UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓMONA DE MÉXICO

DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO E INVESTIGACIÓN

FACULTAD DE ARQUITECTURA

MAESTRÍA EN ARQUITECTURA
(Análisis Teoría e Historia)

El desarrollo de la geometría descriptiva, su aplicación y enseñanza dentro de la arquitectura

Por:
Arq. Rebeca Trejo Xelhuantzi

Director de Tesis:
Arq. Juan Manuel Dávila Ríos

Noviembre de 2002

Agradecimientos:

A mi asesor de tesis Arq. Juan M. Dávila por su sabiduría, paciencia y confianza.

A mi amigo Raúl Ramos por su apoyo incondicional.

A mi Padre quién siempre confió en mi.

El desarrollo de la geometría descriptiva, su aplicación y enseñanza dentro de la arquitectura

Presentación

Justificación del tema

La experiencia de doce años como docente en la práctica y la enseñanza del dibujo en la Universidad Nacional Autónoma de México, primero como profesora de la Escuela Nacional Preparatoria (ENP), impartiendo la asignatura de Dibujo Constructivo II y posteriormente en la Facultad de Arquitectura (FA), en la disciplina de Geometría Descriptiva, me ha permitido reflexionar sobre cuales podrían ser los motivos por los que los egresados de la ENP y el Colegio de Ciencias y Humanidades (CCH) no logran concretar sus conocimientos del nivel superior en el aprendizaje de la materia de Geometría Descriptiva, ya que ésta es de suma importancia en la aplicación y el ejercicio profesional del arquitecto.

Tal conciencia me hace plantear que se debiera impartir a los estudiantes del nivel medio superior las herramientas y medios necesarios para que puedan llegar al nivel superior con conocimientos tales que ya no tenga que regresar a temas que se supone que ya han sido adquiridos con anterioridad.

Esto significa, para el estudiante, el avance sustancial de conocimientos encaminados a la aplicación y soluciones de nuevos problemas que se le planteen.

Después de unos años en que se ha usado el CAD (Diseño auxiliado por computación, por sus siglas en inglés) la enseñanza del dibujo en la Facultad de Arquitectura disminuyó su importancia como método de representaciones, dado que se incorporan a los nuevos planes y programas de estudio las nuevas tecnologías como medio de expresión. Sin embargo, todos lo saben, un estudiante de arquitectura, para trabajar exitosamente el CAD debe contar necesariamente con el antecedente del conocimiento profundo del dibujo, así como una persona que emplea una calculadora científica, la está desaprovechando si sólo la ocupa para sumar y restar. Debe conocer todas las operaciones que puede realizar con ella.

Otra de mis inquietudes fue la experiencia que tengo como arquitecta, donde considero que la Geometría Descriptiva y la geometría en general se han convertido en apoyo de la arquitectura y no en parte de ella.

Es por esta razón que al iniciar la Maestría me propuse dirigir la atención hacia el estudio en el campo de la docencia de estas dos disciplinas que se imparten en la carrera de Arquitectura de esta Universidad.

Objetivos

Este trabajo tiene los siguientes objetivos:

1. Hacer un análisis histórico de la geometría descriptiva para explicar como ésta se convierte en parte esencial de la arquitectura, desde sus orígenes como colecciones de reglas empíricas hasta su sistematización como disciplina científica.
2. Mostrar la forma en que la geometría en general y la geometría descriptiva se emplean en el dibujo arquitectónico, tanto en su forma tradicional como por medio de la computadora.
3. Demostrar que el dibujo asistido por computadora es solo una herramienta de expresión, que requiere de los conocimientos de las técnicas del dibujo y de las construcciones geométricas. Es decir, que es el arquitecto quien realiza el dibujo utilizando la computadora.
4. Explicar la permanencia que ha tenido la materia de geometría descriptiva desde la fundación de la Escuela Nacional de Arquitectura (hoy Facultad de Arquitectura) y la importancia que se le ha dado en las distintas épocas de la historia de la institución.
5. Analizar tanto los contenidos como la forma en que se imparten las asignaturas en el bachillerato correspondientes al área de diseño o de dibujo en la preparación de los alumnos para su desempeño en las materias afines, situadas en el plan de estudios de la licenciatura.
6. Proponer soluciones a los problemas ocasionados por el hecho de que no todos los alumnos que ingresan a la

licenciatura cursaron en el bachillerato alguna asignatura del área de dibujo o de diseño.

7. Dar una relevancia mayor a la asignatura de geometría descriptiva de la que actualmente tiene dentro del plan de estudios de la carrera de arquitectura.
8. Exponer la importancia que tiene el conocimiento de la disciplina en la preparación y el ejercicio profesional del futuro arquitecto, así como sus aplicaciones en el desarrollo profesional de la carrera.

Hipótesis

La Geometría Descriptiva desempeña un desarrollo importante en el arquitecto, sobre todo cuando éste empieza a prejuzgar la idea del espacio. Además, ese planteamiento geométrico está relacionado con la adquisición de mas conocimientos del arquitecto en su crecimiento intelectual.

La Geometría Descriptiva es parte de la arquitectura. Hay que tener en cuenta que ésta es geometría que ofrece apreciaciones visuales cercanas y de detalle.

No se debe olvidar que la geometría es consecuencia de la arquitectura; porque ésta requiere de la disciplina en términos conceptuales y espaciales, que sirven para formar arquitectos para quienes la materia de Geometría Descriptiva tiene un lugar importante desde el pensamiento anticipado de la armonía y la manera de construir los pensamientos de lo arquitectónico.

Juntas, la arquitectura y la geometría, forman una unidad de creatividad y disciplina; una es el instrumento de la otra, un balance de imaginación y realismo exacto. Si funcionan juntas en su máxima expresión, el arte y la ciencia pueden producir estructuras de extraordinaria belleza y riqueza de diseño que les den cualidades de orden, simetría y armonía.

Al considerar estas cuestiones es necesario hacer una análisis de los programas de estudio del bachillerato y de la licenciatura, ya que existe una disociación entre ellos. Suponemos que los alumnos que egresan de la ENP ya han adquirido los conocimientos necesarios puesto que han cursado la materia propedéutica de Dibujo Constructivo II, y es asignatura obligatoria. Sin embargo, para los egresados del CCH que cursan las materias de Diseño Ambiental I y II con carácter propedéutico, esta es optativa, es decir, no necesariamente ingresan a la licenciatura con los conocimientos para la resolver los problemas que en la licenciatura se presentarán.

Por esta razón, es indispensable hacer nuevas propuestas a los programas de estudio de la materia de Geometría Descriptiva para que los alumnos consideren a esta disciplina como parte de la arquitectura, al permitir con esto que el estudiante visualice soluciones arquitectónicas sin restricciones formales gráficas y constructivas, para lograr finalmente que egresen arquitectos con conocimientos más completos que les permita un mejor ejercicio de la profesión y que se logren realizar mejores propuestas arquitectónicas.

Introducción

Desde las primeras épocas de la humanidad en que el hombre ya contaba con las características físicas actuales (hace varias decenas de miles de años) tenía posiblemente una idea del espacio físico que lo rodeaba, y tal vez se le presentó la necesidad de organizarlo, o de utilizar formas que tenían en la mente para la creación de utensilios o para expresar sus ideas, sentimientos o emociones por medio del arte. No es posible por ahora afirmar algo con seguridad sobre el asunto, pero se antoja posible que, por ejemplo, para fabricar una punta de flecha, quien la hacía tuviera la idea del triángulo y aplicara ese conocimiento en su trabajo. De ser así, podríamos decir que tenemos una de las primeras aplicaciones de la geometría para construir algo.

A partir de la aparición de la escritura tenemos ya testimonios de aplicaciones y de estudios de las figuras geométricas. Desde las primeras civilizaciones (Egipto y Mesopotamia) y a través de toda la historia del hombre, podemos seguir la evolución de lo que hoy conocemos como geometría en sus dos principales aspectos: su estudio científico (o sus equivalentes filosófico-especulativos en las culturas de la Antigüedad) y sus aplicaciones prácticas a determinadas acciones o creaciones de la mano del hombre.

Una de las ramas de esta ciencia, la geometría descriptiva nace como respuesta a necesidades de aplicaciones prácticas, y gracias al avance teórico que se había logrado en ese campo.

La arquitectura, tanto en su estudio como en su práctica, requiere del conocimiento de la geometría en varias de sus ramas, entre ellas la geometría descriptiva.

Esta tesis tiene como propósito el estudio de la geometría descriptiva en relación con la arquitectura, y particularmente con la enseñanza de la profesión. Para ello, la he dividido en los siguientes capítulos:

Capitulo 1. El desarrollo de la geometría. Se compone de las siguientes partes: 1) Se hace una breve revisión histórica de esta ciencia, desde sus orígenes hasta el estado en que se encontraba en la Edad Media. 2) Se presenta un panorama histórico de la geometría descriptiva, desde sus antecedentes en el Renacimiento hasta sus últimas aplicaciones en el siglo XX. 3) Se hace una exposición sobre la vida y la actividad científica del creador de la geometría descriptiva, Gaspard Monge, y se hace énfasis en el proceso gracias al cual logró sistematizar esta disciplina. 4) Se analiza con más detalle la sistematización de la geometría descriptiva, y se complementa este análisis con una revisión del tratado de Monge, la *Géométrie descriptive* y las clases de la asignatura en la École Polytechnique, institución que en sus inicios fue creación del espíritu revolucionario tanto de la Francia de la época como del propio Monge.

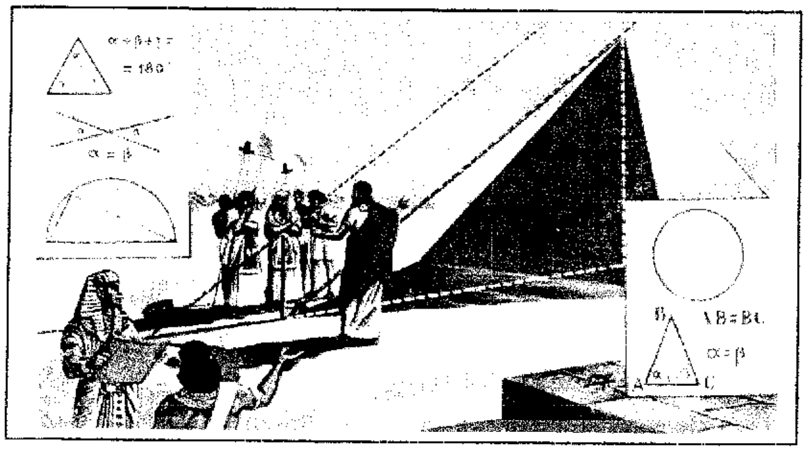
Capítulo 2. Aquí se dan algunos ejemplos de aplicaciones de la geometría descriptiva y de sus métodos en aspectos como: construcción de figuras geométricas, proyecciones ortogonales, compenetración de sólidos, bóvedas, croquis, y el uso de programas gráficos de computadora.

Capítulo 3. Se pretende hacer una revisión histórica de la enseñanza de la geometría descriptiva en las instituciones que se han sucedido desde la Academia de San Carlos hasta la actual Facultad de Arquitectura de la UNAM. Esto con el propósito de seguir la evolución de esta disciplina en los planes de estudio. Se presentan también los programas de las materias que anteceden a la enseñanza de esta asignatura en las escuelas del bachillerato de esta universidad (Colegio de Ciencias y Humanidades y Escuela Nacional Preparatoria).

Capítulo 4. Aquí se hace un breve estudio teórico sobre la enseñanza de la geometría descriptiva en la arquitectura. Para ello se presentan algunos resultados que se han dado en la enseñanza y el aprendizaje de la geometría en general, con el propósito de tener en cuenta las características especificas que se dan en la docencia de esta ciencia. También se dan algunas consideraciones importantes sobre el papel del arquitecto en la sociedad y sobre las características de la información gráfica dentro de la profesión. Por ultimo, se presenta una propuesta de apoyo al plan de estudios de arquitectura de la UNAM, que pretende proporcionar elementos que sirvan de base para implementar acciones tendientes a lograr un mejor aprovechamiento académico de los alumnos en la asignatura de geometría descriptiva.

Bibliografía y anexos. En esta última parte de la tesis figura la bibliografía que incluye las obras consultadas durante todo el trabajo, así como aquellas que pueden servir al lector para completar la información o profundizar en alguno de los temas tratados. En el apartado de anexos se sitúan los programas de asignatura y las tablas complementarias a éstos, así como otra información que solo aparece mencionada en el cuerpo de la obra, pero que tiene una estrecha relación con los temas tratados (como el método de enfilada y el modelo de razonamiento de Van Hiele).

A manera de conclusión, solo me resta mencionar que espero que el presente trabajo sirva como una modesta contribución para que el lector tenga una información más completa sobre qué es y para que sirve la geometría descriptiva, y que las propuestas sobre los programas de la materia puedan ser tomadas como base para emprender acciones que tengan como propósito mejorar la enseñanza de la disciplina. Todo esto a mi juicio deberá servir también para darle a esta disciplina dentro de nuestra profesión el papel y la importancia que debe tener y que no siempre se le ha dado.



Capítulo 1

El desarrollo de la geometría

Capítulo 1

El desarrollo de la geometría

1.1 Etapas de un proceso histórico

1.1.1 Introducción

En este estudio se entiende por geometría (Del griego gê, tierra; *metron*, medida) *ciencia matemática que tiene por objeto el cálculo de las dimensiones*. Bajo esta definición se aborda el estudio de la geometría descriptiva desde sus orígenes hasta su sistematización.

El origen de la geometría, en nuestra cultura, obedece claramente a necesidades catastrales de medición y equivalencia de terrenos. La consiguiente geometría plana condujo, por extrapolación, a la geometrización de nuestro espacio habitable, es decir, a la abstracción racional de la extensión en el espacio que percibimos (espacio sensible); génesis que culmina en la geometría euclidiana. (Fig. 1)

Fig. 1

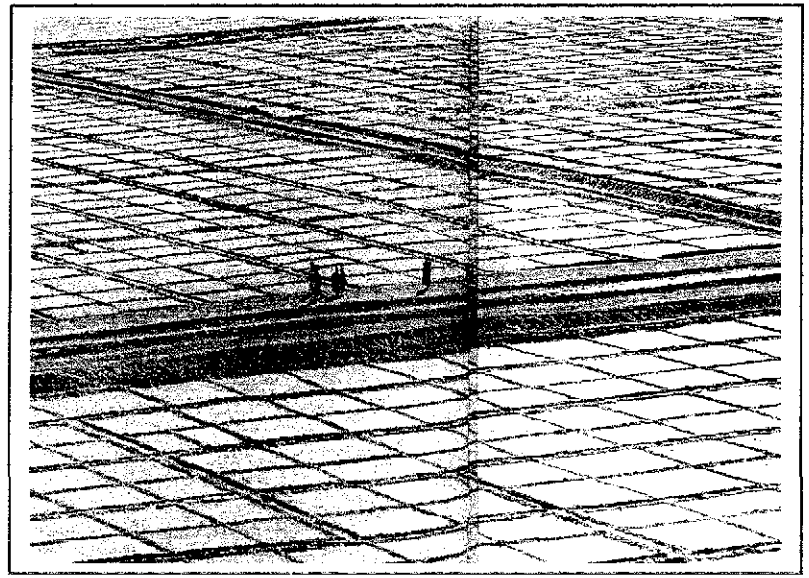


Fig. 1
Este campo egipcio es una representación objetiva de geometría aplicada: se trata de la cuadrícula formada por parcelas de tierra y canales de riego y zanjas que la cruzan. Para poder cultivar la tierra árida, los hombres tuvieron que convertirse en ingenieros y aprender a construir complicadas obras de riego. Las necesidades de la agricultura hicieron que los antiguos egipcios se convirtieran en algo más que buenos agricultores, ampliaron también sus horizontes intelectuales

Los problemas de medida (longitudes, áreas, volúmenes,..) motivaron el nacimiento de la geometría empírica. Pronto se añadieron a estas necesidades las de usar ciertas figuras en procesos constructivos y hacer representaciones gráficas y esculturales. Podemos encontrar en la cultura egipcia una culminación de geometría aplicada tanto ligada a la resolución cotidiana de problemas como a la creación artística Su enseñanza fue restringida a una minoría de la jerarquizada sociedad egipcia.

Cabe señalar que desde las tablillas babilónicas a los papiros egipcios, cuando se trató de "escribir" un problema geométrico, se inició la tradición de mezclar, en un solo discurso, imágenes, símbolos y lenguaje.[1] (Fig. 2)

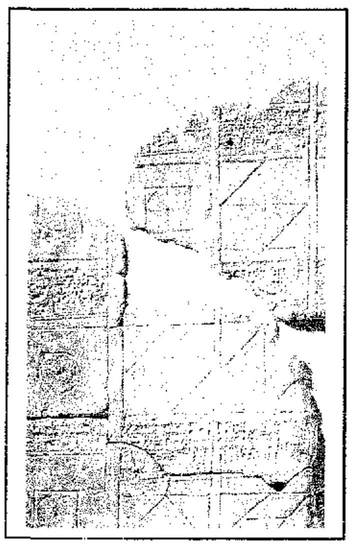


Fig 1

Fig 2
Tablilla geométrica de la antigua Babilonia procedente de Sippar, hoy en Irak, hacia el 1800 a. C. Contiene una recopilación de problemas referidos al cálculo de superficies de cuadrados, triángulos y círculos.

El origen de la representación está en los albores de la civilización y obedece a necesidades emotivas y de evocación; se trata del nacimiento de las artes visuales, dibujo y pintura, con su valor para estimular tanto al artífice como al observador. Parece evidente que los primeros balbuceos de la geometría se produjeron en el seno de la representación, como resultado de su poderosa capacidad generadora no sólo de emociones, sino también de pensamientos organizativos y especuladores para, de la mano de éstos, tomar identidad propia.

Durante la primera época de la Edad de la Piedra, el Paleolítico, el hombre dependía totalmente de la naturaleza, de la recolección y de la caza, y vivía en comunidades nómadas. Dejó como testimonio de su cultura arte en representación natural, posiblemente ligada a fuerzas sobre-naturales; también se han conservado de aquellos hombres utensilios fabricados de piedra.

En la segunda parte de la Edad de Piedra, el Neolítico, se inicia el dominio de la naturaleza con la agricultura y posiblemente la domesticación de animales. Aparecen las primeras comunidades sedentarias. Se cuenta con testimonios de estas culturas como son artesanías con figuras geométricas. Es probable que hicieran uso de números y operaciones aritméticas por medio del uso de partes del cuerpo como los dedos.

Una de las primeras grandes civilizaciones se desarrolló en la Mesopotamia, en donde existen vestigios de obras de irrigación para los cuales se aprovechaban los ríos. Se puso en uso el calendario basado en conocimientos astronómicos y se aplicó en la agricultura. Se desarrolló la geometría con el estudio del cuadrado y el círculo. Se dividió a éste en 360° y en seis partes. Es posible que la aplicación de la rueda se halla basado en el estudio del círculo. Encontramos también la aplicación de los conocimientos geométricos y de los números a la medición de tierras y a las obras de irrigación. Hubo un mayor desarrollo científico gracias al empleo de la escritura, cuyos testimonios nos han llegado en tablillas de arcilla.

En el antiguo Egipto floreció el estudio de las matemáticas, la astrología y su aplicación a grandes obras de ingeniería y arquitectura. Se conserva gran número de construcciones y monumentos relacionados con la religión y el culto a la muerte. Hubo muchos conocimientos ocultos reservados a teocracia. La

[1] Alsina Catalá, Claudi, Josep Mª Fortuny Aymemí, Rafael Pérez Gómez, *¿Por qué Geometría?, Propuestas Didácticas para la ESO*, Madrid, Síntesis, 1997, p. 15

geometría se estudió como disciplina empírica ligada a la solución de problemas concretos.

Los antiguos griegos realizaron la sistematización, demostración, humanización y racionalización de las matemáticas Uno de los primeros en hacer estudios de geometría fue Heródoto (484-420 a.C.), quien hizo análisis de las crecidas del Nilo en Egipto y sus consecuencias en los campos de cultivo. Fueron los filósofos quienes sistematizaron la geometría, y la dejaron lista para su aplicación práctica por parte de agrimensores, constructores, marinos, astrónomos y artistas.

Hubo grandes eruditos griegos que estudiaron en fuentes egipcias como Tales de Mileto (639-546 a.C), a quien se debe además la aplicación del método deductivo (parte de casos particulares para llegar a leyes y teorías de carácter general). Con la invasión persa la escuela de Jonia se traslada a la Magna Grecia, en donde Pitágoras (569-500 a.C.) y sus discípulos hicieron una combinación de la ciencia geométrica con conceptos religiosos y mágicos Una de sus principales aportaciones fue la consideración del punto o lugar en el espacio como unidad geométrica. También se debe a ellos una serie de demostraciones que dieron aportes anteriores. El teorema de Pitágoras también procede de esta escuela. Un continuador de los pitagóricos, Arquitas de Tarento (428-355 a.C.), logró la duplicación del cubo y la aplicación de los principios geométricos a la mecánica. Un contemporáneo de Arquitas, Hipias de Elea (420-a.C.), resolvió problemas como la trisección del ángulo (división de un ángulo en tres partes) y la cuadratura del circulo (el trazo de un cuadrado que tiene la misma área que un círculo dado).

Hiprócates de Quíos (470-a.C.), ayudó a resolver muchos problemas con sus estudios sobre las propiedades del círculo, y empleó una nomenclatura de letras en las explicaciones de las construcciones geométricas.

Platón (430-347 a.C.) colocaba a los cuerpos geométricos entre el mundo de las ideas y su reflejo, el mundo material. Creía que los elementos se componían de cuerpos geométricos perfectos.

Eudoxio de Cnido (406-355 a.C.), corrigió los errores de Platón al descubrir la geometría no euclidiana, y al aclarar que los cuerpos geométricos no existen en la naturaleza ni dan origen a los elementos.

En la época helenística la fundación y el funcionamiento de la Universidad de Alejandría permitieron el estudio de muchos eruditos de todo el mundo circundante. Los conocimientos de la geometría anteriores a Euclides, ya sistematizados, dieron origen a la enunciación de los fundamentos de la estereotomía.

A partir de esta fecha hubo tres grandes geómetras que hicieron aportaciones importantes a la geometría

Euclides (315-331 a.C.), quien trató en sus *Elementos* temas como· la geometría plana, las proporciones, la aritmética de los números racionales e irracionales y la geometría del espacio.

Arquímedes (287-212 a.C.), escribió obras sobre esta disciplina con aportes originales, los cuales casi no se conocieron hasta el Renacimiento, lo cual limitó mucho el avance de esta ciencia hasta esa época La geometría de Arquímedes pudo emplearse para calcular áreas de figuras curvilíneas y volúmenes de cuerpos con superficies curvas.

Apolonio de Pérgamo (260-200 a.C.), se dedicó casi exclusivamente al estudio de las cónicas, y estos estudios sirvieron de base para la mecánica celeste desarrollada en el siglo XVII.

Estos tres grandes sabios estudiaron la geometría ligada a la especulación filosófica del espacio, sin destinarla a aplicaciones concretas.

Después de estos tres geómetras tenemos los trabajos de estudiosos como Erastóstenes, Nicomedes (entre 250-150 a.C.), Diocles (entre 250-100 a.C.) e Hiparco de Nicea (entre 250-180 a.C.), quienes fueron más importantes como astrónomos que como geómetras. Con estos sabios termina lo que se denominó la primera escuela de Alejandría, hacia el año 30 a.C.

Con la ocupación romana de Egipto se inicia la segunda escuela de Alejandría. Los estudios de Menéalo de Alejandría y de Ptolomeo sobre los triángulos esféricos y sobre la proyección ortográfica sirvieron de base a la moderna geometría descriptiva.

Vitruvio realizó estudios sobre iconografía y ortografía (plano y elevación).

Los últimos geómetras de interés de esta escuela son Pappus (s. IV) y Proclus (s V). Pappus perfeccionó la geometría superior y la teoría de las secciones cónicas, y Proclus escribió una historia de la geometría con comentarios personales.

Los romanos no se interesaron por el cultivo de esta ciencia puesto que para aplicaciones prácticas les bastaba con los conocimientos que tenían los artistas griegos.

Tras la destrucción de la universidad y biblioteca de Alejandría, ocasionada por la invasión de los árabes, muchos estudiosos que se encontraban allí se fueron con su bagaje de conocimientos a otras partes, principalmente a Bizancio y a Bagdad, capitales ambas de los dos grandes imperios de la época.

Los árabes, por su parte, estudiaron en fuentes griegas e hindúes, y transmitieron los conocimientos adquiridos a lo largo de los territorios conquistados. En Europa los difundieron principalmente a través de la Península Ibérica, donde fundaron escuelas.

Durante la Edad Media, principalmente en sus primeros siglos (Alta Edad Media), hubo un estancamiento de varias ciencias, entre ellas la geometría. Existieron, sin embargo escuelas fundadas en los monasterios, algunas de las cuales dieron origen a las universidades que posteriormente harían crecer nuevamente el conocimiento. De esta época, uno de los pocos nombres que pueden mencionarse en el campo científico es el de San Isidro de Sevilla, en cuya obra figura una parte, bastante pobre, dedicada a la geometría. Es a partir del s. X y durante la Baja Edad Media cuando surgen estudiosos que hicieron aportes a las matemáticas, como el monje Geberto, Abelardo de Bath, Giovanni Cardano, y algunos más. Muchos de estos hombres estudiaron y enseñaron en escuelas como la de Traductores de Toledo, y sus aportaciones se deben principalmente al estudio que hicieron de los sabios de la antigüedad a través de traducciones árabes.

En esta época existía una dificultad adicional en la construcción de bóvedas y arcos de punta en relación con la talla de piedras. Había reglas y procedimientos complicados, seguramente basados en la concepción de figuras del espacio y maquetería incluidas en colecciones de casos particulares. Uno de los arquitectos más importantes que hicieron estudios de geometría fue Villard de Honnecourt, quien utilizó el arte del trazo basado en las reglas de la geometría euclidiana.

1.1.2 De la Edad de Piedra

Desde la formación de la tierra hasta la aparición del ancestro directo del hombre, pasaron varios miles de millones de años, en que los seres vivos evolucionaron hacia formas cada vez más avanzadas

En la Antigua Edad de Piedra; el Paleolítico, el hombre de esta época vive de lo que le proporciona la naturaleza, sin poderla modificar todavía. Recoge frutas, raíces y otros productos vegetales; caza animales y, a partir de su dominio sobre el fuego, pesca en los ríos y lagos, lo que le permite diseminarse por todo el mundo. De la simple piedra va derivando el hacha de mano y otros utensilios de piedra tallada y después pulida. Inventa la lanza y la desarrolla más tarde en otras armas arrojadizas, que culminan en el arco y la flecha

Estos hombres vivieron en cavernas, en condiciones que poco diferían de las de los animales y sus principales energías estaban dirigidas hacia el proceso rudimentario de recolectar alimento donde quiera que pudieran obtenerlo. Fabricaron armas para cazar y pescar, desarrollaron un lenguaje para comunicarse entre sí y en las ultimas épocas paleolíticas enriquecieron sus vidas en formas de arte creativas, figurillas y pinturas.

"... La idea de la existencia de fuerzas misteriosas tras todo indicio de vida estaba extendida casi universalmente, expresándose en el culto a la diosa de la fertilidad. El momento culminante del «hombre instintivo», tal como podría llamársele, aparece reflejado en las cuevas rupestres de Francia y España. (Fig. 3)

Fig. 3

Fig. 3
La pintura rupestre de Lascaux, Francia es sólo un fragmento, y mide unos ocho por tres metros. Los dibujos son espontáneos, realizados antes de que la geometría fuera conocida y probablemente están relacionados con algún tipo de magia. Estas pinturas pudieron haber tenido algún significado ritual; sin duda revelan una extraordinaria comprensión de la forma.

En ellas tenemos la muestra de un arte paisajístico interior, inspirado exclusivamente por los hechos observables y la experiencia directa. Las matemáticas y los ritmos celestiales, que tanto significarían para la civilización más adelante, no tienen aquí el más mínimo sentido: no hay ni geometría, ni ángulos rectos, ni líneas verticales rectas. Es arte biológico puro con una veracidad irrepetible, la conjunción entre el *(homo) erectus* y el *(homo) sapiens.*"[2]

1.1.3 De la Edad de Bronce

Poco progreso fue hecho en la comprensión de los valores numéricos y de las relaciones de espacio hasta que ocurrió la transición desde la simple recolección de alimento hasta su producción verdadera, desde la caza y la pesca hasta la agricultura. Con este cambio fundamental, una revolución en la cual la actitud pasiva del hombre hacia la naturaleza se volvió activa, entra en la Nueva Edad de Piedra: el Neolítico.

El viaje nómada en busca de alimento lentamente llega a su fin. Los pescadores y cazadores son substituidos en gran parte por agricultores primitivos. Tales agricultores, que permanecían en un solo lugar mientras la tierra permanecía fértil, comenzaron a construir viviendas más permanentes; las aldeas emergieron como protección contra el clima y los enemigos depredadores.

Las artes elementales como la alfarería, la carpintería y el tejido, se desarrollan gradualmente. Se hicieron inventos en forma notable, la rueda de alfarero y la rueda de la carreta; los botes y los refugios fueron mejorados.

Existía un considerable comercio entre las aldeas, que se esparció de tal manera que sus conexiones pudieron trazarse entre lugares separados por cientos de kilómetros. El descubrimiento de las artes del fundido y de la elaboración primero del cobre, y después de herramientas y armas de bronce, estimularon fuertemente esta actividad comercial.

El desarrollo de las artesanías y del comercio estimuló la cristalización del concepto de número. Los números fueron arreglados y empaquetados en grandes unidades, usualmente por el empleo de los dedos de la mano o de ambas manos, un procedimiento natural en el comercio.

También se hizo necesario medir la longitud y el contenido de los objetos. Las normas eran toscas y a menudo tomadas de partes del cuerpo humano; así es como las unidades tales como los dedos, pies o manos se originaron.

"El hombre neolítico desarrolló también un agudo sentido para los patrones geométricos. El horneado y colorido de la alfarería, el trenzado de juncos, el tejido de canastas y textiles, y posteriormente el trabajo de los metales, condujo al estudio de las relaciones planas y espaciales. La ornamentación neolítica se regocijó en la revelación de congruencia, simetría y semejanza. Las relaciones numéricas pudieron entrar en estas formas, como en ciertos patrones prehistóricos que representan números triangulares; otros muestran números "sagrados" [3] (Fig 4)

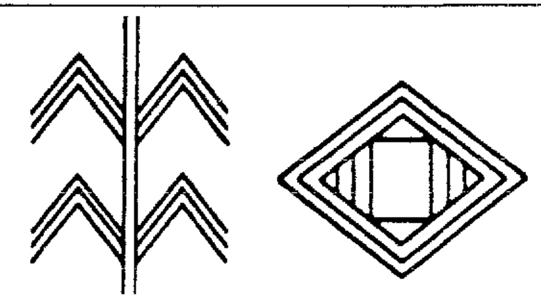


Fig. 4

Fig. 4.
Ejemplos de algunos patrones geométricos que existen en la alfarería, en el tejido y en la fabricación de cestas.

[2] Jellicoe, Susan y Geoffrey, *El Paisaje del Hombre*, México, Gustavo Gili, 1995, p 10-11

[3] Dirk Jan Struik, en su libro *Historia Concisa de las Matemáticas* cita algunos ejemplos sobre estos patrones geométricos.

En la Edad de Piedra podemos discernir un intento primitivo para contender contra las fuerzas de la naturaleza. Las ceremonias estuvieron hondamente penetradas de magia y este elemento mágico fue incorporado en los conceptos existentes de número y forma, así como en la escultura, la música y el dibujo. Había números mágicos (tales como 3, 4. 7) y figuras mágicas (tales como la pentalfa y la svástica)[4].

1.1.4 De Mesopotamia a Egipto

En esta época, el hombre se basa para su sustento en la agricultura y en la ganadería. Se trabajan los metales, al principio el cobre y el bronce y, a partir del segundo milenio a. C., el hierro. Se construyen importantes obras de irrigación entre las que son notorias los canales chinos, los de la Mesopotamia, los egipcios, los acueductos romanos y algunas obras americanas. El hierro se aplica también en la agricultura, en la forma del arado.

A continuación y siguiendo un orden cronológico haremos una breve reseña histórica de los avances y logros de cada una de las civilizaciones de la antigüedad.

Mesopotamia: Las cuencas de los ríos Tigris y Éufrates son, desde el cuarto milenio a. de J.C., los primeros lugares donde las Matemáticas son objeto de estudio. Hasta la llegada de los griegos a estas regiones, los matemáticos de Babilonia guardan celosamente los conocimientos adquiridos durante miles de años. Toda la ciencia acumulada por aquellos pueblos nos es hoy conocida a través de los testimonios en escritura cuneiforme por una parte y, por otra, gracias a los hallazgos arqueológicos del siglo XIX y XX.

Los babilonios: Utilizaban la numeración de posición desde el segundo milenio a. C. Una de las dos tablas babilónicas encontradas en 1845 en los alrededores de Senkerch contenía los cuadrados de los primeros números hasta 8^2, escritos en numeración decimal y, desde ahí en adelante, en sexagesimal (base 60). Lo cual parece indicar que durante cierto tiempo coexistieron ambos sistemas, aunque posteriormente se impuso el uso del sexagesimal.

Cabe destacar también el hecho de que los babilonios del milenio III a. C , ya conocían el llamado *Teorema de Pitágoras*, la extracción de raíces cuadradas con gran aproximación, el cálculo de las potencias enteras de números naturales, la numeración de posición, una especie de regla de tres, la resolución práctica de ecuaciones de primero y segundo grado, etc.

También dieron una gran importancia al cuadrado y al círculo. La división del círculo en 360 partes es patrimonio suyo. Tomaron por base la división del año en 360 días. Así les era fácil dividir el círculo y la circunferencia en 6 partes iguales. Probablemente este fue el fundamento del cómputo sexagesimal que usaron. Sirvió para la construcción de las ruedas para las carrozas. La rueda, aplicación del círculo, es una creación suya y data ya de casi 6 000 años.

Los mesopotamios dieron una gran aportación al desarrollo de la cultura mundial. Debemos a ellos muchos conocimientos astronómicos. Inventaron el calendario dividiendo el año en doce meses y estableciendo la semana de siete días. Ambos conocimientos tienen una relación directa con la agricultura; el calendario, basado en el saber astronómico, facilita las siembras al indicar las fechas propicias; la geometría es necesaria para la medición de las tierras, y para la construcción de obras de irrigación.

Egipto: Es posiblemente el pueblo más sabio del antiguo Oriente y también el más misterioso. En su arquitectura pesada y colosal; en su estatuaria rígida y maciza, predomina el sentimiento de la inmortalidad, el estatismo evocador del enigma alucinante de la muerte.

Entre los desiertos de Libia y de Arabia, el Nilo ha creado un valle extraordinariamente fértil, el Egipto. El Nilo se origina en dos grandes ríos; el Nilo Blanco, proveniente de los lagos del África Central, y el azul, de Etiopía. Las condiciones de lluvia y de deshielo hacen que el río inunde su valle en los meses de julio a noviembre; al retirarse las aguas, queda la tierra cubierta de una capa de limo sumamente fértil, e impregnada de la humedad necesaria para las labores agrícolas. La necesidad de regular en gran escala estas inundaciones, y de extender las áreas cultivables

[4] Pentalfa: Figura mística de estrella con cinco puntos formada por la prolongación de los lados de un pentágono regular.
Svástica: Nombre de la cruz de aspas angulares, símbolo de buen agüero entre los Arios y Celtas y adoptado modernamente por los nazis alemanes.

por medio de la irrigación, hizo que desde épocas muy antiguas se construyeran canales y diques, así como obras de irrigación. Los cálculos necesarios para construir y mantener constantemente las obras de irrigación, vitales para el país, provocaron un gran desarrollo de la geometría.

Mientras que en Mesopotamia la existencia de una sociedad menos rígida, más abierta, permite un desarrollo mayor de la ciencia y de sus múltiples aplicaciones a la técnica, la sociedad egipcia mantiene las ciencias y sus aplicaciones en manos de un grupo social (sacerdote-rey-noble), que las utiliza como instrumento de explotación y opresión de la mayoría del pueblo.

Los egipcios nos dejaron una considerable cantidad de conocimientos de Aritmética, Álgebra elemental y sobre medidas, adquiridos a propósito de la construcción de las pirámides, la agrimensura del valle del Nilo subsiguiente a las inundaciones anuales, y el estudio de la Astrología. Los agrimensores egipcios fueron los que iniciaron los preceptos de la después llamada geometría Euclidiana. Estos conocimientos se han conservado y han llegado hasta nosotros gracias a los antiguos manuscritos descubiertos actualmente en las pirámides, tumbas y palacios de los antiguos egipcios.

Uno de los más antiguos manuscritos egipcios que se han descubierto hasta la fecha es el documento "*Instrucciones para el conocimiento de todas las cosas obscuras*" que fue escrito por un sacerdote llamado Ahmes hacia el año 1700 a. C. Es una especie de resumen o colección de reglas y problemas con sus respuestas, que tratan de cuestiones aritméticas y de la medida de varias figuras geométricas.

La geometría de Egipto se desarrolla desde un fundamento de problemas prácticos relativos al cálculo de magnitudes geométricas, pero la forma geométrica del problema era por lo general solamente una manera de presentar una cuestión algebraica. El planteamiento de los problemas egipcios solo indicaba los datos del problema, pero sin ninguna construcción geométrica que pudiera interpretarse a manera de un esquema de razonamiento lógico.

Con esto podemos decir que la geometría oriental anterior a Grecia es una técnica intencional guiada por un fin utilitario, y mientras no se enriquezca nuestra pobre documentación actual con nuevas aportaciones que descubran sus métodos, hemos de considerarla empírica. Los orientales conocían, indudablemente, ciertos hechos geométricos y hasta razonaban sobre algunas figuras, pero sólo perseguían objetos prácticos, alejados de la geometría teórica de los griegos y del ideal de la ciencia.

1.1.5 Los griegos

Grecia: Las aportaciones de babilonios y egipcios son recogidas por el pueblo griego, que no sólo utilizó estos conocimientos, sino que los sistematizó, dando con esto a las matemáticas categoría de ciencia. Los matemáticos egipcios y babilonios, limitados a la solución de problemas concretos y al mero empirismo, ignoran la demostración de los teoremas; Mientras que los matemáticos griegos, por el contrario, convierten el empirismo en racionalidad.

Uno de los primeros griegos que inició la sistematización fue Heródoto (484-420 a.C.), a quienes algunos le atribuyen el nacimiento de la geometría como ciencia. Este sabio realiza sus estudios geométricos a partir del análisis y deslinde de los campos destruidos por las crecientes del río Nilo que arrasaba los cultivos de los egipcios.

Los agrimensores, los constructores, los marinos y los astrónomos griegos pronto empezaron a hacer uso de la parte práctica de la geometría pura de los filósofos, y la aplicación de sus respectivas ciencias. De estas aplicaciones que de la geometría hicieron los griegos destacan las relacionadas con las bellas artes y las que dieron lugar a las nuevas ciencias, llamadas trigonometría y geodesia[5], ciencia que se encarga del estudio de la forma de la tierra.

De los antiguos griegos que aprendieron de Egipto los conocimientos de geometría, el primero del que se tiene noticia es Tales de Mileto (639-546 a.C.), además de ser considerado uno de los siete sabios de Grecia.

"Este pensador griego hace un esfuerzo para salir del espíritu oriental, confuso y desordenado, y entra en el movimiento occidental, claro y ordenado que, al humanizar la religión,

[5] Geodesia ciencia que se ocupa de determinar matemáticamente y representar en mapas la configuración de la tierra o de grandes extensiones de ella.

humanizó también la naturaleza introduciendo en esta el concepto de ley, y al sustituir la observación empírica por el razonamiento, hizo de la matemática un ejercicio dialéctico y los dos puntos (Religión y Ciencia) que definen el ejercicio de rotación de la vida simbióticos en las sociedades orientales, quedaron separados en Grecia e hicieron asumir a la geometría el rango de ciencia racional al imprimirle la huella que todavía perdura."[6]

Hemos dicho que Tales fue el primer geómetra griego y, en efecto, a él se deben los primeros conocimientos geométricos que encontramos en Jonia. Se le conoce también por su teorema del triángulo rectángulo, la determinación de un triángulo conociendo la base y los ángulos adyacentes y la suma de los ángulos de un triángulo.

Podemos apreciar con esto que Tales de Mileto fue el iniciador del método deductivo que hace de la geometría una ciencia racional, independiente del empirismo, pero que se adapta a la realidad física de una manera perfecta, y, aunque no abandone por completo la técnica constructiva, hay que proclamarlo sembrador del germen del razonamiento geométrico que habría de culminar con Euclides.

Los discípulos más destacados de Tales fueron: Anaximandro (610-547 a.C.) y Anaximedes (550-480 a.C.); el primero de ellos intentó clasificar las diferentes partes de la geometría.

Hacia el año 400 a.C. Cuando fue destruida Mileto durante la dominación persa y exilados los intelectuales jónicos, la escuela de Jonia pasó a las colonias de la Magna Grecia, en el sur de Italia, en cuya ciudad de Crotona se estableció Pitágoras (569-500 a.C.), por el año 532 a. C., al fundarse en ese lugar la llamada Escuela Itálica de Aristóteles, que no era en el fondo sino una hermandad de tipo religioso que tendía a la purificación de sus adeptos por medio de la matemática como ciencia y de la música como arte.

Pitágoras, místico y aristócrata, mezcló su ciencia con cierta religión y magia, siendo el símbolo de su secta el pentágono estrellado El concepto de arranque de sus enseñanzas geométricas es el punto como «unidad que tiene una posición». Todos los demás cuerpos geométricos son «pluralidad», porque están construidos por un número infinito de puntos. Sobre los triángulos sentó su teorema.[7]

Pitágoras enseñó otras ramas de las matemáticas además de la geometría, y en esta ultima descubrió varias proposiciones importantes. Al desarrollar sistemáticamente la materia, él y sus discípulos dieron las primeras demostraciones de algunos enunciados que ya se conocían. De entre éstas, se dice que fue él quien primero demostró que el cuadrado construido con un lado igual al mayor de los lados de un triángulo rectángulo, tiene un área igual a la suma de las áreas de los cuadrados cuyos lados son los otros dos lados (los más cortos) del triángulo. Esta proposición lleva en su honor el nombre de *Teorema de Pitágoras*. (Fig. 5)

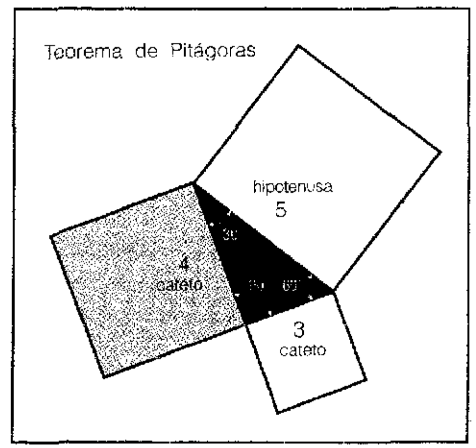


Fig. 5

$$3^2 + 4^2 = 5^2$$
$$3x3 + 4x4 = 5x5$$
$$9 + 16 = 25$$
$$25 = 25$$

Fig. 5
Teorema pitagórico: en un triángulo rectángulo la suma de los cuadrados de sus catetos (los lados que forman el ángulo recto) es igual al cuadrado de la hipotenusa (el dado opuesto al ángulo recto).

[6] Vera, Francisco, *Breve Historia de la Geometría*, Buenos Aires, Losada, 1948, p. 30.

[7] J. A. Baldor, *Geometría plana y del espacio*, España, Vasco Americana, 1967, p. 64

Otro de los más famosos geómetras griegos fue Arquitas de Tarento (428-355 a.C.) continuador de los pitagóricos Fue el primero que resolvió el famoso problema de la "duplicación del cubo", es decir, encontrar el lado de un cubo cuyo volumen es el doble del de un cubo dado (el llamado problema *Délico*). Se dice que Arquitas fue también el primero que aplicó los principios de la geometría a la mecánica.

Hipias de Elea (420-a.C.), quien vivió aproximadamente en la misma época que Arquitas, fue el primero en resolver los problemas teóricos de la "trisección del ángulo", es decir, dividir un ángulo dado en tres partes iguales y de la "cuadratura del círculo", que consiste en encontrar un cuadrado que tenga la misma superficie que un círculo dado.

Las soluciones de estos célebres problemas no se resolvieron con los métodos de la geometría pura elemental, fue hasta Hipócrates de Quíos (470-a.C.), quien descubrió algunas propiedades del círculo y de los ángulos. También fue este geómetra que inició el uso de las letras en las figuras de geometría, ya que en él se encuentran por primera vez las frases: "El punto sobre el cual está la letra A", "La recta sobre el cual está escrito AB", y otras análogas, además, es el primer autor de *Elementos* como conjunto de problemas y teoremas enlazados lógicamente a partir de algunos principios, de tal modo que la geometría deja de ser con él una técnica para tomar el rango de *ciencia deductiva, como habría de culminar con* Euclides.

Dos de los más grandes filósofos griegos de la antigüedad fueron Platón (430-347 a.C.) y su discípulo Aristóteles (384-322 a.C.), quienes vivieron y enseñaron en Atenas, capital y centro de la cultura griega. Platón estaba especializado en filosofía pura y en geometría, y prestó particular atención a los fundamentos lógicos de esta ciencia. Aristóteles, sin embargo, abarcó todas las ramas del saber y, entre otras cosas, escribió sobre geometría y física, habiendo sido reconocido como una autoridad no solamente en su tiempo, sino durante muchos siglos más tarde.

Platón dirigió una escuela situada en un parque próximo a la ciudad de Atenas, donde impartió sus enseñanzas y donde, según se dice, colocó en la puerta la siguiente inscripción: *nadie entre que no sepa geometría*[8], lo que indicaba el objeto de la Escuela platónica: la realización espontánea de un ascenso y el estudio de la Ciencia sobre la base del conocimiento geométrico.

Encerrado en la torre de marfil con una ideología fría y falto de emoción, creyó que los juicios geométricos son eternos y, partiendo de la concepción de la realidad sensible como incompleta y de la existencia de una realidad más real que el mundo real, sostiene en el Timeo que Dios dio a todas las cosas la mayor perfección posible componiendo sus elementos (fuego, tierra, aire, agua) por medio de los cuerpos geométricos más perfectos: tetraedro, octaedro, icosaedro y cubo. Platón contempló la Geometría más con ojos de poeta que con mirada científica".[9] Le asignaba a la geometría una posición central entre las cosas sensibles y las ideas, cuyo mundo creó a imagen y semejanza de la clasificación de las formas geométricas proyectando al exterior el proceso interno de su espíritu filosófico, que lo condujo al error de creer que los conceptos de la geometría tienen una existencia independiente del pensamiento humano y, en general, de toda actividad, con leyes propias y de orden superior a las que obedecen los cuerpos físicos.

La escuela de Platón sustituye la realidad física de la geometría por la de la magia y deja a un lado la actividad científica, y toma también posturas no racionales en torno a la misma, es decir, al aseverar que los cuerpos geométricos perfectos daban *origen a los elementos de que estaba compuesto el mundo* material, los consideraba como realización de la naturaleza y no como concebidos por la mente humana. Y al ser realización de la naturaleza, o tal vez de alguna fuerza divina, no requerían un estudio más allá de lo ya conocido. Esto detuvo por algún tiempo el avance en el estudio de esta disciplina. No es sino hasta Eudoxio de Cnido (406-355 a.C.), quien descubre la geometría no euclidiana; él sabia que los cuerpos geométricos no existen en la naturaleza y que los triángulos no tienen nada que ver con la generación del fuego, del aire, del agua y de la tierra. Vuelve a revolucionar la postura científica en torno a la geometría, buscando

[8] Vera Francisco, Op. Cit., p. 41.
[9] J A Baldor, Op. Cit., p. 73

que la ciencia fuera un instrumento de servicio para todos los hombres.

1.1.6 La Edad de Oro de la Geometría Griega

Conquistado Egipto (332-331 a. C.) por Alejandro Magno y fundada Alejandría en su honor, no tardó esta ciudad en convertirse en la capital científica del nuevo mundo griego. Este construyo en el delta del Nilo esta ciudad, en donde fundó una gran universidad y una biblioteca. Los eruditos y estudiantes de todo el mundo acudían a la Universidad de Alejandría[10], y durante centenares de años fue el centro y la capital del saber humano.

Suele creerse que Euclides (330-275 a. C.) fue el primer autor de *Elementos*, error histórico, que ya hemos rectificado al hablar de Hipócrates de Quío.

Todos los conocimientos geométricos anteriores a Euclides quedaron, en efecto, ordenados y sistematizados dando pie a la creación de los fundamentos de la estereotomía[11] de un modo coherente, siendo este el punto de partida de la geometría analítica hasta principios del siglo XVIII, cuando la especulación desinteresada del espacio, sin los estímulos de la Física, hizo volver los ojos a los estudios de geometría pura y se descubrieron los defectos de la euclidiana que ha resistido la crítica de veintidós siglos, a lo largo de las cuales se han hecho más de mil quinientas copiosas ediciones, siendo, por tanto, la obra que, después de la Biblia, ha tenido más difusión en todo el mundo.

Los *Elementos* están divididos en trece libros, de los cuales los cuatro primeros y el VI, se refieren exclusivamente a la Geometría plana, y este último, en particular, a las magnitudes inconmensurables; el V trata de las proporciones; los comprendidos del VII al IX están dedicados a la Aritmética de los números racionales; el X a los irracionales y los tres últimos a la Geometría del espacio, con un total de cuatrocientas sesenta y cinco proposiciones entre problemas y teoremas.

A Euclides sigue cronológicamente Arquímedes (287-212 a.C.), quién escribió verdaderas monografías en el sentido moderno de esta palabra, sin limitarse como su antecesor, a ordenar y codificar la geometría, sino que planteó cuestiones nuevas, todas las cuales resolvió con gran éxito. Pero su labor fue ignorada hasta casi la época renacentista, lo cual fue una verdadera desgracia porque de haberse conocido al mismo tiempo que la de Euclides, la geometría hubiera avanzado con más rapidez.

A Euclides lo podían leer casi todos sus contemporáneos cultos y seguir paso a paso sus demostraciones; pero a Arquímedes no, porque era necesario tener ya una formación matemática; Euclides sistematiza genialmente todo lo que se sabía hasta él, pero en sus Elementos hay poca aportación personal, mientras que Arquímedes es todo él original, desde las ideas hasta los métodos, perfectamente heterodoxos para su época.

Así la geometría estática de Euclides se convierte en geometría cinética con Arquímedes, descubriendo métodos generales para calcular las áreas de las figuras curvilíneas y los volúmenes de los cuerpos limitados por superficies curvas que aplicó al círculo, segmento parabólico, segmento esférico, cilindro, esfera, hiperboloide, paraboloide etc.

Apolonio de Pérgamo (260-200 a.C.) medio siglo después continua la obra de Arquímedes, siendo este el tercer gran matemático de la edad de oro de la geometría griega y el último de la antigüedad clásica.

Este gran matemático no sistematizó los conocimientos anteriores a él como Euclides, ni abarcó la diversidad de temas como Arquímedes, sino que oriento sus esfuerzos en una dirección única, como los modernos, dedicándose exclusivamente al estudio de las cónicas, lo que lo hizo un primer especialista.

Las investigaciones de Apolonio asumen categoría cósmica cuya importancia se puso de manifiesto en el desarrollo de la mecánica celeste durante el siglo XVII. Sin los estudios del geómetra de Pérgamo, Kepler no hubiera descubierto las leyes de la dinámica planetaria ni Newton las de la gravitación universal.

[10] La Universidad de Alejandría se encuentra al norte de Egipto, durante el siglo IV a. C. Egipto se integraba a la cultura griega en la época llamada helenística (desde las conquistas de Alejandro Magno hasta la expansión de Roma).

[11] La estereotomía —nos dice J. Chaix, uno de los más destacados tratadistas el tema en el siglo XIX,— es el arte de tallar los cuerpos sólidos, especialmente la piedra y la madera, utilizados en la construcción J. Chaix, *Traité de coupe des pierres, (stéréotomie)*, Paris, H. Chairggrasse Fils, Editeurs, s/f, p 1-2

1.1.7 La década de la Geometría

Durante el período que sigue a Apolonio la geometría se enriquece con nuevos descubrimientos, pero no de la jerarquía de los realizados por el geómetra de Pérgamo. Sus inmediatos sucesores se dedican especialmente a la astronomía, a la que deben su celebridad, y viene después la serie de los comentadores que apenas aportan alguna que otra contribución original a la ciencia que cultivaron Euclides, Arquímedes y Apolonio, verdaderos legisladores de la geometría.

El primero que encontramos es Eratóstenes (276-192 a.C.), inventor del procedimiento llamado *criba* para determinar números primos, que hoy en día se sigue utilizando.

El siguiente fue Nicodemes (entre 250-150 a.C.), a quien debemos la conoide (Fig. 6)

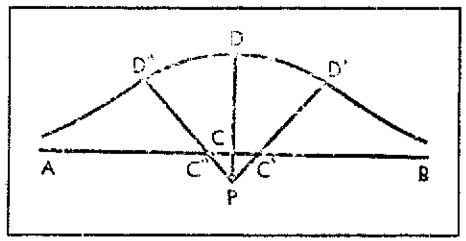
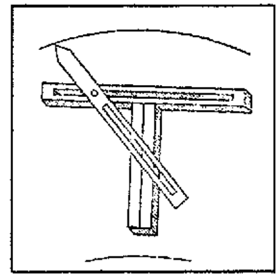


Fig. 6

Fig 6
Conoide curva que se construye trazando desde un ponto P la perpendicular PCD a una recta AB y las oblicuas PC'D', PC"D", etc., sobre las cuales se toma CD = C'D' = C" D" = etc., quedando definida la curva por los puntos D, D'D", etcétera.

Nicodemes además inventó un aparato que permite dibujar de una manera continua la concoide, que empleó para trisectar el ángulo y duplicar el cubo. (Fig. 7)

El último de ellos fue Diocles (entre 250 y 100 a.C.), inventor de la cisoide. (Fig. 8)



F 7

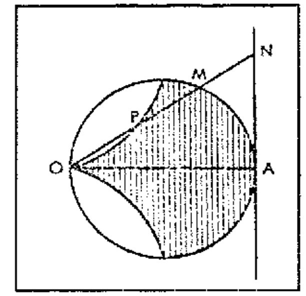


Fig. 8

Fig. 8
Curva ideada por Diocles para resolver el problema de la duplicación del cubo mediante la interrelación de dos segmentos medios proporcionales entre dos segmentos, uno doble del otro.

La invención de la concoide y de la cisoide revela la preocupación de los geómetras alejandrinos por resolver los problemas clásicos. Así, los estudios de Nicodemes y Diocles se pueden considerar como el punto de partida en la gestación de la teoría de curvas algebraicas.

A mediados del siglo II a. C. florece Hiparco de Nicea (entre 250-180 a.C.), que es el más ilustre astrónomo griego, cuyas observaciones del cielo le llevan a sentar las bases de la trigonometría, y a fines del siglo Herón de Alejandría (s. I a.C.) encuentra el área del triángulo en función de sus lados.

Con estos dos geómetras termina la primera Escuela de Alejandría, cuyo final coincide con la conversión de Egipto en provincia romana el año 30 antes de J. C.

Con la desaparición de la dinastía (306-30 a.C.), fundada por Ptolemeo de Geracia (100-168 d.C.), general de Alejandro Magno, que gobernó Egipto hasta su conquista por Roma, se inicia una nueva orientación científica llamada segunda Escuela de Alejandría, que ilustran algunos nombres como Menéalo de Alejandría (s. I d C.), que floreció en el siglo I de nuestra era, el cual escribió un tratado en tres libros titulado *Esféricas*, que ha llegado a nosotros a través de una versión árabe.

Menéalo de Alejandría hizo un estudio profundo de los triángulos esféricos que completó Ptolomeo, quién escribió libros sobre la proyección ortográfica y estereográfica, que son los fundamentos de la moderna geometría *descriptiva*. Sin embargo, lo más importante de su obra fue la aplicación de la Geometría y de la trigonometría a la astronomía.

Ciento cincuenta años después de Ptolomeo, vivió Pappus (350 –?) que perfeccionó la geometría superior, la teoría sobre secciones cónicas y enunció proposiciones que pueden considerarse precursoras de los fundamentos del cálculo infinitesimal y la Geometría proyectiva. Con sus enseñanzas hizo también revivir temporalmente el interés por la geometría, que ya declinaba. Después de Pappus no surgió ningún otro gran geómetra original entre los otros matemáticos famosos de Alejandría, pero uno de ellos nacido en Grecia, Proclus (412-485 d. C.), escribió una especie de historia de la Geometría que contiene comentarios a los elementos de Euclides, junto con otros comentarios personales interesentes sobre los grandes geómetras alejandrinos.

El hecho de escribir una historia de una disciplina determinada puede considerarse como el inicio de una recopilación de conocimientos que servirá después para la sistematización de ésta.

Después de Proclus, la historia de la Universidad y de los matemáticos alejandrinos ya no tiene interés desde el punto de vista de la Geometría. Terminó con la destrucción de la Universidad y la Biblioteca por los árabes que conquistaron y capturaron Alejandría el año 641 d. J.

"La Geometría que había llegado a un alto grado de esplendor en Grecia, cayó en la más vergonzosa ruina bajo la dominación de Roma. Dedicada su actividad a la conquista del mundo, los romanos despreciaron la ciencia cuya parte utilitaria fue la única que supieron ver". [12]

La civilización romana es el prototipo de la civilización de carácter práctico; los romanos tenían no ya desdén, sino desprecio absoluto por las ciencias exactas. Para las construcciones más insignificantes y para los trabajos topográficos llamaban siempre a artistas griegos.

1.1.8 La geometría entre los Árabes y los Hindúes.

Con la destrucción de la Universidad y la Biblioteca de Alejandría, los eruditos se marcharon de Egipto y se dispersaron por todo el mundo civilizado. Muchos de ellos fueron a Constantinopla, y establecieron allí un centro del saber que en la Edad Media ejerció gran influencia en toda Europa.

Muchos de estos matemáticos griegos también se fueron a territorios dominados por los árabes, principalmente a la ciudad de Bagdad, y se convirtieron allí en maestros. De este modo la geometría llegó al conocimiento de este pueblo. Los conquistadores de Alejandría conservaron también algunas de las obras científicas de esa gran Biblioteca. Entre éstas se encontraban los *Elementos* de Euclides y el *Almagesto* de Ptolomeo, que fueron traducidos al árabe y llegaron a ser textos de enseñanza matemáticas y astronomía.

Los hindúes, al igual que los chinos, proceden de los pueblos más antiguos de la tierra, y por lo tanto, varias ramas de las matemáticas tienen un origen en ellos. No desarrollaron en forma importante la Geometría, pero contribuyeron al desarrollo de la aritmética y del álgebra. Los que hoy en día se llaman números arábigos (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0), tienen su origen en realidad en los hindúes y de ellos también pasaron a los árabes, que los introdujeron posteriormente.

La aportación fundamental del pueblo árabe a las matemáticas proviene del hecho de haberlas introducido en Occidente. En las universidades islámicas en España estudiaron hombres de admiración y respeto de la Europa cristiana, los cuales fueron focos que irradiaron las grandes culturas orientales, hasta entonces desconocidas. Fue debido a ellos que la geometría se introdujo finalmente en Europa, en la época del Renacimiento. Al parecer, también contribuyeron las tres oleadas de cruzadas al Medio Oriente.

[12] Vera Francisco, Op. Cit, p. 77.

1.1.9 La Geometría y las Universidades en la Edad Media y posteriormente

Durante la Alta Edad Media en Europa, el período entre la caída de Roma (476 d. C.) y el inicio de la Baja Edad Media (1200-1300), la mayor parte de Europa ignoraba casi totalmente las artes y las ciencias. El conocimiento de las Bellas Artes, la Literatura y la Filosofía —recordemos que la matemática todavía formaba parte de la filosofía— se conservaba vivo en Bizancio, y en cierto grado entre los monjes y teólogos de los monasterios europeos, mientras que las matemáticas y la astrología, como hemos visto, se conservan en mayor parte gracias a los árabes.

Durante el siglo XII algunos de los monasterios formaron escuelas que hacia fines del siglo XIV adquirieron gran importancia y llegaron a ser las grandes universidades actuales de Europa. Al principio, las principales materias que se enseñaban en esas escuelas eran la gramática, la retórica, la teología y la filosofía. Después añadieron la medicina y el derecho, y finalmente, durante los siglos XIII y XIV, las matemáticas y las ciencias naturales, estas últimas debido principalmente al contacto de Europa con los árabes.

San Isidro de Sevilla (560?-636) es el primer escritor medieval propiamente dicho. Recogió en sus Etimologías las nociones científicas y literarias que se salvaron de la catástrofe del mundo romano. El libro II de su famosa enciclopedia está dedicado a la matemática, cuya parte geométrica es, precisamente, la más pobre, ya que se limitaba a las definiciones de algunas figuras planas y de tres dimensiones.

Durante los siguientes cuatro siglos no hay grandes avances, sino hasta que surge el monje Gerberto (941?-1003), que escribió un tratado de geometría, en el cual resuelve el problema de calcular los catetos de un triángulo rectángulo conociendo el área y la hipotenusa, problema notable para la época puesto que su solución depende de una ecuación de segundo grado —operación difícil para una matemática retórica, como la que entonces se estudiaba.—

Más adelante, y en las proximidades de la Baja Edad Media, se funda la Escuela de Traductores de Toledo, que dio a conocer al Occidente latino los *Elementos* de Euclides. Uno de los primeros traductores fue el monje inglés Atelbardo de Bath, que tradujo los *Elementos* del árabe al latín el año 1120. Otra famosa edición fue la del monje italiano Giovanni Cardano, que en el año 1250 publicó nuevamente la traducción de Atelbardo, mejorándola y adicionándola con un comentario. Esta edición fue impresa en Venecia en 1482, y fue éste el primer libro de Geometría que se imprimió. La primera traducción de los *Elementos* al inglés la hizo Henry Billingsley, alcalde de Londres, en 1570. Una de las ediciones inglesas más correctas de los *Elementos* es la traducción que hizo John Williamson en Oxford en 1781.

En la misma época escribe el judío catalán Abraham bar Hiia un libro del tratado de la "medida y del cálculo", obra de Geometría euclidiana que, traducida del hebreo al latín por Platón de Tívoli, pasó a Italia, donde Leonardo de Pisa (1175-1250) la copió con los mismos ejemplos numéricos de Abraham, que hizo pasar como suyos.

En el siglo XIII, y también en Italia, florece Juan Campano de Novara, que comentó la traducción latina de los *Elementos* hecha en Toledo, agregándole algunas novedades.

A mediados del siglo XIV, cuando empieza a florecer el pensamiento moderno, aparece Nicolás de Cusa (1401-1464), a quien se debe un elegante método para rectificar un arco de circunferencia. También surge Regiomontano (1436-1476), que tradujo y comentó las Cónicas de Apolonio; y al final del siglo escribe Lucas Pacioli (1445-1514) una enciclopedia matemática, en el alba del arte de Gutenberg, que tuvo una gran difusión.

Podemos observar que la producción geométrica del Occidente latino medieval fue muy pobre. Sin embargo, no podemos decir que la de los hindúes y árabes fue muy rica, aunque ocuparon un lugar destacado en la historia de la Matemática. Los hindúes, por sus aportaciones aritméticas, tales como introducir el cero (0); los árabes, por sus progresos en la Trigonometría y el rescate de la geometría euclidiana y, sobre todo, por ser los creadores iniciales del Álgebra.

1.2 Precedentes históricos de la geometría descriptiva

1.2.1 Introducción

Es a partir del Renacimiento que el desarrollo de la ciencia vuelve a florecer, en buena parte gracias a las obras que los sabios bizantinos sacaron de su antigua capital entonces en poder de los turcos. Particularmente en la geometría podemos mencionar a Viète, quien retoma los estudios de Apolonio sobre las tangentes y utiliza triángulos esféricos Kepler introduce el uso del infinito en geometría y aplica las proyecciones en el trazo de la elipse del sol. Estos dos eruditos lograron con sus estudios conocimientos que después serían aprovechados por otros estudiosos como Frézier y Monge para sus obras sobre aplicaciones a la estereotomía y a la construcción. Se da en esta época el empleo de las ideas geométricas en casos elementales; se aplican a la pintura técnicas de arquitectura geometrizada. Los artistas de esta época eran realizadores universales.

El conocimiento de las fuentes directas griegas se añadió a lo que ya se conocía a través de las traducciones árabes, y esto contribuyó a dar a la geometría la generalidad y la visión de conjunto que le hacía falta para su desarrollo posterior. Recordemos que el avance científico requiere del conocimiento de lo que ya se ha logrado.

Algunos artistas que basaban su trabajo en estudios de geometría fueron los siguientes: Brunelleschi inició el uso de la perspectiva; Alberti utilizó la pirámide visual; de la Francesca escribió un tratado de perspectiva y la consideraba como "ciencia de la pintura"; Durero usaba proyecciones horizontales y verticales para trazos de curvas e hizo la geometrización de la figura humana. Todos estos artistas contribuyeron a realizar métodos precursores de la geometría descriptiva en fase experimental.

En esta época la perspectiva era utilizada como conjunto de reglas y procedimientos sin base matemática sólida. Quizá el artista y científico más completo del Renacimiento fue Leonardo; en geometría hizo inscripciones de polígonos regulares y estudios de volúmenes, con lo cual avanzó en el estudio de la geometría tridimensional. d´Angelo realizó representaciones de espacios complejos. Rafael obtuvo representaciones del sistema diédrico (intersección de dos planos mutuamente perpendiculares). Descartes interrelacionó la geometría y el álgebra y estableció el sistema de coordenadas. Se le considera, junto con Fermat, el fundador de la geometría analítica. Pascal se ocupó de las áreas, volúmenes y centro de gravedad de los cuerpos; estudió algunas de las propiedades de ciertas curvas, así como las líneas originadas por la rotación de una curva sobre una línea fija. Desargues aportó la teoría de las cónicas, el punto en el infinito como confluencia de dos rectas paralelas, y el teorema que lleva su nombre.

A partir del siglo XVIII se da la racionalización geométrica en la representación. Surgen las academias, como la Académie Française.

Uno de los grandes geómetras de este tiempo es Frézier, quien estableció la necesidad de enunciar reglas y procedimientos de la arquitectura con la ayuda de bases geométricas; escribió una obra sobre geometría aplicada a la construcción. Uno de sus mayores aportes fue la sustitución de la perspectiva por la proyección ortogonal.

Muchos de estos trabajos se encaminaban ya de manera parcial a resolver el problema de la representación en un plano de dos dimensiones, de cuerpos que tienen tres. Sin embargo, la mayoría de ellos eran en realidad soluciones a casos particulares y no existían reglas o procedimientos generales que pudieran aplicarse a más de un problema. Gaspard Monge elevó a la categoría de ciencia estos conocimientos, ya que se encargó de sistematizar, sintetizar, ordenar y enunciar científicamente esas reglas y procedimientos, y llamó al trabajo resultante geometría descriptiva.

A partir del siglo XIX podemos mencionar a los siguientes geómetras: Poncelet logró avances en geometría proyectiva; Möbius introdujo las coordenadas homogéneas en la geometría analítica y proyectiva; Steiner realizó construcciones de figuras más complicadas por medio de haces de figuras simples; Chasles logró avances en geometría proyectiva y escribió una historia de la geometría; Von Staudt fundó la geometría de posición polar.

Un avance importante durante este siglo es la racionalización del espacio por medio de las geometrías no euclidianas; el representante más importante de esta corriente es Lobachevski.

En el siglo XX surge el método directo en el sistema diédrico (intersección de dos planos mutuamente perpendiculares). Las realizaciones de dibujos empiezan a efectuarse por medio de programas gráficos de computadora.

1.2.2 Los geómetras del Renacimiento

Destruido el Museo de Alejandría, la producción Matemática fue escasa y pobre durante un milenio. No fue hasta finales del siglo XV en que todas las ciencias en general, y las exactas en particular, despertaron, gracias a los pocos manuscritos que, salvados de aquella catástrofe, fueron llevados al Occidente europeo por los griegos cultos que huyeron de Constantinopla cuando la vieja Estambul cayó en poder de los otomanos en 1453.

Las obras de Euclides, de Apolonio y de Arquímedes pudieron ser leídas en fuentes directas, y se despertó una nueva curiosidad por la geometría, cuyos progresos fueron lentos al principio: Pero transcurrida la etapa de asimilación, las ideas geométricas adquirieron el carácter abstracto y general que fue su tónica dominante en lo sucesivo; y si es cierto que a lo largo del siglo XVI y hasta una buena parte del XVIII la atención de los matemáticos se dirigió especialmente al Álgebra, también lo es que los geómetras renacentistas se preocuparon de dar a la ciencia que cultivaban la generalidad de que carecía.

Hasta entonces, cada método se limitaba a la cuestión particular que lo había motivado y cada curva conocida estaba estudiada aisladamente, como estrellas nuevas, hasta que el tiempo demuestra que forman parte de constelaciones, con exclusivos recursos especiales que no permitían deducir de las propiedades de cada una las de otras curvas de la misma familia. Pero a partir del Renacimiento se advirtió que el principio fundamental de la Geometría es la continuidad y que debía poderse expresar con signos, lo que hasta entonces se había expresado con palabras, mediante la unión analítico-geométrica.

A François Viète (1540-1603), se le debe el aporte realmente de los signos algebraicos, construye gráficamente las ecuaciones de primero y segundo grado, restituye el tratado de Apolonio sobre las tangentes y transforma los triángulos esféricos en otros cuyos lados y ángulos se corresponden con los del primitivo; Johannes Kepler (1571-1630), introduce el uso del infinito en geometría y construye las elipses del Sol correspondientes a distintos lugares de la Tierra por medio de una ingeniosa aplicación de las proyecciones dos siglos antes de la creación de la geometría descriptiva; Paul Guldin (1577-1643), redescubre el teorema de Pappo relativo al volumen engendrado por una superficie plana que gira alrededor de un eje que no la corta; Shellius (1581-1626), completa las ideas de Viète sobre los triángulos polares o suplementarios y establece las bases de la ley de dualidad en la Geometría de la esfera; Gregorio de San Vicente (1584-1667), descubre que la cuadratura de la parábola depende de los logaritmos; Mydorge (1585-1637), simplifica las demostraciones apolonianas de las propiedades de las cónicas: Gerard Desargues (1593-1662), contribuye a los teoremas de la geometría proyectiva y tiene la audacia de concebir las rectas paralelas como concurrentes en un punto infinitamente lejano; Bonaventura Cavalieri (1598-1647), introduce la noción de indivisible, que es el elemento diferencial de nuestras áreas y volúmenes; Gilles Roberval (1602-1675), define la tangente a una curva como la dirección del movimiento del punto que la describe; Viviani (1622-1703), traduce a Euclides y a Arquímedes y restituye el libro V de las Cónicas de Apolonio, y finalmente Blaise Pascal (1623-1663), quien supera a todos sus antecesores, lo que merece que le dediquemos unas líneas especiales.

Blaise Pascal sin duda alguna fue un genio, ya que desde muy pequeño, a los catorce años de edad, asistía a las reuniones semanales que celebraban los geómetras franceses en la celda del P. Mersenne en el convento de los Mínimos de París. Y a los dieciséis, escribió un *Ensayo sobre las cónicas*, que apareció en 1640.

El geómetra francés se ocupó también de las áreas, volúmenes y centros de gravedad de los cuerpos, así como de las propiedades de algunas curvas, especialmente de la cicloide, cuyo estudio ha dado origen a una numerosa familia de líneas engendradas por la rotación de una curva sobre una línea fija.

Casi todos los geómetras de este tiempo se ocuparon de la cicloide y a todos superó Pascal, a quien debemos el descubrimiento de la mayor parte de las propiedades de esta curva.

El desarrollo del Álgebra durante el siglo XVI y el primer tercio del XVII fue el que inspiró a René Descartes (1596-1650) la idea de combinarla con la geometría, aplicando a ésta el lenguaje de aquélla, y el verdadero mérito de su invención no consiste en el uso de las coordenadas, sino en prever que su empleo sistemático daba a la geometría un método de una potencia creadora y de una universalidad desconocidas hasta entonces, que permitía abordar cuestiones que superaban los recursos de los griegos, porque no era necesario imaginar un procedimiento especial para cada figura. El método cartesiano resolvía los problemas solo con someter a su acción la ecuación de la figura y efectuar ciertas operaciones algebraicas sencillas, cuya validez se demuestra de una vez para siempre, lo que trajo como consecuencia no sólo el rápido progreso de la Geometría, sino también el del álgebra, el significado de cuyas operaciones se captó con más facilidad y se interpretaron correctamente las raíces negativas de las ecuaciones que tanto preocupaban a los algebristas. Curiosamente, hay que mencionar que la nueva matemática algebraica, reducía la figura "geométrica" a una representación abstracta y simbólica.

Aunque Descartes no tenía en gran estimación la *matemática pura, comprendió la trascendencia de su invento.* Para él la matemática no es un fin, sino un "método" que conduce a la realización de su propósito: matemática universal que funde el análisis geométrico de los antiguos con el álgebra de los modernos. Él entiende por matemática universal: la que contiene todo aquello por lo que otras ciencias se llaman parte de la matemática. Dice "que el análisis de los antiguos y el álgebra de los modernos, aparte de que sólo se extiende a materias muy abstractas y que no parecen tener ningún uso, el primero está siempre tan constreñido a la consideración de las figuras, que no puede actuar sobre el entendimiento sin fatigar mucho la imaginación, y la segunda está tan sujeta a ciertas reglas y ciertas cifras, que se ha hecho de ella un arte confuso y oscuro que embaraza el espíritu, en vez de una ciencia que lo cultiva, lo que me obligó a pensar que era necesario buscar otro método que, teniendo las ventajas de estos tres [el tercero a que alude es la Lógica], careciese de sus inconvenientes". [1]

De aquí que escribiera su *Geometría* no como matemático, sino como filósofo, para presentar una muestra de su método, que quería romper con la tradición griega, pero tomando de ésta el álgebra geométrica de Apolonio para unirla a la de Viète y hacer así álgebra con el auxilio de la geometría, utilizando las propiedades de las curvas y hacer geometría con el auxilio del álgebra partiendo de las ecuaciones de las curvas.

Esto no significa, sin embargo, que la *Geometría* de Descartes es un tratado de geometría analítica tal como se estudia actualmente, sino sólo un esquema de lo que había de ser esta rama de la matemática, dictado por su aspiración a la sencillez y a la generalidad, cuya importancia sólo sé vio después de inventado el cálculo infinitesimal.

La *Geometría* fue publicada como apéndice del Discurso del Método en 1637, y dos años después Florimond De Beaune (1601-1652) escribió unas notas a la misma, donde destaca su importancia y aporta algunas contribuciones originales; la idea era introducir en la teoría de las curvas las propiedades de sus tangentes como elementos adecuados para construirlas.

Schooten (1615-1661) dio a conocer en Holanda el método cartesiano en un extenso comentario a la *Geometría* de Descartes. También fue el primero que extendió el método cartesiano al espacio, y aunque las curvas que estudió eran planas, y por consiguiente sólo necesitó dos coordenadas, hay que considerar este hecho como el primer paso hacia la geometría analítica de tres dimensiones que se desarrollo medio siglo después.

Por último Witt (1625-1672) publicó unos *Elementa curvarum linearum*, en 1658, que es el primer tratado sistemático

[1] Vera, Francisco, *Breve historia de la geometría*, Buenos Aires, Losada, 1948, p. 100

de geometría analítica, y Sluse (1622-1658) perfecciono en 1673 la construcción de las soluciones de una ecuación por intersección de curvas. Para esa época ya se había inventado el cálculo infinitesimal que acaparó la atención de todos los matemáticos.

Este criterio trajo como secuela que los matemáticos dejaran de lado el estudio de la geometría hasta finales del siglo XVIII cuando, a consecuencia del nuevo clima científico de la Revolución Francesa, y de la Ilustración Gaspard Monge (1746-1818), crea la Geometría Descriptiva por necesidades de tipo militar.

1.2.3 En el Renacimiento

Los estudios de geometría métrica nos llegan recogidos en los *Elementos* de Euclides (III a. J.C.) y alcanzan su edad de oro (II a. J.C.) con Apolonio y Arquímedes. La geometría ya se ha emancipado de su carácter práctico; es una ciencia de especulación espacial que, al mismo tiempo, cobra fuerte valor ideológico con capacidad para conducir profundos pensamientos filosóficos. Tras un largo período sin aparentes avances, volverá a desarrollarse en el Renacimiento.

La geometría griega se apoyaba en la intuición sensible, y, por lo tanto, abusaba de las figuras cuya percepción visual era indispensable para descubrir los elementos necesarios para demostrar un teorema y resolver un problema, y sólo se podía considerar cada cuestión en un determinado estado de la figura correspondiente, como consecuencia de la rigidez euclídea que era la coraza que impedía el libre movimiento de la Geometría.

Veamos ahora, a grandes rasgos, cómo utilizaron los tratadistas de arquitectura la geometría para sus explicaciones.

El primer tratadista teórico de que se tiene conocimiento fue Vitrubio, contemporáneo de Augusto, el cual escribió el tratado *De Architectura,* en el que hay algunas indicaciones sobre la planta y alzado de los edificios y es el único libro hasta esa época que trata de tal materia.

Este gran tratado, que hasta el siglo XVII fue considerado como modelo, contiene reseñas preciosas sobre todas las técnicas de construcción en uso desde la época de los romanos, pero da pocos detalles sobre los procedimientos de diseño arquitectónico. Esta laguna es agravada por el hecho de que las figuras originales no existen en algunos de los manuscritos conocidos. Al menos, Vitrubio señala en el primer libro de su *De Architectura* que la iconografía y la ortografía (plano y elevación) eran en su época muy utilizados en la representación de edificios. Esta tradición, heredada a través de los griegos de las primeras civilizaciones de medio oriente, se transmitió a la Europa occidental gracias a la gran difusión del tratado del célebre arquitecto.

Una oscuridad más grande todavía permanece en los métodos empleados en la edad media por los grandes constructores de catedrales. Es cierto que la construcción de elegantes bóvedas romanas y góticas planteó a los arquitectos de esta época problemas mucho más delicados que aquellos que habían tenido en la construcción de edificios y de monumentos de la antigüedad. En efecto, los arquitectos antiguos utilizaron sólo las piedras y diversos materiales de forma prismática descansando de manera estable unos sobre otros. Las bóvedas eran muy raras y sus formas, muy simples, no tenían problemas delicados de talla de piedras. Por el contrario, la construcción de bóvedas y de arcos en punta construidos en la Edad Media [2] dio problemas de estática, de diseño y de talla de piedras cada vez más complicados. Los procedimientos empleados en esta ocasión están en el origen de una tradición que se perpetua entre los arquitectos y los maestros de obra hasta el siglo XVII, tradición formada por reglas complicadas y adaptaciones obscuras a los numerosos tipos de bóvedas y de estructuras arquitectónicas empleadas. A pesar de su apariencia empírica y de su exactitud frecuentemente muy aproximada, estas reglas solo pudieron originarse gracias a una gran intuición de figuras del espacio y de las propiedades de las proyecciones, así como al uso de maquetería a ciertas escalas.

Muy poco de información nos ha llegado sobre los numerosos ensayos empíricos que precedieron a esta codificación de reglas de la talla de piedras en una especie de catecismo que

[2] La arquitectura bizantina emplea bóvedas hemisféricas de gran tamaño desde el siglo VII (Santa-Sofía)

los alumnos aprendían con entusiasmo sin conocer los fundamentos, en parte lógico, en parte intuitivo. El álbum de Villard de Honnecourt, arquitecto francés del siglo XIII, es ciertamente el documento más rico que nos ha llegado sobre el arte de los constructores de catedrales. En su famoso manuscrito, habla de la *"Portraiture"* y del *"Art du Trait"*, que debe seguir las reglas de la geometría (geometría euclidiana). También habla de la *"Montée"*, pero con tal nombre designa solamente las proyecciones verticales de edificio. En general todas las obras que se ocupan del tema hasta el siglo XVIII, guardan el mismo espíritu de colección de casos particulares. [3]

Los primeros tratados que, en los siglos XVI y XVII, divulgaron las reglas de la talla de piedras y de la construcción de bóvedas y de edificios sólo son simples colecciones de recetas obscuras que conducen a dibujos muy complicados; algunas ideas geométricas que contienen solo son aplicadas a algunos aspectos elementales, y ciertos dibujos no se encuentran perfectamente demostrados. Poco a poco, a falta de buenos tratados, las reglas tradicionales del corte de piedras fueron parcialmente olvidadas. Es necesario recordar que muchos de los "arquitectos" "maestros" del Medievo y del Renacimiento, eran a la vez pintores, escultores, matemáticos y geómetras de la época.

Finalmente, llega el largo y progresivo acercamiento pictórico (1300-1420) en el que los pintores italianos Duccio de Buoninsegna (1255-1319), Giotto di Bondone (1267-1337) y los Lorenzetti (Pietro y Ambrogio), se distinguen por el uso de la representación de espacios ordenados en cuadros mediante arquitecturas, en cuya geometrización aparecen titubeos y una clara dialéctica entre las visiones axonométricas y cónicas, para que definitivamente se concrete la segunda.

Durante el renacimiento, el trabajo en torno a la geometría recae en los artistas, quienes por su formación eran hombres universales, esto es, eran contratados por los príncipes para realizar todo tipo de tareas, desde la creación de grandes pinturas hasta el diseño de fortificaciones, canales, puentes, máquinas de guerra, palacios, edificios públicos e iglesias. En consecuencia estaban obligados a aprender matemáticas, física, arquitectura, ingeniería, tallado de las piedras, el trabajo de metales, anatomía, el trabajo de la madera, óptica, estática e hidráulica. Realizaron trabajos manuales, pero también se ocuparon de problemas más abstractos. En el siglo XV, al menos, ellos eran los mejores físico matemáticos, y por tanto eran los mejores geómetras.

En el Renacimiento, la descripción del mundo real se convirtió en el objeto de la pintura. Por lo tanto, los artistas emprendieron el estudio de la naturaleza para reproducirla fielmente en sus lienzos, y se enfrentaron al problema matemático o más bien geométrico de presentar el mundo real tridimensional en un lienzo bidimensional, donde se da el uso de la geometría descriptiva, aunque aún no se usaba como tal.

A finales del siglo XIV y durante el XV, varios artistas se dedicaron al estudio de las matemáticas. Así tenemos a Filippo Brunelleschi (1377-1446), quién fue uno de los primeros en estudiar y utilizar intensamente las matemáticas, presentó así la idea actual de la perspectiva. Otro teórico en la perspectiva matemática fue Leone Battista Alberti (1404-1472), quien expresó sus ideas en *"Della Pittura"* (1435), impreso en 1511. Alberti concibió el principio que se convertiría en la base del sistema matemático de perspectiva adoptado y perfeccionado por sus sucesores artistas.

Estos estudiosos brindaron en su momento una serie de procesos en torno al dibujo biplanar como herramienta de la representación gráfica de elementos en tres dimensiones, sin llegar estos a estructurar una metodología propia para la geometría.

De igual manera, en cuanto al dibujo en perspectiva, el pintor que estableció los principios matemáticos de ella en una forma bastante completa fue Piero della Francesca (c. 1410-1492), quien escribe su primer tratado de perspectiva. Él consideraba a la perspectiva como la ciencia de la pintura, y quiso corregir y extender su conocimiento empírico a través de las matemáticas. Su trabajo principal, *"De prospettiva pingedi"* (1482-1487), aportó algunos avances a la idea de Alberti de proyección y sección.

Sin embargo, de todos los artistas del Renacimiento, uno de los mejores matemáticos fue el alemán Alberto Durero (1471-

[3] Chanfón Olmos, Carlos, *El Libro de Villard de Honnrcout - Manuscrito del Siglo XIII*, México, Churubusco, Escuela Nacional de Conservación, Restauración y Museografía, 1978.

1528), quien escribió dos tratados, uno sobre la geometría descriptiva, llamado *"Unterweysung der Messung mid dem Zyrkel und Rychtcheyd"*, que es un escrito sobre construcciones con compás y regla, y otro, *Los Cuatro Libros de las Proporciones Humanas*, que comprende cuatro libros sobre la materia.

En *"Unterweysung des Mussung"*, publicado el año de 1525 en Nürmberg, organizaba progresivamente el estudio de elementos geométricos, utilizando proyecciones horizontales y verticales, para realizar los trazos de curvas. En su mentalidad de artista y pintor, aplicó las monteas a la representación del cuerpo humano con dibujos de gran interés, pero pocas probabilidades prácticas de aplicación. Llegó a idear la geometrización de la figura humana para obtener aristas y vértices que facilitaran las referencias en las diversas proyecciones. Al parecer sus proposiciones estaban inspiradas en prácticas aprendidas en Italia, a las cuales no fue ajeno Leonerdo Da Vinci, pero es evidente que el método, poco accesible a pintores, no prosperó. Su uso no parece haber pasado de la fase experimental.

Ambos tratados formaron parte de un programa muchísimo más amplio, que nunca llegó a acabar El primer tratado fue realizado para transmitir a los alemanes el conocimiento que había adquirido en Italia y, en particular, para ayudar a los artistas con la perspectiva. Esto fue quizá el primer intento de elaborar un texto sobre geometría que pretende ejemplificar la aplicación de ésta a temas específicos, como la perspectiva.

La teoría de la perspectiva se enseñaba en las escuelas y talleres de pintura desde el siglo XVI, de acuerdo con los principios establecidos por los maestros que ya hemos mencionado. Sin embargo, sus tratados sobre perspectiva habían consistido en su conjunto en preceptos, reglas y procedimientos; les había faltado una sólida base matemática. A partir del período comprendido entre 1500 y 1600, los artistas y matemáticos situaron el tema sobre una base deductiva satisfactoria, y se transformó de un arte casi empírico a una verdadera ciencia. Trabajos definitivos sobre perspectiva fueron escritos mucho más tarde por los matemáticos del siglo XVIII como Brook Taylor y Johann Heinrich Lambert (1728-1777).

Otro estudioso de gran importancia en el desarrollo de la geometría es Leonardo Da Vinci (1452-1519), pintor, escultor, arquitecto y hombre de ciencia. En sus notas manuscritas encontramos cuadraturas de lúnulas –figura de dos arcos de círculos cuya concavidad es del mismo sentido- que le exigieron mucho tiempo y mucho trabajo, inscripciones de polígonos regulares, transformaciones de sólidos (paralelepípedos rectángulos de bases cuadradas) en sólido de igual volumen, tentativas que no pudo aclarar de todo, el problema de los espejos esféricos, un estudio de los centros de gravedad que influyó en sus trabajos de pintura, y curvas de curvatura doble.

Desgraciadamente, su espíritu inquieto le impidió detenerse lo suficiente en las actividades matemáticas propias de su época para obtener resultados apreciables. Sin embargo, por la aplicación de estas a las ciencias y por la teoría de la perspectiva, Leonardo fue un genio de carácter audaz y original, un hombre de acción que adoraba la contemplación, pero que no parece haber tenido una relación estrecha con la tendencia matemática de su época. Por lo mismo sus estudios no constituyeron un estudio formal y aplicable en torno a la geometría.

Bramante Donato d'Angelo (1444-1514), arquitecto y pintor, que en su San Pietro in Montorio formula el principio de la adición de partes, al abandonar la idea gótica para abrir el camino de la arquitectura Renacentista y muchos años después da una concepción barroca del espacio arquitectónico. Él se dedica a la representación tridimensional de organismos espacio-estructurales complejos. En el trabajo de Bramante, aunque se presentan aplicaciones prácticas de ejercicios geométricos aplicados a la arquitectura, éstos no fueron concebidos como una propuesta didáctica y estructurada para el estudio de la geometría. Rafael Sanzio (1483-1520), pintor italiano, aporta la representación diedrica (intersección de dos planos mutuamente perpendiculares) para llevar a cabo las complejas concepciones arquitectónicas de la época.

A finales del siglo XVI y mediados del XVII, Girard Desargues (1591-1661), presentó interesantes estudios ya estructurados en torno a cuestiones particulares de geometría, pues consiguió, gracias a sus métodos proyectivos, unificar, en su

Brouillon project (1693), las técnicas de la teoría de las cónicas. Concedió a las secciones cónicas (círculo y sistema de dos rectas inclusive) las propiedades del círculo que sirve de base al cono al interpretar las cónicas como proyecciones del círculo a partir de la cúspide del cono en el plano de intersección. Al comprobar que la perspectiva transforma un sistema de rectas paralelas en un *sistema de rectas concurrentes, Desargues introdujo en cada recta* un punto nuevo, el punto del infinito, que, por convención, será el punto de confluencia del sistema de rectas paralelas que son así de idéntica naturaleza.

Diversos problemas de geometría perspectiva fueron resueltos por Desargues después de 1639. El más célebre de estos, al cual va unido su nombre, fue publicado en 1648 en el "*Tratado de perspectiva*" de Abraham Bosse (1611-1678), su discípulo y amigo. Es el teorema de Desargues, que enuncia que *dos triángulos perspectivos en el espacio o en el plano son tales* que los tres puntos de intersección de sus homólogos están alineados y recíprocamente.

En el siglo XVIII, con los estudios de Descartes y Fermat, se dan las bases de la geometría analítica, desarrollada ésta por Newton y Leibniz, quienes aportaron un gran avance en la investigación Geométrica.

René Descartes (1596-1650), publicó en 1637 la obra en que reposa su grandeza como matemático, *Discours de la méthode pour bien conduire sa raison et chercher la vérité dans les sciences*, cuyo tercero y ultimo apéndice, La *géométrie,* contiene su subversiva invención.

El famoso apéndice sobre la geometría consta de tres libros: el primero trata de los problemas que se pueden construir empleando sólo circunferencias y rectas. El segundo se refiere a la naturaleza de las curvas, mientras que el tercero abarca la construcción de «problemas con sólidos»

La geometría cartesiana, en el sentido de Descartes, perseguía un fin diferente de nuestra geometría analítica moderna En efecto, en el primer párrafo de la Geometría puede leerse:

"Todos los problemas de geometría pueden reducirse fácilmente a términos tales que no hace falta más que conocer la longitud de algunos segmentos rectos para construirlos" [4]

No se trata, pues, de reducir necesariamente la geometría al álgebra, sino más bien de realizar una construcción geométrica. Así, desde las primeras páginas del libro I, Descartes proporciona *una base geométrica al álgebra mostrando que las cinco* operaciones aritméticas corresponden a construcciones sencillas con la regla y el compás.

Pierre de Fermat (1601-1665), contribuyó ampliamente a la evolución de las matemáticas en campos tan variados como la geometría analítica, el cálculo diferencial e integral, la teoría de números y la teoría de probabilidades.

Descartes y Fermat no inventaron el uso de las coordenadas o de métodos analíticos, y tampoco fueron los *primeros en aplicar el álgebra a la geometría o en representar* gráficamente las variables. La contribución independiente de cada uno reposa esencialmente en el reconocimiento de que una ecuación dada con dos incógnitas puede considerarse como la determinación de una curva plana, con respecto a un sistema de coordenadas. Además, si se añaden a éstos los métodos algorítmicos desarrollados por cada uno para unir estrechamente la ecuación y la curva correspondiente, todo ello bastará para atribuirles el mérito de ser los fundadores de la geometría analítica.

Francesco Castelli Borromini (1599-1667), arquitecto italiano, construyó la iglesia de San Carlo alle quattro fontane (convento y claustro 1635, iglesia 1639), una de sus creaciones fundamentales, y fue una de las personalidades más destacadas de la arquitectura barroca italiana. Su obra constituyó una extraordinaria renovación del lenguaje arquitectónico, ya que dio nuevas soluciones a los problemas del espacio y de la luz y creó originales formas decorativas que anticipan los refinamientos del rococó.

Lorenzo Gian Bernini (1598-1680), escultor, arquitecto y pintor italiano, realizó varias obras arquitectónicas entre las que se

[4] Jean-Paul Collete, *Historia de las matemáticas*, 2 vol., México, Siglo XXI, 1998 p. 11

destaca la basílica vaticana. la catedral de San Pedro, en donde destaca la columnata de la plaza, que nos lleva a la comprensión de la forma, el espacio y la medida de una arquitectura. (aunque la termino Borromini).

1.2.4 En el siglo XVIII

Durante el Siglo XVIII se produce el definitivo impulso de la racionalización geométrica en la representación. Por una parte, los trazos gráficos de la estereotomía de la piedra han alcanzado una maduración experimental muy elevada y, por otra, la creación de las Academias Francesas (primera Academia Militar en 1720) consolida el establecimiento de campos de las disciplinas tecnológicas que aceleran el desarrollo de las ciencias aplicadas.

Un progreso incomparablemente más importante aparece con la publicación en 1737-1739 de los tres volúmenes del *Traité de stéreotomie à l'usage de l'architecture*[5] de Frézier[6]. El autor se propone proporcionar la teoría de las secciones de los cuerpos, ya que es necesaria para la demostración del uso que se puede dar en arquitectura para la construcción de las bóvedas y el corte de piedras y madera, lo que nadie había hecho todavía. Muestra además la necesidad de establecer las reglas de arquitectura sobre bases sólidas gracias a estudios teóricos de geometría y de mecánica, y hace notar que si las obras anteriores están hechas únicamente para los obreros, la suya está hecha para las personas que los deben conducir, como los ingenieros y los arquitectos.

La documentación de Frézier es excelente: estudió atentamente las obras de sus predecesores y las memorias más recientes de geometría infinitesimal, y procede de este hecho el conjunto de conocimientos teóricos y técnicos necesarios para la realización de su obra. Ésta es inmensa porque la rutina de los talladores de piedra y de los arquitectos introdujo un vocabulario técnico frecuentemente impropio y de una complejidad casi increíble; por otra parte, el desconocimiento de la naturaleza exacta de las operaciones a efectuar multiplicó en extremo las reglas prácticas que aparecían, como recetas y no como aplicación de métodos generales. Hacía falta, para salir de esta situación, estudiar geométricamente las superficies elementales usadas en la práctica, así como sus intersecciones mutuas, y esforzarse en actualizar los métodos de construcción simples y rigurosos.

La obra realizada por Frézier constituye una etapa muy importante en este asunto. Logró aligerar todo el fárrago de la rutina por medio de un largo estudio preliminar de las secciones planas y de las intersecciones mutuas y de los sólidos más comúnmente usados, y de un examen atento de los principales modos de representación plana de las figuras del espacio. Al rechazar la perspectiva por impropia para la meta buscada, él estudia la proyección ortogonal sobre el plano horizontal (plano, iconografía o proyección horizontal) y sobre el plano vertical (ortografía o elevación), el desarrollo y las operaciones que permiten obtener el valor de los ángulos del triedro. Estos estudios forman el primer volumen de la obra; los otros dos están consagrados a la aplicación de estos métodos a los problemas prácticos derivados de la arquitectura, el corte de piedras y de la madera.

Sin hacer el análisis detallado de esta obra importante, nos dedicaremos a investigar sobre sus aportes esenciales relacionados con principios del método de las proyecciones. Este último método es usado en varias figuras: representación de las cónicas como secciones de un cono recto de base circular por medio de dos planos en punta, estudio de las intersecciones de diversas superficies, representaciones de hélices generalizadas. Además, el autor estudia las relaciones que existen entre una figura y su proyección ortogonal, mostrando en particular que la proyección de un círculo es en general una elipse, y constata implícitamente que para determinar una figura del espacio es

[5] *La théorie et la practique de la coupe des pierres et des bois pour la construction des voûtes et autres parties des bâtiments civils militaires ou traité de stereotomie à l'usage de l'architecture* [La teoría y la práctica del corte de piedras y de la madera para la construcción de bóvedas y otras partes de los edificios civiles militares o tratado de estereotomía para el uso de la arquitectura], par M. Frézier, Strasbourg-Paris, v. 1, 1737; v 2, 1738; v. 3, 1739.

[6] Amédée-François Frézier (1682-1773) empezó estudios de derecho, después se enroló en la Armada; al cabo de algunos años, pasó al cuerpo de ingenieros, donde hizo una carrera muy brillante. El gran número de obras y de memorias que cita en su obra denota una cultura científica y técnica muy amplia.

necesario conocer de ésta dos proyecciones. Además, sabe usar los abatimientos y los planos auxiliares (en particular los planos de perfil) y emprende la construcción del punto común de una curva cuando no se puede obtener una descripción de conjunto.

De este modo Frézier, al conseguir hacer rigurosos los trazos de arquitectura, deja sentados muchos principios esenciales de la geometría descriptiva, si bien la extensión de su obra y la complejidad de los problemas tratados son tales, que los métodos que presenta quedan como asfixiados entre un conjunto de procedimientos de interés muy desigual.

Paralelamente a la evolución del dibujo técnico, otros trabajos de orientación distinta contribuyeron a la creación de la geometría descriptiva. Pintores, dibujantes y grabadores mostraron evidentemente mayor interés por la perspectiva que por las proyecciones ortogonales. Sin embargo, es en una obra de un pintor, el genial Durero, donde se encuentran trazos de geometría descriptiva del más moderno aspecto y con un antecedente de dos siglos respecto a los presentados por Frézier.

Este fue el primer autor que estudió los problemas de arquitectura de una manera racional y científica; pero la extensión misma de la síntesis a realizar era tal, que un primer desciframiento no podía ser suficiente, y esto es porque los elementos más nuevos de su obra se encontraban más o menos disimulados en medio de un número considerable de procedimientos más particulares. Para pasar de allí a la geometría descriptiva, considerada como técnica gráfica única, un nuevo y vasto esfuerzo de simplificación y de síntesis estaba por realizarse.

Este trabajo constituye muy probablemente la primera etapa de la obra de Gaspard Monge (1746-1818), cuando en 1795 publica sus lecciones de *geometría descriptiva*, traducidas al español en 1803, en las que sistematiza definitivamente la representación y la eleva a la condición de ciencia autónoma.

Al constituir el estado más avanzado de la aplicación del método de las proyecciones en arquitectura en la época en la que Monge comienza sus trabajos, esta obra es de una importancia capital para el estudio de la geometría descriptiva. Es cierto que Monge no lo podía ignorar, ya que a partir de su llegada a Mézières, donde trabajó durante dos años en el taller de diseño y de talla de piedras, debió iniciarse en esta última técnica. Para valorar la influencia que la obra de Frézier pudo tener sobre él, basta con recordar los elementos que pudieron inspirarlo: representación de algunas figuras por medio del método de dos proyecciones (en medio de otras numerosas figuras tratadas de manera diferente), empleo muy frecuente de las proyecciones ortogonales simples, de abatimiento y de cambio de plano y construcción de curvas por puntos.

Hubo avances en la geometría que se dirigían ya hacia los métodos que constituirán la geometría descriptiva. Por ejemplo, Frézier comprende el gran interés que presenta el empleo de dos proyecciones, pero no conoce tan claramente como Durero todas las posibilidades geométricas que éste abre. En los trabajos de perspectiva y de geometría, el empleo de la proyección ortogonal aparece sólo de manera aislada; este método es usado en las figuras de las obras, pero no fue hecho ningún estudio sistemático. La gnomónica[7] y la teoría de los eclipses suministran elementos más elaborados y abstractos, pero el carácter particular de los problemas tratados no lleva a extensiones inmediatas. Así, diferentes ciencias y diversas técnicas dan origen a métodos que se aproximan poco a poco a los que Monge necesitará, pero éstos se hacen tomando en cuenta usos particulares sin relación entre aquéllas. Y, si los trabajos teóricos relativos a la cartografía y a la geometría cartesiana de tres dimensiones proporcionan un conjunto de resultados y de propiedades que preparan el camino a la geometría descriptiva, las relaciones particulares existentes entre estos fundamentos teóricos y las diversas técnicas gráficas, son ocultadas por los muros que permanecen entre los diversos sectores, y especialmente entre los campos de la teoría y de la técnica. Los especialistas de cada rama sólo ven un aspecto parcial de la reforma a emprender y los particularismos introducidos por siglos se desarrollan en forma autónoma, ignorando la amplitud de la síntesis a realizar.

Al menos, la convergencia involuntaria de los esfuerzos crea un clima tal que la situación caótica que existe entre los diversos sectores de aplicación de los métodos gráficos no puede

[7] Gnomónica: Tipo de proyección que determina la perspectiva de la superficie terrestre desde el centro de la tierra sobre un plano tangente a la misma.

durar mucho. El perfeccionamiento de los métodos de construcción, el nacimiento del maquinismo, los inicios de la gran industria, subrayan la urgencia de una reestructuración de los procedimientos gráficos dispersos usados por los técnicos, mientras que, en el campo teórico, las primeras extensiones sistemáticas en el espacio de la geometría infinitesimal y de la geometría cartesiana esclarecen y difunden los principios de esta síntesis.

Esto reclama a un hombre que posea, por una parte, un conocimiento profundo de las diversas técnicas en las cuales los procedimientos gráficos juegan un papel esencial, y por otra, un espíritu geométrico lo suficientemente profundo para concebir claramente los principios del método general común a todos esos procedimientos, y para insertar en los mismos todas las incidencias geométricas.

Ahora bien, Monge, desde los primeros años de su paso por la École de Mézières reunió de manera tan perfecta todas las condiciones requeridas, que el descubrimiento de la geometría descriptiva se encuentra en la línea normal de su obra futura. En efecto, el plano de Beaune que hizo a la edad de dieciocho años lo presenta como buen dibujante y ya familiarizado con el trazo de los planos; esta habilidad gráfica, reconocida por todos sus superiores, se manifiesta en todas las figuras trazadas por su mano que nos han llegado. Su paso por el taller de diseño de fortificación y de arquitectura de la Escuela lo familiariza con todo un conjunto de procedimientos que casi la totalidad de los geómetras ignoraban; el interés que él manifiesta desde esta época en todas las cuestiones técnicas lo impulsa a intentar racionalizar esos procedimientos gráficos tan diversos, y el éxito con el cual generaliza y simplifica la solución del problema de enfilada[8] lo impulsa en este camino. Además, desde esta misma época, es atraído por los problemas más diversos relativos al espacio y en particular por aquellos que se relacionan con la geometría infinitesimal o con la modernización de la geometría cartesiana.

[8] Consiste en combinar el relieve y trazado de la fortificación con el menor gasto posible y de modo que en los puntos esenciales de su interior, el defensor se halle al abrigo de los golpes del asaltante. Véase anexo

La tendencia profunda de su espíritu a comprender simultáneamente los diversos aspectos teóricos y concretos de una misma cuestión no podía menos que ejercerse en este esfuerzo que él hace de sistematizar todas esas técnicas que, aunque de apariencias diversas, revelan de hecho los mismos principios. Gracias a sus incomparables cualidades de intuición geométrica, él comprendió muy pronto que poniendo bajo una forma resueltamente geométrica los diferentes problemas gráficos tratados en los distintos sectores de la técnica, una similitud indiscutible aparecía entre ellos, similitud que permitía resolverlos gracias a una preparación del método de las dos proyecciones ortogonales. Su conocimiento de los trabajos de Clairaut y de Euler sobre la geometría cartesiana del espacio le mostraba, en efecto, que una figura del espacio estaba perfectamente definida por sus proyecciones sobre dos planos rectangulares, y los tratados de Frézier probaban la excelencia de la representación plana que se podía deducir de allí. Es entonces evidente que el principio mismo de la síntesis a realizar haya germinado muy temprano en su espíritu; y estaba allí una idea simple para él, presente también los diversos aspectos técnicos y teóricos de su formación.

Una vez claramente concebido ese principio, Monge estaba todavía muy lejos de la teoría y de la técnica perfectamente acabadas que presentó en sus cursos de 1794-1795. Faltaba todavía pasar por una serie de etapas esenciales; hacía falta considerar lo que se convertiría en el dibujo plano de los principales problemas geométricos del espacio; se vale aún de los problemas relativos a la geometría euclidiana o de la teoría de las curvas y de las superficies; era necesario descubrir los métodos que permiten tratar esos diferentes problemas bajo su forma nueva y aplicar las soluciones resultantes a los diversos campos de la técnica. Como la resolución de los diferentes problemas entrañaba un trabajo de investigación extendido al conjunto de los métodos geométricos, esto no podía dejar de llevar a resultados inéditos o al estudio de problemas conocidos desde puntos de vista nuevos, y *esto preparaba una renovación de la geometría clásica.*

Sólo se dispone de elementos muy parciales que marquen el camino seguido por Monge para pasar de la idea inicial, originada en su espíritu en 1765, desde la resolución del problema de desenfilada a la síntesis magistral realizada en 1765-1795 y parcialmente expuesta en su tratado "*Géométrie descriptive*". Esta síntesis presenta en efecto a la geometría descriptiva en un cuerpo perfectamente constituido, en el cual los principios están expuestos de manera clara, los métodos más comunes ya listos y las aplicaciones a numerosos sectores claramente sugeridas.

1.2.5 En el siglo XIX

En 1822 Jean-Victor Poncelet (1788-1867) analiza los invariantes proyectivos e incorpora definitivamente la geometría proyectiva que, con su concepción sintética y amplia de las propiedades del espacio, se desarrolla como ciencia autónoma. Poncelet, discípulo de Monge en la Escuela Politécnica y después en la Academia Militar de Metz, se inspiró en los trabajos de geometría descriptiva de Monge. A decir de J. P. Collete "Se dice que la geometría descriptiva nació en Saratoff, y fue efectivamente en la prisión de Saratoff, en donde estuvo prisionero en 1813-1814, como consecuencia de la campaña napoleónica de Rusia, en la que participó como oficial, donde Poncelet ocupó sus ocios meditando y, sin sus libros, llegó a reconstruir el conjunto de sus conocimientos ya adquiridos y a establecer las bases de una *profunda reforma de la geometría*".[9] *En todo caso, podemos* corregir esta afirmación diciendo que se trata de un nuevo nacimiento de la disciplina.

Augustus Ferdinand Möbius (1790-1868), contribuyó de una forma original a la geometría analítica y proyectiva con la introducción de las coordenadas homogéneas, aunque no tomó parte activa en la controversia entre los geómetras a propósito de la primacía de los métodos sintéticos sobre los métodos analíticos.

Jacob Steiner (1796-1863) publicó, en 1832 la obra de geometría *Systematische Entwicklund des Abhängigkeit geometrischen* (Desarrollo sistemático de la interdependencia geométrica), que le proporcionó su reputación y le valió, por intermedio de Jacobi y Crelle, según parece, una cátedra en Berlín, aunque era un autodidacto. Elaboró un principio nuevo, que consistía en servirse de los conceptos proyectivos para construir estructuras cada vez más complicadas a partir de estructuras simples tales como punto, línea, haz de líneas, plano y haz de planos. Por ejemplo, construyó las cónicas mediante formas simples, haces de líneas. Como elemento fundamental se sirvió de la razón armónica e ignoró casi enteramente los «imaginarios», a los que llamaba «las sombras de la geometría».

Michel Chasles (1793-1880), fue profesor de geodesia y de mecánica aplicada en la École Polytechnique en 1841, y más tarde llegó a ser titular de una cátedra de geometría superior, creada en la Sorbona especialmente para él en 1846.

Chasles tenía una fina apreciación para la historia de la matemática, especialmente de la geometría. Escribió su bien conocida obra *Aperçu historique sur l'origine et le développement des méthodes en géométrie* (Resumen histórico sobre el origen y el desarrollo de los métodos en geometría), cuadro notable de la historia de la geometría, así como estudios sobre los principios de la geometría proyectiva. Contribuyó de manera brillante al auge y la difusión de la geometría proyectiva.

Von Staudt (1798-1867), sucesor de Steiner, fue profesor en Erlanger y se interesó por los fundamentos de la geometría. Está considerado de alguna manera como el fundador de la geometría de posición pura, una geometría enteramente libre de *las relaciones métricas.*

Sus ideas fundamentales sobre la geometría se encuentran en dos grandes obras, *Geometrie der lage* (Geometría de la posición) (1847), en la que se limita al campo real, y *Beiträge zur Geometrie der lage* (Consideraciones sobre la geometría de la posición) (1856-1860).

En la primera mitad del siglo XIX, con las aportaciones de estos últimos cuatro se culmina el proceso de aportaciones metodológicas y conceptuales en el desarrollo de la geometria descriptiva actual.

Entre tanto los trabajos de Nicolai Ivanovich Lobachevski (1793-1853), en 1826, inician el planteamiento de las geometrías no euclidianas, desarrolladas en el último tercio del siglo XIX, que entroncarán con la conceptualización moderna del espacio-tiempo. Ya se trata de una total racionalización, semejante a la alcanzada en el campo de la física, que se independiza de los fuertes

[9] Jean-Paul Collete, Op. Cit., p. 445-446.

prejuicios establecidos por nuestro sistema perceptivo. Como consecuencia, por una parte, se consolida el distanciamiento entre la geometría y su coetánea representación del espacio sensible y, por otra, se abre el desafío a una representación del nuevo espacio racional.

En el mismo XIX se produce un avance general en el estudio de los sistemas de la geometría descriptiva. Se publican los tratados de Geometría Descriptiva de Gournerie (1837), Leroy (1842), Olivier (1843) y Adhemar (1846). En España aparecen las *Lecciones* de Elizalde (1873).

1.2.6 En el siglo XX

A principios del S. XX Se inicia la maduración de la lógica interna del sistema diédrico, con el planteamiento del método directo, cuyas características esenciales son la supresión de la rígida conexión diedro-forma (establecida por Monge, con la emblemática línea de tierra), fundamentación metodológica en el cambio de plano o "vista" adecuada para cada cuestión. Fue expuesto por Adam V. Millar (1908) en la Universidad de Wiscosin

A mediados del S. XX hace su aparición la computadora, gran aportación de la tecnología que, en el presente, es instrumento básico en muchos campos del saber y, en particular en el dibujo. En 1950 se tiene la primera experiencia en pantalla de visualización (computadora) y en 1958, con la aportación de los trazadores gráficos, se concreta la posibilidad de obtener dibujos en soporte permanente.

A finales de los 60 se inicia la producción de los programas de dibujo, con gran desarrollo industrial durante los 70.

La década de los 80 se caracteriza por la comercialización a gran escala de computadoras personales que, equipadas con coprocesadores matemáticos, asumen funciones anteriormente reservadas a equipos menos accesibles. Como consecuencia, los programas de CAD (dibujo en 2D y en 3D, modelado de sólidos, tratamiento de imagen) se han incorporado plenamente a la práctica profesional de la arquitectura y las ingenierías.

1.3 La carrera y vida científica de Gaspard Monge.

1.3.1 Introducción

Gaspard Monge vivió y desarrolló su trabajo científico durante la segunda mitad del siglo XVIII y primeros años del XIX. Pasó una vida muy intensa, plena de trabajo y de actividades que fueron el resultado de la época crucial de la historia de Francia que le tocó vivir. Desde muy joven dio muestras del gran talento para el estudio que él poseía. Recibió su educación elemental de los oratorianos, y después ingresó a la École du Génie de Mézières ayudado por un profesor de esa escuela, quien apreció la habilidad del joven en un plano que éste hizo de Beaune, su ciudad natal. A partir de esta época inicia su carrera de investigador y de profesor; demostró su capacidad al resolver problemas como uno de desenfilada, por medio de un método gráfico que evitaba tener que realizar cálculos largos y complicados. Sus méritos le permitieron ganarse las cátedras de matemáticas y de física en esa escuela.

Hizo estudios de matemáticas, física y química. En geometría realizó investigaciones e impartió clases de geometría analítica y el conjunto de métodos y procedimientos que él recopiló de sus antecesores.

Al sistematizar y reestructurar los antiguos métodos, Monge logra crear una rama nueva de la geometría: La Geometría Descriptiva. Además de los métodos nuevos y elegantes que ésta introdujo, métodos muy próximos la mayoría de ellos que están todavía en uso, esta ciencia reforzó por su desarrollo inmediato la confianza por los estudios de geometría pura, que en los éxitos de la geometría cartesiana y el análisis infinitesimal se habían casi extinguido, y la magnífica expansión de la geometría moderna y de la geometría proyectiva durante el siglo XIX es consecuencia de lo mismo.

Con el advenimiento de la Revolución, tomó partido por el cambio. Posteriormente conoció a Napoleón y entabló con él una amistad entrañable. Estos hechos influyeron notablemente en sus trabajos científicos, ya que tanto el gobierno republicano como Napoleón aprovecharon su talento y su saber para encargarle numerosas misiones, entre las que destacan las siguientes: Idear métodos para fabricar el armamento que el nuevo régimen necesitaba para defenderse, organizar los cursos revolucionarios que se dieron para formar técnicos, y organizar e impartir cursos en la École Normale y en la École Polytechnique.

Su larga experiencia como profesor en la École du Génie de Mézières y de examinador de la Marina, su sentido pedagógico muy agudo y su conocimiento de las necesidades prácticas de la nación le permitieron tener un lugar importante en la organización de la nueva enseñanza, en particular en la puesta en marcha de la École Polytechnique, que él destinó a ser el semillero de todos los ingenieros franceses de valor. El éxito inmediato de la Escuela sobre el cúmulo de dificultades de todo género probó la excelencia de sus concepciones; pero esto no desarmó a todos aquellos que deseaban ver cambiar su orientación, y hasta el fin de su carrera, Monge debió luchar para preservar en la medida de lo posible el espíritu de esta institución.

El sentido del espacio que Monge tenía era de un grado excepcional, al iluminar todos sus estudios, que fueron de apariencia pura, analítica y orientados hacia la geometría. En él, la geometría y el análisis se prestan constantemente un mutuo apoyo, cada una de esas ciencias esclarecen los razonamientos que, vistos bajo un ángulo único, habrían podido parecer demasiado abstractos o estrictamente descriptivos. Su pensamiento parecía abarcar simultáneamente los diversos aspectos de un mismo problema, y su habilidad sabía a cada instante escoger el punto de vista para esclarecer más la cuestión estudiada.

Aún cuando siguió prestando sus servicios al Estado durante el Imperio, para esos años trabajaba exclusivamente en sus clases. Poco después de jubilarse se vio hostigado por el gobierno de la Restauración. Legó a sus colegas, alumnos y discípulos las enseñanzas de sus cursos, los resultados de sus investigaciones y los textos que escribió. Su más valioso aporte es quizá la creación de la geometría descriptiva como disciplina científica, con reglas, métodos y procedimientos propios y generalizados para resolver problemas de fortificación, construcción, y corte de piedras y maderas.

1.3.2 Su juventud.[1]

Gaspard Monge nació el 9 de mayo de 1746, en Beaunne (Côte-d'Or). Su padre, Jacques Monge, fue un pequeño comerciante, originario de Saint-Jeoire en Faucigny, cerca de Bonneville (Haute Savoie); su madre, Jeanne Rousseau, era hija de un cochero de la ciudad. De esta unión hubo tres hijos: Gaspard, (1746-1818), Louis (1748-1824) y Jean (1751-1813); a pesar de sus débiles fuentes económicas él pudo darles serios estudios básicos en el Collège d'Oratoriens.

Desde el colegio, Gaspard Monge se hizo notar por la gran variedad de sus aptitudes; triunfó brillantemente en todas las disciplinas intelectuales, se interesó igualmente en los problemas técnicos, y poseía dones de dibujante sin duda notables y una gran habilidad manual.

En julio de 1762, terminó con gran éxito sus estudios de filosofía, física y matemáticas en el colegio de Beaune, y sus profesores le dedicaron los testimonios de satisfacción más halagadores. Deseosos, al parecer, de atraerlo a su orden, lo enviaron a la sede de los oratorianos de Lyon, a fin de que allí pudiera perfeccionarse. Sus cualidades excepcionales de inteligencia, de método y de trabajo le valieron una consideración tal que pronto los Padres le concedieron una cátedra de física en su colegio e insistieron en hacer entrar al joven en su orden.

En el verano de 1764, Monge dejó definitivamente el colegio de los oratorianos de Lyon para regresar a la casa familiar. Su actividad encontró enseguida la ocasión de ejercitarse en levantar y trazar un plano de su ciudad natal, que él emprendió con uno de sus amigos[2]. Fue tal su triunfó en esta obra que, aunque de apariencia insignificante, debía ser de una importancia sin duda inesperada para su carrera. En efecto, el gran renombre que le valieron en la región la habilidad y el esmero con los cuales había hecho ese trabajo le hicieron conocer al coronel de Vignau, comandante segundo de la École Royale du Génie de Mézières. Deseando aprovechar para su escuela el talento de este joven diseñador, le ofreció ir a Mézières donde podría utilizar su habilidad en el trazo de planos de defensa, de arquitectura y de corte de piedras.

1.3.3 Los primeros años de la École du Génie.[3]

La École du Génie de Mézières[4] había sido fundada en 1748 por el caballero de Chastillon con el propósito de formar ingenieros militares ejercitados en la construcción de fortificaciones y en todos los trabajos de ataque y defensa de las plazas; había adquirido rápidamente una gran reputación tanto por la calidad de los alumnos reclutados después de un concurso difícil, como por lo serio de la enseñanza impartida allí. En efecto, aunque limitados en un programa por su orientación hacia las aplicaciones del arte militar, los estudios científicos no estaban menos desarrollados que en las universidades y otras escuelas técnicas de la época. Las matemáticas y la física eran, además, enseñadas por dos profesores de mucha reputación: el abad Bossut[5] y el abad Nollet[6].

El ofrecimiento que el coronel de Vignau hizo a Gaspard Monge era tentador para un joven cuya curiosidad muy viva se encontraba atraída a la vez por las cuestiones teóricas y por los problemas técnicos, así como por todos los trabajos que requieren una gran habilidad gráfica o manual. Aceptó con gusto esta proposición casi inesperada y partió hacia Mézières, donde había de pasar veinte años de su vida, quizá los más fecundos.

Llegado a la École du Génie, su entusiasmo se apagó temporalmente muy rápido: los alumnos de la Escuela provenían de medios nobles o intelectuales, y no podía esperar volverse

[1] Tomado del libro de Rene Tatón, *L'œuvre scientifique de Monge*, París, Presses Universitaires de France, 1951, p. 9-10. Traducción de la autora.

[2] Este plano, cuyo original se conserva en la Biblioteca de Beaune, está reproducido a la cabeza de la obra del abad Gandelot: *Histoire de la ville de Beaune et de ses antiquitées*.

[3] Tomado del libro de R. Tatón, Op. Cit., p. 10-19.

[4] La École Royale du Génie de Mézières funcionó de 1748 al 12 de febrero de 1794, fecha en la cual fue trasladada a Metz.

[5] Charles Bossut (1730-1804) fue profesor en Mézières del 1° de febrero de 1753 hasta febrero de 1768. Es conocido por diversas obras de matemáticas y de mecánica y por su *Histoire des mathématiques* en 2 volúmenes (1^er éd. 1810).

[6] Jean-Antoine Nollet (1700-1770), el célebre físico profesor en el colegio de Navarra, enseñó física en Mézières de 1761 hasta su muerte

algún día su igual. Además, si su habilidad manual le había permitido entrar inmediatamente como ayudante técnico en los talleres de la Escuela para dibujar allí planos o preparar modelos en yeso de diversas piezas de arquitectura, le pareció pronto que su carrera iba muy probablemente a encontrarse definitivamente confinada en este modesto empleo: "Estaba mil veces tentado, decía él más tarde, a romper mis dibujos por despecho, por el caso que se les hacía, como si yo no pudiera muy bien hacer otra cosa"[7].

Pero el azar debía pronto permitirle revelar sus capacidades excepcionales, renovando los procedimientos gráficos usados por los practicantes. Si hasta entonces se conformó con asimilar, con comprender y reproducir, por primera vez va a crear métodos nuevos.

Para realizar los planos de fortificación que le eran confiados había resuelto muy frecuentemente problemas de enfilada, es decir, establecer el relieve de diferentes partes de una fortificación de tal suerte que, quedando todo económico al máximo, esta construcción ponga a los defensores al abrigo de la vista y de los golpes de los adversarios situados en un punto cualquiera del territorio exterior[8].

Los tratados ya viejos de Vauban y de Cormontaigne solo permitían resolver el problema de enfilada sobre el terreno; allí, ayudado de jalones, de reglas y de goniómetros, el ingeniero establecía un primer esbozo al que se mejoraba en seguida con correcciones empíricas. El caballero de Chastillon imaginó usar las proyecciones acotadas de los diferentes puntos del relieve en la determinación aproximada del plano de enfilada buscado sobre una carta a gran escala. Un oficial de la Escuela, Millet de Mureau, tuvo la idea de abatir sobre el plano del dibujo la sección del terreno por el plano vertical pasando por el centro del lugar y el punto más elevado de los alrededores. Pero de hecho, esto no llevaba directamente a la solución, porque el plano de enfilada buscado debía ser tangente a la superficie del relieve, su punto de contacto no se encontraba en general en la sección vertical considerada, y eran necesarios cálculos largos para verificar si el plano respondía bien a su objetivo, y hacer, en caso necesario, correcciones más o menos empíricas.

Este era el método usado en Mézières cuando Monge fue encargado entre 1765 y 1766 de resolver un problema de enfilada muy complicado. Gracias a su aptitud todo lo hizo de manera notable; al observar las cosas del espacio, comprendió rápidamente la naturaleza profunda del problema: si se imagina un cono centrado sobre la recta que pasando por los dos puntos más importantes a disimular y tangente al terreno circundante, el plano tangente a este cono llevado por la recta en cuestión es el plano de enfilada buscado. Para usar en la práctica esta definición del problema, enunció las bases de una nueva técnica gráfica que se convirtió pronto en la geometría descriptiva. Su solución fue tan rápidamente obtenida que los oficiales de la Escuela no querían creer que él había podido resolver en tan poco tiempo este problema que, con los procedimientos de ensayos sucesivos entonces en uso, necesitaba de cálculos muy largos y difíciles; al menos, insistiendo, pudo hacer admitir lo bien fundado de su método. A falta de textos que se remonten a la época misma que nos interesa ahora, un pasaje del capítulo *Des plans tangents et des normales aux surfaces courbes* [De los planos tangentes y de los normales en las superficies curvas], de la *Géométrie descriptive*[9], nos muestra la manera en que Monge concebía este problema esencial del arte de la fortificación, e ilustra la simplicidad con la cual él lleva esta cuestión práctica a un problema puramente teórico:

"Cuando se exponen los principios generales de la fortificación, se supone entonces que en todos los sentidos, el terreno que rodea a la plaza fuerte tuvo el cañón que es horizontal, y no presenta alguna eminencia que pueda dar alguna ventaja ante el sitio: así pues, en esta hipótesis, se determina el trazo del cuerpo de plaza, de las medias-lunas, de los caminos cubiertos y de las obras avanzadas; y se le indica las relaciones que las diferentes partes de la fortificación deben tener unas sobre otras, a fin de que contribuyan todas, de manera más eficaz, a su defensa recíproca. Enseguida, para efectuar la aplicación de estos

[7] R. Tatón, Op. Cit., p. 11-12.

[8] Véase anexo A.

[9] *Géométrie descriptive*, par G. Monge, nouvelle (3e) édition, Paris, 1811, p. 49-50.

principios al caso donde el terreno que rodea la plaza presente alguna altura que el atacante pudiera aprovechar, y de la cual sería necesario que la fortificación fuera elevada, sólo queda una consideración nueva. Si sólo hay una altura, se escogen en la plaza dos puntos por los cuales se construye un plano tangente a la altura del cual se ve desenfilar: este plano tangente se llama *plano de enfilada*; y se les da a todas las partes de la fortificación el mismo relieve debajo del plano de enfilada; por allí éstas tienen unas sobre otras, y todas juntas sobre la altura vecina, la misma relación que sobre un terreno horizontal; y la fortificación tiene las mismas ventajas que en el primer caso. En cuanto a la elección de los dos puntos por los cuales debe pasar el plano de enfilada, deben satisfacerse las dos condiciones siguientes: 1º, que el ángulo formado por el plano con el horizonte sea lo más pequeño posible, a fin de que las tierras macizas tengan menos pendiente y el servicio de la defensa encuentre menos dificultades; 2º, que el relieve de la fortificación debajo del terreno natural sea también lo más pequeño posible, a fin de que su construcción conlleve menos trabajo y menos gastos. Si en los alrededores de la plaza hay dos alturas en las cuales la fortificación deba ser realzada, el plano de enfilada debe ser al mismo tiempo tangente a las superficies de esas dos eminencias: solo queda, para fijar su posición, una sola condición disponible, y se le pone a disposición; es decir, se escoge en la plaza el punto por el cual este plano debe pasar, de manera que se satisfacen del mejor modo posible las condiciones mencionadas en el primer caso".

Gracias al prestigio que le dio, tanto entre los profesores como en la administración de la Escuela la manera como resolvió este problema, Monge fue escogido por el abad Bossut como repetidor de matemáticas; apenas dos años más tarde, habiendo sido Bossut designado como examinador de los alumnos, Monge recibió la cátedra de matemáticas y su nominación se hizo efectiva desde el 1º de enero de 1769: protagonizó allí un avance muy rápido y casi inesperado.

Este brillante éxito en la solución del problema de enfilada debía igualmente orientar una parte de su obra. Ésta le mostró en efecto que el método de las proyecciones reservado a los trazos más o menos empíricos de los talladores de piedra, de los carpinteros de obra y de los arquitectos era susceptible de los usos más diversos, y que era posible, precisando sus principios, hacer a la vez una técnica simple muy útil y una rama nueva de la geometría. Desde que sus principios comenzaron a clarificarse, Monge logró a la vez entrar en la enseñanza regular de la Escuela, así como en sus cursos teóricos y en los ejercicios prácticos de fortificación y de corte de piedras. Solamente el maestro de carpintería de obra quedó, hasta la partida de Monge, fiel a los antiguos procedimientos gráficos en los cuales el empirismo tradicional reemplaza a la simplicidad geométrica[10].

Pero este avance progresivo de los principios y de los métodos de la geometría descriptiva que él realizó no contribuyó enseguida a su renombre. En efecto, conflictos de rivalidad crecieron sin cesar entre las escuelas militares francesas de la época, y la École du Génie de Mézières tendía a guardar en secreto las partes más originales de la enseñanza que era impartida allí. La geometría descriptiva, que simplificaba tanto operaciones gráficas hasta entonces muy largas, parece haber estado entre los secretos más guardados. Así pues, Monge mismo no fue el menos esforzado por hacer reconocer su mérito en la aplicación de esta nueva rama de la ciencia y de la técnica; y si en 1794 y 1795, él la popularizó en sus lecciones públicas de la École Normale y de la École Polytechnique, es únicamente porque vio en ella uno de los elementos esenciales de una enseñanza renovada, destinada a iniciar a los técnicos de todo género en los métodos de trabajo más eficaces, para la concepción de todo tipo de figuras.

Desde 1768, Monge tiene ya un conocimiento muy profundo de la geometría pura y del análisis infinitesimal. Es lo que prueban varias cartas depositadas en los archivos del barón de Chaubry, donde se ha encontrado la casi totalidad de la documentación sobre los primeros trabajos matemáticos de Monge. De acuerdo con algunas notas cortas dirigidas a fines de 1768 a un alumno de la École de Mézières con quien conservó relaciones de amistad, y después una carta dirigida el 22 de enero de 1769 al abad Bossut; Monge, en ese momento, redactó un

[10] Una hostilidad personal debe ser el origen de esta actitud, porque cuando Monge deja la Escuela, el maestro de carpintería Marion se incorporó a los nuevos métodos de trazo.

primer borrador de su memoria sobre los desarrollos de las curvas espirales y sitúa el origen de sus investigaciones en una extensión de la teoría de las epicicloides en superficies rodantes unas sobre otras. Otra carta, del 12 de noviembre de 1769, nos muestra que Monge estuvo alejado de sus trabajos por un viaje que hizo a Borgoña durante el verano. Al menos, descubre la solución del célebre problema de las geodésicas siguiendo un método que se le encontró en una memoria posterior.

Otras dos cartas a du Marchais (21 de diciembre de 1769 y 26 de febrero de 1770) fueron escritas poco después. Monge anuncia allí que corrigió su memoria sobre los desarrollos y que desea imprimirla con algunos pasajes de cálculo integral, del cual proporciona una muestra.

Sobre el periodo siguiente, unos datos precisos nos son proporcionados por las cartas que Monge dirige durante los años 1771 y 1772 a d'Alembert, y después a Condorcet[11]. Desde la muerte del abad Nollet, la cátedra de física le fue igualmente confiada; esta situación es interina oficialmente a principios de 1772; de "repetidor y demostrador de física", Monge se convierte en profesor titular.

Durante este tiempo continúa trabajando con mucho éxito: el 30 de septiembre de 1770 termina una nueva versión de su memoria sobre los desarrollos, muy próxima en su forma a la memoria publicada 15 años más tarde[12]. Terminado este trabajo, pasa al estudio de otros problemas.

La segunda carta, dirigida a Condorcet, nos muestra por primera vez problemas relativos a las ecuaciones de derivados parciales; Monge da algunos tipos de ecuaciones que pudo resolver y hace algunas reflexiones generales, pero aparece todavía un poco inhábil en el tratamiento de estas ecuaciones. Por el contrario, la carta del 2 de septiembre de 1771 muestra que tiene de manera muy clara la relación entre ecuaciones de las derivadas parciales y superficies definidas por un modo de generación dado que tendrá en su obra futura un lugar esencial. En aquellos tiempos, por consejo de Condorcet, envió a la Academia dos memorias sobre sus primeras investigaciones: cálculo de las variaciones (6 de marzo de 1771) y desarrollos de las curvas del espacio (3 de agosto).

Su tercera memoria, que presenta el 27 de noviembre de 1771, no fue publicada. Acerca del reporte de la Academia, la primera parte es el desarrollo de un problema de cálculo integral; la segunda parte que encontramos, desarrolla las ideas expresadas en la carta a Condorcet citada arriba. Se encuentra allí la primera mención de un método de construcción geométrico de una integral de ecuación de las derivadas parciales en el caso en el que la ecuación es formalmente resoluble, pero donde la no analicidad de los datos no permite expresar la solución en fórmulas. Monge aprovecha esta ocasión para tomar partido en la célebre discusión entablada entre d'Alembert y Euler sobre la naturaleza de las funciones arbitrarias que intervienen en la solución de las ecuaciones de las derivadas parciales. Como su construcción geométrica no depende de la "continuidad" de las dadas en los límites, las funciones arbitrarias "discontinuas" deben ser aceptadas.

Monge vuelve entonces sobre este punto y sobre su método de construcción geométrica en una carta posterior a Condorcet (14 de febrero de 1772) en la cual estudia tres nuevos tipos de familias de superficies de las cuales da ejemplos concretos[13].

En aquel tiempo, su autoridad en este dominio se afirma. Redacta sucesivamente (22 de enero y 2 de marzo de 1772) dos nuevas memorias sobre las ecuaciones de las derivadas parciales, que publica posteriormente en dos artículos, una para las *Memoires de l'Académie de Paris* y otras dos para las *Mémoires de l'Académie de Turin*. Se puede encontrar allí el desarrollo de las

[11] Esta correspondencia fue publicada por R Taton: *Une correspondance mathémetique inédite de Monge (La revue scientifique*, 1° y 15 oct 1947, p. 963-989). Se encuentra en la introducción un estudio muy detallado de las condiciones en las cuales esas cartas fueron escritas y de su contenido.

[12] G Monge: *Memoire sur les developpées, les rayons de curbure et les différens genres d'inflexions des courbes à double courbure* [Memoria sobre los desarrollos, los radios de curvatura y los diferentes géneros de inflexiones de curvas de doble curvatura] *(Mém. div. Sav*, t X, 2° partie, Paris, 1785, p 511-550)

[13] Desde los primeros trabajos de Monge se percibe el deseo, que se manifestará en toda su obra, de ilustrar los desarrollos analíticos por medio de imágenes geométricas, y de dar en la medida de lo posible ejemplos concretos de las superficies y de las curvas estudiadas.

ideas enunciadas anteriormente y de numerosas clases de ecuaciones de las derivadas parciales que son estudiadas allí; sin embargo, estos cuatro artículos no están entre las producciones más notables de Monge porque se pierde a menudo en complicaciones artificiales, ignorando notas interesantes en un conjunto de cálculos complicados. Solo la inspiración geométrica, que tiene en ellos un lugar importante, le da originalidad.

Dos cartas inéditas a du Marchais (12 de febrero y 13 de abril de 1772), de tono más familiar, dan algunas precisiones complementarias sobre su vida. Monge anuncia allí en particular que una silla de miembro correspondiente en la Académie de Sciences le fue ofrecida (le será otorgada el 5 de abril siguiente de acuerdo con un reporte muy favorable de d'Alembert, Bossut y Vandermonde)[14]. Anuncia igualmente que uno de sus antiguos alumnos, Tinseau, acababa de enviar a la Academia una memoria sobre las líneas de doble curvatura[15].

[14] Taton cita el *Registre de l'Académie des Sciences pour l'anné 1772* (marzo 11 y abril 8). Parece que antes de esta fecha, y posiblemente desde 1770, Monge habría sido inscrito en la Sociedad Real de Turín ("Reale Società Torinese"). Cf. *Il primo secolo della Reale Accademia delle Scienze di Torino*, Turín, 1883, p. 155. Cuando se constituyó la Academia Real de Turín, el 25 de julio de 1783, él pasó al rango de miembro extranjero (op cit, p. 22).

[15] Esta memoria, presentada el 7 de diciembre de 1771, objeto de un reporte elogioso de Bossut y Vandermonde (feb. 12, 1772), fue publicado (*Mem. div. Sav.*, t IX, París, 1780, p. 593-624, 2 pl.). Incluye la primera determinación de la ecuación del plano tangente en una superficie cualquiera. Pero su originalidad está lejos de ser una realidad porque allí se encuentra la inspiración directa de Monge, así como los métodos seguidos y las notaciones empleadas. Entonces Tinseau poseía una copia de la memoria de Monge sobre los desarrollos, y así se pueden explicar ciertas similitudes. Monge escribe, en efecto, a du Marchais el 13 de abril de 1772 a propósito de esta memoria: «Ruego al señor de Tinseau, quien tiene una copia, que tenga a bien hacer llegar a usted lo que le hace falta». El descubrimiento de la correspondencia intercambiada entre Monge y Tinseau permitiría precisar estas cuestiones prioritarias

1.3.4 El correspondiente de la Academie Royal des Sciences (1772-1780) [16]

En 1775, Monge empieza a intercambiar correspondencia con Vandermonde, quien había sido un redactor muy competente de varias de sus memorias y quien, después de algunos trabajos matemáticos brillantes, se dedica cada vez más a la física y a la química. Él tenía a Monge en muy alta estima y sus escritos parecían haber sido muy cordiales. A principio del año, Monge llega a París, y el 11 de enero presenta una de sus memoria matemáticas, relativa a las superficies desarrollables y a la teoría de las sombras y de las penumbras. Este trabajo es de una gran importancia porque, completando el estudio sobre las superficies desarrollables esbozado en una memoria de 1771, muestra, por medio de un nuevo ejemplo, cómo una cooperación constante entre métodos geométricos y analíticos permite comprender más claramente y demostrar de manera más simple las propiedades de las figuras del espacio. Esta tendencia es la más característica que Monge usa en su estudio para completar una memoria de Euler, quien trataba el mismo problema desde puntos de vista exclusivamente analíticos[17]. Es el primer ejemplo donde se manifiesta tan claramente la oposición de inspiración entre los dos matemáticos que simbolizan los dos aspectos opuestos de las matemáticas del siglo XVIII: Euler, de espíritu profundamente analítico, y Monge, dominado constantemente por un sentido agudo de la realidad geométrica.

A principios de 1776, Monge presenta una memoria sobre la teoría de los desmontes y de los terraplenes en la cual, partiendo de un problema práctico: el transporte de tierras y de materiales, desarrolla ingeniosas consideraciones analíticas y completa la teoría euleriana de la curvatura de las superficies introduciendo las líneas de curvatura, las normales desarrollables y las superficies focales. Este estudio tuvo, como la mayoría de las memorias de

[16] Tomado del libro de R. Taton, Op. Cit., p. 19-23.

[17] Euler: *De solidis quorum superficiem in planum explicare licet (nov. Comm. Ac. Sci. Imp. Petr.*, vol. XVI, San Petersburgo, 1772).

esta época, retrasos considerables en su publicación, y no fue publicado sino hasta 1781 ante la Academia.

Una carta a Condorcet del 16 de septiembre de 1776 muestra que Monge leyó con gran interés la célebre memoria de Lagrange sobre las integrales singulares[18]; se comprende entonces que había visto con placer este análisis de tal reputación, al considerar los aspectos geométricos de un problema de apariencia puramente analítica y aproximarse así a sus concepciones personales De esta misma época, Monge entra en relación con Lavoisier, y se encuentran en sus manuscritos algunas hojas relativas a experiencias efectuadas en febrero de 1777 en compañía de Vandermonde en el laboratorio de Lavoisier, en l'Arsenal.

En 1777, hay un cambio importante en la vida de Monge; se casa con Marie-Catherine Huart, viuda de Horbon, y una nueva vida empieza para él. Anteriormente no había tenido relaciones y obligaciones familiares, y ahora se encontraba en relación con la numerosa parentela de su esposa dispersa en toda la región; el dinero y algunas propiedades que ella poseía le aportaron una cierta holgura; ella era propietaria de una herrería, de la cual Monge se encargó directamente. Alejándose de las matemáticas, se interesa en todas las cuestiones relativas a la metalurgia, las cuales seguirá desde entonces de cerca; su curiosidad avivada tanto por las cuestiones científicas como por los problemas técnicos o también por las operaciones puramente manuales, encuentra en este dominio las fuentes de interés más variadas.

[18] J.L. Lagrange: *Sur les intégrales particulières des écuations differentielles* [Sobre las integrales particulares de las ecuaciones diferenciales] (*Mem de l'Ac. Roy. de Berlin* para 1774, Berlin, 1776; *Œuvres complètes de Lagrange*, t. IV, p 5-108, Paris, 1869). En esta memoria, él trata no solamente de las integrales particulares (integrales singulares antes de la terminología moderna), de las ecuaciones diferenciales, sino también de las que se refieren a las ecuaciones de las derivadas parciales. Este problema delicado solo había sido hasta entonces apenas abordado por Clariaut, Euler, d'Alembert y Condorcet. Solo un estudio de Laplace: *Mémoire sur les solutions particulières des écuations différentielles* [Memoria sobre las soluciones particulares de las ecuaciones diferenciales] (*Hist. Ac. Roy Sci.*, 1772, Paris, 1776) aportaba resultados muy substanciales Pero la memoria de Lagrange contiene ideas mucho más originales y mucho más fecundas.

1.3.5 Monge, miembro de la Academie Royale des Sciences (1780-1792) [19]

Hasta 1780, Monge sólo deja Mézières muy raramente a causa de viajes cortos. Su nominación a la Academia de Ciencias como geómetra adjunto a principios de 1780 lo obliga, a partir de esta fecha, a pasar cada año una estancia de seis meses en París. Reparte ahí su tiempo entre las sesiones y los informes académicos, los experimentos en física y un curso de hidrografía que le había sido encargado. En la École du Génie, sus clases son evidentemente más condensadas y su hermano Louis le sirvió de suplente durante la mitad del año en el que estuvo ausente; pero la administración de la escuela no se dio por satisfecha con esta solución y le creó problemas bastante graves. En 1783, su nominación como examinador de los alumnos de la marina en reemplazo de Bézout lo obliga hacer giras de inspección en diferentes puertos de Francia y a desatender todavía más su enseñanza en Mézières. También, al año siguiente, ante las protestas del comandante de la escuela, debe decidir y la abandona a finales de 1784 después de haber pasado allí veinte de sus más fecundos años.

Monge como profesor en la escuela de Mézières, logró hacer de la geometría descriptiva la base de la enseñanza práctica de ésta escuela; además, dio a sus alumnos más adelantados consejos y lecciones complementarias sobre sus temas de estudio favoritos. Entre los discípulos que formó, Tinseau (1749-1822) y Meusnier (1754-1793) se interesaron en la geometría infinitesimal; el primero escribió en 1772 y 1774 dos memorias que, entre otros resultados, contienen por primera vez la ecuación del plano tangente a una superficie; él segundo, en su célebre *Mémoire sur la courbure des surfaces,* presenta geométricamente y completos los resultados obtenidos por Euler en la importante memoria que escribió sobre el mismo tema en 1760. Lazare Carnot (1753-1823), "el organizador de la victoria" quien, por su *Géométrie de position* (París 1802) y otras diferentes obras, contribuyó al nacimiento de la geometría moderna, fue también alumno de Monge en Mézières. Así, desde sus inicios en la carrera como profesor, gracias a la

[19] Tomado del libro de R. Taton, Op. Cit., p. 23-33.

originalidad de sus concepciones y a sus notables dotes de profesor, Monge aparece ya como un jefe de escuela.

De 1784 a 1792, la vida de Monge se reparte entre giras de inspección y de examen y estancias en París, durante las cuales asiste a las sesiones de la Academia de Ciencias y continúa sus investigaciones en matemáticas y en física. Durante este periodo, su producción en matemáticas es más bien reducida. El 23 de julio de 1785 presenta una importante *Mémoire sur l'expression analytique de la génération des surfaces courbes* en la cual desarrolla, con base en varios ejemplos, su método de estudio simultáneo de una ecuación de las derivadas parciales y de la familia de superficies correspondiente, trabajo del cual da un primer resumen en las *Mémoires de l'Académie de Turin*. Esta memoria constituye una etapa intermediaria entre sus primeras ideas sobre este tema presentadas en 1771 y los desarrollos importantes incluidos en su *Application de l'Analyse à la Géométrie.*. Otras dos memorias, una de noviembre de 1785 la otra de febrero de 1786, tratan sobre diversos problemas relativos a las ecuaciones de las derivadas parciales.

En 1786, cediendo a las demandas del ministro de la Marina, el mariscal de Castries, quien desde hacía algún tiempo se interesaba en la carrera, de Monge, redactó en algunos días un *Traité élémentaire de statique* para uso de los alumnos de la Marina. Durante los años de 1787-1789, Monge fue escogido como profesor de física en el Lycée, establecimiento de enseñanza reservado a los nobles de la capital, pero se hizo remplazar por De Parcieux y no enseñó en ese establecimiento.

1.3.6 La obra revolucionaria (1792-1794) [20]

En el momento del inicio de la revolución francesa Monge se convirtió en uno de los personajes más notables del mundo científico francés. Miembro muy activo de la Académie des Sciencies, estaba en relaciones estrechas con Condorcet, Vandermonde, Lagrange, Berthollet y Lavoisier. Como examinador de los alumnos de la Marina, dirige de hecho una parte de estas escuelas militares que, en la Francia del antiguo régimen, son prácticamente las únicas en impartir una enseñanza científica de algún valor. Por su misión misma, él se encuentra además, en cada puerto que visita, en contacto con una administración con la que se reencontrará bajo sus órdenes directas cuando se convierta en ministro de la Marina. Él aprovecha también sus giras para visitar las minas de hierro, las fundiciones y las fábricas importantes, convirtiéndose poco a poco en uno de los mejores especialistas en cuestiones que se relacionan con la metalurgia; su capacidad en este campo será plenamente utilizada por la Revolución.

Ésta, desde sus inicios, encontró en Monge un partidario muy activo que aplaudió sin reserva todas sus conquistas. Pero hasta agosto de 1792, el papel político de Monge permanecerá bastante discreto: miembro de varias sociedades y clubes revolucionarios, continuó sus giras de examinador de la Marina y formó parte de la segunda comisión de la nombrada Académie des Sciencies para preparar las bases científicas de la reforma de los pesos y medidas decidida por La Asamblea Constituyente, reforma que culminará con el establecimiento del sistema métrico decimal.

Después de la caída de la monarquía el 10 de agosto de 1792, un nuevo ministerio se forma para llevar en el plano interior y en el exterior la lucha muy dura que imponen a la joven república los que detentaban el poder en el antiguo régimen. Monge, designado por La Asamblea Legislativa, acepta el puesto de ministro de la Marina, que conservará durante casi ocho meses. Sin ser particularmente notable, su obra de ministro atestigua el deseo más vivo de coordinar todas las energías y todas las actividades francesas con el fin de asegurar la vida y la independencia de la nación. Sin embargo, su política es juzgada demasiado moderada por algunos, y atacado por diversos lados, fatigado por la lucha incesante que debe sostener, Monge renuncia el 10 de abril de 1793. Quizá pesaba más en su ánimo su vocación como estudioso y profesor.

Su papel político desaparece y ocupa aún varios puestos importantes en el club de los Jacobinos; sin embargo, su actividad pasada es en varias ocasiones el objeto de criticas muy duras. Pero las resiste sin pena porque a pedido del Comité de Salud

[20] Tomado del libro de R. Taton, Op. Cit , p. 33-37.

Pública, acepta entre tanto desempeñar un papel esencial en la defensa del territorio nacional; la organización y la coordinación de las fábricas destinadas a producir las armas y municiones necesarias para la Armada. Bajo el impulso del Comité de Salud Pública y especialmente de Lazare Carnot, los esfuerzos se agrupaban en vista de una resistencia a más no poder; en particular, hacía falta proporcionar a la Armada armas y municiones y, en esta tarea, el esfuerzo a realizar era inmenso; había que crear fabricas, los procedimientos novedosos creados para sustituir la ausencia de numerosas materias primas, destinadas a ponerlas listas, y hacía falta llevar las fabricaciones a un nivel tal que los batallones voluntarios pudieran muy rápidamente ser equipados y armados. En toda esta obra, Monge, ayudado por otros numerosos sabios tales como Berthollet, Chaptal, Fourcroy y Guyton de Morveau, desempeñó un papel de primera importancia. Logró organizar sobre bases nuevas la fabricación del acero y de las armas y desarrollar la fabricación de las pólvoras. Redactó dos obras destinadas a la formación de los obreros y los técnicos: *Advertencia a los obreros del hierro sobre la fabricación del acero* (1793) y *Descripción del arte de fabricar los cañones* (1794), y participó en los "cursos revolucionarios" sobre "la fabricación del salitre de las pólvoras y de los cañones" organizados en 1794. Así, gracias a su formación técnica muy desarrollada, Monge pudo, al lado de Carnot, contribuir activamente a la defensa de "la patria en peligro".

Pero, cuando la guerra se desarrollaba sobre el suelo mismo de Francia, la Convención siguió los proyectos presentados por Talleyrand y Condorcet de los primeros años de la revolución, y abordaba una reforma completa de la enseñanza. Consciente de la necesidad de una enseñanza superior teórica y práctica de gran valor, creaba a principio de 1795 la École Normale y la École Centrale de Travaux Publics.

Monge desempeñó un gran papel en esta obra, tanto desde el punto de vista de la organización como el de la enseñanza. La escuela Normal, destinada a la preparación de futuros profesores de enseñanza secundaria, solo tuvo una existencia efímera. 1200 alumnos de orígenes muy diversos siguieron ahí de enero a mayo de 1795 lecciones dadas por los sabios más eminentes. Mientras que Lagrange y Laplace enseñaban matemáticas, Monge dio por primera vez un curso público de geometría descriptiva. Sus lecciones, registradas por estenógrafos, fueron, así como las de los otros profesores, publicadas a medida que salían en el *Journal des Seances des Ecoles Normales*; constituyen de hecho la primera edición de su geometría descriptiva. La segunda edición fue publicada en un volumen separado por Hachette, en 1799, cuando Monge se encontraba en Egipto.

El curso de Monge en la Escuela Normal tuvo un gran éxito y, muy rápidamente, la geometría descriptiva entró en los programas de la enseñanza científica, en Francia primero, donde la École Centrale de Travaux Publics, convertida en la École Polytechnique, le dejó pronto un lugar muy importante en su enseñanza en los diversos países de Europa, donde se expandió gracias al prestigio del cual la Escuela Politécnica se benefició muy rápidamente. Entre los primeros tratados que ahí fueron publicados, sólo uno no muestra la influencia de Monge: Es Los *Essais de géométrie sur les plans et sur les surfaces courbes* o (*Elémens de géométrie descriptive*) de S. F. Lacroix, cuya primera edición fue publicada en 1795. Pero no se puede creer que Lacroix haya descubierto los principios de la geometría descriptiva independientemente de Monge; en efecto, después de haber seguido en 1780 cursos particulares de Monge, mantuvo con él una larga correspondencia en la cual los problemas de geometría descriptiva fueron estudiados; además obtuvo información de antiguos alumnos en Mézières y fue adjunto de Monge en los cursos de la Escuela Normal. Todo lo que se puede admitir, es que Lacroix utilizó su conocimiento a grandes rasgos de los métodos de Monge para redactar su tratado, que por lo demás es excelente. Pero justamente el aporte que es original en esta creación, no está en el detalle de la presentación o de las construcciones, sino en la toma de conciencia del papel otorgado a la geometría descriptiva y en la concepción de sus métodos generales; es indudable que Monge es quien tiene la primera importancia teórica y práctica de esta representación plana de los cuerpos del espacio y quien creó lo esencial de sus métodos. Los diversos recursos de su espíritu tan rico, seducido tanto por la elegancia y la importancia de un razonamiento geométrico o la generalidad de un método, como por la comodidad de una construcción o por aplicaciones susceptibles de proporcionar grandes servicios a los artistas y técnicos, fueron a veces puestos a disposición en la creación de esta nueva disciplina destinada a la vez a ser un instrumento de investigación geométrica y una técnica utilitaria.

1.3.7 El fundador de la École Polytechnique (1794-1796) [21]

La fundación y la organización inicial de la École Polytechnique (denominada durante algunos meses École Centrale de Travaux Publics) debe mucho a la acción personal de Monge y a la influencia que tuvo en las comisiones encargadas de preparar la creación de esta escuela. Sus profundos conocimientos científicos y técnicos y su larga experiencia de profesor en una de las mejores *escuelas del antiguo régimen le permitieron aconsejar a los* organizadores y a los administradores sucesivos con mucha autoridad. La meta asignada a la Escuela era inculcar una sólida cultura científica y técnica a jóvenes escogidos por concursos, y formar así una élite de ingenieros de gran valor destinados a constituir los cuadros técnicos de la nación. Monge se esforzó en introducir y en mantener en los programas de enseñanza un justo equilibrio entre la enseñanza teórica y la práctica; en los programas iniciales, la geometría descriptiva y las diversas aplicaciones técnicas ocuparon cerca de la mitad del horario. Hasta su retiro definitivo en 1810, Monge se debió enteramente a esta Escuela, que él podía justamente considerar en gran parte como su creación personal. Muy animado por los alumnos, él les daba sin cesar consejos lo mismo que su ayuda material y defendía de la mejor manera que podía los derechos que les habían sido concedidos originalmente y las tradiciones de liberalismo de la Escuela contra los ataques de los regímenes sucesivos; así, él fue hostil al régimen de militarización que Napoleón impuso en la Escuela en 1804. Esta nueva organización contrastaba con el clima de libertad que la escuela había conocido en sus inicios, pero no destruyó el prestigio que su logro le había conferido, y numerosos países de Europa crearon escuelas similares, primeras realizaciones de la enseñanza técnica superior moderna.

La duración de los estudios en la École Polytechnique había sido fijada en tres años; se decidió dar a los jóvenes inscritos en el primer concurso de entrada una formación intensiva, permitiendo al término de tres meses repartirlos conforme a sus aptitudes en tres clases distintas. Además, los 45 mejores de entre ellos fueron escogidos, bajo el nombre de jefes de brigadas para ayudar a sus condiscípulos en sus estudios y sus trabajos y recibieron con este propósito una formación preparatoria más sólida. Monge contribuyó activamente a la organización de esos primeros cursos. Entonces, al mismo tiempo que enseñaba la geometría descriptiva en la École Normale, participaba en el funcionamiento de la escuela preparatoria y redactaba lecciones de análisis aplicado a la geometría descriptiva, destinadas a servir de guía tanto a los futuros jefes de brigada como a los alumnos ordinarios cuyos cursos normales comenzaron el 24 de mayo de 1795. Sus lecciones, impresas una a una en hojas en folio, fueron reunidas para la enseñanza de la escuela bajo el nombre de *Feuilles d'analyse appliqué à la géométrie*.

Varios profesores, entre ellos Hachette, fueron encargados de enseñar la geometría descriptiva en la École Polytechnique; ellos lo hicieron desarrollando las lecciones de Monge en la École Normale y les aumentaron diversos complementos, relativos en particular a la teoría de las maquinas de la cual Monge había hecho un plan detallado. Él mismo fue encargado de enseñar la aplicación del análisis a la geometría y, gracias a su notable talento de profesor, su curso obtuvo un éxito excepcional. Monge sabia clarificar todos los problemas por medio de recursos continuos a las imágenes geométricas y lo que fuera lo dibujaba muy bien. "el calor de sus gestos y la mímica expresiva de las manos" bastaba para explicar la construcción de las figuras a su auditorio. Comunicó su entusiasmo a numerosos alumnos, quienes convertidos en sus discípulos, continuaron recibiendo sus consejos esclarecedores. Es por esto que en Francia primero, después en otros países, que todas las vías nuevas que él había abierto fueron cultivadas por un grupo selecto de geómetras de talento, quienes

[21] Tomado del libro de R. Taton, Op. Cit., p. 37-43.

en algunas décadas las desarrollaron de manera notable. Lacroix, Hachette, Lancret, Brianchon, Livet, Biot, Dupin, Lamé, Poncelet, Chasles, y muchos otros, fueron los discípulos y los continuadores de lo que el gran geómetra J. L. Coolidge llama "el príncipe de los profesores".[22]

Tanto en la École Normale como en la École Polytechnique, los cursos de Monge conocieron un éxito de los más brillantes, todo debido tanto a las ideas nuevas que él difundía como a sus excepcionales cualidades de profesor. Formó numerosos discípulos, de los cuales varios nos dejaron testimonios muy convincentes de esa situación.

Hasta su jubilación, Monge continuó velando con la solicitud más grande por los alumnos de la École Polytechnique, ya fuera luchando por conservar en sus estudios la orientación que él juzgaba como la mejor, o interviniendo en su favor en diversos incidentes políticos en los cuales unos y otros eran frecuentemente involucrados, o también ayudando económicamente a los más pobres de ellos.

El 22 de agosto de 1795, Monge está entre los primeros eruditos designados para formar parte de la Académie des Sciences, reconstituida como sección del Institute National.

1.3.8 Las misiones exteriores bajo el Directorio (1796-1799) [23]

El 24 de mayo de 1796, Monge fue nombrado miembro de una comisión encargada de ir a recopilar en Italia los monumentos de arte y de ciencia que los tratados de paz acordaron con la armada francesa victoriosa. Monge, siempre bajo la influencia de ideas revolucionarias, veía en esta guerra únicamente la lucha de la libertad contra la tiranía, y justificaba así las transferencias de obras maestras, basadas en la simple ley del más fuerte.

El 7 de junio conoció al general en jefe Bonaparte, y una simpatía recíproca se estableció enseguida entre los dos hombres. El joven general, cubierto de gloria por las victorias que acababa de lograr, acogió a Monge con sencillez, agradeciéndole una entrevista que le había concedido como ministro de la Marina.

Muy interesado en su tarea que él desempeñaba a conciencia, Monge hacía votos para que los gobernantes republicanos fueran instalados en toda Italia. Sintiendo ciertas resistencias provenientes del país mismo y otras de Francia, donde la política y el espíritu de independencia del joven general eran duramente juzgados, se persuadió poco a poco de que la acción directa de Bonaparte podría vencer, a la vez, la resistencia en Italia y la reacción política en París. Su confianza en Bonaparte aumentó a cada reencuentro, y vió pronto en él al único hombre capaz de preservar y de extender las conquistas revolucionarias más esenciales.

Su misión lo llevó de ciudad en ciudad a Milán, Roma, Nápoles, etc... y Bonaparte la prolongó sin cesar; durante este tiempo en París, Monge, designado como Director por dos votos del Consejo de los Quinientos, solo fue apartado a causa de su ausencia. Al mismo tiempo, Bonaparte lo invitó a una estancia de algunas semanas en Passariano, donde comenzaron las negociaciones de paz, y Monge fue llamado frecuentemente a dar su opinión sobre las negociaciones en curso o sobre las "expediciones libertarias" a emprender enseguida; el proyecto de una campaña a Egipto es en particular debatido con el general en jefe. El 18 de octubre la paz de Campo-Formio fue firmada, y Bonaparte encarga a Monge y al general Berthier llevar el texto a París. Llegados el 25 de octubre de 1797, los dos enviados fueron recibidos por el Directorio con una gran ceremonia, y Monge pronunció un discurso en el cual designaba a Inglaterra como el próximo tirano a vencer. Él debió enseguida aceptar la dirección de la École Polytechnique, cuyo titular había dimitido. En el Instituto participó en la elección de Bonaparte en reemplazo de Carnot, entonces exiliado.

Estando Bonaparte de regreso en París, la tranquilidad en Italia no duró: el general Duphot fue asesinado en Roma, y es entonces que el Directorio encargó a Monge, Daunou y Florent ir a indagar sobre este incidente y tomar medidas de represión, reemplazando al gobierno pontifical por una república. Pero,

[22] Taton, René, *Gaspard Monge*, Basel: Verlag Birkhauser, 1950. (Suppléments a la Revue de mathématiques élémentaires) p. 22.
[23] Tomado del libro de R Taton, Op Cit, p 43-46.

cuando los comisionados salidos de París el 6 de febrero llegaron a Roma, la república fue teóricamente fundada; solo faltaba asentarla sólidamente, fue oficialmente proclamada el 20 de marzo y Monge, que se alegró de esto, supo de las dificultades que ocasionaron las acciones de la armada francesa.

Durante este tiempo, Bonaparte preparaba la campaña de Egipto e insistía mucho tanto a Monge como a su esposa para que aceptara formar parte allí. A pesar de que su esposa, quien había esperado que su elección al Consejo de los Ancianos lo dejara en París, Monge aceptó, y el 26 de mayo se embarcó a Civita Vecchia con la armada del general Desaix para reunirse con la escuadra de Bonaparte salida de Toulon. El reencuentro tuvo lugar a lo largo de Malta el 9 de junio. Monge se instaló en la nave del general en jefe, donde se encontraban también su amigo Berthollet y algunos otros miembros de la comisión de ciencias y artes, organizada de acuerdo con las indicaciones de Bonaparte para volver a dar todo el perfil científico posible a la campaña proyectada. Después de haber permanecido algunos días en Malta, la escuadra llegó a Aboukir el 1° de julio; Monge, encargado de supervisar la impresión de las proclamas destinadas a los árabes, desembarcó hasta el 4 y acompañó a Bonaparte hasta Ramanieh. Mientras que él se esforzaba por llegar a El Cairo por tierra con su armada, Monge y Berthollet se embarcaron en una flotilla para remontar el Nilo hasta Gizeh. El 11 de julio, la flotilla fue atacada por los cañones y las tropas de los árabes y de los mamelucos; la lucha durante la cual Monge se mostró muy valiente fue dura, y los franceses fueron salvados hasta la llegada de la artillería de Bonaparte. Allí, después de haber ganado la batalla de las pirámides, llegó a Gizeh al mismo tiempo que la flotilla.

Una vez que la armada fue a El Cairo, Bonaparte empezó a efectuar la colonización de Egipto: numerosos ingenieros, la mayoría egresados de la École Polytechnique, reorganizaron los servicios públicos, la navegación, las rutas; la Commission des Sciences tuvo como tarea inicial la de resolver los problemas técnicos nuevos impuestos por la vida, la subsistencia y el armamento de un ejército trasplantado a un medio tan nuevo para él y privado de las seguridades de la flota (destruida en Aboukir) que habría podido revitalizarlo normalmente.

Desde el 10 de agosto de 1798, Bonaparte decidió la creación del Institut d'Égypte y confió la presidencia a Monge, y le encargó con otros seis miembros completar la composición de las cuatro secciones: matemáticas, física, economía política, literatura, artes. Además de las investigaciones prácticas que le confiaba el general en jefe, el Instituto realizó una obra inmensa recopilando información preciosa en todos los órdenes sobre Egipto.

Aparte de su participación en el desarrollo del Instituto, en la redacción de los informes pedidos por Bonaparte, Monge tuvo diversas tareas administrativas a desempeñar que no le impedían sin embargo perfeccionar una memoria de geometría infinitesimal y un estudio de óptica sobre las causas del espejismo. Con Berthollet, fue nombrado inspector general de la Moneda, después comisario al lado del Divan general, organismo político creado para preparar una cooperación franco-egipcia. Monge estuvo, durante todo ese tiempo, entre los confidentes y los acompañantes favoritos del general en jefe, a quien acompañó durante una excursión a las Pirámides; después, un poco más tarde, al monte Sinaí y a los vestigios del antiguo canal de Suez.

A pesar del pesimismo casi general, Monge estaba persuadido que se hacía en Egipto obra perdurable pero, en febrero de 1799, comienza la expedición a Siria en la cual tomó parte; seriamente enfermo cerca de Sain-Jean d'Acre, sufrió más todavía el fracaso de la expedición. A punto de ir a visitar las ruinas del Alto Egipto, conoció a principios de agosto la decisión de Bonaparte de regresar a Francia y de llevarlo con él. El 19, después de los preparativos muy rápidos, dejaron El Cairo sin que Monge se hubiera atrevido a confesar a sus amigos el objetivo real de su partida, que se parecía tanto a un abandono. Después de haber escapado por milagro de la flota inglesa, y habiendo tocado Ajaccio el 1° de octubre, desembarcaron en San Rafael el 9 y el 15; Bonaparte, con Berthier, Monge y Berthollet, llegaron a París.

1.3.9 Monge al servicio del Consulado y del Imperio. [24]

Monge permaneció entre los amigos íntimos de Bonaparte; siempre creyendo conservar intacta una parte de sus convicciones republicanas, aceptó el 18 Brumaire[25], y también más tarde, el establecimiento del Imperio. Habiendo, poco antes de su regreso, abandonado la dirección de la École Polytechnique para conservar solo su puesto de profesor, fue nominado el 24 de diciembre de 1799 al Senado conservador. Era el primer paso en la carrera de los honores; el primer cónsul y después Emperador le dio numerosas muestras de amistad y de reconocimiento; si Monge se habituó muy fácilmente al lujo que le imponía su nuevo rango, no se le vio solicitar jamás favores que le hubieran sido concedidos fácilmente.

Continuando con el mismo éxito de sus lecciones en la École Polytechnique, redactó y publicó en el *Journal de l'École Polytechnique* y en la *Correspondence sur l'École Polytechnique*, una serie de memorias sobre la aplicación del análisis a la geometría, así como numerosas notas de geometría, geometría analítica y geometría infinitesimal.

Durante el tiempo que Monge estuvo en Egipto, Hachette había reunido sus lecciones en la École Normale, dispersas en el volumen de las *Séances* [sesiones] para hacer allí el célebre tratado de *Géométrie descriptive*; pero Monge no pudo ni quiso recibirlo ni completarlo, dejando a Hachette el cuidado de publicar las ediciones futuras. Mientras que una nueva edición de las *Feuilles d'analyse appliquée à la géométrie* [hojas de análisis aplicado a la geometría] aparecía en Thermidor año IX, una memoria, publicada en 1801 en el *Journal de l'École Polytechnique* bajo la firma de Monge y de Hachette presentaba una vista de conjunto de las ideas de Monge sobre el aspecto moderno de la geometría; esas nociones fueron enseguida ampliamente difundidas por varios tratados que antiguos alumnos de Monge habían concebido después de sus lecciones. Sin embargo, él no supervisó las diferentes ediciones de sus obras, las dejó al cuidado de Hachette, quien publicó todo bajo el título de *Application d'Analyse à la Géométrie* [Aplicación del análisis a la geometría], dos ediciones ampliadas de las *Feuilles d'Analyse*, difundió y desarrolló ciertas ideas de Monge en los artículos de su *Correspondance sur l'École Polytechnique*. Pero en 1809, comenzando a resentir la fatiga física e intelectual, precio de una vida tan plena, el gran geómetra debe, por desgracia, abandonar la École Polytechnique, que era en gran parte su obra, y en la cual había desempeñado hasta entonces un papel determinante.

Del resto de sus obligaciones oficiales y administrativas le quedaba cada vez menos tiempo libre para sus investigaciones personales y para sus cursos. En 1803, había acompañado a Bonaparte en un viaje de inspección a Bélgica y al norte de Francia; a su regreso, nominado a la vicepresidencia del Senado, recibió pronto la senaduría por Liége; convertido en una especie de superprefecto, debió permanecer varios periodos en su lugar a fin de velar por la buena marcha de los quehaceres públicos y la aceleración de las fabricaciones de guerra; realizó largas estancias entre 1803 - 1804, y es de Liége de donde parte en agosto de 1805 para reunirse en el campo de Bolonia con el emperador, quien le comunicó confidencialmente los proyectos de campaña contra Austria. Apenas de regreso a París, dudó en replicar para ir a nombre del Senado a felicitar a Napoleón por la victoria de Ulm. Los honores y las donaciones continuaron lloviendo sobre él: de mayo de 1806 a septiembre de 1807 fue presidente del Senado y el emperador, al mismo tiempo que una donación en favor de Berthollet que él había solicitado, le concedió una suma de cien mil francos con la cual compró el castillo de Bierre en Borgoña; Conde de Péluse en 1808, recibió todavía en donación varias propiedades en Westphalie.

Pero el destino del Imperio se precipita y Monge le servirá hasta el fin; cuando en diciembre de 1813 las armadas coaligadas traspasaron las fronteras él parte, en calidad de comisario, en la 25ª división militar cuya sede era Liége, para intentar allí reorganizar la resistencia; pero la situación es ya desastrosa y fracasa en su misión; huye ante las armas extranjeras, y regresa a París en febrero de 1814, desesperado por las derrotas de

[24] Tomado del libro de R Taton, Op. Cit , p 46-48.

[25] El 9 de noviembre de1799, al regresar de su campaña de Egipto, Napoleón Bonaparte dio un golpe de Estado con el que puso fin al gobierno del Directorio y se nombró Primer cónsul.

Napoleón; inquieto también por su propia suerte, destruye una parte de sus recuerdos de la Revolución y de la correspondencia intercambiada con el emperador, y deja París el 29 de marzo.

1.3.10 La declinación y la muerte. [26]

Perdonado por la primera Restauración, Monge, durante los Cien Días, retomó su lugar cerca del emperador, pero la segunda capitulación lo afectó más profundamente que la anterior. Obligado a esconderse durante algunos meses, regresa a París en marzo de 1816. Excluido del Instituto por la reorganización del 21 de marzo, medida que lo afectó dolorosamente y en contra de la cual nadie se atrevió a protestar, tuvo también que ver tocar su obra más preciada, la École Polytechnique, suprimida y después reorganizada sobre otras bases. Vivió todavía dos años, acabado por la enfermedad y la desesperanza de haber visto derrumbarse todo lo que había hecho en su vida; además, sus facultades intelectuales se debilitaban rápidamente. Cuando murió, el 28 de julio de 1818, no le fue rendido ningún homenaje oficial, pero los estudiosos que habían sido sus amigos, Berthollet, Laplace, Chaptal, etc., y numerosos oficiales e ingenieros que habían sido sus alumnos asistieron a sus exequias. Sobre su tumba, Berthollet pronunció un emotivo homenaje y, como la prensa solo había hecho una alusión tímida a esta muerte, los alumnos de la École Polytechnique, que no tuvieron la autorización de rendirle sus exequias, aprovecharon su primer día de salida para ir ante la tumba del fundador de su Escuela.

Es de sus antiguos alumnos que Monge recibirá el tributo de gratitud más emotivo, al que sin duda él hubiera sido más sensible. El mismo año de su muerte, dos biografías inspiradas por el reconocimiento y la gratitud son escritas por dos de ellos, Guyon y Brisson. Estos son todavía dos alumnos de la Escuela que tomaron la iniciativa de reunir firmas para erigirle un monumento y en 1819, Charles Dupin, quien había sido uno de sus discípulos más brillantes, en su *Essai historique sur les services et les travaux scientifiques de Gaspard Monge* [Ensayo histórico sobre los servicios y los trabajos científicos de Gaspard Monge], se eleva con coraje contra el olvido injusto en el cual el gobierno relegó voluntariamente al gran erudito desde 1815.

[26] Tomado del libro de R. Taton, Op. Cit., p. 48-49

1.4 La sistematización de la Geometría Descriptiva

1.4.1 Introducción

Observemos previamente que la historia de la geometría descriptiva no puede considerarse como un simple capítulo en la historia de la geometría, ya que los elementos que fueron combinados inicialmente en muchas fases de su desarrollo contribuyeron a su formación, al relacionarse íntimamente con las técnicas gráficas utilizadas por arquitectos y pintores de todas las épocas.

Esto explica por qué sus orígenes no deben ser buscados únicamente en los trabajos de los geómetras, sino también en los de los artistas y practicantes de especialidades diversas.

La lenta pero incesante evolución de estos trabajos a través de los tiempos, culminó a fines del siglo XVIII con la aparición de la geometría descriptiva con dignidad de ciencia.

Esta bella creación, que fue desde el inicio destinada a la geometría práctica y a las artes que de ella dependen, constituyó realmente la *teoría general*, ya que reduce a un pequeño número de principios abstractos e invariables, y a construcciones fáciles y siempre ciertas, todas las operaciones geométricas que pueden presentarse en el corte de piedras, la carpintería, la perspectiva, la fortificación, la gnomónica, etc., y que anteriormente solo se ejecutaban por medio de procedimientos incoherentes entre ellos, inciertos, y frecuentemente poco rigurosos. Además de la importancia debida a este primer destino, que daba una característica de racionalidad y de precisión a todas las artes de la construcción, esta disciplina tuvo otra muy grande, debida a los servicios reales que dio a la geometría racional, bajo varias relaciones, y a las ciencias matemáticas en general.

Diversos geómetras y constructores dejaron por escrito procedimientos particulares, a modo de recetas sobre el trazo aplicado al corte de piedras y de la madera.

Algunos de los más importantes son los siguientes: de l'Orme utiliza razonamientos geométricos para enunciar reglas, aunque éstas suelen ser complicadas y las demostraciones insuficientes. Un primer intento de lograr reglas comunes a muchos casos lo hace Desargues, y su trabajo es continuado por Frézier; sin embargo, hacía falta todavía descubrir principios aún más generales y elementales, aplicables cada uno a un número mayor de casos.

Este trabajo de generalización que necesariamente requería de orden, sistematización y síntesis, se debe a Monge, quien llamó a este conjunto de normas y procedimientos (de hecho una nueva disciplina científica) geometría descriptiva En este proceso desechó muchos procedimientos complicados, y dejó así algunas lagunas que después complementó Hachette.

Durante el siglo XIX aparecen varios tratados de geometría descriptiva basados en las obras de Monge y de Hachette.

La géométrie descriptive, obra publicada en 1799, incluye los siguientes temas:

a) Puntos, rectas y planos Proyecciones ortogonales. Complemento de la geometría descriptiva con el álgebra.
b) Relación de los planos tangentes con las superficies curvas, y empleo del color y del brillo de la tinta para indicar la posición. Aplicación a bóvedas y a problemas de desenfilada.
c) Intersecciones de superficies curvas y su relación con las curvas de doble curvatura.
d) Aplicaciones de las intersecciones de superficies a la solución de problemas diversos.
e) La importancia de la geometría descriptiva en la formación de profesores de enseñanza media.
f) Teoría de las sombras y de las penumbras, rayos luminosos y perspectiva.

Esta obra fue elaborada a partir de las lecciones que el autor dio en la École Normale, la cual estaba destinada a formar profesores de enseñanza secundaria.

Al establecerse la École Polytechnique, el curso de geometría descriptiva cambia de orientación, al ser destinada a las aplicaciones para las cuales Monge creó esta disciplina.

Se dieron los siguientes temas: Principios generales, superficies desarrollorables y alabeadas, aplicaciones a cortes de piedras y de la madera, topografía y teoría de las máquinas, sombras y perspectiva lineal y aérea.

La geometría descriptiva era para Monge un recurso aplicable no sólo al corte de piedras y de la madera, sino a una gama muy amplia de técnicas, como se hace notar en el párrafo anterior.

Monge nos dio, en su *Traité de Géométrie descriptive*, los primeros ejemplos de la utilidad de la alianza íntima y sistemática entre las figuras de tres dimensiones y las figuras planas.

El método didáctico que seguía en sus clases era totalmente novedoso, al igual que la materia que enseñaba, y revolucionario como su posición ideológica y política.

1.4.2 Sobre el origen y el desarrollo de la geometría descriptiva

Si bien debe reconocerse a Monge como el creador de la geometría descriptiva, es justo decir que diversos procedimientos de esta ciencia, y el uso de las proyecciones en diferentes partes de las artes de la construcción, eran conocidos desde hacía mucho tiempo, principalmente por los carpinteros y los talladores de piedra. Philibert de l'Orme, Mathurin Jousse, Desargues, el padre Deran, y De La Rue habían dado aportes al arte del *trazo* aplicado al corte de piedras y a la carpintería, el cual descansaba en la teoría de las proyecciones.

En el llamado primer tomo de la arquitectura publicado por Philibert de l'Orme en 1567, se recurre ya a razonamientos geométricos para justificar las reglas de la talla de piedra y del dibujo arquitectónico. Desgraciadamente las demostraciones son insuficientes, y las construcciones a menudo complicadas y a veces inexactas. Es necesario en cambio decir que en determinados trazos aparecen relacionadas las proyecciones ortogonales sin que el autor haga resaltar toda su importancia.

Ya Desargues, entre otros, había mostrado la analogía que existía entre diversos procedimientos diferentes, y los había reducido a principios generales. También Frézier, oficial superior del ejército, en su *Traité de stéréotomie*, obra erudita y repleta de aplicaciones curiosas y útiles en geometría teórica y práctica, había dado continuidad a las ideas de generalización de Desargues, y había tratado geométricamente, de una manera abstracta y general, diferentes cuestiones que debían presentarse en varias partes del corte de piedras y de la carpintería.

Pero todas estas cuestiones arbitrarias, que resumían un cúmulo de cuestiones de práctica, y que constituyen en nuestros días una gran cantidad de capítulos de nuestra geometría descriptiva, dependían ellas mismas, en sus soluciones, de algunos principios y de algunas reglas más elementales todavía, que les son comunes, como en el caso de las cuatro reglas de la aritmética, que son las herramientas comunes a todas las operaciones del cálculo. Estas son reglas elementales, abstractas y generales, que el genio de Monge resumió en las operaciones de la estereotomía, y que reunió en un sistema teórico, bajo el nombre de *geometría descriptiva*; teoría cuya generalidad, lucidez y facilidad mostraban al hombre de genio como hábil continuador.

Hablando del origen de la geometría descriptiva, no se pueden pasar en silencio los servicios prestados a esta ciencia por Lacroix y Hachette.

Lacroix fue el primero que desarrolló los principios de la geometría descriptiva, y los puso al alcance de todos los lectores, en su obra intitulada primero *Essai sur les plans et les surfaces* (vol. 8°, 1795), y después, *Complément de géométrie*, donde se pueden ver la claridad y la precisión que distinguen los escritos de este célebre profesor.

Si bien Lacroix fue el primero en publicar una obra sobre estos principios, el hecho de haber sido este geómetra alumno de Monge y de haber mantenido correspondencia sobre el tema con su antiguo maestro, hacen suponer que en realidad su trabajo se basó en las enseñanzas de este último.

Monge, al publicar su tratado de geometría descriptiva, en el intento de volver a esta ciencia tan simple y de acceso tan fácil como se pudiera, descartó de ella desde el principio algunas cuestiones complicadas, pero que naturalmente debían entrar allí en cuanto los espíritus se familiarizaran con esta nueva teoría. Fue Hachette, su alumno en la École de Mézières y después su colega como profesor en la École Polythecnique, el primero en llenar esas lagunas, en dos obras publicadas con el título de *Supplémens à la géométrie descriptive* (en 1812 y 1818). Las nuevas cuestiones generales, o teorías, añadidas por este geómetra a la obra de Monge, fueron reproducidas en el tratado completo de geometría descriptiva que él mismo publicó en 1821; y pasaron después a numerosas obras que aparecieron sobre el mismo tema en Francia y en el extranjero. Con esta obra Hachette prestó un gran servicio a las ciencias matemáticas.

Después, otros buenos tratados de geometría descriptiva aparecieron en Francia. Debemos citar los de los señores Vallée, Leroy y Lefebure de Fourey. Los dos primeros son tan completos como se encuentra el estado actual de la ciencia; el tercero, destinado principalmente a la École Polytechnique, es muy apropiado para cumplir con su propósito, por el orden y la precisión con que está escrito, y que caracterizan siempre las obras del erudito profesor que la escribió.

Durante el siglo XIX, Théodore Olivier, para quien esta parte de las ciencias matemáticas es desde hace mucho su estudio preferido, dio, para los últimos volúmenes del *Journal de l'École Polytechnique*, varias memorias sobre diferentes cuestiones nuevas que en adelante se incluirán necesariamente en los tratados que aparecerán sobre esta ciencia.

1.4.3 La geometría descriptiva [1]

Analizaremos el texto de la edición de 1799 que no difiere de las lecciones insertadas en las *Séances des Écoles Normales,* que por algunas rectificaciones de detalle se limitan a cambios de letras en las figuras, o de algunas frases de transición.

La obra contiene un preámbulo y cinco secciones: I.- Objeto y principio de la geometría descriptiva; II.- Acerca de los planos tangentes y de las normales a las superficies; III.- De las intersecciones de superficies curvas; IV.- Aplicaciones del método de construir las intersecciones de las superficies en la solución de diversos problemas; V.- Utilidad de la enseñanza de la Geometría Descriptiva en las escuelas de enseñanza media superior y el estudio de las curvaturas y de las curvas del espacio y de las superficies.

En el preámbulo, Monge insiste en la necesidad de introducir una precisión creciente en las diversas técnicas de construcción y afirma que el desarrollo de los estudios científicos y la difusión de la geometría descriptiva ayudarán a la realización de esta tarea.

La geometría descriptiva permite a la vez de representar sobre el plano los objetos del espacio y deducir del estudio de los dibujos planos las conclusiones viables para las figuras de tres dimensiones. Así, aparte de su valor altamente educativo, dio grandes servicios a los técnicos. En esta meta, las lecciones orales debían dar seguridad de poder ejecutar ejercicios prácticos relativos a la geometría, a la perspectiva, a los trazos del corte de piedras, de la carpintería de obra, y a la descripción de las formas y de los efectos de las máquinas.

Después da inicio a la primera sección, llamada los dos objetos de la geometría descriptiva. Allí Monge se propuso legitimar el principio. Estudiando sucesivamente cómo un punto del espacio puede ser traído, ya sea a tres puntos, a tres rectas o a tres planos, muestra las ventajas del último modo de representación, empleado más en la aplicación del álgebra a la geometría que en la geometría descriptiva; a continuación estudia las proyecciones ortogonales del punto y de la recta sobre dos planos no paralelos, y muestra que esas proyecciones determinan rigurosamente los elementos proyectados; en el caso de dos planos ortogonales, el abatimiento del segundo plano permite obtener un dibujo plano equivalente en el cual las dos proyecciones de un mismo punto se encuentran sobre una misma perpendicular en la intersección de dos planos. Las dos proyecciones de un segmento permiten obtener la longitud real directamente si el segmento es paralelo a uno de los planos, o por medio de una construcción simple el caso general. Las proyecciones de una superficie poliédrica se obtienen al mismo tiempo y las longitudes reales de sus elementos podrán ser fácilmente medidas.

Monge compara entonces la geometría descriptiva con el álgebra; estas ciencias permiten tratar los mismos problemas por dos vías diferentes y la puesta en ecuación de un problema o la

[1] Tomado del libro de R. Taton, Op. Cit.,

construcción de un dibujo equivalente no se obtiene más que por una larga experiencia con el máximo de simplificación.

Sería de desear, dice él, que las dos ciencias fueran cultivadas juntas: la geometría descriptiva tendría en las operaciones analíticas más complicadas la evidencia que es su característica, y en su camino el análisis tendría en la geometría la generalidad que le es propia.

Pero si la convención dada para representar un punto permite fácilmente figurar una superficie poliédrica, no se aplica directamente a la representación de superficies curvas, porque sería necesario poner un número infinito de puntos por sus proyecciones, y las líneas de vuelta correspondientes de más numerosas superficies, como el plano o el cilindro, se extienden al infinito y algunas de entre ellas poseen varios casos. De allí la necesidad de una convención nueva que permita representar a la vez los puntos, los planos tangentes, los radios de curvatura y las diversas singularidades de las superficies.

El método expuesto por Monge se limita a su concepción de reunión de las figuras en el espacio; esto consiste en considerar toda superficie como engendrada por el movimiento de una línea curva, o constante de forma que cambie de posición, o variable al mismo tiempo de forma y de posición en el espacio. Un cilindro puede ser también considerado como engendrado por el desplazamiento, ya sea de una de sus generatrices o una directriz; un cono, por desplazamiento de una generatriz o por transformación homogénea de una directriz; una superficie de revolución por la rotación de una directriz o por la transformación (translación asociada a una variación de radio) de una sección recta. Dos familias diferentes de curvas generatrices escogidas de la manera más hábil puestas también sobre la superficie permiten representar el punto corriente y su plano tangente.

Así, en la geometría descriptiva, para expresar la forma y la posición de una superficie curva, es suficiente pasar un punto cualquiera de esa superficie, donde por ejemplo, una de las proyecciones pueda ser puesta a voluntad, dar la manera de construir las proyecciones horizontales y verticales de dos generatrices diferentes que pasen por ese punto.

Monge trata como ejemplo el caso del plano: dos rectas bastan para determinar, en el caso general, los "trazos" que dan lugar a las construcciones más simples. Esta manera de considerar el plano como caso particular de una superficie cualquiera es mucho más lógica que la manera habitualmente utilizada en nuestros tratados elementales actuales. Varios problemas de base son enseguida tratados: Pasar por un punto dado una recta, o un plano paralelo a una recta o un plano dado una recta perpendicular a un plano dado, un plano perpendicular a una recta dada, construir la intersección y el ángulo de dos planos dados, el ángulo de dos rectas arbitrariamente dadas en el espacio, el ángulo de una recta y de un plano dados; estando dado el ángulo de dos rectas y el ángulo de cada una de ellas con el plano horizontal, construir la proyección horizontal del primero de esos ángulos. Los métodos usados en la solución de esos problemas están demasiado próximos a los métodos modernos para que sea útil detallarlos; esta solución permite al autor dar un bosquejo de los procedimientos más usuales en geometría descriptiva. Una primera aplicación se encuentra allí citada: la reducción de los ángulos al horizonte en las operaciones cartográficas de triangulación.

Después de esos ejercicios comienza la segunda sección, acerca de los planos tangentes y las normales a las superficies curvas. Al estar cada punto de una de esas superficies definido por dos generatrices superpuestas secantes, las dos tangentes a esas generatrices definen el plano tangente en la superficie, y, de hecho, la normal. Monge juzga necesario en este momento -y así muestra bien la tendencia general de su espíritu de dar dos ejemplos de aplicación práctica de las nociones del plano tangente; mostrar que en la construcción de bóvedas las uniones deben ser constantemente normales en la superficie de la bóveda, y que en la pintura el color y el brillo de la tinta a dar a un objeto en cada uno de sus puntos dependen de la posición del plano tangente a ese objeto con relación a las fuentes de luz y al ojo del observador. Así, el tallador de la piedra y el pintor deben conocer esas nociones geométricas. Además, la consideración de esos elementos es uno de los medios más fecundos que la geometría descriptiva emplea para la resolución de problemas que serían muy difíciles de resolver por otros procedimientos.

Los ejemplos estudiados enseguida son los del plano tangente llevado a un cilindro, un cono y una superficie de revolución por un punto situado sobre la superficie o fuera de ella. El hecho de que el punto escogido en el primer caso está dado por su proyección horizontal lo condujo a considerar simultáneamente los diferentes puntos de la superficie situados sobre una misma vertical; muestra posteriormente cómo la solución general puede ser adaptada a cada caso particular.

Después de este ejemplo, Monge aplica muy curiosamente la noción de plano tangente a la construcción de la perpendicular común a dos rectas: utiliza para hacer esto el cilindro circular orientado sobre una de las rectas y teniendo por radio la distancia buscada. La construcción que él da es relativamente complicada, sobre todo en su presentación inicial; pero es necesario no considerarla como un ejercicio, ya que una carta a Lacroix de 1789 muestra que Monge conocía el método actual.

Enunciando a continuación que un plano está determinado por tres condiciones y que la propiedad de ser tangente a una superficie equivale en general a una condición única, el autor muestra intuitivamente que para determinar la posición de un plano por medio de contactos determinados con superficies curvas dadas, son necesarias en general tres. Se podrá del mismo modo determinar un plano por uno o dos puntos y por la propiedad de ser tangente a dos o a una superficie dadas.

Él reitera, sin embargo, que en ciertos casos, en particular para el cilindro y el cono, la condición de contacto equivale a dos condiciones simples.

Para justificar el interés práctico de la construcción de planos tangentes, estudia el ejemplo de desenfilada y el de la determinación de los puntos brillantes sobre los cuerpos representados en pintura. Después, trata varios ejemplos de construcción de planos tangentes llevados a superficies por dos puntos dados; aunque la esfera sólo sea un caso particular de superficie de revolución, para mostrar cómo los procedimientos generales deben ser adaptados a los casos particulares, la escoge como el primero de esos ejemplos. Los dos métodos sucesivamente empleados muestran una comprensión muy clara del problema geométrico y de los procedimientos gráficos. En su segundo método, en particular, utiliza dos conos de revolución auxiliares tangentes a la esfera y que tienen sus vértices respectivamente en la intersección de la recta dada con el plano horizontal o con el plano frontal del centro. Monge señala que las construcciones se vuelven más elegantes y más simples haciendo pasar los dos planos de proyección por el centro, lo que da dos contornos aparentemente superpuestos.

La longitud de los desarrollos no corresponde a la complejidad de las soluciones, sino a las preocupaciones pedagógicas de Monge, que desea que cada ejercicio, además de su propio interés, valore diferentes métodos nuevos y desarrolle el sentido de la intuición y de la elegancia geométrica. Este problema es seguido de algunas páginas en las cuales el autor enuncia y da varias propiedades intuitivas de base de la teoría de los polos y planos polares en el plano; parte de la consideración del plano de la curva de contacto del cono llevado de un punto cualquiera tangencialmente a una esfera o a un cubo.

El estudio del plano tangente lleva a dos esferas dadas por un punto, y el de planos tangentes comunes a tres esferas dadas son igualmente seguidas de notaciones geométricas sobre el número y la disposición de los planos tangentes comunes a tres esferas, y de tangentes comunes a tres círculos. El teorema de la alineación de los centros de homotecia de tres círculos está dado allí. Las construcciones de planos tangentes a un cilindro o a un cono llevados por un punto dado son tratadas brevemente; la de un plano tangente llevado a una superficie de revolución por una recta dada permite a Monge desarrollar su método muy original que utiliza una superficie de revolución auxiliar originada por la rotación de la recta dada alrededor del eje de la primera superficie (hiperboloide de revolución).

En la tercera sección, trata de las intersecciones de las superficies curvas. La intersección de dos superficies determina que desde que esas dos superficies son ellas mismas, es en general una curva de doble curvatura. El paralelismo entre la determinación geométrica de aquélla y la eliminación algebraica que permite obtener las ecuaciones de sus proyecciones a partir de ecuaciones de superficies da un nuevo ejemplo de la correspondencia existente entre las operaciones del análisis y los métodos de la geometría descriptiva. Monge insiste en esta idea que le es valiosa y que constituye el fundamento de su teoría.

Es necesario, dice él, que el alumno "esté en condición, por una parte, de poder describir por medio del análisis todos los movimientos que él pueda concebir en el espacio, y por la otra, de representar siempre en el espacio el espectáculo móvil del cual cada una de las operaciones analíticas es la escritura"[2].

Sacrificando la elegancia de una exposición general a la claridad que da un ejemplo articular, explica el método general (determinación de la curva buscada por puntos cortando la figura por una familia de planos auxiliares y determinando los puntos comunes a las secciones correspondientes de las dos superficies) en el caso particular de la intersección de dos conos de base circular horizontal (los planos auxiliares son ellos mismos horizontales); muestra luego que la elección de los planos auxiliares debe depender del problema a tratar: por ejemplo, planos que pasan por la recta de los vértices por la intersección de dos conos cualesquiera, o paralelas a los dos sistemas de generatrices por la intersección de dos cilindros. El caso de las superficies de revolución a ejes concurrentes pone en evidencia la simplificación introducida por esferas auxiliares centradas en la intersección de los ejes.

Así, el método expuesto es solo una indicación general e intuición geométrica que permite adaptarlo a cada caso. El autor determina a continuación la tangente en la intersección como recta común a los planos tangentes a las dos superficies y señala un teorema muy importante: la proyección de la tangente a una curva es tangente a la curva proyectada al punto correspondiente. Después siguen diversos ejemplos: dibujo y desarrollo de la sección plana de un cilindro o de un cono (caso particular y caso general) con tangente al punto corriente, intersección de dos cilindros, intersección de dos superficies de revolución a ejes coplanarios, intersección de dos conos o de un cono y de una esfera con tangente en un punto corriente, desarrollo de un cono y de una sección auxiliar. Al final del capítulo, Monge hace alusión al método de Roberval-Torricelli para la construcción de la tangente a la curva descrita por un punto móvil, considerado de alguna manera en coordenadas bipolares. Pero este método, como lo sabemos ahora, se aplica sólo en casos particulares, y Monge lo considera erróneamente como general. En la tentativa desafortunada que él hace para extenderlo al espacio, admite que la curva que él estudió es de doble curvatura, Dupin demostró poco después su error, y una nota para rectificar fue insertada a partir de la cuarta edición.

En la cuarta sección, estudia la aplicación del método de construir las intersecciones de las superficies en la solución de diversos problemas. El autor desea mostrar allí la importancia de la geometría descriptiva que permite suplir el análisis para la solución de un gran número de problemas.

Para ilustrar la capacidad de esta nueva ciencia determina en primer lugar, gracias a ella, el centro y el radio de la esfera pasando por cuatro puntos arbitrarios del espacio, siguiendo poco después la construcción geométrica habitual (el dibujo se muestra al caso particular donde tres de los puntos están sobre el plano horizontal); determina la esfera inscrita en un tetraedro con la ayuda de los planos bisectores de tres de sus diedros después de construido un punto conocido por sus distancias a tres puntos dados.

Monge trata luego como aplicación el célebre problema topográfico del levantamiento en el caso donde el terreno no es horizontal y el observador dispone de una plomada. Este problema se volvió más elegante en la investigación de la intersección de tres conos de revolución con eje vertical. El mismo problema, considerado en el caso donde el observador no dispone de plomada, vuelve a la determinación de un tetraedro conociendo su base y los lados del triedro opuesto a aquélla. Este problema, conocido por el nombre de problema de Estéve, había sido estudiado analíticamente por Estéve en 1754 y por Lagrange en 1773; Monge lo aplica de nuevo a la construcción de la intersección de tres conos cuyos ejes se encuentran sobre los lados del triángulo conocido. Una inadvertencia lo hace, por otra parte, escribir que la ecuación correspondiente es del 64° grado cuando que de hecho no es del 8° grado.

Después, examina cómo se puede determinar la posición de los puntos desconocidos de un territorio, con la ayuda de

[2] Op. Cit., p. 85

observaciones hechas a partir de puntos de altitudes diferentes situadas sobre la vertical de un punto dado, problema de circunstancia en la época en la cual Monge daba sus lecciones, ya que él se ocupaba de una aplicación militar de los aeróstatos.

En la quinta sección trata sobre la utilidad de la enseñanza de la Geometría Descriptiva en las escuelas de enseñanza superior; Empieza por una alusión a las escuelas secundarias para artistas y obreros que Monge habría deseado ver establecer en muchas ciudades. Al dirigirse a futuros profesores, quiso habituarse a consideraciones generales para permitirles dominar un poco su enseñanza. También desarrolla su intención y desde un punto de vista intuitivo la teoría de la curvatura, de las curvas del plano y del espacio y la de las superficies. Nota el uso muy frecuente de los desarrollos del círculo e insiste un poco sobre las propiedades de las superficies desarrollables. Su estudio se lleva a cabo muy directamente a algunos de sus escritos relativos a la geometría infinitesimal para que sea necesario analizarlo; hacemos notar solo el punto de vista estrictamente geométrico y la elegancia de la presentación.

Como aplicación, Monge muestra que las uniones situadas entre las diferentes partes (dovelas) de una bóveda debe ser las porciones de normales desarrollables y que los trazos que cubren porciones de ciertos grabados deben ser proyecciones de líneas de curvatura.

Con este capítulo se termina la edición original de la *Géometrie descriptive* tal como fue publicada en los volúmenes de las *Sceances des Écoles Normales*..

Lo que sigue de la obra sólo fue publicado a partir de la cuarta edición (1820) preparada por Brisson. Trata sobre la Teoría de las Sombras y de la Perspectiva, Brisson introduce allí algunos suplementos y modificaciones. La teoría de las sombras es para Monge un medio de representar de una manera más clara y más intuitiva los objetos que se le considera. Comprende, por una parte, la descripción del contorno de las sombras, y por la otra la investigación de la intensidad de las tintas a atribuir a cada parte de las superficies que reciben las sombras.

Las primeras páginas de su estudio están dedicadas a exponer principios físicos de base, diferentes casos a distinguir, sombra propia y sombra transportada, separación de sombra propia, determinación de esta separación y de su sombra transportada. En el caso de una superficie poliédrica, se deben notar algunas advertencias que simplifican la determinación de las aristas de la separación y la construcción de la sombra de una recta perpendicular a uno de los planos de proyección.

El autor pasa a continuación al caso de una superficie curva; muestra que la separación es la curva de contacto del cono o del cilindro tangente a la superficie y teniendo por generadores rayos luminosos. Después, retoma el método expuesto en el tratado citado y que utiliza planos auxiliares paralelos a la dirección de la luz (en el caso de la sombra del sol) y perpendiculares a uno de los planos de proyección.

Monge obtiene así, por puntos, las curvas de sombra propia y de sombra transportada; trata como ejemplo el caso de una esfera iluminada por el sol y proyectando una sombra sobre un cilindro circular recto al eje vertical.

Abordando luego desde un punto de vista teórico el caso de una fuente luminosa de extensión finita, demuestra de una manera intuitiva los principales resultados relativos a las sombras y a las penumbras contenidas en su memoria de 1775; el ejemplo tratado es el caso clásico de las dos esferas; Brisson añade aquí un método para determinar aproximadamente el largo de la penumbra.

Monge pasa después a la exposición de la Teoría de la Perspectiva. Exponiendo muy claramente el problema, distingue la "perspectiva lineal" que determina la posición de la imagen de cada punto, y la "perspectiva aérea" que da los grados de sombra y de luz de cada parte del cuadro. La perspectiva lineal, simple investigación de la sección de la "pirámide" de rayos luminosos provenientes del ojo y pasando por los diferentes puntos considerados, se trata fácilmente por medio de la geometría descriptiva. Monge estudia en primer lugar el caso en el cual el cuadro es un plano de perfil y obtiene fácilmente las dos proyecciones del punto imagen situadas sobre una misma recta; da las coordenadas en el plano del cuadro. Algunas advertencias le permiten simplificar la construcción; recuerda en esta ocasión la definición de la línea de contorno aparente, ya usada en sus memorias de geometría infinitesimal, de 1771 y 1775, y muestra que su determinación es idéntica a la investigación de la curva de separación en la teoría de las sombras. Explica, por último, que las rectas paralelas tienen en general rectas concurrentes para perspectiva; da el medio más simple para construir aquellas y muestra la importancia práctica de este hecho. En el caso en el cual el plano del cuadro es vertical sin ser de extremidad, Monge aconseja no recurrir a un cambio de plano vertical de proyección, sino operar directamente a pesar de la complejidad relativa de la construcción. En el caso general, Brisson aconseja hacer pasar por cada rayo luminoso dos planos escogidos lo más habitualmente posible; la imagen buscada es el punto común a las intersecciones de esos planos con la superficie del cuadro. Cada indicación que el experimento completará permite abreviar al máximo las operaciones a efectuar: el arte consiste en escoger los planos auxiliares más cómodos; unas aplicaciones son hechas para el caso del cuadro cónico y del cuadro esférico.

Monge hace notar, por último, que si el conocimiento de la perspectiva de una recta, hecha de un punto dado, permite obtener fácilmente la perspectiva de la misma figura hecha del mismo punto de vista, pero sobre un cuadro diferente no permite obtener una perspectiva hecha desde otro punto de vista, porque, como en el caso de las proyecciones ortogonales, un objeto solo es completamente definido por dos proyecciones. A propósito de esto reitera que una perspectiva es una especie de proyección "que no difiere de la proyección ortogonal... que la primera se opera por medio de líneas que concurren al punto de vista de donde la perspectiva es tomada, mientras que por la segunda esas líneas son perpendiculares al plano de proyección». Tan elemental como nos lo parece ahora, esta reiteración era de la más grande importancia, porque muestra la clara comprensión de la naturaleza profunda de esas dos transformaciones y esta comprensión es una de las bases de la geometría moderna.

1.4. 4 Las lecciones de la École Polytechnique [3]

Después de este análisis detallado de los cursos de Monge en la École Normale, pasamos ahora a un estudio comparado de las diversas lecciones de geometría descriptiva que dio en la École Centrale des Travaux Publics, convertida pronto en École Polytechnique. En efecto, ya no se dan cursos destinados a futuros profesionales orientados desde un punto de vista pedagógico y metodológico, sino cursos especialmente hechos en la línea de concepción general que Monge tenía del papel de la geometría descriptiva. Recordemos que esos cursos comprendían: 1°, una serie de veinticuatro cursos revolucionarios en los cuales el programa completo de un año de enseñanza se encuentra brevemente resumido; 2°, un curso de dos meses dado en germinal y floréal al conjunto de alumnos sobre los principios de la geometría descriptiva; 3°, la serie normal de cursos de estereotomía destinados a los alumnos de primer año y dados de prairial a frimaire (20 de mayo a 21 de diciembre de 1795). Ayudado por Hachette, Monge recomenzó luego esas últimas clases para interrumpirlas en mayo de 1796, en el momento de su partida hacia Italia[4].

«I. — *Principios generales (lecciones 1 a 4).*

1°. Exposición de la teoría de las proyecciones. Procedimientos que facilitan el uso.

2°. Métodos para construir las intersecciones de las superficies curvas, las tangentes y planos normales a las líneas curvas, las normales y planos tangentes a las superficies curvas.

3°. Ejemplos de aplicación de los principios precedentes a la solución de algunos problemas relativos a lo que resulta de las formas de los cuerpos y de sus posiciones respectivas.

4°. Generación, propiedades y construcción de las superficies desarrollables y de las superficies alabeadas.

II. — *Corte de piedras (lecciones 5 a 8).*

[3] Tomado del libro de R. Taton, Op. Cit., p. 92-99.

[4] A su regreso a Francia, abandonó definitivamente la enseñanza de la geometría descriptiva, conservando únicamente la de la aplicación del análisis a la geometría.

1°. Orden de las bóvedas y de las dovelas; exposición de las conveniencias a las cuales deben satisfacer.

2°. Descomposición de las bóvedas en dovelas (bóvedas en ladrillos, bóvedas en piedras de talla). Condiciones a las cuales esta descomposición debe estar sujeta y con relación al equilibrio, a la tenacidad de la piedra, a las conveniencias generales.

3°. Procedimientos por medio de los cuales se da a cada una de las piedras que entran en la composición de un edificio la forma necesaria para que, puesta en su lugar, produzca el efecto deseado.

4°. Empleo del método de las proyecciones para lograr este objetivo.

III. *Corte de la madera (lecciones 9 a 12).*

1°. Orden general de las obras de carpintería (superficies de madera, láminas, escaleras, máquinas, naves).

2° y 3°. Procedimientos por medio de los cuales se da a cada pieza la forma que debe tener: desde que la pieza es recta (lo que exige el método de arquear, de contra arquear y de picar las maderas) hasta que la pieza esté curva.

4°. Empleo del método de las proyecciones para los dos últimos objetivos.

IV. — *Sombras (lecciones 13 a 14).*

1°. Determinación geométrica de la sombra que un cuerpo cualquiera dado de forma y en posición proyecta sobre una superficie cualquiera igualmente dada suponiendo que el cuerpo luminoso sea un punto único.

2°. Determinación de la sombra y de la penumbra de un cuerpo cualquiera sobre una superficie cualquiera, suponiendo que las dimensiones del cuerpo luminoso sean finitas y que su forma esté dada.

V. — *Perspectiva (lecciones 15-16).*

1°. Perspectiva lineal: construcción geométrica de la perspectiva de un cuerpo cualquiera dado de forma y en posición sobre un cuadro igualmente dado de forma y en posición.

2°. Perspectiva aérea: de la intensidad de los tintes de las superficies de los objetos, esté lo que esté en la sombra, esté lo que esté iluminado, considerándolo en su posición en relación tanto al cuerpo iluminado como al ojo que los ve y teniendo en cuenta la imperfección del órgano de la vista

VI. — *Topografía (lecciones 17 a 20)*

1°. Métodos para determinar con precisión la posición de los principales puntos de un gran mapa.

2°. Método para ejecutar el reemplazo, con la ayuda de la plancheta, para los objetos que exigen una cierta precisión, de la brújula cuando la precisión no es necesaria, del simple esfuerzo del ojo cuando la urgencia de la necesidad no permite el empleo de algún otro medio.

3°. Los diferentes procedimientos de nivelación.

4°. El arte de representar sobre los mapas las formas y los accidentes del terreno.

VII. — *Máquinas (lecciones 21 a 24).*

1°. Exposición de los medios por medio de los cuales se puede convertir el movimiento progresivo en movimiento circular y recíprocamente, el movimiento circular en un movimiento alternativo de va y viene, y recíprocamente, el movimiento alternativo en movimiento progresivo, y recíprocamente.

2°. Exposición de los medios de facilitar los movimientos de todo género.

3° y 4° Descripción de las principales máquinas movidas por los hombres, los animales, las fuerzas tomadas de la naturaleza, tales como el agua corriente o descendente, el viento o el vapor de agua.»

Este simple programa muestra de la manera más evidente que, para Monge, la geometría descriptiva era esencialmente una técnica gráfica que puede aplicarse en los dominios más diversos de la práctica. El principio mismo de esta técnica le parece tan simple que solo la sexta parte del programa está dedicada a la exposición de los procedimientos de base y de sus aplicaciones al estudio geométrico de las superficies. Los problemas relativos a las rectas y a los planos que tienen un lugar muy grande en las exposiciones modernas solo juegan aquí un papel muy reducido; es verdad que Monge consideraba al plano como un simple caso particular de superficie general.

El hecho de que este gran geómetra incluyera en su curso una gama tan amplia de aplicaciones a la geometría descriptiva se debe sin duda a la formación que tenía en distintas ramas de la ciencia y la técnica.

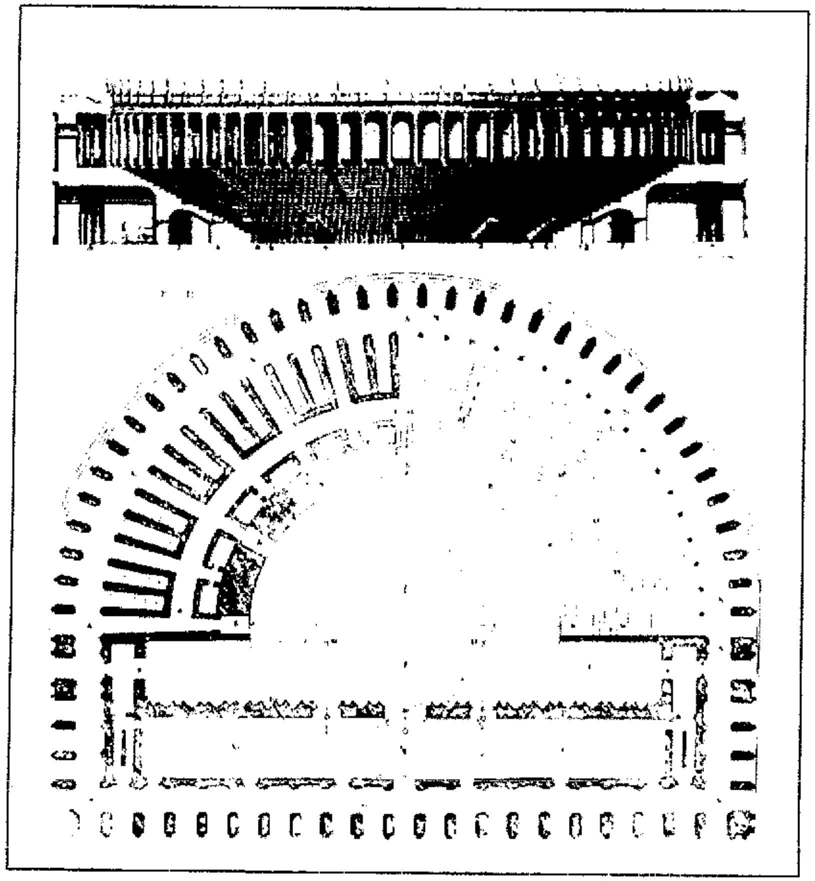
En las aplicaciones mismas, en las cuales se utiliza el corte de piedras o de la madera, la teoría de las sombras, la perspectiva, la topografía, o la teoría de las máquinas, la exposición de los problemas puramente técnicos tiene frecuentemente un lugar mucho más considerable que la aplicación de la geometría descriptiva. También el sentido que Monge da a la expresión de "geometría descriptiva" es más extenso que el que se le da ahora. Este arte no es para él solo la técnica gráfica que utiliza dos proyecciones ortogonales de una misma figura, sino también la descripción y el estudio de los diversos problemas y las diversas técnicas en las cuales interviene con provecho.

Su preocupación por las aplicaciones de la ciencia a la técnica se hace notar también, por ejemplo, en su intervención en las acciones llevadas a cabo por la República para fabricar armamento y para formar técnicos, y en la introducción a la *Geómétrie descriptive*, en donde manifiesta la necesidad de incluir en la educación de los franceses los conocimientos técnicos que ayuden a liberar a Francia de la industria extranjera.

Comparadas con las de otros profesores de ciencias de la École Normale, las lecciones de Monge son originales a doble título, a la vez por la personalidad excepcional del profesor y por el carácter particular de sus clases.

Sin duda, en amplitud y con profundidad, su obra matemática no iguala a las de Lagrange y Laplace. Monge, en cambio, era un profesor incomparable, y adquirió una experiencia en la enseñanza sin comparación con la de sus colegas matemáticos, superior también a la de todo profesor de la École Normale. Caluroso y cautivante a pesar de una elocución difícil, expresiva tanto por los gestos como por la palabra, podía imponerse a un vasto auditorio. De todos los profesores de la Escuela, era también el más ligado a la revolución, más todavía que un Volney o un Garat. Jacobino, ministro desde el 10 de agosto, activo colaborador del Comité de Salut Public en el año II, era el único capaz de enseñar a los alumnos a la manera republicana.

Su curso también se muestra singular, distinguiéndose por su naturaleza de todos los otros, y comprendiendo los de matemáticas, de los cuales se le había separado significativamente. Su enseñanza era en efecto enteramente nueva. El título mismo de sus lecciones, geometría descriptiva, no recordaba nada conocido. Monge expuso un método geométrico ideado desde hacía cerca de treinta años, pero mantenido en secreto por razones ajenas a la ciencia. Difundirlo por medio del método revolucionario era una acción de audacia. Solo el prestigio de Monge y una gran influencia entre los organizadores de la École Normale explican la introducción de esta enseñanza. Si su objetivo inmediato —la creación de escuelas secundarias de geometría descriptiva en todas las grandes ciudades de la República— no fue alcanzado, las estenografías impresas, muchas veces reeditadas, aseguraron una larga difusión a la geometría descriptiva, convertida en el siglo XIX en una materia integrante de la enseñanza científica y técnica.



Capítulo 2

Algunos ejemplos de aplicación de la geometría en la arquitectura

Capitulo 2
Algunos ejemplos de aplicación de la Geometría en la Arquitectura

2.1 Introducción

La geometría descriptiva, como parte inseparable de la arquitectura, le concede a ésta la construcción física de espacios, auxiliándose de los métodos geométricos, que le otorgan entender las propiedades y las relaciones entre la línea, las superficies y los sólidos, todo ello representado en un plano.

Se entiende a la geometría descriptiva como una disciplina que enseña los métodos para representar gráficamente, en forma convencional, y en una hoja de papel de dos dimensiones, objetos tridimensionales, con toda precisión, *describiéndolos* hasta en sus más mínimos detalles, para conocer la verdadera forma y magnitud de todas sus partes. Se sirve de las proyecciones ortogonales, utilizadas por el hombre, en forma parcial, desde tiempo inmemorial en relación con la construcción.

El propósito de este capítulo es mostrar algunos ejemplos de la geometría descriptiva como herramienta de la arquitectura, como son las figuras geométricas, las proyecciones ortogonales, las sombras e intersección de sólidos, etc., por mencionar solo algunos.

El plano como uno de los elementos que utiliza la geometría descriptiva esta íntimamente relacionado con el diseño arquitectónico en cuanto al dibujo de las plantas de los edificios. Así por ejemplo, la figura de un pentágono que geométricamente se puede construir a partir de un círculo o bien de uno de sus lados, ha permitido diseñar edificios como la Villa Farnese de Antonio Sangallo; El Vanvitelli de Lazareto de Ancona y la sede del Departamento de Defensa de los Estados Unidos de América, conocido precisamente como el Pentágono.

Otro de los elementos empleados en la geometría descriptiva son los enlaces que se dan entre la unión de dos curvas o rectas mediante un rasgo curvo; de igual manera une una recta con una curva. Ejemplos muy precisos son las lacerías[1], utilizadas como elementos decorativos en el interior de las bóvedas de algunos templos coloniales.

Los arcos tienen una construcción geométrica tan variada como autores puede haber; su diseño en general parte del círculo y éste se va haciendo más complejo de acuerdo al número de círculos utilizados. Pueden ser tan sencillos como el arco de medio punto, que se traza a partir de una media circunferencia o de una aplicación tan especial como el arco por tranquil[2], utilizado en el desarrollo de escaleras.

Otros ejemplos son las proyecciones ortogonales, método que permite representar objetos tridimensionales por medio del uso de vistas proyectadas perpendicularmente sobre planos de proyección con líneas paralelas de proyección.

La unión de planos por métodos geométricos permite la representación de sólidos en forma gráfica; tal es el caso de la esfera, el cono, el prisma rectangular, la pirámide, etc. Así, por medio de estos procedimientos se pueden intersectar dichos volúmenes que en la arquitectura dan como resultado edificios con formas complejas que a su vez desempeñan sombras que generan claroscuros, que permiten dar movimiento y profundidad al edificio.

Las bóvedas constituyen uno de los sistemas de techumbres más difundidos desde la antigüedad. Ejemplo de ellas son las bóvedas de los templos, palacios, conventos, etc., así como algunas naves industriales hoy en día.

Parte importante en el diseño arquitectónico es emplear el croquis como una herramienta auxiliar de éste. Sin embargo el dibujo hecho sin medidas, sin regla o compás, etc., que carece del conocimiento de la geometría descriptiva, quedaría simplemente en un bosquejo. Por consiguiente, no sería posible pasar directamente del croquis a la obra arquitectónica sin antes pasar este a un dibujo geométrico que da la precisión requerida para la ejecución de la misma.

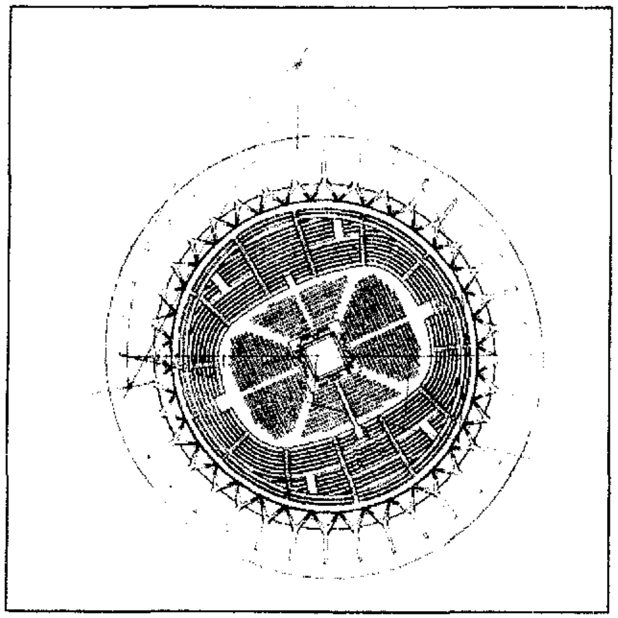
---

[1] Lacería Adorno formado por una o varias cintas que por sus intersecciones o cambios de dirección engendran multitud de polígonos.
[2] Arco por tranquil Arcos cuyos apoyos no se encuentran en la misma línea horizontal

El dibujo asistido por computadora no tendría la precisión que hoy en día tiene, si los programas que en el se emplean no hubiesen sido diseñados con el conocimiento previo de la geometría descriptiva. A su vez la utilización de estos proyectos de computación por parte de los arquitectos, diseñadores, ingenieros, etc., estaría limitada si ellos no dominaran esta disciplina, puesto que la computadora no es sino una herramienta de expresión más para el diseño.

2.2 Construcciones Geométricas

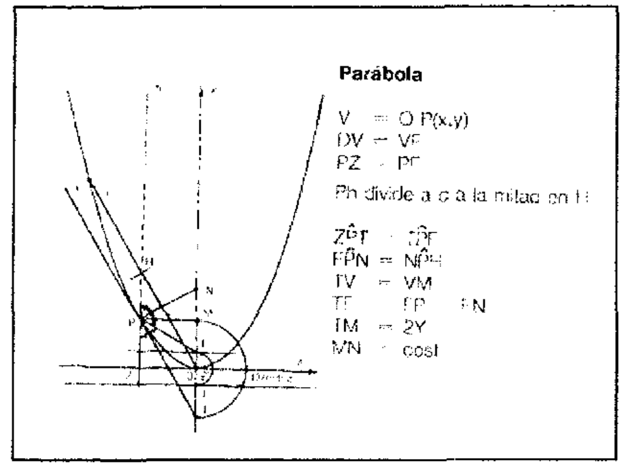
Estos son algunos ejemplos de aplicación de las reglas geométricas y, por tanto, de las construcciones gráficas que contribuyen a hacerlas evidentes y aplicarlas. Una composición espacial o plana resulta grandiosa por su armonía de proporciones y regularidad de formas, pues nos conduce a intuir (quizá por razones antropológicas) la presencia de alguna propiedad geométrica precisa.



Roma. Palacete del Deporte (P L. Nervi, A. Vitellozzi)

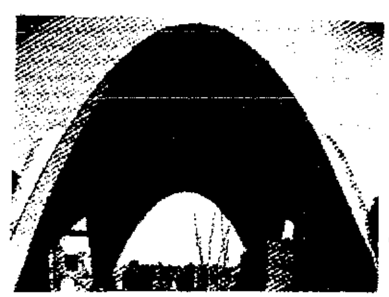
Parábola

Se llama parábola al lugar geométrico de puntos igualmente distantes, de un punto fijo llamado foco y de una recta fija llamada directriz



La parábola, por ejemplo, presenta regularidades geométricas más acentuadas que las de la elipse; de hecho su forma es única como la del círculo.

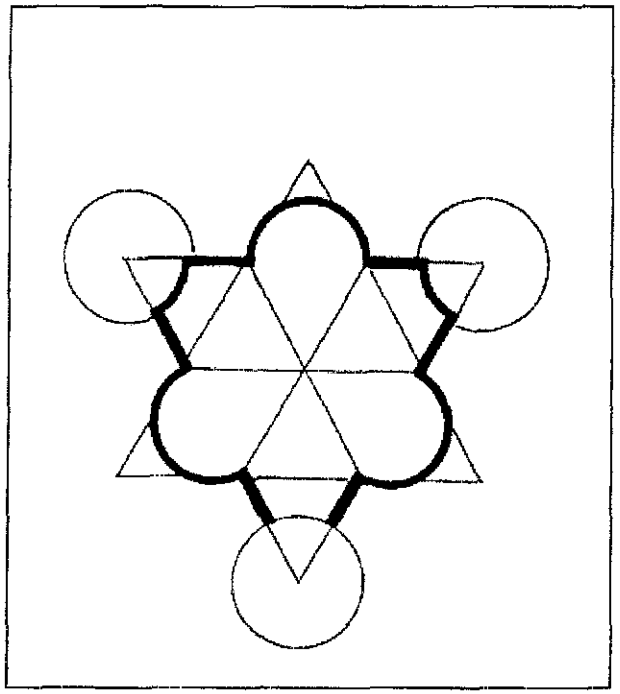
Las propiedades geométricas de la parábola son variadas como se muestra en la figura



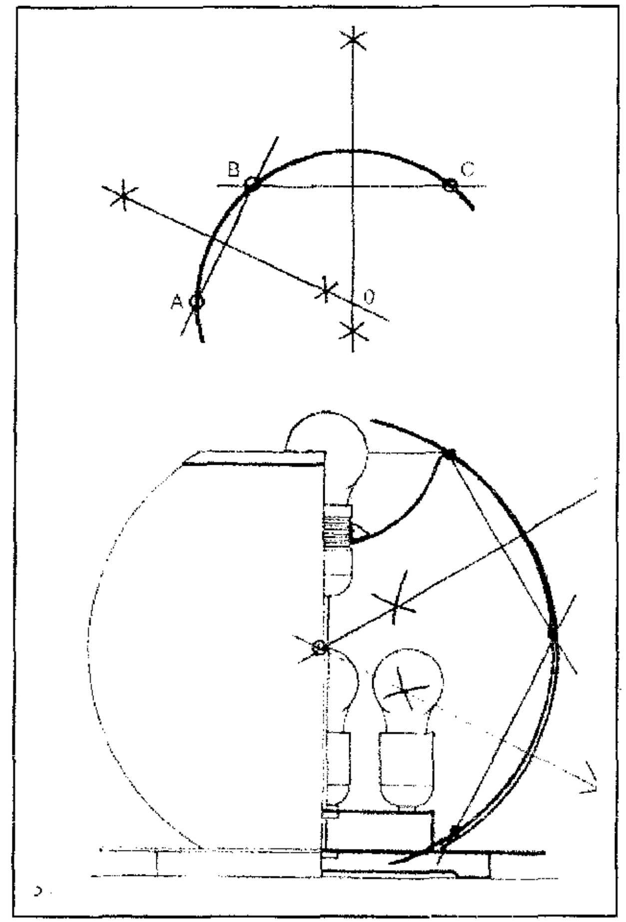
San Antonio de Las Huertas. CF Candela

Enlaces

Un enlace es la unión de dos curvas o rectas, mediante un rasgo curvo; de igual manera une una recta con una curva



Esquema geométrico de la planta de San Ivo Alla Sapienza, Roma, 1960.(Borromini, 1599-1667).



Investigación gráfica de la lámpara Tazio
(S. Mazza y G. Gramigna para Quattrifolio Design).

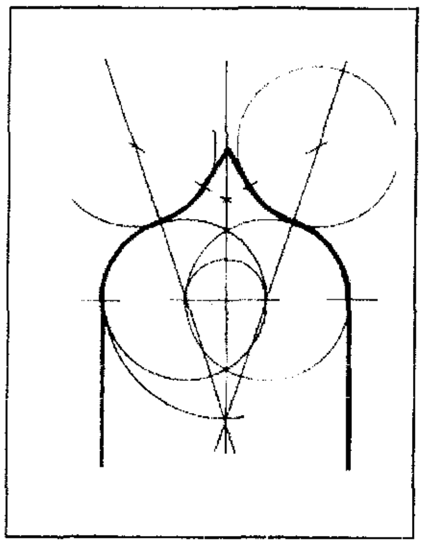
Arcos

Los arcos, a la par con arquitrabes, constituyen los dos tipos de elementos constructivos introducidos por los pueblos en la arquitectura.

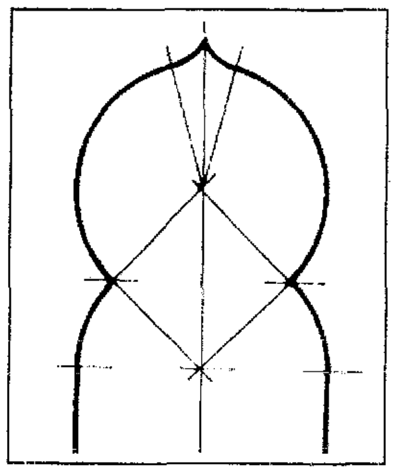
El sistema de arcos, a diferencia del arquitrabado, se determina por un elemento curvo que se apoya sobre dos "pies", ya sean pilastras, columnas o muros.

Los primeros ejemplos de arquitectura en arcos provienen de los caldeos y, entre los italianos, de los etruscos. Los romanos hicieron del arco el elemento básico de todo su sistema de construcción.

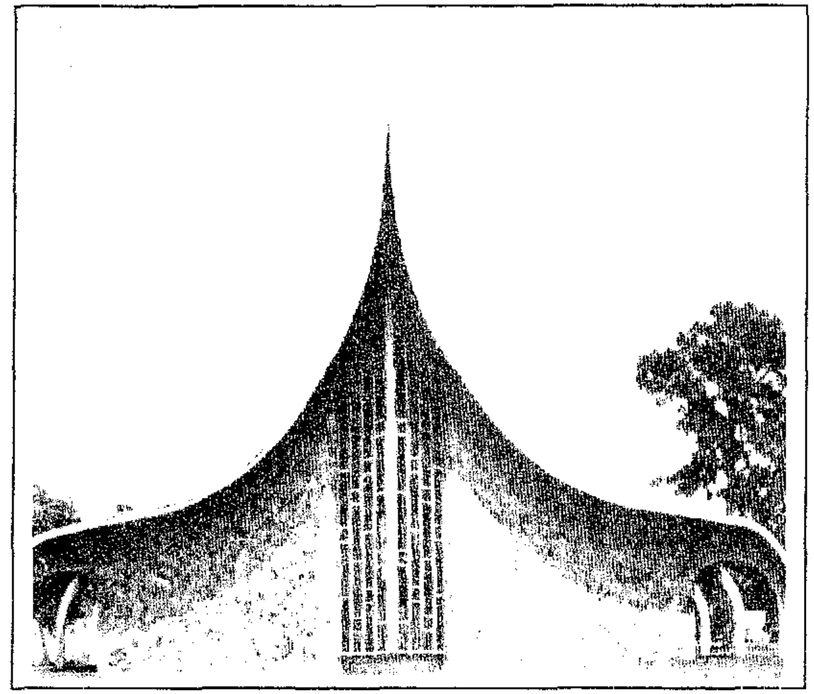
Cada etapa y cada pueblo introdujeron arcos en diversas formas, constituyendo así una de las características arquitectónicas comunes en varias civilizaciones.



Arco conopial gótico o flamígero



Arco conopial morismo o lobulado



Aplicación de arco agudo en una construcción moderna: St. John's Lutheran Church: Tampa, Florida (J. Kennedy)

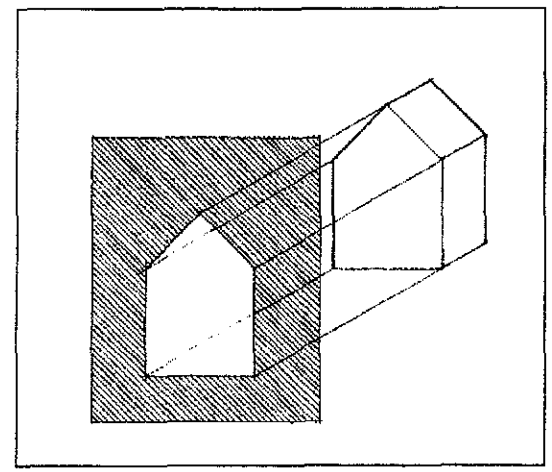
2.3 Proyecciones ortogonales

Existen tres tipos principales de proyección: ortogonal, oblicua y perspectiva. Se diferencian por la relación entre las líneas de proyección y por el ángulo con que éstas inciden en el plano del cuadro. Es indispensable conocer el carácter específico de los sistemas y comprender los principios que guían la construcción de los dibujos en el marco de los mismos.

Tales principios definen un lenguaje común que nos permite leer y entender los dibujos de los demás.

Examinando los principales tipos de sistemas de proyección se observa que las imágenes que presentan de un objeto varían de aspecto. La manera más sencilla de discernir las semejanzas y discrepancias pictóricas es estudiar el modo como cada sistema representa la misma forma cúbica compuesta por rectas y planos perpendiculares entre sí.

En función de criterio de semejanzas se distinguen tres clases fundamentales de sistemas: ortogonales, axonométricos y perspectivos. Los sistemas ortogonales sirven para representar un objeto tridimensional por medio de series de visiones bidimensionales distintas pero interrelacionadas.

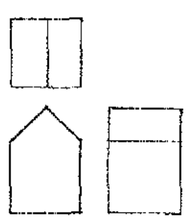


Proyección ortogonal
Las proyecciones son paralelas entre sí y perpendiculares al plano del cuadro

Sistema de proyección

Proyección ortogonal

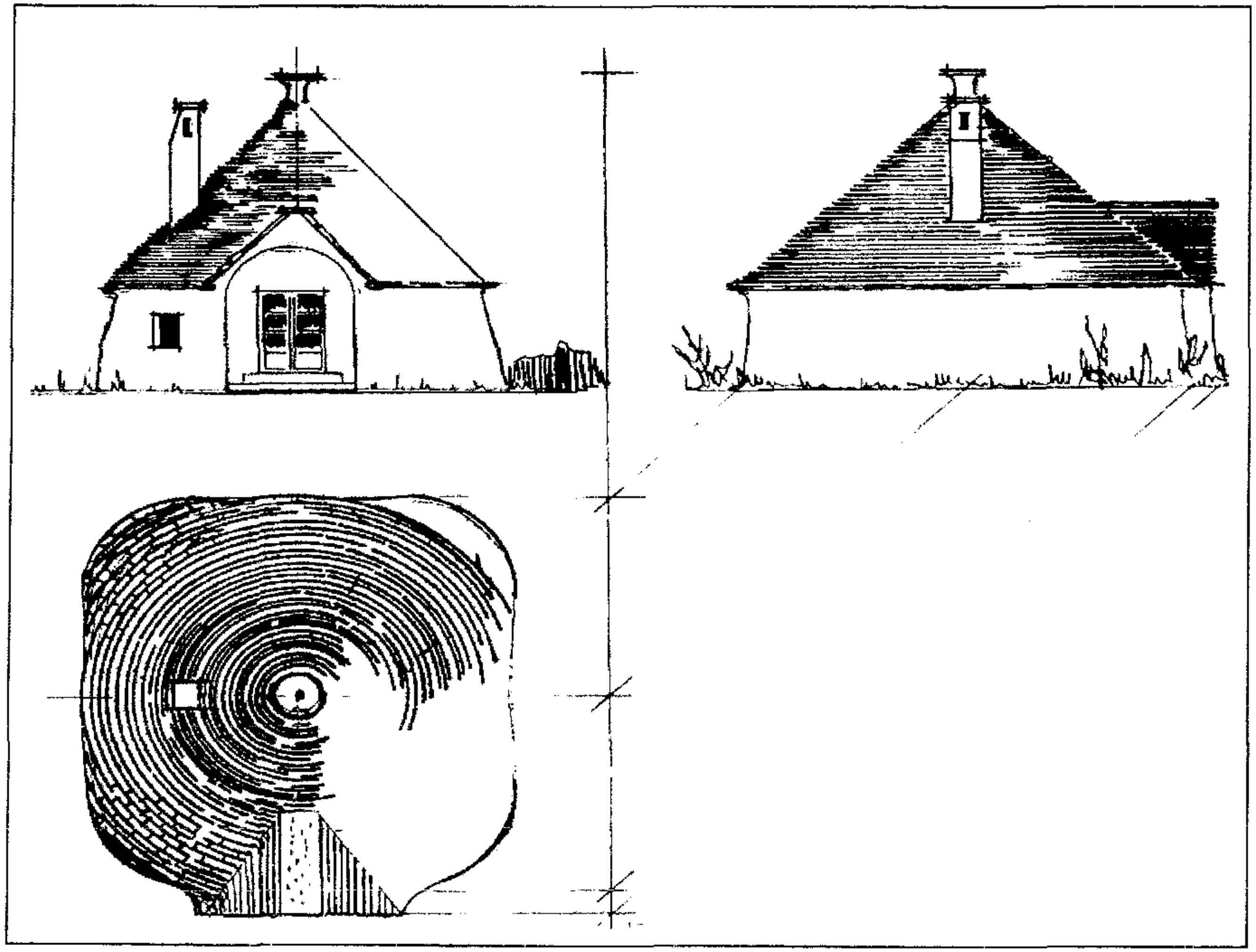
Sistema pictórico



Visión múltiple

Proyecciones ortogonales

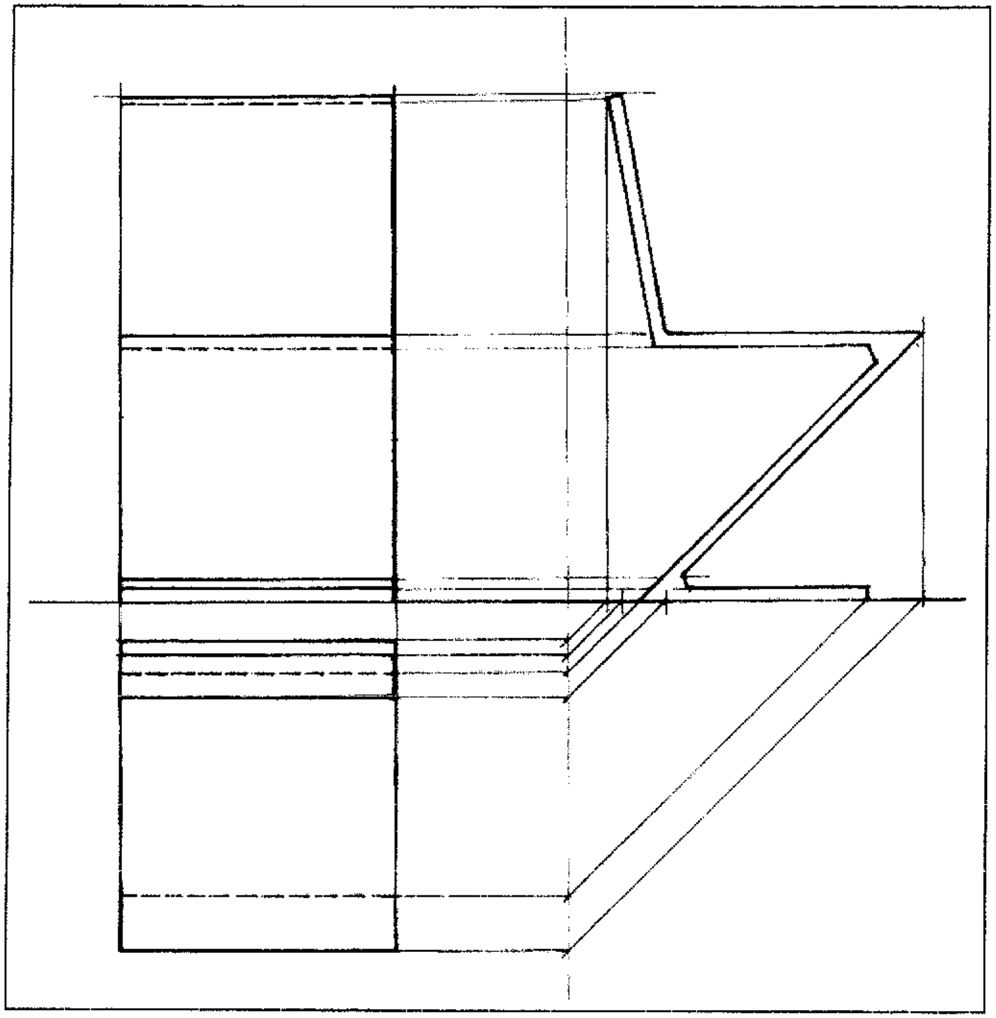
Ejemplo:

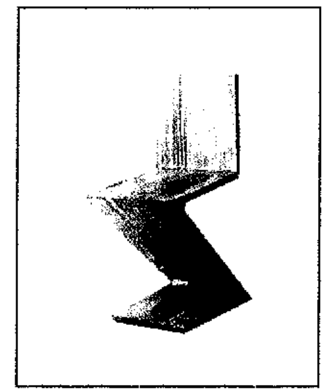


Los *Trulli* (que en griego tardío significa cúpula), son construcciones típicas del periodo de transición entre la prehistoria y la historia; su referente más próximo son las torres de la edad megalítica mediterránea. Se componen esencialmente de una planta circular cubierta por una cúpula cónica a partir de lajas en saledizo, dispuestas en anillos concéntricos, sobrepuestos a graderías elevadas, de acuerdo con el sistema de bóvedas falsas prehelénicas

Proyecciones ortogonales

Ejemplo:



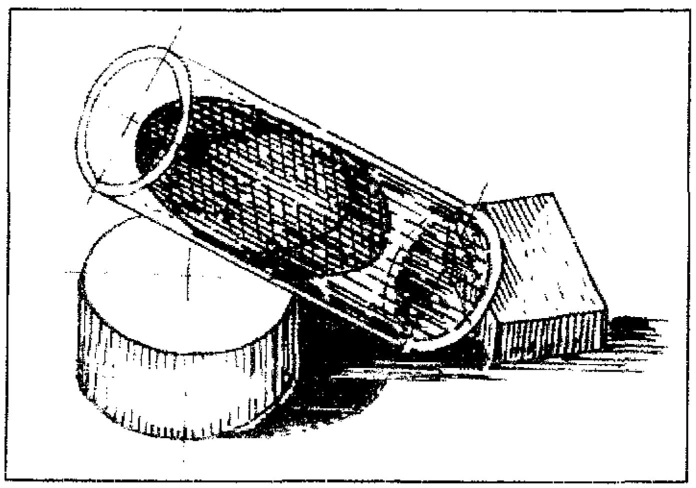


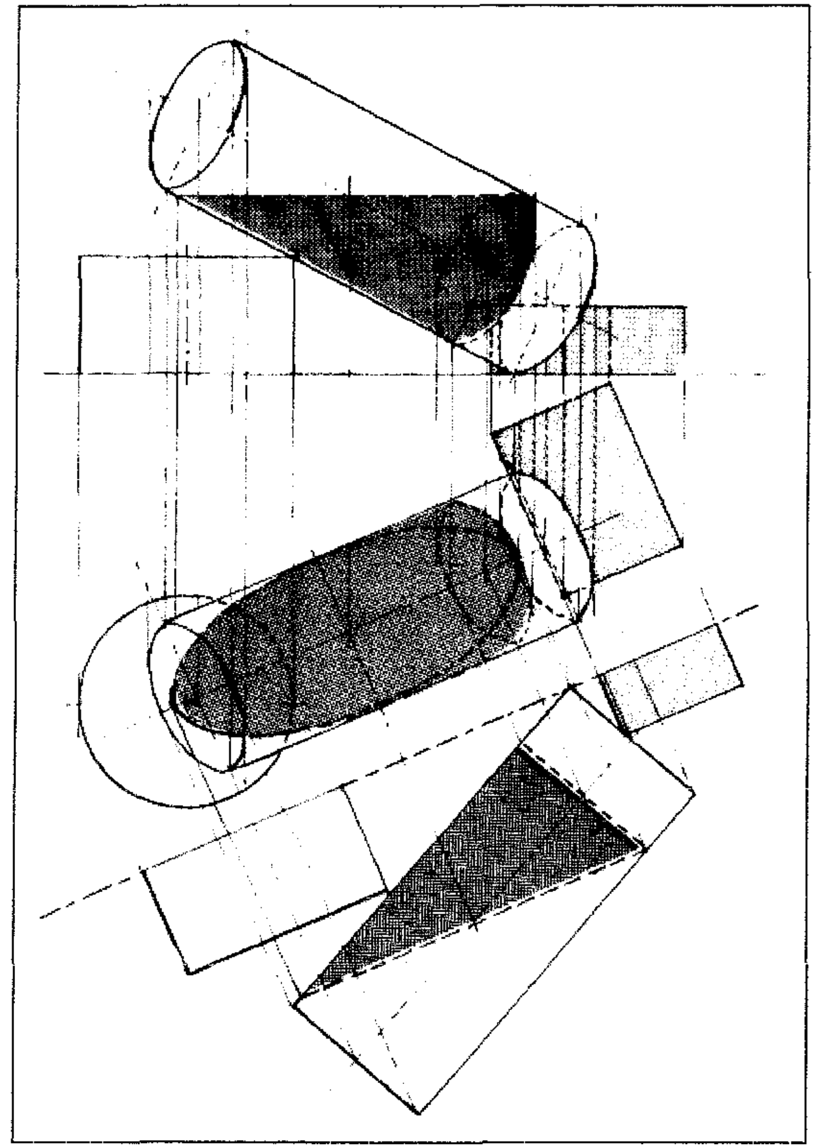
Silla de Zigzag (Rietveld, realización de Cassina, 1934, Milán).

Proyecciones ortogonales

Aplicación

Un vaso cilíndrico lleno hasta la mitad se apoya en dos sólidos, de modo tal que resulta inclinado tanto en relación con el plano horizontal como con los verticales El elemento al que se refiere uno para poder obtener las proyecciones del cilindro, es su eje paralelamente al cual se toma el plano vertical auxiliar

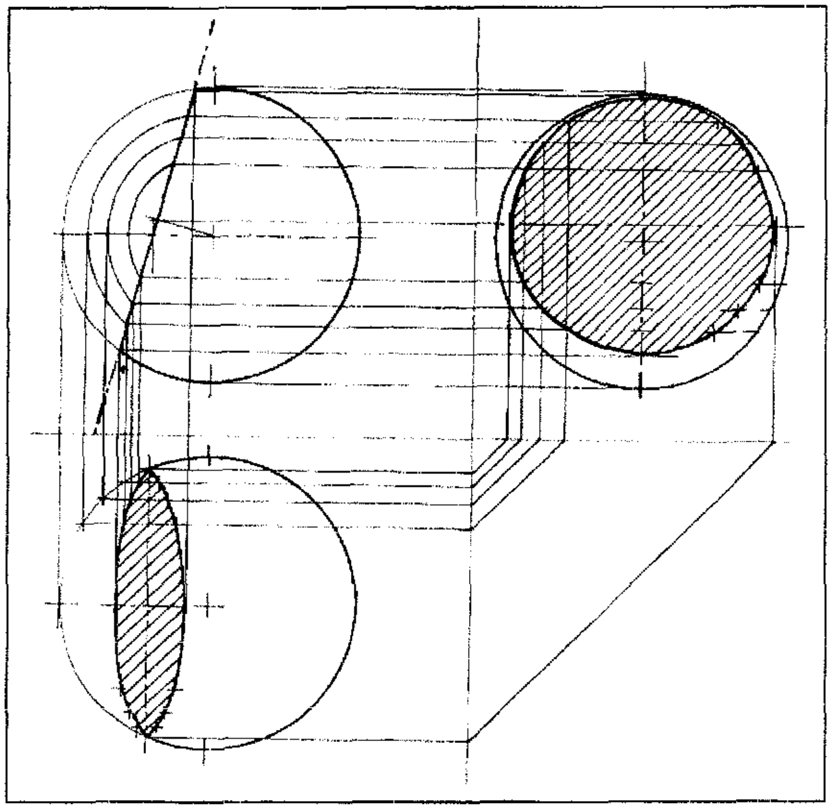




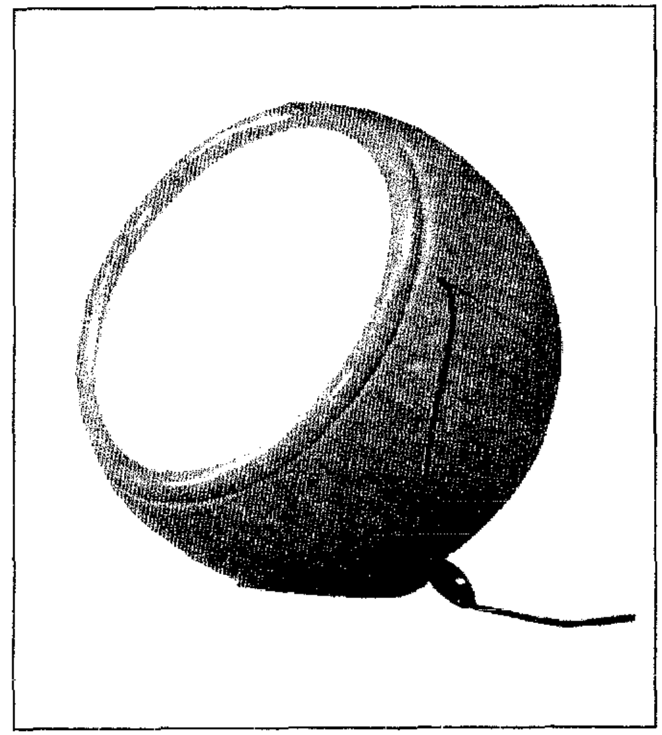
2.4 La esfera

Conocemos como superficie de rotación a aquélla generada por una línea cualquiera, siempre y cuando ésta sea plana o gire en torno a una recta fija que la encuentra; ésta se llama eje de la superficie.

Se llama superficie esférica a la generada por la rotación de una semicircunferencia en torno a su diámetro



Sección de esfera con un plano perpendicular al P V
e inclinado con respecto a los demás planos.

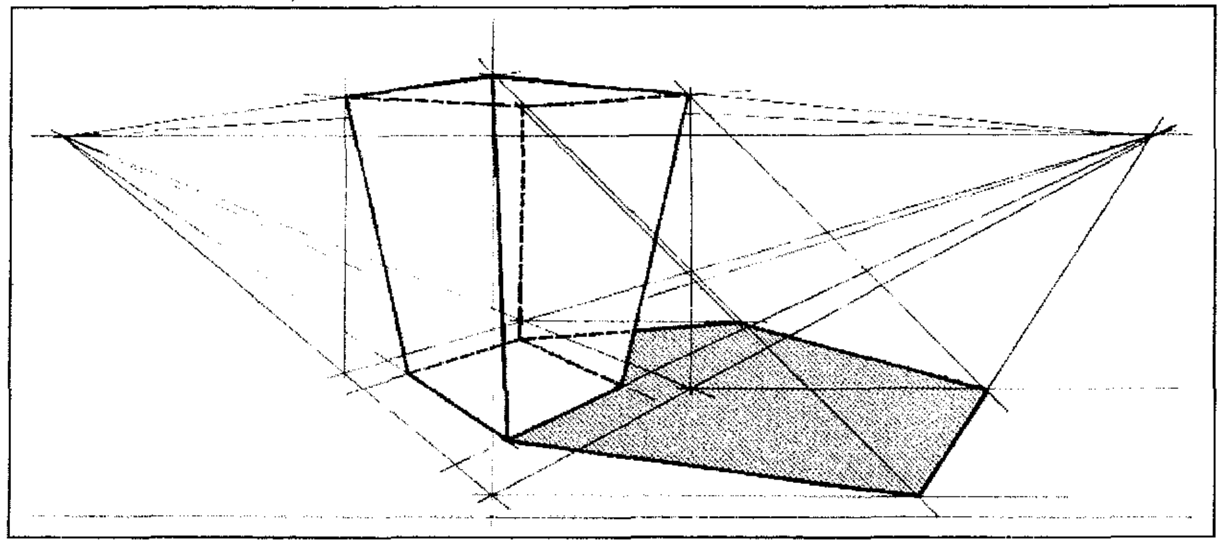


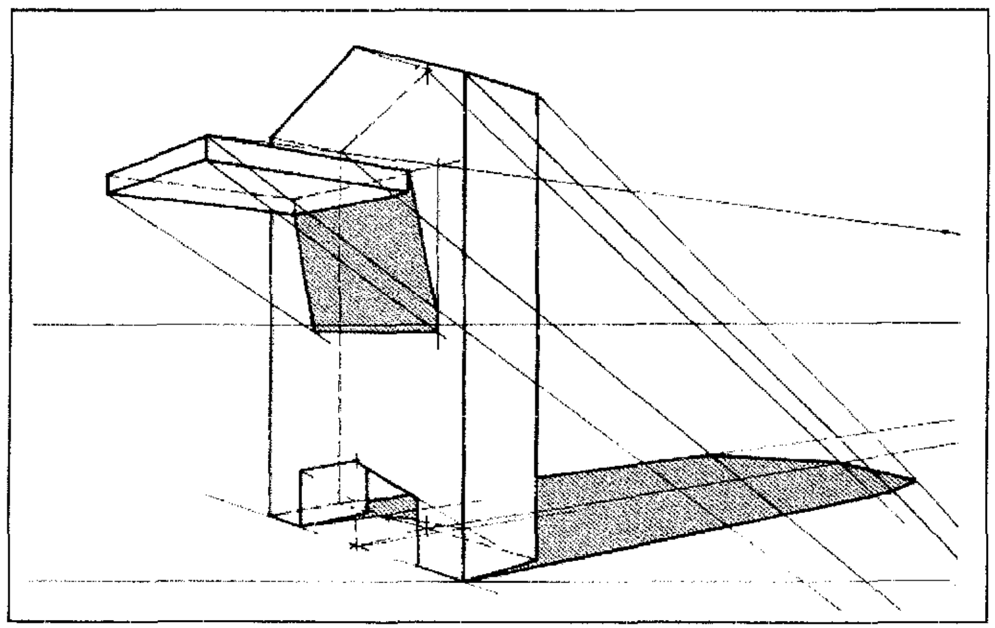
Lámpara de mesa

Sombras

Aplicaciones

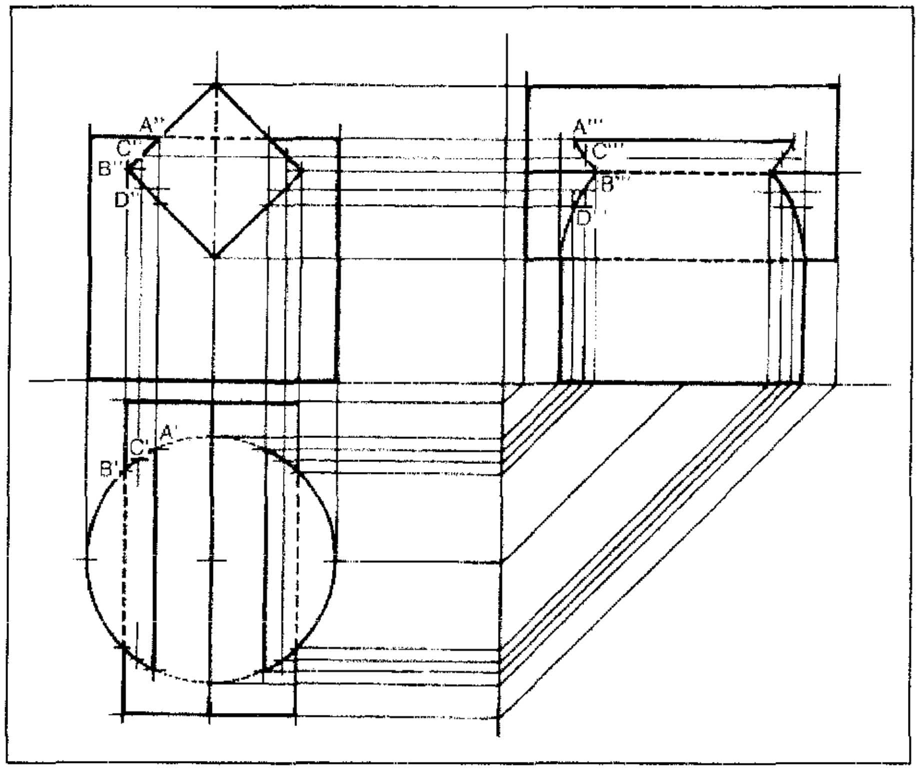
Al observar la realidad, nos percatamos de que los objetos adoptan aspectos ópticos particulares, efectos producidos por la luz o por el color. La traducción de dicha característica al terreno del diseño concierne al estudio de la copia del original. Sin embargo, la teoría de las sombras, aplicación de la geometría descriptiva, nos proporciona la explicación científica.





2.5 Compenetración de sólidos

Se denomina "compenetrados" a dos o más sólidos simples, cuando se intersecan entre sí, componiendo sólidos más complejos. La compenetración puede ser parcial si un sólido no atraviesa completamente al otro, y total si lo atraviesa por completo. Para poder representar elementos compenetrados en proyección ortogonal, es necesario encontrar la línea de intersección, es decir, el lugar de puntos comunes a ambas superficies de sólidos elementales que se compenetran. Si la compenetración es parcial, se deberá buscar una sola línea de intersección; dos líneas si la operación es total. Dichas intersecciones se buscan entre las aristas de uno de los sólidos y las aristas o las caras del otro; los puntos hallados se unen de acuerdo con su orden sucesivo, de modo que cada pareja pertenezca al mismo tiempo a las dos caras en contacto, aplicando las reglas de las proyecciones ortogonales.

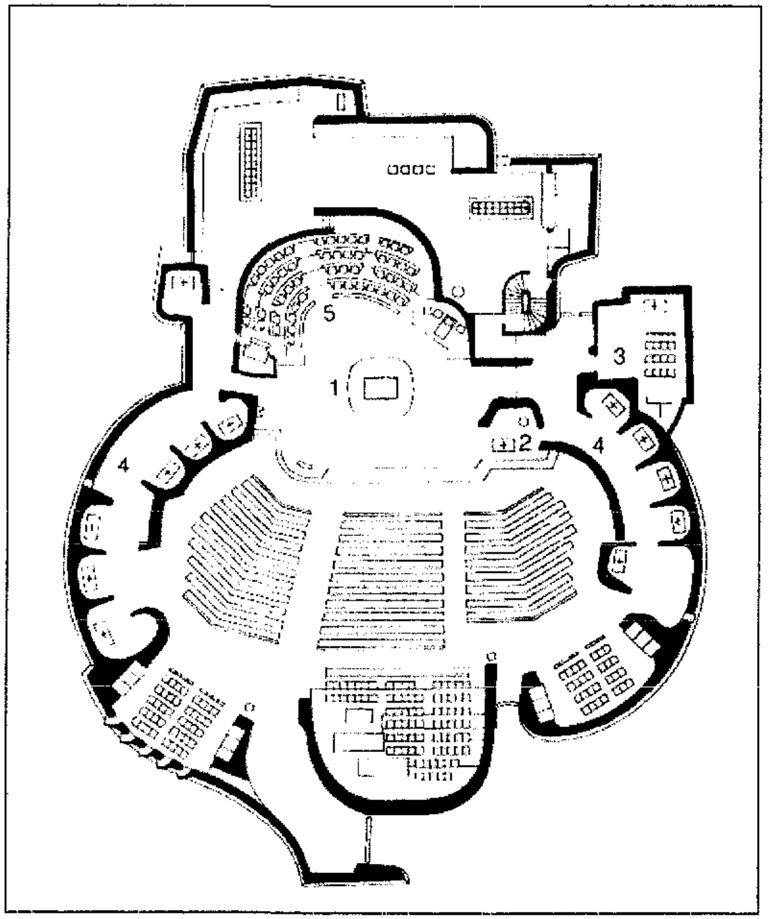


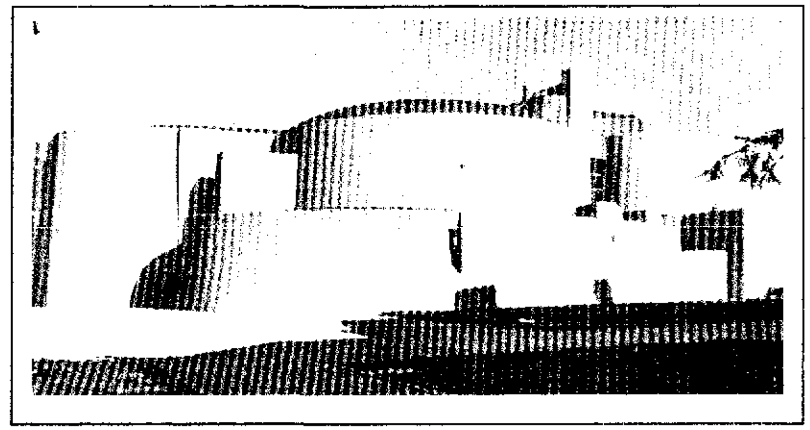
Un paralelepípedo de base cuadrada se ubica competrado en un cilindro recto. Ambos sólidos presentan ejes ortogonales. Se conoce la línea de intersección sobre los planos P. H. Y P. V.

Compenetraciones de sólidos

Con gran frecuencia, los diseños de edificaciones muestran formas complejas, es decir, no se presentan como simples sólidos elementales aislados, sino que dependen del conjunto de sólidos que, con el fin de brindar una validez estética y constructiva superior, se compenetran entre sí.

Ejemplo:





Iglesia del Colegio Católico, Sarnen (Suiza).
Proyectistas: J. Waef, E Y G. Studer

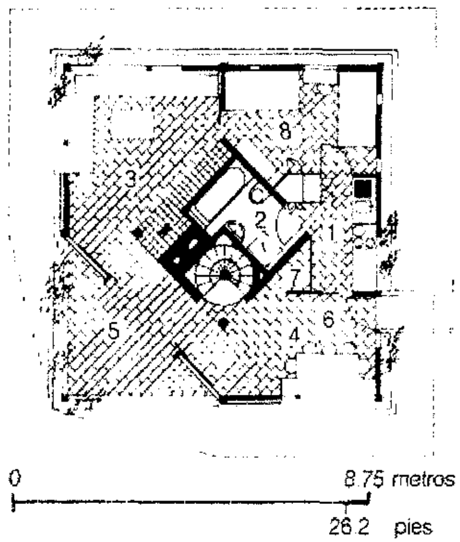
1. Altar mayor
2. Balaustrada para la comunión
3. Capilla
4. Altares menores
5. Coro

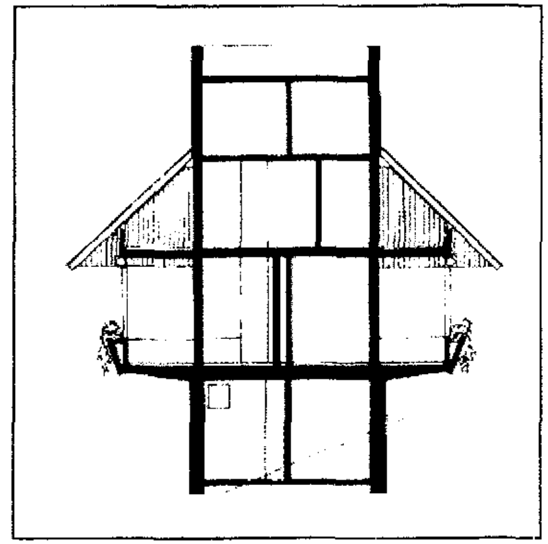
Compenetraciones de sólidos

El estudio de proyección de un techo de varias aguas (2, 3, 4) representa una interesante aplicación de la compenetración de sólidos.

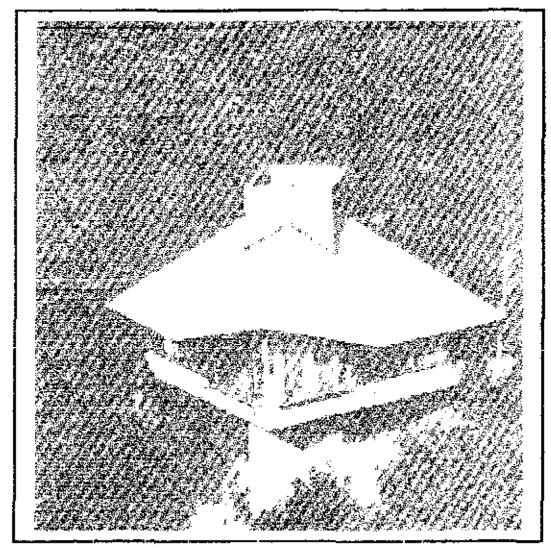
Planta

1. Cocina
2. *Cuarto de baño*
3. Sala de estar
4. Comedor
5. Balcón
6. Entrada
7. Vestidor
8. Habitaciones





Sección
Manuel Pauli: Tres techos, Locarno, Monti.



Ejemplo de compenetración de pirámide de base cuadrada con paralelepípedo coaxial.

2.6 Bóvedas

Las bóvedas constituyen uno de los sistemas de techumbre más difundidos desde la antigüedad.

Los ejemplos más antiguos de bóvedas surgieron al excavar las rocas en su interior y, posteriormente, los conjuntos de piedra. Por consiguiente, aparecieron las bóvedas monolíticas, compuestas de bloques completos de piedra excavada, hasta que los asirios primero y después los etruscos construyeron las bóvedas a partir de elementos.

Se logran bóvedas falsas al disponer hileras de piedra concéntricas, siempre en círculos cada vez más estrechos, que podían estar cerrados o no por una concha en clave.

Una de las bóvedas elementales es la de cañón, compuesta por una superficie cilíndrica, empotrada sobre muros convergentes. Los muros de importa constituyen dos de las generatrices del sólido. Cuando éstas no descansan sobre un plano horizontal, se le denomina "bóveda de cañón inclinada".

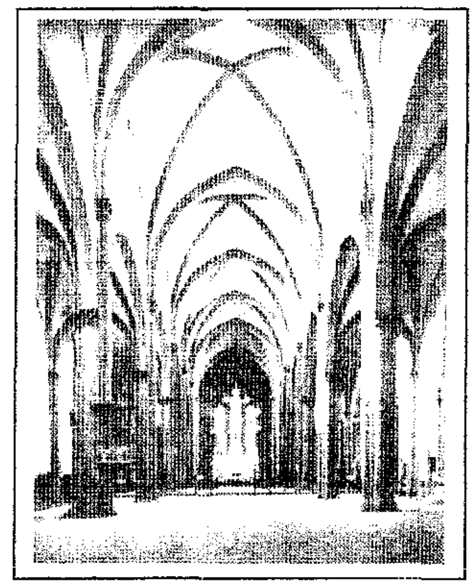
Otros tipos de bóvedas nacieron a partir de la intersección de bóvedas elementales, o simplemente de arcos proyectados desde un punto hasta el otro de la línea de imposta y, por lo tanto, unidos por dovelas de ladrillo o por piedras.

En el curso de los tiempos y las diversas culturas, los sistemas de construcción de bóvedas variaron de manera notable. Los romanos, maestros en este arte, usaron durante mucho tiempo el hormigón, con el que produjeron encasetonados (como en la basílica de Massenzio, en Roma). Los bizantinos, que construyeron cúpulas grandiosas, lograron bóvedas sumamente ligeras por medio de ánforas de barro enfilada una tras otra. Durante el Gótico y el Renacimiento, se crearon cúpulas basándose en nervaduras.

Incluso, en nuestros días las bóvedas presentan nervaduras y pueden ser realizadas en cemento armado.

Dos ejemplos relevantes de bóvedas compuestas son las bóvedas de claustro y la de crucería, ambas derivan de la intersección de dos bóvedas de cañón de igual radio y perpendiculares entre sí.

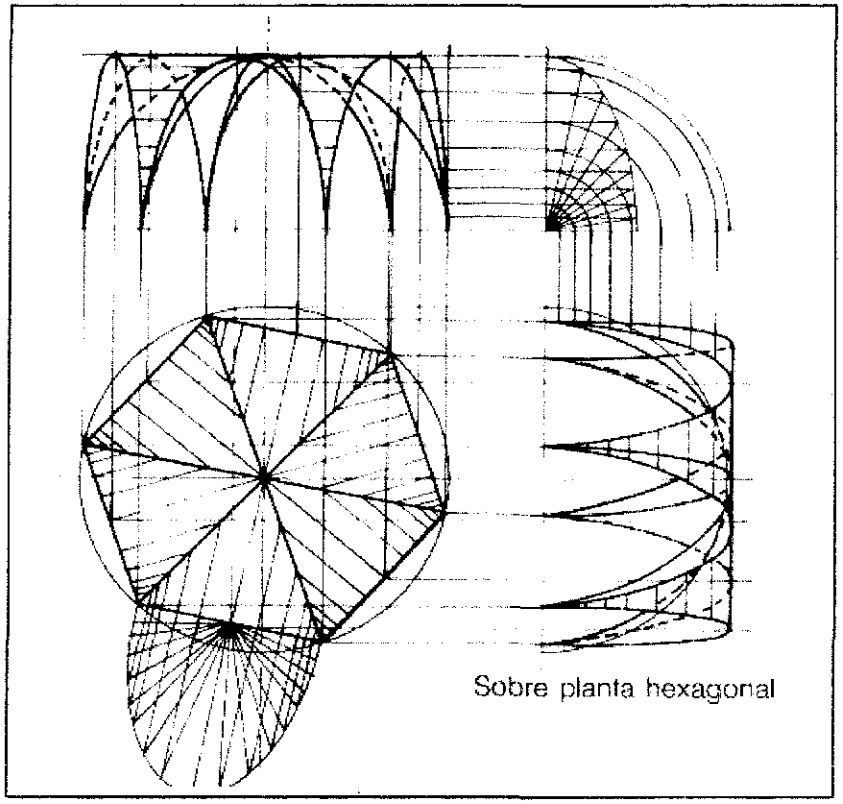
En la bóveda de claustro se utilizan dos partes simétricas y opuestas de los cilindros generadores, desde las generatrices de imposta hasta el punto de cierre, mientras que en la de crucería se utilizan dos partes simétricas opuestas, conservando de cada generatriz sólo las partes externas, a partir de la que se encuentra en el punto de cierre hacia el punto de imposta. Por tanto, la segunda presenta todos los puntos a una altura superior de los de la primera.

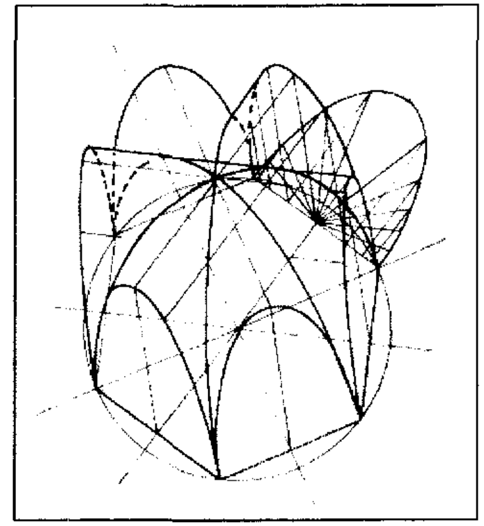


Bóveda de crucería de cimbra aguda, sobre planta cuadrada. Florencia: Santa María Novella (interior)

Bóvedas

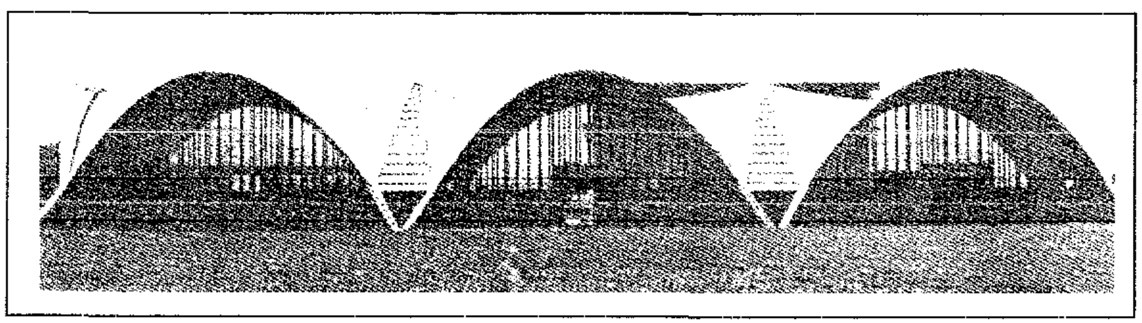
Ejemplo:





Bóveda de crucería

Bóveda de crucería inclinada sobre planta hexagonal



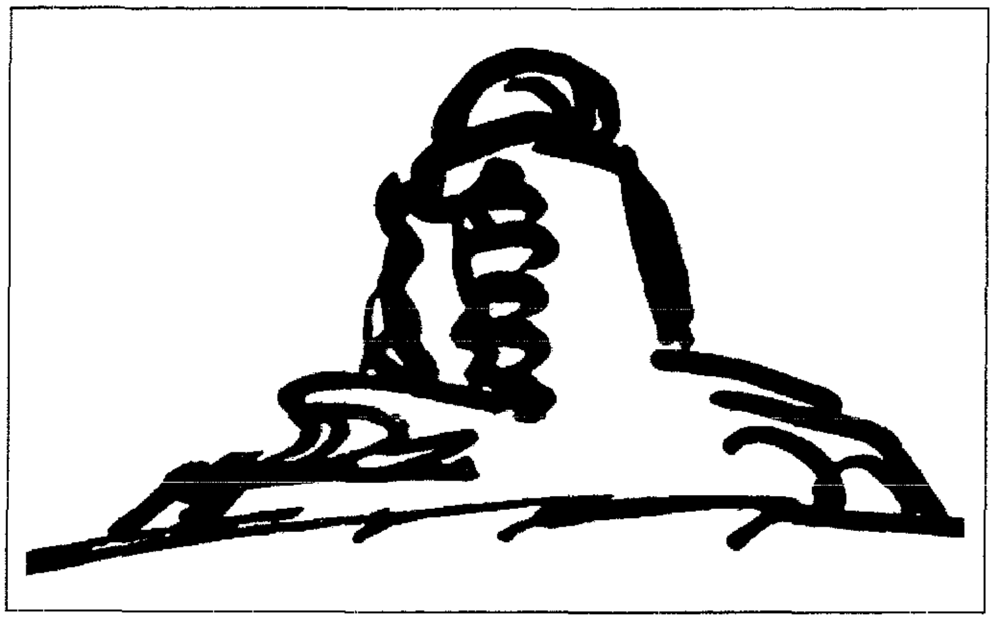
Cuautitlán, México. Embotelladora Bacardí
Proyectista: Félix Candela

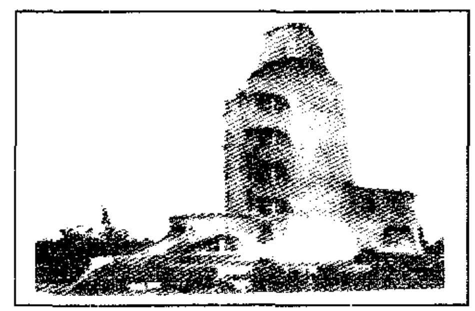
2.7 Bosquejos o croquis

El croquis o bosquejo es la representación esquemática de un objeto, realizado a mano y basado solamente en la observación. Puede dibujarse teniendo el modelo a la vista, de esta manera se obtiene un bosquejo en relieve, en el que el objeto puede ser representado en sus verdaderas dimensiones o en perspectiva cónica o axonométrica; también puede tratarse de un bosquejo de proyecto, es decir, apuntes de toda una serie de ideas, de las que surgirá el proyecto final.

Los croquis de proyecto registran el proceso seguido para alcanzar la fase ejecutiva y puntualizan todas las posibles soluciones que requiere el poner en marcha las operaciones. Sólo los últimos bosquejos de este proceso se traducirán en dibujos, para establecer la distribución asignada a los distintos ejecutores.

La *fase de croquis es, por consiguiente, la que más se apega a la personalidad del proyectista*, pues a través de este proceso se aclara a sí mismo, antes que a nadie, todo lo que representa la posible realización, que podrá ser adoptada al final o que se ligará estrechamente con el destino de la proyección en estudio.

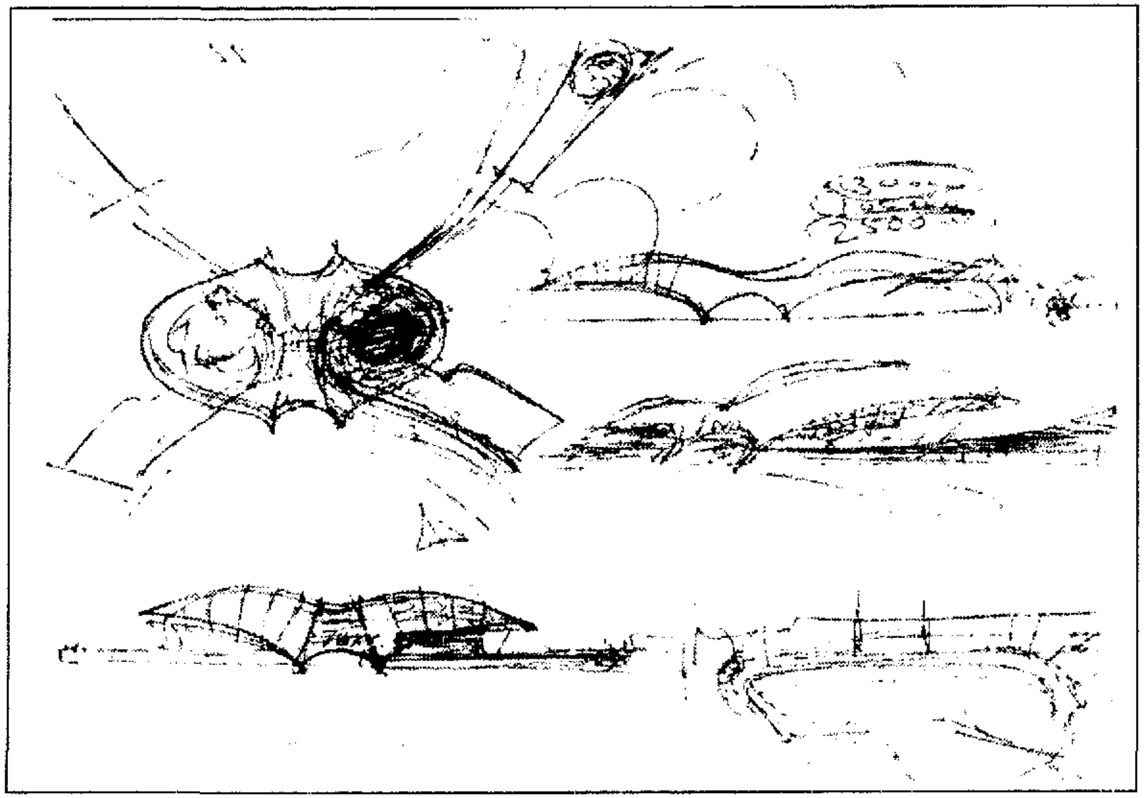




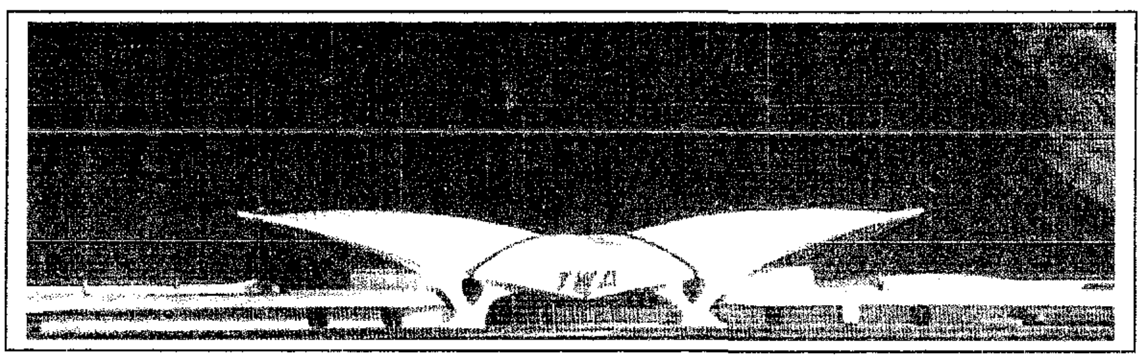
Eric Mendelshon: croquis de la torre de Einstein 1920.

Bosquejos o croquis

Ejemplo:



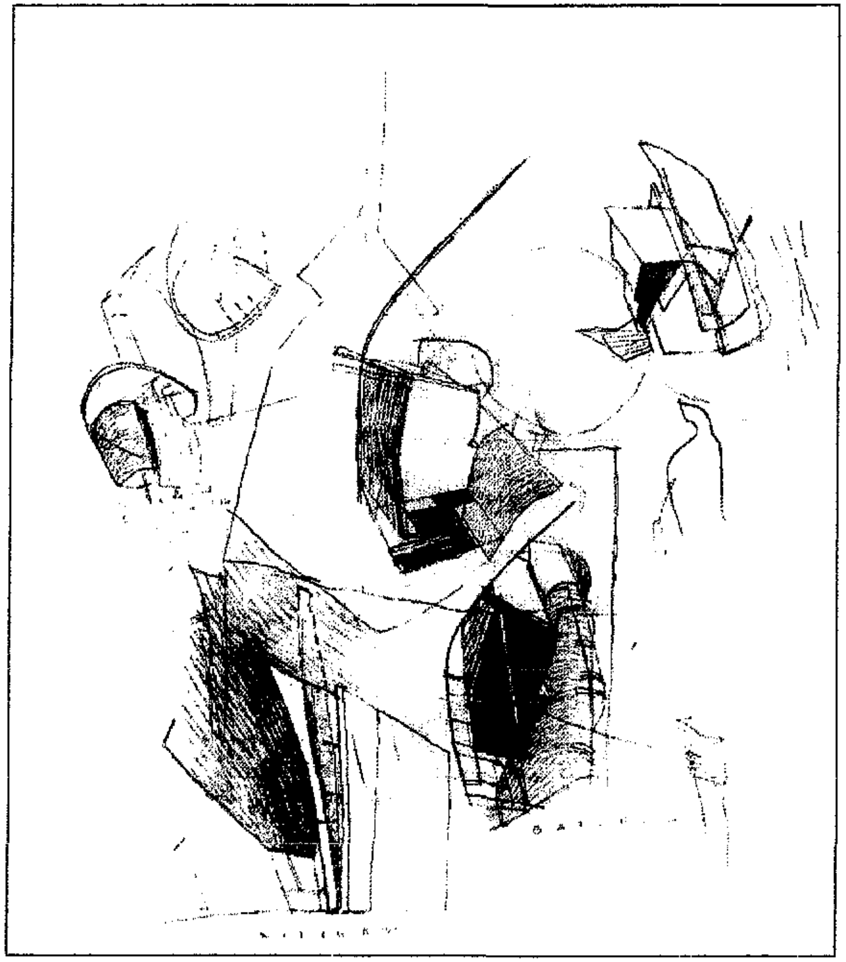
Los croquis de los proyectistas contemporáneos nos brindan ejemplos muy diversos de grafía. En cada uno de ellos se puede observar el apego de la idea primaria a la realización de la obra.



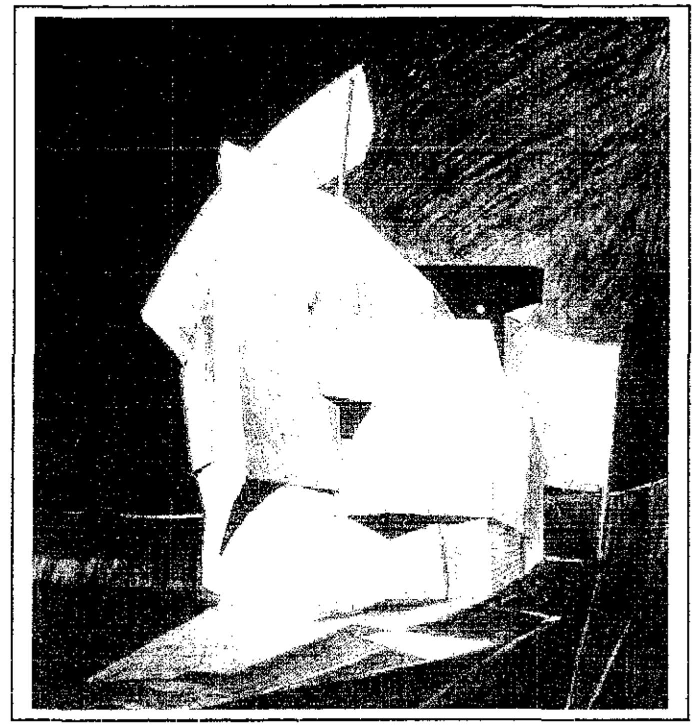
Terminal de la T. W. A. en Idlewild; proyectista E. Saarinen (1956-1962)

Bosquejos o croquis

Ejemplo:



Mehrdad Yazdani, California
Casa Overland, Los Ángeles, California Bosquejos de estudio



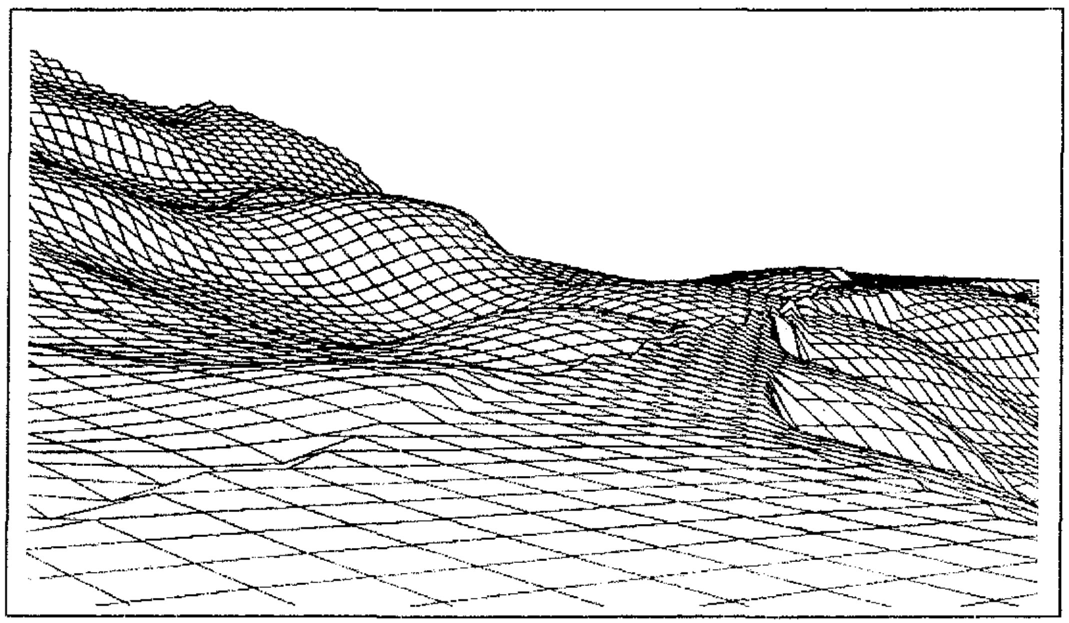
Mehrdad Yazdani, California
Casa Overland, Los Ángeles, California
Composición con la perspectiva y planta del lugar

2.8 Dibujo por computadora

En la última década el CAD (*Computer Aided Design*) ha sido reconocido como instrumento de tratamiento imprescindible en las enseñanzas técnicas, con el consiguiente replanteo de la formación gráfica. La comprensión de la geometría de las formas tiene opciones distintas o complementarias de la habituación a los trazados de geometría descriptiva. Es un hecho que enfatiza la conveniencia (también la necesidad) de pensar antes de hacer la *representación en los procesos formativos y, al mismo tiempo,* relativiza la exactitud del dibujo manual porque, en la coexistencia de los procedimientos manual e informático, el primero es portador de los conceptos, mientras que el segundo lo es de las visualizaciones y de los trazados. Presupuestos en los que sigue prevaleciendo el valor de síntesis de las figuras específicas del diédrico.

Por otra parte (como reflexión colateral en la vertiente sensible del diseño), el dibujo ha sido, hasta nuestros días, el lenguaje común a la generalidad de los artífices en las artes visuales (pintura, escultura, arquitectura y sus extensiones en las artes decorativas y el diseño industrial), cuya formación es un largo proceso de sedimentación cultual, que se fundamenta en la comprensión de ejemplos, en su contemplación y análisis Parece razonable aceptar que difícilmente se identifica sin la práctica del dibujo lo *que tuvo su génesis en él. Del mismo modo que no se identifica el* pensamiento humano sin la práctica de su lenguaje.

El uso del termino CAD expresa, por tanto, el proceso de proyecto potencializado por el auxilio de la computadora, que abastece los resultados de un programa con la presencia adjunta de los dibujos eventuales; por consiguiente, el servicio de informática queda estrechamente ligado al del dibujo.



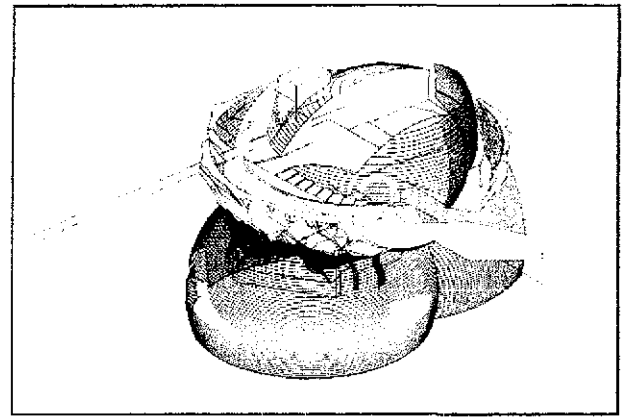
Restitución perspectiva por medio de plotter.

Dibujo por computadora

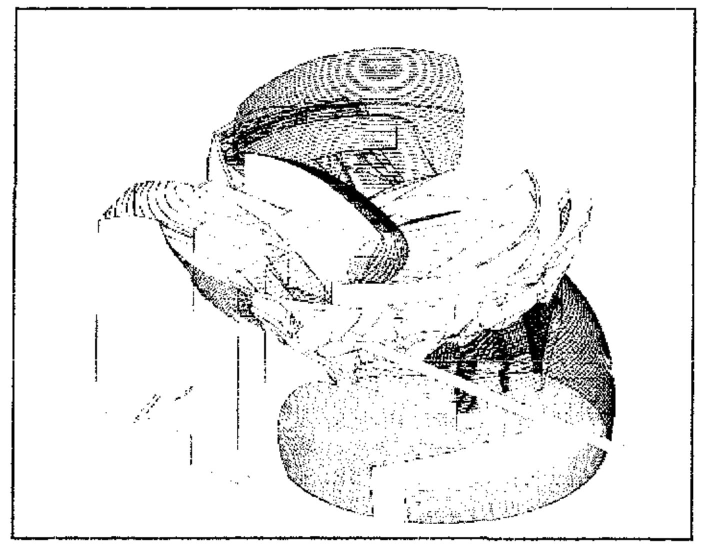
Las computadoras nos ayudan a dibujar, visualizar, procesar y transmitir información. Los sistemas y el software de CAD resultan particularmente eficaces, y hasta indispensables para diseñar proyectos grandes y complejos. Sin embargo, aunque la computadora es invaluable, sigue siendo sólo una herramienta; sin la capacidad de pensamiento crítico o para generar ideas, nunca remplazará al arquitecto. Los profesionistas deben realizar investigaciones, visitar lugares, comunicarse con clientes y colegas, estudiar y analizar información, coordinar los esfuerzos de otros y, ante todo, comprometerse en el simple demandante e impresionante acto del diseño.

Los diseñadores todavía deben discernir todos los criterios necesarios para crear, desarrollar y comunicar las ideas del diseño. En consecuencia, la mayoría de las escuelas insisten en que a pesar de contar con esta tecnología siempre en avance, los estudiantes deben seguir aprendiendo las habilidades manuales del diseño, incluyendo el dibujo. Las computadoras hacen posible que diseñemos con mayor eficiencia e inventiva. Aún con toda la capacidad imaginable en tecnología de computación, si un arquitecto es mediocre seguramente seguirá produciendo un trabajo arquitectónico mediocre.

Ejemplos:



Eric Owen Moss Architects, California
Paul H. Groh, ilustrador mediante computadora
Teatro Ince, Culver City, California



Teatro Ince, Culver city, California
La forma del teatro tiene su origen en la conjunción de tres esferas. Superficies irregulares del techo esférico aíslan acústicamente a los cines exteriores deformando la esfera. Otra serie de paneles acústicos corrigen la geometría interna de las dos esferas de abajo.

Capítulo 3

Cómo se ha desarrollado la geometría descriptiva dentro de los planes de estudio en la arquitectura

Capítulo 3
Cómo se ha desarrollado la geometría descriptiva dentro de los planes de estudio en la arquitectura

3.1 Introducción

El propósito de este capítulo es tener un panorama muy general de la iniciación de la enseñanza de la geometría descriptiva en la arquitectura desde que fue fundada la Academia de San Carlos. Posteriormente se hace una recopilación de los Planes de Estudio y los planteamientos que trataron de justificarse, de la primera institución dedicada a la enseñanza de la arquitectura, así como el desarrollo y la importancia que ha tenido esta asignatura desde el inicio de la Academia dentro de los planes de estudio en la arquitectura. Se presenta una tabla con los diferentes nombres que ha recibido la Academia, la duración de la carrera, el año del plan de estudios, los años y semestres que ésta ha tenido y el área a que corresponde dicha asignatura. (Véase tabla: A).

En esta tabla podemos apreciar que la asignatura de geometría descriptiva ha tenido una larga historia en la enseñanza de la formación de arquitectos. Por otro lado, a partir del plan de estudios de 1981 hay una dosificación del pensamiento complejo. También se observa que la disciplina se da como un procedimiento a entender y asimilar ideas o conocimientos en forma progresiva con grados de complejidad, y por último, la existencia de una permanencia en la materia desde que la escuela de arquitectura fue fundada.

A continuación se hace una síntesis de los programas de estudio de la asignatura de los últimos tres planes de estudio (1981, 1992 y 1999), donde se mencionan los objetivos pedagógicos, los procesos de enseñanza, los temas y el contenido de la materia (Véanse tablas: B, C y D), y por último se hace una tabla comparativa de los temas de los programas de Geometría Descriptiva de los años ya mencionados (Véase tabla: E).

Más adelante se hace una síntesis del programa actual de Dibujo Constructivo II de la Escuela Nacional Preparatoria (ENP) y de Diseño ambiental I y II, del Colegio de Ciencias y Humanidades (CCH) ya que tienen relación consecuente con la asignatura de geometría descriptiva que se imparte en la Facultad de Arquitectura (FA), por ser materias propedéuticas para las diferentes especialidades de Ingeniería, Arquitectura, Diseño Industrial y artes Plásticas.

Los datos de esta síntesis de los programas de la ENP y del CCH son: datos generales, ubicación de la materia en el plan de estudios, presentación de la materia y contenidos generales de la asignatura.

Por ultimo tenemos una tabla comparativa de los contenidos de la materia de los programas de la ENP el CCH y la FA. (Véase tabla: F), en donde podemos apreciar la importancia y el contenido que tienen las asignaturas que se imparten tanto en la ENP como en el CCH para la enseñanza de la asignatura de geometría descriptiva que se imparte en la carrera de arquitectura y que además forma parte de la etapa básica y de desarrollo dentro del actual Plan de estudios de 1999.

3.2 El inicio de la enseñanza en la arquitectura en México

La enseñanza de la Arquitectura ha seguido la marcha de la civilización de las diversas naciones según la época, las costumbres y los gobiernos de los pueblos.

Desde la más remota antigüedad se encuentra la división de las sociedades en clases privilegiadas que reservan para sí dignidades, riquezas, goces y preeminencias, relegando a las otras al desprecio o la esclavitud, negándoles toda participación en las cuestiones públicas y utilizándolos tan solo como esclavos o trabajos manuales, dedicados a los trabajos más rudos, degradantes y nada productivos para ellos.

Aunque hay que hacer notar que la mano de obra de los esclavos y de la gente de las clases inferiores (por ejemplo en la agricultura, ciertas manufacturas y el trabajo pesado en la construcción) ha sido siempre muy productivo.

Las clases privilegiadas, clero y nobleza, fueron por mucho tiempo las únicas que gozaban de los beneficios de la instrucción, y la gran masa, los plebeyos y los indios, tuvieron dificultad para adquirirla y para que se la impartieran, si bien es cierto, y es justo decirlo, que los primeros sacerdotes que vinieron con los conquistadores como el padre Las Casas y Fray Pedro de Gante, se dedicaron a educar e instruir a los indios.

Es claro que hubo una universidad, pero era para los hijos de los conquistadores, para los españoles, quienes constituían el grupo de instrucción *superior*, pero faltaba el *segundo* y se careció en mucho del *primario* por convenir así a las clases privilegiadas; tan es indudable esto que todavía en tiempos del Imperio eran once las escuelas que sostenía el gobierno en la capital de la República y ciento cincuenta y siete las sostenidas por los particulares.

El México independiente acabó con ciertos privilegios y abolió la esclavitud, pero no pudo atender, como debía, la instrucción pública por la guerra civil, y poco a poco se fue desarrollando la enseñanza hasta alcanzar el grado que ahora guardan tanto las carreras científicas y artísticas, como la educación primaria.

Al establecerse en México, en 1781, la Academia de San Carlos y ser expedidos los estatutos en 1783, se consideraron los ramos de Arquitectura, Escultura y Pintura, y se proveyeron las clases de los directores respectivos venidos de España.

El grabador mayor de la Casa de Moneda, Jerónimo Antonio Gil, que había estudiado en la academia de Nobles Artes de San Fernando en España, fue enviado a México por Carlos III con el objeto de mejorar la producción de la moneda y establecer una academia de grabado. Organizada esta escuela, Gil no se conforma e invita a Fernando José Mangino, superintendente de la Real Casa de Moneda, para promover la fundación de una academia de las nobles artes como en España. Convencidas las autoridades locales, mezcladas las aficiones artísticas de la nobleza y logrados algunos subsidios, se inician las clases en 1781, utilizando provisionalmente el mismo edificio de Moneda (hoy Museo de las Culturas). Carlos III da su aprobación, expide los estatutos, escatima tres mil de los doce mil pesos anuales que le solicita el virrey Mayorca y recomienda el edificio de San Pedro y San Pablo para establecer la Academia.

Correspondió al virrey Matías Gálvez hacer la petición oficial para obtener la creación de una Academia, la primera en América. Logró su objetivo al recibir la Cédula Real el 25 de diciembre de 1783, firmada por Carlos III para crear la Real Academia de las Nobles Artes de Pintura, Escultura y Arquitectura de San Carlos de la Nueva España, que inició sus actividades oficiales de inmediato, aunque el nombramiento de director general en la persona de Jerónimo Antonio Gil, y de los directores de Pintura, Escultura, Arquitectura y Grabado, llegaron hasta 1786.

El 4 de noviembre de 1785 se verifica la inauguración oficial de la Academia de las Nobles Artes de San Carlos de la Nueva España. Gil es nombrado director general y enseña grabado de medallas. Envían de la Academia de San Fernando al arquitecto Antonio González Velásquez para dirigir la sección de Arquitectura, Manuel Arias para Escultura, y Gines Andrés de Aguirre y Cosme de Acuña como directores de Pintura. Más tarde llega Joaquín Fabregat como director de Grabado en lámina.

Se empieza a formar la pinacoteca, con pinturas traídas principalmente de conventos suprimidos, y desde 1782 Carlos III ordena el envío de libros para formar la biblioteca de la Academia.

Con la segunda remesa (1785) la biblioteca cuenta con 84[1] títulos, de los cuales 26 eran de arquitectura. Bastaba ver los temas de éstos para darse cuenta cómo estaba definida la tendencia de la escuela: por ejemplo tratados de Vitruvio y Viñola, en diferentes ediciones, otras obras sobre órdenes clásicos.

En 1791 viene a México Manuel Tolsá, con una colección de reproducciones en yeso de Esculturas europeas famosas, quien sustituye a Manuel Arias como director particular de escultura. En el mismo año la Academia se establece en el edificio que había pertenecido al hospital del Amor de Dios, fundado para enfermos de bubas y males venéreos.[2]

En 1796 los directores informarían al virrey de los programas de estudio en la Academia. Para los arquitectos se impartían clases de dibujo del natural y de modelos de yeso. Se estudiaba completo el Curso de Bails de matemáticas. Se instruía sobre los órdenes utilizando el tratado de Vignola. Se copiaban edificios importantes. Se aprendía el arte de la montea, con su cálculo para la formación de toda clase de bóvedas y arcos, según el tratado de Frézier. También se daba instrucción sobre diversas clases de mezclas y tierras para hacer buen ladrillo. Se impartía conocimiento sobre los tipos de piedras para fabricar cal. Se enseñaba el diseño de cimbras y andamios, el cálculo de la gravedad absoluta y de todo género de esfuerzos en los elementos más comúnmente usados. Todos, además, debían ser instruidos en historia sagrada y profana, en mitología y en figuras alegóricas, utilizando en este último tema el libro de César Ripo [3]

Si bien desde su fundación la Academia no contaba con suficientes recursos económicos, con las guerras de independencia sufrió de penurias económicas durante casi once años. Entre 1821 y 1824 no hubo más remedio que cerrarla. Pero fue reabierta en 1824 con el nombre de Academia Nacional de San Carlos. Para entonces, sus programas abarcaban tanto la Geometría Descriptiva como las matemáticas y la mecánica, junto a las tradicionales materias de dibujo, historia, teoría de la construcción y órdenes clásicos.

La situación de la Academia de San Carlos no cambia sino hasta 1843, en que gracias a López de Santa Anna y al ministro de instrucción Manuel Barada se decreta su completa reorganización. Se le concedió una lotería nacional, que estaba ya desacreditada, para que con sus productos cubriera los gastos. La Academia le dio impulso tal a dicha lotería, que hubo hasta sobrantes que se dedicaron a obras de beneficencia.

3.3 Los planes de estudio de 1847 a 1965

Durante todo el siglo XIX los planes de estudio de la Academia de Bellas Artes se estuvieron modificando, en un esfuerzo constante por mantenerlos dentro del ritmo de cambio del arte europeo y de acuerdo con las exigencias de la clase política gobernante. Pero todas estas modificaciones se hicieron respetando el esquema básico sobre el que se fundara la Academia de San Carlos[4], consistente en la separación de los estudios en los cuatro ramos tradicionales de arquitectura, pintura, escultura y grabado.

En el año de 1844 Joaquín Heredia, director de Arquitectura, elabora un reglamento para el estudio de la profesión, dividiendo el estudio de ésta en tres áreas y logrando posteriormente, sobre la base de éste, la elaboración del plan de estudios de **1847** (Véase: tabla 1 en anexo B).

Este plan se estudiaría en 4 años. El primer año abarcaba: Diseño al natural, aritmética, álgebra y trigonometría. El segundo año: Dibujo de arquitectura, analítica y cálculo diferencial. El tercer año: **Geometría Descriptiva,** dibujo de arquitectura y mecánica. El último año: estereotomía, composición de arquitectura, mecánica de las construcciones y construcciones prácticas.

En junio de 1855 se inician las gestiones para contratar a un profesor europeo, y por diferentes recomendaciones se decide que se intente traer a México al arquitecto y arqueólogo italiano

[1] Carrillo, Abelardo, *Datos sobre la Academia de San Carlos de la Nueva España*, México, 1939.
[2] Garibay, Roberto, *Panorama histórico y proyecciones de la Academia de San Carlos*, México, UNAM, 1959
[3] Alva Martínez, Ernesto, "La práctica de la arquitectura y su enseñanza en México", en *Cuadernos de Arquitectura*, núm 26-27, SEP-INBA, 1983, p.53

[4] La Academia como institución en general, fue un órgano representativo de la Cultura de la Ilustración. Ya que permitió propagar entre numerosos individuos, un conjunto de ideas de acuerdo con normas estrictamente estipuladas por la Minoría Dirigente.

Francisco Javier Cavallari, profesor de la Academia de Milán. Mientras esta contratación se lograba, se presentó un plan provisional que objetaba uno propuesto por la junta de gobierno, y que se aplicaría mientras se contrataba en Europa al nuevo director.

En este nuevo plan se establece una clase preparatoria para las clases de arquitectura en la que se estudiaba del dibujo natural hasta copias de figuras de cuerpo entero, aritmética racional y geometría del compás.

El plan de estudios era de 5 años y en el tercero se estudiaba: Mecánica racional, **Geometría descriptiva** y composición de edificios.

Este plan se aprobaría por la junta nombrada para dictaminar sobre las reformas a la carrera de Arquitectura en marzo de **1856** (Véase: tabla 2 en anexo B), y tendría un corto período de aplicación. El 15 de diciembre se contrataría a Javier Cavallari[5] como director de Arquitectura de la Academia.

El Dr Javier Cavallari llegó a México en 1856 con un contrato que terminaría en 1861 para reorganizar y dirigir los estudios de arquitectura y para enseñar composición, arquitectura en todas sus ramas, incluyendo: puentes, caminos, calzadas, etc. Esta contratación permitió a la junta llevar a cabo el proyecto de integrar los estudios de Ingeniería y Arquitectura en una sola carrera. De esta manera, la Academia se vería influenciada por el desarrollo de la ingeniería y sus últimos progresos técnicos.

Un nuevo plan de estudios fue aprobado el 14 de febrero de **1857** (Véase: tabla 3 en anexo B), de manera que en la antigua Academia se preparaban ingenieros civiles y los arquitectos.

Este plan se extendió a 7 años; en el tercer año se estudiaba: mecánica racional; **Geometría Descriptiva,** composición y combinación de las partes de un edificio, construcción, elementos de geología y minerología. En el cuarto año se estudiaba: estática de las construcciones, **aplicación de la Geometría Descriptiva,** arte de proyectar y dibujo de máquinas.

Cavallari dispuso un plan en que a las materias tradicionales como órdenes clásicos, copia de monumentos y composición de los edificios se agregaban las que el progreso exigía como física, química, dibujo de máquinas y construcción de caminos comunes y de fierro. Los alumnos podían optar según sus estudios por el título de arquitecto o de ingeniero.

La formación de arqueólogo que distinguía a Cavallari lo hizo inclinarse al análisis riguroso de las ruinas del pasado, a su valoración plástica dentro de los términos artísticos de la estética imitativa de la época, y al gusto por representarlas mediante dibujos y acuarelas de inmejorable factura y notable presencia lineal. El dibujo, como disciplina rigurosa y vehículo expresivo ensayado ya en la primera etapa de la Academia, adquiere cada vez mayor importancia dentro de los programas didácticos, sobre todo a medida que se acogen con creciente apertura los códigos arquitectónicos de los diferentes periodos culturales de Europa y del Lejano Oriente.

La intervención extranjera daría fin al desarrollo de la Academia. El Dr. Cavallari había prorrogado su contrato en condiciones económicas difíciles para la institución por dos años más. En 1861 la Escuela le adeudaba parte de sus honorarios, ya que debido a la grave situación que la nación enfrentaba, le fueron pagados parcialmente. En el mes de abril de 1863 se le liquidó según lo contratado y regresó a Europa.

Entonces, la junta nombra Director de Arquitectura a Don Méndez Garauno y Parra, cuya dirección sería bastante efímera. El Gobierno Constitucional, a través del Ministerio de Justicia e Instrucción Pública, ordena el cese de los estudios, dejando el establecimiento al cuidado del mayordomo, y comunica a los alumnos que se les abonará el tiempo que la Académica permanezca cerrada hasta que el mismo gobierno Constitucional no disponga su apertura.

El 3 de junio de 1863 es ordenada la reapertura por Maximiliano, con el nombre de Imperial de las Nobles Artes. Y sería en el año de **1865** (Véase: tabla 4 en anexo B), cuando se realizarían cambios al plan de Estudios de Cavallari. La conocida afición del archiduque por las artes creó la esperanza de que ésta influiría en la institución, y durante su corto paso dentro de los problemas existentes concedió un apoyo presupuestal relativamente alto. Los días finales del Imperio fueron cortos; éstos se acabaron en 1867, y una vez restaurado el Gobierno

[5] Cuando fue contratado por el gobierno mexicano para venir hacerse cargo de la enseñanza de la arquitectura, el italiano Cavallari era director de la Academia de Milán.

Constitucional se promulgó la Ley Institucional Pública, que convirtió la Academia de San Carlos en Escuela Nacional de Bellas Artes, dependiente de la Secretaria de Justicia e Institución Publica.

En este plan de 1865, se disminuye a 6 años la carrera, y en el cuarto año se estudiaría: **Geometría Descriptiva y estereotomía**; teoría de las construcciones y composición de arquitectura II.

Tanto la situación económica del país como la confusión entre los campos de la arquitectura y la ingeniería civil llevan al gobierno del presidente Juárez, después de la separación de la carrera de ingeniero civil de la de arquitecto, a la transformación mencionada arriba de la Academia y a suprimir, en 1867, la sección de Arquitectura. Esta medida se aplicaría hasta 1876, volviendo a reintegrar la carrera de arquitecto a la Escuela Nacional de Bellas Artes, con el mismo plan de estudios de Cavallari que incluía pocas modificaciones. El plan original se va modificando lentamente hasta llegar al propuesto en **1897** (Véase: tabla 5 en anexo B), en que se amplían los estudios a 9 años, con esto se intentaba resolver el deficiente nivel académico de los alumnos al ingresar.

Este cambio en los planes se debió a la nueva Ley de Enseñanza para la Escuela Nacional de Bellas Artes, promulgada el 15 de diciembre de 1897, cuando era secretario de Justicia e Instrucción Pública el licenciado Joaquín Baranda. En su artículo 1° enumeraba todas las materias que se impartirían en la Escuela.

Los cuatro primeros años se hacían, para todas las carreras, simultáneamente (arquitectura, pintura, escultura y grabado), con los estudios de preparatoria.

La carrera de arquitectura era la única en la que se expedía título profesional, previo el examen correspondiente. Para la pintura, la escultura y el grabado se extendía un diploma al concluirse los estudios.

Para la carrera de arquitecto en el quinto año se impartían las materias de: Matemáticas superiores; **Geometría Descriptiva**, curso teórico-práctico de órdenes clásicos y de ornamentación y ornato modelado.

La vigencia del plan de estudios de 1897 fue breve, a pesar de que se preparó tan minuciosamente. A la vuelta del siglo parece que se esperaban nuevos cambios. En 1902[6] Justino Fernández sustituyó a Joaquín Baranda en la Secretaria de Justicia e Instrucción Pública, y se creó una subsecretaría para los asuntos de Educación exclusivamente, cuyo primer titular fue Justo Sierra. Con la nueva administración se preparó otro plan de estudios, promulgado el 14 de enero de **1903** (Véase: tabla 6 en anexo B).

El 25 de febrero de 1903 se elaboró un programa pormenorizado en el que se exponían los objetivos, métodos y comentarios para cada una de las materias, lo cual constituía una novedad didáctica y metodológica.

En el plan de estudios se prescribían las materias para los cinco años de estudios profesionales.

En el segundo año se estudiaba: **Geometría Descriptiva y estereotomía,** teoría de la arquitectura y dibujo analítico de los elementos de los edificios, estilos de ornamentación en los edificios, copia del yeso, materiales, artículos y útiles de la construcción

Este plan de estudios duraría siete años, para posteriormente modificarse y dar lugar a un nuevo plan de estudios de la carrera de arquitecto expedido por el Ejecutivo el 21 de julio de **1910** (Véase: tabla 7 en anexo B).

Las asignaturas profesionales de la carrera eran las siguientes: en el primer año se estudiaba. resumen sintético de matemáticas, **Geometría Descriptiva,** materiales, artículos y útiles de la construcción, primer curso de dibujo arquitectónico y dibujo de imitación.

Después de este plan se sucedería a una serie de cambios con intervalos promedio de 4 a 5 años, y que tenderían a irse adecuando, no a las condiciones del país en el cual existía una situación prerrevolucionaria, sino a la enseñanza de la arquitectura europea, "la incorporación de nuevos profesores como Carlos M. Lazo, Carlos Ituarte, Emilio Dondé, Federico y Nicolás Mariscal y Antonio Rivas Mercado; todos ellos mexicanos y egresados de Escuelas Europeas, así como Máxime Rolsin, Adamo Boari y otros extranjeros que habían venido al concurso internacional del Palacio

[6] Existe en la Biblioteca de la Facultad de Arquitectura un Proyecto de Plan de Estudios para la enseñanza de la arquitectura en México por los arquitectos Nicolás Mariscal y Samuel Chávez del año de 1902

Legislativo"[7] introducían cambios en la enseñanza de la arquitectura. La gran influencia a nivel Mundial de la Escuela de Bellas Artes de París, a través de sus egresados, condicionaría a nuestro país marcadamente, los planes de estudio de 1903; 1910, así como los posteriores en **1916** (Véase: tabla 8 en anexo B); **1920** (Véase: tabla 9 en anexo B); **1922** (Véase: tabla 10 en anexo B); y **1928** (Véase: tabla 11 en anexo B), ya bajo la dependencia de la Universidad Nacional de México.

La enseñanza que se impartía en la institución parisina era que el aspirante se presentaba a un examen de admisión cuya prueba consistía en una composición Arquitectónica a realizarse en 12 horas como primera selección, la cual una vez aprobada permitía el paso siguiente a 7 pruebas: de Dibujo, Modelado, Cálculo, Aritmética, Monteas, **Geometría descriptiva** e Historia –estaba dividida en dos secciones, una de materias artísticas y otra de materias científicas, y parte de las artísticas duraban de 5 a 6 años; las materias eran las siguientes: Historia General, Anatomía Perspectiva, Matemáticas; **Geometría descriptiva**, Física y Química, Estereotomía, Construcción, Legislación de Edificios, Teoría de la Arquitectura, Literatura, Historia y Arqueología, Historia de Arte y Estética, Historia de la Arquitectura, Historia de la Arquitectura Francesa, Dibujo Ornamental, Composición Decorativa y Escultura Práctica–.

Las materias enlistadas anteriormente vienen a ser el contenido básico de los cursos impartidos en México. Los cambios sociales y políticos del país no repercutían en la Escuela Nacional de Bellas Artes, *la cual siguió impartiendo sus cursos durante el* movimiento armado.

Durante los planes de estudio de 1916, 1920, 1922 y 1928 se siguió estudiando en primer año la asignatura de **Geometría Descriptiva**.

En el año de 1924 el recién egresado arquitecto José Villagrán García, a petición de unos alumnos, impartió su primera clase provocando un gran revuelo en la Escuela.

Hubo que esperar varios años para que esta conmoción produjera un cambio sustancial. El 21 de enero de 1928 la Escuela de Bellas artes aprobaría su nuevo y último Plan de Estudios en que la práctica en las obras y planificación eran sus principales aportaciones.

Separada de la Escuela de Artes Plásticas e integrada a la Universidad Nacional de México, se vería la enseñanza de la arquitectura afectada por los acontecimientos nacionales, que fueron desde sus inicios en 1910, planteados sustancialmente como una exigencia política y después de mayor exigencia social; el problema educativo se mantuvo siempre en segundo plano. La llamada "Reforma Universitaria", conocida por toda la América Latina y originada en Córdoba, Argentina, que proclamaba su derecho de autonomía, comenzó a formar una corriente favorable de opinión en México.

Las necesidades nacionales requerían de un nuevo profesionista en el campo de la arquitectura; los cambios en la enseñanza de este oficio eran inminentes y si no se dieron de un plan de estudios a otro como un cambio radical, se fueron realizando paulatinamente hasta 1939.

El arquitecto José Villagrán inició sus actividades como profesor en 1924 con un pequeño grupo, en el cual se encontraban dos alumnos que años después serían directores de la Institución, y siguió impartiendo su curso en el cual predicaba, como el mismo decía: "había que hacer una arquitectura ¡auténticamente mexicana!". Sin poder modificar en los profesores el criterio de la Escuela de Bellas Artes, la transformación de ésta en la Escuela Nacional de Arquitectura no daría, en lo que a enseñanza se *refiere, ningún paso significativo.*

Su primer plan de estudios de **1929** (Véase: tabla 12 en anexo B), tendría los mismos criterios y los mismos contenidos, aunque el esquema que existía anteriormente se modificó, provocando cambios formales de consideración, en el área de teoría se implementan los cambios más importantes: un curso de análisis de programas en segundo año y dos más de Teoría, el existente en primer año, uno en cuatro y Teoría superior en quinto año. En las áreas de Diseño y Tecnología del primer año se seguían impartiendo: **Geometría Descriptiva,** dibujo del natural, dibujo arquitectónico, modelado, mecánica y topografía; en el área de urbanismo se implementan los cursos de urbanismo en el

[7] Alvarez , Manuel F. *"La enseñanza de la arquitectura en el extranjero y en México"* cuadernos de arquitectura y conservación del patrimonio artístico Instituto Nacional de Bellas Artes No. 18 y 19

cuarto y quinto año en sustitución de los de planificación del plan anterior.

El plan de estudios de **1931** (Véase: tabla 13 en anexo B), que se aplicaría durante los dos últimos años en que fue director de la Escuela Francisco Centeno y durante el corto periodo (1933 y 1934) en la que la dirige José Villagrán García, tiene en lo que a forma se refiere las modificaciones siguientes: en el área de diseño, se aumentó el **tratado de sombras** dentro del curso de **Geometría Descriptiva**; en el área de teoría, se sustituyó el curso de análisis de programas por el de arquitectura comparada; se eliminaron los cursos de teoría superior de la arquitectura y de urbanismo de cuarto año; se crearon los cursos de análisis gráfico de las estructuras en segundo y tercer año, de materiales y equipos en tercer año, así como de higiene e instalaciones en quinto año.

En 1933 muchos ajustes a este plan se repiten directamente de los antiguos de la Escuela de Bellas Artes, y no sólo en sus programas académicos y su ordenamiento.

El 12 de diciembre de 1934 se establece la modificación del articulo 3° constitucional, en la cual se estableció como principio normado de la enseñanza pública el socialismo; éste ocasiono que la Universidad se viera envuelta en el debate, y aunque el texto constitucional no abarca la enseñanza superior, se quiso que las nuevas directrices educativas también se extendieran a las cátedras universitarias. En defensa de la libertad de cátedra, y por lo mismo de la autonomía universitaria, presentó su renuncia a diversos puestos un numero importante de profesores y funcionarios universitarios; entre los renunciantes estaba José Villagrán, que con su salida trajo un nuevo director (Federico Mariscal) y una modificación más al plan de estudios.

Los planes de estudio de **1935** (Véase: tabla 14 en anexo B), tuvieron cambios principales en cuanto a forma: en el área teórica, la creación de un curso de teoría en el segundo y el tercer año, así como la desaparición del curso de Arquitectura Comparada. En el área de diseño, se sustituyen los cursos de composición de arquitectura 3°, 4° y 5° por taller de arquitectura en los cinco años de la carrera y se eliminó el **tratado de sombras,** quedando únicamente **Geometría Descriptiva,** modelado y taller de arquitectura. En el área de tecnología se crea el curso de edificación en 2°, 3° y 4° años.

Esta época de cambios, la enseñanza iniciada y promovida entre otros muchos por José Villagrán fue tomando auge rápidamente en el campo profesional y en algunos momentos con bastante violencia en las aulas de clase; las enseñanzas academicistas se fueron volviendo anticuadas, y en algunos casos hasta reaccionarias, provocando por su mal entendimiento –de la misma manea que con la arquitectura barroca– la destrucción de la mayoría de nuestro legado arquitectónico del siglo XIX.

De estos cambios, en el que se logró conjuntar un plan congruente con la corriente "funcionalista" mexicana fue en el de **1939** (Véase: tabla 15 en anexo B); las tablas academicistas se rompen totalmente y esto sirve de elemento rector para, salvo contadas excepciones, todos los planes que se producirán posteriormente en el país. Este plan no se logró fácilmente; la iniciativa de un grupo de profesores y alumnos, siendo director Mauricio M. Campos, hicieron posible la revisión del plan anterior.

Este plan tuvo pocos cambios con relación a los de 1935, en el área de diseño: se modifica la asignatura de modelado por dibujo del natural y se le agregan a la materia de **Geometría Descriptiva** la perspectiva y las sombras. En el área de teoría se cambian las materias de teoría de la arquitectura de 2°, 3° y 4° año, por análisis de programas de arquitectura, y en 5° año se establece la materia de conferencias de arquitectura.

Si el plan de estudios de 1939 intentó plantear una propuesta educativa que respondiera a las necesidades y recursos reales de nuestro país, los cambios posteriores no pudieron implementarla. Estos estuvieron dirigidos más a poner a la moda los estudios y a responder a los problemas inmediatistas, como el crecimiento poblacional, que a instrumentar un plan que fuera acorde con nuestra realidad nacional. Los cambios posteriores en el plan de estudios de **1940** (Véase: tabla 16 en anexo B), solo intentaron sacar el problema urbano a otros campos interdisciplinarios a la creación de los cursos de educación plástica (superficie y volumen), y pretendieron ponerse a la moda de la corriente Bauhasiana en esas fechas de moda a través de la Universidad de Harvard; por lo tanto no muestran grandes diferencias.

Durante este plan de estudios en el área de teoría se conservó el análisis de programas en el 2° y 3° años, pero se suprimió la materia de práctica externa, investigación y servicio social de 4° y 5°. Mientras que en el área de diseño se eliminó las sombras de la materia de **Geometría descriptiva.**

El plan de estudios de **1949** (Véase: tabla 17 en anexo B), tiene ligeras modificaciones hasta **1955** (Véase: tabla 18 en anexo B), durante la dirección de Alonso Mariscal Abascal, y se aplicaría hasta 1960 en que el entonces director Ramón Marcos Noriega realiza un cambio de Plan que sería aprobado por el Consejo Técnico en febrero de 1960.

Durante el plan de 1949 la materia de **Geometría Descriptiva y perspectiva** no se modifica, es en el plan de 1955 donde solamente se suprime la perspectiva, y se queda la asignatura como **Geometría Descriptiva**.

La reestructuración propuesta, así como las bases de lo que sería el nuevo plan de estudio de **1960** (Véase: tabla 19 en anexo B), fueron los siguientes: Se agruparon las materias del *primero al quinto año en siete seminarios:* historia, teoría, urbanismo, matemáticas, materiales y procedimientos de construcción, auxiliares de representación y educación visual, composición, y se realizaron las siguientes modificaciones importantes: en el área de teoría se eliminó el taller de historia, se sustituyeron los cursos de análisis de programas por los análisis de edificios y se crearon dos materias optativas: teoría superior e historia de la arquitectura moderna. En el área de diseño se sustituyeron los cursos de educación plástica y de composición por el taller de proyectos en los cinco años. Se conservó la **Geometría Descriptiva** y se volvió a implementar el curso de estereotomía y perspectiva. En el área técnica se crea el taller de construcción en los cuatro últimos años y en el área de Urbanismo se eliminan los cursos de economía y sociología, quedando sólo dos cursos obligatorios y un taller de urbanismo en quinto año, con carácter optativo.

Hubo algunas modificaciones en los planes de estudio de **1964** (Véase: tabla 20 en anexo B) y **1965** (Véase: tabla 21 en anexo B), pero de poca importancia y se puede decir que no cambió el esquema académico planteado; durante estos años se realizaron los primeros cursos a nivel posgrado, como cursos de especialización; se creó un taller piloto, se formalizó un taller de pasantes y se modificó el sistema de exámenes profesionales.

3.4 Los planes de estudio de 1967

Nuevamente, ante la protesta de profesores y alumnos, los planes de estudio de **1967** (Véase: tabla 22 en anexo B), fueron modificados y pasaron de ser de anuales a semestrales, por lo que de 41 materias se pasó a 97, incluyendo las optativas que se cursaban a partir del sexto semestre; en algunas de las áreas, principalmente en la de teoría-historia, se introdujo la materia de México I como materia obligatoria y México II y III como optativas, materias que daban al alumno el conocimiento de la realidad socio-económica del país, en cuanto al área de diseño, se sustituyó la materia de estereotomía por dibujo técnico y se dosificó la asignatura de **Geometría Descriptiva** en el 1°, 2° y 3° semestres de la carrera, así como la implementación de tres cursos de *diseño, uno de iniciación al taller de arquitectura y seis de taller de* arquitectura.

Durante este periodo se publicó un documento llamado por su color "libro verde", que contiene todos los programas de los cursos que se impartían.[8]

El objetivo pedagógico de este nuevo plan de estudios tenía como fin la enseñanza a través del desarrollo de la creatividad del alumno, valiéndose de ejercicios que los capacitarán para poder concebir los espacios construidos adecuados a la vida del hombre y su comunidad. Los temas para estos ejercicios se dieron como un reflejo al tiempo y el medio en que les tocó actuar a los nuevos profesionistas.

El proceso de enseñanza de sus materias fue absolutamente práctico en el ejercicio del diseño. El número de ejercicios y la dificultad de los mismos, así como el alcance de éstos, se iba incrementando acorde al nivel de la materia.

De esta forma, la materia de diseño se inicia con el desarrollo de la creatividad en la plástica en diseño I, hasta la

[8] Este documento se encuentra en la biblioteca de la Facultad de Arquitectura con el nombre de: COORDINACIÓN ACADEMICA, PROGRAMAS DE MATERIAS ENA, UNAM, 1970-1971.

programación arquitectónica, funcionamiento y organización de espacios arquitectónicos elementales en diseño III.

Mientras tanto, el taller de arquitectura I inicia con el proyecto de edificios, incluyendo el estudio de materiales y procedimientos de construcción y problemas simples de estructuración; de este modo, semestre a semestre, se van incorporando otras áreas tales como aspectos urbanos, medio ambiente, economía, hasta que en el taller de arquitectura VI se manejan investigaciones especiales de la programación y da un mayor énfasis a los problemas de construcción, presupuestos y a la programación de obra.

3.5 Los planes de estudio de 1976 [9]

El plan de estudios de **1976** (Véase: tabla 23 en anexo B), fue la culminación de un largo proceso académico político que se inició el 11 de abril de 1972, en el que se obtuvieron una gran cantidad de experiencias y valiosas aportaciones.

Este nuevo plan de estudios pretendió tomar cuerpo en la vida académica cotidiana, orientándose en el cumplimiento de los objetivos centrales que el Autogobierno se había planteado desde sus principios y que estaban encaminados a lograr un nuevo profesional de la arquitectura, acorde con los problemas sociales de ese momento. Democratizar la enseñanza y las formas de gobierno de la administración, y aportar a la Universidad un modelo para su transformación en una universidad crítica, científica, democrática y vinculada a las luchas populares.

La duración de la carrera se disminuyó a cuatro años. El primer año correspondía al primer nivel: el segundo y tercer años al segundo nivel y el cuarto año al tercer nivel de la carrera.

El primer nivel, esto es, el primer año de la carrera, tenia un valor de 90 créditos, correspondientes a teoría I, diseño I, tecnología y extensión universitaria I.

En los mismos términos, y con la correspondiente diferencia académica, el segundo nivel tenia un valor de 180 créditos, que correspondían a teoría II, diseño II, y extensión universitaria II.

[9] Esta información fue tomada del Plan de Estudios de 1976 de la Escuela Nacional de Arquitectura-Autogobierno, UNAM

El tercer nivel, es decir, el cuarto año de la carrera, tenia un valor de 90 créditos, que correspondían a teoría III, diseño III, tecnología III y extensión universitaria III.

El taller de arquitectura constituía el nervio central de enseñanza en el Autogobierno. En él se daban la comprensión teórica y la ubicación social de un problema: se realizaban los trabajos de proyecto o de diseño y se estudiaban y proponían las soluciones tecnológicamente adecuadas para construir y llevar a obra la solución; es decir, en el taller de arquitectura se llevaba a cabo la integración entre las áreas de la teoría, del diseño y de la tecnología. La extensión universitaria era la banda de transmisión que conectaba el ámbito académico con las condiciones reales de vinculación en que se presentaba una demanda específica.

Aunque en este plan de estudios no se especifica la asignatura de **Geometría descriptiva** como tal, si se hace mención de ésta. En el área de diseño dentro de los siete alcances mínimos de conocimientos en el primer nivel se especifica, en uno de ellos, lo siguiente: "expresión gráfica completa de las representaciones geométricas de los accidentes espaciales de un objeto diseñado, y de su entorno. Conocimiento de los principios geométricos correspondientes" [10] En el segundo nivel se menciona el "dominio completo de las técnicas de representación de un determinado diseño en sus diversos aspectos –cartográfico, urbano, gráfico, geométrico y de sentido visual. Conocimiento del análisis grafico, de la representación esquemática elocuente, plana e isométrica, con los consecuentes detalles constructivos" [11] En el tercer nivel se enfatiza la "capacitación óptima en el empleo de los medios de expresión gráficos visuales y geométricos de la arquitectura. Capacidad para determinar un lenguaje formal haciendo su crítica..."[12]

En este sentido se podría deducir que la materia de geometría descriptiva I, II, y III se siguió impartiendo durante la vigencia de este plan de estudios

[10] Plan de Estudios de 1976, Escuela Nacional de Arquitectura-Autogobierno, UNAM, p. 35.
[11] *Idem*
[12] *Idem*

3.6 Los planes de estudio de 1981[13]

Los talleres que agrupaban la otra corriente académica de la Escuela se unificaron, promovidos por la Dirección en Unidad Académica de Talleres de Letras, dado que éstos se denominaban con letras; esta unidad siguió aplicando el plan de estudios de 1976 hasta el año de 1981.

Los objetivos de este nuevo plan de estudios de **1981** (Véase: tabla 24 en anexo B), fueron, en primer lugar, formar al estudiante en las disciplinas tendientes al planteamiento, comprensión y resolución de los problemas referentes al espacio en el que los seres humanos realizaban sus funciones de vida, como: habitación, trabajo, recreación y circulación. Por otro lado, el de transmitirle una serie de conocimientos que le permitieran resolver las necesidades actuales y venideras en relación con el diseño arquitectónico, constructivo y urbano regional de nuestro país.

La adquisición de los conocimientos antes mencionados se apoyó en una dosificación de la enseñanza distribuida en 9 semestres, mismos que se estructuraron en 4 etapas. Todas las asignaturas estaban comprendidas en 4 áreas generales: área de diseño arquitectónico; área tecnológica; área teórico-humanística y área urbanística y ciencias sociales.

El plan de estudios planteaba cuatro etapas (inicial, formativa, integral y evaluativa), perfectamente definidas:

La primera etapa (Inicial) en los semestres 1° y 2°, se impartían materias básicas generales de formación como: taller de diseño arquitectónico I y II, **Geometría I y II,** matemáticas I y II, teoría de la arquitectura I y II y otras más. Se estableció el hecho importante de que era necesario acreditar el total de materias y créditos de los dos semestres citados (15 materias y 90 créditos) para ingresar a la segunda etapa.

La segunda etapa (formativa) en los semestres 3°, 4°, 5° y 6°, estaba enfocada a impartir las materias que eran fundamentales en el ejercicio profesional del arquitecto, y comprendían 28 materias y 169 créditos. De igual manera que la etapa anterior, era necesario acreditar el total de materias para ingresar a la siguiente etapa.

La tercera etapa (integral) comprendía los semestres 7°. y 8°, talleres integrales de arquitectura, en los cuales se cursaba una materia en cada semestre, en la cual intervenían en forma integral 6 de las sub-áreas: diseño, edificación, estructuras, instalaciones, urbanismo y teoría. En forma paralela a esta etapa, durante estos semestres, el alumno cursaba 4 materias optativas, 2 de ellas en el 7° semestre y las otras 2 en el 8° semestre. Se estableció además como requisito para pasar a la cuarta etapa, el haber pagado completamente el total de créditos obligatorios y optativos de la tercera etapa (331 obligatorias y 24 optativas).

La cuarta y última etapa (evaluativa), taller evaluativo de arquitectura, implicaba el desarrollo de un tema con la intervención de 3 asignaturas: diseño, edificación y urbanismo, que constituían en realidad el examen profesional.

3.7 Los planes de estudio de 1992[14]

La Facultad de Arquitectura de la UNAM, con una tradición académica de 209 años de existencia, enfrentaba el reto de elaborar y poner en práctica un nuevo plan de estudios para la licenciatura en arquitectura, que reuniera lo mejor de las dos experiencias académicas de los planes anteriores de 1976 y 1981.

Conocer y enfrentar estas realidades fue sin duda la gran responsabilidad de la Universidad y de la Facultad de Arquitectura, que con plena conciencia de su responsabilidad, llena de anhelos, búsquedas e inquietudes, decidió participar con entusiasmo en la formulación de un nuevo plan de estudios para la licenciatura en arquitectura.

La estructura básica del Plan de estudios para la licenciatura en arquitectura de **1992** (Véase: tabla 25 en anexo B), se basó en el análisis y conocimiento de las distintas fases del fenómeno arquitectónico definidas, entre otras cosas, por los documentos en los que se expresan las conclusiones y las

[13] Esta información fue tomada del Plan de Estudios de 1981, de la Escuela Nacional de Arquitectura-Letras, UNAM

[14] Esta información fue tomada del Plan de Estudios de 1992, de la Facultad de Arquitectura, UNAM

recomendaciones de las distintas mesas de trabajo en las que fue desahogada la convocatoria del H. Consejo Técnico de la Facultad del 7 de febrero de 1991.

En esa perspectiva, la estructura del plan de estudios se planteó de la siguiente manera: La carrera quedó conformada en 5 niveles, mismos que se estructuraron en 2 etapas: la de formación dividida en un nivel introductorio de un 1° año, y otro de desarrollo que incluía tres niveles más: 2°, 3° y 4° años, y la de consolidación correspondiente al 5° año da la carrera.

Todas las asignaturas estaban comprendidas en 4 áreas generales: teórico-humanística, urbano ambiental y proyecto y construcción.

La etapa de formación estaba orientada a la capacitación, profundización y dominio de los conocimientos de las cuatro áreas, demostrable en aplicaciones teórico-prácticas.

El primer nivel tenía un carácter introductorio, en el cual se proporcionaban los elementos fundamentales para iniciarse en la formación profesional. El área de proyectos contemplaba las sub-áreas de taller de proyectos; taller de investigación; expresión; matemáticas y geometría; dentro de esta última se enseñaban las materias de **Geometría I**, matemáticas, representación grafica I y varias más. El enfoque que se le daba a la sub-área de matemáticas y geometría, era el análisis geométrico de edificios.

En el segundo, tercero y cuarto niveles se impartían conocimientos específicos que permitían al alumno capacitarse en la dimensión profesional del arquitecto. En el segundo nivel, al igual que en el primero, se seguía impartiendo la asignatura de **Geometría II.**

La etapa de consolidación estaba orientada a la demostración de los conocimientos adquiridos y aportación de alternativas innovadoras en el taller de arquitectura, y a la profundización de los conocimientos en el área de su interés vocacional, a través de los cursos selectivos del área de la práctica profesional supervisada.

En este último nivel de la carrera, el alumno debía acreditar un curso selectivo de cada área del conocimiento del plan de estudios, con objeto de fortalecer su formación de acuerdo a sus orientaciones o preferencias personales, los cuales podían cursarse dentro de la licenciatura o bien en la División de Estudios de Posgrado de la propia Facultad, y se requiera para ello la autorización del Consejo Técnico.

En el quinto nivel, en el desarrollo del taller de arquitectura, debía cumplir con el trabajo terminal o tesis y posteriormente el alumno solamente tenía que sustentar su examen profesional.

3.8 Los planes de estudio de 1999 [15]

El plan de estudios de 1999 fue dirigido a toda la comunidad de la licenciatura en arquitectura, y a la de la Facultad en general; a los profesores y estudiantes de otras instituciones, y a todas aquellas personas interesadas en alguno o varios de los aspectos del plan de estudios de la licenciatura en arquitectura que imparte la Facultad de Arquitectura de la UNAM.

Su diseño pretende brindar una explicación clara y concisa de cada uno de los puntos que lo integran, así como hacer de éste un instrumento eficaz, abierto, dinámico y flexible que promueva la integración no sólo de distintas visiones y concepciones de la arquitectura, sino de materias, ciencias y procedimientos tecnológicos auxiliares, y que impulse a los futuros arquitectos a esculpir su propio perfil profesional.

El Plan de estudios de **1999** (Véase: tabla 26 en anexo B), se estructura en áreas y etapas de conocimiento. Tiene una duración de cinco años, divididos en diez semestres, y se compone de 51 asignaturas; de ellas, 39 son obligatorias y 12 selectivas. El total de créditos es de 392; a las asignaturas obligatorias corresponden 344, y 48 a las selectivas.

Son 5 las áreas del conocimiento que conforman el mapa curricular de este plan de estudios: proyecto; teoría, historia e investigación; tecnología; urbano-ambiental; y extensión universitaria. Éstas constituyen el conjunto de posibilidades académicas, prácticas educativas y conocimientos mediante los que se organiza la enseñanza de la arquitectura.

De esta manera se cuenta con un instrumento nítido y coherente para desarrollar la práctica pedagógica, pues en torno a

[15] Esta información fue tomada del Plan de Estudios de 1999, de la Faculta de Arquitectura, UNAM

estas áreas se ubican las actividades del proceso de enseñanza-aprendizaje de la arquitectura.

Los estudios de la licenciatura en arquitectura se dividen en 5 etapas que constituyen el plan: básica (1° y 2° semestres), de desarrollo (3° y 4°), profundización (5° y 6°), consolidación (7° y 8°) y demostración (9° y 10°). Se han definido las intenciones educativas y precisado el tipo y grado de aprendizaje de cada una de ellas. Así, a través de los cursos semestrales, la secuencia del aprendizaje va de lo más simple y general, en la etapa básica, a lo más complejo y detallado, en la etapa de demostración.

Las tres primeras etapas de formación se abocan al fundamento, desarrollo y profundización de conocimientos y habilidades. Dentro de estas tres etapas ésta el área de proyecto, en donde se imparten las siguientes materias: representación gráfica; proyecto; **geometría** y construcción, en el 2°, 3° y 4° semestres. Estas son también parte del bloque de taller de arquitectura II, III y IV.

La cuarta etapa —de consolidación— tiene una definición vocacional. Finalmente, la quinta —de demostración— se constituye por el seminario de tesis y los cursos selectivos, como culminación de los estudios de licenciatura.

La estructura del Plan de estudios permite realizar aplicaciones propias a la dinámica de cada grupo académico, y hace posible a la vez que los estudiantes diseñen su perfil profesional mediante la diversidad de opciones que ofrecen las asignaturas selectivas.

El taller de arquitectura es el eje que estructura e integra las actividades del plan de estudios. Es la figura académica en la que se llevan a cabo las principales acciones de la formación del estudiante; el espacio donde se generan, sintetizan y experimentan los conocimientos y habilidades del quehacer arquitectónico, y donde entran en contacto las acciones educativas de las cinco áreas del conocimiento.

Además de las 39 asignaturas obligatorias, este plan de estudios cuenta con 12 selectivas que, a partir del sexto semestre, los alumnos podrán escoger con toda libertad e indistintamente del área a que aquéllas correspondan. Dentro de estos cursos selectivos podrán incluirse asignaturas correspondientes al Posgrado de Arquitectura; de las otras licenciaturas que se cursan en esta facultad; e inclusive de licenciaturas afines que se imparten en otras facultades o escuelas de la UNAM.

NOTA: Para mayor información de los programas de estudio de los años 1981,1992 y 1999 Véase anexo C.

3.9 Síntesis de los programas

3.9.1 En la Facultad de Arquitectura

<u>El programa de 1981</u>

Este programa consta de tres niveles durante la carrera en sesiones semanales de 4 horas en los dos primeros niveles, y de 3 horas en el tercer nivel.

El primer nivel de este programa, entre sus objetivos pedagógicos incluye la definición de la disciplina, la relación entre ésta y la arquitectura, pero no menciona de qué debe ser capaz el alumno al haber cursado la materia. Por otro lado, se hace mención de que la materia es de tipo informativo, cuando debería ser de carácter formativo, esto es que el alumno adquiera ciertas habilidades intelectuales y manuales.

En el segundo nivel ya menciona que "se trata de una materia informativa, formativa", pero no menciona claramente de qué será capaz el alumno al finalizar el semestre.

En el tercer nivel ya se plantean de mejor manera los objetivos, puesto que menciona de forma más precisa qué es lo que se espera que el alumno aprenda.

Estos objetivos pedagógicos no se encuentran enlistados de forma que pueda diferenciarse uno de otro por un lado, y por otro no hay una evolución entre cada uno de los niveles. (Véase: tabla B)

<u>El programa de 1992</u>

Este programa consta de dos niveles durante la carrera en sesiones semanales de 3 horas por nivel.

En el primer nivel así como en el segundo, se plantean de mejor manera que en el plan anterior los objetivos pedagógicos, puesto que se menciona qué se espera del alumno.

En ambos niveles aparecen dos objetivos incluidos en un solo párrafo, y sería conveniente enlistarlos como se mencionó anteriormente. (Véase: tabla: C)

El programa de 1999
Este programa consta de tres niveles durante la carrera en sesiones semanales de 2 horas por nivel.

Con respecto a este programa es necesario hacer varios comentarios:

1. Se plantean objetivos pedagógicos genéricos que corresponden a todas las materias del área de proyectos.
2. Hace falta conocer los objetivos particulares de cada una de las materias (particularmente de la geometría descriptiva).
3. Aparece mencionada la materia de geometría en tres niveles distintos.
   Hace falta especificar que se trata de geometría descriptiva por un lado, y por el otro darle un nombre distinto en cada nivel (por ejemplo geometría descriptiva I, II y III) (Véase: tabla D)

3.9.2 En el Colegio de Ciencias y Humanidades

El programa del Taller de Diseño Ambiental I del CCH (Plan 1998)
Esta asignatura de Diseño Ambiental I se imparte en el quinto semestre del bachillerato, pertenece al área talleres de lenguaje y comunicación y es de carácter propedéutico. Es una materia teórico-práctica, optativa con 8 créditos y tiene asignadas un total de 64 horas por semestre (4 horas por semana). No tiene antecedentes en el plan de estudios.

Esta materia pretende que el alumno comprenda la interdependencia hombre-entorno. La metodología del trabajo consiste en la exposición de la clase, la realización de ejercicios prácticos y tareas e investigación documental. Se busca que el alumno genere conocimiento nuevo.

Se ven diversas clases de dibujo: a mano libre y técnico-arquitectónico. Imágenes gráficas en la proyección de las formas. Principios del diseño. El dibujo como herramienta. Expresión y desarrollo de la creatividad. El hombre como usuario de los objetos que van a diseñarse y la interrelación hombre-espacio.

Se intenta lograr los objetivos del curso con la aplicación práctica de la información teórica, y con el desarrollo de los procesos de diseño, encaminado a resolver problemas.

La forma de evaluación es la siguiente. Revisión del trabajo y participación por parte del alumno en clase y la realización de las tareas, y la colaboración en tarea encomendadas al grupo.

El contenido temático del curso es el siguiente:

- ✓ Desarrollo de habilidades y destrezas en la representación.
- ✓ Capacitación en técnicas y en el uso de instrumentos.
- ✓ Descripción y producción de objetos utilitarios.
- ✓ El diseño: definición, proceso y ramas.
- ✓ Elementos del diseño. Forma y espacio. Técnicas auxiliares del diseño.
- ✓ El dibujo y la representación: Dibujo a mano alzada y perspectiva. Instrumentos: monteas, isométricos, etc.
- ✓ Elementos en el diseño de objetos: Antropometría, escala, etc. Aspectos sociales y culturales. Procesos del diseño ambiental.

Nota: Para mayor información sobre el programa completo véase el anexo D.

El programa del Taller de Diseño Ambiental II del CCH (Plan 1998)
La asignatura de Diseño Ambiental II se imparte en el sexto semestre del bachillerato, pertenece al área talleres de lenguaje y comunicación y es de carácter propedéutico. Es una materia teórico-práctica, optativa con 8 créditos y tiene asignadas un total de 64 horas por semestre (4 horas por semana).

El objetivo de este curso es que el alumno conozca las posibilidades de intervención del diseñador en el medio. Pretende lograrse esto por medio de prácticas demostrativas: Adquisición de conocimientos y desarrollo de habilidades en el dominio de las técnicas. El profesor funge como instructor y supervisor.

Se intenta también en este curso la aplicación de conocimientos y habilidades a la solución de problemas, ver los problemas de la ciudad en relación con el medio social y cultural, y el uso de técnicas como la tinta china, gouache y acuarela. Esto deberá lograrse por medio de la adquisición de conocimientos teórico-históricos y de la demostración de las destrezas y habilidades adquiridas.

Las clases se desarrollan con el trabajo y la participación en las sesiones, tareas, prácticas de campo y asistencia a exposiciones.

Se busca también lograr el desarrollo de la capacidad de reconstruir procesos de diseño, la aplicación de herramientas técnicas a la solución de problemas de diseño ambiental, y la integración de los conocimientos teóricos y prácticos en un proyecto.

El contenido temático es el siguiente:

- ✓ Análisis y transformación del diseño ambiental: Entorno urbano, configuración de entornos urbanos.
- ✓ Determinación en entornos urbanos: del ámbito natural y recursos. Aspecto socio-cultural. Asentamientos humanos Función estética.
- ✓ Diseño de ámbito y entorno. El proceso del diseño ambiental: planteamiento del programa, proceso del proyecto.

Nota: Para mayor información sobre el programa completo véase el anexo D

3.9.3 En la Escuela Nacional Preparatoria

<u>El programa de Dibujo Constructivo II de la ENP. (Plan 1996)</u>
Esta asignatura de Dibujo Constructivo II se imparte en el sexto año del bachillerato, pertenece al área I Físico matemáticas y es del núcleo propedéutico. Esta ubicada en el Colegio de Dibujo y Modelado. Tiene el carácter de teórico-práctica. Es una materia obligatoria con 12 créditos y tiene asignadas un total de 90 horas al año (3 horas por semana).

Tiene como propósito el desarrollo de la percepción visual y la capacidad de observación, sensibilidad y expresión individual.

Se pretende propiciar en el alumno las capacidades de:

- ✓ Descubrir parte del potencial comunicativo de las imágenes y trabajo conjunto con materias de otras áreas.
- ✓ La representación de la forma en el espacio por medio de las técnicas del diseño gráfico y constructivo
- ✓ El uso de la simbología y de los instrumentos de dibujo.
- ✓ La expresión gráfica y la creatividad.

Se busca también contribuir a la formación del alumno al proporcionarle un lenguaje plástico gráfico, capacidad para construir conocimientos significativos, y el desarrollo de facultades intelectuales, afectivas y físicas, así como de la atención, percepción, coordinación y memoria visual.

Otro de sus objetivos es la aproximación a la función semiótica por medio del análisis de los elementos gráficos principales y de sus cualidades expresivas y la exploración de posibilidades de representación en el dibujo técnico.

Como objetivos adicionales se pueden mencionar los siguientes:

- ✓ Desarrollo de las facultades del alumno por medio de la técnica del dibujo.
- ✓ La formación de una disciplina que proporciona un espacio científico y hábitos de precisión, exactitud, etc.
- ✓ El desarrollo de una conciencia cívica para afrontar problemas y necesidades de la sociedad.
- ✓ Adiestramiento manual e imaginativo.
- ✓ El uso de la proyección ortogonal y axonométrica.
- ✓ La representación gráfica de problemas geométricos y de proyección.

El contenido temático es el siguiente:

- ✓ La tecnología básica del diseño gráfico. Es una unidad introductoria y básica. Se ve el uso de instrumentos y materiales, líneas y trazos de figuras geométricas y letreros.
- ✓ Tecnología básica del dibujo constructivo. Consiste en la afirmación de los conocimientos de la unida anterior. Se ve lo siguiente: planos ortogonales, proyecciones, representaciones de volúmenes y de objetos.
- ✓ Simbología y problemas para el área físico-matemáticas. Introducción a las proyecciones cónicas o perspectivas. Pretende ser una aplicación de conocimientos y habilidades a trabajos utilitarios y problemas tecnológicos. Se ven los siguientes temas: aplicación de la geometría

lineal y plana a la simbología, proyecciones ortogonales y cónicas, perspectiva y representación de formas del espacio.

- ✓ El dibujo aplicado a la representación de proyecciones de edificaciones. Esta unidad es una síntesis de las tres unidades anteriores, ya que se aplican los conocimientos adquiridos a situaciones específicas. Se ven los siguientes temas: Técnicas de un levantamiento físico. El croquis acotado. Proyecciones geométricas y Maqueta.

Nota: Para mayor información sobre el programa completo véase el anexo E.

Los diferentes nombres que tuvo la Academia	Duración de la carrera	Plan de estudio	Años y semestres de la carrera										Área
Nombre	**Años**	**Año**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**						**Diseño**
Academia Nacional de San Carlos	4	1847			X								Geometría Descriptiva
Academia Nacional de San Carlos	4	1856			X								Geometría Descriptiva
Academia de Nobles Artes de San Caros	7	1857				X							Aplicación de Geometría Descriptiva
Academia Imperial de Nobles Artes	6	1865				X							Geometría Descriptiva y estereotomia
Escuela Nacional de Bellas Artes	9	1897					X						Geometría Descriptiva
Escuela Nacional de Bellas Artes	5	1903		X									Geometría Descriptiva y estereotomía
Escuela Nacional de Bellas Artes	5	1910	X										Geometría Descriptiva
Escuela Nacional de Bellas Artes	5	1916	X										Geometría Descriptiva y teoría de sombras
Escuela Nacional de Bellas Artes	5	1920	X										Geometría Descriptiva
Escuela Nacional de Bellas Artes	5	1922	X										Geometría Descriptiva
Escuela Nacional de Bellas Artes	5	1928	X										Geometría Descriptiva y trazado de sombras
Escuela Nacional de Arquitectura	5	1929	X										Geometría Descriptiva
Escuela Nacional de Arquitectura	5	1931	X										Geometría Descriptiva y trazado de sombras
Escuela Nacional de Arquitectura	5	1935	X										Geometría Descriptiva
Escuela Nacional de Arquitectura	5	1939	X										Geometría Descriptiva, perspectiva y sombras
Escuela Nacional de Arquitectura	5	1940	X										Geometría Descriptiva, perspectiva
Escuela Nacional de Arquitectura	5	1949	X										Geometría Descriptiva, perspectiva
Escuela Nacional de Arquitectura	5	1955	X										Geometría Descriptiva
Escuela Nacional de Arquitectura	5	1960	X										Geometría Descriptiva
Escuela Nacional de Arquitectura	5	1964	X										Geometría Descriptiva
Escuela Nacional de Arquitectura	5	1965	X										Geometría Descriptiva
			1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	
Escuela Nacional de Arquitectura	5	1967	X	X	X								Geometría I, II, III
Escuela Nacional de Arquitectura Autogobierno y Letras	5	1976											* Cada taller tenía su propio programa
Facultad de Arquitectura	4 / 5	1981	X	X									Geometría I, II
Facultad de Arquitectura	5	1992	X	X									Geometría I, II
Facultad de Arquitectura	5	1999		X	X	X							Geometría I, II, III

El programa de estudio de 1981, en la asignatura de Geometría Descriptiva.

Plan	Nivel	Objetivos Pedagógicos	Proceso de Enseñanza	Temas
1981	I	– Se trata de una materia de tipo informativo y la finalidad de la Geometría Descriptiva es: la representación gráfica de los objetos de una manera universal La relación entre la Geometría Descriptiva y la arquitectura, se establece en el momento de tratar de representar gráficamente un objeto arquitectónico ya sea existente o como producto de la creación del arquitecto	– La enseñanza se realizará por exposición y trabajos prácticos.	–Definición Formas geométricas –El punto –La línea. La línea recta –La superficie. El plano –Intersecciones y visibilidad –Movimientos auxiliares: Círculo –Perspectiva: Diferentes tipos de perspectiva –Perspectiva geométrica
1981	II	–Se trata de una materia informativa, formativa, ya que da a conocer las formas y la manera de tratarlas y posteriormente la manera de aplicarlas en la composición de los elementos arquitectónicos.	– La enseñanza se realizará por exposición y trabajos prácticos.	–Superficie –Superficies regladas –Conoides –Intersecciones –Superficies de revolución –Superficies de generación propia –Proyecciones oblicuas –Proyecciones cónicas
1981	III	– La geometría Descriptiva denominada Tres, tiene como finalidad instruir al alumno en el manejo de la esfera para lograr la posibilidad del diseño de estructuras geodésicas. – Se hará como primera parte del curso un recordatorio de los principios fundamentales de la Geometría Descriptiva y de sus aplicaciones al diseño arquitectónico. – El alumno aprenderá a manejar los diversos elementos que se pueden distinguir en la esfera, y los problemas de que estos elementos presentan en el diseño de geodesicas – El alumno aprenderá el trazo y manejo de las geodesicas de primer orden. – Se hará del conocimiento del alumno las leyes estipuladas por Euclides para el tratamiento de los cuerpos inscritos o circunscritos a la esfera. El alumno hará ejercicios para la comprensión de las leyes y los trazos que implican así como ejercicios de adiestramiento en el manejo de las mismas. .	– El curso se impartirá por exposición de los temas.- Taller y trabajos prácticos.	–Principios fundamentales de la geometría descriptiva y de sus aplicaciones al diseño –Trazo y manejo de las geodésicas en primer orden –Trazo y manejo de las geodésicas en segundo orden –Trazo y manejo de las geodésicas en tercer orden

El programa de estudio de 1992, en la asignatura de Geometría Descriptiva.

Plan	Nivel	Objetivos Pedagógicos	Proceso de Enseñanza	Temas
1992	I	– El alumno definirá e interpretará el espacio geométricamente en sus dos aspectos: racional o especulativo y técnico o práctico, de tal manera que sea capaz de crear un modo de expresión universal – El alumno conocerá las formas geométricas en el espacio, su generación y el manejo de las mismas para la creación del espacio arquitectónico – El alumno conocerá la representación gráfica o proyección de las formas geométricas – El alumno manejará la representación gráfica tridimensional por medio de la perspectiva.	–Exposición por parte del profesor. –Ejercicios tridimensionales. –Ejercicios en montea de los modelos tridimensionales. –Aplicación de las formas geométricas a los elementos que forman el espacio arquitectónico. –Trabajo grupal basado en el análisis de los ejercicios realizados. –Discusión dirigida a partir de investigaciones bibliográficas	–Antecedentes, definición, nomenclatura –Análisis de clasificación, definición y generación de las formas geométricas –Cuadrantes, montea en el espacio, montea constructiva –El punto en el espacio –Posiciones de la línea –Posiciones del plano –Trazas de rectas –La superficie –Intersecciones –Movimientos auxiliares –Proyecciones del círculo –Perspectiva generalidades –Perspectiva aérea –Tangencias –Sombras –Sombras en perspectiva
1992	II	– El alumno manejará el espacio geométricamente, capacitándolo en la solución gráfica convencional de los problemas planteados en el espacio tridimensional por el proyecto arquitectónico – El alumno será capaz de resolver espacios arquitectónicos tanto en sus componentes como en los envolventes, aplicando las formas geométricas. – El alumno aplicará los conocimientos de la geometría en la solución de problemas específicos relacionados con diseño y construcción de la arquitectura	–Exposición por parte del profesor. –Ejercicios tridimensionales. –Ejercicios en montea de los modelos tridimensionales. –Aplicación de las formas geométricas a los elementos que forman el espacio arquitectónico. –Diseño de cimbras de estos elementos –Trabajo grupal basado en el análisis de los ejercicios realizados. –Discusión dirigida a partir de investigaciones bibliográficas.	–Antecedentes de la creación del espaci arquitectónico –Definición y análisis de las formas –Superficies –El espacio a partir de superficies plana –El espacio a partir de superficies curva –El espacio a partir de la combinación d superficies planas y curvas –Aplicación en el diseño y construcción

El programa de estudios de 1999, en la asignatura de Geometría Descriptiva.

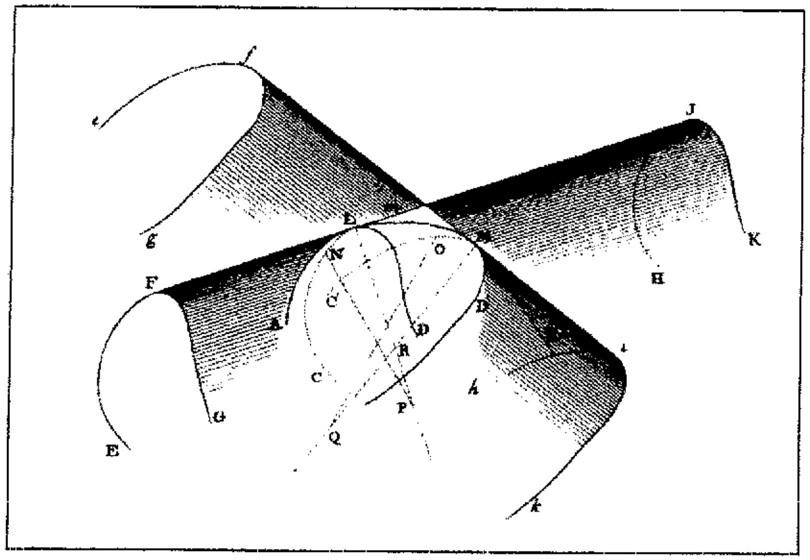
Plan	Nivel	Objetivos Pedagógicos	Proceso de Enseñanza	Temas
1999	I	**En la etapa básica** El estudiante entrará en contacto con el trabajo arquitectónico, al adquirir una visión introductoria y global sobre las diversas disciplinas y áreas el conocimiento que en ello intervienen, mediante: – El adiestramiento en la comprensión de la estructura geométrica, y en la capacidad de representación gráfica del proyecto, mediante el aprendizaje de los métodos, instrumentos y códigos de comunicación utilizados en la práctica profesional.	**En la etapa básica** – El manejo de los instrumentos y métodos de representación gráfica arquitectónica y el análisis del condicionamiento de lo arquitectónico por las determinaciones de las dimensiones del cuerpo humano (antropometría y ergonomía).	–Introducción, antecedentes, orígenes e historia de la geometría –Definiciones y teoría de la arquitectura –Geometría plana –Geometría del espacio –EL recurso de la geometría descriptiva en el planteamiento y solución de problemas arquitectónicos. –Los elementos del espacio y su registro –Movimientos auxiliares –Verdadera forma y magnitud –Nociones de perspectiva
1999	II	**En la etapa de desarrollo** En esta etapa el estudiante discurrirá sobre el significado conceptual, y por lo tanto cultural, de los objetos arquitectónicos, adquirirá mayor destreza en el proceso del diseño arquitectónico, e integrará a su formación los conocimientos que se producen a través de: – La fundamentación de la expresión arquitectónica con base en criterios de solución estructural y constructiva, así como de configuración geométrica del proyecto, integrados a los elementos del lenguaje arquitectónico	**En la etapa de desarrollo** – La ejercitación y experimentación de la actividad en torno al proyecto arquitectónico basadas en las condiciones del objeto que se proyecta, en relación con sus características de habitabilidad, su ubicación, y los principios del lenguaje arquitectónico aplicado a su configuración.	–El espacio y la superficie –Superficies regladas –Forma –Lugar de la geometría en el concepto de la estructura
1999	III	**En la etapa de desarrollo** – La realización de ejercicios de proyecto en los que destaquen la reflexión de las características conceptuales de los objetos arquitectónicos, de modo que permitan concebir y conjuntar los espacios habitables que se demandan	**En la etapa de desarrollo** – La manualidad de la práctica y la representación gráfica del proyecto arquitectónico	–Creatividad y geometría –La geometría y la perspectiva –Registro geométrico de sombras –La geometría y los procesos constructivos-estructura –La geometría y el diseño de elementos constructivos de una obra arquitectónica –Análisis geométrico de obras arquitectónicas

Tabla comparativa de los temas en los programas de la asignatura de Geometría Descriptiva de 1981, 1992 y 1999

Nivel	Temas del programa 1981	Temas del programa 1992	Temas del programa 1999
I	Definición – Formas geométricas – El punto – La línea – La línea recta – La superficie – El plano – Intersecciones y visibilidad – Movimientos auxiliares: Círculo – Perspectiva: Diferentes tipos de perspectiva – Perspectiva geométrica	– Antecedentes, definición, nomenclatura – Análisis de clasificación, definición y generación de las formas geométricas – Cuadrantes, montea en el espacio, montea constructiva – El punto en el espacio – Posiciones de la línea – Posiciones del plano – Trazas de rectas – La superficie – Intersecciones – Movimientos auxiliares – Proyecciones del círculo – Perspectiva generalidades – Perspectiva aérea – Tangencias – Sombras – Sombras en perspectiva	– Introducción, antecedentes, orígenes e historia de la geometría – Definiciones y teoría de la arquitectura – Geometría plana – Geometría del espacio – EL recurso de la geometría descriptiva en el planteamiento y solución de problemas arquitectónicos – Los elementos del espacio y su registro – Movimientos auxiliares – Verdadera forma y magnitud – Nociones de perspectiva
II	– Superficie – Superficies regladas – Conoides – Intersecciones – Superficies de revolución – Superficies de generación propia – Proyecciones oblicuas – Proyecciones cónicas	– Antecedentes de la creación del espacio arquitectónico – Definición y análisis de las formas – Superficies – El espacio a partir de superficies planas – El espacio a partir de superficies curvas – El espacio a partir de la combinación de superficies planas y curvas – Aplicación en el diseño y construcción	– El espacio y la superficie – Superficies regladas – Forma – Lugar de la geometría en el concepto de la estructura
II	– Principios fundamentales de la geometría descriptiva y de sus aplicaciones al diseño – Trazo y manejo de las geodésicas en primer orden – Trazo y manejo de las geodésicas en segundo orden – Trazo y manejo de las geodésicas en tercer orden		– Creatividad y geometría – La geometría y la perspectiva – Registro geométrico de sombras – La geometría y los procesos constructivos-estructura – La geometría y el diseño de elementos constructivos de una obra arquitectónica – Análisis geométrico de obras arquitectónicas

Tabla comparativa de los temas en los programas de la ENP; CCH y FA.

CCH **Materia: Diseño Ambiental I** **Semestre: Quinto**	**CCH** **Materia: Diseño Ambiental II** **Semestre: Sexto**	**ENP** **Materia: Dibujo Constructivo II** **Año: Sexto**	**FA** **Materia: Geometría Descriptiva** **Semestres: II, III, IV**
Unidad 1 **¿Qué es el diseño?** – El diseño Ambiental ¿Qué es? – El diseño como proceso. – Las ramas del diseño: Arquitectónico, urbano, industrial y del paisaje.	**Unidad 1** **El objeto de análisis y transformación del diseño ambiental** – El ámbito y el entorno urbano – La configuración de ámbitos y entornos urbanos (ambiente natural, territorio, suelo, clima, etcétera	**Unidad 1** **Tecnología básica del dibujo geométrico.** – Identificación y uso correcto de los instrumentos y materiales necesarios	**Nivel I** – Introducción, antecedentes, orígenes e historia de la geometría – Definiciones y teoría de la arquitectura – Geometría plana – Geometría del espacio – EL recurso de la geometría descriptiva en el planteamiento y solución de problemas arquitectónicos. – Los elementos del espacio y su registro – Movimientos auxiliares – Verdadera forma y magnitud – Nociones de perspectiva
Unidad 2 **Principios y fundamentos básicos del diseño** – Los elementos formales del diseño: Punto, Línea, Plano, Volumen – La forma y el espacio: Color, Textura, dimensión. – Las técnicas auxiliares del diseño: tinta china, prisma color, acuarela, goauche, la maquetería	**Unidad 2** **Las determinaciones en el diseño ámbitos y entornos urbanos** – El ámbito natural, los recursos – El nivel de lo económico. – El nivel de lo político. – El ámbito sociocultural. – Los antecedentes socio histórico – Los asentamientos humanos. – El medio habitable – La función estética	**Unidad 2** **Tecnología básica del dibujo constructivo.** – Introducción a las proyecciones ortogonales y axonométricas	**Nivel II** – El espacio y la superficie – Superficies regladas – Forma – Lugar de la geometría en el concepto de la estructura
Unidad 3 **El dibujo. la representación de lo que vemos y de lo que pensamos** – La forma general de ver: el dibujo a mano alzada, la perspectiva – El dibujo con instrumentos; las monteas, los isométricos, el método de la perspectiva geométrica	**Unidad 3** **El diseño de un ámbito y entorno** **El proceso del diseño ambiental** – El planteamiento del problema – El programa. – El proceso del proyecto. – El proyecto.	**Unidad 3** **Simbología y problemas específicos para el área Físico-Matemáticas. Introducción a las proyecciones cónicas o perspectivas.** – Aplicación de la geometría lineal y plana, para dibujar simbologías (signos) utilizados en las diferentes áreas de instalaciones: (eléctricas, hidráulicas, sanitarias, aires acondicionados, mobiliario, topografía etc.)	**Nivel III** – Creatividad y geometría – La geometría y la perspectiva – Registro geométrico de sombras – La geometría y los procesos constructivos estructura – La geometría y el diseño de elementos constructivos de una obra arquitectónica – Análisis geométrico de obras arquitectónicas
Unidad 4 **Los elementos determinantes en el diseño de objetos utilitarios** – Antropometría, escala, proporción, proxemia – Lo estético, lo cultural, lo histórico, lo social, lo económico, lo ecológico. – Los procesos del Diseño Ambiental Resolución de problemas de diseño.		**Unidad 4** **Tecnología especializada del dibujo aplicado a la representación de proyecciones de edificaciones** – El alumno plasmará en trabajos de dibujo constructivo (croquis, proyectos y planos) o de estructuras (maqueta) la representación de edificaciones reales o imaginadas	



Capítulo 4

La enseñanza de la geometría descriptiva dentro de la arquitectura

Capítulo 4
La enseñanza de la geometría descriptiva dentro de la arquitectura

4.1 Introducción

Quizá si hiciéramos un estudio entre los arquitectos sobre la importancia de la geometría, nos encontraríamos con una gran diversidad sobre el futuro de la disciplina y con una gran coincidencia en la importancia que debe dársele.

Esta disciplina tiene una imagen en la sociedad muy desigual. Quienes no están involucrados en su estudio o en su enseñanza, generalmente se conforman con tener una idea sobre ella a grandes rasgos; en cambio, quienes por su formación o su profesión tienen la necesidad de utilizarla, tienden a adquirir y buscar información más extensa y profunda.

En nuestros días, la geometría tiene una amplia variedad de ramas y de aplicaciones; esto es resultado del avance científico y tecnológico al que la disciplina ha estado ligada.

Para los arquitectos es fundamental el estudio de la geometría para tener ciertas habilidades en la organización del espacio.

Podemos mencionar tres finalidades que deben regir el proceso de enseñanza-aprendizaje de la geometría: a) La geometría como ciencia del espacio. Estudia la configuración y la representación de la forma. Es importante resaltar que la descripción de la forma es parte esencial del conocimiento y de la educación en geometría. b) La geometría como método para visualizar conceptos y procesos matemáticos. Es posible asociar imágenes geométricas a ciertas operaciones matemáticas. c) La geometría como punto de encuentro entre las matemáticas como teoría y las matemáticas como modelo.

Esta disciplina permite visualizar los modelos matemáticos e interactuar entre los procesos de inducción y deducción.

Los objetivos que han de perseguirse en la enseñanza de la geometría dependen de sus aplicaciones y de sus relaciones con otras materias en el plan de estudios.

Podemos mencionar tres tipos de objetivos: a) Conceptuales. Se relacionan con el conocimiento de la geometría como ciencia. b) De procedimiento. Tienen que ver con las aplicaciones de la geometría a otras disciplinas y técnicas. c) De actitudes. Se refieren a la valoración o crítica de las aplicaciones mencionadas en el inciso anterior.

Dentro del tema de la enseñanza de la geometría es importante mencionar la heterogeneidad en la preparación y en las experiencias en cuanto al conocimiento en la materia por parte de los alumnos en un grupo dado, y su estudio en lo que conocemos como los niveles de van Hiele. Estos niveles son etapas progresivas que incluyen los conceptos y el vocabulario que el alumno debe conocer y dominar para poder cursar una asignatura dada con éxito.

Otro aspecto importante es la intervención de la visualización y el pensamiento visual. Entendemos por visualización la capacidad de producir imágenes que representen conceptos, situaciones o procesos, y de hacer algunas lecturas o interpretaciones de dichas imágenes. El pensamiento visual incluye la capacidad de visualizar a un nivel más avanzado, de modo que puedan representarse e interpretarse situaciones y conceptos complejos, es más avanzado y preciso que el conocimiento intuitivo. La geometría puede ser ensañada y estudiada de modo que se aproveche mejor el pensamiento visual. Por otra parte, la computadora ofrece posibilidades de utilizar el pensamiento visual para colaborar en la enseñanza de la geometría a través de programas interactivos, de simulación y los que utilizan el hipertexto. Sin embargo, existen aspectos (sobre todo de imágenes tridimensionales) que no pueden ser procesados por computadora; además, aprender por medio de ésta es hacerlo por simulación, y en determinados casos es necesario aprender por realización, es decir, viendo y manipulando la realidad directamente.

La enseñanza de la geometría, a diferencia de la de otras ramas de las matemáticas, incluye dos facetas: la conceptualización y la visualización; es decir, el trabajo con conceptos o ideas y con imágenes.

Existen varios ingredientes de la educación en geometría, entre los cuales podemos mencionar los siguientes: conceptos, procedimientos, procesos, estrategias, actitudes y rutinas instrumentales. Para lograr un máximo rendimiento en el aprendizaje por parte del alumno, es necesario que estos ingredientes estén siempre equilibrados.

Podemos dividir el conocimiento geométrico en cuatro áreas: a) aspectos constructivos, como son las proyecciones, los gráficos, la rigidez y la demostración; b) distancias, lugares geométricos y simetría, entre otros aspectos; c) propiedades de la medida, como descomposición de áreas y de volúmenes, triangulación, medidas indirectas, etc.; y d) los aspectos más actuales de las aplicaciones de la geometría.

Aunque puede decirse que desde las primeras construcciones han existido los arquitectos, la profesión propiamente dicha nace con la especialización en el ramo a partir de la Revolución Industrial, al ir quedando la mano de obra a cargo de especialistas, y el papel de diseñar y proyectar en quien fungiría como arquitecto.

El papel del arquitecto es producir construcciones que posean belleza, estabilidad, utilidad y optimización de costos, con autoridad profesional y legal, con capacidad para elaborar planos con especificaciones, dar asistencia a sus clientes y asesoría en el proceso de construcción.

Este profesional tiene una triple misión: a) como artista, realiza obras con belleza y expresión de lo ideal; b) como filósofo, estudia las aspiraciones morales e intelectuales del hombre dentro de la sociedad; y c) como hombre civil, contribuye a satisfacer determinadas necesidades materiales.

El trabajo del arquitecto pasa por las siguientes fases: a) artística, al combinar necesidades prácticas y belleza estética; b) calculadora, al lograr dimensiones acordes con la estabilidad y la resistencia de los materiales; y c) constructiva, al realizar el edificio proyectado. Esta última fase se desarrolla en dos partes: la técnica, en la que interviene la geometría descriptiva, y la práctica.

El arquitecto, al realizar su labor, debe tomar en cuenta las siguientes condiciones: a) el sentimiento, a través de conocimientos artísticos y gráficos; b) el raciocinio, a través del conocimiento científico; y c) la actividad realizadora, a través de conocimientos gráficos.

La geometría como ciencia de la extensión está relacionada con las medidas del hombre y del medio que el arquitecto creará para él.

A pesar de que la geometría descriptiva se enseña en nuestro país desde la creación de la Academia de San Carlos, no se le da aún toda la importancia que amerita. Los egresados del bachillerato llegan a los primeros niveles de la carrera de arquitecto con una preparación en geometría muy desigual, pues no todos han cursado asignaturas donde se les imparten conocimientos en la materia; además, los cursos y los libros de texto dan por sabidos determinados temas, y muchas veces se parte de cierto punto en el que no todos los alumnos de un grupo se encuentran.

4.2 Algunas reflexiones sobre geometría y educación

Posiblemente, ante el espinoso tema del presente y el futuro de la enseñanza de la Geometría, un sondeo de opiniones entre profesionistas de la enseñanza de la arquitectura arrojaría una gran diversidad de direcciones y pronósticos y una gran coincidencia sobre el interés del asunto y la dificultad de su resolución.

Para las personas no implicadas con la enseñanza de la Geometría o de las matemáticas la denominación geometría no ofrece ningún problema. Buscarían una definición en una enciclopedia ilustrada y hallarían una simple descripción del siguiente estilo: "parte de las matemáticas que trata de las propiedades y medida de la extensión" o algo similar. Seguramente empezaría entonces a recordar algunas imágenes y palabras que siempre consideró propias de lo geométrico como: punto, recta, plano, espacio, triángulo, polígono, cubo, perímetro, área, volumen, etc. Para la mayoría de las personas que han recibido una educación primaria, la geometría se relaciona con dibujos lineales, formas, figuras, fórmulas y algo más tal vez. En algún caso hay quien recuerda aún con sorpresa aquello de "por dos puntos siempre pasa una línea recta" o "toda recta es paralela a sí misma", sin haber descubierto muchos años después de la memorización de dichas obviedades, el sentido de las mismas.

Para las personas comprometidas con la enseñanza de la geometría o de las matemáticas el problema es delimitar lo que no es geometría. Para ello el saber geométrico puede estar relacionado con el álgebra lineal, los sistemas de ecuaciones lineales, los determinantes, la geometría diferencial, la topografía de variedades, las ecuaciones diferenciales, etc.

Entre una geometría raquítica y una geometría desbordante se impone analizar el problema de lo que es geometría con una cierta calma y una cierta voluntad de buscar una respuesta positiva.

En el siguiente listado podemos encontrar algunos de los diferentes apartados que hoy pueden considerarse ligados a la geometría.[1]

1. Geometría euclídea
2. Geometría no-euclídeas
3. Geometría proyectiva
4. **Geometría descriptiva**
5. Geometría analítica
6. Geometría integral
7. Transformaciones geométricas
8. Teoría de la simetría
9. Teoria de mosaicos
10. Problemas en retículos
11. Teoría de grafos
12. Convexidad
13. Geometría discreta
14. Geometría de superficies
15. Poliedros
16. Teoría de la disección
17. Geometría diferencial
18. Geometría computacional
19. Teoría de empaquetamiento
20. Teoría de la rigidez estructural
21. Geometría digital
22. Teoría de nudos
23. Problemas isoperímetros
24. Juegos geométricos
25. Curvas planas
26. Geometría métrica
27. Diseño VLSI
28. Teoría de códigos
29. Autómatas celulares
30. Cartografía

En el siguiente cuadro podemos apreciar a grandes rasgos cómo pueden encontrarse ejemplos actuales de aplicaciones geométricas.[2]

[1] Alsina Catalá, et al *¿Por qué Geometría?, Propuestas Didácticas para la ESO*, Madrid, Síntesis, 1997, p 12

[2] Op. Cit. p.13

- Aplicación a la modelización matemática del mundo físico.
- Geodesia y triangulación
- Aplicaciones en astronomía y mecánica celeste
- Cartografía (aérea, satélite, temática ..)
- Cálculo de medidas (áreas, superficies, volúmenes).
- **Estructuras en ingeniería y arquitectura.**
- Clasificación de nudos.
- Digitalización y manipulación de imágenes.
- Aplicaciones a la computación y gráficos por computadora.
- Visualización de datos estadísticos
- Procesamiento de imágenes, comprensión y registro
- Teoría de barras y engranajes.
- Aplicaciones en óptica, fotografía y cine
- Codificación, descodificación y criptografía.
- Robótica: movimientos, visión, tareas automáticas
- Descripciones cristalográficas estáticas y de conocimiento.

A la vista de todos estos datos se imponen, al menos, dos conclusiones a retener: la primera de ellas es que la palabra "Geometría" esconde múltiples de apartados de enorme interés en la enseñanza de la misma, así como en lo matemático. Y la segunda es que las aplicaciones "geométricas" son cada vez más amplias y versátiles.

Por todo ello la educación en la Geometría tiene la obligación de considerar como imprescindible ofrecer a los futuros arquitectos una cierta cultura geométrica, una cultura que requiere desarrollar unas habilidades específicas, tener un vocabulario adecuado y poseer una visión global de las aplicaciones actuales y una sensibilidad por el buen razonar, por la belleza y por la utilidad.

4.3 La enseñanza y aprendizaje de la geometría hoy

Actualmente, la enseñanza de la geometría debería incluir muchos aspectos. Entre ellos podemos enumerar los siguientes: la geometría como ciencia del espacio; la geometría como método para visualizar conceptos y procesos matemáticos y la geometría como punto de encuentro entre la matemática como teoría y la matemática como modelo.

El tratamiento de cada uno de estos aspectos exige, desde un punto de vista educativo, una forma especifica de enseñanza y un modelo apropiado de aprendizaje

La geometría como ciencia del espacio

En el análisis de la forma hoy se distingue lo que es la configuración de lo que es la representación gráfica. La configuración figural expresa la imagen de la forma que tenemos en la mente, mientras que la representación gráfica es el modelo arbitrario o comercial de expresar esta imagen en un soporte físico, ya sea una hoja de papel, la pantalla de la computadora o la reproducción física de un modelo tridimensional.

Lo que es la forma en sí, haciendo abstracción de los constituyentes de la materia y de las dimensiones de su tamaño, viene determinado por su configuración figural; es decir, la disposición de los elementos geométricos en lo que podemos llamar la estructura de la forma. Por otra parte, la representación es un modo convencional de *ver* o describir la forma.

El estudio de las formas poniendo énfasis en lo que hemos llamado configuración figural es uno de los puntos de entrada en el conocimiento geométrico.

Este enfoque permite relacionar los valores culturales, sociales y antropológicos del uso y la concepción de la forma en la sociedad, con las perspectivas de la educación geométrica. Claramente, al situarnos en la descripción de una forma, en sus aspectos figurales, estamos iniciando las habilidades propias de la educación geométrica. Este punto de vista permite aproximaciones a la educación geométrica al integrar distintas disciplinas y contextos culturales: la forma en el arte, en la ciencia, en la literatura, etc.

La organización sistemática que nos proporciona el estudio de las configuraciones figuradas marca las líneas organizadoras de lo que conocemos como ciencia del espacio. Así, podemos decir que la visión de la Geometría como ciencia del espacio supone concentrar los aspectos geométricos en el análisis figural de la forma, de los objetos que organizan el espacio. Dentro del análisis figural podemos distinguir cuatro categorías –estructural, dinámica, discreta y de medida–, que nos marcan los grandes ejes donde podemos vertebrar y organizar la enseñanza-aprendizaje de la Geometría entendida como la ciencia del espacio.

La Geometría como método para visualizar conceptos y procesos matemáticos

Uno de los procesos paradigmáticos del conocimiento geométrico es el de la visualización.

Podemos entender el proceso de visualización como el de dar *forma* mental o física a ciertos conceptos y procesos matemáticos no necesariamente figurados. Es decir, el asociar una imagen figurada de un concepto o procedimiento, por ejemplo, el visualizar el procedimiento de resolución de un sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas, con la intersección gráfica de las rectas. O interpretar el límite de una sucesión de cocientes incrementales con la pendiente de la recta tangente.

Aquí la Geometría se considera como un método que puede visualizar formas y figuras, visualizar conceptos o procesos sistemáticos, etc.

La Geometría como punto de encuentro entre la Matemática como teoría y la Matemática como modelo

Es así como entramos en la tercera acepción de la Geometría como punto de encuentro entre la Matemática como teoría y la Matemática como modelo. Esta opción es la que sustenta la consideración epistemológica de considerar la matemática como la ciencia de modelos. Es el enfoque geométrico el que hace que estos modelos se puedan ver, imaginar, en una palabra, visualizar. Este es el dominio donde la Geometría permite interactuar los procesos de inducción y deducción entre la experimentación y la demostración, etc. Así, la Geometría se convierte en el paradigma de las estructuras de razonamiento deductivo.

Todas éstas son las finalidades que creemos deben regir hoy en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Geometría en nuestras aulas.

4.4 Los objetivos en la enseñanza de la Geometría

En la enseñanza obligatoria de la Geometría hay que fijar algunos objetivos mínimos en función de los cuales deben programarse las actividades. En un aprendizaje dinámico de la Geometría, por sus relaciones con las otras materias, y con las propias disciplinas matemáticas, es muy difícil marcar dichos objetivos precisos para un periodo corto: los conceptos deben aparecer y reaparecer, traducirse en diversos lenguajes, tener representaciones plurales y sólo por esta vía cabe esperar una consolidación conceptual. Así pues, parece más adecuado plantearse objetivos generales que todo profesionista debería alcanzar tras su formación básica: tener una cultura geométrica con visión histórica e interdisciplinaria, aplicar conocimientos geométricos para representar, crear o resolver problemas reales y usar los diferentes lenguajes y representaciones, etc.

Podemos distinguir tres tipos de objetivos: Los conceptuales, los de procedimiento y los de actitudes. Tan importante puede ser calcular el área de un triángulo, como saber el proceso para hacer una perspectiva o tener un criterio de auto evaluación de los conocimientos.

Los objetivos conceptuales serían:

- ✓ Describir situaciones reales, fenómenos y experiencias con diferentes lenguajes geométricos (palabras, símbolos, signos, formulas, expresiones, figuras o gráficos)
- ✓ Reconocer magnitudes y conocer unidades de medida en el caso de longitudes, superficies y volúmenes; conocer y utilizar métodos directos e indirectos para medir.
- ✓ Distinguir figuras lineales, planas y espáciales, describiendo sus elementos y hallando las relaciones de igualdad, incidencia, perpendicularidad, simetría, etc. entre dichos elementos mediante el lenguaje adecuado.
- ✓ Reconocer figuras congruentes, semejantes o equivalentes y justificar tal relación mediante algún criterio basado en transformaciones geométricas.
- ✓ Definir conceptos y enunciar propiedades geométricas, tanto en figuras planas como espaciales, sabiendo deducir o inducir algunas relaciones o propiedades fundamentales.
- ✓ Enunciar y explicar las relaciones métricas del triángulo y las propiedades sobre las que éstas se basan (Tales, Pitágoras...).
- ✓ Conocer y situar en el tiempo aspectos relevantes de la historia de la Geometría y su relación con el progreso de la humanidad.

Los objetivos de procedimientos serían:

- ✓ Realizar observaciones sistemáticas, clasificarlas, esquematizarlas y expresarlas en diferentes lenguajes (símbolo, palabra, fórmula, figura...) sabiendo realizar los cambios de lenguaje.
- ✓ Usar los métodos inductivos y deductivos en el estudio de los cuerpos y figuras geométricas
- ✓ Relacionar la Geometría con las otras disciplinas
- ✓ Medir por métodos directos e indirectos longitudes, ángulos, superficies y volúmenes, escogiendo la unidad adecuada e indicando el grado de precisión obtenido.
- ✓ Aplicar la proporcionalidad directa o inversa a la resolución de problemas geométricos.
- ✓ Resolver problemas geométricos por tanteo, por método analítico y por método gráfico, realizando la comprobación de las soluciones obtenidas y la discusión de las mismas.
- ✓ Clasificar y ordenar figuras planas y espaciales
- ✓ Construir modelos de figuras lineales, planas y espaciales.
- ✓ Hacer construcciones gráficas planas con instrumentos de dibujo.
- ✓ Hacer representaciones planas del espacio
- ✓ Usar las transformaciones geométricas (isometrías y semejanzas) para clasificar, generar y analizar figuras.
- ✓ Interpretar representaciones y deducir datos de las mismas (planos, mapas...)
- ✓ Usar y calcular funciones trigonométricas.
- ✓ Estudiar figuras geométricas, gráfica y analíticamente con especial énfasis en los triángulos.

Los objetivos de actitudes serían:

- ✓ Mostrar disposición a interrogarse en cualquier situación, formulando hipótesis y comprobarlas experimentalmente o razonándolas.
- ✓ Criticar la información que se recibe, procurando contrastarla con los métodos o información que se posea.
- ✓ Reconocer la necesidad de utilizar instrumentos de medida y dibujo, tipos distintos de papel, etc.
- ✓ Valorar positivamente las actividades destinadas a resolver cuestiones o descubrir hechos, lo que comporta planificar, buscar medios adecuados, diseñar experiencias, etc.
- ✓ Abordar las situaciones problemáticas haciendo uso de todas las técnicas a su alcance: medir, construir, dibujar, etc.
- ✓ Valorar positivamente el uso correcto del vocabulario estudiado, en orden a conseguir claridad y concisión.

Habilidades y procesos relevantes

A continuación, enlistamos las habilidades que conviene que desarrollen los alumnos y los procesos más importantes.

Las habilidades de *observar* (visualización), *abstraer* (estructuración), *comunicar* (traducción) y *organizar* (determinación y clasificación), se corresponden con las siguientes etapas del aprendizaje:

— La *visualización*. Después de haber observado un objeto, su visualización consiste en poder memorizar (suficientemente) imágenes parciales a fin de poder reconocer objetos iguales o semejantes por cambio de posición o de escala, entre una diversidad de objetos teniendo el mismo croquis.

— La *estructuración*. Después de haber visualizado un objeto, su estructuración consiste en poder reconocer y reconstruir el objeto a partir de sus elementos básicos constituyentes.

— La *traducción*. Consiste en poder reconocer un objeto a partir de una descripción literaria y viceversa.

— La *determinación*. Consiste en poder reconocer su existencia a partir de una descripción de sus relaciones métricas.

— La *clasificación*. Consiste en poder reconocer clases de objetos equivalentes según diferentes criterios de clasificación.

Cualquier aprendizaje debe pasar necesariamente por una etapa previa de observaciones. En el caso de la Geometría, las experiencias sensibles, visuales y táctiles han de constituir la base sobre la cual fundamentar las actividades y abstracciones posteriores.

Observar no es fijarse, no es mirar, es *ver: notar lo común* que puede haber en situaciones diversas (movimientos, figuras, formas, etc.), *notar lo diferencial* en objetos y acciones, *notar lo característico* de cada cosa. En Geometría, ¿qué debe observarse?

— En primer lugar, aquello que de Geometría tenga el *entorno natural*, social, técnico y artístico; tanto las formas estáticas como las evoluciones dinámicas.

— En segundo lugar, cabe observar las *representaciones* gráficas y su correspondencia o fidelidad con la realidad que reflejan o proponen.

— En tercer lugar, cabe dirigir la observación hacia el *material* didáctico, la experiencia en el laboratorio.

La observación libre debe ir acompañada de la observación provocada. Para lograr un aprendizaje efectivo, debe darse la actuación, que consiste en agregar acciones personales a la observación. Puede haber, y es conveniente hacerlo así, actuación en grupo pero sin eliminar la actuación individual. En la ultima parte del aprendizaje se desarrolla la abstracción, etapa en la cual el alumno reconoce semejanzas y diferencias de elementos determinados y el campo de validez de una afirmación, y pude sintetizar y esquematizar una idea.

4.5 Pensar geométricamente

4.5.1 Los niveles de Van Hiele

Un modo de analizar el aprendizaje de la Geometría es el propuesto por un equipo de esposos educadores holandeses, Pierre Van Hiele y Dina Van Hiele Geldof, que notaron las dificultades que sus estudiantes tenían para aprender geometría. Estas observaciones los condujeron a desarrollar una teoría involucrando niveles de pensamiento en la geometría por los que los estudiantes pasan a través y conforme progresan desde solo reconocer una figura hasta ser capaces de escribir una prueba geométrica formal. Su teoría explica por qué muchos estudiantes encuentran dificultades en su curso de geometría, especialmente con pruebas formales. Los Van Hiele creían que las pruebas de escritura requieren pensar en un nivel alto comparativamente y que muchos estudiantes necesitan tener más experiencias en pensar en niveles más bajos antes de aprender conceptos geométricos formales.

El trabajo de Van Hiele propone un modelo de estratificación del conocimiento humano en una serie de niveles de conocimiento que permiten categorizar los distintos grados de representación del espacio.

El aprendizaje es comparado a un proceso inductivo. En un nivel *n-1* ciertas versiones limitadas de los objetos geométricos pueden ser estudiadas. Algunas relaciones acerca de los objetos pueden ser explicadas; sin embargo, hay otras relaciones que no son accesibles a este nivel y, por tanto, no pueden ser abordadas. En el nivel *n* se suponen conocidos los conocimientos del nivel *n-1* y se clarifican las relaciones que estaban implícitas en el nivel anterior, aumentándose de esta manera el grado de comprensión de los conocimientos. Así, los objetos del nivel *n*, son extensiones del nivel *n-1*.

Una de las aportaciones más significativas de los niveles de Van Hiele es reconocer los obstáculos que encuentran los estudiantes delante de ciertos conceptos y relaciones geométricas. Si los estudiantes están en un nivel de conocimientos de *n-l* y se les presenta una situación de aprendizaje que requiere un vocabulario, unos conceptos y unos conocimientos de nivel *n*, no son capaces de resolver la situación problemática presentada y, por tanto, se produce el fracaso en su aprendizaje.

En el apartado de anexos se encuentra un ejemplo del modelo de Van Hiele como marco para el aprendizaje comprensivo de la Geometría. (Véase: anexo F)

4.5.2 El pensamiento visual y la visualización

Desarrollar el pensamiento visual y favorecer las habilidades de visualización, son dos objetivos claves en la educación geométrica. Precisamente por esta importancia, cabe aclarar bien lo que se entiende por pensamiento visual y visualización, términos que a menudo se confunden o se relacionan con las simples imágenes que a menudo ilustran el discurso geométrico.

Visualizar es tener la capacidad de producir imágenes que ilustren o representen determinados conceptos, propiedades o situaciones, y también es la capacidad de realizar ciertas lecturas visuales a partir de determinadas representaciones. Realizar el dibujo de un tetraedro, dibujar un diagrama en un árbol, apreciar que un dibujo plano corresponde a un determinado poliedro tridimensional, etc., todas estas capacidades forman parte de la *visualización.*

El *pensamiento visual* incluye la habilidad de visualizar, pero va más allá, al poder incluir aspectos tales como el reconocimiento rápido de determinadas formas o categorías, la manipulación automática de determinados códigos, etc Es con el pensamiento visual que se "leen" las informaciones de los mapas, se nota inmediatamente la complejidad de una partitura musical o se dictamina rápidamente cuántos componentes tiene un grafo compuesto... Explorar, seleccionar, simplificar, abstraer, analizar, comparar, completar, resolver, combinar..., son verbos que caracterizan parcelas del pensamiento visual.

Si se explora el pensamiento visual convenientemente, puede revolucionar la forma de hacer Geometría y de enseñarla. Y este es otro punto clave sobre el cual debemos reflexionar. Desarrollando el pensamiento visual, no sólo abrimos nuevos horizontes a la forma de enseñar Geometría y a las temáticas curriculares, sino que facilitamos nuevas maneras de descubrir e investigar. En este sentido, la *exploración* espacial mediante el uso de computadoras es un claro ejemplo de cómo se ha revolucionado la aproximación docente hacia las estructuras tridimensionales y de cómo se han abierto nuevas fronteras investigadoras.

Un problema que siempre aparece al tratar el tema del pensamiento visual es el "prejuicio formalista" que rebaja dicho pensamiento a una categoría inferior, asociándolo al "conocimiento intuitivo", como si la comprensión o descripción visual fuera algo innato, un paso previo a algo que alcanzará su plenitud en desarrollos posteriores, especialmente, en los lingüísticos.

De la misma manera que el lenguaje de signos practicado por personas sin capacidades auditivas constituye un lenguaje no lineal, resultado de una peculiar secuencia de gestos en el espacio, las nuevas tecnologías ofrecen hoy nuevas formas de establecer representaciones, analogías y visualizaciones, rompiendo con el discurso lineal-deductivo.

Los nuevos horizontes abiertos por los CD-Interactivos, los CD-Rom, etc., no sólo pueden ayudar al desarrollo del pensamiento visual, sino que pueden facilitarnos el descubrir facultades inéditas para entender y actuar en el espacio. Aunque el papel como soporte del libro tiene larga vida por delante, los nuevos soportes multimedia ofrecerán en un futuro inmediato nuevas formas de presentación geométrica. La coexistencia de texto con hipertexto incorporado, fotos, gráficos, secuencias de video, programas de simulación o dibujo, etc., permitirá que el desarrollo del pensamiento visual tenga unas posibilidades hasta ahora no exploradas.

A pesar de las afirmaciones defendidas aquí sobre la importancia de las nuevas tecnologías para el desarrollo del pensamiento visual, también es importante defender la necesidad de que estos medios no anulen las posibilidades de la experimentación visual y táctil, sólo posibles a través de *actividades de campo* y de experiencias en el *proceso de aprendizaje de la geometría*. El pensamiento visual debe poder descubrir en la vivencia tridimensional, facetas y aspectos nunca trasladables a la pantalla de una computadora. Si importante es la capacidad de reconocimiento de aprendizaje por simulación, no menos importante es la capacidad de representación de aprendizaje por realización, en vivo y en directo, de actividades.

4.5.3 Del análisis curricular a la práctica docente

Mientras que los conceptos y procesos de los bloques numéricos y algebraicos siguen una estructura más organizada y jerárquica al mismo tiempo que pueden identificarse claramente diferentes niveles de aprendizaje, los contenidos geométricos, al ser más globales y tener múltiples conexiones en paralelo con los procesos de aprendizaje y afectivos, presentan una enorme complejidad que dificulta su implementación eficiente. El punto clave de la problemática de la educación geométrica radica en el hecho que el conocimiento geométrico y espacial emerge de la toma de conciencia y de la exposición y expresión de la dinámica de las imágenes mentales. Así, la complejidad de la educación geométrica, a diferencia de otras ramas de la educación matemática, radica en la omnipresente e inevitable dialéctica entre la conceptualización y visualización o, dicho de otro modo, entre la experimentación y la demostración. De esta manera, la Geometría puede ser considerada como una búsqueda de modelos guiada, tanto por el "ojo visual" como por el "ojo de la mente". En la interacción entre estos dos modos de ver es donde realmente radica su pedagogía.

Es en el trabajo en clase de auténticas situaciones problemáticas, de contexto geométrico y espacial, donde podemos focalizar entornos de aprendizaje en que los alumnos se habitúen a experimentar y probar a partir de sus propias acciones, tanto experimentales como mentales, compartiendo su práctica y mentalización con la colaboración de sus propios compañeros y del profesorado.

En una propuesta curricular, como ocurre en la vida, es deseable que se siga una dieta equilibrada estableciendo las proporciones convenientes de cada uno de los ingredientes de la educación geométrica, a saber: conceptos, procedimientos, procesos, estrategias, actitudes y rutinas instrumentales.

El conocimiento implicado en la educación geométrica se puede vertebrar en cuatro grandes ejes o áreas de dominio atendiendo a la focalización de distintos aspectos.

En primer lugar podemos agrupar todo el dominio de conocimientos que hacen referencia a los aspectos constructivos y de representación como son los tópicos de representación, proyecciones, gráficos, rigidez y demostración.

En un segundo eje dinámico podemos agrupar los temas referidos a distancias, lugares geométricos, simetría, mosaicos y transformaciones, escalas, interacción y recursividad.

En un tercer eje se pueden considerar todos los aspectos de la medida: descomposición de áreas, descomposición de volúmenes, triangularización, medidas indirectas, coordenadas cartesianas, etc.

Finalmente, el cuarto eje agrupará a los aspectos más actuales de las nuevas aplicaciones de la geometría: optimización, computación gráfica, programación lineal, combinatoria, etc.

Especificados los ingredientes de la educación y vertebrado el dominio del conocimiento geométrico en una propuesta curricular, corresponde a cada proyecto de centro establecer las proporciones exactas de cada ingrediente y así mismo modificar y adaptar las actividades de la práctica a fin de establecer un particular equilibrio que haga efectiva, eficiente y equilibrada su implementación.

4.6 El papel del arquitecto dentro de la arquitectura

4.6.1 La función del arquitecto

El ejercicio de la profesión de arquitecto en forma reglamentada es relativamente reciente, aunque han existido arquitectos desde que el hombre empezó a erigir construcciones, y había poca diferencia entre diseñadores y constructores. En las culturas y lenguas tradicionales de la Antigüedad se usaba la misma palabra para arquitecto y constructor. La construcción constituía un oficio integrado en el que el maestro de obras o el maestro carpintero sabían diseñar, conjuntar mano de obra y materiales, estimar costos, dirigir el proceso de construcción y en estructuras desde los cimientos hasta el techo. Así, los primeros individuos que se procuraron un abrigo para sí mismos o para otros fueron, en esencia, los primeros arquitectos. Por lo general un arquitecto era cualquier individuo con la capacidad para tener una idea del espacio, describir la geometría, dibujar y construir sin que después se desplomara la obra.

La Revolución Industrial cambió el oficio de la construcción. El advenimiento de nuevos materiales, nuevas máquinas, nuevas técnicas de ingeniería y nuevos requerimientos de construcción hizo que fuera cada vez más difícil que una sola persona u organización dominara todas las facetas del diseño y la construcción de edificios. Fue inevitable la especialización. Los sistemas estructurales nuevos y técnicamente complejos demandaron capacidades que rebasaban las del maestro de obras o del maestro carpintero La proliferación de subcontratistas con una alta especialización redefinió la función del contratista general, cuya fuerza de trabajo propia construía una parte cada vez menor de los edificios. De manera gradual las complejidades de la construcción pasaron a ser cuestiones de expertos que complementaban los esfuerzos del arquitecto.

El papel convencional de los arquitectos en la sociedad parece comprenderse bien. Los arquitectos son tecnólogos y artistas cuyo talento para el diseño produce construcciones que poseen belleza, estabilidad, utilidad, y la tan esperada optimización de costos. La responsabilidad profesional y legal de los arquitectos consiste en elaborar los planos y las especificaciones que indiquen con precisión aquello que va a construirse, en brindar asistencia a los clientes a fin de obtener la aprobación de las soluciones del proyecto por todas las partes involucradas, y en mediar y proporcionar orientación durante la construcción de las obras. El arquitecto exitoso deberá poseer amplios conocimientos técnicos y de ingeniería, habilidad organizativa y administrativa, sensibilidad sociológica y política, agudeza legal, habilidades de venta y comercialización, conocimientos de economía y contabilidad, contactos sociales y de negocios, así como ciertos recursos financieros, por no mencionar el talento para el diseño y el compromiso con el trabajo intenso.

4.6.2 La profesión de arquitecto

El arquitecto dentro de su profesión tiene una triple misión: como *artista*, como *filósofo* y como *hombre civil*.

Cuando es *artista*, su misión es la misma que la de todos los artistas: poeta, músico, pintor o escultor; cumplir con el objeto del arte, que no es otro que realizar la belleza, obtener la expresión de lo ideal y alcanzar el fin del arte.

Cuando es *filósofo*: es por naturaleza en el hombre el satisfacer el sentimiento de lo bello aún en el cumplimiento de las más triviales necesidades de la vida; he aquí una verdad que no requiere mayores pruebas que la de ver en cualquiera de los museos del mundo cómo vienen desenvolviéndose paralelamente la civilización y la perfección en el cultivo de la forma. El arquitecto ha de ser fiel intérprete de ese sentimiento; aun más, órgano efectivamente expresivo de él. Debe en consecuencia estudiar las aspiraciones morales e intelectuales y las tendencias de la sociedad en que vive, tanto como necesidades materiales para satisfacer a aquella con su obra arquitectónica.

Como *hombre civil*; la misión del arquitecto en la sociedad es satisfacer múltiples necesidades que la afectan en sus diversas esferas; requiere, por tanto, el trato frecuente con ellas, para llegar a imbuirse en gustos y exigencias especiales, y hacerse así un verdadero hombre civil.

Se desprende de esta triple misión, que para ser arquitecto se necesitan las tres condiciones: ser artista, filósofo y hombre social, condiciones esenciales y tan íntimamente ligadas entre sí que, si falta una sola de ellas, ya no existe el arquitecto, no puede concebirse al *artista* sin ser *filosofo* que, al reflejar lo bello, ha tenido en cuenta las necesidades del hombre para remediarlas; sin ser el *miembro social* que, lejos de exponer con su arte las fortunas y la vida de sus semejantes, economiza aquéllas y ampara éstas.

El arquitecto deberá de tomar en cuenta estas tres condiciones que a su vez son el objeto directo del desarrollo armónico de tres grandes facultades de la actividad humana: el *raciocinio*, el *sentimiento* y la *actividad realizadora*. Desarrollo que debe tener el arquitecto, así como los conocimientos dentro de la naturaleza especial de nuestro arte y la ejercitación en la aplicación de estos, los cuales pueden clasificarse de la siguiente manera: *conocimientos artísticos* que de un modo fundamental desarrollan el "sentimiento", *conocimientos científicos* que cultivan sobre todo el "raciocinio" y *conocimientos gráficos* referentes a los artísticos y a los científicos que característicamente ejercitan la "actividad realizadora".

El arquitecto no es sólo el que imagina una morada del hombre sino el que la realiza; el arte de realizar llamado *edificación* requiere conocimientos científicos profundos; el del suelo donde se edifica, su relieve, dureza y permeabilidad; deben ser perfectamente conocidos por el arquitecto, las condiciones del paisaje circundante para tener una apreciación más justa, aprovechándolas totalmente, los materiales de edificación ya sean naturales o artificiales; Y por último la combinación de estos elementos para formar una estructura estable, exige del arquitecto el conocimiento de las ciencias que llevan los nombres de minerología, meteorología y sobre todo la mecánica y la matemática que permiten hacer su obra estable.

La medida de la extensión, la geometría, debe ser familiar al arquitecto; saber medir arquitectura significa saber plantear el problema arquitectónico, por eso es que el arquitecto comienza por medir al hombre sin cesar, para enseguida crear el mueble en que se acomoda, para cualquiera de los actos de su vida, y después, de acuerdo con las medidas de ese mueble, fija las dimensiones del cuarto o pieza en que se ha colocado y las dimensiones y agrupación del total de partes o piezas que constituyen el edificio.

El arquitecto tiene en las obras tres fases perfectamente definidas y precisas:

1° Es *artista* al proyectar un edificio y dejar volar su imaginación para crear u ordenar racionalmente formas que al llenar un fin esencialmente práctico sean a la vez de la mayor belleza posible.

2° Es *calculador* al asignar a las formas que ha proyectado las dimensiones convenientes para que no pongan en peligro las construcciones, la vida é intereses sociales; y no se diga sobre este punto que basta el sentimiento y que la mecánica de las construcciones es pura comprobación, pues no es posible concebir dimensiones si no se tiene idea de la estabilidad y resistencia de los materiales

3° Es *constructor* al realizar el edificio proyectado, calculado y realizado a la vez bien y en relación con los medios económicos del mercado. De aquí que sea necesario que el arquitecto conozca lo mejor posible las tres fases de su profesión, pues de ese modo desde el proyecto será responsable de las dificultades del cálculo y la disposición de la construcción, resultando desde luego un todo bueno.

La última fase del arquitecto es la de *constructor*, y para ella son precisos conocimientos de índole técnica y práctica. Los de índole técnica principian con la geometría descriptiva, que si bien tiene aplicaciones en todas las fases de la carrera, es en ésta en la que su importancia es preponderante. Y esto hace que forme parte de la etapa básica y de desarrollo dentro de los planes de estudio actuales. La parte práctica de la construcción son las asignaturas técnicas, sistemas estructurales e instalaciones.

4.7 Las propuestas al programa de estudios de la Facultad de Arquitectura

4.7.1 Premisas y antecedentes

El lograr desarrollar el conocimiento que dé lugar al pensamiento y habilidades del estudiante de arquitectura permite plantear el conocimiento necesario y potencialmente competente en el área técnica y científica que dé lugar a su formación, sin restarle importancia a ninguno de los aspectos de las áreas de teoría y diseño que lo justifican interdisciplinariamente en su actuación y procedimiento como futuro profesionista.

El arquitecto necesita de la ciencia y de la técnica para la realización de su trabajo; no obstante, no hace ciencia propiamente, aunque sí desarrolla técnicas para formalizar la arquitectura.

La ciencia o ciencias son grandes esferas del saber en aspectos específicos. El arquitecto requiere del conocimiento de ciencias como las matemáticas, física, química de materiales, etc, para formalizar los aspectos técnicos de su profesión. La historia de la arquitectura demuestra estos aspectos.

El futuro arquitecto debe ser un seguidor de los avances tecnológicos de su época, no sólo saberlos aprovechar y dominar sino también ser un innovador constante de estas tecnologías para su provecho en la arquitectura.

Los planes de estudio que se realicen a futuro deben de tener esta y otras premisas interdisciplinarias, tanto en el reconocimiento y fomento de las técnicas arquitectónicas propias y de vanguardia como en la salvaguarda de ellas en diferentes épocas históricas.

Una característica importante que deben tener los planes de estudio es contar equilibradamente los aspectos teóricos y prácticos en la formación del alumno. Estos conocimientos siguen un proceso didáctico, donde lo aprendido por el alumno sigue procedimientos del conocimiento en sectores perfectamente definidos y que deben ser cuidadosamente realizados por los procedimientos, nociones y conceptos a fomentar.

Algunos aspectos conceptuales en el proceso de enseñanza-aprendizaje son de carácter de fomento de habilidades. Y estos requieren de un procedimiento largo y de acumulación de experiencias. No es factible enseñarlos como simples conocimientos para aprender en una transferencia didáctica simple, de formación o búsqueda de datos, sino que debe también inducirse al alumno a desarrollar destrezas; por ejemplo, por citar algunas habilidades: a) de razonamiento; b) manuales; c) visuales del espacio y c) del dibujo y uso de instrumentos.

Estas deberán ser formadas en un proceso de enseñanza en etapas y en grados progresivos de complejidad.

4.7.2 El lugar de la geometría en los planes de estudio de arquitectura

En el campo del desempeño del proyecto arquitectónico y especialmente en el de su enseñanza-aprendizaje, la geometría deberá estar permanentemente presente en la totalidad de su proceso; de ninguna manera deberá identificarse solamente como una materia aparte, un elemento estático adherente o algo complementario; deberá entenderse como algo que forma parte de ello y generador de su integridad procesal que interviene ampliamente desde el principio, en la identificación misma del problema y en los atributos arquitectónicos de su planteamiento.

El desempeño de la geometría deberá intervenir en la aproximación a los problemas arquitectónicos; en la formación del pensamiento histórico crítico del proceso; en la percepción del espacio; en la proyección y graficación de algunas soluciones; en el desenvolvimiento del lenguaje y expresión y en el desarrollo de todos los procesos de realización de la obra arquitectónica.

Algunos de los objetivos a seguir son los siguientes.

- ✓ Comprender, definir e interpretar al espacio en general y al existente en la demanda de solución a los problemas de proyecto arquitectónico.

- ✓ Comprender, analizar, describir y representar gráficamente la forma-figura y la dimensión o magnitud de los objetos arquitectónicos y de sus elementos o componentes.
- ✓ Comprender y desenvolverse en el ámbito de la geometría espacial y la geometría plana.
- ✓ Resolver las demandas de descripción, comunicación y expresión propios del proceso arquitectónico.

En el procedimiento de enseñanza es importante resaltar los siguientes aspectos:

- ✓ El desarrollo de la información
- ✓ La exposición verbal y gráfica
- ✓ La inducción a la reflexión básica
- ✓ La realización de ejercicios prácticos de aplicación de las nociones aprendidas
- ✓ Las prácticas de taller adjuntas al diseño geométrico de objetos y elementos
- ✓ La elaboración de maquetas
- ✓ El desarrollo de procesos de investigación.

4.7.3 Las propuestas a la asignatura de geometría descriptiva

1) Analizar los programas de estudio de las materias del bachillerato de las áreas de diseño o dibujo, con el propósito de saber en qué medida responden a las necesidades del alumno que ingresa a la licenciatura.

2) Determinar qué conocimientos en geometría deben tener los alumnos que ingresan a la carrera de arquitectura.

3) Elaborar un diagnóstico de conocimientos en la materia a los alumnos de primer ingreso para saber en qué nivel real están. Este diagnostico deberá incluir un examen de conocimientos al inicio del curso propedéutico mencionado en el punto cuatro, de acuerdo con los dos puntos anteriores.

4) Proponer un curso propedéutico diseñado para aquellos alumnos cuyo nivel de conocimientos y habilidades requiera complementar, así como para aquellos que no tengan ningún antecedente en cursos de este tipo o para quienes deseen reforzar los conocimientos que tienen. Este curso será de carácter obligatorio para los alumnos que no logren acreditar el examen de diagnóstico antes mencionado. El objetivo principal de dicho curso será lograr que los estudiantes cursen satisfactoriamente los niveles siguientes. (geometría descriptiva I, II, III)

Hay que tomar en cuenta que instituciones como la UNAM no requieren para el ingreso a sus carreras que el alumno cuente con un bachillerato especializado. El dar por hecho que los alumnos de primer ingreso deben tener determinados conocimientos puede significar apartarse de esa característica de esta institución. Y el hacer llevar cursos muy elementales a alumnos que ya tienen una preparación previa es en cierta forma desperdiciar los conocimientos y habilidades que éstos tienen. Para un mejor aprovechamiento general de un grupo, es mejor empezar por preparar a quienes tienen un nivel deficiente para poder tener grupos con un nivel lo más homogéneo posible.

5) Sería conveniente definir la estructura que debe tener cada nivel de la asignatura, para lograr que sea más eficiente la que actualmente está en vigor. A continuación se da un ejemplo de cómo podría estar estructurado el programa.

Antecedentes:

Asignatura: Geometría descriptiva I
Carrera: Licenciatura en arquitectura
Semestre: Segundo
Etapa de Formación: Básica
Área de conocimiento: Proyecto, teoría, historia e investigación; tecnología
Carácter: Obligatorio
Tipo de asignatura: Teórico-práctica
Modalidad: Taller
Horas / semana / semestre: 2
Créditos: (No se especifican)
Asignatura precedente: Propedéutico (según propuesta)
Asignatura Subsecuente: Geometría Descriptiva II

Objetivo General:
Al finalizar el curso, el alumno definirá e interpretará el espacio geométricamente en sus dos aspectos: racional y técnico, de tal manera que sea capaz de expresar en tres dimensiones elementos arquitectónicos y abstractos por medio de sus proyecciones sobre determinados planos.

Objetivos Particulares:
El alumno:
Dominará la utilización del punto, la línea y el plano en el espacio.
Aprenderá las bases geométricas y técnicas para el dibujo de planos y rectas en el espacio geométrico.
Ilustrará gráficamente los sólidos, movimientos, intersecciones con métodos que permitan visualizar los elementos que lo conforman.
Identificará los conceptos geométricos que le permitan relacionar la teoría con la práctica, con lo cual podrá desarrollar las facultades imaginativas para generar y diseñar los espacios arquitectónicos.
Conocerá las formas geométricas en el espacio, su generación y la utilización de las mismas para la creación del espacio arquitectónico.

Métodos de enseñanza:
Explicación de conceptos teóricos a través de exposiciones por parte del profesor con material didáctico y gráfico.
Exposición oral y gráfica por parte del profesor en la resolución de ejercicios.
Estimulación de la participación y creatividad de los alumnos en la solución de espacios con ayuda de la geometría.
Supervisión y corrección de trabajos de clase y extraclase.

Actividades de aprendizaje:
Participación en clase y resolución de casos prácticos en clase.
Grupos de discusión mediante la exposición de un tema en particular por el profesor o por un grupo de alumnos.
Exposiciones mediante proyecciones de audiovisuales o diapositivas.
Realización de laminas en clase y extraclase.
El uso correcto de los instrumentos de dibujo.
Construcción de proyectos a escala.

Métodos de evaluación:
Se tomará en cuenta la asistencia y el cumplimiento a tiempo de los trabajos
Se evaluará el uso correcto de los instrumentos de dibujo.
Se hará una evaluación en la calidad del trazo.
Se realizará al termino del curso un examen.

Temas y subtemas
En este apartado sería deseable tener organizado los temas y subtemas de la siguiente manera. (Véase: tablas A, B y C)

4.7.4 Conclusiones

Podemos mencionar tres etapas en la enseñanza de una asignatura: la elaboración del programa, la impartición de las clases por parte del profesor, y el trabajo y aprendizaje por parte del alumno. En todo este proceso intervienen además del profesor y del alumno las autoridades educativas, cuerpos colegiados, etc, que son quienes intervienen en la primera etapa. Todos los involucrados en el proceso y en todas las etapas deben tener en cuenta los siguientes aspectos de la materia: a) para qué se está enseñando y qué papel desempeña tanto en el plan de estudios como en la formación del arquitecto; b) la naturaleza de la asignatura; c) como debe enseñarse y aprenderse.

Es claro que toda esa información deben tenerla las autoridades y los profesores, pero es necesario que también el alumno la conozca en la medida que pueda asimilarla, y que vaya aprendiéndola a medida que se avanza en el plan de estudios. Esta ultima consideración adquiere valor e importancia en materias como la geometría descriptiva, la cual tiene fundamentalmente dos características: a) es teórico-practica; y b) su finalidad es tanto adquirir conocimientos teóricos como desarrollar habilidades manuales y de percepción-representación. El hecho de que los destinatarios finales de un programa de materia, profesor y alumno, conozcan y tengan siempre presente lo expresado en el párrafo anterior es imprescindible para que su trabajo cumpla con los objetivos planteados.

Por otra parte, es de suma importancia saber qué limitaciones tienen tanto los programas de materia de geometría descriptiva como la situación real que se presenta en las escuelas de arquitectura, y particularmente en la facultad correspondiente de la UNAM. Esto servirá para elaborar propuestas como las que aquí se presentan, que tienen como propósito exponer la forma de llenar los huecos que existen al respecto. Diseñar un curso propedéutico o de preparación para los alumnos que tienen una formación deficiente, que logre homologar el nivel académico de un grupo a los más adelantados, es la mejor forma de trabajar con dicho grupo y de elevar el nivel general de la comunidad estudiantil. Con respecto a los programas de materia es importante complementarlos y agregar aquellos aspectos y elementos de los que carezcan. En el ejemplo que se desarrolla aquí se incluyen los aspectos mínimos que consideramos debe tener un programa de este género: Antecedentes (información general), objetivo general y particulares, métodos de enseñanza, actividades que deberán realizar los alumnos, métodos de evaluación y subdivisión de temas.

Tabla A

Geometría I

Temas y subtemas:

Programa	No. Tema	Temas	Subtemas	Objetivos de los temas (El alumno será capaz de:)
1ª Sem.	1	Introducción, antecedentes, orígenes e historia de la geometría		Describir la evolución histórica de la geometría descriptiva. Conocer la importancia de la disciplina dentro de la arquitectura.
2ª Sem.	2	Definiciones y teoría de la arquitectura	2.1 Geometría y conocimiento 2.2 Geometría y constructivismo	
3ª Sem			2.3 El concepto de exactitud 2.4 Las disciplinas afines	
4ª Sem	3	Geometría plana	3.1 Forma y figura 3.2 Trazo de polígonos 3.3 Trazo, medición y división de ángulos y rectas	Reconocer las formas simples de la geometría y la manera de poder representarlas gráficamente.
5ª Sem.	4	Geometría del espacio	4.1 Poliedros 4.2 Trazo 4.3 Dimensión	
6ª Sem			4.4 Volumen 4.5 Superficie línea y punto 4.6 Percepción y abstracción espacial	
7ª Sem.			4.7 Concepción del espacio arquitectónico 4.8 Proyección del espacio arquitectónico 4.9 Explanación y montea	
8ª Sem	5	EL recurso de la geometría descriptiva en el planteamiento y solución de problemas arquitectónicos.	5.1 La ortogonalidad, el paralelismo, la perpendicularidad y la tangencia	
9ª Sem.	6	Los elementos del espacio y su registro	6.1 El punto, la recta y el plano 6.2 Su registro en los planos de proyección	Conocer las posiciones del punto, la línea y el plano desde el punto de vista geométrico y arquitectónico, así como el tratamiento específico en el sistema de representación gráfica.
10ª Sem			6.3 Intersección 6.4 Visibilidad	Hacer procedimientos de representación gráfica para determinar la intersección entre rectas, planos y rectas y planos entre sí. Determinar la visibilidad resultante entre los elementos antes mencionados.
11ª Sem.	7	Movimientos auxiliares	7.1 Giros	Establecer ciertas leyes de movimiento que permitan situar a los objetos en posiciones adecuadas, para deducir sus propiedades geométricas.
12ª Sem.			7.2 Cambio de planos 7.3 Abatimiento	Reconocer los cambios aparentes de la forma del objeto, las leyes que establecen las relaciones entre los diversos puntos del mismo y que permanecen invariantes. Comprender el método de abatimiento en el que se emplean cambios de sistemas de referencia y giros convenientemente relacionados entre sí.

Tabla A

13ª Sem.	8	Verdadera forma y magnitud	8.1 Verdadera forma 8.2 Verdadera magnitud	
14ª Sem.			8.3 Ángulo entre planos	
15ª Sem.	9	Nociones de perspectiva		Reconocer los diferentes tipos de perspectivas y cuáles son los tipos más generalizados en la representación gráfica de objetos arquitectónicos.
16ª Sem				

Tabla B

Geometría II

Temas y subtemas:

Programa	No. Tema	Temas	Subtemas	Objetivos de los temas (El alumno será capaz de:)
1ª Sem	1	El espacio y la superficie	1.1 Concepto de la superficie 1.2 Clasificación y análisis formal de las superficies	Describir el espacio y la clasificación de las diferentes superficies, en función de la manera como se generan y de la desarrollabilidad o no desarrollabilidad.
2ª Sem.	2	Superficies regladas	2.1 Regladas simples (desarrollables): a) Cónica b) Cilíndricas	Entender que estas superficies son generadas por el movimiento de una línea recta y que existen dos grupos
3ª Sem.			2.2 Regladas alabeadas (No desarrollables) a) Paraboloide Hiperbólico b) Helicoides	Entender que estas superficies son generadas por el movimiento de una recta generatriz que se apoya en dos o tres líneas cualesquiera y un plano director al que pertenece paralela
4ª Sem.			2.3 Doble curvatura: a) Hiperboloide b) Hiperboloide de un manto	
5ª Sem.			c) Hiperboloide de revolución d) Conoides	
6ª Sem			2.4 Superficies de revolución: a) Esfera b) Toro c) Paraboloide elíptico	Comprender que estas superficies son el resultado de hacer girar una curva plana alrededor de un eje de rotación situado en el mismo plano
7ª Sem.			d) Paraboloide elíptico	
8ª Sem	3	Formas	3.1 Formas cúbicas: a) Prismas rectos b) Prismas cónicos	
9ª Sem.			3.2 Formas esféricas: a) Esfera b) Desarrollos y secciones	
10ª Sem			3.3 Intersecciones complejas: a) Cilindro-cilindro b) Cilindro-cono	Comprender que si dos elementos geométricos están en contacto, este contacto significa un tercer elemento geométrico, común a los dos.
11ª Sem.			c) Cono-cono d) Prisma-esfera	

Tabla B

12ª Sem.			e) Cilindro-esfera	
13ª Sem.		Lugar de la geometría en el concepto de la estructura		
14ª Sem				
15ª Sem				
16ª Sem.				

Geometría *III*

Temas y subtemas:

Programa	No. Tema	Temas	Subtemas	Objetivos de los temas (El alumno será capaz de:)
1ª Sem.	1	**Creatividad y geometría**	1.1 La concepción del espacio	Entender el concepto del espacio para ser aplicado a la arquitectura
2ª Sem			Y las formas arquitectónicas	
3ª Sem.	2	**La geometría y la perspectiva**	2.1 Expresión, comunicación y lenguaje	Identificar a la perspectiva como un método de expresión gráfica de su imaginación
4ª Sem.			2.2 Isometría, axonometría	
5ª Sem.			Y proyección cónica	
6ª Sem.	3	**Registro geométrico de sombras**	3.1 Sombras en geometral	Resolver y trazar sombras en ejercicios de aplicación
7ª Sem			3.2 Sombras en perspectiva	
8ª Sem	4	**La geometría y los procesos constructivos-estructura**		
9ª Sem				
10ª Sem				
11ª Sem	5	**La geometría y el diseño de elementos constructivos de una obra arquitectónica**	Poliedros platónicos y semirregulares	
12ª Sem.			Poliedros platónicos y semirregulares.	
13ª Sem.			Inserción del hombre en el espacio	
14ª Sem	6	**Análisis geométrico de obras arquitectónicas**		
15ª Sem.				
16ª Sem.				

Bibliografía

Bibliografía

ALBERTI, Leon Battista, *De Re Aedificatoria*, Madrid, Akal, 1991.

ALSINA, Catalá, *et al.*, *¿Por qué Geometría?, Propuestas Didácticas para la ESO*, Madrid, Síntesis, 1997.

ARUSTAMOV, J. A. *Problemas de geometría descriptiva: con resolución de algunos típicos*, México, UTEHA, 1971.

CONTRERAS, Manuel María, *Tratado de geometría elemental: adoptado como texto en la escuela Nacional Preparatoria*, México, Antigua Imp., de Murguía, 1940.

BABINI, José, *Historia de las ideas modernas en matemáticas*, Buenos Aires: Unión Panamericana, Dto. de Asuntos Científicos, 1967.

BALDOR, J. A., *Geometría plana y del espacio*, España, Vasco Americana, 1967.

BELL, Eric temple, *Historia de las matemáticas*, México, Fondo de Cultura Económica, 1996.

BENTANCOURT CUEVAS, Jorge, *Elementos de la geometría descriptiva*, México, Arte y Técnica, 1969.

BERMEJO HERRERO, Miguel, *Geometría descriptiva. Aplicada*, México, Alfaomega, 1999.

BROM, Juan, *Esbozo de historia universal*, México, Grijalbo, 1973.

CADIZ, Luis M., *Grandes sabios*, Buenos Aires, Atlántida, 1948.

CAPEL SAEZ, Horacio, *et al.*, *De Palas a Minerva: La formación científica y la estructura institucional de los ingenieros militares en el siglo XVIII*, Barcelona, Serbal, 1988

CEDILLO AVALOS, Tenoch E., *Geometría*, México, SEP, 1982.

COLLETE, Jean-Paul, *Historia de las matemáticas*, México, Siglo XXI, 1998, Vol.1 y 2.

CONSTANT, Caroline, *Palladio*, Barcelona, Gustavo Gili, 1988.

CHANFÓN OLMOS, Carlos, *Curso de Estereotomía*: Procedimientos de trazo para materiales pétreos, México, Universidad Autónoma de Yucatán, 1990

CHANFÓN OLMOS, Carlos, *Curso sobre Proporción*: Procedimientos de trazas Reguladores de Proporción, México, UNAM, 1996

CHANFÓN OLMOS, Carlos, *Estereotomía*: Manuscrito de Xinés Martínez de Aranda, México, UNAM, 1989.

CHANFÓN OLMOS, Carlos, *Geometría de la Construcción*, México, UNAM, 1987.

CHANFÓN OLMOS, Carlos, *Temas escogidos Arquitectura del siglo XVI*, México, UNAM, 1994.

CHANFÓN OLMOS, Carlos, *Tratadistica Arquitectónica*, México, UNAM, 1989.

CHANFÓN OLMOS, Carlos, *Wiliard de Honnecort*, México, UNAM, 1990.

CHASLES, Michel, *Aperçu Historique Sur Lórigine et le Développement Des Méthodes en Géométrie*, París, Jacques Garay, 1989.

DERRY, T. K. y TREVOR I. Williams, *Historia de la tecnología: desde la antigüedad hasta 1750*, México, Siglo XXI, 1989, Vol., 1.

DERRY, T. K. y TREVOR I. Williams, *Historia de la tecnología: desde 1750 hasta 1900*, México, Siglo XXI, 1997, Vol., 2.

DERRY, T. K. y TREVOR I. Williams, *Historia de la tecnología: desde 1750 hasta 1900*, México, Siglo XXI, 1998, Vol., 3.

DESCARTES, René, *La Geometría*, México, Limusa, 1997.

DÍAZ Y DE OVANDO, Clementina, *Los veneros de la ciencia mexicana*, Crónica del Real Seminario de Minería (1792-1892), México, Facultad de Ingeniería, UNAM, 1998, Vol.,1.

DIZ FINCK, Hugo Mario, *Geometría Descriptiva I* y *II*, México, Universidad Veracruzana, 1995.

DOMÉNECH, Mansana Francisco, *Origen y creación de la Geometría Descriptiva*, Barcelona, 1964.

DURERO, Alberto, *Instituciones de Geometría*, México, UNAM, 1984.

EUCLIDES, *Elementos de geometría*, México, UNAM, 1992, 2 Vol.

EVES, Howard, *Estudio de las geometrías*, México, UTEHA, 1969, Vol. 2.

FABER, Colin, *Las Estructuras de Candela, México*, CECSA, 1975.

GARÇIA, Simón, *Compendio de arquitectura y Simetría de los templos*, Valladolid, 1991.

GHYKA, C. Matilda, *Estética de las proporciones en la Naturaleza y en las Artes*, Barcelona, Poseidón ,1983.

GIOMBINI, Adrián, *Geometría Descriptiva*, México, Gómez, 1965.

GORDON, Vladimir Osipovich, *et. al.*, *Problemas de geometría descriptiva*, Moscú, Mir, 1974.

GORDON, Vladimir Osipovich, *Curso de descriptiva geométrica* [sic], Moscú, Mir, 1973.

GORTARI, Eli de, *La ciencia en la historia de México*, México, Grijalbo, 1980.

GRANT, Hiram E., *Geometría descriptiva práctica*, Madrid, Mcgraw-Hill, 1965.

HOHENBERG, Fritz *Geometría constructiva aplicada a la técnica*, Barcelona, Labor, 1965.

HORMIGÓN, Mariano, *Las matemáticas en el siglo XVIII*, en *Historia de la ciencia y de la técnica*, núm. 24, Madrid, Akal, 1994.

HORMIGÓN, Mariano, *Las matemáticas en el siglo XIX*, en *Historia de la ciencia y de la técnica*, núm. 38, Madrid, Akal, 1994.

IZQUIERDO ASENSI, Fernando, *Geometría descriptiva*, Madrid, Dossat, 1956.

IZQUIERDO, JOAQUÍN José, *La primera casa de las ciencias en México: el Real Seminario de Minería: 1792-1811*, México, Ed. Ciencia, 1958.

JELLICOE, Susan y Geoffrey *El paisaje del hombre*, México, Gustavo Gili, 1995.

L'École Normale de L'an III: Leçons de Mathématiques: Edition annotéc des cours de Laplace, Lagrange et Monge avec introduction et annexes /par Bruno Belhoste .. [et.al.] Paris, Dunod, 1992.

LÓKTEV, V. O. *Curso breve de geometría descriptiva,* Moscú, Mir, 1987.

Manual de Dibujo Lineal para uso de los Artesanos, París, México, A. Bouret É Hijo, 1877.

MARTINEZ DEL SOBRAL, Margarita, *Geometría Mesoamericana*, México, Fondo de Cultura Económica, 2000.

MONGE, Gaspard, *Geometría descriptiva,* México, Limusa, 1999.

MONGE, Gaspard, *Geometrie descriptive,* México, Clásicos de la ciencia, 1965.

MORENO DE LOS ARCOS, Roberto, *Ciencia y conciencia en el siglo XVIII mexicano: antología*, México, Coordinación de Humanidades, UNAM, 1994.

MORENO DE LOS ARCOS, Roberto, *Ensayos de historia de la ciencia y la tecnología en México,* México, Instituto de Investigaciones Históricas, UNAM, 1986.

MOLES BATLLEVELL, Alberto, *et al.*, *La enseñanza de la ingeniería mexicana: 1792-1990,* México, Sociedad de Exalumnos de la Facultad de Ingeniería, UNAM, 1991.

MORRIS, Bishop, *Pascal: la vida del genio,* México, Hermes, [19--]

MORRIS, Kline, *El pensamiento matemático de la antigüedad a nuestros días,* Madrid, Alianza, 1992, Vols., 1; 2 y 3.

NORENA, Francisco, *El develador de las incógnitas: Carl F. Gauss,* México, Pangea, 1994.

PATETTA, Luciano, *Historia de la Arquitectura Antología Critica*, España, Hermann Blume, 1984.

PEDOE, Dan, *La geometría en el arte,* Barcelona, Gustavo Gili, 1979.

RAMIREZ BAUTISTA, Francisco Miguel, *Deducción de Fundamentos de la Geometría Mexica en las Piedras de Moctezuma, Tizoc y del Sol*, México, UNAM, 1995.

RAMÍREZ, Santiago, *Datos para la historia del colegio de Minería: recogidos y compilados bajo la forma de efemérides,* México, Sociedad de Ex alumnos de la Facultad de Ingeniería, UNAM, 1982.

RAMÍREZ Galarza, Irene Ana y Sienra Loera, Guillermo, *Invitación a las geometrías no euclidianas*, México, Facultad de Ciencias, UNAM, 2000.

RAMOS, Samuel, Obras completas, *Hacia un nuevo humanismo veinte años de educación en México. Historia de la filosofía en México,* México, UNAM, 1990, Vol., 1.

RIERA, Santiago, *Tecnología en la Ilustración*, en *Historia de la ciencia y de la técnica*, núm. 34, Madrid, Akal, c1992, p.

ROWE, Charles Elmer, *Geometría descriptiva,* México, CECSA, 1967.

SALDAÑA, Juan José, compilador, *Introducción a la teoría de la historia de las ciencias,* México, UNAM, Coordinación de Humanidades, 1989.

SÁNCHEZ GALLEGOS, Juan A., *Geometría descriptiva. Sistemas de proyección cilíndrica*, México, Alfaomega, 1999.

SERLIO, Sebastian, *Tercero y Cuarto Libro de Arquitectura*, México, Universidad Autónoma del Estado de México, 1978.
SERRES, Michel, *Los orígenes de la geometría,* México, Siglo XXI, 1996.
SLABY, Steve M., *Geometría descriptiva tridimensional,* México, Cultural, 1968.
STRUIK, Dirk Jan, *Historia concisa de las matemáticas,* México, Instituto Politécnico Nacional, 1986.
TAMAYO, Jorge L., *Breve reseña sobre la Escuela Nacional de Ingeniería,* México, La Esfera; J. Arriaga, 1958.
TATÓN, Rene, *Gaspard Monge*, Basel: Verlag Birkhauser, 1950. (Suppléments a la Revue de mathématiques élémentaires)
TATÓN Rene, *L'œuvre scientifique de Monge*, París, Presses Universitaires de France, 1951.
THOMPSON, J. E., *Geometría,* México, Limusa, 1991.
TONDA, Juan, *El matemático que defendió su ciudad: Arquímedes,* México, Pangea, 1994.
TORRE CARBO, Miguel de la, *Geometría descriptiva,* México, UNAM, 1978.
VERA, Francisco, "Dos amigos de Napoleón (Monge y Fourier)", en *Veinte matemáticos célebres: Biografías,* Buenos Aires, Cía. Gral. Fabril Editora, 1959.

VERA, Francisco, "Una revolución en geometría y un pronunciamiento en álgebra (Riemann y Boole)", en *Veinte matemáticos célebres: biografías,* Buenos Aires, Cía. Gral. Fabril Editora, 1959.
VERA, Francisco, *Breve historia de la geometría*, Buenos Aires, Losada, 1948.
VITRUVIO, Polión, Marco, *Los Diez Libros de Arquitectura*, Madrid, 1992.
WOLFGAND, Haack, *Geometría descriptiva,* México, UTEHA, 1962, Vol., 1 y 3.

Otras fuentes: Guías y catálogos

BÁEZ MACÍAS, Eduardo, *Guía del archivo de la antigua Academia de San Carlos*, México, UNAM, 1993, Vol., 1 y 2
SÁNCHEZ ARREOLA, Flora Elena, *Catalogo del Archivo de la Escuela de Bellas Artes*, México, Instituto de Investigaciones Estéticas, UNAM, 1996.

Tesis:

AGUIRRE TAPIA, Minerva, *Dificultades en la representación de formas geométricas tridimensionales: un estudio exploratorio,* México, (Tesis de Maestría en ciencias, matemáticas educativa), IPN, Cinvestav, Departamento de Matemática Educativa, 1995.
FLOREZ CLAIR, Eduardo, *Minería, Educación y Sociedad. El colegio de Minería, 1774-1821,* México, (Tesis Doctoral), Universidad Iberoamericana, 1997.

NÁÑEZ MARTINEZ, Jorge, *Construcción, Geometría y Esfuerzos de Cubiertas Esféricas*, México, UNAM, (Tesis de Maestría en Tecnología), 1998.

Revistas y cuadernos:

"Geometría y naturaleza", en *Saber ver lo contemporáneo del arte, No.* 11, México, Fundación Cultural Televisa, julio-agosto, 1993.

"La práctica de la arquitectura y su enseñanza en México", en *Cuadernos de arquitectura y conservación del patrimonio artístico*, núm. 26 - 27, México, SEP, INBA, 1983.

"Manuel F. Alvarez, Algunos escritos", en *Cuadernos de arquitectura y conservación del patrimonio artístico*, núm. 18 - 19, México, SEP, INBA, 1982.

Beltrán, Enrique, "La historia de la ciencia en América Latina", en *Quipu*, núm. 1, México, Sociedad Latinoamericana de Historia de las Ciencias y la Tecnología, enero-abril de 1984, Vol., 1.

Chanfón Olmos, Carlos, "La formación de los constructores durante la época virreinal", en *Cuadernos de arquitectura docencia,* núm. 4-5, México, Facultad de Arquitectura, UNAM.

González, V.S. Albis, "Un programa de investigación en la historia de la matemática de un país latinoamericano", en *Quipu,* núm. 3, México, Sociedad Latinoamericana de Historia de las Ciencias y la Tecnología, septiembre-diciembre de 1984, Vol., 1.

Moncada Maya, José Omar, "La obra hidráulica de los ingenieros militares en la Nueva España", en *Quipu,* núm. 3, septiembre-diciembre de 1990, Vol., 7.

Moncada Maya, José Omar, "Una aproximación al estudio del cuerpo de ingenieros militares de la Nueva España", en *Quipu,* núm. 1, México, Sociedad Latinoamericana de Historia de las Ciencias y la Tecnología, enero-abril de 1986, Vol., 3.

Trabulse Atala, Elías "La geometría de lo infinito", en *Diálogos,* núm., 4, México, Colegio de México, julio-agosto de 1980, Vol., 16.

Trabulse Atala, Elías, "Matemáticos mexicanos del siglo XVIII", en *Diálogos,* núm., 4, México, Colegio de México, julio-agosto de 1982, Vol., 4.

Memorias:

JORNADA SOBRE LA ENSEÑANZA DE LA GEOMETRÍA, *Memorias de la VI Jornada Sobre la Enseñanza de la Geometría,* México, IPN, Cinvestav, Departamento de Matemática Educativa, 1997.

JORNADA SOBRE LA ENSEÑANZA DE LA GEOMETRÍA, *Memorias de la IV Jornada Sobre la Enseñanza de la Geometría,* México, IPN, Cinvestav, Departamento de Matemática Educativa, 1995.

JORNADA SOBRE LA ENSEÑANZA DE LA GEOMETRÍA, *Memorias de la III Jornada Sobre la Enseñanza de la Geometría,* México, IPN, Cinvestav, Departamento de Matemática Educativa, 1994.

JORNADA SOBRE LA ENSEÑANZA DE LA GEOMETRÍA, *Memorias de la II Jornada Sobre la Enseñanza de la Geometría,* México, IPN, Cinvestav, Departamento de Matemática Educativa, 1993.

Enciclopedias y diccionarios:

"Geometría", en *Diccionario Enciclopédico Abreviado*, Madrid, Espasa-Calpe, 1957, Vol., 25.

"Geometría", en *Enciclopedia universal ilustrada*, Madrid, Espasa-Calpe, 1991, Vol., 25

"Geometría descriptiva", en *Enciclopedia de las ciencias,* México, Larousse, 1978, Vol., 1.

"Geometría", en *Gran Enciclopedia del Mundo*, Barcelona, Marín, 1985, Vol., 8.

"Geometría", en *Gran enciclopedia larousse*, Barcelona, Planeta, 1993, Vol., 10.

"Geometría", en *Hombre, ciencia y tecnología*, Barcelona, Británica-Océano, 1992, Vol., 4

"Matemáticas: Reseña histórica", en *Pequeña enciclopedia temática larousse en color*, París, Larousse, c1980, Vol., 1.

"Ingeniería", en *Enciclopedia de México*, México, Enciclopedia de México, 1978, Vol., 7.

"La renovación de los estudios en geometría", en *Historia de la humanidad: Desarrollo cultural y científico,* Barcelona, Planeta, 1982, Vol., 7

"El cálculo de probabilidades, la geometría y el cálculo diferencial", en: *Historia de la humanidad: Desarrollo cultural y científico,* Buenos Aires, Sudamericana, c1969, Vol. 6.

Artículos de revistas:

ALVAREZ DE CASTRILLON, Gonzalo Anes, "Educación y Luces: Academias y Sociedades de Amigos del País", en: *Seminario de Historia de la Real Sociedad Bascongada de los Amigos del País,* La RSBAP y Méjico, Vol., 1.

EHRENFRIED HOFMANN, Joseph, "Desde la polémica del cálculo hasta la revolución francesa", en *Historia de la matemática*, México, UTEHA, 1961, Vol., 3.

EMILIO, Felipe de, "La labor de Fausto de Elhúyar como científico y administrador, en el Seminario de Vergara y en el Colegio de Minería de México (1782-1822)", en *Seminario de Historia de la Real Sociedad Bascongada de los Amigos del País,* La RSBAP y Méjico, 1993, Vol., 2.

ESPARZA, José Ruiz de, "Fausto de Elhúyar. Las matemáticas en su propuesta educativa ", en *Seminario de Historia de la Real Sociedad Bascongada de los Amigos del País,* La RSBAP y Méjico, 1993, Vol., 2.

ETAYO, José Javier, "Los caminos de la geometría", en *Curso de conferencias sobre historia de la matemática en los siglos XVII y XVIII: desarrollado durante el mes de Marzo de 1988*, Madrid, Real Academia de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales, 1988,

FLOREZ CLAIR, Eduardo "La influencia Vasca en la formación del Real Seminario de México", en *Seminario de Historia de la Real Sociedad Bascongada de los Amigos del País,* La RSBAP y Méjico, 1993, 5 v., Vol., 2.

GOICOETXEA MARCAIDA, Ángel, "La cartografía mexicana y las actividades de los socios de la bascongada", en: *Seminario de Historia de la Real Sociedad Bascongada de los Amigos del País,* La RSBAP y Méjico, 1993, Vol.,2.

GORTARI RABIELA DE, Rebeca "El ingeniero militar Agustín Cramer y su relación con la reorganización territorial de la Nueva España ", en *Seminario de Historia de la Real Sociedad Bascongada de los Amigos del País,* La RSBAP y Méjico, 1993, Vol., 2.

GUTIÉRRES, Ángel y Jaime Adela. "El modelo de Razonamiento de Van Hiele como marco para el aprendizaje comprensivo de la Geometría. Un ejemplo: Los Giros", en *Educación matemática,* Vol., 3, núm. 2 (ago. 1991)

HUERTA, M. Pedro. "Los niveles de Van Hiele y la taxonomía *solo*: un análisis comparado, una integración necesaria", en *Enseñanza de las ciencias,* Vol., 17, núm. 2 (jun. 1999)

LANGINS, Janis. "De Bélidor a Navier a través de la Ecole Polytechnique: la consolidación de la ciencia de la ingeniería matemática en Francia", en *Mathesis: filosofía e historia de las matemáticas,* Vol., 8, núm. 1 (feb. 1992)

LANGINS, Janis. "La codificación y mate matización de la ingeniería francesa en el siglo XVIII: el caso de Bernard Forest de Bélidor", en *Mathesis: filosofía e historia de las matemáticas,* Vol.,, 7, núm. 3 (ago. 1991)

MORENO ARMELLA, Luis E. "La geometría del desorden y un nuevo diseño curricular", en *Educación matemática,* Vol., 6, núm. 3 (dic. 1994)

MORENO ARMELLA, Luis y Bromberg Shirley. "Tres hitos en la historia de la fundamentación de la geometría", en *Mathesis: filosofía e historia de las matemáticas,* Vol., 6, núm. 3 (ago 1990)

ONGAY, Fausto. "Algunas curiosidades sobre geometrías las en el plano", en *Educación matemática,* Vol., 2, núm. 2 (ago. 1990)

RICO DIENER, Martha. "Las matemáticas: sus orígenes y su desarrollo", en *Mathesis: filosofía e historia de las matemáticas,* Vol., 5, núm. 1 (feb. 1989)

SALINAS, Jesús. "Acerca de la demostración en Geometría", en *Educación matemática,* Vol , 3, núm. 3 (dic. 1991)

SÁNCHEZ BOTERO, Clara Helena. "Mensajeros de las matemáticas. Revistas Europeas (1800-1946)", en, *Mathesis: filosofía e historia de las matemáticas,* Vol., 12, núm. (nov. 1996)

SOLÍS SANTOS, Carlos. "La geometría en la máquina y la máquina en la naturaleza", en *Mathesis: filosofía e historia de las matemáticas,* Vol., 8, núm. 4 (nov. 1992)

STRUIK, Dirk. "Las matemáticas: sus orígenes y su desarrollo", en *Mathesis: filosofía e historia de las matemáticas,* Vol., 1, núm. 1 (feb. 1985)

TRABULSE ATALA, Elías "Aproximaciones Historiográficas a la Ciencia Mexicana", en *Memorias del Primer Congreso Mexicano de Historia de la Ciencia y de la Tecnología,* México, Sociedad Mexicana de Historia de la Ciencia y de la Tecnología, 1989, Vol.1

URQUIDI, Víctor L. "Ciencia, Tecnología y Sociedad en México", en *Memorias del Primer Congreso Mexicano de Historia de la Ciencia y de la Tecnología,* México, Sociedad Mexicana de Historia de la Ciencia y de la Tecnología, 1989, Vol., 1.

ZÁRATE SALAS, Eduardo. "Algunas reflexiones en torno a la enseñanza de la Geometría", en *Educación matemática,* Vol., 3, núm. 3 (dic. 1991)

Anexo A

El método de enfilada

1. Los problemas de enfilada[1]

En su curso de la École Normale, Monge solo hace una rápida alusión a los problemas de enfilada de las fortificaciones, presentados incidentalmente como una aplicación del problema general de la determinación de un plano tangente en una o dos superficies dadas. Sin embargo, los problemas de enfilada desempeñaron un papel importante en el origen de la geometría descriptiva en la École du Génie de Mézières. Posteriormente a Charles Dupin, es resolviendo una cuestión de enfilada que Monge, todavía joven dibujante, se hizo notar del director de la escuela, Chastillon o más probablemente Du Vignau, quien lo había hecho venir a Mézières. Llegó por medio de un método geométrico nuevo a resolver rápidamente, con gran sorpresa del director, un problema que exigía hasta entonces cálculos interminables y monótonos. Ese fue el punto de partida que se había de convertir en la geometría descriptiva. Si nada permite autentificar categóricamente esta anécdota, que remontaría a los años 1765-1766 el papel desempeñado por los problemas de enfilada en el origen de la geometría descriptiva, tampoco hay por qué dudar de ello.

2. *La enfilada de las fortificaciones*

Antes de examinar la historia del problema, recordaremos brevemente en qué consiste esta cuestión del arte militar.
Enfilar una fortificación es disponer sus parapetos de modo que éstos protejan el *espacio interior* de los golpes directos del enemigo instalado en el *espacio exterior*. Teniendo en cuenta el transporte de los cañones a fines del siglo XVIII, el espacio exterior del cual se debe cubrir se extiende hasta 1400 metros al lado de los parapetos. Está limitado hacia arriba por la *superficie exterior*, situada a una cierta altura arriba del terreno circundante, que depende de las posibilidades que tiene el enemigo de elevar sus baterías. Del mismo modo, el espacio interior está limitado hacia arriba por la *superficie interior*, situada hacia arriba del terreno delimitado por las murallas a una altura igual a la de los parapetos. Los problemas de enfilada tienen una gran analogía con los de las sombras: los golpes directos reemplazan a los rayos luminosos, el espacio exterior y la superficie exterior respectivamente a los cuerpos luminosos y su superficie, la masa de los parapetos al cuerpo opaco y el espacio enfilado, que debe contener él mismo el espacio interior de la fortificación, a la sombra proyectada.

Si la teoría de la enfilada no es fundamentalmente diferente a la de las sombras de un cuerpo luminoso, la dificultad proviene del hecho de que a la superficie del cuerpo luminoso, reducida en general a la de una esfera, hace falta substituirla aquí por una superficie exterior que depende del relieve del terreno. Si el terreno es plano, la superficie exterior es un plano horizontal y todos los problemas de enfilada se resuelven inmediatamente. Los problemas se hacen mucho más delicados cuando el terreno es accidentado. El espacio enfilado está entonces limitado por la superficie desarrollable que envuelve a la vez a los parapetos y al espacio exterior, superficie llamada *superficie de enfilada*. Todo el plano tangente arriba de esta superficie se llama un *plano de enfilada*. Una fortificación está enfilada cuando todo punto de su espacio interior está bajo un plano de enfilada. En la realidad, sin embargo, un cuerpo de plaza es poligonal y sus frentes de fortificación están compuestos por uno o varios parapetos rectilíneos. Más que determinar la superficie de enfilada del conjunto, se considera por separado cada frente de fortificación. El espacio exterior correspondiente a cada uno de los frentes es entonces la porción del espacio exterior total que lo hace enfilar y es siempre posible en este caso construir un plano de enfilada. Estando todos los frentes así sucesivamente enfilados, la superficie, envoltura de los planos de enfilada de cada parapeto, es la superficie de enfilada de la fortificación entera.

Los ingenieros no determinan directamente en la práctica los planos de enfilada, sino más bien los planos inclinados tangentes al terreno circundante que les son paralelos. Esos planos se llaman *planos de vista*. Para enfilar una fortificación sobre terreno accidentado, basta con elevarla hacia arriba de un plano de vista, exactamente como se haría sobre un plano

[1] Tomado del libro de *L'École Normale de L'an III: Leçons de Mathématiques*, Bruno Belhoste. et al. Paris, Dunod, 1992, p. 541-546. Traducción de la autora.

horizontal si el terreno fuera plano. Los problemas de enfilada se encuentran así reducidos a la determinación de planos de vista en un lugar dado.

Expuesto esto, se pueden clasificar los problemas de enfilada en función de las condiciones impuestas. El espacio exterior, evidentemente, siempre está dado. La determinación de los parapetos, por el contrario, es susceptible de entrar o no en la solución del problema. A veces los parapetos están ya construidos y el problema consiste solamente en determinar la superficie de enfilada y en acondicionar el espacio interior en consecuencia. Otras en cambio, los parapetos están trazados sin estar elevados y el resto a determinar su relieve de modo que enfilen el espacio interior. Por último, algunas más, la fortificación completa está por diseñarse, y se trata de fijar su trazo de modo que se reduzca al mínimo el costo de su enfilada.

3. Los métodos de enfilada antes de Monge

A mediados del siglo XVIII, los problemas de enfilada son tratados todavía de manera empírica por los ingenieros militares, quienes continúan aplicando los métodos de Vauban y de Cormontaigne. El ingeniero obtiene por tanteo sobre el terreno un plano de sitio para cada frente de fortificación. Para esto, determina por medio de una tablilla el plano que pasa por el centro hipotético de la fortificación y tangente al terreno situado delante del frente. Este plano es el plano de sitio del frente de la fortificación. El ingeniero escoge enseguida un trazado del frente que jalona de varas cuyas cabezas rasuran el plano del sitio. Procede en intentos sucesivos de modo que se reduzcan las alturas de las varas al mínimo.

Este método empírico, cuando es usado por un ingeniero experimentado, da buenos resultados, como lo muestran las fortificaciones correctamente enfiladas de fines del siglo XVII e inicios del XVIII. Exige sin embargo que el ingeniero se desplace sobre el terreno, lo que no siempre es posible. Es en la École de Mézières donde son perfeccionadas las técnicas de construcción sobre la carta que permiten al ingeniero concebir los planos y elevaciones de una fortificación sin tener que salir de su despacho. Para hacer esto, el comandante de la Escuela, Chastillon, introdujo sistemáticamente en las clases de Mézières el uso de las cartas acotadas, tomadas de la cartografía marina. Por analogía con la acotación submarina, las cotas son establecidas por medio de la relación con un plano de comparación horizontal que pasa por el punto más elevado del terreno. Contrariamente a los usos actuales, la cota es aquí más grande a medida que el punto acotado es menos elevado.

Desde 1760, Chastillon se ocupa de la cuestión de la enfilada, pero solo trata el caso muy fácil de la enfilada en terreno horizontal. El ingeniero supuestamente dispone de una carta acotada del terreno. Du Vignau considera al plano inclinado pasando por un punto dado de la fortificación y por los dos puntos acotados más elevados del terreno exterior. Después traza las proyecciones sobre la carta de las horizontales del plano inclinado que pasa por los puntos acotados. Para que el plano inclinado pase por arriba del terreno, hace falta que la cota de cada horizontal sea superior a las de todos los puntos acotados por donde pasa su proyección. Si uno de esos puntos tiene una cota superior a la de la horizontal, es necesario cambiar de plano inclinado y considerar al plano que pasa por ese punto, el punto dado y uno u otro de los puntos más elevados de la carta. Finalmente, repitiendo la operación un cierto número de veces, se obtiene gráficamente por aproximaciones sucesivas un plano tangente superior al terreno. Este plano es evidentemente el plano de sitio sobre el cual puede elevarse la muralla.

El método es largo y fastidioso. Además, el trazo de las horizontales, repetido varias veces, sobrecarga a la carta y la deja rápidamente ilegible. La invención por Du Buat en 1768 de la escala de pendiente (o escala de enfilada)[2] para representar un plano inclinado resuelve igualmente este último problema, pero no suprime la repetición de las operaciones para obtener el plano de sitio que pasa por un punto dado. Es aproximadamente hacia la misma época, sin duda un poco antes, que Monge inventa su

[2] Construir una escala de pendiente de un plano inclinado es proyectar sobre la carta una línea de pendiente mayor del plano, dividir esta proyección en segmentos iguales y acotar cada punto de división. Una escuadra permite entonces encontrar rápidamente la cota de todo punto del plano.

método de construcción del plano de sitio que pasa por un punto o una recta dados.

4. El método de enfilada de Monge

Supongamos por principio que el plano de sitio pasa por un punto dado del frente de fortificación *A* (*fig. a* y *b*). Monge considera al cono visual de vértice *A* apoyándose sobre la porción de la línea de horizonte - o contorno aparente - vista de *A*. Geométricamente, este cono visual es la superficie tangente al terreno exterior, es decir, lo envuelve de sus planos tangentes. Por consecuencia, un plano tangente a esta superficie es tangente también al terreno exterior y, si pasa por arriba del terreno adelante del frente de fortificación, es un plano de sitio. Se reencuentra el método clásico que consiste en reducir la construcción del plano tangente a una superficie en un punto dado a la del cono tangente a la superficie. Solo falta entonces construir el plano tangente al cono en el punto dado, problema de geometría descriptiva mencionado por Monge en sus lecciones en la École Normale: se toma la generatriz que pasa por el punto y la curva formada por el trazo del cono sobre un plano secante cualquiera (que no pasa por su vértice). El trazo de la generatriz sobre el plano secante es evidentemente un punto de esta curva. La tangente a la curva en este punto y la generatriz definen el plano tangente buscado.

Desde un punto de vista práctico (ver *fig. b*), hace falta por principio representar las generatrices del cono tangente. Para cada generatriz *D*, se toman como planos de referencia el plano horizontal que pasa por *A* y el plano vertical que contiene la generatriz, que se abate sobre el plano horizontal. Las proyecciones de las generatrices sobre el plano horizontal son rectas $D_1, D_{1'}, D_{1''}$... pasando por *A*. Con el fin de obtener sus proyecciones $D_2, D_{2'}, D_{2''}$... sobre el plano vertical, se construyen los perfiles del terreno siguiendo $D_1, D_{1'}, D_{1''}$... Y, para cada perfil, se lleva por *A* una recta tangente, tomando en cuenta como si fuera del punto de tangencia esta recta que pasa siempre por arriba de la curva. Falta construir una recta *T*, tangente en un punto *M* al trazo (*C*) del cono sobre un plano vertical secante que no pasa por *A*. Se toman esta vez como planos de referencia el plano horizontal que pasa por *A* y el plano vertical secante mismo, que se abate sobre el plano horizontal. La proyección horizontal T_1 de la tangente al cono es el trazo del plano secante sobre el plano horizontal. En cuanto a su proyección vertical T_2, se obtiene construyendo la proyección vertical de la curva (*C*), curva de la cual cada punto es la intersección de una generatriz y del plano, después llevando por la proyección vertical M_2 del punto *M* una tangente T_2. para que el plano definido por *T* y por la generatriz *D* del cono que pasa por *M* sea un plano de sitio, basta entonces con que, en el sector a cubrir, la recta T_2 esté siempre del otro lado de la curva (*C*) con relación a *A*.

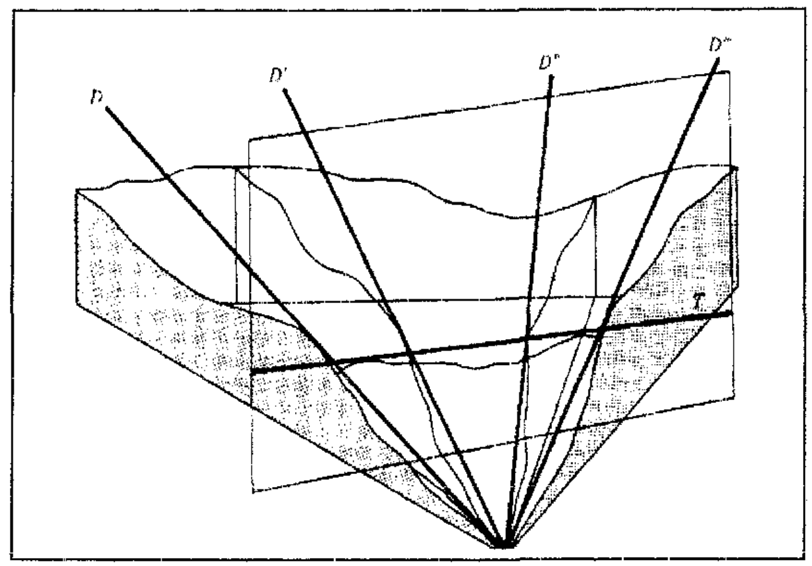


Fig. a - El método de enfilada de Monge. Bloque-diagrama

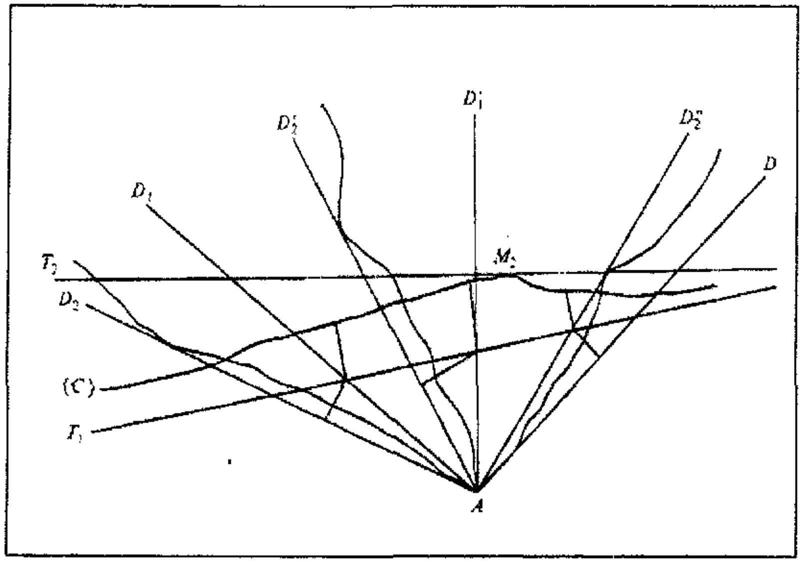


Fig. b. - El dibujo de la solución de Monge al problema de enfilada

La construcción se aplica también al caso en el que quiere hacerse pasar el plano de sitio por una recta dada *L*. Se considera que el cono tangente en el terreno circundante cuyo vértice *A* es un punto cualquiera de la recta *L* y se procede como en el caso anterior, teniendo cuidado sin embargo que la tangente *T* pase por el punto de intersección de la recta *L* y del plano vertical secante, lo que es siempre posible.

Monge mismo no publicó nada sobre la cuestión y solo parece haber enseñado su método a partir de 1775, cuando fue encargado, después de la partida de Mézières del ingeniero geógrafo Leclerc, de los leventamientos en grafometría.

En la cuarta lección dada en la École Normale, fechada el 1° ventôse año III (19 de febrero de 1795) Monge cita el problema de enfilada como una de las aplicaciones del método de investigación de los planos tangentes en una superficie curva. Después de haber dado del plano de enfilada una definición incorrecta, ya que es la del plano de sitio, hace notar que la fortificación debe ser elevada por arriba de ese plano como si estuviera arriba del plano horizontal si el terreno fuera de nivel. Después, trata rápidamente los casos muy simples de enfilada de una o de dos alturas, estando el resto del terreno supuestamente horizontal. Si solo hay una altura, se pueden escoger dos puntos arbitrarios por donde hacer pasar el plano de sitio en la fortificación, contra uno solamente si dos alturas están para enfilar. Este estudio, muy elemental, ilustra de hecho consideraciones generales sobre la determinación de un plano tangente, desarrolladas con anterioridad. Monge da enseguida dos condiciones a satisfacer para la elección de los puntos arbitrarios: ángulo mínimo del plano de sitio con el horizonte y elevación mínima de la fortificación. Además de que el enunciado de esas condiciones puede prestarse a discusión -¿hace falta relacionar el ángulo con el horizonte, cuando el terreno sobre el cual debe elevarse la fortificación es accidentado?- la geometría descriptiva no da ningún medio de construcción para satisfacerlas. Por el contrario, Monge no hace ninguna alusión a la construcción del plano de sitio por medio del método del cono tangente, aplicable a una superficie topográfica de cualquier forma.

5. La memoria de Meusnier sobre la enfilada

Dos años después de haber enseñado la enfilada en Mézières en colaboración con Monge, Meusnier redacta en 1777 una *Mémoire sur la détermination du plan de site* [memoria sobre la determinación del plano de sitio] para guiar a los alumnos, memoria que quedó inédita pero que fue muy difundida, bajo forma de copias manuscritas, en el medio de los ingenieros[3]. Meusnier expone por primera vez en su memoria el método de Monge, introduciendo sin embargo algunas modificaciones interesantes en relación con la primera versión.

[3] Varias copias manuscritas de esta memoria están conservadas en los archivos de la milicia, art. 18, secc. 3, cartapacio 2 en anexo de la memoria de Du Buat sobre la enfilada

En primer lugar, utiliza un nuevo modo de representación del terreno. Substituye las cartas con puntos acotados por cartas con curvas de nivel equidistantes. Las curvas de nivel habían sido ya utilizadas para representar los fondos marinos y Duarcla había presentado también en la Academia de Ciencias una memoria sobre la cuestión en 1771. Es probable que Meusnier tuviera conocimiento de ello. Sin embargo, la idea de representar el relieve por medio de curvas de nivel, puesto que era una aplicación inmediata del método de los planos auxiliares utilizada comúnmente en geometría descriptiva -una curva de nivel es en efecto la intersección de la superficie topográfica con un plano horizontal- es inútil suponer una influencia exterior. Es probable por otra parte, que Monge mismo hubiera introducido las curvas de nivel en sus clases de la carta. Por otro lado, Meusnier utiliza como plano secante a la superficie cónica un plano horizontal, como los planos secantes a la superficie topográfica, en lugar de un plano vertical. En su memoria, Meusnier hace una breve alusión a las clases de Monge en Mézières. Después de haber expuesto el método de enfilada inventado por Monge, añade: "no estamos abrumados por los detalles de la estereotomía; nuestros lectores versados en esta parte suplirán fácilmente y recordarán que han hecho frecuentemente uso de los mismos principios en varios dibujos del corte de piedras"[4]

Lo esencial de la memoria de Meusnier está sin embargo dedicado a la exposición de un nuevo método de enfilada que descansa por completo en el uso de las curvas de nivel y que conduce a construcciones gráficas muy simples, de las cuales él parece tener la autoría exclusiva. Meusnier supone que el plano de sitio pasa por una recta dada de posición sobre la carta. Traza una escala de altura sobre esta recta, después lleva por cada punto de división de esta escala las tangentes a la curva de nivel de misma cota. Meusnier muestra entonces que la de las tangentes que hace el ángulo más pequeño con la recta dada es una horizontal del plano de sitio, del cual obtiene así fácilmente una escala de pendiente. Este método, expuesto en el lenguaje de la geometría acotada, descansa de hecho en consideraciones de geometría descriptiva. Vuelve en efecto, después de haber construido, para cada curva de nivel, el plano de pendiente más grande que pasa por la recta dada de posición y tangente al terreno en un punto de esta curva, a determinar el de todos esos planos cuya pendiente es máxima.

6. El problema de la enfilada después de Monge

Monge no enseñó su método de enfilada en la École Normale, donde, como se ha visto, solo hizo una rápida alusión al problema, ni en la École Polytechnique, donde existía hasta el año V de la Revolución un curso de fortificación. Es Horace Say, oficial de la milicia nominado por el Comité de Salut Public durante la creación de la École Centrale des Travaux Publics como refuerzo de los aspirantes-instructores y convertido en uno de los profesores de fortificación desde el año III, quien enseña la enfilada, considerada como una aplicación del curso de geometría descriptiva. Su *Mémoire sur le défilement*, publicada en el año IV, constituye lo mejor expuesto de la cuestión, considerado desde el punto de vista de Monge.

Sin embargo, las técnicas de representación de la geometría descriptiva están mal adaptadas a la cartografía. Los planos inclinados son representados ventajosamente sobre la carta por las escalas de pendiente inventadas por du Buat. De manera general, es en el marco de los métodos de la geometría acotada, actualizada por los ingenieros militares, en particular G.H. Dufour y F. Noizet, los dos antiguos alumnos de la École Polytechnique, que son tratados en lo sucesivo los problemas de enfilada. La geometría acotada sobre cartas con curvas de nivel evita la construcción de la superficie cónica tangente al terreno. En particular, el método de Meusnier, retomado y perfeccionado por Noizet en sus trabajos de geometría acotada, es comúnmente utilizado en el siglo XIX por los ingenieros militares. No hay por qué sorprenderse de que el método de Monge, se aunque lo creó al principio de la geometría descriptiva, haya sido olvidado después y que no se encuentre rastro de él en los tratados del siglo XIX.

[4] Op. Cit., 546.

Anexo B

Tablas de los planes de estudio en la arquitectura de 1847 a 1999

Tabla 1
Academia Nacional de San Carlos
Plan de estudios de 1847
Duración de la carrera: 4 años

Año	Área de Teoría	Área de diseño	Área de Tecnología	Área de Urbanismo
1°		Diseño natural	Aritmética, álgebra, trigonometría	
2°		Dibujo de arquitectura	Analítica y cálculo diferencial	
3°		**Geometría descriptiva** Dibujo de arquitectura	Mecánica	
4°		Estereotomía Composición de arquitectura	Mecánica de las construcciones y construcciones prácticas.	

Tabla 2
Academia Nacional de San Carlos
Plan de estudios de 1856
Duración de la carrera: 4 años

Año	Área de Teoría	Área de diseño	Área de Tecnología	Área de Urbanismo
1°		Copias de edificios antiguos y modernos	Geometría, álgebra, trigonometría plana	
2°		Composición de los elementos y partes de los edificios Historia de la arquitectura	Geometría analítica, series y cálculo infinitesimal	
3°		**Geometría descriptiva** Composición de edificios	Mecánica racional	
4°		Composición de edificios	Teoría de la construcción	
5°		Composición general	Teoría de bóvedas. Arquitectura legal, presupuestos y avalúos.	

Tabla 3
Academia de Nobles Artes de San Carlos
Plan de estudios de 1857
Duración de la carrera: 7 años

Año	Área de Teoría	Área de diseño	Área de Tecnología	Área de Urbanismo
1°		Dibujo	Trigonometría, geometría	

		Ornato arquitectónico	rectilínea y analítica	
2°		Copias de monumentos	Secciones cónicas, cálculo diferencial e integral Química inorgánica	
3°		Composición	Mecánica racional Elementos de geología y minerología Topografía	
4°		**Aplicación de geometría descriptiva** Arte de proyectar Dibujo de máquinas	Estática de las construcciones	
5°	Estética de las bellas artes e historia de la arquitectura	Composición de edificios	Mecánica aplicada Teoría de las construcciones	
6°	Arquitectura legal	Proyectos	Construcción de caminos Construcción de puentes y canales	
7°		Práctica al lado de un ingeniero-arquitecto titulado.		

Tabla 4
Academia Imperial de Nobles Artes
Plan de estudios de 1865
Duración de la carrera: 6 años
Carrera de Arquitecto e Ingeniero

Año	Área de Teoría	Área de diseño	Área de Tecnología	Área de Urbanismo
1°	Curso preparatorio	Ordenes clásicos	Geometría, analítica, Física experimental, Trigonometría	
2°		Copias de monumentos	Álgebra superior Cálculo diferencial e integral Química inorgánica	
3°		Composición de arquitectura	Mecánica racional Topografía Elementos de geología y minerología aplicada	
4°		**Geometría descriptiva y estereotomía** Composición de arquitectura II	Teoría de las construcciones	
5°		Composición de edificios civiles y religiosos	Puentes y canales	
6°		Proyectos de caminos, puentes y canales	Caminos de fierro y comunes Análisis de presupuesto	

Tabla 5
Escuela Nacional de Bellas Artes
Plan de estudios de 1897
Duración de la carrera: 9 años

Año	Área de Teoría	Área de diseño	Área de Tecnología	Área de Urbanismo
1°		Dibujo de figura		
2°		Dibujo lineal		
3°		Dibujo de ornato y copiado de estampa		
4°		Acuarela		
5°		**Geometría descriptiva** Curso teórico-práctico de órdenes clásicos Curso teórico-práctico de ornamentación Ornato modelado	Matemáticas superiores	
6°		Estereotomía Curso teórico-práctico de copia de monumentos Curso de ornamentación	Mecánica analítica Estudio de rocas y materiales de construcción	
7°	Historia de las Bellas artes Monumentos del Renacimiento	Curso de ornamentación	Mecánica aplicada a las construcciones Carpintería y estructuras de hierro	
8°		Curso de composición	Construcción práctica y estática gráfica Práctica en obras	
9°		Curso de composición	Topografía, presupuestos, avalúos, arquitectura legal y sanitaria. Contabilidad y administración de obras Práctica en obras	

Tabla 6
Escuela Nacional de Bellas Artes
Plan de estudios de 1903
Duración de la carrera: 5 años

Año	Área de Teoría	Área de diseño	Área de Tecnología	Área de Urbanismo
1°		Copias de figura del yeso Dibujo lineal arquitectónico Modelado Acuarela	Matemáticas	
2°	Teoría de la arquitectura y dibujo analítico de los elementos de	**Geometría descriptiva y estereotomía** Estilos de ornamentación Copia del yeso	Materiales, artículos y útiles de la construcción	

	los edificios			
3°	Arquitectura comparada	Teoría de sombras y dibujo de perspectiva Flora ornamental y composición de ornato Copia del modelo vestido	Estudio analítico de la construcción	
4°	1° De historia del arte	1° Composición de edificios	Elementos de topografía. Arquitectura legal e higiene de los edificios Elementos de mecánica general y de estática gráfica	
5°	2° De historia del arte	2° Composición general	Contabilidad y administración de obras. Presupuestos y avalúos. Resistencia y estabilidad de las construcciones	

Tabla 7
Escuela Nacional de Bellas Artes
Plan de estudios de 1910
Duración de la carrera: 5 años

Año	Área de Teoría	Área de diseño	Área de Tecnología	Área de Urbanismo
1°		**Geometría descriptiva** Dibujo arquitectónico I Dibujo de imitación	Resumen sintético de matemáticas Materiales, artículos y útiles de la construcción	
2°	Teoría de la arquitectura	Trazo de sombras, perspectiva y estereotomía Dibujo de imitación II	Mecánica ordenada a la construcción	
3°	Arquitectura comparada	Modelado Estilos de ornamentación	Curso de construcción I Topografía	
4°	Historia del arte I	Composición I Flora ornamental y composición de ornato	Curso de construcción II	
5°	Historia del arte II	Acuarela Composición II Dibujo al natural	Arquitectura legal e higiene en los edificios Presupuestos, avalúos y dirección de construcciones	

Tabla 8
Escuela Nacional de Bellas Artes
Plan de estudios de 1916
Duración de la carrera: 5 años

Año	Área de Teoría	Área de diseño	Área de Tecnología	Área de Urbanismo
1°		**Geometría descriptiva y teoría de las sombras** Levantamientos de planos y perspectiva Dibujo arquitectónico Dibujo de imitación y modelado	Mecánica general, presidida de lecciones de análisis y cálculo gráfico	
2°		Estereotomía Teoría de la arquitectura y composición de elementos Dibujo de Imitación y modelado Estilos de ornamentación	Estabilidad de las construcciones Conocimientos de materiales	
3°	Arquitectura comparada I Historia del arte I	Composición de edificios I Croquis del natural I Estilos de ornamentación	Construcción I	
4°	Arquitectura comparada II Historia del arte II	Composición de edificios II Croquis del natural II Composición de elementos ornamentales	Construcción II	
5°	Historia del Arte III	Composición de edificios III Composición de conjuntos ornamentales	Presupuestos, avalúos, higiene y legislación de edificios	

Tabla 9
Escuela Nacional de Bellas Artes
Plan de estudios de 1920
Duración de la carrera: 5 años

Año	Área de Teoría	Área de diseño	Área de Tecnología	Área de Urbanismo
1°	Historia del arte I Teoría de la arquitectura	**Geometría descriptiva** Modelado Dibujo preparatorio del natural Dibujo constructivo	Levantamiento de planos y nivelación Mecánica general y cálculo	
2°	Historia del arte Arquitectura comparada	Estereotomía y perspectiva Estilos de ornamentación Dibujo preparatorio del natural Composición de elementos de los edificios	Conocimientos de materiales y útiles de construcción Estabilidad de las construcciones	
3°	Historia del arte Arquitectura comparada	Estilos de ornamentación Croquis del natural Composición de arquitectura	Construcción	

4°	Historia del arte Arquitectura comparada	Croquis del natural Composición decorativa Composición de arquitectura	Construcción Presupuestos y avalúos	
5°	Historia del arte	Croquis del natural Composición decorativa Composición de arquitectura	Construcción Presupuestos y avalúos	

Tabla 10
Escuela Nacional de Bellas Artes
Plan de estudios de 1922
Duración de la carrera: 5 años

Año	Área de Teoría	Área de diseño	Área de Tecnología	Área de Urbanismo
1°	Historia del arte I Teoría de la arquitectura	**Geometría descriptiva** Modelado Dibujo preparatorio del natural	Levantamiento de planos y nivelaciones Mecánica general y cálculo gráfico	
2°	Historia del arte Arquitectura comparada	Estereotomía y perspectiva Estilos de ornamentación Dibujo preparatorio del natural Composición de elementos de los edificios	Conocimientos de materiales y útiles de construcción Estabilidad de las construcciones	
3°	Historia del arte Arquitectura comparada	Estilos de ornamentación Croquis del natural Composición de arquitectura	Construcción	
4°		Croquis al natural Composición decorativa Composición de arquitectura	Construcción Presupuestos y avalúos	
5°		Croquis al natural Composición decorativa Composición de arquitectura	Construcción	

Tabla 11
Escuela Nacional de Bellas Artes
Plan de estudios de 1928
Duración de la carrera: 5 años

Año	Área de Teoría	Área de diseño	Área de Tecnología	Área de Urbanismo
1°	Teoría de la arquitectura Historia del arte	Modelado, ornato Dibujo preparatorio del natural Dibujo arquitectónico	Mecánica general y cálculo gráfico	

		Geometría descriptiva y trazado de sombras		
2°	Arquitectura comparada Estilos de ornamentación Historia del arte	Dibujo preparatorio del natural Composición de elementos de los edificios Estereotomía y perspectiva	Estabilidad de las construcciones	
3°	Estilos de ornamentación Historia del arte Arquitectura comparada	Croquis de edificios Composición de arquitectura Modelado y dibujo del natural	Construcción (estructuras de hierro y de concreto armado) Materiales y equipos de construcción	
4°	Investigación del arte en México	Croquis de edificios Composición de arquitectura Composición decorativa Dibujos y modelado del natural	Construcción	Preliminares de planificación
5°		Croquis de edificios Composición de arquitectura Composición decorativa Dibujos y modelado del natural	Higiene e instalaciones Presupuestos, avalúos y legislación de edificios	Planificación

Tabla 12
Escuela Nacional de Arquitectura
Plan de estudios de 1929
Duración de la carrera: 5 años

Año	Área de Teoría	Área de diseño	Área de Tecnología	Área de Urbanismo
1°	Historia del arte Teoría de la arquitectura	**Geometría descriptiva** Dibujo del natural Dibujo arquitectónico Modelado	Mecánica Topografía	
2°	Historia del arte Análisis de programas	Perspectiva y estereotomía Dibujos del natural Composición de elementos	Estabilidad	
3°	Historia del arte en México	Modelado Dibujo del desnudo Composición	Construcción Presupuestos y avalúos	
4°	Teoría de la arquitectura	Dibujo Composición	Construcción	Urbanismo
5°	Teoría superior	Dibujo Composición	Construcción	Urbanismo

Tabla 13
Escuela Nacional de Arquitectura
Plan de estudios de 1931
Duración de la carrera: 5 años

Año	Área de Teoría	Área de diseño	Área de Tecnología	Área de Urbanismo
1°	Historia del arte Teoría de la arquitectura	Dibujo arquitectónico Dibujo preparatorio del natural **Geometría descriptiva y tratado de sombras** Ornato y modelado	Topografía del arquitecto Mecánica general y cálculo gráfico	
2°	Arquitectura comparada Historia del arte	Composición de elementos de los edificios Dibujo preparatorio del natural Estereotomía y perspectiva	Análisis gráfico de las estructuras arquitectónicas, su ornamentación y decoración Estabilidad de las construcciones	
3°	Arquitectura comparada Historia del arte	Composición de arquitectura Dibujo al natural	Construcción Análisis gráfico de las estructuras arquitectónicas, su decoración y ornamentación Materiales y equipos de construcción	
4°	Investigación del arte en México	Croquis de edificios Composición de arquitectura Composición decorativa Modelado	Construcción	
5°		Composición de arquitectura Composición decorativa Dibujo y modelado del natural	Higiene e instalaciones Presupuestos, avalúos y legislación de construcciones	Conferencias sobre Urbanismo

Tabla 14
Escuela Nacional de Arquitectura
Plan de estudios de 1935
Duración de la carrera: 5 años

Año	Área de Teoría	Área de diseño	Área de Tecnología	Área de Urbanismo
1°	Teoría de la arquitectura Historia del arte (teórico) Historia del arte (taller)	**Geometría Descriptiva** Modelado Taller de arquitectura	Matemáticas superiores Mecánica	
2°	Teoría de la	Perspectiva y estereotomía	Estabilidad de las	

	arquitectura 2 Historia del arte 2 Historia del arte (taller)	Dibujos del natural Modelado Taller de arquitectura	construcciones Topografía Edificación (Materiales I)	
3°	Teoría de la arquitectura 3 Historia del arte en México	Dibujo del natural Modelado Taller de arquitectura (composición I y II)	Edificación 2 Instalaciones técnicas e higiene de los edificios	
4°	Prácticas fuera de la Escuela y servicio social	Dibujo del natural Modelado Taller de arquitectura (composición II) Composición	Edificación 3 Presupuestos, avalúos y legislación de los edificios	
5°	Prácticas fuera de la Escuela y servicio social	Dibujo del natural (desnudo) Modelado Taller de arquitectura (composición II)		Urbanismo

Tabla 15
Escuela Nacional de Arquitectura
Plan de estudios de 1939
Duración de la carrera: 5 años

Año	Área de Teoría	Área de diseño	Área de Tecnología	Área de Urbanismo
1°	Introducción al estudio de la arquitectura Historia del arte I	Dibujo del natural Taller de dibujo de arquitectura **Geometría descriptiva, perspectiva y sombras**	Mecánica Matemáticas superiores	
2°	Análisis de programas de arquitectura Historia del arte II	Dibujo del natural Taller de dibujo de arquitectura Estereotomía y diseño de elementos	Topografía Materiales de construcción Estabilidad y mecánica clásica	
3°	Análisis de programas de arquitectura Historia de la arquitectura en México	Dibujo del natural Taller de dibujo de arquitectura	Instalaciones Presupuesto, especificaciones y organización de obras Calculo de estructuras Procedimientos de construcción	
4°	Practica externa, investigación y servicio social	Taller de composición de arquitectura	Taller de edificación y organización de obras Procedimientos de construcción	
5°	Conferencias de arquitectura Practica externa, investigación y servicio social	Taller de composición de arquitectura y urbanismo	Taller de edificación y organización de obras	

Tabla 16
Escuela Nacional de Arquitectura
Plan de estudios de 1940
Duración de la carrera: 5 años

Año	Área de Teoría	Área de diseño	Área de Tecnología	Área de Urbanismo
1°	Introducción al estudio de la arquitectura Historia del arte I	**Geometría descriptiva y perspectiva (7.5)** Dibujo del natural Taller de dibujo de arquitectura	Mecánica Matemáticas	
2°	Análisis de programas I Historia del arte II	Estereotomía y diseño de elementos Dibujo del natural Taller de modelado Taller de dibujo de arquitectura	Estabilidad Topografía Materiales de construcción Cálculo de estructuras	
3°	Análisis de programas Historia del arte en México	Dibujo del natural Taller de dibujo de arquitectura Taller de modelado	Presupuestos y avalúos, organización de obras y legislación Instalaciones y equipos Taller de edificación I	
4°		Taller de composición 1 Dibujo al natural 4	Taller de organización de obras Procedimientos de construcción Taller de edificación	
5°		Taller de composición 2	Taller de organización de obras	Taller de urbanismo

Tabla 17
Escuela Nacional de Arquitectura
Plan de estudios de 1949
Duración de la carrera: 5 años

Año	Área de Teoría	Área de diseño	Área de Tecnología	Área de Urbanismo
1°	Historia de la arquitectura 1 Iniciación al estudio de la arquitectura	Dibujo 1 Superficie (educación plástica) **Geometría descriptiva y perspectiva** Iniciación a la composición	Matemáticas Mecánica	
2°	Historia de la arquitectura 2 Análisis de programas y soluciones Economía	Dibujo 2 Volumen (educación plástica) Composición 1	Estabilidad Topografía	Sociología urbana
3°	Historia de la	Dibujo del natural	Cálculo de edificios 1	Higiene urbana

	arquitectura 3 Análisis de programas y soluciones	Taller de dibujo de arquitectura Taller de modelado	Instalaciones 1 Materiales y procedimientos	Legislación urbana
4°	Historia de la arquitectura en México Análisis de programas y soluciones	Composición 2	Cálculo de edificios 2 Materiales y procedimientos Instalaciones 2 Especificaciones y presupuestos	
5°	Arte contemporáneo Curso superior (teoría)	Composición 3	Cálculo de edificios 3 Materiales y procedimientos Avalúos y organización de obras	Iniciación al urbanismo

Tabla 18
Escuela Nacional de Arquitectura
<u>Plan de estudios de 1955</u>
Duración de la carrera: 5 años

Año	Área de Teoría	Área de diseño	Área de Tecnología	Área de Urbanismo
1°	Historia de la arquitectura Iniciación al estudio de la arquitectura Taller de historia	Dibujo del natural Educación plástica (superficies) **Geometría descriptiva** Composición	Matemáticas Mecánica	
2°	Historia de la arquitectura Análisis de programas y soluciones Taller de historia	Dibujo del natural Educación plástica, volumen **Geometría descriptiva aplicada** Composición	Estabilidad Topografía	Sociología urbana Economía urbana
3°	Historia de la arquitectura Análisis de programas	Dibujo del natural Maquetas Composición	Cálculo de edificios Materiales y procedimientos Instalaciones	Higiene urbana Legislación urbana
4°	Historia de la arquitectura en México Análisis de programas	Composición	Edificación Materiales y procedimientos Instalaciones Especificaciones y presupuestos Cálculo	Iniciación al urbanismo
5°	Arte contemporáneo Curso superior de	Composición	Edificación Materiales y procedimientos Avalúos y organización de	Análisis urbanismo

	teoría de la arquitectura		obras	

Tabla 19
Escuela Nacional de Arquitectura
Plan de estudios de 1960
Duración de la carrera: 5 años

Año	Área de Teoría	Área de diseño	Área de Tecnología	Área de Urbanismo
1°	Iniciación al estudio de la arquitectura Análisis de edificios	**Geometría descriptiva** Dibujo Taller de proyectos	Matemáticas Estática Elementos de construcción	
2°	Historia de la arquitectura 1 Análisis de edificios	Estereotomía y perspectiva Dibujo Taller de proyectos	Matemáticas Resistencia de materiales Taller de construcción	
3°	Historia de la arquitectura 2 Análisis de edificios	Dibujo Taller de proyectos	Resistencia de materiales Taller de construcción Instalaciones de edificios Administración de obras	Urbanismo
4°	Historia de la arquitectura 3 Análisis de programas	Taller de proyectos	Resistencia de materiales Taller de construcción Instalaciones de edificios Administración de obras	Urbanismo
5°	Historia de la arquitectura 4 Historia de la arquitectura moderna Teoría superior de la arquitectura	Taller de proyectos	Taller de construcción Administración de obras Resistencia de materiales	Taller de urbanismo

Tabla 20
Escuela Nacional de Arquitectura
Plan de estudios de 1964
Duración de la carrera: 5 años

Año	Área de Teoría	Área de diseño	Área de Tecnología	Área de Urbanismo
1°	Iniciación al estudio de la arquitectura	**Geometría descriptiva** Dibujo Taller de proyectos	Matemáticas Estática Elementos de construcción	

	Análisis de edificios			
2°	Historia de la arquitectura Análisis de edificios	Estereotomía y perspectiva Dibujo Taller de proyectos	Matemáticas Resistencia de materiales Taller de construcción Materiales y procedimientos	
3°	Historia de la arquitectura Análisis de edificios	Dibujo Taller de proyectos	Resistencia de materiales Taller de construcción Materiales y procedimientos Instalaciones de edificios Administración de obras	Urbanismo
4°	Historia de la arquitectura	Taller de proyectos	Resistencia de materiales Taller de construcción Materiales y procedimientos Instalación de edificios Administración de obras	Urbanismo
5°	Historia de la arquitectura en México Teoría superior de la arquitectura Historia de la arquitectura moderna	Taller de proyectos	Taller de construcción Materiales y procedimientos Resistencia de materiales Administración de obras	Urbanismo

Tabla 21
Escuela Nacional de Arquitectura
Plan de estudios de 1965
Duración de la carrera: 5 años

Año	Área de Teoría	Área de diseño	Área de Tecnología	Área de Urbanismo
1°	Iniciación al estudio de la arquitectura	**Geometria descriptiva** Dibujo Taller de proyectos	Matemáticas Estática Elementos de construcción	
2°	Historia de la arquitectura Análisis de edificios	Estereotomía y perspectiva Dibujo Taller de proyectos	Matemáticas Resistencia de materiales Taller de construcción Materiales y procedimientos	
3°	Historia de la arquitectura Análisis de edificios	Dibujo Taller de proyectos	Resistencia de materiales Taller de construcción Materiales y procedimientos Instalaciones de edificios Administración de obras	Urbanismo
4°	Historia de la arquitectura	Taller de proyectos	Resistencia de materiales Taller de construcción	Urbanismo

	Análisis de edificios		Materiales y procedimientos Administración de obras Instalación de edificios	
5°	Historia de la arquitectura en México Teoría superior de la arquitectura Historia de la arquitectura moderna	Taller de proyectos	Resistencia de materiales Taller de construcción Materiales y procedimientos Administración de obras	Urbanismo

Tabla 22
Escuela Nacional de Arquitectura
Plan de estudios de 1967
Duración de la carrera: 5 años

Semestre	Área de Teoría	Área de diseño	Área de Tecnología	Área de Urbanismo
1°	El hombre y el medio Orientación vocacional	Dibujo Dibujo Técnico Diseño I **Geometría I**	Matemáticas	
2°	Historia de la cultura Teoría del diseño	Dibujo Diseño II **Geometría II**	Estática	
3°	Conceptos fundamentales del arte	Dibujo III Diseño III **Geometría III**	Materiales I Resistencia de materiales I	
4°	Historia de la arquitectura I Teoría de la arquitectura I	Iniciación al taller de arquitectura	Adecuación de la arquitectura al medio físico Estructura I Materiales II	Urbanismo
5°	Historia de la arquitectura II México I Teoría de arquitectura II	Taller de arquitectura I	Instalaciones I Procedimientos de construcción I	
6°	Historia de la arquitectura en México	Taller de arquitectura II	Estructuras II Instalaciones II Procedimientos de construcción II	
7°		Taller de arquitectura III	Estructuras III Organización de obras I Procedimientos de construcción III	Urbanismo I
8°		Taller de arquitectura IV	Estructuras IV	Urbanismo II

			Organización de obras II Procedimientos de construcción IV	
9°		Taller de arquitectura V	Organización de obras	Diseño urbano
10°		Taller de arquitectura VI Nota: Deberán cubrirse 56 créditos de materias optativas, a partir del 6° semestre.		

Tabla 23
Escuela Nacional de Arquitectura-Unidad Académica Autogobierno
<u>Plan de estudios de 1976</u>
Duración de la carrera: 5 años

Año	Área de Teoría	Área de diseño	Área de Tecnología	Área de Urbanismo
1°	Teoría I	Diseño I	Técnica I	
2°	Teoría II	Diseño II	Técnica II	
3°	Teoría III	Diseño III	Técnica III	
4°	Teoria IV	Diseño IV	Técnica IV	

PLAN DE ESTUDIOS 1981

(CUADRO 3. Plan de Estudios puesto en práctica a partir del semestre 1982-1)

SUB-AREA	ETAPA INICIAL		ETAPA FORMATIVA				ETAPA INTEGRAL		ETAPA EVALUATIVA
	1er SEMESTRE	2o SEMESTRE	3er SEMESTRE	4o SEMESTRE	5o SEMESTRE	6o SEMESTRE	7o SEMESTRE	8o SEMESTRE	9o SEMESTRE
TALLER DE DISEÑO ARQUITECTONICO	TALLER DE DISEÑO ARQUITECTONICO I	TALLER DE DISEÑO ARQUITECTONICO II	TALLER DE DISEÑO ARQUITECTONICO III	TALLER DE DISEÑO ARQUITECTONICO IV	TALLER DE DISEÑO ARQUITECTONICO V	TALLER DE DISEÑO ARQUITECTONICO VI	TALLER INTEGRAL DE ARQUITECTURA I	TALLER INTEGRAL DE ARQUITECTURA II	TALLER EVALUATIVO DE ARQUITECTURA
[illegible]SENTACION [illegible]CA	REPRESENTACION GRAFICA I	REPRESENTACION GRAFICA II	REPRESENTACION GRAFICA III			TECNICAS DE REPRESENTACION	2 MATERIAS OPTATIVAS	2 MATERIAS OPTATIVAS	
GEOMETRIA	GEOMETRIA I	GEOMETRIA II							
[illegible]CACION			EDIFICACION I	EDIFICACION II	EDIFICACION III	EDIFICACION IV			
MATEMATICAS	MATEMATICAS I	MATEMATICAS II							
ANALISIS Y DISEÑO ESTRUCTURAL		ESTATICA	RESISTENCIA DE MATERIALES	ANALISIS Y DISEÑO ESTRUCTURAL I	ANALISIS Y DISEÑO ESTRUCTURAL II	ANALISIS Y DISEÑO ESTRUCTURAL III			
[illegible]LACIONES					INSTALACIONES I	INSTALACIONES II			
ADMINISTRACION DE PROYECTOS Y OBRAS				ADMINISTRACION DE PROYECTOS Y OBRAS I	ADMINISTRACION DE PROYECTOS Y OBRAS II				
[illegible]ANISMO				URBANISMO I	URBANISMO II	INICIACION AL DISEÑO URBANO			
CONTEXTO DE LA [illegible]ITECTURA	CONTEXTO DE LA ARQUITECTURA I			CONTEXTO DE LA ARQUITECTURA II					
[illegible]RIA DEL DISEÑO	TEORIA DEL DISEÑO I		TEORIA DEL DISEÑO II	TEORIA DEL DISEÑO III					
TEORIA DE LA [illegible]ITECTURA	TEORIA DE LA ARQUITECTURA I	TEORIA DE LA ARQUITECTURA II			TEORIA DE LA ARQUITECTURA III				
[illegible]LISIS HISTORICO CRITICO DE LA ARQUITECTURA	ANALISIS HISTORICO CRITICO DE LA ARQUITECTURA I	ANALISIS HISTORICO CRITICO DE LA ARQUITECTURA II	ANALISIS HISTORICO CRITICO DE LA ARQUITECTURA III	ANALISIS HISTORICO CRITICO DE LA ARQUITECTURA IV		ANALISIS HISTORICO CRITICO DE LA ARQUITECTURA V			

Anexo C

Los programas de estudio de los años
1981, 1992 y 1999 de la FA

Tabla 25

PLAN DE ESTUDIOS 1992

		NIVELES DE CONOCIMIENTO	PRIMER NIVEL 1	SEGUNDO NIVEL 2	TERCER NIVEL 3	CUARTO NIVEL 4	QUINTO NIVEL 5	
			E T A P A	D E	F O R M A	C I O N	ETAPA DE CONSOLIDACION	
AREAS	**SUBAREAS**	**ENFOQUE SUBAREAS**						
1 TEORICO HUMANISTICA	TEORIA	TEORIA DE LA ARQUITECTURA ANALISIS DE PROGRAMAS GENERICOS	2 TEORIA DE LA ARQUITECTURA I		2 TEORIA DE LA ARQUITECTURA II	2 TEORIA DE LA ARQUITECTURA III	3 CURSO SELECTIVO DEL AREA	1
	HISTORIA	HISTORIA DE LA ARQUITECTURA	3 HISTORIA DE LA ARQUITECTURA I	3 HISTORIA DE LA ARQUITECTURA II	3 HISTORIA DE LA ARQUITECTURA III			
2 URBANO AMBIENTAL		INTEGRACION DE LA ARQUITECTURA AL MEDIO	2 EL MEDIO AMBIENTE Y LA CIUDAD	3 LA ARQUITECTURA Y LA CIUDAD	4 DISEÑO URBANO ARQUITECTONICO AMBIENTAL		3 CURSO SELECTIVO DEL AREA	2
	MATEMATICAS Y GEOMETRIA	TEORIA Y PRACTICA DE MATEMATICAS Y GEOMETRIA. ANALISIS GEOMETRICO DE EDIFICIOS	3 MATEMATICAS 3 GEOMETRIA I	3 GEOMETRIA II			3 CURSO SELECTIVO DEL AREA	3
	EXPRESION	METODOS Y TECNICAS DE EXPRESION GRAFICA Y VOLUMETRICA	3 REPRESENTACION GRAFICA I	3 REPRESENTACION GRAFICA II	3 REPRESENTACION GRAFICA III			
3 PROYECTO		TALLER DE ARQUITECTURA	TALLER DE ARQUITECTURA I	TALLER DE ARQUITECTURA II	TALLER DE ARQUITECTURA III	TALLER DE ARQUITECTURA IV	TALLER DE ARQUITECTURA V	
	TALLER DE INVESTIGACION	PROGRAMAS ARQUITECTONICOS MODOS DE VIDA Y COSTUMBRES OPERACION Y VALORACION	2 METODOLOGIAS DE INVESTIGACION / TALLER DE COMPUTACION	2 ESTUDIOS DE CASO Y VALORACION DE PROYECTOS I	2 ESTUDIOS DE CASO Y VALORACION DE PROYECTOS II	2 ESTUDIOS DE CASO Y VALORACION DE PROYECTOS III		
	TALLER DE PROYECTOS	TEORIA Y PRACTICA DE PROYECTOS	6 TALLER DE PROYECTOS I	6 TALLER DE PROYECTOS II	6 TALLER DE PROYECTOS III	6 TALLER DE PROYECTOS IV	6 TALLER DE PROYECTOS V TRABAJO TERMINAL	EXAMEN PROFESIONAL
	TALLER DE CONSTRUCCION	ANALISIS Y DESARROLLO CONSTRUCTIVO DE PROYECTOS, SUS MATERIALES Y PROCEDIMIENTOS	2 TALLER DE CONSTRUCCION I CONCEPTOS BASICOS	4 TALLER DE CONSTRUCCION II CONOCIMIENTOS BASICOS TALLER (CONOCIMIENTOS APLICABLES).	4 TALLER DE CONSTRUCCION III CONOCIMIENTOS BASICOS TALLER (CONOCIMIENTOS APLICABLES)	4 TALLER DE CONSTRUCCION IV CONOCIMIENTOS BASICOS TALLER (CONOCIMIENTOS APLICABLES)	4 TALLER DE CONSTRUCCION V DESARROLLO CONSTRUCTIVO DE PROYECTO	
	ESTRUCTURAS	TEORIA Y PRACTICA DE LAS ESTRUCTURAS, ANALISIS, ELECCION, NORMATIVIDAD, DIMENSIONAMIENTO, COSTO Y P. CONSTRUCTIVO	4 ESTRUCTURAS I	4 ESTRUCTURAS II	4 ESTRUCTURAS III	4 ESTRUCTURAS IV	3 CURSO SELECTIVO DEL AREA	4
4 CONSTRUCCION	CONTROL Y TECNOLOGIAS AMBIENTALES	ADECUACION DE LOS ESPACIOS ARQUITECTONICOS AL MEDIO AMBIENTE Y DISEÑO DE INSTALACIONES	2 TECNOLOGIAS AMBIENTALES I	2 TECNOLOGIAS AMBIENTALES II		2 TECNOLOGIAS AMBIENTALES III		
	ADMINISTRACION	TEORIA Y PRACTICA DE LA ADMINISTRACION DE PROYECTOS Y OBRAS, SU OPERACION Y CONSERVACION			2 ADMINISTRACION I	2 ADMINISTRACION II		
EXTENSION UNIVERSITARIA SERVICIO SOCIAL Y PRACTICA PROFESIONAL SUPERVISADA		ACTIVIDADES EXTERNAS O INTERNAS DE PARTICIPACION CON LA COMUNIDAD		3 EXTENSION UNIVERITARIA I	3 EXTENSION UNIVERSITARIA II	SERVICIO SOCIAL 480 HORAS	PRACTICA PROFESIONAL SUPERVISADA 480 HORAS	
		CARGA HORARIA	32	30+3	30+3	22+S S	22+P P S	

Tabla 26

PLAN DE ESTUDIOS 1999

Etapas de Formación	BÁSICA		DESARROLLO		PROFUNDIZACIÓN		CONSOLIDACIÓN		DEMOSTRACIÓN	
Área / Semestes	1er semestre	2° semestre	3er semestre	4° semestre	5° semestre	6° semestre	7° semestre	8° semestre	9° semestre	10° semestre
Área Urbano Ambiental			Arquitectura, ambiente y ciudad I ● 4 ► 2	Arquitectura, ambiente y ciudad II ● 4 ► 2	Diseño Urbano Ambiental ● 4 ► 2					
Área de Teoría, Historia e Investigación	Introducción Histórico Crítica ● 4 ► 2	Arquitectura en México Siglo XX ● 4 ► 2	Arquitectura Mesoamericana ● 4 ► 2	Arquitectura en México Siglos XVI al XVIII ● 4 ► 2	Arquitectura en México Siglo XIX ● 4 ► 2					
	Teoría de la arquitectura I ● 4 ► 2	Teoría de la arquitectura II ● 4 ► 2	Teoría de la arquitectura III ● 4 ► 2	Teoría de la arquitectura IV ● 4 ► 2	Teoría de la arquitectura V ● 4 ► 2					
Área de Proyecto	**Taller de Arquitectura I**	**Taller de Arquitectura II**	**Taller de Arquitectura III**	**Taller de Arquitectura IV**	**Taller de Arquitectura V**	**Taller de Arquitectura VI**	**Taller de Arquitectura VII**	**Taller de Arquitectura VIII**	**Seminario de Titulación I**	**Seminario de Titulación II**
	Investigación	Investigación	Investigación	Investigación	Investigación	Investigación	Investigación	Investigación		
							Urbano Ambiental	Urbano Ambiental		
	Representación Gráfica	Representación Gráfica	Representación Gráfica	Representación Gráfica						
	Proyecto	Proyecto	Proyecto	Proyecto	Proyecto	Proyecto	Proyecto	Proyecto		
		Geometría	Geometría	Geometría						
	Construcción	Construcción	Construcción	Construcción	Construcción	Construcción	Construcción	Construcción		
	●22 4► 14■ 18✱	●25 5► 15■ 20✱	●25 5► 15■ 20✱	●25 5► 15■ 20✱	●19 4► 11■ 15✱	●19 4► 11■ 15✱	●21 5► 11■ 16✱	●21 5► 11■ 16✱	10● 10■	10● 10■
Área de Tecnología	Matemáticas aplicadas I ● 4 ► 2	Matemáticas aplicadas II ● 4 ► 2	Instalaciones I ● 4 ► 2	Instalaciones II ● 4 ► 2		Instalaciones III ● 4 ► 2				
	Sistemas estructurales I ● 6 ► 3	Sistemas estructurales II ● 6 ► 3	Sistemas estructurales III ● 6 ► 3	Sistemas estructurales IV ● 6 ► 3	Sistemas estructurales V ● 6 ► 3	Sistemas estructurales VI ● 6 ► 3				
					Administración I ● 4 ► 2	Administración II ● 4 ► 2	Administración III ● 4 ► 2			
Área de Extensión Universitaria	* Con 12 créditos se puede cubrir, en función de los tiempos académicos de los talleres, en un máximo de seis y un mínimo de cuatro semestres antes del 7°						Práctica Profesional Supervisada 260 hrs ● 15			
● créditos ► horas teóricas ■ horas prácticas ✱ horas totales						Curso Selectivo ● 4 ► 2	Curso Selectivo ● 4 ► 2	Curso Selectivo ● 4 ► 2	Curso Selectivo ● 4 ► 2	
							Curso Selectivo ● 4 ► 2	Curso Selectivo ● 4 ► 2	Curso Selectivo ● 4 ► 2	
							Curso Selectivo ● 4 ► 2	Curso Selectivo ● 4 ► 2	Curso Selectivo ● 4 ► 2	
								Curso Selectivo ● 4 ► 2	Curso Selectivo ● 4 ► 2	
horas/semana	27	29	31	31	26	24	24	24	18	10
●	40	43	47	47	41	7	37	37	26	10

Subtotal	365
Extensión Universitaria	12
Práctica Profesional Supervisada	15
Total de créditos	392

Requisitos Curriculares

1. **Curso de Computación** que incluye: Taller de computación (sistema operativo, procesador de palabra, hoja de cálculo y paquetería de presentación) Diseño asistido por computadora en dos y tres dimensiones
2. Examen de comprensión de lengua extranjera (inglés o francés)
3. Servicio Social

El programa de estudios de 1981

Geometría Descriptiva I
Primer semestre
Materia obligatoria (Inicial del curso)
Horas teóricas 2; Horas prácticas 2; Créditos 6

Objetivos: Se trata de una materia de tipo informativo y la finalidad de la Geometría Descriptiva es: la representación gráfica de los objetos de una manera universal. La relación entre la Geometría Descriptiva y la Arquitectura se establece en el momento de tratar de representar gráficamente un objeto arquitectónico, ya sea existente o como producto de la creación del arquitecto.

Programa condensado:

Definición Formas geométricas	Conocimiento de las formas simples de la geometría y la manera de poder representar gráficamente.
El punto	Posiciones del punto con relación al sistema de representación gráfica.
La línea La línea recta	Línea desde le punto de vista geométrico y arquitectónico, así como el tratamiento específico de la línea recta en el sistema de representación gráfica.
La superficie El plano	Diferentes tipos de superficies que se consideran desde el punto de vista geométrico y arquitectónico, así como el tratamiento específico de la superficie plana en el sistema de representación gráfica.
Intersecciones y visibilidad	Procedimientos de representación gráfica para determinar la intersección entre rectas, planos y rectas y planos entre sí. Determinar la visibilidad resultante entre los elementos antes mencionados.
Movimientos auxiliares Circulo	Sistemas auxiliares en la representación gráfica de las formas geométricas y arquitectónicas. Cambio de planos, giros y abatimientos Posiciones del circulo en relación con el sistema de representaciones gráficas así como de las deformaciones que sufre.
Perspectiva.- Diferentes tipos de perspectiva	Qué es la perspectiva y cuáles son los tipos más generalizados en la representación gráfica de objetos arquitectónicos. Perspectiva visual, perspectiva convencional (Isométrica, Caballera). Perspectiva geométrica y sus relaciones con la perspectiva fotográfica. La perspectiva geométrica como resultado de la proyección cónica. Los elementos primordiales que intervienen en la simplificación de la proyección cónica y las limitaciones de los mismos.
Perspectiva geométrica	Proceso geométrico para determinar la perspectiva de un punto por medio de la perspectiva caballera se verá la razón por la cual aparecen los puntos de fuga para los distintos tipos de rectas conocidas y la razón por la cual esos puntos son de concurrencia para haces de rectas paralelas.
Perspectivas geométricas	Perspectiva de rectas: Se verá por medio de la perspectiva caballera la razón por la cual aparecen las rectas de fuga para los distintos tipos de planos conocidos y la razón por la cual esas rectas son de concurrencia para los conjuntos de planos paralelos
Perspectiva geométrica	De la manera en que las rectas de fuga son otros tantos horizontes y que cada uno de ellos tiene las mismas características que el ordinario Ejercicios de adiestramiento Información y solución de los programas que aparecen durante el proceso.

Método de enseñanza: La enseñanza se realizará por exposición y trabajos prácticos.

Evaluación: Se evaluará el trabajo del curso, se practicarán exámenes parciales y examen final.

Bibliografía:
Izquierdo Asensi, Fernando, *Geometría Descriptiva*, Dossat, S.A. España
Torre Miguel de la, *Geometría Descriptiva.* México.

El programa de estudios de 1981
Unidad Académica de talleres de letras

Geometría Descriptiva II
Segundo semestre
Materia obligatoria (Seriada con Geometría Descriptiva I)
Horas teóricas 2; Horas prácticas 2;Créditos 6

Objetivos: Se trata de una materia informativa, formativa, ya que da a conocer las formas y la manera de tratarlas y posteriormente la manera de aplicarlas en la composición de los elementos arquitectónicos.

Programa condensado:

Superficie	Concepto de superficie y de los parámetros que deban existir para su formación: Clasificación de las superficies en función de la manera como se generan y de la desarrollabilidad o no desarrollabilidad. Se ejecutarán ejemplos genéricos de las superficies en perspectiva caballera y el alumno hará representación gráfica y volumétrica de las mismas.
Superficies regladas	Generación de una superficie reglada. El cono como superficie tipo de reglada y sus casos particulares, (cilindro, pirámide, y prisma). Principio de desarrollabilidad de las superficies. Desarrollo de un cono cualquiera y cono recto u oblicuo de base circular.
Conoides	El cono como elemento director en la generación de las superficies conoides.
Intersecciones	Métodos y procedimientos lógicos y racionales para la intersección de superficies.
Superficies de revolución	Generación de las superficies de revolución, en particular el hiperboloide de revolución y las superficies cónicas.
Superficies de generación propia	Generación de las superficies que por sus cualidades específicas no pueden ser incluidas en los grupos de superficies anteriores.
Proyecciones oblicuas	(Cilíndricas). Proyecciones cilíndricas oblicuas y su aplicación en el trazo de las sombras y asolamiento.
Proyecciones cónicas	Proyecciones cónicas y la utilidad que éstas brindan en el estudio de la iluminación en el interior de los objetos arquitectónicos

Método de enseñanza:
La enseñanza se realizará por exposición y trabajos prácticos.

Evaluación:
Se evaluará el trabajo del curso, se practicarán exámenes parciales y examen final.

Bibliografía:
Izquierdo Asensi, Fernando, *Geometría Descriptiva*, Dossat, S.A. España

El programa de estudios de 1981

Unidad Académica de talleres de letras

Geometría Descriptiva III
Séptimo-Octavo semestre
Materia optativa (No seriada)
Horas teóricas 3; Horas prácticas 0; Créditos 6

Objetivo:

La geometría Descriptiva denominada Tres, tiene como finalidad instruir al alumno en el manejo de la esfera para lograr la posibilidad del diseño de estructuras geodésicas.
Se hará como primera parte del curso un recordatorio de los principios fundamentales de la Geometría Descriptiva y de sus aplicaciones al diseño arquitectónico.
El alumno aprenderá a manejar los diversos elementos que se pueden distinguir en la esfera, y los problemas que estos elementos presentan en el diseño de geodésicas
El alumno aprenderá el trazo y manejo de las geodésicas de primer orden.
Se hará del conocimiento del alumno las leyes estipuladas por Euclides para el tratamiento de los cuerpos inscritos o circunscritos a la esfera. El alumno hará ejercicios para la comprensión de las leyes y los trazos que implican, así como ejercicios de adiestramiento en el manejo de las mismas.
El alumno aprenderá el trazo y manejo de las geodésicas de segundo orden y realizará ejercicios y proposiciones de este campo.
Se expondrá al alumno el proceso de cálculo de la amplitud de los ángulos y la magnitud de las barras - El alumno hará un ejercicio de cálculo de dimensión de una geodésica de segundo orden.
El alumno aprenderá el trazo y manejo de las geodésicas de tercer orden y realizará ejercicios y proposiciones al respecto.
Con los conocimientos anteriores adquiridos, el alumno diseñará geodésicas aplicadas a problemas arquitectónicos particulares y presentará planos completos de trazo, cálculo de dimensión y maqueta. El alumno recibirá asesoría durante el desarrollo del trabajo.

Método de enseñanza:
El curso se impartirá por exposición de los temas.- Taller y trabajos prácticos.

Evaluación:
La evaluación se hará por el trabajo realizado durante el curso

Bibliografía:
Izquierdo Asensi, Fernando, *Geometría Descriptiva*, Dossat, S.A. España
Luca Paccioli, *La Divina Proporción*, Editorial Losada, 1967, Argentina.

El programa de estudios de 1992

Geometría I

Nivel: Primero
Carácter: Obligatorio
Seriación: Obligatoria
Horas: Teóricas: 1; Practicas: 2;Créditos: 8
Antecedentes: Ninguno
Consecuentes: Geometría II

Objetivos específicos de las subáreas:
La subárea de Geometría proporciona al estudiante los conocimientos que le permitan comprender y utilizar las formas geométricas, empleadas para la concepción y recreación del espacio arquitectónico, así como su capacitación en el conocimiento y uso de la perspectiva para representar diversos aspectos y elementos de la arquitectura y el diseño.

Objetivo general:
El alumno definirá e interpretará el espacio geométricamente en sus dos aspectos: racional o especulativo y técnico o práctico, de tal manera que sea capaz de crear un modo de expresión universal.

Objetivos específicos:
El alumno conocerá las formas geométricas en el espacio, su generación y el manejo de las mismas para la creación del espacio arquitectónico.
El alumno conocerá la representación gráfica ó proyección de las formas geométrica.
El alumno manejará la representación gráfica tridimensional por medio de la perspectiva.

Contenido / Temas:

1	Antecedentes, definición, nomenclatura.
2	Análisis de clasificación, definición y generación de las formas geométricas.
3	Cuadrantes, montea en el espacio, montea constructiva.
4	El punto en el espacio.
5	Posiciones de la línea.
6	Posiciones del plano.
7	Trazas de rectas.
8	La superficie.
9	Intersecciones.
10	Movimientos auxiliares.
11	Proyecciones del circulo.
12	Perspectiva, generalidades.
13	Perspectiva aérea.
14	Tangencias
15	Sombras
16	Sombras en perspectiva.

Métodos de enseñanza:
1. Exposición por parte del profesor.
2. Ejercicios tridimensionales.
3. Ejercicios en montea de los modelos tridimensionales.
4. Aplicación de las formas geométricas a los elementos que forman el espacio arquitectónico.
5. Trabajo grupal basado en el análisis de los ejercicios realizados.
6. Discusión dirigida a partir de investigaciones bibliográficas.

Métodos de evaluación: Exámenes parciales; Participación en clase; Trabajos realizados; Investigaciones; Examen final; Auto evaluación del alumno.

Bibliografía

1. Betancour, Jorge, *Elementos de Geometría Descriptiva*, México Arte y Técnica.
2. De la Torre, Miguel, *Geometría Descriptiva*, México.
3. Izquierdo, A. Fernando, *Geometría Descriptiva*, España, Dossat S.A.
4. Adhemar, Joseph Alphonse, *Trité des ombres*, Edit. Mathias, 1852.
5. De la torre, Miguel, *Perspectiva*, U.N.A.M., México.
6. García Salgado, Tomas, *Perspectiva Modular aplicada al Diseño Arquitectónico*, Ed. Trillas, México.
7. Write, Lawrence, Perspective in *Perpective Routlekge Kegah*, Londres Inglaterra, 1982.

El programa de estudios de 1992

Geometría II
Nivel: Segundo
Carácter: Obligatorio
Seriación: Indicativa
Horas: Teóricas: 1; Practicas: 2; Créditos: 8
Antecedentes: Geometría I
Consecuentes: Estereotomía

Objetivos generales:
El alumno estudiará el espacio geométricamente, capacitándolo en la solución gráfica convencional de los problemas planteados en el espacio tridimensional por el proyecto arquitectónico.

Objetivos específicos:
El alumno será capaz de resolver espacios arquitectónicos tanto en sus componentes como en los envolventes, aplicando las formas geométricas.
El alumno aplicará los conocimientos de la geometría en la solución de problemas específicos relacionados con diseño y construcción de la arquitectura.

Contenido / Temas:

1	Antecedentes de la creación del espacio arquitectónico.
2	Definición y análisis de las formas.
3	Superficies. a. Clasificación b. Desarrollos
4	El espacio a partir de superficies planas c. Superficies regladas alabeadas d Superficies de revolución e. Intersecciones
5	El espacio a partir de superficies curvas.
6	El espacio a partir de la combinación de superficies planas y curvas.
7	Aplicación en el diseño y construcción f. Trazos g Escaleras h. Cimbras

Métodos de enseñaza:
1. Exposición por parte del profesor.
2. Ejercicios tridimensionales
3. Ejercicios en montea de los modelos tridimensionales.
4. Aplicación de las formas geométricas a los elementos que forman el espacio arquitectónico.
5. Diseño de cimbras de estos elementos.
6. Trabajo en grupo basado en el análisis de los ejercicios realizados.
7. Discusión dirigida a partir de investigaciones bibliográficas.

Métodos de evaluación: Exámenes parciales; Participación en clase; Trabajos realizados; Investigaciones; Examen final; Auto evaluación del alumno.

Bibliografía

1. Betancour, Jorge, *Elementos de Geometría Descriptiva*, México Arte y Técnica.
2. De la Torre, Miguel, *Geometría Descriptiva*, México.
3. Izquierdo, A. Fernando, *Geometría Descriptiva*, España, Dossat S.A.
4. Adhemar, Joseph Alphonse, *Trité des ombres*, Edit. Mathias, 1852.
5. De la torre, Miguel, *Perspectiva*, U.N.A.M., México.
6. García Salgado, Tomas, *Perspectiva Modular aplicada al Diseño Arquitectónico*, Ed. Trillas, México.
7. Write, Lawrence, Perspective in *Perpective Routlekge Kegah*, Londres Inglaterra, 1982.
8. F.T.D., *Tratado de Perspectiva*.
9. Pedoe, Dan, Geometría en el arte, Barcelona España, Ed. G. Gili, 1979,289 pp.
10. Ghyka, Matila, *The Geometry of Art and Life*, Dover Pub, New York EUA, 1977, 174 pp.
11. Alsina, Claudi, Trillas, Enric, *Lecciones de Álgebra y Geometría*, Ed. G. Gili, Barcelona España, 1984, 285 pp.
12. Critchlow, Keith, *Order in Space*, Ed. Liking press inc. 2da. Ed. New York EUA, 1971, 95pp.

El programa de estudios de 1999
Facultad de arquitectura - UNAM

Geometría I
Asignatura: Taller de arquitectura II
Carrera: Licenciatura en Arquitectura
Semestre: Segundo
Etapa de Formación: Básica
Áreas de Conocimiento: Proyecto; Teoría, historia e investigaciones; Tecnología
Carácter: Obligatorio
Tipo de asignatura: Teórico-práctica
Modalidad: Taller
Horas / Semana: 2
Créditos: 8
Asignatura Precedente: Ninguna
Asignatura Subsecuente: Geometría II

Temas:

1.- Introducción, antecedentes, orígenes e historia de la geometría
2.- Definiciones y teoría de la geometría 2.1 Geometría y conocimiento 2.2 Geometría y constructivismo 2.3 El concepto de exactitud 2.4 Las disciplinas afines
3.- Geometría plana 3.1 Forma y figura 3.2 Trazo de polígonos 3.3 Trazo, medición y división de ángulos y rectas
4.- Geometría del espacio 4.1 Poliedros 4.2 Trazo 4.3 Dimensión 4.4 Volumen 4.5 Superficie, línea y punto 4.6 Percepción y abstracción espacial 4.7 Concepción del espacio arquitectónico 4.8 Proyección del espacio y el registro descriptivo 4.9 Explanación y montea
5.- El recurso de la geometría descriptiva en el planteamiento y solución de problemas arquitectónicos 5.1 La ortogonalidad, el paralelismo, la perpendicularidad y la tangencia
6.- Los elementos del espacio y su registro 6.1 El punto, la línea (recta y no recta) y el plano 6.2 Su registro en los planos de proyección 6.3 Intersección **6.4 Visibilidad**
7.- Movimientos auxiliares 7.1 Giros 7.2 Cambio de planos 7.3 Abatimiento
8.- Verdadera forma y magnitud 8.1 Verdadera forma 8.2 Verdadera magnitud **8.3 Ángulo entre planos**
9.- Nociones de perspectiva

Bibliografía

Betancourt, Jorge, *Elementos de Geometría Descriptiva*, Arte y técnica, México
Coxeter, H. S. M. *Fundamentos de geometría*, Limusa, México, 1971
De la Torre, Miguel, *Geometría Descriptiva*, México

El programa de estudios de 1999

Facultad de arquitectura - UNAM

Geometría II

Asignatura: Taller de arquitectura II
Carrera: Licenciatura en Arquitectura
Semestre: Segundo
Etapa de Formación: Básica
Áreas de Conocimiento: Proyecto; Teoría, historia e investigaciones; Tecnología
Carácter: Obligatorio
Tipo de asignatura: Teórico-práctica
Modalidad: Taller
Horas / Semana: 2
Créditos: 8
Asignatura Precedente: Ninguna
Asignatura Subsecuente: Geometría II

Temas:

1.- El espacio y la superficie

1 1 Concepto de la superficie
1 2 Clasificación y análisis formal de las superficies

2.- Superficies regladas

2.1 Regladas simples (desarrollables):
a) Cónica
b) Cilíndricas

2 2 Regladas alabeadas (No desarrollables)
a) Paraboloide Hiperbólico
b) Helicoides

2 3 Doble curvatura:
a) Hiperboloide
b) Hiperboloide de un manto
c) Hiperboloide de revolución
d) Conoides

2 4 Superficies de revolución:
a) Esfera
b) Toro
c) Paraboloide elíptico

3.- Formas

3.1 Formas cúbicas:
a) Prismas rectos
b) Prismas cónicos

3 2 Formas esféricas:
a) Esfera
b) Desarrollos y secciones

3 3 Intersecciones complejas:
a) Cilindro-cilindro
b) Cilindro-cono
c) Cono-cono
d) Prisma-esfera
e) Cilindro-esfera

4.- Lugar de la geometría en el concepto de la estructura

Bibliografía

Betancourt, Jorge, *Elementos de Geometría Descriptiva*, Arte y técnica, México.
García Salgado, Tomás, *Perspectiva Modular aplicada al Diseño Arquitectónico*, Trillas, México.
Izquierdo A., Ferando, *Geometría Descriptiva*, Dossat S. A., Madrid.
Pedoe, Dan, *La geometría den el Arte*, Gustavo Gili, Barcelona, 1979.

El programa de estudios de 1999

Facultad de arquitectura - UNAM

Geometría III

Asignatura: Taller de arquitectura II
Carrera: Licenciatura en Arquitectura
Semestre: Segundo
Etapa de Formación: Básica
Áreas de Conocimiento: Proyecto; Teoría, historia e investigaciones; Tecnología
Carácter: Obligatorio
Tipo de asignatura: Teórico-práctica
Modalidad: Taller
Horas / Semanas: 2
Créditos: 8
Asignatura Precedente: Ninguna
Asignatura Subsecuente: Geometría II

Temas:

1.- Creatividad y geometría 1.1 La concepción del espacio y las formas arquitectónicas
2.- La geometría y la perspectiva 2.1 Expresión, comunicación y lenguaje 2.2 Isometría, axonometría y proyección cónica
3.- Registro geométrico de sombras 3.1 Sombras en geometral 3.2 Sombras en perspectiva
4.- La geometría y los procesos constructivos-estructura
5.- La geometría y el diseño de elementos constructivos de una obra arquitectónica 5.1 Poliedros platónicos y semirregulares Inserción del hombre en el espacio 5 2 Geodésicas
6.- Análisis geométrico de obras arquitectónicas

Bibliografía

Betancourt, Jorge, *Elementos de Geometría Descriptiva*, Arte y técnica, México.
García Salgado, Tomás, *Perspectiva Modular aplicada al Diseño Arquitectónico*, Trillas, México.
Izquierdo A , Ferando, *Geometría Descriptiva*, Dossat S. A , Madrid.
Pedoe, Dan, *La geometría den el Arte*, Gustavo Gili, Barcelona, 1979.

Anexo D

Los programas de estudio del CCH

Colegio de Ciencias y Humanidades
Dirección General

TALLER DE
DISEÑO AMBIENTAL I

Asignatura del quinto semestre

Programa para alumnos

Agosto de 1998

PRESENTACIÓN

El Taller de Diseño Ambiental es una asignatura optativa del quinto semestre cuyo intención es poner énfasis en las relaciones de interdependencia entre el hombre y su ámbito y entorno de una manera teórico-práctica, con objeto de desarrollar la imaginación creativa. El Taller se realiza en sesiones de dos horas dos veces a la semana. El Taller de Diseño Ambiental I carece de asignaturas que le antecedan dentro del Plan de estudios; sin embargo tiene carácter propedéutico para aquellos alumnos que desean estudiar las carreras cuyo tronco común sea el diseño de la producción de satisfactores, como son: Arquitectura, Arquitectura del Paisaje, Urbanismo o Diseño Industrial.

¿Cómo se Imparte la asignatura?
El profesor te introducirá en cada tema haciendo referencia a los conceptos principales auxiliándose de material audiovisual alusivo, si fuese el caso, para posteriormente dirigir la discusión en la cual se aclararán las dudas. El trabajo práctico en el aula-taller de acuerdo a la temática, consistente en la elaboración de ejercicios pertinentes, confirmará los conceptos aprendidos. En ambos momentos el profesor supervisará e indicará las actividades a realizar tanto dentro del aula como tareas, ejercicios o investigaciones relativas a efectuar fuera de aquéllas. En todo momento el trabajo en el Taller propiciará la producción de conocimiento nuevo, de nuevas alternativas, en fin, el desarrollo de la creatividad.

¿Que aprenderás en este curso?
En este Taller conocerás las diferentes clases de dibujo para poder expresarte, practicarás el dibujo a mano libre y el técnico-arquitectónico, desarrollando tu propio estiló de representación. Aprenderás a ver y reconocerás la importancia de las imágenes gráficas dentro de los procesos de proyección de las formas (objetos, utensilios, mobiliario, espacios cerrados o abiertos, etc). Conocerás los principios a partir de los cuales es posible la realización del diseño en general comenzando por sus elementos básicos, hasta la resolución de problemas sencillos. Estos fundamentos más el uso del dibujo como herramienta te facilitarán la entrada a problemas de complejidad ascendente. Pensarás en problemas de diseño y su resolución, para lo cual requieres tanto de habilidades del intelecto como de la percepción, la sensibilidad y la creatividad. Estos aspectos, si bien son indispensables para el mejor desempeño de las tareas que el Diseño Ambiental, como disciplina tiene encomendados, se pueden potenciar en el largo proceso de aprender a diseñar.

Aprenderás a expresarte mediante el dibujo lineal a mano-libre y mediante el uso de instrumentos. El aprendizaje teórico dentro del Taller no es considerado como acumulación sino como recuperación, no es por tanto aprendizaje de recetas o instrucciones cuyo fin podría ser su aplicación. Buscamos que el conocimiento en su interacción con la realización práctica se produzca provocando realidades innovadoras, nuevas relaciones y por lo tanto maneras novedosas de entender los retos. Producir cosas, transformarlas es a fin de cuentas desarrollar tu creatividad, es fabricar conocimiento.

A manera de ejemplo, para que aprendas a ver primero te proporcionaremos los fundamentos de la visión, para que después puedas ponerlos en práctica en un ejercicio de memoria visual y dibujo de memoria. Si lo que se busca es que dibujes lo que ves te presentaremos material en imágenes de cómo los artistas en las diferentes épocas han interpretado lo que ven, para que puedas realizar ejercicios de copia de la realidad.

Toda actividad del hombre tiene necesariamente que enfrentarse y confrontarse con una realidad que la determina. Si bien reconocemos el impacto que los objetos diseñados provocan en el medio, no podemos despreciar la influencia determinante que el medio o entorno originan en los procesos de gestación de los satisfactores. El diseñar como hacer encierra necesariamente la consideración del hombre como usuario y del núcleo social como hacedores de una historia, de una forma de vida, de una estética, de una economía, de una forma de relacionarse con la naturaleza, es decir que el proyectar o diseñar es expresión de una forma cultural. Esto tiene que ser considerado dentro de los procesos de producción de objetos satisfactores de necesidades humanas cuya regla y destinó es el hombre.

Por lo tanto en el Taller te ejercitarás en el conocimiento de las medidas del hombre, de su interacción con el espacio, y de las vinculaciones con el medio ecológico, geográfico, etc. Dentro de éste podrás resolver problemas de dotación de mobiliario o remodelación de espacios domésticos, de dotación de espacios abiertos para pequeñas comunidades como serían los espacios de recreación para infantes o las áreas abiertas en conjuntos habitacionales o comerciales.

¿Cómo trabajarás en esta asignatura?

Siendo el Taller de Diseñó Ambiental una asignatura teórico-práctica, las actividades a efectuarse siempre tienen un antecedente teórico y una realización práctica. En este curso las tareas por cumplir estarán encaminadas a desarrollar los procesos de diseño. Por lo tanto comenzarás realizando ejercicios de habilitación en el dibujo hasta que puedas desarrollar un estilo propio. Continuarás aprendiendo y aplicando uno a uno cada elemento del diseño. Por último aplicarás lo aprendido en la resolución de diversos problemas de diseño.

¿Qué actividades son importantes para tu evaluación?

El profesor del taller de Diseño Ambiental I tomará en cuenta la verificación de tu trabajo cotidiano en el aula-taller, el cumplimiento de todas tus tareas, tu participación en clase y tu colaboración y compromiso para realizar las labores encomendadas y lograr los objetivos que el grupo pretende alcanzar.

Objetivos

Al concluir el quinto semestre:

- ✓ Habrás desarrollado habilidades y destrezas en la representación de lo que ves y de lo que imaginas.
- ✓ Estarás capacitado para la utilización de los instrumentos y él manejo de las diferentes técnicas.
- ✓ Describirás, explicarás y producirás los diversos procesos de producción de los objetos utilitarios.

Contenidos:

UNIDAD 1 **¿QUÉ ES EL DISEÑO?**
El diseño Ambiental ¿Qué es?
El diseño como proceso.
Las ramas del diseño: Arquitectónico, urbano, industrial y del paisaje.
UNIDAD 2 **PRINCIPIOS Y FUNDAMENTOS BÁSICOS DEL DISEÑO**
Los elementos formales del diseño: Punto, Línea, Plano, Volumen.
La forma y el espacio: Color, Textura, dimensión.
Las técnicas auxiliares del diseño: tinta china, prisma color, acuarela, goauche, la maquetería.
UNIDAD 3 **EL DIBUJO. LA REPRESENTACIÓN DE LO QUE VEMOS Y DE LO QUE PENSAMOS**
La forma general de ver: el dibujo a mano alzada, la perspectiva.
El dibujo con instrumentos; las monteas, los isométricos, el método de la perspectiva geométrica.
UNIDAD 4 **LOS ELEMENTOS DETERMINANTES EN EL DISEÑO DE OBJETOS UTILITARIOS**
Antropometría, escala, proporción, proxemia.
— Lo estético, lo cultural, lo histórico, lo social, lo económico, lo ecológico. — Los procesos del Diseño Ambiental. Resolución de problemas de diseño.

Bibliografía

Benévolo, Leonardo, *Diseño de la ciudad (cinco tomos)* Gustavo Gili, México, 1995

Guillam, Scott, *Fundamentos del diseño,* Víctor Lerú, Buenos Aires, 1976.

Unari, Bruno, *Cómo nacen los objetos,* Gustavo Gili, Barcelona, 1995.

Vandyke, Scott. *De la línea al diseño,* Gustavo Gili, Barcelona, 1995.

Villegas, M.Carlos, *Diseño Ambiental Cuaderno de trabajo,* Secretaria de Divulgación, CCH-UNAM, México, 1970.

Colegio de Ciencias y Humanidades
Dirección General

TALLER DE DISEÑO AMBIENTAL II

Asignatura de sexto semestre
Programa para alumnos

Diciembre de 1998

PRESENTACIÓN

La asignatura de Taller de Diseño Ambiental II presenta a los estudiantes de sexto semestre las posibilidades de intervención de los diseñadores de ámbitos y entornos en el medio — La ciudad, el barrio, la colonia, la unidad habitacional, la privada, la casa habitación, etcétera —. Tiene come antecedente dentro del Plan de estudios al Taller de Diseño Ambiental I y se realiza en sesiones de dos horas dos veces por semana; al igual que ésta tiene carácter propedéutico para quienes deseen estudiar Arquitectura, Diseño industrial, Urbanismo o Arquitectura del paisaje.

En este taller descubrirás que entre las formas y los espacios diseñados permanecen constantes e invariables, a lo largo de la historia del diseño: las técnicas y los materiales, la funcionalidad y lo estético.

¿Cómo se imparte la asignatura?

El profesor te introducirá al conocimiento de cada unidad del programa a partir de los conceptos básicos y del apoyo de material audiovisual (videos, acetatos, diapositivas) disponible, para pasar a la confrontación en grupo y a la aclaración de dudas. El mayor porcentaje del trabajo durante el curso requiere de elaboración práctica, de ahí el sentido del taller, consistente en elaboración de ejercicios que demuestren la adquisición tanto de los conceptos come del desarrollo de habilidades y destrezas en el manejo de las técnicas. El profesor actuará instructor y como supervisor del trabajo cotidiano de cada uno de los alumnos.

¿Que aprenderás en este curso?

Después de haber cursado el Taller de Diseño Ambiental I habrás empezado a desarrollar un estilo personal de trabajo, expresión y creatividad. En el curso de Taller de Diseño Ambiental II tendrás la oportunidad de continuar desarrollándolo al aplicarlo en la solución de problemas a diferente escala. Además, podrás reconocer que en todo proceso de diseño convergen una variedad ilimitada de determinaciones que inciden en la solución definitiva de los proyectos.

Estudiarás, junto con tu profesor, los diferentes problemas de diseño ambiental a los que está sometida nuestra ciudad y aprenderás cómo abordarlos. Aprenderás a reconocer cómo la historia, la cultura, las decisiones económicas, las políticas, así como los diferentes sectores de la sociedad, tienen un impacto y se manifiestan en las formas y los espacios diseñados, ejerciendo influencias aun en los habitantes de la ciudad que conforman a la sociedad.

En cuanto a las técnicas de expresión, aprenderás a utilizar la tinta china y algunas técnicas de color como gouache y/o acuarela, las que aplicaras en los ejercicios realizados a lo largo del curso.

Por ultimo tendrás la oportunidad de demostrar que eres capaz de analizar un problema de tu comunidad, de darle forma para que sea atendido con una propuesta innovadora de diseño, y de proponer una solución elaborando los respectivos planos y maqueta.

¿Cómo trabajarás en esta asignatura?

Al ser el Taller de Diseño Ambiental II una asignatura eminentemente teórico-práctica, todo tema correspondiente a cada unidad del programa va precedido de su referencia teórico-histórica, por lo tanto, no se descartan ni la reflexión teórica, ni la adquisición y manejo de información, ni la percepción creativa; se requerirá, además, que demuestres en ejercicios adecuados el grado de destreza adquirido y qué la propia temática requiere, las alternativas de solución a los problemas generados por las relaciones entre el hombre y su medio

¿Que actividades son importantes pan tu evaluación?

El profesor de Taller de Diseño Ambiental II considerará todas tus participaciones e intervenciones a lo largo del curso-taller, así cómo las tareas resueltas, el trabajo en el taller, la asistencia a exposiciones, muestras y prácticas de campo alusivas a la temática de las diferentes unidades del programa.

Todo esto requiere de tu colaboración y del compromiso contraído desde el momento de tu selección para realizar las labores encomendadas y para el logro de los objetivos del grupo

Objetivos

Al concluir el sexto semestre:

- Habrás desarrollado la capacidad de reconstruir procesos de diseño.
- Aplicarás las herramientas teóricas en la solución de problemas de diseño ambiental de ámbitos y entornos urbanos.
- Integrarás los conocimientos teóricos y prácticos en la realización de un proyecto.

Contenidos

Unidad 1 **El objeto de análisis y transformación del diseño ambiental**
• El ámbito y el entorno urbano
• La configuración de ámbitos y entornos urbanos (ambiente natural, territorio, suelo, clima, etcétera)
Unidad 2 **Las determinaciones en el diseño ámbitos y entornos urbanos**
• El ámbito natural, los recursos
• El nivel de lo económico • El nivel de lo político.

• El ámbito sociocultural. • Los antecedentes socio históricos • Los asentamientos humanos. • El medio habitable. • La función estética.
Unidad 3 **El diseño de un ámbito y entorno. El proceso del diseño ambiental**
• El planteamiento del problema
• El programa • El proceso del proyecto • El proyecto.

Bibliografía

Benévolo, Leonardo, *Diseño de la ciudad* (5 tomos), Gustavo Gili, México, 1995.

Coppola, P. Paola, *Análisis y diseño de los espacios que habitamos,* Concepto, México, 1971.

Fonseca, Xavier, *Las medidas de una casa. Antropometría de la vivienda,* Concepto, México, 1991.

Lefebvre, Henri, *El derecho a la ciudad,* Península, Barcelona, 1973.

Villegas, M. Carlos, *Diseño Ambiental Cuaderno de trabajo,* Secretaría de Divulgación CCHUNAM, México, 1970.

Anexo E

El programa de estudios en la ENP

Escuela Nacional Preparatoria

1. DATOS DE IDENTIFICACIÓN

Plan de estudios: **1996**
Colegio: **Dibujo y modelado**
Programa de estudios de la asignatura de: **Dibujo constructivo II**
Clave: **1610**
Año escolar en que se imparte: **sexto**
Categoría de la asignatura: **obligatoria**
Carácter de la asignatura: **teórica-práctica**

	Teóricas	Prácticas	Total
No. De horas semana	03	0	03
No. De horas anuales estimadas	90	0	90
Créditos	12	0	12

2. PRESENTACIÓN

a) Ubicación de la materia en el plan de estudios.
Esta asignatura Dibujo Constructivo II se imparte en sexto año de bachillerato, pertenece al área I de Físico-Matemáticas y es del núcleo Propedéutico. Tiene categoría propedéutica y carácter teórico-práctica.

b) **Exposición de motivos y propósitos generales del curso.**
Este programa proporciona las bases para que el estudiante de bachillerato madure progresivamente su percepción visual, al desarrollar su capacidad de observación, sensibilidad, inteligencia, imaginación creativa y expresión individual.

Desde esta perspectiva, el dibujo contribuye al desarrollo integral de las facultades del alumno, que debe promoverse en los estudiantes de nivel medio.

Con el dibujo es posible conformar un sistema de enseñanza y aprendizaje, si se consideran las experiencias que posibilitan el desarrollo de habilidades, destrezas y hábitos visuales. En tal sentido, el dibujo puede concebirse como una actividad disciplinaria para identificar, crear y comprender mensajes, utilizando sus signos, que pueden definirse como la combinación de los elementos gráficos y sus signos expresivos. Por esto, con el dibujo se propone la formación de una disciplina intelectual, advertir las posibilidades de creación e interpretación de mensajes gráficos con los principios de una educación visual; es parte indispensable en la formación de una cultura general que debe tener el estudiante de bachillerato.

Con el curso que se propone a través de este programa, el alumno puede descubrir parte del potencial comunicativo que la sociedad atribuye a las imágenes. Esto constituye el punto de partida para lograr una forma de conciencia social sobre los valores comunicativos, educativos y estéticos que guardan relación con el dibujo. El estudiante de preparatoria podrá obtener del curso una preparación especial para abordar una determinada carrera profesional, ya que las características que adquiere el dibujo en este programa permiten su aplicación en los sistemas de producción cultural que incluyen a la ciencia, la tecnología, las artes y los diseños.

Con la creación de los laboratorios de Creatividad y Avanzados de Ciencias Experimentales, es posible llevar a cabo un trabajo interdisciplinario con otras asignaturas con las cuales se desarrollarán experimentos conjuntos, como por ej.: Física, Química, Psicología. Biología, etc., con las cuales se realizarían trabajos con: la luz y el color, propiedades de los pigmentos, Psicología del color, etc, con lo que se cumplirán los principales objetivos señalados en las asignaturas de los colegios de Dibujo y Modelado, y de Educación Estética y Artística (Artes Plásticas) como son: Desarrollo de la percepción visual y táctil, incremento del interés hacia el arte y desarrollo de la creatividad, entre otros.

Este programa proporciona las bases para que el alumno que curse esta asignatura, en sexto año del bachillerato, amplíe sus conocimientos acerca del dibujo, ahora enfocados al aprendizaje de los fundamentos del Dibujo Constructivo, conociendo los procedimientos y técnicas en el uso de los materiales, herramientas y equipo que le permitan analizar y comprender la realidad de su entorno.

Se pretende que el alumno:

1. Conozca las técnicas básicas del dibujo geométrico y constructivo, para que pueda analizar, comprender y representar la forma en el espacio.
2. Conozca la simbología del dibujo constructivo.
3. Conozca y maneje los instrumentos de dibujo, para que represente con propiedad formas reales o imaginarias.
4 Desarrolle su capacidad de expresión gráfica y su creatividad.
5, Se adiestre en el manejo de los instrumentos y materiales del dibujo constructivo, y que incremente sus hábitos de observación, precisión y limpieza.

La disciplina es congruente con las finalidades del bachillerato, propiciando en el alumno:

- ✓ Adquirir una formación social y humanística (artística).
- ✓ Adquirir un lenguaje plástico gráfico.
- ✓ Construir conocimientos significativos (creatividad).
- ✓ Relacionar distintas áreas del saber y el dibujo.
- ✓ Desarrollar sus facultades intelectuales, afectivas y físicas.
- ✓ Desarrollar la atención, percepción, coordinación y memoria visual
- ✓ Adquirir sentido de responsabilidad, solidaridad, interacción y diálogo.

c) Características dcl curso o enfoque disciplinario.

El Colegio de Dibujo y Modelado comprende cuatro materias: Dibujo II, Dibujo Constructivo II. Modelado II y Comunicación Visual, que son impartidas, respectivamente en cuarto año la primera y en sexto año las restantes. Dibujo Constructivo II corresponde al área I (Físico-Matemáticas), Comunicación Visual al área IV (Humanidades y Artes), mientras que Modelado es disciplina optativa para cualesquiera de las áreas del bachillerato.

En correspondencia con el desarrollo de medios de comunicación visual, de los productos de la cultura estética (las artes y los diseños) y profusión de mensajes gráficos, está la necesidad social dcl desarrollo de la educación y comunicación visual, lo que implica que los miembros de una sociedad compartan conjuntamente los significados o modos de entender la información gráfica. Esto constituye la base para orientar las acciones colectivas. Puede afirmarse que el dibujo es un lenguaje, ya que las imágenes que se producen con él adquieren sentido o significado en la percepción, experiencias y educación de las personas de una cultura. La aproximación a la función semiótica del dibujo que propone este programa se da a través del análisis de los elementos gráficos principales y de sus cualidades expresivas, y en su síntesis creativa para explorar posibilidades de significación y representación en el dibujo técnico.

El programa de Dibujo Constructivo, dentro del plan de estudios, se justifica por su organización y contenido, al cumplir con las finalidades enunciadas en la doctrina del bachillerato de la Escuela Nacional Preparatoria.

a) Desarrolla íntegramente las facultades del alumno haciendo de él un hombre cultivado, al adiestrarlo en un área técnica normada por un código universal.

b) Lo dota de una disciplina que le forma un espíritu científico, al despertarle hábitos de precisión, exactitud, organización y análisis constructivo.

c) Forma parte de una cultura general que le determina una escala de valores, al proporcionarle conocimientos para que afirme su vocación.

d) Despierta una conciencia cívica al definirle sus deberes frente a su familia, que le exigen responsabilidad, cumplimiento y dedicación; al mismo tiempo adquiere una técnica industrial básica para el desarrollo del país y, por consiguiente, al servido de la sociedad.

e) Le prepara de manera especial pata abordar cualquiera de las carreras profesionales del área de Físico-Matemáticas y de las ingenierías, por ser disciplina propedéutica que le proporciona los conocimientos básicos necesarios.

El método empleado, con el apoyo y guía fundamental del profesor, será la técnica de adiestramiento manual imaginativo y creativo, que le permita, por medio de proyecciones ortogonales y axonométricas, representar los objetos existentes e imaginados. La representación gráfica de problemas geométricos y proyecciones son los ejes conductores del contenido del programa.

Los contenidos están estructurados de manera tal que se favorece el logro de los objetivos propuestos, las fases de su desarrollo atienden a la progresiva madurez; sin embargo, la experiencia del profesor es de suma importancia, pues deberá realizar las adecuaciones o modificaciones necesarias de acuerdo a situaciones especificas en el aula.

d) Principales relaciones con materias antecedentes, paralelas y consecuentes.

Las asignaturas precedentes son: Dibujo I, Dibujo Constructivo I y Modelado I de primero, segundo y tercer años, respectivamente, de Iniciación Universitaria, Dibujo II de cuarto año, así como Matemáticas y Educación Estética y Artística de quinto año.

Tiene correlación con las asignaturas de sexto año: Física III, Cálculo Diferencial e Integral, Modelado I, Comunicación Visual, Estética, Historia del Arte e historia de la cultura.

Tiene relación consecuente con las asignaturas que se imparten en el primero y segundo semestres de la carrera de Físico-Matemático y de las diferentes especialidades de Ingeniería, Arquitectura, Diseño Industrial y Artes Plásticas.

e) Estructuración listada del programa

Primera Unidad: Tecnología básica del dibujo geométrico.
Segunda Unidad: Tecnología básica del dibujo constructivo.
Tercera Unidad: Simbología y problemas específicos para el área Físico-Matemáticas. Introducción a las proyecciones cónicas o perspectivas.
Cuarta Unidad: Tecnología especializada del dibujo aplicado a la representación de proyecciones de edificaciones.

3. CONTENIDO DEL PROGRAMA

Primera Unidad: Tecnología básica del dibujo geométrico.

b) Propósitos:
Esta es una unidad introductoria y básica, para que el alumno se relacione con el uso de los instrumentos del dibujo, técnicas de trazo y solución de problemas geométricos.

HORAS	CONTENIDO	DESCRIPCIÓN DEL CONTENIDO	ESTRATEGIAS DIDÁCTICAS (actividades de aprendizaje sugeridas)	BIBLIOGRAFÍA
25	Identificación y uso correcto de los instrumentos y materiales necesarios	Catálogo y estructuración de líneas empleadas en el dibujo. Trazos de figuras geométricas. Letreros y rotulaciones Solución de trazos de problemas geométricos relativos al área físico-matemáticas.	Exposición oral Técnica demostrativa. Revisión de trazos de los problemas. Evaluación de láminas.	Básica 1 2 10 11 Complementaria 8 9

Segunda Unidad: Tecnología básica del dibujo constructivo.

b) Propósitos:
Esta es una unidad esencial porque afirma conocimientos de la primera unidad, al introducirse en las proyecciones ortogonales y axonométricas, con el uso de sistemas de medición y acotación precisa.

HORAS	CONTENIDO	DESCRIPCIÓN DEL CONTENIDO	ESTRATEGIAS DIDÁCTICAS (actividades de aprendizaje sugeridas)	BIBLIOGRÁFIA
25	Introducción a las proyecciones ortogonales y axonométricas	Sistema de planos ortogonales. Proyecciones: punto, recta, plano y representaciones de volúmenes geométricos cortados, truncados o seccionados y en penetración. Sistemas de medición, escalas y acotaciones. Representación de mobiliario, herramientas, instrumentales y piezas de maquinaria. Desarrollo de aplantillado. Sombras propias y proyectadas	Exposición oral Técnica demostrativa. Revisión de trazos de proyecciones. Supervisión de mediciones y escalas Supervisión de láminas.	Básica 1 2 10 11 Complementaria 8 9

Tercera Unidad: **Simbología y problemas específicos para el área Físico-Matemáticas. Introducción a las proyecciones cónicas o perspectivas.**

b) Propósitos:

Es una unidad que complementa los conocimientos de las unidades 1 y 2 al aplicarlos en trabajos utilitarios y en soluciones de diversos problemas de la actividad tecnológica, y es introductoria al ampliar las teorías de representación en el espacio, incorporando la teoría de la perspectiva.

HORAS	CONTENIDO	DESCRIPCIÓN DEL CONTENIDO	ESTRATEGIAS DIDÁCTICAS (actividades de aprendizaje sugeridas)	BIBLIOGRAFÍA
20	Aplicación de la geometría lineal y plana, para dibujar simbologías (signos) utilizados en las diferentes áreas de instalaciones: (eléctricas, hidráulicas, sanitarias, aires acondicionados, mobiliario, topografía etc.)	Relación de las proyecciones ortogonales con las proyecciones cónicas Teoría de la perspectiva: campo visual, plano del cuadro, observador, objeto, línea de tierra, línea de horizonte. Perspectiva de un punto de fuga y perspectiva de dos puntos de fuga. Manifieste con dibujos, conocimientos de los diversos sistemas de representación de la forma en el espacio.	Exposición oral. Técnica demostrativa. Revisión de proyecciones cónicas y perspectiva. Supervisión de mediciones de las formas en el espacio. Supervisión de láminas.	Básica 3 4 10 11 Complementaria 7 8 9

Cuarta Unidad: **Tecnología especializada del dibujo aplicado a la representación de proyecciones de edificaciones**

b) Propósitos:

Es una unidad de síntesis, pues en ella se aplican, en situaciones especificas, los conocimientos integrados de las tres unidades anteriores, con técnicas de acabado a lápiz, tinta y color.

HORAS	CONTENIDO	DESCRIPCIÓN DEL CONTENIDO	ESTRATEGIAS DIDÁCTICAS (actividades de aprendizaje sugeridas)	BIBLIOGRAFÍA
20	El alumno plasmará en trabajos de dibujo constructivo (croquis, proyectos y planos) o de estructuras (maqueta) la representación de edificaciones reales o imaginadas.	Técnicas de un levantamiento físico. El croquis acotado. Proyecciones geométricas, horizontales verticales y cortes de: el aula de dibujo, un edificio de la escuela, una recamara, una casa habitación Maqueta: Empleo de desarrollos o aplantillados para la elaboración tridimensional a escala de un objeto, como tema concluyente, demostrando la finalidad constructiva del programa	Exposición oral Técnicas demostrativas. Revisión de croquis, proyectos, planos y estructuras Supervisión de la técnica del levantamiento, acotación y proyección.	Básica 1 2 4 10 11 Complementaria 5 6 7 8

4. BIBLIOGRAFÍA GENERAL

Básica.

1. Barquín Calderón, Francisco, *Dibujo técnico industrial.* ú.e.
2. Schneider, Wilheim, *Manual práctico de dibujo técnico.* ú.e.
4. Lawson, Philip, *Perspectiva para dibujantes.* ú.e
10. Hernández Velazco, Manuel, *Geometría Descriptiva I* IPN, ú.e.

Complementaria.

3. Camberos López, Albedo, *Dibujo de ingeniería.* ú.e.
5. Bonfonti, E., Banicalzir, Rossi, A. *Arquitectura racional.* ú.e.
6. Ing. Pani, Arturo.Arq. Pani, Mario, *Revistas mensuales de arquitectura. México,* ú.e.
7. *Perspectiva para dibujantes.* México, Gustavo Gilli, ú.e.
8. Porter, Tom, *Manual de técnicas gráficas.* Gustavo Gilli, ú.e.
9. Maier, Manfred, *Procesos elementales de proyectación y figuración* ú e.
11. De la Torre Carbó, *Geometría Descriptiva.* UNAM, ú.e

5. PROPUESTA GENERAL DE ACREDITACIÓN

a) Actividades o factores.
Investigaciones, prácticas, ejercicios, tareas, exámenes, etc.

b) Carácter de la actividad.
Se recomienda el trabajo en forma individual en las unidades I, II, III, individual y de investigación para la segunda parte de la tercera unidad y. en forma de equipo, participativa y de investigación para la cuarta unidad.

c) Periodicidad.
Evaluación continua y permanente en la presentación cada ejercicio o tarea.

d) Porcentaje sobre la calificación sugerido.
Para el conocimiento teórico: 30%, para el práctico: 70%.
Observaciones: salón apropiado para poder atender a 30 alumnos máximo (acuerdo del Consejo Técnico, 8 de agosto de 1974)
Mobiliario adecuado (tipo restirador, luz adecuada, ventilación).

6. PERFIL DEL ALUMNO EGRESADO DE LA ASIGNATURA

La asignatura Dibujo Constructivo II de sexto año, contribuye a la construcción general del perfil del egresado de manera, que el alumno:
Posea los conocimientos, lenguajes, métodos y técnicas, así como los principios básicos imprescindibles en la educación superior.
Desarrolle y fomente una autovaloración cultural y personal y su iniciativa y creatividad en el contexto-socio-cultural, incrementando su capacidad de interacción y diálogo, mediante una sólida formación social, humanística y artística.

7. PERFIL DEL DOCENTE

Características profesionales y académicas que deben reunir los profesores de la asignatura.
Los profesores que impartan la asignatura deben ser profesionales egresados de las Licenciaturas de Arquitectura. Ingeniería, Diseño Industrial y Artes Visuales o carreras afines. Además, deberán cumplir con los requisitos que señala el Estatuto del Personal Académico de la UNAM (EPA) y el Sistema de Desarrollo del Personal Académico de la ENP (SIDEPA).

Anexo F

El modelo de razonamiento de Van Hiele

El modelo de razonamiento de Van Hiele

Introducción

El modelo de razonamiento de Van Hiele es una teoría del aprendizaje que describe las formas de razonamiento de los estudiantes de geometría. Explica: a) cómo se produce la evolución del razonamiento geométrico de los estudiantes, y b) cómo puede ayudar el profesor a mejorar la calidad de ese razonamiento. Surgió en Holanda en la década de los 50, fue adoptado en la URSS en los 60 y estudiado en E. U. a partir de los 70.

Las formas de razonamiento, o primera parte, se describen a través de los niveles, de razonamiento desde los primeros años de la educación hasta el nivel universitario. La segunda parte describe la forma en la que el profesor puede organizar las actividades en la case; a esto se le llama fases del aprendizaje.

Niveles de razonamiento:

Nivel 1 (Reconocimiento). El estudiante percibe los objetos como unidades, los describe y clasifica de acuerdo con semejanzas y diferencias globales.

Nivel 2 (Análisis). Distingue las propiedades y las partes de los objetos, aunque sin identificar las relaciones entre ellas; describe los objetos de manera informal por medio de esos componentes y propiedades, pero no puede hacer clasificaciones lógicas; deduce relaciones entre componentes y propiedades de manera informal

Nivel 3 (Clasificación) Realiza clasificaciones lógicas de los objetos y descubre propiedades con base en conocimientos anteriores, describe formas de manera formal (de acuerdo con definiciones), comprende los pasos del razonamiento de manera individual, y no realiza razonamientos lógicos formales.

Nivel 4 (Deducción). Hace razonamientos lógicos formales, comprende los axiomas, acepta distintos caminos para llegar al mismo resultado.

Nivel 5 Capacidad para trabajar con distintas geometrías. Es inconsistente con las anteriores, y al parecer es aplicable solo a estudiantes universitarios del área de matemáticas o de diseño.

Este modelo tiene las siguientes propiedades útiles en la práctica:

a) Recursividad. Los elementos implícitos en un nivel se hacen explícitos en el nivel siguiente.
b) Secuencialidad. La adquisición de dominios propios de un nivel tiene un orden progresivo que no se puede alterar ni puede avanzarse sin dominar plenamente el nivel en el que se está.
c) Especificidad en el lenguaje. Cada nivel tiene asociado un lenguaje determinado, el cual será comprendido solo en ese nivel; no pueden usarse con éxito en un caso lenguajes provenientes de niveles distintos.
d) Continuidad. El progreso en los niveles se da de forma paulatina y pausada.
e) Localidad. Es difícil que un alumno esté en el mismo nivel en dos áreas distintas de la geometría

Las fases del aprendizaje ayudan al alumno a avanzar al siguiente nivel, y son cíclicas, ya que al alcanzar el nivel siguiente deben recorrerse nuevamente las cinco fases. Este proceso consta de una metodología de trabajo, que es la misma para todos los niveles, y el contenido, que es específico para cada nivel.

Estas fases son las siguientes.

a) Información. El profesor deberá explicar a los alumnos cual es el campo y los problemas sobre los que va a trabajar. Puede servir también para saber qué conocimientos previos pueden tener los alumnos; y en el caso de que éstos sean erróneos, puede encontrarse la forma de corregirlos.

b) Orientación dirigida. Los estudiantes exploran el campo de estudio por medio de metodología de trabajo proporcionada por el profesor.
c) Explicitación. Los alumnos dialogan y debaten entre sí sobre las experiencias de su trabajo, dirigidos por el profesor, para organizar sus ideas, normalizar el lenguaje, analizar resultados correctos y corregir los incorrectos.
d) Orientación libre. El alumno realiza actividades para profundizar y afianzar los conocimientos adquiridos y para, con base en éstos, adquirir otros nuevos; estas actividades están menos dirigidas que en la 2ª fase, (inciso b).
e) Integración. El profesor conducirá a los alumnos a integrar los conocimientos adquiridos en un sistema de comprensión global.

Todas estas fases tienen una secuencia que no puede modificarse, con excepción de la 3ª, (inciso c) que debe realizarse conjuntamente con las demás.

El modelo de razonamiento de Van Hiele como marco para el aprendizaje comprensivo de la geometría. [1]

"El modelo de razonamiento geométrico de Van Hiele". Como lo indica su nombre, es una teoría de aprendizaje donde se describen las formas de razonamiento de los estudiantes de geometría. Aunque puede pensarse que el tipo de razonamiento es el mismo en cualquier parte de las matemáticas, esto no es del todo cierto, pues las características propias de las distintas áreas (aritmética, álgebra, geometría, etc.) marcan notables diferencias; de hecho, ha habido intentos de aplicar el modelo de Van Hiele fuera de la geometría, pero en general han tenido escaso éxito. El objetivo principal de estas páginas es acercar esta teoría a los profesores de matemáticas y geometría a su práctica cotidiana, con el fin de que les pueda servir como orientación en el diseño de las actuaciones (suyas y de sus alumnos) en las clases de geometría a lo largo del curso. En la primera sección haremos una descripción de las principales características del modelo de Van Hiele y después se ofrecerá un ejemplo de su aplicación a una unidad de enseñanza concreta.

Es interesante conocer su origen. Sus autores son los esposos Pierre M. Van Hiele y Dina Van Hiele-Geldof, que en los años 50 eran profesores de geometría de enseñanza secundaria en Holanda. A partir de su experiencia docente y de las dificultades de comprensión que observaron en sus alumnos, elaboraron un modelo que explica, por una parte, cómo se produce la evolución del razonamiento geométrico de los estudiantes y, por otra parte, cómo puede un profesor ayudar a sus alumnos para que mejoren la calidad de su razonamiento.

El modelo de Van Hiele atrajo enseguida la atención de los educadores soviéticos, que se hallaban inmersos en un proyecto de reforma curricular. Tras unos años de intensas investigaciones y experimentos, se incorpora el modelo de Van Hiele como base teórica de la elaboración del nuevo plan de estudios de enseñanza de la geometría en la U.R.S.S., cuya implantación definitiva se produce en 1964. Un ejemplo de los resultados soviéticos lo tenemos en Pyskalo (1968). Por el contrario, en los países occidentales (con excepción de Holanda) se siguió ignorando el Modelo de Van Hiele hasta que I. Wirszup da una conferencia en la reunión anual del N.C.T.M. (Wirszup, 1976) en la que hace una descripción del curriculum soviético y del modelo de Van Hiele y alerta a los profesores estadounidenses ante el hecho de que el curriculum de geometría soviético es más eficaz que el suyo. La reacción provocada hace que en los años siguientes se realicen diversas investigaciones en Estados Unidos en torno al modelo de Van Hiele y que éste sea objeto de interés creciente en todo el mundo, tanto desde el punto de vista de la investigación educativa como del de la práctica docente.

Empezaremos describiendo el modelo de Van Hiele. Está formado por dos partes: La primera es la descripción de los distintos tipos de razonamiento geométrico de los estudiantes a lo largo de su formación matemática, que van desde el razonamiento

[1] Esta información fue tomada de la siguiente fuente: Gutiérrez y Adela Jaime, *El modelo de Razonamiento de Van Hiele como marco para el aprendizaje comprensivo de la Geometría, Un ejemplo: Los giros*, p. 49-64. En Educación matemática, Vol.3, No. 2 (Agosto 1991). México, CINVESTAV-IPN.

visual de los niños de preescolar hasta el formal y abstracto de los estudiantes de las facultades de Ciencias; estos tipos de razonamiento se denominan los *niveles de razonamiento*. La segunda parte es una descripción de cómo puede un profesor organizar la actividad en sus clases para que los alumnos sean capaces de acceder al nivel de razonamiento superior al que tienen actualmente; se trata de las *fases de aprendizaje*. En esta exposición abordaremos ambas componentes: En primer lugar nos ocuparemos de los niveles de razonamiento, que forman la base teórica del modelo, y después nos centraremos en las fases de aprendizaje y en la aplicación del modelo al diseño de series de actividades para temas concretos de clase.

Nivel 1 **(Reconocimiento):** El estudiante de este nivel

- ✓ Percibe los objetos en su totalidad y como unidades.
- ✓ Describe los objetos por su aspecto físico y los diferencia o clasifica basándose en semejanzas o diferencias físicas globales entre ellos.
- ✓ No reconoce explícitamente las componentes y propiedades de los objetos.

Nivel 2 **(Análisis):** El estudiante de este nivel

- ✓ Percibe los objetos como formados por partes y dotados de propiedades, aunque no identifica las relaciones entre ellas.
- ✓ Puede describir los objetos de manera informal, mediante el reconocimiento de sus componentes y propiedades, pero no es capaz de hacer clasificaciones lógicas.
- ✓ Deduce nuevas relaciones entre componentes o nuevas propiedades de manera informal a partir de la experimentación.

Nivel 3 **(Clasificación):** El estudiante de este nivel

- ✓ Realiza clasificaciones lógicas de los objetos y descubre nuevas propiedades basándose en propiedades o relaciones ya conocidas y por medio de razonamiento informal.
- ✓ Describe las figuras de manera formal, es decir que comprende el papel de las definiciones y los requisitos de una definición correcta.
- ✓ Comprende los pasos individuales de un razonamiento lógico de forma aislada, pero no comprende el encadenamiento de estos pasos ni la estructura de una demostración.
- ✓ No es capaz de realizar razonamientos lógicos formales, ni siente su necesidad. Por este motivo, tampoco comprende la estructura axiomática de las Matemáticas

Nivel 4 **(Deducción):** El estudiante de este nivel

- ✓ Es capaz de realizar razonamientos lógicos formales.
- ✓ Comprende la estructura axiomática de las Matemáticas.
- ✓ Acepta la posibilidad de llegar al mismo resultado desde distintas premisas (definiciones equivalentes, etc.).

En la descripción inicial del modelo se señala la existencia de un quinto nivel, cuya característica básica es la capacidad para manejar, analizar y comparar diferentes geometrías. Desde el primer momento, las investigaciones han mostrado una inconsistencia de este nivel con los cuatro anteriores. Por otra parte, la presencia de este nivel apenas aporta nada, desde un punto de vista práctico del modelo, ya que sólo se encontraría al alcance de los matemáticos y geómetras profesionales y de algunos estudiantes adelantados de las facultades de matemáticas y arquitectura. Por este motivo, en adelante vamos a considerar solamente los niveles 1 al 4, que sí podemos encontrar en nuestros alumnos de los diferentes niveles educativos si reciben una enseñanza adecuada.

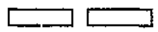
Después de esta descripción global, y por lo tanto abstracta, de las características de los niveles de razonamiento de Van Hiele, vamos a centrarnos en un ejemplo concreto de particularización de dicha descripción. Hemos recurrido a los cuadriláteros porque esta familia de polígonos constituye una parte de las matemáticas y presenta una estructura muy rica en relaciones. Veamos las características que identifican la forma de trabajar con cuadriláteros de alumnos situados en los diferentes niveles de razonamiento.

Nivel 1: El estudiante de este nivel

- ✓ Identifica cuadrados, rombos, rectángulos, etc. por su aspecto físico y su posición.

  Por ejemplo,  es un cuadrado pero, después de girarlo, es un rombo. 

- ✓ Considera cada clase de cuadriláteros diferente (disjunta) de las demás. También considera como pertenecientes a diferentes clases algunos polígonos con formas muy diferenciadas, como, por ejemplo,

- ✓ Puede dibujar, recortar, etc. los diferentes tipos de cuadriláteros, así como reconocerlos en diferentes contextos.

Nivel 2: El estudiante de este nivel

- ✓ Identifica, por ejemplo, un rectángulo como un polígono dotado de un número de propiedades matemáticas: tiene 4 lados paralelos dos a dos, con 4 ángulos rectos, con diagonales iguales, que se cortan en el punto medio, etc., pero no se da cuenta de que unas propiedades están relacionadas con las otras (se deducen de ellas).
- ✓ No es capaz de dar una definición de rectángulo, es decir un conjunto <u>mínimo</u> de propiedades que lo caracterice.
- ✓ No es capaz de relacionar inclusivamente los diferentes tipos de cuadriláteros, sino que los sigue percibiendo como clases disjuntas. Por ejemplo, dirá que "un cuadrado no puede ser un rectángulo porque los cuadrados tienen todos los lados iguales y en los rectángulos dos lados miden más que los otros dos".

Nivel 3: El estudiante de este nivel

- ✓ Clasifica los cuadriláteros a partir de sus propiedades: Ya reconoce que cualquier cuadrado es un rectángulo pero que no todos los rectángulos son cuadrados, etc.
- ✓ Puede deducir, basado en argumentos *informales*, unas propiedades a partir de otras.

  Por ejemplo, paralelismo → igualdad de lados, perpendicularidad → paralelismo de lados opuestos, etc.

Nivel 4: El estudiante de este nivel

- ✓ Maneja con las propiedades de los cuadriláteros y las relaciona dentro de un contexto formal. Por ejemplo, puede demostrar formalmente cualquiera de los teoremas que ya ha utilizado en el nivel 3, o propiedades nuevas, como que la suma de los ángulos de un cuadrilátero es 360°.
- ✓ Puede comprender la existencia de diferentes definiciones de una figura, analizarlas y relacionarlas. Por ejemplo:

  — Un rectángulo es un cuadrilátero que tiene los ángulos rectos.

  — Un rectángulo es un cuadrilátero cuyas diagonales son iguales y se cortan en sus puntos medios.

  — Un rectángulo es un cuadrilátero que tiene los lados paralelos dos a dos y un ángulo recto.

La descripción anterior de los niveles de razonamiento ponen de relieve diversas propiedades del modelo de Van Hiele, cuya importancia práctica radica en que muestran las líneas básicas que debe seguir un profesor que desee fundamentar sus clases en este modelo de enseñanza. Estas propiedades, de las cuales damos una descripción más detallada, son las siguientes:

Recursividad: Los elementos implícitos en el razonamiento del nivel N se hacen explícitos en el razonamiento del nivel N + 1.

Por ejemplo, un niño de pre-escolar puede diferenciar círculos, triángulos y rectángulos por la "forma" de las figuras (nivel 1); no obstante es evidente que el niño se fija en la existencia y la forma (o cantidad) de los vértices para esa clasificación, aunque no sea consciente de ello. Más adelante, cuando el niño haya alcanzado el nivel 2, sí será consciente de que los vértices, como elementos diferenciados, son la clave de la clasificación.

La tabla siguiente resume esta característica:

	Elementos explícitos	Elementos implícitos
Nivel 1	Objetos geométricos	Propiedades matemáticas de los objetos
Nivel 2	Propiedades matemáticas de los objetos	Relaciones entre propiedades y/o elementos de los objetos
Nivel 3	Relación entre propiedades y/o elementos	Deducción formal de relaciones
Nivel 4	Deducción formal de relaciones	

En este contexto, el trabajo central del profesor es conseguir que sus alumnos lleguen a ser conscientes del uso que están haciendo de esos elementos implícitos de su razonamiento y aprendan a utilizarlos de manera voluntaria. Este uso voluntario y correcto es lo que les permitirá alcanzar el nivel de razonamiento superior.

Secuencialidad: No es posible alterar el orden de adquisición de los niveles, es decir que no se puede alcanzar un nivel de razonamiento sin antes haber superado, de forma ordenada, todos los niveles inferiores.

Un peligro del aprendizaje memorístico es que los estudiantes aparentan un nivel de razonamiento superior al que realmente tienen porque han aprendido vocabulario y formas de trabajo propios del nivel superior, aunque realmente no los comprenden ni los saben utilizar correctamente. Un ejemplo muy frecuente lo tenemos en los estudiantes de enseñanza secundaria cuando los profesores les enseñan matemáticas formales y les piden que repitan las demostraciones o que resuelvan formalmente problemas; esta práctica se traduce en que, con el paso del tiempo, los estudiantes han aprendido mecánicamente ciertas formas de actuar y de contestar los ejercicios propias del lenguaje matemático formalizado, con las que dan la impresión de encontrarse en el 4° nivel, cuando en realidad están muy lejos de ese tipo de razonamiento.

Especificidad del lenguaje: Cada nivel lleva asociado un tipo de lenguaje para comunicarse y un significado específico del vocabulario matemático, de forma que dos personas que utilicen lenguajes de diferentes niveles no podrán entenderse. Por ejemplo, la palabra "demostrar" tiene significados diferentes en los niveles 2, 3 y 4, pues para demostrar una propiedad: Un estudiante del nivel 2 verificará que se cumple en uno o varios ejemplos y ello bastará para convencerle; Un estudiante del nivel 3 sabe que debe dar justificaciones generales, pero éstas sé basarán en algún ejemplo o en manipulaciones físicas de los cuerpos. Un estudiante del nivel 4 hará una demostración formal.

Son evidentes las implicaciones de esta propiedad en la forma de comportarse los profesores en las aulas. Con esto, Van Hiele nos avisa de que si queremos que nuestros alumnos nos entiendan realmente, debemos situarnos en su nivel, en vez de pretender que ellos se sitúen en el nuestro

Continuidad: Nuestra experiencia personal nos dice que el tránsito entre los niveles de Van Hiele se produce de forma continua y pausada, pudiendo durar varios años en el caso de los niveles 3 y 4. Dado que las características de cada nivel de razonamiento son múltiples, es necesario preguntarse cómo hay que tratar a los estudiantes que presentan indicios de haber adquirido algunas características de un nivel y también de no haber adquirido otras.

Localidad: Por lo general, un estudiante no se encuentra en el mismo nivel de razonamiento en cualquier área de la Geometría, pues el aprendizaje previo y los conocimientos que tenga son un elemento básico en su habilidad de razonamiento.

Los que hemos estudiado matemáticas superiores sabemos que, al enfrentarnos con una nueva área de estudio, lo usual es empezar tomando contacto con los elementos más importantes, después con sus propiedades básicas, a continuación relacionar unos elementos o propiedades con otros, etc. En otras palabras, lo usual es recorrer (posiblemente de forma muy rápida) los niveles de Van Hiele desde el 1 en adelante. Por lo tanto, creemos que los niveles de razonamiento son de carácter local y que la "localidad" es más acusada cuanto más bajo es el nivel, pues a menor nivel de razonamiento menor es la capacidad de lo alumnos para globalizar sus conocimientos y abarcar un área amplia de la geometría

El modelo de Van Hiele propone a los profesores una secuencia cíclica de **cinco fases** de aprendizaje para ayudar a los estudiantes a progresar desde un nivel de pensamiento al siguiente. Básicamente, estas cinco fases constituyen un esquema para organizar la enseñanza. Su carácter cíclico viene dado por el hecho de que cuando los estudiantes, tras recorrer las cinco fases, consiguen alcanzar un nivel de razonamiento superior al que tenían, y deben iniciar un nuevo recorrido por las cinco fases para conseguir llegar al nivel superior al actual. Naturalmente, aunque las fases son las mismas para todos los niveles, los contenidos matemáticos, el lenguaje empleado y la forma de resolver los problemas son diferentes para cada nivel; lo que permanece es la metodología de trabajo, pero cambia su contenido concreto. Las fases del modelo de Van Hiele son las siguientes:

Información: Al empezar a estudiar un tema nuevo, el profesor debe informar a los estudiantes sobre cuál es el campo de investigación en el que van a trabajar y cuáles van a ser los problemas que van a tratar de resolver. Esta fase sirve también para que el profesor averigüe los conocimientos previos de sus alumnos sobre ese tema y, en caso de que tengan algunos conocimientos organizados, cuál es su calidad y en qué nivel de razonamiento son capaces de desenvolverse los estudiantes.

En todo caso, no hay que despreciar los conocimientos que puedan haber adquirido los estudiantes de forma extra-académica, pues si son adecuados deben servir como punto de partida y si son erróneos, el profesor debe empezar por corregir esos errores.

Orientación dirigida: En la segunda fase los estudiantes exploran el campo de investigación por medio del material que les ha suministrado el profesor. Este material suele estar formado por bloques de actividades dirigidos al descubrimiento y aprendizaje de los conceptos y propiedades fundamentales del área de estudio en cuestión. Estas actividades deben estar claramente orientadas hacia sus objetivos, por ejemplo mediante ciertas cuestiones o directrices dadas por el profesor (como doblar, medir, buscar una simetría, etc), de tal forma que las estructuras características se le presenten a los estudiantes de forma progresiva.

Explicitación: La tercera fase, que es fundamentalmente de diálogo entre los estudiantes, con intervenciones del profesor cuando sea necesario, tiene varios objetivos Uno es conseguir que las experiencias adquiridas se unan a los símbolos lingüísticos precisos y que los estudiantes aprendan a expresarse con precisión (dentro de las características de su nivel de razonamiento) en el transcurso de discusiones que tienen lugar en el aula.

Otro objetivo es hacer que los estudiantes reflexionen "en voz alta" sobre el trabajo que han estado haciendo, sus soluciones, dificultades, métodos, etc. Este debate entre los compañeros enriquecerá notablemente el conocimiento de cada estudiante, pues les obliga a organizar sus ideas y a expresarlas con rigor, pone de relieve los métodos y resultados incorrectos y alianza los correctos. Así, en el transcurso de la tercera fase se forma parcialmente la nueva red de relaciones entre los conceptos propios del área de estudio.

Orientación libre: Ahora los estudiantes tendrán que aplicar sus nuevos conocimientos a investigaciones posteriores sobre el tema de estudio. Este es en gran parte conocido, pero el alumno todavía debe afianzar y completar sus conocimientos del mismo. Esto se consigue mediante la asignación por el profesor de tareas que, preferiblemente, puedan desarrollarse de diversas formas o que puedan llevar a diferentes soluciones. Se trata de actividades y problemas menos dirigidos que los que se plantean en la segunda fase, pues en aquel momento los problemas estaban dirigidos a enseñar unos conocimientos concretos, mientras que en la fase de orientación libre la finalidad de las actividades de los estudiantes es conseguir que profundicen en dichos conocimientos, que se afiancen en su uso, que relacionen unos con otros y que descubran y aprendan algunas propiedades que por su complejidad no pueden ser estudiadas antes.

Integración: A lo largo de las fases anteriores, los estudiantes han adquirido nuevos conocimientos y habilidades de razonamiento, pero todavía les falta adquirir una visión general de los conceptos y métodos que tienen a su disposición. En esta fase el profesor debe tratar de resumir en un todo el campo que han explorado los estudiantes y lograr que integren lo que acaban de aprender en la red de conocimientos relacionados con este campo que pudieran tener con antelación. El profesor puede fomentar este trabajo proporcionando comprensiones globales, pero es importante que estas comprensiones no le aporten ninguna novedad al estudiante: Solamente deben ser acumulaciones de las cosas que ya conoce.

Es fácil darse cuenta de que las fases de aprendizaje tienen, por los objetivos de cada una, una secuencia lógica que no se puede alterar. La única excepción es la tercera fase, de explicitación; ésta fase no debe consistir en un período de tiempo entre las fases segunda y cuarta dedicado a que los estudiantes dialoguen, sino que hay que entenderla como una dinámica continua, a lo largo de todas las clases, de diálogo y de reflexión común después de cualquier tipo de actividad, sea de la fase que sea. De esta manera, la fase de explicitación estaría sobrevolando las otras cuatro fases y entremezclada con cada una de ellas.

Asimismo, si el profesor y los alumnos han estado trabajando juntos un tema con anterioridad, puede que la fase 1 de un determinado nivel no requiera actividades específicas, pues el profesor ya sabe qué conocimientos y nivel de razonamiento tienen sus alumnos y es suficiente hacer algunos comentarios o preguntas para re-tomar el tema y comenzar con las actividades de la fase 2.

Un ejemplo: Los Giros.

Para completar esta presentación del modelo de razonamiento geométrico de Van Hiele, vamos a dar un ejemplo de su aplicación al diseño de una unidad de enseñanza de los giros del plano (esta unidad es parte de un proyecto más amplio cuyo objetivo es el diseño de unidades para la enseñanza de las isometrías del plano).

Antes de iniciar el diseño de una unidad de enseñanza para un tema concreto de geometría, hay que particularizar el significado general de los niveles de Van Hiele que hemos visto al principio del artículo, definiendo características de cada nivel de razonamiento en términos del tema en cuestión. En nuestro caso, las características de los niveles de razonamiento particularizadas a los giros del plano son:

Nivel 1 **(Reconocimiento):** El estudiante de este nivel

- ✓ Reconoce, utiliza y describe los giros por sus características visuales globales.
- ✓ Utiliza la disposición en forma de círculo, la equidistancia al centro y la variación en la inclinación, pero lo hace de una forma global, es decir, según el aspecto general de la figura que ve

Nivel 2 **(Análisis):** El estudiante de este nivel

- ✓ Reconoce y utiliza los giros a partir de sus dos características básicas: Centro y ángulo de giro. La visión global del primer nivel ha dado paso a una consideración de los elementos.

  Por ejemplo: Para colocar la imagen de una figura, el estudiante tiene en cuenta la equidistancia al centro de varios de sus puntos (generalmente trazando circunferencias) y reconoce la necesidad de utilizar más de un punto.
- ✓ Descubre experimentalmente y utiliza propiedades de los giros, como la igualdad del ángulo recorrido por distintos puntos de una figura, las particularidades de los giros de 180°, la equivalencia de giros, el resultado del producto de giros con el mismo centro.

Nivel 3 **(Clasificación):** El estudiante de este nivel

- ✓ Establece relaciones entre propiedades descubiertas anteriormente, lo cual le permite realizar demostraciones informales y descubrir propiedades nuevas. Por ejemplo:

  — Obtiene y justifica el procedimiento de cálculo del centro de giro mediante el corte de dos mediatrices.

  — Descubre la relación entre el ángulo de giro y la inclinación de la figura imagen respecto de la original (Fig. 1) y la utiliza para justificar el resultado del producto de giros de distinto centro.

  — Relaciona traslaciones o simetrías con giros.

✓ Comprende la definición formal de giro y reconoce y utiliza conjuntos mínimos de condiciones necesarias y suficientes para definir un giro.

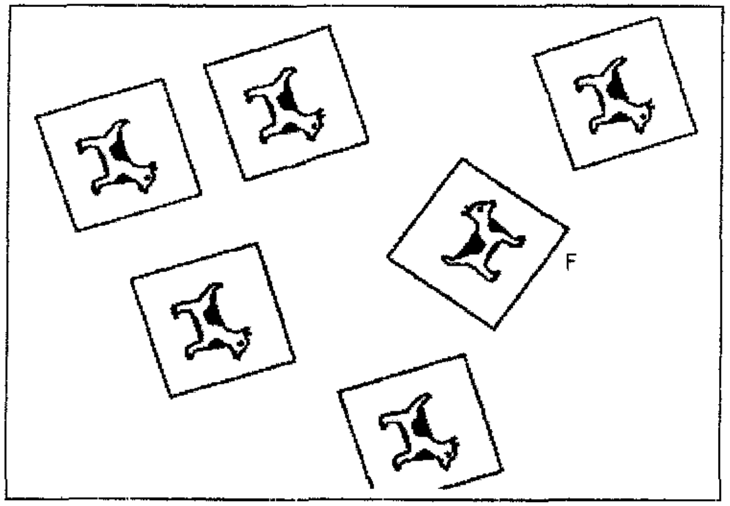


Fig. 1
Giros con el mismo ángulo y distintos centros aplicados a F. Se observa que todas las imágenes son trasladadas entre sí

Nivel 4 **(Deducción):** El estudiante de este nivel

✓ Comprende y utiliza los métodos formales de razonamiento: Es capaz de emplear y enunciar las propiedades en términos de hipótesis y tesis y encadenar lógicamente los pasos seguidos en el razonamiento.

✓ Puede realizar demostraciones formales de las propiedades conocidas o de otras nuevas.

✓ Consigue una integración de la estructura global de las isometrías del plano. Utiliza la estructura algebraica de dicho conjunto.

Un desarrollo completo de este nivel de razonamiento en los giros requiere la integración de las otras isometrías (al menos de las simples: Traslaciones y simetrías. No es necesario haber desarrollado la simetría en deslizamiento), pues al efectuar productos, estos movimientos se encuentran estrechamente vinculados. Por ello, a partir del nivel 3 de razonamiento en giros consideramos necesario que los alumnos hayan desarrollado una instrucción semejante en traslaciones y simetrías. Esto se refleja en la secuencia de actividades que proponemos, pues a partir del nivel 3 aparecen situaciones en las que traslaciones y simetrías se relacionan con los giros.

Una vez caracterizados los niveles en términos de giros, podemos empezar el diseño de la unidad de enseñanza. Por limitaciones de espacio, no haremos una exposición completa de las actividades a realizar en cada nivel, sino que indicaremos tipos de actividades integrados en esta unidad de enseñanza, a lo largo de las diferentes fases y niveles de razonamiento. Por otra parte, de acuerdo con la interpretación que dimos más arriba de la fase 3, como una actitud continua de diálogo durante las demás fases, no hemos diseñado actividades específicas para esta fase en ninguno de los niveles.

Desde el punto de vista metodológico, es necesario resaltar que hay que contemplar las actividades dentro del contexto de la secuencia concreta en la que se encuentran, pues una actividad aislada puede utilizarse en distintas fases, e incluso distintos niveles. Su situación concreta dentro del conjunto es lo que marca sus objetivos. Por ejemplo, ante una actividad dirigida a que los estudiantes descubran una propiedad, si en una secuencia se sitúa como actividad de la fase 2, su objetivo será el descubrimiento directo de la propiedad, mientras que si la pretensión es que la actividad corresponda a la fase 4, deberá surgir como aplicación de otras ya conocidas por los estudiantes.

La unidad de enseñanza que presentamos está dirigida a estudiantes de Enseñanza Primaria y comienzo de la Enseñanza Secundaria (grados 3 a 11, con edades entre 9 y 16 años aproximadamente) y a estudiantes de la Escuela de Magisterio (futuros profesores de Enseñanza Primaria).

El material que utilizamos para las actividades está formado por los elementos usuales de dibujo (regla, compás y transportador), por discos de plástico transparente y por pequeñas figuras de papel de varias formas (cuadrados, rectángulos, triángulos y rombos), con un dibujo en su interior (Fig.2); los alumnos disponen de cantidad suficiente de estas figuras, bien para realizar físicamente los movimientos, bien para pegarlas en la posición de la imagen por el giro Con ello pretendemos evitar posibles errores ocasionados por un mal dibujo. También se agiliza de esa manera el trabajo, pues siempre es más rápido pegar una figura que dibujarla De todas maneras, los estudiantes a veces prefieren prescindir de las figuras de papel y dibujarlas.

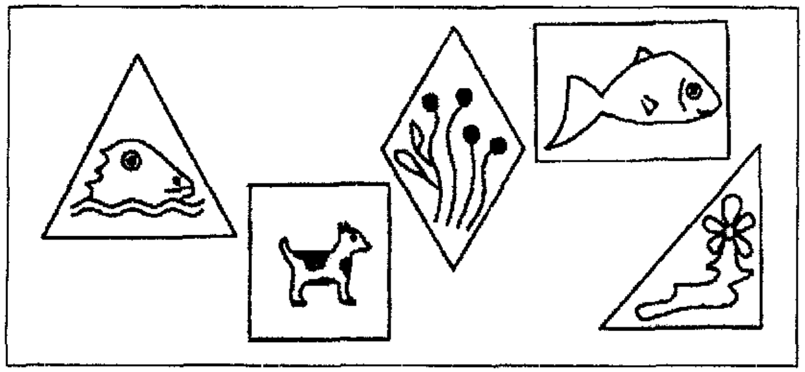


Fig. 2

Actividades del Nivel 1

Fase 1

- ✓ (1a) Cada estudiante "gira" sobre sí mismo.

Hacer un dibujo en una hoja de papel, pinchar la hoja con un alfiler y darle vueltas.
Colocar una figura de papel (cuadrado, triángulo,...) sobre una hoja en blanco, pincharla con un alfiler y darle vueltas.
Pegar una figura sobre un disco de plástico, pincharlo por su centro y darle vueltas.

Fase 2

- ✓ (1b) El profesor da algunos ejemplos y pide a los alumnos otros de movimientos en el mundo real que son giros y de otros que no lo son.

Repite los dos últimos ejercicios de la fase 1, pero pegando varias figuras a lo largo del recorrido de giro.

- ✓ (1c) Sobre el resultado de alguno de los ejercicios de (lb), trazar, sin herramientas de dibujo, el recorrido seguido por un punto de una figura a lo largo del giro. Emplear un disco transparente para comprobar la respuesta (perforando el disco en el punto correspondiente para poder atravesarlo con el bolígrafo y dibujar de forma automática el recorrido del punto).
  Identificar posibles recorridos de giros entre un conjunto de líneas dadas (incluir circunferencias, casi circunferencias, cuadrados, etc).

Fase 4

- ✓ (1d) Se da a los estudiantes una hoja con varias figuras. Los alumnos deben reconocer las que sé corresponden mediante un giro. Pueden usar una figura y moverla antes de contestar. El alumno deberá justificar sus respuestas haciendo explícita la equidistancia al centro de giro (de manera global), la variación de la inclinación de la figura y el recorrido circular de los puntos.
- ✓ (1e) Identificación de giros sobre un mosaico.

Fase 5

Resumen por parte del profesor: En qué consiste un giro. Cómo se colocan las figuras. Qué trayectoria sigue un punto. A qué distancia del centro se coloca la imagen.

Relación con otros conceptos. El profesor diseñará las actividades que considere oportuno, según los conocimientos de los alumnos.

Comentarios. Con las actividades de la fase 1 se pone en contacto a los niños con los giros. Por eso, simplemente dan vueltas a distintos dibujos o sobre sí mismos.

En la fase 2 ya se centra la atención en la transformación que experimenta una figura al girarla Al colocar varias figuras a lo largo del recorrido del giro se facilitan las ideas del movimiento circular de los giros, la equidistancia al centro de giro y la variación en la inclinación de la figura durante el desplazamiento. Dedicamos una actividad expresamente a poner de relieve la idea de que el giro es un movimiento circular porque, aunque pueda parecernos algo muy elemental, no lo es para los estudiantes que tienen que realizar su progreso completo a lo largo del nivel 1. Por ejemplo, la (Fig. 3) es la respuesta de un niño de tercer grado (8 años) al cual le pedimos que dibujase el recorrido seguido por el punto A.

En las actividades de la fase 4 se utilizan los elementos estudiados en la fase 2 para reconocer figuras giradas.

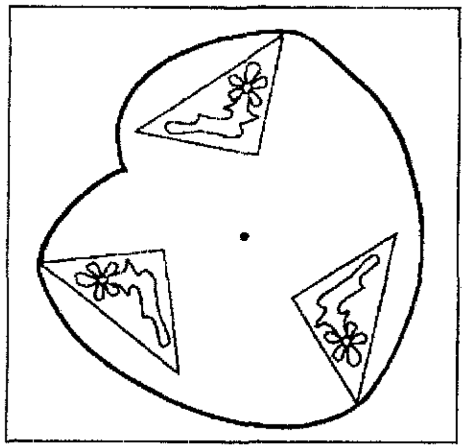


Fig.3

Actividades del Nivel 2

Fase 1

El profesor deberá informarse sobre los conocimientos de sus alumnos sobre los giros, en particular en relación con el concepto de ángulo y su medida. En caso de ser necesario, deberá desarrollar una unidad de enseñanza complementaria al respecto.

Fase 2

- ✓ (2a) Identificar las figuras que corresponden mediante un giro. Se deberá inducir a los estudiantes a medir la distancia desde el centro de giro a varios puntos de las figuras. También se les hará ver la necesidad de comprobar más de un punto cuando el centro de giro no está en la figura.

- ✓ (2b) Calcular la posición de la imagen de una figura (obteniendo la posición de varios puntos). Inducir en los estudiantes la necesidad de utilizar más de un punto cuando el centro de giro no está en la figura.

- ✓ (2c) Aplicar a un punto un giro concreto (indicando el centro y el ángulo de giro).

- ✓ (2d) Dadas una imagen por un giro y el centro de giro, medir el ángulo por varios puntos de la imagen figura.

- ✓ (2e) Aplicarle a una figura un giro utilizando el compás y el transportador (si los alumnos son niños pequeños y tienen dificultades en su manejo, se pueden usar discos y sectores angulares de ciertos valores concretos, como 30°, 60° y 90°). Inducir en los estudiantes la necesidad de obtener la imagen de más de un punto cuando el centro de giro es exterior a la figura.

- ✓ (2f) Aplicar giros de 180°, observando sus características especiales en la posición de la figura imagen. Calcular imágenes mediante giros de 180° utilizando sólo la regla (sin compás).

Fase 4

- ✓ (2g) Determinar giros equivalentes. Obtener la condición que han de cumplir dos giros para ser equivalentes.

- ✓ (2h) Componer giros del mismo centro. Generalizar el resultado. Descubrir la conmutatividad.

Construir rosetones generados por un giro (Fig 4). Tras la realización de algunos rosetones, los alumnos deben prever la cantidad máxima de figuras que se pueden colocar en un rosetón, conocida la figura que hay que girar.

✓ (2i) Dados dos puntos P y P' y varios puntos más, encontrar los que sirven como centros de giro que transforman P en P'. Generalizar el resultado describiendo el lugar donde pueden estar otros centros de giros no dados.

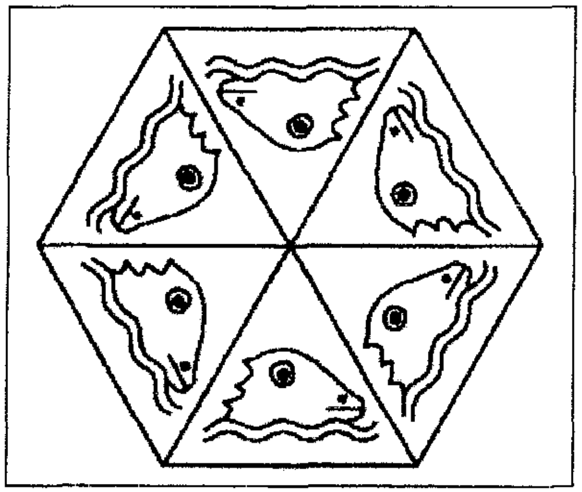


Fig.4

Fase 5
Resumen por parte del profesor centrado en: ¿Qué es un giro? ¿Cómo se aplica un giro a una figura? Si obtienes con el compás la imagen de un punto de una figura, ¿cómo colocas la imagen de la figura completa? ¿Es suficiente con la imagen de un punto para colocar bien la imagen de la figura completa? ¿Cuál es el resultado del producto de giros con el mismo centro?

Comentarios: Las actividades de la fase 2 comienzan con la consideración puntual, analítica, de la equidistancia, que se utilizaba visual y globalmente en el nivel 1: Ahora la equidistancia se comprueba midiendo en varios puntos de una figura. El alumno llegará a ser consciente de que no basta con asegurar sólo la equidistancia entre un punto y su imagen, pues se puede colocar la figura imagen con distintas inclinaciones (actividad 2a). La actividad (2b) aplica esa idea.

En varias actividades de la fase 2 se van presentando los distintos elementos básicos del concepto de giro: Centro y ángulo de giro, igualdad del ángulo recorrido por los distintos puntos de una figura y equidistancia al centro de cualquier punto y su imagen. Estas actividades son las que permiten obtener de manera consciente, es decir no como un simple algoritmo, la imagen mediante un giro de una figura por el método usual de determinar la imagen de varios puntos con el compás (actividad 2e), sino sabiendo por qué se puede obtener así la imagen de una figura. Las actividades de la fase 2 se completan con la (2f) dedicada a estudiar las propiedades peculiares de los giros de 180°.

El conocimiento de los elementos característicos de los giros y la explicitación de sus propiedades más destacadas realizados en la fase 2, les permiten a los alumnos descubrir por sí mismos, en la fase 4, otras propiedades interesantes de los giros, como las que se proponen en las actividades (2g) a (2i). Señalaremos que el objetivo de la actividad (2i) no es utilizar el concepto matemático de mediatriz, sino el descubrimiento experimental de la situación en que se encuentran los posibles centros de giro.

Actividades del Nivel 3

Fase 1
Debido a la relación entre giros, traslaciones y simetrías que se plantea a partir de este nivel, el profesor debe obtener información sobre el nivel de los alumnos en estos movimientos.

Fase 2

✓ (3a) Justificar por qué la mediatriz del segmento PP' es el lugar geométrico de los posibles centros de giros que transforman P en P'. Determinar el centro del giro que transforma una figura en otra (mediante el corte de mediatrices) y obtener el ángulo girado.

✓ (3b) Aplicar a una figura varios giros con distintos centros pero igual ángulo (En la Fig. 1 presentamos un ejemplo). Generalizar el resultado y relacionarlo con las traslaciones (al aplicar giros con el mismo ángulo sobre una figura las imágenes son trasladadas entre sí).

✓ (3c) Utilizar el resultado obtenido en (3b) para aplicar a figuras giros cuyo centro está fuera de las figuras. (Este método de trabajo es especialmente eficaz cuando hay que realizar un producto de giros equivalente a otro giro).

✓ (3d) Dadas varias propiedades o condiciones, seleccionar un conjunto mínimo de manera que definan un giro. Seleccionar otro conjunto mínimo diferente del anterior.

✓ (3e) Enunciar una definición formal de giro. Expresar el significado de esa definición usándola para girar una figura. Mostrar a los alumnos una o varias demostraciones formales sencillas en las que haya que aplicar la definición de giro (por ejemplo, demostrar que el producto de giros del mismo centro es otro giro con el mismo centro y ángulo la suma de los ángulos de los factores).

Fase 4

✓ (3f) Hacer que los alumnos completen o justifiquen formalmente alguno de los pasos de una demostración sencilla (por ejemplo, que el producto de dos simetrías cuyos ejes se cortan es un giro cuyo centro es el punto de corte y cuyo ángulo es el doble del formado por los ejes). Hacer que los alumnos repitan, razonándola, alguna demostración realizada anteriormente por el profesor, en la que varíe alguno de los datos (por ejemplo, si el profesor ha empleado en la demostración de la propiedad enunciada en (3e) dos ángulos con el mismo sentido, hacer que los alumnos utilicen dos ángulos de sentidos opuestos)

✓ (3g) Realizar productos de giros de distinto centro. Generalizar el resultado y justificarlo. Obtener la imagen de una figura tras un producto de ese tipo por dos métodos: Aplicando el producto a dos puntos y mediante el método introducido en (3c).

✓ (3h) Determinar alguno de los giros que forman parte de un producto, conocida la isometría equivalente. Por ejemplo, dada una figura y su imagen por un producto de dos giros, se sabe que el primer giro aplicado ha sido G(0, 70°); determinar el segundo giro que ha intervenido en el producto (ver figura 4).

Plantear el mismo ejercicio de forma general: ¿Cómo se obtiene el centro y el ángulo de un giro que ha intervenido en un producto de dos giros, cuando se conocen la figura inicial, la final y el otro giro?

Plantear la descomposición de un giro en producto de dos giros de distinto centro. Comenzar con un caso concreto: ¿Cuántas soluciones hay? ¿Por qué? ¿Cómo se obtienen? Después, generalizar el resultado.

✓ (3i) Realizar el producto de giros con traslaciones (se pueden desarrollar puntos análogos a los indicados en (3g).

Fase 5

Igual que en los niveles anteriores, se hace un resumen de las propiedades y métodos desarrollados a lo largo de las fases anteriores de este nivel. En este resumen se incluye la necesidad de utilizar métodos de justificación propios de este nivel.

Comentarios: Una de las características del nivel 3 es el comienzo del razonamiento formal. El establecimiento de relaciones entre propiedades lo podríamos considerar como el prólogo. Las actividades (3a) a (3c) corresponden a ese momento y por eso las hemos incluido en la fase 2: A través de la experimentación y generalizando o justificando posteriormente se dirige a los alumnos para que, a partir de relaciones entre propiedades, se obtengan propiedades nuevas.

Otro de los elementos propios del nivel 3 es el relacionado con la definición. En las actividades (3d) y (3e) se desarrolla ese aspecto. Se trata de ejercicios dirigidos, tanto a la construcción de la definición como a su interpretación ante situaciones concretas. Los hemos incluido en la fase 2 porque al alumno se le orienta en cada momento sobre lo que ha de hacer.

La fase 4 en relación con la definición se presenta en algunas de las demostraciones de ejercicios sugeridos para esta fase, como el (3f). Decimos que en este caso el trabajo del alumno en relación con la definición corresponde a la fase 4 porque tiene que aplicarla a situaciones nuevas.

En cuanto a las actividades (3f) a (3i), pensamos que corresponden a la fase 4 porque en ellas los alumnos utilizan los conocimientos adquiridos en la fase 2 para organizar alguna demostración o planteamiento de la solución de algún ejercicio, determinar algún movimiento o completar una demostración. No se trata de que el profesor guíe a los alumnos en todo momento (ello corresponde a la fase 2), pues los alumnos ya disponen de las herramientas necesarias para desarrollar las actividades y deben ser capaces de resolverlas con alguna ligera indicación.

Actividades del Nivel 4

Fase1

Al igual que sucede en los niveles anteriores, pensamos que los alumnos ya han superado la fase 1 de toma de contacto si han seguido la secuencia de actividades propuesta para los niveles anteriores. De todas formas, se pueden plantear algunas actividades que suponen una toma de contacto con el formalismo propio del nivel 4.

- ✓ (4a) Enunciar la hipótesis y la tesis que hay que tener en cuenta para demostrar que el producto de giros de distinto centro es una traslación cuando el valor de la suma de los ángulos de los giros factores es múltiplo de 360°

- ✓ (4b) Enunciar la hipótesis y la tesis que hay que tener en cuenta para demostrar que los giros son isometrías (es decir, que conservan las longitudes)

Fase 2

- ✓ (4c) Realizar las demostraciones de las dos propiedades señaladas en los apartados anteriores (4a) y (4b).

- ✓ (4d) Demostrar que la composición de dos simetrías cuyos ejes se cortan es un giro. Caracterizar dicho giro.

Fase 4

Comprendidas las demostraciones anteriores, en las que el elemento básico es la asimilación de la descomposición de manera adecuada de giros en producto de simetrías, queda todo un campo abierto para demostrar formalmente otro tipo de composiciones. A modo de ejemplo presentamos algunos de los múltiples ejercicios que se pueden plantear.

- ✓ (4e) Demostrar que el producto de dos giros de distinto centro es un giro cuando el valor de la suma de los ángulos de los giros factores no es múltiplo de 360°.

  Demostrar cuál es el resultado de la composición de un giro y una traslación.

- ✓ (4f) Demostrar que toda isometría del plano se puede expresar como producto de como máximo tres simetrías.

  Una forma más elemental (apropiada para el nivel 3) de estudiar esta propiedad sería la siguiente:

  Dadas dos figuras congruentes del plano,

  —si son directas, siempre se puede pasar de una a otra mediante una traslación o un giro.

  —si son inversas, si no hay una simetría que convierta una en la otra, siempre se puede encontrar la composición de una simetría y un movimiento directo, traslación o giro (si se ha estudiado la simetría en deslizamiento, este caso se reduce a ese movimiento).

Fase 5

En esta fase la visión de los alumnos de las isometrías del plano ya debe ser global, en cuanto se consideran todos los movimientos relacionados estrechamente entre sí. La labor de resumen en esta fase consiste en destacar tales relaciones. Además, si los alumnos han estudiado los movimientos desde otro punto de vista, por ejemplo el matricial, en esta fase conviene establecer los vínculos correspondientes.

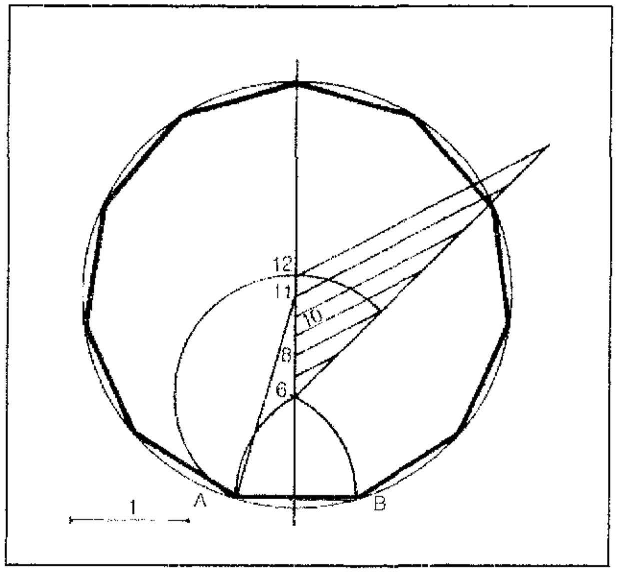
Comentarios: Las actividades propuestas en la fase 1 son una iniciación al planteamiento formal y a la estructura de los teoremas En el nivel 3 proponíamos estas actividades para afianzar la definición de giro, realizar justificaciones informales de los resultados y repetir, con alguna variación, las demostraciones realizadas por el profesor. Ahora el objetivo es que el alumno enuncie en términos formales las hipótesis y las tesis de dichas propiedades, como paso previo a la organización de sus demostraciones formales.

Las actividades propuestas en la fase 2 tienen como objetivo guiar al estudiante en la realización de una demostración formal completa. La correspondiente a la actividad (4d), junto con una propiedad semejante que relaciona simetrías y traslaciones (el producto de dos simetrías de ejes paralelos es una traslación) son dos pilares básicos en los que se apoyan muchas demostraciones formales de composiciones de movimientos y la estructura algebraica

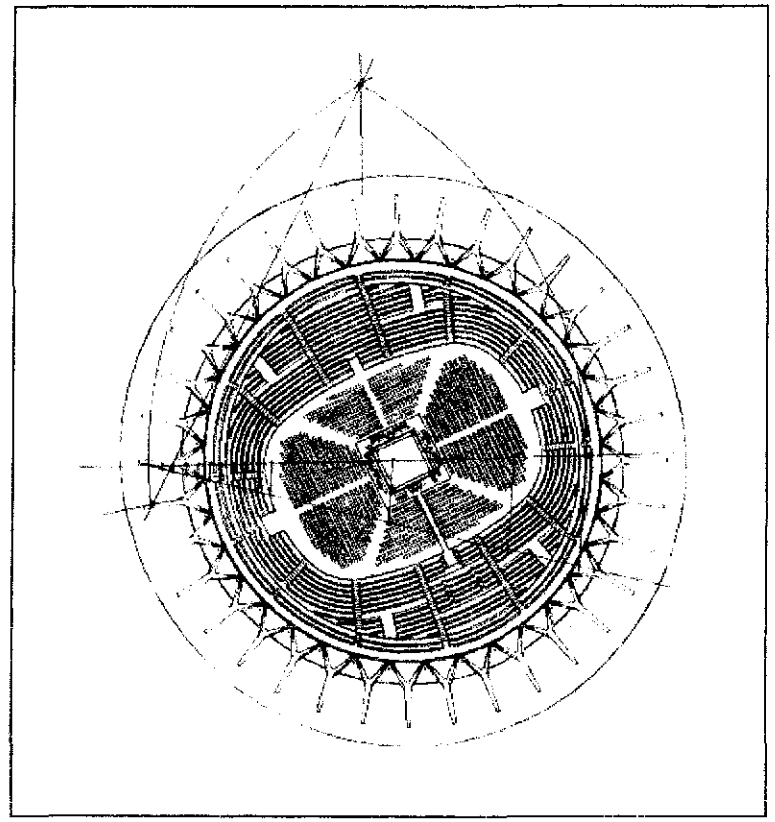
Con los conocimientos adquiridos en la fase 2, en las actividades de la fase 4 los alumnos pueden desarrollar razonamientos formales para demostrar otras propiedades.

Anexo G

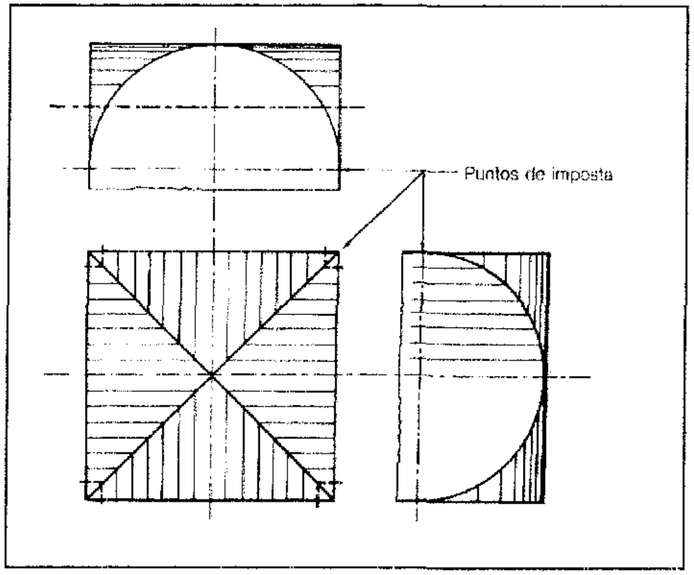
Ejemplos de aplicación de la geometría en la arquitectura

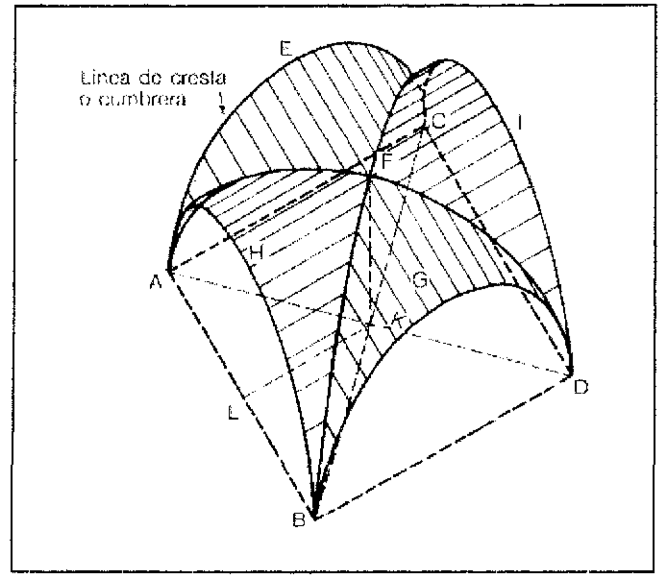


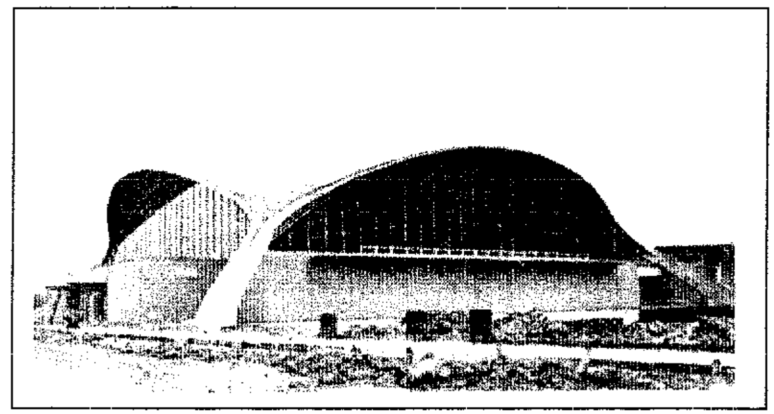
El ejemplo ilustra la construcción de un polígono de 11 lados



Roma. Palacete de Deporte (P. L. Nervi, A. Vitellozzi)

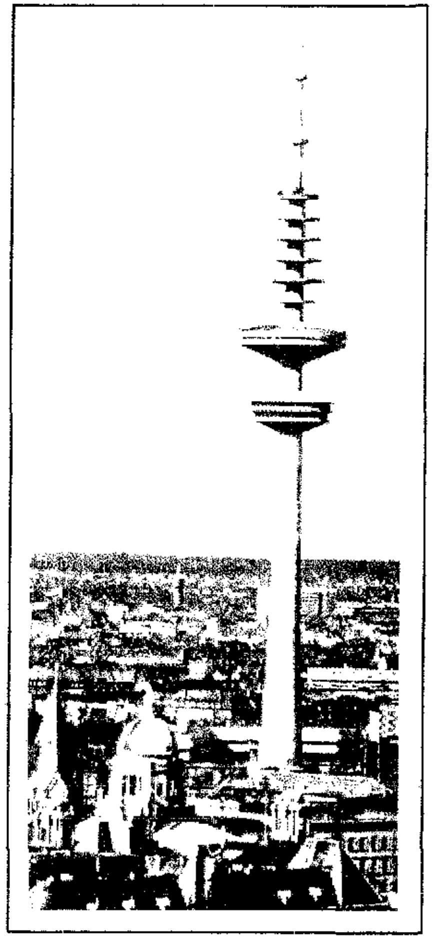




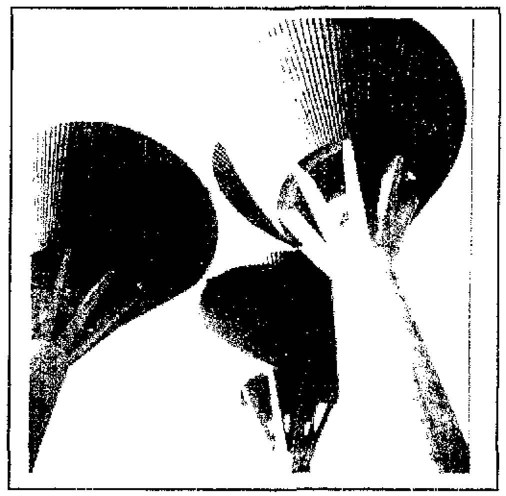


Aplicación moderna de bóveda de crucería: Centro de las Artes Creativas en Downers Grove (Illinois)

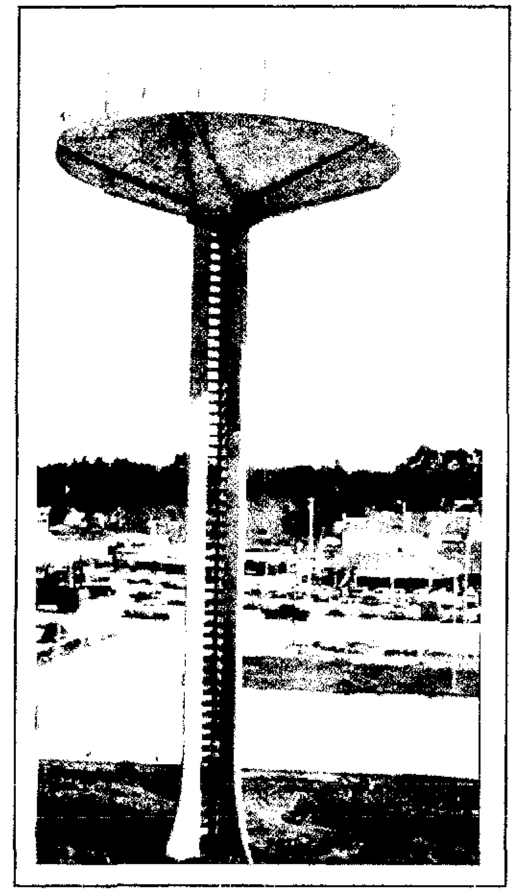
Depósitos de agua, torres y edificios
Las formas cónicas y cilíndricas, propias de ciertas obras y elementos (torres, faros, chimeneas, depósitos elevados, columnas, postes, etc.) admiten gran variedad de realización que destacan por su originalidad, funcionalidad o belleza Ejemplos:



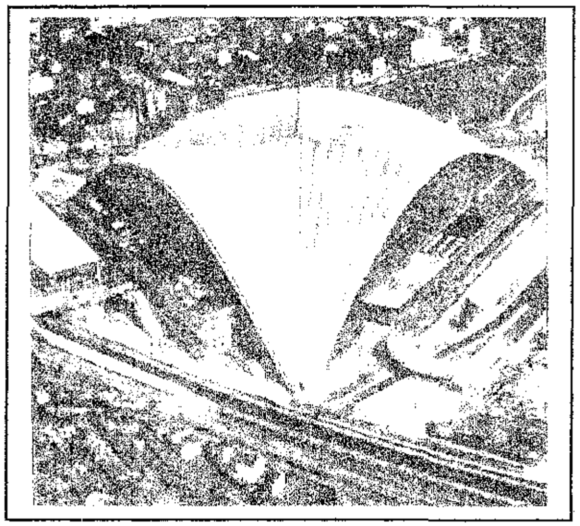
Combinación de conos atrevidos y esbeltos que forman la torre de telecomunicaciones de Hamburgo (Alemania)



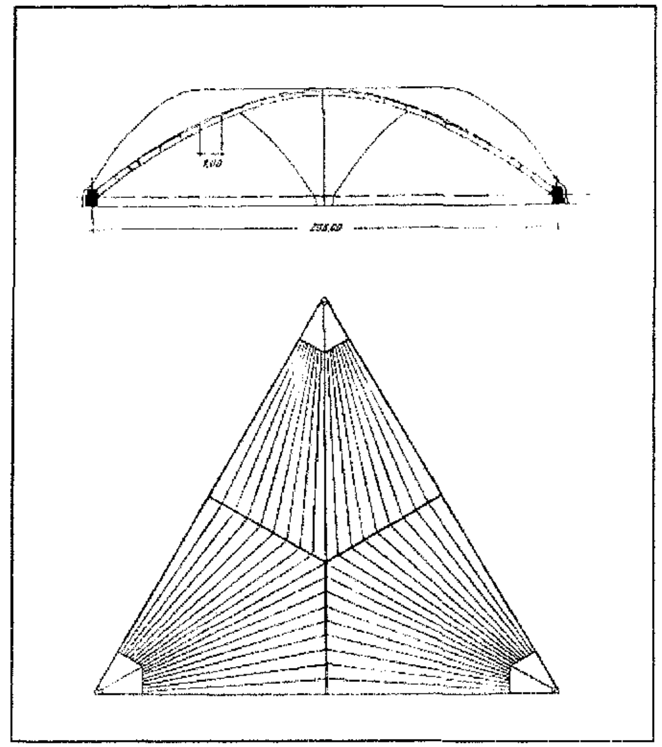
Terna de depósito de agua, en Alençon (Francia)

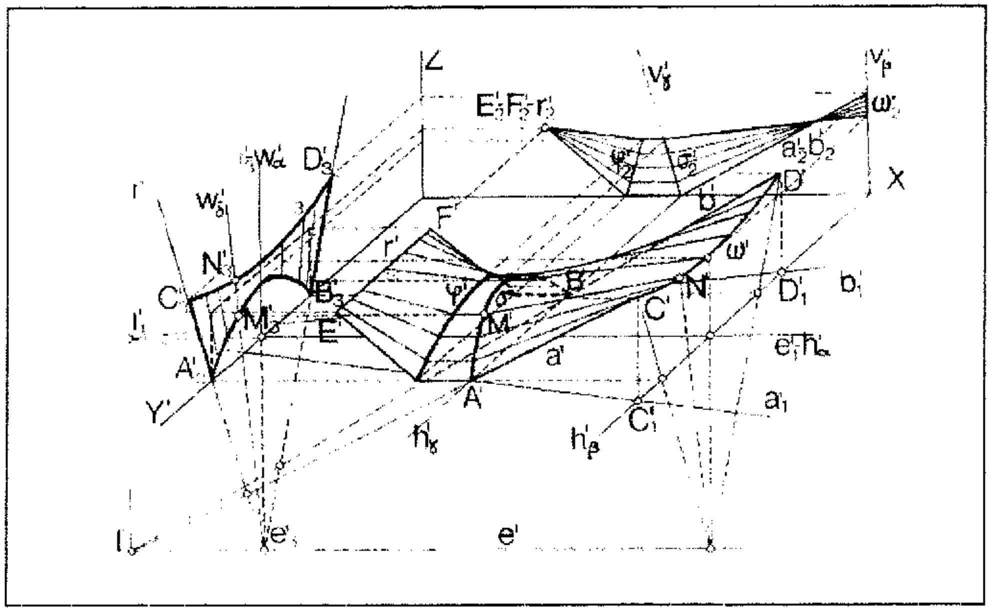


Depósito elevado en Mar del Plata (Argentina)



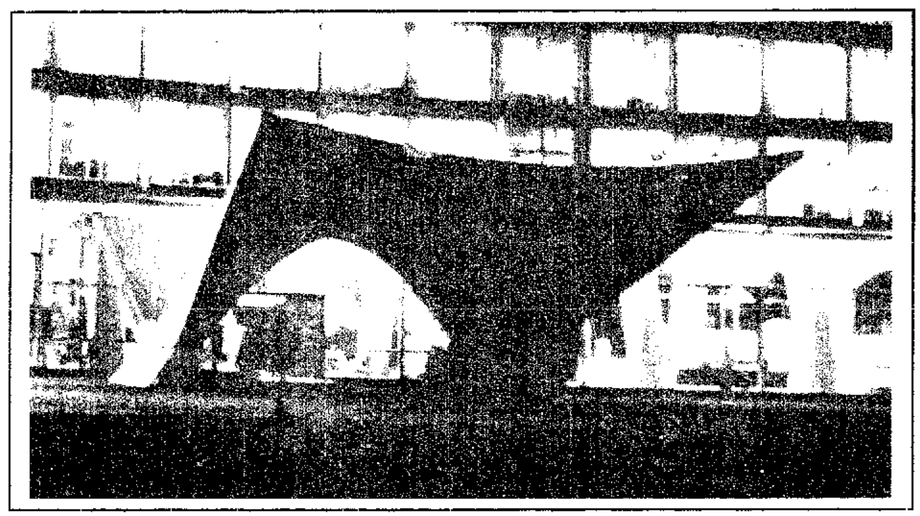
Cubierta isotricilíndrica laminar doble, del Centro Nacional de Industria y Técnicas, de París (1985)

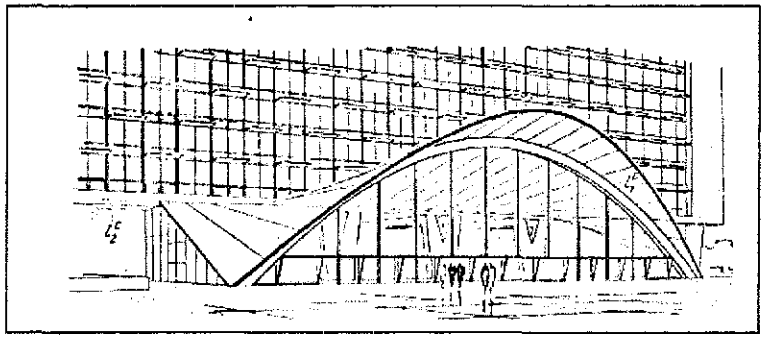




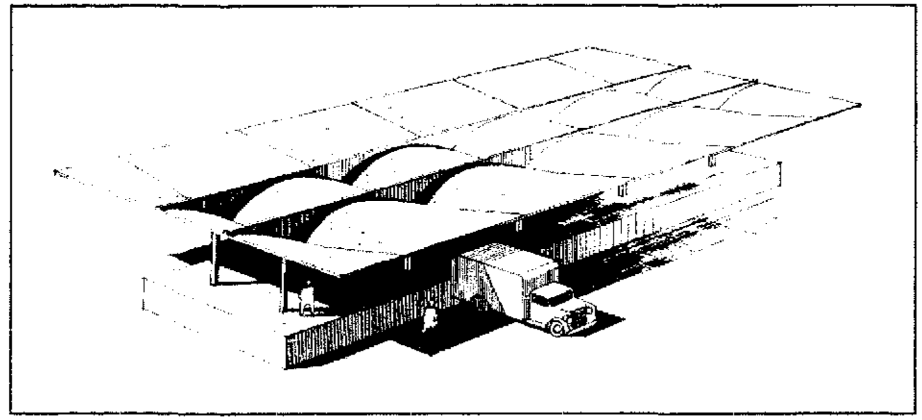
Representación de la marquesina formada por un cilindro parabólico central seccionado por dos planos inclinados del que sales dos viseras regladas: un conoide y una reglada ordinaria.

Marquesina de entrada a la secretaría de la UNESCO, en Paris, según proyecto de M. Brenner, P L Nervi y B. Zerhfuss

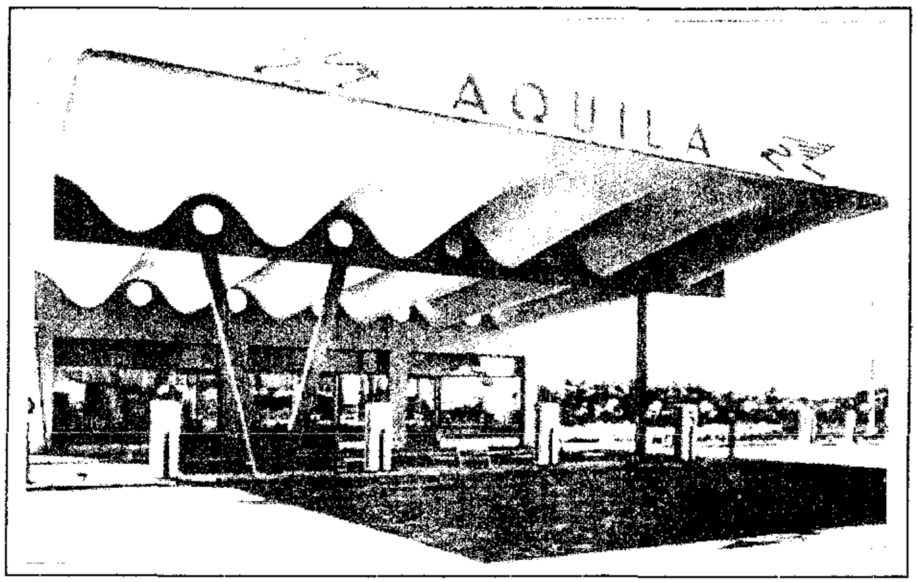




Marquesina conoidal, proyectada por M. Breuer para el edificio de la UNESCO, en París

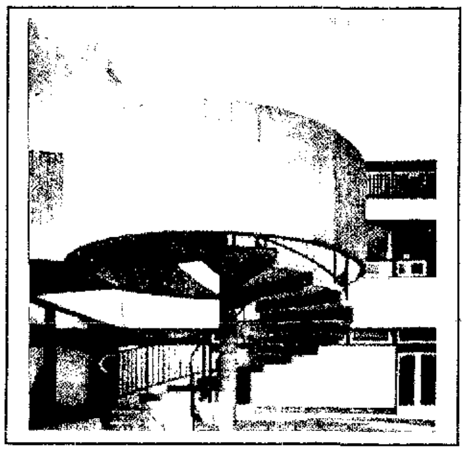


Cubierta de la plataforma de carga de la lechería Ceimsa de Tlalnepantla (México). Arq. Feliz Candela

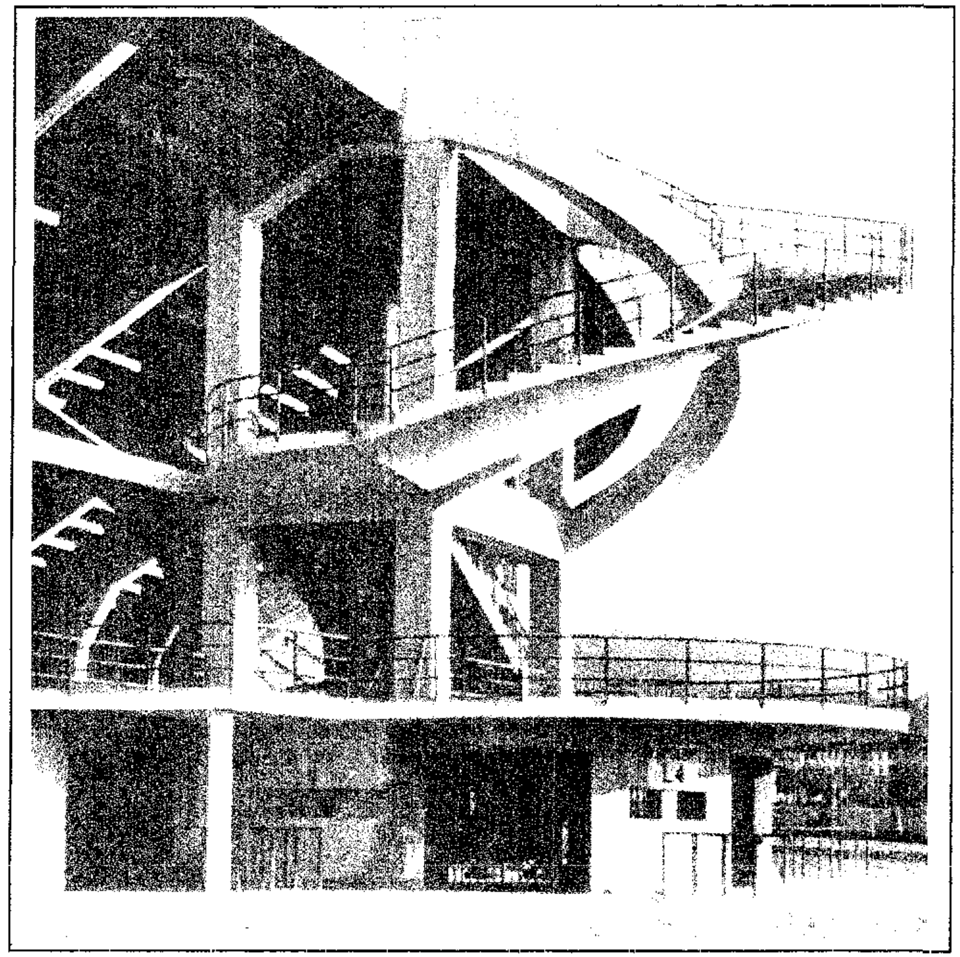


Cubierta de gasolinera cerca de Milán Ing. Pavini

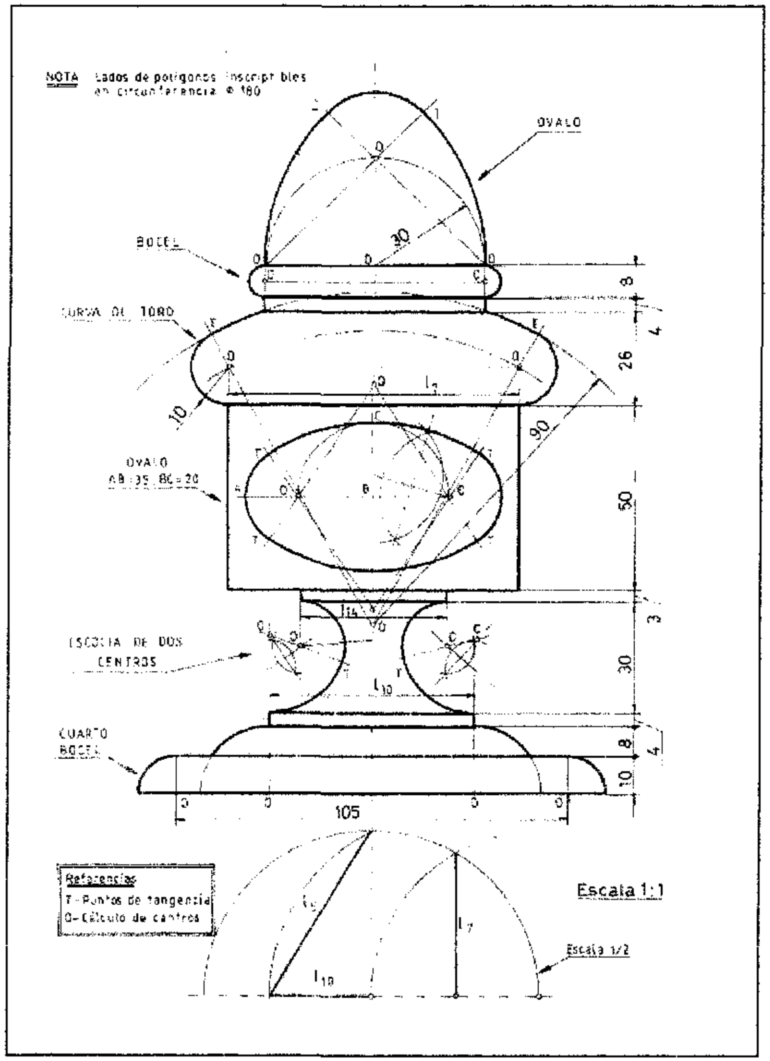
Los toboganes y las modernas rampas de acceso a los aparcamientos y garajes son helicoides rectos.
Las más conocida desde hace siglos es la escalera de caracol que admite formas muy variadas, según los materiales utilizados



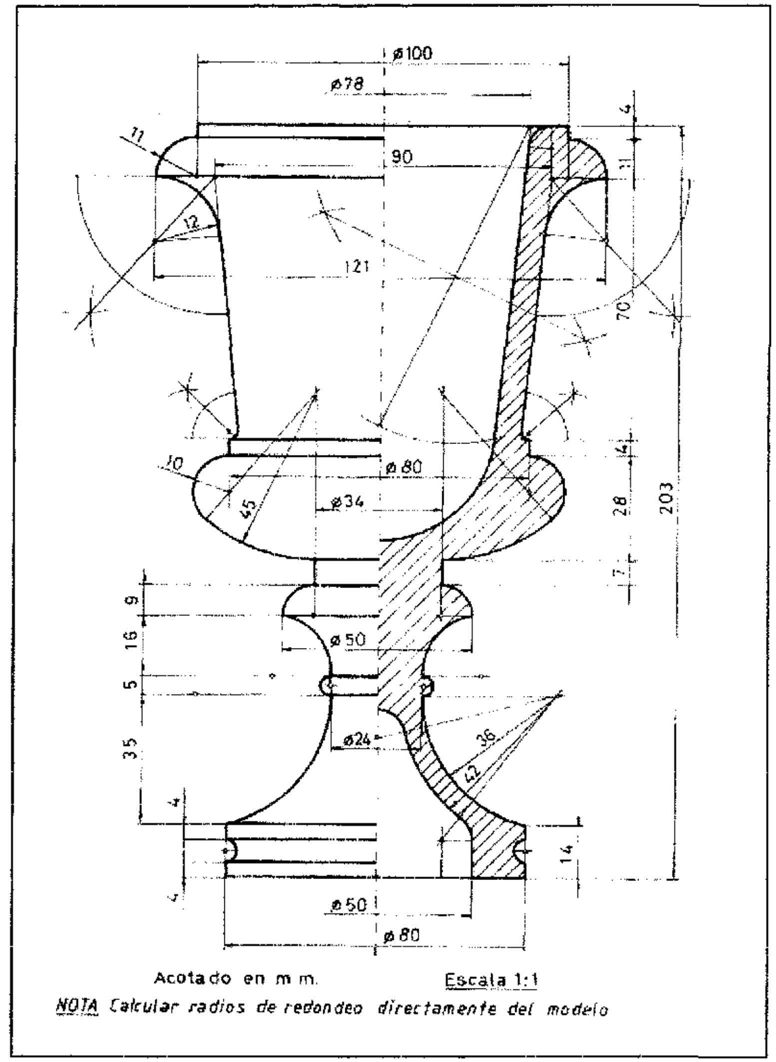
Escalera de caracol de la nueva terminal del aeropuerto de Glasgow - Inglaterra



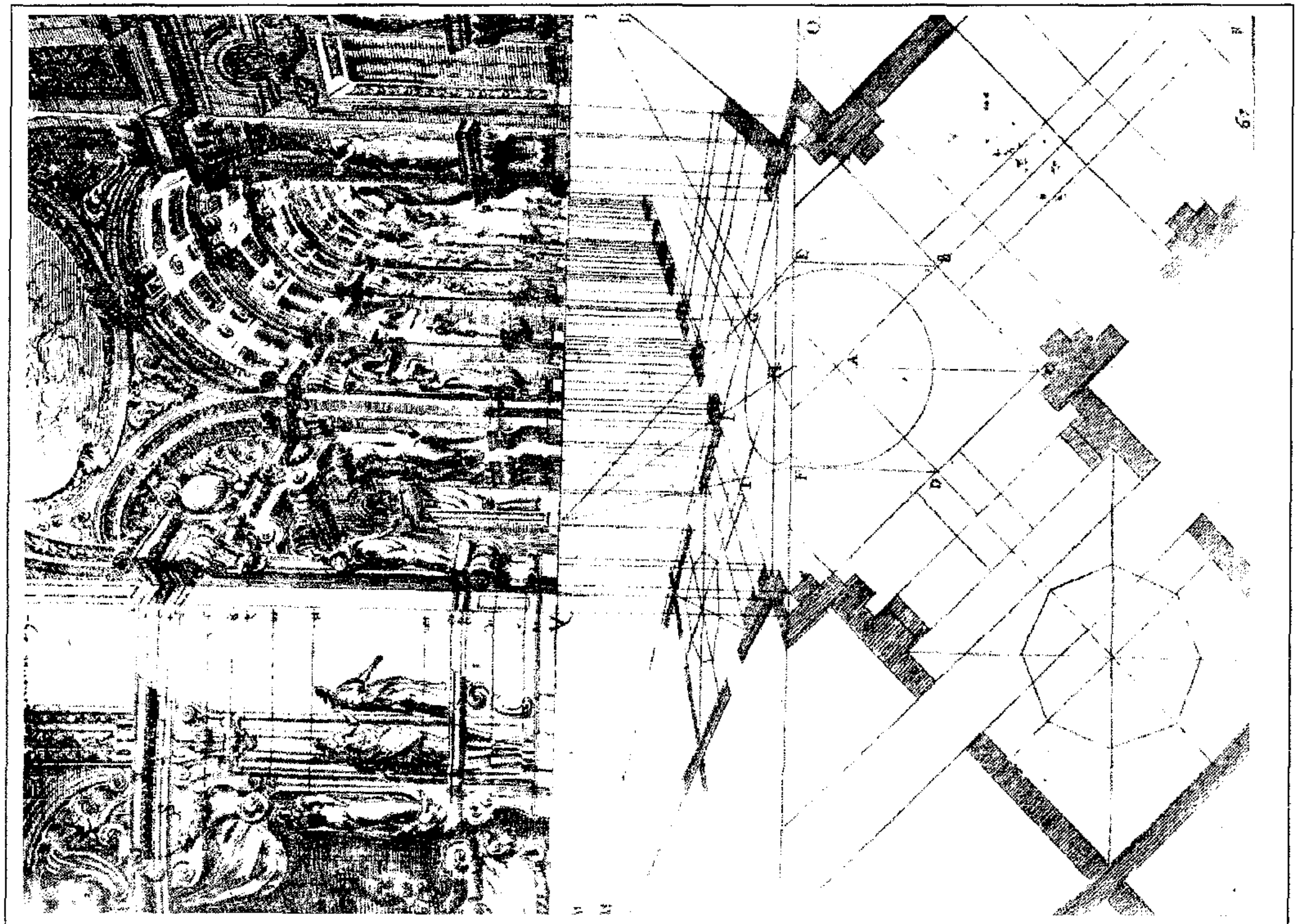
Escalera de acceso a las tribunas del Estadio Berta de Florencia, de P. L. Nervi.



Remate de baranda



Moldura decorativa



Combinando las construcciones precedentes se pueden obtener las perspectivas de objetos más complicados. En la imagen, un dibujo del escenográfo del Seiscientos, F. Galli Bibbiena.