



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE  
MÉXICO

FACULTAD DE CIENCIAS

**VIOLACIÓN DE CP: LOS PARÁMETROS  
BÁSICOS**

**T E S I S**  
QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:  
**F Í S I C A**  
P R E S E N T A:  
ERIKA LORENA ALVAREZ RAMÍREZ

DIRECTOR DE TESIS:  
DR. FERNANDO MATÍAS MORENO YNTRIAGO

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO  
FACULTAD DE CIENCIAS  
SECRETARÍA GENERAL

**TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN**





Universidad Nacional  
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

**Biblioteca Central**



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.



UNIVERSIDAD NACIONAL  
DE MAR DEL PLATA

**M. EN C. ELENA DE OTEYZA DE OTEYZA**  
Jefa de la División de Estudios Profesionales de la  
Facultad de Ciencias  
Presente

Comunicamos a usted que hemos revisado el trabajo escrito:

Violación de CP: los parámetros básicos

realizado por Erika Lorena Alvarez Ramirez

con número de cuenta 9355145-6 , quién cubrió los créditos de la carrera de Física

Dicho trabajo cuenta con nuestro voto aprobatorio.

Atentamente

Director de Tesis  
Propietario

Dr. Matías Moreno Yntriago

Propietario

Dr. Alejandro Ayala Mercado

Propietario

Dr. Alfonso Mondragón Ballesteros

Suplente

Dr. Gerardo Carmona Ruiz

Suplente

Dr. Manuel Torres Labansat

*Manuel Torres*  
*A. Mondragón B.*  
*Manuel Torres*

Consejo Departamental de Física



*Patricia Goldstein*  
Dra. Patricia Goldstein Méndez  
Facultad de Ciencias  
Consejo de Física

## AGRADECIMIENTOS

Dedico esta tesis a mi familia y a todos mis amigos y espero que sea de alguna utilidad para los estudiantes de partículas.

Agradezco a todos mis profesores de la Facultad de Ciencias y a los del Posgrado en Ciencias Físicas por dar lo mejor de si en cada clase.

En especial, agradezco al Dr. Matías Moreno Yntriago, mi asesor, por haberme iniciado en el tema de partículas y por su amistad y al Dr. Alfonso Mondragón Ballesteros por transmitir a los estudiantes sus conocimientos y por su paciencia.

A todos los particulares: Alejandro Ayala, Juan Carlos De Olivo, Alfonso Rosado, Luis Cabral, Jaime Besprosvany, Antonio Garcia Zenteno, Manuel Torres, Miriam Mondragón, Martí Ruiz y los anteriormente mencionados Matías Moreno y Alfonso Mondragón por su amistad, camaradería y enseñanza.

A los que no son del área pero que me dejaron mucho. Gerardo Carmona, Luis Quintanar, a los cuales agradezco su amistad, Miguel Angel Herrera, Cardenas, Arturo Olvera y muchos mas.

A mis amigos de la facultad, Carmen Marín, Braulio Gutierrez, José Antonio Pérez, Luis Castañeda, Catalina Espinoza, Tania Rivera, Julio Ramírez, por haberme brindado su amistad, así como a mis compañeras de pensión y de departamento, Rosario Esparza, Rocío Valderrama y Paola Castro

A mis amigos del posgrado y del Instituto, primeramente Benjamín Morales, que junto con Javier González me echaron mucho la mano en la cuestión de la computación (muchas gracias), a Ezequiel Rodríguez que me dió muchos consejos y es mi amigo, a Eduardo y Félix, Enrique Guzmán y Enrique Moreno, Ana, Araceli, Lety, Gaby y todos los demás.

También agradezco a las secretarias por haberme ayudado siempre, Lizzeth, María Luisa y Marta, y también a Mary, Maru y la otra Marta.

Por último agradezco a la OFUNAM por los ratos de placer que me ha dado, y a la UNAM en general con sus árboles, bibliotecas y la beca DGEP de posgrado.

# Índice General

Resumen	2
Introducción	3
<b>1 Simetrías discretas</b>	<b>5</b>
1.1 Carga, paridad y tiempo	5
1.1.1 Paridad	5
1.1.2 Carga	10
1.1.3 Tiempo	12
1.2 Experimentos que muestran violación de C, P y CP	15
1.2.1 Violación de paridad y carga	15
1.2.2 Violación de carga-paridad	16
<b>2 Modelo estándar</b>	<b>21</b>
2.1 El lagrangiano electrodébil de quarks y leptones	22
2.1.1 Los términos cinéticos y de interacción	23
2.2 Mecanismo de Higgs	27
2.2.1 La matriz CKM	32
<b>3 Violación de CP en mesones</b>	<b>41</b>
3.1 Violación de CP en kaones	41
3.1.1 Los estados $K_L$ y $K_S$	41
3.1.2 El parámetro de violación de CP indirecta $\bar{\epsilon}$	45
3.1.3 El parámetro de violación de CP directa $\epsilon'$	48
3.1.4 Oscilación de los kaones	51
3.2 Violación de CP en los mesones B	53
3.2.1 Diagrama de caja del B	53

# ÍNDICE GENERAL

2

3.2.2	Oscilación en los B's	54
3.3	Parámetros del triángulo	57
3.3.1	$\beta$	58
3.3.2	$\alpha$	60
3.3.3	$\gamma$	63
3.4	Violación de T	65
<b>Conclusiones</b>		<b>65</b>
A	<b>Violación de C, P y CP en el modelo estándar</b>	<b>67</b>
A.1	Violación de paridad	67
A.2	Violación de carga	68
A.3	Violación de carga-paridad	69
A.4	Violación de T	70

# Resumen

Este trabajo da una panorámica de como es la física de las partículas elementales con respecto a las transformaciones discretas de conjugación de carga, reflexión espacial o paridad, e inversión del tiempo. El primer capítulo define estas transformaciones en el marco del electromagnetismo y la mecánica cuántica relativista, y se muestra que estas transformaciones son una simetría de estas teorías. Al final de este capítulo se revisan algunos experimentos donde se ha hallado que estas transformaciones no son más una simetría de la naturaleza, pues las llamadas interacciones débiles, las cuales describen, por ejemplo, el decaimiento beta nuclear, distingue la física ante estas transformaciones. El segundo capítulo es una revisión del modelo que describe la interacción electromagnética y débil entre las partículas elementales, que es el modelo estándar electrodébil de Glashow, Salam y Weinberg, aquí se discute la matriz de Cabibbo-Kobayashi-Maskawa que es la responsable en este modelo de que sea posible tener una violación de la simetría de carga-paridad, mientras que el modelo está construido de tal forma que intrínsecamente viola las simetrías de carga y paridad por separado, como se observa en los experimentos. El tercer capítulo muestra la violación de carga-paridad en los decaimientos débiles de los kaones y los mesones  $B$ , y los parámetros que miden dicha violación así como los valores recientes de éstos. Con esto se describe el status actual de la violación de  $CP$  en el marco del modelo estándar.

# Introducción

Las transformaciones discretas de conjugación de carga, paridad e inversión del tiempo, que consisten cada una en describir al sistema transformado con la antipartícula, los ejes espaciales invertidos y el sentido del tiempo invertido, respectivamente, se esperaba que fueran una simetría de la física de las partículas elementales, sin embargo, algunos experimentos muestran una asimetría respecto a estas transformaciones. Como la teoría de partículas elementales trabaja en el límite en el que la cantidad de estas es pequeña como para poder hablar de los ensambles de la mecánica estadística, no tenemos el concepto de entropía y por tanto la forma de distinguir la flecha del tiempo, por lo que fué una sorpresa el hecho de encontrar interacciones a estas escalas que violaran  $CP$ , y por tanto, la simetría de inversión en el tiempo, pues existe un teorema que dice que la acción de carga-paridad-tiempo,  $CPT$ , deja invariante la teoría. Estas interacciones que violan por separado, las simetrías de conjugación de carga, paridad, carga-paridad, y tiempo, son las interacciones débiles, y fué en 1957 cuando se llevó a cabo un experimento donde se mostró la violación de paridad explícitamente mediante un decaimiento beta del cobalto. Así mismo, en 1964 se observó en otro experimento de decaimiento de kaones neutros a piones, la primera señal de violación de carga-paridad.



# Capítulo 1

## Simetrías discretas

Este capítulo es una revisión de las tres simetrías discretas, conjugación de carga, paridad e inversión en el tiempo, en partículas de espín  $\frac{1}{2}$  dentro de la mecánica cuántica relativista, y en las ecuaciones de Maxwell. Una de las consecuencias de que estas teorías satisfacen la relatividad especial y el principio de localidad, es la invariancia de las ecuaciones de movimiento ante CPT, y lo que mostraremos es que estas teorías son invariantes ante transformaciones de C, P y T por separado. Existen, sin embargo, interacciones que serán el objeto de estudio de el siguiente capítulo y que son las interacciones débiles, donde sí se presenta violación de estas simetrías, y en este capítulo se mencionarán algunos de los experimentos donde se muestra ésto explícitamente.

### 1.1 Carga, paridad y tiempo

#### 1.1.1 Paridad

##### Paridad en mecánica cuántica

Dado un estado  $|\alpha\rangle$ , considere el estado del espacio invertido, el cual suponemos que se obtiene al aplicar un operador unitario  $\hat{P}$  conocido como el operador paridad, al estado inicial [1]. Pedimos que el valor esperado de  $x$ , tomado respecto al estado del espacio invertido, tenga el signo opuesto al valor esperado de  $x$  respecto al estado original:

$$\langle \alpha | \hat{P}^\dagger \hat{x} \hat{P} | \alpha \rangle = - \langle \alpha | \hat{x} | \alpha \rangle$$

esto se cumple si

$$\hat{P}^\dagger \hat{x} \hat{P} = -\hat{x},$$

que implica

$$\hat{x}\hat{p} = -\hat{p}\hat{x}, \quad (1.1)$$

es decir,  $\hat{x}$  y  $\hat{p}$  anticonmutan.

Tomando ahora los eigenestados de posición, lo que estamos diciendo es que

$$\hat{p} |x'\rangle = e^{i\delta} | -x'\rangle, \quad (1.2)$$

esto es porque, debido a (1.1):

$$\hat{x}\hat{p} |x'\rangle = -\hat{p}\hat{x} |x'\rangle = (-x')\hat{p} |x'\rangle,$$

es decir  $\hat{p} |x'\rangle$  es un eigenestado de  $\hat{x}$  con eigenvalor  $-x'$  por lo tanto, debe ser proporcional al estado  $| -x'\rangle$ . Como al aplicar de nueva cuenta  $\hat{p}$  al estado del espacio invertido, debemos regresar al estado original, por la ec (1.2), tenemos que  $e^{i\delta} = \pm 1$ .

Encontremos ahora las propiedades de las funciones de onda. La función de onda de un estado de una partícula  $|\alpha\rangle$  en mecánica cuántica está dada por

$$\psi(x') = \langle x' | \alpha \rangle,$$

y la función de onda del estado invertido  $P|\alpha\rangle$  está dada por

$$\langle x' | \hat{p} | \alpha \rangle = \langle -x' | \alpha \rangle = \psi(-x'), \quad (1.3)$$

tomemos  $|\alpha\rangle$  como eigenestado de paridad, entonces

$$\hat{p} | \alpha \rangle = \pm | \alpha \rangle$$

por lo tanto

$$\langle x' | \hat{p} | \alpha \rangle = \pm \langle x' | \alpha \rangle$$

y de la ec (1.3) obtenemos que

$$\psi_{\pm}(-x') = \pm \psi_{\pm}(x')$$

y se les conoce como estados de paridad par (+) y de paridad impar (-).

## Paridad en la teoría electromagnética

Ahora veamos como actúa el operador Paridad en la teoría electromagnética de Maxwell y en la mecánica cuántica relativista. La teoría electromagnética describe los campos eléctrico y magnético mediante las ecuaciones de Maxwell, mientras que la mecánica cuántica relativista describe a partículas de espín 1/2 con la ecuación de Dirac. Estas dos teorías son base para la llamada electrodinámica cuántica donde las funciones de onda juegan el papel de operadores y donde los campos electromagnéticos describen a partículas llamadas fotones que interactúan con los campos fermiónicos de Dirac.

Hecha esta breve introducción, veamos las ecuaciones de Maxwell y las definiciones de los campos en términos de los potenciales:

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \rho, \quad \nabla \cdot \mathbf{B} = 0, \quad \nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \quad \nabla \times \mathbf{B} = \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \quad (1.4)$$

$$\mathbf{E} = -\nabla\phi - \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t}, \quad \mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}. \quad (1.5)$$

Ante paridad, las cantidades relevantes se transforman por

$$\mathbf{x} \rightarrow -\mathbf{x}, \quad t \rightarrow t, \quad \rho \rightarrow \rho, \quad \mathbf{J} \rightarrow -\mathbf{J}, \quad \mathbf{E} \rightarrow -\mathbf{E}, \quad \mathbf{B} \rightarrow \mathbf{B}$$

$$\mathbf{A} \rightarrow -\mathbf{A}, \quad \phi \rightarrow \phi.$$

esto es porque ante paridad un cuadrivector  $x^\mu = (t, \mathbf{x})$  se transforma como  $x'^\mu = (t, -\mathbf{x})$ , pues la paridad sólo refleja las coordenadas espaciales. y por ello,  $\rho$  y  $\phi$  que son las componentes temporales de los cuadrivectores  $J^\mu$  y  $A^\mu$ , respectivamente, no cambian de signo mientras que las componentes espaciales  $\mathbf{J}$  y  $\mathbf{A}$  sí lo hacen. Por otro lado los campos eléctrico y magnético son parte de un tensor, pero de su definición uno obtiene que sólo el campo eléctrico cambia signo. Físicamente se puede llegar al mismo resultado viendo que ante paridad, la densidad de carga  $\rho$  no cambia, y siendo  $\mathbf{J} \sim \rho \mathbf{v}$ , al cambiar la dirección de  $\mathbf{v}$ , cambia el signo de  $\mathbf{J}$ , y como  $\phi$  y  $\mathbf{A}$  se pueden escribir en términos de  $\rho$  y  $\mathbf{J}$ , se siguen sus signos y de ahí el como se transforman los campos eléctrico y magnético. Al final, se tiene que las ecuaciones de Maxwell son invariantes ante paridad.

## Paridad en mecánica cuántica relativista

Ahora veamos las propiedades del operador paridad sobre los espinores de Dirac [2]. La ecuación de Dirac es una ecuación relativista que describe partículas de espín  $\frac{1}{2}$  que están representadas por funciones de onda de 4 componentes llamadas espinores. El exigir una ecuación relativista es lo que lleva a que los espinores sean de 4 componentes y a que la ecuación de Dirac esté escrita en términos de matrices de  $4 \times 4$ . En su representación más simple, sin interacciones, la ecuación de Dirac se escribe como

$$(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\psi(x) = 0,$$

donde las matrices  $\gamma^\mu$  son matrices de  $4 \times 4$  y que en la representación estándar están dadas por

$$\gamma^0 = \begin{pmatrix} \bar{1} & \bar{0} \\ \bar{0} & -\bar{1} \end{pmatrix} \quad \gamma^i = \begin{pmatrix} \bar{0} & \sigma^i \\ -\sigma^i & \bar{0} \end{pmatrix}.$$

con  $\sigma^i$ ,  $i = 1, 2, 3$ , las matrices de Pauli. Entonces, dada una transformación de coordenadas  $x'^\mu = a^\mu_\nu x^\nu$ , los espinores de Dirac se transforman como

$$\psi'(x') = S(a)\psi(x),$$

donde  $S(a)$  es una matriz de  $4 \times 4$  que, para cumplir covariancia de la ecuación de Dirac, es tal que

$$a^\mu_\nu \gamma^\nu = S(a)^{-1} \gamma^\mu S(a).$$

Para una reflexión espacial,

$$a^\mu_\nu = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} = g^{\mu\nu},$$

por lo que

$$g^{\mu\nu} \gamma^\nu = P(g)^{-1} \gamma^\mu P(g),$$

es decir

$$P\gamma^0 - \gamma^0 P = 0 \quad P\gamma^i + \gamma^i P = 0,$$

y de la propiedad de anticonmutación de las matrices gama,  $\{\gamma^\mu, \gamma^\nu\} = 2g^{\mu\nu}$ , tenemos que

$$P = e^{i\beta} \gamma^0$$

donde de nueva cuenta, si queremos el mismo espinor al aplicar dos veces el operador paridad,  $e^{i\beta} = \pm 1$ . Hay que notar que  $P = \gamma^0$ , es independiente de la convención de las gamas, al cumplirse las propiedades de anticonmutación de éstas.

En la parametrización estándar, la  $\gamma^0$  frente al espinor nos dice que si una partícula tiene una paridad dada, la antipartícula tendrá la paridad opuesta. Por ejemplo, si escogemos  $e^{i\beta} = 1$ , entonces

$$\psi(-x) = \gamma^0 \psi(x) = \begin{pmatrix} \bar{1} & \bar{0} \\ \bar{0} & -\bar{1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \phi \\ \chi \end{pmatrix} e^{-i p \cdot x} = \begin{pmatrix} \phi \\ -\chi \end{pmatrix} e^{-i E t + i(-\vec{p}) \cdot (-\vec{x})}$$

donde  $\phi$  y  $\chi$  son espinores de 2 componentes, y se dice que las partículas y antipartículas tienen "paridades intrínsecas" opuestas. Esto de las paridades intrínsecas va a ser importante cuando veamos las diferencias al aplicar las transformaciones de C, P y T en distinto orden.

La paridad no cambia el espín de la partícula pero sí su cantidad de movimiento, invirtiendo así su helicidad. Explícitamente se puede mostrar esto con la ayuda de los operadores de proyección

$$\Lambda_{\pm}(p) = \frac{\epsilon_{\pm} \gamma^{\mu} p_{\mu} + m}{2m} \quad \text{y} \quad \Sigma(s) = \frac{1 + \gamma^5 \gamma^{\mu} s_{\mu}}{2}$$

de energía y espín respectivamente, donde  $\epsilon_{+} = 1$  y  $\epsilon_{-} = -1$ , indican energía positiva y negativa, respectivamente, y cuya función es la de proyectar un espinor general en sus componentes de energía positiva y negativa, y en sus componentes de espín hacia arriba y hacia abajo en  $\hat{s}$ . Entonces

$$\begin{aligned} \Lambda_{\pm}(p) : \quad \psi(-\vec{x}) &= \gamma^0 \psi(\vec{x}) = \gamma^0 \frac{\epsilon_{\pm} \gamma^{\mu} p_{\mu} + m}{2m} \psi(\vec{x}) = \gamma^0 \frac{\epsilon_{\pm} (\gamma^0 p^0 - \gamma^i p^i) + m}{2m} \psi(\vec{x}) = \\ &= \frac{\epsilon_{\pm} (\gamma^0 p_0 + \gamma^i p^i) + m}{2m} \gamma^0 \psi(\vec{x}) = \frac{\epsilon_{\pm} \gamma^{\mu} p'_{\mu} + m}{2} \psi(-\vec{x}) \end{aligned}$$

con  $p^{\mu} = (E, \vec{p})$  y  $p'^{\mu} = (E, -\vec{p})$

$$\begin{aligned}\Sigma(s) : \psi(-\bar{x}) &= \gamma^0 \psi(\bar{x}) = \gamma^0 \frac{1 + \gamma^5 \gamma^\mu s_\mu}{2} \psi(\bar{x}) = \gamma^0 \frac{1 + \gamma^5 (\gamma^0 s^0 - \gamma^i s^i)}{2} \psi(\bar{x}) = \\ &= \frac{1 + \gamma^5 (-\gamma^0 s^0 - \gamma^i s^i)}{2} \gamma^0 \psi(\bar{x}) = \frac{1 + \gamma^5 \gamma^\mu s'_\mu}{2} \psi(-\bar{x})\end{aligned}$$

con  $s^\mu = (s_0, \vec{s})$  y  $s'^\mu = (-s_0, \vec{s})$ .

Esto muestra que una solución con una energía dada, ante paridad, sigue con esa energía.

### 1.1.2 Carga

La siguiente simetría es la simetría de carga, que es aquella transformación que lleva a la ecuación que describe a una partícula dada, a una ecuación que describe a la partícula con carga opuesta, y que nos conduce a interpretar las soluciones de una partícula de energía negativa de la ecuación de Dirac, como las soluciones de energía positiva de su antipartícula.

#### Conjugación de carga en la teoría electromagnética

De nueva cuenta se tiene una invariancia en las ecuaciones (1.4) y (1.5), al transformarse las cantidades pertinentes por

$$\bar{x} \rightarrow \bar{x}, \quad t \rightarrow t, \quad \rho \rightarrow -\rho, \quad \mathbf{J} \rightarrow -\mathbf{J}, \quad \mathbf{E} \rightarrow -\mathbf{E}, \quad \mathbf{B} \rightarrow -\mathbf{B},$$

$$\bar{A} \rightarrow -\bar{A}, \quad \phi \rightarrow -\phi$$

esto se sigue de que al cambiar las cargas de las fuentes, las coordenadas  $t$  y  $\bar{x}$  no cambian, pero el cuadrivector  $J^\mu$  y consecuentemente el cuadrivector  $A^\mu$  sí lo hacen, y por su definición en términos de los campos escalar y vectorial, los campos eléctrico y magnético cambian de signo

#### Conjugación de carga en mecánica cuántica relativista

Considere la ecuación de Dirac que describe una partícula en interacción mínima con un campo electromagnético

$$(i\gamma^\mu \partial_\mu - e\gamma^\mu A_\mu - m)\psi = 0 \quad (1.6)$$

la ecuación que describiría a la antipartícula bajo el mismo potencial es

$$(i\gamma^\mu \partial_\mu + e\gamma^\mu A_\mu - m)\psi_c = 0; \quad (1.7)$$

podemos transformar (1.6) en (1.7), conjugando la primera, obteniendo la ecuación

$$(i\gamma^{\mu*} \partial_\mu + e\gamma^{\mu*} A_\mu + m)\psi^* = 0,$$

para tener el signo relativo de la masa  $m$  de (1.7), multiplicamos por  $C$  a la izquierda:

$$((i\partial_\mu + eA_\mu)C\gamma^{\mu*}C^{-1} + m)C\psi^* = 0$$

y pedimos

$$C\gamma^{\mu*}C^{-1} = -\gamma^\mu$$

es decir, en la representación estándar de las gamas,

$$C\gamma^\mu + \gamma^\mu C = 0, \quad \mu = 0, 1, 3; \quad C\gamma^2 - \gamma^2 C = 0$$

de lo que se obtiene que  $C = i\gamma^2$ . Esta elección para la fase es para que al aplicar dos veces la transformación, la partícula quede igual

$$(\psi_c)_c = i\gamma^2(i\gamma^2\psi^*)^* = i\gamma^2(-i)(-\gamma^2)\psi = \psi.$$

Explícitamente, la función de onda  $\psi_c$  queda como

$$\begin{aligned} \psi_c &= i\gamma^2\psi^* = i \begin{pmatrix} \bar{0} & \sigma^2 \\ -\sigma^2 & \bar{0} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \phi \\ \chi \end{pmatrix} e^{iP \cdot x} = \\ &= i \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & i & 0 \\ 0 & i & 0 & 0 \\ -i & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \\ \chi_1 \\ \chi_2 \end{pmatrix} e^{iP \cdot x} = \begin{pmatrix} \chi_2 \\ -\chi_1 \\ -\phi_2 \\ \phi_1 \end{pmatrix} e^{-i[(-\epsilon_2 E)t - \mathbf{P} \cdot \mathbf{x}]} \end{aligned}$$

Esta ecuación lo que nos dice es, por ejemplo, que la solución a una partícula de energía negativa ( $\epsilon_- = -1$ ) y espín hacia arriba ante conjugación de carga es una solución a una partícula de energía positiva y espín hacia abajo. En términos de los operadores de proyección:

$$\begin{aligned}\psi_c &= i\gamma^2 \psi^* = i\gamma^2 \frac{\epsilon_{\pm} \gamma^{\mu} p_{\mu} + m}{2m} \psi^* = i\gamma^2 \frac{\epsilon_{\pm} (\gamma^0 p^0 - \gamma^1 p^1 + \gamma^2 p^2 - \gamma^3 p^3) + m}{2m} \psi^* = \\ &= \frac{\epsilon_{\pm} (-\gamma^{\mu} p_{\mu}) + m}{2m} i\gamma^2 \psi^* = \frac{(-\epsilon_{\pm}) \gamma^{\mu} p_{\mu} + m}{2m} \psi_c\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\psi_c &= i\gamma^2 \psi^* = i\gamma^2 \frac{1 + \gamma^5 \gamma^{\mu} s_{\mu}}{2} \psi^* = i\gamma^2 \frac{1 + \gamma^5 (\gamma^0 s^0 - \gamma^1 s^1 + \gamma^2 s^2 - \gamma^3 s^3)}{2} \psi^* = \\ &= \frac{1 + \gamma^5 \gamma^{\mu} s_{\mu}}{2} i\gamma^2 \psi^* = \frac{1 + \gamma^5 \gamma^{\mu} s_{\mu}}{2} \psi_c,\end{aligned}$$

y vemos que la operación de carga no cambia ni el momento ni el espín de la partícula, por lo que no cambia su helicidad, pero al igual que el operador paridad, cambia la fase de algunas componentes del espinor.

Como la ecuación (1.6) es una ecuación que acopla un bosón y un fermión, debemos hablar entonces del operador de conjugación de carga completo, el cual, al ser aplicado al campo electromagnético  $A^{\mu}$ , cambia el signo de sus entradas temporal y espaciales, como dijimos ya en la sección de la transformación de carga de las ecuaciones de Maxwell,

$$C \cdot A^{\mu} \rightarrow -A^{\mu}$$

y la ecuación de Dirac con acoplamiento queda así invariante.

### 1.1.3 Tiempo

#### Inversión en el tiempo en la teoría electromagnética

De nuevo, las ecuaciones de Maxwell quedan invariantes al cambiar los campos, las coordenadas y las corrientes por

$$\vec{r} \rightarrow \vec{r}, \quad t \rightarrow -t, \quad \rho \rightarrow \rho, \quad \vec{J} \rightarrow -\vec{J}, \quad \vec{E} \rightarrow \vec{E}, \quad \vec{B} \rightarrow -\vec{B}$$

$$\vec{A} \rightarrow -\vec{A}, \quad \phi \rightarrow \phi,$$

esto es porque ante una inversión temporal, las coordenadas espaciales de  $x^{\mu}$  no se ven afectadas, ni la carga de las fuentes, quedando  $\rho$  y  $\phi$  invariantes. sin embargo, la corriente



$\bar{J}$ , al tener el flujo de partículas en la dirección inversa, cambia de signo, sienda ésta la explicación también para el cambio de signo del campo magnético, si nos imaginamos el campo inducido por una espira que lleva corriente eléctrica; sin embargo, el campo eléctrico no cambia de signo, al no cambiar las cargas, y de la definición del campo magnético, se induce que el campo vectorial  $\bar{A}$  cambia de signo.

### Inversión en el tiempo en la mecánica cuántica relativista

En esta sección, como su nombre lo indica, encontraremos el operador de inversión en el tiempo. Comenzando con la ecuación de Dirac

$$i\partial_t\psi(x,t) = H\psi(x,t) = [\alpha \cdot (-i\nabla - e\bar{A}) + \beta m + e\phi] \psi(x,t),$$

si  $\psi'(x,t') = \tau\psi(x,t)$  y  $t' = -t$ , reemplazando en la ecuación original y omitiendo la dependencia espacial:

$$i(-\partial'_t)\tau^{-1}\psi'(t') = H(t)\tau^{-1}\psi'(t')$$

que multiplicada por  $\tau$  a la izquierda queda

$$\partial'_t\tau(-i)\tau^{-1}\psi'(t') = \tau H(t)\tau^{-1}\psi'(t');$$

al comparar esta ecuación con la deseada que es

$$i\partial'_t\psi'(t') = H(t')\psi'(t'),$$

obtenemos  $\tau i\tau^{-1} = -i$  y  $\tau H(t)\tau^{-1} = H(t')$ . Esto nos hace pensar que la acción de  $\tau$  es la composición de aplicar una matriz y tomar el conjugado complejo:

$$\psi'(t') = \tau\psi(t) = T\psi^*(t);$$

para hallar  $T$ , vemos que

$$\begin{aligned} \tau H(t)\tau^{-1} &= T\alpha^*T^{-1}(i\nabla - e\bar{A}) + mT\beta^*T^{-1} + e\phi' = \\ &= T\alpha^*T^{-1}(i\nabla + e\bar{A}) + mT\beta^*T^{-1} + e\phi = \\ &= -T\alpha^*T^{-1}(-i\nabla - e\bar{A}) + mT\beta^*T^{-1} + e\phi = H(t'). \end{aligned}$$

obteniendo las relaciones  $\alpha' = -T\alpha T^{-1}$  y  $\beta = T\beta T^{-1}$ , de lo que se concluye que  $T \sim \gamma^1 \gamma^3$  en la notación estandar, y la fase se escoge como  $T = i\gamma^1 \gamma^3$ . La inversión del tiempo, a diferencia de C y P, no deja a la partícula tal cual cuando se aplica dos veces, sino que la desfasa en  $\pi$

$$\tau(\tau\psi) = i\gamma^1 \gamma^3 (i\gamma^1 \gamma^3 \psi^*)^* = i\gamma^1 \gamma^3 (-i)\gamma^1 \gamma^3 \psi = -\psi,$$

y la transformación se ve

$$\begin{aligned} \psi_r &= i\gamma^1 \gamma^3 \psi^* = i \begin{pmatrix} \bar{0} & \sigma^1 \\ -\sigma^1 & \bar{0} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{0} & \sigma^3 \\ -\sigma^3 & \bar{0} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \phi \\ \chi \end{pmatrix} e^{i p \cdot x} = \\ &= i \begin{pmatrix} -\sigma^1 \sigma^3 & \bar{0} \\ \bar{0} & -\sigma^1 \sigma^3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \phi \\ \chi \end{pmatrix} e^{i p \cdot x} = i^2 \begin{pmatrix} \sigma^2 & \bar{0} \\ \bar{0} & \sigma^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \phi \\ \chi \end{pmatrix} e^{i p \cdot x} = \\ &= \begin{pmatrix} 0 & i & 0 & 0 \\ -i & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & i \\ 0 & 0 & -i & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \\ \chi_1 \\ \chi_2 \end{pmatrix} e^{i p \cdot x} = \begin{pmatrix} i\phi_2 \\ -i\phi_1 \\ i\chi_2 \\ -i\chi_1 \end{pmatrix} e^{-i E(-t) - i \vec{p} \cdot \vec{x}} \end{aligned}$$

Entonces la inversión del tiempo cambia el momento y el espín, como resultado no hay cambio en la helicidad, no cambia la carga y las componentes del espinor se desfasan en  $\pi/2$  y  $-\pi/2$ . Aplicando los operadores de energía y espín, obtenemos lo mismo

$$\begin{aligned} \psi_r &= i\gamma^1 \gamma^3 \psi^* = i\gamma^1 \gamma^3 \frac{\epsilon_{\pm} \gamma^{\mu} p_{\mu} + m}{2m} \psi^* = i\gamma^1 \gamma^3 \frac{\epsilon_{\pm} (\gamma^0 p^0 - \gamma^1 p^1 - \gamma^2 p^2 - \gamma^3 p^3) + m}{2m} \psi^* = \\ &= i\gamma^1 \frac{\epsilon_{\pm} (-\gamma^0 p^0 + \gamma^1 p^1 - \gamma^2 p^2 - \gamma^3 p^3) - m}{2m} \gamma^3 \psi^* = \\ &= \frac{\epsilon_{\pm} (\gamma^0 p^0 + \gamma^1 p^1 + \gamma^2 p^2 + \gamma^3 p^3) + m}{2m} i\gamma^1 \gamma^3 \psi^* = \\ &= \frac{\epsilon_{\pm} (\gamma^0 p^0 + \gamma^1 p^1) + m}{2m} i\gamma^1 \gamma^3 \psi^* = \frac{\epsilon_{\pm} \gamma^{\mu} p'_{\mu} + m}{2m} \psi_r, \end{aligned}$$

con  $p' = (E, -\vec{p})$

$$\psi_r = i\gamma^1 \gamma^3 \psi^* = i\gamma^1 \gamma^3 \frac{1 + \gamma^5 \gamma^{\mu} s_{\mu}}{2} \psi^* =$$

$$= i\gamma^1\gamma^3 \frac{1 + \gamma^5(\gamma^0 s^0 - \gamma^1 s^1 + \gamma^2 s^2 - \gamma^3 s^3)}{2} \psi^* =$$

$$\frac{1 + \gamma^5(\gamma^0 s_0 - \gamma^1 s_1)}{2} i\gamma^1\gamma^3 \psi^* = \frac{1 + \gamma^5\gamma^\mu s'_\mu}{2} \psi^*,$$

con  $s' = (s_0, -\vec{s})$ .

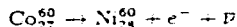
## 1.2 Experimentos que muestran violación de C, P y CP

### 1.2.1 Violación de paridad y carga

En la década de los 50's, Wu y colaboradores estudiaron el decaimiento  $\beta$  [3]

$$n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}$$

en el decaimiento



midiendo la dirección de emisión de los electrones con relación a la orientación de los momentos dipolares magnéticos de los núcleos de  $\text{Co}^{60}$ . Los momentos dipolares magnéticos se alinearon utilizando un campo magnético externo muy intenso y una temperatura muy baja para minimizar el desorden térmico.

El hecho es que al tener los momentos dipolares de los núcleos alineados, antes del decaimiento, se tiene que el momento angular del cobalto es de  $-5$  y después del decaimiento el del níquel es de  $+4$ , teniendo así una transición de Gamow-Teller ( $\Delta J = 1$ ), por lo que, debido a la conservación del momento angular, el electrón y el antineutrino están forzados a salir con su espín paralelo, al tener ambos  $s = 1/2$ . Por conservación del momento lineal, ambas partículas tienen que salir en direcciones opuestas (el núcleo por mucho queda en reposo), y debido a que  $s \cdot p_\mu$  es un invariante, como la masa del neutrino es prácticamente cero, existen sólo dos direcciones de salida de los antineutrinos, en dirección paralela al espín y en la dirección antiparalela y es de esperarse, por la simetría del experimento, encontrar el mismo número de electrones en ambas direcciones (fig 1.1).

Pero lo que hallaron es que hay una dirección preferencial de salida de los electrones que es la opuesta a la de su espín, por lo que el antineutrino a su vez salía alineado al espín, que es el caso de la figura (1.1.b). Como sabemos que los electrones pueden tener

LIBRERIA DE ORIENTACIÓN

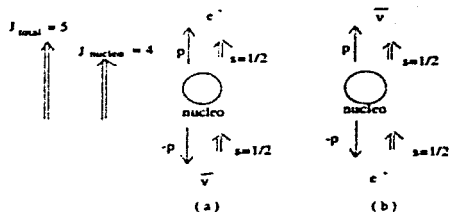


Figura 1.1: experimento de violación de paridad

la proyección de su espín en la dirección tanto positiva como negativa de su momento (o helicidad), entonces el problema lo causan los antineutrinos.

Si hiciéramos una reflexión espacial de las coordenadas, deberíamos tener al antineutrino con su momento opuesto pero con el mismo espín, o sea con helicidad negativa. Como ésto no se observa, concluimos que hay una violación de paridad en la interacción, que siempre tiene un antineutrino derecho y nunca un antineutrino izquierdo. Experimentos posteriores mostraron que también los neutrinos violan paridad, al existir éstos sólo con helicidad negativa o izquierda.

De esta manera, podemos hablar también de una violación de carga, pues al aplicar ésta transformación a un neutrino de helicidad negativa, que está permitido, lo que se obtiene es un antineutrino con helicidad negativa también, el cual no existe, y lo mismo podemos decir cuando aplicamos la conjugación de carga al antineutrino derecho. Sin embargo, las dos operaciones conjugadas están permitidas

$$CP: \quad \bar{\nu}_R \rightarrow \nu_L$$

Se pensaba que CP era una buena simetría, hasta que se estudió el sistema de los kaones neutros, los cuales veremos a continuación.

### 1.2.2 Violación de carga-paridad

En esta sección se describirá, en un modelo de caricatura, la violación de CP en el sistema  $K^0$  y  $\bar{K}^0$  [5]. Al ser bosones y ser uno la antipartícula del otro, los mesones  $K^0$  tienen la misma paridad intrínseca, y por tratarse de partículas pseudoescalares, tienen como eigenvalor de la paridad  $-1$ , esto es, ya que un mesón es una partícula con los números

cuánticos de un estado ligado de un quark y un antiquark, si asignamos una paridad intrínseca de  $+1$  a todos los quarks y por tanto una paridad intrínseca de  $-1$  a sus respectivos antiquarks como se mencionó en la sección (1.1.1), el mesón tiene una paridad intrínseca de  $-1$  [4]. De la relación del comportamiento de la función de onda angular de dos partículas ante paridad,  $PY_{lm} = (-1)^l Y_{lm}$ , y tomando en cuenta la paridad intrínseca, el cambio total está dado por  $(-1)^{l+1}$ ; si la partícula es un singulete,  $l = 0$ , se sigue que

$$P | K^0 \rangle = - | K^0 \rangle \quad \text{y} \quad P | \bar{K}^0 \rangle = - | \bar{K}^0 \rangle,$$

y como por definición

$$C | K^0 \rangle = | \bar{K}^0 \rangle \quad \text{y} \quad C | \bar{K}^0 \rangle = | K^0 \rangle$$

se tiene que

$$CP | K^0 \rangle = - | \bar{K}^0 \rangle \quad \text{y} \quad CP | \bar{K}^0 \rangle = - | K^0 \rangle, \quad (1.8)$$

por lo que  $| K^0 \rangle$  y  $| \bar{K}^0 \rangle$  no son eigenestados de  $CP$ . Podemos, sin embargo, construir combinaciones lineales de éstos que sí lo son:

$$CP(| K^0 \rangle + | \bar{K}^0 \rangle) = -(| K^0 \rangle + | \bar{K}^0 \rangle)$$

y

$$CP(| K^0 \rangle - | \bar{K}^0 \rangle) = (| K^0 \rangle - | \bar{K}^0 \rangle)$$

y vamos a definir a estos eigenestados de  $CP$  como

$$| K_2^0 \rangle = 1/\sqrt{2} (| K^0 \rangle + | \bar{K}^0 \rangle) \quad (1.9)$$

$$| K_1^0 \rangle = 1/\sqrt{2} (| K^0 \rangle - | \bar{K}^0 \rangle). \quad (1.10)$$

Suponiendo la conservación de  $CP$ , se tendría que estas partículas decaerían en sistemas con  $CP = -1$  y  $CP = 1$ , respectivamente; por ejemplo, el  $| K_1^0 \rangle$  puede decaer en 2 piones neutros ya que el producto de las paridades intrínsecas de estos es  $+1$ , y uno es la antipartícula del otro, en cambio, el  $| K_2^0 \rangle$  puede decaer en 3 piones

Esto es, si consideramos el sistema  $|\pi^0, \pi^0\rangle$ , en onda  $S$

$$P | \pi^0, \pi^0 \rangle = | \pi^0, \pi^0 \rangle$$

y

$$CP | \pi^0, \pi^0 \rangle = | \pi^0, \pi^0 \rangle,$$

lo mismo podemos decir del sistema  $| \pi^+, \pi^- \rangle$ 

$$P | \pi^+, \pi^- \rangle = | \pi^-, \pi^+ \rangle$$

y

$$CP | \pi^+, \pi^- \rangle = C | \pi^-, \pi^+ \rangle = | \pi^+, \pi^- \rangle.$$

Experimentalmente se encontró que la vida media del  $| K_1^0 \rangle$  es de  $0.86 \times 10^{-10}$  s, mientras que la del  $| K_2^0 \rangle$  es de  $5 \times 10^{-8}$  s. Esta diferencia de vidas medias se puede entender con el tratamiento que hicieron Gell-Mann y Pais de estos mesones, y que trataremos a continuación.

Mientras un  $K^0$  decae en piones, hay una amplitud de probabilidad de pasar de este estado a un  $\bar{K}^0$  por medio de la interacción débil que trataremos en los capítulos siguientes, y a su vez existe una amplitud de probabilidad de tener el proceso inverso:

$$K^0 \rightleftharpoons \bar{K}^0$$

$$A_3 = \langle \bar{K}^0 | H_W | K^0 \rangle \quad \text{y} \quad A_2 = \langle K^0 | H_W | \bar{K}^0 \rangle \quad (1.11)$$

pero también tenemos las transiciones

$$K^0 \rightleftharpoons K^0 \quad \bar{K}^0 \rightleftharpoons \bar{K}^0$$

$$A_4 = \langle \bar{K}^0 | H_W | \bar{K}^0 \rangle \quad A_1 = \langle K^0 | H_W | K^0 \rangle; \quad (1.12)$$

para ver como están relacionadas estas amplitudes, vamos a usar las simetrías CP y CPT. De las ecuaciones (1.8) tenemos para  $A_4$ :

$$A_4 = \langle \bar{K}^0 | H_W | \bar{K}^0 \rangle \stackrel{CP}{=} \langle K^0 | H_W | K^0 \rangle = A_1,$$

pero, obtenemos el mismo resultado con CPT, ya que la operación de T lo único que hace es invertir el orden de la interacción:

$$A_4 = \langle \bar{K}^0 | H_W | \bar{K}^0 \rangle \stackrel{CPT}{=} \langle K^0 | H_W | K^0 \rangle = A_1,$$

entonces, supondremos que  $A_1$  y  $A_4$  son iguales por CPT.

Ahora veamos lo que dice CP para  $A_3$ :

$$A_3 = \langle \bar{K}^0 | H_W | K^0 \rangle \stackrel{CP}{=} \langle K^0 | H_W | \bar{K}^0 \rangle = A_2$$

y si queremos ver que pasa con CPT:

$$A_3 = \langle \bar{K}^0 | H_W | K^0 \rangle \stackrel{CPT}{=} \langle \bar{K}^0 | H_W | K^0 \rangle = A_3$$

que no nos dá información nueva, por lo que estamos considerando  $A_3 = A_2$  sólo por CP.

Por lo tanto, si no hubiera violación de CP tendríamos

$$A = A_1 = A_4 \quad B = A_2 = A_3,$$

entonces las ecuaciones de Schrödinger que describen al doble sistema están dadas por

$$i\hbar \frac{d}{dt} \langle K^0 | \psi \rangle = E_0 \langle K^0 | \psi \rangle + \langle K^0 | H_W | \bar{K}^0 \rangle \langle \bar{K}^0 | \psi \rangle + \\ + \langle K^0 | W | K^0 \rangle \langle K^0 | \psi \rangle$$

$$i\hbar \frac{d}{dt} \langle \bar{K}^0 | \psi \rangle = E_0 \langle \bar{K}^0 | \psi \rangle + \langle \bar{K}^0 | H_W | K^0 \rangle \langle K^0 | \psi \rangle + \\ + \langle \bar{K}^0 | H_W | \bar{K}^0 \rangle \langle \bar{K}^0 | \psi \rangle.$$

Llamando  $\langle K^0 | \psi \rangle = C_+$  y  $\langle \bar{K}^0 | \psi \rangle = C_-$ , la primera ecuación se ve:

$$i\hbar \frac{d}{dt} C_+ = E_0 C_+ + B C_- + A C_+ \quad (1.13)$$

y la segunda ecuación

$$i\hbar \frac{d}{dt} C_- = E_0 C_- + B C_+ + A C_-, \quad (1.14)$$

de estas obtenemos

$$i\hbar \frac{d}{dt} (C_+ + C_-) = (E_0 + A + B)(C_+ + C_-)$$

$$i\hbar \frac{d}{dt}(C_+ - C_-) = (E_0 + A - B)(C_+ - C_-)$$

y definiendo

$$1/\sqrt{2} (C_+ + C_-) = \langle K_2^0 | \psi \rangle = C_2$$

$$1/\sqrt{2} (C_+ - C_-) = \langle K_1^0 | \psi \rangle = C_1,$$

se obtiene, resolviendo las ecuaciones:

$$C_2(t) = C_2(0)e^{-\frac{1}{2}(E_0 + ReA + ReB)t} e^{-\frac{1}{2}(ImA + ImB)t}$$

y

$$C_1(t) = C_1(0)e^{-\frac{1}{2}(E_0 + ReA - ReB)t} e^{-\frac{1}{2}(ImA - ImB)t}$$

donde se pide que las amplitudes sean complejas para poder tener el decaimiento a piones. Entonces, la vida media del  $K_2^0$  es mayor a la del  $K_1^0$ , pues el decaimiento del primero en tres piones tiene un espacio fase menor que el decaimiento en dos piones del  $K_1^0$ .

Ahora bien, el experimento que mostró la violación de CP, y que fué llevado a cabo por Cronin, Fitch y Turlay, consiste en el siguiente hecho: si tomamos un haz de  $K^0$ , las componentes  $K_1^0$  y  $K_2^0$  se desintegrarán en piones, el primero mucho más rápidamente que el segundo, y a una distancia de 2.59 cm ya no deberían observarse decaimientos en pares. Pero el experimento mostró que a una distancia de 17.4 m existían estos pares, que solo podían, en principio, provenir del decaimiento  $K_2^0 \rightarrow \pi^+ + \pi^-$ , violando de este modo CP.



## Capítulo 2

### Modelo estándar

Este capítulo trata del modelo de partículas elementales que más éxito ha tenido, que es el Modelo estándar, en particular, el capítulo trata del modelo electrodébil de Weinberg, Salam y Glashow, y la matriz de mezcla de Cabbibo-Kobayashi-Maskawa (CKM). Las partículas elementales se dividen en el modelo estándar en leptones, quarks, bosones intermedarios y un boson escalar.

Los leptones y quarks son fermiones de espín  $s = 1/2$ , que difieren entre ellos por el hecho de que, mientras los leptones no sienten la interacción fuerte, los quarks sí lo hacen, y ambos tipos de fermiones sienten las otras interacciones que son la gravitacional, la débil y la electromagnética, a excepción del neutrino, que no siente la interacción electromagnética. Hay 6 tipos de leptones que son: el electrón  $e$ , el muón  $\mu$ , y el tau  $\tau$ , con carga eléctrica todos ellos de  $q = -1$ , y los neutrinos asociados a éstos,  $\nu_e$ ,  $\nu_\mu$  y  $\nu_\tau$ , con carga eléctrica  $q = 0$ . También hay 6 tipos de quarks, los cuales se distinguen por su "sabor", y que son los quarks up  $u$ , charm  $c$  y top  $t$ , con carga eléctrica  $q = 2/3$ , y los quarks down  $d$ , strange  $s$  y bottom  $b$ , con carga eléctrica  $q = -1/3$ , para cada una de estas partículas corresponde una antipartícula. Todas estas partículas son clasificadas en "familias", como lo muestra la figura, donde los miembros de la primera familia tienen la masa más pequeña y los de la tercera, la masa más grande.

Los bosones intermedarios son partículas de espín  $s = 1$ , y son los portadores de las interacciones débil, electromagnética y fuerte, dejando la gravitacional a teorías extendidas del modelo. El portador de la interacción electromagnética es el fotón, de masa nula, mientras que para la interacción débil, hay 3 bosones, el  $W^+$ , el  $W^-$  y el  $Z^0$ , con masa todos ellos; como veremos a lo largo del capítulo, las dos interacciones forman parte de una sola, llamada interacción electrodébil. Los portadores de la interacción fuerte o de

color, son los gluones, los cuales son ocho y no tienen masa. Por último está el bosón escalar, llamado Higgs, que es el responsable de que las partículas adquieran masa.

En lo que sigue vamos a hacer los desarrollos de la teoría para los leptones de la primera familia, por simplicidad, y después, al hablar de la matriz de CKM, vamos a introducir los quarks.

Familia	Leptón	q(e)	m	Quark	q	m
1	$\nu_e$	0	< 3 eV	u	2/3	1 a 5 MeV
	e	-1	0.511 MeV	d	-1/3	3 a 9 MeV
2	$\nu_\mu$	0	< 0.19 MeV	c	2/3	1.15 a 1.35 GeV
	$\mu$	-1	105.66 MeV	s	-1/3	75 a 170 MeV
3	$\nu_\tau$	0	< 18.2 MeV	t	2/3	174.3 $\pm$ 5.1 GeV
	$\tau$	-1	1.777 GeV	b	-1/3	4.0 a 4.4 GeV

## 2.1 El lagrangiano electrodébil de quarks y leptones

Para empezar, tenemos que ver el concepto de derivada covariante, que nos garantiza la invariancia del lagrangiano ante transformaciones de fase locales. Al reemplazar la derivada usual por la derivada covariante, introducimos campos de norma, los cuales reciben tal nombre por poder transformarse éstos sin afectar la física teniendo libertad de norma. Como ejemplo tenemos el caso electromagnético, en el cual partiendo del lagrangiano libre del electrón, se introduce el acoplamiento mínimo, donde al cuadrimomento  $p^\mu$  se le tiene que sumar el cuadripotencial  $A^\mu$ . Esto es, al hacer la transformación

$$\psi'(x) = e^{-ie\alpha(x)}\psi(x)$$

el lagrangiano se tiene que pasar de la forma libre a la de interacción

$$L = i \bar{\psi} \gamma^\mu (\partial_\mu - ieA^\mu) \psi$$

para garantizar invariancia, siempre y cuando el potencial  $A^\mu$  se transforme como

$$A'^\mu = A^\mu + \partial^\mu \alpha(x).$$

En el modelo estándar se hace lo mismo, sólo que esta vez, las transformaciones son aquellas de un grupo no abeliano, dándonos bosones de norma cargados que difieren del electromagnético en que ellos van a sentir su autointeracción.

### 2.1.1 Los términos cinéticos y de interacción

Comenzando con el lagrangiano de Dirac para una partícula libre de la primera generación de leptones [6]

$$L = i \bar{e} \gamma^\mu \partial_\mu e + i \bar{\nu} \gamma^\mu \partial_\mu \nu$$

donde  $e$  denota al electrón y  $\nu$  al neutrino. Este lagrangiano se puede dividir descomponiendo a los fermiones en sus componentes izquierda y derecha, mediante los operadores correspondientes; así, el electrón se descompone en

$$e = \frac{1 - \gamma^5}{2} e + \frac{1 + \gamma^5}{2} e = e_L + e_R,$$

y lo mismo se hace con el neutrino. Debido a la violación de paridad, el término  $\nu_R$  no existe, y el lagrangiano adopta la forma

$$L = i \bar{e}_L \gamma^\mu \partial_\mu e_L + i \bar{\nu}_L \gamma^\mu \partial_\mu \nu_L + i \bar{e}_R \gamma^\mu \partial_\mu e_R.$$

arreglando los términos izquierdos en un doblete y el término derecho del electrón en un singulete, el lagrangiano es invariante ante transformaciones unitarias globales del tipo

$$\begin{pmatrix} \nu \\ e \end{pmatrix}_L \rightarrow e^{i\tau\theta} \begin{pmatrix} \nu \\ e \end{pmatrix}_L \\ e_R \rightarrow e_R,$$

con  $\tau$  los generadores en la representación fundamental de  $SU(2)$ , y es invariante ante transformaciones globales  $U(1)$

$$\begin{pmatrix} \nu \\ e \end{pmatrix}_L \rightarrow e^{i\beta} \begin{pmatrix} \nu \\ e \end{pmatrix}_L \\ e_R \rightarrow e^{i\beta'} e_R.$$

Estas transformaciones las podemos hacer invariantes de fase locales, cambiando la derivada a una derivada covariante, insertando así los potenciales  $W^\mu$  para  $SU(2)$  y el  $B^\mu$  para  $U(1)$ ,

$$L = i(\bar{\nu} \ e)_L \gamma^\mu (\partial_\mu - i \frac{g_2}{2} \tau \cdot W_\mu - i \frac{g_1}{2} Y_L B_\mu) \begin{pmatrix} \nu \\ e \end{pmatrix}_L + i \bar{e}_R \gamma^\mu (\partial_\mu - i \frac{g_1}{2} Y_R B_\mu) e_R$$

con  $g_i$  las constantes de acoplamiento de las interacciones y las  $Y_L$  y  $Y_R$  son los generadores de los grupos, los cuales representan a los números cuánticos de isospín e hipercarga, respectivamente. Podemos extender este tratamiento a los leptones de las demás familias, pero por lo pronto seguiremos trabajando con los leptones de la primera. Para los quarks, la situación no cambia mucho, sólo que vamos a diferenciar cuando estemos tomando el lagrangiano en términos de los eigenestados de norma o en términos de los eigenestados de masa, los cuales veremos más adelante.

Los términos  $U(1)$  se obtienen de los términos de interacción entre los campos fermiónicos y el  $B_\mu$ ,

$$\begin{aligned} L_1 &= -i(\bar{\nu}_L \quad \bar{e}_L)\gamma^\mu i g_1(Y_L/2)B_\mu \begin{pmatrix} \nu \\ e \end{pmatrix}_L - \bar{e}_R i \gamma^\mu i g_1(Y_R/2)B_\mu e_R \\ &= (g_1/2)(Y_L(\bar{\nu}_L\gamma^\mu\nu_L + \bar{e}_L\gamma^\mu e_L) + Y_R\bar{e}_R\gamma^\mu e_R) B_\mu, \end{aligned} \quad (2.1)$$

mientras que los términos de interacción de  $SU(2)$ , tomando en cuenta que  $\tau(e_R) = 0$ , son

$$\begin{aligned} L_2 &= -i(\bar{\nu}_L \quad \bar{e}_L)\gamma^\mu i g_2(\tau/2) \cdot W_\mu \begin{pmatrix} \nu \\ e \end{pmatrix}_L = \\ &= (g_2/2)(\bar{\nu}_L \quad \bar{e}_L)\gamma^\mu \begin{pmatrix} W_\mu^3 & W_\mu^+ - iW_\mu^2 \\ W_\mu^+ + iW_\mu^2 & -W_\mu^3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_L \\ e_L \end{pmatrix} \\ &= (g_2/2)(\bar{\nu}_L \quad \bar{e}_L)\gamma^\mu \begin{pmatrix} W_\mu^3 & \sqrt{2}W_\mu^+ \\ \sqrt{2}W_\mu^- & -W_\mu^3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_L \\ e_L \end{pmatrix} \\ &= (g_2/2)(\bar{\nu}_L \quad \bar{e}_L)\gamma^\mu \begin{pmatrix} W_\mu^3\nu_L + \sqrt{2}W_\mu^+e_L \\ \sqrt{2}W_\mu^-\nu_L - W_\mu^3e_L \end{pmatrix} \\ &= (g_2/2)[\bar{\nu}_L\gamma^\mu\nu_L W_\mu^3 + \sqrt{2}\bar{\nu}_L\gamma^\mu e_L W_\mu^+ + \sqrt{2}\bar{e}_L\gamma^\mu\nu_L W_\mu^- - \bar{e}_L\gamma^\mu e_L W_\mu^3] \end{aligned} \quad (2.2)$$

donde hemos introducido los campos físicos  $W_\mu^\pm = 1/\sqrt{2}(W_\mu^1 \mp W_\mu^2)$ .

### Corrientes cargadas y neutras

De las expresiones de arriba, obtenemos los términos de interacción entre las distintas corrientes fermiónicas y los bosones de norma. Para las corrientes cargadas, sólo hay contribución de  $SU(2)$ , al tener términos no diagonales en las matrices  $\tau$ ; entonces, las corrientes acopladas a los  $W^\pm$ , son, de acuerdo a la ecuación (2.2):

$$J_{\mu}^{+} W_{\mu}^{+} + J_{\mu}^{-} W_{\mu}^{-} = g_2 / \sqrt{2} (\bar{\nu}_L \gamma^{\mu} e_L W_{\mu}^{+} + \bar{e}_L \gamma^{\mu} \nu_L W_{\mu}^{-}).$$

Al tomar los términos de las corrientes neutras de los neutrinos, de las ecuaciones (2.1) y (2.2) y sabiendo que éstos no tienen interacción electromagnética, entonces los campos  $W_{\mu}^3$  y  $B_{\mu}$  deben formar una combinación lineal de un campo ortogonal al electromagnético, al que llamaremos  $Z_{\mu}$ ; así

$$L_N(\nu) = \left\{ (g_1/2) Y_L B_{\mu} + (g_2/2) W_{\mu}^3 \right\} \bar{\nu}_L \gamma^{\mu} \nu_L \sim 1/2 Z^{\mu} \bar{\nu}_L \gamma^{\mu} \nu_L, \quad (2.3)$$

es decir

$$Z_{\mu} \sim (g_1) Y_L B_{\mu} + (g_2) W_{\mu}^3,$$

y

$$A_{\mu} \sim -(g_1) Y_L W_{\mu}^3 + (g_2) B_{\mu};$$

al normalizar estos campos, obtenemos

$$Z_{\mu} = \frac{(g_1) Y_L B_{\mu} + (g_2) W_{\mu}^3}{\sqrt{g_2^2 + g_1^2 Y_L^2}} \quad (2.4)$$

y

$$A_{\mu} = \frac{-(g_1) Y_L W_{\mu}^3 + (g_2) B_{\mu}}{\sqrt{g_2^2 + g_1^2 Y_L^2}}$$

por lo tanto, el término de la corriente neutra del electrón, como se puede ver de las ecuaciones (2.1) y (2.2), es:

$$L_N(e) = \bar{e}_L \gamma^{\mu} e_L \left\{ (g_1/2) Y_L B_{\mu} - g_2/2 W_{\mu}^3 \right\} + \bar{e}_R \gamma^{\mu} e_R \left[ g_1/2 Y_R B_{\mu} \right],$$

que escrito en términos de los campos  $A_{\mu}$  y  $Z_{\mu}$  queda como

$$L_N(e) = A_{\mu} \left\{ \bar{e}_L \gamma^{\mu} e_L \left[ \frac{g_1 g_2 Y_L}{\sqrt{g_2^2 + g_1^2 Y_L^2}} \right] + \bar{e}_R \gamma^{\mu} e_R \left[ \frac{g_1 g_2 Y_R}{2\sqrt{g_2^2 + g_1^2 Y_L^2}} \right] \right\} \\ + Z_{\mu} \left\{ \bar{e}_L \gamma^{\mu} e_L \left[ \frac{g_1^2 Y_L^2 - g_2^2}{2\sqrt{g_2^2 + g_1^2 Y_L^2}} \right] + \bar{e}_R \gamma^{\mu} e_R \left[ \frac{g_1^2 Y_R Y_L}{2\sqrt{g_2^2 + g_1^2 Y_L^2}} \right] \right\}.$$

por lo tanto, como el término de interacción electromagnética es  $-e \bar{e} \gamma^{\mu} e A_{\mu}$ , al comparar estas últimas ecuaciones obtenemos

$$-e = \frac{g_1 g_2 Y_L}{\sqrt{g_2^2 + g_1^2 Y_L^2}}$$

y

$$-e = \frac{g_1 g_2 Y_R}{2\sqrt{g_2^2 + g_1^2 Y_L^2}}$$

de donde se obtienen las relaciones

$$Y_R = 2Y_L, \quad (2.5)$$

$$Y_L = -e \frac{\sqrt{g_2^2 + g_1^2 Y_L^2}}{g_1 g_2}, \quad (2.6)$$

ahora, de la relación de Gell-Mann y Nishijima entre la carga eléctrica y la hipercarga

$$Q = 1/2 (\tau^3 + Y_L), \quad (2.7)$$

se tiene

$$Y_L = -1,$$

que al substituir en (2.5) y (2.6) nos lleva a las relaciones

$$e = \frac{g_1 g_2}{\sqrt{g_2^2 + g_1^2}}, \quad Y_R = -2.$$

Definiendo el ángulo de Weinberg en términos de las constantes de acoplamiento

$$\sin \theta_W = \frac{g_1}{\sqrt{g_2^2 + g_1^2}}$$

y

$$\cos \theta_W = \frac{g_2}{\sqrt{g_2^2 + g_1^2}}$$

se obtiene

$$g_2 = e / \sin \theta_W$$

y

$$g_1 = e / \cos \theta_W.$$

para tener a las  $g$  en términos de la carga eléctrica  $e$ . El valor de  $\sin^2 \theta_W$  se calcula alrededor de 0.23.

Ahora, regresemos a la interacción con  $Z_\mu$ ; la corriente neutra del neutrino acoplada al  $Z_\mu$  es, de las ecuaciones (2.3) y (2.4), y usando las relaciones del ángulo de Weinberg

$$L_N(\nu) = \frac{\sqrt{g_2^2 + g_1^2}}{2} Z_\mu \bar{\nu}_L \gamma_\mu \nu_L = g_2 / (2 \cos \theta_W) Z_\mu \bar{\nu}_L \gamma_\mu \nu_L$$

y el acoplamiento del electrón con el  $Z_\mu$

$$Z_\mu \left[ \bar{e}_L \gamma^\mu e_L \left[ \frac{g_1^2 - g_2^2}{2\sqrt{g_2^2 + g_1^2}} \right] + \bar{e}_R \gamma^\mu e_R \left[ \frac{-g_1^2}{\sqrt{g_2^2 + g_1^2}} \right] \right]$$

el cual, haciendo un poco de álgebra, queda como

$$\frac{e}{\sin \theta_W \cos \theta_W} (T_3^f - Q_f \sin^2 \theta_W)$$

donde la  $f$  significa fermión y como ya habíamos dicho, si el fermión es derecho (R),  $\tau^3 = 0$ .

## 2.2 Mecanismo de Higgs

Hasta lo que hemos visto del Modelo Estándar, no podrían existir los términos de masa fermiónicos, ya que romperían la simetría  $SU(2)$  izquierda, y tampoco podrían existir los términos de masa de los bosones de norma, pues

$$1/2 m^2 B^\mu B_\mu \rightarrow 1/2 m^2 B'^\mu B'_\mu;$$

esto se remedia al introducir el campo de Higgs, que rompe la simetría pero sólo en el vacío. El Campo de Higgs consiste en un doblete de la forma

$$\varphi = \begin{pmatrix} \varphi^+ \\ \varphi^0 \end{pmatrix} \quad (2.8)$$

con  $\varphi^+$  y  $\varphi^0$  campos complejos. El Lagrangiano para el Higgs es

$$L_H = (\partial_\mu \varphi)^\dagger (\partial^\mu \varphi) - \mu^2 \varphi^\dagger \varphi - \lambda (\varphi^\dagger \varphi)^2$$

con el potencial  $V$  dado por

$$V = \mu^2 \varphi^\dagger \varphi + \lambda (\varphi^\dagger \varphi)^2;$$

ahora, si tomamos  $\mu^2 < 0$ , el mínimo del potencial es

$$\varphi^1 \varphi = -\mu^2 / 2\lambda = v^2 / 2.$$

Este valor del vacío distinto de cero es el que le va a dar las masas a los campos de norma. Escogiendo un valor para el vacío ( y por tanto rompiendo la simetría ),

$$\varphi^0 = 1/\sqrt{2} \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix}$$

se puede desarrollar alrededor de éste rotando el campo dado por la ec (2.8), para obtener

$$\varphi(x) = 1/\sqrt{2} \begin{pmatrix} 0 \\ v + H(x) \end{pmatrix} \quad (2.9)$$

Al escoger esta dirección del valor esperado del vacío, lo que obtenemos es que el operador de carga lo aniquila, esto es, aunque  $\tau^1 < \varphi > \neq 0$  y  $Y < \varphi > \neq 0$ , se tiene que

$$Q < \varphi > = \left( \frac{\tau^3}{2} + \frac{Y}{2} \right) < \varphi > = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix} = 0$$

por lo que uno de los campos de los cuatro originales adquirirá masa, debido a que hay un generador que deja invariante el vacío, mientras los otros tres serán bosones de Goldstone, y serán los responsables de que tres bosones de norma adquieran masa.

### Masas de los bosones de norma

Al pedir invariancia ante transformaciones locales, que se logra al cambiar la derivada por la derivada covariante

$$D_\mu = \partial_\mu - ig_1 Y / 2 B_\mu - ig_2 \tau / 2 \cdot W_\mu$$

los términos de interacción entre los campos de norma y el Higgs estarán dados por

$$L_{HB} = \varphi^\dagger (ig_1 Y / 2 B_\mu + ig_2 \tau / 2 \cdot W_\mu)^\dagger (ig_1 Y / 2 B^\mu + ig_2 \tau / 2 \cdot W^\mu) \varphi,$$

donde el Higgs, de la ecuación (2.7) con eigenvalores de  $Q$  y  $\tau$  de 0 y  $-1$ , respectivamente, tiene  $Y = 1$ . Tomando sólo el término de interacción con el valor esperado del vacío del Higgs:



$$L_{HB} = 1/8 \left[ \begin{pmatrix} g_1 B_\mu + g_2 W_\mu^3 & g_2(W_\mu^1 - iW_\mu^2) \\ g_2(W_\mu^1 + iW_\mu^2) & g_1 B_\mu - g_2 W_\mu^3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix} \right]^2 =$$

$$= 1/8 v^2 g_2^2 ((W_\mu^1)^2 + (W_\mu^2)^2) + 1/8 v^2 (g_1 B_\mu - g_2 W_\mu^3)^2,$$

el primero de estos términos se puede escribir como

$$(1/2 v g_2)^2 W_\mu^- W^{-\mu}$$

y de la ecuación (2.4), el segundo término es

$$1/8 (g_1^2 + g_2^2) v^2 Z_\mu Z^\mu,$$

y por lo tanto, las masas de los bosones de norma son

$$M_W = v g_2 / 2 \quad M_Z = 1/2 v \sqrt{g_1^2 + g_2^2} \quad M_\gamma = 0;$$

de las relaciones anteriores, se obtiene que las masas de los bosones de norma están relacionadas por el ángulo de Weinberg en la forma

$$M_W / M_Z = \cos \theta_W.$$

### Masas de los fermiones

Al construir el Lagrangiano que describe las interacciones entre los Higgs y los campos fermiónicos, hay que tomar en cuenta la simetría SU(2) y la invariancia relativista, obteniendo así:

$$L_{HF} = g_e \left( (\bar{\nu} \quad \bar{e})_L \varphi e_R + \varphi^\dagger \bar{e}_R \begin{pmatrix} \nu \\ e \end{pmatrix}_L \right)$$

y sustituyendo el valor de  $\varphi$  dado por la ecuación (2.9), obtenemos

$$L_{HF} = g_e v / \sqrt{2} (\bar{e}_L e_R + \bar{e}_R e_L) - g_e / \sqrt{2} (\bar{e}_L e_R + \bar{e}_R e_L) H$$

cuyo primer término es el término de masa, y el segundo nos da la interacción entre los electrones y el Higgs, por lo que podemos reducir este lagrangiano a

$$L_{HF} = m_e \bar{e} e + (m_e / v) \bar{e} e H.$$

Al tomar en cuenta las masas de los quarks, el campo  $\varphi$  no será suficiente para los términos de carga  $2/3$  debido a que la ecuación (2.9), sólo acopla los quarks de carga  $-1/3$ . Se define entonces el campo que acopla este último tipo de quark, como

$$\varphi_c = -i\tau_2\varphi^* = \begin{pmatrix} -(v+H)/\sqrt{2} \\ 0 \end{pmatrix}$$

y así, los términos de masa de los quarks de la primera familia, y sus acoplamientos al Higgs se ven:

$$L = g_d \bar{Q}_L \varphi d_R + g_u \bar{Q}_L \varphi_c u_R + H.c = m_d \bar{d}d + m_u \bar{u}u + (m_d/v) \bar{d}dH + (m_u/v) \bar{u}uH$$

con  $Q$  el doblete formado por los quarks  $u$  y  $d$  y donde para la segunda igualdad, hemos tomado como base los eigenestados de masa, y por lo tanto, no quedan mezclas de quarks. De la misma forma se obtienen los términos de masa de las demás familias, sólo que con distinto acoplamiento  $g_q$ .

### Eigenestados de masa

Existen decaimientos de quarks que presentan mezclas de las distintas familias. Esta evidencia experimental está en contra de lo visto en la sección pasada, en la que las corrientes están dadas por quarks de la misma familia. Se sigue entonces que los eigenestados de norma, con los que se ha estado trabajando hasta ahora ( a excepción de la sección de Higgs ), son distintos de los eigenestados de masa.

Para ver la relación entre estos estados, vamos a usar una notación en la que los quarks de carga  $2/3$  estén acomodados en un triplete y los de  $1/3$  en otro:

$$u = \begin{pmatrix} u \\ c \\ t \end{pmatrix}$$

$$d = \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix}$$

cuando los campos estén primados, nos estaremos refiriendo a eigenestados de norma y cuando no, a eigenestados de masa. Así, para los términos de masa, tendremos matrices diagonales en la base de los eigenestados de masa:

$$\begin{aligned}
 L_{MQ} &= \bar{u}_L M_D^u u + \bar{d} M_D^d d = (\bar{u}_L + \bar{u}_R) M_D^u (u_L + u_R) = \\
 &= \bar{u}_L M_D^u u_R + \bar{u}_R M_D^u u_L + \bar{d}_L M_D^d d_R + \bar{d}_R M_D^d d_L
 \end{aligned}$$

con  $M_D^u$  y  $M_D^d$  las matrices

$$M_D^u = \begin{pmatrix} m_u & 0 & 0 \\ 0 & m_c & 0 \\ 0 & 0 & m_t \end{pmatrix} \quad M_D^d = \begin{pmatrix} m_d & 0 & 0 \\ 0 & m_s & 0 \\ 0 & 0 & m_b \end{pmatrix};$$

haciendo la siguiente transformación unitaria entre los estados de masa y de norma

$$u'_L = U_L^1 u_L \quad u'_R = U_R^1 u_R \quad d'_L = D_L^1 d_L \quad d'_R = D_R^1 d_R$$

se tiene para el lagrangiano de masas:

$$\begin{aligned}
 L_{MQ} &= (\bar{u}_L U_L)(U_L^1 M_D^u U_R)(U_R^1 u_R) + (\bar{u}_R U_R)(U_R^1 M_D^u U_L)(U_L^1 u_L) + \\
 &+ (\bar{d}_L D_L)(D_L^1 M_D^d D_R)(D_R^1 d_R) + (\bar{d}_R D_R)(D_R^1 M_D^d D_L)(D_L^1 d_L) = \\
 &= \bar{u}'_L M_u u'_R + \bar{u}'_R M_u u'_L + \bar{d}'_L M_d d'_R + \bar{d}'_R M_d d'_L.
 \end{aligned}$$

con  $M_u = U_L^1 M_D^u U_R$  y  $M_d = D_L^1 M_D^d D_R$

Vemos que  $M_u$  y  $M_d$  son matrices generales, sin embargo, podemos restringir las matrices de masa a ser hermitianas si hacemos uso del teorema de descomposición polar, que dice que una matriz puede ser descompuesta en el producto de una matriz unitaria y una hermitiana. Entonces si  $M_u = H_u U$  y  $M_d = H_d D$ , podemos renombrar a los campos derechos sin ninguna consecuencia física, para tener

$$= \bar{u}'_L H_u (U u'_R) + (\bar{u}'_R U^1) H_u u'_L + \bar{d}'_L H_d (D d'_R) + (\bar{d}'_R D^1) H_d d'_L$$

así, tenemos que al diagonalizar  $H_u$  y  $H_d$ , sólo requerimos dos matrices unitarias, pues  $U_L = U_R$  y  $D_L = D_R$ . Renombramos a los campos derechos y no a los izquierdos pues, como veremos a continuación, al ser la interacción débil sólo entre campos izquierdos, tendremos una matriz de la forma  $V = U_L D_L^1$ , y donde las magnitudes de sus elementos de matriz son fijas, por lo que se tiene que tener cuidado al redefinir campos, aunque

siempre, claro está, tenemos la libertad de refasamientos, siempre y cuando el refasamiento sea global.

Ahora, encontremos esta matriz que en las corrientes cargadas, mezcla a los quarks de distinta familia. Pasando de la base de norma a la de masas, tenemos para las corrientes cargadas y neutras:

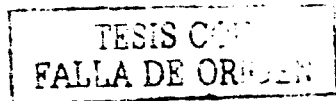
$$\begin{aligned} J_C^\mu + J_N^\mu &= \bar{u}_L \gamma^\mu d_L' + \bar{d}_L \gamma^\mu u_L' + \bar{u}_L \gamma^\mu u_L' + \bar{d}_L \gamma^\mu d_L' = \\ &= (\bar{u}_L U_L^1) \gamma^\mu (U_L D_L^1) (D_L d_L') + (\bar{d}_L D_L^1) \gamma^\mu (D_L U_L^1) (U_L u_L') + \\ &+ (\bar{u}_L U_L^1) \gamma^\mu (U_L U_L^1) (U_L u_L') + (\bar{d}_L D_L^1) \gamma^\mu (D_L D_L^1) (D_L d_L') = \\ &\bar{u}_L \gamma^\mu V d_L + \bar{d}_L \gamma^\mu V^1 u_L + \bar{u}_L \gamma^\mu u_L + \bar{d}_L \gamma^\mu d_L \end{aligned}$$

Lo primero que vemos es que las corrientes neutras quedan invariantes y no hay mezclas de familias en estas corrientes. A esto se le conoce como el Mecanismo de GIM. Las corrientes cargadas en cambio, tienen la posibilidad de cambiar familias de quarks por medio de la llamada matriz unitaria de Cabbibo-Kobayashi-Maskawa, CKM, estando ésta definida por  $V = U_L D_L^1$ , y cuyas entradas son

$$V = \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix}$$

### 2.2.1 La matriz CKM

En lo que sigue vamos a ver las propiedades de la matriz de Cabbibo-Kobayashi-Maskawa. Para empezar, una matriz compleja de  $n \times n$  tiene  $2n^2$  parámetros reales, que, se reducen a  $n^2$  si la matriz es unitaria. Como los quarks se pueden redefinir sin cambiar su norma al multiplicar por factores de fase, se pueden extraer  $2n - 1$  parámetros de la matriz, que son absorbidos por los quarks, quedando  $n^2 - 2n - 1 = (n - 1)^2$  parámetros. De los que quedan, se pueden tomar  $\frac{1}{2}n(n - 1)$  para ser los ángulos que definen una matriz ortogonal [7], [8]; este último número se puede encontrar fácilmente de ver cuantos ángulos pueden haber dados  $n$  ejes, serían las combinaciones de los  $n$  ejes tomados de 2 en 2. Por tanto, al final de la cuenta, se tiene



$$n^2 - (2n - 1) - n(n - 1)/2 = (n - 1)(n - 2)/2,$$

es el número de fases que quedan, por lo que en nuestro modelo de 6 quarks existe una fase. Para ver en detalle como son absorbidas 5 fases por lo quarks, tomemos el término de corriente  $J^\mu = \bar{u}\gamma^\mu V d$ , y desarrollemos sin escribir la  $\gamma^\mu$ :

$$\begin{aligned} \bar{u}|V_{ud}|e^{i\phi_{ud}}d + \bar{u}|V_{us}|e^{i\phi_{us}}s + \bar{u}|V_{ub}|e^{i\phi_{ub}}b + \\ \bar{u}Vd = \bar{c}|V_{cd}|e^{i\phi_{cd}}d + \bar{c}|V_{cs}|e^{i\phi_{cs}}s + \bar{c}|V_{cb}|e^{i\phi_{cb}}b + = \\ \bar{t}|V_{td}|e^{i\phi_{td}}d + \bar{t}|V_{ts}|e^{i\phi_{ts}}s + \bar{t}|V_{tb}|e^{i\phi_{tb}}b \\ \bar{u}'|V_{ud}|d + \bar{u}'|V_{us}|e^{i(\phi_{us}-\phi_{ud})}s + \bar{u}'|V_{ub}|e^{i(\phi_{ub}-\phi_{ud})}b + \\ = \bar{c}'|V_{cd}|d + \bar{c}'|V_{cs}|e^{i(\phi_{cs}-\phi_{cd})}s + \bar{c}'|V_{cb}|e^{i(\phi_{cb}-\phi_{cd})}b + = \\ \bar{t}'|V_{td}|d + \bar{t}'|V_{ts}|e^{i(\phi_{ts}-\phi_{td})}s + \bar{t}'|V_{tb}|e^{i(\phi_{tb}-\phi_{td})}b \\ \bar{u}'|V_{ud}|d + \bar{u}'|V_{us}|s' + \bar{u}'|V_{ub}|b' + \\ = \bar{c}'|V_{cd}|d + \bar{c}'|V_{cs}|e^{i(\phi_{cs}-\phi_{cd}-\phi_{us}+\phi_{ud})}s' + \bar{c}'|V_{cb}|e^{i(\phi_{cb}-\phi_{cd}-\phi_{ub}+\phi_{ud})}b' + = \\ \bar{t}'|V_{td}|d + \bar{t}'|V_{ts}|e^{i(\phi_{ts}-\phi_{td}-\phi_{us}+\phi_{ud})}s' + \bar{t}'|V_{tb}|e^{i(\phi_{tb}-\phi_{td}-\phi_{ub}+\phi_{ud})}b' \\ \bar{u}'|V_{ud}|d + \bar{u}'|V_{us}|s' + \bar{u}'|V_{ub}|b' + \\ = \bar{c}'|V_{cd}|d + \bar{c}'|V_{cs}|e^{i\alpha}s' + \bar{c}'|V_{cb}|e^{i\beta}b' + \\ \bar{t}'|V_{td}|d + \bar{t}'|V_{ts}|e^{i\gamma}s' + \bar{t}'|V_{tb}|e^{i\delta}b' \end{aligned}$$

donde reparametrizamos  $\bar{u}' = \bar{u}e^{i\phi_{ud}}$ ,  $\bar{c}' = \bar{c}e^{i\phi_{cd}}$ ,  $\bar{t}' = \bar{t}e^{i\phi_{td}}$ ,  $s' = e^{i(\phi_{us}-\phi_{ud})}s$  y  $b' = e^{i(\phi_{ub}-\phi_{ud})}b$ , y no tuvimos que reparametrizar al quark d, por lo que redujimos el número de fases de 9 a 4.

En su parametrización original, la matriz de Kobayashi-Maskawa está dada por

$$V = \begin{pmatrix} c_1 & s_1 c_3 & s_1 s_3 \\ -s_1 c_2 & c_1 c_2 c_3 - s_2 s_3 e^{i\delta} & c_1 c_2 s_3 + s_2 c_3 e^{i\delta} \\ -s_1 s_2 & c_1 s_2 c_3 + c_2 s_3 e^{i\delta} & c_1 s_2 s_3 - c_2 c_3 e^{i\delta} \end{pmatrix}$$

la notación es una abreviación de los cosenos y senos de los 3 ángulos que, junto con un factor de fase, son los parámetros de la matriz

$$c_i \equiv \cos \theta_i, \quad s_i \equiv \sin \theta_i.$$

Existen 36 distintas parametrizaciones de esta matriz, atendiendo a su unitariedad [8]. Esto se puede ver recordando los ángulos de Euler y viendo que una rotación general en

un espacio de 3 dimensiones, es la composición de 3 matrices ortogonales de Euler. En este caso también hay una fase de por medio que está contenida en una de las 3 matrices. Es decir

$$R = R_{ij} R_{kl} R_{mn},$$

donde los subíndices  $ij$  toman los valores 12, 23 y 31, lo que significa rotar alrededor de los ejes 3, 1 y 2, respectivamente. Como rotar 2 veces alrededor de un mismo eje es lo mismo que rotar una sola vez, es decir, las matrices conmutan, en nuestra cuenta no pueden haber 2 matrices del mismo tipo juntas, así que, si hay tres posibilidades de rotación para la matriz de en medio, sólo pueden haber dos para las matrices izquierda y derecha, por lo que se tiene  $3 \times 2 \times 2 = 12$  posibles matrices de rotación. Como la fase puede estar contenida en cualquiera de las matrices  $R_{ij}$ , hay  $12 \times 3 = 36$  posibilidades para la matriz  $V$  de CKM.

Una de estas parametrizaciones muy usada para fines prácticos, es la parametrización de Wolfenstein, [9], [10], para la cual se toman los primeros términos del desarrollo de un término llamado  $\lambda$ , por lo que la matriz es aproximadamente unitaria. Entonces, partiendo de la matriz unitaria definida abajo.

$$V = R_{23} R_{13}^d R_{12} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c_{23} & s_{23} \\ 0 & -s_{23} & c_{23} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_{13} & 0 & s_{13} e^{-i\delta} \\ 0 & 1 & 0 \\ -s_{13} e^{i\delta} & 0 & c_{13} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_{12} & s_{12} & 0 \\ -s_{12} & c_{12} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} =$$

$$\begin{pmatrix} c_{12}c_{13} & s_{12}c_{13} & s_{13}e^{-i\delta} \\ -c_{23}s_{12} - c_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta} & c_{12}c_{23} - s_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta} & c_{13}s_{23} \\ s_{12}s_{23} - c_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta} & -c_{12}s_{23} - c_{23}s_{12}s_{13}e^{i\delta} & c_{13}c_{23} \end{pmatrix}$$

donde se ha usado la notación  $c_{ij} \equiv \cos\theta_{ij}$ ,  $s_{ij} \equiv \sin\theta_{ij}$ , que son los ángulos de mezcla entre las distintas familias, se aproximan los parámetros a  $c_{13} = c_{23} \approx 1$ ,  $s_{23}s_{13} \approx 0$  y  $c_{12}s_{ij} \approx s_{ij}$ , para obtener

$$V \approx \begin{pmatrix} c_{12} & s_{12} & s_{13}e^{-i\delta} \\ -s_{12} & c_{12} & s_{23} \\ s_{12}s_{23} - s_{13}e^{i\delta} & -s_{23} & 1 \end{pmatrix}$$

y usando los parámetros reales

$$s_{12} \equiv \lambda, \quad s_{23} \equiv A\lambda^2, \quad s_{13}e^{i\delta} \equiv A\lambda^3(\rho + i\eta)$$

$$V = \begin{pmatrix} 1 - \frac{1}{2}\lambda^2 & \lambda & A\lambda^3(\rho - i\eta) \\ -\lambda & 1 - \frac{1}{2}\lambda^2 & A\lambda^2 \\ A\lambda^3(1 - \rho - i\eta) & -A\lambda^2 & 1 \end{pmatrix} + O(\lambda^4)$$

Experimentalmente se han determinado las magnitudes de  $\tau$  de los elementos de la matriz:  $|V_{ud}|$ ,  $|V_{us}|$ ,  $|V_{ub}|$ ,  $|V_{cd}|$ ,  $|V_{cs}|$ ,  $|V_{cb}|$  y  $|V_{tb}|$ , mientras que  $|V_{td}|$  y  $|V_{ts}|$  se siguen de las condiciones de unitariedad [10]; así [14]:

$$|V| = \begin{pmatrix} 0.9742 - 0.9757 & 0.219 - 0.226 & 0.002 - 0.005 \\ 0.219 - 0.225 & 0.9734 - 0.9749 & 0.037 - 0.043 \\ 0.004 - 0.014 & 0.035 - 0.043 & 0.9990 - 0.9993 \end{pmatrix}$$

donde los elementos  $|V_{td}|$  y  $|V_{ts}|$  tienen una gran incertidumbre, más del 50%, seguidos por los elementos  $|V_{ts}|$  y  $|V_{cb}|$ . Los parámetros de Wolfenstein quedan entonces determinados por [10]

$$\lambda = 0.2196 \pm 0.0023, \quad A = 0.819 \pm 0.35, \quad (\rho^2 + \eta^2)^{1/2} = 0.36 \pm 0.09.$$

### Triángulo unitario

Ahora bien, hay  $n^2 = 3^2 = 9$  condiciones de unitariedad, como ya se vió antes, así que hay 9 relaciones entre las componentes de la matriz, 3 de ellas compuestas por números reales, y las 6 restantes por números complejos, y son:

$$(a) V_{ud}V_{us}^* + V_{cd}V_{cs}^* + V_{td}V_{ts}^* = 0 \quad (b) V_{ud}V_{ub}^* + V_{cd}V_{cb}^* + V_{td}V_{tb}^* = 0 \quad (2.10)$$

$$(c) V_{us}V_{ub}^* + V_{cs}V_{cb}^* + V_{ts}V_{tb}^* = 0 \quad (d) V_{cd}V_{td}^* + V_{cs}V_{ts}^* + V_{cb}V_{tb}^* = 0$$

$$(e) V_{td}V_{td}^* + V_{ts}V_{ts}^* + V_{tb}V_{tb}^* = 0 \quad (f) V_{td}V_{cd}^* + V_{ts}V_{cs}^* + V_{tb}V_{cb}^* = 0$$

Estos números forman los 6 triángulos unitarios que se pueden localizar fácilmente en la matriz, como se muestra en la figura (2.1) [8].

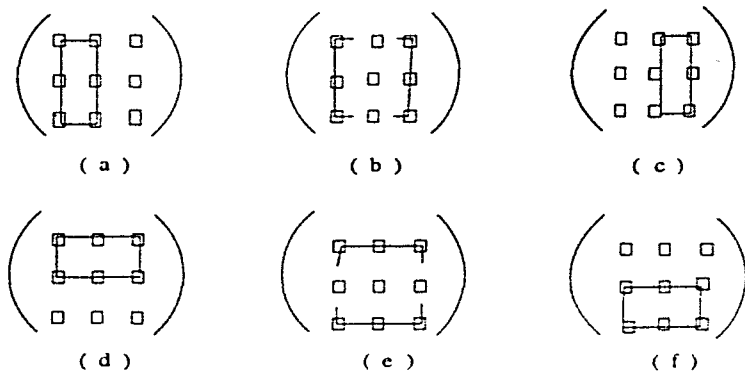


Figura 2.1: Esquema del origen de los triángulos de la matriz

Si no hubiera violación de CP, los triángulos se colapsarían a una línea en el plano complejo. Una característica importante es que los triángulos pueden ser rotados en el plano complejo multiplicando las ecuaciones (2.10) por un factor de fase, dejando invariante su forma, y ello hace que la matriz CKM sea independiente de la parametrización. Ahora tratemos con un invariante de estos triángulos: su área. Si tomamos cualquier triángulo en el plano complejo, el área está determinada por el producto cruz de 2 de cualesquiera de sus lados; así, como se ve en la figura (2.2) el área está dada por

$$2A = \vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ \text{Re}a & \text{Im}a & 0 \\ \text{Re}b & \text{Im}b & 0 \end{vmatrix} = k(\text{Re}a\text{Im}b - \text{Im}a\text{Re}b)$$

Pero esta cantidad no es más que  $\text{Im}(ab^*)$ , módulo un signo, y por tanto, para cada triángulo hay 3 productos iguales:  $|\text{Im}(ab^*)|$ ,  $|\text{Im}(ac^*)|$  y  $|\text{Im}(bc^*)|$ .

Además de ser claro geoméricamente, lo último se puede mostrar en forma analítica: si tomamos el producto  $V^*V = 1$ , el elemento  $i_j$  de este producto está dado por

$$V_{1i}^*V_{1j} + V_{2i}^*V_{2j} + V_{3i}^*V_{3j} = \delta_{ij} \tag{2.11}$$

si multiplicamos esta ecuación por el complejo conjugado del primer sumando tenemos

$$(V_{1i}V_{1j}^*)V_{1i}^*V_{1j} + (V_{1i}V_{1j}^*)V_{2i}^*V_{2j} + (V_{1i}V_{1j}^*)V_{3i}^*V_{3j} = (V_{1i}V_{1j}^*)\delta_{ij}$$



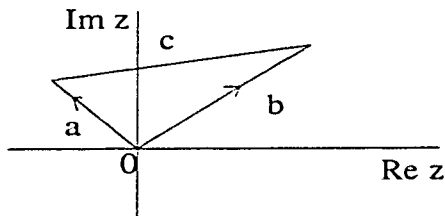


Figura 2.2: área de un triángulo en el plano complejo

y si a esta expresión le sacamos la parte imaginaria

$$\text{Im}(V_1, V_1^*, V_2^*, V_2) + \text{Im}(V_1, V_1^*, V_3^*, V_3) = 0$$

$$\rightarrow \text{Im}(V_1, V_2, V_1^*, V_2^*) = \text{Im}(V_1, V_3, V_1^*, V_3^*)$$

de la misma forma, si multiplicamos la ecuación (2.11) por el complejo conjugado del segundo sumando tenemos

$$(V_2, V_2^*)V_1^*V_1 + (V_2, V_2^*)V_2^*V_2 + (V_2, V_2^*)V_3^*V_3 = (V_2, V_2^*)\delta_{ij}$$

y sacando la parte imaginaria obtenemos

$$\text{Im}(V_1, V_2, V_1^*, V_2^*) = \text{Im}(V_2, V_3, V_2^*, V_3^*)$$

así

$$\text{Im}(V_1, V_2, V_1^*, V_2^*) = \text{Im}(V_1, V_3, V_1^*, V_3^*) = \text{Im}(V_2, V_3, V_2^*, V_3^*)$$

Además de lo anterior, resulta, que los 6 triángulos tienen la misma área. Por ejemplo, el área del triángulo (a), como se muestra en la figura (2.3), está dada por

$$\begin{aligned} |\text{Im}(ab^*)| &= |\text{Im}(V_{ad}V_{cb}^*)(V_{cd}^*V_{ca})| = |\text{Im}(ac^*)| = |\text{Im}(V_{ad}V_{cb}^*)(V_{cd}^*V_{ca})| = \\ &= |\text{Im}(bc^*)| = |\text{Im}(V_{cd}V_{ca}^*)(V_{ad}^*V_{cb})|, \end{aligned}$$

escogiendo un sólo término:

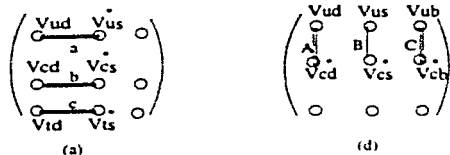


Figura 2.3: 2 triángulos con la misma área

$$2A = |Im(ab^*)| = |Im(V_{ud}V_{us}^*)(V_{cd}^*V_{cs})|;$$

por otro lado, para el triángulo (d) tenemos que

$$\begin{aligned} |Im(AB^*)| &= |Im(V_{ud}V_{cd}^*)(V_{us}^*V_{cs})| = |Im(AC^*)| = |Im(V_{ud}V_{cd}^*)(V_{ub}^*V_{cb})| = \\ &= |Im(BC^*)| = |Im(V_{us}V_{cs}^*)(V_{ub}^*V_{cb})| \end{aligned}$$

por lo que el área de este otro triángulo es

$$2A = |Im(AB^*)| = |Im(V_{ud}V_{us}^*)(V_{cd}^*V_{cs})|,$$

que es la misma área del triángulo (a). Así, se puede encontrar que las áreas de los 6 triángulos son iguales. Matemáticamente, ésta área se expresa por

$$Im(V_{\alpha j}V_{\beta k}V_{\alpha k}^*V_{\beta j}^*) = 2A \sum_{\gamma, l} \varepsilon_{\alpha\beta\gamma} \varepsilon_{jkl} = J \sum_{\gamma, l} \varepsilon_{\alpha\beta\gamma} \varepsilon_{jkl} \quad (2.12)$$

donde  $J$  es conocido como el invariante de Jarlskog.

El invariante de Jarlskog se puede escribir también en términos de las masas de los quarks y de las matrices de masas en la base de norma, donde ya mostramos que pueden ser hermitianas. Calculemos para ello el conmutador  $[H_u, H_d]$ :

$$\begin{aligned} [H_u, H_d] &= [U_L^T M_D^u U_L, D_L^T M_D^d D_L] = U_L^T M_D^u U_L D_L^T M_D^d D_L - D_L^T M_D^d D_L U_L^T M_D^u U_L = \\ &= U_L^T (M_D^u V M_D^d D_L U_L^T - U_L D_L^T M_D^d V^T M_D^u) U_L = \end{aligned}$$

$$= U_L^t (M_D^u V M_D^d V^t - V M_D^d V^t M_D^u) U_L = U_L^t [M_D^u, V M_D^d V^t] U_L$$

al calcular el determinante de este conmutador, veces  $i$ , tenemos que

$$\det i[H_u, H_d] = i^3 (\det U_L^t) (\det [M_D^u, V M_D^d V^t]) (\det U_L) = -i \det [M_D^u, V M_D^d V^t]$$

y al hacer el cálculo usando las definiciones de las matrices diagonales de masa y de la matriz CKM, nos topamos precisamente con estos invariantes de Jarlskog, de tal forma que después de un poco de trabajo se obtiene:

$$\det i[H_u, H_d] = 2(m_t - m_c)(m_t - m_u)(m_c - m_u)(m_b - m_s)(m_b - m_d)(m_s - m_d)J$$

por tanto , 
$$J = \frac{\det i[H_u, H_d]}{2(m_t - m_c)(m_t - m_u)(m_c - m_u)(m_b - m_s)(m_b - m_d)(m_s - m_d)}$$

Siguiendo con los triángulos, al dibujarlos en la parametrización de Wolfenstein, los únicos que son útiles por no tener términos de  $O(\lambda^4)$  son el (b) y el (e), que resultan ser idénticos. Entonces, tomando la ecuación (2.10 .b )

$$A\lambda^3(\rho + i\eta) - A\lambda^3 + A\lambda^3(1 - \rho - i\eta) = 0$$

que al dividir entre  $-A\lambda^3$  queda

$$-(\rho + i\eta) + 1 - (1 - \rho - i\eta) = 0$$

y ha quedado un triángulo en el plano complejo con vértices (0,0), (1,0) y  $(\rho, \eta)$ , y con lados en términos de los elementos de CKM con menor precisión experimental

$$R_u \equiv \sqrt{\rho^2 + \eta^2} = \frac{1}{\lambda} \left| \frac{V_{ub}}{V_{cb}} \right|, \quad R_t \equiv \sqrt{(1-\rho)^2 + \eta^2} = \frac{1}{\lambda} \left| \frac{V_{td}}{V_{cd}} \right|$$

Los ángulos de este triángulo están dados por

$$\alpha \equiv \arg \left[ -\frac{V_{td}V_{tb}^*}{V_{ud}V_{ub}^*} \right] \quad \beta \equiv \arg \left[ -\frac{V_{cd}V_{cb}^*}{V_{td}V_{tb}^*} \right] \quad \gamma \equiv \arg \left[ -\frac{V_{ud}V_{ub}^*}{V_{cd}V_{cb}^*} \right]$$

y en la parametrización de Wolfenstein, los ángulos se reducen a

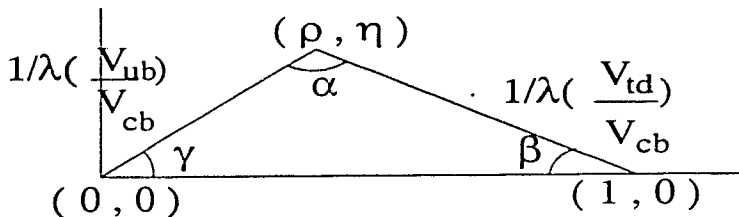


Figura 2.4: triángulo unitario

$$\alpha \equiv \arg \left[ -\frac{V_{td}}{V_{ub}^*} \right] \quad \beta \equiv \arg [V_{td}^*] \quad \gamma \equiv \arg [V_{ub}^*]$$

Al tener la magnitud de los lados y ángulos del triángulo en términos de los elementos de CKM, se puede conocer con cierta precisión el término que viola CP en esta parametrización,  $\eta$ . Con estos datos y otros que determinan directamente a  $\rho$  y a  $\eta$ , se tiene [15]

$$\rho = 0.161_{-0.112}^{+0.110} \quad \eta = 0.379_{-0.063}^{+0.060}$$

# Capítulo 3

## Violación de CP en mesones

### 3.1 Violación de CP en kaones

#### 3.1.1 Los estados $K_L$ y $K_S$

En el capítulo 1 se discutieron las ecuaciones de movimiento para el sistema de kaones, suponiendo como válida la simetría CP. Consideremos ahora la posibilidad de la violación de esta simetría, y desarrollemos el Hamiltoniano en la ecuación de Schrödinger hasta segundo orden [7], [9]. Es decir, dada la ecuación de Schrödinger para dos estados

$$i\hbar \frac{dC_{\alpha'}(t)}{dt} = H_{\alpha'\alpha} C_{\alpha}(t), \quad C_{\alpha}(t) = \langle \alpha | \psi(t) \rangle$$

donde las  $\alpha$ -s y  $\alpha'$ -s denotan a los kaones  $K^0$  y  $\bar{K}^0$ , desarrollemos el Hamiltoniano en la forma

$$H_{\alpha'\alpha} = \langle \alpha' | (H_{st} + H_{\gamma}) | \alpha \rangle + \sum_{\lambda} \frac{\langle \alpha' | H_W | \lambda \rangle \langle \lambda | H_W | \alpha \rangle}{m_K - E_{\lambda} + i\epsilon} =$$
$$m_K \delta_{\alpha'\alpha} + \sum_{\lambda} \frac{\langle \alpha' | H_W | \lambda \rangle \langle \lambda | H_W | \alpha \rangle}{m_K - E_{\lambda} + i\epsilon},$$

donde hemos separado el hamiltoniano en sus componentes fuerte, electromagnética y débil,  $H = H_{st} + H_{\gamma} + H_W$ . Como la interacción débil es la responsable de la transición entre los mesones  $K^0$  y  $\bar{K}^0$ , sólo ésta aparece en los términos de segundo orden. Usando la relación

$$\frac{1}{x - a + i\epsilon} = P \frac{1}{x - a} - i\pi\delta(x - a),$$

podemos hacer

$$H_{\alpha'\alpha} = M_{\alpha'\alpha} - \frac{i}{2}\Gamma_{\alpha'\alpha},$$

donde  $M_{\alpha'\alpha}$  y  $\Gamma_{\alpha'\alpha}$  son a su vez cantidades complejas y están dadas por

$$M_{\alpha'\alpha} = m_K \delta_{\alpha'\alpha} + \sum_{\lambda} P \frac{\langle \alpha' | H_W | \lambda \rangle \langle \lambda | H_W | \alpha \rangle}{m_K - E_{\lambda}}$$

y

$$\Gamma_{\alpha'\alpha} = 2\pi \sum_{\lambda} \langle \alpha' | H_W | \lambda \rangle \langle \lambda | H_W | \alpha \rangle \delta(E_{\lambda} - m_K);$$

estas matrices son conocidas como la matriz dispersiva  $M$ , y la matriz absorptiva  $\Gamma$ , ésta última responsable del decaimiento de los kaones, la más de las veces en piones, y donde el delta en su definición nos asegura tener estados reales con la misma energía que la del kaón inicial.  $M$  y  $\Gamma$  son matrices hermitianas, pues  $H_W$  lo es, pero  $H$  completa no lo es.

Como vimos en el capítulo 1, la simetría CPT nos garantiza que las amplitudes  $H_{11}$  y  $H_{22}$ , son iguales, entonces, antes de resolver la ecuación de eigenvalores de  $H$ , resolvamos la ecuación de eigenvalores de  $M$  y  $\Gamma$ , para tener información de lo que esperamos para  $H_{12}$  y  $H_{21}$  si hay violación de CP. Entonces, ya que  $M$  y  $\Gamma$  son hermitianas, se tiene que

$$M\phi = \begin{pmatrix} M_{11} & |M_{12}|e^{i\omega_m} \\ |M_{12}|e^{-i\omega_m} & M_{11} \end{pmatrix} \phi = m'\phi \quad \Gamma\varphi = \begin{pmatrix} \Gamma_{11} & |\Gamma_{12}|e^{i\omega_7} \\ |\Gamma_{12}|e^{-i\omega_7} & \Gamma_{11} \end{pmatrix} \varphi = \gamma'\varphi$$

cuyos eigenvalores y eigenfunciones están dados por

$$m'_{1,2} = M_{11} \pm \sqrt{|M_{12}|e^{i\omega_m}|M_{12}|e^{-i\omega_m}} = M_{11} \pm |M_{12}|, \quad \gamma'_{1,2} = \Gamma_{11} \pm |\Gamma_{12}|$$

$$\text{y} \quad \phi_{1,2} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} e^{i\omega_m/2} \\ \pm e^{-i\omega_m/2} \end{pmatrix}, \quad \varphi_{1,2} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} e^{i\omega_7/2} \\ \pm e^{-i\omega_7/2} \end{pmatrix},$$

es decir, para tener eigenestados de  $H$ , para los que  $\phi$  y  $\varphi$  son iguales, se debe de cumplir que  $\omega_m - \omega_7 = 0, \pi$ , si  $\phi_1 = \varphi_1 = \psi_1$  o  $\phi_1 = \varphi_2 = \psi_1$ , respectivamente. De este modo, los eigenestados de  $H$  son

$$|K_{2,1}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(e^{i\omega/2}|K^0\rangle \pm e^{-i\omega/2}|\bar{K}^0\rangle) = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\bar{K}^0\rangle \pm |\bar{K}^0\rangle)$$

que efectivamente son los eigenestados de CP  $K_2$  y  $K_1$ , por lo que si queremos que haya conservación de CP, la fase relativa entre los factores  $M_{12}$  y  $\Gamma_{12}$  de  $H_{1,2}$  debe ser cero.

Así, vamos a sacar de nueva cuenta los eigenestados de la energía permitiendo violación de CP:

$$H \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} H_{11} & H_{12} \\ H_{21} & H_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = \lambda_\beta \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$$

$$(\lambda_\beta - H_{11})^2 - H_{12}H_{21} = 0$$

de lo que obtenemos los eigenvalores de la energía

$$\lambda_\beta = H_{11} \pm \sqrt{H_{12}H_{21}} \quad (3.1)$$

y los eigenvectores

$$\beta^1 = \begin{pmatrix} 1 \\ \sqrt{\frac{H_{21}}{H_{12}}} \end{pmatrix} \quad \beta^2 = \begin{pmatrix} 1 \\ -\sqrt{\frac{H_{21}}{H_{12}}} \end{pmatrix};$$

definiendo

$$\eta \equiv \sqrt{\frac{H_{21}}{H_{12}}} = \sqrt{\frac{M_{12}^* - \frac{1}{2}\Gamma_{12}^*}{M_{12} - \frac{1}{2}\Gamma_{12}}}$$

vemos de nueva cuenta que si las fases de  $M_{12}$  y  $\Gamma_{12}$  son las mismas, entonces  $\eta$  es una fase y  $|\eta|^2 = 1$ , y obtenemos los eigenestados de CP que ya mencionamos. Con ésta definición de  $\eta$  los eigenestados de  $H$  están dados por:

$$K_{L,S} = \frac{1}{\sqrt{1 - |\eta|^2}} (K^0 \pm \eta \bar{K}^0). \quad (3.2)$$

Debido a que la violación de CP es pequeña, sería conveniente expresarla en términos de un parámetro que de la diferencia entre  $H_{12}$  y  $H_{21}$ .

$$\xi = \frac{\sqrt{H_{12}} - \sqrt{H_{21}}}{\sqrt{H_{12}} + \sqrt{H_{21}}} = \frac{1 - \eta}{1 + \eta}. \quad (3.3)$$

por lo que

$$\eta = \frac{1 - \xi}{1 + \xi}$$

y los coeficientes de la ecuación (3.2) quedan como

$$\frac{1}{\sqrt{1+|\eta|^2}} = \frac{|1+\xi|}{\sqrt{|1+\xi|^2+|1-\xi|^2}}$$

$$\frac{\eta}{\sqrt{1+|\eta|^2}} = \left(\frac{1-\xi}{1+\xi}\right) \frac{|1+\xi|}{\sqrt{|1+\xi|^2+|1-\xi|^2}},$$

por lo que los estados  $|K_L^0\rangle$  y  $|K_S^0\rangle$  se expresan como

$$|K_L^0\rangle = \frac{e^{i\phi}}{\sqrt{2(|\xi|^2+1)}} \left\{ (1+\xi) |K^0\rangle + (1-\xi) |\bar{K}^0\rangle \right\}$$

$$= \frac{e^{i\phi}}{\sqrt{(|\xi|^2+1)}} (K_2 + \xi K_1)$$

$$|K_S^0\rangle = \frac{e^{i\phi}}{\sqrt{2(|\xi|^2+1)}} \left\{ (1+\xi) |K^0\rangle - (1-\xi) |\bar{K}^0\rangle \right\}$$

$$= \frac{e^{i\phi}}{\sqrt{(|\xi|^2+1)}} (K_1 + \xi K_2),$$

con  $e^{i\phi} = |1+\xi|/(1+\xi)$ . Entonces el  $K_L$  tiene una probabilidad proporcional a  $|\xi|^2$  de ser un  $K_1$ , lo que resulta en el decaimiento al par de piones.

Ahora bien, si renombramos a los estados  $|K^0\rangle$  y  $|\bar{K}^0\rangle$  por

$$|\widetilde{K}^0\rangle = e^{i\alpha} |K^0\rangle \quad |\widetilde{\bar{K}}^0\rangle = e^{-i\alpha} |\bar{K}^0\rangle \quad (3.4)$$

los elementos de matriz  $H_{ij}$ ,  $i \neq j$ , cambian por

$$\widetilde{H}_{12} = \langle \widetilde{K}^0 | H | \widetilde{\bar{K}}^0 \rangle = \langle K^0 | e^{-i\alpha} H e^{-i\alpha} | \bar{K}^0 \rangle = \langle K^0 | H | \bar{K}^0 \rangle e^{-2i\alpha} = H_{12} e^{-2i\alpha}$$

$$\widetilde{H}_{21} = \langle \widetilde{\bar{K}}^0 | H | \widetilde{K}^0 \rangle = \langle \bar{K}^0 | e^{i\alpha} H e^{i\alpha} | K^0 \rangle = \langle \bar{K}^0 | H | K^0 \rangle e^{2i\alpha} = H_{21} e^{2i\alpha};$$

y al aplicar las transformaciones (3.4) a la definición de  $\xi$ , ecuación (3.3), ésta se modifica por

$$\widetilde{\xi} = \frac{\sqrt{H_{12}} e^{-i\alpha} - \sqrt{H_{21}} e^{i\alpha}}{\sqrt{H_{12}} e^{-i\alpha} + \sqrt{H_{21}} e^{i\alpha}} = \frac{1 - \frac{1-i}{1+i} e^{2i\alpha}}{1 + \frac{1-i}{1+i} e^{2i\alpha}} = \frac{1 - e^{2i\alpha} + \xi(1 - e^{2i\alpha})}{1 + e^{2i\alpha} + \xi(1 - e^{2i\alpha})} = \frac{\xi - i \tan \alpha}{1 - i \widetilde{\xi} \tan \alpha}$$



3.1.2 El parámetro de violación de CP indirecta  $\bar{\epsilon}$ 

Aunque hay una violación de CP al ser  $|H_{12}| \neq |H_{21}|$ , a ésta se le llama indirecta, o de mezcla, por ser el  $K_1^0$  quien decae en 2 piones, y ambos estados, inicial y final, son eigenestados de CP. Para tener la violación directa, se estudia el diagrama llamado pingüino, en el que no hay una oscilación del  $K^0$  al  $\bar{K}^0$  o viceversa, sino que es un decaimiento directo de kaones a piones. Para ello se miden las cantidades  $\eta_{+-}$  y  $\eta_{00}$ , que definiremos posteriormente; por lo pronto vamos a reducir la ec. (3.3) lo más posible:

$$\bar{\epsilon} = \frac{\sqrt{H_{12}} - \sqrt{H_{21}}}{\sqrt{H_{12}} + \sqrt{H_{21}}} = \frac{H_{12} - H_{21}}{(\sqrt{H_{12}} + \sqrt{H_{21}})^2} = \frac{Re(M_{12}) + iIm(M_{12}) - \frac{1}{2}(Re(\Gamma_{12}) + iIm(\Gamma_{12}))}{(\sqrt{H_{12}} - \sqrt{H_{21}})^2 + 4\sqrt{H_{12}H_{21}}}$$

$$= \frac{Re(M_{12}) - iIm(M_{12}) - \frac{1}{2}(Re(\Gamma_{12}) - iIm(\Gamma_{12}))}{(\sqrt{H_{12}} - \sqrt{H_{21}})^2 + 4\sqrt{H_{12}H_{21}}} \approx \frac{Im(\Gamma_{12}) + (2i)Im(M_{12})}{4\sqrt{H_{12}H_{21}}}$$

El término del denominador nos dá la diferencia entre los eigenvalores de la ecuación (3.1):

$$\Delta\lambda = \lambda_{K_L} - \lambda_{K_S} = 2\sqrt{H_{12}H_{21}} = \Delta m - \frac{i}{2}\Delta\gamma; \quad (3.5)$$

con

$$\Delta m = 2Re\sqrt{(M_{12} - \frac{i}{2}\Gamma_{12})(M_{12}^* - \frac{i}{2}\Gamma_{12}^*)} \quad \text{y} \quad \Delta\gamma = -2Im\sqrt{(M_{12} - \frac{i}{2}\Gamma_{12})(M_{12}^* - \frac{i}{2}\Gamma_{12}^*)};$$

para comprender lo que significa esta última ecuación, veamos el siguiente resultado:

La función de onda asociada a una partícula en mecánica cuántica es de la forma  $\psi(t) = \psi(0)e^{-iEt}$ . Si  $E$  es real, entonces  $|\psi(t)|^2 = |\psi(0)|^2$ , así que no hay decaimiento y la partícula es estable. Para describir una partícula inestable, requerimos de una energía compleja,  $E = E_0 - i\gamma/2$ , para tener una función de onda de la forma

$$|\psi(t)|^2 = |\psi(0)|^2 e^{-\gamma t}, \quad (3.6)$$

donde  $\tau = 1/\gamma$ , es el tiempo de vida media de la partícula.

Entonces, usando la ecuación (3.5),  $\bar{\epsilon}$  queda como

$$\bar{\epsilon} \approx \frac{iIm(M_{12}) + \frac{1}{2}Im(\Gamma_{12})}{\Delta m - \frac{i}{2}\Delta\gamma}$$

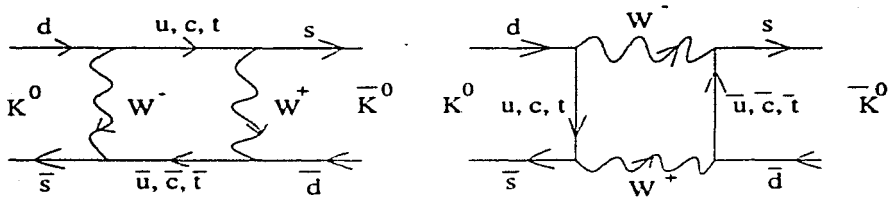


Figura 3.1: contribución de los diagramas de caja a la amplitud  $K^0 \rightarrow \bar{K}^0$

El cálculo de  $M_{12}$  y  $\Gamma_{12}$  del diagrama de caja de la figura 3.1 depende de la convención de fases usada. Para  $\Gamma_{12}$  sólo contribuye el estado intermedio con el quark u, debido a la delta en la energía que ya mencionamos, y como en el decaimiento de kaones a piones, se tiene que hay una mayor amplitud para los estados con isospín final  $I = 0$ , comparada a la de  $I = 2$ , la parametrización de Wu y Yang, en la que la amplitud de  $I = 0$  es real, es muy popular. En este caso se tiene entonces que  $Im(\Gamma_{12}) \ll Im(M_{12})$ . Esta parametrización contrasta con la llamada convención de quarks, donde los elementos de la matriz de CKM son los que se dieron en el capítulo 2 y donde la fase de la amplitud  $I = 0$  es distinta de cero, y la de  $I = 2$ , igual a cero. Entonces, en la convención de Wu y Yang, y ya que experimentalmente se encuentra que  $\Delta m = 3.52 \times 10^{-15} GeV$  y  $\Delta\gamma = -7.36 \times 10^{-15} GeV$ , por lo que  $\Delta m \sim -(1/2)\Delta\gamma$ , entonces

$$\varepsilon \approx \frac{iIm(M_{12})}{\Delta m(1+i)} = \frac{iIm(M_{12})(1-i)}{2\Delta m} = \frac{Im(M_{12})(1+i)}{2\Delta m}$$

donde le hemos quitado la barra a la  $\varepsilon$  para denotar que estamos en la convención de Wu y Yang. La fase de  $\varepsilon$  es  $\pi/4$  y su magnitud

$$|\varepsilon| = \frac{1}{2\sqrt{2}} \frac{Im(M_{12})}{\Delta m}$$

Cuando se analiza la amplitud de transición entre los estados  $K^0$  y  $\bar{K}^0$ , se distingue entre los eventos a alta y a baja energía [13]. A alta energía, se puede estudiar el diagrama de caja de quarks, figura (3.1), donde  $|\Delta s| = 2$ , y por tanto se trata de una violación de CP indirecta. En la región de bajas energías, hay estados intermedios y  $|\Delta s| = 1$ , y los métodos para calcular la amplitud son complicados y no los voy a comentar aquí.

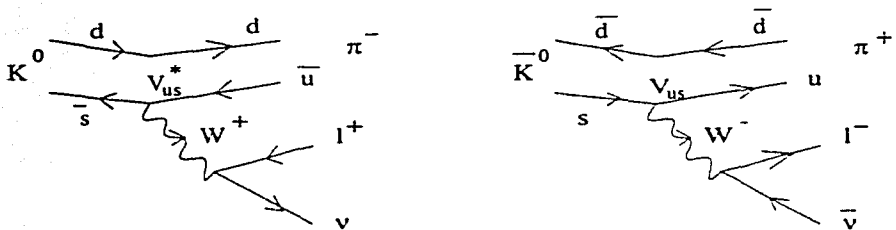


Figura 3.2: decaimientos  $K^0 \rightarrow \pi^- l^+ \nu$  y  $\bar{K}^0 \rightarrow \pi^+ l^- \bar{\nu}$

Ahora vamos a relacionar esto con los experimentos. Para medir el parámetro de violación de CP indirecta, se recurre a la asimetría de las anchuras de los decaimientos  $K_L \rightarrow \pi^- l^+ \nu$  y  $\bar{K}_L \rightarrow \pi^+ l^- \bar{\nu}$ , ver figura(3.2), [13]

$$\delta = \frac{\Gamma(K_L \rightarrow \pi^- l^+ \nu) - \Gamma(K_L \rightarrow \pi^+ l^- \bar{\nu})}{\Gamma(K_L \rightarrow \pi^- l^+ \nu) + \Gamma(K_L \rightarrow \pi^+ l^- \bar{\nu})}$$

donde la violación de CP se da por el hecho de ser el estado de masa  $K_L$  distinto al estado de CP  $K_2$ . Las amplitudes  $a_l$  y  $\bar{a}_l$  definidas por

$$a_l \equiv \langle \pi^- l^+ \nu | W | K^0 \rangle \propto \langle \pi^- l^+ \nu | V_{us}^* | K^0 \rangle = |V_{us}| \langle \pi^- l^+ \nu | e^{i\theta_c} K^0 \rangle$$

$$\bar{a}_l \equiv \langle \pi^+ l^- \bar{\nu} | W | \bar{K}^0 \rangle \propto \langle \pi^+ l^- \bar{\nu} | V_{us} | \bar{K}^0 \rangle = |V_{us}| \langle \pi^+ l^- \bar{\nu} | e^{i\theta_c} \bar{K}^0 \rangle$$

están relacionadas por  $a_l = -\bar{a}_l$  por CP, ya que

$$CP|\pi^- l^+ \nu \rangle = |\pi^+ l^- \bar{\nu} \rangle$$

y por tanto

$$\begin{aligned} \delta &= \frac{\Gamma((1+\varepsilon)K^0 + (1-\varepsilon)\bar{K}^0 \rightarrow \pi^- l^+ \nu) - \Gamma((1+\varepsilon)K^0 + (1-\varepsilon)\bar{K}^0 \rightarrow \pi^+ l^- \bar{\nu})}{\Gamma((1+\varepsilon)K^0 + (1-\varepsilon)\bar{K}^0 \rightarrow \pi^- l^+ \nu) + \Gamma((1+\varepsilon)K^0 + (1-\varepsilon)\bar{K}^0 \rightarrow \pi^+ l^- \bar{\nu})} = \\ &= \frac{|A|^2((1+\varepsilon)K^0 \rightarrow \pi^- l^+ \nu) - |A|^2((1-\varepsilon)\bar{K}^0 \rightarrow \pi^+ l^- \bar{\nu})}{|A|^2((1+\varepsilon)K^0 \rightarrow \pi^- l^+ \nu) + |A|^2((1-\varepsilon)\bar{K}^0 \rightarrow \pi^+ l^- \bar{\nu})} = \end{aligned}$$

$$\frac{(1 + \bar{\epsilon}^*)(1 + \bar{\epsilon})a_1^2 - (1 - \bar{\epsilon}^*)(1 - \bar{\epsilon})a_2^2}{(1 + \bar{\epsilon}^*)(1 + \bar{\epsilon})a_1^2 + (1 - \bar{\epsilon}^*)(1 - \bar{\epsilon})a_2^2} = \frac{2Re\bar{\epsilon}}{1 + |\bar{\epsilon}|^2}.$$

Experimentalmente la asimetría medida es  $Re\bar{\epsilon} = (1.65 \pm 0.05) \times 10^{-3}$  [14]. Esta cantidad nos mide que tanto los estados  $K_L$  y  $K_S$  difieren de los estados ortogonales  $K_1$  y  $K_2$ :

$$\langle K_S | K_L \rangle = \frac{|1 + \bar{\epsilon}|^2 - |1 - \bar{\epsilon}|^2}{2(1 + |\bar{\epsilon}|^2)} = \frac{2(\bar{\epsilon} + \bar{\epsilon}^*)}{2(1 + |\bar{\epsilon}|^2)} = \frac{2Re\bar{\epsilon}}{1 + |\bar{\epsilon}|^2}$$

y por ser una medida física, no depende de convenciones de fase.

### 3.1.3 El parámetro de violación de CP directa $\bar{\epsilon}'$

Para tener una medida del decaimiento directo de kaones a piones, se estudian los siguientes cocientes de amplitudes

$$\eta_{+-} = \frac{A(K_L \rightarrow \pi^+\pi^-)}{A(K_S \rightarrow \pi^+\pi^-)} \quad \eta_{00} = \frac{A(K_L \rightarrow \pi^0\pi^0)}{A(K_S \rightarrow \pi^0\pi^0)}. \quad (3.7)$$

Si hubiera una sola amplitud de decaimiento del  $K^0$  y del  $\bar{K}^0$  a los dos piones, y ya que  $\langle \pi^+\pi^- | H_W | K^0 \rangle = - \langle \pi^+\pi^- | H_W | \bar{K}^0 \rangle = a$ , entonces se tendría

$$|\eta_{+-}|^2 = \left| \frac{(1 + \bar{\epsilon})a - (1 + \bar{\epsilon})a^*}{(1 + \bar{\epsilon})a + (1 + \bar{\epsilon})a^*} \right|^2 = |\bar{\epsilon}'|^2$$

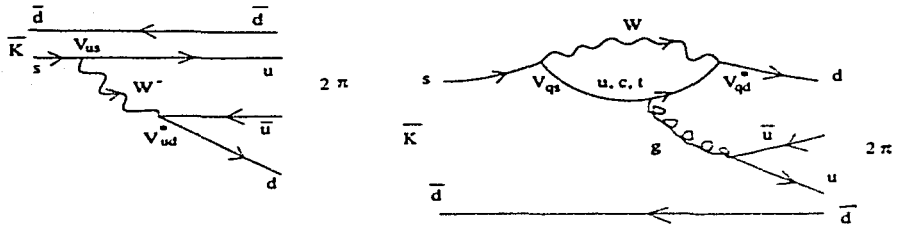
y sólo habría violación de CP indirecta, pero debido a que hay más de una amplitud de decaimiento, de acuerdo al isospín de los piones, y cada amplitud recibe distintas contribuciones de los diagramas de Feynman, se tiene como resultado que hay violación directa de CP. Entonces, comenzando con los estados finales del pión, se tiene que de acuerdo a su isospín:

$$|\pi^0\pi^0\rangle = \sqrt{\frac{2}{3}} |2\pi, I=2\rangle - \sqrt{\frac{1}{3}} |2\pi, I=0\rangle$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} (|\pi^+\pi^-\rangle + |\pi^-\pi^+\rangle) = \sqrt{\frac{1}{3}} |2\pi, I=2\rangle + \sqrt{\frac{2}{3}} |2\pi, I=0\rangle$$

y de acuerdo al modelo estándar, al estado final  $I=0$ , además de la contribución a la amplitud a nivel árbol, contribuye el llamado diagrama pinguino, como se muestra en la figura (3:3), obteniéndose así una diferencia en fase de las amplitudes  $I=2$  y  $I=0$ .

Entonces, de la ecuación (3.7):


 Figura 3.3: diagramas de árbol y pingüino en  $K_L \rightarrow 2\pi$ .

$$\eta_{+-} = \frac{\frac{1}{\sqrt{3}}a(K_L \rightarrow 2\pi, I=2) + \sqrt{\frac{2}{3}}a(K_L \rightarrow 2\pi, I=0)}{\frac{1}{\sqrt{3}}a(K_S \rightarrow 2\pi, I=2) + \sqrt{\frac{2}{3}}a(K_S \rightarrow 2\pi, I=0)} = \frac{\frac{a(K_L \rightarrow 2\pi, I=0)}{a(K_S \rightarrow 2\pi, I=0)} + \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{a(K_L \rightarrow 2\pi, I=2)}{a(K_S \rightarrow 2\pi, I=0)}}{1 + \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{a(K_S \rightarrow 2\pi, I=2)}{a(K_S \rightarrow 2\pi, I=0)}};$$

definiendo las cantidades

$$\begin{aligned} \epsilon &\equiv \frac{a(K_L \rightarrow 2\pi, I=0)}{a(K_S \rightarrow 2\pi, I=0)} & \epsilon_2 &\equiv \frac{a(K_L \rightarrow 2\pi, I=2)}{a(K_S \rightarrow 2\pi, I=0)} \\ \text{y} \quad \epsilon' &= \frac{1}{\sqrt{2}} \left[ \epsilon_2 - \epsilon \frac{a(K_S \rightarrow 2\pi, I=2)}{a(K_S \rightarrow 2\pi, I=0)} \right] \end{aligned} \quad (3.8)$$

donde vemos que a la definición de  $\epsilon$  sólo contribuye la amplitud con  $I=0$ , entonces

$$\eta_{+-} = \frac{\epsilon + \frac{1}{\sqrt{2}}\epsilon_2}{1 + \frac{1}{\sqrt{2}}\frac{\epsilon_2}{\epsilon} - \epsilon'} = \frac{(\epsilon + \frac{1}{\sqrt{2}}\epsilon_2)\epsilon}{\epsilon + \frac{1}{\sqrt{2}}\epsilon_2 - \epsilon'} = \frac{\epsilon}{1 - \frac{\epsilon'}{\epsilon + \frac{1}{\sqrt{2}}\epsilon_2}} \approx \epsilon \left( 1 + \frac{\epsilon'}{\epsilon + \frac{1}{\sqrt{2}}\epsilon_2} \right) \approx \epsilon + \epsilon'. \quad (3.9)$$

Definiendo ahora las amplitudes como

$$a(K^0 \rightarrow 2\pi, I) = a_I e^{i\delta_I} \quad a(\bar{K}^0 \rightarrow 2\pi, I) = \bar{a}_I e^{i\bar{\delta}_I}$$

donde las  $\delta_I$  son fases que provienen de la interacción fuerte, y que no violan CP, y al ser  $\bar{a}_I = -a_I^*$  por CP, entonces

$$a(K^0 \rightarrow 2\pi, I) = |a_I| e^{i(\delta_I - \theta_I)} \quad a(\bar{K}^0 \rightarrow 2\pi, I) = -|a_I| e^{i(\delta_I - \theta_I)}$$

donde las  $\theta_I$  son fases de origen débil; entonces, de las definiciones (3.8)

$$\begin{aligned} \varepsilon &= \frac{(1 + \bar{\varepsilon})a(K^0 \rightarrow 2\pi, I = 0) + (1 - \bar{\varepsilon})a(\bar{K}^0 \rightarrow 2\pi, I = 0)}{(1 + \bar{\varepsilon})a(K^0 \rightarrow 2\pi, I = 0) - (1 - \bar{\varepsilon})a(\bar{K}^0 \rightarrow 2\pi, I = 0)} = \\ &= \frac{(1 + \bar{\varepsilon}) |a_0| e^{i(\delta_0 + \theta_0)} - (1 - \bar{\varepsilon}) |a_0| e^{i(\delta_0 - \theta_0)}}{(1 + \bar{\varepsilon}) |a_0| e^{i(\delta_0 + \theta_0)} + (1 - \bar{\varepsilon}) |a_0| e^{i(\delta_0 - \theta_0)}} = \\ &= \frac{(1 + \bar{\varepsilon}) e^{i\theta_0} - (1 - \bar{\varepsilon}) e^{-i\theta_0}}{(1 + \bar{\varepsilon}) e^{i\theta_0} + (1 - \bar{\varepsilon}) e^{-i\theta_0}} = \frac{2i \operatorname{sen} \theta_0 + 2\bar{\varepsilon} \operatorname{cos} \theta_0}{2 \operatorname{cos} \theta_0 + 2i\bar{\varepsilon} \operatorname{sen} \theta_0} = \frac{\bar{\varepsilon} + i \operatorname{tan} \theta_0}{1 + i\bar{\varepsilon} \operatorname{tan} \theta_0} \end{aligned}$$

así, en la convención de Wu y Yang, en la que  $\theta_0 = 0$ ,  $\varepsilon = \bar{\varepsilon}$ .

De la misma forma,

$$\varepsilon_2 = \frac{|a_2|}{|a_0|} e^{i\Delta} \left( \frac{\bar{\varepsilon} \operatorname{cos} \theta_2 + i \operatorname{sen} \theta_2}{\operatorname{cos} \theta_0 + i\bar{\varepsilon} \operatorname{sen} \theta_0} \right)$$

$$\text{y } \varepsilon' = \frac{i}{\sqrt{2}} \left| \frac{a_2}{a_0} \right| e^{i\Delta} \frac{[\operatorname{sen}(\theta_2 - \theta_0)][1 - \bar{\varepsilon}^2]}{(\operatorname{cos} \theta_0 + i\bar{\varepsilon} \operatorname{sen} \theta_0)^2} \approx \frac{i}{\sqrt{2}} \left| \frac{a_2}{a_0} \right| e^{i\Delta} \frac{\operatorname{sen}(\theta_2 - \theta_0)}{\operatorname{cos}^2 \theta_0}$$

donde  $\Delta \equiv \delta_2 - \delta_1$  y donde de nueva cuenta, en la convención de fases de Wu y Yang,  $\varepsilon' = \frac{i}{\sqrt{2}} \left| \frac{a_2}{a_0} \right| e^{i\Delta} \operatorname{sen}(\theta_2)$ . Por otro lado, de la definición de  $\eta_{+-}$

$$\eta_{+-} = \frac{A(K_L \rightarrow \pi^+ \pi^-)}{A(K_S \rightarrow \pi^+ \pi^-)} = \frac{A(K_2 \rightarrow \pi^+ \pi^-) + \bar{\varepsilon} A(K_1 \rightarrow \pi^+ \pi^-)}{A(K_1 \rightarrow \pi^+ \pi^-) + \bar{\varepsilon} A(K_2 \rightarrow \pi^+ \pi^-)} \approx \bar{\varepsilon} + \frac{A(K_2 \rightarrow \pi^+ \pi^-)}{A(K_1 \rightarrow \pi^+ \pi^-)}$$

y de la ecuación (3.9):

$$\eta_{+-} \approx \bar{\varepsilon} + \frac{A(K_2 \rightarrow \pi^+ \pi^-)}{A(K_1 \rightarrow \pi^+ \pi^-)} \approx \varepsilon + \varepsilon' \approx \bar{\varepsilon} + i \operatorname{tan} \theta_0 + \varepsilon'$$

$$\Rightarrow \varepsilon' \approx \frac{A(K_2 \rightarrow \pi^+ \pi^-)}{A(K_1 \rightarrow \pi^+ \pi^-)} - i \operatorname{tan} \theta_0$$

es decir,  $\varepsilon'$  es una medida del decaimiento que viola directamente CP  $K_2 \rightarrow \pi^+ \pi^-$ .

Un desarrollo similar se hace para  $\eta_{00}$ , obteniéndose

$$\eta_{00} \approx \varepsilon - 2\varepsilon'$$

y así, se obtiene una relación para  $\operatorname{Re}(\frac{\varepsilon'}{\varepsilon})$  vía

$$\left| \frac{\eta_{00}}{\eta_{+-}} \right|^2 = \left| \frac{\varepsilon - 2\varepsilon'}{\varepsilon + \varepsilon'} \right|^2 = \left| 1 - \frac{3\varepsilon'}{\varepsilon + \varepsilon'} \right|^2 \approx 1 - 6 \operatorname{Re}(\frac{\varepsilon'}{\varepsilon}) \approx 1 - 6 \frac{|\varepsilon'|}{|\varepsilon|},$$

puesto que ya habíamos visto que la fase de  $\varepsilon$  es  $\pi/4$ , y, como la fase de  $\varepsilon'$  es  $\Delta + \pi/2$ , la cual se ha establecido que también es de alrededor de  $\pi/4$ , se sigue que  $Re(\varepsilon'/\varepsilon) \approx |\varepsilon'|/|\varepsilon|$ . Entonces, con los datos de  $\delta \approx 2Re\varepsilon$ , y de  $\eta_{00}/\eta_{+-} \approx |\varepsilon'|/|\varepsilon|$ , se obtienen los valores de  $|\varepsilon'|$  y  $|\varepsilon|$ , aunque también se tienen datos para las fases de  $\eta_{00}$  y  $\eta_{+-}$ . Los valores experimentales son

$$\phi(\varepsilon) = (-\frac{1}{2}\Delta\gamma)/\Delta m = (43.49 \pm 0.08)^\circ \quad \phi(\varepsilon') = \Delta + \pi/2 = (48 \pm 4)^\circ \quad \delta \approx 2Re\varepsilon = 3.3 \times 10^{-3}$$

$$|\eta_{+-}| = (2.275 \pm 0.021) \times 10^{-3}, \quad \phi_{+-} = (44.6 \pm 1.2)^\circ$$

$$|\eta_{00}| = (2.299 \pm 0.036) \times 10^{-3}, \quad \phi_{00} = (54 \pm 5)^\circ$$

y así se tiene  $|\varepsilon_K| = (2.27 \pm 0.02) \times 10^{-3}$  y  $Re(\varepsilon'/\varepsilon) = (28.0 \pm 4.1) \times 10^{-4}$ , que se obtuvo en el experimento KTeV en Fermilab.

### 3.1.4 Oscilación de los kaones

Hablemos un poco de la oscilación de los estados  $|K^0\rangle$  y  $|\bar{K}^0\rangle$  antes de pasar a estudiar la violación de CP en otros sistemas.

Ya que los eigenestados del Hamiltoniano son  $|K_L\rangle$  y  $|K_S\rangle$ , un estado  $|K(t)\rangle$  se desarrollará en el tiempo como

$$|K(t)\rangle = Ae^{-i(m_L - \frac{1}{2}\gamma_L)t} |K_L\rangle + Be^{-i(m_S - \frac{1}{2}\gamma_S)t} |K_S\rangle$$

donde  $A$  y  $B$  nos dan las probabilidades de que el estado sea un  $K_L$  o un  $K_S$ , respectivamente, y de la definición de  $K_L$  y  $K_S$

$$|K(t)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2(1+|\varepsilon|^2)}} (Ae^{-i(m_L - \frac{1}{2}\gamma_L)t} [(1+\varepsilon)|K^0\rangle + (1-\varepsilon)|\bar{K}^0\rangle] +$$

$$Be^{-i(m_S - \frac{1}{2}\gamma_S)t} [(1+\varepsilon)|K^0\rangle - (1-\varepsilon)|\bar{K}^0\rangle]) =$$

$$\frac{1}{\sqrt{2(1+|\varepsilon|^2)}} [(1+\varepsilon)(Ae^{-i(m_L - \frac{1}{2}\gamma_L)t} + Be^{-i(m_S - \frac{1}{2}\gamma_S)t}) |K^0\rangle +$$

$$(1 - \xi)(Ae^{-i(m_L - \frac{1}{2}\gamma_L)t} - Be^{-i(m_S - \frac{1}{2}\gamma_S)t}) | \bar{K}^0 \rangle]$$

factorizando  $\frac{1 + \xi}{\sqrt{2(1 + |\xi|^2)}}$  y absorbiéndolo en las constantes :

$$| K(t) \rangle = [A'e^{-i(m_L - \frac{1}{2}\gamma_L)t} + B'e^{-i(m_S - \frac{1}{2}\gamma_S)t}] | K^0 \rangle + \frac{(1 - \xi)}{(1 + \xi)} [A'e^{-i(m_L - \frac{1}{2}\gamma_L)t} - B'e^{-i(m_S - \frac{1}{2}\gamma_S)t}] | \bar{K}^0 \rangle;$$

si, por ejemplo, al tiempo inicial,  $t = 0$ ,  $K(0) = K^0$ , entonces  $A' = B' = 1/2$  y

$$| K^0(t) \rangle = \frac{1}{2} (e^{-i(m_L - \frac{1}{2}\gamma_L)t} + e^{-i(m_S - \frac{1}{2}\gamma_S)t}) | K^0 \rangle + \frac{(1 - \xi)}{2(1 + \xi)} (e^{-i(m_L - \frac{1}{2}\gamma_L)t} - e^{-i(m_S - \frac{1}{2}\gamma_S)t}) | \bar{K}^0 \rangle \\ \equiv f_+(t) | K^0 \rangle + \frac{(1 - \xi)}{(1 + \xi)} f_-(t) | \bar{K}^0 \rangle \quad (3.10)$$

y si se comienza con un estado  $\bar{K}^0$ , entonces  $A' = -B' = \frac{1 - \xi}{2(1 - \xi)}$  y

$$| \bar{K}^0(t) \rangle = \frac{(1 + \xi)}{2(1 - \xi)} (e^{-i(m_L - \frac{1}{2}\gamma_L)t} - e^{-i(m_S - \frac{1}{2}\gamma_S)t}) | K^0 \rangle + (e^{-i(m_L - \frac{1}{2}\gamma_L)t} + e^{-i(m_S - \frac{1}{2}\gamma_S)t}) | \bar{K}^0 \rangle \\ = \frac{(1 + \xi)}{(1 - \xi)} f_-(t) | K^0 \rangle + f_+(t) | \bar{K}^0 \rangle \quad (3.11)$$

y por tanto las probabilidades de que  $K(t)$  sea  $K^0$  o  $\bar{K}^0$ , son proporcionales a  $| f_-(t) |^2$  y  $| f_+(t) |^2$

$$| f_{\pm}(t) |^2 = \frac{1}{4} [e^{-\gamma_L t} + e^{-\gamma_S t} \pm 2e^{-\gamma t} \cos \Delta m t]$$

$$\text{donde } \gamma \equiv \frac{1}{2}(\gamma_L + \gamma_S)$$

así, un factor importante para que la oscilación sea observada, es el cociente

$$x \equiv \Delta m / \gamma$$



con  $\Delta m = m_L - m_S$ , pues necesitamos una frecuencia  $\Delta m$  grande respecto al factor de amortiguamiento dado por  $\gamma$ . Así, al observarse en los kaones la oscilación  $K^0 \rightarrow \bar{K}^0$  y viceversa, es señal de que  $x$  u otro de los parámetros que veremos es una cantidad no despreciable.

## 3.2 Violación de CP en los mesones B

La medición de violación de CP en los mesones B tiene puestas sus esperanzas en la oscilación de ellos. Debido a que en cálculos con diagramas de caja, se obtiene que la relación entre las partes absorbtiva y dispersiva es de  $|\Gamma_{12}|/|M_{12}| \sim O(m_b^2/m_c^2)$ , y además,  $\phi_{M_{12}} - \phi_{\Gamma_{12}} = \pi + O(m_c^2/m_b^2)$ , por lo que casi son eigeestados de CP, ésto implica que el término de violación de CP indirecta  $\bar{\epsilon}$  se espera a ser muy pequeño. Como veremos en esta sección, el factor  $x(B_s) = \Delta m_{B_s}/\gamma_{B_s}$ , es determinante para que exista gran oscilación en este sistema.

### 3.2.1 Diagrama de caja del B

Primero hay que hacer una estimación de un factor que va a ser importante en los próximos cálculos. De la definición de  $\bar{\epsilon}_B$ , en analogía con el caso de los kaones, y del hecho de que  $\Gamma \ll M$ :

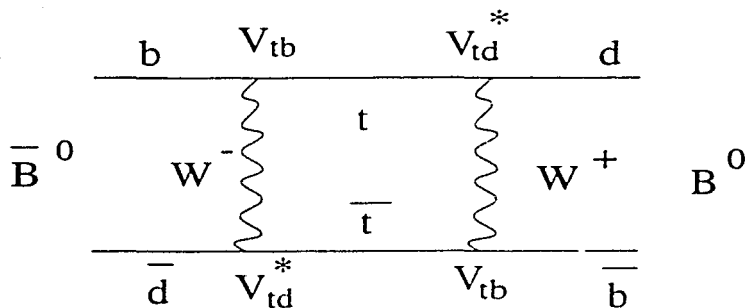
$$\eta_B = \frac{1 - \bar{\epsilon}_B}{1 + \bar{\epsilon}_B} = \sqrt{\frac{H_{21}}{H_{12}}} = \sqrt{\frac{M_{12}^* - \frac{1}{2}\Gamma_{12}^*}{M_{12} - \frac{1}{2}\Gamma_{12}}} \sim \sqrt{\frac{M_{12}^*}{M_{12}}}$$

Una estimación de  $M_{12}$  se puede calcular del diagrama de caja de quarks, olvidándonos de las contribuciones a grandes distancias, lo cual es casi cierto por requerir el B de alta energía para su formación. Entonces, en el diagrama, los quarks internos contribuyen con  $\sim m_c^2 |V_{cb}V_{cd}^*|^2$ , por lo que el quark top es dominante, entonces

$$\frac{1 - \bar{\epsilon}_B}{1 + \bar{\epsilon}_B} = \sqrt{\frac{(V_{cb}^*)^2 V_{cd}^2}{V_{cb}^2 (V_{cd}^*)^2}} = \frac{V_{cb}^* V_{cd}}{V_{cb} V_{cd}^*} \quad (3.12)$$

y se puede hacer una aproximación igual, aunque con más incertidumbre para los kaones; para ellos tendríamos

$$\frac{1 - \bar{\epsilon}}{1 + \bar{\epsilon}} = \sqrt{\frac{(V_{cb}^*)^2 V_{cd}^2}{V_{cb}^2 (V_{cd}^*)^2}} = \frac{V_{cb}^* V_{cd}}{V_{cb} V_{cd}^*} \quad (3.13)$$


 Figura 3.4: Diagrama de caja de  $M_{12}$ 

donde, a pesar de la gran masa del top, ese término está suprimido por los elementos de CKM, siendo la contribución mayor la del quark charm.

### 3.2.2 Oscilación en los B's

En el caso de los mesones B, al ser su tiempo de vida muy pequeño, del orden de  $10^{-12}$  s ( como comparación,  $\tau_{K_L} \sim 10^{-8}$  s y  $\tau_{K_S} \sim 10^{-10}$  s ), la forma de medir oscilación es con los efectos integrados en el tiempo, así, se definen las cantidades

$$\begin{aligned}
 r &\equiv \frac{\int_0^\infty |\langle \bar{B}^0 | B^0(t) \rangle|^2 dt}{\int_0^\infty |\langle B^0 | B^0(t) \rangle|^2 dt} = \frac{|1 - \xi_B|^2 \int |f_-(t)|^2 dt}{|1 + \xi_B|^2 \int |f_+(t)|^2 dt} = \\
 &= \frac{|1 - \xi_B|^2}{|1 + \xi_B|^2} \frac{(\Delta m)^2 + (\Delta\gamma/2)^2}{2\gamma^2 + (\Delta m)^2 - (\Delta\gamma/2)^2} \\
 \bar{r} &\equiv \frac{\int_0^\infty |\langle B^0 | \bar{B}^0(t) \rangle|^2 dt}{\int_0^\infty |\langle \bar{B}^0 | \bar{B}^0(t) \rangle|^2 dt} = \frac{|1 + \xi_B|^2 \int |f_-(t)|^2 dt}{|1 - \xi_B|^2 \int |f_+(t)|^2 dt} = \\
 &= \frac{|1 + \xi_B|^2}{|1 - \xi_B|^2} \frac{(\Delta m)^2 + (\Delta\gamma/2)^2}{2\gamma^2 + (\Delta m)^2 - (\Delta\gamma/2)^2}
 \end{aligned}$$

si no hubiera violación de CP,  $\xi_B = 0$  y  $r = \bar{r}$ , sólo habría el efecto de oscilación, así que una medida de  $\xi_B$  la dá la diferencia entre  $\bar{r}$  y  $r$

$$\bar{r} - r \propto \frac{|1 + \xi_B|^2}{|1 - \xi_B|^2} - \frac{|1 - \xi_B|^2}{|1 + \xi_B|^2} = \frac{S \operatorname{Re} \xi_B}{(1 + |\xi_B|^2)^2} \frac{1}{1 - 4[\operatorname{Re} \xi_B / (1 + |\xi_B|^2)]^2} \approx S \operatorname{Re} \xi_B$$

Vemos en estas cantidades que además de la  $x$  definida arriba, podemos definir otra cantidad,  $y \equiv \Delta\gamma/2\gamma$ , que mide que tanto se vá a dar la oscilación.

De medidas experimentales y de cálculos con diagramas de caja se obtiene que, para los mesones  $K^0$ ,  $D^0$  y  $B^0$

$$x(K) = 0.955 \quad x(B_d) = 0.7 \quad x(B_s) \sim 15 \quad x(D) \sim O(10^{-16}) \sim 0$$

$$y(K) \sim 0.997 \quad y(B_d) \sim 0 \quad y(B_s) \sim 0.1 \quad y(D) \sim O(10^{-6})$$

por lo que no se espera una oscilación apreciable de los mesones  $D$ . Enseguida definimos a los estados del Hamiltoniano del  $B$ , en analogía con  $K_L$  y  $K_S$ , como  $B_H$  y  $B_L$ , de pesado y ligero, respectivamente; así, volviendo a las expresiones (3.10) y (3.11), en el caso de los  $B$ 's tenemos que  $\gamma_{B_H} \approx \gamma_{B_L} \approx \gamma_B$  (por datos experimentales) y por tanto

$$\begin{aligned} B^0(t) &= \frac{1}{2} (e^{-im_H t} + e^{-im_L t}) e^{-(\gamma/2)t} |B^0\rangle + \frac{(1 - \xi_B)}{2(1 + \xi_B)} (e^{-im_H t} - e^{-im_L t}) e^{-(\gamma/2)t} |\bar{B}^0\rangle = \\ &= f_+(t) |B^0\rangle + \frac{(1 - \xi_B)}{(1 + \xi_B)} f_-(t) |\bar{B}^0\rangle, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bar{B}^0(t) &= \frac{(1 + \xi_B)}{2(1 - \xi_B)} (e^{-im_H t} - e^{-im_L t}) e^{-(\gamma/2)t} |B^0\rangle + \frac{1}{2} (e^{-im_H t} + e^{-im_L t}) e^{-(\gamma/2)t} |\bar{B}^0\rangle = \\ &= \frac{(1 + \xi_B)}{(1 - \xi_B)} f_-(t) |B^0\rangle + f_-(t) |\bar{B}^0\rangle. \end{aligned}$$

Imaginemos ahora que en un experimento de colisión, por ejemplo  $e^+e^-$ , tenemos como producto  $e^+ + e^- \rightarrow B^0 + \bar{B}^0$  y queremos estudiar los decaimientos de los últimos a eigenestados de CP comunes, permitiéndoles tener amplitudes distintas en el caso más general de tener distintos números cuánticos, como en el caso de las amplitudes distintas de los piones de acuerdo a su isospín. Entonces

$$M(t) = f_+(t)A + \frac{(1 - \xi_B)}{(1 + \xi_B)} f_-(t)\bar{A} \quad \bar{M}(t) = \frac{(1 + \xi_B)}{(1 - \xi_B)} f_-(t)A + f_+(t)\bar{A}$$

donde  $M(t) = \langle f|H|B(t)\rangle$ ,  $\bar{M}(t) = \langle f|H|\bar{B}(t)\rangle$ ,  $A = \langle f|H|B\rangle$  y  $\bar{A} = \langle f|H|\bar{B}\rangle$ ; definiendo

$$\lambda \equiv \frac{(1 - \xi_B)\bar{A}}{(1 + \xi_B)A} \quad (3.14)$$

entonces

$$M(t) = Af_+(t) + \lambda f_-(t) \quad \bar{M}(t) = A \frac{(1+\xi)}{(1-\xi)} (f_-(t) + \lambda f_+(t))$$

por tanto

$$\begin{aligned} \Gamma(t) &\sim |f_+|^2 + |f_-|^2 + 2\text{Re}(f_+^* \lambda f_-) = \frac{1}{2} e^{-\gamma t} (1 + \cos \Delta mt) + \\ &+ \frac{|\lambda|^2}{2} e^{-\gamma t} (1 - \cos \Delta mt) + \frac{1}{2} \text{Re} \left[ -2i e^{-\gamma t} \text{sen} \Delta mt (\text{Re} \lambda + i \text{Im} \lambda) \right] = \\ &= \left[ \frac{1}{2} (1 + |\lambda|^2) + \frac{1}{2} (1 - |\lambda|^2) \cos \Delta mt + \text{sen}(\Delta mt) \text{Im} \lambda \right] e^{-\gamma t} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bar{\Gamma}(t) &\sim \left| \frac{(1+\xi_B)}{(1-\xi_B)} \right|^2 (|f_-|^2 + |\lambda f_+|^2 + 2\text{Re}(f_+^* \lambda^* f_-)) = \left| \frac{(1+\xi_B)}{(1-\xi_B)} \right|^2 \left( \frac{1}{2} e^{-\gamma t} (1 - \cos \Delta mt) + \right. \\ &+ \left. \frac{|\lambda|^2}{2} e^{-\gamma t} (1 + \cos \Delta mt) + \frac{1}{2} \text{Re} \left[ -2i e^{-\gamma t} \text{sen} \Delta mt (\text{Re} \lambda - i \text{Im} \lambda) \right] \right) = \\ &= \left| \frac{(1+\xi_B)}{(1-\xi_B)} \right|^2 \left( \frac{1}{2} (1 + |\lambda|^2) - \frac{1}{2} (1 - |\lambda|^2) \cos \Delta mt - \text{sen}(\Delta mt) \text{Im} \lambda \right) e^{-\gamma t} \end{aligned}$$

Entonces, las situaciones conocidas son que haya violación de CP indirecta y  $|(1-\xi_B)/(1+\xi_B)| \neq 1$ , y que haya violación directa si  $|\bar{A}| \neq |A|$ , pero como ya vimos, la violación de CP indirecta es muy pequeña en los B's y la mayor contribución a  $\lambda$  viene de la segunda parte, cuando la hay, y si no es el caso y  $|\lambda| = 1$ , entonces  $\lambda$  es una fase pura y la ecuación (3.14) se puede escribir como

$$\lambda = \frac{(1-\xi_B) \bar{A}}{(1+\xi_B) A} \equiv (e^{-2i\phi_M})(-\eta e^{-2i\phi_D})$$

con  $\eta$  el eigenvalor  $\pm 1$  de CP del estado al que decaen los B's, y donde M se refiere a "mezcla", y D a "decaimiento"; por tanto, la asimetría entre  $\Gamma(t)$  y  $\bar{\Gamma}(t)$  está dada por

$$a = \frac{\Gamma(t) - \bar{\Gamma}(t)}{(\Gamma(t) + \bar{\Gamma}(t)) \text{sen} \Delta mt} = -\eta \text{Im} \lambda = -\eta \text{sen} 2(\phi_M + \phi_D) \quad (3.15)$$

Hay que notar que la definición de  $\lambda$ , ecuación (3.14), es independiente de la convención de fase de los mesones B's:

TESIS CON FALLA DE ORIGEN

$$\bar{\lambda} = \frac{1 - \bar{\xi}_B \bar{A}}{1 + \bar{\xi}_B \bar{A}} = \frac{1 - \bar{\xi}_B e^{2i\alpha} \bar{A}}{1 + \bar{\xi}_B \bar{A}} e^{-2i\alpha} = \frac{1 - \bar{\xi}_B \bar{A}}{1 + \bar{\xi}_B \bar{A}} = \lambda$$

### 3.3 Parámetros del triángulo

Para hallar los ángulos  $\alpha$ ,  $\beta$  y  $\gamma$  del triángulo unitario, se ha tratado de explotar al máximo la ecuación (3.15), pero eso significa que se deben hallar decaimientos en que  $|\bar{A}/A| \approx 1$ , y por ello veremos como influyen los diagramas de árbol y pingüino, en los decaimientos  $b \rightarrow q\bar{q}q'$  al contribuir en forma distinta en el isospín [10]. Entonces a la amplitud de  $b \rightarrow q\bar{q}q'$  contribuyen, como se puede ver en la figura (3.5)

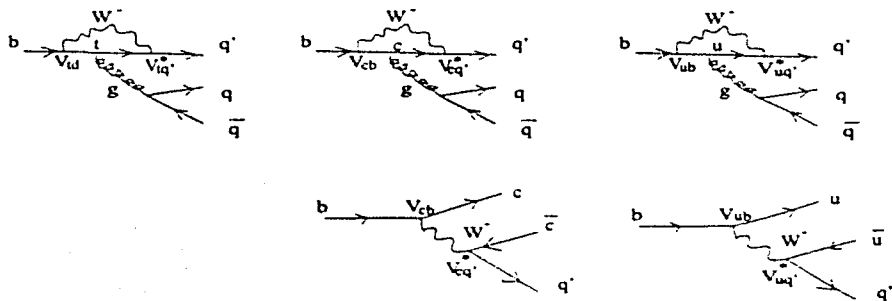


Figura 3.5: Diagramas de  $b \rightarrow q\bar{q}q'$

$$A(q\bar{q}q') = V_{tb}V_{tq'}^* P_{q'}^t + V_{cb}V_{cq'}^* (T_{cq'q'} \delta_{qc} + P_{q'}^c) - V_{ub}V_{uq'}^* (T_{uq'q'} \delta_{qu} + P_{q'}^u)$$

donde P y T denotan a los diagramas pingüino y árbol, respectivamente. Como los diagramas pingüino contienen divergencias,  $A(q\bar{q}q')$  se puede expresar en términos de diferencias de éstos, que son términos bien comportados, usando las relaciones de unitariedad de la matriz CKM vistas en el capítulo 2.

Así, para  $q' = s$

$$A(c\bar{c}s) = V_{cb}V_{cs}^* (T_{c\bar{c}s} + P_s^c - P_s^t) + V_{ub}V_{us}^* (P_s^u - P_s^t) \approx \lambda^2 (T + \Delta P) + \lambda^4 \Delta P$$

$$A(u\bar{u}s) = V_{cb}V_{cs}^*(P_s^c - P_s^t) + V_{ub}V_{us}^*(T_{u\bar{u}s} + P_s^u - P_s^t) \approx \lambda^2\Delta P + \lambda^4(T + \Delta P)$$

$$A(s\bar{s}s) = V_{cb}V_{cs}^*(P_s^c - P_s^t) + V_{ub}V_{us}^*(P_s^u - P_s^t) \approx \lambda^2\Delta P + \lambda^4\Delta P$$

con  $\Delta P/T \sim O(\lambda - \lambda^2)$ , con  $\lambda$  el parámetro de Wolfenstein, por lo que se tiene esencialmente

$$A(c\bar{c}s) \approx \lambda^2 T, \quad A(u\bar{u}s) \approx \lambda^2\Delta P + \lambda^4 T, \quad A(s\bar{s}s) \approx \lambda^2\Delta P;$$

de igual manera para  $q' = d$

$$A(c\bar{c}d) = V_{tb}V_{td}^*(P_d^t - P_d^u) + V_{cb}V_{cd}^*(T_{c\bar{c}d} + P_d^c - P_d^u) \approx \lambda^3\Delta P + \lambda^3(T + \Delta P)$$

$$A(u\bar{u}d) = V_{tb}V_{td}^*(P_d^t - P_d^c) + V_{ub}V_{ud}^*(T_{u\bar{u}d} + P_d^u - P_d^c) \approx \lambda^3\Delta P + \lambda^3(T + \Delta P)$$

$$A(s\bar{s}d) = V_{tb}V_{td}^*(P_d^t - P_d^u) + V_{cb}V_{cd}^*(P_d^c - P_d^u) \approx \lambda^3\Delta P + \lambda^3\Delta P$$

y otra vez aproximamos estas amplitudes pero con menos exactitud

$$A(c\bar{c}d) \approx \lambda^3 T, \quad A(u\bar{u}d) \approx \lambda^3 T, \quad A(s\bar{s}d) \approx \lambda^3\Delta P.$$

Debido a que los cálculos en los diagramas pingüino tienen mucha incertidumbre, el mejor lugar para buscar violación de CP sin éstas es en el decaimiento  $b \rightarrow c\bar{c}s$ ,  $B^0 \rightarrow \psi K_S$ , donde  $P/T \approx 10^{-3}$ . Otro lugar importante, pues da una medida del ángulo  $\alpha$ , es  $b \rightarrow u\bar{u}d$ ,  $B \rightarrow 2\pi$ , donde desgraciadamente  $P/T \approx 0.20$ , así que en ese caso vamos a hacer uso de análisis de isospín, y vá a ser igual para el ángulo  $\gamma$ .

### 3.3.1 $\beta$

$$B^0 \rightarrow \psi K_S$$

Vamos a usar la tecnología de la sección pasada para calcular el ángulo  $\beta$  del triángulo unitario. Para ello tomemos el decaimiento  $B^0 \rightarrow \psi K_S$ , en el que los diagramas pingüino

quedan suprimidos por un factor de  $10^{-3}$  respecto a los diagramas árbol, por lo que las magnitudes de las amplitudes  $|\bar{A}|$  y  $|A|$  son iguales, entonces, tenemos que encontrar la fase de  $\lambda$  definida en la ecuación (3.14); así

$$\begin{aligned} \langle \psi K_S | B^0(t) \rangle &= \langle (1 + \varepsilon_K) K^0 - (1 - \varepsilon_K) \bar{K}^0, \psi | f_+(t) B^0 + \frac{(1 - \varepsilon_B)}{(1 + \varepsilon_B)} f_-(t) \bar{B}^0 \rangle = \\ & (1 + \varepsilon_K^*) f_+(t) \langle K^0, \psi | B^0 \rangle - (1 - \varepsilon_K^*) \frac{(1 - \varepsilon_B)}{(1 + \varepsilon_B)} f_-(t) \langle \bar{K}^0, \psi | \bar{B}^0 \rangle \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \langle \psi K_S | \bar{B}^0(t) \rangle &= \langle (1 + \varepsilon_K) K^0 - (1 - \varepsilon_K) \bar{K}^0, \psi | \frac{(1 + \varepsilon_B)}{(1 - \varepsilon_B)} f_-(t) B^0 + f_+(t) \bar{B}^0 \rangle = \\ & (1 + \varepsilon_K^*) \frac{(1 + \varepsilon_B)}{(1 - \varepsilon_B)} f_-(t) \langle K^0, \psi | B^0 \rangle - (1 - \varepsilon_K^*) f_+(t) \langle \bar{K}^0, \psi | \bar{B}^0 \rangle \end{aligned}$$

en analogía con la subsección (3. ) pero agregándole a  $\lambda$  el término  $(1 - \varepsilon_K^*)/(1 + \varepsilon_K^*)$ , para obtener, de las ecuaciones (3.12 ) y (3.13), y con  $\eta = -1$

$$\lambda_{\psi K_S} = \frac{(1 - \varepsilon_B)}{(1 + \varepsilon_B)} \frac{(1 - \varepsilon_K^*)}{(1 + \varepsilon_K^*)} e^{-2i\phi_D} = \left( \frac{V_{tb}^* V_{td}}{V_{ts}^* V_{td}} \right) \left( \frac{V_{cs} V_{cd}^*}{V_{cs}^* V_{cd}} \right) e^{-2i\phi_D}$$

y de los diagramas de árbol:

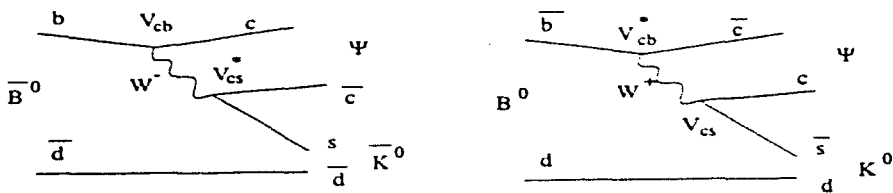


Figura 3.6: Diagramas árbol de  $B^0 \rightarrow \psi K_S$

$$\lambda_{\psi K_S} = \left( \frac{V_{tb}^* V_{td}}{V_{ts}^* V_{td}} \right) \left( \frac{V_{cs} V_{cd}^*}{V_{cs}^* V_{cd}} \right) \left( \frac{V_{cb}^* V_{cb}}{V_{cb}^* V_{cb}} \right) = \left( \frac{V_{cb}^* V_{cb}}{V_{ts}^* V_{td}} \right) \left( \frac{V_{tb}^* V_{td}}{V_{cd}^* V_{cb}} \right) = e^{2i\phi}$$

pues hay que reconocer en esta cantidad la definición de  $\beta$ ; por lo tanto, de la ecuación (1.2)

$$a = \text{Im}\lambda_{\psi K_S} = -\text{sen}2\beta.$$

Experimentalmente, en el CDF se há medido  $\text{sen}2\beta = 0.79_{0.44}^{+0.41}$ , mientras que con los valores de CKM,  $\text{sen}2\beta = 0.73 \pm 0.08$

$$B \rightarrow D^+ D^-$$

De la misma forma que arriba, con los diagramas de árbol de la figura (3.7), se tiene, para el proceso  $b \rightarrow c\bar{c}d$

$$\lambda_{D^+ D^-} = \left( \frac{V_{ts}^* V_{td}}{V_{tb} V_{td}^*} \right) \left( \frac{V_{cd}^* V_{cb}}{V_{cd} V_{cb}^*} \right) = \left( \frac{V_{cd}^* V_{cb}}{V_{tb} V_{td}^*} \right) \left( \frac{V_{tb}^* V_{td}}{V_{cd} V_{cb}^*} \right) \Rightarrow \text{Im}\lambda = -\text{sen}2\beta$$

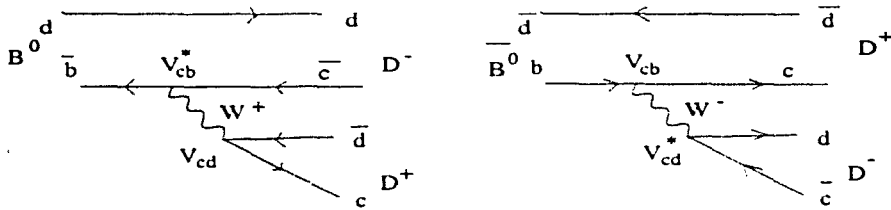


Figura 3.7: Diagramas árbol de  $B \rightarrow D^+ D^-$

### 3.3.2 $\alpha$

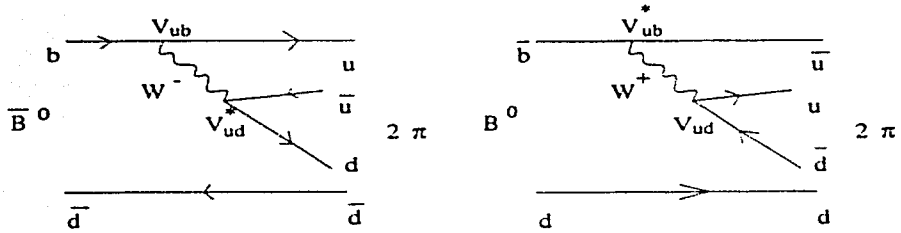
$$B \rightarrow \pi^+ \pi^-$$

Para medir el ángulo  $\alpha$ , se estudia el decaimiento  $b \rightarrow u\bar{u}d$ , y siguiendo la misma metodología de la sección pasada, y con los diagramas de árbol de la figura (3.8)

$$\lambda_{\pi^+ \pi^-} = \left( \frac{V_{tb}^* V_{td}}{V_{ts} V_{td}^*} \right) \left( \frac{V_{ud}^* V_{ub}}{V_{ud} V_{ub}^*} \right) = \left( \frac{V_{tb}^* V_{td}}{V_{ud}^* V_{ub}^*} \right) \left( \frac{V_{ud}^* V_{ub}}{V_{tb} V_{td}^*} \right) \Rightarrow \text{Im}\lambda = \text{sen}2\alpha$$

pero ésta no es una aproximación muy buena, pues los diagramas pinguino interfieren significativamente. La forma de resolver esto es mediante un análisis de isospin, que tampoco vá a ser muy aproximado al despreciar pinguinos electrodébiles, que sí contribuyen a




 Figura 3.8: Diagramas árbol de  $B \rightarrow \pi^+ \pi^-$ ,  $B \rightarrow \pi^0 \pi^0$ 

$I = 2$ , pero que al menos dá un resultado más satisfactorio. Entonces, los estados  $\pi^+ \pi^-$ ,  $\pi^0 \pi^0$ ,  $\pi^+ \pi^0$  y  $\pi^- \pi^0$  se escriben, con la notación  $|I, I_3\rangle$

$$\frac{1}{\sqrt{2}}(|\pi^- \pi^+ \rangle + |\pi^+ \pi^- \rangle) = \frac{1}{\sqrt{3}}|2, 0\rangle + \sqrt{\frac{2}{3}}|0, 0\rangle \quad |\pi^0 \pi^0 \rangle = \sqrt{\frac{2}{3}}|2, 0\rangle - \frac{1}{\sqrt{3}}|0, 0\rangle$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}}(|\pi^0 \pi^+ \rangle + |\pi^+ \pi^0 \rangle) = |2, 1\rangle \quad \frac{1}{\sqrt{2}}(|\pi^0 \pi^- \rangle + |\pi^- \pi^0 \rangle) = |2, -1\rangle$$

y las amplitudes de decaimiento de el  $B^0$  y el  $\bar{B}^0$  a estos estados son

$$A^{+-} = \frac{1}{\sqrt{3}}A_2 + \sqrt{\frac{2}{3}}A_0, \quad A^{00} = \sqrt{\frac{2}{3}}A_2 - \frac{1}{\sqrt{3}}A_0, \quad A^{+0} = A_2$$

$$\bar{A}^{+-} = \frac{1}{\sqrt{3}}\bar{A}_2 + \sqrt{\frac{2}{3}}\bar{A}_0, \quad \bar{A}^{00} = \sqrt{\frac{2}{3}}\bar{A}_2 - \frac{1}{\sqrt{3}}\bar{A}_0, \quad \bar{A}^{-0} = \bar{A}_2$$

las cuales se pueden arreglar para tener la forma

$$\frac{1}{\sqrt{3}}A^{+-} = \frac{1}{3}A_2 + \frac{\sqrt{2}}{3}A_0, \quad \sqrt{\frac{2}{3}}A^{00} = \frac{2}{3}A_2 - \frac{\sqrt{2}}{3}A_0, \quad A^{+0} = A_2 \quad (3.16)$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}}\bar{A}^{+-} = \frac{1}{3}\bar{A}_2 + \frac{\sqrt{2}}{3}\bar{A}_0, \quad \sqrt{\frac{2}{3}}\bar{A}^{00} = \frac{2}{3}\bar{A}_2 - \frac{\sqrt{2}}{3}\bar{A}_0, \quad \bar{A}^{-0} = \bar{A}_2 \quad (3.17)$$

con estas ecuaciones se obtienen 2 triángulos en el plano complejo dados por

$$\frac{1}{\sqrt{3}}A^{+-} = A^{+0} - \sqrt{\frac{2}{3}}A^{00}, \quad \frac{1}{\sqrt{3}}\bar{A}^{--} = \bar{A}^{-0} - \sqrt{\frac{2}{3}}\bar{A}^{00} \quad (3.18)$$

ahora bien, las amplitudes  $A^{+0}$  y  $A^{-0}$  sólo tienen contribución de los diagramas árbol, al tener necesariamente  $I = 2$ , ya que  $I_3 = 1$ , pero los piones al ser bosones no tienen contribución de  $I = 1$  por aparecer éste sólo en funciones antisimétricas, y, como se aprecia en la figura (3.9), donde se dibujan las contribuciones restantes al decaimiento  $B \rightarrow \pi^+\pi^-, \pi^0\pi^0$  y los decaimientos  $B^+ \rightarrow \pi^+\pi^0, B^- \rightarrow \pi^-\pi^0$ , junto con la figura (3.8), las componentes CKM débiles son iguales en todos los diagramas árbol, por tanto

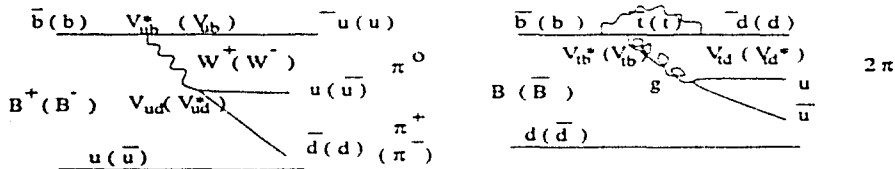


Figura 3.9: Diagramas árbol de  $B^+ \rightarrow \pi^+\pi^-$  y  $B^- \rightarrow \pi^-\pi^0$  y diagramas pinguino de  $B \rightarrow \pi^+\pi^-$  y  $B \rightarrow \pi^0\pi^0$

$$A^{+0} = |A^{+0}| e^{i\delta_2} e^{i\arg(V_{ub}^* V_{ud})} \equiv |A^{+0}| e^{i\delta_2} e^{i\phi_D} \quad \bar{A}^{-0} = |A^{+0}| e^{i\delta_2} e^{-i\phi_D}$$

$$\frac{\bar{A}_2}{A_2} = e^{-2i\phi_D}$$

y  $\lambda_{\pi^+\pi^-}$  queda modificada por

$$\begin{aligned} \lambda_{\pi^+\pi^-} &= e^{-2i\phi_M} \frac{\bar{A}^{+-}}{A^{+-}} = e^{-2i\phi_M} \frac{\bar{A}_2 + \sqrt{2}A_0}{A_2 + \sqrt{2}A_0} = e^{-2i\phi_M} \frac{\bar{A}_2}{A_2} \left( \frac{1 + \sqrt{2}A_0/\bar{A}_2}{1 + \sqrt{2}A_0/A_2} \right) = \\ &\equiv e^{-2i(\phi_M - \phi_D)} \left( \frac{1 + |z| e^{i\bar{\theta}}}{1 + |z| e^{i\theta}} \right) \end{aligned}$$

donde  $\phi_M + \phi_D$  ya sabemos que es  $-\alpha$  y donde se han definido las cantidades  $z, \bar{z}$  =  $\sqrt{2}(A_0/A_2, \bar{A}_0/\bar{A}_2)$  y los ángulos  $\theta, \bar{\theta}$  que son los ángulos en el plano complejo entre  $A_0$  y

$A_2$  y  $\bar{A}_2$  y  $\bar{A}_2$ , respectivamente. Con todo ésto y con las ecuaciones (3.16), (3.17) y (3.18) se obtienen los triángulos de la figura (3.10)

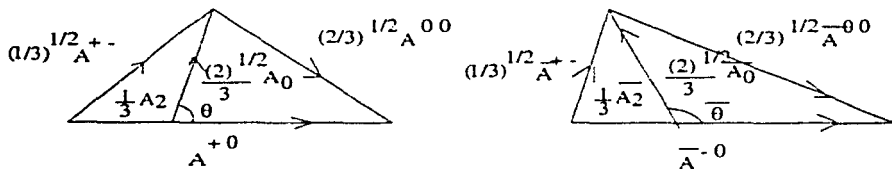


Figura 3.10: triángulos de isospín en el plano complejo

### 3.3.3 $\gamma$

$B^\pm \rightarrow D_1 K^\pm$

Otra vez haremos uso del isospín para determinar el ángulo  $\gamma$ , en esta ocasión, el decaimiento es  $B^\pm \rightarrow D_1 K^\pm$  y lo que se aprovecha es que los estados  $\bar{D}^0 K^+$  y  $D^0 K^-$  tienen  $I_3 = 1, -1$ , respectivamente, por lo que la única contribución a la amplitud de esos decaimientos son los diagramas árbol con  $I = 1$ , al no contar con diagramas pinguino, mientras que los decaimientos  $D^0 K^+$  y  $\bar{D}^0 K^-$  tienen  $I_3 = 0$  por lo que su isospín es  $I = 0, 1$ .

Entonces

$$\sqrt{2}A(B^- \rightarrow D_1 K^-) = A(B^- \rightarrow D^0 K^+) - A(B^- \rightarrow \bar{D}^0 K^-) =$$

$$= |A_1| e^{i \arg(V_{cb}^* V_{cs})} e^{i\delta_1} + |A_2| e^{i \arg(V_{cb}^* V_{cs})} e^{i\delta_2} \equiv |A_1| e^{i\theta_1} e^{i\delta_1} + |A_2| e^{i\theta_2} e^{i\delta_2} \quad (3.19)$$

$$\sqrt{2}A(B^- \rightarrow D_1 K^+) = A(B^- \rightarrow \bar{D}^0 K^-) - A(B^- \rightarrow D^0 K^-) =$$

$$= |A_1| e^{-i\theta_1} e^{i\delta_1} + |A_2| e^{-i\theta_2} e^{i\delta_2} \quad (3.20)$$

donde como se vé en la figura (3.11), las magnitudes de los elementos CKM son las mismas para  $D^0 K^+$ ,  $\bar{D}^0 K^-$  y lo mismo pasa para la otra pareja

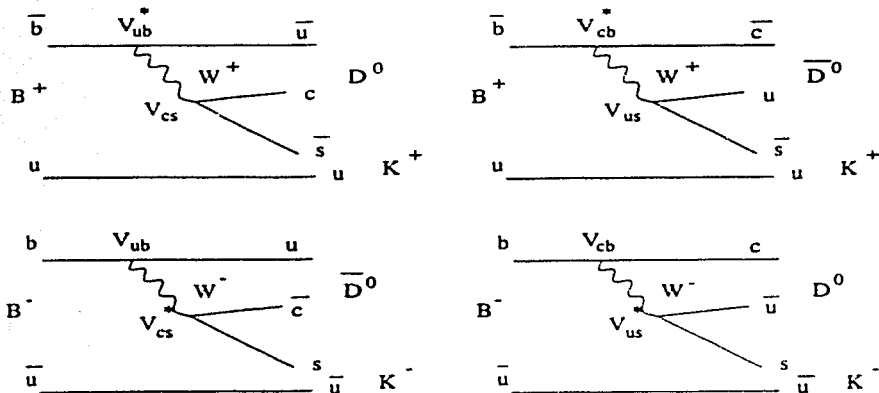


Figura 3.11: Diagramas árbol de  $B^\pm \rightarrow D^0(\bar{D}^0)K^\pm$

Las ecuaciones (3.19) y (3.20) forman 2 triángulos en el plano complejo, y podemos rotar a uno de ellos para que tengan sus lados iguales.  $|A_2| = |\bar{A}_2|$ , colindando.  $A_2$ , y obtenemos que la diferencia entre los 2 ángulos mostrados es

$$\Delta\theta = |2(\theta_2 - \theta_1)| = 2 |(\arg(V_{cb}^* V_{us}) - \arg(V_{ub}^* V_{cs})| = 2 |\gamma|$$

donde en la última igualdad usamos la parametrización de Wolfenstein.

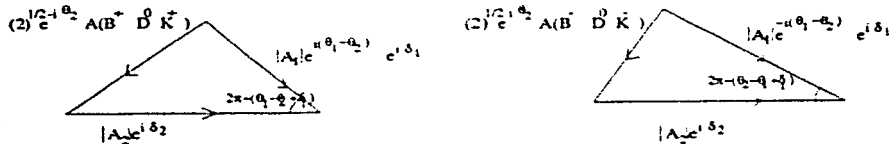


Figura 3.12: triángulos de isospín para  $B \rightarrow DK$

### 3.4 Violación de T

Recientemente se tuvieron las primeras señales de violación del tiempo en el CERN. El experimento consiste en hacer chocar un haz de antiprotones con los protones de un blanco de hidrógeno, para tener kaones del producto de decaimiento, así, el primer vértice consiste en

$$p\bar{p} \rightarrow K^- \pi^+ K^0 \quad \text{y} \quad p\bar{p} \rightarrow K^+ \pi^- \bar{K}^0$$

que son productos de interacción fuerte, por lo que se tiene que conservar la extrañeza. Como lo que se quiere observar es la asimetría entre las procesos  $K^0 \rightarrow \bar{K}^0$  y  $\bar{K}^0 \rightarrow K^0$ , se puede saber por los decaimientos semileptónicos de los kaones neutros de que tipo fueron éstos. Así, de los procesos

$$K^0 \rightarrow \pi^- l^+ \nu, \quad \bar{K}^0 \rightarrow \pi^+ l^- \bar{\nu}$$

si un kaón neutro originado en el vértice de la aniquilación de protones tiene la transición a su antipartícula, se debe reflejar en que el signo de la carga del leptón del segundo vértice debe coincidir con el signo de la carga del kaón cargado del primer vértice (figura ). La asimetría a medir es

$$A = \frac{(|K^0(t=0)\rangle \rightarrow |\pi^- l^+ \bar{\nu}(t=\tau)\rangle) - (|\bar{K}^0(t=0)\rangle \rightarrow |\pi^- l^- \nu(t=\tau)\rangle)}{(|K^0(t=0)\rangle \rightarrow |\pi^+ l^- \bar{\nu}(t=\tau)\rangle) + (|\bar{K}^0(t=0)\rangle \rightarrow |\pi^- l^+ \nu(t=\tau)\rangle)}$$

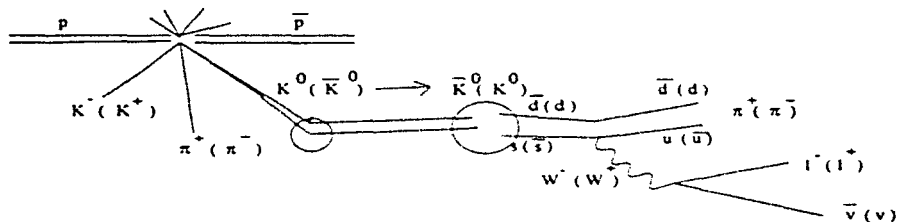


Figura 3.13: diagrama de  $K^0(t=0) \rightarrow \pi^+ l^- \bar{\nu}(t=\tau)$  y  $\bar{K}^0(t=0) \rightarrow \pi^- l^+ \nu(t=\tau)$

## Conclusiones

En esta tesis se ha visto que la física de partículas elementales distingue entre la izquierda y la derecha, entre partículas y antipartículas, y el sentido del tiempo, y el Modelo Estándar describe estas asimetrías. En este modelo, la violación de CP está dada en términos de un sólo parámetro que es la fase de la matriz de Kobayashi-Maskawa, la cual tiene como parámetros independientes, además de esta fase, tres ángulos de rotación. Por tanto tenemos varias formas de parametrizar la matriz CKM, pero podemos construir invariantes de la teoría como son el área del triángulo unitario o los ángulos de dicho triángulo. Al llevar a cabo los experimentos, por tanto éstos se deben poder explicar con estos invariantes, y se debe de tener cuidado de no usar una parametrización aproximada como la de Wolfenstein, y después querer obtener resultados "físicos" cuando en realidad el resultado ya no está escrito en términos de invariantes. Los experimentos que hemos revisado en esta tesis son los que se han llevado a cabo con kaones y mesones B, los primeros dándonos una medición de la violación directa e indirecta de CP,  $\epsilon$  y  $\epsilon'$ , y los segundos una medida del ángulo  $\beta$  del triángulo unitario. Todo ha sido congruente con que la fase de violación de CP es distinta de cero.

## Apéndice A

# Violación de C, P y CP en el modelo estándar

Vamos a trabajar en lo que sigue en términos de los eigenestados de masa y mostraremos la violación de carga y paridad en las interacciones de los quarks y los campos de norma débiles. El Modelo Estandar se construye con estas violaciones implícitas y solo mostraremos como trabajan en el modelo.

En la base de los eigenestados de masa, los términos que presentan violación de carga, paridad, tiempo y carga-paridad, son los de las corrientes, así que mostraremos solo estos términos.

$$L_C = \bar{u}_L \gamma^\mu V d_L W_\mu^+ + \bar{d}_L \gamma^\mu V' u_L W_\mu^-$$

Las transformaciones de C, P y T las haremos en el marco de la teoría de campo, (ref), a diferencia del capítulo 1, donde sólo vimos las transformaciones de las funciones de onda. Aquí, al transformar el operador de campo

$$\psi(x) = \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} \frac{1}{\sqrt{2E_p}} \sum_s (a_p^s u^s(p) e^{-ip \cdot x} + b_p^s v^s(p) e^{ip \cdot x})$$

con  $a_p^s$  y  $b_p^s$  los operadores de aniquilación de una partícula y una antipartícula de momento  $\vec{p}$  y espín  $s$ , respectivamente, vamos a pedir que estos operadores de aniquilación ( y de creación ) , se transformen de la manera adecuada para cada caso.

### A.1 Violación de paridad

Solo trabajaremos con un término, para el otro la situación es análoga.

Al requerir que el vector de momento cambie de signo pero el espín no, se tiene que

$$Pa_{\vec{p}}^{\dagger}P = \eta_a a_{-\vec{p}}^{\dagger} \quad \text{y} \quad Pb_{\vec{p}}^{\dagger}P = \eta_b b_{-\vec{p}}^{\dagger}$$

entonces

$$P\psi(t, \mathbf{x})P = \eta_a \gamma^0 \psi(t, -\mathbf{x}) \quad \text{y} \quad P\bar{\psi}(t, \mathbf{x})P = \eta_a^* \bar{\psi}(t, -\mathbf{x}) \gamma^0,$$

y como en el caso del fotón, para el  $W^+$  se tiene que  $PW^{\mu+}P = W_{\mu}^{+}$ ; así

$$PLP^{-1} = P\bar{u}_L(t, \mathbf{x})\gamma^{\mu}Vd_L(t, \mathbf{x})W_{\mu}^{+}P = \bar{u}(t, -\mathbf{x})\gamma^0\gamma^{\mu}V\left(\frac{1-\gamma^5}{2}\right)\gamma^0 d(t, -\mathbf{x})W^{\mu+} =$$

$$\bar{u}(t, -\mathbf{x})\gamma_{\mu}V\left(\frac{1+\gamma^5}{2}\right)d(t, -\mathbf{x})W^{\mu+} = \bar{u}_R(t, -\mathbf{x})\gamma_{\mu}Vd_R(t, -\mathbf{x})W^{\mu+}$$

y tenemos una violación completa de paridad al cambiar los campos izquierdos en derechos.

## A.2 Violación de carga

Aquí se pide que en lugar de aniquilar una partícula de un momento y espín dados, se aniquile la antipartícula del mismo momento y espín, entonces

$$Ca_{\vec{p}}^{\dagger}C = b_{\vec{p}}^{\dagger} \quad \text{y} \quad Cb_{\vec{p}}^{\dagger}C = a_{\vec{p}}^{\dagger}$$

y así

$$C\psi(\mathbf{x})C = -i(\bar{v}\gamma^0\gamma^2)^T \quad \text{y} \quad C\bar{\psi}(\mathbf{x})C = -i(\gamma^0\gamma^2\psi)^T;$$

además,  $CW^{\mu+}C = -W^{\mu-}$ .

En lo siguiente, vamos a hacer uso de índices matriciales, distinguiendo entre los índices espinoriales con letras minúsculas, y los índices de los eigenestados de masa con letras mayúsculas,  $A, B = u, c, t$  y  $A, B = d, s, b$

$$CL_C C = (-i\gamma^0\gamma^2 u)^T \gamma^{\mu} V \left(\frac{1-\gamma^5}{2}\right) (-i\bar{d}\gamma^0\gamma^2)^T (-W_{\mu}^{-}) +$$

$$+ (-i\gamma^0\gamma^2 d)^T \gamma^{\mu} V \left(\frac{1-\gamma^5}{2}\right) (-i\bar{u}\gamma^0\gamma^2)^T (-W_{\mu}^{-}) =$$



$$\begin{aligned}
 & (\gamma_{ab}^0 \gamma_{bc}^2 u_c)_A \gamma_{ad}^\mu \left( \frac{1-\gamma^5}{2} \right)_{de} V_{AB} (\bar{d}_g \gamma_{gf}^0 \gamma_{fe}^2)_B (W_\mu^-) - \\
 & + (\gamma_{ab}^0 \gamma_{bc}^2 d_c)_A \gamma_{ad}^\mu \left( \frac{1-\gamma^5}{2} \right)_{de} V_{AB}^* (\bar{u}_g \gamma_{gf}^0 \gamma_{fe}^2)_B (W_\mu^+) = \\
 & = -(\bar{d}_g \gamma_{gf}^0 \gamma_{fe}^2)_B \left( \frac{1-\gamma^5}{2} \right)_{de} \gamma_{ad}^\mu V_{AB} (\gamma_{ab}^0 \gamma_{bc}^2 u_c)_A (W_\mu^-) - \\
 & - (\bar{u}_g \gamma_{gf}^0 \gamma_{fe}^2)_B \left( \frac{1-\gamma^5}{2} \right)_{de} \gamma_{ad}^\mu V_{AB}^* (\gamma_{ab}^0 \gamma_{bc}^2 d_c)_A (W_\mu^+) = \\
 & = -(\bar{d}_g \gamma_{gf}^0 \gamma_{fe}^2)_B \left( \frac{1-\gamma^5}{2} \right)_{ed}^T \gamma_{da}^{\mu T} V_{BA}^T (\gamma_{ab}^0 \gamma_{bc}^2 u_c)_A (W_\mu^-) - \\
 & - (\bar{u}_g \gamma_{gf}^0 \gamma_{fe}^2)_B \left( \frac{1-\gamma^5}{2} \right)_{ed}^T \gamma_{da}^{\mu T} V_{BA}^* (\gamma_{ab}^0 \gamma_{bc}^2 d_c)_A (W_\mu^+) = \\
 & = -(\bar{d} \gamma^0 \gamma^2) \left( \frac{1-\gamma^5}{2} \right) \gamma^{\mu T} V^T (\gamma^0 \gamma^2 u) (W_\mu^-) - (\bar{u} \gamma^0 \gamma^2) \left( \frac{1-\gamma^5}{2} \right) \gamma^{\mu T} V^* (\gamma^0 \gamma^2 d) (W_\mu^+) = \\
 & = -\bar{d} \left( \frac{1-\gamma^5}{2} \right) (\gamma^0 \gamma^2 \gamma^{\mu T} \gamma^0 \gamma^2) V^T u (W_\mu^-) - \bar{u} \left( \frac{1-\gamma^5}{2} \right) (\gamma^0 \gamma^2 \gamma^{\mu T} \gamma^0 \gamma^2) V^* d (W_\mu^+) = \\
 & \quad \bar{d}_R \gamma^\mu V^T u_R W_\mu^- - \bar{u}_R \gamma^\mu V^* d_R W_\mu^+
 \end{aligned}$$

Por lo que no importando la forma de V, hay violación completa de carga al transformar los campos izquierdos en derechos

### A.3 Violación de carga-paridad

Delas dos secciones pasadas, tenemos que

$$(PC)L_C(PC) = P(\bar{d}_R \gamma^\mu V^T u_R W_\mu^- + \bar{u}_R \gamma^\mu V^* d_R W_\mu^+)P = \bar{d}_L \gamma_\mu V^T u_L W_\mu^- + \bar{u}_L \gamma_\mu V^* d_L W_\mu^+$$

y los campos se siguen conservando izquierdos. La violación posible de Carga-Paridad se encuentra toda en la matriz V de Kobayashi-Maskawa.

## A.4 Violación de T

Ahora pedimos que tanto el momento como el espín cambien de signo, sin cambiar partícula por antipartícula, entonces

$$T a_{\vec{p}}^{\dagger} T = a_{-\vec{p}}^{-\dagger} \quad \text{y} \quad T b_{\vec{p}}^{\dagger} T = b_{-\vec{p}}^{-\dagger}$$

por lo que

$$T \psi(t, \mathbf{x}) T = (-\gamma^1 \gamma^3) \psi(-t, \mathbf{x}), \quad T \bar{\psi}(t, \mathbf{x}) T = \bar{\psi}(-t, \mathbf{x}) (\gamma^1 \gamma^3) \quad \text{y} \quad c \rightarrow c^*.$$

También,  $T W^{\mu+} T = W_{\mu}^{+}$ , y de nueva cuenta, usando un sólo término de corriente:

$$T L_C T = (\bar{u}(-t, \mathbf{x}) \gamma^1 \gamma^3) \gamma^{\mu} V^{\dagger} \left( \frac{1 - \gamma^5}{2} \right) (-\gamma^1 \gamma^3) d(-t, \mathbf{x}) W^{\mu+} =$$

$$(\bar{u}(-t, \mathbf{x}) \gamma^1 \gamma^3) \gamma^{\mu} (-\gamma^1 \gamma^3) V^{\dagger} \left( \frac{1 - \gamma^5}{2} \right) d(-t, \mathbf{x}) W^{\mu+} = \bar{u}_L(-t, \mathbf{x}) \gamma_{\mu} V^{\dagger} d_L W^{\mu+}$$

por lo que si  $V$  contiene un número imaginario, hay violación de T.

# Bibliografía

- [1] J. J. Sakurai, *Modern Quantum Mechanics Revised Edition*, Addison Wesley, 1994,
- [2] James Bjorken y Sidney Drell, *Relativistic Quantum Mechanics*. McGraw-Hill, 1964
- [3] I. S. Hughes, *Elementary Particles -3rd edition*, Cambridge University Press
- [4] William B. Rolnick, *The fundamental Particles and their interactions*, Addison-Wesley, 1993
- [5] Richard Feynman, *Quantum Mechanics*. Addison-Wesley
- [6] Gordon Kane, *Modern Elementary Particle Physics*. Addison Wesley, 1987
- [7] Ta-Pei Cheng and Ling-Fong Li, *Gauge theory of elementary particle physics*, Oxford Univerity Press, 1984
- [8] Cecilia Jarlskog, en CP Violation, C. Jarlskog ed., *Advanced Series in High Energy Physics* (World Scientific, Singapore, 1998)
- [9] P.D.B. Collins, A D. Martin, E J. Squires, *Particle Physics and Cosmology*, John Wiley & Sons, 1989
- [10] Yosef Nir, Flavor Physics and CP Violation, hep-ph/9810520
- [11] Michael Gronau, CP Violation, hep-ph/9410236
- [12] Michael Gronau, David London, Isospin Analysis of CP Asymmetries in B Decays., *Physical Review Letters* 65 (1990) 3381
- [13] E. A. Paschos and U. Türke, Quark Mixing and CP Violation
- [14] The European Physical Journal, Review of Particle Physics

- [15] Salvatore Mele, Experimental Constraints on the CKM Matrix, Workshop on CP Violation, Adelaide, Australia, July 3-8, 1998