

00362
2



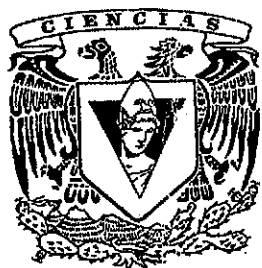
UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA
DE MÉXICO

FACULTAD DE CIENCIAS

ESTUDIO DE LA INTERACCIÓN DE
UN FLUJO DE PLASMA A TRAVÉS
DE UN GAS NEUTRO

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

T E S I S
QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:
MAESTRO EN CIENCIAS (FÍSICA)
P R E S E N T A
ENRIQUE CRUZ MARTÍNEZ



pcf

posgrado en ciencias físicas
u n a m

MEXICO, D.F.

2002



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

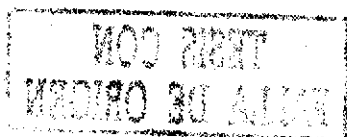
ESTA TESIS NO SALE
DE LA BIBLIOTECA

NO SE
PUEDE NO ALIAR

Índice General

Introducción	9
1 Fusión Nuclear	12
1.1 Introducción	13
1.2 Confinamiento magnético : <i>Tokamaks</i>	15
2 Diversores	25
2.1 Introducción	26
2.2 Concepto de divisor de ITER	30
3 Plasma parcialmente ionizado	34
3.1 Introducción	35
3.2 Ecuaciones de Fluidos	36
3.2.1 Introducción	36
3.2.2 Ecuaciones de Transporte	36
3.2.3 Coeficientes de Transporte	42
3.2.4 Ecuaciones de Transporte para 2 fluidos	42
3.2.5 Estimación de parámetros de colisión	44
3.2.6 Transporte	48
3.3 Procesos atómicos y moleculares	55
3.3.1 Procesos Atómicos en un plasma de Hidrógeno parcialmente ionizado con Isótopos	61
4 Modelo de la caja de gas	66
4.1 Introducción	67
4.2 Simulaciones para NAGDIS con descarga de Helio	67
4.2.1 Resultados	72

4.2.2	Condiciones a la frontera	77
4.3	Normalización	77
4.4	Resultados de la simulación	78
4.4.1	Efectos de la concentración de hidrógeno α_{H_2}	84
4.5	Simulaciones para divisor de <i>Tokamak</i> con descarga de Hidrógeno.	91
4.5.1	Resultados	93
5	Conclusiones	98
5.1	Resultados y confirmación experimental	99
5.2	Conclusiones	105
	Apéndice I	107
	Apéndice II	111
5.3	Aproximaciones numéricas	112
5.3.1	Introducción	112
5.3.2	Método Runge-Kutta	115
5.3.3	Método de disparo (<i>shooting</i>)	119
5.3.4	Método de Carrera (<i>run</i>)	121
	Bibliografía	125

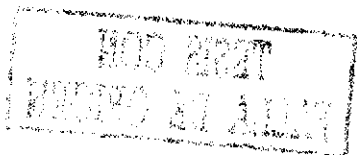


Índice de Figuras

1.1	Razones de reacciones de fusión	14
1.2	Confinamiento de partículas en un cilindro infinito	17
1.3	Configuración toroidal	19
1.4	Diferentes reactores experimentales fabricados	22
1.5	Diferentes series de reactores, también se muestran los valores esperados en corriente y tiempo de confinamiento para ITER	23
2.1	Diversor Sencillo (null) y Diversor Doble (double-null)	27
2.2	Corriente de saturación J_{sat} en la superficie externa del Diversor	30
2.3	Mediciones experimentales de JET del grado de desprendimiento DOD = $\frac{P_{SQL}}{P_a}$ (medidas del flujo de iones en la separatriz, máximo e integrado, tanto en el diversor interno como el externo) contra la densidad promedio	31
2.4	Perfiles axiales de n , T_e para un plasma de helio tomados de mediciones en los simuladores de diversores en la Universidad de Nagoya	32
3.1	Vista esquemática de un haz de electrones incidiendo en una placa	45
3.2	Flujo de calor debido a choques de partículas en un campo	50
3.3	Flujo de partículas debido a gradientes en la densidad	51
4.1	Vista esquemática de un simulador de Diversor	69
4.2	Ángulo que hacen las líneas del campo con la placa diversora	70
4.3	Razones de formación para los procesos de ionización, recombinación y recombinación molecular activada contra la temperatura, información tomada de la base de datos generada por el código CRAMD	75



4.4	Perfiles a diferentes tiempos en la "caja de gas" para las <i>c. i.</i> $T_u = 2 \text{ eV}, P_u = 4 \times 10^{15} \text{ eV cm}^{-3}, N_{neu} = 2 \times 10^{14} \text{ cm}^{-3}, \alpha_{H_2} =$ 0.0 y $L = 100 \text{ cm}$	80
4.5	Perfiles a diferentes tiempos en la "caja de gas" para las <i>c. i.</i> $T_u = 2 \text{ eV}, P_u = 4 \times 10^{15} \text{ eV cm}^{-3}, N_{neu} = 2 \times 10^{14} \text{ cm}^{-3}, \alpha_{H_2} =$ 0.0 y $L = 100 \text{ cm}$	81
4.6	Perfiles a diferentes tiempos en la "caja de gas" para las <i>c. i.</i> $T_u = 2 \text{ eV}, P_u = 4 \times 10^{15} \text{ eV cm}^{-3}, N_{neu} = 2 \times 10^{14} \text{ cm}^{-3}, \alpha_{H_2} =$ 0.0 y $L = 100 \text{ cm}$	82
4.7	Evolución temporal de la densidad de corriente, presión, den- sidad de partículas y de la temperatura del plasma en la placa del divisor, se muestra que después del periodo de transición se llega al régimen estacionario.	83
4.8	Perfiles de la densidad y temperatura del plasma y efecto de la recombinación molecular activada (MAR) para las <i>c. i.</i> : $T_u =$ $3 \text{ eV}, P_u = 4 \times 10^{15} \text{ eV cm}^{-3}, N_{neu} = 1.5 \times 10^{14} \text{ cm}^{-3}, \alpha_{H_2} =$ $0.0, 0.1$ y $L = 100 \text{ cm}$	86
4.9	Perfiles de la densidad y temperatura del plasma y efecto de la recombinación molecular activada (MAR) para las <i>c. i.</i> : $T_u =$ $2 \text{ eV}, P_u = 4 \times 10^{15} \text{ eV cm}^{-3}, N_{neu} = 1.5 \times 10^{14} \text{ cm}^{-3}, \alpha_{H_2} =$ $0.0, 0.1$ y $L = 100 \text{ cm}$	87
4.10	Perfiles de la densidad y temperatura del plasma y efecto de la recombinación molecular activada (MAR) para las <i>c. i.</i> : $T_u = 2 \text{ eV}, P_u = 4 \times 10^{15} \text{ eV cm}^{-3}, N_{neu} = 2 \times 10^{14} \text{ cm}^{-3}, \alpha_{H_2} =$ $0.0, 0.1$ y $L = 100 \text{ cm}$	88
4.11	Temperatura del plasma en la placa T_d como función de α_{H_2} para cada conjunto de <i>c. i.</i>	89
4.12	Perfiles de la densidad de Neutros y temperatura del plasma y efecto de la recombinación molecular activada (MAR) para las <i>c. i.</i> : $T_u = 10 \text{ eV}, P_u = 4 \times 10^{15} \text{ eV cm}^{-3}, N_{neu} = 2 \times$ $10^{14} \text{ cm}^{-3}, \alpha_{H_2} = 0.0, 0.1$ y $L = 100 \text{ cm}$	94
4.13	Perfiles de la densidad del plasma y presión del plasma y efecto de la recombinación molecular activada (MAR) para las <i>c. i.</i> : $T_u = 10 \text{ eV}, P_u = 4 \times 10^{15} \text{ eV cm}^{-3}, N_{neu} = 2 \times$ $10^{14} \text{ cm}^{-3}, \alpha_{H_2} = 0.0, 0.1$ y $L = 100 \text{ cm}$	95



4.14	Perfiles de la densidad de Neutros y temperatura del plasma y efecto de la recombinación molecular activada (MAR) para las <i>c. i.</i> : $T_u = 20 \text{ eV}$, $P_u = 4 \times 10^{15} \text{ eV cm}^{-3}$, $N_{neu} = 2 \times 10^{14} \text{ cm}^{-3}$, $\alpha_{H_2} = 0.0, 0.1$ y $L = 100 \text{ cm}$	96
4.15	Perfiles de la densidad del plasma y presión del plasma y efecto de la recombinación molecular activada (MAR) para las <i>c. i.</i> : $T_u = 20 \text{ eV}$, $P_u = 4 \times 10^{15} \text{ eV cm}^{-3}$, $N_{neu} = 2 \times 10^{14} \text{ cm}^{-3}$, $\alpha_{H_2} = 0.0, 0.1$ y $L = 100 \text{ cm}$	97
5.1	100
5.2	102
5.3	103
5.4	104
5.5	Esquemas de los modelos numéricos para resolver problemas de plasmas con enfoque de partículas, fluidos e híbridos	113

Índice de Tablas

- 4.1 *Conjunto de condiciones iniciales para los casos estudiados, donde T_u es la temperatura del plasma que llega del centro, P es la presión del plasma, N_{neutros} es la densidad de átomos neutros α_{H_2} es la concentración de hidrógeno molecular. . . . 79*

Introducción

1
2
3
4

Resumen

La física de plasmas parcialmente ionizados al igual que la física de plasmas totalmente ionizados presenta aún una gran cantidad de retos. Existen varios problemas abiertos en cuanto a su caracterización y esto se complica cuando en los reactores de fusión actuales del tipo *tokamak* se ha observado que agregando unas estructuras de borde llamadas genericamente *diversores*, se han logrado dirigir las fugas de las partículas α , extraer calor del centro del plasma y reducir la contaminación de plasma por impurezas. En esta situación el plasma interacciona con el gas neutro que servirá como intercambiador de calor entre otras cosas, debido a los procesos atómicos y moleculares que se llevan a cabo y a las condiciones de frontera impuestas en la configuración del borde, se estudia en primer lugar el modelo geométrico más sencillo: *el modelo de la caja de gas*, este modelo tiene la ventaja de incorporar con más detalle algunos fenómenos que en otros tipos de estudios se dificultarían, dada la naturaleza no lineal de las ecuaciones de fluidos con terminos de recombinación, se recurre a los métodos numéricos para resolver varios casos de interés y se utiliza información analítica de otros trabajos.

El presente trabajo esta organizado en 5 capítulos, el primer capítulo describe los elementos básicos de la fusión nuclear, los tipos principales de reacciones con átomos ligeros (H, D, T), los problemas de confinamiento y difusión del gas ionizado (*plasma*), las formas de lograr la fusión y los aparatos experimentales tipo *tokamak* usados para estudiar y caracterizar el plasma. En el capítulo dos se explican que son y para que sirven los *diversores* magnéticos, como han evolucionado hasta nuestros días y como han contribuido a resolver varios problemas de contaminación de impurezas, extracción del calor de los reactores experimentales y extracción de las partículas α producto de las reacciones de fusión. En el capítulo tres se hace una revisión de la aproximación de fluidos para estudiar un plasma parcialmente ionizado, los procesos atómicos importantes en la interacciones *plasma-gas neutro* y los métodos aproximados más usuales para resolver estas ecuaciones de naturaleza no-lineal. En el capítulo cuatro se muestran las condiciones y el modelo de *caja de gas* para el *diversor*, se presentan 2 casos de estudio con diferentes gases en la cámara: H y He ; se presenta también

una discusión de los resultados de las simulaciones numéricas que se comparan con experimentos hechos en simuladores de divisores o en divisores de *tokamaks*. El capítulo cinco amplía más la discusión y trata de manera más detallada los procesos de recombinación de tres cuerpos, por activación molecular, intercambio de carga y de ionización que son los más relevantes para el caso de bajas temperaturas, como es el caso del plasma que llega al volumen del divisor. Finalmente la evidencia experimental corrobora los resultados obtenidos tanto de análisis teóricos como de resultados numéricos.

Capítulo 1

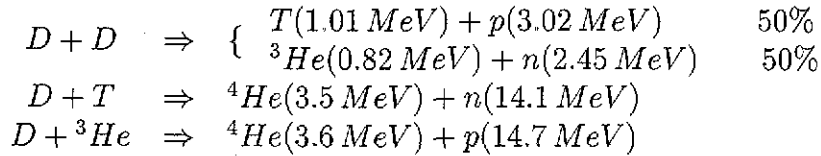
Fusión Nuclear

1.1 Introducción

El objetivo de la investigación más reciente en física de plasmas es crear un aparato capaz de generar energía, para lograr esto se necesita tener al plasma confinado por un tiempo largo y a suficientemente alta temperatura, de tal manera que ocurran una gran cantidad de reacciones de fusión nuclear para producir más energía que la utilizada para mantener el plasma en condiciones de fusión.

Las reacciones de fusión nuclear son la fuente de energía de las estrellas, incluyendo al Sol. Estas obtienen su energía de la fusión de núcleos de hidrógeno, la gran diferencia con respecto a los reactores de fusión es que el confinamiento del plasma caliente es debido a la autogravitación de las estrellas.

En la fusión nuclear del hidrógeno, las principales reacciones que involucran a los isótopos Deuterio (D) y Tritio (T) son:



De las 3 reacciones de fusión anteriores, la que es más significativa a baja temperatura es la que involucra al deuterio (D) y al tritio (T), como se muestra en la figura 1.1 donde se presentan las razones de formación de las 3 reacciones nucleares, esto también se ve reflejado en que la resonancia de la reacción $D + T$ es mayor:

$$\sigma(D + T)_{maxima} \sim 10^{-23} \text{ cm}^2 (E \sim 100 \text{ KeV})$$

$$\sigma(D + D)_{maxima} \sim 10^{-25} \text{ cm}^2$$

El problema básico para alcanzar la fusión controlada es generar un plasma a muy alta temperatura (con energías térmicas de al menos 10 KeV) y

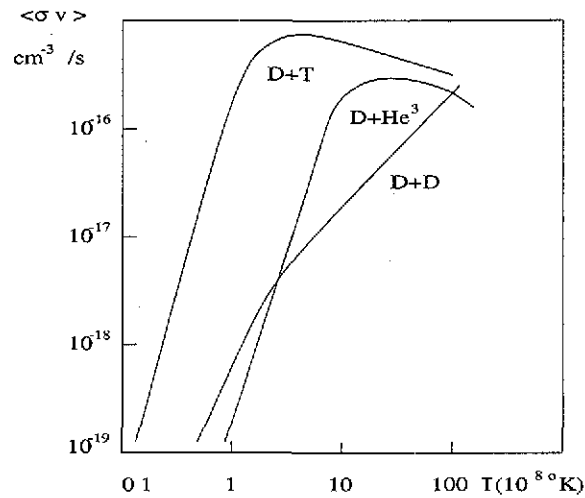


Figura 1.1: Razones de reacciones de fusión

mantener las partículas suficientemente cercanas para que un número considerable de reacciones de fusión se produzcan. Las cargas positivas (nucleos) deberan estar muy cerca (del orden de 10^{-14}m) y vencer la repulsión Colombiana electrostática, para esto se requiere que las partículas tengan suficiente energía cinética y es por esta razón que se requieren altas temperaturas.

Las reacciones de fusión que involucran núcleos más pesados (número Z alto) requieren aún mayores energías para vencer la repulsión electrostática.

En las décadas pasadas se han sugerido y diseñado varios esquemas de confinamiento que usan algún tipo de configuración magnética. Los principales esfuerzos experimentales para alcanzar las condiciones del plasma para fusión se pueden agrupar en tres:

- 1) Sistemas abiertos como espejos magnéticos y aparatos theta pinch.
- 2) Sistemas cerrados como los toros.
- 3) Fusión de una bola sólida de $D - T$ por medio de laser o por haces de iones de alta energía.

Además de los problemas que surgen con el calentamiento y confinamiento del plasma, también es importante la pérdida de energía por radiación (predominantemente la radiación de frenado (*bremstrahlung*) debido a los choques electrón-ión y la radiación sincrotrónica de los electrones). Estas pérdidas por radiación constituyen un serio problema para el mantenimiento auto sostenido del aparato de fusión.

Para generar más energía por fusión de la que es requerida para calentar el plasma, y suplir las pérdidas por radiación, se requiere cumplir una condición sobre la densidad del plasma n , el tiempo de confinamiento τ , así como en la temperatura T . El producto $n\tau$ debe ser más alto que un valor mínimo el cual es para un plasma de deuterio-tritio alrededor de $10^{20} \text{ s} \times \text{m}^{-3}$, ($T > 10^7 \text{K}$) y para un plasma de deuterio-deuterio de $10^{22} \text{ s} \times \text{m}^{-3}$, ($T > 10^8 \text{K}$). Esta condición es conocida como “*criterio de Lawson*”. Bajo este criterio la fusión controlada se puede alcanzar teniendo un plasma muy denso a muy alta temperatura, pero confinado por un tiempo muy corto, o teniendo un plasma poco denso confinado por un tiempo muy grande; es por esta razón que algunos experimentos operan en un régimen de alta densidad del plasma y tiempos muy cortos de confinamiento.

La energía obtenida por fusión nuclear es prácticamente inagotable, resulta de gran importancia sobre todo en la actualidad el estudio y diseño de reactores cuya producción de energía sea costeable, este es uno de los grandes retos de la humanidad.

1.2 Confinamiento magnético : *Tokamaks*

En los reactores naturales termonucleares de fusión (RNF), tales como las estrellas, la presión cinética del gas se equilibra con la fuerza gravitacional, mientras que en un reactor artificial (RNA), el confinamiento de partículas se consigue aplicando una configuración especial de las líneas del campo magnético. La idea del confinamiento magnético fue concebida por los científicos rusos E. T. Tamm y A. D. Sakharov [20] a mediados de los 50's. En ese entonces los resultados que se obtuvieron en el tokamak ruso **T-3** estimularon el desarrollo de la fusión controlada en todo el mundo. Pero la pregunta

básica que en este punto podemos hacernos es: ¿ Qué es un Tokamak?

La idea principal en el confinamiento magnético esta basada en el hecho de que las partículas cargadas que se mueven en un campo magnético estan restringidas en su movimiento transversal a las lineas del campo. Basándose en este tipo de comportamiento de las partículas, entonces en un cilindro infinito (ver figura 1.2) seria una trampa magética perfecta para un plasma, en el caso en que no hubieran colisiones *coulombianas* ($\nu_{ei} \approx \infty$, donde ν_{ei} es la frecuencia de colisión electrón-ión). En el caso en que existan colisiones entonces ($\nu_{ei} > 0$), habrá difusión del plasma en la dirección transversal al campo. En los casos más realistas, tenemos aparatos de dimensiones finitas. Uno de los problemas básicos es como disminuir o eliminar la conductividad térmica del plasma. Con la finalidad de tener a las partículas confinadas el mayor tiempo posible, se propusieron dos soluciones: haciendo una configuración donde se reflejen las partículas en los extremos del aparato (espejos magnéticos) o bien produciendo configuraciones de lineas de campo magnéticas cerradas (tokamaks, esteleradores, ver figura 1.3) y así evitar pérdidas; sin embargo, surgen otras complicaciones como la de la deriva transversal de las partículas que se ve incrementada debido a la curvatura intrínseca de la configuración de tipo toro. La velocidad de deriva en este caso es [6]:

$$V_{\alpha D} = 1.04 \cdot 10^{-8} \frac{A_{\alpha}}{Z_{\alpha} B_z R} (v_{\alpha \parallel}^2 + v_{\alpha \perp}^2 / 2)$$

donde R es el radio mayor de toro, α representa el tipo de partícula, $A_{\alpha} = m_{\alpha}/m_H$ es el cociente de la masa de la especie α y la masa del Hidrógeno, $v_{\alpha \perp} = 1.4 \cdot 10^4 \sqrt{(T_{\alpha}/A_{\alpha})}$ es la velocidad perpendicular al campo magnético, T_{α} es la temperatura de la especie α y A_{α} su número atómico, $v_{\alpha \parallel} = 10^4 \sqrt{(T_{\alpha}/A_{\alpha})}$ es la velocidad paralela al campo magnético, Z_{α} es la carga eléctrica de la partícula.

La dirección de la velocidad de deriva depende del signo de la partícula cargada, esto significa que los electrones y los iones del plasma derivaran en direcciones opuestas alejándose de esta manera de la columna del plasma. Si las paredes de la cámara estan hechas de un material dieléctrico esto podría dar lugar a una concentración de partículas cargadas de signos opuestos, es decir, se generara un campo electrico E_{\perp} transversal al campo

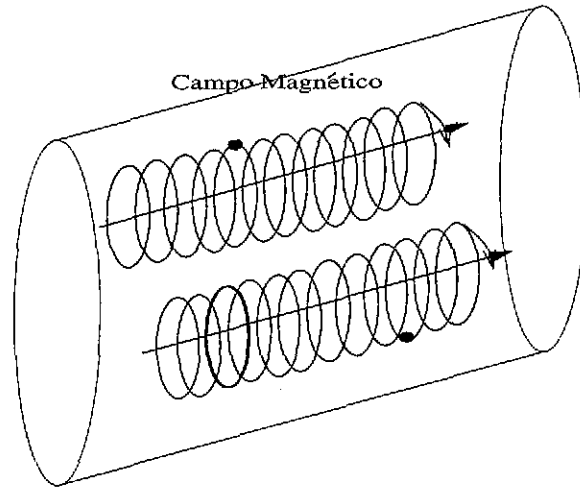


Figura 1.2: Confinamiento de partículas en un cilindro infinito

magnético, teniendo como resultado que toda la columna del plasma derivará hacia afuera, es decir a lo largo de la dirección del radio mayor con velocidad:

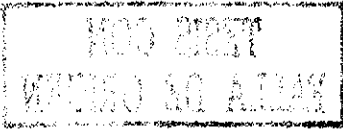
$$V_D = 10^4 E_{\perp} / B_{\theta}$$

Se puede mostrar que V_D es 1 o 2 órdenes de magnitud menor que la velocidad térmica del plasma (poner referencia).

Cuando las paredes del tokamak están hechas de material conductor, no sucede lo anterior; esto es, las cargas eléctricas no son acumuladas y de esta forma el tiempo característico de decaimiento del plasma es

$$\tau_P = 4B_{\theta}Ra/T$$

donde T es la temperatura del plasma, R y a son los radios mayor y menor respectivamente, en los tokamaks r/a es normalmente $R/a \approx 3 \div 5$, así que podemos ver que este tiempo τ_p es casi el mismo que el tiempo característico para la difusión tipo Bohm ($D_B = \frac{1}{16} \frac{T_e}{B_{\theta}}, m^2 s^{-1}$) [7];



$$\tau_B = 10 \frac{B_\theta}{T_e(0)} a^2$$

donde $T_e(0)$ es el máximo de la temperatura electrónica en el centro de la columna del plasma.

La difusión de Bohm ha sido observada en muchos tokamaks y es característico del transporte anómalo turbulento en el plasma confinado en el tokamak.

Estimaciones sobre tamaños mínimos de reactores tipo tokamak basados en un toro muestran que para $B_\theta = 5TR$, $n_e = 10^{20} m^{-3}$, y $R/a = 5$, el radio mínimo del toro debe ser de 15m, lo cual por el momento esta lejos de las posibilidades tecnológicas.

Sin embargo, las dimensiones del toro pueden ser considerables por medio de una transformada rotacional. La idea es introducir una componente poloidal del campo magnético a la componente toroidal, como resultado de esto una línea de campo electromagnético puede “enrollarse” muchas veces a lo largo del toro, en su movimiento helicoidal pasará arriba, abajo, al interior y al exterior del toro. Se toma en cuenta que la conductividad térmica eléctrica del plasma a lo largo de la línea del campo magnético es mayor que la de cualquier metal, de esta forma las cargas eléctricas que al principio se encontraban cerca de las paredes conductoras estarán involucradas en movimientos de deriva cerrados sin dirigirse directamente a las paredes.

Experimentalmente la transformada rotacional se puede obtener por medio de una corriente I_p , la cual es producida en la columna del plasma del tokamak en la dirección de B_θ . Técnicamente es el camino más natural para la obtención de la transformada rotacional (TR), pero teóricamente es ambigua, ya que la corriente I_p produce un calentamiento óhmico en el plasma, cambiando su estado microscópico. La ventaja es que I_p incrementa tanto el confinamiento como la energía térmica del plasma. El calentamiento por medio de inyección de un haz neutro, radio frecuencia, ondas híbridas inferiores, radiación iónica, ciclotrónica, electrónica, etc. adicional es muy costoso.

De esta forma llegamos a que el tipo de aparatos para el confinamiento magnético del plasma en un toro con corriente toroidal que suministra la transformada rotacional es llamado **Tokamak**

La figura 1.3 muestra el esquema de un tokamak.

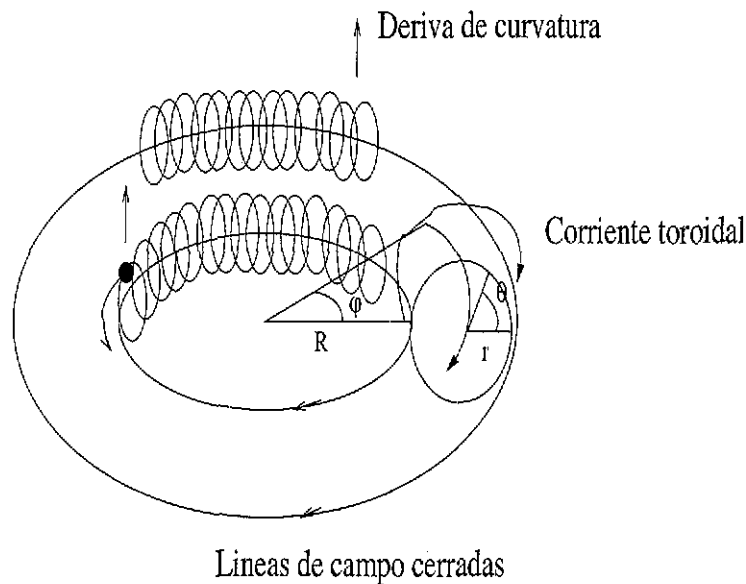


Figura 1.3: Configuración toroidal

El factor principal que caracteriza la configuración magnética de un tokamak, es el factor de seguridad [8], [9]

$$q(r) = B_{\theta}r/B_{\varphi(r)}R$$

donde B_{θ} es la componente del campo magnético en la dirección poloidal, B_{φ} es a componente del campo magnético en la dirección toroidal, r es el radio menor del toro y R es el radio mayor del toro (ver figura 1.3).

La interpretación geométrica de q es la siguiente: q es el número de ciclos del radio mayor (a lo largo de θ) que experimentan las líneas del campo magnético antes de cerrar un círculo en la dirección φ . Un ángulo obtenido

después de un ciclo sobre el radio mayor es llamado ángulo de la transformación rotacional $\alpha = 2\Pi/q$, con la transformada rotacional cada línea del campo magnético después de muchas rotaciones en la dirección toroidal forma una superficie magnética. Debido a que el transporte longitudinal es mayor que el transversal, las superficies magnéticas pueden ser consideradas como superficies de presión constante (isobaras) y de temperatura (isotermas). Los movimientos de deriva pueden causar pequeñas desviaciones de las superficies magnéticas del orden de $P_{\alpha\theta}q$, esto significa que después de las colisiones las partículas cargadas pueden ser desviadas a la siguiente superficie magnética localizada a una distancia $P_{\alpha\theta}q$ de la anterior. De aquí que los coeficientes transversales de transporte se incrementarán en q^2 veces comparado con el caso cilíndrico [8], [9].

$$\chi_i = (1 + 1.6q^2)\chi_i \text{ caso cilíndrico}$$

La menor q , es la diferencia entre el transporte en las configuraciones cilíndrica y toroidal.

Las pérdidas toroidales no son los únicos mecanismos del incremento del transporte en sistemas toroidales, en sí el ir y venir las partículas cargadas pasan por zonas donde hay campos magnéticos intensos y menos intensos (parte interior y exterior del toro), ya que $B_\theta \sim 1/R$.

Si la longitud de camino libre medio de la partícula cargada excede la longitud característica de la parte de la curva que conecta las partes superior e inferior de el toro, esto es si $\lambda_{||} > R_q$, entonces el movimiento de la partícula en el toro, tiene las características del movimiento de la partícula en una botella magnética. La partícula puede ser reflejada de la zona de muy intenso campo magnético en la parte inferior del toro. Las proyecciones transversales de las trayectorias tiene una forma de *banana*. En el caso de bajas colisiones por difusión y conductividad térmica éstas serían debidas a las partículas atrapadas en la banana. Después de varias colisiones cada partícula es desplazada al ancho de la banana el cual es alrededor de $2\rho_{\alpha\theta}q\varepsilon^{-1/2}$, donde $\varepsilon = r/R$. Estimaciones del coeficiente de difusión del plasma para el régimen de colisiones no muy frecuentes, muestran que la difusión total se incrementa por un factor de $\varepsilon^{-3/2}$, que es alrededor de 5-10 comparado con el régimen de colisiones alto. Los regímenes de colisión bajos son los más favorables para

los tokamaks (Galeev-Sagdeev, transporte neoclásico [18])

Los tokamaks están basados en principios relativamente simples, sin embargo la naturaleza no necesariamente *nos da sus secretos*. Cuando fueron hechas las primeras propuestas para construir aparatos cuya finalidad era la obtención de energía mediante la fusión nuclear, trajo como consecuencia que el llevar a la práctica la teoría surgieran un gran número de problemas e impedimentos técnicos.

La propuesta del confinamiento magnético fue hecho por E. T. Tamm y A. D. Sakharov en 1955 [19]. Basados en estas ideas de confinamiento, hubo gran interés internacional sobre los tokamaks después de la conferencia de la IAEA en Novosibirsk en 1968, donde se mostró [19], que con una descarga apropiada, la vida media del plasma podría exceder unas 100 veces el tiempo de Bohm, y las pérdidas por iones eran como las predichas por la teoría neoclásica. En los experimentos realizados en los aparatos T-3A, se detectaron neutrones relacionados con la fusión D-D, la vida media de la energía fue de 6-7 ms. Basados en las leyes de escalamiento encontradas en estos experimentos, se construyó la siguiente generación de Tokamaks tales como el T-10 (USSR, $\tau_E \approx 0, 1s.$, $T_i > 1KeV$) y PLT (USA).

Mientras tanto se realizaron experimentos en tokamaks de tamaño pequeño y mediano (T-4, TM-3, T0-1, Tuman-USSR, ORMAK, ATC, Alcator, Doublet-2-USA, TFR, Petula-Francia, DITE-Inglaterra, pulsator-Alemania, JFT-2, DIVA-Japon, LT-2, LT3-Australia).

La figura 1.4 muestra una selección de algunos aparatos tipo *tokamak* en donde la escala vertical esta en unidades adecuadas usando el criterio de Lawson. En la figura 1.5 se muestran los diferentes aparatos de fusión del tipo tokamak que se han fabricado desde finales de los 50's hasta nuestros días, cabe destacar que los primeros esfuerzos se empezaron a realizar en la Unión Sovietica (T-2, T-3, T-4, T-10, y después en otros países como Estados Unidos, la comunidad Europea y Japón.

Como resultado de estos experimentos se adquirieron muchas nociones físicas sobre plasmas en tokamaks. Los parámetros del plasma alcanzados fueron: $T_e \approx 0.5 - 3KeV$, $T_i \approx 0.2 - 2KeV$. Sin embargo rara vez se alcanzó un régimen colisional. Los intentos por alcanzarlo por medio de incremento de la potencia, fallaron debido a las impurezas que contaminaban el plasma y que provienen de las paredes de la cámara. Entonces se reconoció que los

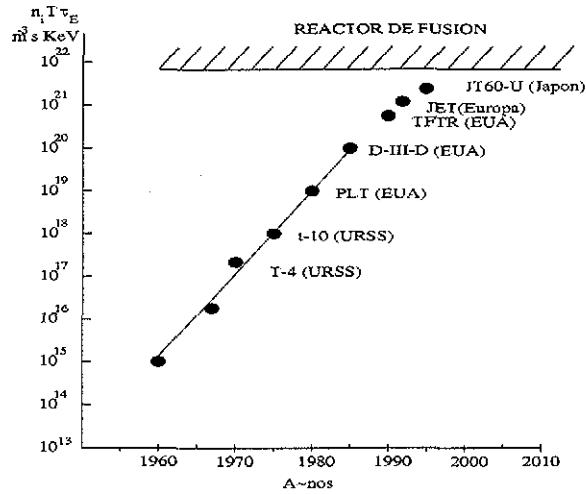


Figura 1.4: Diferentes reactores experimentales fabricados

diversores magnéticos eran necesarios para prevenir la interacción del plasma con las paredes. Este idea dió origen al diseño y construcción de los tokamaks con diversor como **PDX** (USA) y **ASDEX** (Alemania). Nuevas ventajas fueron alcanzadas por medio de inyectar haces de neutros en el **PLT**, cuando la temperatura $T_i = 6\text{KeV}$ fue alcanzada [21] y el plasma estuvo en un régimen colisional bajo. El mismo régimen fue obtenido en **T-11** (USSR) [22].

Los progresos posteriores en los parámetros de los plasmas pueden ser vistos en la figura 1.4, donde se grafica el criterio de Lawson (que es el producto de $n_i \cdot T_i \cdot \tau_E$) contra los años, donde n_i es la densidad de iones, T_i es la temperatura de los iones y τ_E es el tiempo de confinamiento del plasma.

Son especialmente impresionantes los resultados alcanzados en los tokamaks en los últimos años. En noviembre de 1991 en el **JET**, 1.7 MWatts de potencia de fusión fue producida en una mezcla de combustible $D - T$, con un ciclo de $\sim 4 \cdot 10^{20} m^{-3} s KeV$, la producción de neutrones fue de $7.2 \cdot 10^{17}$. Es importante mencionar que en los plasmas de deuterio (D) la condición equivalente para break-even fue alcanzada. Otro gran tokamak **TFTR** (en Laboratorio de Física de Plasmas de Princeton) estuvo desde 1993 trabajando con combustible $D - T$, la potencia de fusión pico alcanzada fue 10.7

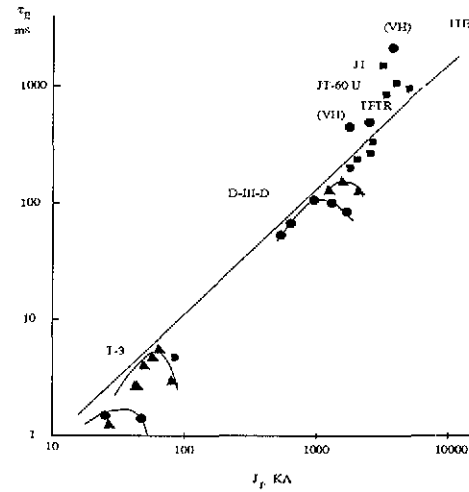


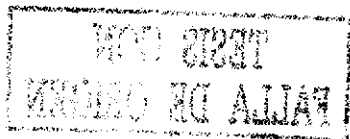
Figura 1.5: Diferentes series de reactores, también se muestran los valores esperados en corriente y tiempo de confinamiento para ITER

MW (La densidad de potencia de fusión fue de $2.8 MW/m^3$), el tiempo de confinamiento de energía fue de $\tau_E = 0.33s$, el triple producto de fusión fue $n_H \cdot T_i \cdot \tau_E = 8.3 \cdot 10^{20} m^{-3} \cdot KeV \cdot s$. La razón de producción de neutrones fue de $4.3 \cdot 10^{18} neutrones/s$.

Durante el verano de 1997 se alcanzaron resultados nuevos en el **JET**, la potencia pico de fusión obtenida fue de 13 MW (14 MJ de energía de fusión), fusión global de $Q = 0.6$ (Q es la razón de potencia adicional de calentamiento, está puede ser de RF, inyección de neutros, etc., y la energía obtenida en la fusión de las reacciones termonucleares), τ_E fue de 0.9s. También se mostró que en el ciclo $D - T$ hay un 25% de reducción en la potencia necesaria para mantener el confinamiento alto (régimen con tiempos de confinamiento del plasma alto) durante la operación alta de la potencia de fusión.

Sin embargo aún hay algunos problemas críticos, los cuales deben ser resueltos antes de que los aparatos del tipo *tokamak* se puedan considerar como prototipos de reactores de fusión comerciales, tales como :

- Extracción de partículas y calor del *tokamak*.



- Disrupciones.
- Transiciones del regimen de confinamiento bajo (L) al alto (H).

Capítulo 2

Diversores

2.1 Introducción

El objetivo principal de este trabajo consiste en estudiar como los divisores magnéticos están ayudando a resolver problemas tales como intercambio de calor y extracción de partículas α del centro de los reactores nucleares experimentales. Después de varios años de estudio desde que se diseñaron los primeros divisores, se han comprobado los beneficios obtenidos en los *tokamaks* con divisores a diferencia de los que no cuentan con esta configuración. A continuación se da una explicación de lo que es un **Divisor Magnético**.

Dentro de la cámara del *tokamak* las superficies magnéticas son cerradas, pero si se agregan electroimanes cerca de la frontera del plasma (ver figura 2.1), las superficies magnéticas formadas se pueden clasificar en 3 tipos: un conjunto de superficies alrededor de la columna del plasma y las dos restantes, un conjunto de superficies alrededor de cada imán. La superficie que separa las internas (dentro de la columna de plasma) de las externas (alrededor de los imanes externos) se conoce como *separatriz*. Si la separatriz esta dentro de la cámara de trabajo entonces a esta configuración se le llama **Divisor Magnético** o **configuración de divisor**. A la zona entre la separatriz y las paredes de la cámara se le llama capa de desprendimiento (**SOL** por sus siglas en inglés).

En esta configuración de las líneas de campo magnético, las partículas cargadas se difunden a través de la separatriz a una nueva región magnética, donde las líneas de campo llegan hasta el **volumen del divisor**, éstas son neutralizadas y enfriadas en la placa divisora o **blanco**. Así, por medio de esta configuración magnética sencilla, las partículas cargadas (incluyendo partículas α e impurezas) y la extracción del flujo de calor de la cámara de trabajo pueden ser llevadas a cabo, esto es necesario para llegar a tener las condiciones estacionarias para la operación del *tokamak*. El combustible se suministra por medio inyección de bolas y/o bombeo de gas.

En la figura 2.1 se muestra una configuración doble nula de divisor, si la configuración de los imanes se cambia ligeramente de posición o bien si se tienen pequeñas diferencias en las corrientes esto se puede ver reflejado en las asimetrías de las cargas (potencia por unidad de área) en la placa del divisor. Por esta razón este tipo de divisores de configuración sencilla nula

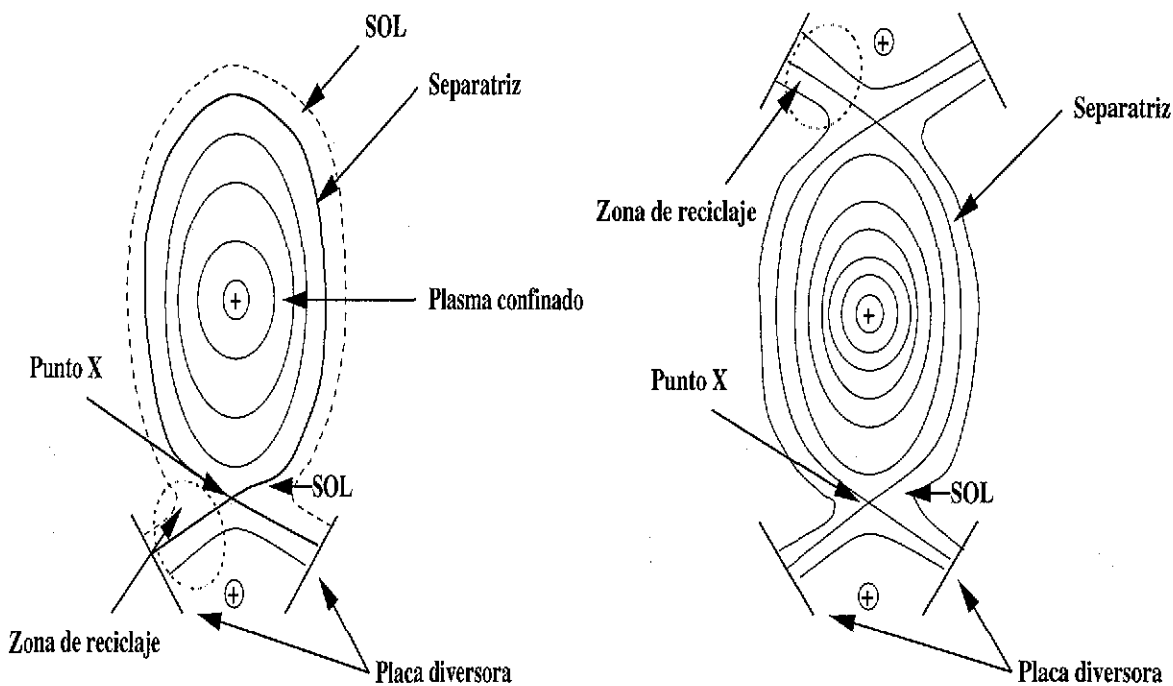


Figura 2.1: Divisor Sencillo (null) y Divisor Doble (double-null)

ha sido adoptada por los proyectos de *tokamaks* más grandes que existen.

Los divisores de volumen pueden ser de tipo abierto o cerrado, los de tipo cerrado son más adecuados porque previenen la penetración de los átomos neutros a la cámara de trabajo, lo cual podría ser peligroso porque ocasionarían la extinción de la descarga. Además con este tipo de divisores magnéticos (cerrados) se ha alcanzado un régimen **alto de reciclado**, esto es: todas las partículas que entran al volumen del divisor son neutralizadas en la placa divisora y devueltas al volumen del divisor. De esta manera el flujo que hay en la dirección contraria interactúa intercambiando carga con el plasma que esta entrando y las partículas son ionizadas.

Este tipo de comportamiento puede parecer paradójico ya que el flujo de calor en la entrada del volumen del divisor es muy alto y continuo, mientras que el flujo de partículas es casi cero.

Cuando se empezaron a fabricar los divisores, se observó que la presión de los neutros en el divisor era considerablemente más elevada que cerca de

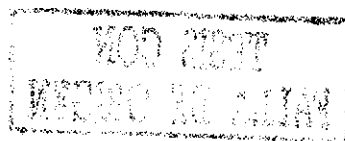
donde se encontraba confinado el plasma [23],[24], este hecho se reconoció que podía ser ventajoso para bombear el plasma y en particular para extraer *He* producto de las reacciones de fusión. También se encontró que físicamente restringiendo la conductancia entre la región del divisor y la cámara principal se tenían razones de compresión incrementadas: 10-20 para *H* y *D* en el reactor **PDX** (Experimento de Divisor Poloidal) [25],[26], 300 en experimentos **D-III**, presiones altas del orden de 10^{-3} mbar fueron obtenidas en **ASDEX** [27].

Posteriormente se encontró evidencia experimental de bajas temperaturas ($< 5 eV$) en el divisor del plasma y se encontró que a estas temperaturas el intercambio de carga excedía por mucho a la ionización [23], [24], [26], en este régimen las partículas cargadas que fluyen hacia la placa divisora chocan con los neutros que son el producto de la neutralización que se lleva a cabo en la placa. Como resultado del proceso de intercambio de carga se tienen entonces iones fríos, que fluyen hasta la placa divisora a lo largo de las líneas magnéticas y átomos neutros que no están confinados por el campo magnético y se mueven en todas direcciones. Para limitar los choques de todas estas partículas y así disminuir el calor transferido, se buscan configuraciones que eviten que las partículas golpeen la placa en una área reducida, y para que se minimice el daño y la evaporación en la pared de la placa.

Basándose en el hecho de que se pierde momento cuando hay colisiones entre iones y neutros, se propuso el mecanismo de **desprendimiento** del plasma desde la placa divisora [28], [29].

El **desprendimiento** (**Detachment**) se puede definir como la pérdida de la presión del plasma a lo largo de las líneas magnéticas, así que no sólo hay gradientes de temperatura y densidad, sino también gradientes de presión entre el núcleo del plasma y el divisor. En el régimen de **desprendimiento** se observa una reducción en la potencia y el flujo de partículas cargadas en las paredes del divisor y esto puede ser una técnica útil para reducir la potencia máxima en tokamaks grandes.

Actualmente los regímenes de desprendimiento ya han sido obtenidos en los tokamaks que poseen divisores. Una evidencia experimental de esto se puede observar en la figura 2.2, en donde se muestra la corriente de saturación en la placa divisora medida en el aparato *Alcator-C Mod* (EUA) para los regímenes de desprendimiento (bombeo fuerte de gas) y para régimen detenido



(pegado). Se puede observar que en el régimen de desprendimiento, la corriente de saturación es 2 ordenes de magnitud más pequeña. Este régimen también ha sido observado en los experimentos realizados en **JET** (Unión Europea), **JT-60** (Japón), **DIII-D** (USA), **ASDEX-Upgrade** (Alemania). Como ejemplo en la figura 2.3 obtenida de **JET** se puede observar el *grado de desprendimiento* (DOD por sus siglas en inglés) contra la densidad del plasma. El factor de desprendimiento esta definido como la razón de las presiones en la zona **SOL** y cerca de la placa diversora, se ha observado que el *grado de desprendimiento* (DOD) llega a ser tan alto del orden de 100, lo cual significa que en régimen de desprendimiento la presión del plasma no es constante a lo largo de las líneas magnéticas y cae considerablemente desde el punto simétrico (X) hasta la placa diversora. Experimentos recientes realizados en **JET** y **ASDEX** han demostrado que los regimenes de desprendimiento no solo se pueden lograr en el *régimen-L* (confinamiento bajo del plasma) sino también ya se ha observado en el *régimen-H* (confinamiento alto del plasma).

Investigaciones detalladas sobre el régimen de desprendimiento se han llevado a cabo en varios centros de investigación tales como en la Universidad de Nagoya (Japón), **PPPL**, **UCSD** (ambos en Estados Unidos) y el Instituto **Kurchatov** (Rusia). Importantes resultados han sido obtenidos acerca de desprendimiento en **NAGDIS** (Nagoya) y estos son mostrados en la figura 2.4. Se puede ver que tanto la densidad del plasma como la temperatura caen drásticamente; la densidad del plasma por ejemplo, cae casi un orden de magnitud en una distancia de 2 cm.

En base a toda esta evidencia es importante conocer cuales son los fenómenos físicos responsables de tal comportamiento del plasma, y como estos se escalan cuando se tiene un plasma en régimen de desprendimiento en los tokamaks más grandes. Al respecto se ha abierto una amplia línea de investigación de gran importancia para los proyectos de reactores termonucleares basados en dos tipos de máquinas: los *tokamaks* y los *esteleradores*.

Dentro de todas estas investigaciones, una gran cantidad de estudios teóricos y computacionales se han abierto en las áreas de física del plasma del borde y física de plasmas en el diversor. En este sentido se han desarrollado varios codigos usados para la simulación de diversores: codigos de transporte en tokamaks en 1-1/2 dimensiones **GTWHIST** y **PRETOR** y codigos para modelar diversores bidimensionales **B2/EIRENE**, **B2**, **EDGE2D/NIMBUS** y **UEDGE**.

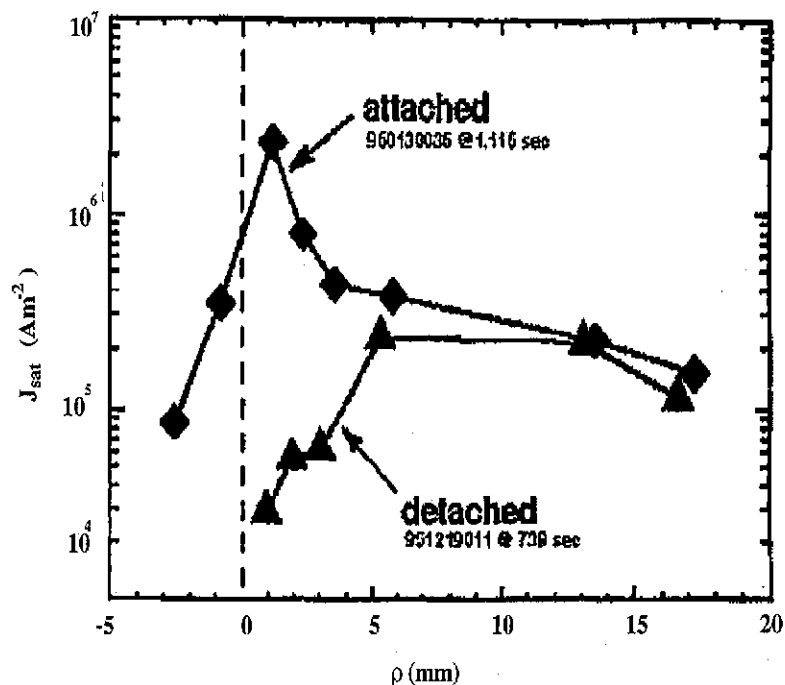
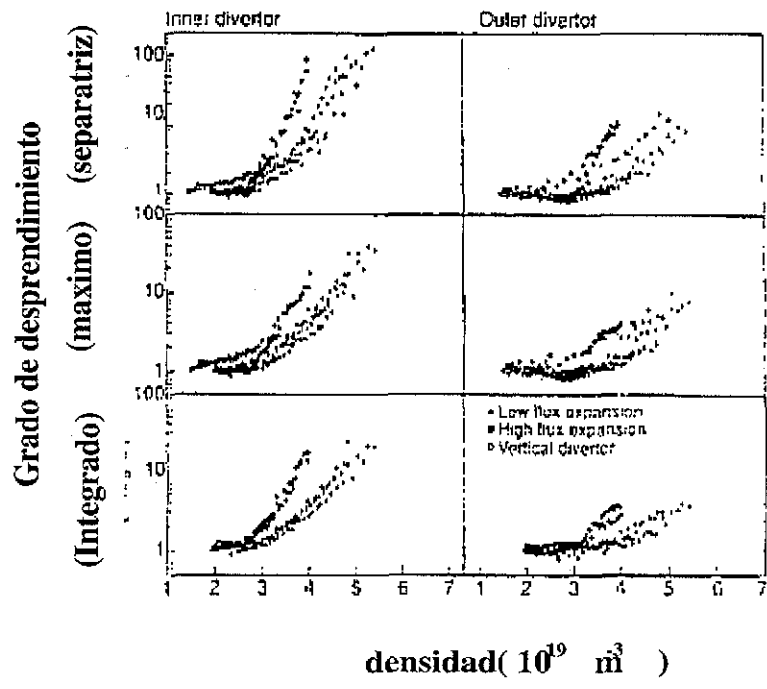


Figura 2.2: Corriente de saturación J_{sat} en la superficie externa del Divisoror

La modelación es muy importante porque da una guía para encontrar algunos parámetros optimos tales como la concentración de impurezas para poder tener un nivel determinado de pérdidas por radiación, la configuración más adecuada del divisoror, etc.. Cabe hacer notar que los codigos en 1-1/2 y 2 dimensiones son muy “pesados”, entonces para investigar y aislar efectos se necesitan hacer muchas simplificaciones analíticas a estos códigos o trabajar con códigos unidimensionales.

2.2 Concepto de divisoror de ITER

ITER (Reactor Internacional Experimental Termonuclear por sus siglas en inglés) esta diseñado para producir 1.5 GW de potencia, la mayor parte de esta es llevada por los neutrones producto de la fusión y debe ser utilizada por algun blanco del reactor. También como consecuencia de las fusiones



TESIS CON FALLA DE ORIGEN

Figura 2.3: Mediciones experimentales de JET del grado de desprendimiento $DOD = \frac{P_{SOL}}{P_d}$ (medidas del flujo de iones en la separatriz, maximo e integrado, tanto en el divertor interno como el externo) contra la densidad promedio

300 MW de la potencia del ITER se va en las partículas α como potencia de calentamiento, una parte considerable de esta potencia, alrededor de 100 MW se va a la primera pared del reactor debido a la radiación de frenado (*bremstrahlung*) y sincrotrónica. La parte restante alrededor de 200 MW es depositada en las placas divisoras, produciendo densidades de potencia del orden de $100 \frac{MW}{m^2}$, esto es comparable con el flujo de potencia del Sol en su superficie [30],[31]. La tecnología moderna ahora puede manejar en el mejor de los casos flujos de alrededor de $5 \frac{MW}{m^2}$ en el caso estacionario, así que el problema de una extracción segura de energía es un problema físico y no un problema de ingeniería.

La aproximación principal al divisor ITER esta basada en la remoción de la energía de volumen del plasma que esta en el divisor antes de que

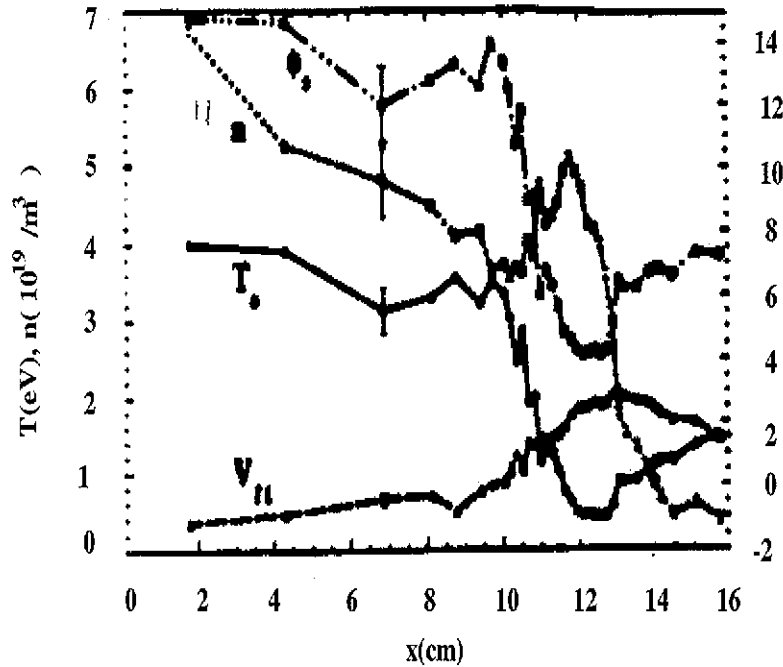


Figura 2.4: Perfiles axiales de n , T_e para un plasma de helio tomados de mediciones en los simuladores de divisores en la Universidad de Nagoya.

llegue a tocar las placas divisoras. A este respecto se ha trabajado con gas de hidrógeno y con una fuente de impurezas con mediano o bajo número Z , dichas impurezas son inyectadas en el divisor y entonces la energía es removida a través de los procesos de radiación e intercambio de carga. En el reporte de ITER [30] se muestra que las pérdidas por radiación de frenado (*bremsstrahlung*) con niveles de impureza de $\approx 10\%He$ y $\approx 2\%Be$ o C con niveles de Ne en el intervalo de 0.012 a 0.16% son de $80 - 135 MW$; para Ar en el intervalo de 0.012 a 0.16% son de $75 - 100 MW$ y para niveles de Kr en el intervalo de 2.41×10^{-3} a $1.3 \times 10^{-2}\%$ son de $75 MW$. Las pérdidas de radiación por impurezas del manto para Ne , Ar , y Kr en los intervalos dados anteriormente son $20 - 65 MW$, $20 - 110 MW$, y $25 - 145 MW$, respectivamente. De esta forma las pérdidas totales por radiación desde dentro de la separatriz tomando en cuenta los límites impuestos por las constricciones del balance de potencia en el centro son $\approx 100 - 200 MW$ con Ne y $\approx 100 - 260 MW$ con Ar o Kr , esto junto con las pérdidas por el intercambio

de carga pueden dar como resultado un considerable enfriamiento del plasma y el flujo de potencia se aproximaría a un nivel donde la recombinación del plasma empieza a ser muy importante a altas densidades y a bajas temperaturas.

Capítulo 3

Plasma parcialmente ionizado

3.1 Introducción

Para estudiar la dinámica de un plasma parcialmente ionizado es necesario usar el enfoque de fluidos, este tipo de plasmas se forman en lo que se conoce como estructura de borde u orilla en un reactor experimental de fusión. Los problemas que existen cuando se estudia el plasma de la orilla son varios y dada su estrecha relación con el plasma del centro del reactor, la dinámica es más compleja, esto es el estudio de un plasma parcialmente ionizado y su interacción con un gas neutro y con las partículas desprendidas en las paredes del volumen del divisor requieren conocimientos fundamentales de: física de plasmas parcialmente ionizados, en este caso se usarán las ecuaciones **hidrodinámicas**. Debido a la gran cantidad de interacciones entre iones y átomos neutros se requiere incluir todos los **procesos atómicos y moleculares** relevantes que ocurren como consecuencia de colisiones elásticas e inelásticas entre átomos neutros, ionizados y excitados, con electrones y con moléculas ionizadas, excitadas o neutras. Para resolver las ecuaciones que describen la dinámica del plasma y todas las interacciones con átomos y moléculas se requiere del uso de **métodos numéricos** apropiados. En las tres secciones siguientes se darán explicaciones más extensas sobre cada tema.

3.2 Ecuaciones de Fluídos

3.2.1 Introducción.

La formulación del problema se hará usando la aproximación de fluídos, en lo que sigue se dará una explicación breve de como obtener las ecuaciones de fluídos para multiespecies usando la ecuación cinética. Aunque es posible plantear todo usando la ecuación cinética (ecuación de Boltzmann), es más conveniente hacerlo por términos de facilidad y tiempo de cálculo usar la aproximación de fluídos. El problema de estudiar como se comporta la densidad del plasma, el flujo de partículas, la presión y la temperatura tanto espacialmente como temporalmente es muy importante dentro de la cámara diversora, dado que se requieren condiciones que hagan llegar al sistema a un regimen de desprendimiento en las paredes del diversor (dettached regime), es de vital importancia dentro de la formulación de las ecuaciones incluir los efectos ocasionados por procesos atómicos en la cámara, debido a que el plasma llega a la cámara y el gas dentro de la cámara es neutro, resulta de gran interés estudiar de manera detallada los efectos macroscópicos originados por diversos procesos atómicos bajo ciertas condiciones del plasma y el gas neutro, como por ejemplo la importancia de la recombinación o de la recombinación por activación molecular (MAR).

3.2.2 Ecuaciones de Transporte

El comportamiento de un gas ionizado puede ser descrito por un conjunto de ecuaciones cinéticas (ecuaciones de Boltzmann):

$$\frac{\partial f_a}{\partial t} + \nabla \cdot (\bar{v} f_a) + \frac{\partial}{\partial \bar{v}} \left(\frac{\bar{F}_a f_a}{m_a} \right) = C_a \quad (3.1)$$

Donde f_a es la función de distribución para electrones, iones, átomos neutros, etc., \mathbf{F} es la fuerza ejercida en un punto \mathbf{r} sobre la especie \mathbf{a} y \bar{v} la velocidad, m_a la masa de la partícula cargada en campo electromagnético:

$$\bar{F}_a = q_a \bar{E} + \frac{q_a}{c} (\bar{v} \times \bar{B})$$

Es importante mencionar que tanto f_a , como F_a no toman en cuenta fluctuaciones muy rápidas, son cantidades promediadas en un volumen que contiene muchas partículas y en un tiempo grande comparado con los tiempos característicos del sistema.

Las colisiones que tienen una especie con otra, con el consiguiente cambio en la función de distribución f_a , son tomadas en cuenta en el término de la derecha C_a y es llamado el término de colisiones.

La descripción del plasma por medio de una función de distribución es muy detallada y muchas veces tanto detalle puede no ser necesario y es suficiente describir el plasma en términos más simples, es decir, en términos de cantidades promediadas como por ejemplo la densidad de partículas de una especie por unidad de volumen.

$$n_a(t, \bar{r}) = \int f_a(t, \bar{r}, \bar{v}) d\bar{v}$$

La velocidad media de las partículas

$$\bar{V}_a(\bar{r}, t) = \frac{1}{n_a} \int \bar{v} f(\bar{r}, \bar{v}, t) d\bar{v} = \langle v \rangle_a$$

y la energía promedio o la temperatura.

Para obtener las ecuaciones que nos describen el comportamiento de las cantidades macroscópicas se deben obtener los momentos de la ecuación cinética. Para tener descripción equivalente se deben obtener un número infinito de ecuaciones, sin embargo esto no es posible por lo que, en general se obtienen los primeros 3 momentos y se da una relación entre variables macroscópicas para cerrar el conjunto.

La ecuación 3.1 se multiplica entonces por 1, $m_a \bar{v}_\alpha$, y $m_a \frac{v_\alpha^2}{2}$ y se integra sobre todas las velocidades. El sistema a que se llega es:

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \nabla \cdot (n \bar{V}) = 0 \quad (3.2)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(mnV_\alpha) + \frac{\partial}{\partial x_\beta}(mn \langle V_\alpha V_\beta \rangle) - en(E_\alpha + \frac{1}{c}(\bar{V} \times \bar{B})_\alpha) = \int mv_\alpha C dv \quad (3.3)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\frac{mn}{2} \langle v^2 \rangle) + \nabla \cdot (\frac{mn}{2} \langle v^2 \bar{v} \rangle) - en \bar{E} \cdot \bar{V} = \int \frac{mv^2}{2} C dv \quad (3.4)$$

La parte del lado derecho de la ecuación 3.2 es cero porque por lo general el término de colisiones se debe a que hay choques con otras especies, entonces:

$$C_a = \sum_b C_{ab}(f_a, f_b)$$

donde C_{ab} es el cambio por unidad de tiempo en la función de distribución de la especie a debido a colisiones con las partículas de la especie b .

Cuando no hay conversión de una especie en otra también llamadas colisiones elásticas (es decir no ocurre recombinación, disociación, etc.):

$$\int C_a dv = \int \sum_b C_{ab}(f_a, f_b) dv = \sum_b \int C_{ab}(f_a f_b) dv = 0$$

Los términos de la derecha de las ecuaciones 3.3 y 3.4 no son cero en general porque independientemente de que no haya creación y destrucción de partículas (iones, electrones, neutros, etc.) si hay intercambio de momento y energía entre una especie y otra.

Las ecuaciones 3.2, 3.3 y 3.4 son el conjunto básico que se usará aunque cabe destacar que la primera ecuación 3.2 para el caso de estudio; esto es la interacción del plasma con gas neutro en la cámara diversora, debe incluir los términos de creación y destrucción de partículas. Ahora se describirán las ecuaciones en términos más adecuados, donde es fácil identificar los diferentes tipos de fenómenos involucrados.

La velocidad se puede descomponer en 2 contribuciones: una velocidad media $\langle \bar{V} \rangle = V$ y velocidad aleatoria \bar{v}' , de donde su promedio $\langle \bar{v}' \rangle = 0$, por lo tanto:

$$\bar{v} = \bar{v}' + \bar{V} \quad \langle \bar{v} \rangle = \langle \bar{V} \rangle = V$$

y

$$\begin{aligned} \langle V_\alpha V_\beta \rangle &= \langle (V_\alpha + v'_\alpha)(V_\beta + v'_\beta) \rangle = \langle V_\alpha V_\beta + V_\alpha v'_\beta + v'_\alpha V_\beta + v'_\alpha v'_\beta \rangle \\ &= \langle V_\alpha V_\beta \rangle + \langle V_\alpha v'_\beta \rangle + \langle V_\beta v'_\alpha \rangle + \langle v'_\alpha v'_\beta \rangle \\ &= V_\alpha V_\beta + V_\alpha \langle v'_\beta \rangle + V_\beta \langle v'_\alpha \rangle + \langle v'_\alpha v'_\beta \rangle \\ &= V_\alpha V_\beta + \langle v'_\alpha v'_\beta \rangle \end{aligned}$$

porque $\langle v'_\alpha \rangle = \langle v'_\beta \rangle = 0$

en la ecuación 3.3, se puede usar la ecuación de continuidad, en el primer término de esta ecuación:

$$\frac{\partial}{\partial t}(mnV_\alpha) = \frac{m\partial n}{\partial t}V_\alpha + mn\frac{\partial V_\alpha}{\partial t} = -mV_\alpha\left(\frac{\partial}{\partial x_\beta}nV_\beta\right) + mn\frac{\partial V_\alpha}{\partial t}$$

y segundo término:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x_\beta}(mn \langle V_\alpha V_\beta \rangle) &= \frac{\partial}{\partial x_\beta}(mn(V_\alpha V_\beta + \langle v'_\alpha v'_\beta \rangle)) = mV_\alpha \frac{\partial}{\partial x_\beta}(nV_\beta) \\ &\quad + mV_\beta \frac{\partial}{\partial x_\beta}(nV_\alpha) + m \frac{\partial}{\partial x_\beta}(n \langle v'_\alpha v'_\beta \rangle) \end{aligned}$$

entonces sustituyendo en la ecuación 3.3 estas dos expresiones, tenemos:

$$mn\frac{\partial V_\alpha}{\partial t} + mV_\beta \frac{\partial}{\partial x_\beta}(nV_\alpha) + m \frac{\partial}{\partial x_\beta}(n \langle v'_\alpha v'_\beta \rangle) = \int mV_\alpha C dV + en(E_\alpha + \frac{1}{c}(\bar{V} \times \bar{B})_\alpha)$$

$$mn \frac{dV_\alpha}{dt} + m \frac{\partial}{\partial x_\beta} (n \langle v'_\alpha v'_\beta \rangle) = \int m V_\alpha C dV + en(E_\alpha + \frac{1}{c}(\bar{V} \times \bar{B})_\alpha)$$

donde hemos usado la derivada total con respecto al tiempo:

$$\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + V_\beta \frac{\partial}{\partial x_\beta} = \frac{\partial}{\partial t} + (\bar{V} \cdot \nabla);$$

por otra parte $mn \langle v'_\alpha v'_\beta \rangle$ se puede escribir como:

$$P\delta_{\alpha\beta} + \Pi_{\alpha\beta}$$

donde $P = nm \frac{\langle v'^2 \rangle}{3} = nT$, $\Pi_{\alpha\beta} = nm \langle v'_\alpha v'_\beta - (\frac{v'^2}{3})\delta_{\alpha\beta} \rangle$

es decir quitando los términos de la diagonal del tensor

$$\Pi_{\alpha\beta} = nm \langle v'_\alpha v'_\beta \rangle$$

La ecuación finalmente queda así

$$mn \frac{dV_\alpha}{dt} = -\frac{\partial P}{\partial x_\alpha} - \frac{\partial \Pi_{\alpha\beta}}{\partial x_\beta} + en(E_\alpha + \frac{1}{c}(\bar{V} \times \bar{B})_\alpha) + R_\alpha \quad (3.5)$$

donde $R_\alpha = \int m v'_\alpha C dv$

Ahora en la ecuación 3.4 el segundo término se puede escribir como:

$$\begin{aligned} \langle \frac{v^2}{2} v_\beta \rangle &= \langle |\frac{v' + V}{2}|^2 (V_\beta + v'_\beta) \rangle = \langle (\frac{v'^2}{2} + \frac{V^2}{2} + \frac{2\bar{v}'}{2} \cdot \bar{V})(V_\beta + v'_\beta) \rangle \\ &= \langle \frac{v'^2}{2} V_\beta + \frac{V^2}{2} V_\beta + \bar{v}' \cdot \bar{V} V_\beta + \frac{v'^2}{2} v'_\beta + \frac{V^2}{2} v'_\beta + \bar{v}' \cdot \bar{V} v'_\beta \rangle \\ &= \frac{1}{2} V^2 V_\beta + V_\alpha \langle v'_\alpha v'_\beta \rangle + \frac{1}{2} \langle v'^2 \rangle V_\beta + V_\alpha \langle v'_\alpha \rangle V_\beta + \frac{1}{2} \langle v'^2 v'_\beta \rangle \\ &= \frac{1}{2} V^2 V_\beta + V_\alpha \langle v'_\alpha v'_\beta \rangle + \frac{1}{2} \langle v'^2 \rangle V_\beta + \frac{1}{2} \langle v'^2 v'_\beta \rangle \end{aligned}$$

como:

$$\frac{1}{2} \langle v'^2 \rangle = \frac{3T}{2m} = \frac{3P}{2mn}$$

entonces sustituyendo estas dos expresiones y usando la expresión encontrada para $\langle v'_\alpha v'_\beta \rangle$, el segundo termino queda de la siguiente forma:

$$= \left(\frac{1}{2}V^2 + \frac{5}{2}\frac{P}{mn}\right)V_\beta + \frac{1}{mn}V_\alpha\Pi_{\alpha\beta} + \langle \frac{1}{2}v'^2 v'_\beta \rangle$$

El primer termino de la ecuación 3.4 se puede escribir como:

$$\begin{aligned} \langle \frac{v^2}{2} \rangle &= \langle \frac{|\bar{v}' + \bar{V}|^2}{2} \rangle = \langle \frac{v'^2}{2} + \frac{V^2}{2} + \bar{v}' \cdot \bar{V} \rangle \\ &= \langle \frac{v'^2}{2} \rangle + \frac{V^2}{2} + \langle v'_\alpha \rangle V_\alpha \\ &= \langle \frac{v'^2}{2} \rangle + \frac{V^2}{2} = \frac{3T}{2n} + \frac{V^2}{2} \end{aligned}$$

La ecuación 3.4 por lo tanto conduce a:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{mn}{2}V^2 + \frac{3}{2}nT \right) + \frac{\partial}{\partial x_\beta} \left\{ \left(\frac{mn}{2}V^2 + \frac{5}{2}nT \right) V_\beta + (\Pi_{\alpha\beta} V_\beta) + q_\beta \right\} \\ = en\bar{E} \cdot \bar{V} + \bar{R} \cdot \bar{V} + Q \end{aligned}$$

donde nuevamente se uso la descomposición para la velocidad \mathbf{v} en la integral donde aparece el intercambio de energía entre especies:

$$\bar{q} = \int \frac{m}{2} v'^2 \bar{V} f(t, \bar{r}, \bar{v}) d\bar{v} = nm \langle \frac{v'^2}{2} \bar{V} \rangle$$

$$\text{y } Q = \int \frac{mv'^2}{2} C dV$$

\mathbf{q} es la densidad de flujo de calor, Q es el calor generado en el gas por una especie como consecuencia de los choques con las demás especies.

La ecuación anterior también se conoce como ecuación de transporte de energía.

Las 3 ecuaciones que aunque se reescribieron, describen el mismo problema, son junto con las ecuaciones de Maxwell el conjunto básico para encontrar

el comportamiento de las diferentes especies. Las cantidades $\Pi_{\alpha\beta}$, q , R y Q deben estar relacionadas con n , \bar{V} y que son las variables básicas del sistema.

En principio todas las cantidades anteriores pueden ser calculadas si se conoce la función de distribución o las funciones de distribución, esto implica tener la información sobre el comportamiento y esto haría innecesario nuestro sistema de ecuaciones "hidrodinámicas".

3.2.3 Coeficientes de Transporte

Los fenómenos de transporte en un plasma ocurren cuando se tienen gradientes de ciertas cantidades físicas macroscópicas, esto da lugar a que ocurran flujos que con el tiempo tienden a equilibrar el sistema, es decir los parámetros se "igualan" en todo el volumen del plasma.

Las cantidades como $\Pi_{\alpha\beta}$, q , R , Q que aparecen en las ecuaciones 3.2, 3.3 y 3.5 se pueden interpretar como desviaciones de equilibrio y se puede expresar como se dijo en el párrafo anterior como gradientes de las cantidades n , T , \bar{V} por ejemplo, y los coeficientes de proporcionalidad se etiquetarán de acuerdo al tipo de proceso macroscópico (por ejemplo, el coeficiente de fricción entre partículas de diferente especie, la conductividad térmica, la viscosidad, etc.).

Muchas veces se utilizan las relaciones fenomenológicas para describir flujos de calor, fricción, etc., en lugar de hacer directamente los cálculos usando la Teoría Cinética.

3.2.4 Ecuaciones de Transporte para 2 fluidos

Las ecuaciones de transporte para un plasma incluyen las ecuaciones de continuidad, momento y balance de calor para iones y electrones:

$$\frac{\partial n_e}{\partial t} + \nabla \cdot (n_e \mathbf{V}_e) = 0 \quad (3.6)$$

$$\frac{\partial n_i}{\partial t} + \nabla \cdot (n_i \mathbf{V}_i) = 0 \quad (3.7)$$

$$m_e n_e \frac{d_e}{dt} V_{e\alpha} = \frac{-\partial P_e}{\partial x_\alpha} - \frac{\partial \Pi_{e\alpha\beta}}{\partial x_\beta} - en_e (E_\alpha + \frac{1}{c} (\bar{\mathbf{V}}_e \times \mathbf{B})_\alpha) + R_\alpha \quad (3.8)$$

$$m_i n_i \frac{d_i}{dt} V_{i\alpha} = \frac{-\partial P_i}{\partial x_\alpha} - \frac{\partial \Pi_{i\alpha\beta}}{\partial x_\beta} + Z_e n_i (E_\alpha + \frac{1}{c} (\bar{\mathbf{V}}_i \times \mathbf{B})_\alpha) - R_\alpha \quad (3.9)$$

$$\frac{3}{2} n_e \frac{d_e T_e}{dt} + P_e \nabla \cdot \bar{\mathbf{V}}_e = -\nabla \cdot \bar{\mathbf{q}}_e - \Pi_{e\alpha\beta} \frac{\partial V_{e\alpha}}{\partial x_\beta} + Q_e \quad (3.10)$$

$$\frac{3}{2} n_i \frac{d_i T_i}{dt} + P_i \nabla \cdot \bar{\mathbf{V}}_i = -\nabla \cdot \bar{\mathbf{q}}_i - \Pi_{i\alpha\beta} \frac{\partial V_{i\alpha}}{\partial x_\beta} + Q_i \quad (3.11)$$

donde $P_e = n_e T_e$, $P_i = n_i T_i$ y

$$\frac{d_{e,i}}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + (\mathbf{V}_{e,i} \cdot \nabla)$$

La transferencia de momento de los iones a los electrones por colisiones esta compuesta de 2 partes: $\mathbf{R} = \mathbf{R}_u + \mathbf{R}_T$, la fuerza de fricción \mathbf{R}_u debido a una velocidad relativa entre iones y electrones $\mathbf{u} = \mathbf{V}_e - \mathbf{V}_i$, y la fuerza térmica \mathbf{R}_T .

La fuerza debido a la fricción se puede expresar como:

$$\mathbf{R}_u = -\frac{m_e n_e}{\tau_e} (0.51 u_{\parallel} + u_{\perp}) = en \left(\frac{J_{\parallel}}{\sigma_{\parallel}} + \frac{J_{\perp}}{\sigma_{\perp}} \right)$$

y la fuerza térmica como:

$$R_T = -0.71 n_e \nabla_{\parallel} T_e - \frac{3}{2} \frac{n_e}{\omega_e \tau_e} [\hat{h} \times \nabla T_e] \quad \text{con} \quad \hat{h} = \frac{\mathbf{B}}{B}$$

El flujo de calor electrónico también está formado por 2 componentes

$$q_e = q_u^e + q_T^e, \text{ donde}$$

$$q_u^e = 0.71 n_e T_e u_{||} + \frac{3}{2} \frac{n_e T_e}{\omega_e \tau_e} [\hat{h} \times \mathbf{u}]$$

y

$$q_T^e = -\kappa_{||}^e \nabla_{||} T_e - \kappa_{\perp}^e \nabla_{\perp} T_e - \frac{5}{2} \frac{n_e T_e}{e B} [\hat{h} \times \nabla T_e]$$

donde $\kappa_{||}^e = 3.16 \frac{n_e T_e \tau_e}{m_e}$ y $\kappa_{\perp}^e = 4.66 \frac{n_e T_e}{m_e \omega_e^2 \tau_e}$

Antes de describir las ecuaciones que describen la dinámica del plasma, es importante recordar algunos fenómenos importantes que ocurren en el plasma.

3.2.5 Estimación de parámetros de colisión

Camino libre medio

Cuando un electrón choca con uno o más átomos neutros, este puede perder parte de su momento inicial. La probabilidad de pérdida de momento puede ser expresada en términos de la sección transversal equivalente σ que los átomos tendrían si fueran absorbedores perfectos de momento.

En la figura 3.2.5 se muestran los electrones que inciden en una placa de área A y grosor dx conteniendo N átomos neutros por cm^3 . Los átomos se suponen esferas opacas de sección transversal σ .

El número de átomos en la lamina es:

$$N A dx$$

La fracción de la lamina llenada por los átomos es:

$$\frac{N A \sigma dx}{A} = N \sigma dx$$

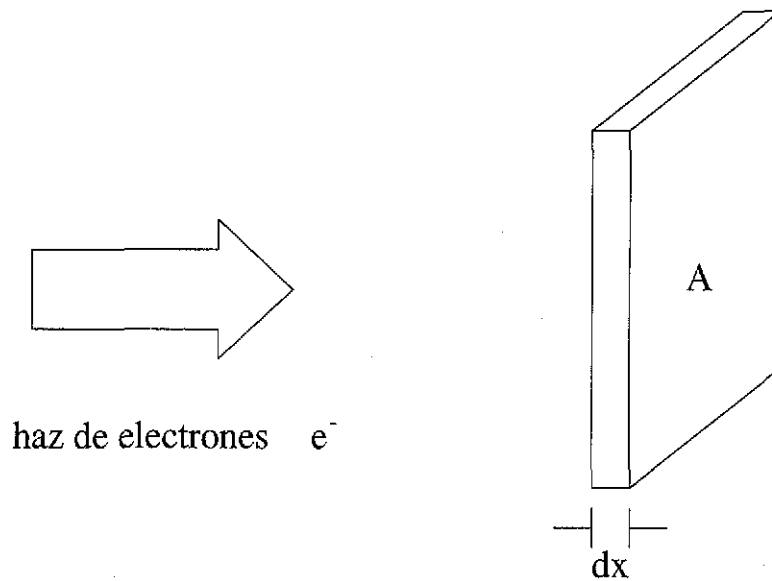


Figura 3.1: Vista esquemática de un haz de electrones incidiendo en una placa

Si un flujo de electrones $\Gamma_e = n_e v_e$ está incidiendo en la lamina, el flujo que sale del otro lado es:

$$\Gamma'_e = \Gamma_e(1 - N\sigma dx)$$

Esto bajo la suposición de que hay más electrones que átomos neutros y el haz incidente es suficientemente ancho (flujo uniforme) como que choquen con cada blanco (átomo de la lamina).

De esta forma la ecuación que describe el cambio del flujo Γ_e con la distancia es:

$$\lim_{dx \rightarrow 0} \frac{\Gamma_e^f - \Gamma_e^i}{dx} = \frac{\Gamma_e(1 - N\sigma dx) - \Gamma_e}{dx}$$

$$\frac{d\Gamma_e}{dx} = -N\sigma\Gamma_e$$

cuya solución es:

$$\Gamma_e = \Gamma_0 e^{-N\sigma x} = \Gamma_0 e^{-\frac{x}{\lambda_m}}$$

donde λ_m se conoce como *camino libre medio* y se interpreta como la distancia a la cual el flujo decrece a $1/e$ de su valor inicial:

$$\lambda = \frac{1}{N\sigma}$$

El tiempo entre colisiones para partículas con velocidad relativa v_e es:

$$\tau_{col} = \frac{\lambda_{col}}{v_e} = \frac{1}{N\sigma_{col}v_e}$$

y la frecuencia media de colisiones es:

$$\nu_{col} = \tau_{col}^{-1} = \frac{v_e}{\lambda_e} = N\sigma_{col}v_e$$

Si ahora se promedia sobre todas las velocidades tomando una función de distribución arbitraria, tenemos que la frecuencia de colisión que se usa generalmente es:

$$\nu_{col} = N \langle \sigma_{col}v_e \rangle$$

Al promedio $\langle \sigma_{col}v_e \rangle$ se le conoce como constante de formación:

$$K_{col} = \langle \sigma_{col}v_e \rangle$$

Por lo tanto

$$\nu_{col} = NK_{col}$$

En terminos más generales, la razón de formación K dependera del tipo de proceso no elastico (ionización, recombinación, intercambio de carga, etc.) ya que la sección eficaz para cada proceso tiene una dependencia diferente de la temperatura, densidad, etc.

$$K_{proceso} = K_{proceso}(T, n, \dots)$$

Como las secciones eficaces son muy dependientes de las energías, las razones de formación necesariamente no seran constantes cuando se estudia la dinámica del plasma en un intervalo grande de tiempo, estas razones de formación aparecen del lado derecho de las ecuaciones de fluidos como efectos de terminos asociados a colisiones no elasticas.

Es muy conocido que en el plasma las colisiones entre electrones y protones

u otras especies (H^+, H^-, H_2, H_2^+) son muy frecuentes, dichas colisiones son responsables de la difusión de los electrones en el plasma. Cuando se introduce un campo magnético, las colisiones se dan principalmente en 2 direcciones: una en la dirección del campo y la otra de manera perpendicular, de esta forma el campo introduce una dirección preferencial respecto a la difusión, esta es la dirección perpendicular y por lo tanto se pueden obtener 2 coeficientes de difusión ($D_{||}, D_{\perp}$)

Tiempos de Colisión

Los tiempos de colisión de los electrones con iones, tomadas como un promedio de una cantidad grande de colisiones de ángulo pequeño es [1]:

$$\tau_e = \frac{3\sqrt{m_e}T^{3/2}}{2\sqrt{2\pi}\lambda e^4 Z^2 n_e} \quad (3.12)$$

donde λ es el logaritmo de Coulomb

$$\lambda = \ln\Lambda = \ln(n_0\lambda^3) = \ln(\lambda_D/b_0)$$

λ_D la longitud de Debye

$$\lambda_D = \left(\frac{T}{4\pi n_e e^2}\right)^{1/2}$$

b_0 es la distancia más cercana a la partícula dispersora o *longitud de Landau*

$$b_0 = \frac{Ze^2}{3T}$$

o bien con valores numéricos

$$\tau_e = \frac{3.5 \cdot 10^4}{\frac{\lambda}{10}} \times \frac{T_e^{3/2}}{Z n_e} \quad (3.13)$$

para el caso de los iones:

$$\tau_i = \frac{3\sqrt{m_i} T_i^{3/2}}{4\sqrt{\pi} \lambda e^4 Z^4 n_i} \quad (3.14)$$

o en valores numéricos:

$$\tau_i = \frac{3.0 \cdot 10^6}{\frac{\lambda}{10}} \times \frac{m_i^{1/2} T_i^{3/2}}{2m_p Z^3 n_i} \quad (3.15)$$

3.2.6 Transporte

Para explicar las razones de formación que aparecerán en las ecuaciones de fluidos es necesario explicar de manera más o menos cuantitativa los coeficientes de transporte como la fuerza de fricción, y flujo de calor entre los más importantes.

Vector Flujo de Calor

El vector flujo de calor, $q_{\alpha n}$ esta definido como el flujo aleatorio o la energía térmica a través de una superficie, en un sistema coordenado en el cual el gas como un todo esta en reposo. Recordando que el valor promedio de una cantidad $\chi(\vec{r}, \vec{v}, t)$ esta dada por :

$$\langle \chi(\vec{r}, \vec{v}, t) \rangle = \frac{1}{n_\alpha(\vec{r}, t)} \int \chi(\vec{r}, \vec{v}, t) f_\alpha(\vec{r}, \vec{v}, t) d^3v$$

Tomando como variable promediada χ la energía cinética del movimiento aleatorio de las partículas de la especie α , esto es $\chi = mc_\alpha^2/2$, donde $c_\alpha = v - u_\alpha$, donde u_α es la velocidad promedio del fluido.

$$q_n = \rho_{m\alpha} \langle c_\alpha^2 \vec{c}_\alpha \cdot \vec{n} \rangle / 2$$

y el vector flujo de calor es:

$$q_\alpha = \rho_{m\alpha} \frac{\langle c_\alpha^2 \vec{c}_\alpha \rangle}{2}$$

Flujo de calor electrónico. La existencia de fuerzas térmicas esta intímanamente relacionada con la presencia de terminos con velocidad relativa \mathbf{u} en la expresión para el flujo de calor, suponiendo que se esta en un sistema coordinado en el cual $V_e = 0$, se tiene que algunos electrones se mueven en la dirección de \mathbf{u} mientras que otros lo hacen la dirección opuesta $-\mathbf{u}$. Los flujos de electrones estan balanceados pero no los flujos de energía y por tanto hay flujo neto de energía en la dirección \mathbf{u} . Es claro de la consideraciones usadas en el análisis para la fuerza de fricción que este efecto es del *orden de la unidad*, así que el flujo de calor sera del orden de $\sim n_e T_e u$. Como la fuerza térmica longitudinal, este flujo es debido a colisiones y no contiene a τ explicitamente.

El calor tambien puede fluir a traves de un campo magnético $\mathbf{u} = \mathbf{u}_\perp$, pero por diferentes razones. La fuerza de fricción ejercida sobre los electrones por los iones, acelera los electrones la mitad de un ciclo de rotación de los electrones y los retarda en la otra mitad del ciclo (ver figura 3.2). De aqui que un área en el plano definido por \mathbf{u} y \mathbf{B} es intersectada por los electrones acelerados y por los retardados. La diferencia de energía de estos dos grupos de electrones es del orden de $(\frac{m_e U}{\tau_e}) r_e$. Como un resultado cuando $u = u_x$, $B = B_z$, un flujo de la siguiente magnitud aparece:

$$q_y \sim \frac{m_e u_x}{\tau_e} r_e n_e v_e \sim \frac{m_e u_x}{\tau_e} \frac{v_e^2}{\omega_e} n_e \sim \frac{n_e T_e}{\omega_e \tau_e} u_x$$

A continuación se dan algunas estimaciones para saber ordenes de magnitud de los coeficientes de difusión, conductividad térmica y viscosidad de los gases.

Primero se estudia la difusión, se considera que existe una densidad de partículas $n(x)$ (ver figura 3.3) y que cada partícula se desplaza una distancia Δx , con igual probabilidad de moverse a la izquierda o la derecha, en un

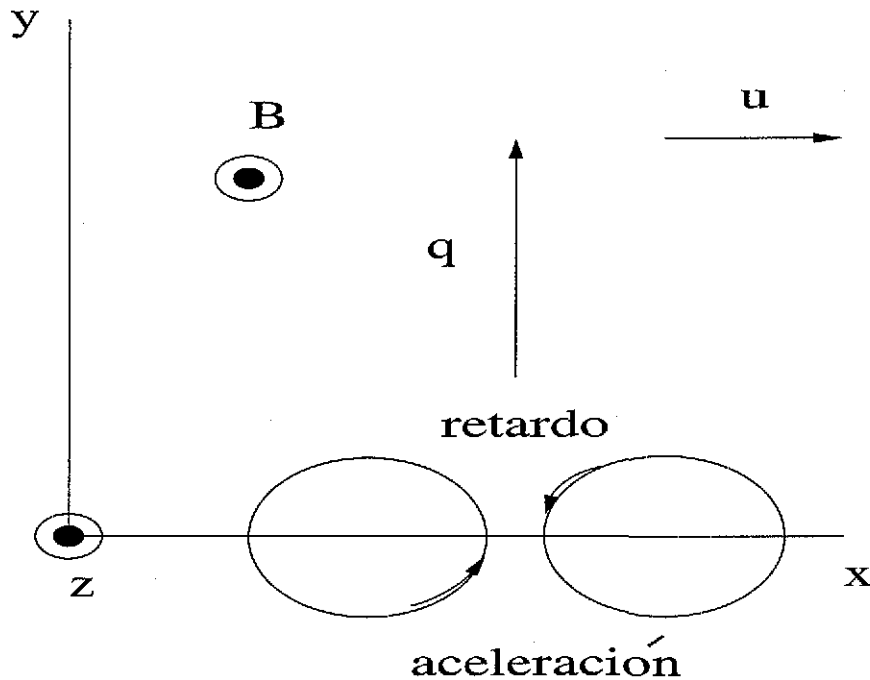


Figura 3.2: Flujo de calor debido a choques de partículas en un campo

tiempo τ entre dos colisiones sucesivas. En un intervalo de tiempo *unidad*, el plano $x = x_0$ es atravesado en dirección positiva (desde la izquierda) por la mitad de las partículas que experimentan colisiones en la región entre $x_0 - \Delta x$ y x_0 ; la otra mitad se mueve a la izquierda como resultado de las colisiones. Suponiendo que $n(x)$ no cambia bruscamente en distancias pequeñas $\sim \Delta x$.

$$n(x) = n(x_0) + \frac{\partial n}{\partial x} \Big|_{x=x_0} (x - x_0),$$

Entonces el flujo unidireccional desde la izquierda es

$$i_+ = \frac{1}{2} \int_{x_0 - \Delta x}^{x_0} \frac{1}{\tau} N(x) dx = 1/2 \left[n(x_0) - \frac{\partial n}{\partial x} \frac{\Delta x}{2} \right] \frac{\Delta x}{\tau}.$$

El flujo total es la diferencia entre el flujo de la izquierda y el de la derecha $i = i_+ - i_-$ y esta dado por

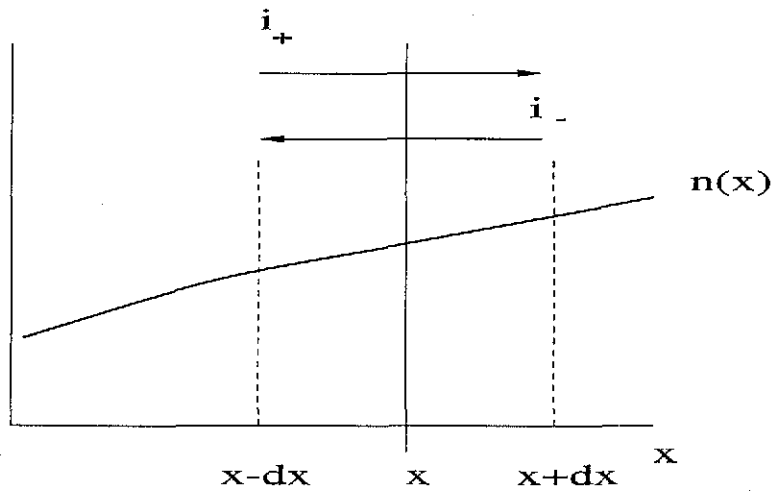


Figura 3.3: Flujo de partículas debido a gradientes en la densidad

$$i = -\frac{(\Delta x)^2}{2\tau} \frac{\partial n}{\partial x} = -D \frac{\partial n}{\partial x}; D = \frac{(\Delta x)^2}{2\tau}.$$

Esta relación puede ser usada para estimar el coeficiente de difusión aún si Δx y τ no son constantes pero se deben usar valores adecuados de Δx y τ .

Los flujos de calor y de momento se pueden estimar de manera similar. Supongamos que no hay flujo de partículas, el flujo unidireccional de calor por ejemplo de izquierda a derecha, será del orden de $q_+ \sim (\frac{\Delta x}{\tau})nT$. Porque la presencia de un gradiente de temperatura de una fracción relativa del orden de $(\frac{\Delta x}{T})(\frac{\partial T}{\partial x})$ de los flujos unidireccionales no está balanceado y de esta forma el flujo es igual a

$$q = -\kappa \frac{\partial T}{\partial x}; \kappa \sim \frac{n(\Delta x)^2}{\tau} \sim nD.$$

Ahora suponemos que la velocidad V_y varía con x , en la misma forma que que el flujo π_{yx} de momento a lo largo del eje x porque hay un flujo neto

debido a que no se cancelan los flujos unidireccionales, cada uno es del orden de $(\frac{\Delta x}{\tau})nmV_y$:

$$\pi_{xy} = -\eta \frac{\partial V_y}{\partial x} \cdot \eta \sim \frac{mn(\Delta x)^2}{\tau} \sim mnD.$$

Las dos últimas ecuaciones muestran la conexión entre la conductividad térmica κ , la viscosidad y el coeficiente de difusión.

Si una partícula se mueve libremente entre colisiones, se puede escribir $\Delta x \sim l \sim v\tau$ y la expresión para el coeficiente de difusión es $(v\tau)^2/\tau \sim lv$. Sin embargo la expresión del coeficiente de difusión es más general que la expresión anterior ya que la expresión para D se aplica aún para el caso en que la distancia recorrida por las partículas entre colisiones no sea igual al camino libre medio. Las mismas consideraciones se aplican para los otros coeficientes.

Conductividad Térmica

La conductividad térmica aparece en las expresiones para los flujos de calor electrónicos y iónicos tanto paralelos como perpendiculares al campo magnético.

Cuando hay campo magnético debemos tomar en cuenta que el movimiento a través de un campo magnético intenso ($\omega\tau \gg 1$) una partícula es desplazada una distancia del orden del radio de Larmor (entre colisiones), de este modo $(\Delta x)_\perp \sim r \sim v/\omega$ así que $\kappa_\perp \sim \frac{nr^2}{\tau} \sim \frac{nT}{m\omega^2\tau}$; y por otro lado el coeficiente de conductividad paralelo al campo $(\Delta x)_\parallel \sim l \sim v\tau$ así que $\kappa_\parallel \sim \frac{nl^2}{\tau} \sim \frac{nT\tau}{m}$. De este modo $\kappa_\parallel/\kappa_\perp \sim (\omega\tau)^2$. Estas estimaciones se aplican tanto a los electrones como a los iones.

Fuerzas térmicas de fricción R_u

En las colisiones de electrones con iones donde estos tienen velocidad media cero ($V_i = 0$) las velocidades de los electrones permanecen sin variar en magnitud pero experimentan cambios de dirección. De esta forma los electrones pierden su velocidad ordenada con respecto de los iones $\mathbf{u} = \mathbf{V}_e - \mathbf{V}_i$ en un tiempo τ_e y consecuentemente pierden momento $m_e\mathbf{u}$ por electrón (

el cual es transferido a los iones). Así que se puede considerar que una fuerza friccional $\frac{m_e n_e}{\tau_e} \mathbf{u}$ es ejercida sobre los electrones y es la misma que se ejerce sobre los iones pero en dirección contraria. La expresión para τ_e definida en la ecuación 3.12 se escogió de tal forma que la fuerza friccional \mathbf{R}^0 que aparece en la interacción de una distribución Maxwelliana desplazada respecto a una función de distribución de los iones por una cantidad \mathbf{u} tendrá una forma sencilla $\mathbf{R}^0 = -\left(\frac{m_e n_e}{\tau_e}\right) \mathbf{u}$. Si alguna fuerza como un campo eléctrico produce una velocidad sobre los electrones \mathbf{u} a lo largo de \mathbf{B} (o si $B = 0$) la función de distribución Maxwelliana de los electrones no está desplazada por una cantidad \mathbf{u} . Este resultado viene del hecho de que la sección eficaz Coulombiana disminuye cuando se incrementa la energía ($\tau \sim v^3$); de aquí que la fuerza Coulombiana desplaza más a los electrones más rápidos que a los electrones más lentos. La función de distribución es distorsionada de tal manera que la velocidad media \mathbf{u} , es decir el transporte de la corriente eléctrica, depende más de los electrones rápidos, así que el coeficiente de fricción es más pequeño que un Maxwelliana desplazada. Este efecto desaparecerá si las colisiones electrón-electrón, las cuales tienden a restablecer la distribución Maxwelliana ocurrieran mucho más frecuentemente que las colisiones electrón-ión las cuales distorsionan la distribución. Ya que $\tau_{ee} \sim \tau_e$ se obtiene un "efecto del orden de la unidad", es decir la distorsión de la Maxwelliana es del del orden del corrimiento.

Fuerza térmica R_T . Suponiendo los electrones y los iones están en reposo en promedio ($V_e = V_i = 0$), entonces el número de electrones moviéndose de derecha a izquierda y de izquierda a derecha por unidad de tiempo debería ser exactamente el mismo a través de cualquier sección transversal, en $x = x_0$. El orden de magnitud de estos dos flujos es $n_e v_e$. Como resultado de colisiones del tipo ión-electrón estos flujos experimentan fuerzas de fricción \mathbf{R}_+ y \mathbf{R}_- del orden de $\frac{m_e n_e v_e}{\tau_e}$; en una situación completamente homogénea estos dos fuerzas de fricción se balancean y resultado neto es cero. Sin embargo, las colisiones de los electrones con los iones pueden producir una fuerza resultante si la función de distribución de los electrones que vienen de la izquierda es diferente de la distribución de los que vienen de la derecha, en cuyo caso \mathbf{R}_+ y \mathbf{R}_- no se cancelan. Por ejemplo, si los electrones que vienen de la

derecha tienen más energía que los que vienen de la izquierda, la fuerza que actúa sobre los electrones rápidos de la derecha es menor que la fuerza que actúa sobre los que la izquierda que son más lentos (ya que $\tau \sim v^3$), como resultado una fuerza neta hacia la izquierda es producida.

Suponiendo que hay un gradiente de temperatura a lo largo del eje x y no hay campo magnético o hay campo magnético a lo largo de ΔT . En el punto $x = x_0$, las colisiones experimentadas por los electrones que vienen de la derecha y de la izquierda y que han atravesado distancias del orden del camino libre medio $l \sim v\tau$, entonces los electrones que vienen de la derecha, vienen de regiones donde la temperatura es aproximadamente $l \frac{\partial T_e}{\partial x}$ más grande que en la región de donde los electrones de la izquierda se originan. La fuerza no balanceada \mathbf{R}_+ y \mathbf{R}_- es del orden de

$$\mathbf{R}_T \sim \frac{l}{T_e} \frac{\partial T_e}{\partial x} \frac{m_e n_e v_e}{\tau_e} \sim \frac{m - ev_e^2}{T_e} n_e \frac{\partial T_e}{\partial x} \sim n_e \frac{\partial T_e}{\partial x}$$

Aca figura a la que hace referencia en la parte anterior

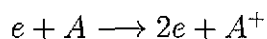
3.3 Procesos atómicos y moleculares

La transición de un gas al estado de plasma lleva implícito una gran cantidad de procesos entre partículas neutras y con electrones que lo forman. Estos procesos ocurren por los choques de las partículas entre sí. Las partículas que forman el plasma pueden chocar con las paredes que las rodean y esto es prácticamente inevitable por que el plasma no puede aislarse totalmente. Debido a los choques con las paredes, se arrancan átomos que penetran al plasma, dichos átomos se consideran como impurezas y ocasionan pérdidas muy grandes de energía por radiación, mucho del trabajo de confinamiento de plasmas se enfoca en determinar bajo que condiciones se puede evitar la indeseable contaminación del plasma.

Como consecuencia de las colisiones entre partículas en un plasma parcialmente ionizado es posible que se produzcan procesos como la ionización de átomos por impacto con electrones, ionización involucrando átomos excitados, recombinación disociativa, recombinación de tres cuerpos y ionización en múltiples etapas, foto ionización y fotorecombinación dielectrónica, además de otros procesos de colisiones de electrones con átomos y moléculas como: colisiones elásticas de electrones con átomos y moléculas, excitación de los niveles atómicos por impacto, excitación en los niveles rotacional y vibracional electrónicos de una molécula por impacto con electrones, disociación en choques electrón-molécula, captura de electrón por una molécula. Procesos que involucran iones positivos como: intercambio de carga resonante, intercambio de carga no resonante, formación de iones compuesto y aglomeraciones de iones durante colisiones de tres cuerpos. Los principales eventos que pueden llevar a cabo son los siguientes.

Ionización de átomos por impacto electrónico

Las partículas cargadas generalmente son producidas por colisiones de electrones con átomos o moléculas:



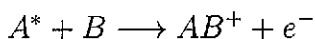
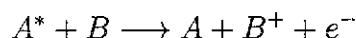
Esto es, la colisión de un electrón incidente con un electrón de valencia,

ioniza el átomo cuando el electrón incidente lleva una energía mayor que la energía de ionización atómica.

Existe otra forma de ionización posible en un plasma, un átomo que inicialmente está excitado cuando colisiona con un electrón puede ocasionar que el átomo quede en otro estado excitado y sea ionizado. En este caso, el átomo puede pasar por una serie de estados excitados hasta ionizarse, a este proceso se le conoce como ionización en pasos, la ionización que se lleva a cabo en un paso se conoce como ionización directa.

Ionización involucrando átomos excitados

Otro canal para producir electrones libres en un plasma es debido a colisiones de átomos excitados con átomos o moléculas como las siguientes reacciones:



Esto ocurre cuando la energía de excitación del átomo A excede la energía potencial de ionización del átomo B en el primer caso. En el segundo caso ocurre lo que se conoce como ionización asociativa, la energía de excitación del átomo A puede ser menor que la energía potencial de ionización del átomo B , de esta manera la energía necesaria para la ionización viene de la energía del átomo excitado más la energía de enlace del ión molecular AB^+ .

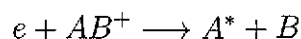
Recombinación

La recombinación esencialmente es la unión de un ión y un electrón para formar una molécula o átomo neutro. Este proceso es el inverso a la ionización.

Los electrones e iones positivos o iones de cargas opuestas se pueden recombinar, en algunos casos este proceso va acompañado de radiación.

Recombinación disociativa.

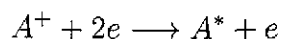
La recombinación de iones con electrones puede ocurrir por diferentes canales, dependiendo de las condiciones del plasma. En un plasma débilmente ionizado con temperaturas bajas y suficientes iones moleculares ocurre lo siguiente:



Este proceso es el inverso de ionización asociativa.

Recombinación de tres cuerpos, ión-electrón.

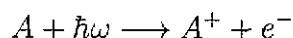
La recombinación electrón-ión resulta de la colisión con una tercera partícula si el plasma tiene suficientemente alta temperatura. La tercera partícula se lleva el exceso de energía (durante la recombinación disociativa este exceso de energía hace que los átomos se aparten). La tercera partícula es normalmente un electrón, de esta manera la recombinación de tres cuerpos tiene la siguiente forma:



Este proceso de recombinación resulta posible cuando la concentración de electrones en el plasma es lo suficientemente alta.

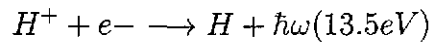
Fotoionización y fotorecombinación.

La fotoionización de los átomos ocurre cuando un fotón con suficiente energía ($E_f = \hbar\omega$) es capaz de arrancar a los electrones de valencia, como en el efecto fotoeléctrico, no cualquier haz de fotones puede arrancar los electrones del átomo, su energía depende del átomo en cuestión (a través de la energía de amarre del electrón).



La fotorecombinación es el proceso inverso de la foto ionización, generalmente se lleva a cabo en plasmas rarificados y no muy frios. La fotorecombinación ocurre al capturar el ión un electrón, en este proceso se libera un

fotón (cuanto de luz), la cantidad de energía es igual a la suma de la energía cinética del electrón y de la energía que fue necesaria para arrancar el electrón durante la ionización. Por ejemplo:



Para que la recombinación ocurra, no basta el hecho de que se encuentren dos partículas del plasma con cargas opuestas, es necesario además que sus velocidades relativas no sean muy grandes, cuando la velocidad el movimiento relativo es grande, éstas pueden pasar una junto a la otra sin chocar, esto es lo que se conoce como colisión elástica.

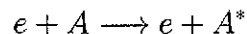
Colisiones de electrones con átomos y moléculas.

Dispersión elástica de electrones con átomos y moléculas.

En este tipo de colisiones se conserva la masa, el momento y la energía, de tal manera que no hay cambios en los estados internos de las partículas involucradas así como tampoco hay creación o aniquilación de partículas.

Excitación de los niveles atómicos por impacto electrónico.

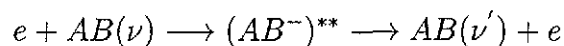
Este proceso se lleva a cabo bajo el siguiente patrón:



El electrón debe llevar por lo menos energía igual a la diferencia de niveles consecutivos para llevar al átomo a un nivel excitados aunque la excitación se puede llevar a niveles con n grande.

Excitación de los niveles rotacional y vibracional por impacto electrónico.

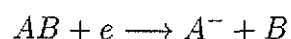
El mecanismo más efectivo para excitar a niveles moleculares vibracionales por impacto con un electrón esta relacionado con la formación de un estado de autoionización de un ión negativo, este proceso puede ser expresado de la siguiente forma:



donde ν es el número cuántico vibracional.

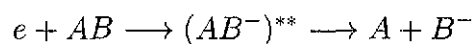
Disociación en colisiones electrón-molécula

La disociación molecular por impacto electrónico se lleva a cabo bajo el siguiente esquema:



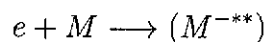
Adhesión del electrón a una molécula

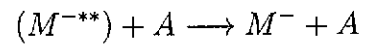
Los iones negativos pueden ser creados como consecuencia de colisiones de los electrones con las moléculas en gases débilmente ionizados que contienen cierto tipo de moléculas. Los electrones después de chocar con una molécula; producen iones negativos, este tipo de reacciones ocurren bajo el siguiente esquema:



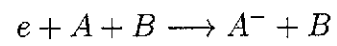
Como en el caso de la excitación de los niveles vibracionales moleculares; ocurre la formación intermedia de un estado de autoionización molecular, luego se produce un ión negativo estable cuando los núcleos se separan.

La adhesión de electrones a moléculas complejas puede ocurrir como sigue:





Donde A es una partícula del gas, también puede ocurrir que los electrones se adhieran a moléculas en gases densos, en este caso las colisiones pueden ser ternarias:



3.3.1 Procesos Atómicos en un plasma de Hidrógeno parcialmente ionizado con Isótopos

En la introducción se mostró una lista amplia de procesos atómicos que ocurren cuando se tiene un plasma parcialmente ionizado

En el modelo estudiado se tratarán con detalle los procesos que involucran el intercambio de carga, recombinación radiativa, de tres cuerpos y molecular. Respecto a lo último que se mencionó, se estudiará la influencia de las moléculas de hidrógeno en el plasma y se usará un modelo radiativo colisional para multiespecies de hidrógeno.

Las concentraciones de las especies involucradas en los procesos que ocurren en la cámara diversora son diferentes, por ejemplo; para el caso de hidrógeno molecular e hidrógeno: $[H_2], [H] \leq n_e$, donde n_e es la densidad de electrones. También existen otras especies como la de iones de hidrógeno atómico y molecular e hidrógeno en estado excitado: H_2^+, H^-, H^* , estas especies tienen una vida media muy corta por lo que su concentración relativa es muy baja comparada con las densidades de electrones y del gas neutro.

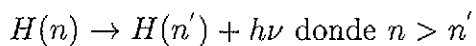
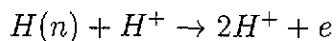
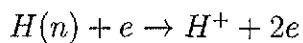
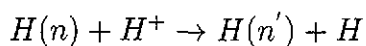
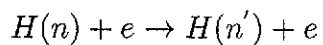
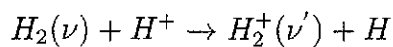
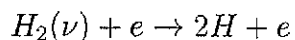
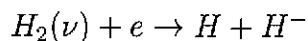
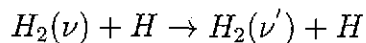
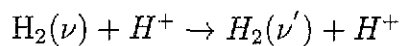
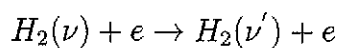
Las especies involucradas en el esquema que se mostrará más adelante, de la cinética de reacciones de interés; son las siguientes:

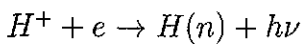
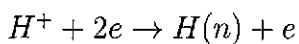
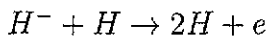
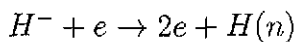
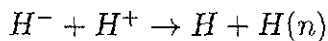
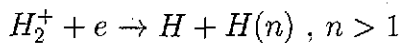
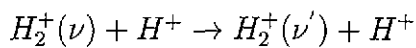
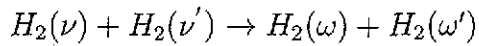
- H hidrógeno atómico
- H_2 hidrógeno molecular
- $H_2(\nu)$ hidrógeno molecular en el estado vibracional ν
- $H_2(j, \nu)$ hidrógeno molecular en el estado rotacional j y vibracional ν
- H_2^+ ión molecular positivo
- H^+ ión de hidrógeno positivo
- H^- ión de hidrógeno negativo
- H^* o $H(n)$ hidrógeno en estado excitado

A continuación se muestran todas las reacciones que pueden ocurrir, se descartan las reacciones que involucren:

- a) Todos los procesos donde colisionen átomos excitados.
- b) Todas las reacciones donde existan colisiones entre los iones H_2^+ y H^- y átomos excitados H^* .

Esta suposición esta basada en el hecho de que las poblaciones de este tipo de átomos excitados tienen una vida media muy corta y su densidad relativa a la densidad de iones o electrones es despreciable.





donde n y ν son los números cuánticos principal y rotacional respectivamente

En el conjunto anterior de reacciones hay varias que llevan a la recombinación y al intercambio de carga en la cámara diversora, este tipo de reacciones se clasifican en las siguientes:

- i) Recombinación convencional de iones con electrones incluidos los procesos de recombinación radiativa y de tres cuerpos.
- ii) Recombinación molecular activada (MAR) que incluye conversión de iones atómicos a moleculares con la subsecuente recombinación disociativa del ión.
- iii) Adhesión disociativa de un electrón al hidrógeno molecular con la subsecuente reacción de neutralización del ión negativo y el protón.

iv) Intercambio de carga entre átomos de la misma o de diferente especie.

Las reacciones de los incisos anteriores son:

1 Recombinación radiativa: $A^+ + e \rightarrow A + h\nu$

2 Recombinación que involucra 3 cuerpos: $A^+ + e + e \rightarrow A + e$

A este tipo de procesos se le llama genéricamente canal de recombinación ión-electrón (**EIR**):

1. Recombinación activada molecular (**MAR**):

1.a Colisión del hidrógeno molecular en un estado rotacional y vibracional (j, ν) con un electrón:

$H_2(j, \nu) + e \rightarrow H^- + H$ seguida de la reacción

$H^- + A^+ \rightarrow H + A$

1.b Colisión del hidrógeno molecular con un átomo ionizado:

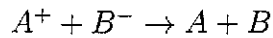
$H_2(j, \nu) + A^+ \rightarrow (AH)^+ + H$ seguida de la reacción

$(AH)^+ + e \rightarrow A + H$ (este tipo de reacciones se incluyen en el siguiente inciso)

2. Adhesión disociativa

Caso general: $(AB)^+ + e \rightarrow A + B$

3. Recombinación por intercambio de carga, este tipo de procesos se dan después de la primera reacción del inciso ii,1), a continuación se escribe la forma general:



Todos los procesos descritos anteriormente tienen un papel más importante cuando la temperatura del plasma en la cámara diversora es baja ($T_e \sim 5eV$), bajo esta condición algunas constantes de formación llegan a ser más grandes que otras, como se verá más adelante.

Es muy importante mencionar que el plasma inicialmente no se encuentra a baja temperatura, debido a que dicho plasma proviene del núcleo del reactor, antes de llegar a la cámara, el plasma viene de la zona conocida como capa de desprendimiento (SOL) que se encuentra cerca de las paredes del reactor tokamak, la configuración magnética que tiene el reactor facilita el transporte del plasma hacia la cámara diversora, lo que ocurre y la manera en que los diferentes procesos se “activan” en la cámara dependen de varios factores: temperatura del plasma, flujo de partículas incidente, calor incidente, concentración del plasma, concentración de átomos neutros, moléculas e impurezas entre otros. Todo esto determina la dinámica del plasma y en el estado estacionario el flujo del plasma j_d en la placa diversora cae abruptamente, así como también la temperatura T_d , esto se ha medido experimentalmente y lo que se mostrará con varias condiciones iniciales, es que los estados estacionarios a los que se llega, concuerdan o se validan con las mediciones de los aparatos lineales.

Capítulo 4

Modelo de la caja de gas

4.1 Introducción

En este capítulo se abordan dos problemas básicos en el estudio de divisores magnéticos. En el primero se utilizan los parámetros de un aparato lineal (simulador NAGDIS) en donde hay una concentración determinada de Helio. En este caso se considera constante la concentración de átomos neutros, se muestran soluciones para el caso estacionario y se observa el comportamiento de desprendimiento del plasma cerca de la placa divisora a bajas temperaturas ($T < 5 eV$). En el segundo caso se estudia el comportamiento del plasma cuando se tiene una concentración determinada de Hidrógeno y se considera que los átomos neutros se difunden por toda la cámara. Este tipo de simulaciones proporcionan información sobre lo que ocurre en los divisores magnéticos de los *tokamaks* a temperaturas en el intervalo de 10 a 20 eV, en ambos casos se usó la aproximación de *caja de gas* y se resuelven numéricamente las ecuaciones de fluidos para el caso unidimensional. Se usó como eje a las líneas del campo magnético, ya que las partículas que vienen del plasma del centro del reactor se fugan siguiendo las líneas de campo y como se explicó en el capítulo dos, la configuración de divisor magnético presenta varias ventajas para la extracción de partículas y de calor principalmente.

4.2 Simulaciones para NAGDIS con descarga de Helio

Para este tipo de simulaciones se considera la cámara divisora como una *caja de gas* y las ecuaciones de fluidos usadas (conservación de partículas, de momento y de energía) se plantean bajo las siguientes consideraciones:

- La recombinación del plasma es mayor a más bajas temperaturas ($T \leq 1 - 5 eV$), aunque este es un proceso observado en cualquier plasma parcialmente ionizado, este efecto se observará en las simulaciones y específicamente cerca de la placa divisora que es donde la densidad del plasma cae abruptamente.

- Las condiciones de interés son: la frecuencia de colisión *ión – neutro*, es usualmente mayor que la frecuencia de colisión *electrón – ión* ($\nu_{iN} \gg \nu_{ei}$)
- Se considera que el plasma fluye sólo a lo largo de las líneas del campo magnético, aunque los neutros tienen movimiento transversal porque el campo no interactúa con ellos, por lo que las colisiones con los iones se dan a lo largo y perpendicular al campo, la dinámica y su interacción se observa a través del plasma.
- La temperatura del plasma se da en un intervalo (1 a 5 eV) para simular diferentes condiciones a las que llega el plasma del núcleo, por lo general llega a menor temperatura que la que tiene el plasma en el núcleo.
- **Geometría** : Se considera que el flujo de gas neutro está en un *régimen de Knudsen* en el divisor (el camino libre medio de los neutros λ_N es más grande que el ancho del plasma Δ_p). Se considera que a una distancia poloidal L_N desde la fuente del plasma a la placa hay una abertura (la cual llamaremos la *caja de gas*), el ancho de la caja donde está el gas neutro es Δ_{gb} y es mucho mayor que la abertura Δ de donde proviene el plasma. En el caso en que la razón Δ_{gb}/L_N no es muy pequeña y $\Delta/L_N \ll 1$, se considera una distribución uniforme del gas neutro dentro de la *caja de gas* y se desprecian las interacciones plasma-neutros fuera de la caja. Más aún ya que $\lambda_N > \Delta_p$ y la recombinación de átomos de hidrógeno es muy fuerte, se considera entonces que los componentes del gas neutro son especies moleculares.
- **Modelo**: Para un cámara de trabajo de radio 10 cm, y presiones del gas neutro de alrededor de 10 mTorr, los caminos libres medios neutro-ión (λ_{Ni}) y neutro-neutro (λ_{NN}), exceden el radio del flujo del plasma (1 cm) y de la cámara de trabajo, $\lambda_{Ni} > 1$ cm y $\lambda_{NN} > 10$ cm. Debido a estas consideraciones se supone que los neutros se encuentran en un régimen difusivo (régimen de transporte de Knudsen). También

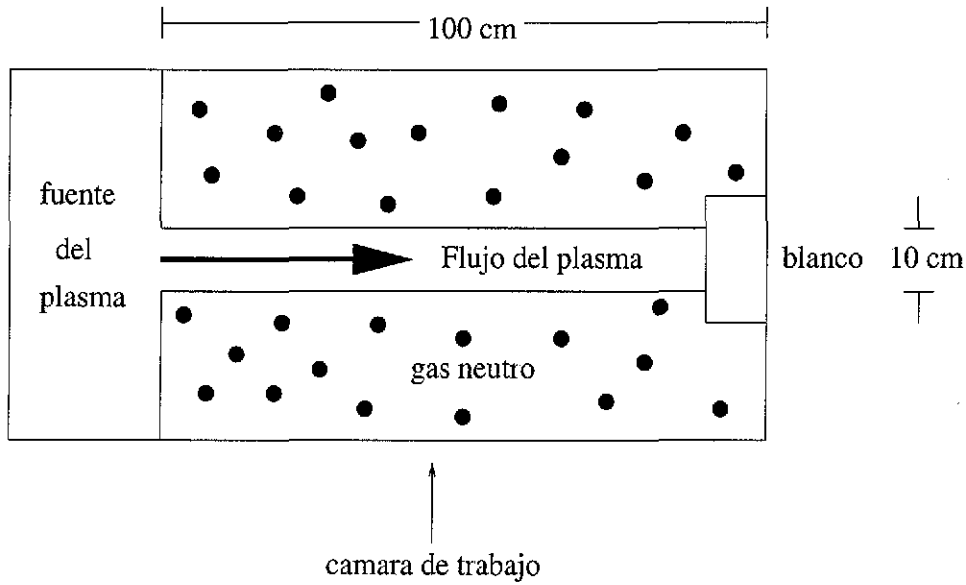


Figura 4.1: Vista esquemática de un simulador de Diverson

el camino libre medio $\lambda_{iN} \approx \frac{V_{Ti}}{\nu_{iN}} \approx \frac{V_{Ti}}{K_{iN}N}$ es más pequeño que la longitud de la cámara (L). El flujo del plasma se puede encontrar de la ecuación de balance de momento en la aproximación difusiva, en donde no tenemos efectos del campo eléctrico, ni viscosidad, de esta forma el flujo de momento queda determinado por la ecuación:

$$b \frac{d}{dx} (MnV^2 + P) = -M\nu_{iN}nV$$

donde $b = \text{Seno}(\psi)$, y ψ es el ángulo entre la placa del diversor y la línea magnética, M es la masa de las partículas, n es la densidad del plasma, V es la velocidad promedio del plasma, P es la presión del plasma y ν_{iN} es la frecuencia de colisiones de iones con electrones, ver figura 4.2

Donde debido a que el plasma está a bajas energías, se usa la aproximación subsónica, es decir la velocidad V del fluido es menor que la velocidad térmica ($V < V_T$), por lo tanto despreciando el término MnV^2

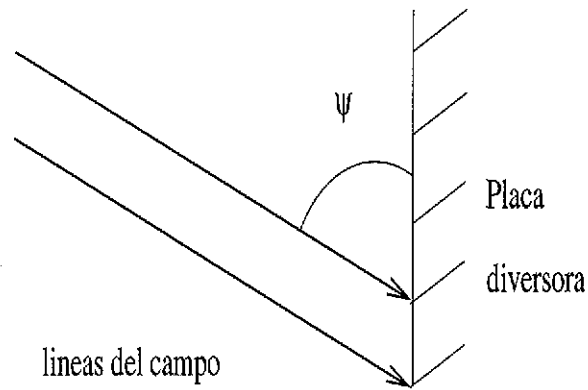


Figura 4.2: Ángulo que hacen las líneas del campo con la placa divisora

respecto a P que es de orden 1:

$$b \frac{d}{dx} (P) = -M \nu_{iN} n V$$

y si usamos

$$\nu_{iN} = K_{iN} N \text{ y } j = bnV$$

$$b^2 \frac{d}{dx} (P) = -MK_{iN} NbnV$$

o bien

$$b^2 \frac{d}{dx} (P) = -MK_{iN} Nj$$

$$j = -\frac{b^2}{M \nu_{iN}} \left(\frac{dP}{dx} \right) \quad (4.1)$$

donde M es la masa del ión, P es la presión del plasma j es la densidad de corriente del plasma.

Se supone que la temperatura del gas neutro $T_N = const$, mientras que la temperatura de los electrones T_e puede ser más grande que T_N

A continuación se describe el sistema de ecuaciones que contiene los 2 tipos principales de recombinación de interes: recombinación radiativa electrón-ión(EIR) y recombinación molecular activada (MAR) además de la ionización, en la recombinación consideramos que no sólo hay átomos de helio, también incluimos moléculas de hidrógeno que entran al plasma desde la placa diversora.

Ecuaciones de balance de energía para los electrones y continuidad para el plasma:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{3}{2} nT \right) = - \frac{\partial q}{\partial x} - E_{ion} N n K_{ion} - \nu_{ei} n (T - T_0) \quad (4.2)$$

$$- \frac{dj}{dx} = \frac{d}{dx} \left(\frac{1}{M \nu_{iN}} \frac{dP}{dx} \right) = (\nu_{EIR} + \nu_{MAR} - \nu_{ion}) n_e + \frac{\partial}{\partial t} n \quad (4.3)$$

o de manera más familiar la ultima ecuación se puede escribir como:

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \frac{\partial j}{\partial x} = -K_{EIR} n_e^2 - K_{MAR} [H_2] n_e + K_{ion} N n_e$$

Donde

N es la densidad de átomos neutros,

M es la masa del ión,

$P = nT$ (cuando $T_e \neq T_i, T_e \gg T_i$), es la presion del plasma,

$b = Seno \psi$, es la proyección perpendicular a la placa diversora,

$j = bnV$ es el flujo poloidal del plasma,

V es la componente de la velocidad paralela a las líneas de flujo del campo magnético en la cámara diversora,

E_{ion} es la energía de ionización que el plasma pierde por las colisiones inelásticas *electrón-neutro*;

$K_{iN} = 2.1 \times \sigma_{iN} \times \left(\frac{T}{M}\right)^{1/2}$ es la razón de formación para colisiones *ión-neutro*;

σ_{iN} las sección eficaz para colisiones "ión-neutro" que se asume constante (7.1×10^{-15});

$\nu_{ei} = \frac{5}{M_{He}} \frac{n}{T^{3/2}}$ es la frecuencia con la que se recombinan los iones con los electrones;

$q = 5/2Tj + q_e$, es el flujo total de calor y

$q_e = -\kappa_e(T)b^2 \frac{dT}{dx}$ es el flujo de calor electrónico causado por la conductividad electrónica,

$\kappa_e(T)$ el coeficiente de conductividad electrónico paralelo al campo magnético.

4.2.1 Resultados

Tiempos característicos

En la modelación de la física de divisores es muy importante tener conocimiento sobre las escalas características de los procesos atómicos que ocurren en la cámara divisora, los procesos importantes en la simulación son:

- Intercambio de carga
- Ionización
- Recombinación radiativa y de tres cuerpos
- Recombinación por Activación Molecular (MAR)

En el *capítulo 3* están todos los esquemas de la cinética de reacciones, se habló también de las razones de formación y ahora se amplía esto para poner énfasis en las diferentes escalas en las que dominan ciertos procesos. La cinética en una modelación realista es muy complicada en términos de las razones de formación, ya que estas en general no son constantes y dependen de la densidad del plasma, de la temperatura, etcétera. Existen trabajos teóricos y experimentales para caracterizar estos procesos atómicos. En la modelación usamos la información sobre las razones de formación y razones de pérdida de energía de helio [14], dicha información es muy completa y nos

caracteriza todos los procesos de interés en un intervalo grande de temperaturas y densidades del plasma.

Hasta ahora se han explicado de manera breve los principales procesos atómicos y se ha mencionado también sobre procesos que ocurren con especies que son el resultado de la cinética de reacciones dentro de la cámara.

En el modelo usado se utilizan 3 tipos de procesos atómicos básicos como ya se mencionó anteriormente. Uno de los problemas en la modelación donde no se tiene un plasma totalmente ionizado es precisamente el caracterizar bajo que condiciones del plasma y del gas neutro dominaran ciertos procesos atómicos y como ocurren todos eventos que evolucionan en el tiempo. Es muy importante determinar durante la evolución que procesos contribuyen cuando el plasma interacciona con el gas neutro para llegar al régimen de desprendimiento (decrecimiento del flujo del plasma y caída de la presión en la placa).

Nuestro modelo usa las ecuaciones de transporte: *continuidad, conservación de momento y energía* con las razones de formación variables en función de la densidad y la temperatura del plasma:

$$\{K_{ion}, E_{ion}, K_{rec}, E_{rec}, K_{MAR}, E_{MAR}\}(n, T)$$

fueron obtenidas de los trabajos de S. I. Krasheninikov, A. Yu. Pigarov [14] que es la conjunción tanto de trabajo teórico de física atómica y molecular como experimental, dicha información usada como una estructura de datos fue muy importante en este trabajo para hacer simulaciones más realistas aún en el caso de 1 dimensión y 1 1/2 dimensiones.

En la figura 4.3 se muestran las razones de formación K_{ion} , K_{MAR} y K_{rec} en función de la temperatura para diferentes densidades del plasma ($10^{12} - 10^{17} \text{ cm}^{-3}$). Para las simulaciones hechas en este trabajo se usaron valores de los parámetros cercanos a los correspondientes aparatos lineales (NAGDIS II, Alcator C-Mode, por ejemplo) en donde se estudia el plasma de la orilla o más en concreto se caracteriza el sistema *plasma-gas neutro*, en el siguiente capítulo discutiremos más sobre los resultados y su validación con los datos experimentales. Para valores cercanos a los experimentales se

uso como condición inicial que el plasma entra por una lado de la caja de gas con un radio mucho menor que el ancho de la caja a una temperatura $T_u = \{1.5, 2\}eV$. Aunque el plasma en un reactor del tipo **Tokamak** esta a temperatura más elevada en el centro, el plasma que se fuga del centro por las líneas de campo, en la configuración de tipo divisor magnético ha reducido notablemente su temperatura por lo que en la caja se asume que el plasma llega en el intervalo de temperaturas antes mencionado.

De las gráficas para los 3 procesos mostradas en la figura 4.3 que se incluyen en la modelación, observamos que para el intervalo de temperaturas $[1 - 2]$ eV las razones de formación de átomos neutros decrece de manera exponencial aproximadamente (ver gráfica de K_{EIR}), la de ionización de átomos neutros crece muy rapidamente (ver gráfica de K_{ion}) y la de recombinación molecular activada crece más que la ionización (ver gráfica de K_{MAR}), en esta parte aún sin tener resultados de la modelación podemos observar que las razones de formación que aunque son del mismo tipo de comportamiento para las diferentes densidades y para cada proceso, ciertos procesos dominaran cuando el sistema *plasma-gas neutro* baje su temperatura y tienda a llegar a caso estacionario.

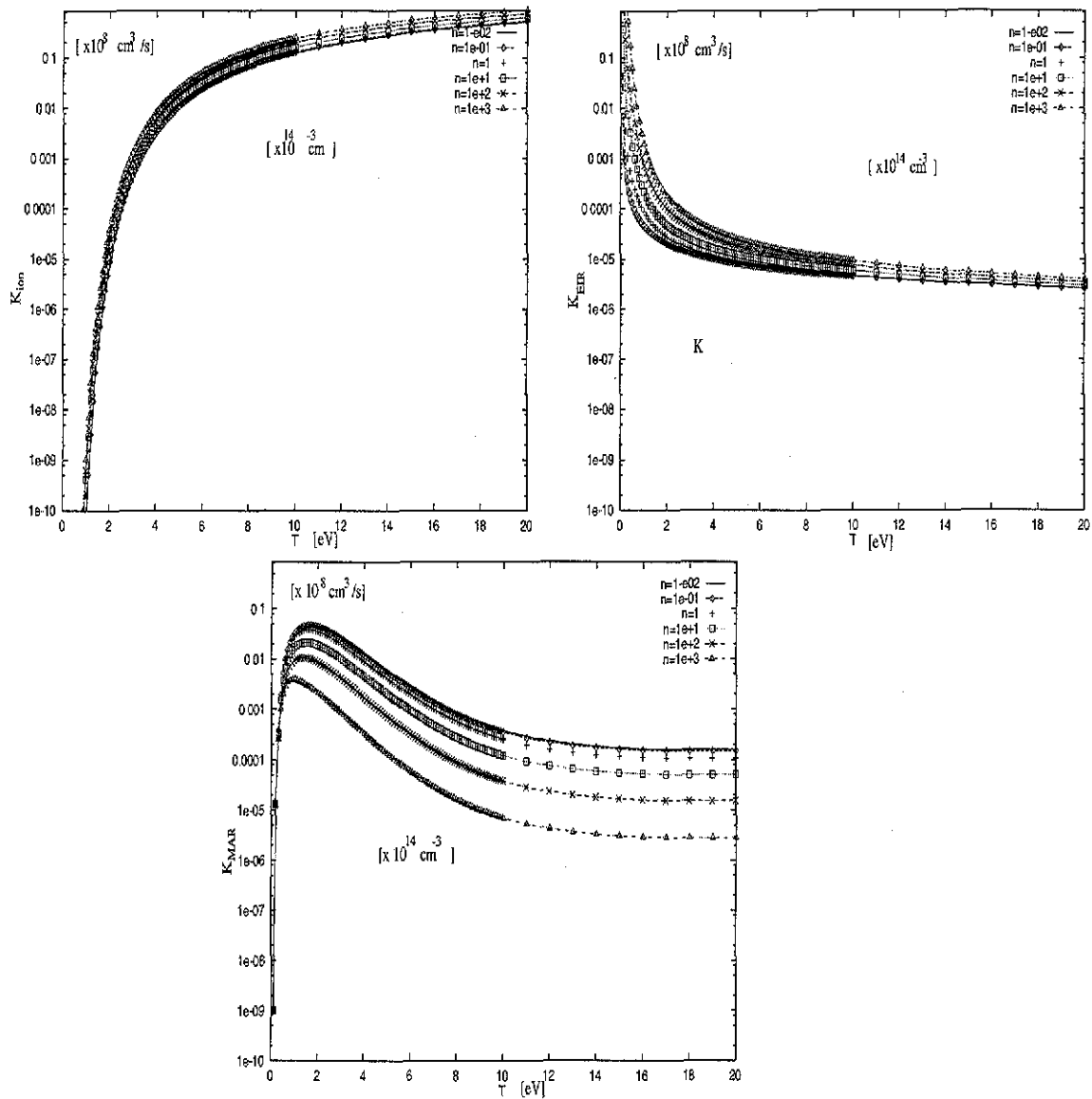


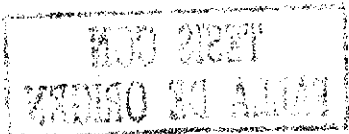
Figura 4.3: Razones de formación para los procesos de ionización, recombinación y recombinación molecular activada contra la temperatura, información tomada de la base de datos generada por el código CRAMD

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

Método Numérico

Las tres descripciones de los métodos que se usan para este tipo de problemas resuelven el problema de encontrar las soluciones para todo tiempo hasta llegar al caso estacionario cuando este existe. Unido al método numérico o la aproximación usada para resolver un sistema de ecuaciones diferenciales como es nuestro caso siempre hay un error intrínseco de la aproximación y siempre es proporcional a alguna potencia del tamaño del paso ($\propto h^n$ con $n \geq 1$). También estrechamente ligado al método y a los coeficientes están los errores debido al condicionamiento, es decir cuando tenemos cantidades muy grandes y muy pequeñas en el mismo cálculo o en el ciclo en el programa debido a los truncamientos por los tamaños que maneja cada máquina se van acumulando los errores y el cálculo se puede abortar por desbordamiento como es más usual o por el caso contrario. Para el tipo de problemas que se abordaron fue más adecuado usar un método del tipo **disparo** en su forma más sencilla y hacer las normalizaciones en las ecuaciones para que además de evitar el tipo de errores como los antes mencionados.

Un comentario adicional sobre la implementación de este método numérico, en principio en cualquier aproximación mientras más se reduzca el tamaño del paso menor será el error, pero esto trae costos en hacer mayor cantidad de cálculos y se refleja en mayor tiempo consumido. Debido a que las ecuaciones tienen coeficientes variables y se leen de la estructura de datos y el sistema se resuelve también espacialmente en cada punto de la cámara hay una densidad y temperatura diferentes entre otras variables, la tabla de valores de los coeficientes dependen de n y T , pero al disminuir o aumentar el paso no necesariamente coinciden con los valores de densidad y de temperatura, es por esta razón que se tienen que hacer varias interpolaciones para encontrar valores aproximados de estos coeficientes. Regresando a las gráficas de la figura 4.3 es fácil ver que aún interpolaciones lineales en algunas regiones son "buenas" aproximaciones.



4.2.2 Condiciones a la frontera

Las condiciones a la frontera para estas simulaciones estan basadas en la aproximación de reciclaje total en el divisor, es decir; el flujo de calor en la entrada del volumen del divisor es igual al flujo reciclado en el divisor ($q|_{x=L} = -q_{rc}$), el flujo de partículas es igual a cero en la entrada ($j|_{x=L} = 0$). Se supone el plasma totalmente neutralizado en la placa divisora y que parte de las partículas (lo que se conoce como *albedo* α) regresan al volumen considerado.

En los proyectos de diseño de divisores, las líneas magnéticas siempre estan inclinadas con respecto a la superficie de la placa divisora, esto con la finalidad de disminuir las cargas de potencia, ya que como se mencionó los materiales existentes no soportan grandes cargas y los reactores actuales la liberan en cantidades que exceden los limites de los materiales. Teniendo esto en cuenta se introdujo en las ecuaciones el factor b que es de facto el ángulo de inclinación de la línea magnética con respecto a la superficie de la placa. Las condiciones a la frontera usadas son:

$$\begin{aligned} q(x=L) &= -q_{rc} & q(x=0) &= \delta j(x=0) T_d \\ j(x=L) &= 0 & j(x=0) &= -\alpha b \frac{P_u C_d}{2T_d} \\ P(x=L) &= P_u \end{aligned}$$

donde $C_d = (\frac{T_d}{M})^{1/2}$, $\alpha \approx 0.5$ y δ es el coeficiente de transmisión de calor ($\delta \approx 5.0$), este coeficiente se obtiene del hecho de que los iones son acelerados en *sheath* debido al potencial tipo *sheath*, P_u y q_{rc} son la presión de entrada y el flujo de calor que llegan a la "caja de gas". Para el flujo en la placa se utiliza la fracción que regresa al volumen (α), la densidad (n_d) y la velocidad en la placa (C_d)

4.3 Normalización

Para evitar problemas de desbordamiento cuando se utilizan los valores numéricos de las razones de formación y como resultado de la discretización de las ecuaciones, se normalizaron las siguientes cantidades:

$$n = \frac{n}{10^{14}} [cm^{-3}] \quad p = \frac{p}{10^{16}} [eV cm^{-3}]$$

$$j = \frac{j}{10^{20}} [cm^{-2} s^{-1}] \quad K_{proceso} = K_{proceso} \times 10^8 [cm^{-1} s^{-1}]$$

La temperatura en eV y las masas de las partículas en unidades atómicas.

4.4 Resultados de la simulación

Para el conjunto de condiciones iniciales de la tabla 4.1, se escogieron las siguientes condiciones iniciales [5] ($T_u = 2.0$ eV, $p = 0.4$ eV cm⁻³, $N_{neu} = 2 \cdot 10^{14}$ cm⁻³, $\alpha_{H_2} = 0.0$, donde α_{H_2} es la concentración de hidrógeno molecular) para observar como se llega al caso estacionario, partiendo de las ecuaciones de flúidos del modelo para la interacción *plasma-gas neutro* en la cámara diversora.

En las figuras 4.4, 4.5 y 4.6 se muestran a diferentes tiempos, los perfiles dentro de la caja para las variables p, n, q, j y T . A este nivel de precisión del método numérico usado, se puede observar como de manera suave se llega al estado estacionario en aproximadamente 700 pasos en el tiempo, el paso usado para este caso fue $dt = 1.0 \times 10^{-3} s$.

Podemos observar la tendencia a disminuir drásticamente en la temperatura, el flujo de calor y el flujo entre otras, especialmente después de la mitad de la caja diversora ($\geq 50cm$).

En la figura 4.7 se grafica sólo la variación en la placa diversora de las variables j_d, p_d, n_d y T_d contra el tiempo, se observa que después de $t \geq 1000$ se ha alcanzado un régimen estacionario en esta aproximación de flúidos para las condiciones iniciales $T_u = 2$ eV, $p = 0.4$ eV cm⁻³, $N_{h_2} = 0.0$. Todos los casos de estudio para este modelo estan resumidos en la tabla 1 y en todos se hizo la simulación hasta que se alcanzó el caso estacionario ($\frac{\partial}{\partial t} v_i = 0$ donde v_i es una variable que depende del tiempo).

Esta parte complementa a la de perfiles en toda la cámara mostrados en las figuras 4.5, 4.6 y 4.7.

T_u eV	$P \times 10^{16}$ eV cm ⁻³	$N_{neutros} \times 10^{14}$ cm ⁻³	α_{H_2}
3	0.4	1.5	0.0
			0.0025
			0.005
			0.01
			0.02
			0.03
			0.05
			0.1
2	0.4	1.5	0.0
			0.0015
			0.0025
			0.005
			0.01
			0.03
			0.05
			0.1
2	0.4	2.0	0.0
			0.0015
			0.0025
			0.005
			0.02
			0.05
			0.1

Tabla 4.1: Conjunto de condiciones iniciales para los casos estudiados, donde T_u es la temperatura del plasma que llega del centro, P es la presión del plasma, $N_{neutros}$ es la densidad de átomos neutros α_{H_2} es la concentración de hidrógeno molecular.



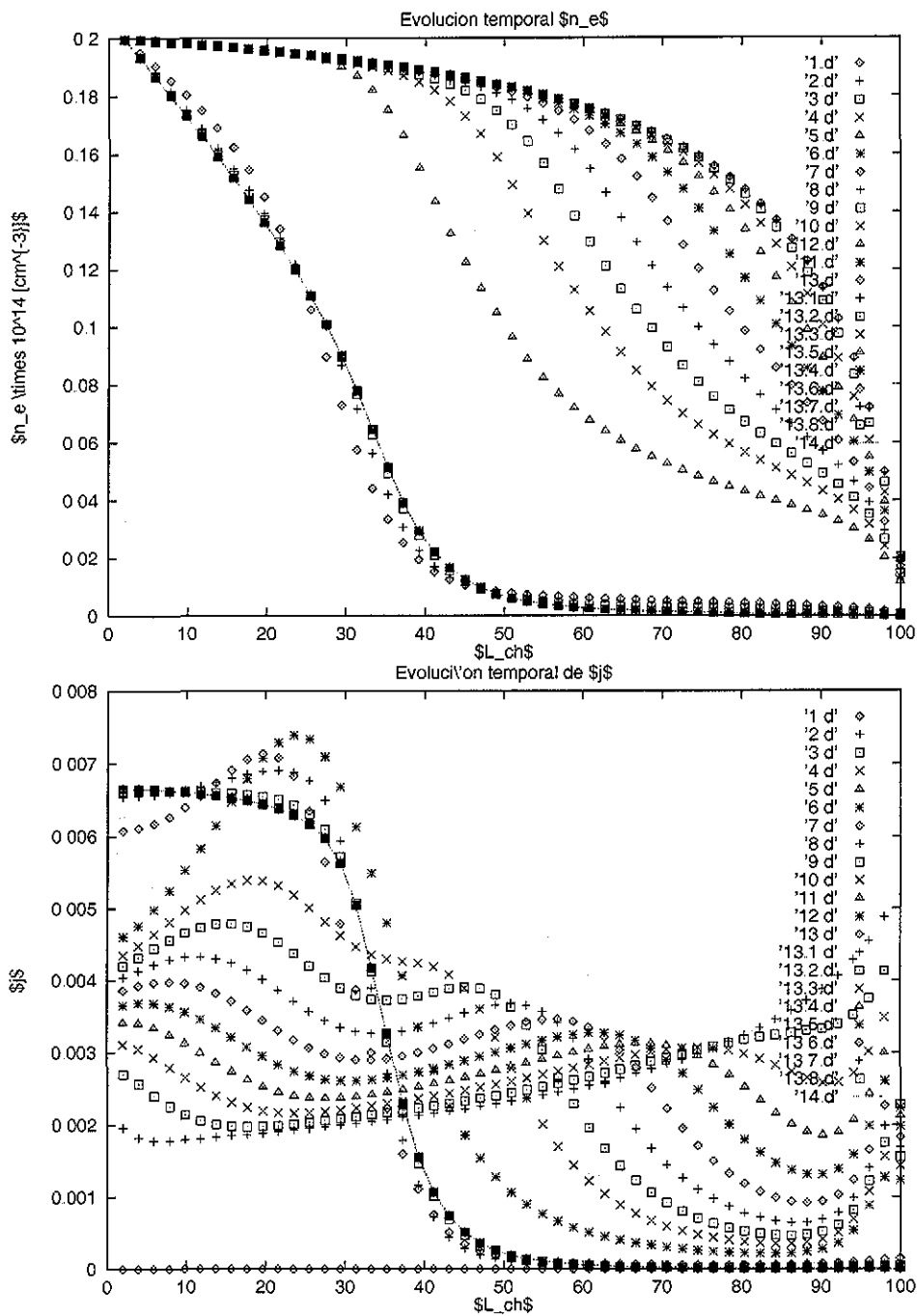


Figura 4.4: Perfiles a diferentes tiempos en la “caja de gas” para las c_i . $T_u = 2 eV$, $P_u = 4 \times 10^{15} eV cm^{-3}$, $N_{neu} = 2 \times 10^{14} cm^{-3}$, $\alpha_{H_2} = 0.0$ y $L = 100 cm$

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

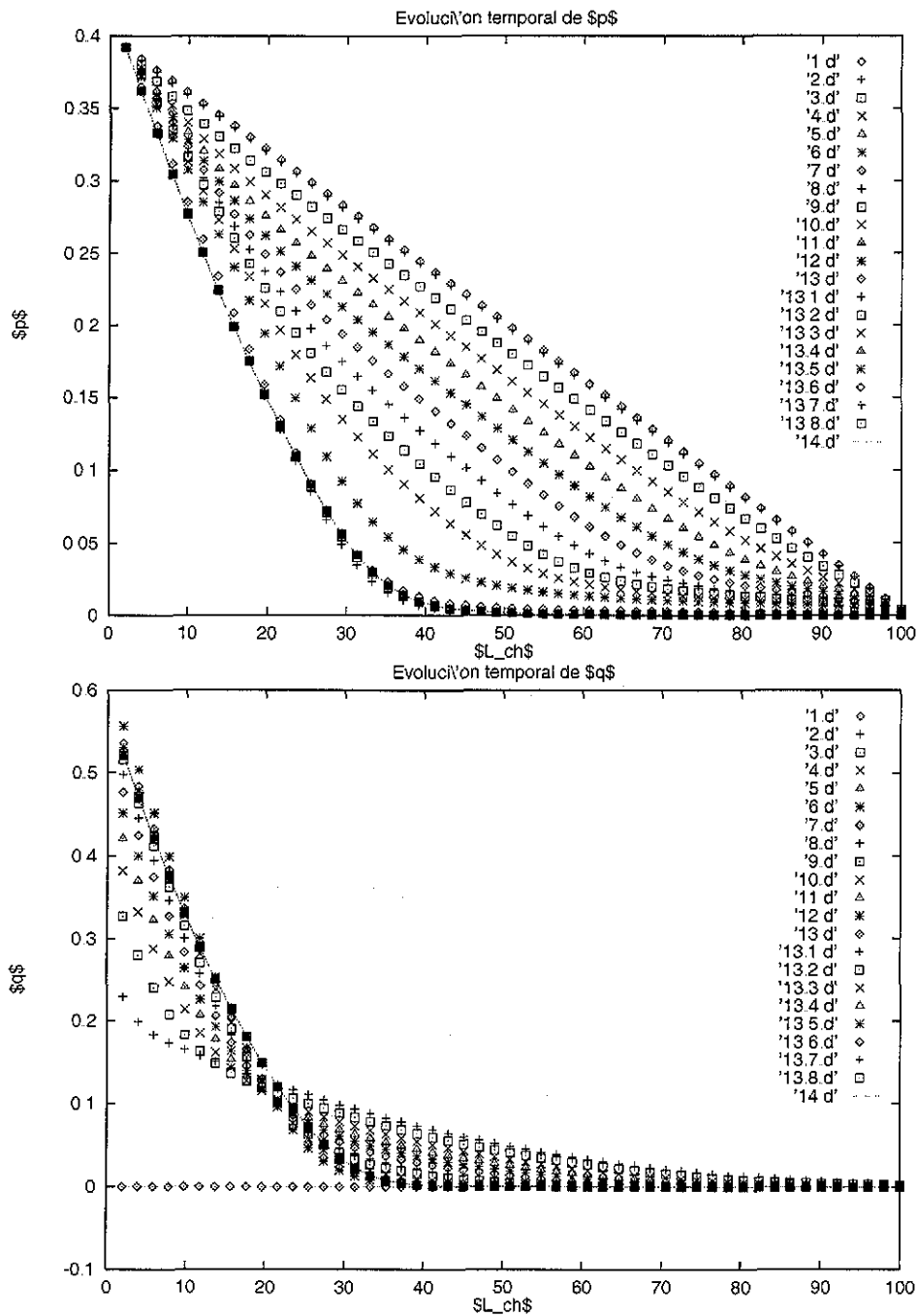


Figura 4.5: Perfiles a diferentes tiempos en la "caja de gas" para las c .
i. $T_u = 2 eV, P_u = 4 \times 10^{15} eV cm^{-3}, N_{neu} = 2 \times 10^{14} cm^{-3}, \alpha_{H_2} = 0.0$ y
 $L = 100 cm$

TESIS CON
 FALLA DE ORIGEN

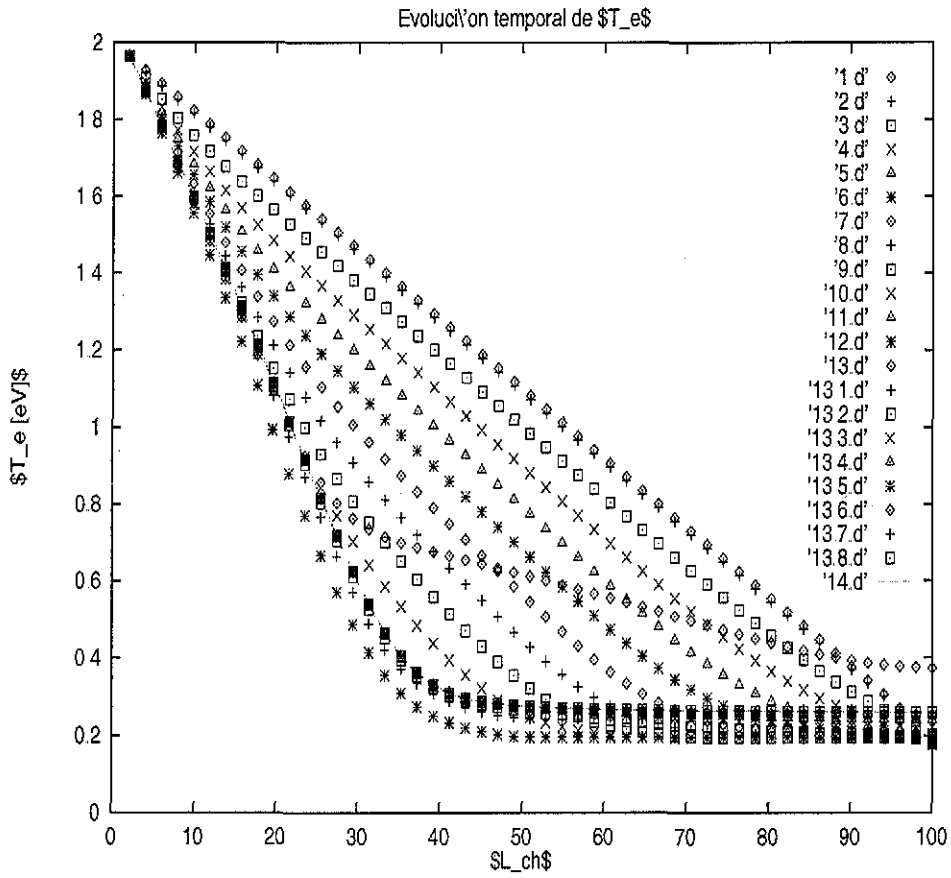


Figura 4.6: Perfiles a diferentes tiempos en la “caja de gas” para las $c.$
 $i. T_u = 2 \text{ eV}, P_u = 4 \times 10^{15} \text{ eV cm}^{-3}, N_{neu} = 2 \times 10^{14} \text{ cm}^{-3}, \alpha_{H_2} = 0.0$ y
 $L = 100 \text{ cm}$

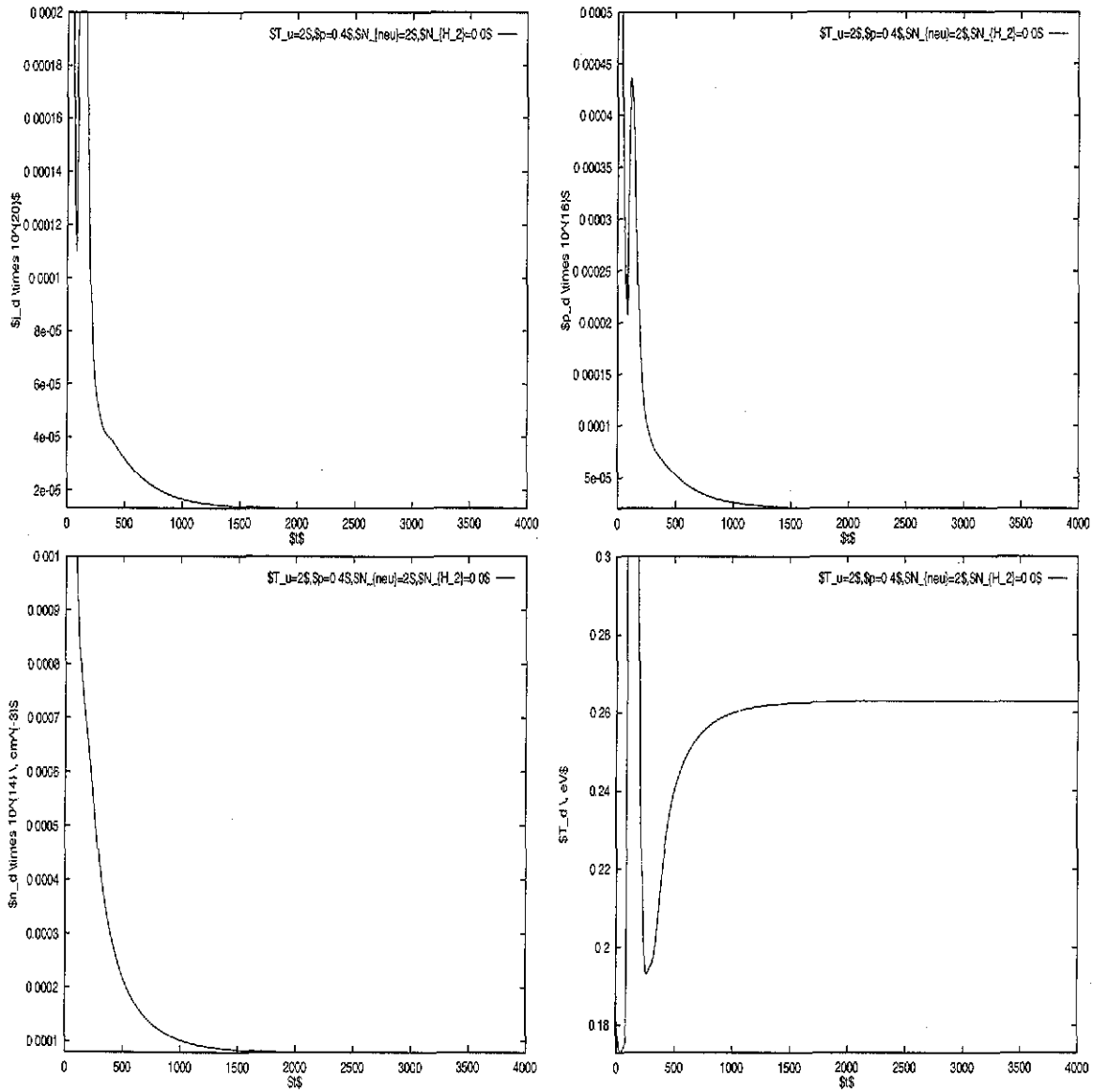


Figura 4.7: Evolución temporal de la densidad de corriente, presión, densidad de partículas y de la temperatura del plasma en la placa del divisor, se muestra que después del periodo de transición se llega al régimen estacionario.

4.4.1 Efectos de la concentración de hidrógeno α_{H_2}

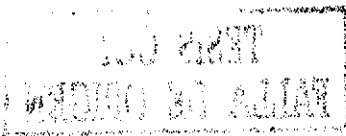
Las condiciones que no varían en todas las simulaciones usando un método de disparo son: $P_u = 0.4 \times 10^{16} \text{ eV cm}^{-3}$ y $L = 100 \text{ cm}$ para diversas concentraciones de neutros y de la temperatura (ver tabla 1).

Como ya se mencionó, las razones K_{EIR} , K_{MAR} , $K_{(e/i)}$ y las energías asociadas a estos procesos en función de T_e y n_e , se tomaron de los datos atómicos del código CRAMD.

En la figura 4.8 se presentan las gráficas de la densidad y la temperatura para una concentración de hidrógeno molecular ($\alpha_H = N_{H_2}/N_{He}$) $\alpha_H = 0.0, 0.1$ con las siguientes condiciones iniciales (*c. i.*): $T_u = 3 \text{ eV}$, $P_u = 0.4 \times 10^{16} \text{ eV cm}^{-3}$, $N_{neu} = 1.5 \times 10^{14} \text{ cm}^{-3}$, se puede observar que a esta *alta* temperatura (T_u) y *baja* densidad (n_e); el proceso que domina es el debido a la recombinación activada molecular (MAR) e influye en la disminución de la densidad del plasma cerca de la placa, como también se puede observar en la figura 1 donde para $T > 1 \text{ eV}$ este proceso es el responsable de la gran cantidad de recombinaciones del plasma. Cuando se aumenta la concentración de las moléculas de hidrógeno ($\alpha_{H_2} \sim 0.1$), los parámetros del plasma no cambian notablemente.

Para las condiciones: $T_u = 2 \text{ eV}$, $P_u = 0.4 \times 10^{16} \text{ eV cm}^{-3}$, $N_{neu} = 1.5 \times 10^{14} \text{ cm}^{-3}$ y $\alpha_{H_2} = 0.0, 0.1$, ver figura 4.9, se puede considerar al plasma con temperatura relativamente *baja* (T_u) y densidad del plasma *alta* (n_e), para este caso se observa dentro de la cámara dispersora un decremento notable de la temperatura entre 0 y 50 cm y lo mismo pasa con la densidad del plasma, en este caso la extinción del plasma se debe principalmente al canal recombinación de tres cuerpos o radiativa *ión-electrón* (EIR). Cuando se aumenta la concentración de moléculas de hidrógeno ($\alpha_{H_2} = 0.1$) se observa un comportamiento similar en la densidad del plasma al caso anterior, no así en la temperatura.

Por último en la figura 4.10 se muestran los resultados con las siguientes *c. i.*: $T_u = 2 \text{ eV}$, $P_u = 0.4 \times 10^{16} \text{ eV cm}^{-3}$, $N_{neu} = 2 \times 10^{14} \text{ cm}^{-3}$ y $\alpha_{H_2} = 0.0, 0.1$, tenemos aquí un caso similar al anterior: notable decremento de la tempe-



ratura y la densidad debido principalmente al proceso de recombinación *ión-electrón* (EIR), para el caso $\alpha_{H_2} = 0.1$ ocurre de nuevo que tenemos baja densidad en la orilla ($x = L = 100 \text{ cm}$) y poco decremento de la temperatura.

Para apreciar mejor los efectos que tiene la concentración de moléculas de hidrógeno (α_{H_2}) en la recombinación activada molecular (MAR) en la extinción del plasma y que explica la parte de la disminución de la densidad del plasma (n_e) a *altas* temperaturas donde el mecanismo conocido como recombinación *ión-electrón* (EIR), no tiene un papel relevante, como se puede ver de la expresión analítica de la razón de formación es $K_{EIR} \propto \frac{N_e^2}{T_e^{9/2}}$, se graficaron en la figura 4.11 las dependencias de la temperatura en la placa divisora en función de la concentración α_{H_2} para los 3 conjuntos de *c. i.* de la tabla 1.

A mayor concentración, menor disminución de la temperatura en la placa divisora (T_d), debido a que las reacciones que ocurren en las moléculas son menos energéticas y por lo tanto los umbrales para disociar y recombinar moléculas son menores que en el caso de recombinación *ión-electrón*.

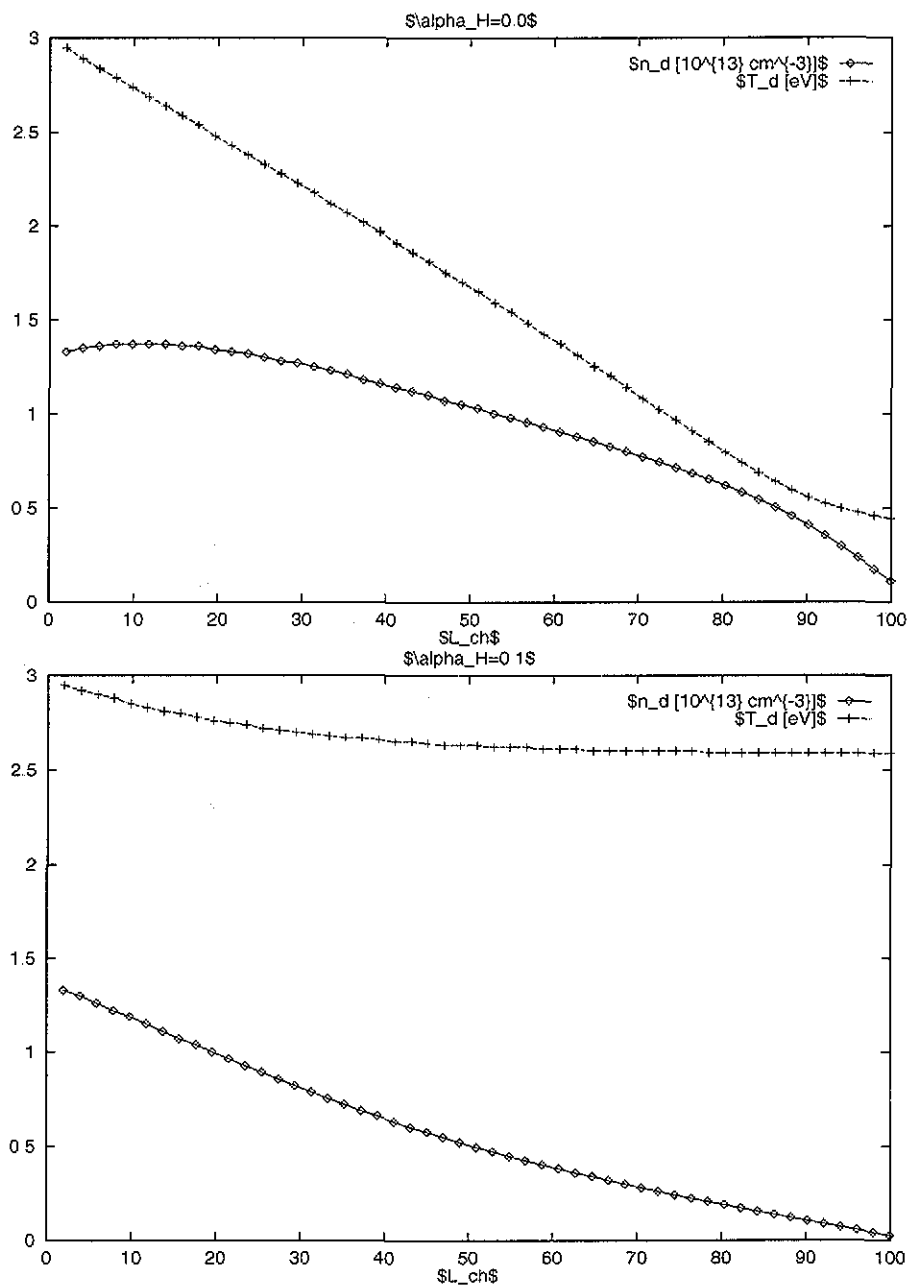


Figura 4.8: Perfiles de la densidad y temperatura del plasma y efecto de la recombinación molecular activada (MAR) para las *c. i.*: $T_u = 3 \text{ eV}$, $P_u = 4 \times 10^{15} \text{ eV cm}^{-3}$, $N_{neu} = 1.5 \times 10^{14} \text{ cm}^{-3}$, $\alpha_{H_2} = 0.0, 0.1$ y $L = 100 \text{ cm}$

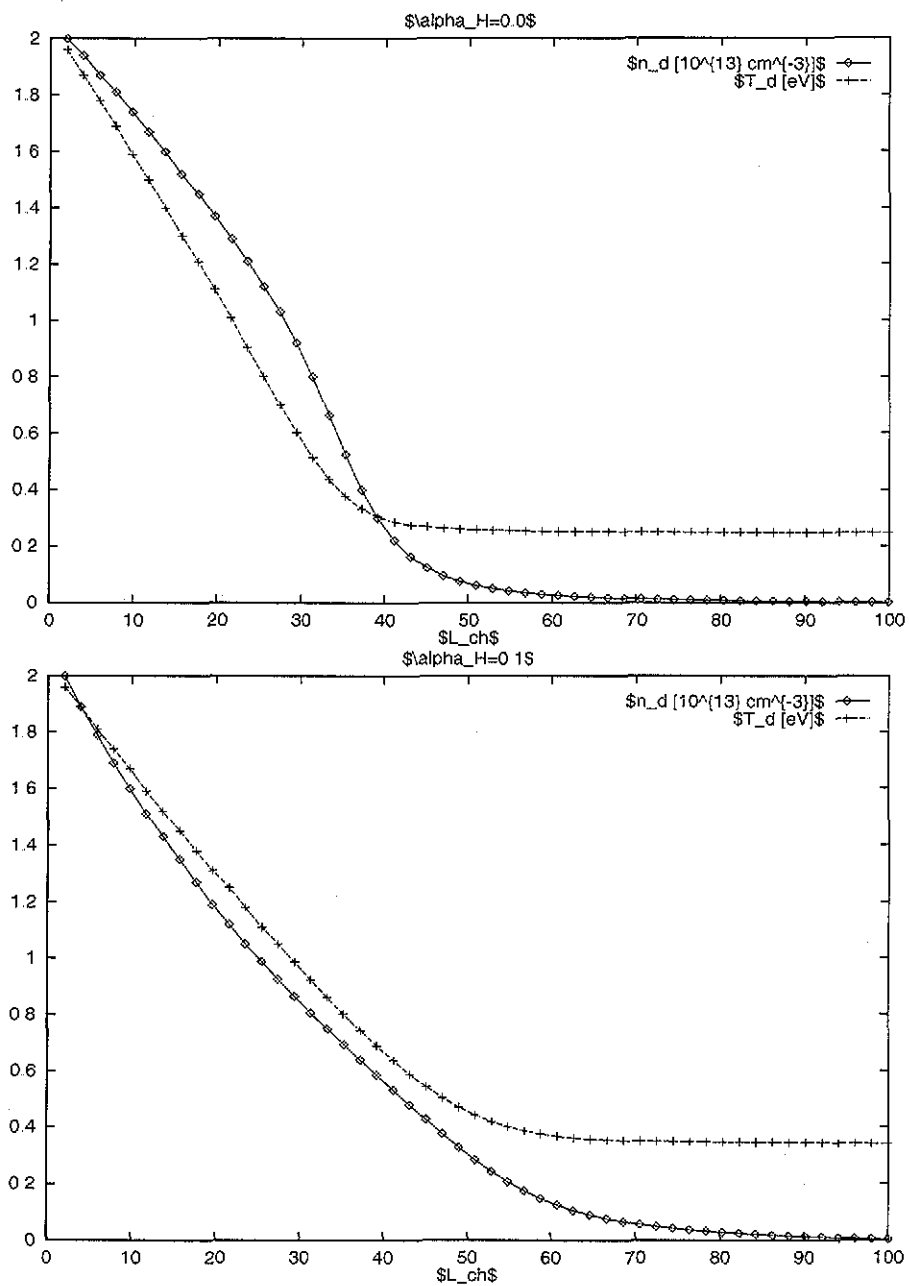


Figura 4.9: Perfiles de la densidad y temperatura del plasma y efecto de la recombinación molecular activada (MAR) para las *c. i.*: $T_u = 2 eV$, $P_u = 4 \times 10^{15} eV cm^{-3}$, $N_{neu} = 1.5 \times 10^{14} cm^{-3}$, $\alpha_{H_2} = 0.0, 0.1$ y $L = 100 cm$

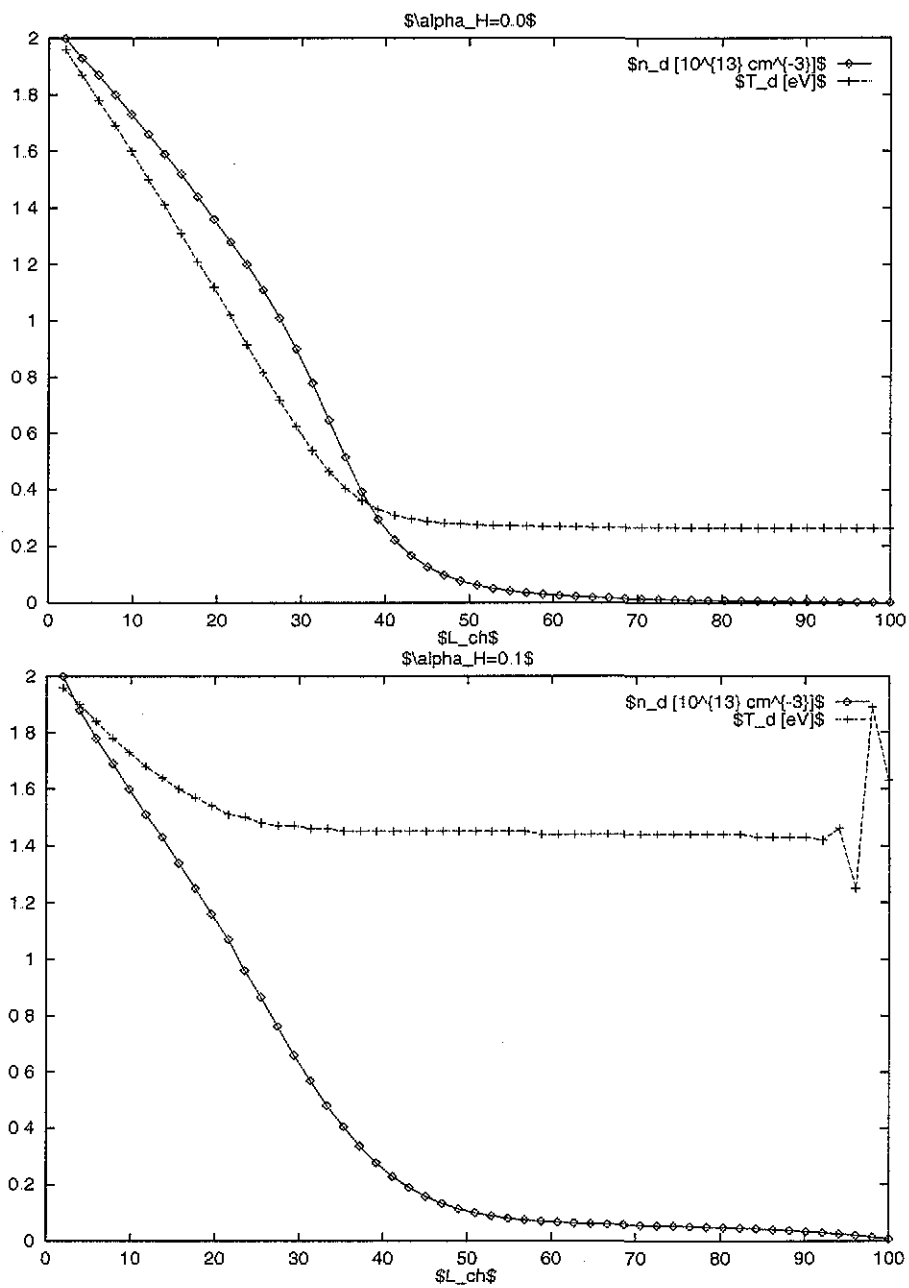


Figura 4.10: Perfiles de la densidad y temperatura del plasma y efecto de la recombinación molecular activada (MAR) para las *c. i.*: $T_u = 2 eV$, $P_u = 4 \times 10^{15} eV cm^{-3}$, $N_{neu} = 2 \times 10^{14} cm^{-3}$, $\alpha_{H_2} = 0.0, 0.1$ y $L = 100 cm$

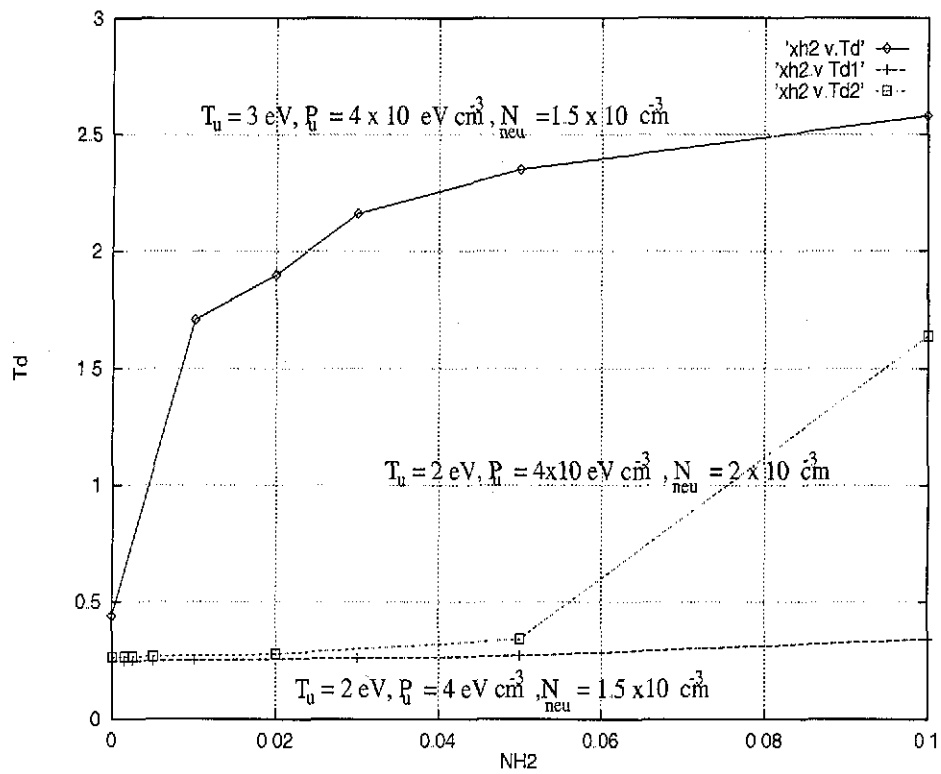


Figura 4.11: Temperatura del plasma en la placa T_d como función de α_{H_2} para cada conjunto de $c. i.$

subsectionEstimaciones de sensibilidad Para verificar que los resultados no estaban en función del tamaño del paso usado, se hicieron algunas corridas para mostrar que:

- El sistema es estable cuando crecemos de *manera razonable* el paso, es decir no presenta inestabilidades numéricas por esta razón, al menos cuando se hacen variaciones alrededor de un *paso* digamos en un intervalo $[(1 + \varepsilon)dt, (1 - \varepsilon)dt]$, con $\varepsilon \sim 1$.
- Se llega al caso estacionario con otra pequeña variación del paso y además se llega a los mismos valores numéricos para los perfiles de las variables.

Para esto se escogieron algunos caso aunque aquí sólo se presenta uno, para $T_u = 2 eV$, $p = 0.4 eV cm^{-3}$, $N_{neutros} = 1.5 \times 10^{14} , cm^{-3}$ y $N_{H_2} = 0.005$, se tomaron tres tamaños de paso ($\frac{dt}{2}$, dt y $2dt$) con $dt = 1 \times 10^{-3}$, y se llegó a los mismos resultados en cada caso.

4.5 Simulaciones para divisor de *Tokamak* con descarga de Hidrógeno.

En este tipo de simulaciones se agregó a las ecuaciones de la variación de la densidad y temperatura para el plasma de hidrógeno, la ecuación de los neutros usando la *aproximación difusiva* (divisor del tipo ranura), así que en este caso todo el sistema de ecuaciones esta descrito de la siguiente manera (en este caso se consideró que $T_e = T_i$ y por lo tanto $p = 2nT$):

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \frac{\partial j}{\partial x} = -K_{EIR}n_e^2 - K_{MAR}[H_2]n_e + K_{ion}Nn_e \quad (4.4)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(3nT) + \frac{\partial q}{\partial x} = -E_{ion}NK_{ion} - \epsilon_n NK_{iN} - T(fk_e n_e + K_{MAR}N) n_e \quad (4.5)$$

$$\frac{\partial N}{\partial t} = \mathcal{D} \frac{\partial^2 N^2}{\partial x^2} - K_{ion}Nn_e + K_{rec}n_e^2 \quad (4.6)$$

Notar que el último termino de la segunda ecuación representa la pérdida de energía debido a la recombinación y los valores de las constantes se obtuvieron de los resultados de **CRAMD** [14].

También aquí como en la sección anterior:

$$\begin{aligned} q &= 5TJ + q_e, \text{ donde} \\ q_e &= -\kappa(T)b^2 \frac{dT}{dx} \\ j &= -\left(\frac{b^2}{MNK_{iN}}\right) \frac{dp}{dx} \end{aligned}$$

Las condiciones de frontera para este sistema de ecuaciones son las mismas que en la sección anterior. Sólo se debe agregar la condición para los neutros; se considera que los neutros estan entrando al volumen de la placa divisora

como resultado de la recombinación del plasma en la superficie, así que el flujo de neutros es proporcional al flujo del plasma hacia la placa diversora, y depende del *albedo* de la pared ($\alpha < 1$, el cual da una estimación de cuantos neutros son producidos por cada ión que se recombina). Esto esta en función del material del que esta hecho la placa diversora, en este caso se tomo $\alpha = 0.5$, como se ha recomendado para el divisor **ITER**.

Así la condición de frontera para los neutros puede ser escrita como sigue:

$$-\mathcal{D}\psi \frac{\partial N}{\partial x} = (\alpha\psi \frac{p_d C_d}{2T_d}) = j_p$$

Este problema se resolvió de nuevo numéricamente, con las condiciones de frontera antes especificadas para el plasma y los neutros por medio del *método de carrera*.

De nuevo la ecuación para el balance de partículas para el plasma se puede escribir como:

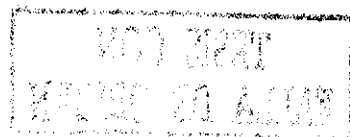
$$-\frac{dj}{dx} = \frac{d}{dx} \left(\frac{1}{M\nu_{iN}} \frac{dP}{dx} \right) = (\nu_{EIR} + \nu_{MAR} - \nu_{ion})n_e + \frac{\partial}{\partial t}n \quad (4.7)$$

o de manera más familiar la ultima ecuación se puede escribir como:

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \frac{\partial j}{\partial x} = -K_{EIR}n_e^2 - K_{MAR}[H_2]n_e + K_{ion}Nn_e$$

4.5.1 Resultados

Para estas simulaciones se presentan a continuación las graficas para 2 casos de temperaturas 10 y 20 eV. Para el primer caso la densidad de neutros es prácticamente constante como puede observarse en la figura 4.12, el perfil de la temperatura de los electrones y la presión tienden a correrse conforme se alcanza el estado estacionario, esto es el frente avanza hacia la entrada de la cámara, la densidad del plasma también tiende a disminuir al hacia la placa diversora y en el caso estacionario tiende a ser baja y uniforme, ver figuras 4.12 y 4.13. Para el segundo caso el comportamiento es similar, excepto en la densidad de los neutros, ya que al estar a más temperatura el plasma la densidad de neutros presenta variaciones, cerca de la placa hay más densidad de neutros, ver figuras 4.14 y 4.15, por ultimo se observa que en ambos casos la temperatura alcanzada en la placa diversora es de aproximadamente .25 eV, nuevamente el mecanismo de recombinación sigue siendo efectivo para lograr disminuir la densidad del plasma.



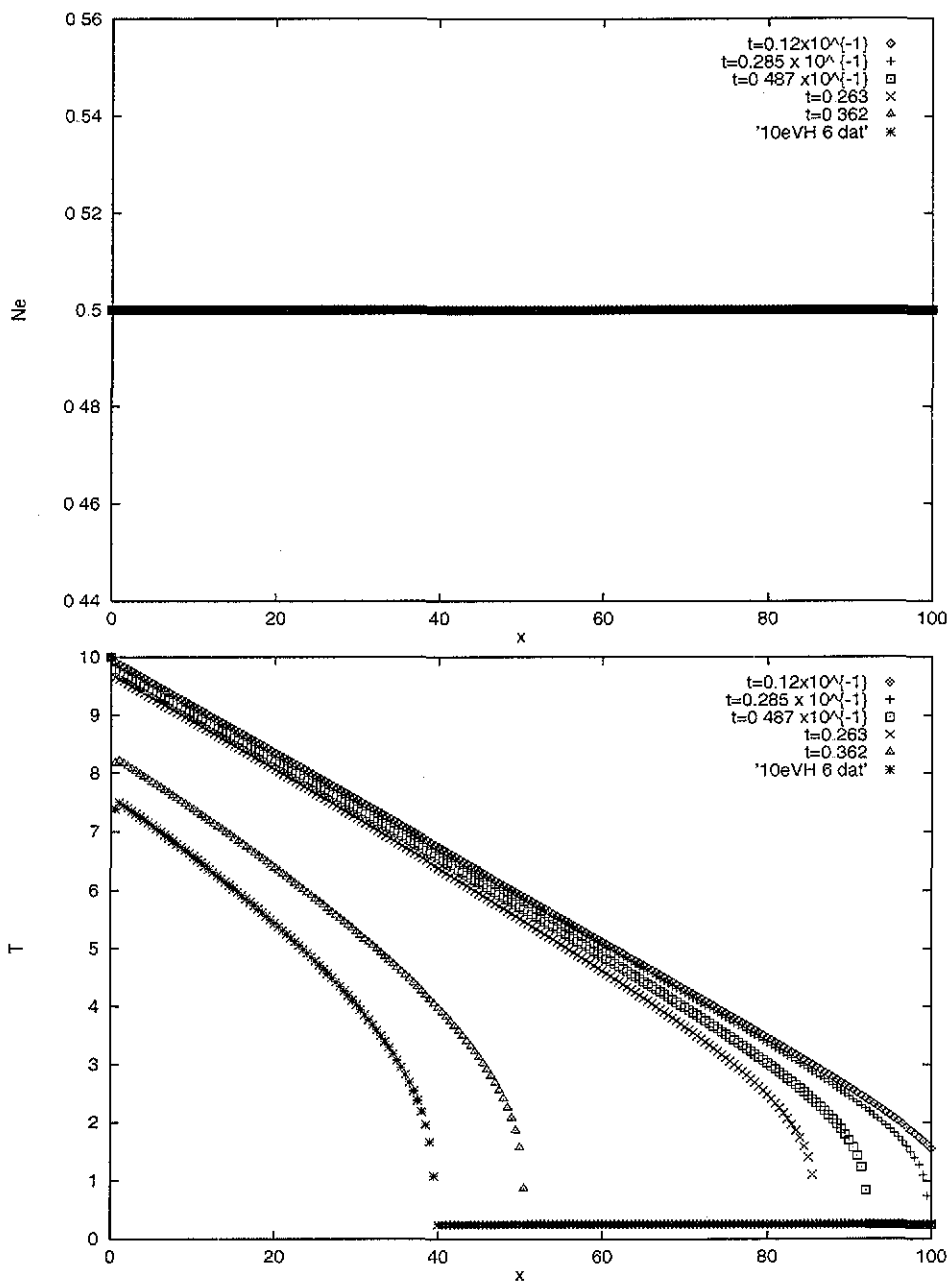


Figura 4.12: Perfiles de la densidad de Neutros y temperatura del plasma y efecto de la recombinación molecular activada (MAR) para las $c. i.$: $T_u = 10 \text{ eV}$, $P_u = 4 \times 10^{15} \text{ eV cm}^{-3}$, $N_{neu} = 2 \times 10^{14} \text{ cm}^{-3}$, $\alpha_{H_2} = 0.0, 0.1$ y $L = 100 \text{ cm}$

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

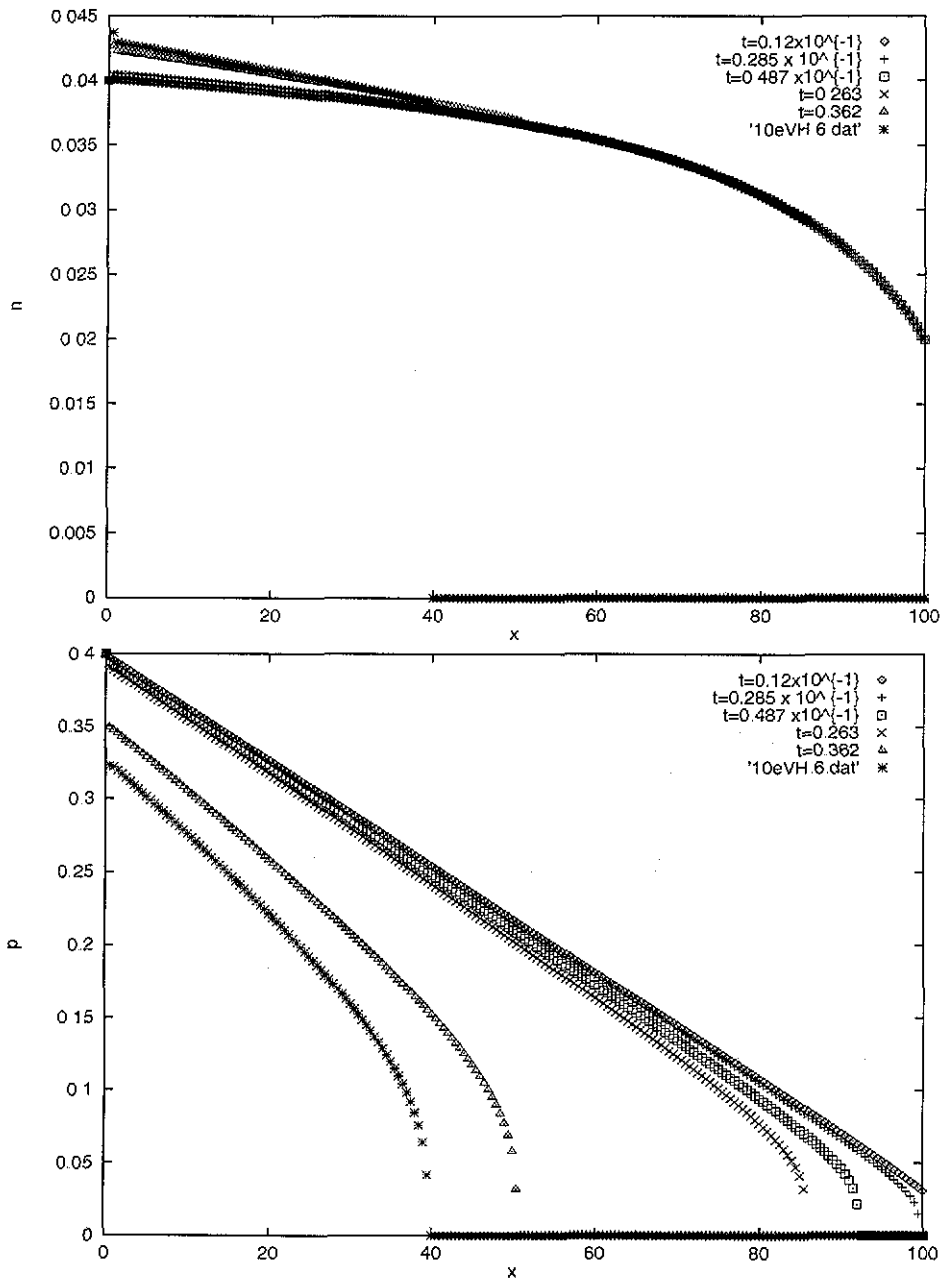
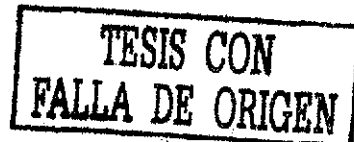
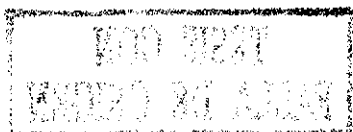


Figura 4.13: Perfiles de la densidad del plasma y presión del plasma y efecto de la recombinación molecular activada (MAR) para las *c. i.*: $T_u = 10 \text{ eV}$, $P_u = 4 \times 10^{15} \text{ eV cm}^{-3}$, $N_{neu} = 2 \times 10^{14} \text{ cm}^{-3}$, $\alpha_{H_2} = 0.0, 0.1$ y $L = 100 \text{ cm}$



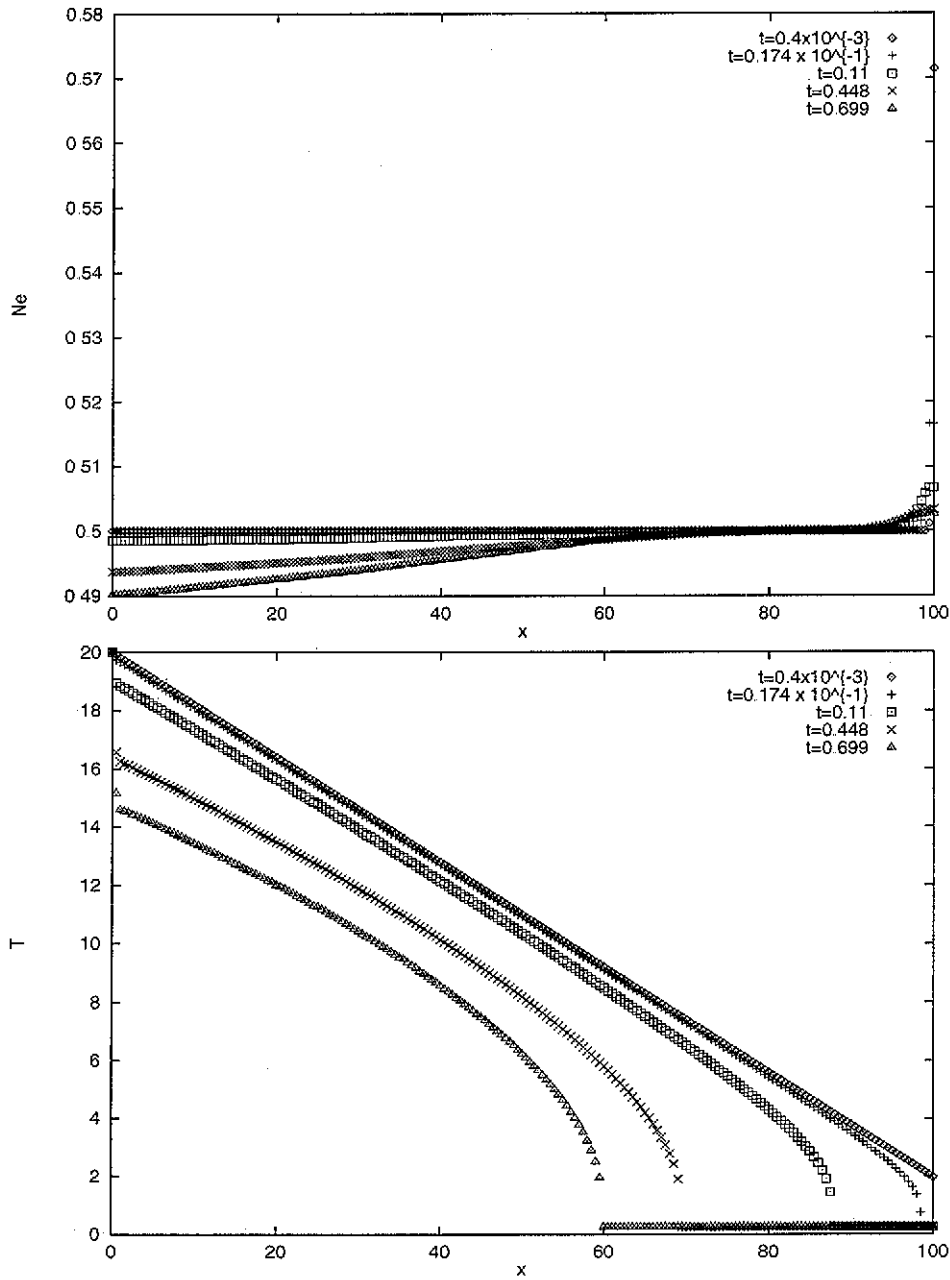
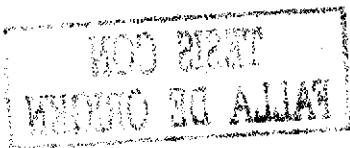


Figura 4.14: Perfiles de la densidad de Neutros y temperatura del plasma y efecto de la recombinación molecular activada (MAR) para las $c. i.$: $T_u = 20 \text{ eV}$, $P_u = 4 \times 10^{15} \text{ eV cm}^{-3}$, $N_{neu} = 2 \times 10^{14} \text{ cm}^{-3}$, $\alpha_{H_2} = 0.0, 0.1$ y $L = 100 \text{ cm}$



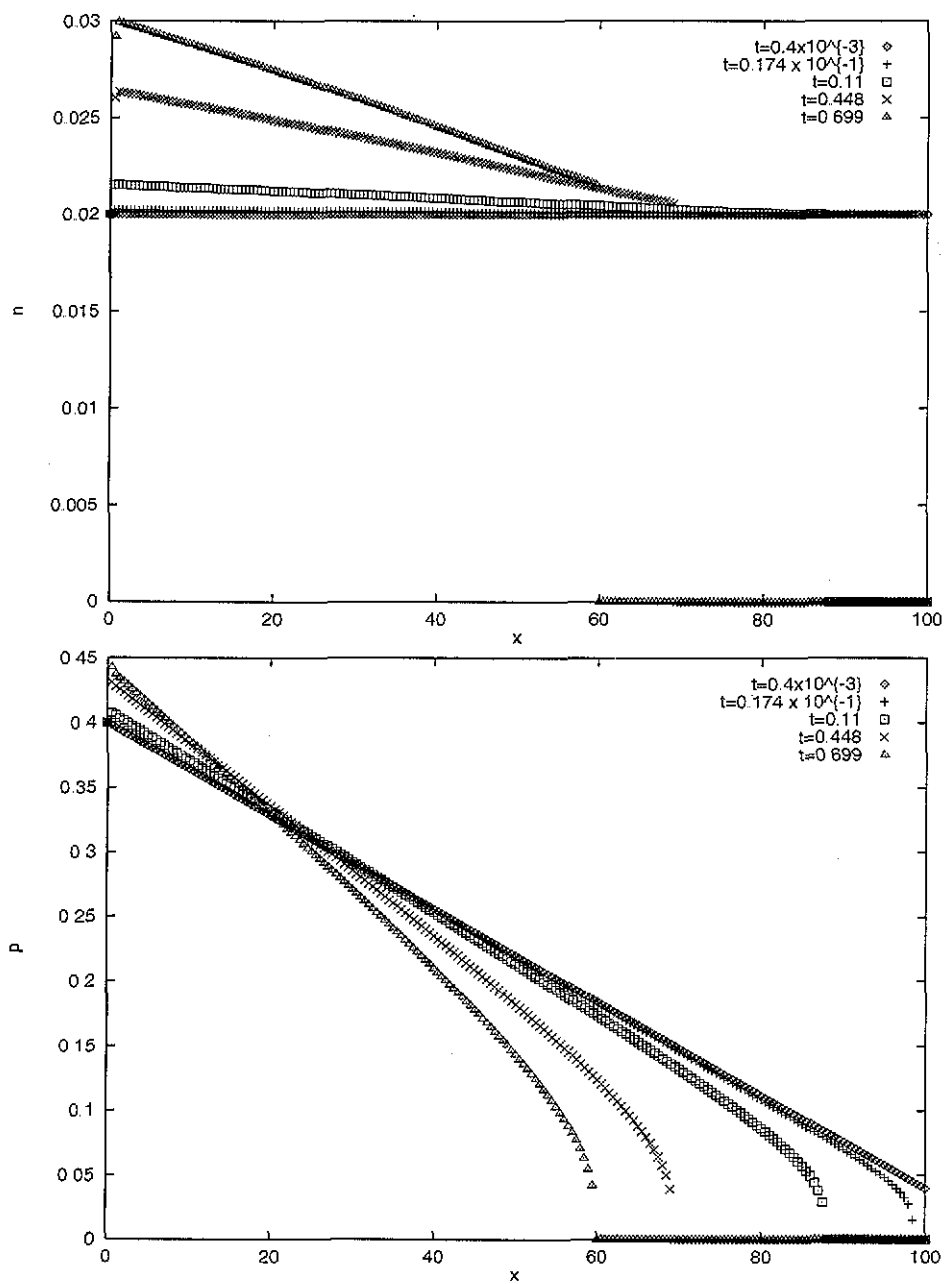
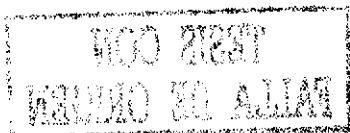


Figura 4.15: Perfiles de la densidad del plasma y presión del plasma y efecto de la recombinación molecular activada (MAR) para las *c. i.*: $T_u = 20 \text{ eV}$, $P_u = 4 \times 10^{15} \text{ eV cm}^{-3}$, $N_{neu} = 2 \times 10^{14} \text{ cm}^{-3}$, $\alpha_{H_2} = 0.0, 0.1$ y $L = 100 \text{ cm}$

Capítulo 5

Conclusiones



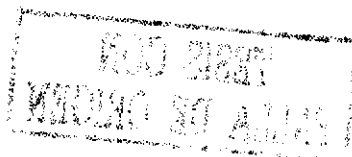
5.1 Resultados y confirmación experimental

Se ha mostrado que la *recombinación* juega un papel crucial en el establecimiento del régimen de desprendimiento en un divisor de tokamak, para los casos estudiados: El primero a bajas temperaturas y con Helio e Hidrógeno neutros interaccionando con un plasma ($T \leq 5 \text{ eV}$), y en el segundo caso un plasma sólo de Hidrógeno donde los neutros son átomos o moléculas de hidrógeno a temperaturas más elevadas que en el caso anterior ($T = 10, 20 \text{ eV}$), producen una inestabilidad en el plasma ya que el frente del desprendimiento, cuando este empieza a ocurrir se va moviendo hacia el *punto X* de la separatriz.

Los resultados fueron presentados en 24a. Conferencia sobre Física de Plasmas y Fusión Controlada en la EPS en Berchtesgarden, Alemania, en julio de 1997. Después de varios intentos para comprobar experimentalmente el efecto de la recombinación *activada molecular* (MAR) y *de tres cuerpos* (EIR), investigaciones detalladas fueron llevadas a cabo en el simulador lineal de divisor NAGDIS II (Nagoya, Japón). En estos experimentos se demostró la clara evidencia del efecto MAR, resultando en la reducción del flujo de iones en un plasma con una mezcla de Hidrógeno/Helio [32]. El estudio experimental para investigar ambos mecanismos para la recombinación: MAR y EIR visto como superposición en el espectro de emisión, fue discutida en el experimento Alcator-C Mod [33].

Una correlación muy fuerte entre la recombinación con el desprendimiento fue reportado en el proyecto JET y ASDEX Upgrade Divertor. En los experimentos realizados en JET [34], la densidad del plasma fue medida y excedía el valor de $5 \times 10^{14} \text{ cm}^{-3}$. El régimen de desprendimiento fue observado por medio de sondas de Langmuir, donde se encontró que el desprendimiento siempre va acompañado del incremento en la brillantez de las líneas espectrales relacionadas con las transiciones $n = 5 - 2$, $a 13 - 2$ (Serie de Balmer). Un espectro típico para recombinación alta y baja en el divisor de JET se muestra en la figura 5.1.

Bajo las condiciones experimentales del divisor de JET, un régimen de desprendimiento más pronunciado ha sido observado en el modo *L* de confinamiento, en la parte interior del divisor, y como se puede ver en la figura



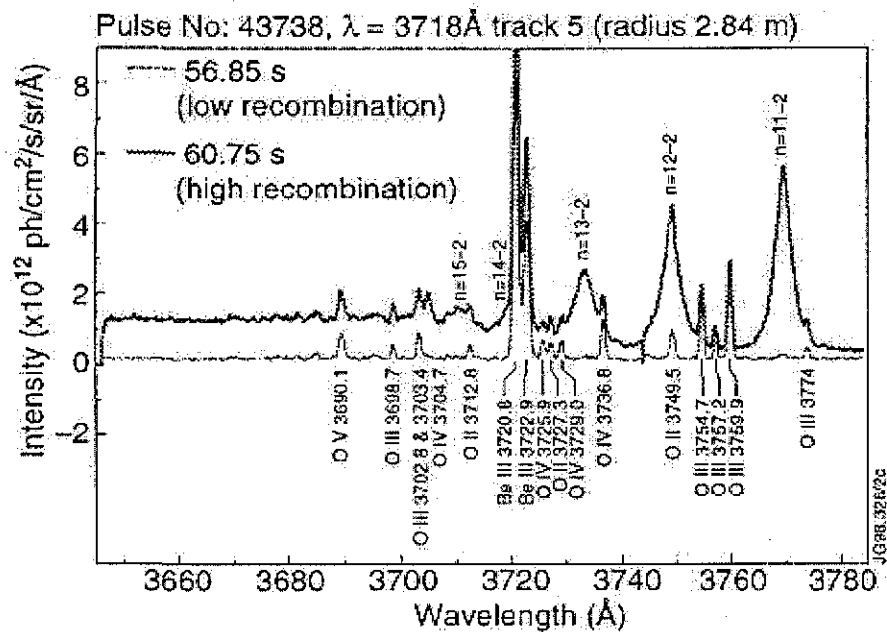


Figura 5.1:

5.2b, la señal $\frac{D_\gamma}{D_\alpha}$ de el objetivo interior es 2 veces más fuerte que la del objetivo exterior, indicando que una fuerte recombinación esta correlacionada con el desprendimiento.

Resultados importantes encontrados en el experimento del divisor de JET muestran que el desprendimiento también puede ser observado en el régimen *H* de confinamiento. Los resultados observados en este régimen de alto empuje del gas se pueden ver en la figura 5.3. Un indicador del desprendimiento es el incremento en la densidad media del plasma (ver figura 5.3,a), el cual fue observado de 18 a 22 segundos. También se puede observar que tan pronto como el desprendimiento ocurre, un considerable crecimiento de la señal $\frac{D_\gamma}{D_\alpha}$ es observado (ver figura 5.3,c) y en el régimen de re-prendimiento la señal $\frac{D_\gamma}{D_\alpha}$ decae. Las mediciones detalladas espectroscópicas que ha llevado a cabo el equipo de JET nos ha permitido ver el incremento correlacionado de la señal D_α (ver figura 5.3,f) con la caída simultánea de la corriente de iones en la placa (ver figura 5.3,g) y un fuerte decrecimiento de la temperatura

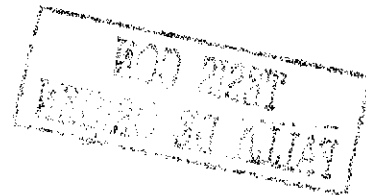
cerca de la placa, la cual se ha estimado que este cerca de $1 - 2 eV$.

Resultados experimentales que confirman la correlación del desprendimiento con la recombinación volumétrica fueron observados en el divisor **ASDEX-Upgrade** [35]. La evidencia espectroscópica para alcanzar la recombinación volumétrica como proceso dominante fue obtenida como resultado de mediciones de la serie de *Balmer*. En la figura 5.4 las líneas espectrales de $n = 11 - 2$ a $n = 8 - 2$ fueron obtenidas con un espectrometro de espejo de rastreo. Los niveles del hidrógeno son ocupados por la recombinación como se encontró del análisis de la razón de intensidad de los terminos de la serie. La recombinación llega a ser muy fuerte con el incremento en la densidad, y el incremento en la densidad es un indicador del desprendimiento. También se muestra en [35] que por medio de un análisis de la dependencia espectral del continuo de *Lyman*, la temperatura de los electrones es tan baja como $0.8 eV$, y el sumidero de volumen (recombinación volumétrica) excede el sumidero de la placa (recombinación superficial) por un factor de 2. Se observa la asimetría en el flujo de partículas (la razón entrada-salida fue de $1 : 4$) esta correlacionada con la asimetría de la recombinación volumétrica.

Actualmente hay suficientes resultados experimentales que confirman el papel tan importante de la recombinación en el establecimiento del desprendimiento en los divisores desde **C-Mod** y **DIII-D**.

En resumen se puede concluir que los efectos de la recombinación volumétrica deben ser incorporados en los códigos para simulaciones en $2D$ y esto es necesario para evaluar los parámetros óptimos para la operación efectiva de los reactores termonucleares basados en *tokamaks*.

En las referencias [34] y [35] también se observó que en algunos regimenes la densidad pico del plasma, la cual normalmente esta localizada en frente del punto de striking, empieza a moverse hacia el punto X , indicando una inestabilidad en el frente de desprendimiento. Este corrimiento esta correlacionado con la recombinación pero no esta totalmente determinado por este efecto. En la referencia [35] se concluyó que este proceso puede ser causado por la carencia de energía necesaria para ionizar el hidrógeno. Otras pérdidas adicionales por impurezas en el frente de radiación del gas que esta en la placa pueden incrementar este efecto [37, 36]



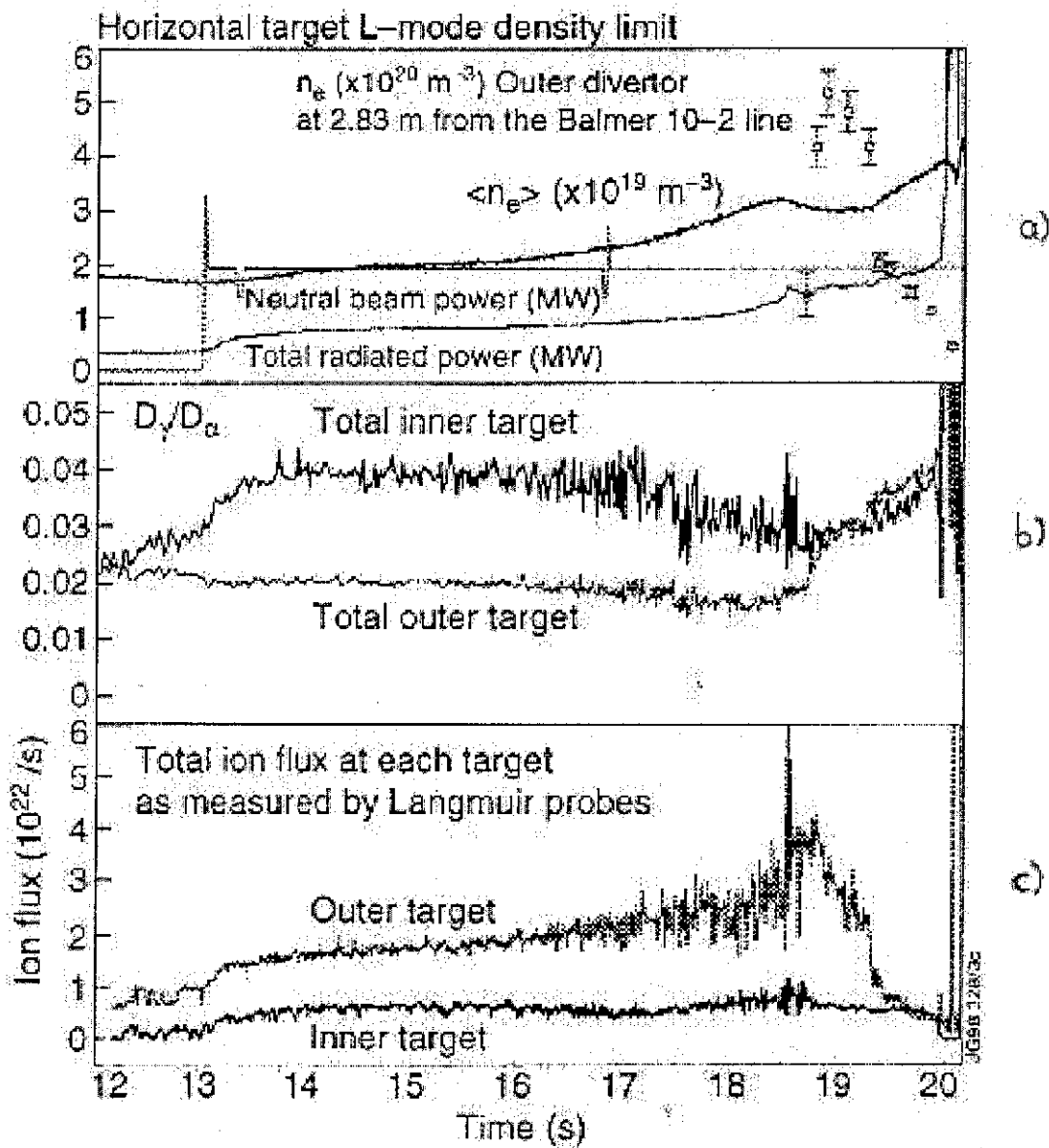


Figura 5.2:

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

44016 (H/SFE,H-mode high gas puffing pulse)

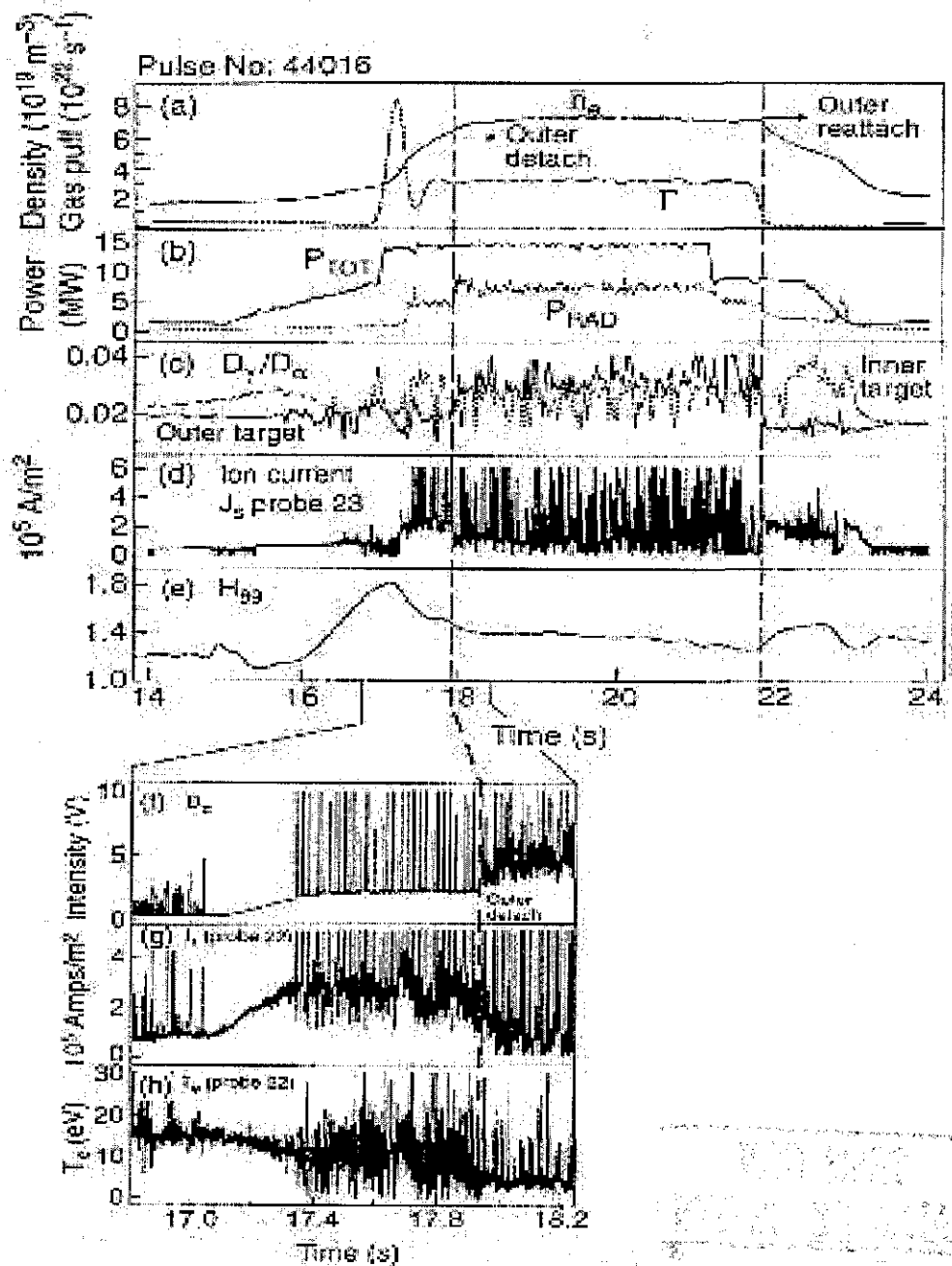


Figura 5.3:
103

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

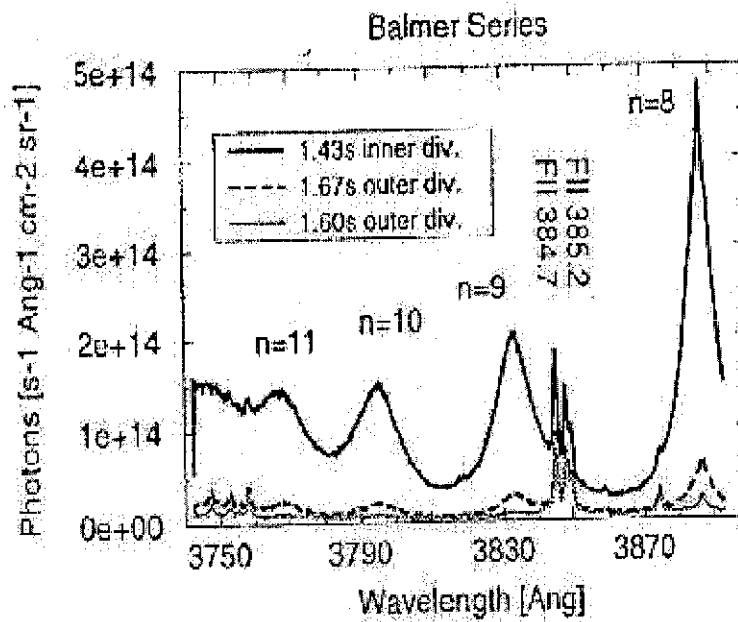


Figura 5.4:

TESIS CON
 FALLA DE ORIGEN

NOO BARR
 VERDEO SU ALLAY

Así, la segunda conclusión principal de este trabajo también presenta una confirmación experimental, en este caso es necesario hacer mediciones más detalladas, ya que basados en nuestros cálculos y estimaciones analíticas, un análisis cuantitativo puede ser realizado.

5.2 Conclusiones

En este trabajo se presentó un modelo de *caja de gas* en la aproximación de fluidos para estudiar algunos efectos sobre el plasma de la orilla que sale del centro de un reactor usando una configuración de divisor magnético. Con el nivel usado de la teoría que involucra tener caracterizados con suficiente precisión las razones de formación de los procesos atómicos más importantes para el rango de temperaturas y densidades de interés, en este caso usamos la información de un modelo colisional radiativo para este tipo de procesos, y los datos fueron generados a través del código CRAMD[14].

La información relevante que podemos extraer del trabajo es:

- Se estudió la influencia que tienen las moléculas de hidrógeno en la recombinación *ión-electrón* con la consiguiente extinción del plasma usando un modelo colisional radiativo para un plasma formado por multiespecies de hidrógeno. La razón de formación del orden de $2 \times 10^{-10} \text{ cm}^{-3}/\text{s}$ es relevante a temperaturas bajas cuando la recombinación radiativa o de tres cuerpos no explica la extinción para alcanzar el régimen de desprendimiento del plasma.
- Para el modelo usado de interacción *plasma-neutros* el proceso dominante observado tanto en la simulación como en los experimentos es el de recombinación molecular activada (*MAR*) y causa la rápida y abrupta extinción del plasma cerca de la placa divisora ($x = L = 100 \text{ cm}$), esto se observa notablemente a baja temperatura del plasma $T_d \geq T_0 \approx 0.2 \text{ eV}$.

- La recombinación volumétrica del plasma en la región de la caja es la responsable de llegar al régimen de desprendimiento *detachment* (decrecimiento del flujo del plasma en la placa y disminución abrupta de la presión).
- En este modelo unidimensional se obtuvo información sobre el régimen de desprendimiento explicado en el inciso anterior, se usaron básicamente 2 procesos reponsables de recombinación:
Recombinación ión-electrón **IER** (radiativa y de tres cuerpos) y por activación molecular **MAR**.
- Es necesario hacer más simulaciones introduciendo más física de procesos atómicos y moleculares y estudiar algunas variantes interesantes de la geometría de divisores con aplicaciones a reactores tipo **ITER**.

Apéndice I

ECUACIONES PARA EL MODELO DE "CAJA DE GAS" PARA LA CÁMARA DIVERSORA

Estimaciones en el caso estacionario : En la sección 3 2.4 se mostraron las ecuaciones de continuidad, de momento y de balance de energía para las los iones y los electrones, a continuación se escriben estas ecuaciones para nuestro caso de interes, donde los procesos de ionización y recombinación debidos a diferentes procesos atómicos son tomados en cuenta en el planteamiento de las ecuaciones.

El conjunto completo de ecuaciones es:

$$MnV \frac{dV}{dx} = -\frac{d}{dx}[n(T_e - T_i)] - MK_{cx}nNV \quad (5.1)$$

$$0 = -eEn - \frac{d}{dx}(nT_e) - \alpha_T n \frac{T_e}{dx} - mK_e N n N v \quad (5.2)$$

$$\frac{d}{dx}[nV\varepsilon_i - k_i \frac{dT_i}{dx}] = eEnV - \hat{\varepsilon}_i \hat{K}_{cx} n N - \hat{\nu}_e i n (T_i - T_e) - \varepsilon_i K_e N n^2 \quad (5.3)$$

$$\frac{d}{dx}(nv\varepsilon_e - k_e \frac{dT_e}{dx}) = -eEnV - \hat{\varepsilon}_e \hat{K}_e N + \hat{\varepsilon}_{ei} n (T_i - T_e) - \hat{\varepsilon} K_{rec} n^2 \quad (5.4)$$

$$\frac{d}{dx}(nV) = -K_{rec} n^2 \quad (5.5)$$

Donde n y N son las densidades del plasma y del gas neutro respectivamente (de acuerdo a las consideraciones anteriores $N=\text{cte}$); V es la velocidad

del plasma; T_e y T_i son las temperaturas de los electrones y de los iones respectivamente, las cuales pueden ser más grandes o iguales a la temperatura de los neutros T ; K_{Cx} , \hat{K}_{CX} y K_{eN} , \hat{K}_{eN} son las razones “constantes” de las colisiones ión-neutro y electrón-neutro respectivamente; E es el campo eléctrico; $\varepsilon_i = MV^2/2 + \frac{5T_i}{2}$; $\hat{\varepsilon}_i = MV^2 + \frac{3T_i}{2}$; $\varepsilon_e = \frac{5T_e}{2}$; k_e, k_i son los coeficientes de conducción de calor para los electrones y para los iones, $\hat{\nu}_{ei}$ es la frecuencia efectiva de colisiones electrón-ión; $K_{rec} = K_{rec}(T_e, n)$ es la razón constante de recombinación; α_T es el coeficiente de la fuerza térmica electrónica. Este sistema de ecuaciones está planteado para el caso estacionario ($\frac{d}{dt} = 0$) y tomando en cuenta que la inercia de los electrones es despreciable cuando se compara con la de los iones ($m_e = 0$).

Este sistema de ecuaciones no tiene solución analítica en el caso más general, sin embargo se pueden encontrar algunas soluciones asintóticas para los casos límites.

En [15] aparece un análisis para diferentes temperaturas, a continuación se describe brevemente este estudio bajo las siguientes consideraciones:

- La temperatura de los diferentes especies que forman el plasma tienen una temperatura por debajo del umbral de ionización.
- No se considera que hay ionización del gas neutro y se toma su densidad constante.
- Para estas temperaturas bajas la conductividad térmica es despreciable ($k_e = 0, k_i = 0$).

1. $T_e = T_i \gg T_N$

(a) Sin recombinación ($j = cte$), las ecuaciones quedan:

$$\frac{d}{dx} \left[V + \frac{C_s^2}{V} \right] = -\nu_{cx} \quad (5.6)$$

$$\frac{d\epsilon}{dx} = -\hat{\nu}_{cx} \frac{\hat{\epsilon}}{V} \quad (5.7)$$

donde $\epsilon = MV^2 + 5T$, $\nu_{cx} = K_{cx}N$, $\hat{\nu}_{cx} = K_{cx}N$, $C_s = \sqrt{\frac{2T}{M}}$,
 $\hat{\epsilon} = \hat{\epsilon}_i + \epsilon_e$.

Las soluciones a este sistema de ecuaciones son:

$$V \propto \exp\left(-\frac{x}{l_{cx}}\right)$$

donde $l_{cx} \approx \frac{1}{N\sigma_{cx}}$.

(b) Considerando recombinación ($j = nV \neq cte$), se tiene el siguiente sistema de ecuaciones:

$$j \frac{dV}{dx} + \frac{d}{dx} \left[\frac{jC_s^2}{V} \right] = -\nu_{cx}j \quad (5.8)$$

$$\frac{d}{dx}(j\epsilon) = -\nu_{cx} \frac{j\hat{\epsilon}_i}{V} \quad (5.9)$$

Las soluciones para este caso son:

$$V \propto \exp\left(-\frac{x}{l_{cx}}\right), n \propto \exp\left(-\frac{5x}{l_{cx}}\right)$$

donde l_{cx} esta definida como en el caso anterior, es decir es el camino libre medio para el proceso de intercambio de carga.

(c) $T_e \gg T_i, T_N$ y $C_s > V > (T_{i,N}/M)^{1/2}$. entonces tenemos:

$$j \frac{dV}{dx} + \frac{d}{dx} \left[\frac{jC_s^2}{V} \right] = -\nu_{cx} j \quad (5.11)$$

$$5/2 \frac{d}{dx} (jC_s^2) = -\frac{eE}{M} j - \hat{\nu}_{ei} \frac{j^2}{V^2 C_s} - \hat{\nu}_{eN} \frac{C_s^3 j}{V} \quad (5.12)$$

$$0 = -\frac{eE}{M} \frac{j}{V} - \frac{d}{dx} \left(\frac{jC_s^2}{V} \right) - \alpha_T \frac{j}{V} \frac{dC_s^2}{dx} - \hat{\nu}_{eN} j C_s \quad (5.13)$$

i. Sin recombinación ($j = cte$):

las soluciones son

$$V = AC_s, VC_s \exp(-x/x_e)$$

$$\text{donde } A = \left(\frac{l_{cx}}{7} 4l_{eN} \right)^{1/3} \ll 1; x_e = 4^{2/3} (l_{eN} 2l_{cx})^{1/3}$$

ii. Con recombinación ($j \neq const$), del sistema anterior encontramos las siguientes soluciones:

$$V = AC_s, V \exp(-x/x_{e,rec}), n \exp(-\frac{5x}{x_{e,rec}}), j \exp(-\frac{6x}{x_{e,rec}})$$

$$\text{donde } A = (7/13)^{1/3} (l_{cx}/l_{eN})^{1/3} \ll 1, x_{e,rec} = (l_{eN}^2 l_{cx})^{1/3}$$

(d) $T_e \gg T_i, T_N$; $V < C_s$ y ν_{cx} constante.

En este caso podemos ignorar el termino inercial en la primera ecuación y el primer termino en el lado derecho de la segunda ecuación, entonces:

$$\frac{d}{dx} \left(\frac{jC_s^2}{V} \right) = -\nu_{cx} j \quad (5.15)$$

$$\frac{5}{2} \frac{d}{dx} (j C_s^2) = -\hat{\nu}_{eN} \frac{C_s^3 j}{V} \quad (5.16)$$

$$\frac{dj}{dx} = -K_{rec}^0 \frac{j^3}{V^3 C_s^9} \quad (5.17)$$

Nuevamente analizamos 2 casos:

i. Sin recombinación

soluciones:

$$VA(1 - x/x_s)^3, C_s(1 - x/x_s)^2 \\ A = (\frac{l_{cx}}{5l_{eN}})^{1/3} \ll 1, x_s(l_{eN}^2 l_{cx})^{1/3}$$

ii. Con recombinación

soluciones:

$$VA(1 - x/x_s)^3, C_s(1 - x/x_s)^2, n(1 - x/x_s)^{10}; A(\frac{l_{cx}}{l_{eN}}, x_s(l_{eN}^2 l_{cx})^{1/3}$$

(e) Por ultimo cuando el plasma se termalizó, es decir cuando tenemos un plasma frio, $T_e = T_i = T_N$. tenemos el siguiente sistema:

$$\frac{d}{dx} \left(\frac{j}{V} \right) = -\hat{\nu}_{cx} j \frac{dj}{dx} = -K_{rec}^0 \frac{j^3}{V^3} \quad (5.18)$$

Las soluciones asintóticas en este caso son:

$$n/n_0 = V/V_0 = \frac{1}{(1+x/x_{col})}, \frac{j}{j_0} = \frac{1}{(1+x/x_{col})^2} \text{ donde } x_{col} = (2l_{cx}l_{rec}^0)^{1/2}$$

Apéndice II

5.3 Aproximaciones numéricas

5.3.1 Introducción

La investigación de fenómenos usando simulaciones en computadora es ahora considerada por algunos como una rama importante y de muy rápido crecimiento en las ciencias y en la ingeniería. Algunos ejemplos interesantes en las ciencias físicas donde los modelos computacionales son imprescindibles son: El estudio de la evolución de las galaxias espirales, la estabilidad de gases calientes (*plasmas*) en máquinas de fusión, y flúidos turbulentos. En otras ramas de la ciencia también hay muchos ejemplos, por el momento nos limitaremos a los antes mencionados, debido a la gran cantidad de aplicaciones que hay hoy en día.

Cuando realizamos una simulación en computadora, hacemos lo que ahora se ha optado por llamar *experimento en computadora*, para lograr esto se requiere partir de un modelo matemático apropiado al problema a resolver. Las limitaciones que presentan las computadoras se reflejan al momento de escribir nuestro algoritmo utilizando algún lenguaje de programación, necesariamente debemos pasar a algún tipo de discretización de nuestras ecuaciones. Los métodos para discretizar se pueden clasificar a grandes rasgos en tres: *aproximaciones en diferencias finitas*, *aproximaciones usando elemento finito*, y *modelos de partícula*.

La naturaleza compleja de los problemas encontrados en la física de plasmas ha sido una de las motivaciones para hacer simulaciones en computadora, y ha jugado un papel muy importante en el desarrollo de la teoría de los plasmas. Las simulaciones numéricas se han convertido en una herramienta eficiente de diseño, se han realizado predicciones en varias aplicaciones de la

física de plasmas como son en reactores de fusión y otros aparatos, los cuales estan en la fase de ingeniería.

La simulación en computadora de los plasmas se puede dividir en dos grandes áreas: la descripción cinética y en la de fluidos. La simulación usando ecuaciones de fluidos; requiere que se resuelvan numéricamente las ecuaciones magnétohidrodinámicas (MHD) del plasma, considerando coeficientes aproximados de transporte, las simulaciones usando la teoría cinética requieren de un modelo más detallado del plasma involucrando las interacciones entre partículas a través del campo electromagnético. En la figura 5.5 se muestra el esquema general para EL ESTUDIO DE LOS PLASMAS mediante simulaciones numéricas.

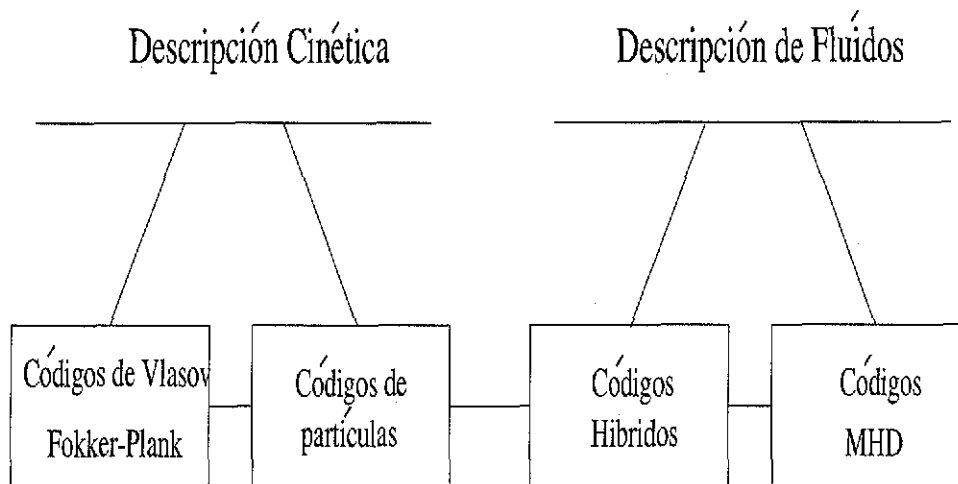


Figura 5.5: Esquemas de los modelos numéricos para resolver problemas de plasmas con enfoque de partículas, fluidos e híbridos

Todo esto se puede lograr resolviendo numéricamente las ecuaciones cinéticas del plasma (*por ejemplo: Las ecuaciones de Vlasov o Fokker-Planck*) o por simulación usando partículas, esto consiste en calcular el movimiento de una colección de partículas cargadas que interactúan entre ellas y con los campos externos aplicados.

Las simulaciones cinéticas han sido particularmente exitosas en el estudio de problemas físicos básicos en los cuales la distribución de partículas se desvía significativamente de una distribución maxwelliana local, ejemplos de lo anterior son las resonancias onda-partícula, partículas atrapadas o calentamiento estocástico entre otros. Las simulaciones MHD; por otro lado, se aplican generalmente a problemas de gran escala directamente relacionados con el comportamiento de los aparatos experimentales. Sin embargo esta separación entre simulación MHD y cinética ha tendido a desaparecer debido al uso actual de códigos " híbridos".

Los últimos diseños para reactores de fusión experimentales se han beneficiado de las nuevas tecnologías en computadoras, ya que se cuenta con máquinas más veloces y esto permite resolver problemas considerados de gran escala, antes estos problemas tomaban muchos meses para obtener resultados o bien era imposible realizar una simulación por los requerimientos de memoria, disco, etc.

En nuestro caso particular abordaremos la resolución numérica de las ecuaciones de fluidos que modelan la cámara diversora de un reactor tipo *tokamak*, este tipo de simulaciones actualmente tienen una gran relevancia para el diseño del reactor experimental más grande del mundo. Respecto a la física de diversores es importante señalar que existen varios reactores experimentales más pequeños que ya utilizan alguna configuración tipo diversor magnético, además de que existen aparatos lineales donde se pueden simular ciertas condiciones del plasma del borde, sin la existencia de todos estos aparatos experimentales la validación de los resultados de las simulaciones numéricas no sería posible.

A continuación se describen tres esquemas conocidos para resolver numéricamente nuestras ecuaciones y se dan detalles adicionales sobre cada esquema aplicado a nuestro modelo.

5.3.2 Método Runge-Kutta

Este método en general tiene varias vertientes, el más común es el conocido como *Runge-Kutta de orden 4*, sin embargo existen Runge-Kutta de diferentes órdenes, el método consiste en propagar la solución sobre un intervalo por medio de la combinación de la información de varios pasos tipo *Euler* y usando la información obtenida para que coincida con la expansión en serie de *Taylor* hasta un orden determinado.

La idea básica es la siguiente: partiendo de la ecuación diferencial a resolver:

$$\frac{dy}{dt} = f(y, t) \quad (5.19)$$

Una primera aproximación a orden 1 es describiendo la ecuación anterior en diferencias finitas:

$$\frac{1}{h}\{y_{i+1} - y_i\} = f(y_i, t_i) \quad (5.20)$$

Si hacemos el desarrollo en serie de *Taylor* de y evaluada en $t = t_{i+1}$

$$y_{i+1} = y_i + h \left. \frac{dy}{dt} \right|_{t=t_i} + \frac{h^2}{2!} \left. \frac{d^2y}{dt^2} \right|_{t=t_i} + \dots \quad (5.21)$$

Observamos que si hacemos $\left. \frac{dy}{dt} \right|_{t=t_i}$ en $t = t_i$ igual a $f(y_i, t_i)$, el error que se comete al truncar la serie es proporcional a h^2 , así que si la función y desconocida es *bien comportada* no tendremos grandes variaciones y entonces conforme $h \rightarrow 0$, el error tenderá a cero.

La idea de los métodos *R-K* es como se mencionó, es disminuir el error a órdenes mayores a h^2 , aunque también se aplica para los casos de aproximaciones tipo *Euler*, si describimos la ecuación 5.20, entonces:

$$y_{i+1} = y_i + hf(y_i, t_i) \quad (5.22)$$

Para reducir más los errores de truncamiento necesitamos introducir más información en el conjunto de condiciones iniciales, de esta manera podemos suponer que el valor de la función en el punto $(i+k)$ depende de los k puntos anteriores:

$$y_{i+k} = a_0 y_i + a_1 y_{i+1} + a_2 y_{i+2} + \cdots + a_{k-1} y_{i+k-1} + hF(y_i, t_i; y_{i+1}, t_{i+1}; \cdots; y_{i+k}, t_{i+k})$$

donde $a_0, a_1, \cdots, a_{k-1}$ son coeficientes conocidos y F es una función conocida de la variable y y de t en los puntos de la malla $i, i+1, \cdots, i+k$. Ahora si F es una función lineal de las $f(y, t)$, entonces se puede escribir como :

$$F(y_i, t_i; y_{i+1}, t_{i+1}; \cdots; y_{i+k}, t_{i+k}) = \sum_{j=0}^k \beta_j f_{i+j} \quad (5.23)$$

Volviendo a un sistema de ecuaciones tipo la ec 5.19, el sistema se puede escribir ahora de la forma:

$$\frac{dy}{dt} = \mathbf{f}(\mathbf{y}, t) \quad (5.24)$$

donde $\mathbf{y}(t) \equiv \{y_1(t), y_2(t), \cdots, y_n(t)\}$ y $\mathbf{f}(\mathbf{y}, t) \equiv \{f_1(\mathbf{y}, t), \cdots, f_n(\mathbf{y}, t)\}$

Este sistema de n ecuaciones diferenciales acopladas de primer orden (Edpo) se puede escribir en diferencias finitas

$$\mathbf{y}(t_{k+1}) = \mathbf{y}(t_k) + h\mathbf{f}(\mathbf{y}(t_k), t_k) \quad (5.25)$$

Nuevamente se tiene una aproximación donde los errores debido al truncamiento son del orden de h^2 , donde h es el tamaño de paso en el tiempo. Este tipo de aproximación se conoce como método explícito de un paso.

A continuación se da un breve ejemplo de aproximación tipo **R-K** de orden más alto.

Supongamos que tenemos los valores de $\frac{dy}{dt}$ en dos tiempos, a saber t_k y $t_k + \alpha h$, donde α es un parámetro ajustable a determinar. Entonces definiendo

$$\mathbf{p} = \mathbf{f}(\mathbf{y}(t_k), t_k)$$

$$\mathbf{q} = \mathbf{f}(\mathbf{y}(t_k) + \alpha h\mathbf{p}, t_k + \alpha h)$$

si hacemos $\alpha = 1/2$ recuperamos el caso anterior o sea el método de *Euler*

$$\mathbf{q} = \mathbf{f}(\mathbf{y}(t_k) + 1/2h\mathbf{p}, t_k + 1/2h)$$

La aproximación en diferencias centrales de $\frac{dy}{dt}$ es

$$\left. \frac{dy}{dt} \right|_{t=t_k+1/2h} = \frac{1}{h} \{ \mathbf{y}(t_{k+1}) - \mathbf{y}(t_k) \} = \mathbf{f}(\mathbf{y}(t_k + 1/2h), t_k + 1/2h) \quad (5.26)$$

El valor de $\mathbf{y}(t_k + 1/2h)$ puede ser aproximado usando la información en $t = t_k$ en el desarrollo en serie de *Taylor*

$$\mathbf{y}(t_k + 1/2h) = \mathbf{y}(t_k) + \frac{h}{2} \frac{d\mathbf{y}}{dt} \Big|_{t=t_k} + \dots \approx \mathbf{y}(t_k) + \frac{1}{2}h\mathbf{p} \quad (5.27)$$

Sustituyendo esta aproximación en la expresión 5.26 se llega a

$$\frac{1}{h} \{\mathbf{y}(t_{k+1}) - \mathbf{y}(t_k)\} \approx \mathbf{f}(\mathbf{y}(t_k) + \frac{1}{2}h\mathbf{p}, t_k + \frac{1}{2}h) = \mathbf{q} \quad (5.28)$$

El error de truncamiento en este caso es:

$$\epsilon = \frac{1}{h} \{\mathbf{y}(t_{k+1}) - \mathbf{y}(t_k)\} - \mathbf{q}(\mathbf{y}(t_k) + \frac{1}{2}h\mathbf{p}, t_k + \frac{1}{2}h) \quad (5.29)$$

De nuevo seguimos usando una aproximación del orden de h^2 , esta es la forma de obtener los siguientes pasos en el tiempo, cabe hacer notar que se propuso el valor del parámetro al inicio del método, sin embargo este se puede obtener minimizando el error de truncamiento y también es posible para el caso de aproximaciones donde el error de truncamiento es mayor que h^2 usar más parámetros a determinar.

Una posible minimización del error de truncamiento se puede hacer proponiendo que la ecuación en diferencias se pueda expresar de la siguiente forma:

$$\frac{1}{h} \{\mathbf{y}(t_{k+1}) - \mathbf{y}(t_k)\} = \beta_1\mathbf{p} + \beta_2\mathbf{q} \quad (5.30)$$

Ahora se deben determinar 3 parámetros: α , β_1 y β_2 para esto se procede a encontrar el mínimo de ϵ .

El **R-K** más usado es el de cuarto orden, la idea para llegar a las expresiones son las mismas que en la explicación anterior y lo que se logra al minimizar es tener expresiones donde el error es de orden $O(h^4)$, las expresiones **R-K** de cuarto orden son:

$$\mathbf{y}(t_{k+1}) = \mathbf{y}(t_k) + \frac{1}{6}h(\mathbf{p} + 2\mathbf{q} + 2\mathbf{r} + \mathbf{s}) \quad (5.31)$$

con

$$\mathbf{p} = \mathbf{f}(\mathbf{y}(t_k), t_k) \quad (5.32)$$

$$\mathbf{q} = \mathbf{f}(\mathbf{y}(t_k) + \frac{1}{2}h\mathbf{p}, t_k + \frac{1}{2}h) \quad (5.33)$$

$$\mathbf{r} = \mathbf{f}(\mathbf{y}(t_k) + \frac{1}{2}h\mathbf{q}, t_k + \frac{1}{2}h) \quad (5.34)$$

$$\mathbf{s} = \mathbf{f}(\mathbf{y}(t_k) + h\mathbf{r}, t_k + h) \quad (5.35)$$

5.3.3 Método de disparo (*shooting*)

El método de disparo se puede considerar como uno de los métodos secundarios para obtener soluciones numéricas de una o más ecuaciones diferenciales, en terminos generales este método parte de tener las ecuaciones diferenciales discretizadas; generalmente usando diferencias finitas, y teniendo las condiciones a la frontera. En este punto se puede dividir este método en 2:

I En este caso se supone conocida una condición inicial y se usa parte de las condiciones conocidas, por ejemplo si ϕ_0 esta dada por las condiciones de frontera, se hace una estimación razonable de ϕ_1 , y de esta manera se van obteniendo ϕ_2 , ϕ_3 y así sucesivamente hasta obtener el valor de la función en el otro extremo de intervalo ϕ_N , si la solución obtenida de esta manera no satisface la otra condición de frontera, entonces se cambia el valor de ϕ_1 ; este proceso se repite hasta que la solución converja al valor dado en el otro extremo del intervalo. Esta variante también es conocida como *método de disparo unidireccional*.

Una variante interesante de este método es aplicar a cada extremo del intervalo una de las condiciones de frontera y escoger un punto que este a la mitad a donde se comparen los valores, si estos no coinciden se cambia la estimación de la otra condición en cada extremo, esto se hace hasta que convergan al mismo valor en el punto especificado. Esta variante se conoce como *método de disparo bidireccional*.

A veces es más conveniente usar esta variante por que permite llegar a la convergencia más rápido que en el otro caso y se usa cuando se consume mucho tiempo haciendolo de la otra manera.

II En este caso se aplican las condiciones de frontera a las ecuaciones discretizadas y en general se tiene un sistema de ecuaciones algebraico que se tiene que resolver para $N - 1$ variables, hasta este punto se llega a sistemas ampliamente conocidos en álgebra lineal: *sistemas tridiagonales*, para resolver estos sistemas se han desarrollado muchos métodos numéricos que se encuentran en la mayoría de los libros de *Métodos Numéricos*.

5.3.4 Método de Carrera (*run*)

El método de carrera es un representante de la extensa clase de los métodos basados en la idea de establecimiento. La solución de un problema estable $\mathcal{L}\vec{\phi} = \vec{f}$ con condiciones a la frontera se encuentra buscando un límite cuando $t \rightarrow \infty$ para un problema inestable

$$\frac{\partial \vec{\phi}}{\partial t} = \mathcal{L}\vec{\phi} - \vec{f} \quad (5.36)$$

con las mismas condiciones de frontera.

Para explicar como funciona, consideremos la tarea de encontrar la solución al siguiente conjunto de ecuaciones algebraicas lineales:

$$A_i y_{i-1} - C_i y_i + B_i y_{i+1} = -F_i, i = 1, 2, \dots, N-1 \quad (5.37)$$

con las condiciones iniciales de contorno

$$y_0 = \kappa_1 y_1 + \mu_1, y_N = \kappa_2 y_{N-1} + \mu_2 \quad (5.38)$$

Tal que $A_i \neq 0$, $B_i \neq 0$ y para toda $i = 1, 2, \dots, N-1$. Es necesario encontrar un método simple para resolver este sistema. La idea principal es tratar de reducir la ecuación de diferencias de orden dos a tres ecuaciones de diferencias de orden uno, en general no lineales. Supongamos que se tiene la relación recurrente:

$$y_i = \alpha_{i+1} y_{i+1} + \beta_{i+1} \quad (5.39)$$

con los coeficientes indeterminados α_i y β_i . Sustituyendo la expresión $y_{i-1} = \alpha_i y_i + \beta_i$ en 5.37, obtenemos:

$$(A_i \alpha_i - C_i) y_i + A_i \beta_i + B_i y_{i+1} = -F_i. \quad (5.40)$$

usando 5.39 obtenemos:

$$[(A_i \alpha_i - C_i) \alpha_{i+1} + B_i] y_{i+1} + A_i \beta_i + (A_i \alpha_i - C_i) \beta_{i+1} = -F_i. \quad (5.41)$$

Esta ecuación se cumple para cualquier y_i si

$$(A_i \alpha_i - C_i) \alpha_{i+1} + B_i = 0 \text{ y } A_i \beta_i + (A_i \alpha_i - C_i) \beta_{i+1} + F_i = 0. \quad (5.42)$$

De aquí obtenemos la fórmula recurrente para α_{i+1} :

$$\alpha_{i+1} = \frac{B_i}{C_i - A_i \alpha_i}, i = 1, 2, \dots, N - 1 \quad (5.43)$$

Suponemos que el denominador en la relación anterior no es cero, y para β_i :

$$\beta_{i+1} = \frac{A_i \beta_i + F_i}{C_i - A_i \alpha_i}, i = 1, 2, \dots, N - 1 \quad (5.44)$$

Las relaciones obtenidas están basadas en 5.37. Si los coeficientes α_i y β_i son conocidos, así como el valor de y_N , entonces moviéndose de derecha a

izquierda (de $i + 1$ a i), podemos obtener todas las y_i . Las ecuaciones para α_i y β_i son no lineales. Los valores de esas funciones en dos puntos vecinos estan relacionados.

Para encontrar las α_i y β_i el problema esta en resolver de izquierda a derecha, mientras que para las y_i en la dirección opuesta. Para cada una de las funciones α_i , β_i y y_i tenemos que resolver un problema de *Cauchy*. Para obtener las condiciones iniciales para estas funciones usamos las condiciones de frontera.

Puesto que la fórmula 5.36 se cumple para $i = 0, 1, \dots, N - 1$, tenemos para $i = 0$

$$y_0 = \alpha_1 y_1 + \beta_1,$$

por otra parte;

$$y_0 = \kappa_1 y_1 + \mu_1$$

de esta forma

$$\alpha_1 = \kappa_1, \beta_1 = \mu_1$$

Entonces para las funciones α_i y β_i obtenemos los problemas de *Cauchy*: para α de 5.43 5.45 y para β de 5.44 5.46 (conocidas como fórmulas de carrera a la derecha).

Después de que obtenemos los valores para todas las funciones α_i y β_i para $i = 1, 2, \dots, N$, es necesario encontrar el valor de y_N . Esto lo obtenemos resolviendo el sistema de ecuaciones:

$$y_N = \kappa_2 y_{N-1} + \mu_2, y_{N-1} = \alpha_N y_N + \beta_N$$

de donde, si $1 - \alpha_N \kappa_2 \neq 0$ tenemos

$$y_N = \frac{\mu_2 + \kappa_2 \beta_N}{(1 - \alpha_N \kappa_2)} \quad (5.45)$$

De esta manera obtenemos el problema de Cauchy para calcular y_i de 5.39 5.45 (Las fórmulas de carrera inversas).

El método presentado se llama método de carrera (o de carrera a la derecha).

A continuación reunimos todas las fórmulas del método de carrera a la derecha y las escribimos en el orden de ejecución:

$$\vec{\alpha}_{i+1} = \frac{B_i}{C_i - A_i \alpha_i}, \quad i = 1, 2, \dots, N-1 \quad (5.46)$$

$$\vec{\beta}_{i+1} = \frac{A_i \beta_i + F_i}{C_i - A_i \alpha_i}, \quad i = 1, 2, \dots, N-1 \quad (5.47)$$

$$y_N = \frac{\mu_2 + \kappa_2 \beta_N}{(1 - \alpha_N \kappa_2)}, \quad (5.48)$$

$$y_i = \alpha_{i+1} y_{i+1} + \beta_{i+1} \quad i = 1, 2, \dots, N-1 \quad (5.49)$$

Bibliografía

- [1] S. I. Braginskii, *Transport Processes in a Plasma* en el libro *Reviews of Plasma Physics*, Volumén 1, editado por M. A. Leontovich, pags 205-309, Consultants Bureau, New York, 1965.

- [2] A. V. Eletsy y B. M. Smirnov *Elementary Nonradiative Processes* en el libro *Basic Plasma Physics I*, editado por M. N. Rosenbluth, R. Z. Sagdeev, A. A. Galeev y R. N. Sudan, pags. 49-71, North Holland Publishing, 1983.

- [3] R. W. Hockney y J. W. Eastwood, *Computer Simulations Using Particles*, Adam Hilguer, Bristol and New York, 1989.

- [4] C. K. Birdsall y A. B. Langdon, *Plasma Physics via Computer Simulation*, McGraw-Hill, 1985.

- [5] JET Joint Undertaking Torus, Progress Report, 1995.

- [6] D. R. Nicholson, *Introduction to plasma theory*, John Wiley, 1983.

- [7] D. Bohm, *The characteristic of Electrical Discharges in Magnetic Fields*, ed. by A. Guthrie and R. K. Wakerling, N.Y., 1949.

- [8] L. A. Artsimovich, Controlled nuclear reactions. Moscu, Fizmatgiz, 1961.
- [9] L. A. Artsimovich, Tokamak Devices. Nucl. Fusion, 1972, vol. 12, N2, p. 215.
- [10] T. K. Soboleva, E. Cruz, S. I. Krasheninnikov y Yu. Pigarov, Europhysics Conference Abstracts, 24th European Physical Society Conference on Controlled Fusion and Plasma Physics, Volumén 21A parte III, 1997.
- [11] S. I. Krasheninnikov, A. Yu. Pigarov, T. K. Soboleva y D. J. Sigmar, Plasma-Neutral Gas interaction in Tokamak Divertor: Effects of Hydrogen Molecules and Plasma Recombination.
- [12] P. J. Catto, S. I. Krasheninnikov, D. J. Sigmar, R. D. Hazeltine, P. Helander, D. A. Knoll, A. Yu. Pigarov, O. V. Batischev, X. Q. Xu, J. A. Byers, R. H. Cohen, T. D. Rognlien, T. K. Soboleva y A. A. Batischeva, Abstracts of the Sixteenth IAEA Fusion Energy Conference, Montréal Canada, 1996.
- [13] S. I. Krasheninnikov, A. Yu. Pigarov, T. K. Soboleva y D. J. Sigmar, J. of Nucl. Mat., 241-243(1997)293.
- [14] S. I. Krasheninnikov, A. Yu. Pigarov, D. J. Sigmar, Phys. Letts. A214 (1996) 285.
D. E. Post J. of Nucl. Mat., 220-222(1995)143
- [15] T. K. Soboleva, J. J. E. Herrera, J. J. Martinell, S. I. Krasheninnikov y D. J. Sigmar, APS 1994 (On Plasma and Neutral Gas Flows in Tokamak Divertor).

- [16] T. J. Dolan, D. P. Jackson, B. A. Kouvshinnikov y D. L. Banner, en Global Co-operation in nuclear fusion: Record of steady Progress, IAEA Bulletin 4, 1995.
- [17] P. J. Catto, J. L. Terry y B. Lipschultz, Phys. Plasmas 4(1997)2555.
- [18] Galeev A. A., Sagdeev R. Z., Voprosy teorii plasmy, v. 7, 1973, p. 203 Atomizdat, Moscow.
- [19] Archimovich *et al.* IAEA-3, 1969, v1, p. 157.
- [20] Tamm I. E. *et al.* Fisika plasmy y problema UTS, v.1, Moscow, Ed. USSR Academy of Sciences. 1958, p. 3-41.
- [21] Eubank H. *et al.* IAEA-7, 1979, v. 1, p. 107.
- [22] Vlasenkov V. S. *et al.* IAEA-7, 1979, v. 1, p. 211.
- [23] Keilhacker M., Lackner K., J. Nucl.Mater. **111&112** (1982) 370
- [24] Shimada M., *et. al.* J.Nucl. Mater.,**111&112** (1982) 362
- [25] Dylla H.F., *et.al.* J.Nucl. Mater., bf 121 (1984) 144
- [26] Fonck R.J., *et.al.* J.Nucl.Mater., **128&129** (1984) 330

- [27] Lackner K., Keilhacker M., J.Nucl. Mater., **128&129** (1984)
368
- [28] Stangeby P.C., Nuclear Fusion **33** (1993) 1695
- [29] Ghendrich P., et.al. J.Nucl. Mater. **220-222** (1995) 307
- [30] International Thermonuclear
Experimental Reactor, Preprints, IAEA, 16th IAEA Conf.
on PP and CNF, Montreal, Canada, October 1996.
- [31] F. Wagner, Topics in Toroidal Confinement, Plasma Phys.
Control. Fusion **39** (1997), A23 - A50.
- [32] N. Ohno *et al.*, to be published in Phys. Rev. Letters
- [33] J. L. Terry *et al.*, Phys. Plasma, 5, 1759 (1998)
- [34] A. G. Meigs *et al.*, 25th EPS Conf. on CF and PP, praha,
July, 1998.
- [35] U. Wenzel *et al.*, 25th EPS Conf. on CF and PP, praha, July,
1 998.
- [36] K. Borras *et al.*, J. Nulc. Mater, 241-243 (1997), 250.
- [37] H. Kastelewicz *et al.*, 25th EPS Conf. on CF and PP, praha,
July, 1998.