

01173

10

**“SELECCIÓN DE MATERIALES PARA EL DISEÑO DE UNA  
PLATAFORMA DE CARGA DE UN VEHÍCULO ELECTRICO  
DE REPARTO”**

01173

**MAGDALENA TRUJILLO BARRAGÁN**

**OCTUBRE, 2001**



Universidad Nacional  
Autónoma de México



## **UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso**

### **DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

A MI FAMILIA AMADA

Erika Alvarado Trujillo  
Diana Alvarado Trujillo  
José Antonio Alvarado Calvo

AGRADEZCO EL APOYO INCONDICIONAL DE:

José de Jesús Muñiz Lupercio  
Lázaro Morales Acosta  
David Arias Audiffred

# ÍNDICE

Capítulo	Página
Introducción	i
1. Factores a considerar durante la selección de materiales	1
1.1 Consideraciones de los niveles de resistencia estática	3
1.2 Consideraciones de rigidez	7
1.3 Consideraciones de tenacidad	11
1.4 Factores adicionales para la selección de los materiales	14
1.4.1. Elementos a considerar sobre el costo de los materiales	14
2. Selección de materiales basándose en gráficas paramétricas	25
2.1 Índices de funcionalidad considerando las propiedades de los materiales	34
2.2 Índices de funcionalidad considerando la forma del diseño	36
2.3 Consideraciones para un factor de forma microestructural	45
3. Selección de materiales considerando la evaluación de las propiedades	51
3.1 Método de las propiedades ponderadas	51
3.2 Método de propiedades límite	55
3.3 Alternativas de evaluación en la base del costo	57
3.4 Evaluación global de las propiedades basada en la experiencia	62
4. Aplicación de los criterios de selección a un caso de estudio	65
4.1 Identificación de los requerimientos	66
4.2 Atributos a optimizar	69
4.3 Índices de funcionalidad requeridos	72
4.4 Selección de materiales usando gráficas paramétricas	75
4.4.1 Materiales compuestos estructurales	77
4.5 Selección de materiales usando el método de propiedades ponderadas	89
4.6 Selección de materiales utilizando el método de las propiedades límite	92
5. Análisis del caso de estudio	96
5.1 Usando elemento finito	96
5.1.1 Relación desplazamiento-deformación en elemento finito	99
5.2 Aplicando pruebas mecánicas	115
6. Resultados y conclusiones	124
6.1 Discusión de resultados	124
6.2 Conclusiones	127
6.3 Aportaciones a futuro	128
Bibliografía general	129

## INTRODUCCIÓN

Cuando se piensa en diseñar algún componente, inmediatamente nos ponemos a pensar en satisfacer la necesidad que cubrirá, y desde luego que junto a ello el costo de éste se reduzca al mínimo. Además, con frecuencia pensamos en el uso similar a otras aplicaciones y desde luego, hacemos semejanzas entre los materiales utilizados, sin darnos cuenta que existe un gran número de materiales que surgen día con día. Debido al gran número de variables a considerar cuando se está diseñando, la labor de llevar a cabo una selección de materiales se hace compleja. Sin embargo, se pueden llevar a cabo una serie de pasos que tipifiquen las características de los componentes, de tal modo que al seleccionar un material se pueda tener involucrada la gran gama de materiales a escoger.

El propósito de este trabajo es el de aplicar algunos criterios de selección de materiales durante el diseño de un producto. De dicha aplicación se sintetizan y aplican criterios de selección en el caso del diseño de una plataforma de carga que será utilizada en un vehículo eléctrico de reparto.

También se lleva a cabo un estudio de las propiedades mecánicas que se involucran en el diseño estructural. Por ello, durante la realización del trabajo, se describen los factores que son necesarios a considerar en condiciones estáticas de resistencia y flexibilidad de los materiales. Además, se propone un método de selección de los materiales aplicando los criterios descritos durante el trabajo, para que con ello se pueda ayudar al diseñador a tomar, de forma generalizada, la consideración de todas las propiedades involucradas en el planteamiento de un problema.

Como la plataforma de carga de un vehículo eléctrico de reparto, exige, entre otras cosas, características de resistencia y bajo peso, en éste trabajo se encuentra una descripción detallada de ello en los capítulos 4 y 5. Al final del capítulo 5 veremos el resultado del proceso de selección, el cual sitúa a los materiales compuestos laminados entre los primeros lugares, por lo que se pensó en el empleo de los del tipo sándwich para su construcción. Para comprobar que la selección fuera la adecuada, se procedió a someter al material a una simulación por computadora mediante elemento finito, cuyos resultados fueron favorables en condiciones de resistencia. Para completar este proceso, se procedió a llevar a cabo una serie de pruebas mecánicas sobre el material seleccionado, las cuales también arrojaron datos favorables en cuanto a resistencia mecánica se refiere. El trabajo finaliza con los resultados logrados y las conclusiones pertinentes al caso de estudio.

## Antecedentes

A través de los años, se ha notado un desarrollo considerable en el consumo de nuevos y mejores materiales que se pueden utilizar en la elaboración de un producto. Sin embargo, en algunas ocasiones, su valor se nulifica debido al desconocimiento de la existencia de otras opciones de materiales.

Aunque el diseño es la parte esencial de un conjunto de actividades de desarrollo tecnológico, el diseñador de hoy se encuentra con la necesidad de prestar una mayor atención a la selección de materiales (ref.1). Desde hace 4,000 años, los materiales que se tenían disponibles se limitaban a la madera, a la piedra, al cuero y al marfil, y los productos o artefactos que se fabricaban eran hechos de esos cuatro materiales. Mil, años más tarde, aparece el hierro forjado, ampliándose un poco más la gama de materiales disponibles. Sin embargo, a pocos siglos del nuestro, numerosos aceros aparecieron incrementándose de manera considerable el uso de más y mejores materiales. Por tales razones, vemos que en 4,000 años solo se disponía a lo sumo de 10 materiales para escoger y sólo unos cientos de años se requirieron para producir millares de materiales, esto hace complejo el escoger alguno que se adaptara a las necesidades de nuestros días.

En nuestra era, hay mas de 50,000 materiales disponibles para la ingeniería y diseño (ref. 8), junto con ello, el concepto de diseño ha sufrido cambios a través del tiempo de acuerdo a las necesidades de la humanidad y a la complejidad y multiplicidad de los productos que utilizamos. Entre los principales cambios se encuentra el de considerar al diseño como parte principal de un sistema (ref. 1); es decir, el diseño es la parte esencial de un conjunto de actividades englobadas en una sola, cuyo propósito es obtener un producto determinado.

Desde hace un par de décadas, se ha percibido que el diseñador no debe ser la única persona que tome la decisión para seleccionar un material, y se ha propuesto seguir una metodología donde se incluya la consulta de otras áreas del conocimiento en torno a una aplicación específica. Sin embargo, no siempre se tiene la posibilidad de poseer esos recursos, por lo que es frecuente que el diseñador acuda a grupos de Universitarios o Consultorías para seleccionar el material adecuado (ref. 3).

Además, en años recientes también han surgido nuevas tecnologías como consecuencia del uso de diversos materiales, por lo que desafortunadamente escoger un material para una aplicación específica cada vez se vuelve más complejo. De esta manera, el diseñador no solo debe tener la experiencia de desarrollar un producto, sino también conocer los métodos de procesamiento de los materiales y sus propiedades (ref. 5).

Investigaciones recientes han demostrado la necesidad de encontrar metodologías de diseño con énfasis en la selección de materiales, donde se involucren parámetros de procesamiento, evaluación de costos, uso y efectos ambientales del producto. Gillam (ref. 3), dice que para seleccionar un material se debe identificar el problema o causa por la que se tiene la necesidad de seleccionar materiales. Dentro de ese análisis, Gillam identificó 6 causas principales:

1. El diseño de un nuevo producto, para que cumpla con una nueva función.
2. Para la modificación de un producto ya establecido, el cual va a estar expuesto a diferentes condiciones de operación.
3. Por la necesidad de reducir costos.
4. Porque el material tuvo una falla durante el servicio.
5. Porque surgieron nuevos materiales que ofrecen mejores condiciones.
6. Debido a la disponibilidad en el mercado de los materiales.

Gillam hace hincapié en la importancia de la distinción de cada uno de los casos presentados ya que la manera de pensar y proceder del diseñador deberá ser distinta. Por ejemplo, para el caso 1), el seleccionador tiene la oportunidad de ver una amplia gama de materiales incluyendo a los menos convencionales, donde el costo muchas veces no es un factor muy importante a considerar. Para el caso 2), sugiere realizar la selección con mayor cuidado y avanzando con pasos pequeños durante la selección, trabajando con materiales muy bien probados. La consideración sobre el caso 3) con frecuencia involucra mejoramiento en los métodos de fabricación, donde quizás deba haber una modificación en el diseño. Las dos últimas categorías indican la disponibilidad de los materiales a emplear; es decir, que sean nuevos o que se presenten irregularidades de existencias en el mercado.

Con lo anterior, vemos que existe la necesidad, y resulta muy conveniente, de identificar el método mas adecuado para seleccionar un material; el cual, no solo depende de sus propiedades, sino también del medio que lo rodea; desde su fabricación, el gusto del cliente, hasta los efectos sociales y ambientales que repercutan sin olvidar, por supuesto, el factor económico.

### **Objetivos de la tesis**

- Seleccionar materiales para el diseño de una plataforma de carga mediante la aplicación de los criterios de selección de materiales.
- Comprobar mediante el uso de un paquete de cómputo, el comportamiento mecánico del elemento estructural donde se incluya el material seleccionado.
- Realizar pruebas mecánicas que permitan comprobar las características del material seleccionado.

## Hipótesis

Durante el diseño de un producto, se estudian y analizan los requerimientos necesarios que cumplan, de manera eficiente, con sus características; desde tiempos remotos, los factores más importantes a considerar son por un lado la funcionalidad y por el otro los factores geométricos, dejando que las propiedades de los materiales se ajusten a los dos puntos anteriores. Sin embargo, hoy en día, nacen y crecen diversidad de materiales que pueden cumplir cabalmente con los requerimientos planteados, donde es necesario tomar decisiones ante un abanico de posibilidades. La autora del presente trabajo considera que, una herramienta efectiva para auxiliar al diseñador mecánico en la tarea de seleccionar materiales es aquella que reúne los principales elementos de análisis como son: la funcionalidad, los factores geométricos y, de manera integral, las propiedades de los materiales.

## Referencias

1. SHARP, H.J. "Engineering Materials, Selection and value analysis"; London:Heywood Books,1966
2. VERINK, Jr, "Methods of materials selection; Metallurgical Society Conferences", University of Florida, 1968
3. GILLAM E. "Materials selection: principles and practice"; The Metallurgist and Materials Technologist, Sep. 1979, Vol. 11, No. 9, pp 521-525
4. GUTTERIDGE P.A., TURNER J.; "Computer Aided Materials Selection and Design"; Materials and Design, Aug. 1982, Vol. 3, pp 504-510
5. VVDENSKY J. M.; "Computer-Aided Materials Selection"; Industrial lubrication and tribology, May/June 1985, pp 100-103
6. SWINDELLS N., SWINDELLS R. J.; "Systems for engineering materials selection";, Metals and Materials (Institute of Metals), May 1985, Vol. 1, No. 5, pp.301-304
7. SANDSTRÖM R., "An approach to systematic materials selection"; Materials and Design, Dec. 1985, Vol. 6, pp. 328-337
8. ASHBY MICHAEL F., JONES DAVID R.H., "Engineering Materials 1, an introduction to their properties and applications"; Butterworth-Heinemann, Second Ed.1996

## CAPÍTULO 1

### FACTORES A CONSIDERAR DURANTE LA SELECCIÓN DE MATERIALES

La selección de materiales, como cualquier otro aspecto del diseño, se puede considerar como un proceso para la solución de un problema (ref. 1), donde, basados en la experiencia, algunos pasos a seguir recaen en los siguientes puntos:

1. Análisis de los requerimientos de diseño. Determinan las condiciones de servicio y el ambiente en el que el producto trabajará. Los requerimientos se pueden poner en términos de las propiedades de los materiales.
2. Búsqueda de los materiales candidatos. Compara las respuestas de las propiedades requeridas con una lista (que puede ser una base de datos) de las propiedades de los materiales, para escoger unos cuantos materiales que sean prometedores para la aplicación.
3. Selección del material candidato. Analiza los materiales candidatos en términos del desempeño del producto, costo, manufacturabilidad y disponibilidad para la aplicación.
4. Desarrollo de los datos de diseño. Determina experimentalmente las propiedades más importantes del material seleccionado, para obtener estadísticamente las medidas realizables del desempeño del material bajo las condiciones específicas esperadas, que podrán encontrarse durante su servicio.

Estos puntos nos dan una idea de cual sería la filosofía asociada con cada paso en un proceso de selección de los materiales. Por lo que la propiedad a buscar, es cualquier propiedad del material para la cual un valor límite absoluto (superior o inferior) se pueda establecer para la aplicación, y donde ninguna circunstancia más allá de ese límite sea tolerable.

Además, las propiedades que se tienen en mente para el material seleccionado, en su estado de fabricación, deberán conocerse con un alto grado de confiabilidad como para permitir que tanto el diseño como la fabricación del componente sean realizables. Afortunadamente, la mayoría del personal de diseño tiene en sus manos un archivo de catálogos comerciales, artículos técnicos y reportes de empresas. Los datos de las propiedades de los materiales comprenden una parte importante de este sistema de datos. Además, las grandes corporaciones y las secretarías gubernamentales, desarrollan sus propios compendios de datos sobre propiedades mecánicas, así como también lo hacen las asociaciones civiles. De esta manera, se forma una guía de propiedades de los materiales que se encuentran disponibles.

Cuando hay variabilidad o dispersión de resultados, los valores de las propiedades se indican en tablas a través de un rango de valores o se visualizan

de manera gráfica por medio de bandas de dispersión. Sin embargo, es raro encontrar datos de propiedades que se presenten en una manera estadística a través de valores medios y desviaciones estándar. Por ello, para aplicaciones críticas en las cuales la confiabilidad es de gran importancia, es necesario determinar la distribución de frecuencia tanto de la propiedad del material, como del parámetro que describe el comportamiento en servicio.

En muchas fases del diseño, las condiciones de servicio no son severas y pueden utilizarse especificaciones dadas por normatividades establecidas, como las dadas por ASTM (American Society for Testing of Materials), esto ayuda a que se puedan usar sin adoptar un programa de pruebas extenso. En otras áreas, tales como la aeronáutica o la nuclear, la necesidad de confiabilidad es tan alta que se requiere de grandes esfuerzos para determinar un diseño apropiado.

Por lo anterior, todo diseñador piensa en los posibles materiales a escoger; los cuales deben ser funcionales para la aplicación propuesta. Además, podemos empezar a considerar que el desempeño o los requisitos de funcionalidad de los materiales en un producto, se pueden expresar en términos de sus propiedades físicas, químicas, mecánicas, térmicas o eléctricas; las cuales, a su vez, dependen del enlace entre su estructura básica, la composición del material y el propio desempeño en servicio de la parte o componente, como lo determina Dieter (Ref. 1), fig. 1.1.

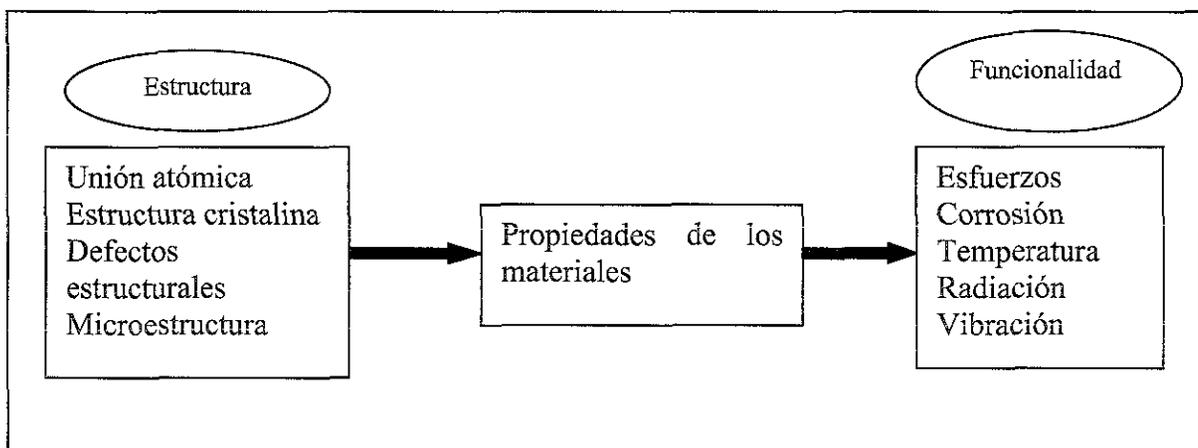


Fig. 1.1 Propiedades de los materiales y su enlace entre la estructura y su funcionalidad. Tomado y traducido de ref. 1, pág. 163.

Generalmente, cuando se lleva a cabo el diseño de un componente, ponemos atención en las propiedades mecánicas de los materiales que razonablemente sean baratas y fáciles de medir, o que se reproduzcan fácilmente, además de relacionarlas con una respuesta del material que esté bien definida y fundamentada. Sin embargo, por razones de conveniencia tecnológica, con frecuencia determinamos alguna otra característica del material que la misma propiedad; por ejemplo, los límites elásticos que miden la primera desviación significativa del comportamiento elástico; se sabe que su medición es tediosa, por lo que nos es más fácil sustituirla por la que más se reproduce al 0.2% de la

resistencia de fluencia del material. Más aún, también podemos llegar a dar prioridad a otros de los factores como son los de condiciones de servicio, éstos generalmente son más complejos que las que se pueden reproducir por métodos de prueba.

Si ponemos atención por separado tanto a las especificaciones de desempeño o funcionalidad, como a las especificaciones del producto, observaríamos que las primeras delimitan los requisitos funcionales básicos del producto obteniéndose los parámetros para los cuales el diseño pueda ser desarrollado. Ellas se basan en la propuesta del producto que se requiere para satisfacer la necesidad, a la vez de evaluar el riesgo y consecuencia de una posible falla. En cambio, las especificaciones del producto definen las condiciones bajo las cuales los componentes de los diseños se compran o se manufacturan, y esto se lleva a cabo llevando una lista de las propiedades conocidas para que sean revisadas al momento de seleccionar un material y con esto se asegure la discriminación de las propiedades no deseadas. En la tabla 1.1 se agrupan las propiedades que con mayor frecuencia se consultan, aunque esta tabla puede ser mayor si se incluyen pruebas ambientales, estado de esfuerzos, o cualquier configuración del diseño.

Partiendo del conocimiento de las propiedades dadas en la tabla, es posible conocer los valores alcanzados de cada propiedad en términos de sus intervalos, donde se incluya cualquier tipo de material; por ejemplo, intervalos bajo niveles de resistencia estática (el corcho tiene una resistencia tensil de 1 MPa, mientras que el diamante tiene aproximadamente 10,000 MPa de resistencia compresiva), de coeficientes de expansión térmica e incluso desgaste. Para nuestro estudio, consideramos que una de las propiedades que más se utiliza por el diseñador es la resistencia mecánica, para la cual ahondaremos más al respecto, sin dejar a un lado las propiedades que se tornan alrededor de cualquier problema industrial.

### **1.1 Consideraciones de los niveles de resistencia estática**

La resistencia de los materiales se puede subdividir en cuatro grandes grupos, los cuales se pueden relacionar entre sí, creándose una resistencia relativa que nos ayude a escoger los materiales candidatos. De esta forma tenemos definido la resistencia baja, la resistencia media, la resistencia alta y la ultra alta resistencia. El término de resistencia estática se refiere a la resistencia de tracción para el caso de los metales y polímeros, la compresiva para los cerámicos y vidrios, mientras que para los elastómeros se habla de resistencia al desgarre y para los materiales compuestos resistencia a la falla.

La **resistencia baja** se define entre 0 y 250 MPa, donde los materiales que se encuentran en esta categoría son los metales puros recocidos, que en algunos casos depende del grado de pureza del material. Desde el punto de vista microestructural, podemos decir que los metales cúbicos de cara centrada en estado recocido tienen resistencias menores a 100 MPa.

Si tomamos por referencia los 100MPa podemos ver que existen placas metálicas recocidas, que son 5 veces más resistentes que algún producto de colada en arena, donde se cree que esto se debe a efectos de direccionalidad. Las dos razones más poderosas, para usar metales de bajo nivel de resistencia se debe a su simplicidad del proceso y su muy bajo costo, la otra se debe a que los metales cumplen con más de una propiedad existente; aunque el inconveniente en el caso de los aceros, es que se debe aplicar algún tratamiento superficial para evitar su corrosión. Este proceso extra eleva los costos del producto, lo que hace que exista una competencia fuerte con las aleaciones de Al y los termoplásticos inyectados, que con respecto a las aleaciones de Al, la serie Al-Mg, es la que comúnmente se emplea. Son de baja resistencia, de alrededor de 50 MPa, que si éstas se endurecen por deformación en frío, pueden llegar hasta 200 MPa; lo cual se logra aumentando la cantidad de Mg presente.

Propiedad física	Propiedad mecánica	Propiedad térmica
Estructura cristalina Densidad Punto de fusión Presión de vapor Viscosidad Porosidad Permeabilidad Reflectividad Transparencia Propiedades ópticas	Dureza Módulo de elasticidad ♦ Tensión ♦ Compresión Relación de Poisson Curva esfuerzo - deformación Resistencia a la fluencia en ♦ Tensión ♦ Compresión ♦ Cortante	Conductividad Calor específico Coeficiente de expansión Emisividad Absortividad Velocidad de ablandamiento Resistencia al fuego
Estabilidad dimensional	Resistencia última de tensión ♦ Tensión ♦ Cortante	<b>Propiedades químicas</b>
<b>Propiedades eléctricas</b>	♦ Soporte Propiedades de fatiga ♦ liso ♦ muesca ♦ Fatiga por corrosión ♦ Por fricción ♦ Por contacto	Posición en la serie electro motiva Corrosión y degradación ♦ Atmosférica ♦ Agua salada ♦ Ácidos ♦ Gases calientes ♦ Ultravioleta Oxidación Estabilidad térmica Estabilidad biológica Corrosión bajo tensión Fragilidad por hidrógeno Permeabilidad hidráulica
<b>Propiedades nucleares</b>	Temperatura de transición Tenacidad de fractura Altas temperaturas ♦ Termofluencia ♦ Ruptura al esfuerzo Propiedades de humedad Propiedades de desgaste ♦ Abrasión ♦ Erosión ♦ Cavitación Impacto balístico	<b>Propiedades de fabricación</b>
Vida media Sección transversal Estabilidad		Colabilidad Tratabilidad térmica Templabilidad Formabilidad Maquinabilidad Soldabilidad

Tabla 1.1. Características de desempeño de los materiales. Ref. 1, Pág. 166.

Las aleaciones de cobre son materiales de baja resistencia en condiciones de recocido, pero cuando existe un tratamiento térmico o deformación en frío, estas pasan al siguiente nivel de resistencia.

Es importante señalar que los metales de este nivel de resistencia, tienen buena formabilidad, maquinabilidad y conductividad térmica.

Con respecto a los materiales plásticos, su baja densidad los hace ser excepcionales (alrededor de  $1\text{gr/cm}^3$ ) y la relación resistencia/peso es más favorable. Cabe señalar que la evaluación de resistencia es más difícil que en los metales, ya que esta depende del tiempo al cual se le aplique la carga en una prueba mecánica y de su sensibilidad a la temperatura. Además se debe considerar que muchas fórmulas de diseño se derivan de componentes estructurales en función del módulo elástico, como una medida fundamental de la respuesta a la carga aplicada, siendo esta una relación lineal en los metales, mas no así en los plásticos, pues su curva esfuerzo-deformación, raramente es lineal y poco confiable, ya que su comportamiento es de un sólido elástico a la vez que un material altamente viscoso, es decir, su comportamiento es visco-elástico; además, se ha visto que algunos proveedores proporcionan el módulo de Young como una línea recta tangente a la porción inicial (la mas recta posible) de la curva esfuerzo-deformación, otros proporcionan el módulo de secante al 1% (proporción de esfuerzo-deformación a cualquier punto de la curva) y otros simplemente definen el módulo de Young al 0.2% de la deformación, (ref.3), por esta razón, las propiedades más favorables a estos materiales son la flexión, dureza y tensión, además de las que corresponden al medio ambiente.

La **resistencia media**, comprende los esfuerzos entre 250 y 700 MPa, en esta categoría se incluyen los metales de ingeniería que no son puros, a excepción del titanio comercialmente puro en condición de recocido, que entra en esta categoría debido a su microestructura hexagonal de empaque cerrado. El cobre endurecido por trabajo en frío tiene 250 MPa, mientras que el aluminio, requiere ser aleado para entrar en esta categoría. Los aluminios de la serie 2XXX y la 7XXX, que son tratables térmicamente, están en esta categoría, cuyas resistencias varían entre 300 y 500 MPa; ambas series encuentran su aplicación en la industria aeroespacial.

Las aleaciones de base cobre entran en este rango, tales como la de cobre telurio, con resistencia de 265 MPa y las aleaciones Cu-Ni-Si endurecidos por precipitación, cuya resistencia es de aproximadamente 480 MPa.

También, podemos hablar de los aceros estructurales de baja aleación (HSLA), cuya resistencia a la fluencia varia de 200 a 1000 MPa, dependiendo de los elementos aleantes y los tratamientos térmicos. También los aceros micro aleados (Los que contienen menos de 0.1 % de cada elemento (Nb, V, Ti) y sirven para refinar el tamaño de grano) entran en esta categoría con resistencias aproximadas a los 500 MPa.

Los aceros de 0.4%C-Mn y los de baja aleación, como las aleaciones de manganeso-molibdeno, se utilizan en condiciones de temple y revenido, ya que producen una proporción suficiente de martensita para el desarrollo de propiedades óptimas, aunque, la desventaja de la utilización de estos materiales es el alto costo de los aleantes necesarios para lograr una buena templabilidad, y que además, solo se utilizan para piezas de espesores entre 10 y 12 mm.

Si la resistencia a la corrosión o la resistencia a la oxidación es necesaria, a veces se usan aceros inoxidable, como los de cromo-níquel sin tratamiento térmico, o los aceros inoxidable austeníticos cuya resistencia aproximada es de 200 MPa, que con una deformación en frío la resistencia alcanza los valores aproximados a 650 MPa.

El temple y el revenido pueden ser aplicados para el endurecimiento de aceros inoxidable martensíticos con contenidos de cromo de 11-14%. El esfuerzo a la fluencia depende del contenido de carbono; sin embargo, con un 13% de cromo, la resistencia de estos aceros esta alrededor de 400 MPa con 0.1% de carbono. La resistencia de aproximadamente 650 MPa corresponde a un contenido de 0.25% de carbono.

Los materiales de **alta resistencia** (750 a 1500 MPa) son materiales altamente especializados y de volumen de producción bajo, un ejemplo de ello son los aceros inoxidable que controlan su transformación, pues requieren tratamientos complejos para desarrollar sus propiedades. Los materiales a base cobre que se endurecen por precipitación con 2% de Be tienen una resistencia de 900 MPa; entre otros también se encuentran las aleaciones de Ti que tienen resistencias como las de las aleaciones de Cu.

Este rango de resistencias, también lo ocupan los aceros aleados como los aceros de medio carbono y baja aleación en estado de temple y revenido, cuyo ejemplo típico es el AISI 4340, para esta familia de aceros se debe tener en consideración la sensibilidad a la fragilidad por revenido, pues con el afán de obtener una máxima resistencia el revenido no deberá estar a temperaturas alrededor de 350 °C. Otra ventaja de estos materiales es que son de alta soldabilidad, significa que la cantidad de carbono deberá ser menor a 0.3% como en el AISI 4130, ya que si se quiere templabilidad, se deberá pensar en un acero con 1 % Ni algo de Cr, Mo y/o V, con esto logramos una excelente tenacidad y resistencia a la fluencia de 1000 MPa aproximadamente. Al material anterior, lo podemos tratar de tal manera que tengamos un endurecimiento por precipitación de carburos de Cr y Mo, y así producir resistencias a la fluencia de alrededor de 1500 MPa.

No debemos olvidar que dentro de esta categoría se incluyen los inoxidable 17-4PH, Custom 455 y FV 520, los cuales, tienen muy bajo contenido de carbono (C) y un balance cuidadoso de aleantes, donde se obtienen resistencias hasta de 1500 MPa por tratamiento térmico de envejecimiento a temperaturas entre 450 y 620 °C.

Los materiales de **ultra alta resistencia** están por arriba de los 1500 MPa cuyo ejemplo característico es el acero templado y revenido 300M (2 Ni – Cr - Mo – V - 1.6 Si), cuya resistencia a la fluencia es de 1560 MPa, este acero altamente especializado se utiliza en la aeronáutica y tiene alta tenacidad de fractura, ya que se somete a doble fusión y doble revenido. Los aceros Maraging son tratados por envejecimiento, desarrollando resistencias mucho más altas que los 300M.

Los aceros para herramienta como el H11 o el H13, son aceros de alto contenido aleante, con resistencias por arriba de los 1500 MPa, aunque el problema de ellos es su costo elevado.

Los procesos termomecánicos, de ausformado y marformado, pueden llevar a los aceros como el 4340 a resistencias de 2000 MPa, aunque sus aplicaciones no son amplias.

Finalmente, es necesario mencionar a los alambres musicales, los cuales están compuestos por aceros de alto carbono y altamente deformados, tienen resistencia a la tensión que varía entre 1600 y 1850 MPa.

El analizar los intervalos de resistencia anteriores nos permite acotar la variabilidad de materiales existentes, y reflexionar que también podemos hacer una combinación de ellos; por ejemplo, si tomamos en cuenta que la resistencia de los materiales compuestos reforzados con fibras, también juega un papel importante cuando se trata de minimizar el peso del componente, veríamos que sus propiedades dependen de 5 factores: a) las propiedades relativas entre la matriz y la fibra, b) las proporciones relativas entre la fibra y la matriz, c) La longitud de las fibras, d) la naturaleza de interfase fibra matriz, y e) el arreglo geométrico de las fibras. Las matrices pueden ser termoplásticas, termofijas, cerámicas, metálicas o de concreto, mientras las fibras pueden ser de vidrio, carbono, metal, cerámico o polímero. Ejemplos comunes de este tipo de compuestos son las fibras de vidrio, en resina poliéster, que tienen resistencia entre 1500 y 2000 MPa, las de fibra de carbono entre 3000 y 5000 MPa. Cabe señalar que los valores de resistencia antes mencionados se obtienen en condiciones extremas, pues el modo común, por ejemplo, de la fibra de vidrio al 30% con resina poliéster, tiene valores de tan solo 110 MPa.

## **1.2 Consideraciones de rigidez**

Además de la resistencia, la rigidez es otro de los parámetros de diseño más importante en cuanto a estructuras se refiere. La rigidez se define como la habilidad que presentan los materiales para mantener su forma original cuando está sometida a cargas. El concepto de rigidez en un material metálico está definido por la ley de Hooke, en el cual se relaciona el esfuerzo y la deformación (aunque en términos reales, la ley de Hooke está en función de la carga y el desplazamiento).

En el caso de los metales la pendiente de la parte lineal de la curva esfuerzo-deformación define la rigidez del elemento, mejor conocida como el módulo de Young o de elasticidad, si las cargas a la cual esta sometido el material es a tensión o compresión. Cuando el material está sujeto a esfuerzos cortantes, la rigidez se mide a través del módulo en cortante, es decir:

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (1.1)$$

Donde "ν" es la relación de Poisson, considerando a G, como una medida de la fuerza cortante que se necesita para producir una cantidad pequeña dada de deformación  $\gamma = x/h$ , según figura 1.2.

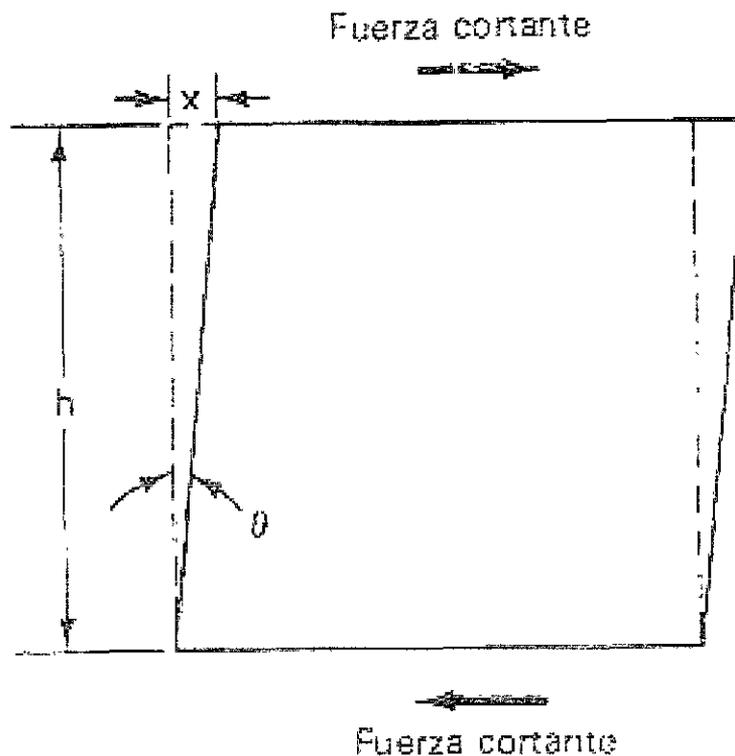


Fig. 1.2 Desplazamiento de un cortante en planos paralelos de un material.

Para el caso de los plásticos, la rigidez mecánica es importante en aplicaciones estructurales, debido a que estos materiales presentan un comportamiento visco-elástico, donde además, como ya lo mencionamos, su dependencia con el tiempo es muy estrecha. Por esta razón, la configuración geométrica en la aplicación de estos materiales ayuda a emplearlos con gran éxito, sobre todo si se trata de materiales termoplásticos moldeables por inyección (ref. 3). Otra característica de los polímeros, es que la deformación causada por alguna carga es recuperable, cuando esta se retira; situación que se debe tomar en cuenta cuando se diseñan componentes bajo cargas intermitentes.

Para cualquier aplicación estructural, hay tres razones por las cuales la rigidez es importante, la primera se refiere a deflexiones estables, la segunda, a la absorción de energía, y la tercera por fallas de inestabilidad. **La deflexión estable** se incrementa si la rigidez disminuye; esto es claro cuando observamos la deformación que se presenta en una barra empotrada en cantiliver, figura 1.3.

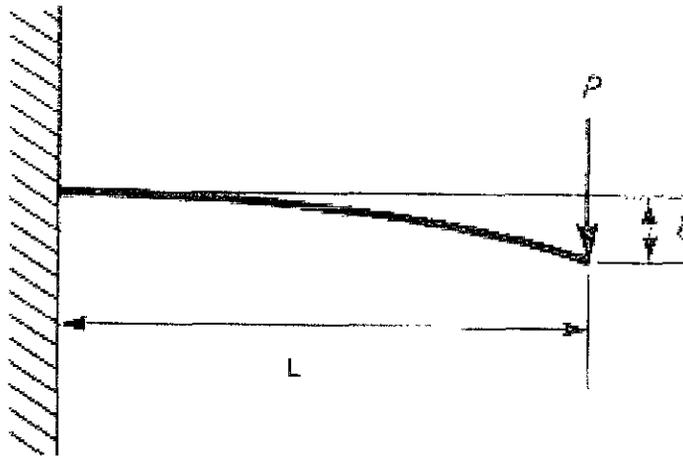


Fig. 1.3 Barra en cantiliver bajo carga en el extremo.

Donde la deflexión esta dada por:

$$\delta = \frac{PL}{3EI} \quad (1.2)$$

En la que "I" es el segundo momento de área de la sección transversal de la barra en cantiliver.

La ecuación 1.2 nos muestra que el módulo de Young se puede identificar como un material insensible a la microestructura, pues además, se ha comprobado que la variación microestructural no se produce a mas del 10% en cualquier dirección, por lo que la configuración geométrica es la importante.

En cuanto a la **absorción de energía**, cuando un material se deforma, este gana energía de deformación elástica, a la cual la energía de deformación por unidad de volumen es igual al área bajo la curva del diagrama esfuerzo-deformación dada por:

$$\frac{1}{2} \sigma \varepsilon = \sigma^2 / 2E \quad (1.3)$$

donde "ε" es la deformación del material, nótese claramente que E, está estrechamente relacionada con σ y ε.

La falla por **inestabilidad elástica** supone que la geometría de un cuerpo bajo carga cambia; por ejemplo, si suponemos geometrías de secciones tan delgadas donde su relación de aspecto sea elevada y que además se someta a cargas axiales, se verá la existencia de efectos de torsión o pandeo, ya que las fallas ocurren a cargas mucho más bajas que las dadas por algún análisis teórico. Las fallas por inestabilidad elástica pueden ser tanto generales como localizadas y ejemplos de ello se muestran en la figura 1.4.

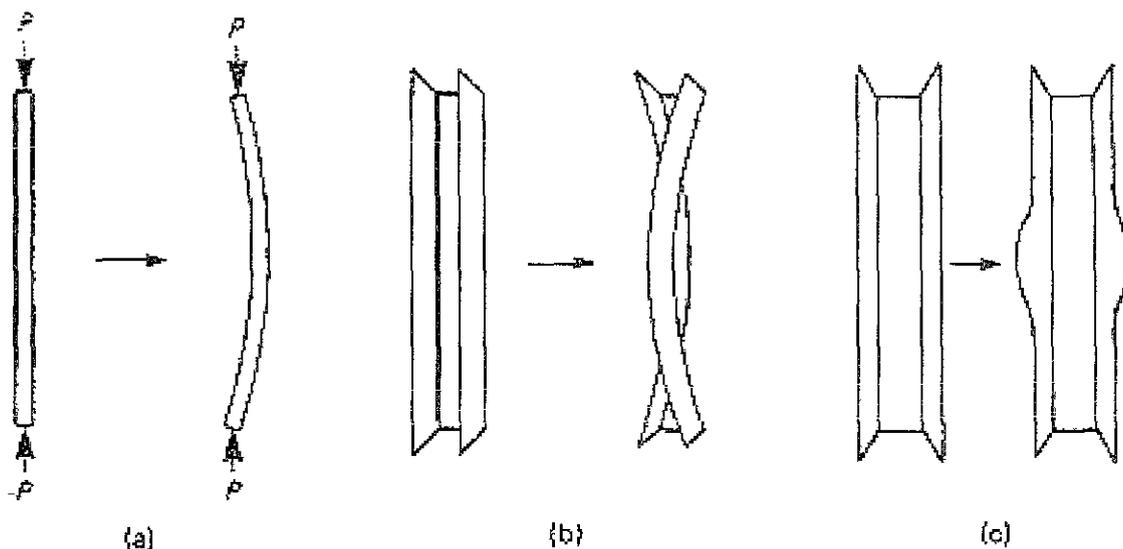


Fig. 1.4 Ejemplos de falla por inestabilidad elástica. Ref. 2.

El módulo de elasticidad de los materiales, tiene un amplio rango de valores, desde el diamante conocido como el material más rígido ( $E = 1 \times 10^3$  GPa) hasta hules y plásticos con 0.1 GPa, los aceros, tienen un módulo de elasticidad de 210 GPa, los que los hacen muy usuales para aplicaciones estructurales, el aluminio con 70 GPa, presenta problemas de rigidez, mientras que el Nylon con 3 GPa no es aplicable a partes estructurales, a menos que su configuración geométrica sea adaptable para ello.

A diferencia de los metales, la rigidez en los plásticos no es independiente de la microestructura, ya que los materiales termoplásticos cristalinos, tal como el polipropileno y los Nylon, pueden variar su grado de cristalinidad, y la rigidez más alta se asocia con un incremento de la cristalinidad.

En cuanto a la rigidez de los materiales compuestos, ésta se encuentra muy bien relacionada con las fracciones volumétricas de los materiales que los componen, la rigidez de cada componente y de la manera de cómo se les aplica la carga. En el caso de compuestos con plásticos, éstos muestran anisotropía y una rigidez que aumenta con el tipo de refuerzo que se le aplique.

### 1.3 Consideraciones de tenacidad

La tenacidad se define como la propiedad de un material relacionada con su capacidad para absorber energía antes de fracturarse. Si un material puede absorber mucha energía, se dice que tiene gran tenacidad.

Para determinar la tenacidad de un material, se emplean métodos de prueba normalizados como las pruebas Izod y Charpy. En estas pruebas, una muestra de material es impactada por un péndulo que se suelta desde una determinada altura (también estandarizada) hasta fracturar a la muestra totalmente, y después medir la cantidad de energía absorbida por la muestra, la cual tiene una geometría cuadrada que, dependiendo de las condiciones de prueba, puede o no tener alguna entalladura.

Las pruebas de impacto o tenacidad relativa, arrojan resultados carentes de consistencia como para dar unos criterios de falla de un componente estructural, ya que en estas pruebas, no siempre es posible igualarlas a las condiciones de trabajo, ni de diseño, ni el medio en el cual opera, sin embargo, estas pruebas sí arrojan información importante acerca de la cantidad de absorción de energía de un material, más no de la estructura en sí. En el caso de los aceros, la tenacidad se ve disminuida por el descenso de temperatura, el incremento de silicatos en sus impurezas, o por el incremento de deformaciones en frío previas a su proceso.

En cuanto a los polímeros, la tenacidad depende de sus características físicas, que implican dificultades en la aplicación de las pruebas de impacto para determinar la tenacidad de estos materiales, pues existe gran influencia de las condiciones de temperatura, grado de polimerización, tipo de aditivos en la macromolécula o cadena, número de veces que se recicló y de su estructura molecular, que por cierto, todos los polímeros son anisotrópicos, además, de tener complejas estructuras y muy variados mecanismos de falla, dentro de la cadena polimérica, la fractura en estos materiales se debe en gran medida por la orientación de estas cadenas y el grado de ligamentos cruzados. Aunado a esto, la micro-estructura como las esferulitas, micro fibrillas y los sitios vacantes juegan un papel importante en la tenacidad de este material.

Por otro lado, en el caso de los cerámicos, estos presentan un enlace iónico tan fuerte que los hace ser frágiles sin posibilidad de absorción de energía, por ende, presenta baja o casi nula resistencia al impacto.

En cuanto a los materiales compuestos, la absorción de energía depende de las características de los materiales que estén interactuando, de la cantidad relativa de cada componente, de la direccionalidad del refuerzo y de las características de su interfase, la cual, para muchos casos, suele ser uno de los factores primordiales para el buen trabajo de estos materiales. La cantidad de absorción de energía en los compuestos laminados, se ha podido determinar a través de pruebas de impacto tanto a bajas como a altas velocidades, las pruebas básicamente consisten de la caída libre de un indentador, el cual se deja caer

desde una altura preestablecida, para después, a través de un osciloscopio que recibe señales de un transductor, obtener los resultados de absorción de energía por el componente. La instrumentación de esta prueba y un ejemplo de los resultados obtenidos los encontramos en las figuras 1.5 y 1.6 respectivamente.

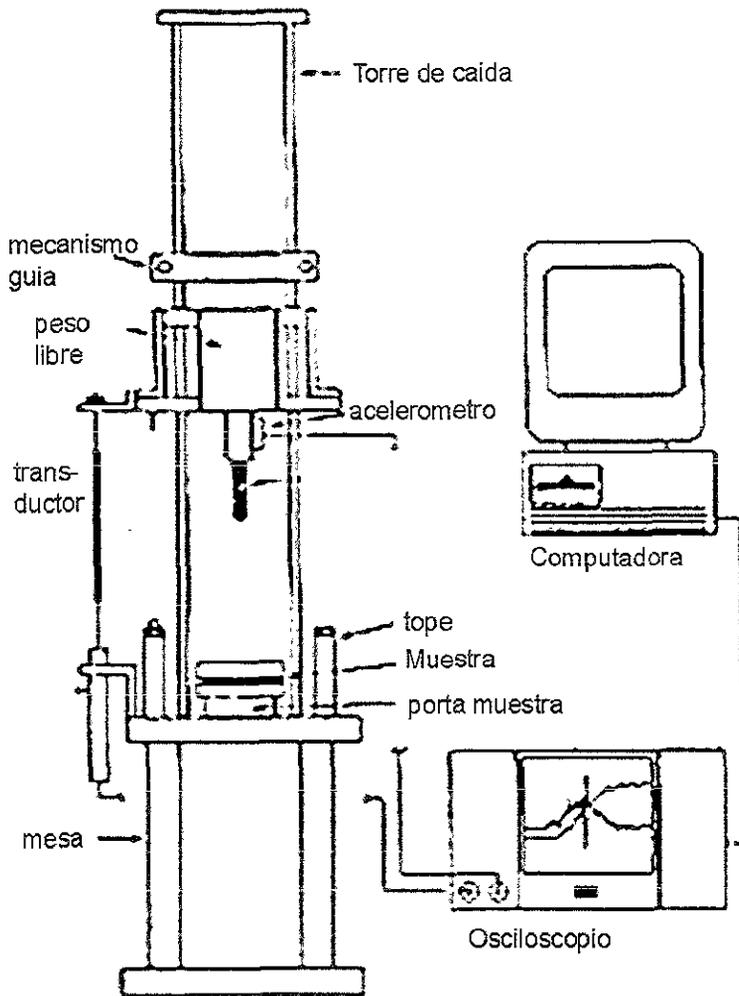


Fig. 1.5 Diagrama esquemático para la medición de la energía de impacto en componentes laminares. Ref. (9)

Entre los resultados encontrados por varios autores (ref. 9, 10, 11), se ha visto que cuando existe una fuerza de impacto, los compuestos presentan una etapa de delaminación en la zona de contacto, con un crecimiento del daño directamente proporcional al incremento de la carga, además se ha visto que el rompimiento de las fibras es el factor que más contribuye a la absorción de

energía, factores que deben tomarse en cuenta cuando se piensa en la tenacidad relativa de este tipo de materiales.

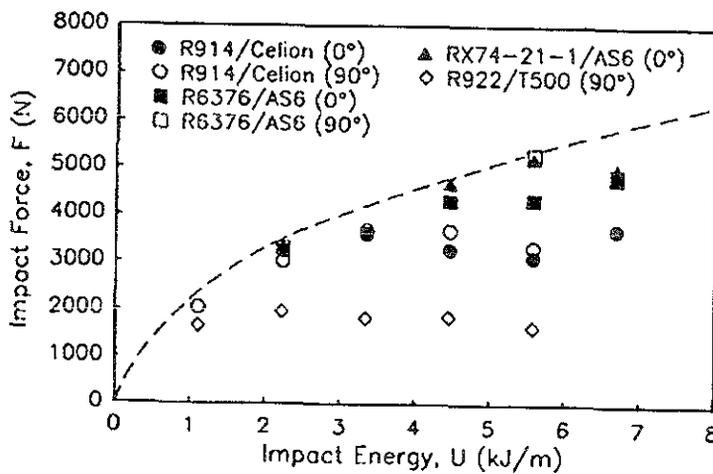


Fig. 1.6 Resultados obtenidos de una prueba de impacto para materiales compuestos laminados. Ref. (9)

En general, cuando se piensa en seleccionar un material bajo criterios de tenacidad como capacidad de absorción de energía, las consideraciones son las siguientes:

1. Que el nivel de tenacidad con el cual cumple el material, sea el requerido a un costo razonable.
2. Se debe tomar en cuenta que las condiciones de tenacidad no permiten las flexiones altas, si este es el caso, el diseñador debe considerar la rigidez como un límite a la máxima deformación que puede estar sometido un elemento estructural.
3. Se considera como regla indispensable que los elementos estructurales, sin importar la naturaleza del material del cual estén hechos, no deban exceder el esfuerzo de carga permitido de 3000 MPa, o que la deformación tenga como punto máximo de deformación el 2%.
4. La tenacidad de fractura en deformación plana y los resultados de los ensayos de impacto determinan las propiedades de fractura de los materiales, ya que la primera es de naturaleza cuantitativa a través de  $K_{Ic}$ , sabiendo que existe la presencia de grietas durante las condiciones de servicio, mientras los resultados de los ensayos de impacto son del tipo cualitativo, donde la absorción de energía se mide en joules y que éste término es útil para fines comparativos o con resultados relativos(ref. 5).

## **1.4 Factores adicionales en la selección de materiales**

En su base racional, la selección de los materiales no es un proceso fácil de llevar a cabo. Con frecuencia el problema no es solamente respecto a alguna propiedad inadecuada o insuficiente, sino que es una decisión que se basa en múltiples propósitos sin un objetivo claro de la función. Además, si se trata de la aplicación de nuevos materiales, generalmente no es posible realizar un potencial completo de ellos, a menos que el producto sea rediseñado y se puedan explotar tanto en sus propiedades como características de manufactura del material. En otras palabras, una sustitución simple de un nuevo material sin cambio de diseño raramente provee una utilización óptima. Con frecuencia la esencia de la selección de los materiales no es que un material compita con otro, sino también se ve que los procesos asociados con la producción o fabricación de un material, compiten con los procesos asociado con el del otro (ref. 1). Así, un problema de selección de materiales, como se dijo en la introducción, involucrará una de las dos situaciones siguientes:

1. Selección de materiales para un nuevo producto, o un nuevo diseño.
2. Reevaluación de un producto existente o diseño para reducir costos, incrementar rentabilidad, mejorar el desempeño, etc.

Pudiera existir todo un conjunto de factores importantes en selección de materiales que no se incluyeran en la tabla 1.1; sin embargo, los factores económicos y de disponibilidad también resultan importantes, teniendo en consideración:

1. Disponibilidad
  - Número de proveedores
  - Permanencia en el mercado
  - En tamaños y formas
2. Limitaciones en tamaño y tolerancias
3. Variabilidad en propiedades
4. Costo. Este es el factor más usado en la selección de los materiales, por lo que en párrafos siguientes profundizaremos mas al respecto.

### **1.4.1 Elementos a considerar sobre el costo de los materiales**

Como el costo de los materiales representa una gran proporción del costo del producto, es necesario considerar y hasta cierto punto analizar sus elementos, y buscar aquellos que minimicen esta característica. Esto puede hacerse considerando la secuencia de operación en el cual un material en bruto es progresivamente transformado para obtener un producto final. Un ejemplo de esto se observa en la figura 1.7 donde se muestra el proceso de transformación y fabricación de una barra de acero comparada con una de aluminio. Cabe señalar, que durante el proceso de diseño, la consideración de los costos por extracción del material y la abundancia relativa de los materiales, son dos puntos que no son necesarios considerar, ya que se encuentran implícitos cuando se adquiere el

material a utilizar. Sin embargo, a continuación se mencionan para tener un panorama general de la influencia de esos costos en el costo del material en bruto.

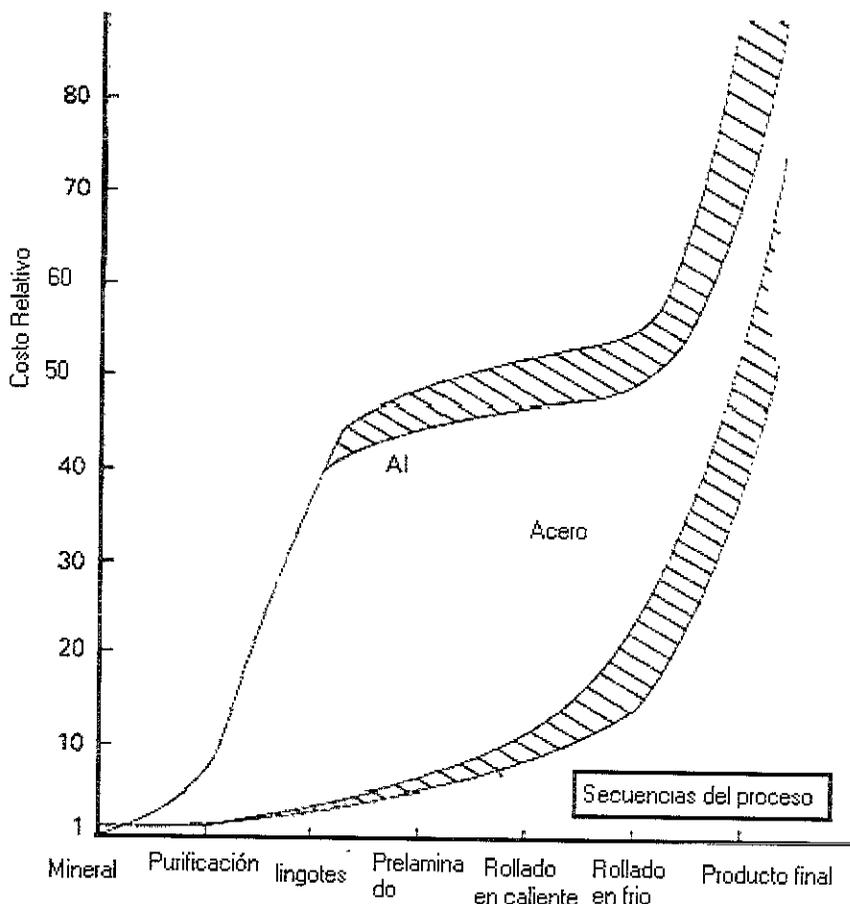


Fig. 1.7 Influencia de la secuencia del procesamiento del acero y el aluminio con respecto a su costo relativo. (ref. 6)

### Costo de extracción del material

El costo de extracción de un material depende sobre todo del costo de exploración y localización de minas, así como el de su extracción de la tierra (si este es el caso), de los bosques, mares o cualquier otra parte de la biosfera.

El costo de transportación del material desde la mina o cualquier yacimiento mencionado, puede ser minimizado dependiendo de la cantidad de material extraído, pero el precio a la venta del material, es determinado por el mercado.

### Abundancia relativa

Este factor está asociado evidentemente a la abundancia del material útil en su estado natural, para una mayor comprensión de ello, basta mencionar tres claros ejemplos:

- Un mineral en bruto de cobre tiene 1 a 1.5 % Cu.
- Un mineral en bruto de uranio tiene 0.2 % U.
- Un mineral en bruto de oro contiene 0.0001 a 0.001% de Au.

Además, la abundancia también se encuentra relacionada con la competencia cercana de otros materiales, por ejemplo, en la década de los ochentas, hubo un exceso en la capacidad productiva de la industria minera en la Gran Bretaña y desde 1990 a la 1997 esta industria ha estado a la baja, debido a la manufactura e industrialización de materiales plásticos (ref. 2).

Los costos que se consideran en la purificación de un material en su estado bruto, están principalmente constituidos por el consumo de energía y por el costo necesario de algunos materiales adicionales que este requiere en su proceso, para obtener el material útil o buscado. En los metales, el material que se extrae de la tierra está en un estado de mínima energía o es un estado energéticamente estable en relación con su medio, por lo cual, el costo principal que se requiere para purificarlo, es el costo necesario para el proceso químico de reducción. En el caso del aluminio, el costo por energía eléctrica que se requiere para purificarlo es alto, pese a que este metal es el más abundante en la corteza terrestre.

El costo de purificación también depende de la concentración del material requerido en un mineral o elemento natural en bruto. Por ejemplo, el costo de la purificación de hierro de su estado en bruto es relativamente bajo, ya que los minerales que contienen hierro, tienen una concentración entre el 50 y el 65% de hierro; mientras que la del oro es mucho más costosa, ya que la concentración del elemento en cuestión es del 0.0001 a 0.001%.

### **Costo por adición de aleantes**

El costo de un material aleado va en aumento conforme va aumentando el contenido de aleantes. Un acero criogénico que contiene 9 % de níquel, tiene un costo mayor que el del acero de medio carbono. En cuanto a las aleaciones metálicas, estas están hechas sobre una base metálica de cierta pureza, a la cual, se le añaden elementos aleantes consistentes en metales puros u otros elementos para alterar las propiedades, reiterando que los grados de pureza modifican notablemente el costo de los productos fabricados.

Las impurezas más comunes que se encuentran en las aleaciones de aluminio son el hierro y el silicio. En el aluminio-magnesio LM10, las impurezas de silicio reaccionan con el magnesio, formando  $Mg_2Si$ , el cual provoca que el material sea frágil si este componente llega a exceder el 0.25% del peso del material.

En los plásticos, las mezclas llegan a tener muy buenas propiedades que cumplen con requerimientos específicos. Tal es el caso de los rellenos que se añaden a los plásticos, o a los pisos de madera, asbesto, mica o en fabricas de algodón, como puede ser la resina fenólica de bakelita para aumentar la rigidez;

que además tienen un bajo costo; sin embargo, no todos los rellenos pueden ser considerados como materiales baratos, ya que las resinas usadas para las fibras de vidrio y de carbono por lo general no lo son. En la tabla 1.2 se muestran los costos comparativos de varios materiales por tonelada, datos proporcionados por el gobierno británico en 1994.

<i>Material</i>	<i>UK£/tonne</i>	<i>US\$/tonne</i>
Diamonds, industrial	$4-6 \times 10^8$	$6-9 \times 10^8$
Platinum	$1.2-1.5 \times 10^7$	$1.8-2.25 \times 10^7$
Gold	$5.0-5.6 \times 10^6$	$7.5-8.4 \times 10^6$
Silver	$3.0-4.5 \times 10^5$	$4.5-6.75 \times 10^5$
CFRP (mats. 70% of cost; fabr. 30% of cost)	$3.5-8 \times 10^4$	$5.25-12 \times 10^4$
Cobalt/tungsten carbide cermets	$3.7-5.0 \times 10^4$	$5.55-7.5 \times 10^4$
Tungsten	$1.3-1.5 \times 10^4$	$1.95-2.25 \times 10^4$
Cobalt alloys	$1.6-2.4 \times 10^4$	$2.4-3.6 \times 10^4$
Titanium alloys	$3.2-4.0 \times 10^4$	$4.8-6.0 \times 10^4$
Nickel alloys	$5.1-6.0 \times 10^4$	$7.6-9.0 \times 10^4$
Polyimides	$2.2-2.5 \times 10^4$	$3.3-3.75 \times 10^4$
Silicon carbide (fine ceramic)	$1.5-2.5 \times 10^4$	$2.25-3.75 \times 10^4$
Magnesium alloys	2200-3300	3300-4950
Nylon 66	2500-5400	3750-8100
Polycarbonate	2750-3200	4125-4800
PMMA	1800-2500	2700-3750
Magnesia, MgO (fine ceramic)	5000-15000	7500-22500
Alumina, Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub> (fine ceramic)	8000-12000	12000-18000
Tool steel	1200-2000	1800-3000
GFRP (mats. 60% of cost; fabr. 40% of cost)	1300-3000	1950-4500
Stainless steels	1800-2300	2700-3450
Copper, worked (sheets, tubes, bars)	1200-1250	1800-1875
Copper, ingots	1150-1200	1725-1800
Aluminium alloys, worked (sheet, bars)	910-1200	1365-1800
Aluminium ingots	910-930	1365-1395
Brass, worked (sheet, tubes, bars)	1200-1400	1800-2100
Brass, ingots	1100-1400	1650-2100
Epoxy	2500-3200	3750-4800
Polyester	1200-1800	1800-2700
Glass	680-1200	1020-1800
Foamed polymers	1100-3000	1650-4500
Zinc, worked (sheet, tubes, bars)	1000-1300	1500-1950
Zinc, ingots	1000-1100	1500-1650
Lead, worked (bars, sheet, tube)	550-800	825-1200
Lead, ingots	500-550	750-825
Natural rubber	450-1500	675-2250
Polypropylene	500-700	750-1050
Polyethylene, high density	550-600	825-900
Polystyrene	600-800	900-1200
Hard woods	400-1000	600-1500
Polyethylene, low density	600-650	900-975
Polyvinyl chloride	450-1200	675-1800
Plywood	300-1000	450-1500
Low-alloy steels	320-450	480-675
Mild steel, worked (angles, sheet, bars)	250-350	375-525
Cast iron	200-350	300-525
Iron, ingots	180-200	270-300
Soft woods	100-300	150-450
Concrete, reinforced (beams, columns, slabs)	128-180	192-270

Tabla 1.2 Costos comparativos entre los materiales simples y aleados. (ref. 12).

## Costo de transformación del producto final

Existen dos bases sustanciales para el análisis del costo del producto final, uno es la abundancia del material, ya antes descrita, y otro es la capacidad del personal en la planta para transformarlo. Esta capacidad va desde los niveles tecnológicos, e industriales de ciertas regiones o países, donde se tienen una gran influencia sobre los costos de transformación de los productos, y que además, repercuten en el producto interno bruto de un país como lo podemos evidenciar en la figura 1.8, hasta la capacidad de una planta para tener personal capacitado en la mejor fabricación de un producto.

Sin embargo, aquí se consideran los costos de los procesos secundarios de los materiales: los procesos de manufactura involucrados como son los de maquinado, ensamblado, y acabado superficial. El costo de transformación se considera él más costoso ya que se añade a esto, el costo por el tiempo de maquinado o ensamblado. A estos costos también se les conoce como costos operativos sobre el producto, sean directos o indirectos.

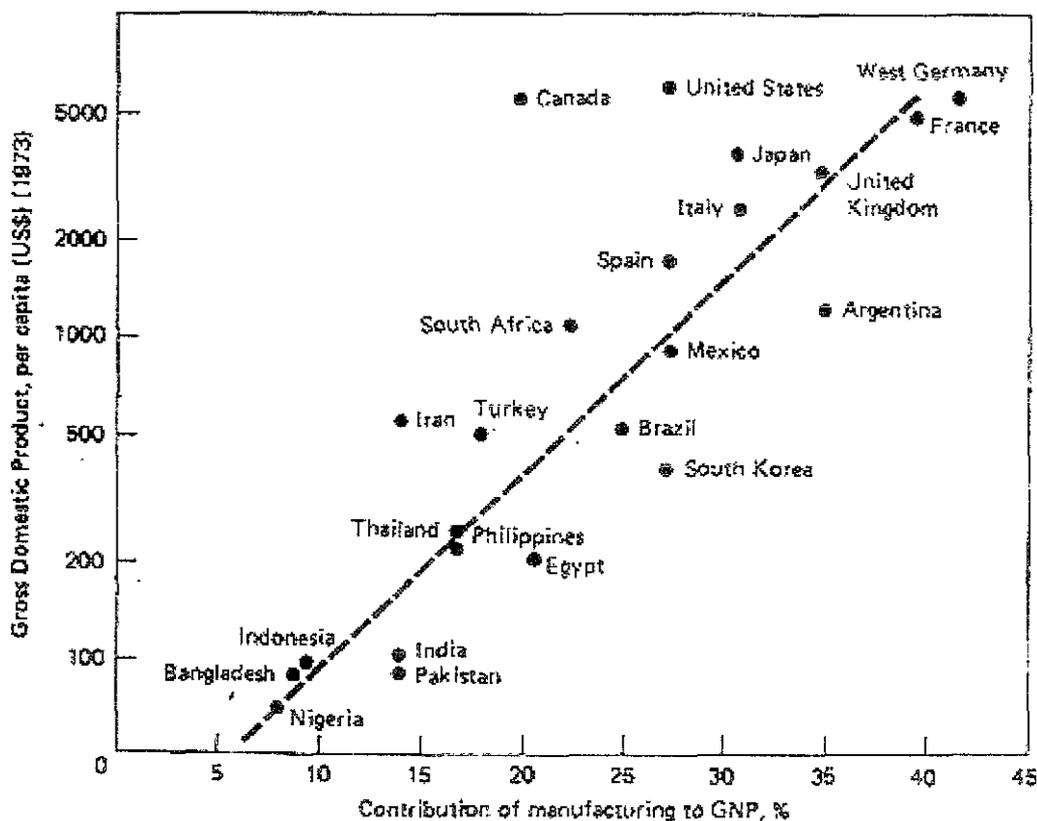


Fig. 1.8 Relación entre el producto interno bruto per capita (\$US) y la contribución de los procesos de manufactura. (ref. 5).

El costo para la transformación del producto, lo podemos detallar iniciando por la adquisición de la materia prima; ya que podemos hacer una diferencia entre el costo por unidad de peso y el costo por unidad de volumen. Por ejemplo el precio de las barras y tubos es proporcionado en unidades de longitud, mientras que el precio de pinturas se da por unidad de volumen. En las figuras 1.9 y 1.10 se muestra la comparación de algunos metales y plásticos, sobre la base de su costo relativo por unidad de peso y volumen respectivamente. Esto puede influir en la selección de los materiales cuando exista una discrepancia muy estrecha a considerar durante el proceso de selección.

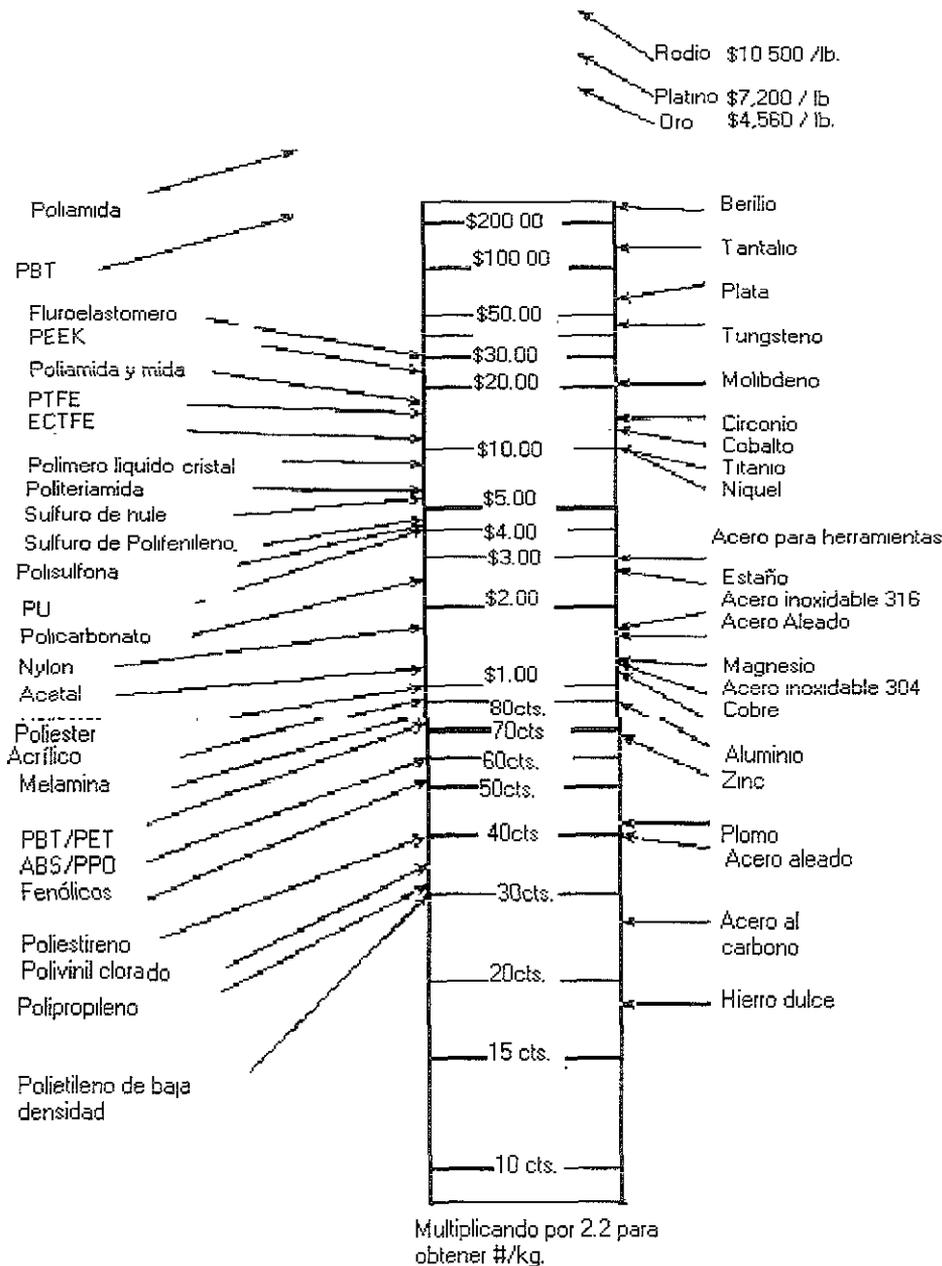


Fig. 1.9 Costos comparativos de materiales de ingeniería por unidad de masa, 1994 USA. Los plásticos se consideran sin rellenos o aditivos. (ref. 7)

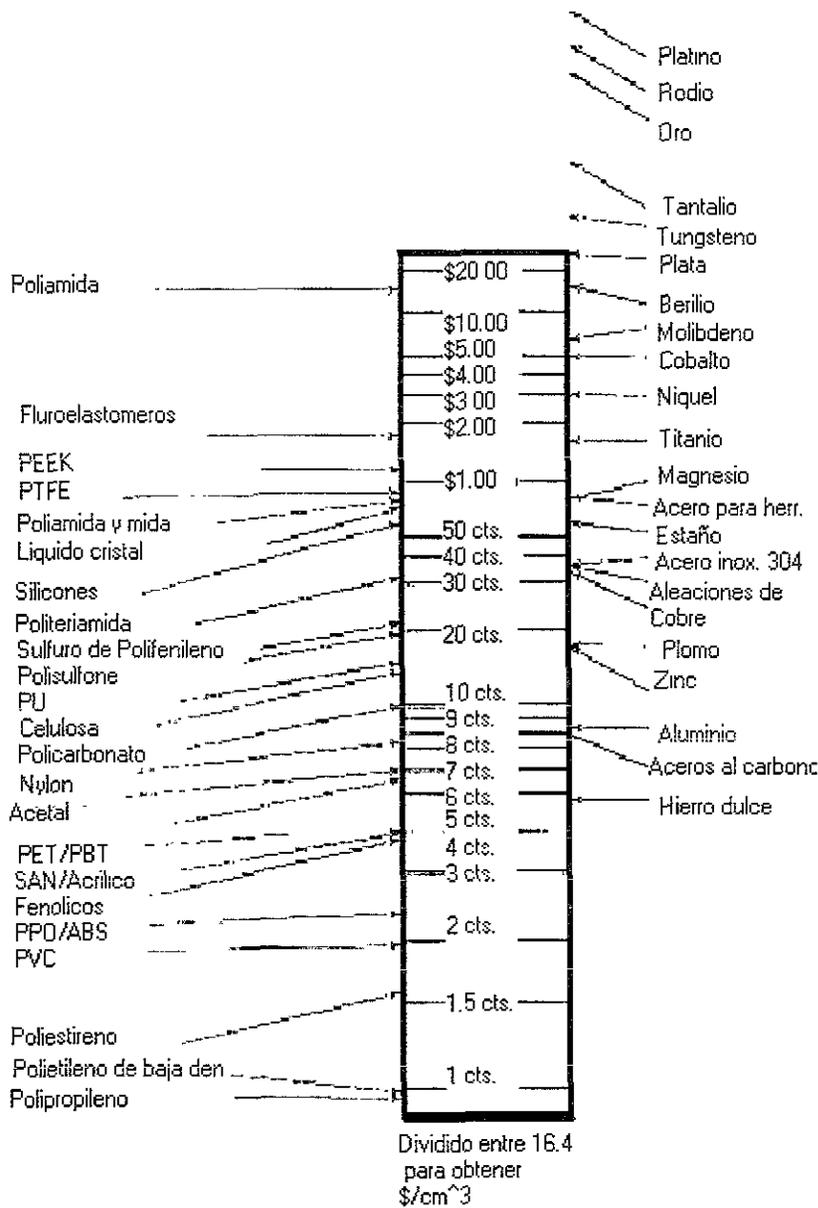


Fig. 1.10 Costos de algunos materiales por unidad de volumen. (ref. 7).

Posteriormente, se incluyen los costos operativos que son fácilmente localizables en el producto, los cuales son proporcionales al número de unidades producidas. Básicamente ellas se dividen en costos de materiales y costos de mano de obra. Para el caso de los primeros, se considera que el costo neto del material se encuentra determinado por el costo al momento de comprarlo (cualquiera que haya sido la preforma, por colada, forja, rolada metalurgia de polvos, etc.) menos el valor del desperdicio producido. De esta manera, el peso del material relacionado al costo durante el proceso de transformación puede obtenerse como: el peso inicial al momento de comprarse multiplicado por el costo inicial, menos el peso del desperdicio multiplicado por su costo; esto es:

$$W_o C_o - (W_o - W_f) C_s \quad (1.4)$$

donde:  $C_o$  es la unidad de costo del material inicial  
 $C_s$  es la unidad de costo del desperdicio  
 $W_o$  es el peso del material cuando es adquirido  
 $W_f$  es el peso del material en el producto terminado

La ecuación anterior determina entonces el costo del material por producto después de la transformación. Con ello podemos determinar que, en general, un proceso que genera menos desperdicio será el más económico.

En cuanto a los costos de mano de obra, se considera que con una posible secuencia de procesos y una apropiada capacidad instalada, el número de operaciones que realice el personal se puede determinar, y así reflejarlos en los costos de mano de obra; desde luego, el tiempo requerido para la acción de un operario y sus tiempos de descanso, son función del estado físico y mental del trabajador, los cuales, han sido calculados en valores promedio por expertos, y que pueden ser incluidos en el cálculo del tiempo total requerido para la fabricación de un producto. Aunque estrictamente hablando, el tiempo de producción neta será el tiempo durante el cual el material es conformado, y varía dependiendo del proceso a utilizar. Si el costo de energía es una parte significativa, esta se deberá incluir en los costos de mano de obra.

También existen los costos indirectos, como parte fundamental de los costos de transformación de un producto; dentro de los cuales se incluyen las funciones y servicios que contribuyan al desempeño eficiente de un proceso real de producción, como puede ser movilidad del material, reparación y mantenimiento, servicios de limpieza, etc., o pueden incluirse también el control de calidad, los costos por uso de laboratorios, ingeniería industrial, investigación y desarrollo, ventas, etc. Algunos de ellos son flexibles y varían con la producción, por ello, estos costos generalmente se aplican basándose en un factor multiplicativo en la estimación de costos de manufactura directos, como un compuesto por unidad de producto, o como un compuesto por hora de trabajo en una máquina.

Los costos compuestos pueden incluir los costos del equipo y de la planta donde se pueda tomar en cuenta la depreciación, los impuestos y seguros pagados por ellos. Cuando se estiman los costos de manufactura, los costos compuestos se localizan basándose en la utilización anticipada del equipo.

Cabe señalar que dentro del análisis anterior, el trabajo conjunto entre el diseñador y el Ingeniero de Manufactura, contribuye a la optimización del proceso; pues una vez definido el proceso de fabricación a utilizar, se detallan los tiempos de transformación en términos de costos que a su vez pueden ser función del material a emplear (Tabla 1.3). Si la interacción entre el material y la máquina a emplear es alta, se tendrá que recurrir a un proceso alternativo de fabricación.

MATERIAL	DUREZA	COSTOS DE MAQUINADO
7075-T6 Al		10
Acero 1020	111 BHN	25
A. Inoxidable 410	163	40
A. Inoxidable 310	168	55
Ti-6Al-4V		75
Acero 4340	52 Rc	100
Inconel X		170
Inconel 700 (envejecido)	400 BHN	340

Tabla 1.3 Costos relativos de maquinado, para un producto dado en términos de los materiales a utilizar (ref. 5).

### Inflación y fluctuación de los precios

Generalmente los precios de los materiales de Ingeniería, son más estables que cualquier otro producto si se compara con largo periodo de tiempo. Las razones por las cuales los precios de estos materiales se van a la alza, radican principalmente en la escasez del material o de la materia prima, los energéticos necesarios para la extracción o transformación de los materiales. Se incluye también el alza de los precios, decisiones gubernamentales como incrementos a los aranceles (incremento a los impuestos aduaneros por importación); además las fluctuaciones de los precios de los materiales como de los productos está ligado a las condiciones sociales de un país como los son las guerras y las recesiones económicas.

La sobre producción de un material causa que los precios disminuyan, según las bases de la oferta y la demanda la figura 1.11 muestra la fluctuación de los precios de algunos materiales en los últimos años. De aquí se destaca que el precio de los materiales plásticos depende del precio del petróleo, el cual ha estado fluctuando debido a las variaciones de los precios de los países exportadores y los países transformadores.

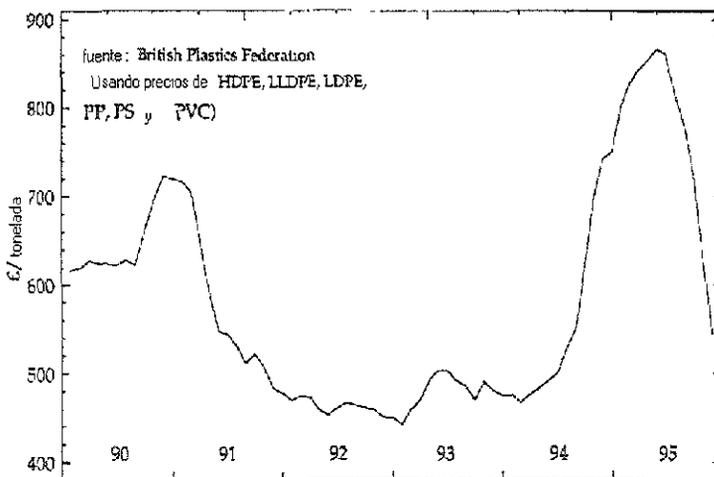


Fig. 1.11 Precio promedio de los polímeros (£UK), 1990-1995. (Ref. 2).

## Oferta y demanda

En los mercados libres, el precio se regula por la oferta y la demanda, al aumentar los precios de un material o producto, evidentemente la demanda disminuye, o cuando la demanda de un producto aumenta, también aumenta el precio del producto.

La teoría elemental de economía considera que el precio y la demanda tienden a un estado de equilibrio; esto se da en la intersección de las curvas de oferta y demanda como se muestra en la figura 1.12. Donde la curva de la demanda decreciente conforme aumentan las unidades vendidas por unidad de tiempo. Además, los niveles de consumo son importantes porque cuando la producción es baja, el costo por unidad de volumen es alto, pero cuando la producción es alta es evidente que el costo disminuya.

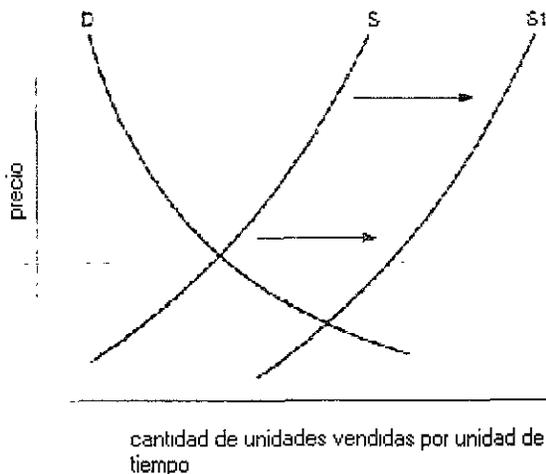


Fig. 1.12 Curvas típicas de oferta y demanda; s = oferta, D = demanda.

## Ventas mayoreo y menudeo

El costo de un material se ve afectado por las cantidades solicitadas, las grandes cantidades de cualquier material, es menor que el costo por cantidades pequeñas o fraccionarias. Esto se debe a que administrativamente, los distribuidores obtendrían material remanente por ventas pequeñas o por material que fue vendido de manera fraccionaria, lo que representa pérdidas para el distribuidor. Por ejemplo el precio unitario del acero al carbono, es el doble cuando se compra media tonelada, que cuando se compran cinco toneladas.

## Estandarizaciones

Por último, es bueno señalar que por acuerdos internacionales, existen parámetros a seguir para el tamaño del producto a fabricar, ya sea como producto terminado o como lote, estas estandarizaciones suelen afectar el precio de los materiales cuando se realizan cambios en las normas de producción, cuando se

realizan cambios en las condiciones de medida y peso los productos, y en los niveles de aleaciones, aditivos y concentraciones de un elemento. En este sentido, podemos decir que no cabe la menor duda de que los materiales a emplear en la fabricación de un producto, parten de las estandarizaciones antes mencionadas; pues incluso, cuando solo se solicita la fracción de una pieza estandarizada, se eleva el costo del material por el simple hecho de fraccionarlo.

## Referencias del capítulo

1. DIETER, G. "Engineering design, a materials and processing approaches", ed. Mc. Graw-Hill, 1983.
2. CHARLES, J.A. et. Al. "Selection and use of engineering materials", ed. Butterworth-Heinemann, 3<sup>rd</sup>, ed., 1997.
3. HOERCHST-CELANESE, "Fundamentos para el diseño con plásticos"; manual de diseño (TDM-1), 1990
4. THORNTON, P.A. & COLANGELO, V.J. "Ciencia de materiales para ingeniería", ed. Prentice-Hall, 1987
5. CALLISTER W. D. Jr, "Introducción a la ciencia e Ingeniería de los materiales", ed. Reverté,S.A., 1<sup>a</sup>. Ed. 1997
6. SCHEY J. A., "Introduction to manufacturing processes", ed. McGraw-Hill, 1977
7. FARAG Mahmoud "Materials selection for Engineering design" ed. Prentice Hall 1997.
8. BUDINSKI Kenneth G. "Engineering Materials; properties and selection". Ed prentice-Hall 1996. 5a. Ed.
9. LEE, S.M., ZAHUTA P. "Instrumented impact and static indentation of composites"; Journal of composites materials, vol. 25, February, 1991.
10. ABRATE S. "Impact on laminated composite materials"; American society of mechanical engineers, 1991
11. WARDLE M.W., ZHR G.E. "Instrumented Impact Testing of Aramid-reinforced composite materials"; Instrumented impact testing of plastics and composites, proc. 1989.
12. ASHBY M.F., JONES D.R.H. "Engineering materials 1", ed. Butterworth-Heinemann, 2<sup>nd</sup>, ed., 1996.

## CAPÍTULO 2

### SELECCIÓN DE MATERIALES BASÁNDOSE EN GRÁFICAS PARAMÉTRICAS

Una vez que se especifican y clasifican los factores a considerar para la posible solución de un problema, el primer paso durante el proceso de selección es buscar los materiales que cumplan con los requerimientos del producto, partiendo de tomar en cuenta todo el intervalo de materiales posible. En este paso, la creatividad del diseñador es de suma importancia para abrir canales que permitan realizar una selección en diversas direcciones, y que la mentalidad tradicional no interfiera con la exploración de ideas. Posteriormente, desde luego, se continúa con la eliminación de los materiales que no sean necesarios y el estudio de posibles candidatos a emplear.

Actualmente, se cuenta con sistemas de información relacionados con datos sobre características y propiedades de los materiales, a través de sistemas de cómputo (ref.1), o a través de gráficas paramétricas (ref.2); donde estas últimas tienen estrecha relación entre el comportamiento atómico del material y los valores de las propiedades establecidas.

Las gráficas paramétricas fueron expuestas por el inglés M.F.Ashby, quien encontró la manera de relacionar las propiedades entre sí, considerando los intervalos de las propiedades y delimitándolas a través de su funcionalidad o desempeño sobre el diseño considerado. Las propiedades se relacionan por pares cuyo principio, se apoya en que cada propiedad de un material, tiene un intervalo característico de valores que se puede graficar en escalas logarítmicas para poder incluir a toda la existencia de materiales, cuyos valores, están sujetos a las consideraciones expuestas en el capítulo anterior. Un ejemplo de ello, es la relación existente entre el módulo de elasticidad y la densidad, propiedades intrínsecas de los materiales, cuya relación se plasma en una gráfica paramétrica, donde se identifican los materiales más ligeros y menos rígidos como las espumas, así como los más rígidos y pesados como los metales.

El autor de las gráficas paramétricas encuentra que los datos para cada familia de materiales se pueden agrupar, formar en subconjuntos y obtener un intervalo de propiedades relacionado con cada familia de manera reducida. Para poder establecer las bases logarítmicas de las gráficas, el autor propuso, por ejemplo, una relación entre la velocidad del sonido en un sólido con el módulo de elasticidad y la densidad como:

$$v = \left[ \frac{E}{\rho} \right]^{1/2} \quad (2.1)$$

que de forma logarítmica se tiene:

$$\log E = \log \rho + 2 \log v \quad (2.2)$$

donde observamos una pendiente unitaria y una ordenada al origen representada por la velocidad del sonido, la cual, relaciona a los materiales que dejan pasar longitudes de onda con la misma velocidad; de la misma manera, se relacionan las demás propiedades. Ashby en su tratado considera que, por su importancia de utilización durante el proceso de diseño, existen 18 características o propiedades primarias, las cuales se describen en la tabla 2.1.

Clase	Propiedades	Símbolo	Unidades
General	Costo relativo Densidad	$C_R$ $\rho$	(--) (Mg/m <sup>3</sup> )
Mecánicas	Modulo Elástico Esfuerzo (fluencia, fractura, último) Tenacidad Tenacidad de Fractura Relación de Fatiga entre el límite de fatiga y la resistencia a la fluencia	E, G, K $\sigma_f$ $G_C$ $K_{IC}$ $f$	(GPa) (MPa) (kJ/m <sup>2</sup> ) (MPa m <sup>1/2</sup> ) (--)
Térmicas	Conductividad térmica Difusividad Térmica Calor específico. Temperatura de fusión Temperatura de transición vítrea Coeficiente de expansión térmica Resistencia al Creep	$\lambda$ $a$ $C_p$ $T_m$ $T_g$ $\alpha$ --	(W/m K) (m <sup>2</sup> /s) (J/kg K) (K) (K) (K <sup>-1</sup> ) (--)
Desgaste	Constante de desgaste.	$K_A$	(MPa <sup>-1</sup> )
Corrosión/ oxidación	Rapidez de Corrosión Constante de rapidez parabólica de oxidación	-- $K_p$	(--) (m <sup>2</sup> /s)

Tabla 2.1 Resumen y nomenclatura de las propiedades de los materiales con mayor utilización durante un proceso de diseño.

Además, cabe señalar que las gráficas presentadas por Ashby encierran a 9 familias o clases de materiales, reconocidos como materiales de Ingeniería (Tabla 2.2), desde luego, es necesario considerar que algunos de los materiales presentados no son de uso común en nuestro país, ni tampoco son todos los materiales existentes, sino que encontramos miembros representativos de cada clase.

CLASE	MIEMBRO	NOMBRE ABREVIADO
Metales y aleaciones de ingeniería	Aleaciones de aluminio Aleaciones de cobre Aleaciones de plomo Aleaciones de magnesio Aleaciones de molibdeno Aleaciones de Níquel Aceros Aleaciones de Estaño Aleaciones de titanio Aleaciones de Tungsteno Aleaciones de Zinc	Aleaciones Al Aleaciones Cu Aleaciones Pb Aleaciones Mg Aleaciones Mo Aleaciones Ni Aceros Aleaciones Sn Aleaciones Ti Aleaciones W Aleaciones Zn
Polímeros de Ingeniería	Epóxicos Melaminas Policarbonatos Poliésteres Polietilenos de alta densidad Polietilenos de baja densidad Poliformaldehídos Polimetilmetacrilato Polipropileno Politetrafluoretileno Polivinilclorados	EP MEL PC PEST HDPE LDPE PF PMMA PP PTFE PVC
Cerámicos de Ingeniería	Alúmina Diamante Sialón Carburo de silicio Nitruro de silicio Zirconia.	Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub> C Sialón SiC Si <sub>3</sub> N <sub>4</sub> ZrO <sub>2</sub>
Compuestos de Ingeniería.	Polímero reforzado con Fibras de Carbono Polímero reforzado con Fibras de Vidrio Polímero reforzado con Fibras de Kevlar	CFRP GFRP KFRP
Cerámicos porosos	Ladrillo Cemento Rocas comunes Concreto Porcelana Alfarería	Ladrillo Cemento Rocas Concreto Pcln Alfarería
Vidrios	Vidrio de borosilicato Vidrio de sodio Sílice	B-Vidrio Na-Vidrio SiO <sub>2</sub>

Tabla 2.2 Familias de materiales más comunes relacionadas a su clase.

Maderas	Fresno Balsa Abeto Roble Triplay	Fresno Balsa Abeto Roble Triplay
Elastómeros	hule Hule duro de butilo Poliuretanos Goma de silicón Hule duro	hule hule PU Silicón Hule duro
Espumas Poliméricas	Corcho Poliésteres Poliestirenos Poliuretanos	Corcho PES PS PU

Tabla 2.2 Familias de materiales más comunes relacionadas a su clase (continuación).

En las gráficas de Ashby, las propiedades se agrupan por curvas oscuras que representan una clase de materiales, mientras que con curvas de líneas más delgadas, se encuentra un intervalo típico de valores para una propiedad de algún material simple (entiéndase por material simple, aquel que se encuentra en su estado de mínima energía; es decir, sin efectos externos, tales como endurecimiento por deformación, tratamiento térmico, etc.).

La forma como se construyeron algunas de las gráficas presentadas por Ashby, se describe a continuación, ya que una vez que se entiende la filosofía de construcción se entenderá el proceso de selección de materiales mediante el uso de las mismas.

Módulo de elasticidad Vs. densidad: Para la construcción de esta gráfica, se considera que tanto el módulo de elasticidad como la densidad, son propiedades relacionadas entre sí, ya que, los términos de rigidez y flexibilidad, están afectados por el módulo de elasticidad, mientras que los términos ligeros y pesado, son efectos de la densidad. En términos estructurales, se puede decir que la densidad de un sólido depende de factores como el peso atómico de sus iones y átomos, su tamaño y la manera en como están empaquetados. El tamaño de los átomos no varía mucho, pues la mayoría tiene un volumen con un factor de  $2 \times 10^{-29} \text{ m}^3$ , tampoco las fracciones de empaquetamiento varían mucho, pues el factor de empaquetamiento para estructuras cerradas a lo mucho es de 0.74 y para las redes abiertas, como la estructura de diamante cúbico es de 0.34. Esto nos indica que el valor de las densidades proviene principalmente del peso atómico; ya que de acuerdo a los datos obtenidos de la tabla periódica, vemos que estos pesos varían desde 1gr/grmol para el hidrógeno hasta 238 gr/grmol para el uranio.



En cuanto al módulo de elasticidad, éste depende de dos factores: de la fuerza de unión entre átomos que constituyen al material y de la densidad por unidad de área del componente. Si la unión la consideramos como un resorte, el módulo  $E$ , estaría en función de la constante del resorte y sería inversamente proporcional al tamaño del átomo es decir:

$$E = \frac{S}{r_0} \quad (2.3)$$

donde “ $S$ ” es la constante del resorte ( $\text{N/m}^2$ ) y  $r_0$  el tamaño del átomo. La fuerza de unión en los sólidos también tiene un intervalo conocido por su composición química, dependiendo del tipo de enlace del que se trate, por ejemplo un enlace covalente es fuerte con valores de 20 a 200  $\text{N/m}$ , mientras que los enlaces iónicos y metálicos tienen fuerzas entre 15 a 100  $\text{N/m}$ , en los polímeros se presentan tanto enlaces covalentes como de Van der Waals, habiendo fuerzas de unión en éste último de 0.5 a 2  $\text{N/m}$ .

De los intervalos descritos podemos encontrar que el átomo más grande de los elementos, se aproximan de  $3 \times 10^{-10}$  m, que si los uniéramos con el enlace más débil de aproximadamente 0.5  $\text{N/m}^3$ , podríamos tener la siguiente aproximación:

$$E = 0.5 / 3 \times 10^{-10} \cong 1 \text{ GPa} \quad (2.4)$$

El valor resultante entonces corresponde al límite más bajo para los sólidos verdaderos. Ashby asegura, que las consideraciones dadas son herramientas suficientes para encontrar una explicación del agrupamiento de los materiales en los conjuntos establecidos, es así, como la figura 2.1 se construye, cuya utilización se detallará en párrafos posteriores.

Resistencia vs. densidad: El término de resistencia se puede definir en función del efecto que causa en las diversas familias de materiales bajo cargas aplicadas. En metales y polímeros se considera la resistencia a la fluencia, en materiales frágiles como los cerámicos, la resistencia a la compresión es la que se denota, para los elastómeros, se considera la resistencia al desgarre, mientras que para los compuestos, la resistencia a la falla tensil es la que predomina.

Ashby toma en cuenta las consideraciones antes expuestas para hacer la construcción de la gráfica que corresponde a la figura 2.2, para la cual utiliza el símbolo  $\sigma_f$  que denota la resistencia de los materiales en sus máximos mecanismos de falla respecto a los modos de carga y a las familias de materiales, la densidad se denota por  $\rho$ .

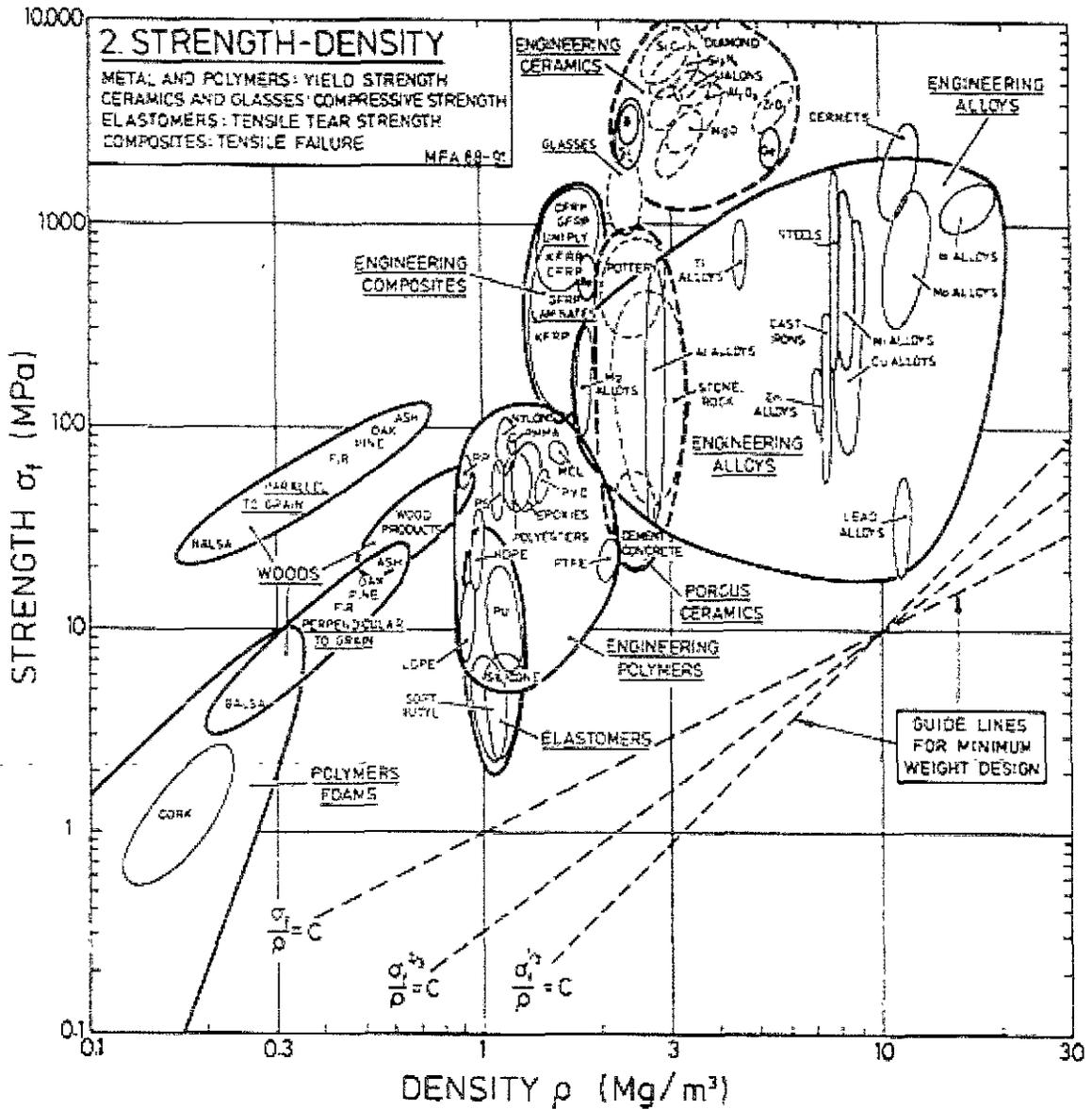


Fig. 2.2 Gráfica paramétrica que relaciona a la resistencia con la densidad (ref.2)

En la figura 2.2, también se observa que el eje de las ordenadas contempla un amplio intervalo de valores, esto debido al grado de aleación, al endurecimiento por trabajo, a la variación del tamaño de grano, a la porosidad, etc; que si consideramos los materiales con mayor utilización en las últimas décadas, veríamos intervalos tan bajos como los de las espumas con 0.1 MPa hasta los diamantes con  $10^4$  MPa. Cabe señalar que, en el gráfico, se observan líneas punteadas que determinan las características de diseño cuando se considera un diseño de peso mínimo.

Costo relativo Vs. Módulo y Vs. resistencia: Las propiedades como el módulo de Young y la resistencia no cambian con el tiempo; sin embargo, el costo si lo hace. Como se vio en el capítulo anterior, los proveedores, la escasez, la especulación y la inflación contribuyen a determinar el costo por alguna unidad dimensional del material. Es por eso que se requiere un costo relativo por unidad de masa o de volumen para algunos materiales de uso común, con el objetivo de no tomar en cuenta la influencia de los factores externos mencionados y las unidades de precisión con que se mide el costo, como el material de mayor uso y más estudiado es el acero al carbono, varios autores calculan el costo de los materiales referidos a este material (ref. 2,3 y 4), de tal forma que el costo relativo de un material se puede obtener como:

$$C_R = [\text{Costo por kg de material} / \text{Costo por kg de barra de acero}]$$

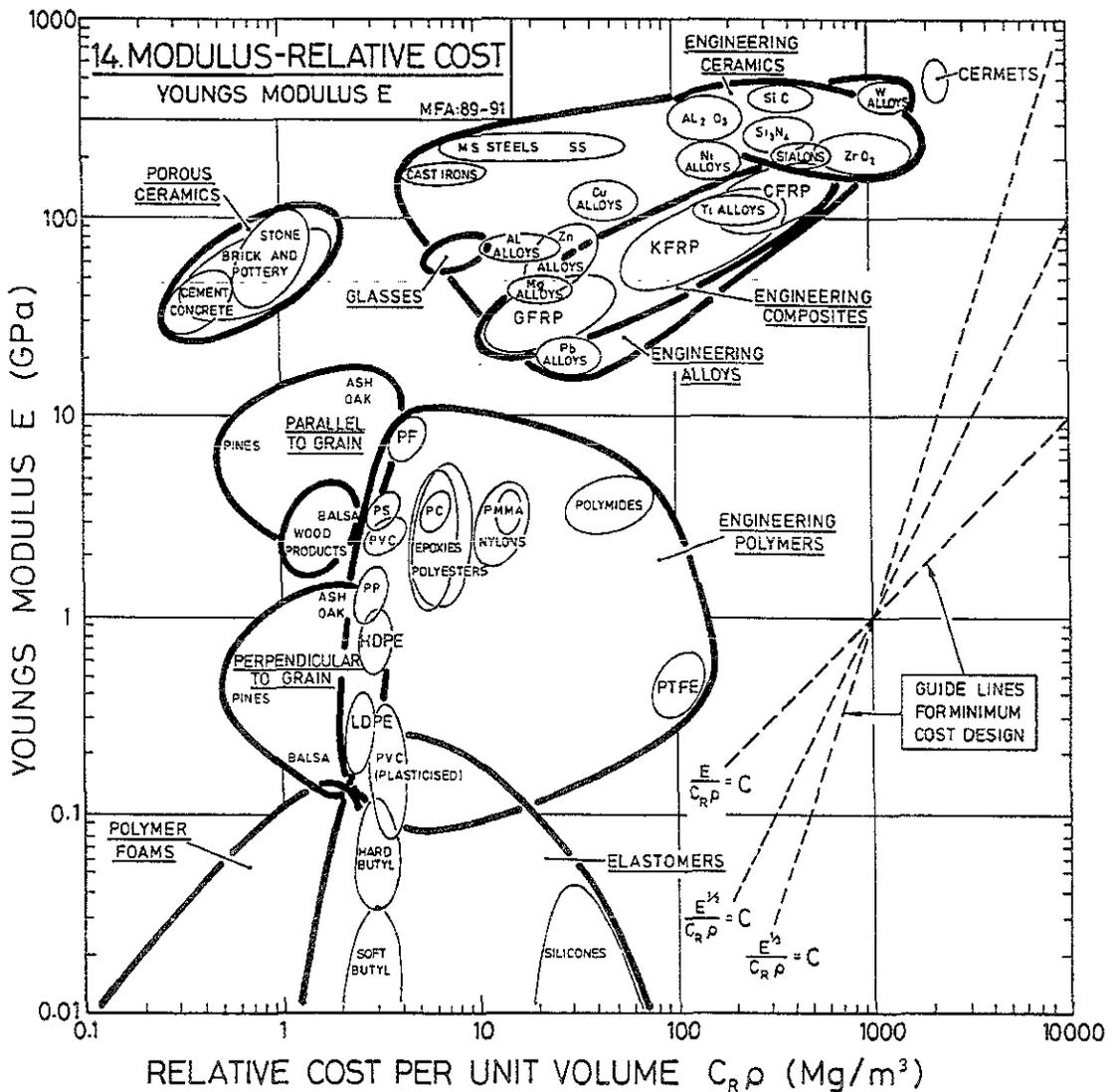


Fig. 2.3 Módulo de Young contra costo relativo por unidad de volumen (ref. 2)

Para Ashby, fue necesario crear gráficos que relacionaran este factor externo con los grupos de materiales existentes; haciendo la misma analogía para el costo por unidad de volumen, tal como se ve en las figuras 2.3 y 2.4. En la figura 2.3, se muestra el módulo de elasticidad, y su correspondencia al costo relativo por unidad de volumen, mientras que en la figura 2.4 se identifica la misma relación, pero con la resistencia, en vez del módulo de Young, nótese que en las líneas guías de peso mínimo, se encuentra involucrado el costo como un factor denominador del índice de desempeño (índice de funcionalidad o de mérito).

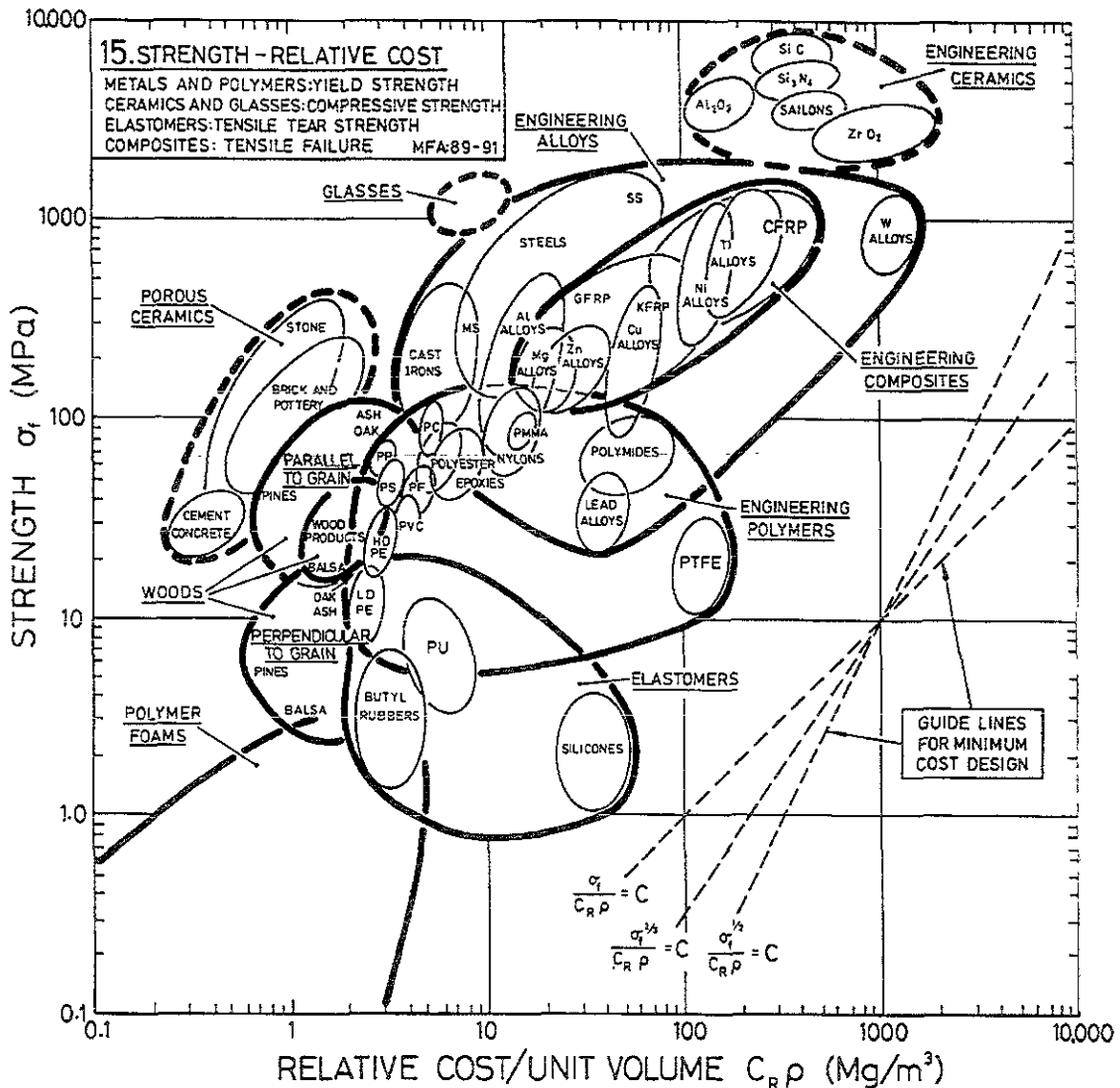


Fig. 2.4 Resistencia estática contra costo relativo por unidad de volumen (ref.2)

A pesar de que las gráficas solo se limitan a estudiar los materiales más comunes, pueden servir como parámetro de referencia en la mayoría de las aplicaciones, pues la consideración de que el costo es un parámetro de alta discusión en cualquier diseño, está muy bien justificada para cualquier diseñador.

## 2.1 Índices de funcionalidad considerando las propiedades de los materiales

Los elementos estructurales son componentes que tienen una función física, ya que por lo regular soportan cargas, transmiten calor, almacenan energía, etc., por ello es necesario identificar con precisión los requerimientos necesarios para posteriormente llegar a la solución del problema.

Así, el diseño de cualquier elemento se especifica por los requerimientos funcionales, los parámetros geométricos y por las propiedades del material del cual está fabricado, que en forma de ecuación será representado por:

$$P = f \left\{ \left[ \begin{array}{l} \text{Requerimientos} \\ \text{Funcionales "F"} \end{array} \right] * \left[ \begin{array}{l} \text{Parámetros} \\ \text{Geométricos "G"} \end{array} \right] * \left[ \begin{array}{l} \text{Propiedades de los} \\ \text{Materiales "M"} \end{array} \right] \right\}$$

que en forma simplificada tendríamos:

$$P = f[F, G, M] \quad (2.5)$$

Así, "P" describe algunos aspectos de la funcionalidad de un componente; su masa, volumen, costo o tiempo de vida por ejemplo; y "f", significa una función de los parámetros considerados.

Por tanto, el diseño óptimo es la selección del material y la geometría donde se maximice o minimice "P", dependiendo de las estrategias de diseño utilizadas, además de las restricciones establecidas de las que algunas provienen de las características del material.

Los tres parámetros de la ecuación planteada pueden separarse si la ecuación se describiera como:

$$P = f_1(F) \cdot f_2(G) \cdot f_3(M) \quad (2.6)$$

donde  $f_1$ ,  $f_2$  y  $f_3$  son funciones. Cuando los grupos son separables, el material óptimo que se escoge es independiente del detalle de diseño; lo mismo sucede para los parámetros geométricos "G" y los valores de funcionalidad "F". Es entonces cuando se puede identificar al conjunto óptimo sin resolver completamente el problema de diseño. Así, el desempeño o índice de funcionalidad para F y G se maximizan si se maximiza  $f_3(M)$  el cual se llama **índice de desempeño o índice de funcionalidad**, también a veces llamado factor de mérito, que para situaciones estructurales el Índice de funcionalidad depende del modo de carga, por ejemplo, si se requiere seleccionar un material para fabricar una barra cilíndrica de longitud L, que soporte una carga tensil F, con factor de seguridad  $S_f$ , se puede pensar en minimizar su masa sí:

$$m = AL\rho \quad (2.7)$$

donde A es el área de la sección transversal y  $\rho$  es la densidad del material. "L" es la longitud de la barra que soportan una fuerza "F", la cual no puede cambiarse; sin embargo, el radio "r" puede ser el parámetro a variar, por lo que:

$$\frac{F}{A} = \frac{\sigma_f}{S_f} \quad (2.8)$$

donde " $\sigma_f$ " es la resistencia paramétrica. Despejando el área "A" de la ecuación (2.8) y sustituyéndola en la ecuación (2.7) obtenemos:

$$m = (S_f F) (L) \left[ \frac{\rho}{\sigma_f} \right] \quad (2.9)$$

Note que la forma en que se presenta la ecuación resalta la separación de tres paréntesis, donde el primer término expresa la "funcionalidad", el segundo "el factor geométrico", y el tercero expresa "las características de la propiedad del material".

Así el índice de funcionalidad, está dado por:

$$M = \sigma_f / \rho \quad (2.10)$$

De una manera similar se obtiene el índice de funcionalidad para la rigidez dado por  $M=E/\rho$ , donde "E" es el módulo de Young del material.

Otro ejemplo representativo para determinar el índice de funcionalidad, es cuando se considera una columna sujeta a cargas axiales en columnas esbeltas, donde la falla elástica empieza cuando la carga de Euler, " $F_{crit}$ " se excede, el modelo que nos representa este fenómeno es decir:

$$F_{critico} = \frac{n\pi^2 EI}{L^2} = \frac{n\pi^2 E}{S_f L^2} \left[ \frac{\pi r^4}{4} \right] \quad (2.11)$$

donde  $S_f$  es el factor de seguridad, n es una constante que depende de los modos de aplicación de la carga, "I" es el segundo momento de área de la barra, que volviendo a aplicar el reacomodo de las variables y constantes para obtener la masa como función de las mismas nos queda:

$$m = 2 (S_f F)^{1/2} \left[ \frac{L^4}{n\pi} \right]^{1/2} \left[ \frac{\rho}{E^{1/2}} \right] \quad (2.12)$$

En esta ecuación, se pueden identificar, los tres elementos que definen a la funcionalidad del diseño, que para el caso de los materiales el índice es:

$$M = E^{1/2} / \rho \quad (2.13)$$

Como podemos ver, la longitud de la barra se especifica, su masa ( $m$ ) es la variable a minimizar y si escribimos una ecuación para el parámetro de diseño  $M$ , esta será una función objetivo a obtener. Pero hay una restricción, la barra deberá soportar una carga "F" sin que sufra deformación o pandeo, por lo que el uso de esta ecuación elimina a la variable libre "A". Cuando el número de condiciones equivale al número de variables libres, se obtiene un índice de funcionalidad simple, aunque es más común encontrar problemas con más de una de condición; para tal efecto se deberá considerar otros índices de funcionalidad y así obtener otra lista de materiales. La selección final será aquella donde se detecten los materiales que sean comunes en toda la lista; es decir la intersección de estos conjuntos.

Cabe señalar que es conveniente tomar en cuenta que para encontrar los índices de funcionalidad se consideren los siguientes aspectos:

- a) Identificar los atributos a ser maximizados o minimizados (peso, costo, energía, rigidez, deformación, en daño ambiental).
- b) Desarrollar una ecuación para ese atributo en términos de los requerimientos funcionales, la geometría y las propiedades de los materiales (función objetivo).
- c) Identificar las variables libres (aún no especificadas).
- d) Identificar las restricciones en orden de importancia.
- e) Desarrollar una ecuación para las restricciones (sin fluencia, sin fractura, sin falla, máxima conductividad térmica, etc.).
- f) Sustituir las variables libres de los límites a través de la función objetivo.
- g) Agrupar las variables a través de tres grupos: requerimientos funcionales "F", geometría "G", y propiedades de los materiales "M", donde se muestre que el atributo sea menor, es decir: Atributo  $\leq f(F,G,M)$
- h) Identificar el índice de funcionalidad, expresado como una cantidad "M" a ser maximizada.
- i) Notar que la solución completa no necesariamente está en orden para identificar la propiedad del material o del grupo.

## 2.2 Índices de funcionalidad considerando la forma del diseño

Cuando se determinan los índices de funcionalidad que consideran a la forma, el diseñador tiene dos grupos de variables con el cual puede interactuar, la funcionalidad de los componentes que están sometidos a tracción, compresión, flexión y torsión, las cuales determinan las propiedades del material y las características de forma de su sección transversal, donde la mejor selección se puede encontrar en ambas características.

Durante la aplicación de la carga axial, el área de la sección transversal es importante, pero no la forma de esta. No es así en caso de vigas que están sometidas a flexión, en la cual, las vigas con sección transversal en "I" son las de mayor índice de funcionalidad. Para torsión, las barras huecas son las más efectivas y para cargas a compresión la funcionalidad mayor se encuentra en las secciones cuadradas. En la figura 2.5 se esquematizan las condiciones que han sido planteadas, tomando en cuenta que no son las únicas a considerar, pero sí las más comerciales.

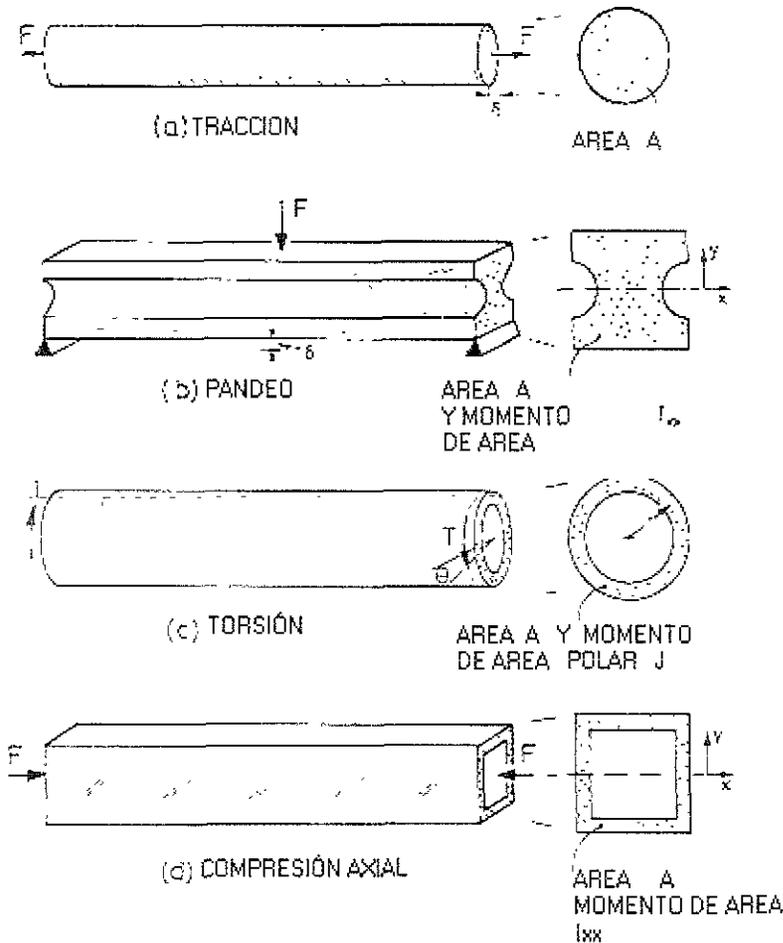


Fig. 2.5, Modos comunes tanto de cargas como de formas según ref. 2.

Para estudiar la combinación de ambas características, se definirá para cada modo de carga, un factor de forma en donde ésta tenga influencia del elemento en cuestión pero no de su escala, siendo este factor adimensional. Posteriormente, se definirán aquellos casos que requieren de análisis en su microestructura, para los cuales se le asocia un factor de forma microestructural.

## Definición de los factores de Forma:

Normalmente los materiales son estudiados de acuerdo a sus propiedades pero no de acuerdo a su forma; es por ello que a continuación se definirá la eficiencia estructural del elemento (índice de desempeño) a través de un factor de forma adimensional que asocie a la geometría de un componente, y que sea independiente de la escala de este. Dependiendo de su modo de carga, podemos considerar los más comunes para la aplicación de la carga de acuerdo a la figura 2.5 donde, el *factor de forma para la flexión elástica* se define como,  $\phi_B^e$ , el *factor de forma para la torsión elástica*,  $\phi_T^e$ , (el superíndice “e” indica elástico y los subíndices “B y T”, indican flexión y torsión respectivamente). Estos factores de forma son apropiados para diseños en los cuales se considera la rigidez; si se requiere considerar la resistencia, entonces se toma en cuenta los factores,  $\phi_B^f$  y  $\phi_T^f$ , considerando que el superíndice “f” es cuando falla el material.

Los factores de forma se consideran a partir de un elemento con sección transversal circular, a la cual se le da un valor unitario, para de ahí derivar múltiplos de este elemento, y relacionarlos con los modos de aplicación de las cargas, por tanto, podemos hacer las siguientes consideraciones:

-Si el caso es una deformación elástica, la deformación es una función dependiente del área de la sección transversal “A”, pero no de la forma, por lo que para este caso el factor de forma no es necesario.

-Si la flexión y/o torsión es elástica, para el primer caso, el factor de forma se determina con el segundo momento de área “I” del material en el eje de flexión (determinado por el eje X) como:

$$I_{xx} = \int y^2 dA \quad (2.14)$$

en donde “y” está tomado en dirección normal al eje neutro de flexión y dA es la diferencial de área o elemento diferencial de área, asociado al valor de “y”. Si se tuvieran formas más complejas, estas se aproximarían a algunas forma comercial, por ello en la tabla 2.3 se expresan los momentos de área de algunas secciones.

El primer factor de forma que se define es el referente a la flexión elástica, y está dado por:

$$\phi_B^e = \frac{4\pi I}{A^2} \quad (2.15)$$

que como se mencionó es un valor adimensional que depende solamente de la forma, es decir, que tanto vigas grandes como pequeñas tienen el mismo valor de  $\phi_B^e$  si su forma transversal es la misma; como ejemplo aplicativo a ello, consideramos el factor de forma para una sección transversal circular sólida si:

$$I = (\pi/4(r^4))/4 \quad y \quad A = \pi r^2$$

entonces:

$$\phi_B^e = \frac{4\pi I}{A^2} = \frac{4\pi \pi r^4}{4\pi^2 r^4} = 1$$

donde se demuestra que para una sección transversal circular sólida, el valor es unitario.

### MOMENTS OF SECTIONS

SECTION SHAPE	A(m <sup>2</sup> )	I <sub>xx</sub> (m <sup>4</sup> )	K(m <sup>4</sup> )	I <sub>xx</sub> /y <sub>m</sub> (m <sup>3</sup> )	Q(m <sup>3</sup> )
	$\pi r^2$	$\frac{\pi}{4} r^4$	$\frac{\pi}{2} r^4$	$\frac{\pi}{4} r^3$	$\frac{\pi}{2} r^3$
	$b^2$	$\frac{b^4}{12}$	$0.14 b^4$	$\frac{b^3}{6}$	$0.21 b^3$
	$\pi ab$	$\frac{\pi}{4} a^3 b$	$\frac{\pi a^3 b^3}{(a^2 + b^2)}$	$\frac{\pi}{4} a^2 b$	$\frac{\pi a^2 b}{2}$ (a < b)
	$bh$	$\frac{bh^3}{12}$	$\frac{b^3 h}{3} (1 - 0.58 \frac{b}{h})$ (h > b)	$\frac{bh^2}{6}$	$\frac{b^2 h^2}{3h + 1.8b}$ (h > b)
	$\frac{\sqrt{3}}{4} a^2$	$\frac{a^4}{32\sqrt{3}}$	$\frac{a^4 \sqrt{3}}{80}$	$\frac{a^3}{32}$	$\frac{a^3}{20}$
	$\pi(r_o^2 - r_i^2)$ $\approx 2\pi r t$	$\frac{\pi}{4}(r_o^4 - r_i^4)$ $\approx \pi r^3 t$	$\frac{\pi}{2}(r_o^4 - r_i^4)$ $\approx 2\pi r^3 t$	$\frac{\pi}{4r_o}(r_o^3 - r_i^3)$ $\approx \pi r^2 t$	$\frac{\pi}{2r_o}(r_o^4 - r_i^4)$ $\approx 2\pi r^2 t$
	$4bt$	$\frac{2}{3} b^3 t$	$b^3 t (1 - \frac{t}{b})^4$	$\frac{4}{3} b^2 t$	$2b^2 t (1 - \frac{t}{b})^2$
	$\pi(a-b)t$	$\frac{\pi}{4} a^3 t (1 + \frac{3b}{a})$	$\frac{4\pi(ab)^{3/2} t}{(a^2 + b^2)}$	$\frac{\pi a^2 t}{4} (1 + \frac{3b}{a})$	$2\pi t (a^3 b)^{1/2}$ (b > a)
	$b(h_o - h_i)$ $\approx 2bt$	$\frac{b}{12}(h_o^3 - h_i^3)$ $\approx \frac{1}{2} b t h_o^2$	—	$\frac{b}{6t_o}(h_o^3 - h_i^3)$ $\approx b t h_o$	—
	$2t(h \cdot b)$	$\frac{1}{6} h^3 t (1 + \frac{3b}{h})$	$\frac{2t b^3 h^2}{h \cdot b}$ $\frac{2}{3} b t^3 (1 + \frac{4h}{b})$	$\frac{h^2 t}{3} (1 + \frac{3b}{h})$	$2t b h$ $\frac{2}{3} b t^2 (1 + \frac{4h}{b})$
	$2t(h \cdot b)$	$\frac{1}{6} (h^3 + 4bt^2)$	$\frac{t^3}{3} (8b \cdot h)$ $\frac{2}{3} h t^3 (1 + \frac{4b}{h})$	$\frac{t}{3h} (h^3 + 4bt^2)$	$\frac{t^2}{3} (8b \cdot h)$ $\frac{2}{3} h t^2 (1 + \frac{4b}{h})$
	$t\lambda(1 + \frac{\pi^2 d^2}{4\lambda^2})$	$\frac{t\lambda d^2}{8}$	—	$\frac{t\lambda d}{4}$	—

Tabla 2.3 Momentos de Área de acuerdo a las configuraciones planteadas (ref. 2)

Cabe señalar que las secciones transversales en vigas que son resistentes a la flexión, no necesariamente lo son para la torsión. Para la torsión elástica en barras o ejes es necesario utilizar el momento torsionante de área, K. Para una sección circular sería idéntico utilizar el momento polar de área J:

$$J = \int r^2 dA \quad (2.16)$$

donde  $dA$  es el elemento diferencial de área a la distancia radial  $r$ , medida desde el centro de la sección. Para secciones no circulares,  $K$  es menor que  $J$  (Roak y Young 1976), tal que el ángulo torsión  $\theta$  esta relacionado con el torque o par "T" dado por la relación:

$$\theta = \frac{TL}{KG} \quad (2.17)$$

donde "L" es la longitud del la barra o eje y  $G$  el módulo cortante del material. El factor de forma a la torsión elástica estaría dado por:

$$\phi_T^e = \frac{2\pi K}{A^2} \quad (2.18)$$

Si se considera que el valor de este factor de forma es unitario cuando se trata de secciones circulares y tiende a 1 para cualquier sólido de sección equiaxial. Este factor de forma diferirá del tamaño pero no de la forma.

La tabla 2.4 da una lista de los factores de forma para geometrías que se pueden tomar en cuenta cuando se está diseñando.

-Si se presentan falla en flexión o en torsión: La deformación plástica, ocurre cuando el esfuerzo aplicado, alcanza el esfuerzo a la fluencia  $\sigma_y$ ; la fractura ocurre cuando el esfuerzo excede el esfuerzo de fractura  $\sigma_f$ . Cada uno de los elementos antes mencionados constituyen los elementos de falla y el símbolo  $\sigma_f$  se le denomina "esfuerzo de falla", que es un esfuerzo local donde se inicia la fractura. De aquí que los factores de forma entonces se definan como  $\phi_B^f$  y  $\phi_T^f$  para cubrir ambas condiciones establecidas.

En flexión, el esfuerzo es mayor en el punto  $y_m$ , en la superficie de la viga y que coincide con el punto más alejado del eje neutro:

$$\sigma = \frac{M}{I} y_m \quad (2.19)$$

donde "M" es el momento flexionante. De esta manera el factor de forma por falla en flexión  $\phi_B^f$  esta definido en función de la deformación elástica:

$$\phi_B^f = \frac{16 \pi I^2}{(y_m)^2 A^3} \quad (2.20)$$

Como los otros factores de forma, el  $\phi_B^f$  es adimensional e independiente de la escala; y el valor para una viga de sección circular es 1. Además se toma en cuenta que para secciones circulares los factores de forma  $\phi_B^f$  y  $\phi_B^e$  son iguales.

## SHAPE FACTORS

STIFFNESS

STRENGTH

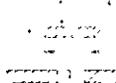
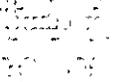
	STIFFNESS	STRENGTH	STIFFNESS	STRENGTH
	$\frac{\pi r^4}{2}$	$\frac{\pi r^3}{2}$	$\frac{\pi r^4}{8}$	$\frac{\pi r^3}{4}$
	$\frac{bh^3}{12}$	$\frac{bh^2}{6}$	$\frac{bh^3}{36}$	$\frac{bh^2}{6}$
	$\frac{bh^3}{36}$	$\frac{bh^2}{12}$	$\frac{bh^3}{108}$	$\frac{bh^2}{12}$
	$\frac{I_x}{I_{x0}}$	$\frac{I_x}{I_{x0}}$	$\frac{I_x}{I_{x0}}$	$\frac{I_x}{I_{x0}}$
	$\frac{a^4}{12}$	$\frac{a^3}{6}$	$\frac{a^4}{36}$	$\frac{a^3}{6}$
	$\frac{a^4}{48}$	$\frac{a^3}{12}$	$\frac{a^4}{144}$	$\frac{a^3}{12}$
	$\frac{\pi r^4}{4}$	$\frac{\pi r^3}{4}$	$\frac{\pi r^4}{16}$	$\frac{\pi r^3}{4}$
	$\frac{bh^3}{12}$	$\frac{bh^2}{6}$	$\frac{bh^3}{36}$	$\frac{bh^2}{6}$
	$\frac{\pi r^3}{2}$	$\frac{\pi r^2}{2}$	$\frac{\pi r^3}{8}$	$\frac{\pi r^2}{2}$
	$\frac{bh^2}{6}$	$\frac{bh}{3}$	$\frac{bh^2}{18}$	$\frac{bh}{3}$
	$\frac{\pi r^3}{2}$	$\frac{\pi r^2}{2}$	$\frac{\pi r^3}{8}$	$\frac{\pi r^2}{2}$
	$\frac{bh^2}{6}$	$\frac{bh}{3}$	$\frac{bh^2}{18}$	$\frac{bh}{3}$

Tabla 2.4 Factor de forma para las geometrías comunes (ref. 2)

En torsión, el problema se vuelve más complicado. Para secciones circulares, el esfuerzo cortante "τ" es máximo en la superficie exterior a una distancia radial  $r_m$  desde el eje neutro donde:

$$\tau = \frac{T r_m}{J} \quad (2.21)$$

siendo el valor  $r_m$  definido por el valor del radio exterior del tubo y T el par torsionante ; la cantidad  $J/ r_m$  en la torsión tiene la misma característica que  $I/ y_m$  para la flexión. Para secciones no circulares, el esfuerzo cortante esta dado por:

$$\tau = \frac{T}{Q} \quad (2.22)$$

donde Q está en unidades de metros cúbicos, que se sustituye por  $I/ y_m$  en la flexión, esto permite la definición del factor de forma en falla por torsión,  $\phi_T^f$  la cual se redefine como:

$$\phi_T^f = \frac{4 \pi Q^2}{A^3} \quad (2.23)$$

El valor de  $\phi_T^f$  para secciones circulares es de 1, al igual que los demás factores de carga que también se presentan en la tabla 2.4.

-Si se tienen cargas axiales y de pandeo: se puede considerar, por ejemplo, una columna con sujeción libre en los extremos bajo compresión, ésta se pandea cuando la carga excede la carga de Euler, dada por:

$$F_c = \frac{n^2 \pi^2 E I}{L^2} \quad (2.24)$$

donde n es una constante que depende del tipo de sujeción. La resistencia al pandeo, depende del valor del momento de área de la sección (I), y del factor de forma  $\phi_B^e$ , es la misma que la de flexión elástica.

Relación entre la forma, la rigidez y la deformación: Como ya hemos mencionado, los factores de forma se relacionan con la eficiencia de la forma transversal tanto en resistencia a la flexión como a la falla. Si en una barra de longitud "L" con un factor de forma  $\phi_B^e$ , el esfuerzo cortante es despreciable, entonces la rigidez de la viga por flexión será:

$$S_B = \frac{C_1 E I}{L^3} \quad (2.25)$$

donde  $C_1$  es una constante que depende de la característica de la carga aplicada, si se considera otra viga con la misma sección transversal, el valor de la rigidez sería:

$$S_0 = \frac{C_1 E I_0}{L^3} \quad (2.26)$$

y la relación entre los dos valores estaría dada como:

$$\frac{S}{S_0} = \frac{I}{I_0} = \frac{4\pi I}{A^2} = \phi_B^e \quad (2.27)$$

siendo esta una medida de la rigidez que se gana por la presencia del factor de forma  $\phi_B^e$ . Lo mismo sucedería con  $\phi_T^e$ . El factor de forma para la falla, mide la ganancia de la carga de falla alcanzada, simplemente por considerar la forma en la sección transversal. La carga de falla de una viga con longitud "L" y factor de forma  $\phi_B^f$  es entonces:

$$F_f = \frac{C_2 I \sigma_f}{y_m L} \quad (2.28)$$

donde  $C_2$  es de nuevo una constante que depende de las características de carga, que para una viga de sección circular con la misma longitud "L" y la misma área:

$$F_{f0} = \frac{C_2 I_0 \sigma_f}{y_{m0} L} \quad (2.29)$$

y la relación de las dos resistencias será:

$$\frac{F_f}{F_{f0}} = \frac{4\pi^{1/2} I}{A^{3/2} y_m} = (\phi_B^e)^{1/2} \quad (2.30)$$

si se encontrara que:

$$\frac{I_0}{y_{m0}} = \left[ \frac{\pi r^3}{4} \right] = \frac{A_0^{3/2}}{4\pi^{1/2}} \quad (2.31)$$

Con los datos anteriores, puede haber una combinación de forma y material, tal que se permita establecer el índice de funcionalidad adecuado a un diseño estructural. El mecanismo a seguir, sería el mismo que el utilizado para eficiencias estructurales sin forma, con un paso adicional para llevar a cabo.

*-Cuando la carga axial se aplica en barras:* la facultad de ellas para soportar cargas sin deflexionarse o de fracturarse, depende solo del área de su sección transversal, pero no de su forma. El índice de funcionalidad para la rigidez con un mínimo de peso estaría dado por  $E/\rho$ , el cual se puede mantener para todas las formas de la sección. *Pero en la flexión elástica en vigas de longitud "L" y/o la torsión en ejes,* se considera la selección de un material en base a la rigidez  $S_B$ , y un peso mínimo "m", permitiendo que el material candidatos disponible tenga formas transversales diferentes; así, la masa "m" de una viga, de longitud "L" y sección A sería:

$$m = A L \rho$$

y su rigidez por flexión estaría dada como:

$$S_B = \frac{C_1 E \phi_B^e A^2}{4\pi L^3} \quad (2.32)$$

como siempre, podemos eliminar A y obtener la masa de la viga como:

$$m = \left[ \frac{4\pi L^5 S_B}{C_1} \right]^{1/2} \left[ \frac{\rho^2}{\phi_B^e E} \right]^{1/2} \quad (2.33)$$

para vigas con la misma forma donde  $\phi_B^e$  sea constante, el mejor material será el que tenga el valor mayor de  $E^{1/2}/\rho$ , de lo contrario, si deseamos comparar dos vigas de diferentes forma y hechas de diferente materiales, el que mejor se escoge será el que tenga el índice más grande de:

$$M_1 = \frac{(E \phi_B^e)^{1/2}}{\rho} \quad (2.34)$$

que sería la misma consideración que para los factores de forma en fractura elástica para columnas sometidas a cargas axiales.

Para ejes sometidos a torsión, el análisis es muy similar al que se describió para flexión en vigas. Considerando el mismo eje de área "A" en su sección transversal y de longitud "L", que además este sometida a una fuerza torsionante "T", es necesario considerar una máxima resistencia a la torsión dada por  $T/\theta$ , por lo que:

$$S_T = \frac{KG}{L} \quad (2.35)$$

donde "G" es el módulo cortante y "K" fue definido con anterioridad. Si reemplazamos por el nuevo factor de forma  $\phi_T^e$ , nos queda:

$$S_T = \frac{G \phi_T^e A^2}{2\pi L} \quad (2.36)$$

usando esta ecuación para eliminar "A", y sustituyendo en la masa:

$$m = \left[ 2\pi L^3 S_B \right]^{1/2} \left[ \frac{\rho^2}{\phi_T^e G} \right]^{1/2}$$

donde la mejor combinación entre el material y la forma es aquella que tenga el mayor valor de  $(\phi_T^e G)^{1/2} / \rho$ . Para efectos prácticos, el módulo cortante "G" se puede aproximar al módulo de Young "E" dada por la relación  $G = (3/8)E$ , para que entonces el índice de funcionalidad quede como:

$$M_2 = \frac{(\phi_T^e E)^{1/2}}{\rho} \quad (2.37)$$

-Si se considera la falla en vigas y/o ejes, para comenzar el análisis se considera una viga que esta sometida a flexión bajo una carga específica "F" sin fallas donde la masa de la viga es la que se minimiza, si el factor de forma no se considera, el índice de funcionalidad sería el valor mayor de  $\sigma_f^{2/3} / \rho$ , pero si se considera el factor de forma variable, entonces la falla ocurrirá cuando:

$$F_f = \frac{C_2 I \sigma_f}{y_m L} \quad (2.38)$$

siendo  $C_2$  una constante, la cual depende de la carga aplicada, y que reemplazando  $I/y_m$  por el factor de forma correspondiente  $\phi_B^f$  obtenemos:

$$F_f = = \frac{C_2}{4\pi^{1/2} L} \left[ \phi_B^f A^3 \right]^{1/2} \sigma_f \quad (2.39)$$

sustituyendo en la masa de la viga a flexión nos queda:

$$m = \left[ \frac{4\pi^{1/2} F_f L}{C_2} \right]^{2/3} L \left[ \frac{\rho^{3/2}}{(\phi_B^f)^{1/2} \sigma_f} \right]^{2/3} \quad (2.40)$$

para este caso, la mejor selección de materiales, considerando la combinación de propiedades del material y su forma, será aquel que tenga el valor más alto de:

$$M_3 = \frac{(\phi_B^f)^{1/3} \sigma_f^{2/3}}{\rho} \quad (2.41)$$

Para el análisis a la torsión, el análisis se hace de manera similar; es decir, una barra que se someta a un torque  $T_f$  sin fallar sería:

$$T_f = Q\tau_f$$

que sustituyendo  $Q$  por  $\phi_T^f$  tenemos:

$$T_f = \frac{(\phi_T^f)^{1/2} A^{3/2} \sigma_f}{4\pi^{1/2}} \quad (2.42)$$

donde  $\tau_f$  es la resistencia a la falla por cortante, haciendo hincapié que, en la ecuación 2.42, esta se reemplaza por  $\sigma_f/2$ , por lo que la masa estaría dada como:

$$m = (4\pi^{1/2} T_f)^{2/3} L \left[ \frac{\rho^{3/2}}{(\phi_T^f)^{1/2} \sigma_f} \right]^{2/3} \quad (2.43)$$

con ello obtenemos que el índice de funcionalidad está dado por:

$$M_4 = \frac{(\phi_T^f)^{1/3} \sigma_f^{2/3}}{\rho} \quad (2.44)$$

y la mejor selección de la combinación forma y material, esta dada por aquel que tenga un mayor valor de  $M_4$ .

### 2.3 Consideraciones para un factor de forma microestructural

Formas microscópicas: Hasta ahora se ha mencionado que se puede alcanzar mejores eficiencias estructurales, desde un punto de vista macroscópico. Pero la

eficiencia también puede estimarse de otra manera: a través de formas a escalas reducidas; formas microscópicas o microestructurales. Un ejemplo clave para ello es la madera que se compone de celdas prismáticas a lo largo de su estructura con lignina y otros polímeros. Estas celdas se encuentran en todo el cuerpo de la madera como se muestra en las figuras 2.6, 2.7 y 2.8.

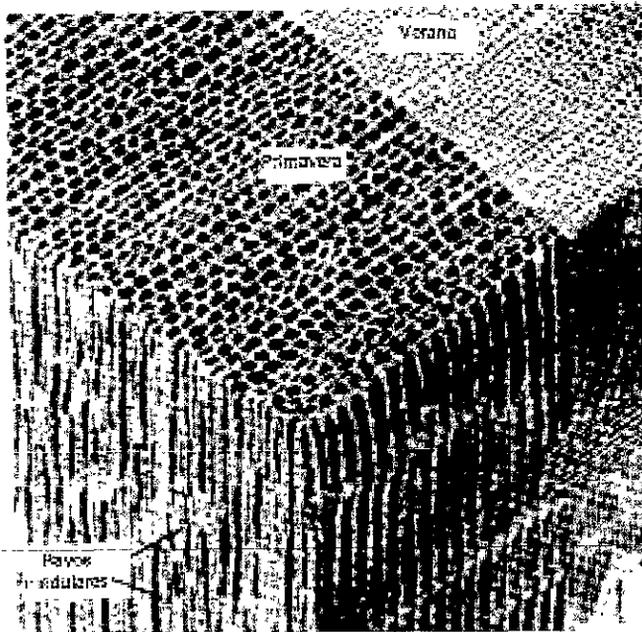


Fig. 2.6 Corte transversal de la madera que muestra las partes que lo conforman (ref. 3)

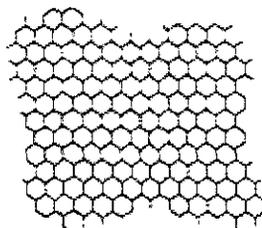


Fig 2.7 La forma microestructural, puede ser combinada con la forma macroscópica para obtener una mayor eficiencia mecánica (ref. 2).

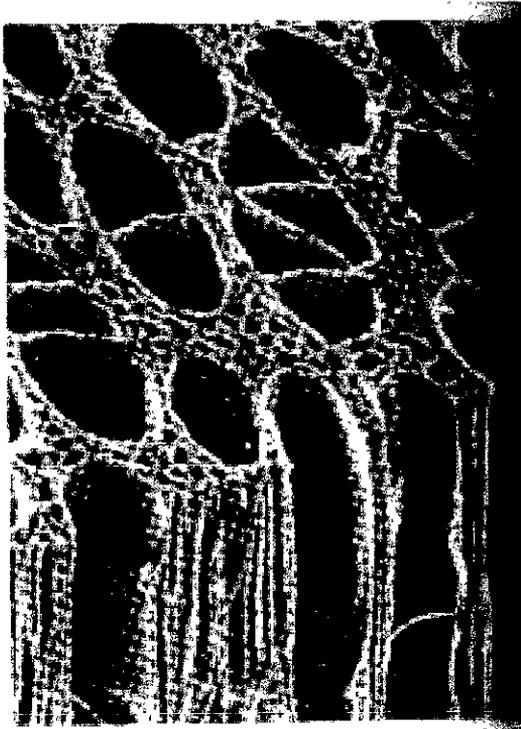


Fig 2.8 Vista de acercamiento, que muestra las celdas que componen a la madera (ref. 3)

Como la madera presenta buena resistencia tanto a la flexión como a la torsión debido a la presencia de las celdas, entonces se puede establecer un factor de forma microscópico “ $\Psi$ ” con definiciones y características como el factor de  $\phi$ , pero con propiedades de forma microscópica que se repite en todo el material. Se puede considerar este mismo análisis para cualquier material con características estructurales internas.

Por lo anterior, podemos decir que el factor de forma microscópico  $\Psi$  se puede definir de la misma manera como el dado en el macroscópico  $\phi$ , si analizamos la figura 2.8, idealizando que las celdas se ensamblan a lo largo. La densidad total de la madera será, por ejemplo,  $\rho^*$ , mientras que las celdas sólidas tendrían una densidad de  $\rho_s$ ; si se calcula ahora la rigidez de una viga rectangular de altura “H”, ancho “B” y longitud “L”; el segundo momento de área vendría dado por:

$$I_{xx} = 2 \frac{\rho^*}{\rho_s} \int y^2 B dy = \frac{\rho^*}{\rho_s} \frac{BH^3}{12} \quad (2.45)$$

donde  $\rho^* / \rho_s$  es la densidad relativa de la madera y el factor total es:

$$\phi_B^e = \frac{4\pi I_{xx}}{A_s^2}$$

que reacomodando términos nos queda:

$$\phi_B^e = \left[ \frac{\pi H}{3 B} \right] \left[ \frac{1}{\rho^* / \rho_s} \right] \quad (2.46)$$

siendo  $A_s = (\rho^* / \rho_s) BH$  que es el área del sólido en la sección. El primer término del paréntesis es el factor de forma macroscópico  $\phi_B^e$  para una viga rectangular, mientras que el término en el segundo paréntesis el factor de forma  $\psi_B^e$  que para este caso es el recíproco de  $(\rho^* / \rho_s)$ , por lo que :

$$(\phi_B^e)_{total} = \phi_B^e (\psi_B^e) \quad (2.47)$$

Ahora bien, para poder realizar la selección de materiales utilizando las gráficas de Ashby, el factor de forma microscópico tendría que ser incluido, si consideramos el caso de una flexión elástica, el índice de funcionalidad sería:

$$M_1 = \frac{(\phi_B^e)_{total}^{1/2}}{\rho}$$

es decir:

$$M_1 = \frac{(E / \phi_B^e)^{1/2}}{\rho / \phi_B^e} \quad (2.48)$$

cuyo factor nos indica que un material que es estructurado con módulo  $E$  y densidad  $\rho$ , tiene las relaciones respectivas:

$$E^* = E / \phi_B^e \quad (2.49)$$

$$\rho^* = \rho / \phi_B^e \quad (2.50)$$

Una vez, redefinidos los parámetros a utilizar, con la consideración de forma, se puede utilizar la gráfica  $E$  vs.  $\rho$ , ya conocida, donde se vería que el factor de forma mueve los parámetros iniciales de selección.

Algunos materiales que existen en la naturaleza, tienen estructuras microscópicas, aparte de la madera están los huesos, las ramas y varas que dan una alta rigidez con una baja densidad. Sin olvidar que existen materiales ya construidos por el hombre con estructuras microscópicas bien definidas como los honeycomb o paneles de abeja, cuyo aprovechamiento es su forma estructural.

### Factores de forma utilizando gráficas paramétricas

De párrafos anteriores se obtenemos el índice de funcionalidad para la flexión elástica como:

$$M_1 = \frac{(\phi_B^e)^{1/2}}{\rho} = \frac{(E / \phi_B^e)^{1/2}}{\rho / \phi_B^e}$$

donde la ecuación nos dice que un material que considera su microestructura, de módulo de elasticidad  $E$  y densidad  $\rho$ , puede escribirse como:

$$E^* = E / \phi_B^e \text{ y } \rho^* = \rho / \phi_B^e$$

para con ello utilizar la gráfica de Ashby  $E$  vs.  $\rho$ , que utilizábamos en la selección de materiales sin forma. El mejor material a escoger, será aquel que tenga el valor más alto del cociente  $E^{1/2}/\rho$ . Por tanto se dice que cuando se involucra el factor de forma, se considera como un nuevo material con un módulo  $E^*$  y densidad  $\rho^*$ . De igual manera, este criterio de sustitución sirve para cuando se considera la torsión.

En la figura 2.9 se aprecian los movimientos de la pendiente unitaria, que pudieran presentarse con factores de forma de 10 y 1, donde se denota que material que tenga un factor de forma de 1, nos dará como resultado que deberá seleccionarse aquel material que tenga una mayor densidad y un alto valor para el módulo de elasticidad; pero si utilizamos un factor de forma de 10, entonces nos dará como resultado que el material a escoger tendrá una menor densidad y un módulo de elasticidad mayor. Este echo puede resultar contra producido, si bien podemos obtener menores pesos y menores cantidad de material, también está la desventaja que el módulo "E" disminuye, considerando que lo que se busca es una alta rigidez. Si lo que se quiere es evaluar la resistencia a la fractura, con un mínimo de peso, entonces el índice de funcionalidad requerido sería:

$$M_3 = \frac{(\phi_B^f)^{1/3} \sigma_f^{2/3}}{\rho} \quad \text{ó} \quad M_3 = \frac{(\sigma_f / \phi_B^f)^{2/3}}{\rho / \phi_B^f} \quad (2.51)$$

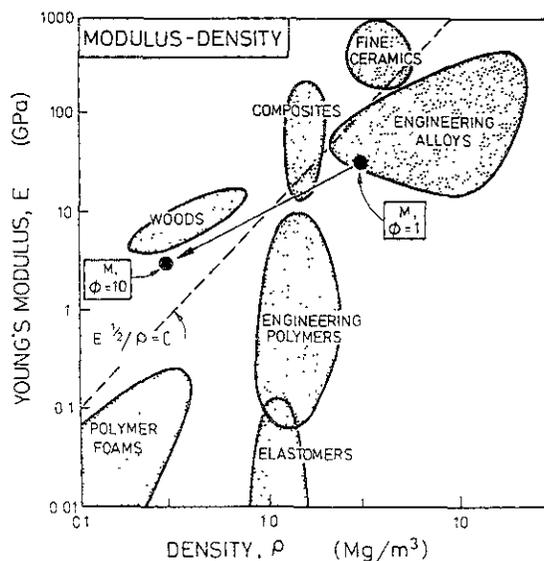


Fig. 2.9 Esquema de la carta de selección de materiales  $E$ - $\rho$ . El mejor material y forma para una viga, es aquel que tenga el valor de  $E^{1/2}/\rho$  más grande. La estructura con cargas a flexión, pueden considerarse como un nuevo material con un módulo  $E^* = E/\phi$  y densidad  $\rho^* = \rho/\phi$  (donde  $\phi$  significa  $\phi_B^e$ ). Y puede ser trazado sobre la carta. Todos los criterios de selección para torsión, se hacen de forma similar.

En resumen, podemos decir que las gráficas de Ashby son aplicables de manera general, cuando se incluyen modos de cargas y formas geométricas que relacionen a las propiedades de los materiales a emplear. Por ello el capítulo siguiente hablará de las formas de evaluación cuando ya se cuenta con una lista de materiales; la cual, puede ser preestablecida por éste método.

#### Referencias del capítulo

1. BUDINSKI Kenneth G. "Engineering materials, properties and selection", Ed. Prentice Hall, fifth edition 1996.
2. ASHBY, M.F., "Materials selection in mechanical design", Ed. Pergamon press, 1992.
3. THORNTON & COLANGELO, "Ciencia de materiales para Ingeniería", Ed. Prentice-Hall, 1ª. Ed. 1987
4. FARAG Mahmoud "Materials selection for Engineering design" ed. Prentice Hall 1997.

## CAPÍTULO 3

### SELECCIÓN DE MATERIALES CONSIDERANDO LA EVALUACIÓN DE LAS PROPIEDADES

Las propiedades de los materiales se pueden evaluar a través de varios métodos cuantitativos que permitan llegar a una solución óptima, dentro del marco de referencia de cada método. Entre estos métodos tenemos:

- I. Método de las propiedades ponderadas
- II. Método de propiedades límite
- III. Alternativas de evaluación sobre la base del costo
- IV. Evaluación global de las propiedades basada en la experiencia

Para aplicar estos métodos, es necesario tener una gama de materiales candidatos, enfocada a la aplicación en cuestión, para posteriormente tomar una posible decisión. Desde luego, estos métodos dependen mucho de la consideración del diseñador sobre la importancia que se le da a cada propiedad y desde luego, a cada material.

#### 3.1 MÉTODO DE LAS PROPIEDADES PONDERADAS

Este método es el más utilizado por el diseñador, no solo para obtener el tipo de material a usar, sino también para seleccionar cualquier idea que surja de la búsqueda de soluciones a los problemas de diseño; además, es recomendable cuando se tienen varias propiedades a considerar. Por ejemplo, si se desea seleccionar un material para fabricar una estructura, entonces puede ser que necesitemos que ese material sea rígido, resistente a la corrosión y de baja densidad para disminuir su peso; por tanto, cada requerimiento de material o propiedad se le asignará un cierto peso dependiendo su importancia. Así, un valor de propiedad ponderado, se obtiene multiplicando el valor numérico de la propiedad por el factor de peso  $\alpha$ .

Los valores de cada propiedad ponderada se enlistan y se suman para obtener un índice de funcionalidad o desempeño ( $\gamma$ ); donde el material con el índice de funcionalidad más alto es el óptimo para la aplicación.

Cuando este método se aplica, se puede caer en el error de comparar los valores de las propiedades con gran diferencia de proporción; es decir, que existe un intervalo amplio de valores comparables entre las propiedades mecánicas, físicas y químicas, por lo que los valores numéricos mayores tendrían gran influencia en la ponderación. Para evitar eso, se recurre a factores de escala aplicados a todos los valores de las propiedades a evaluar, a fin de encontrar los valores de las propiedades en un intervalo reducido. Por tanto, cada propiedad se escalará de tal forma que el valor numérico más alto no exceda de 100.

Al evaluar una lista de materiales candidatos, solo una propiedad se considera a un mismo tiempo. El mejor valor en la lista se tasa como 100 y los otros son escalados proporcionalmente. Para una propiedad dada, el valor escalado "B" para un material candidato es:

$$B = \frac{\text{valor numérico de la propiedad} \times 100}{\text{Valor máximo en la lista}} \quad (3.1)$$

Para propiedades como el *costo*, *la corrosión*, *oxidación* o *desgaste*, este es conveniente tener valores muy bajos, por lo que estos valores se tasan como 100 y B se calcula como:

$$B = \frac{\text{valor mínimo en la lista} \times 100}{\text{Valor numérico de la propiedad}} \quad (3.2)$$

Si se tienen propiedades que carecen de valor numérico como soldabilidad, maquinabilidad, resistencia a solventes químicos, etc.; los valores a considerar son muy subjetivos, clasificándose como "Excelente", "Muy bueno", "Bueno", "Regular" y "Pobre", para tal efecto, esas cualidades pueden medirse dando valores de 5,4,3,2 y 1 respectivamente, y así poner estas propiedades como participes de la ponderación. Entonces, podemos decir que el índice de funcionalidad es:

$$\gamma = \sum_{i=1}^n B_i \alpha_i \quad (3.3)$$

donde n es el número de propiedades relevantes.

Si la importancia entre los materiales no es clara, entonces  $\alpha$  puede ser muy intuitivo reduciendo la confiabilidad de la selección. Este problema se puede resolver si se adopta un enfoque sistemático para la obtención de  $\alpha$ , el cual puede consistir en una digitalización lógica que realice las evaluaciones de solo dos propiedades en un mismo tiempo. Cada posible combinación de propiedades se compara y solo se tiene un SÍ o un NO en la decisión para cada evaluación.

Para determinar la importancia relativa de cada propiedad, se construye una tabla donde las propiedades se listen en una columna al lado izquierdo, mientras las columnas de lado derecho sirven para enlistar las posibles decisiones a tomar, donde el número total de posibles decisiones se calcula como:

$$N = n(n-1)/2 \quad (3.4)$$

siendo n = número de propiedades bajo consideración.

La tabla 3.1, ejemplifica la evaluación de cinco propiedades cualesquiera, cuyo resultado a la ecuación 3.4 es de N=10. Posteriormente, se compara una

propiedad con las demás, de tal forma que se tengan decisiones relativas; hasta que se hayan comparado entre si todas las propiedades, se suman en forma horizontal las decisiones positivas para después obtener los valores de  $\alpha$  buscados.

PROPIEDADES	Posibles decisiones en $N = n(n-1)/2$										Decisiones Positiva	$\alpha$
	<u>1</u>	<u>2</u>	<u>3</u>	<u>4</u>	<u>5</u>	<u>6</u>	<u>7</u>	<u>8</u>	<u>9</u>	<u>10</u>		
1	1	1	0	1							3	$\alpha_1=0.3$
2	0				1	0	1				2	$\alpha_2=0.2$
3		0			0			1	0		1	$\alpha_3=0.1$
4			1			1		0		0	2	$\alpha_4=0.2$
5				0			0		1	1	2	$\alpha_5=0.2$
SUMATORIA DE DECISIONES											= 10	$\Sigma\alpha=1.0$

Tabla 3.1 Importancia relativa de una propiedad usando el sistema lógico digital.

### PROPIEDADES ESCALADAS

Una vez obtenido el factor de peso ( $\alpha$ ) de cada propiedad, el segundo paso es escalar las propiedades de la lista considerada mediante la utilización de las ecuaciones 3.1 y 3.2 respectivas. En la tabla 3.2 se da un ejemplo de propiedades de materiales a considerar para una aplicación "X". Si suponemos que deseamos maximizar la tenacidad, el esfuerzo a la fluencia y el módulo de Young, los materiales que tengan el valor más alto de esta propiedad tendrán el valor de 100; mientras que si queremos minimizar el resto de las propiedades, el valor más bajo ahora tendrá el valor de 100. La tabla 3.3 muestra los valores de las propiedades escaladas, como un ejemplo operativo del método. De esta tabla, se observa la existencia del índice de funcionalidad ( $\gamma$ ) dado por la ecuación 3.3. Cuando existe un gran número de propiedades a considerar, entonces el costo entra a jugar un papel importante, de aquí que se puede definir el término de figura de mérito para el material, cuya ecuación es:

$$M = \left[ \begin{array}{c} \gamma \\ C\rho \end{array} \right] \quad (3.5)$$

donde:

M = figura de mérito

$\gamma$  = índice de funcionalidad

C = costo total del material por unida de peso

$\rho$  = densidad del material

Si la función principal del material fuera la resistencia a esfuerzos, entonces es más apropiado utilizar el costo por unidad de resistencia, en vez del costo por unidad de volumen, dando un parámetro de mérito:

$$M = \left( \frac{\gamma}{C'} \right) \quad (3.6)$$

donde: C' = se obtiene de la tabla 3.4, en función del tipo de carga

Material	Índice de tenacidad $Tl^{*1}$	Esfuerzo a la Fluencia (MPa)	Módulo de Young (GPa)	Gravedad Específica $\times 2$	Expansión Térmica $\times 10^{-6} / ^\circ C$	conductividad térmica. Cal/cm <sup>2</sup> /cm/ <sup>o</sup> C/s	Calor específico Cal/g/ <sup>o</sup> C
A	78.5	420	74.2	2.8	21.4	0.37	0.16
B	95	91	70	2.68	22.1	0.33	0.16
C	770	1365	189	7.9	16.9	0.04	0.08
D	187	1120	210	7.9	14.4	0.03	0.08
E	179	875	112	4.43	9.4	0.016	0.09
F	239	1190	217	8.51	11.5	0.31	0.07
G	273	200	112	8.53	19.9	0.29	0.06

Tabla 3.2 Ejemplo de propiedades a ser escaladas. \*1 está relacionado a la resistencia última de tensión UTS, la resistencia a la fluencia (YS) y la deformación e como:  $Tl=(UTS+YS)e/2$ . \*2 Adimensional.

Material	PROPIEDADES ESCALADAS							Índice de funcionalidad ( $\gamma$ )
	1	2	3	4	5	6	7	
A	10	30	34	96	44	4.3	38	42.2
B	12	6	32	100	43	4.8	38	40.1
C	100	100	87	34	56	40	75	70.9
D	24	82	97	34	65	53	75	50.0
E	23	64	52	60	100	100	67	59.8
F	31	87	100	30	82	5.2	86	53.3
G	35	15	52	30	47	5.5	100	35.9

Tabla 3.3 Valores de las propiedades escaladas partiendo de la tabla 3.2

<b>Componente</b>	<b>Rigidez</b>	<b>Resistencia dúctil</b>	<b>Resistencia frágil</b>
Barra en tracción	$E/m\rho$	$\sigma/m\rho$	$K_{1C}/m\rho$
Columna corta en compresión	$E/m\rho$	$\sigma/m\rho$	$K_{1C}/m\rho$
Tubería de pared delgada o recipiente a presión bajo carga interna	$E/m\rho$	$\sigma/m\rho$	$K_{1C}/m\rho$
Esfera bajo presión interna	$E/m(1-\nu)\rho$	$\sigma/m\rho$	$K_{1C}/m\rho$
Barra o tubo en flexión	$E^{1/2}/m\rho$	$\sigma^{2/3}/m\rho$	$K_{1C}^{2/3}/m\rho$
Placa en flexión	$E^{1/3}/m\rho$	$\sigma^{1/2}/m\rho$	$K_{1C}^{1/2}/m\rho$
Placa en pandeo	$E^{1/2}/m\rho$		
Columna delgada o tubo en pandeo	$E^{1/2}/m\rho$		
Barra o tubo en torsión	$G^{1/2}/m\rho$	$G^{2/3}/m\rho$	$K_{1C}^{2/3}/m\rho$
Resorte elíptico para cargas específicas y rigidez		$\tau/m\rho$	
Barra en cortante		$\tau/m\rho$	
Flechas de pared delgada en torsión		$\tau/m\rho$	
Resorte para cargas específicas y rigidez		$\tau^2/mG\rho$	
Barra pesada y larga en tracción		$(\sigma-lg\rho)/m\rho$	
Donde: E = Módulo de Young $\sigma$ = Resistencia a la fluencia $K_{1C}$ = Tenacidad de fractura G = Módulo de cortante $\tau$ = Resistencia a la fluencia en cortante m = costo por unidad de masa	$\rho$ = densidad l = longitud	$\nu$ = relación de poisson g = aceleración de la gravedad	

Tabla 3.4 Grupos de propiedades maximizando su funcionalidad (ref. 4)

### 3.2 MÉTODO DE PROPIEDADES LÍMITE

En este método, los requerimientos pertenecientes al problema se pueden dividir en 3 categorías.

- I. Las propiedades en el límite inferior
- II. Las propiedades en el límite superior
- III. Las propiedades con valor exacto

Por ejemplo; si se desea tener un material ligero y resistente, la resistencia es la propiedad que se coloca en el límite inferior, mientras que el límite superior está ocupado por la densidad. Cuando la compatibilidad entre los materiales es importante, un valor exacto para, por ejemplo, el coeficiente de expansión térmica o para la posición en las series galvánicas se pueden especificar para controlar esfuerzos térmicos o corrosión galvánica respectivamente. De cualquier manera, una propiedad dada se especificará como un límite superior o inferior dependiendo de la aplicación. Si se tuviera el caso de seleccionar materiales para un cable eléctrico, la conductividad eléctrica se especificaría como un valor límite inferior dado por la conducción y como una propiedad límite superior se consideraría el aislante.

Este método se usa para optimizar tanto materiales como procesos, si el número de posibles alternativas es relativamente grande, ya que con ello se logra eliminar los materiales que no necesitamos y los materiales restantes serán aquellos donde las propiedades están por arriba del límite inferior, por debajo del límite superior y limitado por los valores para los requerimientos específicos respectivamente. También, este método puede aplicarse después de la etapa de búsqueda propuesta por Ashby y tener así una segunda reducción de materiales candidatos a seleccionar.

Al igual que en el método de las propiedades ponderadas, a cada propiedad se le asigna un factor de peso  $\alpha$ , el cual puede ser determinado por el método lógico digital; entonces, se calculará un factor de mérito "m", que se calcula como:

$$m = \left[ \sum \alpha_i \frac{Y_i}{X_i} \right]_l + \left[ \sum \alpha_j \frac{X_j}{Y_j} \right]_u + \left[ \sum \alpha_k \left| \frac{X_k}{Y_k} - 1 \right| \right]_t \quad (3.7)$$

donde:

"l, u, t" son los correspondientes al límite inferior, superior y exacto respectivamente.

$n_l, n_u$ , y  $n_t$  son los números de los límites inferiores, superiores y exacto.

$\alpha_i, \alpha_j$ , y  $\alpha_k$  son los factores de peso para los límites inferiores, superiores y exacto.

$X_i, X_j$ , y  $X_k$  son los materiales candidatos del límite inferior, superior y exacto.

$Y_i, Y_j$ , y  $Y_k$  son los números de los límites inferiores, superiores y exacto.

De acuerdo a la ecuación (3.7), el valor más bajo del parámetro de mérito m, será el mejor material a escoger.

Respecto al costo, este se puede considerar de dos maneras:

1. El costo se trata como una propiedad de límite superior y se le da un peso apropiado. Cuando el número de propiedades a consideración sea grande, éste procedimiento puede minimizar su importancia.
2. El costo se puede incluir como un parámetro de mérito modificado de acuerdo a:

$$m' = \left[ \frac{C_x}{C_y} \right] m \quad (3.8)$$

donde  $C_y$  y  $C_x$  son los costos específicos en el límites superior y el costo del material candidato respectivamente.

"m" es el parámetro de mérito calculado sin tomar en cuenta el costo. En este caso el material con el parámetro de mérito modificado más bajo (m) es el óptimo.

### 3.3 ALTERNATIVAS DE EVALUACIÓN EN LA BASE DEL COSTO

Ya que después de todo, el costo es el criterio más utilizado para seleccionar materiales, es necesario establecerlo como uno de los factores clave en la búsqueda de materiales. Este se puede relacionar con las propiedades críticas del material, las cuales controlan la funcionalidad en el diseño; además, también se puede establecer, por medio de las gráficas paramétricas, una relación de costo vs. funcionalidad para mejorar la selección. Comenzando con nuestro análisis al respecto, en los párrafos siguientes se darán puntos importantes a considerar, tanto para elaborar la valorización de un componente como para el análisis de su costo.

#### ANÁLISIS DEL VALOR

El análisis del valor o ingeniería del valor, es un sistema organizado de técnicas para identificar y eliminar los costos innecesarios sin sacrificar la calidad y confiabilidad del diseño.

Una medida para realizar el análisis del valor, puede determinarse como una respuesta a las siguientes preguntas: ¿Cuál será el índice de funcionalidad para obtener un costo mínimo?, ¿Cuál será la contribución de cada característica del diseño para una función específica contemplada?, preguntas que son simplistas pero que generalmente se analizan por un equipo de ingenieros y gerentes que poseen diferentes cualidades y puntos de vista, tal que el problema se analice en diferentes aspectos. Sin embargo, un análisis del valor necesita del soporte y apoyo de la dirección, para con ello se tenga mayor éxito. Entre otras preguntas a responder, se encuentran:

- ¿Podemos hacer el diseño sin la parte?
- ¿La parte hace mas de lo que se requiere?
- ¿La parte cuesta mas que su mérito?
- ¿Existe otro diseño que haga el trabajo mejor?
- ¿Existe una manera menos costosa de hacer la parte?
- ¿Se puede colocar una pieza estándar en lugar de diseñar la parte?
- ¿Un proveedor puede suministrar la parte a un menor costos sin que sea altamente dependiente?

Con las preguntas anteriores, se puede establecer un plan de trabajo que analice las funciones necesarias para establecer la funcionalidad de un producto. Dieter establece las componentes mínimas del plan de trabajo para llevar a cabo un análisis del valor, como se puede ver en la figura 3.1

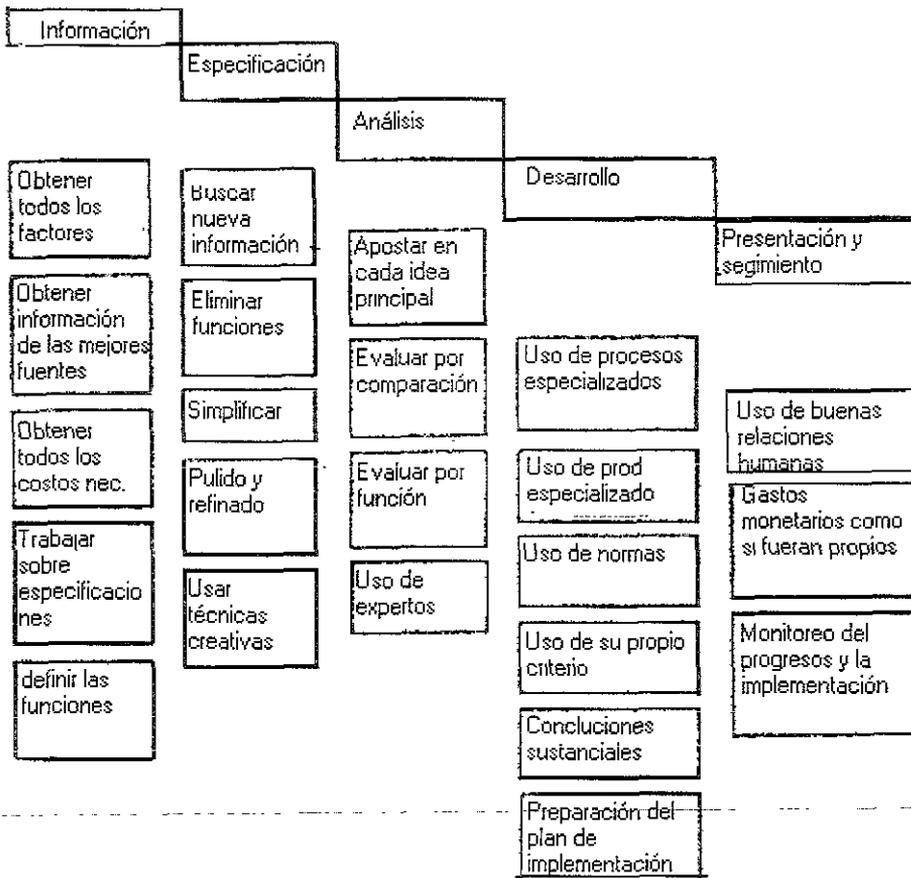


Fig 3.1 Componentes del plan de trabajo para el análisis del valor. (ref 1)

Un plan estructurado como el mostrado, asume que la consideración está dada en todos los aspectos importantes, el cual provee una separación lógica de manipulación en la información de tal manera que se tenga una estadística del progreso en el estudio del análisis del valor. Por ello, las funciones de un diseño o un sistema deberán ser divididas en funciones básicas y funciones secundarias. Una función básica define una característica de desempeño que deberá ser primordial en respuesta al quehacer asignado. Una función secundaria define las características de desempeño del sistema que se acople, por ejemplo, la función básica de una pintura es proteger una superficie del ambiente, la función secundaria es la de mejorar la apariencia. La habilidad para identificar funciones y distinguir entre funciones básicas y secundarias es importante en el análisis del valor. El valor solo se coloca en funciones básicas y es ahí donde nosotros dirigimos nuestra atención.

Una vez que las funciones se establecen, el siguiente paso es determinar un valor "monetario" al mérito de cada función. El mérito de una función básica, generalmente es determinado por la comparación de un diseño que de antemano satisfaga a la función con otros métodos que aún no han sido probados y que pueden satisfacer a la misma función. Desde luego se requiere experiencia, conocimiento y capacidad de decisión para determinar un mérito; con frecuencia

los diseñadores se preguntan, cuál deberá ser la cantidad razonable por pagar para el logro de la función básica, si lo fueran a pagar con sus propios fondos?; es verdad que con ello se logra un gran avance, pero como una característica importante del análisis del valor es la identificación del alto costo de los elementos, se recurre a utilizar la ley de Pareto, la cual establece que alrededor del 80% del efecto total de cualquier grupo tendrá solo del 20 % de los componentes del grupo. Así, el 20% de los elementos del diseño contribuyen al 80% de los costos. Obviamente, la atención deberá ser dada a esta pequeña pero importante parte de distribución. En el análisis de los costos, el costo unitario total recae en el material, la manufactura y los costos adicionales. Y ya que las decisiones sean tomadas, únicamente se dependerá de la confiabilidad de los datos, para tomar las decisiones correctas.

Hay varias maneras de establecer ideas sobre los datos de los costos. Una buena técnica es desarrollar los costos para cada elemento en el diseño, por cada paso en el ciclo de manufactura hasta llegar al producto terminado. Además, existe otra variedad de comparación de costos que pueden ser relevantes en ciertas circunstancias como lo son el costo por unidad de masa, el costo por unidad de dimensión (área, volumen o longitud) y el costo por unidad de propiedad. Una vez que la información básica ha sido acumulada, el próximo paso es establecer ideas especulativas que permitan tomar la decisión conveniente al problema dado.

Aunque hay muchas maneras de tomar en cuenta al costo, la manera mas apropiada para su evaluación es a través de considerar el costo total del ciclo de vida. Sin embargo, las relaciones antes mencionadas se ampliarán en los párrafos posteriores.

## RELACIÓN COSTO / DESEMPEÑO

Como se mencionó en el capítulo 1, el costo del material se puede expresar en términos monetarios por unidades de peso del material (\$/lb, \$/Kg), aunque algunos autores consideran que no es un criterio muy válido para la selección de materiales, ya que con frecuencia, los materiales cumplen con más de una función en el espacio que una función de simple carga; por lo que el utilizar términos monetarios por unidades de volumen ( $\$/\text{cm}^3$ ) es el criterio más apropiado. Un ejemplo que justifica esta acción es cuando se contempla el costo de los plásticos por unidad de volumen, en vez de costo por unidad de peso.

Para establecer el criterio de la relación que se tiene entre el costo por unidad de material, se puede pensar en el caso más simple, que es el de una barra de longitud "L" y sección transversal de área "A", la cual soporta una fuerza a tensión (F), como se esquematiza en la figura 3.2.

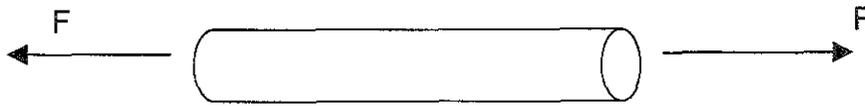


Fig 3.2 Fuerza de tracción sobre una barra cilíndrica.

de nuestros conocimientos en materiales y su reacción a fuerzas externas, sabemos que:

$$A = F / \sigma \quad (3.9)$$

donde "σ", es el esfuerzo que soporta el material, el cual está relacionado con el esfuerzo a la fluencia considerando un cierto factor de seguridad.

El costo de la barra (C') es entonces:

$$C' = C\rho AL = [C\rho FL] / \sigma \quad (3.10)$$

donde C = Costo de el material por unidad de masa (\$/kg).

ρ = Densidad del material. (Kg/m<sup>3</sup>).

Cuando se tienen diferentes candidatos a elegir, entonces la cantidad dada por; " $C\rho / \sigma$ ", es considerada, esta cantidad es conocida como "Costo por unidad de esfuerzo", como F y L son constantes para todo el material, **entonces aquel material con el menor valor de  $(C\rho/\sigma)$  será el óptimo.**

El costo de manufactura, mantenimiento, instalación son factores importantes que se consideran dentro de la variable "C" que se relaciona con la carga estática, en caso de que fuera una carga dinámica, el esfuerzo considerado sería el esfuerzo a la fatiga del material, similarmente el esfuerzo a la Termofluencia (creep), será considerado para aquellas condiciones de trabajo que lo propicien.

Cuando un material que comúnmente se ha usado, es sustituido por otro, entonces puede ser comparado sobre un base de costo relativo por unidad de esfuerzo (RC') llamando a y b para comparar al material tradicional del sustituto respectivamente.

$$RC' = \frac{(C')_a}{(C')_b} = \frac{C_a \rho_a \sigma_b}{C_b \rho_b \sigma_a} \quad (3.11)$$

donde el resultado RC' debe ser menor que la unidad para indicar que el material sustituto, es una mejor selección, en cuanto al costo se refiere.

Si se quiere estudiar la relación de equivalencia estructural, se tomará en cuenta la igualdad en rigidez, la cual contempla la consideración de una barra de longitud L, puesta en cantiliver y con carga P en un extremo, la deflexión  $\delta$  en el extremo libre de la barra estaría dada por:

$$\delta = \frac{PL^3}{3EI} \quad (3.12)$$

entonces "E" es el módulo de elasticidad e "I" es el momento de área de la sección transversal de la barra. La condición de igualdad en rigidez en las dos vigas de material a y b estaría dado por:

$$E_a I_a = E_b I_b \quad (3.13)$$

que para el caso de una viga de sección transversal rectangular, tendríamos:

$$I = \frac{wh^3}{12} \quad (3.14)$$

donde  $w$  es el ancho y  $h$  es la profundidad (espesor) de la barra. Para una barra de  $w$  y  $h$  constantes, el espesor relativo del material es:

$$h_b = h_a \left[ \frac{E_a}{E_b} \right]^{1/3} \quad (3.15)$$

y el costo relativo estaría dado por:

$$RC' = \frac{(C')_a}{(C')_b} = \left[ \frac{E_b}{E_a} \right]^{1/3} \frac{C_a \rho_a}{C_b \rho_b} \quad (3.16)$$

el cual tendría valores menores a la unidad.

Considerando los factores de costo más allá de los costos iniciales, se ha encontrado una relación estrecha a los costos de fabricación como se puede apreciar en la figura 3.3; donde se demuestra su comportamiento, además de considerar otros costos que incluyen el peso por parte y la vida en servicio.

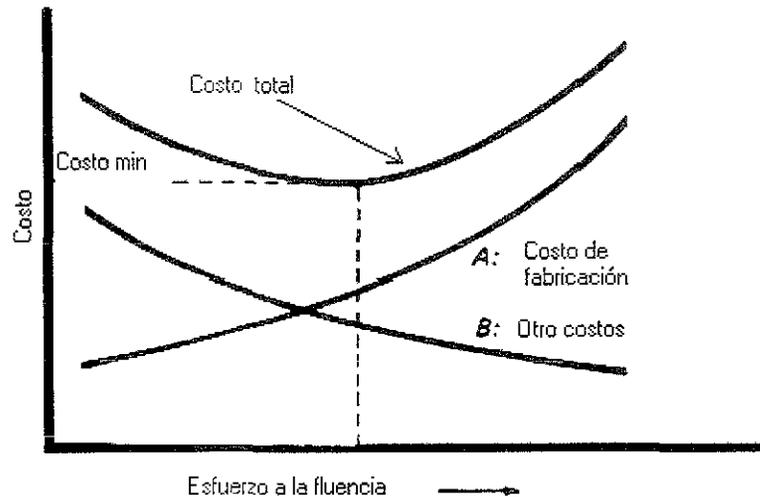


Figura 3.3 Relación entre factores de costo y propiedades del material

Los costos de fabricación se incrementan con la resistencia debido a que se tiene mayor dificultad para en fabricar partes de mayor resistencia. Sin embargo, el número de partes que se necesitan o el peso por parte, se decrementará cuando se incremente la resistencia, o la vida de servicio quizás se incremente con la resistencia, y así sucesivamente hasta llegar a la curva B. El costo total es la suma de A y B, cuyo valor óptimo en la propiedad ocurre al mínimo costo.

### 3.4 EVALUACIÓN GLOBAL DE LAS PROPIEDADES BASADA EN LA EXPERIENCIA

Este método consiste en llevar a cabo una lista de los requerimientos o restricciones que tiene un diseño, la cual pueda ser enumerada. El tamaño de la lista varía de un requerimiento a otro, ya que puede considerarse desde la cuantificación de la estética del diseño y/o modas del producto, hasta los parámetros de algunas propiedades que requieran de gran precisión. Estableciendo los límites mas altos y más bajos en los requerimientos del diseño, se puede reducir el número inicial de materiales candidatos si se pueden encontrar los factores de mérito o de desmérito de los requerimientos contendientes.

El método comienza con la realización de una tabla ponderativa donde se incluye en la primera columna, a los tipos genéricos de materiales evitando el motivo del posible olvido de alguna otra familia, las familias propuestas por Ashby pueden ser de muy buena ayuda al respecto; las siguientes columnas enlistan los requerimientos de diseño primarios y secundarios, que se evalúan uno a uno para después involucrar al costo (tabla 3.5).

Los materiales denominados del M1 al M6 representan el tipo genérico del material para esta selección inicial; por ejemplo, aceros aleados, aluminio y sus aleaciones, cobre y sus aleaciones, termoplásticos, etc. Aquí solamente se hace una calificación subjetiva denotada por sus cualidades.

MATERIALES	REQUERIMIENTOS DE DISEÑO					COSTO	DECISIÓN
	PRIMARIOS			SECUNDARIOS			
	DR1	DR2	DR3	DR4	DR5		
M1	A	O	A	A	A	E	rechazado
M2	A	A	A	O	A	A	
M3	U	A	A	A	A	A	aceptado
M4	A	O	A	A	O	A	rechazado
M5	A	A	A	A	A	E	
M6	A	A	A	U	A	A	

Tabla 3.5 Ejemplo representativo de una toma de decisiones. U = muy por debajo O =sobre-cargado  
E = excedido A = aceptable (ref 4)

Para propiedades que no son del todo cuantificables sino cualificables, entonces se les asocia un numero del 1 al 5 para denotar si la propiedad requerida es muy baja, pobre, regular, buena o excelente respectivamente, como se mencionó en párrafos anteriores, y como se puede valorar en la tabla abajo descrita.

Material	Resistencia al calor	Rigidez	Resistencia a Fracturas visibles	Moldeabilidad	Rango de calificación
M1	4	3	3	3	13/20=0.65
M2	2	3	4	3	12/20=0.60
M3	5	4	1	1	11/20=0.55
M4	1	1	4	3	9/20 =0.45
M5	4	5	1	3	13/20=0.65
M6	3	2	5	5	15/20=0.75

Tabla 3.6 Intervalo de calificaciones cualitativas de los materiales de la tabla 5.5 (ref 4)

En el ejemplo se puede notar que el intervalo más alto de calificación se da al material M6, el cual se evalúa con la suma de todos los valores asociados a las propiedades, obteniéndose con la suma de todos los números asociados a las propiedades, si estuvieran en su máxima calificación. Es decir:

- Para el material M1, la suma de todos sus números asociados en las propiedades para ese material es:  $(4) + (3) + (3) + (3) + (3) = 13.0$
- Para el material M1, la suma de todos sus números asociados a las propiedades, si estuvieran a su máxima calificación sería:  $(5)+(5)+(5)+(5)+(5)=20$ .

Por lo que el intervalo de calificación para el material M1 es igual a "13 / 20 = 0.65".

Claramente se observa que el material "M6", tiene el máximo valor en el rango de calificaciones. Pero entonces surgen otros problemas relacionados en el aspecto de que ciertas propiedades, por ejemplo, la resistencia al calor y la rigidez pueden ocupar las principales propiedades a considerar en un diseño, más que otras propiedades involucradas. La relativa importancia de las propiedades, depende de la naturaleza y del diseño y su aplicación. Es entonces cuando es necesario multiplicar el valor cualitativo de la propiedad, por un factor de prioridad, el cual tiene que ser un número entero positivo y cuyo valor depende del criterio del diseñador con experiencia; para este caso podemos ver esta descripción en la tabla 5.7.

Material	Resistencia al calor (x 5)	Rigidez (x 5)	Resistencia a Fracturas visibles (x 2)	Moldeabilidad (x 3)	Intervalo de calificación (max= 75)
M1	20	15	6	9	50/75=0.67
M2	10	15	8	9	42/75=0.56
M3	25	20	2	3	50/75=0.67
M4	5	5	8	9	27/75 =0.36
M5	20	25	2	9	55/75=0.73
M6	15	10	10	15	50/75=0.67

Tabla 3.7 rango de calificaciones cualitativas, con un factor de prioridad (ref 4)

Como vemos, ahora el material óptimo es el "M5" con una puntuación de 0.73, dejando en segundo término a los materiales M1, M3 y M6.

Por último, se obtienen los valores de las propiedades de cada material que pudieran estar relacionadas con alguna aplicación; a cuyos valores se les obtiene el índice de funcionalidad en forma promedio.

Dado que este método requiere de una amplia experiencia, se recomienda su utilización en selección de materiales con buena cimentación y conocimiento del problema, de lo contrario nos encontraríamos con calificaciones demasiado subjetivas.

#### Referencias del capítulo

1. DIETER G. "Engineering design. A materials and processing approach", 1st. Edition, Ed. Mc. Graw-Hill, 1983
2. BUDINSKI, K.G. "Engineering Materials. Properties and Selection", 5<sup>th</sup> Edition, Prentice-Hall, 1996
3. FARAG, M.M. "Materials Selection for engineering design", 1st. Edition, Ed. Prentice-Hall, 1997
4. CHARLES, J.A., et. Al. "Selection and use of engineering materials" 3<sup>th</sup>. Edition, Ed. Butterwoth-Heinemann, 1997

## CAPÍTULO 4

### APLICACIÓN DE LOS CRITERIOS DE SELECCIÓN A UN CASO DE ESTUDIO

En los capítulos anteriores, se han dado a conocer las perspectivas con las que se cuenta sobre la selección de los materiales y el diseño. En éste capítulo, se planteará la selección de los materiales para la fabricación de una plataforma de carga aplicada a un vehículo eléctrico de reparto.

El vehículo eléctrico de reparto fue conceptualizado en el Centro de Diseño y Manufactura (CDM) para su construcción. Desde sus inicios, se pensó en un vehículo que fuera capaz de soportar una carga de trabajo máxima de 1.5 toneladas y que tuviera un peso mínimo en sus componentes. Después de haber establecido los diseños conceptuales y de configuración, el personal encargado sugirió que la plataforma de carga podría ser diseñada de tal forma que soportara la carga establecida con un peso mínimo, al igual que las otras partes que conforman el resto del vehículo.

Los vehículos eléctricos de reparto actuales, están provistos de plataformas de carga construidas en madera y lamina acanalada, las cuales cumplen con la función para la que fue establecida, pero a un peso relativamente alto, aproximadamente 6% del peso vehicular; por ello, en los siguientes párrafos se llevará a cabo un análisis de las condiciones estructurales a las que estaría sometida la plataforma, para después, establecer una relación con los materiales de tal forma que se llegue al material óptimo de utilización.

De acuerdo al diseño del chasis desarrollado en el CDM, la plataforma de carga estaría situada en la configuración estructural mostrada en la figura 4.1.

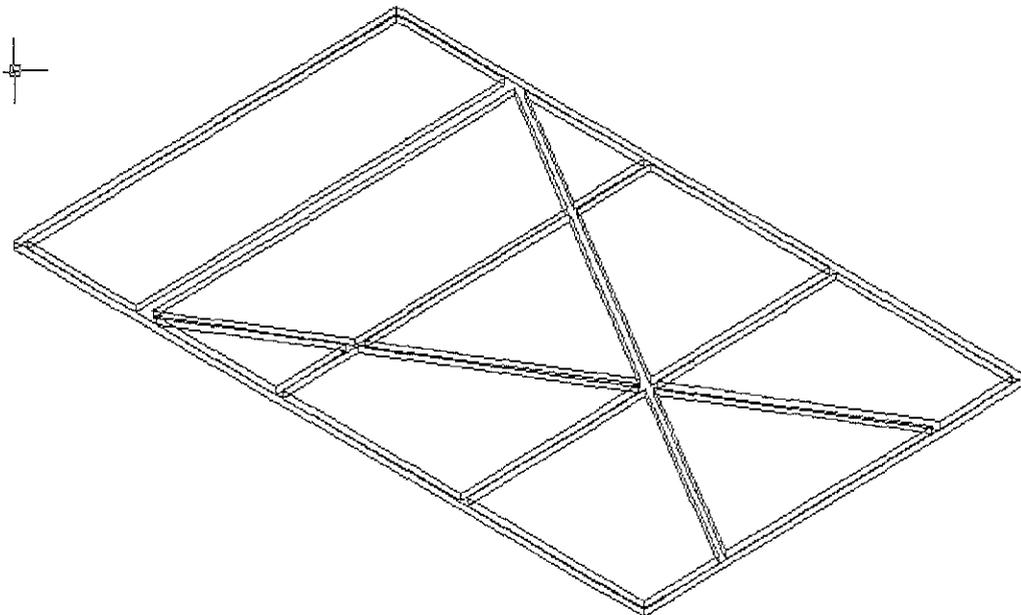


Fig. 4.1 Vista superior de la parte del chasis donde se alojará la plataforma de carga. (Ref. 1)

En esta figura, se pueden ver los claros por donde la plataforma estaría sujeta a flexión. El diseño del chasis fue analizado por personal del CDM (ref. 1), por lo que la selección de los materiales para la plataforma se basará en dicha configuración.

#### 4.1 IDENTIFICACIÓN DE LOS REQUERIMIENTOS

La plataforma de carga deberá soportar, como ya se mencionó, 1.5 toneladas de carga máxima, repartidas en todo el compartimiento. Esto sería lo equivalente a tener un esfuerzo de  $440 \text{ Kg/m}^2$  o  $4360 \text{ N/m}^2$  a la compresión, lo que podríamos considerar como un requerimiento secundario dada la cantidad tan pequeña de resistencia a la compresión que se requiere. Sin embargo, para los claros antes mencionados, la resistencia a la flexión tiene mayor importancia, que en párrafos posteriores se comenzará por tomar en cuenta las condiciones geométricas establecidas por el diseño.

Las medidas generales del chasis mostrado en la figura 4.1 son de  $2.36 \times 1.50 \text{ m}$  de cada lado, además el espesor máximo de la plataforma esta restringido, de acuerdo a los diseñadores, a no más de una pulgada de espesor ( $2.54 \text{ cm}$ ). Como las plataformas estarán soportadas por estructuras tubulares, en la figura 4.2 se pueden apreciar las zonas libres llamadas "claros" que podrían causar pandeo, por ello la resistencia a la flexión juega un papel importante y se considera como un requerimiento primario.

Los claros fueron nombrados según la figura 4.2 como:

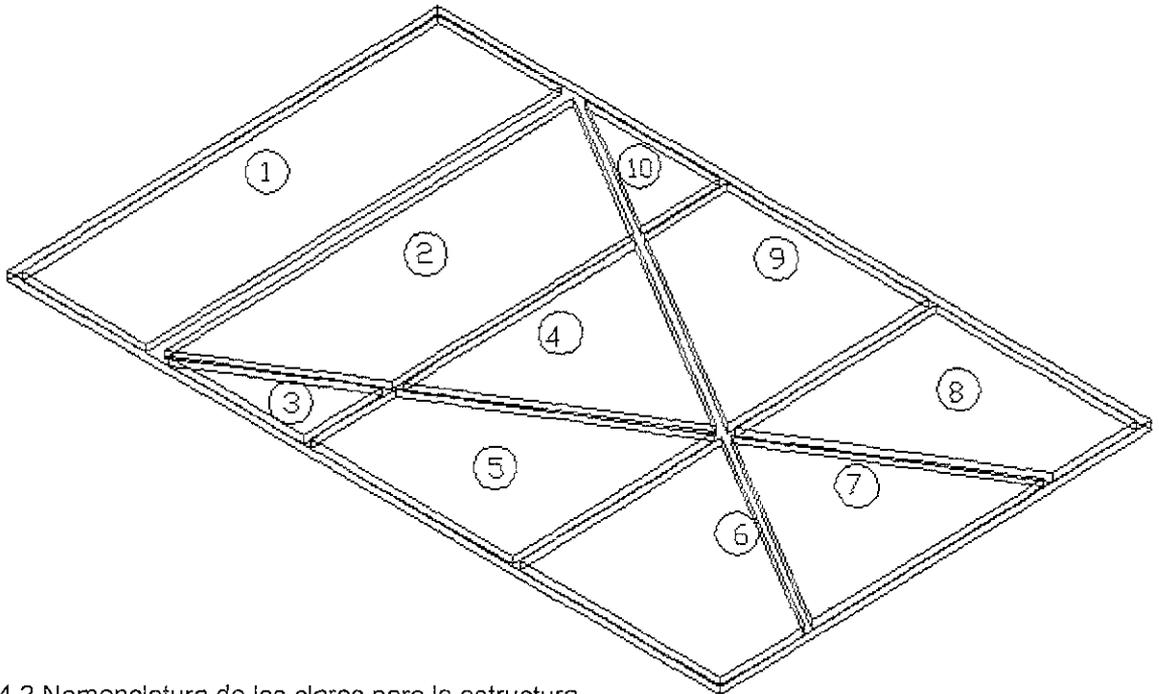


Fig. 4.2 Nomenclatura de los claros para la estructura del compartimiento de carga

cuyas dimensiones son:

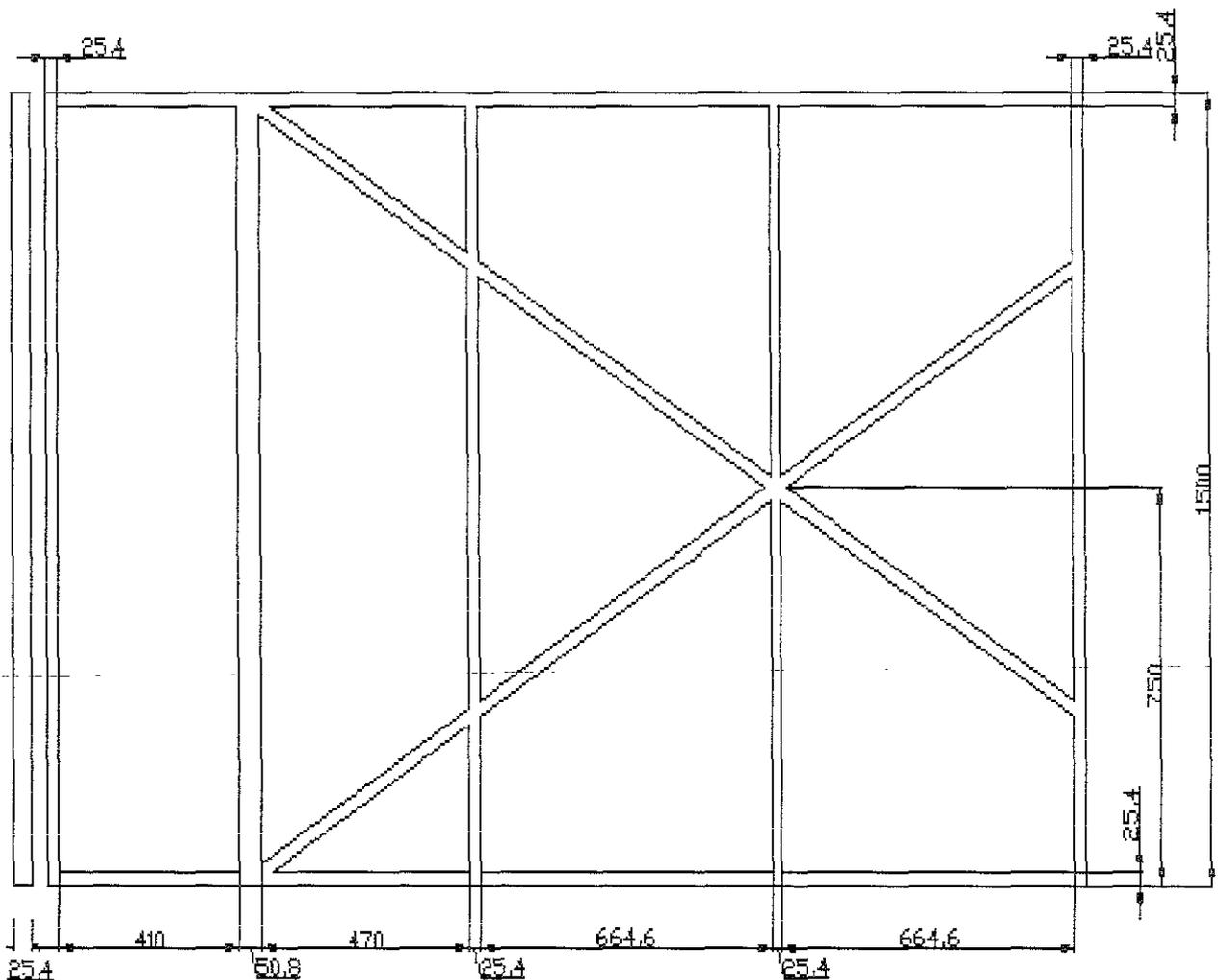


Fig 4.3 Dimensiones de los claros de la estructura (acotaciones en mm)

No debe perderse de vista que la carga de 1.5 ton está repartida en toda la plataforma y que además el esfuerzo compresivo se considera constante en cada claro, (en la práctica puede tener mayores concentraciones de esfuerzo de carga en zonas localizadas) el hecho de tener esfuerzos compresivos en diferentes áreas, tiene como consecuencia diferentes cargas en cada claro por lo que, de acuerdo a las medidas proporcionadas por la figura 4.3, las cargas para cada claro se pueden observar en la tabla 4.1, esto nos ayuda a identificar la zona más crítica a tomar en cuenta; es decir, se puede ver que el claro "1", presenta la concentración de carga más alta.

Por otro lado, es normal que, dado el uso que tendrá el vehículo, por efectos de movimientos rápidos de mercancía, por ejemplo, la plataforma tenga

aplicaciones de carga repentinas, y que esas cargas sean superiores a los esfuerzos compresivos o de resistencia al pandeo, por lo que una medida de absorción de energía del material se puede encontrar bien en la tenacidad de fractura de un material, la cual también es un factor importante, y se puede considerar como otro de los requerimientos.

CLAROS	ÁREA (m <sup>2</sup> )	ESFUERZO A LA COMPRESIÓN (N/m <sup>2</sup> )	CARGA (N)
1	0.62	4360	2682.21
2	0.56	4360	2449.12
3	0.07	4360	310.61
4	0.30	4360	1328.81
5	0.36	4360	1576.21
6	0.36	4360	1576.21
7	0.30	4360	1328.81
8	0.36	4360	1576.21
9	0.36	4360	1576.21
10	0.07	4360	310.61
<b>TOTAL</b>	<b>3.37</b>		<b>14715</b>

Tabla 4.1 Relación entre el área de los denominados claros de la fig. 4.2 y la carga a soportar.

Como la plataforma estará expuesta a medios externos, como la humedad, los elementos a transportar, e incluso, por efectos normativos en cuanto a igniciones en medios de transporte, se consideran requerimientos importantes para nuestra selección, por ello, la humedad se considerará como una característica física a tomar en cuenta; aunque en el presente trabajo, se le dará mayor relevancia a la selección de materiales en base a propiedades mecánicas, debido a que los factores antes mencionados tienen un modo de medición subjetivo, por lo que en el futuro, se le dará valores cualitativos a esta característica física para su evaluación..

Además, también sabemos que existen dos parámetros que si bien, no son los más importantes a considerar respecto a las propiedades mecánicas y físicas, si lo son en cuanto a su economía; es decir, el peso y el costo. Se considera que el peso es un parámetro que desde un inicio fue establecido, dada la necesidad de tener un rendimiento vehicular mayor, esto debido a que en la actualidad, el peso de las baterías no se ha podido disminuir y, por ende, se requiere, como ya ha sido planteado, de la disminución del peso en los otros componentes incluyendo la plataforma de carga. Otro de los requisitos establecido por los diseñadores es el peso de la placa, considerado como requerimiento primario, dado que éste tiene gran influencia en la autonomía vehicular, y por ende, afecta el ciclo de recarga para las baterías. El dato proporcionado por los diseñadores, como peso máximo permitido en la placa es de 30 Kg. Esto nos da a pensar que para las medidas establecidas se debe cumplir con un volumen de 85,600 cm<sup>3</sup>, quiere decir que el

material a buscar deberá presentar una densidad del orden de  $0.35 \text{ gr/cm}^3$ .

En cuanto al costo, podemos decir que es el parámetro que en muchas aplicaciones está determinado desde sus inicios. En este proyecto no ha sido la excepción, minimizar costos y peso no es una tarea fácil de realizar, por lo que es conveniente llevar a cabo interacciones entre ambos requerimientos y una revisión constante que logre el control sobre el establecimiento de las necesidades citadas.

## 4.2 ATRIBUTOS A OPTIMIZAR

Una vez expuestos los requerimientos, se pueden establecer los Índices de funcionalidad pertinentes también llamados atributos a optimizar, los que para nuestro caso de estudio se maximizan o minimizan de la siguiente manera: el peso y el costo se minimizan, mientras que la rigidez, las resistencias a la compresión y a la flexión se maximizan, nótese que para el primer paso de análisis, solo se toman en cuenta las propiedades mecánicas, por ser las propiedades más estrechamente relacionadas al peso y al costo como se explicará en párrafos posteriores.

Comenzando con el término de rigidez, sabemos que este se mide a través del módulo de Young, dado por "E", y que de acuerdo a las ecuaciones geométricas, podemos considerar de entre todos los claros existentes el más crítico en cuanto a deflexiones se refiere, es decir, la deflexión en el claro "1" mostrado en la figura 4.4, la cual establece la nomenclatura a utilizar para el análisis del requerimiento, el cual se considerará como parámetro de referencia, además se analizará como una viga apoyada en dos puntos y se supondrá que la deflexión que pudiera sufrir la barra será de 2 mm.

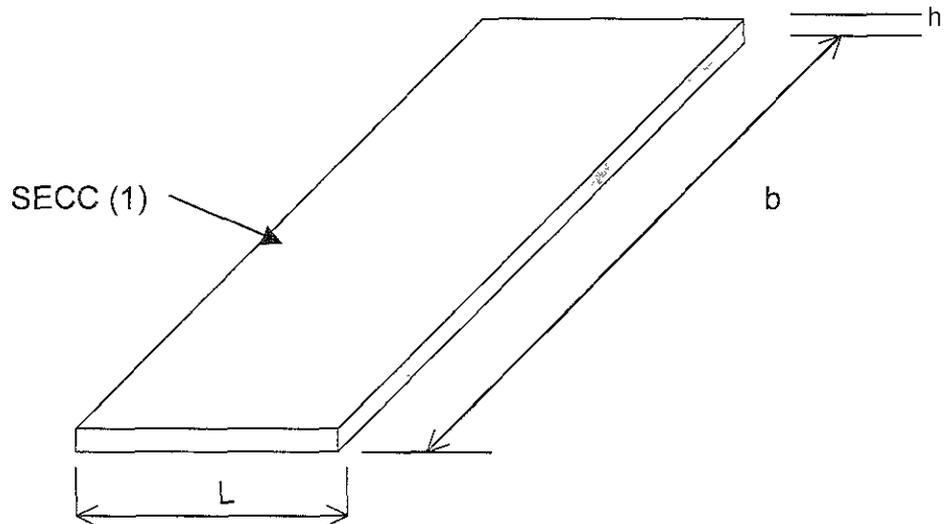


Fig. 4.4 Nomenclatura del claro "1" para su análisis.

En la siguiente figura se muestra la aplicación de las cargas de forma lineal

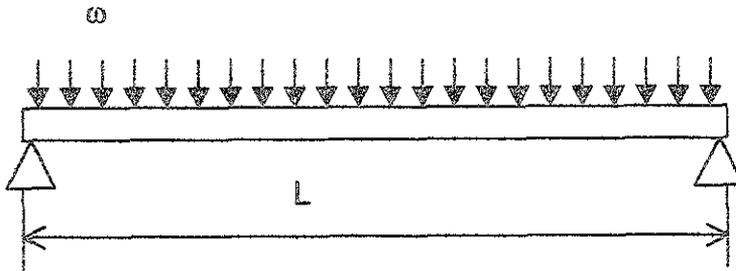


Fig. 4.5 Distribución de cargas considerando al claro 1 como una viga simplemente apoyada

donde la longitud "L" equivale a 0.41 m y la carga distribuida  $\omega$  equivale a:

$$\omega = (2682.21 \text{ Pa} / 0.41 \text{ m}) = 6542 \text{ N/m} \quad (4.0)$$

Tomando en cuenta un factor de seguridad de  $S_f = 1.5$ , entonces la nueva carga distribuida es:

$$\omega' = (6542 \text{ N/m} \times 1.5) = 9813 \text{ N/m} \quad (4.1)$$

además por principios de mecánica de sólidos, la deflexión en una viga es:

$$\delta = \left[ \frac{5 \omega' L^4}{384 E I} \right] \quad (4.2)$$

donde "E" es el módulo de Young e "I" es el momento polar de inercia, que para nuestra configuración geométrica es:

$$I = \left[ \frac{b h^3}{12} \right] \quad (4.3)$$

despejando el módulo de Young de la ecuación (4.2)

$$E = \left[ \frac{5 \omega' L^4}{384 \delta I} \right] \quad (4.4)$$

y sustituyendo la expresión de momento de área en la ecuación (4.4)

$$E = \left[ \frac{5 \omega' L^4 (12)}{384 \delta b h^3} \right] \quad (4.5)$$

quedando:

$$E = \left[ \frac{5 \omega' L^4}{32 \delta b h^3} \right] \quad (4.6)$$

Ahora, si los valores establecidos son:

$\omega' = 9813 \text{ N/m}$   
 $L = 0.41 \text{ m.}$   
 $\delta = 0.002 \text{ m}$   
 $h = 0.0254 \text{ m.}$   
 $b = 1.5 \text{ m}$

$$E = 0.881 \text{ GPa} \quad (4.7)$$

De esta forma, se puede establecer que el módulo de Young deberá ser de **0.881 GPa** como requerimiento mínimo de rigidez necesario para soportar la carga de 2682.2 N con una flexión de **0.002 m** como máximo, de acuerdo a las experiencias recopiladas con constructores de plataformas de cargas.

Ahora bien, para encontrar el esfuerzo flexionante, partimos de que:

$$\sigma_f = \left( \frac{M c}{I} \right) \quad (4.8)$$

donde " $\sigma_f$ " es el esfuerzo debido a la flexión, "M" es el momento flexionante, "c" es la distancia del eje neutro a cualquier plano paralelo al eje, e "I" es el momento polar de inercia dado por:

$$M = \left( \frac{\omega S_f L^2}{8} \right) \quad (4.9)$$

sustituyendo (4.9) y (4.3) en la ecuación (4.8) nos queda:

$$\sigma_f = \left( \frac{3 \omega S_f L^2 c}{2 b h^3} \right) \quad (4.10)$$

que tomando en cuenta los valores del diseño de:

$\omega = 6542 \text{ (N/m)}$   
 $S_f = 1.5$   
 $L = 0.41 \text{ m}$   
 $c = 0.0127 \text{ m}$   
 $b = 1.5$   
 $h = 0.0254 \text{ m}$

$$\sigma_f = 1.278 \text{ MPa} \quad (4.11)$$

La ecuación (4.11) nos indica que el material a escoger, debe tener una resistencia a la flexión de **1.278 MPa** como valor mínimo.

### 4.3 ÍNDICES DE FUNCIONALIDAD REQUERIDOS

En los capítulos anteriores, se hizo referencia al índice de funcionalidad o índice de desempeño de un componente, el que es importante determinar para usar las gráficas paramétricas y obtener un acotamiento de los posibles materiales a seleccionar. Por ello, para obtener el índice de funcionalidad aplicado a nuestro caso de estudio partimos del concepto básico definido como:

$$IF = \frac{\text{CARGA QUE SOPORTA EL ELEMENTO ESTRUCTURAL}}{\text{MASA DEL ELEMENTO ESTRUCTURAL}} \quad (4.12)$$

al numerador de la ecuación 4.12 se denotará por “P” y al denominador como “m”. Entonces:

$$IF = \left[ \frac{P}{m} \right] \quad (4.13)$$

la masa “m” también puede representarse como:

$$m = A h \rho \quad (4.14)$$

donde  $A=bh$  del elemento en estudio, es decir:

$$m = Lb h \rho \quad (4.15)$$

Recurriendo nuevamente a la definición de flexión en vigas (ecuación 4.2):

$$\delta = \left[ \frac{5 \omega L^4}{384 E I} \right] \quad (4.16)$$

y sabiendo que:

$$I = \frac{bh^3}{12} \quad (4.17)$$

entonces:

$$\delta = \left[ \frac{5 \omega L^4}{32 E b h^3} \right] \quad (4.18)$$

despejando “h” de la ecuación (4.18) nos queda:

$$h = \left( \frac{5 \omega L^4}{32 b \delta E} \right)^{1/3} \quad (4.19)$$

Sustituyendo esta última ecuación en la (4.15) nos queda

$$m = L \rho b \left( \frac{5 \omega' L^4}{328 E b} \right)^{1/3} \quad (4.20)$$

no hay que olvidar que  $P = \omega L$  y que  $\omega' = \omega L$  por lo que:

$$IF = \left[ \frac{\omega^{2/3} \delta^{1/3}}{S_f^{1/3}} \right] \times \left[ \frac{32}{5L^{4/3} b^{2/3}} \right] \times \left[ \frac{E}{\rho} \right]^{1/3} \quad (4.21)$$

donde podemos observar que el término:

$\frac{\omega^{2/3} \delta^{1/3}}{S_f^{1/3}}$  es una función de diseño en base a la rigidez, mientras que:

$\left[ \frac{32\sigma_y}{5L^{4/3} b^{2/3}} \right]^{1/3}$  es su función geométrica correspondiente:

$\frac{E}{\rho}^{1/3}$  Es una función de las propiedades del material mejor conocida como índice de funcionalidad para rigidez buscada para la utilización en las gráficas paramétricas

Ahora bien, la solución al problema también se puede tener por medio de maximizar los parámetros de resistencia minimizando el peso, para obtener entonces el índice de funcionalidad que relacione a ambos requisitos, por lo que partiendo nuevamente del concepto de eficiencia estructural:

$$IF = \left[ \frac{P}{m} \right] \quad (4.22)$$

y ahora considerando que:

$$M = \left[ \frac{P}{2L} \right] \quad (4.23)$$

y sabiendo que el momento flexionante, por otro lado, está dado por:

$$M = \left[ \frac{\sigma_f b h^2}{6} \right] \quad (4.24)$$

podemos igualar (4.23) con (4.24) para despejar la variable libre dada por:

$$h = \left( \frac{3PL}{\sigma_f b} \right)^{1/2} \quad (4.25)$$

que sustituyendo (4.25) en (4.22) nos queda:

$$IF = \left( \frac{P}{L \left( \frac{3PL}{\sigma_f b} \right)^{1/2} b \rho} \right) \quad (4.26)$$

reduciendo y reacomodando términos tenemos:

$$IF = \left( P^{1/2} \right) \times \left( \frac{1}{(3Lb)^{1/2}} \right) \times \left( \frac{\sigma_f^{1/2}}{\rho} \right) \quad (4.27)$$

de tal modo que ahora los índices de funcionalidad son:

$P^{1/2}$  como la función de diseño con análisis de resistencia,

$\frac{1}{(3Lb)^{1/2}}$  como la función geométrica y

$\frac{\sigma_f^{1/2}}{\rho}$  **como el índice de funcionalidad en base a la resistencia**

Por otro lado, como también se necesita relacionar al costo de los materiales, con las propiedades, a raíz de la determinación de los parámetros anteriores se pueden obtener los siguientes índices de funcionalidad partiendo de que:

$$C_R = [\text{Costo por kg de material} / \text{Costo por kg de barra de acero}]$$

donde  $C_R$ , se considera como un costo relativo (capítulo 2), que por unidad de volumen se puede decir que:

$$\text{Costo relativo por unidad de volumen} = C_R \rho \quad (4.28)$$

entonces el índice de funcionalidad para la gráfica paramétrica de módulo de elasticidad contra costo relativo por unidad de volumen sería:

$\frac{E}{C_R \rho}$  considerando a la rigidez y

$\frac{\sigma_f^{1/2}}{C_R \rho}$  considerando la resistencia.

#### 4.4 SELECCIÓN DE MATERIALES USANDO GRÁFICAS PARAMÉTRICAS

Pensando en todas las posibilidades de materiales que se pudieran seleccionar para nuestro caso de estudio, comenzaremos a utilizar las gráficas paramétricas aplicando directamente los índices de funcionalidad obtenidos en la sección anterior. Entonces, partiendo nuevamente de la gráfica paramétrica que relaciona al módulo de Young con la densidad, podemos encontrar a las familias de los materiales que están acordes con las restricciones primarias; es decir, sabiendo que la rigidez mínima requerida es de 0.881 GPa, esta la podemos ubicar como una línea horizontal en la gráfica de la Fig. 4.6, haciendo hincapié que el dato se ubica cerca del límite de los materiales que se consideran como sólidos verdaderos, lo que significa que nuestro material deberá ser uno que se encuentre entre las familias de polímeros, cerámicos y metales; es decir, cualquier tipo de material es el permitido con esta primera restricción.

Además, en la Fig. 4.6 se han trazado las restricciones primarias con la finalidad de que se siga paso por paso los efectos que las restricciones tiene sobre las gráficas, además con ello se tiene una mayor claridad de los pasos a seguir durante este proceso. También cabe destacar que los materiales que se eliminan se encuentran en una tonalidad semitransparente, mientras que los materiales que aún tiene la posibilidad de elección se observan en color natural, en esta primera gráfica los materiales descartados son los que justamente se encuentran por debajo del valor de 0.881 GPa, de acuerdo a la restricción de rigidez. La segunda restricción primaria se localiza paralela al eje vertical considerando la densidad de  $0.35\text{g/cm}^3$  (que Ashby en sus gráficos utiliza la equivalencia en unidades de  $\text{Mg/m}^3$ , nomenclatura que se utilizará en lo sucesivo). Como puede apreciarse, esta segunda restricción indica que ningún material sólido cumple con las características de diseño, ni aún la madera.

Ahora bien, si el índice de funcionalidad  $E^{1/3}/\rho$  lo moviéramos de tal manera que encontremos al material mas cercano con las características permitidas, haciendo coincidir la línea guía de diseño con la intersección entre las dos restricciones primarias, tendríamos como resultado que solo las maderas cumplen con las características mas cercanas a los requerimientos, tal como se observa en la fig. 4.7.

En la figura 4.7, podemos observar que el pino es uno de los materiales que actualmente se utilizan para plataformas de transporte de carga, pero con una densidad de  $0.6\text{ Mg/m}^3$ , lo que significa que el peso de la placa de acuerdo a nuestras dimensiones sería de 51.4 Kg; es decir, el vehículo tendría una carga constante adicional de 21.4 Kg que de acuerdo a las condiciones del diseñador, esto afectaría el consumo de energía del vehículo. Aunque la madera balsa pudiera cumplir con los requerimientos, no existe la fabricación de este material en las dimensiones requeridas (una pulgada de espesor(0.0254 m)) y su costo sería elevado, además de que su resistencia a la humedad es mas baja que la del pino.

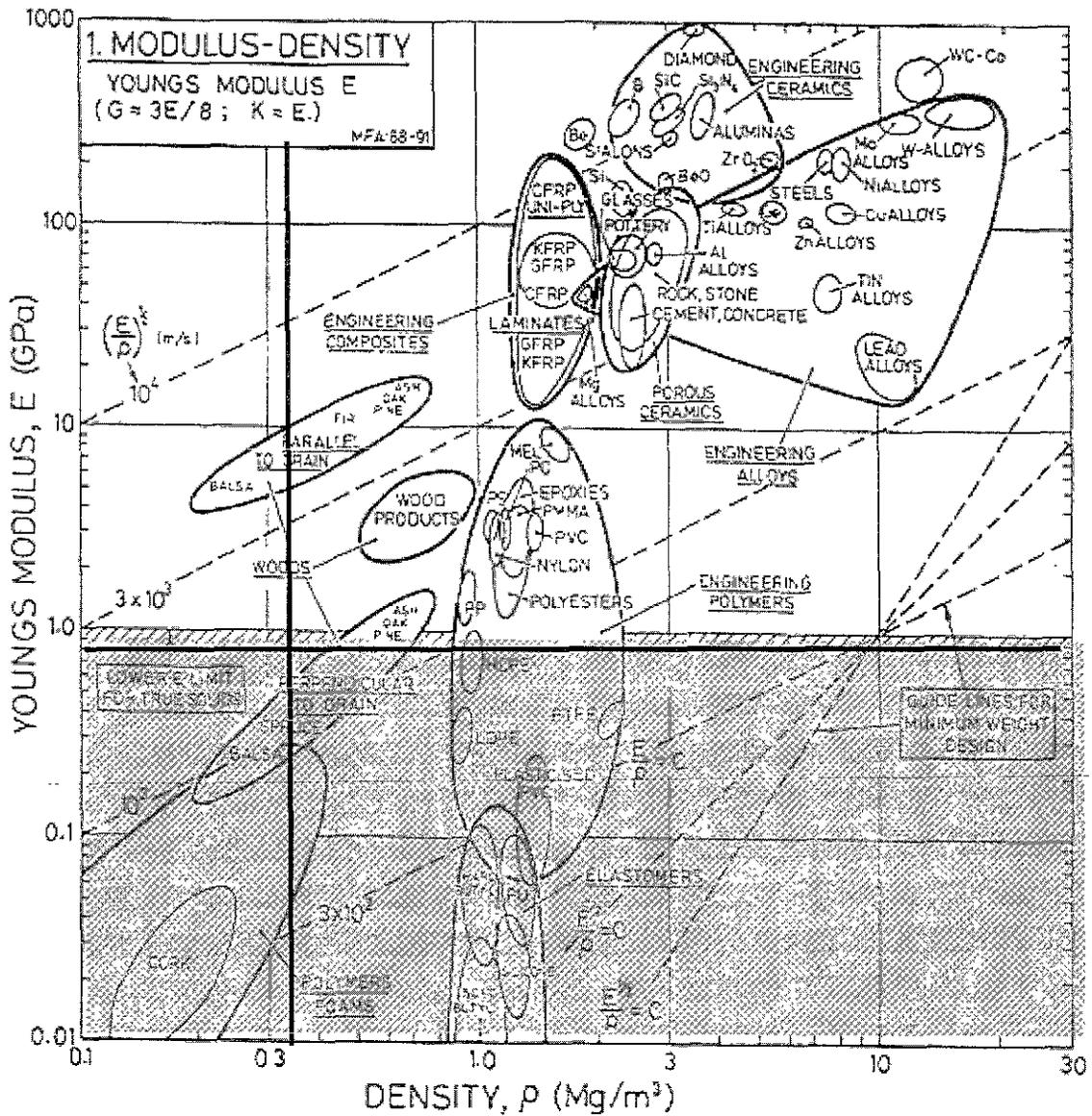


Fig 4.6 Gráfica de Módulo de elasticidad vs. Densidad. Se delimita de acuerdo a los requerimientos. La zona sombreada solo elimina a los materiales de acuerdo a la rigidez.

De acuerdo al análisis anterior, esto nos obliga a pensar en un material todavía más ligero, dando cabida a los materiales no sólidos como los materiales del tipo estructural (ref. 6) y que además soporte los requerimientos establecidos; por lo tanto, es necesario llevar a cabo la selección de materiales de las partes que componen un material estructural, pero antes, es necesario una breve descripción de ellos.

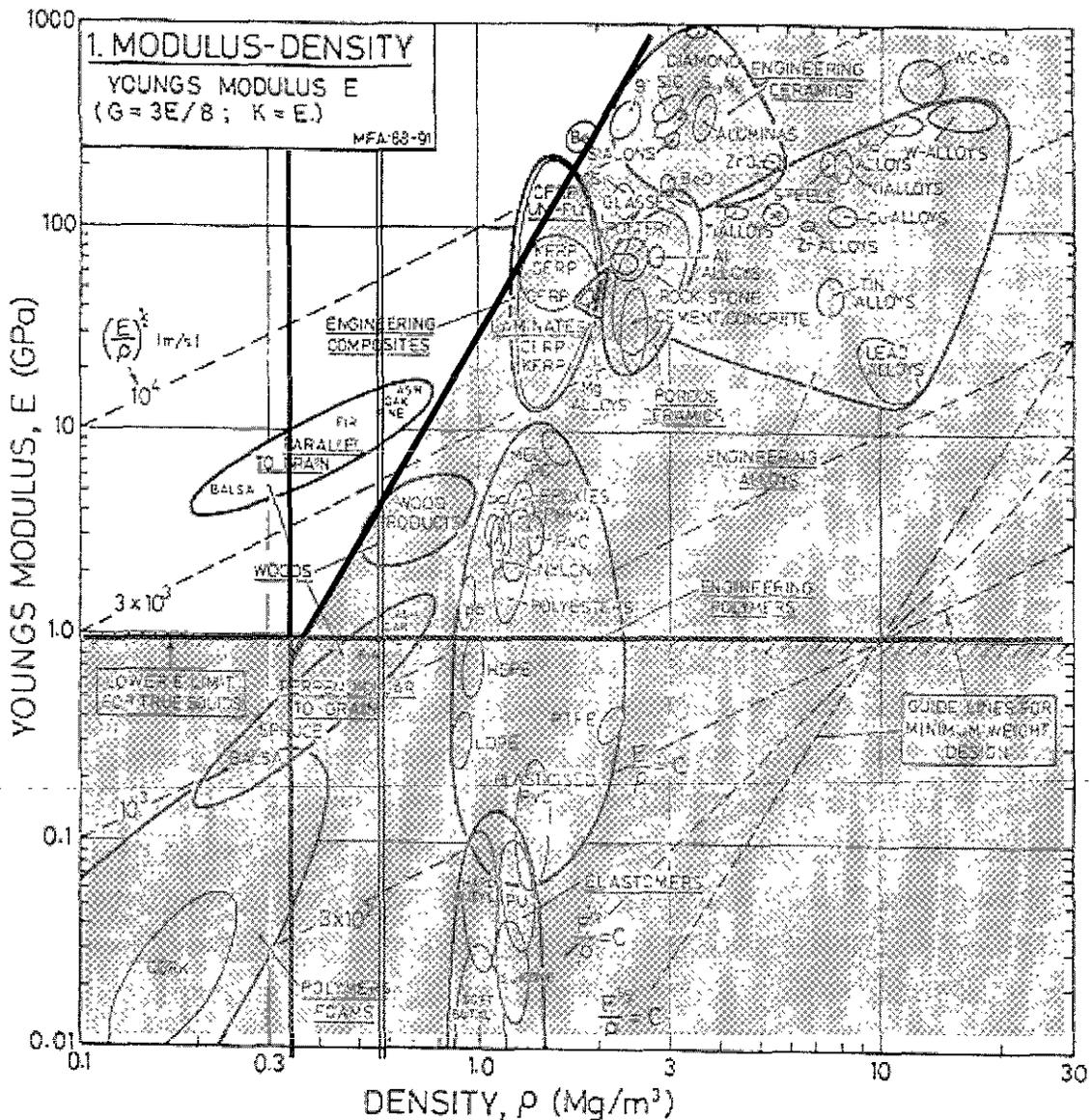


Fig 4.7 Gráfica de Módulo de elasticidad vs. densidad, En esta gráfica se encuentran las limitaciones dadas por el planteamiento del diseño. (ref. 5)

#### 4.4.1 MATERIALES COMPUESTOS ESTRUCTURALES

Se sabe que un **material compuesto estructural** está formado tanto por materiales compuestos en si, como por materiales homogéneos, y sus propiedades no solo dependen de los materiales constituyentes sino de la geometría del diseño de los elementos estructurales. Los compuestos laminares y los paneles sándwich son dos de los compuestos estructurales más comunes.

Un **material compuesto laminar** consta de laminas o paneles que tienen una dirección preferentemente con elevada resistencia, tal como ocurre en la

madera y en los plásticos reforzados con fibras continuas y alineadas. Las capas se apilan y luego se pegan entre sí, de modo que la orientación de la dirección de elevada resistencia varía en cada una de las sucesivas capas (Fig. 4.8). Por ejemplo, en la madera contrachapada o triplay, las direcciones de elevada resistencia de las sucesivas capas forman ángulos rectos entre sí. Las laminas también se pueden construir utilizando materiales plásticos para la matriz y algodón, papel o fibra de vidrio tejida como material de refuerzo. Así, un material compuesto laminar es relativamente resistente en varias direcciones del plano bidimensional; sin embargo, la resistencia en una dirección determinada es, desde luego, menor que la que resultaría del alineamiento de todas las fibras en esa dirección. Un ejemplo de una estructura laminar relativamente compleja pero de bajo peso es la aplicada en los esquís modernos.

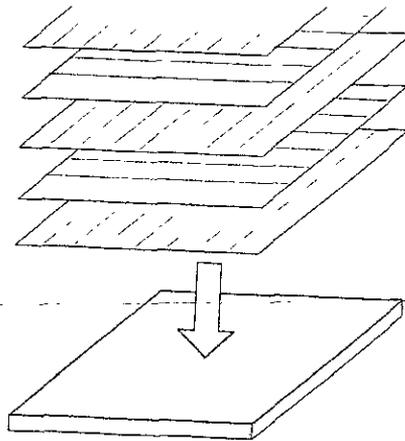


Fig. 4.8 Apilamiento de capas reforzadas en sucesivas orientaciones para construir un material compuesto laminar.

Los **paneles del tipo sándwich** se consideran un tipo de material compuesto estructural y consiste en dos láminas externas fuertes, o caras, separadas por una capa de material menos denso, o núcleo que tiene baja rigidez pero alta resistencia compresiva. Las caras exteriores resisten la mayor parte de las cargas, mientras que el núcleo tiene dos funciones. En primer lugar separa las caras y resiste la deformación perpendicular al plano de ellas. En segundo lugar, aporta cierto grado de resistencia al cortante a lo largo de los planos perpendiculares a las caras. Como núcleo se utilizan varios tipos de materiales y estructuras, como por ejemplo polímeros espumosos, cauchos sintéticos, cementos inorgánicos y hasta madera balsa.

Otro popular núcleo consiste en una estructura de **honeycomb** (nombre como se le conoce el mercado nacional, aunque algunos autores utilizan el nombre de "panal"), que consiste en delgadas laminas dispuestas en forma de celdillas hexagonales trabajadas con sus ejes perpendiculares a los de las caras.

El material del panel puede ser similar al de las caras o completamente diferente. La figura 4.9 muestra una sección de panel sándwich con núcleo en panel.

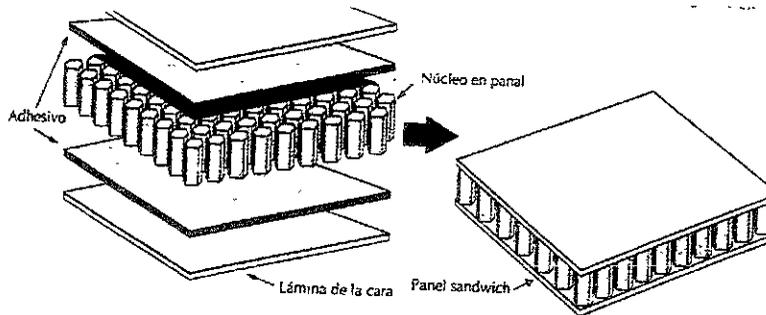


Fig. 4.9 Diagrama esquemático de la fabricación de un panel sándwich con un núcleo en honeycomb.

Se construyen paneles tipo sándwich para gran cantidad de aplicaciones como techos, suelos, paredes de edificios, en aviación para revestimientos de las alas, fuselaje y planos estabilizadores de cola de aviones. Además, los paneles del tipo sándwich con núcleo de honeycomb, se utilizan en los pisos de los transbordadores del Canal de la Mancha, que conecta a Inglaterra con el continente (ref. 5) y fig. 4.10 los cuales fueron construidos con fibra de vidrio en sus caras, además de vérselos aplicados en plataformas de transportación férrea, y de transporte terrestre. Dicha estructura tiene grandes características de resistencia y de bajo peso, por lo cual se ha considerado este material como el óptimo para la fabricación de la plataforma del vehículo eléctrico de reparto. Aunque cabe mencionar que los paneles suelen ser construidos de diversos materiales y formas, siendo las más utilizadas las del tipo hexagonal, en cuanto al material, el papel es uno de los materiales mas utilizados ligeros y usados para tal estructura.

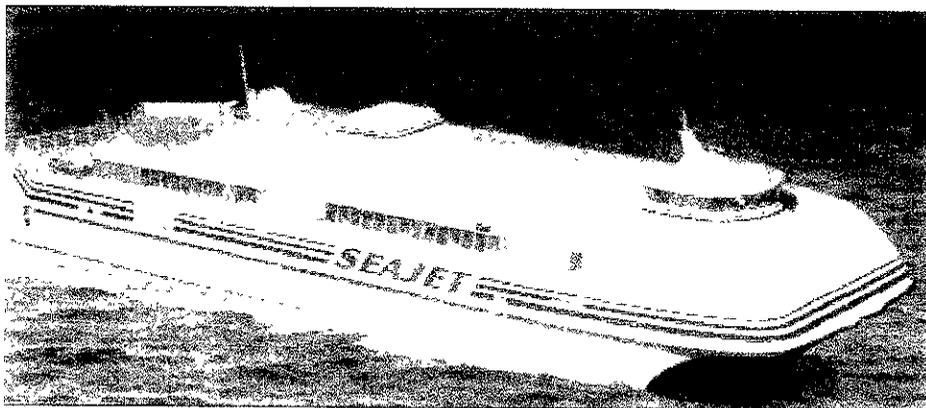


Fig. 4.10 Trasbordador marítimo que cruza el Canal de la Mancha, ref. (7).

# Fast ship and high speed ferry industry

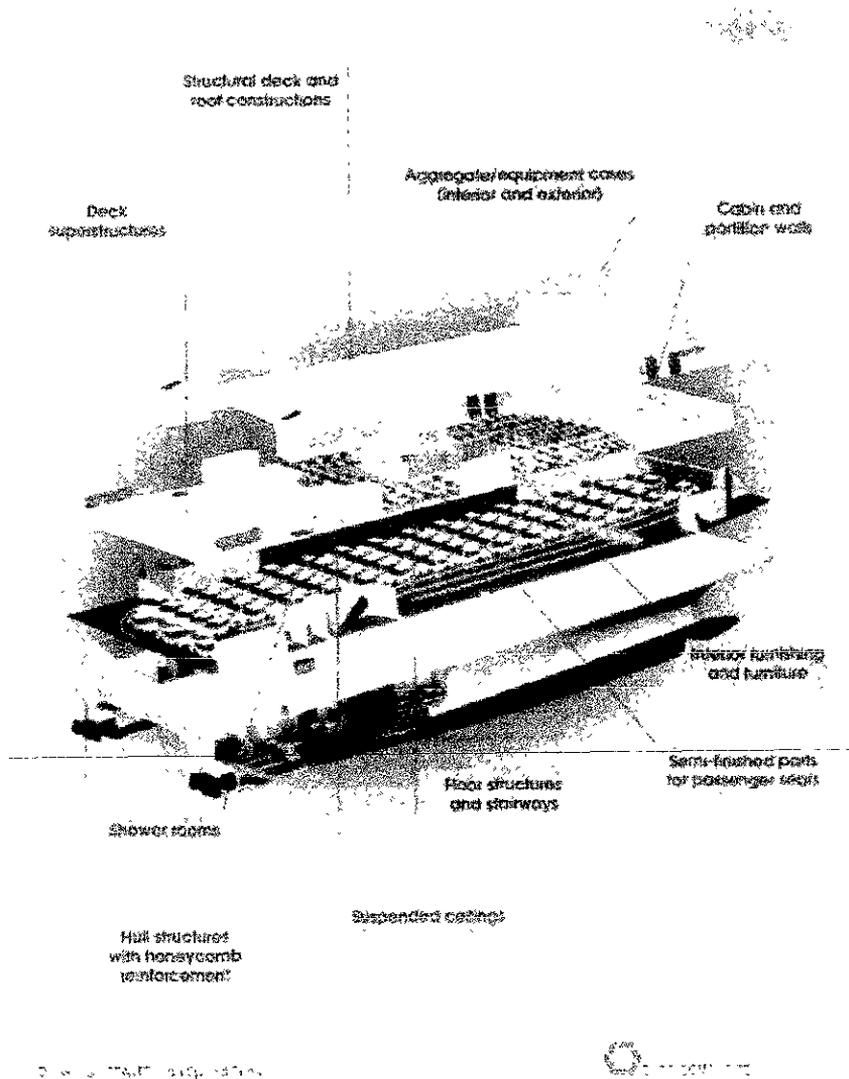


Fig. 4.10 Vista interior del trasbordador marítimo mostrando las aplicaciones de las estructuras sándwich de honeycomb.

Por tanto, sólo pensaremos en la selección del material para las caras del panel o sándwich dado que el honeycomb de papel cumple con los requerimientos de nuestro problema en cuanto a resistencia mecánica y costo.

De acuerdo a la ref. 4, el cálculo de la rigidez y de la deflexión de un sándwich, se mide a través de los datos proporcionados por las caras que lo

componen, pues la resistencia compresiva se expresa a través del honeycomb. Así es que la deflexión se calcula como:

$$\delta = \left[ \frac{5 \omega' L^4}{384 t_f h^2 E_f} \right] \quad (4.29)$$

donde  $t_f$  y  $E_f$  son los datos del espesor y módulo de elasticidad de las caras respectivamente.

Se puede observar que la ecuación 4.29 parte de la ecuación general 4.2 donde el momento polar de inercia se descompone en los nuevos componentes del material compuesto.

Como deseamos establecer un módulo de Young superior al proporcionado por nuestros cálculos ( $>0.881$  Gpa) con un peso mínimo, nos es desconocido el valor de  $t_f$ , por lo que, la primera aproximación en la utilización de algún material sería considerar que  $t_f$  toma el valor del espesor total de nuestro caso de estudio, para así poder encontrar el material óptimo mediante las gráficas propuestas por Ashby.

Para poder establecer las restricciones del caso de estudio, nos basamos, como se mencionó en el capítulo cuatro, en que las plataformas de los vehículos de reparto actuales, usan lámina acanalada de acero o placas de madera, por lo que se tomó en cuenta la densidad del material más pesado como limitante máxima, es decir, en referencia a la densidad del acero, conservando el término de rigidez de 0.881 Gpa. Tal como se ve en la fig. 4.11, los materiales candidatos se pueden observar fuera de la zona sombreada. Este grupo de materiales contempla a la mayoría de los grupos de materiales existentes, por lo que es necesario introducir el término de índice de funcionalidad para la restricción de los grupos.

El índice de funcionalidad para la rigidez será, como antes, de " $E^{1/3}/\rho$ ", el cual fue puesto en la figura 4.12 para reducir la lista de materiales candidatos. Cabe mencionar que dado que esta línea guía engloba a una familia de rectas paralelas, el problema estriba en definir cual será la recta adecuada de toda la familia de rectas a la que habría que elegir. Ashby sugiere en usar la recta que deje a un mínimo de materiales a escoger, mientras que otros sugieren usar el sentido común y la experiencia para definir cual será el valor del índice de funcionalidad con la pendiente adecuada.

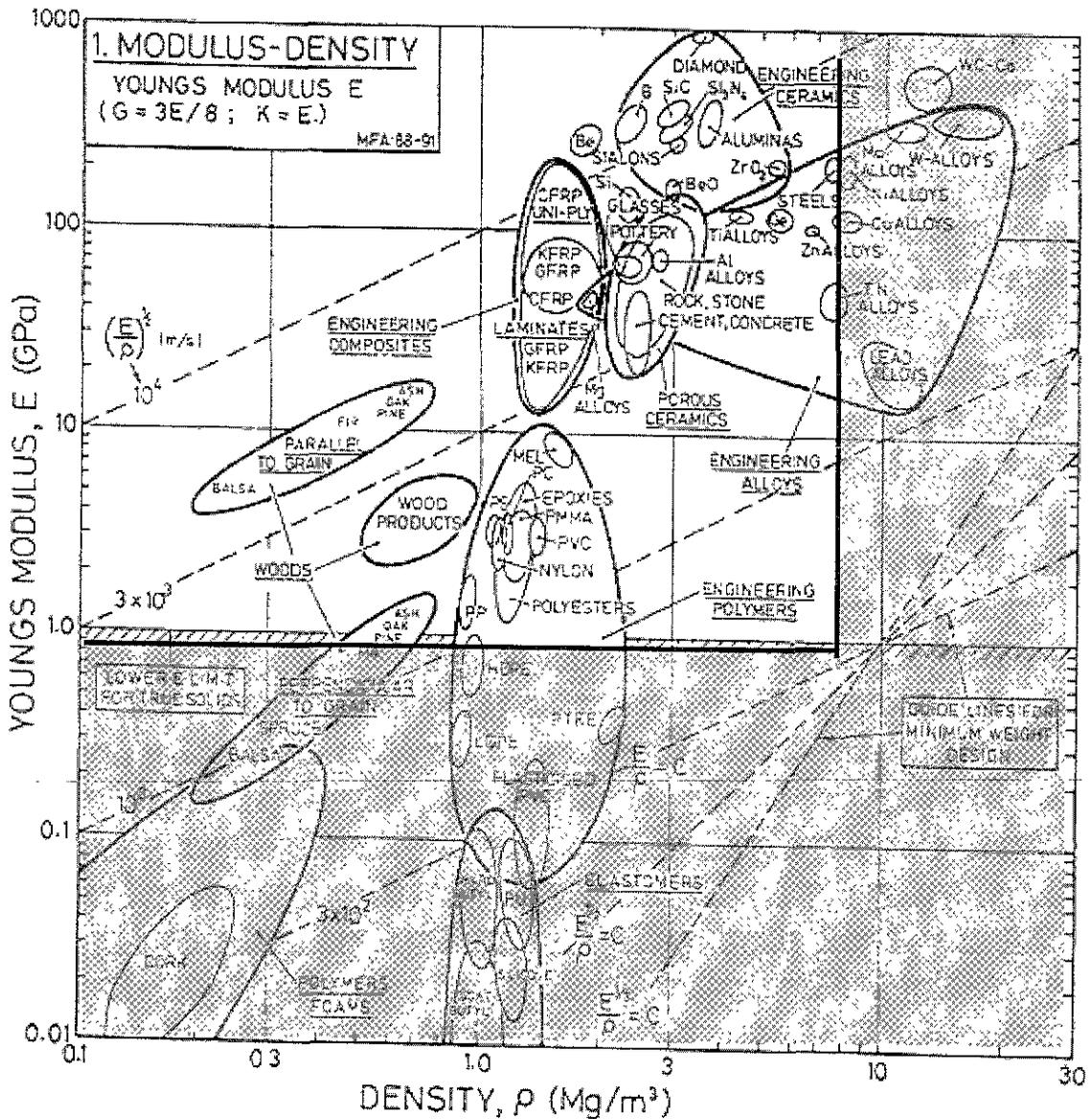


Fig 4.11 Gráfica de Módulo de elasticidad contra densidad, delimitado por la densidad de los aceros y del módulo de Young mínimo requerido para nuestra aplicación.

Para este caso de estudio, la posición del índice de funcionalidad, se estableció como aquella en la cual se incluyeran a los aceros, para tener así un margen de comparación de estos, con otros posibles candidatos, por ser de los materiales actualmente utilizados.



una segunda gráfica paramétrica donde se relacione la resistencia y la densidad, como se muestra en la figura 4.13.

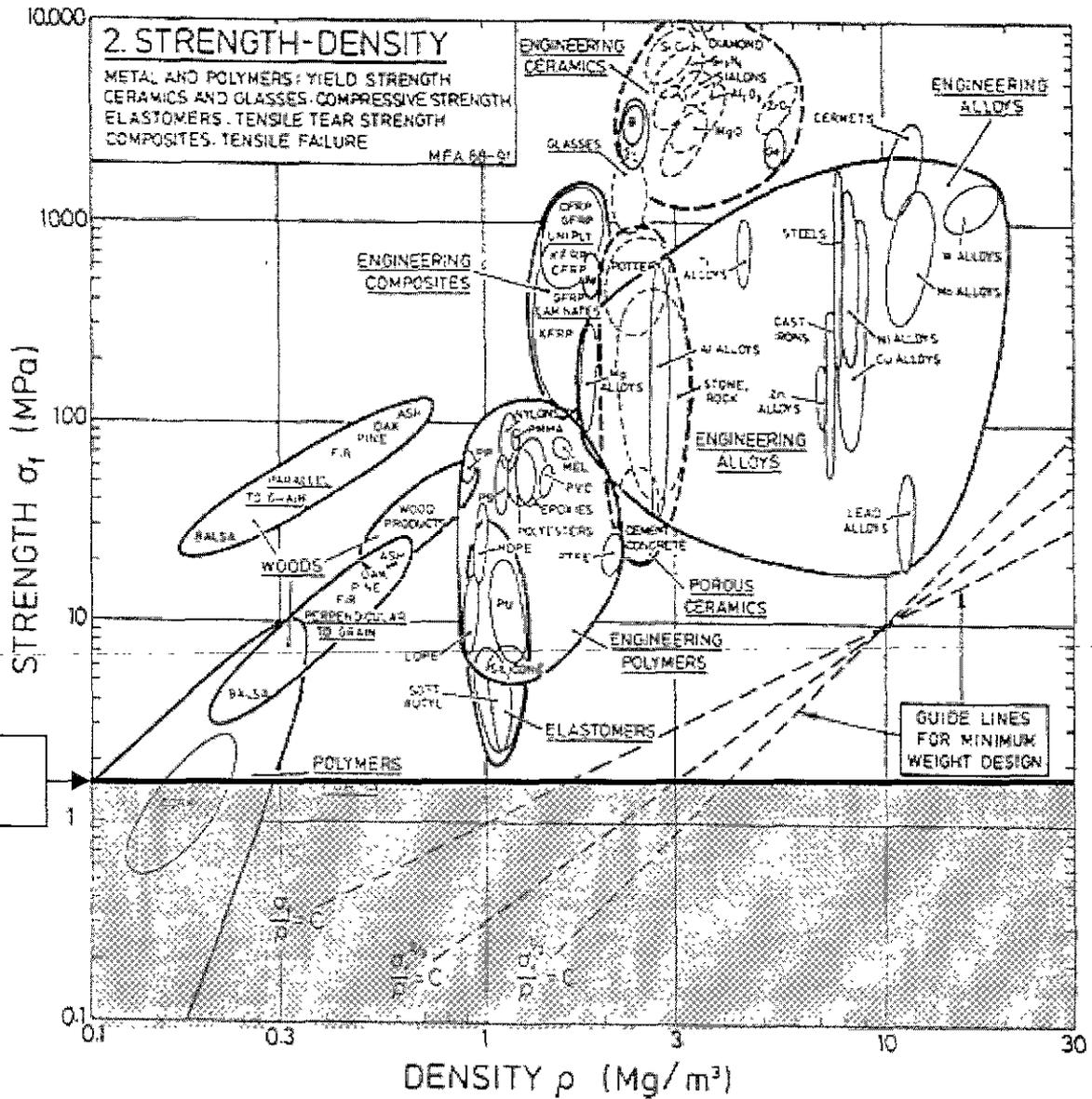


Fig. 4.13 Resistencia vs. densidad; Como limite inferior se encuentra el esfuerzo a la flexión de 1.278 MPa

En esta gráfica, se coloca como otro de los requerimientos la resistencia obtenida de los cálculos realizados en el capítulo anterior, cuyo valor se ubica en 1.278 MPa considerando la resistencia a la flexión ya que las cargas compresivas se encuentran en valores muy pequeños (4.36 kPa), debe notarse que este sería el limite inferior de nuestra gráfica, además como ya se mencionó, el acero es usado en vehículos de reparto actuales, así que se tomó el valor de la densidad de los aceros como densidad máxima permitida. (Fig. 4.14).



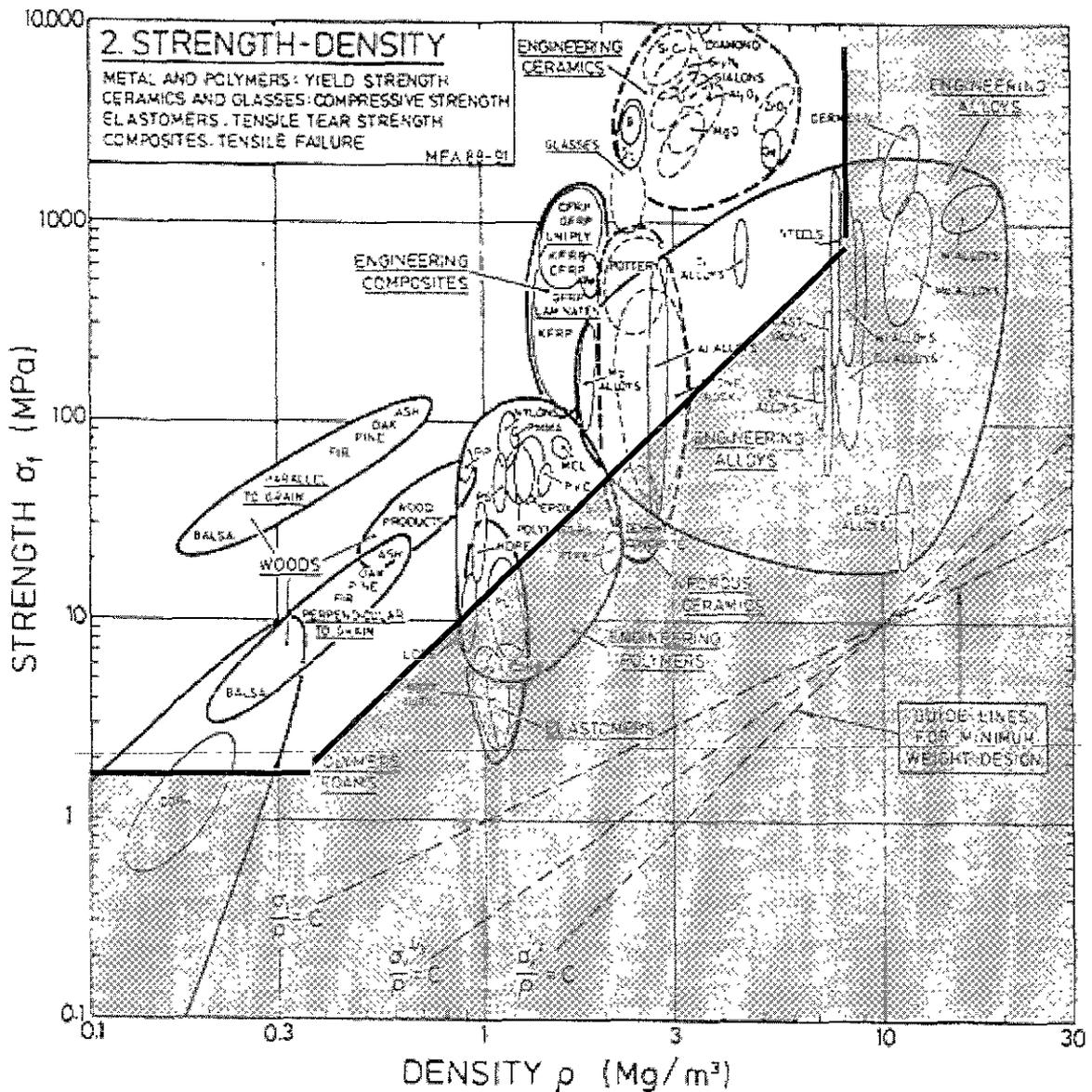


Fig. 4.15 Resistencia contra densidad, Observación sobre los materiales candidatos a seleccionar.

De la figura 4.15 observamos que ahora los subgrupos de materiales a establecer son: los cerámicos de ingeniería, vidrios, polímeros (PP, PS, Acetal, Nylon, HDPE, PVC, Epóxicos, PMMA, Poliésteres), aceros aleados, aleaciones de aluminio, aleaciones de magnesio, aleaciones de titanio y los materiales compuestos laminados (fibra de vidrio, Kevlar y de carbono).

Aún con estas graficas paramétricas, los subgrupos de materiales a seleccionar son amplios, por lo que es necesario otras graficas paramétricas para seguir reduciendo el rango de materiales a escoger.

En las gráficas paramétricas siguientes se resalta el uso del costo como parámetro comparativo, esta relacionado tanto al módulo de Young como a la resistencia mecánica; procediendo a reducir los subgrupos de la misma forma que en las gráficas anteriores, tenemos a los siguientes materiales:

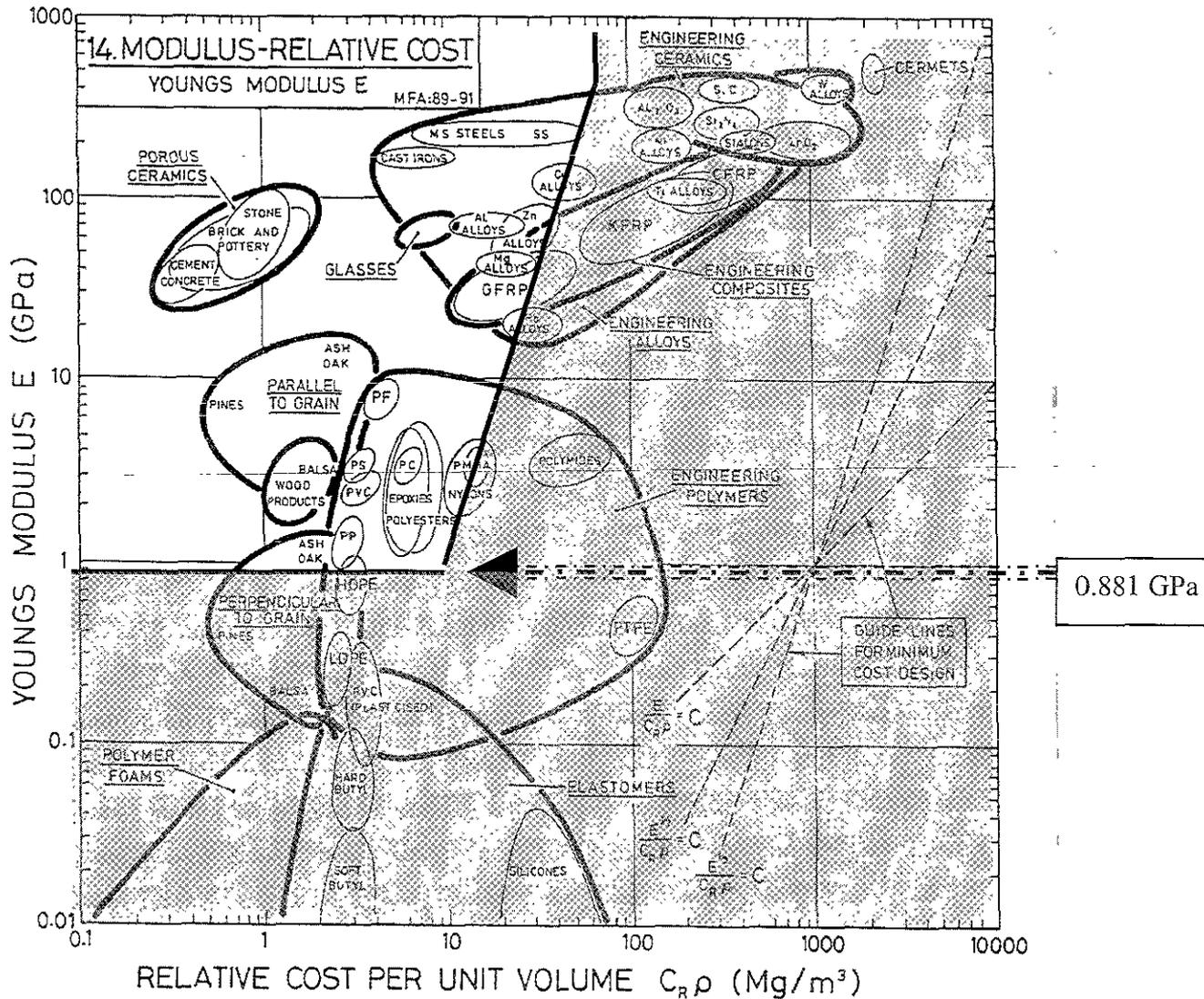


Fig. 4.16 Módulo de Young vs. costo relativo por unidad de volumen. Los materiales óptimos se encuentran fuera de la zona sombreada

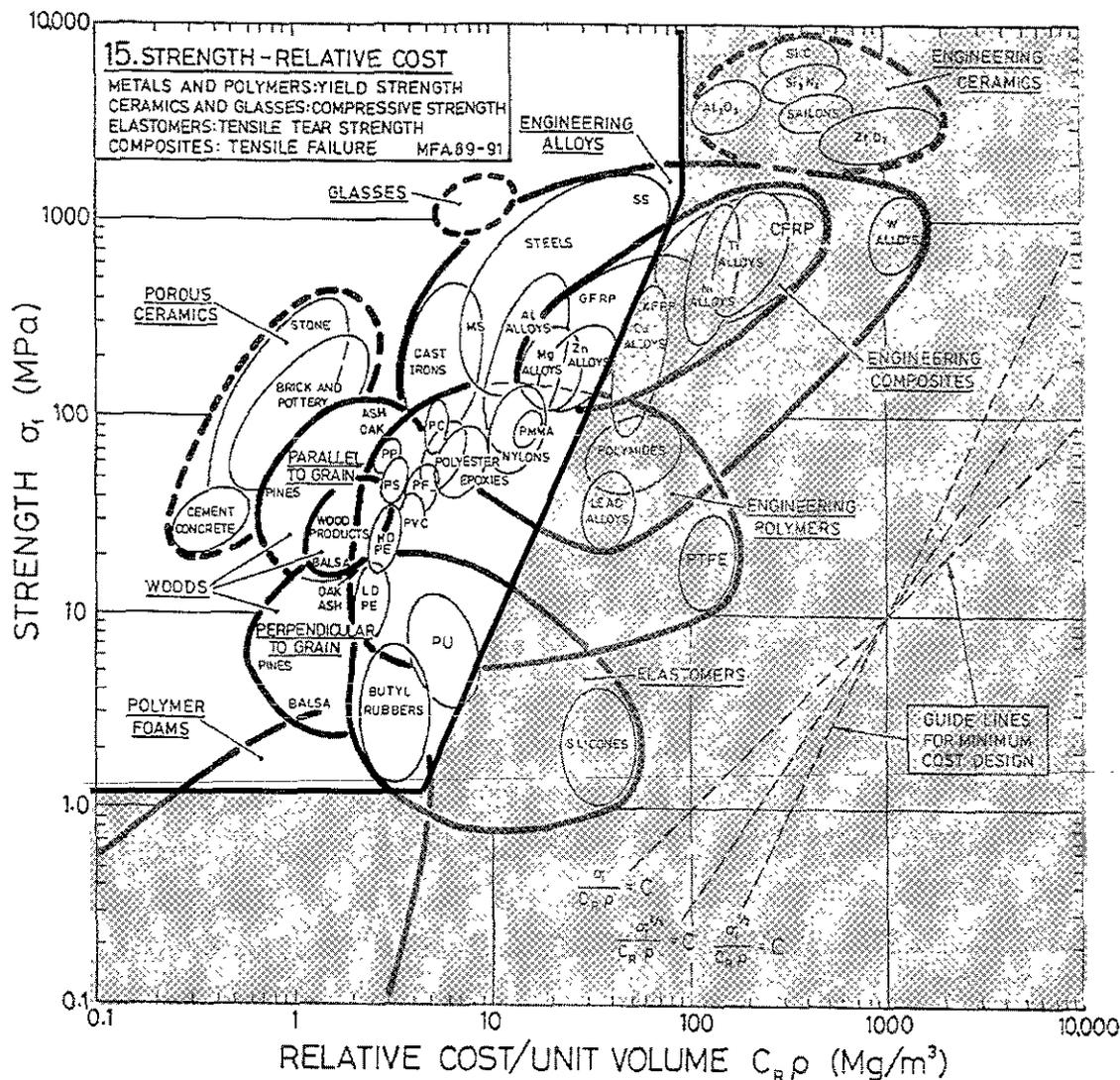


Fig. 4.17 Resistencia vs. costo relativo por unidad de volumen.

Haciendo una intersección de los grupos arrojados por las cuatro gráficas antes señaladas tenemos a los siguientes materiales candidatos:

1. Maderas (pino, abeto, roble)
2. Aleaciones de aluminio
3. Aleaciones de magnesio
4. Aceros
5. Aleaciones de titanio
6. Polímeros de ingeniería.(PS, Nylon, PVC, PC, MEL)
7. Estructuras laminadas con fibras de Kevlar (KFRP)
8. Estructuras laminadas con fibras de carbono (CFRP)
9. Estructuras laminadas de fibra de vidrio. (GFRP)

Cabe señalar que de esta intersección es posible eliminar a los cerámicos de mayor costo, lográndose esta eliminatoria en la última gráfica paramétrica, aunque sabemos que el resto de los cerámicos no son los mejores candidatos para la aplicación como materiales sólidos.

Para poder tomar una decisión sobre los materiales arrojados por las gráficas paramétricas, se procede ahora a utilizar los otros dos métodos de evaluación de materiales descritos en capítulos anteriores.

#### **4.5 SELECCIÓN DE MATERIALES USANDO EL MÉTODO DE PROPIEDADES PONDERADAS**

En el capítulo 3, se dio a conocer un ejemplo esquemático de la selección de materiales de acuerdo a sus propiedades. Ahora en este capítulo se aplicará el método de propiedades ponderadas a nuestro caso de estudio considerando:

- **Rigidez**
- **Resistencia a la fluencia**
- **Resistencia a la humedad**
- **Tenacidad**
- **Densidad**
- **Costo**
- **Disponibilidad**

Como propiedades a evaluar, nótese que ahora se incluye la resistencia a la fluencia, la tenacidad, resistencia a la humedad y disponibilidad como propiedades complementarias a nuestro caso de estudio, ya que en algunos casos, no existen gráficas paramétricas para su utilización. Además, la tenacidad de fractura se incluye ahora por ser un determinante de las propiedades de los materiales a la fractura, que es de naturaleza cuantitativa (ref. 3).

De las propiedades antes mencionadas, se puede distinguir que las propiedades a maximizar son:

- Rigidez
- tenacidad
- Resistencia mecánica
- Resistencia a la humedad
- Disponibilidad

mientras que las propiedades a minimizar son:

- Densidad
- Costo

Podemos ver que tenemos un total de siete propiedades a ponderar, que de acuerdo a la ecuación 3.4,  $n = 7$ , por lo que  $N = 7(6-1)/2$ ,  $N = 21$ , que es el número total de posibles decisiones a considerar.

En la tabla 4.2, se muestra la importancia relativa de las propiedades consideradas, una con respecto a la otra, usando el sistema lógico digital descrito previamente en el capítulo 3:

PROPIEDAD	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	DECISIÓN	$\alpha$		
Rigidez	0	0	1	1	1	0																	3	0.143	
resistencia	1						1	1	0	1	0													4	0.190
densidad		1					0					1	1	1	1									5	0.238
tenacidad			0					0				0				0	1	1						2	0.095
costo				0					1				0			1				0	0			2	0.095
humedad					0					0			0				0			1		1		2	0.095
disponibilidad						1					1				0			0			1	0		3	0.143

Tabla 4.2 ponderaciones de las propiedades utilizando el sistema lógico digital.

De la tabla 4.2, se observa que la propiedad de mayor importancia es la densidad, con una puntuación en la decisión de **5** y un factor de peso de **0.238** la segunda propiedad de importancia es la resistencia a fluencia, con una puntuación en la decisión de **4** y un factor de peso de **0.190**; la tercera propiedad es la rigidez junto con la facilidad de obtención con una puntuación en la decisión de **3** con un factor de peso de **0.143**, por último la tenacidad, costo y humedad se encuentran bajo la misma puntuación de **1** con un factor de peso de **0.095**.

Todos los diseñadores, pueden tener su propio criterio de selección según las condiciones de trabajo. La lógica indicaría que un material que va a estar sometido a cargas de flexión, la propiedad más importante a considerar sería la resistencia o la rigidez; pero el criterio de consideración dependió de que:

- Las graficas paramétricas ya establecen un limite inferior tanto para el módulo de elasticidad, como para la resistencia a la fluencia, dicho en otros términos, los grupos de materiales que están fuera del área sombreada son aquellos que ya cumplen con el valor mínimo necesario de rigidez y de resistencia.
- No debemos olvidar que se trata de un vehículo eléctrico de reparto, por lo que es necesario buscar un material con densidad baja, para disminuir el peso del vehículo, tal como se expresó en los requerimientos primarios.
- El índice de tenacidad ciertamente es importante a considerar en el diseño, aunque para poder evaluarlo se tendrían que realizar pruebas de banco ya sobre prototipo, por lo que se considera que el vehículo recorrerá una ruta cuyo camino no es muy abrupto ni accidentado (Centro histórico de la Ciudad de México).
- El costo ocupa el mismo lugar de importancia que la tenacidad, ya que el costo será amortizado con las utilidades del reparto en el vehículo.
- Al igual que el índice de tenacidad y el costo; la resistencia a la humedad se encuentra en el mismo nivel a ponderar, ya que según los datos arrojados por las gráficas paramétricas, los materiales candidatos tienen un

valor cualitativo aceptable en cuanto a esta propiedad, además se toma en cuenta que la plataforma estará colocada en el interior del vehículo con cubiertas y sellos que la resguarden del medio ambiente.

A continuación, en la tabla 4.3 se muestran los valores de las propiedades de los materiales candidatos, en ella se pueden observar los valores reales para los casos específicos dados, mientras que para los casos donde se menciona a la familia característica, los valores escritos están dados por el valor característico de la familia representada. Ahora bien, tanto el índice de tenacidad como el costo, son valores relativos con relación a los materiales considerados, mientras que a la disponibilidad y a la humedad se les consideran valores cualitativos del 1 al 5. En la tabla 4.4 se muestran los valores escalados de las propiedades con un segundo índice de funcionalidad “ $\gamma$ ” de acuerdo a la aplicación de éste método evaluativo.

MATERIALES	MODULO DE ELASTICIDAD GPa	ESFUERZO A LA FLUENCIA MPa	DENSIDAD Mg/m <sup>3</sup>	INDICE DE TENACIDAD MPa m <sup>1/2</sup>	COSTO RELATIVO POR UNIDAD DISPONIBILIDAD HUMEDAD DE VOL.		
Maderas	6.2	50	0.87	3.12	2	5	1
Melamina	5	46	1.7	0.7	2	5	5
PS	3.1	20	1.48	1	3	4	5
Nylon	2.8	84	1.57	3	10	4	5
Acrílico	2.9	70	2.1	0.97	11	4	5
Polycarbonato	2	77	1.69	3	5	4	5
GFRP	80	580	1.3	29.31	10	4	5
vidrio	72.4	107	2.7	0.06	10	5	5
aleaciones							
Mg	44.831	227.586	1.74	15	10	2	2
Roca ignea	20	300	2.9	0.2	0.006	3	1
Concreto	30	50	3.4	0.3	0.1	4	1
aleaciones de							
Al	70	206.89	2.69	25	19	3	5
aceros	210	600	7.5	43	10	3	5

Tabla 4.3 Tabla de materiales candidatos con sus propiedades. Los valores de la facilidad de obtención de los materiales, se clasificaron del 1 al 5 (donde 1 denota la dificultad de obtener el material, y 5 denota la mayor facilidad de obtener este material).

Para la resistencia a la humedad, el valor de 1 denota que no es resistente, y que 5 representa la mayor resistencia a la humedad. El costo relativo se basa en los aceros con un valor de 10.

MATERIALES	MODULO DE ESFUERZO A LA FLUENCIA		DENSIDAD Mg/m <sup>3</sup>	INDICE DE TENACIDAD	COSTO RELATIVO (Mg/m <sup>3</sup> )	RESIST. DISPONIBILIDAD		$\gamma$
	GPa	MPa				A LA HUM.	BILIDAD	
Maderas	2.952	8.333	100	7.256	0.3	100	20	38.919
Melamina	2.381	7.667	51.176	1.628	0.3	100	100	37.978
PS	1.476	3.333	58.784	2.326	0.2	80	100	35.987
Nylon	1.333	14	55.414	6.977	0.06	80	100	38.626
Acrílico	1.381	11.667	41.429	2.256	0.0545	80	100	34.408
Polycarbonato	0.952	12.833	51.479	6.977	0.12	80	100	37.418
GFRP	38.095	96.667	66.923	68.163	0.06	80	100	68.191
vidrio	34.476	17.833	32.222	0.140	0.06	100	100	39.822
aleaciones								
Mg	21.348	37.931	50	34.883	0.06	40	40	35.031
Roca ignea	9.524	50	30	0.465	100	60	20	36.167
Concreto	14.286	8.333	25.588	0.698	6	80	20	20.835
aleaciones								
de Al	33.333	34.482	32.342	58.140	0.032	60	100	44.570
Aceros	100	100	11.6	100	0.06	60	100	65.625

Tabla 4.4 Tabla de materiales candidatos mostrando sus propiedades escaladas, donde en la última columna se indican los índices de funcionalidad para cada material.

En la tabla 4.4 se ha denotado con números sombreados los materiales candidatos, como resultado de la ponderación realizada, podemos ver entonces que los cinco materiales candidatos con el mejor índice de funcionalidad son, en orden descendente:

1. Estructuras laminadas de fibra de vidrio (GFRP)
2. Aceros
3. Aleaciones de aluminio
4. Vidrio
5. Madera

Ocupando en primer lugar con una puntuación de 68.191 las estructuras laminadas de fibra de vidrio, seguida de los aceros con una puntuación de 65.625. Aunque el vidrio ocupa el cuarto lugar en nuestra selección, sabemos que la resistencia al impacto es mínima, por lo que de antemano queda descartado este material.

#### 4.6 SELECCIÓN DE MATERIALES UTILIZANDO EL MÉTODO DE LAS PROPIEDADES LIMITE

En párrafos anteriores, se mostró la ecuación que permite calcular el factor de mérito "m" también conocido como índice de funcionalidad exclusivo de este método dado por:

$$m = \left[ \sum \alpha_i \frac{Y_i}{X_i} \right]_1 + \left[ \sum \alpha_j \frac{X_j}{Y_j} \right]_u + \left[ \sum \alpha_k \left| \frac{X_k}{Y_k} - 1 \right| \right]_t$$

donde:

"1, u, t" son los índices correspondientes al límite inferior, superior y exacto respectivamente.

$n_i, n_u,$  y  $n_t$  son los números de los límites inferiores, superiores y exacto.

$\alpha_i, \alpha_j,$  y  $\alpha_k$  son los factores de peso para los límites inferiores, superiores y exacto.

$x_i, x_j,$  y  $x_k$  son los valores de las propiedades en los materiales candidatos del límite inferior, superior y exacto.

$y_i, y_j,$  y  $y_k$  son los valores de los límites inferiores, superiores y exactos.

En este tercer método de selección de materiales, los factores de peso  $\alpha_i, \alpha_j,$  y  $\alpha_k$  serán los mismos factores de peso que los usados en la tabla 4.2, mientras que la tabla 4.5 muestra el factor de mérito para los materiales previamente seleccionados, indicando en cada columna los límites superior e inferior respectivamente.

MATERIA-LES	MODULO DE ESFUERZO A		INDICE DE COSTO				RESIST. A LA HUMEDAD (l)	m
	ELASTICIDAD Gpa (l)	LA FLUENCIA Mpa (l)	DENSIDAD Mg/m <sup>3</sup> (u)	TENACIDAD MPa m <sup>1/2</sup> (l)	RELATIVO (Mg/m <sup>3</sup> ) (u)	DISPONIBILIDAD (u)		
Maderas	0.881	1.278	0.35	5	100	4	3	1.319
Melamina	0.881	1.278	0.35	5	100	4	3	2.074
PS	0.881	1.278	0.35	5	100	4	3	1.720
Nylon	0.881	1.278	0.35	5	100	4	3	1.465
Acrílico	0.881	1.278	0.35	5	100	4	3	2.158
Polycarbonato	0.881	1.278	0.35	5	100	4	3	1.560
GFRP	0.881	1.278	0.35	5	100	4	3	1.093
vidrio	0.881	1.278	0.35	5	100	4	3	9.991
aleaciones Mg	0.881	1.278	0.35	5	100	4	3	1.491
Roca ignea	0.881	1.278	0.35	5	100	4	3	4.861
Concreto	0.881	1.278	0.35	5	100	4	3	4.433
aleaciones de								
Al	0.881	1.278	0.35	5	100	4	3	2.027
aceros	0.881	1.278	0.35	5	100	4	3	5.554

Tabla 4.5 Aplicación del método de las propiedades límite.

Para nuestro caso de estudio, los resultados arrojados por este último método, nos ubican en los siguientes materiales, de nuevo en orden descendente en importancia tenemos:

1. Estructuras laminadas de fibra de vidrio (GFRP)
2. Maderas
3. Nylon
4. Aleaciones de Magnesio
5. Policarbonato

Nótese que, tanto el método de propiedades ponderadas como el método de propiedades límite arrojan como materiales candidatos a las maderas y a las fibras de vidrio. Sin embargo, este segundo método resalta la aparición de materiales más ligeros que los aceros y el aluminio como son el nylon, las aleaciones de magnesio y el policarbonato, encontrándose así un mejor acuerdo con los resultados obtenidos por medio de las gráficas paramétricas.

Ahora bien, volviendo a considerar al material compuesto como si fuese de un sólido a continuación se realizará un breve resumen comparativo entre estos materiales es decir:

MATERIAL	DENSIDAD (Mg/m <sup>3</sup> )	VOLUMEN MÁXIMO PERMITIDO m <sup>3</sup>	PESO TOTAL kg
GFRP	1.92	0.0856	164.4
MADERA	0.59	0.0856	51.0

Tabla 4.6 Comparación en peso de los materiales seleccionados con los de la madera.

Como puede apreciarse, los pesos comparados son excesivos, sin embargo, la fibra de vidrio puede aplicarse en las caras con un espesor lo suficientemente delgado como para reducir aún más el peso con una mayor resistencia, si se la compara con la madera. Por tanto, el siguiente paso es el de diseñar el espesor de las caras del material compuesto, para determinar el peso mínimo del material a aplicar con una resistencia máxima. De acuerdo con los diseñadores, esto ayudaría aún mas a reducir el consumo de energía vehicular.

Estudios de disponibilidad de estos dos materiales, mostraron que el espesor mínimo que se puede obtener en una madera es de 3 mm, mientras que en una fibra de vidrio embebida en resina poliéster podemos encontrar hasta 0.03 mm de espesor, lo que significa que si aplicásemos estos espesores mínimos para la madera tendríamos un peso por ambas caras de aproximadamente 12 Kg, mientras que para el compuesto el peso sería tan solo de 4 Kg, lo que significa que la madera tendría un peso tres veces mayor que la fibra de vidrio. Ahora bien, de acuerdo a la ref. 7, para placas de 1mm en ambos materiales, el compuesto presenta una resistencia a la fluencia de 769 MPa, y una rigidez de 56 GPa, mientras que la madera tan solo cuenta con 42 MPa de resistencia a la fluencia y 29Gpa de módulo de elasticidad, por lo que es posible construir las caras del sándwich de material compuesto con fibra de vidrio y resina poliéster, para así obtener un peso mínimo.

Por otro lado, los datos proporcionados anteriormente solo se verifican para las caras del compuesto y no para el sándwich en sí, por lo que su cálculo dependerá de las fracciones volumétricas empleadas, y de las ecuaciones empleadas para el cálculo del material compuesto según ref. 7. Además, según ref. 9 p.153, la cantidad de fibras a añadir, dependerá de la alineación de las fibras; es decir, cuando las fibras se encuentran de forma unidireccional, se puede tener fracciones volumétricas de hasta 65%, mientras que para fibras con distribución aleatoria raramente se llega a más del 30%, ahora bien, si las fibras se encuentran alineadas bidireccionalmente se pueden fabricar con compuestos de 50% en volumen, para aumentar la resistencia, aunque su fabricación es más costosa.

Para poder comprobar las características antes descritas, en los siguientes capítulos se describirán dos tipos de ensayos, el primero, mediante simulación por elemento finito del comportamiento del material, el segundo, mediante ensayos o pruebas mecánicas.

#### Referencias del capítulo

1. MENCHACA LOBATO Arturo: "Diseño de la estructura de un vehículo eléctrico de de reparto". México, D.F., Tesis profesional Noviembre 2000
2. ASHBY, M.F. "Engineering materials 1, an introduction to their properties & applications", Ed. Butterworth-Heinemann, 2nd. Edition, 1996
3. CHARLES, J.A., et. Al. "Selection and use of engineering materials", Ed. Butterworth-Heinemann , 3th. Edition 1997
4. SINGER Ferdinand, "Resistencia de materiales", Ed. Harla, 3ª. Edición 1982
5. FARAG, M.M. "Materials Selection for engineering design", Ed. Prentice-Hall 1st. Edition, 1997,
6. CALLISTER W.D. Jr. "Introducción a la Ciencia e Ingeniería de los materiales", ed. Reverté, S. A., 1ª. Edición, 1997
7. <http://www.eurocomposites.com/frames/unternehmen-e.htm>
8. ASHBY, M.F. et al. "Engineering materials 2, an introduction to microstructures, processing and design", Ed. Pergamon Press, 1st. Edition, 1986
9. LUBIN, G. "Handbook of composites", 1984.
10. ASHBY, M.F., "Materials selection in mechanical design", Ed. Pergamon press, 1992
11. CHAWLA, K.K., "Composite materials science and engineering", Ed. Springer, 2<sup>nd</sup> Edition, 1998

## CAPITULO 5

### ANÁLISIS DEL CASO DE ESTUDIO

En ocasiones, la aplicación de las leyes de la mecánica nos conducen a un sistema de ecuaciones para el cual es difícil, y a veces imposible, obtener una solución en forma cerrada. Al encontrar esta situación, los ingenieros y científicos usan métodos numéricos, los cuales pueden programarse en una computadora o calculadora de bolsillo. Aquí se presenta, en forma breve, un programa de computadora que sirve para resolver cualquier sistema mecánico, el cual, lo enfocaremos a la solución de nuestro caso de estudio; es decir, observaremos el nivel de esfuerzos al que se sometiera nuestra plataforma de carga, así como también los desplazamientos y deformaciones debidos a la carga aplicada. Posteriormente se describirán las pruebas mecánicas que le fueron realizadas al material propuesto, a fin de tener mayor seguridad sobre los resultados obtenidos.

#### 5.1 USANDO ELEMENTO FINITO

En los últimos cien años se ha acumulado un inmenso número de soluciones analíticas para los problemas de mecánica de materiales. Aun así, en numerosas situaciones prácticas, la geometría o condiciones de frontera son tales que no se ha podido obtener una solución analítica, o si se ha desarrollado una solución, está involucra una solución en serie tan compleja que la evaluación numérica se vuelve en extremo difícil. Para tales situaciones el enfoque más fructífero es el que se basa en técnicas de *diferencias finitas*. Claro está que, el rápido desarrollo de las computadoras ha permitido obtener soluciones numéricas a muchos problemas que hasta el momento se pensaban imposibles.

El elemento finito es un método numérico que permite obtener los estados de esfuerzos de un elemento estructural en cualquier punto, el cual estará sometido a varios tipos de cargas y restricciones, con solo conocer de antemano las propiedades del material del cual está hecho este elemento. En la actualidad existen paquetes de cómputo que aplican el método de elemento finito para una solución rápida de análisis, tanto de los esfuerzos como de las deformaciones, así como las temperaturas en cualquier parte de un cuerpo para problemas de transferencia de calor, etc.; además se pueden encontrar soluciones a problemas de fluidos y electromagnéticos de los materiales.

La idea básica es discretizar una región del cuerpo en estudio y expresar los campos de desplazamiento y esfuerzo en términos de valores en puntos discretos. Para nuestro caso de estudio, en un análisis unidimensional, el esfuerzo y la deformación, están relacionados con:

$$\sigma = E \varepsilon \quad (5.1)$$

que en forma matricial tendríamos:

$$\sigma = E \varepsilon \quad (5.2)$$

Con ello decimos que ahora el esfuerzo y la deformación están en forma vectorial y no solo por escalares. Además, si la deformación inicial es  $\varepsilon_0$  y el esfuerzo inicial es  $\sigma_0$ , y son conocidos, entonces la ecuación 5.2 se representa como:

$$\sigma = E(\varepsilon - \varepsilon_0) + \sigma_0 \quad (5.3)$$

de aquí que se puedan establecer las condiciones iniciales del sistema.

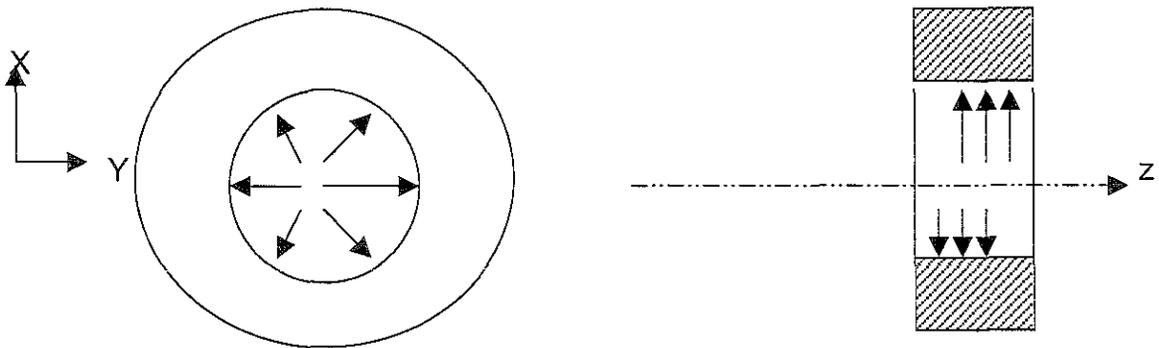


Fig. 5.1 Diagrama de un esfuerzo plano.

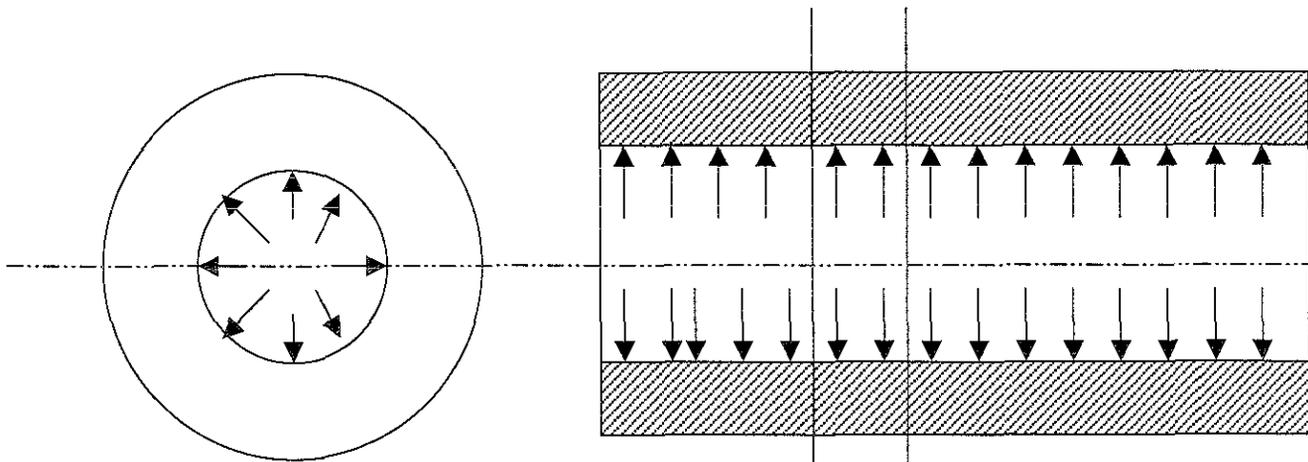


Fig. 5.2 Diagrama de una deformación plana

La situación del elemento finito, considera el esfuerzo plano y la deformación plana, como se representa en las figuras 5.1 y 5.2 respectivamente, que por principio de la mecánica del medio continuo, el desplazamiento de los puntos de un mismo cuerpo en dos dimensiones, se representa como  $\mathbf{u}$  y  $\mathbf{v}$ , en las cuales  $\mathbf{u} = \mathbf{u}(\mathbf{x}, t)$  y  $\mathbf{v} = \mathbf{v}(\mathbf{y}, t)$ , respectivamente. Además se dice la estructura está en un esfuerzo plano, si los esfuerzos que están en la dirección normal al plano son nulos, como si fuesen anillos apretados a una flecha donde los esfuerzos en la

dirección z, así como  $\tau_{xz}$  y  $\tau_{yz}$  tienden al valor de cero.

Ahora bien, si un cuerpo largo de sección transversal constante está sometido a una carga transversal a lo largo de su longitud, se puede considerar una diferencial de área que esté cargada, para así considerar una *deformación plana*. Dado lo anterior, entonces decimos que la estructura está en el plano de deformación si las deformaciones que actúan en la dirección normal al plano son nulas.

A lo anterior podemos añadir que tanto los esfuerzos como las deformaciones planas, se les hace otra consideración importante, la elasticidad lineal, la cual asume que, las deformaciones son pequeñas, mientras que el esfuerzo es directamente proporcional a la deformación, y ambos recuperan su forma después de haber sido eliminada la carga, sin exceder, obviamente el límite de fluencia.

En cuanto a la isotropía, podemos ver que nuestro material compuesto es del tipo anisotrópico, por lo que las condiciones de los materiales para aplicar el elemento finito en situaciones de carga mecánica, son que deben ser lineales en la zona elástica de un diagrama esfuerzo-deformación, cuyo comportamiento es de buena resistencia a cargas uniaxiales. De esta manera se definen para el elemento finito las siguientes condiciones:

- En el esfuerzo plano y la deformación plana existen tres componentes de esfuerzos:

$\sigma_x$  = Esfuerzo en la dirección x

$\sigma_y$  = Esfuerzo en la dirección y

$\tau_{xy}$  = Esfuerzo cortante

- Asociados con sus respectivas deformaciones.

$\varepsilon_x$  = deformación directa en la dirección x

$\varepsilon_y$  = deformación directa en la dirección y

$\gamma_{xy}$  = deformación cortante

Estos esfuerzos son importantes en cálculos de estructuras que están cerca del límite de fluencia, donde a menudo se utilizan las siguientes formas derivadas para el esfuerzo plano

$$E^* = \frac{E}{1 - \nu^2} \quad (5.4)$$
$$\nu^* = \frac{\nu}{1 - \nu}$$

Esto significa que el esfuerzo plano y la deformación plana pueden ser resueltos de manera simultánea, donde todo lo que se necesita es conocer para un caso o para el otro respectivamente, el cambio de valor del módulo de

elasticidad “E” y la relación de Poisson, mientras tanto no se debe perder de vista que:

\*La relación entre esfuerzo y deformación es:  $\sigma = E\varepsilon$

\*Existen tres componentes de esfuerzos y deformación en el análisis de dos dimensiones

\*La definición de la deformación

\*Cuándo deben de ser aplicables los esfuerzos planos y las deformaciones planas

\*Cuándo deben de ser aplicables los conceptos de isotropía y elasticidad lineal.

### 5.1.1 RELACIÓN DESPLAZAMIENTO-DEFORMACIÓN EN ELEMENTO FINITO

Esta relación determina el desplazamiento nodal, para así poder estimar la deformación y el esfuerzo en un elemento, en la cual, la matriz de deformación también puede ser representada por:

$$\varepsilon = \mathbf{B}\mathbf{d} \quad (5.5)$$

donde la matriz  $\mathbf{B}$  se usa para estimar la deformación en cualquier punto dentro del elemento en términos del desplazamiento nodal. La matriz  $\mathbf{B}$  es la matriz de derivadas, pero es necesario partir del concepto de desplazamiento nodal, sabiendo que un *nodo* es una representación geométrica donde convergen tres o más líneas en el espacio. Para efectos prácticos del elemento finito, estos nodos, representan una diferencia finita e el material estudiado y el desplazamiento de cada nodo viene dado por la ecuación matricial:

$$\mathbf{u} = \mathbf{N}\mathbf{d} \quad (5.6)$$

De manera que desglosando la relación usada para la deformación tenemos:

$$\begin{aligned} \varepsilon_x &= \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial \sum N_i u_i}{\partial x} = \sum \frac{\partial N_i}{\partial x} u_i \\ \varepsilon_y &= \frac{\partial v}{\partial y} = \sum \frac{\partial N_i}{\partial y} v_i \\ \gamma_{xy} &= \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} = \sum \frac{\partial N_i}{\partial y} u_i + \sum \frac{\partial N_i}{\partial x} v_i \end{aligned} \quad (5.7)$$

Siendo  $N_i$  la definición de los nodos en el material. En términos matriciales tenemos:

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial x} & 0 & \dots \\ 0 & \frac{\partial N_i}{\partial y} & \dots \\ \frac{\partial N_i}{\partial y} & \frac{\partial N_i}{\partial x} & \dots \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_i \\ v_i \\ \dots \end{pmatrix} \quad (5.8)$$

Las primeras dos columnas de la matriz son repetidas una en cada nodo, y esta matriz se denomina **B**. Ahora, tomando en cuenta que el desplazamiento puntual es:

$$\mathbf{u} = \mathbf{N}\mathbf{d} \quad (5.9)$$

La ecuación 5.8 queda como:

$$\boldsymbol{\varepsilon} \approx \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} \end{pmatrix} \mathbf{N}\mathbf{d} \quad (5.10)$$

$$= \mathbf{B}\mathbf{d}$$

Definiendo a la matriz **B** como:

$$\mathbf{B} = \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} \end{pmatrix} \mathbf{N} \quad (5.11)$$

donde  $\mathbf{B}$  es una matriz que relaciona la deformación con el desplazamiento nodal y que contiene la derivada de los desplazamientos nodales.

Por lo anterior, el elemento nodal se considera como una diferencia finita en donde a cada elemento se le pueden asociar de tres a mas nodos, tomando en cuenta que entre mayor sea la cantidad de nodos, la solución numérica tiene mayor exactitud pero también mayor trabajo de cálculo. Para el caso más simple de tres nodos por elemento, la matriz  $\mathbf{N}$  tiene la forma:

$$\mathbf{N} = \begin{pmatrix} N_1 & 0 & N_2 & 0 & N_3 & 0 \\ 0 & N_1 & 0 & N_2 & 0 & N_3 \end{pmatrix} \quad (5.12)$$

Siendo la matriz  $\mathbf{B}$  de la forma:

$$\bar{\mathbf{B}} = \frac{1}{2\Delta} \begin{pmatrix} \beta_1 & 0 & \beta_2 & 0 & \beta_3 & 0 \\ 0 & \gamma_1 & 0 & \gamma_2 & 0 & \gamma_3 \\ \gamma_1 & \beta_1 & \gamma_2 & \beta_2 & \gamma_3 & \beta_3 \end{pmatrix} \quad (6.13)$$

Mientras que en su forma general las matrices anteriores se expresan como:

$$\mathbf{N} = \begin{pmatrix} N_1 & 0 & \dots & N_n & 0 \\ 0 & N_1 & \dots & 0 & N_n \end{pmatrix} \quad (5.44)$$

y;

$$\mathbf{B} = \begin{pmatrix} \frac{\partial N_1}{\partial x} & 0 & \dots & \frac{\partial N_n}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial N_1}{\partial y} & \dots & 0 & \frac{\partial N_n}{\partial y} \\ \frac{\partial N_1}{\partial y} & \frac{\partial N_1}{\partial x} & \dots & \frac{\partial N_n}{\partial y} & \frac{\partial N_n}{\partial x} \end{pmatrix} \quad (5.55)$$

respectivamente.

Gracias al uso de las computadoras, en los cálculos para definir por elemento finito las ecuaciones pertinentes, se puede llegar hasta 8 nodos por elemento, siendo las ecuaciones utilizadas de la forma:

$$\begin{aligned} u &= a_1 + a_2 x + a_3 y + a_4 xy + a_5 x^2 + a_6 y^2 + a_7 x^2 y + a_8 xy^2 \\ v &= b_1 + b_2 x + b_3 y + b_4 xy + b_5 x^2 + b_6 y^2 + b_7 x^2 y + b_8 xy^2 \end{aligned} \quad (5.16)$$

donde:

$$\begin{aligned} \epsilon_x &= a_2 + 2a_4 x + a_5 y + 2a_7 xy + a_8 y^2 \\ \epsilon_y &= b_3 + b_5 x + 2b_6 y + b_7 x^2 + 2b_8 xy \\ \gamma_{xy} &= a_3 + a_5 x + 2a_6 y + a_7 x^2 + 2a_8 xy + b_2 + 2b_4 x + b_5 y + 2b_7 xy + b_8 y^2 \end{aligned} \quad (5.17)$$

de tal manera que:

- $\epsilon_x$  es lineal en x, y cuadrático en y.
- $\epsilon_y$  es lineal en y, y cuadrático en x;
- $\gamma_{xy}$  es cuadrático en x y en y.

Mientras que la matriz de rigidez tiene la forma:

$$\mathbf{E} = \begin{pmatrix} E_{xx} & E_{xy} & E_{xz} \\ E_{yx} & E_{yy} & E_{yz} \\ E_{zx} & E_{yz} & E_{zz} \end{pmatrix} \quad (5.18)$$

La cual es un elemento que se desarrolla de manera exhaustiva, para cada elemento del material, y en cada punto de este mismo, lo cual arroja una ardua labor de cálculo, que el auxilio de la computadora lo minimiza.

Actualmente en el mercado tecnológico, existe una gran variedad de paquetes de cómputo dedicados a la solución de los problemas de elemento finito, lo cual simplifica el trabajo de posicionar los nodos y los elementos diferenciales, entre los que destacan: FÉMUR, NISA, ANSYS, COSMOS, COSMOS WORK, entre otros.

Para el análisis del caso de estudio presentado, se utilizó el programa "COSMOS – GEO STAR versión 2.0", que es el programa existente en los Laboratorios de Ingeniería Mecánica para el análisis del elemento finito. Este programa, proporciona como resultado el estado de esfuerzo de un material sometido a cargas, y restringido en uno o varios puntos.

Se consideró, como ya se mencionó en el capítulo anterior, que el material para la plataforma, sería una estructura del tipo sándwich, donde se establece que

la placa superior e inferior del compuesto son de fibra de vidrio embebidas en una matriz de resina poliéster, por ser la más económica de las resinas; mientras que el material que funge como núcleo se encuentra formado por honeycomb de papel kraft de sección hexagonal. Por tratarse de un compuesto es claro que no se trata de un material isotrópico, ya que las propiedades de este, cambian en diferentes direcciones.

Como primer paso, se especificaron en el programa de COSMOS, dos elementos de grupo, el material de la fibra de vidrio embebida en resina poliéster y el del honeycomb de papel Kraft. Aunque la fibra de vidrio está compuesta de dos materiales diferentes, en este caso se considero como un solo material sólido con propiedades mecánicas en diversas direcciones.

Al material asociado a cada elemento de grupo, se le consideró como un material sólido de 8 nodos por elemento, especificándolo como un material sólido de tres dimensiones, ya que según el manual del usuario del paquete de cómputo, (ref.2) se dice que “para materiales isotrópicos, anisotrópicos y ortotrópicos”, los resultados son más confiables cuando se establece esta característica.

Una vez definidos los elementos de grupo, se establecieron las propiedades de cada material. El programa de COSMOS, requiere que sean especificadas las siguientes propiedades isotrópicas, para el estado de esfuerzos: Módulo de elasticidad, Densidad del material y Relación de Poisson.

Además, como caso particular para el caso de nuestro material, dado que se trata de un material anisotrópico, el programa de COSMOS requiere para su simulación las siguientes propiedades:

- Módulo de elasticidad “Ex” (Pa)
- Módulo de elasticidad “Ey” (Pa)
- Módulo de elasticidad “Ez” (Pa)
- Densidad promedio “DENS” (Kg/m<sup>3</sup>)
- Módulo cortante en el plano X-Y “GXY” (Pa)
- Módulo cortante en el plano X-Z “GXZ” (Pa)
- Módulo cortante en el plano Y-Z “GYZ” (Pa)
- Relación de Poisson en X-Y “NUXY”
- Relación de Poisson en X-Z “NUXZ”
- Relación de Poisson en Y-Z “NUYZ”

donde los datos de estas propiedades se obtuvieron de manuales de materiales compuestos, cuyos valores se denotaron como:

<i>Material</i>	<i>Propiedad</i>	<i>Valor</i>
1	EX	5.600000e+008
1	EY	5.600000e+008
1	EZ	5.600000e+008
1	NUXY	1.414000e-001
1	NUYZ	1.414000e-001
1	NUXZ	1.414000e-001
1	GXY	2.100000e+008
1	GYZ	2.100000e+008
1	GXZ	2.100000e+008
1	DENS	1.830000e+003

A 2	EX	3.209000e+009
A 2	EY	3.209000e+009
A 2	EZ	7.278000e+009
A 2	NUXY	1.500000e-001
A 2	NUYZ	1.500000e-001
A 2	NUXZ	1.500000e-001
A 2	GXY	1.887000e+009
A 2	GYZ	4.280000e+009
A 2	GXZ	4.280000e+009
A 2	DENS	3.000000e+001

Tabla 5.1 Valores de las propiedades direccionadas. La fibra de vidrio se encuentra especificada por el grupo "1", mientras que el A2 representa al honeycomb. Ref. (4)

Los dos recuadros anteriores, muestran las propiedades de los materiales que forman al compuesto, donde el recuadro con el material "1", especifica las propiedades de la fibra de vidrio en una matriz de resina poliéster, que es el material del cual estarán hechas las placas superiores e inferiores; el segundo recuadro especifica las propiedades del papel Kraft, con el que esta hecho el honeycomb.

Como es necesario especificar la geometría del material a simular, en la figura 5.3, se muestra la usada para la simulación del estado de esfuerzos. Esta geometría se basó en considerar un pequeño grupo de celdas que conforman a un honeycomb, pensando en que el resultado puede ser repetitivo, dado que es un elemento representativo del material en conjunto.



Fig. 5.3 Geometría representativa del caso de estudio, celdas hexagonales de honeycomb, con placas de fibra de vidrio embebidas en resina poliéster.

Una vez especificada la geometría, el siguiente paso a seguir fue el mallado, con la finalidad de dividir al material en pequeños elementos bien delimitados donde cada elemento tiene las propiedades del material en conjunto; para este pequeño grupo se observa la interacción de 8 nodos por elemento, como se puede apreciar en la figura 5.4.

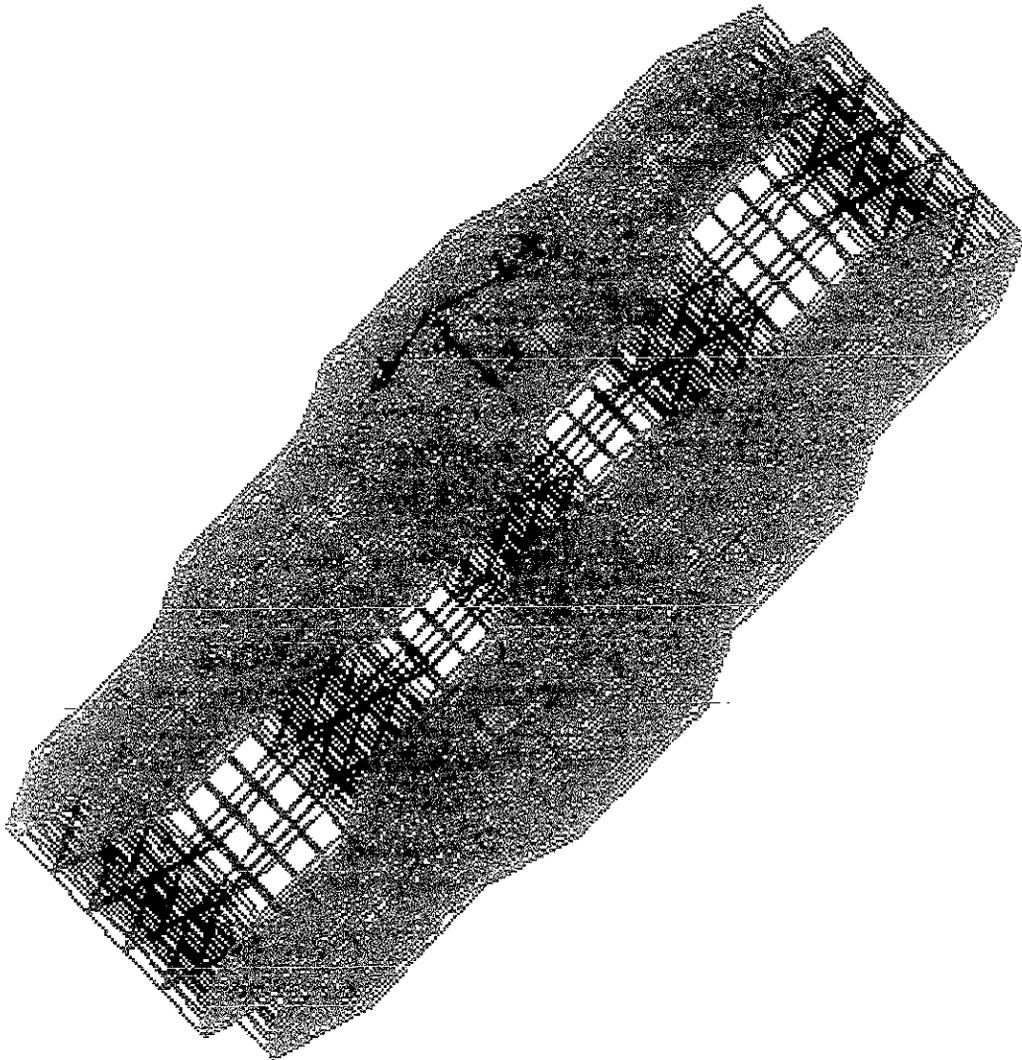


Fig. 5.4 Mallado del elemento estructural. Estructura en gris, consideración de las características límite del honeycomb, mientras el resto del material se mallo en color azul.

Una vez que se mallo el honeycomb, el siguiente paso fue el mallado de las caras constituyentes de fibra de vidrio, figura 5.5, también definidas con coloración grisácea.

Hasta ahora solamente se ha establecido la geometría con su mallado, pero es necesario definir sus condiciones de frontera, tales como puntos de apoyo y condiciones de cargas. Dado que el objetivo es determinar la simulación de una viga a flexión, entonces fue necesario definir las zonas en donde la viga descansa, o sea los puntos en los cuales el desplazamiento queda restringido, que en la figura 5.5 se establecen los puntos de apoyo de color verde.

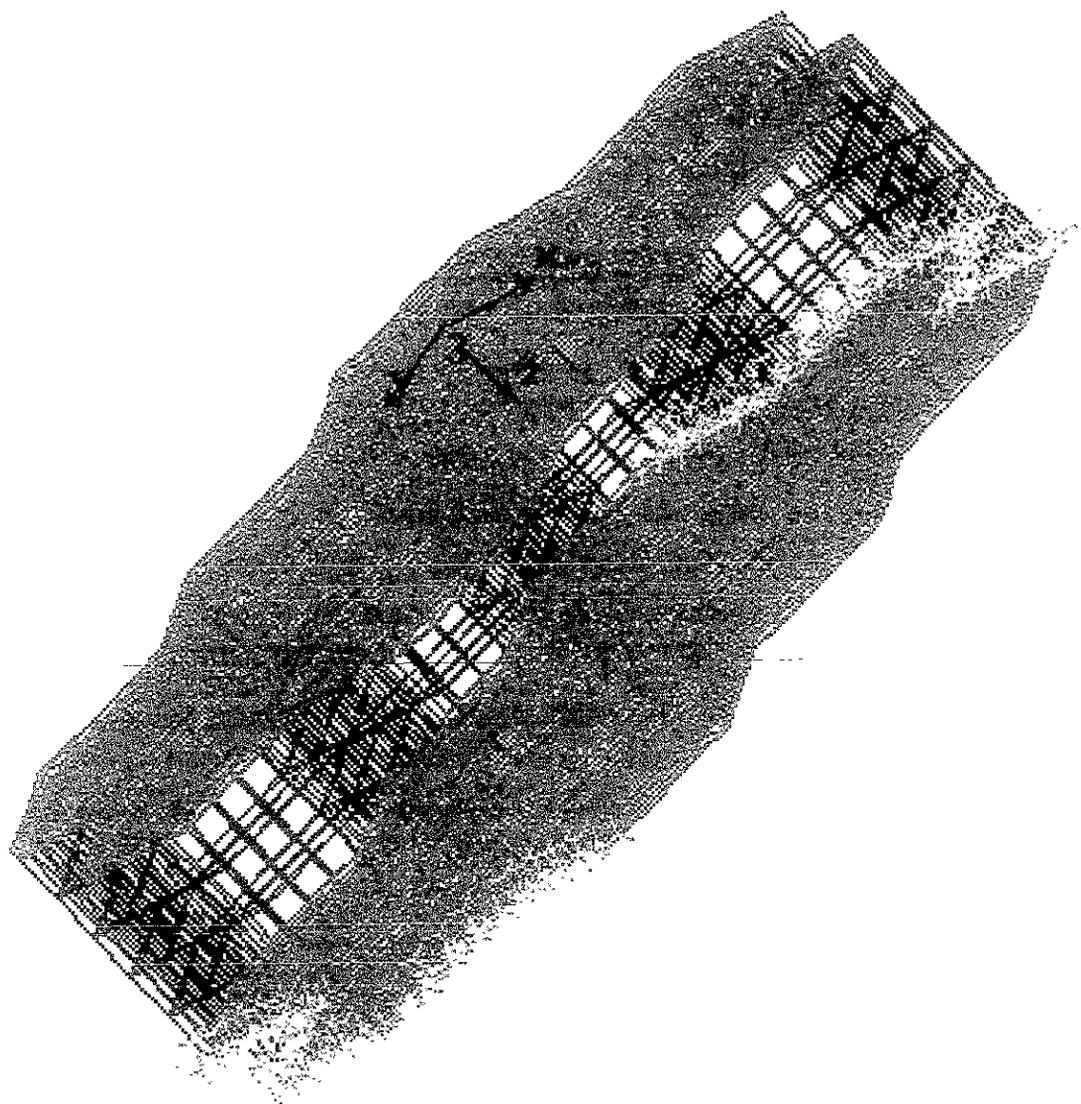


Fig. 5.5 Mallado de las caras compuestas por fibra de vidrio y resina. Las zonas restringidas del material se encuentran diferenciadas en color verde.

En la figura 5.6 se indican las condiciones de carga, las cuales reciben un esfuerzo compresivo de 4.36 kPa, para cualquier parte de la placa, siendo este esfuerzo conservativo; sin embargo, los estados de esfuerzos del material cambian según la geometría que los soporta, por lo que para ello se obtienen los datos arrojados por éste paquete de cómputo.

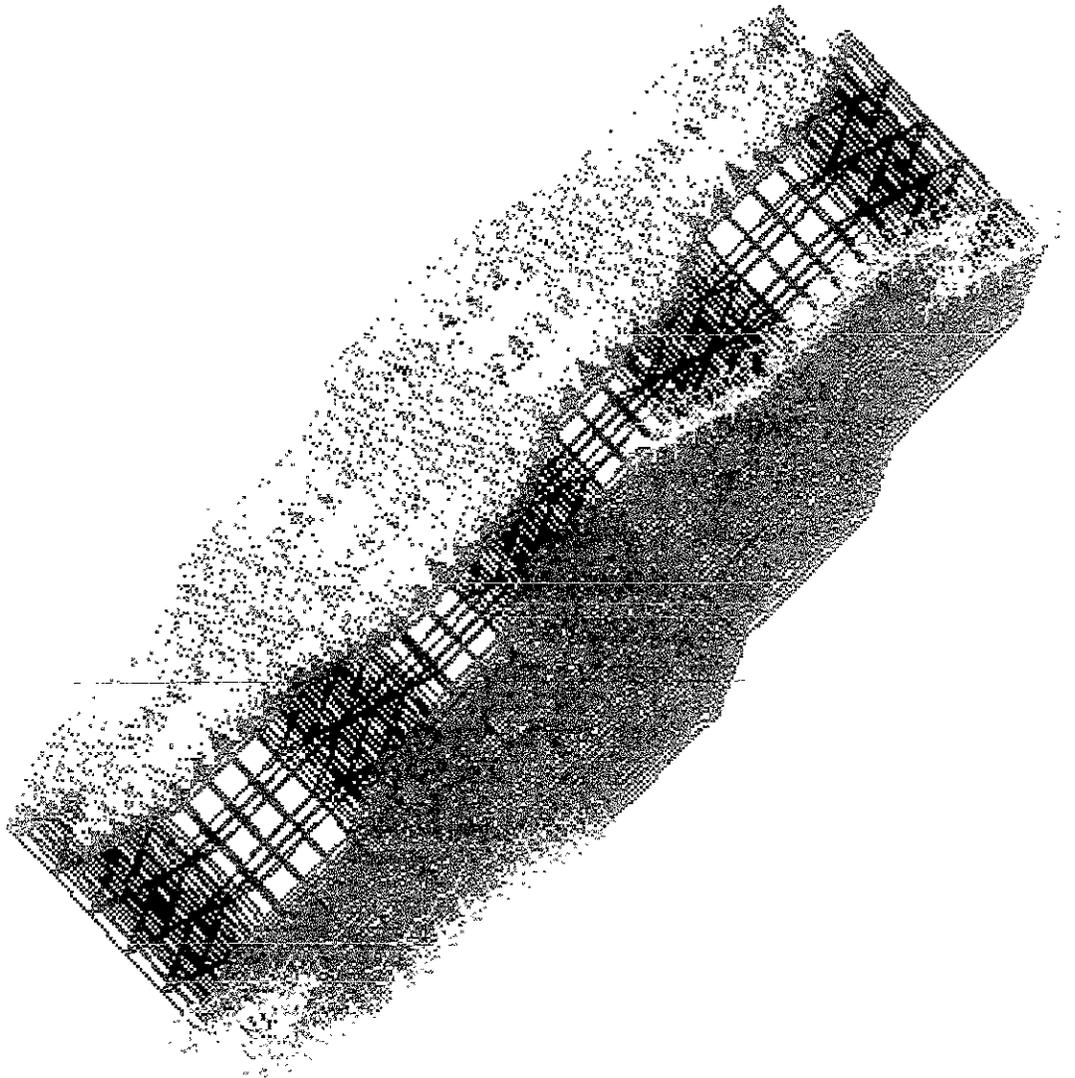


Fig. 5.6 Condiciones de Carga en la estructura tipo sándwich.

Una vez que se establece el elemento finito de la estructura, se verifican los datos y la denominada verificación de la corrida. El programa comienza a realizar los cálculos correspondientes a esfuerzos, deformaciones y desplazamientos, donde este proceso establece la matriz de rigidez y la matriz de deformaciones para cada elemento. Por último, los resultados de los estados de esfuerzos y de las deformaciones, fueron representados de manera gráfica según se muestran en las figuras 5.7, 5.8 y 5.9 respectivamente.

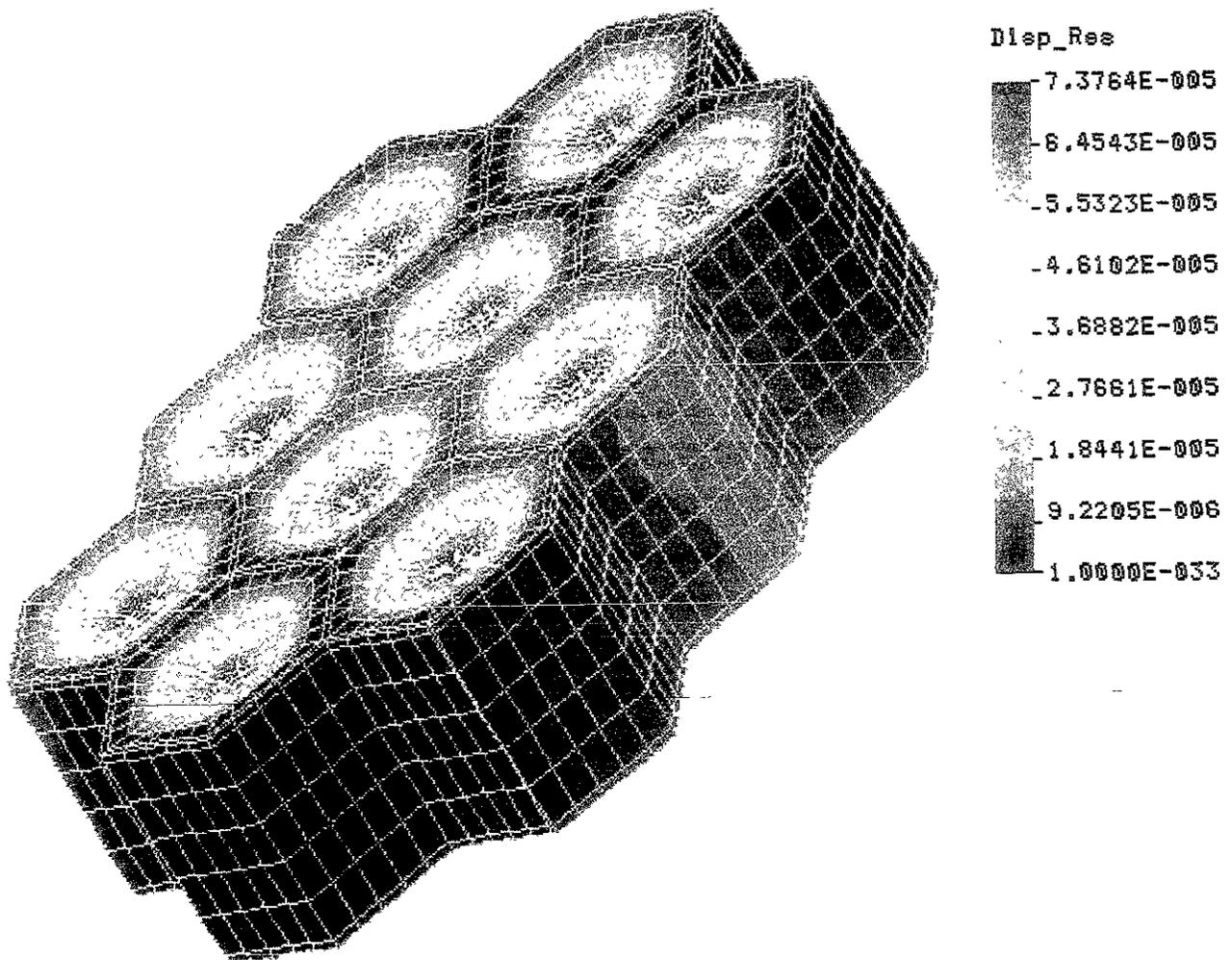


Fig. 5.7 Desplazamiento de los elementos nodales con caras de fibra de vidrio embebidas en matriz poliéster (unidades m).

Se puede observar en la figura 5.7 que el desplazamiento máximo de cada celda se encuentra al centro, tal como era de esperarse ya que se considera una zona hueca en esos puntos. Sin embargo, las paredes del compuestos, son las de nuestro interés, y podemos observar que la máxima coloración presente es de azul medio, la cual nos indica aproximadamente un desplazamiento mínimo de  $1.844 \times 10^{-5}$  m, cantidad por debajo de los 2 mm considerados en los cálculos teóricos.

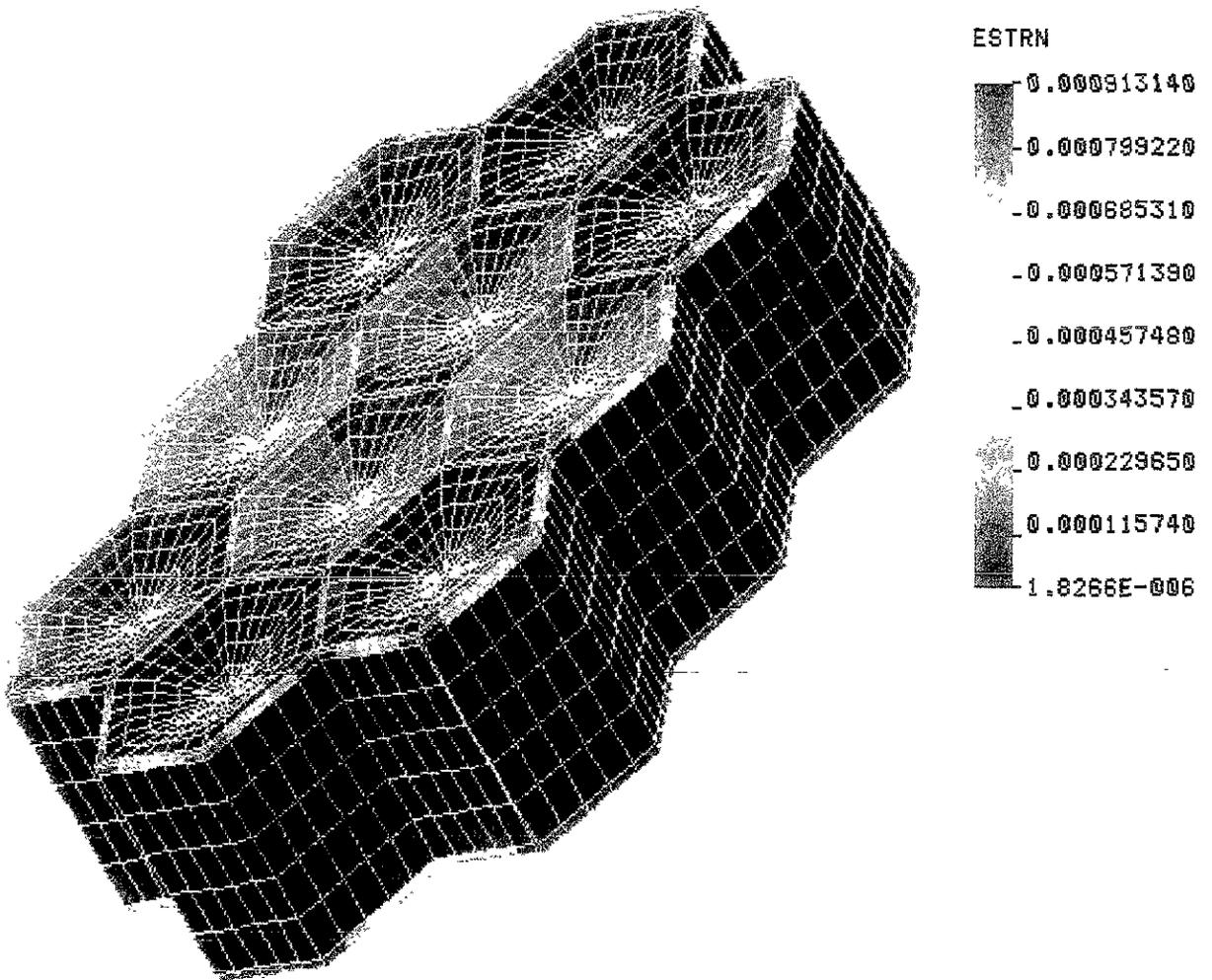


Fig 5.8 Deformaciones de los elementos nodales (mm/mm)

Las deformaciones mostradas en la figura 5.8 nos indican que para la carga establecida, el material no se deformará de manera crítica, pues los centros se observan con una coloración aceptable; es decir tienen un valor de 0.00023.

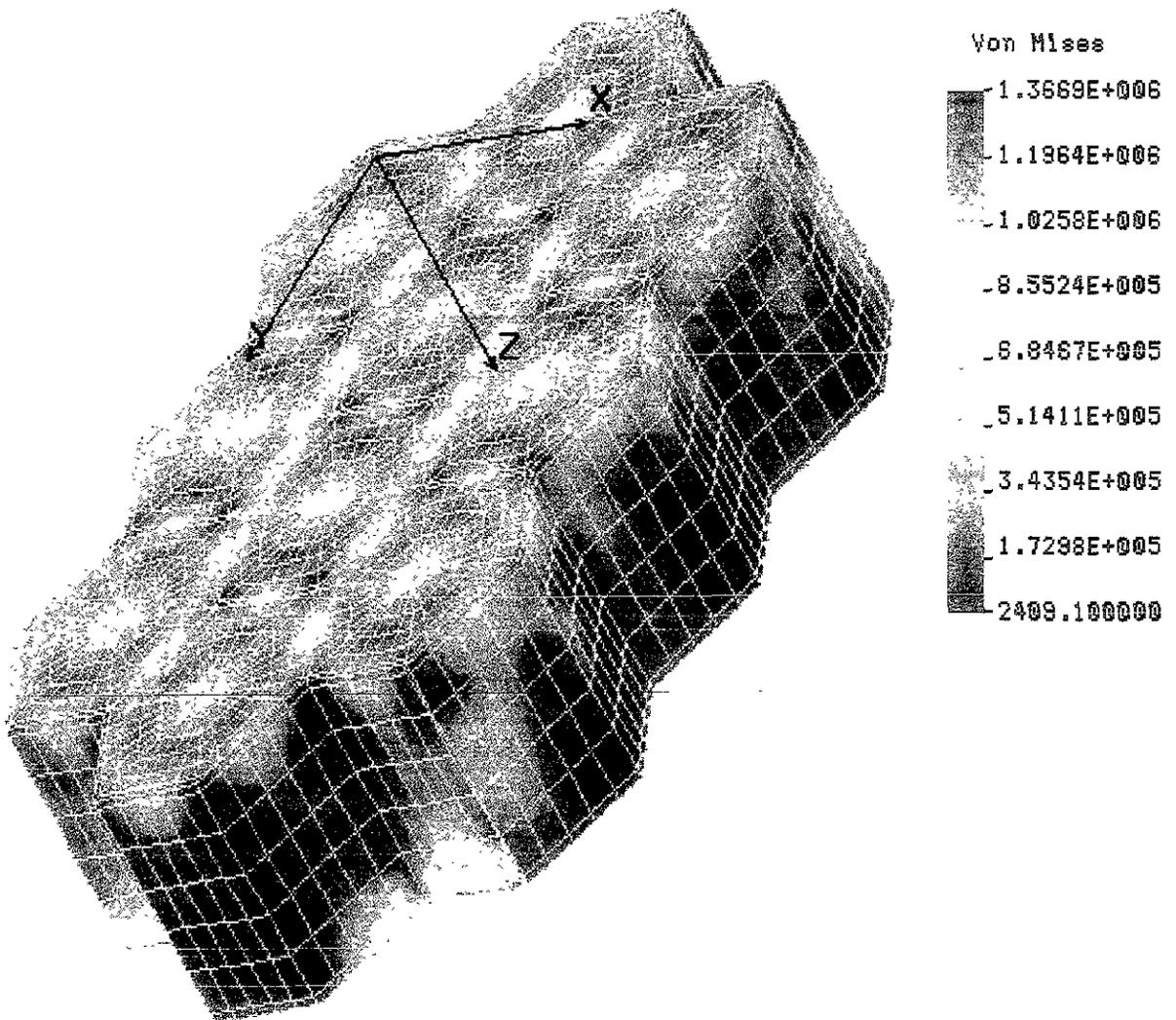


Fig 5.9 Estado de esfuerzos de la estructura propuesta, por criterio de Von Mises (unidades Pa)

En la figura 5.9 podemos ver que el color verde define el máximo estado de esfuerzos de 0.85524MPa, de acuerdo al criterio de Von Mises aplicado a este material, y que de acuerdo al esfuerzo máximo calculado de 1.278 MPa, se observa que cumple con las características de resistencia deseada.

La simulación por elemento finito también fue obtenida para el compuesto hecho con caras de madera, cuyos resultados se muestran en las figuras 5.10, 5.11 y 5.12, donde se observan los desplazamientos de los elementos nodales, las deformaciones y el estado de esfuerzos respectivamente.

Las modificaciones que se realizaron a la base de datos para la simulación del compuesto con caras de madera fueron las siguientes:

Densidad =  $870 \text{ kg/m}^3$

"EX" = 13.4 GPa

"EY" = 13.4 GPa

"EZ" = 13.4 GPa

"NUXY" = 0.152

"NUXZ" = 0.152

"NUXY" = 0.152

"GXY" = 5.025 GPa

"GXZ" = 5.025 GPa

"GYZ" = 5.025 GPa

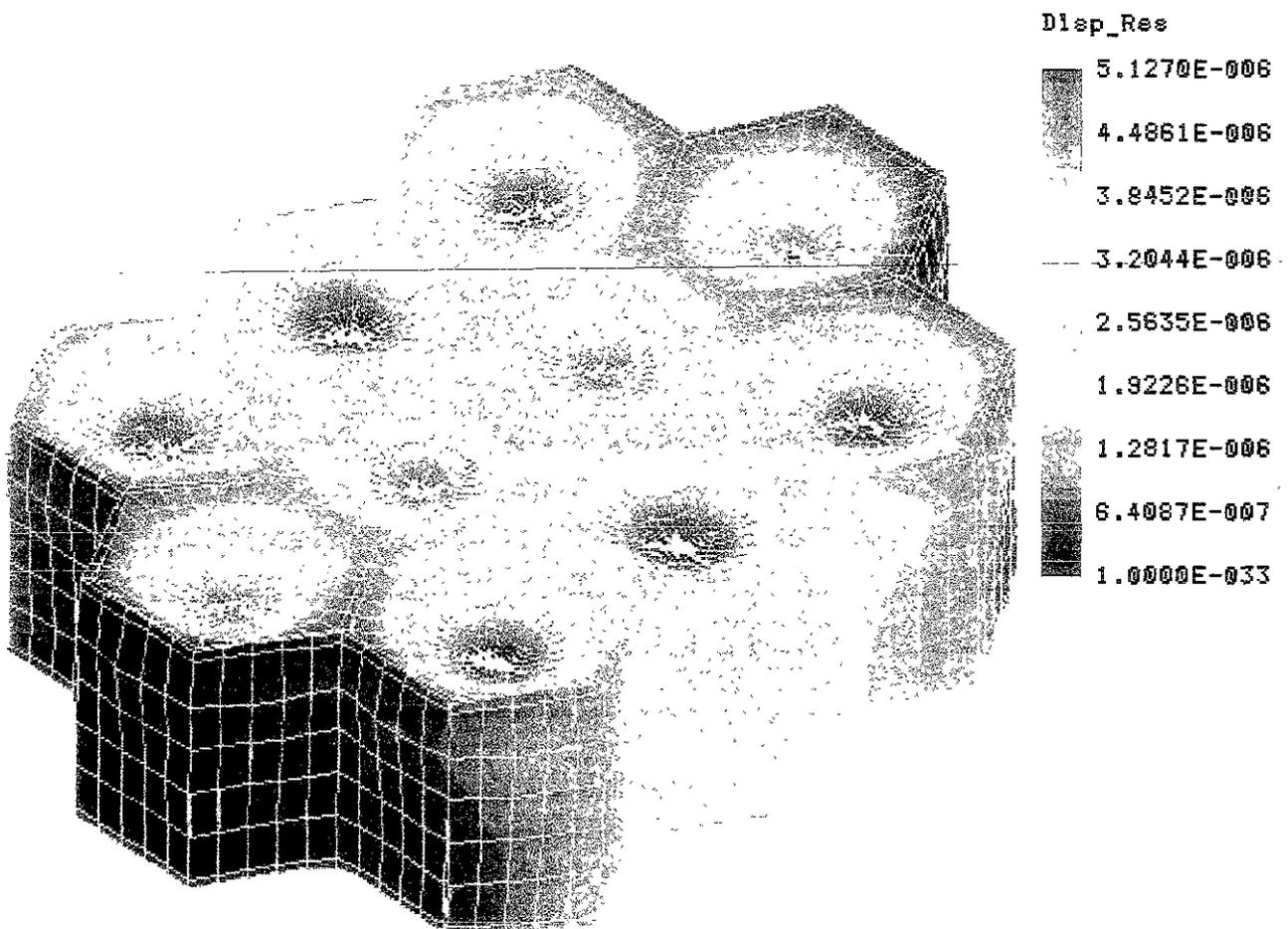


Fig. 5.10 Simulación de los desplazamientos para el compuesto de caras de madera con honeycomb de papel Kraft (unidades m).

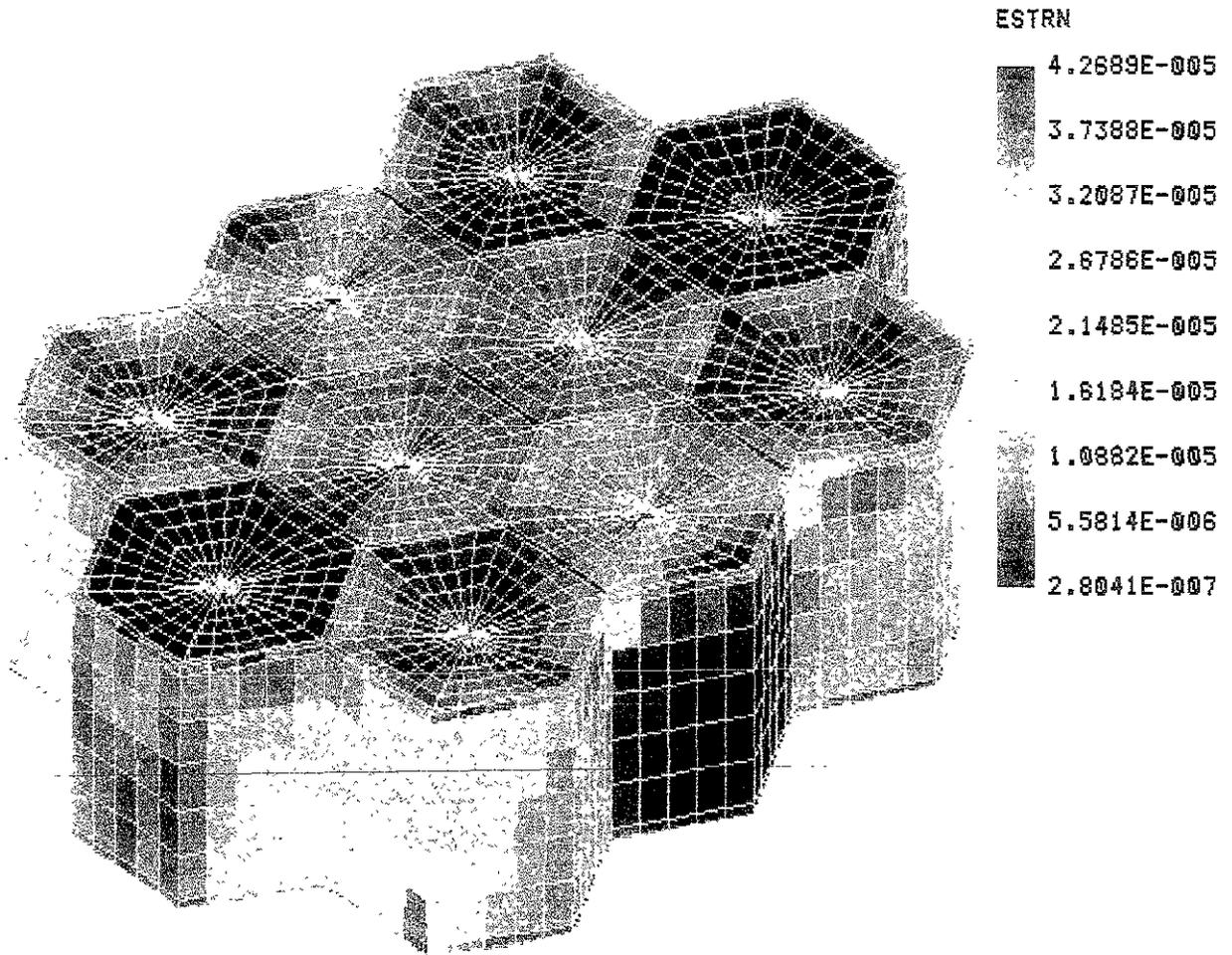


Fig. 5.11 Simulación de las deformaciones del compuesto con caras de madera (mm/mm).

Podemos ver que tanto los desplazamientos como las deformaciones en el compuesto con caras de madera son menores que las de fibra de vidrio, lo que nos hace pensar que el material de caras de madera tendrá un estado de esfuerzos menor que en el compuesto con caras de fibra de vidrio, tal como se vera en la siguiente figura.

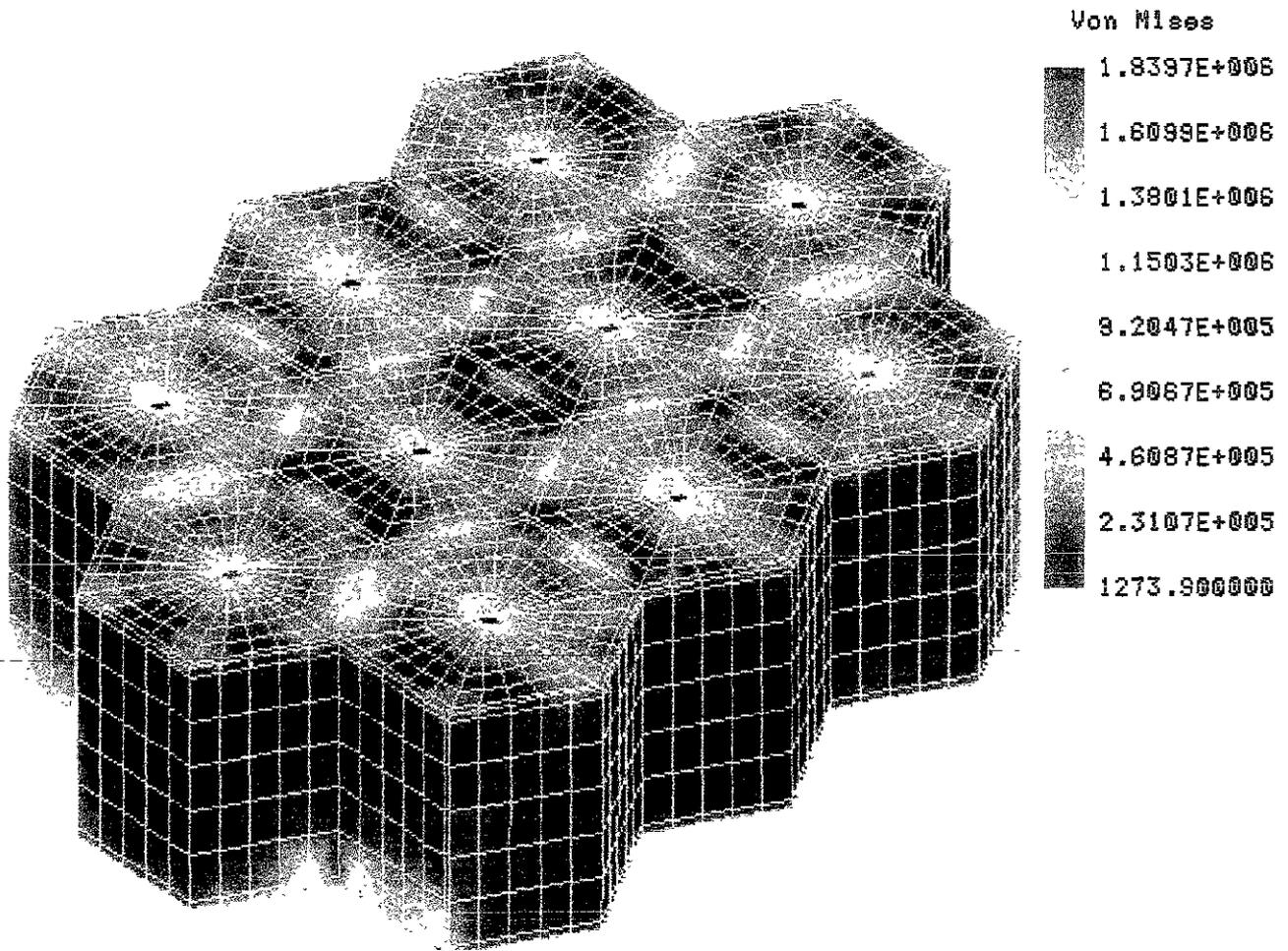


Fig. 5.12 Simulación del comportamiento mecánico de un material estructural de placa de madera y núcleo de honey comb de papel kraft. Máximo esfuerzo dado por la simulación para cargas a flexión es de 1.15 MPa al centro y  $2.31 \times 10^5$  MPa en las paredes.

Como se puede observar, el estado de esfuerzos que se presenta con el compuesto de caras de madera es inferior (0.69MPa) al de caras con fibra de vidrio, tal como se muestra en la simulación, lo que nos indica que las caras con fibra de vidrio resistirán menos que el sándwich con caras de madera. Que de acuerdo a los datos proporcionados por la literatura, se mostró lo contrario.

## 5.2 APLICANDO PRUEBAS MECÁNICAS

Con la certeza de que los resultados arrojados por la simulación eran satisfactorios para nuestro caso de estudio, tanto para el sándwich con caras de fibra de vidrio embebidas en resina poliéster, como el sándwich con caras de madera, se procedió a la realización de pruebas mecánicas sobre los materiales propuestos, con el fin de verificar que los datos obtenidos eran confiables ya que, durante la simulación, los estados de esfuerzos de ambos materiales presentaron resultados inversos comparados a la literatura.

Se buscaron en el mercado los materiales a emplear y se encontró que la fibra de vidrio que se podría embeber en resina poliéster, tenía las presentaciones de petatillo (bidireccional en forma gruesa), colchoneta (con distribución aleatoria) y como tela marina (bidireccional en forma delgada), siendo esta última la de mayor resistencia. Posteriormente se encontró que el honeycomb de papel con mejores características mecánicas que existía en el mercado y que cubría nuestras necesidades era uno de espesor de 1 pulg. (2.54cm) con un ancho de celda nominal (core) de ½ pulg. (1.25cm). Se escogió la tela marina por tener las mejores características mecánicas, aunque éstas presentaban un espesor menor a la de la fibra con distribución aleatoria, por lo que se igualó este considerando 3 capas de tela marina, sabiendo que esto, además, también aumentaba la resistencia mecánica dado que aumentaba la cantidad de elemento reforzante.

Posteriormente, se procedió a la fabricación de las muestras de 30cm de largo por 10 cm de ancho y 2.74 cm de alto, medidas consideradas de acuerdo al tamaño de un pie humano, las cuales, posteriormente se ajustaron de acuerdo a la norma internacional ASTM C393-62. Primero, se construyeron las caras del sándwich considerando 300gr/m<sup>2</sup> de resina poliéster MR250, código según el proveedor Poliformas Plásticas, S.A. de C.V. y 15 gr de tela marina para cada cara; que de acuerdo a la regla de las mezclas se obtienen fracciones volumétricas de 68.8% y 31.2% respectivamente, se utilizó la báscula mostrada en la figura 5.13 para la medición del peso de la resina durante su preparación, así como también se midió el peso de la tela marina. Una vez construido el sándwich, se midió el peso total de la muestra. En la misma figura 5.13 se observa una de las caras de tela marina ya embebida en resina poliéster, colocada sobre la charola de la báscula.

En la figura 5.14 se observa el material utilizado para la construcción de las caras de fibra de vidrio embebidas en resina poliéster. Durante la fabricación de las caras de fibra de vidrio embebidas en resina poliéster, se colocó capa por capa de tela marina por tanto de resina, ya pesada de acuerdo al porcentaje volumétrico antes mencionado. El rodillo se hacía pasar después de la impregnación de resina en cada capa de tela marina para asegurar que se esparciese adecuadamente. Luego, se colocaron las muestras entre vidrios y maylar (material plástico que evita la adhesión de la resina con la superficie), para asegurar el paralelismo de las caras construidas. Posteriormente se colocaron cargas sobre las muestras y los vidrios, para ayudar tener una superficie homogénea.

El tiempo de curado fue de 24 hrs, tiempo tomado aleatoriamente debido a la comodidad que se presentó para su construcción, ya que hubieran sido suficiente 4 hrs. como lo marca el proveedor en sus especificaciones.



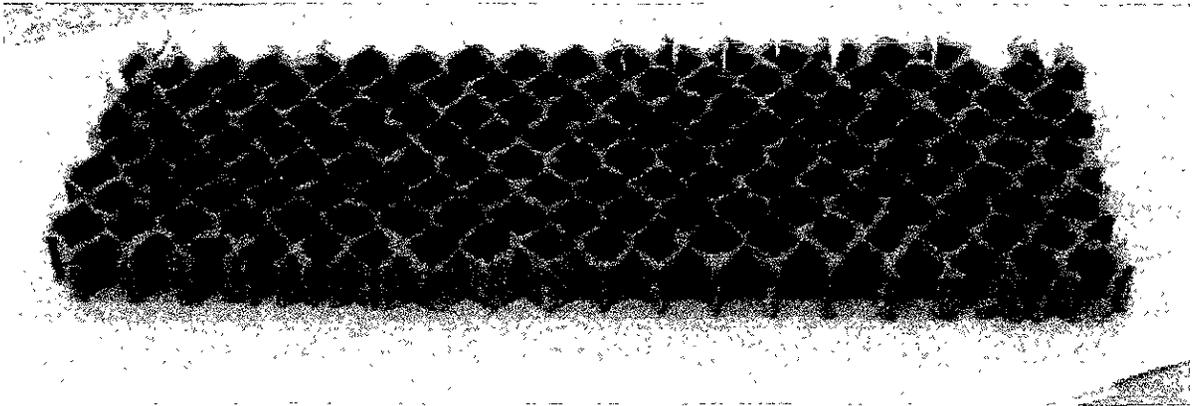
Fig 5.13 Báscula utilizada para la determinación del peso de las muestras, marca Hartner. (En la charola se observa una cara de fibra de vidrio embebida en resina poliéster ya curada)

Una vez fabricadas las caras, se procedió a pegarlas al honeycomb de papel Kraft con pegamento epóxico. El pegamento epóxico es uno de los pegamentos con mayor resistencia mecánica y mayor adhesión entre los componentes del sándwich de acuerdo a la literatura, se considera el pegamento que tiene mejor transmisión de cargas durante una deformación, ref. (4). En la figura 5.15a se observa el honeycomb de papel Kraft antes de pegarlo, con un peso promedio de 26 gr., mientras que en la figura 5.15b se ve la cara del sándwich de fibra de vidrio embebida en resina poliéster pegada al honeycomb. La muestra terminada tuvo un peso de 94 gr en promedio.

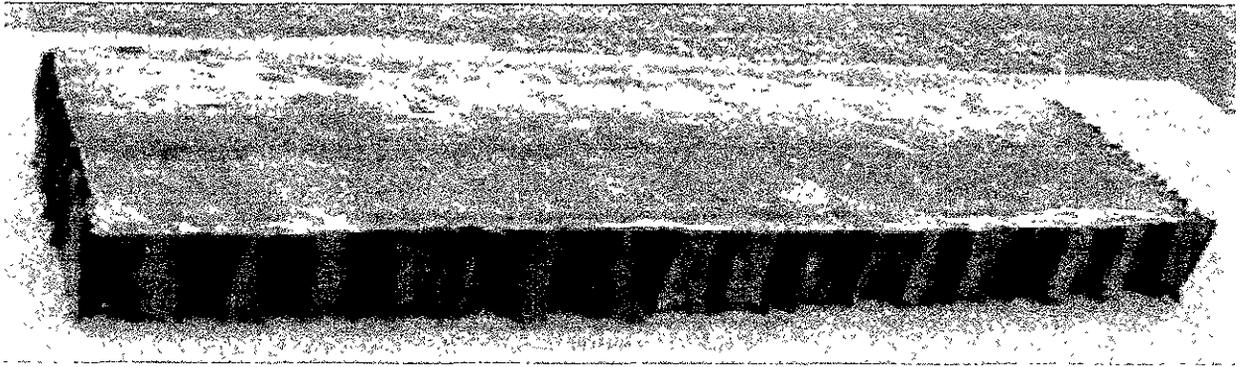
Se fabricaron las muestras en series de cinco para asegurar la veracidad de los datos que posteriormente se obtendrían durante la realización de las pruebas mecánicas, tal como lo marca la norma ASTM C393-62.



Fig 5.14 Material utilizado para la fabricación de las caras de fibra de vidrio embebidas en resina poliéster.



5.15a



5.15b

Fig 5.15 a) Honeycomb de papel Kraft de 2.54cm de alto con tamaño de celda de 1.25cm. b) Muestra terminada tipo sándwich de 30 cmx10cmx2.54cm nominal, con caras de tela marina.

Una vez fabricadas las muestras se probaron en una máquina universal para ensayos mecánicos marca Instron modelo 4206 con capacidad máxima de 15 ton, donde se midió la resistencia a la flexión en cuatro puntos, de acuerdo a la ref. 6, tal como lo muestra la figura 5.16. La velocidad de aplicación de la carga fue de 0.6 mm/min de acuerdo a la norma ASTM C393-62, con una duración promedio de 4 minutos por muestra.

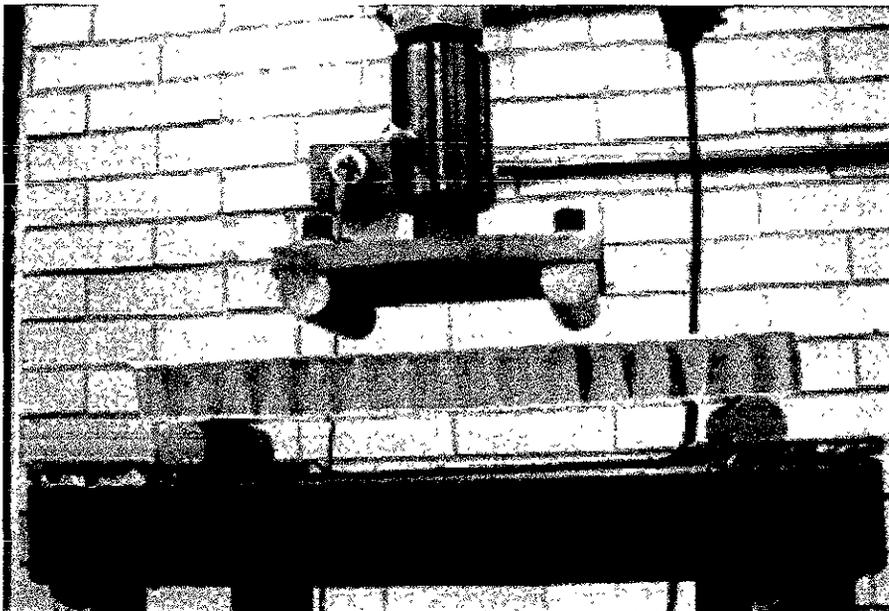


Fig 5.16 Medición de la resistencia a la flexión en cuatro puntos aplicada al sándwich con caras de fibra de vidrio embebidas en resina poliéster. ASTM C393-62.

Los resultados obtenidos de esta prueba se muestran en el diagrama esfuerzo-deformación de la figura 5.17. En la figura se aprecia el comportamiento de las muestras ensayadas, observándose que la resistencia promedio a la flexión es de 3.5MPa, con un módulo de Young promedio de 1.5GPa.

En la figura 5.17 también se observan las diferencias del comportamiento de cada una de las muestras estudiadas, la diversidad de ellas se debe al comportamiento anisotrópico. También puede observarse que, los resultados se encuentran muy por arriba de lo determinado por nuestros cálculos iniciales; además, se pudo constatar que el peso máximo de la plataforma de carga sería de 14Kg, que de acuerdo a nuestra análisis es el peso mínimo que se puede obtener.

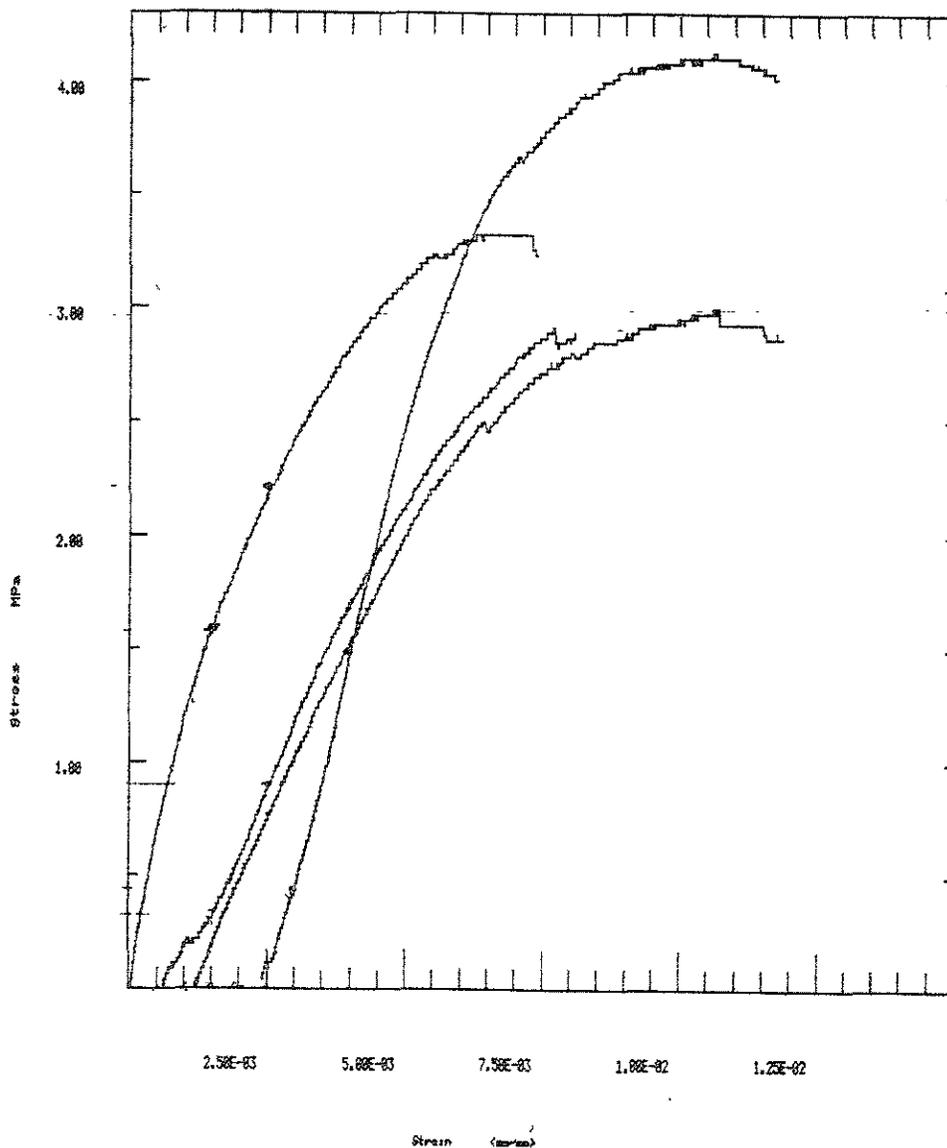


Fig 5.17 Resultados obtenidos de la resistencia a la flexión en cuatro puntos aplicada al sándwich tipo honeycomb con caras de fibra de vidrio embebidas en resina poliéster.

Para el análisis comparativo se obtuvieron muestras de honeycomb con caras de madera de 3mm de espesor, el cual es mayor que el de la fibra de vidrio embebida en resina poliéster debido a que era el espesor mínimo comercial que se podía obtener. Las muestras se pueden apreciar en la figura 5.18. En la figura 5.19 se muestra un acercamiento de las muestras para la apreciación del pegamento epóxico, mismo que se utilizó para unir las caras de fibra de vidrio embebidas en resina poliéster.

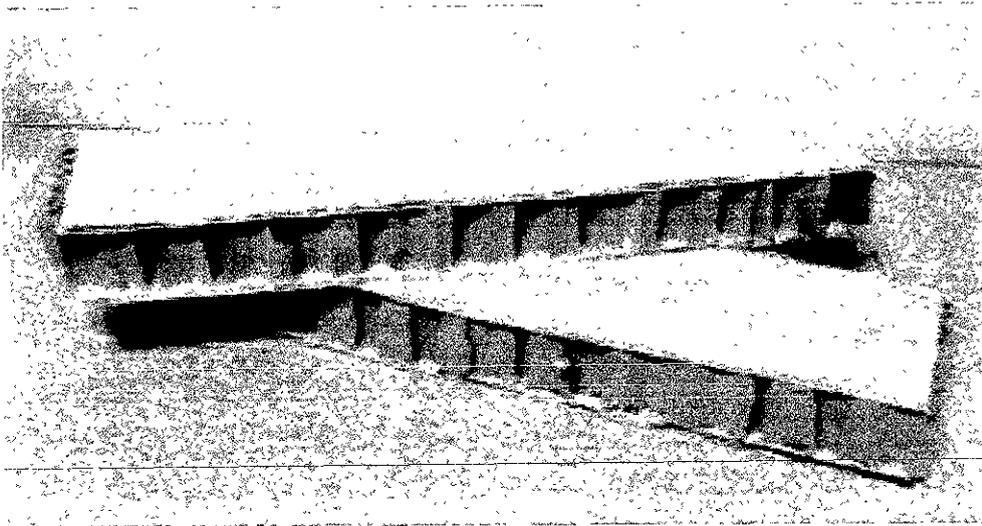


Fig 5.18 Muestras tipos sándwich fabricadas con caras de madera de triplay de 3 mm de espesor, las dimensiones generales son las mismas que para la de fibra de vidrio embebidas en resina poliéster.

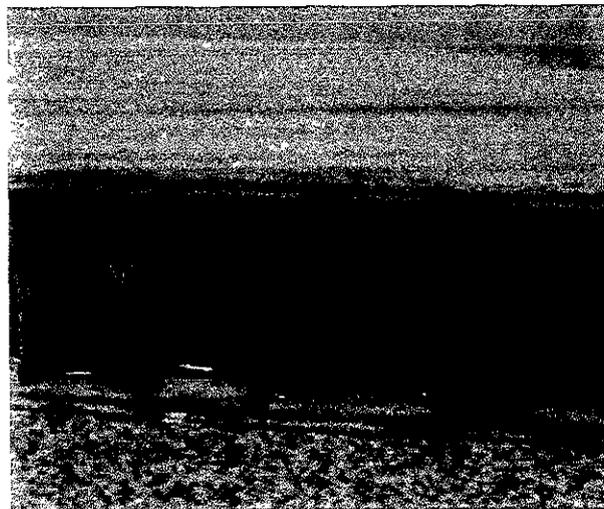


Fig 5.19 Acercamiento donde se observa el pegamento empleado tipo epoxi con secado de 30 minutos de acuerdo a los datos del proveedor.

Los resultados de la prueba de flexión realizada a estas muestras se presentan en la figura 5.20.

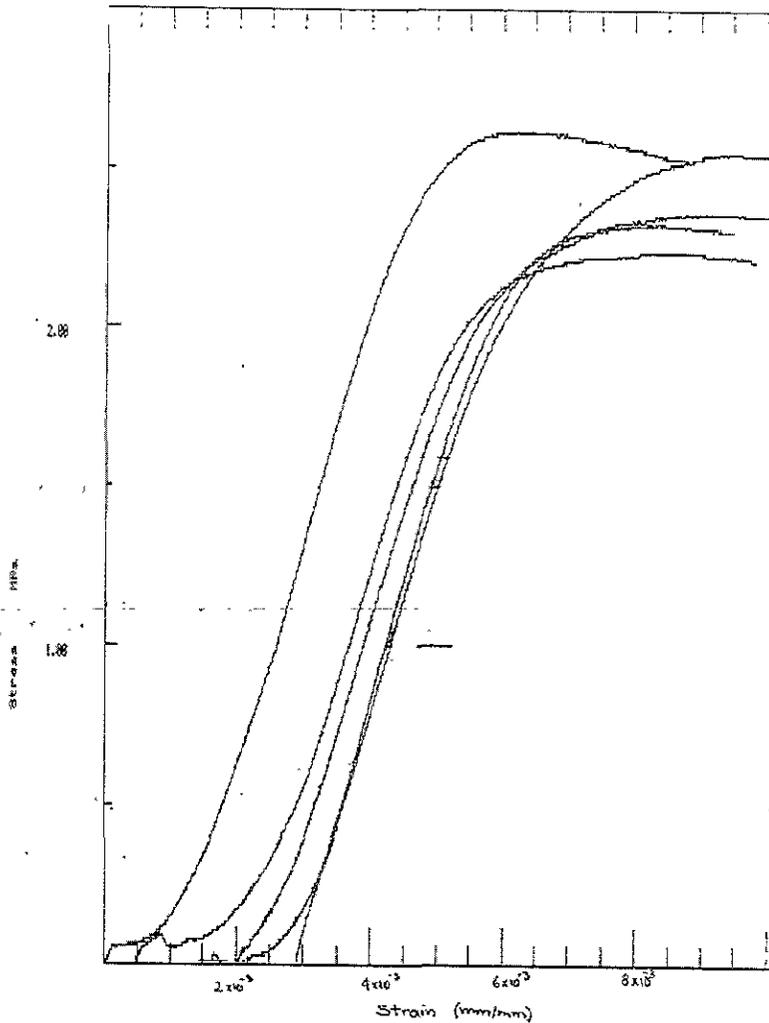


Fig 5.20 Diagrama esfuerzo-deformación del sándwich con caras de madera.

Como puede apreciarse en la figura 5.20, la resistencia del sándwich con caras de madera presenta una resistencia promedio de 717 MPa, con un módulo de Young de 2.4 MPa.

Al realizar la comparación entre ambos compuestos, se observa que el compuesto con caras de madera tiene una caída tanto en resistencia como en

módulo de Young, si se le compara con el sándwich de fibra de vidrio embebida en resina poliéster.

Dado que el costo de las muestras con caras de fibra de vidrio, del tipo tela marina, embebidas en resina poliéster era superior (\$4870.00) al de las muestras con caras de madera (\$895.00), se pensó en cambiar la orientación de las fibras al del tipo colchoneta que era más económica (\$978.00), asegurando una superioridad en las propiedades mecánicas de las muestras comparadas con las de caras de madera. Los resultados de las pruebas mecánicas obtenidas se muestran en la figura 5.21.

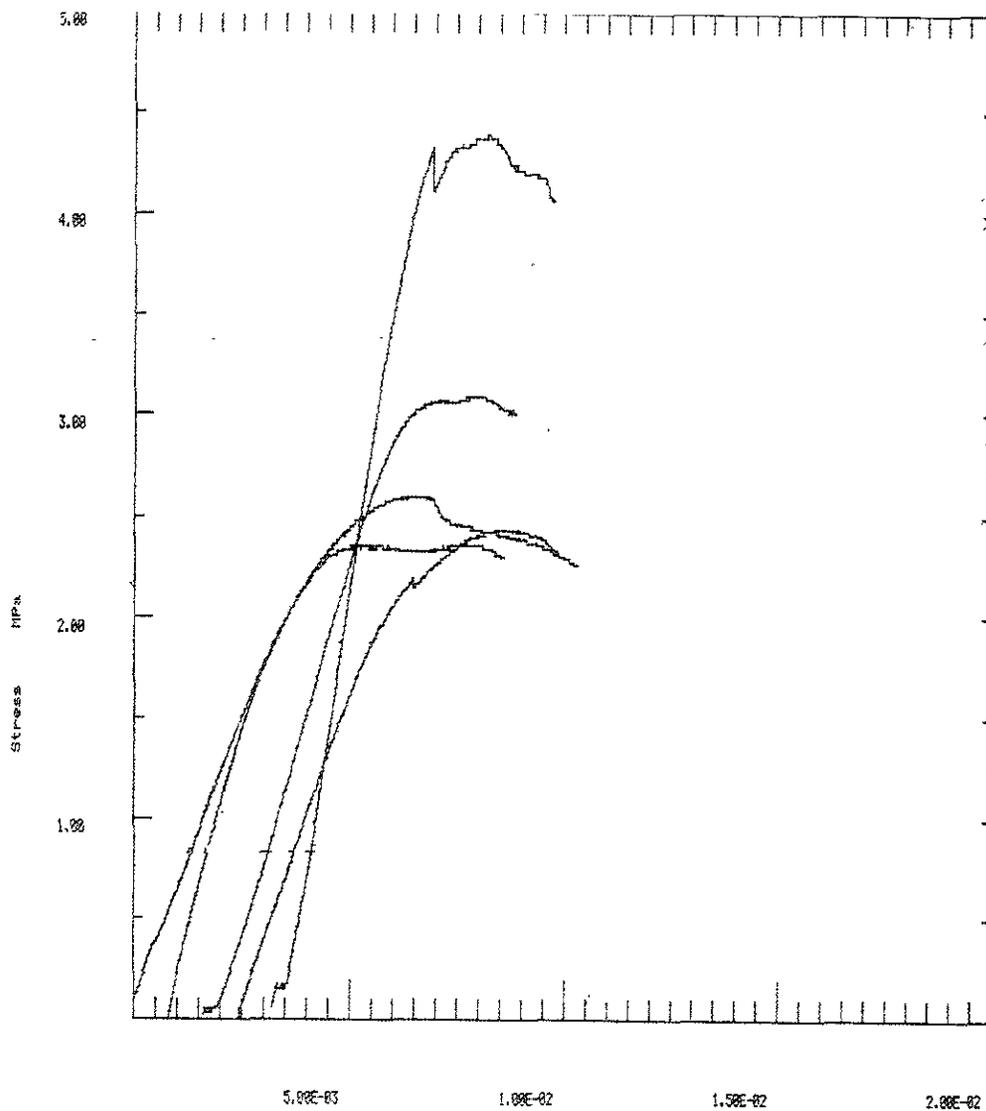


Fig 5.21 Diagrama esfuerzo-deformación del sándwich con caras de fibra de vidrio tipo colchoneta embebidas en resina poliéster.

En la figura 5.21 se observan resultados no homogéneos en los diagramas esfuerzo-deformación presentados. Esto debido a la presencia de la orientación aleatoria que tiene la fibra de vidrio tipo colchoneta. Sin embargo, se puede ver también que la resistencia máxima de este material a la flexión es de 2.5 MPa con un módulo de elasticidad de 0.749 GPa.

De acuerdo a los resultados obtenidos de los diagramas esfuerzo-deformación presentados, se observa que los tres materiales presentan resistencias a la flexión superiores a las calculadas; mientras que para muestras con caras de madera y caras de fibra de vidrio tipo colchoneta, el módulo de Young cae ligeramente (aprox. 18%) por debajo de lo calculado.

Por otro lado, al realizar una comparación entre las pruebas mecánicas realizadas y los resultados del análisis por elemento finito, vemos que para las condiciones de fibra de vidrio embebidas en resina poliéster, al igual que las condiciones de madera, presentan estado de esfuerzos muy por debajo de los dictados tanto por la literatura como por las pruebas realizadas, lo cual tiene buen acuerdo en todos los resultados obtenidos.

#### Referencias del capítulo

1. CHANDRUPATLA & BELEGUNDU: "Introducción al estudio del elemento finito en Ingeniería", 2ª. Ed., 1999, Prentice-Hall"
2. STRUCTURAL RESEARCH & ANALYSIS CORP: "COSMOS/M User Guide" 1998 L.A. California, USA.
3. <http://www.personal.dundee.ac.uk/~rimackie/CE3101/FEA/Lec8.htm>
4. LUBIN, G. "Handbook of composites", ed. LUBIN, 1982
5. "International encyclopedia of composites"
6. ASTM C393-62, "Standard Test Method for flexural properties of flat sandwich constructions" , reprobada en 1988
7. ASTM D828-87, "Standard Test Method for tensile breaking strength of paper and paperboard" , 1987

## CAPITULO 6

### RESULTADOS Y CONCLUSIONES

#### 6.1 DISCUSION DE RESULTADOS

En base al caso de estudio presentado, se obtuvieron los índices de funcionalidad que nos ayudaron a establecer una lista de materiales candidatos a seleccionar, partiendo de su aplicación en las gráficas paramétricas empleadas por Ashby. La determinación de los índices se fundamenta en la carga máxima a soportar de acuerdo al área crítica del problema.

Con los índices de funcionalidad encontrados, se utilizaron las gráficas paramétricas de resistencia estática vs, densidad y módulo de Young vs, densidad, incluyendo posteriormente al costo, por ser de los parámetros importantes a tomar en cuenta. Al utilizar la gráfica de módulo de Young vs. densidad, se encontró que cualquier material cumplía con este requerimiento, pero no así con el requerimiento del peso determinado por los diseñadores, e incluso, cuando se determinó el índice de funcionalidad en base a los dos requerimientos principales, el resultado arrojado fue la utilización de la madera de pino que en la actualidad se emplea, dándonos 20Kg de peso por arriba del requerido. Además, a pesar de que se podría utilizar madera balsa, la cual estaba dentro de los requerimientos, su costo era superior al permitido por la aplicación, por ser un material de importación.

Dado el resultado anterior, se procedió a diseñar un material compuesto del tipo laminar y estructural que cumpliera con el requerimiento de peso, por lo que se utilizaron nuevamente las gráficas paramétricas para determinar el tipo de material a utilizar en las caras, no así en el honeycomb, ya que el núcleo podía ser de un material económico y disponible.

Se consideró que cualquier material de espesor muy delgado podría estar por debajo de los requerimientos establecidos por lo que al utilizar las gráficas paramétricas se tomó en cuenta el material más pesado que actualmente se usa (láminas de acero) como punto de referencia para la aplicación de los índices de funcionalidad, restringiendo también a las gráficas con el módulo de Young y la resistencia establecidas por el análisis de cargas.

El índice de funcionalidad, cuando se diseñó en condiciones de rigidez, nos arrojó una línea guía con pendiente tres, como se demostró durante el presente trabajo, que es propia para placas a flexión de acuerdo a referencias bibliográficas; además, considera la menor cantidad de materiales, lo que no sucedería si la familia de líneas guía fuese de pendiente unitaria.

La línea guía determinada fue recorriéndose a la izquierda hasta hacerla coincidir con la familia de aceros que se utiliza actualmente, con ella se obtuvo el primer subgrupo de materiales candidatos. Sin embargo habría que considerar el

diseño bajo cargas estáticas por lo que fue necesario el segundo índice de funcionalidad, procediendo de la misma manera que en la etapa anterior con su correspondiente gráfica. Para ambos casos sus gráficas fueron limitadas por los requerimientos en módulo de Young, en resistencia y en densidad.

Comparando los subgrupos de materiales, se obtuvo la siguiente lista en ambas gráficas:

- Madera
- Vidrio
- Polímeros de Ingeniería
- Aleaciones de aluminio
- Aleaciones de titanio
- Aleaciones de magnesio
- Aceros
- Aceros aleados
- Concretos
- Compuestos de Ingeniería. (fibras de vidrio, fibras de carbono, fibras de Kevlar)
- Cerámicos de ingeniería

Es de observarse que entre los cerámicos de Ingeniería se encuentra el diamante, material no común para esta aplicación, como también la circonia, el carburo de silicio, los vidrios entre otros; que no serían aplicables en nuestro caso de estudio, ya que se sabe que estas familias tienen alta fragilidad y alguno de ellos muy alto costo, por tal motivo se procedió a usar dos gráficas adicionales que relacionaran tanto a la rigidez, como las resistencias con los costos obteniéndose una lista de materiales finales como producto incluyente en toda las gráficas:

- Aceros
- Vidrio
- Aleaciones de magnesio
- Aleaciones de aluminio
- Cerámicos porosos (roca ígnea, concreto)
- Laminados de fibra de vidrio
- Maderas
- Polímeros de Ingeniería (Nylon, Polipropileno, Poliestireno, Policarbonatos, Acrílico)
- Melaminas

Una vez aplicado el método de gráficas paramétricas, se procedió a completar la selección para este subgrupo de materiales por dos métodos; el primero fue a través de la ponderación de las propiedades y el segundo a través de la consideración de las propiedades límite. Para el primer caso, se maximizaron la rigidez, la tenacidad, la resistencia mecánica, la resistencia a la humedad y la disponibilidad de los materiales a usar, mientras las propiedades a minimizar fueron la densidad y el costo. Se compararon en orden de importancia una a una las propiedades para asignarles un factor de peso donde la densidad y la rigidez volvieron a ocupar los primeros lugares en importancia; así, se obtuvo el factor de

funcionalidad con un previo escalamiento de las propiedades, además, se observó que la fibra de vidrio embebida en resina poliéster ocupó el primer lugar como resultado de la ponderación, seguido de los aceros y las maderas.

Posteriormente a esta preselección, se utilizó el método de propiedades límite con la misma gama de materiales empleada por el método anterior, cuyo resultado, considerando los cinco primeros lugares tenemos: las fibras de vidrio embebidas en resina poliéster, las maderas, el nylon, las aleaciones de magnesio, y el policarbonato, siendo las fibras de vidrio embebidas en resina poliéster las que ocupan el primer lugar nuevamente, seguido de las maderas.

Dado que los tres métodos incluían a las maderas y a las fibras de vidrio, se tomó en cuenta el peso de estos materiales, encontrándose que las fibras de vidrio ofrecían mejores características de peso, comparado con la madera disponible en el mercado. Por ello, se procedió a diseñar el material compuesto que cumpliera con los requerimientos, encontrándose, que la fibra de vidrio en forma de tela marina impregnada con 300gr/m<sup>2</sup> de resina poliéster unida a una estructura honeycomb de papel Kraft, cumplía con los requerimientos.

Posteriormente, se procedió a simular las condiciones bajo las que estaría la plataforma, en un programa de computadora de elemento finito (cosmos), donde los resultados obtenidos de esta acción fueron satisfactorios para la aplicación del papel kraft, que, de acuerdo al criterio arrojado por el simulador a través de las ecuaciones de Von Mises, el estado de esfuerzo de la estructura propuesta estaba 40% por debajo de la resistencia de la estructura incluyendo el factor de seguridad. Por ello se consideró que este material podría ejercer las funciones establecidas al inicio de este trabajo.

Como una segunda comprobación de los resultados de carga obtenidos para el material diseñado, se establecieron una serie de pruebas mecánicas normalizadas, cuyos resultados fueron satisfactorios a los requerimientos reduciéndose el peso de la plataforma hasta 14Kg. No obstante, a pesar de que el material seleccionado satisfacía los requerimientos técnicos, se revisaron los sistemas económicos en el costo total de las caras utilizando madera y fibra de vidrio, cuyo resultado comparativo se resume a continuación:

<b>Material de la cara</b>	<b>Peso (Kg)</b>	<b>Costo (\$)</b>	<b>Módulo de Young (MPa)</b>	<b>Esfuerzo a la fluencia (MPa)</b>
<b>Madera</b>	19	895	717	2.4
<b>Fibra tipo colchoneta</b>	14	978	749	2.5
<b>Fibra tipo tela marina</b>	14	4870	1542	3.5

## 6.2 CONCLUSIONES

La utilización de gráficas paramétricas relaciona muy bien las condiciones de diseño, aunque la gama de materiales a considerar, si no se tiene cuidado con la precisión de los requerimientos, puede abrir la gama de materiales a emplear lo cual complica el proceso de selección. Por tanto, es indispensable la fijación de los requerimientos, desde los inicios de la selección. Además, los índices de funcionalidad nos determinan muy bien la relación resistencia-peso de los componentes, los cuales nos ayudan para tener una preselección de los materiales, mas no nos indica la selección definitiva, dado que esta depende del criterio del diseñador.

Las gráficas paramétricas pueden utilizarse muy bien en conjunto con los dos criterios posteriores, para tener una reducción de los materiales posibles a emplear; aunque estos dos últimos difieren en resultados, se puede hacer una intersección entre ambos. De cualquier forma, ambos criterios podrían ser complementarios al de las gráficas paramétricas, ya que éstas últimas arrojan resultados un tanto cuantitativos pues tiene estrecha relación con las condiciones de diseño, no viéndose esto en los dos criterios posteriores. Las gráficas paramétricas de costo relativo deben tomarse con reservas, ya que el costo de los materiales variará dependiendo de la localidad, tal como se mencionó en el capítulo uno.

La utilización del simulador para comprobar la selección fue de gran ayuda pues se observó que el material si cumplía con los requerimientos establecidos. Así también Mientras que las pruebas mecánicas tuvieron muy buen acuerdo con él. Aunque los resultados de éstas mostraron lo anisotrópico que es nuestro material, siempre estuvieron por arriba del límite permitido por los parámetros de diseño.

En estas pruebas se observó que las caras de las muestras hechas con fibra de vidrio embebidas en resina poliéster, mostraban una gran recuperación del material después de aplicársele la carga, no observándose en las caras de madera, esto debido a la presencia de material polimérico en las primeras en comparación a las segundas, además con ello, tenemos un indicativo de la resistencia a cargas repentinas, que en este trabajo no se observaron con profundidad.

Se ha generado una forma de reunir métodos de selección con los sistemas que se emplean para el análisis con elemento finito, cuyos resultados muy bien se pueden verificar a través de pruebas mecánicas de los materiales.

### 6.3 APORTACIONES A FUTURO

1. Las gráficas paramétricas pueden ser utilizadas en cualquier tipo de aplicación, siempre y cuando se definan con precisión los requerimientos del problema.
2. Los criterios propuestos podrían ser aplicables para la determinación del material a optimizar en el núcleo de honeycomb, con ello se podría aumentar las características mecánicas aun más de este elemento.
3. Un análisis mas profundo sobre el costo, para estos materiales, tendría que ser comparado nuevamente con los materiales ya dados, debido a que el requerimiento costo puede tratarse desde diversos puntos de vista, tal como se explicó a lo largo del trabajo.
4. Sería recomendable considerar el factor de forma para seleccionar la estructura del honeycomb con la finalidad de relacionar la forma del compuesto con las propiedades del material tal como se explicó en el capítulo dos.
5. Dado que al diseñar el honeycomb, se consideran los productos existentes en el mercado nacional, la simulación para otros tamaños de celda y espesores del núcleo podrían realizarse para su optimización.
6. Es necesario realizar pruebas de impacto en el material seleccionado, dada la aplicación establecida, y si fuera necesario, rediseñar el material compuesto. Una forma donde podría mejorarse el impacto sería añadiendo espumas a las celdas del honeycomb, para con ello conservar las características mecánicas de la estructura con un aumento mínimo en peso.

## BIBLIOGRAFÍA GENERAL

1. DIETER, G. "Engineering design, a materials and processing approaches", ed. Mc. Graw-Hill, 1983.
2. CHARLES, J.A. et. Al. "Selection and use of engineering materials", ed. Butterworth-Heinemann, 3<sup>rd</sup>, ed., 1997.
3. HOERCHST-CELANESE, "Fundamentos para el diseño con plásticos"; manual de diseño (TDM-1), 1990
4. THORNTON, P.A. & COLANGELO, V.J. "Ciencia de materiales para ingeniería", ed. Prentice-Hall, 1987
5. CALLISTER W. D. Jr, "Introducción a la ciencia e Ingeniería de los materiales", ed. Reverté,S.A., 1<sup>a</sup>. Ed. 1997
6. SCHEY J. A., "Introduction to manufacturing processes", ed. McGraw-Hill, 1977
7. FARAG Mahmoud "Materials selection for Engineering design" ed. Prentice Hall 1997.
8. BUDINSKI Kenneth G. "Engineering Materials; properties and selection". Ed prentice-Hall 1996. quinta edición.
9. LEE, S.M., ZAHUTA P. "Instrumented impact and static indentation of composites"; Journal of composites materials, vol. 25, February, 1991.
10. ABRATE S. "Impact on laminated composite materials"; American society of mechanical engineers, 1991
11. WARDLE M.W., ZHR G.E. "Instrumented Impact Testing of Aramid-reinforced composite materials"; Instrumented impact testing of plastics and composites, proc. 1989.
12. ASHBY, M.F., "Materials selection in mechanical design", Ed. Pergamon press, 1992.
13. THORNTON & COLANGELO, "Ciencia de materiales para Ingeniería", Ed. Prentice-Hall, 1<sup>a</sup>. Ed. 1987
14. CHARLES, J.A., et. Al. "Selection and use of engineering materials" 3th. Edition, Ed. Butterwoth-Heinemann, 1997
15. MENCHACA LOBATO Arturo: "Diseño de la estructura de un vehículo eléctrico de de reparto". México, D.F., Tesis profesional Noviembre 2000
16. ASHBY, M.F. "Engineering materials 1, an introduction to their properties & applications", Ed. Butterwoth-Heinemann 2nd. Edition, 1996
17. SINGER Ferdinand, "Resistencia de materiales", Ed. Harla, 3<sup>a</sup>. Edición 1982
18. <http://www.eurocomposites.com/frames/unternehmen-e.htm>
19. ASHBY, M.F. et al. "Engineering materials 2, an introduction to microstructures, processing and design", Ed. Pergamon Press, 1<sup>st</sup>. Edition, 1986
20. LUBIN, G. "Handbook of composites", ed. LUBIN, 1982
21. CHAWLA, K.K., "Composite materials science and engineering", Ed. Springer, 2<sup>nd</sup> Edition, 1998

22. CHANDRUPATLA & BELEGUNDU: "Introducción al estudio del elemento finito en Ingeniería", 2ª. Ed., 1999, Prentice-Hall"
23. STRUCTURAL RESEARCH & ANALYSIS CORP: "COSMOS/M User Guide" 1998 L.A. California, USA.
24. <http://www.personal.dundee.ac.uk/~rimackie/CE3101/FEA/Lec8.htm>
25. "International encyclopedia of composites"
26. ASTM C393-62, "Standard Test Method for flexural properties of flat sandwich constructions", reprobada en 1988
27. ASTM D828-87, "Standard Test Method for tensile breaking strength of paper and paperboard", 1987.