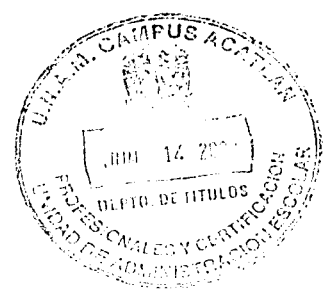


# UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO



## ESCUELA NACIONAL DE ESTUDIOS PROFESIONALES CAMPUS ACATLÁN



“PROPUESTA DE ADECUACIÓN, ANÁLISIS Y DESARROLLO  
DE LAS PRÁCTICAS DEL LABORATORIO DE HIDRÁULICA DE  
TUBERÍAS DE LA LICENCIATURA EN INGENIERÍA CIVIL DE  
LA ENEP ACATLÁN”

TESIS PARA OBTENER LA LICENCIATURA DE INGENIERO CIVIL

DIAZ GARCÍA ALEJANDRO

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN



Universidad Nacional  
Autónoma de México



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

# ÍNDICE

Introducción .....	3
Capítulo I. Principios Hidrostáticos .....	4
I.1. Práctica No. 1. Distribución de presiones .....	5
I.2. Práctica No. 2. Empuje Hidrostático .....	12
I.3. Práctica No. 3. Flotación .....	34
Capítulo II. Ecuaciones Fundamentales de la Hidráulica de Tuberías .....	43
II.1. Práctica No. 4. Ecuación de Continuidad .....	44
II.2. Práctica No. 5. Ecuación de Bernoulli .....	57
II.3. Práctica No. 6. Cantidad de Movimiento .....	64
Capítulo III. Pérdidas de Energía en un Sistema Hidráulico .....	70
III.1. Práctica No. 7. No. de Reynolds .....	71
III.2. Práctica No. 8. Pérdidas de Energía .....	76
Capítulo IV. Orificios .....	94
IV.2. Práctica No. 9. Orificios .....	95
Capítulo V. Dispositivos de Aforo en Canales .....	111
V.2. Práctica No. 10. Compuertas y Vertedores .....	112
Conclusiones .....	127
Bibliografía .....	128

## ***INTRODUCCIÓN***

Las Prácticas del Laboratorio de Hidráulica de Tuberías pueden ser el punto de partida o final de una investigación, o confirmación de un concepto adquirido en la clase teórica. El proceso cognoscitivo que experimenta el alumno al realizar una Práctica en el Laboratorio, se distingue de la ciencia por el hecho de que el maestro conduce al alumno a reproducir descubrimientos ya efectuados. Más si se tiene en cuenta que también el alumno pasa del estado de ignorancia al de saber y conocer, se plantea la necesidad de que el profesor desarrolle su inventiva y creatividad para diseñar prototipos y experimentos.

Propongo tres objetivos principales para el desarrollo de éstas Prácticas. El primero, es ayudar a los alumnos a lograr un mejor conocimiento de los conceptos y principios hidrostáticos adquiridos en teoría. El segundo, es ayudarlos a apreciar de que manera conceptos, leyes y teorías hidráulicas dependen del trabajo experimental. El tercero, es el de generar habilidades para el diseño de experimentos, empleo de técnicas de medición, capacidad de utilizar el medio que les rodea en la solución de problemas hidráulicos, analizar datos e interpretar resultados.

Además, las actividades experimentales permiten lograr otros objetivos más generales del alumno, como son: desarrollar su creatividad, autonomía y autoconfianza.

# **CAPÍTULO I.**

## **PRINCIPIOS HIDROSTÁTICOS**

# PRÁCTICA N° 1

## DISTRIBUCIÓN DE PRESIONES

**OBJETIVO:** Determinar la presión hidrostática en diferentes aparatos.

**ANTECEDENTES TEÓRICOS** La hidrostática, estudia las condiciones de equilibrio de los líquidos en reposo. La Presión Hidrostática es la fuerza originada por la masa de un líquido sobre una superficie.

Las ecuaciones de equilibrio de Euler, aplicadas a un líquido en reposo, nos demuestran que la variación de la presión está en función del nivel donde se elija medirlo.

$$dP = -\gamma dz$$

siendo:

$dP$  = presión debida al líquido ( $\text{kg}/\text{m}^2$ )

$dz$  = distancia vertical que se mide desde la superficie libre al punto donde se desee (m)

$\gamma$  = peso específico del líquido ( $\text{kg}/\text{m}^3$ )

Dicha ecuación, al resolverse para un líquido, se puede integrar como:

$$\frac{P}{\gamma} + z = \text{constante}$$

A esta ecuación se le conoce como Ley de Pascal, y permite calcular la distribución de Presiones Hidrostáticas en el seno de un líquido en reposo. Esta presión depende, exclusivamente, de la coordenada  $z$ , y es constante en todos los puntos contenidos en un mismo plano horizontal.

Dicha presión es una magnitud escalar, por lo que no tiene sentido decir que actúa en una o en todas las direcciones. La dirección, sentido y magnitud de la fuerza que genera la presión, están determinados por el elemento de superficie que sea utilizado.

Considerando un líquido con peso específico  $\gamma$ , en cuya superficie libre actúa la presión atmosférica  $P_a$ , y tomando como referencia el sistema de coordenadas  $(x,z)$ , la Ley de Pascal se puede aplicar entre dos planos horizontales que pasen a través del volumen del líquido. Coincidiendo uno de ellos con la superficie libre, y otro cualquiera, de elevación  $z$  que coincida con la superficie de la que se desea obtener la presión.

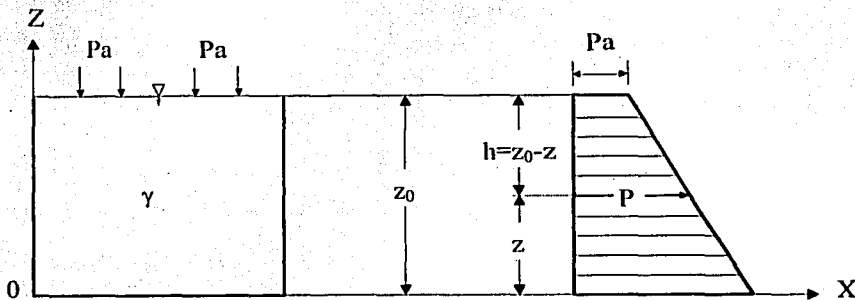


Figura 1.1

Se debe cumplir:

$$\frac{P_a}{\gamma} + z_0 = \frac{P}{\gamma} + z$$

$$\frac{P}{\gamma} = \frac{P_a}{\gamma} + z_0 - z$$

$$P = \gamma \left( \frac{P_a}{\gamma} + z_0 - z \right)$$

$$P = P_a + \gamma(z_0 - z)$$

$$P = P_a + \gamma h \dots\dots\dots(A)$$

en donde:

$P_a$  = presión atmosférica sobre la superficie libre del líquido ( $\text{kg}/\text{m}^2$ )

$h = z_o - z =$  profundidad del punto considerado donde se quiere obtener la presión (m).

$\gamma =$  peso específico del líquido ( $\text{kg}/\text{m}^3$ ).

$P =$  presión absoluta del punto de que se trata y se mide a partir del cero absoluto de presiones ( $\text{kg}/\text{m}^2$ )

$\gamma h =$  presión manométrica ( $\text{kg}/\text{m}^2$ )

**NOTA:** La condición de presión absoluta existe solo en el vacío, ya que al no haber moléculas del fluido, tampoco hay colisiones moleculares. Cuando el cero de la escala de presiones corresponde a estas condiciones, la presión medida se llama absoluta, es decir:

$$\textit{Presión absoluta} = \textit{Presión atmosférica} + \textit{Presión manométrica}$$

Se debe hacer notar que la presión atmosférica no es constante en todos los puntos de la Tierra, sino que depende de la elevación específica del sitio en donde nos encontremos, sobre el nivel medio del mar y de las condiciones meteorológicas del sitio.

Como nuestro objetivo es determinar Presiones Hidrostáticas, no consideraremos para los cálculos a la presión atmosférica en nuestras mediciones y, por lo tanto, nuestra ecuación (A) quedará como sigue:

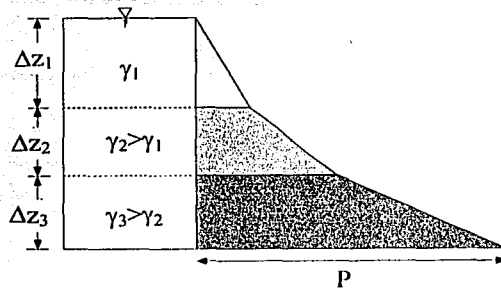
$$P = \gamma h \dots\dots\dots(1)$$

Si en la superficie libre se aplica una presión  $P_o$ , como ocurre en muchas máquinas hidráulicas, entonces:

$$P = \gamma h + P_o \dots\dots\dots(2)$$

Existen casos en los que el líquido no es homogéneo y en estas condiciones, el equilibrio es posible únicamente, si los líquidos menos densos, quedan sobre los más densos. En tal caso, se puede determinar la Presión como lo indica la siguiente figura:





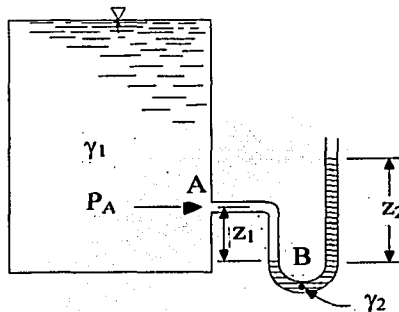
$$P = \sum_{l=1}^n \gamma_l \Delta z_l \dots\dots\dots (3)$$

**Figura 1.2**

Manómetros:

Los manómetros, son dispositivos que sirven para medir las presiones producidas por un líquido en reposo. Existen muchos instrumentos para medir la presión, pero en realidad sólo sirven para obtener la diferencia de presiones entre un punto del fluido y la atmósfera. A esta diferencia se le llama presión relativa o manométrica.

El manómetro diferencial (figura 1.3), consiste en un tubo transparente en forma de U parcialmente lleno de un líquido pesado, generalmente mercurio. Uno de sus extremos se conecta perpendicularmente a la pared del recipiente por donde saldría el líquido que contiene. El otro extremo puede estar abierto, donde se aplica la presión atmosférica del lugar.



**Figura 1.3**

La diferencia de alturas en la columna del líquido del manómetro, indica la diferencia de presiones, ejercidas sobre los extremos de la columna, por un lado el líquido del recipiente tiene una columna  $z_1$  con respecto al punto de conexión  $A$ , y el punto  $B$  por el otro; la columna del otro líquido en el manómetro, entre los puntos  $B$  y el nivel de ese líquido en el tubo abierto, es  $z_2$ .

en donde:

$\gamma_1$  = peso específico del líquido en el recipiente.

$\gamma_2$  = peso específico de otro líquido en el manómetro.

$P_A$  = presión manométrica en el punto  $A$ .

Por lo tanto, la presión en la sección de contacto de los líquidos en  $B$  es:

$$P_B = P_A + \gamma_1 z_1$$

pero también:

$$P_B = \gamma_2 z_2$$

por lo tanto:

$$P_A + \gamma_1 z_1 = \gamma_2 z_2$$

finalmente:

$$P_A = \gamma_2 z_2 - \gamma_1 z_1. \dots\dots(4)$$

#### Presión debida a una columna líquida.

Imaginemos un prisma ideal en el interior de un líquido en reposo (figura 1.4), y consideremos todas las fuerzas que actúan en él, según la vertical.

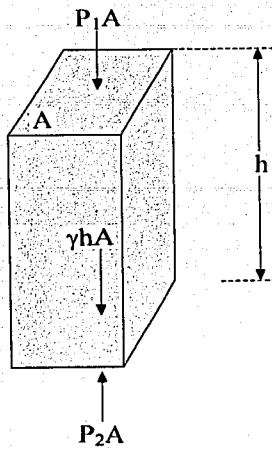


Figura 1.4

Se debe tener

$$\sum F_y = 0$$

y, por lo tanto:

$$P_1 A + \gamma h A - P_2 A = 0$$

$$P_2 - P_1 = \gamma h \dots\dots\dots(5)$$

en donde:

$\gamma$  = peso específico del líquido

Por lo que, podemos decir que la diferencia de presiones entre dos puntos de la masa de un líquido en equilibrio, es igual a la diferencia de profundidad, multiplicada por el peso específico del líquido.

### *MATERIAL Y EQUIPO*

- Líquidos de diferente peso específico (incluyendo mercurio).
- Aparatos para determinar Presión Hidrostática.
- Vernier.

### *DESARROLLO:*

Para cada uno de los aparatos, determine la Presión Hidrostática en el punto propuesto; efectuando por lo menos, dos procedimientos de solución para llegar a un mismo resultado.

# PRÁCTICA N° 2

## EMPUJE HIDROSTÁTICO

**OBJETIVO:** Cuantificar el Empuje Hidrostático sobre superficies, calculando el momento mecánico necesario para anular el efecto del empuje sobre ellas.

**ANTECEDENTES TEÓRICOS:** El ingeniero debe calcular las fuerzas ejercidas por los fluidos, con el fin de diseñar satisfactoriamente las estructuras que los contienen. En esta práctica, evaluaremos las tres características de las fuerzas hidrostáticas, a saber: módulo, dirección y sentido. Además, determinaremos la localización de las fuerzas.

La distribución de presiones sobre una superficie plana o curva, produce una fuerza conocida como Empuje Hidrostático. Supongamos un área de forma irregular, 1-2 situada en un plano que forma un ángulo  $\theta$  con la superficie libre del líquido, como se muestra en la figura 2.1.

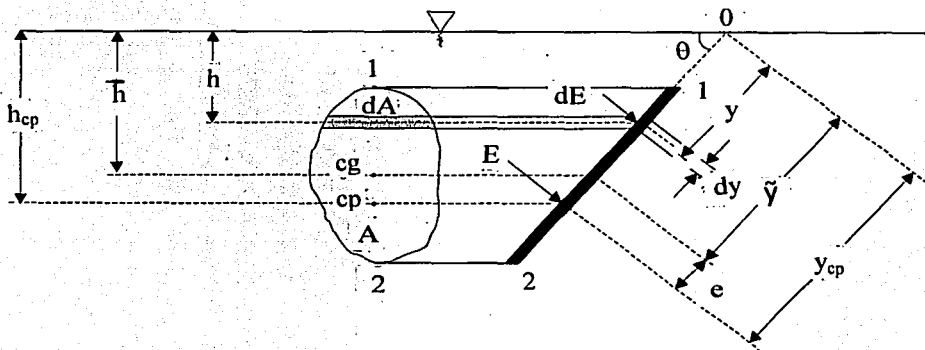


Figura 2.1

Para la determinación del Empuje Hidrostático que actúa en uno de los lados de la figura mencionada anteriormente, el área  $A$  será subdividida en elementos  $dA$ , que se encuentran localizados a la profundidad  $h$ , a una distancia  $y$  de la intersección  $O$ .

Empuje Hidrostático.

La fuerza que actúa sobre  $dA$  será:

$$dE = p dA = \gamma h dA = \gamma y \text{ sen } \theta dA$$

Cada una de las fuerzas  $dE$  será normal al área correspondiente. La resultante o el empuje total sobre toda el área, será dado por:

$$E = \int_A dE = \int_A \gamma y \text{ sen } \theta dA = \gamma \text{ sen } \theta \int_A y dA$$

Sabemos que  $\int_A y dA$  es el momento del área con relación al eje perpendicular al papel y que pasa por la intersección  $O$ ; por lo tanto:

$$\int_A y dA = A \bar{y}$$

expresión en la cual  $\bar{y}$  es la distancia del centro de gravedad, cg, del área hasta  $O$ , y  $A$  el área total. Como  $\bar{y} \text{ sen } \theta$  es igual a  $h$ , nos queda:

$$E = \gamma \bar{y} \text{ sen } \theta A$$

$$E = \gamma A \bar{h} \dots\dots\dots(1)$$

siendo:

$E$  = empuje hidrostático sobre el área  $A$  (Kg).

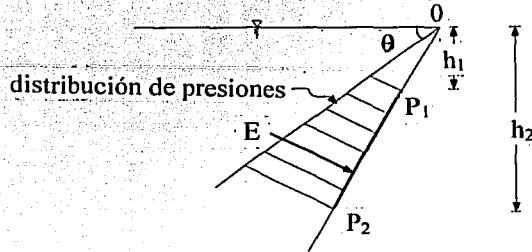
$\gamma$  = peso específico del líquido ( $\text{kg}/\text{m}^3$ )

$A$  = área considerada ( $\text{m}^2$ )

$h$  = profundidad al centro de gravedad del área  $A$  (m)

Conviene señalar que el área puede estar parcialmente cubierta de líquido, en cuyo caso, el área  $A$  y el centro de gravedad se consideran a partir del área sumergida.

También se puede calcular el Empuje Hidrostático, como el promedio de las presiones ejercidas sobre el área  $A$ , multiplicada por el área misma (figura 2.2).



**Figura 2.2**

$$E = \left( \frac{P_1 + P_2}{2} \right) A = P_m A \dots\dots\dots(2)$$

en donde:

$$P_1 = \gamma h_1$$

$$P_2 = \gamma h_2$$

Posición del Empuje.

El centro de presión,  $y_{cp}$ , es el punto en el que esta actuando el Empuje Hidrostático resultante  $E$  (figura 2.1), sobre el área  $A$ .

La posición del centro de presión, puede ser determinada aplicando el teorema de los momentos que dice: el momento de la resultante con relación al eje de intersección  $O$  debe igualar a la suma de los momentos de las fuerzas elementales  $dE$ , con respecto al mismo eje.

$$E y_{cp} = \int_A dE y$$

$$\gamma \bar{y} \text{sen } \theta A y_{cp} = \gamma \text{sen } \theta \int_A y dA y = \gamma \text{sen } \theta \int y^2 dA$$

Como  $\int_A y^2 dA$  es el momento de inercia del área  $A$  con relación al eje-intersección, tendremos que:

$$\gamma \bar{y} \operatorname{sen} \theta A y_{cp} = \gamma \operatorname{sen} \theta I$$

$$y_{cp} = \frac{\gamma \operatorname{sen} \theta I}{\gamma y \operatorname{sen} \theta A} = \frac{I}{yA} \dots\dots(3)$$

en donde:

$y_{cp}$  = distancia entre el centro de presión y la superficie del agua (m).

$I$  = momento de inercia del área con respecto al eje-intersección ( $m^4$ ).

$$I = \frac{by^3}{3}$$

**NOTA:** Esta ecuación, sólo es válida cuando el área es rectangular, con ancho  $b$  y altura  $d$ , además el nivel del agua no sobrepasa la altura del área  $A$ ; es decir,  $y$  es menor que  $d$ .

Para solucionar problemas en los que el nivel del agua se localiza por encima de la altura del área, es más conveniente recurrir a la fórmula de momento de inercia, aplicando el teorema de los ejes paralelos:

$$y_{cp} = \frac{I_{cg} + A\bar{y}^2}{\bar{y}A} = \frac{I_{cg}}{\bar{y}A} + \frac{A\bar{y}^2}{A\bar{y}}$$

$$y_{cp} = \frac{I_{cg}}{\bar{y}A} + \bar{y} \dots\dots(4)$$

Si el área es rectangular:

$$I_{cg} = \frac{by^3}{12}$$

en donde:

$I_{cg}$  = momento de inercia del área  $A$  con respecto al eje centroidal paralelo al eje de intersección ( $m^4$ ).



En la ecuación (4):  $I_{cg} / \bar{y}A$ , es la distancia que separa al centro de gravedad del centro de presión y se llama excentricidad  $e$ :

$$e = \frac{I_{cg}}{yA} = \frac{r^2}{y} \dots\dots\dots(5)$$

en donde:

$e$  = excentricidad (m)

$r$  = radio de giro del área  $A$  con respecto al eje centroidal y paralelo al eje-intersección.

El centro de presiones, también coincide con el centro de gravedad del volumen de presiones proyectado a la base de ese volumen, que es precisamente el área de la compuerta.

Para facilitar el cálculo de  $e$  con la ecuación (5), se anexa la tabla 2.1, que presenta las expresiones para el cálculo del centro de gravedad, el área y el radio de giro de las formas más usuales de compuertas, orificios o simplemente paredes donde se ejerza un Empuje Hidrostático.

Las coordenadas del centro de presiones, se obtienen cuando se iguala la suma de momentos estáticos de las áreas diferenciales respecto de los ejes  $x$ - $y$ , con el momento producido por la fuerza resultante.

$$y_{cp} = \bar{y} + e \dots\dots\dots(6)$$

$$x_{cp} = \frac{I_{xy}}{yA} \dots\dots\dots(7)$$

en donde:

$I_{xy}$  = momento de inercia del área respecto del sistema de ejes  $x$ - $y$

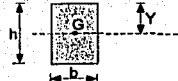



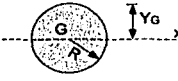
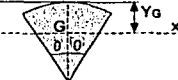
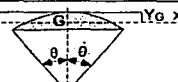
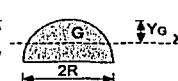
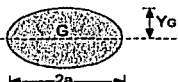

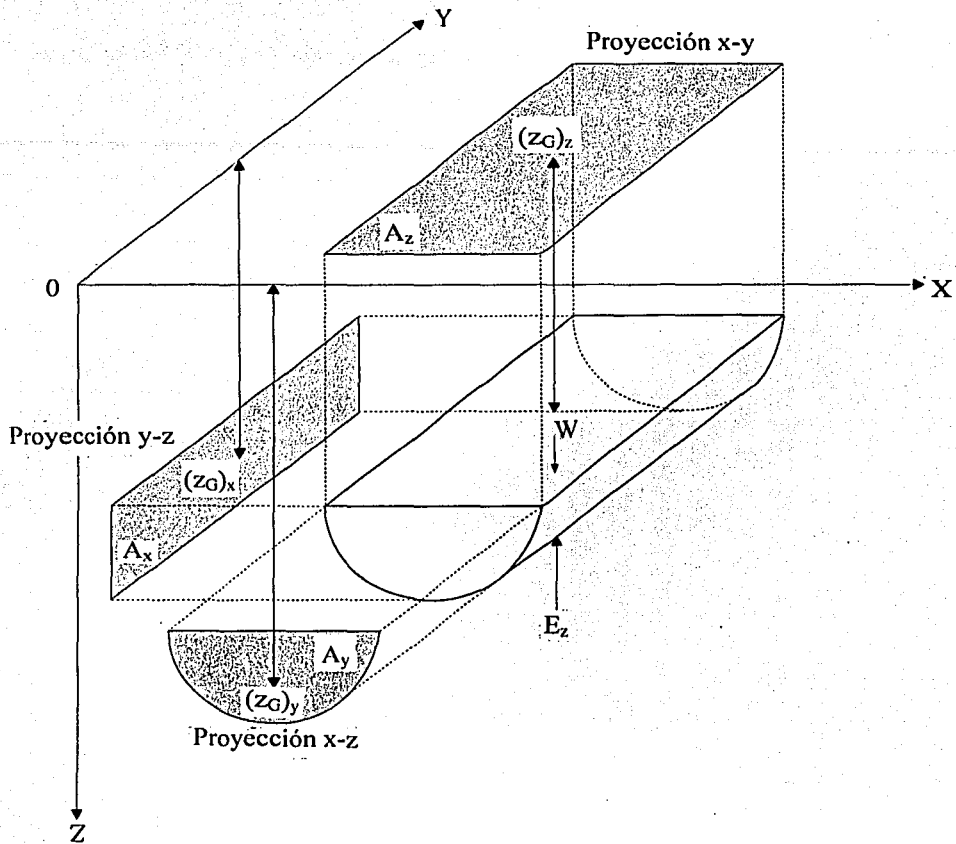
Figura	Posición del centro de gravedad, G	Area, A	Cuadrado del radio del giro, $\bar{r}_G^2$
	$Y_G = \frac{h}{2}$	$A = bh$	$\bar{r}_G^2 = \frac{h^2}{12} = 0.0833h^2$
	$Y_G = \frac{a \cos \theta + b \sin \theta}{2}$	$A = ab$	$\bar{r}_G^2 = \frac{a^2 \cos^2 \theta + b^2 \sin^2 \theta}{12}$
	$Y_G = \frac{2}{3} h$	$A = \frac{1}{2} bh$	$\bar{r}_G^2 = \frac{h^2}{18} = 0.0556h^2$
	$Y_G = \frac{h}{3} \frac{2b+a}{b+a}$	$A = h \frac{b+a}{2}$	$\bar{r}_G^2 = \frac{h^2}{18} \left[ 1 + \frac{2ab}{(a+b)^2} \right]$
	$Y_G = R$	$A = \pi R^2 = 3.1416 R^2$	$\bar{r}_G^2 = \frac{R^2}{4}$
	$Y_G = R \left( 1 - \frac{2 \sin \theta}{3\theta} \right)$	$A = \theta R^2$	$\bar{r}_G^2 = \frac{R^2}{4} \left[ 1 + \frac{\sin \theta \cos \theta}{\theta} - \frac{16 \sin^3 \theta}{9\theta^2} \right]$
	$Y_G = R \left( 1 - \frac{4 \sin^3 \theta}{6\theta - 3 \sin 2\theta} \right)$	$A = \frac{1}{2} R^2 (2\theta - \sin 2\theta)$	$\bar{r}_G^2 = \frac{R^2}{4} \left[ 1 + \frac{2 \sin^3 \theta \cos \theta}{\theta - \sin \theta \cos \theta} - \frac{64 \sin^5 \theta}{9 (2\theta - \sin 2\theta)^2} \right]$
	$Y_G = 0.5756R$	$A = \frac{\pi R^2}{2} = 1.5708R^2$	$\bar{r}_G^2 = 0.06987R^2$
	$Y_G = b$	$A = \pi ab$	$\bar{r}_G^2 = \frac{b^2}{4}$
	$Y_G = \frac{2}{5} a$	$A = \frac{4}{3} ab$	$\bar{r}_G^2 = 0.06857 a^2$

TABLA 2.1: Centro de gravedad, área y radio de giro de las figuras más usuales.

## Empuje Sobre Superficies Curvas



**Figura 2.3**

En los casos de superficies curvas (figura 2.3), las fuerzas de empuje que se desarrollan son diferentes en dirección y magnitud, por lo que sería imposible una suma algebraica de ellas. Haciendo proyecciones de la superficie curva sobre tres planos ortogonales, uno de ellos coincidiendo con la superficie libre del agua, obtendremos las proyecciones de éstos y los respectivos empujes; en algunas partes, estos empujes se suprimen ya que son de igual magnitud pero de sentido contrario.

$$dE_x = p dA_x$$

$$dE_y = p dA_y$$

$$dE_z = p dA_z$$

Integrando cada una de estas ecuaciones y sustituyendo el valor de  $p = \gamma z$ , las componentes del Empuje Hidrostático serán:

$$E_x = \gamma \int_A (z_G)_x dA_x = \gamma (z_G)_x A_x \dots\dots\dots (8)$$

$$E_y = \gamma \int_A (z_G)_y dA_y = \gamma (z_G)_y A_y \dots\dots\dots (9)$$

$$E_z = \gamma \int_A (z_G)_z dA_z = \gamma (z_G)_z A_z \dots\dots\dots (10)$$

en donde:

$A_x, A_y, A_z$  = son las áreas de las proyecciones de la superficie sobre los tres planos de coordenadas.

$(z_G)_x, (z_G)_y, (z_G)_z$  = profundidades de la superficie libre del líquido al centro de gravedad de cada una de las proyecciones.

Las ecuaciones (8) y (9) proporcionan las componentes horizontales de la fuerza. Esto es, la componente horizontal de las fuerzas de presión que actúan sobre una superficie dada, es igual al área de la proyección de la superficie sobre un plano perpendicular a esa dirección, por la presión existente en el centroide de dicha proyección.

La componente vertical está dada por la ecuación (10). La integral que aparece en esta ecuación, representa el volumen del fluido comprendido entre la superficie libre y la superficie en cuestión; por lo tanto, la componente vertical de las fuerzas de presión, es igual al peso del volumen del prisma de líquido encerrado entre la superficie libre y la superficie dada. Esto es:

$$E_z = \gamma Vol. \dots\dots\dots (11)$$

En cuanto a las líneas de acción, para las componentes horizontales, bastará determinar el centro de presión de la proyección de la superficie dada sobre el plano normal

correspondiente, y para la componente vertical, se buscará la línea de acción de la resultante de las fuerzas del peso de volumen encerrado entre las superficies antes mencionadas.

Las coordenadas del centro de presiones sobre cada proyección de la superficie curva son:

$$(z_{cp})_x = \frac{I_y}{(z_G)_x A_x}$$

$$(y_{cp})_x = \frac{I_{yz}}{(z_G)_x A_x}$$

$$(z_{cp})_y = \frac{I_x}{(z_G)_y A_y}$$

$$(x_{cp})_y = \frac{I_{xz}}{(z_G)_y A_y}$$

en donde:

$I_y$  = momento de inercia de  $A_x$  respecto de  $y$ .

$I_{yz}$  = producto de inercia de  $A_x$  respecto de  $y$  y  $z$ .

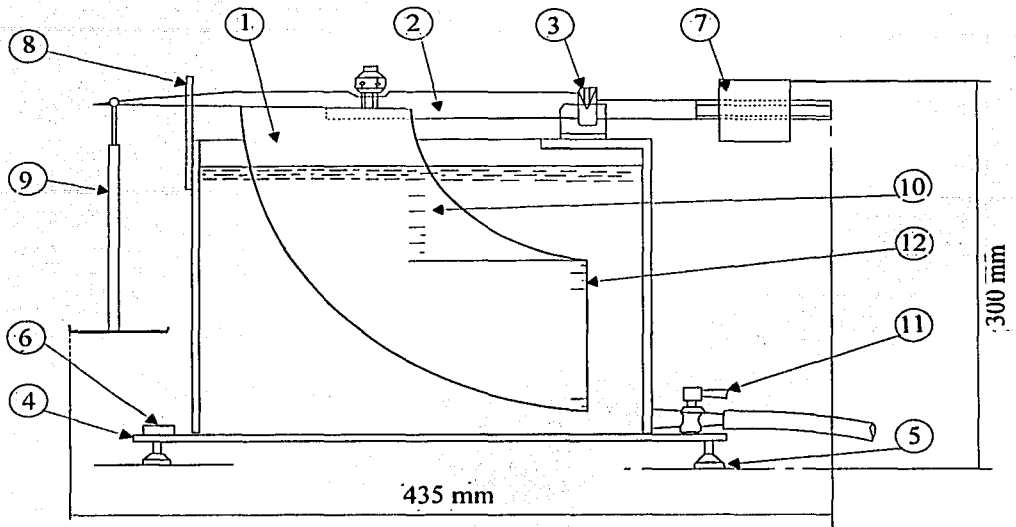
$I_x$  = momento de inercia de  $A_y$  respecto de  $x$ .

$I_{xz}$  = producto de inercia de  $A_y$  respecto de  $x$  y  $z$ .

Como podemos observar en la figura 2.3, todas las fuerzas horizontales que actúan sobre la superficie curva, ya sean paralelas al eje  $x$  o al eje  $y$ , son iguales y de sentido contrario y se eliminan mutuamente; las únicas que quedan actuando son las verticales y para que el cuerpo mantenga su equilibrio, la fuerza del peso del agua que lo llene debe ser igual al empuje hacia arriba del agua sobre la superficie semicircular.

### Análisis del Aparato de Empuje Hidrostático.

Analicemos primero el dispositivo donde se realizará esta práctica, de la siguiente manera:



**Figura 2.4**

El dispositivo mostrado en la figura 2.4 es instalado como se indica a continuación: El cuadrante (1), unido al brazo de equilibrio (2), es montado sobre las aristas (3), las cuales coinciden con el eje del cuadrante. El tanque de acrílico (4) se nivela ajustando los tornillos de pie (5) y se verifica con un nivel circular (6) en la base del tanque. Girar el contrapeso (7) hasta que el brazo de equilibrio este horizontal, observando para ello el indicador de nivel (8).

Colocar una pesa (9) y lentamente, por la parte superior del tanque, agregar agua hasta que el brazo de equilibrio este nuevamente horizontal. El nivel del agua alcanzado en este proceso esta indicado sobre una escala (10) en el cuadrante. Una vez terminada la práctica, se lleva a cabo el vaciado del tanque abriendo la válvula de desagüe (11).

Así, de las fuerzas hidrostáticas actuando sobre el cuadrante cuando esta sumergido, aparentemente, solamente la fuerza sobre la cara rectangular (12) lo hace subir con un momento con respecto al eje de las aristas. Sin embargo, basándonos en el análisis de la figura 2.5, se verá que es una fuerza vertical la que provoca el desequilibrio en el cuadrante.

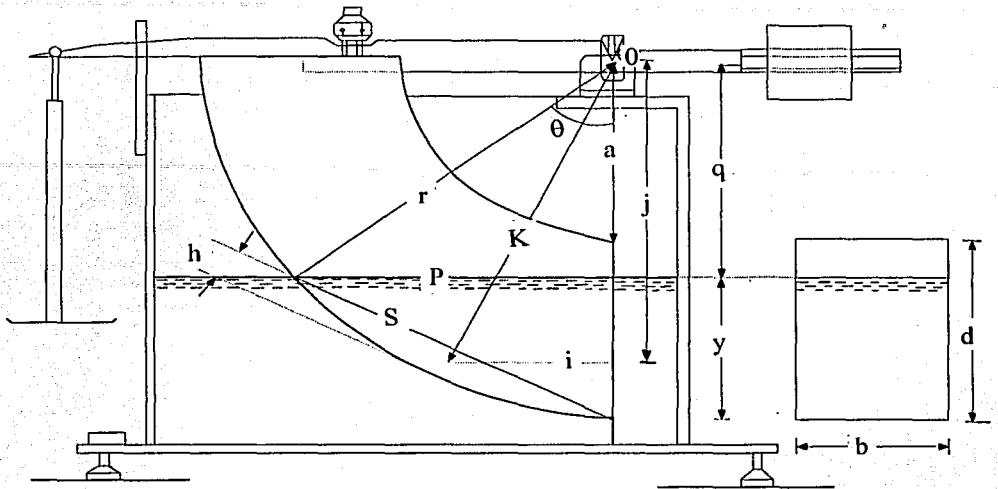


Figura 2.5

**Cálculo de las Coordenadas del Centroide de la Figura Sumergida.**

Método A: Áreas Compuestas.

a) .....  $\theta = \text{ang} \cos\left(\frac{q}{r}\right)$

b) .....  $P = \sqrt{r^2 - q^2}$

c) .....  $S = 2r \text{sen} \frac{\theta}{2}$

d) .....  $h = \frac{S}{2} \tan \frac{\theta}{4}$

e) .....  $Asc = \frac{h}{6S} (3h^2 + 4S^2)$

f) .....  $A_{ST} = \frac{Py}{2}$

g) .....  $A_T = A_{SC} + A_{ST}$

h) .....  $K = \frac{S^3}{12A_{SC}}$

i) .....  $i = \sin \frac{\theta}{2} K$

j) .....  $j = \cos \frac{\theta}{2} K$

k) .....  $A_{SC}x_g = (A_{SC}) i$

l) .....  $A_{ST}x_g = \frac{P^2 y}{6}$

m) .....  $X_G = \frac{A_{SC}x_g + A_{ST}x_g}{A_T}$

n) .....  $A_{SC}y_g = (A_{SC}) j$

ñ) .....  $A_{ST}y_g = \left(\frac{Py}{2}\right)\left(q + \frac{y}{3}\right)$

o) .....  $Y_G = \frac{A_{SC}y_g + A_{ST}y_g}{A_T}$



B: Momentos de Inercia.

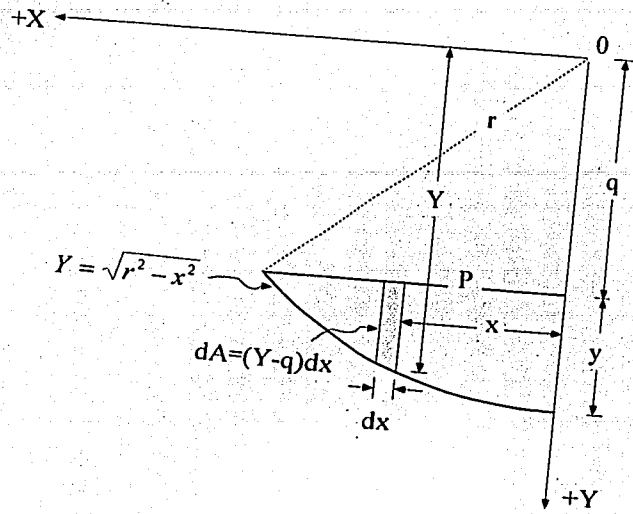


Figura 2.6

$$Q_y = \int x dA$$

$$dA = (Y - q) dx$$

$$Y = \sqrt{r^2 - x^2}$$

$$Q_y = \int_0^p x(Y - q) dx$$

$$Q_y = \int_0^p x(\sqrt{r^2 - x^2} - q) dx$$

$$Q_y = \int_0^p x\sqrt{r^2 - x^2} dx - \int_0^p qxdx$$

Integración del primer término:

$$u = r^2 - x^2$$

$$du = -2xdx$$

$$\int_0^r x\sqrt{r^2-x^2} dx = -\frac{1}{2} \int_0^r -2x\sqrt{r^2-x^2} dx = -\frac{1}{2} \int_0^r -2x(r^2-x^2)^{\frac{1}{2}} dx = -\frac{(r^2-x^2)^{\frac{3}{2}}}{3} \Big|_0^r$$

Integración del segundo miembro:

$$\int_0^r qx dx = \frac{qx^2}{2} \Big|_0^r \Rightarrow Q_y = -\frac{(r^2-x^2)^{\frac{3}{2}}}{3} \Big|_0^r - \frac{qx^2}{2} \Big|_0^r$$

$$X_G = \frac{Q_y}{Ar}$$

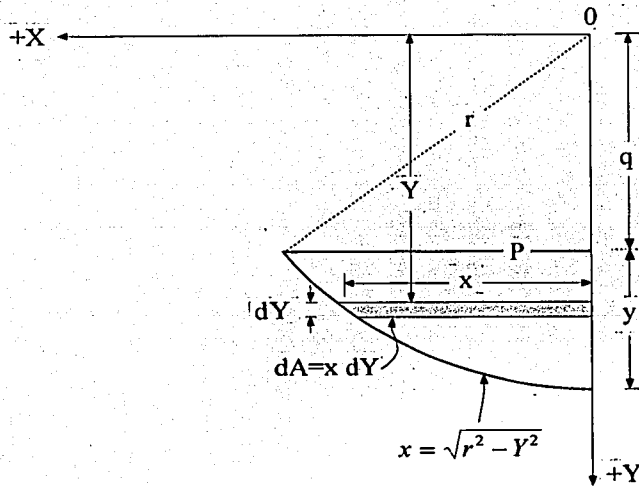


Figura 2.7

$$Q_x = \int y dA$$

$$dA = x dY$$

$$x = \sqrt{r^2 - Y^2}$$

$$Q_x = \int Yx dY$$

$$Q_x = \int Y\sqrt{r^2 - Y^2} dY$$

$$Q_x = -\frac{(r^2 - Y^2)^{\frac{3}{2}}}{3} \Big|_q^r$$

$$Y_G = \frac{Q_x}{Ar}$$

### **Cálculo de las Coordenadas del Centro de Presión de la Figura Sumergida.**

El centro de presión,  $Y_{CP}$ , es el punto en el cual se aplica la fuerza resultante  $E$ , la cual produce un momento con respecto al punto de apoyo, y que en una superficie parcialmente sumergida se encuentra a dos tercios abajo, con respecto a la superficie del agua de la sección de la placa que se halla sumergida. Entonces:

$$Y_{CP} = y_{cp} + q$$

$$\text{como } y_{cp} = \frac{2}{3}y \quad \text{y} \quad q = a + d - y$$

$$Y_{CP} = \frac{2}{3}y + a + d - y$$

$$Y_{CP} = a + d - \frac{y}{3}$$

En el caso de  $X_{CP}$ , y para fines prácticos, ésta se considera igual a  $X_G$ ; sin embargo, se hará la evaluación para demostrar la diferencia real.

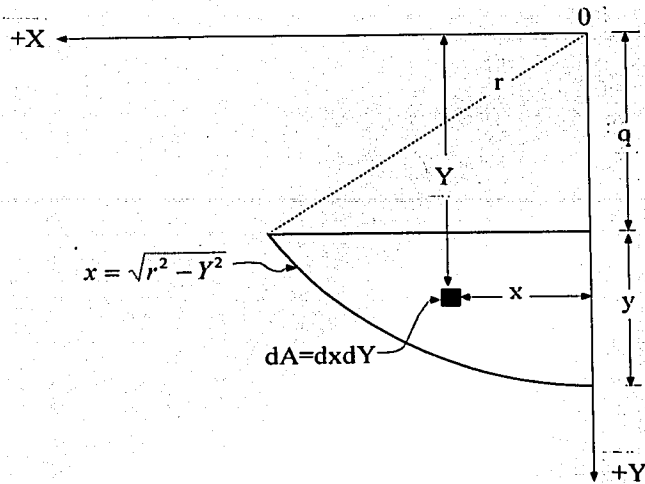


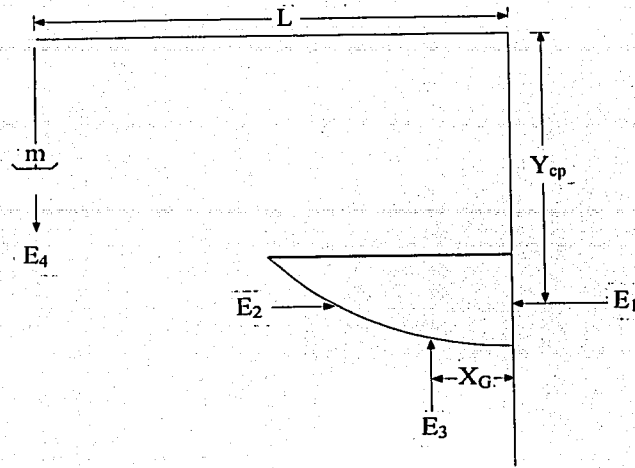
Figura 2.8

$$I_{xY} = \int_Y \int_x xY dx dY = \int_Y \int_0^{\sqrt{r^2 - Y^2}} xY dx dY = \int_Y \left[ \frac{x^2}{2} \right]_0^{\sqrt{r^2 - Y^2}} Y dY = \int_Y \frac{(\sqrt{r^2 - Y^2})^2}{2} Y dY$$

$$= \int_Y \left( \frac{r^2 Y}{2} - \frac{Y^3}{2} \right) dY = \left[ \frac{r^2 Y^2}{4} - \frac{Y^4}{8} \right]_0^r = \left[ \frac{2r^2 Y^2 - Y^4}{8} \right]_0^r$$

$$X_{cp} = \frac{IxY}{ArY_G}$$

Tomando momentos con respecto al punto de apoyo, y dado que el sistema se encuentra en equilibrio:



**Figura 2.9**

$$E_1 = \gamma A \bar{y}$$

$$E_2 = \gamma A \bar{y}$$

$$E_3 = \gamma Vol.$$

$$E_4 = m$$

Resolviendo momentos:

$$\sum M_0 = 0 = (E_1 * Y_{cp}) - (E_2 * Y_{cp}) + (E_3 * X_G) - (E_4 * L)$$

$$mL = \gamma Vol X_G$$

## *MATERIAL Y EQUIPO*

- Flexómetro
- Báscula.
- Vaso de precipitado.
- Aparato de Empuje Hidrostático.

## *DESARROLLO:*

1. Mida las dimensiones constantes del cuadrante, tales como: a, L, d, b, r, Cm.
2. Nivela el tanque, usando los tornillos de pie y el nivel de burbuja.
3. Mueva el contrapeso hasta que el brazo de equilibrio se encuentre en posición horizontal.
4. Cierre la válvula de desagüe y permita la entrada de agua hasta alcanzar el nivel inferior del cuadrante.
5. Coloque una pesa y agregue agua lentamente en el tanque, hasta que el brazo de equilibrio esté nuevamente en posición horizontal.
6. Anote el peso y el nivel de agua en el cuadrante.
7. Para cada incremento de peso, repita desde el paso 5.
8. Coloque la pantalla en el tanque, de tal manera que el nivel del agua sólo influya en la cara rectangular del cuadrante.
9. Coloque una pesa y agregue agua en el tanque hasta que el nivel de agua empiece a vencer el peso colocado.
10. Anote el peso y el nivel del agua.
11. Para cada incremento de peso, repita desde el paso 9.

### Coordenadas del centroide de la figura sumergida.

Método A: Áreas Compuestas.

q	r	$\theta$	P	S	h	y	$A_{SC}$	$A_{ST}$	$A_T$

k	i	j	$A_{SC}x_g$	$A_{ST}x_g$	$x_G$	$A_{SC}y_g$	$A_{ST}y_g$	$y_G$

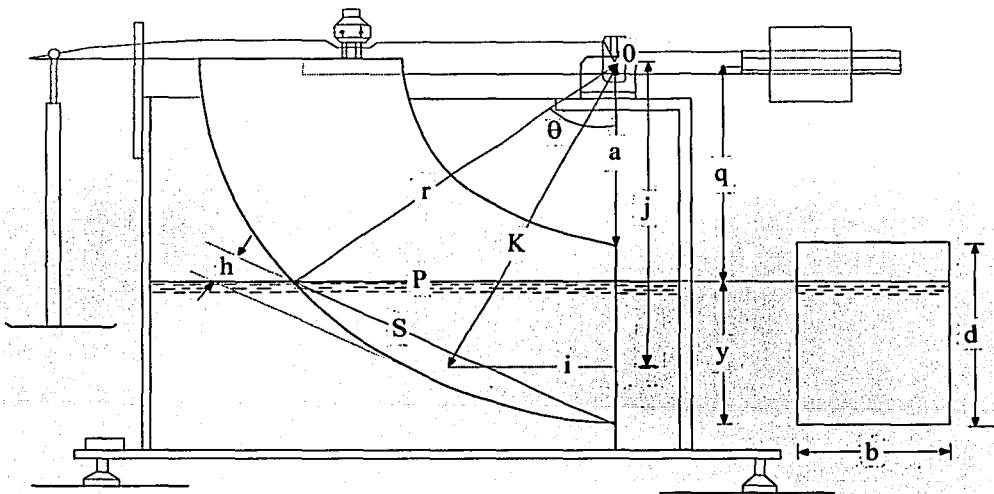


Figura 2.10

**Método B: Momentos de Inercia.**

$Q_y$	$X_G$	$Q_x$	$Y_G$

**Coordenadas del centro de presión de la figura sumergida.**

$Y_{CP} = \frac{I_{CG}}{yA} + y + q$						
b	y	$I_{CG}$	$\theta$	A	q	$Y_{CP}$

$Y_{CP} = a + d - \frac{y}{3}$			
a	d	y	$Y_{CP}$



$I_{xy} = \frac{2r^2Y^2 - Y^4}{8}$			$X_{CP} = \frac{I_{xy}}{A_T y}$		
r	q	$I_{xy}$	$A_T$	$\tilde{y}$	$X_{CP}$

Tabla de Momentos.

$E_1$	$Y_{CP}$	$M_1$	$E_2$	$Y_{CP}$	$M_2$	$E_3$

$X_G$	$M_3$	$E_4$	L	$M_4$	$\Sigma M$

Dispositivo con Pantalla.

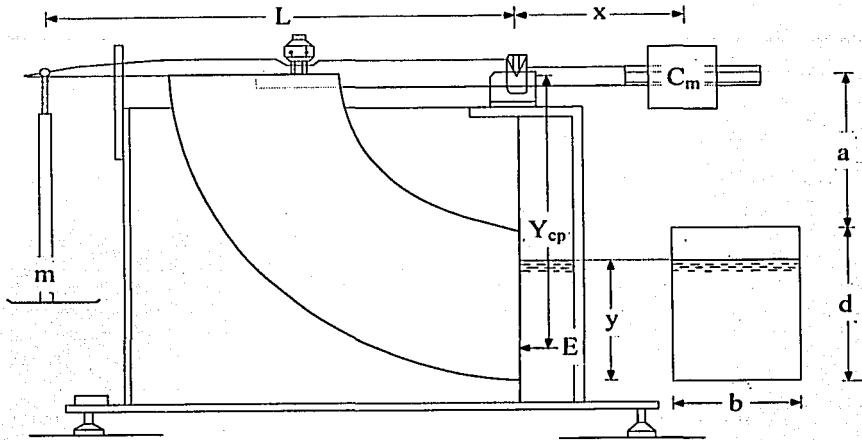


Figura 2.11

Tabla de Momentos.

m	L	$M_1$	$C_m$	x	$M_2$	E	$Y_{cp}$	$M_3$	$\Sigma M$

# PRÁCTICA N° 3

## FLOTACIÓN

**OBJETIVO:** Cuantificar la fuerza de flotación que experimenta un cuerpo sumergido en un líquido, así como la estabilidad de un cuerpo que está flotando.

**ANTECEDENTES TEORICOS:** La Flotación de un cuerpo, es un caso particular de Empuje Hidrostático, cuya componente vertical es la más importante, o mejor dicho, la única, ya que los empujes horizontales se equilibran. Para este tipo de problemas, es aplicable el principio de Arquímedes, que dice: “Todo cuerpo sumergido en un líquido, experimenta un empuje vertical ascendente  $E$ , igual al peso del volumen de líquido desalojado”, que se interpreta como:

$$E = \gamma V \dots\dots\dots(1)$$

en donde:

$E$  = empuje vertical ascendente sobre el cuerpo sumergido (kg)

$\gamma$  = peso específico del líquido ( $\text{kg}/\text{m}^3$ )

$V$  = volumen del líquido desalojado, que es igual al volumen del cuerpo sumergido ( $\text{m}^3$ )

El punto en que actúa la fuerza, se llama centro de empuje y coincide con el centro de gravedad del volumen del líquido desplazado. Para la estabilidad de un cuerpo sumergido, el centro de gravedad debe estar directamente debajo del centro de empuje. Si los dos puntos coinciden, el cuerpo sumergido está en equilibrio indiferente.

Para la estabilidad de cilindros y esferas flotantes, el centro de gravedad del cuerpo debe estar por debajo del centro de empuje. La estabilidad de otros cuerpos flotantes depende de sí se desarrolla un momento que mantenga el cuerpo en la posición desplazada cuando el

centro de gravedad y el centro de empuje se desalinean de la vertical, debido al desplazamiento del centro de empuje. Éste se desplaza, porque cuando el objeto flotante se inclina, varía la forma del volumen de líquido desplazado y, por lo tanto, su centro de gravedad cambia de posición.

### Condiciones de Equilibrio de los Cuerpos Flotantes.

Hay tres tipos de equilibrio en un cuerpo flotante:

- 1.- Estable: lo tienen los cuerpos de centro de gravedad bajos, lo cual les permite recuperar fácilmente su posición al cesar la fuerza que produjo la inclinación lateral.
- 2.- Inestables: es cuando a un cuerpo se le somete a una fuerza lateral y no recupera su posición inicial. Esto se debe a que el cuerpo tiene el centro de gravedad muy alto.
- 3.- Indiferente: la fuerza actuante origina un movimiento de rotación continuo del cuerpo, cuya velocidad es directamente proporcional a la magnitud de la fuerza y cuya duración es la misma que la de la fuerza.

Los movimientos de un cuerpo en flotación pueden ser de dos tipos:

- a) Balanceo: cuando la rotación se hace alrededor del eje longitudinal.
- b) Cabeceo: cuando la rotación se lleva a cabo alrededor del eje transversal.

Se puede advertir que, si el peso  $W$  del cuerpo, es mayor que el empuje vertical ascendente  $E$  que pueda experimentar, el cuerpo se hunde y se va al fondo del recipiente que contiene el líquido.

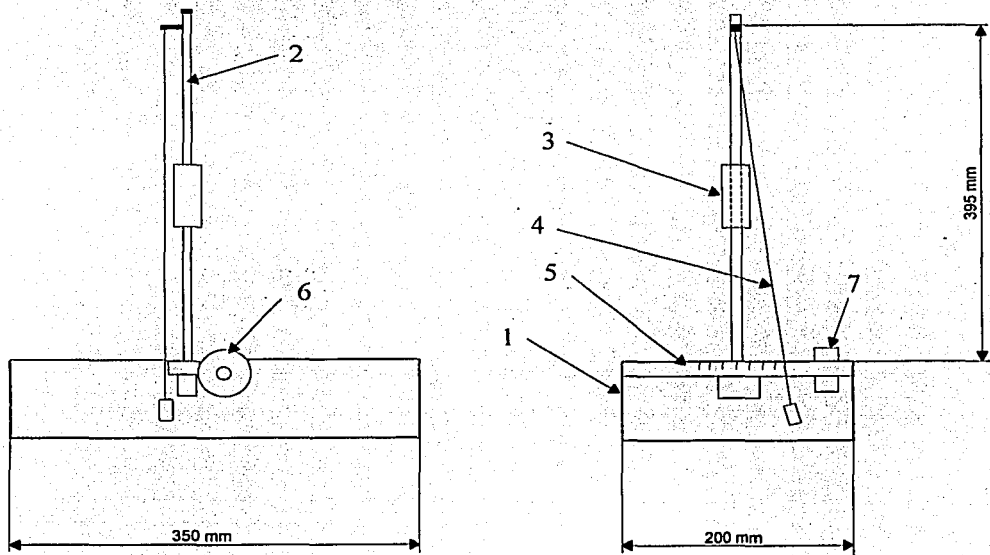
El caso crítico es cuando  $W = E$ , es decir, el peso  $W$  del cuerpo, es igual al máximo empuje que pueda experimentar; entonces se dice que el cuerpo está en equilibrio indiferente o que el cuerpo se mantiene sumergido en cualquier posición.

El caso más común, tiene lugar cuando el cuerpo flota sobre el líquido, y ocurre cuando el empuje máximo que pueda experimentar el cuerpo, es mayor que su peso.

En otras palabras: para que un cuerpo flote, su densidad aparente media, debe ser menor que la del líquido, es decir: el peso total del cuerpo iguala al del volumen sumergido, multiplicado por el peso específico del líquido.

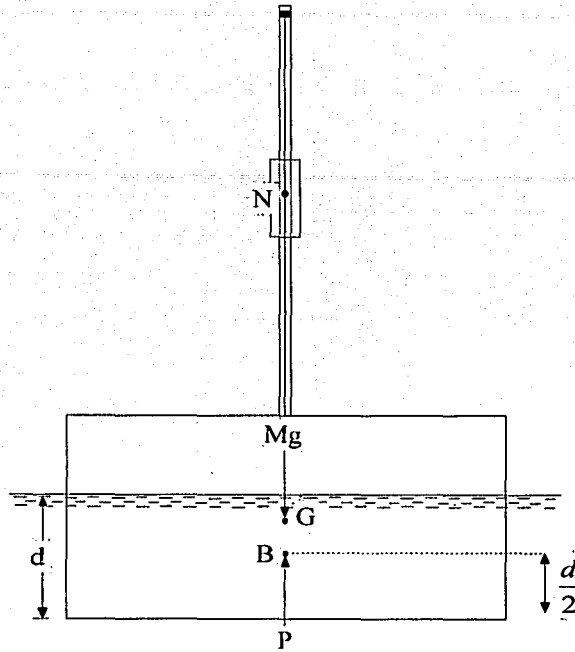
La porción sumergida del cuerpo flotante se llama carena y el centro de gravedad de la misma se denomina centro de flotación o de carena, que es el punto de aplicación del empuje.

En la siguiente figura se presenta el aparato para el análisis de flotación:



**Figura 3.1**

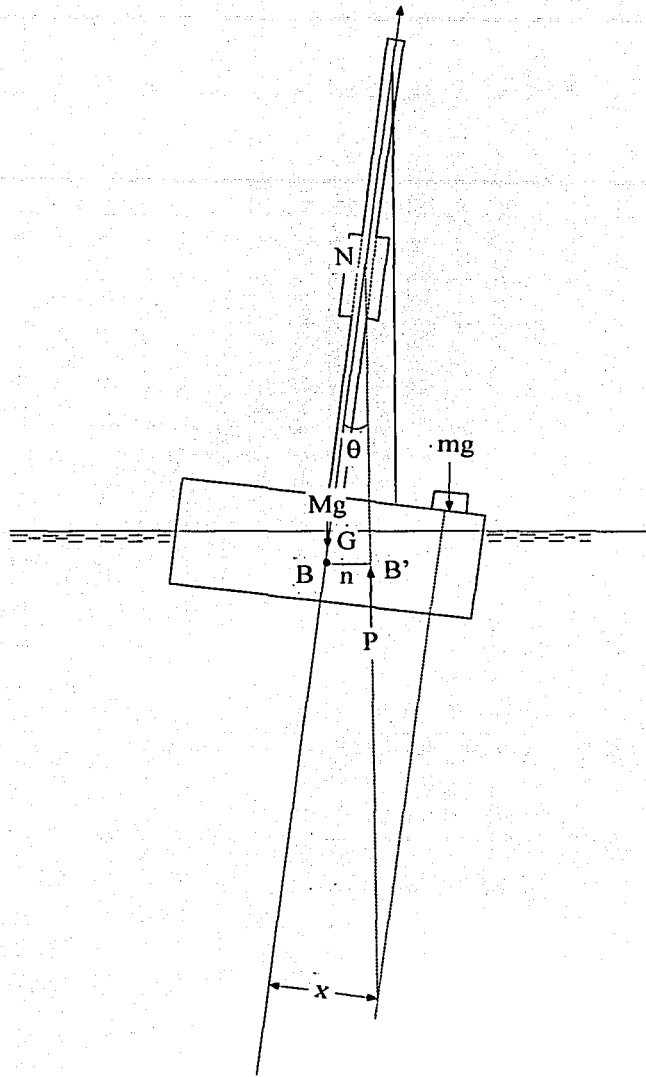
El aparato comprende un flotador rectangular (1) con un mástil (2), el cual lleva una masa móvil (3) que puede ser ajustada para variar la posición del centro de gravedad del flotador. Una plomada (4) sujeta en la parte superior del mástil es usada para medir el ángulo de inclinación del flotador junto con la escala de grados (5). Esta inclinación es controlada por una masa transversal  $m$  (6), cuya posición está indicada sobre una escala lineal (7)



**Figura 3.2**

En la posición de equilibrio (figura 3.2), actúa sobre el flotador la fuerza debida al peso propio del cuerpo  $Mg$ , ejercida en el centro de gravedad  $G$ , además del empuje ascendente  $P$  del líquido que actúa en el centro de flotación o de carena  $B$ . Ambas fuerzas son iguales, colineales y de sentido contrario.

Si el flotador sufre una oscilación de ángulo  $\theta$  debido a que al desplazarse la masa ajustable  $m$ , una distancia  $x$  de su posición central, el centro de carena se desplazará de  $B$  a  $B'$ , ya que, si bien el volumen de la parte sumergida del flotador permanece igual, su forma variará, desplazando su punto de aplicación (figura 3.3).



**Figura 3.3**

La vertical que pasa por  $B'$ , interceptará la línea primitiva en un punto  $N$ . Para valores pequeños de  $\theta$  (menores de  $15^\circ$ ),  $N$  es denominado metacentro. Este punto representa el límite sobre el cual no debe pasar el centro de gravedad del cuerpo,  $G$ , y es el centro de curvatura de la trayectoria de  $B$  en el momento en que el cuerpo comienza a girar.

Para ángulos pequeños (menores de 15°), la posición de  $N$  varía poco y su distancia  $GN$  es prácticamente constante. Por lo tanto, la altura metacéntrica, es una medida de estabilidad, constituyendo una importante característica de cualquier estructura flotante.

Son indeseables los valores muy altos de la altura metacéntrica, porque corresponden a una oscilación muy rápida de las estructuras flotantes; valores muy bajos deben ser evitados porque pequeños errores en la distribución de cargas o la presencia de agua en las estructuras flotantes pueden provocar condiciones de inestabilidad.

La posición del metacentro, puede ser determinada por la expresión aproximada de Duhamel:

$$BN = \frac{I}{V} \dots \dots \dots (2)$$

en donde:

$I$  = momento de inercia del área que la superficie libre del líquido intercepta en el cuerpo flotante (superficie de flotación), con relación al eje de inclinación (eje sobre el cual se supone que el cuerpo puede girar).

$V$  = volumen de carena.

Para que el equilibrio de un cuerpo flotante sea estable, es necesario que  $BN > BG$ . Además del metacentro considerado en la sección transversal, existe el metacentro en el sentido longitudinal y cuya determinación es análoga.

Según la figura 3.3:

$$n = BN \operatorname{sen} \theta$$

$$BN = \frac{n}{\operatorname{sen} \theta}$$

Considerando que 
$$n = \frac{I \tan \theta}{V}$$



$$BN = \frac{I \tan \theta}{V \sin \theta}$$

siendo:

$n$  = distancia  $B-B'$

$I$  = momento de inercia del área de la sección del flotador al nivel de la superficie de flotación con respecto al eje longitudinal del mismo.

$V$  = volumen del líquido desplazado

y como para ángulos pequeños ( $\theta < 15^\circ$ ),  $\tan \theta = \sin \theta$

$$BN = \frac{I \sin \theta}{V \sin \theta} = \frac{I}{V}$$

siendo:

$$I = \frac{Lb^3}{12}$$

sustituyendo:

$$BN = \frac{Lb^3}{12V} \dots\dots\dots (3)$$

Tomando momentos con respecto a  $G$ , y dado que el flotador se encuentra en equilibrio:

$$PGN \sin \theta = mgx \quad \text{Y como} \quad P = Mg$$

$$MgGN \sin \theta = mgx$$

$$MGN \operatorname{sen} \theta = mx$$

$$GN = \frac{mx}{M \operatorname{sen} \theta} \dots \dots \dots (4) \quad \text{Fórmula de Altura Metacéntrica}$$

En las condiciones iniciales  $\theta = 0$  (figura 3.2), la altura metacéntrica verdadera está dada por:

$$GN = BN - BG$$

Si  $BN = \frac{Lb^3}{12}$  ,  $BG = y - \frac{d}{2}$  y  $V = Ad$

$$GN = \frac{Lb^3}{12Ad} - \left( y - \frac{d}{2} \right) \dots \dots \dots (5)$$

en donde:

$y =$  distancia del centro de gravedad al fondo del flotador.

$d =$  profundidad de inmersión

La posición de  $B$ , está dada por el centro de gravedad del volumen del líquido desplazado, o sea  $d/2$ .

### *MATERIAL Y EQUIPO*

- Báscula
- Flexómetro
- Vaso de precipitado
- Prismas de diferente forma
- Depósitos de agua
- Aparato de altura metacéntrica.

### *DESARROLLO*

- 1.- Mida las dimensiones de la caja de flotación, tales como la longitud, ancho, profundidad.
- 2.- Pese la masa transversal, ensámblela en el aparato y pese todo el conjunto.
- 3.- Coloque el aparato en el depósito con agua, asegurando que la masa transversal esté en la posición central, verificando el cero entre la plomada y la escala.
- 4.- Mida la distancia sumergida del cajón, obteniendo así el volumen desalojado y, por lo tanto, el empuje.
- 5.- Determine la altura metacéntrica y determine la estabilidad del sistema.
- 6.- Mueva la masa transversal hacia un lado del centro de la escala y mida la distancia, así como, el ángulo de inclinación.
- 7.- Calcule la altura metacéntrica en estas condiciones.
- 8.- Determine a qué profundidad se hundirán los prismas, de acuerdo con las características presentadas, tales como su geometría y su peso específico.

**CAPÍTULO II.**  
**ECUACIONES FUNDAMENTALES DE LA**  
**HIDRÁULICA DE TUBERÍAS**

# PRÁCTICA N° 4

## ECUACIÓN DE CONTINUIDAD

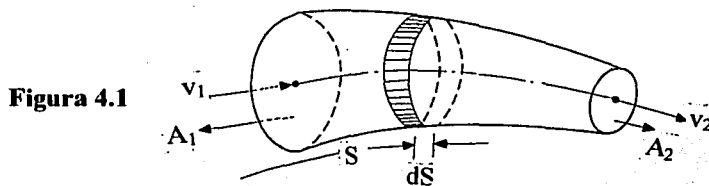
**OBJETIVO:** Verificar la Ecuación de Continuidad, al circular agua por un conducto.

**ANTECEDENTES TEORICOS:** La Ecuación de Continuidad se obtiene aplicando el principio de la conservación de la materia a un líquido circulando a través de un conducto y suponiendo que el flujo es permanente e incompresible.

Entendiendo por flujo permanente a la condición en que la velocidad  $v$  en una sección del conducto, cuya área es  $A$ , se mantiene constante. Por otra parte, se dice que el flujo es incompresible cuando la masa del líquido no cambia a lo largo del conducto.

Esto es razonablemente válido, sabiendo que para provocar una pequeña deformación en los líquidos es necesario aplicarle una gran presión. Por ejemplo: imaginemos una columna de agua con una altura de 100 cm y una sección de  $1 \text{ cm}^2$ ; para comprimirla  $1 \text{ cm}^3$ , se necesitaría una presión que equivale a colocar una carga de 20 toneladas sobre la columna. Es decir, la presión requerida está dentro del orden de  $20,000 \text{ kg/cm}^2$

Considerando un tramo de conducto de longitud  $S$ , en cuyos extremos las velocidades son:  $v_1$  y  $v_2$ , y las áreas:  $A_1$  y  $A_2$ ; la ecuación que obedece a la conservación de la materia en el elemento  $dS$  del conducto, es:



$$\frac{d(vA)}{ds} = 0$$

$$vA = \text{constante}$$

La constante de ésta ecuación quiere decir que, la cantidad de líquido que pasa por una sección de entrada al conducto  $A_1$ , con una velocidad  $v_1$ , es igual a la que pasa por una sección de salida de área  $A_2$  con una velocidad  $v_2$ :

$$v_1 A_1 = v_2 A_2$$

Al producto de la velocidad por el área, se le llama gasto  $Q$ , y representa el volumen de líquido que circula por el conducto en la unidad de tiempo  $t$ .

$$Q = vA \left[ \frac{m^3}{seg}, \frac{lt}{seg} \right] \dots\dots\dots(1)$$

Ecuación de Gasto

La Ecuación de Continuidad, también es válida cuando el conducto se bifurca o se ramifica en varios tubos, de manera que se puede representar de la siguiente forma:

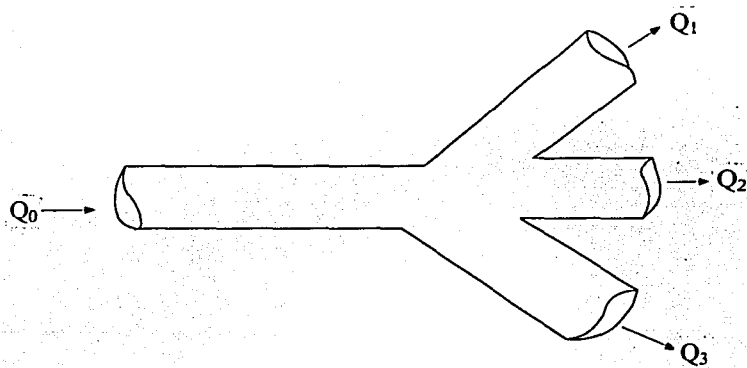


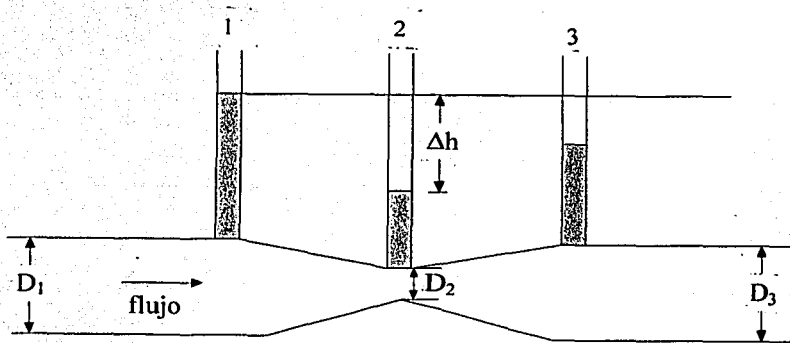
Figura 4.2

$$Q_o = \sum_{i=1}^n Q_i \dots \dots \dots (2)$$

Existen aparatos o dispositivos especiales para la determinación de los parámetros de un flujo, tales como el Gasto, la velocidad, la presión, etc. . Las mediciones se basan en la interpretación de las ecuaciones fundamentales.

El Gasto en la sección de una tubería, se puede medir indirectamente con un dispositivo de aforo en el sitio en que se desee, llamado venturímetro.

Los venturímetros, son los tipos más precisos de dispositivos de medición de Gasto que se pueden usar en un sistema de abastecimiento de agua. Éstos, no contienen partes móviles, requieren de muy poco mantenimiento y producen muy poca pérdida de carga., Operan bajo el principio de que el flujo en un sistema de tubos, se mueve con más rapidez a través de áreas de sección transversal pequeñas (figura 4.3).



**Figura 4.3**

La reducción de presión a la entrada del estrangulamiento, está directamente relacionada con el valor del gasto que pasa a través del medidor y es la medición usada para determinar el valor del Gasto.

En el caso de fluidos en reposo, la altura de posición y la altura de presión estática, son las únicas que intervienen en los dispositivos. Cuando el fluido adquiere movimiento, las alturas consisten básicamente en:

$$h = z = \text{altura de posición}$$

$$h = \frac{P}{\gamma} = \text{altura de presión estática}$$

$$h = \frac{v^2}{2g} = \text{altura de velocidad}$$

Midiendo la diferencia de presiones entre dos secciones transversales del conducto se puede calcular el Gasto que circula por la tubería. Tomando como referencia la sección 1, antes del estrangulamiento y la sección 2, en el estrangulamiento, tenemos que:

$$z_1 + \frac{P_1}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{P_2}{\gamma} + \frac{v_2^2}{2g}$$

si el dispositivo se encuentra horizontalmente,  $z_1 = z_2$

$$\frac{P_1}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2g} = \frac{P_2}{\gamma} + \frac{v_2^2}{2g}$$

$$\frac{P_1}{\gamma} - \frac{P_2}{\gamma} = \frac{v_2^2}{2g} - \frac{v_1^2}{2g}$$

$$\frac{P_1 - P_2}{\gamma} = \frac{v_2^2}{2g} - \frac{v_1^2}{2g}$$



si  $\frac{P_1 - P_2}{\gamma} = \Delta h$  y  $v_1 = \frac{v_2 A_2}{A_1}$  ; sustituyendo:

$$\Delta h = \frac{1}{2g} \left( v_2^2 - \frac{v_2^2 A_2^2}{A_1^2} \right)$$

$$\Delta h = \frac{1}{2g} \left( \frac{v_2^2 A_1^2 - v_2^2 A_2^2}{A_1^2} \right)$$

$$\Delta h = \frac{v_2^2}{2g} \left( \frac{A_1^2}{A_1^2} - \frac{A_2^2}{A_1^2} \right)$$

$$2g\Delta h = v_2^2 \left( 1 - \frac{A_2^2}{A_1^2} \right)$$

$$v_2^2 = \frac{2g\Delta h}{\left( 1 - \frac{A_2^2}{A_1^2} \right)}$$

Por lo tanto  $v_2 = \sqrt{\frac{2g\Delta h}{1 - \frac{A_2^2}{A_1^2}}}$  .....(3)

si  $Q = Av$  ;

$$Q = A_2 \sqrt{\frac{2g\Delta h}{1 - \frac{A_2^2}{A_1^2}}}$$

Si a la expresión anterior le aplicamos un coeficiente de gasto  $C_d$ , para absorber pérdidas, finalmente nos queda:

$$Q = C_d \cdot A_2 = \sqrt{\frac{2g\Delta h}{1 - \frac{A_2^2}{A_1^2}}} \dots\dots\dots(4)$$

Una medida aproximada del caudal que sale por un tubo horizontal, la podemos realizar mediante la siguiente expresión:

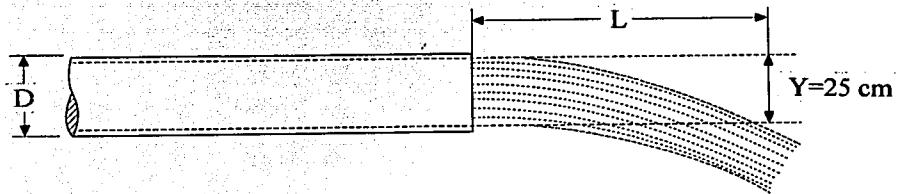
$$Q = 12.5255 L D^2 \dots\dots\dots(5) \quad \text{Tubo Horizontal Lleno}$$

en donde:

$L$  = distancia para  $y = 25$  cm (cm)

$D$  = diámetro interior del tubo (cm)

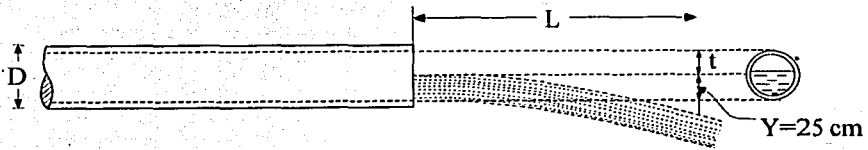
$Q$  = caudal ( $l^3 / \text{hora}$ )



**Figura 4.4**

Midiéndose la distancia  $L$ , entre la boca del tubo y el punto donde el chorro cae 25 cm, podemos evaluar fácilmente el caudal.  $L$ , siempre es medido en dirección de la generatriz del tubo, y  $y$  en la dirección vertical.

En el caso de que el flujo no se dé con la sección de salida totalmente llena, interesa medir el abatimiento  $t$  de la lámina en la salida del tubo. La altura de caída (25 cm) del chorro, se mide a partir de la línea que pasa sobre la superficie libre de la lámina vertiente y paralela a la generatriz del tubo. El caudal será una fracción obtenida a partir de la sección llena.



**Figura 4.5**

El gasto será dado por la fórmula:

$$Q = \frac{A}{A_0} Q_0 \dots \dots \dots (6)$$

en donde:

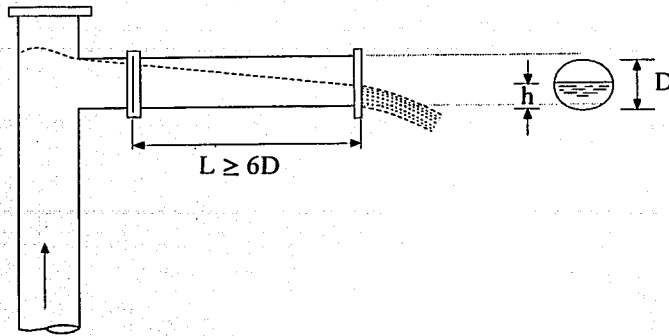
$A$  = área hidráulica

$A_0$  = área hidráulica a tubo lleno

$D$  = diámetro interior del tubo

$Q_0$  = caudal a tubo lleno

Un proceso empleado con mucha frecuencia para la medición del caudal de pozos profundos, bombeo de aguas, etc., es el llamado "Método de California". Éste, consiste en una instalación como la que se indica en la Figura 4.6, haciéndose verter agua por el tubo horizontal.



**Figura 4.6**

$$Q = kh^{1.88} \dots\dots\dots(7)$$

siendo:

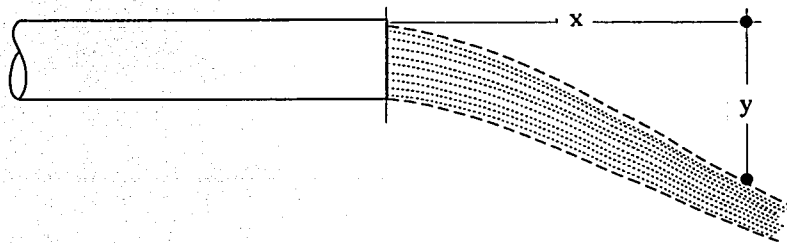
$$k = 0.057 + 0.01522 D$$

$D =$  diámetro del tubo (cm)

$h =$  altura de lámina (cm)

$Q =$  caudal ( $l^3/seg$ )

Con el método de las coordenadas, se puede determinar la velocidad del chorro y, una vez conocida el área del tubo, se puede calcular el gasto.



**Figura 4.7**

El movimiento de la vena líquida, puede descomponerse según los ejes horizontal ( $x$ ) y vertical ( $y$ ). El primer movimiento es uniforme y el segundo es acelerado, debido a la acción de la gravedad. Las ecuaciones de estos movimientos son:

$$x = v_i t \dots\dots\dots(a)$$

$$y = \frac{1}{2} g t^2 \dots\dots\dots(b)$$

Tomando el valor de  $t$  de la ecuación (a) y sustituyéndola en (b):

$$y = \frac{1}{2} g \frac{x^2}{v_i^2}$$

$$v_i^2 = \frac{g}{2} \frac{x^2}{y}$$

$$v_i = 22.15 \frac{x}{\sqrt{y}}$$

Por lo tanto, el gasto será:

$$Q = A v = 22.15 A \frac{x}{\sqrt{y}} \dots\dots\dots(8)$$

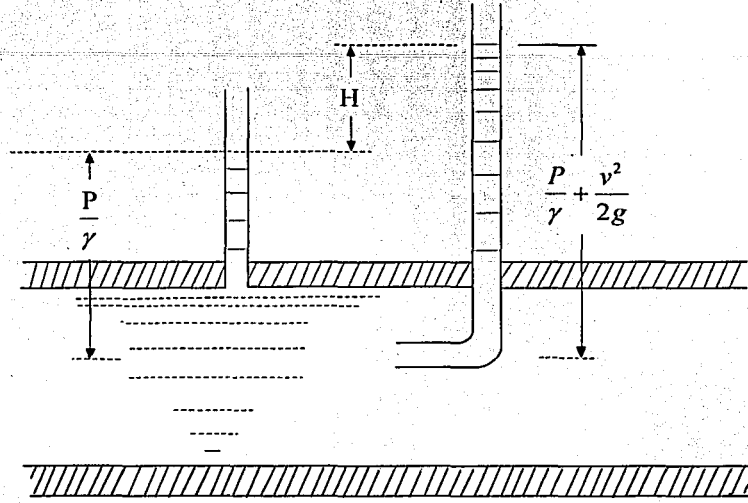
siendo:

$$Q = \text{gasto (cm}^3/\text{seg)}$$

$$A = \text{área hidráulica del tubo (cm}^2\text{)}$$

$$x, y = \text{coordenadas del chorro (cm)}$$

Otro instrumento para calcular la velocidad en una tubería, es el tubo de Pitot. Éste, consiste en un tubo de material transparente, con una extremidad doblada en dirección contraria a la corriente del agua, como se ilustra a continuación:



**Figura 4.8**

Teóricamente:

$$H = \frac{v^2}{2g}$$

$$v = \sqrt{2gH} \quad \dots\dots\dots(9)$$

Al introducir cualquier dispositivo dentro del escurrimiento de un fluido, para determinar su presión o su velocidad, los resultados obtenidos se ven alterados, ya que en el sitio donde se efectúa la medición se producen distorsiones del flujo.

Una forma práctica para la medición del Gasto, consiste en la medición directa en un recipiente de un volumen conocido. Se mide el tiempo que tarda en llenarse el recipiente, obteniéndose:

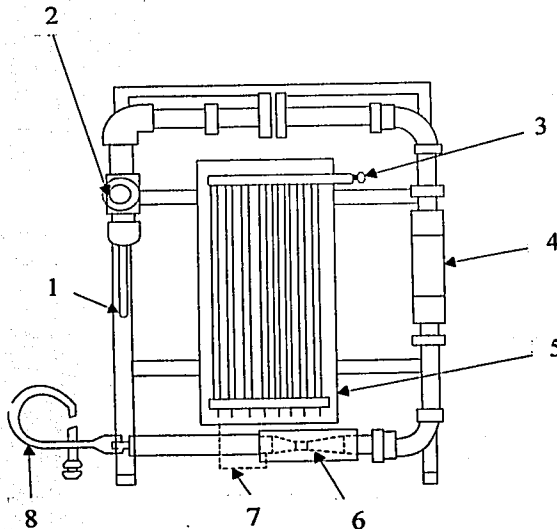
$$Q = \frac{\text{Volumen}}{\text{Tiempo}} \dots\dots\dots(10)$$

**MATERIAL Y EQUIPO**

- Cronómetro
- Flexómetro
- Vernier
- Probeta graduada
- Aparatos para evaluación de gasto.

**DESARROLLO:**

**Aparatos de Gasto.**



- 1.-Tubo de descarga
- 2.-Válvula de control de flujo
- 3.-Válvula de E/S de aire
- 4.-Medidor de área variable
- 5.-Manómetros
- 6.-Venturímetro
- 7.-Sondas de presión
- 8.-Entrada para manguera

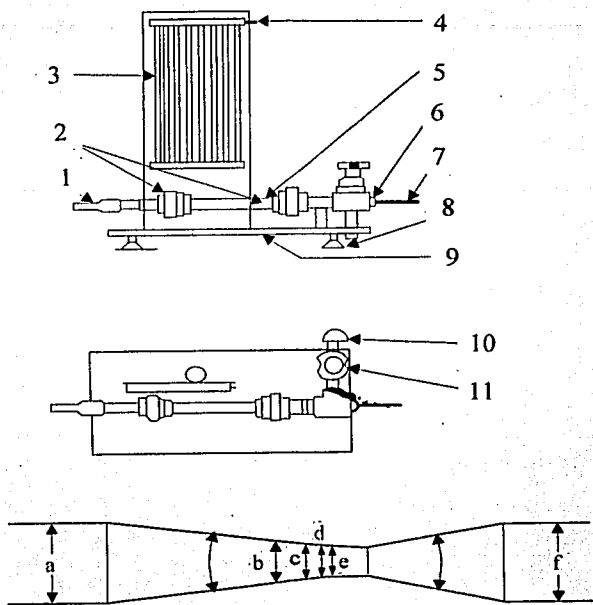
**Datos técnicos.**

$$C_d = 0.98$$

$$A_1 = 0.000792 \text{ m}^2$$

$$A_2 = 0.000177 \text{ m}^2$$

**Figura 4.9**



- 1.-Entrada para manguera
  - 2.-Uniones
  - 3.-Manómetros
  - 4.-Válvula de E/S de aire
  - 5.-Venturímetros
  - 6.-Tuerca
  - 7.-Aguja
  - 8.-Tornillos de pie
  - 9.-Base
  - 10.-Tubo de descarga
  - 11.-Llave
- Diámetro de secciones.

a=25.0	d=10.7
b=13.9	e=10.0
c=11.8	f=25.0

**Figura 4.10**

Una vez instalados los aparatos, anotar los valores de los elementos que componen las ecuaciones, tales como: presiones en dos secciones consecutivas,  $\Delta H$ , longitud del chorro cuando tiene una caída de 25 cm ( $L$ ), diámetro interior del tubo de descarga ( $\phi$ ), coordenadas del chorro ( $x,y$ ), y volumen captado ( $V$ ) en un determinado tiempo.



### Ecuación de Continuidad

FORMULA	DATOS	Q				
$C_d A_2 \sqrt{\frac{2g\Delta h}{1 - \frac{A_2^2}{A_1^2}}}$	C <sub>d</sub> = 2g= Δh= A <sub>1</sub> = A <sub>2</sub> =					
12.5255 L D <sup>2</sup>	L= D=					
22.15 A $\frac{x}{\sqrt{y}}$	A= x = y =					
$A \sqrt{2gH}$	A = 2g = H					
V t	V = t =					

# PRÁCTICA N° 5

## ECUACIONES DE BERNOULLI

**OBJETIVO:** Comprobar que la Ecuación de Bernoulli se cumple al fluir agua por una tubería.

**ANTECEDENTES TEORICOS:** La Ecuación de Bernoulli es un caso particular de la Ley de Conservación de la Energía y de la 2ª Ley de Newton, cuando se aplica al flujo de un líquido a través de un conducto.

Recordemos que para un líquido en reposo, las energías que se manifiestan son: la potencial o de posición y la de presión o piezométrica, que se representa en la ecuación de Pascal como energía por unidad de peso del líquido en cuestión y se expresa como:

$$z_1 + \frac{P_1}{\gamma} = z_2 + \frac{P_2}{\gamma}$$

Sin embargo, cuando el líquido adquiere movimiento y fluye por un conducto, entonces se presenta la energía cinética o de velocidad. Bernoulli, aplicó la 2ª Ley de Newton,  $F = m a$ , a ese movimiento de líquido, y al hacer que la Ley de Conservación de la Energía se cumpla, encontró una expresión general, válida para un flujo permanente y cuando el líquido se considera incompresible. La ecuación diferencial es:

$$\frac{d}{ds} \left( z + \frac{P}{\gamma} + \frac{v^2}{2g} \right) = 0$$

que al integrar nos queda:

$$z + \frac{P}{\gamma} + \frac{v^2}{2g} = C$$

$$z_1 + \frac{P_1}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{P_2}{\gamma} + \frac{v_2^2}{2g} \dots\dots\dots(1)$$

siendo  $C$  (constante de integración) la energía calorífica que se produce por la fricción entre moléculas del líquido, y también entre éste y las paredes del conducto. Como esta energía no se aprovecha, se considera como pérdida y se designa como  $h = C$ .

El primer miembro de la ecuación (1), agrupa los tipos de energía que se manifiestan en una sección 1 del conducto y se llama energía total:

$$H_1 = z_1 + \frac{P_1}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2g}$$

De manera similar, en la sección 2, la energía total es:

$$H_2 = z_2 + \frac{P_2}{\gamma} + \frac{v_2^2}{2g}$$

de tal manera que, la ecuación (1) se sintetiza en:

$$H_1 = H_2 + h$$

Las componentes de la energía total son:

- a) La energía potencial o de posición  $z$ ; que es el trabajo que puede desarrollar un volumen de un líquido, si su altura cambia de  $z_1$  a  $z_2$ , ambas referidas a un mismo plano. Dicho trabajo, es igual al que es necesario realizar contra la fuerza de gravedad para elevar un peso de fluido  $W$ , a una altura  $z$ . Así:

$$Ez = Wz [Kg \cdot m]$$

La energía potencial específica será:

$$\frac{Ez}{W} = e_z = \frac{Wz}{W} = z [m]$$

b) La energía de presión o piezométrica  $\frac{P}{\gamma}$ , es la que posee un volumen  $V$  de un fluido a una presión  $P$ :

$$E_p = P \cdot V = \frac{P}{\gamma} \cdot \gamma \cdot V$$

pero,  $\gamma \cdot V = W$

que sustituyendo resulta:

$$E_p = \frac{P}{\gamma} \cdot W [Kg \cdot m]$$

y la energía específica será:

$$\frac{E_p}{W} = e_p = \frac{\frac{P}{\gamma} \cdot W}{W} = \frac{P}{\gamma}$$

c) La energía cinética o de velocidad  $\frac{v^2}{2g}$ , es la que contiene una masa de fluido  $M$  en movimiento. Así :

$$E_v = M \cdot \frac{v^2}{2} [Kg \cdot m]$$

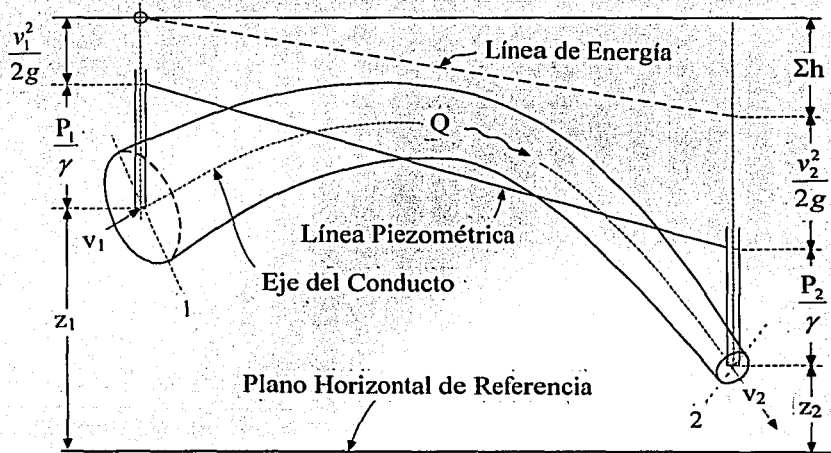
pero:

$$M = \frac{W}{g} \Rightarrow E_v = \frac{W}{g} \cdot \frac{v^2}{2} [m]$$

y la energía específica será:

$$\frac{E_v}{W} = e_v = \frac{\frac{W}{g} \cdot \frac{v^2}{2}}{W} = \frac{v^2}{2g} [m]$$

La interpretación física de estas cargas de un fluido, que fluye a presión en un conducto, se ilustran en la Figura 5.1:



**Figura 5.1**

Se puede notar que:

- 1.- La línea que une los puntos que indican en cada sección la energía de la corriente, se llama Línea de Energía o Gradiente de Energía. Ésta, siempre es descendente en la dirección del flujo, a menos que se suministre energía adicional. La diferencia de energía entre dos secciones, representa la pérdida de energía entre dichas secciones.
- 2.- La línea que une las cargas de presión de cada sección del conducto, se llama Línea Piezométrica o bien Gradiente Piezométrico, por tratarse de una línea que une puntos de los niveles piezométricos a lo largo del conducto.

La Línea Piezométrica, puede pasar por abajo del eje del conducto, lo que significará que la presión será negativa, es decir, menor que la presión atmosférica. Sin embargo, el flujo no se interrumpe, a menos que esa presión negativa rebase los 6.00 metros, aunque teóricamente pudiera ser de 10.33 metros.

En cualquiera de los casos, el conducto debe estar diseñado para soportar la presión máxima (positiva y negativa) que pudiera presentarse en el mismo, por efecto del flujo y cualquier otro agente externo al que normalmente está expuesto.

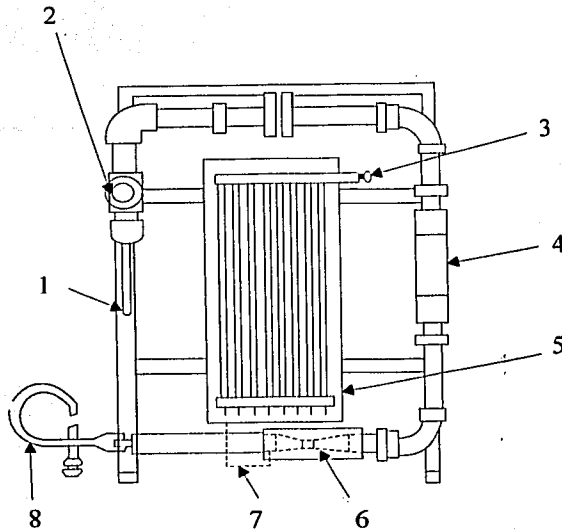
La presión de trabajo del conducto por efecto del flujo, se mide directamente del gradiente de energía, en forma vertical hasta el eje del conducto, es decir, para una sección del conducto dada, la carga de trabajo del conducto es igual a la carga de presión, más la carga de velocidad.

Por lo anterior, resulta de gran utilidad el trazado de las Líneas de Energía y Piezométrica, sobre el perfil del conducto que se esté diseñando o revisando.

#### *MATERIAL Y EQUIPO*

- Cronómetro
- Flexómetro
- Vernier
- Probeta graduada
- Aparatos para demostrar el Teorema de Bernoulli

**DESARROLLO.**



**Figura 5.2**

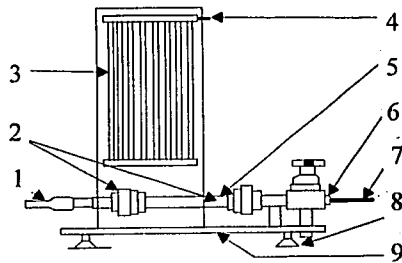
- 1.-Tubo de descarga
- 2.-Válvula de control de flujo
- 3.-Válvula de E/S de aire
- 4.-Medidor de área variable
- 5.-Manómetros
- 6.-Venturímetro
- 7.-Sondas de presión
- 8.-Entrada para manguera

Datos técnicos

$$C_d=0.98$$

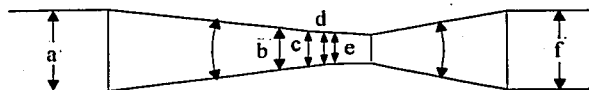
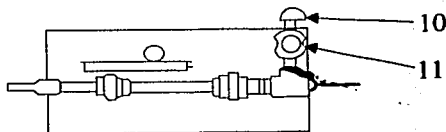
$$A_1=0.000792 \text{ m}^2$$

$$A_2=0.000177 \text{ m}^2$$



**Figura 5.3**

- 1.-Entrada para manguera
- 2.-Uniones
- 3.-Manómetros
- 4.-Válvula de E/S de aire
- 5.-Venturímetro
- 6.-Tuerca
- 7.-Aguja
- 8.-Tornillos de pie



- 9.-Base

10.-Tubo de descarga

11.-Llave

Diámetro de secciones.

a=25.0 mm.      d=10.7 mm.

b=13.9 mm.      e=10.0 mm.

c=11.8 mm.      f=25.0 mm.

- 1.- Con los métodos expuestos en la práctica anterior, determine el gasto apropiado.
- 2.- Obtenidos los datos técnicos de cada aparato, calcule cada uno de los componentes de la ecuación de Bernoulli y llene la tabla de resultados.
- 3.- Grafique las Líneas de Energía Total, de Energía y Piezométrica.

**Ecuación de Bernoulli**

Tubo	Q	D <sub>ST</sub>	A <sub>ST</sub>	v	z	P/γ	v <sup>2</sup> /2g	H	h



# PRÁCTICA N° 6

## CANTIDAD DE MOVIMIENTO

**OBJETIVO:** Determinar la fuerza producida por la modificación del flujo en un conducto – dirección, sentido o bifurcación –, empleando el principio de Cantidad de Movimiento.

**ANTECEDENTES TEORICOS:** El conocimiento de las fuerzas ejercidas por los fluidos en movimiento, es de gran importancia para el análisis y diseño de elementos tales como: bombas, turbinas, aviones, cohetes, hélices, edificios, y gran cantidad de accesorios hidráulicos.

La ecuación fundamental de la energía no es suficiente para resolver la mayoría de los problemas hidráulicos. Es más decisivo el empleo de otro principio de la Mecánica, el de Impulso y Cantidad de Movimiento o Momentum.

Se llama Cantidad de Movimiento de un cuerpo libre o volumen de control (figura 6.1) de masa  $m$ , que está animado de una velocidad  $v$ , al producto de la masa por la velocidad.

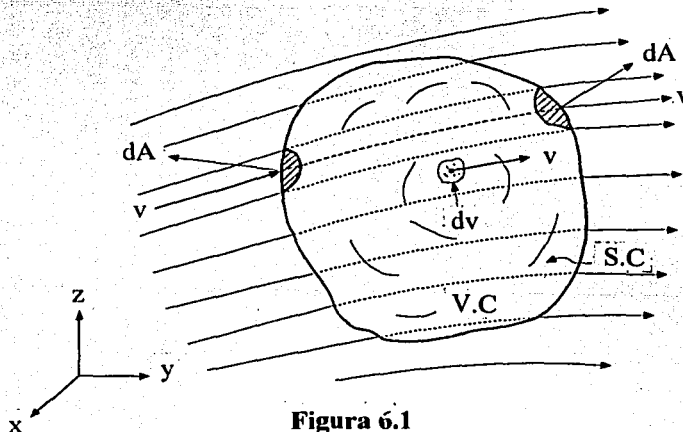


Figura 6.1

$$C \cdot M = m v \left[ \frac{\text{Kg} \cdot \text{m}}{\text{seg}} \right]$$

La ecuación de la conservación de la Cantidad de Movimiento es la representación matemática de la 2ª Ley de Newton, la cual establece que la fuerza que actúa sobre una partícula de fluido es igual a la razón de cambio en el tiempo de la Cantidad de Movimiento de la partícula. Conforme el elemento de fluido se mueve en el espacio, puede cambiar su forma y su volumen, pero conserva su masa. Esta ecuación dice:

$$F = ma \dots \dots \dots (1)$$

en donde:

$F$  = fuerza

$m$  = masa

$a$  = aceleración de la gravedad

Si en esta ecuación multiplicamos ambos miembros por  $t$ , nos queda:

$$Ft = m \cdot a \cdot t$$

pero sabemos que,  $a \cdot t = v_f - v_i$ , y sustituyendo:

$$Ft = m(v_f - v_i)$$

$$(\Sigma F)t = m\Delta v \dots \dots \dots (2) \quad \text{Principio del Impulso-Cantidad de Movimiento}$$

**Impulso = Variación de la Cantidad de Movimiento**

La ecuación (2) nos dice que: la suma vectorial de todas las fuerzas externas que actúan sobre una masa de fluido, es igual a la rapidez de cambio del vector de velocidades, Cantidad de Movimiento de dicha masa. Estas fuerzas externas pueden ser de dos tipos:

- a) Fuerzas de superficie: normales o tangenciales. Las primeras son debidas a la presión estática, ejercida desde afuera a la masa del fluido; o a la presión dinámica ejercida por el mismo flujo; las segundas, son los esfuerzos de fricción o tangenciales, que se producen por el flujo sobre las superficies de frontera que lo contienen.
- b) Fuerzas de cuerpo. Generalmente son las del peso propio de la masa.

Las magnitudes que intervienen en la ecuación, son magnitudes vectoriales y han de tratarse de acuerdo con el álgebra vectorial. Por lo general, es más conveniente utilizar componentes y utilizar las siguientes formas, para evitar posibles errores en los signos,:

I) En la dirección x,

cantidad de movimiento inicial  $\pm$  impulso = cantidad de movimiento final

$$Mv_{x1} \pm \sum F_x t = Mv_{x2}$$

II) En la dirección y,

$$Mv_{y1} \pm \sum F_y t = Mv_{y2}$$

III) En la dirección z,

$$Mv_{z1} \pm \sum F_z t = Mv_{z2}$$

El signo positivo es ganancia de impulso y el signo negativo es pérdida de impulso. Hay ganancia de impulso cuando la presión inicial es mayor que la presión final; y hay pérdida de impulso cuando la presión inicial es menor que la presión final. Esto se debe a

que, para la masa, es más fácil fluir de un punto de mayor presión a uno de menor, que al contrario, y esta facilidad es la que causa el impulso.

Si en la ecuación (2) despejamos  $F$  y expresamos la masa  $m$  en función del volumen  $V$  y la densidad  $\rho$ , además de considerar que el cuerpo estudiado es agua, tendremos que:

$$F = \frac{m(v - u)}{t}$$

$$F = \frac{\rho V(v - u)}{t}$$

$$F = \frac{\gamma}{g} \cdot Q t \cdot \left( \frac{v - u}{t} \right)$$

$$F = \frac{\gamma Q(v - u)}{g} \dots\dots\dots(3) \quad \text{Ecuación de Cantidad de Movimiento}$$

Expresión que puede escribirse utilizando los subíndices apropiados  $x$ ,  $y$  ó  $z$ , en la siguiente forma:

$$\Sigma F_x = \frac{\gamma Q(v - u)_x}{g}$$

$$\Sigma F_y = \frac{\gamma Q(v - u)_y}{g}$$

$$\Sigma F_z = \frac{\gamma Q(v - u)_z}{g}$$

Por convención se ha tomado que:

- El vector velocidad  $v$  es positivo cuando sale del volumen de control y negativo cuando entra.
- El efecto de la presión, al entrar al volumen de control es negativo y positivo al salir.

- Además, deberá tomarse en cuenta su posición con respecto a los ejes de coordenadas.
- Las presiones existen, sólo cuando el fluido va por conductos a presión.
- Cuando se pretende encontrar las fuerzas que ocasionan el impacto de un chorro de fluido contra una superficie plana o curva, únicamente se tomarán en cuenta las componentes normales de la velocidad y ninguna presión, ya que, sobre el chorro, únicamente actúa la presión atmosférica.

Las ecuaciones de la Energía y de la Cantidad de Movimiento, se aplican de manera diferente y, si esto se hace correctamente, describirán un flujo con idénticos grados de exactitud. Las principales diferencias entre estas ecuaciones, se encuentran en su estructura: mientras la ecuación de la Cantidad de Movimiento es vectorial y engloba fuerzas totales y condiciones externas -sin tomar en cuenta los cambios internos de energía-; la ecuación de energía es por el contrario escalar y toma en cuenta los cambios internos de energía y no las fuerzas totales y condiciones externas.

En la mayoría de los casos, con la aplicación de una de ellas es suficiente para el análisis de un problema; la elección depende de lo que se solicita, ya sean las fuerzas totales o la energía del flujo. En otros casos, por el contrario, la naturaleza del problema es tal, que resulta necesario usar las dos ecuaciones simultáneamente para estudiar la solución completa.

Cualquiera que sea el sistema de ecuaciones por usar, éste se deberá plantear entre secciones finales, con condiciones de frontera perfectamente definidas, es decir, entre aquellas secciones de la conducción en las que se conozcan los valores de la energía de posición, de presión y de velocidad con exactitud y, por lo mismo, la energía total.

Estas secciones son las siguientes:

- a ) La superficie libre del líquido en un recipiente, al cual se conecta el conducto.
- b ) La sección final de un chorro descargado por un chiflón a las condiciones atmosféricas.
- c ) Secciones intermedias de una conducción a las cuales confluyen o se bifurcan ramales, donde la energía sea común para todas las ramas.

### ***MATERIAL Y EQUIPO***

- **Cronómetro**
- **Flexómetro**
- **Vernier**
- **Accesorios para la determinación de fuerzas**

### ***DESARROLLO***

**Una vez instalados los accesorios, desarrolle las fórmulas en cada uno de ellos y determine las fuerzas producidas correspondientes a cada uno de los accesorios.**

**CAPÍTULO III.**  
**PÉRDIDAS DE ENERGÍA EN UN SISTEMA**  
**HIDRÁULICO**

# ***PRÁCTICA N° 7***

## **NÚMERO DE REYNOLDS**

**OBJETIVO:** Determinar el tipo de flujo que se presenta en un conducto a presión con la ayuda del Número de Reynolds.

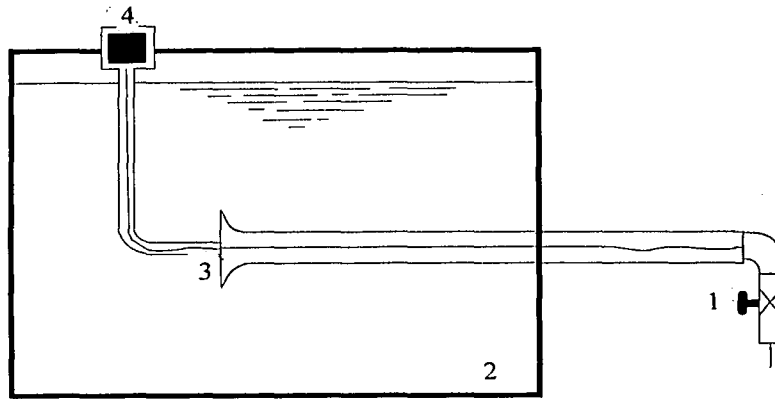
**ANTECEDENTES TEORICOS:** El Número de Reynolds, permite caracterizar la naturaleza del escurrimiento, es decir, si se trata de un flujo laminar o de un flujo turbulento; además indica la importancia relativa de la tendencia del flujo hacia un régimen turbulento, respecto de uno laminar y la posición relativa de este estado de casos, a lo largo de determinada longitud.

En conducciones largas, la pérdida por fricción es muy importante, por lo que ha sido objeto de investigaciones teórico-experimentales para llegar a soluciones satisfactorias de fácil aplicación

Para estudiar el problema de resistencia al flujo, es necesario volver a la clasificación inicial de los flujos y considerar las grandes diferencias de su comportamiento entre los flujos laminar y turbulento.

En 1883, Osborne Reynolds, trató de observar el comportamiento del flujo de los líquidos, para lo que empleó un dispositivo semejante al esquema que se presenta a continuación:





**Figura 7.1**

Colocó un tubo de vidrio horizontalmente con una válvula (1) en uno de sus extremos y un tanque de alimentación (2) en el otro. La entrada al tubo tenía forma de campana (3) y su superficie era bastante lisa. Dispuso de un sistema para inyectar tinta (4) en forma de una corriente sumamente fina en cualquier punto de la entrada al tubo. Tomo a la velocidad promedio,  $v$ , en el tubo como velocidad característica y al diámetro  $D$ , como longitud característica.

Para gastos pequeños la corriente de tinta se presentaba como un delgado filamento rectilíneo a lo largo del tubo, indicando que se trataba de un régimen laminar. Al incrementar el gasto, se alcanzaba la condición en que el filamento de tinta presentaba características oscilantes hasta que súbitamente se rompía, difundiéndose la tinta a todo lo ancho del tubo. En estas condiciones, el flujo había cambiado a régimen turbulento, con su característico intercambio brusco de cantidad de movimiento, habiendo desaparecido por completo el movimiento ordenado que se tenía en el régimen laminar.

Al llevar a cabo las pruebas cuidadosamente, Reynolds obtuvo un valor  $Re=12000$  antes de que se presentara la turbulencia. En investigaciones posteriores, empleando el equipo original de Reynolds, se lograron valores hasta de 40,000, al permitir que el agua en el tanque estuviera en calma por varios días antes del experimento y tomar precauciones a fin de evitar vibraciones en el agua y en el equipo. Estos índices, conocidos como números críticos superiores de Reynolds, no tienen significado práctico alguno, ya que en tuberías ordinarias

existen irregularidades que ocasionan el paso al régimen turbulento para valores mucho menores del número de Reynolds.

Al proceder de manera inversa en el tubo de vidrio, Reynolds encontró que el flujo turbulento siempre pasaba a ser laminar, cuando al disminuir la velocidad, se hacía que  $Re$  valiera menos de 2000. Este índice es el número crítico inferior de Reynolds para el flujo en tubos y sí tiene importancia práctica. Para las tuberías convencionales, el flujo cambiará de laminar a turbulento cuando el número de Reynolds se encuentre en el rango de 2000 a 4000.

Después de sus investigaciones teóricas y experimentales, Reynolds concluyó que, el mejor criterio para determinar el tipo de movimiento en una tubería, no se limita exclusivamente al valor de la velocidad y del diámetro, y sí, al valor de una expresión adimensional, en la cual se considera también la viscosidad cinemática del líquido.

$$Re = \frac{VD}{\nu} \dots\dots\dots(1)$$

en donde:

$Re$  = Número de Reynolds (adimensional)

$V$  = velocidad del flujo ( $m/sec$ )

$D$  = diámetro del conducto (m)

$\nu$  = viscosidad cinemática del líquido ( $m^2/seg$ )

Reynolds, encontró un número con el cual se puede definir, si un flujo es rápido o es lento. Ese número es aproximadamente 2300 y le nombró flujo crítico, esto es:

- |             |                           |
|-------------|---------------------------|
| $Re = 2300$ | Flujo Crítico             |
| $Re < 2300$ | Flujo Lento o Laminar     |
| $Re > 2300$ | Flujo Rápido o Turbulento |

El flujo Laminar se define como aquel en que el fluido se mueve en capas o láminas, deslizándose suavemente una capa sobre la otra capa adyacente, con sólo un intercambio molecular de cantidad de movimiento. Cualquiera que sea la tendencia hacia la inestabilidad y turbulencia, se amortigua por fuerzas cortantes y viscosas que resisten el movimiento relativo de las capas adyacentes.

En el flujo Turbulento, las partículas se mueven en forma errática, con un intercambio de cantidad de movimiento transversal muy violento.

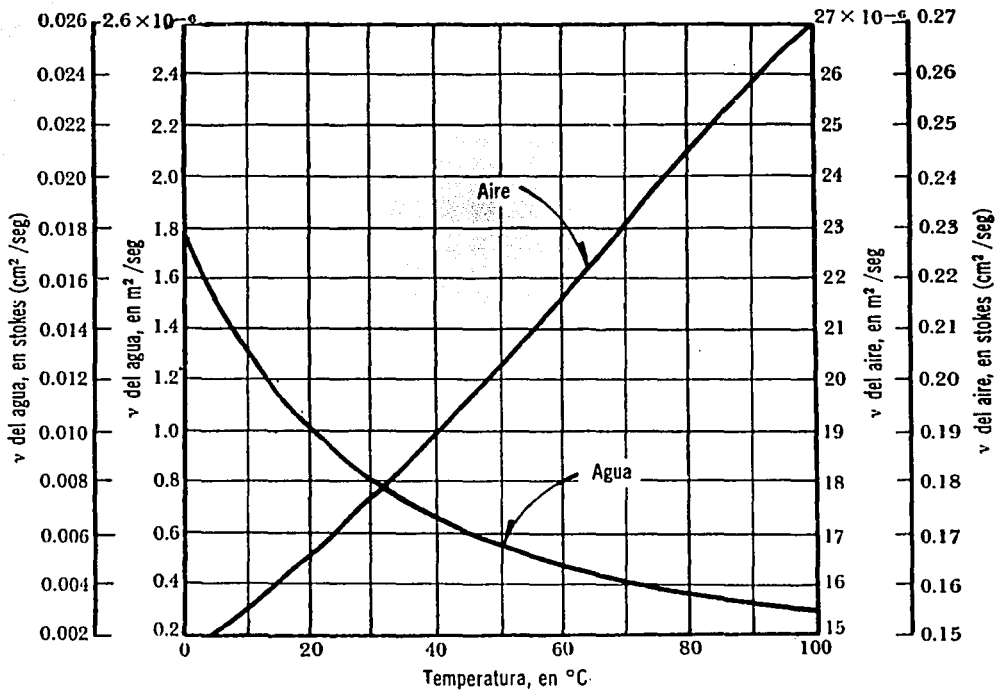
Tanto el flujo Laminar como el Turbulento, resultan de la viscosidad del líquido, por lo que en ausencia de la misma, no habría distinción entre ambos. Es más, aún en el flujo turbulento, el esfuerzo tangencial o de fricción, producido por el intercambio en la cantidad de movimiento entre partículas que fluctúan lateralmente, en cierto modo, es el resultado de los esfuerzos viscosos.

### *MATERIAL Y EQUIPO*

- Cronómetro
- Vernier
- Probeta graduada
- Termómetro
- Dispositivo de Número de Reynolds

### *DESARROLLO*

Obtener los tipos de flujo que se presenten para diferentes gastos.



**Figura 7.2:**

Viscosidad cinemática del agua y del aire a la presión atmosférica del nivel del mar.

# PRÁCTICA N° 8

## PÉRDIDAS DE ENERGÍA

**OBJETIVO:** Valorar las Pérdidas de Energía, que ocurren al fluir agua a través de un sistema de tuberías.

**ANTECEDENTES TEORICOS:** El movimiento de la masa de un líquido que fluye por un conducto, provoca fricción entre las moléculas del líquido y en las paredes del conducto. La rapidez de ese movimiento depende en gran medida de la viscosidad del líquido y el cómo este conectado el conducto en sus extremos. En estas condiciones, se producen las pérdidas de energía, que no es otra cosa que energía calorífica (no aprovechable) que se disipa en el conducto y en el mismo líquido, por el fenómeno del rozamiento.

Cuando un líquido fluye de una sección 1 a una sección 2, parte de la energía inicial

se disipa bajo la forma de calor; la suma de las tres cargas  $\left( z, \frac{P}{\gamma}, \frac{v^2}{2g} \right)$  en la sección 2, no

iguala la carga total en la sección 1 y la diferencia del total de las energías se denomina Pérdida de Energía.

En el caso del régimen laminar, la resistencia al flujo es debida enteramente a la viscosidad y, si bien esa pérdida de energía comúnmente se llama pérdida por fricción, no se debe suponer que ella se deba a una forma de rozamiento como la que ocurre en los sólidos. Junto a las paredes de los tubos no hay movimiento del fluido; la velocidad se eleva de cero hasta su valor máximo, junto al eje del tubo. Así, se pueden imaginar una serie de capas en movimiento con velocidades diferentes y responsables de la disipación de energía.

Cuando el flujo es en régimen turbulento, la resistencia al flujo es debida al efecto combinado de las fuerzas relativas a la inercia y a la viscosidad del fluido.

En la práctica, las tuberías no están constituidas exclusivamente por tubos rectilíneos y no siempre comprenden tubos del mismo diámetro. También hay piezas especiales responsables de nuevas pérdidas.

Se deben considerar pues:

- a) Pérdidas por Fricción: ocasionadas por el movimiento del agua en la propia tubería. Esta pérdida es uniforme en cualquier trecho de una tubería de dimensiones constantes, independientemente de la posición de la tubería.
- b) Pérdidas Locales: provocadas por las piezas especiales y demás características de una instalación. Estas pérdidas son relativamente importantes en el caso de tuberías cortas con piezas especiales; en las tuberías largas su valor es frecuentemente despreciable comparado con la pérdida por fricción.

#### Pérdidas por Fricción.

La pérdida por fricción se debe a la viscosidad del líquido y a la rugosidad de las paredes interiores del conducto, produciendo casi la totalidad de las pérdidas de energía en tuberías cuya longitud es 500 veces mayor que su diámetro, al grado de que para casos prácticos, puede considerarse como única, ya que la suma de las otras pérdidas queda entre un 2 a 3% del total.

Si consideramos un flujo permanente e incompresible con un diámetro constante, podemos asegurar que las líneas de energía y piezométrica, se mantienen paralelas entre sí e inclinadas en la dirección del flujo. Bajo estas circunstancias Darcy y Weisbach, experimentalmente encontraron una fórmula para el cálculo de la pérdida de energía por fricción:

$$h_f = f \left( \frac{L}{D} \right) \frac{v^2}{2g} \dots\dots\dots(1)$$

en donde:

$h_f$  = pérdida de energía por fricción (m)

$f$  = coeficiente de fricción (adimensional)

$L$  = longitud del conducto (m)

$D$  = diámetro interno del conducto (m)

$v$  = velocidad media del flujo (m/seg.)

$g$  = aceleración de la gravedad (m/seg<sup>2</sup>)

Si  $S_f$  representa la relación entre la pérdida de energía y la longitud del tubo en que ésta ocurre (pendiente de fricción), la ecuación (1), también es:

$$S_f = \frac{h_f}{L} = \frac{f}{D} \frac{v^2}{2g} \dots\dots\dots(2)$$

El coeficiente de fricción  $f$ , depende del número de Reynolds y de la rugosidad absoluta  $\epsilon$  del conducto. Esta representa todas las irregularidades o asperezas que presenta la superficie interna del conducto.

Es más importante la relación que la rugosidad absoluta guarda con el diámetro, esto es, la relación que se conoce como rugosidad relativa (igual a la relación de la altura de las imperfecciones superficiales,  $\epsilon$ , al diámetro de la tubería  $D$ ,  $\epsilon/D$ ).

El coeficiente de fricción  $f$  puede deducirse matemáticamente en el caso de régimen laminar, pero en el caso de flujo turbulento, no se dispone de relaciones matemáticas sencillas para obtener la variación de  $f$  con el Número de Reynolds. Algunos investigadores han encontrado que sobre el valor de  $f$ , también influye la rugosidad relativa de la tubería.

Fórmulas para el cálculo del coeficiente de fricción  $f$ .

Poiseuille

$$f = \frac{64}{Re}$$

Todas las tuberías y para cualquier fluido en zona laminar.

$$Re < 2300$$

Blasius

$$f = \frac{0.3164}{Re^{0.25}}$$

Tubos lisos en zona de transición o turbulenta (aluminio, latón, cobre, plomo, plástico, vidrio, asbesto-cemento para  $Re > 10^5$ )

Nikuradse

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 2 \log \left( \frac{Re \sqrt{f}}{2.51} \right)$$

Tubos lisos en zona de transición o turbulenta.

$$Re \leq 3 \times 10^6$$

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 2 \log \left( \frac{3.71}{\epsilon} D \right)$$

Tubos rugosos en zona turbulenta.

Colebrook -  
White

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log \left( \frac{\frac{\epsilon}{D}}{3.71} + \frac{2.51}{Re \sqrt{f}} \right)$$

Tubos lisos o rugosos en zona de transición o turbulenta

$$Re > 4000$$

Kozeny

$$f = \frac{2g}{(7.78 \log Re - 5.95)^2}$$

Tubos de asbesto-cemento

$$Re > 4000$$

Richter

$$f = 0.01113 + \frac{0.917}{Re^{0.41}}$$

Tubos de Hule.  $Re > 4000$



Kozeny

$$f = \frac{2g}{(8.86 \log D + N)^2}$$

$N$  depende del material en la tubería, según la tabla de tubos rugosos (Tabla 8.1)

Swamee y Jain

$$f = \frac{0.25}{\left[ \log \left( \frac{\varepsilon}{D} + \frac{5.74}{\text{Re}^{0.9}} \right) \right]^2}$$

Tubos lisos y rugosos en zona de transición.

Los resultados de los experimentos de Nikuradse y la representación gráfica de la ecuación de Poiseuille, para comparación se presentan en el diagrama de la figura 8.1.

Colebrook y White comprobaron los mismos resultados de Nikuradse para las zonas laminar y turbulentas en tubos de rugosidad comercial, lo cual permite extender la validez de la ecuación de Poiseuille y la ecuación de Nikuradse para tubos rugosos, a tubos comerciales. Sin embargo dentro de la zona de transición encontraron discrepancias con los resultados de la figura 8.1, mismas que se muestran, comparativamente, en la figura 8.2.

Con base en la ecuación de Colebrook y White, Moody preparó el diagrama universal que lleva su nombre, para determinar el coeficiente de fricción  $f$  en tubos de cualquier tipo y tamaño que transporta cualquier líquido (figura 8.3). La precisión en el uso del diagrama, depende de la selección de  $\varepsilon$ , según el material de que esta construido el tubo. En la tabla 8.2 se presentan los valores de  $\varepsilon$  para los tubos comerciales, y en la figura 8.4, los valores de la rugosidad relativa para los materiales más comunes.

**TABLA 8.1**

<i>Material</i>	$C_H$	$\Delta$	$m$	$n$	$N$
Acero corrugado	60	-	-	-	-
Acero con juntas lock-bar (nuevo)	135	-	-	-	-
Acero galvanizado (nuevo y usado)	125	-	-	0.014	-
Acero remachado (nuevo)	110	-	-	0.015 a 0.016	31
Acero remachado (usado)	85	-	-	-	28 a 26
Acero soldado o con remache avellanado y embutido (nuevo)	120	-	-	0.012 a 0.013	34
Acero soldado o con remache avellanado y embutido (usado)	90	-	-	-	31 a 27
Acero sin costura (nuevo)	-	0.10	0.25	-	38
Acero sin costura (usado)	-	-	0.35	-	36
Acero soldado, con revestimiento especial (nuevo y usado)	130	-	-	-	-
Fierro fundido limpio (nuevo)	130	0.16	0.25	0.013	35
Fierro fundido, sin incrustaciones (usado)	110	0.23	0.275	-	-
Fierro fundido con incrustaciones (viejo)	90	0.36	0.35	-	30
Plástico	150	-	-	-	-
Asbesto-cemento (nuevo)	135	0.06	-	-	-
Cobre y latón	130	-	-	-	-
Conductos con acabado interior de cemento pulido	100	-	0.10	-	-
Concreto, acabado liso	130	-	0.20	-	38
Concreto, acabado común	120	0.18	-	-	-

Concreto monolítico, colado con cimbras deslizantes (D>1.25 m.)	-	-	-	0.010 a 0.011	-
Concreto monolítico bien cimbrado y pulido (D>1.25 m.)	-	-	-	0.011 a 0.0123	-
Concreto monolítico bien cimbrado y sin pulir (D>1.25 m.)	-	-	-	0.014 a 0.015	-
Concreto con acabado tosco (D>1.25 m.)	-	-	-	0.015 a 0.017	27 a 26
Concreto con juntas de macho y campana (D>0.8 m.)	-	-	-	0.0105 a 0.012	-
Concreto con juntas toscas (D>0.5 m.)	-	-	-	0.0125 a 0.014	30
Concreto con juntas toscas (D<0.5 m.)	-	-	-	0.014 a 0.017	-
Conductos para alcantarillado	-	-	-	-	28
Tubos de barro vitrificado (drenes)	110	-	-	0.011	34
Túneles perforados en roca sin revestimiento	-	-	-	0.025 a 0.040	-
Madera cepillada o en duelas	120	-	0.10	0.0105 a 0.012	-

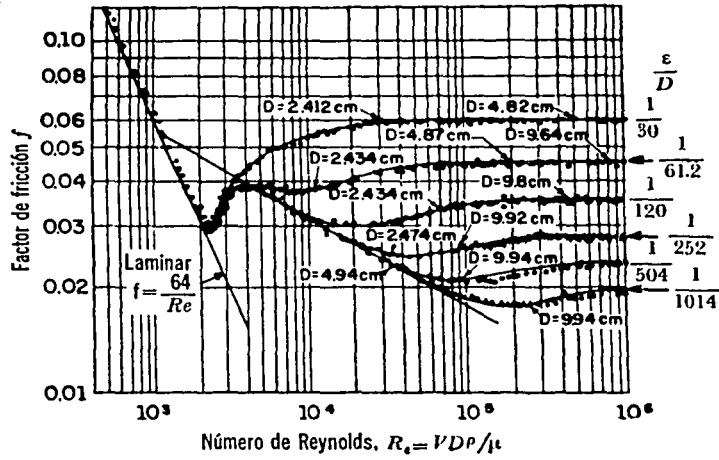


Figura 8.1: Diagrama de Nikuradse para tubos con rugosidad uniforme.

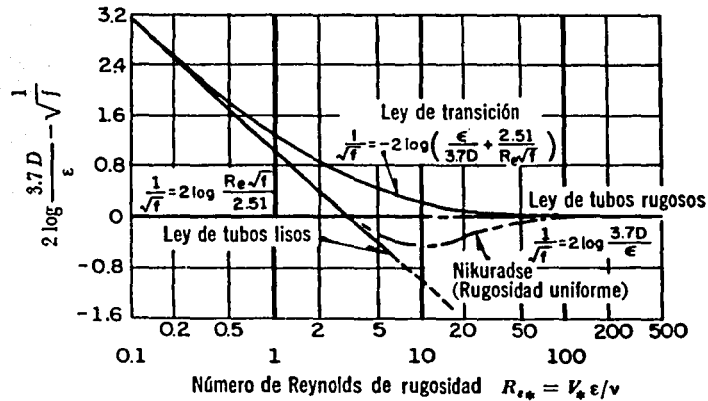
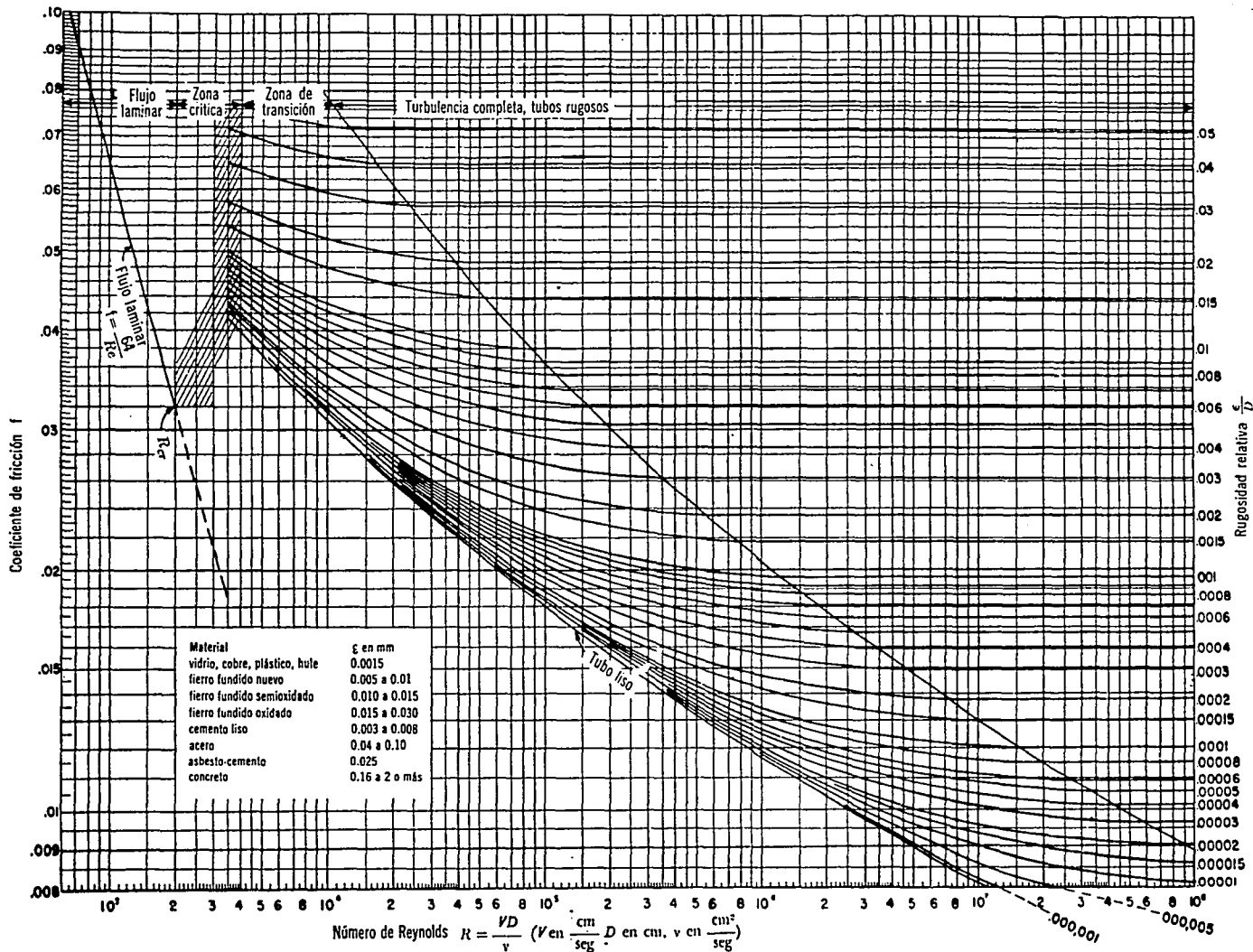


Figura 8.2: Comparación entre las curvas, en la zona de transición, para tubos comerciales y de rugosidad uniforme.

Figura 8.3: Diagrama universal de Moody.



**Tabla 8.2: Rugosidad absoluta  $\epsilon$  en tubos comerciales.**

Material	$\epsilon$ , en mm.
<i>Tubos lisos</i>	
De vidrio, latón, madera (bien cepillada), acero nuevo soldado y con una mano interior de pintura; tubos de acero de precisión sin costura, serpentines industriales, plástico, hule	0.0015
Tubos industriales de latón	0.025
Tubos de madera	0.2 a 1
Hierro forjado	0.05
Hierro fundido nuevo	0.25
Hierro fundido, con protección interior de asfalto	0.12
Hierro fundido oxidado	1 a 1.5
Hierro fundido, con incrustaciones	1.5 a 3
Hierro fundido, centrifugado	0.05
Hierro fundido nuevo, con bridas o juntas de macho y campana	0.15 a 0.3
Hierro fundido usado, con bridas o juntas de macho y campana	2 a 3.5
Hierro fundido para agua potable, con bastantes incrustaciones y diámetro de 50 a 125 mm.	1 a 4
Hierro galvanizado	0.15
Acero rolado, nuevo	0.05
Acero laminado, nuevo	0.04 a 0.1
Acero laminado con protección interior de asfalto	0.05
<i>Tubos de acero soldado de calidad normal</i>	
Nuevo	0.05 a 0.10

Limpiado después de mucho uso	0.15 a 0.20
Moderadamente oxidado, con pocas incrustaciones	0.4
Con muchas incrustaciones	3
Con remaches transversales, en buen estado	0.1
Con costura longitudinal y una línea transversal de remaches en cada junta, o bien laqueado interiormente	0.3 a 0.4
Con líneas transversales de remaches, sencilla o doble; o tubos remachados con doble hilera longitudinal de remaches e hilera transversal sencilla, sin incrustaciones	0.6 a 0.7
Acero soldado, con una hilera transversal sencilla de pernos en cada junta, laqueado interior, sin oxidaciones, con circulación de agua turbia	1
Acero soldado, con doble hilera transversal de pernos, agua turbia, tuberías remachadas con doble costura longitudinal de remaches y transversal sencilla, interior asfaltado o laqueado	1.2 a 1.3
Acero soldado, con costura doble de remaches transversales, muy oxidado, Acero remachado, de cuatro a seis filas longitudinales de remaches, con mucho tiempo de servicio	2
<i>Tubos remachados, con filas longitudinales y transversales</i>	
a) Espesor de lámina < 5 mm.	0.65
b) Espesor de lámina de 5 a 12 mm.	1.95
c) Espesor de lámina > 12 mm., o entre 6 y 12 mm., si las hileras de pernos tienen cubrejuntas	3
d) Espesor de lámina > 12 mm. con cubrejuntas	5.5
Tubos remachados, con cuatro filas transversales y seis longitudinales con cubrejuntas interiores	4
Asbesto-cemento nuevo	0.025
Asbesto cemento, con protección interior de asfalto	0.0015
Concreto centrifugado nuevo	0.16

Concreto centrifugado, con protección bituminosa	0.0015 a 0.125
Concreto en galerías, colado con cimbra normal de madera	1 a 2
Concreto en galerías, colado con cimbra rugosa de madera	10
Concreto armado en tubos y galerías, con acabado interior cuidadosamente terminado a mano	0.01
Concreto acabado liso	0.025
Conductos de concreto armado, con acabado liso y varios años de servicio	0.2 a 0.3
Concreto alisado interiormente con cemento	0.25
Galerías con acabado interior de cemento	1.5 a 1.6
Concreto con acabado normal	1 a 3
Concreto con acabado rugoso	10
Cemento liso	0.3 a 0.8
Cemento no pulido	1 a 2
Concreto presforzado Freyssinet	0.04
Concreto presforzado Bona y Socoman	0.25
Mampostería de piedra, bien juntada	1.2 a 2.5
Mampostería de piedra rugosa, sin juntear	8 a 15
Mampostería de piedra, mal acabada	1.5 a 3



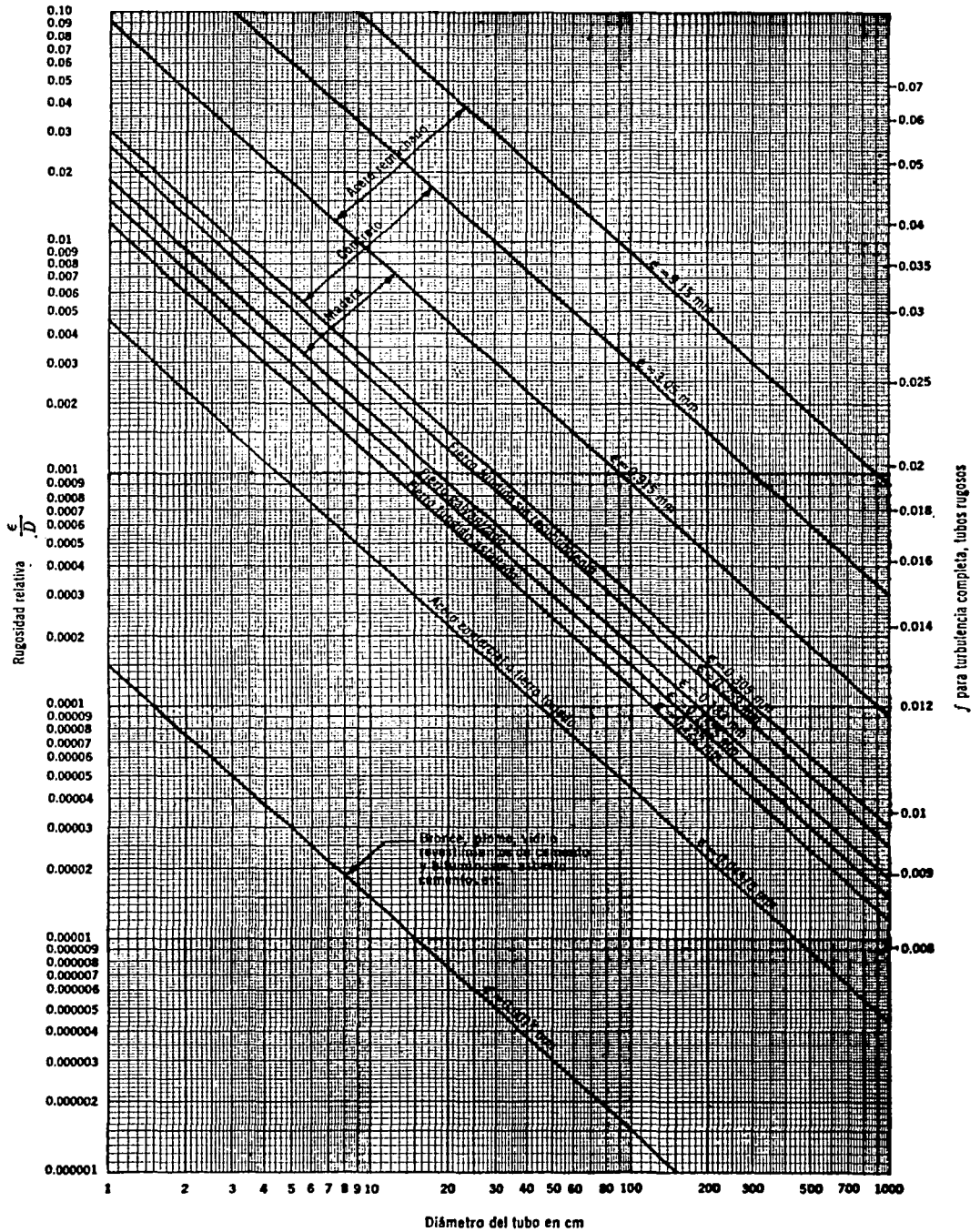


Figura 8.4: Rugosidad relativa para tubos nuevos limpios.

### Pérdidas Locales.

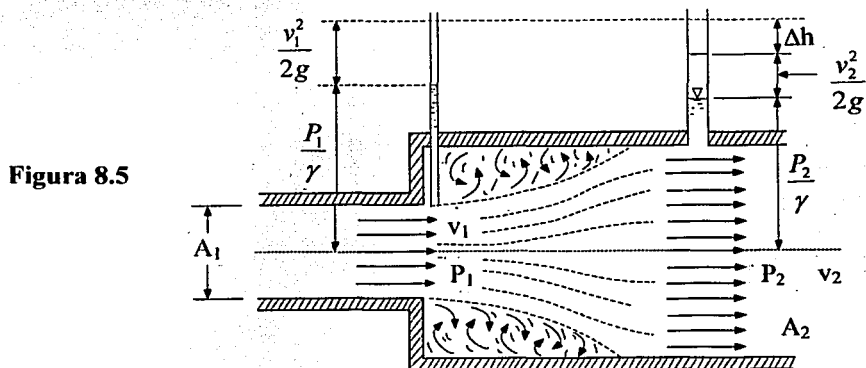
En las tuberías, cualquier causa perturbadora, cualquier elemento o dispositivo que venga a establecer o elevar la turbulencia, cambiar la dirección del flujo o alterar la velocidad, originan una pérdida de carga.

A consecuencia de la inercia y de los torbellinos, parte de la energía mecánica disponible, se convierte en calor y se disipa en esa forma, resultando una pérdida de carga. En la práctica, las tuberías incluyen piezas especiales y conexiones que por la forma y disposición, elevan la turbulencia, provocan fricciones y causan el choque de partículas, dando origen a pérdidas de carga. Además, se presentan en las tuberías otros elementos particulares como válvulas, medidores, etc., también responsables de pérdidas de esa naturaleza.

Son éstas pérdidas, las que se denominan locales por el hecho de resultar, específicamente, de puntos o partes bien determinadas de la tubería, al contrario de lo que ocurre con las pérdidas a consecuencia del flujo a lo largo de la misma.

Es clásica la deducción de la expresión relativa a la pérdida de carga debida al ensanchamiento brusco, partiendo del teorema de Bernoulli y considerando el impulso de las fuerzas que actúan en las secciones y la variación de la cantidad de movimiento.

Vea la Figura 8.5 y considere la ecuación de Bernoulli entre las dos secciones 1-2:



$$\frac{P_1}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2g} + z_1 = \frac{P_2}{\gamma} + \frac{v_2^2}{2g} + z_2 + h$$

si  $z_1 = z_2$

$$h = \frac{v_1^2 - v_2^2}{2g} - \left( \frac{P_2 - P_1}{\gamma} \right) \dots \dots \dots (3)$$

Considerada la unidad de tiempo, la cantidad de fluido que circula es  $Q$ . La fuerza resultante que actúa de derecha a izquierda será:

$$(P_2 - P_1)A_2 \dots \dots \dots (4)$$

y la variación de la cantidad de movimiento:

$$\frac{Q\gamma}{g}(v_1 - v_2) \dots \dots \dots (5)$$

igualando (4) y (5):

$$(P_2 - P_1)A_2 = \frac{Q\gamma}{g}(v_1 - v_2)$$

$$(P_2 - P_1)A_2 = \frac{A_2 v_2 \gamma}{g}(v_1 - v_2)$$

$$\frac{P_2 - P_1}{\gamma} = v_2 \frac{(v_1 - v_2)}{g} \dots \dots \dots (6)$$

sustituyendo este valor en (3).

$$h = \frac{v_1^2 - v_2^2}{2g} - 2v_2 \left( \frac{v_1 - v_2}{2g} \right)$$

$$h = \frac{v_1^2 - 2v_1v_2 + v_2^2}{2g} = \frac{(v_1 - v_2)^2}{2g} \dots \dots \dots (7)$$

Si sabemos que:

$$v_2 = \frac{A_1}{A_2} v_1$$

sustituyendo en la ecuación (7):

$$h = \frac{\left(v_1 - \frac{A_1}{A_2} v_1\right)^2}{2g} = \frac{v_1^2}{2g} \left(1 - \frac{A_1}{A_2}\right)^2$$

$$h = k \frac{v_1^2}{2g}$$

De un modo general, todas las pérdidas locales pueden ser expresadas bajo la forma:

$$k = \frac{2gh}{v^2} \dots\dots\dots(8)$$

en donde:

$k$  = coeficiente adimensional que depende del tipo de pieza especial o accesorio.

$v$  = velocidad medida aguas abajo de la pieza especial o accesorio (m/seg).

$h$  = pérdida debida a la pieza especial (m).

En la práctica  $h$  puede ser determinada midiendo la diferencia de alturas entre los manómetros colocados antes y después del dispositivo de que se trate.

### ***MATERIAL Y EQUIPO***

- **Cronómetro**
- **Flexómetro**
- **Vernier**
- **Probeta graduada**
- **Aparatos de pérdidas de energía.**

### ***DESARROLLO***

**Determine, en cada uno de los aparatos, las pérdidas correspondientes, siguiendo un orden que dependa de las condiciones establecidas en el laboratorio.**

### Pérdidas Locales.

Dispositivo	$h_1$	$h_2$	$h=h_1-h_2$	Q	v	$v^2$	k

## **CAPÍTULO IV.**

### **ORIFICIOS**

# **PRÁCTICA N° 9**

## **ORIFICIOS**

**OBJETIVO:** Calcular los coeficientes de velocidad, de contracción y de gasto, para un flujo de agua que circula por un orificio.

**ANTECEDENTES TEORICOS:** Desde el punto de vista hidráulico, los orificios son perforaciones, generalmente de forma geométrica conocida y de perímetro cerrado, hechos por debajo de la superficie libre del líquido, en las paredes, tanques, canales o tuberías.

Los orificios, son considerados pequeños cuando sus dimensiones son mucho menores que la profundidad en que se encuentran: dimensión vertical igual o inferior a un tercio de la profundidad.

La pared es considerada delgada cuando el chorro del líquido apenas toca la perforación en una línea que constituye el perímetro del orificio. En una pared gruesa, se verifica la adherencia del chorro líquido.

Los orificios en paredes delgadas son construidos en placas finas o por corte en bisel. El acabado en bisel, no es necesario si el espesor de la placa es inferior al diámetro del orificio supuesto circular (o considerando la dimensión menor si el orificio tuviera otra forma). Al contrario, si el espesor fuese mayor que una vez y media el diámetro, el chorro se puede adherir al interior de la pared, clasificándose el orificio como de pared gruesa. Si el valor del espesor estuviera comprendido entre dos y tres veces el diámetro, se tiene el caso de una boquilla.

El chorro que sale de un orificio se llama vena líquida y su trayectoria es parabólica. Experimentalmente, se constata que los filetes líquidos, tocan el contorno del orificio y

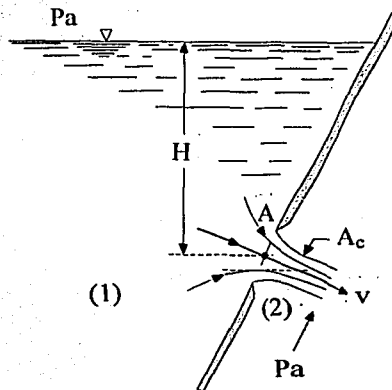


continúan convergiendo, después de pasar por el mismo hasta una sección  $A_2$ , en la cual, el chorro tiene un área sensiblemente menor que la del orificio, denominada sección contracta.

Tratándose de agua y orificios circulares, la sección contracta se encuentra a una distancia de la pared interna del orificio, aproximadamente, igual a la mitad del diámetro del orificio.

Adicionando al agua una sustancia que permita mostrar la trayectoria de las partículas líquidas, se verifica que las líneas, al principio convergentes, se vuelven paralelas al pasar por la sección contracta.

Si un recipiente lleno de un líquido, en cuya pared lateral se ha practicado un orificio de pequeñas dimensiones, de área  $A$ , descarga un gasto  $Q$ , cuyo valor se desea calcular, supóngase debe suponer que el gasto vertido por el orificio se repone al tanque con otro gasto idéntico en valor, o bien que, el recipiente es de enormes dimensiones, de manera que el nivel del líquido se mantiene constante al menos mientras observamos el experimento (figura 9.1).



**Figura 9.1**

Las partículas del líquido, en las proximidades del orificio, se mueven aproximadamente en dirección al centro del mismo, de modo que por efecto de su inercia, la

deflexión brusca que sufren, produce una contracción del chorro. En ésta sección el área es  $A_c$ , menor que el área  $A$ .

En esas condiciones, podemos aplicar el principio de Bernoulli entre la superficie libre (1) y una sección justamente en la salida del orificio (2). Tomamos como referencia un plano horizontal que pasa por el centro de gravedad del orificio, las presiones en ambas secciones son idénticas y su valor es la presión atmosférica  $P_a = 0$ . La velocidad en la sección (1) vale cero, por lo que la ecuación de Bernoulli nos conduce a la expresión:

$$H = \frac{v^2}{2g}$$

siendo:

$H =$  carga de posición en la sección (1)

$\frac{v^2}{2g} =$  carga de velocidad en la salida del orificio

despejando la velocidad en la expresión anterior:

$$v = \sqrt{2gH}$$

Dicha ecuación es conocida como la Ley de Torriceli, y nos indica que la velocidad sigue una ley parabólica con respecto a la profundidad; sin embargo, en la práctica, la velocidad es un poco menor debido a las pérdidas de energía. Con el objeto de hacer coincidir los resultados teóricos con los experimentales, a la ecuación de Torriceli se le aplica un factor de reducción llamado coeficiente de velocidad  $C_v$ , que es adimensional y corrige el error provocado por las pérdidas de energía y su valor varía entre 0.9 y 1.0.

$$v = C_v \sqrt{2gH} \quad \dots\dots\dots(1)$$

El área de la sección contracta, se calcula en términos del área del orificio, por medio de un coeficiente llamado de contracción  $C_c$ , cuyo valor varía de 0.55 a 0.70:

$$A_c = C_c A \dots\dots\dots(2)$$

el gasto descargado por el orificio, es entonces:

$$Q = AC_c \cdot C_v \sqrt{2gH}$$

O bien, con  $C_d = C_c C_v$  (coeficiente de gasto), el gasto se calcula finalmente con la ecuación general de un orificio de pared delgada:

$$Q = C_d A \sqrt{2gH} \dots\dots\dots(3)$$

**NOTA:** Cuando las condiciones del flujo son diferentes a las aquí señaladas, entonces se toma en cuenta la energía total en la sección (1), siendo:

$$E = H + \frac{v_1^2}{2g} + \frac{P_1}{\gamma}$$

Los coeficientes  $C_v$ ,  $C_c$  y  $C_d$  en un orificio, son básicamente experimentales; sin embargo, en teoría es posible encontrar la magnitud del coeficiente  $C_d$  para un orificio circular a partir de la ecuación de la cantidad de movimiento aplicada sobre un volumen de control limitado por la frontera del chorro en contacto con el aire, la sección contracta y, dentro del recipiente, por una superficie semiesférica de radio igual al del orificio, de la siguiente manera:

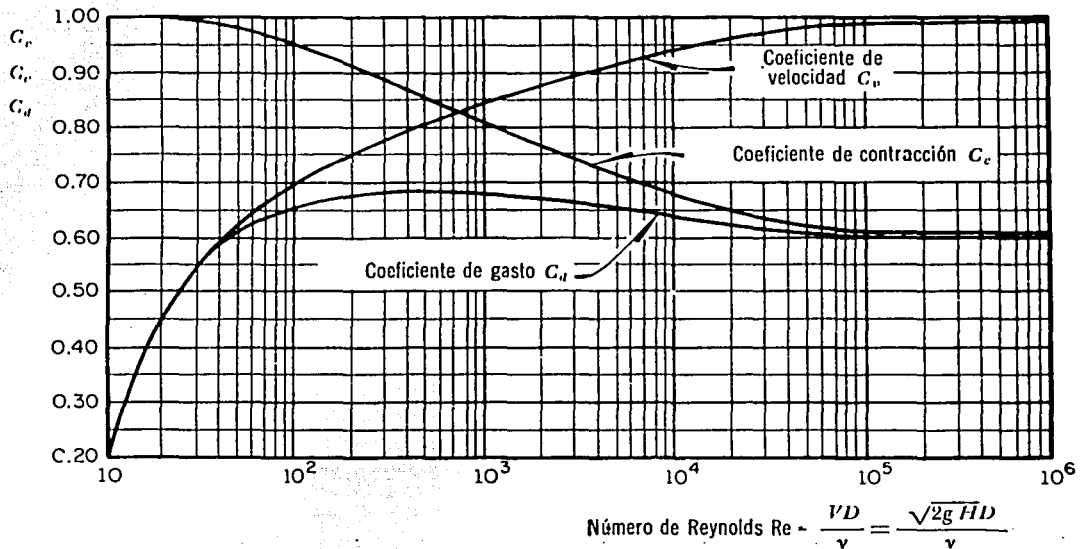
$$C_c = 2 - \sqrt{4 - \frac{2}{C_v^2}} \dots\dots\dots(4)$$

Mediante un análisis dimensional, se comprueba que los coeficientes son función exclusivamente del Número de Reynolds. Para orificios circulares sus valores tienen la variación mostrada en la gráfica de la figura 9.2. Se observa que para  $Re > 10^5$ , los coeficientes son independientes de dicho número y adquieren los valores constantes siguientes:

$$C_v = 0.99$$

$$C_c = 0.605$$

$$C_d = 0.60$$



**Figura 9.2:** Variación de los coeficientes de velocidad, contracción y gasto, con el número de Reynolds en un orificio circular.

Por definición de  $C_c$  para un orificio circular, se obtiene:

$$D = \sqrt{\frac{1}{C_c} D_c}$$

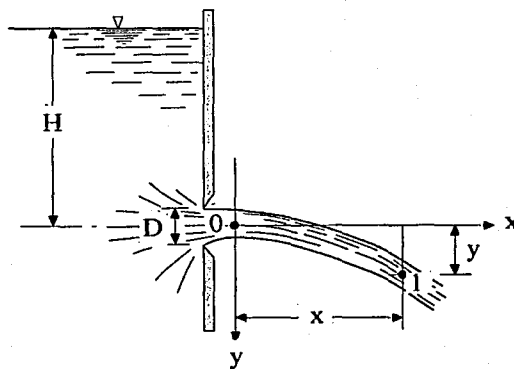
$$C_c = \left(\frac{D_c}{D}\right)^2 \dots\dots\dots(5)$$

Cuando se trata de orificios rectangulares de poca altura, los coeficientes son prácticamente los mismos que los de la gráfica de la figura 9.2. En este caso, en lugar de  $D$ , en el número de Reynolds se utiliza la mínima dimensión del orificio y en la ecuación (3), su área corresponde  $A = a b$  ( $a$  es la dimensión mínima y  $b$  es la dimensión máxima del orificio rectangular).

Los resultados de la gráfica son válidos, siempre que se tenga una contracción completa, que se logra si distancia entre los cantos del orificio y las fronteras del recipiente (pared lateral, fondo o superficie libre), es por lo menos  $3D$  en orificios circulares o  $3a$  en orificios rectangulares.

Por otra parte, si consideramos la descarga del orificio como un tiro parabólico, que es la forma que toma el chorro, teniendo como vértice el centro de gravedad del orificio, coloquemos los ejes de referencia justo en el vértice, es decir, en el centro de gravedad de la sección en la salida del orificio, como se ilustra a continuación:

Figura 9.3



Para cualquier posición de una partícula que sigue la trayectoria del chorro, se puede decir que tendrá como coordenadas:

$$x = v_x t \quad \dots\dots\dots(6)$$

$$y = v_y t + \frac{gt^2}{2} \quad \dots\dots\dots(7)$$

en donde:

$v_x = v$  = velocidad real en la salida del orificio

$v_y = 0$  = componente de la velocidad en la dirección y a la salida del orificio cuando el ángulo de inclinación es cero.

$t$  = tiempo que tarda la partícula en llegar a la posición de coordenadas  $x$ - $y$ .

$g$  = aceleración de la gravedad.

De la ecuación (6) despejamos  $t$ , y además sabiendo que  $v_x=v$  y  $v_y=0$ , sustituyendo en la ecuación (7):

$$t = \frac{x}{v}$$

$$y = \frac{g\left(\frac{x}{v}\right)^2}{2} = \frac{gx^2}{2v^2}$$

$$v = x \sqrt{\frac{g}{2y}} \quad \dots\dots\dots(8)$$

Lo que significa que, conocidas las coordenadas de la trayectoria del chorro, se puede conocer la velocidad real con la ecuación (8).

### Orificios de Grandes Dimensiones o Cargas Pequeñas.

Para un orificio circular:

$$\phi = \frac{Q'}{Q} = 1 - \frac{1}{128} \left( \frac{D}{H} \right)^2 \dots\dots\dots(9)$$

Para un orificio rectangular:

$$\phi = \frac{Q'}{Q} = 1 - \frac{1}{96} \left( \frac{a}{H} \right)^2 \dots\dots\dots(10)$$

donde:

$$Q = C_d A \sqrt{2gH}$$

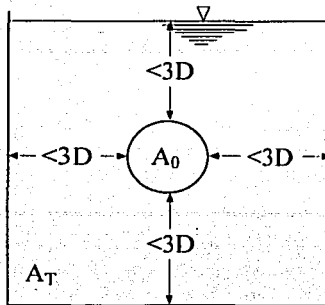
$Q'$  = gasto total que pasa por el orificio.

El valor de  $\frac{a}{H} = \frac{D}{H} = 2$  equivale al caso extremo en el que el nivel del agua en el recipiente coincide con el canto superior del orificio. En dichas condiciones, el orificio no funciona como tal, sino como un vertedor de pared delgada.

### Orificios Con Contracción Incompleta.

Se puede hablar de dos tipos de contracción incompleta en un orificio:

- a) Cuando las paredes o el fondo del recipiente se encuentran a distancias inferiores a  $3D$  o  $3a$ , se dice que la contracción en el orificio es parcialmente suprimida (figura 9.4).



**Figura 9.4**

- b) Si se llega al caso en que una de las fronteras del recipiente coincide con una arista del orificio, se dice que la contracción es suprimida en esa arista; en tal caso, el orificio se apoya sobre la pared del recipiente.

En cualquiera de los casos anteriores deben corregirse los valores señalados en la gráfica de la figura 9.2.

En el caso de contracción parcialmente suprimida, se puede utilizar la siguiente ecuación empírica para calcular el coeficiente de gasto; a saber:

$$C_d = C_{d0} \left[ 1 + 0.64 \left( \frac{A_0}{A_T} \right)^2 \right] \dots\dots\dots(11)$$

en donde:

$C_d$  = coeficiente de gasto del orificio.

$C_{d0}$  = coeficiente de gasto del mismo orificio con contracción completa

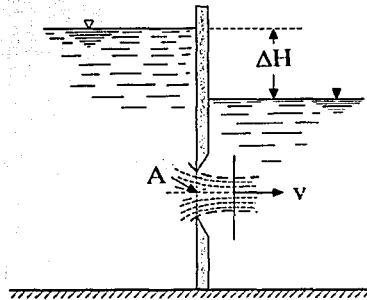
$A_0$  = área del orificio.

$A_T$  = área de la pared del recipiente en contacto con el agua, como se muestra en la figura 9.4:



### Orificios con Descarga Sumergida

Cuando el orificio descarga a otro tanque, cuyo nivel está por encima del canto inferior del orificio, se dice que la descarga es ahogada; el ahogamiento, puede ser total o parcial. En el caso de descarga ahogada total (figura 9.5), se puede derivar una ecuación análoga a la general con la única diferencia que la energía total  $H$  es entonces  $\Delta H$ ; entonces, el gasto es:



$$Q = C_d A \sqrt{2g\Delta H} \dots\dots\dots(12)$$

**Figura 9.5**

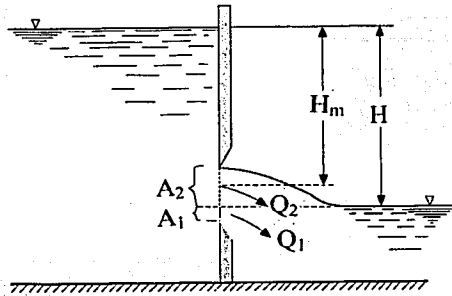
Se recomienda utilizar el mismo coeficiente de gasto que el de un orificio de descarga libre.

Cuando el ahogamiento es parcial (figura 9.6), el gasto total descargado se puede expresar como la suma de  $Q_1$  y  $Q_2$ , donde  $Q_1$  es el gasto correspondiente a la porción del orificio con descarga ahogada, es decir:

$$Q_1 = C_{d1} A_1 \sqrt{2gH} \dots\dots\dots(13)$$

y  $Q_2$  es el gasto de la porción del orificio con descarga libre:

$$Q_2 = C_{d2} A_2 \sqrt{2gH_m} \dots\dots\dots(14)$$

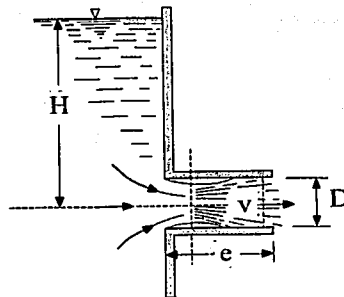


**Figura 9.6**

No hay investigaciones confiables acerca de los coeficientes de gasto  $C_{d1}$  y  $C_{d2}$ . Al respecto, Schlag propone que  $C_{d1} = 0.70$  y  $C_{d2} = 0.675$ , en el caso de que el orificio tenga un umbral en el fondo, como en la figura anterior.

### Orificios de Pared Gruesa.

Cuando la pared en el contorno de un orificio no tiene aristas afiladas, el orificio es de pared gruesa.



**Figura 9.7**

En este tipo de orificios, se observa que el chorro, una vez que ha pasado la sección contraída, todavía tiene espacio dentro del tubo para expandirse y llenar la totalidad de la sección. Entre la sección contraída y la final, ocurre un rápido descenso de la velocidad acompañado de turbulencia y fuerte pérdida de energía.

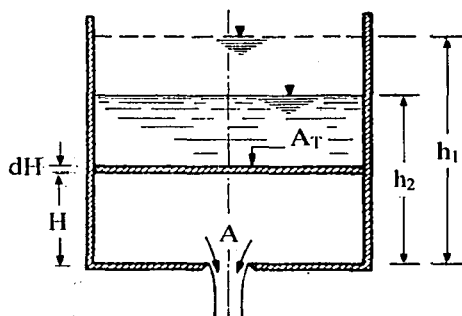
Por un razonamiento análogo al de los orificios de pared delgada, la velocidad de salida del líquido se puede calcular con la misma ecuación (1), donde el coeficiente de velocidad se reduce ahora hasta el valor de 0.82, encontrado experimentalmente cuando  $e/D=3$ . Además, siendo ahora  $C_c = 1$ , la ecuación (3) es la misma, con la diferencia de que  $C_d = C_v = 0.82$ ; esto es, el gasto crece aproximadamente un tercio en comparación con un orificio de pared delgada. Lo anterior se explica debido a que, en la sección contraída, se forma un vacío parcial con presión ligeramente menor que la atmosférica e incrementa el valor efectivo de la carga  $H$ .

Cuando  $e/D > 3$ , la fricción empieza a tener influencia y el tubo corto debe considerarse como un conducto a presión.

En la Tabla de la figura 9.9, se presentan los coeficientes de gasto para aplicarse en la ecuación (3).

#### Orificios Bajo Carga Variable. (Tiempo de Vaciado)

En los casos ya considerados, la carga  $H$  se admitió como invariable. Si no fuese mantenido el nivel constante, la altura  $H$  disminuiría con el tiempo, a consecuencia del propio flujo por el orificio. Con la reducción de la carga, la descarga a través del orificio, también decrecerá paulatinamente. El problema que se presenta en la práctica, consiste en determinar el tiempo necesario para la evacuación de un recipiente, (Figura 9.8).



Siendo:

$A =$  área del orificio

$A_T =$  área horizontal del recipiente

$t =$  tiempo necesario para su evacuación

**Figura 9.8**

en un pequeño intervalo de tiempo  $dt$ , el gasto será:

$$C_d A \sqrt{2gH}$$

y el volumen del líquido evacuado:

$$C_d A \sqrt{2gH} dt$$

En este mismo intervalo de tiempo, el nivel del agua en el recipiente bajará  $dH$ , lo que corresponde a un volumen de líquido  $A_T dH$ . Las dos expresiones que dan el volumen se igualan:

$$-A_T dH = C_d A \sqrt{2gH} dt$$

donde el signo negativo indica que  $H$  disminuye al aumentar  $t$

$$dt = \frac{-A_T dH}{C_d A \sqrt{2gH}}$$

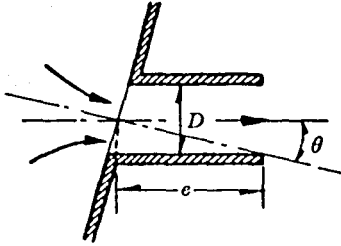
integrándose la expresión entre dos niveles  $h_1$  y  $h_2$ :

$$t = \frac{-A_T}{C_d A \sqrt{2g}} \int_{h_1}^{h_2} \frac{dH}{\sqrt{H}}$$

$$t = \frac{-2A_T}{C_d A \sqrt{2g}} (\sqrt{h_2} - \sqrt{h_1})$$

a) Tubo corto.

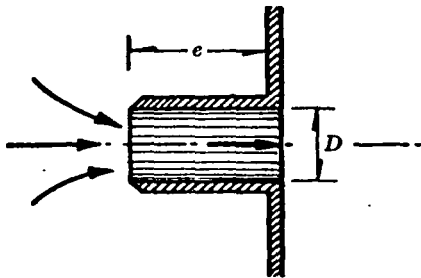
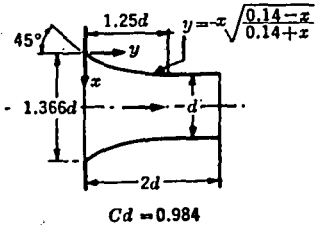
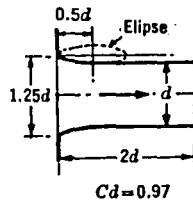
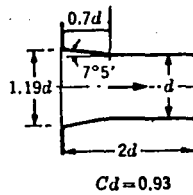
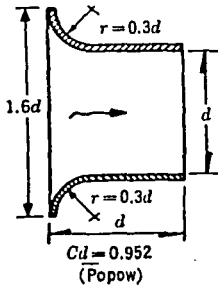
Para  $\theta = 0^\circ$  (Domínguez, Eytelwein y Schurinu).



$e/d \leq 0.5$	1	1.5	2.0	2.5	3	5	
$C_d$	0.60	0.75	0.78	0.79	0.80	0.82	0.79
$e/d$	12	25	36	50	60	75	100
$C_d$	0.77	0.71	0.68	0.64	0.60	0.59	0.55

Para  $e/D = 3$  el coeficiente  $C_d$ , según Weisbach, se obtiene de los siguientes valores en función de  $\theta$ :

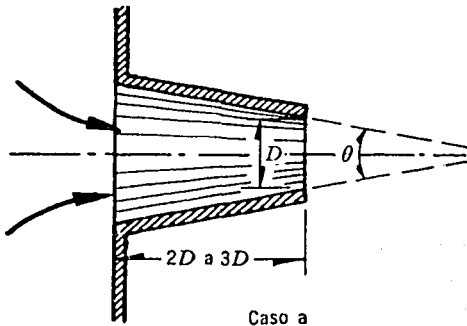
$\theta$	$0^\circ$	$10^\circ$	$20^\circ$	$30^\circ$	$40^\circ$	$50^\circ$	$60^\circ$
$C_d$	0.82	0.80	0.78	0.76	0.75	0.73	0.72



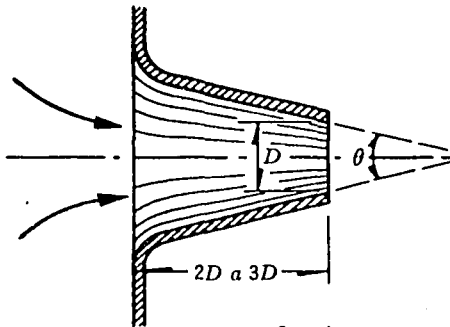
b) Tubos cilíndricos reentrantes (tubos de Borda)

	$C_d$	$C_v$	$C_o$
$e > 3D$	0.71	0.71	1.00
$e < 3D$	0.51	0.97	0.53

Figura 9.9: Coeficientes de gasto para diferentes tipos de orificio de pared gruesa.



Caso a



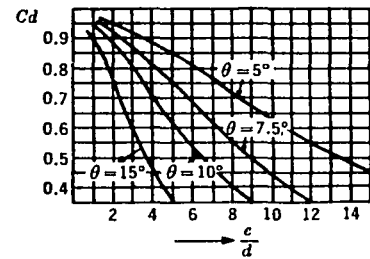
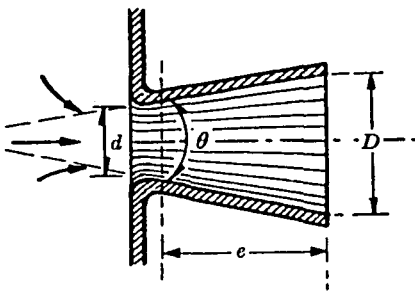
Caso b

c) Tubos convergentes para aristas agudas y redondeadas, respectivamente.

	0°	4°	8°	12°	16°	30°
$C_d$ (Caso a)	0.82	0.916	0.942	0.95	0.941	0.92
$C_d$ (Caso b)	0.96	0.96	0.959	0.955	0.941	0.92

	45°	60°	75°	90°	
$C_d$	0.87	0.82	0.78	0.74	←(Caso a)
$C_d$	0.87	0.82	0.78	0.74	←(Caso b)

d) Tubos divergentes. Si  $\theta \geq 8^\circ$  la vena líquida no llena toda la sección y ocurre la separación. En el caso de aristas redondeadas el coeficiente  $C_d$ , referido a la sección de salida, se obtiene de la siguiente gráfica, donde



el coeficiente máximo de gasto se obtiene para  $\theta = 5^\circ$ .

### ***MATERIAL Y EQUIPO.***

- **Cronómetro**
- **Flexómetro**
- **Vernier**
- **Probeta graduada**
- **Termómetro**
- **Aparato para orificios**

### ***DESARROLLO***

1. **Establezca las condiciones de trabajo en cada uno de los aparatos y determine las características que intervienen en cada una de las fórmulas a emplear.**
2. **Relacione sus ecuaciones y compare sus resultados.**

**CAPÍTULO V.**  
**DISPOSITIVOS DE AFORO EN CANALES**



# PRÁCTICA N° 10

## COMPUERTAS Y VERTEDORES

**OBJETIVO:** Determinar el gasto que pasa por una compuerta, así como el que pasa por vertedores de diferente sección geométrica.

### COMPUERTAS

**ANTECEDENTES TEÓRICOS:** Una compuerta es una placa móvil, plana o curva, que al levantarse permite graduar la altura del orificio que se va descubriendo, a la vez que controla la descarga producida. El orificio se hace generalmente entre el piso de un canal y el borde inferior de la compuerta, por lo que su ancho coincide con el del canal.

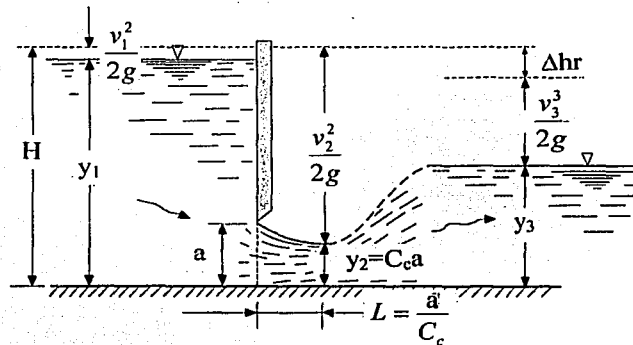
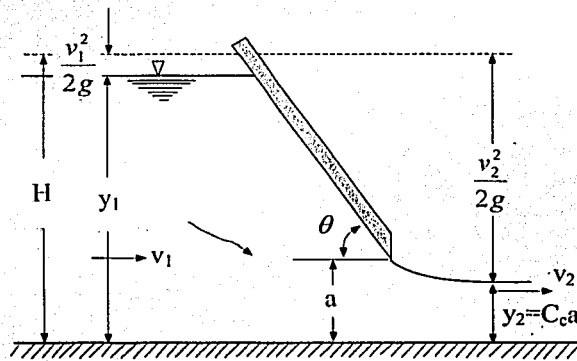


Figura 10.1

Con referencia a la figura 10.1, la contracción que experimenta el chorro descargado por el orificio de altura  $a$ , hasta alcanzar un valor  $C_c a$  en una distancia  $L$  en la que las líneas de corriente se vuelven horizontales y tienen por ello una distribución hidrostática de presiones. Debido al fenómeno de contracción y a la fricción con el piso, se produce una pérdida de carga  $\Delta h_r$  que influye en el cálculo del gasto. Asimismo, la carga de velocidad

$v_1^2/2g$  con la que llega el agua en el canal, aguas arriba de la compuerta, tiene mayor importancia a medida que la relación  $y_1/a$  disminuye. En el canto inferior de la compuerta, las líneas de corriente tienden a unirse y es ahí donde la velocidad adquiere su máximo valor. Debido a la curvatura de las líneas de corriente una gran presión actúa sobre la línea de intersección del plano de la compuerta, razón por la cual se tiene una velocidad pequeña.

Para obtener la ecuación que proporcione el gasto, se considerará el caso más general de una compuerta plana, con una inclinación  $\theta$  respecto de la horizontal y un ancho  $b$  (figura 10.2).



**Figura 10.2**

Se establece la ecuación de energía entre una sección (1), aguas arriba de la compuerta y la sección contraída:

$$H = y_1 + \frac{v_1^2}{2g} = y_2 + \frac{v_2^2}{2g} \dots\dots\dots(1)$$

de la ecuación de continuidad se tiene:

$$v_1 = \frac{C_c a}{y_1} v_2$$

que sustituida en la ecuación (1) conduce a:

$$y_1 + \frac{\left(\frac{C_c a}{y_1}\right)^2 v_2^2}{2g} = C_c a + \frac{v_2^2}{2g}$$

$$\frac{v_2^2}{2g} = \frac{y_1 - C_c a}{1 - \left(\frac{C_c a}{y_1}\right)^2}$$

$$\frac{v_2^2}{2g} = \frac{\left(1 - \frac{C_c a}{y_1}\right) y_1}{\left(1 + \frac{C_c a}{y_1}\right) \left(1 - \frac{C_c a}{y_1}\right)}$$

$$\frac{v_2^2}{2g} = \frac{y_1}{1 + \frac{y_2^2}{y_1}}$$

Por tanto, la velocidad media real en la sección contraída es:

$$v_2 = C_v \frac{\sqrt{2gy_1}}{\sqrt{1 + \frac{y_2^2}{y_1}}}$$

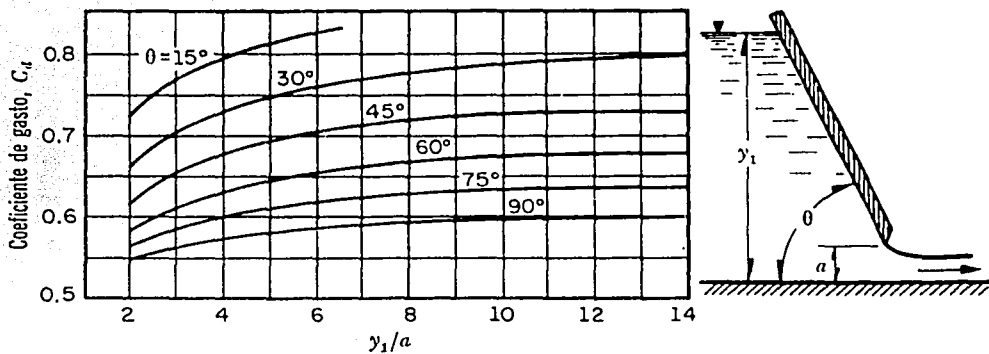
El gasto será:

$$Q = \frac{C_c C_v b a}{\sqrt{1 + \frac{y_2^2}{y_1}}} \sqrt{2gy_1}, \text{ si } C_d = \frac{C_v C_c}{\sqrt{1 + \frac{y_2^2}{y_1}}}$$

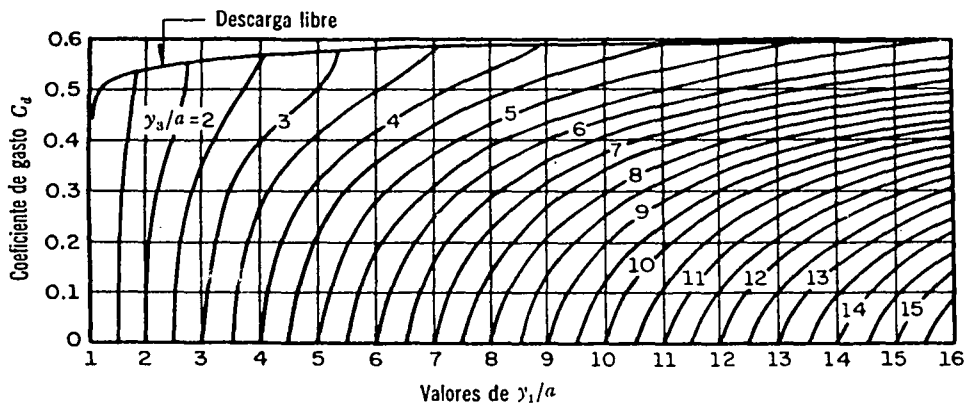
$$Q = C_d b a \sqrt{2gy_1} \dots \dots \dots (2)$$

Si la descarga es sumergida con un tirante  $y_3$  en el canal, aguas abajo de la compuerta, se puede hacer un desarrollo análogo al anterior y obtener una expresión idéntica a la ecuación (2) para cualquier tipo de compuerta.

En las gráficas de la figuras 10.3 y 10.4 se presentan los coeficientes de gasto  $C_d$  obtenidos en compuertas planas con un ángulo de inclinación  $\theta$  en términos de la relación  $y_1/a$ .



**Figura 10.3:** Coeficientes de gasto para compuertas planas inclinadas con descarga libre.



**Figura 10.4:** Coeficiente de gasto de una compuerta plana vertical según Cofré y Buchheister.

Knapp propone una ecuación para calcular el coeficiente de velocidad en compuertas verticales con descarga libre:

$$C_v = 0.960 + 0.0979 \frac{a}{y_1} \dots\dots\dots(3)$$

Tiene como límite superior  $C_v=1$ , el cual se alcanza para  $a/y_1=0.408$ . Con los coeficientes de gasto de la gráfica de la figura 10.3 y los de velocidad calculada de la ecuación (3), se obtuvieron los correspondientes a  $C_c$ . Para fines prácticos, se recomienda un valor  $C_c=0.62$  para cualquier relación  $y_1/a$ , inclusive para descarga sumergida. Cuando se da la relación  $y_1/a < 1.35$ , no debe utilizarse la ecuación (2), pues no es válida.

## VERTEDORES

**ANTECEDENTES TEÓRICOS:** Los vertedores son dispositivos de aforo en canales o de excedencias en presas. Consisten en paredes comúnmente verticales con aberturas de diferente forma geométrica, sobre las cuales el líquido efectúa su descarga. La arista de remate de estas aberturas puede permanecer del mismo grueso de la pared o desvanecerse hasta quedar en una arista delgada. Para el primer caso el vertedor es de pared gruesa y en el segundo es de pared delgada.

Por lo general en canales de pequeñas dimensiones y como dispositivo de aforo en laboratorios, se emplean vertedores de pared delgada. El de pared gruesa se emplea como obra de control o de excedencias en una presa.

Se llama lámina vertiente a toda la cortina de líquido que se vierte. Esta puede tener contracciones laterales o no, dependiendo de la relación ancho del canal y de la longitud de la cresta del vertedor. Cuando ambas dimensiones son iguales, se considera sin contracciones laterales. Cuando el ancho del canal excede en 30 cm. como mínimo, a cada costado del vertedor, se produce la contracción lateral. Las contracciones incompletas son para dimensiones menores a los 30 cm. de cada lado.

Se conoce como cresta del vertedor a la arista o al punto más bajo del vertedor en contacto con la lámina vertiente. Al desnivel entre la superficie libre inalterada aguas arriba y la cresta se le llama carga  $h$  del vertedor. Debido a la depresión de la lámina vertiente junto al vertedor, la carga  $h$  debe ser medida aguas arriba, a una distancia aproximada a  $4h$ .

Por la forma geométrica de la abertura, el vertedor puede ser rectangular, triangular, trapecial, parabólico, circular, etc.. Por la posición de la cresta pueden ser: vertedor vertical o inclinado. De acuerdo a la posición del vertedor con respecto a la dirección del flujo, puede ser normal, oblicuo, quebrado, curvo, etc.. Por la forma de descarga pueden ser de lámina libre o descarga ahogada.

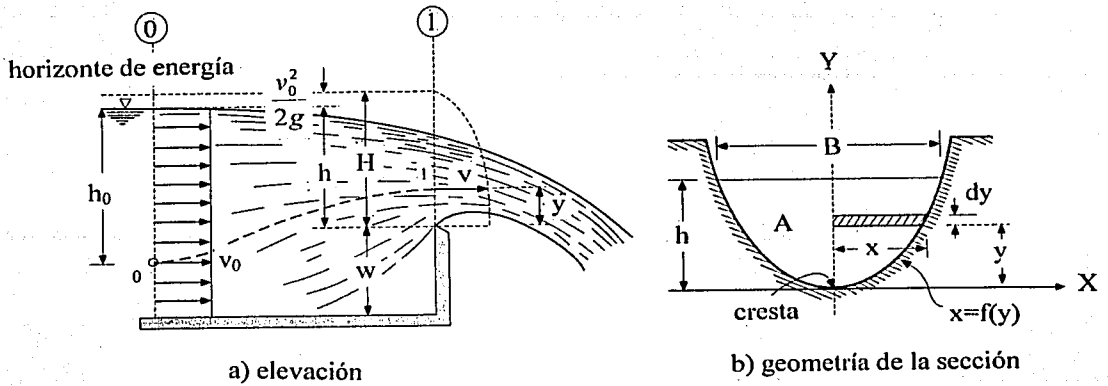


Figura 10.5

Con referencia a la figura 10.5, apliquemos la ecuación de Bernoulli para una línea de corriente entre los puntos (0) y (1):

$$h_0 + \frac{v_0^2}{2g} = h_0 - h + y + \frac{v^2}{2g}$$

$$h_0 - h_0 + \frac{v_0^2}{2g} = -h + y + \frac{v^2}{2g}$$

$$h + \frac{v_0^2}{2g} = y + \frac{v^2}{2g}$$

Si \$w\$ es muy grande, entonces \$\frac{v\_0^2}{2g}\$ es despreciable, la velocidad en cualquier punto de

la sección (1) es:

$$h = y + \frac{v^2}{2g}$$

$$h - y = \frac{v^2}{2g}$$

$$v = \sqrt{2g(h - y)}$$

Siendo el área hidráulica  $A=2x \, dy$ , el gasto a través del área de la sección será:

$$dQ = A v$$

$$dQ = 2\sqrt{2g} \mu x \sqrt{h-y} \, dy$$

en donde:

$\mu$  = efecto de contracción de la lámina vertiente

Efectuando la integración entre los límites; el gasto total vale:

$$Q = 2\sqrt{2g} \mu \int_0^h x(h-y)^{1/2} \, dy \dots \dots \dots (4)$$

que es la ecuación general del gasto para un vertedor de pared delgada, la cual es posible integrar si se conoce la forma del vertedor.

El coeficiente  $\mu$  es muy importante, de tipo experimental y próximo a 0.60. Como este coeficiente es afectado por la forma del vertedor y el tipo de descarga con contracciones laterales, se dan varias ecuaciones para escoger la más conveniente a los límites de aplicación impuestos en cada caso. Debemos siempre tomar en cuenta que este coeficiente tiene validez únicamente cuando la superficie inferior de la lámina vertiente se ventila correctamente.

A) Vertedor Rectangular: para esta forma de vertedor, la ecuación  $x=f(y)$  es del tipo  $x=b/2$ , donde  $b$  es la longitud de la cresta. La ecuación general del gasto se transforma en:

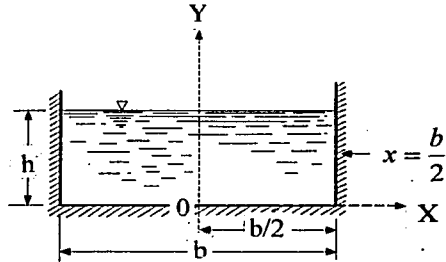


Figura 10.6

$$Q = 2\sqrt{2g} \mu \frac{b}{2} \int_0^h (h-y)^{1/2} (-dy)$$

$$Q = -\mu \sqrt{2gb} \int_0^h (h-y)^{1/2} \, dy$$

$$Q = -\frac{2}{3} \mu \sqrt{2gb} \left[ (h-y)^{3/2} \right]_0^h$$

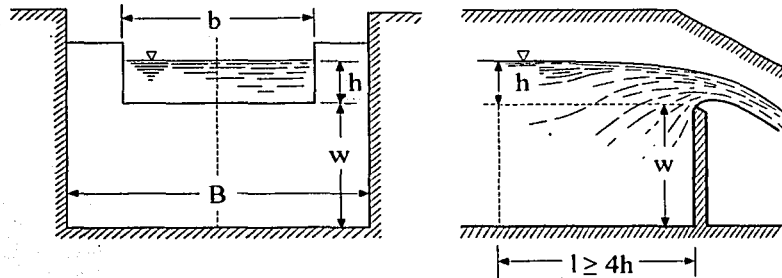


$$Q = -\frac{2}{3} \mu \sqrt{2gb} \left[ -(h)^{3/2} \right]$$

$$Q = \frac{2}{3} \cdot \mu \sqrt{2gb} \cdot h^{3/2} \dots\dots\dots(5)$$

Que es la ecuación general para calcular el gasto en un vertedor rectangular sin contracciones, cuya carga de velocidad de llegada es despreciable. El coeficiente  $\mu$  lo podemos obtener de la tabla 10.1 haciendo una adecuada elección de la fórmula más conveniente.

Cuando el vertedor rectangular se encuentra al centro de un canal, de ancho  $B$  mayor que la longitud de cresta  $b$  del vertedor, se producen contracciones laterales semejantes a las de un orificio.



**Figura 10.7**

En la ecuación (5), se utiliza la carga total  $H = h + v_o^2/2g$  en lugar de  $h$ :

$$Q = \frac{2}{3} \mu \sqrt{2gb} \left( h + \frac{v_o^2}{2g} \right)^{3/2} \dots\dots\dots(6)$$

Sin embargo, se puede seguir calculando el gasto con la ecuación (5), siempre y cuando en el coeficiente  $\mu$  se incluyan los efectos de  $b/B$  y de  $w$ .

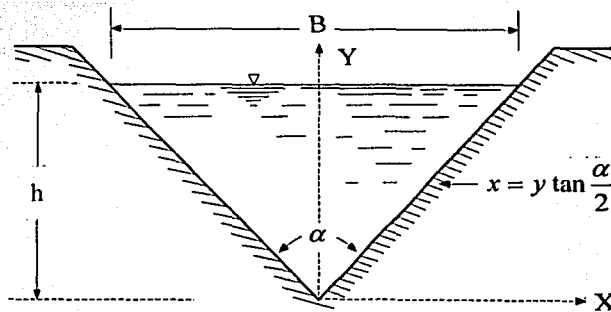
Francis, después de muchos experimentos, concluye que todo pasa como si en el vertedor con contracciones, el ancho fuese reducido. Propone que para el caso de dos contracciones, la fórmula (6) sería:

$$Q = \frac{2}{3} \mu \sqrt{2g} (b - 0.2h) h^{3/2} \dots\dots\dots(7)$$

**B) Vertedor Triangular.**

Se recomienda para el aforo de gastos inferiores a 30 <sup>l</sup>/seg y cargas superiores a 6 cm y hasta de 60 cm. Su precisión es mejor que la del rectangular, para gastos pequeños e incluso para gastos comprendidos entre 40 y 300 <sup>l</sup>/seg. Para gastos mayores es mejor el rectangular debido a que el triangular es más sensible a cualquier cambio en la rugosidad de la placa y también, porque requiere mayor exactitud en la medición de las cargas, pues el gasto varía en la potencia <sup>5</sup>/<sub>2</sub> de la misma.

Si el vertedor triangular es simétrico con respecto al eje vertical y con ángulo  $\alpha$  en el vértice, el valor de la ecuación  $x=f(y)$  se transforma en  $x=y \tan \alpha/2$ .



**Figura 10.8**

La ecuación general del gasto se transforma en:

$$Q = 2 \sqrt{2g} \mu \tan \frac{\alpha}{2} \int_0^h (h - y)^{1/2} y dy$$

Integrando por el método de sustitución de una variable, haciendo  $z=h-y$ , entonces  $y=h-z$  y  $dy=-dz$ ; tenemos que:

$$Q = 2\sqrt{2g}\mu \tan \frac{\alpha}{2} \int_h^0 z^{1/2}(h-z)(-dz)$$

$$Q = -2\sqrt{2g}\mu \tan \frac{\alpha}{2} \int_h^0 (hz^{1/2} - z^{3/2}) dz$$

$$Q = -2\sqrt{2g}\mu \tan \frac{\alpha}{2} \left[ \frac{2hz^{3/2}}{3} - \frac{2z^{5/2}}{5} \right]_h^0$$

$$Q = -2\sqrt{2g}\mu \tan \frac{\alpha}{2} \left[ \frac{2h(h-y)^{3/2}}{3} - \frac{2(h-y)^{5/2}}{5} \right]_h^0$$

$$Q = \frac{8}{15}\sqrt{2g}\mu \tan \frac{\alpha}{2} \mu h^{5/2} \dots\dots\dots(8)$$

o bien:

$$Q = Ch^{5/2} \dots\dots\dots(9)$$

donde  $C$  depende de  $\alpha$ ,  $\mu$  y  $g$ .

En la tabla 10.2 se presentan las fórmulas experimentales más conocidas para calcular  $\mu$  ó  $C$  de las ecuaciones (8) y (9) válidas para diferentes ángulos en el vértice.

### ***MATERIAL Y EQUIPO***

- Flexómetro
- Cronómetro
- Probeta Graduada
- Limnómetro
- Compuerta
- Vertedor Rectangular
- Vertedor Triangular
- Micromolinete
- Canal Hidráulico

### ***DESARROLLO***

Coloque los dispositivos en el canal de tal manera que la posición del anterior no influya en las condiciones establecidas para cada uno de ellos. Es decir, que tengan bien definidas las características para poder calcular el gasto en cada uno de ellos.

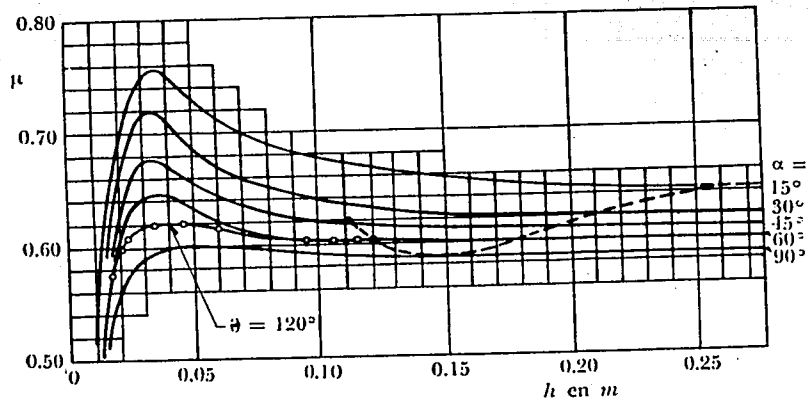
Mida todo lo que considere necesario para poder resolver cada una de las ecuaciones de los dispositivos.

**TABLA 10.1:** Fórmulas experimentales para determinar el coeficiente de gasto  $\mu$  aplicable a la ecuación (5) para vertedores rectangulares con contracciones laterales o sin ellas. En el caso de vertedores sin contracciones laterales haga  $b=B$ , en las fórmulas.

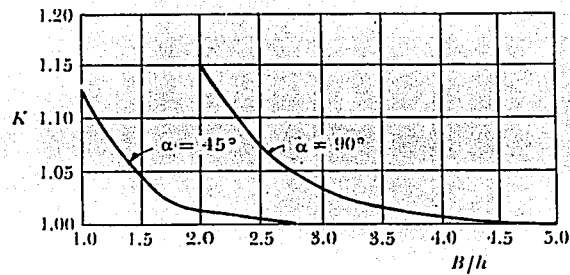
Autor	Fórmula	Límites de aplicación	Observaciones
Hegly	$\mu = \left[ 0.6075 - 0.045 \left( \frac{B-b}{B} \right) + \frac{0.0041}{h} \right] \left[ 1 + 0.55 \left( \frac{b}{B} \right)^2 \left( \frac{h}{h+w} \right)^2 \right]$	<p>0.10 m <math>\leq</math> h <math>\leq</math> 0.60 m                      0.50 m <math>\leq</math> h <math>\leq</math> 2.00 m                      0.20 m <math>\leq</math> w <math>\leq</math> 1.13</p>	<p>El primer límite de aplicación es el más importante. Para h/b &gt; 0.13 tiene mayor precisión que la fórmula SIAS.</p>
Sociedad de Ingenieros y Arquitectos Suizos (SIAS)	$\mu = \left[ 0.578 + 0.037 \left( \frac{b}{B} \right)^2 + \frac{3.615 - 3 \left( \frac{b}{B} \right)^2}{1000h + 1.6} \right] \left[ 1 + 0.5 \left( \frac{b}{B} \right)^4 \left( \frac{h}{h+w} \right)^2 \right]$	<p>0.025 m <math>\leq</math> h <math>\leq</math> 0.80 m                      b <math>\leq</math> 0.3 B                      w <math>\geq</math> 0.30 m                      h/w <math>\leq</math> 1                      en el caso de contracciones laterales</p>	<p>Para vertedores sin contracciones laterales los límites son:                      0.025 m <math>\leq</math> h <math>\leq</math> 0.80 m                      0.300 m <math>\leq</math> w                      h/w <math>\leq</math> 1                      Para h/b <math>\leq</math> 0.13, es más precisa que la de Hegly.</p>
Hamilton-Smith	$\mu = 0.616 \left( 1 - \frac{b}{10B} \right)$	<p>0.075 m <math>\leq</math> h <math>\leq</math> 0.60 m                      0.300 m <math>\leq</math> b                      0.300 m <math>\leq</math> w                      h <math>\leq</math> w/2                      h <math>\leq</math> (B-2h)                      h/b <math>\leq</math> 0.5</p>	<p>Si B(h+w) &lt; 10 bh, se deberá reemplazar en la Ec. (5) el valor de h por h', donde h' = h + 1.4(V<sub>0</sub><sup>2</sup>/2g) donde:  <math display="block">V_0 = \frac{Q}{B(h+w)}</math>                     es la velocidad de llegada.</p>
Francis	$\mu = 0.623 \left[ 1 - 0.1n \frac{h}{b} \right] \left[ \left( 1 + \frac{V_0^2}{2gh} \right)^{\frac{3}{2}} - \left( \frac{V_0^2}{2gh} \right)^{\frac{3}{2}} \right]$	<p>0.18 m <math>\leq</math> h <math>\leq</math> 0.50 m                      2.40 m <math>\leq</math> h <math>\leq</math> 3.00 m                      0.60 m <math>\leq</math> w <math>\leq</math> 1.50 m                      b <math>\geq</math> 3h</p>	<p><math display="block">V_0 = \frac{Q}{B(h+w)}</math>                      velocidad de llegada                      n=2 en vertedores con contracciones laterales                      n=0 en vertedores sin contracciones laterales</p>
Rehbock	$\mu = \left[ 0.6035 + 0.0813 \left( \frac{h + 0.0011}{w} \right) \right] \left[ 1 + \frac{0.0011}{h} \right]^{\frac{3}{2}}$	<p>0.01 m <math>\leq</math> h <math>\leq</math> 0.80 m                      b <math>\geq</math> 0.30 m                      w <math>\geq</math> 0.60 m                      h/w <math>\leq</math> 1</p>	<p>Vale sólo para vertedores sin contracciones laterales. Es muy precisa y de las más utilizadas por su sencillez.</p>

**TABLA 10.2:** Fórmulas experimentales para determinar los coeficientes de gasto  $\mu$  o  $C$  aplicables a las Ecs. (8) o (9) para vertedores triangulares con diferentes ángulos  $\alpha$  en el vértice,  $B$  representa el ancho del canal de llegada y  $w$  el desnivel entre el vértice del vertedor y el fondo de dicho canal. En cualquier caso, las fórmulas se expresan en el sistema MKS.

Autor	Fórmula	Límites de aplicación	Observaciones
Universidad Católica de Chile	$C = \frac{8}{15} \left[ 2g \tan\left(\frac{\alpha}{2}\right) \mu K \right]$	Vale para $15^\circ \leq \alpha \leq 120^\circ$ La profundidad $w$ no tiene influencia en el coeficiente de gasto.	$\mu$ , coeficiente experimental que depende de $h$ y $\alpha$ según la figura 10.9. $K$ es otro coeficiente que depende de $B/h$ según la figura 10.10 y vale 1 si $B/h \geq 5$ para $\alpha=90^\circ$ y si $B/h \geq 2.75$ para $\alpha=45^\circ$ .
Gourley y Crinp	$C = \frac{1.32 \tan\left(\frac{\alpha}{2}\right)}{h^{0.03}}$	Vale para ángulos $\alpha$ de $45^\circ$ , $60^\circ$ y $90^\circ$ y para profundidades $w$ grandes.	Esta fórmula, sustituida en la Ec. (9), conduce a la ecuación: $Q = 1.32 \tan(\alpha/2) h^{2.97}$
Hegly	$\mu = \left[ 0.5812 + \frac{0.00375}{h} \right] \left\{ 1 + \left[ \frac{h^2}{B(h+w)} \right]^2 \right\}$	Vale para $\alpha=90^\circ$ $0.10 \text{ m} \leq h \leq 0.50 \text{ m}$ y profundidades $w$ pequeñas	Es de las fórmulas más precisas para vertedores con ángulo en el vértice $\alpha=90^\circ$ .
Barr	$\mu = 0.565 + \frac{0.0087}{h^{0.5}}$	Vale para $\alpha=90^\circ$ con cargas $0.05 \text{ m} \leq h \leq 0.25 \text{ m}$ $w \geq 3h$ $B \geq 8h$	El valor medio $\mu=0.593$ que resulta de esta fórmula corresponde bastante al resultado de Thompson y que sustituida en la Ec. (8), conduce a la ecuación $Q=1.42 h^{5/2}$
Koch-Yarnall	$\mu=0.58$	Vale para $\alpha=90^\circ$ con cargas muy grandes $w \geq 3h$ $B \geq 8h$	No se limita con precisión el rango de validez.
Heyndrickx	$\mu = \left[ 0.5775 + 0.214h^{1.85} \right] \left\{ 1 + \left[ \frac{h^2}{B(h+w)} \right]^2 \right\}$	Vale para $\alpha=60^\circ$ y cargas normales	Es bastante precisa



**Figura 10.9:** Coeficiente de gasto  $\mu$  de vertederos triangulares en la fórmula de la Universidad Católica de Chile.



**Figura 10.10:** Valores de  $k$  en la fórmula de la Universidad Católica de Chile para Vertederos triangulares.

## ***CONCLUSIONES***

No se puede concebir el estar en una época caracterizada por importantes logros científicos y tecnológicos sin contar con individuos que posean una educación que incluya aspectos experimentales apegados a una realidad apoyada en dichos avances, pues esto permitiría atender con mayor eficacia los problemas que enfrentan los sectores industrial, tecnológicos, científico y educativo.

En la Ingeniería Civil, y en especial en las pruebas de Laboratorio, es fundamental obtener datos confiables para la determinación de cualquier fenómeno que se presente.

El interés en desarrollar este trabajo, es el de establecer diferentes procedimientos de solución en cada aparato, obtener varios resultados, compararlos y seleccionar el que nos de la seguridad de que nuestra prueba se resolverá satisfactoriamente.

Esta Tesis, no sólo propone la adecuación de las Prácticas del Laboratorio de Hidráulica de Tuberías, sino que además trata de que se comprendan con más claridad las propiedades de los líquidos: incluyendo para ello, de una forma general, análisis de solución, gráficas, tablas y fórmulas necesarias para resolver cualquier tipo de problema hidráulico.

Asimismo, presento el análisis de algunos aparatos existentes en el Laboratorio y los principios básicos para trabajar con cualquier otro dispositivo que se pueda elaborar.



## BIBLIOGRAFÍA

- CASTRO Flores, Roberto A., Apuntes de Mecánica de Fluidos, Facultad de Ingeniería, 1985, pp. 277.
- ROBERTSON J.A., Crowe C.T., Mecánica de Fluidos, Ed. Interamericana, 1980, pp. 470.
- MATAIX, Claudia, Mecánica de Fluidos y Máquinas Hidráulicas, Ed. Harla, 1982, pp. 660.
- SOTELO Avila, Gilberto, Hidráulica General, Ed. Limusa, 1998, pp. 561.
- WEBBER, M. B., Mecánica de Fluidos para Ingenieros, Ed. Urmo, 1969, pp. 370.