76

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE ESTUDIOS SUPERIORES ZARAGOZA

EL USO DE LOS PROCESOS DE AGRUPACIÓN EN LA SOLUCION DE SITUACIONES DE ADICIÓN Y SUBSTRACCIÓN EN NIÑOS DE 2º GRADO DE PRIMARIA

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE

LICENCIADA EN PSICOLOGÍA

P R E S E N T A :

ABIGAIL PEREZ RODRÍGUEZ

ASESOR: MTRO. ALVARO BUENROSTRO A.

MÉXICO, D.F. 2002

A mis padres:

Porqué todo me lo han dado
Y nada me han pedido.

A mi asesor, maestro y amigo:

Alvaro Buenrostro por su paciencia,
enseñanza y amistad brindada.

A los maestros del jurado:

Por su buena disposición y
colaboración para con migo.

INDICE

INTRODUCCION

En la actualidad la educación en México adolece fuertes carencias y evidentes situaciones difíciles de resolver. Problemáticas como el bajo rendimiento escolar son verdaderamente complejas, tanto por los factores internos como externos que condicionan a éste.

Sin duda la Psicología Educativa no pretende ni puede abarcar tan amplio margen de problemáticas, sí en cambio puede realizar aportes significativos que contribuyan a atenuar aspectos claves de estas problemáticas dentro de los marcos de acción que le compete.

El bajo rendimiento escolar es un fenómeno complejo que afecta a un número significativo de estudiantes que cursan la escuela primaria. Autores como Abugaber, Blanco & López, 1981; Latapí, 1992; Reyes & Boltvinik, 1987; Schmelkes, 1995; señalan que el mayor número de niños que presentan bajo rendimiento escolar, desertan y repiten el grado en la escuela primaria, se ubica en los tres primeros grados. Los niños con bajo rendimiento escolar son aquellos que arrastran continuamente una asignación de bajas calificaciones, a estos se suman aquellos que repiten el grado por reprobación.

Considerando que en los primeros grados de la educación primaria se pone un mayor énfasis en la enseñanza de los fundamentos tanto de la lectoescritura como de la aritmética y tomando en cuenta que con regularidad la aritmética se considera como un factor que puede incidir con amplia relevancia en el éxito o fracaso del estudiante (Schiefelbein & Wolff, 1993; Schmelkes 1995) es de considerable importancia que estos niños cuenten con alternativas donde la enseñanza de la aritmética deje de ser para ellos un generador ansiedad, miedo o desánimo que lleve al fracaso escolar. Por tanto, es importante elaborar alternativas estructuradas que propicien una participación activa por parte del estudiante, creando en él una sensación de confianza en su propio desempeño contribuyendo, de esta manera, a un mejor aprovechamiento escolar.

El propósito general de esta tesis es aportar evidencia práctica acerca del empleo de los procesos de agrupación en la solución de situaciones de adición y substracción con números de dos dígitos, utilizando para ello actividades didácticas diseñadas especialmente para promover el uso de dichos procesos.

Se exponen algunos aspectos importantes en el aprendizaje de la aritmética básica. En el primer capitulo se presentan los dominios y procesos de la aritmética básica, tomando como punto de partida un esquema propuesto por Buenrostro (1998) donde se resalta tanto la importancia de los dominios aritméticos como de los procesos y acciones que dan sentido a dichos dominios.

En el segundo capitulo se describen de manera más amplia y detallada los procesos de agrupación; donde el agrupamiento, el desagrupamiento y el intercambio son las partes componentes; se exponen también cada una de las habilidades necesarias para el óptimo desarrollo de dichos procesos; en el apartado que trata acerca del agrupamiento se presentan de manera gráfica tres tipos de materiales didácticos empleados para una mejor comprensión del agrupamiento en la enseñanza básica de la aritmética.

En el tercer capitulo se presenta una amplia explicación de la forma en que inciden los procesos de agrupación en tres aspectos centrales de la aritmética básica, que son el sistema numérico escrito, el sistema numérico oral y las operaciones de adición y substracción; cada uno con características propias y al mismo tiempo semejantes al reconocer en ellas las relaciones que se generan entre los números implicados.

El capitulo cuatro contiene el diseño y desarrollo del trabajo realizado con los niños participantes; con éste se pretendió que los niños resolvieran problemas de adición y substracción con números de dos dígitos usando estrategias de agrupación. La investigación se dividió en cinco fases; I Evaluación inicial; II Análisis de las respuestas de los niños dadas a la evaluación inicial; III Diseño de actividades didácticas; IV Intervención y V Evaluación final.

En el capitulo cinco se expone el tratamiento que se dio a los datos obtenidos al finalizar la investigación y se presenta el análisis final de los resultados.

Por último, en las conclusiones se hacen algunas reflexiones finales.

CAPITULO 1

DOMINIOS Y PROCESOS DE LA ARITMETICA BASICA

El aprendizaje de la aritmética requiere del desarrollo óptimo de diversos procesos cognitivos que el niño va construyendo constantemente en sus actividades cotidianas en el hogar, en la escuela y en su comunidad. Los niños se encuentran rodeados de información matemática desde pequeños. Antes de haber llegado a la edad escolar, sus conocimientos informales acerca de los números a veces son limitados y sus significados no son totalmente adecuados, pero constituyen la base principal para fincar sobre ellos ese nuevo conocimiento formal que inicia al comenzar su etapa escolar.

Durante el comienzo de la etapa escolar el niño desarrolla ciertos procesos cognitivos y de actuación, tabla 1.1, que facilitan el acceso a los dominios aritméticos necesarios para el manejo adecuado de los números y sus relaciones. El niño requiere del desarrollo de estructuras conceptuales y procedimientos que debe manejar para poder ser calificado escolarmente, como competente en el terreno de la aritmética.

La teoría del desarrollo conceptual describe a las representaciones cognoscitivas de los conceptos matemáticos como una interacción del resultado de la reestructuración de los datos y sus relaciones, señalada por Piaget, como las relaciones entre el entorno del niño y la manipulación activa del mismo (Resnick & Ford, 1990).

Los procesos cognitivos son descritos como un producto de las estructuras del conocimiento tanto conceptuales como de procedimientos sobre los que se debe centrar la enseñanza. Los procesos cognitivos y de actuación propuestos por Buenrostro (1998 tabla 1.1) son parte importante de la construcción del desarrollo conceptual de la aritmética básica y de estos depende la utilización que se haga de las estructuras del conocimiento. Concibe además que la mente humana almacena diversas estrategias de resolución de problemas que ayudan a interpretar diversos tipos de problemas, por tanto para explicar la resolución de los problemas matemáticos considera tanto los tipos de estructuras matemáticas que posee la persona, como las estrategias que aplica para acceder a sus conocimientos para poder detectar relaciones entre sus acciones y las posibles estructuras sobre las cuales se generan (Resnick & Ford, 1990).

Buenrostro propone un esquema en el que resalta tanto la importancia de los dominios de la aritmética con los que entra en contacto el niño de los primeros grados escolares; como de los procesos que construye y que dan sentido a dichos dominios. Dicho esquema se presenta en la tabla 1.1

DOMINIOS		
Sistema de numeración verbal	Sistema de numeración escrito	Adición y substracción
▪ Enumeración ▪ Orden ▪ Asignación del valor	▪ Representación numérica ▪ Agrupamiento ▪ Desagrupamiento ▪ Asignación del valor	▪ Problemas con números de un solo dígito ▪ Problemas con números multidigitales

PROCESOS COGNITIVOS Y DE ACTUACIÓN			
Procesos de cuantificación	Procesos de agrupación	Procesos de comparación	Métodos de solución de adición y substración
▪ Conteo de unidades simples ▪ Conteo de grupos ▪ Conteo hacia adelante ▪ Estimación	▪ Agrupamiento ▪ Desagrupamiento ▪ Intercambio	▪ Mayor-menor ▪ Parte todo ▪ Igualdad ▪ Agrupamiento ▪ Desagrupamiento ▪ Intercambio	▪ Métodos para números de un solo dígito ▪ Métodos para números multidigitales

Tabla 1.1 Dominios y procesos aritméticos

Enseguida se describe brevemente cada uno de los dominios y procesos señalados en este esquema.

- El sistema de numeración verbal es el orden lineal en que el niño aprende a recitar los números (serie numérica oral). Con el dominio de la serie numérica oral el niño puede enumerar, ordenar y asignar valores a cualquier colección de objetos.

- El sistema de numeración escrito es la simbología que representa a cada una de las palabras recitadas en la serie numérica oral; se compone básicamente de diez dígitos (1,2,3,4,5,6,7,8,9,0) que al combinarse representan una cantidad infinita de números, compuestos de dos o más dígitos (números multidigitales). Este sistema involucra necesariamente el agrupamiento y el desagrupamiento que requiere el sistema de base 10, el cual rige nuestro sistema numérico.

- La adición y la substracción comprenden problemas con números de un solo dígito y problemas con números multidigitales. Es importante señalar la diferencia que hay entre estos dos tipos de problemas ya que en los primeros los recursos y las estrategias parecen no presentar gran dificultad. Para solucionar este tipo de situaciones es suficiente el empleo de sus dedos o de objetos físicos para modelar las acciones o relaciones directamente. Al enfrentarse a problemas con números multidigitales los recursos y las estrategias iniciales no son suficientes debido al tipo de relaciones que adquieren los números dentro de cada cantidad, por lo tanto es importante comprender y dominar las relaciones que rigen a los números multidigitales.

Para lograr la adquisición de estos dominios el niño desarrolla procesos cognitivos que se van integrando a su esquema conceptual, modificando poco a poco sus concepciones y habilidades matemáticas.

- Los procesos de cuantificación comprenden el conteo de unidades simples es decir, el conteo de cada uno de los objetos presentados; el conteo de grupos en donde teniendo objetos agrupados el niño puede contar el número de agrupaciones obtenidas y no el total de objetos o el número de objetos en cada agrupación. El conteo hacia adelante es aquel en el que se inicia el conteo a partir de un número determinado; y por último la estimación que consiste en hacer una aproximación acerca de la numerosidad de un conjunto determinado de objetos.

- Los procesos de agrupación se refieren a la capacidad de formar grupos de objetos con una finalidad definida, que puede ser el mismo agrupamiento, el intercambio de cada uno de los grupos formados por un elemento equivalente en valor, o bien el desagrupamiento de una determinada parte del grupo. Estas tres partes de los procesos de agrupación adquieren características propias que se describen enseguida.

1.- El agrupamiento puede dividirse en tres procesos distintos; *formación de grupos* que consiste en separar un número definido de objetos de un conjunto mayor para así formar pequeños grupos; *el conteo por grupos* es determinar el total de objetos empleados sin necesidad de contar cada uno de los objetos; y *el* *conteo de grupos* es señalar verbalmente la cantidad de agrupaciones logradas con los objetos.

2.- El desagrupamiento consiste en la posibilidad de separar objetos de un grupo ya formado con la finalidad de realizar desagrupamientos congruentes al agrupamiento inicial.

3.- El intercambio es la construcción de grupos para su posterior cambio por elementos que tengan la misma equivalencia.

- Los procesos de comparación involucran relaciones de contraste en cuanto a tamaño entre dos o más cantidades. La comparación puede hacerse tanto con material manipulable como con símbolos numéricos o dibujos de colecciones impresas. Estos procesos comprenden la diferencia entre magnitudes, (mayor, menor) *¿quién tiene más? ¿qué número es más grande? etc.;* la igualdad, que determina la exacta correspondencia o equivalencia entre colecciones o símbolos, y las relaciones parte-parte-todo de los números, ya que cada uno puede ser un conjunto de partes formando un todo o bien un todo que puede llegar a formar parte de otro todo mayor.

- Los métodos de solución de adición y substracción consisten en emplear todo tipo de acciones aritméticas para llegar al resultado de una situación (problema matemático) presentado. Los métodos de solución dependerán de las habilidades particulares que cada individuo tenga acerca de los dominios y procesos cognitivos y de actuación, así como del conocimiento y empleo que haga de los números. El uso de los números multidigitales en la adición y la substracción involucran necesariamente los procesos cognitivos de agrupación. La aplicación y el manejo que el niño haga de estos procesos será determinante para comprender las estrategias que emplee ante estas situaciones.

En el siguiente capítulo se describen y especifican cada uno de los aspectos que integran a los procesos de agrupación.

CAPITULO 2

PROCESOS DE AGRUPACION

El agrupamiento, el desagrupamiento y el intercambio son las partes componentes de los procesos de agrupación. Estas habilidades son necesarias tanto para la comprensión del significado de los números como para la representación mental de los mismos. Dichas partes forman la base para la comprensión de las relaciones de agrupación que adquieren los números al formar parte de un número compuesto por dos o más dígitos (números multidigitales).

La concepción que los niños tengan de los números multidigitales determina, entre otras cosas, la manera en la que resuelven y comprenden las operaciones aritméticas. Un proceso cognitivo importante que le permite al niño concebir a estos números como entidades compuestas por grupos y unidades simples es el que Lamon (1994, p. 92) denomina "unitización" (unitizing) el cual describe como "la habilidad para construir una unidad de referencia o todo unitario, y entonces interpretar una situación en términos de esa unidad...". Así, por ejemplo, un niño puede entender el número 56 no sólo como 56 unidades, sino también como cinco unidades de 10 elementos y seis unidades simples o como cinco grupos de 10 y seis unidades. De tal forma que cuando se presentan situaciones de adición y substracción, el niño puede comprender que no está trabajando con números independientes, es decir en el caso específico del 56, sabe que los números 5 y 6 no son un cinco y un seis como unidades simples, sino que el primer número (5) representa una cantidad mucho mayor (50) que el segundo (6). Este sencillo ejemplo muestra como los números de dos o más dígitos se conforman a partir de agrupamientos y no sólo eso ya que de igual forma pueden ser desagrupados invirtiendo el proceso, o bien se pueden intercambiar unidades simples por unidades agrupadas mediante un apareamiento de igualdad. Esto se explica con mayor detalle en los tres siguientes apartados.

EL AGRUPAMIENTO

Agrupar es la habilidad de formar grupos o separar varias veces un número definido de objetos que antes fueron parte de un conjunto mayor. Esta es la finalidad primordial del agrupamiento.

Para lograr esta habilidad es necesario que el niño domine de forma eficiente el conteo; Van de Walle (1990), ha identificado tres reglas o principios generales que son requisito para un buen conteo:

- La regla del orden estable: Afirma que las palabras usadas en el conteo deben ser la misma hilera de palabras de un conteo al siguiente. Este principio de conteo se desarrolla antes de que los niños aprendan la secuencia correcta de los numerales. Esto es, niños que usen una secuencia incorrecta de numerales, tales como "uno, dos, tres, cinco, siete" repetirán la misma secuencia cada vez que cuenten, hasta que evolucione su conteo y adquieran un orden estable correcto de la secuencia.

- La regla uno a uno: Señala que cada numeral debe aparearse exactamente al objeto que está siendo contado.

- La regla de abstracción: Indica que cualquier colección de objetos puede ser contada; la colección no tiene que exhibir uniformidad. Niños entre los dos y tres años aplican los procedimientos de conteo a colecciones de objetos físicos distintos.

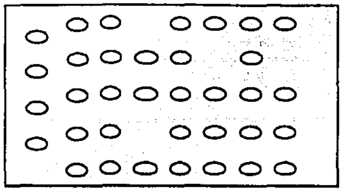
Estos tres principios de conteo y un dominio de la secuencia estándar de los numerales son suficientes para que los niños "cuenten", aunque de una manera estrictamente procesual. Con el desarrollo de dos principios adicionales, comienza la construcción del conocimiento conceptual del número. Cada regla representa una etapa en el aprendizaje de contar significativamente. Estos dos principios adicionales son:

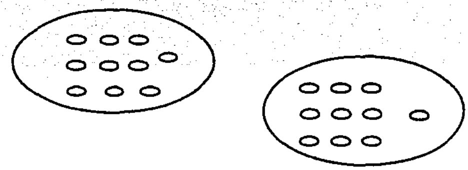
- La regla de cardinalidad: Al realizar el conteo de una colección de objetos el niño puede reproducir inmediatamente el número verbalizado al final del conteo para responder a la pregunta ¿cuántos contaste?.

- La regla de irrelevancia del orden: La numerosidad de un conjunto al ser contado de izquierda a derecha o de arriba hacia abajo será la misma que si se cuenta de derecha a izquierda o de abajo hacia arriba.

Cuando el niño encuentra significado a su proceso de conteo el agrupamiento resulta más sencillo ya que su conteo tiene un objetivo definido. Que puede ser:

Formar grupos pequeños o agrupamientos de 10 elementos, que son parte de una colección mayor a la cantidad de elementos que componen el agrupamiento.

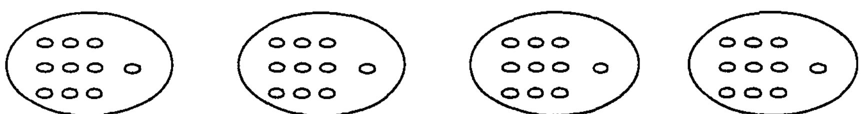




Colección inicial de elementos

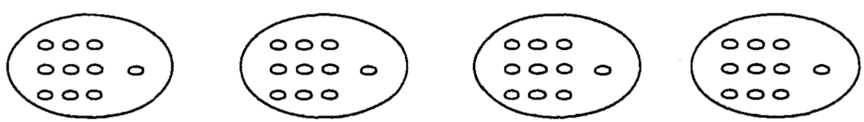
agrupamientos de diez elementos obtenidos de la colección incial.

Contar por grupos el total de objetos agrupados, especificamente el conteo de agrupamientos de 10 puede realizarse siguiendo un continuo conocido como conteo por decenas.



10 20 30 40

Contar el número de agrupamientos obtenidos, sin pretender conocer el número total de elementos agrupados.



1 2 3 4

cuatro grupos de diez

Al enfrentarse a los números multidigitales, es necesario que el niño lleve a cabo una reestructuración en la forma en que han sido concebidos los primeros nueve dígitos de la serie numérica ya que ahora la estructura de estos números adquiere un sistema diferente de relación entre cada uno de los dígitos que componen al número. Esta relación esta basada en un sistema rígido de base diez es decir, de agrupaciones de diez y unidades simples, que es la forma en que se maneja el sistema numérico arábigo.

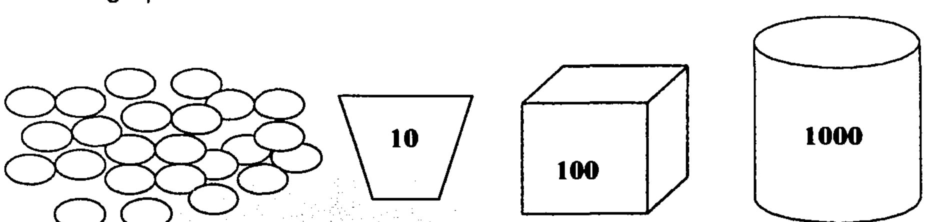
Para generar esquemas más sólidos y perdurables de la estructura de los números multidigitales es importante el uso de material manipulable que promueva una mayor flexibilidad en el manejo de estos números.

MATERIALES PARA LA ENSEÑANZA DEL AGRUPAMIENTO

Para una mejor comprensión del agrupamiento en la enseñanza básica de la aritmética es conveniente el uso de material manipulable, que pueden ser canicas, piedritas, fichas, etc. Thompson (1990) señala dos clases de materiales básicos usados para la enseñanza del agrupamiento: agrupados y preagrupados. Con el uso de estos materiales se espera que el niño incorpore o represente el conocimiento conceptual, haciendo una conexión de éste con las representaciones orales y simbólicas.

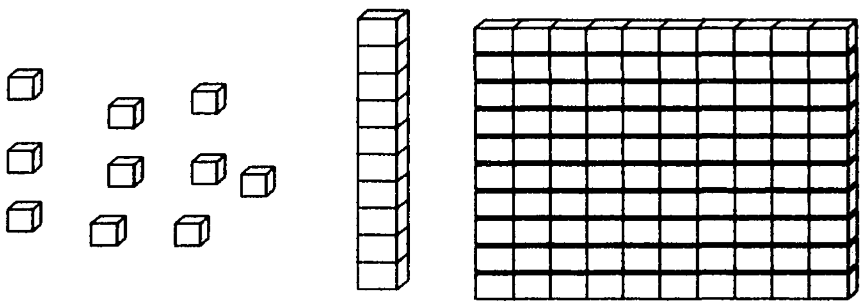
MATERIALES NO AGRUPADOS

Los materiales no agrupados simplemente son objetos individuales tales como dulces, cubos o fichas que los niños forman en grupos. Por ejemplo, si un niño tiene suficientes dulces para formar un grupo de 10, esos dulces pueden ser colocados en una bolsa de plástico o un vaso y ser usado como una unidad, un grupo de diez o decena. Diez vasos o diez bolsas de diez dulces, diez grupos de diez, pueden ser tomados como un nuevo grupo y convertirse en la siguiente unidad llamada centena, y de la misma manera puede conseguirse un grupo de mil con diez grupos de cien.

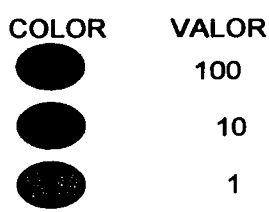


MATERIALES PREAGRUPADOS

En contraste con el material no agrupado, los materiales preagrupados están formados en grupos ya de antemano. Cuando el niño tiene suficientes objetos para formar un grupo, estos objetos son intercambiados por uno diferente que reemplaza o representa al grupo de objetos que se habrán de intercambiar. Hay dos tipos de materiales preagrupados, los proporcionales (por ejemplo, los bloques de base 10) y los no proporcionales. La característica esencial de los primeros es la de que cada pieza es físicamente diez veces más grande que la siguiente pieza de menor tamaño. La pieza de las decenas, es diez veces más grande que la pieza de las unidades y la pieza de las centenas es diez veces más grande que la pieza de las decenas.



Los segundos, son aquellos a los cuales se asigna un valor arbitrario y no representa en tamaño el valor asignado, por ejemplo al usar fichas asignándoles un valor de manera arbitraría según el color. Las azules valdrán 1, las rojas 10 y las verdes 100 etc. De hecho nuestro sistema monetario es representativo de este tipo de agrupamiento no proporcional donde el valor del objeto no tiene una razón intrínseca.



Manejar este tipo de material requiere de un grado de abstracción mayor al que requiere el empleo del material proporcionalmente agrupado ya que en éste la distribución del objeto no refleja físicamente el equivalente del valor otorgado.

Estos materiales son empleados como una herramienta de gran utilidad no solo para la enseñanza del agrupamiento ya que de igual forma el desagrupamiento mantiene un manejo semejante de las acciones realizadas en su empleo, como se muestra a continuación.

DESAGRUPAMIENTO

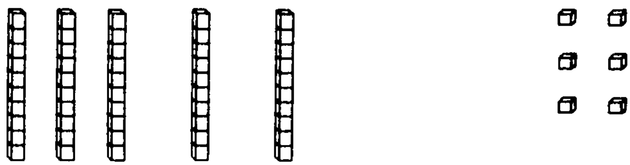
Dentro de los procesos de agrupamiento, el desagrupamiento es un constante manejo de incremento y/o decremento en las relaciones que adquieren los dígitos al formar parte de un número multidigital. La concepción de que un número puede ser desagrupado en dos, tres o más partes y cada una de ellas puede ser representada por otro número, integra dentro de este proceso la posibilidad de partir un número en partes más pequeñas que forman un todo (parte-parte-todo); o como en el agrupamiento, de incorporar este mismo número como una parte de otro todo mayor.

El desagrupamiento cumple una función desintegradora del número y promueve mayor flexibilidad en el manejo que el niño haga de los números multidigitales a través de la composición y descomposición de cantidades; sin la necesidad de que las partes en que se haya desintegrado el número sean equivalentes.

El uso de material preagrupado proporcional facilita de manera sencilla e importante el desagrupamiento de cantidades o números multidigitales.

Ejemplo:

Se tiene el número 56 representado con material preagrupado proporcional de base 10, y se requiere que sea desagrupado en dos partes; lo más sencillo es colocar de un lado los cubitos y del otro lado las barritas de diez.



50 y 6

Otra forma sencilla de desagrupar podría ser de la siguiente manera.

30 y 26

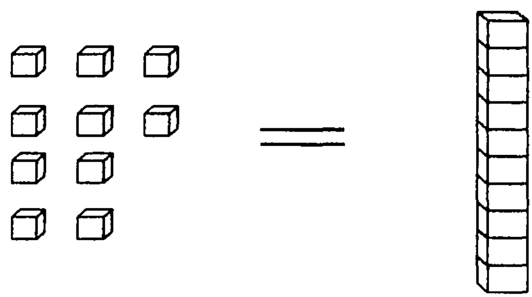
Las diferentes formas en que los números pueden ser desagrupados son varias sin embargo lo esencial del ejercicio para el aprendizaje del niño es que aún estando separadas las cantidades el número sigue siendo el mismo.

Por último se describe el intercambio como parte de los procesos de agrupación.

INTERCAMBIO

El intercambio consiste en construir grupos para su posterior cambio, por objetos que tengan la misma equivalencia. Para esto es necesaria la comparación entre cantidades para determinar su posible igualdad y así poder realizar el intercambio al haber comprobado que las partes a intercambiar son equivalentes.

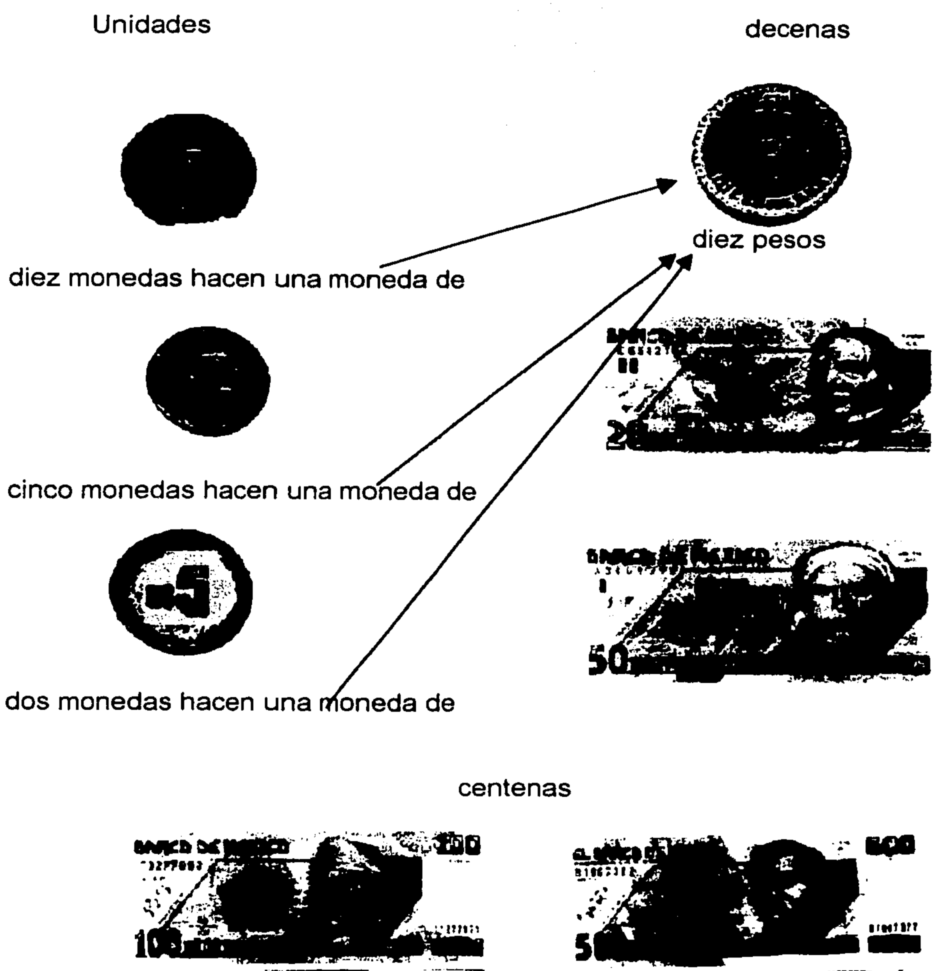
Un buen manejo del concepto de la igualdad es fundamental en este proceso de intercambio, ya que el requisito primordial para su empleo es precisamente que las partes a intercambiar tengan el mismo valor, es decir que sean equivalentes. El material preagrupado proporcional resulta una buena herramienta para introducir de manera sencilla la construcción de un esquema lógico de igualdad. El empleo de este material hace notar que hay diferentes clases de agrupamiento, a los primeros y más sencillos se les llama decenas, después siguen las centenas, a estas le siguen los millares, etc. y que estos agrupamientos pueden ser intercambiables entre sí, siempre y cuando se ajusten al esquema de la igualdad.



diez cubitos formados en línea   equivalen   a una barrita

Durante el trabajo de enseñanza es conveniente desplazar poco a poco el uso de los materiales preagrupados proporcionales por el de los no proporcionales empleándose de la misma forma que el primero.

El ejemplo más contundente del manejo cotidiano que se hace de este tipo de intercambio no proporcional está presente en el uso del sistema monetario que se emplea en México. La representación de las unidades se tiene en monedas de uno, dos y cinco pesos; la representación de las decenas se encuentra en las monedas de diez pesos, los billetes de veinte y los de cincuenta pesos; las centenas son representadas con billetes de cien, doscientos y quinientos pesos.



Donde los valores se diferencian por el color, la numeración y/o el emblema correspondiente.

Estos tres procesos de agrupación son empleados constantemente en la aritmética durante prácticamente toda la vida escolar. Por lo tanto un buen esquema conceptual de estos procesos y el dominio que de ellos logre hacerse redituará en mejores habilidades aritméticas.

CAPITULO 3

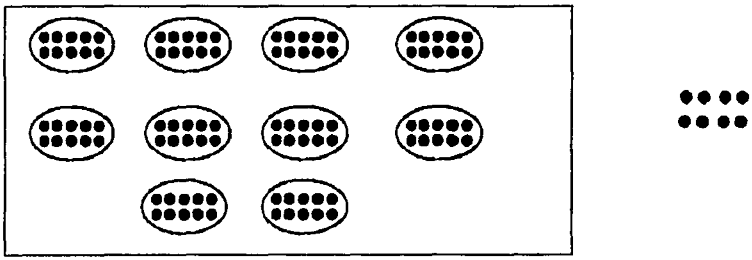
EL AGRUPAMIENTO EN LOS SISTEMAS DE NUMERACION, LA ADICION Y LA SUBSTRACCION

El uso de los procesos de agrupación en la aritmética básica es elemental y necesario. El sistema de numeración que se usa en México tanto en su modalidad verbal como escrita contienen en su estructura funcional y de composición este tipo de procesos, ya que mantienen una organización decimal, es decir, se rigen por el manejo de agrupamientos de diez. El empleo que se hace de estos sistemas numéricos al realizar operaciones de adición y substracción también conllevan inmersos, en el procedimiento de solución, tales procesos.

EL SISTEMA NUMERICO ESCRITO

El sistema numérico escrito como todo sistema numérico, emplea marcas escritas para representar el valor de las cantidades. Las marcas numéricas escritas que utiliza este sistema para representar cualquier cantidad son: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0. En este sistema es necesario emplear agrupaciones sistemáticas y uniformes de diez en diez debido a que, como se dijo anteriormente, es un sistema decimal.

El siguiente es un ejemplo de la manera en que se realizan los agrupamientos del sistema decimal



Los puntos que quedan sin agrupar se denominan unidades simples, los grupos encerrados con óvalos son decenas simples y el grupo marcado con un rectángulo es una centena simple.

Si hubiese más puntos se podrían seguir agrupando las centenas y se tendría un nuevo grupo llamado unidades de millar, y así sucesivamente. En general, contando de la manera descrita los objetos de cualquier conjunto, se tendrán las siguientes agrupaciones:

Unidades simples, que son aquéllas que quedan sin agrupar
Decenas simples, cada una formada por diez unidades
Centenas simples, cada una formada por diez decenas simples
Unidades de millar, cada una formada por diez centenas simples
Decenas de millar, cada una formada por diez unidades de millar
Centenas de millar, cada una formada por diez decenas de millar, etc.
(Valiente, 1996)

El primer agrupamiento de diez se representa apareando el primer número de la serie (1) con el último, (0) "10" este es el primer número de la serie que ocupa 2 posiciones. El número "1" en esta cantidad indica que hay un agrupamiento de diez unidades llamado decena, y el "0" indica que en el lugar de las unidades no hay nada. Para continuar la numeración el "1" de la decena se aparea con cada una de las unidades, de la siguiente manera:

11	Un grupo de diez y una unidad
12	Un grupo de diez y dos unidades
13	Un grupo de diez y tres unidades...
19	Un grupo de diez y nueve unidades

Al terminar de aparear las nueve unidades con el primer agrupamiento de diez el siguiente número formará un segundo agrupamiento de diez que se representa como "20". Este se describe como "2" agrupamientos de diez y "0" unidades, este segundo grupo de diez también se aparea a cada una de las unidades, para llegar a un tercer agrupamiento de diez que se representa así "30". De esta forma el segmento numérico de las decenas o agrupamientos de diez pasa por cada una de las primeras diez marcas numéricas "40", "50", "60", "70", "80", "90" , "00".

Segmento de decenas	
10	Un grupo de diez y cero unidades
20	Dos grupos de diez y cero unidades
30	Tres grupos de diez y cero unidades
40	Cuatro grupos de diez y cero unidades
50	Cinco grupos de diez y cero unidades
60	Seis grupos de diez y cero unidades
70	Siete grupos de diez y cero unidades
80	Ocho grupos de diez y cero unidades
90	Nueve grupos de diez y cero unidades

Al concluir el apareamiento del décimo agrupamiento de dieces que es el 9 con las nueve unidades, el "0" pasa a ocupar el lugar de las decenas. La serie numérica se amplía ahora a tres posiciones tomando el número "1" que indica un primer agrupamiento, ahora de cien, llamado centena "100". Se describe como un grupo de cien, cero grupos de diez y cero unidades, o bien puede explicarse también como diez agrupamientos de diez.

La numeración es un continuo en el que se van integrando unidades simples al 100 y se colocan en la posición correspondiente 101, 102, 103,... al terminar de integrar las unidades simples se comienzan a integrar las decenas en orden secuencial y ascendente 110, con cada nuevo agrupamiento de diez unidades simples se repite el mismo patrón de las decenas 120, 130... hasta llegar a obtener el segundo agrupamiento de centenas "200" o dos grupos de cien. La estructura que rige los agrupamientos de cien es exactamente igual al segmento de las decenas. Tres grupos de cien 300, cuatro grupos de cien 400... nueve grupos de cien novecientos.

Un tercer agrupamiento es el que se forma al término de los diez posibles agrupamientos de cien. Este nuevo agrupamiento ocupa cuatro posiciones, 1,000 el primer número "1" indica que hay un grupo de mil, el "0" representa la ausencia de valor en cada una de las posiciones que ocupa. Con este número se inicia el segmento de los millares. Un grupo de mil 1 000, dos grupos de mil 2 000, tres grupos de mil 3 000, etc.

Este segmento se define como nuevas unidades de la siguiente manera: Las primeras tres posiciones son llamadas unidades simples, decenas simples y centenas simples. A partir de la cuarta posición se emplea nuevamente el nombre de unidades pertenecientes a millar, 1,000 unidad de millar, 10,000 decena de millar y 100,000 centena de millar; si se continúa la serie se tiene 1,000,000 unidad de millón, 10,000,000 decena de millón y 100,000,000 centena de millón.

Cada cifra que aparece en la escritura de un número recibe el nombre del orden a que corresponda; orden de unidades, de decenas o centenas. Así, en el 863, el 3 es una cifra en el primer orden, 6 es una cifra en el segundo orden y el 8 es una cifra de tercer orden. Cada tres ordenes sucesivos, ordenados a partir de las unidades forman una clase; unidades simples, unidades de millar, unidades de millón.

Unidades de Millón			Unidades de Millar			Unidades Simples		
Centena	Decena	Unidad	Centena	Decena	Unidad	Centena	Decena	Unidad
9	7	6	5	4	3	2	1	0

(SEP. Telesecundaria Conceptos Básicos, Vol. I)

Cada clase es diferenciada por una coma (,) o espacio cada tres posiciones 976,543,210. La separación de clases se efectúa de derecha a izquierda y de tres en tres, a partir de las unidades.

Una característica de primordial importancia en este sistema numérico es el principio posicional, que da a los números su valor absoluto, así como un valor relativo dentro de una cantidad, de acuerdo al lugar que ocupan unidades, decenas, centenas, etc.

3 3 3

300 30 3

Otro principio que se aplica es el multiplicativo y el aditivo, lo cual significa que un número simboliza la suma de los productos de cada una de sus cifras por el valor de cada posición.

$$333 = 3 \times 1 + 3 \times 10 + 3 \times 100 = 333$$

O bien se puede decir que cualquier número puede descomponerse en sumas de potencias de 10.

$$3 \times 10^0 + 3 \times 10^1 + 3 \times 10^2 = 333$$

De esta forma se puede apreciar cómo un número repetido en una cantidad tiene diferentes valores, según el lugar que ocupe dentro de la cantidad; a esto se llama valor posicional o relativo.

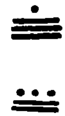
El conteo mediante agrupaciones sistemáticas y uniformes no es exclusivo de este sistema de agrupamientos de diez, el sistema numérico maya de base 20 es un ejemplo distinto de la manera en que se pueden construir los conceptos numéricos; este sistema también comparte la característica de ser posicional. El sistema vigesimal maya se asemeja al sistema decimal que empleamos en México, y sólo se diferencia de él en dos aspectos:

- Los números se colocan en sucesión vertical y no horizontal.
- Los signos que ocupan los espacios vacíos en los distintos órdenes de unidades y que vienen a ser nuestros ceros sirven para indicar la cabalidad de las cantidades. (Tonda y Noreña, 1991)

Para representar cualquier cantidad, los mayas utilizaban sólo tres símbolos: un punto • para indicar las unidades, del 1 al 4; una raya horizontal — para el número 5, dos rayas = para el 10 y tres ≡ para el 15; con los puntos correspondientes colocados en la parte superior se completaban los números del 6 al 19, como se presenta a continuación.

El tercer símbolo era una concha de caracol, el cual indicaba el primer agrupamiento de 20

Los números se escribían colocando las unidades en la parte inferior y los multiplos hacia arriba, lo que en el sistema decimal hacemos de izquierda a derecha. Al igual que en el sistema decimal, cualquier número puede ser descrito o descompuesto utilizando las sumas de potencias de 20. Así, el número 333 sería descrito de la siguiente manera:



16X20=320

333=13+(16X20) 320+13=333

13

Una cantidad mayor, por ejemplo 5,082 se describe como sigue:

Sistema decimal	Sistema vigesimal
$2 \times 10^0 + 8 \times 10^1 + 0 \times 10^2 + 5 \times 10^3$	$12 \times 20^2 = 4800$
	$14 \times 20^1 = +\ 280$
2 + 80 + 0 + 5000	$2 \times 20^0 = \underline{\quad 2}$
	5082

Al colocar las unidades, las veintenas y las veintenas de veintenas se debe dar el suficiente espacio en cada una, para que no se confundan con otros números.

Como se puede observar un sistema numérico escrito es funcional a partir de dos principios esenciales: el uso de agrupamientos uniformes y sistemáticos y el orden de ubicación que da a los números su valor posicional.

De la misma forma el sistema de numeración verbal tiene sus propias reglas a seguir que dan la estructura apropiada a su empleo como se presenta a continuación.

EL SISTEMA DE NUMERACION VERBAL

Uno de los primeros aspectos aritméticos que el niño aprende es el del orden lineal de los números al ser expresados de forma verbal:... "los números están en una línea, los niños aprenden a recitar sus nombres en orden" (Greeno, 1991, p. 188). El aprendizaje de la serie numérica oral, al ser establecido de manera formal en la escuela primaria, se dificulta por la complejidad e irregularidades que se encuentran en algunos segmentos de la serie.

Existen diferentes sistemas de numeración verbal dependiendo del idioma que se trate. Cada uno de ellos presenta particularidades que inciden no sólo en el aprendizaje del mismo sino en la forma en que se construyen diversos conceptos numéricos. Una forma útil de aproximarse a estos sistemas es a través de su clasificación en términos de la medida en que cumplan las características de un sistema de valor de nombre en el que "las palabras del uno al nueve se asocian con palabras que nombran valores más grandes" (Fuson, 1992 p. 273). Dicho de otra manera: En un sistema de palabras numéricas de valor de nombre, las multiunidades[1] están explícitamente enunciadas. Una palabra numérica dice cuánto hay de una multiunidad determinada, y esa palabra numérica es seguida por una palabra de valor multiunitario" (Fuson, 1990 p. 346).

Las palabras de valor multiunitario son empleadas para definir la composición de grupos, cantidad de objetos agrupados que forman una nueva unidad, estos valores multiunitarios pueden ser adquiridos por agrupamientos de diez, de cien o de mil.

Fuson y Kwon (1991, 1992) han estudiado las características de los sistemas numéricos orales chino y coreano que en su totalidad son sistemas de valor de nombre y los han contrastado con sistemas irregulares de origen europeo. Señalan que muchos idiomas europeos (occidentales) tienen un sistema de valor de nombre para el segmento del cien al mil, pero son irregulares en diferentes porciones de la serie, antes del cien.

Buenrostro (2001) hace un análisis del sistema de numeración verbal del idioma español comparándolo con los sistemas del idioma coreano e inglés e identificando los segmentos en los que se presentan regularidades e irregularidades de los sistemas verbales como sistemas de valor de nombre. A continuación se retoma dicho análisis

[1] Fuson (1990, p. 343) define a los números multiunitarios como "números enteros compuestos de uno o más tipos de multiunidades (colecciones de unidades simples) y posiblemente de algunas unidades simples."

En el idioma español el tipo de irregularidades que se presentan esta vinculado precisamente a la falta de valor de nombre del que carecen algunos segmentos de la serie, así como en el uso de una palabra numérica diferente para cada agrupamiento en un mismo segmento multiunitario. A diferencia de los idiomas europeos en el español estas irregularidades van más allá del cien.

Con la finalidad de describir las irregularidades del sistema numérico verbal en español, a continuación se presentan junto a él los sistemas de numeración verbal.

Los primeros nueve numéros para cada idioma son los siguientes:

	Español	Ingles	Coreano
1	Uno	one	Il
2	Dos	two	Ee
3	Tres	three	Sahm
4	Cuatro	four	sah
5	Cinco	five	Oh
6	Seis	six	Youk
7	Siete	seven	Chil
8	Ocho	eigth	Pal
9	Nueve	nine	Coo

A continuación se presenta el segmento de los grupos de diez.

Español	Ingles	Coreano
Diez	Ten	Ii Ship
Veinte	Twenty	Ee ship
Treinta	Thirty	Sham ship
Cuarenta	Forty	Sah ship
Cincuenta	Fifty	Oh ship
Sesenta	Sixty	Youk ship
Setenta	Seventy	Chil ship
Ochenta	Eighty	Pal ship
Noventa	ninety	Coo ship

Il ship	Un diez
Ee ship	Dos dieces
Sham ship	Tres dieces
Sah ship	Cuatro dieces
Oh ship	Cinco dieces
Youk ship	Seis dieces
Chil ship	Siete dieces
Pal ship	Ocho dieces
Coo ship	Nueve dieces

En los idiomas español e inglés se pronuncia una nueva palabra diferente para cada uno de los nueve agrupamiento de diez. En cambio el idioma coreano emplea la palabra ship para nombrar el agrupamiento y le antepone la palabra que expresa el número que hay de estos agrupamientos.

Las palabras para los números de dos dígitos, en los dos primeros idiomas, lejos de ser un patrón sencillo de agrupamientos de diez; es para los niños un aprendizaje memorístico de las palabras numéricas que se expresan por un conteo unitario de cualquier cantidad de objetos. Particularmente en el idioma español cuando los dos primeros agrupamientos de diez se acompañan de unidades simples se presentan más irregularidades verbales.

En el intervalo del once al diecinueve, en un principio se tienen palabras arbitrarias: once, doce, trece, catorce, quince. A partir del dieciséis y hasta el diecinueve se encuentra una regularidad más cercana a la estructura del sistema.

Once
Doce
Trece
Catorce
Quince

Dieciséis	(Diez y seis)
Diecisiete	(Diez y siete)
Dieciocho	(Diez y ocho)
Diecinueve	(Diez y nueve)

Las palabras dieciséis, diecisiete, dieciocho y diecinueve promueven una mayor aproximación verbal a la idea del agrupamiento de diez; cuando estas palabras se nombran de manera pausada y separada se puede promover la evidencia del grupo de diez: "diez y seis" "diez y siete" "diez y ocho" y "diez y nueve"; en cambio para las cinco primeras palabras no hay forma de interpretar la composición de grupo que integra tal número.

La palabra veinte que se asigna al segundo agrupamiento de diez se modifica a *veinti* al unirse a las unidades simples, cosa que no ocurre con ninguno de los agrupamientos posteriores.

En el idioma español

Veintiuno	Treinta y uno
Veintidos	Cuarenta y dos
Veintitres	Cincuenta y tres
Veinticuatro	Sesenta y cuatro
Veinticinco...	Setenta y cinco...

En el idioma coreano

Ee ship il	Sahm ship il
Ee ship ee	Sah ship ee
Ee ship sahm	Oh ship sahm
Ee ship sah	Youk ship sah
Ee ship oh...	Chil ship oh...

Hasta aquí, los errores que cometen los niños en la enunciación de la serie numérica oral son explicables, al escucharles decir "diez, diez uno, diez dos...", " dieciocho, diecinueve, dieciveinte", o bien la confusión entre las pronunciaciones sesenta y setenta; entre otros tantos cambios a los que ellos encuentran significado.

En el segmento de los grupos de cien las irregularidades que se encuentran son las siguientes.

Español

Cien
Doscientos
Trescientos
Cuatrocientos
Quinientos
Seiscientos
Setecientos
Ochocientos
Novecientos

Ingles

One hundred
Two hundred
Three hundred
Four hundred
Five hundred
Six hundred
Seven hundred
Eight hundred
Nine hundred

Coreano

Il bak
Ee bak
Sahm bak
Sah bak
Oh bak
Youk bak
Chil bak
Pal bak
Coo bak

En el primer grupo de cien se omite la palabra "un" este hecho es poco relevante ante las posteriores irregularidades de las palabras *quinientos, setecientos y novecientos.* Bien podría continuarse el patrón estable de las tres palabras anteriores; cincocientos, sietecientos, nuevecientos. Algo importante en este segmento que beneficia a la construcción mental del agrupamiento es la terminación en plural que se emplea durante todo el segmento; cosa que en los grupos de mil se pronuncia en singular, mil, dos mil, tres mil...; que tomando en cuenta la forma gramatical del plural estos números bien podrían ser dos miles, tres miles, cuatro miles...

La pronunciación del sistema numérico verbal se encuentra estrechamente ligada a la escritura simbólica del número, como ya fue señalado anteriormente: a cada número expresado le corresponde un símbolo que lo representa; y a pesar de sus irregularidades gramaticales y de escritura simbólica bien puede recurrirse a la creatividad del maestro para promover este aprendizaje de la mejor manera.

A partir del aprendizaje de los números y del uso de sus diferentes funciones éstos comienzan a ser empleados para la solución de distintas situaciones como son la adición y la substracción. En el siguiente capítulo se describen la importancia que tiene el uso de los procesos del agrupamiento en estos dos tipos de situaciones.

LOS PROCESOS DE AGRUPACION EN LA ADICION Y LA SUBSTRACCION

La adición y la substracción son dos operaciones básicas de la aritmética; ambas pueden solucionarse mediante procedimientos que al ser memorizados paso a paso llevan al resultado correcto. Sin embargo, memorizar el procedimiento no garantiza la comprensión de las relaciones numéricas implicadas en las acciones realizadas, de tal forma que la habilidad adquirida está en función de la memorización mecanizada de un procedimiento. Esto se puede convertir con el tiempo en deficiencias en el aprendizaje debido a la falta de comprensión de las relaciones numéricas que se presentan en estas operaciones.

Entre las relaciones numéricas que se presentan en estas operaciones se encuentran los procesos de agrupación. En el caso de la adición estos procesos se aprecian con facilidad en la descripción del procedimiento de solución, donde se pueden seguir los tres principios que se presentan a continuación.

1.- Cada vez que se forme una agrupación de tantas unidades como lo indique la base en que se opere (base 10), se habrá formado una unidad de orden superior, *que será integrada a ese orden.*
2.- Las agrupaciones formadas se agregarán a la columna de operación inmediata superior.
3.- Si se forma más de una agrupación, el sobrante quedará como cifra componente final del número resultante.
(Valiente, 1996)

Por último y sin ser tomado como principio de composición, es importante señalar que el objetivo final de la adición es agrupar dos números para formar otro mayor

Al realizar una suma con dos números compuestos por un solo dígito la suma se puede resolver de la siguiente manera:

●●●●●● ●●●●● al contar todos los puntos
●● 8 + 5 = 13 se obtiene el resultado.

Sin embargo, cuando los números involucrados son números multidigitales hacer puntos, palitos o cualquier otro objeto para representar los números es complicado, tardado y no siempre preciso; por tanto es importante emplear otro tipo de procedimientos.

Ejemplo. Al sumar los números 2 389 y 675

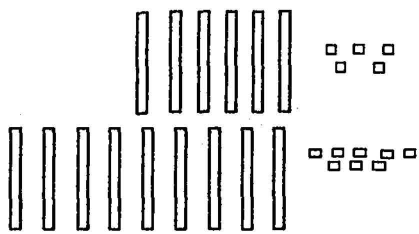
	1	1		
+	2	3	8	9
		6	7	5
	3	0	6	4

9+5=14 se forma agrupación de diez unidades y sobran 4. 8+7+1=16 se forma 1 agrupación de diez, decenas y sobran 6 3+6+1=10 se forma 1 agrupación de diez centenas y sobra 0. 2+1=3 no hay agrupación se escribe el 3

Esta misma forma de solucionar la suma empleando material preagrupado construido en base diez se puede consultar en el libro de segundo grado de primaria editado por la SEP, en las páginas 94 y 95; donde se presenta una situación en la cual se involucran los números 65 y 98 los cuales deben ser sumados, la suma se ejemplifica de la siguiente manera:

Se representan con el material los números involucrados, colocando la primera representación arriba de la segunda

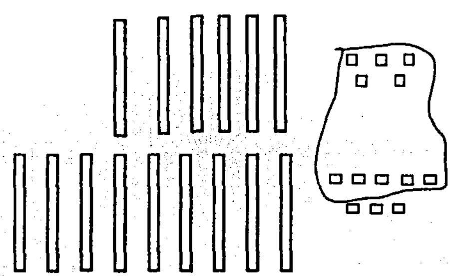
Tiras cuadritos



centenas	Decenas	unidades
	6	5
+	9	8

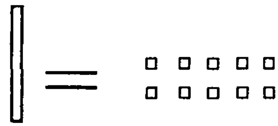
Se suman los cuadritos con los que se obtiene un grupo de diez cuadritos y quedan tres sueltos, el 3 se coloca debajo de las unidades.

Tiras cuadritos

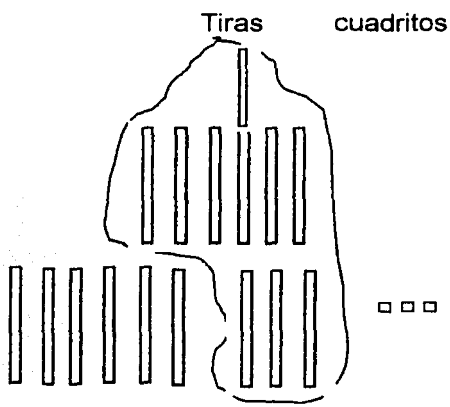


Centenas	decenas	unidades
	6	5
	9	8
		3

Los diez cubitos se intercambian por una tira que representa una decena y se coloca en la posición de las decenas en su parte superior, para sumarse con ellas.



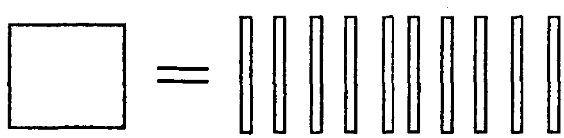
Al sumarse las tiras se forma un nuevo grupo de diez tiras y sobran seis, el 6 se coloca debajo de las decenas.



1

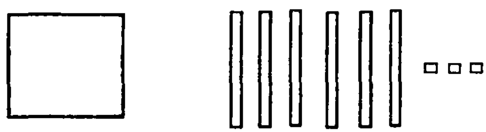
Centenas	decenas	unidades
	6	5
+	9	8
	6	3

Las diez tiras se intercambian por un cuadro grande que equivale a una centena y se coloca en la posición de las centenas en su parte superior, para ser sumada con las centenas.



Por último como solo hay una centena se coloca en la parte del resultado en la posición de las centenas.

Cuadrado grande tiras cuadritos



1

Centenas	decenas	unidades
	6	5
+	9	8
1	6	3

Después de presentar estos ejemplos se advierte la forma en que se interpretarían los tres principios a seguir en la adición. Lo expresado en el primer principio señala la agrupación de cantidades. El segundo principio se refiere a que si los números involucrados son multidigitales es posible que se haga uso tanto del agrupamiento como del intercambio, ya que cada nueva unidad de orden superior es un intercambio de un agrupamiento de unidades del orden inferior inmediato. Por último el tercer principio indica la descomposición o desagrupamiento del número que se obtiene al agrupar dos sumandos que formen más de una agrupación es decir, que el número obtenido sea igual o mayor a diez, puesto que se ha formado una unidad de orden superior que será colocada en la columna de operación inmediata superior y el sobrante queda en la línea del resultado. Ahora el proceso contrario a la adición es la substracción que tiene también sus propios principios a seguir.

En la substracción el objetivo es quitar a un número mayor otro más pequeño para obtener la diferencia, esto se consigue a través del desagrupamiento; cuando los números involucrados son multidigitales es probable que se emplee tanto el desagrupamiento como el intercambio.

Para esta operación los tres principios lógicos de composición son:

1.- Si el sustraendo es menor o igual que el minuendo, hágase la resta directamente.

2.- Si el sustraendo es mayor que el minuendo hágase una resta del sustraendo a la base en que se esta trabajando (base 10) y agréguese el correspondiente minuendo.

3.- Si lo anterior ocurre, se ha llegado a la base (se a formado una agrupación) y, por lo mismo, se lleva una unidad que se agrega al sustraendo del orden inmediato superior.

En el primer principio la indicación señala la acción de desagrupar un número quintando de éste otro más pequeño.

$$\begin{array}{r} 8 \\ -\ 5 \\ \hline \end{array}$$

El segundo principio señala que si el número que ocupa el lugar del sustraendo es mayor al del minuendo primero se resta a la base (10) el sustraendo y al resultado de esa resta se suma el minuendo.

$$\begin{array}{r} 1\,5 \\ -\ 9 \\ \hline 6 \end{array}$$

el minuendo 5 es menor que el sustraendo 9, por tanto primero se restan 9 al 10; sobra 1, a ese 1 se suma el 5 del minuendo quedando como resultado 6.

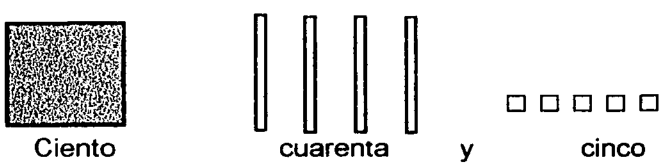
El tercer principio se aplica cuando existen más números en las siguientes posiciones del minuendo o del sustraendo.

Ejemplo: Al restar los números 8 501 menos 4 763

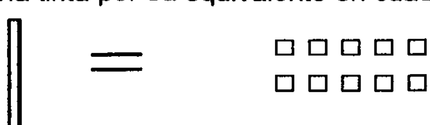
$$\begin{array}{rrrrr} & 8 & 5 & 0 & 1 \\ - & 4 & 7 & 6 & 3 \\ \hline & 3 & 7 & 3 & 8 \end{array}$$

3 para la base (10), 7 más 1 del minuendo, son 8.
se lleva 1 (por el 3er principio), el cual se agrega al siguiente sustraendo 6.
6 del sustraendo y 1 que se llevaba son 7; para 10, 3 más 0 del minuendo, son 3. Se lleva 1,que se agrega al siguiente sustraendo 7.
7 del sustraendo y uno que se llevaba son 8; para 10, 2 más 5 del minuendo son 7. Se lleva 1, que se agrega al siguiente sustraendo 4.
4 del sustraendo y 1 que se llevaba son 5. Como si se pueden restar 5 al 8 en forma directa no se forman agrupaciones, quedan 3.

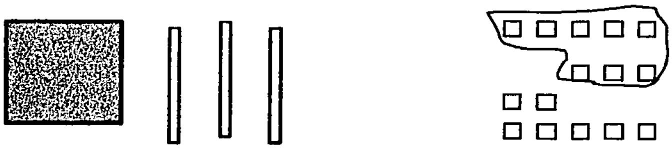
Los ejemplos presentados acerca de la substracción muestran un procedimiento a seguir, sin embargo no es la única forma en que puede ser explicado. En el libro de matemáticas de segundo grado editado por la SEP (1999), en la página 54 y 120 se puede observar una forma distinta de solucionar la substracción ejemplificada con material construido en base 10. En la página 54 se presenta un problema en el que se involucran los números 145 y 58 de los cuales el número menor será restado al mayor. La resta se realiza de la siguiente manera.



Se coloca una cantidad de material que representa el número mayor, después se escribe debajo la cantidad a sustraer 58 y se comienzan a quitar elementos. Al cinco (145) se le quitan ocho (58), como no se pueden quitar ocho a los cuadritos (unidades) se intercambia una tirita por su equivalente en cuadritos del material de trabajo.



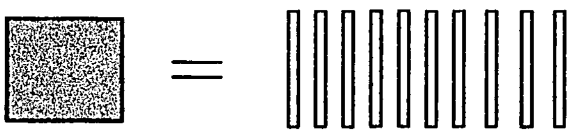
Al unir los cuadritos intercambiados con los ya existentes en la representación del 5 se tienen ahora 15 cuadritos, a los que si se puede quitar 8 y sobran 7 cuadritos. Quedando solo tres tiritas



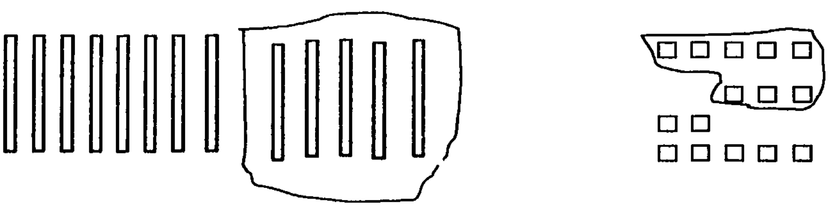
5 8

7

para continuar se necesitan quitar cinco tiritas (58) pero solo hay tres, el siguiente paso es intercambiar el cuadrado grande por su equivalente en tiritas.



Después de intercambiar se juntan las tiritas con las tres que había, ahora hay trece tiritas y ya no hay cuadrado grande, se quitan cinco tiritas y quedan 8.



5 8

---

8 7

Esta forma de solucionar la substracción tiene inmerso dentro de sus acciones dos procesos de la agrupación que son el desagrupamiento y el intercambio haciendo evidentes el tipo de relaciones que se van dando entre cada uno de los distintos tipos de unidades que componen al número en cuestión.

Por lo anterior esta claro que para comprender los procedimientos empleados al solucionar ambas operaciones el dominio de los procesos de agrupación es un requisito importante. Debido a ello el trabajo que a continuación se presenta se enfocó a promover en un grupo de niños el dominio de los procesos de agrupación con la intención de verificar si los empleaban al solucionar problemas de adición o substracción.

CAPITULO 4

DISEÑO DEL ESTUDIO

En la Facultad de Estudios Superiores Zaragoza (FES ZARAGOZA) de la Universidad Nacional Autónoma de México se imparte la carrera de Psicología. Como parte de sus actividades académicas los profesores de la Carrera desarrollan diversos programas de apoyo para la comunidad del área circundante. El Programa de Atención al Bajo Rendimiento Escolar (PABRE) es uno de ellos, este programa proporciona atención a niños de primero y segundo grado de primaria cuyo desempeño escolar es considerado como deficiente por sus maestros.

Una de las acciones prioritarias del PABRE consiste en favorecer el proceso de aprendizaje del niño, con miras a que éste, curse con el menor número de desventajas, su escolaridad básica.

El presente estudio se concibió con el afán aportar evidencia práctica acerca del empleo de los procesos de agrupación en la solución de situaciones de adición y substracción con números de dos dígitos, utilizando para ello actividades didácticas diseñadas especialmente para promover el uso de dichos procesos.

El trabajo se ubicó dentro de una tradición de investigación de tipo cualitativo predominante en el campo de la educación matemática (Teppo, 1998). Se considera como un estudio descriptivo donde los resultados se analizaron más en términos de procesos y eventos que en términos de datos sujetos a cuantificación.

La realización de este estudio se justifica por la preocupación que comparte el psicólogo educativo junto con otros profesionales de la educación como son pedagogos y maestros especialistas respecto a la necesidad de generar más y mejores alternativas de enseñanza-aprendizaje de la adición y substracción (Fuson, 1992): siempre con la finalidad de promover en el niño un conocimiento aritmético significativo.

OBJETIVOS

Los maestros de grupo que solicitaron el servicio al Programa de Atención al Bajo Rendimiento Escolar (PABRE) para los niños que participaron en la investigación señalaron como necesidad primordial el apoyo en la materia de matemáticas, enfatizando la necesidad de mejorar los procedimientos de solución de suma y resta; por lo que, la evaluación estuvo orientada a detectar directamente los procedimientos empleados por los niños para la solución de problemas con números de dos dígitos. La intervención se orientó hacia el propósito de generar en los niños una concepción de los números en términos de entidades que pueden ser agrupados o desagrupados; enfatizando el manejo de los números de dos o más dígitos los agrupamientos de diez, el conteo de grupos de diez y el intercambio de grupos de diez por su equivalente.

Diversos estudios (Fuson, 1993; Ross, 1990; Wearne & Hiebert, 1994), ubicados en la vertiente de la investigación en educación matemática han orientado sus objetivos a explorar y promover en los niños el desarrollo de estructuras conceptuales para números multidigitales y los métodos que emplean ante situaciones de adición y substracción multidigital. La mayor parte de los resultados de estos estudios coinciden en que es necesario trabajar sobre la construcción de significados de los dígitos que componen un número multidigital, ya que este significado se construye a partir de los procesos de agrupación inmersos en el sistema numérico que se emplea. Por esto el trabajo realizado con los niños estuvo dirigido a generar en ellos una concepción de los números multidigitales en términos de entidades compuestas por grupos y unidades simples.

EL OBJETIVO DE LA INVESTIGACIÓN FUE:

- Lograr que los niños resolvieran problemas de adición y substracción con números de dos dígitos usando estrategias de agrupación.

  Se consideraron como estrategias de agrupamiento a aquellas soluciones en las cuales se reconoció a los números de dos dígitos como cantidades compuestas por unidades sueltas y decenas (diez unidades simples agrupadas), ya sea empleando el material de base diez. (contando las barritas como decenas y los cubitos como unidades) y/o mediante una explicación verbal, en la que se denote la composición o descomposición que se hace de los números agrupándolos o desagrupándolos.

PREGUNTA DE INVESTIGACION

De los objetivos anteriores se derivó la siguiente pregunta de investigación: ¿Aplicarán los niños estrategias de agrupación al resolver problemas de adición y substracción con números de dos dígitos como consecuencia de un entrenamiento que enfatiza la concepción de los números multidigitales como números compuestos por grupos y unidades sueltas?.

PARTICIPANTES Y ESCENARIO

La investigación se llevó a cabo en el cubículo número 7 correspondiente al área de psicología educativa en la Clínica Multidisciplinaria Zaragoza. Se tuvo la participación de siete niños de 2do. grado de primaria (cinco hombres y dos mujeres) que asistían al PABRE que se imparte en dicha clínica. Cabe mencionar que estos niños son remitidos al servicio por sus maestros de grupo debido a estar en riesgo de reprobación por lo cual no fueron sometidos a ningún tipo de selección previa. La edad promedio de los participantes fue de 7 años seis meses, los siete cursaban el segundo grado de primaria en escuelas de gobierno ubicadas en la zona oriente de la Delegación Iztapalapa. Ninguno había reprobado el primer grado ni repetía el segundo, sin embargo sobre los siete caía la amenaza de reprobación.

FASES DE LA INVESTIGACION

Se planeó una intervención psicoeducativa bajo el modelo de la enseñanza diagnóstica. La finalidad fue detectar el tipo de acciones empleadas por los niños para solucionar problemas aditivos y substractivos. A partir de la detección de tales acciones se diseñaron tareas dirigidas específicamente a desarrollar habilidades concretas, para lograr un mejor desempeño aritmético en la solución de estos problemas.

Las fases de la investigación fueron las siguientes:

1). Evaluación Inicial: Se plantearon a los niños tres problemas con números de dos dígitos, uno por sesión (uno de adición, uno de substracción y uno al azar de adición o substracción según la hoja que les tocara).

2). Análisis de Datos de la Evaluación Inicial: Se realizó un análisis de las soluciones, identificando las estrategias empleadas por los niños ante los tres problemas planteados.

3). Diseño de Actividades Didácticas: Se elaboraron y adaptaron ocho actividades didácticas que promovieran mejores estrategias que las detectadas en el análisis de la evaluación inicial.

4). Intervención: Se aplicaron las actividades didácticas en sesiones grupales de una hora dos veces por semana durante el transcurso de un semestre escolar de la carrera de Psicología.

5). Evaluación Final: Al final de la intervención se plantearon cinco problemas de adición y dos de substracción, todos con números de dos dígitos, para valorar el uso de estrategias de agrupamiento en la solución de los problemas planteados.

A continuación se hace una descripción pormenorizada de cada una de las fases.

FASE I: EVALUACIÓN INICIAL

Como evaluación inicial se plantearon a los niños problemas de adición y substracción con números de dos dígitos, uno por sesión durante tres sesiones, con la finalidad de identificar las estrategias que empleaban los niños al resolverlos.

Al inicio de cada sesión se les proporcionó lápiz, papel y material de base diez, señalando en cada ocasión que podían usar lo que quisieran: hojas, material o sus dedos. A continuación se describen cada uno de los problemas y la forma en que fueron planteados.

PRIMERA SESIÓN.

En la primera sesión se formuló un problema verbal de adición, de la siguiente manera:

Instructor: "Areli, si tuvieras muchas muñecas ¿cuántas te gustaría tener?"

Areli: "cuarenta y seis"

Instructor. "Janet, si tuvieras más muñecas que Areli ¿cuántas muñecas tendrías?"

Janet: "cincuenta y ocho"

Instructor: "Entonces escriban todos en su hoja esta adivinanza."

"Areli tiene 46 muñecas y Janet tiene 58 muñecas ¿cuántas muñecas tienen entre las dos?"

La manera de plantear el problema promovió interés y participación de los niños pues se involucraron como creadores del problema. Algo importante en este caso fue notar que la segunda participante respondió correctamente a la indicación "tener más que la cantidad anteriormente nombrada"; esto hace notar un aspecto importante de sus procesos de comparación.

SEGUNDA SESIÓN.

En la segunda sesión dos niños tenían en sus manos fichas de plástico, de personajes de caricaturas llamadas "llocos", con los que se formuló el problema de la sesión.

Instructor: "Aarón ¿cuántos llocos tienes?"

Aarón: "sesenta y cuatro"

Instructor: "Hugo ¿cuántos llocos tienes tú?

Hugo: "veintiocho"

Instructor: "les voy a decir la adivinanza de hoy" (algunos trataron de escribir todo, otros sólo anotaron las cantidades)

"Aarón tiene sesenta y cuatro llocos y Hugo tiene veintiocho llocos ¿cuántos llocos tiene más Aarón que Hugo?".

En esta ocasión como en la sesión anterior el problema se elaboró con las dos cantidades que se derivaron de las preguntas hechas a los niños, acerca de sus fichas de juego. Con estas cantidades el instructor determinó el tipo de relación que adquirían al hacer la pregunta del problema: ¿cuántos llocos tiene más Aarón que Hugo?.

TERCERA SESION.

En la tercera sesión se entregó a cada niño una hoja con un problema diferente en cada una (excepto la séptima que es igual a la tercera), con la característica de que los números involucrados en las situaciones eran los mismos para todos.

Los problemas fueron los siguientes:

1) José tiene 27 globos y Pedro le dio 38 más ¿cuántos globos tiene ahora José?

2) José tiene 27 globos ¿cuántos globos necesita para tener 65?

3) José tenía 65 globos le dio algunos a Pedro y José se quedó con 38 ¿cuántos le dio a Pedro?

4) José tenía 65 globos. Le dio 38 a Pedro ¿con cuántos se quedó José?

5) José tenía muchos globos. Le dio 38 a Pedro y él se quedó con 27 ¿cuántos tenía José al principio?

6) José tenía algunos globos y Pedro le dio 27 globos más. Ahora tiene 65 globos ¿cuántos globos tenía José al principio?

7) José tenía 65 globos. Le dio algunos a Pedro y él se quedó con 38 ¿cuántos le dio a Pedro?

Presentar a cada niño una situación distinta produjo que cada quién empleara una estrategia diferente, de tal forma que fue posible detectar una mayor cantidad de acciones para resolver los problemas.

La siguiente fase se dedicó al análisis de las estrategias empleadas en la solución de los problemas presentados en las tres sesiones.

FASE II: ANÁLISIS DE LAS RESPUESTAS DE LOS NIÑOS DADAS A LA EVALUACIÓN INICIAL

Por cada participante se elaboró una descripción detallada de las estrategias empleadas en la solución de cada problema. En esta descripción se hace énfasis en la identificación de todas las acciones realizadas por los niños, así como de las justificaciones verbales de lo que hicieron o del por qué lo hicieron así.

En este análisis se encontraron cuatro tipos de estrategias que se emplearon frecuentemente en la solución de los problemas.

1) El conteo de uno en uno, ya sea haciendo palitos sobre la hoja o contando con los dedos las dos cantidades del problema o sólo la segunda cantidad comenzando a contar a partir de la primera.

2) El algoritmo convencional de adición o substracción, en el que se colocan las cantidades una sobre la otra y se relacionan los dígitos para obtener el resultado.

3) El conteo de agrupamientos de diez, con material preagrupado de base diez, contando grupos de diez en diez y unidades sueltas

4) La descripción verbal de los procesos de agrupamiento, descripción en la cual se aprecia el empleo de la composición y descomposición de los números reconociéndolos como unidades agrupadas con diferente valor posicional.

A continuación se presentan algunos ejemplos de las ejecuciones de los niños, ordenados por tipo de estrategia empleada, problema en el que se hizo uso de ella y participante que la emplea.

ESTRATEGIA DE CONTEO DE UNO EN UNO. (ESTRATEGIA TIPO 1)

A continuación se presentan tres ejemplos del uso de esta estrategia.

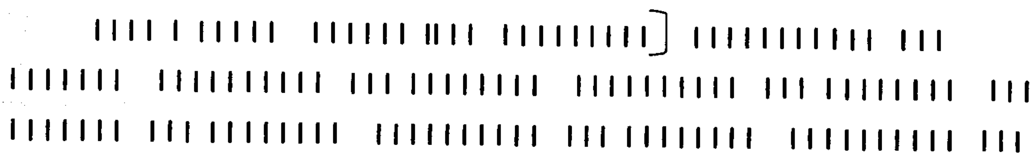
- Ejemplo. 1

Situación: Aarón tiene sesenta y cuatro llocos y Hugo tiene veintiocho llocos ¿cuántos llocos tiene más Aarón que Hugo?. (Segunda sesión)

Participante 1

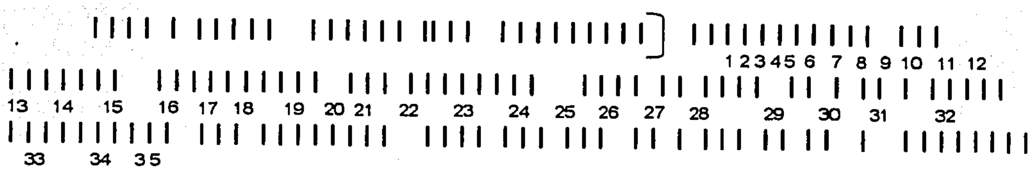
1) Hace muchos palitos en desorden los borra y los vuelve a hacer varias veces

2) Marca según su conteo hasta donde hay 28 palitos



3) Cuenta supuestamente los palitos que le sobran y escribe

"le faltan 35"

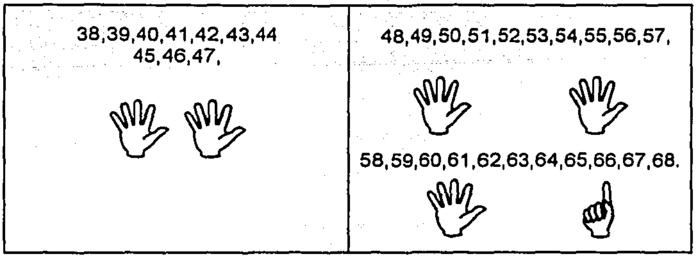


- Ejemplo 2

Situación: José tenía 65 globos. Le dio 38 globos a Pedro ¿con cuántos globos se quedó José? (Tercera sesión)

Participante 4

1) Cuenta con sus dedos a partir del 38
2) Repasa sus dedos varias veces con el conteo hasta llegar al 65
3) No detiene su conteo en el 65 sigue hasta llegar al 68, escribe el 20 como respuesta en su hoja.



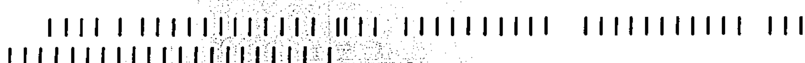
"Sume con los deditos y en total me quedaron 20 globos"

- Ejemplo 3.

Situación: José tiene 27 globos ¿cuántos globos necesita para tener 65? (Tercera sesión).

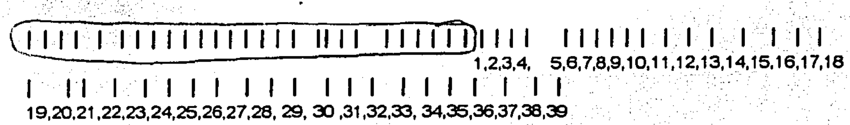
Participante 2

1) Hace 65 palitos, equivoca su conteo y termina con 66



2) Encierra 27 palitos

3) Cuenta los palitos que quedaron sin encerrar



4) Resultado

39

Las estrategias de conteo de uno en uno son un recurso importante en los inicios del aprendizaje aritmético, pueden usarse con eficiencia al trabajar con números pequeños (menores de 20 o de un solo dígito), pero al trabajar con cantidades más grandes la estrategia pierde eficacia.

ESTRATEGIA DEL ALGORITMO CONVENCIONAL. (ESTRATEGIA TIPO 2)

A continuación se presentan tres ejemplos del uso de esta estrategia.

- Ejemplo. 1

Situación: Areli tiene 46 muñecas y Janet tiene 58 muñecas ¿cuántas muñecas tienen entre las dos? (Primera sesión).

Participante 2

1) Realiza la siguiente operación

$$\begin{array}{r} 46 \\ +\;58 \\ \hline 915 \end{array}$$

suma el seis con el ocho y escribe el resultado (15) debajo del ocho, después suma el cuatro con el cinco, pone el resultado debajo del cinco y obtiene como resultado final 915

- Ejemplo. 2

Situación: José tenía 65 globos le dio algunos globos a Pedro y él se quedó con 38 ¿cuántos globos le dio a Pedro? (Tercera sesión 3)

Participante 3

1) Realiza la siguiente operación

$$\begin{array}{r} 1 \\ 6\ 5 \\ 3\ 8 \\ \hline 914 \end{array}$$

Dice 8 más 5, 13. Escribe un 1 arriba del 5 y lo suma al 13. son 14 lo escribe debajo del 8. después suma el 6 más 3 son 9.

- Ejemplo. 3

Situación: José tenía algunos globos y Pedro le dio 27 globos más ahora tiene 65 ¿Cuántos globos tenía al principio José? (Tercera sesión).

Participante 6

1) coloca los números en posición de operación aunque no escribe ningún signo

$$\begin{array}{r} 27 \\ \underline{65} \\ 38 \end{array}$$

2) como resultado escribe 67

Con el uso del algoritmo convencional en estos casos se advierte cierta confusión en la colocación de los dígitos que componen a los números y de los signos que se emplean para determinar el tipo de operación realizada. En el tercer caso aunque la operación realizada no muestra una forma adecuada de colocar las cantidades ni el resultado tiene sentido debido a la manera en que las cantidades fueron colocadas el resultado de la operación es el correcto, si se toma en cuenta que la operación hubiese sido 65 – 27 = 38 sólo que el número escrito como resultado (67) no tiene ninguna relación con el obtenido en la operación.

ESTRATEGIA DE CONTEO DE AGRUPAMIENTOS DE DIEZ. (ESTRATEGIA TIPO 3)

A continuación se presentan tres ejemplos del uso de esta estrategia.

- Ejemplo. 1

Situación: Areli tiene 46 muñecas y Janet tiene 58 muñecas ¿cuántas muñecas tienen entre las dos? (Primera sesión).

Participante 1

1) Coloca sobre el tablero[1] en la parte superior cuatro barritas y seis cubitos, los coloca correctamente en su posición.

2) Coloca en la parte intermedia del tablero dos barritas y ocho cubitos representando el 28 en lugar del 58, porque equivoca la cantidad.

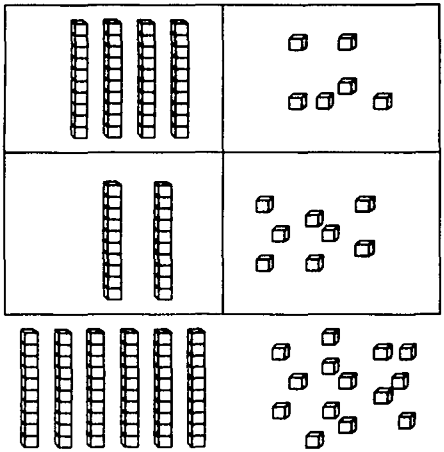
3) Junta todos los cubitos y los baja al lugar del resultado

4) Junta todas las barritas y las baja al lugar del resultado

5) Cuenta los cubitos uno por uno — 14 *catorce*

6) Cuenta las barritas de 10 en 10 y dice sesenta, escribe a la izquierda del 14 — 6 *sesenta*

7) Resultado 614



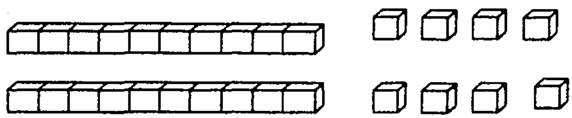
[1] El tablero es una tabla dividida en tres filas y tres columnas, en donde se coloca el material según corresponda unidades, decenas o centenas.

- Ejemplo. 2

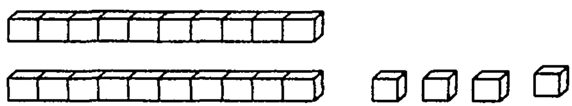
Situación: Aarón tiene sesenta y cuatro llocos y Hugo tiene veintiocho llocos ¿cuántos llocos tiene más Aarón que Hugo? (Segunda sesión).

Participante 6

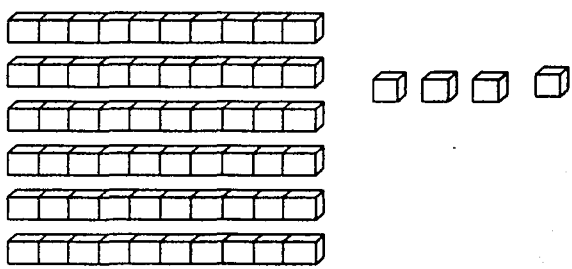
1) coloca dos barritas y ocho cubitos sobre el tablero



2) quita cuatro cubitos



3) pone cuatro barritas más



4) dice
ya tengo sesenta y cuatro

5) "y cuantas le pusiste para tener 64" su respuesta es explicar exactamente lo mismo y contesta
salen sesenta y cuatro

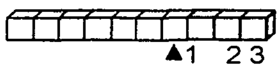
- Ejemplo. 3

Situación: José tenía muchos globos. Le dio 38 globos a Pedro y él se quedo con 27 ¿cuántos globos tenía José al principio? (Tercera sesión).

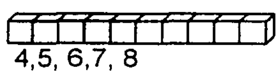
Participante 5

1) Para contar el 27 toma dos barras y sobre otra barra cuenta 7 cubos:

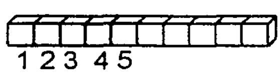
2) enseguida inicia un nuevo conteo sobre la misma barra donde contó los siete del 27, llega al 3



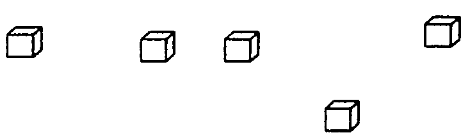
3) toma otra barra y continua su conteo hasta llegar al 8, (son las 8 unidades del 38).



5) deja un dedo en el cubo en que marco el 8 y con la otra mano cuenta cuantos cubitos son 5

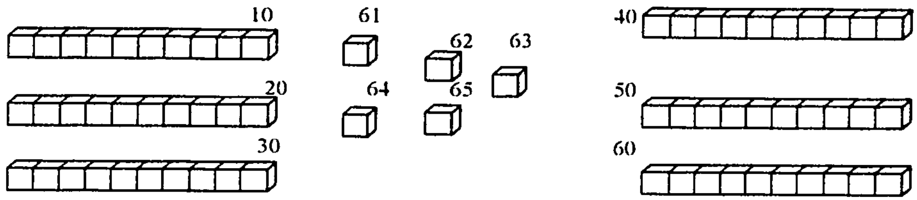


6) deja la barra y toma 5 cubos sueltos



7) toma tres barras más para el 38

8) cuenta todo.



La poca familiarización del niño con el material de base diez y la falta de empleo de los procesos de agrupamiento fueron evidentes en estos ejemplos, no obstante se presentan estrategias muy elaboradas y nada sencillas una de ellas con resultado correcto.

ESTRATEGIAS EN LAS QUE SE DESCRIBE DE MANERA VERBAL EL USO DE LOS PROCESOS DEL AGRUPAMIENTO. (ESTRATEGIA TIPO 4)

A continuación se presentan tres ejemplos del uso de esta estrategia.

- Ejemplo.1

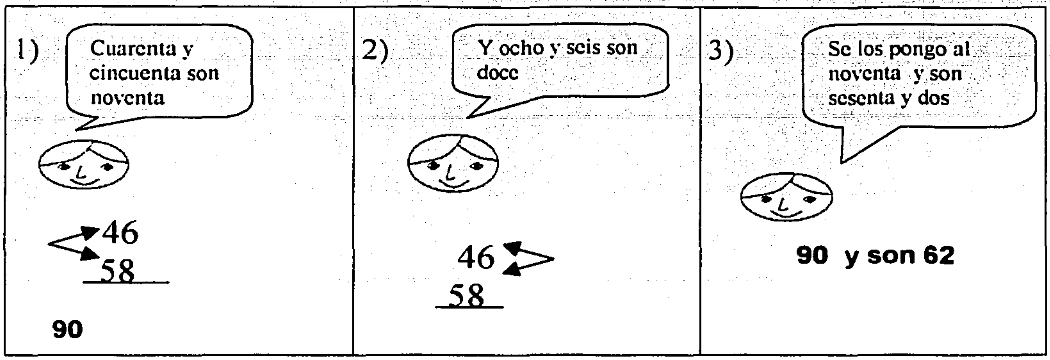
Situación: Areli tiene 46 muñecas y Janet tiene 58 muñecas ¿cuántas muñecas tienen entre las dos? (Primera sesión).

Participante 6

1) escribe en la hoja 46
2) abajo del 46 escribe el 58
3) explica cuarenta y cincuenta son 90
4) ocho y seis son 12
5) *se los pongo al noventa son 62*

46 **62**
58

90 y son 62



- Ejemplo. 2

Situación: Aarón tiene sesenta y cuatro llocos y Hugo tiene veintiocho llocos ¿cuántos llocos tiene más Aarón que Hugo?. (Segunda sesión)

Participante 3

1) Realiza una operación

$$\begin{array}{r} {\scriptstyle 1} \\ 64 \\ +\ 28 \\ \hline 812 \end{array}$$

dice ocho más cuatro, doce (automático) pone el uno arriba de las decenas y escribe el doce bajo las unidades. Al sumar las decenas solo toma en cuenta el dos y el seis.

Al preguntarle como le hiciste, no explica la operación como se esperaría y hace lo siguiente:

1) Dice 10 20 y continua con sus dedos hasta el 28 hace una leve pausa y sigue hasta el 30, dice "sobran 2" escribe lo que va haciendo

10 20 2

2) Vuelve a contar 28, 29 nuevamente escribe el 2

10, 20, 2 2

3) Sigue contando 30, 40, 50 ...64 los escribe como sigue:

10, 20, 2 2, 30, 40, 50
60, 64

4) Cuenta de 10 en 10 señalando a partir del 40

40	50	60	64
diez	veinte	treinta	treinta y uno... treinta y cuatro

escribe sobran 34. Hace una pausa y continua

5) Suma los 2 números 2 que anoto al contar del 28 al 30

10 20 2 2 30 40 50 60 64

vuelve a escribir su resultado SOBRAN 38

- Ejemplo. 3

Situación: José tiene 27 globos y Pedro le dio 38 globos más ¿cuántos globos tiene ahora José? (Tercera sesión).

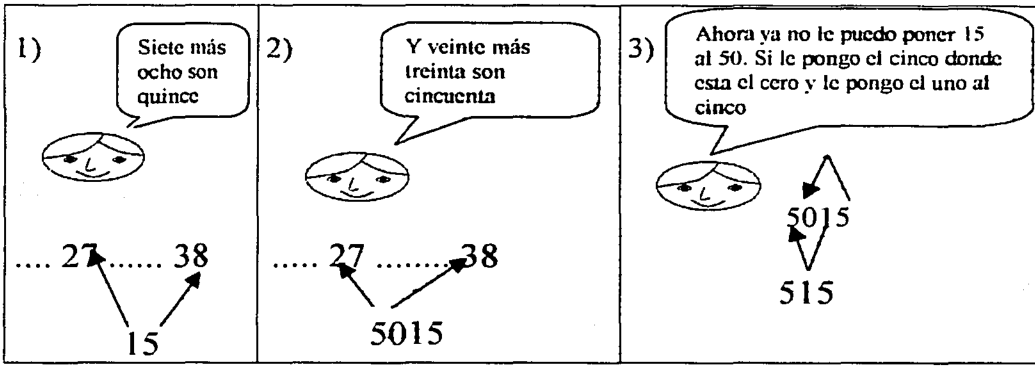
Participante 1

1) Dice señalando el 7 "siete más 8" señala el 8 son "15"
   lo escribe 15

2) Señalando el 2 continua "y veinte más treinta" señalando el 3 "son 50" lo escribe junto al 15 su resultado se ve 5015

El aplicador pregunta *¿y luego?*

3) "Pues es que ahora no le puedo sumar 15 al 50, si le pongo el 5 (*lo dice mientras borra el cero del 50)* y le pongo el uno al cinco" (*señalando el 5 del 50)* al terminar de explicar no borra el uno que dice y solo coloca el 5 a un lado. El resultado final queda 515



Las explicaciones presentadas en este grupo de estrategias muestran claramente la comprensión que el niño tiene acerca del valor que adquiere cada dígito según la posición que tenga en el número y de la forma en que debería separar y combinar cada uno de los dígitos según corresponda (decenas con decena, unidad con unidad).

OBSERVACIONES ACERCA DE ESTAS ESTRATEGIAS.

Al análizar las ejecuciones anteriores se puede apreciar que los recursos que emplean los niños para solucionar un problema, ya sea de adición o substracción, pueden ser distintos. Es interesante advertir que en la mayor parte de estos casos, los participantes dicen confiadamente su resultado como mostrando total seguridad de haber resuelto el problema adecuadamente.

Como puede notarse en las descripciones presentadas el uso de los procesos de agrupamiento es escaso. En el primer tipo de estrategia, (estrategia 1, conteo de uno en uno) se puede argumentar que el conteo de uno en uno o la representación gráfica de los números son acciones adecuadas para ser empleadas en los inicios del aprendizaje aritmético, cuando los números son pequeños y pueden ser representados fácilmente con dibujos gráficos o pictóricos, sin requerir de mucho tiempo ni provocar confusiones o errores de conteo. Sin embargo para problemas en los que los números son más grandes (números de dos o más dígitos) la estrategia deja de ser el mejor recurso ya que el tiempo que se emplea para hacer las representaciones de los números es mayor y las probabilidades de cometer errores durante el conteo son más altas. Por tanto, es necesario que los niños que emplean este tipo de acciones tomen en cuenta las posibilidades que tienen de cambiar su estrategia, que en algún tiempo les fue útil, por otra u otras que les brinden mayores ventajas; esto mediante el uso y dominio constante de los procesos del agrupamiento.

En el segundo tipo de estrategia (estrategia 2, algoritmo tradicional) el empleo del algoritmo tradicional se considera adecuado ya que en la enseñanza escolar tradicional se mantiene una práctica constante del mismo y es un recurso que economiza tiempo al solucionar problemas de este tipo. No obstante, en estas ejecuciones los tres casos presentados carecen de las acciones de agrupamiento, desagrupamiento o intercambio necesarias para que el resultado obtenido del algoritmo sea correcto.

En el tercer tipo de estrategias, (estrategia 3, conteo por grupos con material de base diez) donde se hace uso del material de base diez, regularmente la representación de cantidades es eficiente, no obstante cuando se presenta la necesidad de unir, cambiar, o separar las cantidades representadas no se realizan acciones de agrupamiento o de intercambio con el material, por lo que algunas de estas acciones al parecer resultan más complicadas, o bien el resultado es incorrecto.

Aún cuando el conteo por grupos es uno de los procesos del agrupamiento, es necesario promover en el niño acciones más especificas como son agrupar, desagrupar e intercambiar las cantidades, objetos o números con la finalidad de ampliar y mejorar el empleo de estos procesos.

En el cuarto y último tipo de estrategia, (estrategia 4, procesos de agrupamiento) se encontraron explicaciones verbales en las que se aprecia el uso de los procesos del agrupamiento, la descripción que hacen los niños es bastante clara, aunque al parecer se encuentran aún en una etapa de transición en la que hace falta mayor dominio de dichos procesos, pues la dificultad para concretar el resultado es notoria.

El dominio de los procesos de agrupamiento es esencial en estos casos para facilitar la solución adecuada a problemas semejantes a los aquí presentados.

En la tabla 4.1 se muestra el tipo de estrategia que empleó cada niño para cada problema. Es importante hacer notar que la mayoría de los niños no emplean siempre la misma estrategia puede observarse que los participantes 1 y 6 emplean una estrategia distinta cada vez, el 4 usa en las tres ocasiones la misma estrategia y los participantes 2, 3 y 5 emplean dos tipos de estrategias.

En la tabla 4.2 puede observarse que la estrategia empleada con mayor frecuencia fue el conteo de uno en uno. De veintiún posibles ocasiones esta estrategia fue empleada ocho veces por diferentes participantes y para las tres situaciones; a ésta le sigue el algoritmo tradicional, que se empleó cinco veces

Tabla 4.1 Estrategias empleadas por los niños en la evaluación inicial.

Niños	Situación 1 Primera sesión	Situación 2 Segunda sesión	Situación 3 Tercera sesión
1	Conteo de agrupamientos de diez con material preagrupado (3)	Conteo de uno en uno(1)	Descripción verbal de los procesos de agrupamiento (4)
2	Algoritmo tradicional (2)	Conteo de uno en uno (1)	Conteo de uno en uno (1)
3	Algoritmo tradicional (2)	Descripción verbal de los procesos de agrupamiento (4)	Algoritmo tradicional (2)
4	Conteo de uno en uno (1)	Conteo de uno en uno (1)	Conteo de uno en uno (1)
5	Conteo de uno en uno (1)	Conteo de uno en uno (1)	Conteo de agrupamientos de diez con material preagrupado (3)
6	Descripción verbal de los procesos de agrupamiento (4)	Conteo de agrupamientos de diez con material preagrupado (3)	Algoritmo tradicional (2)
7	Algoritmo tradicional (2)		

también por diferentes niños y sólo para dos situaciones; por último, el conteo por grupos de diez con material de base diez así como el uso de los procesos de agrupamiento expuesto de manera verbal, estos fueron empleados solo una vez para cada situación .

Tabla 4.2 Cantidad de veces en que fue empleada cada estrategia en cada situación.

	Estrategia 1 Conteo de uno en uno	Estrategia 2 Algoritmo tradicional	Estrategia 3 Conteo de agrupamientos de diez con material preagrupado	Estrategia 4 Descripción verbal de los procesos de agrupamiento
Situación 1	2	3	1	1
Situación 2	4	0	1	1
Situación 3	2	2	1	1

Al término de este análisis la tercera fase se dedicó a planear el tipo de actividades que se aplicaron durante la intervención.

FASE III: DISEÑO DE LAS ACTIVIDADES DIDÁCTICAS

Se elaboraron y/o adaptaron ocho actividades didácticas para su aplicación en sesiones grupales a manera de juegos de mesa. Las actividades fueron diseñadas tomando en cuenta las carencias y necesidades tanto grupales como individuales. Se tomaron como referencia para su elaboración o adaptación actividades ya existentes en el fichero del PABRE, algunos juegos del libro de texto de segundo grado de la SEP y el fichero de actividades para el maestro, del mismo grado.

Una de las principales inquietudes de este estudio fue promover en los niños la construcción de significados, acerca de sus acciones y procedimientos aritméticos. "es haciendo aparecer las nociones matemáticas como herramientas para resolver problemas como se permitirá a los alumnos construir su significado" (Charnay , 1994. cit. por Avila, 1996).

Las actividades se planearon con el propósito de propiciar el aprendizaje de ciertos aspectos de un proceso matemático, que puede ser trasladado, como herramienta, al plano en el que sea necesario emplearlo y tomando en cuenta los conocimientos previos que pueden ponerse en marcha propiciando su evolución.

Cada una de las actividades pretende fomentar en las ejecuciones de los niños aspectos específicos de los procesos de agrupación; brindando la posibilidad de crear o generar soluciones o procedimientos particulares, con la intención de conocer las interpretaciones que los niños dan a las situaciones. Tomando en cuenta que "una situación didáctica debe ser, antes que buena posible" (Block, 1996 pp. 21-33), la descripción que a continuación se hace de cada una de ellas incluye el titulo de la actividad, el o los procesos de agrupamiento a fomentar, el material empleado y la dinámica recomendada para su ejecución.

Perinola

¿Qué queremos?

Fomentar por medio del juego de la perinola:
- El intercambio entre distintos tipos de unidades,
- El conteo por grupos y unidades sueltas

¿Qué necesitamos?
(1)
- Una perinola con representaciones de bloques de base diez
- Bloques de base diez

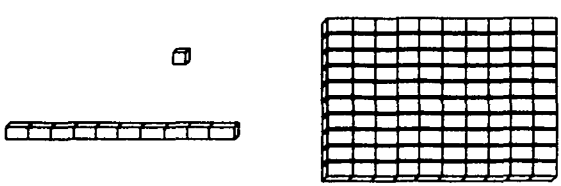
(2)
- Una perinola con representaciones de billetes de 100 pesos, monedas de 10 pesos y de 1 peso.
- Billetes de 100 pesos, fichas rojas de plastico empleadas como monedas de 10 pesos y fichas azules como monedas de 1 peso (billetes de juguete material didactivo)

¿Cómo le hacemos? (1)

- Antes de iniciar, los jugadores se ponen de acuerdo cual será la cantidad de cubitos a la que se debe llegar para ganar. (el primero que tenga quinientos gana)
- Al inicio, cada niño toma 9 cubitos, 5 barras y 2 tabletas y en el centro se coloca el mismo número de bloques.
- Al girar la perinola se toma o se pone la cantidad de bloques que indique la cara que haya quedado hacia arriba.
- Antes de volver a tirar, cada niño debe hacer, si tiene suficientes cubitos o barritas, los intercambios correspondientes (1 tableta por 10 barritas, 1 barrita por 10 cubitos). De no hacerlo, los cubos o barritas que se hayan quedado sin intercambiar pasarán a ser del jugador que descubra que no se hizo el intercambio.

¿Cómo le hacemos? (2)

- El juego es el mismo que el anterior, sólo que se sustituyen los bloques y sus representaciones en la perinola, por los billetes y monedas.



Cuenta Rápido

¿Qué queremos?

Fomentar el dominio y la agilidad para:

- Reconocer y nombrar cualquier número de dos dígitos.

- Contar por grupos de diez, de cinco y de unidades sueltas cualquier cantidad de dos dígitos.

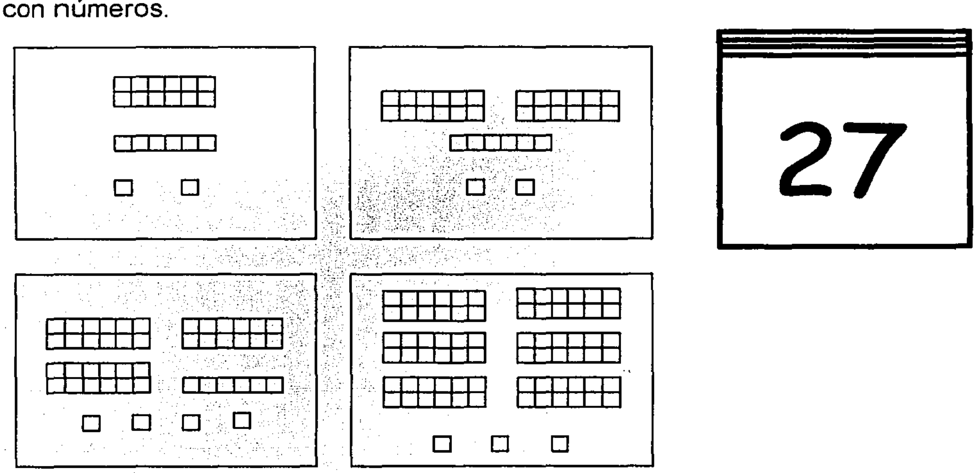
¿Qué necesitamos?

- Tarjetas numeradas del 10 al 99

- Tarjetas con cantidades del 10 al 99, representados con Bloques agrupados de diez en diez, bloques agrupados de cinco y cuadritos sueltos.

¿Cómo le hacemos?

- Se extienden sobre la mesa las tarjetas con cantidades representadas con bloques.
- Se entrega a uno de los niños las tarjetas numeradas y se le pide que comience a sacar una a una las tarjetas y diga el número que salió.
- Los demás deberán buscar sobre la mesa la tarjeta que corresponde a esa cantidad contando por bloques de diez, de cinco y cuadritos sueltos. El primero que la encuentre la toma y la conserva hasta que se acaben las tarjetas de la mesa.
- El niño que consiga ganar más tarjetas toma el turno del que tiene las tarjetas con números.



Intercambio

¿Qué queremos?

Fomentar a través del manejo de material manipulable:

- El intercambio entre distintos tipos de unidades
- El conteo hacia delante
- El reconocimiento y nombre de cualquier número de dos dígitos.

¿Qué necesitamos?

(1)

- Bloques de base diez (barras y cubitos)
- Tarjetas numeradas del 0 al 9

(2)

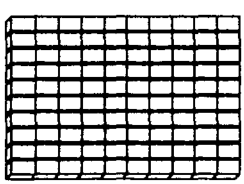
- Bloques de base diez (tabletas, barras y cubitos)
- Tarjetas numeradas del 10 al 99

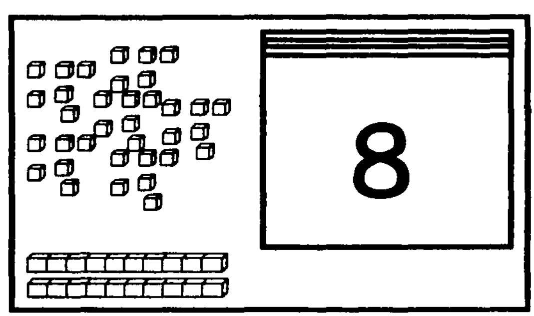
¿Cómo le hacemos? (1)

- Se colocan al centro de la mesa los cubitos y las tarjetas numeradas
- Se entrega a cada niño dos barritas
- Cada niño por turno voltea una carta y la muestra al grupo
- Cada niño debe quitar a sus barritas la cantidad de cubitos que indique la carta
- El primero que termine puede voltear la siguiente carta numerada para repetir el proceso

¿Cómo le hacemos? (2)

- Se colocan al centro de la mesa los cubitos y las tarjetas numeradas
- Se entrega a cada niño dos barritas
- Cada niño por turno voltea una carta y la muestra al grupo
- Cada niño debe quitar a sus barritas la cantidad de barritas y cubitos que indique la carta
- El primero que termine puede voltear la siguiente carta numerada para repetir el proceso





Parte Todo

¿Qué queremos?

Fomentar mediante material manipulable:

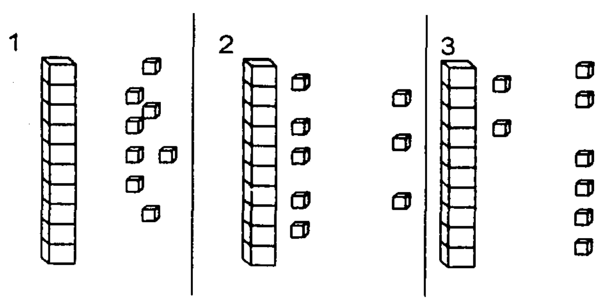
- La descomposición de un número en partes
- La escritura del símbolo numérico a partir de la representación del mismo con grupos de 10.

¿Qué necesitamos?

- Tarjetas numeradas del 10 al 99
- Bloques de base diez

¿Cómo le hacemos?

- Se proporciona a cada niño nueve barritas y diez cubitos
- Cada niño saca por turno una tarjeta
- Todos buscarán tres diferentes formas de representar dicho número
- Cada vez que encuentren una anotarán las cantidades en su hoja
- Quien termine primero sacará la tarjeta siguiente



1.- 10 y 8 son 18

2.- 15 y 3 son 18

3.- 12 y 6 son 18

Dígitos Individuales

¿Qué queremos?

Fomentar a través del manejo de material manipulable

- La identificación de distintos agrupamientos
- La asociación entre cada bloque (1, 10 ó 100) y su posición con el valor correspondiente en los dígitos que componen un número
- El reconocimiento y nombre de cualquier número de dos dígitos, a partir de la representación hecha del mismo, con los bloques de base diez

¿Qué necesitamos?

(1)

- Bloques de base diez (barras y cubitos)
- 2 juegos de tarjetas numeradas del 0 al 9

(2)

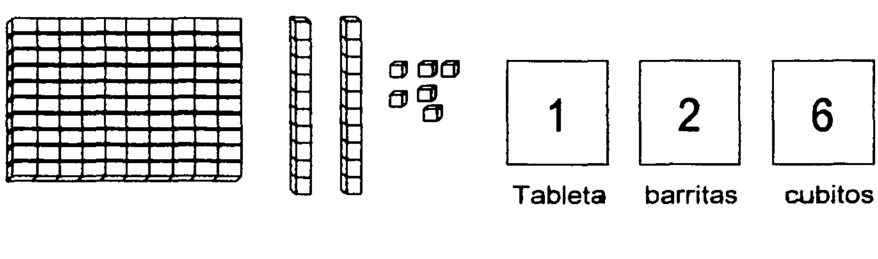
- Bloques de base diez (tabletas, barras y cubitos)
- 3 juegos de tarjetas numeradas del 0 al 9

¿Cómo le hacemos? (1)

- Se colocan al centro de la mesa dos pilas de tarjetas numeradas
- Se entrega a cada niño nueve barritas y nueve cubitos
- Cada niño por turno voltea una carta de cada pila y las muestra al grupo
- Cada niño debe representar con su material el número que se forme con las dos tarjetas, colocando las barritas y los cubitos en la posición que él crea correcta
- El primero que termine puede voltear las cartas siguientes para repetir el proceso

¿Cómo le hacemos? (2)

- Se colocan al centro de la mesa tres pilas de tarjetas numeradas
- Se entrega a cada niño nueve tabletas, nueve barritas y nueve cubitos
- Cada niño por turno voltea una carta de cada pila y las muestra al grupo
- Cada niño debe representar con su material el número que se forme con las tarjetas, colocando los agrupamientos en la posición que él crea correcta
- El primero que termine puede voltear las tres cartas siguientes para repetir el proceso



Dados (conteo hacia delante)

¿Qué queremos?

Fomentar a través del manejo de material manipulable:

- La habilidad de solucionar una situación de cambio aumentando sin la necesidad de lápiz y papel
- El conteo hacia adelante, con agrupamientos de 10 y sueltos

¿Qué necesitamos?

(1 y 2)

- Un dado con números del 10 al 15
- Un dado normal de puntos (1 al 6)
- Bloques de base diez

¿Cómo le hacemos?

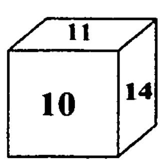
(1)

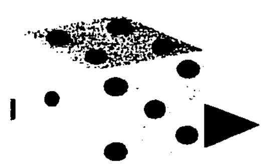
- Se entrega a cada niño cuatro barritas y nueve cubitos
- Cada niño por turno tira los dos dados
- Se debe iniciar el conteo a partir del dado con números y continuar su conteo con los puntos del otro dado
- Al saber cuanto salió en total por los dos dados deberá representar la cantidad con material de base 10

¿Cómo le hacemos?

(2)

- Se entrega a cada niño cuatro barritas y nueve cubitos
- Cada niño por turno tira los dos dados
- Se debe iniciar el conteo a partir del dado con números y continuar su conteo con los puntos del otro dado
- Al saber cuanto salió en total por los dos dados comenzará a contar con las barritas y los cubitos hasta llegar al 50
- El objetivo es que diga cuanto aumento al total de sus dados para tener 50





Dados (con valor arbitrario 1)

¿Qué queremos?

Fomentar a través del manejo de material manipulable:

- La identificación de distintos agrupamientos
- La asociación entre cada bloque (1 ó 10) y su posición con el valor correspondiente en los dígitos que componen un número
- El uso de asociaciones arbitrarias entre un valor específico con una simbolización asignada (como lo es en este caso el color)
- El reconocimiento y nombre de cualquier número de dos dígitos, a partir de la representación hecha del mismo, con los bloques de base diez

¿Qué necesitamos?

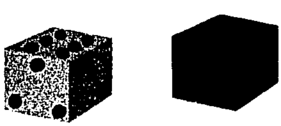
(1)

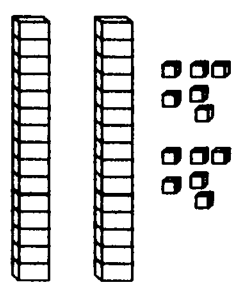
- Bloques de base diez (barras y cubitos)
- Un dado azul (simboliza unidades)
- Un dado rojo (simboliza decenas)
- Lápiz y papel

¿Cómo le hacemos?

(1)

- Se entrega a cada niño seis barritas y seis cubitos
- Cada niño por turno tira los dos dados juntos
- Debe escribe en su papel los dos números que le salieron colocándolos en la posición que juzgue correcta
- A continuación dirá el número que se formo
- Por último debe representar el número con los bloques de base diez





Dados (con valor arbitrario 2)

¿Qué queremos?

Fomentar a través del manejo de material manipulable:

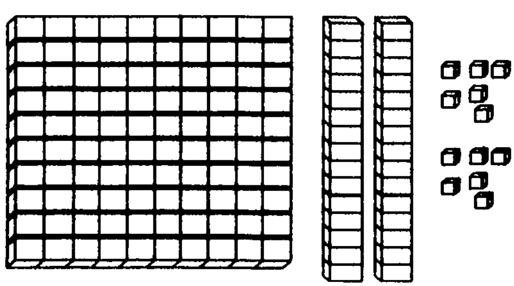
- La identificación de distintos agrupamientos
- La asociación entre cada bloque (1, 10 ó 100) y su posición con el valor correspondiente en los dígitos que componen un número
- El uso de asociaciones arbitrarias entre un valor específico con una simbolización asignada (como lo es en este caso el color)
- El reconocimiento y nombre de cualquier número de dos dígitos, a partir de la representación hecha del mismo, con los bloques de base diez

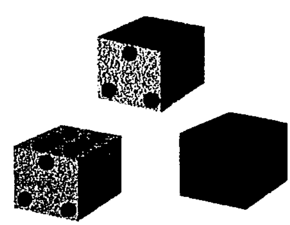
¿Qué necesitamos? (2)

- Bloques de base diez (tabletas, barras y cubitos)
- Un dado azul (simboliza unidades)
- Un dado rojo (simboliza decenas)
- Un dado verde (simboliza centenas)
- Lápiz y papel

¿Cómo le hacemos? (2)

- Se entrega a cada niño seis tabletas, seis barritas y seis cubitos
- Cada niño por turno tira los tres dados juntos
- Escribe en su papel los tres números que le salieron colocándolos en la posición que juzgue correcta
- A continuación dirá el número que se formo
- Por último debe representar el número con los bloques de base diez





El mercado

¿Qué queremos?

Fomentar por medio del juego del mercado:

- Las transacciones monetarias cotidianas en las que se hace uso de la adición y/o la substracción con cantidades de dos dígitos

¿Qué necesitamos?

(1)

- Productos de juguete que representen el supermercado, todos marcados con números (de dos dígitos) que señalen su precio de venta.
- Bloques de base diez

(2)

- Productos de juguete que representen el supermercado todos marcados con números (de dos dígitos) que señalen su precio de venta.
- Billetes de 100 pesos, fichas rojas de plastico empleadas como monedas de 10 pesos y fichas azules como monedas de 1 peso (billetes de juguete material didáctico)

¿Cómo le hacemos? (1)

- Uno de los niños hará el papel de vendedor, los restantes serán los compradores.
- Al inicio, cada niño toma 9 cubitos, 5 barras y 2 tabletas que serán en esta ocasión el efectivo para pagar sus artículos.
- El vendedor deberá realizar las operaciones necesarias para saber cuanto va a cobrar y a devolver de cambio.
- Los compradores deberán hacer la operación correspondiente para saber el monto de su compra, si el efectivo de que disponen es suficiente y si aún les sobra cambio.

¿Cómo le hacemos? (2)

El juego es el mismo que el anterior, sólo que se sustituyen los bloques y sus representaciones, por material didáctico de billetes y fichas de plástico que representan monedas.

La cuarta fase fue la aplicación directa y continua de las actividades, motivando a los niños a participar describiendo cada actividad como un juego.

FASE IV: Intervención

La intervención se basó en la aplicación de las actividades didácticas descritas en la fase anterior, en sesiones grupales de una hora, dos veces por semana, durante aproximadamente cuatro meses (el transcurso de un semestre escolar de la Carrera de Psicología en la FES Zaragoza). Las tres primeras sesiones fueron tomadas como evaluación inicial, y las dos últimas se emplearon para la evaluación final.

Cada sesión de una hora incluyó dos o tres actividades diferentes cada vez, mediante una dinámica activa de interacción entre niños e instructor. Las actividades fueron modificadas a medida que las ejecuciones realizadas por los niños se tornaban más ágiles. La modificación consistió en aumentar las cantidades y por ende las situaciones se tornaron más complejas.

Las sesiones se llevaron a cabo bajo una dinámica flexible, que se puede describir con la siguiente estructura.

- Inicio de la sesión
- Planteamiento de las actividades
- Estrategia empleada para corregir las ejecuciones
- Termino de la sesión

A continuación se describen cada uno de estos puntos.

- INICIO DE LA SESIÓN.

Las sesiones comenzaron a las 4:00 p.m. dando un saludo de bienvenida al grupo platicando acerca de las actividades escolares realizadas por la mañana; esta conversación era sumamente rápida. A las 4:10 aproximadamente se daba inicio a la primera actividad.

- PLANTEAMIENTO DE LAS ACTIVIDADES

La ejecución de las actividades se iniciaba tras las indicaciones correspondientes, por ejemplo.

Instructor: "Vamos a jugar a la perinola, les voy a explicar como jugaremos".
El instructor mostraba el material y daba una demostración sencilla de la actividad, y antes de que los niños comenzaran su juego les preguntaba, "¿alguien tiene dudas?" o "¿todos comprendieron las reglas del juego?". Estas indicaciones se dieron cada vez que se presentaba un nuevo juego.

Al haber transcurrido un lapso aproximado de 20 minutos el juego se daba por terminado, para dar lugar a otro juego.

Después de las cuatro o cinco primeras sesiones los niños ya sabían la dinámica de algunos juegos por lo que fue posible en varias ocasiones introducir un tercer juego sencillo y rápido al final de la sesión como Cuenta Rápido, Parte Todo o Dígitos Individuales. En estas actividades los niños habían de ejercitar sus habilidades con la mayor rapidez posible y con el resultado correcto.

La única actividad que requirió del tiempo completo de la sesión fue "El mercado" ya que en este juego es necesario realizar varias acciones y situaciones que se van presentando con cada compra-venta realizada. En actividades como la perinola, los dados o juegos en los que hubiese que esperar el turno de cada participante, se separó al grupo en dos mesas para hacer la actividad más amena y se diera un mayor número de jugadas.

- CORRECCIÓN DE EJECUCIONES.

Cada vez que un niño realizaba la o las acciones que se requerían en el juego se pedía a los demás que atendieran a la ejecución del participante en turno con la finalidad de calificar o descalificar la ejecución realizada de tal forma que era posible identificar quien o quienes de los niños realizaban el ejercicio con mayor destreza.

En actividades o sesiones posteriores se separó a los niños haciendo dos grupos, según las habilidades observadas; a quienes realizaron los ejercicios con mayor destreza se les presentaban números más grandes con la finalidad de ampliar y afianzar la habilidad ya lograda. Para quienes mostraron dificultades en el juego se programaba una actividad que les ayudase a mejorar y desarrollar la habilidad especifica detectada en ese momento según la actividad.

Las indicaciones para mejorar las ejecuciones se manejaron de diversas formas, en ocasiones se pedía a otro participante que realizará él las acciones necesarias para solucionar la situación presente, para que los demás o alguien en especial lo realizara de la misma forma. Otras veces se le indicaba al niño que realizara la ejecución mientras los demás le ayudaban a contar, a separar o lo que fuese necesario. Otra forma de hacerlo fue pidiendo al niño que realizara la ejecución para cada situación paralela al participante que estaba en turno, verificando su resultado con el compañero.

- TÉRMINO DE LA SESIÓN.

Las acciones de los niños fueron registradas anecdóticamente, de tal manera que al final de cada sesión estos registros sirvieron de indicadores para planear y definir las actividades para la siguiente sesión.

Tabla 4.3 Registro por número de sesión y actividades aplicadas por sesión.

Sesión 1	Perinola	Intercambio	
Sesión 2	Dados conteo hacia adelante (1)	Intercambio	
Sesión 3	Perinola	Parte todo	
Sesión 4	Cuenta rápido	Dígitos individuales	
Sesión 5	Dados conteo hacia adelante (1)	Parte todo	Cuenta rápido
Sesión 6	Intercambio	Perinola	
Sesión 7	Dados conteo hacia adelante (1)	Parte todo	Dígitos individuales
Sesión 8	Mercado		
Sesión 9	Perinola (2)	Cuenta rápido	
Sesión 10	Intercambio (2)	Dados conteo hacia adelante (2)	
Sesión 11	Dados con valor arbitrario	Cuenta rápido	
Sesión 12	Dígitos individuales (2)	Parte todo (2)	Cuenta rápido
Sesión 13	Perinola (2)	Dados con valor arbitrario	Parte todo (2)
Sesión 14	Intercambio (2)	Dados conteo hacia adelante (2)	Cuenta rápido
Sesión 15	Mercado		
Sesión 16	Dados con valor arbitrario	Cuenta rápido	Parte todo (2)
Sesión 17	Dados conteo hacia adelante (2)	Perinola(2)	Dígitos individuales (2)
Sesión 18	Intercambio (2)	Dados conteo hacia adelante (2)	
Sesión 19	Dados con valor arbitrario	Dados conteo hacia adelante (2)	
Sesión 20	Mercado		
Sesión 21	Cuenta rápido	Parte todo (2)	Dígitos individuales (2)
Sesión 22	Intercambio	Perinola (2)	Cuenta rápido
Sesión 23	Dados con valor arbitrario	Cuenta rápido	Dígitos individuales
Sesión 24	Mercado		

En la tabla 4.3 se puede consultar el orden en que las actividades fueron aplicadas y el número de sesión en que se aplicó; el número de veces en que se trabajo una misma actividad y el total de sesiones trabajadas.

La quinta fase de esta investigación fue la aplicación de una evaluación final al término de la intervención. Esta fase se describe a continuación.

FASE V: EVALUACIÓN FINAL

Al finalizar las sesiones de intervención se aplicó a cada niño una evaluación informal en la que se presentaron seis problemas; dos de adición y cuatro de substracción. En esta ocasión se contó con una cámara de video para filmar las ejecuciones de los niños. Posteriormente el material filmado se utilizó para analizar las acciones y justificaciones empleadas por los participantes.

Al igual que en la evaluación inicial se señaló a cada participante que podía resolver las adivinanzas (problemas) de la forma que él quisiera: con material, contando con sus dedos, usando lápiz y papel o como se les ocurriera.

La evaluación se aplicó de forma individual a cada participante, sin límite de tiempo y los problemas se presentaron de manera verbal, es decir no estaban impresos. El instructor leía un problema esperaba la respuesta y posteriormente leía el siguiente problema. En caso de que el niño no realizara ninguna acción o no diera respuestas se le preguntaba si había comprendido la adivinanza o si quería que se la volvieran a leer.

Los problemas que se aplicaron fueron los siguientes:

1. Janet tenía 18 galletas y Alvaro le dio 12 galletas más ¿cuántas galletas tiene ahora Janet?.
2. Areli tenía 34 galletas y le dio 14 galletas a Roberto ¿con cuántas galletas se quedo Areli?.
3. Martín tiene 8 galletas y Alfredo tiene 38 galletas ¿cuántas galletas necesita Martín para tener las mismas que Alfredo?.
4. Hugo tiene 14 galletas y necesita 20 galletas más para tener igual que Janet ¿cuántas galletas tiene Janet?.
5. Alfredo tiene 32 galletas y Hugo tiene 12 galletas ¿cuántas galletas más tiene Alfredo que Hugo?.
6. Hugo y Martín tienen 54 galletas entre los dos, 22 galletas son de Hugo ¿cuántas galletas son de Martín?.

Al término de la aplicación de las evaluaciones se procedió a analizar cada una de las respuestas y ejecuciones registradas en la grabación, las cuales se encuentran descritas en el siguiente capítulo.

CAPITULO 5

ANALISIS DE RESULTADOS

En este capitulo se describen cada una de las soluciones dadas por los niños a los seis problemas presentados como evaluación final. Recayendo en estas soluciones la mayor importancia de este estudio, debido a que son la base y sustento del propósito dictado en el apartado del diseño.

Las ejecuciones son descritas como un continuo de acciones o explicaciones verbales, presentadas en un formato de ventanas (recuadros) continuas acompañadas cada una de un párrafo en la parte inferior, en el que se explica con mayor detalle las descripciones.

TRATAMIENTO DE LA INFORMACIÓN

La información obtenida, como ya se señaló, es de gran valor para fundamentar el propósito de este estudio; para ello los datos fueron clasificados bajo el mismo criterio empleado en la evaluación inicial donde se tomaron como criterio de interpretación las cuatro categorías de estrategias surgidas de las respuestas de los niños, las cuales son nombradas a continuación para mayor comodidad del lector.

1. El conteo de uno en uno, ya sea haciendo palitos sobre la hoja o bien contando con los dedos las dos cantidades del problema o sólo la segunda cantidad comenzando a contar a partir de la primera.

2. El algoritmo convencional de adición o substracción, en el que se colocan las cantidades una sobre la otra y se relacionan los dígitos para obtener el resultado.

3. El conteo de agrupamientos de diez, representando las dos cantidades, con material preagrupado de base diez, contando grupos de diez en diez y unidades sueltas

4. Procesos de agrupamiento con descripción verbal del proceso empleado, descripción en la que se aprecia el empleo de la composición y descomposición de los números reconociéndolos como unidades agrupadas con diferente valor posicional.

De igual forma que con los datos de la evaluación inicial los resultados de la evaluación final se ordenaron en tablas donde puede apreciarse con mayor facilidad las estrategias empleadas. Se presenta también a continuación algunos ejemplos de las ejecuciones de los niños, ordenados por tipo de estrategia empleada, problema en el que se hizo uso de ella y participante que la emplea.

ANALISIS DE LAS RESPUESTAS DE LOS NIÑOS DADAS A LA EVALUACION FINAL

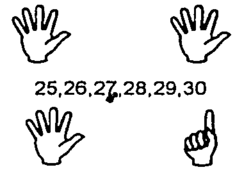
ESTRATEGIA DE CONTEO DE UNO EN UNO. (ESTRATEGIA TIPO 1)

A continuación se presentan tres ejemplos del uso de esta estrategia.

- Ejemplo 1

Situación: Areli tenía 34 galletas y le dio 14 galletas a Roberto ¿con cuántas galletas se quedo Areli?. (problema 2)

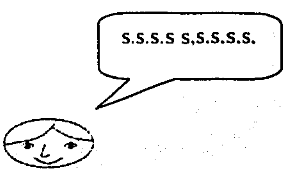
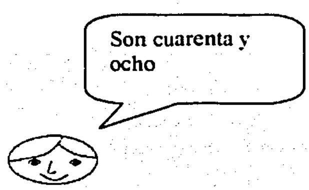
Participante 1

14,15,16,17,18,19,20,21, 22,23,24 	Con diez 	15,16,17,18,19,20,21,22,23,24 25,26,27,28,29,30 	dieciséis 
Cuenta con sus dedos de uno en uno a partir del 14 hasta llegar al 24. Responde *"con diez"*	El instructor dice entre afirmación y pregunta "se queda con diez".	El niño vuelve a contar con sus dedos de uno en uno a partir del 14, repasándolos hasta llegar al 30	Cuenta con sus dedos de uno en uno a partir del 14 hasta llegar al 24. Responde *"con dieciséis"*

- Ejemplo 2

Situación: Areli tenía 34 galletas y le dio 14 galletas a Roberto ¿con cuántas galletas se quedo Areli? (problema2)

Participante 6

s.s.s.s s.s.s.s.s. 	Son cuarenta y ocho 	Contando con la mente 
Cuenta en voz baja catorce de uno en uno a partir del treinta y cuatro	Responde "*cuarenta y ocho*" ¿cómo le hiciste? *"contando"*	Si pero explícanos como hace rato "Contando con la mente".

- Ejemplo 3

Situación: Hugo y Martín tienen 54 galletas entre los dos, 22 galletas son de Hugo ¿cuántas galletas son de Martín? (problema 5)

Participante 1

24,25,26,....54.

Cuenta varias veces sobre sus dedos de uno en uno a partir del 22 hasta llegar al 54.
Responde *cincuenta y, ¡no! cuarenta y, ¡no! treinta y dos*

El conteo de uno en uno (estrategia tipo 1) como estrategia de solución a problemas de adición o substracción continua siendo empleada aunque con mucho menor frecuencia. En los problemas presentados como evaluación inicial fue empleada ocho veces y en esta ocasión se empleo cuatro veces.

Aún cuando fueron menos las ocasiones en que fue empleada esta estrategia es interesante señalar que dos de los niños que la emplearon fueron también los que más emplearon el cuarto tipo de estrategia, la cual fue considerada en este estudio como la estrategia en la que se emplea con mayor seguridad los procesos del agrupamiento.

En la solución de estos seis problemas ninguno de los niños empleó la estrategia del uso del algoritmo tradicional (estrategia tipo 2).

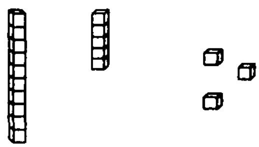
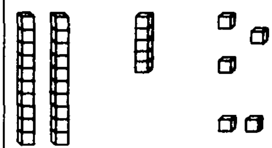
ESTRATEGIA DEL USO DE LOS PROCESOS DEL AGRUPAMIENTO. (ESTRATEGIA TIPO 3)

A continuación se presentan tres ejemplos del uso de esta estrategia.

- Ejemplo.1

Situación: Janet tenía 18 galletas y Alvaro le dio 12 galletas más ¿cuántas galletas tiene ahora Janet? (problema 1)

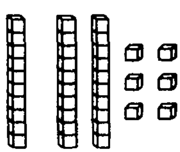
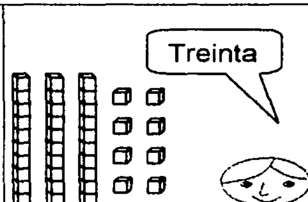
Participante 2

		
Pone una barra de diez, un atado de cinco cubitos y tres cubitos sueltos el atado fue un grupo de cinco cubitos unidos con diurex.	Después coloca una barra debajo de la anterior y dos cubitos debajo de los otros tres	Baja la barrita, el atado y los cubitos, para juntarlos todos. Responde enseguida *"Treinta"*

- Ejemplo. 2

Situación: Martín tiene 8 galletas y Alfredo tiene 38 galletas ¿cuántas galletas necesita Martín para tener las mismas que Alfredo?. (problema 3)

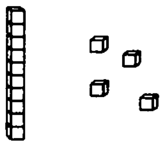
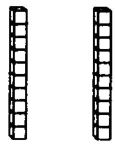
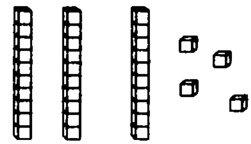
Participante 4

			
Pone ocho cubitos.	Toma tres barritas y seis cubitos, observa y cuenta todos los cubitos y responde *"veinte"*	El instructor dice nuevamente el problemas. El niño checa sus cantidades y coloca dos cubos más junto a las barritas. Cuenta nuevamente los cubos y responde *"treinta"*	¿por qué? Explica verbalmente *"porque son iguales los ocho ya nomás le faltan treinta".*

- Ejemplo. 3

Situación: Hugo tiene 14 galletas y necesita 20 galletas más para tener igual que Janet ¿cuántas galletas tiene Janet? (problema 4)

Participante 7

		
Pone una barrita y cuatro cubitos	Toma dos barras y las sostiene en sus manos por un momento	*Responde* "treinta y cuatro" ¿cómo le hiciste? *"porque le faltan veinte y con éstas"* junta las dos barritas con los catorce que colocó primero

Al observar las respuestas empleadas con este tipo de estrategia, se detecta mayor seguridad y confianza en las respuestas que dan los niños a las preguntas del aplicador, y más aún mayor comprensión de sus propias acciones con el material en relación con la situación planteada. En contraste con la evaluación inicial donde se presentó esta estrategia sólo en tres ocasiones esta vez es la estrategia que adquiere mucha mayor frecuencia pues se presenta en veintitrés ocasiones de treinta y seis.

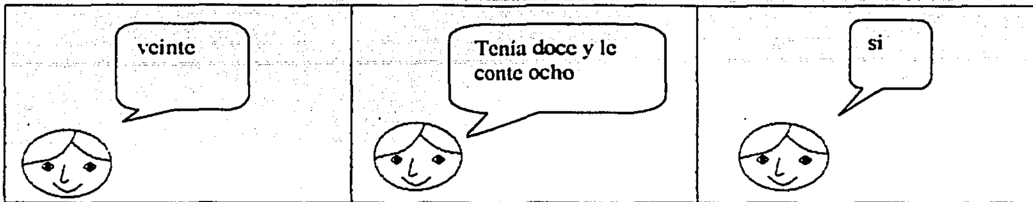
ESTRATEGIA DE USO DE LOS PROCESOS DEL AGRUPAMIENTO. (ESTRATEGIA TIPO 4)

A continuación se presentan tres ejemplos del uso de esta estrategia.

- Ejemplo.1

Situación: Janet tenía 18 galletas y Alvaro le dio 12 galletas más ¿cuántas galletas tiene ahora Janet? (problema 1)

Participante 5

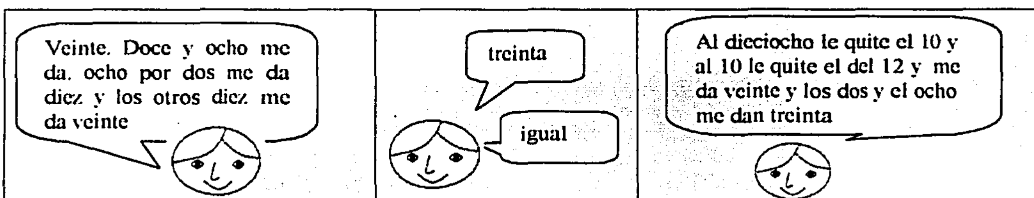


Responde *"veinte".* Instructor pregunta ¿cómo le hiciste?	Explica verbalmente. *"tenía doce y le conte ocho"* Instructor ¿solo ocho?	Parece que intenta hacer la suma iniciando por las unidades y olvida la decena del dieciocho.

- Ejemplo. 2

Situación: Janet tenía 18 galletas y Alvaro le dio 12 galletas más ¿cuántas galletas tiene ahora Janet? (problema 1)

Participante 6

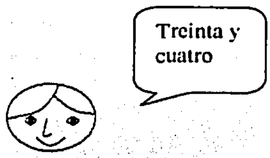
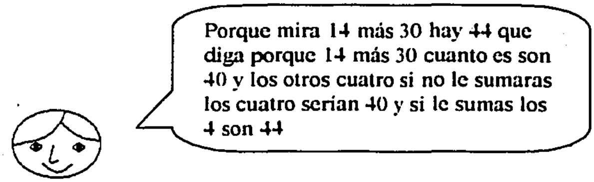


Responde rápidamente *"veinte".* El instructor pregunta ¿cómo le hiciste? Explica "*doce y ocho me da".* levanta sus dedos y parece que va a contarlos, cuando comienza a decir. "*Ocho por dos me da diez y los otros diez me da veinte"*	El instructor vuelve a decir el problema completo. Rápidamente contesta *"treinta"* Otra vez ¿cómo le hiciste? *"igual"*	¿Qué le hiciste al dieciocho? *Al dieciocho le quite el 10 y al 10 le quite el del 12* (quiere decir que le quitó el 10 al doce para sumar las dos decenas) *y me da veinte y los dos y el ocho me dan treinta".*

- Ejemplo 3

Situación: Hugo tiene 14 galletas y necesita 20 galletas más para tener igual que Janet ¿cuántas galletas tiene Janet? (problema 4)

Participante 1

	
¿cómo le hiciste?	Explica todo verbalmente. *Porque mira catorce más treinta hay cuarenta y cuatro que diga porque catorce más treinta más diez son cuarenta y los otro cuatro son cuarenta y cuatro*

En los tres ejemplos presentados anteriormente las explicaciones describen de manera evidente la comprensión que estos niños tienen acerca de los procesos del agrupamiento y de la relación que guardan estos procesos en la composición de los números.

Esta estrategia fue empleada ocho veces en esta evaluación y aún cuando la diferencia con la evaluación final no es tan amplía como en la estrategia tipo 3 las explicaciones de los niños presentan mayor definición de sus habilidades sobre los procesos del agrupamiento.

A continuación se presenta el análisis final de los datos obtenidos en las dos evaluaciones realizadas.

Los resultados que en este estudio se presentan fueron interpretados en función de las características particulares de los datos obtenidos al inicio de la intervención y la diferencia con los datos obtenidos al final de la misma. Aún cuando los problemas presentados como evaluación inicial son distintos los datos obtenidos conservan rasgos considerablemente semejantes, que permiten cotejar comparativamente los resultados en términos de efectividad; específicamente con este grupo de niños.

A continuación se retoma la tabla 4.1 de la página 61 para contrastar los datos de ésta con los de la tabla 5.1 que contiene las ejecuciones de la evaluación final. En ellas se puede apreciar con facilidad las diferencias en cuanto al cambio en el tipo de estrategias empleadas inicialmente y las empleadas al término de la intervención, especialmente en el empleo de estrategias en las que se hace uso de los procesos del agrupamiento.

Tabla 4.1 Estrategias empleadas por los niños en la evaluación inicial.

Niños	Situación 1 Primera sesión	Situación 2 Segunda sesión	Situación 3 Tercera sesión
1	Conteo de agrupamientos de diez con material preagrupado (3)	Conteo de uno en uno (1)	Descripción verbal de los procesos de agrupamiento (4)
2	Algoritmo tradicional (2)	Conteo de uno en uno (1)	Conteo de uno en uno (1)
3	Algoritmo tradicional (2)	Descripción verbal de los procesos de agrupamiento (4)	Algoritmo tradicional (2)
4	Conteo de uno en uno (1)	Conteo de uno en uno (1)	Conteo de uno en uno (1)
5	Conteo de uno en uno (1)	Conteo de uno en uno (1)	Conteo de agrupamientos de diez con material preagrupado (3)
6	Descripción verbal de los procesos de agrupamiento (4)	Conteo de agrupamientos de diez con material preagrupado (3)	Algoritmo tradicional (2)
7	Algoritmo tradicional (2)		

Tabla 5.1 Estrategias empleadas por los niños en la evaluación final.

Niños	Situación 1	Situación 2	Situación 3	Situación 4	Situación 5	Situación 6
1	Descripción verbal de los procesos de agrup. (4)	Conteo de uno en uno (1)	Descripción verbal de los procesos de agrup. (4)	Descripción verbal de los procesos de agrup. (4)	Conteo de uno en uno (1)	Conteo de uno en uno (1)
2	Conteo de agrupamientos de diez con material preagrupado (3)	Conteo de agrupamientos de diez con material preagrupado (3)	Conteo de agrupamientos de diez con material preagrupado (3)	Conteo de agrupamientos de diez con material preagrupado (3)	Conteo de agrupamientos de diez con material preagrupado (3)	Conteo de agrupamientos de diez con material preagrupado (3)
3	D E S E R T O					
4	Conteo de agrupamientos de diez con material preagrupado (3)	Conteo de agrupamientos de diez con material preagrupado (3)	Conteo de agrupamientos de diez con material preagrupado (3)	Conteo de agrupamientos de diez con material preagrupado (3)	Conteo de agrupamientos de diez con material preagrupado (3)	Conteo de agrupamientos de diez con material preagrupado (3)
5	Descripción verbal de los procesos de agrup. (4)	Conteo de agrupamientos de diez con material preagrupado (3)	Conteo de agrupamientos de diez con material preagrupado (3)	Conteo de agrupamientos de diez con material preagrupado (3)	Conteo de agrupamientos de diez con material preagrupado (3)	Conteo de agrupamientos de diez con material preagrupado (3)
6	Descripción verbal de los procesos de agrup. (4)	Conteo de uno en uno (1)	Descripción verbal de los procesos de agrup. (4)	Descripción verbal de los procesos de agrup. (4)	Descripción verbal de los procesos de agrup. (4)	Conteo de agrupamientos de diez con material preagrupado (3)
7	Conteo de agrupamientos de diez con material preagrupado (3)	Conteo de agrupamientos de diez con material preagrupado (3)	Conteo de agrupamientos de diez con material preagrupado (3)	Conteo de agrupamientos de diez con material preagrupado (3)	Conteo de agrupamientos de diez con material preagrupado (3)	No se aplicó

Los datos contenidos en la tabla 4.1 y 5.1 muestran un considerable cambio en el uso de las estrategias que empleó cada niño antes y después de la intervención. Como puede observarse en la tabla 4.1 sólo uno de los participantes empleó el mismo tipo de estrategia de solución en las tres situaciones, los restantes emplearon dos y tres tipos diferentes de estrategia según la situación. En cambio en la tabla 5.1 es evidente la constancia que tienen los participantes por el empleo de un mismo tipo de estrategia, recurriendo en la mayor parte de los casos al conteo por grupos con material de base diez, con menor frecuencia a la explicación verbal de los procesos de agrupamiento y realizando en tan solo cuatro ocasiones el conteo de uno en uno.

El trabajo constante de las actividades realizadas durante la intervención promovió el dominio de los procesos de agrupamiento mediante el empleo del material de base diez el cual se refleja en la destreza que muestran los niños al solucionar los problemas de la evaluación final con dicho material.

A pesar de que la estrategia tipo 2 en la que se emplea el algoritmo tradicional fue eliminada por completo por los niños en la evaluación final, puede constatarse que la mayor parte de ellos la habían empleado con mayor efectividad poco antes del termino de la intervención en comparación al inicio, al solucionar los dos problemas que aparecen a continuación.

Problema: Yo tengo 47 estampas y mi papá me regala 16 estampas más. ¿cuántas estampas tengo ahora?.

Cuatro de los participantes realizaron:

$$\begin{array}{r} {\scriptstyle 1} \\ 47 \\ +\ \underline{16} \\ 63 \end{array}$$

Los dos participantes restantes realizaron:

Participante 7 y 6

$$\begin{array}{r} 47 \\ +\ \underline{16} \\ 513 \end{array} \qquad \begin{array}{r} {\scriptstyle 1} \\ 47 \\ +\ \underline{16} \\ 613 \end{array}$$

Se pidió a tres niños que tomaran con sus manos todos los cubitos que pudieran los contaron y se anotaron las cantidades, se juntaron todos los cubitos en un recipiente y se planteo lo siguiente.

Problema: Martín tiene 36 cubitos, Janeth tiene 28 cubitos y Dante tiene 16 cubitos ¿cuántos cubitos tienen entre todos?.

Nuevamente cuatro realizaron la misma operación:

$$\begin{array}{r} 2 \\ 36 \\ +\ 28 \\ 16 \\ \hline 80 \end{array}$$

Los dos participantes restantes:
Participante 7 y 4

$$\begin{array}{r} 1 \\ 36 \\ +\ 16 \\ \hline 52 \end{array} \qquad\qquad \begin{array}{r} 63 \\ 82 \\ 61 \\ \hline \end{array}$$

En el primer ejemplo una de las tres cantidades se omite, no obstante la operación se realizó adecuadamente, en el segundo caso coloca las cantidades de manera invertida pero no realiza la operación.

Es importante destacar que el participante 7 en la evaluación inicial no realizó ninguna acción realmente propia, ya que la situación uno que es la única en la que escribe algo fue una copia de lo que hizo alguien más. El trabajo de intervención realizado con este participante mantuvo siempre una atención un tanto mayor en comparación con sus compañeros, obteniendo en la evaluación final uno de los mejores desempeños.

Las tablas que se presentan a continuación muestran el número de veces que fue empleada cada estrategia en las diferentes situaciones. (la tabla 4.2 se retoma de la página 61)

Tabla 4.2 cantidad de veces en que fue empleada cada estrategia en cada situación.

	Estrategia 1 Conteo de uno en uno	Estrategia 2 Algoritmo tradicional	Estrategia 3 Conteo de agrupamientos de diez con material preagrupado	Estrategia 4 Descripción verbal de los procesos de agrupamiento
Situación 1	2	3	1	1
Situación 2	4	0	1	1
Situación 3	2	2	1	1

Tabla 5.2 Cantidad de veces en que fue empleada cada estrategia en cada situación.

	Estrategia 1 Conteo de uno en uno	Estrategia 2 Algoritmo tradicional	Estrategia 3 Conteo de agrupamientos de diez con material preagrupado	Estrategia 4 Descripción verbal de los procesos de agrupamiento
Situación 1			3	3
Situación 2	2		4	
Situación 3			4	2
Situación 4			4	2
Situación 5	1		4	1
Situación 6	1		4	

Los datos presentados en las dos tablas anteriores hacen evidente el cambio de estrategias logrado por los participantes al solucionar los problemas de adición o substracción. Esta confrontación de datos, aún cuando las evaluaciones son distintas mantiene la constante de haber sido solucionados con las mismas estrategias y su mayor valor radica en la diferencia de la frecuencia en que éstas fueron empleadas.

La comparación de los resultados en términos de efectividad; específicamente con este grupo de niños y en función práctica de este estudio , es considerada por el empleo de los procesos del agrupamiento, realizado en la evaluación final por los participantes. El tipo de acciones, el tiempo empleado para las soluciones y la constancia en el empleo de los procesos del agrupamiento fueron un signo importante para considerar que la variación de las estrategias empleadas en la evaluación inicial y en la evaluación final se derivó del trabajo realizado con las actividades didácticas trabajadas durante el tiempo de intervención.

A continuación se presentan cada una de las ejecuciones iniciales y finales de cada uno de los participantes con la finalidad de proporcionar una visión de la forma en la que variaron las respuestas de cada uno de los niños.

Respuestas a la Evaluación Inicial del Participante 1

Situación 1. Areli tiene 46 muñecas y Janet tiene 58 muñecas ¿cuántas muñecas tienen entre las dos?

1) Coloca sobre el tablero[1] en la parte superior cuatro barritas y seis cubitos, los coloca correctamente en su posición.

2) Coloca en la parte intermedia del tablero dos barritas y ocho cubitos representando el 28 en lugar del 58, porque equivoca la cantidad.

3) Junta todos los cubitos y los baja al lugar del resultado

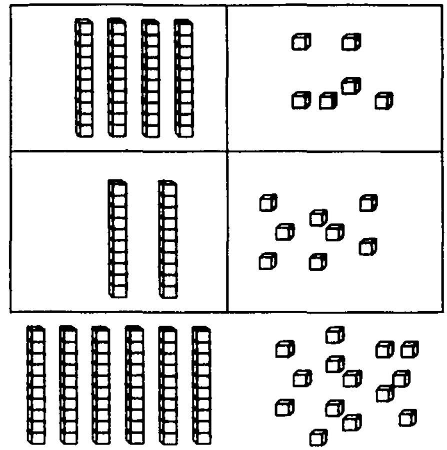
4) Junta todas las barritas y las baja al lugar del resultado

5) Cuenta los cubitos uno por uno 14 *catorce*

6) Cuenta las barritas de 10 en 10 y dice sesenta, escribe a la izquierda del 14 6 *sesenta*

[1] El tablero es una tabla dividida en tres filas y tres columnas, en donde se coloca el material según corresponda unidades, decenas o centenas.

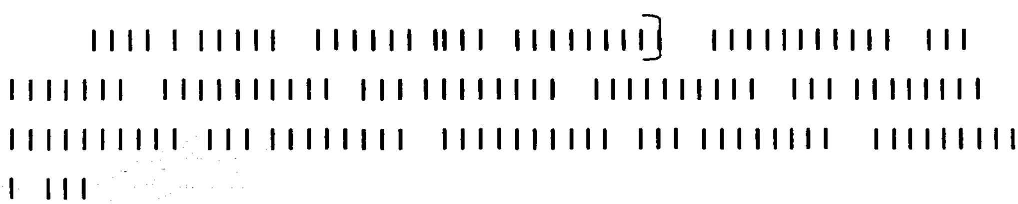
7) Resultado 614



Situación 2. Aarón tiene sesenta y cuatro llocos y Hugo tiene veintiocho llocos ¿cuántos llocos tiene más Aarón que Hugo?.

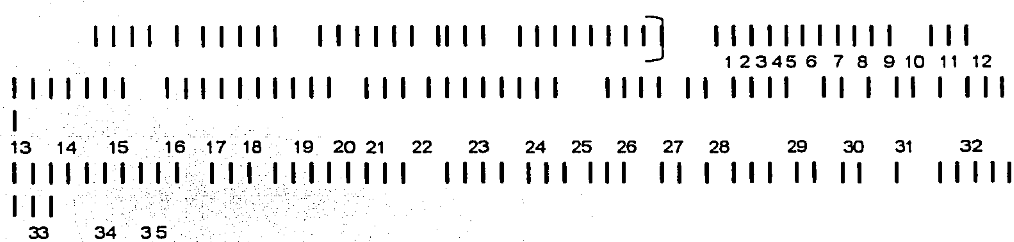
1) Hace muchos palitos en desorden los borra y los vuelve a hacer varias veces

2) Marca según su conteo hasta donde hay 28 palitos



3) Cuenta supuestamente los palitos que le sobran y escribe

"le faltan 35"

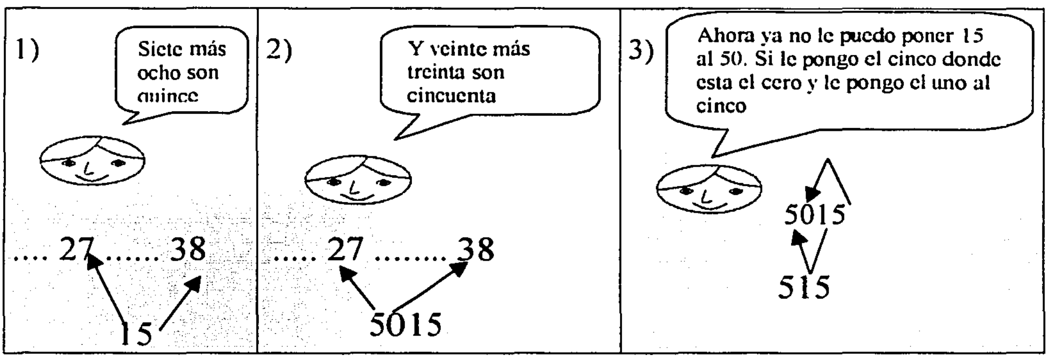


Situación 3. José tiene 27 globos y Pedro le dio 38 globos más ¿cuántos globos tiene ahora José?.

1) Dice señalando el 7 "siete más 8" señala el 8 son "15"
   lo escribe 15

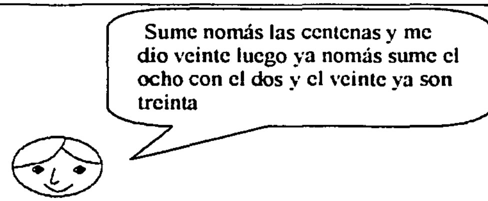
2) Señalando el 2 continua "y veinte más treinta" señalando el 3 "son 50" lo escribe junto al 15 su resultado se ve 5015
   El aplicador pregunta *¿y luego?*

3) "Pues es que ahora no le puedo sumar 15 al 50, si le pongo el 5 (*lo dice mientras borra el cero del 50)* y le pongo el uno al cinco" (*señalando el 5 del 50)* al terminar de explicar no borra el uno que dice y solo coloca el 5 a un lado. El resultado final queda 515



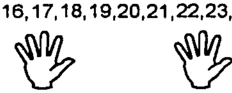
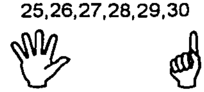
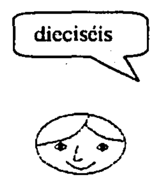
Respuestas a la Evaluación Final del Participante 1

1. Janet tenía 18 galletas y Alvaro le dio 12 galletas más ¿cuántas galletas tiene ahora Janet?.

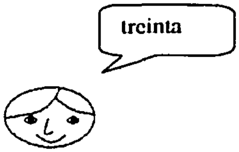
	
La respuesta es inmediata *"treinta"* y se le pregunta ¿cómo le hiciste?	Explica en voz alta lo que hizo con cada número. Dice cambia la palabra "centenas" por decenas sin embargo el resultado es correcto. *"sume nomás las centenas y me dio veinte luego ya nomás sume el ocho con el dos y el veinte ya son treinta"*

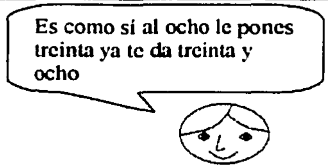
.

2. Areli tenía 34 galletas y le dio 14 galletas a Roberto ¿con cuántas galletas se quedo Areli?.

14,15,16,17,18,19,20,21, 22,23,24 		15,16,17,18,19,20,21,22,23,24  25,26,27,28,29,30 	
Cuenta con sus dedos de uno en uno a partir del 14 hasta llegar al 24. Responde "con diez"	El instructor dice entre afirmación y pregunta se queda con diez.	El niño vuelve a contar con sus dedos de uno en uno a partir del 14, repasándolos hasta llegar al 30	Cuenta con sus dedos de uno en uno a partir del 14 hasta llegar al 24. Responde *"con dieciséis"*

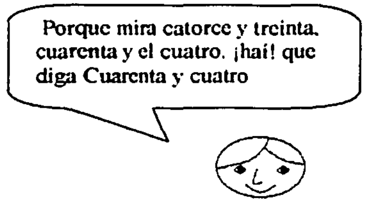
3. Martín tiene 8 galletas y Alfredo tiene 38 galletas ¿cuántas galletas necesita Martín para tener las mismas que Alfredo?.





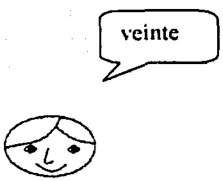
La respuesta es inmediata *"treinta"* ¿cómo supiste?	Explica *"es como sí al ocho le pones treinta ya te da treinta y ocho"*

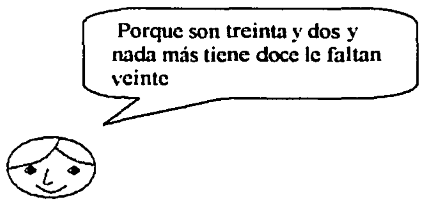
4. Hugo tiene 14 galletas y necesita 20 galletas más para tener igual que Janet ¿cuántas galletas tiene Janet?.



La respuesta es inmediata *"treinta y cuatro"* ¿cómo le haces?	Al explicar el proceso confunde la cantidad del resultado que habia dado (34) con la implicada en el problema (20). *"Porque mira catorce y treinta, cuarenta y el cuatro ¡hai! que diga cuarenta y cuatro"*

5. Alfredo tiene 32 galletas y Hugo tiene 12 galletas ¿cuántas galletas más tiene alfredo que Hugo?.

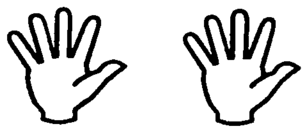




Responde inmediatamente *"veinte"* se le preguntos ¿porqué?	No explica el proceso sin embargo su explicación es como un hecho conocido. *"porque son treinta y dos y nada más tiene doce le faltan veinte.*

6. Hugo y Martín tienen 54 galletas entre los dos, 22 galletas son de Hugo ¿cuántas galletas son de Martín?

24,25,26,....54.



Cuenta varias veces sobre sus dedos de uno en uno a partir del 22 hasta llegar al 54.
Responde "*cincuenta y, ¡no! cuarenta y, ¡no! treinta y dos*"

Respuestas a la Evaluación Inicial del Participante 2

Situación 1: Areli tiene 46 muñecas y Janet tiene 58 muñecas ¿cuántas muñecas tienen entre las dos?.

1) Realiza la siguiente operación

$$\begin{array}{r} 46 \\ + \quad 58 \\ \hline 915 \end{array}$$

suma el seis con el ocho y escribe el resultado (15) debajo del ocho, después suma el cuatro con el cinco, pone el resultado debajo del cinco y obtiene como resultado final 915

Situación 2. Aarón tiene sesenta y cuatro llocos y Hugo tiene veintiocho llocos ¿cuántos llocos tiene más Aarón que Hugo?.

1) Hace muchos palitos en desorden los borra y los vuelve a hacer varias veces el desorden de los palitos no permite hacer un conteo que permita describir lo que hizo.

2) Señala con una corcheta] como separando las cantidades y escribe en su hoja

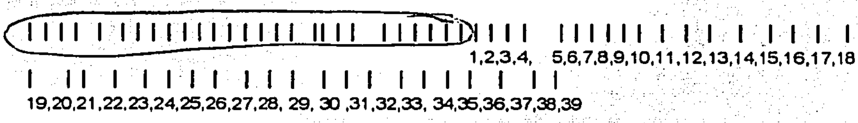
Aron tiene 64 y Hugo tiene 28 Le faltan 35

Situación 3. José tiene 27 globos ¿cuántos globos necesita para tener 65?

1) Hace 65 palitos, equivoca su conteo y termina con 66

2) Encierra 27 palitos

3) Cuenta los palitos que quedaron sin encerrar

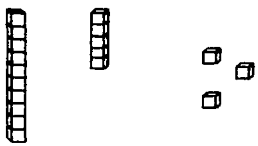
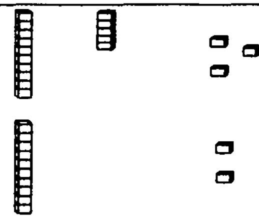
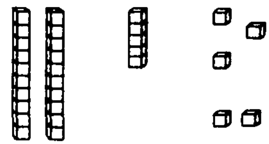


4) Resultado

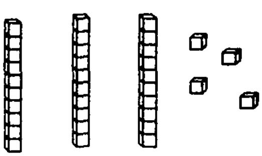
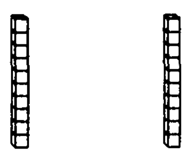
39

Respuestas a la Evaluación Final del Participante 2

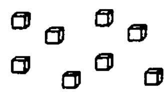
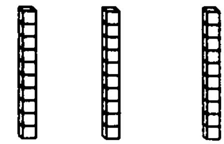
1. Janet tenía 18 galletas y Alvaro le dio 12 galletas más ¿cuántas galletas tiene ahora Janet?.

		
Pone una barra de diez, un atado de cinco cubitos y tres cubitos sueltos el atado fue un grupo de cinco cubitos unidos con diurex.	Después coloca una barra debajo de la anterior y dos cubitos debajo de los otros tres	Baja la barrita, el atado y los cubitos, para juntarlos todos. Responde enseguida <u>*"Treinta"*</u>

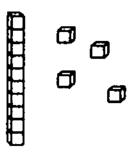
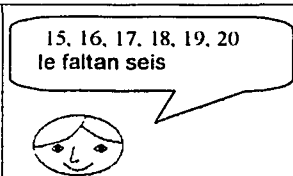
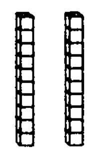
2. Areli tenía 34 galletas y le dio 14 galletas a Roberto ¿con cuántas galletas se quedo Areli?.

	
Representa la primera cantidad (34) con el material	Quita la segunda cantidad (14) primero quita los cuatro cubitos y después una barrita. Responde inmediatamente <u>*"veinte"*</u>

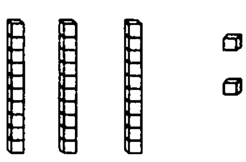
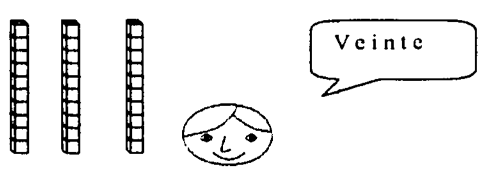
3. Martín tiene 8 galletas y Alfredo tiene 38 galletas ¿cuántas galletas necesita Martín para tener las mismas que Alfredo?.

		
Representa la primera cantidad (8) con el material	Se pregunta en voz baja a sí misma *¿cuánto le faltará?*	Toma tres barritas y con las barritas en las manos responde *"treinta"*

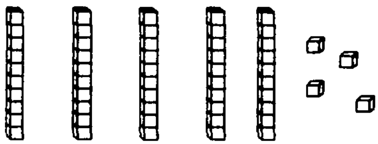
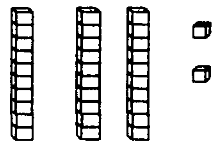
4. Hugo tiene 14 galletas y necesita 20 galletas más para tener igual que Janet ¿cuántas galletas tiene Janet?.

		
Representa la primera cantidad (14) con el material	Cuenta en voz baja a partir del quince hasta llegar al veinte y responde *"le faltan seis"*	Se lee nuevamente el problema mientras lo escucha toma dos barritas y con las barritas en la mano dice *"no es cierto, no le faltan veinte yo tengo veinte y a él faltan seis para tener igual que yo"*

5. Alfredo tiene 32 galletas y Hugo tiene 12 galletas ¿cuántas galletas más tiene alfredo que Hugo?.

	
Representa la primera cantidad (32) con el material	Quita los dos cubitos y sin modificar las barritas responde *"veinte"*

6. Hugo y Martín tienen 54 galletas entre los dos, 22 galletas son de Hugo ¿cuántas galletas son de Martín?

	
Representa el 54 con material	Quita dos cubitos y dos barritas y responde inmediatamente *<u>"treinta y dos"</u>*

Respuestas a la Evaluación Inicial del Participante 3

Situación 1: Areli tiene 46 muñecas y Janet tiene 58 muñecas ¿cuántas muñecas tienen entre las dos?.

$$\begin{array}{r} 4\,6 \\ +\quad\; \\ 5\,8 \\ \hline 9\,14 \end{array}$$

suma el seis con el ocho y escribe el resultado (14) debajo del ocho, después suma el cuatro con el cinco, pone el resultado debajo del cinco y obtiene como resultado final 914

2) Realiza la siguiente operación

Situación 2. Aarón tiene sesenta y cuatro llocos y Hugo tiene veintiocho llocos ¿cuántos llocos tiene más Aarón que Hugo?.

1) Realiza una operación

$$\begin{array}{r} 1 \\ 64 \\ +\;28 \\ \hline 812 \end{array}$$

dice ocho más cuatro, doce (automático) pone el uno arriba de las decenas y escribe el doce bajo las unidades. Al sumar las decenas solo toma en cuenta el dos y el seis.

Al preguntarle como le hiciste, no explica la operación como se esperaría y hace lo siguiente:

1) Dice 10 20 y continua con sus dedos hasta el 28 hace una leve pausa y sigue hasta el 30, dice "sobran 2" escribe lo que va haciendo

10 20 2

2) Vuelve a contar 28, 29 nuevamente escribe el 2

10, 20, 2 2

3) Sigue contando 30, 40, 50 ...64 los escribe como sigue:

10, 20, 2 2, 30, 40, 50
60, 64

4) Cuenta de 10 en 10 señalando a partir del 40

40	50	60	64
diez	veinte	treinta	treinta y uno... treinta y cuatro

escribe sobran 34. Hace una pausa y continua

5) Suma los 2 números 2 que anoto al contar del 28 al 30

10 20 2 2 30 40 50 60 64

vuelve a escribir su resultado SOBRAN 38

Situación 3. José tenía 65 globos le dio algunos globos a Pedro y él se quedó con 38 ¿cuántos globos le dio a Pedro?.

1) Realiza la siguiente operación

$$\begin{array}{r} {}^{1} \\ 6\,5 \\ 3\,8 \\ \hline 9\,14 \end{array}$$

Dice 8 más 5, 13. Escribe un 1 arriba del 5 y lo suma al 13.
son 14 lo escribe debajo del 8.
después suma el 6 más 3 son 9.

Respuestas a la Evaluación Inicial del Participante 4

Situacion 1. Areli tiene 46 muñecas y Janet tiene 58 muñecas ¿cuántas muñecas tienen entre las dos?.

1) cuenta con sus dedos a partir del cuarenta y siete repasando una y otra vez ambas manos. Se detiene en el 87 y lo escribe como resultado.

47 48 59 60 61

62 63 64 65 66....87

Situación 2. Aarón tiene sesenta y cuatro llocos y Hugo tiene veintiocho llocos ¿cuántos llocos tiene más Aarón que Hugo?.

1) comienza a hacer palitos y escribe el número y nombre a quien pertenecen; cuando llega al diecinueve se da cuenta que se equivoca en el nombre.

bictor ugo

64 IIII ì IIIII IIIIII II I

2) comienza a contar la primera cantidad (64), escribe el nombre de quien pertenecen. Al llegar al 60 hace una línea un poco más larga que las demás, la cual confunde al final contandola como otro palito.

aron I IIIIIIIII IIIIIIIIIII IIIIIIIIII IIIIIIIIII III III

IIIII IIIIIIIII I III

3) comienza a tachar los palitos contando de uno en uno hasta el veintiocho.

aron I IIIIIIIII IIIIIIIIIII IIIIIIIIII IIIIIIIIII III III
IIIII IIIIIIIII I III

4) cuenta los palitos que quedan sin tachar y escribe

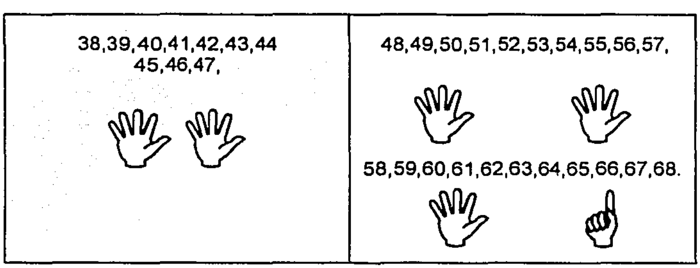
le faltan 37 llocos

(vuelve a contar sus palitos como para verificar su resultado, al terminar borra lo que había anotado y escribe)

le faltan 38

Situación 3. José tenía 65 globos. Le dio 38 globos a Pedro ¿con cuántos globos se quedó José?.

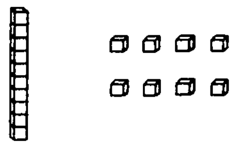
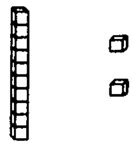
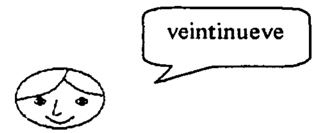
1) Cuenta con sus dedos a partir del 38
2) Repasa sus dedos varias veces con el conteo hasta llegar al 65
3) No detiene su conteo en el 65 sigue hasta llegar al 68, escribe el 20 como respuesta en su hoja.



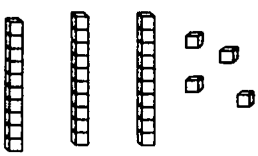
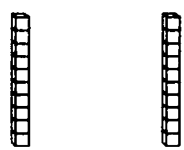
"Sume con los deditos y en total me quedaron 20 globos"

Respuestas a la Evaluación Final del Participante 4

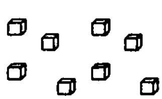
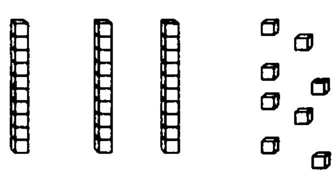
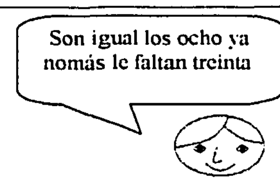
1. Janet tenía 18 galletas y Alvaro le dio 12 galletas más ¿cuántas galletas tiene ahora Janet?.

		
Representa el dieciocho	Después representa el doce	Responde inmediatamente *<u>"veintinueve"</u>*

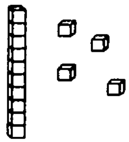
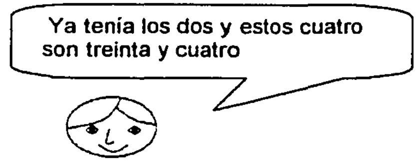
2. Areli tenía 34 galletas y le dio 14 galletas a Roberto ¿con cuántas galletas se quedo Areli?.

	
Representa el treinta y cuatro	Quita una barrita y los cuatro cubitos y Responde inmediatamente *<u>"veinte"</u>*

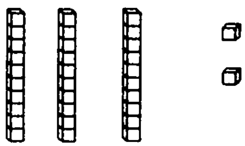
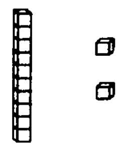
3. Martín tiene 8 galletas y Alfredo tiene 38 galletas ¿cuántas galletas necesita Martín para tener las mismas que Alfredo?.

		
Representa el ocho	Representa el treinta y ocho	Dice *<u>"son igual los ocho ya nomás le faltan treinta"</u>*

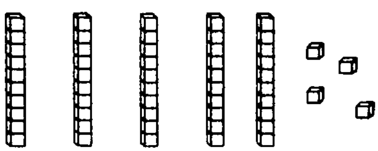
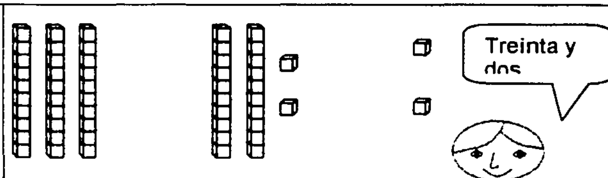
4. Hugo tiene 14 galletas y necesita 20 galletas más para tener igual que Janet ¿cuántas galletas tiene Janet?.

	
Representa la primera cantidad (14) con el material	Dice (sin tomar más material) *“ya tenía los dos* (se refiere al 2 del veinte) *y estos cuatro* (señala los cubitos) *son treinta y cuatro.*

5. Alfredo tiene 32 galletas y Hugo tiene 12 galletas ¿cuántas galletas más tiene alfredo que Hugo?.

	
Representa el treinta y dos	Representa el doce, responde inmediatamente *“treinta”* observa las dos representaciones y rectifica *“veinte”*

6. Hugo y Martín tienen 54 galletas entre los dos, 22 galletas son de Hugo ¿cuántas galletas son de Martín?

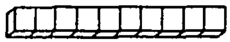
	
Representa el 54 y aleja de él, un poco el material	Toma tres barritas, hace un espacio y coloca dos barritas y dos cubitos, observa y coloca más adelante dos cubitos másy entonces responde *“treinta y dos”*

Respuestas a la Evaluación Inicial del Participante 5

Situación 1. Areli tiene 46 muñecas y Janet tiene 58 muñecas ¿cuántas muñecas tienen entre las dos? .

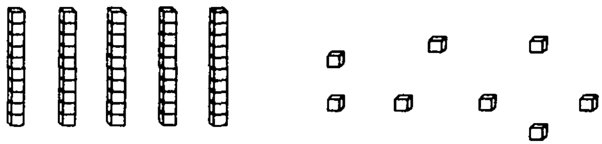
1) comienza a contar cubitos a partir del 47

4) toma una barrita y comienza desde 1 contando de uno en uno sobre los cubitos de la barrita



1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

5) continua el conteo (11, 12, 13...) con cinco barritas más. En la sexta barrita solo cuenta ocho cubitos (del 58), deja la barrita y toma ocho cubitos.

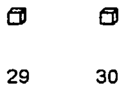


4) junta los primeros tres cubitos que contó para llegar al cincuenta y cuenta todo comenzando con los cubitos y continua con las barritas contando de uno en uno sobre los cubitos.

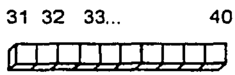
Resultado 61

Situación 2. Aarón tiene sesenta y cuatro llocos y Hugo tiene veintiocho llocos ¿cuántos llocos tiene más Aarón que Hugo?.

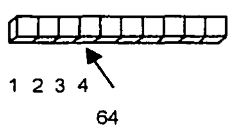
1) inicia contando cubitos



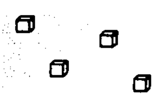
2) toma una barrita y continua el conteo 31, 32, ...



3) continua contando con barritas de uno en uno 41, 42, 43,... cuando llega al 64 deja un dedo en el último cubito contado y cuenta nuevamente los cubitos de esa barrita iniciando en 1, 2, 3, 4.

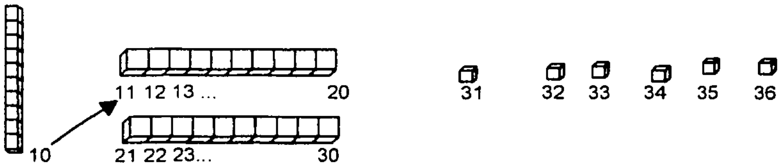


4) deja la barrita y toma cuatro cubitos



(cuando hace esto el instructor se acerca y le recuerda que cada barrita tiene diez cubitos, el niño dice que ya lo sabe y continua)

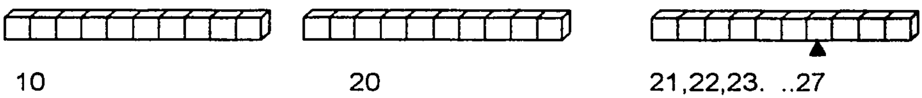
5) toma sus barritas que contó que fueron 3 y sus cubitos 2 del inicio y 4 de la última barrita y cuenta la primera barrita dice diez automáticamente después continua nuevamente de uno en uno 11,12,13,...



resultado 36

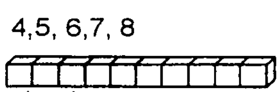
Situación 3. José tenía muchos globos. Le dio 38 globos a Pedro y él se quedo con 27 ¿cuántos globos tenía José al principio?.

1) Para contar el 27 toma dos barras y sobre otra barra cuenta 7 cubos:

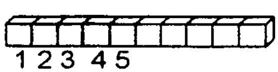


2) enseguida inicia un nuevo conteo sobre la misma barra donde contó los siete del 27, llega al 3

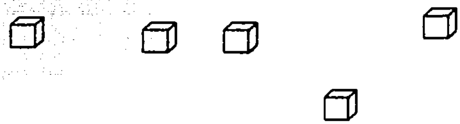
3) toma otra barra y continua su conteo hasta llegar al 8, (son las 8 unidades del 38).



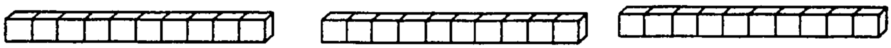
1) deja un dedo en el cubo en que marco el 8 y con la otra mano cuenta cuantos cubitos son 5



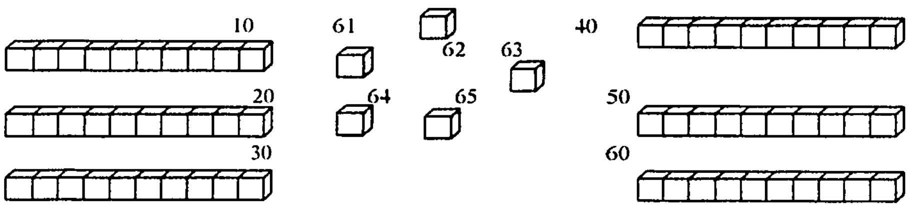
2) deja la barra y toma 5 cubos sueltos



7) toma tres barras más para el 38

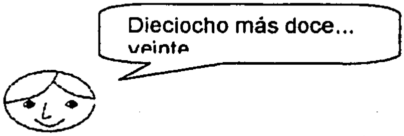
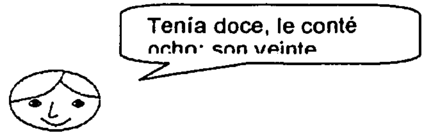


8) cuenta todo.

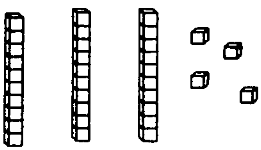
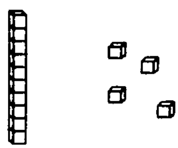


Respuestas a la Evaluación Final del Participante 5

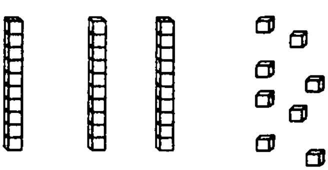
1. Janet tenía 18 galletas y Alvaro le dio 12 galletas más ¿cuántas galletas tiene ahora Janet?.

	
Dice <u>*"dieciocho más doce... veinte"*</u>	Se le pregunta como le hiciste y responde <u>*"tenía doce y le conté ocho son veinte"*</u>

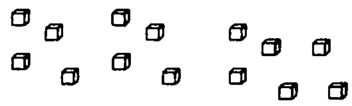
2. Areli tenía 34 galletas y le dio 14 galletas a Roberto ¿con cuántas galletas se quedo Areli?.

	
Representa el treinta y cuatro de un lado de la mesa	Representa el catorce a un lado de la representación del treinta y cuatro y responde <u>*"veinte"*</u>

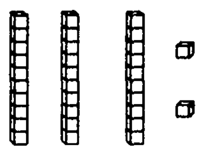
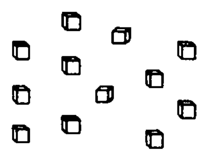
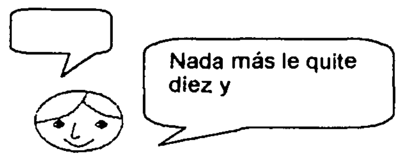
3. Martín tiene 8 galletas y Alfredo tiene 38 galletas ¿cuántas galletas necesita Martín para tener las mismas que Alfredo?.

	
Representa el treinta y ocho	Separa un poco los cubos y responde <u>*"treinta"*</u>

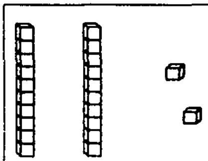
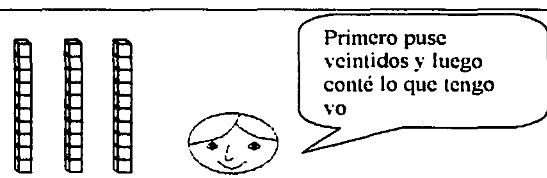
4. Hugo tiene 14 galletas y necesita 20 galletas más para tener igual que Janet ¿cuántas galletas tiene Janet?.

<table>
<tr><td></td><td>
</td></tr>
<tr><td>Representa el catorce solo con cubitos</td><td>Toma dos barritas y con ellas en la mano observa un instante los cubitos y responde "treinta y cuatro"</td></tr>
</table>

5. Alfredo tiene 32 galletas y Hugo tiene 12 galletas ¿cuántas galletas más tiene alfredo que Hugo?.

<table>
<tr><td></td><td></td><td>
</td></tr>
<tr><td>Representa el treinta y dos</td><td>Representa el doce solo con cubitos</td><td>Primero responde "diez"
Se le pregunto como le hiciste responde "nada más le quite diez (una barrita) y conte estas (señala los cubitos sueltos"
Elimino una barrita y todos los cubitos por lo cual le quedan solo diez</td></tr>
</table>

6. Hugo y Martín tienen 54 galletas entre los dos, 22 galletas son de Hugo ¿cuántas galletas son de Martín?

<table>
<tr><td></td><td>
</td></tr>
<tr><td>Representa el veintidos</td><td>Toma tres barras en sus manos y responde "treinta y cuatro" se le pregunto como le hiciste y responde "primero puse veintidos y luego conté lo que tengo yo"</td></tr>
</table>

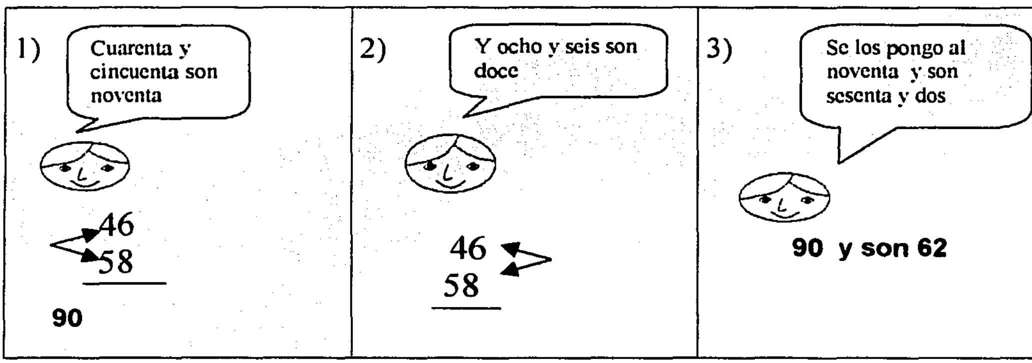
Respuestas a la Evaluación Inicial del Participante 6

Situación 1. Areli tiene 46 muñecas y Janet tiene 58 muñecas ¿cuántas muñecas tienen entre las dos?.

1) escribe en la hoja 46
2) abajo del 46 escribe el 58
3) explica cuarenta y cincuenta son 90
4) ocho y seis son 12
5) *se los pongo al noventa son 62*

46 62
58

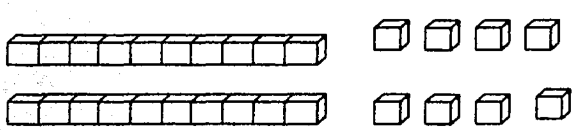
90 y son 62



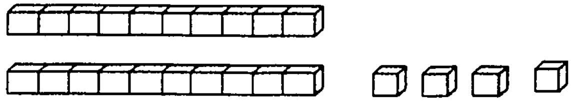
Situación 2. Aarón tiene sesenta y cuatro llocos y Hugo tiene veintiocho llocos ¿cuántos llocos tiene más Aarón que Hugo?.

Participante 6

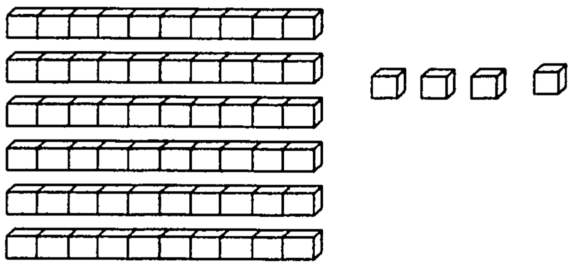
3) coloca dos barritas y ocho cubitos sobre el tablero



4) quita cuatro cubitos



5) pone cuatro barritas más



6) dice

ya tengo sesenta y cuatro

7) "y cuantas le pusiste para tener 64" su respuesta es explicar exactamente lo mismo y contesta

salen sesenta y cuatro

Situación 3. José tenía algunos globos y Pedro le dio 27 globos más ahora tiene 65 ¿Cuántos globos tenía al principio José?.

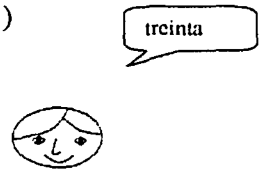
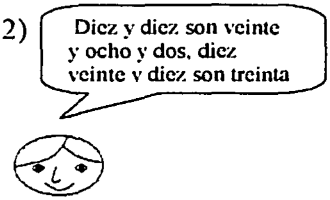
1) coloca los números en posición de operación aunque no escribe ningún signo

$$\begin{array}{r} 27 \\ \underline{65} \\ 38 \end{array}$$

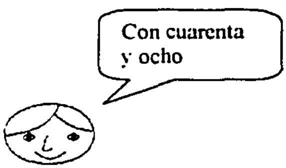
2) como resultado escribe 67

Respuestas a la Evaluación Final del Participante 6

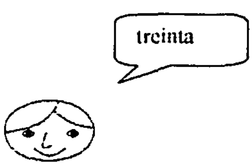
1. Janet tenía 18 galletas y Alvaro le dio 12 galletas más ¿cuántas galletas tiene ahora Janet?.

1) 	2) 
La respuesta es inmediata *"treinta"* y se le pregunta ¿cómo le hiciste?	Explica en voz alta lo que hizo con cada número *"diez y diez son veinte y ocho y dos diez, veinte y diez son treinta"*

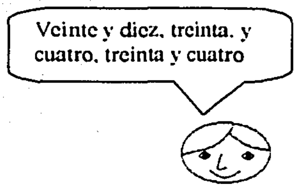
2. Areli tenía 34 galletas y le dio 14 galletas a Roberto ¿con cuántas galletas se quedo Areli?.


La respuesta es inmediata *"con cuarenta y ocho"* No se le pide más explicación

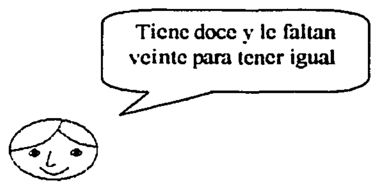
3. Martín tiene 8 galletas y Alfredo tiene 38 galletas ¿cuántas galletas necesita Martín para tener las mismas que Alfredo?.


La respuesta es inmediata *"treinta"* Y no se le pide más explicación

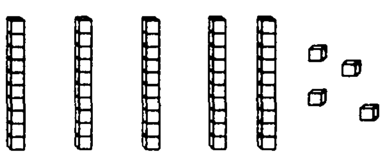
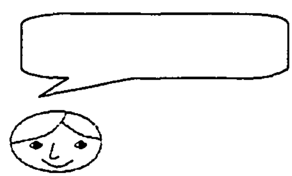
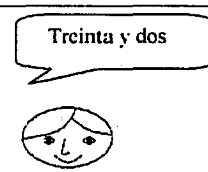
4. Hugo tiene 14 galletas y necesita 20 galletas más para tener igual que Janet ¿cuántas galletas tiene Janet?.

	
Piensa todo el proceso en voz alta *"veinte y diez, treinta y cuatro, treinta y cuatro"*	Cuando termina su proceso alza la mirada y responde el resultado que ya se había escuchado *"treinta y cuatro"*

5. Alfredo tiene 32 galletas y Hugo tiene 12 galletas ¿cuántas galletas más tiene alfredo que Hugo?.

	
Responde inmediatamente *"veinte"* ¿porqué?	Su explicación esta en términos de la respuesta y no necesariamente de la pregunta *"tiene doce y le faltan veinte para tener igual"*

6. Hugo y Martín tienen 54 galletas entre los dos, 22 galletas son de Hugo ¿cuántas galletas son de Martín?

		
Representa el 54 con material	Observa el material y pregunta "*¿veintidos son de Hugo?"* "sí"	Responde inmediatamente *"trerinta y dos"*

Respuestas a la Evaluación Inicial del Participante 7

Este participante observa las acciones de los demás sin realizar acciones propias. Después de un rato escribe lo que escribió el participante 3 en su hoja.

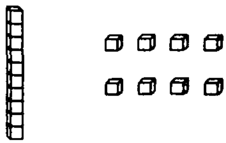
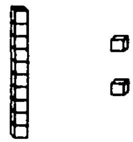
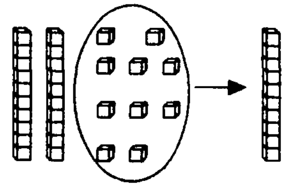
Situación 1: Areli tiene 46 muñecas y Janet tiene 58 muñecas ¿cuántas muñecas tienen entre las dos?.

$$\begin{array}{r} 4\,6 \\ +\;5\,8 \\ \hline 9\,14 \end{array}$$

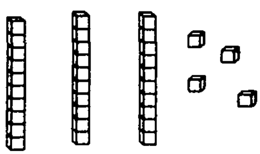
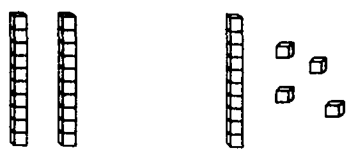
para las siguientes dos situaciones no realiza ninguna acción.

Respuestas a la Evaluación Final del Participante 7

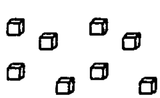
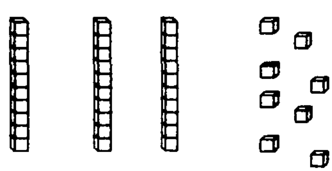
1. Janet tenía 18 galletas y Alvaro le dio 12 galletas más ¿cuántas galletas tiene ahora Janet?.

		
Representa el dieciocho	Después representa el doce	Junta las dos representaciones, cuenta los cubitos y los cambia por una barrita entonces responde *"treinta"*

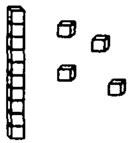
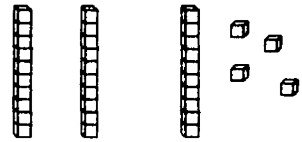
2. Areli tenía 34 galletas y le dio 14 galletas a Roberto ¿con cuántas galletas se quedo Areli?.

	
Representa el treinta y cuatro	Separa de la primera representación una barrita y los cubitos, y responde inmediatamente *"veinte"*

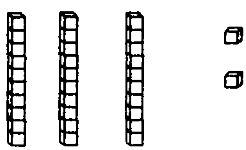
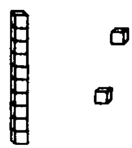
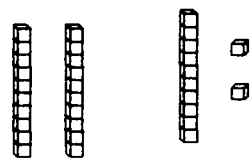
3. Martín tiene 8 galletas y Alfredo tiene 38 galletas ¿cuántas galletas necesita Martín para tener las mismas que Alfredo?.

	
Representa el ocho	Representa el treinta y ocho, mueve las barras rodandolas sobre la mesa al parecer sin hacer algún tipo de conteo y responde *"treinta"*.

4. Hugo tiene 14 galletas y necesita 20 galletas más para tener igual que Janet ¿cuántas galletas tiene Janet?.

	
Representa la primera cantidad (14) con el material	Toma dos barritas y las coloca cerca de la representación del catorce y responde <u>*"treinta y cuatro*.</u>

5. Alfredo tiene 32 galletas y Hugo tiene 12 galletas ¿cuántas galletas más tiene alfredo que Hugo?.

		
Representa el treinta y dos	Representa el doce	Vuelve a la primera representación y separa una barrita y los dos cubitos y responde <u>*"veinte"*</u>

El problema número seis no se aplicó (por descuido)

A partir de las acciones y las explicaciones dadas por los niños de sus propias acciones para solucionar los problemas de la evaluación final es posible comparar, entre estas y las empleadas al inicio de la intervención, el tipo de representaciones empleadas tanto físicas como mentales ya que se observa con mayor claridad el empleo que hacen de sus estructuras de conocimiento tanto conceptual como procedimental

Es claro como uno de los principales procesos que la mayoría de los niños eligió para sus ejecuciones fue elaborar representaciones físicas del problema con el material de base 10, con estas representaciones el niño fortalece sus estructuras cognitivas que son una parte importante para establecer relaciones entre sus acciones y sus conocimientos conceptuales de la aritmética básica.

CONCLUSIONES

El bajo rendimiento escolar es atribuido con regularidad a características individuales y/o culturales de los alumnos. Sin embargo, independientemente de los motivos que generan este tipo de problemáticas es importante y conveniente que la enseñanza parta de los recursos y destrezas con los que cuentan ya los alumnos.

Las actividades trabajadas en este estudio mantuvieron el objetivo de generar el dominio de los aspectos claves para el manejo y comprensión de los procesos de agrupación. Manteniendo entre las actividades y la aritmética formal un amplio vínculo.

En cuanto a la secuencia de la aplicación de las actividades es importante considerar que hubo participantes con gran destreza para comprender las situaciones planteadas y ejecutar las acciones necesarias en cada actividad, de igual manera hubo casos en los que fue necesario aplicar una o más actividades específicas para lograr afianzar con mayor precisión tanto los procesos como los procedimientos a dominar. Esto refleja algo ya sabido en cuanto a los tiempos de aprendizaje, cada individuo es tan capaz de aprender lo mismo que cualquier otro más no necesariamente al mismo tiempo.

Cada una de las actividades presentadas en la fase III tiene esencial importancia para la construcción de los procesos que dan sentido a las acciones que ejecuta el niño, así como también la posibilidad de que el niño encuentre significado a sus propias acciones.

En cuanto a los resultados descritos en el análisis es claro que las estrategias resultantes al finalizar la intervención mantienen mayor constancia en el uso de los procesos de agrupación, aunque en la mayor parte se emplea el material manipulable. Sin embargo, así como la estrategia del conteo de uno en uno empleada al inicio de la intervención, fue desplazada por otras al finalizar la misma, el uso de los materiales promoverá también su propia eliminación dando paso a nuevos dominios.

Al contrastar las estrategias empleadas al inicio de la intervención con las empleadas al final, es importante notar que el empleo del algoritmo que había sido empleado cinco veces al inicio de la intervención, es eliminado al final. Tal vez el estar frente a la cámara de video o el tener enfrente los materiales hacía más cómodas y seguras las acciones con el material, no obstante como se señaló en el análisis (ejemplos de las págs. 87,88) la mayoría de los niños empleaban con mayor dominio el proceso del algoritmo.

Es importante considerar que debido a la premura en la que se encontraban los niños por aprobar el grado escolar, los elementos empleados como evaluación (inicial y final) se pensaron de modo que los niños pudiesen ligarlos a su ambiente escolar, beneficiándose con ello no sólo en el grupo de intervención sino también en su desempeño en el aula. Me es grato señalar que todos los niños que finalizaron la intervención fueron aprobados por sus maestros de grupo.

También, es necesario probar la aplicación de las actividades empleadas en otros grupos de niños, para continuar el diseño de nuevas actividades y/o mejorar las mismas. Así como en la medida de lo posible indagar más allá del resultado inmediato en los niños, es decir a través de llamadas o visitas escolares anuales saber un poco más acerca de la trayectoria escolar de los participantes.

Por último queda señalar que es importante facilitar a través de los medios y recursos disponibles el aprendizaje de los procesos de agrupación a la par que se enseña la numeración, tanto escrita como oral. Aún cuando la aritmética esta basada en abstracciones es posible, importante y creativo mostrarla a los niños como algo tangible, comprensible y hasta divertido. Procurando siempre, como profesional el beneficio de los niños que requieren de nuestro apoyo.

REFERENCIAS

Abugaber, A., Blanco, A., & López, Y. (1981). Educación Primaria. Evaluación y Alternativas. Educación. *Educación,* 37, 43-98.

Avila, A. (1996). La comprensión y el procedimiento. *Básica. Las Matemáticas en la Escuela. Revista de la escuela y del maestro.* Fundación SNTE para la Cultura del Maestro Mexicano., III, 11, 6-14.

Block, D. (1996). Análisis de situaciones didácticas. *Básica. Las Matemáticas en la Escuela. Revista de la escuela y del maestro.* Fundación SNTE para la Cultura del Maestro Mexicano., III, 11, 6-14.

Buenrostro, A. (1998a). Aritmética para niños con bajo rendimiento escolar. Un modelo de enseñanza. Documento Predoctoral.

Buenrostro, A., (2001). Un modelo de enseñanza dirigido a la formación de psicólogos educativos a través del apoyo a niños con bajo rendimiento escolar en aritmética. Tesis de Maestría.

Fuson, K. C. (1990). Conceptual structures for multiunit numbers: implicationes for learning and teaching multidigit addition, subtraction, and place value. *Cognition and instruction*, 7, 343-403.

Fuson, K. C. (1992). Research on whole number addition and subtraction. En: D. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 264-275). New York: Macmillan.

Fuson, K. C., & Kwon, Y. (1991). Chinese-based regular and European irregular systems of number words: The disadvantages for English-speaking children. En K. Durkin & B. Shire (Eds.), *Language and mathematical education,* (pp. 211-226). Milton Keynes, GB: Open University Press.

Fuson, K. C., & Kwon, Y. (1992.). korean children's single-digit addition and subtraction: numbers structured by ten. *Journal for Research in Mathematics Education,* 23, 2, 148-165.

Greeno, J. G. (1991). Number sense as situated knowing in a conceptual domain. *Journal for Reserarch in Mathematics Education*, 22, 190-218.

Lamon, S. J. (1996). The development of unitizing: its role in children's partitioning strategies. *Journal for Research in Mathematics Education,* 27, 2, 170-193.

Latapi, P. (1992, junio 15). Educación descentralizada: por dónde empezar. Proceso, 815, 36-37.

Resnick, L. B., & Ford, W. W. (1990). *La enseñanza de las matemáticas y sus fundamentos psicológicos.* Buenos Aires, Paidós.

Reyes, R., & Boltvinik, J. (1987). *Deserción y eficiencia terminal en el nivel primaria. Un análisis estadístico.* México: Consejo Nacional de Fomento Educativo.

Ross, S. H. (1990). Children's acquisition of place-value numeration concepts: the roles of cognitive development and instruction. *Focus on learning problems in mathematics,* 12, 1-17

Schiefelbein, E. &Wolff, L. (1993, abril). *Repetición y rendimiento inadecuado en escuelas primarias de América Latina: Magnitudes, causas, relaciones y estrategias.* Santiago: Boletín No. 30, UNESCO-ORELAC.

Schmelkes, S. (1995). La desigualdad en la calidad de la educación primaria. Resultados de un estudio realizado en Puebla. En Fundación SNTE para la Cultura del Maestro Mexicano. *¿Hacia dónde va la educación pública? Memoria del Seminario de Análisis sobre Política Educativa Nacional 1993.* (pp- 335-347). México: Fundación SNTE.

Secretaria de Educación Pública, (1990). *Telesecundaria. Conceptos Básicos*, Vol. I. México: Autor.

Secretaria de Educación Pública, (1999). *Matemáticas. Segundo grado.* México: Autor.

Teppo, A. (1998). Qualitative Research Methods in Mathematics Education. Monograph 9. (pp. 1-16). *Journal for Research in Mathematics Education.*

Thompson, P. W. (1992). Notations, conventions and constains: contributions to effective uses of concrete materials in elementary mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education,* 23, 2, 123-147.

Tonda, J., y Noreña, F. (1991). Los señores del cero. Consejo Nacional para la Cultura y las Artes.

Valiente, S. (1996), Algo acerca de los números. Lo curioso y lo divertido. (pp. 127-158).

Van de Walle, J. (1990). Concepts of numbers. En: J. N. Payne (Ed.), *Mathematics for the young child* (pp. 63-68). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Wearne, D. & Hiebert, J. (January, 1994). Place-value and addition and subtraction. Arithmetic Teacher, 272-274.

Bibliografía

Baroody, A. J. (1990). How and when shoyld place-value concepts and skills be taught?. *Journal for Research in Mathematics Education,* 21, 4, 281-286.

Bove, S. P. (Mayo, 1995). Place value. A vertical perspective. *Teaching children Mathematics,* 542-246.

Buenrostro, A. (1998). Lecturas sobre aritmética y pensamiento numérico infantil. Documento no publicado.

Buenrostro, A., Palacios, C., & Verdiguel, M. (1997). Servicios psicoeducativos. Diagnóstico, Intervención y Administración. México, FES Zaragoza.

Carpenter, T. P., Fennema, E., Franke, M. L., Levi, L., & Empson, S. V. (1999). Children's Mathematics: Cognitively guides instruction. Porpsmouth, NH: Heineman-NCTM.

Carvajal, J. A. (1996). El uso del libro de texto de primer grado. Una mirada a las matemáticas en la escuela. En Fundación SNTE para la Cultura del Maestro Mexicano. *Básica. Las Matemáticas en la Escuela. Revista de la escuela y del maestro,* III, 11, 15-20.

Forquin, J. (1985). El enfoque sociológico del éxito y el fracaso escolares: desigualdades del éxito escolar y origen social. *Educacion y Sociedad,* 3, 177-224.

Fuson, K. C. (1990). Issues in place-value and multidigit addition and subtraction learning and teaching. *Journal for Research in Mathematics Education,* 21, 4, 273-279.

Fuson, K. C., & Briars, D. J. (1990). Using a base-ten blocks leatning/teaching approach for first-and second-grade place-value and multidigit addition and subtraction. *Journal for Research in Mathematics Education,* 21,180-206

Fuson, K. C., Smith, S. T. & Lo Cicero, A. M. (19997). Supporting latino first graders' ten-structured thinking in urban classrooms. Journal for Research in Mathematics Education, 28, 6, 738-766

Fuson, K. C., Wearne, D., Hiebert, J. C., Murray, H. G., Human, P. G., Olivier, A. I., Carpenter, T. P., & Fennema, E. (|997). Children's conceptual structures for multidigital numbers and methods of multidigit addition and subtracción. *Journal for Research in Mathematics Education, 28, 130-162.*

Fuson, K. C. & Willis, G. B. (1989). Secon graders' use of schematic drawing in solving addition and subtraction word problems. *Journal of Educational Psychology,* 81, 4, 514-520.

Hiebert, J., & Wearne, D. (1992). Links between teaching and learning place value with understanding in first grade. *Journal for Research in Mathematics Education,* 23, 98-122.

Hiebert, J., & Wearne, D. (1993). Instructional tasks, classroom dicourse, and students' learning in second-grade arithmetic. American Educational Research Journal, 30, 393-425.

Payne, J. N. & Huinker, D. M. (1993). Early number and numeration. En R. J. Jensen. (Ed.) Research ideas for the classroom. *Early childhood mathematics.* (pp. 43-70). NY: Macmillan.

Secretaria de Educación Pública, (1999). *Fichero de actividades para el maestro Matemáticas. Segundo Grado.* México: Autor.

Thompson, C. (1990). Place Value and larger numbers. En: J. N. Payne (Ed.), *Mathematics for the ypung child* (pp. 89-108). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Wynn, K. (1990). Children's understanding of counting. Cognition, 36, 155-193.