



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

FACULTAD DE CIENCIAS

APROXIMACIONES A LA CURVA DE LORENZ PARA LA DISTRIBUCION DEL INGRESO EN MEXICO DURANTE 1998

T E S I S
QUE PARA OBTENER EL TITULO DE:
M A T E M A T I C O
P R E S E N T A :
GERARDO FRANCO PARRILLAT



DIRECTOR DE TESIS: M. EN C. BARBARA RUTH TREJO BECERRIL





Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.



UNIVERSIDAD NACIONAL
AUTÓNOMA DE
MÉXICO

M. EN C. ELENA DE OTEYZA DE OTEYZA
Jefa de la División de Estudios Profesionales de la
Facultad de Ciencias
Presente

Comunicamos a usted que hemos revisado el trabajo escrito:

"APROXIMACIONES A LA CURVA DE LORENZ PARA LA DISTRIBUCION DEL INGRESO EN MEXICO DURANTE 1998"

realizado por GERARDO FRANCO PARRILLAT

con número de cuenta 8508942-4 , quién cubrió los créditos de la carrera de MATEMATICAS

Dicho trabajo cuenta con nuestro voto aprobatorio.

Atentamente

Director de Tesis Propietario	<i>Barbara Trejo</i>	M. EN E. BARBARA RUTH TREJO BECERRIL
Propietario	<i>Rosa Garcia</i>	MAT. ROSA MARTHA GARCIA DE LA ROSA
Propietario	<i>Mario Delgadillo</i>	MAT. MARIO DELGADILLO TORRES
Suplente	<i>Francisco Garcia</i>	ACT. FRANCISCO GARCIA CASTILLO
Suplente	<i>Felix Capulin</i>	M. EN C. FELIX CAPULIN PEREZ

Consejo Departamental de Matemáticas



[Signature]

SECRETARÍA DE CIENCIAS
CONSEJO DEPARTAMENTAL
DE
MATEMÁTICAS

A mi Madre:
En cada paso llevo tu recuerdo,
En cada paso adelante...
tu espíritu

A Verónica:
Saber que estarás a mi lado, me invita a soñar
y trabajar para alcanzar mis sueños

A Laura Alejandra y Luis Alberto:
Hoy voy a leerles un cuento
quizá mañana me lean su tesis

Agradecimientos

Entré a aquel salón con mis libros y la crisis del primer año encima. Esperaba algo de esa clase, en el aire se respiraba admiración e impaciencia. La impaciencia desapareció minutos después, pero la admiración se quedó por siempre. En una hora ese profesor me hizo recordar porque decidí estudiar matemáticas y prometerme no abandonar la carrera. Hoy quiero darles las gracias a mis profesores, cuyas enseñanzas contribuyeron a mi formación académica y humana.

Quiero dar las gracias particularmente a mi directora de tesis M. en E. Bárbara Ruth Trejo Becerril por su apoyo y orientación para llevar a buen término este trabajo, así como a mis sinodales por sus valiosos comentarios y observaciones.

A mi madre, que me enseñó a distinguir el camino correcto y confió en que sabría elegirlo. Gracias por todo tu cariño Mamá, por tu comprensión y compañía durante los momentos difíciles de la carrera, por disfrutar conmigo las metas cumplidas y por confiar en que este momento llegaría. Fue tu recuerdo el principal aliciente para terminar este trabajo, y tu espíritu el que mantuvo firme la convicción de hacerlo (Te extraño mucho).

A Verónica, que me ha impulsado y acompañado para hacer realidad este y muchos otros sueños, gracias por ser mi compañera, mi pareja y mi amor. A Laura Alejandra y Luis Alberto, dos sueños hechos realidad, por quienes intento ser mejor, por quienes no me permito claudicar.

A mi mamá Guerra, mis primos Gustavo, Tito, Rubén y Víctor, por sus consejos y por su confianza. A mis suegros Juan Manuel y Martha, que me han integrado a su familia y a quienes considero parte de la mía.

A Ita y Sara, mis amigas, con quienes compartí la alegría de solucionar un ejercicio, el sentimiento al leer un poema de Benedetti, las buenas y malas noticias de la vida y, sobre todo, de quienes disfruté y disfruto su compañía y cariño.

A Esteban, Nora, Alejandro, Diana, Isaac, Virginia, Mónica, Paco, Liliana y Silvia que han sido importantes en mi vida

A la Universidad, mi Universidad, NUESTRA UNIVERSIDAD.

**APROXIMACIONES A LA CURVA DE LORENZ PARA LA
DISTRIBUCIÓN DEL INGRESO EN MÉXICO DURANTE
1998**

INTRODUCCIÓN	1
I. ALGUNAS CONSIDERACIONES TEÓRICAS	5
II. FORMAS FUNCIONALES PARA LA CURVA DE LORENZ	13
III. INFORMACIÓN DISPONIBLE PARA MÉXICO	23
IV. ESTIMACIONES PARA MÉXICO DURANTE 1998	26
V. CONCLUSIONES	33
REFERENCIAS	35
ANEXO 1	36
Transformaciones de las formas funcionales para estimarse por Mínimos Cuadrados Ordinarios	
ANEXO 2	37
Hogares y Gstos por decil y percietil obtenidos de la base de datos por hogar	
ANEXO 3	40
Variables transformadas por decil y percentil	
ANEXO 4	47
Resultados de las Regresiones	
ANEXO 5	53
Suma del Cuadrado de los Errores y del Valor Absoluto de los Errores	

APROXIMACIONES A LA CURVA DE LORENZ PARA LA DISTRIBUCIÓN DEL INGRESO EN MÉXICO DURANTE 1998

INTRODUCCIÓN

Desde la segunda mitad del siglo veinte las matemáticas se han integrado de un modo permanente al quehacer económico a tal grado que el debate de los grandes paradigmas se fundamenta en sólidas estructuras matemáticas. Las opiniones acerca de la participación de las matemáticas en la economía van de las más optimistas que ven a la economía como la física de las ciencias sociales, a las más pesimistas que consideran que se está creando una "generación de idiotas instruidos, capaces en las técnicas, pero inocentes en los temas reales de la economía"¹.

Contrario a lo expresado en esta última opinión, el presente trabajo busca hacer una pequeña contribución al estudio de un problema económico real en México: la desigual distribución de la riqueza. Sin hacer juicios de valor, ni buscar causas o soluciones al problema, se pretende contribuir a su estudio caracterizando en forma funcional la distribución del ingreso en México, creando con ello herramientas que permitan la evaluación de políticas encaminadas a aliviar el problema.

¹ Comentario hecho en el Reporte de la Commission on Graduate Education (1991) [1].

Durante 1998 el Instituto Nacional de Estadística Geografía e Informática (INEGI) realizó el levantamiento de la Encuesta Nacional de Ingresos y Gastos de los Hogares (ENIGH)², la cuál es la fuente mas completa de información para caracterizar la distribución de la riqueza en nuestro país. Para tal efecto se utiliza la curva de Lorenz que es una representación gráfica de la distribución del ingreso y base para la obtención de medidas de desigualdad (como el coeficiente de Gini) y de pobreza (como los índices de Foster-Greer-Thorbecke). Para obtener dicha curva, es común que se considere la información agrupada por decil de gasto³, lo cual limita el análisis a diez observaciones y puede ser fuente de indicadores no muy precisos. En este sentido, contar con una buena estimación de la forma funcional completa de la curva de Lorenz (en todo el intervalo $[0,1]$ y no únicamente diez observaciones), permitiría un análisis más confiable de la distribución del ingreso en el país.

Aunque existe una gran variedad de formas funcionales propuestas para estimar la distribución del ingreso, la complejidad de los métodos para estimar los parámetros de dichas formas, las hace poco útiles en el trabajo cotidiano del analista. El presente trabajo plantea seis aproximaciones de las curvas de Lorenz para México cuya principal virtud es que los parámetros que las caracterizan pueden estimarse mediante mínimos cuadrados ordinarios. Se estiman dichas formas funcionales considerando distintos niveles de información (decil, percentil y

² En el año 2000 se realizó el levantamiento mas reciente de la ENIGH, pero a la fecha de realización del presente trabajo, los resultados no habían sido publicados.

³ Se utiliza la información del gasto como un indicador del ingreso permanente. La justificación teórica se presenta en el capítulo III.

10,952 hogares) para 1998 y se hace un análisis de sensibilidad al número de datos, observando que los coeficientes obtenidos para estas formas funcionales y el índice de Gini cambian de acuerdo con el nivel de información disponible, sin embargo, los cambios son menores cuando mejor se ajustó la forma funcional a pocas observaciones, lo cual nos proporciona evidencia de que las mejores aproximaciones a la curva de Lorenz no son altamente sensibles al número de datos.

Durante el primer capítulo se establecen algunas consideraciones teóricas sobre las medidas de desigualdad como el coeficiente de Gini y sobre la curva de Lorenz y su relación con la distribución del ingreso. En el segundo capítulo se plantean seis formas funcionales con las que se busca aproximar la curva de Lorenz, se analiza si estas formas cumplen los requerimientos necesarios planteados en el capítulo anterior y se realizan las transformaciones necesarias para que los coeficientes de estas curvas se puedan estimar por Mínimos Cuadrados Ordinarios. En el tercer capítulo se relaciona la información disponible para el caso mexicano, se presenta una breve descripción de la metodología con que se obtiene esta información y se plantea la problemática existente en las cifras. Durante el cuarto capítulo se realizan las estimaciones correspondientes a las seis formas funcionales con información agrupada por decil, percentil y con la muestra total de 10,952 hogares para 1998 y se muestra que los coeficientes obtenidos para estas formas funcionales y el índice de Gini cambian de acuerdo con el nivel de información disponible, pero que dichos cambios son menores cuando mejor se ajustó la forma funcional a pocas observaciones. Así, se concluye que las mejores aproximaciones a la curva de Lorenz no son altamente sensibles al número de

datos de que se disponga. También se observa que, aunque algunas de las formas funcionales no son en sentido estricto curvas de Lorenz, sí representan una buena aproximación a esta y merecen ser consideradas por sus virtudes predictivas. Finalmente, se presentan algunas conclusiones y reflexiones sobre los resultados del trabajo y las nuevas alternativas que se vislumbran.

I. ALGUNAS CONSIDERACIONES TEÓRICAS

Para Ray [2] existen al menos dos razones por las cuales es importante estudiar la distribución de la riqueza. La primera es de tipo ético y representa una aversión a la desigualdad *per se*, su fundamento central es que no existen razones que justifiquen que dos individuos sean tratados en forma distinta en cuanto a su acceso a recursos económicos. La segunda considera razones económicas como el hecho de que un alto grado de desigualdad reduce las posibilidades de acceder a mayores niveles de crecimiento económico, ya que afecta directamente decisiones de inversión, consumo, acceso al crédito, etc.

Resulta entonces pertinente plantear medidas de desigualdad que permitan conocer la situación en la que se encuentra el país y hacer comparaciones entre distintas situaciones. Dichas medidas deben ser un objeto matemático perfectamente definido, pero que cumpla con un conjunto de axiomas que le den sentido económico. A continuación se presentan cuatro criterios que, la literatura económica considera [2], deben ser cubiertos por las medidas de desigualdad, estos criterios cumplen con una noción intuitiva de lo que debe ser una medida de desigualdad.

El *primer criterio* puede ser considerado como un principio de anonimato: Desde el punto de vista ético, no es importante quien es el que recibe el ingreso, sino el monto que recibe. En términos coloquiales podemos decir que a la sociedad no le importa si quien tiene el ingreso mas alto se llama Carlos o Ricardo, sino el monto de este ingreso.

El *segundo criterio* es un principio de población, que establece que lo que importa no es el tamaño de la población sino la proporción de esta que gana los diferentes niveles de ingreso. Una sociedad de dos individuos donde uno gana 10 y el otro 100, es tan desigual como una sociedad con cuatro individuos en donde dos ganan 10 y los otros dos ganan 100.

El *tercer criterio* es el principio de ingreso relativo, que establece que lo que importa para medir desigualdad es el ingreso relativo. Consideremos por ejemplo la supresión de tres ceros en nuestra moneda el 18 de junio de 1992, en términos nominales, el ingreso de cada individuo disminuyó, sin embargo la desigualdad, en el instante mismo del cambio, no se modificó.

El *cuarto criterio* es el formulado por Dalton en 1920 en el que se considera que una transferencia regresiva (entendida esta como una transferencia de ingresos de un individuo a otro con mayor ingreso) debe necesariamente generar un incremento en la medida de desigualdad.

A partir de estas nociones sociales para la construcción de una medida de desigualdad, se sintetiza la nomenclatura matemática para esta medida:

Sea una población con n individuos⁴, y sea y_i el ingreso del i -ésimo individuo, entonces, un índice de desigualdad ($I = I(y_1, y_2, \dots, y_n)$) de la población con ingresos (y_1, y_2, \dots, y_n) debe satisfacer:

- i). $I(y_1, y_2, \dots, y_n) = I(P(y_1, \dots, y_n))$, donde $P(\cdot)$ es una permutación de (y_1, y_2, \dots, y_n)
- ii). $I(y_1, y_2, \dots, y_n) = I(y_1, y_2, \dots, y_n; \lambda y_1, \lambda y_2, \dots, \lambda y_n)$
- iii). $I(y_1, y_2, \dots, y_n) = I(\lambda y_1, \lambda y_2, \dots, \lambda y_n)$
- iv). $I(y_1, y_2, \dots, y_n) \leq I(y_1, y_2, \dots, y_i - \delta, \dots, y_j + \delta, \dots, y_n)$ donde $y_i \leq y_j$.

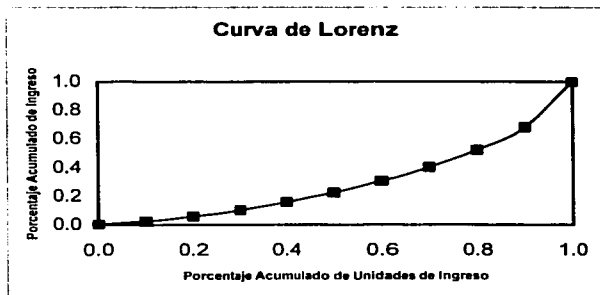
⁴ En el presente estudio se utiliza al hogar como unidad básica de ingreso y no al individuo.

El primer criterio establece que las medidas de desigualdad deben ser insensibles a permutaciones del perfil de ingresos (y_1, y_2, \dots, y_n). Es decir, podemos ordenar los ingresos en forma ascendente y obtener un perfil tal que $y_1 \leq y_2 \leq \dots \leq y_n$. La validez del segundo criterio permite normalizar la población en términos porcentuales, mientras que el tercer criterio (con $\lambda = \frac{1}{\sum_{i=1}^n y_i}$) permite normalizar los ingresos, del mismo modo que la población, en términos porcentuales.

La curva de Lorenz.

La curva de Lorenz relaciona el porcentaje acumulado de unidades de ingreso con el porcentaje acumulado de ingreso recibida después de ordenar en forma ascendente las unidades de acuerdo con el ingreso recibido. Es decir, en el eje X se considera el porcentaje acumulado de unidades de ingreso (después de ordenarlas en forma ascendente por su nivel de ingreso) y en el eje Y se considera el porcentaje acumulado de ingreso correspondiente a dichas unidades.

Gráfico 1



Es común representar gráficamente esta curva uniendo, mediante líneas rectas, puntos obtenidos en forma discreta, sin embargo este método pierde información muy valiosa, por lo que a continuación se presentan una definición atribuida a Gastwirth (1971) [3] y un teorema (Gaffney y Antis) para el caso continuo.

Definición: Sea y el ingreso de un miembro de la población. Si y es una variable aleatoria con función de distribución $F(y)$ ⁵, con esperanza finita $E[y]=\mu$ y con dominio en un subconjunto de los reales no negativos \mathfrak{R}^+ , entonces y tiene asociada una curva de Lorenz definida como $L(x)=\frac{1}{\mu} \int_0^x F^{-1}(t)dt$ con $x \in [0,1]$ y donde $F^{-1}(t) = \sup\{y : F(y) \leq t\}$.

Esta definición es análoga a la tradicional (Véase también [3]) en que la curva de Lorenz se define en términos de las siguientes dos ecuaciones:

$$i). \quad x = F(y) = \int_0^y f(t)dt$$

$$ii). \quad L(x) = \Phi(y) = \frac{1}{\mu} \int_0^y tf(t)dt$$

Pero Gastwirth nos permite manejar una única ecuación.

Teorema 1: Si $L(x)$ está definida y es continua en el intervalo $[0,1]$ y $L''(x)$ existe, entonces, $L(x)$ es una curva de Lorenz si y solo si

- i). $L(0)=0$
- ii). $L(1)=1$
- iii). $L'(0^+) \geq 0$
- iv). $L''(x) \geq 0$ para toda x en $(0,1)$ ⁶

⁵ $F(y)$ representa el porcentaje de la población que recibe ingresos menores o iguales que y .

⁶ La demostración formal de esta condición aparece en Levine y Singer (1970) [4].

Es fácil ver que si no existe desigualdad la curva de Lorenz se transforma en la recta $x=y$, mientras que conforme la desigualdad crece, la curva de Lorenz cae más bajo esta recta. Así, la distancia de todos los puntos a la diagonal principal puede ser una medida de desigualdad⁷. Del mismo modo, un análisis gráfico sencillo nos permite comparar dos curvas de Lorenz cuando una se encuentra totalmente por debajo de otra en el intervalo $(0,1)$, con lo que podemos estar seguros de que en la segunda distribución del ingreso existe una mayor desigualdad que en la primera. Este análisis sencillo recibe el nombre de criterio de Lorenz y existe una fuerte relación entre este criterio y los cuatro criterios para una medida de desigualdad. La definición formal de una medida de desigualdad consistente con el criterio de Lorenz y la relación de éste con los cuatro criterios anteriores se expresan como sigue:

Definición: Sea I una medida de desigualdad, I es consistente con el criterio de Lorenz si, para todo par de distribuciones (y_1, y_2, \dots, y_n) y (z_1, z_2, \dots, z_n) tales que la curva de Lorenz de (y_1, y_2, \dots, y_n) permanece siempre a la derecha de curva de Lorenz de (z_1, z_2, \dots, z_n) se cumple que $I(z_1, z_2, \dots, z_n) \leq I(y_1, y_2, \dots, y_n)$.

Teorema 2: Una medida de desigualdad I es consistente con el criterio de Lorenz si y solo si I es consistente con los cuatro principios antes mencionados.⁸

La anterior descripción nos da una idea de la importancia de una correcta especificación de la curva de Lorenz, sin embargo no nos proporciona un método

⁷ Mas adelante se presenta una definición formal de una medida semejante.

⁸ La demostración es sencilla y aparece en [2].

de comparación cuando dos curvas de Lorenz se cruzan, una medida "completa" será presentada un poco mas adelante.

Una consideración más de la importancia de la curva de Lorenz, es que la derivada de la curva en cada punto es la contribución de esa fracción de la población al ingreso total, esto se aprecia en forma directa al derivar la definición de Gastwirth respecto a x . Finalmente, es posible encontrar una relación directa entre la curva de Lorenz y la función de densidad del ingreso según el siguiente teorema.

Teorema 3: Si $L''(x)$ existe y es positiva en todo el intervalo (x_1, x_2) , entonces F tiene una función de densidad finita y positiva en el intervalo $(\mu L'(x_1^+), \mu L'(x_2^-))$

definida como: $f(x) = \frac{1}{\mu L''(F(x))}$.⁹

El Coeficiente de Gini.

Aunque la curva de Lorenz permite conocer de un modo general la distribución del ingreso, ésta presenta dos desventajas importantes: primero, la curva de Lorenz no nos proporciona un "número" con el cuál hacer comparaciones; segundo, si las curvas de dos distintas distribuciones se cruzan, el criterio de Lorenz no nos permite concluir nada. El coeficiente de Gini es una medida completa¹⁰ que resume en un valor numérico la desigualdad en el ingreso de una población. Dicho

⁹ La demostración se presenta en Villaseñor y Arnold (1989) [5].

¹⁰ Se define una medida de desigualdad completa como aquella que es posible obtener para cualquier distribución del ingreso.

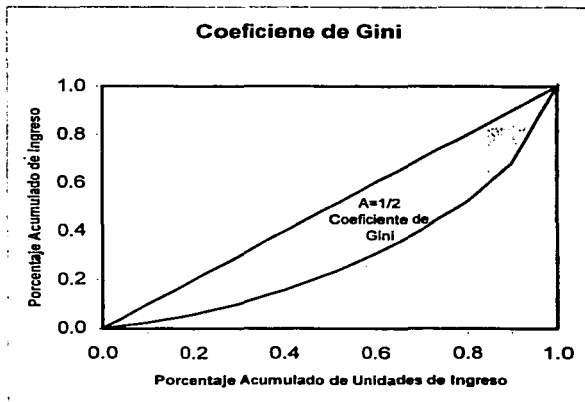
coeficiente satisface los cuatro principios enunciados al principio de este capítulo¹¹ (y es por tanto consistente con el criterio de Lorenz) y se define como:

$$G = \frac{1}{2n^2 y} \sum_{j=1}^m \sum_{k=1}^m n_j n_k |y_j - y_k|$$
 Donde m es el número de distintos tipos de unidades de ingreso, n_j es el número de unidades de ingreso del tipo j , y_j es el ingreso de una unidad del tipo j y $y = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^m n_j y_j$ es el ingreso promedio de la población.

Esta definición para el caso discreto converge al doble del área entre la curva de Lorenz y el triángulo bajo la identidad $x=y$, es decir, en el caso continuo:

$$G = 2 \int_0^1 \{x - L(x)\} dx$$

Gráfica 2



¹¹ La demostración de que satisface los tres primeros principios es muy sencilla, y para el cuarto principio un análisis gráfico nos permite visualizar fácilmente el resultado.

Los límites superior e inferior del coeficiente de Gini son 0 y 1 respectivamente y provienen de los casos en que cada unidad recibe el mismo ingreso (recta de igualdad) donde el coeficiente de Gini es 0, y cuando solo una unidad recibe ingreso positivo, entonces el coeficiente de Gini vale 1. Sin embargo, ambos casos son solo apreciaciones técnicas que no ocurren en la realidad.

Una vez que se ha justificado la importancia de la curva de Lorenz, de su estimación en términos continuos y de cómo obtener el coeficiente de Gini es este caso, se presenta a continuación seis estimaciones de esta forma funcional.

II. FORMAS FUNCIONALES PARA LA CURVA DE LORENZ

Existe una amplia variedad de formas funcionales que se han propuesto para caracterizar las curvas de Lorenz, sin embargo, las dificultades teóricas que muchas de ellas presentan para estimar los parámetros que las caracterizan, las hacen poco prácticas en el estudio cotidiano. En éste capítulo se hace una breve descripción de seis formas funcionales propuestas para la curva de Lorenz, cuya virtud fundamental esta en el hecho de que los parámetros desconocidos pueden estimarse mediante Mínimos Cuadrados Ordinarios¹². Se presentan también las especificaciones sobre los parámetros para cumplir (de ser posible) los requisitos del teorema 1 del capítulo anterior y se integra para obtener el coeficiente de Gini correspondiente. La transformación de estas formas para estimar los parámetros mediante el método de Mínimos Cuadrados Ordinarios es muy sencilla y se obtiene reagrupando adecuadamente la ecuación para después aplicar la función logaritmo, excepto para la forma elíptica, en la cuál se presenta explícitamente las transformaciones necesarias que se explican en [5]. En el Anexo 1 se presentan las formas funcionales y las transformaciones pertinentes.

1. Pareto Clásica: Una forma funcional común en la literatura económica es la curva de Pareto. Para establecer esta curva se supone que el ingreso es una variable aleatoria que cumple la ley de Pareto, es decir, que tiene función de densidad de probabilidad:

¹² Para referencias sobre este método véase Greene (1998) [6] o Gujarati (1992) [7].

$$f(y) = \begin{cases} \gamma y^{-(1+\gamma)} & \text{si: } y \geq 1 \\ 0 & \text{si: } y < 1 \end{cases} \quad \text{con } \gamma > 0$$

La esperanza del ingreso existe si $\gamma > 1$ y es $E[y] = \gamma / (\gamma - 1)$. Aplicando ahora la definición de curva de Lorenz tenemos que: $F(y) = 1 - y^{-\gamma}$, y la función inversa de distribución es $F^{-1}(t) = (1-t)^{-1/\gamma}$. La curva de Lorenz es entonces:

$$L_c(x) = \frac{\gamma-1}{\gamma} \int_0^x (1-t)^{\frac{-1}{\gamma}} dt, \text{ es decir:}$$

$$L_c(x) = 1 - (1-x)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \quad \text{con } 0 < (\gamma-1)/\gamma < 1 \quad (1)$$

Aunque esta curva se obtuvo directamente de la definición de la curva de Lorenz, es fácil demostrar que cumple los supuestos del teorema 1. Las dos primeras condiciones son obvias, mientras que, obteniendo la primera y segunda derivadas de la curva respecto a x tenemos:

$$L'_c(x) = \frac{\gamma-1}{\gamma} (1-x)^{\frac{-1}{\gamma}} > 0 \Leftrightarrow \frac{\gamma-1}{\gamma} > 1$$

$$L''_c(x) = \frac{\gamma-1}{\gamma^2} (1-x)^{\frac{-\gamma+1}{\gamma}} > 0 \Leftrightarrow \gamma > 1$$

Ambas condiciones se cumplen cuando $\gamma > 1$ validándose así que la ecuación (1) es en realidad una curva de Lorenz.

Esta curva no es simétrica respecto a la línea perpendicular a la recta $y=x$, de hecho Quandt [8] demostró que es asimétrica hacia el origen, no obstante la evidencia empírica muestra una asimetría hacia el punto (1,1).

Finalmente, el coeficiente de Gini de esta curva esta definido como:

$$G_c = 2 \int \{x - L_c(x)\} dx = \frac{1}{2\gamma - 1}, \text{ el cuál depende únicamente del parámetro } \gamma \text{ y,}$$

dadas las condiciones establecidas para dicho parámetro, el coeficiente toma valores entre 0 (cuando $\gamma \rightarrow \infty$) y 1 (cuando $\gamma=1$).

2. Kakwani y Podder (1973) [9]: Con base en información del ingreso en hogares australianos obtenido de la encuesta de gasto de los consumidores durante 1967-68, los autores encuentran un buen ajuste con la siguiente curva¹³:

$$L_{kp(73a)}(x) = xe^{-\tau(1-x)} \quad \text{con } \tau \geq 0. \quad (2)$$

Puede verse fácilmente que si $\tau=0$ entonces la curva coincide con la recta identidad, mientras que si $\tau>0$, entonces la primera y segunda derivada son ambas positivas, cumpliendo así con todos los requisitos del teorema 1 (las condiciones i) y ii) también se cumplen).

$$L'_{kp(73a)}(x) = e^{-\tau(1-x)}(1+x\tau) > 0 \Rightarrow \tau > -1$$

$$L''_{kp(73a)}(x) = \tau e^{-\tau(1-x)}(2+x\tau) > 0 \Rightarrow \tau > 0$$

El coeficiente de Gini para esta curva es: $G_{kp(73a)} = 1 - \frac{2(\tau-1)}{\tau^2} - \frac{2e^{-\tau}}{\tau^2}$

¹³ Aunque no existen razones para pensar que la distribución del ingreso de los hogares australianos sea semejante a la de los hogares mexicanos, si podemos considerar que entre la amplia variedad de valores que puede tomar el parámetro desconocido, puede existir alguno que aproxime bien la curva de Lorenz presente en nuestro país.

Una generalización de este tipo de curvas se obtiene agregando un parámetro como exponente de la variable x :

$$L_{\mu p(73b)}(x) = x^{\delta} e^{-\tau(1-x)} \quad \text{con } (\delta + \tau)^2 > \delta. \quad (3)$$

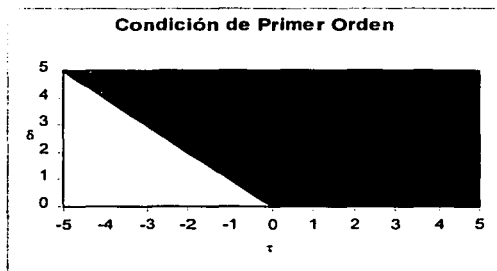
Nuevamente es fácil ver que las primeras dos condiciones del teorema 1 se satisfacen, sin embargo para las últimas dos condiciones se debe satisfacer que:

$$L'_{\mu p(73b)}(x) = e^{-\tau(1-x)} x^{\delta-1} (\delta + x\tau) > 0 \Rightarrow \delta + \tau x > 0$$

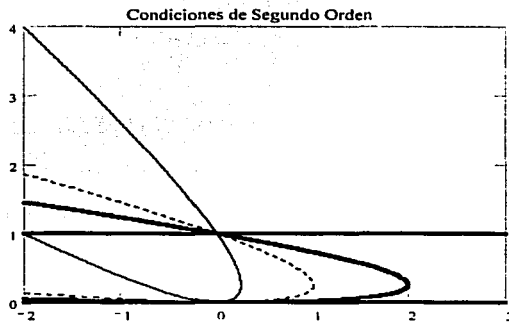
$$L''_{\mu p(73b)}(x) = \tau e^{-\tau(1-x)} x^{2-\delta} [(\delta + x\tau)^2 - \delta] > 0 \Rightarrow (\delta + x\tau)^2 > \delta$$

Considerando que x pertenece al intervalo $(0,1)$, la primera condición se satisface en la región que se presenta en la gráfica 3, mientras que la segunda condición, variando x en el intervalo, está representada por la parte externa a la familia de parábolas que se presenta en la gráfica 4 y que se colapsa a dos rectas paralelas ($\delta = 0$ y $\delta = 1$). Finalmente, la región en la que se satisfacen estas condiciones se presenta en la gráfica 5.

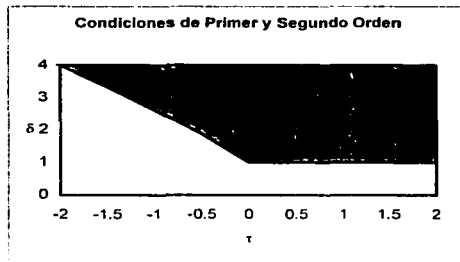
Gráfica 3



Gráfica 4



Gráfica 5



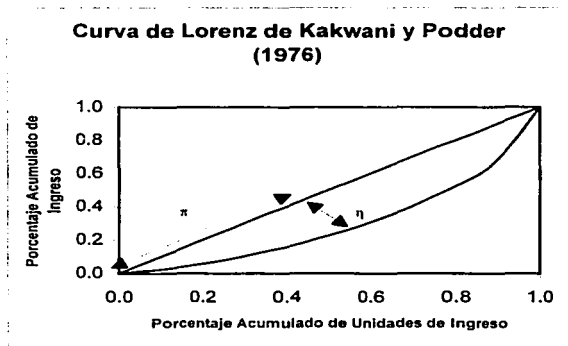
Como puede observarse, para esta nueva forma funcional, el parámetro τ puede ser positivo o negativo, mientras que el parámetro δ debe ser mayor que 1. Si es $\delta > 2$ entonces la segunda derivada tiende a infinito cuando x tiende a 0. Bajo estas consideraciones, el coeficiente de Gini definido como $G_{kp(73b)} = 1 - 2e^{-\tau} \int_0^1 x^\delta e^{-\tau x} dx$ se obtiene con las tablas de la distribución gamma incompleta si $\tau < 0$, y con la función hipergeométrica confluyente si ambos

coeficientes son positivos. En éste último caso la integral puede evaluarse

como $G_{kp(73h)} = 1 - 2e^{-t} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{(1+\delta+k)} \frac{t^k}{k!}$ donde la serie converge rápidamente¹⁴.

3. **Kakwani y Podder (1976) [10]:** Los autores plantean una ingeniosa alternativa haciendo un cambio de coordenadas $(x,y) \rightarrow (\eta,\pi)$ donde η es la distancia de cada punto (x,y) en la curva hacia la recta identidad, mientras π es la distancia del origen al punto en la identidad que es perpendicular a (x,y)

Gráfica 6



Dicho cambio de coordenadas está dado por:

$$\pi = \frac{1}{2}(x+y) \quad \eta = \frac{1}{2}(x-y)$$

Las cuales pueden obtenerse fácilmente resolviendo el sistema de ecuaciones:

¹⁴ En el capítulo IV se obtiene esta integral mediante el uso del paquete Mathcad 7 y se compara el resultado con los obtenidos por los primeros términos de la serie.

$$i). \quad (x - y)^2 = \pi^2 + (\sqrt{2}x - \eta)^2$$

$$ii). \quad (x - y)^2 = \pi^2 + (\eta - \sqrt{2}y)^2$$

$$iii). \quad x^2 + y^2 = \pi^2 + \eta^{15}$$

Y se propone entonces la siguiente curva de Lorenz:

$$\eta = r\pi^\phi(\sqrt{2} - \pi)^\varphi \quad \text{con } r > 0, 0 < \phi \leq 1, 0 < \varphi \leq 1 \quad (4)$$

En los puntos (0,0) y (1,1) η debe ser 0, por lo que $\phi > 0$ y $\varphi > 0$. Se requiere además que η tenga un máximo y ningún punto de inflexión, por lo que al obtener la primera y segunda derivada esta condición se valida solo si $\phi \leq 1$, $\varphi \leq 1$. Este valor máximo se encuentra en el punto donde el ingreso corresponde al valor de su media. Puede observarse además que si $\phi = \varphi$ la curva es simétrica respecto a la transversal a la identidad que pasa por su punto medio, mientras que si $\phi < \varphi$ entonces la curva es sesgada hacia el (1,1) y si $\phi > \varphi$ entonces la curva es sesgada al (0,0). Sin embargo, Rasche, Garrney Koo y Obst[11] demostraron que estas condiciones de los parámetros no son suficientes para que se cumplan todos los supuestos del teorema 1, ya que se debe validar también que:

$$i). \quad \lim_{\pi \rightarrow 0} \eta'(\pi) = 1$$

$$ii). \quad \lim_{\pi \rightarrow .2} \eta'(\pi) = -1$$

¹⁵ Se utilizan 3 ecuaciones para simplificar los cálculos.

los cuales no existen con las restricciones antes mencionadas.

Finalmente Kakwani[12] presenta evidencia empírica de que esta derivada si varía entre 1 y -1 cuando π varía entre 1.2×10^{-7} o $2^{1/2} \cdot 10^{-4}$ respectivamente, por lo que esta singularidad extrema no afecta los resultados empíricos que, según sugiere, son bastante buenos en aproximar la curva de Lorenz y la función de densidad, por lo que, aún con este problema, se considerará su uso en el capítulo IV.

En lo que respecta al coeficiente de Gini, bajo esta transformación, su interpretación es más sencilla, pues es simplemente dos veces la integral de la función $\eta(\pi)$: $G_{kp(76)} = 2 \int_0^1 r \pi^\phi (\cdot, 2 - \pi)^\psi \partial \pi = 2r(\cdot, 2)^{1+\phi+\psi} B(1+\phi, 1+\psi)$, donde B es la función Beta.

4. Kakwani (1980) [13]: En 1980 Kakwani propone una alternativa más para aproximar la forma funcional de la curva de Lorenz, la cuál probó su efectividad con la Encuesta de Gasto de los Hogares australianos en 1974. Dicha curva se expresa como:

$$L_{k(80)}(x) = x - \theta x^\lambda (1-x)^\kappa \quad \text{con } \theta > 0, 0 < \lambda \leq 1, 0 < \kappa \leq 1. \quad (5)$$

Las condiciones de los parámetros son las que establece Kakwani en el artículo al que se hace referencia, en donde establece que, para que se cumplan las 2 primeras condiciones del teorema 1, $\lambda > 0$, $\kappa > 0$, mientras que, para que la función sea convexa $\lambda \leq 1$ y $\kappa \leq 1$, sin embargo, es fácil ver que, bajo estas condiciones la primer derivada de la curva de Lorenz tiende a menos infinito cuando x tiende a cero, es decir:

Si $L'_{K^{(R0)}}(x) = 1 - \theta \lambda x^{\lambda-1} (1-x)^{\lambda} + \theta \lambda x^{\lambda} (1-x)^{\lambda-1}$ entonces $\lim_{x \rightarrow 0} L'_{K^{(R0)}}(x) \rightarrow -\infty$.

De hecho, la función puede ser negativa para algunos valores de x en el intervalo $(0,1)$ pero con la información del Capítulo IV se observó que dichos valores ocurren en las cercanías del 0 (1×10^{-7}), por lo que, para fines empíricos, no constituye un problema significativo.

El coeficiente de Gini resulta complicado, por lo que para fines del estudio empírico, su aproximación se hará mediante el uso de un paquete matemático.

5. Villaseñor y Arnold (1989) [5]: A partir de la ecuación cuadrática general $ax^2+bx+cy^2+dx+ey+f=0$, observan especificaciones para que un segmento de elipse pueda ser considerado como curva de Lorenz¹⁶, bajo la siguiente forma:

$$L_K(x) = \frac{1}{2} \{ -(bx + e) - \sqrt{\alpha x^2 + \beta x + e^2} \} \text{ donde:}$$

$$e = -(a+b+d+1) < 0, \alpha = b^2 - 4a < 0, d \geq 0, a+d-1 \geq 0^{17}, \beta = 2be - 4d. \quad (6)$$

La constante f ha desaparecido para asegurar que la curva pase por el punto $(0,0)$. Se considera también que $c \neq 1$ pues en caso contrario la ecuación cuadrática representaría una hipérbola, así que es posible estandarizar la ecuación a $c=1$, con lo que $e = -(a+b+d+1)$ asegura que la curva pase por el punto $(1,1)$. La condición sobre el parámetro α asegura que la función sea

¹⁶ Ambos autores tienen otros estudios donde se presentan otros tipos de curvas de Lorenz (parábolas e hipérbolas), sin embargo sugieren que la forma elíptica ha dado mejores resultados.

¹⁷ En el documento original [5] esta condición aparece con el signo contrario, sin embargo esto no es posible pues la curva sería cóncava, de hecho, en las estimaciones que ellos realizan también es mayor que 0 y el coeficiente de Gini estimado utiliza esta propiedad.

parte de una elipse (con $a > 0$). Para asegurar que la elipse sea convexa en el cuadrado unitario se obliga a que el otro punto donde la elipse corta al eje y sea un valor positivo, entonces $e < 0$. De igual modo, el otro punto donde la elipse corta el eje x debe en un valor negativo, por lo que $-d/a < 0$. La condición de primer orden de la forma cuadrática evaluada en $(0,0)$ da origen a la restricción $d \geq 0$, mientras que al evaluar en $(1,1)$ se obtiene que $a+d-1 \geq 0$.

Esta ecuación es lineal en los parámetros al transformarla en:

$$y(1-y) = a(x^2 - y) + by(x-1) + d(x-y) \quad (6')$$

Finalmente, el coeficiente de Gini para esta curva es:

$$G_R = 1 + \frac{b+2e}{2} + \frac{(2\alpha + \beta)(a+d-1) + \beta e}{4\alpha} + \frac{\beta^2 - 4\alpha e^2}{8\alpha\sqrt{-\alpha}} \left[\operatorname{sen}^{-1} \left(\frac{2\alpha + \beta}{\sqrt{\beta^2 - 4\alpha e^2}} \right) - \operatorname{sen}^{-1} \left(\frac{\beta}{\sqrt{\beta^2 - 4\alpha e^2}} \right) \right]$$

III. INFORMACIÓN DISPONIBLE PARA MÉXICO

Según la teoría de Friedman¹⁸ el ingreso puede descomponerse en ingreso permanente y transitorio, el primero se refiere al ingreso promedio del individuo durante su vida, mientras que el segundo está dado por choques aleatorios. Bajo tales circunstancias es un comportamiento racional el suavizar el consumo igualándolo al ingreso permanente, ahorrando cuanto el ingreso transitorio es positivo y recurriendo al ahorro o crédito cuando es negativo. Dicho de otro modo, un individuo no deja de consumir si de repente queda desempleado, ni consume todo su ingreso si sabe que no siempre será el mismo. Por lo anterior resulta de mayor utilidad estimar la distribución de ingreso permanente mediante el gasto corriente (consumo) realizado por los individuos. Por otra parte, aunque se sabe que existen desigualdades intrínsecas al interior del hogar, éste es la unidad básica de consumo, por lo que se emplean hogares en lugar de individuos¹⁹.

La Encuesta Nacional de Ingresos y Gastos de los Hogares[15] (ENIGH) es un instrumento estadístico diseñado para proporcionar información de la estructura del ingreso y gasto de los hogares en México y su evolución en el tiempo. Como su nombre lo indica, la unidad básica de observación es el hogar y el levantamiento se realiza durante el último trimestre del año (sin considerar la segunda mitad de diciembre). El diseño muestral es probabilístico, polietápico,

¹⁸ Véase por ejemplo Romer [14].

¹⁹ Otra alternativa es utilizar la información por hogar y una tabla de equivalencias por edad y sexo.

estratificado y por conglomerados, obteniendo una representatividad nacional y por estrato urbano y rural.

La información con la que se realiza el análisis de ingreso permanente es la referente al gasto corriente que se define como la parte del ingreso que los hogares destinaron durante el período de referencia, a la adquisición de productos y/o servicios de consumo final y privado, a las transferencias pagadas o donadas a otras unidades en dinero. Así como el valor estimado, por los miembros del hogar, a precios de consumo final, de los productos y/o servicios de consumo final y privado obtenidos por autoconsumo, pago en especie, regalos y la estimación del alquiler de la vivienda.

Durante 1998 se entrevistó 10,952 hogares en México, que son representativos a nivel nacional (22 millones de hogares) y cuya información está disponible en tabulados (por decil) y en base de datos (por hogar multiplicando por su factor de expansión a la población total). Dichas cifras difieren ligeramente (2.5%) ya que los tabulados presentan correcciones por muestreo. En el cuadro 1 se presenta la información del gasto corriente por decil obtenida de los tabulados que publica el INEGI y de la base de datos de 1998 (el ordenamiento y agrupado de la información es de elaboración propia). Como puede apreciarse, la información del gasto de los tabulados es mayor en los primeros siete deciles que la obtenida de la base de datos.

Cuadro 1

Deciles	Número de Hogares	Tabulado ENIGH 98	Base de Datos ENIGH 98
I	2,216,357	7,035,311	5,737,855
II	2,216,357	10,865,293	9,739,392
III	2,216,357	13,971,633	13,074,121
IV	2,216,357	17,498,675	16,455,607
V	2,216,357	20,576,789	20,218,777
VI	2,216,357	25,459,287	24,313,694
VII	2,216,357	30,021,588	29,859,186
VIII	2,216,357	37,255,770	37,633,281
IX	2,216,357	48,960,227	51,062,899
X	2,216,355	99,102,543	110,329,222
TOTAL	22,163,568	310,747,116	318,424,035

Debido a la imposibilidad de realizar todas las correcciones técnicas para cada periodo, se utilizan los resultados de la base de datos por hogar 1998 y se genera la información tanto por deciles, percentiles y por hogar para estimar esta curva de Lorenz y analizar su sensibilidad a los tres niveles de información lo cual se realiza en el capítulo siguiente y nos proporciona evidencia de que las mejores aproximaciones a la curva de Lorenz no son altamente sensibles al número de datos.

En el Anexo 2 se presenta la información por decil y percentil que se obtiene de la base de datos por hogar, así como los porcentajes acumulados de unidades de ingreso (hogares) y de ingresos respectivos.

IV. ESTIMACIONES PARA MÉXICO DURANTE 1998

Con la información de la base de datos de la Encuesta Nacional de Ingresos y Gastos de 1998, se realizó la agrupación correspondiente a los tres niveles de información descritos en el capítulo anterior (deciles, percentiles y por hogar) y se estimaron, mediante Mínimos Cuadrados Ordinarios, los coeficientes correspondientes a cada una de las curvas de Lorenz propuestas en el capítulo II. En el Anexo 3 se presentan las variables que se utilizaron en dichas estimaciones para los datos agrupados en deciles y percentiles.

Una vez obtenidos dichos coeficientes y conociendo, por lo tanto, la forma funcional estimada de la curva de Lorenz, se realizó la estimación de los valores de porcentaje acumulado de ingreso para cada forma funcional. La diferencia entre este valor estimado y el valor verdadero permite calcular los errores de cada forma funcional y cada nivel de información. Esta información permite hacer comparaciones entre las formas funcionales correspondientes según su nivel de información y entre todas ellas independientemente del nivel de información. Finalmente, con cada forma funcional y nivel de información se encontraron los coeficientes de Gini correspondientes.

En el cuadro 2 se presentan los coeficientes obtenidos para cada forma funcional y nivel de información. Las pruebas de hipótesis sobre los coeficientes verificaron que se cumplen los supuestos requeridos para que la forma funcional sea una curva de Lorenz. Únicamente en el caso de la forma Kakwani y Podder (1973b) por decil presenta problemas pues no podemos rechazar, al 95% de confianza, que $\delta \leq 1$. En todos los casos los coeficientes son significativos y se cumplen los

supuestos básicos excepto porque se encontró autocorrelación, sin embargo esto no resulta grave al tratarse de datos de corte transversal. En el Anexo 4 se presentan los resultados de las regresiones.

Cuadro 2

Coeficientes Obtenidos por MCO	Nivel de Información		
	Deciles	Percentiles	Hogar
Pareto Clásica			
$(\gamma-1)/\gamma$	0.421735	0.46024	0.468145
Kakwani y Podder (1973a)			
$-\tau$	-1.827698	-1.89103	-1.903041
Kakwani y Podder (1973b)			
δ	1.016862	1.17151	1.307983
$-\tau$	-1.795360	-1.51607	-1.017850
Kakwani y Podder (1976)			
$\ln(r)$	-0.870198	-0.84546	-0.832500
ϕ	0.890496	0.91170	0.921266
φ	0.834375	0.86884	0.885086
Kakwani (1980)			
$\ln(\theta)$	-0.224106	-0.17771	-0.157941
λ	0.968912	0.98648	0.993227
κ	0.464236	0.50113	0.516739
Elíptica			
a	0.870389	0.87334	0.873236
b	-0.654607	-0.62749	-0.636046
d	0.189081	0.19730	0.194533

La primer columna indica la forma funcional y el o los parámetros desconocidos correspondientes, la segunda columna presenta los valores estimados de dichos parámetros con base en la información agrupada por decil. En la columna siguiente se presentan los valores estimados pero con la información agrupada en 99 observaciones. Finalmente se presentan las estimaciones correspondientes cuando se considera la información por hogar (10,951 datos).

Como puede observarse los coeficientes varían dependiendo del nivel de información, siendo la mayoría de ellos significativamente distintos (al 95% de confianza).

El cuadro 3 muestra la suma del cuadrado de los errores (SSE) y la suma del valor absoluto de los errores (SAE) del porcentaje acumulado de ingreso correspondiente para cada nivel de información, dichos errores son la diferencia del valor estimado del porcentaje acumulado de ingreso²⁰ y el valor real del mismo, es decir, $SSE = \sum_{i=1}^n (\hat{y} - y)^2$ y $SAE = \sum_{i=1}^n \hat{y} - y$, y no debe confundirse con los errores de la regresión, que son estimados sobre el modelo transformado. En el Anexo 5 se presentan los valores correspondientes a la información por decil y percentil.

Cuadro 3

	Nivel de Información		
	Deciles	Percentiles	Hogar
Pareto Clásica			
SSE	0.013083	0.243575	30.402775
SAE	0.312847	4.456369	524.490838
Kakwani y Podder (1973a)			
SSE	0.014134	0.148785	14.363237
SAE	0.217110	2.437782	247.571604
Kakwani y Podder (1973b)			
SSE	0.014628	0.220441	48.713502
SAE	0.220699	2.945425	532.240710
Kakwani y Podder (1976)			
SSE	0.000001	0.000097	0.022078
SAE	0.002579	0.082811	12.934141
Kakwani (1980)			
SSE	0.000010	0.001756	0.334834
SAE	0.007696	0.329872	47.891559
Elíptica			
SSE	0.000004	0.000176	0.018320
SAE	0.005401	0.081318	8.737186

SSE: Suma del Cuadrado de los Errores.

SAE: Suma del Valor Absoluto de los Errores.

Nota: Los errores se consideran respecto al porcentaje acumulado de gasto.

²⁰ Este valor se obtiene de sustituir los coeficientes estimados en cada forma funcional y evaluar en cada dato de porcentaje acumulado de unidades de ingreso de acuerdo con el nivel e información.

Los resultados correspondientes al Cuadro 3 no son comparables entre columnas, ya que la columna correspondiente a deciles muestra la suma de 9 observaciones, la de percentiles contiene 99 sumandos y la de hogares incluye 10,951 datos. Sin embargo, al comparar al interior de cada nivel de información, puede observarse que las curvas correspondientes a los tres últimos modelos son las que menor SSE y SAE tienen, independientemente del nivel de información considerado. Este resultado representa una evidencia empírica de que las formas funcionales que se ajustan bien con pocas observaciones, también lo hacen a mayor número de datos, aún cuando sus parámetros pueden cambiar.

En cuadro 4 se presenta la suma del cuadrado de los errores y del valor absoluto de los errores en el porcentaje acumulado del ingreso si, con base en los parámetros obtenidos de las estimaciones por decil y percentil, se realiza un estimado de los datos por hogar, es decir, si cada suma incluye exactamente el mismo número de sumandos (10,951), lo cual permite hacer comparaciones entre columnas.

Cuadro 4

	Nivel de Información		
	Deciles	Percentiles	Hogar
Pareto Clásica			
SSE	16.353610	27.115514	30.402775
SAE	384.917711	494.865336	524.490838
Kakwani y Podder (1973a)			
SSE	16.632539	14.670734	14.363237
SAE	253.706039	247.734114	247.571604
Kakwani y Podder (1973b)			
SSE	17.150534	21.926303	48.713502
SAE	257.615022	298.568493	532.240710
Kakwani y Podder (1976)			
SSE	0.004632	0.010433	0.022078
SAE	4.504139	8.985382	12.934141
Kakwani (1980)			
SSE	0.142378	0.186291	0.334834
SAE	16.249795	35.377648	47.891559
Elíptica			
SSE	0.028980	0.015877	0.018320
SAE	9.783530	8.404469	8.737186

SSE: Suma del Cuadrado de los Errores.

SAE: Suma del Valor Absoluto de los Errores.

Nota: Los errores se consideran respecto al porcentaje acumulado de gasto.

Se estiman utilizando los coeficientes por nivel de información en los datos por hogar.

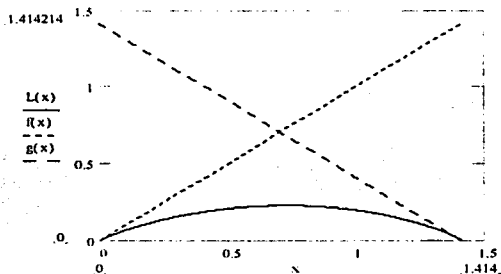
Nuevamente puede apreciarse que, aunque los tres últimos modelos continúan siendo los que mejor aproximan la información por hogar, los coeficientes del modelo de Kakwani (1980) pierden un poco de poder en sus predicciones si se le compara con los otros 2, mientras que los coeficientes del modelo de Kakwani y Podder (1976) con información por decil son los que mejor aproximan la distribución del ingreso, a pesar de haberse obtenido con únicamente 9 datos.

La gráfica 7 presenta la curva de Lorenz para 1998 con base en la forma funcional propuesta por Kakwani y Podder (1976), con los coeficientes obtenidos mediante la información por decil y que fue la que mejor ajustó la información por hogar.

Dicha curva se muestra en las coordenadas (η, π) presentadas en el capítulo II por lo que debe verse como una rotación de 135 grados de la curva en las

coordenadas habituales. Se añade además dos rectas de pendiente 1 y -1 que representan el eje X trasladado y el eje Y trasladado, y en las que se puede apreciar como en los puntos límite la curva rebasa dichas líneas.

Gráfica 7



Los puntos donde el valor absoluto de la pendiente de la curva de Lorenz es mayor a 1, corresponden a valores tan cercanos a los extremos que, para fines prácticos, puede pasarse por alto este detalle²¹ a favor de su poder de predicción.

Coefficientes de Gini Estimados para 1998

Utilizando las definiciones del capítulo I y las fórmulas correspondientes del capítulo II, en el cuadro 5 se presentan las estimaciones del coeficiente de Gini para el caso discreto y para cada una de las formas funcionales estimadas por

²¹ Lo anterior de ningún modo quiere decir que olvidemos la definición formal de la Curva de Lorenz, de hecho esta forma funcional no corresponde a una curva de Lorenz, sin embargo, para el trabajo práctico, puede considerarse esta curva como una buena aproximación de la verdadera curva de Lorenz, con un amplio poder de predicción.

nivel de información. Como puede observarse en las tres primeras formas y en el caso discreto este coeficiente varía mucho dependiendo del nivel de información, no así para las 3 últimas formas, en que es alrededor de 0.45 aún con únicamente 10 observaciones.

Cuadro 5

	Nivel de Información		
	Deciles	Percentiles	Hogar
Pareto Clásica	0.40673	0.36964	0.36226
Kakwani y Podder (1973a)	0.40818	0.41726	0.41895
Kakwani y Podder (1973b)	0.40682	0.39668	0.34745
Kakwani y Podder (1976)	0.45245	0.45102	0.45106
Kakwani (1980)	0.45209	0.44987	0.44928
Elíptica	0.45351	0.44965	0.45091
Discreta	0.43894	0.45036	0.45056

Este resultado refuerza la hipótesis sobre la conveniencia de utilizar una forma funcional pues aproxima mejor el valor del coeficiente de Gini que si se utiliza la fórmula para caso discreto y con solo diez observaciones, sin embargo, dicha forma debe ajustar "bastante bien con pocas observaciones".

Finalmente, a favor de probar la velocidad de convergencia de la serie definida en el capítulo I para estimar el coeficiente de Gini de la curva de Kakwani y Podder (1973b) se estimó este coeficiente con la serie y con el paquete Mathcap 7 obteniéndose resultados iguales en 5 decimales con tan solo 9, 8 y 7 sumandos para los datos por decil, percentil y hogar respectivamente.

V. CONCLUSIONES

En esta tesis se presentaron las consideraciones teóricas que debe cumplir una curva de Lorenz y se argumentó que las posibilidades de análisis al contar con una forma funcional de dicha curva, se amplían si se les compara con aquellas que resultan de datos limitados (información por decil). Se argumentó además a favor de que dichas formas funcionales fuesen accesibles al investigador y fáciles de estimar y se presentaron seis formas funcionales cuyos parámetros se estiman por Mínimos Cuadrados Ordinarios.

Se presentó también evidencia empírica de que existen funciones que, al no cumplir con los postulados de la definición, no pueden considerarse curvas de Lorenz, pero sin embargo aproximan bastante bien a dicha curva. La evidencia empírica presentada también demuestra que, aunque utilizar una forma funcional de la curva de Lorenz para la distribución del ingreso puede ayudar a obtener mejores estimaciones de la función de distribución del ingreso y del coeficiente de Gini, esta forma debe de ajustar "bastante bien" con pocas observaciones, y no necesariamente mejorar a mayor número de datos. Sin embargo, se observó que las malas aproximaciones con pocas observaciones lo continúan siendo conforme estas aumentan.

Se mostró también que aproximar la curva de Lorenz para la distribución del ingreso permanente (gasto) en México, mediante las formas propuestas por Kakwani y Podder (1976), Kakwani (1980) y Villaseñor (1989) es bastante razonable a pesar de los problemas que las dos primeras presentan en la

determinación de los parámetros ya que, como lo muestra la evidencia presentada, dichas inconsistencias no afectan su bondad de ajuste.

Nuevas líneas de investigación se abren al respecto, como hacer las estimaciones correspondientes en un período mas amplio y para los sectores rural y urbano, hacer una análisis cuantitativo con base en el criterio de Lorenz para determinar si existe dominancia en las curvas para algunos años o sectores; estudiar la función de distribución del ingreso y la forma en que, con base en la ecuación de la curva de Lorenz, es posible obtener los índices de pobreza de Foster-Greer-Thorbecke con $\alpha=0, 1$ y 2 .

REFERENCIAS:

- [1] Barber, W., "Postwar Changes in American Graduate Education in Economics.", *Histori of Political Economy*, 28 (1996), Suplemento.
- [2] Ray, Debraj, "Development Economics", Princeton University Press, 1998.
- [3] Gaswirth, J., "A General Definition of the Lorenz Curve.", *Econometrica*, 39 (1971), 1037-1039.
- [4] Levine, D. y Singer, N., "The Mathematical Relation Between the Income Density Function and the Measurement of Income Inequality.", *Econometrica*, 38 (1970), 324-330.
- [5] Villaseñor, J. y B. C. Arnold, "Elliptical Lorenz Curves.", *Journal of Econometrics*, 40 (1989), 327-338.
- [6] Greene, W., "Análisis Econométrico.", Prentice Hall, (1998).
- [7] Gujarati, D., "Econometría.", McGraw-Hill, (1992).
- [8] Quandt, R., "Old and New Methods of Estimation and the Pareto Distribution.", *Metrika*, (1966), 55-82.
- [9] Kakwani, N. C. y N. Podder, "On the Estimation of Lorenz Curves from Grouped Observations.", *International Economic Review*, 14 (1973), 278-291.
- [10] Kakwani, N. C. y N. Podder, "Efficient Estimation of the Lorenz Curve and Associated Inequality Measures from Grouped Observations.", *Econometrica*, 44 (1976), 137-148.
- [11] Rasche, R., Gaffney, J., Koo, A. y Obst, N., "Functional Forms for Estimating the Lorenz Curve.", *Econometrica*, 48 (1980), 1061-1062.
- [12] Kakwani, N. C., "Functional Forms for Estimating the Lorenz Curve: A Reply.", *Econometrica*, 48 (1980), 1063-1064.
- [13] Kakwani, N. C., "On a Class of Poverty Measures.", *Econometrica*, 48 (1980), 278-291.
- [14] Romer, David, "Development Economics", Princeton University Press, 1998.
- [15] Instituto Nacional de Estadística, Geografía e Informática (INEGI), "Encuesta Nacional de Ingresos y Gastos de los Hogares 1998."

ANEXOS.

ANEXO 1: Transformaciones de las formas funcionales para estimarse por Mínimos Cuadrados Ordinarios.

Nombre	Forma funcional	Transformación
Pareto Clásica	$L_c(x) = 1 - (1-x)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$	$\ln[1 - L_c(x)] = \frac{\gamma-1}{\gamma} \ln[1-x]$
Kakwani y Podder 1973a	$L_{kp(73a)}(x) = xe^{-\tau(1-x)}$	$\ln\left[\frac{L_{kp(73a)}(x)}{x}\right] = -\tau(1-x)$
Kakwani y Podder 1973b	$L_{kp(73b)}(x) = x^\delta e^{-\tau(1-x)}$	$\ln[L_{kp(73b)}(x)] = \delta \ln[x] - \tau(1-x)$
Kakwani y Podder 1976	$\eta = r\pi^\phi (\sqrt{2} - \pi)^\phi$	$\ln[\eta] = \ln[r] + \phi \ln[\pi] - \phi \ln[\sqrt{2} - \pi]$
Kakwani 1980	$L_{k(80)}(x) = x - \theta x^\lambda (1-x)^\kappa$	$\ln[x - L_{k(80)}(x)] = \ln[\theta] - \lambda \ln[x] + \kappa \ln[1-x]$
Elíptica	$L_E(x) = \frac{1}{2} \{- (bx + e) - \sqrt{ax^2 + bx + e^2}\}$	$y(1-y) = a(x^2 - y) + by(x-1) + d(x-y)$

ANEXO 2: Hogares y Gasto por decil y percentil obtenidos de la base de datos por hogar.

Información por decil

Deciles	Número de Hogares	Gasto en el trimestre	Porcentaje de Hogares	Porcentaje de Gasto	Porcentaje Acumulado de Hogares	Porcentaje Acumulado del Gasto
I	2,216,357	5,737,855,215	0.1	0.018020	0.100000	0.018020
II	2,216,357	9,739,392,213	0.1	0.030586	0.200000	0.048606
III	2,216,357	13,074,120,761	0.1	0.041059	0.300000	0.089665
IV	2,216,357	16,455,606,627	0.1	0.051678	0.400000	0.141343
V	2,216,357	20,218,776,949	0.1	0.063496	0.500000	0.204839
VI	2,216,357	24,313,694,453	0.1	0.076356	0.600000	0.281196
VII	2,216,357	29,859,185,956	0.1	0.093772	0.700000	0.374967
VIII	2,216,357	37,633,281,132	0.1	0.118186	0.800000	0.493153
IX	2,216,357	51,062,899,371	0.1	0.160361	0.900000	0.653515
X	2,216,355	110,329,221,833	0.1	0.346485	1.000000	1.000000
TOTAL	22,163,568	318,424,034,510	1	1		

Información por percentil

Percentil	Número de Hogares	Gasto en el trimestre	Porcentaje de Hogares	Porcentaje de Gasto	Porcentaje Acumulado de Hogares	Porcentaje Acumulado del Gasto
1	221,636	271,417,617	0.01	0.000852	0.010000	0.000852
2	221,636	386,166,787	0.01	0.001213	0.020000	0.002065
3	221,636	452,021,642	0.01	0.001420	0.030000	0.003485
4	221,636	523,563,267	0.01	0.001644	0.040000	0.005129
5	221,636	580,957,733	0.01	0.001824	0.050000	0.006953
6	221,636	621,360,376	0.01	0.001951	0.060000	0.008905
7	221,636	662,771,622	0.01	0.002081	0.070000	0.010986
8	221,636	706,933,018	0.01	0.002220	0.080000	0.013206
9	221,636	743,774,763	0.01	0.002336	0.090000	0.015542
10	221,636	788,899,300	0.01	0.002478	0.100000	0.018020
11	221,636	823,974,559	0.01	0.002588	0.110000	0.020607
12	221,636	855,573,677	0.01	0.002687	0.120000	0.023294
13	221,636	886,975,771	0.01	0.002786	0.130000	0.026800
14	221,636	920,486,306	0.01	0.002891	0.140000	0.028970
15	221,636	954,074,501	0.01	0.002996	0.150000	0.031967
16	221,636	989,493,517	0.01	0.003107	0.160000	0.035074
17	221,636	1,026,648,346	0.01	0.003224	0.170000	0.038298
18	221,636	1,060,673,765	0.01	0.003331	0.180000	0.041629
19	221,636	1,094,687,358	0.01	0.003438	0.190000	0.045067
20	221,636	1,126,824,485	0.01	0.003539	0.200000	0.048606
21	221,636	1,163,607,524	0.01	0.003654	0.210000	0.052260
22	221,636	1,194,114,046	0.01	0.003750	0.220000	0.056010

Percentil	Número de Hogares	Gasto en el trimestre	Porcentaje de Hogares	Porcentaje de Gasto	Porcentaje Acumulado de Hogares	Porcentaje Acumulado del Gasto
23	221,636	1,228,677,443	0.01	0.003859	0.230000	0.059869
24	221,636	1,260,391,307	0.01	0.003958	0.240000	0.063827
25	221,636	1,290,908,906	0.01	0.004054	0.250000	0.067881
26	221,636	1,323,294,687	0.01	0.004156	0.260000	0.072037
27	221,636	1,354,247,978	0.01	0.004253	0.270000	0.076290
28	221,636	1,386,695,441	0.01	0.004355	0.280000	0.080645
29	221,636	1,419,311,295	0.01	0.004457	0.290000	0.085102
30	221,636	1,452,900,785	0.01	0.004563	0.300000	0.089665
31	221,636	1,486,068,861	0.01	0.004667	0.310000	0.094332
32	221,636	1,518,593,910	0.01	0.004769	0.320000	0.099101
33	221,636	1,553,224,711	0.01	0.004878	0.330000	0.103979
34	221,636	1,584,410,024	0.01	0.004976	0.340000	0.108954
35	221,636	1,623,278,895	0.01	0.005098	0.350001	0.114052
36	221,636	1,661,966,225	0.01	0.005219	0.360001	0.119272
37	221,636	1,700,665,570	0.01	0.005341	0.370001	0.124613
38	221,636	1,738,957,415	0.01	0.005461	0.380001	0.130074
39	221,636	1,772,797,973	0.01	0.005567	0.390001	0.135641
40	221,636	1,815,682,950	0.01	0.005702	0.400001	0.141343
41	221,636	1,855,235,855	0.01	0.005826	0.410001	0.147170
42	221,636	1,889,931,708	0.01	0.005935	0.420001	0.153105
43	221,636	1,926,101,039	0.01	0.006049	0.430001	0.159154
44	221,636	1,963,997,568	0.01	0.006168	0.440001	0.165322
45	221,636	2,001,883,184	0.01	0.006287	0.450001	0.171608
46	221,636	2,039,679,640	0.01	0.006406	0.460001	0.178014
47	221,636	2,073,543,664	0.01	0.006512	0.470001	0.184526
48	221,636	2,111,674,722	0.01	0.006632	0.480001	0.191157
49	221,636	2,156,768,145	0.01	0.006773	0.490001	0.197931
50	221,636	2,200,012,381	0.01	0.006909	0.500001	0.204840
51	221,636	2,244,297,418	0.01	0.007048	0.510001	0.211888
52	221,636	2,279,868,673	0.01	0.007160	0.520001	0.219048
53	221,636	2,312,919,540	0.01	0.007264	0.530001	0.226311
54	221,636	2,352,598,573	0.01	0.007388	0.540001	0.233700
55	221,636	2,392,265,467	0.01	0.007513	0.550001	0.241212
56	221,636	2,432,593,320	0.01	0.007639	0.560001	0.248852
57	221,636	2,493,453,997	0.01	0.007831	0.570001	0.256683
58	221,636	2,544,323,676	0.01	0.007990	0.580001	0.264673
59	221,636	2,598,031,253	0.01	0.008159	0.590001	0.272832
60	221,636	2,663,410,945	0.01	0.008364	0.600001	0.281196
61	221,636	2,720,717,974	0.01	0.008544	0.610001	0.289741
62	221,636	2,777,268,407	0.01	0.008722	0.620001	0.298463
63	221,636	2,831,188,261	0.01	0.008891	0.630001	0.307354
64	221,636	2,881,478,497	0.01	0.009049	0.640001	0.316403
65	221,636	2,946,257,248	0.01	0.009253	0.650001	0.325656
66	221,636	3,006,008,062	0.01	0.009440	0.660001	0.335096
67	221,636	3,069,708,769	0.01	0.009640	0.670001	0.344736

Percentil	Número de Hogares	Gasto en el trimestre	Porcentaje de Hogares	Porcentaje de Gasto	Porcentaje Acumulado de Hogares	Porcentaje Acumulado del Gasto
68	221,636	3,139,624,324	0.01	0.009860	0.680001	0.354596
69	221,636	3,206,449,855	0.01	0.010070	0.690001	0.364666
70	221,636	3,280,579,969	0.01	0.010303	0.700001	0.374968
71	221,636	3,346,107,158	0.01	0.010508	0.710001	0.385477
72	221,636	3,428,315,689	0.01	0.010767	0.720001	0.396243
73	221,636	3,501,805,731	0.01	0.010997	0.730001	0.407241
74	221,636	3,583,670,971	0.01	0.011254	0.740001	0.418495
75	221,636	3,679,459,415	0.01	0.011555	0.750001	0.430050
76	221,636	3,783,157,712	0.01	0.011881	0.760001	0.441931
77	221,636	3,889,257,379	0.01	0.012214	0.770001	0.454145
78	221,636	4,008,832,302	0.01	0.012590	0.780001	0.466735
79	221,636	4,139,390,268	0.01	0.013000	0.790001	0.479734
80	221,636	4,273,439,115	0.01	0.013421	0.800001	0.493155
81	221,636	4,379,700,749	0.01	0.013754	0.810001	0.506909
82	221,636	4,485,667,210	0.01	0.014087	0.820001	0.520996
83	221,636	4,637,080,252	0.01	0.014563	0.830001	0.535559
84	221,636	4,796,292,233	0.01	0.015063	0.840001	0.550622
85	221,636	4,985,373,219	0.01	0.015656	0.850001	0.566278
86	221,636	5,148,037,581	0.01	0.016167	0.860001	0.582445
87	221,636	5,290,719,671	0.01	0.016615	0.870001	0.599060
88	221,636	5,504,421,176	0.01	0.017286	0.880001	0.616347
89	221,636	5,755,360,214	0.01	0.018075	0.890001	0.634421
90	221,636	6,080,540,719	0.01	0.019096	0.900001	0.653517
91	221,636	6,432,146,988	0.01	0.020200	0.910001	0.673717
92	221,636	6,810,256,218	0.01	0.021387	0.920001	0.695104
93	221,636	7,362,778,804	0.01	0.023123	0.930001	0.718227
94	221,636	7,862,337,095	0.01	0.024691	0.940001	0.742918
95	221,636	8,584,550,036	0.01	0.026959	0.950001	0.769878
96	221,636	9,497,712,634	0.01	0.029827	0.960001	0.799705
97	221,636	10,604,263,626	0.01	0.033302	0.970001	0.833008
98	221,636	12,153,493,412	0.01	0.038168	0.980001	0.871175
99	221,636	15,185,300,204	0.01	0.047689	0.990001	0.918864
100	221,604	25,835,620,238	0.01	0.081136	1.000000	1.000000
TOTAL	22,163,568	318,424,034,510	1	1		

ANEXO 3: Variables transformadas por decil y percentil.**Información por decil**

X	Y	Pareto Clasica		Kakwani y Podder 1973a		Kakwani y Podder 1973b		
		$\ln(1-Y)=$ YCLASICA	$\ln(1-X)=$ XCLASICA	$\ln(Y/X)$	1-X	$\ln(Y)=$ YKAKWANI1	$\ln(X)=$ X1KAKWANI1	1-X = X2KAKWANI1
0.1	0.018020	-0.018184	-0.105361	-1.713713	0.9	-4.016298	-2.302585	0.9
0.2	0.048606	-0.049827	-0.223144	-1.414575	0.8	-3.024013	-1.609438	0.8
0.3	0.089665	-0.093942	-0.356675	-1.207706	0.7	-2.411679	-1.203973	0.7
0.4	0.141343	-0.152386	-0.510826	-1.040276	0.6	-1.956566	-0.916291	0.6
0.5	0.204839	-0.229211	-0.693147	-0.892382	0.5	-1.585530	-0.693147	0.5
0.6	0.281196	-0.330166	-0.916291	-0.757879	0.4	-1.268705	-0.510826	0.4
0.7	0.374967	-0.469951	-1.203973	-0.624241	0.3	-0.980916	-0.356675	0.3
0.8	0.493153	-0.679547	-1.609438	-0.483791	0.2	-0.706935	-0.223144	0.2
0.9	0.653515	-1.059915	-2.302585	-0.320030	0.1	-0.425390	-0.105361	0.1

Kakwani y Podder 1976					Kakwani 1980		
$\eta =$ $(1/(2^{1/2}))(X-Y)$	$\pi =$ $(1/(2^{1/2}))(X+Y)$	$\ln \eta =$ YKAKWANIZ	$\ln \pi =$ X1KAKWANIZ	$\ln(2^{1/2} - \pi) =$ X2KAKWANIZ	$\ln(X-Y)$ YKAKWANIZ3	$\ln X$ X1KAKWANIZ3	$\ln(1-X)$ X2KAKWANIZ3
0.057969	0.083452	-2.847848	-2.483479	0.285751067	-2.501274	-2.302585	-0.105361
0.107052	0.175791	-2.234442	-1.738460	0.21383858	-1.887868	-1.609438	-0.223144
0.148730	0.275534	-1.905626	-1.289042	0.129868881	-1.559052	-1.203973	-0.356675
0.182898	0.382787	-1.698826	-0.960276	0.030942631	-1.352252	-0.916291	-0.510826
0.208710	0.498397	-1.568809	-0.696359	-0.087938799	-1.220235	-0.693147	-0.693147
0.225429	0.623099	-1.489751	-0.473049	-0.224313	-1.143178	-0.510826	-0.916291
0.229833	0.760117	-1.470403	-0.274283	-0.424499889	-1.123830	-0.356675	-1.203973
0.216973	0.914398	-1.527981	-0.089490	-0.69351528	-1.181408	-0.223144	-1.609438
0.174291	1.098501	-1.747027	0.093946	-1.15292257	-1.400453	-0.105361	-2.302585

Elíptica			
$Y(1-Y) =$ YVILLASENOR	$X^2 \cdot Y =$ X1VILLASENOR	$X-1 =$ X2VILLASENOR	$X-Y =$ X3VILLASENOR
0.017695	-0.008020	-0.9	0.081980
0.046243	-0.008606	-0.8	0.151394
0.081625	0.000335	-0.7	0.210335
0.121365	0.018657	-0.6	0.258657
0.162880	0.045161	-0.5	0.295161
0.202125	0.078804	-0.4	0.318804
0.234367	0.115033	-0.3	0.325033
0.249953	0.146847	-0.2	0.306847
0.226433	0.156485	-0.1	0.246485

Información por percentil

X	Y	Pareto Clasica		Kakwani y Podder 1973a		Kakwani y Podder 1973b		
		$\ln(1-Y) =$	$\ln(1-X) =$	$\ln(Y/X)$	1-X	$\ln(Y) =$	$\ln X =$	1-X =
		YCLASICA	XCLASICA			YKAKWANI1	X1KAKWANI1	X2KAKWANI1
0.01	0.000852	-0.000853	-0.010050	-2.462310	0.99	-7.067481	-4.605170	0.99
0.02	0.002065	-0.002067	-0.020203	-2.270543	0.98	-6.182566	-3.912023	0.98
0.03	0.003485	-0.003491	-0.030459	-2.152821	0.97	-5.659379	-3.506558	0.97
0.04	0.005129	-0.005142	-0.040822	-2.053986	0.96	-5.272861	-3.218876	0.96
0.05	0.006953	-0.006978	-0.051293	-1.972793	0.95	-4.968526	-2.995732	0.95
0.06	0.008905	-0.008945	-0.061875	-1.907759	0.94	-4.721170	-2.813411	0.94
0.07	0.010986	-0.011047	-0.072571	-1.851858	0.93	-4.511119	-2.659260	0.93
0.08	0.013206	-0.013294	-0.083382	-1.801335	0.92	-4.327064	-2.525729	0.92
0.09	0.015542	-0.015664	-0.094311	-1.756259	0.91	-4.164205	-2.407946	0.91
0.10	0.018020	-0.018184	-0.105361	-1.713711	0.90	-4.016297	-2.302585	0.90
0.11	0.020607	-0.020823	-0.116534	-1.674838	0.89	-3.882113	-2.207275	0.89
0.12	0.023294	-0.023570	-0.127833	-1.639290	0.88	-3.759553	-2.120264	0.88
0.13	0.026080	-0.026426	-0.139262	-1.606379	0.87	-3.646600	-2.040221	0.87
0.14	0.028970	-0.029398	-0.150823	-1.575367	0.86	-3.541480	-1.966113	0.86
0.15	0.031967	-0.032489	-0.162519	-1.545942	0.85	-3.443062	-1.897120	0.85
0.16	0.035074	-0.035704	-0.174353	-1.517710	0.84	-3.350292	-1.832581	0.84
0.17	0.038298	-0.039051	-0.186330	-1.490393	0.83	-3.262350	-1.771957	0.83
0.18	0.041629	-0.042521	-0.198451	-1.464153	0.82	-3.178951	-1.714798	0.82
0.19	0.045067	-0.046114	-0.210721	-1.438871	0.81	-3.099602	-1.660731	0.81
0.20	0.048606	-0.049827	-0.223144	-1.414573	0.80	-3.024011	-1.609438	0.80
0.21	0.052260	-0.053575	-0.235722	-1.390874	0.79	-2.951521	-1.560648	0.79
0.22	0.056010	-0.057640	-0.248461	-1.368093	0.78	-2.882221	-1.514128	0.78
0.23	0.059869	-0.061736	-0.261365	-1.345923	0.77	-2.815599	-1.469676	0.77
0.24	0.063827	-0.065955	-0.274437	-1.324462	0.76	-2.751578	-1.427116	0.76
0.25	0.067881	-0.070295	-0.287682	-1.303703	0.75	-2.689997	-1.386294	0.75
0.26	0.072037	-0.074763	-0.301105	-1.283503	0.74	-2.630577	-1.347074	0.74
0.27	0.076290	-0.079357	-0.314711	-1.263882	0.73	-2.573215	-1.309333	0.73
0.28	0.080645	-0.084083	-0.328504	-1.244736	0.72	-2.517702	-1.272966	0.72
0.29	0.085102	-0.088943	-0.342490	-1.226030	0.71	-2.463905	-1.237874	0.71
0.30	0.089665	-0.093942	-0.356675	-1.207704	0.70	-2.411677	-1.203973	0.70
0.31	0.094332	-0.099082	-0.371064	-1.189754	0.69	-2.360937	-1.171183	0.69
0.32	0.099101	-0.104362	-0.385662	-1.172183	0.68	-2.311617	-1.139434	0.68
0.33	0.103979	-0.109791	-0.400478	-1.154907	0.67	-2.263569	-1.108663	0.67
0.34	0.108954	-0.115360	-0.415515	-1.138015	0.66	-2.216825	-1.078810	0.66
0.35	0.114052	-0.121097	-0.430783	-1.121276	0.65	-2.171098	-1.049822	0.65
0.36	0.119272	-0.127006	-0.446287	-1.104700	0.64	-2.126351	-1.021651	0.64
0.37	0.124613	-0.133089	-0.462035	-1.088294	0.63	-2.082546	-0.994252	0.63
0.38	0.130074	-0.139347	-0.478036	-1.072070	0.62	-2.039654	-0.967584	0.62
0.39	0.135641	-0.145767	-0.494296	-1.056134	0.61	-1.997743	-0.941609	0.61
0.40	0.141343	-0.152386	-0.510826	-1.040274	0.60	-1.956564	-0.916291	0.60
0.41	0.147170	-0.159194	-0.527633	-1.024572	0.59	-1.916170	-0.891598	0.59
0.42	0.153105	-0.166178	-0.544727	-1.009132	0.58	-1.876633	-0.867501	0.58
0.43	0.159154	-0.173346	-0.562119	-0.993915	0.57	-1.837885	-0.843970	0.57
0.44	0.165322	-0.180709	-0.579818	-0.978883	0.56	-1.799863	-0.820981	0.56
0.45	0.171608	-0.188269	-0.597837	-0.964033	0.55	-1.762540	-0.798508	0.55
0.46	0.178014	-0.196032	-0.616186	-0.949365	0.54	-1.725894	-0.776529	0.54
0.47	0.184526	-0.203985	-0.634878	-0.934943	0.53	-1.689966	-0.755023	0.53
0.48	0.191157	-0.212151	-0.653926	-0.920689	0.52	-1.654658	-0.733969	0.52

X...	Y	Pareto Clasica		Kakwani y Podder 1973a		Kakwani y Podder 1973b		
		ln(1-Y) = YCLASICA	ln(1-X) = XCLASICA	ln(Y/X)	1-X	ln(Y) = YKAKWANI1	ln X = X1KAKWANI1	1-X = X2KAKWANI1
		0.49	0.197931	-0.220560	-0.673345	-0.906488	0.51	-1.619838
0.50	0.204840	-0.229212	-0.693147	-0.892380	0.50	-1.585527	-0.693147	0.50
0.51	0.211888	-0.238115	-0.713350	-0.878353	0.49	-1.551698	-0.673345	0.49
0.52	0.219048	-0.247241	-0.733969	-0.864539	0.48	-1.518466	-0.653926	0.48
0.53	0.226311	-0.256586	-0.755023	-0.850965	0.47	-1.485843	-0.634878	0.47
0.54	0.233700	-0.266181	-0.776529	-0.837532	0.46	-1.453719	-0.616186	0.46
0.55	0.241212	-0.276033	-0.798508	-0.824240	0.45	-1.422077	-0.597837	0.45
0.56	0.248852	-0.286153	-0.820981	-0.811079	0.44	-1.390897	-0.579818	0.44
0.57	0.256683	-0.296632	-0.843970	-0.797796	0.43	-1.359915	-0.562119	0.43
0.58	0.264673	-0.307440	-0.867501	-0.784533	0.42	-1.329260	-0.544727	0.42
0.59	0.272832	-0.318598	-0.891598	-0.771266	0.41	-1.298899	-0.527633	0.41
0.60	0.281196	-0.330167	-0.916291	-0.757877	0.40	-1.268702	-0.510826	0.40
0.61	0.289741	-0.342125	-0.941609	-0.744473	0.39	-1.238769	-0.494296	0.39
0.62	0.298463	-0.354481	-0.967584	-0.731075	0.38	-1.209111	-0.478036	0.38
0.63	0.307354	-0.367236	-0.994252	-0.717720	0.37	-1.179756	-0.462035	0.37
0.64	0.316403	-0.380387	-1.021651	-0.704451	0.36	-1.150739	-0.446287	0.36
0.65	0.325656	-0.394014	-1.049822	-0.691132	0.35	-1.121915	-0.430783	0.35
0.66	0.335096	-0.408112	-1.078810	-0.677823	0.34	-1.093339	-0.415515	0.34
0.67	0.344736	-0.422717	-1.108663	-0.664498	0.33	-1.064976	-0.400478	0.33
0.68	0.354596	-0.437879	-1.139434	-0.651113	0.32	-1.036776	-0.385662	0.32
0.69	0.364666	-0.453604	-1.171183	-0.637710	0.31	-1.008774	-0.371064	0.31
0.70	0.374968	-0.469953	-1.203973	-0.624239	0.30	-0.980914	-0.356675	0.30
0.71	0.385477	-0.486908	-1.237874	-0.610784	0.29	-0.953274	-0.342490	0.29
0.72	0.396243	-0.504584	-1.272966	-0.597223	0.28	-0.925727	-0.328504	0.28
0.73	0.407241	-0.522967	-1.309333	-0.583641	0.27	-0.898351	-0.314711	0.27
0.74	0.418495	-0.542136	-1.347074	-0.569985	0.26	-0.871090	-0.301105	0.26
0.75	0.430050	-0.562207	-1.386294	-0.556171	0.25	-0.843853	-0.287682	0.25
0.76	0.441931	-0.583273	-1.427116	-0.542165	0.24	-0.816601	-0.274437	0.24
0.77	0.454145	-0.605402	-1.469676	-0.527974	0.23	-0.789338	-0.261365	0.23
0.78	0.466735	-0.628736	-1.514128	-0.513533	0.22	-0.761994	-0.248461	0.22
0.79	0.479734	-0.653416	-1.560648	-0.498800	0.21	-0.734523	-0.235722	0.21
0.80	0.493155	-0.679550	-1.609438	-0.483788	0.20	-0.706932	-0.223144	0.20
0.81	0.506909	-0.707062	-1.660731	-0.468702	0.19	-0.679423	-0.210721	0.19
0.82	0.520996	-0.736047	-1.714798	-0.453561	0.18	-0.652012	-0.198451	0.18
0.83	0.535559	-0.766921	-1.771957	-0.438115	0.17	-0.624444	-0.186330	0.17
0.84	0.550622	-0.799890	-1.832581	-0.422354	0.16	-0.596708	-0.174353	0.16
0.85	0.566278	-0.835351	-1.897120	-0.406151	0.15	-0.568670	-0.162519	0.15
0.86	0.582445	-0.873339	-1.966113	-0.389697	0.14	-0.540520	-0.150823	0.14
0.87	0.599060	-0.913945	-2.040221	-0.373131	0.13	-0.512393	-0.139262	0.13
0.88	0.616347	-0.958017	-2.120264	-0.356112	0.12	-0.483945	-0.127833	0.12
0.89	0.634421	-1.006274	-2.207275	-0.338508	0.11	-0.455042	-0.116534	0.11
0.90	0.653517	-1.059922	-2.302585	-0.320026	0.10	-0.425386	-0.105361	0.10
0.91	0.673717	-1.119991	-2.407946	-0.300634	0.09	-0.394945	-0.094311	0.09
0.92	0.695104	-1.187786	-2.525729	-0.280311	0.08	-0.363693	-0.083382	0.08
0.93	0.718227	-1.266654	-2.659260	-0.258399	0.07	-0.330970	-0.072571	0.07
0.94	0.742918	-1.358362	-2.813411	-0.235294	0.06	-0.297169	-0.061875	0.06
0.95	0.769878	-1.469145	-2.995732	-0.210230	0.05	-0.261523	-0.051293	0.05
0.96	0.799705	-1.607965	-3.218875	-0.182690	0.04	-0.223512	-0.040822	0.04
0.97	0.833008	-1.789807	-3.506558	-0.152253	0.03	-0.182713	-0.030459	0.03
0.98	0.871175	-2.049302	-3.912023	-0.117709	0.02	-0.137912	-0.020203	0.02
0.99	0.918864	-2.511630	-4.605170	-0.074567	0.01	-0.084617	-0.010050	0.01

Kakwani y Podder 1976					Kakwani 1980		
$\eta =$ (1/(2 ^{1/2}))(X-Y)	$\pi =$ (1/(2 ^{1/2}))(X+Y)	$\ln \eta =$	$\ln \pi =$	$\ln(2^{1/2} - \pi) =$	$\ln(X-Y)$	$\ln X$	$\ln(1-X)$
		YKAKWANI2	X1KAKWANI2	X2KAKWANI2	YKAKWANI3	X1KAKWANI3	X2KAKWANI3
0.006468	0.007674	-5.040835	-4.869945	0.341132626	-4.694261	-4.605170	-0.01005
0.012682	0.015602	-4.367582	-4.160331	0.335479719	-4.021008	-3.912023	-0.02020
0.018749	0.023677	-3.976606	-3.743241	0.329689513	-3.630033	-3.506558	-0.03046
0.024658	0.031911	-3.702671	-3.444806	0.323750661	-3.356097	-3.218876	-0.04082
0.030439	0.040272	-3.492045	-3.212096	0.317683568	-3.145472	-2.995732	-0.05129
0.036130	0.048723	-3.320637	-3.021604	0.311513737	-2.974064	-2.813411	-0.06188
0.041729	0.057266	-3.176557	-2.860051	0.305237836	-2.829983	-2.659260	-0.07257
0.047230	0.065907	-3.052720	-2.719514	0.298849569	-2.706146	-2.525729	-0.08338
0.052650	0.074630	-2.944095	-2.595219	0.292359158	-2.597521	-2.407946	-0.09431
0.057969	0.083452	-2.83452	-2.483478	0.285751049	-2.501275	-2.302585	-0.10536
0.063210	0.092353	-2.761289	-2.382134	0.27904006	-2.414716	-2.207275	-0.11653
0.068381	0.101324	-2.682655	-2.289429	0.272230284	-2.336081	-2.120264	-0.12783
0.073483	0.110365	-2.610704	-2.203962	0.265320335	-2.264131	-2.040221	-0.13926
0.078510	0.119480	-2.544532	-2.124605	0.258304833	-2.197959	-1.966113	-0.15082
0.083462	0.128670	-2.483362	-2.050505	0.251181747	-2.136788	-1.897120	-0.16252
0.088336	0.137938	-2.426608	-1.980949	0.243945934	-2.080035	-1.832581	-0.17435
0.093127	0.147289	-2.373789	-1.915358	0.23659226	-2.027216	-1.771957	-0.18633
0.097843	0.156716	-2.324392	-1.853323	0.229124023	-1.977819	-1.714798	-0.19845
0.102483	0.166218	-2.278058	-1.794458	0.221539071	-1.931485	-1.660731	-0.21072
0.107052	0.175791	-2.234442	-1.738460	0.213838524	-1.887869	-1.609438	-0.22314
0.111539	0.185446	-2.193382	-1.684992	0.206011745	-1.846808	-1.560648	-0.23572
0.115958	0.195169	-2.154525	-1.633891	0.198067654	-1.807951	-1.514128	-0.24846
0.120301	0.204968	-2.117759	-1.584900	0.189996479	-1.771186	-1.469676	-0.26136
0.124573	0.214838	-2.082863	-1.537870	0.181800914	-1.736289	-1.427116	-0.27444
0.128778	0.224776	-2.049669	-1.492651	0.173480651	-1.703096	-1.386294	-0.28768
0.132910	0.234786	-2.018083	-1.449083	0.165029606	-1.671509	-1.347074	-0.30111
0.136974	0.244864	-1.987966	-1.407053	0.156447752	-1.641392	-1.309333	-0.31471
0.140965	0.255014	-1.959240	-1.366436	0.147729455	-1.612667	-1.272966	-0.32850
0.144885	0.265237	-1.931817	-1.327131	0.138871445	-1.585243	-1.237874	-0.34249
0.148729	0.275535	-1.905626	-1.289042	0.129868765	-1.559053	-1.203973	-0.35667
0.152500	0.285906	-1.880588	-1.252093	0.120719023	-1.534014	-1.171183	-0.37106
0.156199	0.296349	-1.856623	-1.216217	0.111420181	-1.510049	-1.139434	-0.38566
0.159821	0.306869	-1.833700	-1.181333	0.101964612	-1.487126	-1.108663	-0.40048
0.163374	0.317459	-1.811714	-1.147407	0.092355642	-1.465141	-1.078810	-0.41552
0.166840	0.328135	-1.790719	-1.114332	0.082573972	-1.444145	-1.049822	-0.43078
0.170221	0.338996	-1.770660	-1.082061	0.072615786	-1.424086	-1.021651	-0.44629
0.173515	0.349744	-1.751491	-1.050554	0.062476706	-1.404917	-0.994252	-0.46204
0.176725	0.360677	-1.733163	-1.019774	0.052153063	-1.386589	-0.967584	-0.47804
0.179859	0.371684	-1.715583	-0.989710	0.041649665	-1.369009	-0.941609	-0.49430
0.182898	0.382787	-1.698827	-0.960275	0.030942417	-1.352253	-0.916291	-0.51083
0.185849	0.393978	-1.668270	-0.931459	0.02003321	-1.336246	-0.891598	-0.52763
0.188723	0.405246	-1.628423	-0.903260	0.008927318	-1.320899	-0.867570	-0.54473
0.191517	0.416595	-1.652777	-0.875642	-0.002383908	-1.306204	-0.843970	-0.56212
0.194227	0.428027	-1.639728	-0.848569	-0.013909671	-1.292154	-0.820981	-0.57982
0.196853	0.439543	-1.625300	-0.822019	-0.025656243	-1.278726	-0.798508	-0.59784
0.199394	0.451144	-1.612471	-0.795969	-0.037629586	-1.265897	-0.776529	-0.61619
0.201861	0.462820	-1.600177	-0.770418	-0.049827068	-1.253604	-0.755023	-0.63488
0.204243	0.474580	-1.588447	-0.745325	-0.062265279	-1.241873	-0.733969	-0.65393
0.206524	0.486440	-1.577338	-0.720641	-0.074968076	-1.230764	-0.713350	-0.67334
0.208710	0.498397	-1.566810	-0.696358	0.087939164	-1.220237	-0.693147	-0.69315

Kakwani y Podder 1976					Kakwani 1980		
$\eta =$ $(1/(2^{1/2})) \cdot (X-Y)$	$\pi =$ $(1/(2^{1/2})) \cdot (X+Y)$	$\ln \eta =$ YKAKWANI2	$\ln \pi =$ X1KAKWANI2	$\ln(2^{1/2} - \pi) =$ X2KAKWANI2	$\ln(X-Y)$ YKAKWANI3	$\ln X$ X1KAKWANI3	$\ln(1-X)$ X2KAKWANI3
0.210797	0.510452	-1.556859	-0.672459	-0.101189522	-1.210286	-0.673345	-0.71335
0.212805	0.522586	-1.547377	-0.648966	-0.114706401	-1.200804	-0.653926	-0.73397
0.214740	0.534793	-1.538326	-0.625876	-0.128491946	-1.191752	-0.634878	-0.75502
0.216587	0.547088	-1.529763	-0.603145	-0.142571802	-1.183189	-0.616186	-0.77653
0.218346	0.559472	-1.521675	-0.580762	-0.156955785	-1.175102	-0.597837	-0.79851
0.220015	0.571945	-1.514060	-0.558713	-0.171656009	-1.167486	-0.579818	-0.82098
0.221549	0.584553	-1.510060	-0.536908	-0.186738443	-1.160538	-0.562119	-0.84397
0.222970	0.597274	-1.500718	-0.515379	-0.202190111	-1.154145	-0.544727	-0.86750
0.224272	0.610114	-1.494897	-0.494109	-0.218032596	-1.148324	-0.527633	-0.89160
0.225428	0.623100	-1.489753	-0.473048	-0.234313614	-1.143180	-0.510826	-0.91629
0.226458	0.636213	-1.485198	-0.452222	-0.251027655	-1.138624	-0.494262	-0.94161
0.227361	0.649451	-1.481215	-0.431628	-0.268190003	-1.134641	-0.478036	-0.96758
0.228145	0.662809	-1.477773	-0.411268	-0.285811386	-1.131199	-0.462035	-0.99425
0.228818	0.676279	-1.474830	-0.391150	-0.303900186	-1.128256	-0.446287	-1.02165
0.229346	0.689893	-1.472523	-0.371219	-0.322520809	-1.125949	-0.430783	-1.04982
0.229742	0.703639	-1.470799	-0.351490	-0.341681461	-1.124225	-0.415515	-1.07881
0.229996	0.717527	-1.469692	-0.331945	-0.361419449	-1.123119	-0.400478	-1.10866
0.230095	0.731570	-1.469262	-0.312562	-0.381782293	-1.122688	-0.385662	-1.13943
0.230046	0.745761	-1.469476	-0.293350	-0.402793091	-1.122902	-0.371064	-1.17118
0.229832	0.760117	-1.470406	-0.274282	-0.424500956	-1.123833	-0.356675	-1.20397
0.229473	0.774619	-1.471972	-0.255384	-0.446920831	-1.125398	-0.342490	-1.23787
0.228931	0.789303	-1.474336	-0.236605	-0.470146997	-1.127763	-0.328504	-1.27297
0.228225	0.804150	-1.477422	-0.217969	-0.49419294	-1.130848	-0.314711	-1.30933
0.227338	0.819180	-1.481316	-0.199452	-0.519136838	-1.134742	-0.301105	-1.34707
0.226239	0.834421	-1.486165	-0.181017	-0.545085696	-1.139591	-0.287682	-1.38629
0.224909	0.849894	-1.492061	-0.162644	-0.572133853	-1.145487	-0.274437	-1.42712
0.223343	0.865601	-1.499046	-0.144331	-0.600363374	-1.152472	-0.261365	-1.46368
0.221512	0.881575	-1.507279	-0.126046	-0.629911407	-1.160705	-0.248461	-1.51413
0.219391	0.897838	-1.516900	-0.107766	-0.660920408	-1.170326	-0.235722	-1.56085
0.216972	0.914399	-1.527986	-0.089489	-0.693517364	-1.181412	-0.223144	-1.60944
0.214318	0.931195	-1.540297	-0.071286	-0.727701123	-1.193723	-0.210721	-1.66073
0.211428	0.948228	-1.553873	-0.053161	-0.763599751	-1.207299	-0.198451	-1.71480
0.208201	0.965596	-1.569250	-0.035010	-0.801584439	-1.222676	-0.186330	-1.77196
0.204621	0.983318	-1.586593	-0.016823	-0.8418893	-1.240020	-0.174353	-1.83258
0.200622	1.001460	-1.606334	0.001459	-0.884903868	-1.259760	-0.162519	-1.89712
0.196261	1.019963	-1.628310	0.019766	-0.930767979	-1.281377	-0.150823	-1.96611
0.191583	1.038783	-1.652433	0.038049	-0.979680742	-1.305860	-0.139262	-2.04022
0.186431	1.058077	-1.679695	0.056453	-1.03244118	-1.333121	-0.127833	-2.12026
0.180721	1.077929	-1.710799	0.075041	-1.089796786	-1.364225	-0.116534	-2.20727
0.174290	1.098503	-1.747037	0.093948	-1.152927934	-1.400463	-0.105361	-2.30259
0.167077	1.119857	-1.789299	0.113201	-1.222963831	-1.442726	-0.094311	-2.40795
0.159025	1.142051	-1.838693	0.132826	-1.30356994	-1.492119	-0.083382	-2.52573
0.149746	1.165473	-1.898814	0.153127	-1.391342951	-1.552241	-0.072571	-2.65926
0.139358	1.190003	-1.970711	0.173956	-1.495169915	-1.624138	-0.061875	-2.81341
0.127366	1.216137	-2.060694	0.195680	-1.619103485	-1.714121	-0.051293	-2.99573
0.113346	1.244299	-2.177314	0.218573	-1.772462377	-1.830741	-0.040822	-3.21888
0.096868	1.274919	-2.334403	0.242883	-1.971163399	-1.987829	-0.030459	-3.50656
0.076951	1.308979	-2.564589	0.269247	-2.251558928	-2.218016	-0.020203	-3.91202
0.050301	1.349771	-2.989737	0.299935	-2.741977083	-2.643163	-0.010050	-4.60517

Elíptica			
Y(1-Y) =	X ² -Y =	X-1 =	X-Y =
YVILLASENOR	X1VILLASENOR	X2VILLASENOR	X3VILLASENOR
0.000852	-0.000752	-0.99	0.009148
0.002061	-0.001665	-0.98	0.017935
0.003473	-0.002585	-0.97	0.026515
0.005103	-0.003529	-0.96	0.034871
0.006905	-0.004453	-0.95	0.043047
0.008825	-0.005305	-0.94	0.051095
0.010865	-0.006086	-0.93	0.059014
0.013032	-0.006806	-0.92	0.066794
0.015301	-0.007442	-0.91	0.074458
0.017695	-0.008020	-0.90	0.081980
0.020183	-0.008507	-0.89	0.089393
0.022752	-0.008894	-0.88	0.096706
0.025400	-0.009180	-0.87	0.103920
0.028131	-0.009370	-0.86	0.111030
0.030945	-0.009467	-0.85	0.118033
0.033844	-0.009474	-0.84	0.124926
0.036832	-0.009398	-0.83	0.131702
0.039896	-0.009229	-0.82	0.138371
0.043036	-0.008967	-0.81	0.144933
0.046243	-0.008606	-0.80	0.151394
0.049529	-0.008160	-0.79	0.157740
0.052873	-0.007610	-0.78	0.163990
0.056285	-0.006969	-0.77	0.170131
0.059753	-0.006227	-0.76	0.176173
0.063273	-0.005381	-0.75	0.182119
0.066848	-0.004437	-0.74	0.187963
0.070470	-0.003390	-0.73	0.193710
0.074141	-0.002245	-0.72	0.199355
0.077860	-0.001002	-0.71	0.204898
0.081625	0.000335	-0.70	0.210335
0.085433	0.001768	-0.69	0.215668
0.089280	0.003299	-0.68	0.220899
0.093167	0.004921	-0.67	0.226021
0.097083	0.006646	-0.66	0.231046
0.101044	0.008448	-0.65	0.235948
0.105046	0.010328	-0.64	0.240728
0.109084	0.012287	-0.63	0.245387
0.113155	0.014326	-0.62	0.249926
0.117243	0.016459	-0.61	0.254359
0.121365	0.018657	-0.60	0.258657
0.125511	0.020930	-0.59	0.262830
0.129664	0.023295	-0.58	0.266895
0.133824	0.025746	-0.57	0.270846
0.137990	0.028278	-0.56	0.274678
0.142159	0.030892	-0.55	0.278392
0.146325	0.033586	-0.54	0.281986
0.150476	0.036374	-0.53	0.285474
0.154616	0.039243	-0.52	0.288843
0.158754	0.042169	-0.51	0.292069
0.162880	0.045160	-0.50	0.295160
0.166991	0.048212	-0.49	0.298112

Elíptica			
Y(1-Y) =	X ² ·Y =	X-1 =	X·Y =
YVILLASENOR	X1VILLASENOR	X2VILLASENOR	X3VILLASENOR
0.171066	0.051352	-0.48	0.300952
0.175095	0.054589	-0.47	0.303689
0.179084	0.057900	-0.46	0.306300
0.183029	0.061288	-0.45	0.308788
0.186925	0.064748	-0.44	0.311148
0.190797	0.068217	-0.43	0.313317
0.194621	0.071727	-0.42	0.315327
0.198395	0.075268	-0.41	0.317168
0.202125	0.078804	-0.40	0.318804
0.205791	0.082359	-0.39	0.320259
0.209383	0.085937	-0.38	0.321537
0.212887	0.089546	-0.37	0.322646
0.216292	0.093197	-0.36	0.323597
0.219604	0.096844	-0.35	0.324344
0.222807	0.100504	-0.34	0.324904
0.225893	0.104164	-0.33	0.325264
0.228858	0.107804	-0.32	0.325404
0.231685	0.111434	-0.31	0.325334
0.234367	0.115032	-0.30	0.325032
0.236884	0.118623	-0.29	0.324523
0.239235	0.122157	-0.28	0.323757
0.241396	0.125659	-0.27	0.322759
0.243357	0.129105	-0.26	0.321505
0.245107	0.132450	-0.25	0.319950
0.246628	0.135669	-0.24	0.318069
0.247897	0.138755	-0.23	0.315855
0.248893	0.141665	-0.22	0.313265
0.249589	0.144366	-0.21	0.310266
0.249953	0.146845	-0.20	0.306845
0.249952	0.149191	-0.19	0.303091
0.249559	0.151404	-0.18	0.299004
0.248736	0.153341	-0.17	0.294441
0.247437	0.154978	-0.16	0.289378
0.245607	0.156222	-0.15	0.283722
0.243203	0.157155	-0.14	0.277555
0.240187	0.157840	-0.13	0.270940
0.236463	0.158053	-0.12	0.263653
0.231931	0.157679	-0.11	0.255579
0.226432	0.156483	-0.10	0.246483
0.219822	0.154383	-0.09	0.236283
0.211934	0.151296	-0.08	0.224896
0.202377	0.146673	-0.07	0.211773
0.190991	0.140682	-0.06	0.197082
0.177166	0.132622	-0.05	0.180122
0.160177	0.121895	-0.04	0.160295
0.139106	0.107892	-0.03	0.136992
0.112229	0.089225	-0.02	0.108825
0.074553	0.061236	-0.01	0.071136

ANEXO 4: Resultados de las regresiones.**A. Regresiones con información por decil.****1. Pareto Clásica**

Dependent Variable: YCLASICA
 Method: Least Squares
 Date: 12/05/01 Time: 17:56
 Sample: 1 9
 Included observations: 9

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
X1CLASICA	0.421735	0.017196	24.52452	0.0000
R-squared	0.972222	Mean dependent var		-0.342570
Adjusted R-squared	0.972222	S.D. dependent var		0.343926
S.E. of regression	0.057321	Akaike info criterion		-2.775865
Sum squared resid	0.026285	Schwarz criterion		-2.753951
Log likelihood	13.49139	Durbin-Watson stat		0.385995

2. Kakwani y Podder (1973a)

Dependent Variable: LOG(Y/X)
 Method: Least Squares
 Date: 12/05/01 Time: 17:57
 Sample: 1 9
 Included observations: 9

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
1-X	-1.827698	0.049149	-37.18665	0.0000
R-squared	0.966277	Mean dependent var		-0.939399
Adjusted R-squared	0.966277	S.D. dependent var		0.451830
S.E. of regression	0.082974	Akaike info criterion		-2.036150
Sum squared resid	0.055077	Schwarz criterion		-2.014236
Log likelihood	10.16268	Durbin-Watson stat		0.407974

3. Kakwani y Podder (1973b)

Dependent Variable: YKAKWANI1
 Method: Least Squares
 Date: 12/05/01 Time: 17:57
 Sample: 1 9
 Included observations: 9

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
X1KAKWANI1	1.016862	0.111615	9.110462	0.0000
X2KAKWANI1	-1.795360	0.220380	-8.146647	0.0001
R-squared	0.994958	Mean dependent var		-1.819559
Adjusted R-squared	0.994238	S.D. dependent var		1.166668
S.E. of regression	0.088558	Akaike info criterion		-1.817183
Sum squared resid	0.054898	Schwarz criterion		-1.773356
Log likelihood	10.17733	F-statistic		1381.440
Durbin-Watson stat	0.369726	Prob(F-statistic)		0.000000

4. Kakwani y Podder (1976)

Dependent Variable: YKAKWANI2

Method: Least Squares

Date: 12/05/01 Time: 17:58

Sample: 1 9

Included observations: 9

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	-0.870198	0.004188	-207.8024	0.0000
X1KAKWANI2	0.890496	0.003255	273.6056	0.0000
X2KAKWANI2	0.834375	0.005779	144.3847	0.0000
R-squared	0.999945	Mean dependent var	-1.832079	
Adjusted R-squared	0.999926	S.D. dependent var	0.452068	
S.E. of regression	0.003887	Akaike info criterion	-8.001106	
Sum squared resid	9.07E-05	Schwarz criterion	-7.935364	
Log likelihood	39.00498	F-statistic	54099.34	
Durbin-Watson stat	1.487720	Prob(F-statistic)	0.000000	

5. Kakwani (1980)

Dependent Variable: YKAKWANI3

Method: Least Squares

Date: 12/05/01 Time: 17:59

Sample: 1 9

Included observations: 9

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	-0.224106	0.007188	-31.17902	0.0000
X1KAKWANI3	0.968912	0.004157	233.0672	0.0000
X2KAKWANI3	0.464236	0.004157	111.6698	0.0000
R-squared	0.999925	Mean dependent var	-1.485506	
Adjusted R-squared	0.999899	S.D. dependent var	0.452068	
S.E. of regression	0.004536	Akaike info criterion	-7.692538	
Sum squared resid	0.000123	Schwarz criterion	-7.626796	
Log likelihood	37.61642	F-statistic	39735.08	
Durbin-Watson stat	1.430896	Prob(F-statistic)	0.000000	

6. Elíptica

Dependent Variable: YVILLASENOR

Method: Least Squares

Date: 12/05/01 Time: 17:59

Sample: 1 9

Included observations: 9

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
X1VILLASENOR	0.870389	0.006137	141.8328	0.0000
X2VILLASENOR	-0.654607	0.037236	-17.58003	0.0000
X3VILLASENOR	0.189081	0.012423	15.21977	0.0000
R-squared	0.999913	Mean dependent var	0.149187	
Adjusted R-squared	0.999883	S.D. dependent var	0.086308	
S.E. of regression	0.000932	Akaike info criterion	-10.85680	
Sum squared resid	5.21E-06	Schwarz criterion	-10.79105	
Log likelihood	51.85558	F-statistic	34283.35	
Durbin-Watson stat	0.993071	Prob(F-statistic)	0.000000	

B. Regresiones con información por percentil.**1. Pareto Clásica**

Dependent Variable: YCLASICA

Method: Least Squares

Date: 10/26/01 Time: 09:41

Sample: 1 99

Included observations: 99

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
X1CLASICA	0.460243	0.006345	72.53254	0.0000
R-squared	0.968569	Mean dependent var		-0.403830
Adjusted R-squared	0.968569	S.D. dependent var		0.478752
S.E. of regression	0.084877	Akaike info criterion		-2.085174
Sum squared resid	0.706005	Schwarz criterion		-2.058961
Log likelihood	104.2161	Durbin-Watson stat		0.045367

2. Kakwani y Podder (1973a)

Dependent Variable: LOG(Y/X)

Method: Least Squares

Date: 10/26/01 Time: 09:42

Sample: 1 99

Included observations: 99

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
1-X	-1.891030	0.021135	-89.47204	0.0000
R-squared	0.947116	Mean dependent var		-0.962290
Adjusted R-squared	0.947116	S.D. dependent var		0.526647
S.E. of regression	0.121110	Akaike info criterion		-1.374187
Sum squared resid	1.437425	Schwarz criterion		-1.347974
Log likelihood	69.02227	Durbin-Watson stat		0.041303

3. Kakwani y Podder (1973b)

Dependent Variable: YKAKWANI1

Method: Least Squares

Date: 10/26/01 Time: 09:41

Sample: 1 99

Included observations: 99

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
X1KAKWANI1	1.171512	0.019250	60.85703	0.0000
X2KAKWANI1	-1.516070	0.044937	-33.73764	0.0000
R-squared	0.996130	Mean dependent var		-1.939842
Adjusted R-squared	0.996090	S.D. dependent var		1.443778
S.E. of regression	0.090275	Akaike info criterion		-1.951922
Sum squared resid	0.790505	Schwarz criterion		-1.899495
Log likelihood	98.62014	F-statistic		24969.52
Durbin-Watson stat	0.012282	Prob(F-statistic)		0.000000

4. Kakwani y Podder (1976)

Dependent Variable: YKAKWANI2
 Method: Least Squares
 Date: 10/26/01 Time: 09:43
 Sample: 1 99
 Included observations: 99

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	-0.845461	0.002396	-352.9241	0.0000
X1KAKWANI2	0.911706	0.001553	587.1952	0.0000
X2KAKWANI2	0.868845	0.002660	326.6740	0.0000
R-squared	0.999739	Mean dependent var		-1.978513
Adjusted R-squared	0.999733	S.D. dependent var		0.676438
S.E. of regression	0.011045	Akaike info criterion		-6.143880
Sum squared resid	0.011711	Schwarz criterion		-6.065240
Log likelihood	307.1220	F-statistic		183747.9
Durbin-Watson stat	0.192581	Prob(F-statistic)		0.000000

5. Kakwani (1980)

Dependent Variable: YKAKWANI3
 Method: Least Squares
 Date: 10/26/01 Time: 09:44
 Sample: 1 99
 Included observations: 99

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	-0.177718	0.006825	-26.03933	0.0000
X1KAKWANI3	0.986480	0.003556	277.4314	0.0000
X2KAKWANI3	0.501135	0.003556	140.9361	0.0000
R-squared	0.998839	Mean dependent var		-1.631940
Adjusted R-squared	0.998815	S.D. dependent var		0.676438
S.E. of regression	0.023285	Akaike info criterion		-4.652145
Sum squared resid	0.052052	Schwarz criterion		-4.573505
Log likelihood	233.2812	F-statistic		41302.77
Durbin-Watson stat	0.195322	Prob(F-statistic)		0.000000

6. Elíptica

Dependent Variable: YVILLASENOR
 Method: Least Squares
 Date: 10/26/01 Time: 09:45
 Sample: 1 99
 Included observations: 99

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
X1VILLASENOR	0.873349	0.001993	438.2862	0.0000
X2VILLASENOR	-0.627498	0.011149	-56.28377	0.0000
X3VILLASENOR	0.197305	0.003774	52.28357	0.0000
R-squared	0.999868	Mean dependent var		0.140915
Adjusted R-squared	0.999865	S.D. dependent var		0.083881
S.E. of regression	0.000975	Akaike info criterion		-10.99771
Sum squared resid	9.13E-05	Schwarz criterion		-10.91907
Log likelihood	547.3868	F-statistic		362360.3
Durbin-Watson stat	0.023669	Prob(F-statistic)		0.000000

C. Regresiones con información por hogar.**1. Pareto Clásica**

Dependent Variable: YCLASICA

Method: Least Squares

Date: 07/07/01 Time: 08:24

Sample: 1 10951

Included observations: 10951

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
X1CLASICA	0.468145	0.000701	668.0626	0.0000
R-squared	0.961959	Mean dependent var		-0.381171
Adjusted R-squared	0.961959	S.D. dependent var		0.496873
S.E. of regression	0.096911	Akaike info criterion		-1.829955
Sum squared resid	102.8397	Schwarz criterion		-1.829288
Log likelihood	10020.92	Durbin-Watson stat		0.003426

2. Kakwani y Podder (1973a)

Dependent Variable: LOG(Y/X)

Method: Least Squares

Date: 07/07/01 Time: 08:29

Sample: 1 10951

Included observations: 10951

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
1-X	-1.903041	0.002303	-826.3368	0.0000
R-squared	0.929872	Mean dependent var		-1.003064
Adjusted R-squared	0.929872	S.D. dependent var		0.540585
S.E. of regression	0.143156	Akaike info criterion		-1.049671
Sum squared resid	224.4056	Schwarz criterion		-1.049005
Log likelihood	5748.476	Durbin-Watson stat		0.000290

3. Kakwani y Podder (1973b)

Dependent Variable: YKAKWANI1

Method: Least Squares

Date: 07/07/01 Time: 08:31

Sample: 1 10951

Included observations: 10951

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
X1KAKWANI1	1.307983	0.000618	2117.617	0.0000
X2KAKWANI1	-1.017850	0.001266	-803.8730	0.0000
R-squared	0.999128	Mean dependent var		-2.055461
Adjusted R-squared	0.999128	S.D. dependent var		1.536869
S.E. of regression	0.045376	Akaike info criterion		-3.347494
Sum squared resid	22.54357	Schwarz criterion		-3.346160
Log likelihood	18331.20	F-statistic		12550492
Durbin-Watson stat	0.000604	Prob(F-statistic)		0.000000

4. Kakwani y Podder (1976)

Dependent Variable: YKAKWANI2
 Method: Least Squares
 Date: 07/07/01 Time: 08:34
 Sample: 1 10951
 Included observations: 10951

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	-0.832500	0.000328	-2537.235	0.0000
X1KAKWANI2	0.921266	0.000201	4578.567	0.0000
X2KAKWANI2	0.885086	0.000363	2440.438	0.0000
R-squared	0.999498	Mean dependent var	-2.028674	
Adjusted R-squared	0.999498	S.D. dependent var	0.781150	
S.E. of regression	0.017508	Akaike info criterion	-5.251988	
Sum squared resid	3.356077	Schwarz criterion	-5.249988	
Log likelihood	28760.26	F-statistic	10892750	
Durbin-Watson stat	0.005737	Prob(F-statistic)	0.000000	

5. Kakwani (1980)

Dependent Variable: YKAKWANI3
 Method: Least Squares
 Date: 07/07/01 Time: 08:38
 Sample: 1 10951
 Included observations: 10951

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	-0.157941	0.000918	-171.9770	0.0000
X1KAKWANI3	0.993227	0.000457	2173.956	0.0000
X2KAKWANI3	0.516739	0.000490	1055.413	0.0000
R-squared	0.997791	Mean dependent var	-1.682100	
Adjusted R-squared	0.997790	S.D. dependent var	0.781150	
S.E. of regression	0.036718	Akaike info criterion	-3.770801	
Sum squared resid	14.76058	Schwarz criterion	-3.768801	
Log likelihood	20650.02	F-statistic	2472429.	
Durbin-Watson stat	0.019090	Prob(F-statistic)	0.000000	

6. Elíptica

Dependent Variable: YVILLASENOR
 Method: Least Squares
 Date: 07/07/01 Time: 08:50
 Sample: 1 10951
 Included observations: 10951

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
X1VILLASENOR	0.873236	0.000185	4711.603	0.0000
X2VILLASENOR	-0.636046	0.001044	-609.3792	0.0000
X3VILLASENOR	0.194533	0.000349	556.6148	0.0000
R-squared	0.999874	Mean dependent var	0.135240	
Adjusted R-squared	0.999874	S.D. dependent var	0.084498	
S.E. of regression	0.000947	Akaike info criterion	-11.08581	
Sum squared resid	0.009823	Schwarz criterion	-11.08381	
Log likelihood	60703.36	F-statistic	43562989	
Durbin-Watson stat	1.09E-05	Prob(F-statistic)	0.000000	

ANEXO 5: Suma del Cuadrado de los Errores y del Valor Absoluto de los Errores.**Información por decil**

		Valor estimado de Y					
X	Y	Pareto Clasica	Kakwani y Podder 1973a	Kakwani y Podder 1973b	Kakwani y Podder 1976	Kakwani 1980	Elíptica
0.1	0.018020	0.043462	0.019303	0.019116	0.017833	0.018244	0.019026
0.2	0.048606	0.089815	0.046347	0.046288	0.049015	0.048490	0.048847
0.3	0.089665	0.139656	0.083462	0.083657	0.090095	0.089070	0.089330
0.4	0.141343	0.193808	0.133599	0.134128	0.141430	0.140515	0.140834
0.5	0.204839	0.253474	0.200489	0.201389	0.204376	0.204027	0.204296
0.6	0.281196	0.320523	0.288834	0.290084	0.280749	0.281593	0.281499
0.7	0.374967	0.398156	0.404548	0.406043	0.374680	0.376521	0.375732
0.8	0.493153	0.492753	0.555058	0.556561	0.493239	0.495009	0.493625
0.9	0.653515	0.621327	0.749664	0.750757	0.653697	0.652200	0.652287

		Error					
X	Y	Pareto Clasica	Kakwani y Podder 1973a	Kakwani y Podder 1973b	Kakwani y Podder 1976	Kakwani 1980	Elíptica
0.1	0.018020	0.025442	0.001283	0.001096	-0.000187	0.000225	0.001006
0.2	0.048606	0.041209	-0.002259	-0.002317	0.000410	-0.000116	0.000241
0.3	0.089665	0.049991	-0.006202	-0.006007	0.000430	-0.000594	-0.000335
0.4	0.141343	0.052465	-0.007743	-0.007214	0.000087	-0.000828	-0.000509
0.5	0.204839	0.048635	-0.004350	-0.003450	-0.000463	-0.000812	-0.000543
0.6	0.281196	0.039328	0.007638	0.008889	-0.000447	0.000398	0.000303
0.7	0.374967	0.023189	0.029581	0.031075	-0.000287	0.001553	0.000765
0.8	0.493153	-0.000401	0.061904	0.063408	0.000086	0.001855	0.000471
0.9	0.653515	-0.032188	0.096149	0.097242	0.000182	-0.001315	-0.001228

		Cuadrado del Error					
X	Y	Pareto Clasica	Kakwani y Podder 1973a	Kakwani y Podder 1973b	Kakwani y Podder 1976	Kakwani 1980	Elíptica
0.1	0.018020	0.000647	0.000002	0.000001	0.000000	0.000000	0.000001
0.2	0.048606	0.001698	0.000005	0.000005	0.000000	0.000000	0.000000
0.3	0.089665	0.002499	0.000038	0.000036	0.000000	0.000000	0.000000
0.4	0.141343	0.002753	0.000060	0.000052	0.000000	0.000001	0.000000
0.5	0.204839	0.002365	0.000019	0.000012	0.000000	0.000001	0.000000
0.6	0.281196	0.001547	0.000058	0.000079	0.000000	0.000000	0.000000
0.7	0.374967	0.000538	0.000875	0.000966	0.000000	0.000002	0.000001
0.8	0.493153	0.000000	0.003832	0.004021	0.000000	0.000003	0.000000
0.9	0.653515	0.001036	0.009245	0.009456	0.000000	0.000002	0.000002
SSE		0.013083	0.014134	0.014628	0.000001	0.000010	0.000004

		Valor Absoluto del Error					
X	Y	Pareto Clásica	Kakwani y Podder 1973a	Kakwani y Podder 1973b	Kakwani y Podder 1976	Kakwani 1980	Elíptica
0.1	0.018020	0.025442	0.001283	0.001096	0.000187	0.000225	0.001006
0.2	0.048606	0.041209	0.002259	0.002317	0.000410	0.000116	0.000241
0.3	0.089665	0.049991	0.006202	0.006007	0.000430	0.000594	0.000335
0.4	0.141343	0.052465	0.007743	0.007214	0.000087	0.000828	0.000509
0.5	0.204839	0.048635	0.004350	0.003450	0.000463	0.000812	0.000543
0.6	0.281196	0.039328	0.007638	0.008889	0.000447	0.000398	0.000303
0.7	0.374967	0.023189	0.029581	0.031075	0.000287	0.001553	0.000765
0.8	0.493153	0.000401	0.061904	0.063408	0.000086	0.001855	0.000471
0.9	0.653515	0.032188	0.096149	0.097242	0.000182	0.001315	0.001228
SAE		0.312847	0.217110	0.220699	0.002579	0.007696	0.005401

Información por percentil

		Valor estimado de Y					
X	Y	Pareto Clásica	Kakwani y Podder 1973a	Kakwani y Podder 1973b	Kakwani y Podder 1976	Kakwani 1980	Elíptica
0.01	0.000852	0.004615	0.001538	0.001012	0.000609	0.001135	0.001423
0.02	0.002065	0.009255	0.003135	0.002314	0.001878	0.002525	0.002957
0.03	0.003485	0.013921	0.004792	0.003778	0.003420	0.004064	0.004601
0.04	0.005129	0.018613	0.006511	0.005373	0.005166	0.005732	0.006354
0.05	0.006953	0.023331	0.008294	0.007085	0.007080	0.007517	0.008217
0.06	0.008905	0.028076	0.010143	0.008906	0.009133	0.009415	0.010188
0.07	0.010986	0.032848	0.012059	0.010831	0.011316	0.011422	0.012266
0.08	0.013206	0.037649	0.014045	0.012859	0.013621	0.013535	0.014452
0.09	0.015542	0.042477	0.016102	0.014987	0.016039	0.015754	0.016745
0.10	0.018020	0.047334	0.018233	0.017215	0.018571	0.018077	0.019145
0.11	0.020607	0.052221	0.020439	0.019543	0.021208	0.020503	0.021651
0.12	0.023294	0.057137	0.022723	0.021970	0.023946	0.023032	0.024262
0.13	0.026080	0.062083	0.025087	0.024499	0.026782	0.025665	0.026980
0.14	0.028970	0.067061	0.027532	0.027129	0.029716	0.028400	0.029803
0.15	0.031967	0.072069	0.030062	0.029862	0.032748	0.031238	0.032731
0.16	0.035074	0.077110	0.032678	0.032700	0.035878	0.034179	0.035765
0.17	0.038298	0.082183	0.035383	0.035643	0.039107	0.037224	0.038904
0.18	0.041629	0.087289	0.038180	0.038693	0.042433	0.040373	0.042189
0.19	0.045067	0.092428	0.041070	0.041853	0.045855	0.043627	0.045499
0.20	0.048606	0.097603	0.044057	0.045124	0.049373	0.046985	0.048954
0.21	0.052260	0.102812	0.047143	0.048509	0.052991	0.050450	0.052514
0.22	0.056010	0.108057	0.050331	0.052008	0.056702	0.054020	0.056181
0.23	0.059869	0.113338	0.053623	0.055625	0.060512	0.057698	0.059953
0.24	0.063827	0.118656	0.057023	0.059362	0.064418	0.061483	0.063832

X	Y	Valor estimado de Y				Elíptica	
		Pareto Clásica	Kakwani y Podder 1973a	Kakwani y Podder 1973b	Kakwani y Podder 1976		Kakwani 1980
0.25	0.067881	0.124013	0.060533	0.063221	0.068419	0.065377	0.067817
0.26	0.072037	0.129408	0.064156	0.067205	0.072518	0.069380	0.071910
0.27	0.076290	0.134842	0.067896	0.071316	0.076714	0.073494	0.076109
0.28	0.080645	0.140317	0.071754	0.075557	0.081008	0.077719	0.080417
0.29	0.085102	0.145833	0.075736	0.079931	0.085403	0.082057	0.084832
0.30	0.089665	0.151391	0.079843	0.084440	0.089899	0.086508	0.089357
0.31	0.094332	0.156992	0.084079	0.089807	0.094496	0.091074	0.093991
0.32	0.099101	0.162638	0.088449	0.093875	0.099196	0.095755	0.098736
0.33	0.103979	0.168328	0.092954	0.098808	0.104001	0.100554	0.103591
0.34	0.108954	0.174064	0.097599	0.103888	0.108909	0.105470	0.108559
0.35	0.114052	0.179847	0.102387	0.109118	0.113927	0.110506	0.113638
0.36	0.119272	0.185679	0.107323	0.114502	0.119059	0.115663	0.118832
0.37	0.124613	0.191560	0.112410	0.120043	0.124304	0.120942	0.124140
0.38	0.130074	0.197491	0.117652	0.125745	0.129663	0.126345	0.129563
0.39	0.135641	0.203475	0.123053	0.131611	0.135133	0.131874	0.135103
0.40	0.141343	0.209511	0.128618	0.137644	0.140726	0.137529	0.140761
0.41	0.147170	0.215602	0.134350	0.143848	0.146439	0.143313	0.146539
0.42	0.153105	0.221749	0.140254	0.150227	0.152267	0.149226	0.152436
0.43	0.159154	0.227954	0.146335	0.156785	0.158214	0.155273	0.158456
0.44	0.165322	0.234218	0.152597	0.163525	0.164283	0.161453	0.164599
0.45	0.171608	0.240542	0.159044	0.170452	0.170475	0.167769	0.170867
0.46	0.178014	0.246929	0.165682	0.177570	0.176792	0.174222	0.177262
0.47	0.184526	0.253379	0.172515	0.184882	0.183231	0.180816	0.183785
0.48	0.191157	0.259896	0.179549	0.192394	0.189798	0.187553	0.190439
0.49	0.197931	0.266481	0.186789	0.200109	0.196503	0.194433	0.197225
0.50	0.204840	0.273136	0.194240	0.208032	0.203346	0.201461	0.204146
0.51	0.211888	0.279863	0.201907	0.216167	0.210330	0.208638	0.211204
0.52	0.219048	0.286665	0.209796	0.224519	0.217446	0.215968	0.218401
0.53	0.226311	0.293543	0.217912	0.233092	0.224692	0.223452	0.225741
0.54	0.233700	0.300502	0.226262	0.241893	0.232077	0.231094	0.233224
0.55	0.241212	0.307542	0.234852	0.250924	0.239605	0.238898	0.240856
0.56	0.248852	0.314667	0.243687	0.260192	0.247277	0.246865	0.248638
0.57	0.256683	0.321880	0.252773	0.269702	0.255124	0.254999	0.256573
0.58	0.264673	0.329184	0.262118	0.279458	0.263134	0.263305	0.264666
0.59	0.272832	0.336583	0.271728	0.289466	0.271315	0.271785	0.272920
0.60	0.281196	0.344080	0.281608	0.299732	0.279686	0.280444	0.281339
0.61	0.289741	0.351678	0.291767	0.310261	0.288238	0.289286	0.289927
0.62	0.298463	0.359383	0.302212	0.321059	0.296973	0.298315	0.298689
0.63	0.307354	0.367198	0.312949	0.332131	0.305890	0.307535	0.307629
0.64	0.316403	0.375127	0.323985	0.343484	0.314987	0.316953	0.316753
0.65	0.325656	0.383177	0.335329	0.355123	0.324288	0.326572	0.326066
0.66	0.335096	0.391351	0.346988	0.367054	0.333789	0.336400	0.335573
0.67	0.344736	0.399657	0.358970	0.379285	0.343499	0.346440	0.345282
0.68	0.354596	0.408099	0.371282	0.391821	0.353433	0.356701	0.355199

		Valor estimado de Y					
X	Y	Pareto Clásica	Kakwani y Podder 1973a	Kakwani y Podder 1973b	Kakwani y Podder 1976	Kakwani 1980	Elíptica
0.69	0.364666	0.416685	0.383935	0.404668	0.363588	0.367188	0.365331
0.70	0.374968	0.425422	0.396935	0.417834	0.373981	0.377910	0.375687
0.71	0.385477	0.434318	0.410291	0.431326	0.384603	0.388874	0.386275
0.72	0.396243	0.443380	0.424012	0.445149	0.395484	0.400088	0.397105
0.73	0.407241	0.452619	0.438108	0.459312	0.406616	0.411562	0.408187
0.74	0.418495	0.462045	0.452588	0.473821	0.418018	0.423306	0.419532
0.75	0.430050	0.471669	0.467461	0.488683	0.429718	0.435330	0.431152
0.76	0.441931	0.481502	0.482737	0.503907	0.441737	0.447648	0.443061
0.77	0.454145	0.491560	0.498425	0.519500	0.454086	0.460271	0.455274
0.78	0.466735	0.501856	0.514537	0.535470	0.466796	0.473214	0.467808
0.79	0.479734	0.512408	0.531082	0.551824	0.479897	0.486493	0.480681
0.80	0.493155	0.523235	0.548071	0.568571	0.493403	0.500126	0.493913
0.81	0.506909	0.534359	0.565516	0.585719	0.507275	0.514132	0.507529
0.82	0.520996	0.545803	0.583427	0.603276	0.521519	0.528534	0.521554
0.83	0.535559	0.557595	0.601815	0.621252	0.536232	0.543357	0.536018
0.84	0.550622	0.569769	0.620693	0.639654	0.551440	0.558630	0.550956
0.85	0.566278	0.582360	0.640073	0.658492	0.567217	0.574386	0.566408
0.86	0.582445	0.595413	0.659966	0.677775	0.583527	0.590663	0.582419
0.87	0.599060	0.608980	0.680385	0.697512	0.600345	0.607505	0.599045
0.88	0.616347	0.623123	0.701344	0.717712	0.617832	0.624967	0.616351
0.89	0.634421	0.637917	0.722855	0.738386	0.636086	0.643112	0.634415
0.90	0.653517	0.653457	0.744931	0.759543	0.655290	0.662018	0.653335
0.91	0.673717	0.669860	0.767587	0.781194	0.675537	0.681784	0.673231
0.92	0.695104	0.687280	0.790837	0.803347	0.696928	0.702532	0.694259
0.93	0.718227	0.705920	0.814694	0.826015	0.719897	0.724428	0.716625
0.94	0.742918	0.726061	0.839174	0.849207	0.744407	0.747692	0.740606
0.95	0.769878	0.748110	0.864292	0.872935	0.771051	0.772642	0.766603
0.96	0.799705	0.772695	0.890063	0.897209	0.800413	0.799760	0.795221
0.97	0.833008	0.800884	0.916503	0.922041	0.833162	0.829848	0.827469
0.98	0.871175	0.834780	0.943628	0.947442	0.870719	0.864456	0.865269
0.99	0.918864	0.879908	0.971455	0.973425	0.917583	0.907540	0.913388

		Error					
X	Y	Pareto Clásica	Kakwani y Podder 1973a	Kakwani y Podder 1973b	Kakwani y Podder 1976	Kakwani 1980	Elíptica
0.01	0.000852	0.003763	0.000686	0.000160	-0.000243	0.000283	0.000571
0.02	0.002065	0.007190	0.001070	0.000249	-0.000187	0.000460	0.000892
0.03	0.003485	0.010436	0.001307	0.000293	-0.000065	0.000580	0.001116
0.04	0.005129	0.013484	0.001382	0.000244	0.000037	0.000603	0.001226
0.05	0.006953	0.016377	0.001341	0.000131	0.000126	0.000564	0.001264
0.06	0.008905	0.019171	0.001238	0.000001	0.000228	0.000510	0.001283

X	Y	Error					
		Pareto Clasica	Kakwani y Podder 1973a	Kakwani y Podder 1973b	Kakwani y Podder 1976	Kakwani 1980	Elíptica
0.07	0.010986	0.021862	0.001073	-0.000155	0.000329	0.000436	0.001280
0.08	0.013206	0.024442	0.000839	-0.000347	0.000414	0.000329	0.001246
0.09	0.015542	0.026935	0.000560	-0.000555	0.000497	0.000212	0.001203
0.10	0.018020	0.029315	0.000214	-0.000804	0.000551	0.000057	0.001125
0.11	0.020607	0.031614	-0.000168	-0.001065	0.000601	-0.000104	0.001044
0.12	0.023294	0.033843	-0.000571	-0.001324	0.000652	-0.000262	0.000968
0.13	0.026080	0.036004	-0.000993	-0.001581	0.000702	-0.000415	0.000900
0.14	0.028970	0.038090	-0.001438	-0.001841	0.000745	-0.000571	0.000833
0.15	0.031967	0.040103	-0.001905	-0.002104	0.000781	-0.000729	0.000765
0.16	0.035074	0.042036	-0.002396	-0.002374	0.000803	-0.000895	0.000691
0.17	0.038298	0.043884	-0.002915	-0.002655	0.000808	-0.001074	0.000606
0.18	0.041629	0.045659	-0.003449	-0.002936	0.000803	-0.001256	0.000519
0.19	0.045067	0.047361	-0.003997	-0.003214	0.000788	-0.001440	0.000431
0.20	0.048606	0.048997	-0.004548	-0.003481	0.000768	-0.001620	0.000348
0.21	0.052260	0.050552	-0.005117	-0.003751	0.000730	-0.001811	0.000254
0.22	0.056010	0.052046	-0.005679	-0.004002	0.000692	-0.001990	0.000171
0.23	0.059869	0.053469	-0.006245	-0.004244	0.000643	-0.002171	0.000084
0.24	0.063827	0.054829	-0.006804	-0.004465	0.000591	-0.002344	0.000005
0.25	0.067881	0.056131	-0.007348	-0.004660	0.000538	-0.002504	-0.000064
0.26	0.072037	0.057371	-0.007881	-0.004832	0.000481	-0.002657	-0.000127
0.27	0.076290	0.058552	-0.008394	-0.004974	0.000424	-0.002796	-0.000181
0.28	0.080645	0.059672	-0.008890	-0.005087	0.000364	-0.002925	-0.000228
0.29	0.085102	0.060731	-0.009366	-0.005171	0.000301	-0.003045	-0.000270
0.30	0.089665	0.061726	-0.009822	-0.005225	0.000234	-0.003157	-0.000308
0.31	0.094332	0.062661	-0.010252	-0.005245	0.000165	-0.003258	-0.000340
0.32	0.099101	0.063537	-0.010652	-0.005226	0.000095	-0.003346	-0.000365
0.33	0.103979	0.064349	-0.011025	-0.005171	0.000022	-0.003425	-0.000387
0.34	0.108954	0.065109	-0.011356	-0.005067	-0.000046	-0.003484	-0.000396
0.35	0.114052	0.065795	-0.011665	-0.004934	-0.000125	-0.003546	-0.000414
0.36	0.119272	0.066407	-0.011948	-0.004770	-0.000213	-0.003609	-0.000440
0.37	0.124613	0.066947	-0.012202	-0.004569	-0.000309	-0.003670	-0.000473
0.38	0.130074	0.067417	-0.012422	-0.004329	-0.000411	-0.003728	-0.000510
0.39	0.135641	0.067833	-0.012588	-0.004031	-0.000508	-0.003768	-0.000538
0.40	0.141343	0.068168	-0.012725	-0.003700	-0.000617	-0.003814	-0.000582
0.41	0.147170	0.068433	-0.012819	-0.003322	-0.000731	-0.003857	-0.000631
0.42	0.153105	0.068645	-0.012850	-0.002878	-0.000838	-0.003878	-0.000669
0.43	0.159154	0.068800	-0.012819	-0.002369	-0.000940	-0.003881	-0.000698
0.44	0.165322	0.068896	-0.012725	-0.001796	-0.001039	-0.003869	-0.000723
0.45	0.171608	0.068933	-0.012564	-0.001156	-0.001133	-0.003840	-0.000741
0.46	0.178014	0.068915	-0.012332	-0.000444	-0.001221	-0.003792	-0.000752
0.47	0.184526	0.068854	-0.012010	0.000357	-0.001295	-0.003709	-0.000741
0.48	0.191157	0.068739	-0.011608	0.001237	-0.001360	-0.003605	-0.000719
0.49	0.197931	0.068550	-0.011142	0.002178	-0.001428	-0.003497	-0.000705
0.50	0.204840	0.068296	-0.010600	0.003192	-0.001494	-0.003379	-0.000694

X	Y	Error				Elíptica	
		Pareto Clásica	Kakwani y Podder 1973a	Kakwani y Podder 1973b	Kakwani y Podder 1976		Kakwani 1980
0.51	0.211888	0.067975	-0.009981	0.004279	-0.001558	-0.003250	-0.000684
0.52	0.219048	0.067617	-0.009252	0.005471	-0.001602	-0.003080	-0.000646
0.53	0.226311	0.067232	-0.008399	0.006781	-0.001620	-0.002859	-0.000571
0.54	0.233700	0.066802	-0.007437	0.008193	-0.001622	-0.002605	-0.000475
0.55	0.241212	0.066329	-0.006361	0.009712	-0.001608	-0.002315	-0.000357
0.56	0.248852	0.065815	-0.005165	0.011340	-0.001575	-0.001987	-0.000214
0.57	0.256683	0.065197	-0.003909	0.013019	-0.001559	-0.001683	-0.000109
0.58	0.264673	0.064511	-0.002555	0.014785	-0.001539	-0.001368	-0.000007
0.59	0.272832	0.063751	-0.001104	0.016634	-0.001517	-0.001047	0.000088
0.60	0.281196	0.062883	0.000412	0.018536	-0.001510	-0.000752	0.000143
0.61	0.289741	0.061938	0.002027	0.020520	-0.001502	-0.000455	0.000187
0.62	0.298463	0.060920	0.003749	0.022596	-0.001489	-0.000148	0.000227
0.63	0.307354	0.059844	0.005595	0.024777	-0.001463	0.000182	0.000275
0.64	0.316403	0.058724	0.007582	0.027081	-0.001416	0.000550	0.000350
0.65	0.325656	0.057521	0.009673	0.029467	-0.001368	0.000917	0.000410
0.66	0.335096	0.056256	0.011892	0.031959	-0.001307	0.001304	0.000477
0.67	0.344736	0.054921	0.014233	0.034549	-0.001237	0.001704	0.000546
0.68	0.354596	0.053503	0.016686	0.037225	-0.001164	0.002105	0.000603
0.69	0.364666	0.052019	0.019269	0.040003	-0.001078	0.002523	0.000666
0.70	0.374968	0.050454	0.021966	0.042866	-0.000987	0.002942	0.000719
0.71	0.385477	0.048841	0.024814	0.045849	-0.000874	0.003397	0.000799
0.72	0.396243	0.047137	0.027769	0.048906	-0.000759	0.003845	0.000862
0.73	0.407241	0.045379	0.030868	0.052071	-0.000624	0.004321	0.000946
0.74	0.418495	0.043550	0.034093	0.055326	-0.000477	0.004811	0.001037
0.75	0.430050	0.041619	0.037411	0.058633	-0.000332	0.005280	0.001102
0.76	0.441931	0.039571	0.040806	0.061976	-0.000194	0.005717	0.001130
0.77	0.454145	0.037415	0.044280	0.065355	-0.000059	0.006125	0.001129
0.78	0.466735	0.035121	0.047802	0.068735	0.000062	0.006479	0.001073
0.79	0.479734	0.032674	0.051348	0.072090	0.000163	0.006758	0.000946
0.80	0.493155	0.030080	0.054917	0.075416	0.000249	0.006971	0.000758
0.81	0.506909	0.027449	0.058607	0.078810	0.000366	0.007223	0.000620
0.82	0.520996	0.024806	0.062430	0.082280	0.000523	0.007538	0.000558
0.83	0.535559	0.022036	0.066256	0.085693	0.000673	0.007798	0.000459
0.84	0.550622	0.019147	0.070072	0.089032	0.000819	0.008009	0.000335
0.85	0.566278	0.016082	0.073795	0.092214	0.000939	0.008108	0.000130
0.86	0.582445	0.012968	0.077521	0.095329	0.001081	0.008218	-0.000026
0.87	0.599060	0.009920	0.081325	0.098451	0.001285	0.008445	-0.000015
0.88	0.616347	0.006776	0.084997	0.101365	0.001485	0.008620	0.000004
0.89	0.634421	0.003496	0.088433	0.103965	0.001664	0.008690	-0.000006
0.90	0.653517	-0.000060	0.091414	0.106026	0.001773	0.008501	-0.000183
0.91	0.673717	-0.003857	0.093870	0.107476	0.001820	0.008066	-0.000486
0.92	0.695104	-0.007824	0.095732	0.108243	0.001823	0.007428	-0.000845
0.93	0.718227	-0.012307	0.096467	0.107788	0.001670	0.006201	-0.001602
0.94	0.742918	-0.016857	0.096256	0.106289	0.001489	0.004774	-0.002312

X	Y	Error					Elíptica
		Pareto Clásica	Kakwani y Podder 1973a	Kakwani y Podder 1973b	Kakwani y Podder 1976	Kakwani 1980	
0.95	0.769878	-0.021768	0.094414	0.103057	0.001173	0.002764	-0.003275
0.96	0.799705	-0.027010	0.090358	0.097504	0.000708	0.000055	-0.004484
0.97	0.833008	-0.032124	0.083495	0.089034	0.000154	-0.003160	-0.005539
0.98	0.871175	-0.036395	0.072453	0.076267	-0.000456	-0.006720	-0.005906
0.99	0.918864	-0.038956	0.052591	0.054561	-0.001281	-0.011324	-0.005476

X	Y	Cuadrado del Error					Elíptica
		Pareto Clásica	Kakwani y Podder 1973a	Kakwani y Podder 1973b	Kakwani y Podder 1976	Kakwani 1980	
0.01	0.000852	0.000014	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
0.02	0.002065	0.000052	0.000001	0.000000	0.000000	0.000000	0.000001
0.03	0.003485	0.000109	0.000002	0.000000	0.000000	0.000000	0.000001
0.04	0.005129	0.000182	0.000002	0.000000	0.000000	0.000000	0.000002
0.05	0.006953	0.000268	0.000002	0.000000	0.000000	0.000000	0.000002
0.06	0.008905	0.000368	0.000002	0.000000	0.000000	0.000000	0.000002
0.07	0.010986	0.000478	0.000001	0.000000	0.000000	0.000000	0.000002
0.08	0.013206	0.000597	0.000001	0.000000	0.000000	0.000000	0.000002
0.09	0.015542	0.000726	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000001
0.10	0.018020	0.000859	0.000000	0.000001	0.000000	0.000000	0.000001
0.11	0.020607	0.000999	0.000000	0.000001	0.000000	0.000000	0.000001
0.12	0.023294	0.001145	0.000000	0.000002	0.000000	0.000000	0.000001
0.13	0.026080	0.001296	0.000001	0.000002	0.000000	0.000000	0.000001
0.14	0.028970	0.001451	0.000002	0.000003	0.000001	0.000000	0.000001
0.15	0.031967	0.001608	0.000004	0.000004	0.000001	0.000001	0.000001
0.16	0.035074	0.001767	0.000006	0.000006	0.000001	0.000001	0.000000
0.17	0.038298	0.001926	0.000008	0.000007	0.000001	0.000001	0.000000
0.18	0.041629	0.002085	0.000012	0.000009	0.000001	0.000002	0.000000
0.19	0.045067	0.002243	0.000016	0.000010	0.000001	0.000002	0.000000
0.20	0.048606	0.002401	0.000021	0.000012	0.000001	0.000003	0.000000
0.21	0.052260	0.002555	0.000026	0.000014	0.000001	0.000003	0.000000
0.22	0.056010	0.002709	0.000032	0.000016	0.000000	0.000004	0.000000
0.23	0.059869	0.002859	0.000039	0.000018	0.000000	0.000005	0.000000
0.24	0.063827	0.003006	0.000046	0.000020	0.000000	0.000005	0.000000
0.25	0.067881	0.003151	0.000054	0.000022	0.000000	0.000006	0.000000
0.26	0.072037	0.003291	0.000062	0.000023	0.000000	0.000007	0.000000
0.27	0.076290	0.003428	0.000070	0.000025	0.000000	0.000008	0.000000
0.28	0.080645	0.003561	0.000079	0.000026	0.000000	0.000009	0.000000
0.29	0.085102	0.003688	0.000088	0.000027	0.000000	0.000009	0.000000
0.30	0.089665	0.003810	0.000096	0.000027	0.000000	0.000010	0.000000
0.31	0.094332	0.003926	0.000105	0.000028	0.000000	0.000011	0.000000
0.32	0.099101	0.004037	0.000113	0.000027	0.000000	0.000011	0.000000

X	Y	Cuadrado del Error					Elíptica
		Pareto Clásica	Kakwani y Podder 1973a	Kakwani y Podder 1973b	Kakwani y Podder 1976	Kakwani 1980	
0.33	0.103979	0.004141	0.000122	0.000027	0.000000	0.000012	0.000000
0.34	0.108954	0.004239	0.000129	0.000026	0.000000	0.000012	0.000000
0.35	0.114052	0.004329	0.000136	0.000024	0.000000	0.000013	0.000000
0.36	0.119272	0.004410	0.000143	0.000023	0.000000	0.000013	0.000000
0.37	0.124613	0.004482	0.000149	0.000021	0.000000	0.000013	0.000000
0.38	0.130074	0.004545	0.000154	0.000019	0.000000	0.000014	0.000000
0.39	0.135641	0.004601	0.000158	0.000016	0.000000	0.000014	0.000000
0.40	0.141343	0.004647	0.000162	0.000014	0.000000	0.000015	0.000000
0.41	0.147170	0.004683	0.000164	0.000011	0.000001	0.000015	0.000000
0.42	0.153105	0.004712	0.000165	0.000008	0.000001	0.000015	0.000000
0.43	0.159154	0.004733	0.000164	0.000006	0.000001	0.000015	0.000000
0.44	0.165322	0.004747	0.000162	0.000003	0.000001	0.000015	0.000001
0.45	0.171608	0.004752	0.000158	0.000001	0.000001	0.000015	0.000001
0.46	0.178014	0.004749	0.000152	0.000000	0.000001	0.000014	0.000001
0.47	0.184526	0.004741	0.000144	0.000000	0.000002	0.000014	0.000001
0.48	0.191157	0.004725	0.000135	0.000002	0.000002	0.000013	0.000001
0.49	0.197931	0.004699	0.000124	0.000005	0.000002	0.000012	0.000000
0.50	0.204840	0.004664	0.000112	0.000010	0.000002	0.000011	0.000000
0.51	0.211888	0.004621	0.000100	0.000018	0.000002	0.000011	0.000000
0.52	0.219048	0.004572	0.000086	0.000030	0.000003	0.000009	0.000000
0.53	0.226311	0.004520	0.000071	0.000046	0.000003	0.000008	0.000000
0.54	0.233700	0.004462	0.000055	0.000067	0.000003	0.000007	0.000000
0.55	0.241212	0.004400	0.000040	0.000094	0.000003	0.000005	0.000000
0.56	0.248852	0.004332	0.000027	0.000129	0.000002	0.000004	0.000000
0.57	0.256683	0.004251	0.000015	0.000169	0.000002	0.000003	0.000000
0.58	0.264673	0.004162	0.000007	0.000219	0.000002	0.000002	0.000000
0.59	0.272832	0.004064	0.000001	0.000277	0.000002	0.000001	0.000000
0.60	0.281196	0.003954	0.000000	0.000344	0.000002	0.000001	0.000000
0.61	0.289741	0.003836	0.000004	0.000421	0.000002	0.000000	0.000000
0.62	0.298463	0.003711	0.000014	0.000511	0.000002	0.000000	0.000000
0.63	0.307354	0.003581	0.000031	0.000614	0.000002	0.000000	0.000000
0.64	0.316403	0.003449	0.000057	0.000733	0.000002	0.000000	0.000000
0.65	0.325656	0.003309	0.000094	0.000868	0.000002	0.000001	0.000000
0.66	0.335096	0.003165	0.000141	0.001021	0.000002	0.000002	0.000000
0.67	0.344736	0.003016	0.000203	0.001194	0.000002	0.000003	0.000000
0.68	0.354596	0.002863	0.000278	0.001386	0.000001	0.000004	0.000000
0.69	0.364666	0.002706	0.000371	0.001600	0.000001	0.000006	0.000000
0.70	0.374968	0.002546	0.000483	0.001838	0.000001	0.000009	0.000001
0.71	0.385477	0.002385	0.000616	0.002102	0.000001	0.000012	0.000001
0.72	0.396243	0.002222	0.000771	0.002392	0.000001	0.000015	0.000001
0.73	0.407241	0.002059	0.000953	0.002711	0.000000	0.000019	0.000001
0.74	0.418495	0.001897	0.001162	0.003061	0.000000	0.000023	0.000001
0.75	0.430050	0.001732	0.001400	0.003438	0.000000	0.000028	0.000001
0.76	0.441931	0.001566	0.001665	0.003841	0.000000	0.000033	0.000001

		Cuadrado del Error					
X	Y	Pareto Clasica	Kakwani y Podder 1973a	Kakwani y Podder 1973b	Kakwani y Podder 1976	Kakwani 1980	Elíptica
0.77	0.454145	0.001400	0.001961	0.004271	0.000000	0.000038	0.000001
0.78	0.466735	0.001234	0.002285	0.004725	0.000000	0.000042	0.000001
0.79	0.479734	0.001068	0.002637	0.005197	0.000000	0.000046	0.000001
0.80	0.493155	0.000905	0.003016	0.005688	0.000000	0.000049	0.000001
0.81	0.506909	0.000753	0.003435	0.006211	0.000000	0.000052	0.000000
0.82	0.520996	0.000615	0.003898	0.006770	0.000000	0.000057	0.000000
0.83	0.535559	0.000486	0.004390	0.007343	0.000000	0.000061	0.000000
0.84	0.550622	0.000367	0.004910	0.007927	0.000001	0.000064	0.000000
0.85	0.566278	0.000259	0.005446	0.008503	0.000001	0.000066	0.000000
0.86	0.582445	0.000168	0.006009	0.009088	0.000001	0.000068	0.000000
0.87	0.599060	0.000098	0.006614	0.009693	0.000002	0.000071	0.000000
0.88	0.616347	0.000046	0.007224	0.010275	0.000002	0.000074	0.000000
0.89	0.634421	0.000012	0.007820	0.010809	0.000003	0.000076	0.000000
0.90	0.653517	0.000000	0.008357	0.011242	0.000003	0.000072	0.000000
0.91	0.673717	0.000015	0.008812	0.011551	0.000003	0.000065	0.000000
0.92	0.695104	0.000061	0.009165	0.011717	0.000003	0.000055	0.000001
0.93	0.718227	0.000151	0.009306	0.011618	0.000003	0.000038	0.000003
0.94	0.742918	0.000284	0.009265	0.011297	0.000002	0.000023	0.000005
0.95	0.769878	0.000474	0.008914	0.010621	0.000001	0.000008	0.000011
0.96	0.799705	0.000730	0.008165	0.009507	0.000001	0.000000	0.000020
0.97	0.833008	0.001032	0.006971	0.007927	0.000000	0.000010	0.000031
0.98	0.871175	0.001325	0.005249	0.005817	0.000000	0.000045	0.000035
0.99	0.918864	0.001518	0.002766	0.002977	0.000002	0.000128	0.000030
SSE		0.243575	0.148785	0.220441	0.000097	0.001756	0.000176

		Valor Absoluto del Error					
X	Y	Pareto Clasica	Kakwani y Podder 1973a	Kakwani y Podder 1973b	Kakwani y Podder 1976	Kakwani 1980	Elíptica
0.01	0.000852	0.003763	0.000686	0.000160	0.000243	0.000283	0.000571
0.02	0.002065	0.007190	0.001070	0.000249	0.000187	0.000460	0.000892
0.03	0.003485	0.010436	0.001307	0.000293	0.000065	0.000580	0.001116
0.04	0.005129	0.013484	0.001382	0.000244	0.000037	0.000603	0.001226
0.05	0.006953	0.016377	0.001341	0.000131	0.000126	0.000564	0.001264
0.06	0.008905	0.019171	0.001238	0.000001	0.000228	0.000510	0.001283
0.07	0.010986	0.021862	0.001073	0.000155	0.000329	0.000436	0.001280
0.08	0.013206	0.024442	0.000839	0.000347	0.000414	0.000329	0.001246
0.09	0.015542	0.026935	0.000560	0.000555	0.000497	0.000212	0.001203
0.10	0.018020	0.029315	0.000214	0.000804	0.000551	0.000057	0.001125
0.11	0.020607	0.031614	0.000168	0.001065	0.000601	0.000104	0.001044
0.12	0.023294	0.033843	0.000571	0.001324	0.000652	0.000262	0.000968
0.13	0.026080	0.036004	0.000993	0.001581	0.000702	0.000415	0.000900

		Valor Absoluto del Error					
X	Y	Pareto Clasica	Kakwani y Podder 1973a	Kakwani y Podder 1973b	Kakwani y Podder 1976	Kakwani 1980	Elíptica
0.14	0.028970	0.038090	0.001438	0.001841	0.000745	0.000571	0.000833
0.15	0.031967	0.040103	0.001905	0.002104	0.000781	0.000729	0.000765
0.16	0.035074	0.042036	0.002396	0.002374	0.000803	0.000895	0.000691
0.17	0.038298	0.043884	0.002915	0.002655	0.000808	0.001074	0.000606
0.18	0.041629	0.045659	0.003449	0.002936	0.000803	0.001256	0.000519
0.19	0.045067	0.047361	0.003997	0.003214	0.000788	0.001440	0.000431
0.20	0.048606	0.048997	0.004548	0.003481	0.000768	0.001620	0.000348
0.21	0.052260	0.050552	0.005117	0.003751	0.000730	0.001811	0.000254
0.22	0.056010	0.052046	0.005679	0.004002	0.000692	0.001990	0.000171
0.23	0.059869	0.053469	0.006245	0.004244	0.000643	0.002171	0.000084
0.24	0.063827	0.054829	0.006804	0.004465	0.000591	0.002344	0.000005
0.25	0.067881	0.056131	0.007348	0.004660	0.000538	0.002504	0.000064
0.26	0.072037	0.057371	0.007881	0.004832	0.000481	0.002657	0.000127
0.27	0.076290	0.058552	0.008394	0.004974	0.000424	0.002796	0.000181
0.28	0.080645	0.059672	0.008890	0.005087	0.000364	0.002925	0.000228
0.29	0.085102	0.060731	0.009366	0.005171	0.000301	0.003045	0.000270
0.30	0.089665	0.061726	0.009822	0.005225	0.000234	0.003157	0.000308
0.31	0.094332	0.062661	0.010252	0.005245	0.000165	0.003258	0.000340
0.32	0.099101	0.063537	0.010652	0.005226	0.000095	0.003346	0.000365
0.33	0.103979	0.064349	0.011025	0.005171	0.000022	0.003425	0.000387
0.34	0.108954	0.065109	0.011356	0.005067	0.000046	0.003484	0.000396
0.35	0.114052	0.065795	0.011665	0.004934	0.000125	0.003546	0.000414
0.36	0.119272	0.066407	0.011948	0.004770	0.000213	0.003609	0.000440
0.37	0.124613	0.066947	0.012202	0.004569	0.000309	0.003670	0.000473
0.38	0.130074	0.067417	0.012422	0.004329	0.000411	0.003728	0.000510
0.39	0.135641	0.067833	0.012588	0.004031	0.000508	0.003768	0.000538
0.40	0.141343	0.068168	0.012725	0.003700	0.000617	0.003814	0.000582
0.41	0.147170	0.068433	0.012819	0.003322	0.000731	0.003857	0.000631
0.42	0.153105	0.068645	0.012850	0.002878	0.000838	0.003878	0.000669
0.43	0.159154	0.068800	0.012819	0.002369	0.000940	0.003881	0.000698
0.44	0.165322	0.068896	0.012725	0.001796	0.001039	0.003869	0.000723
0.45	0.171608	0.068933	0.012564	0.001156	0.001133	0.003840	0.000741
0.46	0.178014	0.068915	0.012332	0.000444	0.001221	0.003792	0.000752
0.47	0.184526	0.068854	0.012010	0.000357	0.001295	0.003709	0.000741
0.48	0.191157	0.068739	0.011608	0.001237	0.001360	0.003605	0.000719
0.49	0.197931	0.068550	0.011142	0.002178	0.001428	0.003497	0.000705
0.50	0.204840	0.068296	0.010600	0.003192	0.001494	0.003379	0.000694
0.51	0.211888	0.067975	0.009981	0.004279	0.001558	0.003250	0.000684
0.52	0.219048	0.067617	0.009252	0.005471	0.001602	0.003080	0.000646
0.53	0.226311	0.067232	0.008399	0.006781	0.001620	0.002859	0.000571
0.54	0.233700	0.066802	0.007437	0.008193	0.001622	0.002605	0.000475
0.55	0.241212	0.066329	0.006361	0.009712	0.001608	0.002315	0.000357
0.56	0.248852	0.065815	0.005165	0.011340	0.001575	0.001987	0.000214
0.57	0.256683	0.065197	0.003909	0.013019	0.001559	0.001683	0.000109

Valor Absoluto del Error							
X	Y	Pareto Clasica	Kakwani y Podder 1973a	Kakwani y Podder 1973b	Kakwani y Podder 1976	Kakwani 1980	Elíptica
0.58	0.264673	0.064511	0.002555	0.014785	0.001539	0.001368	0.000007
0.59	0.272832	0.063751	0.001104	0.016634	0.001517	0.001047	0.000088
0.60	0.281196	0.062883	0.000412	0.018536	0.001510	0.000752	0.000143
0.61	0.289741	0.061938	0.002027	0.020520	0.001502	0.000455	0.000187
0.62	0.298463	0.060920	0.003749	0.022596	0.001489	0.000148	0.000227
0.63	0.307354	0.059844	0.005595	0.024777	0.001463	0.000182	0.000275
0.64	0.316403	0.058724	0.007582	0.027081	0.001416	0.000550	0.000350
0.65	0.325656	0.057521	0.009673	0.029467	0.001368	0.000917	0.000410
0.66	0.335096	0.056256	0.011892	0.031959	0.001307	0.001304	0.000477
0.67	0.344736	0.054921	0.014233	0.034549	0.001237	0.001704	0.000546
0.68	0.354596	0.053503	0.016686	0.037225	0.001164	0.002105	0.000603
0.69	0.364666	0.052019	0.019269	0.040003	0.001078	0.002523	0.000666
0.70	0.374968	0.050454	0.021966	0.042866	0.000987	0.002942	0.000719
0.71	0.385477	0.048814	0.024814	0.045849	0.000874	0.003397	0.000799
0.72	0.396243	0.047137	0.027769	0.048906	0.000759	0.003845	0.000862
0.73	0.407241	0.045379	0.030868	0.052071	0.000624	0.004321	0.000946
0.74	0.418495	0.043550	0.034093	0.055326	0.000477	0.004811	0.001037
0.75	0.430050	0.041619	0.037411	0.058633	0.000332	0.005280	0.001102
0.76	0.441931	0.039571	0.040806	0.061976	0.000194	0.005717	0.001130
0.77	0.454145	0.037415	0.044280	0.065355	0.000059	0.006125	0.001129
0.78	0.466735	0.035121	0.047802	0.068735	0.000062	0.006479	0.001073
0.79	0.479734	0.032674	0.051348	0.072090	0.000163	0.006758	0.000946
0.80	0.493155	0.030080	0.054917	0.075416	0.000249	0.006971	0.000758
0.81	0.506909	0.027449	0.058607	0.078810	0.000366	0.007223	0.000620
0.82	0.520996	0.024806	0.062430	0.082280	0.000523	0.007538	0.000558
0.83	0.535559	0.022036	0.066256	0.085693	0.000673	0.007798	0.000459
0.84	0.550622	0.019147	0.070072	0.089032	0.000819	0.008009	0.000335
0.85	0.566278	0.016082	0.073795	0.092214	0.000939	0.008108	0.000130
0.86	0.582445	0.012968	0.077521	0.095329	0.001081	0.008218	0.000026
0.87	0.599060	0.009920	0.081325	0.098451	0.001285	0.008445	0.000015
0.88	0.616347	0.006776	0.084997	0.101365	0.001485	0.008620	0.000004
0.89	0.634421	0.003496	0.088433	0.103965	0.001664	0.008690	0.000006
0.90	0.653517	0.000060	0.091414	0.106026	0.001773	0.008501	0.000183
0.91	0.673717	0.003857	0.093870	0.107476	0.001820	0.008066	0.000486
0.92	0.695104	0.007824	0.095732	0.108243	0.001823	0.007428	0.000845
0.93	0.718227	0.012307	0.096467	0.107788	0.001670	0.006201	0.001602
0.94	0.742918	0.016857	0.096256	0.106289	0.001489	0.004774	0.002312
0.95	0.769878	0.021768	0.094414	0.103057	0.001173	0.002764	0.003275
0.96	0.799705	0.027010	0.090358	0.097504	0.000708	0.000055	0.004484
0.97	0.833008	0.032124	0.083495	0.089034	0.000154	0.003160	0.005539
0.98	0.871175	0.036395	0.072453	0.076267	0.000456	0.006720	0.005906
0.99	0.918864	0.038956	0.052591	0.054561	0.001281	0.011324	0.005476
SAE		4.456369	2.437782	2.945425	0.082811	0.329872	0.081318