



**UNIVERSIDAD NACIONAL
AUTONOMA DE MEXICO**

**FACULTAD DE ESTUDIOS SUPERIORES
CUAUTITLAN**

**“MODELOS MATEMATICOS RECOMENDADOS PARA LA
SIMULACION DE CIRCUITOS FRIGORIFICOS”**

A R T I C U L O

**QUE PARA OBTENER EL TITULO DE:
INGENIERA EN ALIMENTOS
PRESENTA:**

MA. DE JESUS ERIKA VALENCIA LUA

ASESORA DRA. SILVIA ESTRADA FLORES

CUAUTITLAN IZCALLI, EDO. DE MEX.

200Q

**TESIS CON
FALLA DE ORIGEN**



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.



FACULTAD DE ESTUDIOS SUPERIORES CUAUTITLAN
 UNIDAD DE LA ADMINISTRACION ESCOLAR
 DEPARTAMENTO DE EXAMENES PROFESIONALES

ASUNTO: VOTOS APROBATORIOS



DR. JUAN ANTONIO MONTARAZ CRESPO
 DIRECTOR DE LA FES CUAUTITLAN
 PRESENTE

ATN: Q. Ma. del Carmon García Mijares
 Jefe del Departamento de Exámenes
 Profesionales de la FES Cuautitlán

Con base en el art. 28 del Reglamento General de Exámenes, nos permitimos comunicar a usted que revisamos:

El Artículo: "Modelos Matemáticos Recomendados para la Simulación de Circuitos Frijoríficos".

que presenta la pasante: Ma. de Jesús Erika Valencia Luna
 con número de cuenta: 9117716-8 para obtener el título de:
Ingeniera en Alimentos

Considerando que dicho trabajo reúne los requisitos necesarios para ser discutido en el EXAMEN PROFESIONAL correspondiente, otorgamos nuestro VOTO APROBATORIO.

ATENTAMENTE

"POR MI RAZA HABLARA EL ESPIRITU"

Cuautitlán Izcalli, Méx. a 1 de Diciembre de 2000

PRESIDENTE I.A. Alfredo Alvarez Cárdenas

VOCAL M. en C. Ricardo P. Hernández García

SECRETARIO Dra. Silvia Estrada Flores

PRIMER SUPLENTE M. en C. Gilberto A. Amaya Ventura

SEGUNDO SUPLENTE I.A. Francisco J. López Martínez

A MI MADRE

Por ser mi luz y mi escalera.

AGRADECIMIENTOS

A Dios

Gracias por permitirme culminar una etapa más en mi vida, por darme la paciencia y hacer que toda espera valga la pena.

A mis abuelos

Abraham (ŕ), por lo poco que pude compartir y lo mucho que aprendí contigo abuelo, gracias. Magdalena porque aunque no nos conocemos, he aprendido a quererte a través de mi madre. Ma. de Jesus y Vidal por ser un ejemplo vivo de amor y de entrega.

A mis Padres

Antonia y Salvador, que con su amor, ejemplo y apoyo han sido la inspiración de mis logros, los amo.

A mis hermanas y hermanos

Gloria, Zeny, Mario, por enseñarme a fijar mis metas y aferrarme a mis sueños. A Lourdes, Rosa, Vidal, Salvador, Fernando, Alma, Dodanim, Javier, Maribel, porque este sueño compartido fuera posible, gracias.

A mis Sobrinos

Daniela, Mariana, Mario, Jessica, Ibrahim y el pequeño Ignacio porque cuando estoy con ustedes, existe lo mejor de mí. Gracias.

A la Dra. Silvia Estrada

Por la oportunidad de desarrollar este trabajo, bajo su acertada dirección.
Gracias por su paciencia y apoyo para concluir.

A mis Profesores integrantes del jurado

Por brindarme su tiempo con sus enseñanzas y en la revisión del presente
trabajo. Gracias.

A mis amigos

Eva, Elvira, Martha, del CCIL, por seguir compartiendo sus experiencias
conmigo, y ayudarme a crecer, gracias. A Isabel, Guadalupe, Lucia, Kitzia,
Raquel, Malinali, Noemi, Evelia, Claudia, Alberto (☺), Carlos, Gerardo L.,
Pelagio, Ismael, Omar, Gerardo G., Juan, Javier, Juan Carlos, Manuela,
Aguiles, Alicia, Rodrigo, A todos mis compañeros de la 18ava generación
de Ingeniería en Alimentos y demás generaciones, por todo lo compartido y
por haber hecho de la Carrera, Algo inolvidable, gracias.

A Alberto Mena (☺)

Por el gran amigo que siempre fuiste, por enseñarme a fortalecer, y porque
sé que en donde quiera que estés, compartes este momento conmigo,
gracias.

INDICE

Resumen	1
Introducción	1
Modelos Matemáticos desarrollados por diferentes Autores	3
Modelo Conceptual del Circuito Frigorífico	5
Filosofía de Modelación	6
Modelo Matemático del Compresor	8
Modelo Matemático del Condensador	9
Válvula de Expansión	9
Modelo Matemático del Evaporador	10
Ecuaciones de Estado del Refrigerante	11
Conclusiones	12
Bibliografía	13
Nomenclatura	13
Esquema del circuito frigorífico	15
Anexo	16

**MODELOS MATEMATICOS RECOMENDADOS PARA LA SIMULACION DE CIRCUITOS
FRIGORIFICOS**

P.I.A. Ma. de Jesus Erika Valencia Lua, Dra. Silvia Estrada Flores
Centro de Investigaciones Teóricas, Campo 1 Ed. A1 Pta. Baja
Cuautitlán Izcalli, Edo. de México C.P. 54740
E-Mail: strada@servidor.unam.mx
Facultad de Estudios Superiores Cuautitlán
U.N.A.M.

Resumen

La simulación de procesos y sistemas frigoríficos se ha vuelto herramienta indispensable en el diseño y control de los mismos. Este artículo presenta los modelos matemáticos más empleados en el desarrollo de software predictivo usado para la evaluación de estrategias energéticas, el desempeño de la planta en condiciones normales y máximas y el diseño de instalaciones. Estos modelos están formados por ecuaciones diferenciales ordinarias, que parten de la 1ª Ley de la Termodinámica.

Introducción

El Dr. Ron James es considerado el "padre" de la simulación de sistemas refrigerados. En 1975 desarrolló un modelo matemático para el seguimiento de temperaturas y presiones de un sistema IQF (congelador individual), a fin de usarlo para el control del equipo. Este ejemplo ha sido publicado anteriormente (Estrada-Flores, 1999). Desde entonces, se han creado modelos matemáticos de sistemas frigoríficos, así como del circuito refrigerante con diversas finalidades y con diferentes grados de complejidad matemática. Ya sea que se empleen para el seguimiento de presión y temperatura en el circuito de refrigerante, para realizar la evaluación termodinámica de equipos, o para el control de la humedad relativa, los modelos matemáticos y la simulación han sido ampliamente empleados en los últimos 25 años. Son muchas las situaciones que pueden ser modeladas en este tipo de plantas, y a medida que el conocimiento y la tecnología avanzan, surgen más incógnitas y con ellas la necesidad de crear modelos más ambiciosos.

Las ventajas de contar con la modelación matemática se enumeran a continuación:

1. Mayor conocimiento previo de como debe funcionar un sistema o proceso
2. Disminución de costos de experimentación para hallar las condiciones óptimas de trabajo.
3. Convierte resultados intangibles (como energía) en resultados tangibles (como temperaturas, costos y otros)
4. Ayuda a evaluar la eficiencia de un sistema.
5. Indica posibles desviaciones respecto al funcionamiento óptimo del sistema o proceso y permite extrapolar condiciones.
6. Puede señalar alternativas de ahorro energético y establecer estrategias de control.

El proceso de modelación matemática cuenta con diferentes etapas descritas por Estrada-Flores (1999), donde la más importante es la etapa de planteamiento del problema, la cual consta primeramente de la construcción de un *modelo físico*, en donde se realiza la evaluación inicial del problema, seguido por un *modelo conceptual* en donde se evalúan los aspectos de mayor interés, para que al pasarlo al modelo matemático sea más sencillo, y finalmente se obtiene el *modelo matemático*, que es la conceptualización en lenguaje abstracto (un conjunto de ecuaciones) que representa el fenómeno o proceso.

Los modelos matemáticos, básicamente son de tres tipos:

- Empíricos.- No utilizan bases o primeros principios, sino que solo dependen de los resultados de experimentaciones.
- Analógicos.- Utilizan aspectos de un proceso bien conocido, para ser empleados en un proceso del cual se tiene menos conocimiento.
- Fenomenológicos.- Hacen una aproximación a partir de las leyes de conservación de masa, energía y momentum, estableciendo las consideraciones para diferentes procesos.

La complejidad de un modelo matemático depende del conocimiento del sistema o proceso a modelar, de la consideración de los aspectos de mayor interés y la conceptualización del problema según los objetivos planteados.

Lo recomendable es obtener el modelo matemático más sencillo posible que no comprometa la exactitud de los resultados, donde las variables interactuantes sean de fácil manipulación y se aprecie claramente el efecto de las mismas en el fenómeno a modelar. Los grados de complejidad matemática de un modelos pueden ir desde el uso de simples ecuaciones algebraicas (EAs), pasando por ecuaciones diferenciales ordinarias (EDOs) y el grado máximo de complejidad hasta ahora empleado ha sido el uso de ecuaciones diferenciales parciales (EDP's). No tiene sentido el ser rigurosos en la deducción de una ecuación a partir de algún modelo matemático postulado de la realidad física, cuando no sabemos si el modelo proporciona una descripción razonable y precisa de tal realidad. La ecuación más rigurosamente deducida carece de utilidad, si conduce a resultados que no concuerdan con los hechos físicos que intenta describir. Por ello, es necesario partir de las suposiciones que conduzcan al modelo más sencillo posible.

El objetivo del presente artículo es presentar los modelos basados en EDOs, que han conjugado sencillez y exactitud para la simulación del circuito frigorífico, consistente en el evaporador, condensador, compresor, recipientes a presión y válvulas de expansión. Se presentan las suposiciones realizadas y los autores de dichos modelos.

Modelos matemáticos desarrollados por diversos autores

De manera cronológica se presenta en la Tabla 1 los modelos más representativos desarrollados en los 25 años de historia de la simulación de procesos frigoríficos. Cabe destacar que varios autores decidieron emplear una mezcla de ecuaciones algebraicas, diferenciales y parciales, a fin de obtener un modelo lo suficientemente balanceado en cuanto a exactitud y complejidad. Sin embargo, hasta la fecha no se ha evaluado el valor de modelos complejos ni se han realizado comparaciones de la exactitud de diversos modelos para una misma aplicación. Este tema fue abordado sólo para el caso de recipientes a presión y paredes aisladas (Estrada-Flores, 1996). En ambos casos, se observó que los modelos más complicados arrojan resultados similares a los modelos sencillos y raramente se justifica el agregar más complejidad que el uso de ecuaciones diferenciales ordinarias.

Tabla 1. Cronología de modelos matemáticos desarrollados para componentes de plantas frigoríficas

<i>Año y Autor</i>	<i>Elementos Modelados</i>	<i>Tipo de ecs. Empleadas</i>
(1975) Marshall y James	Congelador de Túnel con banda y circuito de armonía de 2 etapas.	EDOs
(1979) Hargraves y James	Tanque de enfriamiento de agua con planta frigorífica de una etapa	EDOs
(1982) Cleland	Todos los elementos de una aplicación frigorífica multietapas. Se implementaron en el software RADS, ahora fuera de circulación	Mezcla de EAs, EDOs y EDPs
(1983) Yasuda <i>et al</i>	Unidad enfriadora comercial de una etapa	Mezcla de EDOs y EDPs
(1988) Wong y James	Planta de una etapa con intercambiador de calor	Mezcla de EDOs y EAs.
(1990) Deng	Planta de una etapa	Mezcla de EAs y EDOs
(1992) Lovatt	Planta frigorífica industrial multietapas. Modelos implementados en el software REFSIM. Posteriormente integrados en el software RLA®, comercializado por MIRINZ (Nueva Zelanda)	Mezcla de EAs y EDOs

Los modelos matemáticos creados a base de ecuaciones algebraicas asumen que el sistema a modelar se encuentra en estado estable.

Los modelos basados en ecuaciones diferenciales asumen estado transiente o inestable, que es la forma en la que los procesos funcionan en la realidad. Las ecuaciones diferenciales se dividen en dos grandes ramas: Las EDOs y las EDPs. Ambas son resueltas rápidamente mediante métodos numéricos, aunque los esquemas de resolución son diferentes para cada una. En general, los métodos más sencillos aplican a las EDOs y es la razón por la cual son preferidas sobre las EDPs. Es por ello que los modelos matemáticos recomendados para evaporadores, compresores, recipientes, condensadores y válvulas de expansión se basan en EDOs.

Modelo conceptual del circuito frigorífico

El circuito o planta frigorífica tiene cuatro componentes principales: Evaporador, condensador, compresor y válvula de expansión. El uso de estos cuatro elementos en un circuito permite la evaporación de un fluido refrigerante, que enfría a su vez el equipo o almacén. El circuito frigorífico se observa en la Figura 1.

El compresor tiene un flujo de refrigerante de entrada en forma de vapor saturado o sobrecalentado, a baja presión y baja temperatura. Ejecuta un trabajo de compresión (trabajo mecánico w) y libera al refrigerante como un vapor sobrecalentado, a alta presión y temperatura. Ya que no todo el calor se convierte en trabajo (2ª Ley de la Termodinámica), parte de la energía alimentada al compresor se convierte en calor debido a la fricción de piezas, el aumento de temperatura del fluido, y otros efectos. Este calor (Q) debe dispersarse como el de cualquier motor de uso prolongado y debe existir un sistema de enfriamiento con aceite, agua o aire. Para efectos de modelación, consideramos un compresor recíprocante.

El condensador es un intercambiador de calor, que enfría la corriente de vapor sobrecalentado salido del compresor. El condensador retira el calor sensible y latente necesarios para llevar al refrigerante al estado de líquido saturado. Para tal fin, debe existir un medio de enfriamiento, como agua, aire o salmuera, que sirvan como receptores del calor transferido del refrigerante. El líquido saturado sigue a alta presión y alta temperatura. Para efectos de modelación, consideramos un condensador de casco y tubos.

La válvula de expansión es un dispositivo mecánico (a veces con sensores térmicos) que provoca un ahorcamiento en la corriente de líquido saturado y expande al mismo, bajando su presión y temperatura. En la expansión, el refrigerante se convierte en una mezcla de líquido-vapor. Para efectos de modelación, consideramos una válvula de expansión termostática (TEV).

El evaporador es el elemento que pone en contacto indirecto al refrigerante frío con el equipo o almacén a enfriar. Es un intercambiador de calor que permite que el refrigerante gane calor latente (y a veces sensible) para convertirse nuevamente al estado de vapor saturado o recalentado. Esto, a costa de que el medio de enfriamiento (el aire de la cámara de refrigeración o la salmuera que se está enfriando en el equipo de congelación) baje su temperatura. Para efectos de modelación, consideramos un evaporador de aire forzado.

Filosofía de modelación

Todos los elementos anteriormente descritos se analizarán a la luz de la 1ª Ley de la termodinámica, que aplicada a sistemas transientes en los que hay predominio de intercambio de energía térmica se escribe como sigue:

$$[\text{Energía acumulada en el sistema por unidad de tiempo}] = [\sum \text{flujos de energía}]_{\text{entra}} - [\sum \text{flujos de energía}]_{\text{sale}} + \sum Q - Wm$$

En estado estable, eliminaríamos el término de acumulación, quedando una ecuación algebraica (EA) para describir el sistema. En estado transiente, el análisis se hace conservando el término de acumulación. La 1ª Ley se convierte en la siguiente EDO para sistemas en estado transiente:

$$\frac{dET}{dt} = \sum m_{\text{entrada}} e_{\text{entrada}} - \sum m_{\text{salida}} e_{\text{salida}} + Q - wT$$

En el marco de la 1a. Ley, $E=U+E_p+E_k$ (para la energía específica, $e=u+e_p+e_k$). En el caso del análisis de sistemas con predominio de energía en forma de calor, los términos de energía cinética y potencial son usualmente poco significativos en comparación a la energía térmica y pueden omitirse sin pérdida de exactitud apreciable en el modelo.

La energía interna U es la sumatoria de la energía nuclear, química y térmica de una sustancia. En los sistemas en los que predomina la transferencia de calor convencional (es decir, sin reacción), U es la energía térmica de una sustancia, definida como $U=H-PV$ ($u = h-pv$ en términos específicos).

El trabajo total hecho por el sistema tiene dos componentes: el trabajo mecánico ejecutado por el sistema sobre los alrededores (w) y el trabajo de flujo. El trabajo mecánico del sistema es semejante al de un pistón actuando sobre una fase gas, expresado como $pA dZ/dt$. La fase incompresible (líquido) actúa como pistón sobre la fase compresible (gas). Cuando el nivel de líquido aumenta, el trabajo del líquido sobre el gas aumenta proporcionalmente. El trabajo de flujo es el trabajo realizado por los flujos másicos que entran y salen del sistema. Para cada flujo m_i a una presión p_i con un volumen específico v_i entrando en una zona, w_f es el producto $m_i p_i v_i$. Por lo tanto, w_T se define como:

$$w_T = \sum (mpv)_{salida} - \sum (mpv)_{entrada} + w$$

Y el balance global de energía queda como:

$$\frac{dUT}{dt} = \sum m_{entrada} (u + pv)_{entrada} - \sum m_{salida} (u + pv)_{salida} + Q - w$$

La definición de entalpía h (J/kg) es $u + pv$. En sólidos y líquido el término pv es despreciable y la Ec. anterior puede re-escribirse como:

$$\frac{dhr}{dt} = \sum (mh)_{entrada} - \sum (mh)_{salida} + Q - w$$

Note que se asume que la condición del sistema determina las condiciones de salida del fluido ($T_{sistema} = T_{salida}$). Los flujos m de entrada y salida son las corrientes de refrigerante. Este caso aplica en sistemas que tienen un componente sólido o líquido predominante. De hecho, todos los equipos integrantes del circuito frigorífico caen en esa definición, ya que la carcasa metálica y las partes móviles de estos equipos hacen que la mayor cantidad de energía se acumule en los componentes sólidos y el fluido en forma de líquido. Este es el análisis que se seguirá para describir los modelos matemáticos de cada uno de los componentes del circuito frigorífico.

Compresor

Para el compresor, se hacen las siguientes suposiciones:

- Existe un trabajo mecánico generado por el movimiento de los pistones
- Existe también trabajo de flujo por el desplazamiento del vapor al abrir la válvula de descarga
- La energía potencial y cinética son despreciables
- La temperatura del compresor es homogénea.

Siguiendo la metodología de modelación previamente descrita, la ecuación que describe el comportamiento de un compresor es la siguiente:

$$\left(MC_p \frac{dT}{dt} \right)_{compresor} = (mh)_{vapor.del.evaporador} - (mh)_{vapor.recalentado} - UA\Delta T_{in} + w$$

En esta ecuación, se asume que la temperatura del compresor determina la entalpía del vapor recalentado de salida ($T_{compresor} = T_{vapor.recalentado}$). El calor Q ha sido sustituido por la ecuación gobernante de un intercambiador de calor, donde la ΔT logarítmica depende de la temperatura del compresor y de la temperatura del medio enfriante, ya sea aceite, aire o agua. Esta ecuación debe resolverse mediante métodos numéricos. El trabajo w se conoce ya que es la cantidad de watts alimentada al compresor. El componente MC_p del lado izquierdo de la ecuación se refiere a la masa del compresor y el calor específico del metal del mismo.

Condensador

Para el condensador, se hacen las siguientes suposiciones:

- Existe un trabajo de flujo generado por el paso del refrigerante en el serpentín.
- La energía potencial y cinética son despreciables
- La temperatura del condensador es homogénea

La ecuación gobernante del condensador queda como:

$$\left(MCp \frac{dT}{dt} \right)_{\text{condensador}} = (mh)_{\text{vapor.de.compresor}} - (mh)_{\text{liq.saturado}} - UA\Delta T_{\ln}$$

En esta ecuación, se asume que la temperatura del condensador determina la entalpía del líquido saturado de salida ($T_{\text{condensador}} = T_{\text{liq.saturado}}$). El calor Q ha sido sustituido por la ecuación gobernante de un intercambiador de calor, donde la ΔT logarítmica depende de la temperatura del condensador y la del agua de enfriamiento. Esta ecuación debe resolverse mediante métodos numéricos. El componente MCp del lado izquierdo de la ecuación se refiere a la masa del condensador y el calor específico del metal del mismo.

Válvula de expansión termostática (TEV)

Energéticamente hablando, la TEV no aporta demasiado. Su función en el circuito es puramente mecánica y para efectos de un balance de energía, puede omitirse el balance de este elemento. Sin embargo, es indispensable conocer el grado de expansión porque el balance de energía del evaporador dependerá de ello. El modelo más sencillo consiste en tomar una ecuación algebraica que permita conocer la expansión del refrigerante (calidad) y los grados de recalentamiento empleados. Estos datos pueden conocerse directamente del fabricante.

El grado de expansión puede conocerse a través de las ecuaciones de estado del refrigerante. Para R-22, puede calcularse como sigue:

$$calidad = 0.00563 * (1 + 0.00149 * T_{condensador} + 0.00398 * T_{evaporación}) * (T_{condensador} - T_{evaporación})$$

Evaporador

La modelación del evaporador es muy semejante a la del condensador. Ambos son intercambiadores de calor y aplican las mismas suposiciones:

- Existe un trabajo de flujo generado por el paso del refrigerante en el serpentín.
- La energía potencial y cinética son despreciables
- La temperatura del condensador es homogénea

La ecuación que modela el comportamiento del evaporador es entonces:

$$\left(MC_p \frac{dT}{dt} \right)_{evaporador} = (mh)_{mezcla\ liq. - vapor\ de\ TEV} - (mh)_{vapor\ recalentado} - UA\Delta T_{ln}$$

En esta ecuación, se asume que la temperatura del condensador determina la entalpía del líquido saturado de salida ($T_{evaporador} = T_{salida\ de\ refrigerante}$; $T_{vapor\ recalentado} = T_{salida\ de\ refrigerante} + \text{grados de recalentamiento por TEV}$). El calor Q ha sido sustituido por la ecuación gobernante de un intercambiador de calor, donde la ΔT logarítmica depende de la temperatura del evaporador y la del aire de la cámara que está siendo refrigerada. Esta ecuación debe resolverse mediante métodos numéricos. El componente MC_p del lado izquierdo de la ecuación se refiere a la masa del evaporador y el calor específico del metal del mismo.

Ecuaciones de estado del refrigerante

Las ecuaciones anteriores representan el cuerpo del modelo matemático en cuanto a EDOs. Sin embargo, es necesario conocer las condiciones termodinámicas del refrigerante a cada momento e implica el uso de una serie de ecuaciones algebraicas, específicas para cada tipo de refrigerante. Cleland (1986, 1991) desarrolló una serie de ecuaciones para predecir el estado termodinámico de diversos refrigerantes a una condición (temperatura o presión) dada. Por ejemplo, en el caso del refrigerante R-22, los parámetros termodinámicos serían obtenidos como sigue.

- Para calcular la presión de vapor saturado a partir de una temperatura de saturación, se emplea la relación: $Psat = \exp(21.25384 - 2025.4518 / (tsat + 248.94))$
- Para calcular la temperatura de saturación a partir de una presión de vapor saturado, se emplea la relación: $Tsat = -2025.4518 / (\ln(psat) - 21.25384) - 248.94$
- Para calcular la entalpía de líquido saturado a partir de una temperatura, se emplea:
 $hl = 44518 + 1170.36 * t + 1.68674 * \text{sqr}(t) + 5.2703e-3 * \text{sqr}(t) * t$
- Para calcular una entalpía de vapor saturado o recalentado a partir de una temperatura:
 $hvl = hvI * (1 + A + 13.3612E-6 * T^1 * S + 4.01294e-7 * \text{sqr}(s) + 14.11941e-8 * \text{sqr}(11) * s)$;
Donde s son los grados de recalentamiento, que pueden ir de 0 (vapor saturado) a cualquier otro número, $hvI = 250027 + 367.265 * t - 1.84133 * \text{sqr}(t) - 11.4556e-3 * \text{sqr}(t) * t$ y el valor A se determina como $A = 2.85446e-3 * s - 8.11617e-8 * t^1 * \text{sqr}(s) - 9.53294e-10 * \text{sqr}(t) * \text{sqr}(s)$
- Finalmente, el volumen específico de vapor se calcula como:
 $v = \text{spec} * (1 - 5.59394e-6 * \text{sqr}(s) - 2.31649e-7 * t^1 * \text{sqr}(s) + x + 5.80303e-7 * \text{sqr}(11) * s)$
Donde s son los grados de recalentamiento del vapor, vI es un valor calculado como sigue:
 $vI = \exp(-11.82344 + 2390.321 / (t + 273.15)) * (1.01859 + 5.09433e-4 * t - 14.8464e-6 * \text{sqr}(t) - 2.49547e-7 * \text{sqr}(t) * t)$
Y el valor x se calcula como $x = -3.20189e-9 * \text{sqr}(t) * \text{sqr}(s) + 5.23275e-3 * s + 3.45555e-5 * t^1 * s$;

Estas ecuaciones son fácilmente integrables a un programa de cálculo para hallar la solución simultánea de las EDOs y las propiedades termodinámicas del refrigerante, dependientes de las temperaturas halladas mediante las EDOs.

La metodología de modelación anterior se ha aplicado con éxito a sistemas sencillos como bancos de hielo, cámaras de refrigeración pequeñas y tanques de enfriamiento de agua. En sistemas más complicados, el modelo matemático presentado puede no ser tan efectivo y será necesario incrementar la complejidad del modelo.

Conclusiones

En este artículo, se presentan los modelos matemáticos recomendados para el seguimiento de parámetros de operación de sistemas de refrigeración sencillos. Estos modelos son aptos para predecir de forma aproximada el consumo de energía de la planta, pero no son universales y cada sistema tendrá que modelarse con sus propias características de uso y diseño. Sin embargo, la metodología de modelación presentada es más universal y pueden emplearse los conceptos aquí desarrollados para realizar modelos de plantas más complejas.

El uso de estos modelos demanda la implementación de los mismos en un software, ya que los cálculos son repetitivos y sería demasiado tardado hacer éstos manualmente. Por lo tanto, es necesario tener conocimientos de programación en un lenguaje como BASIC, FORTRAN o Pascal para poder realizar un programa para nuestra planta. La implementación no es compleja, pero debe hacerse cuidadosamente y sabiendo de antemano las limitaciones de las suposiciones que hacemos para realizar el modelo.

Bibliografía

- 1.- Estrada-Flores, S. Modelación y Simulación de Procesos en Plantas de Refrigeración y Congelación: 23 años de Historia. Industria Alimentaria. (1999) 42-50 pp
- 2.- Arbones, Malisani, E.A. Ingeniería de Sistemas. Productiva, Marcombo, Boixereu Editores, España 1991, 69-79 pp.
- 3.- Douglas, Arthur H. Una Introducción a las Matemáticas para Ingenieros. México, 1973, 85p.

- 4.- Spiegel, Murray R. Ecuaciones Diferenciales Aplicadas . Prentice Hall Hispanoamericana S.A. México, 1983, 431-432 pp
- 5.- Nieves, A., C. Domínguez F. Métodos Numéricos Aplicados a la Ingeniería. CECSA, México, 1997, 467-523 pp.
- 6.- Schoichiro, Nakamura. Métodos Numéricos Aplicados con Software. Prentice-Hall Hispanoamericana, S.A. México, 1992, 289-329 pp.
- 7.- Cleland C. Andrew. Food Refrigeration Processes. Analysis Design and Simulation. Elsevier Applied Science. London and New York. 1997, 456-523 pp
- 8.- James, K y James, R. Transient analysis of Thermostatic Expansion Valves for Refrigeration System Evaporators Using Mathematical Models. Trans. Inst. M:C. Vol. 9 Oct-Dec 1987.

Nomenclatura

A	área (m ²)
E	energía (J)
e	energía específica (J/kg)
h	entalpía (J/kg)
M	masa (kg)
m	flujo másico (kg/s)
EDO	ec. diferencial ordinaria
T	Temperatura (°C) o total
P	presión (Pa)
EDP	ecuación diferencial parcial
ρ	densidad (kg/m ³)
t	tiempo (s)

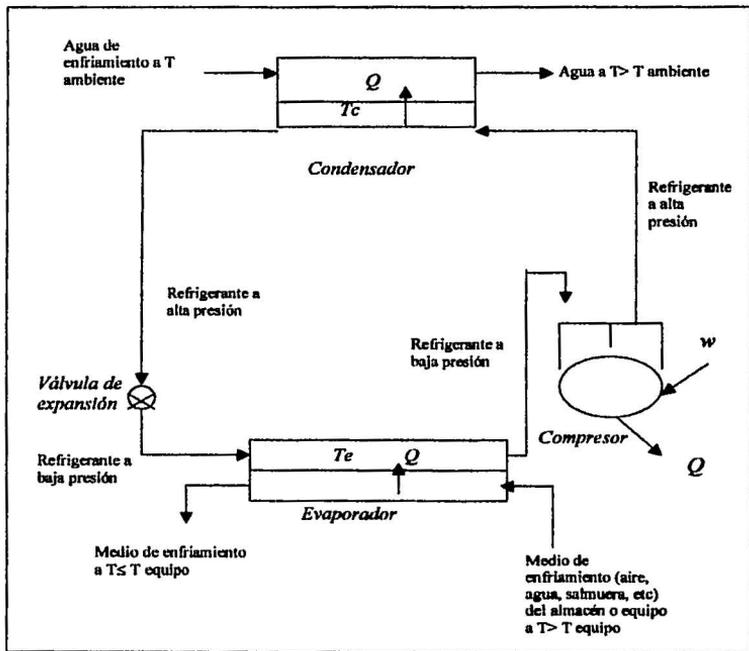
U	energía interna (J)
u	energía interna específica (J/kg)
V	volumen (m^3)
v	volumen específico (m^3/kg)
W	trabajo mecánico o externo (kJ)
w	trabajo mecánico (kJ/kg)
w_T	trabajo total (W)
x	distancia (m)
Z	altura (m)

RESUMEN CURRICULAR DE LOS AUTORES

Ma. De Jesus Erika Valencia Luu es Pasante de Ingeniería en Alimentos de la Fac. de Estudios Superiores Cuautitlán (FES-C). Ha cursado diferentes seminarios encaminados al ahorro energético en la industria, patrocinados por la Comisión Nacional de Energía, y cursos de modelación matemática. Su servicio social consistió en el estudio de la modelación matemática de procesos en la industria alimentaria. Actualmente trabaja para la Empresa SAROMA, SA de CV.

Silvia Estrada Flores es egresada de Ingeniería en Alimentos de la FES-C (1991). Obtuvo su Doctorado en el área de simulación de procesos frigoríficos en la Universidad de Massey, Nueva Zelanda, en 1997. Actualmente labora en la FES-C como profesora y asesora de la industria alimentaria mediante cursos conjuntos en el área de refrigeración y congelación con el Instituto Tecnológico de Estudios Superiores Monterrey, (Campus Edo. de México) y con su propio bufete consultor (CONESAL).

Figura 1. Circuito frigorífico



TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

ANEXO

MODELACION Y SIMULACION DE PROCESOS EN PLANTAS DE REFRIGERACION Y CONGELACION: 23 AÑOS DE HISTORIA.

Dra. Silvia Estrada Flores

Centro de Investigaciones Teóricas. Campo 1. Ed. A1, Pta. Baja.

Cuautitlán Izcalli, Edo. de México. C.P.54740

E-Mail: strada@servidor.unam.mx

Facultad de Estudios Superiores Cuautitlán

U.N.A.M.

Cuando escuchamos el término "modelación en la Industria Alimentaria", seguramente se nos viene a la mente la imagen de Cindy Crawford o Rebeca de Alba acercándose sensualmente a nuestra pantalla de televisión y diciéndonos cuán delicioso es comer una ensalada con el nuevo aderezo "Paquengorde", ¿No es cierto? Sin embargo, la publicidad no es el único campo en el que la modelación es importante para obtener buenos resultados en la Industria de Alimentos...especialmente cuando hablamos de modelación matemática.

Un modelo es una representación de un proceso o sistema que toma en cuenta los atributos y propiedades que nos interesan para el seguimiento de un parámetro específico, sea este temperatura, deformaciones, flujo másico o caídas de presión. En la Figura 1 podemos ver el proceso de creación de modelos matemáticos. Hay diferentes tipos de modelos, como los físicos (maquetas, plantas piloto), los conceptuales (dibujos) y los matemáticos. Esos últimos son representaciones de un sistema mediante una o varias ecuaciones que relacionan las entradas, salidas y acumulaciones de materia, energía o movimiento hacia o del sistema. Los modelos matemáticos son de interés en todas las ramas de la Ingeniería, ya que podemos obtener un programa o "software" que genere predicciones del parámetro que nos interesa seguir en diferentes escenarios de operación, que podemos cambiar a nuestro antojo. Esto es, nos permite simular un equipo o proceso para responder a la pregunta: ¿Que pasaría si...? sin necesidad de pasarnos dos días en el laboratorio o planta piloto, con los subsecuentes gastos de experimentación.

Las ventajas de contar con la modelación matemática para solventar problemas en la Industria Alimentaria pueden resumirse en los siguientes puntos:

- a) Mayor conocimiento previo de cómo debe funcionar una instalación.
- b) Menor cantidad de experimentación costosa y tiempo para solucionar problemas.
- c) Puede ayudarnos a evaluar el efecto de un cambio de equipo en una instalación hecha en la eficiencia del sistema, antes de hacer la compra.

d) Puede indicarnos posibles desviaciones respecto al funcionamiento óptimo de la instalación y nos permite extrapolar condiciones.

e) Puede señalar alternativas de ahorro energético y control de procesos.

De acuerdo a Russell (1995), en el campo de modelación de procesos la industria alimentaria estadounidense tiene un retraso de 20 años respecto a la industria biotecnológica y está en el mismo grado de desarrollo en el que la industria petroquímica estaba hace 100 años. En México, la situación es probablemente más crítica. En el campo de la refrigeración y congelación, el diseño, selección y estrategias de operación de equipos se basan por lo general en considerar situaciones de estado estable. En nuestro país, raramente se hace uso de herramientas matemáticas que permitan predecir el comportamiento dinámico (es decir, con cambios a través del tiempo) de plantas frigoríficas, a pesar de que debido a la naturaleza de estos procesos siempre hay parámetros cambiantes. Por ejemplo, los arranques de planta, la temperatura ambiente y la temperatura inicial del producto antes de llevarse a la cámara son ejemplos clásicos de condiciones variables en un sistema frigorífico.

Por sistema frigorífico entendemos a "la entidad surgida de la integración de componentes que interactúan en un intercambio energético, másico y de momento entre el circuito refrigerante, la aplicación y el ambiente" (Estrada, 1996). El circuito refrigerante comprende a tuberías, compresores, condensadores, válvulas, evaporadores y todas aquellas conexiones que permiten transportar el refrigerante a través del sistema. Por aplicación nos referimos a cámaras (paredes y aire), producto y todos los componentes que se encuentran del otro lado del evaporador.

Algunos fenómenos dinámicos de interés en la modelación de sistemas frigoríficos en el circuito refrigerante son:

a) El seguimiento de la temperatura y presión de condensación del refrigerante, con el fin de comprobar que el equipo está funcionando a la presión de diseño o, en el caso contrario, como indicador de problemas tales como aire dentro de la línea (alta presión), o de prácticas inadecuadas de control, con la consecuente pérdida económica que esto acarrea. ¿Se ha preguntado como puede predecir el efecto de las temperaturas de verano respecto a las de invierno en la eficiencia del condensador de su instalación? La modelación matemática de su equipo podría ser la respuesta..

b) El seguimiento de la temperatura y presión del refrigerante en el evaporador para confirmar que éste trabaja bajo las condiciones de diseño o para detectar condiciones irregulares de trabajo, como disminución de eficiencia debido a acumulación excesiva de aceite en tubería, distribución irregular de refrigerante en evaporador, etc.

c) Evolución de la compresión del refrigerante (seguimiento de binomio P-T), especialmente en situaciones de cargas frigoríficas variables, cuando el funcionamiento del compresor puede ser sensible a cambios drásticos en éstas.

d) Temperatura del refrigerante después de una válvula de expansión, especialmente para válvulas termostáticas, en las que el grado de sobrecalentamiento del vapor es un parámetro de importancia para el funcionamiento eficiente del evaporador.

e) Seguimiento del flujo másico de refrigerante a lo largo de la instalación, a fin de verificar que exista la carga adecuada de refrigerante (y en el estado adecuado: vapor o líquido) en cada punto del sistema.

f) Evaluación de la eficiencia termodinámica del ciclo de refrigeración, y ultimadamente, su eficiencia económica.

Del lado de la aplicación, son de interés los siguientes parámetros dinámicos:

a) El cambio de temperatura del producto mientras se esta refrigerando, congelando o conservando éste a una temperatura específica. ¿Quiere saber el momento en que el producto llega a la temperatura deseada y puede adoptar una estrategia mas conservadora en el uso de los ventiladores de los evaporadores? O tal vez desea saber si la apertura de puertas, recambio de aire o entrada de personal al almacén afectará demasiado la temperatura del producto...en ambos casos, es posible modelar la respuesta del producto ante cambios de condiciones en el equipo o almacén.

b) El cambio de temperatura dentro del almacén. Este punto se encuentra relacionado al inciso a) y es muy importante cuando el control de los ventiladores es automático y se basa en la detección de temperaturas en el interior del almacén. En la mayoría de las instalaciones domésticas y algunas aplicaciones comerciales, la temperatura del aire en el equipo es el parámetro de encendido/apagado del sistema. Si existe un control que reacciona inadecuadamente ante un cambio súbito de temperaturas, existirán mermas en la eficiencia del equipo. Si usted esta en el ramo de diseño y selección de equipos, puede saber de antemano, mediante un número de simulaciones, cuál es la carga de infiltración por paredes, personal, equipo, etc. y su efecto sobre la temperatura del aire. Esto le ayudará a realizar una mejor selección de espesores de aislante, fuentes de calor (equipos electromecánicos, luces y otros).

c) Humedad relativa (HR) en el interior del almacén. Si usted esta en el ramo de refrigeración o congelación de carne en canal, usted estará especialmente interesado en evitar pérdidas de peso, que finalmente se traducen a pérdidas económicas. Sin embargo, prácticas tales como manipular el gradiente de temperaturas entre evaporador y aire deben de hacerse solamente cuando se conoce el efecto global en la instalación. La simulación de diferentes condiciones de operación en el evaporador y su relación con la HR del almacén pueden ayudar a plantear alternativas adecuadas de control de migración de humedad.

d) Perfil de velocidades dentro de la cámara. Aunque la modelación de perfiles de velocidades puede ser mas compleja que el seguimiento de temperaturas, es una oportunidad para verificar el buen funcionamiento de los ventiladores, probar distribuciones de producto que favorezcan una mayor rapidez de enfriamiento y observar los puntos difíciles del almacén en cuanto a movimiento de aire.

Con estos ejemplos, podemos empezar a intuir que un modelo matemático debidamente implementado en un programa ejecutable en una computadora puede ayudarnos a tomar decisiones de control de operaciones, manejo de producto y control de puntos críticos durante la refrigeración y congelación de alimentos.

Clasificación de modelos matemáticos en refrigeración

El grado de complejidad matemática empleado en la modelación de un sistema puede ser uno de los parámetros de clasificación. Fundamentalmente, se reconocen tres grados de complejidad:

1er. nivel: Modelos basados en ecuaciones algebraicas. Este es el tipo más común. Por ejemplo, para diseñar las paredes de una cámara de refrigeración generalmente se emplea:

$$Q = U A \Delta T$$

Donde ΔT es el gradiente de temperaturas entre el medio exterior y el interior de la cámara, A es el área de transferencia de calor y U es el coeficiente global de transferencia de calor, que considera el inverso de los coeficientes convectivos adentro y afuera de la cámara y las resistencias térmicas (generadas por el espesor y las conductividades térmicas) de las capas de la pared.

2o. nivel: Modelos basados en ecuaciones diferenciales ordinarias (EDO). En el ejemplo de la pared, únicamente se reconoce el papel de la resistencia térmica de las capas involucradas, sin tomar en cuenta su capacidad de almacenar calor. Cuando se considera esta capacidad, debe emplearse una ecuación del tipo:

$$M C_p \frac{d T}{d t} = Q_{entra} - Q_{sale}$$

Donde C_p es la capacidad calorífica específica, Q son los flujos de calor que entran y salen de la pared por virtud de la conducción a través de las capas, por convección, por radiación o por otro mecanismo de transferencia de calor. Para resolver este tipo de sistemas, se requieren métodos numéricos para EDOs. El más popular es el método de Runge-Kutta, 4o orden.

3er. nivel: Modelos basados en ecuaciones diferenciales parciales (EDP). Tanto en el 1er como en el 2o nivel, las propiedades térmicas de la pared se consideran separadas en zonas definidas, como en una capa. El modelo más realista toma en cuenta que la resistencia y la capacidad térmica se encuentran homogéneamente distribuidas en un objeto. La representación matemática formal de este concepto es la Ley de Fourier para una placa infinita y considerando que las propiedades térmicas no varían con el tiempo:

$$\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} = k \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$$

Donde ρ es la densidad del material, x es el espesor y k es la conductividad térmica del material. Para resolver este tipo de modelos, es necesario acudir a métodos numéricos para EDPs. En este caso, una solución comúnmente usada es el método explícito de diferencias finitas.

Para analizar los diferentes modelos generados hasta la fecha, emplearemos una clasificación más general propuesta por Cleland (1990), basada en el nivel de detalle y énfasis en la parte modelada. Cleland definió 3 grupos:

1) Modelos tipo I: El énfasis de estos modelos se encuentra en el circuito refrigerante y no en la aplicación. La interacción entre estos dos elementos es ignorada o representada en forma muy simple. Se modelan los aspectos hidrodinámicos (movimiento de flujos) del refrigerante en detalle. La mayoría de los modelos publicados caen en esta categoría y también suelen describirse como modelos mecánicos.

2) Modelos tipo II: Se tiene un balance entre la dinámica de la planta mecánica y la aplicación, modelando ambas partes con el mismo grado de detalle. Aunque idealmente este tipo de modelo es el más adecuado, el tratamiento matemático puede volverse complicado, las variables involucradas son numerosas y los tiempos de computación pueden resultar largos. También pueden definirse como modelos mecánicos.

3) Modelos tipo III: El énfasis es marcado en la aplicación y el circuito refrigerante es modelado en forma sencilla. La termodinámica (representación mediante definiciones de energía) del sistema se torna más importante que la hidrodinámica y, por lo tanto, situaciones extremas como arranques de planta no pueden ser simulados con exactitud. Estos modelos se basan en conceptos energéticos sencillos obtenidos de la 1a y 2a ley de la termodinámica y con frecuencia se denominan modelos térmicos.

Empleando esta clasificación, se revisarán algunos de los modelos matemáticos desarrollados de 1975 a la fecha. Estos ejemplos pueden mostrar los alcances de la modelación matemática para su uso en la aplicación de bajas temperaturas.

Modelos de tipo I.

Hargreaves y James (1979) desarrollaron un modelo para simular el funcionamiento de una planta de enfriamiento de agua en un barco. La planta en cuestión tenía un compresor de tornillo y un condensador que funcionaba con agua salada. Para modelar este sistema, se usó un modelo matemático sencillo con EDOs para el tanque de enfriamiento de agua, asumiendo que el refrigerante salía saturado del equipo. Se encontró que las temperaturas del agua y refrigerante modeladas coincidían en gran medida con los datos experimentales obtenidos.

Nowotny (1983) reportó un número de programas de computadora que permitían simular plantas de refrigeración, almacenes frigoríficos y bombas de calor que funcionaban bajo sistemas de absorción. Sin embargo, no se reportaron comparaciones experimentales contra simuladas.

Yasuda *et al.* (1983) simularon un sistema de compresión comercial, usando EDPs para considerar el cambio de presiones y flujos de refrigerante respecto al tiempo y a la posición en el equipo. La válvula de expansión termostática (VET) fue modelada con una ecuación algebraica y una EDO para el bulbo sensor. El condensador fue modelado con una EDO. Se encontró una buena correlación entre datos experimentales y simulados..

Wong y James (1988) simularon una planta de enfriamiento de agua consistente en un compresor, condensador, intercambiador de calor y una válvula de expansión en seco. Se derivaron 11 EDOs y 53 ecuaciones algebraicas en base a principios termodinámicos básicos, separando el sistema en diferentes zonas. Sin embargo, la aplicación se modeló usando una ecuación algebraica.

Zhijiu and Weihan (1990) modelaron una instalación de refrigeración doméstica usando EDOs para el compresor hermético, EDP para el evaporador y condensador y 2 EDOs para simular el tubo capilar. Los resultados experimentales mostraron ciertas desviaciones respecto a los simulados, específicamente en la temperatura del compresor.

Deng (1990) simuló una planta de expansión directa con una unidad condensadora, 2 válvulas de expansión y un evaporador. El modelo consistió en 11 EDOs, 57 ecuaciones algebraicas y 11 ecuaciones de estado para evaluar las propiedades del refrigerante. El autor empleó QuickBasic como lenguaje de programación. Más tarde, Deng y Missenden (1990) incluyeron en el modelo la tubería del refrigerante y los ductos de aire, validándose el modelo con resultados experimentales.

Chen y Ling (1991) modelaron una planta doméstica usando EDPs para modelar la distribución de refrigerante, el gasto de energía en el compresor y las temperaturas en el sistema. El modelo fue posteriormente extendido por Chen *et al.* (1995) para incorporar cargas de producto e infiltración por paredes, usando métodos comúnmente empleados para aire acondicionado descritos por Stephenson y Mitalas (1967). El modelo fue validado experimentalmente usando R22, R152a y R134a como refrigerantes. Se obtuvo una buena comparación con los resultados simulados.

Yasuda *et al.* (1995) publicaron un modelo dinámico de un ciclo de refrigeración consistente en un compresor scroll, un condensador y evaporador de aletas cruzadas, una válvula de expansión automática y un tanque acumulador. Se asumió que el compresor, tanque y válvula actuaban en estado estable, simulando solamente el evaporador y condensador en estado transiente. Los resultados mostraron que el modelo simulaba adecuadamente situaciones reales, incluyendo arranques de instalación.

Shen *et al.* (1995) modelaron una planta comercial con un compresor hermético, un condensador, un tanque de subenfriamiento (con un refrigerante secundario), una válvula de expansión manual y un evaporador, poniendo detalle únicamente en el refrigerante primario en el condensador, tanque de subenfriamiento y evaporador. Los resultados fueron

un tanto contradictorios, tal vez debido a los diversos niveles de complejidad usados en un mismo sistema.

La modelación de bombas de calor, que en realidad son ciclos de refrigeración invertidos, es de interés en esta clasificación también. Chi y Didion (1982) modelaron una bomba de calor, siguiendo la respuesta dinámica de compresores, motores, ventiladores, recipientes a presión, intercambiadores de calor y una válvula de expansión termostática. No todas las temperaturas fueron evaluadas en forma experimental, por lo que resulta difícil establecer si el modelo era adecuado o no para evaluar el cambio de temperaturas en refrigerante y aplicación. Por su parte, MacArthur (1984) desarrolló un modelo matemático detallado de una bomba de calor, usando EDP para simular las propiedades hidrodinámicas del refrigerante en el condensador y evaporador. Empleo ecuaciones de flujo bifásico y 3 EDOs para modelar el compresor. La VET se modeló empleando un tiempo de retardo constante. El recipiente a presión se modeló empleando EDOs para el balance de energía y materia.

Modelos de tipo II.

El mejor ejemplo de un modelo de tipo II es el de Marshall y James (1975). Este fué el primer modelo que abarcó tanto aplicación como circuito refrigerante y se considera un trabajo pionero en el campo de la modelación matemática de sistemas refrigerados. El modelo simuló una planta consistente en un congelador de túnel con banda, con un circuito de amonía de dos etapas, un interenfriador y un evaporador con alimentación por bombas. El túnel de congelación se modeló considerando los cambios de temperatura a lo largo de este durante el tiempo de proceso, empleando una técnica de zonas. Se usaron 8 EDOs para modelar 8 zonas de aire dentro del túnel, 8 zonas para la banda y 3 zonas para el metal y refrigerante de los evaporadores. El circuito refrigerante se modeló considerando los cambios de cada equipo a través del tiempo. El objetivo fundamental de este estudio era mostrar las ventajas de mejores estrategias de control, por lo que las conclusiones derivadas se enfocaron mas a la operación de controles de temperaturas, flujos y presiones, que a la efectividad del equipo en la congelación del producto.

Yu *et al.* (1995) modelaron el comportamiento de un refrigerador doméstico durante períodos de arranque y paro. Los modelos matemáticos emplearon EDPs para modelar el producto y el espacio refrigerado, y EDOs para modelar el evaporador, condensador y tubo capilar. Las predicciones de temperatura correspondieron a datos experimentales obtenidos para esta situación, pero los tiempos de respuesta fueron un tanto diferentes.

Un software de reciente creación (Lovatt, 1995) incorpora el seguimiento de parámetros del circuito frigorífico aunados a los de la aplicación y parámetros de calidad de carne refrigerada (ver Figura 2). En este modelo, Lovatt incorpora modelos de diferente complejidad matemática con el fin de que el programa permita hacer una evaluación rápida y eficiente del impacto de diferentes condiciones de operación en la calidad final del producto.

Modelos de tipo III.

Cleland *et al.* (1982) desarrollaron un modelo para simular los cambios de temperatura respecto al tiempo en un congelador para pescado y el almacenamiento de éste en un contenedor. Los modelos resultantes, muy sencillos en concepto, representaron el condensador y evaporador con sendas EDOs. La VET se modeló como parte del evaporador y el compresor se representó algebraicamente. Se consideraron 7 variables dependientes del tiempo: la temperatura durante el enfriamiento del pescado, el perfil de congelación, la temperatura del pescado ya congelado en el contenedor, la temperatura del contenedor, el espesor de hielo en el evaporador y las temperaturas de evaporador y condensador. Al contrastar resultados experimentales y predicciones del programa, se encontró buena correlación entre ambas, a excepción de tiempos de arranque y de carga.

Cleland (1983) propuso un modelo para una planta procesadora de carne de oveja, siguiendo la metodología propuesta por Marshall y James (1975) y Cleland *et al.* (1982), agregando simplificaciones relacionadas a la distribución de refrigerante. Cleland agregó modelos nuevos para predecir el perfil de enfriamiento del producto e intercambios de aire, entre otros. Se emplearon sendas EDOs para modelar cada uno de los equipos del circuito refrigerante. Este modelo fue el precursor del programa RADS, hoy usado en varios países de la cuenca del Pacífico y en otros países de la Comunidad Europea. Las versiones RADS 2.2 y RADS 3.1 se han descrito por Cornelius (1991) y Lovatt (1992). Las funciones primordiales de RADS se enfocaron al diseño, selección y evaluación de eficiencia energética de plantas tanto congeladoras como conservadoras.

Glockner y Findeisen (1984) desarrollaron un programa para simular el comportamiento dinámico de almacenes de producto congelado. Predicciones para almacenes de frutas congeladas usando este software, llamado LF74, han sido publicadas por Glockner *et al.*, (1990).

Colding (1987) reportó la simulación dinámica de una planta refrigeradora con 2 almacenes, 6 túneles de congelación y un área refrigerada, con un sistema de amonía de 2 etapas y circulación por bombas. Se empleó el programa SPADE para resolver las ecuaciones algebraicas y diferenciales obtenidas.

Pham (1991) lanzó un programa basado en RADS, pero con mayores simplificaciones para predicciones generales de gasto energético en plantas de cárnicos. Pham asumió un comportamiento variable de la temperatura del producto, pero usó ecuaciones algebraicas para el circuito refrigerante. Los tiempos de cálculo en computadora fueron significativamente mas cortos que los obtenidos con RADS, pero las predicciones de flujos de calor vs tiempo fueron menos exactas.

Lovvnt (1992) desarrolló el software REFSIM, basado en RADS pero con 16 modelos más sofisticados para evaluar la congelación de productos. La mayoría de las ecuaciones fueron EDOs resueltas usando procedimientos Runge-Kutta procederes. Lovvnt comparó varios modelos de REFSIM contra las predicciones de un software de simulación dinámica estándar llamado ISIM, y comparó el modelo completo contra las versiones RADS 2.2 and 3.1. Estas comparaciones fueron favorables, así como una comparación directa con datos obtenidos a nivel industrial.

López *et al.* (1995) desarrolló un modelo dinámico para el análisis de una planta centralizada de refrigeración. El autor empleó el acercamiento de modelación térmica empleado por Finer *et al.* (1993), que a su vez es similar al de Cleland (1983).

En suma, en 20 años de experiencia de modelación matemática en la industria frigorífica se han modelado diversos tipos de instalaciones y se han tomado múltiples acercamientos, a fin de simplificar el problema de una manera realista. En todos los casos, debe existir un balance entre el esfuerzo de modelación y la calidad de respuestas obtenidas del modelo. En algunas situaciones, modelar un proceso con un excesivo nivel de detalle y complejidad matemática puede ser costoso en relación al tiempo y mano de obra calificada que se destina a crear el modelo, y no redituara lo suficiente en las respuestas obtenidas de este modelo. En otras situaciones, la modelación es altamente recomendable. Cada caso es diferente y debe analizarse con un criterio de Ingeniería y sentido común.

Futuro de la modelación matemática en la industria alimentaria mexicana

¿Porque ha existido un retraso en la industria alimentaria en cuestiones de modelación? Hay quienes piensan que el esfuerzo de modelación no se justifica en algunas aplicaciones. Hay reticencia en abandonar esquemas antiguos de diseño y las ventajas de empezar a emplear una metodología dinámica no son siempre bien conocidas. Y la incertidumbre en algunos datos como propiedades termofísicas hace más difícil la implementación eficiente de la modelación: Las respuestas obtenidas serían dudosas en cuanto a los datos alimentados al programa y podrían no apegarse a la realidad, aunque el modelo sea correctamente formulado e implementado.

Es cierto que la modelación no se justifica en todos los casos: existen situaciones que pueden resolverse mediante sentido común y experiencia. Sin embargo, es cierto también que existen casos en los que la experiencia no es suficiente para resolver problemas de orden técnico o incluso para hacer la selección adecuada de sistemas. Entonces, la modelación matemática puede ser una herramienta muy poderosa en la operación eficiente de plantas refrigeradoras...aunque pensándolo bien, ¡También ayudaría que Rebeca de Alba consintiera en hacer un par de comerciales para su producto!

BIBLIOGRAFIA

- Chen, Z. J y Ling, W. H. (1991). Dynamic simulation and optimal matching of a small-scale refrigeration system. *Int. J. Refrig.* 14: 26-34.
- Chen, Z. J., Ding, G. L., Wang, X. F. y Que, X. C. (1995) Dynamic simulation and optimal matching of a small-scale refrigeration system with multi-refrigerant. *Proc. 19th Int. Congr. Refrig.* 3a: 262-269.
- Chi, J y Didion, D. (1982). A simulation model of the transient performance of a heat pump. *Int. J. Refrig.* 5: 176-184.
- Cleland, A. C. (1983). Simulation of industrial refrigeration plants under variable load conditions. *Int. J. Refrig.* 6: 11-19.
- Cleland, D. J, Boyd, N. S. y Cleland, A. C. (1982). A model for fish freezing and storage on board small New Zealand fishing vessels. *Refrig. Sci. and Tech.* (1982-1): 81-88.
- Cleland, A. C. (1990). *Food Refrigeration Processes. Analysis, Design and Simulation.* Elsevier Applied Science Ed. London. 284 pp.
- Colding, L. (1987). Energy consumption in the refrigeration plant of a cold store. *Refrig. Sci. and Tech.* (1987-1): 119-125.
- Cornelius, M. (1991). *Refrigeration Analysis, Design and Simulation Package: "RADS". Notes for users. Release 3.1.* Food Tech. Research Centre. Massey University, New Zealand.
- Deng, S. M. (1990). A mathematical model of a direct expansion air cooling plant. *Research Memorandum 24, Inst. Env. Eng.* South Bank Polytech. 42 pp.
- Estrada-Flores, S. (1996). *Evaluation of dynamic models for refrigeration system components.* Tesis, PhD. Massey University, Nueva Zelanda. 294 pp.
- Glockner, G. y Findeisen, F. (1984). The computing program LF74. A software solution for typical simulation problems of air and refrigeration engineering. *Refrig. Sci. and Tech.* (1984-1): 231-236.
- Hargreaves, M. R. O. y James, R. W. (1979). A model of a marine chilled water plant for microprocessor control development. *Proc. Inst. of Refrig.* (UK). 76: 28-38.
- Lovatt, S. T. (1992). *Development of a dynamic modelling methodology for the simulation of industrial refrigeration systems.* Tesis, PhD. Massey University, Nueva Zelanda. 254 pp.
- Lovatt, S. T. (1995). A unified strategy for modelling meat refrigeration process indicators. *Proc. 19th Int. Congr. Refrig.* 3a: 653-659.
- Lopez, A., Lacarra, G. y Grenier, Pp. (1995). Dynamic analysis of centralised refrigeration systems in food plants. *Proc. 19th Int. Congr. Refrig.* 3a: 538-545.

- MacArthur, J. W. (1984). Transient heat pump behaviour: a theoretical investigation. *Int. J. Refrig.* 7(2): 123-132.
- Nowotny, S. (1983). Long-term experiences with the application of mathematical models to analyze the steady state and dynamic behaviour of refrigerating systems and components - General aspects to establish a catalogue of computer programs. *Proc. 16th. Int. Cong. Refrig.* 1:51-59.
- Pham, Q. T. (1991). Computer calculation of meat plant refrigeration requirements. *Technical Report MIRINZ-ISSN 0465-4390*. 14 pp.
- Rusell, M. (1995). A model of efficiency. *Food Engineering*. 14(67): 63-70.
- Shen, X., Ji, S., Wang, L., Xi, J. y Zao, G. (1995). Experimental verification of a mathematical model for simulation of a compressor refrigeration capacity test system. *Proc. 19th Int. Congr. Refrig.* 3a: 530-537.
- Wong, A. K. H. y James R. W. (1987). Control strategies of an intelligent controller for a liquid chilling plant. *Research Memorandum 105, Inst. Env. Eng.* South Bank Pol. 21 pp.
- Yasuda, H, Touber, S and Machielsen, C. H. M. (1983). Simulation model of a vapour compression refrigeration system. *ASHRAE Trans.* 89(2A): 408-425.
- Yasuda, H, Nakayama, S, Mori, T y Taneka, H. (1995). Modelling of a vapour compression refrigeration cycle with a scroll compressor and its design application. *Proc. 19th Int. Cong. Refrig.* 3a: 538-545.
- Yu, B. F., Wang, Z. G., Yue, X., Han, B. Q., Wang, H. S. y Chen, F. X. (1995). Simulation, computation and experimental investigation for on-off procedures of refrigerators. *Proc. 19th Int. Congr. Refrig.* 3a: 546-553.
- Zhijiu, C y Weihan, L. (1990). Dynamic simulation und matching research of a small scale refrigeration system. *Refrig. Sci. and Tech.* (1990-3): 501-509.

**TESIS CON
FALLA DE ORIGEN**

Figura 1: Metodología mecánica de modelación mecánica

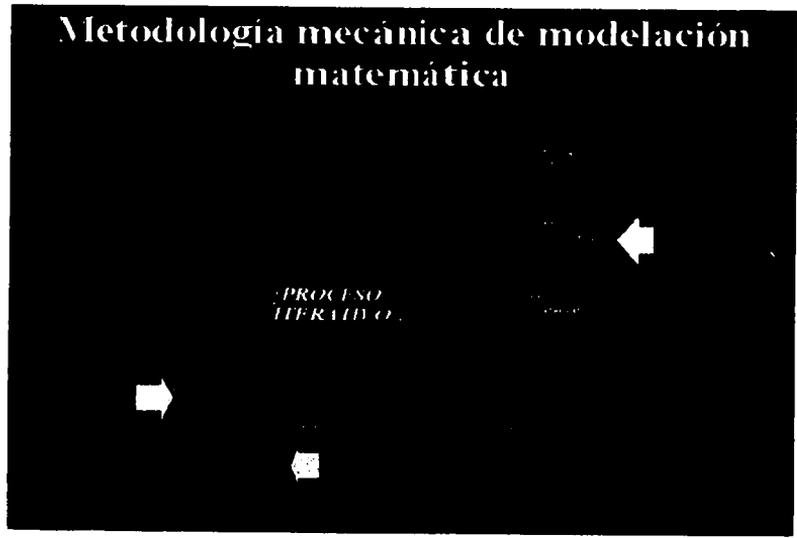


Fig. 1. Metodología de modelación matemática (Estrada, 1996)

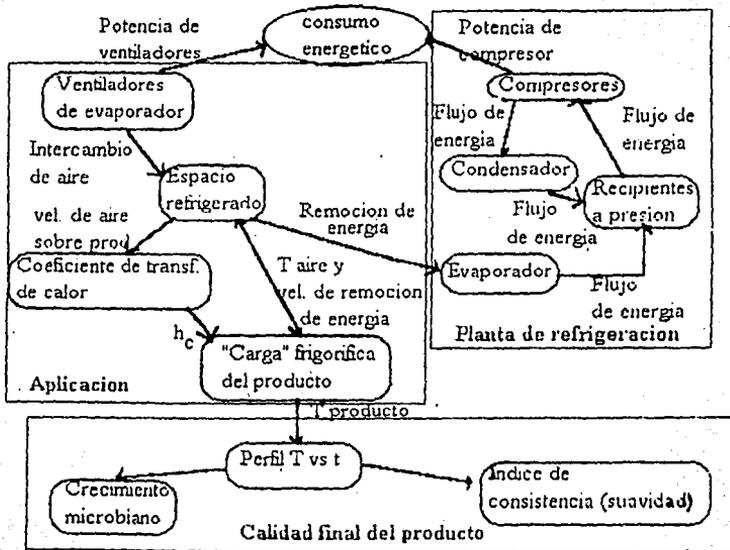


Figura 2: Metodología unificadora de modelación seguida por Lovatt (1995) para desarrollar un software completo para el seguimiento de refrigeración de cárnicos.