

18



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA  
DE MEXICO

FACULTAD DE INGENIERIA

ESTUDIO ESTADISTICO DE LA FRECUENCIA DE  
EMISION DE VORTICES EN UNA ESTELA

T E S I S  
QUE PARA OBTENER EL TITULO DE:  
INGENIERO MECANICO  
P R E S E N T A :  
CARLOS ALBERTO PALACIOS MORALES



DIRECTOR: DR. FRANCISCO JAVIER SOLÓRIO ORDAZ

MEXICO, D. F.

2002.

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN



Universidad Nacional  
Autónoma de México



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

ESTUDIO ESTADÍSTICO DE LA FRECUENCIA DE EMISIÓN DE VÓRTICES EN  
UNA ESTELA

CARLOS ALBERTO PALACIOS MORALES

TESIS PRESENTADA A LA DIVISIÓN DE INGENIERÍA MECÁNICA E  
INDUSTRIAL  
DE LA  
FACULTAD DE INGENIERÍA  
DE LA  
UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO  
COMO REQUISITO PARA OBTENER EL TÍTULO DE  
INGENIERO MECÁNICO

Director: Dr. Francisco Javier Solorio Ordaz

2002

*Por mi raza hablará el espíritu*

**José Vasconcelos.**

**A mis padres**

## AGRADECIMIENTOS

Quiero agradecer en primer lugar, a la Universidad Nacional Autónoma de México, porque gracias a ella tuve la oportunidad de obtener grandes conocimientos profesionales, culturales y sociales que me engrandecen como persona y me otorgan un horizonte ilimitado de posibilidades. Termine exitosamente mis estudios de licenciatura, concluyo un ciclo con satisfacción, orgullo y nostalgia porque la Universidad me ha dejado grandes experiencias y me ha dado la oportunidad de conocer gente muy valiosa.

Agradezco infinitamente a mis padres Laura Hermila Morales y Hernán Palacios Sarmiento por todo el apoyo que me brindaron a lo largo de mis años de estudio, por su educación, por sus valores, por su compañía, pero sobretodo por todo el amor que me dieron. A ellos les dedico especialmente esta tesis como fruto de todos sus esfuerzos a lo largo de mi vida. Así mismo, agradezco a mis hermanos Yanni Elizabeth y Hernán por su compañía, apoyo, amistad, y porque hemos luchado juntos en busca de nuestra superación.

Agradezco a mi asesor de tesis Dr. Francisco Solorio por su apoyo, por los consejos valiosos, dirección del presente trabajo, y porque su enseñanza fue determinante en mi inclinación en el estudio de la mecánica de fluidos. Quiero otorgar un reconocimiento a todos mis profesores que me dieron las herramientas para desenvolverme exitosamente como profesional, en especial al Dr. Roberto Zenit por su ayuda brindada en la elaboración de esta tesis.

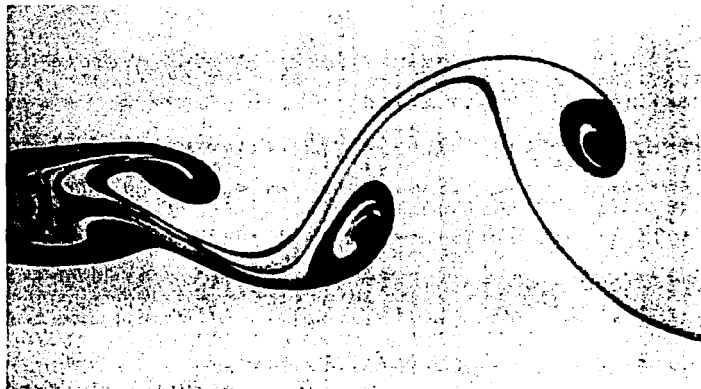
Agradezco a mis amigos Fabiola Daza, Lucía Higuera, Lina Pérez, Patricia Soltero, Edgar Bello, Daniel Orozco, Ignacio Sam y Ángel Ruiz, quienes me han acompañado en los momentos importantes de mi vida. A todos ellos quiero agradecer su apoyo, hermandad, por todos aquellos momentos inolvidables y porque a pesar de los años, hemos sabido conservar nuestra amistad. También quiero agradecer a todos mis compañeros en la Universidad por el apoyo incondicional y por todos los momentos de alegría en la Facultad de Ingeniería. A todas las personas que en alguna forma me brindaron su apoyo y ayudaron desinteresadamente, muchas gracias.

## RESUMEN

En este proyecto de tesis se realizó un análisis estadístico de la frecuencia emisión de vórtices en una estela de un cilindro sumergido en una corriente. La medición de la frecuencia se realizó mediante la técnica de anemometría de hilo caliente.

Se utilizó aire como fluido y un cilindro de 2.4 mm de diámetro. El cilindro se interpuso en la salida de aire de una tobera. Se implementó un sistema de regulación de presión para obtener un flujo uniforme de aire. Se hicieron estudios del chorro libre de aire mediante perfiles de velocidad con el fin de comprobar su uniformidad y además se obtuvieron señales de velocidad para determinar la intensidad de turbulencia.

Se obtuvieron señales de velocidad con el sensor del anemómetro colocado en la estela del cilindro. Se encontró la posición de los vórtices y se observó una periodicidad en la señal de velocidad. Los datos obtenidos de la señal recibieron un tratamiento estadístico como la función de autocorrelación y la densidad espectral de potencia. Se comprobó que la señal tiene características periódicas y que tiene una frecuencia promedio. Se comprobó que el número de Strouhal  $St \approx 0.2$  para un rango de número de Reynolds  $Re$  y se calculó una incertidumbre aproximada en las mediciones de 10 %. Esta incertidumbre se debe principalmente a leves variaciones de la frecuencia presente en la señal. Finalmente se demostró que el anemómetro de hilo caliente permite realizar mediciones precisas de velocidad, y que el análisis estadístico nos permite tener un estimado muy bueno de la frecuencia de emisión de vórtices.



Generación de vórtices en la estela de un cilindro; estela de vórtices de Von Karman

# CONTENIDO

Introducción	1
1. Velocimetría y flujos externos	4
1.1. Visualización de flujo	5
1.2. Métodos de medición de velocidad de flujo	7
1.3. Flujos externos	21
2. Análisis de señales	31
2.1. Representaciones estadísticas de señales aleatorias	32
2.2. Función de autocorrelación	36
2.3. Función densidad espectral de potencia	39
3. Definición del problema y descripción del equipo	44
3.1. Arreglo Experimental	45
3.2. Anemómetro de hilo caliente	49
4. Mediciones y resultados	52
4.1. Calibración	53
4.2. Perfiles de velocidad	55
4.3. Señales de velocidad	63
4.4. Análisis estadístico	69
5. Conclusiones	77
Referencias	80
Apéndice	81



# INTRODUCCIÓN

El estudio de la naturaleza de los vórtices generados desde un cuerpo sólido sumergido en una corriente se inició a finales del siglo XVIII. A partir de entonces se han realizado experimentos con cuerpos de formas variadas, fluidos con propiedades distintas y otras condiciones diferentes con el fin de analizar el comportamiento de los vórtices. Este fenómeno se ha convertido en un problema clásico en la mecánica de fluidos y se ha encontrado aplicación en la vida real, como se verá más adelante.

V. Strouhal, un científico checo, fue uno de los primeros en estudiar el fenómeno antes mencionado, dedicó su tesis doctoral (1878) al estudio de la vibración de cuerdas (de instrumentos musicales) por efecto del viento. En los experimentos de Strouhal, una cuerda se sostiene en un marco y se hace girar con velocidad uniforme alrededor de un eje paralelo a la cuerda. De esta manera se sustituye el efecto del viento sobre la cuerda fija por el del aire en reposo sobre la cuerda en movimiento. Con cualquier velocidad de rotación nace un sonido débil pero cuando el tono eólico coincide con uno de los tonos propios de la cuerda, el sonido se refuerza ampliamente. Los resultados de los experimentos indican que la frecuencia media  $f$  del tono emitido (vibración) presenta una relación constante con la velocidad  $U$  de la cuerda y el diámetro  $d$  de la misma. Con buena aproximación Strouhal encontró entonces que  $fd/U = 0.18$ . Más tarde, a  $fd/U$ , así como a todo parámetro adimensional obtenido al dividir el producto de la frecuencia por una longitud entre una velocidad, se le dio el nombre de *número de Strouhal*. En la presente tesis se denota el número de Strouhal por  $Sr$ .

En 1911, Ludwig Prandtl observó en un canal de laboratorio cómo la corriente de agua se separaba de los costados de un cilindro vertical fijo sumergido para formar una estela. Descubrió remolinos que se desprendían alternativamente por dos lados opuestos del cilindro y que éstos permanecían largo rato tras el cilindro dispuestos en dos hileras mas o menos paralelas y que se alejaban con velocidad constante. Theodor von Karman, fue uno de los primeros en realizar una interpretación matemática del fenómeno. Basándose en esta explicación matemática, J.W. Strutt, conocido más tarde como Lord Rayleigh, sugirió la siguiente explicación de la vibración transversal<sup>1</sup> de la cuerda en los experimentos realizados por Strouhal: cada remolino, al desprenderse, empuja la cuerda en la dirección opuesta a su movimiento y, como los desprendimientos son alternos, tales son los impulsos que la cuerda recibe. Garrett Birkhoff (1953) sugirió que la estela es una cola fluida que ondea como culebra y los remolinos resultan de la rotación —inducida por fricción de la corriente externa— de las masas de fluido estancadas en las sinuosidades de la cola misma.

---

<sup>1</sup> Strouhal estaba convencido de que las vibraciones provocadas en la cuerda se realizaban en un plano paralelo a la dirección del viento.

Esto explicaría por qué los remolinos se encuentran en posiciones alternadas, a iguales distancias, y por qué giran en sentidos opuestos.

En el caso de un cilindro sumergido en un flujo, siendo  $U$  la velocidad del flujo externo libre (fuera de la estela),  $d$  el diámetro del cilindro y  $f$  la frecuencia de emisión de vórtices, se encontró que  $Sr \approx 0.2$  para un rango amplio de velocidades; dicho de una manera más general, para un rango de número de Reynolds. Si el diámetro del cilindro se sustituye por el ancho  $D$  de la estela se tiene que  $Sr = fD/U = 0.16$  y se demostró que este número es constante independientemente de la forma del objeto sumergido en la corriente. Finalmente se encontró que esta manifestación es un caso particular de un fenómeno de generalidad mayor. En cualquier caso donde se tengan masas fluidas refrenadas por un obstáculo posicionado en una corriente y donde estas masas sean adyacentes a una corriente libre exterior, se tendrá que  $fD/U = 0.16$ ; donde la corriente exterior de velocidad  $U$  excita y controla en la masa refrenada de espesor  $D$ , oscilaciones de frecuencia  $f$ . A esto se le llamó la *ley universal de Strouhal* [1].

Un ejemplo en el que se encuentran oscilaciones inducidas por una corriente son las *oscilaciones de láminas vertientes*; como en el caso en el que una cortina cierra el embalse de una presa. Cuando la superficie del embalse se vierte por la cresta de dicha barrera, la lámina vertiente (agua cayendo) oscila y comunica sus vibraciones a la cortina misma. La inestabilidad resultante en la barrera puede provocar daños a su estructura, y por lo tanto a la presa entera. Se ha encontrado una relación estrecha entre la frecuencia de vibración de la lámina vertiente y la frecuencia de vibración de la cortina. Otro ejemplo, son las *compuertas*. Las compuertas funcionan como barreras móviles que permiten el paso libre, parcial o nulo de una corriente. La abertura parcial de una compuerta corre el riesgo de producir una frecuencia de vibración forzada sobre la compuerta debido al paso de la corriente. Eventualmente esta vibración puede dañar a la compuerta. También se han encontrado vibraciones en cierto tipo de *válvula* en forma de cono, la cual se coloca al final de una tubería cilíndrica con el vértice apuntando hacia la corriente. Cuando se pega el cono a la tubería ésta se encuentra cerrada; cuando se separa de ella, se controla el gasto deseado. Una vez más un cuerpo sólido sumergido oscila a causa de una corriente. Todos estos ejemplos [1], presentan los mismos elementos: una corriente exterior con cierta velocidad  $U$ , un cuerpo sólido sumergido en dicha corriente con una cierta longitud característica  $x$ , y una frecuencia  $f$  de vibración. La llamada ley universal de Strouhal ha encontrado aplicabilidad en otros casos presentes en la práctica ingenieril, por tanto, el estudio de la generación de vórtices es de gran importancia.

El objetivo de la presente tesis es hacer un análisis estadístico de la frecuencia de emisión de los vórtices generados por un cuerpo cilíndrico circular sumergido en una corriente de aire a través de la técnica de anemometría de hilo caliente. Es decir, la meta es encontrar mediante la señal de un sensor, la posición de los vórtices generados y además medir la frecuencia de aparición de los mismos. Se realizan mediciones dentro de un rango determinado de velocidades y se determina si el número de Strouhal en el experimento propuesto es el mismo al reportado en trabajos previos. De esta manera se probará la efectividad del anemómetro de hilo caliente y la confiabilidad de los métodos estadísticos utilizados para esta aplicación particular.

La estructura de la tesis es la siguiente; en el capítulo 1, *Velocimetría y Flujos Externos*, se presentan los antecedentes del proyecto. En Velocimetría se explica los principios de las distintas técnicas de medición de velocidad de flujos, incluyendo la técnica de anemometría de hilo caliente. Se da a conocer, en general, las ventajas, desventajas, alcances y conveniencia en la utilización de cada técnica. En Flujos Externos se dan conceptos básicos de flujos pasando a través de cuerpos sólidos y en particular se mencionan ciertos aspectos de flujos alrededor de cuerpos cilíndricos.

En el capítulo 2, *Análisis de Señales*, se indica cómo se hace la representación estadística de las señales, así como la manera de obtener resultados a partir de una señal discreta. Se describen los métodos estadísticos utilizados para la interpretación de los datos obtenidos por el anemómetro de hilo caliente. En el capítulo 3, *Definición del problema y Descripción del equipo*, se muestra detalladamente el arreglo experimental del proyecto de tesis. Se ven diagramas y fotos del equipo utilizado, así como la explicación del funcionamiento del equipo de anemometría de hilo caliente. El capítulo 4, *Mediciones y Resultados*, presenta los datos medidos por el anemómetro de hilo caliente y se explica la manera en que se obtuvieron. A partir de los métodos estadísticos adoptados se presenta en tablas o gráficas los resultados del experimento, se hace una interpretación de los mismos, se realizan las observaciones pertinentes y se comparan dichos resultados con los reportados en la literatura.

En el último capítulo, se dan las conclusiones finales de la tesis y se evalúan los objetivos planteados. También se especifican algunos detalles importantes del experimento, observaciones, obstáculos, problemas de diseño, solución de problemas etc.. Finalmente, se mencionan los alcances e importancia del proyecto presentado en esta tesis.

# **VELOCIMETRÍA Y FLUJOS EXTERNOS**

<b>1.1.</b>	<b>Visualización de Flujo</b>	<b>5</b>
<b>1.2.</b>	<b>Métodos de Medición de Velocidad de Flujo</b>	<b>7</b>
1.2.1	Tubo de Pitot	7
1.2.3	Anemometría Láser Doppler (LDA)	9
1.2.4	Sistemas de Velocimetría por Imágenes de Partículas (PIV)	11
1.2.5	Anemometría de Hilo Caliente (HWA)	14
<b>1.3.</b>	<b>Flujos Externos</b>	<b>21</b>
1.3.1.	Fuerza de arrastre y sustentación.	22
1.3.2.	Generación de vórtices	26

## 1.1 VISUALIZACIÓN DE FLUJO

La mayoría de los sistemas de visualización están basados en dos principios básicos: la introducción de partículas “trazadoras” o la detección de cambios en las propiedades ópticas del fluido relacionados con el flujo (movimiento). Para flujos gaseosos se han utilizado humo (figura 1.1.a), burbujas de helio o moléculas de gas que se hacen luminosas utilizando chispas eléctricas ionizantes. En líquidos, comúnmente se utilizan tintes de color y burbujas de gas (figura 1.1.b) como partículas trazadoras.



Figura 1.1.a visualización por humo<sup>1</sup>

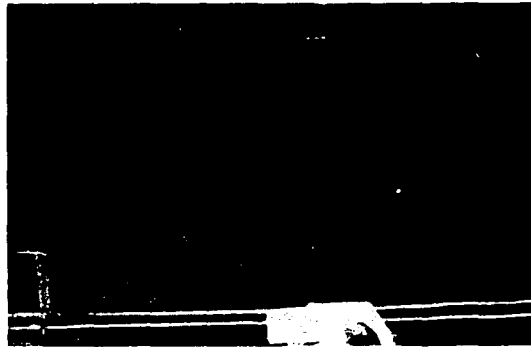


Figura 1.1.b alambre generador de burbujas

Para flujos de agua a bajas velocidades, el método de las burbujas de hidrógeno provee una visualización gráfica y elementos para obtener datos de velocidades, líneas de corriente, configuraciones de trayectorias, y por lo tanto, datos de flujos estacionarios y no estacionarios. La técnica utiliza un alambre fino, el cual funciona como electrodo de un circuito eléctrico de C.D. El alambre electroliza la corriente de agua que pasa por un canal y genera las burbujas.

Las burbujas de hidrógeno son llevadas por la corriente y se convierten en partículas trazadoras. Mediante la iluminación de la zona de prueba, se pueden tomar fotografías de patrones de flujo; las fotografías muestran a las burbujas como pequeñas líneas cuya longitud puede ser medida para proporcionar datos de velocidad. La luz estroboscópica muestra una serie de puntos cuya separación puede dar resultados similares. El método de las burbujas de hidrógeno es muy flexible, ya que pueden utilizarse muchas configuraciones de alambre y pueden emplearse muchos circuitos generadores de burbujas. La figura 1.1.b muestra un alambre generador de burbujas de hidrógeno.

<sup>1</sup> Tomada del catálogo FlowMap PIV systems DANTEC (Measurement Technology)

*Métodos Ópticos.* Estos métodos son usados para flujos gaseosos y emplean las propiedades de la luz. Al igual que todos los métodos de visualización, no requieren de algún sensor que interfiera con el flujo, pero se requiere de canales transparentes. Los tres métodos más comunes son, el *shadowgraph*, el *Schlieren*, y el interferómetro *Mach-Zehender* (más detalles en referencia [2]). Los tres utilizan la refracción de la luz mediante un medio de densidad variable.

El método más simple es el *shadowgraph*. Si un rayo de luz pasa a través de la sección a prueba, algunos rayos encontrarán un gradiente de densidad y serán refractados mientras que el resto pasarán a través del canal libremente. El patrón de luz resultante es observado en una pantalla donde la intensidad de luz depende de la segunda derivada de la densidad a lo largo de las direcciones de flujo paralelas a la pantalla.<sup>2</sup>

Las técnicas que utilizan el *Schlieren* y el interferómetro requieren de equipo óptico más complejo, pero miden también funciones relacionadas con la densidad del gas. Los resultados del *Schlieren* dan mediciones del gradiente de densidad, mientras que el interferómetro da una medición directa de las variaciones de densidad en la sección de prueba. Los tres métodos son muy útiles en flujos compresibles a altas velocidades donde los cambios de densidad son significativos.

---

<sup>2</sup> se supone que el flujo es bidimensional.

## 1.2 MÉTODOS DE MEDICIÓN DE VELOCIDAD DE FLUJO

En muchos estudios experimentales de fenómenos de flujo, es necesario determinar la magnitud y/o dirección de la velocidad local. En otros casos se requiere determinar cómo varía la velocidad de punto a punto, es decir, se busca el campo de velocidad del flujo.

Los métodos de visualización nos permiten tener una idea de los patrones de flujo. Sin embargo, un análisis cualitativo no siempre es suficiente. Para eso se tienen métodos que permiten realizar análisis cuantitativos.

El fenómeno de generación de vórtices desde un cuerpo sumergido en un flujo se caracteriza por cambios aproximadamente sinusoidales de velocidad en la vecindad del cuerpo. Los datos provenientes de una sonda de velocidad local nos pueden dar información acerca de la frecuencia de emisión de vórtices. En esta sección se darán a conocer los instrumentos de medición de velocidad más utilizados, y se mencionará su funcionamiento principal. Los instrumentos de medición de velocidad más comunes son los tubos de Pitot, anemómetros láser-Doppler, sistemas de velocimetría por imágenes de partículas y los anemómetros de hilo caliente.

### 1.2.1 Tubo de Pitot

El tubo estático de Pitot es un instrumento que permite medir la presión de estancamiento y la presión estática de un flujo. Al restar ambas, se puede calcular la presión dinámica y así, la velocidad del flujo. En la figura 1.2. se muestra un tubo de Pitot. El tubo interior se utiliza para medir la presión de estancamiento en el punto B, en tanto que la presión estática en C se registra mediante los pequeños orificos en el tubo exterior.

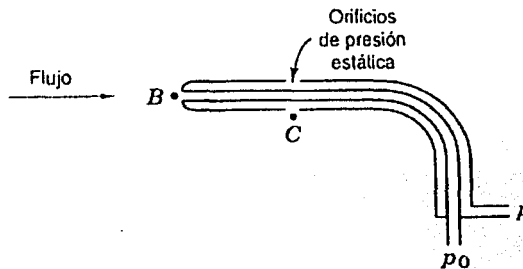


Figura 1.2. Medición simultánea de las presiones de estancamiento  $p_0$  y estática  $p$  en el tubo de Pitot

La presión de estancamiento  $p_0$  se obtiene mediante:

$$p_0 = p + \frac{1}{2} \rho_f V^2 \quad (1.1)$$

donde  $\rho_f$  es la densidad del fluido,  $p$  es la presión estática y el término  $\frac{1}{2}\rho_f V^2$  se llama generalmente la presión dinámica. Despejando la velocidad queda:

$$V = \sqrt{\frac{2(p_0 - p)}{\rho_f}} \quad (1.2)$$

La figura 1.3. muestra el empleo de tubos de Pitot en conductos esencialmente unidireccionales. La presión estática esta representada por la altura  $h_s$ ; la presión total o de estancamiento por  $h_t$ , y la presión dinámica, por  $h_v$ . En el caso C se muestra la manera de conseguir la diferencia de altura  $h_v$  correspondiente a la diferencia de presiones  $p_0 - p$ :

$$p_0 - p = \rho_{man} g h_v$$

donde  $\rho_{man}$  es la densidad del líquido manométrico. Sustituyendo en la ecuación 1.2 queda:

$$V = \sqrt{2gh_v \frac{\rho_{man}}{\rho_f}} \quad (1.3)$$

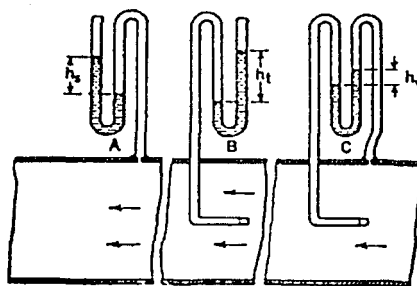


Figura 1.3. Mediciones de la presión del aire

La presión estática es la más difícil de medir exactamente. Las diferencias entre los valores reales y medidos de la presión estática pueden deberse a lo siguiente:

- Mala alineación entre el eje del tubo y el vector velocidad del flujo. Las perforaciones para la presión estática se exponen a alguna componente de la velocidad.
- Diámetro del tubo. Las líneas de corriente cercanas a la superficie exterior del tubo son más largas que las del flujo externo no alterado por el tubo; por lo tanto hay un aumento de velocidad. Esto provoca una disminución en la presión estática, haciendo que los agujeros den lecturas bajas. Ocurre un fenómeno semejante (y posiblemente de mayor intensidad) si se introduce un tubo en una tubería cuya área de sección transversal no sea mucho mayor que la del tubo.



- La influencia del punto de estancamiento que se origina en el soporte del tubo. Esto puede provocar que los agujeros midan una presión estática mayor a la real. Por lo tanto, no es recomendable que estos agujeros se dispongan muy cerca del soporte del tubo. Este error y el mencionado en el punto anterior tienden a anularse entre sí.

## 1.2.2 Anemometría Láser Doppler (LDA)

Sus principales ventajas sobre otros métodos de medición son:

- La medición de velocidad es más directa que en otros métodos de medición, no hay inferencia a partir de la presión (tubo de Pitot) o el coeficiente de transferencia de calor (hilo caliente).
- No se necesita colocar algún objeto físico en flujo, así éste no se distorsiona por la medición.
- El volumen de prueba puede ser muy pequeño (es común tener un cubo de medición de 0.2 mm de arista).
- Se tiene buena frecuencia de respuesta.

Las desventajas incluyen la necesidad de usar canales transparentes, partículas trazadoras en el fluido, el costo y complejidad de los aparatos. En resumen, el principio de operación consiste en enfocar rayos láser en el punto donde se quiere medir la velocidad y registrar con un fotodetector la luz dispersada por pequeñas partículas llevadas con el fluido que pasa a través del punto de intersección de los rayos. La velocidad de las partículas (se asume que es igual a la velocidad del fluido) ocasiona un corrimiento (efecto Doppler) en la frecuencia de luz dispersada, y así, se produce una señal directamente relacionada con la velocidad.

Actualmente, las partículas trazadoras artificiales no son siempre necesarias; las partículas microscópicas normalmente presentadas en líquidos son suficientes; sin embargo, los flujos gaseosos si las necesitan. Bajo condiciones extremas, las partículas pueden no seguir perfectamente el flujo, pero los estudios han demostrado gran exactitud en muchos casos prácticos.

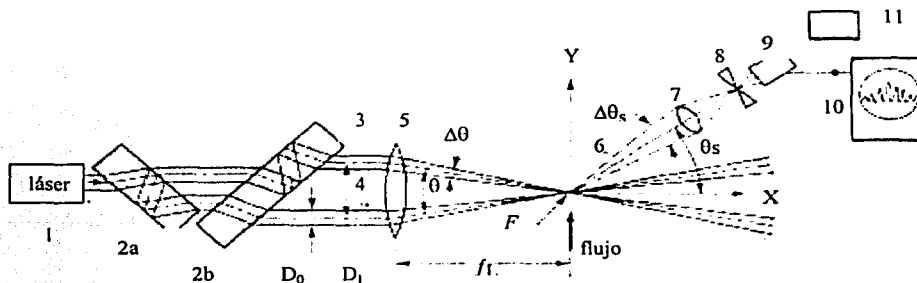


Figura 1.4. Esquema del medidor de velocidad láser Doppler.

Los anemómetros láser Doppler (LDAs por sus siglas en inglés) han sido operados en diferentes configuraciones; las figuras 1.4. y 1.5. dan algunos detalles del sistema llamado modo "franja". Los planos ópticos (2a, 2b) hacen que el rayo láser 1 se divida en dos rayos 3 y 4 paralelos y de igual intensidad. El lente 5 provoca que estos dos rayos

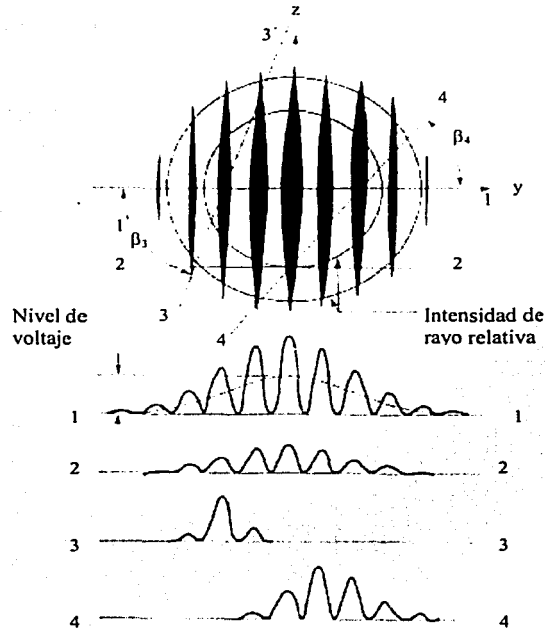


Figura 1.5. Señales electrónicas láser doppler<sup>3</sup>

crucen en el punto focal común F. La luz 6, dispersada por las partículas moviéndose a través del patrón de franjas, es recolectada selectivamente por la combinación agujero-lente 7 y 8, y luego registrada por el fotosensor 9.

La intensidad de luz contra el tiempo se puede ver en el osciloscopio 10 y simultáneamente manipulada por el procesador de señal 11 para derivar los datos de velocidad de flujo. La frecuencia  $f$  de las señales eléctricas (mostradas en la figura 1.5.) producida por una partícula moviéndose a través del patrón de franjas oscuras y brillantes con la componente de velocidad  $V$  normal a las franjas está dado por:

$$f = \frac{2V \sin(\theta/2)}{\lambda} \quad (1.4)$$

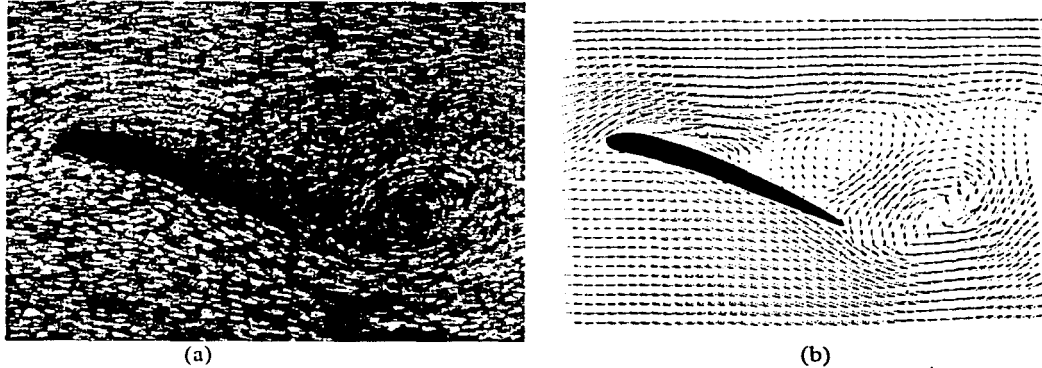
donde  $V$  está en centímetros por segundo; para un rayo láser típico con longitud de onda  $\lambda = 5 \times 10^{-5}$  cm y  $\theta = 30^\circ$ , se obtiene  $f = 10,340$  Hz. El método mide la componente de la velocidad perpendicular al patrón de franjas. Se puede rotar el patrón  $90^\circ$  para medir la otra componente del vector de velocidad de dos dimensiones.

<sup>3</sup> Tomado de Doebelin Ernest, *Measurement System, Application and Design*, chap 7, flow measurement

### 1.2.3 Sistemas de Velocimetría por Imágenes de Partículas (PIV)

La base de la técnica del PIV (Particle Image Velocimetry) consiste en lo siguiente: medir el desplazamiento de un elemento del fluido en un intervalo de tiempo conocido y registrar la trayectoria de su movimiento. De esta manera se puede calcular el vector velocidad del elemento.

En la figura 1.6.a se ve el flujo detrás de un ala mediante equipo moderno de visualización. En la figura 1.6.b se ve el mapa de vectores del campo de velocidad instantáneo correspondiente a la figura 1.6.a, obtenido mediante el PIV.



(a) (b)  
Figura 1.6. Comparación de métodos de visualización: convencional y PIV<sup>4</sup>

#### 1.2.3.1 Principio de operación del PIV.

A continuación se explican las características básicas de la técnica nombrada “particle image velocimetry” o PIV. Para más detalles referirse a [7].

La instalación de un experimento con un sistema PIV consiste frecuentemente de varios subsistemas. En la mayoría de las aplicaciones se requiere añadir partículas trazadoras al flujo. Estas partículas tienen que ser iluminadas en un plano del flujo al menos dos veces dentro de un intervalo de tiempo corto. La luz dispersada por las partículas tiene que ser registrada ya sea en un arreglo simple o en una secuencia de arreglos. El desplazamiento de las partículas en las imágenes dentro de los planos de luz se determina a través de la evaluación de los registros del PIV. Con el fin de poder manejar la gran cantidad de datos que pueden ser recogidos utilizando la técnica PIV, se requieren procesamientos sofisticados.

La figura 1.7. muestra una instalación típica de un PIV en un túnel de viento. Se han adicionado partículas trazadoras pequeñas al flujo. Un plano de luz (light sheet) dentro del

<sup>4</sup> Tomado de Raffel, Willert, Kompenhans; *Particle Image Velocimetry*, Springer, Germany 1998 chap 1

flujo, es generado dos veces por medio de un láser (el tiempo de retardo entre los pulsos depende de la velocidad promedio del flujo y la ampliación de la imagen). Se asume que las partículas trazadoras se mueven con la velocidad del flujo local entre las dos iluminaciones. La luz dispersada por las partículas trazadoras es registrada vía un lente de alta calidad ya sea en un simple negativo fotográfico o en dos arreglos separados consistentes en un sensor CCD (charge coupled device). La salida del sensor CCD es guardada en tiempo real en la memoria de una computadora.

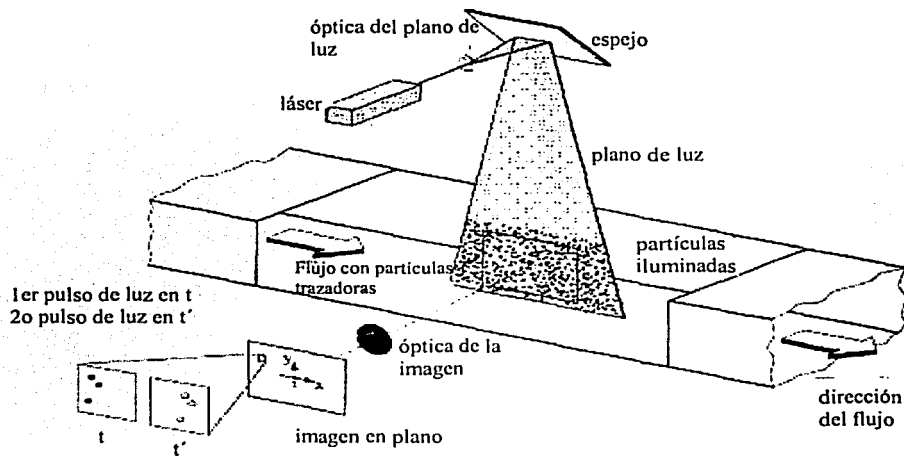


Figura 1.7. Arreglo experimental para el PIV en un túnel de viento.<sup>5</sup>

Para la evaluación, el registro digital del PIV se divide en pequeñas subáreas llamadas “áreas de interrogación” (Figura 1.8.). El vector desplazamiento local de las partículas trazadoras de la primera y segunda iluminación se determina para cada área de interrogación a través de métodos estadísticos (autocorrelación y correlación cruzada). Se asume que todas las partículas dentro de un área de interrogación se han movido homogéneamente entre las dos iluminaciones. La proyección del vector de velocidad del flujo local sobre el plano de luz (vector de velocidad de 2 componentes) se calcula tomando en cuenta el tiempo de retardo entre las dos iluminaciones y la ampliación de las imágenes.

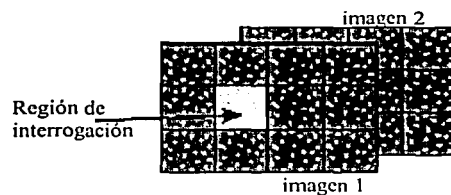


Figura 1.8. Áreas o regiones de interrogación en una imagen

<sup>5</sup> tomado de Raffel, Willert, Kompenhans; *Particle Image Velocimetry*, Springer, Germany 1998 chap 1

El proceso de interrogación es repetido para todas las áreas de interrogación del registro. Con cámaras de video modernas (1000 × 1000 elementos sensores) es posible capturar más de 100 registros por minuto. La evaluación de un registro PIV de video con 3600 vectores de velocidad (dependiendo del tamaño del registro y el área de interrogación) es del orden de unos pocos segundos en una computadora estándar. Si se requiere disponibilidad de datos más rápidos para el monitoreo en línea del flujo, existen procesadores comercialmente disponibles que desarrollan las evaluaciones con una calidad similar dentro de fracciones de segundo.

### 1.2.3.2 Características principales del PIV

**Medición de velocidad no intrusiva.** En contraste con otras técnicas de medición, la técnica usada por el PIV, no requiere de alguna sonda que se coloque dentro del flujo, por tanto no hay intromisiones. El PIV utiliza una técnica óptica. Esto permite que el PIV pueda aplicarse tanto en flujos a alta velocidad como en capas límites cerca de la pared, donde el flujo puede ser distorsionado por la presencia de sondas.

**Mediciones de velocidad indirecta.** De la misma manera que el anemómetro láser Doppler, la técnica del PIV mide la velocidad de un elemento de fluido indirectamente por medio de la medición de la velocidad de partículas trazadoras dentro del flujo, las cuales - en la mayoría de las aplicaciones- ha sido añadida al flujo antes del comienzo del experimento. En los flujos bifásicos, las partículas ya están presentes en el flujo. En esos casos, es posible medir la velocidad de las partículas en sí misma y también la velocidad del fluido (agregando además partículas al fluido).

**Técnica de campo completa.** El PIV es una técnica que permite registrar imágenes de zonas grandes de los campos de flujo en una variedad de aplicaciones tanto en medio gaseoso como líquido, y extraer la información de la velocidad de esas imágenes. Excepto por el anemómetro láser Doppler DGV, que es una nueva técnica particularmente apropiada para flujos de aire a alta velocidad, todas las demás técnicas de medición de velocidad permiten la medición en un solo punto del flujo pero con una resolución temporal muy alta en la mayoría de los casos. Con el PIV la resolución espacial es muy grande, mientras que la resolución temporal (la tasa del registro de imágenes) está limitada debido a restricciones técnicas. La captura de imágenes instantáneas y resoluciones espaciales altas del PIV permiten la detección de estructuras espaciales aun en campos de flujos no estacionarios.

**Retraso de velocidad.** La necesidad de emplear partículas trazadoras para la medición de la velocidad del flujo, requiere revisar cuidadosamente para cada experimento, si las partículas realmente siguen el movimiento de los elementos del fluido al menos lo requerido para los objetivos de las investigaciones. Las partículas pequeñas siguen el flujo de mejor manera.

**Iluminación.** Para aplicaciones en flujos gaseosos, se requiere una fuente de luz de alto poder para iluminación con el fin de que la luz dispersada por partículas pequeñas sea

expuesta a una película fotográfica o a un sensor de video. Sin embargo, la necesidad de utilizar partículas más grandes a causa de su mejor eficiencia en dispersar la luz está en contradicción con el deseo de tener partículas pequeñas para que puedan seguir el flujo de una manera confiable. En la mayoría de las aplicaciones se tiene que encontrar un acomodo óptimo. En los flujos líquidos se pueden aceptar partículas más grandes, las cuales dispersan mayor cantidad de luz. Por lo tanto, en estos casos, se pueden usar fuentes de luz con nivel de energía considerablemente menores.

### 1.2.4 Anemometría de Hilo Caliente (HWA)

El anemómetro de hilo caliente fue utilizado en el experimento de la presente tesis y por tanto es conveniente mencionar algunas características importantes de la operación de este equipo. La anemometría de hilo caliente o HWA (Hot-Wire Anemometry) está basada en la transferencia de calor por convección de un alambre o película que están situados dentro de un flujo. Cualquier cambio en la condición del flujo que afecte la transferencia de calor de estos elementos será detectado instantáneamente por un sistema HWA. El anemómetro de hilo caliente o HWA (hot-wire anemometer) puede ser utilizado, por ejemplo, para proveer información acerca de la velocidad o temperatura del flujo, cambios de concentración en mezclas de gases, cambios de fase en flujos multifásicos, datos de vorticidad y otros.

#### 1.2.4.1 Ventajas de la Anemometría de hilo caliente

El HWA se ha convertido en la principal herramienta de investigación para la mayoría de los estudios en flujos gaseosos turbulentos. Para mediciones de flujos con intensidades de turbulencia bajas y moderadas (menos del 25%) las principales ventajas del HWA convencional son:

*Costo.* Los sistemas HWA son relativamente baratos en comparación con sus principales competidores: anemómetros láser doppler (LDA) y los sistemas de velocimetría por imágenes de partículas (PIV).

*Respuesta de frecuencia.* En condiciones óptimas se puede tener una respuesta de frecuencia de 0.004 a 100 kHz, por tanto, es fácil obtener mediciones arriba de varios cientos de kiloHertz.

*Tamaño.* Un sensor de hilo caliente típico mide cerca de 5  $\mu\text{m}$  de diámetro y cerca de 1.25 mm de longitud, aunque existen algunos tan pequeños como 1  $\mu\text{m}$  por 0.25 mm. La medición en un LDA se encuentra en un volumen de 50  $\mu\text{m}$  por 0.25 mm.

*Mediciones de velocidad.* Puede haber sondas que contengan uno o más sensores, los cuales permiten la medición de una, dos o tres componentes del vector velocidad en puntos específicos en el campo del flujo.

*Mediciones de temperatura.* Se pueden obtener mediciones simultáneas de la velocidad y el campo de temperaturas usando una sonda multi-sensor, la cual contiene un sensor operando en el modo "hilo-frío" (cold-wire).

*Flujos bifásicos.* Las sondas de película caliente pueden ser usadas para mediciones en las que se tengan flujos con una fase turbulenta continua y burbujas distribuidas en ellos (líquido/gas o líquido/líquido).

*Exactitud.* Se pueden obtener resultados muy exactos y tener errores del 0.1-0.2% en experimentos controlados cuidadosamente. Sin embargo, en la mayoría de los experimentos se obtiene una exactitud con errores cercanos al 1 %.

*Proporción de "ruido" en la señal.* Los anemómetros de hilo caliente son claramente superiores debido a que tienen muy bajos niveles de ruido. El ruido electrónico se define como el cambio detectable mínimo que puede ser medido. Una resolución de una parte por 10,000 se alcanza fácilmente, mientras que en el LDA se obtiene una resolución aproximada de 1 parte por 1000.

*Análisis de señal.* La señal de salida de un sistema HWA es una señal análoga continua. Por tanto, se pueden llevar a cabo análisis de señal en el dominio del tiempo y en el dominio de la frecuencia registrados convencionalmente o condicionalmente.

*Información espacial.* El uso de dos o más sondas separadas espacialmente permite la medición de correlaciones espaciales/temporales de fluctuaciones turbulentas.

*Sondas especiales.* Algunas sondas especiales y ciertos análisis de señales pueden usarse para evaluar cantidades relacionadas con la turbulencia como son la intermitencia, razón de disipación, vorticidad, etc.

#### 1.2.4.2 Principio de operación.

La anemometría de hilo caliente está basada en la transferencia de calor por convección de un elemento sensor que es calentado por una corriente eléctrica. Las configuraciones de sensor más comunes son los hilos calientes cilíndricos y las películas calientes depositadas sobre fibras cilíndricas.

Para obtener resultados exactos, una sonda de hilo caliente debe ser calibrada. Esto es, el alambre debe ser expuesto a velocidades conocidas, y su salida de voltaje debe ser registrada sobre un rango de velocidades. Anteriormente se requería de otros medios para obtener estas velocidades como un tubo de Pitot; actualmente los sistemas de HWA cuentan equipos adicionales con los que se puede calibrar la sonda.

La transferencia de calor de un hilo caliente expuesto en un flujo depende tanto de las propiedades del fluido ambiental (densidad  $\rho$ , viscosidad  $\mu$ , conductividad térmica  $k$ , y el calor específico  $c_p$ , etc.) como los parámetros del flujo (vector velocidad  $\vec{v}$ , temperatura del fluido,  $T_a$ , presión,  $p$ , etc.). Una relación general de la transferencia de calor en el elemento sensor [9] puede expresarse como:

$$\frac{I^2 R_w}{R_w - R_a} = A + BU^n \quad (1.5)$$

donde  $I$  es la corriente eléctrica,  $R_w$  es la resistencia eléctrica del hilo caliente (es decir, cuando hay corriente eléctrica),  $R_a$  es la resistencia eléctrica del hilo a temperatura ambiente (es decir, cuando no hay corriente eléctrica). Los valores  $A$ ,  $B$ ,  $n$  son constantes que se determinan a través de procedimientos de calibración.

Los anemómetros de hilo caliente pueden operar en dos formas: tipo *corriente constante* y tipo *temperatura constante*.

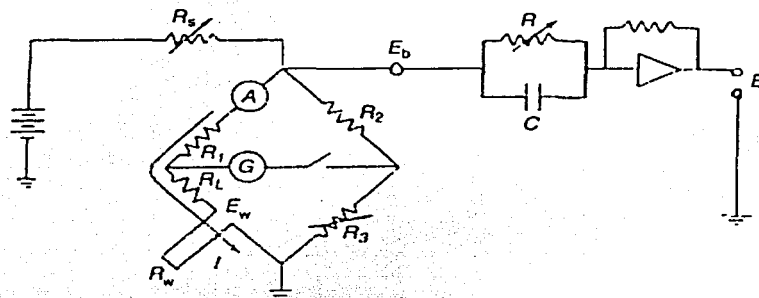


Figura 1.9. Circuito CC con un puente Wheatstone y una compensación R-C

#### 1.2.4.2.1 Modo corriente constante (CC)

En el tipo corriente constante, un alambre fino con cierta resistencia eléctrica  $R$  lleva una corriente eléctrica  $i$  determinada y es expuesto a la velocidad del flujo. El alambre alcanza una temperatura de equilibrio cuando el calor generado  $i^2 R$  en él se balancea con la pérdida de calor por convección en su superficie. El circuito está diseñado de manera que el calor  $i^2 R$  sea esencialmente constante; así la temperatura del alambre debe ajustarse por sí misma para cambiar la pérdida de calor por convección hasta que el equilibrio sea alcanzado. Como el coeficiente de convección de película es función de la velocidad, la temperatura de equilibrio del alambre es una medición de la velocidad. La temperatura del hilo puede ser medida en términos de su resistencia eléctrica.

Un circuito típico de corriente constante se muestra en la figura 1.9. El circuito incorpora un puente Wheatstone. El valor calculado de  $R_w$  se obtiene primeramente ajustando la resistencia  $R_3$  usando la relación:



$$\frac{R_w + R_L}{R_1} = \frac{R_3}{R_2} \quad (1.6)$$

la cual aplica cuando el puente está balanceado; esto se observa mediante la lectura del galvanómetro G.  $R_L$  es la resistencia eléctrica del cable y de la sonda. En primer lugar, se realiza el ajuste de la resistencia  $R_3$ . Este ajuste sirve para mantener la corriente  $I$  en un valor lo suficientemente bajo para prevenir el quemado del alambre y lo suficientemente alto para obtener una sensibilidad adecuada de la velocidad. La corriente correspondiente que pasa a través del alambre es medida mediante el amperímetro A. Durante la calibración, la corriente es mantenida constante para cada puesta de velocidad. El puente se balancea ajustando las resistencias  $R_3$  y  $R_5$ ; y el valor correspondiente  $R_w$  es determinado mediante la ecuación 1.6. Sabiendo el valor de  $I$  y suponiendo que  $n = 0.5$ , se puede aplicar una técnica de ajuste de curva mediante mínimos cuadrados en los datos de calibración para determinar las constantes de calibración  $A$  y  $B$  de la ecuación 1.5. Para propósitos de medición se puede aplicar una técnica de expansión de series de primer orden a la ecuación 1.5, ya que las fluctuaciones turbulentas tienen una amplitud pequeña y una frecuencia baja.

Se puede agregar a la configuración del circuito CC una compensación de frecuencia en la señal de salida como puede verse en la figura 1.9. Brunn[9] realiza un estudio detallado de la respuesta de frecuencia del sensor para el modo corriente constante.

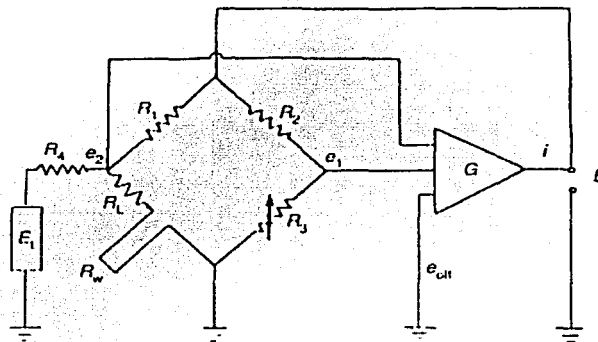


Figura 1.10. Circuito CT con puente Wheatstone, amplificador de retroalimentación y un subcircuito de prueba

#### 1.2.4.2.2 Modo temperatura constante (CT)

En el tipo de temperatura constante, la corriente que pasa a través del alambre se ajusta para mantener la temperatura del hilo (medida a través de su resistencia) constante. La corriente requerida para lograr esto se convierte en una medición de la velocidad del flujo. Cuando el flujo pasa a través del alambre, éste se enfría y su temperatura disminuye, para mantener la temperatura constante, se requiere entonces incrementar la corriente para generar más calor.

Existen mayores ventajas en mantener el hilo caliente a una temperatura operacional constante y consecuentemente a una resistencia constante. Esto se debe a que la inercia térmica del elemento sensor es ajustada automáticamente cuando las condiciones del flujo varían. Además, el anemómetro trabajando a temperatura constante es mucho más simple de usar que el tipo corriente constante, y por eso la gran mayoría de las mediciones de velocidad son llevadas a cabo con este modo de operación.

Este modo de operación incorpora al circuito CT un amplificador diferencial de retroalimentación con el fin de obtener una variación rápida en la corriente eléctrica de calentamiento para compensar los cambios instantáneos de la velocidad.

El principio del circuito CT es ilustrado en la figura 1.10. La sonda es colocada también en un puente Wheatstone. Mientras las condiciones de flujo varían, el voltaje de error  $e_2 - e_1$  será una medición del cambio correspondiente de la resistencia del hilo. Estos dos voltajes conforman la entrada al amplificador operacional. El amplificador tiene una corriente de salida  $i$ , la cual es inversamente proporcional al cambio de resistencia del sensor. Al retro-alimentar esta corriente en la parte superior del puente se reinicia la resistencia del sensor a su valor original, y con esto el valor de la temperatura del sensor también se reinicia a su valor original y permanece constante.

Los anemómetros CT modernos comúnmente contienen un filtro de transferencia baja para disminuir el ruido electrónico, un subcircuito para determinar y configurar la proporción de sobrecalentamiento  $R_w/R_a$  (overheat ratio), un subcircuito generador de onda cuadrada para pruebas de frecuencia y un mínimo de dos controles para optimizar la respuesta de frecuencia en fluctuaciones rápidas de flujo. Los controles más comunes son:

- 1) Un capacitor o inductor en el puente para variar la reactancia del puente.
- 2) Voltaje de compensación,  $e_{off}$ , en el amplificador (Fig. 1.10.).
- 3) Un amplificador de ganancia,  $G$  (Fig. 1.10.).
- 4) Un circuito de estabilidad o similar en el amplificador.

La razón de las resistencias  $R_2/R_1$  en la figura 1.10. se llama proporción de puente. Para usar efectivamente la corriente disponible del amplificador, la resistencia  $R_2$  (pasiva) es normalmente más grande que la resistencia  $R_1$  la cual contiene a la sonda. La proporción de puente tiene un valor normal entre 5 y 20. Para respuesta de frecuencia óptima y para la compensación de cables muy largos, se puede usar una proporción 1:1. Para un estudio más detallado de la respuesta de frecuencia, calibración, transferencia de calor, consultar las referencias [3] y [9].

### 1.2.4.3 La sonda hilo caliente

Una sonda con un único hilo caliente consiste de un alambre de diámetro muy fino y longitud corta, el cual está sujetado por dos puntas hechas comúnmente de acero inoxidable o níquel. Para la mayoría de las aplicaciones del anemómetro de hilo caliente, los materiales del alambre son tungsteno o platino-iridio (80-20 por ciento). Para alambres muy finos se usa platino y sus aleaciones debido a que se pueden obtener diámetros de 0.25  $\mu\text{m}$ .

Las sondas de hilo caliente se usan normalmente en flujos gaseosos debido a su tamaño pequeño y características de calibración bien definidas. Para obtener una buena respuesta de frecuencia la mayoría de los sensores tienen diámetros de  $5 \mu\text{m}$  o menos.

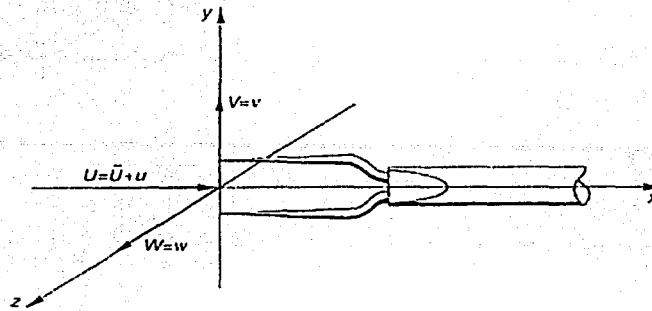


Figura 1.11. Hilo caliente normal (SN) con el tallo de la sonda colocado paralelo a la dirección del flujo principal.

Cuando el tallo de la sonda está alineado con la dirección del flujo principal, las componentes de velocidad pueden verse como en la figura 1.11. La sonda de hilo caliente estándar puede tener una de las configuraciones mostradas en la figura 1.12.(a,b). La diferencia principal entre los dos tipos de sondas es que en el tipo de la figura 1.12.b, el elemento sensitivo ha sido removido de las puntas sujetadoras por medio de una técnica de revestimiento metálico; esto con la finalidad de minimizar la perturbación aerodinámica de la sonda. Para la mayoría de las mediciones, es recomendable que este tipo de sensor sea utilizado en conjunción con una sonda con el tallo paralelo al flujo. Sin embargo, la orientación de esta sonda tiene desventajas en los estudios de capa límite debido a que el tallo y el soporte de la sonda no permiten buenas mediciones cerca de la pared. Una solución es utilizar una sonda especial para capa límite en la cual las puntas están movidas del tallo, como se muestra en la figura 1.12.c. De esta manera, se evitan efectos de bloqueo de flujo y generación de vórtices.

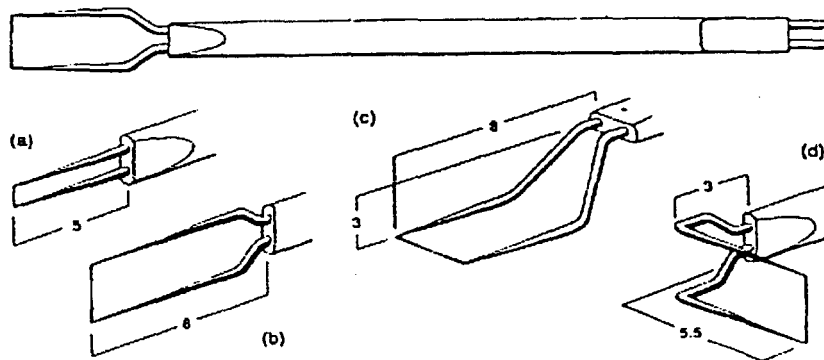


Figura 1.12. Tipos de sondas hilo caliente (a) sin revestimiento (b) con revestimiento (c) sonda para capa límite (d) sonda con puntas dobladas. Las dimensiones están en milímetros

En algunas situaciones de flujo será necesario utilizar una sonda normal con el tallo perpendicular a la dirección del flujo principal. Sin embargo, en estos casos, los efectos de interferencia de la sonda causados por la generación de vórtices desde las puntas y el tallo pueden contaminar la señal del hilo caliente. Para reducir tales efectos, es posible doblar las puntas  $90^\circ$  con respecto a la dirección del flujo, como se muestra en la figura 1.12.d. Esto reduce la producción de vórtices desde las puntas, pero no reduce significativamente las perturbaciones causadas por los vórtices generados por el tallo. Brunn[9] realiza un estudio de los diseños de hilos calientes, efectos de ángulo de ataque, efectos por perturbación aerodinámica, efectos de interferencia causados por vibración, etc. Existen muchas clases de sondas de hilo caliente con uno, dos o tres sensores tal y como se ve en la figura 1.13.

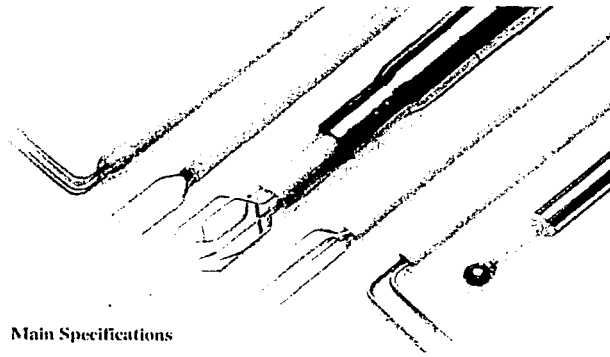


Figura 1.13. Sondas de hilo caliente con uno dos o tres sensores.

## 1.3 FLUJOS EXTERNOS

En esta parte se consideran algunos aspectos de los flujos alrededor de cuerpos sumergidos. Algunos ejemplos incluyen el flujo de aire alrededor de aviones y automóviles o el flujo de agua alrededor de submarinos, navíos, etc. En estas situaciones el objeto está completamente rodeado por un fluido y los flujos son llamados *flujos externos*.

Las técnicas teóricas (analíticas y numéricas) pueden proveer mucha de la información requerida acerca de dichos flujos. Sin embargo, a causa de la complejidad de las ecuaciones y la complejidad de la geometría de los objetos involucrados, la cantidad de información obtenida por métodos puramente teóricos es limitada. Por tanto, la mayoría de la información de flujos externos se obtiene de experimentos llevados a cabo, en gran parte, en modelos a escala de los objetos reales.

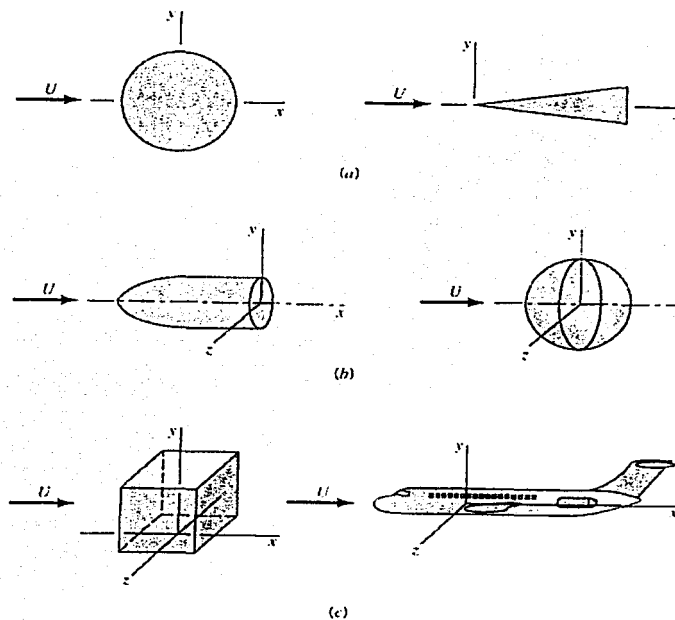


Figura 1.14. Categorías de cuerpos sumergidos (a) bidimensional (b) simétrico en la dirección del flujo (c) tridimensional [11].

En la figura 1.14. se muestra la categoría de cuerpos sumergidos: a) objetos bidimensionales (infinitamente largos y con una sección transversal constante en forma y tamaño), b) cuerpos simétricos en la dirección del flujo y c) cuerpos tridimensionales que pueden poseer o no una línea o plano de simetría. Otra clasificación de la forma del cuerpo puede hacerse dependiendo si el cuerpo es romo (paracaídas, edificios, cilindros) o aerodinámicos (aviones, carros de carreras). Algunos ejemplos de flujo alrededor de cuerpos romos o aerodinámicos se ve en la figura 1.15. La capa límite cerca del punto de

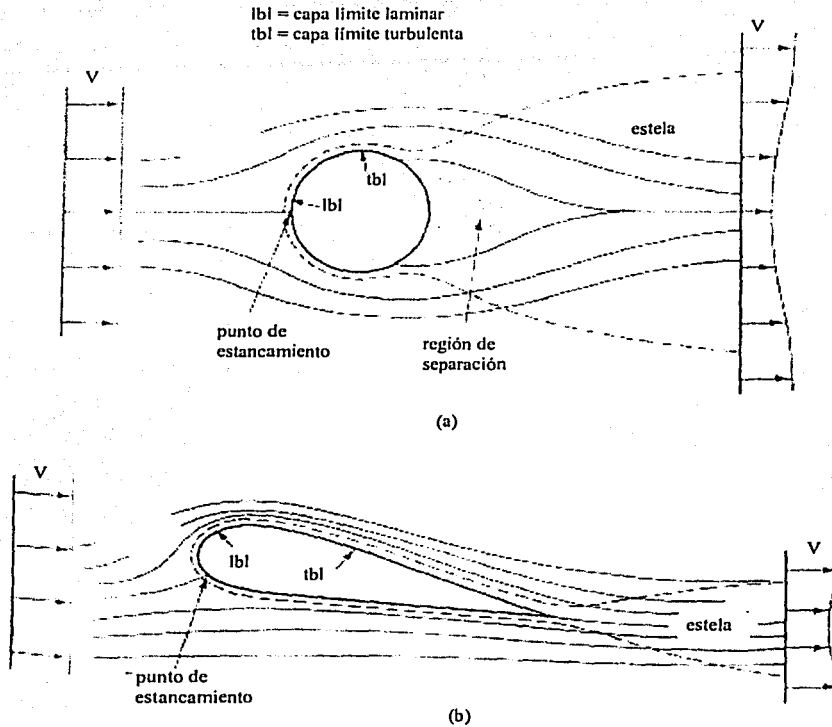


Figura 1.15. Flujo alrededor de un cuerpo embotado y un cuerpo aerodinámico [12]

*estancamiento* es laminar y para un número de Reynolds suficientemente alto, la capa continúa extendiéndose hasta convertirse en una capa límite turbulenta. El flujo puede separarse del cuerpo raso y formar una *región de separación* que es una región de flujo recirculante, o simplemente separarse del cuerpo aerodinámico en el borde final del cuerpo. La *estela*, que se caracteriza por una disminución de la velocidad (velocidades menores que la velocidad de la corriente libre) es una región creciente (de difusión) detrás del cuerpo.

Los límites de la estela, la región de separación, y la capa límite turbulenta son bastante dependientes del tiempo; en la figura 1.15. la locación promediada en el tiempo de la estela se ve mediante líneas punteadas. Los esfuerzos cortantes debido a la viscosidad están concentrados en la capa límite delgada, la región de separación y la estela; fuera de estas regiones el flujo es principalmente no viscoso.

### 1.3.1 Fuerza de arrastre y sustentación.

Cuando un fluido se mueve alrededor de un cuerpo, ocurre una interacción entre el cuerpo y el fluido; este efecto puede describirse en términos de las fuerzas en la interfaz entre el fluido y el cuerpo. Estas pueden ser descritas en términos de dos esfuerzos: los *esfuerzos*

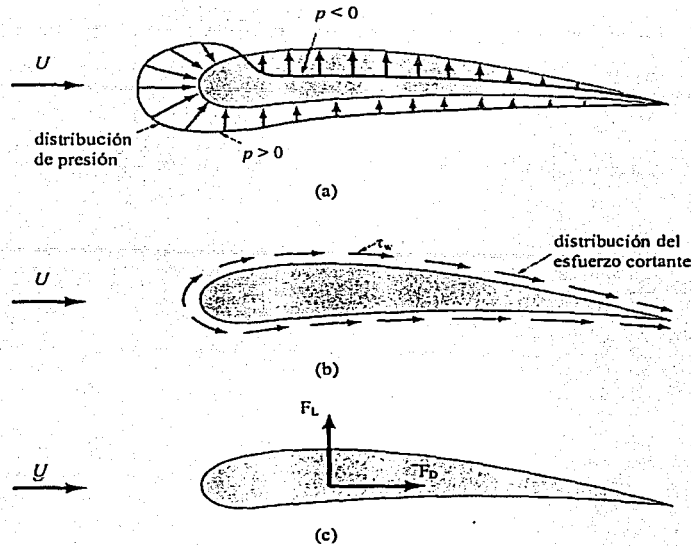


Figura 1.16. Fuerzas desde el fluido circundante en un objeto bidimensional a) fuerza de presión, b) fuerza viscosa, c) fuerza resultante (arrastre y sustentación) [11].

*cortantes* de pared,  $\tau_w$ , debido a los efectos viscosos y los *esfuerzos normales* debido a la presión,  $p$ . Las distribuciones de presión y esfuerzo cortante típicas se muestran en la figura 1.16.a y 1.16.b. Tanto los esfuerzos cortantes como los de presión varían en magnitud y dirección a lo largo de la superficie.

La fuerza resultante en la dirección de la velocidad exterior  $U$  se llama *arrastre*  $F_D$ , y la fuerza resultante normal a la dirección de la velocidad  $U$  se llama *sustentación*,  $F_L$ , como se muestra en la figura 1.16.c.

La resultante de las distribuciones del esfuerzo cortante y de presión puede ser obtenida integrando el efecto de estas dos cantidades sobre el cuerpo como se muestra en la figura 1.17. Los componentes de la malla en  $x$  y  $y$  de la fuerza sobre el objeto son:

$$F_D = \int dF_x = \int p \cos\theta dA + \int \tau_w \sin\theta dA \quad (1.7)$$

$$F_L = \int dF_y = - \int p \sin\theta dA + \int \tau_w \cos\theta dA \quad (1.8)$$

Por supuesto, para llevar a cabo las integraciones y determinar el arrastre y la sustentación, se debe conocer la forma del cuerpo ( $\theta$ , por ejemplo como función de la locación a lo largo del cuerpo) y la distribución de  $\tau_w$  y  $p$  a lo largo de la superficie. Estas distribuciones son extremadamente difíciles de obtener, ya sea experimental o teóricamente.

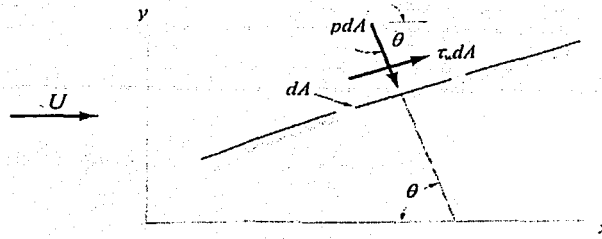


Figura 1.17. Presión y fuerzas de corte sobre un elemento pequeño de la superficie de un cuerpo.

Sin la información detallada concerniente a las distribuciones del esfuerzo cortante y el esfuerzo de presión sobre un cuerpo, las ecuaciones 1.7 y 1.8 no pueden usarse. La alternativa, es definir coeficientes de arrastre y de sustentación adimensionales y determinar sus valores aproximados por medio de otros análisis simplificados, alguna técnica numérica o un experimento apropiado. El coeficiente de sustentación,  $C_L$ , y el coeficiente de arrastre,  $C_D$ , se definen como:

$$C_L = \frac{F_L}{\frac{1}{2} \rho U^2 A} \quad (1.9)$$

$$C_D = \frac{F_D}{\frac{1}{2} \rho U^2 A} \quad (1.10)$$

donde A es un área característica del objeto. Comúnmente, A es tomada como el área frontal (el área proyectada vista por una persona mirando hacia el objeto desde una dirección paralela a la dirección de la velocidad del flujo externo).

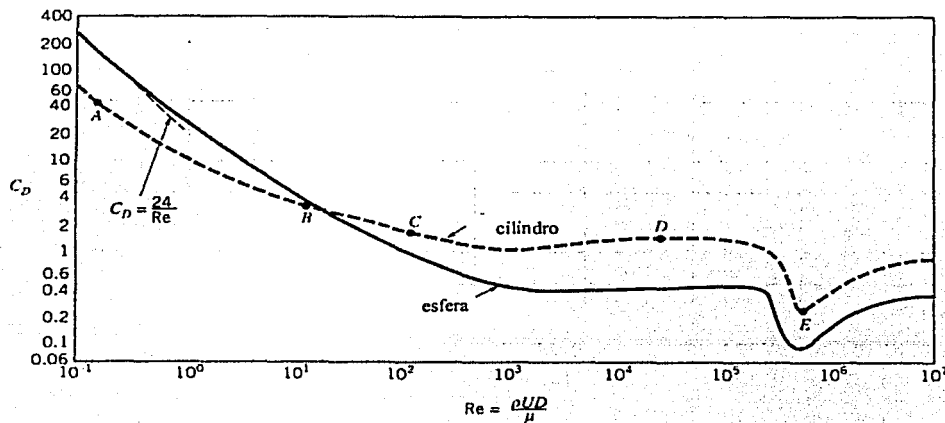


Figura 1.18. Coeficiente de arrastre como función del número de Reynolds para un cilindro circular no rugoso y una esfera no rugosa [11].



En la figura 1.18. se muestran los valores del coeficiente de arrastre  $C_D$  en cilindros circulares y esferas para diferentes números de Reynolds  $Re = \rho U D / \mu$ ; donde  $\rho$  y  $\mu$  son la densidad y viscosidad absoluta del fluido,  $U$  es la velocidad externa del flujo y  $D$  es el diámetro del cilindro o esfera. En el caso en que se tienen flujos con números de Reynolds moderados, cuando pasan a través de cuerpos aerodinámicos, el coeficiente de arrastre tiende a disminuir levemente con el número de Reynolds. Los flujos con número de Reynolds moderados pasando a través de cuerpos romos (como cilindros) producen coeficientes de arrastre relativamente constantes. Esto se puede ver en la figura 1.18. en el rango  $10^3 < Re < 10^5$ .

Para muchas formas de cuerpo existe un cambio repentino en el carácter del coeficiente de arrastre cuando la capa límite se hace turbulenta. El número de Reynolds al cual ésta transición se lleva a cabo es función de la forma del cuerpo. Para los cuerpos aerodinámicos, el coeficiente de arrastre se incrementa cuando la capa límite se hace turbulenta porque gran parte del arrastre es debido a la fuerza cortante, la cual es mayor en el flujo turbulento que en el flujo laminar. Por otro lado, el coeficiente de arrastre para un cuerpo romo, como los cilindros o esferas, disminuye cuando la capa límite se hace turbulenta. Una capa límite turbulenta puede viajar más lejos a lo largo de la superficie del cuerpo dentro del gradiente de presión adverso sobre la parte posterior del cilindro antes de que la separación ocurra. El resultado es una estela más delgada y un arrastre menor para un flujo con capa límite turbulenta. Esto se puede ver en la figura 1.18. mediante un decremento repentino del  $C_D$  para  $10^5 < Re < 10^6$ . Para cuerpos extremadamente romos (nada aerodinámicos), como un plato plano perpendicular al flujo, el flujo se separa en el borde del plato sin tomar en cuenta el tipo de capa límite. Así, el coeficiente de arrastre muestra muy poca dependencia con el número de Reynolds.

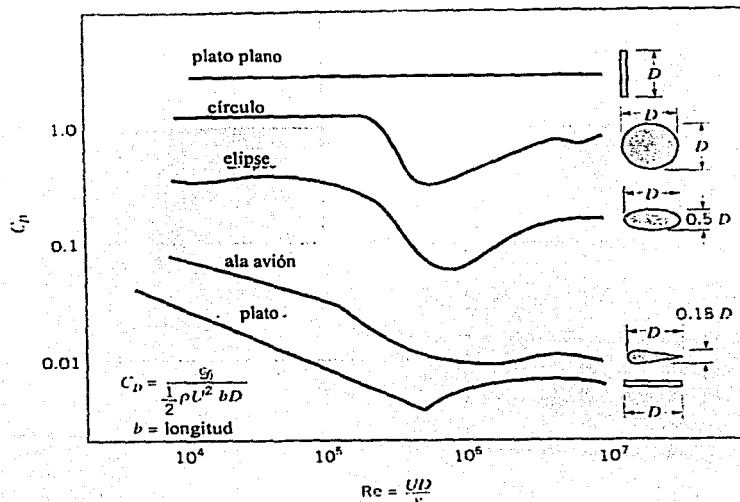
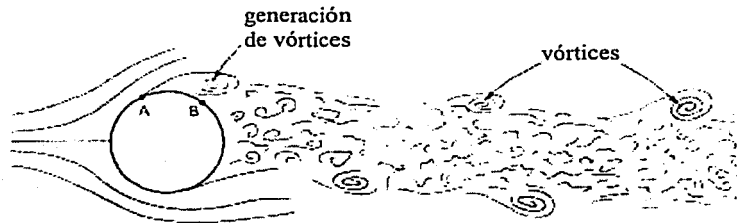


Figura 1.19. Comportamiento del coeficiente de arrastre como función del número de Reynolds para objetos con diferentes grados de perfil aerodinámico[11].

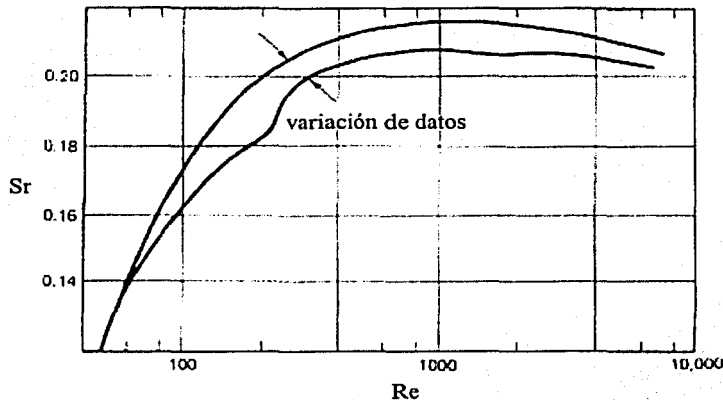
En la figura 1.19. se da el coeficiente de arrastre como función del número de Reynolds para una serie de cuerpos bidimensionales. Las características mencionadas anteriormente se pueden ver con claridad.

### 1.3.2 Generación de vórtices

Ciertos objetos romos como son los cilindros circulares, exhiben algunas veces la propiedad de generar remolinos regulares y alternados (Figura 1.20.a) cuando son expuestos a un flujo.



(a)



(b)

Figura 1.20. Generación de vórtices en un cilindro (a) generación de vórtices; (b) número de Strouhal vs número de Reynolds<sup>6</sup>.

Para flujos con números de Reynolds relativamente altos, es decir, flujos con fuerzas viscosas insignificantes, la frecuencia de generación de vórtices  $f$ , depende exclusivamente de la velocidad del flujo y el diámetro del cilindro. Usando análisis dimensional puede demostrarse que el parámetro adimensional representativo  $fD/V$  es

<sup>6</sup> Tomado de Potter, Wiggert, Mechanics of Fluids, 2<sup>th</sup> Edition, USA 1997 chap 8

constante para cierto rango de valores de números de Reynolds. La frecuencia de generación de vórtices, expresada como una cantidad adimensional, se conoce también como el *número de Strouhal*,

$$Sr = \frac{fD}{V} \quad (1.11)$$

De los resultados experimentales de la figura 1.20.b, se observa que el número de Strouhal es esencialmente constante (0.21) dentro del rango  $400 < Re < 10000$ , por tanto, la frecuencia es directamente proporcional a la velocidad dentro de ese rango de número de Reynolds. La naturaleza periódica de la formación de remolinos produce fuerzas transversales en el cilindro, las cuales también son periódicas, y tienden a producir oscilaciones transversales.

En la figura 1.21. se observa esquemáticamente los patrones de flujo alrededor de cuerpos cilíndricos circulares a diferentes números de Reynolds.

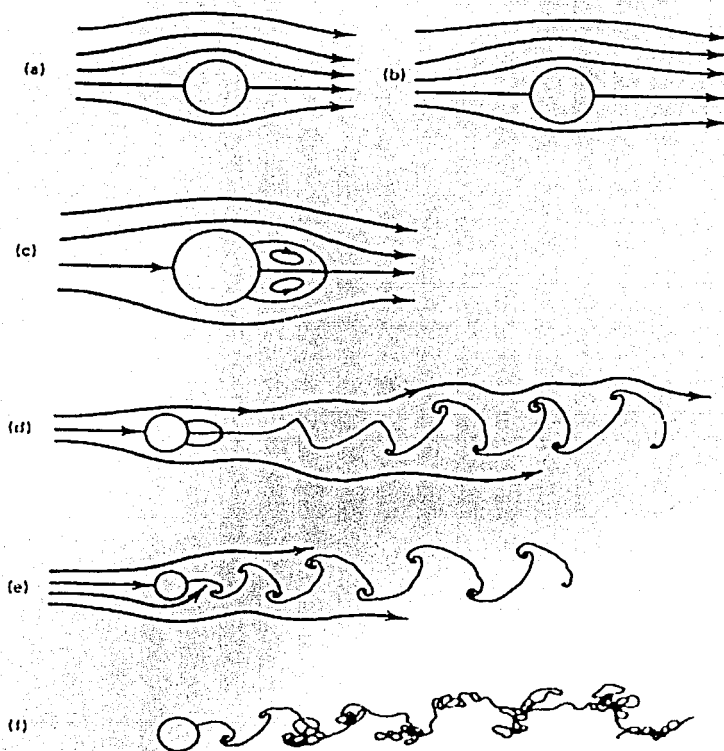


Figura 1.21. Regímenes de flujo para un cilindro (a)  $Re = 0$ , simétrico; (b)  $0 < Re < 4$ ; (c)  $4 < Re < 40$ , vórtices unidos; (d)  $40 < Re < 60-100$ , von Karman vortex street; (e)  $60-100 < Re < 200$ , vórtices alternados; (f)  $200 < Re < 400$ , vórtices inestables

Cuando  $Re = 0$  (Fig 1.21.a y b), el flujo se divide y reúne suavemente en un patrón simétrico en la parte delantera y trasera del cilindro. Aquí el coeficiente de arrastre es bastante alto. El primer cambio de patrón de flujo ocurre cuando  $Re = 4$ . El flujo se separa corriente abajo, y se forman dos remolinos detrás del cilindro (Fig 1.21.c). Estos remolinos son estables y permanecen unidos al cuerpo.

Cuando el número de Reynolds alcanza el valor de 40, se desarrolla el siguiente patrón de flujo (Fig 1.21.d). La estela detrás del cilindro se hace inestable. Las oscilaciones en la onda crecen en amplitud y finalmente se generan vórtices discretos con espacios regulares entre sí. A este tipo de rastro en la estela se llama *estela de vórtices de Von Karman* (o calle de vórtices). Los vórtices viajan corriente abajo a una velocidad ligeramente menor que la velocidad del flujo externo. Los vórtices no son turbulentos, y el flujo cerca del cilindro permanece estable con dos remolinos unidos. Conforme el número de Reynolds se incrementa, la estela de vórtices se forma más cerca del cilindro, hasta que finalmente los remolinos unidos entre sí, empiezan a oscilar. Al final, los pequeños remolinos unidos generan remolinos alternados. Dependiendo de los detalles del experimento, esto ocurre cuando el número de Reynolds está entre 60 y 100 (Fig 1.21.e). El flujo corriente abajo más alejado del cilindro presenta vórtices detenidos debido a fuerzas viscosas.

La formación de vórtices cerca del cilindro se caracteriza como un flujo inestable, y la fuerza de arrastre oscila con la formación de cada remolino. Además, la asimetría del flujo en la parte superior e inferior del cilindro produce el aumento de una fuerza de sustentación con características oscilantes. Conforme nacen remolinos girando en el sentido de las manecillas del reloj en la parte superior del cilindro, el flujo pasa más rápidamente por arriba del cilindro que por abajo del mismo. Esto ocasiona que la presión arriba del cuerpo sea menor, resultando una fuerza de sustentación con dirección hacia arriba. Después de que un remolino girando en el sentido de las manecillas del reloj se separa del cuerpo, se desarrolla el patrón de flujo opuesto en la parte inferior del cilindro y la fuerza de sustentación invierte su dirección. Las oscilaciones de las fuerzas de arrastre y sustentación en cuerpos cilíndricos son de gran importancia. Si la frecuencia de los vórtices se acerca a la frecuencia natural (o una de sus armónicas) de algún cuerpo o estructura, puede ocurrir un fenómeno de resonancia en el cual la respuesta de la fuerza se multiplica por un factor muy grande. Este fenómeno puede ocurrir en líneas de transmisión, tubos de intercambiadores de calor, puentes colgantes, antenas de televisión, etc.

Cuando el valor del número de Reynolds es aproximadamente 200 la estela de vórtices se hace inestable y los vórtices se "doblan" en la dirección axial (perpendicular al flujo). Conforme el flujo está más alejado del cilindro, estos dobleces crecen y la estela se hace turbulenta. En el rango  $200 < Re < 400$  (Fig. 1.21.f) el número de Strouhal pierde su carácter regular y bien definido. Muy cerca del valor  $Re = 400$  los vórtices se hacen turbulentos. Esta turbulencia dentro de los vórtices les da un perfil de velocidad diferente y regresa la coherencia en la dirección axial (Fig. 1.22.g). Esto reestabiliza el número de Strouhal, y regresa a su valor anterior de 0.2.

Para valores más grandes de número de Reynolds (excepto para  $3 \times 10^5 < Re < 3 \times 10^6$ ) la producción de vórtices se hace irregular y en experimentos de visualización de humo es difícil encontrar vórtices.

El coeficiente de arrastre promediado en el tiempo para un cilindro (Fig 1.18.) cae a un valor aproximado de 1 cuando  $Re \sim 100-200$  y permanece relativamente constante conforme se incrementa el número de Reynolds. Esto indica que las fuerzas de presión dominan el arrastre y las fuerzas viscosas son despreciables. Las fuerzas viscosas y la vorticidad están confinadas cerca de la superficie del cilindro en una región de capa límite. La caída abrupta del coeficiente de arrastre cuando  $Re = 3 \times 10^5$  se debe a otro cambio en el patrón de flujo.

Debajo de  $Re = 3 \times 10^5$ , la capa límite del cilindro es laminar y se separa en la mitad frontal del cuerpo ( $80^\circ$ ) con un ángulo muy pequeño como se ve en la figura 1.22.h. Las presiones en la región separada en lado corriente abajo del cilindro son esencialmente constantes, pero mucho más bajas que la presión de la corriente libre. Esto causa el gran arrastre. El número de Reynolds crítico  $3 \times 10^5$  marca el punto donde la capa límite por sí misma se hace inestable justo después de que se separa. En una distancia muy corta la capa límite se hace turbulenta y luego se vuelve a unir al cilindro.

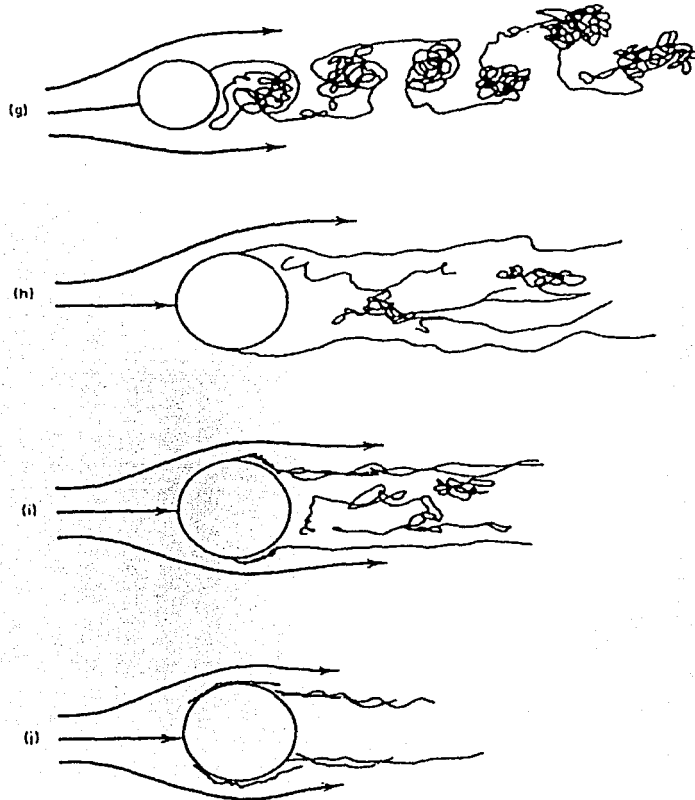


Figura 1.22. (continuación) (g)  $400 < Re$ , nacimiento de vórtices turbulentos; (h)  $Re < 3 \times 10^5$ , separación de la capa límite a  $80^\circ$ ; (i)  $3 \times 10^5 < Re < 3 \times 10^6$ , la región separada se convierte turbulenta, se reúne, y se separa de nuevo a  $120^\circ$ ; (j)  $3 \times 10^6 < Re$ , la capa límite turbulenta comienza en la parte frontal y se separa en la parte trasera.

El espesor real de la capa límite, la burbuja de separación y la zona de unión están grandemente exageradas en la figura 1.22. La capa límite turbulenta se separa del cilindro en una posición de  $120^\circ$ . El resultado final es que el área de la región de separación ha disminuido y la presión en esta región ha regresado a un valor parecido a la presión del flujo libre. Y así, se realiza una caída dramática del arrastre (arriba del 70 %).

Con un incremento ligero en el número de Reynolds cerca de  $3 \times 10^6$ , el arrastre crece de nuevo. Este es el final del patrón del flujo. La capa límite se hace turbulenta en la mitad frontal del cilindro mientras se encuentra unida al cuerpo. La separación de la capa turbulenta ocurre un poco más rápido que antes, y la presión de la misma va disminuyendo. Como resultado de lo anterior, el arrastre se incrementa moderadamente.

# 2

## ANÁLISIS DE SEÑALES

2.1.Representación estadística de señales aleatorias	32
2.1.1.Media $\bar{x}$	34
2.1.2.Desviación estándar $\sigma$	34
2.2.Función de autocorrelación	35
2.3.Función densidad espectral de potencia	38
2.3.1.Espectros vía funciones de correlación	38
2.3.2.Espectros vía transformadas de Fourier finitas	39
2.3.3.Análisis espectral digital	43

La señal de salida proveniente del sensor de un anemómetro de hilo caliente es en la mayoría de los casos una señal que varía en el tiempo y que representa típicamente una componente de la velocidad. Otras cantidades medibles pueden ser la vorticidad, temperatura, concentración en mezcla de gases, etc. En un flujo turbulento la señal tiene una naturaleza aleatoria, por tanto se requiere realizar un estudio estadístico del contenido de dicha señal.

## 2.1 REPRESENTACIÓN ESTADÍSTICA DE SEÑALES ALEATORIAS.

Los datos observados representan fenómenos físicos que pueden ser *determinísticos* o *aleatorios*. Las señales determinísticas son por ejemplo la señal escalonada, sinusoidal o cuadrada. Así, si se registran estas señales por un período  $T_0$  (Fig. 2.1.), el comportamiento futuro de la señal se conoce con precisión.

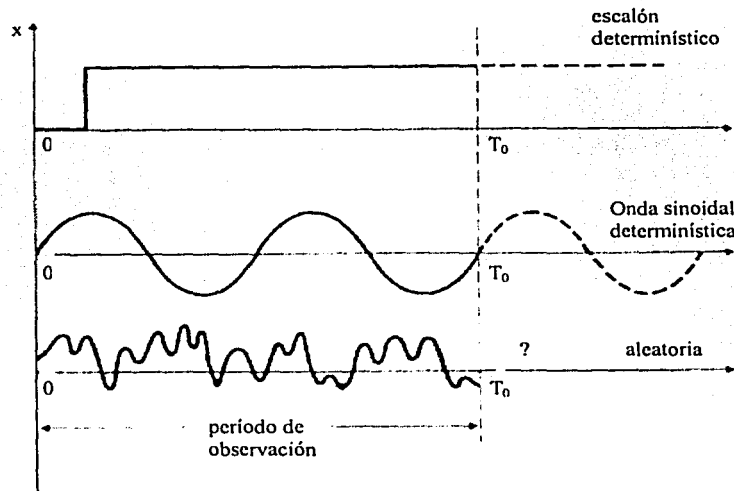


Figura 2.1. Señales determinísticas y aleatorias.

El comportamiento futuro de procesos reales, depende de factores desconocidos tales como el tipo de provisión energética, la confiabilidad del equipo, las condiciones atmosféricas y demás factores que no se pueden conocer con anticipación. Esto quiere decir que el valor futuro de las variables medidas no se pueden predecir con precisión. Por lo tanto, en aplicaciones reales de medición, la señal es aleatoria. Si se registra una señal aleatoria en un período de observación  $T_0$  (Fig. 2.1.), no se conoce el comportamiento de la señal una vez concluido el período. Para estudiar el comportamiento de las señales aleatorias, se utilizan cantidades estadísticas tales como la media, desviación estándar, función densidad de probabilidad, función de autocorrelación y densidad espectral de



potencia. Estas dos últimas serán muy importantes en el estudio de la señal del experimento de esta tesis ya que nos darán información acerca de la frecuencia de emisión de vórtices encontrada experimentalmente.

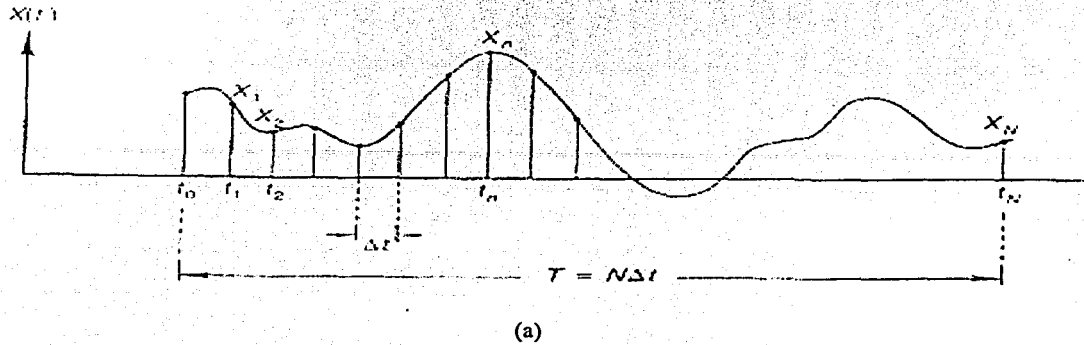


Figura 2.2. (a) Muestreo de una señal aleatoria. (b) Operación de muestreo

La figura 2.2.(a) muestra el registro de una porción de una señal aleatoria obtenida durante un período de observación  $T$ . Se estiman los valores  $x$  de  $N$  muestras tomadas a intervalos iguales  $\Delta t$  durante  $T$ . La primera muestra  $x_1$  se toma en  $t=\Delta t$ ; la segunda  $x_2$  a  $t=2\Delta t$ ; la  $n$ -ésima muestra  $x_n$  en  $t=n\Delta t$ , donde  $n=1, \dots, N$ .

La operación de muestreo se ilustra en la figura 2.2.(b); el interruptor se cierra  $f_s$  veces por segundo, donde la frecuencia de muestreo  $f_s = 1/\Delta t$ . Esta operación se efectúa a través de un dispositivo de muestreo y contención. Para que la señal de muestreo  $x_s(t)$  sea una representación adecuada de  $x(t)$ ,  $f_s$  debe cumplir con las condiciones del teorema de muestreo de Nyquist, que se puede expresar de la manera siguiente: Una señal continua puede representarse por un conjunto de valores de muestra, y reconstituirse a partir del mismo, siempre que el número de muestras por segundo sea cuando menos dos veces mayor que la frecuencia más alta presente en la señal. Matemáticamente esto quiere decir que  $f_s \geq 2f_{MAX}$ .

Entonces, ahora se pueden usar estas muestras para calcular cantidades estadísticas para la porción observada de la señal. Estas cantidades estadísticas ofrecen una buena estimación del comportamiento futuro de la señal una vez terminado el período de observación, siempre que:

- a)  $T$  sea lo suficientemente largo, es decir,  $N$  sea lo suficientemente grande  
 b) La señal sea *estacionaria*, es decir, las cantidades estadísticas a largo plazo no cambien con el tiempo.

### 2.1.1 Media $\bar{x}$

Para una señal definida en términos de una función continua  $x(t)$  en el intervalo 0 a  $T$ , la media esta dada por:

$$\bar{x} = \frac{1}{T} \int_0^T x(t) dt \quad (2.1)$$

Si la señal se representa por el conjunto de valores  $x_i$  de muestreo, se tiene

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{i=N} x_i \quad (2.2)$$

### 2.1.2 Desviación estándar $\sigma$

Es una medida de la dispersión o desviación promedio de la señal respecto del valor medio  $\bar{x}$ . En el caso que se tenga una señal continua:

$$\sigma^2 = \frac{1}{T} \int_0^T [x(t) - \bar{x}]^2 dt \quad (2.3)$$

y en el caso de una señal de muestreo:

$$\sigma^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{i=N} (x_i - \bar{x})^2 \quad (2.4)$$

En el caso especial de  $\bar{x} = 0$ , la desviación estándar  $\sigma$  es igual a la *raíz cuadrática media*<sup>1</sup> (r.m.s.)  $x_{rms}$ , donde

$$\sigma = x_{rms} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T x^2 dt} \quad (2.5)$$

o bien,

$$\sigma = x_{rms} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^{i=N} x_i^2} \quad (2.6)$$

<sup>1</sup> En inglés se conoce como r.m.s. (root mean square), por lo que en español es común que se usen estas siglas.

## 2.2 FUNCIÓN AUTOCORRELACIÓN

Las sondas de un anemómetro de hilo caliente pueden combinarse para obtener productos de cantidades como  $\overline{uv}$  y  $\overline{v\theta}$  ( $u$ ,  $v$  y  $\theta$  son fluctuaciones de velocidad y temperatura). Estas cantidades dan información de la transferencia de cantidad de movimiento y la energía en flujos turbulentos. Estos productos de dos cantidades se llaman *funciones de correlación*, donde  $\overline{uv}$ , es una correlación entre dos velocidades y  $\overline{v\theta}$ , una correlación entre una velocidad y una temperatura.

Si se tienen dos señales de un anemómetro  $s_1$  y  $s_2$ , la magnitud  $\overline{s_1 s_2}$  depende de la intensidad de  $s_1$  y  $s_2$ , y de la correlación entre ellas, esto es, el grado de interdependencia de las dos fluctuaciones. Esta relación puede establecerse como:

$$\overline{s_1 s_2} = \rho s_1' s_2' \quad (2.7)$$

donde los apóstrofes denotan valores r.m.s, y  $\rho$  es el coeficiente adimensional de correlación, que especifica la interdependencia y es independiente de las intensidades de ambas señales. La operación "completa" de la notación  $\overline{s_1 s_2}$  es:

$$\overline{s_1 s_2} = \frac{1}{T} \int_0^T s_1(x_{p_1}, t_1) s_2(x_{p_2}, t_2) dt \quad (2.8)$$

$x_{p_1}$  y  $x_{p_2}$  son coordenadas típicas donde las señales  $s_1$  y  $s_2$  son medidas, y  $t_1$ ,  $t_2$  son los instantes en los cuales las señales son generadas. Se puede considerar cuatro casos particulares de la ecuación (2.8):

- Correlaciones puntuales* entre dos señales  $s_1$  y  $s_2$  generadas simultáneamente en el mismo punto  $P$ .
- Autocorrelaciones* entre los valores de una señal y los valores de la misma señal pero retardada cierto intervalo de tiempo  $\tau$ .
- Correlaciones temporales*, una generalización de la anterior y que incluye dos señales distintas generándose desde el mismo punto pero separadas por el intervalo de tiempo  $\tau$ . A estas correlaciones también se les llama *correlaciones cruzadas*.
- Correlaciones espaciales* entre dos señales generadas simultáneamente en dos puntos  $P_1$  y  $P_2$ , con una separación espacial  $d$ .

Estos cuatro casos son correlaciones de segundo orden. Existen otras correlaciones más específicas como las correlaciones espacio-tiempo, las correlaciones lagrangianas, y las correlaciones de orden mayor, necesarias para calcular ciertas propiedades del flujo. El coeficiente de correlación general es:

$$\rho = \frac{\overline{s_1 s_2}}{s_1' s_2'} \quad (2.9)$$

donde  $s' = (\overline{s^2})^{\frac{1}{2}}$  es el valor r.m.s. Este coeficiente debe caer en el rango:

$$-1 \leq \rho \leq 1$$

El máximo valor  $\rho = 1$  se obtiene cuando  $s_1 \equiv s_2$ . El mínimo valor  $\rho = -1$  se obtiene de la misma manera, pero en este caso la cantidad correlacionada es negativa. El resultado  $\rho = 0$  se obtiene cuando no existe ninguna relación, incluso estadística, entre las dos señales.

Las correlaciones temporales toman la forma restringida de la ecuación (2.8):

$$\overline{s_1(t)s_2(t+\tau)} = \frac{1}{T} \int_0^T s_1(t)s_2(t+\tau)dt \quad (2.10)$$

donde  $\tau$  es el retraso de tiempo entre las dos señales. En la práctica, este retraso de tiempo puede obtenerse correlacionando el registro (grabación) de las dos señales. Hasta ahora se supone que las señales son continuas, pero estas definiciones pueden aplicarse a señales discretas (tomando valores a intervalos de tiempo iguales).

La función de autocorrelación es un caso especial de la ecuación anterior, es decir, cuando  $s_1 = s_2 = s$ . La autocorrelación describe la dependencia general entre los datos de una señal en un tiempo con los datos de la misma señal retardada un intervalo de tiempo. La figura 2.3. muestra un registro de una señal  $x(t)$  dependiente del tiempo y con un valor promedio de cero.

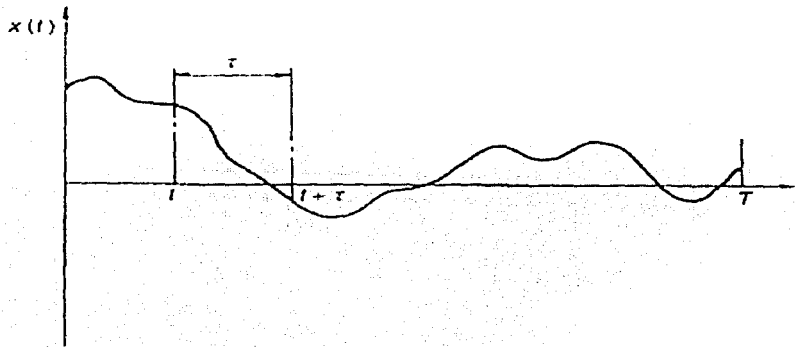


Figura 2.3. . Señal  $x(t)$

Llamemos a la función autocorrelación  $R_x(\tau)$ . La autocorrelación entre los valores de  $x(t)$  en el tiempo  $t$  y  $t + \tau$  puede expresarse como:

$$R_x(\tau) = \frac{1}{T} \int_0^T x(t)x(t+\tau)dt \quad (2.11)$$

La función autocorrelación puede dar información del intervalo de tiempo en el que las señales están correlacionadas y la razón de decaimiento de esa correlación. Además la función de autocorrelación de cualquier señal periódica tiene el mismo periodo que la señal misma. El coeficiente de correlación (o de autocorrelación) queda de la siguiente manera:

$$\rho_z(\tau) = \frac{s_1 s_2}{s_1 s_2} = \frac{\overline{x(t)x(t+\tau)}}{x^2} = \frac{R_x(\tau)}{\sigma_x^2} \quad (2.12)$$

ya que de la ecuación (2.5) resulta que

$$\sigma_x^2 = \frac{1}{T} \int_0^T x^2 dt = \overline{x^2}$$

El máximo valor de  $\rho_x(\tau)$  ocurre cuando  $\tau \rightarrow 0$ . La gráfica de la figura 2.4. corresponde a la función de autocorrelación de una señal de velocidad proveniente de un chorro libre de aire. Puede observarse que cuando el tiempo de retraso  $\tau$  se acerca a cero, la autocorrelación adquiere un valor máximo. Esto quiere decir simplemente que si la señal se correlaciona consigo misma en  $\tau = 0$ , se estarán comparando dos señales idénticas, por lo tanto su correlación es máxima. Conforme aumenta  $\tau$ , la autocorrelación disminuye. En la gráfica también puede observarse que existe un aumento en la autocorrelación a diferentes valores de  $\tau$ . Si este aumento (crestas de las ondas) se presenta a intervalo de  $\tau$  iguales, entonces la señal original es periódica.

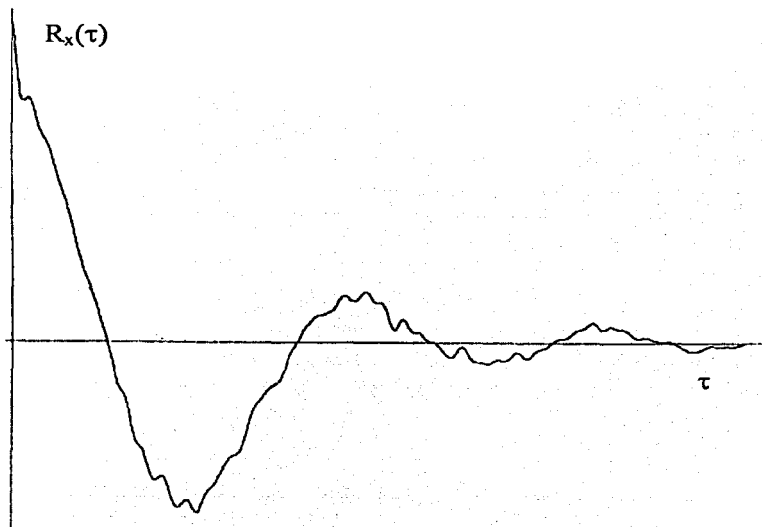


Figura 2.4. Función de autocorrelación de una señal de velocidad de un chorro libre.

Un registro en el tiempo  $x(t)$ , cuando es medido discretamente a intervalos  $\Delta t$  iguales, produce un registro en el tiempo digital  $x(n\Delta t)$  con  $n = 0, 1, \dots, N-1$ ;  $N$  es el número total de muestras. El tiempo de retardo es  $\tau = r\Delta t$ , con  $r = 0, 1, 2, \dots, m$ ; a  $r$  se le llama el número de retardo y  $m$  es el máximo número de retardo. Una función de autocorrelación estimada sesgada puede obtenerse de

$$R_x(r\Delta t) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-r} x(n\Delta t)x(n\Delta t + r\Delta t) \quad (2.13)$$

## 2.3 FUNCIÓN DENSIDAD ESPECTRAL DE POTENCIA

Físicamente, la *función densidad espectral*,  $G_x(f)$ , es una medida de cuánta energía contiene una señal en cada banda de frecuencia. Un estimado del valor cuadrático medio de  $x(t)$  dentro del ancho de banda  $\Delta f$  centrado en  $f$  se puede obtener de:

$$\sigma_x^2(f, \Delta f) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T x^2(t, f, \Delta f) dt \quad (2.14)$$

Matemáticamente, la función densidad espectral,  $G_x(f)$ , puede definirse como:

$$G_x(f) = \lim_{\Delta f \rightarrow 0} \frac{\sigma_x^2(f, \Delta f)}{\Delta f} = \lim_{\substack{T \rightarrow \infty \\ \Delta f \rightarrow 0}} \frac{1}{(\Delta f)T} \int_0^T x^2(t, f, \Delta f) dt \quad (2.15)$$

### 2.3.1 Espectros vía funciones de correlación

La función densidad espectral puede definirse en términos de una transformada de Fourier de una función de correlación previamente calculada  $R_x(\tau)$ . Esta aproximación da una función densidad espectral “dos lados” denotada como  $S_x(f)$ , la cual está definida en  $(-\infty, \infty)$ . Las dos funciones  $S_x(f)$  y  $R_x(\tau)$  forman un par de transformada de Fourier exacta:

$$S_x(f) = \int_{-\infty}^{\infty} R_x(\tau) e^{-i2\pi f\tau} d\tau \quad (2.16)$$

$$R_x(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} S_x(f) e^{-i2\pi f\tau} df \quad (2.17)$$

La función densidad espectral de dos lados  $S_x(f)$ , donde  $f$  varía sobre  $(-\infty, \infty)$ , está relacionada con la función densidad espectral de "un lado"  $G_x(f)$ ,  $0 \leq f \leq \infty$ , por:

$$G_x(f) = \begin{cases} 2S_x(f) & \dots\dots\dots 0 \leq f \leq \infty \\ 0 & \dots\dots\dots \text{otro} \end{cases}$$

La relación entre  $G_x(f)$  y  $R_x(\tau)$  puede expresarse como

$$G_x(f) = 4 \int_0^{\infty} R_x(\tau) \cos(2\pi f\tau) d\tau \quad (2.18)$$

$$R_x(\tau) = \int_0^{\infty} G_x(f) \cos(2\pi f\tau) df \quad (2.19)$$

### 2.3.2 Espectros vía transformadas de Fourier finitas

Brunn [9] da una descripción de las definiciones y evaluaciones de las funciones densidades espectrales, y esta referencia es la principal fuente del presente resumen.

La función densidad espectral también puede ser definida y evaluada desde una transformada de Fourier finita de los datos de registro originales. Considerando un registro en el tiempo  $x_k(t)$ , para un intervalo de tiempo finito  $0 \leq t \leq T$  se define

$$S_x(f, T, k) = \frac{1}{T} X_k^*(f, T) X_k(f, T) \quad (2.20)$$

$$X_k(f, T) = \int_0^T x_k(t) e^{-i2\pi f t} dt \quad (2.21)$$

La cantidad  $X_k(f, T)$  representa una transformada de Fourier finita de  $x_k(t)$ , y  $X_k^*(f, T)$  es el conjugado complejo de  $X_k(f, T)$ . Aquí la forma de definir  $S_x(f)$  es

$$S_x(f) = \lim_{T \rightarrow \infty} E[S_x(f, T, k)] \quad (2.22)$$

donde  $E[S_x(f, T, k)]$  es el valor esperado que se obtiene tomado el promedio del total. En el límite cuando  $T$  tiende a infinito

$$\lim_{T \rightarrow \infty} E[S_x(f, T, k)] = \int_0^{\infty} R_x(\tau) e^{-i2\pi f \tau} d\tau \quad (2.23)$$

sustituyendo  $S_x(f)$  por la correspondiente función de densidad espectral de "un lado",  $G_x(f)$  queda:

$$G_x(f) = 2 \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} E[|X_k(f, T)|^2] \quad (2.24)$$

donde  $|X_k(f, T)|^2$  es la suma del cuadrado de las amplitudes de las partes real e imaginaria de la integral de Fourier. Un estimado de  $G_x(f)$ , basado en un registro en el tiempo para un tiempo finito,  $T$ , es:

$$\tilde{G}_x(f) = \frac{2}{T} |X(f, T)|^2 \quad (2.25)$$

sin embargo, la aplicación directa de esta ecuación provoca un fenómeno llamado *fuga espectral*. Para disminuir esta fuga se aplican técnicas de *ventana* o *máscara*.<sup>2</sup> Para mostrar la fuga espectral y el uso de la técnica de ventana se mostrará un ejemplo. Un registro en el tiempo  $x_k(t)$  especificado para un tiempo finito,  $T$ , puede verse matemáticamente como un registro en el tiempo ilimitado,  $x(t)$  pero visto a través de una ventana o máscara,  $w(t)$ , donde

$$w(t) = \begin{cases} 1 & \dots\dots\dots 0 \leq t \leq T \\ 0 & \dots\dots\dots \text{otro} \end{cases} \quad (2.26)$$

Consecuentemente, para el intervalo completo  $(-\infty, \infty)$

$$x(t)w(t) = \begin{cases} x_k(t) & \dots\dots\dots 0 \leq t \leq T \\ 0 & \dots\dots\dots \text{otro} \end{cases} \quad (2.27)$$

La transformada de Fourier finita de la función  $x(t)w(t)$  está dada por

$$X(f, T) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)w(t)e^{-i2\pi ft} dt \quad (2.28)$$

El teorema de convolución establece que la transformada de Fourier de un producto de dos funciones es equivalente a la transformada de una de las funciones convolucionada con la transformada de la otra, esto es:

$$X(f, T) = \int_{-\infty}^{\infty} X(\xi)W(f - \xi)d\xi \quad (2.29)$$

Para la función rectangular,  $w(t)$  definida en la ecuación (2.26), la transformada de Fourier,  $W(f)$ , está dado por:

$$W(f) = T \frac{\text{sen}\pi f T}{\pi f T} \quad (2.30)$$

La gráfica de  $W(f)$  se muestra en la figura 2.5. Los grandes lóbulos de  $W(f)$  provocan una "fuga" de potencia en las frecuencias que están separadas del lóbulo principal de la ventana espectral, y esto produce una distorsión significativa del espectro estimado, particularmente

<sup>2</sup> En inglés se llama windowing techniques.



cuando los datos contienen bandas de frecuencias estrechas; por tanto, es común introducir datos de ventana que "tapan" los datos del registro para eliminar discontinuidades al principio y al final del mismo.

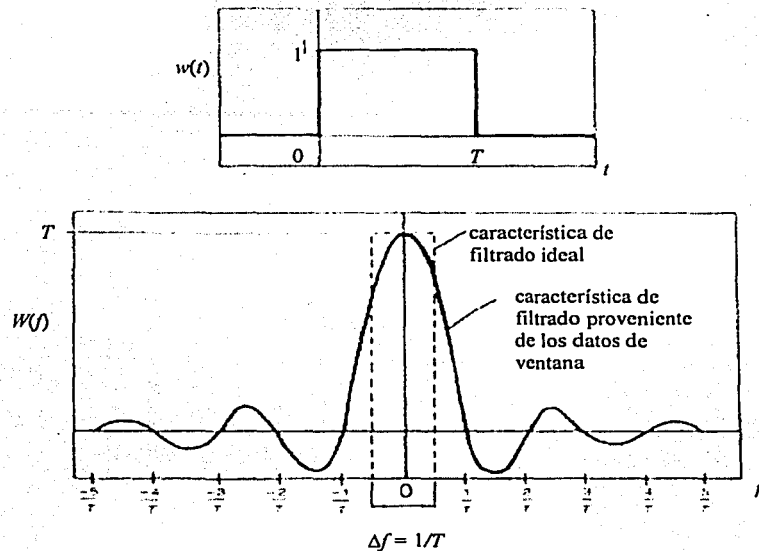


Figura 2.5. Una máscara de análisis rectangular: (a) una ventana de tiempo, y (b) una ventana espectral

Actualmente, las evaluaciones espectrales se llevan a cabo usando la técnica llamada *Transformada Rápida de Fourier* (FFT<sup>3</sup>). Existen muchas ventanas que pueden utilizarse en conjunto con la técnica FFT dependiendo de la condición especial de estudio.

Una de las primeras máscaras (y todavía comúnmente utilizada) es la ventana de Hanning, mostrada en la figura 2.6., y definida como

$$w_h(t) = \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{2} \left[ 1 - \cos\left(\frac{2\pi t}{T}\right) \right] = 1 - \cos^2\left(\frac{\pi t}{T}\right) \dots\dots\dots 0 \leq t \leq T \\ 0 \dots\dots\dots \text{otro} \end{array} \right\} \quad (2.31)$$

La transformada de Fourier de la anterior ecuación es:

$$W_h(f) = \frac{1}{2} W(f) - \frac{1}{4} W(f - f_1) - \frac{1}{4} W(f + f_1) \quad (2.32)$$

donde  $f_1 = 1/T$  y  $W(f)$  está definido en la ecuación (2.30).

<sup>3</sup> Del inglés Fast Fourier Transform

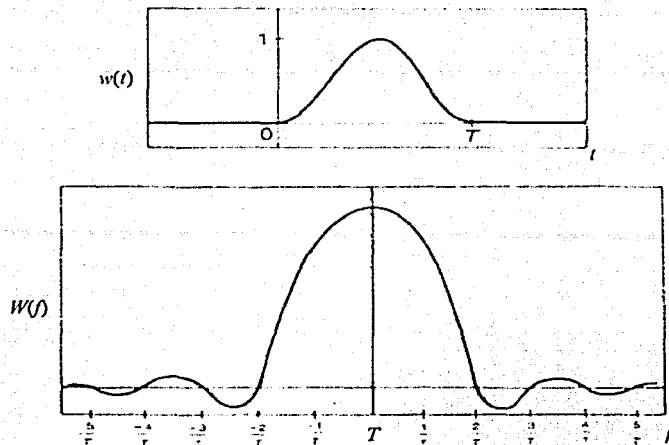


Figura 2.6. Máscara de análisis Hanning: (a) una máscara de tiempo (b) una máscara espectral

Si se comparan las figuras 2.5. y 2.6. puede observarse que la máscara de Hanning tiene lóbulos más pequeños y un ancho de banda más grande para el lóbulo principal. En general, el uso de operaciones de "tapado" para suprimir la fuga espectral, incrementará el ancho de banda del lóbulo principal en la ventana espectral en un análisis de densidad espectral. Para que el ancho de banda no se incremente tanto se puede proceder de dos maneras: (i) incrementar la duración del bloque,  $T$ , para cada procedimiento FFT con el fin de obtener el ancho de banda que se tendría si no se hiciera el tapado, y (ii) sobreponer los bloques para que la duración total de los datos sea siempre la misma. Como Welch(1967) describió, el resultado de este procedimiento de sobre posición provee estimaciones espectrales para datos tapados con la misma resolución de frecuencia y solo un error aleatorio más pequeño que el que se obtiene con datos sin tapado.

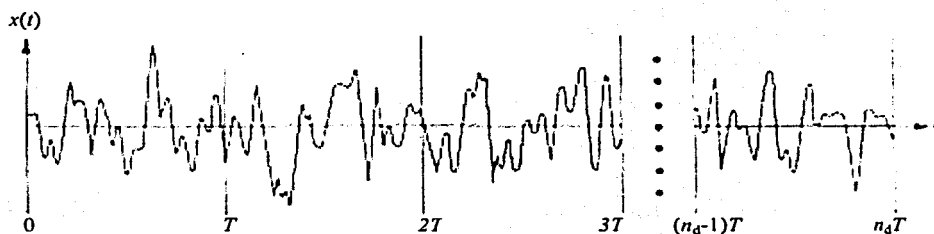


Figura 2.7. Subdivisión de datos en  $n_d$  registros con duración  $T$ .

### 2.3.3 Análisis espectral digital

La versión digital de la transformada de Fourier finita descrita en la Sección 2.3.2 se le llama Transformada de Fourier Discreta (DFT, Discrete Fourier Transform). Considérese un registro en el tiempo digital (Fig. 2.7.) subdividido en  $n_d$  segmentos con intervalos de tiempo iguales,  $T$ . Cada segmento de registro,  $x_j(t)$ , está formado por  $N$  datos, y los valores del registro total puede especificarse como  $x_j(n\Delta t)$ , ( $n = 0, 1, \dots, N-1$ ;  $j = 1, 2, \dots, n_d$ );  $\Delta t = T/N$  es el intervalo de tiempo entre las mediciones individuales.

La transformada de Fourier finita producirá valores a frecuencias discretas.

$$k\Delta f = \frac{k}{T} = \frac{k}{N\Delta t} \quad (2.33)$$

donde la frecuencia más baja  $f_{\min} = \Delta f = 1/T$ . La componente de Fourier de cada segmento puede expresarse usando un equivalente digital de la ecuación (2.21):

$$X_j(k\Delta f) = \Delta t \sum_{n=0}^{N-1} x_j(n\Delta t) e^{-i2\pi kn/N}, \quad k = 0, 1, \dots, N-1 \quad (2.34)$$

La correspondiente estimación de la función de densidad espectral de un lado, basada en el promedio sobre los segmentos  $n_d$ , puede ser evaluada como:

$$S_x(k\Delta f) = \frac{1}{n_d N \Delta t} \sum_{j=1}^{n_d} |X_j(k\Delta f)|^2, \quad k = 0, 1, \dots, N-1 \quad (2.35)$$

Los valores de  $k$  arriba de la frecuencia  $N/2$ , pueden ser interpretados como valores de frecuencia negativos, y la estimación del espectro, , puede ser expresado como:

$$G_x(k\Delta f) = \frac{2}{n_d N \Delta t} \sum_{j=1}^{n_d} |X_j(k\Delta f)|^2, \quad k = 0, 1, \dots, N-1 \quad (2.36)$$

# 3

## DEFINICIÓN DEL PROBLEMA Y DESCRIPCIÓN DEL EQUIPO

3.1. Arreglo Experimental	45
3.2. Anemómetro de hilo caliente	49

Se tiene un cuerpo cilíndrico sumergido en un flujo de aire uniforme. El objetivo de esta tesis es medir la frecuencia de emisión de los vórtices generados en la estela del cilindro a través de la técnica de anemometría de hilo caliente. Los datos obtenidos a partir del sistema de anemometría se analizan mediante métodos estadísticos para determinar la frecuencia de emisión. La figura 3.1 muestra gráficamente el problema de la tesis.

El valor del número de Strouhal ( $Sr = fd/u$ ) aplicado dentro de un cierto rango de número de Reynolds permanece constante en  $Sr \approx 0.2$  (figura 1.20). En ese rango la frecuencia de emisión de vórtices aumenta proporcionalmente a la velocidad externa del flujo (siempre que el diámetro permanezca constante). Otro objetivo del presente trabajo es obtener el número de Strouhal a diferentes regímenes de Reynolds. Es importante mencionar que el objetivo de esta tesis no es solo comprobar que  $Sr \approx 0.2$ , sino también demostrar que la técnica de anemometría de hilo caliente y el análisis de datos utilizado, dan resultados confiables y que pueden ser comparados con los reportados en la literatura.

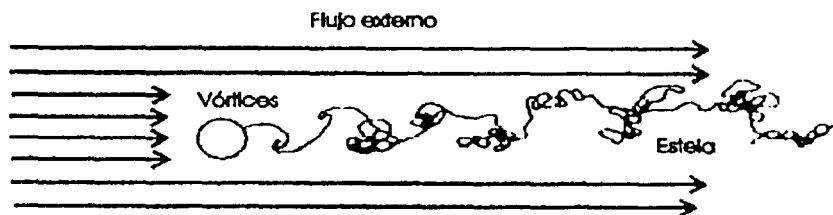


Figura 3.1 cilindro circular sumergido en un flujo

De lo mencionado anteriormente se concluye que se debe generar un flujo uniforme con un sistema que nos permita cambiar la velocidad del flujo.

### 3.1 ARREGLO EXPERIMENTAL

Se hicieron varias arreglos experimentales para obtener el flujo uniforme deseado, se utilizaron cilindros con diferentes diámetros y se obtuvieron distintas mediciones de velocidad. En base a los resultados obtenidos, se decidió utilizar un sistema de regulación de presión que entrega flujo uniforme con el que se puede variar tanto la presión como la velocidad, esta última mediante una válvula muy precisa. Este sistema entrega aire a una tobera circular. Se utilizó un cilindro con diámetro pequeño, ya que así se pueden obtener número de Reynolds relativamente pequeños y además el diámetro interno de la boquilla de la tobera también es pequeño. En la figura 3.2 se muestran las dimensiones de la tobera, y el cilindro.

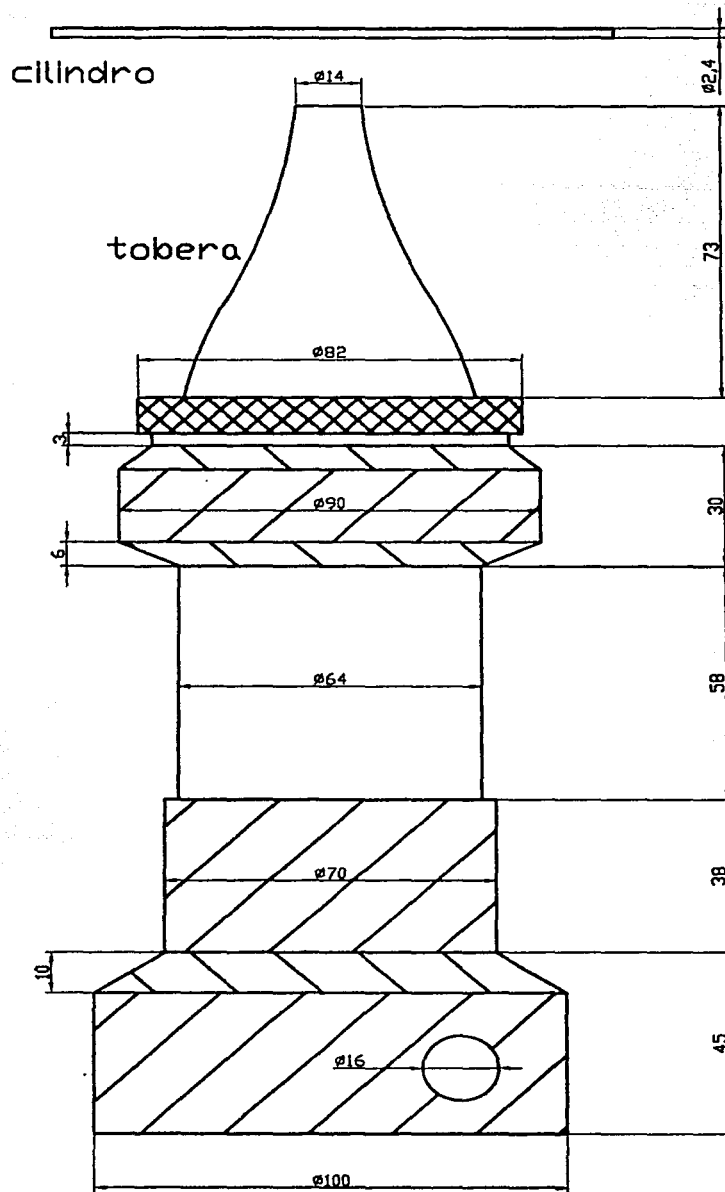
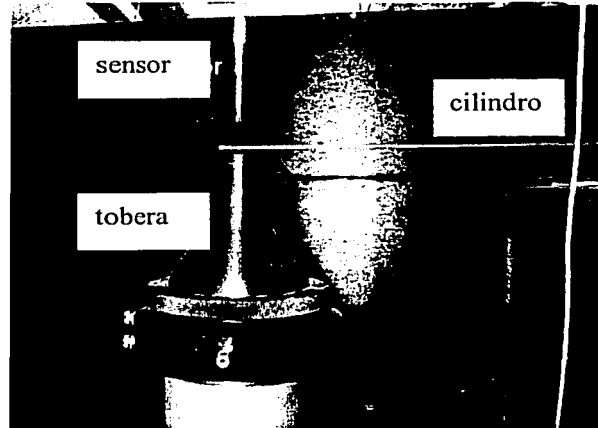


Figura 3.2 Dimensiones en milímetros de la tobera y cilindro, escala 1:1.5

El elemento sensor (hilo caliente) se coloca de manera paralela al cilindro; los movimientos del sensor se realizan mediante un sistema de posicionamiento o brazo (traverse system) que puede moverse en las tres direcciones y permite colocar al sensor a cualquier distancia del cilindro requerida. En la figura 3.3 se ve la tobera y la posición del cilindro, el sistema de regulación de presión y el brazo.



(a)



(b)

Figura 3.3 a) tobera, cilindro y sensor, b) sistema de regulación de presión, brazo

En la figura 3.4 se muestra un esquema completo del arreglo experimental. El sistema de regulación de presión se conecta a la línea local de aire comprimido. Este sistema contiene en su interior un tanque donde almacena cierta cantidad de aire y dependiendo de la abertura de la válvula de salida de aire, se logran diferentes velocidades. La tobera toma el aire del sistema de regulación de presión y lo saca por la boquilla. El cilindro se coloca a 5mm de la boquilla, el sensor se coloca en un portasensor, el cual se sujeta a una barra de acero que a su vez está fija en el sistema de posicionamiento (brazo).

Los movimientos del brazo se ordenan desde la computadora a través del puerto serial. El sensor se conecta a un módulo del sistema (panel) del anemómetro de hilo caliente, allí la señal se procesa y se conduce a una tarjeta A/D (convertidor analógico-digital) en la computadora, de manera que todo puede verse en una interfase de windows. El anemómetro de hilo caliente cuenta con un equipo de calibración que también se conecta al panel.

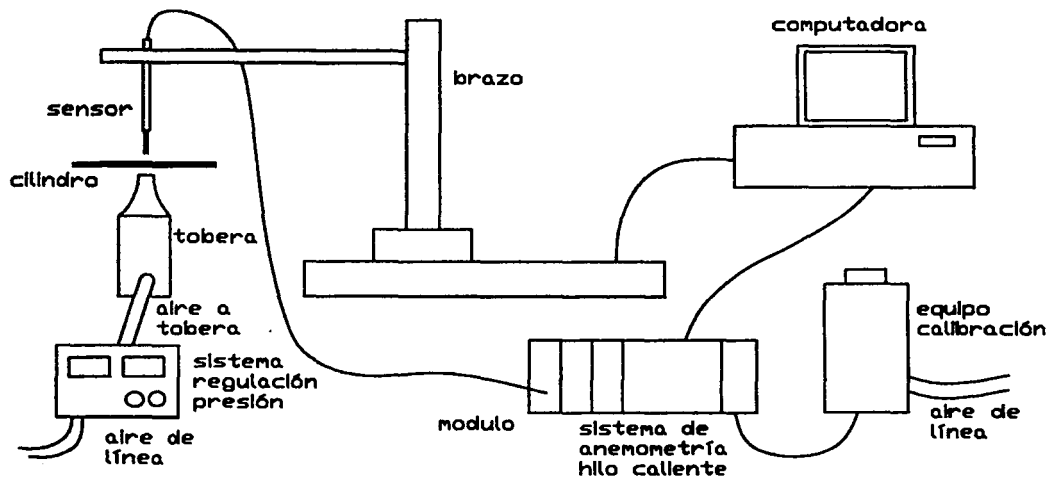


Figura 3.4 Esquema del equipo de Anemometría de Hilo Caliente y arreglo experimental



### 3.2 ANEMÓMETRO DE HILO CALIENTE

El sistema de anemometría de hilo caliente que se utilizó es el modelo **StreamLine** de la marca **DANTEC**. Este equipo es diferente a los anteriores ya que puede realizar operaciones automáticamente como la configuración y optimización de la sonda, la compensación de la temperatura, la calibración de velocidad y el manejo de datos. El sistema de anemometría se opera desde una computadora en un ambiente windows, el nombre del paquete de software es **StreamWare**. Los parámetros del hardware pueden leerse automáticamente desde la base de datos.

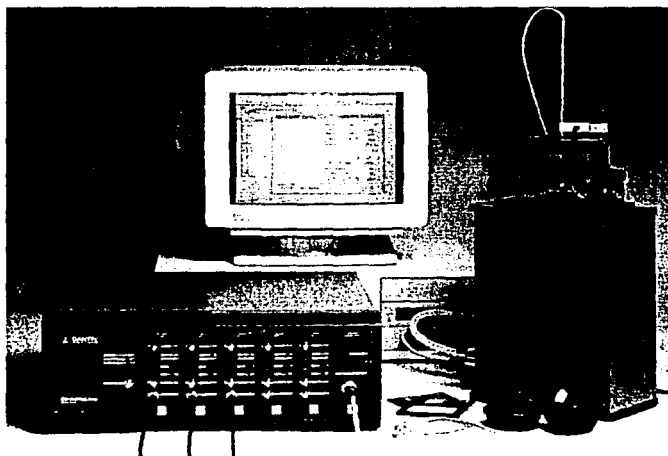


Figura 3.5 sistema de anemometría de hilo caliente (panel), unidad de flujo de calibración y computadora

El equipo consiste en un panel (gabinete donde se encuentra el sistema), módulos (contienen los anemómetros) y un sistema de calibración (figura 3.5).

El *panel* (frame) tiene espacio para seis módulos CTA (anemómetros a temperatura constante). El suministro de energía de cada módulo está separado galvánicamente. Esto posibilita un ruido electrónico bajo, necesario para realizar mediciones de buena calidad y evita que las señales se crucen. El *controlador* (controller) es un microprocesador que dirige las comunicaciones; controla las funciones del sistema y la optimización de los parámetros. En el módulo del controlador se encuentra también un generador de onda cuadrada y un sensor de temperatura.

Cada *módulo CTA* (anemometer module), tiene tres configuraciones de puente opcionales, por tanto pueden operar con casi todos los tipos de sondas. El puente de propósito general 20:1 incorpora una compensación para un cable de 5 m y 20 m. Este puente tiene dos valores de resistencia máximos. La resistencia 20 Ohm puede utilizarse para la mayoría de las aplicaciones. La resistencia 10 Ohm soporta aplicaciones de energía alta como las sondas de película caliente en agua. El puente simétrico 1:1 asegura un ancho de banda alto y ruido mínimo. Está diseñado para flujos con temperatura fluctuante en combinación con sondas compensadas en temperatura. Este puente también es necesario

cuando la configuración requiere cables largos, sondas de gran impedancia, o sondas con coeficientes de temperatura negativos. El usuario puede configurar de manera automática el resistor de sobrecalentamiento, la compensación del cable y parámetros de amplificación. Todos los parámetros de configuración son guardados en los módulos.

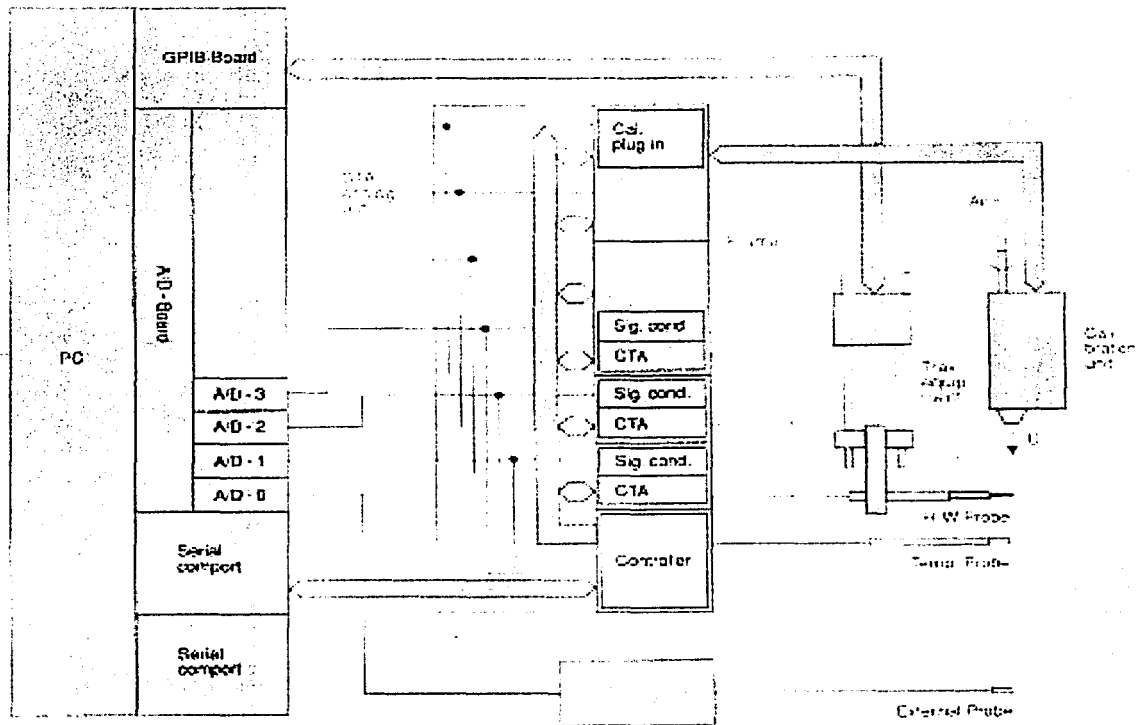


Figura 3.6 Diagrama de la conexión del sistema de anemometría de hilo caliente.

Como estándar, cada módulo CTA contiene un *acondicionador de señal programable* (signal conditioner). Esto permite una óptima adaptación de señal hacia el convertidor A/D que se encuentra en la computadora. La compensación y ganancia de la señal son programables. Esto permite el estudio de flujos estacionarios con niveles de turbulencia muy bajos. Alternativamente, se pueden aplicar filtros high-pass cuando se analiza la turbulencia en flujos no estacionarios.

El sistema de anemometría de hilo caliente cuenta un equipo de calibración automático de StreamLine. El equipo contiene un módulo de control de calibración (en el panel) y una unidad de flujo. La calibración consiste únicamente en colocar el sensor en la unidad de flujo por donde sale aire a diferentes velocidades, y el sistema asociará automáticamente una velocidad para cada voltaje de salida. La unidad de flujo opera con aire comprimido (línea de aire del laboratorio). Puede crear velocidades en diferentes rangos desde 0.02 m/s hasta Mach 1 en la forma de un chorro libre con un perfil de velocidad plano.

Adicionalmente, el equipo de anemometría de hilo caliente puede contar con un sistema de posicionamiento (traverse equipment), el cual permite el movimiento preciso del sensor en el flujo; pueden obtenerse movimientos del orden de 0.1mm. La figura 3.6 muestra un esquema de la conexión del sistema de anemometría de hilo caliente y muestra el lugar de los elementos mencionados en los párrafos anteriores

# 4

## MEDICIONES Y RESULTADOS

4.1. Calibración	53
4.2. Perfiles de Velocidad	55
4.2.1. Perfiles de chorro libre	55
4.2.2. Perfiles de chorro con cilindro	58
4.3. Señales de velocidad	63
4.3.1. Señales de velocidad del chorro libre	63
4.3.2. Señales de velocidad del chorro con cilindro.	64
4.4. Análisis Estadístico	69
4.4.1. Autocorrelación	69
4.4.2. Densidad Espectral de Potencia.	71

## 4.1 CALIBRACIÓN

Como se ha explicado, la pérdida de calor del hilo caliente a causa del flujo de aire pasando a través del mismo se interpreta como una diferencia de voltaje en el hilo al cual se le asocia una velocidad. Esta asociación se obtiene mediante la calibración, por lo tanto es importante mencionar que el fluido utilizado en la calibración debe tener condiciones de temperatura, presión, pureza, etc. muy similares al fluido utilizado en el experimento.

La calibración se obtiene a través de un equipo consistente en un módulo de calibración, que se encuentra en el panel, y una unidad de flujo que funciona con aire comprimido. La unidad puede establecer velocidades en distintos rangos desde 0.02m/s hasta Mach 1 en la forma de un chorro libre con un perfil de velocidad plano. En la tabla 4.1 se muestran los datos obtenidos para una calibración de 0.5 m/s a 10 m/s.

Um (m/s)	E1 (Volts)	T (C)	P (kPa)	Ucalc (m/s)	% error
0.495	1.502	23.569	78.236	0.497	0.4040
0.581	1.517	23.565	78.247	0.581	0.0000
0.68	1.534	23.558	78.239	0.677	-0.4412
0.795	1.552	23.55	78.242	0.793	-0.2516
0.947	1.573	23.544	78.242	0.946	-0.1056
1.104	1.592	23.544	78.244	1.104	0.0000
1.287	1.613	23.548	78.247	1.285	-0.1554
1.523	1.636	23.551	78.25	1.516	-0.4596
1.775	1.66	23.561	78.252	1.774	-0.0563
2.092	1.688	23.567	78.255	2.113	1.0038
2.439	1.713	23.573	78.255	2.456	0.6970
2.851	1.74	23.582	78.252	2.853	0.0702
3.346	1.77	23.598	78.255	3.348	0.0598
3.939	1.801	23.606	78.252	3.924	-0.3808
4.592	1.833	23.614	78.252	4.553	-0.8493
5.393	1.868	23.636	78.258	5.341	-0.9642
6.341	1.91	23.662	78.244	6.407	1.0408
7.373	1.946	23.67	78.247	7.409	0.4883
8.702	1.987	23.675	78.25	8.711	0.1034
9.856	2.02	23.682	78.242	9.822	-0.3450

Tabla 4.1 Datos obtenidos en la calibración del hilo caliente para el rango de velocidades 0.5m/s a 10 m/s.

El sistema de calibración obtiene 20 velocidades de calibración intermedias  $U_m$  (velocidad medida), tal como se observa en la primera columna. En la segunda columna se muestra el voltaje medio en el hilo caliente; este voltaje se asocia a cada velocidad medida. En la tercera y cuarta columnas se muestra la temperatura ambiente y presión barométrica de cada medición. La quinta columna muestra las velocidades obtenidas a partir de una curva de ajuste ( $U_{calc}$ , velocidad calculada) que pasa por los puntos experimentales (figura 4.1). Por último, la sexta columna nos muestra el porcentaje de error entre la velocidad medida  $U_m$  y la velocidad calculada  $U_{calc}$ .

Es importante mencionar que cualquier medición del sensor debe estar dentro del rango de calibración predeterminado, ya que aquellas mediciones de velocidad que se acerquen a los límites del rango y las que estén fuera del mismo pueden producir datos erróneos. En la figura 4.1 se muestra la curva de calibración en donde podemos notar que la relación entre la velocidad medida y el voltaje no es lineal, por lo tanto es importante hacer

una calibración donde se establezca la medición de varias velocidades intermedias. La curva de ajuste es una regresión polinomial de 4º orden.

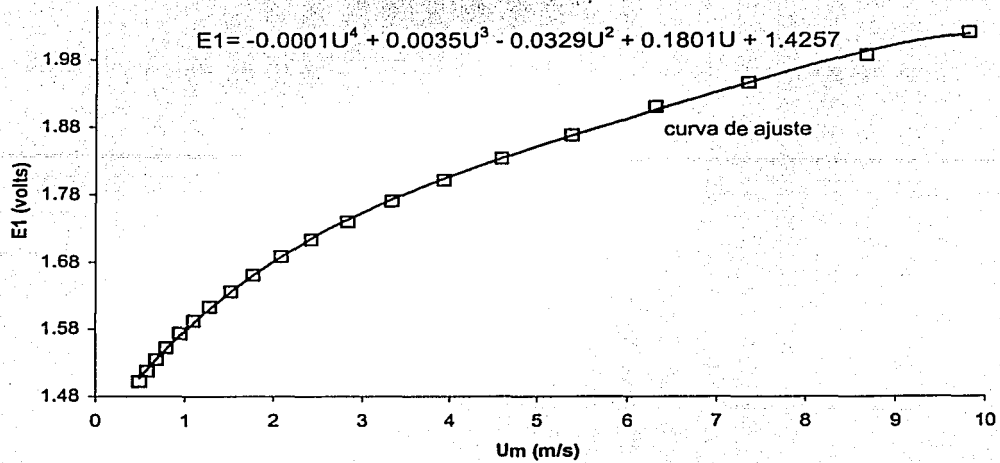


Figura 4.1 Curva de calibración del hilo caliente.

En la figura 4.2 se muestra el porcentaje de error (tabla 4.1 , sexta columna) en cada medición de velocidad, es decir,  $(U_{calc}-U_m)/U_m$ . Como se puede apreciar, la mayoría de los errores están por debajo del 1%.

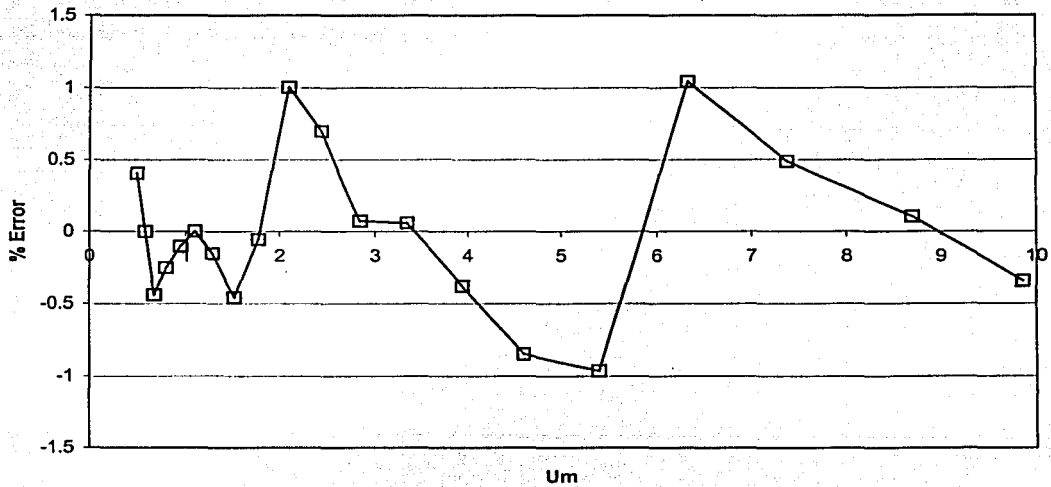


Figura 4.2 %Error entre la velocidad de calibración y la velocidad medida.

## 4.2 PERFILES DE VELOCIDAD

Los perfiles de velocidad nos muestran la geometría de un flujo en dos dimensiones. Los perfiles se logran moviendo el sensor en diferentes coordenadas igualmente espaciadas y tomando una medición de velocidad promedio en cada una de ellas. Los perfiles de velocidad pueden dar datos acerca de la intensidad de turbulencia en diferentes zonas, nos pueden decir si un flujo es uniforme (plano) o curvo y por tanto, si el perfil indica un flujo principalmente laminar o turbulento. Dependiendo del equipo utilizado, se pueden obtener desplazamientos aproximados hasta de 0.1 mm en los tres ejes espaciales. En este caso la frecuencia de medición no tiene que ser alta; las mediciones pueden realizarse a 1 kHz (1000 mediciones por segundo); es decir, se hace un promedio de 1000 velocidades por cada medición.

### 4.2.1 Perfiles de chorro libre

Los perfiles de velocidad de chorro libre se obtuvieron haciendo desplazamientos horizontales y verticales a través de la salida de la tobera (Figura 4.3 ). Los desplazamientos se realizan sobre un plano que pasa por el centro de la boquilla y paralelo al plano XZ.

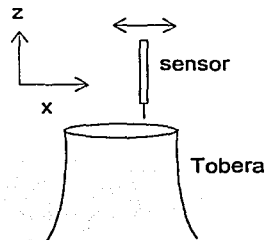


Figura 4.3 Movimiento del hilo caliente a través del chorro libre.

Un perfil de velocidad típico a la salida de la boquilla se muestra en la figura 4.4 . Para este caso se usó una velocidad a la salida del chorro de 5 m/s, el sensor se mueve horizontalmente (eje x) a una distancia de 5 mm (eje z) de la boquilla.  $U$  es la velocidad promedio que se obtiene en cada punto y  $x$  es el desplazamiento en mm. El diámetro interno de la boquilla es de 12 mm.

En esta gráfica se muestran el perfil de velocidad y la curva r.m.s. La curva del perfil une los puntos experimentales representados por rombos. De igual manera, la curva r.m.s. une los puntos experimentales representados por cuadros. El perfil nos muestra que el chorro libre es plano en la zona central de la boquilla. Cerca del borde de la boquilla la velocidad cae bruscamente hasta 0.5 m/s. Cabe mencionar que en este caso, la calibración fue hecha desde 0.5 m/s hasta 10 m/s. No se puede calibrar a una velocidad más baja ya que la primera tobera de calibración opera en el rango 0.02 m/s – 0.5 m/s y la segunda tobera en el rango 0.5 m/s – 60 m/s. Por tanto, aunque la velocidad fuera del chorro libre

indique un valor de 0.5 m/s, la velocidad real es menor. La curva r.m.s. (raíz cuadrática de la media) nos da información sobre la intensidad de turbulencia a lo largo del perfil; que se puede interpretar como las fluctuaciones de la velocidad. Como es de esperarse, la caída brusca de la velocidad en las orillas del chorro provoca un aumento en el valor r.m.s.

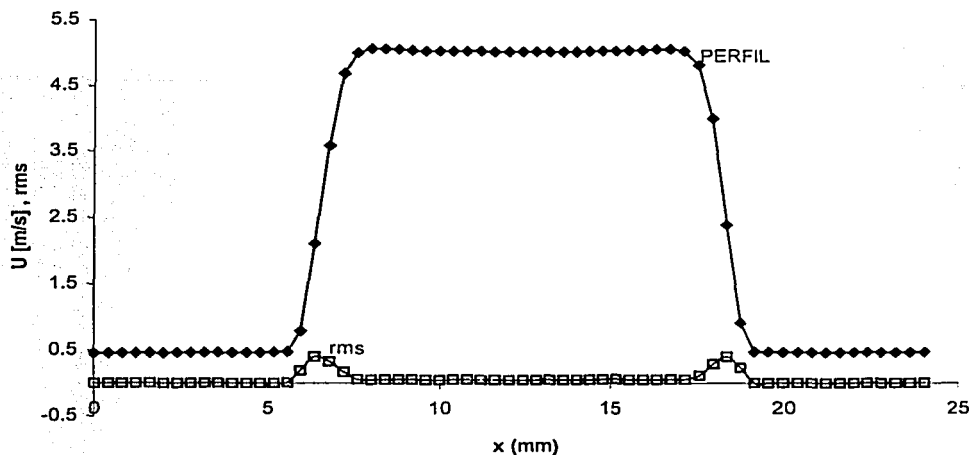


Figura 4.4 Perfil de velocidad y r.m.s. de un chorro libre, con una velocidad promedio de 5 m/s, con el hilo caliente colocado a 5mm de la boquilla.

En la figura 4.5 se presentan los perfiles de chorro libre colocando el sensor a diferentes distancias  $z$  del chorro. En esta gráfica, así como en otras posteriores se omiten los puntos experimentales por razones de presentación. Los ejes muestran valores adimensionados, en donde para el eje de las ordenadas, el valor de velocidad promedio  $U_{prom}$  se divide entre la velocidad máxima  $U_{max}$  en cada perfil. En el eje de las abscisas el origen se encuentra exactamente en el centro del chorro, los desplazamientos en  $x$  están divididos entre el radio  $R$  de la boquilla. Todos los perfiles fueron medidos para una velocidad a la salida de la boquilla de 8.1 m/s, el desplazamiento horizontal fue de 0.4 mm y se obtuvieron para cada perfil 91 puntos.

En la gráfica puede apreciarse que a distancias cercanas al chorro se tiene un perfil esencialmente plano en su parte central. Conforme se aleja el sensor de la boquilla, se verifica que el chorro comienza a expandirse, la parte central deja de ser plana y adquiere una forma de campana. Con esta gráfica se demuestra que el perfil de velocidad a distancias cortas de la boquilla es suficientemente plano para considerar que se tiene un flujo uniforme. En esta zona se colocó el cilindro. No se realizaron perfiles de velocidad por arriba de 4 cm de la boquilla ya que es una zona muy alejada de la localización de las mediciones.

En la Figura 4.6 se presentan los valores r.m.s de cada perfil de velocidad. Los valores r.m.s. se han dividido entre el valor r.m.s máximo de cada perfil para mejorar la presentación de la gráfica. Aquí se puede ver más claramente como en la serie  $z = 5$  mm el valor r.m.s permanece prácticamente constante en la zona del chorro. Por eso se decidió colocar el cilindro a esta distancia de la boquilla.



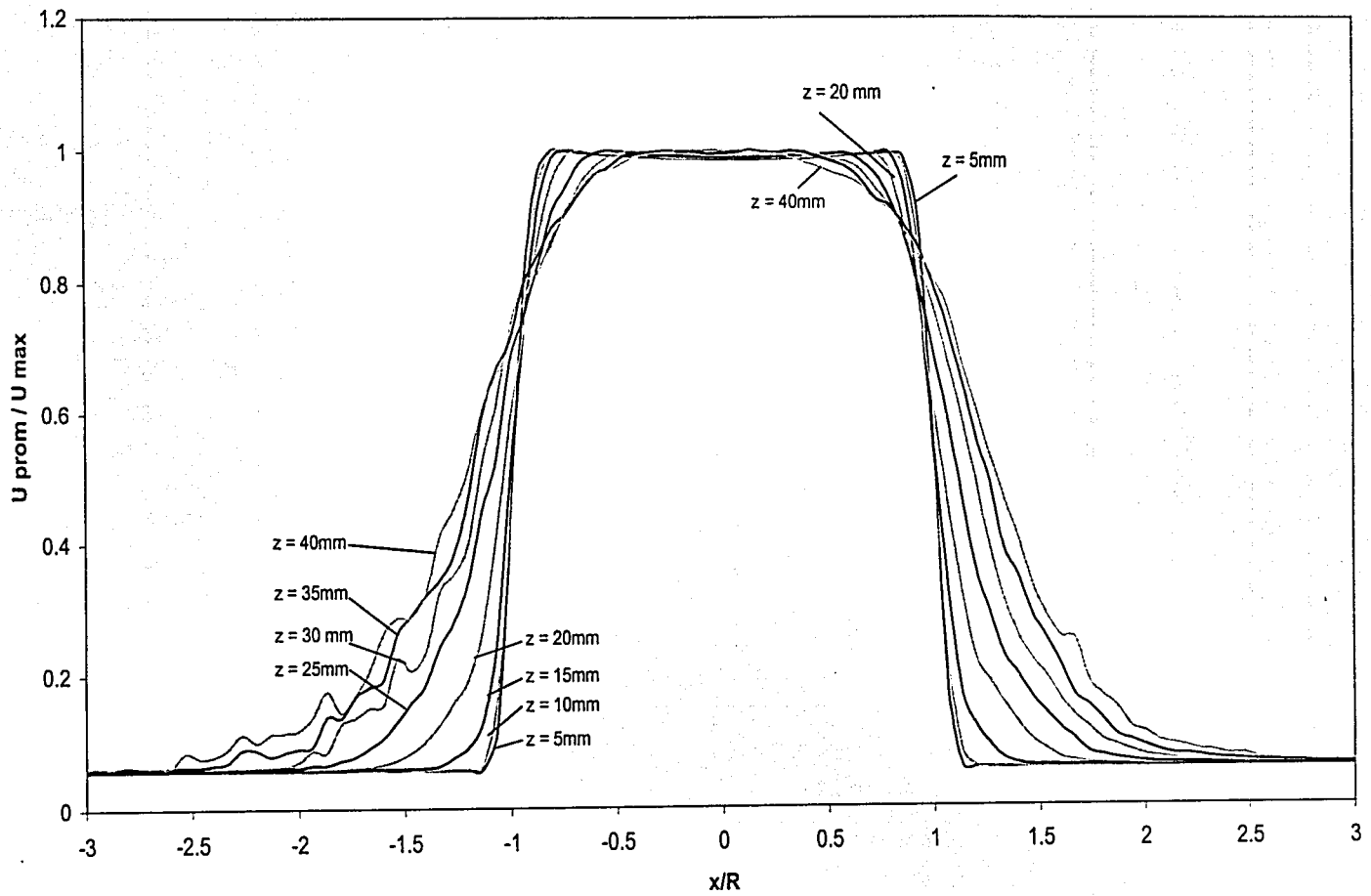


Figura 4.5 Perfiles de velocidad a diferentes distancias de la boquilla de la tobera.

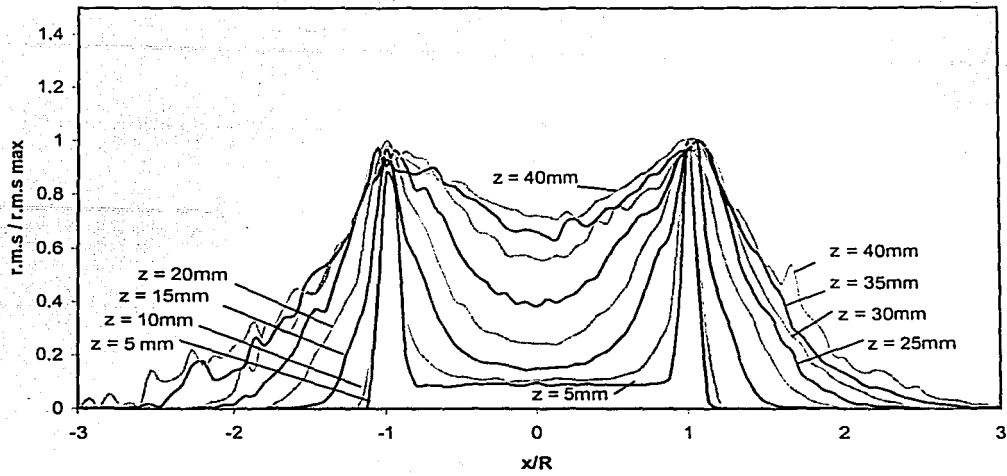


Figura 4.6 Gráfica de valores r.m.s. (normalizados) para diferentes perfiles de velocidad

En la figura 4.7 se muestra un gráfico de la velocidad del chorro en el centro de la boquilla (cuando  $x = 0$ ) a diferentes distancias  $z$  de la tobera. La velocidad promedio del chorro a la salida de la tobera ( $z = 5\text{ mm}$ ) fue de  $8.3\text{ m/s}$ . En este gráfico se nota el decremento de la velocidad conforme el sensor se aleja de la boquilla.

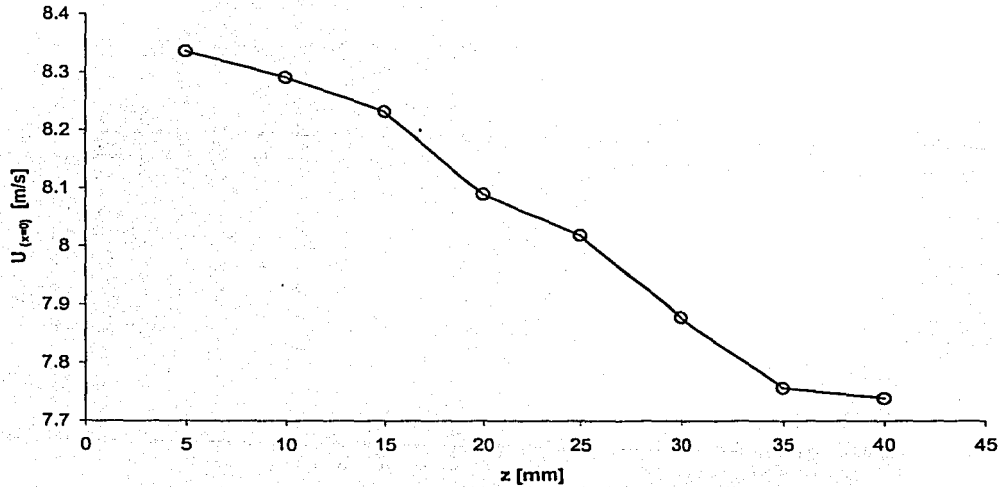


Figura 4.7 Gráfica de valores de velocidad de chorro en  $x = 0$  a diferentes distancias  $z$  de la tobera.

### 4.2.2 Perfiles de chorro con cilindro

Los perfiles de velocidad del chorro con el cilindro se obtuvieron de la misma forma que el chorro libre. El cilindro se colocó a 5 mm de la boquilla y el sensor se colocó a distintos diámetros de separación (eje z) del cilindro (Figura 4.8).

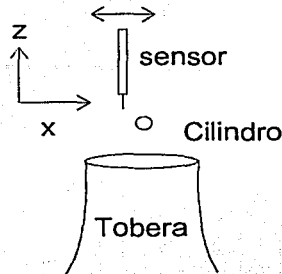


Figura 4.8 Movimiento del sensor por atrás del cilindro

Un perfil de velocidad típico cuando se tiene un cilindro en medio del chorro se muestra en la figura 4.9. Este perfil en particular se obtuvo para una velocidad de chorro promedio (velocidad exterior) de 6.8 m/s; el cilindro se colocó a 5 mm de la boquilla y el hilo caliente a tres diámetros ( $3d$ ) de distancia del cilindro; donde  $d$  es el diámetro del cilindro.

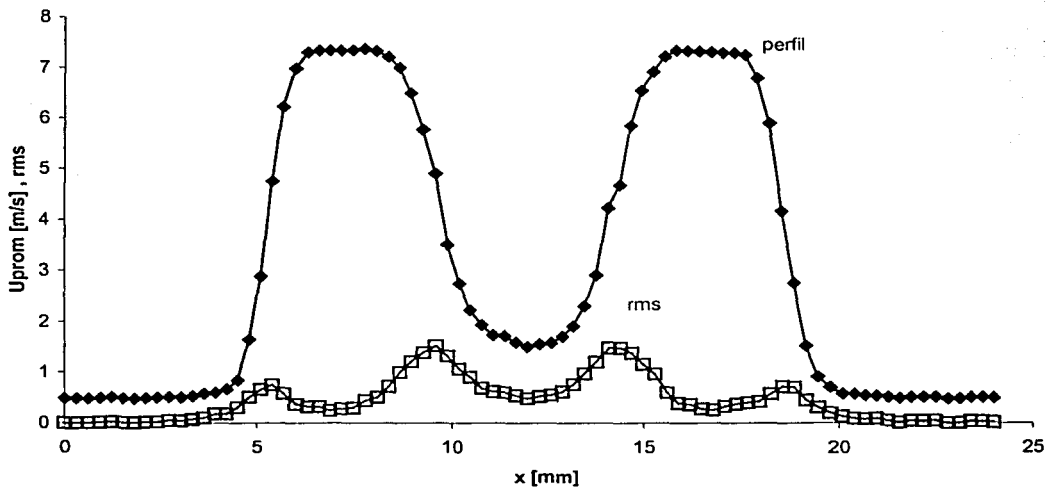


Figura 4.9 Perfil de velocidad y r.m.s del cilindro colocado en el chorro;  $U_{ext} = 6.8$  m/s, distancia  $z = 3d$  del cilindro.

La curva del perfil y del r.m.s. unen los puntos experimentales de la medición. Se puede ver muy claramente en el perfil la manera en que la velocidad disminuye drásticamente en la zona detrás del cilindro. Se puede ver también en la parte superior del perfil que se conserva una velocidad constante más allá de los cuadrantes del cilindro. Sin embargo, hay que notar que la velocidad de chorro a la salida fue de 6.8 m/s, pero al poner el cilindro en medio de la boquilla la velocidad externa (fuera de los límites del cilindro) aumenta por arriba de 7 m/s. Esto puede deberse a la reducción de espacio en la salida del aire a causa de la presencia del cilindro. Posiblemente la influencia de los vórtices generados por el cilindro repercute por todo el diámetro del chorro, al menos cuando el cilindro se coloca a cortas distancias de la boquilla.

La curva r.m.s muestra un aumento junto con la caída de la velocidad a causa de la presencia del cilindro. Justo detrás del cilindro en la parte central no se encuentra gran actividad de flujo en el caso en que el sensor está a tres diámetros del cilindro.

En la figura 4.10 se muestran los perfiles de velocidad para varias distancias detrás del cilindro. Estos perfiles se obtuvieron para una velocidad de salida de 6.8 m/s, el cilindro se colocó a 5 mm de la boquilla, los desplazamientos horizontales fueron de 0.3 mm., y se obtuvieron 81 mediciones para cada perfil. La velocidad promedio  $U_{prom}$  está dividida entre la velocidad máxima  $U_{max}$  para cada perfil. Los desplazamientos en  $x$  están divididos entre el radio del cilindro  $r$ . Por tanto, la unidad representa una longitud de un radio de cilindro. El radio interno de boquilla es de 6 mm; esta distancia equivale a 5 radios de cilindro. Los desplazamientos en  $z$  fueron de un diámetro de cilindro. En este se puede observar el comportamiento del flujo a diferentes distancias detrás del cilindro. A 1 diámetro (1d) detrás del cilindro observamos que la velocidad disminuye a partir de 1 radio de distancia (eje  $x$ ) del límite del cuerpo. Esto se debe a la presencia de rozamiento entre el flujo de aire y el cilindro. También podemos ver que a esta distancia (1d) se detecta turbulencia justo detrás del cilindro en su parte central ( $x/r = 0$ ).

Esta presencia de actividad indica que el sensor ha detectado flujo de aire en dirección contraria al flujo externo en esta zona. A 3d de distancia ya no se detecta gran actividad en el centro del cilindro. A distancias cortas como 1d y 2d puede verse que hay un aumento de velocidad cerca de los límites del cuerpo. Conforme el sensor se aleja del cilindro, se puede verificar que el chorro comienza a frenarse debido a los esfuerzos cortantes entre el chorro y el aire circundante, por tanto, la velocidad disminuye y se incrementa la turbulencia.

En la figura 4.11 se presentan las curvas r.m.s. del chorro con cilindro. Los dos picos interiores muestran la zona en donde se generan los vórtices. Podría pensarse que las mediciones del sensor deben hacerse muy cerca de estos picos donde se presenta mayor actividad. Más adelante se verá que hay demasiada turbulencia en estas zonas como para distinguir periodicidad en la señal.

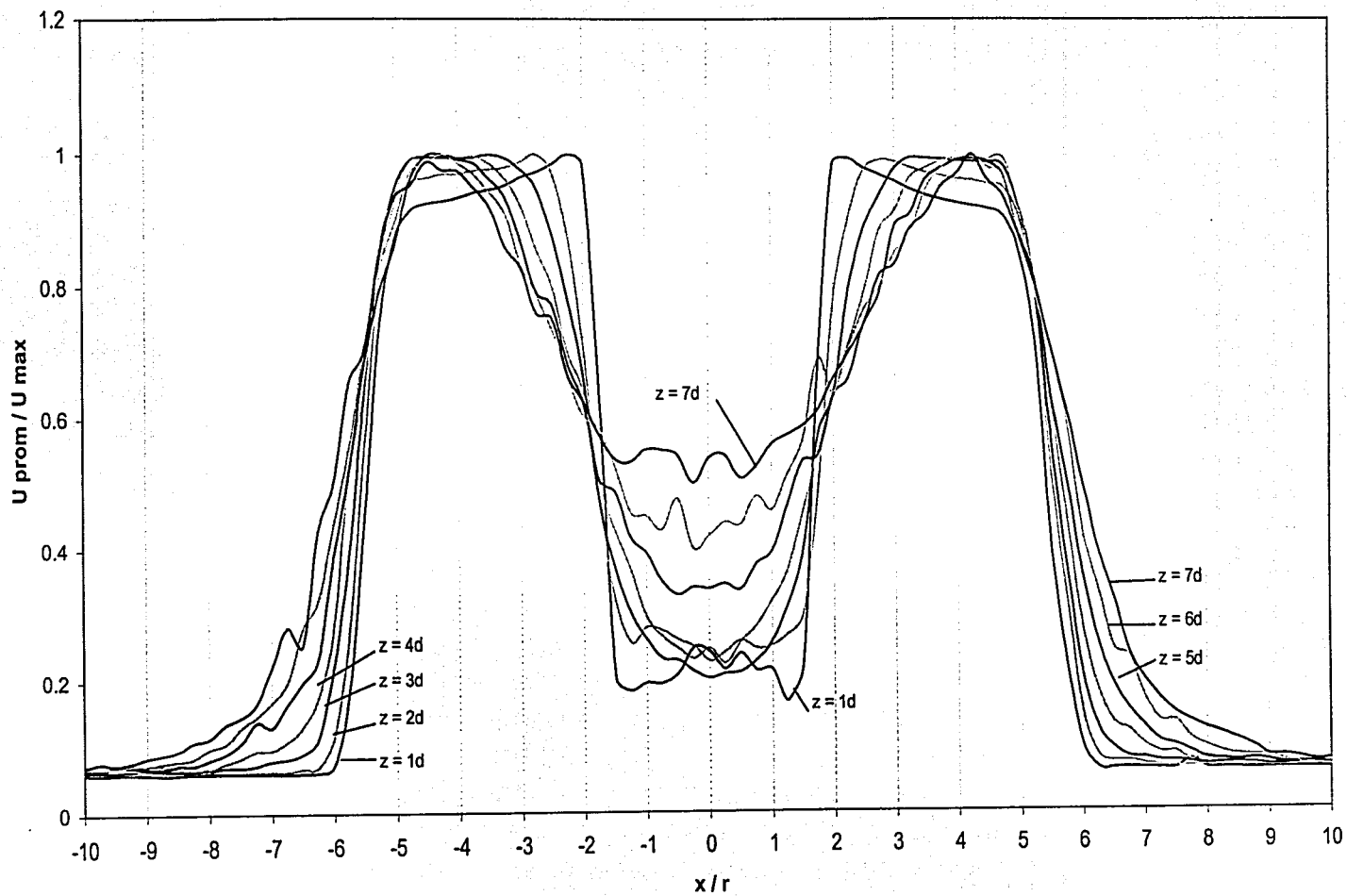


Figura 4.10 Perfiles de velocidad chorro con cilindro,  $U_{ext} = 6.8 \text{ m/s}$ ,  $z = 1d$  a  $7d$ .

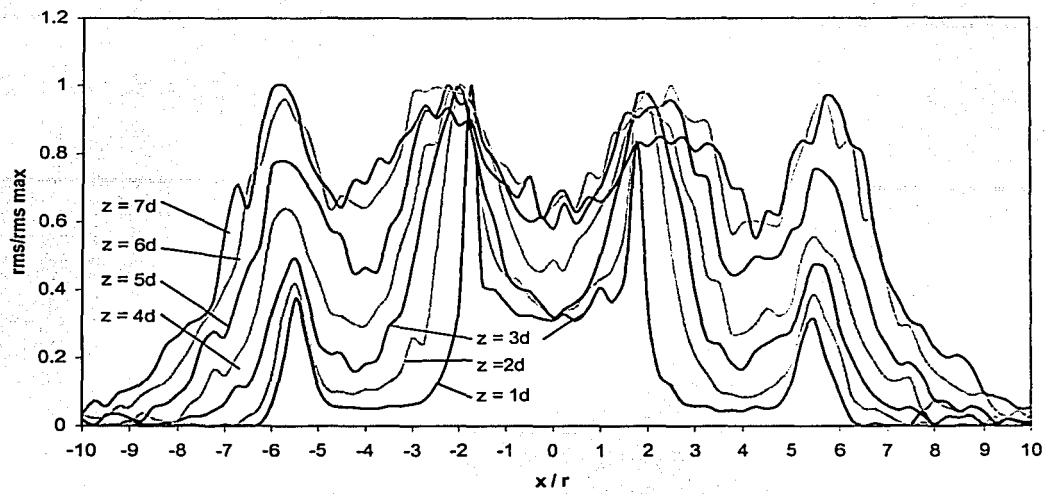


Figura 4.11 Curvas r.m.s. del chorro con cilindro.

### 4.3 SEÑALES DE VELOCIDAD

Las señales de velocidad se obtienen colocando el sensor en una posición fija. El sensor mide velocidades instantáneas durante un tiempo  $T$  según se determine la frecuencia de muestreo o sample rate (S.R.). La velocidad instantánea se define como:

$$U(t) = \bar{U} + u(t) \quad (4.1)$$

donde  $U(t)$  es la velocidad instantánea,  $\bar{U}$  es la velocidad promedio y  $u(t)$  es la velocidad fluctuante.

#### 4.3.1 Señales de velocidad del chorro libre

Una señal típica de chorro libre generada a partir del anemómetro de hilo caliente tiene la forma que se puede ver en la figura 4.12. Esta señal se obtuvo colocando el sensor en el centro de la boquilla a una distancia  $z = 5$  mm de la misma. La frecuencia de muestreo fue de 90 kHz. Se puede observar que la velocidad no fluctúa mucho, pero existen pequeños picos en la señal. Estos picos pueden minimizarse utilizando un filtro digital de frecuencia baja (lowpass).

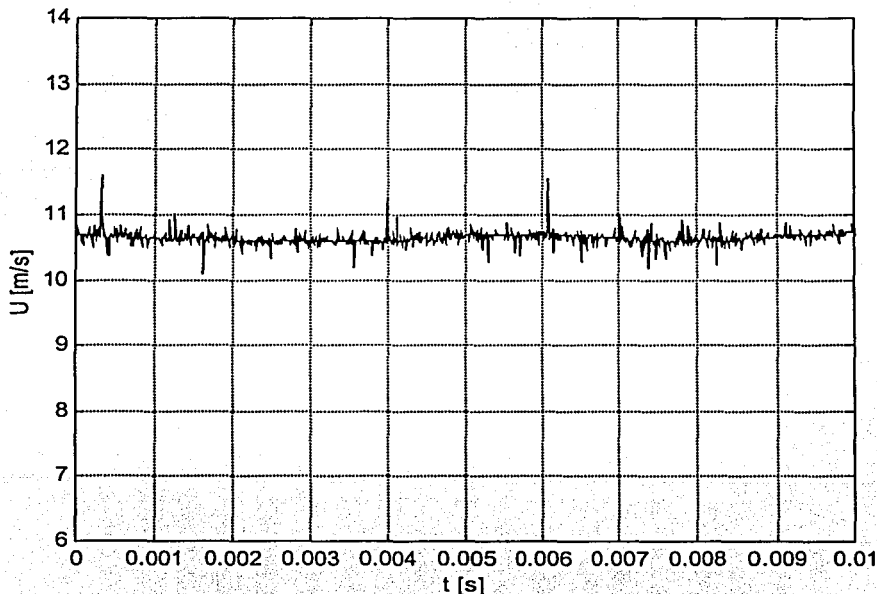


Figura 4.12 Señal de velocidad instantánea del chorro libre,  $U_{prom} = 10.6$  m/s,  $z = 5$  mm, 90 kHz

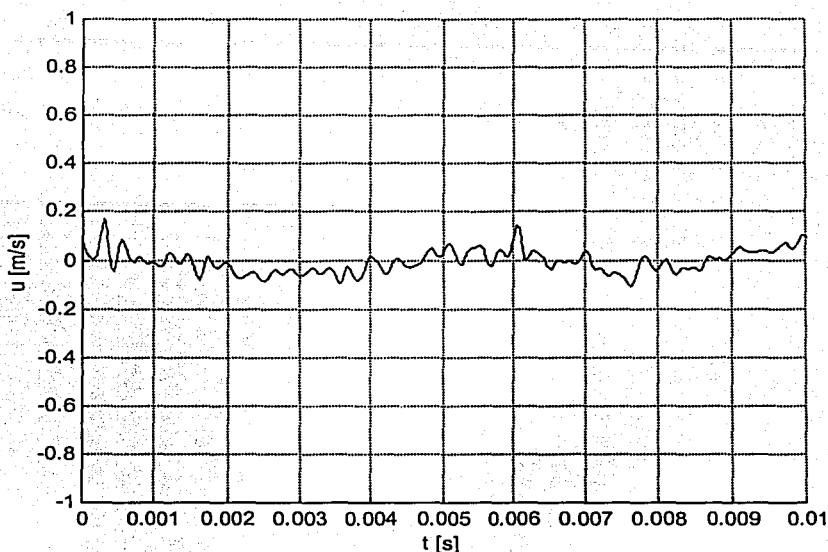


Figura 4.13 Señal de velocidad fluctuante y filtrada correspondiente a la figura 4.12 .

La figura 4.13 muestra la misma señal de la figura 4.12 pero en este caso se presenta la velocidad fluctuante, es decir la velocidad instantánea menos la velocidad promedio. Aquí se ha realizado un filtrado en la señal para eliminar los picos. Este filtrado se realizó mediante una función de matlab llamada BUTTER (Butterworth digital and analog filter design). La frecuencia de corte fue de 5000 Hz. Para obtener más información acerca de esta función revisar apéndice A.

### 4.3.2 Señales de velocidad del chorro con cilindro.

Como se describió en el capítulo 3, el objetivo de la presente tesis es medir la frecuencia de emisión de vórtices en el cilindro. Para un cierto rango de número de Reynolds el número de Strouhal es aproximadamente 0.2 y permanece constante dentro de ese rango. Se procedió entonces a obtener a partir de diferentes números de Reynolds las velocidades, frecuencias y períodos calculados. Si los experimentos son correctos, se debe observar desde la señal del chorro con cilindro que el período de aparición de vórtices es parecido al período calculado. En la tabla 4.2 se muestran estos datos calculados a partir de diferentes número de Reynolds. La viscosidad del aire es de  $\nu = 1.5 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$  para la temperatura ambiente promedio y el diámetro del cilindro es de  $d = 2.4 \text{ mm}$ . Según la correlación de Strouhal se espera que la frecuencia de desprendimiento de vórtices vaya desde 260 a 1500 vórtices por segundo, se tienen períodos desde 4 milésimas de segundo hasta 6 diezmilésimas. En los experimentos se pretende alcanzar las velocidades presentadas en la tabla y a partir de estudios estadísticos obtener la frecuencia medida y por tanto, el número de Strouhal experimental.



Sr	Re	vel calc. [m/s]	frec calc [1/s]	período calc [s]
0.2	500	3.13	260.4167	0.00384
0.2	600	3.75	312.5000	0.00320
0.2	700	4.38	364.5833	0.00274
0.2	800	5.00	416.6667	0.00240
0.2	900	5.63	468.7500	0.00213
0.2	1000	6.25	520.8333	0.00192
0.2	1100	6.88	572.9167	0.00175
0.2	1200	7.50	625.0000	0.00160
0.2	1300	8.13	677.0833	0.00148
0.2	1400	8.75	729.1667	0.00137
0.2	1500	9.38	781.2500	0.00128
0.2	1600	10.00	833.3333	0.00120
0.2	1700	10.63	885.4167	0.00113
0.2	1800	11.25	937.5000	0.00107
0.2	1900	11.88	989.5833	0.00101
0.2	2000	12.50	1041.6667	0.00096
0.2	2250	14.06	1171.8750	0.00085
0.2	2500	15.63	1302.0833	0.00077
0.2	2750	17.19	1432.2917	0.00070
0.2	3000	18.75	1562.5000	0.00064

Tabla 4.2 Valores calculados de velocidad, frecuencia y período en el rango  $500 < Re < 3000$

Para decidir la zona en que debe medirse la señal, se hicieron varios experimentos colocando el hilo caliente en diferentes posiciones. Se pudo comprobar que las mejores señales se obtenían a 2d, 3d y 4d de distancia aguas abajo del cilindro, esto se debe a que a esas distancias todavía puede detectarse el efecto de los vórtices, a distancias más lejanas el chorro pierde velocidad y los vórtices pueden ser confundidos con la turbulencia generada por el rozamiento entre el chorro y el aire exterior. Tratamos de captar los vórtices a cierta distancia del centro del cilindro tal que estuviéramos muy cerca del flujo exterior, pero en una zona en la que todavía se detectara la presencia de los vórtices; es decir, una zona en que el flujo fuera "golpeado" por el nacimiento de los vórtices.

La figura 4.14 muestra las señales obtenidas a diferentes distancias  $x$  del centro del cilindro. Estas señales se obtuvieron para una velocidad exterior de flujo de 6.2 m/s y el sensor se colocó a 3d de distancia  $z$ . Las primeras tres señales (de abajo hacia arriba) muestran la zona detrás del cilindro; es decir, donde todavía no nacen los vórtices. Las siguientes tres señales (1.5r a 2.5r), muestran la zona de la estela más activa, es decir, por donde pasan los vórtices, sin embargo es difícil encontrar visualmente alguna periodicidad en la señal. Es en las últimas dos señales (3r y 3.5r) donde encontramos cierta periodicidad y notamos también que en esta zona los vórtices golpean el flujo exterior

Comparando esta gráfica con las gráficas en las figuras 4.10 y 4.11; podemos ver que a 3r y 3.5r el sensor se encuentra fuera de la zona de mayor turbulencia y en el comienzo de la zona del flujo exterior.

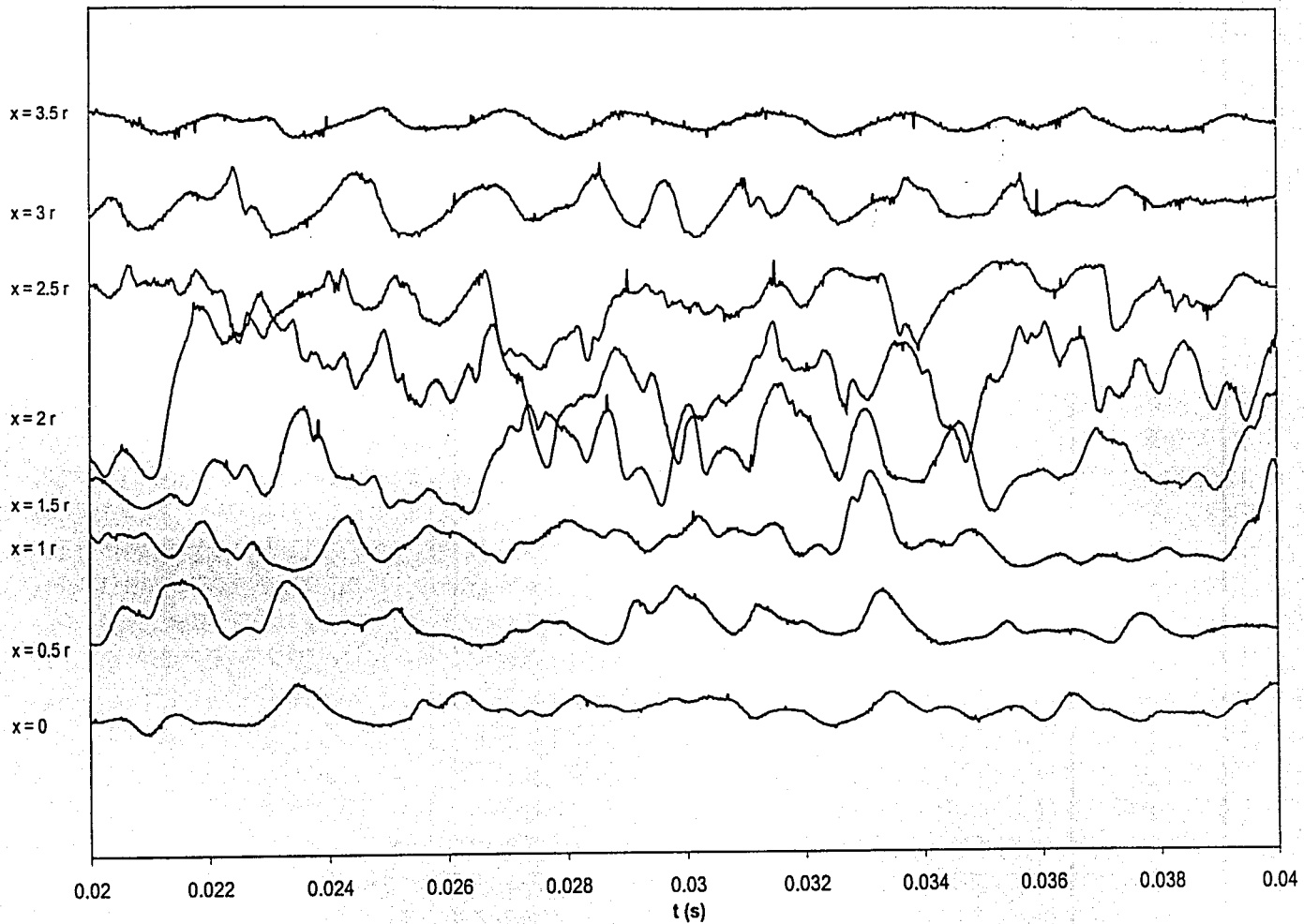


Figura 4.14 Señales de velocidad fluctuante a varias distancias del centro del cilindro

Una señal de velocidad instantánea de un chorro con cilindro se muestra en la figura 4.15

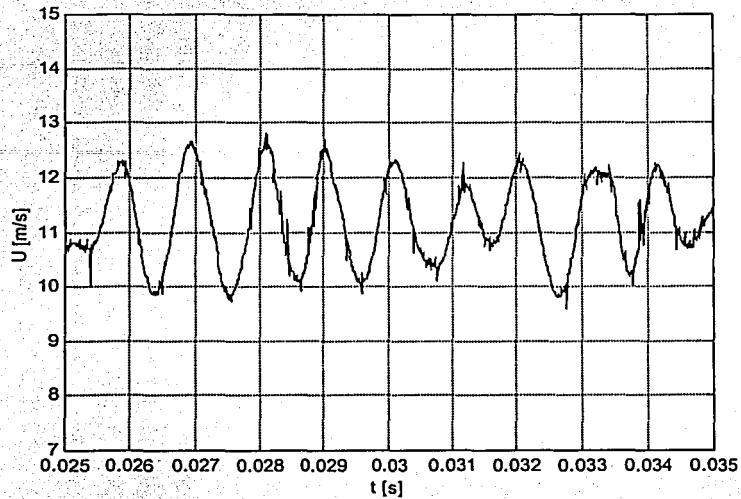


Figura 4.15 Señal velocidad instantánea chorro con cilindro  $U_{ext} = 10.6$  m/s,  $z = 3D$ , 90 kHz

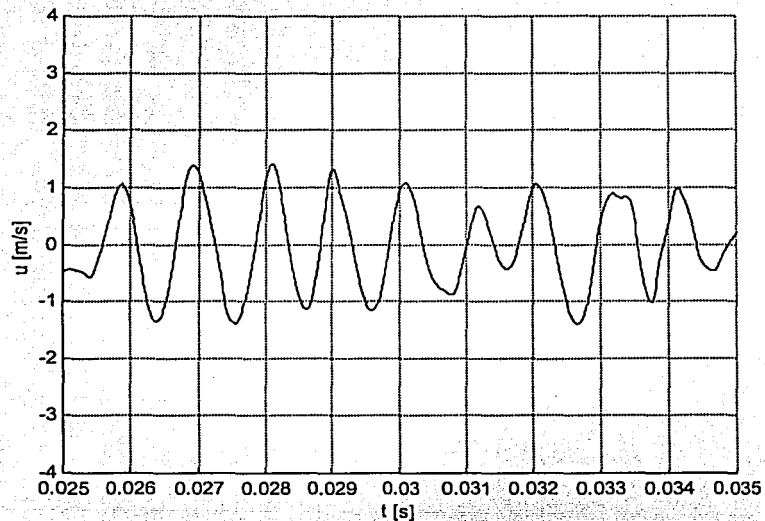


Figura 4.16 Señal de velocidad fluctuante filtrada correspondiente a la figura 4.15 .

La figura 4.16 muestra la misma señal que aparece en la figura 4.15 , pero en este caso se presenta la velocidad fluctuante y filtrada. La frecuencia de corte es de 5 kHz. Cada

intervalo de tiempo corresponde a 0.001 s. La periodicidad de la señal es notable. Para esta señal se tiene una velocidad exterior de 10.6 m/s, el sensor fue colocado a  $z = 3d$  del cilindro y a una distancia  $x = 4.2 r$  del centro del mismo. En la tabla 4.2 puede verse que a esta velocidad le corresponde un período de emisión de vórtices de 0.00113 s. En la figura, con los primeros cinco picos, podemos observar un tiempo entre crestas de aproximadamente 0.001 s, que es muy cercano a lo estimado por la correlación de Strouhal.

En esta gráfica se presenta una pequeña parte de la señal completa, si observamos la totalidad de la misma, veremos que en promedio, se obtienen los picos en el período deseado, sin embargo, también encontramos intervalos de tiempo en que la señal no presenta alguna periodicidad o que la frecuencia de la misma varía un poco a lo largo del tiempo. En el apéndice A se muestra el listado del programa en matlab para obtener la señal de velocidad del chorro.

## 4.4 ANÁLISIS ESTADÍSTICO

Las curvas de autocorrelación y densidad espectral se obtuvieron mediante la realización de programas en Matlab. Para la autocorrelación se utilizó una función llamada **xcor** que estima la secuencia de correlación cruzada para procesos aleatorios, siendo la autocorrelación un caso especial. La función **spectrum** estima la densidad espectral de potencia de una señal X usando el método de Welch. Para más información acerca de estas funciones consultar el apéndice A.

### 4.4.1 Autocorrelación

La curva de autocorrelación se obtuvo a partir de la ecuación (2.13), que calcula la función de autocorrelación sesgada estimada:

$$R_x(r\Delta t) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-r} x(n\Delta t)x(n\Delta t + r\Delta t)$$

Una función de autocorrelación se muestra en la figura 4.17

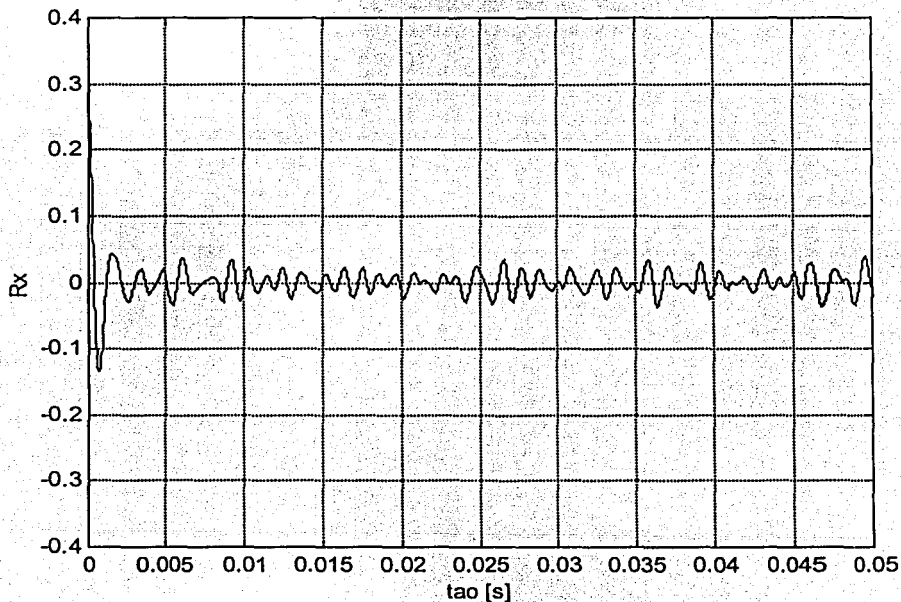


Figura 4.17 Función de autocorrelación para una señal de velocidad chorro con cilindro.  $U_j = 8.1$  m/s,  $z = 3d$ ,  $x = 3.16r$ , S.R. = 90 kHz

Esta curva de función de autocorrelación se obtuvo de una señal con velocidad de salida del chorro promedio de 8.1 m/s tomada a 90 khz, el sensor se colocó a  $z = 3d$  del cuerpo cilíndrico y a una distancia  $x = 3.8\text{mm}$  del centro del cilindro, es decir, a  $x = 3.16 r$ . Se alcanza a ver un valor máximo cuando  $\tau$  (tau) es cero, es decir cuando la señal se compara con sí misma. Conforme incrementamos el retraso de tiempo  $\tau$ , observamos que los máximos de la curva se repiten en intervalos de tiempo aproximadamente iguales. La figura 4.18 nos muestra un acercamiento de la función autocorrelación anterior.

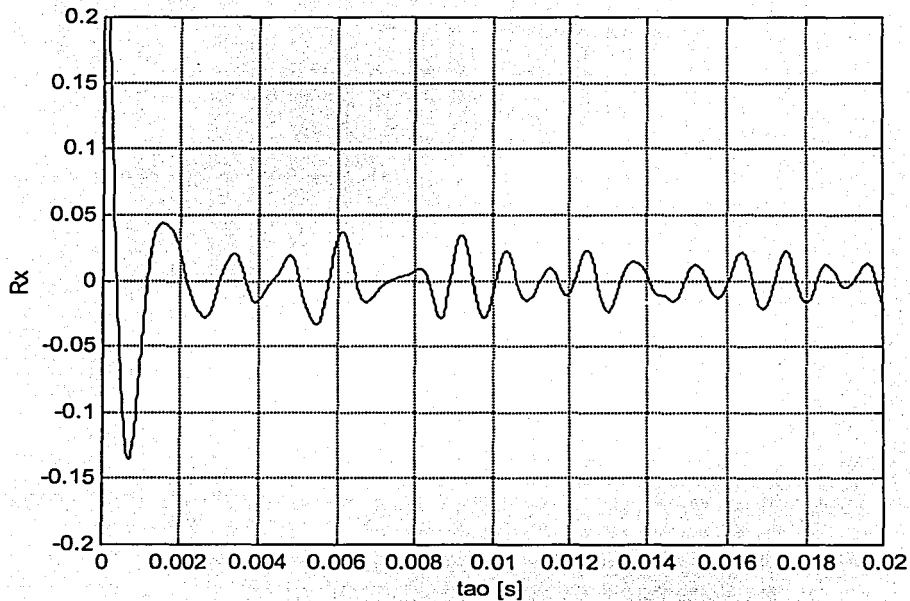


Figura 4.18 Función de autocorrelación (acercamiento)

En esta gráfica, cada intervalo  $\tau$  (líneas punteadas verticales) es de 0.002 s; a una velocidad de 8.1 m/s le corresponde un período de aparición de vórtices de 0.0015s. A simple vista es difícil medir el período entre pico y pico. Puede notarse que el período no es el mismo, sin embargo se puede ver que el período está entre 0.001 s y 0.002 s. Lo que es importante de esta curva es que nos confirma que la señal generada sí tiene una periodicidad promedio y que esa periodicidad se acerca al valor esperado. En el apéndice A se presenta el listado del programa para obtener la función de autocorrelación.

#### 4.4.2 Densidad Espectral de Potencia.

La función **spectrum** utilizada para la obtención de la densidad espectral de potencia, usa el método Welch (sección 2.3.2), el cual consiste en dividir el registro total en varias secciones iguales y sobreponer una con otra. Las secciones se determinan mediante el parámetro de ventana o Hanning window. A cada sección se le aplica una transformada de Fourier discreta y se promedia la magnitud del cuadrado del módulo de dicha transformada en todas las secciones para obtener la estimación del espectro. Se recomienda consultar el apéndice A para obtener más información de la función **spectrum**.

La figura 4.19 muestra la densidad espectral de una señal de chorro con cilindro, la velocidad de salida es de  $U_{ext} = 17.2$  m/s, el sensor está a una distancia  $z = 3d$  y a una distancia  $x = 4.16r$  del centro del cilindro. La frecuencia de muestreo es de 90 kHz y se tomaron 58500 datos, es decir, un tiempo total de 0.65 s. El parámetro de ventana (Hanning Window) es de  $2^8$ . El eje de las abscisas presenta la frecuencia en 1/s, y el eje de las ordenadas es la potencia generada para cada frecuencia en unidades arbitrarias. La línea segmentada vertical indica la frecuencia calculada de la relación de Strouhal con  $Sr = 0.2$ . Claramente puede notarse que la frecuencia esperada es la misma que la frecuencia medida estimada. El máximo de la curva de densidad espectral corresponde a una frecuencia de 1406 1/s. La frecuencia calculada (tabla 4.2) es de 1432.3 1/s; esto indica que el análisis estadístico por medio de la densidad espectral de potencia ofrece un valor de frecuencia

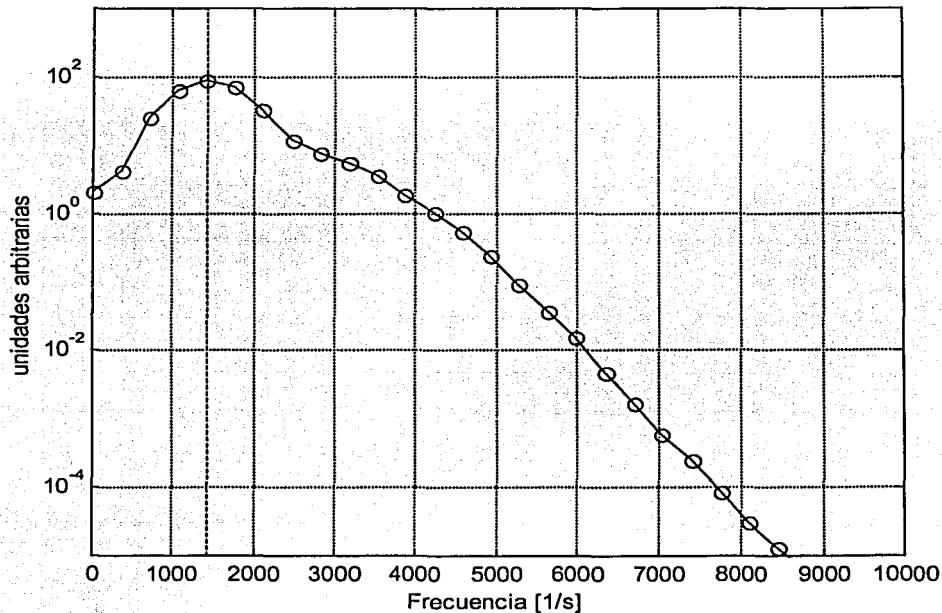


Figura 4.19 Densidad espectral de una señal de chorro con cilindro,  $U_{ext} = 17.2$  m/s,  $z = 3d$ ,  $x = 4.16r$  90kHz, 0.65 s, Hanning Window:  $2^8$

calculada. La figura 4.20 muestra la densidad espectral de la misma señal utilizada en la figura 4.19, pero en este caso el parámetro de ventana es de  $2^{11}$ .

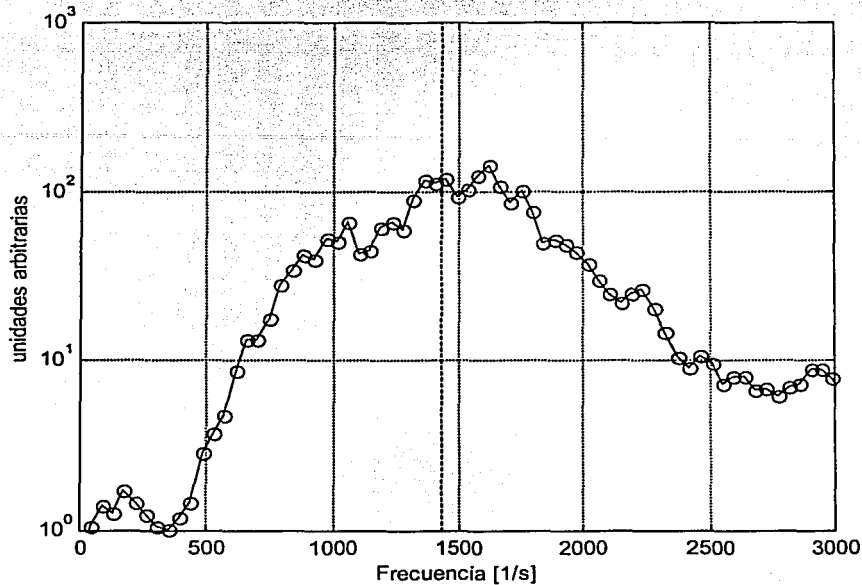


Figura 4.20 Densidad de espectral de la señal de velocidad  $U_{ext} = 17.2$  m/s Hanning Window =  $2^{11}$

Nótese en esta gráfica que existen varias frecuencias con una potencia elevada y que la frecuencia esperada no se encuentra en el máximo de la curva. Si se aumenta el parámetro de ventana se obtienen mayor número de secciones (y mayor número de puntos) de período más cortos y por tanto aumenta la probabilidad de encontrar ondas con períodos diferentes; si hay menos secciones y por tanto más largas en período, habrá un mayor porcentaje de ondas con el mismo período en cada sección, es decir, aumenta la probabilidad de encontrar ondas con período iguales. La señal original muestra ondas cuyo período es en promedio el mismo; sin embargo existen ondas de período menor o mayor a lo esperado, una característica normal en una señal aleatoria.

Para comprobar este punto se realizó el registro de tres señales diferentes para cada velocidad experimental y se observó que las tres señales presentan la misma curva de densidad espectral de potencia si el parámetro de ventana es menor a  $2^9$ ; con parámetros de ventana tan altos como  $2^{10}$  se presentan curvas con máximos diferentes.

La figura 4.21 muestra la densidad espectral de potencia de tres señales con diferentes velocidades exteriores: 3.7 m/s, 10.6 m/s y 17 m/s. Las líneas verticales muestran la frecuencia calculada esperada para cada velocidad. Las curvas de densidad espectral de las dos primeras velocidades se obtuvieron con un parámetro de ventana de  $2^9$  y la densidad espectral de la velocidad mayor se obtuvo con un parámetro de  $2^8$ .



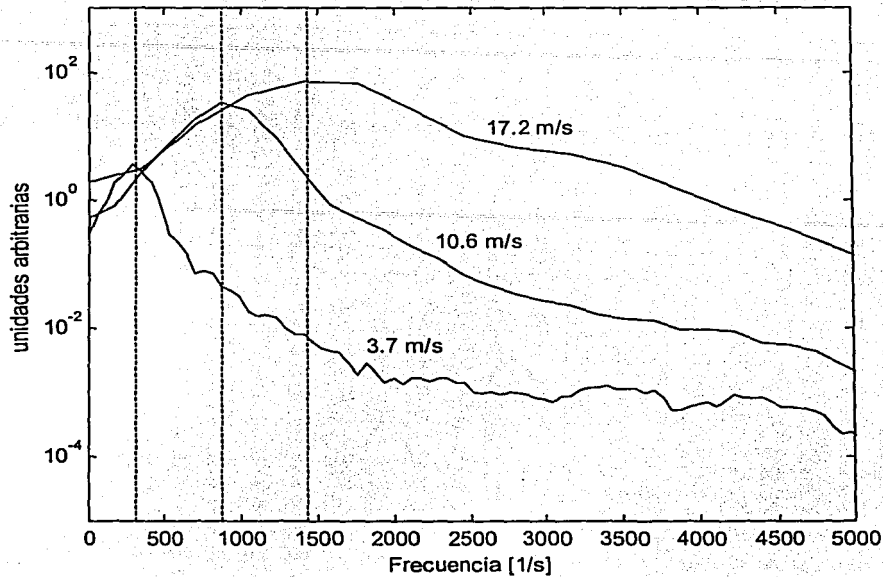


Figura 4.21 Densidad espectral de potencia de señales a diferentes velocidades.

En esta gráfica se puede comprobar que el valor de la frecuencia esperada es muy similar al valor de la frecuencia que se obtiene del máximo de las curvas. Podemos concluir que la densidad espectral de potencia es un método estadístico adecuado. Hay que recordar que este estudio (presentación de señal, filtrado, autocorrelación y densidad espectral de potencia), se ha realizado a través de operaciones discretas con la ayuda de programas computacionales y no se utilizó ningún equipo analógico de procesamiento de señal. En el apéndice A se presenta el listado del programa para obtener la densidad espectral de potencia de una señal.

Para obtener suficientes datos, se realizaron experimentos a diferentes velocidades en donde el valor de número de Strouhal permanece constante a 0.2. Para cada señal de velocidad se calculó la función de autocorrelación y la densidad espectral de potencia obteniendo los resultados presentados en la tabla 4.3. La frecuencia de muestreo (sampling rate) se aumentó para altas velocidades ya que los vórtices se presentan con más frecuencia y el período de aparición disminuye. En la tabla también se presenta la distancia  $x$  que indica en qué punto se colocó el sensor. El número de Reynolds se calcula a partir de la velocidad medida y la frecuencia se obtiene a partir de las gráficas de densidad espectral de potencia.

Finalmente, en la tabla se presenta el número de Strouhal experimental. Se aprecia que permanece esencialmente constante dentro de todo el rango de número de Reynolds. De esta manera, se confirma la validez de la ley de Strouhal para las condiciones creadas en este experimento y además se demuestra la exactitud del análisis estadístico realizado en la presente tesis.

Uext obtenida [m/s]	S.R. [Hz]	x radios cil.	Re experimental	frecuencia medida [1/s]	Sr experimental
3.1	30	2.92	496	235	0.18
3.7	30	2.92	592	308	0.20
4.3	30	2.67	688	352	0.20
5	50	2.92	800	391	0.19
6.2	50	3.5	992	488	0.19
6.8	50	3.75	1088	586	0.21
8.1	50	4.17	1296	684	0.20
9.3	90	4.17	1488	703	0.18
10.6	90	4.17	1696	879	0.20
11.8	90	4.17	1888	967	0.20
12.5	90	4.17	2000	1055	0.20
14.1	90	4.17	2256	1100	0.19
15.6	90	4.17	2496	1318	0.20
17.2	90	4.17	2752	1406	0.20

Tabla 4.3 Resultados experimentales

En la pFigura 4.22 se presenta la gráfica de número de Strouhal vs número de Reynolds. Los puntos experimentales están representados por círculos. En el gráfico se añade una curva tomada de la literatura [12] con el fin de comparar los resultados obtenidos con los ya reportados. Puede notarse que, en general, los puntos experimentales obtenidos se encuentran cerca de  $Sr = 0.2$ , tal como se vio en las gráficas de densidad espectral de potencia. Sin embargo, la curva tiene la mayoría de sus puntos en  $Sr = 0.21$  para el mismo rango de Reynolds. Esta variación puede deberse a la incertidumbre en las mediciones, o al diseño del experimento optado en la presente tesis.

Hay que decir que la curva tomada de la literatura, también tiene zonas de incertidumbre, y por tanto, puede haber puntos abajo o arriba de la curva. Para determinar la incertidumbre de los datos experimentales en este proyecto, se sumaron los errores (incertidumbre) en cada medición hecha. Así, para el número de Strouhal se consideró en primer lugar, un error del 1 % para la medición de las velocidades (ver curva de calibración y error). El diámetro del cilindro fue medido con un vernier el cual tiene una resolución de 1/20 mm; el error se calcula

$$\% \text{ Error } d = \frac{d_m \pm 0.05\text{mm}}{d_m} - 1$$

donde  $d_m$  es el diámetro de cilindro medido (2.4 mm); por tanto, el error de medición es cercano al 2%.

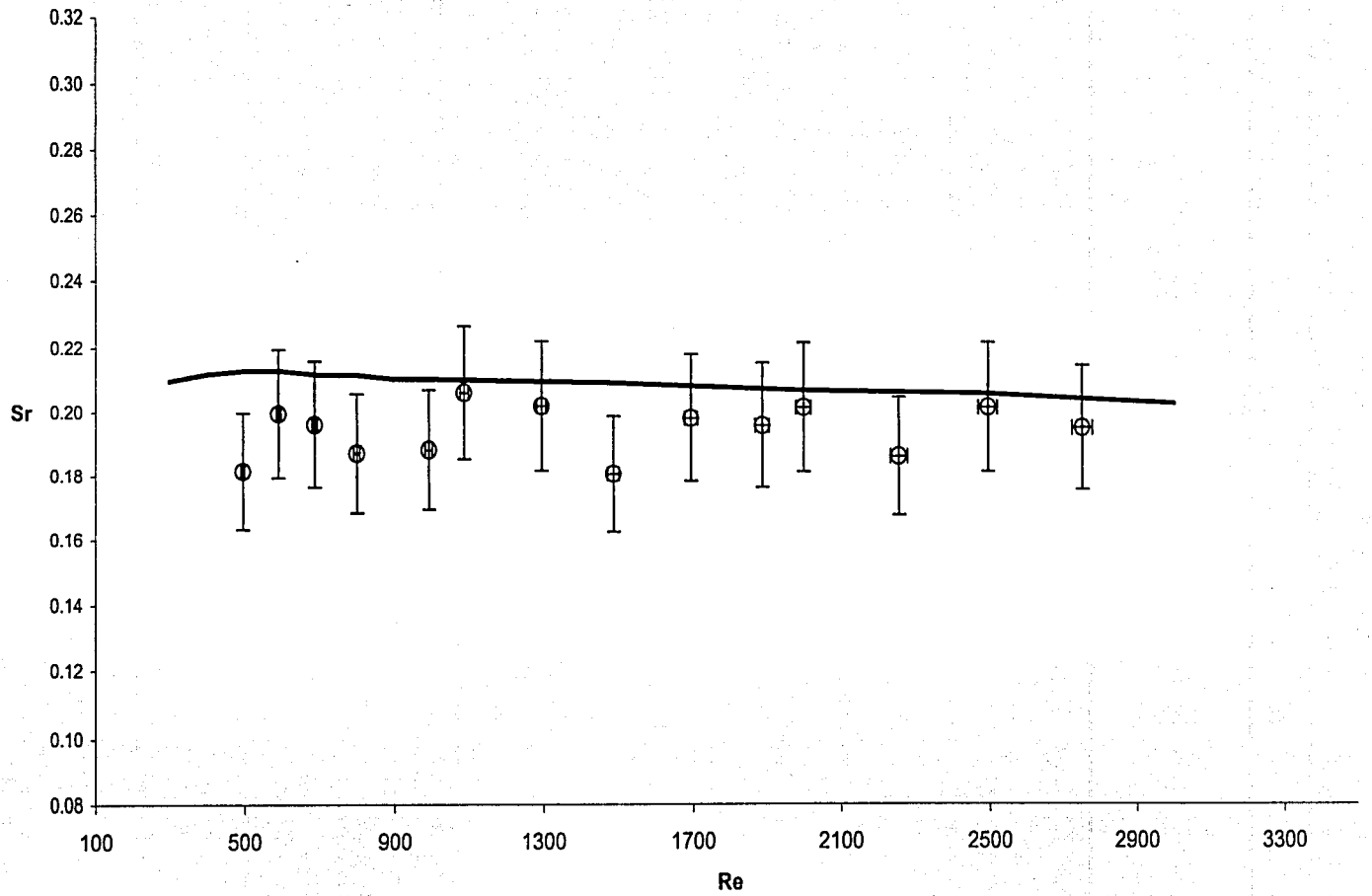
La frecuencia experimental se obtuvo a partir de las curvas de densidad espectral de potencia, los errores se calcularon mediante la fórmula:

$$\% \text{Error } f = \frac{f_m \pm \frac{1}{2} \Delta f}{f_m} - 1$$

donde  $f_m$  es la frecuencia medida, es decir, el punto máximo de la curva de densidad espectral de potencia y  $\Delta f$  es el intervalo de frecuencia en el eje de las abscisas de la curva densidad espectral. El error depende del valor de la frecuencia medida y del parámetro de ventana, ya que entre más grande sea éste, el intervalo de frecuencia disminuye; sin embargo, como se ha explicado anteriormente, el parámetro de ventana no puede ser grande porque de esta manera no se encuentra una frecuencia promedio máxima. El error en la medición de la frecuencia varía entre 6 % y 9%, así que se consideró un error promedio de 7.5%. Esta incertidumbre no se debe a la falta de precisión en el análisis estadístico, se puede obtener la precisión que se desee. Al aumentar el parámetro de ventana, se gana precisión porque disminuye el intervalo de frecuencia  $\Delta f$ ; sin embargo notamos en la curva densidad espectral de potencia varias frecuencias con amplitud grande (Figura 4.20). Al disminuir el parámetro de ventana, se pierde precisión porque aumenta el intervalo de frecuencia, pero se encuentra una frecuencia promedio máxima en la curva densidad espectral de potencia (Figura 4.19).

La incertidumbre total se calcula sumando todos los porcentajes de error en cada medición. Las barras de error en el eje de las ordenadas de la pFigura 4.22 representan una incertidumbre total del 10% en la medición. Las barras de error en el eje de las abscisas solo dependen de la incertidumbre en la medición de la velocidad que es del 1%.

Se puede concluir, que la señal original carece de una frecuencia única característica, existe una variación de la frecuencia en la señal de velocidad. Esta es la variación que se ve tanto en las curvas presentadas en la literatura como en la presentada en la pFigura 4.22 a través de las barras de error. Sin embargo, si se tiene un registro de señal suficientemente grande, podemos encontrar una frecuencia promedio con su correspondiente incertidumbre. A pesar de que el cálculo de la incertidumbre total puede ser relativamente grande, la gran mayoría de los puntos experimentales obtenidos no se alejó del valor  $S_r = 0.2$ . Se considera que los resultados experimentales son muy parecidos a los reportados y tienen la misma tendencia, por tanto se concluye que la medición de la velocidad mediante la técnica de anemometría de hilo caliente tiene buena precisión y el método de análisis de datos es adecuado para obtener un estimado muy bueno de las frecuencias de emisión de vórtices.



pFigura 4.22 Gráfica Sr vs Re, puntos experimentales con barras de error y curva tomada de la literatura

# 5

## CONCLUSIONES

La importancia del estudio de la frecuencia de emisión de vórtices en la práctica ingenieril es considerable tomando en cuenta que se han encontrado un sin número de casos en los cuales ciertas oscilaciones o vibraciones son provocadas por algún flujo moviéndose alrededor de un cuerpo determinado. Se ha hecho mucha investigación al respecto, y se han implementado soluciones con el fin de romper la coherencia de emisión de vórtices que puedan provocar oscilaciones no deseadas en algún elemento de un sistema. Tal es el caso de algunos elementos cilíndricos de las plataformas petroleras. Los postes cilíndricos son contruidos de manera que su superficie está rodeada por tracas (pestañas) en forma espiral con el fin de que la separación de vórtices se realice en tiempos diferentes; de esta manera se rompe la coherencia en la producción de los remolinos.

Es importante mencionar que las mediciones de frecuencia de generación de vórtices deben realizarse con instrumentos de gran precisión ya que como se pudo demostrar, la frecuencia de emisión no es constante, puede variar en un amplio rango en el espectro, y por tanto se toma una frecuencia promedio a lo largo de una señal; además las frecuencias de las señales medidas llegan a ser grandes. Cabe señalar que el anemómetro de hilo caliente es el instrumento de medición de velocidad con la frecuencia de muestreo más grande; por lo tanto su utilización es indispensable en la obtención de datos cuando los diámetros de cilindro son pequeños y en general cuando la frecuencia de emisión de vórtices es alta, como en el caso presentado en este trabajo. La respuesta de frecuencia del anemómetro de hilo caliente puede estar entre 0.004 kHz a 1000 kHz,

La utilización del anemómetro de hilo caliente y la realización de este proyecto tiene suma importancia para el laboratorio de Termofluidos de la Facultad de Ingeniería. El equipo de anemometría es relativamente nuevo y es importante la realización de nuevos experimentos para que se pueda obtener mayor experiencia en la utilización del mismo y así, progresivamente, lograr la implementación de proyectos más complejos; por ejemplo, medición de temperatura, esfuerzos de Reynolds, longitudes características, transferencia de cantidad de movimiento y energía, etc.

En relación al experimento de esta tesis se hacen las siguientes observaciones. Para obtener la frecuencia de emisión de vórtices fue necesario contar con un flujo muy uniforme. Al principio del proyecto se utilizó un canal de acrílico de forma rectangular para obtener este flujo; el aire se tomaba de un turbosoplador, se hacía pasar por una tubería y se conectaba al canal. Al obtener los perfiles de velocidad del chorro, se encontró un flujo

uniforme, sin embargo al colocar el cilindro, se encontró una periodicidad en la señal muy diferente a la esperada. Se hizo un registro de la señal del chorro libre proveniente del canal y se encontró que a altas frecuencias se obtenía una señal periódica, es decir, el chorro en sí mismo ondeaba y esta periodicidad era la que aparecía al colocar el cilindro. Se pensó que la causa fundamental era la conexión que unía a la tubería con el canal rectangular de acrílico. La velocidad del chorro se controlaba mediante una válvula de compuerta muy poco precisa. Al aumentar la velocidad del flujo, la conexión vibraba y eso pudo haber afectado la uniformidad del chorro. El chorro de aire también pudo haber sido afectado por el movimiento periódico del impulsor del turboplador.

Por otro lado, se intentó hacer una visualización de flujo mediante humo utilizando el canal rectangular y cilindros de diferentes tamaños. El humo se inyectaba en la parte interior del cilindro y se hacía salir por pequeños orificios en su superficie dispuestos frente al chorro. Con ayuda de una buena iluminación se logró visualizar el flujo, sin embargo no se encontró ningún comportamiento coherente, mucho menos periódico. La visualización fue fallida por varias razones. Para realizar una visualización a simple vista, es necesario utilizar diámetros suficientemente grandes y obtener frecuencias de emisión de vórtices tan bajas como 1 Hz. Para lograr esta frecuencia en aire, es necesario obtener velocidades de entre 0.25 m/s y 0.5 m/s, y diámetros entre 5 cm y 10 cm. El lado largo del canal rectangular medía 15 cm, el aire tenía que recorrer una longitud de canal de 1 m aproximadamente. Se identifican dos problemas, el primero radica en que la velocidad del aire es muy baja; al recorrer el canal, el chorro perdía fuerza, y al salir del mismo se volvía muy turbulento debido a los esfuerzos cortantes con el aire circundante. El diámetro del cilindro tenía que ser tan grande como el canal mismo; así era imposible tener un flujo externo uniforme. Además existían los problemas propios de las conexiones entre la tubería y el canal que seguramente creaban vórtices similares a los esperados.

Tras desechar el canal, se decidió utilizar la tobera mostrada en el capítulo 4. A través de las mediciones de señal realizadas a la salida de la tobera (5 mm) se pudo constatar la presencia de un flujo uniforme; incluso en mediciones de frecuencia de muestreo alta se logró obtener mediciones de velocidad con una variación de  $\pm 0.05$  m/s. Se pensó que las características del chorro circular podían afectar los resultados del experimento. Hay que recordar que en la literatura se plantea un flujo uniforme e infinito; por esta razón fue necesario colocar el cuerpo cilíndrico circular muy cerca de la boquilla en su parte central, en donde, como se demostró, el flujo es uniforme y con muy baja intensidad de turbulencia. El diámetro interior de la boquilla es de 12 mm, esto indicaba que el diámetro del cilindro tenía que ser muy pequeño con el fin de que se tuviera un flujo externo. Se utilizó un cilindro con diámetro pequeño para cumplir lo anterior, pero lo suficientemente grande para que el cilindro tuviera rigidez y pudiera colocarse en voladizo.

Al principio del proyecto no se sabía cómo establecer la frecuencia de medición del hilo caliente. Originalmente se consideró una frecuencia de 1 kHz. Las mediciones se iniciaron a velocidades tan bajas como 0.5 m/s; no se encontró periodicidad en el osciloscopio. Tras muchas pruebas, se encontró periodicidad a partir de 3 m/s y se pudo constatar que para visualizar la señal en el osciloscopio se tenía que utilizar una frecuencia de muestreo mayor que 30 kHz.

A simple vista, en el osciloscopio, el período de las ondas era muy parecido al período esperado. Se contó el número de ondas que se obtenían en una señal de período

0.1s y se verificó que en promedio se tenía la frecuencia de emisión de vórtices esperada. El período de las ondas variaba un poco a lo largo de la señal. Se utilizó la función de autocorrelación y se encontró la misma periodicidad que en la señal original, también se calculó la función de densidad espectral de potencia y se observó una frecuencia característica promedio para cada señal. Los resultados obtenidos se comparan muy bien con los datos de la literatura. Se concluye entonces que los objetivos planteados para esta tesis se cumplieron: se obtuvieron resultados que concordaban con lo esperado y se demostró que la técnica de la anemometría caliente y el análisis estadísticos de la señal discreta son eficientes y precisos.

Se considera que se pueden realizar experimentos posteriores que complementen los datos obtenidos. Pueden hacerse mediciones con cilindros de diferentes diámetros, ampliar el rango de número de Reynolds, diseñar un túnel donde se puedan colocar los cilindros y tener un flujo exterior uniforme, realizar mediciones de velocidad en dos dimensiones para estudiar el comportamiento de los vórtices en la dirección transversal, medir vibraciones en el cilindro, hacer mediciones en la región de separación y utilizar dos señales para medir longitudes características en los vórtices, así como para la medición de la señal de los dos lados opuestos del cilindro.

**ESTA TESIS NO SALE  
DE LA BIBLIOTECA**

# REFERENCIAS

1. Levi, Enzo; *Oscilaciones provocadas por corrientes fluidas*, Ciencia (1983) 34, 127-140.
2. Vennard & Street, *Elementary Fluid Mechanics*, John Wiley and sons, 6<sup>th</sup> Edition USA 1982.
3. Doebelin Ernest, *Measurement System, Application and Design*, Mc Graw Hill, 4<sup>th</sup> Edition, USA 1992.
4. Bentley John, *Sistemas de Medición, Principios y Aplicaciones*, CECSA, 2<sup>a</sup> Edición, México 1993.
5. Fox, McDonald, *Introducción a la Mecánica de Fluidos*, McGraw Hill, 4<sup>a</sup> Edición, México 1995.
6. Láser Anemometry 1994, Advances and Applications, (1994) ASME Fluids Engineering Division Summer Meeting, sponsored by the Fluids Engineering Division of American Association Mechanical Engineers. Edition by T.T, Huang, David Taylor, M.V. Otugen, Polytechnic University
7. Raffel M., Willert C., Kompenhans J.; *Particle Image Velocimetry, a practical guide*, Springer, Germany 1998.
8. Dantec Measurement Technology, [www.dantecmt.com/Applications](http://www.dantecmt.com/Applications).
9. Brunn. H. H., *Hot-Wire Anemometry*, Oxford University Press, Great Britain 1996.
10. Panton, Roland L., *Incompressible Flow*, John Wiley & Sons, Inc. Sigapore 1984
11. Young, Munson, Okiishi, *A Brief Introduction to Fluid Mechanics*, 2nd Edition, John Wiley and Sons, U.S.A. 2001.
12. Potter, Wiggert, *Mechanics of Fluids*, 2<sup>nd</sup> Edition, Prentice Hall, U.S.A. 1997.
13. Ammann, OH, Theodore von Karman y G.B. Woodruff, *Federal Works Agency* (1941) Report to the Administrator.
14. Badri Narayanan, M.A. y J.G. Marvin, *Workshop on coherent structure in turbulent boundary layers* (Lehig University, 1978), 380-385
15. Birkhoff, G., *J Appl Phys* (1953) 24, 98-103
16. Falvey, HT; *Practical experiences with flow-induced vibrations*, E Naudascher y D. Rockwell (Springer, Berlín, 1980) pp 386-398
17. Strouhal, V., *Ann Phys und Chem* (1878) 5, 216-251.
18. Strutt, J.W., *Phil Mag* (1879), 7, 14-162.
19. Strutt, J.W., *Phil Mag* (1915), 29, 14-162.



# APÉNDICE

## Funciones de matlab.

### **BUTTER Butterworth digital and analog filter design**

[B,A] = BUTTER (N,Wn) realiza un filtro digital de N-ésimo orden, calcula y regresa los coeficientes de filtrado en los vectores B (numerador) y A (denominador). Los vectores B y A son matrices de  $N+1 \times 1$ . La frecuencia de corte Wn (cut-off frequency) debe estar en el rango  $0 < Wn < 1$ , donde  $Wn = 1$  corresponde a la mitad de la frecuencia de muestreo (frecuencia de Nyquist).

### **FILTFILT Zero-phase forward and reverse digital filtering**

Y = FILTFILT (B,A,X) filtra los datos en el vector X con el filtro descrito por los vectores A y B (coeficientes de filtrado) para crear los datos filtrados Y. El filtro se define por la ecuación diferencial:

$$y(n) = b(1)*x(n) + b(2)*x(n-1) + \dots + b(nb+1)*x(n-nb) \\ - a(2)*y(n-1) - \dots - a(na+1)*y(n-na)$$

Después de filtrar en una dirección, la secuencia de filtrado se invierte. El vector Y es el resultado de la segunda operación de filtrado. El resultado tiene precisamente una distorsión fase cero y una magnitud modificada por el cuadrado de la respuesta de magnitud del filtro. La longitud de la entrada x debe ser mayor a tres veces el orden del filtro, definido como  $\max(\text{length}(b)-1, \text{length}(a)-1)$ .

### **XCORR Cross-correlation function estimates.**

XCORR(A,B), donde A y B son vectores de longitud N, regresa una secuencia de correlación cruzada entre A y B en un vector de longitud  $2*N-1$ .

XCORR(A), donde A es un vector, es la secuencia de autocorrelación.

XCORR(A,'indicador'), XCORR(A,B,'indicador') normaliza la correlación de acuerdo al indicador que puede ser:

- Biased – (sesgado) escala la correlación cruzada por  $1/N$
- Unbiased- (sin sesgo) escala la correlación por  $1/(N-\text{abs}(r))$ , donde r es el número de retardo
- Coeff- normaliza la secuencia de manera que la correlación en el tiempo de retardo cero sea idéntica a 1.

## **SPECTRUM Power spectrum estimate of one or two data sequences.**

[P,F] = SPECTRUM(X,NFFT,NOVERLAP,WINDOW,Fs) estima la densidad espectral de potencia del vector señal X usando el método de periodograma promediado de Welch. La señal X se divide en secciones traslapadas mediante el parámetro de ventana. FFT es la transformada de Fourier discreta DFT de X, NFFT es la longitud (número de renglones) del vector FFT que puede ser la longitud de X o menor. P es una matriz de dos columnas  $P = [P_{xx} \ P_{xxc}]$ . A cada sección se le aplica la transformada de Fourier discreta y se promedia la magnitud del cuadrado del módulo de dicha transformada en todas las secciones para obtener  $P_{xx}$ .  $P_{xxc}$  es el intervalo de confianza. El número de renglones de P es  $NFFT/2+1$ . NFFT debe tener una longitud equivalente a una potencia de 2.

Si se proporciona a la función SPECTRUM la frecuencia de muestreo  $F_s$ , el vector F regresa un vector de frecuencias de la misma longitud que  $P_{xx}$  en donde se ha estimado la densidad espectral de potencia. PLOT (F,P(:,1)) grafica el espectro de potencia estimado versus la frecuencia real.

Los valores predeterminados de los parámetros son  $NFFT = 256$  (potencias de 2),  $NOVERLAP = 0$ ,  $WINDOW = HANNING(NFFT)$ ,  $F_s = 2$

## Listado de Programas

### Señal de chorro

A continuación se muestra el listado del programa en Matlab© para obtener la señal de velocidad del chorro.

```
clear all
```

```
% adquisición de datos
```

```
load('ut106ci.txt');
data_2D=ut106ci;
time=data_2D(:,1);
velocity=data_2D(:,2);
```

```
% velocidad fluctuante
```

```
mean_velocity=mean(velocity);
fluc_velocity=velocity-mean_velocity;
```

```
%frecuencia de muestreo
```

```
sfreq=1/(time(2)-time(1));
```

```
%frecuencia de Nyquist
```

```
nfreq=.5*sfreq;
```

```
% cut-off frequency (filtrado de señal)
```

```
cofreq=5000;
```

```

[b,a]=butter(4,cofreq/nfreq);
velf=filtfilt(b,a,fluc_velocity);
M=mean_velocity

% gráficas

% velocidad instantánea
figure(1)
clf
plot(time,velocity,'k -')
axis([0.025 0.035 7 15])
grid
%title('velocidad instantánea vs tiempo')
xlabel('t [s]')
ylabel('U [m/s]')

% velocidad fluctuante y filtrada
figure(2)
clf
%plot(time,fluc_velocity,'r-')
hold on
plot(time,velf,'k-');
axis([0.025 0.035 -4 4])
grid
xlabel('t [s]')
ylabel('u [m/s]')

```

## Autocorrelación

A continuación se presenta el listado del programa para obtener la función de autocorrelación.

```

clear all

% adquisición de datos
load('ut81ci3d.txt');
data_2D=ut81ci3d;

time=data_2D(:,1);
velocity=data_2D(:,2);
mean_velocity=mean(velocity);
fluc_velocity=velocity-mean_velocity;

% número de datos
num_data=length (data_2D);
d=num_data-1;
e=2*d;
g=d-1;

% frecuencia de muestreo
sfreq=1/(time(2)-time(1));

```

```

% frecuencia de Nyquist
nfreq=.5*sfreq;

% cut-off frequency (filtrado de señal)
cofreq=5000;
[b,a]=butter(4,cofreq/nfreq);

velf=filfilt(b,a,fluc_velocity);

%FUNCIÓN DE AUTOCORRELACIÓN

[velf_corr,inter]=xcorr(velf,'biased');

% one-sided function (presentación de la parte positiva)
for i=d:e
    velf_corr_cut(i-g)=velf_corr(i);
    inter_cut(i-g)=inter(i);
end

% presentación de la gráfica
figure(1)
clf
tao=(1/sfreq)*inter_cut;
plot(tao,velf_corr_cut,'k -')
axis([0 0.02 -0.2 0.2])
grid
title('AUTOCORRELACION')
xlabel('tao [s]')
ylabel('Rx')

```

## Densidad Espectral de Potencia

A continuación se presenta el listado del programa para obtener la densidad espectral de potencia en una señal.

```

clear all;

% frecuencia característica
% freq = St*vel/D

fc1=0.2*17.2/.0024;

% Adquisición de datos

load ut172ci.txt
data=ut172ci;
time=data(:,1);
vel=data(:,4);

% frecuencia de muestreo
sfreq=1/(time(2)-time(1));
% frecuencia de Nyquist
nfreq=.5*sfreq;

```

**% cut-off frequency (filtrado de la señal)**

```
cofreq=5000;  
[b,a]=butter(4,cofreq/nfreq);  
velf=filtfilt(b,a,velf);
```

**%DENSIDAD ESPECTRAL DE POTENCIA**

```
[P,F] = spectrum(velf,256,[],[],sfreq);
```

**% presentación de la gráfica**

```
figure(1)  
clf  
semilogy(F,P(:,1),'ro',F,P(:,1),'r-');  
hold on  
plot([fc1 fc1],[1e-8 1e3],'b--')  
axis([0 1e4 1e-5 1e3])  
grid  
ylabel('unidades arbitrarias')  
xlabel('Frecuencia [1/s]')
```