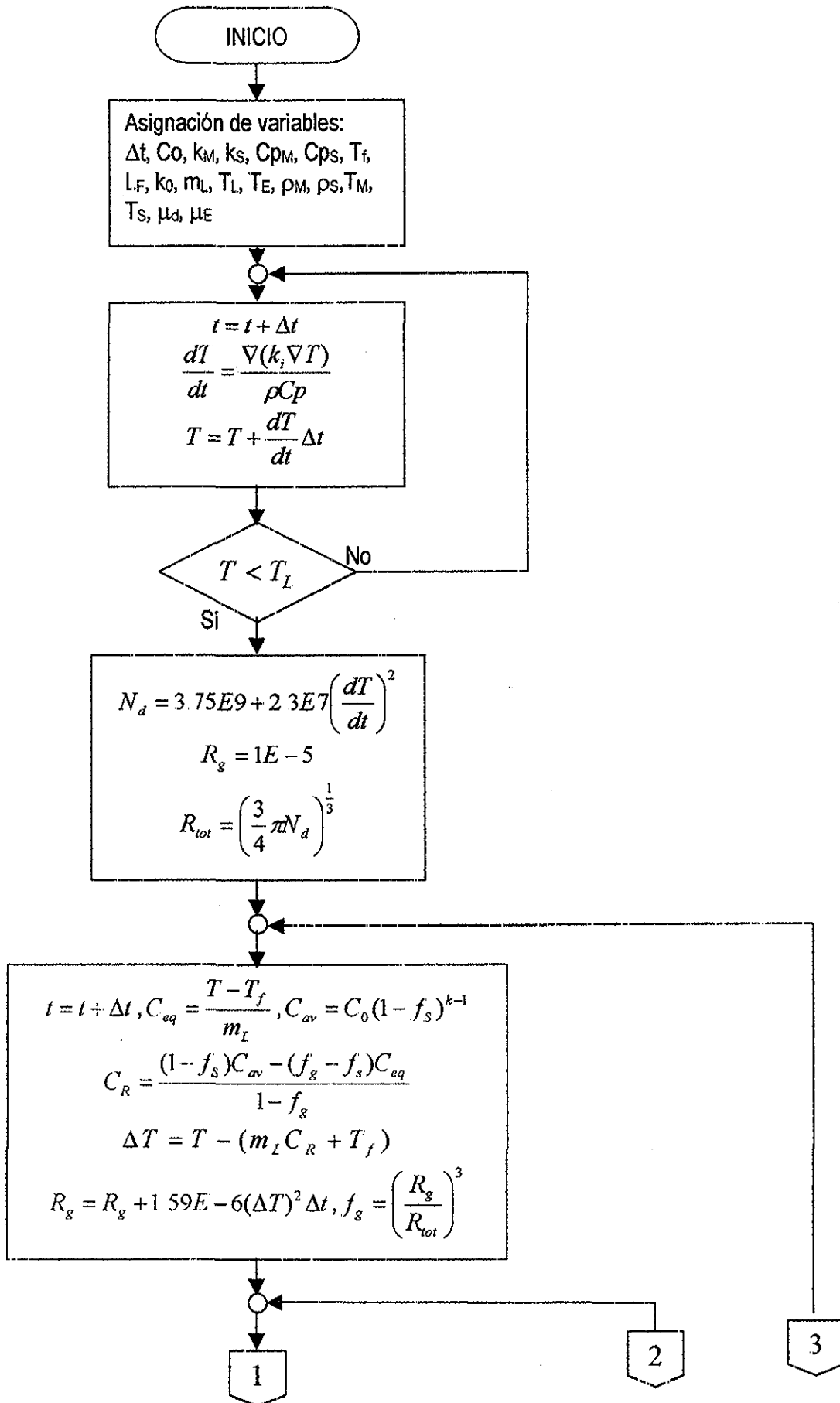
- a) Inicialmente se asume una evolución lineal de la fracción sólida entre el tiempo de inicio y fin de la solidificación.
- b) Calcular la difusividad térmica y capacidad calorífica por unidad de volumen del metal durante la solidificación, en función del tiempo y de la fracción sólida estimada inicialmente, tomando como base los valores de  $\alpha_{ML}$  y  $\alpha_{MS}$  obtenidos, ec. A-5.
- c) Establecer la curva cero de Fourier, mediante la ec. A-3.
- d) Determinar el flujo volumétrico instantáneo de calor latente generado por la solidificación, a través de la ec. A-2.
- e) Calcular el calor latente de solidificación mediante la integración, desde el tiempo de inicio hasta el tiempo de fin de la solidificación, del flujo volumétrico instantáneo del calor latente, ec. A-6.
- f) Estimar la evolución de la fracción sólida en función del tiempo, mediante la ec. A-8.

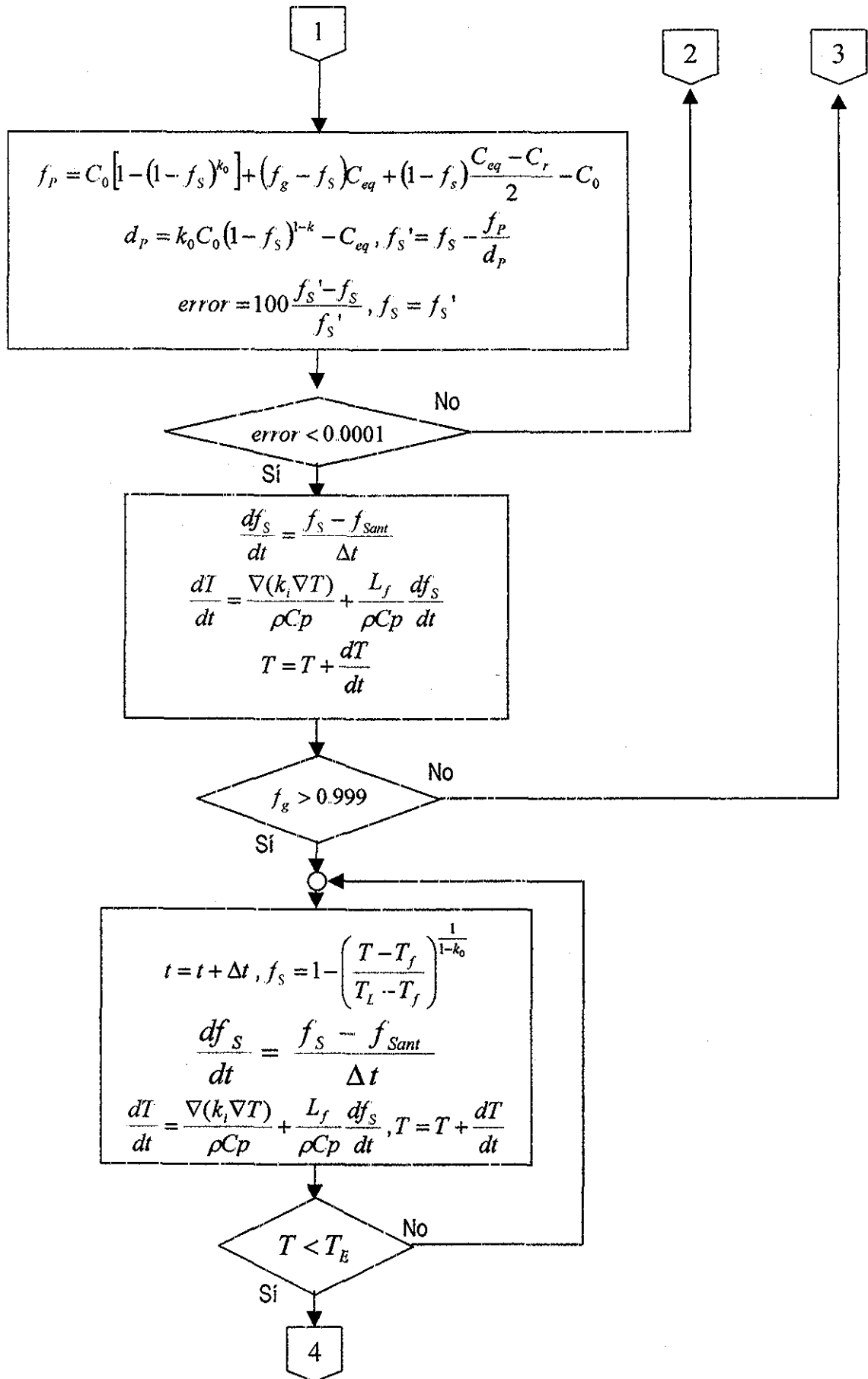
Los pasos (b) a (f) anteriormente descritos, se repiten hasta que el cálculo alcanza la convergencia del calor latente actual y el calculado en el ciclo anterior.



ANEXO "B"

DIAGRAMA DE FLUJO CORRESPONDIENTE AL PROGRAMA DE COMPUTO DONDE SE  
IMPLEMENTÓ EL MODELO DESARROLLADO





4

$$N_E = 5.21E8 + 3.56E6 \left( \frac{dT}{dt} \right)^2$$

$$X_d = f_s, R_{E\text{tot}} = \left( \frac{3}{4} \pi N_E \right)^{\frac{1}{3}}$$

$$t = t + \Delta t, X_d = 1 - \left( \frac{T - T_f}{T_L - T_f} \right)^{\frac{1}{1-k_0}}, dX_d = X_d - X_{dant}$$

$$\Delta T_E = T_E - T$$

$$R_E = R_E + 5E - 6(\Delta T_E)^2 \Delta t (1 - f_s), X_E = \left( \frac{R_E}{R_{E\text{tot}}} \right)^3$$

$$dX_E = X_E - X_{Eant}$$

$$dX_d' = dX_d e^{-X_E - X_d}, dX_E' = dX_E e^{-X_E - X_d}$$

$$X_d = X_d + dX_d', X_E = X_E + dX_E'$$

$$f_s = X_d + X_E, \frac{df_s}{dt} = \frac{f_s - f_{sant}}{\Delta t}$$

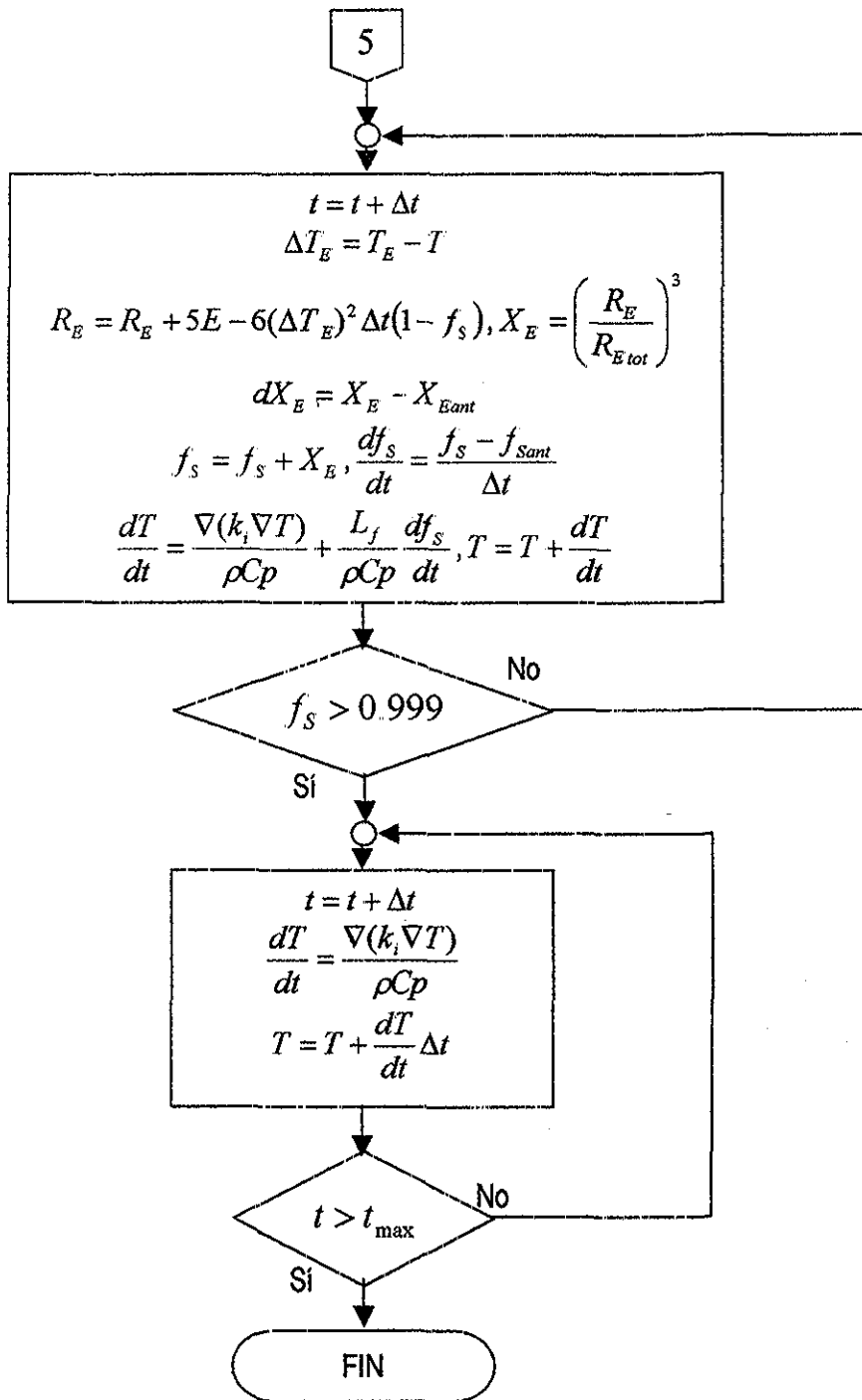
$$\frac{dT}{dt} = \frac{\nabla(k_i \nabla T)}{\rho C_p} + \frac{L_f}{\rho C_p} \frac{df_s}{dt}, T = T + \frac{dT}{dt}$$

Yes No

$T > T_{ant}$

5

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN



TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

## REFERENCIAS

- 1 J.S. Shelley, R. LeClaire, J. Nichols, "Metal-Matrix Composites for liquid rocket engines", JOM, 2001, 18-21.
- 2 J. Hashim, L. Looney, M.S.J. Hashmi, "Particle distribution in cast metal matrix composites-Part I", Journal of Materials Processing Technology, 123, 2002, 251-257.
- 3 Kraft T., Exner H.E. "Numerical Simulation of Solidification. Part 3: Prediction of Microstructure" Z. Metallkd, 88, No. 4 (1997), 278-290.
- 4 Trivedi R., Kurz W. "Solidification Microstructures: A Conceptual Approach", Acta Metall. Mater., 42, 15-23, 1994.
- 5 Kurz W. et al "Solidification microstructures: recent developments and future directions", Acta Metall. Mater., 38, 1, 1-17, 1990.
- 6 Lesoult G. "Prediction of Cast Structures, Segregations and defects: Progress and Tendencies", Modeling of Casting, Welding and Advanced Solidification Processes V, M. Rappaz, R. Ozgu and K.W. Mahin, editors, The Minerals, metals and materials Society, TMS (1991), 363-374.
- 7 B. Dutta, S. Mannikar, M.K. Surappa, "Solidification studies in aluminium matrix composites", Inorganic Matrix Composites, The Mineral, Metals & Materials Society, 1996, 15-30.
- 8 Campbell J. "Solidification Modeling: Current limitations and future potential" Mater. Sci. Tch., 7, 1991, 885-894.
- 9 Nastac L., Stefanescu D.M. "Macro Transport-Solidification Kinetics Modeling of Equiaxed Dendritic Growth: Part 1 Model Development and Discussion", Metallurgical and Materials Transactions A, 27A, 1996, 4061-4083.
- 10 Kraft T., Exner H.E., "Numerical Simulation of Solidification. Part 1: Microsegregations in Binary Alloys", Z. Metallkd, 87, No. 7, 1996, 508-611.
- 11 Kraft T., Exner H.E., "Numerical Simulation of Solidification. Part 2: Microsegregations in Ternary and Multicomponent Alloys", Z. Metallkd, 87, No. 8, 1996, 652-660.
- 12 Stefanescu D.M. "Methodologies for Modeling of Solidification Microstructure and Capabilities" ISIJ International, 35, 1995 No. 6, 637-650.
- 13 "Computer Simulation of Microstructural Evolution", Ed. Srolovitz D.J., The Metallurgical Society, Warrendale, Pa., 1986.
- 14 H. Shuping, Z. Weimin, R. Fuzhan, "Progress in the micro-modeling of the casting solidification process", Journal of Materials Processing Technology, 123, 2002, 361-370.
- 15 Sasikumar R., Exner H.E. "Coupling of microsegregation models to heat flow simulation in castings", Modelling Simul. Mater. Sci. Eng., 1, 1992, 19-27.

- 
- 16 X. Yan, F. Xie, M. Chu, Y.A. Chang, "Microsegregation in Al-4.5Cu wt.% alloy; experimental investigation and numerical modeling", *Materials Science and Engineering*, A302, 2001, 268-274.
  - 17 Stefanescu D.M. "Heat transfer Solidification Kinetics modeling of solidification of castings", *Met. Trans. A*, 21A, 1990, 997-1006.
  - 18 A.E. Ares, S.F. Gueihman, C.E. Schvezov, "Semi-empirical modeling for columnar to equiaxed growth of alloys", *Journal of Crystal Growth*, 241, 2002, 235-240.
  - 19 Laxmanan V., "Dendritic Solidification: I-Analysis of Current Theories and Models; II-A Model for Dendritic Growth Under an Imposed Thermal Gradient", *Acta Metall. Mater.*, 41, 1985, 1023-1035, 1037-1049.
  - 20 Trivedi R., Kurz W., "Dendritic Growth", *Int. Mater. Rev.*, 39, 1994, 49-74.
  - 21 Minkoff I., *Solidification and Cast Structures*, Wiley New York, 1986.
  - 22 Lipton J., "Dendritic growth into undercooled alloy melts", *Mater. Science and Eng.*, 65, 1984, 57-63.
  - 23 Lipton J., "Equiaxed dendritic growth in alloys at small supercooling", *Metall. Trans. A*, 18A, 1987, 641-345.
  - 24 Wei b., "Dendritic and Eutectic Solidification of Undercooled Co-Sb Alloys", *Acta Metall. Mater.*, 41, 1993, 1801-1809.
  - 25 Ivantsov G.P., *Dokl. Akad. Nauk., USSR*, 58, 1947, 567.
  - 26 Langer J.S., Muller-Krumbhaar H., *J. Cryst. Growth*, 42, 1977, 11-19.
  - 27 Kurz W., Fisher D.J., *Fundamentals of Solidification*, Trans Tech Publications, Swisterland, 1986.
  - 28 Jackson K.A., Junt J.D., *Trans AIME*, 1966, 1129.
  - 29 Fisher D.J., Kurz W. "A theory of branching limited growth of irregular eutectics", *Acta Metall. Mater*, 28, 1980, 777-794.
  - 30 Jones H., Kurz W., *Z. Metallkd*, 72, 792-798, 1981.
  - 31 Y. Cai, M.J. Tan, G.J. Shen, H.Q. Su, "Microstructure and heterogeneous nucleation phenomena in cast SiC particles reinforced magnesium composite", *Materials Science and Engineering*, A282, 2000, 232-239.
  - 32 Rappaz M. "Modeling of microstructures formation in solidification process", *Int. Mater. Rev.*, 1989, 34, 3, 93-123.
  - 33 Rappaz M. "Solute diffusion model for equiaxed dendrite growth", *Acta Metall.*, 35, 1987, 1487-1497.
  - 34 C.S. Kanetkar, D.M. Stefanescu, "Macro-Micro Modeling of Solidification of Hypoeutectic and Eutectic Al-Si Alloys", *AFS Transactions*, 60, 1988, 591-598.
  - 35 I. J. Polmear, *Light Alloys, Metallurgy of the Light Metals*, 1995, Ed. Arnold, pp. 176-184.
  - 36 Jonson W.A., Mehl F., *Trans. AIME*, 135, 1939, 416.

- 
- 37 M. Rappaz, P.H. Thévoz, "Solute Diffusion Model for Equiaxed Dendritic Growth", *Acta Metall.*, vol. 35, 1987, 1487-1497.
- 38 C. González-Rivera, B. Campillo, M Castro, M. Herrera, J. Juárez-Islas, "On the local microstructural characteristics observed in sand cast Al-Si alloys", *Materials Science & Engineering A*, A279, 2000, 149-159.
- 39 William H. Press, *Numerical Recipes in C, The Art of Scientific Computing*, Second Edition, Cambridge University Press, 1997, 50-55.
- 40 T. Magnusson, L. Arnberg, "Density and Solidification Shrinkage of hypoeutectic Aluminum-Silicon Alloys", *Metallurgical and Materials Transactions A*, 32A, 2001, 2065-2613.
- 41 J. Braszczyński & A. Zyska, "Analysis of the influence of ceramic particles on the solidification process of metal matrix composites", *Materials Science and Engineering*, A278, 2000, 195-203.
- 42 J.K. Kim & P.K. Rohatgi "Nucleation on Ceramic Particles in Cast Metal-Matrix Composites", *Metallurgical and Materials Transactions A*, 31A, 2000, 1295-1304.
- 43 R.G. Berman and T.H. Brown, *Contrib. Miner. Petrol.*, vol. 89, 1985, 168-183.; *Ibid.* Vol. 94, 1986, 262.
- 44 J. Braszczyński, A. Zyska, "Analysis of the influence of ceramic particles on the solidification process of metal matrix composites", *Materials Science and Engineering*, A278, 2000, 195-203.
- 45 D. Yamamoto, A. Amaro, A. García H., C. González R., "Modification and refinement treatments in cast Al-Si/SiC composites", *AFS Transactions*, 1994, vol. 169, 943-947.
- 46 I.G. Chen, D.M. Stefanescu, "Computer-Aided Differential Thermal Analysis of Spheroidal and Compacted Graphite Cast Irons", *AFS Transactions*, 30, 1984, 947, 964.
- 47 Osama A. Hamed, M.A. Shady, A.R. El-Desouky, "Creep behavior of a cast 359/SiC/10p aluminum composite", *Materials and Design*, 22, 2001, 473-479.
- 48 R.T. Dehoff, F.N. Rhiner, *Quantitative Metallography*, McGraw-Hill, New York, 1968, 425-428.
- 49 Frás E., Kapturckiewicz W. "A new concept in thermal analysis of castings", *AFS Transactions*, 101, 1993, 505-510.
- 50 Upadhya K.G. et al "Computer-Aided Cooling Curve Analysis: Principles and Applications in Metal Casting", *AFS Transactions*, 97, 89-47, 1989, 61-66.
- 51 Frás E., Kapturckiewicz W. "Numerical Simulation and Fourier Thermal Analysis of Solidification Kinetics in High Carbon Fe-C Alloys", *Metallurgical and Materials Transactions B*, 28B, 1997. No. 6, 115-123.