

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

Facultad de Ingeniería



“ TRANSITORIOS HIDRAULICOS
EN PLANTAS DE BOMBEO ”

T E S I S

Que para obtener el título de
INGENIERO CIVIL

P r e s e n t a :

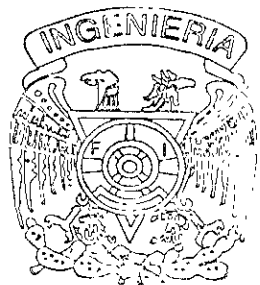
MAUREVERT ABURTO MEJIA

Director de tesis :

M. en I. Alejandro Sánchez Huerta

México, D.F.

2001





Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.



UNIVERSIDAD NACIONAL
AVENIDA DE
MEXICO

FACULTAD DE INGENIERIA
DIRECCION
FING/DCTG/SEAC/UTIT/057/01

Señor
MAUREVERT ABURTO MEJIA
Presente

En atención a su solicitud me es grato hacer de su conocimiento el tema que propuso el profesor M.I. ALEJANDRO SANCHEZ HUERTA, que aprobó esta Dirección, para que lo desarrolle usted como tesis de su examen profesional de INGENIERO CIVIL.

"TRANSITORIOS HIDRÁULICOS EN PLANTAS DE BOMBEO"

- INTRODUCCIÓN
- I. ORIGEN Y EVOLUCIÓN DEL ESTUDIO DE LOS TRANSITORIOS HIDRÁULICOS
 - II. EL FENÓMENO TRANSITORIO
 - III. EL MÉTODO DE LAS CARACTERÍSTICAS
 - IV. TRANSITORIOS CAUSADOS POR BOMBAS CENTRÍFUGAS
 - V. EL MOMENTO POLAR DE INERCIA
 - VI. CONTROL DE TRANSITORIOS EN PLANTAS DE BOMBEO
 - VII. EJEMPLO DE APLICACIÓN
 - VIII. CONCLUSIONES

Ruego a usted cumplir con la disposición de la Dirección General de la Administración Escolar en el sentido de que se imprima en lugar visible de cada ejemplar de la tesis el Título de ésta.

Asimismo le recuerdo que la Ley de Profesiones estipula que deberá prestar servicio social durante un tiempo mínimo de seis meses como requisito para sustentar Examen Profesional.

Atentamente
"POR MI RAZA HABLARA EL ESPIRITU"
Cd. Universitaria a 5 de abril de 2001.
EL DIRECTOR

M. C. GERARDO FERRANDO BRAVO
GFB/GMP/msig

A mis padres
A mis hermanas
A mi hermano

"GENS UNA SUMUS"

*Agradezco al M. en I. Alejandro Sánchez Huerta
por su invaluable apoyo en la dirección de esta tesis.*

*Agradezco también al Dr. Gilberto Sotelo Avila
por el tiempo que dedicó a la revisión del manuscrito y
por sus valiosos comentarios y sugerencias para mejorarlo.*

*Gracias al Ing. Gonzalo López de Haro, quien
en todo momento y de innumerables maneras me ha
brindado su apoyo más allá de las aulas.*

*Mi gratitud es extendida a todos aquellos que me dieron
la oportunidad y el privilegio de pertenecer a la comunidad
universitaria como alumno de la Facultad de Ingeniería.*

TRANSITORIOS HIDRÁULICOS
EN
PLANTAS DE BOMBEO

CONTENIDO

INTRODUCCIÓN	x
1 ORIGEN Y EVOLUCIÓN DEL ESTUDIO DE LOS TRANSITORIOS HIDRÁULICOS	1
2 EL FENÓMENO TRANSITORIO	7
2.1 Introducción	7
2.2 Definiciones	7
2.3 Descripción del fenómeno de propagación y reflexión de ondas en un conducto por gravedad	8
2.4 Clasificación de transitorios hidráulicos en conductos a presión	14
2.5 Ecuaciones del flujo transitorio en conductos a presión	15
2.6 Métodos para resolver las ecuaciones dinámica y de continuidad	16
2.7 Celeridad de onda	17
3 EL MÉTODO DE LAS CARACTERÍSTICAS	23
3.1 Introducción	23
3.2 Ecuaciones características	23
3.3 Condiciones de frontera	30
Deposito ubicado en el extremo aguas arriba con nivel constante	30
Deposito ubicado en el extremo aguas abajo con nivel constante	32
Extremo cerrado situado en la frontera aguas abajo	33
Valvula situada en el extremo aguas abajo	34
Orificio situado en el extremo aguas abajo	35

Unión de conductos con diferentes propiedades elásticas y/o diámetros	35
Bifurcación de un conducto	37
Bomba centrífuga ubicada en el extremo aguas arriba	39
3.4 Condiciones de estabilidad y convergencia	39
3.5 Selección del incremento de tiempo para un sistema complejo	40
3.6 Método combinado implícito-característico	42
3.7 Análisis de una línea de conducción	44
4 TRANSITORIOS CAUSADOS POR BOMBAS CENTRÍFUGAS	47
4.1 Introducción	47
4.2 Condiciones transitorias causadas por varias operaciones de la bomba	48
4.3 Representación matemática de una bomba	49
4.4 Condiciones de frontera para fallo de bomba	51
Ecuaciones de las condiciones impuestas por la bomba	53
Ecuación diferencial de elementos rotatorios	56
Ecuación característica para la tubería de descarga	57
Ecuación de continuidad	57
Solución de las ecuaciones gobernantes	57
4.5 Condiciones de frontera para casos especiales	59
Bombas en paralelo	61
5 EL MOMENTO POLAR DE INERCIA	65
5.1 Introducción	65
5.2 Definición de momento polar de inercia	66
5.3 Revisión de unidades	68
5.4 Ecuaciones del momento polar de inercia	69
5.5 Análisis de sensibilidad	75
6 CONTROL DE TRANSITORIOS EN PLANTAS DE BOMBEO	79
6.1 Introducción	79
6.2 Descripción de los problemas creados por los transitorios hidráulicos	80
6.3 Condiciones de operación	83
6.4 Condiciones más desfavorables de operación	84
6.5 Torres de oscilación	85
6.6 Ventajas y problemas de la torre de oscilación	87
6.7 Tanque unidireccional	89
6.8 Ventajas y problemas del tanque unidireccional	91

6.9	Cámara de aire	92
6.10	Ventajas y problemas de la cámara de aire	95
6.11	Válvulas de alivio	96
6.12	Incremento de la inercia de la unidad bomba-motor	98
6.13	Criterios para la selección de los dispositivos de control	99
6.14	Criterios de seguridad	102
6.15	Condiciones catastróficas	103
7	EJEMPLO DE APLICACIÓN	107
7.1	Introducción	107
7.2	Descripción del problema	108
7.3	Cálculo de las constantes de la conducción	109
7.4	Características de los equipos de bombeo	112
7.5	Cálculo de la celeridad de onda	115
7.6	Simulación de los fenómenos transitorios	115
7.7	Conclusiones y recomendaciones	123
8	CONCLUSIONES	125
	REFERENCIAS	127

INTRODUCCIÓN

Los fenómenos transitorios en conducciones de agua a presión constituyen un aspecto de gran importancia que el ingeniero proyectista de obras hidráulicas no debe dejar de conocer. Lo anterior se debe a que sus efectos pueden causar severos daños sobre tales obras, y, en consecuencia, pueden ocurrir pérdidas materiales o incluso de vidas humanas. El carácter ondulatorio que presentan, tan diferente a los fenómenos estacionarios con los cuales los ingenieros hidráulicos están acostumbrados a manejar, le ha conferido a este tema cierta fama de abstracto e incluso inabordable salvo por especialistas.

A lo anterior contribuye el hecho de que existen muy pocos textos de consulta escritos en español que traten con la debida extensión el estudio de los fenómenos transitorios en sistemas hidráulicos y menos aún en sistemas con plantas de bombeo.

Actualmente el uso de computadoras digitales para analizar los transitorios se ha incrementado considerablemente, y los métodos gráficos y aritméticos para tales análisis tienden a desaparecer ante las sofisticadas técnicas numéricas. Esta situación no sólo reduce la cantidad de cálculos laboriosos, sino que también permite obtener resultados más precisos y hace posible el análisis de sistemas cada vez más complejos.

Esta tesis ha sido planteada para contribuir a una mejor comprensión del fenómeno transitorio y particularmente de aquél que se presenta en plantas de bombeo, mostrando como puede simularse este último en una computadora digital, a través del método numérico de diferencias finitas denominado *método de las caras terrestres*.

La secuencia de este trabajo es la siguiente: En el Capítulo 1 se hace una breve crónica del estudio de los transitorios hidráulicos, a través de los personajes que más destacaron con sus contribuciones al mismo. En el Capítulo 2 se ha tratado de exponer con particular detalle los fenómenos de propagación y reflexión de las ondas producidas por el cierre de una válvula situada al final de una tubería. Se presentan las ecuaciones Dinámica y de Continuidad para un flujo unidimensional en conductos a presión y se discuten varios métodos disponibles para su solución. En el Capítulo 3 se presentan los detalles del método de las características, las ecuaciones que simulan un conducto y las condiciones especiales de frontera para varias condiciones simples en los extremos. El Capítulo 4 está referido a las bombas como causa fundamental de los transitorios en conducciones de agua a presión. En dicho capítulo se intenta presentar en forma organizada, las ecuaciones que describen el comportamiento no estacionario de estas máquinas. Se excluye toda consideración referida a la selección del tipo de máquina, por estar fuera del alcance de este trabajo. El Capítulo 5 presenta varias expresiones para la obtención del momento polar de inercia combinado de las bombas y motores que las operan, así como una amplia discusión de las mismas. En el Capítulo 6 se hace énfasis en los fenómenos transitorios ligados a las diversas formas de operación de las bombas y se presentan varios dispositivos efectivos para su control, explicando las ventajas y desventajas de cada uno. También se exponen algunos criterios para seleccionar el dispositivo que más conviene en cada caso. Finalmente, en el Capítulo 7 se desarrolla un ejemplo de aplicación del análisis de los transitorios hidráulicos en una línea de conducción por bombeo y se muestra la acción del dispositivo de control propuesto para atenuar sus efectos.

CAPÍTULO 1

ORIGEN Y EVOLUCIÓN DEL ESTUDIO DE LOS TRANSITORIOS HIDRÁULICOS

El estudio de los transitorios hidráulicos inició con la investigación de la propagación de las ondas del sonido en el aire, la propagación de ondas en la superficie del agua y el flujo de sangre en las arterias. Sin embargo, ninguno de estos problemas se pudo solucionar de manera rigurosa sino hasta que se desarrollaron las teorías de elasticidad y de cálculo, y con ello la solución de las ecuaciones diferenciales parciales. Newton presentó, en *Principia*, los resultados de sus investigaciones sobre la propagación de ondas sonoras en el aire y la propagación de ondas en canales hidráulicos. Newton y Lagrange calcularon una velocidad teórica del sonido en el aire igual a 298.4 m/s, que difería del valor experimental que obtuvieron de 348 m/s. Lagrange atribuyó equivocadamente esta diferencia a un error experimental, mientras que Newton concluyó que el cálculo de la velocidad teórica era incorrecto y que la discrepancia se debía al espaciamiento de las partículas sólidas del aire y la presencia de vapores en éste. Comparando las oscilaciones de un líquido en el Tubo-U con las de un péndulo, Newton obtuvo una expresión incorrecta para la celeridad de onda en canales, igual a $\pi\sqrt{l \cdot g}$, donde l es la longitud de la onda y g es la aceleración de la gravedad.

Euler desarrolló una detallada teoría sobre la propagación de las ondas elásticas y obtuvo la siguiente ecuación diferencial parcial:

$$\frac{\partial^2 z}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial z^2}$$

En esta ecuación z es el desplazamiento de una partícula en el espacio en el tiempo t , x , y y z son las coordenadas espaciales.

y h es la altura de la columna de aire. También encontró que la solución general de esta ecuación era

$$y = F(x + at) + f(x - at) \quad (1.1b)$$

donde F y f son las ondas que se propagan. Euler también trató de obtener una solución para el flujo de la sangre a través de las arterias, pero no lo consiguió.

Lagrange analizó el flujo de fluidos compresibles y no compresibles. Para este propósito, creó el concepto de *velocidad potencial*. También obtuvo la expresión correcta para la celeridad de las ondas en un canal, $c = \sqrt{gd}$; donde d es la profundidad del canal. En 1789, Monge desarrolló un método gráfico para integrar las ecuaciones diferenciales parciales e introdujo el término *método de las características*. En 1808, Laplace explicó las razones de la diferencia entre los valores teóricos y los medidos de la velocidad del sonido en el aire; argumentando que las relaciones obtenidas por Newton y Lagrange estaban basadas en la ley de Boyle y que esta ley no era válida bajo presiones variables porque la temperatura del aire no permanecía constante. Indicó que la velocidad teórica se incrementaría cerca del 20 por ciento si se usaban las condiciones adiabáticas en lugar de las condiciones isotérmicas.

Young investigó el flujo de las corrientes sanguíneas, las pérdidas por fricción y por cambios bruscos de dirección, así como la propagación de ondas de presión en tuberías. Helmholtz fue el primero en demostrar que la velocidad de las ondas de presión en el agua contenida en una tubería era menor que aquella en donde el agua no estaba confinada. Atribuyó correctamente esta diferencia a la elasticidad de las paredes de la tubería. En 1869, Riemann desarrolló y aplicó una ecuación tridimensional de movimiento y su forma simplificada unidimensional para campos como barras vibrantes y ondas sonoras. Weber estudió el flujo de un fluido incompresible en una tubería elástica realizando experimentos para determinar la velocidad de las ondas de presión. También dedujo las ecuaciones dinámica y de continuidad que son la base del estudio de los transitorios hidráulicos. Marey realizó extensas series de pruebas para determinar la velocidad de las ondas de presión en agua y en mercurio y concluyó que la velocidad de la onda era:

1. Independiente de la amplitud de las ondas de presión
2. Tres veces mayor en mercurio que en agua
3. Proporcional a la elasticidad de la tubería.

Resal transformó las ecuaciones dinámica y de continuidad en una ecuación de segundo orden. Usó los resultados experimentales de Marey para verificar sus estudios analíticos. En 1877, Lord Rayleigh publicó su libro sobre la teoría del sonido, en donde resumía estudios anteriores y sus propias investigaciones.

Korteweg fue el primero en determinar la velocidad de la onda considerando tanto la elasticidad de la tubería como la del fluido; los investigadores anteriores habían considerado sólo una de las dos a la vez.

Aunque Wood enlista a Michaud como el primer investigador que trata con el problema del golpe de ariete, las investigaciones de Anderson han demostrado que en realidad Menabrea fue el primero en estudiar este fenómeno. Michaud estudió el problema del golpe de ariete, así como el diseño y uso de cámaras de aire y válvulas de seguridad. Gromeka incluyó por primera vez las pérdidas por fricción en el análisis; sin embargo, asumió que el líquido era incompresible y que las pérdidas por fricción eran directamente proporcionales a la velocidad de flujo.

Los ingenieros norteamericanos Weston y Carpenter condujeron varios experimentos para desarrollar una relación teórica entre la reducción de la velocidad en una tubería y su correspondiente incremento de presión. No obstante, sus experimentos no tuvieron éxito porque sus líneas de conducción no eran lo suficientemente largas. Fue entonces cuando Frizell presentó un análisis del golpe de ariete basado en estudios que realizó mientras era ingeniero consultor en el desarrollo hidroeléctrico de Ogden, en Utah; ahí se contaba con una tubería de 9,449 m de longitud. Derivó expresiones para la velocidad de las ondas del golpe del ariete y para el incremento de presión debido a la reducción instantánea del flujo. Planteó que la velocidad de la onda en agua no confinada sería igual a la del sonido si el módulo de elasticidad de las paredes de la tubería era infinito. También discutió los efectos de las bifurcaciones en las líneas, las reflexiones de la onda y las ondas sucesivas en la regulación de la velocidad. Desafortunadamente, el trabajo de Frizell no ha sido tan reconocido como el de sus contemporáneos, Joukowski y Allievi.

En 1897, Joukowski dirigió extensos experimentos en Moscú utilizando tuberías con las siguientes dimensiones (expresadas en longitud y diámetro, respectivamente) 7,620m/50mm; 305m/101.5mm; y 305m/152.5 mm. Basado en sus estudios experimentales y teóricos, publicó su conocido artículo sobre la teoría básica del golpe de ariete. Obtuvo una fórmula para la velocidad de la onda, tomando en consideración la elasticidad tanto del agua como de las paredes de la tubería; también obtuvo la relación entre la reducción de la velocidad y su incremento de presión resultante. Estudió la propagación de la onda de presión a través de la tubería y la reflexión de las ondas de presión por la apertura de una derivación; analizó los efectos de las cámaras de aire, tanques de oscilación y válvulas de seguridad con presiones de golpe de ariete. También investigó los efectos de las maniobras de cierre no uniforme de una válvula y encontró que el incremento de presión tenía un máximo para tiempos de cierre, $T = 2L/a$, en donde L es la longitud de la tubería y a es la velocidad de la onda.

Allievi desarrolló la teoría general del golpe de ariete desde sus principios básicos y la publicó en 1902 bajo el título de "Teoria generale del moto perturbato dell'acqua nei tubi in pressione". La ecuación dinámica que obtuvo era más precisa que la de Korteweg, demostrando que el término $V(\partial V/\partial x)$ en la ecuación dinámica no era tan importante comparado con los otros términos y podía ser despreciado. Introdujo dos parámetros adimensionales,

$$\left. \begin{aligned} \rho &= \frac{\alpha V_0}{2gH_0} \\ \theta &= \frac{\alpha T_c}{2L} \end{aligned} \right\} \quad (1.2)$$

donde

- α velocidad de la onda del golpe de ariete;
- V_0 velocidad del flujo permanente;
- L longitud de la tubería;
- T_c tiempo de cierre de la válvula;
- ρ mitad de la relación de la energía cinética del fluido a la energía potencial almacenada en él y las paredes de la tubería a una carga de presión H_0 ; y
- θ las características de cierre de la válvula.

Para el tiempo de cierre, T_c , Allievi obtuvo una expresión para conocer el incremento de presión en la válvula y elaboró cartas o ábacos mediante los cuales se obtienen los incrementos o caídas de presión causadas por las maniobras de apertura o cierre uniforme de las válvulas. En 1910, E. Braun presentó ecuaciones similares a las que expuso Allievi en su segunda publicación de 1913. Por este motivo, Braun reclamó su prioridad sobre Allievi en una publicación posterior, en donde aparece que la llamada constante de Allievi, ρ , fue introducida realmente por Braun. Sin embargo, Allievi es considerado todavía como el creador de la teoría básica del golpe de ariete. Allievi estudió también el movimiento rítmico de las válvulas y probó que la presión no podía exceder el doble de la carga estática.

Las teorías de Joukowski y Allievi fueron usadas principalmente en las primeras dos décadas del siglo XX. Camichel demostró analíticamente que no es posible duplicar la magnitud de la carga de presión a menos que $H_0 > \alpha V_0/g$. Constantinescu describió un mecanismo para transmitir energía mecánica usando las ondas del golpe de ariete. En la primera guerra mundial, los aviones de combate Británicos fueron equipados con el dispositivo de Constantinescu para disparar las metralletas. Basado en la teoría de Joukowski, Gibson presentó un artículo donde incluía por primera vez las pérdidas por fricción no lineales en el análisis.

Strowger y Kerr presentaron un procedimiento computacional paso a paso para determinar los cambios de la velocidad de una turbina hidráulica causados por cambios en la carga. Para el análisis fueron consideradas las presiones del golpe de ariete, los cambios en la eficiencia de la turbina debidos a las diferentes aperturas de las compuertas, y las maniobras uniformes o no uniformes de éstas.

En la discusión del trabajo de Strowger y Kerr, Wood introdujo el método gráfico para analizar el golpe de ariete. Löwy desarrolló y presentó un método gráfico idéntico de manera independiente en 1928; también estudió la resonancia causada por los movimientos periódicos de las válvulas y la caída de presión debida a la apertura gradual de válvulas y compuertas; consideró las pérdidas por fricción en su análisis incluyendo los términos de fricción en las ecuaciones diferenciales parciales básicas. Schnyder incluyó detalladamente las características de las bombas en su análisis del golpe de ariete en tuberías conectadas a bombas centrífugas. Bergeron extendió el método gráfico para determinar las condiciones en secciones intermedias de la tubería, mientras que Schnyder incluyó las pérdidas por fricción en dicho análisis gráfico. En un simposium de Chicago patrocinado en 1933 por la American Society of Civil Engineers y la American Society of Mechanical Engineers, se destacaron varios artículos sobre el análisis del golpe de ariete en tuberías que alimentan turbinas y tuberías de descarga

Angus revisó la teoría básica y dio a conocer algunas aplicaciones del método gráfico incluyendo las pérdidas totales por fricción, en tanto que Bergeron presentó un artículo que describía la teoría de las ondas elásticas planas en diferentes medios. En 1937, durante la reunión anual de la American Society of Mechanical Engineers, se realizó otro simposium sobre el golpe de ariete. En este simposium, se presentaron algunos artículos sobre el análisis de cámaras de aire y válvulas de seguridad, sobre la inclusión de todas las características de las bombas; y sobre la comparación de los resultados medidos contra los obtenidos por computadora. Al hacer lineal el término de la fricción, Wood usó el cálculo operacional de Heaviside, más tarde Rich usó las transformadas de Laplace para el análisis del golpe de ariete en tuberías. Angus presentó en 1938 el análisis de tuberías compuestas y ramificadas, así como el análisis del fenómeno de separación de columna. Lupton, Richard, y Duc publicaron otros artículos sobre este fenómeno

De 1940 a 1960, además de los libros escritos por Rich, Jaeger y Parmaktan, se publicaron numerosos artículos sobre el análisis del golpe de ariete. Ruus innovó los procedimientos para determinar la secuencia correcta del cierre de una válvula, llamada *cierre óptimo de válvula*, en donde la presión máxima permanecía dentro de límites establecidos. Más tarde, Cabelka y Franc desarrollaron este concepto y Streetet lo extendió y computarizó para sistemas complejos de bombeo

Gray introdujo el método de las características para el análisis del golpe de ariete orientado a la computadora. Lai usó este método en su tesis doctoral y junto con Streeter publicaron el artículo pionero que hizo popular este método y el uso de computadoras para el análisis de los transitorios hidráulicos. Más tarde, Streeter publicó numerosos artículos sobre el método de las características y junto con Wylie editaron en 1967 el libro *Hydraulic Transients*.

Las primeras contribuciones europeas sobre la teoría de tanques de oscilación las hicieron Léauté, Rateau, Prášil, y Vogt. También Clame, Gaden, Frank y Schüller resumieron las últimas investigaciones y sus propios estudios. Thoma fue el primero en demostrar que un tanque de oscilación de una turbina gobernada hidráulicamente sería estable sólo si el área de la sección transversal del tanque de oscilación era mayor que un cierto valor mínimo, conocido ahora como *área de Thoma*. Johnson inventó el tanque de oscilación diferencial para desarrollar cargas aceleradas o desaceleradas rápidamente. Escande, Jaeger, Gardel, Binnie, Evangelisti, Paynter y Marris son otros investigadores que contribuyeron también a la teoría de los tanques de oscilación.

Una de las obras más completas sobre el estudio de los transitorios hidráulicos es *Applied Hydraulic Transients*, publicada en 1979 por M. Hanif Chaudhry. Este libro es ampliamente recomendable para el interesado en la traducción computacional de una amplia variedad de problemas técnicos donde los transitorios hidráulicos juegan un papel fundamental. La diversidad de campos cubiertos y la amplia bibliografía citada lo hacen una referencia valiosa.

El Instituto de Ingeniería de la Universidad Nacional Autónoma de México presentó en 1985 la obra *Diseño y Operación Hidráulicos de Conducciones de Agua a Presión*, en donde transmite su experiencia práctica en el diseño de sistemas de conducción de agua a presión, aunada con el trabajo experimental en el laboratorio, la elaboración de modelos numéricos y la verificación de los mismos mediante mediciones realizadas en los prototipos.

CAPÍTULO 2

EL FENÓMENO TRANSITORIO

2.1 INTRODUCCIÓN

Al inicio de este capítulo se definen varios términos comúnmente usados en hidráulica para el estudio de los fenómenos transitorios. Posteriormente se hace una descripción de la propagación y reflexión de las ondas producidas por el cierre de una válvula situada al final de una tubería y se presenta una discusión sobre la clasificación de los transitorios hidráulicos. También se presentan las ecuaciones dinámica y de continuidad que describen al flujo transitorio y una discusión de los métodos disponibles para la solución de las mismas. Finalmente, se presenta la expresión usada para el cálculo de la celeridad de la onda de presión en un conducto.

2.2 DEFINICIONES

Flujo permanente y no permanente. Si las condiciones de flujo en cualquier punto, como la presión, velocidad y gasto, no cambian con el tiempo, entonces se dice que el flujo es *permanente*. Si las condiciones cambian con el tiempo, el flujo se denomina *no permanente*. El flujo permanente es más simple de analizar que el no permanente, por la complejidad que adiciona el tiempo como variable independiente. Estrictamente hablando, los flujos turbulentos siempre son no permanentes porque las condiciones en un punto están cambiando continuamente, no obstante, se pueden estudiar muchos problemas suponiendo que el flujo es permanente, aun cuando existan pequeñas fluctuaciones de las condiciones de flujo con el tiempo, siempre que el valor medio de cualquier condición permanezca constante sobre un intervalo razonable. En lo subsecuente al referirse a los flujos *permanente* y *no permanente*, se usan las condiciones medias temporales de las variables.

Flujo incompresible y compresible. Un flujo se considera *incompresible* si los cambios de densidad de un punto a otro son despreciables; en caso contrario, el flujo es *compresible*. Los líquidos y gases a bajas velocidades pueden ser considerados incompresibles. Como se verá más adelante, sólo en los problemas de transitorios hidráulicos rápidos es necesario considerar que el flujo de un líquido es compresible.

Estado transitorio o flujo transitorio. El flujo no permanente intermedio, cuando las condiciones de flujo están cambiando de un estado permanente inicial a un estado permanente final, es llamado *estado transitorio* o *flujo transitorio*.

Cavitación. Es la formación y el colapso de cavidades de vapor dentro de un líquido en movimiento. Estas burbujas o cavidades de vapor pueden formarse en cualquier punto de la corriente, en donde la presión local se reduce a la presión de vapor del líquido a la temperatura del flujo. El colapso de las burbujas principia cuando éstas entran en regiones en las que la presión local es mayor que la presión de vapor. Las burbujas de vapor se condensan produciendo ruidos y vibraciones desagradables, así como erosiones o picaduras abundantes en los materiales de la frontera en las regiones del colapso de las burbujas. Uno de los efectos más importantes de la cavitación en las instalaciones para el manejo de líquidos es la disminución en el buen desempeño y eficiencia del equipo.

Separación de columna. Si al presentarse el fenómeno de cavitación, el tamaño de las burbujas de vapor y aire generadas permite que se formen cavidades que ocupen toda la sección del conducto, se presenta entonces el fenómeno de *separación de columna*. Este fenómeno es seguido de una superposición de ondas que pueden generar sobrepresiones de gran magnitud debido a una condición de frontera particular asociada a la zona donde se separó la columna (Ref. 10).

Resonancia. Este fenómeno se refiere, por ejemplo, a las perturbaciones de la presión producidas por la vibración de dispositivos como válvulas de seccionamiento o las de no retorno. Estas vibraciones pueden inducir incrementos significativos en la presión en la tubería, incluso mayores que los producidos por un transitorio hidráulico rápido. Por este motivo, es muy importante que se tome en cuenta este fenómeno en el diseño y operación de las conducciones de agua a presión.

2.3 DESCRIPCIÓN DEL FENÓMENO DE PROPAGACIÓN Y REFLEXIÓN DE ONDAS EN UN CONDUCTO POR GRAVEDAD

Se considera el sistema mostrado en la Fig. 2.1, donde se tiene flujo permanente y la válvula se cierra totalmente cuando $t = 0$ de manera instantánea. Si se asume que no existe fricción en el sistema, entonces la carga piezométrica inicial a lo largo de la tubería es H_0 . Se considera que la

distancia x y la velocidad V son positivas en dirección aguas abajo.

Los eventos subsiguientes al cierre de la válvula se pueden dividir en cuatro partes, como sigue:

1. $0 < t \leq L/a$ (Fig. 2.1a y b)

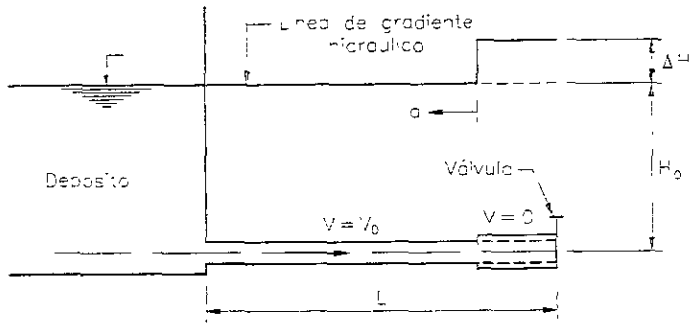
Tan pronto como se cierra la válvula, la velocidad del fluido en la válvula se reduce a cero, lo que causa un incremento de presión $\Delta H = +(a/g)V_0$. Debido a este incremento de presión, la tubería se expande (en la Fig. 2.1, se muestra con líneas punteadas el diámetro inicial de la tubería en el estado permanente), el fluido se comprime e incrementa así su densidad, y una onda de presión positiva se propaga hacia el depósito. Atrás de esta onda, la velocidad de flujo es cero, y toda la energía cinética se ha convertido en energía elástica. Si a es la celeridad o velocidad de las ondas del golpe de ariete y L es la longitud de la tubería, entonces en un tiempo $t = L/a$, el tubo se expande en toda su longitud, la velocidad del fluido es cero, y la carga piezométrica es $H_0 + \Delta H$.

2. $L/a < t \leq 2L/a$ (Fig. 2.1c y d)

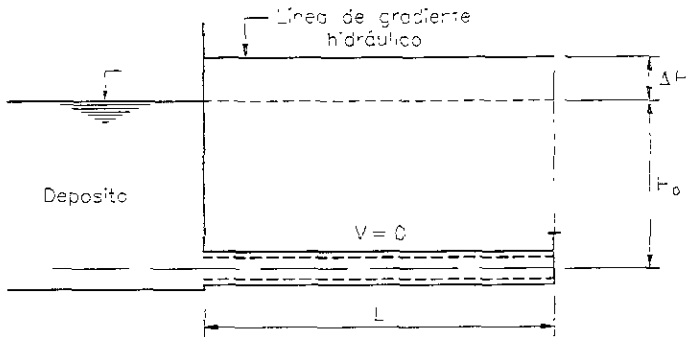
El nivel en el depósito permanece constante, pero las condiciones son inestables cuando la onda llega a la salida de éste, porque la presión en una sección tomada del lado del depósito es H_0 , mientras que la presión tomada en una sección adyacente pero en la tubería es $H_0 + \Delta H$. Debido a este diferencial de presión, el líquido comienza a fluir de la tubería hacia el depósito con una velocidad $-V_0$. Entonces, la velocidad cambia de 0 a $-V_0$, lo cual causa que la presión caiga de $H_0 + \Delta H$ a H_0 . En otras palabras, una onda negativa viaja hacia la válvula de tal manera que la presión atrás de la onda (es decir, aguas arriba del frente de la onda) es H_0 y la velocidad del fluido es $-V_0$. Cuando $t = 2L/a$, la carga piezométrica en toda la tubería es H_0 y la velocidad del fluido es $-V_0$.

3. $2L/a < t \leq 3L/a$ (Fig. 2.1e y f)

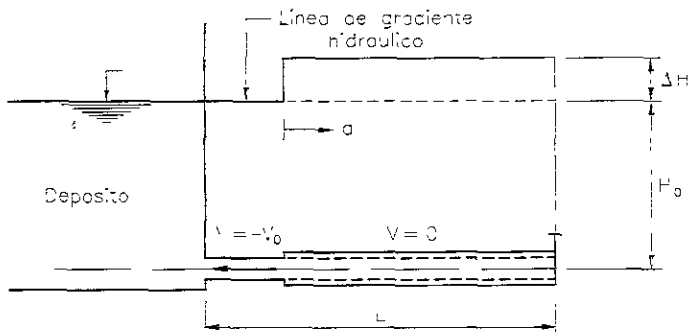
Debido a que la válvula está completamente cerrada, no se puede mantener una velocidad negativa en ésta. Por lo tanto, la velocidad cambia instantáneamente de $-V_0$ a 0. En consecuencia, la presión se reduce a $H_0 + \Delta H$ y la onda negativa se propaga hacia aguas arriba. Atrás de esta onda, la presión es $H_0 + \Delta H$ y la velocidad del fluido es igual a cero. Cuando $t = 3L/a$, la carga piezométrica en toda la tubería es $H_0 + \Delta H$ y la velocidad del fluido es cero.



(a) Condiciones para $t + \Delta t$



(b) Condiciones para $t = \frac{L}{c}$



(c) Condiciones para $t = \frac{L}{c} + \Delta t$

Figura 2.1. Propagación de la onda de presión en un conducto causada por el cierre instantáneo de la válvula.

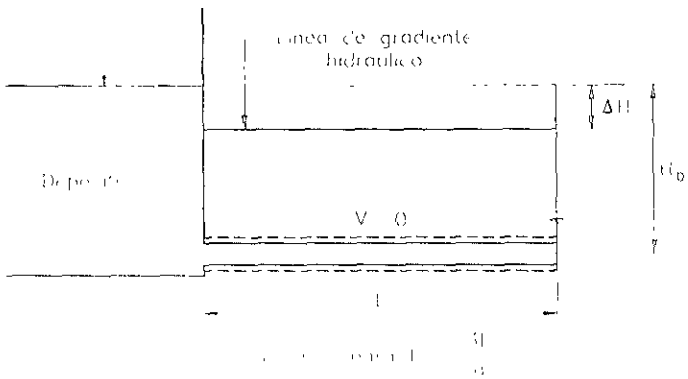
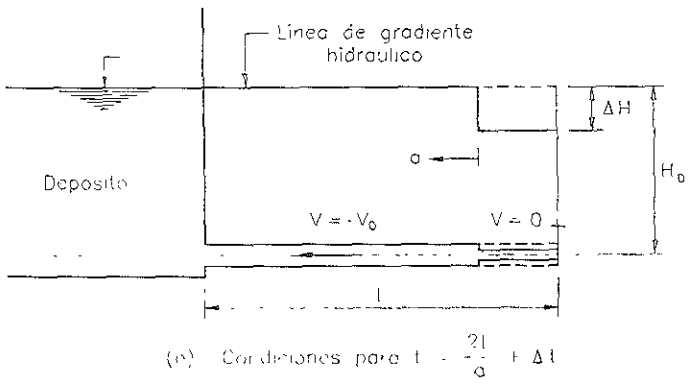
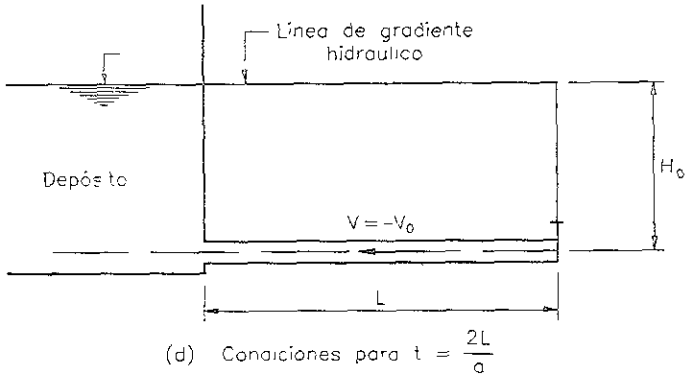


Figura 2.7. (Continuación)

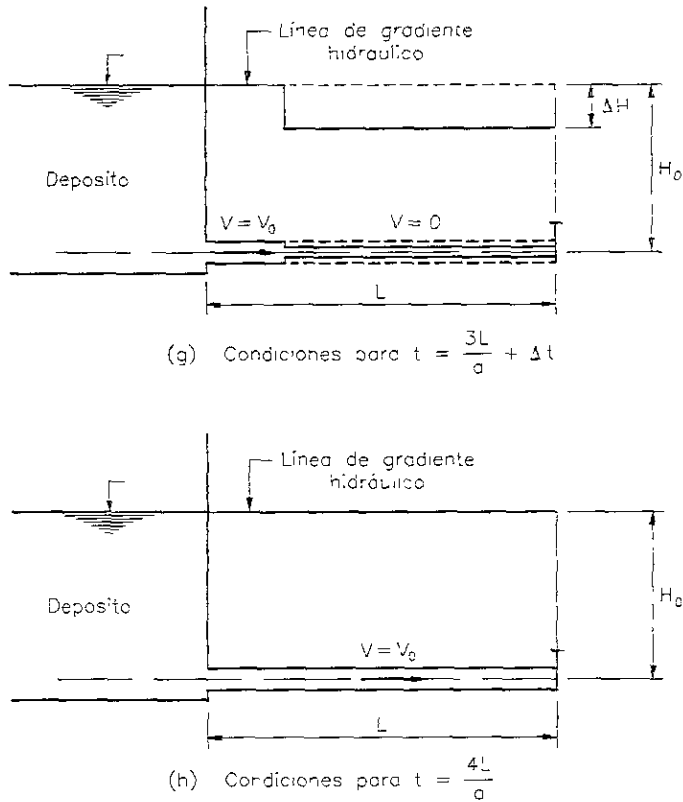


Figura 2.1. (Continuación)

4. $3L/a < t \leq 4L/a$ (Fig. 2.1g y h)

Tan pronto como esta onda negativa alcanza el depósito, se vuelve a crear una condición desbalanceada a la salida de éste. Ahora la presión es mayor en el depósito que en la tubería. Por lo tanto, el líquido comienza a fluir hacia la válvula con velocidad V_0 , y la carga piezométrica vuelve a ser H_0 . Cuando $t = 4L/a$, la carga piezométrica en toda la tubería es H_0 y la velocidad de flujo es V_0 . Así, se tiene que las condiciones en la tubería son las mismas que durante el estado permanente inicial.

Como la válvula está completamente cerrada, la secuencia de eventos anteriormente descrita inicia de nuevo cuando $t = 4L/a$. La Figura 2.1 ilustra esta secuencia a lo largo de la tubería, mientras que la Fig. 2.2 muestra la variación de la presión en la válvula con respecto al tiempo.

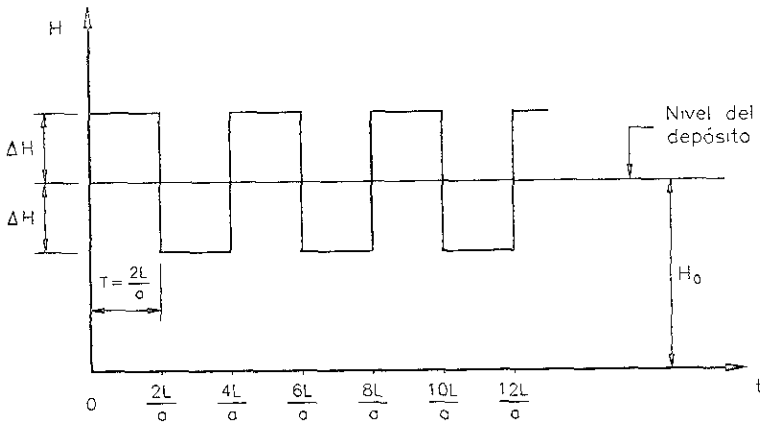


Figura 2.2. Variación de la carga piezométrica en la válvula sin considerar las pérdidas por fricción.

Dado que se asume un sistema libre de fricción, este proceso continúa de manera indefinida y se repiten las condiciones en un intervalo de $4L/a$. En sistemas físicos reales, sin embargo, se disipan las ondas de presión debido a la fricción producida durante la propagación de las ondas en la tubería, y el fluido se queda estacionario después de un corto tiempo.

Si se consideran las pérdidas por fricción, entonces la variación de presión en la válvula con respecto al tiempo es como se muestra en la Fig. 2.3.

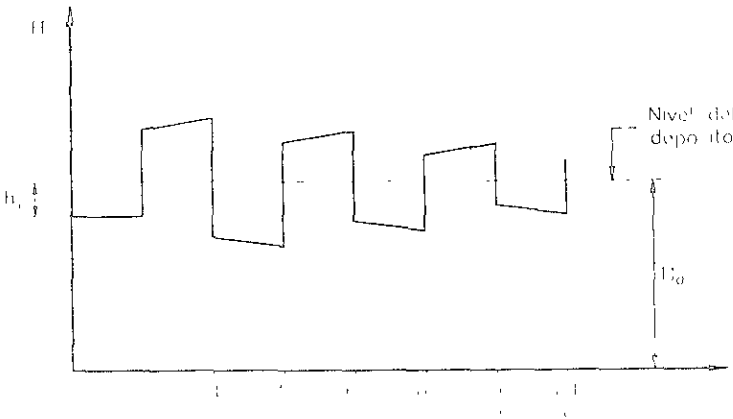


Figura 2.3. Variación de la carga piezométrica en la válvula considerando las pérdidas por fricción.

2.4 CLASIFICACIÓN DE TRANSITORIOS HIDRÁULICOS EN CONDUCTOS A PRESIÓN

El análisis de los transitorios en conductos a presión se puede dividir en dos tipos:

1. transitorios hidráulicos rápidos (golpe de ariete); y
2. transitorios hidráulicos lentos (oscilaciones de masa).

Los transitorios hidráulicos rápidos ocurren siempre que se modifica el gasto en la conducción. Deben ser especialmente tomados en cuenta en el diseño del sistema pues las consecuencias sobre la instalación pueden ser catastróficas. En el análisis de éstos el fluido se considera compresible, y el fenómeno transitorio se presenta en forma de ondas viajeras. Si bien toda alteración del gasto da lugar a transitorios hidráulicos rápidos con una celeridad de onda del orden de 1000 m/s por todo el sistema; en el diseño, por razones de seguridad, se considera la alteración más brusca del gasto que puede ocurrir en la conducción. Esta alteración es la ocasionada por un paro de emergencia de las máquinas. Este tipo de paro ocurre cuando la planta de bombeo se queda sin suministro eléctrico. El corte de bombeo produce un descenso de presión que se propaga a lo largo de la línea de conducción. Tal descenso de presión puede crear depresiones considerables en tramos largos de la tubería. Si estas depresiones llegan a alcanzar presiones cercanas a la presión de vapor puede ocurrir un eventual colapso de la tubería o la entrada masiva de aire en la conducción a través de las válvulas de vacío. Aún cuando la tubería no colapsara, se puede presentar el fenómeno ya definido como separación de columna. Por todo ello, se trata en lo posible de reducir la intensidad de la onda de depresión primitiva mediante dispositivos de control.

Todo cambio en las condiciones de operación del sistema cuya duración sea sustancialmente mayor que el llamado *periodo de conducción** T , puede analizarse como un fenómeno de oscilación de masa. En este análisis, cualquier cambio en las condiciones de flujo se supone instantáneo a través del fluido, es decir, el fluido se considera un cuerpo sólido. Este fenómeno posee importancia práctica en los casos en que el acueducto conecta tanques a superficie libre. Un paro del sistema implica la conversión de la energía cinética de masas de miles de toneladas de agua moviéndose a 2 ó 3 m/s, en energía potencial gravitatoria. Ello supone fenómenos de oscilación que el proyectista del sistema debe tener presentes con el fin de evitar derrames por el coronamiento de los tanques o vaciado de los mismos con el consiguiente arrastre de aire al interior de la conducción.

* Se denomina también Periodo de la tubería y es igual al intervalo de tiempo que emplea una onda de presión o gasto en recorrer la línea dos veces (es decir, ida y regreso) Está expresado por $T = 2L/a$, donde T es el periodo de conducción; L la longitud de la tubería; y a la velocidad de propagación de la onda

Los transitorios hidráulicos rápidos son representados matemáticamente por ecuaciones diferenciales parciales, mientras que las oscilaciones de masa se describen por ecuaciones diferenciales ordinarias. Nótese que si $\omega L/a$ es mucho menor que 1, entonces se tiene un fenómeno de oscilación de masa; en caso contrario, se trata de un transitorio hidráulico rápido. En la expresión anterior, ω es la frecuencia; L la longitud del acueducto; y a la celeridad o velocidad de propagación de las ondas.

2.5 ECUACIONES DEL FLUJO TRANSITORIO EN CONDUCTOS A PRESIÓN

El flujo transitorio en conductos a presión se describe por las ecuaciones dinámica y de continuidad, las cuales se basan en las siguientes hipótesis:

1. Se asume que el flujo en el conducto es unidimensional y que la distribución de velocidad es uniforme en cualquier sección del conducto.
2. Se supone que el líquido y las paredes del conducto se comportan de una manera elástica lineal, es decir, el esfuerzo es proporcional a la deformación. Lo anterior se cumple para la mayoría de los conductos tales como tuberías de metal, concreto y madera; así como en los túneles revestidos y no revestidos.
3. Se asume que la densidad del fluido permanece constante.
4. Se acepta que las fórmulas para cuantificar las pérdidas por fricción en el conducto durante el flujo permanente sean válidas también durante el flujo transitorio.

La ecuación dinámica se deriva de la segunda ley de Newton, que relaciona la fuerza con la razón de variación de la cantidad de movimiento. La ecuación de continuidad se deriva del principio de conservación de la materia, que establece que de la masa de fluido que en la unidad de tiempo entra a un volumen especificado dentro del flujo, una parte se queda almacenada en su interior y el resto sale del volumen. De acuerdo con lo expuesto, las ecuaciones dinámica y de continuidad resultan ser:

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + gA \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{f}{2DA} Q|Q| = 0 \quad (2.1)$$

$$a^2 \frac{\partial Q}{\partial x} + gA \frac{\partial H}{\partial t} = 0 \quad (2.2)$$

La ecuación dinámica (Ecu. 2.1) y la ecuación de continuidad (Ecu. 2.2) tienen dos variables independientes: la distancia, x , y el tiempo, t , y dos variables dependientes: el gasto, Q , y la carga piezométrica, H . Las otras variables son características de los conductos que integran el sistema: el

área de la sección transversal del conducto, A ; y el diámetro del conducto, D ; son invariantes en el tiempo pero pueden ser funciones de x . El factor de fricción f varía de acuerdo al número de Reynolds. No obstante, f se considera constante porque los efectos de tal variación en las condiciones transitorias son despreciables.

En el capítulo siguiente se demuestra que a es la velocidad de la onda de presión, también llamada celeridad. En la sección 2.7 se presenta la expresión para calcular su valor en varios conductos y con diferentes condiciones de apoyo.

2.6 MÉTODOS PARA RESOLVER LAS ECUACIONES DINÁMICA Y DE CONTINUIDAD

Las ecuaciones dinámica y de continuidad son ecuaciones diferenciales parciales de primer orden, cuasi-lineales, e hiperbólicas. Es imposible obtener una solución de estas ecuaciones en forma directa. Sin embargo, se han desarrollado varios métodos gráficos y analíticos, donde se desprecian o se hacen lineales los términos no-lineales. Estos métodos son aproximados y no pueden ser usados para analizar grandes sistemas o con complejas condiciones de frontera. A pesar de que estos métodos han sido programados para el análisis en una computadora digital, su programación es difícil. Existen técnicas más convenientes para el análisis por computadora, como el método implícito de diferencias finitas y el método de las características.

En el método implícito de diferencias finitas, las derivadas parciales son reemplazadas por diferencias finitas y las ecuaciones algebraicas resultantes para el sistema entero se resuelven simultáneamente. En función del tamaño del sistema se requiere la solución simultánea de un gran número de ecuaciones no-lineales. El análisis por este método se vuelve aún más complicado en sistemas que tienen condiciones de frontera complejas y deben resolverse por medio de una técnica iterativa. El método tiene la ventaja de ser estable incondicionalmente. Por consiguiente, se pueden utilizar intervalos de tiempo más grandes y se economiza tiempo-máquina.

En el método de las características, las ecuaciones diferenciales parciales se convierten en ecuaciones diferenciales ordinarias, las cuales se resuelven por medio de un esquema explícito de diferencias finitas. Debido a que cada condición de frontera y cada sección del conducto son analizadas separadamente durante un intervalo de tiempo, este método es particularmente conveniente para sistemas con condiciones de frontera complejas. La desventaja de este método es que se deben usar intervalos de tiempo pequeños para satisfacer la condición de estabilidad de Courant. Para superar este inconveniente, se puede usar una combinación del método implícito de diferencias finitas y el método de las características.

2.7 CELERIDAD DE ONDA

La celeridad o velocidad de la onda de presión depende del módulo de elasticidad volumétrico, K , del fluido, de las propiedades elásticas del conducto, y de las fuerzas restrictivas externas. Las propiedades elásticas incluyen el diámetro del conducto, el espesor de las paredes y el material del mismo; las fuerzas restrictivas externas incluyen el tipo de apoyos y la libertad de movimiento del conducto en dirección longitudinal. El módulo de elasticidad volumétrico del fluido depende de su temperatura, presión, y la cantidad de gases no disueltos. Pearsall ha demostrado que la celeridad de onda cambia alrededor de 1 por ciento por cada 5°C . La compresibilidad del fluido se incrementa por la presencia de gases libres, y se ha encontrado que 1 volumen de aire en 10,000 volúmenes de agua reduce la celeridad de onda alrededor del 50 por ciento.

Los sólidos en los líquidos tienen influencia similar pero menos drástica, a menos que sean compresibles. El laboratorio y las pruebas con prototipos han demostrado que los gases disueltos tienden a salir de la solución cuando se reduce la presión, aún cuando ésta permanezca por arriba de la presión de vapor. Esto causa una significativa reducción en la celeridad de onda. Por este motivo, la celeridad para una onda positiva puede ser mayor que para una onda negativa. Se requieren pruebas adicionales con prototipos para cuantificar la reducción en la celeridad de onda debido a la reducción de presiones

Halliwell presentó la siguiente expresión general para la celeridad de onda:

$$a = \sqrt{\frac{K}{\rho [1 + (K/E)\psi]}} \quad (2.3)$$

donde

ψ	parámetro adimensional que depende de las propiedades elásticas del conducto
E	módulo de elasticidad de Young de las paredes del conducto
K	módulo de elasticidad volumétrico del fluido
ρ	densidad del fluido

En la Tabla 2.1 se indica el módulo de elasticidad de los materiales comúnmente usados en las paredes del conducto y en la Tabla 2.2 se proporcionan valores del módulo de elasticidad volumétrico y la densidad de varios líquidos

A continuación se presentan expresiones de ψ en diferentes condiciones.

1. *Conductos Rígidos* ($E \rightarrow \infty$)

$$\psi = 0 \tag{2.4}$$

2. *Conductos elásticos de pared gruesa* ($e/D > 0.03$)

a. *Conductos anclados contra el movimiento longitudinal a lo largo de toda su longitud*

$$\psi = 2(1 - \nu) \frac{R_0^2 + R_i^2}{R_0^2 - R_i^2} - \frac{2\nu R_i^2}{R_0^2 - R_i^2} \tag{2.5}$$

donde ν es la relación de poisson; R_0 y R_i son los radios externo e interno del conducto, respectivamente.

b. *Conductos anclados en un extremo contra el movimiento longitudinal*

$$\psi = 2 \left[\frac{R_0^2 + 1.5R_i^2}{R_0^2 - R_i^2} + \frac{\nu(R_0^2 - 3R_i^2)}{R_0^2 - R_i^2} \right] \tag{2.6}$$

c. *Conductos con frecuentes juntas de expansión*

$$\psi = 2 \left(\frac{R_0^2 + R_i^2}{R_0^2 - R_i^2} + \nu \right) \tag{2.7}$$

3. *Conductos elásticos de pared delgada* ($e/D < 0.03$)

a. *Conductos anclados contra el movimiento longitudinal a lo largo de toda su longitud*

$$\psi = \frac{D}{e}(1 - \nu^2) \tag{2.8}$$

donde D es el diámetro interior del conducto y e el espesor de la pared.

Tabla 2.1. Módulo de elasticidad de Young y relación de Poisson para algunos materiales usados en conductos.

Material	Módulo de elasticidad, E (GPa)	Relación de Poisson, ν
Acero templado	200 - 212	0.27
Aleaciones de aluminio	68 - 73	0.33
Asbesto-cemento	24	
Concreto	14 - 30	0.1-0.15
Cobre	107 - 131	0.34
Hierro fundido	80 - 170	0.25
Latón	78 - 110	0.36
Vidrio	46 - 73	0.24
Plomo	4.8 - 17	0.44
Plásticos:		
Polímero de Butadieno estireno acrilonitrilo (ABS)	1.7	0.33
Cloruro de polivinilo (PVC) rígido	2.4 - 2.75	
Nylon	1.4 - 2.75	
Plexiglás	6.0	0.33
Poliétileno	0.8	0.46
Policistireno	5.0	0.4

b. Conductos anclados en un extremo contra el movimiento longitudinal

$$\psi = \frac{D}{e}(1.25 - \nu) \quad (2.9)$$

c. Conductos con frecuentes juntas de expansión

$$w = \frac{D}{e} \quad (2.10)$$

Tabla 2.2. Módulo de elasticidad volumétrico y densidad de algunos líquidos a presión atmosférica.

Líquido	Temperatura (°C)	Densidad, ρ (kg/m ³)	Módulo de Elasticidad Volumétrico, K (GPa)
Agua dulce	20	999	2.19
Agua salada	15	1,025	2.27
Alcohol etílico	0	790	1.32
Benzeno	15	880	1.05
Glicerina	15	1,260	4.43
Keroseno	20	804	1.32
Mercurio	20	13,570	26.2
Petróleo	15	900	1.5

4. *Túneles excavados en roca sana*

Halliwell obtuvo expresiones muy complejas de ψ para túneles revestidos y no revestidos. Normalmente, no se pueden estimar con precisión las características de la roca debido a sus condiciones no homogéneas y la presencia de fisuras. Por este motivo, no es muy confiable usar las expresiones de Halliwell en la práctica. En su lugar, pueden usarse las siguientes expresiones basadas en las ecuaciones de Parmakian:

a. Túnel no revestido

$$\left. \begin{array}{l} \psi = 1 \\ E = G \end{array} \right\} \quad (2.11)$$

donde G es el módulo de rigidez de la roca (Tabla 2.3).

b. Túnel revestido con una camisa de acero

$$\psi = \frac{DE}{GD + Ee} \quad (2.12)$$

donde e es el espesor de la camisa de acero y E el módulo de elasticidad del acero.

Tabla 2.3. Módulo de rigidez y relación de Poisson para algunas rocas.

Material	Módulo de rigidez, G (GPa)	Relación de Poisson, ν
Arenisca	2.75 - 4.8	0.28
Caliza	55	0.21
Cuarzita	24.0 - 44.8	
Granito	50	0.28
Esquistos	6.5 - 18.6	

5. Tubería de concreto reforzado

La tubería de concreto reforzado puede ser reemplazada virtualmente por una tubería de acero equivalente con un espesor virtual

$$e_v = E_n e_c + \frac{A_s}{L_s} \quad (2.13)$$

donde e_c es el espesor de la tubería de concreto, A_s el área de la sección transversal del acero de refuerzo, L_s el espaciamiento entre varillas y E_n la relación del módulo de elasticidad del concreto al del acero. Normalmente el valor de E_n varía de 0.06 a 0.1. Sin embargo, para no dar lugar a la aparición de grietas en el tubo de concreto, se sugiere tomar el valor de 0.05. Una vez calculado e_v , se puede determinar la celeridad de onda con la Ec. (2.3) usando el módulo de elasticidad del acero

CAPÍTULO 3

EL MÉTODO DE LAS CARACTERÍSTICAS

3.1 INTRODUCCIÓN

En el capítulo anterior, se presentaron las ecuaciones que describen el flujo transitorio en conductos a presión y se discutieron varios métodos disponibles para su solución. En este capítulo se exponen los detalles del método de las características. Se derivan las ecuaciones que simulan un conducto y se desarrollan las condiciones de frontera para varias condiciones de los extremos. También se presenta el criterio de estabilidad y convergencia de un esquema de diferencias finitas y finalmente se esquematiza un procedimiento para el análisis de sistemas hidráulicos.

3.2 ECUACIONES CARACTERÍSTICAS

Las ecuaciones dinámica y de continuidad (Ecs. 2.1 y 2.2) presentadas en el capítulo anterior se pueden escribir como

$$L_1 = \frac{\partial Q}{\partial t} + gA \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{f}{2DA} Q|Q| = 0 \quad (3.1)$$

$$L_2 = a^2 \frac{\partial Q}{\partial x} + gA \frac{\partial H}{\partial t} = 0 \quad (3.2)$$

Considerando una combinación lineal de las Ecs. (3.1) y (3.2), es decir,

$$L = \lambda L_1 + L_2$$

24 *Transitorios hidráulicos en plantas de bombeo*
 se tiene:

$$\left(\frac{\partial Q}{\partial t} + \lambda a^2 \frac{\partial Q}{\partial x} \right) + \lambda g A \left(\frac{\partial H}{\partial t} + \frac{1}{\lambda} \frac{\partial H}{\partial x} \right) + \frac{f}{2DA} Q |Q| = 0 \quad (3.3)$$

Si las funciones $H = H(x, t)$ y $Q = Q(x, t)$ son soluciones de las Ecs. (3.1) y (3.2), entonces las derivadas totales se pueden escribir como

$$\frac{dQ}{dt} = \frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} \frac{dx}{dt} \quad (3.4)$$

y

$$\frac{dH}{dt} = \frac{\partial H}{\partial t} + \frac{\partial H}{\partial x} \frac{dx}{dt} \quad (3.5)$$

Definiendo el factor λ como

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{dx}{dt} = \lambda a^2 \quad (3.6)$$

o bien

$$\lambda = \pm \frac{1}{a} \quad (3.7)$$

y usando las Ecs. (3.4) y (3.5), la Ec. (3.3) se puede escribir como

$$\frac{dQ}{dt} + \frac{gA}{a} \frac{dH}{dt} + \frac{f}{2DA} Q |Q| = 0 \quad (3.8)$$

si

$$\frac{dx}{dt} = a \quad (3.9)$$

y

$$\frac{dQ}{dt} - \frac{gA}{a} \frac{dH}{dt} + \frac{f}{2DA} Q |Q| = 0 \quad (3.10)$$

si

$$\frac{dx}{dt} = -a \quad (3.11)$$

Nótese que la Ec. (3.8) es válida si la Ec. (3.9) se satisface, en tanto que la Ec. (3.10) es válida si la Ec. (3.11) se satisface. En otras palabras, al imponer las relaciones dadas por las Ecs. (3.9) y (3.11), las ecuaciones diferenciales parciales (3.1) y (3.2) se han transformado en ecuaciones diferenciales ordinarias que tienen como variable independiente al tiempo t .

En el plano $x-t$, las Ecs. (3.9) y (3.11) representan dos líneas rectas con pendientes $\pm 1/a$, y se conocen como *líneas características*. Estas líneas dividen el plano $x-t$ en dos regiones, que pueden estar dominadas por dos tipos diferentes de solución, es decir, la solución puede ser discontinua a lo largo de estas líneas. Físicamente representan la trayectoria recorrida por una perturbación. Por ejemplo, una perturbación iniciada en el punto A (Fig. 3.1) en el instante t_0 alcanzaría el punto P después de un tiempo Δt .

Antes de presentar un procedimiento para resolver las Ecs. (3.8) y (3.10), se discutirá el significado físico de las líneas características en el plano $x-t$. Para facilitar la discusión, se considera un conducto por gravedad tal como el que se muestra en la Fig. 3.2. Las *ecuaciones de compatibilidad* (Ecs. 3.8 y 3.10) son válidas a lo largo de la tubería (es decir, para $0 < x < L$) y se requieren *condiciones de frontera* especiales en los extremos (es decir, en $x=0$ y en $x=L$) (Fig. 3.3). En el ejemplo bajo consideración, se tiene un depósito con carga piezométrica constante en el extremo aguas arriba ($x=0$) y una válvula en el extremo aguas abajo ($x=L$), y se producen las condiciones transitorias al cerrar la válvula. Se asume que hay flujo permanente en la tubería cuando $t=0$ cuando la válvula se cierra instantáneamente. Esto reduce el gasto a través de la válvula a cero y resulta en un incremento de presión en la válvula. Debido a este incremento, una onda de presión viaja hacia el depósito situado en el extremo aguas arriba. Si la trayectoria de esta onda se graficara en el plano $x-t$, sería representada por la línea BC como se muestra en la Fig. 3.4.

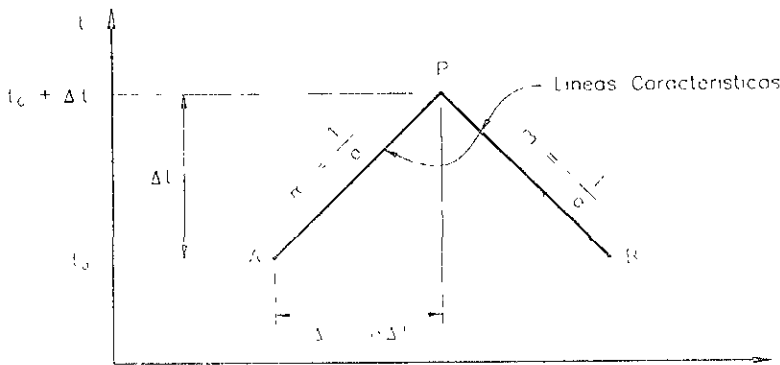


Figura 3.1. Líneas características en el plano $x-t$.

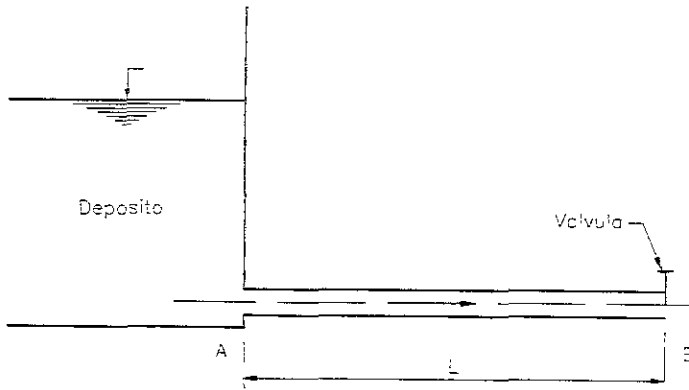


Figura 3.2. Conducto por gravedad.

En esta figura es claro que las condiciones en la región I dependen sólo de las del flujo permanente inicial puesto que las condiciones en la frontera aguas arriba no cambian, mientras que en la región II las condiciones dependen de las impuestas por la frontera aguas abajo. Así, la línea característica BC separa los dos tipos de solución. Si se presentan simultáneamente las excitaciones en los puntos A y B , entonces la región influenciada por las condiciones iniciales es como se muestra en la Fig. 3.5; la línea característica AC separa las regiones influenciadas por la frontera aguas arriba y las condiciones iniciales, y la línea BC separa las regiones influenciadas por la frontera aguas abajo y las condiciones iniciales. En otras palabras, las líneas características en el plano $x-t$ representan las trayectorias de la perturbación iniciada en varios puntos del sistema.

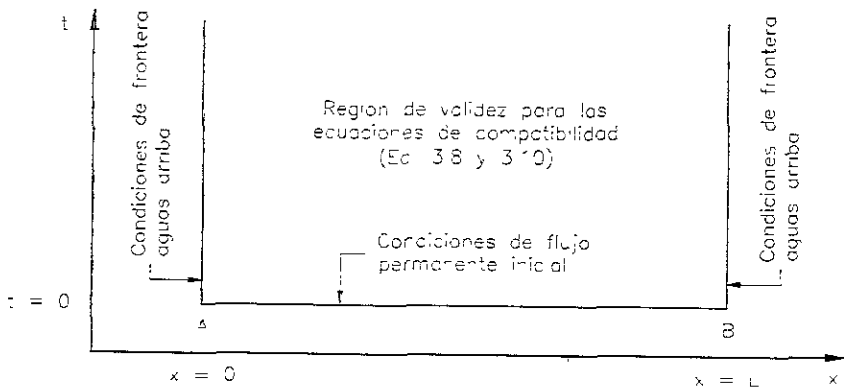


Figura 3.3. Regiones de validez para el conducto por gravedad.

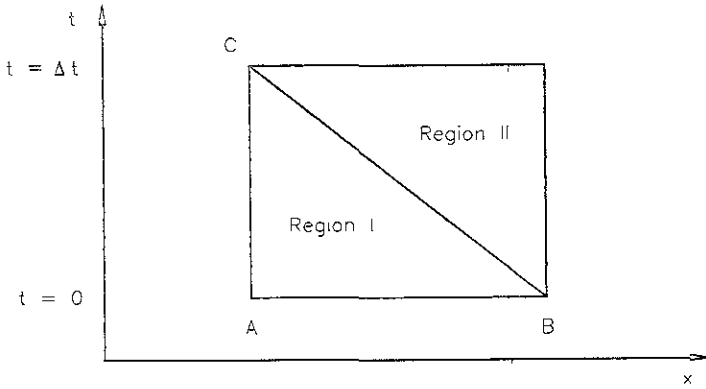


Figura 3.4. Excitación en la frontera aguas abajo.

Para resolver las ecuaciones características y de compatibilidad (Ecs. 3.8 a 3.11), han sido propuestos varios esquemas de diferencias finitas: Streeter y Wylie (1967) usaron una técnica de diferencias finitas de primer orden; Evangelisti (1969) sugirió un método de predicción-corrección; y Lister (1960) empleó esquemas de diferencias finitas de primer y segundo orden. Debido a que los intervalos de tiempo usados para resolver estas ecuaciones en problemas prácticos son normalmente pequeños, una técnica de primer orden como la sugerida por Streeter y Wylie es lo suficientemente precisa y es la que se discute aquí. Sin embargo, si las pérdidas de fricción son grandes, entonces una aproximación de primer orden puede dar resultados inestables. Para tales casos, un método de predicción-corrección o una aproximación de segundo orden puede ser usada para evitar la inestabilidad en el esquema de diferencias finitas.

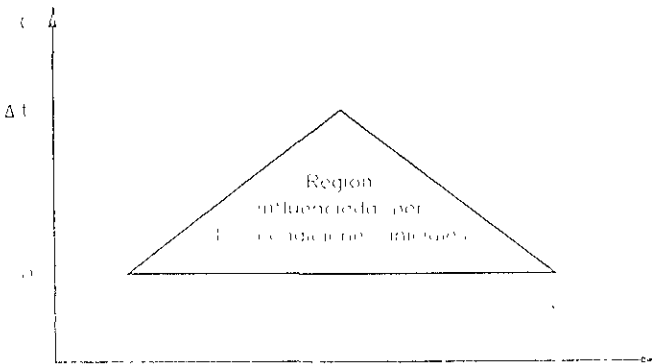


Figura 3.5. Excitación en las fronteras aguas arriba y aguas abajo.

Con relación a la Fig. 3.1, al ser conocidas las condiciones cuando $t = t_0$, ya sea porque son conocidas inicialmente (es decir, cuando $t = 0$, las condiciones son las del flujo permanente inicial) o porque han sido calculadas en un intervalo de tiempo anterior, se pueden calcular las condiciones cuando $t = \Delta t$. En base a la misma figura, siguiendo la línea característica AP se puede escribir:

$$dQ = Q_P - Q_A \quad (3.12)$$

$$dH = H_P - H_A \quad (3.13)$$

De manera similar, se puede escribir siguiendo la línea característica negativa BP :

$$dQ = Q_P - Q_B \quad (3.14)$$

$$dH = H_P - H_B \quad (3.15)$$

Los subíndices en las Ecs. (3.12) a (3.15) se refieren a su localización en el plano $x-t$. Sustituyendo las Ecs. (3.12) y (3.13) en la (3.8) y las Ecs. (3.14) y (3.15) en la (3.10), calculando el término de fricción en los puntos A y B , y multiplicando todos los términos por Δt , se obtiene

$$(Q_P - Q_A) + \frac{gA}{a}(H_P - H_A) + \frac{f\Delta t}{2DA} Q_A |Q_A| = 0 \quad (3.16)$$

y

$$(Q_P - Q_B) - \frac{gA}{a}(H_P - H_B) + \frac{f\Delta t}{2DA} Q_B |Q_B| = 0 \quad (3.17)$$

La Ec. (3.16) puede ser escrita en la forma

$$Q_P = C_p - C_a H_P \quad (3.18)$$

y la Ec. (3.17) como

$$Q_P = C_n + C_a H_P \quad (3.19)$$

donde

$$C_p = Q_A + \frac{gA}{a} H_A - \frac{f\Delta t}{2DA} Q_A |Q_A| = 0 \quad (3.20)$$

$$C_n = Q_B - \frac{gA}{a} H_B - \frac{f\Delta t}{2DA} Q_B |Q_B| = 0 \quad (3.21)$$

y

$$C_a = \frac{gA}{a} \quad (3.22)$$

La Ec. (3.18) se denomina como *ecuación característica positiva* y es válida a lo largo de la línea característica *AP*, y la Ec. (3.19) se denomina como *ecuación característica negativa* y es válida a lo largo de la línea característica *BP*. Los valores de las constantes C_p y C_n se conocen para cada intervalo de tiempo, y la constante C_a depende de las propiedades del conducto. En las Ecs. (3.18) y (3.19) se tienen dos incógnitas, a saber, H_p y Q_p . Los valores de estas incógnitas se pueden determinar resolviendo simultáneamente ambas ecuaciones, es decir,

$$Q_p = 0.5(C_p + C_n) \tag{3.23}$$

El valor de H_p puede determinarse ahora de cualquiera de las Ecs. (3.18) ó (3.19). De esta manera, usando las Ecs. (3.18) y (3.23), se pueden determinar las condiciones en todos los puntos interiores para el instante $t + \Delta t$ (ver Fig. 3.6). Sin embargo, ni la Ec. (3.18) ni la (3.19) son válidas en las fronteras. Por lo tanto, se necesitan condiciones especiales de frontera, como se discutió anteriormente, para determinar el valor de H_p y Q_p en las fronteras en dicho instante.

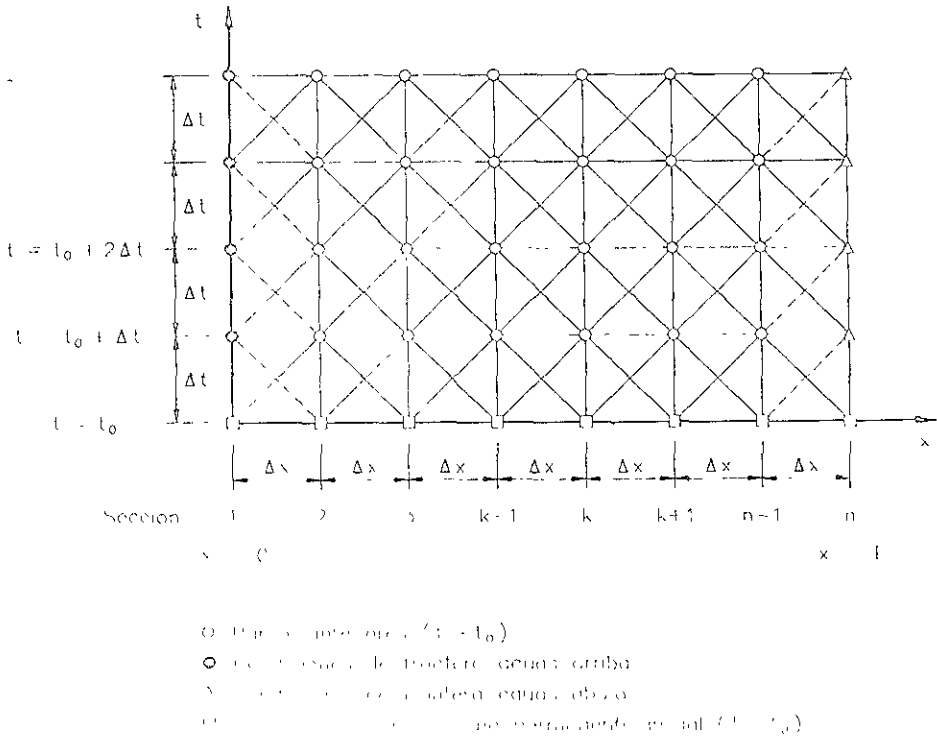


Figura 3.6. Malla de cálculo para la aplicación del método de las características

Para ilustrar como se usan las ecuaciones anteriores, considérese nuevamente el conducto por gravedad de la Fig. 3.2. El conducto es dividido en n tramos iguales (Fig. 3.6) y se obtienen las condiciones del estado permanente en los puntos de la malla para $t = t_0$. Entonces, para determinar las condiciones en los puntos interiores de $t = t_0 + \Delta t$, se usan las Ecs. (3.18) y (3.23), y para los extremos se usan condiciones especiales de frontera. En la Fig. 3.6 se observa que para calcular las condiciones en los puntos interiores adyacentes a las fronteras en el instante $t = t_0 + 2\Delta t$, deben conocerse las condiciones en las fronteras en el instante $t = t_0 + \Delta t$. Una vez conocidas las condiciones en todos los puntos de $t = t_0 + \Delta t$, se determinan las condiciones para $t = t_0 + 2\Delta t$ siguiendo el procedimiento anterior. De esta manera, los cálculos proceden paso a paso hasta determinar las condiciones transitorias del instante requerido.

3.3 CONDICIONES DE FRONTERA

Las condiciones especiales de frontera requeridas para determinar los valores de H_p y Q_p en las fronteras se obtienen resolviendo la Ec. (3.18), (3.19) o ambas, con las condiciones impuestas por la frontera. La Ec. (3.18) se usa para la frontera ubicada aguas abajo y la Ec. (3.19) para la ubicada aguas arriba.

En esta sección se desarrollan varias condiciones de frontera simples; sin embargo, para el caso del paro de emergencia de las bombas centrífugas se requiere de una condición de frontera más compleja que se deriva en el Capítulo 4.

Depósito ubicado en el extremo aguas arriba con nivel constante (Fig. 3.7)

Si las pérdidas locales por entrada así como la carga de velocidad son despreciables, entonces

$$H_p = H_{\text{res}} \quad (3.24)$$

donde H_{res} es la altura de la superficie libre del agua sobre el plano horizontal de referencia. De esta manera, la Ec. (3.19) para el extremo aguas arriba se transforma en

$$Q_p = C_n + C_a H_{\text{res}} \quad (3.25)$$

No obstante, si la carga de velocidad o las pérdidas por entrada no son pequeñas, entonces ambas se pueden considerar en el análisis como sigue.

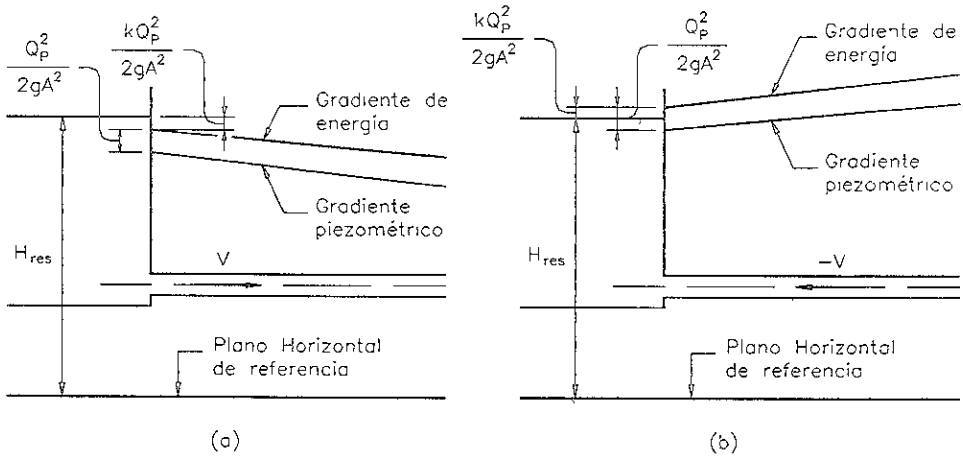


Figura 3.7. Depósito con nivel constante en la frontera aguas arriba.

Las pérdidas por entrada están dadas por la ecuación:

$$h_e = \frac{kQ_p^2}{2gA^2} \tag{3.26}$$

donde k es el coeficiente de pérdida por entrada. De acuerdo con la Fig 3.7

$$H_p = H_{res} - (1 + k) \frac{Q_p^2}{2gA^2} \tag{3.27}$$

Resolviendo la Ec (3.27) y la ecuación característica negativa (Ec. 3.19) simultáneamente, se obtiene

$$Q_p = \frac{-1 + \sqrt{1 + 4k_1(C_n + C_a H_{res})}}{2k_1} \tag{3.28}$$

donde

$$k_1 = \frac{C_a(1 + k)}{2gA^2} \tag{3.29}$$

Ahora se puede determinar H_i con la Ec (3.27) Para el flujo inverso, se asigna un valor negativo al coeficiente k en las Ecs (3.27) y (3.29)

Depósito ubicado en el extremo aguas abajo con nivel constante (Fig. 3.7)

Si las pérdidas por entrada al depósito son

$$h_e = \frac{kQ_p^2}{2gA^2} \tag{3.30}$$

entonces, de acuerdo con la Fig. 3.8a, se tiene

$$H_p = H_{res} - (1 - k) \frac{Q_p^2}{2gA^2} \tag{3.31}$$

Se asigna un valor negativo al coeficiente k en la Ec. (3.30) para el flujo inverso.

Al sustituir la Ec. (3.31) en la (3.18), se obtiene

$$k_2 Q_p^2 - Q_p + k_3 = 0 \tag{3.32}$$

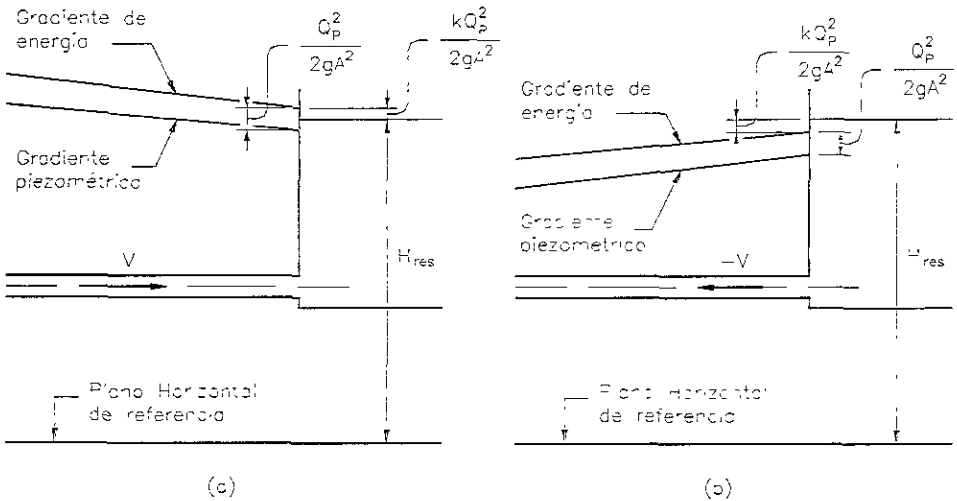


Figura 3.8. Depósito con nivel constante en la frontera aguas abajo.

donde

$$\left. \begin{aligned} k_2 &= \frac{C_a(1-k)}{2gA^2} \\ k_3 &= C_p - C_a H_{\text{res}} \end{aligned} \right\} \quad (3.33)$$

Resolviendo la Ec (3.32) para Q_p resulta

$$Q_p = \frac{1 + \sqrt{1 - 4k_2k_3}}{2k_2} \quad (3.34)$$

H_p se puede ahora determinar con la Ec. (3.18) Si las pérdidas por salida y la carga de velocidad son despreciables, entonces

$$H_p = H_{\text{res}} \quad (3.35)$$

y por consiguiente, la Ec. (3.18) toma la forma

$$Q_p = C_p - C_a H_{\text{res}} \quad (3.36)$$

Extremo cerrado situado en la frontera aguas abajo (Fig. 3.9)

En el extremo cerrado, $Q_p = 0$. Por lo tanto, a partir de la ecuación característica positiva (Ec. 3.18), se tiene que

$$H_p = \frac{C_p}{C_a} \quad (3.37)$$

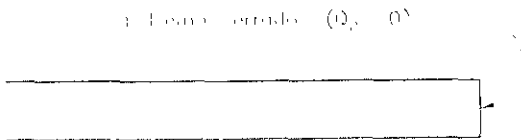


Figura 3.9. Extremo cerrado situado aguas abajo

Válvula situada en el extremo aguas abajo (Fig. 3.10)

El gasto que pasa por la válvula en condiciones de flujo permanente puede escribirse como:

$$Q_o = (C_d A_v)_o \sqrt{2gH_o} \tag{3.38}$$

donde el subíndice "o" indica condiciones de flujo permanente, C_d es el coeficiente de descarga, H_o la carga hidráulica aguas arriba de la válvula, y A_v el área de la apertura de la válvula.

Se puede escribir una ecuación similar a la Ec. (3.38) para el estado transitorio, que es

$$Q_p = (C_d A_v) \sqrt{2gH_p} \tag{3.39}$$

Dividiendo la Ec. (3.39) por la (3.38), elevando al cuadrado ambas partes de la igualdad y definiendo la apertura relativa de la válvula $\tau = (C_d A_v)/(C_d A_v)_o$, se obtiene

$$Q_p^2 = \frac{(Q_o \tau)^2}{H_o} H_p \tag{3.40}$$

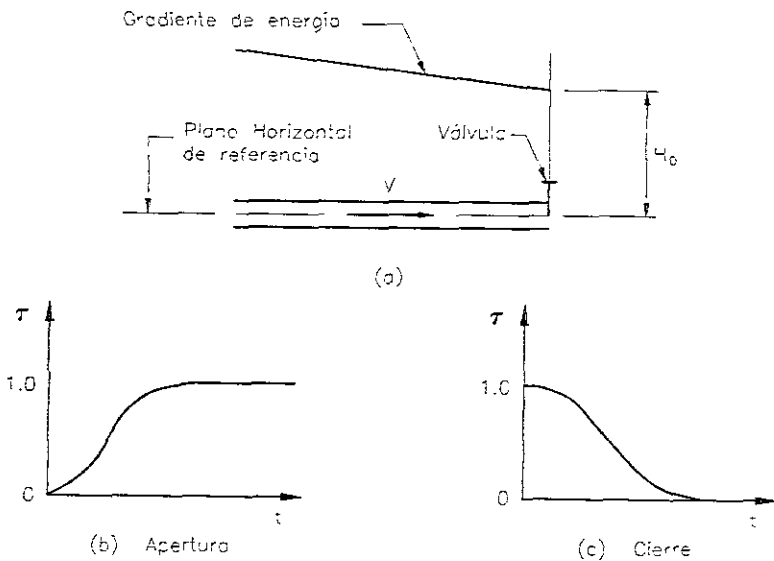


Figura 3.10. Válvula situada en el extremo aguas abajo.

Al substituir H_p de la ecuación característica positiva (Ec. 3.18) en la Ec. (3.40), se obtiene

$$Q_p^2 + C_v Q_p - C_p C_v = 0 \quad (3.41)$$

donde $C_v = (\tau Q_o)^2 / (C_a H_o)$. Resolviendo para Q_p y omitiendo el signo negativo del radical

$$Q_p = 0.5(-C_v + \sqrt{C_v^2 + 4C_p C_v}) \quad (3.42)$$

H_p se puede ahora determinar con la Ec. (3.18).

Para calcular las condiciones del estado transitorio en maniobras de apertura o cierre de válvulas, las curvas τ versus t (Fig. 3.10b y c) pueden especificarse en forma tabular o por una expresión algebraica. Nótese que $\tau = 1$ corresponde a una grado de apertura donde el gasto que pasa por la válvula es Q_o bajo una carga H_o .

Orificio situado en el extremo aguas abajo.

La apertura permanece constante para un orificio. Por lo tanto, se pueden usar las ecuaciones anteriores con $\tau = 1$.

Unión de conductos con diferentes propiedades elásticas y/o diámetros (Fig. 3.11)

En la discusión precedente se consideraba un conducto con diámetro y propiedades elásticas constantes a lo largo de su desarrollo, y la frontera estaba en el extremo aguas arriba o en el extremo aguas abajo. Por tal motivo no se prestaba especial atención al designar las variables en la frontera ya que se tenía bajo consideración una sola sección. Sin embargo, si la frontera está en la unión de dos o más conductos con diferentes propiedades elásticas y/o diámetros, se deben especificar las variables en diferentes secciones de varios conductos. Para este propósito, se usan dos subíndices. El primero designa el número de conducto, mientras que el segundo indica el número de sección. Por ejemplo, $Q_{p, j}$ indica el gasto en la sección j del conducto i . Para las variables que tengan el mismo valor en todas las secciones de un conducto, se usa sólo un subíndice. Por ejemplo, C'_m se refiere a la constante C'_u (Ec. 3.22) para el conducto i . Aunque C'_p y C'_n pueden tener diferentes valores en las distintas secciones de un conducto, sólo se usa un subíndice en ambas constantes para indicar el número de conducto. Esto simplifica la presentación y al mismo tiempo no resulta en ninguna ambigüedad ya que cada conducto puede tener solamente una sección-extrema en una frontera. Como se discutió previamente, el subíndice P indica las variables incógnitas al final del intervalo de tiempo.

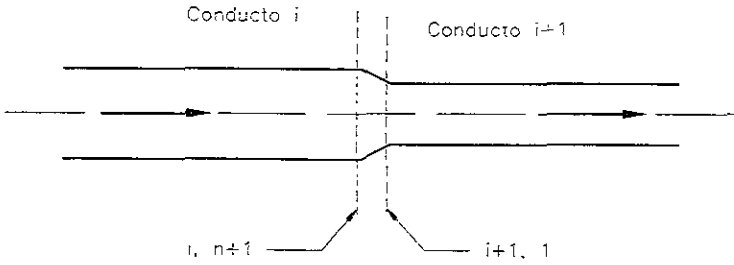


Figura 3.11. Unión de conductos de diferente diámetro.

Si la diferencia de las cargas de velocidad en las secciones $(i, n + 1)$ y $(i + 1, 1)$ (Fig. 3.11) y las pérdidas en la unión son despreciables, entonces

$$H_{P_{i,n+1}} = H_{P_{i+1,1}} \quad (3.43)$$

Las ecuaciones características positiva y negativa para las secciones $(i, n + 1)$ y $(i + 1, 1)$ son:

$$Q_{P_{i,n+1}} = C_{P_i} - C_{a_i} H_{P_{i,n+1}} \quad (3.44)$$

$$Q_{P_{i+1,1}} = C_{n_{i+1}} + C_{a_{i+1}} H_{P_{i+1,1}} \quad (3.45)$$

La ecuación de continuidad en la unión es

$$Q_{P_{i,n+1}} = Q_{P_{i+1,1}} \quad (3.46)$$

De las Ecs. (3.43) a (3.46), se obtiene que

$$H_{P_{i,n+1}} = \frac{C_{P_i} - C_{n_{i+1}}}{C_{a_i} + C_{a_{i+1}}} \quad (3.47)$$

Ahora $H_{P_{i+1,1}}$, $Q_{P_{i,n+1}}$ y $Q_{P_{i+1,1}}$ pueden determinarse de las Ecs. (3.43) a (3.45).

No obstante, la Ec. (3.43) no es válida si la diferencia de las cargas de velocidad en las secciones $(i, n + 1)$ y $(i + 1, 1)$ o las pérdidas en la unión no son despreciables. En tales casos, se puede usar la siguiente ecuación para la carga total en lugar de la Ec. (3.43):

$$H_{P_{i,n+1}} + \frac{Q_{P_{i,n+1}}^2}{2gA_i^2} = H_{P_{i+1,1}} + (1 + k) \frac{Q_{P_{i+1,1}}^2}{2gA_{i+1}^2} \quad (3.48)$$

donde k es el coeficiente de la pérdida de carga, h_l , en la unión, en la forma

$$h_l = \frac{kQ_{P_{i+1,1}}^2}{2gA_{i+1}^2}$$

Resolviendo simultáneamente las Ecs (3.44) a (3.46), y (3.48), se tiene

$$Q_{P_{i,n+1}} = \frac{b + \sqrt{b^2 - 4cd}}{2c} \quad (3.49)$$

donde

$$\left. \begin{aligned} b &= \frac{1}{C_{a_i}} + \frac{1}{C_{a_{i+1}}} \\ c &= \frac{1}{2g} \left(\frac{1}{A_i^2} - \frac{1+k}{A_{i+1}^2} \right) \\ d &= \frac{C_{P_i}}{C_{a_i}} + \frac{C_{n_{i+1}}}{C_{a_{i+1}}} \end{aligned} \right\} \quad (3.50)$$

Ahora $Q_{P_{i+1,1}}$, $H_{P_{i,n+1}}$ y $H_{P_{i+1,1}}$ se pueden determinar de las Ecs. (3.44) a (3.46).

Bifurcación de un conducto (Fig. 3.12)

Para la bifurcación mostrada en la Fig 3.12, se pueden escribir las siguientes ecuaciones:

1 Ecuación de continuidad

$$Q_{i,n+1} = Q_{i+1,1} + Q_{i+2,1} \quad (3.51)$$

2. Ecuaciones características

$$Q_{P_{i,n+1}} = C_{P_i} - C_{a_i} H_{P_{i,n+1}} \tag{3.52}$$

$$Q_{P_{i+1,1}} = C_{n_{i+1}} + C_{a_{i+1}} H_{P_{i+1,1}} \tag{3.53}$$

$$Q_{P_{i+2,1}} = C_{n_{i+2}} + C_{a_{i+2}} H_{P_{i+2,1}} \tag{3.54}$$

3. Ecuación para la carga total

$$H_{P_{i,n+1}} = H_{P_{i+1,1}} = H_{P_{i+2,1}} \tag{3.55, 3.56}$$

En las Ecs. (3.55) y (3.56), las pérdidas de carga en la sección de transición son despreciables, y se asume que las cargas de velocidad son iguales en todos los conductos.

Resolviendo simultáneamente las Ecs. (3.51) a (3.55) se tiene

$$H_{P_{i,n+1}} = \frac{C_{P_i} - C_{n_{i+1}} - C_{n_{i+2}}}{C_{a_i} + C_{a_{i+1}} + C_{a_{i+2}}} \tag{3.57}$$

Ahora $H_{P_{i+1,1}}$ y $H_{P_{i+2,1}}$ se pueden determinar de las Ecs. (3.55) y (3.56), y $Q_{P_{i,n+1}}$, $Q_{P_{i+1,1}}$ y $Q_{P_{i+2,1}}$ de las Ecs. (3.52) a (3.54).

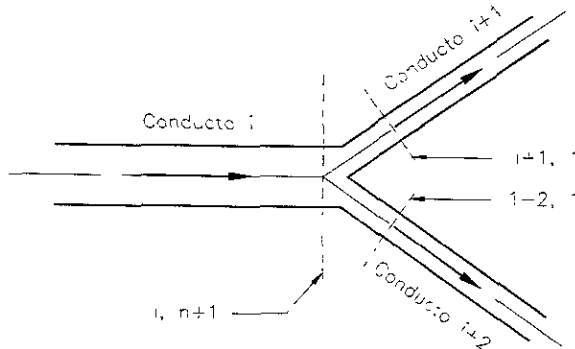


Figura 3.12. Bifurcación de un conducto.

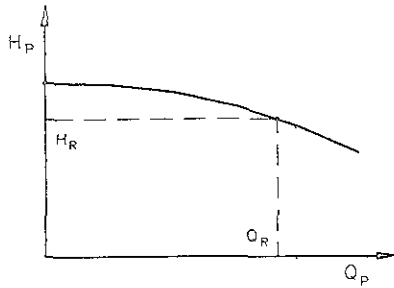


Figura 3.13. Curva carga-gasto para una bomba centrífuga.

Bomba centrífuga ubicada en el extremo aguas arriba

En la Fig. 3.13 se muestra la curva carga-gasto para una bomba centrífuga con velocidad de giro constante. Esta curva se puede aproximar por la ecuación:

$$H_p = C_7 - C_8 Q_p^2 \quad (3.58)$$

Resolviendo esta ecuación simultáneamente con la Ec (3.19),

$$Q_p = \frac{-1 + \sqrt{1 + 4 C_a C_s (C_u + C_a C_7)}}{2 C_a C_8} \quad (3.59)$$

Ahora H_p se puede determinar con la Ec (3.58)

3.4 CONDICIONES DE ESTABILIDAD Y CONVERGENCIA

Con relación al esquema de diferencias finitas presentado en la sección 3.2, se dice que es *convergente* si la solución de las ecuaciones en diferencias se aproxima a la solución exacta de las ecuaciones diferenciales originales conforme Δt y Δx tienden a cero. Si el error de redondeo debido a la representación de números irracionales por un número finito de dígitos significantes crece conforme avanza la solución, se dice que el esquema es *inestable*; si el error disminuye, el esquema es *estable*. Perkins (1964) y otros han comprobado que la convergencia implica estabilidad y que la estabilidad implica convergencia.

Los métodos para determinar los criterios de convergencia o estabilidad de ecuaciones no lineales son extremadamente difíciles, si no imposibles. Collatz (1960) sugiere que la convergencia y estabilidad pueden ser estudiadas resolviendo numéricamente las ecuaciones para varias relaciones $\Delta x/\Delta t$ y examinando los resultados. No obstante, la convergencia y estabilidad se pueden estudiar analíticamente haciendo lineales las ecuaciones básicas. Si los términos no lineales son relativamente pequeños, es razonable asumir que los criterios aplicables a las ecuaciones simplificadas también son válidos para las ecuaciones no lineales originales.

Usando el procedimiento propuesto por O'Brien (1951) y considerando las ecuaciones linealizadas, Perkins (1964) demostró que para que el esquema de diferencias finitas de la sección 3.2 sea estable, debe cumplirse que

$$\frac{\Delta t}{\Delta x} < \frac{1}{a} \quad (3.60)$$

Esta condición implica que las características al punto P de la Fig. 3.1 no deben caer más allá del segmento AB . Para un esquema neutral, vale que

$$\frac{\Delta t}{\Delta x} = \frac{1}{a} \quad (3.61)$$

Los criterios de convergencia indican que las soluciones más aproximadas se obtienen si la Ec. (3.61) se satisface. Así, el criterio para la convergencia y/o estabilidad de las ecuaciones en diferencias finitas (Ecs. 3.16 y 3.17) está dado por la expresión

$$\frac{\Delta t}{\Delta x} \leq \frac{1}{a} \quad (3.62)$$

que se conoce como *condición de estabilidad de Courant*.

3.5 SELECCIÓN DEL INCREMENTO DE TIEMPO PARA UN SISTEMA COMPLEJO

Para un sistema complejo de dos o más conductos con diferentes propiedades elásticas y/o diámetros, es necesario que se use el mismo incremento de tiempo para todos los conductos de manera que se puedan aplicar las condiciones de frontera en la unión. Este incremento de tiempo se debe seleccionar de tal manera que se cumpla la condición de estabilidad de Courant.

Si el intervalo de tiempo, Δt , es tal que la longitud de tramo para cualquier conducto en el sistema no es igual a $a\Delta t$, entonces Δx debe ser mayor que $a\Delta t$ para satisfacer los criterios de estabilidad. En otras palabras, las características parten de los puntos R y S y no de los puntos pivote A y B (Fig. 3.14). Las condiciones para cada incremento de tiempo, no obstante, se calculan en los puntos pivote únicamente, mientras que las condiciones en R y S deben conocerse para determinar las condiciones en P .

Streeter y Lai (1962) propusieron un procedimiento de interpolación para calcular las condiciones en R y S a partir de las condiciones conocidas en A , B , y C . Sin embargo, posteriores investigaciones demostraron que este procedimiento desaparece los pronunciados picos máximos del transitorio. Para evitar esto, Streeter (1969) sugiere que las ecuaciones diferenciales originales para conductos cortos se escriban en forma implícita, mientras que Kaplan (1972) propone un procedimiento llamado *zooming* en donde los Δt para conductos largos puedan ser múltiplos enteros de los Δt para conductos cortos en el sistema.

Según Chaudhry (Ref. 1), se debe usar el método implícito en combinación con el método característico si varios de los conductos en el sistema son muy cortos con relación a otros; de lo contrario, un simple ajuste de las velocidades de onda debe dar resultados suficientemente precisos para satisfacer la siguiente ecuación:

$$\Delta t = \frac{L_i}{a_i n_i} \quad (i = 1 \text{ a } N) \tag{3.63}$$

donde n_i debe ser un entero e igual al número de tramos en que se divide el conducto i , y N es el número de conductos en el sistema. Como la velocidad de onda no se conoce con exactitud, se aceptan ajustes menores en su valor

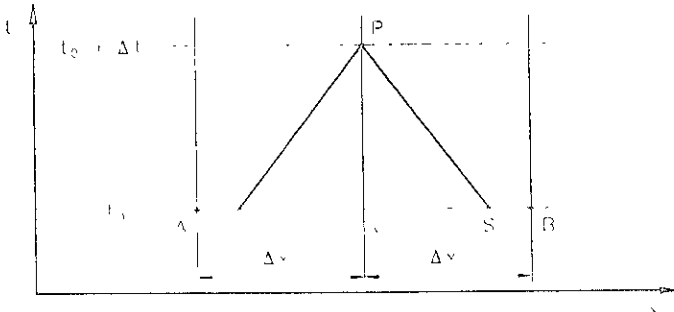


Figura 3.14. Notación para interpolación

Debido a las limitaciones impuestas a Δt por la condición de estabilidad de Courant, se requiere de gran cantidad de tiempo-máquina para analizar sistemas que tienen transitorios con muy lentas variaciones.

3.6 MÉTODO COMBINADO IMPLÍCITO-CARACTERÍSTICO

En la sección anterior, se señala que en ocasiones es ventajoso usar una combinación de los métodos implícito y característico al analizar ciertos sistemas. Aquí se explica el método detalladamente.

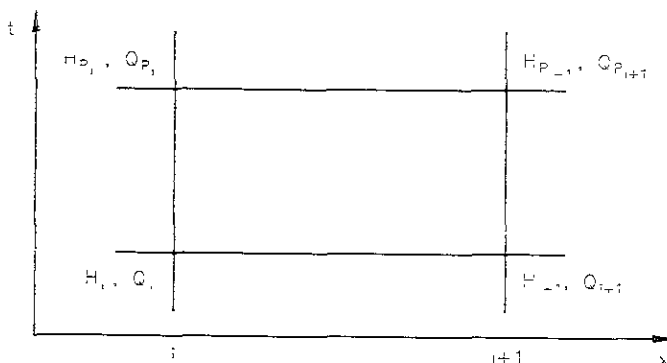
Se considera una línea de conducción donde se analiza el *i-ésimo* tramo de un conducto usando el método implícito. Las derivadas de las ecuaciones dinámica y de continuidad (Ecs. 3.1 y 3.2) en este método son reemplazadas por las diferencias finitas implícitas pivotaes de la siguiente manera (Véase Fig. 3.15):

$$\frac{\partial H}{\partial x} = \frac{(H_{P_{i+1}} + H_{i+1}) - (H_{P_i} + H_i)}{2\Delta x} \quad (3.64)$$

$$\frac{\partial H}{\partial t} = \frac{(H_{P_{i+1}} + H_{P_i}) - (H_{i+1} + H_i)}{2\Delta x} \quad (3.65)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial x} = \frac{(Q_{P_{i+1}} + Q_{i+1}) - (Q_{P_i} + Q_i)}{2\Delta x} \quad (3.66)$$

Figura 3.15. Notación para el método implícito.



$$\frac{\partial Q}{\partial t} = \frac{(Q_{P_{i+1}} + Q_{P_i}) - (Q_{i+1} + Q_i)}{2\Delta x} \quad (3.67)$$

$$Q = 0.5(Q_{i+1} + Q_i) \quad (3.68)$$

Para simplificar la presentación, se usa un solo subíndice en esta sección para designar las variables. Sustituyendo las Ecs. (3.64) a la (3.68) en las Ecs. (3.1) y (3.2) y simplificando las ecuaciones resultantes, se tiene:

$$Q_{P_i} + Q_{P_{i+1}} - C_{10}H_{P_i} + C_{10}H_{P_{i+1}} + C_{11} = 0 \quad (3.69)$$

$$-Q_{P_i} + Q_{P_{i+1}} + C_{12}H_{P_i} + C_{12}H_{P_{i+1}} + C_{13} = 0 \quad (3.70)$$

donde

$$C_{10} = \frac{gA\Delta t}{\Delta x} \quad (3.71)$$

$$C_{11} = C_{10}(H_{i+1} - H_i) - (Q_i + Q_{i+1}) + \frac{f\Delta t}{4DA} (Q_i + Q_{i+1}) | Q_i + Q_{i+1} | \quad (3.72)$$

$$C_{12} = \frac{gA\Delta x}{a^2\Delta t} \quad (3.73)$$

$$C_{13} = Q_{i+1} - Q_i - C_{12}(H_i + H_{i+1}) \quad (3.74)$$

Nótese que hay cuatro incógnitas en las Ecs. (3.69) y (3.70), a saber, Q_{P_i} , $Q_{P_{i+1}}$, H_{P_i} y $H_{P_{i+1}}$. Para obtener una solución única de estas ecuaciones, se deben tener cuatro ecuaciones. Estas otras dos ecuaciones, además de las Ecs. (3.69) y (3.70), son proporcionadas por las condiciones de los extremos del tramo. Por ejemplo, si se tiene un conducto en el extremo aguas arriba y un depósito con carga constante en el extremo aguas abajo, entonces la ecuación característica negativa (Ec. 3.19) y $H_{P_{i+1}} = H_{rc}$ son las otras dos ecuaciones. Para otras condiciones cualesquiera de frontera, se escriben ecuaciones similares. Se tienen así cuatro ecuaciones con cuatro incógnitas, y sus valores se determinan al resolverlas simultáneamente.

Nótese también que las condiciones impuestas por la frontera son las que se usan como ecuaciones adicionales y no las condiciones de frontera de la sección 3.3. Por lo tanto, al seleccionar el conducto o el tramo del conducto para el cual se usa el método implícito, se debe cuidar que las condiciones de sus extremos sean simples.

3.7 ANÁLISIS DE UNA LÍNEA DE CONDUCCIÓN

Para calcular las condiciones del estado transitorio en una línea de conducción, primero se divide el conducto más corto del sistema en varios tramos, de manera que el intervalo de tiempo computacional deseado, Δt , se obtenga. De acuerdo con Evangelisti (1969), un intervalo de tiempo de $1/16$ ó $1/24$ del tiempo transitorio, es decir, el tiempo en que la onda viaja de un extremo de la línea al otro, debe dar resultados suficientemente aproximados. Según Chaudhry (Ref.1), este criterio debe usarse como una guía aproximada, y Δt se debe incrementar o disminuir dependiendo de la velocidad a la cual se producen los transitorios. Habiendo seleccionado el valor de Δt , se dividen los conductos restantes de la línea en tramos de igual longitud usando el procedimiento señalado en la sección 3.5. Si es necesario, se ajustan las velocidades de onda para satisfacer la Ec. (3.63) o bien se usa el procedimiento señalado en la sección 3.6 para que las características pasen a través de los puntos pivote. Se calcula el gasto y la carga piezométrica para flujo permanente en todas las secciones y se imprimen sus valores. Ahora el tiempo se incrementa y las condiciones transitorias se calculan en todos los puntos interiores con las Ecs. (3.23) y (3.18) y en las fronteras con las apropiadas condiciones de frontera. Este proceso continúa hasta que se hayan calculado las condiciones transitorias para el tiempo requerido.

El diagrama de flujo de la Fig. 3.16 muestra los pasos computacionales para determinar las condiciones transitorias en una línea de conducción.

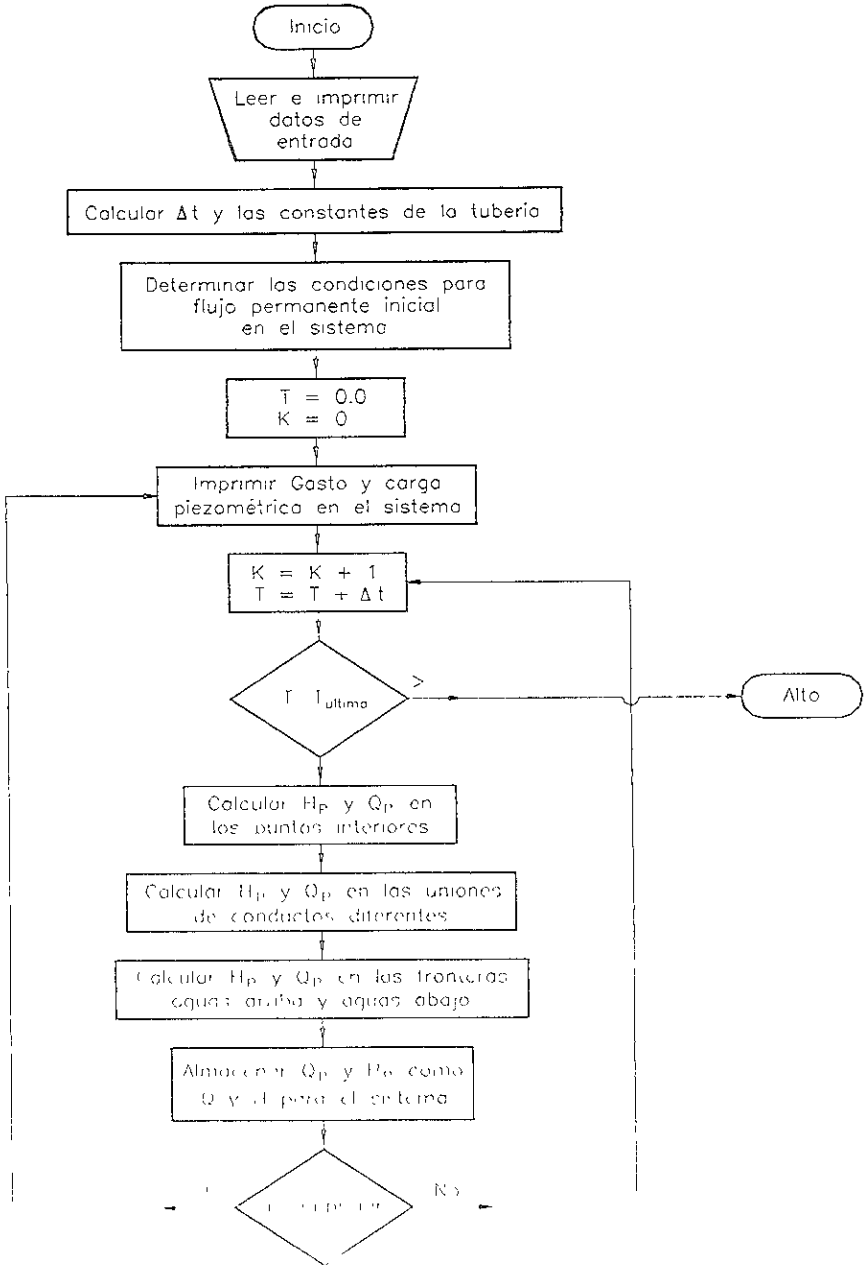


Figura 3.16. Diagrama de flujo para el análisis de una línea de conducción

CAPÍTULO 4

TRANSITORIOS CAUSADOS POR BOMBAS CENTRÍFUGAS

4.1 INTRODUCCIÓN

Los transitorios hidráulicos en sistemas de bombeo pueden presentarse como resultado de diversas condiciones de operación que modifican el régimen de flujo permanente a través de los equipos y las tuberías de succión y descarga, dando lugar a oscilaciones del gasto y la carga piezométrica.

Dentro de las causas que originan la presencia del fenómeno en estudio pueden citarse el arranque o paro de los equipos de bombeo sin válvulas en la tubería de descarga, las fallas mecánicas en la bomba y el paro ocasionado por una interrupción brusca de energía eléctrica al motor. Estas condiciones de operación causan severos transitorios en el sistema y para su análisis se recomienda usar el método de las características presentado en el capítulo anterior. Como la carga de bombeo y el gasto dependen de la velocidad de la bomba y ésta no puede mantenerse constante bajo operaciones emergentes, en el análisis se deben tomar en cuenta los cambios de velocidad que se suscitan en el estado transitorio. Para este propósito, se deben desarrollar condiciones especiales de frontera para el extremo con bomba

En este capítulo se presenta el análisis de transitorios causados por varias operaciones emergentes en plantas de bombeo. Se describe un procedimiento para vaciar las características de la bomba en una computadora digital y la simulación de las condiciones de frontera para el extremo con bomba

4.2 CONDICIONES TRANSITORIAS CAUSADAS POR VARIAS OPERACIONES DE LA BOMBA

Durante el arranque normal de una bomba, se mantiene cerrada la válvula de descarga para reducir la carga eléctrica del motor y, cuando la velocidad de rotación de la bomba alcanza la velocidad de operación normal, la válvula se abre gradualmente. De manera análoga, en un procedimiento normal de paro de bomba, primero se cierra lentamente la válvula de descarga y luego se interrumpe el suministro de electricidad al motor. Los transitorios causados por ambas operaciones programadas se pueden analizar usando las condiciones de frontera desarrolladas en el Capítulo 3, ya que la velocidad angular de la bomba permanece casi constante durante el transitorio en el sistema. No obstante, si las bombas no son arrancadas o paradas como se describió previamente, entonces se pueden usar los procedimientos descritos en este capítulo para el análisis del transitorio.

Los transitorios causados por operaciones emergentes de bombas (por ejemplo, falla eléctrica repentina), normalmente son severos, y la tubería se debe diseñar para resistir las presiones positivas y negativas causadas por estas operaciones. Tras la falla eléctrica, la velocidad angular de la bomba se reduce puesto que la inercia de la bomba es pequeña comparada con la del líquido en la línea de descarga. Debido a que el gasto y la carga de bombeo en la bomba se reduce, se propagan ondas de presión negativa hacia aguas abajo en la línea de descarga, y se propagan ondas de presión positiva hacia aguas arriba en la línea de succión. El gasto en la línea de descarga se reduce rápidamente a cero y después el flujo invierte su dirección circulando a través de la bomba aun cuando ésta gire todavía en dirección normal. En esta condición (es decir, cuando se tiene flujo inverso a través de la bomba mientras ésta gira en dirección normal), se dice que la bomba está operando en la *zona de disipación de energía*. A causa del flujo inverso, la bomba reduce su velocidad angular rápidamente, se detiene por un momento, y luego comienza a girar en sentido contrario, es decir, la bomba opera ahora como una turbina. La velocidad de rotación inversa de la bomba se incrementa hasta que alcanza la *velocidad de escape*. Con el incremento de la velocidad de rotación en sentido opuesto, el flujo inverso a través de la bomba se reduce debido al efecto de ahogamiento, y se producen ondas de presión positiva y negativa en las líneas de descarga y de succión, respectivamente.

Si el perfil de la línea de conducción es tal que el gradiente piezométrico del estado transitorio queda en algún tramo por debajo de la vena líquida, puede presentarse el fenómeno de separación de columna en ese tramo. Entonces, como ya se explicó, pueden producirse presiones excesivas asociadas al fenómeno de superposición de ondas. Durante las etapas de diseño, se debe investigar la posibilidad del fenómeno de separación de columna, y, si es necesario, se deben tomar medidas para remediarlo.

4.3 REPRESENTACIÓN MATEMÁTICA DE UNA BOMBA

Como se vió en el Capítulo 3, se debe conocer la relación entre el gasto, Q , y la carga de presión, H , en la frontera para desarrollar las condiciones de frontera. El gasto de una bomba depende de la velocidad de rotación, N , y la carga de bombeo, H ; y los cambios de velocidad en el estado transitorio dependen del torque, T , y del momento de inercia combinado de la bomba, motor, y líquido entrando en el impulsor. De esta manera, cuatro variables —a saber, Q , H , N y T — se deben especificar para la representación matemática de una bomba. Las curvas que muestran las relaciones entre estas variables se denominan *características de la bomba*. Varios autores han presentado estas curvas en diferentes formas gráficas aptas para el análisis gráfico o computarizado. De todos los métodos propuestos para ingresar las características de la bomba en una computadora digital, el método usado por Marchal et al parece ser el más conveniente y es usado aquí.

Aún cuando normalmente se dispone de las características de una bomba en la zona de operación normal, se cuenta con muy pocos datos para la zona de disipación de energía o para la zona de operación de turbina. Si no se dispone de los datos completos de las características, se pueden usar las características de una bomba con velocidad específica similar a manera de aproximación.

Los datos para las características de la bomba prototipo se obtienen a partir de los resultados de pruebas en un modelo haciendo uso de relaciones homólogas conocidas como leyes de semejanza para máquinas hidráulicas. Dos bombas (o turbinas) se consideran homólogas si son geoméricamente similares y el patrón de flujo a través de ellas es también similar. Para bombas homólogas, son válidas las siguientes relaciones:

$$\left. \begin{aligned} \frac{H}{N^2 D^2} &= \text{Constante} \\ \frac{N}{Q D^3} &= \text{Constante} \end{aligned} \right\} \quad (4.1)$$

donde D es el diámetro del impulsor. Como D es constante para una unidad en particular, se puede incluir en las constantes de la Ec. (4.1), es decir,

$$\left. \begin{aligned} \frac{H}{N^2} &= \text{Constante} \\ \frac{N}{Q} &= \text{Constante} \end{aligned} \right\} \quad (4.2)$$

La Ec. (4.2) podría ser adimensional usando las cantidades para la condición de flujo permanente inicial como valores de referencia. Se definen las siguientes variables adimensionales:

$$\left. \begin{aligned} v &= \frac{Q}{Q_R} \\ h &= \frac{H}{H_R} \\ \alpha &= \frac{N}{N_R} \\ \beta &= \frac{T}{T_R} \end{aligned} \right\} \quad (4.3)$$

En esta ecuación, T es el torque y el subíndice R designa el valor de las variables para las condiciones de flujo permanente inicial. Con base en la Ec. (4.2), la Ec. (4.3) puede escribirse como

$$\left. \begin{aligned} \frac{h}{\alpha^2} &= \text{Constante} \\ \frac{\alpha}{v} &= \text{Constante} \end{aligned} \right\} \quad (4.4)$$

En el momento en que α toma el valor de cero al analizar los transitorios para todas las cuatro zonas de operación, h/α^2 se vuelve infinito. Para evitar esto, se puede usar el parámetro $h/(\alpha^2+v^2)$ en lugar de h/α^2 .

Los signos de v y α dependen de las zonas de operación. Además de la necesidad de definir una curva característica diferente para cada zona de operación, se tiene que α/v se vuelve infinito para $v=0$. Para evitar esto, se puede definir una nueva variable θ como

$$\theta = \tan^{-1} \frac{\alpha}{v} \quad (4.5)$$

y de esta manera la curva característica se puede trazar entre θ y $h/(\alpha^2+v^2)$. Por definición, θ siempre es finito, y su valor varía entre 0° y 360° para las cuatro zonas de operación (ver tabla 4.1).

Tabla 4.1. Zonas de operación de una bomba después de la interrupción instantánea del suministro eléctrico.

Zona de operación	Signo de		Rango de θ
	v	α	
De bomba	+	+	$0^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$
Disipación de energía	-	+	$90^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$
Como turbina	-	-	$180^\circ \leq \theta \leq 270^\circ$
Disipación de energía como turbina	+	-	$270^\circ \leq \theta \leq 360^\circ$

Análoga a la curva piezométrica, la curva característica del torque se puede trazar entre $\beta/(\alpha^2+v^2)$ y θ .

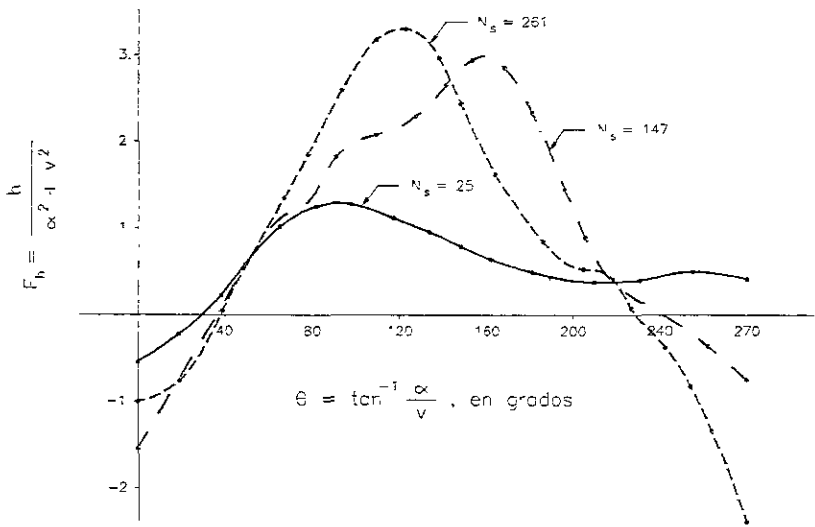
En la Fig. 4.1 (Ref 1) se presentan las curvas características para bombas con velocidades específicas* de 25, 147 y 261 (unidades SI)

4.4 CONDICIONES DE FRONTERA PARA FALLO DE BOMBA

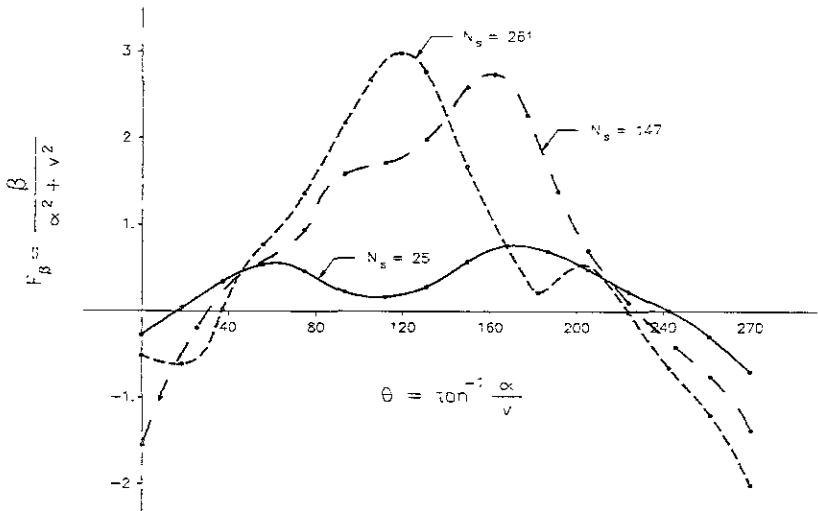
Como se vió en el Capítulo 3, la ecuación característica (o ecuaciones, si la frontera tiene conductos en ambos lados, tanto aguas arriba como aguas abajo) y las condiciones impuestas por la frontera se resuelven simultáneamente para determinar las condiciones de frontera. Para un extremo con bomba, las características de ésta definen las condiciones impuestas por la frontera, y una ecuación diferencial define la variación de la velocidad angular de la bomba con respecto al tiempo tras la falla eléctrica. Entonces, se tienen que resolver simultáneamente estas ecuaciones para obtener las condiciones de frontera para el extremo con bomba.

Para facilitar la comprensión de este desarrollo, considérese un sistema simple, únicamente con una bomba y una línea de succión muy corta.

* Velocidad específica = $N_p / \sqrt{Q_p} / H_p^{3/4}$. N_p es en rpm, Q_p en m³/s, H_p es en m. Para una bomba de cable succion, Q_p se divide entre 2 al calcular la velocidad específica. Para bombas formadas por varios pasos de impulsión, la velocidad específica debe calcularse para cada paso de impulsión. Generalmente todos los pasos son iguales y basta con dividir H_p entre el número de pasos a calcular la velocidad específica.



(a) Presión



(b) Torque

Figura 4.1. Curvas características de bombas con diferentes velocidades específicas.

Ecuaciones de las Condiciones Impuestas por la Bomba

Como se señaló en la sección 4.3, las características de la bomba pueden representarse matemáticamente por curvas entre θ y $h/(\alpha^2 + v^2)$ y entre $\beta/(\alpha^2 + v^2)$ y θ , donde $\theta = \tan^{-1}(\alpha/v)$. Para usar estas curvas en un modelo matemático, se almacenan en una computadora puntos discretos de estas curvas con intervalos iguales de θ , entre el rango $\theta=0^\circ$ y $\theta=360^\circ$. Cada segmento de estas curvas entre los puntos almacenados en la computadora pueden ser aproximados por líneas rectas (Fig. 4.2). Si se almacena un número suficiente de puntos (por ejemplo, 73), entonces el error que se comete al aproximar las curvas por segmentos de líneas rectas es despreciable.

Para cualquier valor de α y v (excepto cuando ambos son simultáneamente cero), el valor de $\theta = \tan^{-1}(\alpha/v)$ se puede determinar con una función trigonométrica usual de la computadora. Sin embargo, esta función por lo general calcula el valor de θ entre 0 y π y entre 0 y $-\pi$, mientras que nuestro rango de interés está entre 0 y 2π . Esta limitación puede ser soslayada sumando 2π al valor de θ obtenido en la computadora si $\theta < 0$; por ejemplo, si el θ dado por esta función es -30° , entonces el valor de θ que se usa para determinar el punto en la curva característica de la bomba es $360 - 30 = 330^\circ$.

Considérese que el cálculo ha progresado hasta el i -ésimo instante; que las variables α , v , h , y β se conocen al inicio de dicho instante; y que se desea calcular los valores de estas variables al final del mismo. Denótese las variables no conocidas como α_p , v_p , h_p , y β_p . Para determinar el

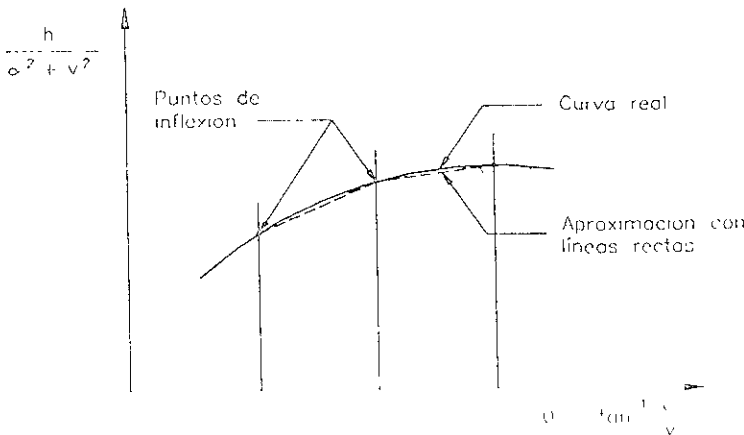


Figura 4.2. Aproximacion de las curvas características de la bomba por líneas rectas segmentadas

valor de estas variables, primero se tiene que definir la ecuación del segmento de las características de la bomba correspondiente a α_p y v_p . No obstante, debido a que los valores de estas variables son inicialmente desconocidos, se pueden usar, como una primera estimación, sus valores obtenidos por extrapolación a partir de los valores conocidos de los instantes previos, es decir,

$$\left. \begin{aligned} \alpha_e &= \alpha_i + \Delta\alpha_{i-1} \\ v_e &= v_i + \Delta v_{i-1} \end{aligned} \right\} \quad (4.6)$$

donde α_e y v_e son los valores estimados al final del i -ésimo instante, α_i y v_i se refieren a valores conocidos al inicio del i -ésimo instante, y $\Delta\alpha_{i-1}$ y Δv_{i-1} son la variación de estas variables durante el instante $(i-1)$. Como la velocidad angular y el gasto de la bomba varían gradualmente, la extrapolación lineal anterior debe proporcionar estimaciones suficientemente precisas si el tamaño del intervalo de tiempo que maneja la computadora, Δt , es pequeño. Ahora, se buscan los puntos de inflexión en ambos lados de $\theta = \tan^{-1}(\alpha_e/v_e)$, y se determinan las ordenadas $h/(\alpha^2+v^2)$ y $\beta/(\alpha^2+v^2)$ para esos puntos de inflexión con los valores almacenados. A partir de éstos, se determinan las constantes* para la ecuación de la línea recta segmentada. Ahora bien, asumiendo que los puntos correspondientes a α_p , v_p , h_p y β_p se encuentran sobre estas líneas rectas, se tiene:

$$\frac{h_p}{\alpha_p^2 + v_p^2} = a_1 + a_2 \tan^{-1} \frac{\alpha_p}{v_p} \quad (4.7)$$

$$\frac{\beta_p}{\alpha_p^2 + v_p^2} = a_3 + a_4 \tan^{-1} \frac{\alpha_p}{v_p} \quad (4.8)$$

donde a_1 y a_2 , y a_3 y a_4 son las constantes de las líneas rectas que representan las características de carga piezométrica y torque, respectivamente.

Con relación a la Fig. 4.3, se puede escribir la siguiente ecuación para la carga total en la bomba:

$$H_{P_{i,1}} = H_{suc} + H_P - \Delta H_{P_v} \quad (4.9)$$

*Si $y = a_1 - a_2 x$ es la ecuación de una línea recta que pasa por los puntos (x_1, y_1) y (x_2, y_2) , entonces $a_1 = (y_1 x_2 - y_2 x_1) / (x_2 - x_1)$ y $a_2 = (y_2 - y_1) / (x_2 - x_1)$

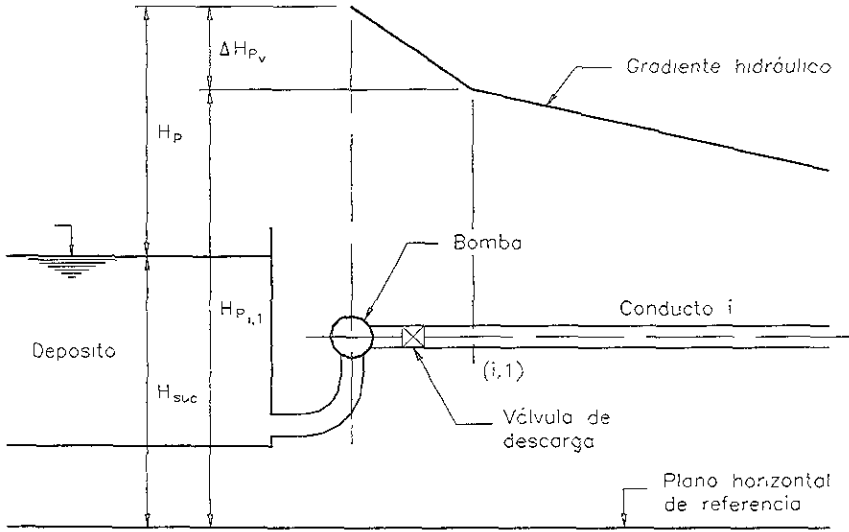


Figura 4.3. Notación de las condiciones de frontera para una bomba.

donde H_{suc} es la elevación de la superficie del líquido en el cárcamo de succión referida a un determinado plano horizontal de referencia, H_p es la carga de bombeo al final del intervalo de tiempo y ΔH_{p_v} la pérdida de carga en la válvula de descarga. Nótese que la carga de velocidad en la tubería de descarga, cuyo valor normalmente es pequeño, no se toma en consideración en la Ec. (4.9). La pérdida de carga en la válvula está dada por la ecuación:

$$\Delta H_{p_v} = C_v Q_{P_{i,1}}^2 = C_v Q_{P_{i,1}} | Q_{P_{i,1}} | \tag{4.10}$$

donde C_v es el coeficiente de pérdidas de carga en la válvula. Nótese que en esta ecuación, $Q_{P_{i,1}}$, se escribe como $Q_{P_{i,1}} | Q_{P_{i,1}} |$ para considerar el flujo inverso.

Las ecuaciones (4.7) a (4.10) representan las condiciones impuestas por la frontera

Ecuación Diferencial de Elementos Rotatorios

El torque acelerador para un sistema rotacional es igual al producto de su aceleración angular y el momento polar de inercia del sistema. Como no hay un torque externo actuando en la bomba tras la falla eléctrica, el torque desacelerador es el torque de la bomba. De aquí que

$$T = -WR^2 \frac{d\omega}{dt}$$

o bien,

$$T = -WR^2 \frac{2\pi}{60} \frac{dN}{dt} \quad (4.11)$$

donde WR^2 = momento polar de inercia combinado de la bomba, motor, flecha, y líquido entrando en el impulsor de la bomba, y ω y N son la velocidad rotacional de la bomba, en rad/s y en rpm, respectivamente. Con base en la Ec. (4.3), la Ec. (4.11) se puede escribir como

$$\beta = -WR^2 \frac{2\pi N_R}{60 T_R} \frac{d\alpha}{dt} \quad (4.12)$$

En esta ecuación, $T_R = 60 \gamma H_R Q_R / (2\pi N_R \eta_R)$, donde γ es el peso específico del líquido, y η_R la eficiencia de la bomba en condiciones de flujo permanente inicial.* Usando un valor medio de β durante un intervalo de tiempo, esta ecuación se puede escribir en forma de diferencia finita como

$$\frac{\alpha_P - \alpha}{\Delta t} = - \frac{60 T_R}{2\pi WR^2 N_R} \frac{\beta + \beta_P}{2} \quad (4.13)$$

que se puede simplificar a

$$\alpha_P - C_6 \beta_P = \alpha + C_6 \beta \quad (4.14)$$

donde

$$C_6 = \frac{-15 T_R \Delta t}{\pi WR^2 N_R} \quad (4.15)$$

* WR^2 está en $\text{Kg}\cdot\text{m}^2$, T_R en Nm y N_R en rpm

Ecuación Característica para la Tubería de Descarga

Como la línea de succión es corta, se puede despreciar en el análisis. Por lo tanto, se necesita solamente la ecuación característica para la línea de descarga, es decir, para la sección (i, 1)

$$Q_{P_{i,1}} = C_n + C_a H_{P_{i,1}} \tag{4.16}$$

Ecuación de Continuidad

Dado que no hay almacenamiento entre el depósito de succión y la sección (i, 1):

$$Q_{P_{i,1}} = Q_P \tag{4.17}$$

donde Q_P es el gasto a través de la bomba al final del intervalo de tiempo.

Solución de las Ecuaciones Gobernantes

Para obtener las condiciones de frontera, se tienen que resolver las Ecs. (4.7) a la (4.10), (4.14), (4.16), y (4.17) simultáneamente. Eliminando $H_{P_{i,1}}$, $\Delta H_{P_{i,1}}$ y $Q_{P_{i,1}}$ de las Ecs. (4.9), (4.10), (4.16), y (4.17) y usando Q_R y H_R como valores de referencia, la ecuación resultante se puede escribir como

$$Q_R v_P = C_n + C_a H_{suc} + C_a H_R h_P - C_a C_v Q_R^2 v_P |v_P| \tag{4.18}$$

Ahora se tienen cuatro ecuaciones —Ecs. (4.7), (4.8), (4.14) y (4.18)— con cuatro incógnitas — α_p , v_p , h_p , y β_p . Para simplificar la solución, se eliminará primero h_p y β_p de estas ecuaciones como se verá a continuación

Al substituir para h_p la Ec. (4.7) en la Ec. (4.18) y para β_p la Ec. (4.8) en la Ec. (4.14) y simplificando, se obtiene

$$I_1 - C_a H_R \alpha_1 (\alpha_p^2 + v_p^2) + C_a H_R \alpha_2 (\alpha_p^2 + v_p^2) \tan^{-1} \frac{\alpha_p}{v_p} - Q_R v_P - C_a C_v Q_R^2 v_P |v_P| + C_n + C_a H_{suc} = 0 \tag{4.19}$$

$$I_2 - \alpha_2 - C_a \alpha_1 (\alpha_p^2 + v_p^2) - C_a \alpha_2 (\alpha_p^2 + v_p^2) \tan^{-1} \frac{\alpha_p}{v_p} - \alpha - C_a \beta = 0 \tag{4.20}$$

Las ecuaciones (4.19) y (4.20) son ecuaciones no lineales con dos incógnitas, α_p y v_p . Estas ecuaciones se pueden resolver usando el método de Newton-Raphson, donde primero se supone una solución de las ecuaciones y luego se afina a un determinado grado de precisión por medio de iteraciones sucesivas.

Sean $\alpha_p^{(1)}$ y $v_p^{(1)}$ los valores inicialmente estimados de la solución, los cuales pueden considerarse iguales a α_e y v_e tal y como fueron determinados en la Ec. (4.6).^{*} De esta manera, una mejor aproximación a la solución de las Ecs. (4.19) y (4.20) es

$$\alpha_p^{(2)} = \alpha_p^{(1)} + \delta\alpha_p \quad (4.21)$$

$$v_p^{(2)} = v_p^{(1)} + \delta v_p \quad (4.22)$$

donde

$$\delta\alpha_p = \frac{F_2 \frac{\partial F_1}{\partial v_p} - F_1 \frac{\partial F_2}{\partial v_p}}{\frac{\partial F_1}{\partial \alpha_p} \frac{\partial F_2}{\partial v_p} - \frac{\partial F_1}{\partial v_p} \frac{\partial F_2}{\partial \alpha_p}} \quad (4.23)$$

$$\delta v_p = \frac{F_2 \frac{\partial F_1}{\partial \alpha_p} - F_1 \frac{\partial F_2}{\partial \alpha_p}}{\frac{\partial F_1}{\partial v_p} \frac{\partial F_2}{\partial \alpha_p} - \frac{\partial F_1}{\partial \alpha_p} \frac{\partial F_2}{\partial v_p}} \quad (4.24)$$

En las Ecs. (4.23) y (4.24), las funciones F_1 y F_2 y sus derivadas con respecto a α_p y v_p son evaluadas para $\alpha_p^{(1)}$ y $v_p^{(1)}$. Con la diferenciación de las Ecs. (4.19) y (4.20) se obtienen las siguientes expresiones para estas derivadas:

$$\frac{\partial F_1}{\partial \alpha_p} = C_a H_R \left(2 a_1 \alpha_p + a_2 v_p + 2 a_2 \alpha_p \tan^{-1} \frac{\alpha_p}{v_p} \right) \quad (4.25)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial F_1}{\partial v_p} = C_a H_R \left(2 a_1 v_p - a_2 \alpha_p + 2 a_2 v_p \tan^{-1} \frac{\alpha_p}{v_p} \right) - Q_R \\ - 2 C_a C_v Q_R^2 |v_p| \end{aligned} \quad (4.26)$$

^{*}El supraíndice (1) indica valores estimados y el supraíndice (2) indica valores después de la primera iteración

$$\frac{\partial F_2}{\partial \alpha_p} = 1 - C_6 \left(2 a_3 \alpha_p + a_4 v_p + 2 a_4 \alpha_p \tan^{-1} \frac{\alpha_p}{v_p} \right) \quad (4.27)$$

$$\frac{\partial F_2}{\partial v_p} = C_6 \left(-2 a_3 v_p + a_4 \alpha_p - 2 a_4 v_p \tan^{-1} \frac{\alpha_p}{v_p} \right) \quad (4.28)$$

Si $|\delta\alpha_p|$ y $|\delta v_p|$ son menores que una tolerancia especificada (por ejemplo, 0.001), entonces $\alpha_p^{(2)}$ y $v_p^{(2)}$ son soluciones de las Ecs. (4.19) y (4.20). De otra manera, $\alpha_p^{(1)}$ y $v_p^{(1)}$ se asumen iguales a $\alpha_p^{(2)}$ y $v_p^{(2)}$, y el procedimiento anterior se repite hasta obtener una solución. Una vez que se determinaron α_p y v_p , se verifica que el segmento de la curva característica de la bomba usado en los cálculos corresponda a α_p y v_p . Si no corresponde, entonces α_c y v_c se asumen iguales a α_p y v_p , y se repite el procedimiento antes mencionado.

Sin embargo, si se usó el segmento correcto, entonces h_p y β_p se determinan con las Ecs. (4.7) y (4.8); H_p y Q_p con la Ec. (4.3); y $H_{p,i,1}$ y $Q_{p,i,1}$ con las Ecs. (4.9) y (4.17). Los valores de α y v se inicializan para el siguiente instante de tiempo (es decir, $\alpha = \alpha_p$ y $\beta = \beta_p$), y la solución progresa al siguiente instante. Para evitar un ilimitado número de iteraciones en el caso de divergencia de la solución, se puede usar un contador de manera que la subrutina de cálculo se detenga si el número de iteraciones excede un valor específico (por ejemplo, 30). El diagrama de flujo mostrado en la Fig. 4.3 ilustra este procedimiento.

4.5 CONDICIONES DE FRONTERA PARA CASOS ESPECIALES

En la sección 4.4, se desarrollaron las condiciones de frontera para un sistema con una sola bomba y una línea de succión corta. Debido a su corta longitud, la propagación de las ondas del golpe de ariete en la línea de succión fue despreciada. En esta sección, se desarrollarán condiciones de frontera para sistemas más complejos, frecuentemente encontrados en la práctica. Las condiciones de frontera para sistemas no tratados aquí pueden desarrollarse a través de procedimientos similares a los siguientes

Se describirá brevemente la configuración del sistema, y se presentarán las ecuaciones gobernantes y las expresiones para F_1 , F_2 , $\partial F_1/\partial \alpha_p$, $\partial F_1/\partial v_p$, $\partial F_2/\partial \alpha_p$, y $\partial F_2/\partial v_p$. Usando estas expresiones, las soluciones pueden ser determinadas como se indicó en la sección 4.4

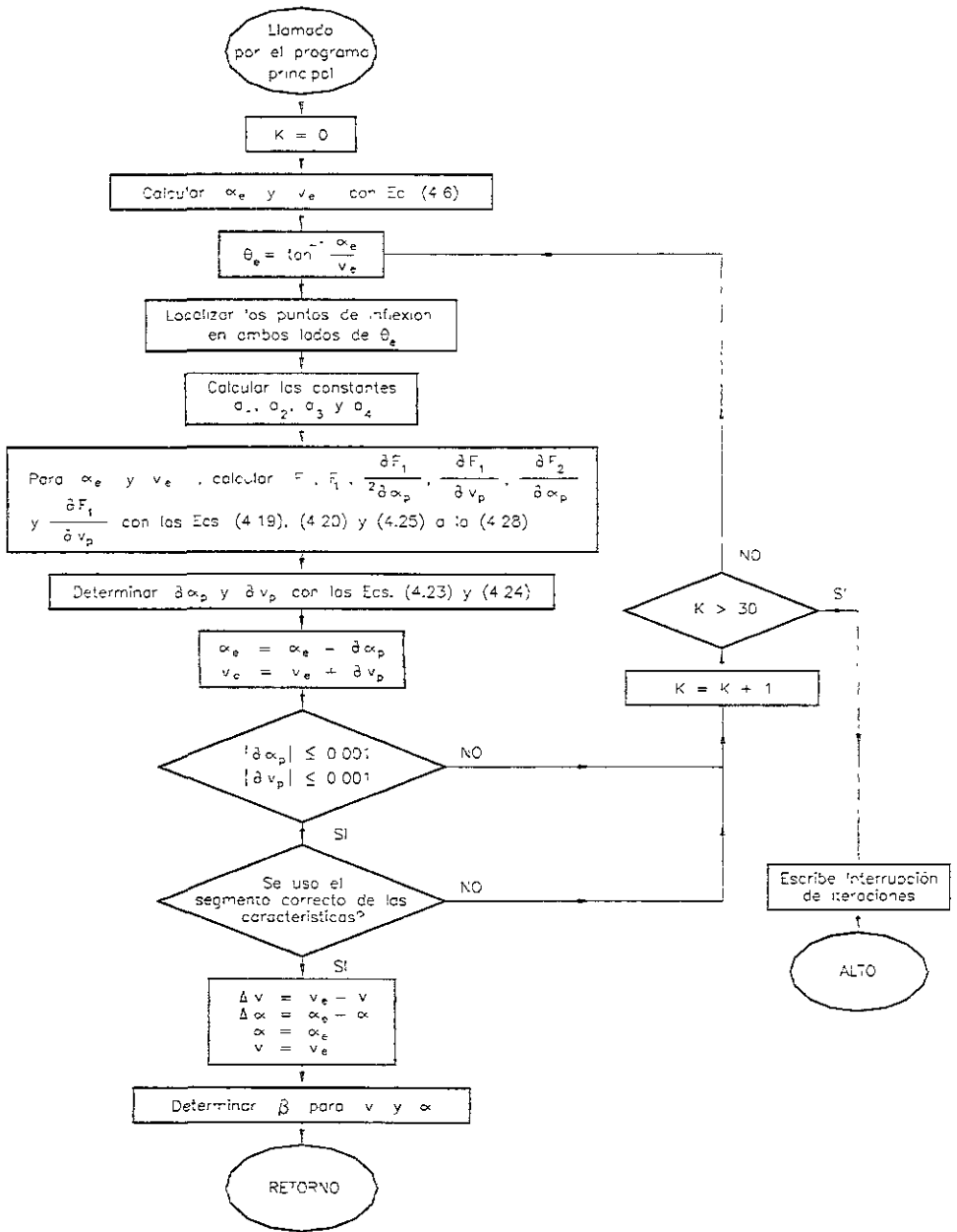


Figura 4.4. Diagrama de flujo para determinar las condiciones de frontera para una bomba.

Bombas en paralelo

Un sistema de bombas en paralelo a las cuales les falla simultáneamente la energía eléctrica, puede analizarse como sigue: Si la longitud de la tubería entre cada bomba y el múltiple de descarga es grande, entonces cada bomba puede ser manejada como en la sección 4.4, y el sistema de tuberías en paralelo puede analizarse usando las condiciones de frontera presentadas en el Capítulo 3 (Nótese que el múltiple de descarga puede considerarse como una unión de dos o más tubos). Sin embargo, si la tubería entre cada bomba y el múltiple de descarga es corta, entonces esta tubería puede despreciarse en el análisis, y la descarga combinada de todas las bombas puede considerarse como el flujo aguas arriba del múltiple de descarga. Las condiciones de frontera para el caso anterior se desarrollarán en esta sección.

La ecuación de continuidad para este caso es

$$Q_{P_{t,1}} = n_P Q_P \tag{4.29}$$

donde n_P es el número de bombas en paralelo.

Dependiendo de la longitud de la línea de succión, las condiciones de frontera para bombas en paralelo pueden dividirse en los dos siguientes casos:

1. *Línea de succión corta.* Si la línea de succión es corta, entonces las ondas del golpe de ariete en ésta pueden despreciarse. Con base en la Ec. (4.29), la Ec. (4.18) se transforma en

$$n_P Q_R v_P = C_n + C_a H_{suc} + C_a H_R h_P - C_a C_v Q_R^2 v_P | v_P | \tag{4.30}$$

Las Ecs (4.7), (4.8), y (4.14) son válidas también para este caso. Procediendo en forma similar a la sección 4.4, se obtienen las siguientes expresiones:

$$F_1 = C_a H_R a_1 (\alpha_P^2 + v_P^2) + C_a H_R a_2 (\alpha_P^2 + v_P^2) \tan^{-1} \frac{\alpha_P}{v_P} - n_P Q_R v_P - C_a C_v Q_R^2 v_P | v_P | + C_n + C_a H_{suc} = 0 \tag{4.31}$$

$$\frac{\partial F_1}{\partial v_P} \left(C_a H_R \left(2 a_1 v_P + a_2 \alpha_P + 2 a_2 v_P \tan^{-1} \frac{\alpha_P}{v_P} \right) - n_P Q_R - 2 C_a C_v Q_R^2 | v_P | \right) \tag{4.32}$$

Las expresiones para F_2 , $\partial F_1/\partial \alpha_p$, $\partial F_2/\partial \alpha_p$, y $\partial F_2/\partial v_p$ están dadas por las Ecs. (4.20), (4.25), (4.27), y (4.28), respectivamente.

2. *Línea de succión larga* (Fig. 4.5). Si la línea de succión no es corta comparada con la línea de descarga, entonces el golpe de ariete en la primera tiene que ser considerado en el análisis. Por lo tanto, se debe incluir la ecuación característica para la línea de succión. Con referencia a la Fig. 4.5, se tiene que

$$H_P = H_{P_{i-1,1}} - H_{P_{i,n-1}} \quad (4.33)$$

$$Q_{P_{i,n+1}} = C_P - C_{a_i} H_{P_{i,n+1}} \quad (4.34)$$

$$Q_{P_{i+1,1}} = C_n + C_{a_{i+1}} H_{P_{i+1,1}} \quad (4.35)$$

$$Q_{P_{i,n+1}} = Q_{P_{i+1,1}} = n_P Q_P \quad (4.36)$$

Además, las Ecs. (4.7), (4.8) y (4.14) son válidas para este caso.

Multiplicando la Ec. (4.34) por $C_{a_{i+1}}$, la Ec. (4.35) por C_{a_i} , sustituyendo a $Q_{P_{i,n+1}}$ y $Q_{P_{i+1,1}}$ por la Ec. (4.36), y sumando las ecuaciones resultantes, se obtiene

$$n_P Q_P (C_{a_i} + C_{a_{i+1}}) = C_n C_{a_i} - C_P C_{a_{i+1}} + C_{a_i} C_{a_{i-1}} H_P \quad (4.37)$$

Al usar Q_R y H_R como valores de referencia, la Ec. (4.37) puede escribirse como

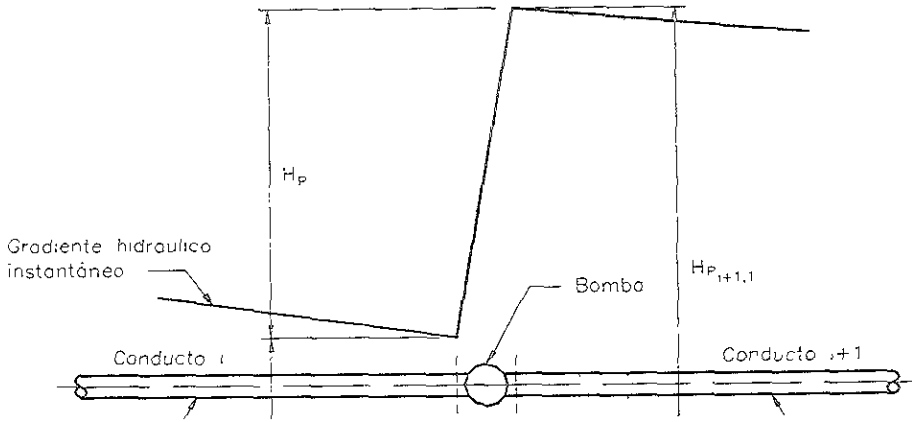
$$h_P = \frac{n_P (C_{a_i} + C_{a_{i-1}}) Q_R v_P - C_n C_{a_i} - C_P C_{a_{i+1}}}{C_{a_i} C_{a_{i-1}} H_R} \quad (4.38)$$

Eliminando h_P de las Ecs. (4.7) y (4.38) se obtiene

$$F_1 = a_1 (\alpha_p^2 + v_p^2) + a_2 (\alpha_p^2 - v_p^2) \tan^{-1} \frac{\alpha_p}{v_p} - C_7 v_p - C_8 = 0 \quad (4.39)$$

donde

$$C_7 = \frac{n_P (C_{a_i} + C_{a_{i-1}}) Q_R}{C_{a_i} C_{a_{i+1}} H_R} \quad (4.40)$$



CAPÍTULO 5

EL MOMENTO POLAR DE INERCIA

5.1 INTRODUCCIÓN

De acuerdo con el análisis presentado en el capítulo anterior, en la simulación de los flujos transitorios asociados con el arranque y paro de los equipos de bombeo se requiere de la inercia combinada de las bombas y motores que las operan, incluyendo las flechas, coples y el líquido dentro del impulsor, así como de las curvas características de cuatro cuadrantes presentadas en la sección 4.3, donde se muestran las relaciones entre el gasto, velocidad de giro, torque y carga de las bombas. En la medida de lo posible, esta información se debe obtener de los fabricantes. No obstante, con frecuencia no se dispone de estos datos en el momento en que se emprenden muchos de los estudios de transitorios.

Esta situación ha propiciado el uso común de fórmulas empíricas para estimar los valores del momento polar de inercia, y para estimar las características de la bomba, hacer interpolaciones y aún extrapolaciones, utilizando las pocas curvas conocidas que se reportan en la literatura o con las curvas archivadas durante el ejercicio profesional. Tentativamente, estos valores pueden usarse como una primera aproximación razonable al no contar con datos más precisos.

Las ecuaciones y gráficas presentadas en este capítulo son el resultado de las investigaciones de varios autores (Ref. 3, 5 y 6), quienes de manera independiente obtuvieron distintas expresiones para la estimación del momento polar de inercia del conjunto bomba-motor. También se presentan los resultados de un análisis de sensibilidad para conocer la influencia de WR^2 junto con otras variables en las prestaciones transitorias debidas a un paro súbito de los equipos de bombeo. Todo lo anterior es precedido por algunas revisiones de conceptos básicos relacionadas con el tema.

5.2 DEFINICIÓN DE MOMENTO POLAR DE INERCIA

Al estudiar el movimiento de un cuerpo suele considerarse éste como un sistema de puntos materiales y por ello suelen encontrarse en dicho estudio expresiones en las que interviene la masa de un punto material y el cuadrado de su distancia a una línea o un plano. Este producto se denomina momento de segundo orden, o más frecuentemente, momento de inercia de la masa del punto con respecto a la línea o el plano. El momento de inercia de un sistema de puntos materiales (sistema de masas o cuerpo) con respecto a una línea o un plano es la suma de los momentos de inercia de los puntos con respecto a la línea o el plano dados. Así, si se designan por m_1, m_2, m_3, \dots las masas de los puntos de un sistema, y por r_1, r_2, r_3, \dots las distancias de los puntos de una línea dada, el momento de inercia del sistema puede expresarse como sigue

$$\begin{aligned} I &= m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + m_3 r_3^2 + \dots \\ &= \Sigma m r^2. \end{aligned} \quad (5.1)$$

Si el sistema de masas constituye un cuerpo continuo la suma de la ecuación anterior puede reemplazarse por una integral definida y la expresión del momento de inercia del cuerpo se convierte entonces en

$$I = \int r^2 dM, \quad (5.2)$$

en la que dM representa un elemento de masa del cuerpo y r es la distancia del elemento a la línea o el plano dados. Los límites de la integral tienen, por supuesto, que escogerse de modo que cada elemento de masa del cuerpo esté incluido en la integración. Por consiguiente, el momento de inercia de la masa de un cuerpo con respecto a una línea o a un plano puede definirse como la suma de todos los productos obtenidos multiplicando cada masa elemental del cuerpo por el cuadrado de su distancia a la línea o el plano dados.

Así, para una disco delgado, cuya masa está esencialmente en el plano xy , se tienen las siguientes relaciones (ver Fig. 5.1):

$$I_x = \int x^2 dM \quad (5.3)$$

$$I_y = \int y^2 dM \quad (5.4)$$

$$J_o = \int r^2 dM = \int (x^2 + y^2) dM = I_x + I_y \quad (5.5)$$

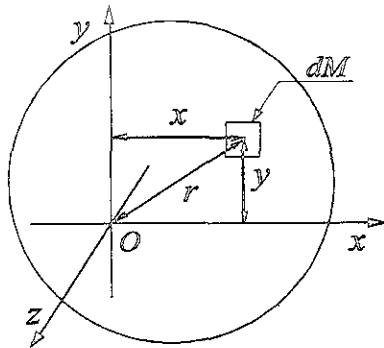


Figura 5.1. Disco delgado de masa M en el plano xy .

donde I_x , I_y son los momentos de inercia axiales respecto a los ejes x y y , respectivamente, y J_o = momento de inercia axial respecto al eje z , al que se llama también *momento polar de inercia*, al asumir por convención que el eje z es perpendicular al plano xy que pasa por el punto O .

El momento polar de inercia se interpreta físicamente como una medida de la resistencia a la *aceleración rotacional que resulta de la masa o inercia de un cuerpo que gira alrededor de un eje perpendicular al plano del movimiento*

Momento de inercia de cuerpos compuestos. Si un cuerpo puede dividirse en varias partes finitas, conociéndose el momento de inercia de cada una de estas partes, puede obtenerse el momento de inercia del cuerpo dado, sumando los momentos de inercia de las diferentes partes. De una manera análoga, si se suprimen algunas partes de un cuerpo, el momento de inercia de la parte que queda puede obtenerse restando del momento de inercia original la suma de los momentos de inercia de las partes suprimidas

Por ejemplo, si se conoce el momento de inercia de cada una de las partes que componen una bomba (es decir, motor, impulsor, flecha, cople, etc.), puede obtenerse el momento de inercia de la bomba en su conjunto sumando algebraicamente los momentos de inercia de las partes que la componen

5.3 REVISIÓN DE UNIDADES

En varias pruebas estándar de transitorios hidráulicos es común que el momento polar de inercia se exprese de diferentes maneras, unas veces de manera ambigua y otras sin especificar las unidades en uso. Por lo anterior, a pesar de que se dispone de varias expresiones para su estimación, deficiencias como éstas limitan su utilidad.

No se ha dado ningún nombre especial de una sola palabra a la unidad de momento de inercia de un cuerpo y por ello se usan las unidades de masa y de longitud [ML^2]. Así, si se expresa en kilogramos la masa de un cuerpo y sus dimensiones en metros, el momento de inercia del cuerpo estará expresado en unidades kilogramo (masa) por metro cuadrado (que se escribe $\text{kg}\cdot\text{m}^2$).

Algunos fabricantes de bombas expresan el momento de inercia en unidades $\text{slug}\cdot\text{ft}^2$, ya que en el sistema inglés la unidad de longitud es el pie y la unidad de masa es una unidad derivada de las unidades de fuerza y aceleración que los británicos llaman slug (derivada de la palabra inglesa *sluggishness*, pesadez, que sugiere la inercia), que es la unidad de masa cuyo peso es 32.2 lb, valor estándar de la gravedad g en pies/segundo cuadrado.

También hay que tener en cuenta que independientemente de las unidades, los fabricantes de bombas pueden dar el momento polar de inercia de dos formas diferentes: WR^2 o GD^2 . En la forma designada como WR^2 el número que se indica corresponde al momento de inercia real en las unidades correspondientes. En la forma designada como GD^2 , el número que se indica corresponde al momento de inercia real multiplicado por cuatro en las unidades correspondientes. Para obtener el momento de inercia real debe dividirse el número asignado por cuatro. Por ejemplo, en la forma GD^2 el fabricante asignaría el valor $795 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$ a la inercia de una máquina con inercia real de $198.75 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$. Esta última es la que debemos ingresar al programa.

Otro aspecto importante a tomar en cuenta es no aceptar valores del momento polar de inercia expresados en unidades de fuerza, ya que en algunas ocasiones se ha expresado erróneamente en libras o newtons por metro cuadrado; lo anterior es un error conceptual del momento polar de inercia, derivado probablemente de su misma nomenclatura de origen inglés, WR^2 , dado que es común en términos técnicos utilizar la letra W para denotar el peso de un cuerpo (en inglés weight), que es una fuerza; sin embargo, no debe confundirse el peso de un cuerpo con su masa inercial. En este caso, lo que denota WR^2 es el producto de una masa inercial por el cuadrado de una longitud, tal como se definió en la sección 5.2, y en adelante será expresado en unidades kilogramo (masa) por metro cuadrado ($\text{kg}\cdot\text{m}^2$).

En resumen, para la captura de datos del programa de simulación, se recomienda revisar previamente el sistema de unidades que utiliza el programa y garantizar así la consistencia con los valores que se ingresarán, los cuales deben ser dimensionalmente homogéneos, esto con el fin de no obtener resultados equivocados debidos a las unidades.

5.4 ECUACIONES DEL MOMENTO POLAR DE INERCIA

A continuación se presentan algunas expresiones para estimar el momento polar de inercia, WR^2 . Los valores obtenidos con estas expresiones deben usarse como valores preliminares mientras no se disponga de la información del fabricante.

Una de las fórmulas empíricas con mayor aceptación es la propuesta por Donsky (Ref. 9):

$$WR^2 = 150 \left(\frac{P}{N} \right)^{1.435} \quad (5.6)$$

donde

$$\begin{aligned} WR^2 &= \text{momento polar de inercia en kg-m}^2 \\ P &= \text{potencia del motor en HP} \\ N &= \text{velocidad de rotación en rpm} \end{aligned}$$

con la cual se obtiene el momento polar de inercia combinado del impulsor, rotor, flecha, cople y el líquido en rotación.

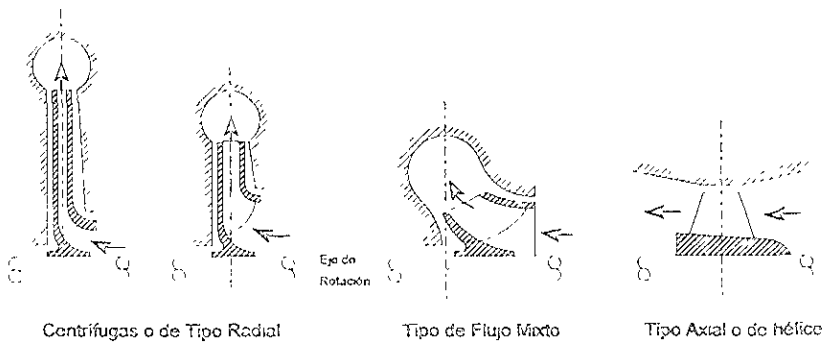


Figura 5.2. Trayectorias de las partículas fluidas a través del impulsor de bombas de tipo radial o centrífugas, mixto y axial

Por su parte, el Dr. Soldán Córdoba (Ref. 3) efectuó un análisis de regresión utilizando valores de varios equipos de bombeo empleados en sistemas de circulación y de abastecimiento de agua de nuestro país, donde se tienen bombas de flujo axial, radial y mixto (ver Fig. 5.2), y obtuvo las siguientes correlaciones:

a) Para bombas de flujo axial,

$$WR^2 = 149.23 \left(\frac{P}{N} \right)^{1.5285} \quad r^2 = 0.95 \quad (5.7)$$

siendo r^2 el coeficiente de correlación. Con la potencia en HP y la velocidad de rotación en rpm, se obtiene el momento polar de inercia en $\text{kg}\cdot\text{m}^2$, que incluye al impulsor, rotor, flecha, cople y líquido en rotación.

b) Para bombas de flujo radial,

$$WR^2 = 92 \left(\frac{P}{N} \right)^{1.253} \quad r^2 = 0.93 \quad (5.8)$$

c) y para valores combinados de bombas de flujo radial, axial y mixto,

$$WR^2 = 141.86 \left(\frac{P}{N} \right)^{1.1143} \quad r^2 = 0.87 \quad (5.9)$$

De los resultados anteriores, se aprecia que la mejor correlación se presentó utilizando los valores de las bombas de flujo axial. Ec. (5.7).

Thorley (Ref. 5) realizó un estudio para estimar la inercia de la bomba separadamente de la inercia del motor. Utilizando la información de diferentes fabricantes, que cubren una amplia variedad de bombas rotodinámicas empleadas en distintas áreas, efectuó un análisis de regresión y obtuvo las siguientes ecuaciones:

a) Al comprimir 284 valores proporcionados por cinco fabricantes de bombas, encontró que el momento polar de inercia del impulsor de la bomba, incluyendo el líquido en rotación y la flecha donde el impulsor está montado, y sin tomar en cuenta el rotor, se puede estimar con la expresión

$$WR^2 = 1.134(10)^7 \left(\frac{P}{N^3} \right)^{0.9556} \quad r^2 = 0.96 \quad (5.10)$$

donde P es la potencia en HP, N la velocidad de rotación en rpm y WR^2 el momento polar de inercia de la bomba (sin motor) en $\text{kg}\cdot\text{m}^2$.

b) Un conjunto de 28 valores proporcionados por un fabricante para un tipo particular de bomba claramente se separa de la masa general de valores, y éstos han sido caracterizados por la ecuación

$$WR^2 = 1.049(10)^6 \left(\frac{P}{N^3} \right)^{0.844} \quad r^2 = 0.903 \quad (5.11)$$

La ecuación anterior (5.11) tampoco incluye el rotor y se aplica a bombas relativamente pequeñas de diseño ligero y flujo estrictamente radial, cuya inercia máxima es de tan sólo 0.0465 $\text{kg}\cdot\text{m}^2$. Esto sugiere que hay una influencia secundaria en la inercia debida a un factor de forma.

Los coeficientes de correlación de las Ecs. (5.10) y (5.11) son bastante elevados considerando la variedad de fabricantes y tipos de bombas. No obstante, a pesar de estas aparentemente buenas correlaciones, el rango verdadero de inercias por arriba y por abajo de la línea obtenida en la regresión lineal es del orden de +100% y -50%. Según Thorley, esto sólo será importante en aquellos sistemas donde la rapidez a la que las bombas cambian su velocidad es significativa, tales como en redes o tuberías cortas de 5 kilómetros o menos. Esto puede revisarse fácilmente haciendo un análisis con la inercia estimada, después duplicándola y finalmente reduciéndola a la mitad.

Para estimar la inercia de la bomba en un caso particular, es necesario estimar la potencia mecánica y la velocidad de rotación. La potencia mecánica P está relacionada a la carga total H y gasto Q según la expresión

$$P = \frac{\rho_s Q H}{76 \eta} \quad (5.12)$$

donde

P	potencia mecánica del motor en HP
Q	gasto en m ³ /s
H	carga total en m
ρ	densidad del fluido, en kg/m ³
η	eficiencia de la bomba (adimensional)

Las condiciones ideales de operación H_0, Q_0 , serán las condiciones para flujo permanente inicial H_R, Q_R . Para un caso determinado, se conocerán las condiciones de diseño H_0, Q_0 , pero se tendrá que suponer la eficiencia probable de la bomba. En bombas modernas, la eficiencia fluctúa en el rango de 70 - 85%, donde los valores más altos están asociados con las máquinas más grandes.

Se requieren más estudios concernientes a la velocidad de rotación N . Las velocidades de las bombas utilizadas por Thorley fueron de 590, 740, 980, 1450 y 2900 rpm., lo cual es una de las causas de la dispersión en sus correlaciones. Las velocidades más comunes fueron 1450 y 2900 rpm., siendo 740 rpm la siguiente más común. Si durante el análisis se tiene incertidumbre sobre la velocidad de rotación más probable, es prudente considerar inercias para dos o quizás tres velocidades posibles para un caso particular.

Al utilizar la Ec. (5.10) ó (5.11) se obtiene la inercia del impulsor de la bomba con el líquido en rotación y la flecha. A esta inercia deberá sumarse la inercia del motor. Para estimarla, Thorley efectuó una regresión con 272 valores de motores y encontró la siguiente ecuación:

$$WR^2 = 76.7 \left(\frac{P}{N} \right)^{1.48} \quad r^2 = 0.97 \quad (5.13)$$

donde P es la potencia en HP, N la velocidad de rotación en rpm y WR^2 el momento polar de inercia del motor en kg·m².

Los datos siguen la regresión bastante bien. Sin embargo, los motores muy pequeños (es decir, con inercias entre 0.002 y 0.005 kg·m²) tienden a separarse de la línea de regresión.

Un punto interesante acerca de este conjunto de datos es que, además de la información recolectada a lo largo de la historia, aproximadamente el 60% de los valores son de motores modernos. Esto no sólo extiende el rango de valores, sino también indica que, contrariamente a la creencia popular, no hay una diferencia significativa entre las inercias de los motores viejos y nuevos.

Desde el punto de vista de obtener información para el análisis de transitorios, puede notarse que mientras los fabricantes de bombas tienen dificultades para proporcionar el valor de la inercia de los elementos rotatorios, los fabricantes de motores pueden hacerlo siempre que cuenten con la potencia y la velocidad de rotación. De cualquier manera, la Ec. (5.13) es bastante adecuada para análisis preliminares.

Entonces, siguiendo a Thorley y con base en la definición del momento de inercia de cuerpos compuestos vista en la sección 5.2, el momento polar de inercia total para el conjunto bomba-motor estará dado por la suma algebraica de las inercias de la bomba y el motor, que se obtuvieron separadamente utilizando las Ecs. (5.10) ó (5.11), y la (5.13), respectivamente.

En la Fig. 5.3 se grafican algunos valores del momento polar de inercia obtenidos con las fórmulas anteriores, para distintas velocidades de rotación de bombas.

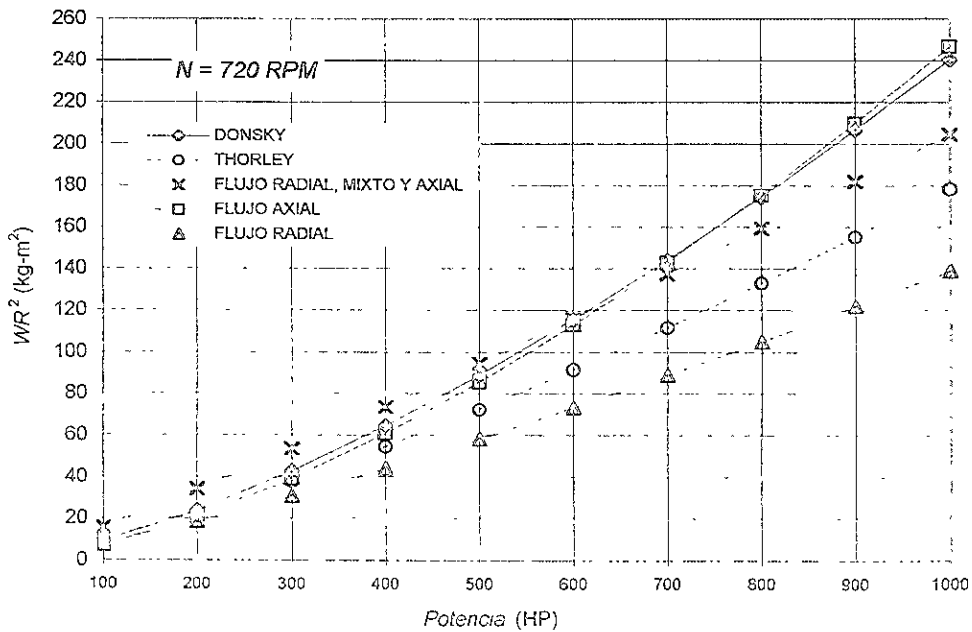


Figura 5.3. Valores del momento polar de inercia, WR^2 , según las fórmulas empíricas propuestas, en función de la Potencia y la velocidad de rotación N .

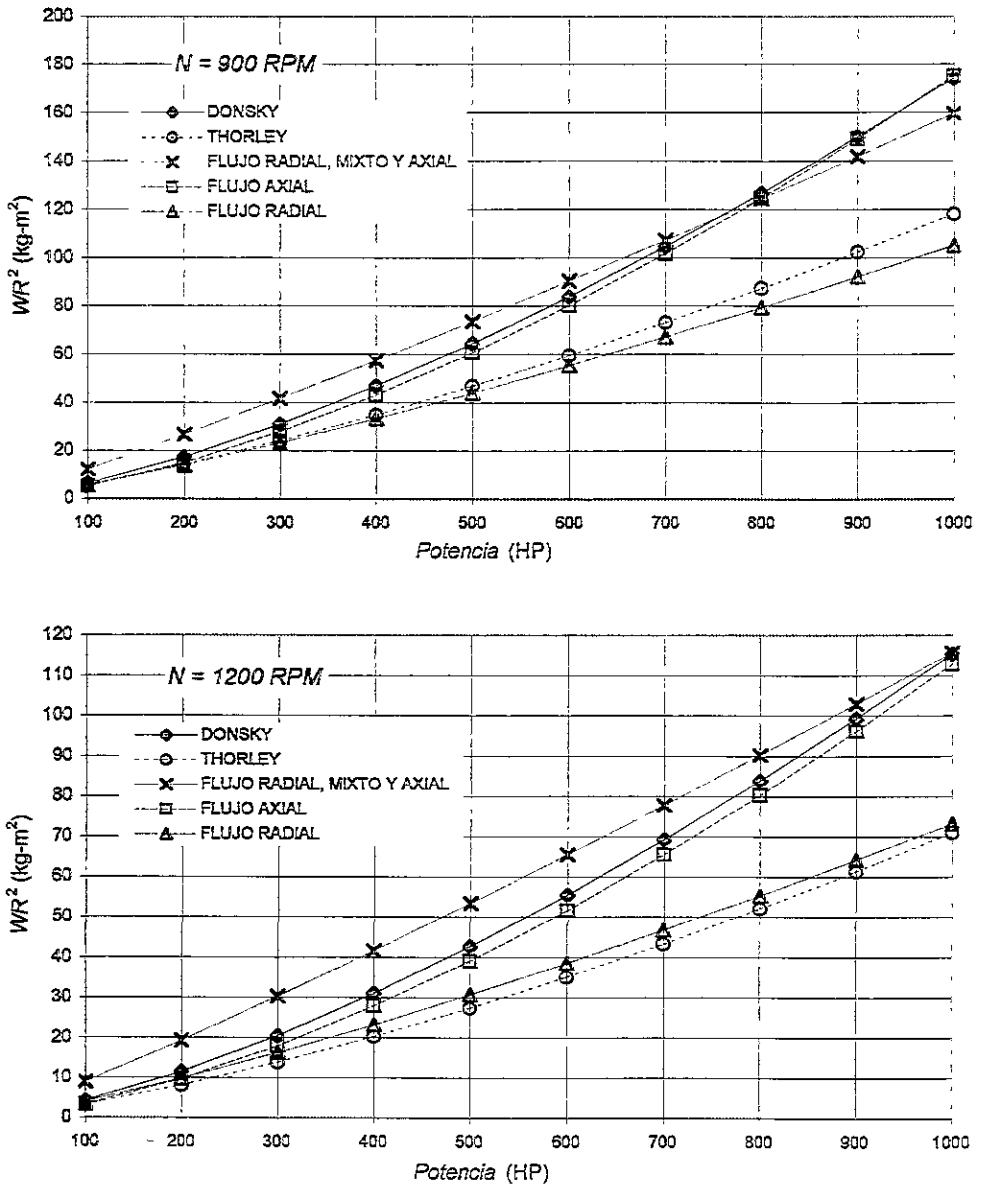


Figura 5.3. (Continuación)

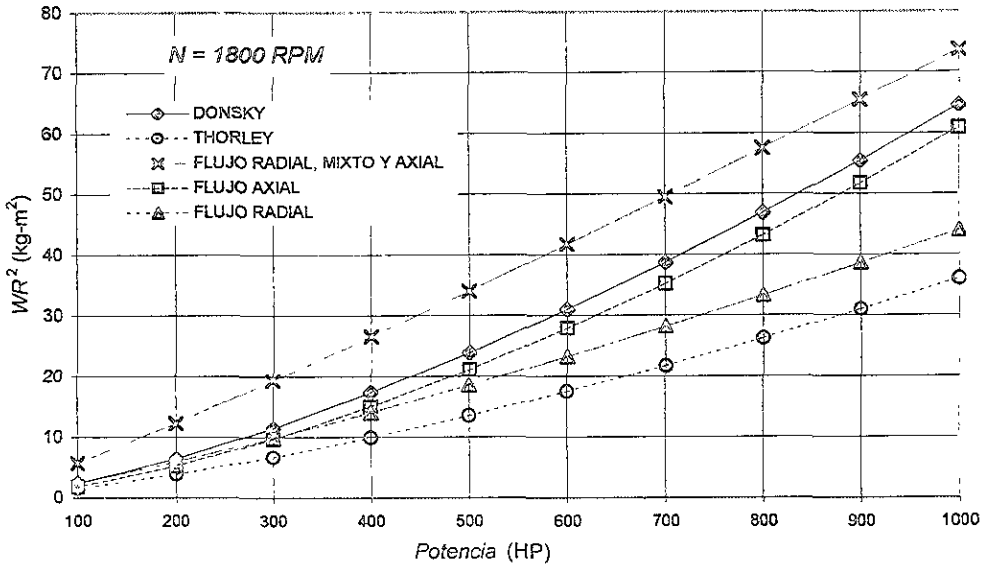


Figura 5.3. (Continuación)

5.5 ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD

En muchos de los estudios de transitorios, la primera aproximación de WR^2 obtenida con las expresiones anteriores suele convertirse en la única y definitiva, quedando siempre la duda de qué tan reales son los resultados, ya que para algunas de estas expresiones el rango verdadero de inercias por arriba y por abajo de la línea obtenida en la regresión es bastante amplio. Para tener una idea razonable del rango entre el cual estará el valor real, se recomienda hacer el análisis con la inercia estimada, después duplicándola y finalmente reduciéndola a la mitad

Como se vió en el Capítulo 4, la condición más desfavorable para el diseño de un sistema de bombeo generalmente la constituye el disparo o falla de las bombas. La presión mínima generada por esta condición se puede expresar de la siguiente forma:

$$H_{m} = f(\rho, \omega R^2, \eta, H, a, N, L, D) \tag{5.14}$$

donde

H_m	presión mínima debida al transitorio, en m
Q	gasto, en m ³ /s
D	diámetro, en m
WR^2	momento polar de inercia, en kg·m ²
η	eficiencia de la bomba, adimensional
H	carga de la bomba, en m
L	longitud de la tubería, en m
a	celeridad de onda, en m/s
N	velocidad de rotación, en rpm

Con el fin de determinar la importancia de las variables que intervienen en el flujo transitorio, se realizó un análisis de sensibilidad en el cual se ajustó una superficie plana al comportamiento de la carga mínima (Ref. 3), resultando la siguiente expresión:

$$H_m = 0.201 + 0.146 \ln \left(\frac{\alpha \cdot \eta \cdot N^2 \cdot WR^2}{1785540 \cdot L \cdot H \cdot Q} \right) - 0.136 \ln \left(\frac{4 \cdot Q \cdot \alpha}{61.57 \cdot H \cdot D^2} \right) \quad (5.15)$$

La influencia en H_m debida a la variación de los otros términos se puede encontrar por medio de la siguiente fórmula:

$$E^2 H_m = \left(\frac{\partial H_m}{\partial Q} \right)^2 E^2 Q + \left(\frac{\partial H_m}{\partial D} \right)^2 E^2 D + \left(\frac{\partial H_m}{\partial WR^2} \right)^2 E^2 WR^2 + \left(\frac{\partial H_m}{\partial \eta} \right)^2 E^2 \eta + \left(\frac{\partial H_m}{\partial H} \right)^2 E^2 H + \left(\frac{\partial H_m}{\partial L} \right)^2 E^2 L + \left(\frac{\partial H_m}{\partial \alpha} \right)^2 E^2 \alpha + \left(\frac{\partial H_m}{\partial N} \right)^2 E^2 N \quad (5.16)$$

donde

$E^2 H_m$ es el error que se le asigna a la presión mínima y es originado por los cambios en las otras variables.

$\frac{\partial H_m}{\partial i}$ es la variación que sufre la presión mínima cuando cambia la variable i , $i = Q, D, WR^2, \eta, H, L, \alpha, N$

E_i es el error que se comete al medir la variable i .

Para cuantificar los términos de la Ec.(5.16), se reemplazaron datos de dos diferentes bombas grande y chica, y con longitudes de conducto largo y corto. Los resultados encontrados fueron:

La influencia en bombas chicas, ya sea para conducto largo o corto, resultó ordenada como sigue. $Q, D, WR^2, \eta, H, L, a, N$.

Para bombas grandes, en cambio, el orden de influencia varió dependiendo de la longitud de la tubería de conducción; con longitud corta fue: $Q, \eta, D, L, WR^2, H, N, a$. Con longitud larga, $Q, \eta, D, WR^2, H, N, L, a$.

En otro estudio (Ref. 9) se realizó una serie de simulaciones numéricas del disparo de bombas, para detectar la influencia de la variación del momento polar de inercia. En este estudio se concluyó que dicha variación calculada con cualquiera de las expresiones hasta entonces conocidas no era significativa, y su influencia en los resultados no era apreciable. Sin embargo, se debe tomar en cuenta que en este estudio se simuló solamente un sistema con bombas grandes

CAPÍTULO 6

CONTROL DE TRANSITORIOS EN PLANTAS DE BOMBEO

6.1 INTRODUCCIÓN

El transitorio hidráulico más peligroso en las conducciones hidráulicas es, habitualmente, el paro accidental de las bombas por cese involuntario del suministro eléctrico de los motores. La unidad motor-bomba sin energía eléctrica queda librada a la acción del flujo de agua a través de la bomba. Dicho flujo detiene al impulsor, invierte su sentido de rotación en pocos segundos y lo acelera violentamente hasta alcanzar velocidades de rotación que pueden superar ampliamente la velocidad de régimen de la máquina y causarle daños significativos. Este fenómeno es, sin duda, uno de los aspectos esenciales del transitorio hidráulico pues lo produce y condiciona su evolución en el tiempo.

El fenómeno se origina en la onda de depresión que genera la planta al irse deteniendo. De no existir un dispositivo de control primario, esta onda avanzaría por el conducto causando, en los puntos altos de la línea, depresiones que pueden colapsar tuberías, separar la columna líquida o introducir volúmenes importantes de aire que al ser expulsados, pueden producir fuertes aceleraciones del agua y el consiguiente golpe de ariete con origen en el punto de salida.

Los dispositivos de control de los transitorios hidráulicos tienen el propósito de evitar el daño estructural que puede producir el golpe de ariete sobre las tuberías y/o las máquinas. En este capítulo se realiza una revisión de la operación de cinco dispositivos de control de fenómenos transitorios, los cuales son: la torre de oscilación, el tanque unidireccional, la cámara de aire, la válvula de alivio y el incremento de la inercia de las masas giratorias de la unidad bomba-motor.

Antes de abordar la revisión de cada uno de estos dispositivos, se presenta una breve descripción de los problemas de mayor significación que el proyectista debe resolver en el diseño de la conducción, los cuales deben ser evaluados y controlados adecuadamente. Asimismo, se demuestra que para cada problema de los que pueden acontecer en el sistema luego de un paro accidental del bombeo, existen condiciones especialmente adversas y que en general éstas no son las mismas para todos los problemas.

Finalmente se expone un criterio para decidir el tipo de dispositivo de control que debe emplearse en cada acueducto, en función de la topografía. También se incluye una reflexión de tipo general referida a las condiciones de operación segura del sistema de la cual se extraen consecuencias prácticas referidas al diseño.

6.2 DESCRIPCIÓN DE LOS PROBLEMAS CREADOS POR LOS TRANSITORIOS HIDRÁULICOS

Los problemas que se producen en las conducciones debido a los transitorios hidráulicos son de tres tipos, a saber: problemas de sobrepresiones, de depresiones y de sobrevelocidad en las máquinas.

a) Problemas de sobrepresiones

Se denomina sobrepresión en un punto de una conducción a presión a toda presión superior a la presión de trabajo. Los problemas de sobrepresión son los más sencillos de comprender puesto que la existencia de una presión superior a la presión de trabajo, aunque sea una sobrepresión transitoria, supone un incremento de las tensiones en el material de la tubería. Si dicho aumento tiene tal magnitud que produce deformaciones plásticas en la tubería o produce su rotura, es evidente que desde la etapa del proyecto debe evitarse. Cuando el proyectista calcula la tubería debe establecer una cota de presiones máximas admisibles en todo punto de la misma. Esta cota determina la *clase* de la tubería en cada tramo de la misma. Los fabricantes cuando determinan la *clase*, o lo que es lo mismo, la presión manométrica que la tubería soporta sin daño, no establecen diferencias entre presiones estacionarias y transitorias. Por lo tanto, en el diseño se trata siempre de que la clase de cada tramo de tubería esté por encima de la presión manométrica máxima (estacionaria o transitoria) que el tramo debe soportar cuando forme parte de la conducción. La elección de la clase de tubería debe decidirse en función del costo de la misma. Cuanto más resistente ésta sea, mayor será su costo. En consecuencia, el proyectista con una visión de conjunto de la conducción que está diseñando, es el que debe tomar las decisiones que lleven a la solución segura de menor costo.

b) Problemas de depresiones

Se denomina depresión a toda presión absoluta menor que la presión atmosférica. Si la tubería está enterrada la presión media exterior que la tubería soporta es mayor que la atmosférica dependiendo del tipo de suelo y la profundidad. Ello debe tenerse en cuenta al diseñar estructuralmente las tuberías enterradas pues deben resistir la presión exterior con la presión atmosférica en el interior (es decir, condición de tubería vacía).

Los problemas de las depresiones en la conducción son los más frecuentes cuando se trata de transitorios creados por el paro accidental de una planta de bombeo, caso descrito en el capítulo 3. En un orden de gravedad decreciente, estos problemas pueden clasificarse en tres clases:

1) Colapso de la tubería

Al reducirse la presión interior y tomar valores por debajo de la presión media exterior, el tramo de tubería afectado trabaja a la compresión en el sentido de las tensiones según la circunferencia. Si estas tensiones son suficientemente altas se comprende que puede producirse un fenómeno de pandeo de la pared de la tubería que lleve a su colapso, como se ilustra en la Fig. 6.1. No es fácil establecer cuál es la depresión mínima que puede producir el colapso, puesto que una vez colocada la tubería, la forma del perímetro puede modificarse respecto a la circunferencia original y de acuerdo con la forma resultante ésta será más o menos sensible al colapso.

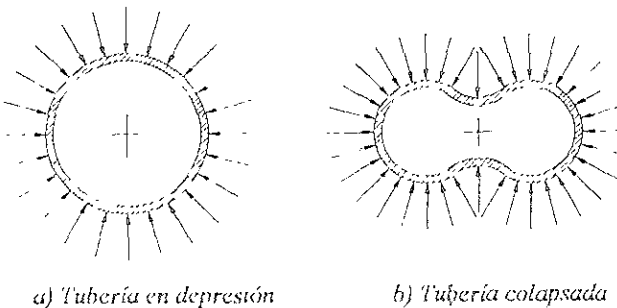


Figura 6.1. Colapso de la tubería por depresión

2) *Separación de la columna rígida*

Si la tubería no se colapsa, el descenso de la presión en el interior de la misma puede dar origen a la vaporización del agua a la temperatura ambiente. En efecto, si la presión absoluta se aproximase a 0,25 m.c.a. para una temperatura ambiente de 20°C, la fase líquida se transforma en fase gaseosa y se forman burbujas de tamaños diversos en el seno del líquido. Dependiendo de la severidad del transitorio, puede tenerse en el interior de la conducción un estado de cavitación transitoria y aún más, puede generarse una gran cavidad de vapor de agua y gases disueltos que provocan la franca separación de la columna rígida. En este caso, puede presentarse un fenómeno de superposición de ondas en la zona donde se separa la columna, el cual genera sobrepresiones de gran magnitud que se caracterizan por la presencia de picos o "espigas" de sobrepresión que exceden el valor estimado por la fórmula de Joukowsky (Ref. 10).

3) *Entrada de aire en la tubería*

La tercera clase de fenómenos asociados a la depresión en un tramo de una tubería es la entrada de aire atmosférico, en virtud de las conexiones con la atmósfera que la tubería debe tener a través de las válvulas de admisión y expulsión de aire. La entrada de aire a la tubería es en principio un hecho que debe evitarse pues puede dar lugar a varios tipos de fenómenos peligrosos por las sobrepresiones que pueden generarse. Uno de estos fenómenos consiste en el aumento de presión que puede sobrevenir en la expulsión posterior de ese volumen de aire por alguna conexión entre la tubería y la atmósfera. Estas conexiones pueden ser las válvulas de expulsión rápida de aire o también de conexión de la tubería con un tanque de almacenamiento. La expulsión puede generar un golpe de ariete en la conexión de la tubería a la atmósfera puesto que, para igual diferencia de presión a través de un orificio (es decir, la conexión a la atmósfera), el gasto de agua expulsado es 29 veces menor que el gasto de aire expulsado para dicha diferencia de presión. Por lo tanto, cuando se expulsa el aire contenido dentro de la tubería, el agua que le sigue sufre un verdadero choque contra el orificio. Esto produce un súbito descenso de la velocidad con la que estaba fluyendo el agua que era la velocidad con que fluía la columna de aire. Este descenso de velocidad produce un incremento de carga en la conexión cuya magnitud puede ser peligrosa. En consecuencia, para evitar la expulsión accidental de aire por lugares no previstos de la conducción deberá evitarse su entrada.

c) Problemas de sobrevelocidad

Como se estudió en el capítulo 4, al sufrir un paro accidental debido al cese del suministro eléctrico, las bombas quedan libradas a la acción combinada del flujo, que tiende a invertirse, y de la inercia de las masas en rotación. De esta acción combinada resulta, en general, una inversión en la velocidad de la máquina que comienza al cabo de pocos segundos a girar al revés. Es claro que si esta velocidad en reversa aumenta por sobre la velocidad de régimen de la máquina, las partes que giran son sometidas a esfuerzos debido a la fuerza centrífuga, que son proporcionales, como lo es la aceleración centrípeta, a N^2 donde N es la velocidad angular de rotación. Por lo tanto, si $N/N_R = 1.4$ siendo N_R la velocidad angular de diseño, se tienen en las partes rotatorias esfuerzos del orden del doble que en rotación normal. Esto puede ocasionar daños muy serios a la máquina, sobre todo si el fenómeno persiste en el tiempo, como puede ocurrir cuando una válvula de descarga queda abierta y el flujo se regresa de la línea de conducción al tanque de succión a través de la máquina

6.3 CONDICIONES DE OPERACIÓN

Examinados los tres tipos de problemas que ocurren en las conducciones de agua a presión (es decir, sobrepresiones, depresiones y sobrevelocidad), es necesario analizar en qué condiciones de operación del acueducto puede sobrevenir uno u otro tipo de problema.

Es rara la instalación que posee una sola condición de operación, esto es, un solo gasto Q y una sola carga estática de bombeo H_s . En general, el acueducto se debe diseñar para operar correctamente con varios gastos Q_1, Q_2, \dots, Q_m . En dicho caso el acueducto debe disponer de varias máquinas en paralelo. Sean m dichas máquinas. Es más preciso caracterizar la condición de operación por el número de bombas en paralelo que están trabajando. Asimismo pueden variar las cargas estáticas de bombeo por variación de los niveles de los tanques de succión y de descarga. En particular, este último fenómeno es muy acentuado cuando el tanque de succión es una presa cuyo nivel está condicionado al balance hidrológico. Las cargas estáticas se designarán como $H_{1,1}, H_{1,2}, \dots, H_{1,m}$. En consecuencia, las condiciones de operación pueden representarse en el cuadro como el que se indica a continuación, donde se ha caracterizado el gasto por el número de máquinas en operación:

H \ m	1	2	...	m
H_{e1}				
H_{e2}				
\vdots				
H_{em}				

$$H_{e1} > H_{e2} > \dots > H_{em}$$

Figura 6.2. Cuadro de las posibles condiciones de operación.

Cada casillero del cuadro en la Fig. 6.2 representa una condición de operación posible. Puede ocurrir que haya cuadros vacíos (condiciones imposibles) en los que el acueducto no pueda operar por salirse las máquinas del intervalo de operación recomendado por el fabricante. En todas las condiciones posibles el acueducto debe operar satisfactoriamente. Esto es, no debe presentar problemas de sobrepresiones, depresiones y sobrevelocidades que afecten a las tuberías o a las máquinas.

6.4 CONDICIONES MÁS DESFAVORABLES DE OPERACIÓN

Es necesario que el proyectista tenga idea en cuanto a cuáles condiciones de operación son las más adversas en relación con las sobrepresiones, cuáles son las más adversas en relación con las depresiones y cuáles lo son para la sobrevelocidad.

Al decir condición más adversa se entiende que es la condición que pone en mayor peligro estructural la instalación. Importa tener una orientación al respecto puesto que es en estas condiciones más adversas en las que debe estudiarse el comportamiento del sistema. Si el comportamiento con ellas es satisfactorio, puede inferirse que en cualquier otra condición el peligro será menor.

En general, no puede decidirse con todo rigor cuáles son las condiciones más adversas, ya que éstas dependen considerablemente de las condiciones particulares de cada instalación, en especial de la longitud de la tubería y de las curvas características de la bomba. Sin embargo, de la experiencia que poseen los autores de diversos acueductos de diferentes dimensiones y características, un punto de partida adecuado para el análisis durante el proyecto, es el que se indica en el cuadro de la Fig. 6.3.

	Número de máquinas	Carga Estática
Sobrepresiones	m	H_{e1}
Depresiones	m	H_{e2}
Sobrevelocidad*	1	H_{e1}

* La sobrevelocidad debe examinarse siempre bajo la hipótesis de que la válvula en la descarga de la bomba no cierre luego del paro accidental

Figura 6.3. Cuadro para determinar la condición más adversa de operación.

Debe insistirse que el cuadro de la Fig 6.3 sólo debe servir de orientación al proyectista. Puede haber casos particulares en que las condiciones más adversas no sean las que allí se establecen. Sin embargo, advierte al proyectista de un hecho muy significativo y éste es que rara vez la condición de máximo gasto (es decir, número de máquinas m y mínima carga estática H_{em}) es la condición más adversa para los tres tipos de problemas que deben examinarse siempre en la etapa de diseño.

6.5 TORRES DE OSCILACIÓN

En la Fig. 6.4 se presenta el esquema de una torre de oscilación. Se trata de un tanque cuya sección recta tiene un área A , sustancialmente mayor que el área A_T de la tubería. La relación A_T/A debe ser suficientemente grande como para que los movimientos verticales del agua en el tanque, durante el fenómeno transitorio, tengan aceleraciones despreciables frente al gradiente hidrostático debido a la aceleración de la gravedad.

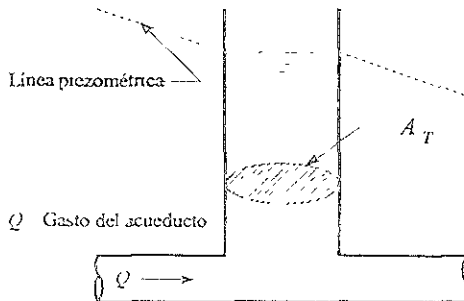


Figura 6.4. Esquema de un tanque de oscilación

Se trata de que la torre de oscilación trabaje como un tanque de carga constante durante el transitorio hidráulico. Esto implica que la onda incidente se refleje completamente y que la tubería que sale de la torre y en la cual no se produce la perturbación se mantenga como zona no perturbada. En la Fig. 6.5 se presenta en forma gráfica la operación idealizada de una torre de oscilación ante una onda de depresión.

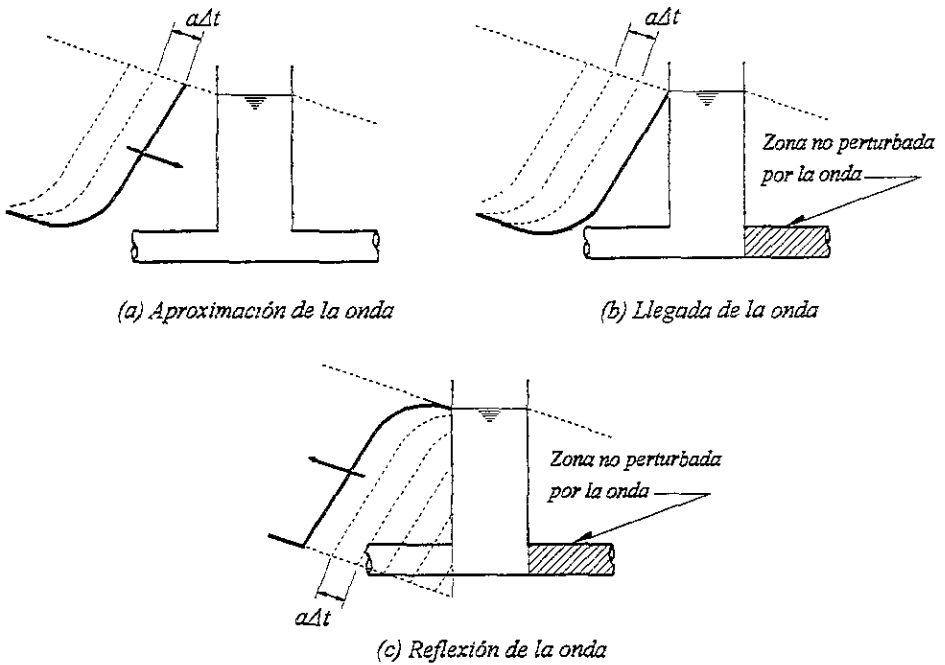


Figura 6.5. Comportamiento del tanque de oscilación ante una onda de depresión.

Para encontrar la relación A_T/A mínima para obtener un comportamiento razonablemente bueno en una torre real con A_T finita, se ha construido la gráfica de la Fig. 6.6 a partir de una evaluación teórica y datos experimentales proporcionados en el trabajo de Mosonyi y Seth (Ref. 7). El coeficiente de reflexión S es igual a la amplitud de onda reflejada sobre la amplitud de onda incidente.

De la Fig. 6.6 se deduce que si se desea una reflexión no menor que el 90% (es decir, un coeficiente de reflexión $S \leq 0.1$), la relación A_T/A no debe ser menor de 16.

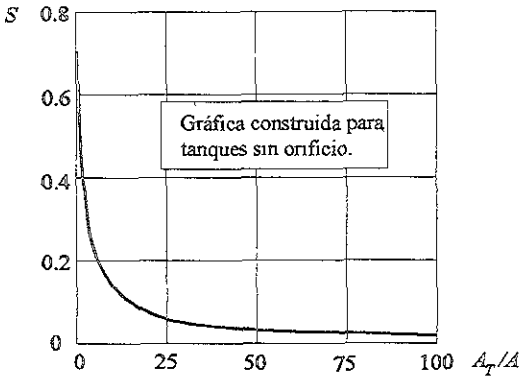


Figura 6.6. Coeficiente de reflexión en función de la relación de áreas.

6.6 VENTAJAS Y PROBLEMAS DE LA TORRE DE OSCILACIÓN

La torre de oscilación es un dispositivo del cual habitualmente el proyectista conoce las ventajas y desconoce los problemas que trae a la instalación. Esto ha provocado que su aplicación se haya extendido mucho más de lo que hubiera correspondido a partir de un análisis más detallado de las instalaciones de bombeo. Muchas veces el proyectista aconseja la torre de oscilación por la sencilla razón que es el único dispositivo de control que se tuvo presente cuando se realizó el diseño. En la sección 6.13 se desarrolla un criterio para ayudar al proyectista a la elección, entre diversos dispositivos de control, de aquél más adecuado a la instalación considerada.

Respecto a la torre de oscilación, sus ventajas más notables son dos, a saber

- 1 - No requiere mantenimiento mecánico
- 2 - El fenómeno de golpe de ariete no afecta el tramo de aguas abajo, no requiriéndose por lo tanto otros dispositivos (dispositivos secundarios)

Los problemas que la torre de oscilación introduce pueden resumirse en tres, a saber

- 1 - Su coronamiento debe estar por encima del nivel de la piezométrica para gasto máximo en el punto donde se coloque la torre, y su desplante debe estar por debajo de la piezométrica correspondiente al gasto nulo, para que no se vacíe

- 2.- Castiga el tramo entre la planta de bombeo y la torre, requiriéndose en dicho tramo analizar la resistencia de la tubería a las sobrepresiones.
- 3.- Castiga a las máquinas ya que deben soportar fuertes velocidades en reversa.

Respecto al problema No. 1, se refiere a que si la piezométrica más alta de operación normal pasase por sobre el coronamiento de la torre, como ésta es abierta, se derramaría agua por encima de dicho coronamiento. Por otro lado, la torre debe permanecer con una buena altura de agua al estar detenido el acueducto puesto que si así no ocurriera al arrancar las máquinas no habría protección alguna durante el tiempo que emplea la torre en llenarse. Estos dos aspectos obligan en general a buscar puntos altos en la topografía del lugar. Si estos puntos altos no están próximos a la planta de bombeo el proyectista debe decidir entre alejar la torre o mantenerla próxima a la planta y elevar su altura para cumplir con la primera exigencia respecto a que el coronamiento debe estar por encima de la piezométrica más alta. Ahora bien, si la torre por razones de topografía y economía se coloca lejos de la planta, en el entendido de que el paro de la bomba opera como un cierre rápido, deben esperarse sobrepresiones muy considerables en la fase correspondiente a $2L/a \leq t \leq 3L/a$. Esto ocurre en virtud de que el cierre es rápido y la disipación por fricción que ayuda a disminuir la amplitud de las ondas prácticamente no influye en tuberías de 1 a 2 Km. Todo ello obliga a construir con tuberías de acero que en general son más caras que las de otros materiales. A esto se refiere el problema No. 2 expuesto anteriormente. Asimismo, el hecho de que la torre deba desplantarse en una elevación del terreno obliga a construir rampas de ascenso que, para tuberías de varios metros de diámetro, pasan a ser las estructuras más caras de todo el sistema.

El problema No. 3 es quizás el más serio y el que menos se considera habitualmente, puesto que al efectuarse el proyecto hidráulico las máquinas aún no se han elegido. Por ello se piensa que el problema de la sobrevelocidad podrá ser resuelto imponiéndole al fabricante límites altos. Esto es así por cierto, pero también límites altos en la sobrevelocidad en reversa permitida en la máquina suponen costos constructivos más elevados de la máquina. En consecuencia, una torre de oscilación ubicada en las cercanías de la planta de bombeo, puede implicar tener que elevar los límites máximos de la sobrevelocidad permitida.

La razón por la cual se castiga a la máquina es sencilla de comprender. Al producirse el paro de emergencia, la torre de oscilación mantiene la piezométrica. Sin embargo, en la planta la piezométrica cae decenas de metros en segundos. Este fuerte gradiente de carga piezométrica que va de la torre a la planta, induce muy rápidamente un gasto invertido muy fuerte que pasa a través de las máquinas mientras las válvulas de descarga no cierran. Ello obliga a las máquinas a invertir su rotación e incrementar violentamente la velocidad en reversa.

6.7 TANQUE UNIDIRECCIONAL

En la Fig. 6.7 se presenta el esquema de un tanque unidireccional. En dicho esquema se observa que el tanque unidireccional se conecta al acueducto mediante una línea que tiene una válvula de retención (o varias en paralelo). Dicha válvula de retención impide el flujo desde el acueducto al tanque aun cuando la piezométrica en la línea esté por encima del nivel del agua en el tanque, tal como se muestra en la figura. La operación del tanque se produce cuando la piezométrica en el acueducto queda por debajo del nivel de la superficie libre del tanque. En dicha situación la válvula de retención se abre y fluye agua desde el tanque a la línea. Si la comunicación entre el tanque y la línea es suficientemente franca (es decir, pocas pérdidas y poca inercia), es claro que al comunicarse el tanque con la línea la piezométrica del acueducto se mantiene sensiblemente próxima al nivel de la superficie libre del tanque. Esto impide que se produzcan depresiones indeseables en las proximidades del tanque.

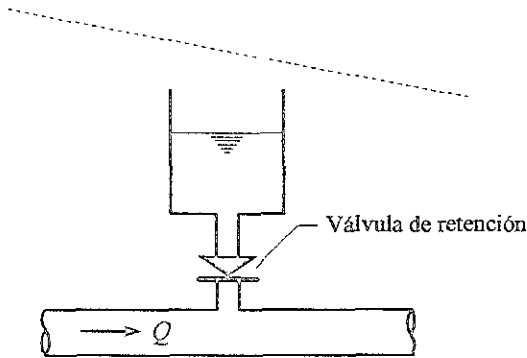


Figura 6.7. Esquema de un tanque unidireccional

La acción del tanque respecto a la onda de depresión generada en la planta de bombeo en virtud de un paro accidental de ésta, se ilustra en la Fig. 6.8. En esta figura se observa en (a) la aproximación de la onda, en (b) la llegada de la onda y en (c) la transmisión de una onda cuya amplitud es la diferencia de altura entre la piezométrica de trabajo y el nivel de la superficie libre del tanque y la reflexión de la porción restante de la onda incidente. Este comportamiento es sencillo de comprender si se observa que al incidir la onda de depresión el tanque está cerrado y la onda no percibe la presencia del tanque. Cuando la piezométrica ha descendido lo necesario para que se abra la conexión entre el tanque y el acueducto, el tanque actúa como un reflector tal como lo hacia la torre de oscilación.

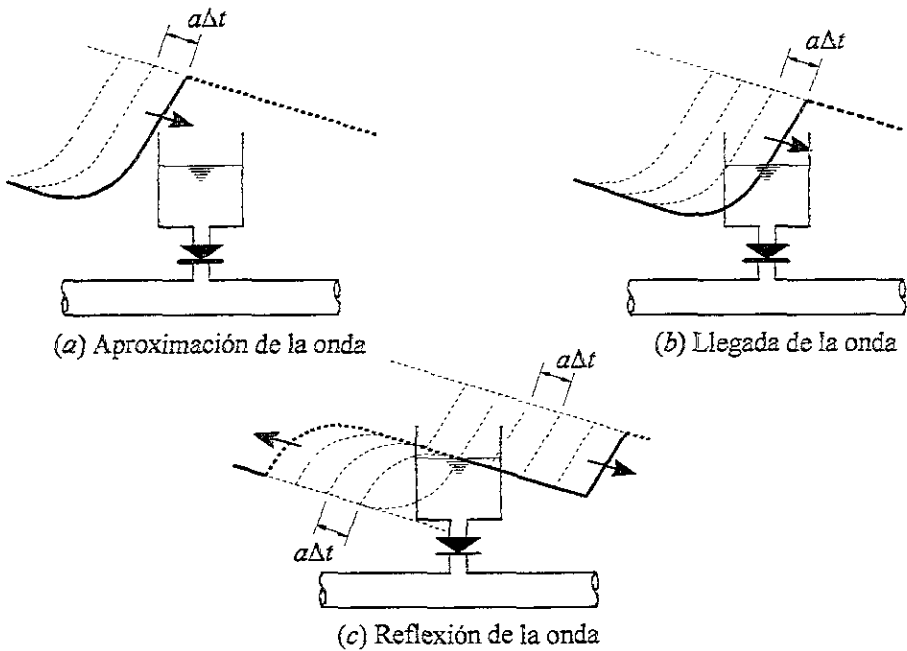


Figura 6.8. Comportamiento del tanque unidireccional ante una onda de depresión.

A diferencia de la torre de oscilación, el tanque unidireccional no evita la propagación de parte de la onda incidente hacia el tramo de acueducto aguas abajo del tanque (ver Fig. 6.8). Esto implica que, en general, los tanques unidireccionales se deben disponer en serie para que el segundo tanque evite que la fracción de onda de depresión transmitida produzca problemas entre el primer tanque y el segundo y así sucesivamente. También a diferencia de la torre de oscilación, el nivel de la superficie libre del tanque puede ubicarse por debajo de la piezométrica de operación normal.

El tanque unidireccional habitualmente posee en su interior menor volumen de agua que una torre de oscilación diseñada para el mismo acueducto y localizada en la misma posición, puesto que debe poseer un área cuya relación con la de la tubería no difiera sustancialmente con la misma relación para el caso de la torre, mientras que el tanque unidireccional tiene menor altura que la torre de oscilación. Por ello el peligro de vaciado de un tanque unidireccional cuya capacidad (volumen) no se ha estudiado adecuadamente es grande.

Finalmente debe señalarse que una vez que el tanque opera, debe llenarse nuevamente para estar disponible para la próxima operación. Este llenado debe ser rápido para reducir al máximo el tiempo durante el cual el tanque no tiene su nivel máximo. Para esto, el tanque dispone de válvulas de llenado, operadas mecánicamente mediante un flotador o con un presostato fijado a la pared del tanque que abre la válvula cuando la presión en la pared está por debajo de la correspondiente al tanque lleno.

6.8 VENTAJAS Y PROBLEMAS DEL TANQUE UNIDIRECCIONAL

Con la descripción cualitativa del comportamiento del tanque unidireccional, ya se pueden percibir algunas de sus ventajas y algunos de los problemas asociados a este dispositivo. A continuación se hará una síntesis de ventajas y problemas para el tanque unidireccional de igual forma como se hizo para la torre de oscilación.

Las ventajas más notables de este dispositivo son dos, a saber:

- 1.- Su coronamiento está por debajo de la piezométrica para gasto máximo. Por lo tanto se adecúa a topografías que al carecer de elevaciones implicarían torres de oscilación muy altas.
- 2.- Al reflejar parcialmente las ondas de depresión no induce sobre la máquina grandes sobrevelocidades en reversa.

Como contrapartida a estas ventajas, el tanque unidireccional incorpora los siguientes problemas en la instalación, a saber:

- 1 - Requiere mantenimiento mecánico periódico para asegurar un buen funcionamiento de las válvulas de retención y llenado.
- 2 - Al reflejar la onda de depresión, la parte de la onda transmitida puede producir depresiones indeseables aguas abajo. Ello implica que pueden requerirse otros tanques unidireccionales (dispositivos secundarios) para controlar el transitorio en todo el acueducto.

Respecto al problema No 1 debe decirse que la válvulas de retención y de llenado si bien requieren algo de mantenimiento, éste no es más exigente ni requiere personal más calificado que el mantenimiento de la propia planta de bombeo

Respecto al segundo problema, es necesario tenerlo siempre presente puesto que, al comparar costos de dispositivos de control de transitorios, debe compararse habitualmente una torre de oscilación contra varios tanques unidireccionales en serie.

6.9 CÁMARA DE AIRE

En la Fig. 6.9 se muestra el esquema de una cámara de aire y su ubicación habitual en el sistema de bombeo. En dicha figura se aprecia que la piezométrica de trabajo normalmente se halla por arriba de la cámara, se observa también que el aire comprimido se introduce mediante un compresor y finalmente que la cámara se conecta a la línea por medio de un orificio cuya pérdida de carga crece para gastos de la línea a la cámara y decrece para gastos de la cámara a la línea (orificio diferencial).

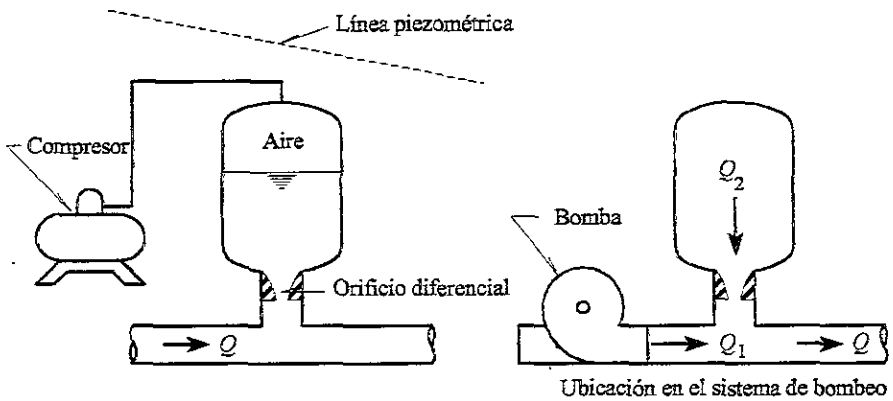


Figura 6.9. Esquema de la cámara de aire.

La operación de la cámara se ilustra en la Fig. 6.10; en (a) se tiene la condición previa al paro accidental; en (b) la piezométrica en la planta de bombeo ha caído hasta una posición intermedia y por consiguiente también ha caído la presión en el interior de la cámara y el aire se ha expandido expulsando el volumen marcado hacia la línea; en (c) la piezométrica ha descendido a su nivel más bajo, el volumen de aire se ha expandido al máximo y el volumen de agua marcado ha sido expulsado durante el intervalo de operación de la cámara. La mecánica del fenómeno de expulsión de agua al expandirse el aire debido al descenso de presión en el acueducto es simple y se comprende con facilidad.

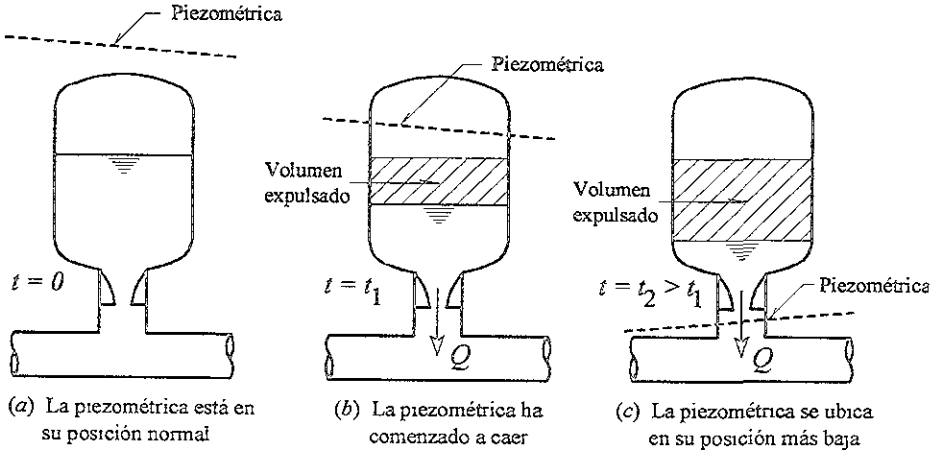


Figura 6.10. Operación de la cámara de aire.

La cámara de aire controla el transitorio producido por el paro de la planta de bombeo reduciendo la variación de $Q(t)$ después del paro accidental. En efecto, antes del paro accidental el gasto Q que entra a la tubería es igual al gasto Q_1 entregado por la bomba. Luego del paro accidental, cuando cae la piezométrica y la cámara expulsa el gasto $Q_2(t)$, entonces el gasto que entra a la tubería (Fig 6.9) es

$$Q(t) = Q_1(t) + Q_2(t) \tag{6.1}$$

tomando derivadas respecto al tiempo, se tiene

$$\frac{dQ}{dt} = \frac{dQ_1}{dt} + \frac{dQ_2}{dt} \tag{6.2}$$

siendo $dQ_1/dt < 0$ (Q_1 decreciente) y $dQ_2/dt > 0$ (Q_2 creciente) se tiene que

$$\left| \frac{dQ}{dt} \right| < \left| \frac{dQ_1}{dt} \right| \tag{6.3}$$

Esto indica que la variación absoluta por unidad de tiempo del gasto que entra a la tubería es menor que la variación absoluta por unidad de tiempo del gasto que sale de la bomba. En consecuencia, recordando la ecuación de Joukowski que explica la relación entre las perturbaciones rápidas de gasto y de carga por unidad de tiempo, se tiene que

$$|\Delta H| = \frac{a}{gA} |\Delta Q| \quad (6.4)$$

Se concluye que la acción de la cámara de aire, al reducir dQ/dt respecto al que produce la bomba, reduce la amplitud de la perturbación de presión correspondiente.

En la cámara descrita hasta el momento, el aire está en contacto con la superficie libre del agua, sin embargo, también existe otro tipo de cámara de aire de uso general que difiere de la anterior en la presencia de un elemento de separación entre el gas comprimido y el agua. A estas cámaras se les conoce como *cámaras con membrana*. En la Fig. 6.11 se muestra un esquema de este tipo de cámaras. Como puede observarse la membrana es de un material flexible (por ejemplo, hule o neopreno) y separa el gas del agua. Esto permite conservar el gas pues no hay pérdidas por disolución en el agua. En consecuencia, este tipo de cámara no requiere compresor para su alimentación. Habitualmente trabaja con nitrógeno que se provee en tanques a alta presión (por ejemplo, a 80 atmósferas). Estos tanques se conectan a la cámara mediante una válvula reductora de presión y de esta forma se mantiene la presión en la cámara aun cuando haya pequeñas fugas de gas a la atmósfera.

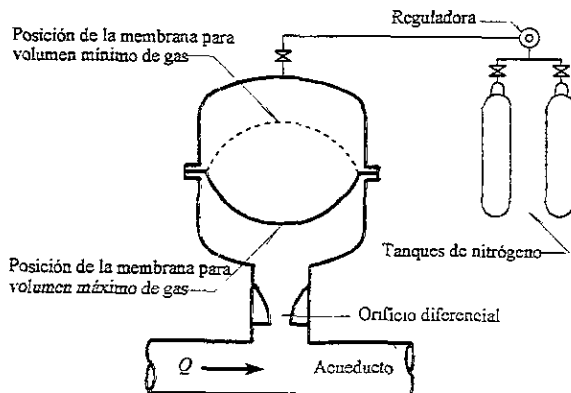


Figura 6.11. Cámara de aire con membrana.

Estas cámaras con membrana pueden ser colocadas en lugares aislados puesto que operan autónomamente y el intervalo para el cambio de tanques de nitrógeno puede ser de meses. Estas cámaras son de pequeño volumen pues la membrana debe acompañar el movimiento de la superficie libre del agua. Usualmente se emplean para evitar depresiones en tramos cortos.

6.10 VENTAJAS Y PROBLEMAS DE LA CÁMARA DE AIRE

Las ventajas más significativas que presenta una cámara de aire como dispositivo principal o primario para el control del golpe de ariete, son las siguientes:

- 1.- Reduce, a voluntad, la magnitud de la onda de depresión que se produce luego del paro accidental de las bombas.
- 2.- Su efecto sobre la onda no depende de la cota inicial de la superficie libre del agua dentro de la cámara. Esta diferencia esencial con la torre de oscilación y con el tanque unidireccional permite que con la cámara se controle el golpe de ariete en topografías en las cuales no es conveniente colocar los dispositivos anteriormente mencionados.
- 3.- El volumen de agua quieta existente dentro de la cámara es sustancialmente menor que en un tanque de oscilación o unidireccional. Por lo tanto en zonas con clima frío es más fácil evitar la congelación mediante calentamiento.
- 4.- La cámara de aire puede colocarse siempre cerca de la planta de bombeo puesto que su efecto no depende de la cota inicial de la superficie libre del agua dentro de la cámara. Ello facilita su mantenimiento, alimentación de aire comprimido y calentamiento si fuese necesario.

Por otra parte, los problemas más importantes que presenta la cámara de aire son los siguientes:

- 1 - Requiere disponer de compresores para mantener el colchón de aire que, de otra manera, se disolvería en el agua y finalmente desaparecería. Ello implica agregar, en la planta de bombeo, nuevos equipos para darle mantenimiento.

- 2.- El orificio diferencial habitualmente se construye mediante válvulas de retención. Esto implica que estas válvulas deben recibir mantenimiento para asegurar su operación correcta.
- 3.- Como la cámara reduce, pero no suprime la onda de depresión, ésta viaja en la dirección aguas abajo. Dependiendo de la topografía pueden requerirse otros dispositivos de control secundarios como pueden ser otras cámaras de menor volumen que la principal o tanques unidireccionales o torres de oscilación.

6.11 VÁLVULAS DE ALIVIO

Son válvulas cuya operación mecánica difiere sensiblemente de un fabricante a otro, pero cuya función es abrir una conexión entre el interior del acueducto y la atmósfera cuando la presión interior sobrepasa un límite P_{\max} previamente establecido. También la apertura puede ser ordenada por medio de una válvula selenoide que, al cesar el suministro eléctrico, habilita un circuito hidráulico o neumático que abre la válvula instantes antes de que ocurra el ascenso de presión.

En los acueductos pequeños, es usual que la válvula en la descarga sea una válvula de retención. Siendo pequeño el diámetro de las tuberías ($D < 0.5$ m) es también usual que estas tuberías sean resistentes al colapso por depresión y el problema fundamental es evitar las sobrepresiones que acontecen para $t > T$ donde T es el periodo de conducción $= 2L/a$, luego de un paro accidental de las bombas en $t = 0$. Al regresar la onda de sobrepresión (onda reflejada en el tanque de descarga al llegar a este tanque la onda de depresión emitida por la bomba al detenerse), si la válvula de retención ya está cerrada, esta onda de sobrepresión se refleja también como onda de sobrepresión y en consecuencia, si la fricción no actuara, podrían crearse sobrepresiones por encima de la presión de operación normal de $\Delta H = Q_0 a/g$ siendo Q_0 el gasto de régimen del acueducto.

Interesa entonces que el proyectista pueda estimar el gasto máximo que debe evacuar la válvula para aliviar la sobrepresión esperada. Dicho gasto puede calcularse con la siguiente expresión:

$$Q_{\text{ext}} = \Delta H \frac{gA}{a} \quad (6.5)$$

donde Q_{ext} es el gasto máximo a evacuar; ΔH es el incremento de carga piezométrica que se quiere aliviar; A es el área de la sección recta de la tubería; a es la celeridad de onda y g la gravedad.

Con la Ec. 6.5, el proyectista dispone de los elementos para evaluar las características en cuanto al gasto de extracción de la válvula que corresponda instalar en cada caso. Nótese que Q_{ext} debe ser evacuado por el dispositivo a la presión máxima en la que se desee quede fijada la presión de la tubería. Este gasto puede obtenerse con una batería de válvulas en paralelo. Debe señalarse que el cierre de la válvula de alivio debe producirse lentamente, pues de producirse rápidamente se corre el riesgo de generar una fuerte sobrepresión al reducirse a cero el gasto que la válvula expulsa. El mecanismo que produce el cierre lento está normalmente incorporado a la propia válvula.

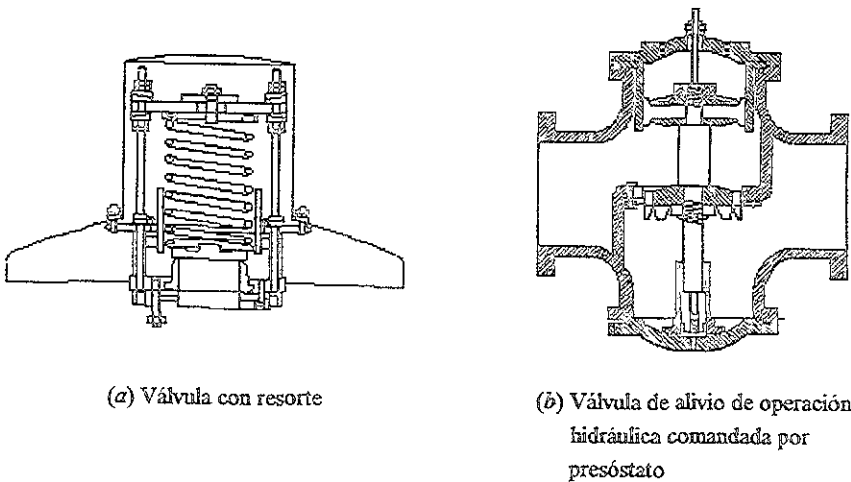


Figura 6.12. Dos tipos de válvula de alivio

En la Fig. 6.12 se presentan dos tipos de válvulas de alivio. En (a) se observa una válvula de resorte en la cual, si la presión supera la fuerza elástica ejercida por el resorte, la válvula se abre proporcionalmente a la diferencia entre la fuerza ejercida por el fluido y la fuerza del resorte. En (b) se observa una válvula automática que cuando la presión supera una presión fijada de antemano, la válvula se abre completamente. Este tipo de válvula también puede ser operada por una válvula selenoide que al ocurrir el paro accidental se desenergiza y por acción de la presión en la línea permite que se abra la válvula. Con esto se obtiene que al ocurrir la sobrepresión la válvula ya está abierta y lista para evacuar Q_{ext} . Debe señalarse que estas válvulas automáticas suelen descargar hacia el tanque de succión de la propia bomba.

6.12 INCREMENTO DE LA INERCIA DE LA UNIDAD BOMBA-MOTOR

Otro recurso que puede emplearse para reducir el efecto del paro accidental de una planta de bombeo es el aumento de la inercia de las masas giratorias de la unidad motor-bomba.

En efecto, escribiendo de otra forma la ecuación de las masas en rotación vista en el Capítulo 4, se tiene que

$$WR^2 \frac{2\pi}{60} \frac{dN}{dt} = T_e - T \quad (6.6)$$

donde T_e es el par motor, aplicado al rotor del motor eléctrico por el campo magnético giratorio creado en el estator del mismo. En la condición de paro accidental, $T_e = 0$ y se tiene

$$WR^2 \frac{2\pi}{60} \frac{dN}{dt} = -T \quad (6.7)$$

donde T es el par resistente aplicado por el agua al rotor de la máquina. $T = T_0$ en el momento del paro siendo T_0 el par de régimen. Para comprender el efecto del incremento de la inercia basta dividir por WR^2 y la constante $2\pi/60$ en la Ec. 6.7. El resultado es el siguiente:

$$\frac{dN}{dt} = -\frac{60}{2\pi} \frac{T_0}{WR^2} \quad (6.8)$$

De la Ec. 6.8 se deduce que si WR^2 crece, dN/dt decrece y, por lo tanto, para el mismo Δt se tiene un ΔN más pequeño, lo cual produce un ΔQ menor. En consecuencia, el incremento de la inercia de las masas rotatorias da como resultado una reducción de los ΔQ y H para el mismo Δt y una prolongación del proceso de caída de velocidad de la máquina (menores ΔN para iguales Δt). Esto puede implicar que el paro accidental se convierta de un fenómeno rápido a un fenómeno lento para una instalación dada, lo que reduce considerablemente las presiones mínimas alcanzadas en el sistema, con las ventajas, ya comentadas, que esto implica.

El proceso de aumento del valor del momento de inercia WR^2 es sin duda muy beneficioso; sin embargo, rara vez se recurre a esto en instalaciones grandes por el costo muy alto que implica la colocación de volantes o la fabricación de motores especiales con inercia sobredimensionada. Es pues una medida de control de transitorios que el proyectista debe tener presente en instalaciones de pocos centenares de Kw. En instalaciones de miles de kw no es económica, en general, su implantación.

6.13 CRITERIOS PARA LA SELECCIÓN DE LOS DISPOSITIVOS DE CONTROL

En el diseño de acueductos el proyectista posee habitualmente como dato la ubicación de la planta de bombeo y la posición del punto de entrega. La topografía de la zona determina un perfil del acueducto al definirse la ruta que sigue la tubería desde la planta de bombeo hasta el punto de entrega. La ruta del acueducto usualmente no está precisamente definida, pero en general no se encuentran trazos alternativos muy diferentes entre sí, aunque son posibles pequeñas modificaciones de una ruta preestablecida sin repercusión sensible en los costos

Por otro lado, es notorio que la geometría del perfil del acueducto y el tipo de dispositivos a utilizar para el control de los fenómenos transitorios están estrechamente vinculados. Por ello, la estrategia de proyecto más prudente es fijar la ruta más conveniente, elegir luego el tipo de dispositivo de control que más se adapte al perfil resultante y finalmente realizar las pequeñas modificaciones posibles del perfil con el propósito de adaptar mejor éste al tipo de dispositivo de control ya elegido. Esta estrategia implica que el proyectista disponga de un criterio de diseño que le indique cuál es el tipo de dispositivo de control que más se adapta al perfil de su acueducto.

A continuación se propone un criterio de diseño que orienta al proyectista respecto al tipo primario de dispositivo de control del fenómeno transitorio creado en la línea de conducción al detenerse la planta de bombeo por paro accidental. Se indica como *primario* el tipo de dispositivo que opera primero sobre la onda de depresión creada por el paro e las máquinas. El acueducto quizás requiera a lo largo de su recorrido de otros dispositivos de acción local que impidan la creación de depresiones en la tubería. Sin embargo, el tipo, número y tamaño de estos dispositivos secundarios está fuertemente condicionado por la correcta elección del dispositivo primario. El criterio de diseño que se propone consiste en:

- a) Dibujar el perfil del acueducto $y = y(x)$ y la línea de carga piezométrica $h = h(x)$, siendo "y" la ordenada geométrica con origen en la cota de la planta de bombeo, en el plano XY y XH de acuerdo con las transformaciones:

$$\left. \begin{array}{l} X = c_H x \\ Y = c_Y y \\ H = c_H h \end{array} \right\} \quad (6.9)$$

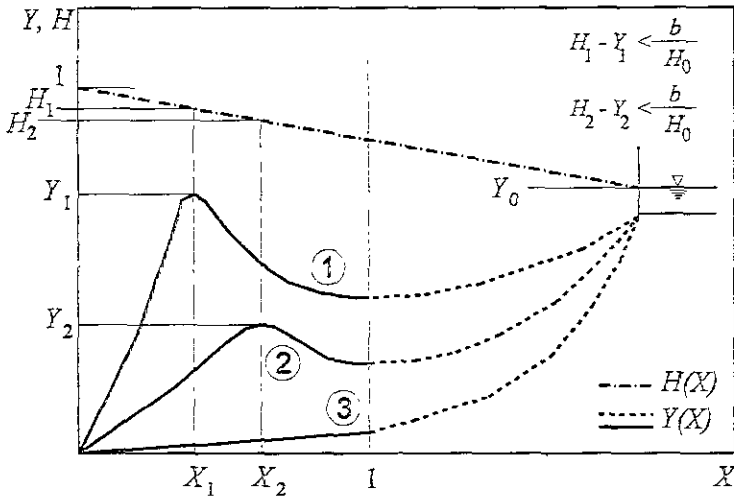


Figura 6.13. Perfiles y línea piezométrica adimensionales.

siendo la escala vertical:

$$e_v = \frac{l}{H_a} \tag{6.10}$$

y la escala horizontal:

$$e_H = \frac{\rho Q_0 H_0}{WR^2 \omega_0^2 a \eta_0 m} \tag{6.11}$$

donde

- Q_0 gasto de régimen en el acueducto, en m^3/s
- H_0 carga total de bombeo, en m
- ρ densidad del fluido, en kg/m^3
- WR^2 momento polar de inercia de las masas giratorias, en $kg\ m^2$
- a celeridad de onda, en m/s
- m No. de equipos de bombeo
- ω_0 velocidad angular de la bomba, en rpm
- η_0 eficiencia de la bomba, adimensional

- b) Comparar la curva $Y = Y(X)$ comprendida en el intervalo $0 < X < 1$ con las curvas 1, 2 y 3 de la Fig. 6.13 comprendidas también en dicho intervalo. Se establece cuál de las curvas, 1, 2 ó 3 (en el intervalo) se asemeja más al perfil transformado $Y = Y(X)$.

Se toma b/H_0 como parámetro de selección donde b (en metros) es la altura de la torre de oscilación que puede ser construida sin dificultades con la tecnología y medios disponibles. En México actualmente $b=30$ m.

- c) De acuerdo con la comparación realizada se establecen las siguientes orientaciones:

- c.1) El perfil se asemeja a la curva No. 1

Emplear una torre de oscilación para controlar el transitorio, ubicándolo en X_1, Y_1 .
Conviene además que $Y_1 < Y_0$ para que al detener el bombeo no se vacíe el tanque.

- c.2) El perfil se asemeja a la curva No. 2

Emplear un tanque unidireccional, ubicándolo en X_2, Y_2 . Este tanque puede resolver el control del fenómeno transitorio en todo el acueducto. En caso contrario, deben colocarse como dispositivos secundarios más tanques aguas abajo del anterior.

- c.3) El perfil se asemeja a la curva No. 3

En consecuencia, el perfil carece de máximos en el intervalo $0 < X < 1$. En este caso debe emplearse una cámara de aire. La cámara se debe ubicar en el punto de mayor presión, esto es en las proximidades de la planta de bombeo. Es posible que la cámara de aire logre controlar la depresión en todo el acueducto. En caso contrario pueden emplearse como dispositivos secundarios uno o más tanques unidireccionales a partir del punto en que la envolvente de las piezométricas mínimas (calculada con la cámara como único control) corte el perfil o también una o más cámaras más pequeñas, cuya carga de aire no puede mantenerse en forma continua mediante compresores pues, en general, no es posible la alimentación eléctrica de las mismas. En estas cámaras colocadas a lo largo de la línea, la recarga se realiza periódicamente (días) o se emplean cámaras con membrana cuya carga se conserva por periodos más largos (varios meses)

d) Para la aplicación ponderada del criterio planteado, se debe tomar en cuenta lo siguiente:

- d.1) La elección del momento polar de inercia de las unidades motor y bomba (WR^2) es previa a la aplicación del criterio. Para esto pueden usarse las expresiones empíricas vistas en el Capítulo 5.
- d.2) La determinación de b está estrictamente vinculada a condiciones locales (técnicas y económicas).
- d.3) Es obvio que si $H_0 < b$, sea cual sea la forma del perfil, la solución recomendable en general, es la torre de oscilación.
- d.4) En el criterio se establece que el dispositivo primario de control debe colocarse en el intervalo $0 < X < 1$. Esto debe ser considerado con flexibilidad pudiéndose extender el intervalo para $X > 1$, no olvidando que el fenómeno de la caída de velocidad por paro de la planta de bombeo se va haciendo relativamente más rápido y por lo tanto más peligroso al alejar el dispositivo de la planta de bombeo.
- d.5) El criterio propuesto orienta cualitativamente en relación con los diferentes tipos primarios de dispositivo de control posible. Luego de definido el tipo de dispositivo su dimensionamiento debe realizarse mediante un modelo numérico donde se reproduzca adecuadamente el comportamiento transitorio de las bombas, el fenómeno de ondas en el acueducto, y la operación del dispositivo seleccionado.

6.14 CRITERIOS DE SEGURIDAD

La seguridad es, sin duda, uno de los aspectos que deben ser analizados rigurosamente a la luz de una experiencia sistemáticamente organizada y obtenida a partir de la operación de los grandes, medianos y pequeños acueductos actuales en funcionamiento en México. En lo esencial, los criterios aquí presentados reflejan la experiencia de los autores en el diseño de diversos y variados sistemas de conducción y el intercambio de opiniones con quienes operan estos sistemas.

Todo criterio de seguridad se debe aplicar a un diseño que se denomina *acceptable*. Esto significa que, bajo ninguna circunstancia normal de operación, ya sea en régimen permanente como transitorio y en este último bajo condiciones de arranque y paro programado o accidental, en el acueducto ocurren los siguientes eventos:

- a) Las tuberías no trabajan en depresión. Esto implica que no hay entrada de aire en la conducción y tampoco separación de la columna.
- b) Las tuberías y todos los elementos de la conducción (es decir, juntas, codos, reducciones, válvulas, etc.) soportan las sobrepresiones que se producen en el acueducto.
- c) Las unidades motor-bomba soportan las sobrevelocidades inversas máximas que pueden ocurrir en condiciones de paro accidental en el intervalo que se extiende desde el instante del paro al cierre de la válvula de descarga correspondiente.
- d) Ninguna estructura del acueducto debe derramar agua por su coronamiento cualquiera que sea el error que se cometa en la operación del mismo. Para evitar esto en las estructuras donde haya riesgo, deben colocarse vertedores de dimensiones adecuadas.
- e) La operación de las unidades motor-bomba disponen de automatismos que preservan su integridad estructural y en caso que la misma se ponga en riesgo, los equipos se detienen sin la intervención de los operadores.

Respecto al inciso *a*), esto no se refiere a las conducciones en las que por razones económicas es preferible robustecer las estructuras y admitir depresiones incluyendo la separación de columna (por ejemplo, circuitos de enfriamiento de condensadores)

6.15 CONDICIONES CATASTRÓFICAS

En la sección anterior se supuso que todos los dispositivos operan tal y como fueron pensados por el proyectista y que, en esas condiciones, no se presentan problemas en la instalación. Esto es lo mínimo que se le puede exigir a un diseño. Sin embargo esto no es suficiente. El proyecto necesariamente debe contemplar las denominadas condiciones catastróficas.

Pueden intentarse varias definiciones para caracterizar estas condiciones. La más exigente sería aquella en la cual aún cuando ningún dispositivo de protección operase, la instalación fuese capaz de resistir los eventos más rigurosos sin daño estructural (por ejemplo, paro accidental de una planta de bombeo). Esta definición maximalista llevaría en general a diseños económicamente inabarcables.

Por lo anterior, conviene intentar otro tipo de caracterización de las condiciones catastróficas que sea compatible con la realización práctica de la obra y que simultáneamente contemple posibles fallas en los dispositivos de control. A continuación se hará un listado de diferentes elementos de la conducción indicando las posibles fallas que deben ser tomadas en cuenta al realizar el diseño:

1) *Planta de bombeo*

La válvula en la descarga de una bomba puede quedar completamente abierta luego del paro. Esto afecta la sobrevelocidad de esa máquina y hace posible un gasto inverso que puede inundar el tanque de succión.

2) *Torre de oscilación*

Salvo su propia destrucción estructural por efectos externos (por ejemplo, viento y sismo), su operación no está afectada por el desgaste, ausencia de mantenimiento, etc. Se considera como un dispositivo de operación segura.

3) *Tanque unidireccional*

Pueden fallar las válvulas de retención y no abrirse. Este hecho se contempla en el diseño incorporando una válvula extra de iguales dimensiones que las necesarias por el tanque. Dicha válvula debe actuar normalmente pero no debe ser considerada en el cálculo.

4) *Cámara de aire*

Cuando la conexión entre la cámara y la línea se realiza mediante válvulas de retención con el fin de construir un esquema de orificio diferencial, se adopta el mismo criterio que para el tanque unidireccional. Esto es, se agrega a la cámara una válvula de retención más y de iguales dimensiones que las necesarias. Esta válvula debe actuar normalmente y no debe ser considerada en el cálculo. También se debe disponer siempre de un compresor de respaldo en paralelo al compresor que está en operación.

5) *Válvulas de alivio*

Una vez determinadas las dimensiones de las válvulas necesarias para el alivio de una instalación dada, se procede a agregar una válvula más de iguales dimensiones que las válvulas necesarias.

En consecuencia, con estas recomendaciones se obtiene un margen de seguridad suficiente si el mantenimiento de las instalaciones no se descuida. En la Ref. 2 se presenta un análisis detallado de riesgos y costos. De su aplicación resultan las medidas de seguridad presentadas anteriormente.

Respecto al diseño, el análisis de las condiciones de falla de los dispositivos de control desde el punto de vista desarrollado sólo implica un análisis especial en cuanto a la falla de una válvula en la descarga y la posible sobrevelocidad en reversa así como la necesaria atención al vertido controlado en el tanque de succión. En relación con los otros dispositivos (tanque unidireccional y cámara de aire), el análisis debe hacerse con una válvula de retención menos que las que realmente operan y lo mismo para el caso de las válvulas de alivio.

Los análisis numéricos deben realizarse en las condiciones de operación más desfavorables tal como se detalla en la sección 6.4 de este capítulo.

En estas condiciones, partiendo de un diseño definido como aceptable y realizando el estudio de la sobrevelocidad en reversa con una de las válvulas de descarga abierta, el acueducto y las máquinas deben tener un comportamiento en cuanto a sobrepresiones y sobrevelocidades, dentro de los límites de resistencia y sobrevelocidad establecidos por los fabricantes de la tubería y las máquinas

CAPÍTULO 7

EJEMPLO DE APLICACIÓN

7.1 INTRODUCCIÓN

En este último capítulo se presenta un análisis de flujo transitorio causado por una falla repentina de los equipos de bombeo que operan con el gasto de diseño. El propósito de este ejemplo es, en primer lugar, aplicar varios de los conceptos estudiados en los capítulos anteriores en un caso prácticamente real, y en segundo, mostrar gráficamente la acción de los dispositivos de control que se evalúan para esta línea de conducción

La simulación del transitorio hidráulico subsecuente al paro emergente de la planta de bombeo se realiza mediante un programa de cómputo que aplica el método numérico de diferencias finitas, descrito en el Capítulo 3 y denominado método de las características

Como resultado del análisis, se presentan perfiles gráficos con las envolventes de presión máximas y mínimas a lo largo de la conducción para cada caso en particular, calculando primero el transitorio hidráulico sin dispositivos de control y posteriormente simulando algunos dispositivos de control viables de acuerdo al criterio presentado en el Capítulo 6

Previo a estos análisis, se presenta una breve descripción del problema y se desarrolla el cálculo de los parámetros físicos de la conducción, incluyendo la celeridad de onda. También se establecen las características de los equipos de bombeo. Finalmente se indican los dispositivos de control recomendados a partir de este estudio

7.2 DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA.

Para la construcción de la presa Zimapán, en el estado de Hidalgo, fue necesario reubicar a algunos pobladores que se asentaban en el área de inundación del vaso. Esta reubicación produjo un desarrollo poblacional con viviendas y toda la infraestructura de servicios urbanos que se requieren, entre ellos, el agua potable. En este sentido, la CFE tuvo que realizar un proyecto para conducir el vital líquido a la nueva localidad.

Mediante una línea de conducción se tenía que traer el agua desde un manantial hasta el nuevo poblado, con una longitud total del acueducto de 16 km, aunque el tramo de interés es de 1.88 km que corresponden a una línea forzada por bombeo. De acuerdo a las necesidades de consumo, se plantearon dos etapas de proyecto: en la primera, el acueducto conduce un gasto de 15 l/s, para lo cual se dispone de una bomba operando más otra instalada de reserva; en la segunda etapa, se dispone de un arreglo de tres bombas operando en paralelo más otras dos instaladas de reserva para conducir un gasto de 80 l/s.

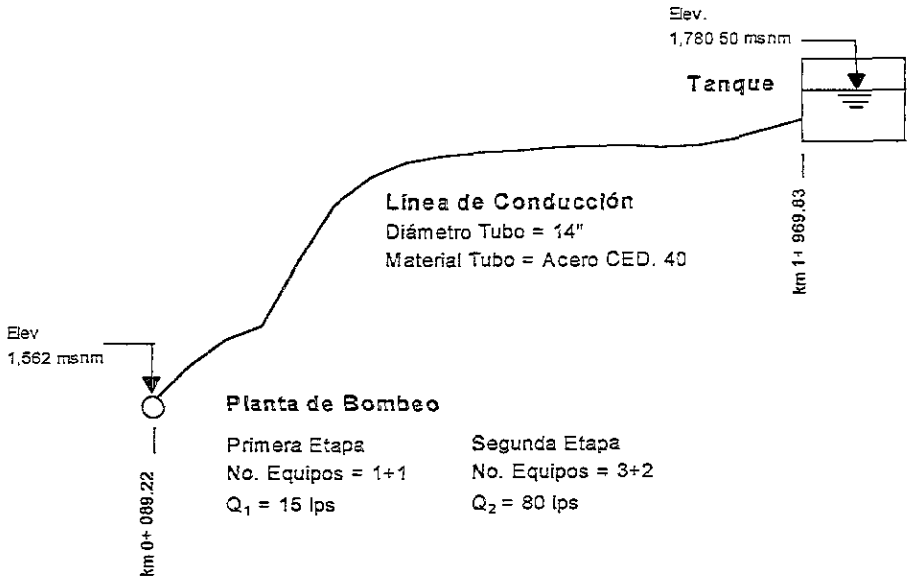


Figura 7.1. Esquema del Ejemplo.

El tramo en estudio (Fig. 7.1) inicia en una planta de bombeo (cad. 0+089.22) y llega hasta un tanque de transición (cad. 1+969.83). La tubería es de acero cédula 40, unida mediante soldadura y con frecuentes juntas de expansión. El diámetro comercial de la tubería es 14 pulgadas. Se conocen los datos del perfil del terreno y las cotas del agua en los tanques de succión y de descarga. También se conocen algunos datos de los equipos de bombeo seleccionados para cada una de las etapas. Se requiere, entonces, hacer el análisis hidráulico de los fenómenos transitorios para cada etapa y, de ser necesario, recomendar los dispositivos de control a instalar

7.3 CÁLCULO DE LAS CONSTANTES DE LA CONDUCCIÓN

Material	acero ced. 40
Diámetro Exterior (D_e)	0.3556 m.
Espesor de Pared (e)	11.11 mm.
Diámetro Interior (D_i)	0.3334 m.
Longitud (L)	1880.61 m.
Gasto 1 (Q_1)	0 015 m ³ /s.
Gasto 2 (Q_2)	0.080 m ³ /s.
Velocidad 1 (V_1)	0.1718 m/s.
Velocidad 2 (V_2)	0.9164 m/s.
Factor de Fricción Darcy (f)	0.03036
Pérdidas Totales 1 (h_{t1})	7.208 m.
Pérdidas Totales 2 (h_{t2})	19 331 m

Las dimensiones de la tubería se obtienen de las especificaciones del fabricante para el material y el diámetro comercial dado. La longitud de la conducción se obtiene a partir del plano del perfil, restando el cadenamiento inicial del final, es decir, se restan 89.22 metros a 1969.83 metros y se obtiene una longitud de conducción 1880.61 metros. Las velocidades de flujo se obtienen aplicando la relación $V = Q/A$, siendo A el área de la sección transversal del conducto e igual a

$$A = \frac{\pi D_i^2}{4} = \frac{\pi (0.3334)^2}{4} = 0.0873 \text{ m}^2$$

Las pérdidas se obtienen aplicando la fórmula de Darcy-Weisbach en correlación con la de Manning, con el fin de utilizar el coeficiente de rugosidad de Manning para tubería de Acero, que es recomendado en las normas mexicanas como el más adecuado y conservador ($n = 0.013$). A continuación se detalla la correlación entre las fórmulas de Darcy-Weisbach y Manning

Según Manning, la pendiente hidráulica S es igual a:

$$S = \left(\frac{V n}{R^{2/3}} \right)^2 \quad (7.1)$$

mientras que para Darcy-Weissbach, S es igual a:

$$S = \frac{f}{D_i} \frac{V^2}{2g} \quad (7.2)$$

Al igualar la Ec. (7.1) con la Ec. (7.2) se tiene que:

$$\left(\frac{V n}{R^{2/3}} \right)^2 = \frac{f}{D_i} \frac{V^2}{2g} \quad (7.3)$$

Si " n " es conocido, la incógnita en la Ec. (7.3) es la " f " de Darcy y al despejarla, se tiene

$$f = \left(\frac{V n}{R^{2/3}} \right)^2 \frac{2g D_i}{V^2} \quad (7.4)$$

Desarrollando la Ec. (7.4) y reduciendo términos, se tiene:

$$f = \frac{2g n^2 D_i}{R^{4/3}} \quad (7.5)$$

Recordando el concepto del radio hidráulico R , es cierto que:

$$R^{4/3} = \left(\frac{D_i}{4} \right)^{4/3} \quad (7.6)$$

Sustituyendo la Ec. (7.6) en la Ec.(7.5), se obtiene:

$$f = \frac{2g n^2 Q^{4/3}}{D_i^{1/3}} \quad (7.7)$$

o bien,

$$f = 124.579 \frac{n^2}{D_i^{1/3}} \quad (7.8)$$

Resolviendo la Ec (7.8) para $n = 0.013$ y $D_i = 0.3334$ m., se obtiene:

$$f = 0.03036.$$

Entonces, para obtener las pérdidas por fricción en la tubería (h_f), se aplica la fórmula de Darcy:

$$h_f = L \frac{f}{D_i} \frac{V^2}{2g} \quad (7.9)$$

y se obtiene que $h_{f1} = 0.258$ m y $h_{f2} = 7.331$ m para la primera y segunda etapa, respectivamente.

Designando como h_s a las pérdidas locales por accesorios (válvulas, codos, etc.), se consideran los siguientes valores para cada etapa: $h_{s1} = 6.95$ m y $h_{s2} = 12.00$ m

Por tanto, las pérdidas totales en la conducción son

$$h_T = h_f + h_s \quad (7.10)$$

Por lo que

$$h_{T1} = 7.208 \text{ m.}$$

y

$$h_{T2} = 19.331 \text{ m}$$

7.4 CARACTERÍSTICAS DE LOS EQUIPOS DE BOMBEO

A continuación se presentan las características de los equipos de bombeo seleccionados para cada etapa. Aunque en ambos casos se trata de bombas de tipo sumergible, sus características son diferentes, a saber:

I) PRIMERA ETAPA

Gasto 1 (Q_1)	=	0.015 m ³ /s
No. de equipos Arreglo 1 (m_1)	=	1 + 1 de reserva
Gasto de referencia 1 (Q_{R1})	=	0.015 m ³ /s
Carga estática 1 (H_{e1})	=	218.50 m
Carga dinámica 1 (H_{R1})	=	225.71 m
Velocidad de rotación 1 (N_{R1})	=	3500 rpm
Eficiencia mínima 1 (η_1)	=	86%

II) SEGUNDA ETAPA

Gasto 2 (Q_2)	=	0.080 m ³ /s
No. de equipos arreglo 2 (m_2)	=	3 + 2 de reserva
Gasto de referencia 2 (Q_{R2})	=	0.0325 m ³ /s
Carga estática 2 (H_{e2})	=	218.50 m
Carga dinámica 2 (H_{R2})	=	237.83 m
Velocidad de rotación 2 (N_{R2})	=	3450 rpm
Eficiencia mínima 2 (η_2)	=	86%

Considerando que la descarga es ahogada, la carga dinámica total, H_R , está dada para cada caso por la suma de la carga estática H_e más las pérdidas totales h_T .

La potencia mecánica de cada bomba se obtiene mediante la Ec. (5.12) y se toma como base para considerar la potencia del motor comercial disponible que cumpla con las características atendiendo a las demandas del proyecto y que es

$$P_1 = \frac{\rho Q_{R1} H_{R1}}{76 \eta_1} = \frac{(1000)(0.0150)(225.71)}{76(0.86)} = 51.8 \text{ HP} \approx 100 \text{ HP}$$

$$P_2 = \frac{\rho Q_{R2} H_{R2}}{76 \eta_2} = \frac{(1000)(0.0325)(237.83)}{76(0.86)} = 118.26 \text{ HP} \approx 150 \text{ HP}$$

Dado que no se dispone de la información referente a los momentos de inercia de las bombas, éstos pueden obtenerse mediante las expresiones estudiadas en el Capítulo 5; por ejemplo, utilizando la Ec. (5.6) propuesta por Donsky, se tiene que

$$WR_1^2 = 150 \left(\frac{P_1}{N_{R1}} \right)^{1.435} = 150 \left(\frac{100}{3500} \right)^{1.435} = 0.913 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$$

$$WR_2^2 = 150 \left(\frac{P_2}{N_{R2}} \right)^{1.435} = 150 \left(\frac{150}{3450} \right)^{1.435} = 1.667 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$$

La velocidad angular para cada caso es

$$\omega_1 = \frac{2 \pi N_{R1}}{60} = \frac{2 \pi (3500)}{60} = 366.52 \text{ rad}$$

$$\omega_2 = \frac{2 \pi N_{R2}}{60} = \frac{2 \pi (3450)}{60} = 361.28 \text{ rad}$$

El torque o par para cada caso es

$$T_{R1} = \frac{76 P_1}{\omega_1} = \frac{76(100)}{366.52} = 20.74 \text{ Nm}$$

$$T_{R2} = \frac{76 P_2}{\omega_2} = \frac{76(150)}{361.28} = 31.55 \text{ Nm}$$

La velocidad específica de las bombas es:

$$N_{S1} = \frac{N_{R1} \sqrt{Q_{R1}}}{H_{R1}^{3/4}} = \frac{3500 \sqrt{0.015}}{(225.71)^{3/4}} = 7.36 \quad (\text{unidades SI})$$

$$N_{S2} = \frac{N_{R2} \sqrt{Q_{R2}}}{H_{R2}^{3/4}} = \frac{3450 \sqrt{0.0325}}{(237.83)^{3/4}} = 10.27 \quad (\text{unidades SI})$$

Las velocidades específicas anteriores corresponden a bombas de flujo estrictamente radial. Al comparar el comportamiento de estas bombas con el correspondiente a curvas adimensionales de un banco de datos (Ref. 6), resultó conveniente el uso de curvas adimensionales correspondientes a una velocidad específica de hasta 25 (unidades SI). La figura 7.2 muestra las curvas adimensionales seleccionadas.

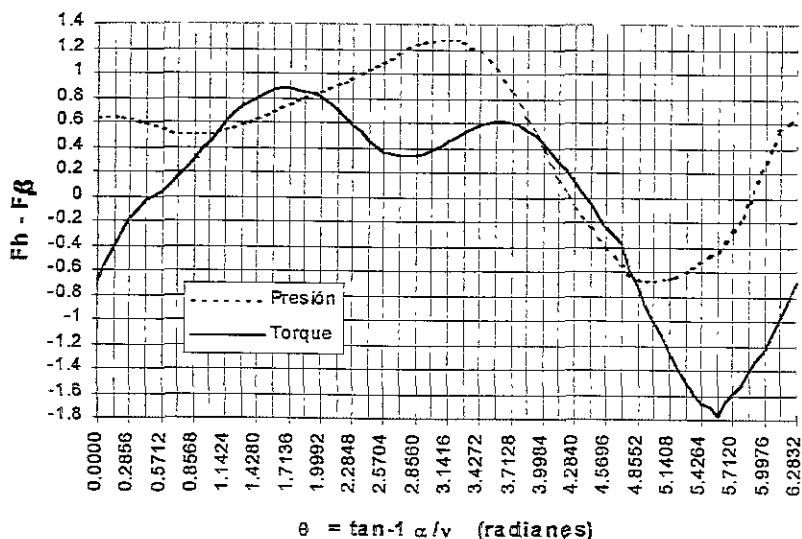


Figura 7.2. Curvas características para N_s de hasta 25 (unidades SI).

7.5 CÁLCULO DE LA CELERIDAD DE ONDA

La celeridad de onda se calcula mediante la Ec. (2.3) de Halliwell, considerando los siguientes valores:

Módulo de elasticidad del acero (tabla 2.1),	$E = 212 \text{ GPa} = 2.12 \times 10^{11} \text{ kg/m}^2$
Módulo de elasticidad volumétrico del fluido (tabla 2.2),	$K = 2.19 \text{ Gpa} = 2.19 \times 10^9 \text{ kg/m}^2$
Densidad del fluido (tabla 2.2)	$\rho = 1,000 \text{ kg/m}^3$

Para calcular el parámetro adimensional de las propiedades elásticas del conducto, ψ , se toma la Ec. (2.10), ya que se trata de un conducto elástico de pared delgada ($e/D = 0.3$) con frecuentes juntas de expansión, de modo que

$$\psi = \frac{D_i}{e} = \frac{0.3334}{0.0111} = 30.04$$

Finalmente, aplicando la Ec. (2.3) se tiene que la celeridad vale

$$a = \sqrt{\frac{K}{\rho [1 + (K/E)\psi]}} = \sqrt{\frac{2.19 \times 10^9}{1000 [1 + (2.19/212)(30.04)]}} = 1292.81 \text{ m/s}$$

7.6 SIMULACIÓN DE LOS FENÓMENOS TRANSITORIOS

El método a emplear para el análisis hidráulico de los fenómenos transitorios es el método de las características, estudiado en los capítulos 3 y 4. En las secciones anteriores ya fueron calculados todos los parámetros físicos necesarios para aplicar dicho método y simular el fenómeno en una computadora digital

Para la simulación se utilizó el programa de cómputo TRANS, desarrollado por el Instituto de Ingeniería de la UNAM. Su estructura lógica se basa en los diagramas de flujo presentados en las Figs. 3.16 y 4.4, pero además incluye una amplia variedad de condiciones de frontera y modelos numéricos para varios dispositivos de control. El manual de usuario del programa se puede consultar en la Ref. 11.

El archivo de datos del programa debe incluir la siguiente información:

- 1) No. de tramos que forman la conducción
- 2) Número de divisiones del último tramo
- 3) Número de intervalos de tiempo para escribir resultados
- 4) Gasto de referencia (m^3/s)
- 5) Tiempo de simulación (s)
- 6) Clave de frontera para simular planta de bombeo.
- 7) Posición del tanque de succión
- 8) Cota del agua en el tanque de succión respecto al nivel del mar (m.s.n.m.)
- 9) Número de bombas en operación
- 10) Número de puntos de la curva característica
- 11) Intervalo angular de los puntos de la curva característica
- 12) Gasto de referencia de las bombas (m^3/s)
- 13) Presión de referencia de las bombas (m)
- 14) Velocidad de referencia (m/s)
- 15) Eficiencia de bombeo
- 16) Momento polar de inercia $kg\cdot m^2$
- 17) Datos de la curva característica de presión
- 18) Datos de la curva característica del momento

Datos de la tubería:

- 19) Longitud (m)
- 20) Diámetro (m)
- 21) Celeridad de la onda (m/s)
- 22) Coeficiente de fricción

A) Análisis sin dispositivos de control.-

Se presentan análisis para gastos de 15 l/s y 80 l/s, con tubería de 0.3334 metros de diámetro interior, en acero, con instalación visible provista de juntas de expansión a todo lo largo.

En las Figs. 7.4 y 7.5 se muestran los resultados de la simulación del sistema sin colocar ningún dispositivo de control. Puede observarse que el problema principal para ambos casos son las presiones negativas, que aparecen durante los primeros segundos en más de la mitad de la conducción, lo que puede colapsar la tubería, sobre todo para el caso del manejo de 80 l/s que presenta presiones muy por abajo de la presión atmosférica.

Por lo que respecta a las presiones positivas, para el caso de operar con 15 lps se alcanza una presión máxima de 242.12 m.c.a., en tanto que para la operación de 80 lps la presión máxima es de 335.15 m.c.a.

B) Aplicación del criterio propuesto para elegir el dispositivo de control

Debido a la presencia de presiones negativas que ponen el riesgo de colapso de la tubería, es necesario colocar uno o varios dispositivos de control de transitorios hidráulicos de acuerdo a lo estudiado en el capítulo anterior. Con el fin de determinar el dispositivo más adecuado, se aplica el criterio de selección visto en la sección 6.13.

La condición más adversa de operación (es decir, la que pone en mayor peligro estructural a la instalación), se tiene en la etapa de operación con 80 l/s. Entonces se calculan para esta etapa las escalas vertical y horizontal para dibujar el perfil transformado del acueducto. De las Ecs. 6.10 y 6.11 se tiene que

$$e_V = \frac{1}{H_0} = \frac{1}{237.83} = 0.0042$$

$$e_H = \frac{\rho Q_0 H_0}{WR^2 \omega_0^2 a \eta_0 m} = \frac{(1000)(0.08)(237.83)}{(1\ 667)(361.28)^2(1292.81)(0.86)(3)} = 4.2 \times 10^{-5}$$

En la Fig 7.3 se muestra el perfil del tramo de análisis en los ejes X y Y normalizados. Comparando dicho perfil adimensionado con las curvas de la Fig. 6.13, se observa que éste se asemeja a la curva No. 1. En consecuencia, podría optarse por la colocación de una torre de oscilación en X_1 , Y_1 (ver Fig 7.3). Sin embargo, la altura b de la torre de oscilación a colocar, teniendo en cuenta que su coronamiento debe estar por encima de la línea piezométrica de trabajo, sería mayor a 30 m, por lo que se descarta esta alternativa.

La elección del dispositivo de control del golpe de ariete también debe estar vinculada a las condiciones técnicas y económicas particulares de cada proyecto y, en este caso, la construcción de un tanque unidireccional, que podría ser considerado como otra opción, tampoco es viable ya que se presentan algunas dificultades relacionadas a la accesibilidad de la zona, lo que se traduce en costos muy elevados en relación al tamaño de la línea de conducción.

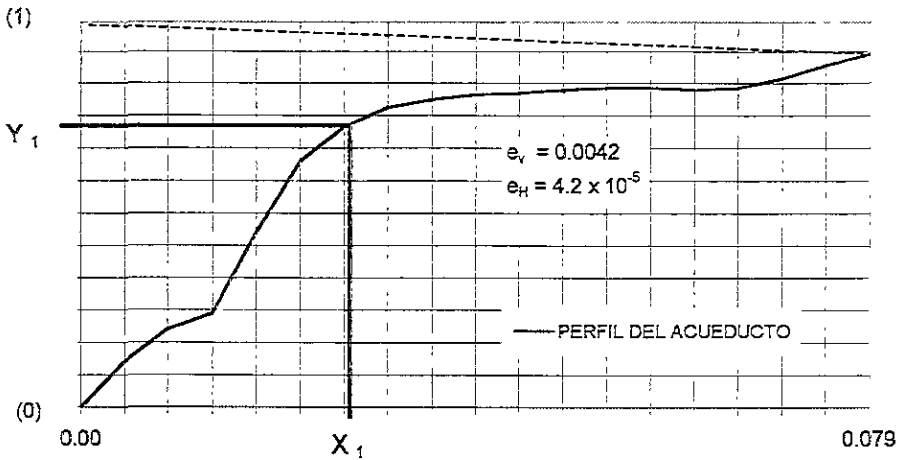


Figura 7.3. Perfil del tramo de análisis en ejes normalizados para la aplicación del criterio.

Considerando las condiciones particulares del proyecto, se propone el empleo de una o varias cámaras de aire como la solución más conveniente. Debido a que las cámaras deben ubicarse en las proximidades de la planta de bombeo, el acceso para su instalación, mantenimiento y alimentación de aire comprimido no debe representar ningún problema.

Ahora bien, para dimensionar el dispositivo de control seleccionado debe realizarse la simulación del transitorio considerando la operación de una o varias cámaras de aire con distintas capacidades nominales.

C) Análisis con dispositivos de control

Con base en el inciso anterior, se analizan tres posibles soluciones, a saber:

- 1) Colocar una cámara de aire a la salida de las bombas, con capacidad de 4 m³.
- 2) Colocar una cámara de aire a la salida de las bombas, con capacidad de 6 m³.

- 3) Colocar dos cámaras de aire a la salida de las bombas, con capacidad de 4 m³ cada una, una para la primera etapa de operación con 15 lps y otra para la segunda etapa con operación de 80 lps.

Como se vió en el Capítulo 6, estas cámaras de aire tienen la doble función de amortiguar las sobrepresiones, aprovechando las condiciones adiabáticas de compresión del aire, y la de retardar la caída de presión, como reflejo físico del amortiguamiento. Para considerar la cámara de aire en el programa de simulación, se debe incluir en el archivo de datos la siguiente información:

- 1) Coeficiente de pérdida de carga de la salida del agua de la cámara de aire
- 2) Volumen de aire inicial en la cámara (m³)
- 3) Área de la cámara de aire (m²)
- 4) Nivel del agua dentro de la cámara de aire, con respecto al nivel del mar (m.s.n.m.)
- 5) Coeficiente de pérdida de carga de la entrada de agua a la cámara
- 6) Longitud de la tubería de conexión entre la cámara y la línea de conducción (m)
- 7) Diámetro interno de la tubería anterior (m).

En las Figs. 7.6 y 7.7 se muestran los resultados de la simulación con una cámara de aire de 4 m³ de capacidad para los dos gastos de operación. Como puede observarse, para el caso de operación con 15 l/s se solucionan los problemas de presiones negativas. Para el caso de operar con 80 l/s las presiones negativas bajan, pero no desaparecen. Las presiones positivas se reducen considerablemente.

La Fig. 7.8 muestra los resultados con una cámara de aire de 6 m³ de capacidad, sólo para el caso de 80 l/s que es con el que se presenta el mayor problema de presiones negativas. Con esta cámara las presiones se reducen bastante, hasta tener solamente una longitud de 400 m con presiones de hasta -10 m c.a., que pueden manejarse con una batería de válvulas de admisión y expulsión de aire en este tramo.

En la Fig. 7.9 se presentan los resultados de la simulación con dos cámaras de aire de 4 m³ cada una, para sumar un volumen total de operación de 8 m³. La envolvente de presiones negativas se reduce a presiones por abajo de los 10 m c.a. en una longitud de 280 m., que es todavía más manejable que el caso anterior. Todavía se realizó una simulación con una cámara de 12 m³ de capacidad, siendo muy poca la diferencia. Los resultados de ésta se presentan en la Fig. 7.10.

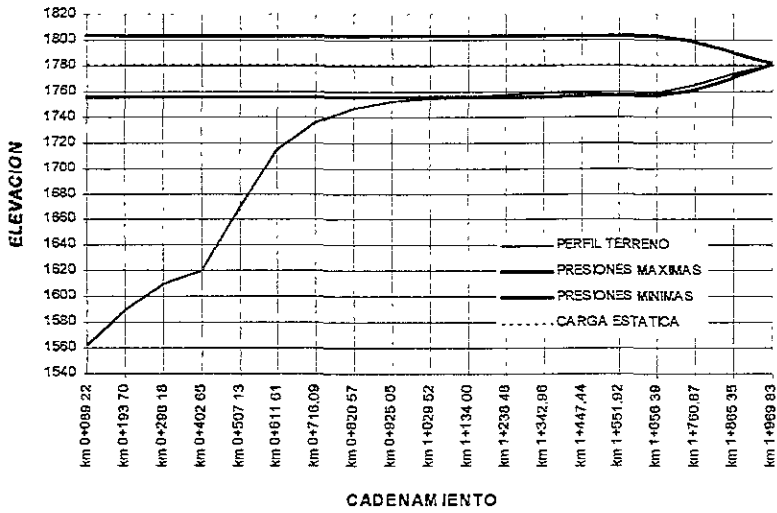


Figura 7.4. Presiones transitorias para el sistema sin dispositivos de control y $Q = 15$ l/s.

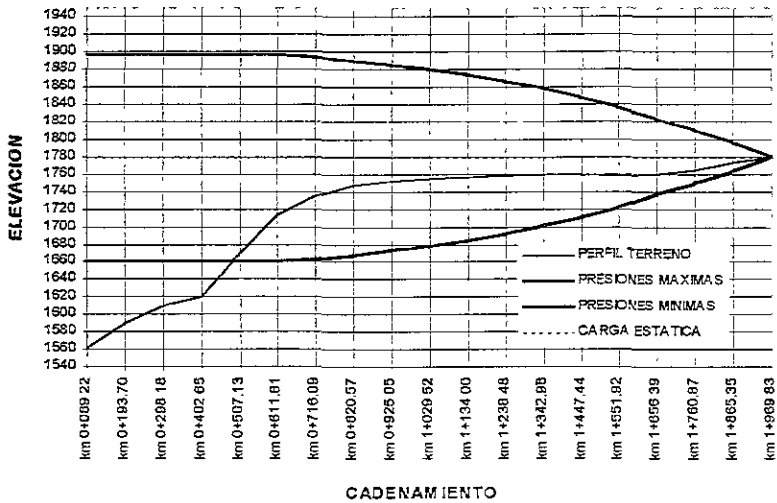


Figura 7.5. Presiones transitorias para el sistema sin dispositivos de control y $Q = 80$ l/s.

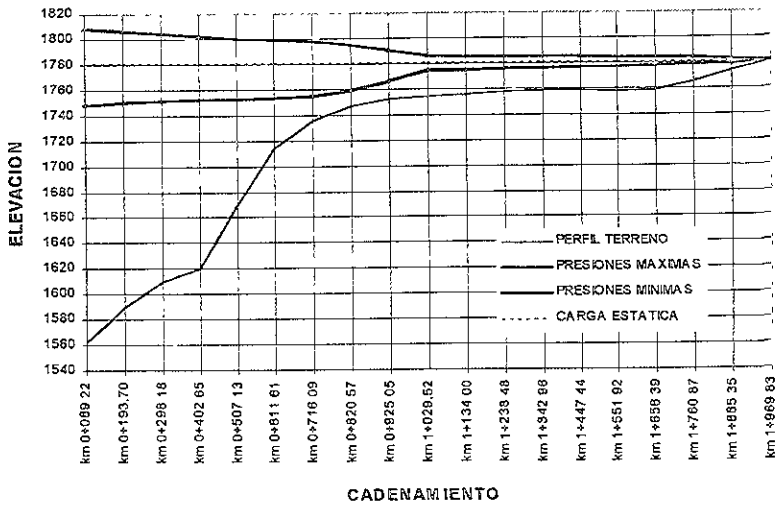


Figura 7.6. Presiones transitorias para el sistema con cámara de aire de 4 m^3 y $Q = 15 \text{ l/s}$.

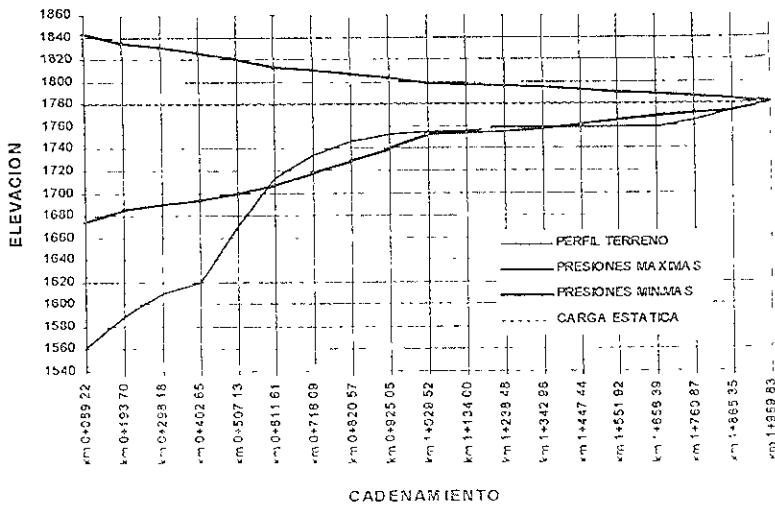


Figura 7.7. Presiones transitorias para el sistema con cámara de aire de 7 m^3 y $Q = 80 \text{ l/s}$.

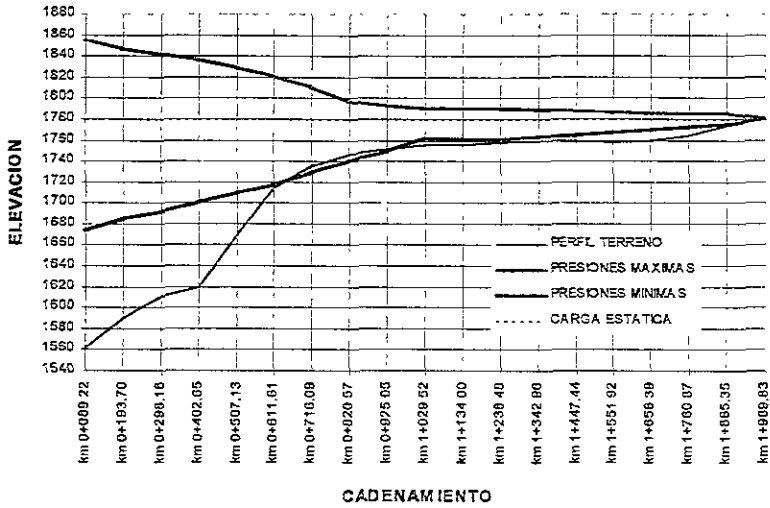


Figura 7.8. Presiones transitorias para el sistema con cámara de aire de 6 m³ y Q = 80 l/s.

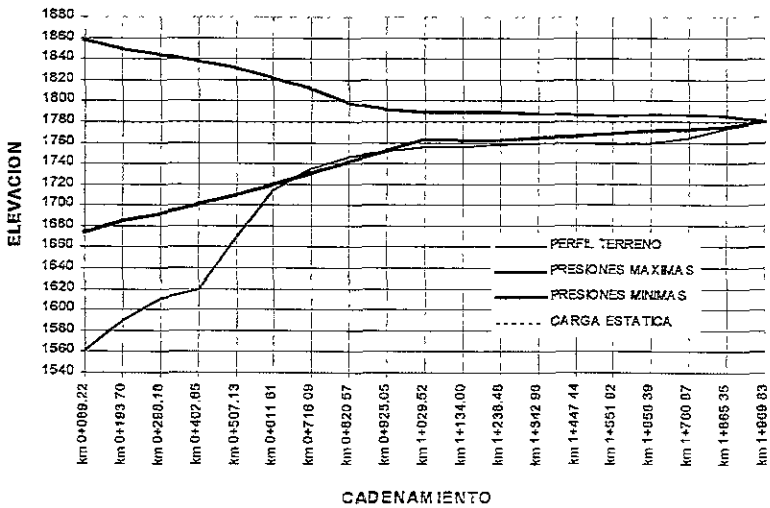


Figura 7.9. Presiones transitorias para el sistema con cámara de aire de 8 m³ y Q = 80 l/s.

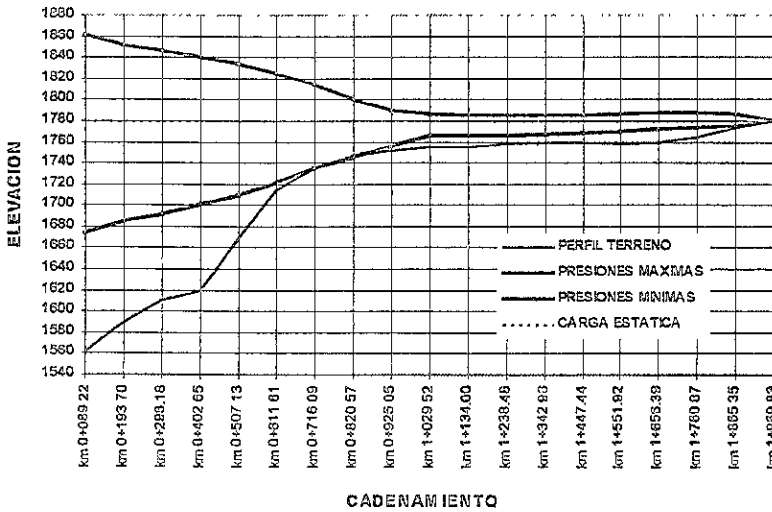


Figura 7.10. Presiones transitorias para el sistema con cámara de aire de 12 m³ y $Q = 80$ l/s.

7.7 CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Aunque la carga de bombeo es muy alta y el caudal manejado está muy por abajo de lo que usualmente se maneja en una línea de conducción, el fenómeno transitorio que se presenta es fácilmente controlable con dispositivos muy económicos.

Para el caso de operar en una primera etapa 15 l/s, es conveniente colocar una cámara de aire de 4 m³, pudiendo ser hasta de 6 m³ si se maneja un factor de seguridad más alto.

Para operar los 80 l/s en una segunda etapa se recomienda la instalación de una segunda cámara igual a la de la primera etapa. Además se deben colocar válvulas de admisión y expulsión de aire en el tramo en el que todavía se presenten presiones negativas de baja magnitud.

A estas cámaras hay que controlarlas, cuidando que se mantenga el volumen de aire recomendado en su diseño a la presión prevista, para lo cual hay que prevenir la instalación de un

compresor (y su respaldo) y de toda la instrumentación que permita la fácil supervisión de la operación de este dispositivo. De acuerdo a lo visto en la sección 6.15, también puede considerarse la instalación de una válvula de retención extra.

CONCLUSIONES

Tras la revisión detallada y sistemática de los fenómenos transitorios en conductos a presión, se comprende que en una planta de bombeo el paro accidental es la causa de los transitorios hidráulicos más peligrosos y donde incluso las máquinas se exponen a sufrir daños significativos.

En la práctica, los paros no programados son frecuentes ya que las instalaciones están expuestas a una serie de eventos que pueden interrumpir la operación, por ejemplo, la caída de un rayo en la subestación eléctrica, el sobrecalentamiento de una chumacera que acciona la protección correspondiente deteniendo la máquina, etc. En ningún caso se deben subestimar los efectos de los transitorios en los sistemas, los cuales deben analizarse siempre con las condiciones más desfavorables de operación.

De acuerdo con este principio, se examinó en este trabajo el comportamiento de una instalación real ante el paro accidental del bombeo. El caso más desfavorable corresponde a la operación a gasto máximo (disparo simultáneo de los tres equipos de bombeo). En este ejemplo se pudo observar que aún cuando los gastos de diseño eran pequeños, la caída de presión fue bastante considerable y cortó al perfil, llegando incluso a presiones muy por abajo de la presión atmosférica, lo que podía haber colapsado la tubería al no contar con un dispositivo de control adecuado.

En la práctica resalta la importancia de contar con un criterio razonable para decidir el tipo de dispositivo de control de transitorios hidráulicos que debe emplearse en cada acueducto, así como contar también con los criterios fundamentales de diseño y operación segura del acueducto. Los criterios presentados en este trabajo tienen una sólida base teórica y práctica que puede consultarse en la Ref. 2.

Cabe señalar que a lo largo de este trabajo se hizo énfasis en los fenómenos físicos involucrados en la propagación y reflexión de ondas del flujo transitorio. En algún momento se simplificó el fenómeno al no considerar la fricción con el fin de profundizar en el conocimiento físico. No obstante, para la solución de problemas reales es importante contar con una herramienta confiable para la solución numérica de ecuaciones que involucren a la fricción y, en definitiva, el *método de las características* es un método efectivo para la solución de las ecuaciones que describen el flujo transitorio incluyendo la no linealidad que introduce la fricción.

En este trabajo se hace especial énfasis en la traducción de este método a un programa computacional, lo cual permite resolver sistemas de bombeo complejos sin mayor dificultad matemática. El programa de cómputo utilizado en este trabajo para la simulación de transitorios hidráulicos en tuberías a presión (*TRANS*) fue elaborado por R. Carmona y L. Carmona. Los detalles de este programa se pueden consultar en la Ref. 11, sin embargo, el programa original ha sufrido algunos cambios desde su creación con el fin de incluir nuevas condiciones de frontera y resolver sistemas cada vez más complejos.

REFERENCIAS

1. Chaudhry, M. H., *Applied Hydraulic Transients*, Editorial Van Nostrand Reinhold Company. Nueva York, 1979.
2. Guarra Ferro, R., Sánchez Bribiesca, J. L., Carmona Paredes R., Aguilar Moreno, L., *Diseño y Operación hidráulicos de conducciones de agua a presión*, Instituto de Ingeniería UNAM. México, 1985.
3. Soldán Córdoba, G. A. Paz, *Optimación de Sistemas de bombeo considerando el Flujo Transitorio*, Tesis doctoral (Ingeniería Hidráulica), División de Estudios de Posgrado FI UNAM. México, 1989.
4. Mancebo del Castillo, U., *Teoría del golpe de ariete y sus aplicaciones en ingeniería hidráulica*, Editorial Limusa. México, 1987.
5. Thorley, A R D., *Fluid Transients in Pipeline Systems*, D & Groge Ltd.
6. Donsky, B., *Complete Pump Characteristics and the Effect of Specific Speeds on Hydraulic Transients*, Jour Basic Engineering, Trans. Amer. Soc. of Mech. Engrs. Vol. 83, Dec. 1961
7. Mosonyi, E. y Seth, H , *The surge tank - a device for controlling water hammer*, Water Power and Dam Construction, Part I, 1975, Part II, 1975.
8. Sotelo Ávila, G , *Hidráulica General, Vol. I: Fundamentos*. Editorial Limusa México, 1974
9. Pereyra, D., *Influencia del Momento Polar de Inercia en las Prestiones Transitorias en un Sistema de Bombeo*, Tesis de Maestría (Ingeniería Hidráulica), División de Estudios de Posgrado FI UNAM México
10. Sánchez Huerta, A., Carmona, R., Estrella, E , *Estudio Experimental de las Prestiones Causadas por Separación de la Columna Líquida en Tuberías Horizontales*, XIII Congreso Latinoamericano de Hidráulica, Instituto de Ingeniería de la UNAM México, 1987
11. Carmona, R., Carmona, L. , *Manual del Sistema de Simulación de Transitorios Hidráulicos en Tuberías a Presión*, Informe del Proyecto 3115, Instituto de Ingeniería de la UNAM México, 1993