

61

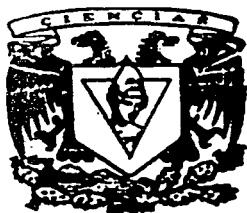


UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

FACULTAD DE CIENCIAS

TEMAS SELECTOS DE MATEMATICAS FINANCIERAS

T E S I S
QUE PARA OBTENER EL TITULO DE:
ACTUARIA
PRESENTA:
MARIA ELENA LAZCANO ARREDONDO



Directora de Tesis:
Act. María Aurora Valdez Michalich



DIVISION DE ESTUDIOS PROFESIONALES



FACULTAD DE CIENCIAS
SECCION ESCOLAR



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.



UNIVERSIDAD NACIONAL
AUTÓNOMA DE MÉXICO

M. EN C. ELENA DE OTEYZA DE OTEYZA
Jefa de la División de Estudios Profesionales de la
Facultad de Ciencias
Presente

Comunicamos a usted que hemos revisado el trabajo escrito:
TEMAS SELECTOS DE MATEMATICAS FINANCIERAS

realizado por **LAZCANO ARREDONDO MARIA ELENA**

con número de cuenta **8053296-3** , quién cubrió los créditos de la carrera de **ACTUARIA**

Dicho trabajo cuenta con nuestro voto aprobatorio.

Atentamente

Director de Tesis
Propietario

ACT. MARIA AURORA VALDEZ MICHELL

Propietario

ACT. CARLOS FLAVIO ESPINOSA LOPEZ

Carlos Fl. Espinosa L.

Propietario

ACT. MARINA CASTILLO GARDUÑO

Marina Castillo

Suplente

ACT. LAURA MIRIAM QUEROL GONZALEZ

L. M. Q. G.

Suplente

ACT. NOEMI VELAZQUEZ SANCHEZ.

Noemi Velazquez Sanchez

Consejo Departamental de

M. en C. JOSE ANTONIO FIBORES-DIAZ

FACULTAD DE CIENCIAS

CONSEJO DEPARTAMENTAL

DE

MATEMATICAS

DEDICATORIAS:

CON INFINITO AMOR

A MIS PADRES

POR SU INAPRECIABLE COMPRESIÓN
Y AYUDA A LO LARGO DE
TODA MI VIDA.
GRACIAS POR DARME LA VIDA

A MIS QUERIDOS HERMANOS:

GENA Y ALEX
POR SU GRAN CARIÑO.

A MI QUERIDA HIJA:
KARLA PAOLA
CON AMOR

A **JOSE ANGEL:**
POR LA FELICIDAD. AMOR Y APOYO
QUE ME BRINDA A CADA MOMENTO

**A MIS QUERIDOS MAESTROS:
AURORITA, CARLOS FLAVIO, MARINA
LAURA Y NOEMÍ
POR EL APOYO BRINDADO.**

**A MIS LINDOS SOBRINOS:
CIELO
PAOLA
NAYELY
MARTITA
ROMAN Y
MARIOLA**

**A HUMBERTO
CON AFECTO.**

**A TODOS MIS AMIGOS
QUE FAVORECIERON
A CONCLUIR ESTE TRABAJO.**

INDICE

Introducción

CAPITULO 1.- CONCEPTO DE INTERES

1.1 Concepto general	1
1.2 El interés simple	1
1.3 El interés compuesto	3
1.4 Relación entre las tasas de interés efectiva y nominal	8

CAPITULO 2.- ANUALIDADES

2.1 Concepto general.	10
2.2 Monto a una tasa efectiva de interés.	12
2.2.1 Cálculo del monto.	12
2.2.2 Cálculo de la renta anual.	15
2.2.3 Cálculo del tiempo.	16
2.2.4 Cálculo de la tasa de interés anual efectiva.	20
2.2.5 Fórmula del monto unitario $S_n i$ para valores no comprendidos en tablas financieras.	22
2.3 Valor presente de anualidades ciertas ordinarias a una tasa efectiva de interés.	23
2.3.1 Cálculo del valor presente (deducción de fórmula)	24
2.3.2 Cálculo de la renta anual.	26
2.3.3 Cálculo del tiempo.	27
2.3.4 Cálculo de la tasa efectiva de interés.	29
2.3.5 Fórmula del valor presente unitario $a_{n i}$ para valores no comprendidos en tablas financieras.	30
2.4 Relación entre montos y valores presentes de anualidades ordinarias.	31
2.5 Monto de una anualidad cierta ordinaria pagadera p veces al año durante n años a una tasa nominal de interés capitalizable m veces al año.	32
2.5.1 Cálculo del monto.	33
2.5.2 Fórmula para los diferentes casos de la convertibilidad de la tasa m y la frecuencia de los pagos p .	35
2.5.2.1 Caso $m = p$	35
2.5.2.2 Caso $m > p$ y m/p es entero.	37
2.5.2.3 Caso $p > m$ y p/m es entero.	38
2.5.2.4 Caso en que no hay relación de m y p .	40
2.6 Valor presente de anualidades ciertas ordinarias pagadera p veces al año, durante n años a una tasa de interés nominal capitalizable m veces al año.	43
2.6.1 Cálculo del valor presente (deducción de fórmula)	44
2.6.2 Fórmula para los diferentes casos de la convertibilidad de la tasa m y la frecuencia de los pagos p .	46
2.6.2.1 Caso $m = p$	46
2.6.2.2 Caso $m > p$ y m/p es entero.	47
2.6.2.3 Caso $p > m$ y p/m es entero.	49

2.6.2.4 Caso en que no hay relación de m y p .	50
CAPITULO 3.- ANUALIDADES CIERTAS ANTICIPADAS.	
3.1 Monto de una anualidad cierta anticipada a una tasa efectiva	55
3.1.1 Cálculo del monto.	55
3.1.2 Cálculo de la renta anual.	57
3.1.3 Cálculo del tiempo.	59
3.1.4 Cálculo de la tasa de interés anual efectiva.	60
3.2 Monto de una anualidad cierta anticipada pagadera p veces al año durante n años a una tasa nominal de interés capitalizable m veces al año.	61
3.2.1 Cálculo del monto.	61
3.2.2 Fórmula para los diferentes casos de la convertibilidad de la tasa m y la frecuencia de los pagos p .	63
3.2.2.1 Caso $m = p$	63
3.2.2.2 Caso $m > p$ y m/p es entero.	64
3.2.2.3 Caso $p > m$ y p/m es entero.	65
3.2.2.4 Caso en que no hay relación de m y p .	66
3.3 Valor presente de anualidades ciertas anticipada a una tasa efectiva de interés.	67
3.3.1 Cálculo del valor presente (deducción de fórmula)	68
3.3.2 Cálculo de la renta anual.	70
3.3.3 Cálculo del tiempo.	72
3.3.4 Cálculo de la tasa efectiva de interés.	73
3.4 Valor presente de anualidades ciertas anticipada pagadera p veces al año, durante n años a una tasa de interés nominal capitalizable m veces al año.	74
3.4.1 Cálculo del valor presente (deducción de fórmula)	74
3.4.2 Fórmula para los diferentes casos de la convertibilidad de la tasa m y la frecuencia de los pagos p .	
3.4.2.1 Caso $m = p$	76
3.4.2.2 Caso $m > p$ y m/p es entero.	77
3.4.2.3 Caso $p > m$ y p/m es entero.	79
3.4.2.4 Caso en que no hay relación de m y p .	80
Conclusiones	82
Glosario	84
Apéndice	98
Bibliografía	132

INTRODUCCIÓN

Cuando ingresé a la facultad, me percaté de que no existía suficiente bibliografía sobre Matemáticas Financieras, esta situación me motivó a desarrollar mi tesis en estos importantes temas. Considero que este trabajo podrá ser fuente de consulta para los estudiantes en formación. Incluyo material práctico comúnmente utilizado en la aplicación de las matemáticas modernas, en donde las fórmulas empleadas son de gran utilidad.

Las matemáticas han sido de gran utilidad en el desarrollo de la humanidad resolviendo una gran cantidad de problemas cotidianos, desde cuestiones elementales de aritmética hasta los complejos programas de computación aplicados a una gran cantidad de actividades del quehacer humano.

En este sentido las matemáticas representan importantes herramientas utilizadas en prácticamente todas las actividades modernas, siendo las Matemáticas Financieras una ciencia de aplicación inmediata donde las personas que la estudian encuentran una fácil relación entre los modelos matemáticos en que se basa y el mundo en que viven.

El conocimiento de las técnicas que componen las Matemáticas Financieras capacita a toda persona para enfrentarse al mundo financiero, solicitando créditos o invirtiendo con una información mucho más completa del mismo.

El presente trabajo abarca temas de Matemáticas Financieras como son el Interés Simple, Interés Compuesto y Anualidades.

Se emplea el Álgebra Elemental para la deducción de las fórmulas y el uso de logaritmos en los cálculos de tiempo.

Se comienzan a abordar los temas financieros desde el primer capítulo al estudiar las tasas simples de interés, que a pesar de su escasa aplicación, por no considerar la reinversión del capital, sirve como punto de partida para la solución de problemas de mayor relevancia.

El interés compuesto permite la adecuada solución de transacciones económicas de capitalización, el cual es más utilizado que el interés simple.

Los capítulos posteriores tienen por objeto desarrollar las fórmulas que permiten resolver los casos más frecuentes de aquellas operaciones financieras, donde intervienen anualidades o pagos periódicos necesarios para saldar una deuda o para acumular cierto capital.

Es importante mencionar que para resolver los problemas de estos tres capítulos, se presentan fórmulas aparentemente diferentes, pero en realidad se reducen a casos particulares de las fórmulas generales del monto y valor presente de las anualidades vencidas y anticipadas. Todos los capítulos se encuentran ilustrados con ejemplos.

Finalmente, espero que la presentación de este material disipe muchas dudas y necesidades de información en el área de Matemáticas Financieras. De lograrlo se habrá alcanzado el objetivo de facilitar el estudio de las mismas.

CAPITULO 1.- CONCEPTO DE INTERES

1.1 Concepto general

El concepto de interés aparece relacionado con la preferencia que expresan las personas por recibir dinero ahora en lugar de obtenerlo más tarde. Esa preferencia caracteriza al sistema económico capitalista, según el cual, los recursos financieros tienen la capacidad de generar riqueza con el transcurso del tiempo. Realmente acontece que las cantidades de dinero disponible tienen la potencialidad de crecer cuando se invierten en alternativas productivas.

Si disponemos de \$1 000 en la actualidad y los guardamos durante un mes en la caja fuerte, al final de este periodo tendremos los mismos \$1 000 que poseíamos al comienzo. Por el contrario, si invertimos los \$1 000 en la adquisición de una mercancía que al cabo de un mes revendemos en \$1 500, la suma inicial habrá crecido en \$500, es decir en un 50%.

La preferencia por recibir el dinero antes y no después se incorpora a través del concepto de la tasa de interés, que sirve para cuantificar la oportunidad que el dinero tiene de crecer. Se debe observar que la tasa de interés es un concepto relativo a quien posee o controla el dinero, ya que el aumento que éste puede experimentar depende de las oportunidades de inversión de tal individuo o entidad. Este concepto constituye la espina dorsal del análisis relativo a la evaluación financiera de las alternativas de inversión.

Para que un inversionista acepte recibir una suma de dinero dentro de un periodo (un mes, un semestre, un año), en lugar de recibirla ahora, es preciso entregarle al final de tal periodo una suma superior a la actual. La cantidad adicional que es necesario reconocerle refleja la capacidad que el dinero tiene de crecer en sus manos, que expresada como un porcentaje de la suma inicial, se llama **tasa de interés por periodo**.

Definimos **tasa de interés** como la razón del interés devengado respecto al capital inicial; es decir, es la cantidad que al multiplicarse por el capital inicial dá como resultado el interés devengado en un periodo de tiempo determinado, se denota por *i*.

1.2 El Interés simple.- Cuando los intereses que se pagan no se incorporan al capital para formar un nuevo capital, el Interés se llama **simple**.

Interés.- Es la cantidad que se paga por hacer uso de dinero solicitado como préstamo; o bien, la cantidad que se obtiene por la inversión de algún capital, se denota por *I*.

Monto simple.- Es la cantidad que resulta de sumar al capital inicial el interés obtenido en un periodo de tiempo determinado, se denota por **S**.

Capital inicial o principal. Es la cantidad que se presta durante un tiempo determinado para producir un interés, se denota por C .

Tasa de interés.- Es la cantidad que al multiplicarse por el capital inicial dá como resultado el interés devengado en un periodo de tiempo determinado, se denota por i .

Tiempo.- Es el número de periodos (años, meses, días, etc.), que permanece prestado o invertido el capital, se denota por t .

Ejemplo: Pedro coloca \$100,000 en la modalidad de interés simple al 2% mensual. ¿Cuánto acumula al final de un año si no retira los intereses mensualmente sino que los deja acumular para retirarlos al final?

La modalidad del interés simple se caracteriza porque los intereses causados y no retirados, no ganan interés. Así, los \$100,000 causan un interés de \$2 000 al final de cada mes, pero estas últimas sumas no generan interés, aunque sólo se paguen al concluir el proyecto.

Por consiguiente, Pedro acumula al final del año los doce pagos de \$2000 por concepto de interés y los \$100,000 que depositó originalmente, o sea un total de \$ 124 000.

Ecuaciones de valor.- Es una igualdad entre dos conjuntos de obligaciones, valuadas todas a una misma fecha llamada *fecha focal* o *fecha de valuación*.

Diagrama de tiempo es la gráfica de los conjuntos de obligaciones.

Es importante mencionar que debe determinarse en cada caso la fecha focal, ya que los montos de las obligaciones, en los problemas de interés simple varían de acuerdo al tiempo.

En muchas ocasiones es conveniente comparar un conjunto de pagos con otro, o bien, cambiar un conjunto de obligaciones de diversos montos pagaderos en diferentes fechas, por otro conjunto de obligaciones con vencimientos distintos.

Para facilitar los cálculos de una ecuación de valor es conveniente graficar los dos conjuntos de obligaciones por medio de un diagrama de tiempo, como el que se presenta a continuación.

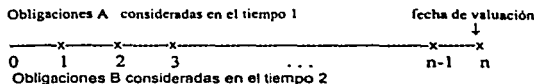
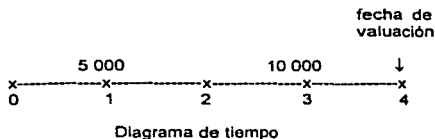


DIAGRAMA DE TIEMPO DE UNA ECUACION DE VALOR.

Ejemplo:

Se tienen dos deudas: una por \$5'000 a pagar en un año, y otra por \$10'000 a pagar en tres años. En un nuevo arreglo, convino en pagar \$7'500 ahora y el resto dentro de cuatro años. Si se considera como fecha focal el año 4, ¿qué cantidad tendrá que pagar al final del cuarto año suponiendo un rendimiento del 39% anual?



El valor acumulado de las deudas, al final del cuarto año ascienden a:

$$5\,000 [1 + (.39)3] + 1\,000 [1 + (.39)1], \dots\dots\dots (1)$$

es decir:

$$5\,000 (1 + 1.17) + 1\,000 (1 + .39)$$

El valor acumulado de los pagos del Sr. Pérez, al final del cuarto año asciende a:

$$7\,500 (1 + (0.39)4) + x, \dots\dots\dots (2)$$

es decir:

$$7\,500 (1 + 1.56) + x,$$

Debido a que existe igualdad entre los pagos (2) y las deudas (1), es posible obtener la siguiente ecuación, llamada ecuación de valor:

$$7\,500 (2.56) + x = 5\,000 (2.17) + 1\,000 (1.39)$$

Despejando la incógnita obtenemos:

$$x = 5\,000 (2.17) + 1\,000 (1.39) - 7\,500 (2.56)$$

$$= 10\,850 + 13\,900 - 19\,200$$

$$= 5\,550$$

Por tanto, se deberá pagar \$ 5 500 al final del cuarto año.

1.3 El interés compuesto.- Cuando un capital inicial se invierte durante varios periodos y al final de cada periodo se suman los intereses obtenidos al capital y se reinvierten, vemos que se están calculando intereses sobre los intereses devengados, y a este interés lo llamamos interés compuesto.

Monto compuesto.- Es la cantidad que resulta de sumar al capital inicial todos los intereses calculados al final de cada uno de los periodos contemplados en el tiempo determinado. Se denota por S.

Período de capitalización. Es el intervalo al final del cual se reinvierten los intereses.

Ejemplo: Si un interés se capitaliza tres veces al año, el período de capitalización es de 4 meses

Frecuencia de capitalización. La frecuencia de capitalización es el número de veces por año en que el interés se suma al capital.

Ejemplo: Si un interés se capitaliza semestralmente, la frecuencia de capitalización es 2.

Cálculo del monto compuesto. Para calcularlo, se usa la definición de interés compuesto, así se obtiene una fórmula que permite conocer el monto compuesto en base al capital inicial C , a la tasa de interés i , y al tiempo t . Supóngase que se tiene un capital inicial que se invierte a una tasa efectiva de interés i , al final del primer año, se tiene un capital inicial C más los intereses ganados por C , es decir Ci . Por tanto:

$$C + Ci = C (1 + i)$$

Para el segundo año, el capital a invertir es $C (1 + i)$ y los intereses ganados por ese capital $C (1 + i) i$. Por tanto:

$$C (1 + i) + C (1 + i) i = C (1 + i)^2$$

Si se continúa con el mismo procedimiento, se tiene que al final de n años el monto compuesto será de:

$$S = C (1 + i)^n$$

Ejemplo: Si en lugar de colocar \$ 100,000 al 2% de interés simple, se colocan al 2% de interés compuesto, los intereses causados y no retirados entran a ganar intereses. En estas condiciones los \$2,000 causados en el primer mes ganan interés durante 11 meses; los \$2 000 causados en el segundo mes lo ganan durante 10 meses, y así sucesivamente.

De esta manera tenemos una situación que requiere la utilización de la fórmula del monto. La cantidad acumulada al final del año es:

$$\begin{aligned} S &= C (1 + i)^n = 100\,000 (1 + 0.02)^{12} \\ &= 100\,000 \times 1.268 = 126\,800 \end{aligned}$$

Observamos que con interés simple Pedro acumula \$124,000 y con interés compuesto acumula \$126,800. La diferencia entre estas dos cantidades representa de los intereses ganados por los intereses que no se retiran en el momento en que se causan.

De la fórmula del monto compuesto

$$S = C(1+i)^n$$

Pueden encontrarse las fórmulas del capital inicial invertido C , la tasa de interés i , o el tiempo n en que se invirtió el capital, si se conocen los otros parámetros que intervienen en la fórmula.

Un problema de acumulación.

Un ahorrador desea acumular \$50 000 dentro de 3 años y encuentra que puede colocar dinero a término fijo en una corporación de ahorro que le paga el 2.5% mensual de interés compuesto. ¿Cuánto debe depositar hoy para acumular tal cantidad al final de 3 años?

Al despejar la fórmula del monto, obtenemos la fórmula de C :

$$C = \frac{S}{(1+i)^3}$$

$S = \$50\,000$, $i = 0.025$, $n = 36$ meses y desconocemos C .

$$\begin{aligned} C &= S \left(\frac{1}{1+i} \right)^n = \$50\,000 \left(\frac{1}{1.025} \right)^{36} \\ &= 50\,000 \times 0.411 = 20\,554.68 \end{aligned}$$

El ahorrador de este ejemplo debe depositar hoy \$ 20 550 para poder retirar \$50 000 dentro de 3 años.

Un problema de impuestos

El Sr. Pérez ha dejado de pagar una cuota correspondiente a su impuesto sobre la renta, la cual venció hace 2 años. Desea cancelarla ahora, pero antes de hacerlo debe calcular a cuánto ascienden los intereses de mora que el gobierno computa al 45% anual. La cuota vencida es \$100 000.

El Sr. Pérez no sabe si el gobierno hace el cómputo del interés simple o compuesto, de modo que decide hacer los cálculos según las dos modalidades.

1. Interés simple

Interés anual = \$100 000 x 0.45 = \$ 45 000

Interés durante 2 años = 45 000 x 2 = \$ 90 000

Deuda al gobierno = \$ 100 000 + 90 000 = \$ 190 000

2. Interés compuesto

$$\begin{aligned} \text{Deuda al gobierno} = S &= C(1+i)^n = 100\,000(1+.45)^2 \\ &= 100\,000 \times 2.1025 = 210\,250 \end{aligned}$$

Por lo tanto, según la modalidad del interés simple, el Sr. Pérez adeudaría \$ 190 000 al gobierno y según la de interés compuesto, \$210 250. Descubre que la administración de impuestos utiliza la primera modalidad, es decir la de interés simple, y ahora tiene la inquietud: ¿a qué tasa de interés compuesto corresponde al 45% simple que cobra el gobierno?

$$S = \text{Deuda del gobierno} = \$ 190\,000$$

$$C = \text{Cuota vencida} = \$ 100\,000$$

Para que la deuda al gobierno ascienda a \$ 190 000 luego de 2 años, es necesario que se cumpla la relación:

$$\$ 190\,000 = \$ 100\,000 (1 + i)^2, \quad (1 + i)^2 = \frac{\$ 190\,000}{\$ 100\,000} = 1.9$$

despejando el valor de i , mediante el uso de logaritmos, obtenemos $i = 37.84\%$

En consecuencia, el interés compuesto que efectivamente cobra el gobierno es del 37.84% anual.

Un problema de inflación. El proceso de inflación se relaciona con el incremento que muestran los precios de los bienes y servicios con el correr del tiempo. Como estos incrementos porcentuales se miden sobre el último precio, la tasa de inflación opera en la misma forma en que lo hace la tasa de interés compuesto. Si la canasta familiar vale \$ P hoy y dentro de un período \$ $(P + C)$, definimos la tasa de inflación como:

$$\text{inf} = \frac{C}{P}$$

y advertimos que su comportamiento desde el punto de vista matemático es idéntico al de la tasa de interés i .

Un líder sindical está interesado en averiguar cuánto valdrá dentro de dos años un artículo que hoy vale \$100 000, ya que está discutiendo un pliego de peticiones. Necesita esta información para orientarse acerca de los aumentos de sueldo que debe pedir. Él sabe que el aumento mensual del precio de tal artículo es del 2%.

$$\begin{aligned} S &= C(1 + i)^n = \$100\,000 (1 + 0.02)^{24} \\ &= \$100\,000 (1.6084) \\ &= \$160\,840 \end{aligned}$$

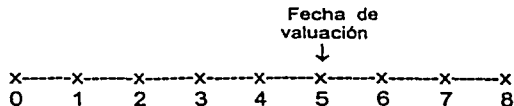
Algo interesante se pone en evidencia: el aumento del valor del artículo en los 2 años es del 60.84% y no del 48% que hubiera resultado simplemente de multiplicar el aumento mensual (2%) por el número de meses (24).

Ecuaciones de valor. (es una igualdad que establece que la suma de los valores de un conjunto de obligaciones a determinada fecha, es igual a la suma de los valores a esa misma fecha de otro conjunto de obligaciones). En el caso de las ecuaciones de valor para problemas que intervenga el interés compuesto,

se puede escoger cualquier fecha focal o de valuación para todas las obligaciones, ya que no influye en los resultados.

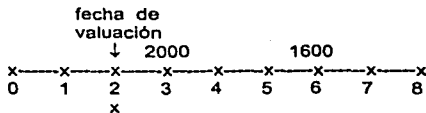
Para facilitar el planteamiento de los problemas sobre ecuaciones de valor, es conveniente graficar las obligaciones de la misma forma que en las de interés simple, como por ejemplo:

Obligaciones A (consideradas con vencimiento en los tiempos 0 y 7 y valuadas en el año 5)



Obligaciones B (consideradas con vencimiento en los tiempos 1 y 3 y valuadas en el año 5).

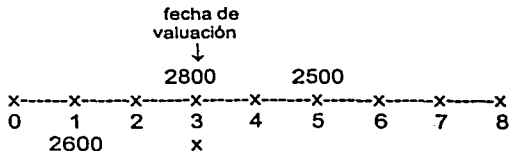
Ejemplos: Se tienen dos deudas, una de \$1 600 pagadera en 6 años y otra de \$2 000 a pagar en 3 años. se van a liquidar mediante un pago único dentro de 2 años, Hallar el importe del pago suponiendo una tasa de rendimiento del 20% anual?



$$\begin{aligned}x &= 2\,000 (1 + 0.20)^{-1} + 1\,600 (1 + 0.20)^{-4} \\&= 2\,000 (0.8333) + 1\,600 (.4823) = 1\,666.67 + 771.60 = 2\,438.27\end{aligned}$$

Por lo tanto, el monto de este pago ascenderá a \$2 438.27

b) Se deben \$2'500 pagaderos en 5 años, y \$2'800 pagaderos en 3 años. Si abonamos \$ 2'600 al final del primer año, ¿cuánto deberemos al final de 3 años si el dinero trabaja a una tasa de interés efectiva del 15% anual?



$$\begin{aligned}2\,600 (1 + 0.15)^2 + x &= 2\,800 + 2\,500 (1 + 0.15)^{-2} \\2\,600 (1.3225) + x &= 2\,800 + 2\,500 (0.756143) \\3\,438.5 + x &= 2\,800 + 1\,890.3591\end{aligned}$$

$$x = 4\,690.3591 - 3\,438.5$$

$$x = 1251.8591$$

Por tanto, al final de los tres años, debemos pagar \$ 1251.86

Tasa nominal. Cuando el interés es convertible más de una vez al año, y se denota por

$$i^{(m)}$$

Tasa efectiva. Es la tasa de interés a la que efectivamente está colocado el capital y se denota por i . La tasa efectiva anual es menor que la tasa nominal anual debido a que el interés de esta última se capitaliza m veces al año, es decir

$$i < i^{(m)}.$$

1.4 Relación entre las tasas de interés efectiva y nominal

Por una tasa de interés nominal $i^{(m)}$ se entiende una tasa anual pagadera m veces por año; es decir, la tasa de interés efectiva por cada término m -ésimo de

año es $\frac{i^{(m)}}{m}$ y no $i^{(m)}$. Por ejemplo, una tasa nominal anual del 8% convertible semestralmente, no significa una tasa de interés del 8% cada semestre, sino una tasa efectiva del 4% cada semestre. Es decir, una tasa nominal de interés $i^{(m)}$ es una medida del interés pagado al final de cada m -ésimo de año, de la misma manera que i es una medida del interés pagado al final del año.

A continuación se desarrolla una fórmula que relaciona las tasas equivalentes de interés normal $i^{(m)}$ y de interés efectiva, i .

Se considera la inversión de \$1 por un año a la tasa nominal de interés $i^{(m)}$.

Durante el primer m -ésimo de año se tiene \$1 más su interés correspondiente.

$$1\left(\frac{i^{(m)}}{m}\right) = \frac{i^{(m)}}{m}$$

por tanto, el monto al final del primer m -ésimo de año será

$$\left(1 + \frac{i^{(m)}}{m}\right)$$

Durante el segundo m -ésimo de año, el capital inicial será de

$$\left(1 + \frac{i^{(m)}}{m}\right)$$

y su interés de

$$\left(1 + \frac{i^{(m)}}{m}\right) \cdot \frac{i^{(m)}}{m}$$

Por tanto, se tiene al final del segundo m-ésimo de año

$$\left(1 + \frac{i^{(m)}}{m}\right) + \left(1 + \frac{i^{(m)}}{m}\right) \frac{i^{(m)}}{m} = \left(1 + \frac{i}{m}\right)^2$$

Se continúa el mismo procedimiento hasta que al final del año se tiene que el monto será de

$$\left(1 + \frac{i^{(m)}}{m}\right)^m$$

lo cual corresponde a una tasa anual efectiva; es decir:

$$(1 + i) = \left(1 + \frac{i^{(m)}}{m}\right)^m$$

De esta fórmula se puede despejar la tasa efectiva y posteriormente la tasa nominal, obteniendo:

$$a) \quad i = \left(1 + \frac{i^{(m)}}{m}\right)^m - 1$$

$$b) \quad i^{(m)} = m \left[(1 + i)^{1/m} - 1 \right]$$

Nota: En caso de que el dinero se invierta durante n años, se tiene la siguiente equivalencia:

$$(1 + i)^n = \left(1 + \frac{i^{(m)}}{m}\right)^{mn}$$

Ejemplo: ¿Cuál será la tasa efectiva de interés equivalente a una tasa nominal del 25% anual convertible bimestralmente?

$$i = \left(1 + \frac{i^{(m)}}{m}\right)^m - 1 = \left(1 + \frac{0.25}{6}\right)^6 - 1 = (1 + .0417)^6 - 1 = 1.2775 - 1 = .2775$$

Por tanto, la tasa efectiva equivalente será de .2775 que es aproximadamente igual al 27.75%

2. ANUALIDADES

2.1 Concepto general

Definición.- En Matemáticas Financieras, damos el nombre de **anualidad** a todo pago periódico, en general del mismo monto, que se hace a intervalos iguales de tiempo.

En su origen, la palabra anualidad se restringía a pagos anuales, pero en la actualidad manejamos pagos semestrales, trimestrales, mensuales, etc.

En general, las anualidades se clasifican en **ciertas** y **contingentes o eventuales**.

Las **anualidades ciertas** son aquellas cuya percepción o pago, se estipula en términos precisos y su duración puede ser ilimitada. Se clasifican en :

- anualidades a plazo fijo, como por ejemplo los pagos que se hacen en la compra de un coche.
- Rentas perpetuas, de duración ilimitada, como por ejemplo algunas rentas con fines filantrópicos.

Las **anualidades contingentes o eventuales** son aquellas en las que los pagos dependen de la ocurrencia de alguna eventualidad; es decir, cuando el principio de la percepción o fin de la serie de pagos, son imprecisos y dependen de un acontecimiento fortuito. Ejemplo: el pago de las primas de un seguro de vida, que están condicionadas a la sobrevivencia de las personas.

Renta.- es el valor de cada pago periódico.

Renta anual.- suma de todos los pagos hechos durante un año.

Plazo de la anualidad.- tiempo que transcurre entre el comienzo del primer periodo de la renta y el final del último periodo.

Intervalo de pago o periodo.- tiempo transcurrido entre cada pago sucesivo de una anualidad.

Tasa de una anualidad.- tasa de interés para calcular el importe del pago correspondiente a un periodo de renta.

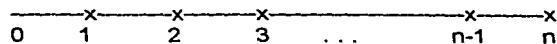
Notación: S_n es el monto de una anualidad cierta igual a la suma de los valores acumulados de cada pago

Subdivisión de las anualidades ciertas según la fecha de pago.

Las anualidades ciertas, pueden estudiarse desde el punto de vista de su vencimiento.

a) Anualidades ordinarias o vencidas

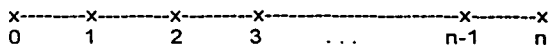
Son una serie de pagos periódicos, los cuales se efectúan al final de cada intervalo de tiempo.



Gráfica de una anualidad vencida

b) **Anualidades anticipadas**

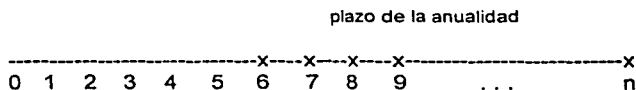
Son aquellas que se pagan a principio de cada período, durante el tiempo de percepción. Generalmente, las primas de seguros se pagan por anticipado.



Gráfica de una anualidad anticipada

c) **Anualidades diferidas**

Cuando el primer término no vence al comienzo o final del primer período, sino en una fecha posterior. Si venciera el primer término al cabo de 6 períodos, la anualidad se diría diferida 5 períodos. Análogamente en una anualidad diferida 5 períodos, el primer término vencerá al cabo de 6 períodos.



Gráfica de una anualidad diferida vencida

Nota: Las rentas diferidas a su vez, pueden ser anticipadas o vencidas de acuerdo al momento del pago.

En cualquier tipo de anualidades, nos encontramos con los mismos problemas fundamentales:

- I. Determinación del monto de una serie de anualidades.
- II. Determinación del valor actual de una serie de anualidades.
- III. Valuación de una serie de anualidades en un punto intermedio entre el monto y el valor actual.

El monto coincide con el fin del plazo; el valor actual con el principio y la valuación en una época intermedia, es un problema mixto, de los dos problemas fundamentales: monto y valor actual.

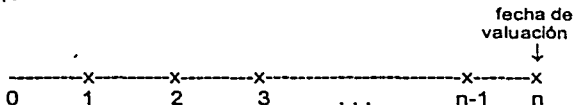
Decimos que es un problema mixto, porque la valuación en un punto intermedio, implica la obtención del monto de las anualidades que vencen con anterioridad, calculado a la fecha de valuación, más el valor actual de las anualidades que vencen con posterioridad, calculado asimismo a la época de valuación.

En la clasificación de anualidades que hicimos, tendremos que resolver los siguientes problemas:

- I. Determinación del monto o del valor actual de una serie de anualidades.
- II. Determinación del valor de la anualidad, bien sea que nos encontremos en la época del monto o del valor actual.
- III. Determinación de la tasa, bien sea en función del monto o del valor actual.
- IV. Determinación del tiempo, en los problemas de monto y valor actual. Dentro de este caso, incluimos el cálculo del tiempo diferido, cuando se trate de esta clase de anualidades.

2.2 Monto a una tasa efectiva de interés.- Es el valor acumulado de una serie de pagos iguales efectuados al final de cada intervalo de pago, cuya fecha de valuación se considera al término del plazo de la anualidad.

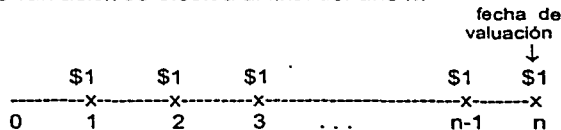
Notación: $S_n | i$



Gráfica del monto de una anualidad cierta ordinaria

2.2.1 Cálculo del monto (deducción de fórmula)

Supongamos que se tiene una anualidad, de la cual se efectúan pagos periódicos de \$1.00 (un peso), al final de cada uno de n periodos anuales, afectados por una tasa de interés efectiva anual i . El monto de la anualidad al final del año n se denota por $S_n | i$, y puede considerarse como una ecuación de valor, cuya fecha de valuación se efectúa al final del año n .



Gráfica del monto de una anualidad de \$1

El valor acumulado al final del año n del primer pago de \$1.00 efectuado al final del primer año, es

$$(1 + i)^{n-1}$$

El valor acumulado del 2º. pago de \$1.00 efectuado al final del segundo año es $(1+i)^{n-2}$.

Se continúa de la misma manera, hasta encontrar que el monto o valor acumulado del pago de \$1.00 hecho al final del año n es solamente de \$1.00.

El valor acumulado de la serie de pagos se denota por $S_n \bar{i}$ y es igual a la suma de los valores acumulados de cada pago:

$$S_n \bar{i} = (1+i)^{n-1} + (1+i)^{n-2} + \dots + (1+i)^2 + (1+i) + 1.$$

Conmutando los términos anteriores se obtiene:

$$S_n \bar{i} = 1 + (1+i) + (1+i)^2 + \dots + (1+i)^{n-2} + (1+i)^{n-1}$$

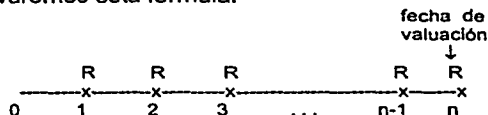
Esta expresión puede simplificarse: estamos en presencia de una progresión geométrica* cuya razón es $(1+i)$. Sustituyendo la suma en la fórmula que nos produce la suma de una progresión* nos queda:

$$S_n \bar{i} = \frac{(1+i)^n - 1}{(1+i) - 1}$$

de donde,

$$S_n \bar{i} = \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

Si en lugar de pagos anuales unitarios se efectúan pagos de R unidades monetarias, y si se denota por S al monto de dichos pagos periódicos R durante n años derivaremos esta fórmula:



Gráfica del monto de un pago periódico R durante n años

$$S = R + R(1+i) + R(1+i)^2 + \dots + R(1+i)^{n-1}$$

$$S = R [1 + (1+i) + (1+i)^2 + \dots + (1+i)^{n-1}]$$

Por tanto:

$$S = R S_n \bar{i}$$

* Ver Glosario

Ejemplo:

Una empresa desea depositar \$1,000, al final de cada año en una Institución de crédito, que le abonará intereses a razón del 20% durante 4 años. Queremos conocer el monto que se forme al final del plazo indicado.

Datos

$$R = 1,000$$

$$i = .20$$

$$n = 4$$

Fórmulas

$$1) S = R Sn \bar{i}$$

$$2) S = R \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} \right]$$

Sustitución:

$$1) S = 1,000 S4 \bar{i} .20$$

$$= 1,000,000 (5.3680)$$

$$= 5,368.00$$

2)

$$S = 1,000 \left[\frac{(1+.20)^4 - 1}{.20} \right]$$

$$= 1,000 (5.3680)$$

$$= 5,368.00$$

Para aplicar la fórmula 2) es necesario conocer el factor de acumulación $(1+i)^n$. Los métodos más usuales para ello son:

a) Binomio de Newton*

$$(1 + .20)^4 = (1)^4 + 4(1)^3 (.20) + \frac{4 \times 3}{2!} (1)^2 (.20)^2 + \frac{4 \times 3 \times 2}{3!} (1) (.20)^3 + (.20)^4$$
$$= 1 + (.80) + 6 (.04) + 4 (.0080) + .0016$$
$$= 1 + .80 + .24 + .032 + .0016$$
$$= 2.0736$$

b) Logaritmos*

$$\text{Sea } N = (1.20)^4$$

$$\log N = 4 \log(1.20)$$

$$\log N = 4 (.0792)$$

$$\log N = .3167$$

$$N = \text{antilog} (.3167)$$

$$N = 2.0735$$

Nota: El cálculo de logaritmos en este capítulo se efectúa apoyándose en tablas de logaritmos o en calculadora que contenga la función logaritmos.

c) Tablas financieras**

Se buscan en Tablas Financieras los valores de $(1+i)$

*Ver Glosario

** Ver Apéndice

correspondientes a una tasa de interés del 20% y a un tiempo n igual a 4
 $(1.20)^4 = 1.3604890$

2.2.2 Cálculo de la renta anual

Para determinar la renta se necesita despejar el valor de la renta R de las fórmulas del monto:

$$1) \quad S = R Sn \bar{i}$$

al despejar R,

$$R = \frac{S}{Sn \bar{i}}$$

$$2) \quad S = R \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} \right]$$

al despejar R,

$$R = \frac{Si}{(1+i)^n - 1}$$

Ejemplo:

Se desea formar un capital de \$30'000 a los cuatro años. ¿Qué cantidad habrá que pagar al fin de cada año, si la tasa de interés es del 46%?

Datos

Fórmula

$$S = 30,000$$

$$n = 4$$

$$i = .46$$

$$1) \quad R = \frac{S}{Sn \bar{i}}$$

$$2) \quad R = \frac{Si}{(1+i)^n - 1}$$

Sustitución

$$1) \quad R = \frac{30,000}{S4 \bar{i} .46} = \frac{30,000}{7.70374} = 3,894.214$$

$$2) \quad R = \frac{30,000 (.46)}{(1 + .46)^4 - 1} = \frac{13,800}{4.54372 - 1} = 3,894.214$$

2.2.3 Cálculo del tiempo

De nuestra fórmula del monto, despejemos el valor del tiempo n :

$$1) \quad S = R \text{Sn} \overline{|i}$$

Despejando $\text{Sn} \overline{|i}$ se obtiene:

$$\text{Sn} \overline{|i} = \frac{S}{R}$$

En este procedimiento utilizamos tablas financieras (Ver Apéndice), en las cuales se busca, a cierta tasa de interés conocida de antemano, el valor de n correspondiente al resultado del cociente de S/R . En caso de que dicho cociente no corresponda a un valor exacto de n , se procede a calcularlo por logaritmos o por el método de interpolación. (Ver Glosario):

$$2) \quad S = R \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} \right] = \frac{S}{R} \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} \right]$$

$$\frac{Si}{R} = (1+i)^n - 1 = \frac{Si}{R} + 1 = (1+i)^n$$

$$\log \left(\frac{Si}{R} + 1 \right) = n \log (1+i)$$

$$\frac{\log \left(\frac{Si}{R} + 1 \right)}{\log (1+i)} = n$$

Ejemplo:

¿Qué tiempo necesitamos para formar un monto de \$ 318'000, si depositamos anualmente \$ 50'000, en un banco que nos abono el 12% anual de intereses capitalizable.?

Datos

$$S = 318'000$$

$$R = 50,000$$

$$i = .12$$

Fórmula

$$1) \quad \text{Sn} \overline{|i} = \frac{S}{R}$$

$$2) \frac{\log \left(\frac{Si}{R} + 1 \right)}{\log (1 + i)} = n$$

Sustitución

$$1) Sn \cdot .12 = \frac{318'000}{50'000} = 6.36$$

buscando en tablas (Ver Apéndice) $n = 5$

$$2) n = \frac{\log \left[\frac{318'000 (.12)}{50'000} + 1 \right]}{\log (1 + .12)} = \frac{\log (0.7632 + 1)}{\log (1.12)}$$

$$n = \frac{0.2463016}{0.04921802} = 5.004297 = 5 \text{ años}$$

2) ¿Cuántos pagos trimestrales de \$ 2'000 cada uno, necesitamos hacer, para formar un monto de \$ 30'000 si nos abonan el 3.5% trimestral sobre saldo?

Datos

Fórmula

$$Sn \cdot i = \$30'000$$

$$R = \$ 2'000$$

$$i = 0.035$$

$$n = ?$$

$$Sn \cdot i = \frac{(1 + i)^n - 1}{i} = \frac{S}{R}$$

Sustitución

$$\frac{Sn \cdot i}{R} = \frac{30'000}{2'000} = 15$$

Vamos a nuestras tablas (Ver Apéndice) y no encontramos en la columna del 3.5% el factor anterior, por lo que interpolaremos (Ver Glosario).

Periodos	Factor	Periodos	Factor
13	16.11303030	12 x	15
12	14.60196164	12	14.60196164
1	1.51106866		.39803836

$$1.51106866 : 1 :: 0.39803836 : x$$

$$x = 0.26341512$$

$$n = 12.26341516$$

$$n = \frac{\log \left(\frac{30'000 \times .035}{2'000} + 1 \right)}{\log (1.035)} = \frac{\log \left(\frac{1.050}{2'000} + 1 \right)}{\log 1.035}$$

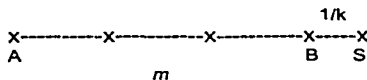
$$n = \frac{\log 1.525}{\log 1.035} = \frac{0.1832698}{0.149403} = 12.2668$$

Tiempo Fraccionario

Cuando como en el caso anterior, el tiempo resulta fraccionario, tenemos el siguiente problema:

- 1.- Tenemos que invertir tantas anualidades como lo indique el número entero de unidades de tiempo.
- 2.- Dejar transcurrir la fracción de periodo a cuyo fin debemos hacer un pago complementario, para completar el monto del problema .

Por lo anterior, es fácil comprender que el último pago no es proporcional al importe de la anualidad y del tiempo, para lo cual hay que agregar a dicho monto su interés que devenga en el periodo fraccionario $1/k$.



De A a B tenemos m periodos. De B a S tenemos un periodo fraccionario $1/k$.

Ahora queremos encontrar el importe del pago complementario. Para determinarlo sustituycamos en nuestra fórmula del monto a n , ya que según hemos visto, el tiempo se forma de m unidades enteras más la fracción $1/k$.

$$S_n \bar{i} = \frac{R(1+i)^{m+(1/k)} - 1}{i} = \frac{R}{i} [(1+i)^{m+(1/k)} - 1]$$

Esta fórmula nos proporciona el importe del monto incluyendo el pago complementario; si queremos conocer éste último necesitamos precisar: fin del periodo entero, acumulación de intereses por el periodo fraccionario y pago final.

Para lograr lo anterior, vamos a sumar y a restar al mismo tiempo, el monto de la unidad de moneda por el periodo fraccionario.

$$S_n \bar{i} = \frac{R}{i} [(1+i)^{m+(1/k)} + (1+i)^{1/k} - (1+i)^{1/k} - 1]$$

$$S_n \bar{i} = \frac{R}{i} [(1+i)^{m+(1/k)} - (1+i)^{1/k}] + \frac{R}{i} [(1+i)^{1/k} - 1]$$

Sacamos factor común $(1+i)^{1/k}$

$$S_n \bar{i} = \frac{R}{i} [(1+i)^m - 1](1+i)^{1/k} + \frac{R}{i} [(1+i)^{1/k} - 1]$$

Tenemos dos sumandos; el primero representa el monto de un capital

$$S_n \bar{i} = \frac{R}{i} [(1+i)^m - 1] \text{ hasta el fin del periodo fraccionario } 1/k.$$

En otras palabras y siguiendo con nuestra gráfica, al monto en el punto B -final del periodo entero- agregamos su interés compuesto por el periodo fraccionario, con la que tenemos un nuevo monto al fin del periodo fraccionario, o sea el monto que corresponde al punto S.

El segundo sumando representa el valor del pago complementario; comparando este segundo sumando con la fórmula de interés compuesto, observamos que son homogéneos.

$$\frac{R}{i} [(1+i)^{1/k} - 1]$$

Por tanto podemos concluir que el pago complementario que buscamos, es igual al interés compuesto en la fracción $1/k$ de un capital equivalente a R/i .

Vamos a demostrar las conclusiones anteriores, valiéndonos de los resultados que obtuvimos en el problema 2).

i) Monto de 12 pagos trimestrales de \$2'000 cada uno a la tasa del 3.5% trimestral:

$$S_n \bar{i} = 2'000 \times 14.60196164 \qquad \qquad \qquad \$29,203.92$$

ii) Interés Compuesto en la fracción 0.2668 (sale de $n = 12.2668$) de trimestre, al 3.5% trimestral del capital \$ 29,203.92:

$$29,203.92 [(1.035)^{0.2668} - 1] \text{ donde } (1.035)^{0.2668} = 1.0092205$$

$$29,203.92 \times 0.0092205 = 269.27$$

$$\text{Pago complementario. Interés compuesto al 3.5\% trimestral de } \frac{R}{i}$$

$$= 57,142.86 \text{ en } 0.2668 \text{ de trimestre, entonces}$$

$$57,142.86 \times 0.0092205 = 526.88$$

$$\text{Monto: } 29,203.92 + 269.27 + 526.88 = \$ 30,000.07$$

Por tanto hemos comprobado los resultados del problema 2).

2.2.4 Cálculo de la tasa de interés anual efectiva

Para determinar el interés con el que trabajaban ciertos pagos periódicos de dinero, durante un número de años conocido de antemano, con el fin de acumular un monto determinado, se procede a despejar el valor de la tasa efectiva de interés i de la fórmula del monto

$$S = R S_n \bar{i}$$

es decir,

$$S_n \bar{i} = \frac{S}{R}$$

Se busca en dicho cociente en tablas financieras**. En caso de que el valor de i no sea exacto, se calcula por el método de interpolación*.

*Ver Glosario

**Ver Apéndice

Ejemplos:

¿A qué tasa de interés anual efectiva deben invertirse \$1,200.00 anuales con objeto de acumular un monto de \$7,326.12?

Datos
S = 7,326,120

n = 5

R = 1,200,000

Fórmula

$$Sn|i = \frac{S}{R}$$

Sustitución

$$S5|i = \frac{7,326,120}{1,200,000}$$

$$= 6.1051$$

Para valores de n = 5 en tablas financieras, se observa que el interés corresponde al 10%.

2. Al final de cada año, y por un lapso de 10, se impusieron \$40,000 con los que se formó un monto de \$575,000. ¿A qué tasa efectiva se efectuó la operación?

Datos
S = 575,000
R = 40,000
n = 10

Fórmula

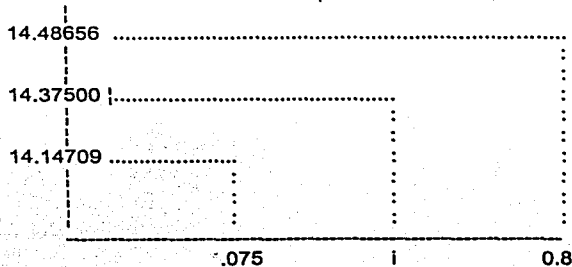
$$Sn|i = \frac{S}{R}$$

Sustitución

$$S10|i = \frac{575,000}{40,000}$$

$$S10|i = 14.3750$$

De donde 14.375 estará comprendido entre estos valores de Sn|i:



$$\begin{aligned}
i &= 0.075 + \left(\frac{14.37500 - 14.14709}{14.48656 - 14.14709} \right) (0.08 - 0.075) \\
&= 0.075 + \left(\frac{0.22791}{0.33947} \right) (0.08 - 0.075) \\
&= 0.075 + (0.67137) (0.005) \\
&= 0.075 + 0.00336 \\
&= 0.07836
\end{aligned}$$

El resultado indica que la tasa efectiva de interés es, aproximadamente, 7.84%.

2.2.5 Fórmula del monto unitario $S_{\overline{n}|i}$ para valores no comprendidos en tablas financieras.

Después de varios cálculos para determinar los montos de una serie de pagos periódicos, se observa que cuando se tiene una tasa efectiva de interés es más sencillo trabajar con fórmulas que utilizan cifras de las tablas financieras (Ver Apéndice); no obstante, en muchos problemas, los valores de n no se localizan en las tablas, bien porque se encuentren entre dos cantidades, o bien porque sobrepasan el valor límite de las tablas. Por estas razones conviene encontrar un procedimiento que permita descomponer n en dos valores que si aparecen en las tablas.

Sean k y t estos valores,

$$S_{\overline{n}|i} = S_{\overline{k+t}|i} = \frac{(1+i)^{k+t} - 1}{i}$$

Sumando y restando $(1+i)^t$ al numerador,

$$S_{\overline{k+t}|i} = \frac{(1+i)^{k+t} - (1+i)^t + (1+i)^t - 1}{i}$$

$$S_{\overline{k+t}|i} = \frac{(1+i)^{k+t} - (1+i)^t}{i} + \frac{(1+i)^t - 1}{i}$$

$$S_{k+t|i} = (1+i)^t \left[\frac{(1+i)^k - 1}{i} \right] + \frac{(1+i)^t - 1}{i}$$

Por tanto:

$$S_n|i = S_{k+t|i} = (1+i)^t S_k|i + S_t|i$$

o bien:

$$S_{k+t|i} = S_t|i + S_k|i (1+i)^t$$

Ejemplo:

Encontrar el valor de $S_{260|.02}$

Datos

$n = 260$

$i = .02$

$t = 240$

$k = 20$

Fórmula

$$S_{k+t|i} = S_t|i + S_k|i (1+i)^t$$

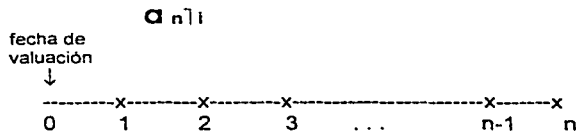
Sustitución

$$\begin{aligned} S_{260|.02} &= S_{240|.02} + S_{20|.02} (1 + 0.02)^{240} \\ &= 5,744.4367576 + (24.2974)(115.8887) \\ &= 8,560.2282 \end{aligned}$$

2.3 Valor presente de anualidades ciertas ordinarias a una tasa efectiva de interés. Es igual a la suma de los valores actuales de cada anualidad.

La siguiente gráfica nos indica que hay que encontrar el valor actual de cada anualidad para determinar el valor presente total de la serie de anualidades y cuya fecha de valuación se considera al principio del plazo de la anualidad.

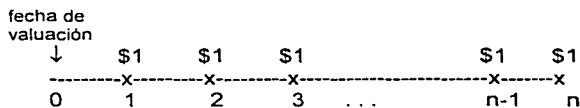
Notación.



Gráfica del valor presente de una anualidad cierta ordinaria

2.3.1 Cálculo del valor presente (deducción de fórmula)

Supongamos que se tienen pagos iguales de \$1.00 (un peso) efectuados al final de cada uno de n años; el valor presente de la anualidad al principio del plazo, se indica por $a_{\overline{n}|i}$, y se considera una ecuación de valor cuya fecha de valuación se considera el momento actual.



El valor presente del pago de \$1.00 efectuado al final del primer año es v .

El valor presente del pago de \$1.00 al final del segundo año es v^2 .

Se continúa el mismo procedimiento, hasta encontrar que el valor presente del pago de \$1.00 efectuado al final del año n es v^n .

El valor presente de la serie de pagos, es igual a la suma de los valores actuales de cada pago:

$$a_{\overline{n}|i} = v + v^2 + v^3 + \dots + v^n$$

Al simplificar esta igualdad puede observarse que representa la suma de los términos de una progresión geométrica de razón v (Ver Glosario); si se aplica su fórmula se tiene que:

$$a_{\overline{n}|i} = \frac{v - v^n \cdot v}{1 - v}$$

ya que v es factor común en el numerador:

$$a_{\overline{n}|i} = \frac{v(1 - v^n)}{1 - v}$$

multiplíquese por $(1+i)$:

$$a_{\overline{n}|i} = \frac{1 - v^n}{1 + i - 1}$$

Por tanto:

$$a_{\overline{n}|i} = \frac{1 - v^n}{i}$$

Ahora bien, si en lugar de pagos unitarios se efectúan pagos de R pesos anualmente, y si se denota por A el valor presente de los pagos periódicos R efectuados durante n años a una tasa efectiva i .

$$A = Rv + Rv^2 + \dots + Rv^n = R(v + v^2 + \dots + v^n)$$

Por tanto,

$$A = R \alpha_{\overline{n}|i}$$

Al sustituir $\alpha_{\overline{n}|i}$ por su valor, puede obtenerse otra fórmula que permite obtener el valor presente

$$2) \quad A = R \left(\frac{1 - v^n}{i} \right)$$

se recuerda que $v^n = (1 + i)^{-n}$

Por tanto

$$A = R \left(\frac{1 - (1 + i)^{-n}}{i} \right)$$

Ejemplo:

El día de hoy una persona compró una anualidad de \$400,000 anuales durante 15 años, en un banco que pago el 20% anual. Si el primer pago vence en un año, ¿cuál fué el costo de la anualidad?

Datos

Fórmulas

$$R = 400,000$$

$$n = 15$$

$$i = .20$$

$$1) \quad A = R \alpha_{\overline{n}|i}$$

$$2) \quad A = R \left(\frac{1 - (1 + i)^{-n}}{i} \right)$$

Sustitución

$$1) \quad \begin{aligned} A &= 400,000 \alpha_{\overline{15}|.20} \\ &= 400,000 (4.6755) \\ &= 1,870,189.06 \end{aligned}$$

$$2) \quad \begin{aligned} A &= 400,000 \left[\frac{1 - (1 + .20)^{-15}}{.20} \right] = 400,000 \left(\frac{1 - .0649}{.20} \right) \\ &= 400,000 (4.6755) = 1,870,189.06 \end{aligned}$$

Por tanto el día de hoy, a esta persona le costó \$1,870,189.00 adquirir esa anualidad.

2.3.2 Cálculo de la renta anual

Para determinar la renta anual requerida, es necesario despejar el valor de la renta R de las fórmulas del valor presente, es decir:

$$1) \quad A = R \alpha n \bar{i}$$

entonces

$$R = \frac{A}{\alpha n \bar{i}}$$

$$2) \quad A = R \left(\frac{1 - (1 + i)^{-n}}{i} \right)$$

por tanto,

$$R = \frac{A i}{1 - (1 + i)^{-n}}$$

Ejemplo:

El Sr. Pérez necesita liquidar una deuda de \$50,000, mediante 6 pagos anuales iguales. ¿De cuánto serán dichos pagos si el dinero trabaja a una tasa de interés efectiva del 7.5% ?

Datos

Fórmulas

$$A = 50,000$$

$$1) \quad R = \frac{A}{\alpha n \bar{i}}$$

$$n = 6$$

$$i = 0.075$$

$$2) \quad R = \frac{A i}{1 - (1 + i)^{-n}}$$

Sustitución

$$1) \quad R = \frac{50,000}{\alpha 6 \bar{.075}}$$

$$2) \quad R = \frac{50,000 (.075)}{1 - (1 + .075)^{-6}}$$

$$= \frac{50,000}{4.6938}$$

$$= \frac{3,750}{1 - .6480}$$

$$= 10,652.24$$

$$= 10,652.24$$

Por tanto esta persona debe pagar \$10,652.24 anualmente.

2.3.3 Cálculo del tiempo

Para determinar el tiempo, es necesario despejar n de las fórmulas del valor presente,

$$1) \quad A = R \alpha n \bar{i}$$

de donde n puede encontrarse a través de:

$$\alpha n \bar{i} = \frac{A}{R}$$

Este procedimiento obliga a consultar tablas financieras, en las cuales se busca a cierta tasa de interés conocida de antemano, el valor de n que corresponda al resultado del cociente:

$$\frac{A}{R}$$

En caso de que dicho cociente sea diferente de un valor exacto de n , se procede a calcularlo por logaritmos.

$$2) \quad A = R \left[\frac{1 - (1+i)^{-n}}{i} \right]$$

$$\frac{1 - (1+i)^{-n}}{i} = \frac{A}{R}$$

$$1 - (1+i)^{-n} = \frac{A i}{R}$$

$$(1+i)^{-n} = 1 - \frac{A i}{R}$$

$$-n \log (1+i) = \log \left(1 - \frac{A i}{R} \right)$$

$$n = - \frac{\log \left(1 - \frac{A i}{R} \right)}{\log (1+i)}$$

Ejemplo:

¿Cuántos pagos trimestrales de \$ 1,500.00 cada uno se necesitan para pagar una deuda de \$8,992.87, que devenga intereses del 9% trimestral?.

Datos

$$A = 8,992.87$$

$$i = .09$$

$$R = 1,500$$

Fórmulas

$$1) \quad a_n | i = \frac{A}{R}$$

$$2) \quad \log \left(1 - \frac{Ai}{R} \right)$$

$$n = - \frac{\log (1 + i)}{\log (1 + i)}$$

Sustitución

$$1) \quad a_n | .09 = \frac{8,992.87}{1,500} = 5.9952$$

En tablas** encontramos $n = 9$

$$n = \frac{\log \left(1 - \frac{8,992.87 (.09)}{1,500} \right)}{\log (1 + .09)}$$

$$= \frac{\log (1 - \frac{809.3583}{1,500})}{\log (1.09)}$$

$$= \frac{\log (.4604)}{\log (1.09)} = \frac{-0.3368}{0.0374} = 9$$

Por tanto requieren 9 pagos anuales para liquidar la deuda.

**Ver Apéndice

2.3.4 Cálculo de la tasa efectiva de interés

Despejamos el valor de la tasa efectiva i de la fórmula del valor presente, para conocer la tasa de interés anual efectiva con la que trabajan pagos periódicos de R pagos durante n años.

$$A = R \alpha_n | i \quad \text{es decir:}$$

$$\alpha_n | i = \frac{A}{R}$$

se busca dicho cociente en tablas financieras**; en caso de que el valor de i no sea exacto, se calcula por el método de interpolación*.

Ejemplos:

1. ¿A qué tasa se hizo un préstamo de \$39,005.45 reembolsable por medio de 4 pagos anuales de \$11,000?

Datos

Fórmula

$$A = 39,005.45$$

$$R = 11,000$$

$$n = 4$$

$$\alpha_n | i = \frac{A}{R}$$

Sustitución

$$\alpha_4 | i = \frac{39,005.45}{11,000} = 3.5460$$

Al localizar dicho número en tablas financieras** para valores de $n = 4$, observamos que el interés correspondiente es el 5%.

2. Durante 10 pagos anuales se van a pagar \$14,000 para cubrir un préstamo de \$100,000?

Datos

$$A = 100,000$$

$$n = 10$$

$$R = 14,000$$

Fórmula

$$\alpha_n | i = \frac{A}{R}$$

Sustitución

$$\alpha_{10} | i = \frac{100,000}{14,000} = 7.1429$$

*Ver Glosario

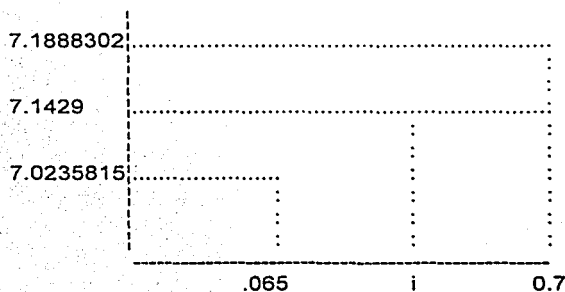
**Ver Apéndice

Observamos en tablas financieras** que

$$\alpha 10 \uparrow .07 = 7.0235815$$

$$\alpha 10 \uparrow .065 = 7.1888302$$

Por tanto, el valor de 7.1429 está comprendido entre estos valores $\alpha n \uparrow i$



$$i = 0.07 + \frac{7.1429 - 7.0235815}{7.1888302 - 7.0235815} (.065 - .07)$$

$$= 0.07 + \frac{0.1192756}{0.1652487} (-0.005)$$

$$= 0.07 - 0.0036090$$

$$= .0663910$$

Por tanto la tasa efectiva es aproximadamente igual a 6.64%. Obsérvese en este ejemplo que se trata de una función decreciente.

2.3.5 Fórmula del valor presente unitario $\alpha n \uparrow i$ para valores no comprendidos en tablas financieras.

Cuando se desean utilizar las fórmulas de valores presentes, pero los valores de n no se encuentran en las tablas financieras, se puede obtener una fórmula modificada que permita descomponer n en dos valores que aparezcan en las tablas; sea k y t estos valores, es decir:

$$\alpha_n | i = \alpha_{k+t} | i = \frac{1 - (1+i)^{-(k+t)}}{i}$$

Sumando y restando el valor de $(1+i)^t$ al numerador, se tiene:

$$\alpha_{k+t} | i = \frac{1 - (1+i)^t + (1+i)^t - (1+i)^{-(k+t)}}{i}$$

$$\alpha_{k+t} | i = \frac{1 - (1+i)^t}{i} + \frac{(1+i)^t - (1+i)^{-(k+t)}}{i}$$

$$\alpha_{k+t} | i = \alpha_t | i + (1+i)^{-t} \left[\frac{1 - (1+i)^k}{i} \right]$$

Al simplificar, tenemos:

$$\alpha_n | i = \alpha_{k+t} | i = \alpha_t | i + (1+i)^{-t} \alpha_k | i$$

Ejemplo:

Encontrar el valor de $\alpha_{280} | .04$

Datos
 $n = 280$
 $i = .04$

Fórmula

$$\alpha_{k+t} | i = \alpha_t | i + (1+i)^{-t} \alpha_k | i$$

$t = 240$
 $k = 40$

Sustitución

$$\begin{aligned} \alpha_{280} | .04 &= \alpha_{240} | .04 + (1 + .04)^{-240} \alpha_{40} | .04 \\ &= 24.9980 + .0000817 (19.79277) \\ &= 24.9995757 \end{aligned}$$

2.4 Relación entre montos y valores presentes de anualidades ordinarias, pagaderas durante n años a una tasa efectiva de interés.

Al desarrollar los valores de $S_n | i$ y $a_n | i$ tenemos:

$$S_n | i = (1+i)^{n-1} + (1+i)^{n-2} + \dots + (1+i) + 1$$

$$\alpha_n | i = (1+i)^{-1} + (1+i)^{-2} + \dots + (1+i)^{-(n-1)} + (1+i)^{-n}$$

Por tanto, si multiplicamos el valor de $a n | i$ por $(1+i)^n$ se tiene la igualdad siguiente:

$$a n | i (1+i)^n = S n | i$$

es decir:

$$a n | i = (1+i)^n S n | i$$

o bien

$$S n | i = (1+i)^n a n | i$$

Ejemplo:

Encontrar el costo y el monto acumulado de una serie de pagos anuales de \$2,000.00 pagaderos durante 15 años a una tasa efectiva de interés del 8%.

Datos

Fórmulas

$$R = 2,000$$

$$i = .08$$

$$n = 15$$

$$1) \quad A = R a n | i$$

$$2) \quad S = R S n | i$$

Sustitución

$$1) \quad A = 2,000 a 15 | .08$$

$$2) \quad S = 2,000 S 15 | .08$$

$$= 2,000 (8.55947869)$$

$$= 2,000 (27.15211393)$$

$$= 17,118.95738$$

$$= 54,304.2279$$

Debido a que $S n | i = a n | i (1+i)^n$, sólo hubiéramos tenido que multiplicar el valor de A por el factor de acumulación $(1+i)^n$ para obtener el monto de S.

$$S = 17,118.95738 (1.08)^{15} = 17,118.95738 (3.1721691) \\ = 54,304.2279$$

2.5 Monto de una anualidad cierta ordinaria pagadera p veces al año durante n años a una tasa nominal de interés capitalizable m veces al año

El monto de una anualidad cierta ordinaria es el valor acumulado de una serie de pagos periódicos pagaderos al final de cada p-ésimo de año, valuados a una tasa nominal de interés $i^{(m)}$ y cuya fecha de valuación se considera al final del plazo de la anualidad.

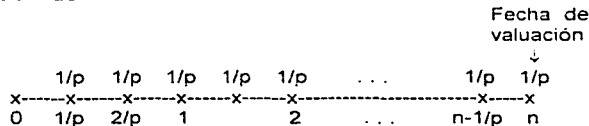


Diagrama de tiempo del monto de una anualidad cierta ordinaria pagadera p veces al año.

2.5.1 Cálculo del monto (deducción de fórmula)

Se tiene como punto de valuación de esta anualidad ordinaria el punto n . Debido a que la frecuencia de los pagos se representa por p , y la renta anual es una unidad de moneda, el importe de cada pago periódico vale $1/p$. Como los pagos se hacen durante n años y ocurren p veces por año, el número total de pagos es $n \times p = np$

Acumulación del primer pago

El primer pago de $1/p$ se hace al cabo de $1/p$ de año. Como el plazo de la anualidad es de n años, este primer pago efectuado al cabo de $1/p$ de año devenga intereses durante $(n-1/p)$ años es:

$$\frac{1}{p} [(1+i')^m]^{n-1/p}$$

Aplicando las leyes de los exponentes,

$$\frac{1}{p} (1+i')^{mn-m/p}$$

donde

$$i' = \frac{j^{(m)}}{m}$$

Acumulación del segundo pago

El segundo pago de $1/p$ se hace $1/p$ de año después del comienzo del plazo de la anualidad. Por consiguiente, devenga un interés durante $(n-2/p)$ años y su monto al final del año n , es

$$\frac{1}{p} [(1+i')^m]^{n-2/p} = \frac{1}{p} (1+i')^{mn-2m/p}$$

De la misma manera, la acumulación del tercer pago es:

$$\frac{1}{p} [(1+i')^m]^{n-3/p} = \frac{1}{p} (1+i')^{mn-3m/p}$$

Se continúa el mismo procedimiento, hasta que en la acumulación del penúltimo pago, el pago de $1/p$ se efectúa $1/p$ de año antes del final del plazo de la anualidad. Por tanto, este penúltimo pago devengará interés durante $1/p$ de año,

$$\frac{1}{p} [(1+i')^m]^{1/p} = \frac{1}{p} (1+i')^{m/p}$$

Por último, el monto del último pago será exclusivamente de $1/p$, ya que no sufre acumulación, por ser la fecha de valuación el año n .

Si se suma esta serie de montos compuestos de $1/p$, obtendremos el monto de la anualidad que buscamos, cuyo símbolo es

$S \ddot{n} | i'$ es decir:

$$S \ddot{n} | i' = \frac{1}{p} (1+i')^{mn-m/p} + \frac{1}{p} (1+i')^{mn-2m/p} + \dots + \frac{1}{p} (1+i')^{m/p} + \frac{1}{p};$$

o bien

$$= \frac{1}{p} + \frac{1}{p} (1+i')^{m/p} + \dots + \frac{1}{p} (1+i')^{mn-m/p}$$

El segundo miembro es una progresión geométrica* con razón $(1+i')^{m/p}$ donde el primer término es $1/p$, el número de términos es np y su suma es

$$S \ddot{n} | i'$$

*Ver temas preliminares

$$S \ddot{n} | i' = \frac{\frac{1}{p} (1+i')^{mn-m/p} (1+i')^{m/p} - \frac{1}{p}}{(1+i')^{m/p} - 1}$$

$$S \ddot{n} | i' = \frac{\frac{1}{p} (1+i')^{mn} - \frac{1}{p}}{(1+i')^{m/p} - 1}$$

Factorizando el numerador, se obtiene:

$$S \ddot{n} | i' = \frac{1 [(1+i')^{mn} - 1]}{p [(1+i')^{m/p} - 1]}$$

Si la renta anual no es de una unidad de moneda sino de **Ra**, entonces la fórmula anterior se multiplica por **Ra** y obtenemos el monto de una anualidad cierta ordinaria de **Ra** unidades de moneda al año, pagaderas en forma vencida m veces al año durante n años a una tasa nominal $i^{(m)}$ capitalizable m veces al año:

$$S = Ra \overline{S n} \overline{i}^{(p)}$$

Por tanto:

$$S = \frac{Ra}{p} \left[\frac{(1+i')^{mn} - 1}{(1+i')^{m/p} - 1} \right]$$

2.5.2 Fórmulas para los diferentes casos de la convertibilidad de la tasa m y la frecuencia de los pagos p

La fórmula anterior, permite conocer el monto de cualquier anualidad cierta, sustituyendo adecuadamente los datos que se proporcionan, si se desarrolla la fórmula para diferentes alternativas que pueden presentarse entre la convertibilidad de la tasa m y la frecuencia de los pagos p para posteriormente hacer uso de las tablas financieras; estas alternativas son:

- a) $m = p$
- b) $m > p$ $m/p = k$ entero
- c) $p > m$ $p/m = k$ entero
- d) p y m no tienen relación.
 $p > m$ ó $m > p$ pero $p/m \neq k$ entero ó $m/p \neq k$ entero

2.5.2.1 Caso en que la anualidad es pagadera con la misma frecuencia que la convertibilidad de la tasa ($m = p$)

Al desarrollar la fórmula general

$$\overline{S n} \overline{i}^{(p)} = \frac{1}{p} \left[\frac{(1+i')^{mn} - 1}{(1+i')^{m/p} - 1} \right]$$

Se observa que en el denominador, el factor $(1+i')^{m/p}$ se reduce a $(1+i')$ en virtud de que $m = p$

$$\overline{S n} \overline{i}^{(p)} = \frac{1}{p} \left[\frac{(1+i')^{mn} - 1}{(1+i') - 1} \right]$$

después de reducir el denominador.

$$\overline{S n} \overline{i}^{(p)} = \frac{1}{p} \left[\frac{(1+i')^{mn} - 1}{i'} \right]$$

Dicho monto puede entenderse como una serie de pagos periódicos de $1/p$

$$S_{n|i}^{(p)} = \frac{1}{p} S_{mn|i'}$$

Ejemplo:

Se depositan semestralmente 5,000 en un fondo. ¿Cuánto dinero se tendrá al final de diez años, si nos conceden una tasa de interés del 20% anual convertible semestralmente?

Datos

Fórmulas

$$R = 5,000$$

$$p = 2$$

$$n = 10$$

$$Ra = 10,000$$

$$m = 2$$

$$i^{(2)} = .20$$

$$i = .10$$

$$1) S = \frac{Ra}{p} S_{mn|i'}$$

$$2) S = \frac{Ra}{p} \left[\frac{(1+i')^{mn} - 1}{(1+i')^{m/p} - 1} \right]$$

Sustitución

$$\begin{aligned} 1) S &= \frac{10,000}{2} S_{2 \cdot 10 | .10} \\ &= 5,000 (S_{20 | .10}) \\ &= 5,000 (57.2750) = 286,375.00 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2) S &= \frac{10,000}{2} \left[\frac{(1 + .10)^{2 \cdot 10} - 1}{(1 + .10)^{2/2} - 1} \right] \\ &= 5,000 \left[\frac{6.7275 - 1}{.10} \right] \\ &= 5,000 (57.2750) = 286,375.00 \end{aligned}$$

Por lo tanto se tendrá en 10 años \$286,375.00

2.5.2.2. Caso en que la anualidad es pagadera con menos frecuencia

que la convertibilidad de la tasa ($m > p$) y m/p es entero.

Al desarrollar la fórmula general

$$S n | i' = \frac{1}{p} \left[\frac{(1+i')^{mn} - 1}{(1+i')^{m/p} - 1} \right]$$

Se divide numerador y denominador entre i'

$$S n | i' = \frac{1}{p} \frac{\frac{(1+i')^{mn} - 1}{i'}}{\frac{(1+i')^{m/p} - 1}{i'}}$$

$$S n | i' = \frac{S m n | i'}{S m/p | i'}$$

Por tanto:

$$S n | i' = \frac{1}{p} \left[S m n | i' \cdot \frac{1}{S m/p | i'} \right]$$

Ejemplo:

Un banco produce \$6,000 semestrales y está invertido al 36% anual, convertible trimestralmente. ¿Cuál será su monto al final de 6 años?

Datos

$R = 6,000$

$Ra = 12,000$

$i^{(4)} = .36$

$p = 2$

$m = 4$

$n = 6$

$i' = .09$

Fórmulas

$$1) S = \frac{Ra}{p} \left[S m n | i' \cdot \frac{1}{S m/p | i'} \right]$$

$$2) S = \frac{Ra}{p} \left[\frac{(1+i')^{mn} - 1}{(1+i')^{m/p} - 1} \right]$$

Sustitución

$$1) S = \frac{12,000}{2} \left[S 4 \cdot 6 | .09 \cdot \frac{1}{S 4/2 | .09} \right] \quad 2) = \frac{12,000}{2} \left[\frac{(1+.09)^{4 \cdot 6} - 1}{(1+.09)^{4/2} - 1} \right]$$

$$\begin{aligned}
 &= 6,000 \left(S_{24} \cdot .09 \frac{1}{.09} \right) &&= 6,000 \left[\frac{6.9111}{.1881} \right] \\
 &= 6,000 (76.7898 / 2.0900) &&= 6,000 (36.7415) \\
 &= 6,000 (36.7415) = 220,449.22 &&= 220,449.22
 \end{aligned}$$

Por tanto el monto al final de 6 años será de: \$220,449.22

2.5.2.3. Caso en que la anualidad es pagadera con más frecuencia que la convertibilidad de la tasa ($p > m$) y p/m es entero.

Al desarrollar la fórmula general

$$S_{n|}^{(p)} i' = \frac{1}{p} \left[\frac{(1+i')^{mn} - 1}{(1+i')^{m/p} - 1} \right]$$

Se divide numerador y denominador entre i'

$$S_{n|}^{(p)} i' = \frac{1}{p} \frac{\frac{(1+i')^{mn} - 1}{i'}}{(1+i')^{m/p} - 1}$$

es decir:

$$S_{n|}^{(p)} i' = \frac{1}{p} \left[S_{mn|} i' \cdot \frac{i'}{(1+i')^{m/p} - 1} \right]$$

conmutando los factores del segundo miembro,

$$S_{n|}^{(p)} i' = S_{mn|} i' \cdot \frac{1}{p} \left[\frac{i'}{(1+i')^{m/p} - 1} \right]$$

multiplicando el denominador del segundo factor por m/m

$$S_{n|}^{(p)} i' = S_{mn|} i' \cdot \frac{1}{\frac{m}{m} p} \left[\frac{i'}{(1+i')^{m/p} \cdot 1} \right]$$

$$= S m n \left[i' \cdot \frac{1}{m} \cdot \frac{1}{p/m} \left[\frac{i'}{(1+i')^{m/p} \cdot 1} \right] \right]$$

conmutando los factores, tenemos:

$$= \frac{1}{m} S m n \left[i' \cdot \frac{i'}{\frac{p}{m} [(1+i')^{m/p} \cdot 1]} \right]$$

Existen valores en tablas para expresiones de la forma $\frac{i}{i^{(m)}}$

Si consideramos que el valor i del numerador en nuestro caso es i' , y en lugar de m tenemos p/m , tendremos que:

$$S n \left[i' \right] = \frac{1}{m} S m n \left[i' \cdot \frac{i'}{i^{(p/m)}} \right]$$

Ejemplo:

Encontrar el monto de una anualidad vencida de \$8,000 anuales, pagaderos trimestralmente durante 8 años, si la tasa nominal es del 7% anual convertible semestralmente.

Datos

Fórmulas

$$R = 2,000$$

$$Ra = 8,000$$

$$m = 2$$

$$p = 4$$

$$n = 8$$

$$i^{(m)}$$

$$i' = \frac{.07}{2} = 0.035$$

$$i^{(m)} = .07$$

$$1) S = \frac{Ra}{m} S m n \left[i' \cdot \frac{i'}{i^{(p/m)}} \right]$$

$$2) S = \frac{Ra}{p} \left[\frac{(1+i')^{mn} - 1}{(1+i')^{m/p} \cdot 1} \right]$$

Sustitución

$$1) S = \frac{8,000}{2} S 28 \left[.035 \cdot \frac{.035}{.035^{(4/2)}} \right]$$

$$2) S = \frac{8,000}{4} \left[\frac{(1+.035)^{2 \cdot 8} - 1}{(1+.035)^{2/4} - 1} \right]$$

$$= 4,000 \text{ S } 16 \cdot 1.10 \cdot \frac{.035}{.035^2}$$

$$= 4,000 (20.9710297) (1.0086748)$$

$$= 84\,611.80$$

$$= 2,000 \left[\frac{1.7339869-1}{1.0173495-1} \right]$$

$$= 2,000 (42.3058878)$$

$$= 84\,611.78$$

2.5.2.4 Caso en que la frecuencia de los pagos de la anualidad p y la convertibilidad de la tasa m no tienen relación.

En este caso el único procedimiento es la sustitución de los datos en fórmula general del monto.

$$S_n^{(p)} i' = \frac{1}{p} \left[\frac{(1+i')^{mn} - 1}{(1+i')^{m/p} - 1} \right]$$

Ejemplo:

Una persona deposita \$400 cada cuatro meses durante 14 años en un banco que le abona el 36% anual convertible trimestralmente, ¿cuánto tendrá al final de 14 años?

Datos

Fórmula

$$R = 400$$

$$i' = .09$$

$$Ra = 1,200$$

$$m = 4$$

$$p = 3$$

$$n = 14$$

(m)

$$i = .36$$

Sustitución

$$S = \frac{Ra}{p} \left[\frac{(1+i')^{mn} - 1}{(1+i')^{m/p} - 1} \right]$$

$$S = \frac{1,200}{3} \left[\frac{(1+.09)^{4 \cdot 14} - 1}{(1+.09)^{4/3} - 1} \right]$$

$$= 400 \left[\frac{(1.09)^{56} - 1}{(1.09)^{1.3333} - 1} \right]$$

$$= 400 \left[\frac{124.7050 - 1}{1.1218 - 1} \right] = 400 (1,015.6404) = 406,256.16$$

Por tanto el monto acumulado al final de 14 años será de \$406,256.16

Para determinar los valores de renta, la tasa de interés, o el tiempo en los

problemas donde se proporcionan los valores del monto S , basta con sustituir la incógnita adecuadamente en la fórmula general del monto, o bien la fórmula abreviada de la alternativa que le corresponda.

a) Cálculo de la Renta Anual:

$$S = \frac{Ra}{P} \left[\frac{(1+i')^{mn} - 1}{(1+i')^{m/p} - 1} \right]$$

de donde,

$$Ra = \frac{Sp [(1+i')^{m/p} - 1]}{[(1+i')^{mn} - 1]}$$

Ejemplo:

Calcular la renta anual necesaria para acumular \$406,256.16 al final de 14 años mediante pagos cada cuatro meses a los que les abonan un interés nominal del 36% convertible trimestralmente.

Datos

$$S = 406,256.16$$

$$n = 14$$

$$p = 3$$

$$i^{(m)} = .36$$

$$m = 4$$

$$i' = .09$$

Fórmula

$$Ra = \frac{Sp [(1+i')^{m/p} - 1]}{[(1+i')^{mn} - 1]}$$

Sustitución

$$\begin{aligned} Ra &= \frac{406,256.16 (3) [(1 + .09)^{4/3} - 1]}{[(1 + .09)^{4 \cdot 14} - 1]} \\ &= \frac{1,218,768.48 [(1.09)^{1.333} - 1]}{(1.09)^{56} - 1} \\ &= \frac{1,218,768.48 (.1218)}{123.7050} = \frac{148'446.000864}{123,7050} = 1,200,000 \end{aligned}$$

Por tanto, la renta anual requerida es de \$1,200,000, o bien \$400,000 pagaderos cada cuatro meses.

b) Cálculo del tiempo

b) Cálculo del tiempo

$$S = \frac{Ra}{p} \left[\frac{(1+i')^{mn} - 1}{(1+i')^{m/p} - 1} \right]$$

desarrollando

$$\frac{Sp}{Ra} = \left[\frac{(1+i')^{mn} - 1}{(1+i')^{m/p} - 1} \right]$$

$$\frac{Sp [(1+i')^{m/p} - 1]}{Ra} = (1+i')^{mn} - 1$$

$$(1+i')^{mn} = \frac{Sp [(1+i')^{m/p} - 1]}{Ra} + 1$$

$$(1+i')^n = \left[\frac{Sp [(1+i')^{m/p} - 1]}{Ra} + 1 \right]^{1/m}$$

$$n \log (1+i') = \frac{1}{m} \log \left[\frac{Sp [(1+i')^{m/p} - 1]}{Ra} + 1 \right]$$

Por tanto:

$$n = \frac{\frac{1}{m} \log \left[\frac{Sp [(1+i')^{m/p} - 1]}{Ra} + 1 \right]}{\log (1+i')}$$

Ejemplo:

Durante cuántos años deben depositarse en un banco \$400,000 cada cuatro meses abonándole el 36% anual, convertible trimestralmente, para acumular \$406,382,740.4.

Datos

$$S = 406,382,740.4$$

$$i^{(m)} = .36$$

$$R = 400,000$$

$$m = 4$$

$$Ra = 1,200,000$$

$$p = 3$$

$$i' = .09$$

Fórmula

$$n = \frac{\frac{1}{m} \log \left[\frac{Sp [(1+i')^{m/p} - 1]}{Ra} + 1 \right]}{\log (1+i')}$$

Sustitución

$$n = \frac{\frac{1}{4} \log \left(\frac{406,382,740.4(3) [(1+.09)^{43} - 1]}{1,200,000} + 1 \right)}{\log(1+.09)}$$

$$n = \frac{\frac{1}{4} \log \left(\frac{1,219,148,221 (.1218)}{1,200,000} + 1 \right)}{\log(1.09)}$$

$$n = \frac{\frac{1}{4} \log \left(\frac{148,446,006.1}{1,200,000} + 1 \right)}{\log(1.09)} = \frac{\frac{1}{4} \log(123.7050 + 1)}{\log(1.09)}$$

$$n = \frac{\frac{1}{4} (2.0959)}{.0374} = \frac{.5240}{.0374} = 14$$

Por lo tanto el resultado indica que se requieren 14 años para acumular \$406,382,740.4

2.6 Valor presente de una anualidad cierta ordinaria pagadera p veces al año, durante n años a una tasa de interés nominal capitalizable m veces al año.

El valor presente de una anualidad ordinaria cierta es el costo en el momento actual de una serie de pagos periódicos pagaderos al final de cada p-ésimo de año y valuados a una tasa nominal de interés $i^{(m)}$ capitalizable m veces al año y cuya fecha de valuación se considera el inicio del plazo de la anualidad.

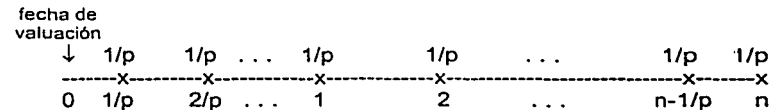


Diagrama de tiempo del valor presente de una anualidad cierta ordinaria pagadera p veces al año.

Se tiene como punto de valuación el punto 0. Puesto que la frecuencia de los pagos se representa por p , y la renta anual es de una unidad de moneda, el importe de cada pago periódico vale $1/p$. Como los pagos se hacen durante n años, y ocurren p veces por año, el número total de pagos es $n \times p = np$.

Valor actual del primer pago

El valor actual del primer pago de $1/p$, efectuado al final del primer p -ésimo de año, a una tasa de interés $i^{(m)}$ capitalizable m veces por año, es:

$$1/p \left((1 + i')^m \right)^{-1/p} = \frac{1}{p} (1 + i')^{-m/p}$$

donde

$$i' = \frac{i^{(m)}}{m}$$

Valor actual del segundo pago

$$1/p \left((1 + i')^m \right)^{-2/p} = \frac{1}{p} (1 + i')^{-2m/p}$$

Valor actual del penúltimo pago

$$1/p \left((1 + i')^m \right)^{-(n-1)/p} = \frac{1}{p} (1 + i')^{-mn + m/p}$$

Valor actual del último pago

$$1/p \left((1 + i')^m \right)^{-n} = \frac{1}{p} (1 + i')^{-mn}$$

Si se suma esta serie de valores actuales, de $1/p$ se obtiene el valor actual de la anualidad cuyo símbolo es

$$a \overline{n} \overline{i}^{(p)}$$

$$a \overline{n} \overline{i}^{(p)} = \frac{1}{p} (1 + i')^{-m/p} + \frac{1}{p} (1 + i')^{-2m/p} + \dots + \frac{1}{p} (1 + i')^{-mn}$$

El segundo miembro es una progresión geométrica con razón $(1 + i')^{-m/p}$ y cuya suma es

$$a \overline{n} \overline{i}^{(p)}$$

por tanto:

por tanto:

$${}^{(p)}\alpha_n \bar{i}' = \frac{\frac{1}{p} (1+i')^{-m/p} - \left[\frac{1}{p} (1+i') (1+i')^{-mn} \right]^{-m/p}}{1 - (1+i')^{-m/p}}$$

Factorizando el numerador:

$${}^{(p)}\alpha_n \bar{i}' = \frac{\frac{1}{p} (1+i')^{-m/p} [1 - (1+i')^{-mn}]}{1 - (1+i')^{-m/p}}$$

dividiendo numerador y denominador entre $(1+i')^{-m/p}$

$${}^{(p)}\alpha_n \bar{i}' = \frac{\frac{1}{p} [1 - (1+i')^{-mn}]}{(1+i')^{m/p} - 1}$$

multiplicando numerador y denominador por p se obtiene:

$${}^{(p)}\alpha_n \bar{i}' = \frac{1}{p} \left[\frac{1 - (1+i')^{-mn}}{(1+i')^{m/p} - 1} \right]$$

Si la renta anual no es de una unidad de moneda, sino de R_a , entonces la fórmula anterior se multiplica por R_a y se obtiene el valor presente de una anualidad cierta ordinaria de R_a unidades de moneda al año, pagaderas en forma vencidas p veces al año durante n años, a una tasa nominal $i^{(m)}$ capitalizable m veces al año.

$$A = R_a {}^{(p)}\alpha_n \bar{i}'$$

por tanto:

$$\alpha_n \bar{i}' = \frac{R_a}{p} \left[\frac{1 - (1+i')^{-mn}}{(1+i')^{m/p} - 1} \right]$$

2.6.2 Fórmulas para diferentes casos de la convertibilidad de la tasa m y la frecuencia de los pagos p

La fórmula anterior, permite conocer el valor presente de cualquier anualidad cierta, sustituyendo adecuadamente los datos que se proporcionan; si se desarrolla la fórmula para las diferentes alternativas que se pueden presentar entre la convertibilidad de la tasa m y la frecuencia de los pagos p ; tenemos las siguientes alternativas:

- a) $m = p$
- b) $m > p$ y m/p entero
- c) $p > m$ y p/m entero
- d) La frecuencia de los pagos de la anualidad p y la convertibilidad de la tasa m no tienen relación.

2.6.2.1 Caso en que la anualidad es pagadera con la misma frecuencia que la convertibilidad de la tasa ($m = p$).

Al desarrollar la fórmula general

$$\alpha_n \overline{\ddot{i}}' = \frac{1}{p} \left[\frac{1 - (1+i')^{-mn}}{(1+i')^{m/p} - 1} \right]$$

se observa que en el denominador, el factor $(1+i')^{m/p}$ se reduce a $(1+i')$ en virtud de que $m = p$; es decir,

$$\alpha_n \overline{\ddot{i}}' = \frac{1}{p} \left[\frac{1 - (1+i')^{-mn}}{(1+i') - 1} \right]$$

por tanto:

$$\alpha_n \overline{\ddot{i}}' = \frac{1}{p} \left[\frac{1 - (1+i')^{-mn}}{i'} \right] = \frac{1}{p} \alpha_{mn} \overline{\ddot{i}}'$$

Si los pagos anuales no son unitarios, sino de Ra , la fórmula anterior queda

$$A = \frac{Ra}{p} \alpha_{mn} \overline{\ddot{i}}'$$

por tanto:

$$\alpha_{mn} \overline{\ddot{i}}' = \frac{Ra}{p} \left[\frac{1 - (1+i')^{-mn}}{(1+i')^{m/p} - 1} \right]$$

Ejemplo:

Una persona recibirá mensualmente pagos de \$800 durante los próximos 5 años; ¿cuál habrá sido su depósito si el banco le otorga una tasa de interés nominal del 45% convertible mensualmente?

Datos

Fórmula

$$R = 800$$

$$1) A = \frac{Ra}{p} \alpha mn \rfloor i'$$

$$Ra = 9,600$$

$$p = 12$$

$$n = 5$$

$$m = 12$$

$$i' = .0375$$

$$i^{(m)} = .45$$

$$2) A = \frac{Ra}{p} \left[\frac{1 - (1 + i')^{-mn}}{(1 + i')^{m/p} - 1} \right]$$

Sustitución

$$1) A = \frac{9,600}{12} \alpha 12 \times 5 \rfloor .0375$$

$$= 800 \alpha 60 \rfloor .0375 = 800 (23.7379) = 18,990,332.75$$

$$2) A = \frac{9,600}{12} \left[\frac{1 - (1 + .0375)^{-12(5)}}{(1 + .0375)^{12/12} - 1} \right]$$

$$= 800 \left(\frac{1 - .1098}{.0375} \right) = 800 (23.7379) = 18,990.33$$

Por tanto la persona depositó \$18,990.33

2.6.2.2. Caso en que la anualidad es pagadera con menor frecuencia que la convertibilidad de la tasa ($m > p$) y $m/p = k$ y k es entero.

Al desarrollar la fórmula general

$$\alpha n \rfloor i' = \frac{1}{p} \left[\frac{1 - (1 + i')^{-mn}}{(1 + i')^{m/p = k} - 1} \right]$$

dividiendo numerador y denominador entre i' ,

$${}^{(p)}C_n | i' = \frac{1}{p} \left(\frac{C_{mn} | i'}{S_{m/p} | i'} \right) = \frac{1}{p} \left(\frac{C_{mn} | i'}{S_k | i'} \right)$$

Por tanto:

$${}^{(p)}C_n | i' = \frac{1}{p} C_{mn} | i' \frac{1}{S_{m/p} | i'} = \frac{1}{p} C_{mn} | i' \frac{1}{S_k | i'}$$

Ejemplo:

¿Cuál es el costo que tiene una serie de pagos de \$500 cada semestre durante 4 años, si se invierte dicha cantidad al 46% de interés anual, convertible mensualmente?

Datos

$$R = 500$$

Fórmulas

$$1) A = \frac{Ra}{p} C_{mn} | i' \frac{1}{S_{m/p} | i'}$$

$$Ra = 1,000$$

$$p = 2$$

$$n = 4$$

$$i' = .0383$$

$${}^{(m)}$$

$$i = .46$$

$$m = 12$$

2)

$$A = \frac{Ra}{p} \left[\frac{1 - (1 + i')^{-mn}}{(1 + i')^{m/p} - 1} \right]$$

Sustitución

$$1) A = \frac{1,000}{2} C_{12 \times 4} | .0383 \frac{1}{S_{12/2} | .0383}$$

$$= 500 C_{48} | .0383 \frac{1}{S_6 | .0383} = 500 (21.8113) \frac{1}{6.6047}$$

$$= 500,000 (21.8113) (.1514)$$

$$= 1,651.20$$

$$2) A = \frac{1,000}{2} \left[\frac{1 - (1 + .0383)^{-12 \times 4}}{(1 + .0383)^{12/2} - 1} \right] = 500 \left[\frac{(1 + .0383)^{-48} - 1}{(1 + .0383)^6 - 1} \right]$$

$$= 500 \left[\frac{1 - .1646}{1.2530 - 1} \right] = 500 \left(\frac{.8354}{.2530} \right)$$

$$= 1,651,195.94$$

Por tanto el costo de esos pagos periódicos ascendió a \$1,651.20

2.6.2.3 Caso en que la anualidad es pagadera con mayor frecuencia que la convertibilidad de la tasa ($p > m$) y p/m es entero

Al desarrollar la fórmula general

$${}^{(p)}a_n | i' = \frac{1 - (1 + i')^{-mn}}{p \left[\frac{(1 + i')^{m/p} - 1}{m} \right]}$$

dividiendo numerador y denominador entre i' ,

$${}^{(p)}a_n | i' = \frac{1}{p} {}^{(p)}a_{mn} | i' \frac{i'}{(1 + i')^{m/p} - 1}$$

multiplicando el denominador del segundo factor por m/m y conmutando factores,

$${}^{(p)}a_n | i' = \frac{1}{p} {}^{(p)}a_{mn} | i' \frac{i'}{\frac{p}{m} \left[(1 + i')^{m/p} - 1 \right]}$$

Si consideramos que el valor i del numerador en nuestro caso es i' y en lugar de m , tenemos p/m tendremos que:

$${}^{(p)}a_n | i' = \frac{1}{m} {}^{(p)}a_{mn} | i' \frac{i'}{i' (p/m)}$$

Ejemplo:

¿Cuánto tendremos que pagar por una serie de pagos de \$5,000 bimestrales durante 8 años, si la tasa de interés nominal es del 12% convertible semestralmente?

Datos

$$R = 5,000$$

$$Ra = 30,000$$

$$p = 6$$

$$n = 8$$

$$i^{(m)} = .12$$

$$m = 2$$

$$i' = .06$$

Fórmulas

$$1) A = \frac{Ra}{m} \alpha_{mn} i' \frac{i'}{i' - (p/m)}$$

$$2) A = \frac{Ra}{p} \left[\frac{1 - (1 + i')^{-mn}}{(1 + i')^{m/p} - 1} \right]$$

Sustitución

$$\begin{aligned} 1) A &= \frac{30,000}{2} \alpha_{2 \times 8} .06 \frac{.06}{.06 - (6/2)} \\ &= (15,000) (10.1058953) (1.0197410) \\ &= 154,580.94 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2) A &= \frac{30,000}{6} \left[\frac{1 - (1 + .06)^{-16}}{(1 + .10)^{2/6} - 1} \right] \\ &= 5,000 (30.9162231) \\ &= 154,581.12 \end{aligned}$$

2.6.2.4. Caso en que la frecuencia de los pagos de la anualidad p y la convertibilidad de la tasa m no tienen relación.

En este caso el único procedimiento es la sustitución de los datos en la fórmula general del valor presente:

$$\alpha_{n} i^{(p)} = \frac{1}{p} \left[\frac{1 - (1 + i')^{-mn}}{(1 + i')^{m/p} - 1} \right]$$

Ejemplo:

¿Qué cantidad debe depositar una persona en el banco, a fin de recibir \$1,500 cada semana durante 2 años, si se le conceden una tasa de interés del 20% convertible cuatrimestralmente?

Datos

Fórmula

$$R = 1,500$$

$$Ra = 78,000$$

$$p = 52$$

$$n = 2$$

(m)

$$i = .20$$

$$m = 3$$

$$i' = .0666$$

Sustitución

$$A = \frac{78,000}{52} \left[\frac{1 - (1 + .0666)^{-(3 \cdot 2)}}{(1 + .0666)^{3/52} - 1} \right] = 1,500 \frac{1 - .772669}{1.0037267 - 1}$$
$$= 1,500 \left(\frac{.227331}{.0037267} \right) = 1,500 (61.0006172) = 91,500.93$$

Por tanto la persona de este problema deberá depositar \$129,475.73

Para determinar los valores de la renta, la tasa de interés o el tiempo en diversos problemas donde se proporcionan los valores del valor presente A, basta con sustituir la incógnita en la fórmula general, o bien en la fórmula de la alternativa que le corresponda.

Cálculo de la renta anual:

$$A = \frac{Ra}{p} \left[\frac{1 - (1 + i')^{-mn}}{(1 + i')^{m/p} - 1} \right]$$

de donde:

$$Ra = \frac{Ap[(1+i')^{m/p} - 1]}{[1 - (1+i')^{-mn}]}$$

Ejemplo:

¿Qué cantidad se podrá recibir semanalmente, durante 7 años, si invertimos \$ 5,500,000 y la tasa de interés que nos conceden es del 20% convertible semestralmente?

Datos

Fórmula

$$A = 5,500,000$$

$$n = 7$$

$$p = 52$$

$$i^{(m)} = .20$$

$$m = 2$$

$$i' = .10$$

$$Ra = \frac{Ap[(1+i')^{m/p} - 1]}{[1 - (1+i')]^{-mn}}$$

Sustitución

$$Ra = \frac{5,500,000 (52) [(1 + .10)^{2/52} - 1]}{[1 - (1 + .10)]^{-2 \cdot 7}}$$

$$= \frac{286,000,000 (1.0037 - 1)}{.7367} = 1,425,791.26$$

Por tanto la renta anual que percibiremos asciende a \$1,425,791.00, que en forma semanal son \$27,419.00

Cálculo del tiempo n:

$$A = \frac{Ra}{p} \left[\frac{1 - (1+i')^{-mn}}{(1+i')^{m/p} - 1} \right]$$

de donde:

$$\frac{Ap}{Ra} \left[\frac{1 - (1+i')^{-mn}}{(1+i')^{m/p} - 1} \right]$$

$$\frac{Ap [1 - (1+i')^{m/p} - 1]}{Ra} = [1 - (1+i')^{-mn}]$$

$$(1+i')^{-mn} = \left(1 - \frac{Ap [(1+i')^{m/p} - 1]}{Ra} \right)$$

$$(1+i')^{-n} = \left(1 - \frac{Ap [(1+i')^{m/p} - 1]}{Ra} \right)^{1/m}$$

$$-n \log (1+i') = \frac{1}{m} \log \left(1 - \frac{Ap [(1+i')^{m/p} - 1]}{Ra} \right)$$

$$n = \frac{\frac{1}{m} \log \left(1 - \frac{Ap [(1+i')^{m/p} - 1]}{Ra} \right)}{\log (1+i')}$$

Ejemplo:

¿Cuántos pagos semanales de \$27,419.06 cada uno necesitamos hacer para formar un monto de \$ 5 500,000, si nos abonan el 20% convertible semestralmente?

Datos

A = 5,500,000

R = 27,419.06

Ra = 1,425,791.26

i' = .10

p = 52

i^(m) = .20

m = 2

Fórmula

$$n = \frac{\frac{1}{m} \log \left(1 - \frac{Ap [(1+i')^{m/p} - 1]}{Ra} \right)}{\log (1+i')}$$

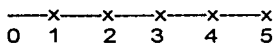
Sustitución

$$\begin{aligned}
 n &= \frac{\frac{1}{2} \log \left(1 - \frac{5,500,000 (52) [(1+.10)^{2/52} - 1]}{1,425,791.26} \right)}{\log (1.10)} \\
 &= \frac{\frac{1}{2} \log \left(1 - \frac{\log (1 + .10) 286,000,000 [1.0037 - 1]}{1,425,791.26} \right)}{\log (1.10)} \\
 &= \frac{\frac{1}{2} \log \left(1 - \frac{1,050,335.86}{1,425,791} \right)}{\log (1.10)} = \frac{\frac{1}{2} \log (1 - .7367)}{\log (1.10)} \\
 &= \frac{\frac{1}{2} \log (.2633)}{\log (1.10)} = \frac{\frac{1}{2} (-.5795)}{.0414} = \frac{-.2897}{.0414} = 7
 \end{aligned}$$

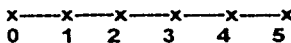
Por tanto la respuesta indica que durante 7 años recibiremos \$27,419 semanales.

CAPITULO 3. ANUALIDADES CIERTAS ANTICIPADAS

Las anualidades anticipadas son las que se pagan al comienzo de cada período.



Anualidad vencida



Anualidad anticipada

3.1 Monto de anualidades ciertas anticipadas a una tasa efectiva de interés.

Como lo mencionamos antes en las ordinarias, la primera anualidad se paga al final del primer período, mientras que en las anticipadas, se paga inmediatamente, al iniciarse el plazo. Esto trae como consecuencia, que el pago de la última anualidad ordinaria, coincida con la terminación del tiempo, razón por la cual no devenga intereses y que su inversión se haga solamente para completar el monto de la serie. En cambio, cuando las anualidades son anticipadas, la última de ellas, se paga al principio del último período, por lo que ésta sí causa intereses.

Notación:

$$\ddot{S}_n | i$$

fecha de
evaluación

↓

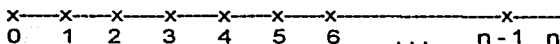


Diagrama de tiempo del monto de una anualidad cierta anticipada

3.1.1. Cálculo del monto (deducción de fórmula)

De acuerdo al concepto de monto de anualidades anticipadas, se tiene:

$$\ddot{S}_n | i = (1+i)^n + (1+i)^{n-1} + \dots + (1+i)$$

o bien:

$$\ddot{S}_n | i = (1+i) + (1+i)^2 + \dots + (1+i)^{n-1} + (1+i)^n$$

recordando que el monto de una anualidad vencida es:

$$S_n | i = 1 + (1+i) + \dots + (1+i)^{n-1}$$

Se observa que la anualidad anticipada puede obtenerse multiplicando el monto de una anualidad vencida por el factor $(1+i)$, es decir:

$$\ddot{S}_n|i = (1+i) S_n|i$$

En caso de que los pagos sean de una renta anual R , entonces la anualidad anticipada es

$$S = R(1+i) + R(1+i)^2 + \dots + R(1+i)^n$$

factorizando

$$S = R[(1+i) + (1+i)^2 + \dots + (1+i)^n]$$

es decir:

$$\ddot{S} = R S_n|i$$

Por tanto el monto compuesto de la anualidad anticipada con renta anual R es:

$$\ddot{S}_n|i = R(1+i)S_n|i$$

o bien

$$\ddot{S}_n|i = R(1+i) \left(\frac{(1+i)^n - 1}{i} \right)$$

Podemos obtener otra fórmula de las anualidades anticipadas que utilicen directamente tablas financieras:

$$\ddot{S}_n|i = R S_{n+1}|i - 1$$

En resumen, tenemos estas tres fórmulas para calcular el monto:

1) $\ddot{S}_n|i = R(1+i) S_n|i$

2) $\ddot{S}_n|i = R S_{n+1}|i - 1$

Es forzoso usar la siguiente fórmula, si no se cuenta con tablas financieras:

3) $\ddot{S}_n|i = R(1+i) \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} \right]$

Ejemplo:

Una persona deposita \$ 2,000 al principio de cada año, habiendo efectuado cuatro entregas. Si el depositario abona el 6% anual sobre saldos, ¿cuál será el monto formado?.

Datos

$$R = 2,000$$

$$i = .06$$

$$n = 4$$

Fórmulas

$$1) \ddot{S}_n | i = R(1+i)S_n | i$$

$$2) \ddot{S}_n | i = R(S_{n+1} | i - 1)$$

Sustitución

$$\begin{aligned} 1) \ddot{S}_n | i &= 2,000 (1 + .06) S_4 | .06 \\ &= 2,000 (1.06) (4.3746) \\ &= 9,274.18 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2) \ddot{S}_n | i &= 2,000 (S_5 | .06 - 1) \\ &= 2,000 (5.6371 - 1) = 2,000 (4.6371) \\ &= 9,274.18 \end{aligned}$$

Por tanto el monto ascenderá a \$ 9,274.18

Basta despejar la variable deseada de la fórmula general, para obtener dicha variable.

$$1) \ddot{S}_n | i = R(1+i) S_n | i$$

$$2) \ddot{S}_n | i = R(S_{n+1} | i - 1)$$

$$3) \ddot{S}_n | i = R(1+i) \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} \right]$$

3.1.2. Cálculo de la renta anual

Despejamos de la fórmula general:

$$1) R = \frac{S}{(1+i) S_n | i}$$

$$2) R = \frac{S}{Sn+1 \uparrow i - 1}$$

$$3) R = \frac{Si}{(1+i)[(1+i)^n - 1]}$$

Ejemplo:

¿ Qué cantidad habrá que depositar al principio de cada año, para formar un capital de \$50,000, a los 5 años, a la tasa del 7% anual?

Datos

Fórmulas

$$S = 50,000 \quad 1) R = \frac{S}{(1+i)Sn \uparrow i} \quad 3) = \frac{Si}{(1+i)[(1+i)^n - 1]}$$

$n = 5$

$i = .07$

$$2) R = \frac{S}{Sn+1 \uparrow i - 1}$$

Sustitución

$$1) R = \frac{50,000}{(1 + .07) S5 \uparrow .07} = \frac{50,000}{(1.07) (5.75073901)} = \frac{50,000}{6.1532907407}$$

$$= 8,125.73$$

$$2) R = \frac{50,000}{S6 \uparrow .07 - 1} = \frac{50,000}{6.15329074} = 8,125.73$$

$$R = \frac{50,000 (.07)}{(1 + .07) [(1 + .07)^5 - 1]} = \frac{3,500}{(1.07) (0.4025517307)} = \frac{3,500}{0.43073051849}$$

$$= 8,125.73$$

Por tanto el señor tendrá que pagar anualmente \$ 8,125.73.

3.1.3 Cálculo del tiempo

Despejando de la fórmula general 3) el tiempo n es igual a:

$$S = R(1+i) \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} \right]$$

$$(1+i)^n - 1 = \frac{Si}{R(1+i)}$$

$$(1+i)^n = \frac{Si}{R(1+i)} + 1$$

mediante logaritmos* Ver Glosario

$$n \log(1+i) = \log \left[\frac{Si}{R(1+i)} + 1 \right]$$

de donde

$$n = \frac{\log \left[\frac{Si}{R(1+i)} + 1 \right]}{\log(1+i)}$$

O bien, en caso de tener tablas,

$$S = R(1+i) Sn|i$$

$$Sn|i = \frac{S}{R(1+i)}$$

Ejemplo:

¿En qué tiempo se forma un capital de \$50'000 si depositamos \$ 8,125.73, al principio de cada año y opera a una tasa del 7% anual?

Datos

Fórmulas

$$R = 8,125.73$$

$$1) Sn|i = \frac{S}{R(1+i)}$$

$$S = 50,000$$

$$2) n = \frac{\log \left[\frac{Si}{R(1+i)} + 1 \right]}{\log(1+i)}$$

Sustitución

$$1) Sn]_{.07} = \frac{50,000}{8,125.73(1+.07)} = \frac{50,000}{8694.5311}$$

$$= 5.75074140571$$

Busco en tablas* y obtengo $n = 5$

$$2) n = \frac{\log \left[\frac{50,000(.07)}{8,125.73(1+.07)} + 1 \right]}{\log(1+.07)} = \frac{\log \left[\frac{3,500}{8,694.5311} + 1 \right]}{\log(1.07)}$$

$$= \frac{\log(1.4025518784)}{\log(1.07)} = \frac{.1469189}{.02938} = 5$$

Por tanto $n = 5$ años.

* Ver Apéndice

3.1.4 Cálculo de la tasa efectiva de interés

Para determinar la tasa efectiva i , es necesario despejar el valor de $Sn+1]_i$. En caso de que el valor no sea exacto, se procede a calcularlo en forma aproximada por el método de interpolación *(Ver Temas Previos):

$$S = R(Sn+1]_i - 1)$$

$$Sn+1]_i - 1 = \frac{S}{R}$$

$$Sn+1]_i = \frac{S}{R} + 1$$

Ejemplo:

Se invirtieron al principio de cada año \$ 13,788.56 durante 5 años para cubrir un préstamo de \$80,000. ¿A qué tasa de interés se hizo la operación?

Datos

Fórmula

$$S = 80,000$$

$$R = 13,788.56$$

$$i = ?$$

$$n = 5$$

$$S_{n+1}|i = \frac{S}{R} + 1$$

Sustitución

$$S_{5+1}|i = \frac{80,000}{13,788.5} + 1 = 5.80191 + 1 = 6.80191$$

Busco en tablas* con $n = 6$ y encuentro que el interés es del 5%.

*Ver Apéndice

3.2 Monto de una anualidad cierta anticipada pagadera p veces al año durante n años a una tasa nominal de interés $i^{(m)}$ capitalizable m veces al año.

El monto de una anualidad cierta anticipada, es el valor acumulado de una serie de pagos periódicos pagaderos al principio de cada p -ésimo de año, valuados a una tasa nominal de interés $i^{(m)}$ y cuya fecha de valuación se considera al final del plazo de la anualidad.

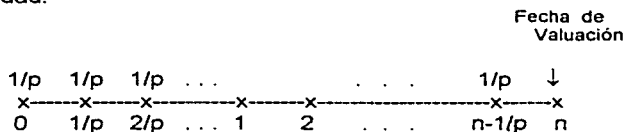


Diagrama de tiempo del monto de una anualidad cierta anticipada pagadera p veces al año

3.2.1 Cálculo del monto (deducción de fórmula)

Como los pagos se efectúan al principio de cada periodo, el último pago tiene lugar $1/p$ de año antes del final del plazo de la anualidad, y este pago devenga intereses durante $1/p$ de año; por tanto el monto del último pago es:

$$\frac{1}{p} [(1+i')^m]^{1/p} = \frac{1}{p} (1+i')^{m/p}$$

donde

$$i' = \frac{i^{(m)}}{m}$$

El monto del penúltimo pago es,

$$\frac{1}{p} [(1+i')^m]^{2/p} = \frac{1}{p} (1+i')^{2m/p}$$

El monto de cualquier otro pago se determina en forma análoga, hasta que se tiene que el monto del primer pago de $1/p$ pagado en este momento y valuado en el año n , es:

$$\frac{1}{p} [(1+i')^m]^n = \frac{1}{p} (1+i')^{mn}$$

La suma de todos estos montos forma una progresión geométrica de razón $(1+i')^{m/p}$ (Ver Temas Previos) y representa el monto de la anualidad anticipada que se denota por

$S_{\overline{n}|i'}^{(p)}$ es decir,

$$S_{\overline{n}|i'}^{(p)} = \frac{\frac{1}{p} [(1+i')^m]^n (1+i')^{m/p} - \frac{1}{p} (1+i')^{m/p}}{(1+i')^{m/p} - 1}$$

factorizando el numerador,

$$S_{\overline{n}|i'}^{(p)} = \frac{\frac{1}{p} (1+i')^{m/p} [(1+i')^{mn} - 1]}{(1+i')^{m/p} - 1}$$

reordenando términos,

$$S_{\overline{n}|i'}^{(p)} = (1+i')^{m/p} \frac{1}{p} \left[\frac{(1+i')^{mn} - 1}{(1+i')^{m/p} - 1} \right]$$

por tanto:

$$S \cdot n | i' = (1 + i')^{m/p} S \cdot n | i'$$

Se multiplica por Ra, si la renta anual no es de una unidad de moneda.

$$S = Ra (1 + i')^{m/p} S \cdot n | i'$$

o bien

$$S = \frac{Ra}{p} (1 + i')^{m/p} \left[\frac{(1 + i')^{mn} - 1}{(1 + i')^{m/p} - 1} \right]$$

3.2.2 Fórmulas para los diferentes casos de la convertibilidad de la tasa m y la frecuencia de los pagos p.

3.2.2.1 Caso en que la anualidad es pagadera con la misma frecuencia que la convertibilidad de la tasa (m = p).

$$S \cdot n | i' = \frac{1}{p} (1 + i') S m n | i'$$

debido a que

$$(1 + i')^{m/p} = (1 + i')$$

Ejemplo:

El Señor Pérez deposita al comienzo de cada semestre de \$ 2,000 en un fondo, si estos depósitos producen el 18 % anual capitalizable semestralmente, cuánto será el monto al final de 8 años?

Datos

Fórmulas

$$R = 2,000$$

$$1) S = \frac{Ra}{p} (1 + i') S m n | i'$$

$$Ra = 4,000$$

$$p = 2$$

$$2) S = \frac{Ra}{p} (1 + i')^{m/p} \left[\frac{(1 + i')^{mn} - 1}{(1 + i') - 1^{m/p}} \right]$$

$$n = 8$$

$$i^{(m)} = .18$$

$$m = 2$$

$$i = \frac{i^{(m)}}{m} = .09$$

Sustitución

$$\begin{aligned} 1) S &= \frac{4,000}{2} (1 + .09)^{16} \cdot .09 \\ &= 2000 (1.09) (33.00339867844) \\ &= 71,947.41 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2) S &= \frac{4,000}{2} (1 + .09)^{22} \left[\frac{(1 + .09)^{2(8)} - 1}{(1 + .09)^{2/2} - 1} \right] \\ &= 2,000 (1.09) \left[\frac{2.970305881059}{1.09 - 1} \right] \\ &= 2,000 (1.09) (33.00339867844) = 71,947.41 \end{aligned}$$

Por tanto, el monto de esa serie de pagos anticipados asciende a \$ 71,947.4

3.2.2.2. Caso en que la anualidad es pagadera con menor frecuencia que la convertibilidad de la tasa ($m > p$) y m/p entero.

$$s_{\overline{n}|i'}^{(p)} = \frac{Ra}{p} (1 + i')^{np} \left[Sm \overline{n}|i' \frac{1}{Sm/p|i'} \right]$$

Ejemplo:

Una compañía deposita \$150,000 al comienzo de cada trimestre en un banco que le abono el 36% anual convertible mensualmente, ¿Cuál será el monto de esos depósitos al final de 5 años?

Datos

Fórmulas

$$R = 150,000$$

$$Ra = 600,000$$

$$p = 4$$

$$n = 5$$

$$1) S = \frac{Ra}{p} (1 + i')^{np} \left[Sm \overline{n}|i' \frac{1}{Sm/p|i'} \right]$$

$$2) S = \frac{Ra}{p} (1 + i')^{np} \left[\frac{(1 + i')^{mn} - 1}{(1 + i')^{m/p} - 1} \right]$$

$$i^{(m)} = .36$$

$$m = 12$$

$$i' = \frac{i^{(m)}}{m} = .03$$

Sustitución

$$\begin{aligned} 1) S &= \frac{600,000}{4} (1+.03)^{12/4} [S_{12(5)}] .03 \cdot \frac{1}{S_{12/4} .03} \\ &= 150,000 (1.03)^3 [163.0534 \frac{1}{3.0909}] \\ &= 150,000 (1.0927) (52.7527) \\ &= 8,646,437.47 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2) S &= \frac{600,000}{4} (1+.03)^{12/4} \left[\frac{(1+.03)^{12(5)} - 1}{(1+.03)^{12/4} - 1} \right] \\ &= 150,000 (1.0927) \left[\frac{4.8916}{(1.0927) - 1} \right] \\ &= 150,000 (1.0927) (52.7527) \\ &= 8,646,437.47 \end{aligned}$$

Por tanto el monto, al final de 5 años, ascender a \$8,646,437.47

3.2.2.3 Caso en que la anualidad es pagadera con mayor frecuencia que la convertibilidad de la tasa ($m < p$) y p/m entero.

$$S_{n|i'}^{(p)} = \frac{Ra}{m} (1+i')^{m/p} S_{mn|i'} \frac{i'}{i^{(p/m)}}$$

Ejemplo:

La póliza de seguros de una persona estipula que se entregue a su heredero un pago de \$3,000 mensuales, si producen el 4% anual convertible trimestralmente, ¿Cuánto será el monto al final de 10 años?.

Datos

Fórmulas

$$R = 3,000$$

$$Ra = 36,000$$

$$n = 10$$

$$p = 12$$

$$i^{(m)} = .04$$

$$m = 4$$

$$i' = .02$$

$$1) S = \frac{Ra}{m} (1+i')^{m/p} S_{mn} \overline{|\ddot{i}'} \frac{i'}{i' (p/m)}$$

$$2) S = \frac{Ra}{p} (1+i')^{m/p} \left[\frac{(1+i')^{mn} - 1}{(1+i')^{m/p} - 1} \right]$$

Sustitución

$$\begin{aligned} 1) S &= \frac{36,000}{4} (1+.01)^{4/12} S_{4(10)} \overline{|\ddot{.01}} \frac{.01}{.01^{12/4}} \\ &= 9,000 (1.0033223) (48.88637289) (1.0033261) \\ &= 442,907.37 \end{aligned}$$

3.2.2.4 Caso en que la frecuencia de los pagos de la anualidad y la convertibilidad de la tasa no tienen relación.

$$S \overline{|\ddot{i}'}^{(p)} = \frac{1}{p} (1+i')^{m/p} \left[\frac{(1+i')^{mn} - 1}{(1+i')^{m/p} - 1} \right]$$

Ejemplo:

El Sr. Pérez deposita \$ 1,000.00 semestrales durante 8 años en una caja de ahorro y le abona el 4% anual convertible cuatrimestralmente. ¿Cuánto tendrá al final?.

Datos

Fórmula

$$R = 1,000$$

$$Ra = 2,000$$

$$n = 8$$

$$p = 2$$

$$i^{(m)} = .04$$

$$m = 3$$

$$i' = .0133333$$

$$S = \frac{Ra}{p} (1 + i')^{m/p} \left[\frac{(1 + i')^{mn} - 1}{(1 + i')^{m/p} - 1} \right]$$

Sustitución

$$\begin{aligned} S &= \frac{2,000}{2} (1 + .0133)^{3/2} \left[\frac{(1.0133)^{24} - 1}{(1.0133)^{3/2} - 1} \right] \\ &= 1,000 (1.020066519254) \left[\frac{(0.3741103375958229)}{0.2006651} \right] \\ &= 1,000 (1.020066519254) (18.6435) = 19,022.58 \end{aligned}$$

Por lo tanto la persona de este problema habrá acumulado \$ 19,022.58

3.3 Valor presente de una anualidad cierta anticipada a una tasa efectiva de interés.

Es el cálculo de cada uno de los pagos hechos al inicio de cada período y su fecha de valuación es el momento actual, por lo tanto el valor presente de las anualidades anticipadas es la suma de estos valores presentes calculados con un interés compuesto.

Notación:

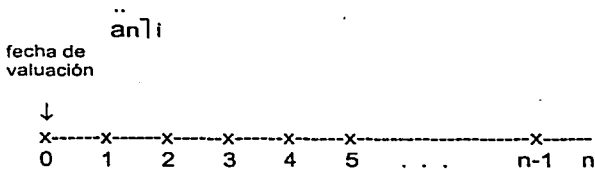


Diagrama de tiempo del valor presente de una anualidad cierta anticipada.

3.3.1 Cálculo del valor presente (deducción de fórmula)

De acuerdo al concepto de valor presente de anualidades anticipadas, se tiene que

$$\ddot{a}_{n|i} = 1 + v^2 + v + \dots + v^{n-1}$$

Recordando que el valor presente de una anualidad, ordinaria o vencida, es

$$a_{n|i} = v + v^2 + \dots + v^n$$

Se observa que la anualidad anticipada puede obtenerse multiplicando la anualidad anticipada por v , es decir:

$$\ddot{a}_{n|i} = a_{n|i} \cdot v$$

de donde

$$\ddot{a}_{n|i} = (1 + i) a_{n|i}$$

En caso de que los pagos no sean unitarios sino de una renta anual R , el valor presente de la anualidad anticipada es:

$$A = R + Rv + Rv^2 + \dots + Rv^{n-1}$$

$$A = R(1 + v + v^2 + \dots + v^{n-1})$$

es decir

$$A = R \ddot{a}_{n|i}$$

Por tanto, el valor presente de la anualidad anticipada con renta anual R , es:

$$A = R(1 + i) a_{n|i}$$

o bien,

$$A = R(1 + i) \left[\frac{1 - (1 + i)^{-n}}{i} \right]$$

Para utilizar directamente las tablas, usamos esta fórmula.

$$\ddot{a}_{n|i} = (1 + i) a_{n|i}$$

$$\ddot{a}_{n|i} = (1 + i) \left[\frac{1 - (1 + i)^{-n}}{i} \right]$$

o bien:

$$\dots \quad \ddot{a}_{n|i} = \frac{(1+i) - (1+i)^{-n+1}}{i}$$

$$\dots \quad \ddot{a}_{n|i} = \frac{(1+i) - (1+i)^{-(n-1)}}{i}$$

$$\dots \quad \ddot{a}_{n|i} = \frac{i}{i} + \frac{1 - (1+i)^{-(n-1)}}{i}$$

Por tanto,

$$\ddot{a}_{n|i} = 1 + a_{n-1|i}$$

En caso de que los pagos anuales sean de R, se tiene

$$A = R(1 + a_{n-1|i})$$

O bien

$$A = R(1+i) \ddot{a}_{n|i}$$

Ejemplo:

El Señor Pérez, lega a sus herederos, un seguro conforme al cual, percibirán \$100,000 a partir de la muerte del testador, más cuatro anualidades por la misma cantidad, pagaderas al principio de cada año. Si los beneficiarios acuerdan que la aseguradora les pague entrega el importe del seguro y aceptan que los pagos se descuenten al 7% anual, indíquese la cantidad que deben recibir al momento de presentar sus derechos.

Datos

Fórmulas

R = 100,000

$$1) A = R(1+i) \ddot{a}_{n|i}$$

i = .07

n = 5

$$2) A = R(1 + a_{n-1|i})$$

Sustitución

$$\begin{aligned} 1) A &= 100,000 (1 + .07) a5 \overline{.07} \\ &= 100,000 (1.07) (4.10019744) \\ &= 438,721.12 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2) A &= 100,000 (1 + a5-1 \overline{.07}) = 100,000 [1 + (3.87721126)] \\ &= 100,000 (4.87721126) \\ &= 487,721.12 \end{aligned}$$

Por tanto el valor presente que recibirán es de \$ 438,721.12

Ahora bien, para encontrar cualquiera de las variables que intervienen en la fórmula del valor presente de una anualidad cierta anticipada, como la renta R , el tiempo n , o la tasa de interés efectiva i , solo es necesario despejar dicha incógnita de las fórmulas:

$$\begin{aligned} A &= R (1 + i) a\overline{n} \overline{i} \\ A &= R (1 + a\overline{n-1} \overline{i}) \end{aligned}$$

o bien,

$$A = R (1 + i) \left[\frac{1 - (1 + i)^{-n}}{i} \right]$$

3.3.2 Cálculo de la renta anual

La renta anual R , se obtiene por tanto de cualquiera de las fórmulas:

$$1) R = \frac{A}{(1 + i) a\overline{n} \overline{i}}$$

$$2) R = \frac{A}{1 + a\overline{n-1} \overline{i}}$$

$$3) R = \frac{Ai}{(1 + i) [1 - (1 + i)^{-n}]}$$

Ejemplo:

Un jetta cuesta \$260,000 y una persona desea adquirirlo mediante 20 pagos anuales efectuados a partir de este momento. ¿Cuánto deberá pagar anualmente si la tasa efectiva de interés es del 18%?

Datos

Fórmula

$$A = 260,000$$

$$1) R = \frac{A}{(1+i)^{an} \cdot i}$$

$$n = 20$$

$$i = .18$$

$$2) R = \frac{A}{1 + an \cdot i}$$

$$3) R = \frac{A \cdot i}{(1+i)[1 - (1+i)^{-n}]}$$

Sustitución

$$1) R = \frac{260,000}{(1 + .18)^{20} \cdot .18}$$

$$= \frac{260,000}{(1.18)(5.35274650)}$$

$$= \frac{20,000}{6.31624087}$$

$$= 41,163.72$$

$$2) R = \frac{260,000}{1 + 20 \cdot .18}$$

$$= \frac{260,000}{1 + 5.31624087}$$

$$= \frac{20,000}{6.31624087}$$

$$= 41,163.72$$

$$3) R = \frac{260,000 \cdot (.18)}{(1 + .18)[1 - (1 + .18)^{-20}]}$$

$$= \frac{46,800}{(1.18)(1 - .03650563051698)} = \frac{46,800}{1.13692335}$$

$$= 41,163.72$$

3.3.3 Cálculo del tiempo

El tiempo n se obtiene en forma exacta, despejándolo de la fórmula

$$A = R(1+i) \left[\frac{1 - (1+i)^{-n}}{i} \right]$$

desarrollando:

$$1 - (1+i)^{-n} = \frac{Ai}{R(1+i)}$$

$$(1+i)^{-n} = 1 - \frac{Ai}{R(1+i)}$$

aplicando logaritmos* (Ver Glosario)

$$-n \log(1+i) = \log \left(1 - \frac{Ai}{R(1+i)} \right)$$

Por tanto:

$$n = - \frac{\log \left(1 - \frac{Ai}{R(1+i)} \right)}{\log(1+i)}$$

En caso de tener tablas, el tiempo n se obtiene de la fórmula:

$$A = R(1+i) an^{\overline{1}|i}$$

Por tanto:

$$an^{\overline{1}|i} = \frac{A}{R(1+i)}$$

Ejemplo:

¿Con cuántos pagos mensuales de \$ 3000 cada uno, hechos al principio de cada mes, podré amortizar una deuda de \$15,450 que causa intereses sobre saldos insolutos al 3% mensual?.

Datos

Fórmula

$$A = 15450$$

$$\log \left[1 - \frac{Ai}{R(1+i)} \right]$$

$$R = 3000$$

$$n = - \frac{\log \left[1 - \frac{Ai}{R(1+i)} \right]}{\log(1+i)}$$

$$i = .03$$

Sustitución

$$n = - \frac{\log \left[1 - \frac{15\,450 (.03)}{3\,000 (1 + .03)} \right]}{\log (1 + .03)}$$
$$= - \frac{\log (1 - .15)}{\log (1.03)} = - (-5) = 5$$

Por tanto, el tiempo requerido es de 5 meses.

3.3.4 Cálculo de la tasa efectiva de interés

Para determinar la tasa efectiva i , es necesario despejar el valor de $an-1]i$ de la fórmula $A = R(1 + an-1]i)$ y buscar en tablas la tasa de interés efectiva correspondiente. En caso de que el valor no sea exacto se procede a calcularlo en forma aproximada por el método de interpolación es decir:

$$A = R [1 + an-1]i]$$

$$\frac{A}{R} = (1 + an-1]i)$$

Por tanto:

$$an-1]i = \frac{A}{R} - 1$$

Ejemplo:

Una deuda de \$15,450 se amortiza con 5 mensualidades de \$3,400 cada una, pagaderas al principio de cada mes. ¿A qué tasa se ha hecho la operación?

Datos

$$A = 15\,450$$

$$R = 3\,400$$

$$n = 5$$

Fórmula

$$an-1]i = \frac{A}{R} - 1$$

Sustitución

$$a_{5-1}|i = \frac{15\ 450}{3\ 400} - 1 = 4.544117647 - 1 = 3.544117647$$

$$a_4|i = 3.544117647$$

Busco en tablas* n = 4 y encuentro que el interés es 5%.

*Ver Apéndice

3.4 Valor presente de una anualidad cierta anticipada, pagadera p veces al año durante n años a una tasa nominal $i^{(m)}$ capitalizable m veces al año.

El valor presente de una anualidad cierta anticipada es el costo de una serie de pagos periódicos pagaderos al principio de cada p-ésimo de año, valuados a una tasa nominal de interés $i^{(m)}$ y cuya fecha de valuación se considera el momento actual.

fecha de
valuación
↓

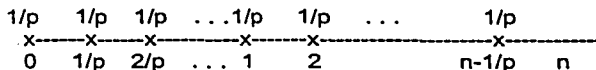


Diagrama de tiempo del valor presente de una anualidad cierta anticipada pagadera p veces al año.

3.4.1 Cálculo del valor presente (deducción de fórmula)

Debido a que la renta anual es de una unidad de moneda y p es la frecuencia de los pagos, el importe de cada pago periódico es $1/p$.

El primer pago es inmediato, de modo que su valor presente es $1/p$.

El valor presente del segundo pago es

$$\frac{1}{p} [(1 + i')^m]^{-1/p} = \frac{1}{p} (1 + i')^{-m/p}$$

continuando con el mismo procedimiento, se observa que el valor presente del último pago efectuado $1/p$ de año antes del año n es:

$$\frac{1}{p} [(1 + i')^m]^{-(n-1/p)} = \frac{1}{p} (1 + i')^{-mn + m/p}$$

La suma de todos estos valores presentes forma una progresión geométrica de razón $(1+i')^*$ (*Ver temas previos) y representa el valor actual de la anualidad anticipada, que se denota por:

$$.. (p) \quad a_{\overline{n}|i} = \frac{\frac{1}{p} - \frac{1}{p} (1+i')^{-mn+m/p}}{1 - (1+i')^{-m/p}} \quad (1+i')^{-m/p}$$

es decir:

$$.. (p) \quad a_{\overline{n}|i'} = \frac{\frac{1}{p} [1 - (1+i')^{-mn}]}{1 - (1+i')^{-m/p}}$$

multiplicando numerador y denominador por $(1+i')^{m/p}$.

$$.. (p) \quad a_{\overline{n}|i'} = \frac{(1+i')^{m/p} \frac{1}{p} [1 - (1+i')^{-mn}]}{(1+i')^{m/p} [1 - (1+i')^{-m/p}]}$$

$$.. (p) \quad a_{\overline{n}|i'} = (1+i')^{m/p} \frac{1}{p} \left[\frac{1 - (1+i')^{-mn}}{(1+i')^{m/p} - 1} \right]$$

por tanto:

$$.. (p) \quad a_{\overline{n}|i'} = (1+i')^{m/p} \quad .. (p) \quad a_{\overline{n}|i'}$$

donde

$$i' = \frac{i^{(m)}}{m}$$

En otras palabras, para encontrar el valor presente de una anualidad anticipada se multiplica el valor presente de una anualidad vencida por el factor $(1+i')^{(m)}$.

Si la renta anual no es de una unidad de moneda sino de Ra, entonces la fórmula anterior se multiplica por Ra y obtenemos el valor presente de una anualidad cierta de Ra unidades de moneda al año pagaderas en forma anticipada p veces al año durante n años, a una tasa nominal $i^{(m)}$ capitalizable m veces al año, es decir

$$A = Ra (1 + i')^{mp} \cdot \frac{1 - (1 + i')^{-mn}}{i'}$$

o bien

$$A = \frac{Ra}{p} (1 + i')^{mp} \left[\frac{1 - (1 + i')^{-mn}}{(1 + i')^{mp} - 1} \right]$$

3.4.2. Fórmulas para los diferentes casos de la convertibilidad de la tasa m y la frecuencia de los pagos p

Las fórmulas anteriores permiten conocer el valor presente de cualquier anualidad anticipada sustituyendo adecuadamente los datos proporcionados.

3.4.2.1 Caso en que la anualidad es pagadera con la misma frecuencia que la convertibilidad de la tasa (m = p)

$$\frac{1 - (1 + i')^{-mn}}{i'} = \frac{Ra}{p} (1 + i')^{-mn} i'$$

debido a que

$$(1 + i')^{mp} = (1 + i')$$

Ejemplo:

Una persona recibirá al comienzo del mes \$ 3,000 durante los próximos 5 años; ¿cuál habrá sido su depósito si el banco le otorga una tasa de interés nominal del 18%, convertible mensualmente?

Datos

$$Ra = 36,000$$

$$p = 12$$

$$n = 5$$

Fórmula

$$1) A = \frac{Ra}{p} (1 + i')^{-mn} i'$$

$$i^{(m)} = .18$$

$$m = 12$$

$$i' = .015$$

$$2) A = \frac{Ra}{p} (1+i')^{m/p} \left[\frac{1 - (1+i')^{-mn}}{(1+i')^{m/p} - 1} \right]$$

Sustitución

$$1) A = \frac{36,000}{12} (1+.015)^{a12(5)}.015$$

$$= 3,000 (1.015) (39.38026890)$$

$$= 119,912.92$$

$$2) A = \frac{36,000}{12} (1+.015)^{12/12} \left[\frac{1 - (1+.015)^{-12(5)}}{(1+.015)^{12/12} - 1} \right]$$

$$= 3,000 (1.015) \left[\frac{1 - (.40929596)}{1.015 - 1} \right]$$

$$= 3,000 (1.015) (39.3802688)$$

$$= 119,912.92$$

Por tanto esta persona deber depositar un capital de \$ 119,912.92

3.4.2.2. Caso en que la anualidad es pagadera con menor frecuencia que la convertibilidad de la tasa ($m > p$) y m/p es entero.

$$.. (p) \quad Ra \\ a_n | i = \frac{Ra}{p} (1+i')^{m/p} \left[a_{mn} | i' \frac{1}{Sm/p | i'} \right]$$

Ejemplo:

¿Cuál es el costo que tiene una serie de pagos de \$12,000 cada inicio de semestre durante 5 años, si se invierte dicha cantidad al 18% de interés anual, convertible mensualmente?

Datos

$$Ra = 24,000$$

$$R = 12,000$$

$$p = 2$$

$$n = 5$$

$$i^{(m)} = .18$$

$$m = 12$$

$$i' = .015$$

Fórmulas

$$1) A = \frac{Ra}{p} (1+i')^{np} \left[a_{mn} i' \frac{1}{S_{m/p} i'} \right]$$

$$2) A = \frac{Ra}{p} (1+i')^{np} \left[\frac{1 - (1+i')^{-mn}}{(1+i')^{np} - 1} \right]$$

Sustitución:

$$1) A = \frac{24,000}{2} (1 + .0150)^{12/2} \left[a_{12(5)} \cdot .0150 \frac{1}{S_{12/2} \cdot .0150} \right]$$

$$= 12,000 (1.09344326) \left[\frac{39.38026890}{6.22955093} \right]$$

$$= 12,000 (1.09344326) (6.3215261)$$

$$= 82,946.76$$

$$2) = \frac{24,000}{2} (1.015)^{12/2} \left[\frac{1 - (1.015)^{-12(5)}}{(1 + .015)^{12/2} - 1} \right]$$

$$= 12,000 (1.09344326) \frac{.5907040332801}{.09344326} = 82,946.76$$

Por lo tanto el costo de los pagos es \$82,946.76

3.4.2.3. Caso en que la anualidad es pagadera con mayor frecuencia que la convertibilidad de la tasa ($m < p$) y p/m es entero

$$a_{\overline{n}|i^{(p)}} = \frac{Ra}{m} (1+i')^{m/p} a_{m\overline{n}|i'} \frac{i'}{i^{(p/m)}}$$

Ejemplo:

¿Cuál es el valor presente de una anualidad que le abona el 12% capitalizable semestralmente de una persona que quiere que se le entregue \$ 5,000 al comienzo del bimestre durante 8 años?

Datos

Fórmulas

$R = 5,000$

$$1) A = \frac{Ra}{m} (1+i')^{m/p} a_{m\overline{n}|i'} \frac{i'}{i^{(p/m)}}$$

$Ra = 30,000$

$p = 6$

$n = 8$

$$2) A = \frac{Ra}{p} (1+i')^{m/p} \left[\frac{1 - (1+i')^{-mn}}{(1+i')^{m/p} - 1} \right]$$

(m)
 $i = .12$

$m = 2$

$i' = .06$

Sustitución

$$1) A = \frac{30,000}{2} (1+.06)^{2/8} a_{2(8)|.06} \frac{.06}{.06^{(6/2)}}$$

$$= 15,000 (1.019612820442) a_{16|.06} \frac{.06}{.06^{(6)}}$$

$$= 15,000 (1.019612820442) (10.105892527) (1.0197410)$$

$$= 157,612.6615$$

ESTA TESIS NO SALE
DE LA BIBLIOTECA

$$\begin{aligned}
 2) &= \frac{30,000}{6} (1.06)^{2/6} \left[\frac{1 - (1 + .06)^{-2(8)}}{(1.06)^{2/6} - 1} \right] \\
 &= 5,000 (1.019612820442) (30.9162231) \\
 &= 157,612.887
 \end{aligned}$$

Por lo tanto el valor presente es de \$157,612.88

3.4.2.4. Caso en que la frecuencia de los pagos de la anualidad y la convertibilidad de la tasa no tienen relación

$$a_{\overline{n}|i'}^{(p)} = \frac{Ra}{p} (1 + i')^{m/p} \left[\frac{1 - (1 + i')^{-mn}}{(1 + i')^{m/p} - 1} \right]$$

Ejemplo:

De un fondo de ahorro se extraerán al principio de cada semestre \$30,000 durante 4 años. ¿Cuál es el valor presente de ese fondo si está depositado a una tasa del 35% anual convertible tres veces al año?

Datos

Fórmula

$$R = 30,000$$

$$Ra = 60,000$$

$$p = 2$$

$$n = 4$$

$$i^{(m)} = .35$$

$$m = 3$$

$$i' = .1167$$

$$A = \frac{Ra}{p} (1 + i')^{m/p} \left[\frac{1 - (1 + i')^{-mn}}{(1 + i')^{m/p} - 1} \right]$$

Sustitución

$$A = \frac{60,000}{2} (1 + .1167)^{3/2} \left[\frac{1 - (1 + .1167)^{-(3)(4)}}{(1 + .1167)^{3/2} - 1} \right]$$

$$= 30,000 (1.1800) \left[\frac{1 - .2659}{1.1800 - 1} \right]$$

$$= 30,000 (1.1800) (4.0783)$$

$$= 144,373$$

Por tanto el valor presente de ese fondo de ahorro es de \$144,373.00

CONCLUSIONES

Debido a la diversidad de notaciones encontradas en la literatura consultada, busqué unificar dicha simbología con la que se ve en esta facultad.

Las Matemáticas Financieras son la base para el Area de Finanzas, ya que a los inversionistas y a las sociedades emisoras de obligaciones y acciones en nuestro país, les sería de mucha utilidad el acertado consejo de un profesionista acerca de cuál es el momento propicio para invertir, para vender, o para comprar cualquier tipo de títulos.

Las Matemáticas Financieras resulta de gran utilidad para la resolución de múltiples problemas comerciales. Un modo muy eficaz de resolver este tipo de problemas, consiste en construir un diagrama temporal, elegir en él un momento de referencia y plantear en dicho momento mediante la correspondiente **ecuación de valor**, la cual es simplemente una igualdad entre entradas y salidas (prestaciones y contraprestaciones) de capitales financieros, una vez que los capitales han sido homogenizados para un tiempo común (es decir, una vez que los capitales han sido trasladados a un instante temporal común). Una vez construido el diagrama temporal y elegido el momento de referencia, todos los capitales se llevan a dicho momento, sin más que utilizar las fórmulas del valor temporal apropiadas.

El interés lo podemos definir, como el rendimiento o producto de un capital, así como el rédito que hay que pagar por el uso del dinero tomado en préstamo.

En general, decimos que se trata de un interés compuesto, cuando el deudor no paga al concluir cada periodo que sirve de base para su determinación los intereses correspondientes, reteniendo así un capital adicional que a su vez debe producir interés.

Designamos con el nombre de anualidad a todo pago por un importe constante, que se hace a intervalos regulares de tiempo aún por periodos menores de un año.

En conclusión, la clasificación que hicimos de las anualidades, en cada caso tendremos que resolver los siguientes problemas:

- a) Determinación del monto o valor actual de una serie de anualidades.
- b) Determinación del valor de la anualidad, bien sea que nos encontremos en la época del monto o del valor actual.
- c) Determinación de la tasa, bien sea en función del monto o del valor actual.
- d) Determinación del tiempo, en los problemas de monto y valor actual. Dentro de este caso, incluimos el cálculo del tiempo diferido, cuando se trate de esta clase de anualidades.

GLOSARIO

Antilogaritmo.- Es la función inversa del logaritmo, el cual se obtiene siguiendo el proceso contrario del logaritmo, es decir, contamos con el valor del logaritmo de un número y queremos determinar este número.

Ejemplo: Queremos encontrar el valor de a , tal que $\log a = 2.51068$.

En este caso, la mantisa es igual a $.51068$. Al buscar este número en el Apéndice, se observa que corresponde al número 324 de la columna N y al renglón 1, por lo cual determinamos el valor 3241. Por otra parte, la característica del logaritmo es 2, por lo que el número debe tener tres cifras.

Por tanto, el valor de a es igual a 324.1, donde el número a se llama antilogaritmo de n y se denota por:

$$a = \text{antilog}_b n$$

Ejemplo: Determinar el antilogaritmo de 3.96764

Datos	Fórmula	Sustitución
$n = 3.96764$	$a = \text{antilog}_b n$	$a = \text{antilog } 3.96764$
$b = 10$		La mantisa se localiza en el renglón N (número 928) y en la columna 2.
Mantisa = $.96764$		La característica es 3, por lo que el
Característica = 3		Número buscado debe tener cuatro cifras significativas.

Por lo tanto: $\text{antilog } 3.96764 = 9282$

Exponentes.- Se utiliza la expresión algebraica x^n , para abreviar una multiplicación de n factores x . Estos factores deben ser de la misma especie. En esta expresión, x es la base del número y n su potencia.

Ejemplos: $8^5 = 8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8 = 32768$

$$-9^5 = -9 \cdot -9 \cdot -9 \cdot -9 \cdot -9 = -59049$$

Propiedades de los exponentes.

Propiedad 1. El producto de dos factores que tienen la misma base es igual a la base elevada a la suma de los exponentes, es decir:

$$x^n \cdot x^m = x^{n+m}$$

Ejemplo: $5^4 \cdot 5^3 = 5^{4+3} = 5^7 = 78125$

Propiedad 2. El cociente de dos factores que tienen la misma base, es igual a la base elevada a la diferencia de los exponentes, es decir:

$$\frac{x^n}{x^m} = x^{n-m}$$

Ejemplo:

$$\frac{6^9}{6^3} = 6^{9-3} = 6^6 = 46656$$

Existen también los exponentes fraccionarios o radicales; estos exponentes se obtienen de extraer la raíz de un número.

Una cantidad x con exponente fraccionario n/m se denota por:

$$x^{n/m} = \sqrt[m]{x^n}$$

donde n y m son números enteros y x es un número real positivo. Como se observa, en los exponentes fraccionarios se coloca en el numerador la potencia del número y en el denominador el índice de la raíz.

Ejemplo:

$$8^{2/3} = \sqrt[3]{8^2} = \sqrt[3]{64} = 4$$

Propiedad 3. El cociente de dos factores de distinta base, x/y , con $y \neq 0$, pero con el mismo exponente n , es igual a ese cociente elevado a la potencia n :

$$\frac{x^n}{y^n} = \left(\frac{x}{y} \right)^n$$

Ejemplo:

$$\frac{8^3}{4^3} = \left(\frac{8}{4} \right)^3 = \frac{512}{64}$$

Propiedad 4. Un factor x con exponente n elevado a la potencia m es igual al factor elevado a la potencia $n \cdot m$.

Ejemplo:

$$\begin{aligned} (x^n)^m &= x^{n \cdot m} \\ (8^2)^5 &= 8^{2 \cdot 5} = 8^{10} = 1,073'741,824 \end{aligned}$$

Propiedad 5. El producto de dos factores de distinta base, elevados a la misma potencia m , es igual al producto de sus bases elevado a la potencia m .

Ejemplo:

$$\begin{aligned} x^n \cdot y^n &= (x \cdot y)^n \\ 3^4 \cdot 5^4 &= (3 \cdot 5)^4 = 15^4 = 50625 \end{aligned}$$

Propiedad 6. Un factor x elevado a una potencia negativa, es igual al recíproco de ese factor elevado a una potencia positiva.

$$x^{-n} = \frac{1}{x^n}$$

Ejemplo:

$$5^{-3} = \frac{1}{5^3} = \frac{1}{125}$$

Logaritmos.- Def. Es el exponente n al que hay que elevar un número b , llamado base, para obtener el valor de un número a . Es decir $a = b^n$ entonces $\log_b a = n$

En estas expresiones a y b son números reales positivos y $b \neq 1$.

Se utilizan para facilitar algunos cálculos matemáticos, ya que abrevian las operaciones.

Notación.- $\log_b a = n$ (se lee, el logaritmo de a base b es igual a n)

Ejemplo: Determinar el valor del $\log_4 16$

Datos	Fórmulas	Sustitución
$a = 16$	$\log a = n$, donde $a = 10^n$	como $16 = 4^2$
$b = 4$		el valor de $n = 2$ así: $\log_4 16 = 2$

Sistemas de logaritmos.- Se determinan de acuerdo a su base, siendo los más comunes los logaritmos de base e y los logaritmos de base 10 .

Logaritmos de base e . En este sistema, el valor de la base e es aproximadamente igual a 2.71828; se llaman logaritmos neperianos o naturales, y se acostumbra denotarlos por:

$$\ln a = n, \text{ donde } a = e^n; \text{ y } e \approx 2.71828$$

Logaritmos de base 10 .- En este sistema el valor de la base es igual a 10 ; se llaman logaritmos decimales o de Briggs y se acostumbra denotarlos por:

$$\log a = n, \text{ en donde } a = 10^n$$

Cuando trabajamos con estos logaritmos no se escribe la base b .

Por lo general, estos logaritmos son los más usados en los cálculos de matemáticas financieras.

Ejemplo: Determinar el valor del log 10 000:

Datos

Fórmulas

Sustitución

a = 10 000

log a = n, donde a = 10ⁿ

como 10 000 = 10⁴

b = 10

el valor de n = 4 así:

log 10,000 = 4

Tablas logarítmicas.

Un logaritmo en base 10 que no tenga potencias enteras de 10 está formado por dos partes, una entera y una decimal. Ejemplo:

$$\log 8.01 = 0.90363, \text{ ya que } 10^{0.90363} = 8.01$$

Las tablas logarítmicas, determinan las primeras cinco cifras de los logaritmos, las cuales siempre son positivas. Para conocer cómo se obtienen los logaritmos por medio de tablas, ejemplifiquemos:

log 8.01

Para determinarlo, consultamos la Tabla 1, en la página donde se encuentran los valores de N comprendidos entre 800 y 810:

N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
800	90 309	314	320	325	331	336	342	347	352	358
801	363	369	374	380	385	390	396	401	407	412
802	417	423	428	434	439	445	450	455	461	466
803	472	477	482	488	493	499	504	509	515	520
804	526	531	536	542	547	553	558	563	569	574
805	580	585	590	596	601	607	612	617	623	628
806	634	639	644	650	655	660	666	671	677	682
807	687	693	698	703	709	714	720	725	730	736
808	741	747	752	757	763	768	773	779	784	789
809	795	800	806	811	816	822	827	832	838	843
810	849	854	859	865	870	875	881	886	891	897

Tabla parcial de logaritmos de Briggs.

En la tabla anterior, se busca en la columna N el número 801 y en el renglón de N el número cero; donde se cruzan estos números se encuentra el valor 90363, mismo que corresponde a la parte decimal del logaritmo buscado, faltando por determinar su parte entera.

Observamos que 8.01 puede escribirse de la siguiente manera:

$8.01 = 8.01 \times 10^0$; en este caso, la potencia de la base 10 es cero, por tanto: $\log 8.01 = 0 + .90363$

Si multiplicamos 8.01 por la base 10 elevada a distintas potencias, se obtendrá el logaritmo de los números: 80.1, 801, 8 010, 0.801, etc., es decir:

$80.1 = 8.01 \times 10^1$ de donde $\log 80.1 = 1 + .90363$
 $801 = 8.01 \times 10^2$ de donde $\log 801 = 2 + .90363$
 $8\ 010 = 8.01 \times 10^3$ de donde $\log 8\ 010 = 3 + .90363$
 $0.801 = 8.01 \times 10^{-1}$ de donde $\log 0.801 = -1 + .90363$, etc.

Observamos claramente que el logaritmo de un número está formado por dos partes, una decimal llamada **mantisa**, y una entera, nombrada **característica**.

Mantisa.- Es la parte decimal o fraccionaria del logaritmo, siendo siempre positiva. En nuestro ejemplo del log 8.01, se obtuvo una mantisa igual a 0.90363.

Característica.- Es el exponente al que está elevado la base 10; este exponente puede ser positivo o negativo.

Si el exponente es positivo, la característica es la potencia de la base diez a la que está elevada el número, del que sólo se escribe una cifra entera. Por ejemplo, en los logaritmos de los número 8.01, 80.1, 801, 8010 se obtuvieron las características 0, 1, 2 y 3 respectivamente.

Si el exponente de la base diez es negativo, la característica no es la potencia a la que está elevada la base.

Para determinar logaritmos de números elevados a exponentes negativos, es necesario efectuar una modificación en los valores originales de la característica y de la mantisa; la modificación consiste en sumar sus valores. Por ejemplo en el logaritmo de número 0.0801, se obtuvo una característica de -2 y una mantisa de 0.90363; si sumamos dichos valores, obtenemos -1.09637 que es el valor real del logaritmo buscado, es decir, $\log 0.0801 = -1.09637$.

Para encontrar logaritmos a través de tablas, se busca en la columna N y en el renglón respectivo, donde se cruzan estos números, encontramos el valor de la mantisa. La característica es el exponente al que está elevada la base.

Por ejemplo: Encontrar el valor del logaritmo 6230.

Se busca en la columna N el número 623 y en el renglón del cero, donde se cruzan estos números encontramos el valor de la mantisa 0.79449. La característica es igual a 3, ya que $5340 = 5.340 \times 10^3$. Por tanto $\log 6230 = 3.79449$.

Método de Interpolación Lineal.- Es el método que se utiliza para encontrar un número comprendido entre otras dos cantidades de la misma especie, siempre que exista entre ellas una relación de tipo lineal. Este método lo utilizamos en el interés compuesto y en las anualidades.

Ejemplo: Si por un préstamo de \$ 90,000 se paga un interés del 20 % y por otro de \$95,000 se cubre un interés del 21%, ¿ a qué tasa de interés le prestarán \$92,500 si existe relación lineal entre el interés y la cantidad prestada?

Para resolver este problema, sigamos los siguientes pasos:

- a) Escribimos en columnas las cantidades de la misma especie, colocándolas en orden de mayor a menor asociándolas entre ellas, es decir:

Columna 1	Columna 2
95,000	21
92,500	<i>i</i>
90,000	22

- b) Se restan las cantidades mayores de las menores en ambas columnas de la siguiente manera:

Columna 1	Columna 2
95,000 _____	21 _____
92,500 _____ : 5,000	<i>i</i> _____ : 1
2500 : :	<i>x</i> : :
90,000 _____	22 _____

- c) Se plantea una proporción donde se denotan las diferencias encontradas:

$$\frac{2500}{5000} = \frac{x}{1}$$

- d) Se resuelve la proporción, utilizando la propiedad fundamental de las proporciones:

$$2,500 (1) = x (5,000)$$

- e) Se despeja *x* para encontrar su valor,

$$\frac{2,500}{5,000} = .5$$

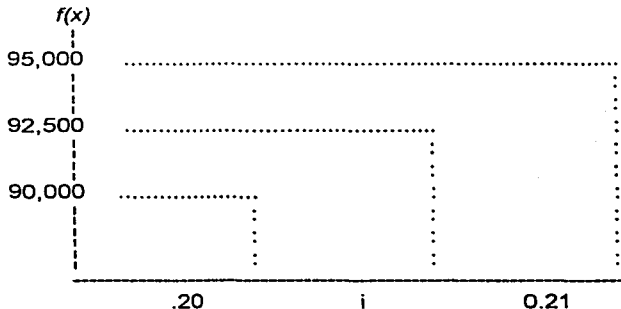
- f) Al valor obtenido se le suma el menor valor de la columna 2, donde se encuentra la incógnita.

$$20 + 0.5 = 20.5$$

Por tanto, se deberá pagar un interés del 20.5 %.

También puede obtenerse idéntico resultado si se aplica el siguiente procedimiento gráfico.

En un plano cartesiano, en el eje x se escriben los valores entre los cuales está el de la incógnita x que se desea determinar, y en el eje $f(x)$ sus valores correspondientes, de la siguiente manera:



Observamos que el valor de x se encuentra entre 20 y 21; por otra parte se considera que x es mayor que 20 por la misma razón que existe entre la diferencia de su valor asociado al eje y y con el correspondiente al de 20, respecto a la diferencia de los valores correspondientes de 21 y 20; es decir:

$$x = 20 + \frac{92,500 - 90,000}{95,000 - 90,000}$$

$$x = 20 + \frac{2,500}{5,000}$$

Por tanto,

$$x = 20.5$$

Progresión: Def.- Es una serie de términos, en los cuales prevalece cierto orden.

Progresión aritmética.- Def. Es una sucesión de términos que tienen una diferencia común constante, llamada razón aritmética, la cual denotamos por d .

Fórmulas del último término y suma de progresiones aritméticas.

Sea a el primer término, d la diferencia común y la progresión aritmética.

$$a, a + d, a + 2d, a + 3d, \dots, (a + (n-2)d), (a + (n-1)d)$$

Observamos que el último término, denotado por l es

$$l = a + (n - 1) d$$

Calculemos ahora la suma de los n términos de la progresión aritmética:

$$S = a + (a + d) + (a + 2d) + \dots + (a + (n-2)d) + (a + (n-1)d)$$

Sustituycamos el valor de l en la expresión anterior

$$S = a + (a + d) + (a + 2d) + \dots + (l - d) + l$$

e invirtiendo el orden,

$$S = l + (l - d) + (l - 2d) + \dots + (a + d) + a$$

Al sumar las dos ecuaciones anteriores se tiene:

$$2S = (a + l) + (a + l) + \dots + (a + l) + (a + l)$$

así se tiene que $2S$ es igual a n veces $(a + l)$

$$2S = n(a + l)$$

Por tanto:

$$S = \frac{n(a + l)}{2}$$

Si sustituimos el valor de l en la fórmula anterior, se tiene:

$$S = \frac{n}{2} [a + a + (n - 1)d]$$

Por tanto:

$$S = \frac{n}{2} [2a + (n - 1)d]$$

Es decir, para calcular el último término de una progresión aritmética se utiliza la fórmula:

$$l = a + (n - 1) d$$

Y para calcular la suma de los n términos de una progresión aritmética se utiliza la fórmula:

$$S = \frac{n}{2} [2a + (n - 1)d]$$

Ejemplo: Encontrar la suma de los trece primeros términos y el término 13 de la sucesión

$$3, 8, 13, 18, \dots$$

Datos	Fórmulas	Sustitución
$a = 3$	$l = a + (n - 1)d$	$l = 3 + (13 - 1)5$ $= 3 + (12)5 = 3 + 60 = 63$
$d = 5$	$S = \frac{n}{2} [2a + (n - 1)d]$	$S = \frac{13}{2} [2(3) + (13 - 1)(5)]$
$n = 13$		$= 6.5 [6 + (12)5]$ $= 6.5 (66) = 429$

Progresión geométrica. - Es una sucesión de términos, en donde cada término se obtiene del anterior, multiplicándolo por una cantidad constante, llamada razón geométrica, la cual se denota por r .

Fórmulas del último término y suma de progresiones geométricas.

Sea la progresión geométrica

$$a, ar, ar^2, ar^3, \dots, ar^{n-1}$$

el último término denotado por:

$$l = ar^{n-1}$$

Calculemos ahora la suma de los n términos de la progresión geométrica:

$$S = a + ar + ar^2 + ar^3 + \dots + ar^{n-1}$$

Si multiplicamos por r a ambos miembros de la igualdad, se tiene:

$$Sr = ar + ar^2 + ar^3 + \dots + ar^n$$

restemos las dos últimas ecuaciones:

$$rS - S = ar^n - a$$

$$S(r - 1) = ar^n - a$$

$$S = \frac{ar^n - a}{r - 1} = \frac{a(r - 1)^n}{r - 1}$$

Por tanto, para calcular el último término de una progresión geométrica se utilizará la fórmula:

$$l = ar^{n-1}$$

y para calcular la suma de los n términos de una progresión geométrica, se utilizará la fórmula, si $r > 1$:

$$S = \frac{ar^n - a}{r - 1}$$

Si $r < 1$, es mejor utilizar:

$$S = \frac{a - ar^n}{1 - r}$$

Ejemplo: Encontrar la suma de los trece primeros términos y el término 13 de la progresión geométrica.

1, 3, 9, 27, 81, ...

Datos

Fórmulas

Sustitución

$a = 1$

$$l = ar^{n-1}$$

$$l = (1)(3)^{13-1} \\ = 531441$$

$r = 3$

$n = 13$

$$S = \frac{ar^n - a}{r - 1}$$

$$S = \frac{(1)(3)^{13} - 1}{(3) - 1} \\ = \frac{1594323 - 1}{2} \\ = 797161$$

Proporción.- Def. Una proporción es la igualdad de dos razones.

Notación $r = \frac{a}{b} = \frac{c}{d}$

La igualdad anterior también puede denotarse por:

$$a : b = c : d$$

o bien:

$$a : b :: c : d$$

lo cual leemos: a es a b como c es a d .

En esta proporción, a y d se llaman extremos mientras que b y c se denominan medios.

Propiedad fundamental de las proporciones.- Def. Esta propiedad nos enseña que el producto de los medios es igual al producto de los extremos, por lo que se tiene:
 $ad = bc$

Si conocemos tres de las cuatro variables de la proporción, podemos conocer la variable restante, si despejamos adecuadamente en la igualdad anterior.
Ejemplo: Obtener el valor de x de la siguiente proporción.

$$30 : 5 :: 15 : x, \text{ o bien } \frac{30}{5} = \frac{15}{x}$$

Por la propiedad fundamental de las proporciones

$$30x = 5(15)$$

despejando x se tiene:

$$x = \frac{5(15)}{30} = \frac{75}{30} = 2.5$$

Razón.- Def. Es el resultado de la comparación de dos cantidades de la misma especie, digamos a y b .

Las razones pueden ser geométricas o aritméticas.

Razón aritmética.- Def. Es el resultado de la comparación, por diferencia, de dos magnitudes de la misma especie, a y b , con el fin de precisar en cuánto una excede a la otra.

Notación. $r = a - b$ (razón aritmética que existe entre a y b).

Ejemplo: Blockbuster cobra por la renta de película \$30 por video; mientras que el Video "Y" cobra \$20 por el mismo video. Si comparamos la diferencia de costos entre ambos videoclubs, obtenemos la razón aritmética,

$$30 - 20 = 10$$

por tanto, Blockbuster cobra \$ 10 pesos más que el Video "Y".

Razón geométrica.- Def. Es el resultado de la comparación, por cociente de dos cantidades de la misma especie, a y b con el fin de conocer cuántas veces una contiene a la otra.

Notación $r = \frac{a}{b}$ (razón geométrica que existe de a respecto a b).

Ejemplo: Con el ejemplo anterior, queremos saber ¿qué relación hay entre el Blockbuster que cuesta \$30 y el Video "Y" que cuesta \$20? Si tomamos como punto de referencia el Video "Y".

$$r = \frac{30}{20} = 1.5$$

de donde deducimos que Blockbuster es 1.5 más caro que el Video "Y", o sea el 50% más.

Teorema del binomio.- Nos permite determinar la potencia de expresiones algebraicas que se utilizan en el cálculo de intereses compuestos; para ello, es conveniente definir los siguientes conceptos:

Factorial de n

Es el producto de una serie de números enteros y consecutivos desde 1 hasta n , y se denota por $n!$

Ejemplo: El factorial de 8 es:

$$8! = 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 40,320$$

Nota: Se define $0! = 1$

Binomio

Es una expresión algebraica que consta de dos términos.

Binomio de Newton.

Es un binomio elevado a una potencia positiva, negativa o fraccionaria.

Ejemplos: $(x + y)^3$, $(1 + y)^2$.

Un método para elevar un binomio de Newton a cualquier potencia, ya sea positiva, negativa o fraccionaria, donde el resultado de elevar un binomio a estas potencias es igual a la suma de una serie de términos constituidos por exponentes y literales.

Desarrollo de un binomio con potencias enteras positivas

Los binomios con potencias positivas son de la forma $(x + y)^n$, donde n es entero positivo. Tenemos que el desarrollo del teorema del binomio de Newton elevado a una potencia n entera positiva, es:

$$(x + y)^n = x^n + nx^{n-1}y + \frac{n(n-1)}{2!}x^{n-2}y^2 + \frac{n(n-1)(n-2)}{3!}x^{n-3}y^3 + \dots + y^n$$

Para observar cómo se comporta un binomio elevado a una potencia positiva, analizaremos el binomio $(x + y)^4$

a) Coeficientes:

Primer término: tiene como coeficiente el número 1:

$$1x^4 \cdot y^0 = x^4$$

Segundo término: el coeficiente es igual a la potencia del binomio:

$$4x^3 \cdot y$$

Tercer término: el coeficiente es igual al producto $\frac{n(n-1)}{2!}$

$$= \frac{4 \times 3}{1 \times 2} x^2 y^2 = 6x^2 y^2$$

Cuarto término: el coeficiente es igual a: $\frac{n(n-1)(n-2)}{3!}$

$$= \frac{4 \times 3 \times 2}{1 \times 2 \times 3} x y^3 = 4x y^3$$

Quinto término: tiene como coeficiente el número 1 y es igual a:

$$= \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)}{4!}$$
$$= \frac{4 \times 3 \times 2 \times 1}{1 \times 2 \times 3 \times 4} y^4 = 1y^4 = y^4$$

No hay más términos; el último término debe tener el mismo exponente que el primero, en este caso es 1.

b) Literales: x, y

La suma de los exponentes de las literales x y y debe ser igual a la potencia del binomio.

Primer término: La primera literal x tiene el exponente de la potencia del binomio, y el exponente cero, ya que ambos exponentes deben sumar 4 (potencia del binomio):

$$1 \cdot x^4 \cdot y^0 = x^4$$

Segundo término: La x tiene exponente $4 - 1 = 3$ y y exponente 1, ya que ambos exponentes deben sumar 4:

$$4 x^3 y^1$$

Tercer término: La x tiene exponente $4 - 2 = 2$ y y exponente 2, ya que ambos exponentes deben sumar 4:

$$6 x^2 y^2$$

Cuarto término: La x tiene exponente $4 - 3 = 1$ y la y exponente 3, ya que ambos exponentes deben sumar 4:

$$4 x^1 y^3$$

Quinto término: La x tiene exponente $4 - 4 = 0$ y y exponente 4:

$$x^0 \cdot y^4 = y^4$$

APPENDICE

TABLA 1. LOGARITMOS (BASE 10)

N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
100	00 000	043	087	130	173	217	260	303	346	369
101	432	475	518	561	604	617	689	732	775	817
102	860	903	945	988	030	072	115	157	199	242
103	01 284	326	368	410	452	494	536	578	620	662
104	703	745	787	828	870	912	953	995	036	078
105	02 119	160	202	243	284	325	366	407	449	490
106	531	572	612	653	694	732	776	816	857	898
107	938	979	019	060	100	141	181	222	262	302
108	03 342	383	423	463	503	543	583	623	663	703
109	743	782	822	862	902	941	981	021	060	100
110	04 139	179	218	258	297	336	376	415	454	493
111	532	571	610	650	689	727	766	805	844	883
112	922	961	999	038	077	115	154	192	231	269
113	05 308	346	385	423	461	500	538	576	614	652
114	690	729	767	805	843	881	918	956	994	032
115	06 070	108	145	183	221	258	296	333	371	408
116	446	483	521	558	595	633	670	707	744	781
117	819	856	893	930	967	004	041	078	115	151
118	07 188	225	262	298	335	372	408	445	482	518
119	555	591	628	664	700	737	773	809	846	882
120	918	954	990	027	063	099	135	171	207	243
121	08 279	314	350	386	422	458	493	529	565	600
122	636	672	707	743	778	814	849	884	920	955
123	991	026	061	096	132	167	202	237	272	307
124	09 342	377	412	447	482	517	552	587	621	656
125	691	726	760	795	830	864	899	934	968	003
126	10 037	072	106	140	175	209	243	278	312	346
127	380	415	449	483	517	551	585	619	653	687
128	721	755	789	823	857	890	924	958	992	025
129	11 059	093	126	160	193	227	261	294	327	361
130	394	428	461	494	528	561	594	628	661	694
131	727	760	793	826	860	893	926	959	992	024
132	12 057	090	123	156	189	222	254	287	320	352
133	385	418	450	483	516	548	581	613	646	678
134	710	743	775	808	840	872	905	937	969	001
135	13 033	066	098	130	162	194	226	258	290	322
136	354	386	418	450	481	513	545	577	609	640
137	672	704	735	767	799	830	862	893	925	956
138	988	019	051	082	114	145	176	208	239	270
139	14 301	333	364	395	426	457	489	520	551	582
140	613	644	675	706	737	768	799	829	860	891
141	922	953	983	014	045	076	106	137	168	198
142	15 229	259	290	320	351	381	412	442	473	503
143	534	564	594	625	655	685	715	746	776	806
144	836	866	897	927	957	987	017	047	077	107
145	16 137	167	197	227	256	286	316	346	375	406
146	435	465	495	524	554	584	613	643	673	702
147	732	761	791	820	850	879	909	938	967	997
148	17 026	056	085	114	143	173	202	231	260	289
149	319	348	377	406	435	464	493	522	551	580
150	609	638	667	696	725	754	782	811	840	869

TABLA 1. (Continúa) LOGARITMOS (BASE 10)

N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
150	17 609	638	667	696	725	754	782	811	840	869
151	898	926	955	984	013	041	070	099	127	156
152	18 184	213	241	270	298	327	355	384	412	441
153	469	498	526	554	583	611	639	667	696	724
154	752	780	808	837	865	893	921	949	977	005
155	19 033	061	089	117	145	173	201	229	257	285
156	312	340	368	396	424	451	479	507	535	562
157	590	618	645	673	700	728	756	783	811	838
158	866	893	921	948	976	003	030	058	085	112
159	20 140	167	194	222	249	276	303	330	358	385
160	412	439	466	493	520	548	575	602	629	656
161	683	710	737	763	790	817	844	871	898	925
162	952	978	005	032	059	085	112	139	165	192
163	21 219	245	272	299	325	352	378	405	431	458
164	484	511	537	564	590	617	643	669	696	722
165	748	775	801	827	854	880	906	932	958	985
166	22 011	037	063	089	115	141	167	194	220	246
167	272	298	324	350	376	401	427	453	479	505
168	521	557	583	608	634	660	686	712	737	763
169	789	814	840	866	891	917	943	968	994	019
170	23 045	070	096	121	147	172	198	223	249	274
171	300	325	350	376	401	426	452	477	502	528
172	553	578	603	629	654	679	704	729	754	779
173	805	830	855	880	905	930	955	980	005	030
174	24 055	080	105	130	155	180	204	229	254	279
175	304	329	353	378	403	428	452	477	502	527
176	551	576	601	625	650	674	699	724	748	773
177	797	822	846	871	895	920	944	969	993	018
178	25 042	066	091	115	139	164	188	212	237	261
179	285	310	334	358	382	406	431	455	479	503
180	527	551	575	600	624	648	672	696	720	744
181	768	792	816	840	864	888	912	935	959	983
182	26 007	031	055	079	102	126	150	174	198	221
183	245	269	293	316	340	364	387	411	435	458
184	482	505	529	553	576	600	623	647	670	694
185	717	741	764	788	811	834	858	881	905	928
186	951	975	998	021	045	068	091	114	138	161
187	27 184	207	231	254	277	300	323	346	370	393
188	416	439	462	485	508	531	554	577	600	623
189	646	669	692	715	738	761	784	807	830	852
190	875	898	921	944	967	989	012	035	058	081
191	28 103	126	149	171	194	217	240	262	285	307
192	330	353	375	398	421	443	466	488	511	533
193	556	578	601	623	646	668	691	713	735	758
194	780	803	825	847	870	892	914	937	959	981
195	29 003	026	048	070	092	115	137	159	181	203
196	226	248	270	292	314	336	358	380	403	425
197	447	469	491	513	535	557	579	601	623	645
198	667	688	710	732	754	776	798	820	842	863
199	885	907	929	951	973	994	016	038	060	081
200	30 103	125	146	168	190	211	233	255	276	298

TABLA 1. (Continúa) LOGARITMOS (BASE 10)

N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
200	30 103	125	146	168	190	211	233	255	276	298
201	320	341	363	384	406	428	449	471	492	514
202	535	557	578	600	621	643	664	685	707	728
203	750	771	792	814	835	856	878	899	920	942
204	963	984	006	027	048	069	091	112	133	154
205	31 175	197	218	239	260	281	302	323	345	366
206	387	408	429	450	471	492	513	534	555	576
207	597	618	639	660	681	702	723	744	765	785
208	806	827	848	869	890	911	931	952	973	994
209	32 015	035	056	077	098	118	139	160	181	201
210	222	243	263	284	305	325	346	366	387	408
211	428	449	469	490	510	531	552	572	593	613
212	634	654	675	695	715	736	756	777	797	818
213	838	858	879	899	919	940	960	980	001	021
214	33 041	062	082	102	122	143	163	183	203	224
215	244	264	284	304	325	345	365	385	405	425
216	445	465	486	506	526	546	566	586	606	626
217	646	666	686	706	726	746	766	786	806	826
218	846	866	885	905	925	945	969	985	005	025
219	34 044	064	084	104	124	143	163	183	203	223
220	242	262	282	301	321	341	361	380	400	420
221	439	459	479	498	518	537	557	577	596	616
222	635	655	674	694	713	733	753	772	792	811
223	830	850	869	889	908	928	947	967	986	005
224	35 025	044	064	083	102	122	141	160	180	199
225	218	238	257	276	295	315	334	353	372	392
226	411	430	449	468	488	507	526	545	564	583
227	603	622	641	660	679	698	717	736	755	774
228	793	813	832	851	870	889	908	927	946	965
229	984	003	021	040	059	078	097	116	135	154
230	36 173	192	211	229	248	267	286	305	324	342
231	361	380	399	418	436	455	474	493	511	530
232	549	568	586	605	624	642	661	680	698	717
233	736	754	773	791	810	829	847	866	884	903
234	922	940	959	977	996	014	033	051	070	088
235	37 107	125	144	162	181	199	218	236	254	273
236	291	310	328	346	365	383	401	420	438	457
237	475	493	511	530	548	566	585	603	621	639
238	658	676	694	712	731	749	767	785	803	822
239	840	858	876	894	912	931	949	967	985	003
240	28 021	039	057	075	093	112	130	148	166	184
241	202	220	238	256	274	292	310	328	346	364
242	382	399	417	435	453	471	489	507	525	543
243	561	578	596	614	632	650	668	686	703	721
244	739	757	775	792	810	828	846	863	881	899
245	917	934	952	970	987	005	023	041	058	076
246	39 094	111	129	146	164	182	199	217	235	252
247	270	287	305	322	340	358	375	393	410	428
248	445	463	480	498	515	533	550	568	585	602
249	620	637	655	672	690	707	724	742	759	777
250	794	811	829	846	863	881	898	915	933	950

TABLA 1. (Continúa) LOGARITMOS (BASE 10)

N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
250	39 794	811	829	846	863	881	898	915	933	950
251	967	985	002	019	037	054	071	088	106	123
252	40 140	157	175	192	209	226	243	261	278	295
253	312	329	346	364	381	398	415	432	449	466
254	493	500	518	535	552	569	586	603	620	637
255	654	671	688	705	722	739	756	773	790	807
256	824	841	858	875	892	909	926	943	960	976
257	993	010	027	044	061	078	095	111	128	145
258	41 162	179	196	212	229	246	263	280	296	313
259	330	347	363	380	397	414	430	447	464	481
260	497	514	531	547	564	581	597	614	631	647
261	664	681	697	714	731	747	764	780	797	814
262	830	847	863	880	896	913	929	946	963	979
263	996	012	029	045	062	078	095	111	127	144
264	42 160	177	193	210	226	243	259	275	292	308
265	325	341	357	374	390	406	423	439	455	472
266	488	504	521	537	553	570	586	602	619	635
267	651	667	684	700	716	732	749	765	781	797
268	813	830	846	862	878	894	911	927	943	959
269	975	991	008	024	040	056	072	088	104	120
270	43 136	152	169	185	201	217	233	249	265	281
271	297	313	329	345	361	377	393	409	425	441
272	457	473	489	505	521	537	553	569	584	600
273	616	632	648	664	680	696	712	727	743	759
274	775	791	807	823	838	854	870	886	902	917
275	933	949	965	981	996	012	028	044	059	075
276	44 091	107	122	138	154	170	185	201	217	232
277	248	264	279	295	311	326	342	358	373	389
278	404	420	436	451	467	483	498	514	529	545
279	560	576	592	607	623	638	654	669	685	700
280	716	731	747	762	778	793	809	824	840	855
281	871	886	902	917	932	948	963	979	994	010
282	45 025	040	056	071	086	102	117	133	148	163
283	179	194	209	225	240	255	271	286	301	317
284	332	347	362	378	393	408	423	439	454	469
285	484	500	515	530	545	561	576	591	606	621
286	637	652	667	682	697	712	728	743	758	773
287	788	803	818	834	849	864	879	864	909	924
288	939	954	969	984	000	015	030	045	060	075
289	46 090	105	120	135	150	165	180	195	210	225
290	240	255	270	285	300	315	330	345	359	374
291	389	404	419	434	449	464	479	494	509	523
292	538	553	568	583	598	613	627	642	657	672
293	687	702	716	731	746	761	776	790	805	820
294	835	850	864	879	894	909	923	938	953	967
295	982	997	012	026	041	056	070	085	100	114
296	47 129	144	159	173	188	202	217	232	246	261
297	276	290	305	319	334	349	363	378	392	407
298	422	436	451	465	480	494	509	524	538	553
299	567	582	596	611	625	640	654	669	683	698
300	712	727	741	754	770	784	799	813	828	842

TABLA 1. (Continúa) LOGARITMOS (BASE 10)

N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
300	47 712	727	741	756	770	784	799	813	828	842
301	857	871	885	900	914	929	943	958	972	986
302	48 001	015	029	044	058	073	087	101	116	130
303	144	159	173	187	202	216	230	244	259	273
304	287	302	316	330	344	359	373	387	401	416
305	430	444	458	473	487	501	515	530	544	558
306	572	586	601	615	629	643	657	671	686	700
307	714	728	742	756	770	785	799	813	827	841
308	855	869	883	897	911	926	940	954	968	982
309	996	010	024	038	052	066	080	094	108	122
310	49 136	150	164	178	192	206	220	234	248	262
311	276	290	304	318	332	346	360	374	388	402
312	415	429	443	457	471	485	499	513	527	541
313	554	568	582	596	610	624	638	651	665	679
314	693	707	721	734	748	762	776	790	803	817
315	831	845	859	872	886	900	914	927	941	955
316	969	982	996	010	024	037	051	065	079	092
317	50 106	120	133	147	161	174	188	202	215	229
318	243	256	270	284	297	311	325	338	352	365
319	379	393	406	420	433	447	461	474	488	501
320	515	529	542	556	569	583	596	610	623	637
321	651	664	678	691	705	718	732	745	759	772
322	786	799	813	826	840	853	866	880	893	907
323	920	934	947	961	974	987	001	014	028	041
324	51 055	068	081	095	108	121	135	148	162	175
325	188	202	215	228	242	255	268	282	295	308
326	322	335	348	362	375	388	402	415	428	441
327	455	468	481	495	508	521	534	548	561	574
328	587	601	614	627	640	654	667	680	693	706
329	720	733	746	759	772	786	799	812	825	838
330	851	865	878	891	904	917	930	943	957	970
331	983	996	009	022	035	048	061	075	088	101
332	52 114	127	140	153	166	179	192	205	218	231
333	244	257	270	284	297	310	323	336	349	362
334	375	388	401	414	427	440	453	466	479	492
335	504	517	530	543	556	569	582	595	608	621
336	634	647	660	673	686	699	711	724	737	750
337	763	776	789	802	815	827	840	853	866	879
338	892	905	917	930	943	956	969	982	994	007
339	53 020	033	046	058	071	084	097	110	122	135
340	148	161	173	186	199	212	224	237	250	263
341	275	288	301	314	326	339	352	364	377	390
342	403	415	428	441	453	466	479	491	504	517
343	529	542	555	567	580	593	605	618	631	643
344	656	668	681	694	706	719	732	744	757	769
345	782	794	807	820	832	845	857	870	882	895
346	908	920	933	945	958	970	983	995	008	020
347	54 033	045	058	070	083	095	108	120	133	145
348	158	170	183	195	208	220	233	245	258	270
349	283	295	307	320	332	345	357	370	382	394
350	407	419	432	444	456	469	481	494	506	518

TABLA I. (Continúa) LOGARITMOS (BASE 10)

N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
350	54 407	419	432	444	456	469	481	494	506	518
351	531	543	555	568	580	593	605	617	630	642
352	654	667	679	691	704	716	728	741	753	765
353	777	790	802	814	827	839	851	864	876	888
354	900	913	925	937	949	962	974	986	998	011
355	55 023	035	047	060	072	084	096	108	121	133
356	154	157	169	182	194	206	218	230	242	255
357	267	279	291	303	315	328	340	352	364	376
358	388	400	413	425	437	449	461	473	485	497
359	509	522	534	546	558	570	582	594	606	618
360	630	642	654	666	678	691	703	715	727	739
361	751	763	775	787	799	811	823	835	847	859
362	871	883	895	907	919	931	943	955	967	979
363	991	003	015	027	038	050	062	074	086	098
364	56 110	122	134	146	158	170	182	194	205	217
365	229	241	253	265	277	289	301	312	324	336
366	348	360	372	384	396	407	419	431	443	455
367	467	478	490	502	514	526	538	549	561	573
368	585	597	608	620	632	644	656	667	679	691
369	703	714	726	738	750	761	773	785	797	808
370	820	832	844	855	867	879	891	902	914	926
371	937	949	961	972	984	996	008	019	031	043
372	57 054	066	078	089	101	113	124	136	148	159
373	171	183	194	206	217	229	241	252	264	276
374	287	299	310	322	334	345	357	368	380	392
375	403	415	426	438	449	461	473	484	496	507
376	519	530	542	553	565	576	588	600	611	623
377	634	646	657	669	680	692	703	715	726	738
378	749	761	772	784	795	807	818	830	841	852
379	864	875	887	898	910	921	933	944	955	967
380	978	990	001	013	024	035	047	058	070	081
381	58 092	104	115	127	138	149	161	172	184	195
382	206	218	229	240	252	263	274	286	297	309
383	320	331	343	354	365	377	388	399	410	422
384	433	444	456	467	478	490	501	512	524	536
385	546	557	569	580	591	602	614	625	636	647
386	659	670	681	692	704	715	726	737	749	760
387	771	782	794	802	816	827	838	850	861	872
388	883	894	906	917	928	939	950	961	973	984
389	995	006	017	028	040	051	062	073	084	095
390	59 106	118	129	140	151	162	173	184	195	207
391	218	229	240	251	262	273	284	295	306	318
392	329	340	351	362	373	384	395	406	417	428
393	439	450	461	472	483	494	506	517	528	539
394	550	561	572	583	594	605	616	627	638	649
395	660	671	682	693	704	715	726	737	748	759
396	770	780	791	802	813	824	835	846	857	868
397	879	890	901	912	923	934	945	956	966	977
398	988	999	010	021	032	043	054	065	076	086
399	60 097	108	119	130	141	152	163	173	184	195
400	206	217	228	239	249	260	271	282	293	304

TABLA I. (Continúa) LOGARITMOS (BASE 10)

N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
400	60 206	217	228	239	249	260	271	282	293	304
401	314	325	336	347	358	369	379	390	401	412
402	423	433	444	455	466	477	487	498	509	520
403	531	541	552	563	574	584	595	606	617	627
404	638	649	660	670	681	692	703	713	724	735
405	746	756	767	778	788	799	810	821	831	842
406	853	863	874	885	895	906	917	927	938	949
407	959	970	981	991	002	013	023	034	045	055
408	61 066	077	087	098	109	119	130	140	151	162
409	172	183	194	204	215	225	236	247	257	268
410	278	289	300	310	321	331	342	352	363	374
411	384	395	405	416	426	437	448	458	469	479
412	490	500	511	521	532	542	553	563	574	584
413	595	606	616	627	637	648	658	669	679	690
414	700	711	721	731	742	752	763	773	784	794
415	805	815	826	836	847	857	868	878	888	899
416	909	920	930	941	951	962	972	982	993	003
417	62 014	024	034	045	055	066	076	086	097	107
418	118	128	138	149	159	170	180	190	201	211
419	221	232	242	252	263	273	284	294	304	315
420	325	335	346	356	366	377	387	397	408	418
421	428	439	449	459	469	480	490	500	511	521
422	531	542	552	562	572	583	593	603	613	624
423	634	644	655	665	675	685	696	706	716	726
424	737	747	757	767	778	788	798	808	818	829
425	939	849	859	870	880	890	900	910	921	931
426	941	951	961	972	982	992	002	012	022	033
427	63 043	053	063	073	083	094	104	114	124	134
428	144	155	165	175	185	195	205	215	225	236
429	246	256	266	276	286	296	306	317	327	337
430	347	357	367	377	387	397	407	417	428	438
431	448	458	468	478	488	498	508	518	528	538
432	548	558	568	579	589	599	609	619	629	639
433	649	659	669	679	689	699	709	719	729	739
434	749	759	769	779	789	799	809	819	829	839
435	849	859	869	879	889	899	909	919	929	939
436	949	959	969	979	988	998	008	018	028	038
437	64 048	058	068	078	088	098	108	118	128	137
438	147	157	167	177	187	197	207	217	227	237
439	246	256	266	276	286	296	306	316	326	335
440	345	355	365	375	385	395	404	414	424	434
441	444	454	464	473	483	493	503	513	523	532
442	542	552	562	572	582	591	601	611	621	631
443	640	650	660	670	680	689	699	709	719	729
444	738	748	758	768	777	787	797	807	816	826
445	836	846	856	865	875	885	895	904	914	924
446	933	943	953	963	972	982	992	002	011	021
447	65 031	040	050	060	070	079	089	099	108	118
448	128	137	147	157	167	176	186	196	205	215
449	225	234	244	254	263	273	283	292	302	312
450	321	331	341	350	360	369	379	389	398	408

TABLA I. (Continúa) LOGARITMOS (BASE 10)

N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
450	65 321	331	341	350	360	369	379	389	398	408
451	418	427	437	447	456	466	475	485	495	504
452	514	523	533	543	552	562	571	581	591	600
453	610	619	629	639	648	658	667	677	686	696
454	706	715	725	734	744	753	763	772	782	792
455	801	811	820	830	839	849	858	868	877	887
456	896	906	916	925	935	944	954	963	973	982
457	992	001	011	020	030	039	049	058	068	077
458	66 087	096	106	115	124	134	143	153	162	172
459	181	191	200	210	219	229	238	247	257	266
460	276	285	295	304	314	323	332	342	351	361
461	370	380	389	398	408	417	427	436	445	455
462	464	474	483	492	502	511	521	530	539	549
463	558	567	577	586	596	605	614	624	633	642
464	652	661	671	680	689	699	708	717	727	736
465	745	755	764	773	783	792	801	811	820	829
466	839	848	857	867	876	885	894	904	913	922
467	932	941	950	960	969	978	987	997	006	015
468	67 025	034	043	052	062	071	080	089	099	108
469	117	127	136	145	154	164	173	182	191	201
470	210	219	228	237	247	256	265	274	284	293
471	302	311	321	330	339	348	357	367	376	385
472	394	403	413	422	431	440	449	459	468	477
473	486	495	504	514	523	532	541	550	560	569
474	578	587	596	605	614	624	633	642	651	660
475	669	679	688	697	706	715	724	733	742	752
476	761	770	779	788	797	806	815	825	834	843
477	852	861	870	879	888	897	906	916	925	934
478	943	952	961	970	979	988	997	006	015	024
479	68 034	043	052	061	070	079	088	097	106	115
480	124	133	142	151	160	169	178	187	196	205
481	215	224	233	242	251	260	269	278	287	296
482	305	314	323	332	341	350	359	368	377	386
483	395	404	413	422	431	440	449	458	467	476
484	485	494	502	511	520	529	538	547	556	565
485	574	583	592	601	610	619	628	637	646	655
486	664	673	681	690	699	708	717	726	735	744
487	753	762	771	780	789	797	806	815	824	833
488	842	851	860	869	878	886	895	904	913	922
489	931	940	949	958	966	975	984	993	002	011
490	69 020	028	037	046	055	064	073	082	090	099
491	108	117	126	135	144	152	161	170	179	188
492	197	205	214	223	232	241	249	258	267	276
493	285	294	302	311	320	329	338	346	355	364
494	373	381	390	399	408	417	425	434	443	452
495	461	469	478	487	496	504	513	522	531	539
496	548	557	566	574	583	592	601	609	618	627
497	636	644	653	662	671	679	688	697	705	714
498	723	732	740	749	758	767	775	784	793	801
499	810	819	827	836	845	854	862	871	880	888
500	897	906	914	923	932	940	949	958	966	975

TABLA 1. (Continúa) LOGARITMOS (BASE 10)

N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
500	69 897	906	914	923	932	940	949	958	966	975
501	984	992	001	010	018	027	036	044	053	062
502	70 070	079	088	096	105	114	122	131	140	148
503	157	165	174	183	191	200	209	217	226	234
504	243	252	260	269	278	286	295	303	312	321
505	329	338	346	355	364	372	381	389	398	406
506	415	424	432	441	449	458	467	475	484	492
507	501	509	518	526	535	544	552	561	569	578
508	586	595	603	612	621	629	638	646	655	663
509	672	680	689	697	706	714	723	731	740	749
510	757	766	774	783	791	800	808	817	825	834
511	842	851	859	868	876	885	893	902	910	919
512	927	935	944	952	961	969	978	986	995	003
513	71 012	020	029	037	046	054	063	071	079	088
514	096	105	113	122	130	139	147	155	164	172
515	181	189	198	206	214	223	231	240	248	257
516	265	273	282	290	299	307	315	324	332	341
517	349	357	366	374	383	391	399	408	416	425
518	433	441	450	458	466	475	483	492	500	508
519	517	525	533	542	550	559	567	575	584	592
520	600	609	617	625	634	642	650	659	667	675
521	684	692	700	709	717	725	734	742	750	759
522	767	775	784	792	800	809	817	825	834	842
523	850	858	867	875	883	892	900	908	917	925
524	933	941	950	958	966	975	983	991	999	008
525	72 016	024	032	041	049	057	066	074	082	090
526	099	107	115	123	132	140	148	156	165	173
527	181	189	198	206	214	222	230	239	247	255
528	263	272	280	288	296	304	313	321	329	337
529	346	354	362	370	378	387	395	403	411	419
530	428	436	444	452	460	469	477	485	493	501
531	509	518	526	534	542	550	558	567	575	583
532	591	599	607	616	624	632	640	648	656	665
533	673	681	689	697	705	713	722	730	738	746
534	754	762	770	779	787	795	803	811	819	827
535	835	843	852	860	868	876	884	892	900	908
536	916	925	933	941	949	957	965	973	981	989
537	997	006	014	022	030	038	046	054	062	070
538	73 078	086	094	102	111	119	127	135	143	151
539	159	167	175	183	191	199	207	215	223	231
540	239	247	255	263	272	280	288	296	304	312
541	320	328	336	344	352	360	368	376	384	392
542	400	408	416	424	432	440	448	459	464	472
543	480	488	496	504	512	520	528	536	544	552
544	560	568	576	584	592	600	608	616	624	632
545	640	648	656	664	672	679	687	695	703	711
546	719	727	735	743	751	759	767	775	783	791
547	799	807	815	823	830	838	846	854	862	870
548	878	886	894	902	910	918	926	933	941	949
549	957	965	973	981	989	997	005	013	020	028
550	74 036	044	052	060	068	076	084	092	099	107

TABLA 1. (Continúa) LOGARITMOS (BASE 10)

N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
550	74 036	044	052	060	068	076	084	092	099	107
551	115	123	131	139	147	155	162	170	178	186
552	194	202	210	218	225	233	241	249	257	265
553	273	280	288	296	304	312	320	327	335	343
554	351	359	367	374	382	390	398	406	414	421
555	429	437	445	453	461	468	476	484	492	500
556	507	515	523	531	539	547	554	562	570	578
557	586	593	601	609	617	624	632	640	648	656
558	663	671	679	687	695	702	710	718	726	733
559	741	749	757	764	772	780	788	796	803	811
560	819	827	834	842	850	858	865	873	881	889
561	896	904	912	920	927	935	943	950	958	966
562	974	981	989	997	005	012	020	028	035	043
563	75 051	059	066	074	082	089	097	105	113	120
564	128	136	143	151	159	166	174	182	189	197
565	205	213	220	228	236	243	251	259	266	274
566	282	289	297	305	312	320	328	335	343	351
567	358	366	374	381	389	397	404	412	420	427
568	435	442	450	458	465	473	481	488	496	504
569	511	519	526	534	542	549	557	565	572	580
570	587	595	603	610	618	626	633	641	648	656
571	664	671	679	686	694	702	709	717	724	732
572	740	747	755	762	770	778	785	793	800	808
573	815	823	831	838	846	853	861	868	876	884
574	891	899	906	914	921	929	937	944	952	959
575	967	974	982	989	997	005	012	020	027	035
576	76 042	050	057	065	072	080	087	095	103	110
577	118	125	133	140	148	155	163	170	178	185
578	193	200	208	215	223	230	238	245	253	260
579	268	275	283	290	298	305	313	320	328	335
580	343	350	358	365	373	380	388	395	403	410
581	418	425	433	440	448	455	462	470	477	485
582	492	500	507	515	522	530	537	545	552	559
583	567	574	582	589	597	604	612	619	626	634
584	641	649	656	664	671	678	686	693	701	708
585	716	723	730	738	745	753	760	768	775	782
586	790	797	805	812	819	827	834	842	849	856
587	864	871	879	886	893	901	908	916	923	930
588	938	945	953	960	967	975	982	989	997	004
589	77 012	019	026	034	041	048	056	063	070	078
590	085	093	100	107	115	122	129	137	144	151
591	159	166	173	181	188	195	203	210	217	225
592	232	240	247	254	262	269	276	283	291	298
593	305	313	320	327	335	342	349	357	364	371
594	379	386	393	401	408	415	422	430	437	444
595	452	459	466	474	481	488	495	503	510	517
596	525	532	539	546	554	561	568	576	583	590
597	597	605	612	619	627	634	641	648	656	663
598	670	677	685	692	699	706	714	721	728	735
599	743	750	757	764	772	779	786	793	801	808
600	815	822	830	837	844	851	859	866	883	880

TABLA 1. (Continúa) LOGARITMOS (BASE 10)

N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
600	77 815	822	830	837	844	851	859	866	873	880
601	887	895	902	909	916	924	931	938	945	952
602	960	967	974	981	988	996	003	010	017	025
603	78 032	039	046	053	061	068	075	082	089	097
604	104	111	118	125	132	140	147	154	161	168
605	176	183	190	197	204	211	219	226	233	240
606	247	254	262	269	276	283	290	297	305	312
607	319	326	333	340	347	355	362	369	376	383
608	390	398	405	412	419	426	433	440	447	455
609	462	469	476	483	490	497	504	512	517	526
610	533	540	547	554	561	569	576	583	590	597
611	604	611	618	625	633	640	647	654	661	668
612	675	682	689	696	704	711	718	725	732	739
613	746	753	760	767	774	781	789	796	803	810
614	817	824	831	838	845	852	859	866	873	880
615	888	895	902	909	916	923	930	937	944	951
616	958	965	972	979	986	993	000	007	014	021
617	79 029	036	043	050	057	064	071	078	085	092
618	099	106	113	120	127	134	141	148	155	162
619	169	176	183	190	197	204	211	218	225	232
620	239	246	253	260	267	274	281	288	295	302
621	309	316	323	330	337	344	351	358	365	372
622	379	386	393	400	407	414	421	428	435	442
623	449	456	463	470	477	484	491	498	505	511
624	518	525	532	539	546	553	560	567	574	581
625	588	595	602	609	616	623	630	637	644	650
626	657	664	671	678	685	692	699	706	713	720
627	727	734	741	748	754	761	768	775	782	789
628	796	803	810	817	824	831	837	844	851	858
629	865	872	879	886	893	900	906	913	920	927
630	934	941	948	955	962	969	975	982	989	996
631	80 003	010	017	024	030	037	044	051	058	065
632	072	079	085	092	099	106	113	120	127	134
633	140	147	154	161	168	175	182	188	195	202
634	209	216	223	229	236	243	250	257	264	271
635	277	284	291	298	305	312	318	325	332	339
636	346	353	359	366	373	380	387	393	400	407
637	414	421	428	434	441	448	455	462	468	475
638	482	489	496	502	509	516	523	530	536	543
639	550	557	564	570	577	584	591	598	604	611
640	618	625	632	638	645	652	659	665	672	679
641	686	693	699	706	713	720	726	733	740	747
642	754	760	767	774	781	787	794	801	808	814
643	821	828	835	841	848	855	862	868	875	882
644	889	895	902	909	916	922	929	936	943	949
645	956	963	969	976	983	990	996	003	010	017
646	81 023	030	037	043	050	057	064	070	077	084
647	090	097	104	111	117	124	131	137	144	151
648	158	164	171	178	184	191	198	204	211	218
649	224	231	238	245	251	258	265	271	278	285
650	291	298	305	311	318	325	331	338	345	351

TABLA I. (Continúa) LOGARITMOS (BASE 10)

N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
650	81 291	298	305	311	318	325	331	338	345	351
651	358	365	371	378	385	391	398	405	411	418
652	425	431	438	445	451	458	465	471	478	485
653	491	498	505	511	518	525	531	538	544	551
654	558	564	571	578	584	591	598	604	611	617
655	624	631	637	644	651	657	664	671	677	684
656	690	697	704	710	717	723	730	737	743	750
657	757	763	770	776	783	790	796	803	809	816
658	823	829	836	842	849	856	862	869	875	882
659	889	295	902	908	915	921	928	935	941	948
660	954	961	968	974	981	987	994	000	007	014
661	82 020	027	033	040	046	053	060	066	073	079
662	086	092	099	105	112	119	125	132	138	145
663	151	158	164	171	178	184	191	197	204	210
664	217	223	230	236	243	249	256	263	269	276
665	282	289	295	302	308	315	321	328	334	341
666	347	354	360	367	373	380	387	393	400	406
667	413	419	426	432	439	445	452	458	465	471
668	478	484	491	497	504	510	517	523	530	536
669	543	549	556	562	569	575	582	588	595	601
670	607	614	620	627	633	640	646	653	659	666
671	672	679	685	692	698	705	711	718	724	730
672	737	743	750	756	763	769	776	782	789	795
673	802	808	814	821	827	834	840	847	853	860
674	866	872	879	885	892	898	905	911	918	924
675	930	937	943	950	956	963	969	975	982	988
676	995	001	008	014	020	027	033	040	046	052
677	83 059	065	072	078	085	091	097	104	110	117
678	123	129	136	142	149	155	161	168	174	181
679	187	193	200	206	213	219	225	232	238	245
680	251	257	264	270	276	283	289	296	302	308
681	315	321	327	334	340	347	353	359	366	372
682	378	385	391	398	404	410	417	423	429	436
683	442	448	455	461	467	474	480	487	493	499
684	506	512	518	525	531	537	544	550	556	563
685	569	575	582	588	594	601	607	613	620	626
686	632	639	645	651	658	664	670	677	683	689
687	696	702	708	715	721	727	734	740	746	753
688	759	765	771	778	784	790	797	803	809	816
689	822	828	835	841	847	853	860	866	872	879
690	885	891	897	904	910	916	923	929	935	942
691	948	954	960	967	973	979	985	992	998	004
692	84 011	017	023	029	036	042	048	055	061	067
693	073	080	086	092	098	105	111	117	123	130
694	136	142	148	155	161	167	173	180	186	192
695	198	205	211	217	223	230	236	242	248	255
696	261	267	273	280	286	292	298	305	311	317
697	323	330	336	342	348	354	361	367	373	379
698	386	392	398	404	410	417	423	429	435	442
699	488	454	460	466	473	479	485	491	497	504
700	510	516	522	528	535	541	547	553	559	566

TABLA 1. (Continúa) LOGARITMOS (BASE 10)

N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
700	84 510	516	522	528	535	541	547	553	559	566
701	572	578	584	590	597	603	609	615	621	628
702	634	640	646	652	658	668	671	677	683	689
703	696	702	708	714	720	726	733	739	745	751
704	757	763	770	776	782	788	794	800	807	813
705	819	825	831	837	844	850	856	862	868	874
706	880	887	893	899	905	911	917	924	930	936
707	942	948	954	960	967	973	979	985	991	997
708	85 003	009	016	022	028	034	040	046	052	058
709	065	071	077	083	089	095	101	107	114	120
710	126	132	138	144	150	156	163	169	175	181
711	187	193	199	205	211	217	224	230	236	242
712	248	254	260	266	272	278	285	291	297	303
713	309	315	321	327	333	339	345	352	358	364
714	370	376	382	388	394	400	406	412	418	425
715	431	437	443	449	455	461	467	473	479	485
716	491	497	503	509	516	522	528	534	540	546
717	552	558	564	570	576	582	588	594	600	606
718	612	618	625	631	637	643	649	655	661	667
719	673	679	685	691	697	703	709	715	721	727
720	733	739	745	751	757	763	769	775	781	788
721	794	800	806	812	818	824	830	836	842	848
722	854	860	866	872	878	884	890	896	902	908
723	914	920	926	932	938	944	950	956	962	968
724	974	980	986	992	998	004	010	016	022	028
725	86 034	040	046	052	058	064	070	076	082	088
726	094	100	106	112	118	124	130	136	141	147
727	153	159	165	171	177	183	189	195	201	207
728	213	219	225	231	237	243	249	255	261	267
729	273	279	285	291	297	303	308	314	320	326
730	332	338	344	350	356	362	368	374	380	386
731	392	398	404	410	415	421	427	433	439	445
732	451	457	463	469	475	481	487	493	499	504
733	510	516	522	528	534	540	546	552	558	564
734	570	576	581	587	593	599	605	611	617	623
735	629	635	641	646	652	658	664	670	676	682
736	688	694	700	705	711	717	723	729	735	741
737	747	753	759	764	770	776	782	788	794	800
738	806	812	817	823	829	835	841	847	853	859
739	864	870	876	882	888	894	900	906	911	917
740	923	929	935	941	947	953	958	964	970	976
741	982	988	994	999	005	011	017	023	029	035
742	87 040	046	052	058	064	070	075	081	087	093
743	099	105	111	116	122	128	134	140	146	151
744	157	163	169	175	181	186	192	198	204	210
745	216	221	227	233	239	245	251	256	262	268
746	274	280	286	291	297	303	309	315	320	326
747	332	338	344	349	355	361	367	373	379	384
748	390	396	402	408	413	419	425	431	437	442
749	448	454	460	466	471	477	483	489	495	500
750	506	512	518	523	529	535	541	547	552	558

TABLA 1. (Continúa) LOGARITMOS (BASE 10)

N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
750	87 506	512	518	523	529	535	541	547	552	558
751	564	570	576	581	587	593	599	604	610	616
752	622	628	633	639	645	651	656	662	668	674
753	679	685	691	697	703	708	714	720	726	731
754	737	743	749	754	760	766	772	777	783	789
755	795	800	806	812	818	823	829	835	841	846
756	852	858	864	869	875	881	887	892	898	904
757	910	915	921	927	933	938	944	950	955	961
758	967	973	978	984	990	996	001	007	013	018
759	88 024	030	036	041	047	053	058	064	070	176
760	081	087	093	098	104	110	116	121	127	133
761	138	144	150	156	161	167	173	178	184	190
762	195	201	207	213	218	224	230	235	241	247
763	252	258	264	270	275	281	287	292	298	304
764	309	315	321	326	332	338	343	349	355	360
765	366	372	377	383	389	395	400	406	412	417
766	423	429	434	440	446	451	457	463	468	474
767	480	485	491	497	502	508	513	519	525	530
768	536	542	547	553	559	564	570	576	581	587
769	593	598	604	610	615	621	627	632	638	643
770	649	655	660	666	672	677	683	689	694	700
771	705	711	717	722	728	734	739	745	750	756
772	762	767	773	779	784	790	795	801	807	812
773	818	824	829	835	840	846	852	857	863	868
774	874	880	885	891	897	902	908	913	919	925
775	930	936	941	947	953	958	964	969	975	981
776	986	992	997	003	009	014	020	025	031	037
777	89 042	048	053	059	064	070	076	081	087	092
778	098	104	109	115	120	126	131	137	143	148
779	154	159	165	170	176	182	187	193	198	204
780	209	215	221	226	232	237	243	248	254	260
781	265	271	276	282	287	293	298	304	310	315
782	321	326	332	337	343	348	354	360	365	371
783	376	382	387	393	398	404	409	415	421	426
784	432	437	443	448	454	459	465	470	476	481
785	487	492	498	504	509	515	520	526	531	537
786	542	548	553	559	564	570	575	581	586	592
787	597	603	609	614	620	625	631	636	642	647
788	653	658	664	669	675	680	686	691	697	702
789	708	713	719	724	730	735	741	746	752	757
790	763	768	774	779	785	790	796	801	807	812
791	818	823	829	834	840	845	851	856	862	867
792	873	878	883	889	894	900	905	911	916	922
793	927	933	938	944	949	955	960	966	971	977
794	982	988	993	998	004	009	015	020	026	031
795	90 037	042	048	053	059	064	069	075	080	086
796	091	097	102	108	113	119	124	129	135	140
797	146	151	157	162	168	173	179	184	189	195
798	200	206	211	217	222	227	233	238	244	249
799	255	260	266	271	276	282	287	293	298	304
800	309	314	320	325	331	336	342	347	352	358

TABLA 1. (Continúa) LOGARITMOS (BASE 10)

N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
800	90 309	314	320	325	331	390	342	347	352	358
801	363	369	374	380	385	390	396	401	407	412
802	417	423	428	434	439	445	450	455	461	466
803	472	477	482	488	493	499	504	509	515	520
804	526	531	536	542	547	553	558	563	569	574
805	580	585	590	596	601	607	612	617	623	628
806	634	639	644	650	655	660	666	671	677	682
807	687	693	698	703	709	714	720	725	730	736
808	741	747	752	757	763	768	773	779	784	789
809	795	800	806	811	816	822	827	832	838	843
810	849	854	859	865	870	875	881	886	891	897
811	902	907	913	918	924	929	934	940	945	950
812	956	961	966	972	977	982	988	993	998	004
813	91 009	014	020	025	030	036	041	046	052	057
814	062	068	073	078	084	089	094	100	105	110
815	116	121	126	132	137	142	148	153	158	164
816	169	174	180	185	190	196	201	206	212	217
817	222	228	233	238	243	249	254	259	265	270
818	275	281	286	291	297	302	307	312	318	323
819	328	334	339	344	350	355	360	365	371	376
820	381	387	392	397	403	408	413	418	424	429
821	434	440	448	450	455	461	466	471	477	482
822	487	492	498	503	508	514	519	524	529	535
823	540	545	551	556	561	566	572	577	582	587
824	593	598	603	609	614	619	624	630	635	640
825	645	651	656	661	666	672	677	682	687	693
826	698	703	709	714	719	724	730	735	740	745
827	751	756	761	766	772	777	782	787	793	798
828	803	808	814	819	824	829	834	840	845	850
829	855	861	866	871	876	882	887	892	897	903
830	908	913	918	924	929	934	939	944	950	955
831	960	965	971	976	981	986	991	997	002	007
832	92 012	018	023	028	033	038	044	049	054	059
833	065	070	075	080	085	091	096	101	106	111
834	117	122	127	132	137	143	148	153	158	163
835	169	174	179	184	189	195	200	205	210	215
836	221	226	231	236	241	247	252	257	262	267
837	273	278	283	288	293	298	304	309	314	319
838	324	330	335	340	345	350	355	361	366	371
839	376	381	387	392	397	402	407	412	418	423
840	428	433	438	443	449	454	459	468	469	474
841	480	485	490	495	500	505	511	516	521	526
842	531	536	542	547	552	557	562	567	572	578
843	583	588	593	598	603	609	614	619	624	629
844	634	639	645	650	655	660	665	670	675	681
845	686	691	696	701	706	711	716	722	727	732
846	737	742	747	752	758	763	768	773	778	783
847	788	793	799	804	809	814	819	824	829	834
848	840	845	850	855	860	865	870	875	881	886
849	891	896	901	906	911	916	921	927	932	937
850	942	947	952	957	962	967	973	978	983	988

TABLA 1. (Continúa) LOGARITMOS (BASE 10)

N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
850	92 942	947	952	957	962	967	973	978	983	988
851	993	998	003	008	013	018	024	029	034	039
852	93 044	049	054	059	064	069	075	080	085	090
853	095	100	105	110	115	120	125	131	136	141
854	146	151	156	161	166	171	176	181	186	192
855	197	202	207	212	217	222	227	232	237	242
856	247	252	258	263	268	273	278	283	288	293
857	298	303	308	313	318	323	328	334	339	344
858	349	354	359	364	369	374	379	384	389	394
859	399	404	409	414	420	425	430	435	440	445
860	450	455	460	465	470	475	480	485	490	495
861	500	505	510	515	520	526	531	536	541	546
862	551	556	561	566	571	576	581	586	591	596
863	601	606	611	616	621	626	631	636	641	646
864	651	656	661	666	671	676	682	687	692	697
865	702	707	712	717	722	727	732	737	742	747
866	752	757	762	767	772	777	782	787	792	797
867	802	807	812	817	822	827	832	837	942	847
868	852	857	862	867	872	877	882	887	892	897
869	902	907	912	917	922	927	932	937	942	947
870	952	957	962	967	972	977	982	987	992	997
871	94 002	007	012	017	022	027	032	037	042	047
872	052	057	062	067	072	077	082	086	091	096
873	101	106	111	116	121	126	131	136	141	146
874	151	156	161	166	171	176	181	186	191	196
875	201	206	211	216	221	226	231	236	240	245
876	250	255	260	265	270	275	280	285	290	295
877	300	305	310	315	320	325	330	335	340	345
878	349	354	359	364	369	374	379	384	389	394
879	399	404	409	414	419	424	429	433	438	443
880	448	453	458	463	468	473	478	483	488	493
881	498	503	507	512	517	522	527	532	537	542
882	547	552	557	562	567	571	576	581	586	591
883	596	601	606	611	616	621	626	630	635	640
884	645	650	655	660	665	670	675	680	685	689
885	694	699	704	709	714	719	724	729	734	738
886	743	748	753	758	763	768	773	778	783	787
887	792	797	802	807	812	817	822	827	832	836
888	841	846	851	856	861	866	871	876	880	885
889	890	895	900	905	910	915	919	924	929	934
890	939	944	949	954	959	963	968	973	978	983
891	988	993	998	022	007	012	017	022	027	032
892	95 936	041	046	051	056	061	066	071	075	080
893	085	090	095	100	105	109	114	119	124	129
894	134	139	143	148	153	158	163	168	173	177
895	182	187	192	197	202	207	211	216	221	226
896	231	236	240	245	250	255	260	265	270	274
897	279	284	289	294	299	303	308	313	318	323
898	328	332	337	342	347	352	357	361	366	371
899	376	381	386	390	395	400	405	410	415	419
900	424	429	434	439	444	448	453	458	463	468

TABLA 1. (Continúa) LOGARITMOS (BASE 10)

N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
900	95 424	429	434	439	444	448	453	458	463	468
901	472	477	482	487	492	497	501	506	511	516
902	521	525	530	535	540	545	550	554	559	564
903	569	574	578	583	588	593	598	602	607	612
904	617	622	626	631	636	641	646	650	655	660
905	665	670	674	679	684	689	694	698	703	708
906	713	718	722	727	732	737	742	746	751	756
907	761	766	770	775	780	785	789	794	799	804
908	809	813	818	823	828	832	837	842	847	852
909	856	861	866	871	875	880	885	890	895	899
910	904	909	914	918	923	928	933	938	942	947
911	952	957	961	966	971	976	980	985	990	995
912	999	004	009	014	019	023	028	033	038	042
913	96 047	052	057	061	066	071	076	080	085	090
914	095	099	104	109	114	118	123	128	133	137
915	142	147	152	156	161	166	171	175	180	185
916	190	194	199	204	209	213	218	223	227	232
917	237	242	246	251	256	261	265	270	275	280
918	284	289	294	298	303	308	313	317	322	327
919	332	336	341	346	350	355	360	365	369	374
920	379	384	388	393	398	402	407	412	417	421
921	426	431	435	440	445	450	454	459	464	468
922	473	478	483	487	492	497	501	506	511	515
923	520	525	530	534	539	544	548	553	558	562
924	567	572	577	581	586	591	595	600	605	609
925	614	619	624	628	633	638	642	647	652	656
926	661	666	670	675	680	685	689	694	699	703
927	708	713	717	722	727	731	736	741	745	750
928	755	759	764	769	774	778	783	788	792	797
929	802	806	811	816	820	825	830	834	839	844
930	848	853	858	862	867	872	876	881	886	890
931	895	900	904	909	914	918	923	928	932	937
932	942	946	951	956	960	965	970	974	979	984
933	988	993	997	002	007	011	016	021	025	030
934	97 035	039	044	049	053	058	063	067	072	077
935	081	086	090	095	100	104	109	114	118	123
936	128	132	137	142	146	151	155	160	165	169
937	174	179	183	188	192	197	202	206	211	216
938	220	225	230	234	239	243	248	253	257	262
939	267	271	276	280	285	290	294	299	304	308
940	313	317	322	327	331	336	340	345	350	354
941	359	364	368	373	377	382	387	391	396	400
942	405	410	414	419	424	428	433	437	442	447
943	451	456	460	465	470	474	479	483	488	493
944	497	502	506	511	516	520	525	529	534	539
945	543	548	552	557	562	566	571	575	580	585
946	589	594	598	603	607	612	617	621	626	630
947	635	640	644	649	653	658	663	667	672	676
948	681	685	690	695	699	704	708	713	717	722
949	727	731	736	740	745	749	754	759	763	768
950	772	777	782	786	791	795	800	804	809	813

TABLA I. (Continúa) LOGARITMOS (BASE 10)

N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
950	97 772	777	782	786	791	795	800	804	809	813
951	818	823	827	832	836	841	845	850	855	859
952	864	868	873	877	882	886	891	896	900	905
953	909	914	918	923	928	932	937	941	946	650
954	955	959	964	968	973	978	982	987	991	996
955	98 000	005	009	014	019	023	028	032	037	041
956	046	050	055	059	064	068	073	078	082	087
957	091	096	100	105	109	114	118	123	127	132
958	137	141	146	150	155	159	164	168	173	177
959	182	186	191	195	200	204	209	214	218	223
960	227	232	236	241	245	250	254	259	263	268
961	272	277	281	286	290	295	299	304	308	313
962	318	322	327	331	336	340	345	349	354	358
963	363	367	372	376	381	385	390	394	399	403
964	408	412	417	421	426	430	435	439	444	448
965	453	457	462	466	471	475	480	484	489	493
966	498	502	507	511	516	520	525	529	534	538
967	543	547	552	556	561	565	570	574	579	583
968	588	592	597	601	605	610	614	619	623	628
969	632	637	641	646	650	655	659	664	668	673
970	677	682	686	691	695	700	704	709	713	717
971	722	726	731	735	740	744	749	753	758	762
972	767	771	776	780	784	789	793	798	802	807
973	811	816	820	825	829	834	838	843	847	851
974	856	860	865	869	874	878	883	887	892	896
975	900	905	909	914	918	923	927	932	939	941
976	945	949	954	958	963	967	972	976	981	985
977	989	994	998	003	007	012	016	021	025	029
978	99 034	038	043	047	052	056	061	065	069	074
979	078	083	087	092	096	100	105	109	114	118
980	123	127	131	136	140	145	149	154	158	162
981	167	171	176	180	185	189	193	198	202	207
982	211	216	220	224	229	233	238	242	247	251
983	255	260	264	269	273	277	282	286	291	295
984	300	304	308	313	317	322	326	330	335	339
985	344	348	352	357	361	366	370	374	379	383
986	388	392	396	401	405	410	414	419	423	427
987	432	436	441	445	449	454	458	463	467	471
988	476	480	484	489	493	498	502	506	511	515
989	520	524	528	533	537	542	546	550	555	559
990	564	568	572	577	581	585	590	594	599	603
991	607	612	616	621	625	629	634	638	642	647
992	651	656	660	664	669	673	677	682	686	691
993	695	699	704	708	712	717	721	726	730	734
994	739	743	747	752	756	760	765	769	774	778
995	782	787	791	795	800	804	808	813	817	822
996	826	830	835	839	843	848	852	856	861	865
997	870	874	878	883	887	891	896	900	904	909
998	913	917	922	926	930	935	939	944	948	952
999	967	961	965	970	974	978	983	987	991	996
1000	00 000	004	009	013	017	022	026	030	035	039

TABLA 11 "Monto de 1a Interés Compuesto" $s = (1 + i)^{n}$

N	0.0025	0.005	0.0075	0.01	0.0125	0.015	0.0175	0.02
1	1.0025	1.005	1.0075	1.01	1.0125	1.015	1.0175	1.02
2	1.00500625	1.010025	1.01505625	1.0201	1.02515625	1.030225	1.03530625	1.0404
3	1.00751877	1.01507513	1.02266917	1.030301	1.0379707	1.04567838	1.05342411	1.061208
4	1.01003756	1.0201505	1.03033919	1.04060401	1.05094534	1.06136355	1.07185903	1.08243216
5	1.01256266	1.02525125	1.03806673	1.05101005	1.06408215	1.077284	1.09061658	1.1040808
6	1.01509406	1.03037751	1.04585224	1.06152015	1.07738318	1.09344326	1.10970235	1.12616242
7	1.0176318	1.0355294	1.05369613	1.07213535	1.09085047	1.10984491	1.12912215	1.14868567
8	1.02017588	1.04070704	1.06159885	1.08285671	1.1044861	1.12649259	1.14888178	1.17165938
9	1.02272632	1.04591058	1.06956084	1.09368527	1.11829218	1.14338998	1.16898721	1.19509257
10	1.02528313	1.05114013	1.07758255	1.10462213	1.13227083	1.16054083	1.18944449	1.21899442
11	1.02784634	1.05639583	1.08566441	1.11566835	1.14642422	1.17794894	1.21025977	1.24337431
12	1.03041596	1.06167781	1.09380669	1.12682503	1.16075452	1.19561817	1.23143931	1.26824179
13	1.032992	1.0669862	1.10201045	1.13809328	1.17526395	1.21355244	1.2529895	1.29360663
14	1.03557448	1.07232113	1.11027553	1.14947421	1.18995475	1.23175573	1.27491682	1.31947876
15	1.03816341	1.07768274	1.11860259	1.16096896	1.20482918	1.25023207	1.29722786	1.34586834
16	1.04075882	1.08307115	1.12699211	1.17257864	1.21988955	1.26898555	1.31992935	1.37278571
17	1.04336072	1.08848651	1.13544455	1.18430443	1.23513817	1.28802033	1.34302811	1.40024142
18	1.04596912	1.09392894	1.14396039	1.19614748	1.25057739	1.30734064	1.36653111	1.42824625
19	1.04858404	1.09939858	1.15254009	1.20810895	1.26620961	1.32695075	1.39044454	1.45681117
20	1.0512055	1.10489558	1.16118414	1.22019004	1.28203723	1.34685501	1.4147782	1.4859474
21	1.05383352	1.11042006	1.16989302	1.23239194	1.2980627	1.36705783	1.43953681	1.51566634
22	1.0564681	1.11597216	1.17866722	1.24471586	1.31428848	1.3875637	1.46472871	1.54597967
23	1.05910927	1.12155202	1.18750723	1.25716302	1.33071709	1.40837715	1.49036146	1.57689926
24	1.06175704	1.12715978	1.19641353	1.26973465	1.34735105	1.42950281	1.51644279	1.60843725
25	1.06441144	1.13279558	1.20538663	1.282432	1.36419294	1.45094535	1.54298054	1.64060599
26	1.06707247	1.13845955	1.21442703	1.29525631	1.38124535	1.47270953	1.56998269	1.67341811
27	1.06974015	1.14415185	1.22353523	1.30820888	1.39851092	1.49480018	1.59745739	1.70688648
28	1.0724145	1.14987261	1.23271175	1.32129097	1.4159923	1.51722218	1.6254129	1.74102421
29	1.07509553	1.15562197	1.24195709	1.33450388	1.43369221	1.53998051	1.65385762	1.77584469
30	1.07778327	1.16140008	1.25127176	1.34784892	1.45161336	1.56308022	1.68280013	1.81136158
31	1.08047773	1.16720708	1.26065663	1.3613274	1.46975853	1.58652642	1.71224913	1.84758882
32	1.08317892	1.17304312	1.27011122	1.37494068	1.48813051	1.61032432	1.74221349	1.88454059
33	1.08588687	1.17890833	1.27963706	1.38869009	1.50673214	1.63447918	1.77270223	1.9222314
34	1.08860159	1.18480288	1.28923434	1.40257699	1.52556629	1.65899637	1.80372452	1.96067603
35	1.09132309	1.19072689	1.29890359	1.41660276	1.54463587	1.68388132	1.8352897	1.99988955
36	1.0940514	1.19668052	1.30864537	1.43076878	1.56394382	1.70913954	1.86740727	2.03988734
37	1.09678653	1.20266393	1.31846021	1.44507647	1.58349312	1.73477663	1.90008689	2.08068509
38	1.0995285	1.20867725	1.32834866	1.45952724	1.60328678	1.76079828	1.93333841	2.12229879
39	1.10227732	1.21472063	1.33831128	1.47412251	1.62332787	1.78721025	1.96717184	2.16474477
40	1.10503301	1.22079424	1.34834861	1.48886373	1.64361946	1.81401841	2.00159734	2.20803966
41	1.10779559	1.22689821	1.35846123	1.50375237	1.66416471	1.84122868	2.0366253	2.25220046
42	1.11056508	1.2330327	1.36864969	1.51878989	1.68496677	1.86884712	2.07226624	2.29724447
43	1.11334149	1.23919786	1.37891456	1.53397779	1.70602885	1.89687982	2.1085309	2.34318936
44	1.11612485	1.24539385	1.38925642	1.54931757	1.72735421	1.92533302	2.14543019	2.39005314
45	1.11891516	1.25162082	1.39967584	1.56481075	1.74894614	1.95421301	2.18297522	2.43785421
46	1.12171245	1.25787892	1.41017341	1.58045885	1.77090797	1.98352621	2.22117728	2.48661129
47	1.12451673	1.26416832	1.42074971	1.59626344	1.79294306	2.0132791	2.26004789	2.53634352
48	1.12732802	1.27048916	1.43140533	1.61222608	1.81535485	2.04347829	2.29959872	2.58707039
49	1.13014634	1.27684161	1.44214087	1.62834834	1.83804679	2.07413046	2.3398417	2.63881179
50	1.13297171	1.28322581	1.45295693	1.64463182	1.86102237	2.10524242	2.38078893	2.69158803
51	1.13580414	1.28964194	1.46385411	1.66107814	1.88428515	2.13662106	2.42425274	2.74541979
52	1.13864365	1.29609015	1.47483301	1.67768892	1.90783872	2.16887337	2.46484566	2.80032819
53	1.14149026	1.3025706	1.48589426	1.69446581	1.9316867	2.20140647	2.50798046	2.85633745
54	1.14434398	1.30908346	1.49703847	1.71141047	1.95583279	2.23442757	2.55187012	2.91346144
55	1.14720484	1.31562887	1.50826626	1.72852457	1.9802807	2.26794398	2.59652785	2.97173067

TABLA 11

"Monto de 1a Interés Compuesto"

$s = (1 + i)^n$

N	0.0225	0.025	0.0275	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07
1	1.0225	1.025	1.0275	1.03	1.04	1.05	1.06	1.07
2	1.04550625	1.050625	1.05575625	1.0609	1.0816	1.1025	1.1236	1.1449
3	1.06903014	1.07689063	1.08478955	1.092727	1.124864	1.157825	1.191016	1.225043
4	1.09308332	1.10381289	1.11462126	1.12550881	1.16985856	1.215506	1.26247696	1.31079601
5	1.11767769	1.13140821	1.14527334	1.15927407	1.2166529	1.276282	1.33822558	1.40255173
6	1.14282544	1.15969342	1.17676836	1.1940523	1.26531902	1.340096	1.41851911	1.50073035
7	1.16853901	1.18868575	1.20912949	1.22987387	1.31593178	1.4071	1.50363826	1.60578148
8	1.19483114	1.2184029	1.24238055	1.26677008	1.36856905	1.477455	1.59384007	1.71818618
9	1.22171484	1.24886297	1.27654602	1.30477318	1.42331181	1.551328	1.68947896	1.83845921
10	1.24920343	1.28008454	1.31165103	1.34391638	1.48024428	1.628895	1.7908477	1.96715136
11	1.2773105	1.31208666	1.34772144	1.38423387	1.53945406	1.710339	1.89829856	2.10485195
12	1.30604999	1.34488882	1.38478378	1.42576089	1.60103222	1.795856	2.01219647	2.25219159
13	1.33543611	1.37851104	1.42286533	1.46853371	1.66507351	1.856549	2.13292826	2.409845
14	1.36548343	1.41297382	1.46199413	1.51258972	1.73167645	1.979932	2.26090396	2.57853415
15	1.3962068	1.44829817	1.50219896	1.55796742	1.80094351	2.078928	2.39655819	2.75903154
16	1.42762146	1.48450562	1.54350944	1.60470644	1.87298125	2.182875	2.54035168	2.95216375
17	1.45974294	1.52161826	1.58595595	1.65284763	1.9479005	2.292018	2.69277279	3.15881521
18	1.49258716	1.55965872	1.62956973	1.70243306	2.02581652	2.406619	2.85433915	3.37993228
19	1.52617037	1.59865019	1.6743829	1.75350605	2.10684918	2.52695	3.02555995	3.61652754
20	1.5605092	1.63861644	1.72042843	1.80611123	2.19112314	2.653298	3.20713547	3.86968446
21	1.59562066	1.67958185	1.76774021	1.86029457	2.27876807	2.785963	3.3995636	4.14056237
22	1.63152212	1.7215714	1.81635307	1.91610341	2.36991879	2.925261	3.60353742	4.43040174
23	1.66823137	1.76461068	1.86630278	1.97358651	2.46471554	3.071524	3.81974966	4.70529866
24	1.70576658	1.80872595	1.9176261	2.03279411	2.56330416	3.2251	4.04893464	5.00236695
25	1.74414632	1.8539441	1.97036082	2.09377793	2.66583633	3.386355	4.29187072	5.42743264
26	1.78338962	1.9002927	2.02454575	2.15659127	2.77246978	3.555673	4.54938296	5.80735292
27	1.82351588	1.94780002	2.08022075	2.22128901	2.88336858	3.733456	4.82234594	6.21386763
28	1.86454499	1.99649502	2.13742682	2.28792768	2.99870332	3.920129	5.1116867	6.64883836
29	1.90649725	2.04640739	2.19620606	2.35656551	3.11865145	4.116136	5.4183879	7.11425705
30	1.94939344	2.09756758	2.25660173	2.42726247	3.24339751	4.321942	5.74349117	7.61225504
31	1.99325479	2.15006677	2.31865828	2.50008035	3.37313341	4.538039	6.08810064	8.1451129
32	2.03810303	2.20375694	2.38242138	2.57508276	3.50805875	4.764941	6.45538668	8.7152708
33	2.08396034	2.25885086	2.44793797	2.65233524	3.6483811	5.003189	6.84058988	9.32533975
34	2.13084945	2.31532213	2.51525626	2.7319053	3.79431634	5.253348	7.25102528	9.97811354
35	2.17879356	2.37320519	2.58442581	2.81386245	3.94608899	5.516015	7.68608679	10.6765815
36	2.22781642	2.43253532	2.65549752	2.89827833	4.10393255	5.791816	8.147252	11.4239422
37	2.27794229	2.4933487	2.7285237	2.98522668	4.26808986	6.081407	8.63608712	12.2236182
38	2.32919599	2.55568242	2.8035581	3.07478348	4.43881345	6.385477	9.15425235	13.0792714
39	2.3816029	2.61957448	2.88065595	3.16702698	4.61636599	6.704751	9.70350579	13.9948204
40	2.43518897	2.68506384	2.95987399	3.26203779	4.80102063	7.039989	10.2857179	14.9744578
41	2.48998072	2.75219043	3.04127052	3.35989893	4.99306145	7.391988	10.902861	16.0226699
42	2.54600528	2.8209952	3.12490546	3.46069589	5.19278391	7.761588	11.5570327	17.1442568
43	2.6032904	2.89152008	3.21084036	3.56451677	5.40049527	8.149667	12.2504546	18.3443548
44	2.66186444	2.96380808	3.29913847	3.67145227	5.61651508	8.55715	12.9854819	19.6284596
45	2.72175639	3.03790328	3.38986478	3.78159584	5.84117568	8.985008	13.7646108	21.0024518
46	2.7829959	3.11385086	3.48308606	3.89504372	6.07482271	9.434258	14.5904875	22.4726234
47	2.84561331	3.19169713	3.57787093	4.01189503	6.31781562	9.905971	15.4659167	24.045707
48	2.90963961	3.27148956	3.67728988	4.13225188	6.57052824	10.40127	16.3938717	25.7289065
49	2.9751065	3.3532768	3.77841535	4.25621944	6.83334937	10.92133	17.377504	27.52993
50	3.0420464	3.43710872	3.88232177	4.38390602	7.10668335	11.4674	18.4201543	29.4570251
51	3.11049244	3.52303644	3.98908562	4.5154232	7.39095068	12.04077	19.5253635	31.5190168
52	3.18047852	3.61111235	4.09878547	4.6508859	7.68658871	12.64281	20.6968853	33.725348
53	3.25203929	3.70139016	4.21150208	4.79041247	7.99405226	13.27495	21.9386985	36.0861224
54	3.32521017	3.79392491	4.32731838	4.93412485	8.31381435	13.9387	23.2550204	38.6121509
55	3.4000274	3.88877303	4.44631964	5.08214859	8.64636692	14.63563	24.6503216	41.3150015

TABLA 11			"Monto de 1a Interés Cor"			TABLA 1			"Monto de 1a Interés Compuesto"		
N	0.08	0.09	0.1	0.11	0.12	0.13	0.14	0.15			
1	1.08	1.09	1.1	1.11	1.12	1.13	1.14	1.15			
2	1.1664	1.1881	1.21	1.2321	1.2544	1.2769	1.2996	1.3225			
3	1.259712	1.295029	1.331	1.367631	1.404928	1.442897	1.481544	1.520875			
4	1.36048896	1.41158161	1.4641	1.51807	1.57351936	1.63047361	1.68896016	1.74900625			
5	1.46932808	1.53862395	1.61051	1.685058	1.76234168	1.84243518	1.92541458	2.01135719			
6	1.58687432	1.67710011	1.771561	1.870415	1.97382269	2.08195175	2.19497262	2.31306077			
7	1.71382427	1.82803912	1.9487171	2.07616	2.21068411	2.35260548	2.50226879	2.66001988			
8	1.85093021	1.99256264	2.14358881	2.304538	2.47596318	2.65844419	2.85258642	3.05902286			
9	1.99900463	2.17189328	2.35794769	2.558037	2.77307876	3.00404194	3.25194852	3.51787629			
10	2.158925	2.36736367	2.59374246	2.839421	3.10584821	3.39456739	3.70722131	4.04555774			
11	2.331639	2.58042641	2.85311671	3.151757	3.47854999	3.83586115	4.2262323	4.6523914			
12	2.51817012	2.81266478	3.13842838	3.498451	3.89597599	4.3345231	4.81790482	5.35025011			
13	2.71962373	3.065800461	3.45227121	3.88328	4.36349311	4.8980111	5.49241149	6.15278762			
14	2.93719362	3.34172703	3.79749834	4.310441	4.88711229	5.53475255	6.2613491	7.07570576			
15	3.17216911	3.64248246	4.17724817	4.784589	5.47356576	6.25427038	7.13793798	8.13706163			
16	3.42594264	3.97030588	4.59497299	5.310894	6.13039365	7.06732553	8.1372493	9.35762087			
17	3.70001805	4.32763341	5.05447028	5.895093	6.86604089	7.98607785	9.2764642	10.761264			
18	3.9960195	4.711712042	5.55991731	6.543553	7.6899658	9.02426797	10.5751692	12.3754538			
19	4.31570106	5.14166125	6.11590904	7.263344	8.61276169	10.1974228	12.0556929	14.2317716			
20	4.66095714	5.60441077	6.72749995	8.062312	9.64629309	11.5230878	13.7434899	16.3665374			
21	5.03383372	6.10880774	7.40024994	8.949166	10.8038483	13.0210892	15.6675785	18.821518			
22	5.43654041	6.65860043	8.14027494	9.933574	12.1003101	14.7138308	17.8610394	21.6447457			
23	5.87146365	7.25787447	8.95430243	11.02627	13.5523473	16.6266288	20.361585	24.8914576			
24	6.34118074	7.91108317	9.84973268	12.23916	15.1786289	18.7880905	23.2122069	28.6251782			
25	6.8484752	8.62308066	10.8347059	13.58546	17.0000644	21.2305423	26.4619158	32.9189526			
26	7.39635321	9.39915792	11.9181765	15.07986	19.0400721	23.9905128	30.166584	37.5867955			
27	7.98806147	10.2450821	13.1099942	16.73865	21.3248808	27.1092794	34.3899058	43.5353148			
28	8.62710639	11.1671395	14.4209936	18.5799	23.8838665	30.6334858	39.2044926	50.0656121			
29	9.3172749	12.1721821	15.863093	20.62369	26.7499305	34.6158389	44.6931216	57.5754539			
30	10.0626569	13.2676785	17.4494023	22.8923	29.9599221	39.115898	50.9501586	66.2111772			
31	10.8676694	14.4617695	19.1943425	25.41045	33.5551128	44.2009647	58.0831808	76.1435378			
32	11.737083	15.7633288	21.1137767	28.2056	37.5817263	49.9479091	66.2148261	87.5650684			
33	12.6780496	17.1820284	23.2251544	31.30821	42.0915335	56.4402118	75.4849017	100.699829			
34	13.6901336	18.7284109	25.5476699	34.75212	47.1425175	63.7774394	86.052788	115.804803			
35	14.7853443	20.4139679	28.1024368	38.57485	52.7996196	72.0685065	98.1001783	133.175523			
36	15.9681718	22.251225	30.9126805	42.81808	59.1355739	81.4374123	111.834203	153.151852			
37	17.2456256	24.2538353	34.0039486	47.52807	66.2318428	92.0242759	127.490992	176.12463			
38	18.6252756	26.4366805	37.4043434	52.75616	74.1796639	103.987432	145.339731	202.543324			
39	20.1152977	28.8159817	41.1447778	58.55934	83.0812236	117.505798	165.687293	232.924823			
40	21.7245215	31.4094201	45.2592556	65.00087	93.0509704	132.781552	188.883514	267.863546			
41	23.4624832	34.2362679	49.7851811	72.15096	104.217087	150.043153	215.327206	308.043078			
42	25.3394819	37.317532	54.7636992	80.08757	116.723137	169.548763	245.473015	354.24954			
43	27.3666404	40.6761098	60.2400692	88.8972	130.729914	191.590103	279.839237	407.386971			
44	29.5559714	44.3369597	66.2640761	98.67589	146.417503	216.496816	319.01673	468.495017			
45	31.9204494	48.3272861	72.8904837	109.5302	163.987604	244.641402	363.679072	538.769269			
46	34.4740853	52.6767419	80.1795321	121.5786	183.666116	276.444784	414.594142	619.584659			
47	37.2320122	57.4176486	88.1974853	134.9522	205.70605	312.382606	472.637322	712.522358			
48	40.2105731	62.585237	97.0172338	149.797	230.390776	352.992345	538.806547	819.400712			
49	43.427419	68.2179083	106.718957	166.2746	258.037669	398.88135	614.239464	942.310819			
50	46.9016125	74.3575201	117.390853	184.5648	289.00219	450.735925	700.232988	1083.65744			
51	50.6537415	81.0496969	129.129938	204.867	323.682453	509.331595	798.265607	1246.20606			
52	54.7060408	88.3441696	142.042932	227.4023	362.524347	575.544703	910.022792	1433.13697			
53	59.0825241	96.2951449	156.247225	252.4166	406.027269	650.365514	1037.42598	1648.10751			
54	63.809126	104.961708	171.871948	280.1824	454.750541	734.913031	1182.66562	1895.32364			
55	68.9138561	114.408262	189.059142	311.0025	509.320606	830.451725	1348.23881	2179.62218			

TABLA 11

"Monto de 1a Interés Compuesto"

$s = (1 + i)^{n}$

N	0.16	0.17	0.18	0.19	0.2	0.21	0.22	0.23
1	1.16	1.17	1.18	1.19	1.2	1.21	1.22	1.23
2	1.3456	1.3689	1.3924	1.4161	1.44	1.4641	1.4884	1.5129
3	1.560896	1.601613	1.643032	1.685159	1.728	1.771561	1.815848	1.860867
4	1.81063936	1.87388721	1.93877776	2.00533921	2.0736	2.14358881	2.21533456	2.28886641
5	2.10034166	2.19244804	2.28775776	2.38635366	2.48832	2.59374246	2.70270816	2.81530568
6	2.43639632	2.5651642	2.69955415	2.83976086	2.985984	3.138428377	3.29730396	3.46282599
7	2.82621973	3.00124212	3.1854739	3.37931542	3.5831808	3.797498336	4.02271083	4.25927597
8	3.27841489	3.51145328	3.7588592	4.02138535	4.29881696	4.594972986	4.90770721	5.23890944
9	3.80296127	4.10840033	4.43545386	4.78544856	5.159780352	5.559917313	5.9874028	6.44385861
10	4.41143508	4.80682839	5.23383555	5.69468379	6.191736422	6.727499949	7.30463142	7.9259461
11	5.11726469	5.62398922	6.17592595	6.77667371	7.430083707	8.140274939	8.91165033	9.7489137
12	5.93602704	6.58006738	7.28759263	8.06424172	8.916100448	9.849732676	10.8722134	11.9911638
13	6.88579137	7.69867884	8.5993593	9.59644764	10.69932054	11.91817654	13.2641003	14.7491315
14	7.98751799	9.00745424	10.1472444	11.4197727	12.83918465	14.42099361	16.1822024	18.1414318
15	9.26552087	10.5387215	11.9737479	13.5895295	15.40702157	17.44940227	19.742287	22.3139611
16	10.7480042	12.3303041	14.1290225	16.1715401	18.48842589	21.11377675	24.0855901	27.4461722
17	12.4676849	14.4264558	16.6722466	19.2441327	22.18611107	25.54766986	29.3844199	33.7587917
18	14.4625145	16.8789533	19.6732509	22.900518	26.6233328	30.19286053	35.8489923	41.5233138
19	16.7765168	19.7483754	23.2144361	27.2516164	31.94799994	37.40434344	43.7357706	51.073676
20	19.4607595	23.1055992	27.3930346	32.4294235	38.33759992	45.25925557	53.3576401	62.8206215
21	22.574481	27.033551	32.3237808	38.5910139	46.00511991	54.76369924	65.0963209	77.2693645
22	26.1863979	31.6292547	38.1420614	45.9233066	55.20614389	66.26407608	79.4175115	95.0413183
23	30.3762216	37.006228	45.0076324	54.6487348	66.24737267	80.17953205	96.8893641	116.900822
24	35.236417	43.2972868	53.1090063	65.0319944	79.4968472	97.01723378	118.205024	143.78801
25	40.8742438	50.6578255	62.6686274	77.3880734	95.39621664	117.3908529	144.21013	176.859253
26	47.4141228	59.2696558	73.9489803	92.0918073	114.47546	142.042932	175.936358	217.536881
27	55.0003824	69.3454973	87.2597968	109.589251	137.370552	171.8719477	214.642357	267.570364
28	63.8004436	81.1342319	102.96656	130.411208	164.8446624	207.9650567	261.863675	329.11547
29	74.0085146	94.9270153	121.500541	155.189338	197.8135948	251.6377186	319.473684	404.807203
30	85.8498769	111.064665	143.370638	184.675312	237.3763138	304.4816395	389.757894	497.91286
31	99.5858572	129.945641	169.177353	219.783621	284.8515766	368.4227838	475.504631	612.432818
32	115.519594	152.036399	199.629277	261.51871	341.8218919	445.7915685	580.11565	753.292366
33	134.002729	177.882587	235.562547	311.207264	410.1862702	539.4077978	707.741093	926.54961
34	155.443166	208.122627	277.963805	370.336645	492.2235243	652.6834354	863.444133	1139.56502
35	180.314073	243.503474	327.99729	440.700607	590.6682292	789.7469568	1053.40184	1401.7769
36	209.164324	284.899064	387.036802	524.433722	708.801875	955.5938177	1285.15025	1724.18559
37	242.630616	333.331905	456.703427	624.076113	850.56225	1156.268519	1567.8833	2120.74828
38	281.451515	389.998329	538.910044	742.650594	1020.6747	1399.084909	1912.81763	2608.52038
39	326.483757	456.298045	635.913852	883.754207	1224.80964	1692.892739	2333.63751	3208.48007
40	378.721158	533.868713	750.378345	1051.66751	1469.771568	2048.400215	2847.03776	3946.43049
41	439.316544	624.626394	885.446447	1251.48433	1763.725882	2478.56426	3473.38607	4854.1095
42	509.607191	730.812881	1044.82681	1489.26636	2116.471058	2999.062754	4237.531	5970.55489
43	591.144341	855.051071	1232.89563	1772.22696	2539.765269	3628.865933	5169.78782	7343.78226
44	685.727436	1000.40975	1454.81685	2108.95009	3047.718323	4390.927778	6307.14114	9032.85218
45	795.443826	1170.47941	1716.68388	2509.6506	3657.261988	5313.022612	7694.71219	11110.4082
46	922.714838	1369.46091	2025.68698	2986.48422	4388.714386	6428.75736	9387.54887	13665.8021
47	1070.34921	1602.26927	2390.31063	3553.91622	5266.457263	7778.796406	11452.8096	16808.9365
48	1241.60509	1874.65504	2820.56655	4229.1603	6319.748715	9412.343651	13972.4277	20674.9919
49	1440.2619	2193.3464	3328.26853	5032.70076	7583.698458	11388.93582	17046.3618	25430.2401
50	1670.7038	2566.21528	3927.35686	5988.9139	9100.43815	13780.61234	20796.5615	31279.1953
51	1938.01641	3002.47188	4634.28109	7126.80754	10920.52578	16574.54093	25371.805	38473.4102
52	2248.09904	3512.8921	5468.45169	8480.90098	13104.63094	20176.19453	30953.6021	47322.2946
53	2607.79488	4110.08376	6452.773	10092.2722	15725.55712	24413.19538	37763.3945	58206.4224
54	3025.04207	4808.798	7614.27214	12009.8039	18870.66855	29539.96641	46071.3413	71593.8995
55	3509.0488	5626.29366	8984.84112	14291.6666	22644.80226	35743.35935	56207.0364	88060.4964

TABLA 111 "Valor Actual de 1 a Interés Compuesto" $(1+i)^{-n}$

N	0.0025	0.005	0.0075	0.01	0.0125	0.015	0.0175	0.02
1	0.99750623	0.99502488	0.99255583	0.99009901	0.98765432	0.98522167	0.98280098	0.98039216
2	0.99501869	0.9900745	0.98516708	0.98029605	0.97546106	0.96589777	0.96589777	0.96116878
3	0.99253734	0.98514876	0.97783333	0.97059015	0.96341833	0.94928528	0.94928528	0.94232233
4	0.99006219	0.98024752	0.97055417	0.96098034	0.95152428	0.93295851	0.93295851	0.92384543
5	0.98759321	0.97537067	0.9633292	0.95146569	0.93977708	0.91691254	0.91691254	0.90573081
6	0.98513038	0.97051808	0.95615802	0.94204524	0.92817488	0.90114254	0.90114254	0.88797138
7	0.9826737	0.96568963	0.94904022	0.93271805	0.91671593	0.88564378	0.88564378	0.87056018
8	0.98022314	0.9608852	0.9419754	0.92348322	0.90539845	0.87041157	0.87041157	0.85349037
9	0.97777869	0.95610468	0.93496318	0.91433982	0.89422069	0.85544135	0.85544135	0.83875527
10	0.97534034	0.95134794	0.92800315	0.90528695	0.88318093	0.8407286	0.8407286	0.82033483
11	0.97290807	0.94661487	0.92109494	0.89632372	0.87227746	0.82626889	0.82626889	0.80426304
12	0.97048187	0.94190534	0.91423815	0.88744923	0.8615086	0.81205788	0.81205788	0.78849318
13	0.96806171	0.93721924	0.90743241	0.8786626	0.85087269	0.79809128	0.79809128	0.77303253
14	0.96564759	0.93255646	0.90067733	0.86996297	0.84036809	0.7843649	0.7843649	0.75787502
15	0.96323949	0.92791688	0.89397254	0.86134947	0.82999318	0.77087459	0.77087459	0.74301473
16	0.9608374	0.92330037	0.88731766	0.85282126	0.81974635	0.75761631	0.75761631	0.72844581
17	0.9584413	0.91870684	0.88071231	0.84437749	0.80962602	0.74458605	0.74458605	0.71416258
18	0.95605117	0.91413616	0.87415614	0.83601731	0.79963064	0.7317799	0.7317799	0.70015937
19	0.953667	0.90958822	0.86764878	0.82773992	0.78975866	0.71919401	0.71919401	0.68643078
20	0.95128878	0.9050629	0.86118985	0.81954447	0.78000855	0.70682458	0.70682458	0.67297133
21	0.94891649	0.9005601	0.85477901	0.81143017	0.77037881	0.69466789	0.69466789	0.65977582
22	0.94655011	0.89607971	0.84841589	0.80339621	0.76086796	0.68272028	0.68272028	0.64683904
23	0.94418964	0.8916216	0.84210014	0.79544179	0.75147453	0.67097817	0.67097817	0.63415592
24	0.94183505	0.88718567	0.8358314	0.78756613	0.74219707	0.659438	0.659438	0.62172149
25	0.93948634	0.88277181	0.82960933	0.77976844	0.73303414	0.64809632	0.64809632	0.60953087
26	0.93713438	0.87837991	0.82343358	0.77204796	0.72398434	0.6369497	0.6369497	0.5957928
27	0.93480646	0.87400986	0.8173038	0.76440392	0.71504626	0.62599479	0.62599479	0.58586204
28	0.93247527	0.86966155	0.81121966	0.75683557	0.70621853	0.61522829	0.61522829	0.57437455
29	0.9301499	0.86533488	0.8051808	0.74934215	0.69749978	0.60464697	0.60464697	0.56311231
30	0.92783032	0.86102973	0.7991869	0.74192292	0.68888867	0.59424764	0.59424764	0.55207089
31	0.92551653	0.856746	0.79323762	0.73457715	0.68038387	0.58402716	0.58402716	0.54124597
32	0.92320851	0.85248358	0.78733262	0.72730411	0.67198407	0.57398247	0.57398247	0.5306333
33	0.92090624	0.84824237	0.78147158	0.72010307	0.66368797	0.56411053	0.56411053	0.52022873
34	0.91860972	0.84402226	0.77565418	0.71297334	0.65549429	0.55440839	0.55440839	0.51002817
35	0.91631892	0.83982314	0.76988008	0.7059142	0.64740177	0.54487311	0.54487311	0.50002761
36	0.91403384	0.83564492	0.76414896	0.69892495	0.63940916	0.53550183	0.53550183	0.49022315
37	0.91175445	0.83148748	0.75846051	0.6920049	0.63151522	0.52629172	0.52629172	0.48061093
38	0.90948075	0.82735073	0.75281144	0.68515337	0.62371873	0.51724002	0.51724002	0.47118719
39	0.90721272	0.82323455	0.74721032	0.67836967	0.6160185	0.508344	0.508344	0.46194822
40	0.90495034	0.81913886	0.74164796	0.67165314	0.60841334	0.49960098	0.49960098	0.45289042
41	0.90269361	0.81506354	0.73612701	0.66500311	0.60090206	0.49100834	0.49100834	0.44401021
42	0.9004425	0.8110085	0.73064716	0.65841892	0.59348352	0.48256348	0.48256348	0.43530413
43	0.89819701	0.80697363	0.72520809	0.65189992	0.58615656	0.47426386	0.47426386	0.42676875
44	0.89595712	0.80295884	0.71980952	0.64544546	0.57892006	0.46610699	0.46610699	0.41840074
45	0.89372281	0.79896402	0.71445114	0.63905492	0.5717729	0.4580904	0.4580904	0.4101968
46	0.89149407	0.79498907	0.70913264	0.63272764	0.56471397	0.4502117	0.4502117	0.40215373
47	0.8892709	0.7910339	0.70385374	0.62646301	0.55774219	0.4424685	0.4424685	0.39426836
48	0.88705326	0.78709841	0.69861414	0.62026041	0.55085649	0.43485848	0.43485848	0.38653761
49	0.88484116	0.7831825	0.69341353	0.61411921	0.54405579	0.42737934	0.42737934	0.37895844
50	0.88263457	0.77928607	0.68825165	0.60803882	0.53733905	0.42002883	0.42002883	0.37152788
51	0.88043349	0.77540902	0.68312819	0.60201864	0.53070524	0.41280475	0.41280475	0.36424302
52	0.8782379	0.77155127	0.67804286	0.59605806	0.52415332	0.40570492	0.40570492	0.357101
53	0.87604778	0.7677127	0.6729954	0.5915649	0.51768229	0.39872719	0.39872719	0.35009902
54	0.87386312	0.76389324	0.66798551	0.58431336	0.51129115	0.39186947	0.39186947	0.34323433
55	0.87168391	0.76009277	0.66301291	0.57852808	0.50497892	0.3851297	0.3851297	0.33650425

TABLA 111 "Valor Actual de 1 a Interés Compuesto" $(1+i)^{-n}$

N	0.0225	0.025	0.0275	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07
1	0.97799511	0.97560976	0.97323601	0.97087379	0.96153846	0.952381	0.94339623	0.93457944
2	0.95647444	0.95181444	0.94718833	0.94259591	0.92455621	0.907029	0.88999644	0.87343873
3	0.93542732	0.92859941	0.92183779	0.91514166	0.88996836	0.863838	0.83961928	0.81629788
4	0.91484335	0.90595064	0.89716573	0.88848705	0.85480419	0.822702	0.79209366	0.76289521
5	0.89471232	0.88385429	0.873154	0.86260878	0.82192711	0.783528	0.74725817	0.71298618
6	0.87502427	0.86229687	0.84978491	0.83748426	0.79031453	0.746215	0.70496054	0.66634222
7	0.85576946	0.84126524	0.82704128	0.81309151	0.75991781	0.710681	0.66505711	0.62274974
8	0.83693835	0.82074657	0.80490635	0.78940923	0.73069021	0.676839	0.62741237	0.5820091
9	0.81852161	0.80072836	0.78336385	0.76641673	0.70258674	0.644609	0.59189846	0.54393374
10	0.80051013	0.7811984	0.76239791	0.74409391	0.67556417	0.613913	0.55839478	0.50834929
11	0.78289499	0.76214478	0.7419931	0.72242128	0.64958093	0.584679	0.52678753	0.4750928
12	0.76566748	0.74355589	0.7221344	0.70137988	0.62459705	0.556837	0.49696936	0.44401196
13	0.74881905	0.72542038	0.7028072	0.68095134	0.60057409	0.530321	0.46883902	0.41496445
14	0.73234137	0.7077272	0.68399728	0.66111781	0.57747508	0.505068	0.44230096	0.38781724
15	0.71622628	0.69046556	0.66569078	0.64186195	0.5552645	0.481017	0.41726506	0.36244602
16	0.70046558	0.67362493	0.64787424	0.62316694	0.53390818	0.458112	0.39364628	0.3387346
17	0.68505212	0.65719506	0.63053454	0.60501645	0.51337325	0.436297	0.37136442	0.31657439
18	0.66997763	0.64116591	0.61365892	0.58739461	0.49362812	0.415521	0.35034379	0.29586392
19	0.65523484	0.62552772	0.59723496	0.57028603	0.47464242	0.395734	0.33051301	0.27650833
20	0.64081647	0.61027094	0.58125057	0.55367575	0.45638695	0.376889	0.31180473	0.258419
21	0.62671538	0.59538629	0.56569398	0.53754928	0.4388336	0.358942	0.2941554	0.24151309
22	0.61292457	0.58086467	0.55055375	0.5218925	0.42195539	0.34185	0.2775051	0.22571317
23	0.59943724	0.56669724	0.53581874	0.50669175	0.40572633	0.325571	0.26179726	0.21094688
24	0.58624668	0.55287535	0.52147809	0.49193374	0.39012147	0.310068	0.24697855	0.19714662
25	0.57334639	0.53939059	0.50752126	0.47760557	0.3751168	0.295303	0.23299863	0.18424918
26	0.56072997	0.52623472	0.49393796	0.46369473	0.36068923	0.281241	0.21981003	0.17219549
27	0.54839117	0.51339973	0.48071821	0.45018906	0.34681657	0.267848	0.20736795	0.16093037
28	0.53632388	0.50087778	0.46785227	0.43707675	0.33347747	0.255094	0.19563014	0.15040221
29	0.52452213	0.48866125	0.45533068	0.42434636	0.32065141	0.242946	0.18455674	0.14056282
30	0.51298008	0.47674269	0.44314421	0.41198676	0.30831867	0.231377	0.17411013	0.13136712
31	0.50169201	0.46511481	0.43128391	0.39998715	0.29646026	0.220359	0.16425484	0.12277301
32	0.49065233	0.45377055	0.41974103	0.38833703	0.28505794	0.209866	0.1549574	0.11474113
33	0.47985558	0.44270298	0.40850708	0.37702625	0.27409417	0.199873	0.14618622	0.1072347
34	0.46929641	0.43190534	0.3975738	0.3660449	0.26355209	0.190355	0.13791153	0.10021934
35	0.4589696	0.42137107	0.38693314	0.3553834	0.25341547	0.18129	0.13010522	0.09366294
36	0.44887002	0.41109372	0.37657727	0.34503243	0.24366872	0.172657	0.12274077	0.08753546
37	0.43899268	0.40106705	0.36649856	0.33498294	0.23429685	0.164436	0.11579318	0.08180884
38	0.4293327	0.39128492	0.35668959	0.32522615	0.22528543	0.156605	0.10923885	0.07645686
39	0.41988528	0.38174139	0.34714316	0.31575355	0.21662061	0.149148	0.10305552	0.07145501
40	0.41064575	0.37243062	0.33785222	0.30655684	0.20828904	0.142046	0.09722219	0.06678038
41	0.40160954	0.36334695	0.32880995	0.297628	0.20027793	0.135282	0.09171905	0.06241157
42	0.39277216	0.35448483	0.32000968	0.28895922	0.19257493	0.12884	0.0865274	0.05832857
43	0.38412925	0.34583886	0.31144495	0.28054294	0.1851682	0.122704	0.08162962	0.05451268
44	0.37567653	0.33740376	0.30310944	0.27237178	0.17804635	0.116861	0.07700908	0.05094643
45	0.36740981	0.3291744	0.29499702	0.26443862	0.17119841	0.111297	0.07265007	0.04761349
46	0.359325	0.32114576	0.28710172	0.25673653	0.16461386	0.105997	0.06853781	0.04449859
47	0.35141809	0.31331294	0.27941773	0.24925876	0.15828256	0.100949	0.06465831	0.04158747
48	0.34368518	0.30567116	0.2719394	0.2419988	0.15219476	0.096142	0.0609984	0.03886679
49	0.33612242	0.29821576	0.26466122	0.23495029	0.14634112	0.091564	0.05754566	0.0363241
50	0.32872608	0.29094221	0.25757783	0.22810708	0.14071262	0.087204	0.05428836	0.03394776
51	0.32149225	0.28384606	0.25068402	0.22146318	0.13530059	0.083051	0.05121544	0.03172688
52	0.3144181	0.27692298	0.24397471	0.2150128	0.13009672	0.079096	0.04831645	0.02965129
53	0.30749936	0.27016876	0.23744497	0.20875029	0.125093	0.07533	0.04558156	0.02771148
54	0.30073287	0.26357928	0.23109	0.20267019	0.12028173	0.071743	0.04300147	0.02589558
55	0.29411528	0.25715052	0.22490511	0.19676717	0.11565551	0.068326	0.04056742	0.02420428

TABLA 111 "Valor Actual de 1 a Interés Compuesto" $(1+i)^{-n}$

N	0.08	0.09	0.1	0.11	0.12	0.13	0.14	0.15
1	0.92592593	0.91743119	0.90909091	0.900901	0.89285714	0.88495575	0.87719298	0.86956522
2	0.85733882	0.84167999	0.82644628	0.8116222	0.79719388	0.78314668	0.76946753	0.75614367
3	0.79383224	0.77218348	0.7513148	0.7311192	0.71178025	0.69305016	0.67497152	0.65751623
4	0.73502985	0.70842521	0.68301346	0.658731	0.63551808	0.61331873	0.59208028	0.57175325
5	0.6805832	0.64993139	0.62092132	0.593451	0.56742686	0.54275994	0.51936866	0.49717674
6	0.63016963	0.59626733	0.56447393	0.534641	0.50663112	0.48031853	0.45558655	0.4323278
7	0.5834904	0.54703424	0.51315812	0.481658	0.45234922	0.42506064	0.39963732	0.37593704
8	0.54026888	0.50186628	0.46650738	0.433926	0.40388323	0.37615986	0.35055905	0.32690177
9	0.50024897	0.46042778	0.42409762	0.390925	0.36061002	0.33288483	0.30750794	0.28426241
10	0.46319349	0.42241081	0.38554329	0.352184	0.32197324	0.29458835	0.26974381	0.24718471
11	0.42888286	0.38753285	0.3504939	0.317283	0.2874761	0.26069765	0.23661738	0.21494322
12	0.39711137	0.35553473	0.31863082	0.285841	0.25667509	0.23070589	0.2075591	0.18690715
13	0.36769792	0.32617865	0.28966438	0.257514	0.22917419	0.2041645	0.18206939	0.16252796
14	0.34046104	0.29924647	0.26333125	0.231995	0.20461981	0.18067655	0.15970999	0.14132868
15	0.3152417	0.27453804	0.23939205	0.209004	0.18269626	0.15989075	0.14009648	0.12289449
16	0.29189047	0.25186976	0.21762914	0.188292	0.16312166	0.14149624	0.12289165	0.10686477
17	0.27026895	0.23107318	0.19784467	0.169633	0.14564434	0.12521791	0.10779969	0.09292589
18	0.25024903	0.21199374	0.17985879	0.152822	0.13003959	0.11081231	0.09456113	0.08080512
19	0.23171206	0.19448967	0.16350799	0.137678	0.11610678	0.09806399	0.08294836	0.07026532
20	0.21454821	0.17843089	0.14864363	0.124034	0.10366677	0.08678229	0.07278172	0.06110028
21	0.19865575	0.16369806	0.13513057	0.111742	0.09255961	0.07679849	0.06382607	0.05313068
22	0.18394051	0.15018171	0.12284597	0.100669	0.08264251	0.06796327	0.05598778	0.04620059
23	0.17031528	0.13778139	0.11167816	0.090693	0.07378796	0.06014448	0.04911209	0.04017443
24	0.15769934	0.12640494	0.1015256	0.081705	0.0658821	0.05322521	0.04308078	0.03493428
25	0.1460179	0.11596784	0.092296	0.073608	0.05882331	0.04710195	0.03779016	0.03037764
26	0.13520176	0.10639251	0.08390545	0.066314	0.05252081	0.04168314	0.03314926	0.02641534
27	0.12518682	0.09760781	0.07627768	0.059742	0.04689358	0.03688774	0.0290783	0.02296986
28	0.11591372	0.08954845	0.06934335	0.053822	0.04186927	0.03264402	0.02550728	0.01997379
29	0.10732752	0.08215454	0.06303941	0.048488	0.03738327	0.02888851	0.02237481	0.01736851
30	0.09937733	0.07537114	0.05730855	0.043683	0.03337792	0.02556505	0.01962702	0.01510305
31	0.09201605	0.06914783	0.05209868	0.039354	0.02980172	0.02262394	0.01721669	0.01313309
32	0.08520005	0.06343838	0.04736244	0.035454	0.02660668	0.02021119	0.01510236	0.01142008
33	0.07888893	0.05820035	0.04305676	0.03194	0.02375775	0.01771786	0.01324768	0.0099305
34	0.07304531	0.05339481	0.03914251	0.028775	0.02121227	0.01567953	0.01162077	0.00863522
35	0.06763454	0.04898607	0.0355841	0.025924	0.01893953	0.01387569	0.01019366	0.00750889
36	0.06262458	0.04494135	0.03234918	0.023355	0.01691029	0.01227937	0.00894181	0.00652947
37	0.05798572	0.04123059	0.02940835	0.02104	0.01509848	0.0108667	0.00784369	0.0056778
38	0.05369048	0.03782623	0.02673486	0.018955	0.01348078	0.00961655	0.00688043	0.00493722
39	0.04971341	0.03470296	0.02430442	0.017077	0.01203641	0.00851022	0.00603547	0.00429323
40	0.04603093	0.03183758	0.02209493	0.015384	0.0107468	0.00753117	0.00529427	0.00373324
41	0.04262123	0.02920879	0.0200863	0.01386	0.00959536	0.00666475	0.0046441	0.0032463
42	0.03946411	0.02679706	0.01826027	0.012486	0.00856728	0.00589801	0.00407377	0.00282287
43	0.03654084	0.02458446	0.01660025	0.011249	0.00764936	0.00521948	0.00357348	0.00245467
44	0.03383411	0.02255455	0.01509113	0.010134	0.00682978	0.00461901	0.00313463	0.00213449
45	0.03132788	0.02069224	0.01371921	0.00913	0.00609802	0.00408762	0.00274968	0.00185608
46	0.0290073	0.01898371	0.01247201	0.008225	0.00544466	0.00361736	0.002412	0.00161398
47	0.02685861	0.01741625	0.01133819	0.00741	0.00486131	0.0032012	0.00211579	0.00140346
48	0.02486908	0.01597821	0.01030745	0.006676	0.00434045	0.00283292	0.00185595	0.00122004
49	0.02302693	0.01465891	0.00937041	0.006014	0.0038754	0.00250701	0.00162803	0.00106122
50	0.02132123	0.01344854	0.00851855	0.005418	0.00346018	0.00221859	0.0014281	0.0009228
51	0.01974188	0.01233811	0.00774414	0.004881	0.00308945	0.00196336	0.00125272	0.00080244
52	0.01827952	0.01131937	0.00704013	0.004397	0.00275844	0.00173748	0.00109887	0.00069777
53	0.01692548	0.01038474	0.00640011	0.003962	0.00246289	0.00153376	0.00096392	0.00060678
54	0.01567174	0.00952728	0.00581829	0.003569	0.00219901	0.00136071	0.00084555	0.00052761
55	0.01451087	0.00874063	0.00528935	0.003215	0.0019634	0.00120416	0.00074171	0.0004588

TABLA 111

"Valor Actual de 1 a Interés Compuesto"

(1 + i)⁻ⁿ

N	0.16	0.17	0.18	0.19	0.2	0.21	0.22	0.23
1	0.86206897	0.85470085	0.84745763	0.84033613	0.83333333	0.826446281	0.81967213	0.81300813
2	0.7431629	0.73051355	0.71818443	0.70616482	0.694444444	0.683013455	0.6718624	0.66098222
3	0.64065767	0.62437056	0.60863087	0.59341581	0.578703704	0.56447393	0.55070689	0.53738392
4	0.5522911	0.53365005	0.51578888	0.49866875	0.482253086	0.46650738	0.45139909	0.43689742
5	0.47611302	0.45611115	0.43710922	0.41904937	0.401877572	0.385543289	0.36999925	0.35520122
6	0.41044225	0.38983859	0.37043154	0.35214233	0.334897977	0.318630818	0.30327808	0.28878148
7	0.35382953	0.33319538	0.31329203	0.29591792	0.279081647	0.263331254	0.24858859	0.23478169
8	0.30502546	0.28478237	0.26603816	0.24867052	0.232568039	0.217629136	0.20378114	0.19087942
9	0.26295298	0.24340374	0.22545607	0.20896683	0.193806699	0.17985879	0.16701733	0.15518652
10	0.2266836	0.20803738	0.19106447	0.17560238	0.161505583	0.148643628	0.13689945	0.1261679
11	0.1954169	0.17780973	0.16191904	0.14756502	0.134587986	0.122845974	0.11221266	0.10257553
12	0.16846284	0.15197413	0.13721953	0.12400422	0.112156655	0.101525598	0.09197759	0.08339474
13	0.14522659	0.12989242	0.11628773	0.10420523	0.093463879	0.083905453	0.07539147	0.0678006
14	0.12519534	0.11101916	0.09854893	0.08756742	0.077886566	0.069343349	0.06179629	0.05512244
15	0.10792701	0.09488817	0.08351604	0.07358606	0.064905472	0.057308553	0.05065269	0.04481499
16	0.09304053	0.081101	0.0707763	0.06183703	0.054087893	0.047362441	0.0415186	0.03643495
17	0.08020735	0.06931709	0.05997922	0.05196389	0.045073244	0.039142513	0.03403164	0.02962191
18	0.06914427	0.05924538	0.05083044	0.04366713	0.037561037	0.032349184	0.02789479	0.02408286
19	0.05960713	0.05063708	0.04307684	0.03669507	0.031300864	0.026734883	0.02286458	0.01957958
20	0.05138546	0.04327955	0.03650563	0.03083619	0.026084053	0.022094928	0.01874146	0.01591834
21	0.04429781	0.03699107	0.03093698	0.02591277	0.021736711	0.018260271	0.01536185	0.01294174
22	0.03818776	0.0316163	0.02621778	0.02177544	0.018113926	0.015091133	0.01259168	0.01052174
23	0.03292049	0.02702248	0.02221845	0.01829869	0.015094938	0.012472011	0.01032105	0.00855426
24	0.02837973	0.02309614	0.0188292	0.01537705	0.012579115	0.010307447	0.00845988	0.00695468
25	0.02446528	0.01974029	0.01595695	0.01292189	0.010482596	0.008518551	0.00693433	0.00565421
26	0.02109076	0.01687204	0.01352284	0.01058573	0.008735497	0.007040125	0.00568387	0.00459692
27	0.01818169	0.01442055	0.01146003	0.00912498	0.007279581	0.005818285	0.00465891	0.00373733
28	0.01567387	0.01232525	0.00971189	0.00766805	0.006066317	0.0048085	0.00381878	0.00303848
29	0.01351196	0.0105344	0.00823042	0.00644374	0.005055264	0.003973967	0.00313015	0.00247031
30	0.01164824	0.00900376	0.00697493	0.00541491	0.00421272	0.00328427	0.0025657	0.00200838
31	0.01004159	0.00769553	0.00591096	0.00455034	0.0035106	0.002714273	0.00210303	0.00163283
32	0.00865654	0.00657737	0.00500929	0.00382382	0.0029255	0.00243201	0.00172379	0.00132751
33	0.00746253	0.00562169	0.00424516	0.00321329	0.002437917	0.001853885	0.00141295	0.00107927
34	0.00643322	0.00480486	0.00359759	0.00270025	0.002031597	0.001532138	0.00115815	0.00087746
35	0.00554588	0.00410672	0.00304881	0.00226911	0.001692998	0.00126628	0.00094931	0.00071338
36	0.00478093	0.00351002	0.00258373	0.00190682	0.001410831	0.00104647	0.00077812	0.00057998
37	0.00412149	0.00300001	0.0021896	0.00160237	0.001175693	0.000864851	0.0006378	0.00047153
38	0.00355301	0.00256411	0.0018556	0.00134653	0.000979744	0.000714753	0.00052279	0.00038336
39	0.00306294	0.00219155	0.00157254	0.00113154	0.000816453	0.000590705	0.00042852	0.00031167
40	0.00264047	0.00187312	0.00133266	0.00095087	0.000680378	0.000488186	0.00035124	0.00025339
41	0.00227626	0.00160096	0.00112937	0.00079905	0.000566982	0.000403459	0.0002879	0.00020601
42	0.0019623	0.00136834	0.0009571	0.00067147	0.000472485	0.000333438	0.00023599	0.00016749
43	0.00169163	0.00116952	0.0008111	0.00056426	0.000393737	0.000275568	0.00019343	0.00013617
44	0.00145831	0.00099599	0.00068737	0.00047417	0.000328114	0.000227742	0.00015855	0.00011071
45	0.00125716	0.00085435	0.00058252	0.00039846	0.000273429	0.000188217	0.00012996	9.0006E-05
46	0.00108376	0.00073021	0.00049366	0.00033484	0.000227857	0.000155551	0.00010652	7.3175E-05
47	0.00093427	0.00062411	0.00041836	0.00028138	0.000189881	0.000128555	8.7315E-05	5.9492E-05
48	0.00080541	0.00053343	0.00035454	0.00023645	0.000158234	0.000106243	7.157E-05	4.8368E-05
49	0.00069432	0.00045592	0.00030046	0.0001987	0.000131862	8.7804E-05	5.8664E-05	3.9323E-05
50	0.00059855	0.00038968	0.00025462	0.00016698	0.000109885	7.25657E-05	4.8085E-05	3.197E-05
51	0.00051599	0.00033306	0.00021578	0.00014032	9.157077E-05	5.99717E-05	3.9414E-05	2.5992E-05
52	0.00044482	0.00028467	0.00018287	0.00011791	7.63089E-05	4.95634E-05	3.2306E-05	2.1132E-05
53	0.00038347	0.0002433	0.00015497	9.9086E-05	6.35908E-05	4.09615E-05	2.6481E-05	1.718E-05
54	0.00033057	0.00020795	0.00013133	8.3265E-05	5.29923E-05	3.38524E-05	2.1705E-05	1.3968E-05
55	0.00028498	0.00017774	0.0001113	6.9971E-05	4.41602E-05	2.79772E-05	1.7791E-05	1.1356E-05

TABLA 1V "Monto de una anualidad de 1 a Interés Compuesto" $[(1+i)^n - 1] / i$

N	0.0025	0.005	0.0075	0.01	0.0125	0.015	0.0175	0.02
1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2.0025	2.005	2.0075	2.01	2.0125	2.015	2.0175	2.02
3	3.00750625	3.015025	3.02255625	3.0301	3.03765625	3.045225	3.05280625	3.0604
4	4.01502502	4.03010012	4.04522542	4.060401	4.07562695	4.09090337	4.10623036	4.121608
5	5.02502658	5.05025063	5.07556461	5.10100501	5.12657229	5.15226693	5.17880939	5.20440416
6	6.03762523	6.07550188	6.11363135	6.15201506	6.19065444	6.22955093	6.26870596	6.30812096
7	7.0527193	7.10587939	7.15948358	7.21353521	7.26803762	7.32299419	7.37840831	7.43428338
8	8.0703511	8.14140879	8.21317971	8.28567056	8.35888809	8.43283911	8.50753045	8.58299605
9	9.09052697	9.18211583	9.27477856	9.36852727	9.4633742	9.55933169	9.65641224	9.75462843
10	10.1132533	10.2280264	10.3443394	10.4622125	10.5816664	10.7027217	10.8253995	10.949721
11	11.1385364	11.2791665	11.4219219	11.5668347	11.7139372	11.8632625	12.0148439	12.1687154
12	12.1663828	12.3355624	12.5075864	12.682503	12.8603614	13.0412114	13.2251037	13.4120697
13	13.1967987	13.3972402	13.6013933	13.809328	14.0211159	14.2368296	14.456543	14.6803315
14	14.2297907	14.4642264	14.7034037	14.9474213	15.1963799	15.450382	15.7095325	15.9739382
15	15.2653652	15.5385475	15.8136792	16.0968955	16.3863346	16.6821378	16.9844493	17.2934169
16	16.3035286	16.6142303	16.9322818	17.2578645	17.5911638	17.9323698	18.2816772	18.6392853
17	17.3442874	17.6973014	18.0592739	18.4304431	18.8110534	19.2013554	19.6016066	20.012071
18	18.3876481	18.7857879	19.1947185	19.6147476	20.0461915	20.4893757	20.9446347	21.4123124
19	19.4336173	19.8797189	20.3386789	20.810895	21.2967689	21.7987184	22.3111658	22.8405586
20	20.4822013	20.9791154	21.491219	22.019004	22.5629785	23.1236671	23.7016112	24.2973698
21	21.5334068	22.084011	22.6524031	23.239194	23.8450158	24.4705221	25.1163894	25.7833172
22	22.5872403	23.1944311	23.8222961	24.471586	25.1430785	25.8375799	26.5559262	27.2989835
23	23.6437084	24.3104032	25.0009634	25.7163018	26.4573669	27.2251436	28.0206549	28.8449632
24	24.7028177	25.4319552	26.1884706	26.9734649	27.788084	28.6335208	29.5110164	30.4218625
25	25.7645747	26.559115	27.3848841	28.2431995	29.1354351	30.0630236	31.0274592	32.0302997
26	26.8289862	27.6919106	28.5902707	29.5256315	30.499628	31.513969	32.5704397	33.6709057
27	27.8960587	28.8303701	29.8046978	30.8208878	31.8808734	32.9866785	34.1404224	35.3443238
28	28.9657988	29.974522	31.028233	32.1290967	33.2793843	34.4814787	35.7378798	37.0512103
29	30.0382133	31.124946	32.2609448	33.4503877	34.6953766	35.9987009	37.3632927	38.7922345
30	31.1133088	32.2800166	33.5029018	34.7848915	36.1290688	37.5386814	39.0171503	40.5680782
31	32.1910921	33.4414167	34.7541736	36.1327404	37.5806822	39.1017616	40.6999504	42.3794408
32	33.2715698	34.6086237	36.0148299	37.4940679	39.0504407	40.688288	42.4121996	44.2270298
33	34.3547488	35.7816669	37.2849411	38.8690085	40.5385712	42.2986123	44.154413	46.1115702
34	35.4406356	36.9605752	38.5645782	40.2576986	42.0453033	43.9330915	45.9271153	48.0338016
35	36.5292372	38.1453781	39.8538125	41.6602756	43.5708696	45.5920879	47.7303898	49.9944778
36	37.6205603	39.336105	41.1527161	43.0768784	45.1155055	47.2759692	49.5661295	51.9943672
37	38.7146117	40.5327855	42.4613615	44.5076471	46.6794493	48.9851087	51.4333568	54.0342545
38	39.8113982	41.7354494	43.7798217	45.9527236	48.2629424	50.7198854	53.3336236	56.1149396
39	40.9109267	42.9441267	45.1081704	47.4122509	49.8662292	52.4806837	55.2669621	58.2372384
40	42.0132041	44.1588473	46.4464816	48.8863734	51.4895571	54.2678939	57.2341339	60.4019832
41	43.1182371	45.3796415	47.7948303	50.3752371	53.1331765	56.0819123	59.2357312	62.6100228
42	44.2260327	46.6065397	49.1532915	51.8789895	54.7973412	57.923141	61.2723565	64.8622233
43	45.3365977	47.8395724	50.5219412	53.3977794	56.482308	59.7919881	63.3446228	67.1594878
44	46.4499392	49.0787703	51.9008557	54.9317572	58.1883369	61.6888679	65.4531537	69.5026571
45	47.5666041	50.3241642	53.2901121	56.4810747	59.9156911	63.614201	67.5985839	71.8927103
46	48.6849792	51.575785	54.689788	58.0458855	61.6646372	65.568414	69.7815591	74.3305645
47	49.8066917	52.8336639	56.0999614	59.6263443	63.4354452	67.5519402	72.0027364	76.8171758
48	50.9312084	54.0978322	57.5207111	61.2226078	65.2283682	69.562193	74.2627843	79.3531993
49	52.0585364	55.3683214	58.9521164	62.8348338	67.0437431	71.6086976	76.562383	81.9405897
50	53.1886828	56.645163	60.3942573	64.4631822	68.8817899	73.682828	78.9022247	84.5794015
51	54.3216545	57.9283888	61.8472142	66.107814	70.7428123	75.7880705	81.2830136	87.2709855
52	55.4574586	59.2180307	63.3110684	67.7688921	72.6270974	77.9248915	83.7054663	90.0164093
53	56.5961023	60.5141209	64.7859014	69.4465811	74.5349361	80.0937649	86.170312	92.8167375
54	57.7375925	61.8166915	66.2717956	71.1410469	76.4666228	82.2951714	88.6782925	95.6730722
55	58.8819365	63.125775	67.7688341	72.8524573	78.4224556	84.5295989	91.2301626	98.5865337

TABLA 1V "Monto de una anualidad de 1 a Interés Compuesto" $[(1+i)^n - 1] / i$

N	0.0225	0.025	0.0275	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07
1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2.0225	2.025	2.0275	2.03	2.04	2.05	2.06	2.07
3	3.06800625	3.075625	3.08325625	3.0909	3.1216	3.1525	3.1836	3.2149
4	4.13703639	4.15251562	4.1680458	4.183627	4.246464	4.310125	4.374616	4.439943
5	5.23011971	5.25632852	5.28266706	5.30913581	5.41632256	5.52663125	5.63709296	5.75073901
6	6.34777974	6.38773673	6.4279404	6.46840988	6.63297546	6.80191281	6.97531854	7.15329074
7	7.49062284	7.54743015	7.60470876	7.66246218	7.89829448	8.14200845	8.39383765	8.65402109
8	8.65916186	8.7361159	8.81383825	8.89233605	9.21422626	9.54910888	9.89746791	10.2598026
9	9.853993	9.9545188	10.0562188	10.1591061	10.5827953	11.0265643	11.491316	11.9779887
10	11.0757078	11.2033818	11.3327648	11.4638793	12.0061071	12.5778925	13.1807949	13.816448
11	12.3249113	12.4834663	12.6444159	12.8077957	13.4863514	14.2067872	14.9716426	15.7835993
12	13.6022218	13.795553	13.9921373	14.1920296	15.0258055	15.91771265	16.8699412	17.8884513
13	14.9082718	15.1404418	15.3769211	15.6177904	16.6268377	17.7129828	18.8821377	20.1406429
14	16.2437079	16.5189528	16.7997864	17.0863242	18.2919112	19.598632	21.0150659	22.5504879
15	17.6091913	17.9319267	18.2617805	18.5989139	20.0235876	21.5785636	23.2759699	25.129022
16	19.0053981	19.3802248	19.7639795	20.1568813	21.8245311	23.6574918	25.6725281	27.8880536
17	20.4330196	20.8647304	21.3074889	21.7615877	23.6975124	25.8403664	28.2128798	30.8402173
18	21.8927625	22.3863487	22.8934449	23.4144354	25.6454129	28.1323847	30.9056525	33.9903325
19	23.3853497	23.9460074	24.5230146	25.1168684	27.6712294	30.5390039	33.7599917	37.3789648
20	24.91152	25.5446576	26.1973975	26.8703745	29.7780786	33.0659541	36.7855912	40.9954923
21	26.4720292	27.1832741	27.9178259	28.6764857	31.9692017	35.7192518	39.9927267	44.8651768
22	28.0676499	28.8628559	29.6855661	30.5367803	34.2479698	38.5052144	43.3922903	49.0057392
23	29.699172	30.5844273	31.5019192	32.4528837	36.6178886	41.4304751	46.9958277	53.4361409
24	31.3674034	32.349038	33.368222	34.4264702	39.0826041	44.5019989	50.8155774	58.1766708
25	33.073717	34.1577639	35.2858481	36.4592643	41.6459083	47.7270988	54.864512	63.2490377
26	34.8173163	36.011708	37.2562089	38.5530423	44.3117446	51.1134538	59.1563827	68.6764704
27	36.6007029	37.9120007	39.2807547	40.7096335	47.0842144	54.6691264	63.7057657	74.4838233
28	38.4242218	39.8598008	41.3609754	42.9309225	49.967583	58.4025828	68.5281116	80.6976909
29	40.2887668	41.8562958	43.4984022	45.2188502	52.9682863	62.3227119	73.6397983	87.3465293
30	42.195264	43.9027032	45.6946083	47.5754157	56.0849378	66.4388475	79.0581862	94.4607863
31	44.1446575	46.0002707	47.95121	50.0026782	59.3283353	70.7607899	84.8016774	102.073041
32	46.1379123	48.1502775	50.2698683	52.5027585	62.7014687	75.2988294	90.899778	110.218154
33	48.1760153	50.3540344	52.6522897	55.0778413	66.2095274	80.0637708	97.3431647	118.933425
34	50.2599756	52.6128853	55.1002277	57.7301765	69.8579085	85.0669594	104.183755	128.258765
35	52.3908251	54.9282074	57.6154839	60.4620818	73.6522249	90.3203074	111.43478	138.236878
36	54.5696186	57.3014126	60.1999097	63.2759443	77.5983138	95.8363227	119.120867	148.91348
37	56.7974351	59.7339479	62.8554072	66.1742226	81.7022464	101.628139	127.268119	160.337402
38	59.0753774	62.2272966	65.5839309	69.1594493	85.9703363	107.709546	135.904208	172.56102
39	61.4045733	64.7829791	68.387489	72.2342328	90.4091497	114.095023	145.058458	185.640292
40	63.7861762	67.4025535	71.268145	75.4012597	95.0255157	120.799774	154.761966	199.635112
41	66.2213652	70.0876174	74.228019	78.6632975	99.8265363	127.839763	165.047684	214.60957
42	68.7113459	72.8398078	77.2692895	82.0231965	104.819598	135.231751	175.950545	230.63224
43	71.2573512	75.660803	80.394195	85.4838923	110.012382	142.993339	187.507577	247.776498
44	73.8606416	78.5523231	83.6050353	89.0484091	115.412877	151.143006	199.758032	266.120851
45	76.522506	81.5161312	86.9041738	92.7198614	121.029392	159.700156	212.743514	285.749311
46	79.2442624	84.5540342	90.2940386	96.5014572	126.870568	168.685164	226.508125	306.751763
47	82.0272583	87.6678853	93.7771246	100.396501	132.94539	178.119422	241.098612	329.224388
48	84.8728716	90.8595824	97.3599556	104.403896	139.263206	188.025393	256.564529	353.270093
49	87.7825113	94.131072	101.033285	108.540648	145.833734	198.426663	272.954801	378.999
50	90.7576178	97.4843488	104.811701	112.796867	152.667084	209.347996	290.335905	406.528929
51	93.7996642	100.921458	108.694023	117.180773	159.773767	220.815396	308.756059	435.985955
52	96.9101566	104.444494	112.683108	121.696197	167.164718	232.856165	328.281422	467.504971
53	100.090635	108.055606	116.781894	126.347082	174.851306	245.498974	348.978308	501.230319
54	103.342674	111.756996	120.993396	131.137495	182.845359	258.773922	370.917006	537.316442
55	106.667885	115.509291	125.320714	136.07162	191.159173	272.712618	394.172027	575.928593

TABLA 1V "Monto de una anualidad de 1 a Interés Compuesto" $[(1+i)^n - 1] / i$

N	0.08	0.09	0.1	0.11	0.12	0.13	0.14	0.15
1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2.08	2.09	2.1	2.11	2.12	2.13	2.14	2.15
3	3.2464	3.2781	3.31	3.3421	3.3744	3.4069	3.4396	3.4725
4	4.506112	4.573129	4.641	4.709731	4.779328	4.849797	4.921144	4.993375
5	5.86660096	5.98471061	6.1051	6.22780141	6.35284736	6.48027061	6.61010416	6.74238125
6	7.33592904	7.52333456	7.71561	7.91285957	8.11518904	8.32270579	8.53551874	8.75373844
7	8.922280336	9.20043468	9.487171	9.78327412	10.0890117	10.4066575	10.7304914	11.0667992
8	10.6366276	11.0284738	11.4358881	11.8594343	12.2996931	12.757263	13.2327602	13.7268191
9	12.4875578	13.0210364	13.5794769	14.163972	14.7756563	15.4157072	16.0834366	16.7858419
10	14.4865625	15.1929297	15.9374246	16.722009	17.5487351	18.4197492	19.3372951	20.3037182
11	16.6454875	17.5602934	18.5311671	19.56143	20.6545833	21.8143165	23.0445164	24.349278
12	18.9771265	20.1407198	21.3842838	22.7131872	24.1331333	25.6501777	27.2707487	29.0016674
13	21.4952966	22.9533846	24.5272121	26.2116378	28.0291093	29.9847008	32.0886535	34.3519175
14	24.2149203	26.0191892	27.9749834	30.094918	32.3926024	34.8827119	37.581065	40.5047051
15	27.1521139	29.3609162	31.7724817	34.405359	37.2797147	40.4174644	43.8424141	47.5804109
16	30.324283	33.0033987	35.9497299	39.1899485	42.7532804	46.6717348	50.9803521	55.7174725
17	33.7502257	36.9737046	40.5447028	44.5008428	48.8836741	53.7390603	59.1176014	65.0750934
18	37.4502433	41.301338	45.5991731	50.3959355	55.749715	61.7251382	68.3940656	75.8363574
19	41.4462632	46.0184584	51.1590904	56.9394884	63.4396808	70.7494062	78.9692348	88.211811
20	45.7619643	51.1601196	57.2749995	64.2028321	72.0524424	80.946829	91.0249277	102.443583
21	50.4229214	56.7645304	64.0024994	72.2651437	81.6987355	92.4699167	104.768418	118.81012
22	55.4567552	62.8733381	71.4027494	81.2143095	92.5025838	105.491006	120.435996	137.631638
23	60.8932956	69.5319386	79.5430243	91.1478835	104.602894	120.204837	138.297035	159.276384
24	66.7647592	76.7898131	88.4973268	102.174151	118.155241	136.831465	158.65862	184.167841
25	73.10594	84.7008962	98.3470594	114.13307	133.33387	155.619556	181.870827	212.793017
26	79.9544151	93.3239769	109.181765	127.998771	150.333934	176.850098	208.332743	245.71197
27	87.5507684	102.727135	121.099942	143.078636	169.374007	200.840611	238.499227	283.568766
28	95.3388298	112.968217	134.209936	159.817286	190.698887	227.94989	272.889233	327.10408
29	103.965936	124.135356	148.63093	178.397187	214.582754	258.583376	312.093725	377.169693
30	113.283211	136.307539	164.494023	199.020878	241.332684	293.199215	356.788847	434.745141
31	123.345868	149.575217	181.943425	221.913174	271.292606	332.315113	407.737006	500.956918
32	134.213537	164.036987	201.137767	247.323624	304.847719	376.516078	465.820186	577.100456
33	145.95062	179.800315	222.251544	275.529222	342.429446	426.463168	532.035012	664.665524
34	158.62667	196.982344	245.476699	306.837437	384.520979	482.90338	607.519914	765.365353
35	172.316804	215.710755	271.024368	341.589555	431.663496	546.680819	693.572702	881.170156
36	187.102148	236.124723	299.126805	380.164406	484.463116	618.749325	791.672881	1014.34568
37	203.07032	258.375948	330.039486	422.98249	543.59869	700.186738	903.507084	1167.49753
38	220.315945	282.629783	364.043434	470.510564	609.830533	792.211014	1030.99808	1343.62216
39	238.941221	309.066463	401.447778	523.266726	684.010197	896.198445	1176.33781	1546.16549
40	259.056519	337.882445	442.592556	581.826066	767.09142	1013.70424	1342.0251	1779.09031
41	280.78104	369.291865	487.85181	646.826934	860.142391	1146.48579	1530.90861	2046.95385
42	304.243523	403.528133	537.636992	718.977896	964.359478	1296.52895	1746.23582	2354.99693
43	329.583005	440.845665	592.400692	799.085465	1081.08262	1468.07771	1991.70883	2709.24647
44	356.949646	481.521775	652.640761	887.962666	1211.81253	1657.66781	2271.54807	3116.63344
45	386.505617	525.858734	718.904837	986.638559	1358.23003	1874.16463	2590.5648	3585.12846
46	418.426067	574.186021	791.795321	1096.1688	1522.21764	2118.80603	2954.24387	4123.89773
47	452.900152	626.862762	871.974853	1217.74737	1705.88375	2395.25082	3368.83801	4743.48239
48	490.132164	684.280411	960.172338	1352.69958	1911.5898	2707.63342	3841.47534	5456.00475
49	530.342737	746.865648	1057.18957	1502.49653	2141.98058	3060.62577	4380.28188	6275.40546
50	573.770156	815.083556	1163.90853	1668.77115	2400.01825	3459.50712	4994.52135	7217.71628
51	620.671769	889.441076	1281.29938	1853.33598	2689.02044	3910.24304	5694.75433	8301.37372
52	671.32551	970.490773	1410.42932	2058.20294	3012.70289	4419.57464	6493.01994	9547.57978
53	726.031551	1058.83494	1552.47225	2285.60526	3375.22724	4995.11934	7403.04273	10980.7167
54	785.114075	1155.13009	1708.71948	2538.02184	3781.25511	5645.48485	8440.46872	12628.8243
55	848.923201	1260.0918	1880.59142	2818.20424	4236.00505	6380.39789	9623.13434	14524.1479

TABLA 1V "Monto de una anualidad de 1 a Interés Compuesto" $\left[\frac{1}{(1+i)^n} \right] / i$

N	0.16	0.17	0.18	0.19	0.2	0.21	0.22	0.23
1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2.16	2.17	2.18	2.19	2.2	2.21	2.22	2.23
3	3.5056	3.5389	3.5724	3.6061	3.64	3.6741	3.7084	3.7429
4	5.066496	5.140513	5.215432	5.291259	5.368	5.445661	5.524248	5.603767
5	6.87713536	7.01440021	7.15420976	7.29659821	7.4416	7.58924981	7.73958256	7.89263341
6	8.97747702	9.20684825	9.44196752	9.68295187	9.92992	10.1829923	10.4422907	10.7079391
7	11.4138733	11.7720124	12.1415217	12.5227127	12.915904	13.3214206	13.7395947	14.1707651
8	14.2400931	14.7732546	15.3269956	15.9020281	16.4990848	17.118919	17.7623055	18.4300411
9	17.518508	18.2847078	19.0858548	19.9234135	20.7989018	21.713892	22.6700127	23.6689505
10	21.3214692	22.3931082	23.5213086	24.7088621	25.9586821	27.2738093	28.6574155	30.1128091
11	25.7329043	27.1999366	28.7551442	30.4035458	32.1504185	34.0013092	35.9620469	38.0387552
12	30.850169	32.8239258	34.9310701	37.1802196	39.5805022	42.1415842	44.8736973	47.7876689
13	36.7861961	39.4039932	42.2186628	45.2444613	48.4966027	51.9913168	55.7459107	59.7788328
14	43.6719874	47.102672	50.8180221	54.8409089	59.1959232	63.9094934	69.010011	74.5279643
15	51.6595054	56.1101262	60.965266	66.2806816	72.0351079	78.330487	85.1922134	92.6693961
16	60.9250263	66.6488477	72.9390139	79.8502111	87.4421294	95.7798893	104.9345	114.983357
17	71.6730305	78.9791518	87.0680364	96.0217512	105.930555	116.893666	129.02009	142.429529
18	84.1407154	93.4056076	103.740283	115.265884	128.116666	142.441336	158.40451	176.188321
19	98.6032298	110.284581	123.413534	138.186402	154.74	173.354016	194.253503	217.711835
20	115.379747	130.032936	146.62797	165.418018	186.688	210.75836	237.989273	268.785311
21	134.840506	153.138535	174.021005	197.847442	225.0256	256.017615	291.346913	331.605932
22	157.414987	180.172086	206.344785	236.438456	271.030719	310.781315	356.443234	408.875297
23	183.601385	211.801341	244.486847	282.381762	326.236863	377.045391	453.860746	503.916615
24	213.977607	248.807569	289.494479	337.010497	392.484236	457.224923	532.75011	620.817437
25	249.214024	292.104856	342.603486	402.042491	471.981083	554.242157	650.955134	764.605447
26	290.088267	342.762681	405.272113	479.430565	567.3773	671.633009	795.165264	941.4647
27	337.50239	402.032337	479.221093	571.522372	681.85276	813.675941	971.101622	1159.00158
28	392.502773	471.377835	566.48089	681.111623	819.223312	985.547889	1185.74398	1426.57194
29	456.303216	552.512066	669.44745	811.522831	984.067974	1193.51295	1447.60765	1755.68349
30	530.311731	647.439118	790.947991	966.712169	1181.88157	1445.15066	1767.08134	2160.4907
31	616.161608	758.503768	934.31863	1151.38748	1419.25788	1749.6323	2156.83923	2658.40355
32	715.747465	888.449408	1103.49598	1371.1511	1704.10946	2118.05509	2632.34386	3270.83637
33	831.267059	1040.48581	1303.12526	1632.66981	2045.93135	2563.84666	3212.45951	4024.12874
34	965.269789	1218.36839	1538.68781	1943.87708	2456.11762	3103.25445	3920.20061	4950.67835
35	1120.71295	1426.49102	1816.65161	2314.21372	2948.34115	3755.93789	4783.64474	6090.33437
36	1301.02703	1669.9945	2144.6489	2754.91433	3539.00937	4545.68485	5837.04658	7492.11127
37	1510.19135	1954.89356	2531.6857	3279.34805	4247.81125	5501.27866	7122.19683	9216.29687
38	1752.82197	2288.22547	2988.38913	3903.42418	5098.3735	6657.54718	8690.08013	11337.0451
39	2034.27348	2678.22379	3527.29918	4646.07477	6119.0482	8056.63209	10602.8978	13945.5655
40	2360.75724	3134.52184	4163.21303	5529.82898	7343.85784	9749.52483	12936.5353	17154.0456
41	2739.4784	3668.39055	4913.59137	6581.49649	8813.62941	11797.925	15783.573	21100.4761
42	3178.79494	4293.01695	5799.03782	7832.98082	10577.3553	14276.4893	19256.9591	25954.5856
43	3688.40213	5023.82983	6843.86463	9322.24718	12693.8263	17275.5521	23494.4901	31925.1403
44	4279.54648	5878.8809	8076.76026	11094.4741	15233.5916	20904.418	28664.2779	39268.9225
45	4965.27391	6879.29065	9531.57711	13203.4242	18281.3099	25295.3458	34971.4191	48301.7747
46	5760.71774	8049.77006	11248.261	15713.0748	21938.5719	30608.3684	42666.1312	59412.1829
47	6683.43257	9419.23097	13273.948	18699.559	26327.2863	37037.1257	52053.6801	73077.985
48	7753.78179	11021.5002	15664.2586	22253.4753	31593.7436	44815.9221	63506.4897	89886.9215
49	8995.38687	12896.1553	18484.8251	26482.6356	37913.4923	54228.2658	77478.9175	110561.913
50	10435.6488	15089.5017	21813.0937	31515.3363	45497.1908	65617.2016	94525.2793	135992.154
51	12106.3526	17655.717	25740.4505	37504.2502	54597.6289	79397.814	115321.841	167271.349
52	14044.369	20658.1888	30374.7316	44631.0578	65518.1547	96072.3549	140693.646	205744.759
53	16292.468	24171.0809	35843.1833	53111.9588	78622.7856	116248.549	171647.248	253067.054
54	18900.2629	28281.1647	42295.9563	63204.2309	94348.3427	140661.745	209410.642	311273.478
55	21925.305	33089.9627	49910.2284	75214.0348	113291.011	170201.711	255481.984	382867.376

TABLA V "Valor Actual de una Anualidad de 1 a Interés Compuesto" $(1 - (1 + i)^{-n})/i$

N	0.0025	0.005	0.0075	0.01	0.0125	0.015	0.0175	0.02
1	0.99750623	0.99502488	0.99255583	0.99009901	0.98765432	0.98522167	0.98280098	0.98039216
2	1.99252492	1.98509938	1.9777291	1.97039506	1.96311538	1.95588342	1.94869875	1.94158094
3	2.98506227	2.97024814	2.95555624	2.94098521	2.92653371	2.91220042	2.89798403	2.88388327
4	3.97512446	3.95049566	3.92611041	3.90196555	3.87805798	3.85438465	3.83094254	3.8077287
5	4.96271766	4.92586633	4.88943961	4.85343124	4.81783504	4.78264497	4.74785508	4.71345951
6	5.94784804	5.89638441	5.84559763	5.79547647	5.74600992	5.69718717	5.64899762	5.60143089
7	6.93052174	6.86207404	6.79463785	6.72819453	6.66272585	6.59821396	6.53464139	6.47199107
8	7.91074487	7.82295924	7.73661325	7.65167775	7.56812429	7.48592508	7.40505297	7.32548144
9	8.88852357	8.77906392	8.67157642	8.56601758	8.46234498	8.36051732	8.26049432	8.16223671
10	9.86386391	9.73041186	9.59957958	9.47130453	9.34552591	9.22218455	9.10122291	8.98258501
11	10.836772	10.6770267	10.5206745	10.3676282	10.2178034	10.0711178	9.92749181	9.78684805
12	11.8072538	11.6189321	11.4349127	11.2550775	11.079312	10.9075052	10.7395497	10.5753412
13	12.7753156	12.5561513	12.3423451	12.1337401	11.9301847	11.7315322	11.537641	11.3483737
14	13.7409631	13.4887078	13.2430224	13.003703	12.7705527	12.5433815	12.3220059	12.1062488
15	14.7042026	14.4166246	14.136995	13.8650525	13.6005459	13.343233	13.0928805	12.8492635
16	15.66504	15.339925	15.0243126	14.7178738	14.4202923	14.131264	13.8504968	13.5777093
17	16.6234813	16.2586319	15.9050249	15.5622513	15.2299183	14.9076493	14.5950828	14.2918719
18	17.5795325	17.172768	16.7791811	16.3982686	16.0295489	15.6725609	15.3268627	14.9920313
19	18.5331995	18.0823562	17.6468298	17.2260085	16.8193078	16.4261684	16.0460567	15.678462
20	19.4844883	18.9874191	18.5080197	18.045553	17.5993161	17.1686388	16.7528813	16.3514333
21	20.4334048	19.8879793	19.3627987	18.8569831	18.3696949	17.9001367	17.4475492	17.0112092
22	21.3799549	20.7840599	20.2121246	19.6603793	19.1305629	18.6208244	18.1302695	17.6580482
23	22.3241445	21.6756806	21.0533147	20.4558211	19.8820374	19.3308614	18.8012476	18.2922041
24	23.2659796	22.5628662	21.8891461	21.2433873	20.6242345	20.0304054	19.4606856	18.9139256
25	24.2054659	23.445638	22.7187555	22.0231557	21.3572687	20.7196112	20.108782	19.5234565
26	25.1426094	24.3240179	23.5421891	22.7952037	22.081253	21.3986317	20.7457317	20.1210358
27	26.0774158	25.1980278	24.3594929	23.5596076	22.7962993	22.0676175	21.3717264	20.7068978
28	27.0098911	26.0676894	25.1707125	24.3164432	23.5025178	22.7267167	21.9869547	21.2812724
29	27.940041	26.9300242	25.9758933	25.0657853	24.2000176	23.3760756	22.5916017	21.8443847
30	28.8678713	27.794054	26.7750802	25.8077082	24.8889062	24.015838	23.1858493	22.3964556
31	29.7933879	28.6508	27.5683178	26.5422854	25.5692901	24.6461458	23.7698765	22.9377015
32	30.7165964	29.5032835	28.3556504	27.2695895	26.2412742	25.2671387	24.343859	23.4683348
33	31.6375026	30.3515259	29.137122	27.9896925	26.9049622	25.8789544	24.9079695	23.9885636
34	32.5581123	31.1955482	29.9127762	28.7026659	27.5604564	26.4817285	25.4623779	24.4985917
35	33.4724313	32.0353713	30.6826563	29.4085801	28.2078582	27.0755946	26.007251	24.9986193
36	34.3864651	32.8710162	31.4468053	30.107505	28.8472674	27.6606843	26.5427528	25.4888425
37	35.2982196	33.7025037	32.2052658	30.7995099	29.4787826	28.2371274	27.0690445	25.9694534
38	36.2077003	34.5298544	32.9580802	31.4846633	30.1025013	28.8050516	27.5862846	26.4406406
39	37.114913	35.353089	33.7052905	32.163033	30.7185198	29.3645829	28.0946286	26.9025888
40	38.0198634	36.1722279	34.4469384	32.8346861	31.3269332	29.9158452	28.5942295	27.3554792
41	38.922557	36.9872914	35.1830654	33.4996892	31.9278352	30.4589608	29.0852379	27.7994895
42	39.8229995	37.7982999	35.9137126	34.1581081	32.5213187	30.99405	29.5678014	28.2347936
43	40.7211965	38.6052735	36.6389207	34.8100081	33.1074753	31.5212318	30.0420652	28.6615623
44	41.6171536	39.4082324	37.3587302	35.4554535	33.6883954	32.0406222	30.5081722	29.0799631
45	42.5108764	40.2071964	38.0731814	36.0945084	34.2581683	32.5523372	30.9662626	29.4901599
46	43.4023705	41.0021855	38.782314	36.7272361	34.8228822	33.0564898	31.4164743	29.8923136
47	45.1786946	42.5803178	40.1847819	37.9739595	35.9314809	34.0245536	32.2938013	30.6731196
49	46.0635358	43.3635003	40.8781954	38.5880787	36.4755367	34.5246834	32.7211806	31.052078
50	46.9461704	44.1427863	41.5664471	39.1961175	37.0128758	34.9996881	33.1412095	31.4236059
51	47.8266039	44.9181954	42.2495753	39.7981362	37.5435581	35.467673	33.5540142	31.7878489
52	48.7048418	45.6897466	42.9276181	40.3941942	38.0677343	35.9287419	33.9597191	32.1449499
53	49.5808895	46.4574593	43.6006135	40.9843507	38.5854166	36.3829969	34.3584463	32.4850489
54	50.4547527	47.2213526	44.268599	41.5686641	39.0967078	36.8305388	34.7503158	32.8382833
55	51.3264366	47.9814454	44.9316119	42.1471922	39.6016867	37.2714668	35.1354455	33.1747875

TABLA V "Valor Actual de una Anualidad de 1 a Interés Compuesto" $(1 - (1 + i)^{-n})/i$

N	0.0225	0.025	0.0275	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07
1	0.97799511	0.97560976	0.97323601	0.97087379	0.96153846	0.952328095	0.94339623	0.934557944
2	1.93446955	1.92742415	1.92042434	1.9134697	1.88609467	1.85941043	1.83339267	1.80801817
3	2.86989687	2.85602356	2.84226213	2.82861135	2.77509103	2.72324803	2.67301195	2.62431604
4	3.78474021	3.76197421	3.73942787	3.7170984	3.62989522	3.5459505	3.46510561	3.38721126
5	4.67945253	4.6458285	4.61258186	4.57970719	4.45182233	4.32947667	4.21236379	4.10019744
6	5.5544768	5.50812536	5.46236678	5.41719144	5.24213686	5.07569207	4.91732433	4.76653966
7	6.41024626	6.3493906	6.28940806	6.23028296	6.00205467	5.7863734	5.58238144	5.3892894
8	7.24718461	7.17013717	7.09431441	7.01969219	6.73274487	6.46321276	6.20979381	5.97129851
9	8.06570622	7.97086553	7.87767826	7.78610892	7.43533161	7.10782168	6.80169227	6.51523225
10	8.86621635	8.75206393	8.64007616	8.53020284	8.11089578	7.72173493	7.36008705	7.02358154
11	9.64911134	9.51420871	9.38206926	9.25262411	8.76047671	8.30641422	7.88687458	7.49867434
12	10.4147788	10.2577646	10.1042037	9.95400399	9.38507376	8.86325164	8.38384394	7.94268663
13	11.1635979	10.983185	10.8070109	10.6349553	9.98564785	9.39357299	8.85268296	8.35765074
14	11.8959392	11.6909122	11.4910081	11.2960731	10.5631229	9.89864094	9.29498393	8.74546789
15	12.6121655	12.3813777	12.1566989	11.9379351	11.1183874	10.379658	9.71224899	9.10791401
16	13.3126313	13.0550027	12.8045732	12.561102	11.6522956	10.8377696	10.1058953	9.4466486
17	13.9976834	13.7121977	13.4351077	13.1661185	12.1656689	11.2740662	10.4772597	9.76322299
18	14.6676611	14.3533636	14.0487666	13.7535131	12.659297	11.6895869	10.8276035	10.0590869
19	15.3228959	14.9788913	14.6460016	14.3237991	13.1339394	12.0853209	11.1581165	10.3355952
20	15.9637124	15.5891623	15.2272521	14.8774749	13.5903263	12.4622103	11.4699212	10.5940142
21	16.5904277	16.1845486	15.7929461	15.4150241	14.0291599	12.8211527	11.7640766	10.8355273
22	17.2033523	16.7654132	16.3434999	15.9369166	14.4511153	13.1630026	12.0415817	11.0612405
23	17.8027896	17.3321105	16.8793186	16.4436084	14.8568417	13.4885739	12.303379	11.2721874
24	18.3890362	17.8849858	17.4007967	16.9355421	15.2469631	13.7986418	12.5503575	11.4693334
25	18.9623826	18.4243764	17.903818	17.4131477	15.6220799	14.0939446	12.7833562	11.6535832
26	19.5231126	18.9506111	18.4022559	17.8768424	15.9827692	14.3751853	13.0031662	11.8257787
27	20.0715038	19.4640109	18.8829741	18.3270315	16.3295857	14.6430336	13.2105341	11.986709
28	20.6078276	19.9648887	19.3508264	18.7641082	16.6630632	14.8912733	13.4061643	12.1371113
29	21.1323498	20.4535499	19.8061571	19.1884546	16.9837146	15.1410736	13.590721	12.2778741
30	21.6453298	20.9302926	20.2493013	19.6004413	17.2920333	15.372451	13.7648312	12.4090412
31	22.1470219	21.3954074	20.6805852	20.0004285	17.5884936	15.5928105	13.929086	12.5318142
32	22.6376742	21.849178	21.1003262	20.3887655	17.8735515	15.8026767	14.0840434	12.6465553
33	23.1175298	22.2918809	21.5088333	20.7657918	18.1476457	16.0025492	14.2302296	12.75379
34	23.5868262	22.7237863	21.9064071	21.1318367	18.4111978	16.192904	14.3681411	12.8540094
35	24.0457958	23.1451573	22.2933403	21.4872201	18.6646132	16.3741943	14.4982464	12.9476723
36	24.4946658	23.5562511	22.6699175	21.8322525	18.908282	16.5468517	14.6209871	13.0352078
37	24.9336585	23.9573181	23.0364161	22.1672354	19.1425788	16.7112873	14.7367803	13.1170166
38	25.3629912	24.348603	23.3931057	22.4924616	19.3678642	16.8678927	14.8460192	13.1934735
39	25.7828765	24.7303444	23.7402488	22.8082151	19.5844848	17.0170407	14.9490747	13.2649285
40	26.1935222	25.1027751	24.0781011	23.114772	19.7927739	17.1590864	15.0462969	13.3317088
41	26.5951317	25.466122	24.406911	23.4124	19.9930567	17.294368	15.1380159	13.3941204
42	26.9879039	25.8206068	24.7269207	23.7013592	20.1856267	17.4232076	15.2245433	13.452449
43	27.3720332	26.1664457	25.0383656	23.9819021	20.3707949	17.545912	15.3061729	13.5069617
44	27.7477097	26.5038495	25.3414751	24.2542739	20.5488413	17.6627733	15.383182	13.5579081
45	28.1151199	26.8330239	25.6364721	24.5187125	20.7200397	17.7740698	15.4558321	13.6055216
46	28.4744445	27.1541696	25.9235738	24.7754491	20.8846536	17.8800665	15.5243699	13.6500202
47	28.1695478	27.7731537	26.4749309	25.2667066	21.1951309	18.0771578	15.6500266	13.7304744
48	29.5056702	28.0713695	26.7395922	25.5016569	21.341472	18.1687217	15.7075723	13.7667985
50	29.8343963	28.3623117	26.99717	25.729764	21.4821846	18.2559255	15.7618606	13.8007463
51	30.1558888	28.6461577	27.247854	25.9512272	21.6174852	18.3389766	15.8130761	13.8324732
52	30.4703069	28.9230807	27.4918287	26.16624	21.7475819	18.418073	15.8613925	13.8621245
53	30.7778062	29.1932495	27.7292737	26.3749903	21.8726749	18.4934028	15.9069741	13.8898359
54	31.0775391	29.4568288	27.9603637	26.5776605	21.9929567	18.5651456	15.9499755	13.9157345
55	31.3726544	29.7139793	28.1852688	26.7744276	22.1086122	18.633472	15.990543	13.9399388

TABLA V "Valor Actual de una Anualidad de 1 a Interés Compuesto" $(1 - (1 + i)^{-n})/i$

N	0.08	0.09	0.1	0.11	0.12	0.13	0.14	0.15
1	0.92592593	0.91743119	0.90909091	0.90090009	0.89285714	0.88495575	0.87719298	0.86956522
2	1.78326475	1.75911119	1.73553719	1.71252333	1.69005102	1.66810244	1.64666051	1.62570888
3	2.57709699	2.53129467	2.48685199	2.44371472	2.40183127	2.3611526	2.32163203	2.28322512
4	3.31212684	3.23971988	3.16986545	3.10244569	3.03734935	2.97447133	2.9137123	2.85497836
5	3.99271004	3.88965126	3.79078677	3.69589702	3.6047762	3.51723126	3.43308097	3.3521551
6	4.62287966	4.48591859	4.3552607	4.23053785	4.11140732	3.99754979	3.88866752	3.78448269
7	5.20637006	5.03295284	4.86841882	4.71219826	4.56375654	4.42261043	4.28830484	4.16041973
8	5.74663894	5.53481911	5.3349262	5.14612276	4.96763977	4.79877029	4.63886389	4.48732151
9	6.24688791	5.99524689	5.75902382	5.53704753	5.32824979	5.13165513	4.94637184	4.77158392
10	6.7100814	6.4176577	6.14456711	5.88923201	5.65022303	5.42624348	5.21611565	5.01876863
11	7.13896426	6.80519055	6.49506101	6.20651533	5.93769913	5.68694113	5.45273302	5.23711185
12	7.53607802	7.16072528	6.81369182	6.49235615	6.19437423	5.91764702	5.66029213	5.420619
13	7.90377594	7.48690392	7.1033562	6.7498704	6.42354842	6.12181152	5.84236151	5.58314696
14	8.24423698	7.78615039	7.36668746	6.98186523	6.62816823	6.30248807	6.0020715	5.72447581
15	8.55947869	8.06068843	7.60607951	7.19086958	6.81086449	6.46237882	6.14216799	5.8473701
16	8.85136916	8.31255819	7.82370864	7.37916178	6.97398615	6.60387506	6.26505964	5.95423487
17	9.12163811	8.54363137	8.02155331	7.5487944	7.1963049	6.72909298	6.37285933	6.04716078
18	9.37188714	8.75562511	8.2014121	7.70161657	7.24967008	6.83990529	6.46742046	6.12796587
19	9.6035992	8.95011478	8.36492009	7.83929421	7.36577686	6.93796928	6.55036883	6.19823119
20	9.81814741	9.12854567	8.51356372	7.96332812	7.46944362	7.02475158	6.62313055	6.25933147
21	10.0168033	9.29224373	8.64869429	8.07507038	7.56200324	7.10155007	6.68695862	6.31246215
22	10.2007437	9.44242544	8.77154026	8.17573908	7.64464575	7.16951334	6.74294441	6.35866274
23	10.3710589	9.58020683	8.88321842	8.2664316	7.7184337	7.22965782	6.7920585	6.39883717
24	10.5287583	9.70661177	8.98474402	8.34813658	7.78431581	7.28288303	6.83513728	6.43377145
25	10.6747762	9.8225796	9.07704002	8.42174466	7.84313911	7.32998498	6.87292744	6.46414909
26	10.809978	9.92897211	9.16094547	8.48805826	7.89565992	7.37166812	6.9060767	6.49056442
27	10.9351648	10.0265799	9.23722316	8.54780023	7.9425535	7.40855586	6.935155	6.51353428
28	11.0510785	10.1161284	9.30656651	8.60162183	7.98442277	7.44119988	6.96066228	6.53350807
29	11.1584036	10.1982829	9.36960591	8.65010976	8.02180604	7.47008839	6.98303709	6.55087658
30	11.2577833	10.273654	9.42691447	8.69379257	8.05518397	7.49565344	7.00266411	6.56597964
31	11.3497994	10.3428019	9.47901315	8.73314648	8.08498589	7.51827738	7.0198808	6.57911273
32	11.4349994	10.4062403	9.52637559	8.76860042	8.11159436	7.53829857	7.03498316	6.59053281
33	11.5138884	10.4644406	9.56943236	8.80054092	8.13535211	7.55601643	7.04823084	6.60046331
34	11.5869337	10.5178354	9.60857487	8.82931614	8.15656438	7.57169596	7.05985161	6.60998953
35	11.6545682	10.5668215	9.64415897	8.85523977	8.17550391	7.58557164	7.07004528	6.61680742
36	11.7171928	10.6117628	9.67650816	8.87859438	8.19241421	7.59785101	7.07898708	6.62313689
37	11.7751785	10.6529934	9.70591651	8.89963458	8.20751269	7.60871771	7.08683078	6.62881468
38	11.828869	10.6908196	9.73265137	8.91858971	8.22099347	7.61833426	7.09371121	6.6337519
39	11.8785824	10.7255226	9.75695579	8.93566641	8.23302988	7.62684447	7.09974667	6.63804513
40	11.9246133	10.7573602	9.77905072	8.95105082	8.24377668	7.63437564	7.10504094	6.64177837
41	11.9672346	10.786569	9.79913702	8.96491065	8.25337204	7.64104039	7.10968504	6.64502467
42	12.0066987	10.813366	9.81739729	8.97739698	8.26193932	7.64693084	7.11375588	6.64784574
43	12.0432395	10.8379505	9.83399753	8.98864593	8.26958868	7.65215787	7.11733228	6.65030221
44	12.0770736	10.860505	9.84908867	8.99878011	8.27641846	7.65677688	7.12046692	6.6524367
45	12.1084015	10.8811973	9.86280788	9.00791001	8.28251648	7.6608645	7.12321659	6.65429279
46	12.1374088	10.900181	9.87527989	9.01613515	8.28796115	7.66448185	7.12562859	6.65590677
47	12.1891365	10.9335755	9.89692553	9.03022088	8.2971629	7.67051599	7.12960033	6.65853064
48	12.2121634	10.9482344	9.90629594	9.03623503	8.30103831	7.67302299	7.13122836	6.65959186
49	12.2334846	10.9616829	9.91481449	9.04165318	8.30449849	7.67524158	7.13285646	6.66051466
50	12.2532265	10.974021	9.92255862	9.04653439	8.30758794	7.67720494	7.13390917	6.6613171
52	12.271506	10.9853404	9.92959875	9.05093189	8.31034637	7.67894243	7.13500805	6.66201487
53	12.2884315	10.9957251	9.93599886	9.05489359	8.31280926	7.68048002	7.13597197	6.66262162
54	12.3041033	11.0052524	9.94181715	9.0584627	8.31500827	7.68184073	7.13681752	6.66314924
55	12.3186141	11.013993	9.9471065	9.0616781	8.31697167	7.68304489	7.13755923	6.66368083

TABLA V "Valor Actual de una Anualidad de 1 a Interés Compuesto" $(1 - (1 + i)^{-n})/i$

N	0.16	0.17	0.18	0.19	0.2	0.21	0.22	0.23
1	0.86206897	0.85470085	0.84745763	0.84033613	0.83333333	0.82644628	0.81967213	0.81300813
2	1.60523187	1.58521441	1.56564206	1.54650095	1.52777778	1.50945974	1.49153453	1.47399035
3	2.24588954	2.20958496	2.17427293	2.13991677	2.10648148	2.07393367	2.04224142	2.01137427
4	2.79818064	2.74323501	2.6900618	2.63858552	2.58873457	2.54044105	2.49364051	2.44827176
5	3.27429365	3.19934616	3.12711702	3.05763489	2.99061214	2.92598434	2.86363976	2.80347298
6	3.68473591	3.58918475	3.49760256	3.40977722	3.32551012	3.24461515	3.16691784	3.09225445
7	4.03856544	3.92238013	3.81152759	3.70569514	3.60459176	3.50794641	3.41550642	3.32703614
8	4.3435909	4.20716251	4.07756576	3.95436567	3.8371598	3.72557554	3.61926756	3.51791556
9	4.60654388	4.45056624	4.30302183	4.16333249	4.0309665	3.90543433	3.78628489	3.67310208
10	4.83322748	4.65860363	4.49408629	4.33893487	4.19247209	4.05407796	3.92318433	3.79926999
11	5.02864438	4.83641336	4.65600533	4.48649989	4.32706007	4.17692394	4.03539699	3.90184552
12	5.19710722	4.98838748	4.79322486	4.61050411	4.43921673	4.27844953	4.12737459	3.98524028
13	5.34233381	5.1182799	4.90951259	4.71470933	4.53268061	4.36235499	4.20276605	4.05304086
14	5.46752915	5.22929906	5.00806152	4.80227675	4.61056717	4.43169834	4.26456234	4.10816333
15	5.57545616	5.32248723	5.09157758	4.87586282	4.67547264	4.48900689	4.31521503	4.15297829
16	5.66849669	5.40528823	5.16235386	4.93769985	4.72956054	4.53636933	4.35673363	4.18941325
17	5.74870404	5.47480533	5.22233378	4.98966374	4.77463378	4.57551184	4.39076527	4.21903516
18	5.81784831	5.53385071	5.27316422	5.03333087	4.81219482	4.60786103	4.41888008	4.24311802
19	5.87745544	5.58448778	5.31624087	5.07002594	4.84349568	4.63459589	4.44152464	4.26269757
20	5.9288409	5.62776734	5.3527465	5.10086214	4.86957973	4.65669082	4.4602661	4.27861591
21	5.97313871	5.66475841	5.38368347	5.1267749	4.89131644	4.67495109	4.47562795	4.29155785
22	6.01132647	5.69633711	5.40990125	5.14855034	4.90943037	4.69004222	4.48821963	4.30207939
23	6.04424696	5.72339719	5.4321197	5.16684902	4.92452531	4.70251423	4.49854068	4.31063365
24	6.07262669	5.74649332	5.4509489	5.18222607	4.93710442	4.71282168	4.50700058	4.31758834
25	6.09709197	5.76623361	5.46690585	5.19514796	4.94758702	4.72134023	4.51393488	4.32324255
26	6.11818273	5.78310565	5.48042868	5.20600669	4.95632252	4.72838036	4.51961876	4.32783947
27	6.13636443	5.79752619	5.49188872	5.21513167	4.9636021	4.73419864	4.52427767	4.33157681
28	6.1520383	5.80985145	5.50160061	5.22279972	4.96968841	4.73900714	4.52809645	4.33461529
29	6.16555026	5.82038585	5.50983102	5.22924347	4.97472368	4.74298111	4.5312266	4.3370856
30	6.1771985	5.82938962	5.51680595	5.23465837	4.9789364	4.74626538	4.53379229	4.33909398
31	6.18724008	5.83708514	5.52271691	5.23920872	4.982447	4.74897965	4.53589532	4.34072682
32	6.19589662	5.84366252	5.52772619	5.24303254	4.9853725	4.75122285	4.53761912	4.34205432
33	6.20335916	5.8492842	5.53197135	5.24624583	4.98781042	4.75307674	4.53903206	4.3431336
34	6.20979238	5.85408906	5.53556894	5.24894607	4.98984201	4.75460887	4.54019022	4.34401105
35	6.21533826	5.85819578	5.53861775	5.25121519	4.99153501	4.7558751	4.54113952	4.34472443
36	6.22011919	5.86170579	5.54120148	5.25312201	4.99294584	4.75692157	4.54191764	4.34530442
37	6.22424068	5.86470581	5.54339108	5.25472438	4.99412154	4.75778642	4.54255544	4.34577595
38	6.22779369	5.86726992	5.54524668	5.2560709	4.99510128	4.75850118	4.54307823	4.34615931
39	6.23085663	5.86946147	5.54681922	5.25720244	4.99591773	4.75909188	4.54350675	4.34647098
40	6.23349709	5.87133459	5.54815188	5.25815331	4.99659811	4.75958007	4.54385799	4.34672438
41	6.23577336	5.87293555	5.54928126	5.25895236	4.99716509	4.75998353	4.54414589	4.34693039
42	6.23773565	5.87430389	5.55023835	5.25962383	4.99763758	4.76031696	4.54438188	4.34709788
43	6.23942729	5.87547341	5.55104945	5.2601881	4.99803131	4.76059253	4.54457531	4.34723405
44	6.24088559	5.876473	5.55173682	5.26066227	4.99835943	4.76082027	4.54473386	4.34734475
45	6.24214275	5.87732735	5.55231934	5.26106073	4.99863286	4.76100849	4.54486382	4.34743476
46	6.24322651	5.87805756	5.552813	5.26139557	4.99886071	4.76116404	4.54497035	4.34750793
47	6.24496619	5.87921511	5.5535859	5.2619134	4.99920883	4.76139884	4.54512923	4.34761579
48	6.24566051	5.87967103	5.55388635	5.2621121	4.99934069	4.76148665	4.54518789	4.34765512
49	6.24625906	5.88006071	5.55414098	5.26227908	4.99945058	4.76155921	4.54523598	4.34768709
50	6.24677505	5.88039377	5.55435676	5.26241939	4.99954215	4.76161918	4.54527539	4.34771308
51	6.24721987	5.88067844	5.55453963	5.26253731	4.99961846	4.76166875	4.5453077	4.34773421
52	6.24760334	5.88092174	5.5546946	5.26263639	4.99968205	4.76170971	4.54533418	4.34775139
53	6.24793391	5.88112969	5.55482593	5.26271966	4.99973504	4.76174356	4.54535588	4.34776536
54	6.24821889	5.88130743	5.55493723	5.26278963	4.9997792	4.76177154	4.54537368	4.34777671
55	6.24821889	5.88130743	5.55493723	5.26278963	4.9997792	4.76177154	4.54537368	4.34777671

BIBLIOGRAFIA

"Matemáticas Financieras"

ROBERT CISSELL

Cia. Editorial Continental, 1985

"Matemáticas Financieras"

PORTUS GOVIDEN LINCOYAN

McGraw-Hill. México. 1975

"Elementos de Matemáticas Financieras"

CARLOS MORALES FELGUERES

Ediciones Contables y Administrativas, S. A., 1985

"Matemáticas Financieras"

BENJAMIN DE LA CUEVA

Editorial Porrúa, S. A., 1981

"Matemáticas Financieras"

AYRES FRANK

Shaums, México, 1982

"Manual de Matemáticas Financieras"

MOORE JUSTIN H.

Editorial Uteha.

"Guía para la presentación de Proyectos"-

ILPES

Editorial Siglo XXI, 1973.

"Manual de Evaluación de Proyectos de la Industria Petrolera"

INSTITUTO MEXICANO DEL PETROLEO

IMP, 1978.

"Evaluación Financiera de Proyectos de Inversión"

ARTURO INFANTE VILLARREAL

Editorial Norma, 1988.