

01070

1



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

FACULTAD DE FILOSOFIA Y LETRAS
DIVISION DE ESTUDIOS DE POSGRADO

COMO CONSTRUYEN COMPETENCIAS
ACADEMICAS BASICAS LOS ALUMNOS DE
4° GRADO DE PRIMARIA PARA LA RESOLUCION
DE PROBLEMAS DE REPARTO

000150

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE
MAESTRA EN PEDAGOGIA
P R E S E N T A :
LIC. SUSANA PAULA ANTIGA TRUJILLO



FACULTAD DE FILOSOFIA Y LETRAS



DIRECTORA DE TESIS: DRA. SARA ROSA MEDINA M.

FACULTAD DE FILOSOFIA Y LETRAS
SERVICIOS ESCOLARES

CIUDAD UNIVERSITARIA, D.F.

NOVIEMBRE 2001



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

CON CARIÑO A LEÓN, MI ESPOSO,
Y A MIS HIJOS ROSELENA Y FERNANDO
POR DARMÉ TODO SU APOYO, PACIENCIA
Y COMPRENSIÓN PARA LOGRAR UNA NUEVA META.

RECONOCIMIENTOS

A LA UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO POR LA OPORTUNIDAD QUE BRINDA A LA FORMACIÓN DE POSGRADO UNIVERSITARIO.

HAGO PATENTE MI AGRADECIMIENTO A LA DOCTORA SARA ROSA MEDINA MARTÍNEZ POR SU ENSEÑANZA Y POR TRANSMITIRME SU ENTUSIASMO POR EL ESTUDIO DE LAS CUESTIONES EDUCATIVAS.

DE LA MISMA MANERA RECONOZCO A LOS DOCTORES JESÚS AGUIRRE C. Y ÁNGEL SAÍZ S. Y A LAS DOCTORAS MARTHA CORENSTEIN Z. Y ALICIA VALDÉS K. POR LA REVISIÓN DE ESTE TRABAJO Y POR ENRIQUECERLO CON SUS VALIOSAS APORTACIONES.

AL INSTITUTO GUILLERMO MARCONI, A LAS PROFESORAS BEATRIZ ALAVEZ RIVERA Y ELIZABETH MONTÚFAR Y A LOS ALUMNOS DEL CUARTO GRADO "A" POR EL APOYO BRINDADO PARA LA REALIZACIÓN DE ESTA INVESTIGACIÓN.

Los conocimientos matemáticos y los problemas no pueden separarse. No se trata de "aprender" matemáticas para después "aplicarlas" a la resolución de problemas, sino de aprender matemáticas al resolver problemas.

SEP La Enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria.
Taller para maestros

ÍNDICE

Introducción	1
I. Los problemas como enfoque metodológico.....	19
II. Aprendizaje significativo	39
III. Competencias Académicas Básicas	51
IV. El Modelo de Análisis Proposicional	61
V. Los Mapas Conceptuales	74
VI. El Reparto como concepto	86
VII. Análisis final de resultados de acuerdo a las respuestas de los alumnos.....	99
VIII. Conclusiones	133

Anexos

1. Respuesta criterio, análisis de discurso y mapa conceptual de la respuesta Profra. Elizabeth Montúfar Márquez, de fecha 6 de octubre del 2000.	145
2. Respuestas, análisis de discurso y mapas conceptuales de los alumnos en la Primera etapa de fecha 13 de octubre del 2000..	151
3. Observación de clase de fecha octubre 19 del 2000.	163
4. Observación de clase de fecha noviembre 6 del 2000.	168
5. Observación de clase de fecha noviembre 8 del 2000.	174
6. Respuestas, análisis de discurso y mapas conceptuales de los alumnos en la Segunda etapa de fecha 22 de noviembre del 2000.	178
7. Respuestas, análisis y mapas conceptuales de los alumnos en la Tercera etapa de fecha enero 15 del 2001.	192
8. Análisis de correspondencia y gráficas de las tres etapas, que correlacionan las respuestas de los alumnos con la respuesta criterio.	206
9. Entrevistas con tres de los alumnos del Instituto Guillermo Marconi.	226
10. Entrevista con la Profra. Elizabeth Montúfar Márquez, del 4º. Grado grupo "A" del Instituto Guillermo Marconi.	232
BIBLIOGRAFÍA	234

INTRODUCCIÓN

Las matemáticas constituyen el lenguaje científico más importante para lograr la comprensión de las leyes de la naturaleza y al mismo tiempo han aportado la infraestructura fundamental para los avances de la tecnología moderna. Dada su naturaleza y su herencia histórica, las matemáticas han estado siempre presentes en el desarrollo de las ideas del hombre.

El progreso y vigor de las matemáticas se han enfatizado al enfrentar una habilidad comprensiva de regulación de muchos fenómenos interrelacionados que emergen no sólo de círculos científicos, sino también de aquellos sociales así como de otros aspectos de la vida cotidiana.

Los atributos intrínsecos de las matemáticas se basan en el análisis de modelos matemáticos, de la conceptualización, el razonamiento lógico, y la resolución de problemas, así como también en la realización de la práctica para cultivar las verdades universales y las disciplinas que subyacen al fenómeno¹.

La enseñanza de las matemáticas es un problema que ha preocupado desde que la enseñanza escolarizada existe o tal vez desde antes, a todos aquellos que se han encontrado de alguna manera involucrados con ella. Por ello, han surgido diversas aportaciones teóricas y pedagógicas que han intentado dar respuesta a los requerimientos de los docentes o han tratado de modernizar la concepción de las matemáticas y de su metodología con resultados limitados y por diversas razones estas innovaciones se han ido desvirtuando por las prácticas tradicionales.

Cómo enseñar matemáticas ha sido siempre uno de los problemas más comunes para los profesores de los diferentes niveles, de los cuales la educación primaria no es la excepción, sin que se haya logrado superar la

¹ **Mathematics language.** The Language for comprehending mathematics. Kangnung National University. 1996.

resistencia y en muchos casos el rechazo tanto de los alumnos como de maestros hacia esta asignatura.

No obstante la enseñanza de las matemáticas se ha enfocado en atender, desde una perspectiva conductista, la didáctica de las matemáticas y, al interior del aula, su enseñanza ha estado organizada prácticamente de la misma manera durante los últimos veinte años, con sólo la incorporación de algunas técnicas didácticas novedosas, pero, a pesar de los esfuerzos realizados es una realidad que los alumnos no aprenden lo que debieran.

En los últimos años la investigación educativa en México² se ha caracterizado por una intensificación en el área de las matemáticas. Los estudios se han enfocado principalmente al desarrollo conceptual de su enseñanza y aprendizaje, buscando lograr resultados más satisfactorios en el aula a fin de que los alumnos tengan mayor oportunidad de apropiarse de los conceptos matemáticos.

A partir de la teoría psicogenética desarrollada por Jean Piaget, la concepción de la forma como los niños aprenden ha cambiado. Sus valiosas aportaciones a las teorías del aprendizaje determinan diversas modalidades de enseñanza y conciben el aprendizaje de forma distinta y por ello han abierto caminos nuevos para la enseñanza de las matemáticas. Actualmente, se busca dar prioridad a que los alumnos tengan mayor oportunidad de apropiarse de los conceptos matemáticos y así desarrollen las matemáticas como disciplina misma. Con base en los fundamentos constructivistas del aprendizaje y la enseñanza, se busca el desarrollo y la elaboración de aprendizajes significativos, que propicien la actividad reflexiva y creadora de los alumnos y con ello cambien su posición de ser sólo conformistas receptores de información. Desde esta perspectiva, el conocimiento matemático requiere ser construido o más bien reconstruido

² Investigaciones desarrolladas, por ejemplo, en el Laboratorio de Psicomatemática del DIE-CVNVESTAV, grupo coordinado por David Block e Irma Fuenlabrada. Citado en *Cero en Conducta*, v. 10, a. 10, no. 40-41, mayo-agosto 1995, pp. 13-18.

por el sujeto que aprende. En este proceso de reconstrucción el sujeto investiga, descubre y reflexiona sobre las estructuras matemáticas. Se busca así favorecer por medio del aprendizaje de las matemáticas la formación de alumnos reflexivos y críticos.

En el marco del Programa para la Modernización Educativa (1989-1994) y tomando en cuenta la importancia del aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas, las dificultades que enfrentan tanto el maestro en su diario procedimiento de enseñanza, como el alumno en su proceso de aprendizaje y las aportaciones de las investigaciones realizadas en México y en el extranjero³, especialmente por el equipo de Matemáticas del DIE del CINVESTAV desde 1977 hasta la fecha⁴, fueron elaborados por la Secretaría de Educación Pública los materiales curriculares para la Educación básica primaria, vigentes desde 1993, que incluyen el Plan y programas de estudio, los libros para el maestro y los libros de texto para el alumno.

En el Programa de matemáticas se plantea " ... un cambio sobre la metodología de la enseñanza [que tome en cuenta de manera más coherente la forma como aprenden los niños] más que un cambio en los contenidos curriculares. Los cambios en los contenidos curriculares están de hecho, subordinados a la lógica de un replanteamiento metodológico"⁵.

La orientación de la enseñanza de las matemáticas en este Plan de estudio tiene como objetivo dar mayores oportunidades a los alumnos para apropiarse de los significados de los conceptos y con ello desarrollen una actitud más creativa en el desempeño de esta disciplina⁶.

La enseñanza de las matemáticas se entiende para esta propuesta como la promoción, evolución y enriquecimiento de las concepciones iniciales del alumno, por medio de situaciones que lo lleven a abandonar,

³ Investigaciones realizadas en los IREM de Francia, particularmente las desarrolladas por G. Brousseau en Bordeaux. Citado en *Cero en conducta*. V. 10, a. 10, no. 40-41 mayo-agosto 1995, pp. 13-18.

⁴ Waldegg, Guillermina, Coord.. *La investigación educativa en los ochenta, perspectivas para los noventa. Procesos de enseñanza y aprendizaje II*, p. 53

⁵ Fuenlabrada, Irma. "Innovaciones de la matemática en la escuela primaria". En: *Cero en conducta*, no. 40-41, año 10, mayo-agosto 1995, p. 5.

⁶ SEP "Enfoque matemáticas" En *Plan y Programas de estudio 1993 Educación Básica Primaria*, p. 51.

modificar o enriquecer dichas concepciones y a acercarse de una manera paulatina al lenguaje y procedimientos propios de las matemáticas. En la perspectiva constructivista es la actividad del sujeto lo que resulta primordial. Hay objetos de conocimiento que constituyen “el objeto de la enseñanza” desde la posición del maestro y se transforman en “objeto de aprendizaje” para el alumno⁷.

El Programa de matemáticas tiene como objetivo promover la habilidad de los estudiantes para comprender esta disciplina y para establecer competencias académicas básicas y conocimientos que permitan a los alumnos el planteamiento y resolución de problemas aplicados a la vida cotidiana. Para tal propósito, el Programa está diseñado para promover la creatividad matemática a través del desarrollo del pensamiento lógico y la conceptualización.

Como referente de la importancia que representa el estudio y análisis del establecimiento de competencias académicas básicas en el área de las matemáticas se menciona que, como antecedente, en 1997 realicé el Análisis Curricular del Programa de Matemáticas del Plan y Programas de Estudio 1993 SEP de la Educación Básica Primaria⁸. A partir de este estudio se aportaron elementos que permitieron, desde el aspecto teórico, la comprensión del enfoque didáctico que se plantea para la enseñanza de las matemáticas en este nuevo modelo curricular orientado a “... la formación de habilidades para la resolución de problemas y el desarrollo del razonamiento matemático a partir de situaciones prácticas ...”⁹. Aspecto que se relaciona con el establecimiento de competencias, entendidas como forma de desempeño individual,¹⁰ que se caracterizan por el manejo de recursos didácticos que permiten a los alumnos la obtención de la manera

⁷ Moreno, Luis y Guillermina Waldegg. “Constructivismo y educación matemática” En SEP *La enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria. Taller para maestros. Lecturas*. Pp. 27-39

⁸ Antiga Trujillo, Susana Paula. *Análisis curricular del Programa de matemáticas del Plan y Programas de estudio 1993 SEP de la Educación Básica Primaria*.

⁹ SEP “Enfoque matemáticas” En Op. Cit., p. 51

¹⁰ MEDINA M., SARA ROSA. Cap. VI “Competencias Académicas Básicas en el Bachillerato”. En: *Educación y Modernidad: el bachillerato en México ante los desafíos del Tercer Milenio*, p. 81.

más clara y organizada posible de los saberes construidos a partir de la resolución de situaciones problemáticas.

En esta propuesta los problemas requieren ser situaciones que favorezcan llevar a cabo reflexiones, estrategias y discusiones que propicien la solución buscada y con ello la construcción de nuevos conocimientos, o bien el reforzamiento de los que previamente se han adquirido.

Ser capaz de usar el razonamiento y de resolver problemas es una habilidad muy importante, es decir, una competencia académica básica. Y ésta es una de las competencias que son esenciales para el desarrollo de las habilidades que los estudiantes necesitan para ser alumnos exitosos en la escuela.

El propósito de esta investigación es estudiar, desde una perspectiva interpretativa y mediante análisis del discurso, por una parte, cómo niños de cuarto grado de primaria conceptualizan la idea de reparto antes y después de haber visto el tema. Por otra parte, la forma en que, a partir del conocimiento de este concepto, construyen las competencias académicas básicas para aplicarlas a la solución de problemas de reparto.

La investigación de campo, en la que se utilizaron técnicas etnográficas como la observación del grupo y la entrevista, se realizó directamente en el aula de clases de alumnos de cuarto grado y se describen los procesos observados, las entrevistas realizadas, los análisis elaborados a partir de los exámenes que se aplicaron y las conclusiones obtenidas.

A continuación se realiza una descripción de los objetivos que sirvieron como guías del estudio y que se tuvieron presentes durante todo el desarrollo del mismo. De igual forma se describen las hipótesis de trabajo que orientaron la investigación y nos sirvieron para dar explicaciones tentativas del fenómeno

OBJETIVOS

- Identificar cómo conceptualizan la idea de reparto, los alumnos de cuarto grado de primaria, antes y después de haber visto el tema.
- Establecer la manera en que los alumnos sistematizan los conceptos de exhaustividad y equitatividad al realizar un reparto.
- Identificar si los alumnos, al establecer el concepto de reparto, lo utilizan como una competencia académica básica que les sirve para la resolución de problemas.
- Identificar cómo establecen competencias académicas básicas, los alumnos de cuarto grado de primaria, para aplicarlas a la solución de problemas de reparto.
- Establecer el tipo de competencias académicas básicas que los alumnos de cuarto grado de primaria desarrollan para la resolución de problemas de reparto.
- Identificar la forma en que los alumnos establecen competencias académicas básicas al hacer matemáticas, reflexionando frente a diferentes situaciones que representan un problema y encontrando soluciones.
- Identificar si los alumnos al adquirir competencias académicas básicas también adquieren la confianza en su capacidad de hacer matemáticas.

HIPÓTESIS DE TRABAJO

Si el reparto es significativo para los alumnos desde temprana edad y es un medio para cuantificar, al dividir un entero, las partes que le tocan a cada uno, entonces las distintas maneras de hacer un reparto y de expresarlo en fracciones propicia la sistematización de los conceptos de exhaustividad y equitatividad (dividir en partes iguales y sin que sobre nada) ideas fundamentales para repartir y fraccionar unidades.

Si el Programa plantea que las matemáticas deben entenderse como una herramienta que los niños recrean, y que evoluciona frente a la necesidad de resolver problemas, entonces para que los niños aprendan y construyan **competencias académicas básicas**, es necesario que hagan matemáticas: reflexionen, enfrenten situaciones que representen un problema y un desafío y generen estrategias para resolverlo, utilizando los conocimientos que ya poseen.

Si las **competencias académicas básicas** se definen como “aquellas habilidades amplias, esenciales para el trabajo efectivo en todos los campos de los estudios académicos”¹¹, entonces es necesario que el sistema de enseñanza de la escuela se centre alrededor de las fuerzas, necesidades y estilos de aprendizaje de los estudiantes y en su esfuerzo por dominar las habilidades necesarias para la resolución de problemas matemáticos.

Si con las nuevas metodologías para la enseñanza de las matemáticas se espera que los alumnos adquieran las **competencias académicas básicas para ser utilizadas en las matemáticas**, entonces se deberá tener en cuenta la experimentación y comunicación de las ideas matemáticas y el uso del razonamiento entendido como una herramienta para alcanzar como objetivos que el alumno sea capaz de:

1. Resolver problemas matemáticos.
2. Aprender a razonar matemáticamente.
3. Saber valorar las matemáticas.
4. Tener confianza en su capacidad de hacer matemáticas.
5. Adquirir habilidades y actitudes que le permitan desarrollarse exitosamente en el campo académico, especialmente del área de las matemáticas.

¹¹ College Board, Academic Preparation for College, What students need to know and be able to do, p. 7

A continuación haremos referencia al Marco Teórico como explicación del por qué, cómo, cuándo y para qué ocurre el fenómeno en estudio y que nos permita aproximarnos de una manera paulatina a la explicación de la realidad en el proceso de investigación.

MARCO TEÓRICO

En la actualidad, es de suma importancia tener en consideración, que el aprendizaje en los niños se da, a partir de las modificaciones de los conocimientos anteriores que ellos realizan cuando interactúan con otros conocimientos en situaciones de aprendizaje nuevas. Así, ya no podemos considerar que los alumnos sean simples receptores de los conocimientos e informaciones que les proporcionan los profesores.

Una de las causas fundamentales, que a través del tiempo, han influido en la baja calidad de la educación, podría ser considerada a partir de la forma tradicional de la enseñanza de las matemáticas. Bajo esta forma tradicional de enseñanza " ... subyace la concepción de que los niños sólo son capaces de aprender si reciben 'informaciones' ".¹² Es decir que la clase de técnicas didácticas que se han venido utilizando están caracterizadas por el manejo de un cierto tipo de recursos por medio de los cuales el niño se informa de los conceptos, a partir del punto de vista del adulto. El maestro es quien proporciona de la manera más clara y organizada posible los saberes construidos y validados previamente por él. Así, el maestro, a quien se considera "poseedor del saber." se convierte en el transmisor universal de los conocimientos.

Como consecuencia de este tipo de enseñanza, es un hecho que, aunque los niños lleguen a tener un manejo adecuado de las cuatro operaciones fundamentales: suma, resta, multiplicación y división, no pueden distinguir cuál es la que corresponde para resolver cada tipo de problema distinto. Esto se debe entre otros factores a que lo que han

¹² Irma Fuenlabrada. Debate. Innovaciones de la matemática en la escuela primaria. En: *Op. Cit.*, p. 5.

aprendido no tiene un significado relevante para ellos. En consecuencia, cuando se les plantea un problema para solucionar, su pregunta, todavía en tercer o cuarto grado de primaria sigue siendo: “¿maestro, es de suma o de resta? ya que, aunque como dijimos, tienen un dominio razonablemente amplio de la forma de resolver las operaciones, no pueden determinar cuál es la que necesitan para aplicarla a la resolución del problema.

A partir de las últimas tres décadas ha habido un cambio considerable en la concepción de la forma en que aprenden los niños. Surgen nuevas propuestas, que incluyen un enfoque metodológico diferente, el cual permite acercarse a la enseñanza de las matemáticas de un modo distinto. Este cambio se genera principalmente a raíz de la aparición de la teoría psicogenética desarrollada por Jean Piaget.

Existen diferentes formas de expresión de esta nueva concepción metodológica. Una de ellas es la que tiene como fundamento que las matemáticas deben ser para los alumnos un instrumento con el que ellos se recrean y el cual evoluciona frente a la necesidad de resolver problemas. Para aprender, los alumnos necesitan “hacer matemáticas”¹³, es decir pensar, enfrentar numerosas circunstancias que les representen un reto, en diferentes contextos un problema y en otras situaciones diversas, un desafío. Y así, sean capaces de construir sus propias competencias, de generar sus propios recursos para resolver los diferentes problemas, utilizando siempre los conocimientos que ya poseen.

Es por ello que, en el enfoque pedagógico para el área de matemáticas, del Plan y Programas de Estudio SEP se plantea la necesidad de que el alumno comparta junto con el maestro la experiencia de crear matemáticas, es decir, de construir conocimientos matemáticos al resolver cierto tipo de problemas. Esta es una de las principales características del

¹³ La enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria. Taller para Maestros, 1a. parte. SEP, Programa Nacional de Actualización Permanente, 1995. p. 9.

enfoque para la enseñanza de las matemáticas en los materiales curriculares.

El tipo de actividades más frecuentes que se presentan a los alumnos, son las llamadas "situaciones problema"¹⁴. Al aproximarse a estas situaciones, se observará que al mismo tiempo que se aplican los conocimientos matemáticos, se logra encontrar soluciones, construir nuevas competencias y diferentes estrategias para resolverlas a partir de lo que ya se sabe. Los ensayos, los errores, las rectificaciones, son parte esencial del proceso de construcción de conocimientos matemáticos.

Así, la resolución de problemas es a lo largo de la primaria, el sustento de los programas de matemáticas. A partir de las acciones realizadas al resolver un problema (agregar, unir, igualar, quitar, buscar un faltante, sumar repetidamente, repartir, medir, etc.) el niño construye el significado de las operaciones.

Para este contexto se habla de competencias¹⁵ entendidas como forma de desempeño individual, por medio del cual el alumno es capaz de alcanzar una meta, de realizar una tarea, de resolver un problema. Se habla también de éstas, como competencias académicas básicas¹⁶ que sirven como expresión del desarrollo de tareas que se enfocan expresamente a la maduración del individuo y que le permiten la ejecución de diversos papeles, los cuales tendrá necesariamente que desempeñar, de manera exitosa, en su vida.

Por otra parte, el aprendizaje significativo¹⁷ está constituido por la integración de los diferentes aspectos tanto sensibles como cognitivos del individuo. Así los diferentes estímulos aunque provengan del exterior, generan dentro del sujeto la necesidad de investigar, la sensación de descubrir, de lograr un objetivo, de alcanzar la resolución de un problema.

¹⁴ Ídem.

¹⁵ Medina M. Sara Rosa. Op. Cit. P. 81.

¹⁶ <http://eric-web.tc.columbia.edu/families/nul/nulsubjects.html>. Subjects and Basic Academic Competencies. Agosto 31 del 2000.

¹⁷ Ausubel, P. D. "Significado y aprendizaje significativo". En *Psicología Educativa. Un punto de vista cognitivo*, pp. 55-105.

El aprendizaje significativo se encuadra dentro de la concepción constructivista del aprendizaje.

El aprendizaje significativo se logra primordialmente mediante la actividad finalizada, es decir, por medio de la actividad que tiene un objetivo para quien la realiza. Un aprendizaje con significado y permanencia surge cuando el niño, para responder a una pregunta de su interés o para resolver un problema que le motiva, tiene necesidad de construir una solución.

Jean Piaget establece su Epistemología Genética sobre la base de que el conocimiento se construye mediante la actividad del sujeto sobre los objetos. Los objetos matemáticos ya no habitan en un mundo eterno y externo a quien conoce, sino que son producidos, contruidos por el mismo sujeto en un proceso continuo de asimilaciones y acomodaciones que ocurren en sus estructuras cognoscitivas.

Para Piaget y, en esencia, para todos los constructivistas, el individuo se acerca al objeto del conocimiento dotado de ciertas estructuras intelectuales que le permiten "ver" al objeto de cierta manera y extraer de él cierta información, misma que es asimilada por dichas estructuras. La nueva información produce modificaciones -acomodaciones- en las estructuras intelectuales, de tal manera que cuando el sujeto se acerca nuevamente al objeto lo "ve" de manera distinta a como lo había visto originalmente y es otra la información que ahora le es relevante. Sus observaciones se modifican sucesivamente conforme lo hacen sus estructuras cognoscitivas, construyéndose así el conocimiento sobre el objeto.¹⁸

En la perspectiva constructivista, es la actividad del sujeto lo que resulta primordial. Hay objetos de conocimiento que constituyen el "objeto de enseñanza" desde la posición de maestro y se transforman en "objeto de aprendizaje" para el alumno. El conocimiento, desde la perspectiva

¹⁸Piaget, Jean y Bärbel Inhelder. "Los factores del desarrollo mental" En: *Psicología del niño*, pp. 151-158..

constructivista, es siempre contextual y nunca separado del sujeto; en el proceso de conocer, el sujeto va asignando al objeto una serie de significados cuya multiplicidad determina conceptualmente al objeto. Conocer es actuar, pero conocer también implica comprender de tal forma que permita compartir con otros el conocimiento y formar así una comunidad. En esta interacción, de naturaleza social, un rol fundamental lo juega la negociación de significados.¹⁹

Al hablar de una concepción constructivista de la enseñanza y el aprendizaje escolar, se pretende el establecimiento de un marco referencial que permita explicar y comprender para tomar decisiones sobre la forma de organizar la intervención educativa, sin tratar de hacer una aplicación del constructivismo a las prácticas educativas de forma literal. Se busca el establecimiento de un cierto tipo de cultura que incluya conocimientos, habilidades, competencias académicas, estrategias, actitudes y valores que puedan ser manejados de forma adecuada por los profesores.

Una tesis fundamental de la teoría Piagetiana es que todo acto intelectual se construye progresivamente a partir de estructuras cognoscitivas anteriores y más primitivas. La tarea del educador constructivista consistirá en diseñar y presentar situaciones que, apelando a las estructuras anteriores de que el estudiante dispone, le permitan asimilar y acomodar nuevos significados del objeto de aprendizaje y nuevas operaciones asociadas a él.

Nos ocuparemos ahora de la descripción de la metodología de la investigación. Indicaremos el contexto en que la investigación fue realizada, la importancia del tema en estudio, la forma en que se seleccionaron a los alumnos que constituyeron la muestra del grupo en análisis, los procesos realizados durante la investigación que incluyeron observaciones de clase, aplicación de instrumentos de evaluación y

¹⁹César Coll, "Fundamentos del Currículum" En: *Psicología y Currículum*, pp 107-151.

entrevistas. Después procederemos a explicar el método y la forma de análisis de los resultados obtenidos para finalmente establecer cómo se compilaron y sintetizaron en un cuadro las conclusiones a que se llegó con esta investigación.

METODOLOGÍA DE LA INVESTIGACIÓN

Se llevó al cabo una investigación teórico analítica y descriptiva, en la que se emplearon técnicas etnográficas como la observación y la entrevista, en un grupo de alumnos de cuarto grado de educación básica primaria. La unidad de análisis, de acuerdo al objetivo de la investigación, estuvo constituida por los 30 alumnos del 4º grado grupo A de primaria del Instituto Guillermo Marconi de la Ciudad de México, que cursaban este grado durante el ciclo escolar 2000-2001 y su Profesora Ma. Elizabeth Montúfar Márquez.

Los alumnos tienen una edad que fluctúa entre los 9 y los 11 años. En promedio son de 9 años, ya que existen 27 alumnos de esta edad. También hay un alumno de 8 años, una de 10 y otro de 11 años. 15 de ellos son niños y 15 niñas. Son alumnos que siempre han estudiado en escuela particular como este Instituto, lo que supone un buen grado de desarrollo académico. Su nivel socioeconómico es medio alto y su nivel de inteligencia y desempeño de competencias académicas es bueno.

La mayor parte de los alumnos han cursado en este Instituto desde el Jardín de Niños, lo cual les da mucha seguridad y sentido de pertenencia al ámbito escolar. Éste es el primer año que la Profesora. Montúfar está con el grupo, lo que constituye un reto para ella al no conocer con anterioridad las características de los alumnos.

Se trabajó con una muestra representativa de la población, como subconjunto de ésta. A través de esta muestra se generalizaron los resultados que se alcanzaron en la investigación. Se seleccionaron 12 alumnos de manera aleatoria, escogiéndolos por número de lista y utilizando la tabla de números random. Así se trabajó con los alumnos

cuyo número de lista era: 30, 17, 06,14, 10, 12, 27, 21, 04, 08, 27 y 02. Se consideraron a los siguientes alumnos en el caso que alguno de los anteriores no se hubiera encontrado presente el día en que se aplicó el primer examen: 29, 28 y 03.

La muestra representativa de doce alumnos, escogidos de forma aleatoria se puede considerar como una muestra probabilística²⁰, en la cual todos los elementos de la población tienen la misma posibilidad de, al ser escogidos, ser un reflejo fiel del conjunto de la población. De esta manera al delimitar la población el número mínimo de elementos fue de una tercera parte de la población -diez alumnos- más dos alumnos. Entonces, doce fue el número mínimo de alumnos que se necesitaban para conformar una muestra que asegurara un error estándar menor de .01 (fijado previamente²¹), teniendo una población de 30 elementos.

La delimitación de la población en estudio, seleccionada de la unidad de análisis, permitió generalizar los resultados que se obtuvieron de esta investigación. El subconjunto o subgrupo de la población constituye una unidad en donde todos los casos concuerdan con una serie de especificaciones que, en su momento podrían ser aplicadas al total de la población en estudio.

Esta investigación se diseñó con el objetivo de establecer el tipo de competencias académicas básicas que los alumnos de 4º grado de primaria desarrollan para la resolución de problemas de reparto. El interés de la investigación se centra en el análisis de las respuestas de los alumnos correlacionándolas con las de la maestra por medio del Modelo de Análisis Proposicional²², con base en mapas conceptuales que se elaboraron a partir de las respuestas a una pregunta determinada.

²⁰ Hernández S., Roberto. Cap. 8. "¿Cómo seleccionar una muestra?" En *Metodología de Investigación*, pp. 207-240.

²¹ *Idem*.

²² Campos, M. A. y Sara Gaspar "El modelo de análisis proposicional: un método para el estudio de la organización lógico-conceptual del conocimiento". En M. A. Campos y R. Ruiz (eds.) *Problemas de acceso al conocimiento y enseñanza de las ciencias*, pp. 51-92.

El Modelo de Análisis Proposicional²³ es un método para el estudio de la organización lógico-conceptual del conocimiento. Se seleccionó este método para realizar la investigación ya que, desde un enfoque constructivista, los autores establecen que este método permite acercarse al estudio de las estructuras lógico-conceptuales del discurso, con el fin de hacer un análisis del mismo como texto y en relación con su contenido científico.

Por otra parte el Modelo de Análisis Proposicional es también un “procedimiento de mapeo conceptual que se basa en estructuras proposicionales.”²⁴ Una etapa importante la constituye la construcción y análisis de los mapas conceptuales, que son un diagrama que representa el texto completo que se examinará, en el cual se sigue literalmente lo escrito en la argumentación de cada uno de los estudiantes.

El Mapa Conceptual es un medio para la organización de la información y un camino efectivo para la comprensión de las ideas, ya que ésta se nos presenta gráficamente y esto permite apreciar en su conjunto la información que contiene el texto, los conceptos y las relaciones lógicas que existen entre sus componentes, lo que facilita su comprensión²⁵ y el análisis de las respuestas de los alumnos.

El tema seleccionado para realizar este análisis fue el concepto de reparto. Se seleccionó este tema, ya que el reparto es una actividad a la que todos accedemos desde edades muy tempranas. Desde muy pequeños, los niños se reparten juguetes, dulces, galletas, etc., de una forma natural y espontánea. El reparto, además de ser una actividad significativa para los niños, es también un medio por el cual empiezan a emplear ciertos términos fraccionarios para identificar las partes que le tocan a cada uno. Así, es común oírlos decir, por ejemplo: “te tocó la

²³ Campos, Miguel Angel y Sara Gaspar. *Op. Cit.*. pp. 51-92.

²⁴ *Ídem.*

²⁵ Pichardo Paredes, Juan Josafat. “Los mapas conceptuales”. Primera parte. En *Revista Mexicana de Pedagogía*, No. 39, pp. 3-10.

mitad de galleta" y empezar de esta manera el conocimiento y manejo no formal de los números fraccionarios.

El reparto es una actividad con la que pueden comprobar que existen distintas maneras de repartir las cosas y de expresar en fracciones cuánto le toca a cada quien. De igual forma les da la oportunidad de sistematizar los conceptos de reparto equitativo y exhaustivo, es decir, en partes iguales y sin que sobre nada. La construcción de estos dos conceptos, constituye una de las actividades fundamentales para que el niño sea capaz de fraccionar exitosamente una o varias unidades, tomando en consideración el número de personas entre las que tiene que realizar el reparto.

No obstante, el proceso que los alumnos siguen hasta llegar a realizar repartos equitativos y exhaustivos es largo y debe ser encauzado por medio del trabajo de situaciones problema significativas para el niño, que se encuentren en su realidad y sean interesantes para ellos.

La sistematización del concepto de reparto y la forma en que los alumnos lo construyen y lo aplican para la resolución de situaciones problema, como una competencia académica básica, constituyen el eje de la investigación.

La pregunta de investigación es la siguiente:

PARA TI ¿QUÉ ES UN REPARTO? EXPLICA CÓMO SE REALIZA CUANDO LA CANTIDAD DE OBJETOS PARA REPARTIR ES DIFERENTE DEL NÚMERO DE PERSONAS ENTRE LAS QUE SE VA A REALIZAR EL REPARTO. DESPUÉS DA UN EJEMPLO DE REPARTO. INDICA CUÁLES SON LAS TRES IDEAS MÁS IMPORTANTES EN TU RESPUESTA.

Las actividades que se realizaron fueron las siguientes. Se platicó inicialmente con la profesora del grupo para considerar si estaba de acuerdo en participar en la actividad que se realizaría, explicándole en qué consistiría la investigación. Ella estuvo de acuerdo y se fijó la fecha para iniciar el trabajo.

El 6 de octubre del 2000 se realizó una nueva entrevista con la Profesora. Montúfar y se le aplicó el cuestionario de la investigación²⁶. La respuesta que ella dio a este cuestionario se tomó como respuesta criterio con la cual se realizaría la correlación de las respuestas de los alumnos en las tres diferentes etapas.

En la primera etapa de la investigación se aplicó, el 13 de octubre de 2000²⁷, el cuestionario a los alumnos sin que se hubiera visto el tema. Después se realizó una primera observación de la clase el 19 de octubre de 2000²⁸ para conocer el contexto de trabajo, a los alumnos y a la maestra. En esta clase solamente se recordó el tema de fracciones, numerador y denominador y se hicieron ejercicios.

Se realizaron dos nuevas observaciones de clase, en las cuales se dio el tema y se trabajó con el libro de texto de la SEP. En estas observaciones se apreció el desarrollo de los alumnos respecto al tema y la forma en que fueron estructurando las competencias académicas. Éstas se realizaron el noviembre 6²⁹ y noviembre 8³⁰ de 2000.

En la segunda etapa se aplicó el cuestionario dos semanas después de haber sido enseñado el tema, para establecer la conceptualización de la idea de reparto y qué competencias construyeron los alumnos para la resolución de problemas de reparto. Este cuestionario se aplicó en noviembre 22 del 2000³¹.

²⁶ Anexo No. 1, respuesta criterio Profesora. Ma. Elizabeth Montúfar Márquez. de fecha octubre 6 de 2000.

²⁷ Anexo No. 2 respuestas alumnos Primera etapa del 13 de octubre de 2000.

²⁸ Anexo No. 3, observación clase octubre 19 de 2000.

²⁹ Anexo No. 4, observación de clase noviembre 6 de 2000.

³⁰ Anexo No. 5, observación de clase noviembre 8 de 2000.

³¹ Anexo No. 6, respuesta alumnos segunda etapa noviembre 22 del 2000.

Para la tercera etapa se aplicó el mismo cuestionario siete semanas después para analizar los conceptos que les fueron significativos y las competencias que realmente fueron establecidas para resolver problemas de reparto cuando la cantidad de objetos a repartir es diferente del número de personas entre las que se va a realizar el reparto. Este cuestionario se aplicó en enero 15 del 2001³².

Una vez realizadas las tres etapas de la investigación se procedió a realizar el análisis de las respuestas de los alumnos al cuestionario, aplicado en los tres diferentes momentos, para la identificación de los conceptos de reparto y las competencias para la solución de problemas de reparto establecidos por los alumnos. Se elaboraron los análisis de discurso³³, los mapas conceptuales³⁴, los análisis de correspondencia estableciendo las gráficas correspondientes³⁵, de acuerdo con lo establecido por la respuesta criterio³⁶.

Una vez terminado el análisis de la respuesta criterio y las respuestas de los alumnos en las tres diferentes etapas se realizaron las entrevistas correspondientes para conocer los puntos de vista tanto de la profesora como de tres de los alumnos. Las entrevistas con los alumnos se realizaron 3 de julio del 2001³⁷. La entrevista con la profesora se realizó el 6 de julio del 2001.³⁸

Finalmente se realizó un análisis de las circunstancias que prevalecieron en las observaciones de clases, así como un examen de las características señaladas tanto por la maestra como por los alumnos en las entrevistas realizadas y se establecieron las conclusiones generales obtenidas en esta investigación. Los aspectos brevemente señalados en esta introducción son descritos ampliamente en los capítulos siguientes.

³² Anexo No. 7, respuesta alumnos tercera etapa enero 15 del 2001.

³³ Ver anexos de las respuestas de los alumnos en cada una de las etapas.

³⁴ Ver mapas conceptuales anexos a cada una de las respuestas, de los alumnos en las diferentes etapas.

³⁵ Ver gráficas anexas a cada uno de los análisis de correspondencia, de los alumnos en las tres etapas.

³⁶ Ver mapa de la respuesta criterio en anexo No. 1

³⁷ Anexo No. 9 entrevista con 3 de los alumnos del Instituto Guillermo Marconi.

³⁸ Anexo No. 10 entrevista con la Profesora. Ma. Elizabeth Montúfar Márquez.

I.- LOS PROBLEMAS COMO ENFOQUE METODOLÓGICO.

En este capítulo iniciaremos la descripción de los diferentes conceptos teóricos que sirvieron como marco para el desarrollo de la investigación. Detallaremos principios del constructivismo que pueden ser aplicados a la educación matemática, abordando aspectos que nos permitan comprender los procesos de enseñanza-aprendizaje que se desarrollaron en el aula escolar. Posteriormente especificaremos las características de los problemas, como concepción de aprendizaje que se sustenta en los Programas de la educación básica primaria. Finalmente relacionaremos estos aspectos con algunos de los resultados que se encontraron a lo largo de la investigación.

1. Constructivismo y educación matemática.

Los niños aprenden modificando ideas anteriores al interactuar con situaciones nuevas de aprendizaje, en ningún momento son simples receptores que acumulan la información que les dan los adultos. La forma tradicional de la enseñanza de las matemáticas puede considerarse como una de las causas fundamentales de la baja calidad de la educación. Bajo esta forma tradicional de enseñanza " (...) subyace la concepción de que los niños aprenden sólo al recibir 'informaciones' ".³⁹ Es decir que la clase de estrategias didácticas que se utilizan se caracterizan por manejar un tipo de recursos a través de los cuales el alumno se informa de la manera más clara y organizada posible de los saberes construidos y validados previamente y que le son transmitidos por quien es "poseedor del saber."

Se vuelve entonces en la acción más fácil el transmitir el conocimiento matemático por medio de la información, conformada por signos que constituyen el lenguaje matemático y le dan forma y por la elemental regla a través de la cual se realiza una combinación de los mismos. Sin

³⁹ Irma Fuenlabrada. Debate. Innovaciones de la matemática en la escuela primaria. En: Revista Cero en Conducta, Número 40-41, año 10, mayo-agosto 1995, p. 5.

embargo, bajo esta perspectiva se olvida “ (...) que estos signos y reglas son expresiones gráficas de conceptos matemáticos, puesto que son precisamente los conceptos los que han estado ausentes en la enseñanza y consecuentemente en el aprendizaje de los alumnos.”⁴⁰

Como consecuencia de este tipo de enseñanza, a pesar de que los niños logran el aprendizaje de por ejemplo las cuatro operaciones fundamentales, no pueden discernir cuál es la que corresponde para resolver cada tipo de situación problemática diferente, debido principalmente a que lo que han aprendido resulta poco útil y carente de significado para ellos. La pregunta cuando se les plantea un problema en tercero o cuarto grado de primaria sigue siendo: “¿maestro, es de suma o de resta?, ya que aunque dominan razonablemente bien la operatoria no pueden identificar la operación que necesitan para aplicarla a la resolución del problema.

La concepción de la forma como se enseña cambia en las últimas tres décadas. Se propone un nuevo enfoque metodológico para la enseñanza de las matemáticas principalmente a raíz de la aparición de la teoría psicogenética desarrollada por Piaget. Esta nueva concepción se expresa de formas diferentes, siendo una de ellas la que fundamenta que las matemáticas deben ser para los alumnos una herramienta que ellos recrean y que evoluciona frente a la necesidad de resolver problemas. Para aprender, los alumnos necesitan “hacer matemáticas”⁴¹, es decir pensar, enfrentar numerosas situaciones que les presenten un reto, un problema, un desafío y generar sus propios recursos para resolverlas, utilizando los conocimientos que ya poseen.

Los conocimientos matemáticos y los problemas son inseparables. “No se trata de ‘aprender’ matemáticas para después ‘aplicarlas’ a la resolución de problemas, sino de aprender matemáticas al resolver

⁴⁰ *Ibidem*, p. 6.

⁴¹ **La Enseñanza de las Matemáticas en la Escuela Primaria.** Taller para Maestros, 1a parte SEP, Programa Nacional de Actualización Permanente, 1995 p. 9.

problemas"⁴². La concepción didáctica de la matemática, basada en problemas, implica poner los conocimientos en situaciones en las que éstos cobren sentido para el alumno, al permitirle resolver los problemas que se le plantean.

Mediante este enfoque pedagógico se espera que el alumno viva con el maestro la experiencia de hacer matemáticas, es decir, de construir conocimientos matemáticos al resolver cierto tipo de problemas. Esta es una de las principales características del enfoque para la enseñanza de las matemáticas en los materiales curriculares. El tipo de actividades más frecuentes son las llamadas "situaciones problema"⁴³ que permiten conocer con mayor profundidad los distintos contenidos de matemáticas de los programas de primaria. Al abordar estas situaciones, se observará que a la par de aplicar conocimientos matemáticos, se busca encontrar soluciones y construir estrategias para resolverlas a partir de lo que ya se sabe. Los ensayos, los errores, las rectificaciones, son parte esencial del proceso de construcción de conocimientos matemáticos.

Es muy importante cambiar de actitud respecto a los recursos que los alumnos poseen. Ellos tienen posibilidad de desarrollar procedimientos que en un momento no les han sido enseñados para abordar un problema. Cuando se les plantea una situación problemática con la mentalidad de que apliquen lo que les fue enseñado se limita su proceso de aprendizaje. En cambio cuando se permite que se aproximen por sí mismos a lo que se les quiere enseñar es cuando desarrollan una actitud más creativa en el desempeño de las actividades matemáticas y construyen un conocimiento significativo y permanente.

A partir de las observaciones⁴⁴ realizadas en clase podemos considerar que, la actitud de la Profesora. Montúfar fue siempre positiva, motivando a sus alumnos a que ellos resolvieran cada una de las diferentes

⁴² Ídem.

⁴³ Ídem.

⁴⁴ Ver anexos 4 y 5 de observaciones de clase.

situaciones problemas que se les presentaron. Siempre impulsó también, las formas diferentes de resolver los problemas, aún cuando no fueran las que ella esperaba.

Al hablar de una construcción de estrategias, nos acercamos a una concepción constructivista de la enseñanza y el aprendizaje escolar, que pretende el establecimiento de un marco referencial que permita explicar y comprender para tomar decisiones sobre la forma de organizar la intervención educativa, sin tratar de hacer una aplicación del constructivismo a las prácticas educativas de forma literal. Se busca el establecimiento de un cierto tipo de cultura que incluya conocimientos, habilidades, estrategias, competencias académicas básicas, actitudes y valores que puedan ser manejados de forma adecuada por los profesores.

Como espacio de cultura escolar podemos ocuparnos del constructivismo sin considerarlo como una concepción general del mundo, que pretenda dar explicaciones de tipo universal; tampoco podemos decir que se trata de un conjunto de prescripciones sobre los propósitos educativos o la finalidad de la educación, ni considerarlo simplemente como una teoría relacionada con el aspecto escolar de la educación. El constructivismo es más que esto, es " ... una perspectiva epistemológica desde la cual se intenta explicar el desarrollo humano y que nos sirve para comprender los procesos de aprendizaje, así como las prácticas sociales formales e informales facilitadoras de los aprendizajes."⁴⁵ Es decir que a través del constructivismo entendemos cuáles son los procesos de desarrollo de los niños, con lo cual se genera la posibilidad del entendimiento y comprensión de los procesos de aprendizaje. A partir de esto podemos analizar y entender el papel que juegan las prácticas sociales como promotoras de los procesos de aprendizaje.

Por otra parte, podemos también considerar que el constructivismo "Como constructo psicológico, es una formulación relativa a la relación

⁴⁵ TEORÍA Constructivismo y práctica educativa escolar. Primera Parte. Rosario Ortega, Alfonso Luque y Rosario Cubero. En Revista *Cero en Conducta*. Año 10, Número 40-41, Mayo-Agosto 1995. p. 78.

entre la actividad del sujeto y su evolución, al modo cómo la evolución psicológica está en función de la actividad del propio sujeto, y nos sirve para interpretar la dimensión psicológica implicada en las situaciones escolares de enseñanza y aprendizaje, sólo la dimensión psicológica, no las muchas otras dimensiones de lo escolar.”⁴⁶ Es decir, que analizado desde este aspecto psicológico nos proporciona los elementos para entender e interpretar la construcción, desarrollo y evolución de los procesos de aprendizaje que se llevan a cabo en el ámbito escolar.

Estas dos formas de entender al constructivismo nos permiten tener algunas pautas que orienten las prácticas cotidianas de la enseñanza en el aula y al mismo tiempo propiciar la reflexión de los docentes para alcanzar las metas de la educación escolar. Las nociones de complejidad, interdependencia y evolución se relacionan de manera estrecha al concepto de constructivismo, como fue ya definido desde su perspectiva epistemológica.

El interés actual del constructivismo en el contexto escolar se manifiesta a partir de la paulatina toma de conciencia de que debe asumirse una perspectiva constructivista del aprendizaje “ (...) en el momento de hacer explícitos los supuestos psicopedagógicos que fundamentan la planificación y el diseño curricular.”⁴⁷ Esto se manifiesta en el Currículum del Programa de Matemáticas que tiene como base del enfoque metodológico que sustenta la concepción de las corrientes constructivistas del aprendizaje.

Como opción epistemológica, el constructivismo para la psicología constituye una alternativa diferente, ya que da la pauta para estudiar de una forma válida, diferente e interesante el desarrollo humano. Se convierte en elemento de conocimiento que permite la elaboración de teorías, modelos y métodos de investigación diversos. Está ligado a las prácticas educativas que se basan en una concepción constructivista de lo

⁴⁶ ídem.

⁴⁷ ídem

que es enseñar y aprender, sin prescribir modelos determinados de enseñanza, ni prácticas educativas determinadas.

Desde este punto de vista

"a) *La actividad del sujeto está en función de su organización cognitiva.* La complejidad, la flexibilidad, la precisión y todas las restantes cualidades de la conducta humana se explican por la organización del psiquismo individual. Esta organización ha sido descrita en términos de estructuras, esquemas, estrategias, guiones. En cualquier caso, se trata de una arquitectura mental que permite, por una parte procesar y almacenar información y, por otra, ajustar y controlar la actividad del propio sujeto. Gracias a su organización cognitiva, el sujeto es activo en sus intercambios con el medio físico y social.

b) *El cambio en la organización cognitiva del sujeto está en función de su actividad.* La organización cognitiva de los seres humanos no es innata, aunque puedan serlo algunos de sus elementos y su forma más primitiva. La actividad cognitiva del sujeto, en su interacción con el medio físico y social, le proporciona experiencias que revierten en su misma organización cognitiva promoviendo su reorganización en un nivel cualitativamente distinto. El desarrollo del sujeto, la evolución de su organización cognitiva, es fruto de su propia actividad."⁴⁸

De acuerdo a estos dos supuestos los modelos constructivistas del aprendizaje deberán contener la explicación psicológica de las relaciones entre el aprendizaje, es decir cuál sería la experiencia que resulta a partir de una actividad y la explicación del desarrollo, entender cuál es el cambio evolutivo que se generó en la organización cognitiva.

Al hablar de una concepción constructivista de la enseñanza y el aprendizaje escolar, se pretende el establecimiento de un marco referencial que permita explicar y comprender para tomar decisiones sobre la forma de organizar la intervención educativa, sin tratar de hacer una aplicación

⁴⁸ *Ibidem*, p. 80.

del constructivismo a las prácticas educativas de forma literal. Se busca el establecimiento de un cierto tipo de cultura que incluya conocimientos, habilidades, estrategias, actitudes y valores que puedan ser manejados de forma adecuada por los profesores.

Aún cuando no suelen hacerse explícitos los postulados constructivistas sobre la enseñanza, se enuncian a continuación los principios que se consideran comunes a las tesis constructivistas que se relacionan con el aprendizaje y la enseñanza en el marco escolar y que intervienen directamente en lo educativo

"1. *Todo cambio en la organización cognitiva es una construcción personal del alumno a partir de experiencias de aprendizaje en las cuales pone en juego sus capacidades y las amplía.*"⁴⁹ Sintetiza los supuestos epistemológicos generales que conciben al sujeto como protagonista activo de su desarrollo, y se distancia tanto de lo innatista como de lo ambientalista. El aspecto central del cambio evolutivo se produce en la capacidad para procesar y retener la información, pero afecta también a otros niveles de organización del comportamiento humano, como la actividad motora, las habilidades sociales o la esfera emocional y afectiva. La capacitación del alumno de forma paulatina y progresiva, le permite una creciente autonomía intelectual y moral.

"2. *Lo que se construye a través de la educación escolar son capacidades relacionadas con el conocimiento y uso de contenidos culturales*"⁵⁰ Aprender es asimilar, a través de transformar en entidades psicológicas objetivas, los conocimientos y las prácticas convencionales generados en la vida social y contruidos y acumulados a través de la historia. Estos resultan funcionales en tanto sirvan como instrumentos que resuelvan problemas. Además, por ser diferentes se encuentran codificados en sistemas semióticos de representación de naturaleza cultural (lenguajes y sistemas notacionales) determinantes de los procesos

⁴⁹ *Íbidem*, p. 84.

⁵⁰ *Ídem*.

de adquisición de los respectivos dominios. Es por esto que en el currículum escolar los contenidos se organizan por áreas de experiencia y en términos de conocimientos, procedimientos y actitudes, valores y normas, y se les da secuencia por medio de una sucesión de etapas.

“3. *El proceso de construcción de los contenidos culturales se realiza con la ayuda contingente de otras personas con más experiencia cultural, que facilitan dicha construcción*”⁵¹. En la educación escolar la ayuda en la enseñanza y el papel del educador lo desempeña primordialmente el maestro, aunque el alumno recibe ayudas importantes de sus compañeros y de otras personas, en general bajo el control del maestro. La ayuda es una forma de mediación social de los aprendizajes. Los procesos comunicativos, son importantes en toda forma de mediación social. La ayuda educativa es ejercida a través de diversos *procedimientos de regulación de la actividad conjunta* desarrollada en el aula., conocidos como: Los procesos de influencia educativa (Coll, Colomina, Onrubia y Rochera 1992). “Hay dos procesos clave en las interacciones mediadoras a través de las cuales se presta la ayuda al proceso de construcción de conocimientos y capacidades: *la facilitación de la comprensión* mediante negociación de los significados, el apoyo comunicativo, la presentación de modelos para imitar, hacer explícito el pensamiento y el *traspaso del control* mediante la progresiva cesión de responsabilidad sobre la actividad compartida.”⁵² Para que se lleve a cabo la construcción del conocimiento se necesita además de recibir ayuda educativa, la participación del alumno de manera activa en los procesos comunicativos de aprendizaje, junto con una motivación positiva y algún tipo de conocimiento previo.

4. *El contexto influye en la construcción de los conocimientos y capacidades porque da sentido a la experiencia.*⁵³ El sentido y valor de las experiencias de aprendizaje mediado, entendido como práctica social,

⁵¹ *Ibidem*, p. 85.

⁵² *Ibidem*, p. 86.

⁵³ *Idem*.

mantiene una relación estrecha con el contexto sociocultural. Este sentido no se considera cualidad del contexto, sino de su relación con el mismo. Un aspecto muy importante del contexto para el aprendizaje y el desarrollo es la influencia que éste ejerce en la motivación, en la disposición y receptividad del alumno hacia el aprendizaje. El contexto es el que determina la funcionalidad de lo que el alumno aprende. La escuela representa el contexto social más definido porque en ella se llevan a cabo las experiencias, actividades y formas de relación con otros alumnos. Éste establece qué contenidos y prácticas son más relevantes para el contexto escolar, en donde tienen lugar las experiencias de enseñanza y aprendizaje; pero éstas se ven afectadas por otros contextos que dan elementos de contradicción y pérdida de sentido a las actividades escolares. “ (...) en la escuela se aprende a apreciar el sentido especial de lo que se hace y se aprende en la escuela misma, incluyendo, por ejemplo, las relaciones de camaradería con los compañeros.”⁵⁴

5. *La construcción del conocimiento escolar es una función de la ayuda prestada contingentemente a las necesidades educativas del alumno*⁵⁵. Al analizar la experiencia educativa y sus procesos, así como las propuestas de intervención o de transformación debe considerarse la interrelación con el contexto en que el alumno se desenvuelve, así como los contenidos y la ayuda generada para que se de el aprendizaje.

Para cada contenido específico de aprendizaje el alumno desarrollará actividades acordes a sus capacidades previas o nivel de desarrollo, conocimientos pertinentes a los dominios de un nuevo aprendizaje y disposiciones emocionales en cierto tipo de actitudes y motivaciones dirigidas al aprendizaje. De tal forma que lo que el alumno puede aprender en un momento determinado depende de dos funciones complejas: “ a) El reto que implica el posible desfase entre la exigencia de la experiencia educativa, en términos de esfuerzo, recursos, capacidad,

⁵⁴ *Íbidem*, p. 87.

⁵⁵ *Íbidem*, p. 88.

conocimientos, motivación y las actividades que puede desarrollar el alumno. (...) y b) El ajuste de la ayuda del maestro a las necesidades del alumno, descrito en la función."⁵⁶ Es decir el reto consiste en el grado de dificultad que se encuentra presente para que el alumno desarrolle en un nivel óptimo las actividades que le permitan obtener los propósitos del contenido de aprendizaje. El ajuste se da en función del ritmo que en el proceso de construcción del aprendizaje necesita el alumno y que varía de un alumno a otro, de una situación a otra y del tipo de necesidad de ayuda educativa específica para cada alumno.

6. *Hay muchas maneras de aprender:*⁵⁷ al repetir un ejercicio, por ensayo y error, ante el reforzamiento contingente, al observar e imitar modelos, por percibir la información verbal, a través de descubrimientos, etc. Lo idóneo de una u otra forma de aprendizaje va a estar determinada por las características del alumno como son: capacidades previas, disposición intelectual, actitudes, tipos de contenido, dominio y complejidad, tipos de ayudas que se recibe y contexto en el cual se desarrolla el aprendizaje. "La elección del procedimiento de enseñanza para favorecer el aprendizaje no es una decisión ligada a la perspectiva adoptada, constructivista en este caso, sino guiada por las necesidades del alumnado en cada situación. En todo caso, el tipo de aprendizaje característico de una determinada situación no condiciona la adopción de una perspectiva constructivista, ni a la inversa; porque el modo de aprender no cuestiona los supuestos epistemológicos básicos."⁵⁸

7. *Se aprende lo que se comprende.*⁵⁹ Los diferentes tipo de aprendizaje de conceptos o formas de conocimiento pueden ser de tipo significativo o memorístico: Esto va a dar el esquema referencial a la construcción o no de nuevos tipos de representaciones que se basan en la comprensión de información significativa que se relaciona de manera

⁵⁶ Ídem.

⁵⁷ Íbidem, p. 90.

⁵⁸ Ídem

⁵⁹ Ídem

estrecha con los conocimientos previamente contruidos. "La comprensión es la aprehensión subjetiva del significado. Dos factores facilitan o dificultan dicha aprehensión: uno de índole subjetiva y emocional, que remite al sentido de lo que se aprende y a los motivos personales, y el otro de carácter lógico, la presentación de los contenidos estructurados con la conveniente claridad y orden."⁶⁰

Si el aprendizaje se basa únicamente en la capacidad que el alumno tiene para retener información en su memoria, sin que tenga que construir una representación nueva, hablamos de aprendizaje memorístico o repetitivo. Este tipo de conocimiento no da la capacidad de retener información que no tiene un referencial significativo. En cambio, la construcción de un aprendizaje significativo lleva en sí mismo la necesidad de activar un conocimiento previamente construido para comprender el contenido del nuevo e integrarlo a la memoria de modo que pueda ser utilizado en la comprensión y resolución de problemas futuros.

8. *El pensamiento autónomo se construye a partir del diálogo y la toma de conciencia.*⁶¹ Para construir las experiencias de aprendizaje que les permitan seguir aprendiendo sin requerir ayuda externa, los alumnos tienen que comprender y para esto hay que pensar, ya que así es como se construyen dichas experiencias. "Pensar es tomar conciencia en la reflexión sobre la experiencia para descontextualizarla y transformarla y para anticipar la experiencia futura."⁶² El pensar supone que uno puede pasar del contexto inmediato y cotidiano a lo abstracto y formal. Desarrollar la reflexión, la toma de conciencia, como procesos intersubjetivos que emanan de los procesos de comunicación, es decir que aprendemos a pensar en compañía. La conversación del maestro con los alumnos y de éstos con sus compañeros generará la toma de conciencia y la construcción del pensamiento autónomo.

⁶⁰ Ídem.

⁶¹ Íbidem, p. 91.

⁶² Íbidem, p. 92.

En el siguiente apartado de este capítulo nos referiremos a la importancia que tiene el uso de problemas como concepción de aprendizaje que se sustenta en el enfoque metodológico del Plan y Programas de Estudio.

2. Los problemas como concepción de aprendizaje que se sustenta.

La validez del acercamiento a la resolución de problemas de manera diferente permite que los alumnos conozcan el estado inicial, el valor de la transformación y el estado final, con los datos que se establecen en el problema. Esto permite a los niños además de resolver el problema, verificar por sí mismos el resultado de su anticipación. El grado de complejidad va cambiando conforme adquieren esta habilidad de resolución. Pasan de averiguar el estado final, a conocer el valor de la transformación y finalmente a conocer cuál era el estado inicial.

Este fue un aspecto muy interesante que se pudo apreciar en las observaciones⁶³ realizadas en el transcurso de la investigación, ya que los niños tenían galletas o enteros para repartir al iniciar el problema y tenían fracciones de galleta o entero al resolverlo. Los niños tenían que imaginar su respuesta de acuerdo al número de personas entre las que se realizaría el reparto y anticipar sus resultados.

De igual forma, los alumnos señalaron en la entrevista⁶⁴ que se les realizó, que cada vez que resolvían los problemas lo hacían con mayor grado de complejidad. Uno de ellos indicó que, en la última etapa de la investigación, ya sabía no sólo que le tocaba por ejemplo "la mitad", sino que esta mitad era equivalente a "medio kilo".

Describiremos a continuación, algunos aspectos fundamentales de los procesos de aprender y de enseñar matemáticas en la escuela primaria:

⁶³ Ver anexos 3, 4 y 5 de observaciones de clase.

⁶⁴ Ver anexo 9 entrevistas con los alumnos

A) “La búsqueda creativa versus la aplicación de reglas.”⁶⁵

La búsqueda de la solución a un problema nuevo empieza muchas veces por tanteos, ensayos, errores y correcciones. El trabajo de búsqueda si se realiza con libertad, puede ser tan grato como el que se hace frente a una adivinanza o a una actividad interesante que presente un reto. Para que una situación sea un problema interesante debe:

- Plantear una meta comprensible para quien lo va a resolver⁶⁶.
- Permitir aproximaciones a la solución a partir de los conocimientos previos de la persona⁶⁷.
- Plantear un reto, una dificultad.

Si antes de plantearle el problema a una persona, se le enseña la “fórmula” y lo resuelve de manera sistemática, se le quita la oportunidad de hacer matemática, es decir de construir por sí mismo herramientas para resolver problemas y éste es, sin embargo, uno de los principales propósitos de las matemáticas en la escuela primaria.

B) “El papel de los problemas en la construcción del conocimiento.”⁶⁸

Tradicionalmente se ha visto la resolución de problemas como la actividad en la cual se aplican los conocimientos previamente enseñados. Separando de esta manera el momento de adquirir conocimientos de aquél dedicado a resolver problemas. Sin embargo, es al resolver problemas cuando los alumnos construyen sus conocimientos matemáticos de manera que éstos tengan significación para ellos. Bajo esta concepción del aprendizaje, los problemas juegan un nuevo papel: constituyen la principal fuente de los conocimientos.

⁶⁵ **La Enseñanza de las Matemáticas en la Escuela Primaria**, Taller para Maestros, Op. Cit., p. 18.

⁶⁶ Los problemas presentados en la lección 18 “Galletas Redondas” del libro de Matemáticas SEP de 4º. Grado, planteaban metas comprensibles para los alumnos, ya que con dibujos se les indicaba el número de galletas y el número de personas entre las que se tenían que realizar el reparto.

⁶⁷ En las respuestas de los alumnos, la primera aproximación para resolver los repartos fue el relacionar los objetos <uno a uno> con las personas. Así tenían la relación de una galleta para cada niño. Posteriormente fueron elaborando respuestas más complejas.

⁶⁸ *Ibidem*, p. 20.

Al crear procedimientos diferentes a los tradicionales, al mismo tiempo que los alumnos aprenden a resolver problemas con sus recursos, conocen por ejemplo las propiedades de la división⁶⁹ y se aproximan por sí mismos a los conocimientos más formales.

En el enfoque sobre el aprendizaje de las matemáticas se plantea un cambio importante en la relación entre conocimientos y problemas: no se trata de adquirir conocimientos para aplicarlos a los problemas, sino de adquirir conocimientos al resolver problemas.

El éxito en el aprendizaje de las matemáticas depende en buena medida del diseño de actividades que promuevan la construcción de conceptos a partir de experiencias concretas en la interacción con los otros.

La resolución de problemas es entonces a lo largo de la primaria, el sustento de los programas. A partir de las acciones realizadas al resolver un problema (agregar, unir, igualar, quitar, buscar un faltante, sumar repetidamente, repartir, medir, etc.) el niño construye el significado de las operaciones.

Se debe entonces cuestionar la concepción tradicionalista de qué son las matemáticas: un conjunto de contenidos definidos formalmente o una capacidad, una manera de actuar, de proceder frente a diversos problemas. El aprendizaje significativo se logra primordialmente mediante la actividad finalizada, es decir, por medio de la actividad que tiene un objetivo para quien la realiza. Un aprendizaje con significado y permanencia surge cuando el niño, para responder a una pregunta de su interés o para resolver un problema motivante, tiene necesidad de construir una solución.

Definir un problema sólo como un enunciado escrito que se debe completar con un dato y aparecer al final del desarrollo de un tema, es una concepción limitada. Los problemas deben ser situaciones que permitan

⁶⁹ En la tercera etapa de la investigación, encontramos alumnos que realizaron su reparto a partir de una división del número de objetos entre el número de personas. Entendieron así que el dividir es un proceso de repartir.

desencadenar actividades, reflexiones, estrategias y discusiones que llevarán a la solución buscada, mediante la construcción de nuevos conocimientos.

Existen ciertos elementos que es necesario considerar en el diseño de las situaciones problema. Se debe tomar en cuenta que diversos problemas pueden funcionalizar un concepto de manera sensiblemente diferente, propiciando, en consecuencia, interpretaciones también diferentes. Se pueden plantear problemas que motiven nuevos aprendizajes o habilidades. Una vez que se han construido esos conocimientos, se podrán plantear problemas con los que se puedan conocer y evaluar cómo se deben aplicar las nociones o procedimientos aprendidos; así el alumno comprobará los conocimientos que va adquiriendo.

El pasar de un problema a otro puede generar un enriquecimiento del concepto. Se abordan otros aspectos del mismo, se le reconoce como un instrumento que permite resolver situaciones distintas a aquélla en que fue generado, es decir, se descontextualiza. De esta manera, el maestro tendrá la opción de presentar problemas abiertos, los cuales deberán resolver los alumnos a partir de los conocimientos aprendidos en los problemas originales o indagar todo lo que sea posible con los datos ofrecidos a fin de encontrar la solución. Con este tipo de problemas, se da a los alumnos la oportunidad de hacer inferencias de los conocimientos adquiridos en la escuela al hacer matemáticas para resolver situaciones de la vida diaria, por ejemplo, si se plantea la necesidad de repartir un pastel, galletas o dulces para los alumnos del salón o de la escuela.⁷⁰

Se puede considerar que existen dos tipos de problemas para el aprendizaje de las matemáticas.⁷¹ Por una parte, se pueden señalar los problemas para descubrir que promueven la búsqueda de soluciones y la

⁷⁰ David Block, *Estudio didáctico sobre la enseñanza y el aprendizaje de la noción de fracción en la escuela primaria*, p. 20.

⁷¹ Ver punto Constructivismo y Educación Matemática.

construcción de nuevos conocimientos, formalizaciones y habilidades⁷². Estos generalmente se utilizan al inicio del aprendizaje porque a través de ellos se debe construir una solución. Con ellos los niños deben poner inicialmente en juego sus estrategias sin restricciones o caminos precisos. En una etapa siguiente se comparten las estrategias utilizadas, se confrontan las soluciones y se comenta cuáles fueron las mejores. Finalmente, se explica cuál es el proceso convencional de resolución, el cual será utilizado en la parte última del proceso de aprendizaje.

Por otra parte, están los problemas para aplicar, transferir o generalizar estrategias o conocimientos, que promueven la ampliación y afirmación de los aprendizajes⁷³. Generalmente no son creativos, en el sentido de que no promueven nuevas soluciones. Sin embargo son importantes ya que tienen como característica el incrementar y afirmar los aprendizajes, así como la sistematización de los procedimientos de resolución construidos. A través de ellos los niños consolidan sus conocimientos que pueden aplicar a situaciones problema muy variadas. El trabajo continuo con estos dos tipos de problemas permitirá un aprendizaje sólido y permanente.

Se pueden resumir en dos los propósitos que tienen los problemas en la enseñanza de las matemáticas: el primero para que los alumnos construyan sus conocimientos por medio de actividades convencionales y no convencionales que les lleven a encontrar la solución. El segundo, para que puedan aplicar y profundizar en los conocimientos adquiridos.⁷⁴ El maestro requiere tener claridad acerca del propósito que se persigue y asegurarse de que el problema que plantee responda a una necesidad o interés del niño, motive la búsqueda para resolverlo, sin que el grado de

⁷² Consideramos en un primer momento los problemas que se presentaron a los alumnos fueron de este tipo. Ellos tenían que encontrar soluciones para realizar los diferentes repartos.

⁷³ Los problemas planteados a los alumnos como afirmación del tema, antes de la aplicación del cuestionario en la tercera etapa fueron de este tipo.

⁷⁴ Roland Charnay. "Aprender (por medio de) la resolución de problemas." En: Cecilia Parra e Irma Saiz Comps. *Didáctica de matemáticas. Aportes y reflexiones*, pp. 50-63.

dificultad desanime a los alumnos y que, el maestro procure que la situación problema tenga por lo menos más de una respuesta adecuada.

Cabe mencionar que, en las observaciones⁷⁵ realizadas en clase, nos pudimos dar cuenta que, en algunos casos las respuestas de los alumnos a un mismo problema eran distintas. Así, uno dividía sus dos galletas para seis personas, por ejemplo en sextos y repartía dos sextos para cada persona y otro las dividía en tercios, repartiendo un tercio para cada persona. Ambas respuestas eran a la vez diferentes y correctas.

Para que una situación sea un problema interesante debe inicialmente plantear una meta comprensible para quien lo va a resolver, es decir, debe ser una situación cuya problemática favorezca la construcción de conocimientos y lleve a los alumnos a centrar su interés en la búsqueda de una solución. También debe permitir aproximaciones a la solución a partir de los conocimientos previos de la persona. Una misma situación, con poca variación, puede seguir siendo interesante en tanto no se haya encontrado una forma sistemática de resolverla. Cuando los alumnos logran comprender los procedimientos que otros siguieron para resolver algún problema, son capaces de utilizarlos ellos mismos en otras situaciones semejante; así se propicia que los niños avancen en su aprendizaje y adquieran confianza en el manejo de sus conocimientos.

Es de gran utilidad que la situación problema plantee un reto, una dificultad. Esto favorece y promueve el aprendizaje matemático y el desarrollo de la capacidad de razonamiento de los alumnos. Para ello se hace necesario invertir el orden en que tradicionalmente se ha procedido y se enfrente a los alumnos desde el inicio a la solución de los problemas utilizando sus propios medios. Cuando se da a los alumnos la libertad de resolver un problema, siempre encuentran al menos una forma de aproximarse a la solución.

⁷⁵ Ver anexos 3, 4 y 5 de las observaciones realizadas.

El promover que los alumnos conozcan y analicen la estrategia de solución que siguieron sus compañeros les permite acercarse a diferentes formas de solucionar un mismo problema, lo cual tiene un gran valor didáctico. En la observación de clase de noviembre 6 del 2000⁷⁶, nos dimos cuenta que, había algunos alumnos a quienes les costaba trabajo el resolver sus repartos. Entonces la maestra les indicaba que podían checar con sus compañeros para que se fijaran como lo resolvían y después hacerlo ellos solos.

Es muy importante el papel de los problemas en la construcción de los conocimientos, ya que puede incentivarse el aprendizaje al aumentar el grado de complejidad de la situación problema o bien obstaculizarse, al no permitir que se busquen diversas maneras de resolver una misma situación.

Por ello, la situación problema relativa a un conocimiento específico que será objeto de la interacción del alumno y que ha de propiciar una génesis de dicho conocimiento, debe satisfacer las siguientes condiciones:⁷⁷

- a) El primer problema de la secuencia debe ser significativo para él. El alumno puede comprender de lo que se trata, y, por lo tanto, puede esbozar por lo menos un procedimiento de resolución, movilizandolos sus conocimientos previos. Dispone entonces de una estrategia de base para abordar el problema.
- b) A través del manejo de variables determinadas de la situación problema se plantean obstáculos cuya intención es invalidar las estrategias de base o volverlas demasiado costosas en tiempo o en número de acciones elementales. El problema propuesto por la situación es tal que el procedimiento o estrategia de resolución más económico compromete al conocimiento en cuestión. Es esta

⁷⁶ Ver anexo 4 de observación de clase.

⁷⁷ David Block, *Estudio didáctico sobre la enseñanza y el aprendizaje de la noción de fracción en la escuela primaria*, p. 20-25

pérdida momentánea del control sobre la situación por parte del alumno, lo que le da sentido al conocimiento que está por construirse.

c) Para que las estrategias desplegadas por el alumno sean susceptibles de evolucionar es necesario que exista un "diálogo" entre el niño y la situación, la que debe devolver al alumno la información acerca de cada una de sus acciones, lo que le permitirá evaluarlas y eventualmente reorganizarlas. La exclusión de un tercero (el maestro por ejemplo) es importante en la medida en que el alumno se responsabilice totalmente de la organización de su actividad.⁷⁸

Desde la perspectiva constructivista, la resolución de problemas constituye la fuente y criterio de verdad para la construcción de los conocimientos. El niño aprende al resolver problemas nuevos en virtud de que se deben construir conocimientos para poder darles una solución. También se generan conocimientos nuevos, se aprende cuando se tiene la capacidad de aplicar los conocimientos previamente a situaciones diversas. Se ha construido la capacidad de abstracción y se puede entonces generalizar el saber construido con anterioridad. Es entonces cuando el niño es capaz de mostrar la solidez y validez de los conocimientos adquiridos.

La didáctica de las matemáticas, desde la perspectiva constructivista,⁷⁹ asume una postura epistemológica en relación con el aprendizaje matemático que enfatiza su carácter de herramienta funcional que sólo se construye al resolver determinado tipo de situaciones problemáticas. Desde esta perspectiva, la resolución de problemas se considera como el motor que promueve el aprendizaje matemático y el

⁷⁸ Estos tres aspectos se trabajaron en los diferentes problemas, ya que primero se presentaban repartos de igual número de objetos y niños; después repartos en que había más objetos que niños y finalmente, se aumentaba el grado de dificultad cuando había menos objetos para repartir que personas y tenían que fraccionarse los enteros.

⁷⁹ Ver punto Constructivismo y Educación Matemática.

desarrollo de la capacidad de razonamiento de los alumnos. La resolución de problemas y la adquisición de conocimientos significativos y duraderos son procesos que deben avanzar de forma paralela y guardar una estrecha relación. Los niños deben enfrentar desde el inicio retos que les permitan utilizar sus propios recursos, para construir nuevos conocimientos y posteriormente encontrar la solución de problemas cada vez más complejos. Es interesante también reflexionar que esta forma de plantear los contenidos propone la integración de otros diferentes con aquellos de las matemáticas y así permite abordar diferentes temas de la disciplina y resaltar con ello sus diferencias.

Aunque es necesario que el alumno en cada grado adquiera los conocimientos correspondientes, es de mayor relevancia el que desarrolle, de forma paulatina a lo largo de la educación básica, un cierto tipo de habilidades intelectuales que le posibiliten el manejo del contenido de las matemáticas en formas distintas y que sea capaz de llevar al cabo procesos que le impliquen la reorganización de sus estrategias para que se encuentre en posibilidad de resolver los problemas y de aplicar los conocimientos que ha adquirido.

La resolución de problemas ocupa un lugar importante en la clasificación de las habilidades intelectuales. El problema adquiere, por tanto, un sentido más amplio relacionado con actividades que enriquezcan y amplíen los conocimientos del niño, le permitan usar los que ya ha adquirido y promueva la construcción de otros nuevos y diferentes.

En el siguiente capítulo describiremos los principios del aprendizaje significativo como continuación del enfoque metodológico que se ha descrito. El aprendizaje significativo se encuentra enmarcado dentro de la concepción constructivista del aprendizaje.

II. APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO

Como hemos visto en el capítulo anterior, en la dinámica actual de los cambios educativos, como un aspecto primordial para la modernización de la educación básica, se propone que los alumnos logren aprendizajes significativos que rebasen las prácticas memorísticas tan arraigadas en el trabajo escolar.

La educación hoy, requiere propiciar en los estudiantes el desarrollo de habilidades que les permitan cuestionar y analizar la información del medio, solucionar problemas, trabajar en equipo y estar abiertos a lo novedoso, entre otras cosas. Almacenar información tiene poco valor hoy en día y lo tendrá menos en el futuro. En cambio, aprender a aprender⁸⁰ es un propósito valioso siempre.

En este capítulo describiremos la diferencia entre el aprendizaje significativo y la adquisición de conocimientos. Señalaremos los tipos de aprendizaje desde la perspectiva de Ausubel y puntualizaremos, también, la importancia que tiene la existencia de conocimientos previos para el aprendizaje. Finalmente indicaremos, siguiendo a Ausubel, los diferentes tipos de aprendizaje significativo.

1. Aprendizaje significativo o adquisición de significados.

Si el fin de enseñar es promover el aprendizaje ¿qué se entiende por aprender? Según Rogers⁸¹ el aprendizaje se puede dividir en dos clases a lo largo del continuo que expresa su significado. Por una parte, encontramos el tipo de actividades o materiales que carecen de significado para quien aprende. En tal aprendizaje sólo interviene la dimensión cognitiva de la persona, sin que involucre sus afectos, ni tenga un interés personal.

⁸⁰ Jaques Delors considera en su informe a la UNESCO: “La educación encierra un Tesoro”, que “...la educación debe estructurarse en torno a cuatro aprendizajes fundamentales que en el transcurso de la vida serán para cada persona, en cierto sentido los pilares del conocimiento: *aprender a conocer, aprender a hacer, aprender a vivir juntos y aprender a ser*. Aprender a conocer supone, en primer plano, *aprender a aprender*, ejercitando la atención, la memoria y el pensamiento.” pp. 89-91.

⁸¹ ROGERS, C. *Libertad y creatividad en la educación en la década de los ochenta*, p. 31.

En contraste, existe un aprendizaje que integra tanto los aspectos sensibles como los cognitivos del individuo, en este aprendizaje, aunque el estímulo venga de fuera, la sensación de descubrir, de lograr y comprender surgen de dentro; este es el aprendizaje significativo.

A partir de las observaciones⁸² realizadas, podemos considerar que las dinámicas establecidas por la Profesora. Montúfar en las clases, siempre motivaron a sus alumnos a involucrarse en la actividad que se estaba desarrollando. A buscar diferentes estrategias para resolver sus problemas.

El aprendizaje significativo consiste en hacer propio lo aprendido, en asimilarlo e integrarlo de tal manera que se pueda aplicar en la vida diaria, en el momento en que la persona lo requiera y evitar que caiga en el olvido.

El aprendizaje significativo tiene lugar efectivamente cuando el estudiante percibe la materia como algo que tiene sentido para sus propias metas. Una persona aprende con verdadera asimilación solamente aquellas cosas que percibe como útiles para fortalecer su propio yo. Dos estudiantes de idéntica habilidad aprenden cosas bastante diferentes, o en cantidades diferentes, según perciban que la materia se relaciona con sus necesidades y objetivos⁸³. La rapidez del aprendizaje también varía.

El aprendizaje significativo se distingue del que se considera no significativo, en que involucra tanto el pensamiento como el afecto del sujeto que aprende. Este tipo de aprendizaje resulta relevante y por tanto, resiste más el olvido.

2. Tipos de aprendizaje según Ausubel.

⁸² Ver anexos 3, 4 y 5 de observaciones de clase.

⁸³ Al analizar las respuestas de los alumnos en las tres diferentes etapas encontramos que para cada uno de los alumnos son distintas. Aún las respuestas de un mismo alumno para cada una de las etapas fueron diferentes

El aprendizaje significativo se encuadra dentro de la concepción constructivista del aprendizaje. El término "aprendizaje significativo"⁸⁴ fue acuñado por Ausubel, en el año 1963, como oposición al aprendizaje repetitivo-memorístico en el que no se relaciona, o se relaciona de forma arbitraria, lo que ha de ser aprendido con los conocimientos que el alumno posee anteriormente. Esta relación inexistente o arbitraria hace que los conocimientos adquiridos de forma memorística-repetitiva no perduren.

Ausubel⁸⁵ señala que gran parte de la confusión dominante en el tema del aprendizaje se debe a que los psicólogos han intentado incluir en un solo modelo explicativo las clases de aprendizajes cualitativamente diferentes.

Los tipos de aprendizaje escolar pueden ordenarse en función de dos ejes⁸⁶: (ver figura 1).

- receptivo/descubrimiento
- repetitivo/significativo

- a) **Aprendizaje por recepción:** El alumno recibe los contenidos que debe aprender en su forma final, acabada. Sólo tiene que realizar la asimilación y comprensión de estos.
- b) **Aprendizaje por descubrimiento:** El estudiante debe descubrir el contenido o conocimiento antes de asimilarlo.
- c) **Aprendizaje repetitivo.** El aprendizaje repetitivo se produce:
 - Cuando los contenidos de la materia son arbitrarios.
 - Cuando el alumno carece de los conocimientos necesarios para que los contenidos resulten significativos.
 - Cuando adopta la actitud de asimilarlos de forma arbitraria o al pie de la letra.
- d) **Aprendizaje significativo.** El aprendizaje significativo se produce:

⁸⁴ Doménech, Fernando. **Adquisición de conocimientos: el aprendizaje significativo. Proceso de enseñanza/aprendizaje universitario**, Cap. 6

⁸⁵ AUSUBEL, P. D. "Significado y aprendizaje significativo". En: **Psicología Educativa. Un punto de vista cognoscitivo**, pp. 55 -105.

⁸⁶ Doménech, Fernando. **Op. Cit.**

- Cuando el alumno tiene un actitud favorable para aprender; es decir, está motivado. Así, dotará de significado propio a los contenidos que asimila⁸⁷.
- Cuando el conocimiento es potencialmente significativo, tanto desde la estructura lógica del contenido de la disciplina, como desde la estructura psicológica del estudiante.
- Desde la estructura lógica de la disciplina: que el contenido sea coherente, claro y organizado.
- Desde la estructura psicológica del estudiante: que el estudiante posea los conocimientos previos necesarios para anclar el nuevo aprendizaje.

En resumen Ausubel⁸⁸ señala que al aprendizaje significativo se puede conseguir tanto por descubrimiento como por recepción: en el aprendizaje por recepción, el alumno recibe la información en su forma final, no necesita buscarla ni descubrirla por él mismo. En cambio, el aprendizaje por descubrimiento es más complejo porque el alumno debe descubrir el contenido fundamental del material de aprendizaje. El estudiante en este tipo de aprendizaje soluciona problemas, realiza descubrimientos autónomos y puede llegar a elaborar sus propias proposiciones.

Más que oponerse, podría decirse que estos aprendizajes se complementan; lo que se ha aprendido por recepción, si se internaliza y se incorpora en la estructura cognoscitiva del alumno, puede ayudarlo en el proceso de solución de problemas. Ausubel⁸⁹ insiste en la necesidad de propiciar aprendizajes significativos por recepción en la práctica escolar, especialmente en los niños pequeños.

⁸⁷ Como ya señalamos, en el caso de los alumnos del cuarto grado en estudio, siempre estuvieron motivados y con una actitud favorable hacia el tema que se estaba desarrollando.

⁸⁸ Domenech, Fernando *Íbidem*.

⁸⁹ *Idem*.

Ausubel⁹⁰ subraya que la principal fuente de conocimientos proviene del aprendizaje receptivo, sobre todo en los niveles educativos superiores como el universitario, mientras que el aprendizaje por descubrimiento, mucho más lento, alcanza su máximo valor en los niveles educativos inferiores, como en la educación preescolar y la educación Primaria. El aprendizaje contribuye al desarrollo en la medida en que aprender no es copiar o reproducir la realidad, sino construir.

Aprender es construir. Aprendemos cuando somos capaces de elaborar una representación personal sobre un objeto de la realidad o contenido que pretendemos aprender. Dicha elaboración implica aproximarnos a dicho objeto o contenido con la finalidad de comprenderlo y lo hacemos desde nuestras experiencias, intereses y conocimientos previos. Cuando se da este proceso, decimos que estamos aprendiendo significativamente. "... La esencia del proceso del aprendizaje significativo reside en que ideas expresadas simbólicamente son relacionadas de modo no arbitrario, sino sustancial (no al pie de la letra) con lo que el alumno ya sabe (por ejemplo una imagen, un símbolo ya con significado, un contexto o una proposición). ..."⁹¹

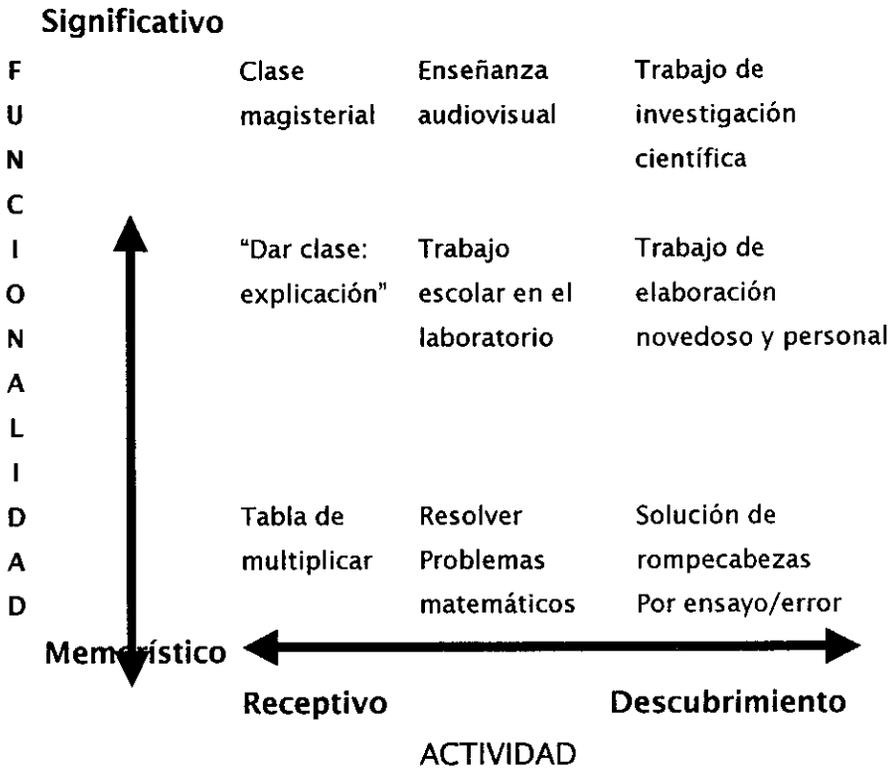
Entonces, la esencia del aprendizaje significativo reside en que las ideas y los conceptos expresados simbólicamente se relacionen con los que el alumno ya sabe. Por tanto, el aprendizaje significativo presupone que:

- a) El alumno manifieste disposición para relacionar sustancialmente los nuevos aprendizajes con su estructura cognoscitiva.
- b) Que el contenido de aprendizaje sea potencialmente significativo para el alumno, relacionable con su estructura de conocimiento de manera intencional.

⁹⁰ Idem.

⁹¹ Idem, p. 59.

Figura 1 Tipos de aprendizaje escolar



Adaptada de Ausubel por Rivas (1997:31)⁹²

3. La importancia de los conocimientos previos para el aprendizaje.

¿Qué sucede si el alumno no cuenta con los conocimientos previos para relacionarlos con el nuevo conocimiento? Lo más probable es que surja el aprendizaje por repetición de conocimientos aislados, pues como no se puede relacionar el conocimiento nuevo con otros anteriores que

⁹² Idem.

constituyen el antecedente es difícil para el sujeto hacerlos suyos, por lo cual están fácilmente expuestos al olvido.

Es muy importante el papel que juegan los <conocimientos previos> en el estudiante para que el aprendizaje adquirido sea <significativo> (no memorístico o mecánico). En consecuencia, la cantidad, claridad y organización de los conocimientos previos que posee el alumno que va a aprender y que puede disponer de ellos cuando lo desee, constituyen lo que Ausubel denomina la "estructura cognoscitiva".⁹³

Para Ausubel⁹⁴ la estructura está referida a contenidos concretos que se organizan en la mente de las personas de forma jerarquizada respecto al nivel de abstracción, generalidad e inclusividad de las ideas o conceptos. Los nuevos aprendizajes se incorporan por asimilación (sobre todo por inclusión). Esto significa que cuando alguien va a aprender, si no existe en su estructura mental un concepto más inclusivo del que enganchar los subordinados, hay que crearlo, introduciendo lo que Ausubel llama un "organizador previo"⁹⁵, que viene a ser como un puente entre lo que el estudiante conoce y lo que debe conocer para que los nuevos conocimientos puedan ser significativamente asimilados. Por eso, cuando el profesor se dispone a enseñar algo es necesario que, conozca antes lo que el alumno ya sabe, es decir sus conocimientos previos. Esto lo puede realizar mediante un exploración inicial. En función de los conocimientos previos que los alumnos posean, el profesor decidirá la estrategia a seguir: ampliar los conocimientos si estos son escasos, modificarlos en caso de que sean erróneos, bajar el nivel de expresión y presentación del tema o bien adecuarlo a las necesidades de su grupo.

En esta investigación la Profesora. Montúfar inició, en octubre 19 del 2000⁹⁶, la enseñanza del tema de reparto indagando primeramente qué

⁹³ Idem.

⁹⁴ AUSUBEL, P. D. Op. Cit.

⁹⁵ Íbidem.

⁹⁶ Ver anexo 1 observación de clase.

tanto sabían sus alumnos acerca del tema de fracciones, aspecto que ella consideraba como un conocimiento previo para el tema de reparto.

La transferencia desde la perspectiva de Ausubel,⁹⁷ se refiere al efecto de la experiencia previa sobre el aprendizaje presente. Pero en este caso la experiencia anterior se conceptualiza como un cuerpo de conocimientos establecido, organizado jerárquicamente y adquirido en forma acumulativa, que se relaciona con la nueva tarea de aprendizaje.

Ausubel estableció la importancia de que los estudiantes puedan transferir sus conocimientos a contextos nuevos. Es necesario, por lo tanto, no sólo ser capaces de recordar el material y los conceptos fundamentales, sino sobre todo, generalizarlos a otros contextos y aplicaciones, así como basarse en los conocimientos adquiridos para comprender y facilitar nuevas tareas de aprendizaje.

Podemos hablar entonces de una relación sustancial que se encuentra presente en el aprendizaje significativo, cuando lo aprendido no es impuesto de una manera arbitraria. Si el alumno posee ya determinados elementos que se encuentran relacionados entre sí, de acuerdo con una organización propia de un determinado campo del conocimiento, el nuevo contenido por aprender debe integrarse, incorporarse en los conocimientos ya existentes, de otra manera podría quedarse aislado, sin significación alguna.

El cuerpo de conocimientos de que dispone el alumno tiene que servir de punto de anclaje a los nuevos conocimientos. El nuevo material adquiere significado para el alumno a partir de la relación que él mismo sea capaz de establecer con lo que ya sabe, con lo que ya conoce. Esta interrelación⁹⁸, no la suma de estos dos aspectos da como resultado aprendizajes significativos.

Como puede verse, todo conocimiento nuevo requiere conocimientos previos para que en el alumno opere la relación sustancial que caracteriza

⁹⁷ AUSUBEL, P.D., *Idem.*

⁹⁸ *Idem.*

al aprendizaje significativo. También es importante señalar que todo conocimiento nuevo que el alumno logre incorporar en su estructura cognoscitiva se convierte en conocimiento previo para un nuevo conocimiento. En el desarrollo escolar, el maestro debe asegurarse que los alumnos cuenten con los conocimientos y la experiencias previas tanto escolares como extraescolares antes de abordar un tema nuevo.

4. Tipos de aprendizaje significativo.

Ausbel⁹⁹ considera la existencia de tres tipos de aprendizaje significativo, a saber:

- * Aprendizaje de representaciones.
(Tipo básico de aprendizaje significativo)
- * Aprendizaje de conceptos
- * Aprendizaje de proposiciones.

Existe una escala de significatividad creciente en los tres tipos de aprendizaje significativo. Es decir, en cada uno de ellos el significado de un concepto es más amplio que el de una palabra que expresa una representación, y el de una proposición es aún mayor que los dos primeros.

a) Aprendizaje de representaciones: Se refiere a la adquisición de vocabulario, en el cual Ausubel establece dos variantes: el aprendizaje de representaciones antes de los conceptos y después de la formación de conceptos. El vocabulario previo a los conceptos se refiere a las primeras palabras que el niño aprende como primera forma de relación y significación con los objetos y hechos reales que constituyen referentes concretos. En este caso las palabras no tienen la categoría de conceptos.

El aprendizaje de vocabulario conceptual requiere que el alumno haya aprendido significativamente el referente como una etapa previa al aprendizaje del significado de la palabra. Estas dos variantes del

⁹⁹ Idem.

aprendizaje de representaciones expresan dos etapas, cada una con sus propias dificultades y características del aprendizaje de vocabulario.

Un ejemplo del aprendizaje de representaciones lo constituye el nombrar, clasificar, definir significados de palabras aisladas.

Vocabulario: mamá, silla, mesa, gato, pan, papá.

A cada palabra corresponde un objeto o persona que el niño ya ha asimilado.

Clasificación: animales: gato, perro, vaca.

b) Aprendizaje de conceptos: Si consideramos como tarea fundamental de la enseñanza escolar el desarrollar en el niño la capacidad de pensar, entonces éste necesita instrumentos que lo ayuden a desarrollar sus potencialidades y uno de esos instrumentos es la comprensión de lo significativo de los procesos y fenómenos que suceden en la naturaleza, en la sociedad y en su pensamiento. En la medida en que el estudiante sea capaz de desarrollar su capacidad de comprensión, desarrollará también su capacidad de discernir conceptos poco claros y precisos de aquellos que se fundamenten en mayores razones. Si al alumno lo guiamos en el análisis de conceptos, su mente se irá educando para distinguir lo cierto de lo no cierto y sabrá cuando se trata de simples opiniones influenciadas y cuándo de ideas producto de un proceso más racional. Ausubel define los conceptos " como objetos, eventos, situaciones o propiedades que poseen atributos de criterio comunes y que designan mediante un símbolo o signo."¹⁰⁰

Los conceptos se representan también con símbolos aislados, son palabras con las cuales se expresa la síntesis del conocimiento adquirido¹⁰¹ acerca de un objeto, hecho o proceso. Las ciencias se estructuran con

¹⁰⁰ *Idem*, p. 97.

¹⁰¹ Ver anexos del análisis conceptual que se realizó a partir de las respuestas de los alumnos, en cada una de las etapas.

conceptos, por lo mismo constituyen uno de los pilares fundamentales del proceso enseñanza-aprendizaje.

Ausubel considera que es difícil que el alumno cree conceptos; el proceso de asimilación de los mismos se da fundamentalmente en situaciones de aprendizaje por recepción y no por descubrimiento. Asimilar un concepto es poder relacionarlo con otros preexistentes en la estructura cognoscitiva del individuo.

c) Aprendizaje de proposiciones: De los tres tipos de aprendizaje significativo que propone Ausubel¹⁰² el de proposiciones es el más complejo. Primero el alumno aprende lo que representan las palabras, más adelante empieza a formar conceptos; ya en la edad escolar, se inicia en el asimilación de los mismos hasta lograr el aprendizaje de proposiciones.

Las proposiciones ya no constituyen palabras aisladas, sino combinaciones de palabras, en este tipo de aprendizaje los significados de las ideas se expresan en grupos de palabras, en frases, en oraciones.¹⁰³

El aprendizaje de una proposición requiere la asimilación previa del significado de las palabras componentes, ya que una frase u oración contiene uno o más conceptos. Las proposiciones implican una relación entre conceptos ya conocidos.

Lo fundamental en este tipo de aprendizaje significativo radica en que el alumno pueda relacionar los conceptos que forman una proposición.

Para garantizar que se dé esta relación, el maestro debe asegurarse de que los estudiantes manejen previamente los conceptos que integran una proposición.

Las bondades de este tipo de aprendizaje son muchas; sin embargo se debe tener presente que el alumno no aprenderá por descubrimiento todos los contenidos de la ciencia. Más bien al contrario, la práctica

¹⁰² Ausubel, P.D., **Idem.**

¹⁰³ Ver anexos del análisis proposicional que se realizó a partir de las respuestas de los alumnos en cada una de las diferentes etapas.

escolar ha demostrado que el gran cuerpo de conocimientos se adquiere en la escuela por recepción. Sin embargo, existe también el hecho de que un aprendizaje que se trabaje por descubrimiento, ese solo hecho no lo hace significativo de manera automática. Esto se debe a que pueden no darse las características que permitan relacionarlo con conocimientos previos sustanciales que el aprendizaje significativo exige. Los aprendizajes por recepción o por descubrimiento, aunque presenten procesos distintos, pueden ser ambos, de acuerdo en los contextos en que se desarrollen significativos o repetitivos.

El aprendizaje significativo es muy importante en el proceso educativo porque es el mecanismo humano por excelencia para adquirir y almacenar la vasta cantidad de ideas e información representadas por cualquier campo del conocimiento. El surgimiento de nuevos significados en el alumno refleja la consumación de un proceso de aprendizaje significativo.

En el siguiente capítulo describiremos la forma en que, a partir de los conocimientos adquiridos, los alumnos pueden lograr la construcción de una competencia, considerada como una forma de desempeño individual, que les permita resolver un problema, realizar una tarea o alcanzar una meta de manera exitosa.

III. COMPETENCIAS ACADÉMICAS BÁSICAS.

Hacia el cierre del siglo XX y en el inicio del siglo XXI, ya se vislumbraba que la educación se enfrentaría a una serie de presiones muy fuertes y, en muchas ocasiones contradictorias, que indudablemente transformarán su misión. Gómez del Campo¹⁰⁴ considera que la educación se enfocará hacia dos ejes principales: los alumnos y la docencia. Las presiones se resolverán por medio de una distinción entre conocimiento e información, entre el “saber como” y el “saber acerca”. Junto con este cambio se presentará una notable necesidad de poner un acento especial en la adquisición y certificación de competencias en áreas específicas del conocimiento. Competencias que les permitan a los alumnos enfrentarse a la complejidad y a la incertidumbre de los nuevos ambientes, al tiempo que actúan con sabiduría y practican las habilidades adquiridas.

En este capítulo describiremos las diferentes formas en que se concibe una competencia. La forma cómo ha sido trasladado este concepto a la educación básica, en donde se constituye como promotora de la construcción de habilidades y actitudes que permiten a los alumnos alcanzar un propósito definido.

1. Cómo se define una competencia en diferentes ámbitos.

El término competencia es considerado para determinar la forma de desempeño individual, por el cual uno es capaz o no de alcanzar una meta, de realizar una tarea y de recibir una evaluación, por medio de la aplicación de un criterio para medirla. Se pueden suponer la existencia de grados entre el desempeño adecuado de una tarea y la excelencia, lo cual va a permitir el establecer ciertos parámetros que sirvan como norma. Desde este punto de vista, se puede considerar que la excelencia está reservada para una minoría, en tanto que la competencia no.

¹⁰⁴ GÓMEZ DEL CAMPO ESTRADA, JOSE F. “Cómo aprenderemos” En: DIDAC. Órgano del Centro de Desarrollo Educativo., p. 61.

En términos generales se puede dar una definición de competencia como " ... la capacidad que tiene un individuo para realizar una tarea dada, o como un nivel de ejecución o dominio que los ciudadanos requieren para desempeñarse adecuadamente en la sociedad en la cual viven. De aquí se deriva que el concepto de competencia puede variar de conformidad con los estándares sociales."¹⁰⁵

Para las necesidades de un programa de estudios orientado al desarrollo de competencias para el trabajo, una competencia puede ser definida como "... la habilidad para desarrollar una actividad dentro de una ocupación o función que se relaciona de forma estrecha con los estándares esperados en un empleo."¹⁰⁶

Existe un Sistema de estudios denominado CBE (Competency Based Education)¹⁰⁷, el cual centra sus programas de instrucción con base en las fuerzas, necesidades y estilos de aprendizaje de los estudiantes en su esfuerzo por dominar las habilidades identificadas como necesarias por la industria. Es un sistema muy personalizado de aprendizaje, en el cual los estudiantes aprenden a su propio ritmo y a su nivel de habilidad y de propia adquisición del conocimiento. El reconocimiento que se otorga es individual y se otorga cada vez que una competencia específica es dominada.

El concepto de competencia originalmente se pensaba para la industria, para los empleados, como una lista de tareas y la serie de competencias que eran necesarias para el buen desempeño de las mismas. Así se hablaba de funciones o tareas específicas, las cuales de hecho se

¹⁰⁵ MEDINA M., SARA ROSA. Cap. VI "Competencias Académicas Básicas en el Bachillerato" En: **Educación y Modernidad: el bachillerato en México ante los desafíos del Tercer Milenio**, p. 81.

¹⁰⁶ <http://www.psmc.gov.au/publications/frameworkpt2jobtraining.htm>. Element: **Vocational education and Training**. A Human Resource Framework for the Australian Public Service, 1996.

¹⁰⁷ <http://www.siastr.sk.ca/~wascana/cbe.htm>. **Competency Based Education (CBE)** Wascana Institute SIAST, Septiembre 8 de 1998.

transformaban en competencias y se basaban en general en la observación directa del desempeño.¹⁰⁸

Posteriormente, y hasta épocas recientes, este concepto se reservó para ser aplicado a los egresados del nivel escolar superior, así se tenían por ejemplo, médicos o ingenieros competentes. Hoy el horizonte se ha ampliado y el término competencia se usa actualmente en muchos países, para aplicarse a los estudios correspondientes al nivel de educación media superior¹⁰⁹ y al nivel de educación básica.¹¹⁰ Delors establece que la definición más amplia de aquello en lo que debe consistir la educación básica incluye “... una educación que proporcione una base sólida para los futuros aprendizajes y, además, las competencias esenciales que permiten participar activamente en la vida de la sociedad.”¹¹¹ La educación básica es así considerada, a la vez, una preparación para la vida y el mejor momento para aprender a aprender.

Los programas que se relacionan con el uso de competencias académicas en los niveles escolares básicos¹¹², establecen aquellas habilidades fundamentales que los estudiantes tienen que conocer para tener un desempeño exitoso desde la enseñanza básica, el nivel medio superior y superior para posteriormente trasladarlas al mundo del trabajo.

Podemos establecer entonces que “... La competencia académica puede ser definida más cuidadosamente como un cierto tipo de expresión que hace posible colaborar y participar en el desarrollo de tareas enfocadas a la maduración del individuo y a la ejecución de diversos papeles, los cuales tiene que desempeñar en la vida, especialmente como aprendiz, como

¹⁰⁸ GONCZI, ANDREU Y J. ATHANASAOU, “Instrumentación de la educación basada en competencias”. En Argüelles, A. *Competencia laboral y educación basada en normas de competencia*. Pp. 267-287.

¹⁰⁹ MEDINA M., SARA ROSA, *Op. Cit.*, p. 81.

¹¹⁰ <http://eric-web.tc.columbia.edu/families/nul/nulsubjects.html>. **Subjects and Basic Academic Competencies**. Agosto 31 del 2000.

¹¹¹ Delors, Jacques, “La Educación encierra un Tesoro” Informe a la UNESCO, PP. 131.

¹¹² Jaques Delors considera en su informe a la UNESCO: “La educación encierra un Tesoro”, que “...es en los sistemas educativos básicos donde se forjan las capacidades y las aptitudes que permitirán a cada cual seguir aprendiendo. es aquí donde se fraguan actitudes hacia el aprendizaje que durarán toda la vida.....” p. 127.

procurador de bienes y servicios, como consumidor, como miembro de una familia, de una comunidad y como integrante de la sociedad. Desde este punto de vista, las competencias son indicadores de una exitosa ejecución o dominio en las actividades cotidianas.¹¹³ Así se puede establecer –para los fines de este estudio– si los alumnos poseen las competencias académicas básicas necesarias para resolver un problema de reparto utilizando diferentes estrategias.

2. Asignaturas y competencias académicas básicas.

La formación de los ciudadanos en el mundo que actualmente vivimos, presenta desconocidos retos a los educadores y a los sistemas educativos, los cuales se tienen que enfrentar desde la educación básica. Por tal motivo se han diseñado nuevas estrategias de aprendizaje que den a los alumnos la posibilidad de adquirir diversas habilidades y les brinden la oportunidad de continuar exitosamente hacia los estudios de los siguientes niveles de estudio: secundaria, bachillerato y nivel superior, que les permitan posteriormente incorporarse de manera exitosa al mercado de trabajo y les de la ocasión de resolver, desde la más temprana edad, problemas de la vida cotidiana.

Las competencias académicas básicas son “...el conjunto de habilidades intelectuales esenciales para realizar un trabajo exitoso en todos los campos del aprendizaje escolar.”¹¹⁴ Este tipo de competencias proveen al alumno un punto de unión a todas las disciplinas del conocimiento, por lo que no son específicas para un área en particular.

Las competencias académicas básicas que deberán ser desarrolladas como habilidades para posibilitar el proceso de enseñanza aprendizaje de los programas académicos son¹¹⁵: lectura, escritura, saber hablar y escuchar, uso de las matemáticas, razonamiento y estudio. Cada una de

¹¹³ DE LANDSHEERE, VIVIANE, “In Secondary Education”, *Prospects*, Vol. XVII, No. 1, 1987.

¹¹⁴ COLLEGE BOARD, *ACADEMIC PREPARATION FOR COLLEGE, What Students need to know and be able to do*, The College Board, New York, 1983. PP. 7-12.

¹¹⁵ COLLEGE BOARD, *ACADEMIC PREPARATION FOR COLLEGE*, Op. Cit.

ellas presenta diferentes niveles de competencia y cada una de ellas puede ser definida en términos de medición de desempeño. Estas competencias están interrelacionadas y son interdependientes con las Asignaturas Académicas Básicas: Las artes, el inglés o idioma natal, las lenguas extranjeras, las matemáticas, las ciencias y las ciencias sociales¹¹⁶. Estas competencias son esenciales para el desarrollo de las habilidades que los estudiantes necesitan para tener éxito en la escuela y posteriormente en el mundo del trabajo. “... Desarrollando estas competencias los estudiantes aprenderán como aprender¹¹⁷, considerando que el aprender es un propuesta para toda la vida.”¹¹⁸

Ser capaz de usar el razonamiento y de resolver problemas es una habilidad muy importante o una competencia académica básica. No es posible que una persona aprenda todo lo que necesita saber desde la primaria. Sin embargo, una persona exitosa es capaz de encontrar las respuestas a los diferentes problemas utilizando el razonamiento lógico.

Entre las competencias académicas básicas en el área de matemáticas¹¹⁹ se considera que el alumno sea capaz de:

- ✱ Sumar, restar, multiplicar y dividir exitosamente
- ✱ Usar números naturales, fracciones y decimales.
- ✱ Usar el sistema métrico decimal y usar las herramientas apropiadas para medir.
- ✱ Hacer estimaciones y aproximaciones y juzgar que tan razonables serán estos resultados
- ✱ Estimar y calcular con precisión los resultados de problemas matemáticos.
- ✱ Formular y resolver un problema en términos matemáticos.

¹¹⁶ <http://eric-web.tc.columbia.edu/families/nul/nulsubjects.html>. Subjects and Basic Academic Competencies. Agosto 31 del 2000.

¹¹⁷ Ya señalamos como Jaques Delors considera que “...la educación debe estructurarse en torno a cuatro aprendizajes fundamentales: *aprender a conocer, aprender a hacer, aprender a vivir juntos y aprender a ser*. Y que, *aprender a conocer* supone, en primer plano, *aprender a aprender*,” pp. 89-91.

¹¹⁸ <http://eric-web.tc.columbia.edu/families/nul/nulsubjects.html>. Subjects and Basic Academic Competencies. Agosto 31 del 2000.

¹¹⁹ Ídem.

- ✳ Seleccionar y usar los conceptos elementales y las herramientas necesarias para resolver problemas, por ejemplo de reparto, de cálculo, de área, de volumen, de estadística, etc..

Las Competencias Académicas Básicas identificadas por el “Educational Equality Project”¹²⁰ son habilidades esenciales que los alumnos deben dominar para adquirir los conocimientos necesarios en todas las otras Asignaturas en su propio beneficio. Las Competencias Académicas Básicas permiten que el alumno sea capaz de utilizar exitosamente la información en cada una de las áreas y son esenciales para desarrollar las habilidades que los estudiantes necesitan para tener éxito no sólo en la escuela, sino en el mundo y en su vida cotidiana en general.

3. Adquiriendo competencias académicas básicas en matemáticas en el aula escolar.

La naturaleza de un buen desempeño en el área de matemáticas se encuentra en el código o sistema que los niños utilizan para resolver problemas y las reglas necesarias para crear una competencia académica adecuada que los lleve a obtener resultados correctos.

Para el Dr. Jack C. Richards¹²¹ la competencia académica básica en el área de matemáticas se encuentra en el código que los alumnos utilizan y especialmente en la forma en que ellos desarrollan sus estrategias para alcanzar sus propósitos, específicamente tratándose de la resolución de problemas.

Richards considera que la adquisición de una competencia académica básica significa tener la habilidad para:

- ✳ Crear una interacción social dentro del aula.
- ✳ Adquirir una variedad de metas realmente alcanzables.

¹²⁰ *Ídem.*

¹²¹ RICHARDS, JACK C. Mimeo resumen de conferencia “Teaching Basic Competences in the Classroom”. Impartida en el Salón Señorial, México, Cambridge University Press, marzo 24 de 2001 (Conferencia acerca de su libro *Approaches and Methods in Teaching*, Second Edition. Cambridge University Press, 2001.

- ✱ Usar las matemáticas creativamente.
- ✱ Conformar un conjunto común de datos que logren normas comunicativas para la resolución de problemas entre pares.
- ✱ Entender qué es lo que se está haciendo. Por ejemplo cómo realizar un ejercicio o cómo resolver un problema.
- ✱ No sólo seguir las reglas indicadas, sino ir un paso más allá al utilizar los antecedentes que se tienen para resolver un problema.
- ✱ Usar los problemas para aprender los conceptos preferentemente a usar los conceptos para después aplicarlos a la resolución de los problemas.

Para Richards, el punto principal y más importante es que, el alumno realmente haya comprendido el tema y pueda realizar las acciones necesarias para resolver el problema. Sugiere el uso de materiales reales que motiven al estudiante, por ejemplo el uso de galletas para realizar repartos, lo cual facilitará la adquisición del conocimiento y al mismo tiempo propiciará alcanzar el objetivo.

Considera que, cuando los alumnos usan apropiadamente el conocimiento que están adquiriendo, esto les da un importante sentido de confianza hacia lo que están realizando. Para lograr este fin, es necesario plantear metas alcanzables a partir de problemas cortos y con un grado de dificultad que se vaya incrementando paulatinamente.

En este sentido, por ejemplo, si se trata de problemas de reparto, primero se repartirá en mitades, después cuartos, octavos, etc. y sólo después de haber afirmado este conocimiento se podrán utilizar fracciones más complejas como tercios, quintos o séptimos. "Los conceptos más simples son los que pueden ser más fácilmente recordados por los alumnos, ya que, ellos serán capaces de procesar más rápidamente la información que contenga conceptos menos complejos"¹²².

¹²² RICHARDS, JACK C. Op. Cit.

A partir de las observaciones¹²³ realizadas en clase podemos establecer que, ésta fue en gran parte la dinámica utilizada por la maestra del cuarto grado, para la presentación de los diferentes problemas en la enseñanza del tema.

Así este tipo de estrategias, utilizadas convenientemente en el salón de clases son las que los alumnos utilizan para adquirir una competencia. Que en este caso se convierte en una competencia académica básica, que le permitirá saber qué estrategias utilizar cuando tiene que dividir, por ejemplo, un chocolate. Tener presentes cuáles son los pasos que hay que seguir, cuál es el proceso y cuál va a ser el resultado. La anticipación, del posible resultado y de lo que se tiene que realizar para lograr resultados correctos, es muy importante.

Para lograr la adquisición de competencias académicas básicas, Richards considera que podemos enfocarnos en el salón de clases en las siguientes estrategias¹²⁴:

- ✱ Crear una interacción social entre los alumnos.
- ✱ Crear un proceso enfocado al objetivo que deseamos alcanzar.
- ✱ Desarrollar los pasos necesarios para alcanzar el objetivo.
- ✱ Proporcionar actividades para practicar el tema en la clase
- ✱ Realizar actividades para aplicar las estrategias adquiridas.
- ✱ Animar a los alumnos, ya que se presentarán dudas al realizar los pasos necesarios para alcanzar los objetivos cuando se aumenta el grado de dificultad de los problemas.
- ✱ Realizar actividades que permitan un alto control de lo que se está realizando en la clase y se logre alcanzar el objetivo planteado.
- ✱ Realizar actividades que involucren a los alumnos y les permitan realizar actividades interesantes y que les constituyan un reto, que los haga pensar.

¹²³ Ver anexos 4 y 5 de observaciones de clase

¹²⁴ RICHARDS, JACK C. *Ibidem*.

En este sentido es importante, por ejemplo, si se trata de un problema de reparto cuestionarse: ¿Cuántos enteros tengo que repartir?, ¿Entre cuántas personas tengo que realizar el reparto?, ¿Cómo lo voy a realizar?, ¿Qué pasos tengo que realizar para que a cada persona le toque la misma parte?, ¿Qué tengo que hacer para que no sobre nada?, ¿Cuál es la relación que tengo que establecer entre los enteros que voy a repartir y las personas entre las que se realizará el reparto?

El objetivo que se pretende al plantear esta serie de estrategias, se enfoca a la adquisición de competencias académicas básicas, que permitan a los alumnos obtener el sentido de que están aprendiendo lo que se les está enseñando a partir de actividad diversas. Considerar que están adquiriendo una competencia académica básica para la resolución de problemas que van de lo fácil a lo difícil y que pueden alcanzar el objetivo planteado, lo cual les dará un sentido de éxito del aprendizaje logrado. La obtención de resultados correctos a los problemas planteados es un componente en el cual nos debemos enfocar muy especialmente.

El sentido de éxito activa la participación de los alumnos, por ello debemos lograr que las actividades que están realizando les sean significativas, que los problemas sean algo real para ellos, que los repartos que realicen sean reales y tengan la oportunidad de practicarlos con materiales reales antes de llevarlos a la resolución de problemas directamente en los libros o cuadernos. El proceso, el desarrollo de las actividades y el logro de los objetivos nos darán un criterio para evaluar el buen desempeño y el éxito de la tarea que estamos realizando.

Como reflexión final, podemos establecer más apropiadamente, de acuerdo a Viviane De Landsheere,¹²⁵ la definición de una competencia académica básica, pensándola como una especie de "estar listo" para el desempeño de ciertas actividades, lo cual tiene que ver con la maduración del individuo. Asimismo, se relaciona con el rol que se juega en la vida,

¹²⁵ DE LANDSHEERE, VIVIANE. Op. Cit.

especialmente como alumno que aprende conceptos básico que le van a servir para el desarrollo de su vida.

Desde este punto de vista "... las competencias son indicadores de un desarrollo exitoso en las actividades de la vida diaria, incluyendo la capacidad para obtener resultados satisfactorios continuamente en la resolución de problemas."¹²⁶ Así, las competencias raramente corresponden a una aplicación aislada de aspectos cognitivos o de capacidades psicomotoras. En la práctica se combinan varias capacidades que se implementan a partir de estructuras desarrolladas para las necesidades de resolución de determinadas situaciones. Para De Landsheere las competencias mínimas consideradas necesarias, son aquellas que aseguran la integración, especialmente de los alumnos en la escuela, en una sociedad económicamente desarrollada, en la cual ellos tienen un rol innovador.

En el siguiente capítulo describiremos el Modelo de Análisis Proposicional que nos sirvió para el estudio de las respuestas de los alumnos en las diferentes etapas. A partir de este análisis se establecieron los conceptos que los alumnos construyeron y la forma en que fueron integrados en la práctica, como una competencia académica básica, para ser aplicada en la resolución de problemas de reparto.

¹²⁶ DE LANDSHEERE, VIVIANE, *Ídem*, P.9.

IV. MODELO DE ANÁLISIS PROPOSICIONAL

En este capítulo describiremos las bases teórico metodológicas del Modelo de Análisis Proposicional, aspectos que nos proporcionarán elementos para entender los pasos realizados durante la investigación. Se seleccionó este Modelo de Análisis para el estudio de las respuestas de los alumnos, ya que, desde el punto de vista del aprendizaje significativo nos posibilita, de una manera gráfica, el estudio de la construcción de aprendizaje de conceptos y de aprendizaje de proposiciones.

Como se explicó, en la metodología de la investigación¹²⁷, con este modelo se analizaron las respuestas de los alumnos correlacionándolas con las de la maestra -respuesta criterio-. Este análisis se realizó con base en Mapas Conceptuales que se elaboraron a partir de las respuestas a una pregunta determinada. A partir de los análisis de las respuestas obtenidas, se establecieron el tipo de competencias académicas básicas que los alumnos de cuarto grado de primaria desarrollan para la resolución de problemas de reparto.

1. El Modelo de Análisis Proposicional. Marco teórico.

Campos y Gaspar, autores de este modelo de análisis establecen que, se trata de un método para el estudio de la organización lógico-conceptual del conocimiento. Con base en los estudios que han realizado acerca del aprendizaje del conocimiento, proponen este modelo “de acuerdo con un enfoque constructivista, y tomando como apoyo teórico las propuestas sociolingüísticas, las interactivas y entre éstas las que se basan directamente en el conocimiento...”¹²⁸ Se toma como pauta aquel

¹²⁷ Ver Metodología de la Investigación en capítulo de Introducción.

¹²⁸ Campos, Miguel Ángel y Sara Gaspar. “El modelo de análisis proposicional: un método para el estudio de la organización lógico-conceptual del conocimiento.” En **Problemas de acceso al conocimiento y enseñanza de las ciencias**. p. 51.

conocimiento que es presentado de manera discursiva¹²⁹, "... el cual tiene algún tipo de organización y puede relacionarse con conocimiento científico".¹³⁰

Campos y Gaspar establecen que este método da la posibilidad de acercarse al estudio de las estructuras lógico-conceptuales del discurso, con el fin de hacer un análisis del mismo como texto y en relación a su contenido científico. Permite, además, la oportunidad de "analizar el proceso de aprendizaje de conocimiento y el cambio conceptual."¹³¹ Desde otro punto de vista, consideran se le puede dar una utilidad más amplia al usar este método como base para el diseño curricular, para el diseño de estrategias de enseñanza o de materiales educativos y como evaluación del conocimiento aprendido.

Los procedimientos que toman en cuenta diferentes estrategias para aproximarse al estudio de la organización conceptual, consideran "...que las personas tienen alguna idea, alguna descripción y hasta alguna explicación sobre prácticamente cualquier tema, lo cual se obtiene mediante procesos culturales y la interacción social."¹³² Existe una variedad de métodos para el estudio de las organizaciones conceptuales¹³³, lo cuales son conocidos como "...mapeo conceptual"¹³⁴, un procedimiento representacional de estructuras relacionales de conocimiento¹³⁵. El Modelo de Análisis Proposicional -MAP- es un "procedimiento de mapeo conceptual que se basa en estructuras proposicionales. En términos de

¹²⁹ Esta es la razón por el cual se hace a los alumnos una sola pregunta, la cual tienen que responder de manera discursiva. La forma de presentación de la pregunta evita que el niño ocupe opciones como "sí" o "no" como respuesta y propicia que utilice diferentes proposiciones para argumentar su respuesta.

¹³⁰ Campos, M. Y S., Gaspar. *Op. Cit.* p. 51.

¹³¹ *Ídem*

¹³² *Íbidem*, p. 56.

¹³³ Las organizaciones conceptuales se pueden estudiar mediante una variedad de métodos basados en medidas de proximidad semántica (Naveh-Benjamin et al., 1986; Perece, 1978; Goldsmith y Jonson, 1990) o en el análisis de redes de conceptos y relaciones lógicas (Novak, 1990; Fisher, 1991). Citado en *Ibidem*, p. 56.

¹³⁴ Ver capítulo V "Los Mapas conceptuales".

¹³⁵ *Ídem*. P. 56

Frederiksen (op. cit.), el MAP opera con un texto base que se genera del mensaje base o zona de conocimiento.¹³⁶

2. Descripción del Método.

El Modelo de Análisis Proposicional fue diseñado para establecer la identificación de las ideas principales que se encuentran presentes en una organización conceptual y para la identificación de la organización misma, en relación con su contenido lógico y conceptual. Las siguientes definiciones y consideraciones se establecen para complementar los aspectos teóricos del modelo.

Las organizaciones conceptuales que son expresadas como estructuras discursivas son analizadas tomando en cuenta su carácter semántico y sintáctico. Semántico en cuanto consiente el uso de diferentes palabras y aún de conceptos que permiten la comunicación de un particular significado en una configuración de un tema determinado. Sintáctico en cuanto se considera que está relacionada con la reglas que admiten la elaboración de un discurso cuya fluidez aprueba que las unidades estructurales, como los conceptos y las relaciones lógicas, correspondan a otras unidades estructurales, sean estas conceptos o relaciones lógicas.¹³⁷

Una proposición es el menor discurso, al cual se le puede asignar un significado y contenido lógico dentro de una organización conceptual. Para este modelo se le define como "... una declaración temática específica y dependiente del contexto..." Tiene las siguientes características¹³⁸:

- a) Está formada al menos por dos o más conceptos y una relación lógica.
- b) Pertenece o es, en sí misma una zona de conocimiento o forma parte de un tema y
- c) Comunica significado contextual

¹³⁶ ídem.

¹³⁷ ídem, p. 59.

¹³⁸ ídem.

En su mayor parte las proposiciones están compuestas por más de dos conceptos y una relación¹³⁹. Esto se atribuye a la necesidad que existe de comunicar una idea o un tema.

Un concepto se define, para este método, " ...como un conjunto de palabras (generalmente una) que nombra o define un objeto (abstracto o concreto), un evento o un proceso; se reconoce en los sustantivos¹⁴⁰ del discurso".¹⁴¹ Por otro lado, una relación lógica se define como "... un conjunto de palabras, generalmente una, que describe una acción."¹⁴²

Se considera, para este método, dado que el discurso científico está considerado como una "... representación de la realidad, epistemológica, metodológica y socialmente aceptada como válida ..." ¹⁴³ entonces que, las organizaciones conceptuales de carácter científico pueden ser consideradas como coherentes y significativas, cuando son construidas a partir de métodos rigurosos y de información que puede ser constatada en un contexto de validez científica.

Para la obtención de la información¹⁴⁴, el Método de Análisis Proposicional se basa en el estudio de protocolos verbales escritos de estudiantes y profesores, que se obtienen a partir de la aplicación de un examen de una o dos preguntas a los estudiantes, de una a tres veces en un semestre escolar. Estos pueden ser aplicados antes de que se dé el tema, dos semanas después de que se ha cubierto el tema y en otra fecha posterior decidida con el profesor, si así se requiere, de acuerdo a los objetivos del estudio y está diseñado para responderse en un máximo de veinte minutos¹⁴⁵. Se hace del conocimiento de los alumnos los propósitos

¹³⁹ Ver en los anexos el análisis de las proposiciones encontradas en las respuestas de los alumnos de cada una de las diferentes etapas.

¹⁴⁰ Ver en los anexos los análisis del discurso de las respuestas de los alumnos, en donde se señalan claramente diferenciados, los conceptos, las relaciones lógicas y los otros componentes de cada una de las proposiciones, que conformaron las respuestas de los alumnos.

¹⁴¹ Campos M. y S. Gaspar, *Ídem*, p. 60.

¹⁴² *Ídem*.

¹⁴³ *Ídem*.

¹⁴⁴ *Ídem*, p. 61.

¹⁴⁵ Estos fueron los pasos de la metodología de la investigación que se siguieron. Ver anexos de observaciones y respuestas de los alumnos en cada una de las tres etapas del estudio

y características del examen y se explica que se aplicará sin valor para su calificación.

Las preguntas que se aplicarán en el examen para el grupo escolar son determinados por su profesor, quien definirá el criterio de cuáles son los aspectos que deben contener o representar el contenido de enseñanza fundamental que los estudiantes deben saber para continuar sin mayores problemas en el manejo posterior de los contenidos de la asignatura en estudio¹⁴⁶. Las preguntas que se aplican en este examen deben estar redactadas de forma que el estudiante responda de manera argumentativa. Es decir que tendrán que usar explicaciones y argumentaciones que permitan mostrar su contenido conceptual y las relaciones lógicas en que se basa su conocimiento¹⁴⁷. Con esto se obtiene que los estudiantes expliciten sus conocimientos, conceptos y las formas de conectarlos¹⁴⁸.

También los profesores participan al responder el examen que se va a aplicar a su grupo. Esto permite contar con un criterio de comparación en relación con el análisis que se realizará de las estructuras conceptuales de sus alumnos¹⁴⁹. Son cuatro las razones por las cuales se consideran las respuestas de los profesores como criterio¹⁵⁰:

- a) Además de ser profesores investigan y conocen a fondo los temas que se están examinando.
- b) Son los encargados de traducir el conocimiento científico en discurso que pueda ser enseñado.
- c) Son los encargados de producir el discurso al que de manera específica se encuentran expuestos los estudiantes en el aula.

¹⁴⁶ Ver anexo de la respuesta de la Profra. Ma. Elizabeth Montúfar Márquez, la cual se utilizó como respuesta criterio.

¹⁴⁷ Ver anexos de respuestas de los alumnos, en que aparece la pregunta que se aplicó como examen de esta investigación.

¹⁴⁸ En el tipo de exámenes aplicados en la realidad de las aulas, "...la mayoría de los profesores hacen preguntas de definiciones, que sólo requieren al estudiante que recuerde información tal como se presenta en clase o en los libros, sin que muestren su propia forma de razonar y desarrollar los conceptos involucrados." Citado en Campos M. y S. Gaspar, *Ídem*, p. 61.

¹⁴⁹ Ver anexo de la respuesta criterio elaborada por la Profra. Ma. Elizabeth Montúfar Márquez.

¹⁵⁰ Campos M. y S. Gaspar, *Ídem*, p. 62.

- d) Son los únicos intermediarios entre su propio discurso y cualquier tipo de conocimiento que obtengan los estudiantes, ya sea en la clase o por su cuenta.

Cada alumno examinado emite un protocolo escrito como respuesta a las preguntas del examen aplicado. Este protocolo se analiza en dos etapas:

- a) **Análisis de discurso**¹⁵¹ -como texto.
- b) **Análisis de correspondencia**¹⁵²- según su contenido científico.

3. Análisis de discurso.

Si consideramos que el texto de los exámenes es material discursivo, que está formado por estructuras de conocimiento representadas por proposiciones, que previamente se han definido, entonces una proposición "...es una declaración argumentativa, dependiente de una formación temática y un contexto específicos, parcial o totalmente basada en conocimiento científico, construida semántica y sintácticamente. Sus componentes semánticos (palabras o grupos de palabras) se clasifican en Conceptos, Relaciones Lógicas y Otros componentes¹⁵³ (Conectores Gramaticales, Modificadores y otros)."¹⁵⁴

El primer paso en este análisis semántico es la identificación de **proposiciones (P) y sus componentes: conceptos (c), relaciones lógicas (r) y otros componentes**. La categoría de "otros componentes",¹⁵⁵ de acuerdo a los autores es de tres tipos: conectores gramaticales, por ejemplo: preposiciones y artículos; modificadores gramaticales atributos de tamaño, lugar, tiempo, cantidad y otras características; y otros que no se

¹⁵¹ Ver anexos del análisis de discurso de las respuestas de los alumnos en cada una de las etapas de la investigación.

¹⁵² Ver anexos del análisis de correspondencia realizado a partir de las respuestas de cada uno de los alumnos en las tres diferentes etapas de la investigación.

¹⁵³ Ver anexos del análisis de discurso realizado a las respuestas de los alumnos en cada una de las etapas de la investigación. En este análisis se hace una clara diferenciación de los conceptos, las relaciones lógicas que los conectan y los otros componentes

¹⁵⁴ Campos M. y S. Gaspar. *Ídem*.

¹⁵⁵ *Ídem*, p. 63.

pueden incluir en las categorías anteriores. Los puntos, punto y coma y comas, son pistas para identificar las proposiciones¹⁵⁶. Así encontramos las proposiciones en una formación temática que contenga dos o mas conceptos y una relación lógica por lo menos. Dichas proposiciones constituyen de hecho conjuntos significativos de conceptos y relaciones lógicas.

Campos y Gaspar consideran esta fase del análisis muy importante. La clasificación de componentes semánticos del discurso requiere de una lectura e interpretación cuidadosa para determinar cada concepto o relación lógica, e identificar los conceptos implícitos, el uso explícito de sinónimos y otros aspectos. Se debe tener en consideración que el análisis que se propone en el Modelo de Análisis Proposicional se basa totalmente en este primer paso de identificación de **proposiciones (P)**, **conceptos (c)** y **relaciones lógicas (r)**.

El segundo paso de esta parte del análisis es la construcción del mapa proposicional, el cual es un diagrama que representa las proposiciones <P¹, P², P³, etc.> que inicialmente fueron identificadas. Este mapa deberá contener el texto completo que se está analizando, con los conceptos identificados dentro de círculos y las relaciones lógicas <r¹, r², r³, etc.> señaladas a lo largo de líneas que conectan los conceptos junto con los otros componentes, que se escriben entre paréntesis para diferenciarlos de las relaciones lógicas¹⁵⁷. Para la construcción del mapa¹⁵⁸ se sigue literalmente el texto escrito en la argumentación del estudiante.

La identificación del **núcleo conceptual (NC)** es el tercer paso que se realiza en este análisis. Un concepto que se usa más de una vez en proposiciones distintas, llega a formar una intersección entre proposiciones. A dicha intersección se le denomina como núcleo

¹⁵⁶ Ver anexos del análisis proposicional en donde se encuentran claramente diferenciadas las proposiciones que se identificaron en las respuestas de los alumnos en cada una de las diferentes etapas.

¹⁵⁷ Ver anexos de los mapas que se realizaron a partir de las respuestas de los alumnos en cada una de las diferentes etapas.

¹⁵⁸ Ver Capítulo V "Los mapas conceptuales".

conceptual de la organización y es muy importante, ya que contiene los conceptos más ricos y complejos respecto de las relaciones lógicas que los conectan¹⁵⁹. Es decir que se trata de los conceptos base de la argumentación y que se hace uso de ellos tantas veces se considere necesario para expresar la información relacionada con el tema¹⁶⁰. “...el núcleo conceptual contiene material informativo central o básico acerca del cual está construido el texto, es decir, representa su formación temática.”¹⁶¹ Los otros conceptos y componentes que acompañan al núcleo, por más importantes que sean, sólo se subordinan al núcleo para ilustrarlo, especificarlo, extenderlo o ampliarlo. Un núcleo conceptual puede ser simple o múltiple y en una organización conceptual pueden existir más de un núcleo o no tener ninguno. En el mapa proposicional se señalan con un sombreado gris¹⁶².

El cuarto paso del análisis es el cálculo de un índice de coherencia que informa del nivel de densidad del discurso. Este paso no se realizó por no ser el objetivo de este estudio.

4. Análisis de correspondencia.

Tomando en cuenta el análisis de discurso descrito anteriormente, se puede esperar que las respuestas que den los alumnos varíen de forma sintáctica de las que dio el profesor como respuesta criterio. Aún así, es de esperarse que la estructura del conocimiento que se aprenderá deberá mantener el mismo significado en ambos casos, a pesar de que exista una variación. “Si el aprendizaje ha tenido lugar, por lo menos parte de la estructura lógica tuvo que ser asimilada como estructura psicológica, sin importar la forma terminológica o sintáctica. De esta manera, el problema

¹⁵⁹ Ver anexos de análisis de discurso en donde se identifican claramente los núcleos conceptuales de cada una de las respuestas de los alumnos en las diferentes etapas.

¹⁶⁰ Ver capítulo VII de Análisis de resultados finales, en donde se establece claramente, a partir de la respuesta criterio, los cuatro núcleos conceptuales necesarios para una argumentación válida.

¹⁶¹ Campos M. y S. Gaspar, *Ídem*, p. 64.

¹⁶² Ver identificación de los núcleos conceptuales en cada uno de los mapas de las respuestas de los alumnos en las tres etapas diferentes.

es cuánto se aprende y si lo que se aprende representa la estructura epistemológica del conocimiento que ha de aprenderse.”¹⁶³

Así, a partir del protocolo escrito se manifiesta que se aprende una parte de la estructura lógica, pero que también se hace una combinación de la misma con la información complementaria que el estudiante introduce, ya que se trata de un proceso de construcción de conocimiento¹⁶⁴. Este proceso se puede analizar en términos de correspondencia entre la información contenida en la organización conceptual del estudiante y la del profesor. Esto implica realizar una correspondencia entre los conceptos y la relaciones lógicas existentes en ambos¹⁶⁵.

Campos y Gaspar consideran que el problema en realidad no es tanto respecto a cuánto se aprende, sino, si por lo menos, una parte de la estructura lógica ha sido asimilada con una organización particular. Consideran por tanto que se trata de una cuestión de calidad, definida por la presencia de cuatro dimensiones: la presencia de ciertos conceptos, la presencia de ciertas relaciones lógicas que conectan a dichos conceptos de manera específica, la presencia de conceptos del núcleo conceptual del criterio y la forma de comunicar tales significados.¹⁶⁶

De acuerdo con lo anterior, la correspondencia entre organizaciones conceptuales puede darse en tres dimensiones. **EN CONCEPTOS, EN RELACIONES LÓGICAS Y EN CONCEPTOS DEL NÚCLEO CONCEPTUAL.** En estos tres casos se pueden presentar tres niveles diferentes de precisión¹⁶⁷:

a) **idéntica** cuando el alumno usa exactamente el mismo término para referirse a un concepto en la estructura del criterio.

¹⁶³ Campos M. y S. Gaspar, *Ídem*, p. 67.

¹⁶⁴ Ver Capítulo I, punto 1. Constructivismo y Educación Matemática.

¹⁶⁵ Ver anexos del análisis de correspondencia realizado a partir de las respuestas de los alumnos, en correlación con la respuesta criterio, en cada una de las tres diferentes etapas.

¹⁶⁶ *Ídem*, p. 67

¹⁶⁷ *Ídem*, p. 68.

b) equivalente cuando el alumno utiliza diferentes términos (o diferentes conceptos o relaciones lógicas) que son sinónimos a los conceptos o relaciones lógicas del criterio, en el contexto de que se trata.

c) alusiva cuando el alumno usa un concepto o relación lógica con algún componente común de significado, aunque vago, con el criterio¹⁶⁸.

El primer paso, en esta fase del análisis de correspondencia, es realizar la identificación de aquellos conceptos que se encuentran en la respuesta del estudiante y que representan algún nivel de correspondencia con los del criterio. Para esto se requiere realizar la búsqueda de significados comunes que correspondan a los grados de precisión señalados. Es importante hacer notar que la correspondencia puede no estar presente en todos los conceptos sino sólo en algunos. En este paso se puede construir, si fuese necesario, un mapa de correspondencia conceptual con base en el mapa proposicional del criterio en el que se muestren sólo los conceptos en correspondencia.

El segundo paso, en esta etapa de análisis, consiste en la identificación de la correspondencia que existe entre las relaciones que usa el estudiante para conectar el conjunto de conceptos en correspondencia y la que se establecen en el criterio en ese mismo conjunto. Es necesario tomar en cuenta que, en este caso, se puede dar la posibilidad de que alguna relación específica que utilice el estudiante corresponda a más de una relación lógica del criterio o viceversa y aún que las formas de conexión sólo correspondan de manera parcial o total a las del criterio. En este paso también se puede construir, si se desea, un mapa de correspondencia relacional con base en el mapa proposicional del criterio en el que se muestren sólo las relaciones en correspondencia.

¹⁶⁸ Ver anexos de los análisis de correspondencia realizados en las tres diferentes etapas. En estos análisis se muestran claramente las proposiciones (P^1, P^2, P^3 , etc.), los conceptos (c^1, c^2, c^3 , etc.), las relaciones lógicas (r^1, r^2, r^3 , etc.) y los núcleos conceptuales (NC) en correspondencia. Asimismo, se señalan los tres diferentes niveles de precisión: idéntica, equivalente y alusiva.

La identificación, de entre los conceptos en correspondencia, de aquéllos que son parte del núcleo conceptual del criterio, constituye el tercer paso de esta etapa del análisis. La correspondencia para este aspecto ya ha sido encontrada en los conceptos identificados con anterioridad en el primer paso y, por lo tanto, se pueden mantener en ese nivel de precisión, señalando únicamente aquellos conceptos que correspondan con el o los núcleos conceptuales del criterio. "Desde el punto de vista de asimilación, el núcleo conceptual es el mínimo que el estudiante debería aprender para entender en seguida o en el futuro la estructura básica y sus ramificaciones en una zona de conocimiento."¹⁶⁹ Es decir que se considera deseable que el alumno haya logrado asimilar total o parcialmente el núcleo conceptual del criterio, para que esté preparado para la asimilación de nuevos conocimientos, probablemente más complejos, conectados con el tema que se estudia y analiza¹⁷⁰.

El cuarto paso, en esta segunda etapa del análisis, consiste en determinar la calidad del discurso. Para la determinación de la misma se toman en cuenta: la presencia de ciertos conceptos, la presencia de ciertas relaciones lógicas que conectan a dichos conceptos de manera específica, la presencia de conceptos del núcleo conceptual del criterio, todo ello se analiza de manera independiente de su forma de presentar sus términos o de la forma específica en que cada estudiante comunica sus significados.

Para llegar a la representación de la calidad del discurso se han definido índices, derivados del propio análisis semántico que en forma cuantitativa representan la calidad del discurso. Se mencionan únicamente los dos aspectos relacionados con esta parte del análisis: Análisis cualitativo de la correspondencia y Análisis cuantitativo de la correspondencia, pero no se entra en detalle de su proceso de elaboración por no ser objetivo del estudio que se está realizando en esta tesis.

¹⁶⁹ Campos m. y S. Gaspar, *Ídem*, p. 70.

¹⁷⁰ Ver anexos de las gráficas del análisis de la correspondencia que existe entre los núcleos conceptuales de alumnos con los de la respuesta criterio. Esto se realizó en cada una de las diferentes etapas.

Como consideración final, puntualizamos que, Campos y Gaspar establecen que el Modelo de Análisis Proposicional constituye una herramienta útil que permite realizar la exploración específica de la organización conceptual del conocimiento, que en este caso se expresa de manera discursiva. El análisis semántico¹⁷¹ que se realiza para lograr la identificación de las proposiciones, de los conceptos y de las relaciones, constituye una de las partes más importantes e interesantes de este método. Representan una forma de precisar mediante un procedimiento interpretativo las nociones de idea central o básica de un texto, representadas aquí por los núcleos conceptuales del discurso¹⁷².

También consideran que conforme se avanza en el estudio del texto de manera cuidadosa, los aspectos que se relacionan con la validez epistemológica, la demanda cognitiva y el potencial de comunicación van apareciendo de forma inmediata. Al hacer el análisis de correspondencia la clasificación concentra de forma exacta los conceptos respecto al criterio y el grado de precisión de los mismos.

Una vez que se conoce la estructura lógico-conceptual mediante este método, las transformaciones que tengan se pueden estudiar en momentos diferentes, desde el punto de vista del cambio conceptual¹⁷³. De igual forma es posible que se realice el estudio de los patrones de razonamiento en lo que se refiere a la estrategias, problemas y dinámicas relacionadas con el tema en estudio. Con esto, se puede saber por qué los estudiantes aprenden o no el contenido de una asignatura desde un punto de vista cognoscitivo¹⁷⁴. También se pueden establecer, con propósito de aplicación del método, estrategias de enseñanza, organización de programas de estudio e instrumentos de evaluación entre otros.

¹⁷¹ Ver análisis de discurso realizado a las respuestas de los alumnos en cada una de las tres etapas.

¹⁷² Ver análisis de discurso y correspondencia en donde se señalan claramente los núcleos conceptuales utilizados por los alumnos en cada una de las diferentes etapas.

¹⁷³ Ver los resultados obtenidos en comparación con cada una de las tres etapas.

¹⁷⁴ Ver cuadro 5 de concentración de análisis en el que se establece si los alumnos aprendieron o no el contenido, en cada una de las diferentes etapas.

Como establecimos al inicio, el Modelo de Análisis Proposicional es un procedimiento de mapeo conceptual para el estudio de las organizaciones conceptuales. Por lo tanto, en el siguiente capítulo describiremos los aspectos teórico metodológicos que sirvieron de base para la construcción de los mapas conceptuales a partir de las respuestas de los alumnos en cada una de las diferentes etapas.

V. LOS MAPAS CONCEPTUALES

En este capítulo realizaremos una descripción de los aspectos teórico metodológicos que sirvieron de base para la construcción de los mapas, que se diseñaron para representar a partir de un diagrama, las proposiciones que inicialmente fueron identificadas en cada una de las respuestas de los alumnos. Se indicará también, la forma en que, en cada uno de estos mapas se identifican los conceptos, las relaciones lógicas y los otros componentes. Es importante considerar que para la construcción de los mapas que anexamos, se sigue literalmente el texto escrito en las respuestas del estudiante.

1. El mapa conceptual y sus connotaciones teóricas.

En el transcurso de nuestra vida, y para el estudio que nos ocupa especialmente, durante el tiempo que permanecen en la escuela, los alumnos están expuestos a una gran variedad de información compuesta por conceptos, ideas, términos y hechos. Cada nuevo tema, como experiencia de aprendizaje, al cual acceden los estudiantes, produce un cambio en los conocimientos que ya tienen o les proporciona más ideas, conceptos y palabras nuevas. De igual forma puede darse que estas palabras no sean del todo nuevas, pero si que agreguen un uso o significado distinto del que ya conocían.

Además tenemos que, cada idea o concepto que se trata en un tema en particular, puede tener una connotación o tratarse de forma diferente en otro contexto o tema. Bien sabemos que, en la ciencia, los conceptos se encuentran relacionados y se les podrá comprender mejor si se les ve en conjunto y no de manera aislada. Esto se puede entender mejor si se piensa en la variedad de interconexiones que existen entre todos los conceptos e ideas.

De ahí que surja la necesidad de buscar un camino para la comprensión de las ideas que sea mucho más efectivo, fecundo y

satisfactorio para el aprendizaje, diferente al sólo hecho de memorizar o repetir datos, conceptos, hechos, ideas o palabras de manera aislada. Esto nos ha obligado a familiarizarnos con diversos procesos que, de una forma u otra, nos llevan al camino del conocimiento y nos ayudan a comprender las relaciones que hay entre ellos, al observarlos y emplearlos para solucionar problemas de la vida diaria.

Entre estos caminos, que nos acercan de manera más efectiva a la comprensión del conocimiento, se encuentran los MAPAS CONCEPTUALES. Pichardo Paredes considera que "La técnica de elaboración de mapas conceptuales es un medio poderoso para organizar información y presentarla gráficamente, es muy útil también puesto que nos permite apreciar el conjunto de la información que contiene un texto y las relaciones entre sus componentes, lo que facilita su comprensión."¹⁷⁵

Es decir que, el mapa conceptual como organizador de contenidos, constituye una forma gráfica de ordenar la información a partir de conceptos, proposiciones, relaciones y líneas que unen y confluyen en una serie de puntos determinados para presentarla en su totalidad. Así, los mapas conceptuales son un medio que nos permite visualizar ideas o conceptos que se refieren a un tema en especial y las relaciones que se establecen entre ellos con sus niveles de jerarquía.

Desde el punto de vista de su significación general, Ontoria establece que, el mapa conceptual es una técnica creada por Joseph D. Novak, para quien tiene tres formas de presentación: como *estrategia*, *método* y *recurso esquemático*.

1) **Estrategia:** "Procuraremos poner ejemplos de estrategias sencillas, pero poderosas en potencia, para ayudar a los estudiantes a aprender y para ayudar a los educadores a organizar los materiales objeto de este aprendizaje" (Novak y Gowin, 1988, p. 19).

¹⁷⁵ Pichardo Paredes, Juan Josafat. "Los mapas conceptuales" Primera parte. En *Revista Mexicana de Pedagogía*, No. 39, p. 3.

2) Método: “La construcción de los mapas conceptuales (...) que es un método para ayudar a estudiantes y educadores a captar el significado de los materiales que se van a aprender.” (Ibíd).

3) Recurso: “Un mapa conceptual es un recurso esquemático para representar un conjunto de significados conceptuales incluidos en una estructura de proposiciones.” (Ibíd., p. 33).¹⁷⁶

Es entonces el mapa conceptual, de acuerdo a las definiciones de Novak, un instrumento o un medio que nos sirve para un fin determinado. Sin embargo, debemos estar conscientes que el valor del mapa conceptual va a depender de la meta que esperamos alcanzar y por tanto, su eficacia al respecto, ya que si lo identificamos como técnica, se podría pensar que se trata de una fórmula mágica de inmediata aplicación.

Se hace necesario entonces enmarcar al mapa conceptual “... en un contexto más amplio de carácter teórico, un modelo o concepción global de la educación para captar su sentido profundo, para valorarlo en sus justos términos y para aprovechar todas sus virtualidades.”¹⁷⁷ El mapa conceptual, como instrumento o medio, se debe relacionar con los fines a los que sirve y a los cuales se somete. Como técnica concreta, aplicable en una circunstancia educativa en particular, el mapa conceptual puede ser adecuado en una situación y no serlo en otra, aunque se esté hablando de los mismos objetivos.

Ontoria cita que, Novak (ob. Cit. P. 32) establece como fundamento teórico del mapa conceptual “...que se trata de una proyección práctica de la teoría del aprendizaje de Ausbel. Desde la perspectiva más amplia del modelo o teoría general de la educación, en la cual los supuestos acerca del aprendizaje constituyen un capítulo (cf. Moore), el mapa conceptual concuerda con un modelo de educación:

- a) Centrado en el alumno y no en el profesor.

¹⁷⁶ Ontoria, Antonio, **Mapas Conceptuales. Una Técnica para aprender.** p. 31.

¹⁷⁷ Ídem, p. 32.

- b) Que atienda al desarrollo de destrezas y no se conforme sólo con la repetición memorística de la información por parte del alumno.
- c) Que pretenda el desarrollo armónico de todas las dimensiones de la persona, no solamente las intelectuales.¹⁷⁸

Así, las dos primeras características del mapa conceptual que se señalan, representan una respuesta práctica al modelo del aprendizaje significativo y se desprenden de las notas que, de acuerdo a Ausbel, constituyen una definición para el aprendizaje significativo (Ausbel, Novak y Hanesian, 1983). Al considerar la tercera característica, se ha de tener en cuenta que el utilizar el mapa conceptual como técnica de enseñanza-aprendizaje repercutirá en el ámbito afectivo-relacional de la persona. Aquí, el protagonista es el alumno y la atención y aceptación que se considere a sus aportaciones y el aumento o disminución en el éxito de su aprendizaje, favorecerán o no el desarrollo de su autoestima.

Por otra parte como organizador de contenidos, el mapa conceptual es "... un recurso esquemático para presentar un conjunto de significados conceptuales incluidos en una estructura de proposiciones. Estas pueden ser explícitas o implícitas. (Novak, p. 33)."¹⁷⁹ Es decir, que a partir de la organización de la información compendiada en el mapa conceptual, se puede dar un resumen esquemático de lo que el estudiante ha aprendido¹⁸⁰, información que se presenta de una manera jerárquica. El conocimiento se encuentra organizado y se representa a partir de todos los niveles de abstracción. Primero se sitúan los conceptos más generales e inclusivos en la parte superior del mapa. Después, los menos inclusivos y por tanto más específicos se colocan en la parte inferior del mapa.

La elaboración de mapas conceptuales por grupos de dos o tres estudiantes constituye una actividad muy útil que contribuye a la función social y origina: departir, corresponder y participar en clase. Estamos

¹⁷⁸ *Ibidem*, p. 32.

¹⁷⁹ *Ibidem*, p. 33.

¹⁸⁰ Ver anexos de los mapas elaborados a partir de las respuestas de los alumnos, en cada una de las diferentes etapas del estudio.

hablando de compartir los significados, los cuales si se pueden compartir, discutir, negociar. Es decir que no son privativos de un alumno, sino se pueden compartir en el contexto de la actividad educativa. “Los mapas conceptuales son instrumentos para negociar significados.... Para aprender el significado de cualquier conocimiento es preciso dialogar, intercambiar, compartir y, a veces llegar a un compromiso. En ningún momento hablamos de aprendizaje compartido, porque el aprendizaje no es una actividad que se pueda compartir, sino un asunto en el que la responsabilidad es del individuo.”¹⁸¹

El punto más importante que se debe recordar es que, los mapas conceptuales son un medio para visualizar ideas o conceptos y las relaciones jerárquicas que existen entre ellos. Y que, con la elaboración de mapas conceptuales estamos aprovechando la gran capacidad de nuestros alumnos para reconocer pautas de aprendizaje en las imágenes visuales, con lo que se facilitan el aprendizaje y el recuerdo de lo que se ha aprendido.

2. Elementos y características del mapa conceptual.

Al mapa conceptual podríamos imaginarlo como una proyección de carreteras en la cual las ciudades y puntos geográficos están unidos por una serie de líneas que simbolizan las carreteras, las vías férreas o las distintas vías de comunicación. Lo más llamativo del mapa conceptual es que, a primera vista se trata de un gráfico, con una relación de diferentes puntos entre los que establece un entramado de líneas que confluyen y se encuentran entre sí. Los puntos de confluencia son reservados para los conceptos o términos conceptuales que se sitúan dentro de una elipse o un recuadro. Los conceptos relacionados se unen por una línea y el sentido de la relación se aclara por medio de “palabras-enlace” que se escriben con minúsculas junto a las líneas que representan cada unión. Así, si tenemos

¹⁸¹ *Íbidem*, p. 34.

dos conceptos unidos por una línea, e identificada esta relación por sus palabras-enlace, entonces estos forman una proposición.¹⁸²

Estableceremos, siguiendo la definición de Novak, que señala Ontoria, los *tres elementos fundamentales* que contiene el mapa conceptual:

a) Concepto (c): Es "... `una regularidad en los acontecimientos o en los objetos que se designa mediante algún término´ (Novak, ob. Cit., p. 22). Los conceptos hacen referencia a acontecimientos que son cualquier cosa que sucede o puede provocarse y a objetos que son cualquier cosa que existe y se puede observar".¹⁸³

Para Novak, los conceptos constituyen para el individuo, aquellas imágenes mentales que son provocadas a partir de las palabras o los signos con los que acostumbramos a expresar nuestras regularidades. Dichas imágenes mentales poseen elementos en común para todos los individuos y matices personales para cada una de ellas. Es decir que, nuestros conceptos no son exactamente iguales, aunque usemos las mismas palabras. Así el término "coche" no significa lo mismo para un corredor de "Fórmula Uno" que para un mecánico. Por eso, al encontrar diferencias entre los conceptos e imágenes mentales, resulta a veces tan difícil el poder entenderse.

b) Proposición (P): "Es la unidad semántica más pequeña que tiene valor de verdad, puesto que se afirma o niega algo de un concepto; va más allá de su denominación."¹⁸⁴

Las proposiciones constan de dos o más conceptos o términos conceptuales, los cuales se encuentran unidos por una relación que se forma a partir de las llamadas palabras-enlace para formar una unidad semántica.

¹⁸² *Íbidem*, p. 35.

¹⁸³ *Ídem*.

¹⁸⁴ *Íbidem*, p. 36.

ESTA TESIS NO SALE
DE LA BIBLIOTECA

c) Palabras-enlace (r): “Son las palabras que sirven para unir los conceptos y señalar el tipo de relación existente entre ambos.”¹⁸⁵

Novak establece que las palabras-enlace que sirven para unir dos términos conceptuales o conceptos no provocan imágenes mentales.

Pichardo Paredes puntualiza que la conexión o relación entre dos ideas se representa en el mapa conceptual por medio de una línea inclinada, vertical u horizontal llamada **conector o línea ramal** y sirve para unir ambos conceptos. Este mismo autor utiliza la definición **descriptores** para referirse a las palabras-enlace que establecen la conexión entre dos conceptos y señala que se escriben sobre las líneas llamadas conectores para identificar las relaciones entre los conceptos¹⁸⁶.

Hasta aquí se han señalado los elementos más simples que constituyen los mapas conceptuales y de su contenido. Sin embargo, estos elementos no bastan para poder identificar un mapa conceptual. Para ello “... hay que referirse a la vertiente más importante del mapa conceptual, la interna, pues el gráfico sólo es la manifestación de una estructura mental de conceptos y proposiciones. Esta vertiente es la que permite calificar al mapa conceptual como técnica cognitiva y relacionarlo con el aprendizaje significativo.”¹⁸⁷

Siguiendo a Ontoria puntualizamos que existen tres características¹⁸⁸ o condiciones propias de los mapas conceptuales que nos permiten diferenciarlos de otros recursos gráficos como apoyos en el campo educativo y de otras estrategias o técnicas cognitivas:

a) Jerarquización. En los mapas conceptuales los conceptos están dispuestos por orden de importancia o de “inclusividad”. Los conceptos más inclusivos ocupan los lugares superiores de la

¹⁸⁵ Ontoria, Antonio, *Ídem*.

¹⁸⁶ Campos y Gaspar utilizan el término de “relaciones lógicas” para referirse, en su Método de Análisis Proposicional -MAP- a estas palabras-enlace o conectores que identifican las relaciones entre los conceptos.

¹⁸⁷ *Ídem*.

¹⁸⁸ *Íbidem*, p. 37.

estructura gráfica. Los ejemplos se sitúan en último lugar y no se enmarcan.

Es importante hacer notar que en un mapa conceptual el mismo concepto sólo aparece una vez. También es necesario especificar que, en ocasiones, es necesario terminar las líneas de enlace con una flecha que nos indique el concepto derivado, cuando se trata de conceptos situados en el mismo nivel o en el caso de que se presenten relaciones cruzadas.

b) Selección. Si consideramos que los mapas constituyen una síntesis o resumen en el que se presenta lo más importante o significativo de un mensaje, tema o texto, es importante elegir los términos que hacen referencia al tema de que se trate.

Así se realizará una selección de los conceptos en los que conviene centrar la atención. Considerando que si el texto es muy amplio, necesariamente habrán de quedar conceptos excluidos. Enfocaremos la importancia a la claridad, cuidando que se presente la panorámica global del tema o materia de que se trate. De ser necesario se pueden realizar mapas con diversos niveles de profundidad.

c) Impacto visual. "... Un buen mapa es conciso y muestra las relaciones entre las ideas principales de un modo simple y vistoso¹⁸⁹, aprovechando la notable capacidad humana para la presentación visual. . . (Novak p. 106)¹⁹⁰

Se sugiere no quedarse como definitivo en el primer mapa que se haya trazado. Se puede mejorar el impacto visual destacando los términos conceptuales y enmarcándolos en elipses, al tiempo que se utilizan letras mayúsculas y efectos de contraste entre las letras y el fondo.

En último lugar es importante el realizar una lectura a partir de la información recopilada en el mapa conceptual, lo cual nos permitirá saber si se puede reelaborar el texto tomando sólo la información que nuestro mapa conceptual contiene.

¹⁸⁹ Ver por ejemplo los mapas de los alumnos en estudio en cada una de las diferentes etapas.

¹⁹⁰ Ontoria, Antonio, *Íbidem*, p. 39.

Finalmente podemos considerar que existen otros dos aspectos no menos importantes, relacionados con el mapa conceptual que son su aplicación en el aula de aprendizaje y su uso como estrategia de aprendizaje.

3. El mapa conceptual y su aplicación en el aula del aprendizaje.

El uso del mapa conceptual como apoyo de aprendizaje dentro del aula, retoma el aspecto que ha sido señalado, cuando se establece que Novak crea los mapas conceptuales como un medio para llevar a la práctica las ideas de Ausbel relacionadas con el aprendizaje significativo. En la aplicación del mapa conceptual dentro del aula de aprendizaje se toman en cuenta cuatro aspectos básicos:¹⁹¹

a) Conexión de las ideas previas de los alumnos¹⁹². Se pueden seguir dos caminos distintos. El primero presentar al estudiante el concepto que se trata de enseñarle y pedirle que construya un mapa con aquellos aspectos que el considera se relacionan con el tema. El segundo sería presentarle al alumno una serie de conceptos relacionados con el tema a trabajar y pedirle que elabore con estos un mapa conceptual.

b) Inclusión. Aquí entra en juego la habilidad del maestro ya que para trabajar con los alumnos el mapa conceptual por medio de la estructuración de jerarquía, debemos averiguar con ellos cuáles son los conceptos más relevantes, y que relaciones de subordinación son importantes, para aclarar, ampliar o en su caso dar significado al tema que se está estudiando. De igual manera establecer cuáles son algunos aspectos que no deberán ser incluidos.

c) Diferenciación progresiva. Se debe tener en cuenta que si el aprendizaje significativo se considera como un proceso continuo por medio del cual la adquisición de nuevas relaciones, tanto en proposiciones

¹⁹¹ *Íbidem.*

¹⁹² Ver en el concentrado el aspecto relacionado con la primera etapa del estudio en que se elaboran los mapas para el análisis de los conceptos previos, que del tema, tenían los alumnos.

como en los conceptos, tiene como consecuencia la ampliación de su significado, entonces se puede considerar que " ... los mapas conceptuales constituyen un método para mostrar, tanto al profesor como al alumno, que ha tenido lugar una auténtica reorganización cognitiva (Novak, p.125), porque indican con relativa precisión el grado de diferenciación de los conceptos que posee una persona. La comparación de los mapas conceptuales, construidos en diferentes fases del trabajo sobre un tema¹⁹³, puede indicarnos el progreso del alumno en este sentido. "...¹⁹⁴ Es decir que, si un aprendizaje ha sido construido por el estudiante y ha representado un cambio conceptual, entonces se reflejará en los mapas conceptuales de diferentes etapas, como un aprendizaje significativo, a partir de conceptos y proposiciones diferentes o de relaciones más complejas.

d) Reconciliación integradora. Las relaciones que se establecen a partir del mapa conceptual nos dan información relevante que nos sirve para evaluar diferentes aspectos del proceso de aprendizaje. Pero fundamentalmente nos sirve para evaluar este proceso tanto al inicio de las actividades de enseñanza aprendizaje como a lo largo y al final del proceso¹⁹⁵. Nos da la pauta para detectar de manera gráfica y con gran rapidez la cantidad y la calidad de información que un estudiante posee en un momento determinado¹⁹⁶, ya que plasma con suma claridad " ...el número de conceptos que domina un alumno, los errores o aciertos de los significados que otorga y la forma en que los ha estructurado,¹⁹⁷ aunque no sea esta la única aplicación de los mapas conceptuales.

¹⁹³ Ver cuadro de concentración del análisis de los mapas de los alumnos en las tres diferentes etapas del estudio.

¹⁹⁴ Ontoria, Antonio, *Íbidem*, p. 40.

¹⁹⁵ Ver aspecto relacionado con la evaluación realizada para el proceso de enseñanza aprendizaje en las tres etapas del estudio.

¹⁹⁶ Ver por ejemplo los mapas de los alumnos en estudio en cada una de las diferentes etapas. Muestran claramente el cambio conceptual que tuvo lugar o no en cada una de las etapas.

¹⁹⁷ *Íbidem*, p. 42

4. El mapa conceptual como estrategia de aprendizaje.

El considerar la clasificación de las estrategias cognitivas realizada por Pozo (1990 p.209) citada por Ontoria nos ayuda a tener más claridad en este aspecto. Pozo distingue entre las estrategias de asociación como el repaso, que han sido utilizadas de una forma más clásica y tradicional y las estrategias de reestructuración que tienen como objetivo el relacionar los nuevos conocimientos con aquellos que ya tenía el individuo, para después situarlos en estructuras de significado más o menos amplias.

En esta estrategia de estructuración se encuentran incluidas " ...las estrategias de elaboración, que se centran en la búsqueda de una relación simple entre significados, sin llegar a establecer una estructura (palabras clave, imagen mental, rimas, abreviaturas, códigos, analogías, etc.)."¹⁹⁸ Por otra parte existen también dentro de ellas, las estrategias de organización que permiten establecer las relaciones internas entre los materiales de aprendizaje. Es esta estrategia de estructuración, entonces, mucho más compleja que la de asociación y mucho más eficaz, ya que la organización puede hacerse por clasificación o por jerarquización.

Los mapas conceptuales se pueden situar, siguiendo la clasificación de Pozo, como "... una técnica o habilidad dentro del aprendizaje por reestructuración (se identifica con el significativo y con el nivel de procesamiento profundo), perteneciente a la estrategia de aprendizaje de organización jerárquica."¹⁹⁹ Es decir, que a partir de este aprendizaje por reestructuración, los estudiantes realizarán una cierta conexión de las informaciones nuevas que están recibiendo con los conocimientos anteriores que ya tenían, de esta manera estarían "... `situándolos en estructuras de significado más o menos amplias.' Las estrategias de organización `implican una clasificación jerárquica u organización

¹⁹⁸ *Íbidem*, p. 43.

¹⁹⁹ *Íbidem*.

semántica de estos elementos´ y representa la forma más compleja y sofisticada de aprender un material.²⁰⁰

Los mapas conceptuales permiten que el alumno llegue a tener conciencia de su propio proceso de aprendizaje, ya que la codificación de los conceptos constituye uno de los componentes principales de las estrategias de aprendizaje, que se pueden clasificar, de acuerdo a los diferentes niveles de procesamiento, dentro de los enfoques memorístico y significativo señalados por Ausbel.

Los mapas conceptuales constituyen un medio para visualizar ideas o conceptos y las relaciones jerárquicas que se establecen entre ellos y contribuyen a la comprensión de un tema en estudio. Al presentar de manera lógica y ordenada cierta información se convierten en un camino satisfactorio y efectivo para el aprendizaje.

El reparto como concepto, fue el tema que sirvió de eje para la pregunta del examen realizado a los alumnos en las tres etapas de la investigación. Respuestas que fueron trasladadas en un diagrama o mapa conceptual para su análisis. En el siguiente capítulo analizaremos los principios teóricos del reparto y sus implicaciones por una parte, al tener que realizar repartos equitativos y exhaustivos. Por otra al tener un número diferente de objetos a repartir en relación con las personas entre las que se tiene que realizar el reparto.

²⁰⁰ *Íbidem*, p. 44.

VI. EL REPARTO COMO CONCEPTO

En este capítulo analizaremos el concepto de reparto, que fue el tema seleccionado para realizar la investigación. Explicaremos cuáles son las características necesarias para que el niño llegue a realizar repartos equitativos y exhaustivos. Es decir en partes iguales y sin que sobre nada. Aspecto muy importante cuando el reparto se tiene que realizar en dos condiciones diferentes: a) cuando hay menos objetos que personas y b) cuando hay más objetos que personas. El niño tiene que buscar la respuesta a cada una de las diferentes alternativas y establecer claramente lo que tiene que realizar en cada caso.

1. El reparto como actividad de aprendizaje.

El reparto es una actividad a la que todos accedemos desde edades muy temprana. Desde muy pequeños, los niños se reparten juguetes, dulces, galletas, etc., de una forma natural y espontánea. El reparto, además de ser una actividad significativa para los niños, es también un medio por el cual empiezan a emplear ciertos términos fraccionarios para identificar las partes que le tocan a cada uno. Así, es común oírlos decir, por ejemplo: "te tocó la mitad de galleta" y empezar de esta manera el conocimiento y manejo no formal de los números fraccionarios.

Tradicionalmente, se han utilizado los números fraccionarios en variadas situaciones de la vida cotidiana. Las fracciones brindan diferentes estrategias que permiten solucionar problemas diversos. Por ejemplo, en el ámbito científico y matemático, la realización de cálculos precisos; igualmente en el área musical se posibilita el uso de medidas fraccionarias de la unidad de tiempo para la composición de melodías o la lectura de

partituras. Los niños, en la vida diaria, utilizan medidas fraccionarias como medio vaso de leche, un cuarto de papel cascarón, media hoja de block, tres cuartos de cartulina. Sin embargo, a pesar de que los niños las utilizan en la vida cotidiana, la variedad de fracciones a las que tienen acceso es muy reducida. Esto propicia que no adquieran un referente suficientemente significativo que les sirva de antecedente para el dominio de esta noción.

Desde el punto de vista matemático, didáctico y psicológico se han analizado algunas de las dificultades que representan tanto la enseñanza como el aprendizaje de las fracciones. De entre éstas, se puede mencionar la pobreza de significados, la tendencia a atribuirles propiedades y reglas sólo aplicables a otro tipo de números y la introducción prematura de la noción de fracción en el contexto escolar.²⁰¹ Por ejemplo, los alumnos de primero y segundo grados que todavía no son conservadores de área no pueden establecer la equivalencia de fracciones cuando se les pide que comparen dos mitades generadas de unidades iguales pero que fueron cortadas de manera distinta.²⁰²

Para lograr la conceptualización de los números fraccionarios los niños recorren un largo proceso en el cual desarrollan operaciones mentales complejas. Es por esto que la introducción formal de la noción de fracción, en situaciones de reparto, se inicia hasta el tercer grado de la primaria, etapa a partir de la cual los niños ya pueden trabajar sobre su simbolización y tienen los elementos para fundamentarla.

Estudios realizados sobre las fracciones desde el punto de vista matemático (Kieren, 1983), didáctico (Brousseau, 1976) y psicológico (Piaget, Inhelder, 1966), muestran que los alumnos de los dos primeros grados de la primaria no están aún en condiciones de iniciar exitosamente el aprendizaje de esta noción, debido a su complejidad y al hecho de que

²⁰¹ SEP Guía para el maestro. Tercer Grado Educación Primaria, pp. 13-29.

²⁰² Martha Dávila en su estudio *Situaciones de Reparto: una introducción a las fracciones*, realiza un análisis sobre el aspecto de la conservación del área como una de las condiciones necesarias para que los alumnos comprendan la equivalencia de las fracciones, noción fundamental para avanzar en los aspectos de la fracción.

el desarrollo cognitivo de la mayoría de los niños en esta edad no es aún suficiente.²⁰³

Es por eso que los alumnos trabajan en los primeros grados sólo con nociones de medición y reparto que les ayudan a establecer el manejo apropiado de los conceptos de equitatividad y exhaustividad, así como el de medición, que sirven como antecedente referencial para desarrollar posteriormente el concepto de número fraccionario. Dada la complejidad del tema y los obstáculos con los que tradicionalmente se enfrentan los alumnos al trabajar con los números fraccionarios, se señalan las categorías que se apegan a los objetivos de aprendizaje propuestos en los materiales curriculares: Plan y Programa de Estudios, Libro del Maestro y Libro del Alumno y se encuentran relacionadas, de manera estrecha, con el enfoque metodológico que sustenta el Plan y Programa de Estudios.

En este capítulo se revisan conceptualmente los números fraccionarios en situaciones de reparto y la presentación de este contenido a partir de problemas como situaciones de aprendizaje, especialmente para los alumnos del cuarto grado de primaria.

Inicialmente se introduce la concepción de los números fraccionarios en diversas situaciones o interpretaciones. El concepto de número racional, al igual que cualquier otro concepto matemático, puede ser considerado como un modelo abstracto. Kieren, en 1976, destaca una serie de categorías que pueden ser consideradas como las más relevantes desde el punto de vista didáctico.²⁰⁴ David Block destaca, en su estudio, el uso de las fracciones en diversos ámbitos de la vida cotidiana. Y, desde un punto de vista matemático y didáctico, comenta algunas dificultades de la enseñanza y el aprendizaje del concepto de número racional.

Para las categorías de los números fraccionarios se retoman las señaladas por Kieren, en 1976, como las más relevantes desde el punto de

²⁰³ SEP Guía para el maestro. Op. Cit., p. 15.

²⁰⁴ David Block en su Estudio didáctico sobre la enseñanza y el aprendizaje de la noción de fracción en la escuela primaria, retoma las categorías que destaca Kieren para el estudio del concepto de número racional a través de múltiples situaciones concretas (o interpretaciones) que lo involucran. pp. 26-42.

vista didáctico. Estas categorías nos permitirán establecer la forma en que se introduce en el contexto escolar el concepto de número fraccionario a través de diferentes situaciones o interpretaciones, y determinar la forma en que los números fraccionarios se introducen y afirman por medio de situaciones problema de diversos tipos, que sean significativos para los alumnos y favorecen un acercamiento al desarrollo de la propuesta didáctica.

La concepción de número fraccionario se estudia con diferentes significados y formas de interpretación, considerando que las fracciones constituyen una herramienta que permite resolver diversas situaciones en el ámbito científico, técnico, artístico y en la vida cotidiana, sin dejar de considerar que, éstas son menos utilizadas que los números enteros, aún cuando la variedad de fracciones a las que se puede recurrir es muy amplia. Sin embargo, el uso de las fracciones en la vida cotidiana es insuficiente y los niños tienen muy pocos conocimientos previos cuando inician este tema en la escuela, lo que propicia que se de un avance poco significativo en el dominio de esta noción.²⁰⁵

Los objetivos del eje temático *Los números, sus relaciones y sus operaciones*, del Plan y Programa de Estudios, se orientan a favorecer experiencias en donde los niños pongan el juego el significado que los números tienen en diferentes contextos y las relaciones que se pueden establecer entre ellos. Por tanto, en el enfoque de este Plan se plantea como reto importante la contextualización de las fracciones para la enseñanza de esta noción, y el diseño de situaciones en las que los números fraccionarios, sus relaciones y sus operaciones tengan sentido para los niños como herramienta útil para la resolución de problemas en su vida cotidiana.

A partir de esta multiplicidad de nociones, se retoman las interpretaciones que Kieren considera como las más relevantes para la

²⁰⁵ SEP. Guía para el maestro. Op. Cit., pp. 13-29.

enseñanza de la noción de número fraccionario en escuela primaria y que son analizadas por David Block en su **Estudio didáctico sobre la enseñanza y el aprendizaje de la noción de fracción en la escuela primaria**²⁰⁶; por Hugo Balbuena en su **Análisis de una secuencia didáctica para la enseñanza de la suma de fracciones en la escuela primaria**²⁰⁷, por Martha Dávila en su estudio **Situaciones de reparto: una introducción a las fracciones**²⁰⁸ y por la autora en el **Análisis curricular del Programa de Matemáticas del Plan y Programas de Estudio 1993 SEP de la Educación Básica Primaria**.²⁰⁹ Estos autores retoman las categorías de Kieren en sus investigaciones y las utilizan como marco teórico a partir del cual abordan el concepto de número racional.

De igual forma, en los materiales editados por SEP que conforman el **Taller para Maestros: La enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria** y en las **Guías para el maestro** de los diferentes grados, se retoman estas mismas interpretaciones de la noción de número racional o fraccionario.

De acuerdo con los autores mencionados, son seis las situaciones o interpretaciones de la concepción de número racional o fraccionario en las que existen puntos de coincidencia y, por tanto, las que se mencionan, como un antecedente importante, en esta parte del estudio:

- 1) **Los números fraccionarios en el reparto**
- 2) **Los números fraccionarios en la medición**
- 3) **Los números fraccionarios como decimal finito o periódico**
- 4) **Los números fraccionarios como razón o relación multiplicativa que hay entre dos números**

²⁰⁶ David Block. **Estudio didáctico sobre la enseñanza y el aprendizaje de la noción de fracción en la escuela primaria**, pp. 26-42.

²⁰⁷ Hugo Balbuena. **Análisis de una secuencia didáctica para la enseñanza de la suma de fracciones en la escuela primaria**, pp. 6-25.

²⁰⁸ Martha Dávila. **Situaciones de reparto: una introducción a las fracciones**, pp. 12-28.

²⁰⁹ Susana Paula Antiga Trujillo. **Análisis Curricular del Programa de Matemáticas del Plan y Programas de Estudio 1993 SEP de la Educación Básica Primaria**, pp. 55-77.

5) Los números fraccionarios como proporción, operador multiplicativo

(o aplicación)

6) Los números fraccionarios como cociente de una división

Para los fines de nuestro estudio analizaremos únicamente la primera categoría: **Las fracciones en situaciones de reparto.**

Examinaremos, a partir de esta interpretación, los objetivos de aprendizaje que se persiguen, los conceptos matemáticos que el niño construye, incluyendo el concepto de reparto, la forma en que se introduce esta noción en el grado escolar que se analiza y su nivel de complejidad. Finalmente estableceremos las competencias académicas básicas que establecen los niños a partir de la solución de problemas en situaciones de reparto.

2. Los números fraccionarios en el reparto

El reparto es una actividad a la que todos accedemos desde temprana edad; es significativa para los niños y constituye un medio a través del cual empiezan a emplear ciertos términos fraccionarios para cuantificar las partes que le tocan a cada uno. Es una actividad con la que pueden comprobar que existen distintas maneras de hacer un reparto y de expresar en fracciones cuánto le toca a cada quien y les permite la sistematización de los conceptos de exhaustividad y equitatividad. El reparto equitativo y exhaustivo, es decir, en partes iguales y sin que sobre nada, constituye una de las actividades fundamentales para que el niño sea capaz de fraccionar una o varias unidades; sin embargo, el proceso que los niños siguen hasta llegar a realizar repartos equitativos y exhaustivos es largo y debe ser encauzado por medio del trabajo de situaciones problema significativas para el niño, que se encuentren en su realidad y sean interesantes para ellos.²¹⁰

²¹⁰ SEP. Guía para el maestro. Ídem, pp. 13-28.

El tipo de estrategias fundamentales que se sugieren para la introducción de la noción de número fraccionario son las situaciones de reparto. Se pueden crear muchas situaciones problemáticas que, por una parte, involucren activamente la noción de fracción en situaciones de reparto y le den sentido, y por otra, sean accesibles para los niños y puedan entenderlas sin mucha dificultad.

La situación de reparto, que involucra la necesidad de fraccionar, se produce por la problemática que se plantea al niño de repartirlo todo, en partes iguales y sin que sobre nada. Esto representa un desafío para el niño que le propicia la necesidad de fraccionar la unidad. Esta situación se presenta cuando el niño tiene más personas que objetos para repartir.

El proceso que los niños siguen hasta llegar a realizar repartos equitativos y exhaustivos es largo. Al principio no entienden que los objetos enteros se puedan dividir. Posteriormente logran repartir el todo cortándolo en pedazos más pequeños, que reparten poco a poco pero continúan cortándolo de forma indefinida. Más adelante, sucede que dividen el entero en dos o tres pedazos pero se olvidan del sobrante.

Un paso importante en este proceso, se da especialmente cuando los niños tienen aproximadamente entre 8 y 9 años, y se encuentran cursando el cuarto grado de primaria. Esta etapa es cuando el niño ya tiene la intención de agotar el todo (exhaustividad) para repartirlo. Ya toma en consideración el número de personas entre las que tiene que realizar el reparto. Ya se encuentran en condiciones de realizar repartos iguales para cada una de las personas (equitatividad).²¹¹

Las estrategias y contenidos que se sugieren en los materiales curriculares, para la enseñanza y aprendizaje de los números fraccionarios en situaciones de reparto persiguen como objetivo que el niño:

a) Aprenda a hacer particiones equitativas y exhaustivas al resolver problemas de reparto.

²¹¹ Ídem

- b) Utilice la partición como herramienta en la resolución de problemas de reparto.
- c) Compare fracciones sencillas, en el contexto del reparto, para afirmar la comprensión de las mismas.
- d) Exprese de manera verbal el resultado de los repartos para cuantificar el tamaño de las fracciones de la unidad.
- e) Descubra que los números enteros son insuficientes para decir cuánto es el resultado exacto de los repartos.²¹²

Debido a que los niños enfrentan múltiples dificultades para contextualizar las fracciones al realizar los repartos, es necesaria, la introducción paulatina de los conceptos, la demostración con materiales concretos y, además, permitir que sean ellos quienes descubran poco a poco, por medio de sus experiencias, estos significados. Sólo a partir de la verificación, los niños tienen la oportunidad de identificar y corregir errores y llegar a comprobar cuál es el resultado correcto. Es importante ayudar a los niños a reflexionar sobre la forma de contextualizar este significado de los números fraccionarios por medio de actividades de reparto que permitan la confrontación colectiva, la demostración y la anticipación y verificación de resultados.

3. Los problemas en situaciones de reparto.

Tradicionalmente, la actividad en la cual se utilizan los conocimientos que han sido enseñados de manera previa para la resolución de problemas se ha considerado como una forma de aplicación de los conocimientos adquiridos. Se separa el momento de la adquisición de los conocimientos del aquél de la resolución de problemas. Sin embargo, no se toma en cuenta que "... es al resolver problemas cuando

²¹² SEP Matemáticas 4º Grado de Educación Primaria. Libro para el maestro. Pp. 11-21.

los alumnos pueden construir sus conocimientos matemáticos de manera que éstos tengan significación para ellos.²¹³

La resolución de problemas es considerada, en el enfoque metodológico constructivista, como el motor del aprendizaje matemático²¹⁴. Se fundamenta que el aprendizaje se logra de forma primordial por medio de una actividad finalizada, esto es, mediante un tipo de actividad que tiene un propósito para quien la lleva a cabo. Entonces, un aprendizaje con permanencia y significado va a ser resultado de la actividad que el niño lleva al cabo para dar respuesta a preguntas de su interés o a la resolución de problemas que le motiven y le lleven a la construcción de un conocimiento nuevo.

La resolución de problemas como actividad principal en matemáticas según David Block implica inicialmente la determinación de los problemas cuya resolución involucra de manera privilegiada ese conocimiento. Implica también, realizar actividades a partir de los conocimientos que el niño tiene para enfrentar un reto y con esto desarrollar estrategias que le lleven a la adquisición de un concepto nuevo. Este sería el caso por ejemplo de los “problemas aditivos simples”, en donde deben resolverse situaciones problema en las que se emplea una sola operación, ya sea adición o sustracción.

En situaciones de reparto el problema sería repartir un entero en mitades iguales sin que le sobre nada. Cuando el niño realiza exitosamente este reparto sencillo cumpliendo con las propiedades de equitatividad y exhaustividad, ya puede realizar repartos exitosos entre 4 o entre 8 y otros números múltiplos de 2. Esto quiere decir que se realiza el reparto entre números que se obtienen al volver a repartir siempre en dos pedazos el pedazo que le queda.²¹⁵

²¹³ David Block, *Estudio didáctico sobre la enseñanza y el aprendizaje de la noción de fracción en la escuela primaria*, p. 20.

²¹⁴ Ver Capítulo 1, punto 1. *Constructivismo y Educación Matemática*.

²¹⁵ SEP. *Guía para el maestro*. *Ídem*, pp. 13-28.

En una siguiente etapa se considera la localización de situaciones clave que favorecen el desarrollo de conocimientos nuevos. La resolución de un problema nuevo casi siempre se inicia por medio de ensayo y error, de pruebas, de anticipación de resultados. El resolver otros problemas, que se encuentran en situaciones similares, permite al niño la construcción paulatina de cierto tipo de relaciones que le posibilitan la sistematización de los procedimientos matemáticos.²¹⁶

El hecho de que los niños hayan aprendido a repartir en mitades, no implica necesariamente que puedan hacerlo al tener que repartir en 3, en 5 o en 7 partes. Cuando inician los repartos entre tres, generalmente los niños siguen utilizando la estrategia de dividir en mitades para realizar dichos repartos. Esta estrategia los enfrenta al problema de cómo repartir el pedazo sobrante. Para resolver este problema deciden cortar en mitades, varias veces el pedazo que sobre. Algunos niños consideran que por lo pequeño del pedazo que sobra ya no es importante continuar repartiéndolo.

Sin embargo, cualquiera de estas acciones que el niño realice lo llevan a perder una de las dos propiedades inherentes al reparto. Es decir, si deciden que el pedazo sobrante ya no se puede repartir, o ya no es necesario repartirlo pierden la exhaustividad, ya que no están repartiendo el todo. Si por el contrario consideran que este pedazo puede darse sólo a una persona o repartirse en el número de pedazos necesarios, sin importar que estos no sean iguales, entonces pierde la equitatividad del reparto.²¹⁷

El niño construye así, por sí mismo, las estrategias necesarias para la resolución de problemas y con ello un conocimiento significativo y duradero, a la vez que se le da la oportunidad de "hacer matemáticas". Se acerca con esto a la siguiente etapa constituida por la adquisición del tipo de procedimientos y conceptualizaciones que se necesitan frente a

²¹⁶ David Block, *Estudio didáctico sobre la enseñanza y el aprendizaje de la noción de fracción en la escuela primaria*, p. 20-25.

²¹⁷ SEP. *Guía para el maestro* Ídem, pp. 13-28.

problemas específicos, por ejemplo, para la resolución de los diferentes tipos de problemas de multiplicación; aquí se requiere la asimilación de procedimientos sistemáticos que lleven al niño a enfrentar un problema con una cierta relación de datos que requieran una multiplicación, es decir, aquellos en los que se multiplican las medidas de dos magnitudes para encontrar la medida de una tercera. Al respecto, la resolución de problemas en la construcción del conocimiento, bajo esta concepción del aprendizaje, establece que los problemas juegan un nuevo papel ya que constituyen la principal fuente de los conocimientos. Se considera la enseñanza de las matemáticas como la forma de promover la evolución y enriquecimiento de los conocimientos previos del niño, por medio de situaciones que los lleven a desechar, modificar o enriquecer dichos conocimientos y a acercarse de manera paulatina a otros conceptos y procedimientos nuevos, propios de las actividades matemáticas.²¹⁸

Al aumentar la complejidad de los problemas, el niño se enfrenta por ejemplo, a situaciones de reparto en las que tiene más enteros que repartir que personas. En este caso el niño se enfrenta a dos tipos de estrategias diferentes. Inicialmente divide todos los enteros en partes iguales y reparte las fracciones obtenidas por igual. Así, si tenía 5 galletas y 4 niños, reparte todas las galletas en cuartos y le da a cada persona $5/4$ de galleta. De esta forma se da cuenta que, primero, también podía haber repartido enteros a cada una de las personas para, después dividir los enteros que le quedaron de acuerdo al número de personas en que va a realizar el reparto. Entonces repartiría un entero a cada persona y el entero sobrante lo dividiría en 4 partes iguales, dándoles a cada persona un entero y un cuarto de galleta, fracción equivalente a $5/4$.²¹⁹

Por otra parte, es importante resaltar que para este enfoque es el sujeto quien adquiere su conocimiento, construyéndolo a través de una interacción entre él y el medio. Esto implica la búsqueda creativa en lugar

²¹⁸ Idem

²¹⁹ SEP Matemáticas 4°. Grado Educación Primaria. Libro para el alumno. pp. 64-65.

de la aplicación de reglas, el cambio de la forma de ver las matemáticas como lenguaje formal y reglas sintácticas, así como la promoción de la capacidad de pensar matemáticamente, de buscar soluciones a los problemas y de inventar procedimientos de solución. El dialogar con los compañeros e intercambiar información, constituye un papel fundamental en la construcción del conocimiento, ya que permite al niño la confrontación de estrategias y respuestas. Al mismo tiempo que le posibilita el entender que hay diferentes formas para solucionar un problema e incrementa el desarrollo de sus habilidades matemáticas.²²⁰

Finalmente, para entender el por qué la tarea fundamental de la didáctica es la organización del medio con el cual el niño ha de interactuar para construir determinados conocimientos matemáticos, es necesario analizar cuáles conocimientos de los que propone la escuela son susceptibles de ser reconstruidos por el niño, es decir, qué informaciones y aplicaciones útiles e interesantes para el niño deben incluirse como contenidos. También es necesario determinar el tipo de procedimientos que movilizan los niños frente a ciertos problemas matemáticos, ya que se tiene como objetivo que de manera paralela a los aprendizajes matemáticos, los niños adquieran un cierto tipo de competencias académicas básicas que los hagan interesarse en la resolución de otros tipo de problemas relacionados con temas en ésta o en otras asignaturas.²²¹

Esta forma de presentación de las fracciones, por medio de situaciones problema de reparto, permite acercarse a los intereses infantiles, a través de actividades atractivas y lúdicas, pero al mismo tiempo útiles y significativas, delimitar cuáles son los problemas que favorecen la construcción de esos conocimientos y establecer cómo influyen en el proceso las múltiples variables que están en juego en una sesión de clase escolar, como la participación de los alumnos, del profesor

²²⁰ SEP. *La enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria. Taller para maestros. Primera parte*, pp. 20-25.

²²¹ *Idem*

y el ambiente de trabajo. El papel del docente constituye un elemento indispensable para el éxito de la propuesta, ya que participa, coordina, orienta las actividades y actúa como apoyo adicional si esto es necesario.

En el siguiente capítulo analizaremos los resultados obtenidos de acuerdo a las respuestas de los alumnos en cada una de las diferentes etapas. Puntualizaremos la forma en que dieron solución a cada una de las propuestas de reparto presentadas <más objetos que personas> y <menos objetos que personas>. Indicaremos las estrategias que utilizaron para llegar a realizar repartos equitativos y exhaustivos y estableceremos la forma cómo construyeron el concepto de reparto, a partir de diferentes habilidades y actitudes, para aplicarlo a la resolución de problemas como una competencia académica básica.

VII. ANÁLISIS FINAL DE RESULTADOS DE ACUERDO A LAS RESPUESTAS DE LOS ALUMNOS

En este capítulo se realizará, desde diversas perspectivas el análisis final de los resultados encontrados en la investigación en cada una de las tres etapas en estudio: antes de ser enseñado el tema, dos semanas después de que se enseñó el tema y siete semanas después de iniciada la investigación. Estableceremos cuáles fueron sus respuestas a cada uno de los dos casos en estudio <más objetos que personas> y <más personas que objetos>. Identificaremos cuáles fueron las herramientas que los alumnos utilizaron como habilidad para resolver problemas de reparto. Puntualizaremos los casos en que los alumnos construyeron el concepto de reparto como una competencia académica básica para resolver problemas. Finalmente, se describirán los resultados encontrados y se realizarán cuadros sinópticos de la información recabada.

El análisis final, de acuerdo a las respuestas de los alumnos, se llevará al cabo en cinco diferentes etapas, en las cuales se estudiarán cada uno de los aspectos que, de acuerdo a la respuesta criterio, se encuentran presentes en las respuestas de los alumnos.

1. Análisis de las respuestas, mapas conceptuales²²² y análisis de discurso²²³ de la primera etapa aplicada el 13 de octubre del 2000. Agrupación y síntesis de resultados de la primera etapa. CUADRO I
2. Análisis de las respuestas, mapas conceptuales y análisis de discurso de la segunda etapa aplicada el 22 de noviembre del 2000. Agrupación y síntesis de resultados de la segunda etapa. CUADRO II
3. Análisis de las respuestas, mapas conceptuales y análisis de discurso de la tercera etapa aplicada el 15 de enero del 2001. Agrupación y síntesis de resultados de la tercera etapa. CUADRO III

²²² En el capítulo V "Los mapas conceptuales" se explicó cómo fueron elaborados.

²²³ En el capítulo IV "El modelo de Análisis Proposicional" se explicó cómo se realizó.

4. Análisis de correspondencia²²⁴ de las respuestas de los alumnos en correlación con las de la respuesta criterio. Agrupación y síntesis de resultados de esta etapa. CUADRO IV
5. Agrupamiento, síntesis y análisis de los resultados obtenidos en las cuatro etapas anteriores. CUADRO V

Estudiaremos las respuestas de los alumnos²²⁵, en tres diferentes etapas, a la pregunta: PARA TI ¿QUÉ ES UN REPARTO? EXPLICA CÓMO SE REALIZA CUANDO LA CANTIDAD DE OBJETOS A REPARTIR ES DIFERENTE DEL NÚMERO DE PERSONAS ENTRE LAS QUE SE VA A REALIZAR EL REPARTO. DESPUÉS DA UN EJEMPLO DE REPARTO. INDICA CUÁLES SON LAS TRES IDEAS MÁS IMPORTANTES EN TU RESPUESTA.

En un primer momento, el 6 de octubre del 2000, se aplicó la misma pregunta, que se utilizaría para los alumnos, a la Profesora. Ma. Elizabeth Montúfar Márquez, del grupo 4º A, para tener una respuesta criterio²²⁶ con la cual realizar el análisis de las respuestas de los alumnos y establecer una correlación. De acuerdo al análisis de discurso²²⁷ y al mapa conceptual de la respuesta criterio²²⁸, para considerar que el estudiante estableció el concepto de reparto y lo construyó convirtiéndolo en una competencia académica básica, para aplicarlo a la resolución de problemas en situaciones de reparto, el alumno deberá establecer: QUE EXISTA UNO O MÁS ENTEROS QUE SE VAN A DIVIDIR EN PARTES, DE ACUERDO AL NÚMERO DE PERSONAS QUE HAY. SE CONSIDERARON DOS SITUACIONES: A) CUANDO HAY MÁS ENTEROS QUE PERSONAS Y B) CUANDO HAY MÁS PERSONAS QUE ENTEROS.

Esta proposición se constituye a partir de los cuatro núcleos conceptuales, establecidos en el mapa criterio: ENTEROS, PARTES, NÚMERO Y PERSONAS.

²²⁴ En el capítulo IV "El Modelo de Análisis Proposicional" se explicó cómo se realizó.

²²⁵ Se ha cambiado el nombre de los alumnos para proteger su identidad.

²²⁶ Ver anexos No. 1 pp.145-146.

²²⁷ Ver anexos No. 1 pp. 147-149.

²²⁸ Ver anexos No. 1 p. 150.

1. Análisis de las respuestas, mapas conceptuales y análisis de discurso de la primera etapa aplicada el 13 de octubre del 2000.

CUADRO I.

En la primera etapa de la investigación realizada el 13 de octubre del 2000, se aplicó el cuestionario a los alumnos sin que el tema hubiera sido enseñado. El objetivo de esta etapa: establecer cuáles eran los conocimientos previos que del tema REPARTO tenían los alumnos. Los resultados fueron los siguientes:

* En este primer bloque consideraremos a 9 alumnos de los 12 seleccionados, como muestra aleatoria, que no tenían ningún conocimiento previo del tema, o lo tenían en forma muy difusa. Solamente establecieron uno o dos de los núcleos conceptuales requeridos por la respuesta criterio. Y aunque hubo un caso de un alumno que tiene tres de los núcleos conceptuales del criterio, en ninguno de los nueve casos se logra establecer una respuesta amplia y argumentativa. O bien se da una respuesta sin tener ninguna relación con la pregunta de la investigación.

- Pedro y Antonio únicamente tienen un núcleo conceptual: objetos, equivalente al de enteros de la respuesta criterio. En su respuesta se refieren a objetos, paletas o algo que tienen que dividir, pero en su ejemplo no logran establecer que el reparto se realizará de acuerdo al número de personas. Pedro indica en una proposición aislada que hay 31 niños en un salón. En otra proposición se pregunta que si hay sesenta y dos paletas ¿cómo se las repartieron? En el caso de Antonio, en una misma proposición indica que tiene cinco niños y diez paletas que les va a dar. Sin embargo en ninguno de los dos casos se establece que el reparto de estos objetos se realizará en partes iguales y sin que sobre nada, de acuerdo al número de personas que hay.

- Araceli tiene dos núcleos conceptuales en relación al criterio: personas y objeto. Personas idéntico al del criterio y objeto equivalente a enteros. Sin embargo, aunque existen dos núcleos conceptuales en correspondencia, la redacción de su proposición nos permite establecer

que no existe conocimiento previo, ya que ella considera que "...el reparto es como una persona que entrega o le da objetos o cosas a otra persona." Esta proposición no tiene ninguna relación con el concepto de reparto que se está analizando.

- Rocío tiene dos núcleos conceptuales en correspondencia con el criterio: hojas equivalente a enteros y partes. Sin embargo, de acuerdo al análisis de su respuesta, estos núcleos no tienen ninguna relación con el concepto de reparto, ya que, ella dice en una proposición: "no romper las hojas que vas a repartir" y en otra "cuando repartas toma una parte y reparte las que han quedado". Aún cuando ella habla de hojas a repartir y partes, no logra establecer la relación entre las personas y el número de partes en que deberá dividirse el entero.

- Emilio tiene dos núcleos conceptuales en relación con el criterio: canicas, equivalente a enteros y niños, equivalente a personas. Sin embargo, al análisis de su respuesta: En una proposición: "tengo cuarenta canicas y treinta niños y les repartí las canicas." Y en otra proposición: "Y las que sobraron las repartí a otros niños" podemos establecer que no logra integrar la relación que existe entre el número de personas y los enteros a repartir. Maneja los dos conceptos en proposiciones aisladas, sin ninguna relación una con otra.

- Miguel tiene dos núcleos conceptuales: niños equivalente a personas y partes en relación con la respuesta del criterio. Miguel establece el concepto de exhaustividad, ya que en una proposición dice que: "...le toque la misma porción a todos." Sin embargo, al análisis de sus otras proposiciones podemos establecer que no logra la relación requerida entre el número de personas y los enteros a repartir ya que dice: "Chuchito invitó a seis niños a la fiesta, si había cinco platos con comida" y en otra proposición aislada dice: "dividir la comida en tres partes". Entonces podemos puntualizar que tiene una idea vaga o difusa del concepto de reparto, sin lograr establecer todavía la relación que existe entre las personas y los objetos a repartir.

- Fernando tiene dos núcleos conceptuales: cosas equivalente a enteros y personas en relación con el criterio. Sin embargo, al análisis de su respuesta podemos establecer que en una proposición aislada establece que un reparto es "... una repartición de cosas para personas". En otra proposición diferente establece que "hace un división" y con una división numérica divide "cuatro cosas entre ocho personas, indicando que les toca a cero y sobran cuatro." De acuerdo a estas respuestas podemos puntualizar que aunque tiene una idea difusa de lo que se considera reparto, no logra establecer que el entero deberá dividirse en partes iguales de acuerdo al número de personas que hay.

- Mario tiene dos núcleos conceptuales: objetos, equivalente a enteros y niños, equivalente a personas en relación con la respuesta criterio. Mario tiene una idea vaga de lo que constituye un reparto, ya que en una proposición indica que: "... reparto es dividir el objeto para que sea igual y que a uno no le toque demás dulces" . Y en otra proposición indica: "ocho dulces y cuatro niños, les toca de dos". Sin embargo, aunque en esta última proposición logra establecer los conceptos de equitatividad y exhaustividad, ya que al darles dos dulces a cada niño repartió en partes iguales y sin que sobre nada, no logra establecer la relación entre ambas proposiciones. Por lo tanto, nos indicaría que, para repartir en partes iguales y sin que sobre nada, el entero tendría que haberse dividido de acuerdo al número de personas que hay.

- Jesús tiene tres núcleos conceptuales: cosas equivalente a enteros, vecino equivalente a personas y número en relación con la respuesta criterio. Sin embargo, al análisis de su respuesta podemos establecer que en dos proposiciones aisladas y repetidas, establece que "tengo que dar un número mayor al vecino" y en otra proposición dice que "reparto cantidad mayor". Ejemplifica su reparto utilizando una resta de 84 menos 26 indicando que no se puede restar cuatro a seis. Consideramos que este concepto de resta no tiene ninguna relación con el que debería utilizarse de división para realizar un reparto. Tampoco alcanza un nivel de

argumentación al tener sólo una noción vaga del concepto que se está preguntando.

* En un **segundo bloque** analizaremos a dos alumnos, de los doce de la muestra aleatoria, quienes presentan tres núcleos conceptuales y ya incluyen los conceptos número o partes para realizar sus proposiciones como respuesta a la pregunta. Esto les permite considerar que existe un cierto número de personas o que se tendrá que dividir el entero, en partes, para realizar el reparto. También nos permite puntualizar que existe un conocimiento previo, que sirvió en este momento y servirá en las etapas posteriores, para la construcción de un conocimiento significativo y finalmente para la formación de una competencia académica básica que les permita resolver problemas en situaciones de reparto.

- Oscar tiene 3 núcleos conceptuales: personas, números y objetos equivalente a enteros en relación con la respuesta criterio. A partir de estos núcleos y al análisis de su respuesta podemos establecer que Oscar tiene un buen conocimiento del concepto de reparto ya que, en una proposición establece el concepto de equitatividad al indicar que: "... reparto es darle un objeto a una persona y darles cantidades iguales". También considera el hacer una división para realizar el reparto y establece que "... el cociente es el número de objetos que se le va a dar a la persona". Ejemplifica con una división el concepto de exhaustividad al dividir 40 paletas entre 8 amigos. Indicando que "...les toca 5 paletas y no sobra nada." Oscar considera como lo más importante: "... el número de objetos, el número de personas y el número que le toca a cada quien."

A partir del análisis de sus respuestas, del mapa conceptual y del análisis de discurso, podemos establecer que Oscar tiene claro el concepto de reparto que implica realizar una división de un entero, de acuerdo al número de personas. Además utiliza los conceptos de repartir equitativamente en partes iguales y exhaustivamente, sin que sobre nada.

- Ernesto tiene tres núcleos conceptuales: objetos equivalente a enteros, partes y personas en relación con la respuesta criterio. A partir

del análisis de la respuesta de Ernesto podemos establecer que tiene claro el concepto de reparto y que esté se tiene que realizar de acuerdo al número de las personas que hay. Ejemplifica con un dibujo de un pastel en correspondencia con los dibujos del número de personas y la forma en que el pastel queda dividido. Aclara en una proposición que "... si los objetos son menos y las personas son más, entonces se reparten en partes más pequeñas." Así establece una correspondencia con la respuesta criterio, en donde se hace una diferenciación respecto al número de personas y número de objetos que hay. Considerando que son dos situaciones diferentes <más personas que objetos y más objetos que personas> en las que el reparto, por consiguiente se realiza de diferente manera.

A partir del análisis de sus respuestas, del mapa conceptual y del análisis de discurso, podemos establecer que Ernesto tiene claro el concepto de reparto que implica realizar un división de un entero, de acuerdo al número de personas y establece además la diferencia que existe en los dos casos considerados <más objetos que personas y más personas que objetos>.

* En un **tercer bloque** analizaremos al único alumno, de los doce de la muestra aleatoria, que en esta etapa presenta cuatro núcleos conceptuales y ya incluye los conceptos número y partes para realizar sus proposiciones como respuesta a la pregunta de la investigación que nos ocupa.

- Diego tiene cuatro núcleos conceptuales: cosas equivalente a enteros, partes, cantidades equivalente a número y personas en relación con la respuesta criterio. Al análisis de su respuesta podemos puntualizar que Diego tiene claro el concepto de reparto ya que, utiliza el concepto de equitatividad al considerar que se "... reparte en iguales cantidades a varias personas". Ejemplifica con un división este reparto. En otra proposición hace el reparto de un pastel y establece el concepto de exhaustividad, ya que indica que repartió "... un pastel en cuatro piezas" lo dibuja, indicando así los conceptos de exhaustividad y equitatividad, ya que repartió en

partes iguales y sin que sobre nada. Afirma este concepto en sus otras proposiciones ya que dice: “.. repartí en iguales pedazos. No en diferente parte. No uno más grande, ni uno más pequeño. Igual.” Esto nos permite considerar que tiene clara la forma de realizar un reparto, aún cuando no hace mención de la relación que existe entre los objetos y el número de personas entre las que hay que realizarlo. Aún así, consideramos que tiene un conocimiento previo del concepto de reparto que le permitirá construir un aprendizaje significativo y con ello una competencia académica básica para la solución de problemas de reparto.

* Para esta **PRIMERA ETAPA** se puede considerar entonces, la existencia de **3 grupos**: 1) con 9 alumnos que no tienen antecedente claro del tema. 2) con dos alumnos que tienen claro el concepto y utilizan 3 núcleos conceptuales en relación a la respuesta criterio. 3) con un alumno que tiene claro el concepto, y es el único que utiliza 4 núcleos conceptuales en relación al criterio y aplica los conceptos de equitatividad y exhaustividad al realizar el reparto. Ver esta síntesis de resultados en el **CUADRO I**.

2. Análisis de las respuestas, mapas conceptuales y análisis de discurso de la segunda etapa aplicada el 22 de noviembre del 2000.

CUADRO II

La clase en que se dio inicialmente el tema fue impartida el 19 de octubre del 2000²²⁹. Las clases en que se trabajó con el libro de texto y se afirmó el tema fueron noviembre 6²³⁰ y noviembre 8²³¹. El examen se aplicó 5 semanas después de haberse iniciado la enseñanza del tema, en noviembre 22 del 2000.

El objetivo que se buscaba en esta etapa era considerar si los alumnos habían construido el concepto de reparto para aplicarlo a la solución de problemas. De acuerdo a las observaciones realizadas, pudimos establecer

²²⁹ Ver anexo No. 3 Pp. 163-167.

²³⁰ Ver anexo No. 4 Pp. 168-173.

²³¹ Ver anexo No. 5 Pp. 174-177.

que el tema fue presentado teniendo como conocimiento previo las fracciones y la partición de enteros en fracciones. La maestra ejemplificó inicialmente el tema, después realizó ejercicios con los alumnos para que ellos recordarán que se trataba de algo que ya sabían realizar y les sirviera como antecedente al nuevo concepto que abordarían.²³²

También en la observación de clase, nos dimos cuenta que se trabajó con situaciones problema de la lección 18 "Galletas Redondas", pp. 82 y 83 del libro SEP Matemáticas, Cuarto Grado²³³. Se presentaron 3 situaciones problemas: a) Si hay más galletas que niños. b) Si hay menos galletas que niños y c) Si hay igual cantidad de galletas y niños. Los alumnos deberían realizar los repartos que se les proponen en cada problema y encontrar cuál era la respuesta a cada una de las interrogantes. Deberían encontrar como respuesta al caso a) Si hay más galletas que niños, a cada niño le toca más de una galleta. Al caso b) Si hay menos galletas que niños, a cada niño le toca menos de una galleta y al caso c) Si hay igual cantidad de galletas y niños, a cada niño le toca exactamente una galleta.

A partir de las observaciones realizadas podemos considerar que, los alumnos construyeron esta forma de repartir a partir de dibujos, porque así fue el contexto en que el tema fue enseñado.

En esta SEGUNDA ETAPA agruparemos a los alumnos en 4 bloques diferentes de acuerdo al número de núcleos conceptuales que tienen en relación con la respuesta criterio. Estos núcleos fueron. ENTEROS, PARTES, NÚMEROS Y PERSONAS. La relación que existe entre estos núcleos, de acuerdo al análisis de discurso y al mapa conceptual de la respuesta criterio, para considerar que el estudiante estableció el concepto de reparto y lo construyó convirtiéndolo en una competencia académica básica, para aplicarlo a la resolución de problemas en situaciones de reparto, el alumno deberá establecer: QUE EXISTA UNO O MÁS *ENTEROS* QUE SE VAN A DIVIDIR EN *PARTES*, DE ACUERDO AL *NÚMERO DE PERSONAS* QUE HAY.

²³² Ver anexo No. 3 observación realizada a la clase de octubre 19 del 2000.

²³³ Ver anexos No. 4 y 5 observaciones realizadas a las clases de noviembre 6 y noviembre 8 del 2000.

CONSIDERANDO LAS DOS SITUACIONES: A) CUANDO HAY MÁS ENTEROS QUE PERSONAS Y B) CUANDO HAY MENOS ENTEROS QUE PERSONAS.

* En el **primer bloque** analizaremos las respuestas de la alumna Rocío, quien sólo tiene un núcleo conceptual: alumnos, equivalente al núcleo conceptual del criterio. Rocío establece su respuesta a partir de 5 proposiciones aisladas, sin ninguna relación con la pregunta. Sólo en una proposición establece que "... se reparte el mismo objeto". Y en otra proposición indica que "... un salón tiene 16 alumnos y otro 12 alumnos". No establece la relación del número de enteros con el número de objetos a repartir. Tampoco hace mención alguna respecto a la diferencia que se establece si hay más o menos objetos. Se puede considerar entonces, que Rocío no logró la construcción del concepto de reparto en esta segunda etapa de la investigación.

* El **segundo bloque** está integrado por dos alumnos que tienen únicamente dos núcleos conceptuales: paletas y dulces, equivalentes al núcleo conceptual enteros del criterio y niños equivalente al núcleo conceptual personas de la respuesta criterio.

- Antonio, por una parte, establece en una proposición que "...para repartir algo, paletas o dulces, tiene que hacer una división,." Y en su ejemplo indica que "... tiene seis niños y doce paletas y las reparte las paletas y son dos para cada quien."

- Emilio, por otra parte establece en su proposición que "... el reparto es una cantidad en que vas a repartir el numerador". Y en su ejemplo indica que "... si tengo cuatro niños y veintiocho paletas a cada niño le tocan siete paletas.

Tanto Antonio como Emilio llegan a esta conclusión dibujando las paletas y los niños y relacionando con una línea cada paleta con el niño correspondiente. De tal forma que establecen el reparto de manera equitativa y exhaustiva. Sin embargo, no logran establecer la relación que existe entre el número de niños y el número de objetos a repartir cuando éste es diferente. Consideramos que, aunque de una forma muy

elemental, sí se logró, en ambos casos, la construcción del concepto de reparto. Este concepto les servirá como un conocimiento previo del procedimiento de reparto y les permitirá construir nuevos aprendizajes que les sean significativos.

* El **tercer bloque** está integrado por ocho alumnos que tienen tres núcleos conceptuales: objetos, galletas, y pasteles equivalentes al núcleo conceptual enteros del criterio, niños equivalente al núcleo conceptual personas de la respuesta criterio y partes idéntico al núcleo conceptual de la respuesta criterio. Estos alumnos ya tienen un concepto más claro del tema reparto que se está analizando.

- Pedro ya establece que “.. el objeto debe repartirse, dividirse o partirse en partes iguales”, que se debe “.. realizar una división correctamente” y en su ejemplo realiza correctamente el reparto de un entero en tres partes iguales para las tres personas de su ejemplo. Establece así los conceptos de equitatividad y exhaustividad necesarios para realizar un reparto en partes iguales y sin que sobre nada. En consecuencia consideramos que construyó un concepto claro del tema reparto y estableció la competencia académica básica para la resolución de problemas de reparto.

- Fernando considera la necesidad de “.. repartir el entero en fracciones” y ejemplifica a partir de dibujos un entero repartido en 8 fracciones correspondientes a las ocho personas de su respuesta. Considera la necesidad de “... que les toque lo mismo.” Consideramos que estableció un concepto claro del reparto equitativo y exhaustivo.

- Araceli considera que el reparto se tiene que realizar de acuerdo al número de personas que son, el cual se tienen que tomar en cuenta para saber en cuantas partes se van a dividir los enteros. Su reparto de tres enteros para cuatro personas lo resuelve dividiendo dos enteros en mitades y el entero sobrante en cuatro partes. Correspondiendo así una mitad y un cuarto de entero para cada persona. Es interesante la forma en que realiza su reparto, ya que no divide todas las galletas en cuatro partes,

sino que divide primero en mitades y después piensa la forma en cómo dividir la galleta que le sobra para que su reparto sea equitativo y exhaustivo. Consideramos que Araceli construyó el concepto de reparto y lo podrá utilizar como una competencia académica básica para resolver problemas en situaciones de reparto de forma tal que reparta en partes iguales y sin que sobre nada, de acuerdo al número de personas entre las que se va a repartir.

- Mario establece que el reparto es "... una acción de repartir partes iguales", con lo que abarca el concepto de equitatividad. Su reparto sin que sobre nada lo ejemplifica de forma interesante ya que tiene tres personas a quienes identifica con la letras: "... J, P, y O ". Sus cuatro enteros que tiene para repartir los divide cada uno en tres partes y escribe dentro de cada tercio de fracción una de las letras que corresponden a cada una de las personas entre quienes realiza su reparto. Así, a cada una de las personas les tocan cuatro terceras partes de galleta. Francisco nunca establece que podría haber entregado primero una galleta completa a cada persona y después repartir la galleta sobrante en tres pedazos. Sin embargo, así, como él lo hace, realiza un reparto en partes iguales y sin que sobre nada. Consideramos que Mario construyó el concepto de reparto y lo podrá aplicar como una competencia académica básica para la resolución de problemas en situaciones de reparto, los cuales resolverá de manera equitativa y exhaustiva.

- Miguel considera que, al realizar un reparto "... se divide en porciones según el objeto que se va a repartir". Indica también que es necesario "... que les toque la misma porción". Ejemplifica su reparto de forma interesante, ya que tiene dos enteros a repartir entre seis personas. Sin embargo, no reparte en seis partes sus enteros, sino en tres partes cada uno. Así a cada una de las seis personas de su ejemplo les corresponde un tercio de galleta. Establece la relación de equitatividad y exhaustividad con una letra que corresponde a cada una de las personas y a cada una de las partes correspondientes. Utiliza las letras: "...A, P, D, J,

T, E,” para las personas y en el primer entero utiliza “A, P y D” y en el otro “J, T, y E.” Se considera entonces, que Miguel construyó el concepto de reparto como una competencia académica básica para la resolución de problemas.

- Jesús establece su reparto de forma sencilla a partir del planteamiento del problema: “tengo dos pasteles y cuatro personas”. Considera como respuesta que lo divide en cuatro y realiza el reparto para que a cada una de las cuatro personas les corresponda dos cuartas partes del pastel. Esto lo ejemplifica con el dibujo de los dos enteros divididos en cuartos y las cuatro personas. Establece así los conceptos de equitatividad y exhaustividad, ya que repartió en partes iguales y no le sobró nada. Consideramos que construyó el concepto de reparto como una competencia académica básica para la resolución de problemas.

- Oscar considera la necesidad de “... dar objetos iguales a cada persona de manera exacta.” Y hace la aclaración que “.. si hay diferentes cantidades de objetos y personas, se tiene que dividir” Establece así, los conceptos de equitatividad y exhaustividad necesarios para el reparto y además considera la propuesta del problema criterio en que se establece la existencia de un número diferente de personas y de objetos a repartir. Ejemplifica su respuesta proponiendo el problema de cuatro galletas a repartir entre tres niños. Primero establece la relación de repartir una galleta para cada niño utilizando tres colores diferentes: rojo, amarillo y rosa. Así ilumina la persona y la galleta correspondiente del mismo color. La galleta sobrante la reparte en tres fracciones e ilumina cada fracción del color correspondiente. Consideramos que Oscar construyó el concepto de reparto de manera muy clara y lo podrá utilizar como una competencia académica básica para la resolución de problemas.

- Diego considera la necesidad de repartir “... en iguales pedazos a cada una de las personas y considera que no sobre nada.” Así ejemplifica su reparto equitativo y exhaustivo, repartiendo seis pasteles para cinco personas. Identifica a cada persona con la letras: “M, G, r, g, y H”.

Después, en una primera instancia indica con las letras anteriores el entero que le corresponde a cada uno. Posteriormente divide el entero que le queda en cinco partes iguales y las identifica con la letra correspondiente. Consideramos que Diego construyó el concepto de reparto de manera muy clara y lo podrá utilizar como una competencia académica básica para la resolución de problemas.

Consideramos también que, esta forma de repartir utilizando letras y/o colores para la identificación de las personas y de las partes que le corresponden a cada persona fue construida de la manera en que se presentó el tema, ya que, ésta fue la dinámica que se utilizó en clase.²³⁴

El cuarto bloque está formado por un solo alumno que tiene muy claro el concepto de reparto, utiliza los cuatro núcleos conceptuales, identifica los dos casos del estudio y realiza repartos equitativos y exhaustivos.

- Ernesto considera en su reparto el número de personas para dividir el objeto, considerando que para que el reparto sea igual se puede dar un pedazo mayor o si son más personas, entonces el pedazo será más pequeño. Da dos ejemplos. En el primer caso tiene menos enteros que personas. Son dos pasteles y cuatro niños. Divide cada pastel en dos partes iguales y a cada persona le da una mitad de pastel. En el segundo caso tiene dos enteros y tres personas y divide cada uno de los enteros en tres partes iguales. Considera tomar en cuenta la cantidad de personas si ésta es mayor o menor o como él dice "... se le puede llamar desigual." Consideramos que Ernesto tiene una idea muy clara del concepto de reparto y lo puede aplicar a la resolución de problemas, como una competencia académica básica, ya que realizará repartos equitativos y exhaustivos, de acuerdo al número de personas entre las que tenga que realizar el reparto.

²³⁴ Ver anexos 4 y 5 de las clases observadas.

* Para esta **SEGUNDA ETAPA** se puede considerar entonces, la existencia de **4 grupos**: 1.) con 1 alumno que no construyó ningún concepto del tema. 2.) con dos alumnos que tienen una idea elemental del concepto y utilizan 2 núcleos conceptuales en relación a la respuesta criterio y dibujos para ejemplificar su reparto <uno a uno> en relación con las personas y los objetos a repartir. 3.) con 8 alumnos que tienen una idea clara del concepto de reparto, utilizan 3 de los núcleos conceptuales del criterio y tienen claro el concepto de equitatividad y exhaustividad necesarios para realizar un reparto en partes iguales y sin que sobre nada. 4.) con un alumno que tiene muy claro el concepto, y es el único que utiliza los 4 núcleos conceptuales en relación al criterio, ejemplifica los dos casos del problema <más enteros que niños y más niños que enteros> y aplica los conceptos de equitatividad y exhaustividad al realizar el reparto. Ver síntesis de resultados en el **CUADRO II**.

3. Análisis de las respuestas, mapas conceptuales y análisis de discurso de la tercera etapa aplicada el 15 de enero del 2001.

CUADRO III.

Este examen se aplicó nuevamente 7 semanas después de haberse iniciado la enseñanza del tema, en enero 15 del 2001.

El objetivo que se buscaba en esta etapa era considerar si los alumnos habían construido el concepto de reparto, como una competencia académica básica, para aplicarlo a la solución de problemas y como un aprendizaje significativo que les serviría de antecedente para nuevos temas.

Para esta etapa sólo se trabajaron algunos ejercicios con problemas en donde se presentaron las 3 situaciones problemas: a) Si hay más galletas que niños. b) Si hay menos galletas que niños y c) Si hay igual cantidad de galletas y niños. Los alumnos deberían realizar los repartos que se les proponen en cada problema y encontrar cuál era la respuesta a cada una de las interrogantes. Deberían encontrar como respuesta al caso a) Si hay

más galletas que niños, a cada niño le toca más de una galleta. Al caso b) Si hay menos galletas que niños, a cada niño le toca menos de una galleta y al caso c) Si hay igual cantidad de galletas y niños, a cada niño le toca exactamente una galleta.

En esta **TERCERA ETAPA** agruparemos a los alumnos en 4 bloques diferentes de acuerdo al número de núcleos conceptuales que tienen en relación a la respuesta criterio. Estos núcleos fueron. ENTEROS, PARTES, NÚMEROS Y PERSONAS. La relación que existe entre estos núcleos, de acuerdo al análisis de discurso y al mapa conceptual de la respuesta criterio, para considerar que el estudiante construyó el concepto de reparto como aprendizaje significativo y lo convirtió en una competencia académica básica, para aplicarlo a la resolución de problemas en situaciones de reparto, deberá establecer: QUE EXISTA UNO O MÁS ENTEROS QUE SE VAN A DIVIDIR EN PARTES, DE ACUERDO AL NÚMERO DE PERSONAS QUE HAY. CONSIDERANDO LAS DOS SITUACIONES: A) CUANDO HAY MÁS ENTEROS QUE PERSONAS Y B) CUANDO HAY MENOS ENTEROS QUE PERSONAS.

* En el **primer bloque** analizaremos las respuestas de la alumna Rocío, quien tiene dos núcleos conceptuales: enteros y porciones equivalente al núcleo conceptual partes del criterio. Rocío establece su respuesta a partir de 4 proposiciones aisladas, sin ninguna relación con la pregunta. Sólo en un proposición establece que "... debemos compartir o dividir lo que te den". Y ejemplifica su reparto en un entero dividido en cuatro porciones y otro entero dividido en ocho porciones" Sin embargo, no establece ninguna relación del número de fracciones en que dividió los enteros con algún número de personas a quienes les va a repartir. Tampoco hace mención alguna respecto a la diferencia que se establece si hay más o menos objetos, ni a la relación entre más o menos personas. Aunque los enteros están divididos en partes iguales y no sobra nada, no se puede considerar que existen los conceptos de equitatividad y

exhaustividad, ya que no se hace ninguna mención del número de personas entre las que se realizó el reparto. Se puede considerar entonces, que Rocío no logró la construcción del concepto de reparto, ni se estableció un aprendizaje significativo del mismo. Por lo tanto, tampoco en esta tercera etapa de la investigación se alcanzó el objetivo de construir el concepto de reparto como una competencia académica básica para ser aplicada a la resolución de problemas.

* El **segundo bloque** está integrado por cinco alumnos que tienen tres núcleos conceptuales: galletas, cosas y objetos equivalentes al núcleo conceptual enteros del criterio, niños equivalente al núcleo conceptual personas de la respuesta criterio y partes idéntico al núcleo conceptual del criterio.

- Antonio establece su reparto indicando en una proposición que "... el reparto es cuando repartes algo a tres personas". Con esto limita su conceptualización, ya que no indica que el número de personas puede variar. Ejemplifica con un dibujo de tres personas, las cuales diferencia con un color distinto para cada una. Las dos galletas que tiene para repartir las divide en tres partes iguales y las colorea de acuerdo a las personas que les corresponden. Complementa su respuesta utilizando la fracción $\frac{2}{3}$ de forma numérica. Antonio presenta un avance en su aprendizaje, el cual se considera significativo para la resolución de problemas de reparto. Encuentra la respuesta al caso "b", planteado en su libro de texto que señala que "si hay menos galletas a cada niño le toca menos de una galleta." Tiene establecido el concepto de exhaustividad y de equitatividad y la relación existente entre las cosas a repartir y las personas. Consideramos que sí estableció el concepto de reparto, como una competencia académica básica que podrá aplicar a la resolución de problemas.

- Emilio continúa realizando sus repartos estableciendo una relación "línea a línea" entre los dibujos que representan a las personas y aquellos que representan a los objetos. En su proposición indica que "... es repartir

objetos a personas de mayor cantidad a menor cantidad.” En su ejemplo considera el reparto de 5 enteros para 4 personas <mayor cantidad de enteros que personas>. Primero reparte con una línea un entero para cada persona. El entero que le sobró lo divide en cuatro porciones iguales y lo divide <línea a línea> entre las cuatro personas correspondientes. Aún cuando la forma de repartir que tiene Emilio sigue siendo muy elemental, consideramos que sí estableció el concepto de reparto, como un aprendizaje significativo, ya que lo realiza de forma equitativa y exhaustiva. Encuentra así la respuesta al caso “a”, planteada por su libro de texto: “si hay menos niños que galletas a cada niño le toca más de una galleta”. Podemos establecer entonces, que Emilio construyó el concepto como una competencia académica básica que podrá utilizar para la resolución de problemas.

- Araceli establece la necesidad de “... repartir en partes iguales a las personas”. Ejemplifica su reparto utilizando los dibujos de dos pasteles y tres personas. Utiliza tres colores diferentes para indicar las dos terceras partes que le corresponden a cada persona. Encuentra así la respuesta a la pregunta del caso “b” pues considera que si hay menos galletas que niños, a cada niño le toca menos de una galleta. Aunque sus repartos siguen siendo muy sencillos, Araceli tiene establecido el concepto de exhaustividad y de equitatividad y la relación existente entre las cosas a repartir y las personas. Consideramos que sí estableció el concepto de reparto como un aprendizaje significativo y como una competencia académica básica que podrá aplicar a la resolución de problemas.

- Mario realizó su reparto de manera muy sencilla, ya que establece la necesidad de “... dividir el objeto en partes iguales” y “repartir el número de personas”. Ejemplifica su respuesta con cuatro galletas y tres niños. Divide cada una de las galletas en tres partes iguales y las identifica con un color diferente. Mario no establece la relación existente entre una galleta para cada niño y la división en fracción de la galleta que le sobra. Él divide las cuatro galletas en partes iguales. Podemos establecer que sí encuentra

la respuesta al caso “a”, señalado en su libro de texto, ya que a cada uno de los niños de su ejemplo les corresponde “más de una galleta” Aunque sus repartos siguen siendo sencillos, consideramos que Mario tiene establecido el concepto de exhaustividad y de equitatividad y la relación existente entre las cosas a repartir y las personas. Consideramos que sí estableció el concepto de reparto como un aprendizaje significativo y como una competencia académica básica que podrá aplicar a la resolución de problemas.

- Miguel realiza su reparto estableciendo la necesidad “... que le toque la misma porción en que se va a dividir el entero”. Ejemplifica su respuesta dibujando tres personas a las que identifica con las letras <J, P y L> y dos enteros, los cuales divide en tres partes iguales y señala cada una de ellas con la letra correspondiente. Miguel tiene claro el concepto de equitatividad y exhaustividad y encuentra la respuesta al caso “b”, señalado por su libro de texto, ya que “si hay menos galletas que niños, entonces les toca menos de una galleta a cada niño”. En la respuesta de Miguel a cada niño le tocan dos terceras partes de galleta. Aunque su reparto es sencillo, consideramos que el concepto de reparto fue construido como un aprendizaje significativo, que le permitirá aplicarlo a la resolución de problemas como una competencia académica básica.

El **tercer bloque** está formado por seis alumnos que identifican muy claramente el concepto de reparto equitativo y exhaustivo. Utilizan tres núcleos conceptuales. Dan respuestas argumentativas y diferencian los dos casos del estudio.

- Pedro establece muy claramente que, al repartir, “... el entero se tiene que dividir en partes iguales” y también que es necesario “... saber si son más o son menos para saber repartir”. Estos aspectos son importantes, ya que Pedro tiene muy clara la necesidad de saber el número de personas que tiene para realizar el reparto en partes iguales. Establece también que si hay más personas entonces el entero “... lo parto en más partes iguales.” Ejemplifica su reparto de cuatro galletas entre tres niños

identificando a cada persona con un número <1, 2, 3,>. Después identifica primero un entero para cada persona con los números mencionados. Posteriormente divide en tres partes iguales la galleta que le sobra e identifica cada una de las tres porciones con los números correspondientes. Indica en su respuesta que a cada niño le toca: $1\frac{1}{3}$ de galleta. Pedro encuentra así la respuesta correspondiente al caso "a" planteado por su libro de texto, ya que "si hay más galletas que niños", a cada niño "le toca más de una galleta." Consideramos que Pedro ha construido muy claramente el concepto de reparto equitativo y exhaustivo, como un aprendizaje significativo que puede aplicar convenientemente de acuerdo al número de personas entre las que se va a realizar el reparto. Por tanto consideramos también que construyó este concepto como una competencia académica básica para ser aplicada a la resolución de problemas.

- Fernando establece muy claramente los dos casos señalados por el criterio y la respuesta a la pregunta planteada por su libro de texto en los dos diferentes casos. Establece para el caso "a" que si hay más galletas que niños, a cada niño le toca más de una galleta. Y, para el caso "b" considera que si hay menos galletas que niños, a cada niño le toca menos de una galleta. Así ejemplifica sus repartos con dibujos. En el caso "a" dibuja tres galletas y dos niños. Los identifica con las letras <A y G>. Reparte primero un entero para cada niño y lo identifica con la letra correspondiente. Después divide el otro entero en dos partes iguales e identifica cada una de las dos mitades con su letra. Les toca así a cada niño una galleta y media, equivalente a la respuesta: "a cada niño le toca más de una galleta". Para el caso "b" utiliza como ejemplo tres niños y dos galletas. Los identifica igualmente con letras <A, B y C> y reparte las galletas en tres partes iguales. En este ejemplo no escribe las letras dentro de las porciones de galleta. Este reparto, en que les tocan dos terceras partes de galleta a cada niño, corresponde a la respuesta: "a cada niño le toca menos de una galleta." Consideramos que Fernando ha construido

muy claramente el concepto de reparto equitativo y exhaustivo, como un aprendizaje significativo que puede aplicar convenientemente, de acuerdo al número de personas entre las que se va a realizar el reparto. Por tanto consideramos también que construyó este concepto como una competencia académica básica para ser aplicada a la resolución de problemas.

- Jesús establece muy claramente la necesidad de repartir en partes iguales y sin que sobre nada, tomando en cuenta el número de enteros y de personas entre las que se va a realizar el reparto. Ejemplifica su reparto dibujando tres galletas y dos niños. Jesús reparte primero un entero para cada niño y los identifica con un color diferente a cada uno. Después divide en dos partes iguales el entero que le quedó, dibujando del color correspondiente cada mitad del entero. Encuentra así la respuesta al caso "a", planteado por su libro, ya que al tocarle a cada niño un entero y una mitad les corresponde "más de una galleta". Esto sucede porque hay más enteros que niños. Consideramos que Jesús tiene claramente establecido el concepto de reparto equitativo y exhaustivo, así como la relación que existe entre el número de enteros y el número de personas entre las cuales se va a realizar el reparto. Se puede puntualizar entonces que, ha construido el concepto de reparto como un aprendizaje significativo que podrá aplicar como una competencia académica básica en la resolución de problemas.

- Oscar tiene muy claro cómo tiene que realizar el reparto en los dos casos que se plantean en el problema en estudio. Siempre considera que se tiene que tomar en cuenta que se den "... partes iguales a las personas" y considera que "... si la cantidad de objetos es diferente de las personas se pueden dar enteros o divisiones del entero". Esta respuesta argumentativa en relación a los dos casos en estudio significa un avance muy significativo en el aprendizaje del alumno, ya que además de explicar qué es lo que se tiene que hacer, lo ejemplifica utilizando muy apropiadamente dibujos. Encuentra así la respuesta al caso "a" planteado

en su libro de texto. Si tiene cuatro enteros y dos niños a cada niño le tocan dos enteros. Es decir a cada niño le toca "... más de una galleta". Esto lo analiza gráficamente con dibujos de dos personas y cuatro enteros, para lo cual dibujó de 2 diferentes colores los enteros e indica con el color correspondiente <morado y verde>, cuáles son los dos enteros que le corresponden a cada una de las personas. Para el caso "b" de su libro de texto, Oscar también encuentra una respuesta correcta, ya que en su ejemplo utiliza 3 personas y dos enteros. Divide cada uno de los enteros en tres partes iguales. Los identifica con 3 colores diferentes <rosa, verde y morado> y señala cuáles son las partes que le corresponden a cada persona. Complementa su respuesta indicando con una fracción que son dos tercios de galleta los que les corresponden. Así encuentra la respuesta al caso "b", en que si hay más personas que galletas entonces les toca a cada una "menos de una galleta". Consideramos que Oscar construyó el concepto de reparto como una aprendizaje significativo que le servirá como una competencia académica básica para aplicarla a la resolución de problemas de reparto.

- Diego establece muy claramente de forma argumentativa, con nueve proposiciones diferentes, la forma en que se tiene que realizar el reparto cuando hay menos personas y hay más cosas, indicando que se tienen que dividir los objetos en partes iguales. Ejemplifica su respuesta con dos personas y tres objetos a repartir. Utiliza colores para identificar primero cada uno de los enteros que les tocan. Después divide el entero que le sobra en dos partes iguales e identifica cada una de las mitades con el color correspondiente. Señala además la fracción $\frac{1}{2}$ que le corresponde a cada persona. Encuentra así la respuesta al caso "a" de su libro de texto, ya que si hay menos personas, entonces a cada una le corresponde "... más de una galleta". En el otro caso en estudio, cuando "... hay menos cosas y hay más personas" Diego ejemplifica su reparto con tres personas y dos objetos a repartir, los cuales divide en tres partes iguales e identifica cada una de ellas con un color diferente <azul, rojo y amarillo>, con los cuales

señala también a cada una de las personas. Encuentra así la respuesta al caso "b" de su libro de texto, ya que si hay más personas que objetos, entonces a cada una le corresponde "...menos de una galleta." Diego realiza su reparto utilizando los conceptos de equitatividad y exhaustividad. Consideramos que Diego construyó el concepto de reparto como un aprendizaje significativo que le servirá como una competencia académica básica para aplicarla a la resolución de problemas de reparto.

- Ernesto establece una respuesta muy completa, ya que de manera argumentativa presenta los dos casos del tema en estudio estableciendo que "... si los objetos no son iguales a las personas en que los voy a repartir" él mismo se cuestiona "...¿qué hago? Da una respuesta de forma deductiva a partir de dos ejemplos. En el primer caso propone si hay más personas y menos objetos. Utiliza cuatro personas y dos objetos. Divide cada uno de los objetos en cuatro partes iguales y los identifica con cuatro colores diferentes: <verde fuerte, naranja, verde limón y azul>. Utiliza estos mismos colores para identificar a cada una de las personas y además utiliza la fracción numérica $\frac{1}{4}$ para puntualizar su reparto. Encuentra así la respuesta al caso "b" de su libro de texto, ya que si hay más personas que objetos, entonces a cada una le corresponde "... menos de una galleta." Para el segundo caso cuando hay "... más cosas y menos personas". Ernesto utiliza el ejemplo de tres objetos y dos personas. Reparte primero un entero para cada persona, y los identifica con dos colores diferentes <verde y naranja>, los cuales utiliza también para identificar a cada persona con el entero que le corresponde. Después reparte el entero que le queda en dos partes iguales, coloreando cada mitad con los mismos colores ya señalados, para indicar la $\frac{1}{2}$ que le corresponde a cada persona. Complementa su reparto indicando la fracción mixta $1\frac{1}{2}$ que le corresponde a cada una de las personas. Encuentra así la respuesta al caso "a" de su libro de texto en donde se establece que si hay más enteros que personas a cada persona le corresponde "... más de una galleta." Ernesto realiza sus repartos

utilizando los conceptos de equitatividad y exhaustividad. Consideramos que Ernesto construyó el concepto de reparto como una aprendizaje significativo que le servirá como una competencia académica básica para aplicarla a la resolución de problemas de reparto.

* Para esta **TERCERA ETAPA** se puede considerar entonces, la existencia de **3 grupos**: 1.) con 1 alumno que no construyó ningún concepto del tema. 2.) con cinco alumnos que tienen una idea básica del concepto y utilizan 3 núcleos conceptuales en relación a la respuesta criterio y dibujos para ejemplificar su reparto equitativo y exhaustivo. 3.) con 6 alumnos que tienen una idea muy clara del concepto de reparto, dan una respuesta argumentativa, utilizando varias proposiciones, diferencian los dos casos en que hay más enteros que personas y más personas que enteros, utilizan 3 de los 4 núcleos conceptuales del criterio y tienen claro el concepto de equitatividad y exhaustividad necesarios para realizar un reparto en partes iguales y sin que sobre nada. Ver síntesis en CUADRO III.

4. Análisis de correspondencia de las respuestas de los alumnos en correlación con las de la respuesta criterio. CUADRO IV.

Para esta etapa del análisis se estudió la correspondencia que existía entre los conceptos, las relaciones lógicas y los núcleos conceptuales de cada una de las respuestas, en las 3 etapas de análisis de los alumnos.

El análisis de la correspondencia que existe entre las respuestas de los alumnos y la respuesta criterio se establece a partir de los núcleos conceptuales de los alumnos. Para tener un concepto claro del reparto, tendrían que tener presentes los cuatro núcleos conceptuales del criterio: ENTEROS, PARTES, NÚMERO Y PERSONAS. A partir de estos cuatro núcleos se podía establecer que reparto es "dividir enteros en partes iguales de acuerdo al número de personas."

* Para la **PRIMERA ETAPA** tenemos dos alumnos que únicamente tienen el núcleo conceptual objetos, sin relacionarlos con ningún otro concepto. Seis alumnos que tienen dos núcleos conceptuales. Cuatro de

ellos utilizan los núcleos conceptuales enteros y personas. De los otros dos uno utiliza los núcleos conceptuales enteros y partes y el otro partes y personas. Cada uno de ellos puede formar una proposición con estos dos conceptos enlazada con una relación lógica que se refiere a los núcleos conceptuales utilizados en la respuesta criterio.

Existen otros tres alumnos que utilizan tres de los núcleos conceptuales del criterio. Dos de ellos establecen sus proposiciones a partir de los núcleos: enteros, número y personas. Uno más utiliza los núcleos enteros, partes y personas. Finalmente sólo un alumno utiliza los cuatro núcleos conceptuales relacionados con la respuesta criterio. Establece sus proposiciones relacionando los núcleos y señala la existencia de enteros que se tienen que dividir en partes de acuerdo al número de personas. La respuesta de este alumno es importante, ya que a lo largo del proceso de investigación sólo son dos los alumnos que utilizan los cuatro núcleos conceptuales del criterio. En este caso el alumno Diego lo hace antes de que el tema se hubiera enseñado en la clase.

* Para la **SEGUNDA ETAPA** de este análisis tenemos a una alumna que utiliza sólo un núcleo conceptual: personas y no logra el establecimiento de otro núcleo a partir del cual pueda elaborar una proposición que le permita la argumentación de su respuesta.

Tenemos después dos alumnos que tienen los núcleos conceptuales, dulces equivalente a enteros de la respuesta criterio y niños equivalente a personas. Estos dos alumnos establecen sus proposiciones a partir de dibujos de dulces y niños que relacionan <uno a uno> para realizar sus repartos.

Ocho alumnos conforman el siguiente bloque. Utilizan 3 de los núcleos conceptuales del criterio: enteros, partes y personas. A partir de estos 3 núcleos establecen sus proposiciones para realizar sus repartos de pasteles, galletas, objetos o enteros en partes que darán a niños o personas. Ejemplifican sus respuestas adecuadamente utilizando enteros

que fraccionan en su caso ilustrando a las personas o niños entre quienes realizan el reparto.

Finalmente existe sólo un alumno que utiliza los cuatro núcleos conceptuales del criterio: enteros, partes, número y personas. Establece la diferencia de los dos casos en estudio <más enteros que personas y más personas que enteros>, utilizando adecuadamente los núcleos conceptuales para elaborar sus proposiciones en que realiza el reparto de enteros de acuerdo al número de personas que se tienen.

* Para el **tercer bloque** del análisis de las respuestas de la **TERCERA ETAPA**, tenemos sólo a una alumna que presenta dos núcleos conceptuales en relación al criterio: enteros y porciones. Sin embargo, no logra relacionar estos dos conceptos de forma lógica de acuerdo a la respuesta del criterio, ya que estos núcleos se encuentran en proposiciones diferentes sin relación una con la otra.

En un **segundo bloque** tenemos a once alumnos que utilizan tres de los núcleos conceptuales de la respuesta criterio. ENTEROS, PARTES Y PERSONAS. Todos ellos establecen la relación necesaria de dividir las galletas, pasteles, objetos, cosas o enteros en partes para ser repartidas a los niños o a las personas. Utilizan dibujos de enteros, galletas o pasteles divididos en fracciones y de las personas o niños entre quienes se realizará el reparto.

Es interesante considerar que para esta **TERCERA ETAPA** ya no hubo ningún alumno que utilizara el núcleo conceptual: NÚMERO, relacionado con las personas entre las que hay que realizar el reparto. Lo ejemplifican con sus dibujos de enteros y personas. Lo utilizan convenientemente de acuerdo a los dos casos <más enteros que personas y más personas que enteros>, pero no lo hacen de forma argumentativa en sus proposiciones, por lo cual no se ve reflejado en los núcleos conceptuales de sus proposiciones, cuando esta son trasladadas a los mapas conceptuales.

Consideramos que los once alumnos que conforman este bloque, aunque lo hayan hecho con diferente grado de complejidad, alcanzaron la construcción del concepto de reparto y podrán utilizarlo como una competencia académica básica que podrá ser aplicada convenientemente para la resolución de problemas en situaciones de reparto. **CUADRO IV.**

5. Agrupamiento y análisis de cada uno de los grupos encontrados a partir de los resultados obtenidos. CUADRO V.

De acuerdo con los resultados obtenidos del análisis de cada una de las tres etapas en que se aplicó el cuestionario del tema en investigación, se pueden establecer la existencia de **cuatro grupos** perfectamente diferenciados. Para esta clasificación se tomaron primero en cuenta los antecedentes que los alumnos tenían antes de ser abordado en clase el tema. Después se consideró la forma en que los alumnos construyeron el concepto de reparto, cuando este tema fue enseñado en clase, estudiado y trabajado con su libro de texto de matemáticas. Finalmente se consideró cómo este concepto quedó consolidado como un aprendizaje significativo, al evaluarlo en una tercera etapa, 7 semanas después de que el tema había sido enseñado y ya no fue tratado expresamente en clase. El análisis de estos grupos nos permitirá establecer que el concepto de reparto podrá ser considerado como una competencia académica básica, que los alumnos construyeron y serán capaces de aplicar convenientemente para la resolución de problemas en situaciones de reparto.

* En un **primer grupo** se encuentra sólo una alumna: Rocío, que desde la primera etapa no tenía ningún antecedente del tema. Siempre estableció en sus respuestas que era algo que se tenía que repartir, pero no logró la conexión entre las personas y los objetos a repartir. En la segunda etapa tampoco logró, después de haber sido enseñado el tema, construir el concepto de reparto. A pesar de los ejercicios en clase, de los ejemplos que se trabajaron en el libro y de la explicación individual de la maestra no pudo establecer la conexión necesaria entre los enteros a

repartir y las personas que hay. Esto tampoco sucedió en la tercera etapa. Consideramos que para este caso, la alumna fue la única que no logró la construcción del concepto de reparto como un aprendizaje significativo, ni siquiera de una manera muy básica o elemental, por lo que no lo construyó tampoco como una competencia académica básica que pueda aplicar cuando se le presenten problemas en situaciones de reparto.

* En un **segundo grupo** consideraremos a cinco alumnos que en la primera etapa no tenían ningún antecedente del tema. Para la segunda etapa logran la construcción del concepto de reparto de forma muy elemental, pero ya lo pueden ejemplificar a partir de un dibujo, en una relación lineal <uno a uno>. Para la tercera etapa, aunque sus repartos siguen siendo de forma básica y elemental, ya utilizan dibujos y objetos que reparten en fracciones. Y aunque sólo logran ejemplificar uno de los dos casos en estudio, realizan sus repartos de manera equitativa y exhaustiva. Por tanto podemos puntualizar que si construyeron este concepto como un aprendizaje significativo que podrán aplicar como una competencia académica básica para la resolución de problemas de reparto.

En un **tercer grupo** tenemos a 3 alumnos que en la primera etapa no tenían ningún antecedente del tema. Para la segunda etapa logran la construcción del concepto de manera muy clara y lo pueden ejemplificar a partir de un dibujo en que reparten enteros en fracciones. Esto lo realizan siempre en partes iguales y sin que sobre nada. Para la tercera etapa ya diferencian muy claramente la existencia de los dos casos en estudio <más personas que cosas y más cosas que personas>. Pueden ilustrar los dos casos con dibujos, estableciendo claramente, a partir de fraccionar el entero, cómo se realiza el reparto en cada caso. Encuentran la relación que existe y analizan qué parte de entero les corresponde a cada persona. Así si hay menos personas y más enteros, a cada una les toca "más de una galleta". Si por el contrario hay más personas y menos enteros, entonces a cada una le toca ".. menos de una galleta". Consideramos entonces que estos alumnos establecieron muy claramente el concepto de reparto

equitativo y exhaustivo como un aprendizaje significativo y lo construyeron como un competencia académica básica que podrán utilizar para resolver correctamente problemas en situaciones de reparto.

* En un cuarto grupo se encuentran 3 alumnos que desde la primera etapa tenían muy claro el concepto de reparto equitativo y exhaustivo. Para la segunda etapa, después de haber sido enseñado el tema, ya diferencian los dos casos en estudio. En la tercera etapa son capaces de argumentar, ilustrar e identificar con una fracción las respuestas correspondientes a cada uno de los dos casos en estudio. Consideramos entonces que estos alumnos enriquecieron su conocimiento y lo construyeron como un aprendizaje significativo, que podrá ser aplicado como una competencia académica básica para resolver correctamente problemas en situaciones reparto de manera equitativa y exhaustiva.

A continuación se presentan los cinco cuadros sinópticos que sintetizan la información encontrada en cada una de las etapas, a partir del análisis de las respuestas de los alumnos, de los mapas conceptuales que contenían la información y del análisis de correspondencia que se realizó en correlación con la respuesta criterio.

En el siguiente capítulo puntualizaremos la conclusiones generales que se obtuvieron a partir de esta investigación. Describiremos las formas en que los alumnos adquieren habilidades, como forma de desarrollo personal para la construcción de competencias académicas básicas, que pueden utilizar como herramientas para la resolución de problemas de reparto y que, como aprendizaje significativo les servirá como antecedente para la construcción de nuevos aprendizajes. Describiremos también aquellos aspectos que, observados en clase, consideraron una pauta importante para la construcción del aprendizaje del tema de reparto.

CUADRO I

CONCENTRADO DE LAS RESPUESTAS, MAPAS CONCEPTUALES Y ANÁLISIS DE DISCURSO DE LA PRIMERA ETAPA APLICADA EL 13 DE OCTUBRE DEL 2000.

OBJETIVO: Establecer cuáles eran los conocimientos previos que del tema **REPARTO** tenían los alumnos.

BLOQUE I	BLOQUE II	BLOQUE III
<p>Nueve alumnos que no tienen un antecedente claro del tema. Aunque utilizan 1, 2 ó 3 de los núcleos conceptuales -NC- requeridos, no se logra establecer una respuesta amplia y argumentativa en relación con el tema.</p>	<p>Dos alumnos que tienen claro el concepto de reparto y utilizan 3 núcleos conceptuales -NC- en relación con la respuesta criterio.</p>	<p>Un alumno que tiene claro el concepto de reparto y es el único que utiliza 4 núcleos conceptuales -NC- en relación al criterio. Aplica los conceptos de equitatividad y exhaustividad.</p>
<p>1. Pedro: Sólo un NC. Un entero que se tiene que dividir, no indica de acuerdo a qué.</p>	<p>1. Oscar: Tres núcleos conceptuales Establece el reparto equitativo y exhaustivo. Ejemplifica con una división el reparto de 40 entre 8. Establece la relación entre el número de objetos, el número de personas y la parte que le toca a cada quien. Tiene claro el concepto, utiliza la división y reparte en partes iguales y sin que sobre nada.</p>	<p>1. Diego: Cuatro núcleos conceptuales. Establece reparto equitativo y exhaustivo, ya que reparte en partes iguales y sin que sobre nada. Ejemplifica con una división sus repartos. También repartiendo un "pastel" de acuerdo al número de personas. No establece la diferencia cuando el número de personas entre las que se realiza el reparto es diferente.</p>
<p>2. Antonio: Sólo un NC. Un entero que se tiene que dividir, pero no indica de acuerdo a qué.</p>		
<p>3. Araceli: Dos NC. Reparto como "alguien que entrega algo". Sin relación con el tema.</p>		
<p>4. Rocío: Dos NC. Reparto como "toma una parte y reparte lo que queda".</p>		
<p>5. Emilio: Dos NC. Tengo 40 canicas y 30 niños y les repartí las canicas. No indica de acuerdo a qué.</p>		
<p>6. Miguel: Dos NC. Establece reparto equitativo. Con división en partes, sin decir de acuerdo a qué.</p>	<p>2. Ernesto: Tres núcleos conceptuales. Realiza el reparto de acuerdo al número de personas que hay.. Establece la diferencia de la forma de reparto de acuerdo al número de personas. Considera las dos situaciones del problema:</p>	
<p>7. Fernando: Dos NC. Establece "una repartición de cosas para personas. Realiza una división sin respuesta de "4 cosas entre 8 personas"</p>	<p><más personas que objetos y más objetos que personas>. Realiza repartos equitativos y exhaustivos.</p>	
<p>8. Mario: Dos NC. Establece reparto equitativo y exhaustivo, sin considerar la relación entre el número de objetos y personas.</p>		
<p>9. Jesús Tres NC. Reparto "tengo que dar un número mayor al vecino". Utiliza una resta como ejemplo sin relación al tema.</p>		

CUADRO II

ANÁLISIS DE LAS RESPUESTAS, MAPAS CONCEPTUALES Y ANÁLISIS DE DISCURSO DE LA SEGUNDA ETAPA APLICADA EL 22 DE NOVIEMBRE DEL 2000.

OBJETIVO: Establecer si los alumnos construyeron el concepto de REPARTO para aplicarlo a la solución de problemas.

BLOQUE I	BLOQUE II	BLOQUE III	BLOQUE IV
Una alumna que no construyó ningún concepto del tema.	Dos alumnos que tienen una idea elemental del concepto y usan 2 núcleos conceptuales -NC- y la relación <uno a uno> de objetos y personas. Reparto equitativo y exhaustivo.	Ocho alumnos que tienen una idea clara del concepto de reparto. Utilizan tres núcleos conceptuales -NC- y realizan repartos equitativos y exhaustivos	Un alumno que tiene muy claro el concepto de reparto. Es el único que utiliza 4 núcleos conceptuales -NC-. Utiliza los dos casos del estudio. Reparto equitativo y exhaustivo
1. Rocío: Sólo un NC. Establece que "se reparte el mismo objeto". No establece relación entre el número de enteros y el de personas. No menciona diferencia si hay más o menos objetos qué se tiene que hacer. No tiene establecidos los conceptos de equitatividad y exhaustividad.	1. Emilio: Dos NC. Reparte dibujando objetos y personas <uno a uno>. Establece reparto equitativo y exhaustivo. Divide para repartir.	1. Pedro: 3 NC. Usa dibujos para repartir de acuerdo al número de personas. Indica usar una división. 2. Araceli: 3 NC. Reparte de acuerdo al número de personas. "1º da mitades y 2º cuartos."	1. Ernesto: Tiene 4 núcleos conceptuales. Considera el número de personas para dividir el objeto. Realiza repartos equitativos y exhaustivos. Ejemplifica con dibujos sus repartos y utiliza la división para resolver sus problemas.
	2. Antonio: Dos NC. Reparte dibujando objetos y personas <uno a uno>. Establece reparto equitativo y exhaustivo. Indica que se tiene que hacer una división.	3. Miguel: 3NC. Indica la relación de acuerdo al número de personas. Usa letras para identificar las partes 4. Fernando: 3 NC. Ejemplifica con dibujos un entero repartido entre igual número de personas.	
		5. Mario: 3 NC. Utiliza dibujos y letras para identificar el reparto, de acuerdo al número de personas	
		6. Jesús: 3 NC. Ejemplifica con dibujos un entero repartido entre igual número de personas.	
		7. Oscar: 3 NC. Utiliza dibujos de enteros repartidos entre igual número de personas. Los identifica con diferentes colores. Considera los dos casos.	
		8. Diego: 3 NC. Utiliza dibujos de enteros repartidos entre igual número de personas. Identifica con letras su reparto. 1º señala enteros y después fracciones. Identifica los dos casos.	

CUADRO III

CONCENTRADO DE LAS RESPUESTAS, MAPAS CONCEPTUALES Y ANÁLISIS DE DISCURSO DE LA TERCERA ETAPA APLICADA EL 15 DE ENERO DEL 2001.

OBJETIVO: Considerar si los alumnos construyeron el concepto como una competencia académica básica para aplicarla a la solución de problemas de reparto y como un aprendizaje significativo que les serviría de antecedente para nuevos temas.

BLOQUE I	BLOQUE II	BLOQUE III
Formado por una alumna no que no logró construir ningún concepto del tema en estudio. A pesar del trabajo realizado en las tres diferentes etapas y aunque sella señaló en la entrevista que sí lo había entendido..	Formado por cinco alumnos que tienen una noción básica o elemental del tema, Utilizan tres núcleos conceptuales y dibujos para realizar sus repartos equitativos y exhaustivos.	Formado por seis alumnos que tienen una idea muy clara del concepto de reparto equitativo y exhaustivo.. Utilizan 3 núcleos conceptuales. Dan respuestas argumentativas, diferencian los dos casos del estudio.
1. Rocío: Dos núcleos conceptuales. Divide sus enteros sin relación con el número de personas.	1. Antonio: 3 NC Utiliza dibujos y colores distintos para realizar su reparto. Usa fracciones para indicar el reparto de menos galletas a más niños.	1. Pedro: 3 NC. utiliza dibujos para realizar sus repartos en los dos casos en estudio. Identifica con números las porciones que le corresponden a cada quien
	2. Emilio: 3 NC. Utiliza dibujos y líneas para relacionar sus repartos de más enteros que personas. 1º da enteros y luego fracciones de acuerdo al número de personas.	2. Fernando: 3 NC. Utiliza dibujos para realizar sus repartos en los dos casos en estudio. Identifica con letras las porciones que le corresponden a cada quien. 1º. Reparte enteros y 2º fracciones.
	3. Araceli: 3 NC. Utiliza dibujos para realizar su reparto de menos enteros que personas y colores diferentes para identificar las partes que dividió.	3. Jesús: 3 NC. Utiliza dibujos para realizar sus repartos en los dos casos en estudio. Utiliza colores para identificar las porciones que le corresponden a cada quien. 1º reparte enteros y 2º fracciones.
	4. Marlo: 3 NC. Utiliza dibujos para realizar su reparto de más enteros que personas. No da 1º. Enteros. Siempre divide los enteros de acuerdo al número de personas e identifica con un color diferente cada porción.	4. Oscar: 3 NC. Utiliza respuesta argumentativa para señalar los dos casos del estudio. Usa dibujos y diferentes colores para indicar los enteros y fracciones que le corresponden a cada persona. Da 1º enteros y 2º fracciones.
	5. Miguel: 3 NC. Usa dibujos para repartir menos galletas y más personas y letras distintas para identificar la porción que le corresponde a cada quien.	5. Diego: 3 NC. Utiliza respuesta argumentativa para señalar los dos casos del estudio. Usa dibujos y diferentes colores para indicar los enteros que le corresponden a cada quien
		6. Ernesto: 3 NC. Presenta de forma argumentativa, con dibujos de diferente color, los dos casos del estudio. 1º da enteros y 2º fracciones.

CUADRO IV

ANÁLISIS DE CORRESPONDENCIA DE LAS RESPUESTAS DE LOS ALUMNOS EN CORRELACIÓN CON LAS DE LA RESPUESTA CRITERIO.

OBJETIVO: Determinar cuántos de los cuatro núcleos conceptuales -NC- del criterio. ENTEROS, PARTES, NÚMERO Y PERSONAS, presentan los alumnos en sus respuestas.

PRIMERA ETAPA	SEGUNDA ETAPA	TERCERA ETAPA
BLOQUE I 1 N. C. Objetos 1. Pedro 2. Antonio	BLOQUE I 1 N. C. Personas 1. Rocío	BLOQUE I 1 N. C. No hubo
BLOQUE II 2 N. C. Enteros y personas 1. Emilio 2. Fernando 3. Araceli 4. Mario 2 N. C. enteros y partes 1. Rocío 2. Emilio 2 N. C. partes y personas 6. Miguel	BLOQUE II 2 N. C. Dulces y niños 1. Antonio 2. Emilio	BLOQUE II 2 N. C. Enteros y porciones 1. Rocío
BLOQUE III 3 N. C., Enteros, número y personas 1. Jesús 2. Oscar 3 N. C. objetos, partes, personas. 3. Ernesto	BLOQUE III 3 N. C. Enteros, partes y personas 1. Pedro 2. Fernando 3. Araceli 4. Mario 5. Miguel 6. Jesús 7. Oscar 8. Diego	BLOQUE III 3 N. C. Enteros, partes y personas 1. Antonio 2. Emilio 3. Pedro 4. Fernando 5. Araceli 6. Mario 7. Miguel 8. Jesús 9. Oscar 10. Diego 11. Ernesto
BLOQUE IV 4 N. C. Enteros, partes, número y personas 1. Diego	BLOQUE IV 4 N. C. Enteros, partes, número y personas 1. Ernesto	BLOQUE IV 4 N. C. No hubo

CUADRO V

AGRUPAMIENTO Y ANÁLISIS DE CADA UNO DE LOS GRUPOS ENCONTRADOS A PARTIR DE LOS RESULTADOS OBTENIDOS.

OBJETIVO: Para considerar que el alumno estableció el concepto de reparto y lo construyó como una competencia académica básica para aplicarlo a la resolución de problemas en situaciones de reparto, debería establecer que **EXISTA UNO O MÁS ENTEROS QUE SE VAN A DIVIDIR EN PARTES DE ACUERDO AL NÚMERO DE PERSONAS, CONSIDERANDO DOS CASOS: <MÁS PERSONAS QUE COSAS> Y <MÁS COSAS QUE PERSONAS>.**

BLOQUES Y ALUMNOS	N C Primera etapa	NC Segunda etapa	NC Tercera etapa
BLOQUE I			
No se logró la construcción del concepto de reparto. En la 1ª etapa, no tenía antecedente del tema. Estableció que era algo que se tenía que repartir sin relacionar personas y objetos. En la 2ª etapa no estableció la relación entre el número de personas y los enteros a repartir. En la 3ª etapa no se logró establecer el concepto ni siquiera de manera elemental a partir de dibujos. No se construyó una competencia académica básica.			
1. Rocio: alumna No. 17	Enteros partes	Personas	Enteros Porciones
BLOQUE II			
En la 1ª etapa no tenían ningún antecedente del tema. En la 2ª etapa lo utilizan de forma elemental. Reparten con dibujos en relación lineal <uno a uno>. En la 3ª. Etapa reparten de forma básica y elemental con dibujos, que dividen en fracciones e identifican con diferentes colores y letras. Sólo identifican uno de los dos casos en estudio. Realizan repartos equitativos y exhaustivos. Se construyó una competencia académica básica.			
1. Antonio: alumno No. 12	objetos	paletas niños	galletas personas partes
2. Emilio: alumno No. 04	enteros personas	dulces niños	objetos partes personas
3. Araceli: alumna No. 02	objeto persona	galleta partes persona	entero partes niños
4. Mario: alumno No. 29	objetos niños	galletas partes niños	objetos partes personas
5. Miguel: alumno No. 30	partes personas	enteros partes personas	enteros partes personas
BLOQUE III			
En la 1ª etapa no tenían ningún antecedente del tema. En la 2ª etapa construyen el concepto de forma muy clara y reparten enteros en fracciones. Identifican las fracciones y personas con diferentes colores o letras. Para la 3ª etapa diferencian muy claramente los dos casos del estudio <más personas que cosas y más cosas que personas> Reparten de manera equitativa y exhaustiva e identifican en cada caso si les toca "más de una galleta" o "menos de una galleta". Se construyó una competencia académica básica.			
1. Pedro: alumno No. 27	objetos	objeto partes niños	entero partes niños
2. Fernando :alumno No. 06	cosas personas	galletas partes personas	cosas partes personas
3. Jesús: alumno No. 14	cosas número vecino	pasteles partes personas	entero partes personas
BLOQUE IV			
Desde la 1ª etapa tenían claro el concepto de reparto equitativo y exhaustivo. Para la 2ª etapa diferencian los dos casos del estudio <más personas que cosas y más cosas que personas> En la 3ª etapa argumentan, ilustran e identifican con una fracción, además de dibujos con diferentes colores o letras, la parte que le corresponde a cada persona. Saben si les toca en cada caso "más de un entero o "menos de un entero" Se construyó una competencia académica básica..			
1. Oscar: alumno No. 10	objetos número personas	objetos partes personas	enteros partes personas
2. Diego: alumno No. 21	enteros partes número personas	enteros partes personas	objetos partes personas
3. Ernesto: alumno No. 08	Objetos partes personas	Enteros partes número personas	Objetos partes personas

VIII. CONCLUSIONES

El cómo enseñar matemáticas ha sido una preocupación constante desde que la enseñanza escolarizada se inicia o tal vez desde mucho antes. Ésta ha sido una inquietud permanente para todos aquellos quienes, de alguna manera, nos encontramos involucrados con ella. Gracias al surgimiento de las diversas aportaciones teóricas y metodológicas es que se ha logrado dar respuesta a las necesidades de los maestros para ser aplicados con los alumnos directamente en el aula de trabajo.

Con el progreso y vigor de las matemáticas ha sido posible el enfrentar la habilidad comprensiva de aquellos fenómenos que se interrelacionan con ella y que emergen no sólo de aspectos científicos, sino de aquellos aspectos de la vida cotidiana como son los problemas que enfrentan los alumnos al interior del aula escolar.

Es por eso que actualmente para realizar el proceso de enseñanza aprendizaje de las matemáticas se tiene que tener en consideración que el aprendizaje en los niños se da, a partir de las modificaciones de los conocimientos anteriores que ellos realizan cuando interactúan con otros conocimientos en situaciones de aprendizaje nuevas, aspecto que fue determinante para el desarrollo de este estudio.

Esta investigación tuvo como eje determinar, por medio del Modelo de Análisis Proposicional²³⁵, con base en Mapas Conceptuales, cómo niños de cuarto grado de primaria conceptualizan la idea de reparto antes y después de haber visto el tema. Por otra parte, precisar la forma en que, a partir del establecimiento de este concepto, construyen las competencias académicas básicas para aplicarlas a la solución de problemas de reparto. En este apartado indicaremos las conclusiones que se alcanzaron en la investigación y detallaremos los aspectos que pueden ser generalizados

²³⁵ Campos, M. A. y Sara Gaspar "El modelo de análisis proposicional: un método para el estudio de la organización lógico-conceptual del conocimiento". En M. A. Campos y R. Ruiz (eds.) Problemas de acceso al conocimiento y enseñanza de las ciencias, pp. 51-92.

para la creación de competencias académicas básicas de los alumnos del cuarto grado de primaria.

1. De manera inicial podemos precisar, de acuerdo a las observaciones, que el enfoque teórico-metodológico que sustenta el Plan y Programas de Estudio SEP, sí se lleva al cabo dentro del aula escolar al presentar el tema de reparto en estudio. Este tema se presentó en una forma diferente. No se realizó de una manera tradicional sino que se presentaron los tres diferentes tipos de situaciones con base en problemas en donde los objetos a repartir dependían del número de personas entre los que se tenía que realizar el reparto.²³⁶ Aquí fue determinante también, la actitud de la Profesora. Montúfar, titular del cuarto grado, quien siempre tuvo la disposición y apertura para considerar las diferentes formas en que sus alumnos resolvían sus repartos²³⁷.

Así podemos puntualizar, que la comprensión del enfoque didáctico y su aplicación a la realidad escolar, que desde el aspecto teórico se concluyó sí se realizaba, en la investigación teórica que previamente se efectuó²³⁸, sí se traslada a la práctica en el salón de clases. Ya que el trabajo se enfoca a "... la formación de habilidades para la resolución de problemas y el desarrollo del razonamiento matemático a partir de situaciones prácticas ..."²³⁹. Aspecto que se relaciona con el establecimiento de competencias, entendidas como forma de desempeño individual, que se caracterizan por el manejo de recursos didácticos que permiten a los alumnos la obtención de la manera más clara y organizada posible de los conocimientos construidos a partir de la resolución de situaciones problemáticas.

²³⁶ Ver observaciones de clase de noviembre 6 y noviembre 8 del 20001. Anexo No 4

²³⁷ Ver también entrevista realizada a la Profesora. Elizabeth Montúfar Márquez.

²³⁸ Antiga Trujillo, Susana Paula. **Análisis curricular del Programa de matemáticas del Plan y Programas de estudio 1993 SEP de la Educación Básica Primaria.**

²³⁹ SEP "Enfoque matemáticas" En Op. Cit., p. 51

2. Al referirnos de manera específica a los objetivos de la investigación podemos puntualizar la forma en que los alumnos de cuarto grado de primaria conceptualizan la idea de reparto, antes y después de haber visto el tema.

Como indicamos inicialmente, podemos considerar que ya desde antes de haber visto el tema, el reparto, además de ser una actividad significativa para los niños, es también un medio por el cual empiezan a emplear ciertos términos fraccionarios para identificar las partes que le tocan a cada uno. En los ejemplos que utilizan para ilustrar sus respuesta, los alumnos señalan tener que darles “la mitad de galleta”²⁴⁰ o que les tocaron a cada uno “dos dulces de los cuatro” que tenían. Empezaron de esta manera un acercamiento al conocimiento y manejo no formal de los números fraccionarios.

Para esta etapa de la investigación se puede puntualizar que 9 alumnos de los 12 seleccionados, como muestra, no tenían ningún conocimiento previo del tema²⁴¹, o lo tenían en forma muy difusa, ya que en ninguno de los nueve casos se logró establecer una respuesta amplia y argumentativa. O bien se dio una respuesta sin tener ninguna relación con la pregunta de la investigación

3. Para la segunda etapa de la investigación, el tema de reparto se presentó con situaciones problema de la lección 18 “Galletas Redondas”, pp. 82 y 83 del libro SEP Matemáticas, Cuarto Grado²⁴². Se presentaron 3 situaciones problemas: a) Si hay más galletas que niños. b) Si hay menos galletas que niños y c) Si hay igual cantidad de galletas y niños. Los alumnos deberían realizar los repartos propuestos en cada problema y encontrar cuál era la respuesta a cada una de las interrogantes.

²⁴⁰ Ver respuestas alumnos primera etapa.

²⁴¹ Ver respuestas de los alumnos primera etapa.

²⁴² Ver observaciones realizadas a las clases correspondientes de noviembre 6 y noviembre 8 del 2000.

Deberían encontrar como respuesta al caso a) Si hay más galletas que niños, a cada niño le toca más de una galleta. Al caso b) Si hay menos galletas que niños, a cada niño le toca menos de una galleta y al caso c) Si hay igual cantidad de galletas y niños, a cada niño le toca exactamente una galleta.

Una vez que el tema fue presentado, como se observó, con base a situaciones problema²⁴³ se puede señalar que sí se construyó el concepto de reparto ya que, se pudo percibir que los niños al aproximarse a estas situaciones problema se dan cuenta que, al mismo tiempo que aplican los conocimientos matemáticos que habían aprendido anteriormente, logran encontrar soluciones, construir nuevas competencias y diferentes estrategias para resolver los problemas a partir de los conocimientos que ya tienen.

Podemos entonces determinar que, los ensayos, los errores, las rectificaciones, son parte esencial del proceso de construcción de conocimientos matemáticos. El concepto de reparto fue establecido en la segunda etapa de la investigación²⁴⁴ después de haber sido enseñado el tema. De los doce alumnos en estudio sólo una alumna no logró establecer este concepto. La mayoría, aunque algunos de forma elemental o muy básica alcanzaron la construcción del conocimiento

4. En un tercer momento nos ocupamos de puntualizar la manera en que los alumnos sistematizan los conceptos de exhaustividad y equitatividad al realizar un reparto. Durante las tres etapas de la investigación los alumnos utilizaron dibujos para ilustrar sus respuestas²⁴⁵. A partir de estos dibujos establecían las relaciones existentes entre los objetos que tenían que repartir y el número de personas entre las que se

²⁴³ Ver observación de clase de noviembre 6 y 8. En esta lección se presentaron los problemas utilizando dibujos que ayudaban a los niños a realizar los repartos de los problemas propuestos.

²⁴⁴ Ver respuestas de los alumnos en la segunda etapa.

²⁴⁵ Ver respuestas de los alumnos en las tres etapas de la investigación.

realizaba el reparto. Podemos considerar que esta situación se construyó a partir de los ejemplos con dibujos con los que se enseñó el tema.

Podemos precisar entonces que, los alumnos construyeron que el reparto es una actividad con la que pueden comprobar que existen diferentes formas de repartir las cosas y de expresar en fracciones cuánto le toca a cada quien. De igual forma tuvieron la oportunidad de sistematizar los conceptos de reparto equitativo y exhaustivo, es decir, en partes iguales y sin que sobre nada. La construcción de estos dos conceptos, constituye una de las actividades fundamentales para que el niño sea capaz de fraccionar exitosamente una o varias unidades, tomando en consideración el número de personas entre las que tiene que realizar el reparto.

En los problemas que se presentaron, los niños tenían que decidir cómo realizar sus repartos cuando había más objetos para repartir que personas y cuando había menos objetos que personas. Como se señala en el capítulo anterior hubo respuestas muy interesantes en las cuales los niños realizaban sus repartos de maneras diversas, utilizando cada uno sus propios recursos y estrategias. En las entrevistas²⁴⁶ realizadas tanto los alumnos como la maestra señalan que es una forma diferente e interesante de trabajar.

5. En el análisis de las respuestas de los alumnos en la tercera etapa podemos estipular que el concepto de reparto equitativo y exhaustivo fue construido por ellos como un aprendizaje significativo²⁴⁷. De los doce alumnos en estudio sólo hubo una alumna que no alcanzó la construcción de este concepto en ninguna de las tres etapas de la investigación. Es interesante señalar que en la entrevista²⁴⁸ realizada, esta alumna siempre consideró haber entendido el tema y tener la capacidad de

²⁴⁶ Ver entrevistas anexas de los alumnos y la maestra.

²⁴⁷ Ver respuestas alumnos tercera etapa

²⁴⁸ Ver anexo entrevista a la alumna No 17 Rocio.

resolver los problemas, lo cual no sucedió al tener que plasmarlo por escrito en el cuestionario de evaluación²⁴⁹.

Así podemos precisar entonces que, el aprendizaje significativo²⁵⁰ se logró con estos alumnos, por medio de una actividad que tenía un objetivo para que ellos lo alcanzaran. Si un aprendizaje con significado y permanencia surge cuando el niño, para responder a una pregunta de su interés o para resolver un problema que le motiva, tiene necesidad de construir una solución, entonces, sí se alcanzó la construcción de un aprendizaje significativo, porque se generó en el sujeto la necesidad de investigar, la sensación de descubrir, de lograr un objetivo, y finalmente la meta de alcanzar la resolución de un problema.

En las entrevistas²⁵¹ realizadas a los alumnos, establecieron que cada vez que se les presentó el cuestionario de evaluación, aunque ya lo conocían y era el mismo, lo resolvieron de manera diferente. En cada una de las etapas fueron aumentando el grado de complejidad de sus respuestas.

6. Una vez que hemos establecido que los alumnos construyeron el concepto de reparto puntualizaremos ahora la forma en que lo utilizan como una competencia académica básica que les sirve para la resolución de problemas.

Ser capaz de usar el razonamiento y de resolver problemas es una habilidad muy importante, es decir, una competencia académica básica. Y ésta es una de las competencias que son esenciales para el desarrollo de las habilidades que los estudiantes necesitan para ser alumnos exitosos en la escuela.

²⁴⁹ Ver respuestas de la alumna Rocío en las tres etapas.

²⁵⁰ Ver mapas conceptuales de las respuestas de los alumnos en las tres etapas, en donde se puede apreciar gráficamente el cambio conceptual de la información y de las relaciones entre los conceptos y proposiciones en cada una de las diferentes etapas.

²⁵¹ Ver entrevistas realizadas a los alumnos.

Podemos entonces delimitar que sí se alcanzó la construcción de competencias académicas para aplicar a la resolución de problemas de reparto. Competencias entendidas como forma de desempeño individual, por medio del cual el alumno es capaz de alcanzar una meta, de realizar una tarea, de resolver un problema. Se habla también de éstas, como competencias académicas básicas que sirven como expresión del desarrollo de tareas que se enfocan expresamente a la maduración del individuo y que le permiten la ejecución de diversos papeles, los cuales tendrá necesariamente que desempeñar, de manera exitosa, en su vida.

La forma en que estas competencias fueron construidas y aplicadas fue muy diversa, ya que entendidas, como se señala anteriormente, como forma de desempeño individual, cada uno de los alumnos la aplicó en sus respuestas²⁵². Como se señaló en el capítulo anterior todos ellos recurrieron a la ilustración gráfica por medio de dibujos para ejemplificar sus repartos. Así se utilizaban dibujos en relación -uno a uno-, dibujando las paletas y los niños y relacionando con una línea cada paleta con el niño correspondiente, quedando así un dulce para cada niño²⁵³.

También se utilizaban fracciones por ejemplo 3 rebanadas de un pastel para tres niños²⁵⁴. Otro alumno ejemplifica a partir de dibujos un entero repartido en 8 fracciones correspondientes a las ocho personas de su respuesta. Aclara además la necesidad de "... que les toque lo mismo.²⁵⁵" Y hubo también quienes además del dibujo utilizaban una división y señalaban una fracción como $\frac{1}{2}$ o $\frac{3}{4}$ como expresión matemática de su reparto²⁵⁶.

Otra alumna²⁵⁷ que utiliza el ejemplo de tres enteros para cuatro personas lo resuelve dividiendo dos enteros en mitades y el entero sobrante en cuatro partes, correspondiendo así una mitad y un cuarto de

²⁵² Ver respuestas de los alumnos en las tres etapas de la investigación.

²⁵³ Ver respuestas alumnos Antonio y Emilio en la segunda etapa.

²⁵⁴ Ver respuesta alumno Pedro, segunda etapa

²⁵⁵ Ver respuesta alumno Fernando, segunda etapa.

²⁵⁶ Ver respuesta alumno Ernesto, segunda etapa.

²⁵⁷ Ver respuesta alumna Araceli, segunda etapa.

entero para cada persona. Es interesante la forma en que realiza su reparto, ya que no divide todas las galletas en cuatro partes, sino que divide primero en mitades y después piensa la forma en cómo dividir la galleta que le sobra para que su reparto sea equitativo y exhaustivo.

Un ejemplo más lo constituye otro alumno²⁵⁸ que tiene tres personas a quienes identifica con la letras: "... J, P, y O ". Los cuatro enteros que tiene para repartir los divide cada uno en tres partes iguales y escribe dentro de cada tercio de fracción una de las letras que corresponden a cada una de las personas entre quienes realiza su reparto. Así, a cada una de las personas les tocan cuatro terceras partes de galleta. El alumno nunca establece que podría haber entregado primero una galleta completa a cada persona y después repartir la galleta sobrante en tres pedazos. Sin embargo, así, como él lo hace, realiza un reparto en partes iguales y sin que sobre nada.

Un caso más se señala a partir de otro alumno²⁵⁹ que ejemplifica su reparto de forma interesante, ya que tiene dos enteros a repartir entre seis personas. Sin embargo, no reparte en seis partes sus enteros, sino en tres partes cada uno. Así a cada una de las seis personas de su ejemplo les corresponde un tercio de galleta.

Un alumno²⁶⁰ más ejemplifica su respuesta proponiendo el problema de cuatro galletas a repartir entre tres niños. Primero establece la relación de repartir una galleta para cada niño utilizando tres colores diferentes: rojo, amarillo y rosa. Así ilumina la persona y la galleta correspondiente del mismo color. La galleta sobrante la reparte en tres fracciones e ilumina cada fracción del color correspondiente.

Como podemos observar son diferentes las formas en que los niños construyen diversas estrategias para realizar sus repartos y construir así

²⁵⁸ Ver respuesta alumno Mario, segunda etapa..

²⁵⁹ Ver respuesta alumno Miguel, segunda etapa.

²⁶⁰ Ver respuesta alumno Oscar, segunda etapa.

sus competencias, como forma de desempeño individual, para dar solución a los problemas de reparto que se les plantearon.

El alumno Diego establece ya verbalmente en la entrevista²⁶¹ que se le realizó, que ahora puede determinar si al repartir le toca por ejemplo “medio kilo” o menos. Así, está utilizando ya un razonamiento matemático más complejo.

7. Finalmente podemos puntualizar que los alumnos al adquirir competencias académicas básicas también adquieren la confianza en su capacidad de hacer matemáticas. Ahora pueden enfrentar nuevas situaciones problemas, nuevos retos y trasladar estas experiencias adquiridas para la resolución de problemas en otros contextos. Tanto los alumnos, como la maestra señalaron en sus entrevistas²⁶², que les gustó la forma diferente de trabajo y solicitaron ser invitados a colaborar en una nueva investigación que se lleve al cabo.

Podemos entonces generalizar los resultados de la investigación de la siguiente manera:

❖ En general los alumnos al llegar al cuarto grado de primaria no tienen un conocimiento previo del tema de reparto o éste es muy vago. Sin embargo, han construido conocimientos previos, como el dividir enteros en fracciones, con los que pueden relacionar el concepto nuevo. Los conocimientos previos les permiten anclar el concepto de reparto y aplicarlo para la resolución de problemas.

❖ En general los alumnos del cuarto grado de primaria después de haber sido enseñado el tema de reparto, a partir de las situaciones problema presentadas en el libro de matemáticas de SEP, establecen el concepto de

²⁶¹ Ver entrevista del alumno Diego.

²⁶² Ver entrevistas a los alumnos y maestra.

reparto, aunque no todos los alumnos logran la construcción del mismo en igual grado de complejidad. Algunos lo hacen de manera muy elemental en tanto que otros lo establecen de manera muy clara.

- ❖ En general los alumnos del cuarto grado de primaria al realizar repartos, en situaciones problema, cuando el número de personas es diferente del número de objetos a repartir logran resolver los dos casos del problema <más enteros que niños y más niños que enteros> y aplican los conceptos de equitatividad y exhaustividad al realizar el reparto.
- ❖ En general los alumnos del cuarto grado de primaria logran la construcción del concepto de reparto para aplicarlo como una competencia académica básica que les servirá para resolver problemas en situaciones de reparto.
- ❖ En general los alumnos del cuarto grado de primaria utilizan los dibujos como forma de resolver y ejemplificar sus repartos, construyendo de esta forma una competencia académica básica como forma de desempeño individual.
- ❖ En general los alumnos del cuarto grado de primaria establecen el concepto de reparto como un aprendizaje significativo que les servirá para aplicarlo a diferentes situaciones problema y lo utilizarán como antecedente para enfrentar nuevos retos.
- ❖ En general se puede puntualizar que los alumnos del cuarto grado de primaria establecieron el concepto de reparto y lo construyeron convirtiéndolo en una competencia académica básica, para aplicarlo a la resolución de problemas en situaciones de reparto.

❖ En general el sistema de enseñanza de la escuela, para los alumnos del cuarto grado de primaria, sí se centra alrededor de las fuerzas, necesidades y estilos de aprendizaje de los estudiantes en su esfuerzo por dominar las habilidades necesarias para la resolución de problemas matemáticos. Y de esta manera, logran construir las competencias académicas básicas consideradas como aquellas habilidades amplias, esenciales para el trabajo efectivo de los alumnos en todos los campos del estudio académico

❖ En general para que este concepto quedara construido como un aprendizaje significativo, el alumno debió establecer: QUE EXISTE UNO O MÁS ENTEROS QUE SE VAN A DIVIDIR EN PARTES, DE ACUERDO AL NÚMERO DE PERSONAS QUE HAY. CONSIDERANDO DOS SITUACIONES: A) CUANDO HAY MÁS ENTEROS QUE PERSONAS Y B) CUANDO HAY MENOS ENTEROS QUE PERSONAS.

Los alumnos del cuarto grado de primaria, para aprender tuvieron que enfrentar numerosas circunstancias que representaron un reto, en tanto tenían un objetivo que alcanzar, en diferentes contextos un problema y en otras situaciones diversas, un desafío, que representaba para ellos entre sí, una rivalidad y propiciaba un espíritu de competitividad. Y así, han sido capaces de construir sus propias competencias, de generar sus propios recursos para resolver los diferentes problemas, utilizando siempre los conocimientos que ya poseen.

Al adquirir competencias académicas básicas para ser utilizadas en el área de las matemáticas, los alumnos han alcanzado la capacidad de resolver problemas matemáticos, de razonar lógicamente, de valorar el uso de las matemáticas y han adquirido confianza en su capacidad de hacer matemáticas y poder enfrentar nuevos retos.

Anexos

- 1. Respuesta criterio, análisis de discurso y mapa criterio de la respuesta Profra. Elizabeth Montúfar Márquez, de fecha 6 de octubre del 2000. Pp. 145-150.**
- 2. Respuestas, análisis de discurso y mapas conceptuales de los alumnos en la Primera etapa de fecha 13 de octubre del 2000. Pp. 151-162.**
- 3. Observación de clase de fecha octubre 19 del 2000. Pp. 163-167.**
- 4. Observación de clase de fecha noviembre 6 del 2000. Pp. 168-173.**
- 5. Observación de clase de fecha noviembre 8 del 2000. Pp. 174-177.**
- 6. Respuestas, análisis de discurso y mapas conceptuales de los alumnos en la Segunda etapa de fecha 22 de noviembre del 2000. Pp. 178-191.**
- 7. Respuestas, análisis y mapas conceptuales de los alumnos en la Tercera etapa de fecha enero 15 del 2001. Pp. 192-205.**
- 8. Análisis de correspondencia y gráficas de las tres etapas, que correlacionan las respuestas de los alumnos con la respuesta criterio.**
- 9. Entrevistas con tres de los alumnos del Instituto Guillermo Marconi.**
- 10. Entrevista con la Profra. Elizabeth Montúfar Márquez, del 4º. Grado grupo "A" del Instituto Guillermo Marconi.**

INSTITUTO GUILLERMO MARCONI

NOMBRE : Profra. Elizabeth Montúfar Márquez
 GRADO 4º A EDAD 38 SEXO F FECHA 6-10-2000

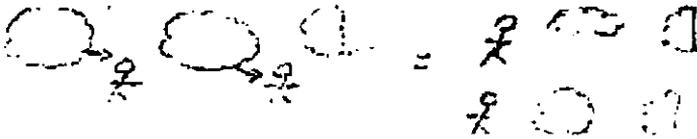
INSTRUCCIONES: LEE Y CONTESTA DE MANERA CUIDADOSA LAS SIGUIENTES PREGUNTAS:

PARA TI ¿QUÉ ES UN REPARTO? EXPLICA CÓMO SE REALIZA CUANDO LA CANTIDAD DE OBJETOS PARA REPARTIR ES DIFERENTE DEL NÚMERO DE PERSONAS ENTRE LAS QUE SE VA A REALIZAR EL REPARTO. DESPUÉS DA UN EJEMPLO DE REPARTO. INDICA CUÁLES SON LAS TRES IDEAS MÁS IMPORTANTES EN TU RESPUESTA.

Reparto es dividir enteros en partes iguales

Para repartir objetos cuando el número de personas es más. Primero reparto enteros a cada persona y posteriormente divido enteros y reparto por igual

Ejemplo : + objetos y - personas



- Para repartir objetos cuando el número de personas es más. Primero dividí los enteros y reparto por igual

Ejemplo: - objetos y + personas



- Extraer una parte de cada galleta para cada persona

IDEAS MAS IMPORTANTES

1. - Concepto

2. - Repetición

3. Resolución.



**ANÁLISIS DE DISCURSO* DE LA RESPUESTA
CRITERIO 6 DE OCTUBRE DEL 2000 GRUPO 4° A
PROFRA. MA. ELIZABETH MONTÚFAR MÁRQUEZ**

P₁⁺

OTROS COMPONENTES	CONCEPTOS	RELACIONES LÓGICAS
		es r ₁ ⁺
		dividir r ₂
	en r ₃
		iguales r ₄

P₂

OTROS COMPONENTES	CONCEPTOS	RELACIONES LÓGICAS
		Para r ₅
		repartir r ₆
	objetos	
cuando el	número	de r ₇
	personas	es r ₈
		menos r ₉

P₃

OTROS COMPONENTES	CONCEPTOS	RELACIONES LÓGICAS
Primero	[yo]	reparto r ₁₀
	enteros	
a cada	persona	

P₄

OTROS COMPONENTES	CONCEPTOS	RELACIONES LÓGICAS
		Y r ₁₁
posteriormente	[yo]	divido r ₁₂
	enteros	y r ₁₃
		reparto r ₁₄
	[partes]	
		igual r ₁₅

* La forma de realizar el análisis de discurso se explicó en los incisos 2 y 3 del capítulo IV: El Modelo de Análisis Proposicional.

* P¹, P², P³ Número progresivo de proposición.

* r¹, r², r³ Número progresivo de relación lógica.

P₅
Ejemplo: + objetos y - personas

OTROS COMPONENTES	CONCEPTOS	RELACIONES LÓGICAS
Si		tengo r ₁₆
tres	galletas	y r ₁₇
dos	personas.	

P₆

OTROS COMPONENTES	CONCEPTOS	RELACIONES LÓGICAS
[Primero]	[yo]	[le doy] r ₁₈
[un]	[entero]	
[a cada]	[persona]	

P₇

OTROS COMPONENTES	CONCEPTOS	RELACIONES LÓGICAS
		[y] r ₁₉
[después]	[yo]	[divido.....] r ₂₀
[el] [otro]	[entero]	[.....en] r ₂₁
[dos]	[partes]	[iguales] r ₂₂

P₈

OTROS COMPONENTES	CONCEPTOS	RELACIONES LÓGICAS
		Para r ₂₃
		repartir r ₂₄
	objetos	
cuando el	número	de r ₂₅
	personas	es r ₂₆
		más r ₂₇

P₉

OTROS COMPONENTES	CONCEPTOS	RELACIONES LÓGICAS
primero	(yo)	divido r ₂₈
los	enteros	y r ₂₉
		reparto r ₃₀
	[partes]	
por		igual r ₃₁

P₁₀**Ejemplo - objetos y + personas**

OTROS COMPONENTES	CONCEPTOS	RELACIONES LÓGICAS
Si		tengo r ₃₂
cuatro	galletas	y r ₃₃
cinco	personas	

P₁₁

OTROS COMPONENTES	CONCEPTOS	RELACIONES LÓGICAS
[Primero]	[yo]	[divido...] r ₃₄
[los]	[enteros]	[...en] r ₃₅
[cinco]	[partes]	[iguales] r ₃₆

P₁₂

OTROS COMPONENTES	CONCEPTOS	RELACIONES LÓGICAS
[Después]	[yo]	[tengo] r ₃₇
[que]		extraer r ₃₈
una	parte	de r ₃₉
cada	galleta	para r ₄₀
cada	persona	

P₁₃

OTROS COMPONENTES	CONCEPTOS	RELACIONES LÓGICAS
(A cada)	(una)	(de) r ₄₁
(las cinco)	(personas)	(le toca) r ₄₂
(una)		(quinta) r ₄₃
	(parte)	(de) r ₄₄
(cada)	(uno)	(de) r ₄₅
(los cuatro)	(enteros)	

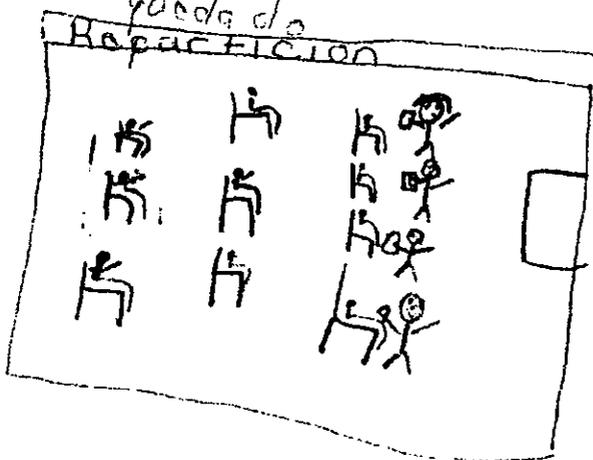
ANEXOS No. 2
INSTITUTO GUILLERMO MARCONI

NOMBRE: ROCÍO No. Lista 17 **Primera etapa**
GRADO 4º A EDAD 9 SEXO FEMENINO FECHA 13-10-2000

INSTRUCCIONES: LEE Y CONTESTA DE MANERA CUIDADOSA LAS SIGUIENTES PREGUNTAS:

PARA TI ¿QUÉ ES UN REPARTO? EXPLICA CÓMO SE REALIZA CUANDO LA CANTIDAD DE OBJETOS PARA REPARTIR ES DIFERENTE DEL NÚMERO DE PERSONAS ENTRE LAS QUE SE VA A REALIZAR EL REPARTO. DESPUÉS DA UN EJEMPLO DE REPARTO. INDICA CUÁLES SON LAS TRES IDEAS MÁS IMPORTANTES EN TU RESPUESTA.

- 1º No comparar las cosas que has a repartir
- 2º No pelearse cuando te vas a repartir algo
- 3º Cuando repartas toma una y repartela los que ya quedado



ANÁLISIS DE DISCURSO* DE LA RESPUESTA
PRIMERA ETAPA 13 de octubre del 2000
ALUMNA GRUPO 4° A (17) ROCÍO.

P_1^*

OTROS COMPONENTES	CONCEPTOS	RELACIONES LÓGICAS
1° No		romper r_1^*
las	hojas	
que	[tú]	vas r_2
a		repartir r_3

P_2

OTROS COMPONENTES	CONCEPTOS	RELACIONES LÓGICAS
2° No		pelearse r_4
cuando	[tú]	vas r_5
a		repartir r_6
	algo	

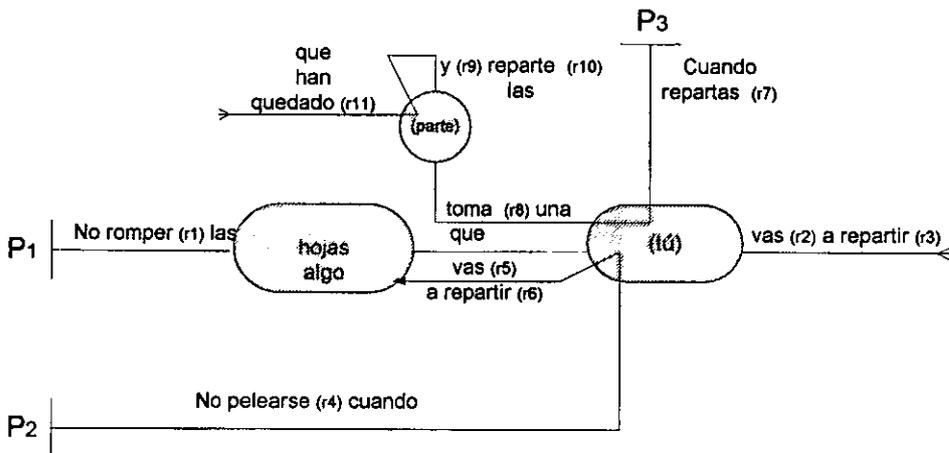
P_3

OTROS COMPONENTES	CONCEPTOS	RELACIONES LÓGICAS
3° Cuando		repartas r_7
	[tú]	toma r_8
una	[parte]	
		y r_9
		reparte r_{10}
las	[partes]	
que		han quedado r_{11}

* Ver Cap. IV El Modelo de Análisis Proposicional, incisos 2 y 3.

* p^1, p^2, \dots Número progresivo de proposición.

* r^1, r^2, r^3, \dots Número progresivo de relación lógica.



ROCÍO ALUMNA No. de lista 17
13 de octubre del 2000 1ª ETAPA

INSTITUTO GUILLERMO MARCONI

NOMBRE: ARACELI No. Lista 02 Primera etapa
 GRADO 4° A EDAD 9 SEXO Femenino FECHA 13-10-2000
 INSTRUCCIONES: LEE Y CONTESTA DE MANERA CUIDADOSA LAS
 SIGUIENTES PREGUNTAS:

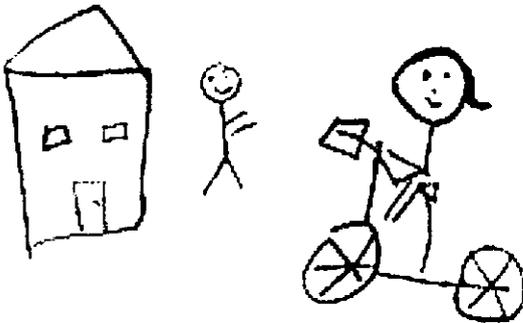
PARA TI ¿QUÉ ES UN REPARTO? EXPLICA CÓMO SE REALIZA CUANDO LA CANTIDAD DE OBJETOS PARA REPARTIR ES DIFERENTE DEL NÚMERO DE PERSONAS ENTRE LAS QUE SE VA A REALIZAR EL REPARTO. DESPUÉS DA UN EJEMPLO DE REPARTO. INDICA CUÁLES SON LAS TRES IDEAS MÁS IMPORTANTES EN TU RESPUESTA.

¿Qué es un reparto?

Es cuando una persona le da un objeto a otras
 personas como un cartero que entrega cartas

estar en forma

Dormir bien y repartir cuidadosamente



ANÁLISIS DE DISCURSO⁺ DE LA RESPUESTA
PRIMERA ETAPA 13 de octubre del 2000
ALUMNA GRUPO 4° A (02) ARACELI

P₁⁺

OTROS COMPONENTES	CONCEPTOS	RELACIONES LÓGICAS
	[Reparto]	es r_1^+
cuando una	persona	le da r_2
un	objeto	
a otra	[persona]	

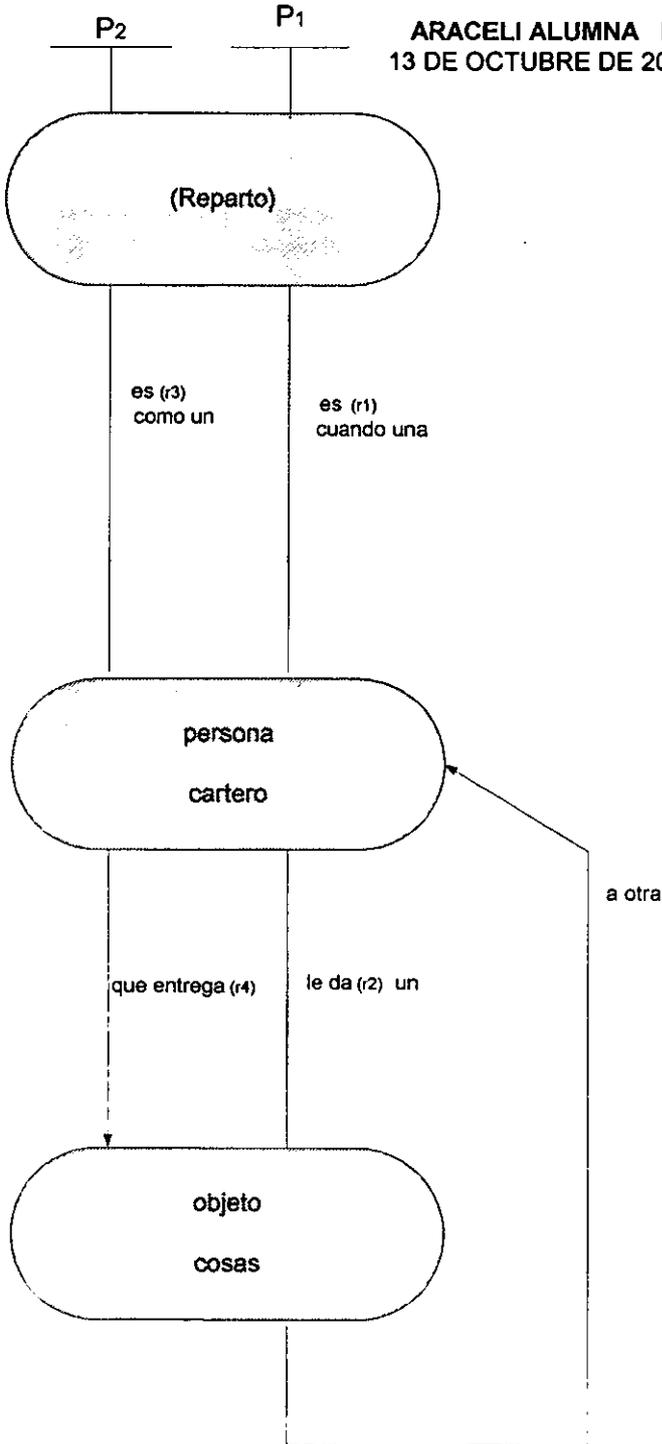
P₂

OTROS COMPONENTES	CONCEPTOS	RELACIONES LÓGICAS
	[Reparto]	es r_3
como un	cartero	
que		entrega r_4
	cosas	

⁺ Ver Cap. IV El Modelo de Análisis Proposicional, incisos 2 y 3.

⁺ P¹, P², Número progresivo de proposición.

⁺ r¹, r², r³ Número progresivo de relación lógica.



INSTITUTO GUILLERMO MARCONI

NOMBRE: FERNANDO No. Lista 06 Primera etapa
 GRADO 4° A EDAD 9 SEXO M FECHA 13-10-2000

INSTRUCCIONES: LEE Y CONTESTA DE MANERA CUIDADOSA LAS SIGUIENTES PREGUNTAS:

PARA TI ¿QUÉ ES UN REPARTO? EXPLICA CÓMO SE REALIZA CUANDO LA CANTIDAD DE OBJETOS PARA REPARTIR ES DIFERENTE DEL NÚMERO DE PERSONAS ENTRE LAS QUE SE VA A REALIZAR EL REPARTO. DESPUÉS DA UN EJEMPLO DE REPARTO. INDICA CUÁLES SON LAS TRES IDEAS MÁS IMPORTANTES EN TU RESPUESTA.

Es una repartición de cosas para personas
 Hago una división

$$\begin{array}{r} 0 \\ 8 \overline{) 14} \\ \underline{8} \\ 4 \end{array}$$

observar, escribir, comprobar

**ANÁLISIS DE DISCURSO* DE LA RESPUESTA
PRIMERA ETAPA 13 de octubre del 2000
ALUMNO GRUPO 4° A (06) FERNANDO**

 P_1^*

OTROS COMPONENTES	CONCEPTOS	RELACIONES LÓGICAS
	[Reparto]	es r_1^*
una	repartición	de r_2
	cosas	para r_3
	personas	

 P_2

OTROS COMPONENTES	CONCEPTOS	RELACIONES LÓGICAS
		[para] r_4
		[repartir] r_5
	[yo]	hago r_6
una	división	

 P_3

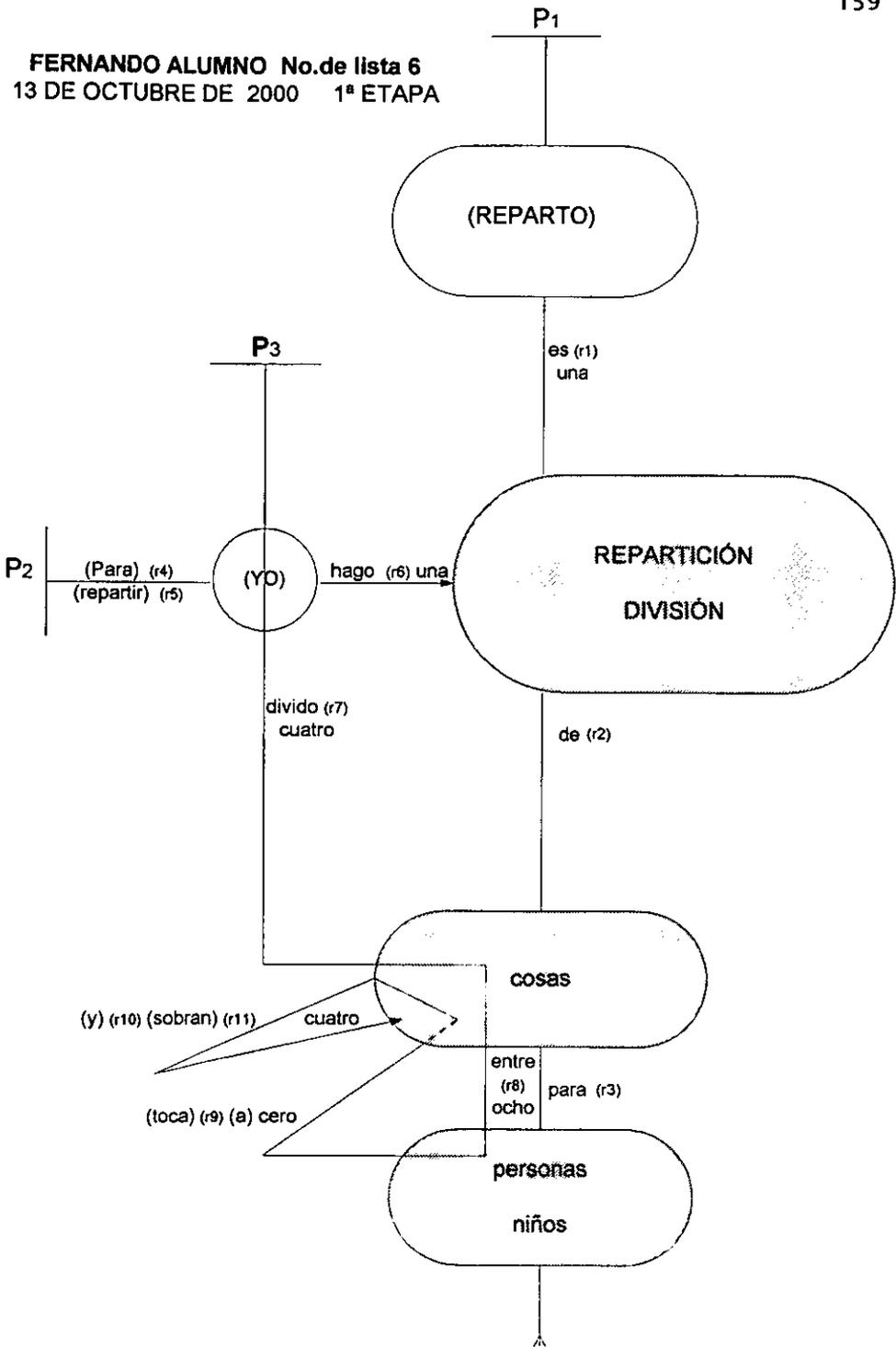
OTROS COMPONENTES	CONCEPTOS	RELACIONES LÓGICAS
	[yo]	divido r_7
cuatro	[cosas]	entre r_8
ocho	[personas]	[toca] r_9
[a] cero	[cosas]	[y] r_{10}
		[sobran] r_{11}
cuatro	[cosas]	

* Ver Cap. IV El Modelo de Análisis Proposicional, incisos 2 y 3.

* P^1, P^2, \dots Número progresivo de proposición.

* $r^1, r^2, r^3 \dots$ Número progresivo de relación lógica.

FERNANDO ALUMNO No.de lista 6
13 DE OCTUBRE DE 2000 1ª ETAPA

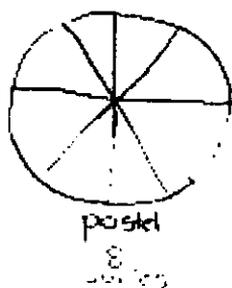


INSTITUTO GUILLERMO MARCONI

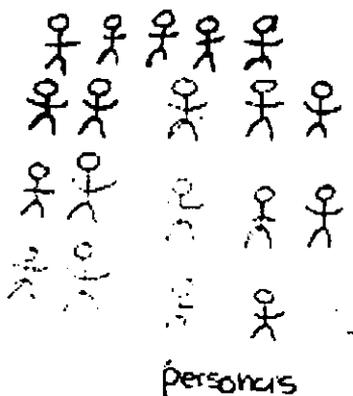
NOMBRE: ERNESTO No. Lista 08 Primera etapa
 GRADO 4º A EDAD 10 SEXO Masculino FECHA 13-10-2000
 INSTRUCCIONES: LEE Y CONTESTA DE MANERA CUIDADOSA LAS SIGUIENTES PREGUNTAS:

PARA TI ¿QUÉ ES UN REPARTO? EXPLICA CÓMO SE REALIZA CUANDO LA CANTIDAD DE OBJETOS PARA REPARTIR ES DIFERENTE DEL NÚMERO DE PERSONAS ENTRE LAS QUE SE VA A REALIZAR EL REPARTO. DESPUÉS DA UN EJEMPLO DE REPARTO. INDICA CUÁLES SON LAS TRES IDEAS MÁS IMPORTANTES EN TU RESPUESTA.

Un Reparto es la repartición de objetos entre las personas por ejemplo:

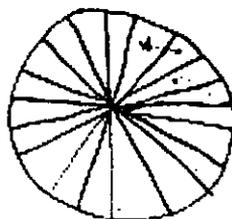


pastel
8 partes



personas

Entonces:



pastel
dividido

Si los objetos son más y las personas son más entonces se reparten en partes más pequeñas.

**ANÁLISIS DE DISCURSO* DE LA RESPUESTA
PRIMERA ETAPA 13 de octubre del 2000
ALUMNO GRUPO 4° A (08) ERNESTO**

P₁

OTROS COMPONENTES	CONCEPTOS	RELACIONES LÓGICAS
Un	reparto	es r ₁ *
la	repartición	de r ₂
	objetos	entre r ₃
las	personas	
que		hay r ₄

P₂**Ejemplo:**

OTROS COMPONENTES	CONCEPTOS	RELACIONES LÓGICAS
[Si]		[tengo] r ₅
[un]	pastel	[dividido] r ₆
		[en] r ₇
ocho	partes	[y] r ₈
		[tengo] r ₉
[diecinueve]	personas	

P₃

OTROS COMPONENTES	CONCEPTOS	RELACIONES LÓGICAS
Entonces		[queda] r ₁₀
[el]	pastel	dividido r ₁₁
		en r ₁₂
[diecinueve]	[partes]	

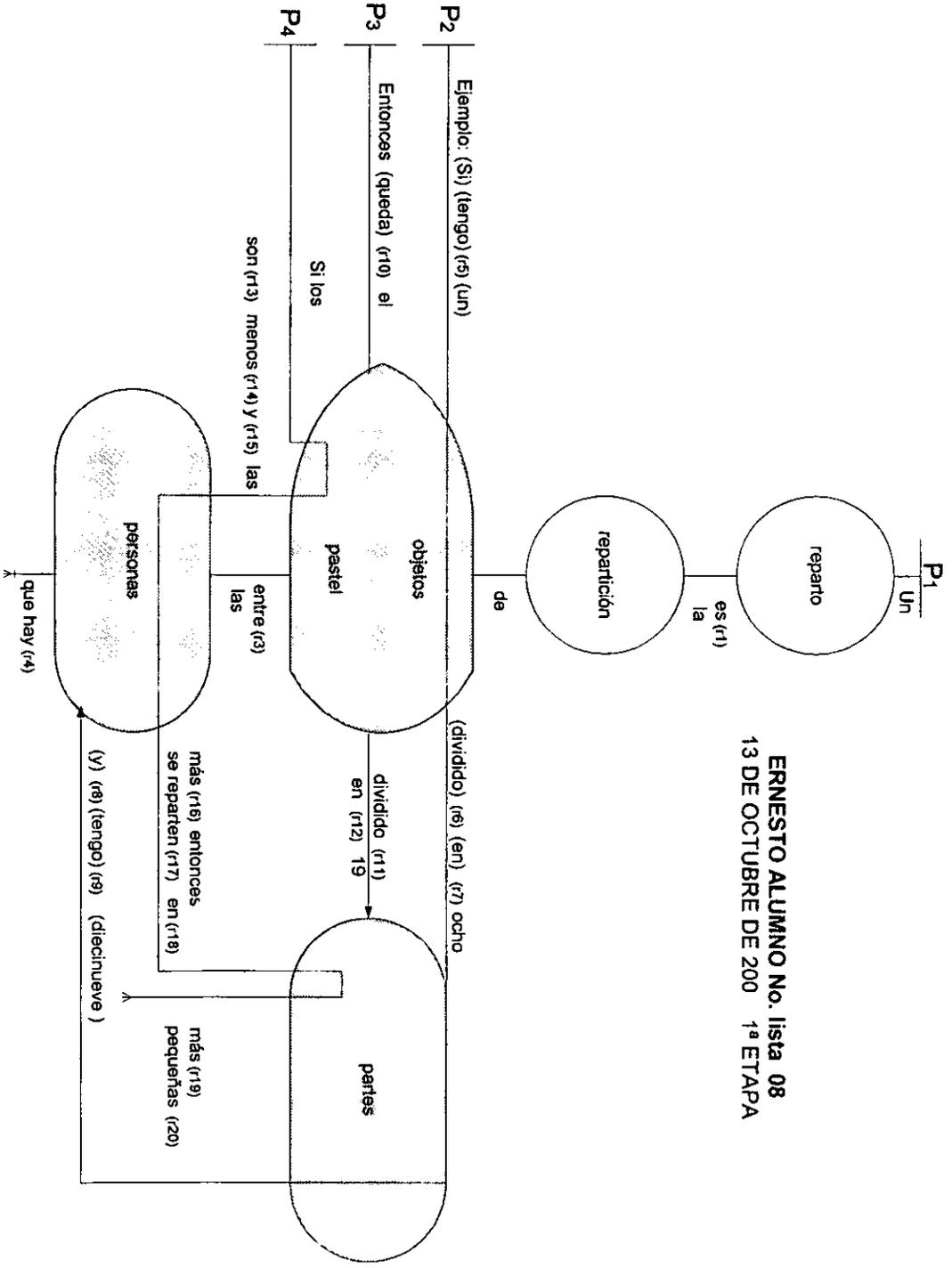
P₄

OTROS COMPONENTES	CONCEPTOS	RELACIONES LÓGICAS
Si los	objetos	son r ₁₃
		menos r ₁₄
		y r ₁₅
las	personas	más r ₁₆
entonces		se reparten r ₁₇
		en r ₁₈
	partes	más r ₁₉
		pequeñas r ₂₀

* Ver Cap. IV El Modelo de Análisis Proposicional, incisos 2 y 3.

* P¹, P², Número progresivo de proposición.* r¹, r², r³ Número progresivo de relación lógica.

ERNESTO ALUMNO No. lista 08
13 DE OCTUBRE DE 200 1ª ETAPA



ANEXO No. 3

FECHA: JUEVES, Octubre 19 del 2000.
LUGAR: INSTITUTO GUILLERMO MARCONI

Observación de la primera clase en que se da inicialmente el tema.
Grupo 4º A Tema reparto. Hora 10.00-11.00 (receso) 11.30-12.00

Al entrar al grupo los alumnos se muestran entusiasmados de que se le vaya a visitar. Ya tienen su material listo y están esperando el tema que se les va a dar.

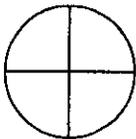
La maestra Elizabeth Montúfar Márquez, titular del grupo es quien está dando la clase. Anota en el pizarrón:

Vamos a recordar lo que son las fracciones.

Cuál es de $\frac{1}{4}$ la parte que se toma del entero y cuál es la parte en que se dividió.

Les dice que no anoten nada que primero pongan atención a lo que ella está preguntando. Hace preguntas respecto al número de partes en que se divide un entero y cómo se llama a esta parte. También hace referencia al número que indica las partes que se toman del entero cuando está fraccionado y cómo se llama.

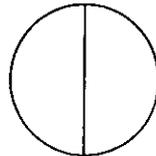
Escribe la fracción $\frac{1}{4}$, ilustra con una figura y pregunta en cuantas partes dividimos este "pastel", los niños contestan "a coro": "en cuatro" y ella les dice: "uno solo quiero que conteste, porque así no sé quien entendió y quién no."



$\frac{1}{4}$ numerador
 denominador

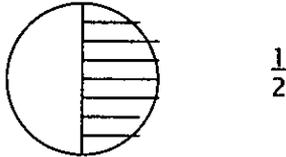
Los niños van participando, levantando su mano y poco a poco la maestra los lleva a recordar cómo se reparte un entero cuando se divide en 2, 3, 4, 5, etc. fracciones. Cada vez hace un dibujo para ilustrar la forma en que se divide el entero.

Si divido en dos partes ¿cómo se va a dividir?



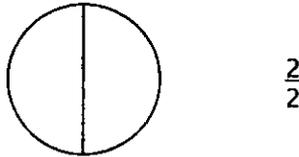
¿En dónde coloco el número en que dividí mi entero en 2? Los niños contestan: "abajo". Ella dice: y va en el denominador y lo coloca.

¿Si le regalo a Manuel esta parte cuántas partes estoy tomando? Los niños contestan: una. Y ella dice y va en el numerador. Y lo ilustra de la siguiente manera:

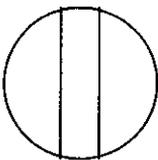


Si yo quiero regalar las dos mitades, entonces, ¿en dónde coloco el 2?

Los niños contestan: "arriba". La maestra: "¿Por qué?" Los alumnos: "Porque estoy tomando las dos partes". La maestra: "¿Y cómo se lee?" Los niños: "Dos medios" Y la maestra lo ilustra de la siguiente manera. La maestra indica: "fijense que son partes iguales".

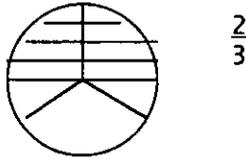


La maestra continúa: "Si este entero lo quiero dividir en tres partes ¿en dónde va el 3? Y ya no me digan arriba o abajo. Utilicen los términos numerador o denominador". Y lo ilustra inicialmente así:

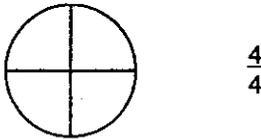


Así los niños van contestando y recordando este tema de fracciones que ya conocían y la profesora les solicita ahora que utilicen los términos numerador y denominador cuando ella pregunta. "Si yo quiero regalar $\frac{2}{3}$ ¿Cómo lo ilustro?"

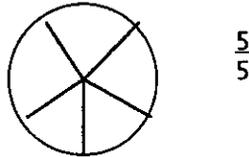
Ahora cambia la forma de dividir el entero y lo ilustra así:



La maestra: "Si divido este entero en 4 partes iguales ¿Cómo se lee?"
Los niños contestan: "cuartos" Y la maestra lo ilustra así:

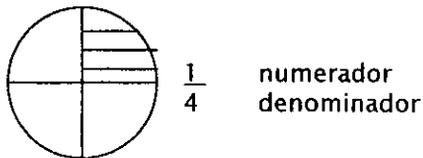


La maestra: "¿Qué pasa si lo divido en 5 partes y ¿cómo se lee?"
Fíjense bien que deben ser 5 partes iguales". Lo ilustra



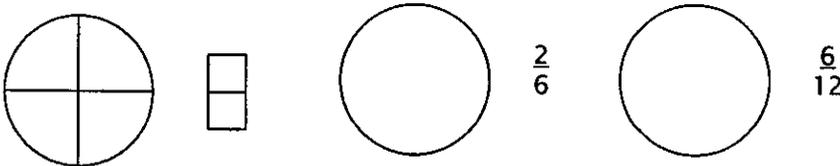
Ahora la maestra les pregunta : "¿Si se entendió? ¿Está claro?"

Les pide copiar del pizarrón y sólo colocar en su cuaderno la parte de arriba en que se indica el entero fraccionado en cuartos y el numerador y denominador de la fracción, de esta manera:



La profesora pide saquen su "gloser" de círculos para hacer tres círculos en su cuaderno y hacer un ejercicio del tema que está viendo. Los niños empiezan a trabajar y la maestra camina alrededor del salón checando el trabajo de cada alumno y dando indicaciones respecto a letra, limpieza, materiales necesarios, orden, etc. A unos alumnos les indica: "que ahorita está el recreo de los chiquitos y los grandes están trabajando. Que si gusta puede irse a recreo. Que él decida". Da la indicación de suspender el trabajo y continuarlo después de recreo, ya que les toca "cancha de fútbol" y los niños esperan ansiosos este espacio de juego.

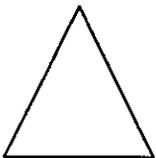
Al regresar, la maestra indica que en un círculo ella señalará la fracción, repartirá el pastel e indicará cuántas partes tomó del pastel. En los otros dos los niños tendrán que hacer la división de acuerdo a la fracción indicada e iluminarán lo que la maestra les solicita. Hace hincapié en que deben repartir en partes iguales, ya que a ninguno le va a gustar que le den un pedazo de pastel más chico y a otro uno más grande. A todos debe tocarles por igual



Se indica el ejercicio. Se deja a los alumnos que lo realicen. Los niños están trabajando y la maestra camina por el salón dando indicaciones. La maestra solicita que guarden su cuaderno pues tienen que ir a clase de música.

Al regresar de clase de música se indica que tienen que terminar el trabajo iniciado y elaborar un ejercicio de fracciones como tarea. El ejercicio implica que los alumnos repartan los enteros en partes iguales de acuerdo al denominador de la fracción indicada y que colorean la parte de fracciones indicadas en el numerador.

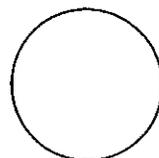
TAREA: Divide Los siguientes enteros en fracciones:



$1/3$



$2/4$



$3/8$

Coloca la fracción que se pide:



Se termina la clase por este día y se indica a los niños traer su libro de matemáticas SEP para continuar con el tema el día de mañana. Se hace una invitación para seguir observando el trabajo de los niños. Los niños se muestran contentos de que se haya participado con ellos de su clase.

Observador: Lic. Susana Paula Antiga Trujillo.

ANEXO No. 4

FECHA: LUNES, Noviembre 6 del 2000.
LUGAR: INSTITUTO GUILLERMO MARCONI

Observación de la segunda clase en que se da inicialmente el tema,

Grupo 4º A Tema reparto. Hora 8.30-9.30 (inglés) 10.30-11.00

Es el primer día de clases después de un receso de cuatro días de descanso. Los alumnos acaban de entrar después de haber realizado la ceremonia de honores a la bandera que se lleva a cabo cada lunes. Están contentos y esperando el tema e indicaciones de su maestra.

La Profra., Elizabeth Montúfar les indica que se van a recordar primero las fracciones que se dieron en la otra clase (la del día 19 de octubre). Aclara que este tema no se había continuado ya que habían tenido exámenes y la semana anterior sólo 2 días de clase y la festividad de Halloween.

Profra. Elizabeth: "Recuerdan que cuando dividimos un entero tenemos que dividir en partes iguales. ¿Cómo se llama el número que me indica en cuántas partes se divide el entero? Alumnos: "denominador"
Maestra: ¿y en dónde lo coloco? Alumnos: "abajo".

Profesora: Si yo le regalo a su compañero 2 partes del entero ¿cómo se llama este número? Alumnos: "numerador" Maestra: ¿y en dónde lo coloco? Alumnos: "arriba". Maestra: "muy bien. ¿De qué depende el nombre que le damos a cada fracción? Alumnos de la cantidad en que dividimos al entero. Maestra: Muy bien, si divido en dos se llaman Alumnos: medios Maestra: ¿en tres partes? Alumnos : "tercios", etc.

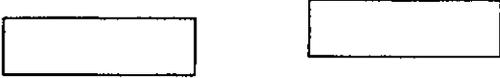
Maestra: Muy bien vamos a entrar ahora al tema de Fracciones en situaciones de repartición. No escriban nada, sólo observen, atiendan a la explicación y después copian.

La maestra empieza a escribir en el pizarrón, mientras va leyendo en voz alta y dando indicaciones. Les dice que se fijen muy bien y hagan derechos sus chocolates para que sepan cómo los van a dividir.

La maestra le dice; "vamos a ver cómo se dividió y qué parte le tocó a cada niña? Ahora pregunta: ¿de cuántas personas estamos hablando? _Alumnos: " de tres" Maestra: ¿Y cuántos chocolates tenemos para repartir? Alumnos: "dos".

Les indica que ya pueden empezar a resolver. Les pide que imaginen qué es o qué van a hacer. Que piensen cómo lo van a dividir. Les dice: "recuerden que somos nosotros los que vamos a resolver el problema. Pónganse en el lugar de mamá, o de un compañero o del maestro que es quien lo va a resolver. También le pide que utilicen su regla para hacer sus "chocolates", que no los quiere "como la carretera a Taxco".

- Paty, Carmen y Mónica se reparten 2 chocolates



- ¿Cómo se dividió cada chocolate?

- ¿Cuántas partes de chocolate le toca a cada niña?

- Escribe en fracción la repartición



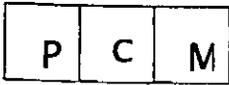
La maestra camina entre los niños y hace observaciones individuales. Al checar va observando si algunos niños tuvieron error al resolver el problema. Les pide que chequen bien si dividieron correctamente sus chocolates. Que dividan primero un chocolate y piensen cómo lo van a repartir y luego el siguiente chocolate.

A Anaid le dice: "fíjate bien, tú puedes, piensa".

A Daniel le pregunta: "¿qué te significa el denominador? Y aquí, ¿en cuantas partes está dividido el entero? Yo quiero saber ¿en cuántas partes dividiste el entero y cuántas partes le tocan para cada una de las personas?"

Hace observaciones de que no todos los niños han entendido el concepto de la forma de repartición que se está enseñando y ya se va a pasar a otro ejercicio.

Va al pizarrón y les pide observen cómo se repartió, ya que algunos tienen bien repartidos sus chocolates, pero no tienen bien la fracción. Lo retoma con los dibujos y les pide a los niños que indiquen cómo lo hicieron y hace lo siguiente:

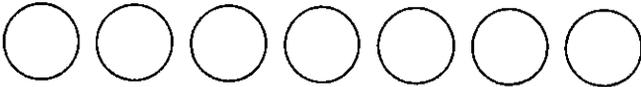


$$\frac{3}{3} \quad \frac{2}{3}$$

Les indica que cada chocolate se repartió en 3 pedazos y que las fracciones corresponden: $\frac{3}{3}$ para el total en que se repartió cada chocolate y $\frac{2}{3}$ para el número de pedazos que le tocó a cada niña.

La maestra les pide que "tiren" una línea roja y que el siguiente ejercicio lo hacen solitos y en cuanto terminen le dejan el cuaderno en el escritorio.

REPARTE LAS SIGUIENTES GALLETAS





AZUL



CAFÉ



ROJO

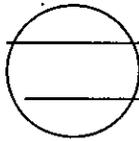
La maestra indica que copien el ejercicio y empieza a caminar alrededor del salón. Y dice: "estoy viendo que no traen su gioser de círculos. Deben traerlo dentro del cuaderno de matemáticas. Pregunta ¿ya terminaron de copiar? Muy bien, un minuto su vista aquí enfrente. Luego por no poner atención no sabemos qué vamos a hacer."

La maestra: "tenemos ¿cuántas galletas? Alumnos: siete. Maestra: ¿y cuántos niños? Alumnos: "tres". Maestra: ¿Qué vamos a repartir primero? No hay respuesta. La maestra: Si tengo más galletas que niños, les tocas más galletas a cada niño. Entonces ¿qué van a repartir primero, piensen ustedes cómo lo harían? Pregunta a diferentes niños y no hay respuesta. Les pide que piensen y Araceli levanta la mano.

Araceli: "Primero le doy un entero a cada niño y ya después si me sobran divido el entero que me queda en tres partes."

Maestra: Muy bien. Ahora lo hacemos solitos, no quiero que nadie votee, cada quien lo realiza y al terminar lo entrega. Pueden realizarlo y colorear cada una de las galletas. Al estar pasando entre los alumnos comenta de otros temas como el del aseo: "Estoy viendo unas uñas largas. Acuérdense que esto es de su aseo personal."

Los niños van terminando y la maestra empieza a hacer observaciones individuales. Braulio realizó bien su reparto, pero el entero que dividió lo hizo de forma horizontal así:



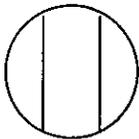
Mafer ilumina de café las 7 galletas.

Araceli se equivoca e ilumina tres galletas de color café, luego borra y rectifica.

Meztli colorea de color verde una galleta y otra de color amarillo. Sin relación con la indicación que se dio.

Togarma y Rafdeli lo hacen correctamente.

Erick y Daniel Aarón realizan bien su reparto pero al dividir el entero o hacen verticalmente así:



La maestra continúa revisando los cuadernos.

Daniela dividió el entero en 6 partes, pero su reparto estuvo correcto.

Califica todos los cuadernos, separando los que tuvieron algún error. Al pasar por los lugares se da cuenta de que un alumno no entregó y dividió un entero en 4 partes y los otros enteros en mitades. Le pone una anotación que dice "checar". A los alumnos que dividieron su entero en forma horizontal y vertical les hace una anotación indicándoles como debían hacerlo y les pide recitificar.

Ya devueltos los cuadernos pasa al alumno Paco, quien no entregó el cuaderno y le pide que explique qué era lo que íbamos a hacer primero. El niño no contesta y le pide a sus compañeros que le ayuden. Alumnos: "primero íbamos a repartir enteros y después un entero lo repartimos en tres. Le pide a Paco que se siente y les dice. "Acuérdense que las rebanadas del pastel deben de ser iguales. Pregunta: ¿estas rebanadas son iguales, haciendo el dibujo de Erick y Daniel, dividido en forma vertical? Alumnos: no Maestra: ¿por qué? Erick contesta señalando porque las de acá (izquierda) y las de acá (derecha) son iguales, pero la de en medio es más grande."

Maestra: "quedamos que si voy a repartir debe de ser en partes iguales y sin que sobre nada. Por eso a quien lo hizo así le indiqué cómo debían hacerlo, pidiéndole que lo rectificara. Doy un tiempo y corrigen sus errores. Acuérdense que para repartir empezamos del centro y nuestras rebanadas quedan como rebanadas de pastel así:"



División de pastel



Forma de las rebanadas

Maestra: "tiren una línea roja y vamos a hacer otro ejercicio. Quedamos que la línea roja nos sirve para separar un ejercicio del otro. No presten ni pidan cosas prestadas. Cada quien tiene que traer su material y cuidar lo suyo".

Maestra: "Muy bien, quedamos y observamos que si repartimos más galletas a menos niños a cada niño le van a tocar galletas enteras y una fracción de galleta. Ahora vamos a hacer otro ejercicio pero vamos a tener menos enteros que niños. Chequen muy bien como van a dividir su entero y no quiero ningún error. Piensen bien, concéntrense. Piensen por quién van a pasar ustedes y a centrarse en el problema. Piénsenlo y después resuelven. No copien, tampoco hablen.

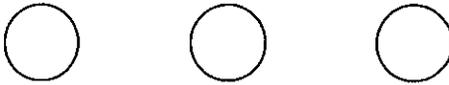
La maestra empieza a escribir mientras va leyendo en voz alta: Aquí tienen a Pepe, a Toño y a Santiago que se repartieron 3 quesos. Colorea de azul la parte de Pepe, de rojo la parte de Toño y de verde la de Mario

Alumnos: "Miss está muy fácil, porque son tres quesos y tres niños"

Maestra: "Haber déjenme checar" Checa en su cuaderno y dice: "Ah! es que me faltó Mario al principio. (Lo anota) La parte de Mario la van a pintar de amarillo. Indica que no les va a decir nada. Les dice: "Acuérdense que pregunta uno y quieren preguntar todos los demás ¿y qué les he dicho que es eso? Alumnos: "falta de confianza en nuestro trabajo". Finalmente el ejercicio queda indicado en el pizarrón así:

- Mario, Pepe, Toño y Santiago se repartieron 3 quesos:

Colorea de azul la parte de Pepe
Colorea de rojo la parte de Toño
Colorea de verde a parte de Santiago
Colorea de Amarillo la parte de Mario



¿En cuántas partes repartiste cada queso?
¿Cuántas partes le tocan a cada uno?

La maestra revisa los cuadernos y los entrega. La mayor parte de los niños realizó el ejercicio correctamente. Hubo 2 que repartieron primero en mitad dos enteros y después en 4 el otro entero y así lo explicaron. A cada uno le toca una mitad y un cuarto. Otros indicaron correctamente que les tocaban a cada niño $\frac{3}{4}$ de queso.

Se entregaron a los niños los cuadernos y se indicó como tarea resolver las páginas 82 y 83 del libro de Matemáticas de SEP. Lección 18, **Galletas Redondas**. Mañana se revisará y afirmará el tema.

Observador: Lic. Susana Paula Antiga Trujillo.

ANEXO No, 5

FECHA: MIÉRCOLES, Noviembre 8 del 2000.
LUGAR: INSTITUTO GUILLERMO MARCONI

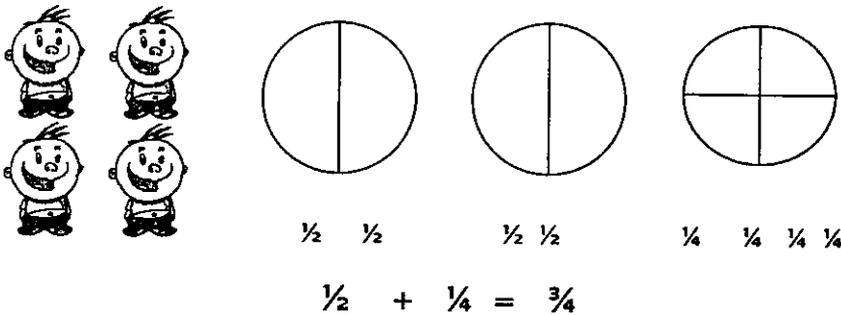
Observación de la tercera clase en que se continúa inicialmente el tema,

Grupo 4º A Tema reparto. Hora 10.00 a 11.00

Se dejó de tarea resolver las páginas 82 y 83 del libro de matemáticas de SEP. La profesora previamente ha revisado los libros y ahora se los reparte a los niños y va a revisar con ellos las respuestas de cada uno a los diferentes problemas.

Los niños tienen su libro abierto en esas páginas y la maestra les pide que estén bien sentaditos para que escuchen la explicación. Explica que va a indicar cómo se debía hacer la repartición de acuerdo a cada uno de los dibujos del libro.

Así hace primero el siguiente dibujo 3 galletas y cuatro niños



Después de hacer el dibujo va preguntado a los niños y explicando las diferentes formas en que puede realizarse y cuánto les toca a cada uno de ellos.

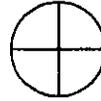
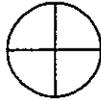
Un niño le indica que primero dividió en mitades las dos primeras galletas y después dividió en cuatro cuartos la que le sobraba, en total dijo que a cada niño le tocó un medio y un cuarto. La maestra pregunta si un medio más un cuarto es igual a tres cuartos y lo hace en el pizarrón. Los niños no contestan, parecen no estar convencidos de lo que se está explicando. Entonces la maestra ilumina cada una de las partes y pregunta si no es lo mismo un medio que dos cuartos. Entonces los niños parecen

ya entenderlo y dicen que sí. Ella pregunta cuántos de ustedes hicieron la repartición de esta manera. 6 niños levantan la mano.

Ahora pregunta quién lo hizo de otra manera diferente. 11 niños levantan la mano y ella pregunta cómo lo hicieron. Ellos contestan que dividieron las galletas en cuatro partes y les tocó a cada niño un cuarto de cada galleta. Ella les pregunta. Entonces ¿cuántas partes de galleta les tocaron? Los niños responde: $\frac{3}{4}$ de galleta-

Ella aclara que en ambos casos la repartición está correcta, pero que son dos puntos de vista diferentes, dos maneras de repartir distintas, pero que se llega al mismo objetivo.

Pasa entre las filas checando algunas respuestas que estuvieron equivocadas y entonces explica nuevamente en el pizarrón. Hagan de cuenta que sólo tienen una galleta para cuatro niños. ¿Cómo la van a repartir? Los niños dicen en cuatro partes. La maestra: Bueno pues eso es lo que tienen que hacer con cada una de las otras galletas.



M

 $\frac{3}{4}$ 

R

 $\frac{3}{4}$ 

P

 $\frac{3}{4}$ 

V

 $\frac{3}{4}$

A cada uno le tocan $\frac{3}{4}$ de galleta

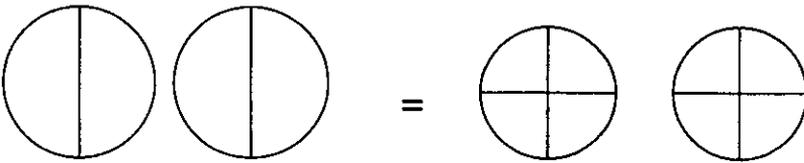
Pregunta si se entendió, si podemos pasar al siguiente ejercicio:

Hay cinco galletas para cuatro niñas. Los niños le indican que primero le dan una galleta para cada niña y después reparten en cuatro partes la que les sobra. Entonces les toca un entero y un cuarto de galleta a cada niña. La maestra pregunta cuántos lo resolvieron de esta forma y

23 niños levantan la mano e indican que lo hicieron así. Pregunta si alguien lo hizo de diferente manera y tres niños le dicen que sí que dividieron todas las galletas en cuartos y les tocaron 5 cuartos de galleta a cada niña. Ella indica que está bien, pero que es más fácil primero repartir enteros y después repartir en partes iguales lo que sobra.

Aclara en ese momento que es importante que recuerden que se debe realizar la repartición en partes iguales y sin que sobre nada. Que en los libros de dos alumnos la respuesta señalaba que les tocaban $2/4$ y que sobraba un cuarto. Ella indicó que al realizar la repartición se debe considerar siempre que las rebanadas del pastel sean del mismo tamaño, para que a todos les toque igual y que no debe de sobrar nada porque se hecha a perder el pastel que queda.

Continuamos con el tercer ejercicio 2 galletas y 4 niños. Los niños rápidamente le indican que deben repartirse cada galleta en 4 partes y que le toca a cada niño $2/4$. Ella pregunta quién tuvo mal este ejercicio. Pily dice que ella lo tuvo mal porque dividió en mitades. Ella viene a su lugar, lo checa y le indica que está bien su repartición, porque un medio es igual que dos cuartos y por lo tanto les toca a cada niña una parte igual de la galleta. Lo ejemplifica en el pizarrón.



Ya se resolvieron y ejemplificaron los repartos de la página 82, ahora ella les pide que realicen los repartos de la página 83 en su cuaderno. Que realicen los repartos de Raúl, Sonia y Yoatzín. Cada uno de ellos establece los 3 aspectos que se están estudiando. Cuando el número de niños es igual al de galletas a repartir, cuando hay más niños que galletas y cuando hay más galletas que niños.

Ella pasa por sus lugares y observa cómo están contestando. Ernesto contestó el ejercicio al final del libro en que se menciona los conceptos que se analizan y lo realizó iluminando cada una de las partes que le corresponden a los niños de sus problemas imaginarios. La maestra le indica que está bien realizado su ejercicio y lo felicita. Les pide que continúen con su trabajo, cada uno solito. Les indica que se acuerden que si copian no la engañan a ella, sino se están engañando ellos mismos. También les dice que cuando terminen le lleven su cuaderno al escritorio.

Ya en su escritorio empieza a calificar y a evaluar las diferentes formas en que se realizan los repartos. Ella destaca que, por ejemplo, Rocío divide en cuartos cada galleta aunque sea igual el número de galletas que de niños entre los que se va a realizar el reparto.

Pedro reparte en 4 partes cada galleta aunque son 5 los niños entre los que se va a realizar el reparto. Le pide que cheque cómo lo tiene que hacer, que piense qué haría si sólo fuera una la galleta que tiene que repartir. El niño contesta que en cinco partes y se retira a contestar su ejercicio.

La mayoría de los niños dividen en 5 partes sus galletas y tienen correctas sus respuestas. Rosita, Araceli y Sonia dividen dos galletas en mitades, la tercer galleta la dividen en un medio y dos cuartos y la quinta galleta la dividen en tres cuartos y el último cuarto lo dividen en cinco pedazos. Así a cada niña le toca un medio, un cuarto y una quinta parte del último cuarto. Ella les indica que está bien, ya que a todos les toca la misma cantidad, pero que es más fácil si desde el inicio dividen cada uno de los enteros entre el número de personas a repartir.

Rodrigo regresa con ella pues no entiende qué es lo que tiene que hacer, divide una galleta en cinco partes iguales, pero otras dos las divide en medios y otros dos en tercios. Ella le explica que, aunque pone una líneas que indican qué partes le corresponden a cada quien, su reparto no está bien realizado porque las partes en que dividió no son del mismo tamaño.

Ya dieron el toque para recreo, los niños están ansiosos por salir, sólo faltan dos o tres por terminar y ella les indica que lo hagan con calma, que más vale que se tarden pero que lo hagan solitos y lo entiendan. También les indica que más adelante realizaremos otro examen para saber si ya entendieron el tema.

Terminamos la clase y nos retiramos.

Observador: Lic. Susana Paula Antiga Trujillo

ANEXOS No. 6
INSTITUTO GUILLERMO MARCONI

NOMBRE: ROCÍO No. Lista 17 Segunda etapa
GRADO 4° A EDAD 9 SEXO Femenino FECHA 22-11-2000
INSTRUCCIONES: LEE Y CONTESTA DE MANERA CUIDADOSA LAS
SIGUIENTES PREGUNTAS:

PARA TI ¿QUÉ ES UN REPARTO? EXPLICA CÓMO SE REALIZA CUANDO LA CANTIDAD DE OBJETOS PARA REPARTIR ES DIFERENTE DEL NÚMERO DE PERSONAS ENTRE LAS QUE SE VA A REALIZAR EL REPARTO. DESPUÉS DA UN EJEMPLO DE REPARTO. INDICA CUÁLES SON LAS TRES IDEAS MÁS IMPORTANTES EN TU RESPUESTA.

Se reparte lo mismo
Se reparten por filas
y se resuelven

REPARTO



ANÁLISIS DE DISCURSO* DE LA RESPUESTA
ALUMNA: ROCÍO No. De lista (17)
GRUPO 4° A 2ª ETAPA Noviembre 22 de 2000.

P₁

OTROS COMPONENTES	CONCEPTOS	RELACIONES LÓGICAS
	(Reparto)	se reparte r ₁ *
lo mismo	(objeto)	

P₂

OTROS COMPONENTES	CONCEPTOS	RELACIONES LÓGICAS
	(Reparto)	se reparte r ₂
por	filas	y r ₃
		se resuelven r ₄

P₃

OTROS COMPONENTES	CONCEPTOS	RELACIONES LÓGICAS
		(Tengo) r ₅
(dos)	(salones)	

P₄

OTROS COMPONENTES	CONCEPTOS	RELACIONES LÓGICAS
(Un)	(salón)	(tiene) r ₆
(16)	(alumnos)	

P₅

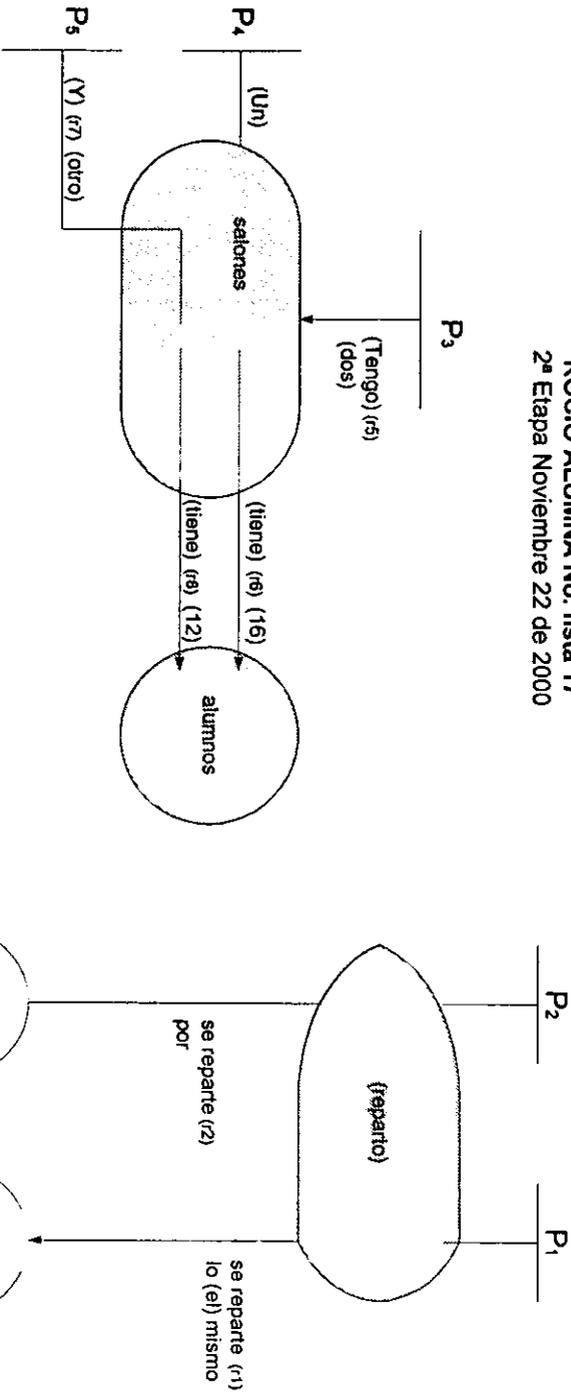
OTROS COMPONENTES	CONCEPTOS	RELACIONES LÓGICAS
		(y) r ₇
(otro)	(salón)	(tiene) r ₈
(12)	(alumnos)	

* La forma de realizar el análisis de discurso se explicó en los incisos 2 y 3 del capítulo IV: El Modelo de Análisis Proposicional

* P¹, P², Número progresivo de proposición.

* r¹, r², r³ Número progresivo de relación lógica

ROCIO ALUMNA No. lista 17
2º Etapa Noviembre 22 de 2000

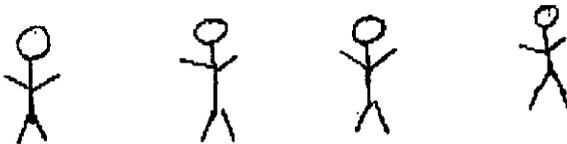
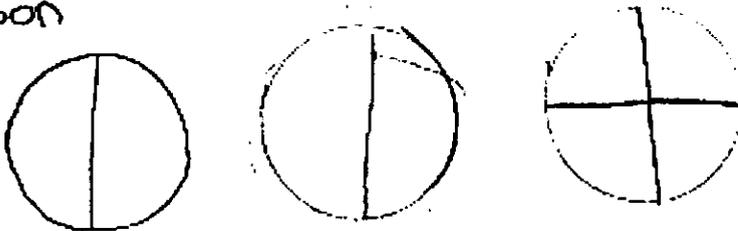


INSTITUTO GUILLERMO MARCONI

NOMBRE. ARACELI No. Lista 02 Segunda etapa
 GRADO 4º A EDAD 9_ SEXO Femenino FECHA 22-11-2000
 INSTRUCCIONES: LEE Y CONTESTA DE MANERA CUIDADOSA LAS
 SIGUIENTES PREGUNTAS:

PARA TI ¿QUÉ ES UN REPARTO? EXPLICA CÓMO SE REALIZA CUANDO LA CANTIDAD DE OBJETOS PARA REPARTIR ES DIFERENTE DEL NÚMERO DE PERSONAS ENTRE LAS QUE SE VA A REALIZAR EL REPARTO. DESPUÉS DA UN EJEMPLO DE REPARTO. INDICA CUÁLES SON LAS TRES IDEAS MÁS IMPORTANTES EN TU RESPUESTA.

- 1- Es como repartir calletas
 2- se entrega al número de personas que son



- 1- ver en cuantas partes se van a dividir
 2- repartir al número de personas
 3- y chequear

ANÁLISIS DE DISCURSO* DE LA RESPUESTA
ALUMNO: ARACELI No. de lista (02)
GRUPO 4° A 2ª ETAPA Noviembre 22 de 2000.

P_1^*

OTROS COMPONENTES	CONCEPTOS	RELACIONES LÓGICAS
	(Reparto)	es r_1^*
como		repartir r_2
	galletas	

P_2

OTROS COMPONENTES	CONCEPTOS	RELACIONES LÓGICAS
(Las)	(galletas)	se entrega r_3
al	número	de r_4
	personas	
que		son r_5

P_3

OTROS COMPONENTES	CONCEPTOS	RELACIONES LÓGICAS
(Si)		(tengo) r_6
(tres)	(galletas)	(y) r_7
(cuatro)	(personas)	

P_4

OTROS COMPONENTES	CONCEPTOS	RELACIONES LÓGICAS
(Primero)		(divido) r_8
(dos)	(galletas)	(en) r_9
(dos)	(partes)	

* Ver Cap. IV El Modelo de Análisis Proposicional, incisos 2 y 3.

* P^1, P^2, \dots Número progresivo de proposición.

* r^1, r^2, r^3, \dots Número progresivo de relación lógica

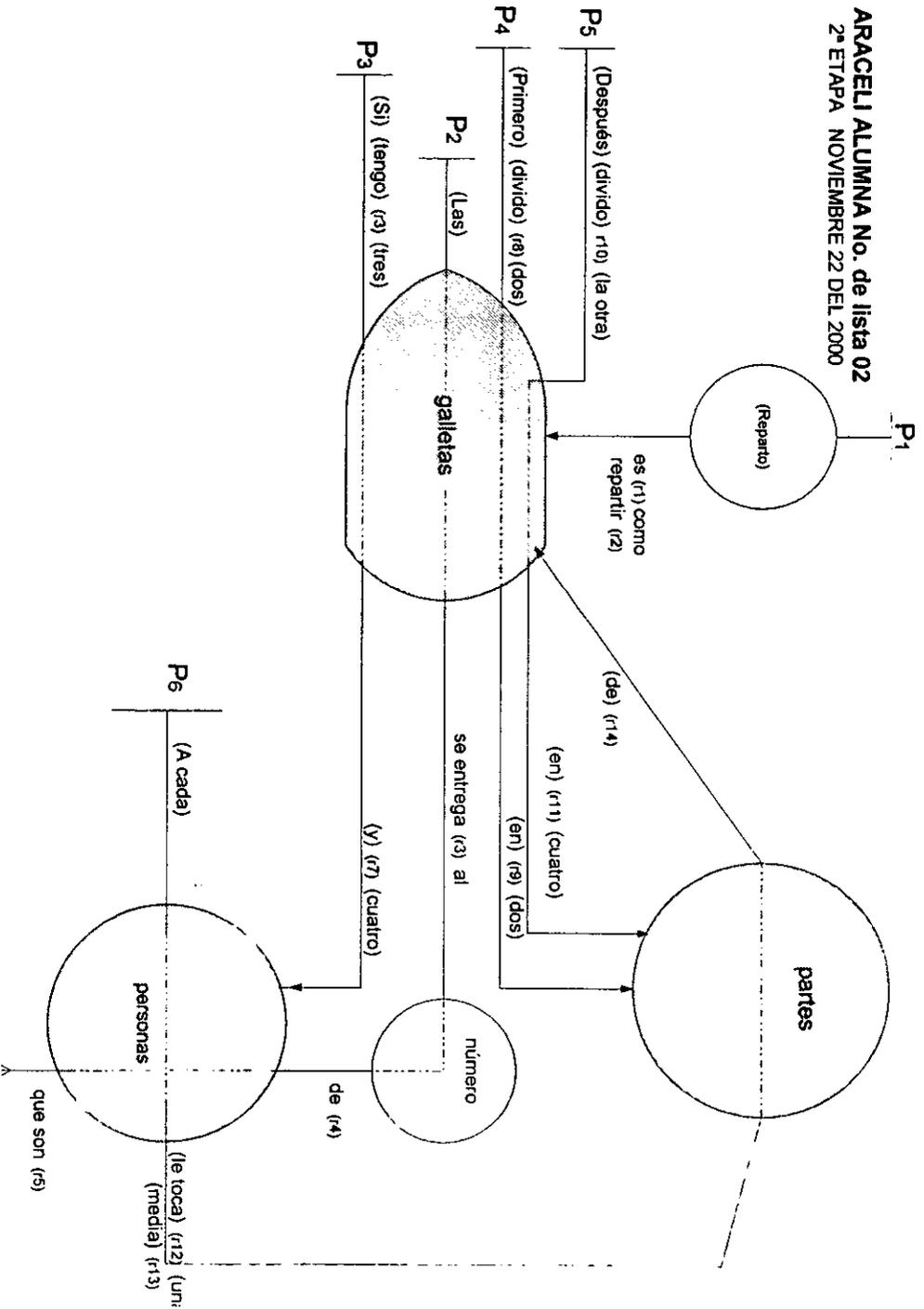
P₅

OTROS COMPONENTES	CONCEPTOS	RELACIONES LÓGICAS
(Después)		(divido) r ₁₀
(la) (otra)	(galleta)	(en) r ₁₁
(cuatro)	(partes)	

P₆

OTROS COMPONENTES	CONCEPTOS	RELACIONES LÓGICAS
(A cada)	(persona)	(le toca) r ₁₂
(una)		(media) r ₁₃
	(parte)	(de) r ₁₄
	(galleta)	

ARACELI ALUMNA No. de lista 02
2ª ETAPA NOVIEMBRE 22 DEL 2000

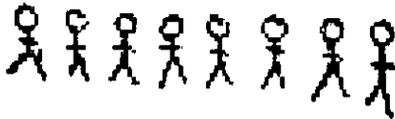
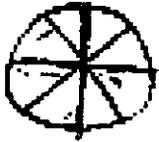


INSTITUTO GUILLERMO MARCONI

NOMBRE: FERNANDO No. Lista 06 Segunda etapa
 GRADO 4° A EDAD 9 SEXO Masculino FECHA 22-11-2000
 INSTRUCCIONES: LEE Y CONTESTA DE MANERA CUIDADOSA LAS
 SIGUIENTES PREGUNTAS:

PARA TI ¿QUÉ ES UN REPARTO? EXPLICA CÓMO SE REALIZA CUANDO LA CANTIDAD DE OBJETOS PARA REPARTIR ES DIFERENTE DEL NÚMERO DE PERSONAS ENTRE LAS QUE SE VA A REALIZAR EL REPARTO. DESPUÉS DA UN EJEMPLO DE REPARTO. INDICA CUÁLES SON LAS TRES IDEAS MÁS IMPORTANTES EN TU RESPUESTA.

Es una repartición de un entero
 una fracción



que les toque lo mismo
 aprender a repartir.

que no se peleen las personas.

ANÁLISIS DE DISCURSO* DE LA RESPUESTA
ALUMNO: FERNANDO No. de lista (06)
GRUPO 4° A 2ª ETAPA Noviembre 22 de 2000

P₁

OTROS COMPONENTES	CONCEPTOS	RELACIONES LÓGICAS
	(Reparto)	es r_1
una	repartición	de r_2
un	entero	(en) r_3
una	fracción	

P₂

OTROS COMPONENTES	CONCEPTOS	RELACIONES LÓGICAS
(Si)		(tengo) r_4
(una)	(galleta)	(y) r_5
(ocho)	(personas)	

P₃

OTROS COMPONENTES	CONCEPTOS	RELACIONES LÓGICAS
	(Yo)	(divido) r_6
(el)	(entero)	(en) r_7
(ocho)	(fracciones)	

P₄

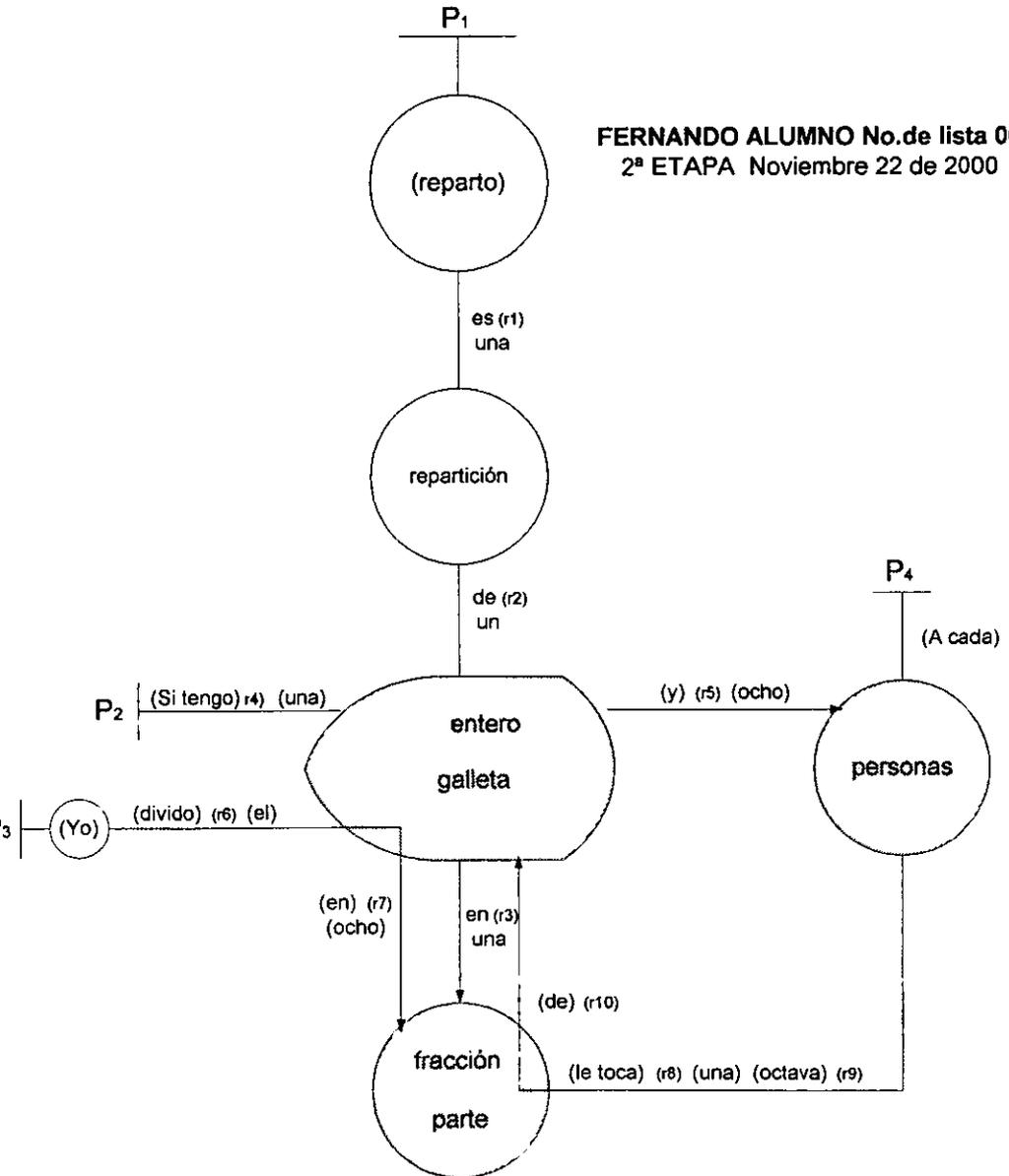
OTROS COMPONENTES	CONCEPTOS	RELACIONES LÓGICAS
(A cada)	(persona)	(le toca) r_8
(una)		(octava) r_9
	(parte)	(de) r_{10}
	(galleta)	

* Ver Cap. IV El Modelo de Análisis Proposicional, incisos 2 y 3.

* P^1, P^2, \dots Número progresivo de proposición.

* $r^1, r^2, r^3 \dots$ Número progresivo de relación lógica

FERNANDO ALUMNO No.de lista 06
 2ª ETAPA Noviembre 22 de 2000

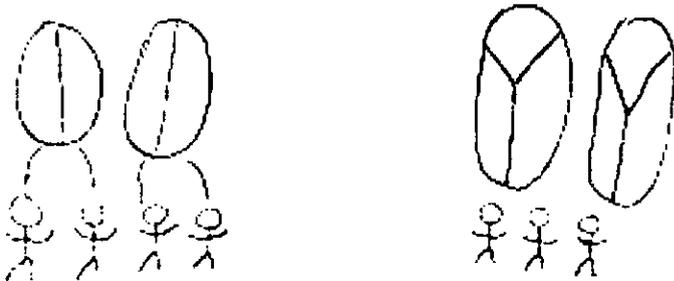


INSTITUTO GUILLERMO MARCONI

NOMBRE. ERNESTO No. Lista 08 Segunda etapa
 GRADO 4º A EDAD 9 SEXO Masculino FECHA 22-11-2000
 INSTRUCCIONES: LEE Y CONTESTA DE MANERA CUIDADOSA LAS
 SIGUIENTES PREGUNTAS:

PARA TI ¿QUÉ ES UN REPARTO? EXPLICA CÓMO SE REALIZA CUANDO LA CANTIDAD DE OBJETOS PARA REPARTIR ES DIFERENTE DEL NÚMERO DE PERSONAS ENTRE LAS QUE SE VA A REALIZAR EL REPARTO. DESPUÉS DA UN EJEMPLO DE REPARTO. INDICA CUÁLES SON LAS TRES IDEAS MÁS IMPORTANTES EN TU RESPUESTA.

Para mí un reparto de objetos que no son iguales al número de personas es la cantidad mayor o menor o también como se le puede hacer desigual ejemplo:



La idea principal es dividir el objeto para dar una parte igual a las personas en que se va a repartir. La idea mayor se le reparte más o la idea menor se le da un pedazo más pequeño.

ANÁLISIS DE DISCURSO* DE LA RESPUESTA
ALUMNO: ERNESTO No. de lista (08)
GRUPO 4° A 2ª ETAPA Noviembre 22 de 2000.

P₁

OTROS COMPONENTES	CONCEPTOS	RELACIONES LÓGICAS
Para	mi	
un	reparto	de r_1^*
	objetos	
que no		son r_2
		iguales r_3
el	número	de r_4
personas		es r_5
la	cantidad	mayor r_6
o		menor r_7

P₂

OTROS COMPONENTES	CONCEPTOS	RELACIONES LÓGICAS
o también como		se le puede r_8
		llamar r_9
	(cantidad)	desigual r_{10}

P₃

Ejemplo:

OTROS COMPONENTES	CONCEPTOS	RELACIONES LÓGICAS
(Si)		(tengo) r_{11}
(dos)	(galletas)	(y) r_{12}
(cuatro)	(niños)	

* Ver Cap. IV El Modelo de Análisis Proposicional, incisos 2 y 3.

* p^1, p^2, \dots Número progresivo de proposición.

* r^1, r^2, r^3, \dots Número progresivo de relación lógica

P₄

OTROS COMPONENTES	CONCEPTOS	RELACIONES LÓGICAS
(A cada)	(niño)	(le toca) r ₁₃
(una)		(media) r ₁₄
	(parte)	(de) r ₁₅
	(galleta)	

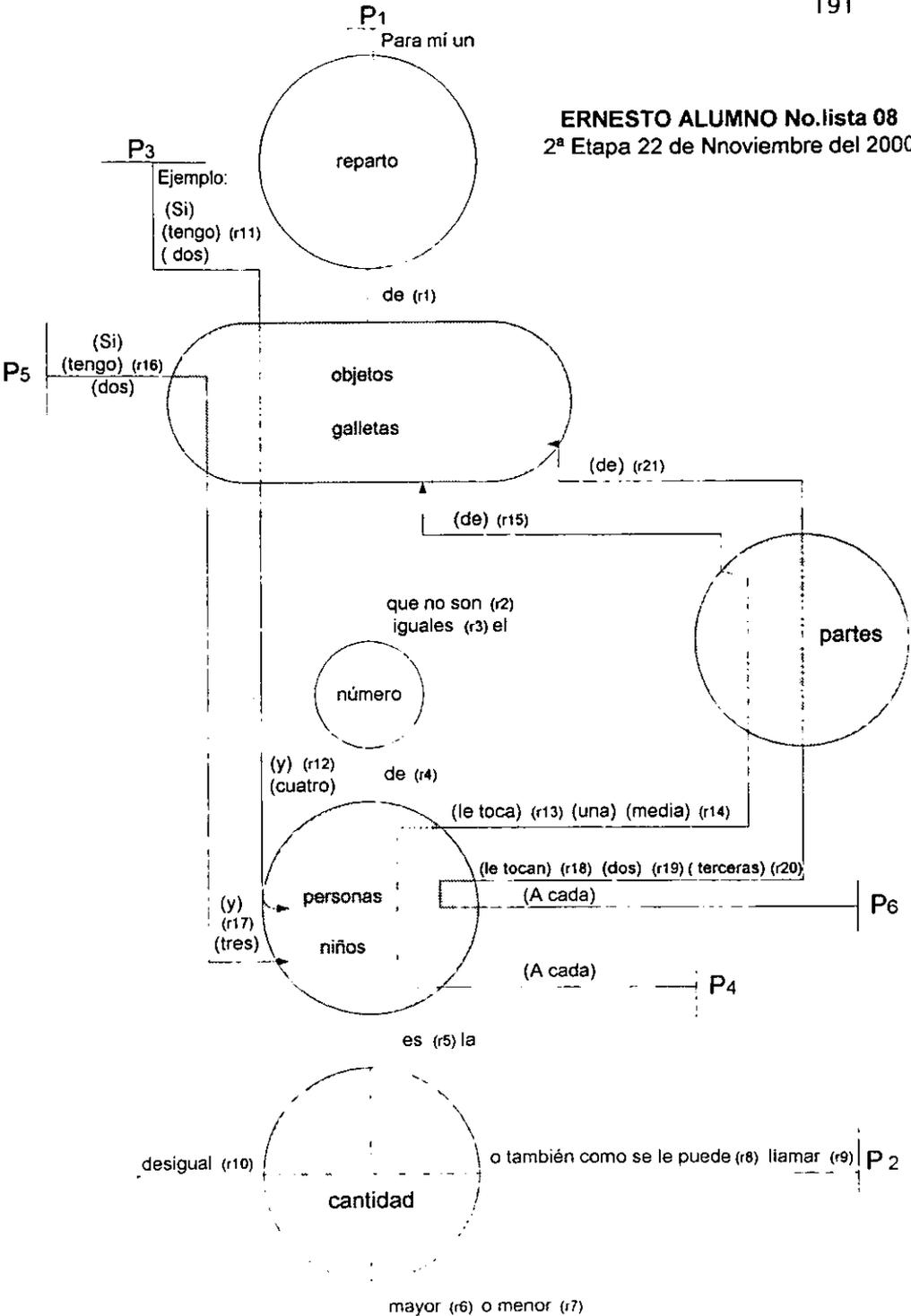
P₅

OTROS COMPONENTES	CONCEPTOS	RELACIONES LÓGICAS
(Si)		(tengo) r ₁₆
(dos)	(galletas)	(y) r ₁₇
(tres)	(niños)	

P₆

OTROS COMPONENTES	CONCEPTOS	RELACIONES LÓGICAS
(A cada)	(niño)	(le tocan) r ₁₈
		(dos) r ₁₉
		(terceras) r ₂₀
	(partes)	(de) r ₂₁
	(galleta)	

ERNESTO ALUMNO No.lista 08
2ª Etapa 22 de Nnoviembre del 2000



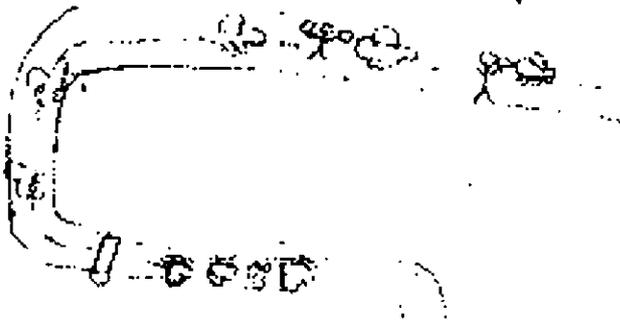
INSTITUTO GUILLERMO MARCONI

NOMBRE ROCÍO No. De lista 17 Tercera etapa
 GRADO 4º A EDAD 10 SEXO F FECHA 15 ENERO DE 2001

INSTRUCCIONES: LEE Y CONTESTA DE MANERA CUIDADOSA LAS SIGUIENTES PREGUNTAS:

PARA TI ¿QUÉ ES UN REPARTO? EXPLICA CÓMO SE REALIZA CUANDO LA CANTIDAD DE OBJETOS PARA REPARTIR ES DIFERENTE DEL NÚMERO DE PERSONAS ENTRE LAS QUE SE VA A REALIZAR EL REPARTO. DESPUÉS DA UN EJEMPLO DE REPARTO. INDICA CUÁLES SON LAS TRES IDEAS MÁS IMPORTANTES EN TU RESPUESTA.

el reparto quiere decir que debemos compartir
 o dividir lo que todos repartir lo que todos, 2



ANÁLISIS DE DISCURSO* DE LA RESPUESTA

ALUMNO: **ROCÍO** No. de lista (17)

GRUPO 4° A 3ª ETAPA Enero 15 del 2001

P₁*

OTROS COMPONENTES	CONCEPTOS	RELACIONES LÓGICAS
El	reparto	quiere r ₁ *
		decir r ₂
que		debemos r ₃
		compartir r ₄
o		dividir r ₅
lo	(algo)	
que		te den r ₆

P₂

OTROS COMPONENTES	CONCEPTOS	RELACIONES LÓGICAS
	(Reparto)	(es) r ₇
		repartir r ₈
lo	(algo)	
que		te den r ₉

P₃

OTROS COMPONENTES	CONCEPTOS	RELACIONES LÓGICAS
		(Tengo) r ₁₀
(un)	(pastel)	(y) r ₁₁
		(lo dividido) r ₁₂
		(en) r ₁₃
(cuatro)	(porciones)	

P₄

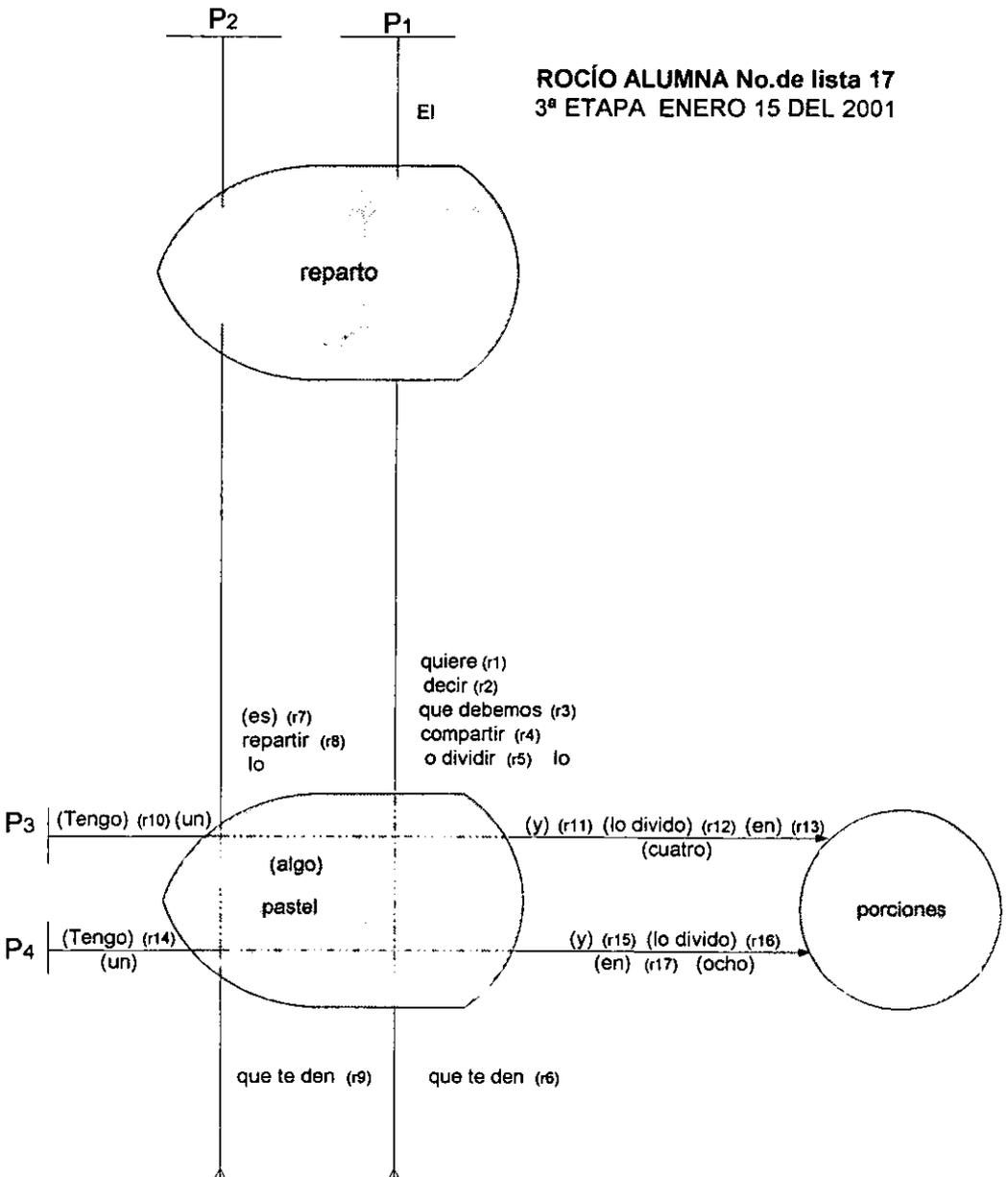
OTROS COMPONENTES	CONCEPTOS	RELACIONES LÓGICAS
		(Tengo) r ₁₄
(un)	(pastel)	(y) r ₁₅
		(lo dividido) r ₁₆
		(en) r ₁₇
(ocho)	(porciones)	

* La forma de realizar el análisis de discurso se explicó en los incisos 2 y 3 del capítulo IV: El Modelo de Análisis Proposicional

* P¹, P², Número progresivo de proposición.

* r¹, r², r³ Número progresivo de relación lógica

ROCÍO ALUMNA No.de lista 17
 3ª ETAPA ENERO 15 DEL 2001



INSTITUTO GUILLERMO MARCONI

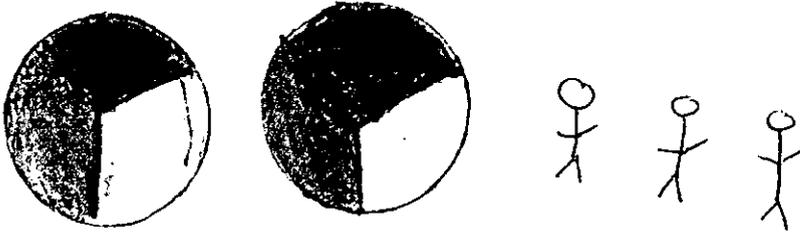
NOMBRE ARACELI No. De lista 02 Tercera etapa

GRADO 4° A EDAD 9 SEXO F FECHA 15 ENERO DE 2001

INSTRUCCIONES: LEE Y CONTESTA DE MANERA CUIDADOSA LAS SIGUIENTES PREGUNTAS:

PARA TI ¿QUÉ ES UN REPARTO? EXPLICA CÓMO SE REALIZA CUANDO LA CANTIDAD DE OBJETOS PARA REPARTIR ES DIFERENTE DEL NÚMERO DE PERSONAS ENTRE LAS QUE SE VA A REALIZAR EL REPARTO. DESPUÉS DA UN EJEMPLO DE REPARTO. INDICA CUÁLES SON LAS TRES IDEAS MÁS IMPORTANTES EN TU RESPUESTA.

es como dividir un pastel en partes iguales



- 1- dividir el objeto
- 2- ver si está en partes iguales:
- 3- Repartir en partes iguales a las personas

ANÁLISIS DE DISCURSO* DE LA RESPUESTA

ALUMNO: ARACELI No. de lista (02)

GRUPO 4° A 3ª ETAPA Enero 15 del 2001.

P₁^{*}

OTROS COMPONENTES	CONCEPTOS	RELACIONES LÓGICAS
	(Reparto)	es r_1^*
como		dividir r_2
un	pastel	en r_3
	partes	iguales r_4

P₂

OTROS COMPONENTES	CONCEPTOS	RELACIONES LÓGICAS
(Si)		(tengo) r_5
(dos)	(pasteles)	(y) r_6
(tres)	(niños)	

P₃

OTROS COMPONENTES	CONCEPTOS	RELACIONES LÓGICAS
		(Divido) r_7
(cada)	(pastel)	(en) r_8
(tres)	(partes)	(iguales) r_9

P₄

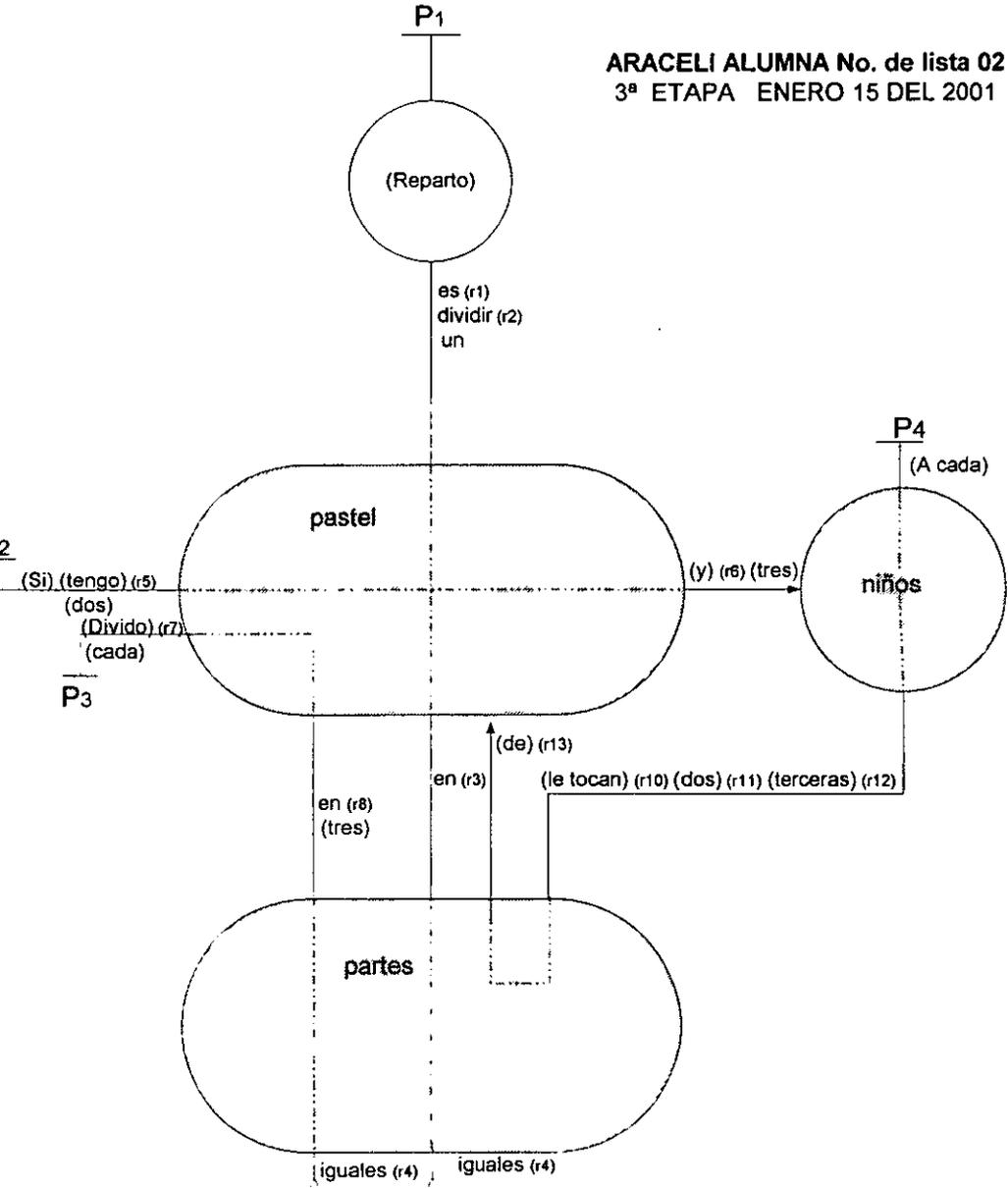
OTROS COMPONENTES	CONCEPTOS	RELACIONES LÓGICAS
(A cada)	(niño)	(le tocan) r_{10}
		(dos) r_{11}
		(terceras) r_{12}
	(partes)	(de) r_{13}
	(pastel)	

* Ver Cap. IV El Modelo de Análisis Proposicional, incisos 2 y 3.

* P¹, P², Número progresivo de proposición.

* r¹, r², r³. . . Número progresivo de relación lógica

ARACELI ALUMNA No. de lista 02
3ª ETAPA ENERO 15 DEL 2001



INSTITUTO GUILLERMO MARCONI

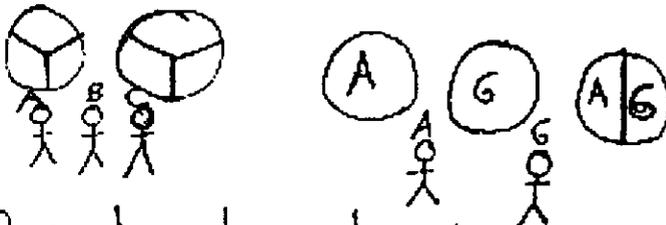
NOMBRE FERNANDO No. De lista 06 Tercera etapa

GRADO 4º A EDAD 9 SEXO M FECHA 15 ENERO 2001

INSTRUCCIONES: LEE Y CONTESTA DE MANERA CUIDADOSA LAS SIGUIENTES PREGUNTAS:

PARA TI ¿QUÉ ES UN REPARTO? EXPLICA CÓMO SE REALIZA CUANDO LA CANTIDAD DE OBJETOS PARA REPARTIR ES DIFERENTE DEL NÚMERO DE PERSONAS ENTRE LAS QUE SE VA A REALIZAR EL REPARTO. DESPUÉS DA UN EJEMPLO DE REPARTO. INDICA CUÁLES SON LAS TRES IDEAS MÁS IMPORTANTES EN TU RESPUESTA.

Es repartir una cosa y repartírselas a personas.
se hace una fracción



Que les toque lo mismo
saber que es un reparto
saber repartir

ANÁLISIS DE DISCURSO* DE LA RESPUESTA
ALUMNO: FERNANDO No. de lista (06)
GRUPO 4° A 3ª ETAPA Enero 15 del 2001.

P₁[†]

OTROS COMPONENTES	CONCEPTOS	RELACIONES LÓGICAS
	(Reparto)	es r_1^{\dagger}
una	cosa	repartir r_2
		y r_{13}
	partes	repartírselas r_4
a	personas	

P₂

OTROS COMPONENTES	CONCEPTOS	RELACIONES LÓGICAS
(Para)		(hacer) r_5
(un)	(reparto)	se hace r_6
una	fracción	

P₃

OTROS COMPONENTES	CONCEPTOS	RELACIONES LÓGICAS
(Si)		(tengo) r_7
(dos)	(galletas)	(y) r_8
(tres)	(personas)	

P₄

OTROS COMPONENTES	CONCEPTOS	RELACIONES LÓGICAS
		(divido) r_9
(cada)	(galleta)	(en) r_{10}
(tres)	(partes)	

* Ver Cap. IV El Modelo de Análisis Proposicional, incisos 2 y 3.

† P¹, P², Número progresivo de proposición.

* r¹, r², r³ Número progresivo de relación lógica

P₅

OTROS COMPONENTES	CONCEPTOS	RELACIONES LÓGICAS
(A cada)	(persona)	(le tocan) r ₁₁
		(dos) r ₁₂
		(terceras) r ₁₃
	(partes)	(de) r ₁₄
	(galleta)	

P₆

OTROS COMPONENTES	CONCEPTOS	RELACIONES LÓGICAS
(Si)		(tengo) r ₁₅
(tres)	(galletas)	(y) r ₁₆
(dos)	(personas)	

P₇

OTROS COMPONENTES	CONCEPTOS	RELACIONES LÓGICAS
(Primero)		(reparto) r ₁₇
(una)	(galleta)	(para) r ₁₈
(cada)	(persona)	

P₈

OTROS COMPONENTES	CONCEPTOS	RELACIONES LÓGICAS
(Después)		(reparto) r ₁₉
(la otra)	(galleta)	(en) r ₂₀
(dos)	(partes)	(iguales) r ₂₁

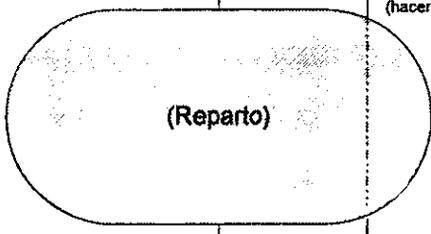
P₉

OTROS COMPONENTES	CONCEPTOS	RELACIONES LÓGICAS
(A cada)	(persona)	(le toca) r ₂₂
(una)	(galleta)	(y) r ₂₃
(una)		(media) r ₂₄
	(parte)	(de) r ₂₅
	(galleta)	

P1

P2

(Para)
(hacer) (r5) (un)

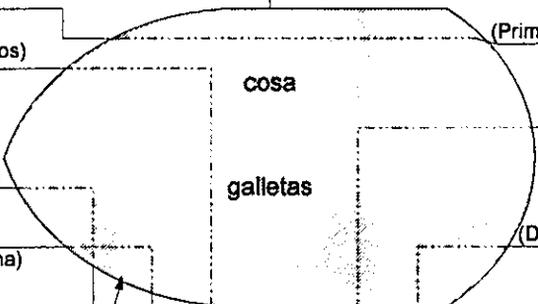


es (r1)
repartir (r2)
una

FERNANDO ALUMNO No.lista 06
3ª ETAPA ENERO 15 DEL 2001

P3

(Si) (tengo) (r7) (dos)



(Primero) (reparto) (r17)
(una)

P7

(Divido) (r9)
(cada)

P4

P6

(Si) (tengo) (r15) (tres)

(le toca)
(r22) (una)

(Después)(reparto)(r19)
(la otra)

P8

(de)
(r14)

(en)
(r10)
(tres)

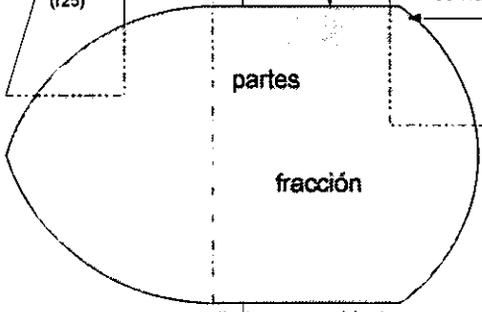
(en) (r20)
(dos)

(y) (r23)
(una)
(media)
(r24)

y (r3)
repartir
se las (r4)

se hace (r6) una

(de)
(r25)



(iguales) (r21)

(le tocan (r11) (dos) r12)
(terceras) (r13)

a

(y) (r8)
(tres)

(y) (r16)
(dos)

(A cada)

P5

personas

(A cada)

P9

(para) (r18) (cada)

INSTITUTO GUILLERMO MARCONI

NOMBRE ERNESTO No. De lista 08 Tercera etapa

GRADO 4° A EDAD 9 SEXO M FECHA 15 ENERO DE 2001.

INSTRUCCIONES: LEE Y CONTESTA DE MANERA CUIDADOSA LAS SIGUIENTES PREGUNTAS:

PARA TI ¿QUÉ ES UN REPARTO? EXPLICA CÓMO SE REALIZA CUANDO LA CANTIDAD DE OBJETOS PARA REPARTIR ES DIFERENTE DEL NÚMERO DE PERSONAS ENTRE LAS QUE SE VA A REALIZAR EL REPARTO. DESPUÉS DA UN EJEMPLO DE REPARTO. INDICA CUÁLES SON LAS TRES IDEAS MÁS IMPORTANTES EN TU RESPUESTA.

Para mí un reparto es repartir los objetos entre las personas en que se va a repartir, pero si los objetos no son iguales a las personas en que lo voy a repartir

¿Qué uso? Ejemplos



Fracciones $\frac{1}{4}$

$1\frac{1}{2}$

ANÁLISIS DE DISCURSO* DE LA RESPUESTA

ALUMNO: ERNESTO No. de lista (08)

GRUPO 4° A 3ª ETAPA Enero 15 del 2001.

P₁^{*}

OTROS COMPONENTES	CONCEPTOS	RELACIONES LÓGICAS
Para	mí	
un	reparto	es r ₁ [*]
		repartir r ₂
los	objetos	entre r ₃
las	personas	en r ₄
que		se va r ₅
a		repartir r ₆

P₂

OTROS COMPONENTES	CONCEPTOS	RELACIONES LÓGICAS
Pero si los	objetos	
no		son r ₇
		iguales r ₈
a		
las	personas	en r ₉
que lo	(objeto)	voy r ₁₀
a		repartir r ₁₁

P₃

OTROS COMPONENTES	CONCEPTOS	RELACIONES LÓGICAS
¿Qué)		hago? r ₁₂
(si por)	ejemplo	(hay) r ₁₃
		más r ₁₄
	cosas	y r ₁₅
		menos r ₁₆
	personas	

P₄

OTROS COMPONENTES	CONCEPTOS	RELACIONES LÓGICAS
(Si)		(tengo) r ₁₇
(dos)	(galletas)	(y) r ₁₈
(cuatro)	(personas)	

* Ver Cap. IV El Modelo de Análisis Proposicional, incisos 2 y 3.

* P¹, P², Número progresivo de proposición.

* r¹, r², r³, Número progresivo de relación lógica

P₅

OTROS COMPONENTES	CONCEPTOS	RELACIONES LÓGICAS
		(Divido) r ₁₉
(cada)	(galleta)	(en) r ₂₀
(cuatro)	(partes)	(iguales) r ₂₁

P₆

OTROS COMPONENTES	CONCEPTOS	RELACIONES LÓGICAS
(A cada)	(persona)	(le tocan) r ₂₂
		(dos) r ₂₃
		(cuartas) r ₂₄
	(partes)	(de) r ₂₅
	(galleta)	

P₇

OTROS COMPONENTES	CONCEPTOS	RELACIONES LÓGICAS
(Si)		(tengo) r ₂₆
(tres)	(galletas)	(y) r ₂₇
(dos)	(personas)	

P₈

OTROS COMPONENTES	CONCEPTOS	RELACIONES LÓGICAS
(Primero)		(reparto) r ₂₈
(una)	(galleta)	(para) r ₂₉
(cada)	(persona)	

P₉

OTROS COMPONENTES	CONCEPTOS	RELACIONES LÓGICAS
(Después)		(divido) r ₃₀
(la otra)	(galleta)	(en) r ₃₁
(dos)	(partes)	(iguales) r ₃₂

P₁₀

OTROS COMPONENTES	CONCEPTOS	RELACIONES LÓGICAS
(A cada)	(persona)	(le toca) r ₃₃
(una)	(galleta)	(y) r ₃₄
(una)		(media) r ₃₅
	(parte)	(de) r ₃₆
	(galleta)	

ANEXOS No. 8
ANÁLISIS DE CORRESPONDENCIA¹ DE LAS RESPUESTAS ALUMNO:
Rocío No. lista (17) GRUPO 4° A

Proposiciones

CRITERIO PROFESOR: Proposiciones (P_i)	ESTUDIANTE: Primera Etapa	ESTUDIANTE: Segunda Etapa	ESTUDIANTE: Tercera Etapa
P ₁ Reparto es dividir enteros en partes iguales.	P ₁ 1° No romper las hojas que [tú] vas a repartir.	P ₁ [Reparto] se reparte lo mismo [objeto].	P ₁ El reparto quiere decir que debemos compartir o dividir lo (algo) que te den.
P ₂ Para repartir objetos cuando el número de personas es menos.	P ₂ 2° No pelearse cuando [tú] vas a repartir algo.	P ₂ [Reparto] se reparte por filas y se resuelven.	P ₂ [Reparto] [es] repartir lo (algo) que te den.
P ₃ Primero [yo] reparto enteros a cada persona.	P ₃ 3° Cuando repartas [tú] tomar una [parte] y reparte las [partes] que han quedado.	P ₃ [Tengo] [dos] [salones].	P ₃ [Tengo] [un] [pastel] [y] [lo] [divido] [en] [cuatro] [porciones].
P ₄ Y posteriormente [yo] divido enteros y reparto [partes] por igual.		P ₄ [Un] [Salón] [tiene] [diciésis] [alumnos].	P ₄ [Tengo] [un] [pastel] [y] [lo] [divido] [en] [ocho] [porciones].
P ₅ Si tengo tres galletas y dos personas.		P ₅ [Y] [otro] [salón] [tiene] [doce] [alumnos].	
P ₆ [Primero] [yo] [le doy] [un] [entero] [a cada] [persona].			
P ₇ [Y] [después] [yo] [divido] [el] [otro] [entero] [en] [dos] [partes] [iguales].			
P ₈ Para repartir objetos cuando el número de personas es más.			
P ₉ Primero [yo] divido los enteros y reparto [partes] por			

¹ Ver Capítulo 4 inciso 4 en donde se explicó cómo se realiza esta etapa.

	NÚCLEOS CONCEPTUALES	NÚCLEOS CONCEPTUALES	NÚCLEOS CONCEPTUALES	NÚCLEOS CONCEPTUALES
C17	[persona]			
C18	[yo]			* - reparto
C19	[entero]	Enteros - algo	Enteros - *	Enteros - algo
C20	[partes]	Partes - partes	Partes - *	Partes - porciones
C21	objetos	Número - *	Número - *	Número - *
C22	número	Personas - *	Persona - alumnos	Persona - *
C23	personas		* - salones	
C24	[yo]			
C25	enteros			
C26	[partes]			
C27	galletas			
C28	personas			
C29	[yo]			
C30	[enteros]			
C31	[partes]			
C32	[yo]			
C33	parte			
C34	galleta			
C35	persona			
C36	(una)			
C37	(personas)			
C38	(parte)			
C39	(uno)			
C40	(enteros)			

Relaciones lógicas.

Rocío No. lista (17)

	CRITERIO	1ª ETAPA	2ª ETAPA	3ª ETAPA
R ₁	es	Relaciones idénticas	Relaciones idénticas	Relaciones idénticas
R ₂	dividir	R ₁ y r ₉	R ₁ y r ₃	R ₁ dividir r ₅

R3en				R2 (es) F7
R4	iguales			R3 repartir F8	
R5	Para			R4 (Tengo) F10	
R6	Repartir			R5 (y) F11	
R7	De			R6 (en) F13	
R8	Es			R7 (Tengo) F14	
R9	Menos			R8 (y) F15	
R10	Reparto			R9 (en) F17	
R11	Y				
R12	Divido		Relaciones equivalentes	Relaciones equivalentes	
R13	Y	R2	Vas a F2	R10 (lo divido) F12	
R14	reparto	R3	repartir F3	R11 (lo divido) F16	
R15	igual	R4	vas a F5		
R16	Tengo	R5	repartir F6		
R17	y	R6	repartas F7		
R18	[le doy]	R7	reparte F10		
R19	[y]				
R20	[divido.....]		Relaciones alusivas	Relaciones alusivas	
R21	[.....en]	R8	toma F8	R12 debemos F3	
R22	[iguales]			R13 compartir F4	
R23	Para			R14 te den F6	
R24	repartir			R15 te den F9	
R25	De				
R26	Es				
R27	más				
R28	Divido				
R29	y				
R30	reparto				
R31	igual				
R32	tengo				
R33	y				
R34	[divido...]				

**ANÁLISIS DE CORRESPONDENCIA DE LAS RESPUESTAS ALUMNO:
ARACELI No. de lista (02) GRUPO 4° A**

Proposiciones

CRITERIO PROFESOR: Proposiciones (P)	ESTUDIANTE: Primera Etapa	ESTUDIANTE: Segunda Etapa	ESTUDIANTE: Tercera Etapa
P1 Reparto es dividir enteros en partes iguales.	P1 [Reparto] es cuando una persona le da un objeto a otra [persona]. P2 [Reparto] es como un cartero que entrega cosas.	P1 [Reparto] es como repartir galletas. P2 [Las] [galletas] se entrega al número de personas que son.	P1 [Reparto] es como dividir un pastel en partes iguales. P2 [Si] [tengo] [dos] [pasteles] [y] [tres] [niños].
P3 Primero [yo] reparto enteros a cada persona. P4 Y posteriormente [yo] divido enteros y reparto [partes] por igual. P5 Si tengo tres galletas y dos personas. P6 [Primero] [yo] [le doy] [un] [entero] [a cada] [persona]. P7 [y] [después] [yo] [divido] [el] [otro] [entero] [en] [dos] [partes] [iguales]. P8 Para repartir objetos cuando el número de personas es más. P9 Primero [yo] divido los enteros y reparto [partes] por igual. P10 Ejemplo - objetos y + personas. Si tengo cuatro galletas y cinco personas. P11 [Primero] [yo] [divido] [los]	P3 [Si] [tengo] [tres] [galletas] [y] [cuatro] [personas]. P4 [Primero] [divido] [dos] [galletas] [en] [dos] [partes]. P5 [Después] [divido] [la] [otra] [galleta] [en] [cuatro] [partes]. P6 [A] [cada] [persona] [le toca] [una] [media] [parte] [de] [galleta].	P3 [Divido] [cada] [pastel] [en] [tres] [partes] [iguales]. P4 [A] [cada] [niño] [le] [tocan] [dos] [terceras] [partes] [de] [pastel].	

C22	número				C10 (niño)
C23	personas				C11 (pastel)
C24	[yo]				
C25	enteros			Conceptos alusivos	Conceptos alusivos
C26	[partes]			.*	.*
C27	galletas				
C28	personas				
				NÚCLEOS CONCEPTUALES	NÚCLEOS CONCEPTUALES
C29	[yo]			* - reparto	
C30	[enteros]			Enteros - objeto	Enteros - pastel
C31	[partes]			Partes - *	Partes - partes
C32	[yo]			Número - *	Número - *
C33	parte			Personas - persona	Personas - niños
C34	galleta				
C35	persona				
C36	(una)				
C37	(personas)				
C38	(parte)				
C39	(uno)				
C40	(enteros)				

Relaciones lógicas.

Araceli Alumna No. (02)

CRITERIO		1ª ETAPA		2ª ETAPA		3ª ETAPA	
R1	es	Relaciones idénticas		Relaciones idénticas		Relaciones idénticas	
R2	dividir	R1 es r1	R1	es r1	R1	es r1	
R3en		R2	repartir r2	R2	dividir r2	
R4	iguales		R3	de r4	R3	en r3	
R5	Para		R4	(tengo) r6	R4	iguales r4	
R6	Repartir		R5	(y) r7	R5	(tengo) r5	
R7	De		R6	(divido) r8	R6	(y) r6	
R8	Es		R7	(en) r9	R7	(Divido) r7	

R₉	Menos				R₈ (divido) F₁₀	R₈ (en) F₈
R₁₀	Reparto				R₉ (en) F₁₁	R₉ (iguales) F₉
R₁₁	Y				R₁₀ (le toca) F₁₂	R₁₀ (le tocan) F₁₀
R₁₂	Divido				R₁₁ (de) F₁₄	R₁₁ (de) F₁₃
R₁₃	Y					
R₁₄	reparto					
R₁₅	igual				Relaciones equivalentes	Relaciones equivalentes
R₁₆	Tengo	R₂	le da F₂		R₁₂ son F₅	R₁₂ (dos) F₁₁
R₁₇	Y	R₃	es F₃		R₁₃ (media) F₁₃	R₁₃ (terceras) F₁₂
R₁₈	[le doy]					
R₁₉	[Y]				Relaciones alusivas	Relaciones alusivas
R₂₀	[divido.....]	R₄	entrega F₄		R₁₄ se entrega F₃	* -
R₂₁	[.....en]					
R₂₂	[iguales]					
R₂₃	Para					
R₂₄	repartir					
R₂₅	De					
R₂₆	Es					
R₂₇	más					
R₂₈	Divido					
R₂₉	Y					
R₃₀	reparto					
R₃₁	igual					
R₃₂	tengo					
R₃₃	Y					
R₃₄	[divido...]					
R₃₅	[...en]					
R₃₆	[iguales]					
R₃₇	[tengo]					
R₃₈	extraer					
R₃₉	de					
R₄₀	para					

**ANÁLISIS DE CORRESPONDENCIA DE LAS RESPUESTAS ALUMNO:
Fernando No. de lista (06) GRUPO 4° A**

Proposiciones.

CRITERIO PROFESOR: Proposiciones (P)	ESTUDIANTE: Primera Etapa	ESTUDIANTE: Segunda Etapa	ESTUDIANTE: Tercera Etapa
P1 Reparto es dividir enteros en partes iguales.	P1 [Reparto] es una repartición de cosas para personas. P2 [para] [repartir] [yo] hago una división.	P1 [Reparto] es una repartición de un entero [en] una fracción. P2 [Si] [tengo] [una] [galleta] [y] [ocho] [personas].	P1 [Reparto] es repartir una cosa y repartírselas partes a personas. P2 [Para] [hacer] [un] [reparto] se hace una fracción.
P2 Para repartir objetos cuando el número de personas es menor.	P3 [yo] dividido cuatro [cosas] entre ocho [personas] [toca] [a] cero [cosas] [y] [sobran] cuatro [cosas].	P3 [Yo] [divido] [el] [entero] [en] [ocho] [fracciones].	P3 [Si] [tengo] [dos] [galletas] [y] [tres] [personas].
P4 Y posteriormente [yo] dividido enteros y reparto [partes] por igual.		P4 [A] [cada] [persona] [le] [toca] [una] [octava] [parte] [de] [galleta].	P4 [Divido] [cada] [galleta] [en] [tres] [partes].
P5 Si tengo tres galletas y dos personas.			P5 [A] [cada] [persona] [le] tocan] [dos] [terceras] [partes] [de] [galleta].
P6 [Primero] [yo] [le] doy [un] [entero] [a] cada] [persona].			P6 [Si] [tengo] [tres] [galletas] [y] [dos] [personas].
P7 [y] [después] [yo] [divido] [el] [otro] [entero] [en] [dos] [partes] [iguales].			P7 [Primero] [reparto] [una] [galleta] [para] [cada] [persona].
P8 Para repartir objetos cuando el número de personas es más.			P8 [Después] [reparto] [la] [otra] [galleta] [en] [dos] [partes] [iguales].
P9 Primero [yo] dividido los enteros y reparto [partes] por			P9 [A] [cada] [persona] [le] toca] [una] [galleta] [y] [una]

R ₄	iguales	R ₃	para I ₃	R ₃	(en) I ₃	R ₃	Y I ₁₃
R ₅	Para	R ₄	[para] I ₄	R ₄	(tengo) I ₄	R ₄	(tengo) I ₇
R ₆	Repartir	R ₅	[repartir] I ₅	R ₅	(y) I ₅	R ₅	(y) I ₈
R ₇	De	R ₆	divido I ₇	R ₆	(divido) I ₆	R ₆	(divido) I ₉
R ₈	Es	R ₇	entre I ₈	R ₇	(en) I ₇	R ₇	(en) I ₁₀
R ₉	Menos	R ₈	[y] I ₁₀	R ₈	(le toca) I ₈	R ₈	(le tocan) I ₁₁
R ₁₀	Reparto			R ₉	(de) I ₁₀	R ₉	(de) I ₁₄
R ₁₁	Y					R ₁₀	(tengo) I ₁₅
R ₁₂	Divido					R ₁₁	(y) I ₁₆
R ₁₃	Y					R ₁₂	(reparto) I ₁₇
R ₁₄	reparto					R ₁₃	(para) I ₁₈
R ₁₅	igual					R ₁₄	(reparto) I ₁₉
R ₁₆	Tengo					R ₁₅	(en) I ₂₀
R ₁₇	Y					R ₁₆	(iguales) I ₂₁
R ₁₈	[le doy]					R ₁₇	(le toca) I ₂₂
R ₁₉	[y]					R ₁₈	(y) I ₂₃
R ₂₀	[divido....]					R ₁₉	(de) I ₂₅
R ₂₁	[....en]						
R ₂₂	[iguales]						
R ₂₃	Para						
R ₂₄	repartir		Relaciones equivalentes		Relaciones equivalentes		Relaciones equivalentes
R ₂₅	De	R ₉	hago I ₆ una división	R ₁₀	(octava) I ₉	R ₂₀	repartirselas I ₄
R ₂₆	Es	R ₁₀	[toca] I ₉			R ₂₁	(dos) I ₁₂
R ₂₇	más					R ₂₂	(terceras) I ₁₃
R ₂₈	Divido					R ₂₃	(media) I ₂₄
R ₂₉	Y						
R ₃₀	reparto		Relaciones alusivas		Relaciones alusivas		Relaciones alusivas
R ₃₁	igual	R ₁₁	[sobran] I ₁₁		.*	R ₂₄	(hacer) I ₅
R ₃₂	tengo					R ₂₅	se hace I ₆ una fracción
R ₃₃	Y						
R ₃₄	[divido...]						
R ₃₅	[...en]						

ANÁLISIS DE CORRESPONDENCIA DE LAS RESPUESTAS ALUMNO:
Ernesto No. lista (08) GRUPO 4° A

Proposiciones

CRITERIO PROFESOR: Proposiciones (P.)	ESTUDIANTE: Primera Etapa	ESTUDIANTE: Segunda Etapa	ESTUDIANTE: Tercera Etapa
P1 Reparto es dividir enteros en partes iguales.	P1 Un reparto es la repartición de objetos entre las personas que hay.	P1 Para mí un reparto de objetos que no son iguales el número de personas es la cantidad mayor o menor.	P1 Para mí un reparto es repartir los objetos entre las personas en que se va a repartir.
P2 Para repartir objetos cuando el número de personas es menos.	P2 Ejemplo: [si] [tengo] [un] pastel [dividido] [en] ocho partes [y] [tengo] [diecinueve] personas.	P2 o también como se le puede llamar [cantidad] desigual.	P2 Pero si los objetos no son iguales a las personas en que lo (objeto) voy a repartir.
P3 Primero [yo] reparto enteros a cada persona.	P3 Entonces [queda] [el] pastel dividido en [diecinueve] [partes].	P3 Ejemplo: [Si] [tengo] [dos] [galletas] [y] [cuatro] [niños].	P3 ¿Que hago? [si] [por] ejemplo [hay] más cosas y menos personas.
P4 Y posteriormente [yo] divido enteros y reparto [partes] por igual.	P4 Si los objetos son menos y las personas más entonces se reparten en partes más pequeñas.	P4 [A] [cada] [niño] [le] toca [una] [media] [parte] [de] [galleta].	P4 [Si] [tengo] [dos] [galletas] [y] [cuatro] [personas].
P5 Si tengo tres galletas y dos personas.	P5 [Si] [tengo] [dos] [galletas] [y] [tres] [niños].	P5 [Divido] [cada] [galleta] [en] [cuatro] [partes] [iguales].	P5 [Divido] [cada] [galleta] [en] [cuatro] [partes] [iguales].
P6 [Primero] [yo] [le] doy [un] [entero] [a] [cada] [persona].	P6 Si los objetos son menos y las personas más entonces se reparten en partes más pequeñas.	P6 [A] [cada] [niño] [le] toca [dos] [terceras] [partes] [de] [galleta].	P6 [A] [cada] [persona] [le] tocan [dos] [cuartas] [partes] [de] [galleta].
P7 [y] [después] [yo] [divido] [el] [otro] [entero] [en] [dos] [partes] [iguales].	P7 [y] [después] [yo] [divido] [el] [otro] [entero] [en] [dos] [partes] [iguales].	P7 [Si] [tengo] [tres] [galletas] [y] [dos] [personas].	P7 [Si] [tengo] [tres] [galletas] [y] [dos] [personas].
P8 Para repartir objetos cuando el número de personas es más.	P8 Para repartir objetos cuando el número de personas es más.	P8 [Primero] [reparto] [una] [galleta] [para] [cada] [persona].	P8 [Primero] [reparto] [una] [galleta] [para] [cada] [persona].
P9 Primero [yo] divido los enteros y reparto [partes] por	P9 Primero [yo] divido los enteros y reparto [partes] por	P9 [Después] [divido] [la] [otra] [galleta] [en] [dos] [partes].	P9 [Después] [divido] [la] [otra] [galleta] [en] [dos] [partes].

C17	[persona]					C16	(personas)
C18	[yo]					C17	(galleta)
C19	[entero]					C18	(persona)
C20	[partes]					C19	(galleta)
C21	objetos					C20	(partes)
C22	número					C21	(persona)
C23	personas					C22	(galleta)
C24	[yo]					C23	(parte)
C25	enteros					C24	(galleta)
C26	[partes]						Conceptos equivalentes
C27	galletas	C10	repartición		C10	cantidad	
C28	personas	C11	pastel		C11	(cantidad)	
C29	[yo]	C12	pastel		C12	(niños)	
C30	[enteros]				C13	(niño)	
C31	[partes]				C14	(niños)	
C32	[yo]				C15	(niño)	
C33	parte					Conceptos alusivos	Conceptos alusivos
C34	galleta				C16	mi	cosas
C35	persona						NÚCLEOS CONCEPTUALES
C36	(una)						
C37	(personas)						Enteros - objetos
C38	(parte)						Partes - partes
C39	(uno)						Número - *
C40	(enteros)						Personas - personas

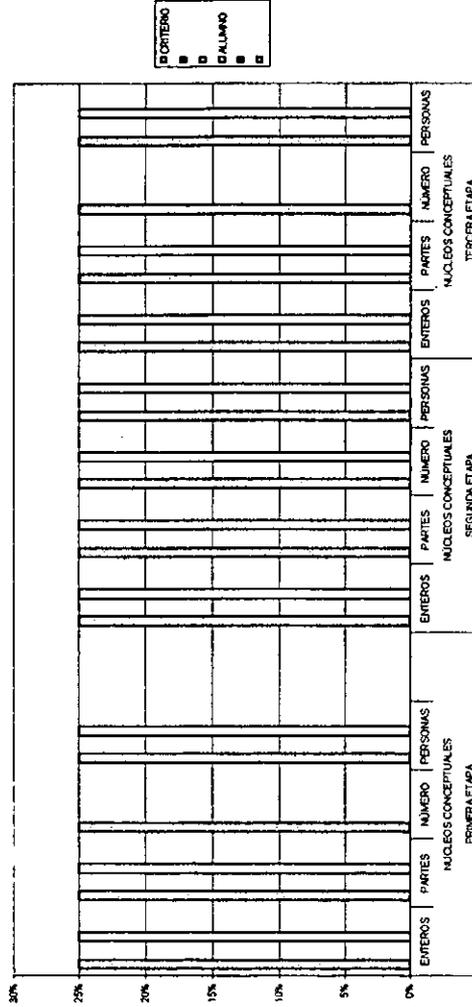
Relaciones lógicas.

Ernesto alumno No. (08)

	CRITERIO	1ª ETAPA	2ª ETAPA	3ª ETAPA
R ₁	es	Relaciones idénticas	Relaciones idénticas	Relaciones idénticas
R ₂	dividir ...	es r ₁	de r ₁	es r ₁
R ₃en	de r ₂	iguales r ₃	repartir r ₂

R36	[iguales]	R16	en r12			R32	(media) r35
R37	[tengo]	R17	son r13				
R38	extraer	R18	se reparten r17				
R39	de	R19	en r18				
R40	para						
R41	(de)						
R42	(le toca)	R20	pequeñas r20	Relaciones alusivas	R19	se le puede r1 llamar r10 desigual r10	Relaciones alusivas
R43	(quinta)					R33	hago? r12
R44	(de)					R34	(hay) r13
R45	(de)						

ANÁLISIS PORCENTUAL DE NÚCLOS CONCEPTUALES ALUMNO ERNESTO No. 08



ANEXOS No. 9

ENTREVISTA REALIZADA CON LOS ALUMNOS DEL 4º. GRADO GRUPO "A" DEL INSTITUTO GUILLERMO MARCONI.

FECHA: JULIO 3 DEL 2001 HORA: 9.00 Hrs.
LUGAR: Instituto Guillermo Marconi.

ENTREVISTADO. DIEGO Alumno No. 21.

ENTREVISTADORA: LIC. SUSANA PAULA ANTIGA TRUJILLO

1.- Nos podrías dar tu opinión respecto a la forma en que se dio este tema para la resolución de problemas de reparto.

R: Que estaba bien, nos ayudaba para los exámenes y ayudó para que no se nos vaya a olvidar. También nos ayudó porque nos lo van recordando poco a poco.

2.- ¿Consideras que realmente se trabajó de manera diferente y aprendiste el concepto de reparto para la resolución de problemas.

R: Yo creo que no fue diferente porque ya antes lo habíamos venido trabajando lo de fracciones, un tercio, un cuarto y así. Si aprendí el concepto de reparto y si me gustó esta forma de trabajar.

3.- ¿Cómo sentiste el trabajo con este tipo de enseñanza.? ¿se te dificultó, te gustó, te pareció interesante?

R: Si me gustó, me pareció interesante y no se me dificultó porque utilizaba dibujos para hacerlo más fácil.

4.- ¿Entendiste el concepto de reparto y lo que se tiene que hacer cuando hay diferente número de niños?

R: Sí, y como te dije antes, utilizaba dibujos porque así ya sabía mejor cuantas galletas le tenía que dar a cada niño. Entonces dibujaba una galleta, por ejemplo de un kilo, y ya sabía que la mitad de 500 gramos es lo que le tocaba a cada una de las dos personas para repartir.

5.- ¿Qué pensaste cuando se te aplicó tres veces diferentes el mismo examen? ¿Cómo reaccionaste en tu forma de trabajo cada vez que lo contestaste?

R: Me gustó, porque cada vez busqué formas diferentes de hacer los repartos y cada vez contesté cosas diferentes.

6.- ¿Qué opinas respecto a los alumnos que tomaron parte en este tipo de trabajo? ¿Crees que todos entendieron lo que se estaba enseñando con respecto a este tema?

R: Yo creo que si quedaron algunos de mis compañeros que no aprendieron o les cuesta trabajo repartir.

7.- ¿Sientes que esta forma de trabajo te ha aportado elementos para el desarrollo del área de matemáticas que puedes trabajar en otros conceptos?

R: Si me gustó y si creo que puedo resolver otros problemas.

8.- ¿Qué quisieras aportar para enriquecer nuestra investigación?

R: Que se haga más seguido en el salón de clases porque las características son buenas y porque aprendí a repartirlo todo bien.

Te agradezco tu colaboración y tus aportaciones para llevar a cabo esta investigación.

ENTREVISTA A REALIZADA CON LOS ALUMNOS EL 4º. GRADO GRUPO A DEL
INSTITUTO GUILLERMO MARCONI.

FECHA: JULIO 3 DEL 2001. HORA: 9.30 Hrs.

ENTREVISTADO: EMILIO alumno No. 04

ENTREVISTADORA: LIC. SUSANA PAULA ANTIGA TRUJILLO

1.- Nos podrías dar tu opinión respecto a la forma en que se dio este tema para la resolución de problemas de reparto.

R: Me gustó, me pareció interesante pero también aburrido que se viera lo mismo cada vez.

2.- ¿Consideras que realmente se trabajó de manera diferente y aprendiste el concepto de reparto para la resolución de problemas.

R: Sí, aunque no era tan diferente el tema porque ya lo sabía. Pero sí aprendí lo que se tiene que hacer cuando hay diferente número de niños-

3.- ¿Cómo sentiste el trabajo con este tipo de enseñanza.? ¿se te dificultó, te gustó, te pareció interesante?

R: Me pareció interesante y no se me dificultó.

4.- ¿Entendiste el concepto de reparto y lo que se tiene que hacer cuando hay diferente número de niños?

R: Sí, como ya te dije antes, ahora sí sé qué hacer cuando hay diferente número de niños.

5.- ¿Qué pensaste cuando se te aplicó tres veces diferentes el mismo examen? ¿Cómo reaccionaste en tu forma de trabajo cada vez que lo contestaste?

R: Aunque me pareció aburrido, lo realice diferente cada vez. Utilice muñequitos para hacer el reparto porque así me era más fácil.

6.- ¿Qué opinas respecto a los alumnos que tomaron parte en este tipo de trabajo? ¿Crees que todos entendieron lo que se estaba enseñando con respecto a este tema?

R: Yo creo que si todos lo aprendieron.

7.- ¿Sientes que esta forma de trabajo te ha aportado elementos para el desarrollo del área de matemáticas que puedes trabajar en otros conceptos?

R: Sí yo creo que si me sirvió.

8.- ¿Qué quisieras aportar para enriquecer nuestra investigación?

R: Que si me gustó y que se haga otra en otra ocasión.

Te agradezco tu colaboración y tus aportaciones para llevar a cabo esta investigación.

ENTREVISTA A REALIZADA CON LOS ALUMNOS DEL 4º. GRADO GRUPO A
DEL INSTITUTO GUILLERMO MARCONI.

FECHA: JULIO 3 DEL 2001. HORA: 10 Hrs.
LUGAR: Instituto Guillermo Marconi.

ENTREVISTADA. ROCÍO alumna No. 17.

ENTREVISTADORA: LIC. SUSANA PAULA ANTIGA TRUJILLO

1.- Nos podrías dar tu opinión respecto a la forma en que se dio este tema para la resolución de problemas de reparto.

R: Que estaba bien, que nosotros nos teníamos que apoyar para el reparto, que teníamos que ayudarnos entre todos para poder repartir.

2.- ¿Consideras que realmente se trabajó de manera diferente y aprendiste el concepto de reparto para la resolución de problemas.

R: Si, si fue diferente, me gustó esta forma de trabajo y si aprendí el concepto de reparto y ya se cómo hacerlo.

3.- ¿Cómo sentiste el trabajo con este tipo de enseñanza.? ¿se te dificultó, te gustó, te pareció interesante?

R: Bien, lo sentí bien y no se me dificultó nada.

4.- ¿Entendiste el concepto de reparto y lo que se tiene que hacer cuando hay diferente número de niños?

R: Si, si lo entendí y ya sé qué es lo que tengo que hacer si el número de niños es diferente.

5.- ¿Qué pensaste cuando se te aplicó tres veces diferentes el mismo examen? ¿Cómo reaccionaste en tu forma de trabajo cada vez que lo contestaste?

R: Que cada vez que lo veía y era el mismo se me hacía más fácil.

6.- ¿Qué opinas respecto a los alumnos que tomaron parte en este tipo de trabajo? ¿Crees que todos entendieron lo que se estaba enseñando con respecto a este tema?

R: Todos entendieron el tema y comentaron que les gustó.

7.- ¿Sientes que esta forma de trabajo te ha aportado elementos para el desarrollo del área de matemáticas que puedes trabajar en otros conceptos?

R: Si porque estaba bien y se me hizo muy divertido porque utilizábamos dibujos.

8.- ¿Qué quisieras aportar para enriquecer nuestra investigación?

R: Que sea como una forma de trabajo que se desarrolle siempre en clase y que si tienes que hacer otra investigación me invites.

Agradezco tu colaboración y aportaciones para llevar a cabo esta investigación.

ANEXO No. 10

ENTREVISTA REALIZADA A LA PROFRA. ELIZABETH MONTUFAR MÁRQUEZ
DEL 4º. GRADO GRUPO A DEL INSTITUTO GUILLERMO MARCONI.

FECHA: Julio 6 del 2001 HORA: 11.00 hrs.
LUGAR: Instituto Guillermo Marconi.

ENTREVISTADA: PROFRA. MA. ELIZABETH MONTUFAR MARQUEZ

ENTREVISTADORA: LIC. SUSANA PAULA ANTIGA TRUJILLO

1. Nos podrías dar tu opinión respecto a la forma en que tus alumnos construyen competencias para la resolución de problemas de reparto.

R: Primero se expone el problema, los niños observan, analizan el problema, organizan sus ideas y finalmente resuelven los problemas.

2. ¿Consideras que realmente se puede trabajar de manera diferente, o solamente es a través de un resumen y un ejercicio escrito, como los niños adquieren competencias para la resolución de problemas, específicamente de reparto?

R: Los niños aprenden con diferentes formas y métodos. Si es con actividades donde ellos intervengan, formen, palpen y actúen, mejor se aprende y menos se olvida. De esta manera los niños reaccionan y piensan para encontrar la mejor solución al problema.

3. ¿Cómo sientes el trabajo con este grupo? ¿Habían sido tus alumnos alguna vez?

R: No habían sido mis alumnos, los tengo por primera vez. Sin embargo, se trabajó muy bien, ya que es un grupo bien integrado, existe el compañerismo, la armonía y sobre todo la responsabilidad.

4. ¿Crees que esta situación influye o es una limitante para el trabajo?

R: Definitivamente los puntos anteriores influyen para un buen aprendizaje.

5. Los niños que son nuevos en el Instituto, ¿cómo reaccionan a tu forma de trabajo?

R: Al principio con temor a lo desconocido, desubicados por el método que para ellos es diferente.

6. ¿Qué opinaron los alumnos o que dijeron respecto a este tipo de trabajo? ¿Cuáles fueron sus reacciones en relación a la forma diferente de presentarles este tema?

R: Al principio preguntaron ¿por qué?, ¿para qué?, ¿cómo? Respecto a este trabajo que se realizó. Pero después opinaron que sí les gustó.

7. ¿Y qué sucedió respecto al examen que se les aplicó antes y después? ¿Qué opinaron?

R: El examen de antes de dar el tema les costó un poco de trabajo, ya que no tenían las bases para su desarrollo. Después de explicar y exponer el tema entendieron mejor y la resolución de los demás problemas y exámenes se les facilitó.

8. ¿Sientes que esta forma de trabajo ha aportado elementos para el desarrollo de competencias básicas para el área de matemáticas que puedes trabajar con tus alumnos?

R: Claro que sí, ya que son problemas que ayudan a que el alumno aprenda a encontrar respuestas a sus problemas.

9. ¿Crees que haya algún alumno en el grupo que no pueda captar el concepto o desarrollar las competencias para resolver los problemas de reparto?

R: No, todos buscaban solución al problema. Desde luego unos acertaban completamente en la respuesta, otros daban la respuesta correcta, pero de diferente forma, pero finalmente todos resolvían los problemas.

10. ¿Hay algo que quisieras aportar para enriquecer nuestra investigación?

R: Por lo que observé, me parece correcto el método en que se desarrolló la investigación y correcta la aplicación de ejercicios, exámenes y entrevistas. Me gustaría participar nuevamente en otra investigación diferente que se realice en el Instituto.

Agradezco mucho tu colaboración y tus aportaciones para llevar a cabo esta investigación.

BIBLIOGRAFÍA

ANDERSON, DONALD S. "Planning of secondary schools". *Prospects*. Vol. XVII, No. 3, 1987.

ANTIGA TRUJILLO, SUSANA PAULA. *Análisis Curricular del Programa de Matemáticas del Plan y Programas de Estudio 1993 SEP de la Educación Básica Primaria*. Tesis. México, UNAM/SUA, 1997. 169 p.

----- El desarrollo de competencias en computación en la prospectiva del nivel de educación media superior. Ponencia presentada en la I Academia Nacional Horizontes del Bachillerato. Colegio de Bachilleres del Estado de Michoacán. Morelia, Mich. Junio de 1998.

APPLE, MICHAEL W. "Reproducción ideológica, cultural y económica".- En LEONARDO, PATRICIA DE (Comp.). *La Nueva Sociología de la Educación*. México, SEP/El Caballito, 1986.

AUSUBEL, P. D "Algunos aspectos psicológicos de la estructura del conocimiento". En S. Elam, *Educación y estructura del conocimiento*. Buenos Aires, Ateneo, 1973. pp. 231-238.

----- *Psicología Educativa. Un punto de vista cognoscitivo*. Trillas, México, 1976.

----- *Aprendizaje significativo*. Trillas, México, 1976.

BALBUENA, HUGO. *Análisis de una secuencia didáctica para la enseñanza de las fracciones en la escuela primaria*. Tesis. México, Sección de Matemática Educativa, CINVESTAV-IPN, 1988.

----- "Un maestro ante la Didáctica Constructivista." En *Cero en conducta*. México, Marzo-Abril 1986.

BALBUENA, HUGO, CRISTINA ESPINOSA, HUGO ESPINOSA, DILMA FREGONA, IRMA SAIZ. *Descubriendo las Fracciones*. Cuaderno DIE No. 5. México, Laboratorio de Psicomatemática, DIE-CINVESTAV, 1984.

BALBUENA, HUGO, DAVID BLOCK, IRMA FUENLABRADA Y MA. DEL C. ALVAREZ. *Alternativas Curriculares para la enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria*. México, Proyecto DIE-CINVESTAV, 1987.

BALBUENA, HUGO, DAVID BLOCK Y ALICIA CARVAJAL. DEBATE. "Las operaciones básicas en los nuevos libros de texto." En: **Cero en Conducta**. México, Mayo-Agosto 1995. Año 10, n. 40-41.

BLOCK, DAVID. **Comparar, igualar, comunicar en preescolar: análisis de situaciones didácticas**. Conferencia presentada en "III Encuentro Estatal de Educación Preescolar. La Paz, Baja California, mimeo, noviembre 1994.

----- **Estudio didáctico sobre la enseñanza y el aprendizaje de la noción de fracción en la escuela primaria**. Tesis, México, DIE CINVESTAV, 1987.

BLOCK, DAVID y ALCIBIADES PAPACOSTAS. "Didáctica Constructivista y Matemáticas, una introducción." En: **Cero en Conducta**. México, Marzo-Abril 1986.

BLOCK, DAVID Y MARTHA DÁVILA. "La Matemática expulsada de la escuela". En: **Educación Matemática**. México, Grupo Editorial Iberoamérica, V. 5, no. 3, diciembre 1993, pp. 39-39-58.

CAMPOS, M. A. Y GASPAR, S. "El modelo de análisis proposicional: un método para el estudio de la organización lógico-conceptual del conocimiento." En Campos, M.A. y Ruíz, R.(eds.) **Problemas de acceso al conocimiento y enseñanza de las ciencias**. México, IIMAS-UNAM, 1996 pp. 51-92.

----- Los conceptos de Educación y Aprendizaje en la Teoría Piagetiana y algunas implicaciones. **Perfiles Educativos**. No. 43-44, 1989.

----- **The Propositional Analysis Model: a concept-link approach to text-based knowledge organization analysis**, Reportes de Investigación, México, IIMAS-UNAM (5), 1995 46p.

----- **A detailed step-by-step procedure to use the Propositional Analysis Model to study concept organization**, Reportes de Investigación. México, IIMAS-UNAM, vol. 7, no. 56., 1997,46 p.

CARRAHER, TEREZINHA, N., DAVID W. CARRAHER Y ANALÚCIA D. SCHLIEMANN. "Los Contextos Culturales del Aprendizaje de las Matemáticas." En: **En la Vida Diez, en la Escuela Cero**. México, Siglo XXI, 1991. pp.25-47.

- Cero en Conducta.** Editorial. "¿Hacia dónde va la educación básica?" México, Mayo-Agosto 1995. Año 10, n. 40-41
- Cero en Conducta.** Introducción "La enseñanza de las Matemáticas en debate" México, Marzo-Abril 1986
- COLL, CESAR. **Psicología y currículum.** México, Paidós, 1991. 178 pp.
- _____ Cap. 23 "Un marco de referencia psicológico para la educación escolar: la concepción constructivista del aprendizaje y la enseñanza". En: COLL, C., J. PALACIOS Y MARCHESI. (Comps.) **Desarrollo Psicológico y educación II. Psicología de la Educación.** Madrid, Alianza Psicología, 1990. pp. 435-453.
- COLLEGE BOARD, ACADEMIC PREPARATION FOR COLLEGE. **What students need to know and be able to do. II. The Basic Academic Competencies.** The College Board, New York, 1983.
- CHARNAY, ROLAND, "Aprender (por medio de) la resolución de problemas." En: Cecilia Parra e Irma Saiz Comps. **Didáctica de matemáticas. Aportes y reflexiones,** Buenos Aires, Paidós, 1994. 285 p.
- DAVILA VEGA, MARTHA. **Situaciones de reparto: una introducción a las fracciones.** Tesis. México, UPN, 1991.
- DE LANDSHEERE, VIVIANE. "In Secondary Education". **Prospects.** Vol. XVII, No. 1, 1987. pp. 6-9.
- DELORS, JACQUES. **La Educación encierra un tesoro.** Informe a la UNESCO de la Comisión Internacional sobre la Educación para el Siglo XXI. París, UNESCO, 1996.
- DÍAZ BARRIGA, ÁNGEL. **El Currículo Escolar. Surgimiento y Perspectivas.** Buenos Aires, Aique Grupo Editor, 1994.
- DIE **Cuadernos de Educación (DIE9** Acerca de la Numeración. Reflexiones y Propuestas. México, DIE, 1987.
- DOMÉNECH, FERNANDO. **Adquisición de conocimientos: el aprendizaje significativo. Proceso de enseñanza/aprendizaje universitario.** Universitat Jaume I., Madrid, 1999. En: Taller de habilidades básicas para la Docencia. México, Centro de Desarrollo Educativo, UIA, 2000.

FUENLABRADA, IRMA Debate. Innovaciones de la matemática en la escuela primaria. En: **Revista Cero en Conducta**, Número 40-41, año 10, mayo-agosto 1995.

GIMENO SACRISTÁN, JOSÉ. **El Curriculum: una reflexión sobre la práctica**. Madrid, Morata, 1991

_____ Y PÉREZ GÓMEZ ÁNGEL. (Comp.) **."La Enseñanza, su teoría y su práctica."** Madrid, Akal, 1983.

GÓMEZ DEL CAMPO ESTRADA, JOSE F. "Cómo aprenderemos" En: **DIDAC. Órgano del Centro de Desarrollo Educativo**. México, Universidad Iberoamericana, Núm. 35, Primavera 2000. 77 pp.

GONCZI, ANDREU Y JAMES ALIANSOU. "Instrumentación de la educación basada en competencias". En Antonio Argüelles. **Competencia laboral y educación basada en normas de competencia**. México, Limusa-Noriega Ed., SEP, CNCCL, CONALEP, 1996. 314 p.

HERNÁNDEZ S., ROBERTO, CARLOS FERNÁNDEZ Y PILAR BAPTISTA. **Metodología de la Investigación**. México, McGraw Hill, 1991. 505. pp.

<http://eric-web.tc.columbia.edu/families/nul/nulsubjects.html>. **Subjects and Basic Academic Competencies**. Agosto 31 del 2000.

<http://www.psmpc.gov.au/publications/frameworkpt2jobtraining.htm>. **Element: Vocational education and Training**. A Human Resource Framework for the Australian Public Service, 1996.

<http://www.siastr.sk.ca/~wascana/cbe.htm>. **Competency Based Education (CBE)** Wascana Institute SIAST, Septiembre 8 de 1998.

<http://www.kangung.ac.kr>. **The language for comprehending mathematics**. Ikangnung National University, 1996.

MEDINA M., SARA ROSA. Cap. VI. "Competencias Académicas Básicas en el Bachillerato", en: **Educación y Modernidad: el bachillerato en México ante los desafíos del Tercer Milenio**. Universidad Autónoma de San Luis Potosí, S. L. P., México, 1996. pp. 79-91

MÉNDEZ BALDERAS, RODOLFO. "La enseñanza de las Matemáticas ¿un problema didáctico." En: **Cero en Conducta**. México, Marzo-Abril 1986.

- MENDOZA, EMMA, LETICIA PÉREZ Y VICENTE MAYORGA .DEBATE. "Opiniones de maestros sobre los textos gratuitos: Español y Matemáticas." En: **Cero en Conducta**. México, Mayo-Agosto 1995. Año 10, n. 40-41.
- MORENO LÓPEZ, SALVADOR. **Métodos y Objetivos en el Contexto del Proceso Enseñanza-Aprendizaje**. DIDAC, Boletín del Centro de Didáctica de la Universidad Iberoamericana, México, Otoño 1983.
- NOVAK, J. **A view on the current status of Ausubel´s assimilation theory of learning**. Ponencia presentada en el Congreso Anual de la American Educational Research Association. (AERA) San Francisco, abril 24, 1992.
- ONTORIA, ANTONIO. "El mapa conceptual como técnica cognitiva y su proceso de elaboración." En **Mapas Conceptuales. Una Técnica para aprender**. MADRID, Narcea, 1997.
- ORTEGA ROSARIO, ALFONSO LUQUE Y ROSARIO CUBERO "TEORÍA. Constructivismo y práctica educativa escolar. Primera Parte.. En **Revista Cero en Conducta**, Año 10, Número 40-41, Mayo-Agosto 1995. p. 78.
- PIAGET, JEAN. **El nacimiento de la inteligencia en el niño**. Tr. Pablo Bordonaba. México, Grijalbo, 1994. 397 pp.
- PIAGET, JEAN Y BÄRBEL INHELDER. **Psicología del niño**, Buenos Aires, Stilograf, 1973. 158 pp.
- PICHARDO PAREDES, JUAN JOSAFAT. "Los mapas conceptuales" Primera parte. En **Revista Mexicana de Pedagogía** No. 39 pp. 3-10. México.
- PICHARDO PAREDES, JUAN JOSAFAT. "Los mapas conceptuales" Segunda parte. En **Revista Mexicana de Pedagogía** No. 40 pp. 15-22. México.
- PICHARDO PAREDES, JUAN JOSAFAT. "Los mapas conceptuales" Tercera parte. En **Revista Mexicana de Pedagogía** No. 41 pp. 10-16. México.

- RICHARDS, JACK C. Mimeo resumen de conferencia "Teaching Basic Competences in the Classroom". México, Cambridge University Press, marzo 24 de 2001, impartida en el Salón Señorial. (Conferencia acerca de su libro **Approaches and Methods in Teaching**, Second Edition. Cambridge University Press, Cambridge, England, 2001).
- ROCKWELL, ELSIE. (Coord.) **La escuela cotidiana**. (Estudio etnográfico de diversos espacios escolares) México, F.C.E., 1995.
- ROGERS, C. **Libertad y creatividad en la educación en la década de los ochenta**. Barcelona, Paidós, 1991.
- RUIZ IGLESIAS, MAGALYS. **La arquitectura del conocimiento en la educación superior**. Un acercamiento a la formación politécnica y profesional. México, Instituto Politécnico Nacional, 1999. . 235. pp.
- SEP. **La Enseñanza de las Matemáticas en la Escuela Primaria**. Taller para maestros. Programa Nacional de Actualización Permanente. (Primera parte, Segunda Parte, Lecturas y material recortable de apoyo). México, SEP, 1995.
- SEP. **La Enseñanza de las Matemáticas en la Escuela Primaria**. Taller para maestros. Programa Nacional de Actualización Permanente. Primera parte. México, SEP, 1995.
- SEP. **La Enseñanza de las Matemáticas en la Escuela Primaria**. Taller para maestros. Programa Nacional de Actualización Permanente. Segunda Parte. México, SEP, 1995.
- SEP. **La Enseñanza de las Matemáticas en la Escuela Primaria**. Taller para maestros. Programa Nacional de Actualización Permanente. Lecturas. México, SEP, 1995.
- SEP. **La Enseñanza de las Matemáticas en la Escuela Primaria**. Taller para maestros. Programa Nacional de Actualización Permanente. Material recortable de apoyo. México, SEP, 1995.
- SEP "Las fracciones. Capítulo I." En: **La Enseñanza de las Matemáticas en la Escuela Primaria**. Taller para Maestros, Segunda Parte. México, SEP, Programa Nacional de Actualización Permanente, 1995.

- SEP. **Libro para el Maestro. Matemáticas. Cuarto grado.** México, Comisión de los Libros de Texto gratuitos, 1996.
- SEP. **Matemáticas. Cuarto Grado Educación Primaria** México, Comisión de los Libros de Texto gratuitos, 1996.
- SEP. "Matemáticas Guía Didáctica Segundo ciclo." En: **Guía para el Maestro**, Tercer y Cuarto Grado, Educación Primaria, SEP, 1992. 105 p.
- SEP. **PLAN Y PROGRAMAS DE ESTUDIO 1993.** Educación Básica. PRIMARIA. México, 1993.
- SEP. **PROGRAMAS DE EDUCACIÓN PRIMARIA. CONTENIDOS BÁSICOS**, Ciclo Escolar Programa Emergente de Reformulación de Contenidos y Materiales Educativos. PEAM. México, SEP, septiembre 1992.
- SILVER, EDWARD A. "Research Perspectives on Problem Solving in Elementary School Mathematics". En: **ELEMENTARY SCHOOL JOURNEY**. Estados Unidos, 1984. ARTÍCULOS: PP. 529-541.
- STENHOUSE, LAWRENCE. **Investigación y desarrollo del Currículum**, Madrid, Morata, 1991.
- TAPIA MEDINA, GRACIELA. **Aprendizaje Significativo**. Cuaderno de apoyo Didáctico directo a la profesionalización docente. México, Santillana, 1999.
- TRAFTON, PAUL R. "Toward More Effective, Efficient, Instruction in Mathematics" En: **ELEMENTARY SCHOOL JOURNEY**. Estados Unidos, 1984. pp. 529-541-
- WALDEGG, GUILLERMINA, Coord. **Colección La Investigación Educativa en los Ochenta perspectivas para los noventa. Procesos de enseñanza y aprendizaje II.** México, Consejo Mexicano de Investigación Educativa, A. C., 1995. (Fundación SNTE para la Cultura del Maestro Mexicano):