



UNIVERSIDAD NACIONAL
AVENIDA DE
MÉXICO

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

**DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO
FACULTAD DE INGENIERÍA**

**MÉTODOS PARA EL DISEÑO ÓPTIMO
DE REDES DE AGUA POTABLE**

T E S I S

Como requisito para obtener el grado de
Ingeniero Civil

Presenta
Beatriz Edith Vega Serratos

DIRECTOR DE TESIS

DR. ÓSCAR ARTURO FUENTES MARILES



MÉXICO, D.F.

NOVIEMBRE DE 2001



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.



SECRETARÍA DE EDUCACIÓN PÚBLICA
ESTADO NACIONAL AUTÓNOMO DE MÉXICO

FACULTAD DE INGENIERIA
DIRECCION
FING/DCTG/SEAC/UTIT/0104/00

Señorita
BEATRIZ EDITH VEGA SERRATOS
Presente

En atención a su solicitud me es grato hacer de su conocimiento el tema que propuso el profesor **DR. OSCAR ARTURO FUENTES MARILES**, que aprobó esta Dirección, para que lo desarrolle usted como tesis de su examen profesional de **INGENIERO CIVIL**.

"METODOS PARA EL DISEÑO ÓPTIMO DE REDES DE AGUA POTABLE"

INTRODUCCIÓN

- I. CONCEPTOS DE LA HIDRÁULICA DE REDES DE TUBERÍAS**
- II. CÁLCULO HIDRÁULICO DE REDES DE TUBERÍAS**
- III. MÉTODOS PARA EL DISEÑO DE REDES DE AGUA POTABLE**
- IV. MÉTODO PARA EL DISEÑO PROPUESTO**
- V. CASOS DE APLICACIÓN**
- VI. CONCLUSIONES**

Ruego a usted cumplir con la disposición de la Dirección General de la Administración Escolar en el sentido de que se imprima en lugar visible de cada ejemplar de la tesis el Título de ésta.

Asimismo le recuerdo que la Ley de Profesiones estipula que deberá prestar servicio social durante un tiempo mínimo de seis meses como requisito para sustentar Examen Profesional.

Atentamente

"POR MI RAZA HABLARA EL ESPIRITU"

Cd. Universitaria a 15 de agosto de 2001.

EL DIRECTOR

M.C. GERARDO FERRANDO BRAVO

GFB/GMP/mstg.

A mis padres, Beatriz y Enrique

*A ella, por su constancia y dedicación incansable en mi formación,
por ser una mujer de gran fortaleza y voluntad... sobre todo por ser mi amiga.*

*A él, por ofrecerme todos los medios para lograr mis objetivos,
por ser un ejemplo con su desarrollo profesional,
por la admiración y respeto que le tengo
y por invitarme cada día a ser mejor.*

A José Enrique

*Por ser tan noble y comprensivo, un hermano complaciente,
por quererme y consentirme tanto.*

Mi agradecimiento

Al Dr. Óscar Arturo Fuentes Mariles por ser parte importante en mi formación profesional.

Al Ing. Victor Franco por darme su amistad, consejos y por preocuparse por mi desarrollo laboral y académico.

Al Instituto de Ingeniería, por brindarme el apoyo y los elementos necesarios para la elaboración de esta tesis.

En especial, a Faustino de Luna Cruz y a Ismene Libertad A. Rosales Plascencia por todo el entusiasmo, dedicación y tiempo invertidos en este trabajo, gracias por su ayuda y apoyo.

A Lizbeth y Salvador, por apoyarme incondicionalmente, por incluirme en sus familias y por ser, siempre, constantes y fieles en su amistad.

A mis amigos y compañeros del Instituto de Ingeniería, quienes de alguna forma me han brindado su amistad, ayuda y apoyo moral: Rodrigo García, Martín Rubén Jiménez, Juan Javier Carrillo, J. Ansberto Cruz, Enedino Mendoza, Alicia, Ivethy, Adriana, Alma, Abraham, Pablo, Susana, Cecilia.

A Georges A. Govaere, Gregorio Posada, Gustavo Bautista y a todos aquellos que no menciono pero que también son importantes para mi.

INDICE GENERAL

Índice de figuras	I
Índice de tablas	III
Nomenclatura	VII
Introducción	I
1. Conceptos de la Hidráulica de redes de tuberías	3
1.1 Componentes de una red de tuberías	5
1.1.1 Clasificación de redes de distribución	7
1.1.2 Tipos de redes	8
1.2 Demanda de agua potable	12
1.2.1 Población	14
1.2.2 Dotación de agua potable	24
1.2.3 Cálculo de los consumos de agua potable	28
1.2.4 Variaciones de la demanda	31
1.3 Datos para el diseño de redes de tuberías	41
1.3.1 Requisitos de diseño	42
1.3.2 Vida útil de las obras y periodo de diseño	45
2. Cálculo hidráulico de redes de tuberías	47
2.1 Clasificación de los flujos	47
2.2 Leyes básicas de la mecánica de fluidos	53
2.3 Volumen de control y sistemas	53
2.4 Ecuación de continuidad	57
2.5 Ecuación de la cantidad de movimiento	60

2.6	Ecuación de la energía	62
2.6.1	Pérdidas de energía	65
3.	Métodos para el diseño de redes de agua potable	73
3.1	Método de la longitud equivalente	74
3.2	Método del diámetro equivalente	77
3.3	Método combinado Cross – Programación lineal	79
3.4	Dos métodos basados en la teoría lineal	81
3.5	Dos métodos de gradiente hidráulico – Programación lineal	83
3.6	Dos métodos para redes abiertas	86
3.7	Optimación con programación lineal	89
3.8	Método de Cross- Gradiente hidráulico óptimo	93
3.9	Dos métodos de ruta crítica	95
3.10	Dos métodos de selección enumerativa	97
4.	Método para diseño propuesto	101
4.1	Introducción	101
4.2	Revisión hidráulica	103
4.2.1	Método estático modificado	103
4.3	Parámetros de jerarquización	104
4.3.1	Inversión económica	106
4.3.2	Procedimiento de cálculo	106
4.3.3	Estimación del beneficio – inversión en el sistema	107
5.	Casos de aplicación	111
5.1	Red abierta	111
5.2	Red cerrada	126
5.3	Red combinada	138

6. Conclusiones y recomendaciones	147
Bibliografía	149
ANEXO A Revisión de redes de distribución de agua potable	153
Fundamentos	154
Planteamiento del problema	157
Método de solución desarrollado en el Instituto de Ingeniería	159

INDICE DE FIGURAS

Capítulo 1

1.1	Esquema general de un sistema de abastecimiento de agua potable	4
1.2	sistema ramificado	8
1.3	Sistema en malla	8
1.4	Sistema combinado	9
1.5a	Sistema por gravedad	11
1.5b	Sistema por bombeo con excedencias al tanque de regularización	11
1.5c	Sistema abastecido directamente por bombeo	12
1.5	Curva logística de crecimiento	21
1.6	Método de extensión de la curva a ojo	22
1.7	Método de comparación con otras poblaciones	23
1.8	Desglose del consumo doméstico de agua	27
1.9	Componentes del sistema de abastecimiento y sus gastos de diseño	30
1.10	Variación de la demanda para la Ciudad de México	33
1.11	Variación horaria promedio de la demanda para ciudades de la República Mexicana	34
1.12	Variación horaria para poblaciones pequeñas	35
1.13	Solución gráfica del ejemplo 1.1	40

Capítulo 2

2.1	Esquema de flujo laminar	48
2.2	Flujo turbulento	49
2.3a	Flujo irrotacional	50
2.3b	Flujo rotacional	50

2.4	Líneas de corriente para flujo a régimen permanente	52
2.5	Sistema con volumen de control	55
2.6	Flujo a régimen permanente	58
2.7	Arreglo de tubos de corriente	59
2.8	Volumen de control con flujo de entrada y salida uniformes	61
2.9	Flujo no uniforme a través de una superficie de control	62
2.10	Representación esquemática de las observaciones de Reynolds	66
2.11	Diagrama de Moody	70
Capítulo 4		
4.1	Diagrama de flujo para el diseño óptimo	109
Capítulo 5		
5.1	Armado de la red propuesta (Red abierta)	113
5.2	Comparación de los resultados beneficio/inversión, iteración 1 (Red abierta)	118
5.3	Comparación de los resultados beneficio/inversión, iteración 2 (Red abierta)	120
5.4	Armado final. Diseño óptimo (Red abierta)	124
5.5	Armado de la red propuesta (Red cerrada)	127
5.6	Comparación de los resultados beneficio/inversión, iteración 1 (red cerrada)	132
5.7	Armado final. Diseño óptimo	137
5.8	Armado de la red propuesto (Red combinada)	139
5.9	Comparación de los resultados beneficio/inversión, iteración 1 (red combinada)	142
5.10	Armado final. Diseño óptimo (Red combinada)	146

INDICE DE TABLAS

Capítulo 1

1.1	Dotación de agua potable	26
1.2	Variación del consumo doméstico de agua	27
1.3	Valores de k_1 de acuerdo al clima	31
1.4	Ley de variación horaria en D.F.	33
1.5	Ley de variación horaria para ciudades de la República Mexicana	34
1.6	Ley de variación horaria para poblaciones pequeñas	35
1.7	Escurrimientos medios mensuales (ejemplo 1.1)	37
1.8	Cálculos necesarios para la solución del ejemplo 1.1	38
1.9	Valores de presión usuales en la red de distribución	42
1.10	Período de diseño para diferentes poblaciones	46

Capítulo 5

5.1	Características de los nudos de la red (Red abierta)	112
5.2	Configuración de la red y características de las tuberías (Red abierta)	112
5.3	Resultados del análisis hidráulico, Red abierta ($f = 2''$, todas tuberías)	114
5.4	Asignación de los coeficientes C_1 y n al 50% de las tuberías (Red abierta)	115
5.5	Prioridad para realizar cambios en las tuberías seleccionadas (Red Abierta)	115
5.6	Costos de las tuberías en función del diámetro y tipo del material	115
5.7	Diámetros de las tuberías para todos los casos, iteración 1 (Red abierta)	116

5.8	Resultados del análisis hidráulico; $n = 01$, iteración 1 (Red abierta)	117
5.9	Comparación de resultados de los 7 casos, iteración 1 (Red abierta)	118
5.10	Diámetros de las tuberías para todos los casos a analizar, iteración 2 (Red abierta)	119
5.11a	Resumen de los resultados de las iteraciones (Costos totales y cargas mínimas)	120
5.11b	Resumen de los resultados de las iteraciones (Incrementos en costos y cargas mínimas)	121
5.11c	Resumen de los resultados de las iteraciones (Relación beneficio/inversión)	121
5.12	Casos de la iteración 6 (Red Abierta)	122
5.13	Resultados de la combinación de diámetros, en cada una de las iteraciones (Red abierta)	123
5.14	Resultado del análisis hidráulico del diseño óptimo (Red abierta)	123
5.15	Características de los nudos de la red (Red cerrada)	126
5.16	Configuración de la red y características de las tuberías (Red cerrada)	128
5.17	Resultados del análisis hidráulico, Red cerrada ($f = 2''$, todas tuberías)	128
5.18	Asignación de los coeficientes C_i y n al 30% de las tuberías (Red cerrada)	129
5.19	Prioridad para realizar cambios en las tuberías seleccionadas (Red cerrada)	130
5.20	Diámetros de las tuberías para todos los casos, iteración 1 (Red cerrada)	130
5.21	Resultados del análisis hidráulico; $n = 01$, iteración 1 (Red cerrada)	131
5.22	Comparación de resultados de los 5 casos, iteración 1 (Red	

cerrada)	132
5.23a Resumen de los resultados de las iteraciones (Costos totales y cargas mínimas)	133
5.23b Resumen de los resultados de las iteraciones (Incrementos en costos y cargas mínimas)	133
5.23c Resumen de los resultados de las iteraciones (Relación beneficio/inversión)	134
5.24 Casos de la iteración 10 (Red cerrada)	134
5.25 Resultados de la combinación de diámetros, en cada una de las iteraciones (Red cerrada)	135
5.26 Resultado del análisis hidráulico de la solución del diseño óptimo	136
5.27 Características de los nudos de la red (Red combinada)	138
5.28 Configuración de la red y características de las tuberías (Red combinada)	138
5.29 Resultados del análisis hidráulico, Red combinada ($f = 12''$, todas tuberías)	140
5.30 Asignación de los coeficientes C_1 y n al 50% de las tuberías (Red combinada)	140
5.31 Prioridad para realizar cambios en las tuberías seleccionadas (Red combinada)	140
5.32 Diámetros de las tuberías para todos los casos, iteración 1 (Red combinada)	141
5.33 Resultados del análisis hidráulico; $n = 01$, iteración 1 (Red combinada)	141
5.34 Comparación de resultados de los 5 casos, iteración 1 (Red combinada)	142
5.35a Resumen de los resultados de las iteraciones (Costos totales y cargas mínimas)	143

5.35b Resumen de los resultados de las iteraciones (Incrementos en costos y cargas mínimas)	143
5.35c Resumen de los resultados de las iteraciones (Relación beneficio/inversión)	143
5.36 Casos de la iteración 6 (Red combinada)	144
5.37 Resultados de la combinación de diámetros, en cada una de las iteraciones (Red cerrada)	144
5.38 Resultado del análisis hidráulico de la solución del diseño óptimo	145
Capítulo 6	
6.1 Comparación del número de combinaciones	148

Nomenclatura

\cdot	divergencia
f	factor de fricción de la ecuación de Darcy-Weisbach (adimensional)
f'	factor de fricción para una tubería con válvula instalada (adimensional)
g	aceleración de la gravedad (m/s^2)
h	hora
h_f	pérdidas por fricción (m)
h_m	pérdidas menores (m)
k_j	parámetro que depende de las características geométricas de la tubería J
l	litros
$l/hab/d$	litros por habitante por día
mca	metros columna de agua
p	presión (mca)
q	gasto de demanda de los usuarios (m^3/s)
q_{med}	gasto medio de demanda (m^3/s)
rot	rotacional
s	segundos
t	tiempo
z	carga de posición (m)
A	área de la sección transversal de la tubería (m^2)
C_i	coeficiente que establece el orden de análisis para tubería i (adimensional)
c_i	costo de inversión de la opción en estudio (\$)
c_c	costo de inversión de la combinación inicial (\$)
C_E	concentración de la mezcla (kg_m/m^3)
C_j	parámetro que depende de las características geométricas de la tubería J
D	diámetro de la tubería (m)
E	coeficiente de difusión turbulenta (adimensional)

F	fuerza resultante sobre el sistema (N)
L	longitud del tubo (m)
n	número de tuberías entre 2 (adimensional)
P_e	número de Peclet (adimensional)
PHC	plano horizontal de comparación
Q_D	gasto de demanda en un nudo (m^3/s)
Q_J	gasto que fluye dentro de la tubería J (m^3/s)
T	temperatura ($^{\circ}C$)
V	velocidad media del flujo (m/s)
W_{pr}	trabajo realizado por las fuerzas de presión (Joule)
W_s	trabajo realizado por las fuerzas cortantes (Joule)
α	coeficiente de Coriolis (adimensional)
α_j	parámetro que depende de C_j y Q_j de la tubería J
ε	rugosidad (m)
γ	peso específico del agua (N/m^3)
η	viscosidad aparente o de recambio (eddy)
μ	viscosidad dinámica del agua ($(N\ s)/m^2$ ó $kg_m/(m\ s)$)
ν	viscosidad cinemática del agua (m^2/s)
ρ	densidad (kg_m/m^3)
τ	relación entre el esfuerzo cortante y la rapidez de la deformación angular (Pa)
Δh	pérdida de carga entre los nudos extremos de la tubería (m)
Δh_{min}	incremento de carga en el nudo que presentó la mínima carga (m)
\Re	número de Reynolds (adimensional)
\Re_i	número de Reynolds de la tubería i (adimensional)
$\Re_{m\acute{a}x}$	número de Reynolds mayor en las tuberías de la red (adimensional)

INTRODUCCIÓN

En la actualidad el uso del agua es diverso, este líquido se utiliza principalmente para el consumo humano, el aseo personal y en actividades domésticas. Además se usa para fines comerciales, públicos e industriales; también en la irrigación, la generación de energía eléctrica, la navegación y recreación. El agua que se utiliza para estos fines debe ser potable, esto es, que sea apta para consumo humano.

Para la distribución del agua potable se requiere de un sistema de abastecimiento el cual se compone de instalaciones para la captación, almacenamiento, conducción, bombeo, tratamiento y distribución. Las obras de captación y almacenamiento permiten reunir las aguas aprovechables de ríos, manantiales y agua subterránea. La conducción engloba a los canales y acueductos, así como instalaciones complementarias de bombeo para transportar el agua desde la fuente hasta el centro de distribución. El tratamiento es la serie de procesos que le dan al agua la calidad requerida y finalmente, la distribución es dotar de agua al usuario para su consumo.

Un sistema hidráulico urbano tiene por objeto evitar la propagación de enfermedades infecciosas ya que una vez que el agua ha sido empleada, debe ser desalojada a través de una red de alcantarillado y conducida a una planta de tratamiento para que posteriormente pueda ser reutilizada o reintegrada a la naturaleza sin causar deterioro ambiental. En el capítulo I se muestra un esquema general de un sistema de abastecimiento de agua potable en una localidad.

Este sistema de distribución debe proporcionar el suministro de agua potable que se requiera dentro de la zona de servicio, manteniendo las presiones necesarias para los diferentes usos; esto es, que en el diseño hidráulico de una red se deben seleccionar los diámetros de sus tuberías, de tal modo que conduzcan el fluido hasta los sitios de demanda con las presiones adecuadas, es decir, cuando en cualquier nudo de la red su magnitud no es mayor a la una presión mínima, suficiente para que el agua llegue a los domicilios; y menor a una presión máxima para evitar la rotura de las tuberías y gastos excesivos de fugas.

Lo anterior debe someterse a una revisión hidráulica, la cual consiste en determinar la magnitud de los gastos que circulan en las tuberías y los niveles piezométricos (carga de presión) en varios puntos de la red existente; para esto se requiere conocer las características físicas de las tuberías, sus conexiones, la magnitud de los gastos de demanda y su ubicación, la elevación de los tanques reguladores, etc.

En el diseño hidráulico es muy importante el proceso de selección de los diámetros de las tuberías en la red ya que éste no es simple debido a que existen numerosas opciones, cada una con un costo determinado, que satisfacen las condiciones de operación hidráulica eficiente, así que, para escoger la opción que tiene el mínimo costo de adquisición e instalación, se requiere conocer el costo de todas las opciones que cumplen con las condiciones hidráulicas.

Por lo anterior, en este trabajo se propone un método para diseñar redes de distribución de agua potable de manera óptima, es decir, de forma eficiente y además económica.

Así pues, se pretende explicar el funcionamiento detallado del método para el diseño propuesto, como también hacer una comparación del método propuesto con algunos de los métodos existentes en el mercado para definir sus alcances, limitaciones y requisitos.

Finalmente se desea demostrar con los objetivos que dicho método es fácil de utilizar con conocimientos básicos en la materia.

CAPÍTULO I CONCEPTOS DE LA HIDRÁULICA DE REDES DE TUBERÍAS

Para la mayoría de las actividades del hombre es indispensable el agua potable, como esta agua no está asequible en la cantidad necesaria en condiciones naturales para contar con ella en las ciudades, se requiere de acciones de captación, potabilización, transporte, almacenamiento y distribución.

Los componentes principales del sistema de agua potable son: la fuente u origen (cuenca de aportación), la captación (presas, pozos, etc.) la conducción, el tratamiento de potabilización, la regularización y la distribución. En un sistema hidráulico urbano se incluyen las acciones básicas de abastecimiento de agua potable así como las de desalojo de aguas residuales y pluviales.

La configuración típica de un sistema de abastecimiento de agua en localidades urbanas se muestra en la figura 1.1. En el sistema se tiene cuidado en evitar la propagación de enfermedades infecciosas ya que una vez que el agua ha sido empleada, debe ser desalojada a través de una red de alcantarillado y conducida a una planta de tratamiento para que posteriormente pueda ser reutilizada o reintegrada a la naturaleza sin causar deterioro ambiental. La figura 1.1 muestra un esquema general de un sistema de abastecimiento de agua potable en una localidad.

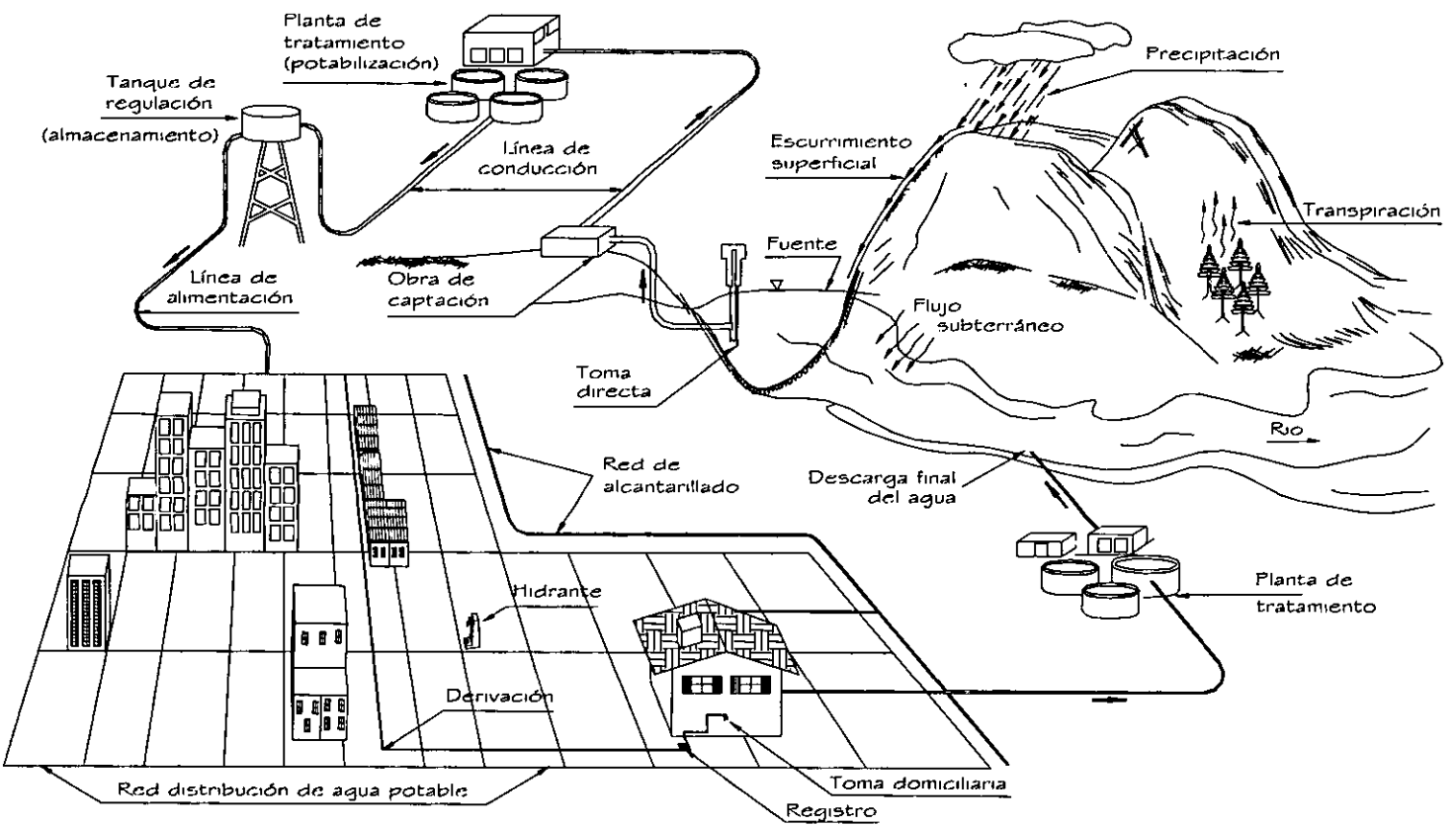


Figura 1.1 Esquema general de un sistema de abastecimiento de agua potable

1.1 Componentes de una red de distribución

Una red de distribución es el conjunto de tuberías, accesorios y estructuras que conducen el agua desde tanques de servicio o de distribución hasta las tomas domiciliarias o hidrantes públicos. Su finalidad es proporcionar agua a los usuarios para consumo doméstico, público, comercial, industrial y para condiciones extraordinarias como el extinguir incendios.

La red debe proporcionar este servicio todo el tiempo, en cantidad suficiente, con la calidad requerida y a una presión adecuada. Los límites de calidad del agua.

Una red de distribución de agua potable se compone generalmente de:

a) Tuberías: Se le llama así al conjunto formado por los tubos (conductos casi siempre de sección circular) y su sistema de unión o ensamble. Para fines de análisis se denomina tubería al conducto comprendido entre dos secciones transversales del mismo.

La red de distribución está formada por un conjunto de tuberías que se unen en diversos puntos denominados nudos o uniones.

De acuerdo con su función, la red de distribución puede dividirse en: red primaria y red secundaria. A la tubería que conduce el agua desde el tanque de regulación hasta el punto donde inicia su distribución se le conoce como línea de alimentación, y se considera parte de la red primaria.

La división de la red de distribución en red primaria o secundaria dependerá del tamaño de la red y de los diámetros de las tuberías. De esta forma, la red primaria se constituye de los tubos de mayor diámetro y la red secundaria por las tuberías de menor diámetro, las cuales abarcan la mayoría de las calles de la localidad. Así, una red primaria puede ser una sola tubería de alimentación o cierto conjunto de tuberías de mayor diámetro que abarcan a toda la localidad.

b) Piezas especiales: Son todos aquellos accesorios que se emplean para llevar a cabo ramificaciones, intersecciones, cambios de dirección, modificaciones de diámetro, uniones de tuberías de diferente material o diámetro, y terminales de los conductos, entre otros.

A las piezas o conjuntos de accesorios especiales con los que, conectados a la tubería, se forman deflexiones pronunciadas, cambios de diámetro, derivaciones y ramificaciones se les llama cruceros. También permiten el control del flujo cuando se colocan válvulas.

c) Válvulas: Son accesorios que se utilizan para disminuir o evitar el flujo en las tuberías. Pueden ser clasificadas de acuerdo a su función en dos categorías:

1) Aislamiento o seccionamiento, las cuales son utilizadas para separar o cortar el flujo del resto del sistema de abastecimiento en ciertos tramos de tuberías, bombas y dispositivos de control con el fin de revisarlos o repararlos; y

2) Control, usadas para regular el gasto o la presión, facilitar la entrada de aire o la salida de sedimentos o aire atrapados en el sistema.

d) Hidrantes: Se le llama de esta manera a una toma o conexión especial instalada en ciertos puntos de la red con el propósito de abastecer de agua a varias familias (hidrante público) o conectar una manguera o una bomba destinados a proveer agua para combatir el fuego (hidrante contra incendio). Los hidrantes públicos son tomas compuestas usualmente por un pedestal y una o varias llaves comunes que se ubican a cierta distancia en las calles para dar servicio a varias familias.

e) Tanques de distribución: Un tanque de distribución es un depósito situado generalmente entre la captación y la red de distribución que tiene por objeto almacenar el agua proveniente de la fuente. El almacenamiento permite regular la distribución o simplemente prever fallas en el suministro, aunque algunos tanques suelen realizar ambas funciones.

Se le llama tanque de regulación cuando guarda cierto volumen adicional de agua para aquellas horas del día en que la demanda en la red sobrepasa al volumen suministrado por la fuente. La mayor parte de los tanques existentes son de este tipo. Algunos tanques disponen de un volumen de almacenamiento para emergencias, como en el caso de falla de la fuente. Este caso es usualmente previsto por el usuario, quien dispone de cisternas o tinacos, por lo que en las redes normalmente se utilizan tanques de regulación únicamente.

f) Tomas domiciliarias: Una toma domiciliaria es el conjunto de piezas y tubos que permite el abastecimiento desde una tubería de la red de distribución hasta el predio del usuario, así como la instalación de un medidor. Es la parte de la red que demuestra la eficiencia y calidad del sistema de distribución pues es la que abastece de agua directamente al consumidor.

g) Rebombeos: Consisten en instalaciones de bombeo que se ubican generalmente en puntos intermedios de una línea de conducción y excepcionalmente dentro de la red de distribución. Tienen el objetivo de elevar la carga hidráulica en el punto de su ubicación para mantener la circulación del agua en las tuberías.

Los rebombes se utilizan en la red de distribución cuando se requiere:

- Interconexión entre tanques que abastecen diferentes zonas.
- Transferencia de agua de una línea ubicada en partes bajas de la red al tanque de regulación de una zona de servicio de una zona alta.
- Incremento de presión en una zona determinada mediante rebombeo directo a la red o "booster". Esta última opción se debe evitar, y considerar sólo si las condiciones de la red no permiten la ubicación de un tanque de regulación en la región elevada.

h) Cajas rompedoras de presión: Son depósitos con superficie libre del agua y volumen relativamente pequeño, cuya función es permitir que el flujo de la tubería se descargue en ésta, eliminando de esta forma la presión hidrostática y estableciendo un nuevo nivel estático aguas abajo.

1.1.1 Clasificación de las redes de distribución

El principal elemento del sistema de abastecimiento de agua, es la red de distribución del agua. Más de la mitad de la inversión total de éste se debe a la red.

Para lograr un sistema de agua público capaz de satisfacer las necesidades de una población es fundamental contar con un buen diseño, una construcción adecuada y un mantenimiento constante de la red de distribución.

Al conjunto de tuberías dispuestas una tras otra formando una figura cerrada dentro de la cual un fluido puede volver a su punto de partida después de recorrer todos sus componentes se le llama circuito (figura 1.1).

Se dice que una red de tuberías es cerrada cuando los conductos están conectados de modo tal que se presenta por lo menos un circuito. Es el tipo de red más recomendable para localidades urbanas, por su gran flexibilidad de operación, ya que el sentido de escurrimiento se controla por medio de válvulas de seccionamiento. Con este tipo de redes se obtiene una distribución uniforme de las presiones disponibles.

La red abierta se presenta cuando las tuberías están unidas sin formar ningún circuito. Se recomienda para localidades urbanas pequeñas y rurales donde no se justifique la instalación de tubería en todas las calles, cuando la topografía y el alineamiento de las calles no permitan tener circuitos cerrados y, principalmente para zonas con predios más dispersos.

En cualquiera de los casos anteriores, el proyectista debe estudiar cuidadosamente la localización de las tuberías con base en el plano de predios habitados. Éste se obtendrá en el año en que se efectúe el proyecto, a fin de definir las etapas de construcción inmediata y futura.

1.1.2 Tipos de redes

Generalmente los sistemas de distribución, con base en su configuración se clasifican en: sistema ramificado, sistema en malla y sistema combinado.

- Sistema ramificado. Consiste en una línea de alimentación principal que suministra el agua a todos los ramales que de ella se derivan. Es el tipo de sistema que presenta mayores desventajas por la inactividad del flujo en los extremos de los ramales y el escaso control del mismo flujo (figura 1.2)

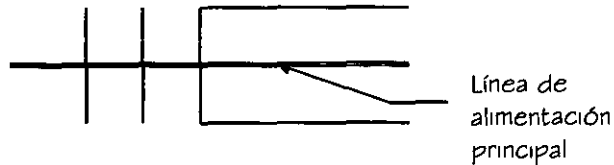


Figura 1.2 Sistema ramificado

- Sistema en malla. Aquí todas las tuberías están interconectadas y no hay extremos inoperantes ya que el flujo del agua circula en todas direcciones del sistema (figura 1.3).

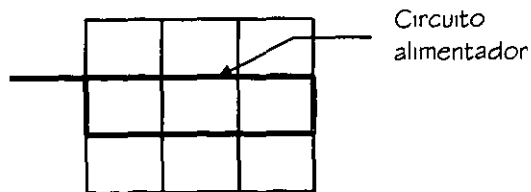


Figura 1.3 Sistema en malla

- Sistema combinado. Por razones topográficas o por una mala planeación del proyecto, en ocasiones son necesarias ampliaciones que obligan a dejar ramas

abiertas en el sistema, por lo que se le denomina combinado. Existe la ventaja de suministrar agua a una zona de servicio desde más de una dirección, lo que se conoce como "alimentadores en circuito" (figura 1.4).

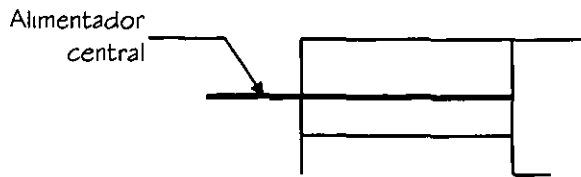


Figura 1.4 Sistema combinado

Las tuberías dependiendo de su posición y de la magnitud de su diámetro se clasifican en:

- Tuberías de alimentación. El número de estas tuberías estará en función del número de tanques que suministren el agua a la red denominados "tanques de regularización", comenzará en este punto y terminará en la primer derivación, todo esto es válido cuando la red trabaja por gravedad, si por el contrario se trata de un sistema por bombeo, las líneas de alimentación tendrán origen en las estaciones de bombeo y terminarán como las anteriores.
- Tuberías primarias. Llamadas también principales (figura 1.5a), son las segundas en cuanto a dimensión, ya que en estas descargan las líneas de alimentación y son las encargadas de distribuir el agua a las líneas secundarias.
- Tuberías secundarias. Son las encargadas de cubrir en su totalidad el área de servicio proporcionando a las tomas domiciliarias el gasto requerido en la edificación (figura 1.5a).
- Tomas domiciliarias. Son las líneas terminales de una red de distribución localizadas en los predios servidos y son las que alimentan directamente a las instalaciones hidráulicas de las edificaciones (figura 1.1).

Dentro de los accesorios con los que se cuenta, las válvulas de compuerta juegan un papel muy importante en este tipo de sistema, ya que gracias a ellas, se podrá dar mantenimiento constante o en caso de ser necesario realizar alguna reparación suspendiendo provisionalmente la operación en sectores de la red. Son de igual importancia las válvulas de expulsión de aire y de retención, colocándose las primeras en los puntos altos de la tubería para evitar que el aire que se acumule en éstos sitios ocasionando una estrangulación de la sección que pueda llegar a interrumpir el flujo de agua habiendo el riesgo de una expulsión repentina. Por otro lado las válvulas de retención impiden el flujo de agua en la tubería en un sentido.

La inversión total del proyecto por persona varía según las condiciones locales, tales como el origen, el que precise tratamiento o no, la topografía del lugar, etc.

Los factores determinantes en el diseño de la red son los siguientes:

- **Topografía de la localidad.** Es conveniente diseñar una sola red de distribución que abastezca cualquier punto de una localidad. En zonas urbanas no siempre conviene tener una red única que cubra todas las calles, unas veces por tener que distribuir aguas de distinta procedencia y que llegan a la localidad a niveles distintos; otra porque no sea posible situar el tanque de regularización de modo que domine toda la zona por abastecer para dar presiones adecuadas, principalmente cuando el desnivel entre los puntos más altos y bajos es mayor a 50 m.
- **Planimetría de la localidad.** Este factor es determinante para seleccionar el tipo de red por diseñar. En localidades en que se tiene una zona poblada concentrada y otra dispersa, debe estudiarse cuidadosamente la localización de las tuberías, tomando como base el plano de predios habitados, el que se obtendrá el año en que se efectúe el proyecto, a fin de definir las etapas de construcción inmediata y futura.
- **Gasto por distribuir.** La red se diseña generalmente con el gasto máximo horario, el cual se obtiene en función del gasto máximo diario, adoptando para el coeficiente de variación horaria un valor que fluctúe de 1.3 para localidades urbanas pequeñas a 1.5 para los demás (figura 1.10). En la sección 1.2.2 se tratan estos conceptos.
- **Situación y características del tanque de regularización.** La localización del depósito regulador tiene gran influencia y puede tener las variantes que se muestran en la figura 1.5, al igual que si se trata de un tanque superficial o elevado, según sea la situación topográfica de la localidad.

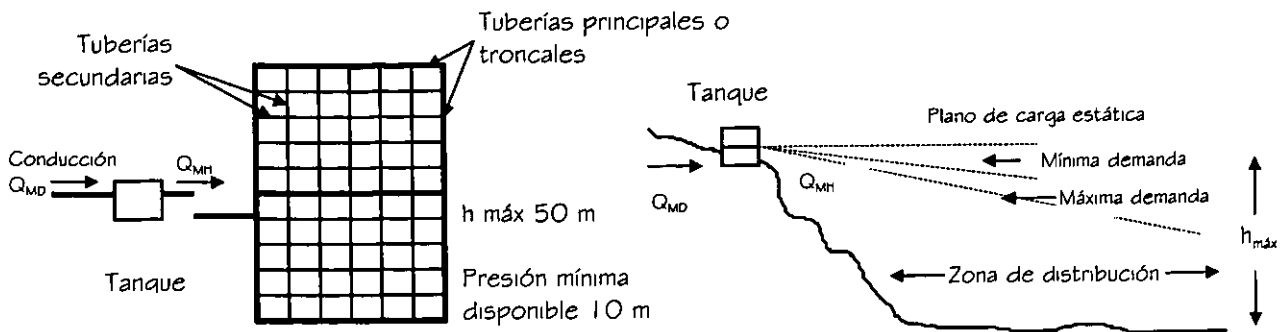


Figura 1.5a Sistema por gravedad

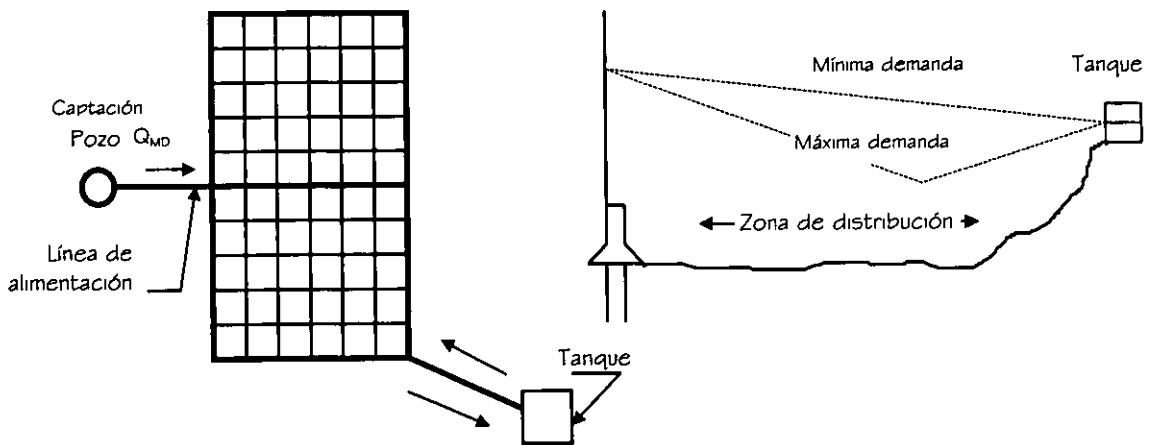


Figura 1.5b Sistema por bombeo con excedencias al tanque de regularización

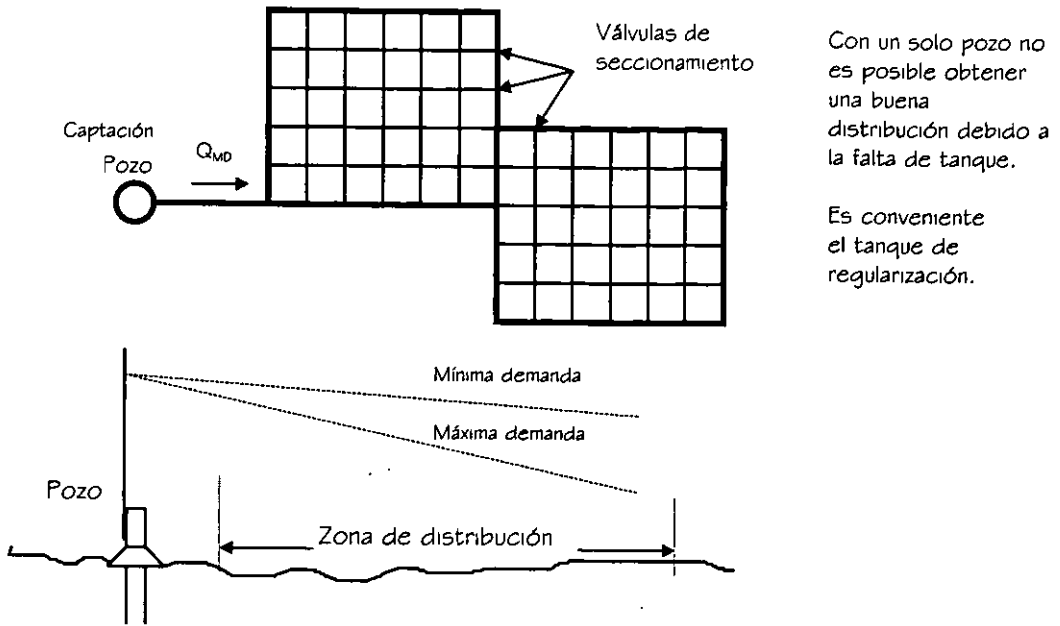


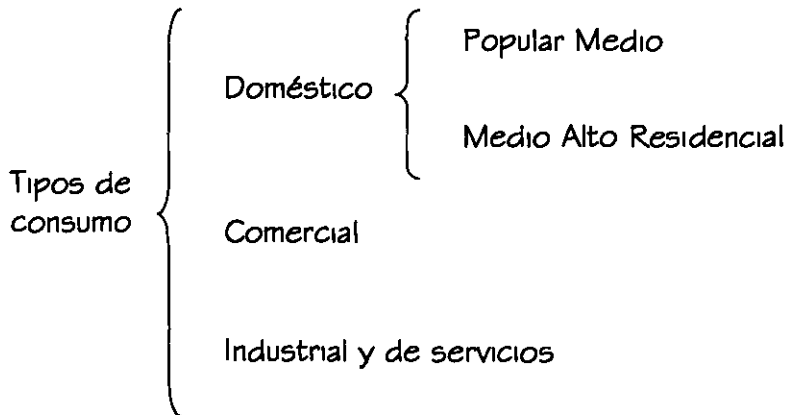
Figura 1.5c Sistema abastecido directamente por bombeo

- Situación de la captación con respecto a la red. La situación de la obra de captación o captaciones que se tengan, influyen de manera notable en el diseño de la red. Los casos más comunes que se presentan están indicados en la figura 1.5.

Existen diversos procedimientos para determinar el comportamiento hidráulico de una red de distribución de agua potable. Este consiste en calcular los gastos que fluyen en las tuberías y las presiones en algunos puntos de la red. Algunos procedimientos proporcionan resultados poco satisfactorios, sin embargo, pueden ser tomados como una base para la aplicación posterior de métodos más precisos.

1.2 Demanda de agua potable

La demanda de agua en un sistema de abastecimiento de agua potable está integrada por la suma del consumo total de los usuarios más las pérdidas físicas de caudal que se presentan en los distintos componentes del mismo, como pueden ser las fugas o tomas clandestinas. Como se puede observar en el cuadro, existen diferentes tipos de consumo, de acuerdo al tipo de uso que se le da al agua:



Los consumos de agua varían con los países e incluso con las regiones; por ejemplo, se consume mayor cantidad de agua en las ciudades que en las zonas rurales. Así, para la región considerada son importantes las condiciones climatológicas e hidrológicas, las costumbres locales y el tipo de actividad que los habitantes desempeñan porque influyen directamente en la cantidad de agua consumida. Existen factores específicos que determinan el consumo, los cuales se describen a continuación:

- ☞ Cantidad de agua disponible: en ocasiones, la dificultad para contar con el agua de las fuentes de abastecimiento limita la cantidad a distribuir. En los casos en donde son abundantes los abastecimientos subterráneos dentro de las comunidades o son fácilmente accesibles otras fuentes de agua se estimula a los consumidores fuertes a desarrollar suministros propios para sus usos especiales, como el acondicionamiento de aire, la condensación y los procesos de manufactura.
- ☞ Tamaño de la población: a medida que una población crece, aumentan sus necesidades de agua, destinada principalmente a usos públicos e industriales.
- ☞ Requerimientos de la población: el consumo per-cápita dependerá de la actividad básica y costumbres de la población, así como de las características de dicha actividad.
- ☞ Clima: los climas extremos son los que más influencia tienen en el consumo de agua, ya que en general, elevan éste cuando el clima es cálido y lo disminuyen cuando el clima es frío; los climas calientes y áridos por un mayor consumo de agua en el aseo personal, acondicionamiento de aire e irrigación. Los climas fríos mediante el agua descargada a través de las llaves para evitar que las tuberías de servicio y los sistemas de distribución se congelen y en ese caso, también se incrementa el consumo debido al uso de calefacción.

- ☞ Nivel económico: los niveles elevados de vida significan un consumo alto de agua, prácticamente para todas las actividades, para la cocina, cuartos de baño y lavandería, riego de prados y jardines, lavado de carros y calefacción unitaria o central. A medida que el nivel económico de una población mejora, aumentan las exigencias en el consumo de agua.
- ☞ Existencia de alcantarillado: cuando una población cuenta con redes de alcantarillado a través de las cuales los materiales de deshecho se eliminan fácilmente, el consumo de agua es más elevado que en poblaciones donde no se cuenta con tal servicio.
- ☞ Clase de abastecimiento: el consumo en poblaciones que cuentan con un sistema público de abastecimiento de agua, es mayor que en aquellas que tienen sólo un sistema rudimentario.
- ☞ Calidad de agua: el consumo de agua aumenta cuando su calidad es mejor debido a que se diversifican sus usos.
- ☞ Presión en la red: la presión en la red afecta el consumo a través de los derroches y pérdidas. Una presión excesiva aumenta la cantidad de agua consumida, debido a las pérdidas en las juntas y en los derroches en piezas defectuosas.
- ☞ Control de consumo: cuanto menos cuesta el agua, mayor es ordinariamente su consumo, particularmente para fines industriales. Además, el uso de medidores provoca una disminución en el consumo de agua ya que el usuario tiene que pagar según el volumen empleado.

1.2.1 Población

En general, el diseño de un sistema de abastecimiento de agua potable, se basa en una estimación de la población futura a la que se servirá, denominada proyecto; este número de habitantes corresponde al que se tendrá al último día del período de diseño que se fijó.

Dependerá de la mayor o menor aproximación que se logre en la predicción de la población el que la obra cumpla su cometido futuro, y que efectivamente al reducirse el grado de incertidumbre en el diseño pueda ser más económica.

Los factores básicos del cambio en la población son dos: a) el aumento natural, o sea el exceso de los nacimientos sobre las muertes; y b) a migración neta, o sea, el

exceso o pérdida de población que resulten del movimiento de las familias hacia adentro y hacia fuera de un área determinada.

Las tasas de natalidad y muerte no se mantienen constantes a través del tiempo, esto es, que al hacer estimaciones de población de una año a otro encierra cierta incertidumbre a inexactitudes.

Es importante señalar que las condiciones socioeconómicas tienen una influencia decisiva sobre los factores de crecimiento de la población, tanto en el aumento natural como en la migración neta. De esto se desprende que el análisis de las condiciones socioeconómicas es importante en la mecánica de la predicción del crecimiento de las poblaciones. No importa el área para la cual se haga la estimación, deberán tenerse en cuenta, tanto la fuerza socioeconómicas internas como las externas. Así como las condiciones de las áreas metropolitanas influyen sobre las comunidades suburbanas.

Los atractivos de una comunidad (agua, alcantarillado, calles pavimentadas, comercios, zonas de recreación), tanto como lugar para vivir, como lugar para trabajar, son también factores importantes en el crecimiento de su población.

La mejor base para estimar las tendencias de la población futura de una comunidad es su pasado desarrollo, y la fuente de información más importante sobre el mismo en México son los censos levantados por el Instituto Nacional de Estadística, Geografía e Informática cada 10 años. Los datos de los censos de población pueden adaptarse a un modelo matemático, como son el aritmético, geométrico, parabólico, etc. Estos y otro modelos se explican a continuación.

a) Modelo Aritmético

El modelo aritmético tiene como característica un incremento de población constante para incrementos de tiempo iguales y, en consecuencia la velocidad de crecimiento, o sea la relación del incremento de habitantes con respecto al período de tiempo es una constante; expresado como ecuación, se tiene:

$$\frac{dp}{dt} = K_a$$

o bien:

$$dP = K_a dt \quad (1.1)$$

donde P es la población ; t es el tiempo y K_a una constante que significa el incremento de población en la unidad de tiempo (año, decenio, etc.). Integrando la ecuación 1.1

$$\int_1^2 dP = K_a \int_1^2 dt$$

$$P_2 - P_1 = K_a (t_2 - t_1) \quad (1.2)$$

De la ecuación 1.2 se obtiene K_a :

$$K_a = \frac{P_2 - P_1}{t_2 - t_1} \quad (1.3)$$

Para un tiempo T cualquiera se tiene la ecuación lineal

$$P = P_2 + K_a (T - T_2) \quad (1.4)$$

Donde el índice "2" se considera para los datos iniciales (P_2 , población inicial en el tiempo t_2).

b) Modelo Geométrico

El modelo geométrico de crecimiento de población se caracteriza por tener una velocidad de crecimiento directamente proporcional al valor de la población en cada instante de tiempo, o sea

$$\frac{dP}{dt} = K_G P$$

ó

$$\frac{dP}{P} = K_G dt \quad (1.5)$$

donde K_G es la velocidad de crecimiento cuando la población P es la unidad.

Integrando la ecuación 1.5 se obtiene

$$\int_1^2 \frac{dP}{P} = K_G \int_1^2 dt$$

$$\ln P_2 - \ln P_1 = K_G (t_2 - t_1) \quad (1.6)$$

Y de la ecuación 1.6

$$K_G = \frac{\ln P_2 - \ln P_1}{t_2 - t_1} \quad (1.7)$$

Para un tiempo T cualquiera:

$$\ln P = \ln P_2 + K_G (T - t_2) \quad (1.8)$$

Cuando se supone un crecimiento en progresión geométrica, los valores que se obtienen para la población futura son mayores que los que se obtendrían si se supone un crecimiento en progresión aritmética.

La expresión 1.8 puede escribirse:

$$\ln P = \ln P_0 + K_G t \quad (1.8')$$

Donde P_0 es la población cuando $t = 0$.

Tomando antilogantmos a (1.8') se obtiene:

$$P = P_0 e^{K_G t} \quad (1.9)$$

La ecuación 1.9 es la conocida como de capitalización con interés compuesto, es decir, el interés periódico se capitaliza aumentando el capital anterior y usualmente e^{K_G} se representa como $(1 + i)$, donde i es la tasa de interés y la expresión P quedará

$$P = P_0 (1 + i)^t \quad (1.10)$$

Ambas expresiones, la 1.8 y la 1.10 corresponden al modelo geométrico de crecimiento, aunque comúnmente se ha aceptado el referirse a la expresión 1.10 como método de interés compuesto.

c) Método de incrementos diferenciales

Este método consiste en considerar que la segunda diferencia entre los datos de población es constante lo cual equivale a ajustar los datos a los de un parábola de segundo grado. Se requiere que los datos sean equidistantes para la aplicación del método.

Ejemplo:

Dados los datos censales siguientes, calcular la población para los años 1980, 1990 y 2000.

Datos Censales	
Año	Población
1970	172000
1980	249000
1990	292000

Solución:

$$i_{70-80} = \sqrt[10]{\frac{249000}{172000}} - 1 = 0.03768$$

esto es, 3.768% anual

Para el siguiente periodo

$$i_{80-90} = \sqrt[10]{\frac{292000}{249000}} - 1 = 0.0160$$

ó 1.60% anual

Una tasa promedio anual será:

$$i_{\text{anual}} = \frac{3.768 + 1.60}{2} = 2.684\%$$

Con estas tasas, se obtiene la población para 2010

$$P_{2010} = 292000 (1 + 0.02684)^{(2010 - 1990)}$$

$$P_{2010} = \underline{495951 \text{ hab.}}$$

d) Modelo Geométrico Decreciente

Cuando la población tiende a un valor máximo denominado "de saturación", es conveniente estimar la población futura con los parámetros de la ley de crecimiento que puede considerarse geométrica decreciente.

La población, puede llegar a ese valor máximo de saturación, a causa de limitaciones de sus recursos económicos, naturales, o del área urbanizable, por ejemplo. La velocidad de crecimiento sería directamente proporcional a la población faltante de saturación, es decir:

$$\frac{dP}{dt} = K_D(L - P) \quad (1.11)$$

donde L es la población máxima o de saturación. La función de población se obtiene integrando la expresión 1.11:

$$\int_1^2 \frac{dP}{L - P} = K_D \int_1^2 dt - \ln(L - P) \Big|_1^2 = K_D(t_2 - t_1) - \ln \frac{(L - P_2)}{(L - P_1)} = K_D(t_2 - t_1)$$

de donde

$$K_D = \frac{-\ln \frac{(L - P_2)}{(L - P_1)}}{t_2 - t_1} \quad (1.12)$$

Para una población P a un tiempo futuro T, tomando como datos iniciales P₂ al tiempo t₂, se tiene:

$$-\ln \frac{(L - P)}{(L - P_2)} = K_D(T - t_2)$$

o bien

$$\ln \frac{L - P}{L - P_2} = -K_D(T - t_2)$$

$$\frac{L-P}{L-P_2} = e^{-K_D(T-t_2)}$$

$$L-P = (L-P_2)e^{-K_D(T-t_2)}$$

$$-P = -L + (L-P_2)e^{-K_D(T-t_2)}$$

$$P = L - (L-P_2)e^{-K_D(T-t_2)}$$

Restando P_2 a ambos lados de la igualdad

$$P - P_2 = (L - P_2) - (L - P_2)e^{-K_D(T-t_2)}$$

asociando

$$P = P_2 + (L - P_2)(1 - e^{-K_D(T-t_2)}) \quad (1.13)$$

e) Modelo Logístico o Biológico

Este modelo se usa para planeaciones a largo plazo con recursos fijos en vías de desarrollo, en consecuencia tiende a una población máxima limitada, generalmente para grandes ciudades o países. La concepción del modelo corresponde al crecimiento que tienen las moscas o cualquier otro insecto en un espacio fijo y con alimentación limitada, en donde al inicio la velocidad de crecimiento aumenta hasta un cierto valor a partir del cual decrece tendiendo al valor nulo por disminución de alimento y contaminación del medio. La teoría para la población la formuló P.F. Verhulst en 1844 y la aplicó R. Pearl en 1924 a los estudios demográficos. La curva de crecimiento de población tiene forma de S (figura 1.6). Se le denomina comúnmente como el "Método de la S logística".

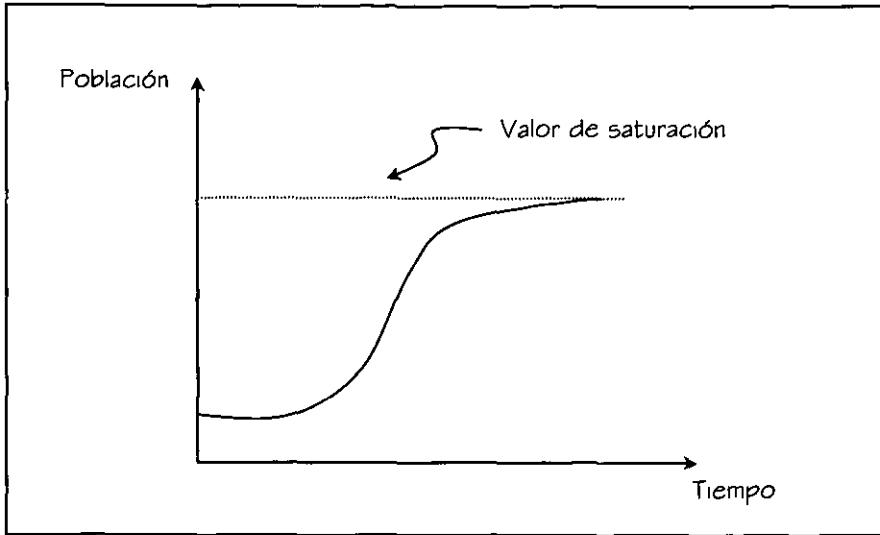


Figura 1.6 Curva logística de crecimiento.

Por supuesto, a lo largo del tiempo las condiciones de desarrollo de una ciudad cambian y cualquier punto de la curva puede ser el arranque de otra nueva para otros factores de crecimiento, tales como desarrollos turísticos, recursos naturales por explotar (bosques, tierras de cultivo, etc.), afectaciones que se sufren por desarrollos cercanos o regionales, políticas demográficas o ejecución de obras de infraestructura.

El modelo matemático se plantea con la ecuación diferencial

$$\frac{dP}{dt} = K_B P(L - P) \quad (1.14)$$

f) Modelo de polinomio cúbico

Este método considera que la curva de crecimiento se aproxima a la de un polinomio cúbico del tipo:

$$P = a + bx + cx^2 + dx^3 \quad (1.15)$$

En donde $x =$ año.

Para aplicar este método se requiere contar con al menos cuatro datos.

g) Método de extensión de la curva a ojo.

Este método consiste en graficar los datos de población en papel milimétrico. Se forma un par de ejes coordenados: el de las ordenadas para los datos de población y el de las abscisas para las fechas a que corresponden dichos datos.

Una vez que se tienen los puntos localizados, se unen por medio de una línea que será la curva representativa de la población. Esta curva se prolonga siguiendo la tendencia anterior, hasta el tiempo futuro deseado, encontrado así la población en el eje de las ordenadas.

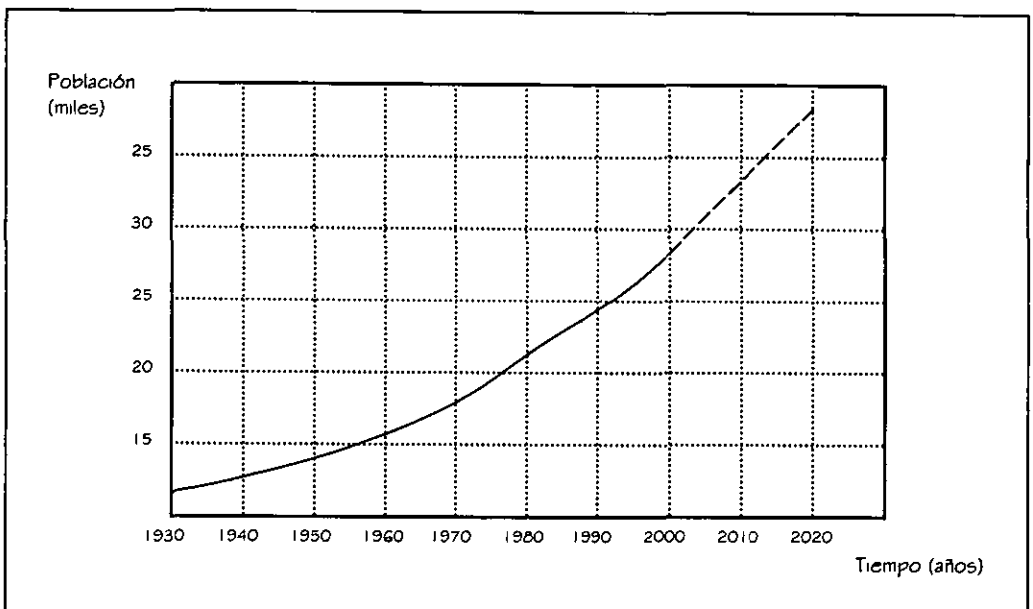


Figura I.7 Método de extensión de la curva a ojo

h) Método de comparación con otras poblaciones

En este método es necesario investigar otras poblaciones semejantes en costumbres, actividades, desarrollo, clima y situación geográfica, a la población en estudio y suponer que ésta tendrá un desarrollo similar. Las poblaciones comparadas deberán tener una población superior a la estudiada en el momento que se haga el proyecto.

Para la solución de un problema por este método se dibuja una gráfica semejante al método anterior, sólo que ahora se graficará en papel con rayado semilogarítmico. El eje de las abscisas, en escala natural, representará los tiempos y el eje de las

ordenadas, en escala logarítmica, la población. Una vez graficada la población en estudio y las semejantes a ésta se tomarán todas las curvas a partir del último registro de la población en estudio y se pasarán paralelas, haciendo coincidir la parte inicial de éstas con la parte final de la estudiada. A través de estas líneas se traza una intermedia que sea representativa de la población futura.

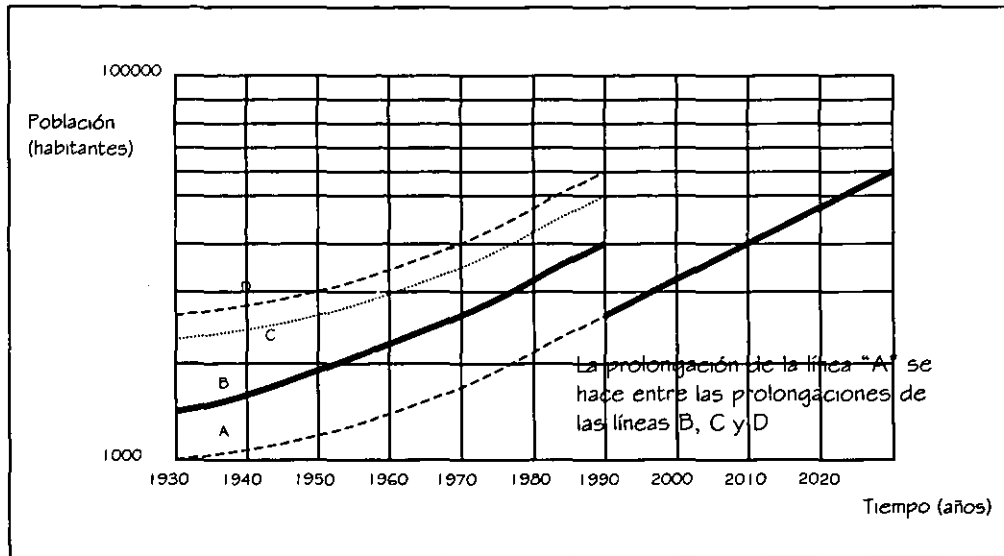


Figura I.8 Método de comparación con otras poblaciones

h) Predicción de series cronológicas.

A diferencia de los métodos anteriores, en este método se utiliza toda la información disponible que se considera representativa y adecuada (información seleccionada).

La tendencia de una series cronológica puede ser descrita por un recta si en cada intervalo de tiempo la serie aumenta o disminuye en una cantidad constante. Para determinar la recta que se apega a la estudiada, se utiliza el método de los mínimos cuadrados.

i) Método de los mínimos cuadrados

Una relación lineal entre dos variables queda representada por una línea recta cuya ecuación general es $y = a + bx$. El método de los mínimos cuadrados es el

procedimiento matemático utilizado para determinar los valores numéricos de las constantes "a" y "b" en la ecuación. El método utiliza el conjunto de observaciones que en este caso son años y número de habitantes.

Para tomar en cuenta los distintos requerimientos de los usuarios domésticos, también se puede considerar el nivel socioeconómico de los usuarios con base en el número de salarios mínimos que aportan al ingreso familiar; de esta manera, el tipo doméstico se divide de la siguiente manera: en popular (menos de 3 salarios mínimos), en medio (entre 3 y 7 salarios mínimos), en medio alto (7 y 17 salarios mínimos) y en residencial (más de 17 salarios mínimos).

Para calcular el consumo es necesario estimar la población correspondiente a cada tipo de usuario y la dotación promedio a cada uno de ellos.

1.2.2 Dotación de agua potable

Consumo

Los consumos de agua varían con los países e incluso con la regiones; así, en las ciudades se consume mayor cantidad que en las zonas rurales. En efecto, las condiciones climatológicas e hidrológicas de la región considerada, las costumbres locales y el género de actividad de los habitantes tienen una influencia directa en las cantidades de agua consumida. Específicamente, los factores que determinan el consumo son los que se describen a continuación:

Cantidad de agua disponible; la dificultad para contar con el agua de las fuentes de abastecimiento limita en ocasiones la cantidad que se distribuye. Cuando son abundantes los abastecimientos subterráneos dentro de las comunidades, o son fácilmente accesibles otras fuentes de agua, se estimula a los consumidores fuertes a desarrollar suministros propios para sus usos especiales, tales como acondicionamiento de aire, condensación y procesos de manufactura.

Tamaño de la población; a medida que una población crece, aumentan sus necesidades de agua, destinada principalmente a usos públicos e industriales.

Requerimientos de la población; el consumo per-cápita dependerá de la actividad básica y costumbres de la población, así como las características de dicha actividad.

Clima; los climas extremos son los que más influencia tienen en el consumo de agua, ya que en general, elevan éste cuando el clima es cálido y lo disminuyen

cuando el clima es frío; los climas caliente y áridos por un mayor consumo de agua en el aseo personal, acondicionamiento de aire e irrigación. Los climas fríos, mediante el agua descargada a través de las llaves para evitar que las tuberías de servicio y los sistemas de distribución se congelan y en ese caso, también se incrementa el consumo debido al uso de calefacción.

Nivel económico; los niveles elevados de vida significan un consumo alto de agua prácticamente para todas las actividades, para la cocina, cuartos de baño y lavanderías, riego de prados y jardines, lavado de autos y calefacción unitaria o central. A medida que el nivel económico de una población mejora, aumentan las exigencias del consumo de agua.

Existencia de alcantarillado; cuando una población cuenta con redes de alcantarillado a través de las cuales los materiales de deshecho se eliminan fácilmente, el consumo de agua es más elevado que en poblaciones donde no se cuenta con tal servicio.

Clase de abastecimiento; el consumo en poblaciones que cuentan con un sistema público de abastecimiento de agua, es mayor que en aquellas que tienen sólo un sistema rudimentario.

Calidad del agua; el consumo de agua aumenta cuando la su calidad es mejor debido a que se diversifican sus usos.

Presión en la red; la presión en la red afecta el consumo a través de los derroches y pérdidas. Una presión excesiva aumenta la cantidad de agua consumida, debido a que las pérdidas en las juntas y en los derroches de piezas defectuosas.

Control de consumo; cuanto menos cuesta el agua, mayor es ordinariamente su consumo particularmente para fines industriales. Además, el uso de medidores provoca una disminución en el consumo de agua ya que el usuario tiene que pagar según el volumen empleado.

Dotación

Se denomina dotación a la cantidad de agua que requiere un ser humano para satisfacer principalmente sus necesidades de alimentación y de higiene. Desde el punto de vista del servicio, se entiende por dotación a "la cantidad de agua que se asigna a cada habitante para su consumo de agua en un día medio anual". La dotación de agua potable, es función del clima, sus costumbres, del costo de agua distribuida y de las medidas de control para evitar fugas y desperdicios.

Se considera para fines de proyecto, en primer lugar la aplicación de los datos experimentales que se recaben en la población en cuestión, esto es de los registros de consumos con que cuente el usuario o el organismo operador en el período de tiempo en el que se maneje (ya sea mensual o bimestral), se recaba toda la información posible para calcular un promedio de la dotación diaria por habitante en la zona de interés, por lo que también se requiere conocer el número de habitantes por registro.

Otra forma de estimar la dotación de agua potable es que se adapten los valores de otras comunidades en condiciones similares o, a falta de éstos se acatan normas de dotación media en función del número de habitantes y el clima, como se indica en la tabla 1.1, aplicable a las poblaciones del país, expresada en litros por habitante por día (l/hab/d) (Normas de proyecto para obras de aprovisionamiento de agua Potable en Localidades Urbanas de la República Mexicana. Dirección General de Agua Potable y Alcantarillado, SRH, 1974).

Tabla 1.1 Dotación de agua potable (l/hab/d)

Fuente: César Váldez, 1991

Número de Habitantes	Clima		
	Cálido	Templado	Frío
2500 a 15,000	150	125	100
15,000 a 30,000	200	150	125
30,000 a 70,000	250	200	175
70,000 a 150,000	300	250	200
Mayor de 150,000	350	300	250

En un estudio que se realizó en 1997 en el Distrito Federal, permitió estimar la dotación con un valor promedio cercano a 196 l/hab/d, además se calculó el porcentaje que presenta el consumo por tipo de usuario con respecto al consumo total en el mismo año. El consumo doméstico representó el 73.77%, el comercial, industrial y de servicios el 26.23%.

La tabla 1.2 toma en cuenta el uso doméstico del agua que varía como se especifica en litros por habitante y por día.

Tabla 1.2 Variación del consumo doméstico de agua (l/hab/d)

Fuente: César Váldez, 1991

Para bebida, cocina y limpieza	De 20 a 30
Descarga de muebles sanitarios	De 30 a 45
Para baño de regadera	De 20 a 30
Total	De 70 a 105

En esta tabla hay que agregar lavado de coches a razón de 20 a 200 litros por vehículo, el riego de patios y jardines que usan de 1 a 7 litros diarios por metro cuadrado y el uso de aire acondicionado a razón de 100 a 500 litros diarios por habitante.

Un desglose del consumo doméstico de agua proporciona los diferentes usos en la siguiente forma: 41% para descarga de sanitarios, 37% para lavado y baños, 6% para uso culinario, 5% para agua potable, 4% para lavado de ropa, 3% para limpieza general del hogar, 3% para riego de jardín y 1% para lavado de autos.

Porcentaje del empleo del agua en las diferentes actividades domésticas

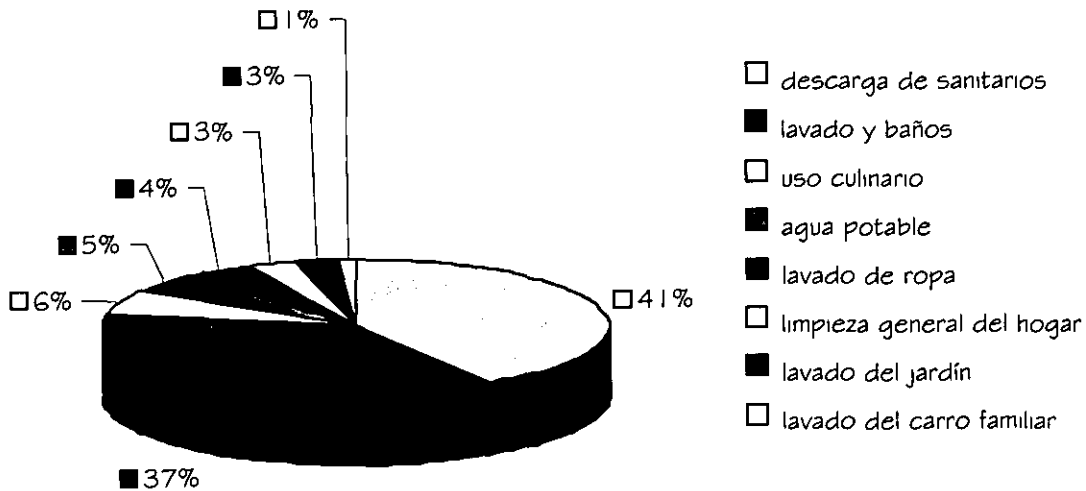


Figura 1.9 Desglose del consumo doméstico de agua

1.2.3 Cálculo de los consumos de agua potable

El consumo medio anual de agua en una población es el que resulta de multiplicar la dotación por el número de habitantes y por los 365 días del año:

$$V_{ma} = \frac{D \times P \times 365}{1000} \quad (1.16)$$

donde:

V_{ma} : consumo medio anual en m^3

D: dotación en l/hab/d

P: número de habitantes

El consumo medio diario anual (V_{md}) en m^3 , es:

$$V_{md} = \frac{D \times P}{1000} \quad (1.17)$$

y el gasto medio diario anual (Q_m) en litros por segundo es:

$$Q_m = \frac{D \times P}{86400} \quad (1.18)$$

donde 86400 son los segundos que tiene un día.

El gasto medio diario es la cantidad de agua requerida para satisfacer las necesidades de una población en un día de consumo promedio.

Debido a las condiciones que ya se explicaron anteriormente, como el clima, los días de trabajo, etc., tienden a causar amplias variaciones en el consumo de agua. Durante la semana, el lunes se producirá el mayor consumo y el domingo el más bajo. En algunos meses se observará un promedio diario de consumo más alto que el promedio anual. Especialmente el tiempo caluroso producirá una semana de máximo consumo y ciertos días superarán a otros en cuanto a su demanda. También se producen puntas de demanda durante el día. Habrá una punta por la mañana al empezar la actividad del día y un mínimo hacia las cuatro de la madrugada. Por lo que existirá un gasto máximo de máximos (Q_{mm}) que se presentará el día del año con máxima demanda.

Las variaciones día a día reflejan la actividad doméstica e industrial (los domingos se presenta una demanda muy baja). Las fluctuaciones de hora a hora producen un máximo cercano al medio día y mínimo las primeras horas de la mañana.

El gasto máximo diario alcanzará probablemente el 120% del medio anual y puede llegar hasta el 150%, es decir

$$Q_{MD} = Q_m \times CVD \quad (1.19)$$

donde:

Q_{MD} : gasto máximo diario en litros por segundo

Q_m : gasto medio anual en litros por segundo

CVD: coeficiente de variación diaria

El gasto máximo horario será probablemente alrededor del 150% del promedio para aquel día y puede llegar hasta el 200%, o sea

$$Q_{MH} = Q_m \times CVD \times CVH \quad (1.20)$$

donde

Q_{MH} : gasto máximo horario en litro por segundo

CVH : coeficiente de variación horaria

De acuerdo con los Lineamientos Técnicos de la Comisión Nacional del Agua (CNA), se tienen los siguientes valores de los coeficientes de variación:

CVD de 1.2 a 1.5

CVH de 1.5 a 2.0

Los valores comúnmente usados para proyectos en la República Mexicana son:

$$CVD = 1.2$$

$$CVH = 1.5$$

Los gastos de diseño para los componentes de un sistema de abastecimiento de agua potable se indican en el cuadro de la figura 1.10.

La exactitud en el cálculo del consumo de agua, también depende de la estimación de la población, la cual va a ser servida.

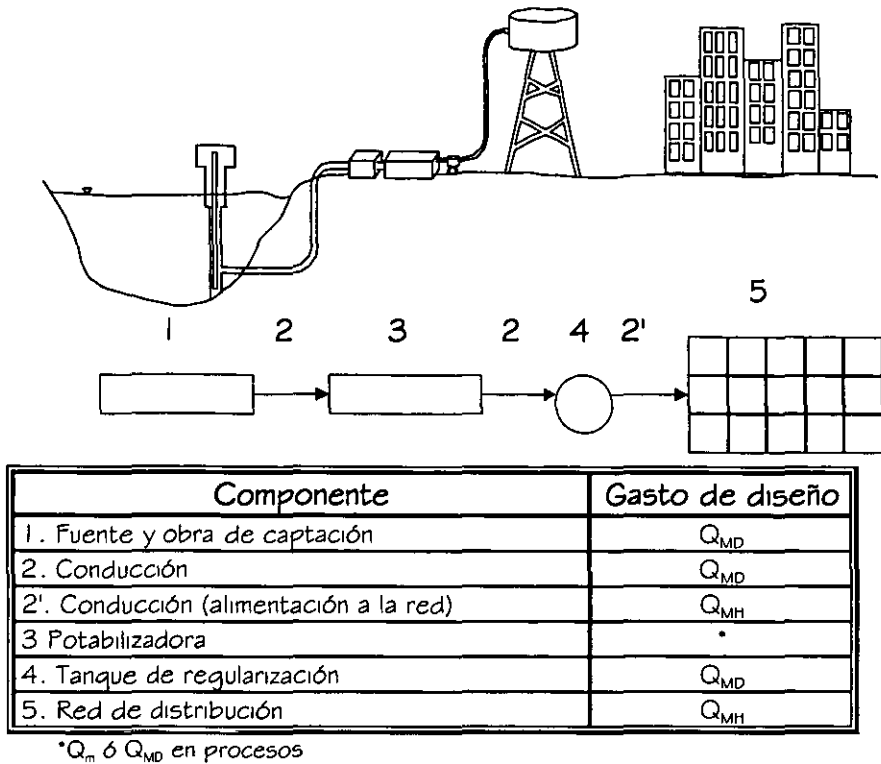


Figura 1.10 Componentes del sistema de abastecimiento y sus gastos de diseño

Frecuentemente la población estimada es inexacta independientemente del método de cálculo que sea utilizado, debido a que los límites del abastecimiento de agua, no coinciden con los límites de los censos de población, los censos no están actualizados, y puede ser difícil estimar el número de emigrantes o visitantes temporales en la población.

Cuando sea difícil estimar la población, podrá calcularse el consumo diario, con la siguiente fórmula empírica a partir del gasto máximo instantáneo:

$$D = 0.36 Q_{m\acute{a}x} H$$

Donde

D: demanda diaria

$Q_{m\acute{a}x}$: gasto máximo instantáneo

H: duración del período de máxima demanda (entre 1 y 4 horas)

Otra manera de obtener el gasto máximo diario sería en litros por segundo

$$Q_{MD} = Q_m \times k_1$$

En donde a k_1 , se le asigna un valor de acuerdo al tipo de clima en la siguiente tabla:

Tabla 1.3 Valores de k_1 de acuerdo al clima

Tipo de clima	k_1
Clima uniforme	1.20
Clima variable	1.35
Clima extremoso	1.50
Clima seco	1.80
Clima muy extremoso	1.75

De esta forma el gasto máximo horario (Q_{MH}), para el cálculo de la red de distribución en l/s será

$$Q_{MH} = Q_{MD} \times K_2$$

Donde $1.4 < k_2 < 1.8$

En ocasiones, algunos proyectistas, obtienen un gasto específico (Q_E) para el cálculo de la red, en l/s por metro.

$$Q_E = \frac{Q_{MH}}{\text{longitud total de la red}}$$

1.2.4 Variaciones de la demanda

El consumo de agua varía con las estaciones, los días de la semana y las horas del día. Se presentan máximos de estación durante las estaciones de calor y sequía, cuando se consumen grandes volúmenes de agua para refrescar al hombre y a los animales, riego de áreas verdes, llenar piscinas, alimentar lavadoras o enfriar los condensadores del equipo de acondicionamiento de aire.

Un típico consumo en invierno es aproximadamente un 80% del consumo promedio anual, mientras que en verano es un 30% más grande. Estas variaciones se presentan comúnmente, por lo tanto se tiene que valorar para cada comunidad, debido a que las diferencias pueden ser significantes dependiendo de los cambios de clima por estación. La máxima demanda diaria puede estar considerada en un 180% del promedio diario, con variaciones del 120 al 400%.

En ciudades con climas fríos, ocurren máximos de estación durante el frío extremo en el invierno, así para evitar que los servicios y tuberías domésticos se congelen se deja correr agua al drenaje y también cuando existen fugas en las unidades de las tuberías debido a que los metales se contraen con el frío.

Entre los usos de estación del agua se encuentra el proceso de productos agrícolas en el tiempo de cosecha y los cambios de consumo entre los abastecimientos subterráneos privados en el verano y suministros superficiales públicos durante el invierno, para obtener provecho de temperaturas inferiores.

Deben conocerse las variaciones normales de consumo, para diseñar apropiadamente las tuberías de abastecimiento, los depósitos de servicio y las líneas de distribución. Además, deberá haber márgenes adecuados por consumos súbitos, fuertes e imprevisibles, para combatir incendios.

Curvas de demanda horaria

La demanda de agua de una comunidad varía considerablemente en el curso de un día. El consumo de agua es más elevado durante las horas en que se usa para higiene personal, la limpieza, cuando se realiza la preparación de alimentos y el lavado de la ropa. Durante la noche, el uso del agua será el más bajo.

La demanda diaria de agua en una comunidad variará durante el año debido al patrón estacional del clima, la situación de trabajo (por ejemplo, época de cosecha) y a otros factores, tales como eventos culturales o regionales. Las cifras típicas para el uso común y otros requerimientos de agua, son cantidades promedio. Por lo general, se calcula la demanda máxima diaria añadiendo del 10 al 30% a la demanda diaria promedio. Así el factor pico para la demanda diaria (k_1) será de 1.1 a 1.3.

Para la Ciudad de México, la ley de variación horaria fue determinada en el Instituto de Ingeniería de la UNAM a partir de las mediciones de presiones de la red. La demanda horaria se estableció al relacionar el gasto instantáneo Q al gasto promedio Q_m en el día. Las relaciones obtenidas (Q/Q_m) se muestran en la tabla 1.3. la curva de variación horaria se muestra en la figura 1.11.

Tabla 1.4 Ley de variación horaria en D.F.

Fuente: CNA, 1996

t(h)	Q/Qm	t(h)	Q/Qm
0-1	0.570	12-13	1.495
1-2	0.560	13-14	1.430
2-3	0.550	14-15	1.50
3-4	0.560	15-16	1.250
4-5	0.580	16-17	1.175
5-6	0.650	17-18	1.125
6-7	0.800	18-19	1.100
7-8	1.000	19-20	1.075
8-9	1.300	20-21	1.000
9-10	1.425	21-22	0.780
10-11	1.475	22-23	0.650
11-12	1.500	23-24	0.600

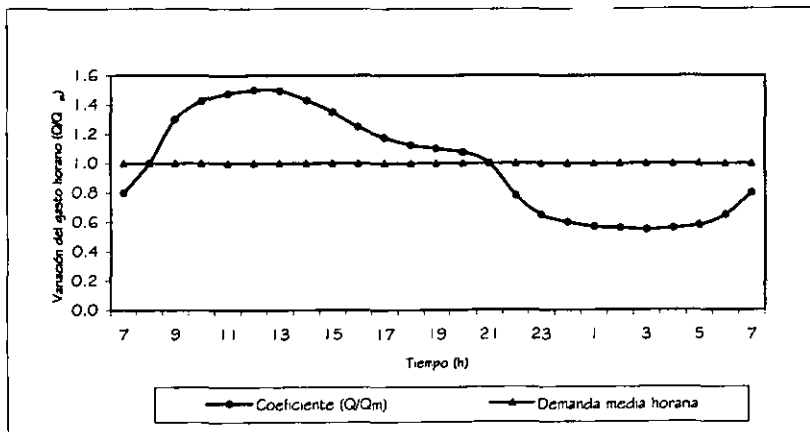


Figura 1.11 Variación de la demanda para la Ciudad de México

Se presenta, como comparación, otra curva de variación del gasto de demanda aplicable a diferentes ciudades de la República Mexicana.

Tabla 1.5 Ley de variación horaria para ciudades de la República Mexicana
(Fuente: CNA, 1994)

t (h)	Q/Q _m	t (h)	Q/Q _m
0:00	0.606	12:00	1.288
1:00	0.616	13:00	1.266
2:00	0.633	14:00	1.216
3:00	0.637	15:00	1.201
4:00	0.651	16:00	1.196
5:00	0.828	17:00	1.151
6:00	0.938	18:00	1.121
7:00	1.199	19:00	1.056
8:00	1.307	20:00	0.901
9:00	1.372	21:00	0.784
10:00	1.343	22:00	0.710
11:00	1.329	23:00	0.651

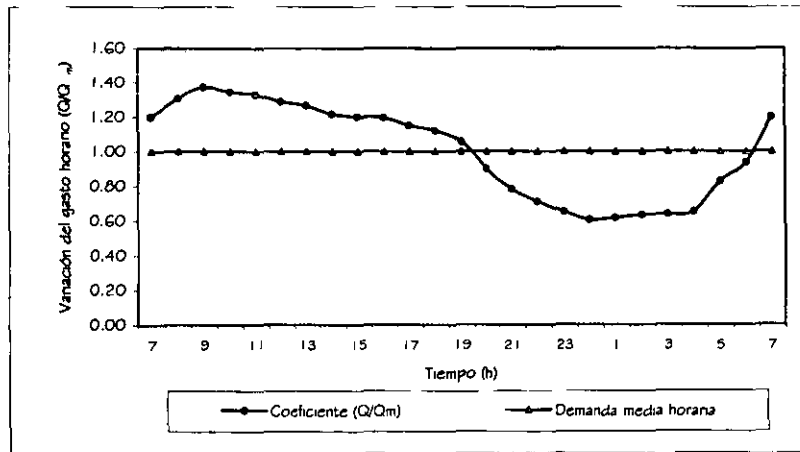


Figura 1.12 Variación horaria promedio de la demanda para ciudades de la República Mexicana

La variación horaria en la demanda de agua durante el día frecuentemente es mucho mayor. Generalmente, se pueden observar dos períodos de pico, uno en la mañana y otro en la tarde. Se puede expresar la demanda de la hora pico como la de demanda horaria promedio multiplicada por el factor horario de pico (k_2). Para un área particular de distribución, este factor depende del tamaño y carácter de la comunidad servida.

Tabla 1.6 Ley de variación horaria para poblaciones pequeñas

(Fuente: CNA, 1994)

t (h)	Q/Q _m	t (h)	Q/Q _m
0:00	0.45	12:00	1.20
1:00	0.45	13:00	1.40
2:00	0.45	14:00	1.40
3:00	0.45	15:00	1.30
4:00	0.45	16:00	1.30
5:00	0.60	17:00	1.20
6:00	0.90	18:00	1.00
7:00	1.35	19:00	1.00
8:00	1.50	20:00	0.90
9:00	1.50	21:00	0.90
10:00	1.50	22:00	0.80
11:00	1.40	23:00	0.60

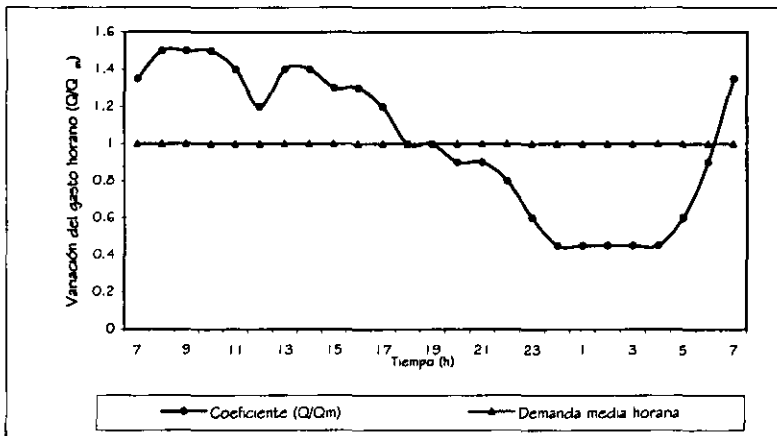


Figura 1.13 Variación horaria para poblaciones pequeñas

Fuente: CNA, 1994

Determinación de la capacidad del tanque regulador

El tanque de regulación se diseña de forma tal que sea capaz de almacenar el agua que se acumula durante los intervalos en que el gasto de salida (conducido a la red) es menor que el de entrada (intervalos de menor demanda) y mantener además en él un volumen de reserva destinado a satisfacer los requerimientos cuando el gasto de salida es mayor que el de ingreso (horas de mayor demanda). De acuerdo con esto, resulta importante para la determinación de la demanda, conocer la ley de variación horaria que la rige y establecer, a partir de esta variación, la correspondiente variación del volumen dentro del tanque.

En algunas ocasiones, el gasto que ingresa a un tanque no es constante, como por ejemplo cuando es abastecido por bombeos cuya política de operación varía a lo largo del día. En este caso es preciso establecer claramente el valor del gasto de ingreso en forma horaria, inclusive es conveniente establecer la variación con base en registros del valor del caudal durante varios días, pues entre un día y otro pueden existir diferencias en la variación del suministro que conviene uniformizarlas para obtener valores medios representativos. También se puede presentar el caso de que el gasto de ingreso sea constante en una temporada pero varíe en ciertas épocas del año, como sucede, por ejemplo, en algunos casos en los que el tanque es abastecido por manantiales. Para este caso es importante no ignorar estas variaciones y diseñar el tanque para la condición más desfavorable que se presente para el gasto mínimo de suministro.

Existen dos métodos para calcular el volumen de un tanque regulador, y en ambos se puede optar por hacer el cálculo ya sea directamente con los volúmenes que tendrá el tanque o con porcentajes del volumen demandado (por hora o por día). El primero de ellos es el método analítico y el segundo es el método gráfico.

El análisis se realiza usualmente a intervalos de una hora con las condiciones críticas tanto de demanda como de abastecimiento al tanque.

Con el siguiente ejemplo, se ilustran los métodos de solución, tanto el analítico como el gráfico.

a) Método analítico.

Este método consiste en determinar la variación del volumen del tanque dado el gasto de ingreso y la ley de variación horaria de la demanda expresada como un porcentaje del gasto medio demandado por la población.

Ejemplo 1.1

Determinar la capacidad de almacenamiento que el tanque requiere, para mantener un abastecimiento de agua constante de $2 \times 10^6 \text{ m}^3/\text{mes}$, si en la tabla 3.7 se tienen los siguientes valores de los escurrimientos medios mensuales. Resolverlo por los dos métodos.

Tabla 1.7 Escurrimientos medios mensuales

Mes	Escurrimiento Q_e (10^6 m^3)	Mes	Escurrimiento Q_e (10^6 m^3)
1	9.0	10	0.4
2	10.8	11	0.5
3	4.2	12	0.9
4	2.8	13	1.1
5	1.2	14	2.0
6	1.1	15	5.5
7	0.9	16	10.5
8	0.5	17	3.5
9	0.6	18	2.5

Solución

Es necesario realizar una tabla de cálculo para la solución gráfica y numérica del problema, en la tabla 1.8, se muestran estos cálculos. El significado de cada columna se describe enseguida.

- El mes y su correspondiente escurrimiento, se encuentran en la columna 1 y 2 respectivamente.
- El escurrimiento acumulado, está en la columna 3.
- La demanda de abastecimiento de agua aparece en la columna 4.
- El déficit (escurrimiento - demanda de agua), está calculado en la columna 5. El signo menos significa que la demanda de agua excede al escurrimiento y existe un déficit.
- El déficit acumulado, se muestra en la columna 6. Los números en el paréntesis representan el excedente acumulado. El máximo déficit acumulado representa la cantidad requerida en el tanque de almacenamiento.

Tabla 1.8 Cálculos necesarios para la solución del ejemplo 1.1

Mes	Escorrentamiento $Q_e \cdot 10^6 \text{ m}^3$	Escorrentamiento acumulado $Q_e \cdot 10^6 \text{ m}^3$	Demanda de agua $Q_D \cdot 10^6 \text{ m}^3$	Déficit ($Q_e - Q_D$) 10^6 m^3	Déficit acumulado ($Q_e - Q_D$) 10^6 m^3
1	9.0	9.0	2.0	7.0	0.0 (7.0)
2	10.8	19.8	2.0	8.8	0.0 (15.8)
3	4.2	24.0	2.0	2.2	0.0 (18.0)
4	2.8	26.8	2.0	0.8	0.0 (18.8)*
5	1.2	28.0	2.0	-0.8	-0.8
6	1.1	29.1	2.0	-0.9	-1.7
7	0.9	30.0	2.0	-1.1	-2.8
8	0.5	30.5	2.0	-1.5	-4.3
9	0.6	31.1	2.0	-1.4	-5.7
10	0.4	31.5	2.0	-1.6	-7.3
11	0.5	32.0	2.0	-1.5	-8.8
12	0.9	32.9	2.0	-1.1	-9.9
13	1.1	34.0	2.0	-0.9	-10.8*
14	2.0	36.0	2.0	0.0	-10.8
15	5.5	41.5	2.0	3.5	-7.3
16	10.5	52.0	2.0	8.5	0.0 (1.2)*
17	3.5	55.5	2.0	1.5	0.0 (2.7)
18	2.5	58.0	2.0	0.5	0.0 (3.2)

- * Es el máximo de reserva con el que se cuenta para el período de sequía
- * Es el máximo déficit, o la demanda máxima en el período de sequía. El déficit máximo acumulado, representa la capacidad necesaria para el tanque de almacenamiento.
- * El tanque de reserva se vuelve a llenar para el siguiente período de sequía.

b) Método gráfico.

La solución gráfica requerida, se muestra en la figura 1.14. Los puntos clave en la elaboración de la solución gráfica son los siguientes:

- Primero, los valores de la columna 3 son utilizados para dibujar la curva del escurrimiento.
- A continuación, se dibuja una línea del origen con una pendiente igual a la demanda de agua mensual.
- Para determinar la capacidad necesaria en el tanque de almacenamiento, se dibuja una línea paralela a la línea de la demanda, pero comenzando en el punto de tangencia al inicio del período de sequía. La distancia vertical máxima entre la línea antes trazada (con pendiente igual a la demanda de agua $2 \times 10^6 \text{ m}^3$) y la curva del

escurrimiento acumulado, representa la capacidad requerida. Como se muestra en la figura 1.14, el valor de la capacidad es $10.8 \times 10^6 \text{ m}^3$, el cual es el mismo valor obtenido con el método aritmético.

El factor de pico horario tiende a ser elevado para poblados rurales pequeños, por lo general, es menor para comunidades más grandes y pequeños pueblos. En lugares en donde los tanques en los techos y otros recipientes de almacenamiento de agua son comunes, se reducirá en mucho el factor horario de pico. En general se escoge el factor k_2 en la escala de 1.5 a 2.

Típicamente se diseña un sistema de distribución de agua para satisfacer la demanda horaria máxima. Se puede calcular esta demanda máxima por hora como:

$$k_1 \times k_2 \times \text{demanda horaria promedio}$$

Cuando se tienen varias curvas masa debido a que el tanque cuenta con varias entradas o salidas, se suman para obtener las curvas resultantes representativa, tanto de entrada como de salida.

El volumen del tanque se obtiene gráficamente al combinar las curvas masas de ingreso y de salida trazándolas en un mismo sistema de ejes coordenados (tiempo-volumen). Si la curva masa de entrada está por arriba de la salida representa un excedente; en caso contrario, equivale a un faltante.

Como todos los métodos gráficos, éste es susceptible de error en la apreciación de las lecturas; además, requiere cierta destreza para trazar las curvas. Finalmente, puede resultar difícil ajustar gráficamente las curvas para lograr un balance entre los ingresos y las demandas. Por lo anterior puede ser más conveniente usar el método analítico para diseñar un tanque de regulación.

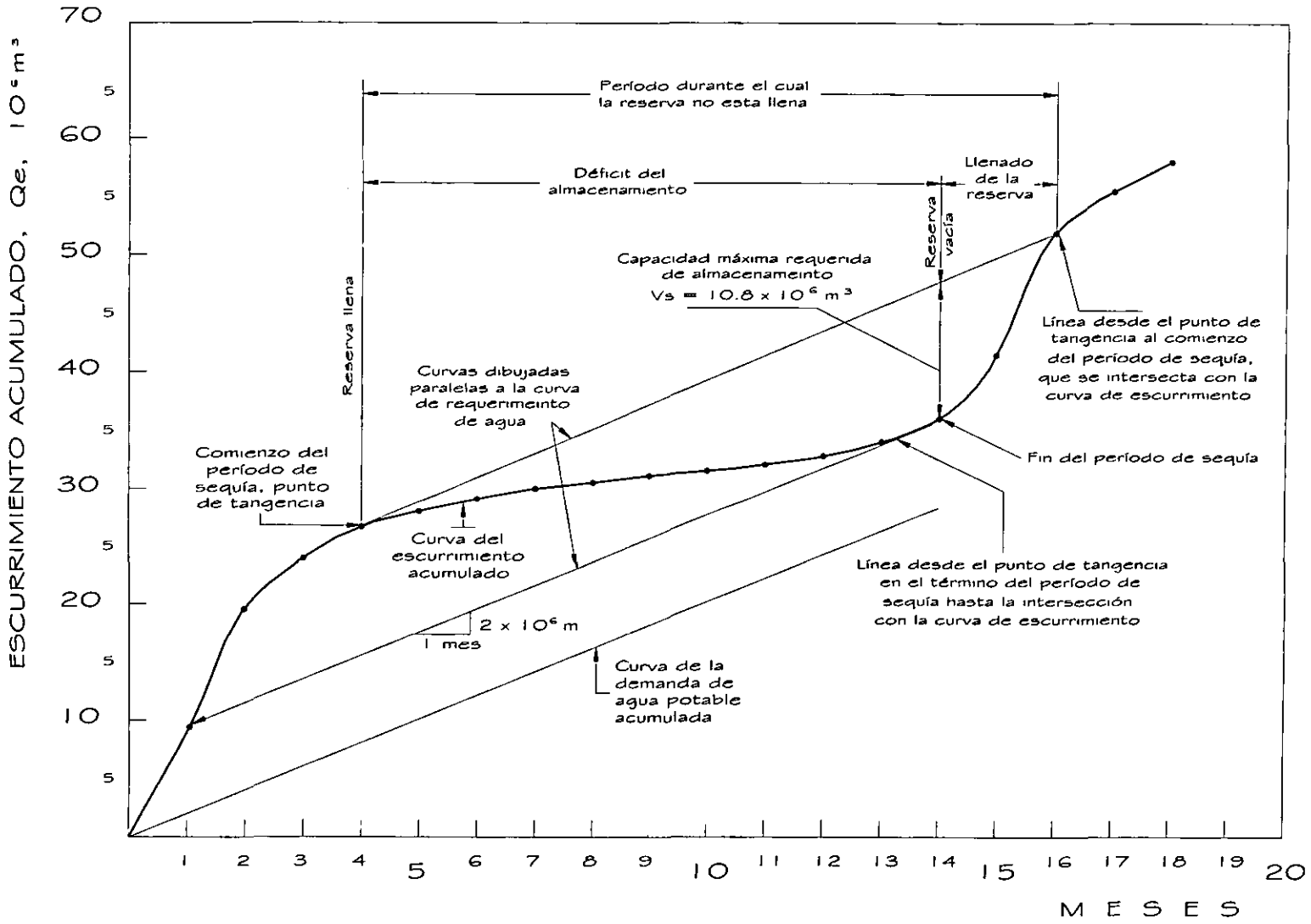


Figura 1.14 Solución gráfica del ejemplo 1.2

1.3 Datos para el diseño de redes de tuberías

Las tuberías que integran la red de distribución deben tener capacidad para satisfacer adecuadamente el consumo destinado a la población, y cuando el caso lo requiera, el consumo propio para incendio, así como la presión necesaria para dar servicio continuo a todas las zonas de la población. Deben tomarse las medidas necesarias para que la buena calidad del agua se conserve.

El volumen de agua por distribuir se determinará tomando como base los datos de proyecto previamente establecidos para el proyecto del Sistema de Aprovechamiento de Agua Potable, los datos básicos para el diseño de la red son los siguientes:

Población del último censo oficial

Población actual, estimada con el plano de predios habitados

Población de proyecto determinada generalmente para un período económico de proyecto que variará de 10 a 15 años.

El valor de la dotación, variará de 100 a 150 l/hab/d, en función principalmente del clima y del número de habitantes por servir, para localidades rurales y urbanas pequeñas. Para grandes localidades, se deberán utilizar los valores recomendados por los organismos operadores del área a que será servicio.

1.3.1 Requisitos de diseño

La red de distribución debe proporcionar el agua suficiente o en cantidad adecuada cuándo y dónde se requiera por la población dentro de la zona de abastecimiento, siendo el principal motivo del análisis hidráulico del sistema.

El cálculo de las presiones en una red de distribución tiene gran trascendencia, por un lado deben ser lo suficientemente altas para cumplir con los gastos de demanda de los usuarios, en los pisos más altos de las casas y fábricas y en los edificios comerciales de no más de seis pisos; y por otro lado, no deben ser muy grandes para no causar problemas como: daño a la red interior de las edificaciones, excedencia en los costos, incremento en las fugas a través de la red, etc. Los valores de presión que generalmente se aplican se muestran en la tabla 1.9.

Las presiones o cargas disponibles de operación, que se han de obtener en el diseño de la red para la red primaria, deberán ser suficientes para suministrar una cantidad de agua razonable en los pisos más altos de las casas, fábricas y edificios comerciales de no más de 6 pisos. Deberán estar comprendidas entre 1.5 a 4.0 kg/cm² (15 a 40 metros de columna de agua).

Para localidades urbanas pequeñas se admite una presión mínima de 1 kg/cm² (10 m.c.a.).

La presión máxima (carga estática) admisible no deberá ser mayor a 5 kg/cm² (50 m.c.a.).

Tabla 1.9 Valores de presión usuales en la red de distribución
FUENTE: César Valdez, 1992.

Zonas	Presión disponible en kg/cm ²
Residencial de 2ª	1.5 a 2.0
Residencial de 1ª	2.0 a 2.5
Comercial	2.5 a 4.0
Industrial	3.0 a 4.0

Para hacer una apropiada estimación del gasto a conducir a una área de servicio, así como calcular de manera precisa la presión requerida en un sistema de distribución, permitirá juzgar si es adecuado su funcionamiento; es decir, que los habitantes de dicha área contarán con el agua necesaria para sus actividades.

Si el sistema de distribución trabaja por gravedad, el diseño de la línea de alimentación se hará con el gasto máximo horario y, si la presión es suministrada por un equipo de bombeo el diseño de la misma línea se hará con el gasto máximo diario.

Una vez que el estudio hidráulico se hace para una determinada área de servicio, se debe particularizar el análisis en cada punto de consumo de la red para lograr un diseño eficiente del sistema de distribución.

Presiones disponibles.

La presión o carga hidráulica que actúa en un punto de una tubería se define por la diferencia entre la cota piezométrica en este punto y la cota del centro de la tubería.

En redes de distribución es común manejar las presiones con relación al nivel de la calle en vez de referirlas al centro del tubo. En este caso se les llama presiones disponibles o libres y se calculan para los cruces de las tuberías.

Presiones admisibles.

El régimen de presiones en una red depende de dos factores: la necesidad del servicio y las condiciones topográficas de la localidad.

Las necesidades del servicio obligan por una parte a seleccionar una presión mínima capaz de atender dos clases de requerimientos: los de las edificaciones y la demanda contra incendio.

Por otro lado, presiones muy altas en la red requerirán de tuberías y accesorios más resistentes (más costosos) e incrementarán las fugas (en caso de existir). Por lo tanto, en ningún punto de la red la presión debe exceder una presión máxima permisible.

La presión mínima debe verificarse en la red de distribución de tal manera que en todos los puntos se tenga una presión por lo menos igual a ésta en la hora de máxima demanda y, se garantice un suministro mínimo. En cambio, la máxima se presentará cuando exista poca demanda y la red continúe funcionando a presión.

El establecimiento de estas condiciones en una localidad se combina con su topografía. Como resultado de esto, en los puntos más elevados, la presión disponible en las horas de máximo consumo no debe ser inferior a la presión mínima requerida; en cambio, en los más bajos, esta presión no debe ser superior a la presión máxima especificada.

Servicio contra incendio.

En pequeñas localidades, salvo casos especiales, se considera innecesario proyectar sistemas de abastecimiento de agua potable que incluyan protección contra incendios. En localidades medianas o grandes (mayores de 25,000 habitantes) el problema debe ser estudiado y justificado en cada caso, de acuerdo con la realidad local.

Cuando se considere necesaria la protección contra incendio, debe tenerse presente que la presión requerida debe obtenerse preferentemente mediante bombas del equipo contra incendio y no de las presiones que puedan tenerse en las tuberías de la red. La red debe tener capacidad para satisfacer la demanda que se da por la suma de los gastos máximo diario y la que corresponda por el uso simultáneo de los hidrantes de incendio.

1) Presiones:

La mínima en cualquier hidrante no debe ser inferior a 3 m.c.a., cuando se esté extrayendo agua y se tenga equipo móvil contra incendio.

2) Diámetro:

Los hidrantes contra incendio deberán conectarse a tuberías principales cuyo diámetro mínimo sea de 100 mm (4").

3) Localización:

La localización y especificaciones de los hidrantes contra incendio se hará de acuerdo con el cuerpo de bomberos de la localidad. De él se obtendrá un plano debidamente autorizado con la mencionada localización. Si la localidad no cuenta con cuerpo de bomberos y por lo tanto no existe equipo contra incendio que conectar a hidrantes, se debe analizar la factibilidad de que en el corto o mediano plazo la localidad pueda contar con este tipo de equipo, y programar la instalación de hidrantes contra incendio en etapas subsecuentes.

Zonas de presión.

Las zonas de presión son divisiones realizadas en la red de distribución debido a la topografía, el tamaño o las políticas de operación de la localidad.

La zonificación o división en zonas de presión es aconsejable cuando se sobrepasan las presiones admisibles en la red de distribución, es decir, al cumplir con la presión mínima requerida en una parte de la red se sobrepasa la presión máxima permisible en otra parte de la misma. Lo anterior sucede cuando la topografía de la localidad es muy irregular o cuando la localidad es muy grande.

Usualmente las zonas de presión pueden interconectarse entre sí para abastecerse en forma ordinaria cuando se tiene una sola fuente, o extraordinaria (incendio, falla de la fuente, reparaciones, etc.) cuando se tienen varias fuentes. La interconexión entre las zonas de presión se hace mediante la maniobra de válvulas, descarga directa a tanque o uso de válvulas reductoras de presión en el caso de zonas bajas, o de rebombes a zonas altas.

Las políticas de operación influyen en la zonificación debido a la existencia de límites políticos, mejor control del abastecimiento y su distribución, así como de la operación y mantenimiento de la red de distribución.

1.3.2 Vida útil de las obras y periodo de diseño

Los elementos del sistema de abastecimiento de agua potable se proyectan con capacidad prevista para dar servicio durante un lapso futuro después de su instalación que se denomina Período de Diseño. Esto es lógico debido a que no siempre se proyectan sistemas en áreas urbanas estáticas sino que están sujetas a la dinámica de cambio de población con el transcurso del tiempo.

El Período de Diseño se entiende como el número de años durante el cual el sistema que se proponga será adecuado para satisfacer las necesidades de una comunidad. El Período de Diseño en general es menor que la Vida Útil o sea que el tiempo que razonablemente se espera que la obra sirva a los propósitos sin tener costos de operación y mantenimiento elevados que hagan antieconómico su uso o que requieran ser eliminadas por insuficientes. Rebasado el periodo de diseño, la obra continuará funcionando hasta cumplir su vida útil en términos de una eficiencia cada vez menor.

La vida útil de las obras depende de múltiples factores, entre los cuales los más importantes son los siguientes:

- a) Calidad de la construcción y de los materiales utilizados en la ejecución de la obra.
- b) Calidad de los equipos electromecánicos de control.
- c) Calidad del agua a manejar.
- d) Diseño del sistema.
- e) Operación y mantenimiento.

Por otra parte, para definir en forma adecuada el período de diseño, es necesario considerar los siguientes factores:

1. La vida útil de las estructuras y equipos, tomando en cuenta el estado en que se encuentran y lo obsoleto que lleguen a ser.
2. La facilidad o dificultad para ampliar las obras existentes o planeadas.
3. Previsión de las crecimientos urbanos, comerciales o industriales.
4. Tasas de interés sobre los adeudos.
5. Las condiciones propias del crédito en cuanto a la duración del mismo.
6. Comportamiento de las obras durante los primeros años, cuando no estarán operando a toda su capacidad.

Se ha usado fijar le período de diseño con un criterio estándar que depende de la población. Las recomendaciones en este sentido son las que se presentan en el siguiente cuadro:

Tabla 1.10 Período de diseño para diferentes poblaciones

Localidades	Período de Diseño
1. De hasta 4000 habitantes	5 años
2. De 4000 a 15000 habitantes	10 años
3. De 15000 a 70000 habitantes	15 años
4. Demás de 70000 habitantes	20 años

En caso de ser posible, el diseño de las obras es conveniente hacerlo por los módulos con el fin de diferir las inversiones el mayor tiempo posible, al mismo tiempo que se logra disponer de infraestructura con bajos niveles de capacidad ociosa en el corto plazo. De acuerdo con este criterio, se recomienda diseñar los componentes del sistema para períodos de 5 años o más.

CAPÍTULO 2. CÁLCULO HIDRÁULICO DE REDES DE TUBERÍAS

2.1 Clasificación de los flujos

Un flujo se puede clasificar de muchas maneras, tales como turbulento, laminar; real, ideal; reversible, irreversible; constante, inconstante; uniforme, no uniforme; rotacional, no rotacional o irrotacional.

Las situaciones de flujo turbulento son más usuales en la práctica de ingeniería. En el flujo turbulento las partículas del fluido (pequeñas masas molares) se mueven en trayectorias muy irregulares que causan un intercambio de cantidad de movimiento de una porción del fluido a otra. Las partículas de un fluido pueden variar en tamaño, desde uno muy pequeño (de unos cuantos miles de moléculas) hasta uno muy grande (miles de pies cúbicos en un remolino grande de un río o una ventolera atmosférica). En una situación en la que un flujo podría ser turbulento o no turbulento (laminar), la turbulencia establece mayores esfuerzos cortantes en todo el fluido y causa más irreversibilidades o pérdidas.

En flujo laminar, las partículas del fluido se mueven a lo largo de trayectorias suaves en láminas, o capas, con una capa deslizándose suavemente sobre una capa adyacente (Figura 2.1). El flujo laminar es gobernado por la ley de viscosidad de Newton, que relaciona el esfuerzo cortante con la rapidez de

deformación angular. En el flujo laminar, la acción de la viscosidad amortigua las tendencias a la turbulencia. El flujo laminar no es estable en situaciones en las que hay combinaciones de baja viscosidad, alta velocidad, grandes avenidas de fluido, y se descompone en flujo turbulento. Se puede escribir una ecuación para flujo turbulento similar, en forma, a la ley de viscosidad de Newton:

$$\tau = \eta \frac{du}{dy}$$

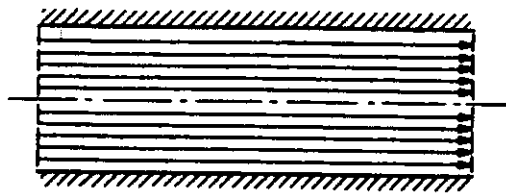


Figura 2.1 Esquema de flujo laminar

El factor η , sin embargo, no sólo es una propiedad del fluido, sino que depende del movimiento del fluido y de la densidad; se denomina viscosidad hédí.

En muchas situaciones prácticas de flujo, tanto la viscosidad como la turbulencia contribuyen al esfuerzo cortante:

$$\tau = (\mu + \eta) \frac{du}{dy}$$

Se requiere de la experimentación para determinar este tipo de flujo.

Un fluido ideal no tiene fricción, es incompresible y no debe confundirse con un gas ideal. La suposición de un fluido ideal es útil en el análisis de situaciones de flujo que comprenden grandes extensiones de fluidos. Un fluido sin fricción no es viscoso y sus procesos de flujo son reversibles.

La capa de fluido en el área inmediata a una frontera de flujo real que ha visto afectada su velocidad relativa a la frontera por un corte viscoso se llama capa límite. Las capas límite pueden ser laminares o turbulentas, dependiendo

generalmente de su longitud, la viscosidad, la velocidad del flujo cerca de ellas, y la aspereza de la frontera.

El flujo adiabático es aquel flujo de un fluido en el que no hay transferencia de calor desde el fluido hacia éste. El flujo adiabático reversible (adiabático sin fricción) se denomina isentrópico. Para proceder de una manera ordenada en el análisis del flujo de fluidos se requiere de una comprensión clara de la terminología empleada.

El flujo a régimen permanente ocurre cuando las condiciones en cualquier punto del fluido no cambian con el tiempo. Asimismo, en flujo a régimen permanente no hay cambio en la densidad ρ , presión p o temperatura T con el tiempo en cualquier punto; así

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \quad \frac{\partial p}{\partial t} = 0 \quad \frac{\partial T}{\partial t} = 0$$

En flujo turbulento, debido al movimiento errático de las partículas del fluido, siempre ocurren pequeñas fluctuaciones en cualquier punto (Figura 2.2a). La definición para flujo a régimen permanente debe generalizarse un poco para incluir estas fluctuaciones. Para ilustrar esto, una gráfica de velocidad contra tiempo en algún punto del flujo turbulento se da en la figura 2.2b. Cuando la velocidad media temporal

$$v_t = \frac{1}{t} \int_0^t v dt$$

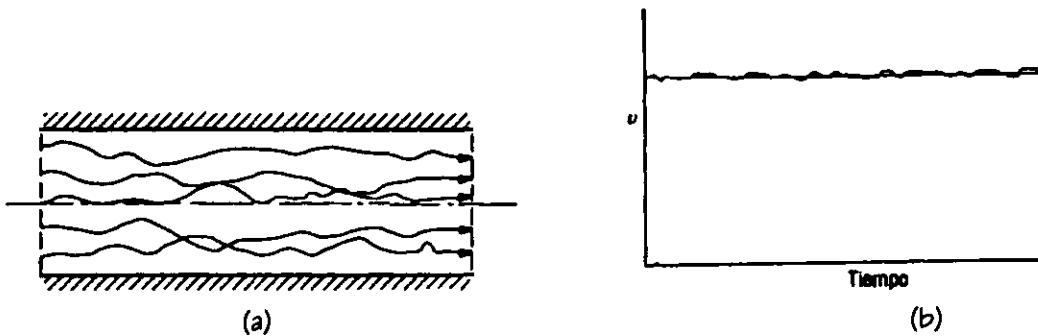


Figura 2.2 Flujo turbulento

indicada en la figura por la línea horizontal no cambia con el tiempo, se dice que el flujo es a régimen permanente. La misma generalización se aplica a la densidad, presión, temperatura, etc., cuando sustituyen a v en la fórmula anterior.

El flujo se desarrolla a régimen no permanente cuando las condiciones en cualquier punto cambian con el tiempo, $\partial v/\partial t \neq 0$.

El flujo uniforme ocurre cuando, en todo punto, el vector de velocidad es idénticamente el mismo (en magnitud y dirección) para cualquier instante dado. En forma de ecuación, $\partial v/\partial s = 0$ en la que se mantiene constante y δs es un desplazamiento en cualquier dirección. La ecuación establece que no hay cambio en el vector de velocidad en cualquier dirección a través del fluido en cualquier instante. No dice nada acerca del cambio de velocidad en un punto con el tiempo.

En el flujo de un fluido real en un conducto abierto o cerrado, la definición de flujo uniforme también puede extenderse en la mayor parte de los casos aunque el vector de velocidad en la frontera siempre sea cero. Cuando todas las secciones transversales paralelas a través del conducto son idénticas (es decir, cuando el conducto es prismático) y el promedio de la velocidad en cada sección transversal es el mismo en cualquier instante dado, se dice que el flujo es uniforme. El flujo en que el vector de velocidad varía de lugar a lugar en cualquier instante ($\partial v/\partial s \neq 0$) es flujo no uniforme.

La rotación de una partícula fluida en torno a un eje dado, por ejemplo el eje z , se define como la velocidad angular promedio de dos elementos de línea infinitesimales en la partícula que están en ángulo recto el uno con el otro y con el eje dado. Si las partículas de fluido dentro de una región tienen rotación en torno a cualquier eje, el flujo se llama flujo rotacional, o flujo de vórtice. Si el fluido dentro de una región no tiene rotación, el flujo se llama irrotacional.

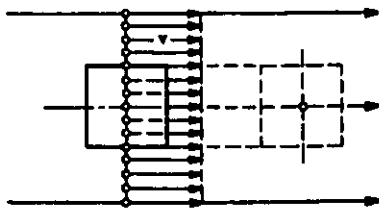


Figura 2.3a Flujo irrotacional

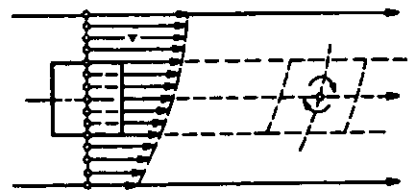


Figura 2.3b Flujo rotacional

El flujo unidimensional no considera variaciones o cambios en la velocidad, presión, etc., transversales a la dirección del flujo principal. Las condiciones en una sección transversal se expresa en términos de valores promedio de velocidad, densidad y otras propiedades. En el flujo bidimensional se supone que todas las partículas fluyen en planos paralelos a lo largo de trayectorias idénticas en cada uno de estos planos; de aquí que no haya cambios en el flujo normal a estos planos. El flujo tridimensional es el flujo más general en el cual los componentes de velocidad u , v , w en direcciones mutuamente perpendiculares son funciones de coordenadas de espacio y tiempo x , y , z y t . Los métodos de análisis son en general matemáticamente complejos y sólo se pueden tratar fronteras de flujo con geometría simple.

Una línea de corriente es una línea continua trazada a través del fluido en forma tal que la dirección del vector de velocidad en cada punto. No puede haber flujo a través de una línea de corriente. Ya que una partícula se mueve en la dirección de la línea de corriente en cualquier instante, su desplazamiento δs con componentes δx , δy , δz tiene la dirección del vector de velocidad q con componentes u , v , w en las direcciones x , y , z , respectivamente. Entonces la ecuación

$$\frac{\delta x}{u} = \frac{\delta y}{v} = \frac{\delta z}{w}$$

establece que los componentes correspondientes son proporcionales y por tanto δs y q tienen la misma dirección. Expresando los desplazamiento en forma diferencial

$$\frac{dx}{u} = \frac{dy}{v} = \frac{dz}{w} \quad (2.1)$$

se obtienen las ecuaciones diferenciales de un línea de corriente. Las ecuaciones (2.1) son dos ecuaciones independientes; cualquier línea continua que las satisfaga es una línea de corriente.

En flujo a régimen permanente, ya que no hay cambio en la dirección del vector de velocidad en cualquier punto, la línea de corriente tiene una inclinación fija en cada punto y está por tanto fija en el espacio. Una partícula se mueve siempre tangente a la línea de corriente, por lo que, en flujo a régimen permanente, la trayectoria de una partícula es una línea de corriente. En flujo a régimen no permanente, ya que la dirección del vector de velocidad en cualquier punto puede cambiar con el tiempo, una línea de corriente puede desplazarse en el espacio de instante a instante. Una partícula entonces sigue una línea de

corriente por un instante, otra en el siguiente instante, y así sucesivamente, de tal forma que la trayectoria de la partícula puede no tener semejanza con ninguna línea de corriente instantánea dada.

Frecuentemente se inyecta , dentro de un fluido, un tinte o humo para rastrear su movimiento subsiguiente. Los rastros resultantes del tinte o humo se llaman líneas de emisión. En flujo a régimen permanente, una línea de emisión es una línea de corriente y la trayectoria de una partícula.

En la figura 2.4, se muestra un flujo incompresible bidimensional, donde las líneas de corriente han sido dibujadas de manera que, por unidad de tiempo, el volumen que fluye entre líneas de corriente adyacentes es el mismo si la unidad de profundidad se considera normal al plano de la figura. Por lo tanto, cuando las líneas de corriente están más juntas la velocidad deberá ser mayor, y viceversa. Si v es la velocidad promedio entre dos líneas de corriente adyacentes en alguna posición donde la separación es h , la tasa de flujo Δq es

$$\Delta q = vh \tag{2.2}$$

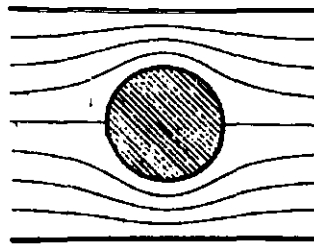


Figura 2.4 Líneas de corriente para flujo a régimen permanente en torno de un cilindro entre paredes paralelas.

En cualquier otra posición en la gráfica, donde la distancia entre líneas de corriente es h_1 , la velocidad promedio es $v_1 = \Delta q/h_1$. Al aumentar el número de líneas de corriente dibujadas, es decir, al disminuir Δq , en el caso límite se obtiene la velocidad en un punto.

Un tubo de corriente es el tubo formado por todas las líneas de corriente que pasan a través de una pequeña curva cerrada, figura 2.7. Durante flujo a régimen permanente está fijo en el espacio y no puede haber flujo a través de sus paredes, porque el vector de velocidad no tiene componente normal a la superficie del tubo.

2.2 Leyes Básicas de la Mecánica de Fluidos

En la mecánica de fluidos los métodos de análisis consideran la capacidad de un flujo para transportar materia y el mecanismo por el que cambian sus propiedades de un lugar a otro. Por ello los fluidos se deben satisfacer los principios básicos de la mecánica del medio continuo, los cuales son:

1. Conservación de la materia (principio de continuidad).
2. Segunda ley de Newton (impulso y cantidad de movimiento).
3. Conservación de la energía (primera ley de la termodinámica).
4. Segunda ley de la termodinámica.

Además de estas leyes generales existen numerosas leyes secundarias que se aplican a tipos de medios específicos.

2.3 Volumen de control y sistemas

Al emplear las leyes básicas y secundarias, pueden adoptarse cualesquiera de los siguientes modos de aplicación:

Las actividades de todas y cada una de las masas deben ser tales que se satisfagan las leyes básicas y las leyes secundarias pertinentes. En este caso las leyes se aplican a una cantidad de materia determinada conocida como **sistema**, en donde un sistema puede cambiar de forma, posición y condición térmica, pero debe contener siempre la misma materia.

La ley de la conservación de masa afirma que la masa dentro de un sistema permanece constante con el tiempo (haciendo caso omiso de los efectos de la relatividad). En forma de ecuación

$$\frac{dm}{dt} = 0 \quad (2.3)$$

donde m es la masa total.

La segunda ley del movimiento de Newton generalmente se expresa para un sistema como

$$\sum F = \frac{d}{dt}(mv) \quad (2.4)$$

en la que debe recordarse que m es la masa constante del sistema. $\sum F$ se refiere a la resultante de todas las fuerzas externas que actúan sobre el sistema, incluyendo fuerzas de cuerpo tal como la gravedad, y v es la velocidad del centro de masa del sistema.

Otro modo es, donde las actividades de todos y cada uno de los volúmenes en el espacio deben ser tales que se satisfagan las leyes básicas y las leyes secundarias pertinentes. En este caso un volumen definido, conocido como **volumen de control**, se establece en el espacio, y la frontera de este volumen se conoce como **superficie de control**¹. La cantidad y la identidad de la materia en el volumen de control permanece fija. El tamaño y forma del volumen de control son totalmente arbitrarios, pero con frecuencia se hacen coincidir con fronteras sólidas en partes; en otras partes se dibujan normales a las direcciones de flujo para simplificar.

Para formular la relación entre ecuaciones aplicadas a un sistema y aquellas aplicadas a un volumen de control, considérese alguna situación de flujo general, figura 2.5 (**superficie de control**) en que la velocidad de un fluido está dada en relación a un sistema de coordenadas xyz . En el tiempo t considérese una cierta masa de fluido dentro de un sistema, que tiene indicadas las fronteras con línea punteada. Considérese también un volumen de control fijo, en relación con los ejes xyz , que coincide exactamente con el sistema en el tiempo t . En el tiempo $t + \delta t$ el sistema se ha movido, ya que las partículas de masa se mueven a la velocidad asociada con su ubicación.

Sea N la cantidad total de alguna propiedad (masa, energía, cantidad de movimiento) dentro del sistema en el tiempo t , y sea η la cantidad de esta propiedad, por unidad de masa, en todo el fluido. La rapidez de aumento de N para el sistema se formula en términos de volumen de control.

En el tiempo $t + \delta t$, figura 2.5b, el sistema consta de los volúmenes II y III, mientras que en el tiempo t ocupa el volumen II, figura 2.5a. El aumento en la propiedad N dentro del sistema en el tiempo δt está dado por

¹ En algunos textos de termodinámica el término cerrado corresponde al sistema y el término sistema abierto corresponde al volumen de control. Según Shames, 1995.

$$N_{\text{sis}t+\delta t} - N_{\text{sis}t} = \left(\int_{\text{II}} \eta p dV + \int_{\text{I}} \eta p dV \right)_{t+\delta t} - \left(\int_{\text{I}} \eta p dV \right)_t$$

En la que dV es el elemento de volumen . Reacomodando, después de sumar y restar a la derecha y luego dividiendo todo por δt

$$\left(\int \mu p dV \right)_{t+\delta t}$$

conduce a

$$\frac{N_{\text{sis}t+\delta t} - N_{\text{sis}t}}{\delta t} = \frac{\left(\int \eta p dV + \int \eta p dV \right)_{t+\delta t}}{\delta t} + \frac{\left(\int_{\text{II}} \eta p dV \right)_{t+\delta t}}{\delta t} - \frac{\left(\int \eta p dV \right)_{t+\delta t}}{\delta t} \quad (2.5)$$

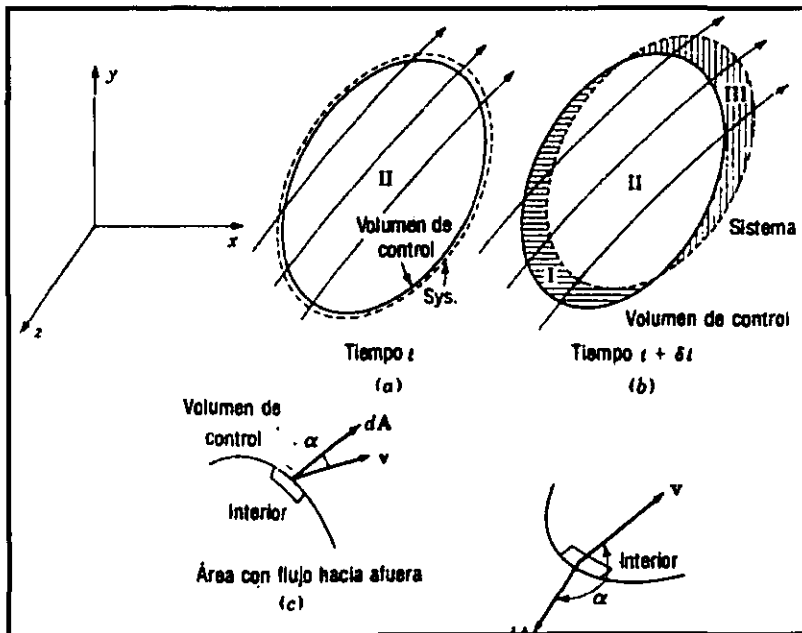


Figura 2.5 Sistema con volumen de control idéntico en el tiempo t en un campo de velocidad.

El término a la izquierda es la rapidez promedio de aumento de N dentro del sistema durante el tiempo δt . En el límite cuando δt se acerca a cero se convierte en dN/dt . Si el límite se toma cuando δt se acerca a cero cuando el primer

término en el lado derecho de la ecuación, las dos primeras integrales son la cantidad de N en el volumen de control en el tiempo t. El límite es

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{sc} \eta \rho dV$$

siendo necesaria la parcial cuando el volumen se mantiene constante (el volumen de control) cuando $\delta t \rightarrow 0$.

El siguiente término, que es la rapidez de flujo de N saliendo del volumen de control, en el límite, se puede escribir

$$\lim_{\delta t \rightarrow 0} \frac{\left(\int_{sc} \eta \rho dV \right)_{t+\delta t}}{\delta t} = \int_{\text{área con flujo hacia afuera}} \eta \rho v \cdot dA = \int \eta \rho v \cos \alpha dA \quad (2.6)$$

en la que dA , figura 2.5c, es el vector que representa un elemento de área del área de salida del flujo. Tiene una dirección normal al elemento de área de superficie del volumen de control, siendo positiva hacia fuera; α es el ángulo entre el vector de velocidad y el vector de área elemental.

En forma similar, el último término de la ecuación 2.5, que es la rapidez de flujo de N entrando al volumen de control, es, en el límite,

$$\lim_{\delta t \rightarrow 0} \frac{\left(\int_{sc} \eta \rho dV \right)_{t+\delta t}}{\delta t} = - \int_{\text{área con flujo hacia adentro}} \eta \rho v \cdot dA = - \int \eta \rho v \cos \alpha dA \quad (2.7)$$

Se necesita el signo de menos ya que $v \cdot dA$ (o $\cos \alpha$) es negativo para flujo hacia adentro, figura 2.5d. Los dos últimos términos de la ecuación 2.5, dados por las ecuaciones 2.3 y 2.7 se pueden combinar en un solo término, que es una integral sobre la superficie completa del volumen de control (sc)

$$\lim_{\delta t \rightarrow 0} \left(\frac{\left(\int_{\text{vol}} \eta p dV \right)_{t+\delta t}}{\delta t} - \frac{\left(\int \eta p dV \right)_{t+\delta t}}{\delta t} \right) = \int_{\text{bc}} \eta p v \cdot dA = \int_{\text{bc}} \eta p \cos \alpha dA$$

Donde no hay flujo hacia dentro o hacia fuera, $v \cdot dA = 0$; de aquí, la ecuación se puede evaluar sobre la superficie de control.²

Juntando los términos reacomodados de la ecuación 2.5, se obtiene

$$\frac{dN}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} \int_{\text{c}} \eta p dV + \int_{\text{bc}} \eta p v \cdot dA \quad (2.8)$$

En otras palabras, la ecuación 2.5 indica que la rapidez de aumento de N , dentro de un sistema, es exactamente igual a la rapidez de aumento de la propiedad N dentro del volumen de control (fijo relativo a xyz), más la rapidez neta de flujo neto de N a través de la frontera del volumen de control.

Ya que el marco de referencia xyz se le puede dar una velocidad constante arbitraria sin afectar la dinámica del sistema y sus alrededores, la ecuación 2.8 es válida si el volumen de control, fijo en tamaño y forma, tiene una velocidad de traslación uniforme.

2.4 Ecuación de Continuidad

Las ecuaciones de continuidad se desarrollan a partir del principio de la conservación de la masa, ecuación 2.3, que afirman que la masa dentro de un sistema permanece constante con el tiempo, es decir,

$$\frac{dm}{dt} = 0$$

² Esta derivación la desarrolló el profesor William Mirsky, del Departamento de Ingeniería Mecánica y Mecánica Aplicada de la Universidad de Michigan.

En la ecuación 2.8 sea N la masa del sistema m . Entonces η es la masa por unidad de masa, o $\eta = 1$

$$0 = \frac{\partial}{\partial t} \int_{\text{c}} \rho dV + \int_{\text{c}} \rho v \cdot dA \quad (2.9)$$

En otras palabras, la ecuación de continuidad para un volumen de control afirma que la rapidez de aumento de la masa dentro de un volumen de control es justamente igual a la rapidez neta del flujo hacia adentro del volumen de control.

Si consideramos un flujo en régimen permanente a través de una porción del tubo de corriente de la figura 2.6. El volumen de control comprende las paredes del tubo de corriente entre las secciones 1 y 2, más las áreas en los extremos de las secciones 1 y 2. Dado que el flujo es a régimen permanente, el primer término de la ecuación 2.9 es cero; de aquí que

$$\int_{\text{c}} \rho v \cdot dA = 0 \quad (2.10)$$

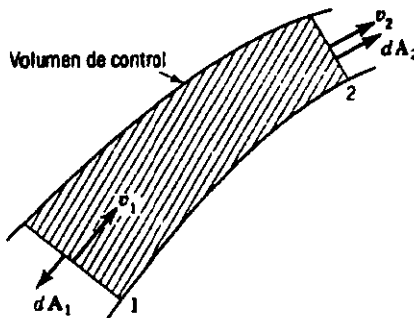


Figura 2.6 Flujo a régimen permanente a través de un tubo de corriente.

que afirma que la masa neta de flujo que sale del volumen de control debe ser cero. En la sección 1 la masa neta de flujo que sale es $\rho_1 v_1 \cdot dA_1 = -\rho_1 v_1 \cdot dA_1$, y en la sección 2 es $\rho_2 v_2 \cdot dA_2 = -\rho_2 v_2 \cdot dA_2$. Ya que no hay flujo a través de la pared del tubo de corriente,

$$\rho_1 v_1 \cdot dA_1 = \rho_2 v_2 \cdot dA_2 \quad (2.11)$$

es la ecuación de continuidad aplicada a dos secciones a lo largo de un tubo de corriente en flujo a régimen permanente.

Para un arreglo de tubos de corriente, como en la figura 2.7, si ρ_1 es la densidad promedio en la sección 1 y ρ_2 es la densidad promedio en la sección 2, y v_1 y v_2 la densidad promedio en la sección 1 y 2,

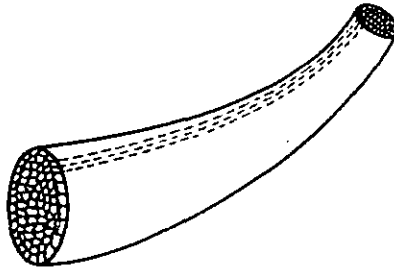


Figura 2.7 Arreglo de tubos de corriente entre fronteras fijas.

$$\dot{m} \rho_1 v_1 \cdot dA_1 = \rho_2 v_2 \cdot dA_2 \quad (2.12)$$

en la que V_1, V_2 representan velocidades promedio sobre las secciones transversales y \dot{m} es la rapidez de flujo de masa. La velocidad promedio sobre una sección transversal está dada por

$$V = \frac{1}{A} \int v dA$$

Si la descarga Q (llamada también gasto volumétrico o flujo) se define como

$$Q = AV \quad (2.13)$$

La ecuación de continuidad puede tomar la forma

$$\dot{m} = \rho_1 Q_1 = \rho_2 Q_2 \quad (2.14)$$

para flujo incompresible a régimen permanente

$$Q = A_1 V_1 = A_2 V_2 \quad (2.15)$$

Es una forma útil de la ecuación.

Para flujo con densidad constante, a régimen permanente o no permanente, la ecuación 2.9 se convierte en

$$\int_{\text{cc}} \mathbf{v} \cdot d\mathbf{A} = 0 \quad (2.16)$$

que expresa que el flujo neto de volumen es cero (esto implica que el volumen de control está lleno con líquido en todo tiempo).

2.5 Ecuación de la cantidad de movimiento

La segunda ley de Newton para un sistema, ecuación 2.4, se usa como base para encontrar la ecuación de cantidad de movimiento lineal para un volumen de control por medio de la ecuación 2.8. Sea N la cantidad de movimiento lineal mv del sistema y sea η la cantidad de movimiento lineal por unidad de masa $p\mathbf{v}/\rho$. Entonces, usando las ecuaciones 2.4 y 2.8

$$\sum \mathbf{F} = \frac{d(m\mathbf{v})}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} \int_{\text{cc}} \rho \mathbf{v} dV + \int_{\text{cc}} \rho \mathbf{v} \mathbf{w} \cdot d\mathbf{A} \quad (2.17)$$

Es decir, la fuerza resultante que actúa sobre un volumen de control es igual a la rapidez de aumento de la cantidad de movimiento lineal dentro del volumen de control, más el flujo neto de la cantidad de movimiento lineal en el volumen de control.

La ecuación 2.17 es una relación vectorial, la cual se puede aplicar para cualquier componente, por ejemplo en la dirección x , reduciéndose a

$$\sum F_x = \frac{\partial}{\partial t} \int_c \rho v_x dV + \int_c \rho v_x v \cdot dA \quad (2.18)$$

Al seleccionar un volumen de control arbitrario, es generalmente ventajoso tomar la superficie normal a la velocidad donde sea que atraviesa el flujo. Además, si la velocidad es constante sobre la superficie, se puede despreciar de la superficie integral. En la figura 2.8, con la superficie de control como se muestra, con flujo a régimen permanente, la fuerza resultante F_x que actúa sobre el volumen de control está dada por la ecuación 2.18

$$F_x = \rho_2 A_2 V_2 V_{x2} - \rho_1 A_1 V_1 V_{x1} \quad \text{ó} \quad F_x = \rho Q (V_{x2} - V_{x1})$$

ya que la masa que entra y sale por segundo es $\rho Q = \rho_1 Q_1 = \rho_2 Q_2$.

Cabe mencionar que las F_y tiene la forma similar a F_x .

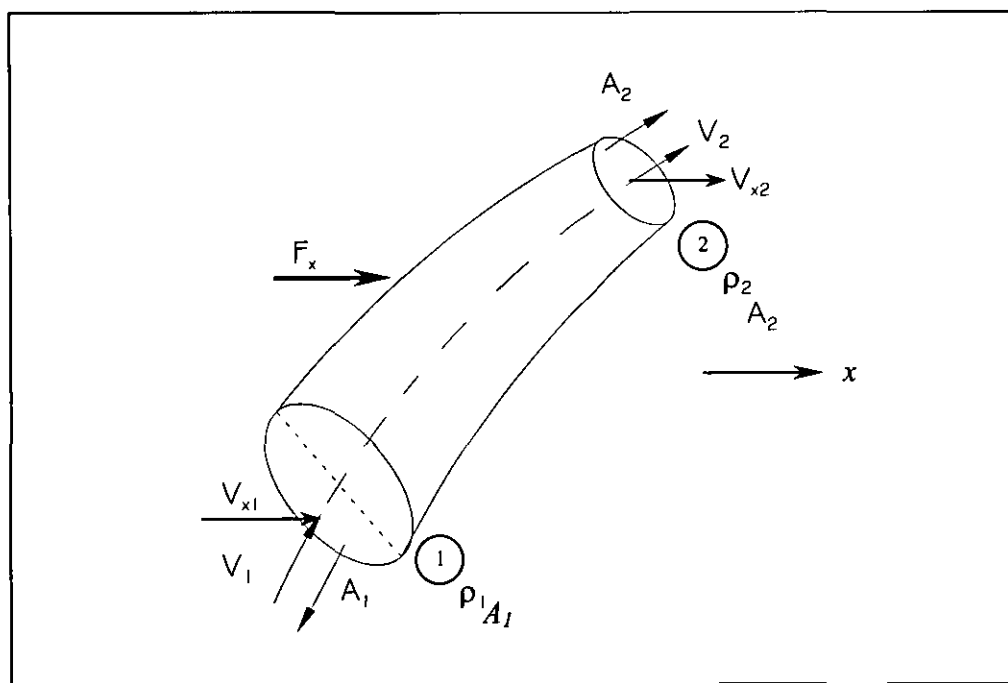


Figura 2.8 Volumen de control con flujos de entrada y salida uniformes, normales a la superficie de control.

Cuando la velocidad varía sobre una sección transversal plana de la superficie de control, por introducción de un factor de corrección de cantidad de movimiento β , llamado coeficiente de Boussinesq, se puede usar la velocidad promedio, Figura 2.9

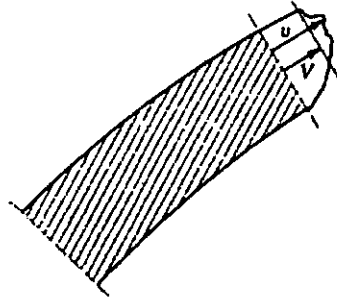


Figura 2.9 Flujo no uniforme a través de una superficie de control.

$$\int_A \rho v^2 dA = \beta \rho V^2 A \quad (2.19)$$

en la que β no tiene dimensiones. Despejando β resulta

$$\beta = \frac{1}{A} \int_A \left(\frac{v}{V} \right)^2 dA \quad (2.20)$$

2.6 Ecuación de Energía

La primera ley de la termodinámica para un sistema afirma que el calor de Q_H agregado a un sistema, menos el trabajo W por éste realizado, depende sólo de los estados inicial y final del sistema. La diferencia en los estados del sistema, siendo independiente de la trayectoria del estado inicial al final, debe ser una propiedad del sistema. Ésta es llamada energía interna E . La primera ley, en forma de ecuación, es

$$Q_H - W = E_2 - E_1 \quad (2.21)$$

La energía interna por unidad de masa se llama e ; por lo que, aplicando la ecuación 2.8 $N = E$ y $\eta = pe/\rho$,

$$\frac{dE}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} \int_{\mathcal{C}} \rho e dV + \int_{\mathcal{C}} \rho e v \cdot dA \quad (2.22)$$

o bien, mediante la ecuación (2.21)

$$\frac{\delta Q_H}{\delta t} - \frac{\delta W}{\delta t} = \frac{dE}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} \int_{\mathcal{C}} \rho e dV + \int_{\mathcal{C}} \rho e v \cdot dA \quad (2.23)$$

El trabajo realizado por el sistema sobre sus alrededores puede desglosarse en dos partes: el trabajo W_{pr} realizado por fuerzas de presión sobre la fronteras en movimiento y el trabajo W_s realizado por fuerzas cortantes tal como el par torsional ejercido sobre un eje en rotación. El trabajo realizado por fuerzas de presión en el tiempo δt es

$$\delta W_{pr} = \delta t \int_{\mathcal{C}} p v \cdot dA \quad (2.24)$$

Por las definiciones de los términos de trabajo, la ecuación 2.23 se vuelve

$$\frac{\delta Q_H}{\delta t} - \frac{\delta W_s}{\delta t} = \frac{\partial}{\partial t} \int_{\mathcal{C}} \rho e dV + \int_{\mathcal{C}} \left(\frac{P}{\rho} + e \right) \rho v \cdot dA \quad (2.25)$$

En ausencia de efectos nucleares, eléctricos, magnéticos y de tensión superficial, la energía interna e de una sustancia pura es la suma de las energías potencial, cinética e "intrínseca". La energía intrínseca u por unidad de masa se debe a las fuerzas y al espaciamiento molecular (dependientes de p , ρ o T):

$$e = gz + \frac{v^2}{2} + u \quad (2.26)$$

Para el caso del volumen de control de una tubería no se considera el cambio de calor, ($\delta Q_H = 0$); ni el trabajo realizado por las fuerzas cortantes ($\delta W_s = 0$); tampoco se considera la energía interna ($e=0$). De modo que el primer término del lado derecho de la ecuación 2.25 queda:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{vc} \rho e dV = 0$$

Ahora, sustituyendo la expresión 2.26 en el segundo término del lado derecho de la ecuación 2.25, se tiene:

$$\begin{aligned} \int_{sc} \left(\frac{p}{\rho} + e \right) \rho v \cdot dA &= \int_{sc} \left(\frac{p}{\rho} + gz + \frac{v^2}{2} + u \right) \rho v \cdot dA \\ &= \left(\rho g z_s + \rho \frac{v_s^2}{2} + p_s + \rho u_s \right) Q_s - \left(\rho g z_1 + \rho \frac{v_1^2}{2} + p_1 + \rho u_1 \right) Q_1 \end{aligned}$$

Para una tubería de diámetro constante $Q_s=Q_1$, entonces

$$\left(\rho g z_s + \rho \frac{v_s^2}{2} + p_s + \rho u_s \right) = \left(\rho g z_1 + \rho \frac{v_1^2}{2} + p_1 + \rho u_1 \right) \quad (2.27)$$

al dividir la expresión anterior entre $\gamma = \rho g$, y considerando que $\rho u_s = \rho u_1$ se obtiene

$$z_s + \frac{v_s^2}{2g} + \frac{p_s}{\gamma} = z_1 + \frac{v_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\gamma} + h_f \quad (2.28)$$

2.6.1 Pérdidas de energía

El movimiento del agua en cualquier conducto siempre se produce con una cierta transformación de energía, causada por la resistencia que se presenta en oposición al movimiento. Tal resistencia se debe principalmente a dos efectos, uno es el de la fricción entre sí de los filamentos líquidos con las paredes de los conductos o al choque entre las partículas fluidas que se mezclan debido al movimiento turbulento.

Las transformaciones irreversibles ó “pérdidas de energía” tienen lugar en los flujos reales por la viscosidad que convierte energía mecánica en energía calorífica, energía que no es recuperable.

Pérdidas por esfuerzo cortante

En la aplicación de los métodos de análisis para el cálculo de las pérdidas de energía hidráulica debidas al esfuerzo cortante en estructuras largas son muy importantes, por lo que ha tenido especial interés en las investigaciones teórico experimentales para obtener soluciones satisfactorias y sobre todo de fácil aplicación.

La viscosidad es la propiedad de los fluidos que causa esfuerzos cortantes para fluidos en movimiento, y es también uno de los medios por los cuales se desarrollan las pérdidas de energía. En flujos turbulentos, los movimientos aleatorios de fluidos superpuestos al movimiento promedio crean esfuerzos cortantes aparentes que son más importantes que los debidos al corte viscoso.

Para analizar el problema de la resistencia al flujo resulta necesario revisar los tipos de flujo y poner especial interés en la diferencia del comportamiento entre los flujos laminar y turbulento mencionados al principio de este capítulo.

Cualquiera que sea la tendencia del flujo hacia la inestabilidad y la turbulencia, se amortigua por fuerzas cortantes viscosas que resisten el movimiento relativo de las capas adyacentes. Sin embargo, en el flujo turbulento, las partículas se mueven en forma errática, con un intercambio de cantidad de movimiento transversal muy violento.

La velocidad del fluido en cualquier punto de la tubería para flujo laminar es constante en el tiempo. Si el flujo es turbulento, ocurre en el fluido una mezcla muy violenta y la velocidad en un punto varía aleatoriamente con el tiempo.

Las diferencias entre los flujos laminar y turbulento en una tubería fueron esclarecidos en primera instancia por Osborne Reynolds en 1883. Reynolds condujo una serie de experimentos en los cuales inyectó un colorante en agua que fluía en una tubería de vidrio. La figura 2.5 ilustra las observaciones de Reynolds.

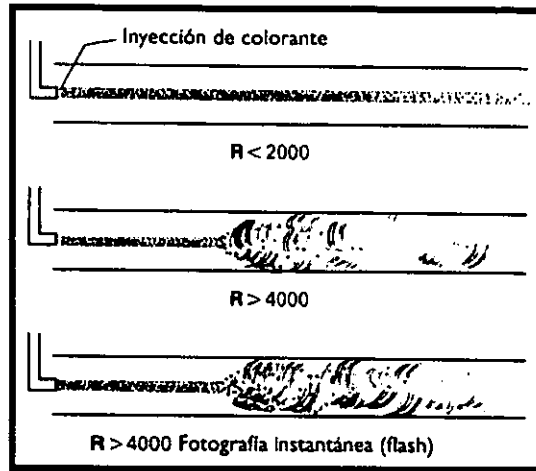


Figura 2.10 Representación esquemática de las observaciones de Reynolds de los flujos laminar y turbulento en tuberías

A bajas velocidades, el colorante permaneció uniforme y regular a medida que fluía aguas abajo. A velocidades más elevadas, parecía que el colorante explotaba, mezclándose rápidamente a través de toda la tubería. Con una fotografía moderna de alta velocidad de la mezcla del colorante, revelaría un patrón de flujo muy completo, no discernible en los experimentos de Reynolds.

Los experimentos de Reynolds demostraron que la naturaleza del flujo en tuberías depende del cociente de la fuerza inercial entre la fuerza viscosa; por tanto, si este cociente es grande cabe esperar que las fuerzas inerciales dominen a las fuerzas viscosas. Esto normalmente es cierto cuando ocurren cambios geométricos cortos y repentinos; en tramos largos de tuberías o canales abiertos la situación es distinta.

Una medida de turbulencia es un término carente de dimensión, llamado número de Reynolds:

$$\mathfrak{R} = \frac{\rho \ V \ D}{\mu} \quad (2.29)$$

donde V es la velocidad promedio, D es el diámetro interno de la tubería, ρ es la densidad de masa y μ la viscosidad.

El cociente entre ρ y μ se le denomina viscosidad cinemática:

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} \quad (2.30)$$

Reynolds encontró que si el valor de \mathfrak{R} era menor que aproximadamente 2000, el flujo siempre era laminar, mientras que a números de Reynolds mayores, el flujo era turbulento. El valor exacto del número de Reynolds que define el límite entre el flujo laminar y turbulento dependía de las condiciones experimentales. Si el agua en el depósito de entrada permanecía totalmente en reposo y no había vibración en el equipo, Reynolds encontró que el flujo laminar se podía mantener a números de Reynolds mucho mayores que 2000. También encontró que si comenzaba con un valor muy alto de \mathfrak{R} con flujo turbulento en la tubería y después lo disminuía, el flujo se convertía en laminar a un valor de \mathfrak{R} alrededor de 2000.

Aunque en un laboratorio es posible obtener un flujo laminar a números de Reynolds más elevados, la mayoría de las situaciones de ingeniería pueden considerarse como "no perturbadas". En la práctica de la ingeniería, el límite superior del número de Reynolds para flujo laminar en una tubería se toma como

$\mathfrak{R} \approx 2300$ Máximo para flujo laminar en una tubería

Para números de Reynolds entre 2300 y 4000, el flujo es impredecible y a veces pulsa o cambia de laminar a turbulento y viceversa. Este tipo de flujos se denomina flujo de transición. Si el número de Reynolds es mayor que 4000, generalmente es turbulento:

$\mathfrak{R} \approx 4000$ Mínimo para flujo turbulento estable en una tubería

Una de las fórmulas más empleadas para obtener la pérdida de carga por fricción en una tubería es la de Darcy-Weisbach desarrollada en 1850 con el apoyo de otros investigadores más. Tiene la ventaja respecto a otras, de ser más precisa (Rojas, 1994) al considerar además de las características de las tuberías, a la velocidad y viscosidad del fluido que circula dentro de ella. La fórmula está dada de la manera siguiente:

$$h_f = f \frac{L}{d} \frac{v^2}{2g} \quad (2.31)$$

donde f es el factor de fricción (adimensional), L la longitud de la tubería (en m), d es el diámetro de la tubería (en m), v la velocidad del flujo en la tubería (en m/s) y g es la aceleración de la gravedad (en m/s²).

El factor de fricción f depende del tamaño promedio de las protuberancias de la pared interior de la tubería (ϵ , denominada rugosidad absoluta), el diámetro de la tubería, la velocidad del flujo y viscosidad del fluido que circula en la tubería; estos factores se resumen en la llamada rugosidad relativa (ϵ/d) y el número de Reynolds.

Para la selección adecuada de la altura de rugosidad equivalente ϵ se recomienda usar tablas normalizadas aprobadas por alguna institución o de fabricantes que la especifiquen. Es necesario mencionar que al paso del tiempo en la tubería se presentan incrustaciones y alteraciones en la composición del material que provocan un aumento en la rugosidad absoluta de dicha tubería. Para la revisión hidráulica en redes de tuberías que tienen algunos años funcionando y que no han cumplido su periodo de vida útil es necesario considerar un ajuste en la rugosidad equivalente ϵ .

Cuando se utiliza la ecuación de Darcy - Weisbach, en términos del gasto se tiene que

$$h_f = CQ^2 \quad (2.32)$$

donde C corresponde a la siguiente expresión

$$C = f \frac{L}{A^2} \frac{1}{d} \frac{1}{2g} \quad \dots(2.33)$$

siendo f el factor de rugosidad (adimensional), L la longitud de la tubería (en m), d el diámetro de la tubería (en m), v la velocidad del flujo en la tubería (m/s), g es la aceleración de la gravedad (en m/s^2) y A^2 es el área de la sección transversal de la tubería (en m^2).

Para obtener el factor de fricción se puede usar el diagrama universal de Moody, figura 2.11, que se utiliza para determinar el factor de fricción f en tuberías de rugosidad comercial que transportan cualquier líquido.

Pérdidas locales

Además de la continua liberación de energía que ocurre con el movimiento del agua en cualquier conducto, existen las pérdidas de energía hidráulica locales (localizadas, accidentales o particulares). Como su nombre lo indica, estas pérdidas ocurren en los conductos, en secciones muy próximas, entre las cuales se encuentra cualquier dispositivo o causa perturbadora que provoca un aumento en la turbulencia. Dichas causas perturbadoras son, principalmente, la variación de la forma, dirección o de la sección del conducto.

En la práctica de la ingeniería, además de que los conductos no son rectilíneos, usualmente se emplean piezas especiales y conexiones que, en virtud de su forma y disposición provocan pérdidas locales; normalmente dichas piezas son válvulas, medidores y curvas diversas.

Todos estos componentes introducen perturbaciones que producen turbulencia y pérdida de energía mecánica adicionales a las que ocurren en el flujo de la tubería principal. La pérdida de energía mecánica debido a dichos componentes que se origina aguas abajo de dicho accesorio, muestra que la pérdida de energía ocurre en una distancia finita; sin embargo, cuando se observa desde la perspectiva de un sistema completo de tuberías, las pérdidas de energía se localizan cerca del componente. A tales pérdidas se les denominan pérdidas locales. Su magnitud h_L es proporcional a la carga de velocidad aguas arriba de dicho sitio, su expresión general (King, Wisler y Woodburn, 1948) es

$$h_L = K \frac{V^2}{2g} \quad (2.34)$$

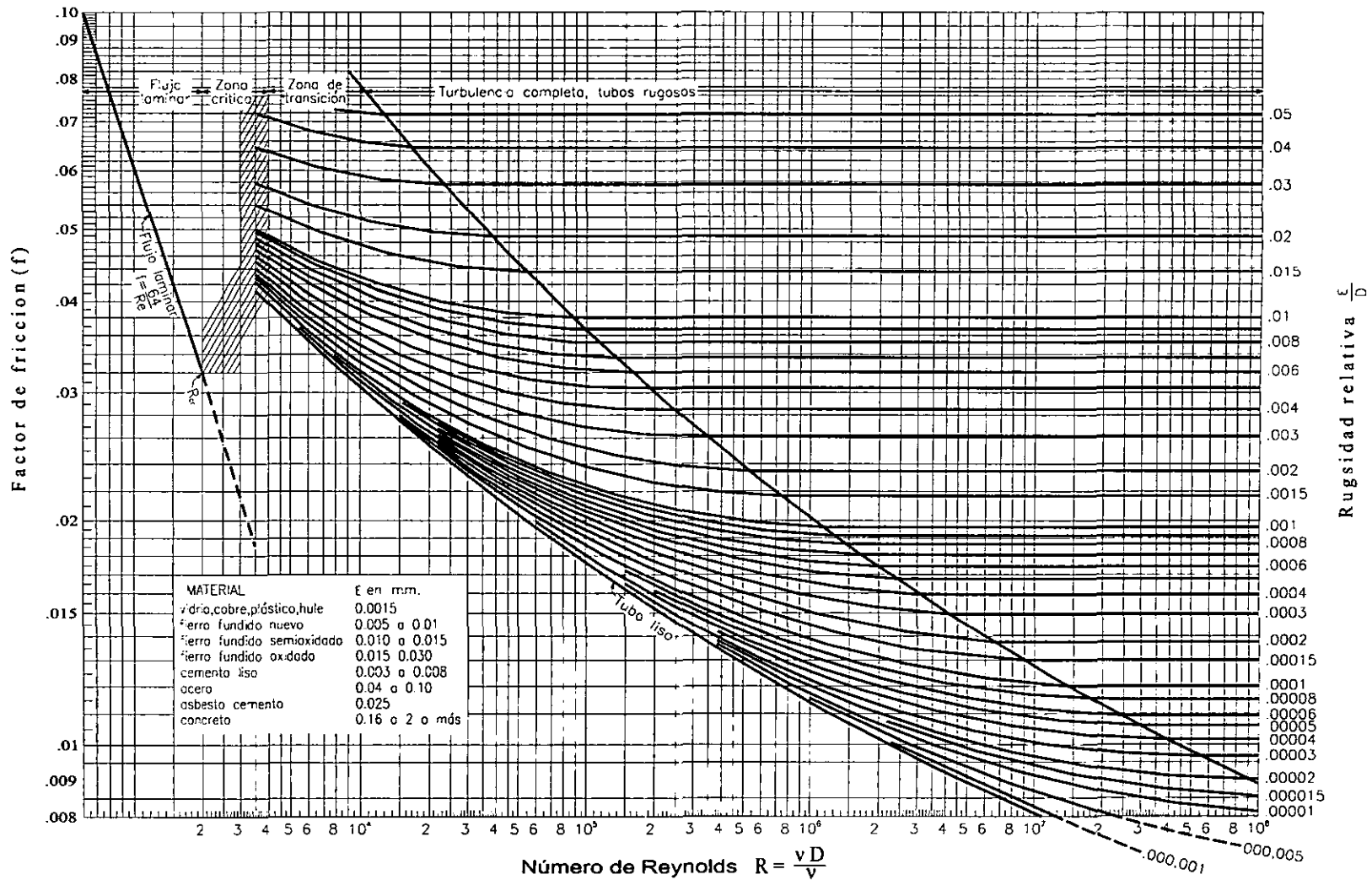


Figura 2.11 Diagrama de Moody

El coeficiente K es adimensional y depende del tipo de accesorio que provoque la alteración en el flujo y del número de Reynolds.

Para calcular la pérdida de energía total en el sistema, las pérdidas locales se suman a las pérdidas por esfuerzo cortante en la tubería.

En la tabla 2.1 se consignan valores de este coeficiente para distintas piezas.

Tabla 2.1 Valores del coeficiente de pérdida local (K)

FUENTE: Paschoal Silvestre, 1983

PIEZA	K	PIEZA	K
Ampliación gradual	0.30*	Unión	0.40
Boquillas	2.75	Medidor Venturi	2.50**
Compuerta abierta	1.00	Reducción gradual	0.15
Codo de 90	0.90	Válvula de ángulo abierto	5.00
Codo de 45	0.40	Válvula de compuerta abierta	0.20
Colador	0.75	Válvula de globo abierta	10.00
Curva de 90	0.40	Salida de canalización	1.00
Curva de 45	0.20	Te, de paso directo	0.60
Entrada normal	0.50	Te, salida de lado	1.30
Entrada de Borda	1.00	Te, salida bilateral	1.80
Velocidad	1.00	Válvula de pie	1.75
Válvula de retención	2.75		

* Con base en la velocidad mayor y

** Con base en la velocidad en la canalización

CAPITULO 3

MÉTODOS PARA DISEÑO DE REDES DE AGUA POTABLE

Existen diversos métodos para el diseño de redes de distribución. Uno de los más usados hasta hoy ha sido el método propuesto en 1936 por Hardy-Cross, que es adecuado para cálculos manuales y redes pequeñas. Es un método de revisión más que de diseño, en virtud de que se deben fijar los diámetros de cada tubería, los gastos de demanda en cada nodo y estimar los caudales en cada tubería que permitan obtener las cargas piezométricas en cada nodo. La red es analizada con la distribución de gastos propuesta en la red, que es balanceada por las pérdidas de carga resultantes. La solución cumple las ecuaciones de continuidad y energía para cada diámetro de tubería dado. El método es un proceso iterativo con auxilio de una fórmula que permite el ajuste de gastos en cada línea.

Una red de distribución se puede esquematizar como un grupo de circuitos cerrados. El método ajusta cada circuito de la red de manera independiente, sin que exista la interacción directa entre las ecuaciones básicas de la red. Cada circuito debe satisfacer dos condiciones: la pérdida total de carga en todo el circuito es cero, esto es $\sum h = 0$, y el gasto total de entrada y salidas en cada nodo del circuito debe ser también igual a cero, esto es que $\sum Q = 0$.

Sin embargo, para cada combinación de diámetros de la red se obtiene la solución hidráulicamente factible de modo que, es posible contar con tantas soluciones como arreglo de diámetros se propongan. De esta manera, si se desea determinar una solución menos costosa que otra, se debe efectuar un análisis de sensibilidad, proponiendo diferentes diámetros en los circuitos, obtener los resultados,

observar si cumple las restricciones impuestas de presión y gastos y el costo correspondiente. Este proceso iterativo es poco eficiente, lo cual limita a que, por lo general, se efectúe una simplificación de inicio y se evalúen sólo algunas opciones. De esta manera, es posible que la solución menos costosa de las opciones analizadas no sea precisamente la encontrada mediante este procedimiento.

Por ello, su aplicación al problema de análisis de redes ha sido estudiado por muchos investigadores, buscando simplificar cálculos o aplicar modelos más adecuados para computadoras. Existen en la literatura diversos métodos de optimización propuestos. El objetivo de esta sección es describir brevemente los métodos más conocidos y destacar sus ventajas y restricciones. Finalmente se dan recomendaciones dependiendo del tipo de red y las condiciones de operación.

3.1 Método de la longitud equivalente

El método de la longitud equivalente está basado en el concepto de que la cantidad total de tubería en un circuito dado es mínima si, para determinadas condiciones hidráulicas y geometría de la red, la suma total de las longitudes equivalentes es también mínima.

Tong (Tong, et.al., 1961) fue el primero en presentar el método de la longitud equivalente en una red. El método consiste en un proceso iterativo para encontrar la longitud equivalente por ejemplo, de una tubería de 8" de diámetro con factor de fricción $C = 100$. evidentemente, se pueden seleccionar otros valores base. Para obtener el diseño más económico de una red cerrada se propone que la suma algebraica de las longitudes equivalentes de tubería en cada circuito de una red cerrada sea igual a cero, $\sum L_e \approx 0$, en el cual todas las longitudes de tubería equivalente son mínimas cuando se fijan o se conocen las presiones, caudales de entrada, demandas en los nodos y la configuración topográfica. Esta consideración no tiene ningún fundamento matemático.

De esta manera, existen dos limitaciones del método. La primera resulta de no poder demostrar matemáticamente que $\sum L_e \approx 0$ para asegurar el diseño más económico. La segunda observación consiste en que se asume un coeficiente de fricción C igual para todas las tuberías, independientemente del material de éstas y del diámetro.

Un segundo modelo ha sido propuesto por (Raman y Raman, 1966) en el cual se propone obtener longitudes equivalentes mediante un algoritmo similar al de Cross. En este caso, se demuestra matemáticamente que, a diferencia del criterio de

Tong, la cantidad de tubería es mínima si se cumple que $\sum (L_e / Q) \approx 0$ alrededor del circuito, lo cual es válido para tuberías de un mismo diámetro y con el mismo valor del factor de fricción.

El análisis esta basado en la siguientes ecuaciones:

$$\begin{aligned} \sum H_f &= 0 && \text{alrededor del circuito (3.1)} \\ \sum Q &= 0 && \text{en cada nodo (3.2)} \\ H_f &= K_1 Q_x && \text{ecuación de pérdida de carga (3.3 a)} \\ H_f &= K_2 L_e Q_x && \text{ecuación modificada que considera a Le (3.3 b)} \\ \sum (L_e / Q) &\approx 0 && \text{en cada circuito} \end{aligned}$$

donde:

K_1 : Constante de la ecuación de pérdida de carga, según la fórmula que se utilice.
 K_2 : Constante de la ecuación de pérdida de carga modificada, que resulta de considerar $D = 8''$ y $C = 100$.

El procedimiento es el siguiente.

- a) Se determinan las cargas piezométricas requeridas en cada nodo (pérdidas de carga en cada tubería) y se debe satisfacer la ec. 3.1.
- b) Se establecen los gastos de demanda en cada nodo y las longitudes de tubería
- c) Se proponen los gastos iniciales por cada tubería y se debe cumplir la ec. 3.2 de acuerdo a la convención de signos
- d) Se calcula L_e despejando de la ecuación 3.3 b, considerando un valor de C y D constantes, que bien pueden ser los propuestos por Tong, $C = 100$ y $D = 8''$.
- e) Si $\sum (L_e / Q) \approx 0$ alrededor de cada circuito, entonces los gastos supuestos son correctos. Si no se logra $\sum (L_e / Q) \approx 0$, entonces se deben corregir los gastos mediante un proceso iterativo, tomando en cuenta un factor de corrección obtenido de utilizar la ec. 3.3 b y desarrollada en series de Taylor.

$$dQ = \frac{\sum \frac{L_e}{Q}}{2.85 \sum \frac{L_e}{Q^2}} \quad (3.4)$$

- f) Finalmente, una vez obtenidos los gastos en cada tubería y con base en las cargas piezométricas en cada nodo, se obtiene mediante la ecuación de pérdida de carga de Hazen-Williams, el diámetro de cada tubería que garantice la condición de balance de energía.

El método puede ser adoptado utilizando otras fórmulas de pérdida de carga, considerando que tienen la fórmula general $H_f = K L Q^n$.

Este método permite obtener longitudes equivalentes mínimas, que no necesariamente implica que el diseño de la red sea el más económico. Con base en una comparación de costos más que en una demostración matemática, se puede concluir que si bien la suma total de las longitudes equivalentes de tubería en una red es menor por el método de Raman que por el de Tong, el costo total de la red de tuberías requerida es justamente lo contrario (Deb and Sarkar, 1971).

Es posible reafirmar lo anterior mediante el uso de la ecuación de Hazen-Williams y las consideraciones de Raman. Siguiendo el razonamiento de Raman, se puede obtener una relación matemática, que está dada por

$$L_e = L \left(\frac{C_c}{C} \right)^{1.85} \left(\frac{D_c}{D} \right)^{4.86} \quad (3.5)$$

donde

L_e : longitud equivalente

L : Longitud real del tramo entre dos nodos

C_c : Factor de fricción constante para obtención de la longitud equivalente, pudiendo ser $C_c = 100$.

C : Factor de fricción del diámetro requerido

D_c : Diámetro constante para obtención de la longitud equivalente, pudiendo ser 8"

D = Diámetro requerido

Se observa que L_e es inversamente proporcional a C y D . Al minimizar L_e se pueden incrementar los valores de C y D con respecto a los valores de C_c y D_c . Por lo anterior, este método no es recomendable debido a que su hipótesis de partida no asegura el diseño más económico; más aún, difiere en la medida de que los diámetros requeridos son más grandes o pequeños con respecto al diámetro constante utilizado para la obtención de las longitudes equivalentes.

3.2 Método del diámetro equivalente

Este método (Deb and Sarkar, 1971) es similar al de la longitud equivalente. Combina una ecuación de pérdida de carga con una función no lineal que relaciona el costo total de la tubería con el diámetro de ésta.

De esta manera, la ecuación del diámetro equivalente se puede obtener de la fórmula de Hazen-Williams, considerando un valor constante en el factor de fricción C y la longitud L , pudiendo ser $C = 100$ y $L = 100$ m, quedando

$$D_e = 0.728 \left(\frac{Q^{0.381}}{H_f^{0.206}} \right) \quad (3.6)$$

donde

- D_e : Diámetro equivalente (m)
- Q : Gasto (m^3/s)
- H_f : Pérdida de carga (m).

Por su parte, se plantea una función de costos como una ecuación basada en regresión no lineal, de la forma

$$Y = MD_e^m \quad (3.7)$$

donde

- Y : costo por metro lineal ($\$/m$)
- M : Coeficiente de la regresión lineal
- m : Exponente constante de la regresión lineal

Combinando ambas ecuaciones, se obtiene

$$Y = M \frac{NQ^{0.381m}}{H_f^{0.206m}} \quad (3.8)$$

donde

- N : Constante, igual a 0.728^m

Si se deriva Y con respecto a Q y se iguala a cero, se obtiene un valor crítico, con la variable Q en el denominador. Si se deriva nuevamente, la segunda derivada es negativa, lo que indica que se trata de un valor máximo de Y , o sea la opción más

costosa. De esta manera, se busca que la pendiente dY/dQ sea la más alta posible. En una red cerrada, se tiene que:

$$\frac{dY}{dQ_i} = 0.38 \ln K \Sigma \frac{D_e^m}{Q_i} = A \quad (3.9)$$

donde

Q_i : Gasto por la tubería i que une a dos nodos

A : Valor de la pendiente, tan alto como sea posible hasta que los gastos Q_i cambien drásticamente y no se cumplan las condiciones de continuidad.

de donde se obtiene

$$\Sigma \frac{D_e^m}{Q_i} = \frac{A}{0.38 \ln K} = A' \quad (3.10)$$

De esta manera, el procedimiento consiste en efectuar una distribución inicial de gastos en cada tubería y especificar las longitudes de cada una y los gastos de demanda en cada nodo. Posteriormente se proponen, de manera ascendente, valores de A' hasta donde sea posible y se obtienen los D_e . Con este valor se deben corregir los gastos en cada tubería mediante el factor

$$dQ_i = \frac{A' - \Sigma \left(\frac{D_{ei}^m}{Q_i} \right)}{(0.38 \ln K - 1) \Sigma \left(\frac{D_{ei}^m}{Q_i^2} \right)} \quad (3.11)$$

La convención de signos es, positiva en la dirección de las manecillas del reloj y negativa en sentido contrario.

Después de obtener los gastos correctos Q_i y los correspondientes D_e , se calculan los diámetros reales D_i de los diferentes tramos de tuberías. La relación del diámetro equivalente de $L = 100$ m y $C = 100$ con la longitud real L_i y el correspondiente diámetro D_i se obtienen mediante la expresión:

$$\left[\frac{D_{ei}}{D_i} \right]^{4.86} = \frac{100}{L_i} \left[\frac{C}{100} \right]^{1.85} \quad (3.12)$$

Finalmente, este método puede ser ampliado considerando diferentes funciones de costo similares a la ec. 3.7, obtenidas mediante regresión lineal, aplicadas a costos de tanques de regulación, energía eléctrica y otros.

En este método los diámetros obtenidos no son los comerciales. Si bien pueden seleccionarse los diámetros comerciales inmediato a cada valor, el resultado global ya no es, estrictamente, el óptimo. En otros casos, como se verá más adelante, se alcanza un diseño óptimo si se establecen como restricción los diámetros comerciales en forma de variables discretas. Existe un inconveniente adicional: la función de costos ec. 3.7 que relaciona un costo con un diámetro equivalente y no directamente con diámetros comerciales, lo cual carece de una justificación matemática y propicia que dicha relación no lineal sea dudosa; por otra parte, el valor inicial de A' se obtiene de gastos hipotéticos (Feathertone and El-Jumaily, 1983) y es la base de todo el análisis.

3.3 Método combinado Cross – programación lineal

Se ha propuesto una técnica para la obtención del costo mínimo en una red de distribución (Kally, 1971). Está basado en una combinación de dos modelos. Primero se calcula el comportamiento hidráulico de la red mediante el criterio de Hardy Cross, proponiendo para ello los diámetros de cada tramo, tal que se cumplan las condiciones de balance de energía. Una vez obtenida dicha solución, se optima el resultado mediante programación lineal, defendiendo la función objetivo del modelo.

En el análisis de redes abiertas o cerradas se deben fijar los gastos de entrada y salida en cada nodo; en una red abierta se establece el gasto en cada tramo entre dos nodos. Así, la pérdida de carga entre tramos es función lineal de la longitud de la tubería. Por ello, lo que se optima con el modelo son los tramos de diferentes diámetros de tubería entre dos nodos.

En una red cerrada, se puede establecer de manera aproximada que si se reduce el diámetro de cualquier tubería, el caudal por ésta se reduce hacia el otro nodo dado y, para mantener el balance de la demanda requerida, dicho gasto debe ser suministrado indirectamente por otras tuberías que confluyen también a dicho nodo. De esta manera, se plantea un número de ecuaciones lineales igual al número de nodos, de la forma siguiente:

$$H'_o - H_o = P_o \quad (3.13)$$

donde

**ESTA TESIS NO SALE
DE LA BIBLIOTECA**

H'_o : Carga piezométrica existente en el nodo "O" antes de los ajustes mediante programación lineal.

H_o : Carga piezométrica requerida en el nodo "O"

Estas ecuaciones definen la dependencia entre el exceso o falta de presión en cada nodo y en el cambio de diámetros en cada línea. Esta definición es precisa en redes abiertas y aproximada en redes cerradas.

En este caso, la función objetivo busca maximizar el ahorro o minimizar el costo. Si el costo de cambiar del diámetro D' al diámetro D por unidad de longitud en la tubería l es C_{lD} , se puede plantear:

$$\text{Min OBJ} = \sum X_{lD} C_{lD} \quad (3.14)$$

donde

X_{lD} : tramo de tubería en la línea l con diámetro D

C_{lD} : Costo por unidad de longitud del tramo de tubería en la línea l con diámetro D

Las inecuaciones son

$$H'_o - H_o \geq \frac{dP_o}{dX_{lD}} X_{lD} \text{ en cada nodo;} \quad (3.15 a)$$

$$\sum X_{lD} \leq L_l \text{ en cada línea que une a dos nodos} \quad (3.15 b)$$

donde

dX_{lD} : Cierta cantidad de X_{lD}

dP_o : Cambio en la diferencia entre H'_o y H_o debido a dX_{lD}

L_l : Longitud total de la línea l entre dos nodos

Durante el análisis es preciso especificar un valor mínimo del diámetro en cada tramo entre dos nodos, puesto que el modelo tiende a desaparecer algunos tramos, convirtiéndola red cerrada en una abierta, en virtud de que ésta última es más económica pero a la vez menos segura, en términos de garantizar el caudal demandado en los nodos.

En el caso de una red abierta, el modelo puede seleccionar la opción más económica de trazo de las tuberías y también determinar la óptima combinación de diámetros. En una red cerrada, donde las rutas son fijas y ninguna de ellas puede ser eliminada, el modelo indicará la mejor combinación de diámetros en cada línea que una a dos nodos.

El método puede también ser aplicado para sistemas con bombeo en el sistema de distribución. Kally efectuó una comparación de los resultados de dos ejemplos de redes cerradas, resueltos inicialmente con el criterio de Cross y después optimados con el método de programación lineal, habiéndose logrado un ahorro en el costo total del 17% en el primer ejemplo y del 25% en el segundo.

Si bien este método permite obtener un diseño económico, presenta algunos inconvenientes. Mediante este criterio se obtienen dos o más tramos de tubería de diferentes diámetros en cada línea que une a dos nodos. De esta manera, el modelo no sólo da importancia a las pérdidas locales de cada liga debido a los cambios de diámetro, sino que también la combinación de diámetros en cada línea no será la mejor solución si existen, como realmente ocurre, diferentes condiciones de operación. Adicionalmente, la solución propuesta es poco práctica desde el punto de vista constructivo, en virtud de que se deben precisar las longitudes y los correspondientes diámetros requeridos para cada tramo que une a dos nodos, actividad que se complica conforme la red es más extensa.

3.4 Dos métodos basados en la teoría lineal

En el método Hardy Cross todo el conjunto de ecuaciones no lineales se resuelve por un método iterativo en el cual cada ecuación nodal es linealizada separadamente. En el método lineal el conjunto de ecuaciones no lineales se reemplaza por un conjunto de ecuaciones lineales simultáneas, que se resuelve con los algoritmos de Gauss-Seidel o de relajaciones sucesivas. La solución del conjunto de ecuaciones lineales simultáneas brinda correcciones a la red entera, que es mucho mejor que resolver para un circuito a la vez, y la convergencia es más rápida. Cabe destacar que no es un método de optimación, básicamente es un procedimiento de cálculo más veloz que el de Hardy-Cross y más adecuado para computadora, aspectos que cobran importancia conforme la red es más grande y resulta muy adecuado para la revisión de una red existente cerrada o abierta.

Existen dos esquemas que permiten utilizar la teoría lineal. El primer esquema ha sido propuesto por Wood y Charles (Wood and Charles, 1972) que considera como datos a los gastos de salida en cada nodo y las variables por definir son los gastos que circulan por cada línea.

Las ecuaciones que deben incorporarse al sistema de ecuaciones son las de pérdida de carga. Por ello, es preciso linealizar la ecuación de pérdida de carga de la línea i que une a dos nodos, de la siguiente manera.

$$H_i = K_i Q_i^x = K_i Q_{i0}^{x-1} Q_i = K_i' Q_i \quad (3.16)$$

donde

K_i : Constante que depende de la fórmula de pérdida de carga utilizada (ver ecs. 3.5, 3.6 y 3.7) en la tubería i

Q_{i0} : Gasto aproximado en la línea i que une a dos nodos

Q_i : Gasto real en la línea i que une a dos nodos

La consideración básica es que, cuando Q_{i0} se aproxima a Q_i , la ecuación anterior se convierte en solución de la pérdida de carga.

Para utilizar el método de la teoría lineal se necesita especificar, como punto de partida, un gasto estimado en cada línea, que puede obtenerse si en la primera iteración se asume que $K'_i = K_i$, es decir que la constante de la fórmula de pérdida de carga es, en la primera iteración, independiente del gasto.

Como $K_i = f(L, D, f)$, el método es adecuado para efectuar la revisión hidráulica de una red existente y no para el diseño óptimo, pues se requiere conocer los diámetros de cada línea.

Cuando $Q_{i+1} \approx Q_i$, se ha obtenido la solución. A experiencia en diferentes redes permite concluir que con este método se obtienen los gastos Q_i en tres o cuatro iteraciones.

Wood y Charles efectuaron una comparación de los diversos métodos propuestos en una red cerrada de 58 nodos y los resultados fueron los siguientes

Método	Número de iteraciones
Hardy-Cross	635
Newton-Cross	151
Newton-Raphson	24
Teoría lineal	4

De esta manera, se concluye que el método basado en la teoría lineal permite una convergencia mucho más rápida que los métodos tradicionales.

El segundo esquema (Isaacs y Mills, 1980) plantea un número de ecuaciones igual al número de nodos n , existiendo una diferencia de $c-1$ ecuaciones con respecto al primer esquema y por lo tanto, éste es aún más rápido.

En este modelo se requiere de una estimación inicial del gasto en cada tubería. Se recomiendan gastos iniciales basados en la misma velocidad, pudiendo elegirse $V = 1.0$ m/s, ya que las redes son diseñadas generalmente para velocidades cercanas a este valor.

El método permite determinar, si se conoce la carga en los tanques, el caudal de demanda de cada nodo, o bien, si se plantean como datos las demandas en los nodos, permite saber la presión en cada nodo y el gasto que circula por cada tubería. En este último caso, el procedimiento se establece si se fija un presión mínima requerida en los nodos (barométrica), pudiendo ser de 10 o 15 m. De esta manera, si la presión obtenida en cada nodo es menor a dichos valores, se pueden efectuar reforzamientos en los circuitos.

El método es adecuado para la revisión hidráulica de una red existente y para proyectos de rehabilitación de redes. En todo caso, al igual que el método de Cross, puede utilizarse como método indirecto de diseño, pero no garantiza que el dimensionamiento hidráulico sea el óptimo. Wood (Wood, 1981) ha indicado que a diferencia del método basado en la solución simultánea de las ecuaciones de gasto, si se resuelven las ecuaciones de carga de manera simultánea, el modelo presenta problemas de convergencia en aquellas líneas de pequeña longitud, puesto que la pérdida de carga es también pequeña y en el modelo, la ecuación de continuidad se expresa como la raíz cuadrada de la diferencia de cargas entre nodos subsecuentes, y también el caudal de ajuste es función de la diferencia de cargas.

3.5 Dos métodos de gradiente hidráulico – programación lineal

El procedimiento de diseño a través de la programación lineal está basado en una selección de las variables de decisión.

Este método fue propuesto en 1977 (Alperovits y Shamir, 1977) y utiliza la programación lineal como un paso intermedio en la búsqueda de un gradiente hidráulico óptimo que cumpla las condiciones de balance de presiones y gastos. El método del gradiente implica calcular la derivada parcial del costo total con respecto a algunas o todas las variables involucradas en el problema planteado. Para ello se propone un grupo de diámetros probables para cada línea (como variables discretas) y las variables por encontrar son las longitudes de cada liga entre nodos, asociados como diámetros comerciales consecutivos.

Si X_m es la longitud de tubería de diámetro m dentro de la línea "i" que une a dos nodos, se debe cumplir la restricción:

$$\sum X_m = L \quad (3.17)$$

donde

X_{im} : Longitud del tramo m en la línea i (m)

L_i : Longitud total de la línea entre dos nodos adyacentes (m)

Esto genera que cada tramo de tubería se divida en dos o más segmentos de tubería.

En dicho modelo es necesario proporcionar una distribución inicial de caudales en cada línea y conocer la carga hidráulica en el punto de inicio. También debe especificarse un diámetro mínimo para cada línea, como variable discreta, pues cuando una red está diseñada para una sola carga, la solución más económica siempre es una red abierta y en el proceso de optimación el modelo tiende a eliminar algunas tuberías.

Si se denomina al gradiente hidráulico por unidad de longitud como J_{im} , donde

$$J_{im} = K_{im} Q^r D^{-r}$$

en el tramo m de la línea i entre dos nodos, la pérdida de carga en dicho tramo se expresa como

$$H_{fim} = J_{im} X_{im} \quad (3.18)$$

donde

H_{fim} : Pérdida de carga del tramo m en la línea i .

J_{im} : Gradiente hidráulico del tramo m en la línea i .

Para aplicar el modelo se recomienda seleccionar el intervalo de diámetros posibles para cada línea y definir los valores máximos y mínimos del gradiente, pudiendo ser $J = 0.025$ y $J = 0.0005$, respectivamente.

Partiendo de un nodo de carga conocida "o" (que puede ser un tanque de almacenamiento), para un nodo "p" se debe cumplir que

$$H_{\min p} \leq H_o - \sum_{im} J_{im} X_{im} \leq H_{\max p} \quad (3.19)$$

La primera sumatoria se aplica a los tramos m que conforman la línea i ; la segunda sumatoria se aplica a todas las tuberías i que preceden en la trayectoria o ruta hacia el nodo p .

Para disminuir el tiempo de cálculo, la ec. 3.19 debe plantearse solo en cierto nodos de la red donde se considere conveniente y posteriormente analizar la solución. Si no se garantizan todas las cargas en los nodos, entonces se debe fijar la ec. 3.19 en aquellos nodos en los cuales no se haya cumplido la condición de carga mínima.

En la función objetivo se busca minimizar el costo de la tubería de diámetro constante en el tramo m de la línea i , o sea:

$$\text{MínOBJ} = \sum \sum C_{im} X_{im} \quad (3.20)$$

La función objetivo se propone como dependiente de los costos de capital (inversiones), pero también puede extenderse incorporando los costos de energía eléctrica.

El sistema de inecuaciones se resuelve con programación lineal, de acuerdo a las restricciones de la función objetivo (ec. 3.20). Se efectúan iteraciones probando con los diversos diámetros comerciales propuestos para cada línea. Se obtiene la combinación de tramos y diámetros consecutivos que aseguran el mínimo costo. Con base en estos resultados, se calculan los gradientes hidráulicos, se determinan los nuevos gastos en cada tramo que liga dos nodos y se inicia de nuevo. El proceso se repite hasta que los gastos en cada línea no difieren de los resultados anteriores.

Si bien este método proporciona diámetros comerciales, es poco práctico, pues divide los tramos entre los nodos, con los inconvenientes antes señalados para el método de Kally. Tampoco contabiliza las pérdidas locales que se originan al existir cambios de diámetro en una misma línea. Finalmente, el modelo es iterativo para cada solución y el tiempo necesario para obtener una solución de toda la red es directamente proporcional con el tamaño de esta, siendo muy lento. Este método obtiene soluciones locales y no garantiza una solución global óptima (Walski, et.al., 1988). Además, estas técnicas tienden a eliminar la configuración de las redes cerradas por esquemas abiertos, a menos que se restrinja y se obligue a la conformación de circuitos mediante alguna regla preestablecida. Finalmente, se ha demostrado (Goulter et.al., 1986) que el modelo es muy sensible a la trayectoria que se elija para definir las presiones mínimas (ec. 3.19) y que los resultados, si bien no cambian sustancialmente el costo total de la solución, difieren significativamente dependiendo de la trayectoria elegida en la formulación de las inecuaciones de la programación lineal. Para evitar lo anterior, se ha recomendado que para el diseño se efectúen análisis considerando diferentes condiciones de carga y se seleccionen los diámetros y longitudes de cada tramo de acuerdo con los resultados más favorables para uno. Lo anterior denota que el método propuesto no es práctico y sí muy laborioso.

3.6 Dos métodos para redes abiertas

Un sistema de red cerrada es hidráulicamente más eficiente que un sistema de red abierta, especialmente cuando los gastos cambian bruscamente, pues permite abastecer a un nodo dado desde diferentes puntos y en general balancea las presiones de la red. Sin embargo, un sistema abierto es más económico que un sistema cerrado porque define la ruta mínima de suministro.

Las redes abiertas son el sistema más común para el abastecimiento de agua en zonas rurales y también en zonas industriales.

A continuación se presentan dos métodos para la optimización de redes abiertas.

El primero se basa en las siguientes consideraciones (Deb, 1974). Parte de la ecuación de pérdida de carga, que se expresa de manera general como:

$$H_{f,i} = \frac{K_i L_i Q_i^n}{D_i^r} \quad (3.21)$$

siendo

$$K_i = \frac{10.694}{C^{1.85}} \text{ en la fórmula de Hazen-Williams (Sist. Int)}$$

$$K_i = \frac{f}{12.102} \text{ en la fórmula de Darcy-Weisbach (Sist.Int)}$$

donde

K_i : Constante de la fórmula de pérdida de carga utilizada

L_i : Longitud de la tubería que une los nodos o y p (m)

Q_i : Gasto que circula por la tubería que une o y p (m³/s)

D_i : Diámetro interior en la tubería i que une a o y p (m)

X : Exponente del gasto en la fórmula de pérdida de carga $x = 1.85$ en H-W y $x = 2$ en D-W

r : Exponente del diámetro en la fórmula de pérdida de carga $r = 4.687$ en H-W y $r = 5$ en D-W.

si se propone una función de costo total de la tubería $Y = f(D, L)$

$$Y_i = M L_i D_i^m \quad (3.22)$$

donde

Y : Costo la tubería i que une a dos nodos (\$)

M : Coeficiente de regresión no lineal

m : Exponente constante de la regresión no lineal

Si se despeja el diámetro de la fórmula de pérdida de carga y se sustituye en la función de costo, se obtiene

$$Y_i = \frac{MK_i^{m/r} Q_i^{xm/r} L_i^{1+(m/r)}}{Hf^{m/r}} \quad (3.23)$$

si se define la pérdida de carga máxima admisible en el punto más alejado del punto de inicio como H y se establece una relación entre las cargas como $r_i = Hf_i / H$, generalizando para todo el sistema se tiene la función de costo total Y .

$$Y = \frac{M}{H^{m/r}} \sum^n \frac{K_i^{m/r} Q_i^{mx/r} L_i^{1+(m/r)}}{r_i^{m/r}} \quad (3.24)$$

Para un sistema de tuberías en serie, en el que se conocen las longitudes de cada línea y se fijan la pérdida de carga total permisible en el sistema y los gastos de demanda en cada nodo conociendo entonces los caudales en cada línea, la única variable sin conocer es r_i .

El criterio de Cowan establece la proporcionalidad entre la pérdida de carga en una tubería y el costo de ésta con respecto a la pérdida de carga en el sistema y el costo total, es decir

$$\frac{H_{f_i}}{H} = \frac{Y_i}{Y} \quad (3.25)$$

La función de costos puede ser generalizada e incorporar a la función de costos del equipo de bombeo (en caso de bombeo a la red) y de costos operativos.

El método se basa en una proporcionalidad de cargas hidráulicas y costos que no está ampliamente comprobada (ec. 3.25). El proceso de cálculo es complicado y no parece ser el más indicado toda vez que la red abierta se analiza desde los ramales extremos hasta un nodo común, formando un sistema, cuyo solución se conjuga con otro sistema y así sucesivamente, hasta analizar toda la red. Finalmente, como los diámetros requeridos se obtienen a partir de las pérdidas de carga óptimas en cada tramo, no son comerciales y el redondeo al valor comercial inmediato no garantiza que la solución en conjunto sea la óptima.

El segundo método está basado en el concepto de ruta crítica (Bhave, 1979) que, como se verá más adelante, ha sido mejorado para su aplicación a redes cerradas.

En un modelo de programación lineal, se seleccionan algunos diámetros de tubería en cada línea para restringir el tamaño del modelo. En realidad, para obtener la solución global óptima, ninguna línea debe estar restringida a ciertos diámetros. Sin embargo, lo anterior ocasionaría que el modelo sea muy grande. Desde el punto de vista de optimización, se ha observado que, para redes abiertas, en una línea que une dos nodos mediante varios tramos de diferentes diámetros, dichos tramos están conformados por diámetros comerciales que no difieren de una o dos medidas entre sí. Usando esto apropiadamente, si se seleccionan dos o tres diámetros de tubería por cada línea, el tamaño del modelo de programación lineal puede reducirse considerablemente.

Sin embargo, el grupo de diámetros de tubería elegido para cada línea debería ser tal que, aún así la restricción para reducir el tamaño del modelo, deberían ser los más adecuados; a este grupo se llamarán grupos óptimos.

En una red abierta, el agua suministrada solo proviene del nodo anterior, es decir, sólo existe una ruta para cada nodo desde la fuente de abastecimiento. De esta manera, existen trayectorias claramente definidas a cada nodo. Para nodos consecutivos, se cumple que

$$L_a C_p \leq L_a C_{p+1}; \quad p = 1, \dots, N-1 \quad (3.26)$$

donde

$L_a C_p$: Longitud acumulada de la ruta crítica hasta el nodo p

$L_a C_{p+1}$: Longitud acumulada de la ruta crítica hasta el nodo $p+1$

Si se denomina a la carga en la fuente de abastecimiento H_o y la carga mínima requiere en el nodo p como $H_{mín p}$, entonces la pendiente hidráulica se define como

$$S_{fp} = \frac{H_o - H_{mín p}}{L_a C_p} \quad (3.27)$$

La carga disponible en el nodo p está definida como

$$H_p = H_o - S_{fp} L_a C_p \quad (3.28)$$

la trayectoria hasta el nodo más alejado es llamada ruta crítica y la pendiente hidráulica asociada con dicha ruta es la pendiente mínima S_{fmin} . Si el nodo p está en la ruta crítica, entonces la ecuación anterior se define como

$$H_p = H_o - S_{\text{fmin}} L_a C_p \quad (3.29)$$

de esta manera, todas las cargas en los nodos de la ruta crítica están calculadas con S_{fmin} . El modelo no presenta una solución única, toda vez que para cada línea propone los diámetros comerciales asociados con el valor superior e inferior al obtenido. Adicionalmente, cuando el intervalo entre diámetros consecutivos es pequeño, es necesario especificar más de dos diámetros, es decir, abrir el intervalo de posibilidades, lo que incrementa el tiempo y brinda mayor incertidumbre sobre el valor óptimo. Pese a lo anterior, se considera adecuado para el diseño de redes abiertas, puesto que el algoritmo propuesto es relativamente fácil de programar e incluso de efectuar los cálculos manualmente.

3.7 Optimización con programación lineal

A diferencia del método de Kally o el de Alperovits, se han desarrollado modelos que utilizan la programación lineal tanto para la determinación de caudales y distribución de flujo como para la optimización de la red de agua. A continuación se describen brevemente y se comentan dos métodos.

El primer método propone una solución óptima aún para los diámetros comerciales (Cenedece y Mele, 1978). Parte de la base de que el sistema de distribución más económico es una red abierta. Sin embargo, considera que para asegurar las presiones y caudales en los nodos, se deben introducir líneas de interconexión entre éstos, aún sin ellas aumentan el costo total, formando así redes cerradas.

Las ecuaciones que caracterizan el problema son:

- 1) Ecuación de continuidad en los nodos
- 2) Ecuación de pérdida de carga; habiendo fijado el signo positivo para cada ramal, puede escribirse como

$$h_{o(r)} - h_{p(r)} = K_r D_r^{-5} |Q_r| Q_r L_r = J_o L_r \quad (3.30)$$

donde

- $h_{o(r)}$: carga piezométrica en el nodo o (m)
- $h_{p(r)}$: carga piezométrica en el nodo p (m)
- K_r : Constante de la pérdida de carga

D_r : Diámetro de la línea que conecta a o con p (m)
 Q'_r : Gasto en la línea que une a o con p (m^3/s)
 L_r : Longitud de la línea que une a o con p (m)
 r : Índice del ramal

despejando el diámetro D :

$$D_r = \left[\frac{K_r |Q'_r| Q'_r L_r}{h_{o(r)} - h_{p(r)}} \right]^{1/5} \quad (3.31)$$

3) La función objetivo representa e costo total de las tuberías. Si se utiliza una fórmula para definir el costo en función del diámetro y por unidad de longitud, se puede expresar $C = a D^\delta$. Los valores "a" y "δ" pueden obtenerse mediante regresión no lineal. La función objetivo queda como

$$\text{MínOBJ} = \sum a D_r^\delta L_r \quad (3.32)$$

Si de manera análoga al criterio de Hardy-Cross para tuberías comunes a dos circuitos, se plantea al ajuste de caudales entre un circuito (llámese principal) y el otro, llamado adyacente, se tiene

$$Q'_r = Q_r + q_{m(r)} - q_{a(r)} \quad (3.33)$$

donde

$m(r)$: índice de la red principal del circuito
 $a(r)$: índice de la red del circuito adyacente
 Q'_r : gasto inicial, congruente con la ec. De continuidad
 $Q_m(r)$: gasto que circula en la línea común por el circuito principal
 $Q_a(r)$: gasto que circula en la línea común por el circuito adyacente

Introduciendo las ecs. 3.31 y 3.33 en la función objetivo (ec. 3.32), se tiene

$$\text{MínOBJ} = \sum a \left[\frac{K(Q_t + q_{m(r)} - q_{a(r)})^2}{J_0 L_r} \right]^{5/5} L_r^{[1+(\delta/5)]}$$

las variables independientes son los gastos por cada circuito y las cargas piezométricas en los nodos. Los valores mínimos de carga piezométrica deben especificarse para garantizar en cada punto la presión necesaria y limitar el intervalo de presiones para las diferentes condiciones de operación.

Por otra parte, la dirección del gasto debe ser congruente con la pérdida de presión. Esta restricción debe ser introducida dentro de la función objetivo, sumando una penalidad cuando el gasto y la pérdida de carga estén en oposición.

El método solo es aplicable a un sistema con una carga constante y sin bombeo. Esto se infiere (Lischer, 1979) del establecimiento de una carga mínima para el nodo de entrada de gastos en la red. En la práctica, esto sólo sucede cuando el suministro proviene de un solo tanque de abastecimiento de agua localizado en una zona alta.

Por lo mismo, la función de costos sólo considera costos de inversión. Si se incluye bombeo, el costo anual debe ser optimado en soluciones que involucren también los costos anuales de operación, los costos de energía y de mantenimiento. Finalmente, si se parte de la consideración de que una red abierta es más económica, se genera que la red cerrada obtenida no sea más que un esquema de red abierta unida con diámetros mínimos, lo cual no resulta satisfactorio.

Basado en la Programación Lineal, se ha propuesto un segundo método (Quindry, et.al., 1981). A diferencia del método de Alperovits y Shamir, la consideración básica es la siguiente. Considere que existe una disminución en el gasto de demanda requerido en un nodo cualquiera, sea j definida como dQ_j . Este valor se puede utilizar para que mediante la variable dual $\tau_j = d(\text{Costo}/dQ_j)$ se disminuye el costo total de la red. Resolviendo el sistema formado mediante programación lineal, se obtiene una disminución en el costo total. Sin embargo, en el nodo j existirá una deficiencia en el caudal demandado. Este déficit puede ser recuperado mediante un cambio en las cargas hidráulicas de los nodos adyacentes i, k que interactúan con el nodo en cuestión. De esta manera, se restablece el caudal demandado y se obtiene una reducción en el costo del sistema. Lo anterior se puede expresar matemáticamente como:

$$\sum \frac{\delta Q_j}{\delta h_{ij}} dh_{ij} + \sum \frac{\delta Q_j}{\delta h_{jk}} dh_{jk} + dQ_j = 0 \quad (3.34)$$

Por continuidad, se establece que

$$\sum q_{ij} - \sum q_{jk} = Q_j$$

donde

Q_j : Gasto o caudal de demanda en el nodo j

h_{ij} : Pérdida de carga entre los nodos i y j

h_{jk} : Pérdida de carga entre los nodos j y k

De esta manera la ecuación 3.54 se expresa como

$$\sum \frac{\delta q_{ij}}{\delta h_{ij}} dh_{ij} - \sum \frac{\delta q_{jk}}{\delta h_{jk}} dh_{jk} + dQ_j^* = dQ_j = 0 \quad (3.35)$$

De la expresión de pérdida de carga de Hazen-Williams, si se despeja el gasto q_{ij} y se deriva con respecto a la pérdida de carga h_{ij} , se obtiene la siguiente relación

$$\frac{\delta q_{ij}}{\delta h_{ij}} = \frac{0.54q_{ij}}{h_{ij}} \quad (3.36)$$

Por definición, $h_{ij} = H_i - H_j$ y $dh_{ij} = dH_i - dH_j$; sustituyendo la ec. 3.36 en la ec. 3.55, se obtiene un balance entre el cambio en el gasto de demanda dQ_j^* (que permite disminuir el costo del sistema) y cambios en la carga del nodo j y de los nodos aguas arriba y debajo de éste, que se expresa como

$$\sum \frac{0.54q_{ij}}{H_i - H_j} (dH_i - dH_j) - \sum \frac{0.54q_{jk}}{H_j - H_k} (dH_j - dH_k) + dQ_j^* = 0 \quad (3.37)$$

si la función objetivo se expresa como

$$\text{Mín costo} = \sum a_{ij} L_{ij} X_{ij}$$

donde

a_{ij} : costo de tubería por unidad de longitud y por unidad de X_{ij} (\$/m)

L_{ij} : Longitud de tubería (m)

X_{ij} : Variable linealizadas del diámetro; $X_{ij} = D_{ij} 2.63$ de la ecuación de H-W, habiendo despejado el gasto q_{ij} .

Mediante la regla de la cadena, se puede derivar un gradiente para que los cambios en las cargas de los nodos tengan el mismo efecto en la función objetivo que cambios en los caudales de demanda. Considerando la variable dual τ y la ecuación 3.37, se tiene

$$\frac{\delta(\text{costo})}{\delta H_j} = \tau_j \sum \frac{0.54q_{ij}}{H_i - H_j} + \sum \frac{0.54q_{jk}}{H_j - H_k} - \sum \tau_i \frac{0.54q_{ij}}{H_i - H_j} - \sum \tau_k \frac{0.54q_{jk}}{H_j - H_k} \quad (3.38)$$

La ecuación 3.38 se puede usar para calcular el gradiente del cambio en el costo debido a un cambio en las cargas de los nodos. Utilizando como guía, es posible alterar las cargas de tal manera que la solución, mediante programación lineal, tenga un mejor valor en la función objetivo. EL proceso se repite hasta lograr el costo mínimo. EL modelo ha sido probado en un sistema sin bombeo de la ciudad

de Nueva York y se ha concluido que, si se aumentan las demandas en los nodos en un 20% más, la solución es prácticamente la misma.

El método sólo ha sido probado en redes que funcionan con presión constante. La anterior conlleva a que el modelo no sea confiable para casos con bombeos directos a la red, toda vez que modifica las cargas cada vez que reduce un diámetro para así disminuir el costo de la red, y no toma en cuenta que en ciertas ocasiones, es probable que se requiera de un bombeo adicional y el costo de éste podrá ser mayor que el ahorro obtenido al cambiar el diámetro de la tubería. Finalmente, el modelo no proporciona diámetros comerciales.

Se ha reportado que el algoritmo ha sido mejorado para considerar bombeos directos a la red (Brill, Liebman y Han-Lin Lee, 1985); sin embargo, persiste la consideración básica de que para una sola condición de carga la solución es una red abierta unida con líneas de diámetro mínimo. Por otro lado, si se usan múltiples condiciones de carga, entonces el modelo excluye la posibilidad de encontrar un diámetro mínimo, lo cual tampoco es satisfactorio.

3.8 Método de Cross- Gradiente hidráulico óptimo

El método establece el concepto básico de que existe un gradiente hidráulico hipotético para el balance de una red en particular, en el que el diseño inicial puede ser corregido hasta alcanzar el diseño óptimo (Featherstone y El-Jumaily, 1983). En este caso se consideran los costos de capital (que se transforman en costos anuales equivalentes mediante criterios microeconómicos) y los costos anuales fijos y variables.

Se identifica la configuración de la red y los valores iniciales de diámetros, bombas y tanques y se define la presión mínima permisible.

Se determinan las funciones de costos, que en general se expresan como:

Función de costos de la tubería:	$C = a_1 L^{a_2} D^{a_3}$
Función de costos de instalación de bombeo:	$C = b_1 Q^{b_2} H^{b_3}$
O si se desconoce H, se puede expresar :	$C = c_1 Q^{c_2}$
Función de costos operacionales de bombeo:	$C = \frac{QIH\tau F}{101.87E\eta}$
Función de tanques de regulación:	$C = d_1 V^{d_2}$
Función de costos de mantenimiento:	$C = e_1 Qd^{e_2}$

Donde

$a_1, a_2, a_3, b_1, b_2, b_3, d_1, d_2, e_1, e_2$: Constantes de regresión no lineal

L, D : Longitud (m) y diámetro (m)

Q, Q_1, Q_d : Gasto (m^3/s), (l/s) y (m^3/d)

V, H : Volumen del tanque (m^3) y carga total (m)

T, F : Número de horas de operación al año (h/año) y costo por kW-hora ($\$/kW$ -hora)

Eff : Eficiencia total del sistema de bombeo

Si se despeja el diámetro de la ecuación de Darcy-Weisbach, se tiene, en el sistema internacional de unidades:

$$D = \frac{f^{0.2} Q^{0.4}}{(12.1025)^{0.2}} = \frac{0.607f^{0.2} Q^{0.4}}{S^{0.2}} \quad (3.39)$$

si se sustituye el diámetro en la función del costo de la tubería, la función de costos total queda expresada como

$$C_t = \sum a_i L_i^{a_2} \left[\frac{0.607f^{0.2} Q_i^{0.4}}{S_i^{0.2}} \right]^{a_3} + c_i Q^{c_2} + \frac{Q_i H T F}{101.87 Eff} + d_i V^{d_2} + e_i Q^{e_2} \quad (3.40)$$

Ahora bien, la propuesta fundamental es sustituir el valor de la carga H en la ec. 3.40 por la expresión

$$H = S_d d + RP + ZG + H_f \quad (3.41)$$

donde

S_d : gradiente hidráulico de la línea de flujo más corta desde el nodo de carga conocida hasta el nodo de carga más baja

d : longitud desde el sitio de carga conocida hasta el nodo de presión más baja

RP : carga residual mínima por encima del nivel de terreno

ZG : diferencia entre el nivel del agua y el nivel del terreno (en caso de tanques enterrados o pozos)

H_f : pérdida de carga total

De esta manera, la función de costos total depende de las pendientes hidráulicas s_i y s_d , de la presión mínima requerida RP y las pérdidas por fricción.

La consideración básica es que se obtiene el diseño óptimo si se igualan las pendientes hidráulicas de los nodos adyacentes con el hipotético. Este valor

hipotético se define como el gradiente óptima artificial y se expresa como S_o , que sustituye a los valores de s_1 y s_d en las ecuaciones anteriores. En efecto, si se deriva la ec. 3.40 con respecto a S_o , existe un valor mínimo si se iguala $dC/dS_o = 0$. De esta manera, despejando a S_o se tiene

$$S_o = \frac{0.2a_1 K_2 \sum (L_i^{a_2} Q_i^{0.4a_3})}{K_3} \frac{1}{(0.2a_3 + 1)} \quad (3.42)$$

donde

$$K_2 = a_1 0.607 f^{0.2}$$

$$K_3 = \frac{Q_d T F}{101.87 E f}$$

La solución no proporciona diámetros comerciales y el simple redondeo al inmediato comercial no justifica que la solución en conjunto sea la óptima. En realidad, el análisis hidráulico se efectúa mediante modelos de revisión apoyados en una función generalizada de costos. De esta manera, el algoritmo planteado puede codificarse como una subrutina de ayuda al modelo de Cross o de teoría lineal.

3.9 Dos métodos de ruta crítica

El primer método de ruta crítica es una ampliación del expuesto para el caso de redes abiertas (Bhave, 1979), también propuesto por el mismo autor (Bhave, 1983). Existen dos criterios de partida: gasto mínimo o bien, diámetros mínimos. Considera como premisa que las redes abiertas son el esquema más económico y por lo tanto, desagrega una red cerrada en una combinación de redes abiertas por cada una de las fuentes de abastecimiento que denomina esquema de distribución de gastos, y procede con el algoritmo descrito anteriormente para redes abiertas. Formula la función objetivo dependiendo del criterio de partida. En el caso de gastos mínimos, la función objetivo se expresa como

$$\text{Min}(z) = \sum_s \sum_n L_{sn}^{1+y/r} (Hs_s - Hd_n^{\text{min}})^{-y/r} \quad (3.43)$$

donde

L_{sn} : Longitud entre la fuente s y el nodo de demanda n (m)

Hs_s : carga en la fuente s (m)

Hd_n^{min} : carga mínima requerida en el nodo de demanda n

Y : exponente en el diámetro en la función no lineal de correlación entre el costo de la tubería con respecto al diámetro; $C = a L D^Y$
 r : exponente del diámetro en la fórmula de Darcy-Weisbach ($r = 5$)
 s : número del nodo fuente o con carga conocida
 n : número del nodo de demanda

La primera sumatoria se aplica sobre todos los nodos de demanda con respecto a un nodo conocida o fuente de abastecimiento y la segunda sumatoria se realiza sobre todas las fuentes. De esta manera, el número de variables de decisión en la función objetivo con $s \cdot n$.

Las restricciones a las que está sujeta la función objetivo son:

$$\sum_s Q_{s-1} = q_1, \dots, \sum_s Q_{s-n} = q_n \quad (3.44)$$

o sea una ecuación por cada nodo de demanda y

$$\sum_n Q_{1-n} = Q_s - q_1, \dots, \sum_n Q_{2-n} = Q_2 - q_1 \quad (3.45)$$

una ecuación por cada fuente de abastecimiento y finalmente

$$Q_{s-n} > 0 \quad (3.46)$$

Por cada fuente y nodo, o sea $s \cdot n$ inecuaciones de no negatividad.

De esta manera, si se cuenta con una red de 200 nodos, abastecido de 3 pozos, se tendrá que la función objetivo depende de 600 variables de decisión, las restricciones son $200 + 3 + 600 = 803$. Resulta claro que este caso se torna muy complejo de analizar.

Restricción: El modelo es impráctico ya que descarga una red cerrada en tantas redes abiertas como número de fuentes de abastecimiento existan; en general unesquemas de redes abiertas óptimas a una cerrada mediante líneas de diámetro mínimo o asociadas con gastos mínimos. Lo anterior no garantiza que el modelo en conjunto sea el óptimo. En todo caso, tal parece que el autor pretende adecuar las redes cerradas a su modelo y no, como parece lógico, que los modelos reflejen un funcionamiento real.

Cabe destacar que el autor ha propuesto en otro trabajo un modelo para el reforzamiento de redes existentes, que combina el modelo de ruta crítica con el de programación lineal (Bhave, 1985). Con base en la literatura investigada, se puede afirmar que es el primer intento formal de modelar el diseño óptimo de reforzamientos en redes existentes, puesto que divide el caudal requerido en el

caudal que circulará por la tubería existente y el necesario para cubrir la presión y el gasto del nodo de aguas abajo. A diferencia de otros modelos que admiten más de una línea paralela y que seleccionan su diámetro por aproximaciones sucesivas, en el método señalado se hace la separación de caudales como parte del método de optimación. Sin embargo, el modelo no resulta práctico en redes extensas, por sus aplicaciones inherentes.

Un segundo método ha sido propuesto por Jeppson (Jeppson, 1985). Se basa en que el diseño de un red abierta es la más económica. Se seleccionan las dos fuentes de abastecimiento más importantes, cuyo criterio es que tengan la mayor carga; posteriormente se define la ruta más corta que las une, que se denomina ruta fundamental o dominante. Se plantea rutas primarias a partir de las demás fuentes de abastecimiento hasta el nodo más cercano a éstas y que forma parte de la ruta dominante. Se definen rutas secundarias desde los nodos que no formen parte de las rutas dominante o primarias hasta el nodo más cercano a éstas de la ruta dominante. Los nodos no comprendidos en las rutas antes mencionadas se unen con diámetros arbitrarios, que pueden ser los mínimos.

Se establecen cargas hipotéticas en los nodos en proceso inverso a la formación de las rutas, es decir, se trabaja primero con las rutas secundarias. Considerando las cargas mínimas requeridas en los puntos extremos y despreciando el gasto en los diámetros mínimos de liga se obtienen los gastos hipotéticos en cada línea. Con base en los gastos se determinan las cargas en los nodos y se compraran con las propuestas inicialmente. El proceso es iterativo y se pueden modificar los diámetros en las líneas que se consideren convenientes.

Una vez que se obtiene el balance de cargas y gastos en todas las rutas, se pueden despejar los diámetros y redondear los comerciales.

El modelo es útil para redes abiertas. Para redes cerradas no garantiza que el diseño sea el óptima puesto que la diferencia entre un esquema cerrada y una abierto, bajo esta perspectiva, es la unión o liga de nodos mediante líneas de diámetro mínimo por donde circulan caudales también mínimos. Por otra parte, los diámetros obtenidos no son comerciales, que conlleva a las restricciones antes enunciadas.

3.10 Dos métodos de Selección Enumerativa

A diferencia de los modelos que buscan el costo mínimo del sistema de redes mediante algún algoritmo matemático, los métodos de selección enumerativa siguen el proceso convencional de tanteos y prueba-error para la selección de los diámetros óptimos. Sin embargo, si se considera que el número de valores

posibles para cada tubería que conecta dos nodos es mayor a 10, el número de combinaciones posible sería astronómicamente. Por ello, se han propuesto algunas técnicas para obtener opciones que no tomen un tiempo computacional aceptable (Walski, Gessler y Sjostrom, 1988 a), (Walski, Gessler y Sjostrom, 1988 b). La primera consideración es que el diámetro de las tuberías a lo largo de una red principal cambia sólo en las principales intersecciones y en las zonas de usuarios de gran consumo. Por otra parte, se plantea que la selección de diámetros sea discreta, de acuerdo con los diámetros comerciales existentes. Un problema fundamental del algoritmo de enumeración se encuentra en la gran cantidad de posibles combinaciones que se pueden obtener y que el tiempo de computación crece exponencialmente con el número de tuberías que conforman la red. Para minimizar el número de combinaciones, se han propuesto cuatro pasos a seguir.

- a) Agrupación de tuberías. Se propone que se asignen grupos de tuberías del mismo diámetro, de acuerdo a los requerimientos de demanda en sectores, bloques o circuitos.
- b) Tamaño de los grupos. El número de combinaciones de diámetros posible es igual al producto del número de los diámetros discretos propuestos por el número de grupos seleccionados. Es recomendable verificar que el tamaño más pequeño en cada grupo pueda garantizar el requerimiento de presión mínima se combinen con los tamaños más grandes de los demás grupos.
- c) Costo. El algoritmo de búsqueda de combinaciones interactúa con funciones de costos. Una vez que se haya definido una posible combinación que cumpla con las presiones mínimas requeridas, no tiene sentido buscar combinaciones más costosas y se limitará como máximo a la combinación obtenida.
- d) Si alguna combinación no cumple las condiciones de presión, ninguna combinación con diámetros iguales o menores la cumple, y ésta es la combinación que sirve como base.

Se estima que una vez pasada la prueba del costo, las posibles combinaciones se reducen a un 20% y que disminuyen a un 10% cuando cumplen las condiciones de presión mínima.

Bajo esta metodología, se ha diseñado el programa de cómputo WADISO, accesible al mercado estadounidense desde 1988.

Un método similar ha sido propuesto por Tzatchkov (Tzatchkov y Alfonso, 1990). Se restringe a que las condiciones hidrodinámicas en las tuberías sean satisfactorias, es decir, que cumplan con las presiones mínimas requeridas y no

excedan las velocidades máximas permisibles. De lo contrario, se selecciona el diámetro inmediato superior o inferior, de acuerdo a la restricción por solventar.

Para lograr lo anterior, se dispone de una base de datos con información de diámetros comerciales de diversos tipos de material, sus costos por metro lineal y el factor de fricción asociado a ellos. En cada nodo se verifica que se cumpla con la presión mínima requerida; del mismo modo, se verifica que con los diámetros propuestos las velocidades en las líneas sean mayores a las mínimas y menores a las máximas permisibles. Se proponen dos algoritmos: inicializar con diámetros mínimos en todas las líneas, o bien con diámetros máximos.

El algoritmo es similar en el caso de iniciar el análisis con diámetros máximos. Los autores recomiendan iniciar con diámetros máximos.

El modelo es muy recomendable para el análisis y diseño exclusivo de redes de distribución de agua, en virtud de que el algoritmo planteado es ingenioso, lógico y relativamente sencillo. Sin embargo, su mayor limitación reside en el hecho de que parte de considerar que los puntos de alimentación a la red están previamente definidos, sea mediante un tanque de almacenamiento con cierta carga hidráulica y capacidad, o bien con bombas que alimentan directamente a la red. Bajo esta consideración, iniciar con diámetros mínimos sería, como afirman los autores, partir de la opción más económica e iniciar con diámetros máximos sería la alternativa más costosa.

Sin embargo, si se desea llevar a cabo una ampliación de redes, lo deseable es obtener el diseño más económico del sistema de distribución en conjunto, que conlleva a la interacción entre tanques de almacenamiento, cárcamos de bombeo y líneas de distribución. De esta manera, en el caso de una red que se alimenta con bombeos directos, seguramente que la opción de iniciar con diámetros mínimos será una de las opciones más costosas, por los costos de operación que implica. Por lo anterior, sería deseable que en el modelo presentado se incorpore una evaluación de costos de inversión y operación a Valor Presente Neto, para evaluar los efectos de ambos flujos de inversión.

En todo caso, para el diseño de la ampliación de redes, los métodos de enumeración se consideran muy adecuados, con la salvedad antes enunciada, que puede ser eliminada. Asimismo, son también útiles para el diseño del reforzamiento o rehabilitación de redes existentes, aunque el proceso de aproximaciones sucesivas es todavía mayor.

Finalmente, existen otros métodos que a juicio personal son bastante simplistas en sus consideraciones de inicio, o bien que plantean diseños muy complejos y academicistas que difícilmente resuelven problemas reales. Pueden citarse métodos en elementos finitos, en programación dinámica y métodos gráficos (Walski, 1985).

CAPÍTULO 4. MÉTODO PROPUESTO

4.1 Introducción

Con base en las ecuaciones fundamentales del movimiento de fluidos a presión, es posible diseñar, revisar el funcionamiento y establecer la operación de redes de tuberías empleadas en el suministro de agua potable.

El diseño hidráulico de una red consiste en seleccionar los diámetros de sus tuberías, de tal modo que conduzcan el fluido hasta los sitios de demanda y con presiones adecuadas en sus nudos. Se dice que la presión es adecuada cuando en cualquier nudo de la red su magnitud es mayor a una presión mínima (h_{min}), suficiente para que el agua llegue a los domicilios; y menor a una presión máxima (h_{max}) para evitar la rotura de tuberías y gastos excesivos de fugas. En México, las normas establecen que estas presiones extremas sean las mencionadas en el subcapítulo 1.3.1.

La revisión hidráulica consiste en determinar la magnitud de los gastos que circulan en las tuberías y los niveles piezométricos (cargas de presión) en varios puntos de una red existente. Para ello se requiere conocer las características físicas de las tuberías, sus conexiones, la magnitud de los gastos de demanda y su ubicación, las elevaciones de los tanques reguladores, etc.

Por su parte, la operación de la red se refiere a las maniobras de apertura y cierre de válvulas, al control de niveles del agua dentro de los tanques y al arranque y paro de bombas para disponer de cargas de presión adecuadas en la red.

En lo referente al diseño, el proceso de selección de los diámetros de las tuberías de la red no es simple, ya que para llevar el agua a los sitios de consumo existen numerosas opciones, cada una con un costo determinado, que satisfacen las condiciones de operación hidráulica eficiente, por lo que, para escoger la opción que tiene el mínimo costo de adquisición e instalación, se requiere conocer el costo de todas las opciones que cumplen con las condiciones hidráulicas.

Se presenta el planteamiento de un método de diseño de redes desde un punto de vista óptimo, que no requiere fijar una distribución inicial de los gastos en las tuberías de la red, lo cual es una ventaja con respecto a la mayoría de los métodos existentes y además, los diámetros propuestos para formar la red son diámetros comerciales.

Considerando que en un proyecto se cuenta con los gastos de demanda y las características de la zona por abastecer, se procede a realizar el trazo, el cual consiste en la unión de los puntos de demanda por medio de líneas, de modo tal que sigan la configuración urbana y la topografía de la zona. Por lo general, el trazo se define formando circuitos y atendiendo a criterios de carácter no hidráulico, por lo que no suele incluirse dentro de los métodos de diseño de redes.

Es necesario asignar un mismo diámetro inicial para todas las tuberías de la red, una vez propuesto dicho diámetro se tendrá que hacer un análisis hidráulico de la propuesta y revisar, que al menos el 20% de los nudos, proporcionen cierta carga positiva a pesar de que no se cumpla con la mínima establecida por reglamento. En el caso que este primer diámetro inicial propuesto no cumpla con esta condición, se propondrá para el proceso el siguiente diámetro comercial, de tal manera que si se cumpla lo anteriormente descrito. Considerando esta recomendación para definir el diámetro con el cual se habrá de iniciar el proceso de búsqueda de los diámetros de la red, se evitarán cálculos innecesarios.

Una vez que se cuenta con los datos del trazo, la topografía, la ubicación del punto de alimentación, el tipo de material y el diámetro inicial en las tuberías y las demandas en los nudos, es posible realizar un primer análisis hidráulico de la red de tuberías empleando el método propuesto por el Instituto de Ingeniería (Fuentes y Sánchez, 1991).

Del análisis antes mencionado, se obtendrá el gasto que circula a través de cada tubería así como las presiones existentes en los nudos de demanda, por lo cual es posible determinar otros parámetros tales como: la velocidad, el número de Reynolds, las pérdidas de carga debidas al esfuerzo cortante, el déficit de gasto en

la red¹, etc. Cabe señalar que si los resultados de este primer análisis no son satisfactorios desde el punto de vista hidráulico, es decir, seguramente, se obtendrán cargas negativas o bajas en algunos nudos, indicará que en esos puntos no existe presión o no la suficiente, y por consiguiente no suministran el caudal requerido; de lo contrario se tendría la solución.

Los números de Reynolds obtenidos en este análisis hidráulico, ayudarán a realizar una selección por orden de prioridad de las tuberías a las cuales se aumentará el diámetro, para mejorar las condiciones de funcionamiento del sistema.

En cada opción, se propondrá un cambio en una sola tubería a la vez, se llevará a cabo el respectivo análisis hidráulico y además se estimará para cada una el beneficio/inversión, de esta forma se seleccionará la opción más conveniente desde el punto de vista hidráulico y económico para continuar con la siguiente iteración. El mismo procedimiento se repetirá hasta llegar a la solución óptima del diseño de la red de tuberías.

A continuación se hará una descripción detallada del método propuesto y se llevará a cabo la aplicación de éste en la solución de algunos ejercicios.

4.2 Revisión hidráulica

Para cada una de las combinaciones factibles se calcula la red. Esto se hace de forma expedita por medio del método estático modificado del Instituto de Ingeniería de la UNAM (Fuentes y Sánchez, 1991).

4.2.1 Método estático modificado

En los métodos convencionales empleados para diseñar o revisar redes de distribución, es común que las pérdidas de presión generadas a partir del esfuerzo cortante producido entre el flujo y las paredes de las tuberías, sean calculadas a partir de una suposición de los factores de fricción.

A pesar de que la suposición antes mencionada considera las características del material como la rugosidad, no siempre se llega a una solución que se apegue a las condiciones reales de funcionamiento del sistema, pudiendo provocar un diseño de red con tuberías de mayor capacidad de conducción a las requeridas, o bien incapaces de

¹ El Instituto de Ingeniería propone un "Método Modificado para el Cálculo de Redes de Distribución de Agua Potable", que ayuda a determinar el déficit en los gastos de demanda, de acuerdo con las presiones disponibles en los nudos (De Luna, 2000).

satisfacer las demandas de agua a los usuarios. Las consecuencias antes mencionadas provocan un costo de inversión adicional en el sistema.

Cuando se diseña un sistema de redes de distribución, es necesario conocer la carga total requerida, lo que conlleva a determinar de manera precisa los factores de fricción que intervienen en el cálculo de las pérdidas de carga. También uno de los objetivos es contar con un sistema eficiente que suministre el agua a los usuarios en cantidad suficiente, con la presión requerida en toda la zona por abastecer y con un servicio continuo. Debido a eso, es importante realizar un buen análisis del funcionamiento hidráulico del sistema.

En la solución del método para flujo permanente tradicional (estático tradicional), considera que aunque se tengan presiones menores a la carga mínima requerida, el sistema proporciona el gasto demandado por los usuarios, inclusive si las presiones son negativas por lo que nunca se presenta un déficit en el servicio, condición que no se presenta en el funcionamiento hidráulico real de un sistema de distribución. Si la carga es negativa, significa que no hay presión disponible en ese punto, por lo que no puede haber suministro de agua.

En el análisis estático modificado, cuando en un nudo la carga de presión es menor a una mínima ($h_{mín}$) establecida previamente, no se puede extraer la cantidad total del agua demandada. Se acepta que el caudal suministrado es igual al de la demanda si la carga es mayor a la mínima. O bien, el gasto es proporcional a la carga del nudo (en el caso de que sea positiva).

Tiene gran importancia el cálculo para flujo permanente (estático) modificado, ya que considera que la demanda de los usuarios es satisfecha en función de la energía hidráulica que se tenga en el nudo respectivo y el valor correspondiente a la restricción de la carga mínima se puede modificar de acuerdo a las condiciones de cada caso. La metodología se describe en el anexo A.

4.3 Parámetros de jerarquización

Para obtener una primera propuesta de las tuberías, a las cuales se tendrán que realizar cambios, es necesario auxiliarse de un parámetro que ayude a hacer esta selección, el método inicialmente establece una relación entre los números de Reynolds (ecuación 1), con la finalidad de aumentar el diámetro en primer lugar a aquellos conductos en donde el número de Reynolds sea mayor.

El utilizar el número de Reynolds para establecer un orden de los cambios a seguir, se debe a que este parámetro está en función de características hidráulicas y geométricas del conducto.

En el caso de un tubería a presión, el número de Reynolds queda definido como:

$$\Re = \frac{\text{Fuerza de inercia}}{\text{Fuerza viscosa}} = \frac{V D}{\nu} \quad (4.1)$$

donde:

- V es la velocidad media del flujo (en m/s);
- D es el diámetro de la tubería (en m);
- ν es la viscosidad cinemática del agua en m^2/s . Es igual a la viscosidad dinámica μ (en $\text{kg s}/\text{m}^2$) dividida por la densidad de masa ρ (en $\text{kg s}^2/\text{m}^4$).

Un flujo es laminar si el número de Reynolds es pequeño ($\Re < 2300$) y es turbulento cuando éste es grande.

Es correcto tener flujo turbulento en los conductos por tratarse de flujo a presión y al iniciar el análisis con diámetros pequeños, se garantiza que en todas las tuberías exista este tipo de flujo, es decir, que se presenten números de Reynolds grandes, sin embargo, como este parámetro es directamente proporcional a la velocidad (ver ecuación 4.1), es importante por otro lado, evitar velocidades grandes debido a que éstas a su vez implican pérdidas considerables de energía por esfuerzo cortante en las paredes de las tuberías.

Darcy y Weisbach, dedujeron experimentalmente una fórmula para calcular en un tubo la pérdida por fricción para un flujo permanente en un tubo de diámetro constante, lo anterior se menciona ampliamente en el subcapítulo 2.6.1 y la ecuación mencionada es la siguiente:

$$h_f = f \frac{L V^2}{D 2g}$$

Si existen pérdidas de energía grandes, las cargas disponibles en los nudos de la red disminuyen, empeorando las condiciones en aquellos puntos más desfavorables, ya sea por distancia respecto al punto de alimentación, o por condiciones topográficas.

Al disminuir el número de Reynolds en una tubería aumentándole el diámetro, implícitamente se disminuyen las velocidades, reduciendo así, las pérdidas de energía debidas a la fricción.

Se propone entonces, de los datos obtenidos en el análisis hidráulico establecer una relación de los números de Reynolds de cada tubería, entre el número de Reynolds mayor de todos los conductos. Entonces en todos los casos se obtendrá el coeficiente

$$C_i = \frac{\mathfrak{R}_i}{\mathfrak{R}_{m\acute{a}x}} \quad (4.2)$$

donde:

- \mathfrak{R}_i es el número de Reynolds de la tubería i ;
- $\mathfrak{R}_{m\acute{a}x}$ es el número de Reynolds mayor en las tuberías de la red;
- C_i es el coeficiente que establece un orden de análisis para la tubería i .

Este coeficiente C_i establecerá un orden de análisis en las tuberías, siendo el número mayor, igual a la unidad y siendo el primer caso a estudiar, dentro de la iteración. Los valores de C_i se ordenan de mayor a menor y se asocia además otro coeficiente n_i que se utiliza para jerarquizar el análisis hidráulico. A la tubería de coeficiente $C_i = 1$, se le asignará $n = 1$ que corresponde a la tubería con número de Reynolds mayor; a la tubería con el siguiente valor menor de C_i , se le asignará $n = 2$ y así sucesivamente.

4.3.1 Inversión económica en el sistema

Por otro lado, con las longitudes de las tuberías y los costos respectivos para cada diámetro, es posible determinar desde la propuesta del diámetro inicial, cuanto será la inversión total del sistema.

4.3.2 Procedimiento de cálculo

De acuerdo a un análisis, es posible establecer que si se revisan hidráulicamente menos del 50% de las tuberías en cada iteración, se llegará a la solución óptima del sistema, sin embargo, para estar del lado de la seguridad se llegará hasta este porcentaje.

Una vez que se tiene el 50% de los tubos que se van a analizar en la primera iteración con su respectivo número asignado por medio del coeficiente n_i , se procede de la siguiente forma:

1. La primera opción de cambio dentro de la iteración inicial es la tubería que tiene asignado el coeficiente $n=1$, ya que es la que presenta el número de Reynolds más grande, a esa tubería, se le cambia el diámetro por el siguiente diámetro comercial mayor. Este caso es el primero de la iteración uno.
2. Con el cambio anterior se hace un análisis hidráulico, cuyos resultados probablemente no satisfagan las condiciones hidráulicas del sistema, sin embargo, en la mayoría de los casos, existirá una mejoría que estará reflejada en la disminución del déficit del sistema, estimando el déficit con el volumen total del gasto no proporcionado en los nudos de demanda.
3. Con esta misma opción de cambio, también se lleva a cabo el cálculo del costo de inversión, ya que al haber un cambio de diámetro en una tubería a uno mayor, se incrementa el costo.
4. Como segunda opción (segundo caso en la primera iteración) se toma aquella tubería a la cual se le asigno $n=2$, y ahora es a ésta a la que se le cambiará el diámetro por el siguiente mayor. Es importante destacar que en este como en los sucesivos casos a analizar, sólo se hará un cambio a la vez, es decir, todas la tuberías seguirán conservando el diámetro inicialmente propuesto, debido a que es la primera iteración la que está en análisis; excepto la tubería de $n=2$. Hecho el cambio de diámetro sólo en una tubería, se realiza un análisis hidráulico con esas condiciones geométricas y se lleva a cabo una evaluación del costo.

Se repiten los pasos anteriores hasta contar con el 50% de las tuberías analizadas, $n = \text{Número total de tuberías}/2$, será el máximo coeficiente a asignar y su tubería correspondiente será la última en realizar el análisis hidráulico.

4.3.3 Estimación del beneficio-inversión en el sistema

Ya que se cuenta con las n opciones, de cada una de ellas, se estima la relación beneficio/inversión con la siguiente expresión

$$\text{beneficio / inversión} = \frac{\Delta h_{\text{mín}_1}}{C_i - C_c}$$

donde:

$\Delta h_{\text{mín}}$ es el beneficio de la opción, considerado éste como el aumento de la carga en el punto más desfavorable del sistema, es decir, el incremento de carga (con respecto al análisis hidráulico inicial de la iteración) en el nudo que presentó la mínima.

- c_i es el costo de inversión de la opción en estudio
 c_c es el costo de inversión de la combinación inicial, en todos los casos de la iteración en estudio.

El c_c en los casos de la iteración uno, es el obtenido cuando todas las tuberías tienen el mismo diámetro inicialmente propuesto.

Seguramente la carga mínima del sistema² (h_{\min}), así como los gastos de demanda en los nudos todavía no han quedado satisfechos con ninguna de las n opciones obtenidas en esta primera iteración.

De todos los casos estudiados en esta primera iteración, se hace una comparación de los resultados y se elige una opción para continuar con el procedimiento, dicha opción será aquella que implique el beneficio/inversión más alto. La opción elegida ya tiene un cambio y ahora será ésta la que se mantenga constante en la segunda iteración.

En el procedimiento de la segunda iteración, los valores de los diámetros, los resultados del análisis hidráulico, así como el costo de inversión del caso que se eligió en la primera iteración se mantendrán constantes para el nuevo análisis de las n opciones. De los resultados del análisis hidráulico para el caso elegido se asignarán nuevamente los coeficientes C_i y η_i , en la mayoría de los casos la correspondencia no será la misma, incluso el 50% de las tuberías elegidas no serán las mismas a estudiar en dicha iteración.

En esta segunda iteración se llevará a cabo nuevamente el mismo procedimiento de cálculo que permitirá hacer otra comparación de resultados y elegir una opción con el beneficio/ inversión más alto. En los n casos que se estudiarán en la iteración tres, la opción con la que se compararán los resultados, tendrá dos cambios de diámetro (en una misma tubería o en dos tuberías diferentes), con respecto a la inicial (en donde todas la tuberías tienen el mismo diámetro propuesto).

En cada iteración, existirán n casos a analizar y el número de iteraciones, quedará definido por el proceso hasta llegar a la solución; la última iteración, será aquella en donde se tenga el caso que no exista déficit en los gastos demandados y por consiguiente se cumpla con la carga mínima para todos los nudos de la red.

A continuación, en la figura 4.1, se presenta un diagrama de flujo que resume el procedimiento de cálculo:

² Por Normas existe una carga mínima (h_{\min}) que se debe satisfacer en todos los nudos de la red de tuberías, con la finalidad de que el sistema sea eficiente, es decir, que garantice el abastecimiento adecuado de los gastos demandados.

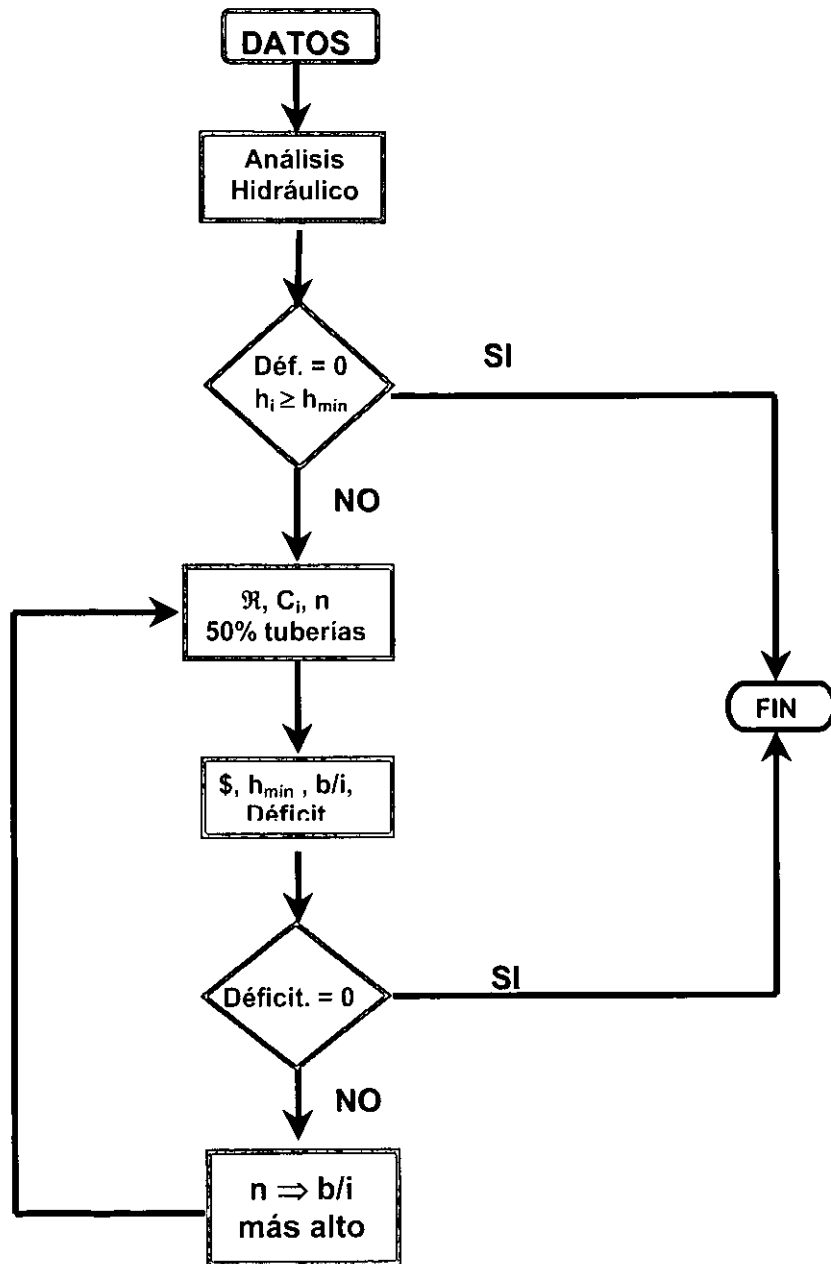


Figura 4.1 Diagrama de flujo para el diseño óptimo

CAPÍTULO 5. EJEMPLOS DE APLICACIÓN

5.1 RED ABIERTA

La figura 5.1 muestra una red abierta, la cual presenta el armado final propuesto debido a la topografía del sitio. La red constará de 15 tuberías de fierro galvanizado y 16 nudos, el gasto máximo horario es de 3.459 l/s; el tanque que alimenta a esta red tiene la capacidad suficiente para abastecer dicho gasto. Se desea obtener el diseño óptimo de la red propuesta, para determinar el costo total de la red se tomarán en cuenta los datos de la tabla 5.6.

En la tabla 5.1 se observan las elevaciones del terreno que corresponden a cada uno de los nudos de la red así como el gasto que demandan.

La tabla 5.2 presenta las características de la configuración de la red de la zona a servir, esto es, la numeración de las tuberías, la longitud, etc. El orden presentado en las columnas es el que requiere el modelo matemático del Instituto de Ingeniería para el análisis hidráulico.

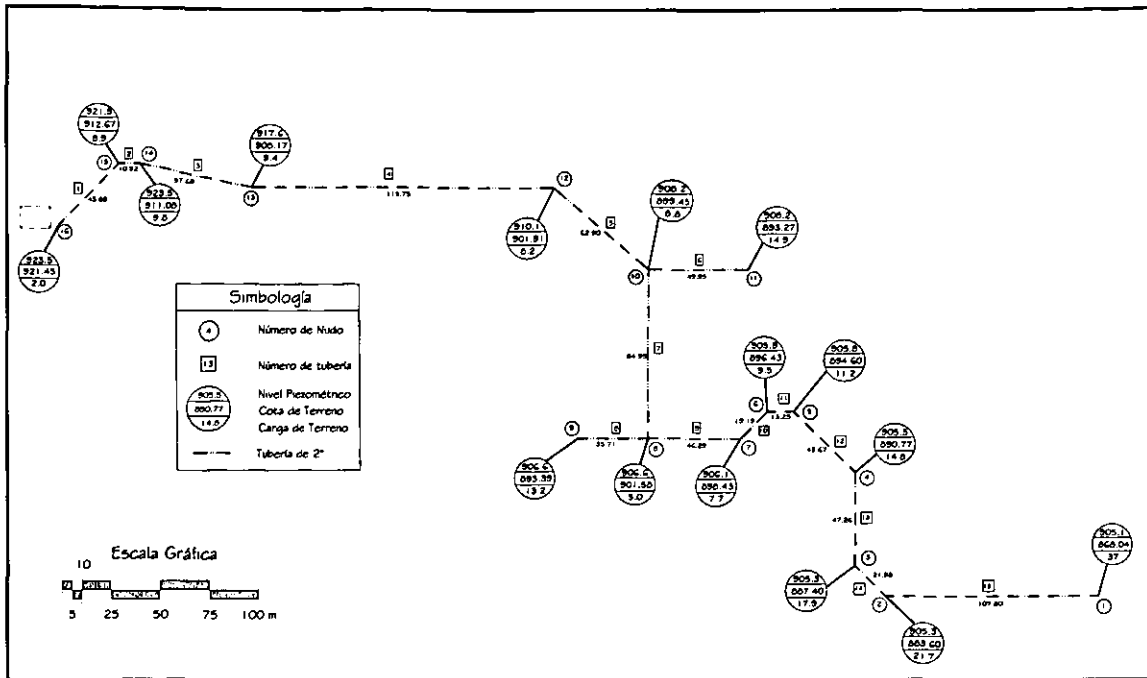
Tabla 5.1. Características de los nudos de la red

Nudo	Elevación (msnm)	Gasto máximo horario (l/s)	Nudo	Elevación (msnm)	Gasto máximo horario (l/s)
1	868.04	0.465	9	893.39	0.154
2	883.60	0.095	10	899.45	0.271
3	887.40	0.204	11	893.27	0.215
4	890.77	0.188	12	901.91	0.672
5	894.60	0.057	13	908.17	0.249
6	896.43	0.083	14	911.08	0.214
7	898.43	0.199	15	912.67	0.000
8	901.58	0.366	16	921.45	0.000

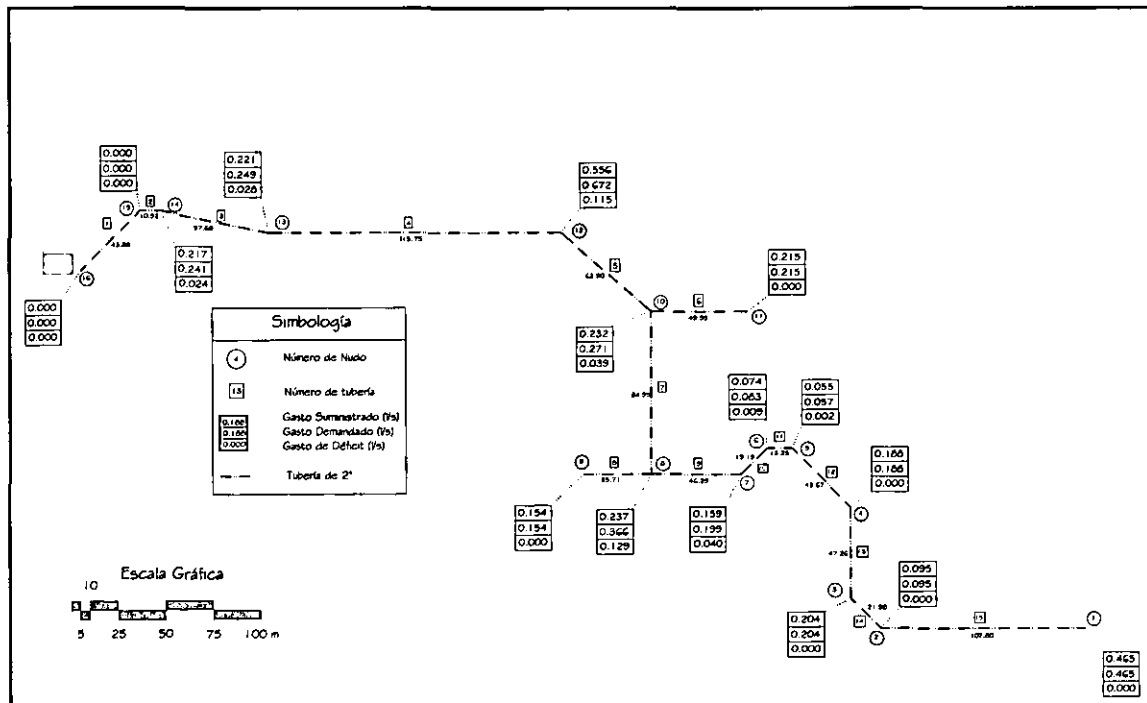
Es importante mencionar que para la aplicación del método y de acuerdo a las características antes comentadas, se propone considerar (para este ejemplo) todas las tuberías con un diámetro inicial de dos pulgadas.

Tabla 5.2. Configuración de la red y características de las tuberías

No. tubería	Nudo inicial	Nudo final	Longitud (m)	Diámetro Propuesto (in)	Factor de fricción supuesto
1	16	15	43.88	2	0.02
2	15	14	10.92	2	0.02
3	14	13	57.68	2	0.02
4	13	12	155.75	2	0.02
5	12	10	62.90	2	0.02
6	10	11	49.95	2	0.02
7	10	8	84.95	2	0.02
8	8	9	35.71	2	0.02
9	8	7	46.29	2	0.02
10	7	6	19.19	2	0.02
11	6	5	13.25	2	0.02
12	5	4	43.67	2	0.02
13	4	3	47.26	2	0.02
14	3	2	21.96	2	0.02
15	2	1	107.80	2	0.02



a) Cargas de Terreno



b). Gastos

Figura 5.1 Armado de la red propuesta para el ejercicio 5.1

Solución:

Para la red de tuberías propuesta, se realiza un análisis hidráulico; los resultados obtenidos se presentan en la tabla 5.3.

Como se puede observar en la tabla 5.3, la mayoría de los nudos las cargas disponibles no cumplen con la carga mínima establecida por norma (capítulo 1), es decir, en estos puntos no existe presión suficiente para satisfacer los gastos de demanda; lo anterior se puede observar con mayor claridad en la última columna en donde 8 de los 16 nudos presentan el déficit en el gasto suministrado.

Por lo expuesto anteriormente, es necesario proponer cambios de los diámetros propuestos a otros más grandes en algunas de las tuberías, esto con la finalidad de reducir las pérdidas debidas al esfuerzo cortante.

Tabla 5.3. Resultados del análisis hidráulico
($\phi = 2''$ para todas las tuberías)

No tubo	Gasto (l/s)	h_f (m)	Velocidad (m/s)	Número Reynolds	Nudo	$h_{disponible}$ (m)	Q_{sum} (l/s)	Q_{dem}^{**} (l/s)	$Q_{sum} - Q_{dem}$ (l/s)
15	0.460	0.200	0.229	11644	1	37.0	0.465	0.465	0.000
2	3.070	0.700	1.516	76996	15	8.9	0.000	0.000	0.000
3	2.850	3.230	1.409	71554	14	9.8	0.217	0.241	0.024
4	2.630	7.460	1.300	66027	13	9.4	0.221	0.249	0.028
5	2.080	1.910	1.025	52080	12	8.2	0.556	0.672	0.115
6	0.220	0.020	0.106	5400	10	8.8	0.232	0.271	0.039
7	1.630	1.620	0.804	40867	11	14.9	0.215	0.215	0.000
8	0.150	0.010	0.076	3861	8	5.0	0.237	0.366	0.129
9	1.240	0.520	0.611	31062	9	13.2	0.154	0.154	0.000
10	1.080	0.170	0.533	27067	7	7.7	0.159	0.199	0.040
11	1.010	0.100	0.497	25224	6	9.5	0.074	0.083	0.009
12	0.950	0.300	0.469	23845	5	11.2	0.055	0.057	0.002
13	0.760	0.210	0.376	19124	4	14.8	0.188	0.188	0.000
14	0.560	0.060	0.276	14023	3	17.9	0.204	0.204	0.000
1	3.070	1.910	1.516	76993	2	21.7	0.095	0.095	0.000
Q * Gasto suministrado en el nudo i (en l/s)					16	2.0	0.000	0.000	0.000
Q ** Gasto demandado en el nudo i (en l/s)					suma		3.072	3.459	0.386

Para la red propuesta se considera que abastecerá a una población en donde la condiciones y normatividad requieren de una carga mínima de 10 mca en todos los nudos.

En la tabla 5.4 se presenta el valor del coeficiente C_i , que se obtiene con la ecuación 4.3, para cada tubería y la asignación de los valores de n , parámetro que

determina la prioridad de los casos que se van a analizar, al 50% (n desde 1 hasta 7, ya que son 14 tuberías) de las tuberías, los cuales dependen de los números de Reynolds obtenidos para cada tubería y mostrados en la tabla 5.3 en la columna 5.

Tabla 5.4. Asignación de los coeficientes C_i y n al 50% de las tuberías

n	C_i	No. tubería	Número Reynolds	n	C_i	No. tubería	Número Reynolds	n	C_i	No. tubería	Número Reynolds
	0.151	15	11644		0.070	6	5400		0.327	11	25224
01	1.000	2	76996	06	0.530	7	40867		0.309	12	23845
03	0.929	3	71554		0.050	8	3861		0.248	13	19124
04	0.857	4	66027	07	0.403	9	31062		0.182	14	14023
05	0.676	5	52080		0.351	10	27067	02	0.999	1	76993

La tabla 5.5 muestra la selección, de acuerdo al valor de n, que fueron considerados para la primera iteración.

Tabla 5.5. Prioridad para realizar cambios en las tuberías seleccionadas

n	C_i	No. tubería	Número Reynolds
01	1.000	2	76996
02	0.999	1	76993
03	0.929	3	71554
04	0.857	4	66027
05	0.676	5	52080
06	0.530	7	40867
07	0.403	9	31062

En la propuesta inicial, donde todas las tuberías tienen el mismo diámetro ($\phi = 2''$) se determina el costo de inversión de la red de tuberías, lo anterior con base en los costos especificados en la tabla 5.6.

Tabla 5.6. Costos de las tuberías en función del diámetro y tipo de material por unidad de longitud

Diámetro (pulgadas)	Costo/m \$/m	Diámetro (pulgadas)	Costo/m \$/m
2.0	34.23	8.0	186.15
2.5	35.75	10.0	214.50
3.0	38.03	12.0	240.50
4.0	62.73	14	320.00
6.0	133.15	16	400.00

El costo total de la red de tuberías considerando un diámetro constante de $\phi = 2''$ (propuesta original) es de \$27,423.71, en base a este monto se estarán calculando los incrementos en cada uno de los casos a analizar de la primera iteración.

La secuencia para encontrar el diseño óptimo de la red se inicia mediante un proceso, en donde para la iteración 1 se analizan los n casos presentados en la tabla 5.5; tomando como referencia los resultados del análisis hidráulico de la tabla 5.3 y el costo total de inversión (estimaciones realizadas con un mismo diámetro, $\phi = 2''$ en todas las tuberías).

En la tabla 5.7 se muestran los diámetros a considerar en el proceso de cálculo para cada uno de los casos a analizar en la primera iteración. En la columna 1 se muestra el número de tubería, en la segunda columna se tienen los diámetros asignados a cada una de las tuberías (propuestos inicialmente). Se observa que los diámetros se mantienen constantes para los diferentes 7 casos a analizar en esta primera iteración, excepto en la tubería correspondiente al parámetro n asignado de acuerdo a la tabla 5.5. Este parámetro es el que se observa en la tercer fila.

Tabla 5.7. Diámetros de las tuberías para todos los casos a analizar en la primera iteración

ORIGINAL		ITERACIÓN 1 (Diámetros en pulgadas)						
No. tubería	ϕ (pulg)	CASO						
		n = 01	n = 02	n = 03	n = 04	n = 05	n = 06	n = 07
1	2.0	2.0	2.5	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0
2	2.0	2.5	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0
3	2.0	2.0	2.0	2.5	2.0	2.0	2.0	2.0
4	2.0	2.0	2.0	2.0	2.5	2.0	2.0	2.0
5	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.5	2.0	2.0
6	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0
7	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.5	2.0
8	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0
9	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.5
10	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0
11	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0
12	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0
13	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0
14	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0
15	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0

El primer caso a analizar (tercer columna) es cuando $n = 01$, es decir, se tiene en todas las tuberías el mismo diámetro $\phi = 2''$, excepto en la tubería número 2 que va del nudo 15 al nudo 14 (ver figura 1), en la cual se propone emplear el diámetro a 2.5'' (al siguiente ϕ comercial). Con el cambio propuesto se realiza un análisis hidráulico mostrando los resultados en la tabla 5.8.

Tabla 5.8. Resultados del análisis hidráulico, del caso $n=01$, de la iteración 1

No tubo	Gasto (l/s)	h_f (m)	Velocidad (m/s)	Número Reynolds	Nudo	$h_{disponible}$ (m)	Q_{sum} (l/s)	Q_{dem} (l/s)	$Q_{sum} - Q_{dem}$ (l/s)
15	0.460	0.200	0.229	11650	1	37.2	0.465	0.465	0.000
2	3.100	0.230	0.980	62210	15	8.80	0.000	0.000	0.000
3	2.880	3.290	1.421	72201	14	10.20	0.222	0.241	0.019
4	2.660	7.580	1.310	66561	13	9.80	0.225	0.249	0.024
5	2.090	1.930	1.031	52390	12	8.50	0.565	0.672	0.106
6	0.220	0.020	0.106	5394	10	9.00	0.235	0.271	0.036
7	1.640	1.640	0.809	41091	11	15.20	0.215	0.215	0.000
8	0.150	0.010	0.076	3861	8	5.30	0.243	0.366	0.124
9	1.240	0.530	0.613	31160	9	13.50	0.154	0.154	0.000
10	1.080	0.170	0.533	27102	7	7.90	0.162	0.199	0.038
11	1.010	0.100	0.497	25244	6	9.70	0.075	0.083	0.008
12	0.950	0.300	0.469	23846	5	11.50	0.056	0.057	0.001
13	0.760	0.220	0.376	19124	4	15.00	0.188	0.188	0.000
14	0.560	0.060	0.276	14013	3	18.10	0.204	0.204	0.000
1	3.100	1.940	1.531	77757	2	21.90	0.095	0.095	0.000
Q * Gasto suministrado en el nudo i (en l/s)					16	2.00	0.000	0.000	0.000
Q ** Gasto demandado en el nudo i (en l/s)					suma		3.104	3.459	0.356

Se observa en la tabla 5.3, el nudo con carga más baja es el número 8, el cual presenta una carga disponible de 5 mca; comparando el armado original propuesto para el análisis de la tabla 5.3 con el propuesto, para el caso 1 de la primera iteración, se observa que el nudo 8 sigue siendo el más bajo, aún presentando un ligero aumento en la carga disponible, esto es, el cambio de diámetro repercutió en un aumento de 0.30 mca para dicho nudo. Posteriormente se calcula la inversión total en esas condiciones y se obtiene un costo de \$27,440.31 generando un aumento en el costo de \$16.60 con respecto al original.

Ahora, en la cuarta columna de la tabla 5.7, caso $n = 02$, se propone cambiar $\phi = 2''$ a un $\phi = 2.5''$ en la tubería 1, que va del nudo 16 al 15. Para cada uno de los 7 casos de la iteración 1 se llevan a cabo los siguientes cálculos: análisis hidráulico, costo de inversión total y con estos datos para los 7 casos se obtiene un análisis beneficio/inversión, escogiendo la opción que implique el resultado más alto de esta última relación

En la tabla 5.9, se observa la comparación de resultados de la primera iteración, especificando, en la última columna el valor de la relación beneficio/inversión y de la cual se aprecia que el valor más alto es el obtenido para el caso 1.

Tabla 5.9. Comparación de resultados de los siete casos de la primera iteración

Caso	Costo Total (\$)	h_{\min}	$\Delta\$$	Δh_{\min}	beneficio/inversión
Original	\$27,423.71	5.00	0	0	-
01	\$27,440.31	5.30	\$16.60	0.30	0.0181
02	\$27,490.40	5.70	\$66.70	0.70	0.0105
03	\$27,511.38	6.20	\$87.67	1.20	0.0137
04	\$27,660.45	8.20	\$236.74	3.20	0.0135
05	\$27,519.31	5.90	\$95.61	0.90	0.0094
06	\$27,552.83	5.90	\$129.12	0.90	0.0070
07	\$27,494.07	5.00	\$70.36	0.00	0.0000

En la figura 5.2, se presenta la comparación de los valores de la relación beneficio/inversión para cada uno de los casos, de la iteración 1, se observa entonces, que el caso 1 es el que se deberá elegir.

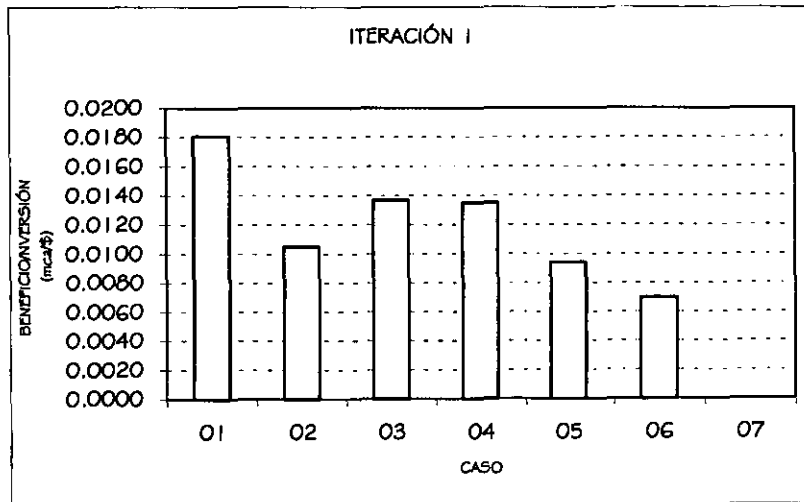


Figura 5.2. Comparación de los resultados beneficio/inversión de los 7 casos analizados en la primera iteración

Siguiendo el proceso, para iniciar la segunda iteración ahora se mantiene como propuesta original la seleccionada en la iteración 1, es decir, el caso $n = 01$ en donde todas las tuberías tendrán un diámetro de $\phi = 2''$, excepto la tubería No. 2 que tendrá un $\phi = 2.5''$. De los números de Reynolds obtenidos en el análisis hidráulico de este caso, se asignarán nuevamente los coeficientes C_1 y n al 50% de

las tuberías. Para el resultado de la iteración 2, se generaran casos para los cuales existan dos cambios de diámetros.

En la tabla 5.10, se observa los cambios de diámetros realizados para la segunda iteración, los cuales se identifican en las celdas achuradas en forma vertical, siendo las celdas de rayado en diagonal las que corresponden al armado seleccionado en la iteración 1 (ver tabla 5.9, figura 5.2), esto es, ahora se mantiene como armado original el caso seleccionado en la iteración 1, el caso 01.

Debe notarse para el caso 04, de la tabla 5.10, que no necesariamente el cambio que se solicita en el diámetro deba ser en una tubería en la que no se haya realizado un cambio anteriormente, es decir, la asignación de casos en la iteración actual, solicita que el cambio se efectúe en una tubería que en la iteración anterior requirió un cambio de diámetro.

Tabla 5.10. Diámetros de las tuberías para todos los casos a analizar en la segunda iteración

ORIGINAL		ITERACIÓN 2 (Diámetros en pulgadas)						
No. tubería	φ (pulg)	CASO						
		n = 01	n = 02	n = 03	n = 04	n = 05	n = 06	n = 07
1	2.0	2.5	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0
2	2.5	2.5	2.5	2.5	3.0	2.5	2.5	2.5
3	2.0	2.0	2.5	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0
4	2.0	2.0	2.0	2.5	2.0	2.0	2.0	2.0
5	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.5	2.0	2.0
6	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0
7	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.5	2.0
8	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0
9	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.5
10	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0
11	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0
12	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0
13	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0
14	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0
15	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0

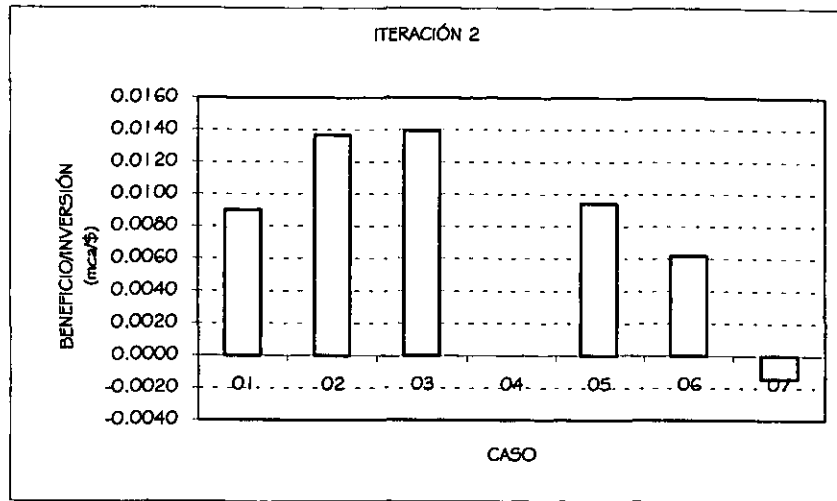


Figura 5.3. Comparación de los resultados beneficio/inversión de los 7 casos analizados en la segunda iteración

En la tabla 5.11a se resumen los 7 casos para cada una de las iteraciones necesarias para llegar a la solución óptima, en esta tabla se observa que las soluciones elegidas fluctúan siempre en los primeros 3 casos de los siete que se analizan en cada iteración y es posible determinar con base siempre en el criterio del beneficio/inversión, (tabla 5.11c), la opción con la que se iniciará la siguiente iteración (celdas sombreadas), presentando siempre en cada iteración un incremento en el diámetro de alguna tubería.

Es importante notar que como una recomendación de seguridad se recomienda analizar al 50% de las tuberías en cada caso porque es donde se encuentra la solución pero como se mencionó anteriormente es menor el porcentaje donde se encuentra dicha solución.

Tabla 5.11a. Resumen de los resultados de las iteraciones (costos totales y h_{\min})

Iteración	Condición inicial		CASO												
			n = 01		n = 02		n = 03		n = 04		n = 05		n = 06		n = 07
	Inversión n	h_{\min} (mca)	\$	h_{\min} (mca)	\$	h_{\min} (mca)	\$	h_{\min} (mca)	\$	h_{\min} (mca)	\$	h_{\min} (mca)	\$	h_{\min} (mca)	\$
1	27,423.71	5.00	27,440.31	5.30	27,490.40	5.70	27,511.38	6.20	27,660.45	8.20	27,519.31	5.90	27,552.83	5.90	27,494.07
2	27,440.31	5.30	27,507.00	5.90	27,527.98	6.50	27,677.05	8.60	27,465.20	5.30	27,535.91	6.20	27,569.43	6.10	27,510.67
3	27,677.05	8.60	27,743.74	9.80	27,764.72	8.50	27,701.94	8.60	28,032.16	8.50	27,772.65	8.50	27,806.17	8.50	27,747.41
4	27,743.74	9.80	27,831.42	10.00	27,843.79	10.20	27,768.64	9.90	28,098.85	10.00	27,839.35	10.00	27,872.87	10.00	27,814.10
5	27,768.64	9.90	27,856.31	10.00	27,868.69	10.30	28,123.75	8.60	28,038.36	8.50	27,864.25	8.50	27,897.76	8.50	27,839.00
6	27,868.69	10.30	27,956.36	10.40	28,223.80	10.40	28,952.52	10.50	28,138.41	10.40	27,964.29	10.40	27,997.81	10.40	27,939.05

En la tabla 11b es posible observar que, al cambiar en cada caso elegido el diámetro de alguna tubería, se incrementa automáticamente el costo total de inversión así como también se presenta un incremento en la carga disponible mínima en cada caso.

Tabla 5.11b. Resumen de los resultados de las iteraciones (incrementos en costos y h_{min})

Iteración	CASO													
	n = 01		n = 02		n = 03		n = 04		n = 05		n = 06		n = 07	
	$\Delta\$\$	Δh_{min} (mca)	$\Delta\$\$	Δh_{min} (mca)	$\Delta\$\$	Δh_{min} (mca)	$\Delta\$\$	Δh_{min} (mca)	$\Delta\$\$	Δh_{min} (mca)	$\Delta\$\$	Δh_{min} (mca)	$\Delta\$\$	Δh_{min} (mca)
1	16.60	0.30	66.70	0.70	87.67	1.20	236.74	3.20	95.61	0.90	129.12	0.90	70.36	0.00
2	66.70	0.60	87.67	1.20	236.74	3.30	24.90	0.00	95.61	0.90	129.12	0.80	70.36	-0.10
3	66.70	1.20	87.67	-0.10	24.90	0.00	355.11	-0.10	95.61	-0.10	129.12	-0.10	70.36	0.00
4	87.67	0.20	100.05	0.40	24.90	0.10	355.11	0.20	95.61	0.20	129.12	0.20	70.36	0.00
5	87.67	0.10	100.05	0.40	355.11	-1.30	269.72	-1.40	95.61	-1.40	129.12	-1.40	70.36	-1.30
6	87.37	0.10	355.11	0.10	1,083.84	0.20	269.72	0.10	95.61	0.10	129.12	0.10	70.36	0.00

Como se mencionó anteriormente en la tabla 5.11c se presenta a manera de resumen los valores del beneficio/costo para los 7 casos de cada iteración, observando las celdas sombreadas el valor más alto asociado a la iteración correspondiente, que es el indicador para seleccionar el caso que nos lleva al diseño óptimo.

Tabla 5.11c. Resumen de los resultados de las iteraciones (relación beneficio-inversión)

Iteración	CASO						
	n = 01	n = 02	n = 03	n = 04	n = 05	n = 06	n = 07
1	0.0181	0.0105	0.0137	0.0135	0.0094	0.0070	0.0000
2	0.0090	0.0137	0.0139	0.0000	0.0094	0.0062	-0.0014
3	0.0180	-0.0011	0.0000	-0.0003	-0.0010	-0.0008	0.0000
4	0.0023	0.0040	0.0042	0.0006	0.0021	0.0015	0.0000
5	0.0011	0.0040	-0.0037	-0.0052	-0.0146	-0.0108	-0.0185
6	0.0011	0.0003	0.0002	0.0004	0.0010	0.0008	0.0000

A manera de justificar la elección marcada en la tabla 5.11, como la óptima, que es la que corresponde al caso 01 de la iteración 6 se muestra la tabla 5.12, en donde se citan todos los casos para esa iteración. En la parte inferior de la tabla 5.12 se observa que para dicho caso (01) se tiene un déficit igual a cero, también el valor de la relación costo beneficio es la más alta que se presenta, por otro lado

la carga mínima tiene un valor de 10.40 mca que se encuentran dentro del rango establecido anteriormente. Es importante mencionar que aún no siendo la opción más económica de las presentadas es la que primero cumple con los requisitos antes mencionados.

Tabla 5.12. Casos de la iteración 6

ORIGINAL		ITERACIÓN 6 (Diámetros en pulgadas)						
No. tubería	ϕ (pulg)	CASO						
		n = 01	n = 02	n = 03	n = 04	n = 05	n = 06	n = 07
1	3.0	3.0	3.0	4.0	3.0	3.0	3.0	3.0
2	3.0	3.0	3.0	3.0	4.0	3.0	3.0	3.0
3	2.0	2.5	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0
4	2.5	2.5	3.0	2.5	2.5	2.5	2.5	2.5
5	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.5	2.0	2.0
6	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0
7	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.5	2.0
8	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0
9	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.5
10	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0
11	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0
12	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0
13	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0
14	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0
15	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0
Costo (\$)	27,868.7	27,956.4	28,223.8	28,952.5	28,138.4	27,964.3	27,997.8	27,939.0
h_{min} (mca)	10.30	10.40	10.40	10.50	10.40	10.40	10.40	10.30
mca/\$	-	0.0011	0.0003	0.0002	0.0004	0.0010	0.0008	0.0000
Déficit	0.04	0.000	0.02	0.03	0.04	0.02	0.02	0.04

La tabla 5.13 muestra una comparación entre cada una de las iteraciones, es decir, se observa el cambio de diámetro que se propone para cada una de ellas; también al final de la tabla se presenta la carga mínima disponible, el déficit y el costo total de inversión para cada armado propuesto en la iteración correspondiente. En la columna de la iteración 6 se observa que el armado presenta un déficit igual a cero y la carga mínima disponible es la requerida por norma. Por lo tanto el proceso iterativo se detiene.

Tabla 5.13. Resultados de la combinación de diámetros
En cada una de las iteraciones.

ORIGINAL		Iteración					
No. tubería	ϕ (pulg)	1	2	3	4	5	6
1	2.0	2.0	2.0	2.5	2.5	3.0	3.0
2	2.0	2.5	2.5	2.5	3.0	3.0	3.0
3	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.5
4	2.0	2.0	2.5	2.5	2.5	2.5	2.5
5	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0
6	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0
7	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0
8	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0
9	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0
10	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0
11	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0
12	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0
13	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0
14	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0
15	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0
h_{min} (mca)	5.00	5.30	6.60	9.80	9.90	10.30	10.40
Déficit	0.386	0.356	0.118	0.06	0.050	0.040	0.000
Costo(\$)	27,423.71	27,440.31	27,677.05	27,743.74	27,768.64	27,868.69	27,954.56

Finalmente, en la tabla 5.14 se muestran los resultados del análisis hidráulico del armado de la solución óptima, presentado en la octava columna de la tabla 5.13, en estos datos se puede observar que la red propuesta atiende los gastos demandados sin presentar déficit alguno y cumple con las cargas mínimas establecidas por norma. Así es como se termina el proceso iterativo.

Tabla 5.14. Resultados del diseño óptimo

No tubo	Gasto (l/s)	h_f (m)	Velocidad (m/s)	Número Reynolds	Nudo	$h_{disponible}$ (m)	Q_{sum} (l/s)	Q_{dem} (l/s)	$Q_{sum} - Q_{dem}$ (l/s)
15	0.460	0.20	0.299	11646	1	44.8	0.465	0.465	0.000
2	3.460	0.11	0.758	57754	15	16.4	0.000	0.000	0.000
3	3.220	1.29	1.016	64511	14	11.9	0.241	0.241	0.000
4	2.970	2.99	0.937	59525	13	13.5	0.249	0.249	0.000
5	2.300	2.31	1.133	57572	12	16.8	0.672	0.672	0.000
6	0.220	0.02	0.106	5395	10	17.0	0.271	0.271	0.000
7	1.810	1.98	0.893	45376	11	23.1	0.215	0.215	0.000
8	0.150	0.01	0.076	3852	8	12.9	0.366	0.366	0.000
9	1.290	0.57	0.637	32345	9	21.0	0.154	0.154	0.000
10	1.090	0.17	0.538	27343	7	15.4	0.199	0.199	0.000
11	1.010	0.10	0.498	25278	6	17.3	0.083	0.083	0.000

No tubo	Gasto (Vs)	h_f (m)	Velocidad (m/s)	Número Reynolds	Nudo	$h_{disponible}$ (m)	Q_{sum} (Vs)	Q_{dem} (Vs)	$Q_{sum} - Q_{dem}$ (Vs)
12	0.950	0.30	0.469	23842	5	19.0	0.057	0.057	0.000
13	0.760	0.21	0.376	19122	4	22.5	0.188	0.188	0.000
14	0.560	0.06	0.276	14020	3	25.7	0.204	0.204	0.000
1	3.460	0.34	0.758	57759	2	29.4	0.095	0.095	0.000
Q * Gasto suministrado en el nudo i (en Vs)					16	2.0	0.000	0.000	0.000
Q ** Gasto demandado en el nudo i (en Vs)					suma		3.459	3.459	0.000

En la figura 5.4 se presenta el armado que corresponde al diseño óptimo propuesto por el método, donde se observan los diferentes diámetros para cada una de las tuberías, siendo los tramos de tubería comprendidos entre el nudo 16 y 12 los que presentan un cambio en su diámetro inicial. Lo anterior debido a que el gasto que deben conducir es el que debe satisfacer la demanda de todos los nudos aguas abajo.

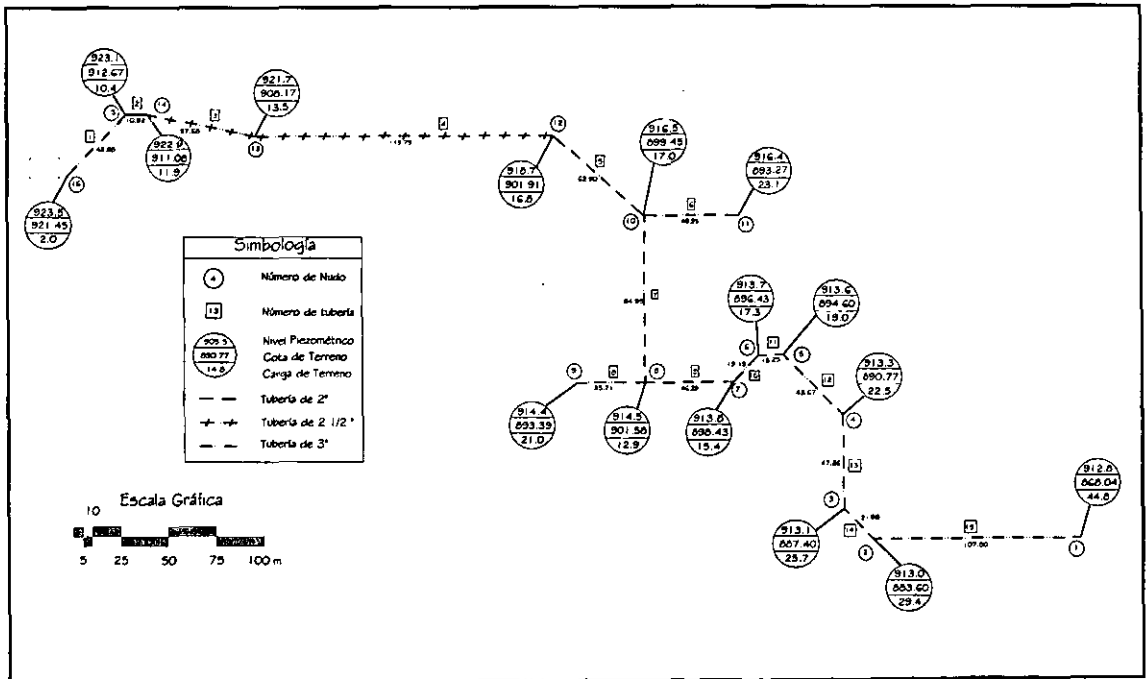


Figura 5.4. Armado final. Diseño óptimo

Cabe mencionar que el rango de presiones requerido por norma tiene como máximo el valor de 50 mca por lo que es importante revisar los resultados para tomar las precauciones pertinentes en la red propuesta.

Por otro lado, es importante realizar una comparación entre el número de combinaciones de diámetros y tuberías que esté método genera para llegar a la

solución óptima, donde son 42 combinaciones para este ejemplo, y las combinaciones que se tendrían que realizar si utilizáramos un método normal o convencional, lo anterior se refiere a que se tendrían que ejecutar 143, 489, 907 de combinaciones para buscar la solución óptima, esto es, eficiente hidráulicamente y con el mínimo costo; así una ventaja más de este método es la rapidez con que se llega a la solución óptima.

5.2 RED CERRADA

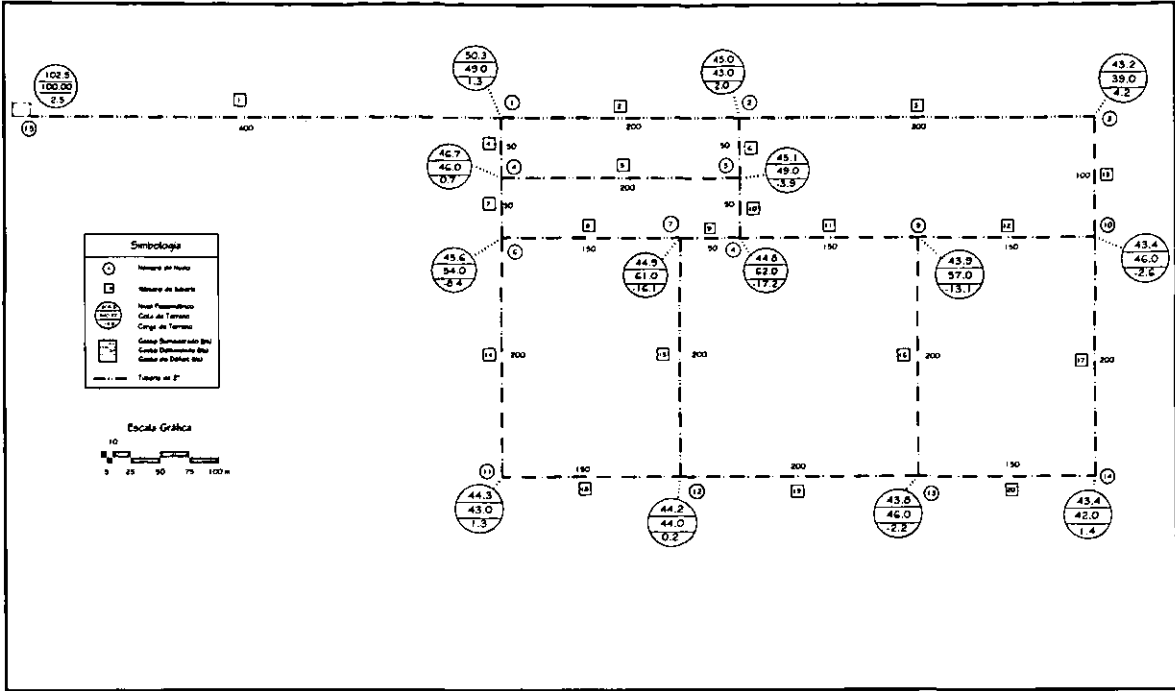
En la figura 5.5, se propone el armado de una red tomando en cuenta las características del terreno. Esta red consta de 20 tuberías y 15 nudos, el gasto máximo horario demandado es de 22.498 l/s y es alimentada por un solo tanque de almacenamiento. Se desea encontrar el diseño óptimo para el armado propuesto.

En las tablas 5.15 y 5.16 se muestran las características del armado de la red, es decir, elevación de nudos, numeración de nudos y tuberías y gasto máximo horario para cada nudo .

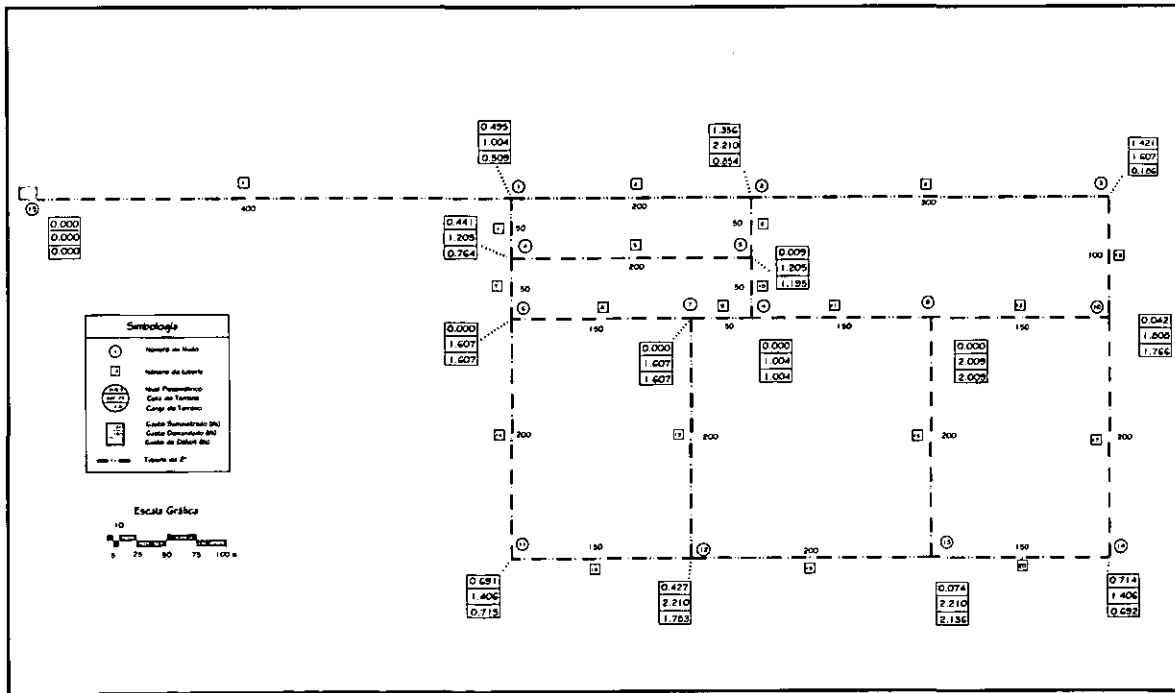
Tabla 5.15. Características de los nudos de la red

Nudo	Elevación (msnm)	Gasto máximo horario (l/s)	Nudo	Elevación (msnm)	Gasto máximo horario (l/s)	Nudo	Elevación (msnm)	Gasto máximo horario (l/s)
1	49.0	1.004	6	54.0	1.607	11	43.0	1.406
2	43.0	2.210	7	61.0	1.607	12	44.0	2.210
3	39.0	1.607	8	62.0	1.004	13	46.0	2.210
4	46.0	1.205	9	57.0	2.009	14	42.0	0.000
5	49.0	1.205	10	46.0	1.808	15	100.0	1.406

Como se explicó anteriormente, para iniciar la aplicación del método, se propone un diámetro inicial para todas las tuberías de la red y en este caso se considera un diámetro inicial de dos pulgadas, lo anterior se observa en la tabla 5.16.



a). Cargas de terreno



c) Gastos

Figura 5.5 Red propuesta para el ejercicio 5.2

Tabla 5.16. Configuración de la red y características de las tuberías

No. tubería	Nudo inicial	Nudo final	Longitud (m)	Diámetro Propuesto (in)	Factor de fricción supuesto
1	15	1	400	2	0.02
2	1	2	200	2	0.02
3	2	3	300	2	0.02
4	1	4	50	2	0.02
5	4	5	200	2	0.02
6	2	5	50	2	0.02
7	4	6	50	2	0.02
8	6	7	150	2	0.02
9	7	8	50	2	0.02
10	5	8	50	2	0.02
11	8	9	150	2	0.02
12	9	10	150	2	0.02
13	3	10	100	2	0.02
14	6	11	200	2	0.02
15	7	12	200	2	0.02
16	9	13	200	2	0.02
17	10	14	200	2	0.02
18	11	12	150	2	0.02
19	12	13	200	2	0.02
20	13	14	150	2	0.02

Solución:

Para el armado propuesto en la tabla 5.16, se realiza un análisis hidráulico donde los resultados se observan en la tabla 5.17. Es importante notar que aproximadamente el 50% de los nudos tienen cargas negativas, lo que significa que en esos puntos no existe presión, luego entonces no pueden satisfacerse las demandas reflejándose esto en el déficit, el cual es el más alto para estos nudos (ver última columna de la tabla 5.17).

Así el paso siguiente es proponer un cambio en el diámetro de algunas tuberías con la finalidad de reducir el déficit mencionado.

Tabla 5.17. Resultados del análisis hidráulico
($\phi = 2''$ para todas las tuberías)

No tubo	Gasto (l/s)	h_f (m)	Velocidad (m/s)	Número Reynolds	Nudo	$h_{disponible}$ (m)	Q_{sum} (l/s)	Q_{dem} (l/s)	$Q_{sum} - Q_{dem}$ (l/s)
20	0.61	0.46	0.303	15414	14	1.4	0.714	1.406	0.692
2	1.93	5.29	0.955	48490	1	1.3	0.495	1.004	0.509
3	0.89	1.84	0.442	22431	2	2.0	1.356	2.210	0.854
4	3.24	3.59	1.599	81236	3	4.2	1.421	1.607	0.186
5	1.05	1.66	0.519	26361	4	0.7	0.441	1.205	0.764
6	0.32	0.05	0.156	7940	5	-3.9	0.009	1.205	1.196

No tubo	Gasto (l/s)	h_f (m)	Velocidad (m/s)	Número Reynolds	Nudo	$h_{disponible}$ (m)	Q_{sum} (l/s)	Q_{dem} (l/s)	$Q_{sum} - Q_{dem}$ (l/s)
7	1.75	1.09	0.863	13825	6	-8.4	0.000	1.607	1.607
8	0.81	0.76	0.400	20305	7	-16.1	0.000	1.607	1.607
9	0.17	0.01	0.082	4176	8	-17.2	0.000	1.004	1.004
10	0.73	0.21	0.358	18192	9	-13.1	0.000	2.009	2.009
11	0.89	0.91	0.440	22368	10	-2.6	0.042	1.808	1.766
12	0.67	0.53	0.329	16736	11	1.3	0.691	1.406	0.715
13	0.53	0.23	0.260	13190	12	0.2	0.427	2.210	1.783
14	0.94	1.34	0.463	23513	13	-2.2	0.074	2.210	2.136
15	0.64	0.66	0.317	16128	15	2.5	0.000	0.000	0.000
16	0.22	0.10	0.111	5632	suma		5.67	22.498	16.828
17	0.10	0.02	0.049	2489	Q * Gasto suministrado en el nudo i (en l/s) Q ** Gasto demandado en el nudo i (en l/s)				
18	0.25	0.09	0.122	6202					
19	0.46	0.36	0.229	11635					
1	5.67	52.21	2.798	142123					

Para el tipo de población que abastecerá esta red se requiere de una carga mínima de 5 mca y como máxima 50 mca.

En la tabla 5.18 se presenta la asignación del coeficiente C_i y n al 50% de las tuberías; como anteriormente se mencionó la asignación es función del número de Reynolds obtenido para cada tubería.

Tabla 5.18. Asignación de los coeficientes C_i y n al 30% de las tuberías

n	C_i	No. tubería	Número Reynolds	n	C_i	No. tubería	Número Reynolds
	0.1085	20	15414	08	0.1574	11	22368
03	0.3412	2	48490		0.1178	12	16736
07	0.1578	3	22431		0.0928	13	13190
02	0.5716	4	81236	06	0.1654	14	23513
05	0.1855	5	26361		0.21135	15	16128
	0.0559	6	7940		0.0396	16	5632
04	0.3084	7	13825		0.0175	17	2489
09	0.1429	8	20305		0.0436	18	6202
	0.0294	9	4176		0.0819	19	11635
10	0.1280	10	18192	01	1	1	142123

A continuación la tabla 5.19 muestra la prioridad, en función de n , de los casos que se analizarán y con las cuales se trabajará para la primera iteración, siendo $n = 01$ a $n = 05$, que corresponde sólo al 25% de las tuberías. Lo anterior debido a que en el proceso de búsqueda se observó que la solución fluctúa en ese rango para este ejemplo.

Tabla 5.19. Prioridad para realizar cambios en las tuberías seleccionadas

n	C_1	No. tubería	Número Reynolds
01	1.000	1	142123
02	0.5716	4	81236
03	0.3412	2	48490
04	0.3084	7	43825
05	0.1855	5	26361

Para seguir con la secuencia de búsqueda del diseño óptima, en la tabla 20 se presentan los diámetros a considerar en cada caso para la iteración 1. Se observa que los cambios propuestos se encuentran en las primeras 7 tuberías, las cuales están situadas muy cerca del tanque de alimentación (ver figura 5.5)

Tabla 5.20. Diámetros de las tuberías para todos los casos a analizar (Iteración 1)

ORIGINAL		Iteración 1 (Diámetro en pulgadas)				
No. tubería	ϕ (pulg)	CASO				
		n = 01	n = 02	n = 03	n = 04	n = 05
1	2.0	2.5	2.0	2.0	2.0	2.0
2	2.0	2.0	2.0	2.5	2.0	2.0
3	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0
4	2.0	2.0	2.5	2.0	2.0	2.0
5	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.5
6	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0
7	2.0	2.0	2.0	2.0	2.5	2.0
8	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0
9	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0
10	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0
11	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0
12	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0
13	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0
14	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0
15	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0
16	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0
17	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0
18	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0
19	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0
20	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0

En la tabla 5.21, se muestran los resultados del análisis hidráulico para el caso n = 01 de la iteración 1; el cambio propuesto en este caso es para la tubería de un diámetro de 2" a 2.5", el cual va del nudo 15 al nudo 1 (ver figura 5.5).

Tabla 5.21. Resultados del análisis hidráulico, del caso 1, de la iteración 1

No tubo	Gasto (l/s)	h_f (m)	Velocidad (m/s)	Número Reynolds	Nudo	$h_{disponible}$ (m)	Q_{sum} (l/s)	Q_{dem} (l/s)	$Q_{sum} - Q_{dem}$ (l/s)
20	0.680	0.55	0.336	17069	14	2.40	0.951	1.406	0.455
2	2.990	12.25	1.476	74962	1	10.8	1.004	1.004	0.000
3	1.190	3.12	0.585	29702	2	4.5	2.039	2.210	0.171
4	5.200	9.01	2.565	130325	3	5.4	1.607	1.607	0.000
5	1.490	3.21	0.736	37386	4	4.8	1.141	1.205	0.064
6	0.230	0.03	0.115	5837	5	-1.4	0.074	1.205	1.131
7	2.570	2.28	1.267	64349	6	-5.5	0.003	1.607	1.604
8	1.140	1.45	0.563	28619	7	-14	0.000	1.607	1.607
9	0.060	0.00	0.031	1591	8	-15	0.000	1.004	1.004
10	1.180	0.52	0.584	29691	9	-11.7	0.000	2.009	2.009
11	1.250	1.72	0.616	31281	10	-1.4	0.112	1.808	1.696
12	0.800	0.75	0.397	20147	11	2.6	0.975	1.406	0.431
13	0.420	0.15	0.208	10575	12	1.3	1.095	2.210	1.115
14	1.420	2.94	0.702	35646	13	-1.0	0.194	2.210	2.016
15	1.080	1.74	0.532	27029	15	2.5	0.000	0.000	0.000
16	0.440	0.34	0.219	11133	suma		9.195	22.498	13.303
17	0.270	0.14	0.133	6759	Q * Gasto suministrado en el nudo i (en l/s) Q ** Gasto demandado en el nudo i (en l/s)				
18	0.450	0.26	0.221	11210					
19	0.430	0.32	0.213	10796					
1	9.190	42.71	2.903	184361					

En la tabla 5.17, se observa que el nudo más desfavorable es en No. 8, con una carga disponible negativa de -17.2 mca, recordando que una carga negativa se interpreta como presión nula en el nudo en cuestión.

Ahora bien, en la tabla 5.21 se observa que la carga en el nudo 8 es de -15 mca para este caso, lo que implica que el haber aumentado el diámetro de 2" a 2.5" en la tubería 1, repercutió en un aumento de 2.2 mca para dicho nudo.

Como se mencionó en el ejemplo 5.1, de la primera propuesta en donde todas las tuberías tienen el mismo diámetro ($\phi = 2"$) así como para cada uno de los casos, se calcula el costo de inversión de la red de tuberías, con base en los costos especificados en la tabla 5.6.

Posteriormente para los 5 casos se realizaron sus respectivos cálculos: análisis hidráulico, costo de inversión total y el análisis beneficio/inversión. Así pues, en la tabla 5.22 se observan los resultados obtenidos en la iteración 1; en la última columna se aprecia que el caso O1 presenta el valor más alto de la relación beneficio/inversión por lo que esa es la opción que se elige para iniciar la iteración 2.

Tabla 5.22. Comparación de resultados de los cinco casos de la primera iteración

Caso	Costo Total (\$)	h_{\min}	$\Delta\$$	Δh_{\min}	beneficio/inversión
Original	109,536	-17.2	0	0	-
01	110,144	-15.0	608	2.20	0.00361
02	109,612	-17.0	76	0.20	0.00263
03	109,840	-16.8	304	0.40	0.00131
04	109,612	-17.1	76	0.10	0.00131
05	109,840	-17.0	304	0.20	0.00065

En la figura 5.6 se observa la comparación de resultados del análisis beneficio/inversión para los 5 casos corroborando la elección antes mencionada.

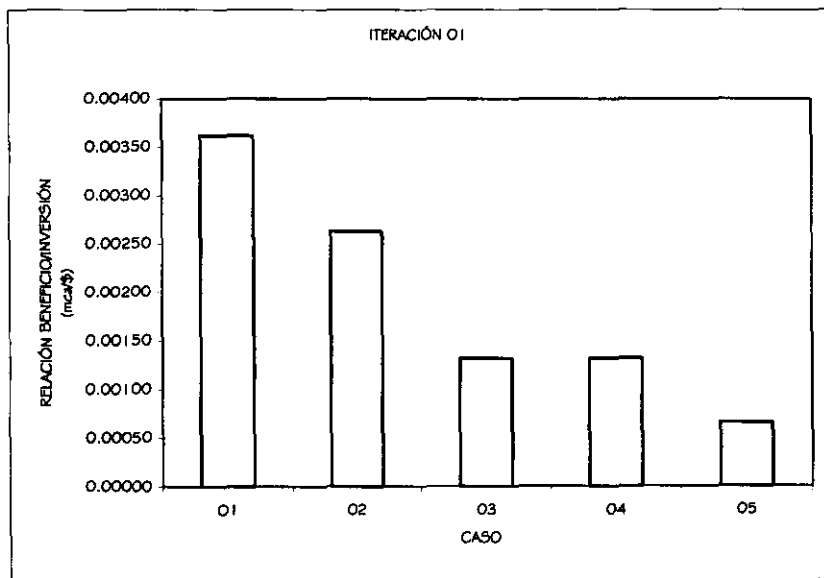


Figura 5.6. Comparación de los resultados beneficio/inversión de los 5 casos analizados en la primera iteración

La tabla 5.23a presenta una comparación a manera de resumen todas las iteraciones en donde se observa que los casos elegidos fluctúan en los primeros 5 (que corresponden al 25% propuesto en la tabla 19).

Tabla 5.23a. Resumen de los resultados de las iteraciones (costos totales y h_{min})

Iteración	Condición inicial		CASO									
			n = 01		n = 02		n = 03		n = 04		n = 05	
	Inversión	h_{min} (mca)	\$	h_{min} (mca)	\$	h_{min} (mca)	\$	h_{min} (mca)	\$	h_{min} (mca)	\$	h_{min} (mca)
1	109,536	-17.20	110,144	-15.00	109,612	-17.00	109,840	-16.80	109,612	-17.10	109,840	-17.00
2	110,144	-15.00	111,056	-11.70	110,220	-14.60	110,448	-14.40	110,220	-14.80	110,448	-14.80
3	110,220	-14.60	111,132	-11.00	110,334	-14.40	110,296	-14.50	110,524	-14.30	110,524	-14.40
4	111,132	-11.00	121,012	-6.10	111,246	-10.70	111,208	-11.10	111,436	-9.90	111,436	-10.30
5	111,436	-9.90	121,316	-3.70	111,550	-9.80	111,512	-10.00	111,892	-9.10	111,512	-9.50
6	111,512	-9.50	121,392	-3.50	111,626	-9.30	111,588	-9.70	111,968	-8.60	111,816	-8.80
7	111,816	-8.80	121,696	-3.10	111,930	-8.60	111,892	-9.10	112,272	-8.10	112,044	-9.60
8	111,930	-8.60	121,810	-1.80	112,006	-8.80	113,165	-8.40	112,386	-8.00	112,386	-8.10
9	112,386	-8.00	122,266	0.10	112,462	-8.20	113,621	-8.00	117,326	-7.60	112,614	-8.90
10	122,266	0.10	122,342	0.30	150,434	5.60	123,501	0.30	122,380	0.10	127,206	0.70

En la tabla 5.23a se observa que para cada iteración el incremento de la carga mínima disponible es positivo para todos los casos seleccionados hasta llegar a la que cumple con la requerida por norma.

Tabla 5.23b. Resumen de los resultados de las iteraciones (incrementos en costos y h_{min})

Iteración	CASO									
	n = 01		n = 02		n = 03		n = 04		n = 05	
	$\Delta\$$	Δh_{min} (mca)	$\Delta\$$	Δh_{min} (mca)	$\Delta\$$	Δh_{min} (mca)	$\Delta\$$	Δh_{min} (mca)	$\Delta\$$	Δh_{min} (mca)
1	608	2.20	76	0.20	304	0.40	76	0.10	304	0.20
2	912	3.30	76	0.40	304	0.60	76	0.20	304	0.20
3	912	3.60	114	0.20	76	0.10	304	0.30	304	0.20
4	9880	4.90	114	0.30	76	-0.10	304	1.10	304	0.70
5	9880	6.20	114	0.10	76	-0.10	456	0.80	76	0.40
6	9880	6.00	114	0.20	76	-0.20	456	0.90	304	0.70
7	9880	5.70	114	0.20	76	-0.30	456	0.70	228	-0.80
8	9880	6.80	76	-0.20	1235	0.20	456	0.60	456	0.50
9	9880	8.10	76	-0.20	1235	0.00	4940	0.40	228	-0.90
10	76	0.20	28168	5.50	1235	0.20	114	0.00	4940	0.60

La tabla 5.23c nos presenta los valores de la relación beneficio/inversión, el cual nos indicará el caso a seleccionar en cada iteración. Es importante observar que, en la iteración 10 el caso elegido no es el que presenta el valor más alto de la relación beneficio/inversión, esto es, aunque presenta la relación más alta el caso 01 no cumple, ver tabla 5.23a, con la condición de carga mínima disponible; así el caso 2 de la iteración 10 presenta la condición de carga mínima.

Tabla 5.23c. Resumen de los resultados de las iteraciones (relación beneficio/inversión)

Iteración	CASO				
	n = 01	n = 02	n = 03	n = 04	n = 05
1	0.0036184	0.0026316	0.0013158	0.0013158	0.0006579
2	0.0036184	0.0052632	0.0018737	0.0026316	0.0006579
3	0.0039474	0.0017544	0.0013158	0.0009868	0.0006579
4	0.0004960	0.0026316	-0.0012158	0.0036184	0.0023026
5	0.0006275	0.0008772	-0.0013158	0.0017544	0.0052632
6	0.0006072	0.0017544	-0.0026316	0.0019737	0.0023026
7	0.0005769	0.0017544	-0.0039474	0.0015351	-0.0035088
8	0.0006883	-0.0026316	0.0001619	0.0013158	0.0010965
9	0.0008198	-0.0026316	0.0000000	0.0000810	-0.0039474
10	0.0026316	0.0001953	0.0001619	0.0000000	0.0001215

En la tabla 5.24 se presentan todos los casos para la iteración 10, en esta se observa que el caso seleccionado, caso n = 02, tiene como carga mínima disponible un valor de 5.60 mca, por otro lado no presenta el costo más bajo de todos los casos y tampoco es el caso que tenga asignado el mayor valor de la relación beneficio/costo, en cambio es el caso que presenta un déficit igual a cero; por lo anterior se ha seleccionado este caso como el que presenta el armado de una red óptima.

Tabla 5.24. Casos de la iteración 10

ORIGINAL		Iteración 10 (Diámetro en pulgadas)				
No. tubería	φ (pulg)	CASO				
		n = 01	n = 02	n = 03	n = 04	n = 05
1	4.0	4.0	6.0	4.0	4.0	4.0
2	3.0	3.0	3.0	3.0	3.0	4.0
3	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0
4	3.0	3.0	3.0	4.0	3.0	3.0
5	2.5	2.5	2.5	2.5	2.5	2.5
6	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0
7	2.0	2.5	2.0	2.0	2.5	2.0

ORIGINAL		Iteración 10 (Diámetro en pulgadas)				
No. tubería	φ (pulg)	CASO				
		n = 01	n = 02	n = 03	n = 04	n = 05
8	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0
9	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0
10	2.5	2.5	2.5	2.5	3.0	2.5
11	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0
12	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0
13	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0
14	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0
15	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0
16	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0
17	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0
18	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0
19	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0
20	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0
Costo (\$)	122,266	122,342	150,434	123,501	122,380	127,206
h_{min} (mca)	0.10	0.30	5.60	0.30	0.10	0.70
mca/\$	-	0.00263	0.00020	0.00016	0.00000	0.00012
Déficit	2.092	1.581	0.000	1.647	1.843	1.387

Así, al final de la tabla 5.24 se aprecia el motivo por el cual se llegó, en la iteración 10, a la elección del caso 2 y no del caso 1; se observa que el déficit es igual a cero para esa opción lo que nos indica que se satisface el gasto demandado. Finalmente el proceso iterativo termina bajo la condición de déficit cero para toda la red.

Tabla 5.25. Resultados de la combinación de diámetros
En cada una de las iteraciones

ORIGINAL		Iteración									
No. tubería	φ (pulg)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	2.0	2.5	2.5	3.0	3.0	3.0	3.0	3.0	3.0	4.0	6.0
2	2.0	2.0	2.0	2.0	2.5	2.5	2.5	2.5	3.0	3.0	3.0
3	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0
4	2.0	2.0	2.5	2.5	2.5	2.5	2.5	3.0	3.0	3.0	3.0
5	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.5	2.5	2.5	2.5	2.5
6	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0
7	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0
8	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0
9	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0
10	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.5	2.5	2.5	2.5	2.5	2.5
11	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0
12	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0
13	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0
14	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0
15	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0
16	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0
17	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0

ORIGINAL		Iteración									
No. tubería	ϕ (pulg)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
18	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0
19	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0
20	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0
h_{mn} (mca)	-17.2	-15.0	-14.6	-11.0	-9.90	-9.50	-8.80	-8.60	-8.00	0.10	5.30
Déficit	16.82	13.30	12.91	9.45	8.78	8.73	8.58	8.20	7.92	2.09	0.00
Costo(\$)	109,536	110,144	110,220	111,132	111,436	111,512	111,816	111,930	112,386	122,266	50,484

Con respecto a la tabla 5.26 es importante mencionar que en el nudo 1 se presenta una carga mayor a 50 mca por lo que se recomendará instalar un accesorio reductor de presión para evitar daños a la red de tuberías.

Tabla 5.26. Resultados del análisis hidráulico de la solución de diseño óptimo

No tubo	Gasto (l/s)	h_f (m)	Velocidad (m/s)	Número Reynolds	Nudo	$h_{disponible}$ (m)	Q_{sum} (l/s)	Q_{dem}^{**} (l/s)	$Q_{sum} - Q_{dem}$ (l/s)
20	0.61	0.45	0.302	15360	14	18.7	1.406	1.406	0.000
2	8.93	12.67	1.958	149193	1	50.3	1.004	1.004	0.000
3	3.34	22.78	1.648	83714	2	43.6	2.210	2.210	0.000
4	12.57	6.18	2.755	209954	3	24.9	1.607	1.607	0.000
5	4.97	10.37	1.568	99591	4	47.1	1.205	1.205	0.000
6	3.38	3.88	1.667	84685	5	33.8	1.205	1.205	0.000
7	6.39	13.52	3.154	160239	6	25.6	1.607	1.607	0.000
8	1.93	3.95	0.953	48410	7	14.6	1.607	1.607	0.000
9	2.30	1.85	1.136	57691	8	15.5	1.004	1.004	0.000
10	7.14	5.26	2.255	143178	9	5.60	2.009	2.009	0.000
11	3.83	14.91	1.892	96118	10	15.70	1.808	1.808	0.000
12	0.87	0.87	0.428	21759	11	25.40	1.406	1.406	0.000
13	1.73	2.14	0.855	43437	12	22.10	2.210	2.210	0.000
14	2.85	11.20	1.409	71552	13	15.20	2.210	2.210	0.000
15	2.63	9.52	1.296	65823	15	2.50	0.000	0.000	0.000
16	0.96	1.39	0.473	24006	suma		22.498	22.498	0.000
17	0.79	0.98	0.391	19880	Q * Gasto suministrado en el nudo i (en l/s) Q ** Gasto demandado en el nudo i (en l/s)				
18	1.45	2.28	0.715	36312					
19	1.87	4.93	0.920	46745					
1	22.5	3.20	1.233	187962					

Posteriormente, en la figura 5.7 se muestra el armado final que corresponde al diseño óptimo, en donde se presentan para cada nudo cardas disponibles para cada nudo, mismas que se pueden observar en la tabla 5.6.

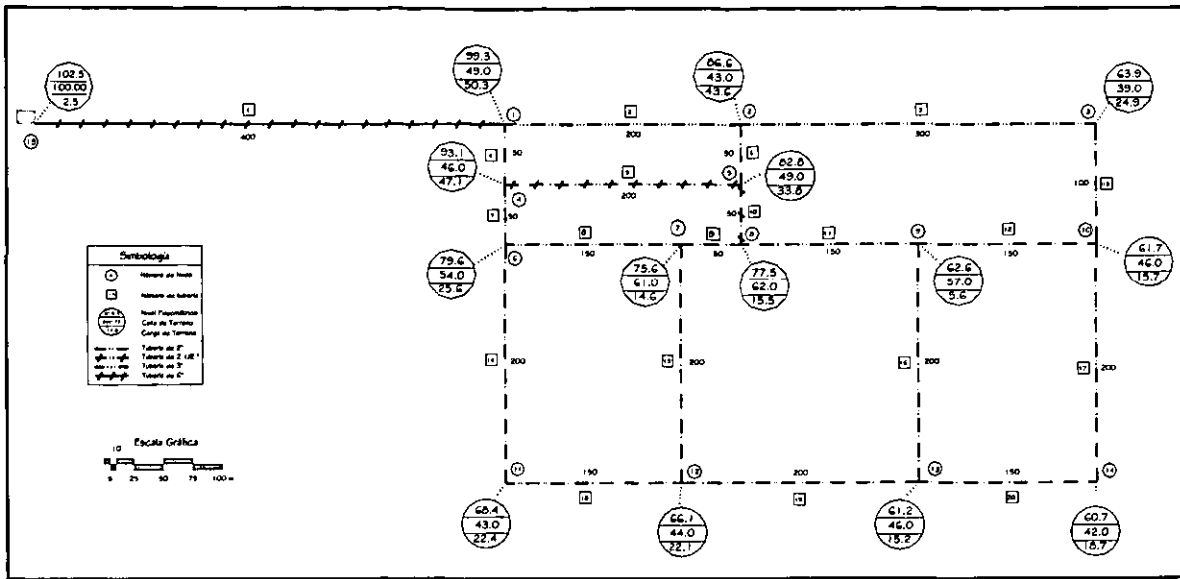


Figura 5.7. Armado final. Diseño óptimo

Como se mencionó al principio de este ejemplo, la red propuesta inicialmente consta de 20 tuberías y considerando sólo 5 diferentes diámetros, que son los que intervinieron en la solución óptima, se generan 9.5367×10^{13} combinaciones que se tendrían que analizar para llegar a la solución óptima, con un método normal; ahora el método en cuestión realizó un total de 50 combinaciones para llegar a la solución óptima buscada, las cuales son insignificantes comparándolas con el número citado inicialmente.

5.3 RED COMBINADA

Para la red propuesta en este ejemplo (ver figura 5.8) se presenta en la tabla 5.27 y 5.28 las características necesarias para iniciar el análisis.

Tabla 5.27. Características de los nudos de la red

Nudo	Elevación (msnm)	Gasto máximo horario (l/s)
1	192.5	0
2	168.5	290
3	175.3	310
4	167.2	320
5	158.4	270
6	165.5	150
7	156.4	130

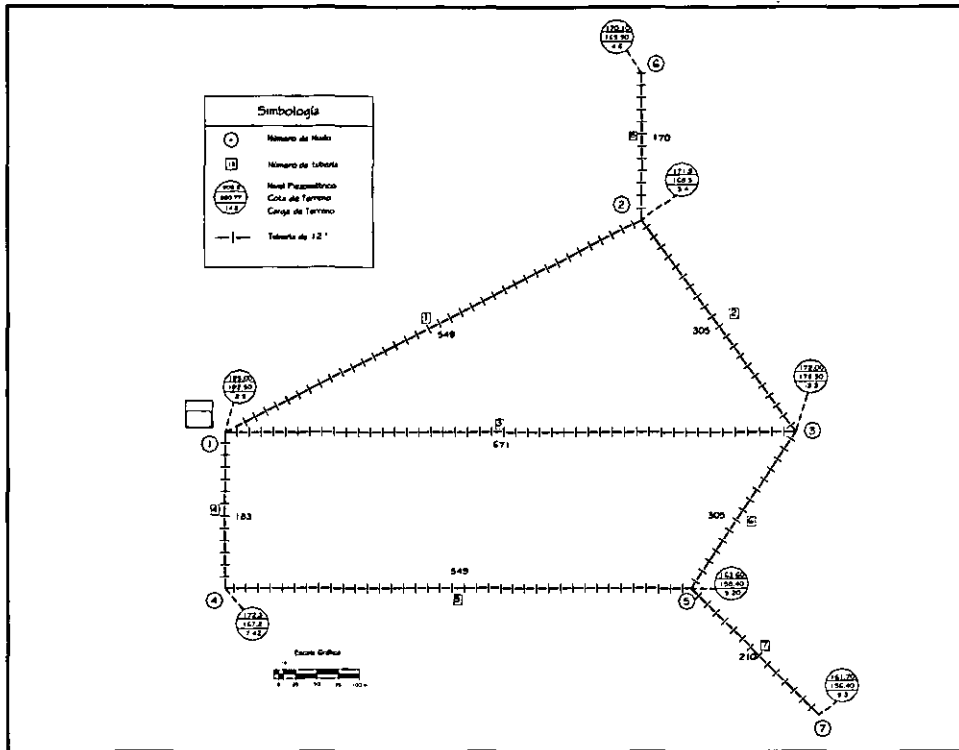
En la tabla 5.28, se observa que el diámetro propuesto inicial, para todas las tuberías, es de 12".

Tabla 5.28. Configuración de la red y características de las tuberías

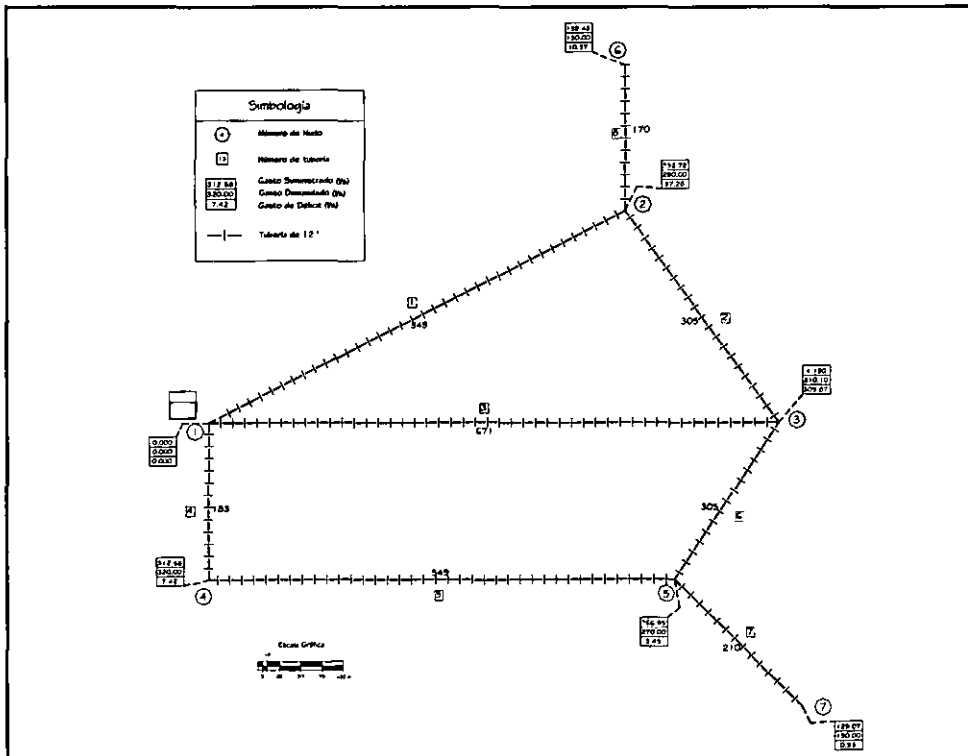
No. tubería	Nudo inicial	Nudo final	Longitud (m)	Diámetro (pulgadas)	Factor de fricción supuesto
1	1	2	549	12	0.02
2	2	3	305	12	0.02
3	1	3	671	12	0.02
4	1	4	183	12	0.02
5	4	5	549	12	0.02
6	3	5	305	12	0.02
7	5	7	210	12	0.02
8	2	6	170	12	0.02

Solución:

La tabla 5.29, muestra el resultado del análisis hidráulico para el armado inicial propuesto, así en el nudo 3 se presenta la carga mínima más desfavorable con un valor de -3.3 mca asociado al déficit más alto en el análisis (ver última columna, tabla 5.29)



a) Cargas de terreno



b). Gastos

Figura 5.8 Armado propuesto del ejemplo 5.3

Iteración	CASO				
	n = 01	n = 02	n = 03	n = 04	n = 05
4	0.0000273	0.0000200	0.0000298	-0.0000082	0.0000137
5	0.0000342	0.0000237	0.0000391	0.00000137	-0.0000123
6	0.0000546	0.0000419	0.0000551	0.0000228	-0.0000164

En este ejemplo es importante mencionar lo que se observa en la tabla 5.36 (ver la última fila), en donde se presenta para la última iteración, que es la 6, en los casos 01, 02, 03 y 04 un déficit de cero y también revisando las cargas mínimas disponibles exceden a la mínima requerida por norma. Para situaciones como éstas se debe realizar una comparación de costos totales ya que el valor de la relación beneficio/costo no es ya de importancia, así para esta iteración se opta por el caso 01 de un costo total de \$930,560.00.

Tabla 5.36. Combinaciones de diámetros para cada caso de la iteración 6

ORIGINAL		Iteración 6 (Diámetros en pulgadas)				
No. tubería	φ (pulg)	CASO				
		n = 01	n = 02	n = 03	n = 04	n = 05
1	16	16	18	16	16	16
2	12	12	12	12	12	12
3	16	16	16	18	16	16
4	14	16	14	14	14	14
5	12	12	12	12	12	16
6	12	12	12	12	14	12
7	12	12	12	12	12	12
8	12	12	12	12	12	12
Costo (\$)	915,920	930,560	970,820	983,020	940,320	959,840
h_{min} (mca)	5.30	6.10	7.60	9.00	4.90	6.30
mca/\$		0.00005	0.00004	0.00005	-0.00002	0.00002
Déficit	0.8	0.0	0.0	0.0	11.5	0.0

En la tabla 5.37 se observa que en la iteración 6 se cumple con el déficit igual a cero y la carga mínima se encuentra dentro del rango establecido por norma.

Tabla 5.37. Resultados del análisis hidráulico de la solución de diseño óptimo

ORIGINAL		Iteración					
No. tubería	φ (pulg)	1	2	3	4	5	6
1	12	12	14	16	16	16	16
2	12	12	12	12	12	12	12
3	12	12	12	12	14	16	16
4	12	14	14	14	14	14	16

ORIGINAL		Iteración					
No. tubería	ϕ (pulg)	1	2	3	4	5	6
5	12	12	12	12	12	12	12
6	12	12	12	12	12	12	12
7	12	12	12	12	12	12	12
8	12	12	12	12	12	12	12
h_{min} (mca)	-3.30	-2.20	0.30	1.60	3.20	5.30	6.10
Deficit	385.5	339.4	234.4	139.8	69.20	0.80	0.00
Costo\$	706,080	720,720	764,640	808,560	862,240	915,920	930,560

A manera de corroborar lo anterior se observa, en la tabla 5.38, que en el análisis hidráulico se cumple con el déficit y las cargas mínimas en todos los nudos, por lo cual se llega a la solución del diseño óptimo.

Tabla 5.38. Resultados del análisis hidráulico de la solución de diseño óptimo

No tubo	Gasto (l/s)	h_f (m)	Velocidad (m/s)	Número Reynolds	Nudo	$h_{disponible}$ (m)	Q_{sum} (l/s)	Q_{dem}^{**} (l/s)	$Q_{sum} - Q_{dem}$ (l/s)
6	188.67	5.93	2.586	788126	6	15.2	150.0	150.0	0.0
2	89.06	1.37	1.221	372024	2	14.3	290.0	290.0	0.0
7	129.96	1.97	1.781	542875	3	6.1	310.0	310.0	0.0
8	149.98	2.11	2.055	626513	4	21.6	230.0	230.0	0.0
5	211.31	13.33	2.896	882701	5	17.1	270.0	270.0	0.0
1	529.02	12.23	4.078	1657407	7	17.1	130.0	130.0	0.0
3	409.65	13.60	3.158	1283428	1	2.5	0.0	0.0	0.0
4	531.35	6.19	4.096	1664705		suma	1,470.00	1,470.00	0.0
Q * Gasto suministrado en el nudo i (en l/s)					Q ** Gasto demandado en el nudo i (en l/s)				

Para este ejercicio se ejecutaron 30 combinaciones con el método propuesto, así con un método normal se realizarían 100,000,000 de combinaciones para llegar al resultado deseado.

Es importante mencionar que a manera de resumir tablas, para presentar la información en este ejemplo se presentan como inicio las iteraciones a partir de un diámetro de 12" para todas las tuberías siendo que originalmente se realizaron más, iniciando el método de búsqueda con un diámetro de 2" para toda la red propuesta. Se tomó la libertad de hacer lo anterior debido a que a lo largo del desarrollo de la búsqueda se observó que los cambios de diámetros requeridos por el sistema empezaban a causar efectos positivos en el análisis hidráulico a partir del diámetro de 12" para toda la red, esto es, los resultados numéricos empezaron a tener coherencia a partir del diámetro mencionado.

Por lo anterior, no significa que el usuario necesite hacer estas observaciones en el momento de realizar un diseño con el método propuesto, ya que el programa de cómputo lo ejecutará mediante una sencilla secuencia de búsqueda. A continuación en la figura 5.10 se muestra el armado correspondiente al diseño óptimo

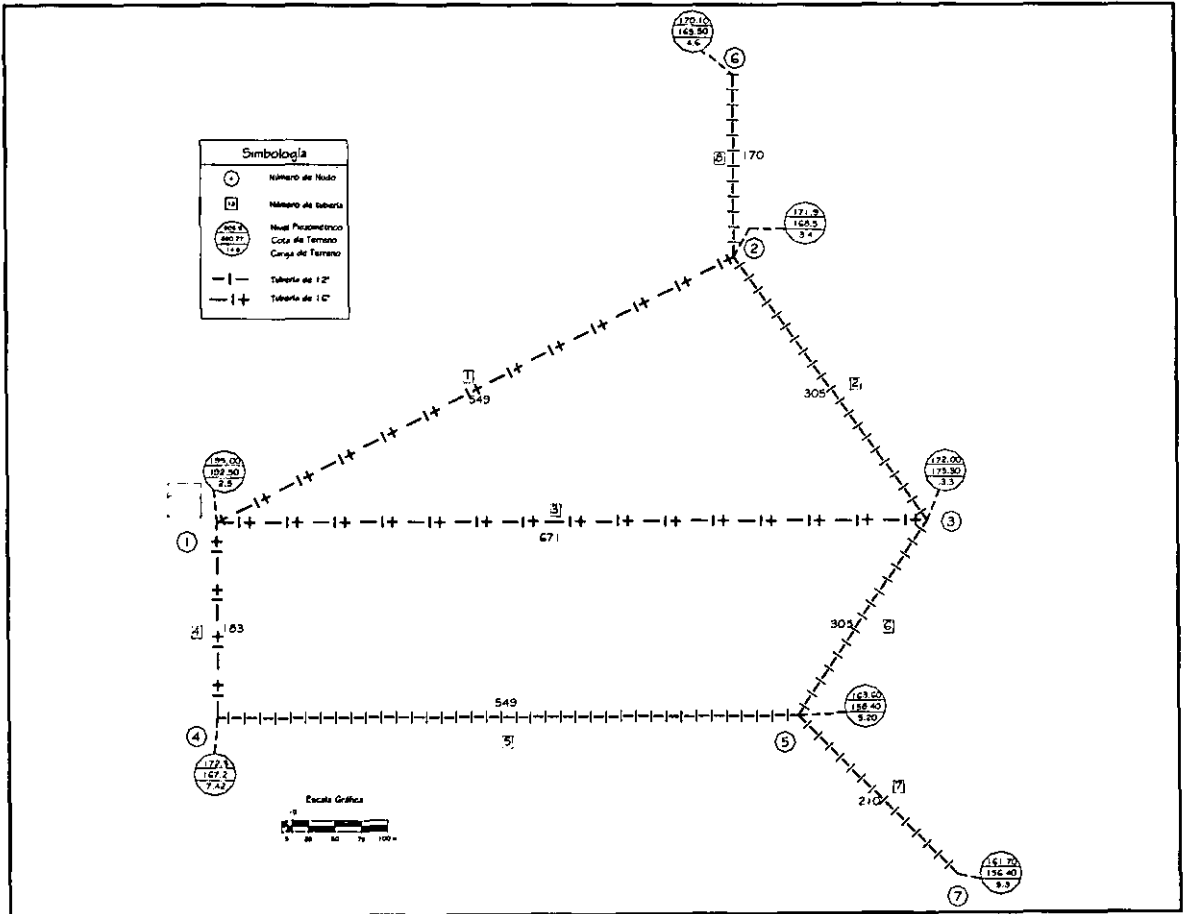


Figura 5.10 Armado final del diseño óptimo

CAPÍTULO 6. CONCLUSIONES

Como se mencionó en un principio el método propuesto tiene como objetivo el encontrar un diseño óptimo, esto es, un diseño que sea eficiente hidráulicamente y el más económico para cualquier red de tuberías que se le proponga, así pues, para iniciar esa búsqueda y a modo de agotar todas las opciones de menor costo se debe iniciar dicho método con el menor diámetro comercial que se tenga disponible.

Para verificar que no se revise ninguna opción que puede ser solución, el método propuesto revisará el 100% de los casos a analizar, aún cuando se haya observado en el desarrollo de los ejemplos de aplicación que en la mayoría es suficiente revisar el 50% de los casos (No. de tuberías/2) y en otros revisando hasta un porcentaje menor a éste se llegó a la solución óptima. La revisión de todos los casos (100% de tuberías) no implica mayor trabajo para el diseñador ya que el cálculo se hará mediante un programa de cómputo y en un tiempo mínimo.

El método en cuestión tiene la virtud de encontrar la solución óptima realizando un mínimo de combinaciones, entre No. de tuberías y No. de diámetros disponibles, en relación con cualquier otro método existente. Como se comentó, al final de cada ejemplo, se realizó una comparación numérica entre el número de combinaciones totales que se tendrían que ejecutar con otros métodos y el método expuesto en este trabajo.

Esto se presenta la siguiente comparación:

Red (ejemplo)	No. Combinaciones Método convencional	No. Combinaciones Método Propuesto
Abierta	143,489,907	42
Cerrada	9.5367×10^{13}	50
Combinada	100,000,000	37

Es importante hacer notar, que si bien para una red abierta no se necesita estrictamente un método de diseño, se presenta en este trabajo, un ejemplo (subcapítulo 5.1. Red abierta) a manera de ilustrar el procedimiento de cálculo del método propuesto; así también, como una forma de comprobar que este método puede ser utilizado como método de revisión.

El método se debe iniciar siempre con el diámetro mínimo comercial que se tenga, no importando el número de iteraciones que se deban hacer para llegar a la solución, ya que el programa de cómputo realizará el número de cálculos necesarios, en un tiempo mínimo. Lo anterior con la intención de asegurarnos que la solución óptima sea la más económica.

El método expuesto puede ser utilizado por personas que no tengan mucha experiencia en el diseño de redes de agua potable ya que no necesita del conocimiento hidráulicos avanzados, atendiendo solamente al criterio del parámetro beneficio/inversión y costo total de la red.

Finalmente, el método propuesto inicialmente es manejado como de diseño, pero deja abierta una línea para la aplicación de éste en la rehabilitación y ampliación de redes de distribución de agua potable.

BIBLIOGRAFÍA

- ☞ Academia de la Investigación Científica, A. C., Academia Nacional de Ingeniería, A.C., Academia Nacional de Medicina, A.C., "El agua y la ciudad de México", México, 1995.
- ☞ American Society of Civil Engineers (ASCE), Committee on pipeline planning of pipeline division, "Pressure pipeline design for water and wastewater", U. S. A., 1992.
- ☞ American Water Works Association (AWWA), "Distribution Network Analysis for Water Utilities", Manual AWWA M32, U. S. A., 1989.
- ☞ Arreguín Felipe I., Ochoa A. Leonel y Fernández E. Antonio. "Evaluación de pérdidas en redes de distribución de agua", TLALOC-AMH, Órgano informativo de la Asociación Mexicana de Hidráulica (AMH), septiembre - diciembre, 1997, No, 10, págs. 28-30.
- ☞ Burden, Faires and Reynolds, "Numerical analysis", Prindle, Weber and Schmidt, U. S. A., 1979.
- ☞ Carmona P. Rafael, Lomónaco T. Pedro, "Calibración del método numérico para solución de redes de abastecimiento de agua potable", Instituto de Ingeniería, UNAM, México D.F., 1991.
- ☞ Carrillo Sosa J. Javier, Islas Martínez Uciel, Gómez Barnos Héctor y Vega Serratos B. Edith, "Selección de las tuberías de una red de distribución de agua potable para que sea eficiente y económica". ". Congreso Latinoamericano de Hidráulica, Oaxaca, México, Octubre de 1998. Vol 2, págs. 719-728.

-
- ⇒ Centro Internacional de Agua y Saneamiento, Centro Panamericano de Ingeniería Sanitaria y Ciencias del Ambiente (CEPIS), "Sistema de Abastecimiento de Agua para Pequeñas Comunidades", Documento Técnico 18, noviembre de 1988.
 - ⇒ Cussler E. L. "Diffusion Mass Transfer in Fluid Systems", Second Edition, Cambridge University Press, 1997.
 - ⇒ Darío Guaycochea, "Flujo en tubos a presión", Universidad Autónoma Metropolitana, México.
 - ⇒ De Azevedo N., J. M. y Acosta A. Guillermo. "Manual de Hidráulica". Editorial Harla, Sexta Edición, México 1976.
 - ⇒ De Luna Cruz Faustino . "Flujo no permanente en redes de tuberías funcionando a presión" Tesis para obtener el grado de Maestra en Ingeniería. DEPFI UNAM, noviembre 1999.
 - ⇒ Departamento del Distrito Federal. Dirección General de Construcción y Operación Hidráulica. "Operación de la red primaria de agua potable vía modelación matemática con el programa del Instituto de Ingeniería". Informe Final 2ª Etapa. Elaborado por el Instituto de Ingeniería. Diciembre de 1996. México.
 - ⇒ Departamento del Distrito Federal. Dirección General de Construcción y Operación Hidráulica. "Plan Maestro de Agua Potable". Informe Final, diciembre de 1996.
 - ⇒ Dirección General de Construcción y Operación Hidráulica, "El Plan Maestro de Agua Potable", Revista Hidráulica Urbana, No. 3, noviembre de 1997.
 - ⇒ Echávez A. Gabriel. "Apuntes del curso Mecánica de Fluidos". DEPFI UNAM 1997.
 - ⇒ Fair Gordon Maskew, Geyer John Charles y Okun Daniel Alexander, "Abastecimiento de agua y remoción de aguas residuales", Ingeniería Sanitaria y de Aguas Residuales, Volumen I., Limusa Noriega Editores, octava impresión, México 1994.
 - ⇒ Fuentes M. Óscar y Martínez A. Polioptro. "Introducción a los métodos numéricos aplicados a la hidráulica", IMTA, serie divulgación 5, México 1988.
 - ⇒ Fuentes M. Óscar, De Luna C. Faustino, Carrillo S. J. Javier., "Un método para rehabilitar redes de distribución de Agua Potable". Congreso Latinoamericano de Hidráulica, Oaxaca, México, Octubre de 1998. Vol 1, págs. 943-952
 - ⇒ Gobierno del Distrito Federal. Dirección General de Construcción y Operación Hidráulica. "Sectorización de redes primarias de agua potable para su modelación". Informe Final. Elaborado por el Instituto de Ingeniería. Diciembre de 1998. México.
 - ⇒ Gurewich Nathan y Gurewich Orli. "Aprendiendo Visual Basic 5". Editorial Prentice-Hall Hispanoamericana, S. A. Edición en Español, México, 1998.
 - ⇒ Hammer Mark J. and Hammer Mark J. Jr, "Water and Wastewater Technology", Prentice Hall, U. S. A., 1986.
 - ⇒ Herrera T. Cesar, "Proyecto de sistemas de abastecimiento de agua, UNAM, Facultad de Ingeniería, División de Educación Continua, México D.F. octubre de 1984.
 - ⇒ Jeppson Roland W., "Analysis of flow in pipe networks", Ann Arbor Science 1976, U. S. A.
-

-
- ☞ López Alegría Pedro, "Abastecimiento de Agua Potable Disposición y Eliminación de Excretas", Instituto Politécnico Nacional, México 1994.
 - ☞ Male James W., and Walski Thomas M., "Water Distribution Systems, A Troubleshooting Manual", Lewis Publishers, USA Michigan, 1990.
 - ☞ Paschoal Silvestre. "Fundamentos de Hidráulica General", Editorial Limusa, México 1983.
 - ☞ Programming System for Windows. "Visual Basic. Programmer's Guide". Microsoft Corporation. U. S. A. 1997.
 - ☞ Rojas Ortuste Franz, "Hacia una mayor eficiencia hidráulica en sistemas de agua potable", Tesis presentada a la División de estudios de posgrado, Facultad de Ingeniería, UNAM, 1994.
 - ☞ Rosales P. Ismene L. "Método para detectar fugas en redes de tuberías". Tesis para obtener el grado de Maestra en Ingeniería. DEPMI UNAM, noviembre 1998.
 - ☞ Rosales P. Ismene L. "Un método para el Diseño Óptimo de una red de tuberías para distribución de agua". Informe doctoral. DEPMI UNAM, junio 2001
 - ☞ Sánchez B. José L. "Doce algoritmos para resolver problemas de hidráulica", Instituto de Ingeniería, UNAM, No. 412, agosto 1978.
 - ☞ Sánchez Bribiesca J. L. y Fuentes Mariles O. "Actualización de un método para calcular redes de tuberías funcionando a presión en régimen permanente", Revista Ingeniería, Vol. LXI, octubre - diciembre de 1991.
 - ☞ Serie Schaums. "Mecánica de Fluidos e Hidráulica". Editorial McGraw-Hill, México, 1990.
 - ☞ Simon Andrew L. "Hidráulica Básica", Editorial Limusa; Primera Edición en español, México 1983.
 - ☞ Sotelo Á. Gilberto. "Hidráulica General", Editorial Limusa; Primera Edición, México, 1983.
 - ☞ Steel Ernest W. y McGhee Terence J. "Abastecimiento de agua y alcantarillado", Editorial Gustavo Gili; Barcelona, España, 1981
 - ☞ Streeter Víctor L. y Benjamin Wylie E., "Mecánica de los Fluidos", Octava Edición (Tercera en Español), Editorial McGraw-Hill, México, 1988.
 - ☞ Streeter Víctor L., Benjamin W. E. And Bedford Keith. "Fluid Mechanics". Ninth Edition. Editorial McGraw-Hill. Singapore. International Edition 1998.
 - ☞ Subdirección General de Infraestructura Hidráulica Urbana e Industrial, Gerencia de Normas Técnicas, Comisión Nacional del Agua, "Datos básicos", Manual de diseño de agua potable, alcantarillado y saneamiento, México 1994.
 - ☞ Subdirección General de Infraestructura Hidráulica Urbana e Industrial, Gerencia de Normas Técnicas, Comisión Nacional del Agua, "Redes de distribución", Manual de diseño de agua potable, alcantarillado y saneamiento, México 1994.
 - ☞ Twort A. C., Law F. M. and Crowley F. M., "Water Supply", Edward Arnold, Third Edition, 1985.
 - ☞ Valdez E. César. "Abastecimiento de agua potable", Volumen I, Facultad de Ingeniería UNAM, México, enero de 1994.
-

-
- ⇒ Valdez E. César. "Abastecimiento de agua potable", Volumen II, Recomendaciones de construcción, Facultad de Ingeniería UNAM, México, enero de 1993.
 - ⇒ Valdez E. César. "Abastecimiento de agua potable", Volumen III, Administración, operación, mantenimiento y financiamiento de los sistemas, Facultad de Ingeniería UNAM, México, enero de 1994.
 - ⇒ Walski Thomas M., Gessler Johannes and Sjostrom John W., "Water Distribution Systems, Simulation and Sizing", Lewis Publishers, USA Michigan, 1990.
 - ⇒ White Frank M., "Fluid Mechanics", Third Edition. International Edition. Editorial McGraw-Hill, USA, 1994.
 - ⇒ White M. Frank, "Mecánica de Fluidos", Traducción a la primera edición en Inglés, Editorial McGraw-Hill, México, 1988.

ANEXO A
REVISIÓN DE REDES DE DISTRIBUCIÓN DE AGUA POTABLE

FUNDAMENTOS

Ecuación de la energía

La ecuación de la energía planteada en dos secciones transversales de una tubería de longitud L funcionando a presión (figura 1), en flujo permanente queda establecida así:

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \alpha_1 \frac{v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \alpha_2 \frac{v_2^2}{2g} + \sum_1^2 h_r \quad (1)$$

La deducción de la ecuación anterior puede ser consultada en el libro de Hidráulica General de Sótelo (1991).

Cada uno de los términos, de la ecuación 1 corresponden a una longitud de carga. El término z medido desde un plano horizontal de referencia, se llama carga de posición; donde p/γ es la carga de presión; $\alpha v^2/2g$ la carga de velocidad (siendo α el coeficiente de Coriolis, que toma en cuenta la variación de la velocidad real con respecto a la velocidad media, de la sección transversal en estudio); $\sum_1^2 h_r$ la pérdida de carga entre las secciones 1 y 2.

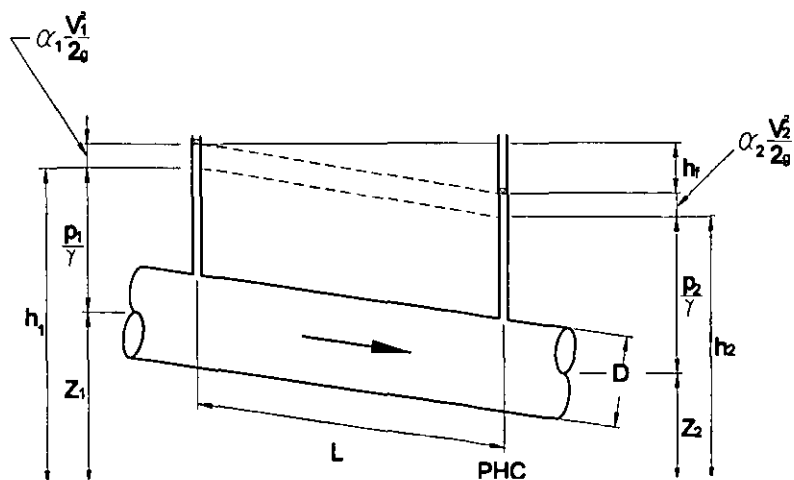


Figura 1. Cargas en los extremos de un tubo

La ecuación 1 establece las relaciones entre las diferentes transformaciones de la energía mecánica del líquido, por unidad de peso del mismo [FL/L]. La carga de posición es la energía potencial; la carga de presión es la energía correspondiente al trabajo mecánico ejecutado por las fuerzas debidas a la presión; la carga de velocidad es la energía cinética de toda la vena líquida; la pérdida de carga es la energía transformada en otro tipo de energía (transferencia de calor) que, en el caso de los líquidos, no es utilizable en el movimiento.

De la ecuación 1 el término $\sum_1^2 h_r$ está constituido por la pérdida debida a la fricción ($\sum_1^2 h_f$) y las pérdidas menores ($\sum_1^2 h_m$), esto es:

$$\sum_1^2 h_r = \sum_1^2 h_f + \sum_1^2 h_m \quad (2)$$

Para el análisis del funcionamiento hidráulico de una red de distribución de agua en régimen permanente (red estática), es necesario contar con las cargas en los extremos de sus tubos y los gastos que fluyen en los mismos. Para determinarlas analíticamente, se emplean para cada tubería de la red los principios de conservación de la energía y conservación de la masa (ecuación de continuidad). Además, se requiere establecer la ecuación de continuidad donde se unen dos o más tubos.

Retomando la ecuación 1 se tiene

$$z_s + \frac{P_s}{\gamma} + \alpha_s \frac{v_s^2}{2g} = z_i + \frac{P_i}{\gamma} + \alpha_i \frac{v_i^2}{2g} + h_f \quad (3)$$

considerando que

$$h_s = z_s + \frac{P_s}{\gamma} \quad (4)$$

$$h_i = z_i + \frac{P_i}{\gamma} \quad (5)$$

la ecuación 3 se puede escribir como

$$h_s + \alpha_s \frac{v_s^2}{2g} = h_i + \alpha_i \frac{v_i^2}{2g} + h_f \quad (6)$$

para una tubería con área de sección transversal constante $A_s = A_i$, la ecuación de continuidad define que $A_s v_s = A_i v_i$, por consiguiente $v_s = v_i$. Si al mismo tiempo, se acepta que $\alpha_s = \alpha_i = 1$, la ecuación 6 se reduce a

$$h_f = h_s - h_i \quad (7)$$

De acuerdo con esta expresión, la pérdida de carga es igual a la diferencia de cargas que se presenta en la tubería entre las secciones s e i.

La pérdida de carga está en función de las características de flujo (velocidad y viscosidad cinemática) y características de la tubería (diámetro, longitud y rugosidad absoluta ϵ). La fórmula de Darcy-Weisbach se puede utilizar para calcular dicha pérdida.

Se sabe que

$$v = Q / A \quad (8)$$

sustituyendo la ecuación anterior en la ecuación de Darcy-Weisbach tendremos

$$h_f = f \frac{L}{D} \frac{Q^2}{2gA^2} \quad (9)$$

si además

$$C = f \frac{L}{D} \frac{1}{2gA^2} \quad (10)$$

donde

$$A = \pi D^2 / 4 \quad (11)$$

como C es un parámetro que depende de las características geométricas de la tubería, la ecuación de Darcy-Weisbach se puede escribir como

$$h_f = C_j |Q_j| |Q_j| \quad (12)$$

donde C_j se calcula con los datos del tubo j y, Q_j es el gasto que fluye por él.

Por otra parte, si se sustituye el primer miembro de la ecuación 12 por el segundo de la ecuación 7, tenemos

$$h_s - h_i = C_j |Q_j| |Q_j| \quad (13)$$

Despejando el gasto Q_j

$$Q_j = \sqrt{\frac{l}{C_j}} \sqrt{h_s - h_t}$$

cuya solución se plantea de la siguiente manera

$$Q_j = \begin{cases} k_j (h_s - h_t)^{1/2} & \text{si } h_s \geq h_t \\ -k_j (h_s - h_t)^{1/2} & \text{si } h_s < h_t \end{cases} \quad (14)$$

El coeficiente k_j está definido como

$$k_j = \left(\frac{l}{C_j} \right)^{1/2} \quad (15)$$

PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Si en la red por analizar se conocen en los nudos los gastos que entran o salen de éstos y al menos una carga, es posible calcular las cargas y los gastos en toda la red. Para lograrlo se tiene que resolver un sistema de ecuaciones no lineales como se mostrará adelante.

El principio de continuidad para flujo permanente establece que la suma de los gastos que llegan a un nudo es igual a la suma de los gastos que salen del mismo.

Al aplicar este principio en cada nudo de la red se establece una ecuación lineal en términos de los gastos. Por ejemplo, para el nudo 15 de la red de la figura 2 se tiene que

$$Q_{17} + Q_{18} - Q_{19} - Q_{20} = G_{15} \quad (16)$$

donde Q_j es el gasto que fluye dentro de la tubería j y G_n el gasto de salida de la red desde el nudo n .

En general para cualquier nudo n de la red se plantea una ecuación de la forma siguiente:

$$\sum_{j=1}^m Q_j = G_n \quad (17)$$

donde la suma se hace para todos los tubos j conectados al nudo n .

Si ahora se sustituye cada uno de los gastos que circulan dentro de las tuberías en términos de los niveles piezométricos (según la ecuación 14), se forma un sistema no lineal de ecuaciones.

Así para el nudo 15 de la figura 2 se tendrá que

$$k_{17}(h_{14} - h_{15})^{1/2} + k_{18}(h_3 - h_{15})^{1/2} - k_{19}(h_{15} - h_5)^{1/2} - k_{20}(h_{15} - h_7)^{1/2} = g_{15} \quad (18)$$

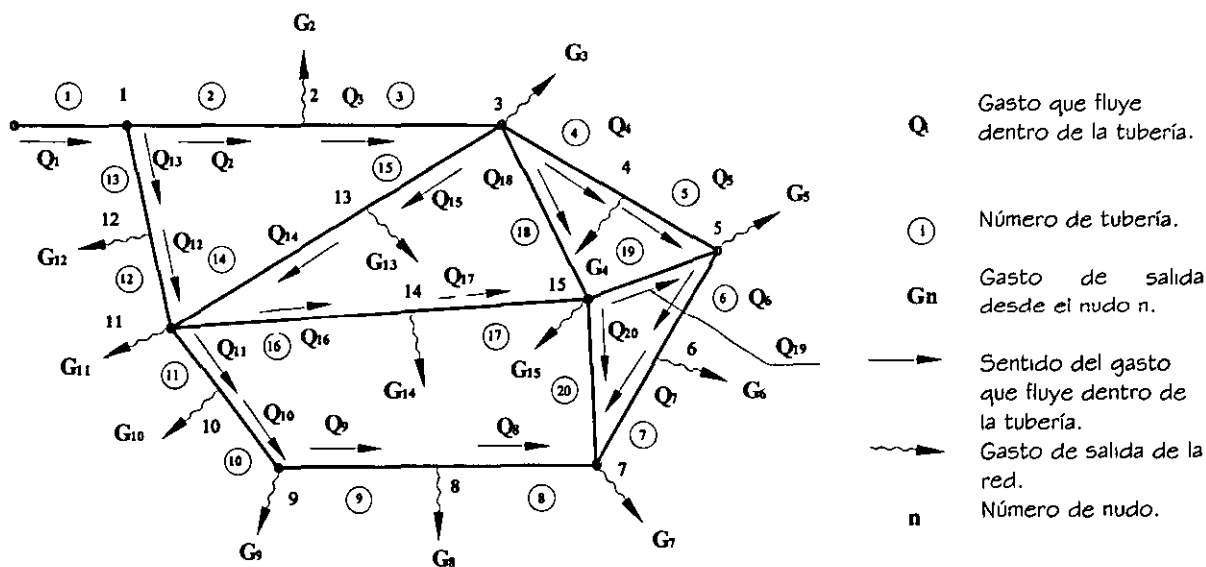


Figura 2. Red de tuberías

De este modo para cualquier nudo n de la red se puede escribir que

$$\sum F(h) = G_n \quad (19)$$

En la expresión anterior la suma se efectúa para todos los tubos j conectados al nudo n y $F(h)$ es una función no lineal que incluye a las cargas piezométricas en los extremos de todos los tubos j .

La solución a la red consiste en encontrar las cargas h que satisfacen simultáneamente el sistema de ecuaciones 19. Una vez obtenidas las cargas de presión, con la ecuación 14 se calculan los gastos que fluyen dentro de las tuberías.

MÉTODO DE SOLUCIÓN DESARROLLADO EN EL INSTITUTO DE INGENIERÍA

Para resolver las ecuaciones de una red de tuberías se puede utilizar un procedimiento apoyado en el método de Newton-Raphson (Fuentes y Sánchez, 1991).

Considerando la serie de Taylor

$$f(x + \Delta x) = f(x) + f'(x)\Delta x + \frac{1}{2!}f''(x)\Delta x^2 + \dots + \frac{1}{n!}f^n(x)\Delta x^n$$

Sea la función $f(Q)$, sustituyendo en la ecuación anterior y considerando hasta la primera derivada se tendrá

$$f(Q + \Delta Q) = f(Q) + f'(Q)\Delta Q \quad (20)$$

de la ecuación 12 se obtiene

$$f(Q) = C_j |Q_j| Q_j \quad (21)$$

$$f'(Q) = 2C_j Q_j \quad (22)$$

Si tomamos en cuenta que $Q = Q_j^k$, donde k representa una condición conocida y $\Delta Q = Q_j^{k+1} - Q_j^k$, entonces

$$f(Q) = f(Q_j^k) = C_j (Q_j^k)^2$$

$$f'(Q) = f'(Q_j^k) = 2C_j (Q_j^k)$$

$$f(Q + \Delta Q) = f(Q_j^{k+1}) = C_j (Q_j^{k+1})^2 \quad (23)$$

$$f(Q + \Delta Q) = h_s^{k+1} - h_l^{k+1}$$

sustituyendo las ecuaciones anteriores en la ecuación (20)

$$h_s^{k+1} - h_i^{k+1} = C_j (Q_j^k)^2 + 2 C_j (Q_j^k) (Q_j^{k+1} - Q_j^k) \quad (24)$$

despejando Q_j^{k+1} se tendrá

$$Q_j^{k+1} = \frac{h_s^{k+1} - h_i^{k+1}}{2 C_j |Q_j^k|} + \frac{Q_j^k}{2} \quad (25)$$

Si se considera

$$\alpha_j = \frac{1}{2 C_j |Q_j^k|} \quad (26)$$

entonces la ecuación 25 se puede escribir

$$Q_j^{k+1} = \alpha_j (h_s^{k+1} - h_i^{k+1}) + \frac{1}{2} Q_j^k \quad (27)$$

A medida que k aumenta, Q_j^k y Q_j^{k+1} tienden a ser iguales y la ecuación 27 se hace similar a la ecuación 14. La expresión 27 es la ecuación fundamental del método.

Si los gastos (en el entendido que corresponden a los valores de gasto de la iteración k) de cada tubería de la red se expresan en términos de las cargas piezométricas de acuerdo con la ecuación 27 y luego, se sustituyen en las ecuaciones de continuidad (ecuación 17), se obtiene una ecuación lineal en términos de las cargas. Por ejemplo, al nudo 15 de la red de la figura 2 le corresponde la expresión algebraica 16. Al sustituir los gastos que aparecen en esta ecuación (Q_{17} , Q_{18} , Q_{19} y Q_{20}) por las expresiones que resultan al considerar la ecuación 25, se encuentra

$$\begin{aligned} & (-\alpha_{17} - \alpha_{18} - \alpha_{19} - \alpha_{20}) h_{15}^{k+1} + \alpha_{17} h_{14}^{k+1} + \alpha_{18} h_3^{k+1} + \alpha_{19} h_5^{k+1} + \alpha_{20} h_7^{k+1} \\ & = \left(\frac{Q_{17}^k}{2} - \frac{Q_{18}^k}{2} + \frac{Q_{19}^k}{2} + \frac{Q_{20}^k}{2} \right) + G_{15} \end{aligned} \quad (28)$$

En la ecuación anterior se aprecia que, si se prescinde del superíndice k , el término entre paréntesis del miembro derecho es precisamente $-G_{15} / 2$ (de la ecuación 16). Por lo cual la ecuación anterior se puede escribir

$$(\alpha_{17} - \alpha_{18} - \alpha_{19} - \alpha_{20}) h_{15}^{k+1} + \alpha_{17} h_{14}^{k+1} + \alpha_{18} h_3^{k+1} + \alpha_{19} h_5^{k+1} + \alpha_{20} h_7^{k+1} = G_{15} / 2 \quad (29)$$

En general, se afirma que se requiere resolver un sistema de ecuaciones lineales del tipo

$$A h^{k+1} = b \quad (30)$$

donde las incógnitas son las cargas h en la iteración $k+1$.

Los coeficientes de la matriz A dependen de los parámetros α_j y el vector columna b de los gastos de demanda G_n y algunos parámetros α_j , cuando se relaciona con una carga conocida (por ejemplo, de un tanque).

Como en la iteración k , las variables Q^k y h^k son conocidas, con la ecuación 26 es posible calcular los parámetros α y luego, es sencillo formar el sistema de ecuaciones lineales, 30.

La solución del sistema 30 proporciona los valores de las cargas piezométricas h^{k+1} . A partir de estas cargas, con la ecuación 25 se calculan los gastos Q_j^{k+1} . Cuando en todas las tuberías los gastos entre dos iteraciones consecutivas Q_j^k y Q_j^{k+1} son aproximadamente iguales, se obtuvo la solución de la red. Cuando se llega a esta situación se afirma que los gastos que fluyen en la tuberías tienen los valores Q_j^{k+1} y que en sus nudos las cargas piezométricas son h^{k+1} . De otro modo, se asignan a las variables en la iteración k las de la iteración $k+1$ y se repite el proceso a partir del cálculo de los parámetros α .

En el diagrama de bloques de figura 3 se puede observar la secuela de cálculo a seguir, y con base en el cual se podría realizar un programa de cómputo que facilitará la aplicación del método para el análisis estático de una red de tuberías.

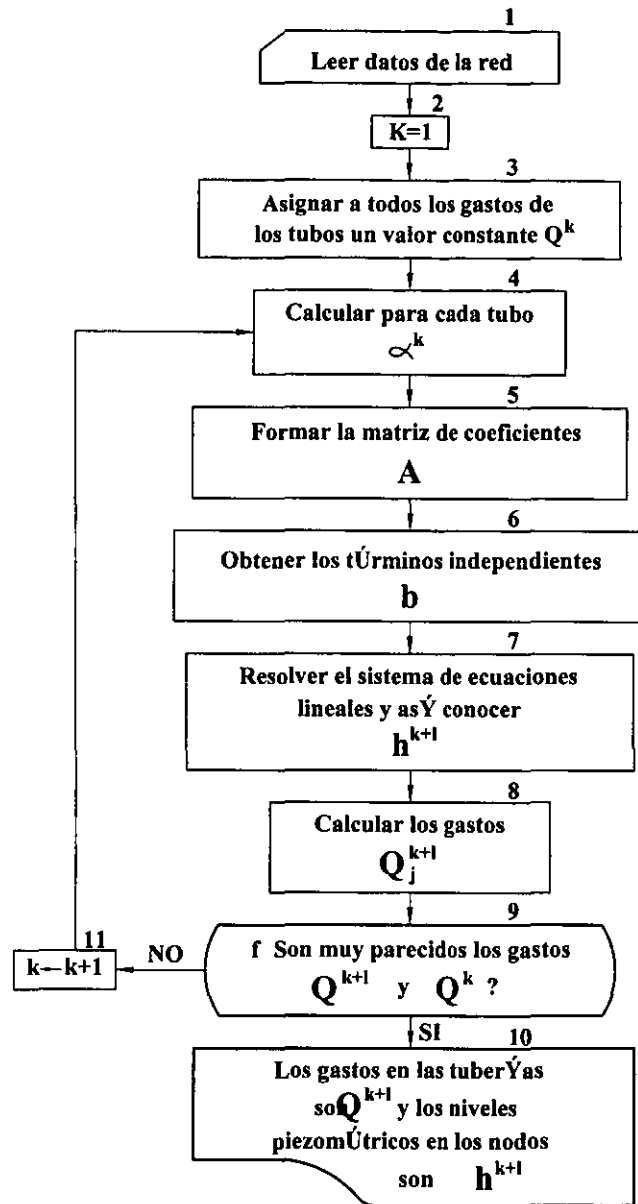


Figura 3 Diagrama de bloques del método