



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA
DE MEXICO

FACULTAD DE CIENCIAS

BARIOGENESIS ELECTRODEBIL EN EL
MODELO ESTANDAR

298201

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TITULO DE

F I S I C O

P R E S E N T A :

GABRIEL PALLARES PRIETO



DIRECTOR DE TESIS: DR. JOSE ALEJANDRO AYALA MERCADO





Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.



UNIVERSIDAD NACIONAL
AVENIDA 11
MEXICO

M. EN C. ELENA DE OTEYZA DE OTEYZA
Jefa de la División de Estudios Profesionales de la
Facultad de Ciencias
Presente

Comunicamos a usted que hemos revisado el trabajo de Tesis:
"BARIOGENESIS ELECTRODEBIL EN EL MODELO ESTANDAR"


realizado por PALLARES PRIETO GABRIEL

con número de cuenta 9550432-4 , pasante de la carrera de Física.

Dicho trabajo cuenta con nuestro voto aprobatorio.

Atentamente

Director de Tesis
Propietario

DR. JOSE ALEJANDRO AYALA MERCADO 

Propietario
DR. DANY PIERRE PAGE 

Propietario
DR. MANUEL TORRES LABANSAT 

Suplente
DR. JOSE ANTONIO GARCIA ZENTENO 

Suplente
DR. GABRIEL LOPEZ CASTRO 

Consejo Departamental de Física





DRA. PATRICIA GOLDSTEIN MENACHE
Coordinadora de Licenciatura
FACULTAD DE CIENCIAS
DEPARTAMENTO DE FISICA

Bariogénesis electrodébil en el modelo estándar

Gabriel Pallares Prieto

Ciudad Universitaria 2001

A Samy, Susette, Héctor;

a Mamá y Papá,

gracias

A Fati;

por compartir conmigo,

todo este tiempo

Agradecimientos

Quiero agradecer especialmente a mis padres por haberme dado la oportunidad de conocerlos, de vivir. A mis hermanos, porque el esfuerzo de cada uno de nosotros se traduce en el éxito de los demás; gracias a mi tío Ricardo por su gran ayuda en todo momento de la carrera. Un especial reconocimiento al Dr. Alejandro Ayala por su gran estímulo e interés en el tema de esta tesis; por su apoyo y valiosas sugerencias a lo largo de la elaboración de la misma. Al jurado, Drs. Dany Page, Manuel Torres, Jose Antonio García y Gabriel López Castro por su compromiso y observaciones en la presente tesis. Al Programa de Becas Tesis para Licenciatura (PROBETEL) de la UNAM por la beca otorgada durante la elaboración de mi tesis. Al Instituto de Ciencias Nucleares por facilitarme la consulta de libros y artículos necesarios para realizar esta tesis y por el uso de su sala de cómputo e instalaciones en general.

A todas aquellas personas que me ayudaron de alguna u otra forma tanto en el trabajo de mi tesis como en llegar hasta este momento, gracias. Por último, un especial agradecimiento a la Facultad de Ciencias y por supuesto a la Universidad Nacional Autónoma de México por mi formación académica y sobre todo gracias a la gente que la mantiene viva, a mis compañeros y amigos por su amistad invaluable.

Resumen

Estudiamos uno de los problemas más importantes en física de partículas y cosmología: el entendimiento del mecanismo que genera la asimetría entre materia y antimateria que observamos en el universo. Cualquier teoría que pretenda explicar la asimetría bariónica, debe tomar en cuenta las llamadas condiciones de Sakharov: Existencia de interacciones que violen la consevación de número bariónico, violación de las simetrías C y CP y condiciones fuera de equilibrio. Las condiciones anteriores se cumplen en el sector electrodébil del modelo estándar, siempre y cuando la transición de fase electrodébil (TFED) haya sido de primer orden. Desgraciadamente el modelo estándar por si solo, no puede explicar el número bariónico observado, puesto que la transición de fase es solo “débilmente” de primer orden. Más aún la violación de CP en el modelo estándar no es suficiente para cuantificar la asimetría observada.

No obstante, se ha señalado recientemente que sí aumenta en buena medida la violación de CP , y en presencia de campos magnéticos primordiales de gran escala, este escenario podría cambiar, ya que la TFED puede ser más fuertemente de primer orden.

En este trabajo mostraré que la existencia de campos magnéticos primordiales también pueden proveer un mecanismo de violación de CP , durante la TFED, lo suficientemente grande para generar la asimetría bariónica en el modelo estándar. Lo anterior se establece estudiando la dispersión de fermiones en la pared de una burbuja típica de TFED en presencia de un campo magnético de fondo. El mecanismo propuesto se da durante la reflexión de fermiones desde una burbuja, en un proceso de interferencia equivalente al efecto Bohm-Aharanov. Debido al distinto acoplamiento quiral de los fermiones con el campo es posible construir una asimetría CP que más tarde puede transformarse en asimetría bariónica. Mostramos que en presencia de campos magnéticos primordiales aún es posible explicar el gran exceso de materia sobre antimateria dentro del modelo estándar mínimo.

Índice General

Introducción	1
1 ¿Por qué existe algo en vez de nada?	4
1.1 Asimetría bariónica del universo	4
1.2 Teoría de campos	8
1.3 Rompimiento espontáneo de la simetría	12
1.3.1 Mecanismo de Higgs	14
1.4 Corrientes débiles	17
1.5 Interacciones electrodébiles	19
2 Mucho más que las condiciones de Sakharov	25
2.1 Violación de número bariónico	25
2.2 Violación de C y CP	36
2.2.1 Procesos de interferencia	38
2.2.2 Violación de CP en el modelo estándar	39
2.2.3 La necesidad de tener violación de C y CP	41
2.2.4 Existe una dirección privilegiada	43
2.3 Transición de fase electrodébil	44
3 Bariogénesis electrodébil	47
3.1 Burbujas de transición de fase	47

3.2	Potencial efectivo a temperatura finita	48
3.3	Generación de bariones	53
3.3.1	Bariogénesis local	54
3.3.2	Bariogénesis no local	54
3.4	Campos magnéticos e hipermagnéticos	61
4	Dispersión de fermiones en la TFED	64
4.1	Ecuación de Dirac	64
4.1.1	Solución de la ecuación de Dirac	66
4.1.2	Construcción de la solución completa	69
4.1.3	Estados de dispersión	70
4.1.4	Coefficientes de reflexión y transmisión	73
4.2	Una nueva fuente de violación CP	74
4.3	Flujo axial	78
5	Discusión y Conclusiones	85
A	Algunos cálculos mas explícitos. . .	88
A.1	Sobre los potenciales químicos	88
A.2	Nuestra aproximación	89
A.2.1	Solución de la ecuación (4.4)	90
A.3	Ecuación diferencial en una sola dimensión	91
A.4	Así llegamos a una ecuación hipergeométrica	93
A.5	Expresión para el flujo axial	97
	Bibliografía	99

Índice de Figuras

1.1	Potencial $V(\phi) = \frac{1}{2}\mu^2\phi^2 + \frac{1}{4}\lambda\phi^4$, para (a) $\mu^2 > 0$ y (b) $\mu^2 < 0$, ambos con $\lambda > 0$.	13
1.2	Potencial $V(\phi)$ para un campo escalar complejo, en el caso de $\mu^2 < 0$ y $\lambda > 0$.	14
2.1	Interacción que induce la anomalía axial	27
2.2	Estructura multiperíodica del vacío $SU(2)$	29
2.3	Mapeo $U(1)$ del círculo unitario en si mismo.	30
2.4	Cuánticamente, una partícula puede tunear la barrera. El método WKB, nos da la probabilidad de transmisión.	34
2.5	Potencial periódico en condiciones de violación de C y CP	43
3.1	Evolución del potencial efectivo del campo escalar Higgs, en unidades de $\delta T(\frac{\delta T}{\lambda})^3$, para diferentes valores de $\zeta = 2.75, 2.25, 2, 1.75, 0$	51
3.2	Potencial invertido.	52
3.3	El perfil de la burbuja. En $x = -\infty$, estamos fuera de la burbuja. El dominio de la pared es la región donde el VEV del campo Higgs cambia rápidamente. . .	53
3.4	Diagrama de Feynman que muestra la interacción de dos fermiones por medio de un gluón.	58
4.1	Esquema del comportamiento asintótico de las soluciones de tipo I y II.	71
4.2	Coeficientes de reflexión y transmisión para $\xi = 0.6, 4$, en función de la energía reducida, definida como $y = \frac{\epsilon}{2\xi}$	74
4.3	Esquema del proceso de interferencia de dos fermiones, después de haberse reflejado de una pared de burbuja durante la TFED.	76

4.4	Asimetría CP generada por el proceso de interferencia de fermiones en presencia de un campo magnético, para fermiones de masa de 175 GeV (masa del quark top), $\xi = 3.5$, $l = 10T^{-1}$, $d = 0.5l$ y $T = 100$ GeV.	78
4.5	Número bariónico como función de la velocidad de expansión de una burbuja de TFED, para fermiones de masa 175 GeV, $B_Y = 0.5T^2$, $l = 10T^{-1}$, $d = 0.5l$ y $T = 100$ GeV.	81
4.6	$\frac{n_B}{3}$ como función de la distancia l , a la cual ocurre el proceso de interferencia, para tres distintas velocidades de expansión $v = 0.2, 0.6$ y 0.9 respectivamente, y fermiones de masa 175 GeV, $B_Y = 0.5T^2$, $d = 0.5l$ y $T = 100$ GeV.	82
4.7	$\frac{n_B}{3}$ como función de la intensidad de campo magnético, para una burbuja con velocidad de expansión de $v = 0.2$, y fermiones de masa 175 GeV, $l = 9T^{-1}$, $d = 0.5l$ y $T = 100$ GeV.	83

Introducción

Actualmente, uno de los temas más fascinantes que aborda la física de altas energías, es el entendimiento de la asimetría bariónica del universo. El objetivo que se persigue es explicar la asimetría materia-antimateria que se observamos en el universo, en otras palabras, el porque todo lo que conocemos, las plantas y animales, el papel que estamos leyendo, la tierra que pisamos, pasando por los planetas, las galaxias y todo, todo hasta donde alcanzan nuestros ojos, esta formado solamente de materia y no de antimateria. El concepto de materia es intuitivamente claro, sin embargo para el común de la gente el concepto de antimateria es incluso extraño. Entonces para entender mejor el problema de la asimetría bariónica del universo quizás lo primero que hay responder es: ¿Que es la antimateria?. Esta pregunta la podemos contestar desde un punto de vista muy simple, imaginemos por un momento que la antimateria es como la materia que conocemos pero con ciertas propiedades cambiadas. Si por ejemplo, pudiéramos confinar una partícula elemental de cierta masa, carga eléctrica, carga de color y carga de sabor, y al mismo tiempo otra partícula con el signo de las propiedades anteriores (excepto la masa) exactamente opuesto, llamando a ésta última la antipartícula de la primera, eventualmente este par partícula-antipartícula se aniquilarían formando un *cuanto* de luz, es decir, un fotón (un gluón o un boson, Z). De la misma forma si pudiéramos observar un fotón virtual que viajara en el vacío, existiría una probabilidad de que el fotón se desintegrara, formando un par electrón-positron (quark-antiquark, etc.), donde cada una de estas partículas es la antipartícula de la otra. De acuerdo con la física que estudia las partículas elementales, para toda partícula existe una antipartícula con las mismas propiedades pero con carga eléctrica, de color, de sabor, etc. opuestas. De hecho podría pensarse que antiprotones, antielectrones y antineutrones, al juntarse formarían antiátomos, y estos a su vez podrían formar antimoléculas y con estas antimateria, de hecho laboratorios importantes en el mundo han podido sintetizar antiátomos de hidrógeno; por ejemplo, sería interesante estudiar las propiedades de estos átomos de antimateria y compararlas con el hidrógeno

“normal”; según se sabe, al menos los niveles de energía siguen siendo los mismos.

Una vez que contamos con un concepto intuitivo sobre la antimateria, la siguiente pregunta debería ser: ¿Porque decimos que hay una asimetría materia-antimateria en el universo?, ¿Acaso no tendríamos que vivir en un mundo simétrico?: ¿No la naturaleza pudo simplemente elegir crear un mundo de materia en vez de antimateria?. Es posible, pero de acuerdo a la información científica que tenemos, i.e. teorías, experimentos y observaciones, concluimos que el universo en sus orígenes era simétrico, es decir, existían tantas partículas como antipartículas, pero, en algún momento o período sucedió algo, algún proceso físico durante su evolución, que generó mas materia que antimateria, y ésta asimetría se ha preservado hasta nuestros días; tal proceso es conocido como *bariogénesis*. Además, si lo pensamos un poco, el resultado de un universo simétrico sería muy aburrido: ninguna estructura de materia (o antimateria) por simple que ésta fuera existiría, ya que siempre se aniquilarían unas con otras. Como puede verse, el problema que estudiaremos es importante por si solo, pero además tiene grandes consecuencias en otras areas de la física. En este trabajo trataremos de dar un esbozo general sobre la bariogénesis electrodébil y plantaremos un modelo, que en justa medida, pueda explicar la asimetría bariónica del universo. El contenido de la tesis es como sigue:

En el capítulo 1, daremos una breve revisión acerca de la asimetría bariónica del universo explicando cuales son las principales observaciones que nos llevan a concluir que nuestro universo, sólo está formado por materia. En la segunda parte estudiaremos la teoría de física de partículas, que actualmente explica mejor este problema; empezaré con los elementos básicos de la teoría de norma electromagnética para después hacer una analogía con el sector electrodébil del modelo estándar. En el capítulo 2, veremos porque la teoría de las interacciones electrodébiles, es adecuada para satisfacer cada una de las condiciones de Sakharov necesarias para la generación del número bariónico. Estudiaremos como sucede la violación de número bariónico a temperatura cero y a temperatura finita. Haré una breve introducción sobre la violación de las simetrías discretas C y CP . Finalmente discutiremos cuales son los posibles épocas, en el universo temprano, que se dan fuera de equilibrio termodinámico . En el tercer capítulo, plantearé la estructura del potencial efectivo a temperatura finita, y como evoluciona éste durante la transición de fase electrodébil (TFED), dando un valor distinto de cero al campo escalar de Higgs. También revisaremos los principales mecanismos de bariogénesis electrodébil y cuales son los procesos importantes para generar la asimetría bariónica del universo (ABU). Veremos como

la presencia de campos magnéticos primordiales revive la posibilidad de la bariogénesis dentro del modelo estándar mínimo. En el capítulo 4, resolveremos la ecuación de Dirac en el contexto de la TFED, es decir, con un término de masa que varía espacialmente, teniendo un valor distinto dentro y fuera de una burbuja de transición de fase. Además estudiaremos el problema en presencia de un campo magnético primordial de fondo, el cual se acopla distinto con fermiones izquierdos y derechos, analizaremos la posible interferencia de fermiones, cuando se reflejan de la pared de la burbuja, dando lugar a una asimetría axial, en un proceso equivalente al efecto Bohm-Aharanov. Explicaré como la asimetría axial generada, la cual se puede entender como asimetría CP , puede ser convertida en número bariónico. Finalmente discutiremos el modelo propuesto y propondremos líneas de investigación que se desprenden de los resultados de este trabajo.

Capítulo 1

¿Por qué existe algo en vez de nada?

1.1 Asimetría bariónica del universo

A partir de que las antipartículas fueron predichas por Dirac en 1930 y observadas por Anderson en 1932 [1], es claro que hay un alto grado de simetría entre partículas y antipartículas. Esto quiere decir entre otras cosas, que si existiera un mundo formado por antimateria, éste sería muy parecido al nuestro. Este principio básico de la física de partículas, la simetría entre materia y antimateria, entra en contradicción con la experiencia diaria y la evidencia cosmológica de que nuestro universo está hecho esencialmente de materia.

Existen varias observaciones que muestran la ausencia de antimateria en el universo. A escala muy pequeña la falta de aniquilamientos proton-antiprotón constituye una fuerte prueba de que la tierra está compuesto de materia y no de antimateria [2]. A una escala de distancias del orden del tamaño del sistema solar, la posibilidad de poner en órbita satélites, así como las expediciones lunares y sondas planetarias indican que nuestra vecindad esta formada del mismo tipo de materia de la que nosotros estamos hechos. Solamente se puede encontrar “grandes cantidades” ($\sim 10^{-13}$ grs.) de antimateria, en los acumuladores de antiprotones del Fermilab y CERN [3].

Si queremos determinar la abundancia de antimateria que existe en nuestra galaxia, tenemos que remitirnos a la observación de los rayos cósmicos, los cuales dan los primeros indicios de antimateria fuera de los grandes aceleradores de partículas. Los rayos cósmicos proveen información de materia presente en la galaxia entera y probablemente también

de galaxias más distantes. En los rayos cósmicos se detecta la presencia de algunos anti-protones inmersos en un mar de cientos de protones, alrededor de 10^{-4} , en comparación al número de protones (~ 200 por m^2 por segundo). Además, la magnitud del flujo de antiprotones, es consistente con la hipótesis de que estos provienen de reacciones secundarias, *e.g.*, $p + p \rightarrow 3p + \bar{p}$, de la colisión de la lluvia de rayos cósmicos con los detectores. Entonces los rayos cósmicos dan una sólida evidencia en nuestra galaxia acerca de la diferencia de materia y antimateria, la cual es muy grande y se puede afirmar que todo está hecho de materia y casi nada de antimateria.

Así pues, no hay evidencia de antimateria primordial en la vía láctea. Por otra parte si galaxias de materia y antimateria hubieran coexistido en grandes cúmulos, entonces podríamos ver una fuerte radiación de fondo (rayos γ) como resultado de aniquilaciones nucleón-antinucleón dentro de los cúmulos (como Virgo). Esta radiación de fondo no se observa y podemos concluir que no hay antimateria presente a esta escala.

De forma natural surge la pregunta: ¿Cuál es la escala más grande de la que podemos decir que no hay antimateria?. Existe muy poca información sobre escalas mayores a los cúmulos de galaxias, esta interrogante fué el objeto de estudio de Steigman (1976) y de Stecker (1985) [4], un análisis más cuidadoso fué hecho recientemente por Cohen *et al* [5]. Si grandes dominios de materia y antimateria existieran, grandes zonas de aniquilación estarían presentes en las interfaces de dichos dominios, por otra parte si estos dominios fueran suficientemente pequeños, la energía emitida por las aniquilaciones, debería resultar en un fondo difuso de rayos gamma y una distorsión de la radiación cósmica de las microondas, pero por el momento nada de esto se ha observado. De acuerdo a los resultados de Steigman y Stecker, podemos concluir con cierto grado de certeza, que el universo está compuesto enteramente de materia en todas las escalas por abajo de la de Hubble [2].

Por todo lo anterior se acepta que en nuestro universo existe una asimetría de materia-antimateria fundamental. Las anteriores observaciones ponen un límite experimental para la cantidad de antimateria en el universo y por otra parte, de la cosmología estándar [3], existen cálculos que estiman la abundancia relativa tanto de materia bariónica como antimateria.

La nucleosíntesis primordial (para una revisión ver Ref. [6]) es una de las herramientas más poderosas del modelo cosmológico estándar. La teoría permite calcular predicciones exactas de las abundancias cosmológicas de todos los elementos ligeros, H , 3He , 4He ,

D , B y ${}^7\text{Li}$, en términos de un parámetro simple. Definiendo, n_b como el número de densidad bariónica del universo y similarmente, $n_{\bar{b}}$ como el número de densidad antibariónica, entonces la diferencia entre los anteriores números es n_B , el número bariónico. Si la densidad de entropía en el universo está dada por s , el parámetro requerido por la nucleosíntesis es la razón del número bariónico a la densidad de entropía dada por

$$\eta \equiv \frac{n_B}{s} = \frac{n_b - n_{\bar{b}}}{s}. \quad (1.1)$$

Resulta consistencia con los cálculos de las abundancias de elementos ligeros primordiales siempre y cuando

$$\eta = (1.5 - 7) \times 10^{-10}. \quad (1.2)$$

Sabemos que actualmente, la asimetría bariónica es máxima, esto quiere decir que en un principio, cuando el universo tenía temperaturas altas ($T \geq 1$ GeV), existía un número grande de pares quark-antiquark ($n_q \sim n_{\bar{q}} \sim n_\gamma$), de tal suerte que la asimetría bariónica observada en nuestros días, corresponde a la evolución de una pequeñísima asimetría quark-antiquark, de los primeros tiempos ($t \leq 10^{-6}$ s.): $\frac{n_q - n_{\bar{q}}}{n_q} \simeq 3 \times 10^{-8}$, en números, por cada 30 millones de antiquarks, había 30 millones y un quark [3].

Dadas ciertas condiciones iniciales, siendo una de ellas el valor η , la cosmología estándar; que se basa en las ecuaciones de Einstein de la relatividad general; provee una descripción exacta de la evolución del universo desde los primeros instantes (algunos minutos) hasta nuestros días (10-20 billones de años). Sin embargo a pesar de que el modelo cosmológico se fortalece día a día, permanece la pregunta a cerca de las condiciones iniciales; una forma de resolver este problema es simplemente considerar los valores iniciales de los parámetros como cantidades dadas, el precio a pagar es que para ciertos valores de parámetros el universo resultaría completamente distinto al conocido con una mínima desviación de estos. Este problema se presenta por ejemplo, con el valor inicial de la densidad de masa del universo, que finalmente es la raíz del problema de curvatura del universo. Los desarrollos de la cosmología estándar de los últimos 30 años se centran en explicar las condiciones iniciales del universo, basados en las teorías cuánticas de campo de la física de partículas. Estos intentos tienen como finalidad el mejor entendimiento del universo temprano en los primeros instantes. En este contexto, la generación del valor observado de η es referido como *bariogénesis*.

En un ya famoso artículo, Sakharov (1967) [7] discutió por primera vez la posibilidad de explicar el exceso de materia sobre antimateria en términos de la teoría de física de

partículas y para ello fue necesario cuestionar entre otras cosas la conservación del número bariónico, que respalda la estabilidad del proton (entre 10^{31} y 10^{32} años, según el modelo de decaimiento). Hoy en día, es común referirnos a dicho trabajo, que establece las condiciones para la generación de asimetría bariónica como las condiciones de Sakharov:

- Violación del número bariónico (B).
- Violación de las simetrías discretas C (conjugación de carga) y CP (conjugación de carga y paridad).
- Desviaciones del equilibrio térmico.

La primera de estas condiciones es clara; si el número bariónico (B) se conservara en todas las interacciones, la asimetría bariónica presente puede solamente reflejar la asimetría en los primeros tiempos. Ahora bien, no es suficiente sólo tener interacciones que no conserven B , la segunda condición de Sakharov es necesaria porque, si C y CP fueran simetrías exactas, uno puede probar que la razón total de cualquier proceso que produzca un exceso de bariones, es igual a la razón del proceso complementario de producción de exceso de antibariones. Dicho de otro modo, pueden existir interacciones en las cuales partículas vayan a antipartículas y viceversa (proceso complementario); una de estas dos "direcciones", debe ser violada con el fin de generar un número bariónico neto diferente de cero. Finalmente hay varias formas de explicar la tercera condición; se dice que un sistema está en equilibrio térmico cuando el sistema es estacionario, por lo tanto si el número bariónico inicial es cero, entonces es cero para siempre.

En las teorías cuánticas de campo en equilibrio térmico, la densidad de número de cualquier especie de partícula, X por ejemplo, depende solo de la energía de tales especies, esto es:

$$n(X) = \frac{1}{e^{(E-\mu)/T} \pm 1}, \quad (1.3)$$

donde μ es el potencial químico correspondiente al número bariónico. Por el teorema CPT , las masas de las partículas y las antipartículas son iguales. Si el número bariónico no se conserva, no existe potencial químico asociado a esta carga, i.e. $\mu = 0$ y entonces

$$N(X) = \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} n(X) = N(\bar{X}), \quad (1.4)$$

y otra vez, no se produce ninguna asimetría.

En el marco de las teorías de unificación de norma (TUN) y la expansión del universo, las tres condiciones están dadas. Veremos que las TUN contemplan la no conservación de número bariónico, además la violación de C y CP fué observada en el sistema de kaones neutros [8]: K^0 y \bar{K}^0 . Finalmente se postula que durante la evolución del universo, a menudo éste se encuentra en condiciones fuera de equilibrio térmico.

El objetivo de este trabajo es revisar uno de los escenarios más populares de la generación de la *asimetría bariónica del universo* (ABU) cuantificada en la Ec. (1.2) dentro de la cosmología moderna. En general dichos escenarios involucran cálculos de n_B , dividiendo por la densidad de entropía, la cual es

$$s = \frac{2\pi^2}{45} g_* T^3 \quad (1.5)$$

donde g_* es el número efectivo de grados de libertad de partículas sin masa a temperatura T . Por supuesto, existen varios intentos para explicar ABU (para una revisión ver Ref. [9]), sin embargo nos concentraremos en aquellos escenarios, en los cuales interviene la física de las interacciones electrodébiles del modelo estándar (para trabajos recientes ver ref. [2, 10]), esto es, cuando el universo tenía una temperatura aproximada de 10^2 GeV. La ventaja de tales escenarios radica en la razonable comprensión de la teoría y que las escalas de energía involucradas son accesibles experimentalmente. La producción de la asimetría bariónica a través de estos modelos, se conoce como *bariogénesis electrodébil*.

En la próxima sección, comenenzaré con una revisión muy general de la teoría de campos, para después entender el sector electrodébil del modelo estándar. En el Capítulo 2, veremos como es que en la teoría de las interacciones electrodébiles, se pueden satisfacer cada una de las condiciones de Sakharov para la generación del número bariónico.

1.2 Teoría de campos

Antes de comenzar directamente con el sector electrodébil del modelo estándar, daré un breve repaso sobre los conceptos básicos de la teoría de campos, apoyándome en la descripción de las interacciones electromagnéticas, para finalmente hacer una analogía con la teoría de norma que nos interesa.

Sabemos que en la naturaleza las interacciones fundamentales pueden ser descritas por principios de simetría. Recordemos que la función matemática que describe los

fenómenos físicos es el Lagrangiano $L = T - V$, donde T y V son las energías cinéticas y potenciales del sistema respectivamente. Siempre es posible extender el formalismo de un sistema discreto $L(q_i, \dot{q}_i, t)$ a un sistema continuo de campos en vez de coordenadas, $\mathcal{L}(\phi, \frac{\partial \phi}{\partial x_\mu}, x_\mu)$, aquí ϕ es función del parámetro continuo x_μ y \mathcal{L} es la densidad lagrangiana, relacionada como $L = \int \mathcal{L} d^3x$. En adelante a \mathcal{L} , también lo llamaremos Lagrangiano. Entonces, al aplicar una transformación particular al Lagrangiano que describe nuestra partícula, si este permanece invariante entonces las *ecuaciones de movimiento* que dan la trayectoria de dicha partícula, tampoco cambian, decimos entonces que nuestro modelo es simétrico bajo ésta transformación.

Para Einstein fué de gran utilidad este poder predictivo; al considerar la invariancia bajo transformaciones de coordenadas generales (junto con el principio de equivalencia), logró formular la teoría de la relatividad general. Según el teorema de Noether [11], a toda simetría se le puede asociar una cantidad física conservada, por ejemplo, la simetría bajo transformaciones de dirección temporal, traslaciones y rotaciones conservan las cantidades físicas de energía, momento lineal y el momento angular respectivamente. Existen diferentes tipos de simetrías en la naturaleza, como las simetrías globales ó, aquellas con las que se describen las interacciones fundamentales entre partículas que son llamadas *simetrías de norma locales*, cuyas cantidades conservadas pueden ser: carga eléctrica, hipercarga, color, sabor etc. Definimos una transformación de norma local (TNL) como: $f(x) : R^4 \rightarrow G$, una función del espacio real, al grupo de norma. Por ejemplo un electrón puede ser descrito por un campo complejo $\psi(x)$, si aplicamos una TNL al campo, esto es una rotación, $\psi(x) \rightarrow e^{i\alpha(x)}\psi(x)$, el conjunto de fases $U(\alpha) \equiv e^{i\alpha(x)}$, con α , que corre por todos los números reales, forma un grupo unitario y Abeliano, conocido como grupo $U(1)$. Así el Lagrangiano que describe las interacciones electromagnéticas está dado por:

$$\mathcal{L}_{QED} = \bar{\psi}(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\psi + e\bar{\psi}\gamma^\mu A_\mu\psi - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}. \quad (1.6)$$

Donde ψ es el campo fermiónico, $A_\mu = (\phi, \vec{A})$ el cuadripotencial electromagnético y $F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$ es el tensor de intensidad de campos. La teoría llamada electrodinámica cuántica (QED, por sus siglas en inglés) es invariante bajo las transformaciones de norma

locales $U(1)$, definidas como

$$\begin{aligned}
 D_\mu \phi &\rightarrow e^{i\alpha(x)} D_\mu \phi, \\
 \psi &\rightarrow e^{i\alpha(x)} \psi, \\
 \bar{\psi} &\rightarrow e^{-i\alpha(x)} \bar{\psi}, \\
 A_\mu &\rightarrow A_\mu - \frac{1}{e} \partial_\mu \alpha(x).
 \end{aligned} \tag{1.7}$$

Notemos que se ha introducido una cantidad que es de gran importancia en las teorías de norma: la “derivada covariante”

$$D_\mu \equiv \partial_\mu + ieA_\mu, \tag{1.8}$$

que reemplaza a la derivada ∂_μ normal.

Decimos que QED tiene simetría de norma $U(1)$ y por el teorema de Noether, existe una corriente y una cantidad conservadas. Para mostrar esto, es suficiente con estudiar la invariancia de \mathcal{L} bajo una transformación de $U(1)$ infinitesimal, es decir, $\psi \rightarrow (1 + i\alpha)\psi$, la invariancia del Lagrangiano implica que $\delta\mathcal{L} = 0$, calculando esta variación se obtiene la siguiente ecuación de continuidad:

$$\partial_\mu j^\mu = 0, \tag{1.9}$$

donde $j^\mu = (j^0, \vec{j})$ es la corriente conservada y es fácil ver que para el caso de QED, la cantidad conservada es,

$$Q = \int \rho d^3x, \tag{1.10}$$

Q representa la carga eléctrica. Por otra parte las ecuaciones de movimiento están dadas por las ecuaciones de Euler-Lagrange [12], las cuales aplicadas a los distintos campos de la Ec.(1.6) dan las siguientes expresiones

$$\begin{aligned}
 \partial_\mu F^{\mu\nu} &= j^\nu, \\
 \partial_\mu \tilde{F}^{\mu\nu} &= 0, \\
 (i\gamma_\mu \partial^\mu - m)\psi &= 0,
 \end{aligned} \tag{1.11}$$

de las anteriores, la primera junto con $\partial_\mu \tilde{F}^{\mu\nu} = 0$ ¹ corresponden a las ecuaciones de Maxwell con y sin fuentes respectivamente, la última corresponde a la ecuación de Dirac

¹Esta ecuación es consecuencia de la estructura del grupo y no del resultado de las variaciones sobre los campos.

para el fermión libre de masa m , a continuación veremos que en efecto ésta última, es una ecuación de onda en forma covariante. Definimos el siguiente hamiltoniano: $H = \alpha \cdot \mathbf{p} + \beta m$, quien debe satisfacer la relación de energía-momento relativista: $H^2\phi = (\mathbf{p}^2 + m^2)\phi$, donde α se define como $\alpha = (\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)$ y β una matriz escalar. De acuerdo a la anterior restricción el sistema de matrices satisface el algebra: $\{\alpha_i, \alpha_j\} = 0$, $\{\alpha_i, \beta\} = 0$ (anticomutan) y $\alpha_i^2 = \beta^2 = 1$. Recordemos que la ecuación de onda esta dada por

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = H\psi \quad (1.12)$$

De acuerdo con las transformaciones de la mecánica cuántica $p \rightarrow i\hbar\nabla$ y asumiendo que $\hbar = c = 1$, de aquí en adelante, obtenemos

$$\begin{aligned} i\beta \frac{\partial \psi}{\partial t} &= \beta \alpha \cdot (-i\nabla \psi) + \beta^2 m \psi \\ \Rightarrow \left\{ i\beta(1, \alpha) \cdot \left(\frac{\partial}{\partial t}, -\frac{\partial}{\partial x}, -\frac{\partial}{\partial y}, -\frac{\partial}{\partial z} \right) - m \right\} \psi &= 0 \end{aligned} \quad (1.13)$$

finalmente definiendo

$$\begin{aligned} \gamma_\mu &= (\gamma_0, \gamma_i) \equiv (\beta, \beta\alpha), \\ \gamma_0 = \beta &= \begin{pmatrix} I & 0 \\ 0 & -I \end{pmatrix}, \quad \gamma_i = \alpha = \begin{pmatrix} 0 & \sigma_i \\ \sigma_i & 0 \end{pmatrix}, \end{aligned} \quad (1.14)$$

donde I son matrices unitarias de 2×2 y σ_i son las matrices de Pauli, que cumplen el algebra señalada anteriormente, cuya representación explícita es

$$\sigma_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad (1.15)$$

y considerando las definiciones anteriores, llegamos a la ecuación fundamental de la mecánica cuántica relativista, la ecuación de Dirac [13]:

$$(i\gamma_\mu \partial^\mu - m)\psi = 0 \quad (1.16)$$

Más adelante regresaré a este punto, pues el presente trabajo se centra en resolver un tipo de estas ecuaciones. Por ahora iremos acumulando más elementos para entender la teoría de la interacciones electrodébiles.

Ya podemos intuir que las interacciones electrodébiles deben ser descritas por un grupo de norma más general, sin embargo uno de los problemas que presentan estas

teorías es que al introducir un término de masa correspondiente a los campos de norma, automáticamente se destruye la simetría del Lagrangiano. Lo anterior, causaría conflictos en la teoría electrodébil, ya que los bosones intermediarios de dicha interacción tienen una masa del orden de 100 GeV, en cambio para otros sectores del modelo estándar los bosones de norma como fotones y gluones no tienen masa. Debemos entonces introducir un mecanismo que medie las dos situaciones anteriores.

Se podría pensar que el hecho de requerir invariancia de norma en la teoría es una exigencia innecesaria, pero al seguir avanzando en el desarrollo de la teoría se encontrarían problemas de divergencias que hacen a la teoría no renormalizable [14].

1.3 Rompimiento espontáneo de la simetría

El mecanismo responsable de generar la masa de las partículas es el *rompimiento espontáneo de la simetría* (RES). Consideremos un caso simple de partículas escalares descritas por el siguiente Lagrangiano

$$\mathcal{L} \equiv T - V = \frac{1}{2} (\partial_\mu \phi)^2 - \left(\frac{1}{2} \mu^2 \phi^2 + \frac{1}{4} \lambda \phi^4 \right) \quad (1.17)$$

con $\lambda > 0$. Pedimos que el Lagrangiano sea invariante al sustituir ϕ por $-\phi$, esto es simetría de reflexión. En la Fig. 1.1 se muestran las dos formas posibles para el potencial $V(\phi)$ de la Ec.(1.17), caso a) $\mu^2 > 0$, que simplemente describe un campo escalar con masa μ , el término ϕ^4 muestra que existe un vértice de interacción que involucra a cuatro partículas y acoplamiento λ [14], el estado base (vacío) corresponde a $\phi = 0$. Pero el caso interesante es b) $\mu^2 < 0$. Para éste, es fácil mostrar que aparecen dos mínimos para $V(\phi)$, $\phi = \pm v$ donde $v = \sqrt{-\mu^2/\lambda}$. A v se le conoce como el *valor de expectación del vacío* (VEV) del campo ϕ .

Ahora debemos trabajar con una expansión alrededor de este mínimo; el campo $\eta(x)$ representa las fluctuaciones cuánticas alrededor del mínimo clásico. Sin pérdida de generalidad podemos escoger $\phi = v$ ó $\phi = -v$ indistintamente, escribiendo $\phi(x)$ en términos de los campos VEV y $\eta(x)$

$$\phi(x) = v + \eta(x), \quad (1.18)$$

reescribiendo el Lagrangiano de la Ec. (1.17), con la expresión (1.18) obtenemos:

$$\mathcal{L}' = \frac{1}{2} (\partial_\mu \eta)^2 - \lambda v^2 \eta^2 - \lambda v \eta^3 - \frac{1}{4} \lambda \eta^4 + \text{const.} \quad (1.19)$$

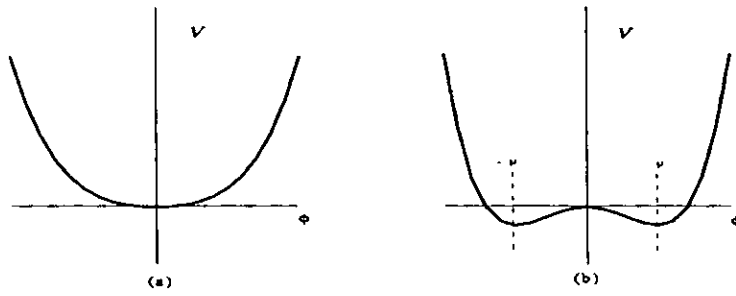


Figura 1.1: Potencial $V(\phi) = \frac{1}{2}\mu^2\phi^2 + \frac{1}{4}\lambda\phi^4$, para (a) $\mu^2 > 0$ y (b) $\mu^2 < 0$, ambos con $\lambda > 0$.

El primer término corresponde a la energía cinética, por otra parte los términos cuadráticos en los campos deben ser identificados como masivos, en este caso el segundo término, es el término de masa con $m_\eta = \sqrt{2\lambda v^2} = \sqrt{-2\mu^2}$, los términos de orden más altos en η representan la interacción del campo consigo mismo. La descripción de la física con el Lagrangiano (1.17) ó (1.19) debe ser equivalente, pero la camino correcto es usar teoría de perturbaciones, entonces se debe expandir alrededor de un mínimo estable. La masa ha sido generada o mejor dicho “revelada”, la partícula escalar elige uno de los dos posibles estados mínimos del sistema. Como hemos dicho esta elección es indistinta, la simetría de reflexión se rompe aparentemente, esto se conoce como RES.

Este mecanismo se puede generalizar para el caso de un campo escalar complejo $\phi = \frac{1}{\sqrt{2}}(\phi_1 + i\phi_2)$, tendremos un Lagrangiano equivalente al de la Ec.(1.17) pero con simetría global $U(1)$, el potencial $V(\phi)$ es ahora un potencial en tres dimensiones cuyo mínimo esta representado por un círculo de radio v en el plano complejo. Dicho potencial se muestra en la Fig. 1.2.

Esta vez las fluctuaciones cuánticas alrededor del VEV deberán tener perturbaciones a lo largo de dos direcciones: $\phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2}}[v + \eta(x) + i\xi(x)]$. Podemos escribir un nuevo Lagrangiano en términos de los campos η y ξ , al final también obtendremos un término cuadrático en η que debe interpretarse como de masa. A diferencia del caso en dos dimensiones aquí no aparece un término masivo que corresponda al campo ξ , entonces la teoría predice también una partícula escalar sin masa, la cual es conocida como *boson de Goldstone*, la presencia de este boson de Goldstone es intuitivamente clara; a lo largo de la dirección tangencial ξ no existe resistencia, la partícula se mueve libremente, es un modo sin masa, en cambio en la dirección perpendicular η , la partícula encuentra una resistencia debido a la pared del potencial. El anterior Lagrangiano es un ejemplo muy

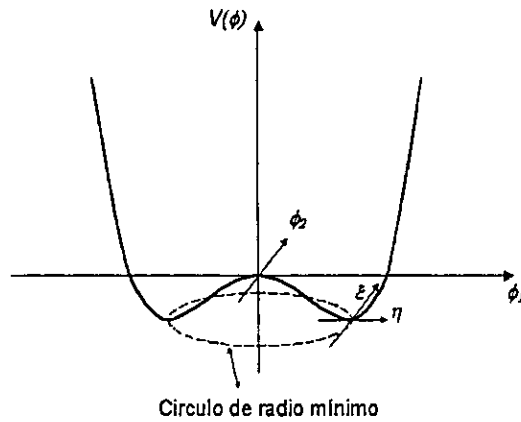


Figura 1.2: Potencial $V(\phi)$ para un campo escalar complejo, en el caso de $\mu^2 < 0$ y $\lambda > 0$.

sencillo del *teorema de Goldstone* [11]: “Cuando la simetría continua de un estado físico se rompe espontáneamente, aparecen estados escalares no masivos”.

La aparición de bosones de Goldstone en la teoría, puede resolver uno de los problemas planteados al final de la sección anterior, se necesita un mecanismo que por una parte provea de masa a ciertas partículas, pero por otra que mantenga sin masa a las partículas que no la necesitan. El objetivo es encontrar una teoría de norma para las interacciones electrodébiles que contemple la masa de los bosones intermedarios. En la próxima sección veremos cual es el mecanismo completo para tener una descripción adecuada.

1.3.1 Mecanismo de Higgs

Hay que empezar con el procedimiento de la sección anterior, pero esta vez para una simetría de norma del grupo $SU(2)$. Tomemos el siguiente Lagrangiano

$$\mathcal{L} = (\partial_\mu \phi)^\dagger (\partial^\mu \phi) - \mu^2 \phi^\dagger \phi - \lambda (\phi^\dagger \phi)^2 \quad (1.20)$$

donde ϕ es un doblete de $SU(2)$ de campos escalares complejos

$$\phi = \begin{pmatrix} \phi_\alpha \\ \phi_\beta \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \phi_1 + i\phi_2 \\ \phi_3 + i\phi_4 \end{pmatrix}.$$

El Lagrangiano (1.20) es invariante bajo la transformación de norma global $SU(2)$, esto es, $\phi \rightarrow \phi' = e^{i\alpha_a \tau_a / 2} \phi$, siempre y cuando se tome en cuenta lo expuesto en la sección (1.2);

∂_μ , la derivada común, debe ser reemplazada por la derivada covariante

$$D_\mu = \partial_\mu + i\frac{g}{2}\tau \cdot \mathbf{W}_\mu, \quad (1.21)$$

con los campos de norma $\mathbf{W}_\mu = (W_\mu^1, W_\mu^2, W_\mu^3)$. Una vez más, considerando solo una transformación de norma infinitesimal $\phi(x) \rightarrow \phi'(x) = (1 + i\alpha(x) \cdot \tau/2)\phi(x)$ los campos de norma se transforman como

$$\mathbf{W}_\mu \rightarrow \mathbf{W}_\mu - \frac{1}{g}\partial_\mu\alpha - \alpha \times \mathbf{W}_\mu \quad (1.22)$$

en este caso aparece el término $\alpha \times \mathbf{W}_\mu$ debido a que \mathbf{W}_μ es un vector de $SU(2)$, entonces el Lagrangiano invariante se ve

$$\mathcal{L} = \left(\partial_\mu\phi + i\frac{g}{2}\tau \cdot \mathbf{W}_\mu\phi\right)^\dagger \left(\partial_\mu\phi + i\frac{g}{2}\tau \cdot \mathbf{W}_\mu\phi\right) - V(\phi) - \frac{1}{4}\mathbf{W}_{\mu\nu}\mathbf{W}^{\mu\nu} \quad (1.23)$$

donde,

$$V(\phi) = \mu^2\phi^\dagger\phi + \lambda(\phi^\dagger\phi)^2. \quad (1.24)$$

Notemos que en la Ec. (1.23), también se añadió el término de energía cinética de los campos de norma dado por

$$\mathbf{W}^{\mu\nu} = \partial_\mu\mathbf{W}^\nu - \partial_\nu\mathbf{W}^\mu - g\mathbf{W}^\mu \times \mathbf{W}^\nu \quad (1.25)$$

éste término se obtiene del conmutador de derivadas covariantes, Ec. (1.21) y es consecuencia del carácter no Abelianiano del grupo.

De la misma forma si $\mu^2 > 0$ el Lagrangiano describe un sistema de cuatro partículas (ϕ_i) de masa μ , interactuando con los bosones de norma sin masa. Nuevamente el caso interesante es cuando $\mu^2 < 0$ ($\lambda > 0$). El potencial (1.24) tiene un mínimo en un valor finito de $|\phi|$, podemos elegir sin pérdida de generalidad tres de las cuatro posibles direcciones cero, y hacer expansiones alrededor de la otra dirección que elijamos como mínimo. Es fácil mostrar que dicho estado base se trata de $v = \sqrt{-\mu^2/\lambda}$. Considerando las fluctuaciones cuánticas alrededor del VEV

$$\phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \xi_1 + i\xi_2 \\ v + \xi_3 + i\xi_4 \end{pmatrix}. \quad (1.26)$$

Notemos sin embargo que la anterior expresión se puede aproximar considerando pequeñas perturbaciones, esto es

$$\phi(x) = e^{i\tau \cdot \theta(x)/v} \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{1}{\sqrt{2}}(v + h(x)) \end{pmatrix} \Rightarrow \phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \theta_2 + i\theta_1 \\ v + h - i\theta_3 \end{pmatrix}, \quad (1.27)$$

donde hemos parametrizado las fluctuaciones del vacío, en términos de cuatro campos reales $\theta_1, \theta_2, \theta_3$, y h . Debido a que tenemos libertad de norma, siempre podemos escoger una transformación de tal forma que nuestro campo $\phi(x)$, ya no dependa de la parametrización de las θ 's y solamente dependa de los campos v y h . La idea principal de esta sección es encontrar la masa de los bosones de norma W 's. El procedimiento a seguir es sustituir el campo

$$\phi = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v + h(x) \end{pmatrix}, \quad (1.28)$$

en el Lagrangiano original (1.23). Efectuando el cálculo se obtiene tres términos de masa para los correspondientes bosones de norma W 's y un término de masa para el campo escalar h . Para determinar la masa de los bosones de norma, basta con sustituir

$$\phi_0 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix}, \quad (1.29)$$

en (1.23), el término relevante es

$$\begin{aligned} \left| i \frac{g}{2} \boldsymbol{\tau} \cdot \mathbf{W}_\mu \phi \right|^2 &= \frac{g^2}{8} \left| \begin{pmatrix} W_\mu^3 & W_\mu^1 - iW_\mu^2 \\ W_\mu^1 + iW_\mu^2 & W_\mu^3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix} \right|^2 \\ &= \frac{g^2 v^2}{8} [(W_\mu^1)^2 + (W_\mu^2)^2 + (W_\mu^3)^2]. \end{aligned} \quad (1.30)$$

Comparando los términos anteriores con un típico término de masa de los bosones $\frac{1}{2}M^2 B_\mu^2$ vemos que $M = \frac{1}{2}gv$. El mecanismo de Higgs, se puede resumir diciendo que el RES por $\phi(\theta, h)$ resulta en la anulación de los bosones de Goldstone y en la transformación de estos en las componentes longitudinales de bosones de norma masivos, conservándose así los grados de libertad. Originalmente teníamos tres bosones de Goldstone, tres θ 's, que correspondían a las direcciones del potencial (1.24), las cuales no ofrecen resistencia, es decir, los modos no masivos de la teoría además de un campo real h , que se interpreta como las fluctuaciones cuánticas alrededor del vacío, después del RES y haciendo uso de la libertad de norma, con la adecuada elección de la transformación de norma (ó fase), los bosones de Goldstone desaparecen cediendo sus grados de libertad a las componentes longitudinales de los bosones de norma que vienen a ser masivos y también aparece un campo escalar con masa conocido como *partícula Higgs*. El modelo estándar para las interacciones electromagnéticas y débiles es una teoría de norma con cuatro campos de norma, el fotón y los bosones con masa W^\pm y Z^0 . La masa de los bosones de norma, así como la de los fermiones es generada por el RES.

1.4 Corrientes débiles

Daré una breve introducción de las interacciones débiles, para posteriormente estudiar la simetría de norma de las interacciones electrodébiles y entender como es que estas dos interacciones fundamentales se unifican en el modelo originalmente estudiado por Weinberg y Salam [14].

En numerosos experimentos aparecen las corrientes cargadas de las interacciones débiles, un ejemplo muy conocido es el decaimiento beta. La corriente para el electrón y su neutrino se ve así:

$$J^\mu = \bar{\psi}_e \gamma^\mu \frac{1}{2}(1 - \gamma^5) \psi_\nu. \quad (1.31)$$

Antes de proseguir introduciré ciertos operadores de gran utilidad en la teoría. Recordemos que todo campo fermiónico siempre se puede escribir de la siguiente forma,

$$\psi = \psi_R + \psi_L, \quad (1.32)$$

es decir parte izquierda y parte derecha de un fermión masivo. Dicha definición tiene que ver con la proyección del espín de un fermión sobre su vector de momento. Definiendo

$$\begin{aligned} \psi_R &= P_R \psi, \\ \psi_L &= P_L \psi, \end{aligned} \quad (1.33)$$

donde los operadores de proyección están dados por

$$\begin{aligned} P_R &\equiv \frac{1}{2}(1 + \gamma^5), \\ P_L &\equiv \frac{1}{2}(1 - \gamma^5), \end{aligned} \quad (1.34)$$

los cuales cumplen con $P_L + P_R = 1$, $P_L P_R = 0$ y $P_i^2 = P_i$ ($i = L, R$). En la anterior ecuación a γ^5 se le llama el *operador de quiralidad*, el cual está definido por $\gamma_5 = i\gamma_0\gamma_1\gamma_2\gamma_3$.

Volviendo a las corrientes débiles, vamos a ver que estas forman un grupo de simetría. Las corrientes cargadas de la interacción de un electrón con su neutrino, tienen carga positiva ó negativa según el boson W que medíe la interacción. Éstas se pueden escribir como:

$$\begin{aligned} J_\mu^+ &= \bar{u}_\nu \gamma_\mu \frac{1}{2}(1 - \gamma^5) u_e = \bar{\nu} \gamma_\mu \frac{1}{2}(1 - \gamma^5) e = \bar{u}_L \gamma_\mu e_L, \\ J_\mu^- &= \bar{u}_e \gamma_\mu \frac{1}{2}(1 - \gamma^5) u_\nu = \bar{e} \gamma_\mu \frac{1}{2}(1 - \gamma^5) \nu = \bar{e}_L \gamma_\mu \nu_L, \end{aligned} \quad (1.35)$$

el subíndice L se usa para denotar espinores izquierdos y para recordar la estructura $V - A$ (vectorial-axial) de las corrientes débiles y llamamos $\bar{u}_\nu \equiv \bar{\nu}$, $u_e \equiv e$, etc., a los espinores de Dirac. Podemos escribir las corrientes anteriores con una estructura bidimensional, introduciendo el siguiente doblete

$$\chi_L = \begin{pmatrix} \nu \\ e^- \end{pmatrix}_L, \quad (1.36)$$

y los operadores de “creación” y “destrucción” $\tau_\pm = \frac{1}{2}(\tau_1 \pm \tau_2)$ definidos como

$$\tau_+ = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \tau_- = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad (1.37)$$

donde las τ 's son las matrices de espín de Pauli usuales (Ec. 1.15). Con las anteriores expresiones, podemos escribir las corrientes cargadas de la Ec.(1.35) como (con dependencia en x)

$$\begin{aligned} J_\mu^+(x) &= \bar{\chi}_L \gamma_\mu \tau_+ \chi_L, \\ J_\mu^-(x) &= \bar{\chi}_L \gamma_\mu \tau_- \chi_L \end{aligned} \quad (1.38)$$

y por otra parte también podemos escribir una corriente neutra,

$$J_\mu^3(x) = \bar{\chi}_L \gamma_\mu \frac{1}{2} \tau_3 \chi_L = \frac{1}{2} \bar{\nu}_L \gamma_\mu \nu_L - \frac{1}{2} \bar{e}_L \gamma_\mu e_L. \quad (1.39)$$

Así, hemos construido un triplete de “isospin” para las corrientes débiles, es decir

$$J_\mu^i(x) = \bar{\chi}_L \gamma_\mu \frac{1}{2} \tau_i \chi_L, \quad \text{con } i = 1, 2, 3. \quad (1.40)$$

es fácil ver que la corriente anterior tiene su correspondiente carga

$$T^i = \int J_0^i(x) d^3x. \quad (1.41)$$

Estos T 's son los generadores del grupo $SU(2)_L$, que cumplen con el algebra

$$[T^i, T^j] = i\epsilon_{ijk} T^k. \quad (1.42)$$

El subíndice L en $SU(2)_L$ es para recordar que las corrientes débiles de isospín solo acoplan fermiones izquierdos.

Por otra parte las corrientes electromagnéticas pueden ser entendidas como corrientes neutras, en este caso la carga eléctrica Q es el generador de grupo de simetría $U(1)$,

con $Q = -1$ para el electrón. La idea detrás de la unificación de las interacciones electromagnéticas y débiles es formar una corriente neutra que será la corriente electromagnética, como combinación lineal de dos corrientes ortogonales cada una con propiedades de transformación distintas bajo $SU(2)_L$. La primera de estas corrientes es la que corresponde al elemento neutro del triplete de isospín débil J_μ^3 , los fermiones izquierdos involucrados en esta última no se transforman trivialmente bajo $SU(2)_L$; la otra corriente se trata de un singlete de isospín débil, que es invariante bajo transformaciones de norma $SU(2)_L$, pero a la vez, la carga conservada en dicha corriente tiene que ser generadora del grupo de norma $U(1)$, ya que este es el grupo de norma de las interacciones electromagnéticas, esta última corriente es $j_\mu^Y = \bar{\psi}\gamma_\mu Y\psi$, llamada *corriente de hipercarga débil*, donde Y es precisamente la *hipercarga*, relacionada con Q por

$$Q = T^3 + \frac{Y}{2}, \quad (1.43)$$

esto es, la carga eléctrica es expresada como una combinación lineal de los generadores de grupo $SU(2)_L$ y $U(1)_Y$ respectivamente, de la misma forma la corriente electromagnética queda expresada en términos de las dos corrientes mencionadas anteriormente:

$$j_\mu^{em} = J_\mu^3 + \frac{1}{2}j_\mu^Y. \quad (1.44)$$

Al incorporar las interacciones electromagnéticas tenemos como resultado un grupo de norma más extenso $SU(2)_L \times U(1)_Y$, en esencia se han unificado las interacciones electromagnéticas con las débiles. En vez de un único grupo de simetría, se tienen dos grupos, y cada uno de estos debe tener su propia constante de acoplamiento, para el electromagnetismo esta constante es e como podemos ver en la Ec. (1.6), pero necesitamos otra constante para especificar completamente las interacciones débiles. La simetría $SU(2)_L \times U(1)_Y$ fue propuesta por primera vez por Glashow (1961) y posteriormente la teoría fue extendida por Weinberg (1967) y Salam (1968), quienes incorporaron los vectores bosónicos con masa (W^\pm, Z^0) [14].

1.5 Interacciones electrodébiles

El modelo Weinberg-Salam-Glashow, es una teoría de norma con estructura de grupo $SU(2)_L \times U(1)_Y$, y como vimos en la sección anterior, experimentalmente se puede concluir que las interacciones de corrientes cargadas débiles involucran fermiones izquierdos que

pertenecen a dobletes de isospín débil, mientras los fermiones derechos son simplemente singuletes de isospín. Podemos distinguir los fermiones como leptones y quarks (bariones) escribiendo:

$$\begin{aligned} l_L &\equiv \begin{pmatrix} \nu \\ e \end{pmatrix}_L, & e_R \\ q_L &\equiv \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}_L, & u_R, d_R. \end{aligned} \quad (1.45)$$

Queremos un Lagrangiano invariante bajo transformaciones de norma local $SU(2) \times U(1)_Y$, que describa las interacciones electrodébiles. Como podemos ver en la Ec. (1.45), las transformaciones de norma adecuadas, según la quiralidad, son

$$\begin{aligned} \psi_L &\rightarrow \psi'_L = e^{\alpha(x)\cdot\tau + i\beta(x)Y} \psi_L \\ \psi_R &\rightarrow \psi'_R = e^{i\beta(x)Y} \psi_R \end{aligned} \quad (1.46)$$

Es posible identificar tres sectores del Lagrangiano electrodébil; el primero tiene que ver con la energía cinética de los bosones de norma \mathcal{L}_G , la segunda parte es la fermiónica \mathcal{L}_F , es decir las partículas libres y por último el sector de Higgs \mathcal{L}_H , que es responsable de darle masa a las partículas, entonces

$$\mathcal{L}_{ED} = \mathcal{L}_G + \mathcal{L}_F + \mathcal{L}_H, \quad (1.47)$$

tenemos que

$$\mathcal{L}_G = -\frac{1}{4} \mathbf{W}_{\mu\nu} \cdot \mathbf{W}^{\mu\nu} - \frac{1}{4} B_{\mu\nu} \cdot B^{\mu\nu}, \quad (1.48)$$

donde el primer término corresponde al tensor de intensidad de campos del grupo $SU(2)$ y segundo al $U(1)$, definidos en las secciones previas. El sector fermiónico del Lagrangiano debe incluir la quiralidad izquierda y derecha, esto es

$$\mathcal{L}_F = \sum_{\psi_L} \bar{\psi}_L i \not{D} \psi_L + \sum_{\psi_R} \bar{\psi}_R i \not{D} \psi_R, \quad (1.49)$$

en el Lagrangiano anterior se indica explícitamente la suma sobre los dobletes de isospín izquierdos y sobre los isosinguletes derechos. También en la Ec. (1.49), se utilizó que $\not{D} = \gamma^\mu D_\mu$ con D_μ la derivada covariante que para los fermiones derechos es equivalente a la Ec. (1.8), pero con constante de acoplamiento g' , y generador Y_R correspondientes al grupo $U(1)_Y$, es decir

$$D_\mu \psi_R = \left(\partial_\mu + i \frac{g'}{2} Y_R B_\mu \right) \psi_R \quad (1.50)$$

La derivada covariante para los dobletes de $SU(2)$ involucra tanto la Ec. (1.21) como la Ec. (1.50), ya que los fermiones izquierdos se transforman bajo los dos grupos de norma, también aparece una nueva constante de acoplamiento g correspondiente al grupo $SU(2)$, así

$$D_\mu \psi_L = \left(\mathbf{I} \left(\partial_\mu + i \frac{g'}{2} Y_L B_\mu \right) + i \frac{g}{2} \boldsymbol{\tau} \cdot \mathbf{W}_\mu \right) \psi_L. \quad (1.51)$$

Para una descripción que incluya todas las partículas del modelo estándar la Ec. (1.49), debe incluir también la suma sobre el color.

Como vimos anteriormente, la forma de darle masa a los bosones de norma de nuestra teoría es a través del mecanismo de Higgs, más adelante veremos que este mecanismo también puede darle masa a los fermiones. Por ahora revisaremos el cálculo completo para proveer de masa a los bosones de norma. De la Ec. (1.47), podemos separar el sector de Higgs para bosones y fermiones, escribiendo el primero

$$\mathcal{L}_{HG} = (D^\mu \phi)^\dagger D_\mu \phi - V(\phi) \quad (1.52)$$

donde D_μ es tal y como en la Ec. (1.51) y $V(\phi)$ se define como en la Ec. (1.24). Ahora seguimos un procedimiento análogo al de la Sec. (1.3.1). El VEV es el mismo que en la Ec. (1.29) y el término importante en la Ec. (1.52) para generar la masa de los bosones es

$$\begin{aligned} & \left| \left(-i \frac{g}{2} \boldsymbol{\tau} \cdot \mathbf{W}_\mu - i \frac{g'}{2} B_\mu \right) \phi \right|^2 = \\ & \left| -\frac{i}{2} \left\{ \begin{pmatrix} gW_3 & g(W_1 - iW_2) \\ g(W_1 + iW_2) & -gW_3 \end{pmatrix} + g' \begin{pmatrix} B_\mu & 0 \\ 0 & B_\mu \end{pmatrix} \right\} \right|^2 \\ & = \frac{v^2 g^2}{8} [(W_\mu^3)^2 + (W_\mu^2)^2 + (W_\mu^1)^2] + g'^2 (B_\mu)^2 - 2gg' W_\mu^3 B_\mu \mathbf{I}, \end{aligned} \quad (1.53)$$

definiendo $W^\pm = \frac{1}{\sqrt{2}}(W^1 \mp iW^2)$, podemos escribir la Ec. (1.53) como

$$\begin{aligned} \left(\frac{1}{2} v g \right)^2 (W_\mu^+ W_\mu^-) + \frac{v^2}{8} [g^2 (W_\mu^3)^2 - 2gg' W_\mu^3 B_\mu + g'^2 (B_\mu)^2] &= \left(\frac{1}{2} v g \right)^2 (W_\mu^+ W_\mu^-) \\ + \frac{v^2}{8} [gW_\mu^3 - g'B_\mu]^2 + 0 [g'W_\mu^3 + gB_\mu]^2, & \end{aligned} \quad (1.54)$$

lo que hemos hecho es identificar a los bosones físicos de una forma más general, es decir como combinaciones lineales de los bosones de norma, ahora los coeficientes de los campos bosónicos cuadráticos se identifican como las masas de dichos campos. El penúltimo y

último términos en la Ec. (1.54) corresponden a los campos físicos Z_μ y A_μ respectivamente y, si normalizamos dichos campos, tenemos

$$M_W = \frac{1}{2}vg, \quad (1.55)$$

$$A_\mu = \frac{g'W_\mu^3 + gB_\mu}{\sqrt{g^2 + g'^2}}, \quad M_A = 0, \quad (1.56)$$

$$Z_\mu = \frac{gW_\mu^3 - g'B_\mu}{\sqrt{g^2 + g'^2}}, \quad M_Z = \frac{1}{2}v\sqrt{g^2 + g'^2}. \quad (1.57)$$

De esta forma quedan definidos los bosones físicos (W^\pm, Z^0) mediadores de las interacciones electrodébiles como combinaciones lineales de los bosones de norma (W_μ, B_μ), los cuales fueron introducidos originalmente para construir las derivadas covariantes adecuadas y así el Lagrangiano de la teoría fuera simétrico bajo transformaciones de norma $SU(2) \times U(1)$. Notemos por ejemplo que el fotón, mediador de la interacción electromagnética, queda expresado en términos del campo neutro W_μ^3 perteneciente a $SU(2)$ y el campo B_μ de $U(1)_Y$ y, como resultado de la unificación, además se recupera lo que ya sabíamos: su masa es igual a cero. Otra forma de expresar los bosones A_μ y B_μ , en términos de los eigenestados de masa, es

$$\begin{aligned} A_\mu &= B_\mu \cos \theta_W + W_\mu^3 \sin \theta_W, \\ Z_\mu &= -B_\mu \sin \theta_W + W_\mu^3 \cos \theta_W, \end{aligned} \quad (1.58)$$

donde θ_W es llamado el ángulo de mezcla débil ó de Weinberg. Podemos relacionar las Ecs. (1.57) y (1.58) y escribir

$$\frac{g'}{g} = \tan \theta_W \quad (1.59)$$

$$\Rightarrow \frac{M_W}{M_Z} = \cos \theta_W. \quad (1.60)$$

Finalmente nos ocuparemos de la interacción de los fermiones con el campo escalar de Higgs, una idea interesante es que el mismo doblete de Higgs, el cual genera la masa de los bosones sea también el que dé masa a los leptones y quarks. El procedimiento a seguir sólo contempla la primera generación de partículas del modelo estándar, pero un análisis similar puede hacerse para tener la teoría completa. De acuerdo a la Ec. (1.47), debe haber un término en el Lagrangiano de las interacciones electrodébiles, que contemple la interacción de la partícula Higgs con los fermiones, dado por

$$\mathcal{L}_{HF} = -G_u \bar{q}_L \tilde{\phi} u_R - G_d \bar{q}_L \phi d_R - G_e \bar{l}_L \phi e_R + \text{h.c.}, \quad (1.61)$$

donde G_u , G_d y G_e , son constantes de acoplamiento arbitrarias, no se incluye un neutrino derecho, ya que se asume que tal partícula no existe, el último termino de la anterior se refiere a los hermitianos conjugados. Para el caso de los quarks se emplea el campo escalar en términos del conjugado de carga, es decir

$$\bar{\phi} = -i\tau_2\phi^* = \begin{pmatrix} -\bar{\phi}^0 \\ \phi^- \end{pmatrix}. \quad (1.62)$$

Por ejemplo, para generar la masa del electrón se debe incluir el siguiente termino invariante $SU(2) \times U(1)$ en el Lagrangiano, que corresponde al penúltimo en la Ec. (1.61)

$$\mathcal{L} = -G_e \left[(\bar{\nu}, \bar{e})_L \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix} e_R + \bar{e}_R(\phi^-, \bar{\phi}^0) \begin{pmatrix} \nu_e \\ e \end{pmatrix}_L \right]. \quad (1.63)$$

Una vez que se da el RES, sustituimos el doblete de Higgs usual por el nuevo campo en términos de VEV de la Ec. (1.29). Después de un cálculo sencillo y utilizando los operadores de proyección de helicidad de la Ec. (1.34), se obtiene

$$\mathcal{L} = -\frac{G_e}{\sqrt{2}} [v e \bar{e} + h e \bar{e}]. \quad (1.64)$$

dado que G_e es una constante arbitraria, se puede escoger de tal manera que

$$m_e = \frac{G_e v}{\sqrt{2}}, \quad (1.65)$$

entonces el valor de la masa del electrón no está predicha por esta la teoría. La masa de los quarks es generada de manera análoga, pero considerando la Ec. (1.62) y con RES

$$\begin{aligned} \mathcal{L} &= -G_d(\bar{u}, \bar{d})_L \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix} d_R - G_u(\bar{u}, \bar{d})_L \begin{pmatrix} -\bar{\phi}^0 \\ \phi^- \end{pmatrix} u_R + \text{h.c.}, \\ &= -m_d \bar{d}d - m_u \bar{u}u - \frac{m_d}{v} \bar{d}dh - \frac{m_u}{v} \bar{u}uh, \end{aligned} \quad (1.66)$$

otra vez, la masa de los quarks depende de constantes arbitrarias por lo cual no se predicen en la teoría.

Finalmente, para resumir esta sección, escribimos todos los ingredientes de la parte electrodébil del modelo estándar. El Lagrangiano completo es

$$\begin{aligned}
\mathcal{L} = & -\frac{1}{4}B_{\mu\nu}B^{\mu\nu} - \frac{1}{4}\mathbf{W}_{\mu\nu} \cdot \mathbf{W}^{\mu\nu} \\
& + \psi_L\gamma^\mu \left(i\partial_\mu - \frac{g'}{2}Y_L B_\mu - \frac{g}{2}\boldsymbol{\tau} \cdot \mathbf{W}_\mu \right) \psi_L \\
& + \psi_R\gamma^\mu \left(i\partial_\mu - \frac{g'}{2}Y_R B_\mu \right) \psi_R \\
& + \left| \left(i\partial_\mu - \frac{g'}{2}Y B_\mu - \frac{g}{2}\boldsymbol{\tau} \cdot \mathbf{W}_\mu \right) \phi \right|^2 - V(\phi) \\
& - (G_1\bar{\psi}\phi\psi_R + G_2\bar{\psi}\phi_c\psi_R + \text{hermitiano conjugado}). \tag{1.67}
\end{aligned}$$

En la anterior ψ_L denota los dobletes de fermiones izquierdos (leptones o bariones) y ψ_R denota los singuletes de fermión derechos. El primer término en la Ec. (1.67) corresponde a las energías cinéticas de los bosones W^\pm , Z , γ y a sus auto interacciones; el segundo término describe las energías cinéticas de los leptones y quarks y su interacción con los bosones W^\pm , Z y γ ; el tercer término es el responsable de dar masa a W^\pm y Z mediante el acoplamiento con el campo escalar de Higgs y finalmente el último término corresponde a la masa de leptones y quarks, en términos del acoplamiento con el Higgs.

En el próximo capítulo veremos que, efectivamente, el sector electrodébil del modelo estándar es un buen escenario para explicar la diferencia cuantitativa entre materia y antimateria que se observa en el universo.

Capítulo 2

Mucho más que las condiciones de Sakharov

Es sabido que el sector electrodébil del modelo estándar satisface todas las condiciones de Sakharov para la bariogénesis. En este capítulo daremos una revisión general de cada una de estas condiciones, empezaremos con la violación de número bariónico, la cual cambia considerablemente de temperatura cero a temperatura finita, después mencionaremos cuáles son los mecanismos que involucran violación de C y CP en esta teoría y terminaremos describiendo el porque la transición a materia del universo temprano se asume como una condición fuera de equilibrio.

2.1 Violación de número bariónico

Tanto en QED como en la *cromodinámica cuántica* (QCD, nuevamente por sus siglas en inglés), la única interacción entre la materia y los campos de norma es de tipo vectorial, de la forma $g_V J_\mu W^\mu$, donde W^μ es el campo de norma y $J_\mu \sim \bar{\psi} \gamma_\mu \psi$ es la corriente vectorial. La corriente vectorial es conservada como vimos en la Ec. (1.9). A diferencia de las teorías anteriores, en la teoría de norma de las interacciones débiles, también existe un acoplamiento con la materia de tipo axial, dado por $g_A J_\mu^5 W^\mu$, donde

$$J_\mu^5 = \bar{\psi} \gamma_\mu \gamma_5 \psi, \quad (2.1)$$

es la *corriente axial*. Así, la ecuación de continuidad para dicha corriente se obtiene fácilmente utilizando la ecuación de movimiento, Ec. (1.16) del capítulo anterior, la cual

queda

$$\partial^\mu J_\mu^5 = 2im\bar{\psi}\gamma_5\psi \equiv 2mJ_5. \quad (2.2)$$

J_5 es conocida como densidad quiral. Es claro que la corriente axial no se conserva a menos que $m = 0$, entonces podemos decir que en una teoría de norma con un simple fermión de Dirac sin masa, a nivel clásico el lagrangiano exhibe dos simetrías

$$\psi \rightarrow e^{i\alpha}\psi; \quad \bar{\psi} \rightarrow e^{i\alpha\gamma_5}\bar{\psi}. \quad (2.3)$$

La simetría vectorial corresponde a la rotación de ψ y $\bar{\psi}$ con fases opuestas, mientras la simetría axial es la misma rotación para los dos campos.

A nivel clásico, el número de cada especie fermiónica es conservado individualmente en todas las interacciones. Esto se refleja en el hecho de que para cada especie existe una corriente $U(1)$ global exactamente conservada. En el modelo estándar hay un total de 12 especies diferentes y por lo tanto 12 corrientes globales conservadas. En particular, podemos considerar una corriente que incluya todos los bariones, todos los leptones ó una suma de ellos, para el caso de bariones tenemos

$$J_B^\mu = \frac{1}{2} \bar{q} \gamma^\mu q = \frac{1}{4} [\bar{q} \gamma^\mu (1 - \gamma^5) q + \bar{q} \gamma^\mu (1 + \gamma^5) q] \quad (2.4)$$

donde q representa los quarks y existe una suma implícita sobre los índices de sabor y color. Podemos decir ahora que el número bariónico se conserva a través de las ecuaciones clásicas de movimiento

$$\partial_\mu J_B^\mu = 0. \quad (2.5)$$

Sin embargo, cuando se quiere ser más preciso en los cálculos de las interacciones, se deben considerar todas las posibles fluctuaciones, es decir la correcciones cuánticas, en este caso las corrientes que clásicamente se conservaban ya no lo hacen a nivel cuántico. Se dice entonces que hay una *anomalía*. Básicamente lo que sucede es que si uno considera que las partículas mediadoras de las interacciones pueden fluctuar y/o aniquilarse según su régimen cuántico, entonces nuevas partículas creadas deben ser consideradas como fuentes (o sumideros), cuando se escriba la correspondiente ecuación de continuidad.

Entonces, al considerar los efectos cuánticos en una interacción electrodébil, y cuando se calculen los diagramas de Feynman que describen la interacción, aparecen ciertos vértices con acoplamiento axial, además de los vectoriales. En particular de la expansión a primer orden de los vértices axiales encontraremos los llamados de un "loop", que dan lugar a dicha anomalía, también conocida como anomalía quiral o de triángulo [15]. Esta

anomalía puede ser calculada de varias maneras, probablemente la forma más sencilla sea evaluando el diagrama de Feynman de la Fig. 2.1. El diagrama está dado por la integral [16]

$$\frac{1}{2g^2} \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \text{Tr}(\not{A} \gamma_5 \frac{i}{\not{k} + \not{A}} \not{\epsilon}_1 \frac{i}{\not{k} + \not{A} + \not{A}'} \not{\epsilon}_2 \frac{i}{\not{k}}), \quad (2.6)$$

donde $\epsilon_i (i = 1, 2)$ son los vectores de polarización de los bosones para finalmente llegar al resultado siguiente

$$\partial^\mu J_\mu^5 = 2mJ_5 + \frac{e^2}{8\pi^2} \mathbf{W}_{\mu\nu} \tilde{\mathbf{W}}^{\mu\nu}. \quad (2.7)$$

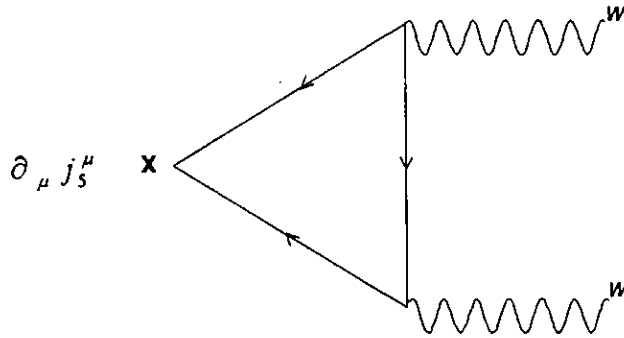


Figura 2.1: Interacción que induce la anomalía axial

Debido a los efectos cuánticos cualquier corriente axial que se acople con un fermión de Dirac ψ , es anómala. Sólo la parte axial de la Ec. (2.4) es importante cuando se calcula la divergencia. Este efecto, como se mencionó anteriormente, puede ser calculado con el diagrama de triángulo de la Fig. 2.1. Entonces, por simplicidad, considerando estrictamente el sector de norma, la expresión para la divergencia de la corriente de número bariónico, queda

$$\partial_\mu J_B^\mu = \frac{g^2}{32\pi^2} \text{Tr} \mathbf{W}_{\mu\nu} \tilde{\mathbf{W}}^{\mu\nu} \sim \partial_\mu K_{CS}^\mu. \quad (2.8)$$

Podemos notar que una expresión similar a la anterior, también puede calcularse para el caso de corrientes de número leptónico (J_L^μ) y número bariónico más leptónico (J_{B+L}^μ), es decir, tales corrientes no son conservadas, cuando se toma en cuenta los efectos cuánticos. Sin embargo, muchas veces en la literatura [17] se habla de la no conservación del número $B + L$, pero de la conservación de $B - L$, esta aparente contradicción, puede aclararse si consideramos que tanto bariones como leptones pueden ser producidos a la misma razón. Además, cuando se calcula el diagrama de la Fig. 2.1, también se obtiene una expresión

equivalente al lado derecho de la Ec. (2.8) para el grupo $U(1)$, pero debido a que sólo el grupo $SU(2)$ cuenta con una topología no trivial, nos enfocaremos en este sector, el cual tiene implicaciones importantes para la generación de número bariónico, sin embargo aprovecharemos las ventajas ilustrativas de la topología $U(1)$, para introducir la discusión.

En la Ec. (2.8), $W_{\mu\nu}$ es el tensor de campos $SU(2)$ electrodébil, definido en la Ec. (1.25). El tensor *dual* de $W_{\mu\nu}$, denotado por $\tilde{W}_{\mu\nu}$, es definido como

$$\tilde{W}_{\mu\nu} = \frac{1}{2}\epsilon_{\mu\nu\rho\sigma}W_{\rho\sigma}. \quad (2.9)$$

El producto $\tilde{W}_{\mu\nu}W_{\mu\nu}$, puede escribirse como la divergencia de la corriente Chern-Simons (K_{CS}^μ)

$$\partial_\mu K_{CS}^\mu = \frac{1}{4}TrW_{\mu\nu}\tilde{W}^{\mu\nu}, \quad (2.10)$$

de acuerdo con la Ec. (2.10) y omitiendo el subíndice CS , la corriente Chern-Simons es

$$K_\mu = \frac{1}{4}\epsilon_{\mu\nu\kappa\lambda}\left(W_\nu^a\partial_\kappa W_\lambda^a + \frac{g}{3}\epsilon_{abc}W_\nu^aW_\kappa^bW_\lambda^c\right) \quad (2.11)$$

con $W_\mu = \frac{1}{2}\tau^a W_\mu^a$. Por lo tanto como consecuencia de la anomalía, el cambio en número (carga de) bariónico, equivale también a un cambio en el número (carga) de Chern-Simons,

$$\Delta n_B = \Delta Q_{CS} = \int_{t_1}^{t_2} dt \int \partial_\mu K^\mu d^3x. \quad (2.12)$$

La existencia de una carga topológica Q_{CS} es consecuencia de la estructura de vacío de la teoría electrodébil. La energía mínima o energía potencial mínima, como función de ΔQ_{CS} es multiperíodica, como se muestra en la Fig. 2.2. Como ya dijimos, en vez de estudiar directamente la topología de la teoría electrodébil, encontraremos una analogía con la teoría de norma electromagnética.

Esencialmente, debemos preguntarnos por la probabilidad de que los bosones de norma, mediadores de la interacción electrodébil, interpolen de un vacío en otro, en otras palabras, que tan probable es, que dichos bosones vectoriales fluctúen cuánticamente, dando lugar a los diagramas de un “loop”. Intuitivamente podemos pensar que los bosones de norma pueden “vivir” indistintamente en vacíos equivalentes, la única restricción es que para cada vacío la ecuaciones de movimiento para los campos de norma sean equivalentes, ó de forma más general que la “acción” dada por $\mathcal{S} \sim \int W^2 d^4x$ sea una integral convergente (ó finita) [18]. La forma de interpolar de un vacío en otro es mediante una transformación de norma como las vistas en el capítulo 1; a continuación discutiremos estas transformaciones para un caso sencillo: el grupo $U(1)$.

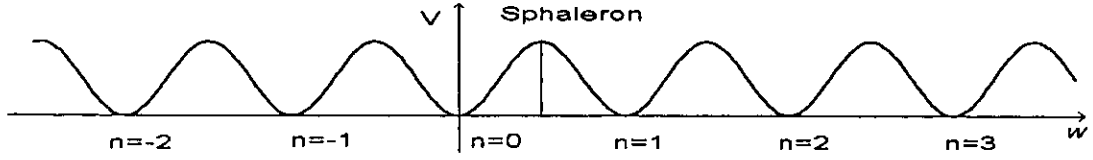


Figura 2.2: Estructura multiperiódica del vacío $SU(2)$.

Las transformaciones de norma para un boson vectorial y un tensor de campos, en general, son de la forma

$$\begin{aligned} A_\mu &\longrightarrow A'_\mu = S A_\mu S^{-1} + S \partial_\mu S^{-1} \\ F_{\mu\nu} &\longrightarrow F'_{\mu\nu} = S F_{\mu\nu} S^{-1}, \end{aligned} \quad (2.13)$$

con S como la matriz de transformación correspondiente al grupo, la cual cumple con $SS^{-1} = 1$. Puesto que nos interesan las configuraciones de campo para el caso de vacío puro tomemos $A_\mu = 0$, lo cual implica que $A'_\mu = S \partial_\mu S^{-1}$ (se dice que es norma pura) y es inmediato mostrar que también la acción es cero. Como vimos en la Sec. (1.2), el grupo de norma $U(1)$, es el grupo de números complejos de módulo uno: $z = e^{i\theta}$, con θ entre cero y 2π , de tal forma que este grupo define un círculo unitario en el plano complejo, entonces topológicamente el grupo $U(1)$ y el círculo unitario son los equivalentes, i.e., $G \equiv S_1$; estrictamente hablando una transformación de norma de $U(1)$ es un mapeo del círculo unitario en si mismo, Fig. 2.3. Puede ser útil describir algunos mapeos.

El mapeo que toma cualquier punto del círculo y lo manda al uno es $s^{(0)}(\theta) = 1$, mientras el mapeo identidad esta dado por $s^{(1)}(\theta) = e^{i\theta}$. Podemos definir la familia de mapeos de $U(1)$ como

$$s^{(\nu)}(\theta) = [s^{(1)}(\theta)]^\nu = e^{i\nu\theta}, \quad (2.14)$$

donde ν es un número positivo, conocido como número de *winding*.

Dados dos mapeos de un espacio topológico en otro, tales que cada mapeo es continuamente deformable en otro, se dice que las dos funciones son "homotópicas" ó pertenecen a la misma clase homotópica. En este caso todos los mapeos de S_1 a S_1 , son homotópicos [18]. El número de "winding" lo podemos entender con el siguiente ejemplo. Dado el mapeo $s^{(2)}$ de acuerdo con la Ec. (2.14), fijémonos en cualquier punto en el círculo unitario, la función $s^{(2)}$ toma dicho punto y lo hace rotar sobre el círculo 2θ radianes, lo mismo sucede con cualquier otro punto sobre el círculo, entonces podemos pensar que el mapeo $s^{(2)}$ hace girar al círculo en sentido contrario de las manecillas del reloj hasta

completar 2θ , entonces el número de winding es el número de “vueltas” que hace el círculo unitario bajo la función. Veremos que para grupos no Abelianos el número de winding tiene implicaciones sobre la carga topológica.

Ahora, hay que estudiar la configuración de campos del grupo $SU(2)$ en el vacío, es decir, la topología del grupo. Supongamos una configuración de campos $SU(2)$ de vacío puro, en un volumen de cuatro dimensiones en el espacio Euclideo (V^4), acotado por la 3-esfera (S_3), es decir con frontera, $\partial V^4 \sim S_3$. Dado que es vacío, $W_\mu = 0$, $W_{\mu\nu} = 0$ y por la Ec. (2.8) $K^\mu = 0$, entonces la ecuación de movimiento para los campos, es simplemente $D_\mu W_{\mu\nu} = 0$ y de forma similar para el tensor dual. Así pues, haciendo una analogía con la topología del grupo $U(1)$, las transformaciones de norma para el grupo $SU(2)$, equivalen al mapeo de la 3-esfera en si misma, o bien topológicamente hay una equivalencia entre el grupo $SU(2)$ y la 3-esfera con un número de “winding” asociado.

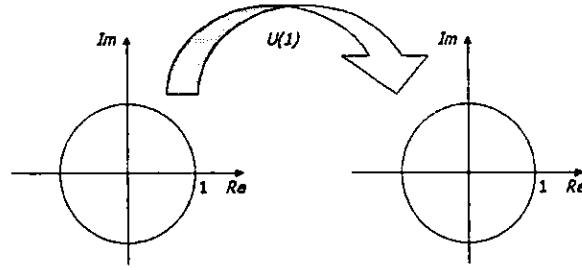


Figura 2.3: Mapeo $U(1)$ del círculo unitario en si mismo.

Integrando ambas partes en la Ec. (2.10) y aplicando el teorema de Gauss, tenemos

$$\begin{aligned} \int_{V^4} \text{Tr} W_{\mu\nu} \tilde{W}_{\mu\nu} d^4x &= 4 \int_{V^4} \partial_\mu K_\mu d^4x \\ &= 4 \oint_{\partial V^4} K_\perp d^3x. \end{aligned} \quad (2.15)$$

Podemos entonces definir una transformación de norma $SU(2)$ equivalente a la primera expresión de la Ec. (2.13) para el cuadvectores W_μ , dicha transformación, sólo tiene sentido sobre la frontera S_3 ,

$$S = \frac{x_4 + i\mathbf{x} \cdot \boldsymbol{\tau}}{\sqrt{\sigma^2}}, \quad (2.16)$$

donde $\sigma^2 = x_4^2 + \mathbf{x}^2$,

como hemos dicho, tal transformación es un mapeo de la hiperesfera sobre si misma y podemos identificar sobre el cuadvivector transformado W'_μ , una parte espacial, denotada por W'_i y otra temporal, W'_4 , así de acuerdo con la Ec. (2.10) también podemos obtener, la correspondiente corriente K_μ transformada,

$$K \rightarrow K'_\mu = \frac{2x_\mu}{g^2\sigma^4}, \quad (2.17)$$

a partir de la transformación anterior, vemos que la componente perpendicular a la hiperesfera es la que apunta en la dirección x_4 , por lo tanto el vector K_μ perpendicular a la hiperesfera es

$$K'_\perp = \frac{2x_4}{g^2\sigma^4} = \frac{2\sigma}{g^2\sigma^4}, \quad (2.18)$$

y utilizando las Ecs. (2.15) y (2.18), llegamos a

$$\begin{aligned} \int Tr \mathbf{W}_{\mu\nu} \tilde{\mathbf{W}}_{\mu\nu} d^4x &= \frac{8\sigma}{g^2\sigma^4} \oint_{S^3} d(\text{area}) \\ &= \frac{16\pi^2}{g^2}, \end{aligned} \quad (2.19)$$

en la anterior usamos el hecho de que el área de la 3-esfera de radio σ es $2\pi^2\sigma^3$. Es claro que a diferencia del caso $U(1)$, $\mathbf{W}'_{\mu\nu}$ es distinto de cero para todo el volumen, excepto en la frontera donde tiende a cero y W_μ es norma pura. Esto refleja el hecho de que K_μ no es invariante de norma. Y de la Ec. (2.19) nuevamente llegamos a

$$\nu \equiv \frac{g^2}{16\pi^2} \int Tr \mathbf{W}_{\mu\nu} \tilde{\mathbf{W}}_{\mu\nu} d^4x, \quad (2.20)$$

donde ν es el índice topológico definido anteriormente como número de winding. En este caso $\nu = 1$ y también se puede mostrar que ν es el grado de mapeo del espacio de grupo $SU(2)$ a S_3 , o en otras palabras el número de vueltas sobre la hiperesfera.

Por otra parte recordemos que lo único que pedimos fue que la acción sea finita, ahora bien, ¿Como se relaciona todo esto con la acción?; como hemos dicho la acción (considerando solamente el sector de norma) esta dada por $\mathcal{S} \sim \int \mathbf{W}^2 d^4x$, donde $\mathbf{W}^2 = \mathbf{W}_{\mu\nu} \mathbf{W}^{\mu\nu}$, como vemos, la expresión para la acción está relacionada con la Ec. (2.20), salvo por el tensor dual. Es posible llegar a relacionar las anteriores considerando la siguiente desigualdad

$$Tr(\mathbf{W}_{\mu\nu} - \tilde{\mathbf{W}}_{\mu\nu})^2 \geq 0, \quad (2.21)$$

haciendo un poco de algebra y tomando en cuenta que $\epsilon_{\mu\nu\rho\sigma}\epsilon_{\mu\nu\kappa\lambda} = 2(\delta_{\rho\kappa}\delta_{\sigma\lambda} - \delta_{\rho\lambda}\delta_{\sigma\kappa})$ encontramos que

$$Tr \mathbf{W}_{\mu\nu} \mathbf{W}_{\mu\nu} \geq Tr \tilde{\mathbf{W}}_{\mu\nu} \mathbf{W}^{\mu\nu}, \quad (2.22)$$

por lo tanto integrando ambas partes de la desigualdad anterior y relacionando con la Ec. (2.20) tenemos

$$S \geq S_{dual} = \frac{16\pi^2\nu}{g^2}. \quad (2.23)$$

Con esto vemos como se relaciona la acción con el número de winding. Para resumir esta sección podemos decir lo siguiente. Para una teoría de norma no Abelian, basada en $SU(2)$, toda acción finita de configuración de campos (en un espacio Euclideo de cuatro dimensiones) tiene un número entero asociado (número de winding) y como mostramos anteriormente no es posible deformar continuamente una configuración con cierto número de winding en otra con diferente número de winding manteniendo el valor de la acción.

A temperatura cero

Tenemos que la estructura de vacío de la teoría electrodébil es degenerada, es decir, esta formado de por una estructura multiperódica, donde a cada mínimo le corresponde un número topológico distinto relacionado con la carga de Chern-Simons. Las teorías de campo construidas alrededor de estos vacíos son completamente equivalentes, o dicho de otra forma, cumplen con las mismas ecuaciones de movimiento. Como vimos, matemáticamente la forma de interpolar de un vacío en otro es a través de transformaciones de norma, pero notemos que las transiciones entre estos vacíos, son acompañadas por una violación en el número bariónico de acuerdo con la Ec. (2.12). A temperatura cero, la forma en la que se dan los procesos de violación de número bariónico, es por medio del tunelaje cuántico entre cualesquiera dos vacíos de la teoría. Como podemos ver en la Fig. 2.2, los vacíos adyacentes de la teoría electrodébil están separados por barreras de potencial, cuya energía depende de la configuración de campos, el punto más alto de la barrera corresponde a una solución estática de las ecuaciones clásicas de movimiento, la cual es referida como *sphaleron* [19], y es inestable bajo perturbaciones temporales. El sphaleron cobra gran importancia para calcular la razón de violación de número bariónico a temperatura finita .

El cálculo de la probabilidad de tunelaje entre vacíos en la teoría cuántica de campos, se conoce muy bien [18]. En general lo que hay que hacer, es obtener la acción S_E en el espacio Euclideo, cuyas coordenadas son (x_1, x_2, x_3, x_4) , donde $x_0 = -ix_4$ y $x_0 = ct$ es decir una rotación de Wick en el espacio de Minkowski. Para el caso en el que sólo se considera el sector de norma de la teoría, se encuentra la solución de las ecuaciones de

movimiento en el espacio Euclideo que interpola entre vacíos y minimiza la acción; tal solución es conocida como *instantón* [20].

La probabilidad o razón de transición entre vacíos, también referida como amplitud de penetración, es proporcional a [20]

$$\exp(-S_E), \tag{2.24}$$

donde S_E es la acción Euclidiana. Se puede mostrar el resultado anterior considerando el problema de movimiento de una simple partícula a través del potencial unidimensional de la Fig. 2.4, con el método WKB de la mecánica cuántica ordinaria. Si $V > E$ clásicamente el proceso está prohibido, sin embargo cuánticamente existe una probabilidad de tunelaje, dada por

$$\exp\left\{\int_a^b [2m(V - E)]^{1/2} dx\right\} \equiv \exp(-S_E) \tag{2.25}$$

El formalismo anterior debe ser generalizado para la teoría cuántica de campos, la cual se puede entender como mecánica cuántica simple, en el límite de un número infinito de grados de libertad. En este contexto es posible estimar la probabilidad de decaimiento de algún proceso típico [21], tal como $p + n \rightarrow e_+ + \bar{\nu}_\mu$, el cual viola número bariónico y leptónico, utilizando las Ecs. (2.23) y (2.24), y tomando en cuenta que $g \sin \theta_W = e$ y $\sin^2 \theta_W \sim 0.35$, tenemos que

$$e^{-S_E} = e^{-16\pi^2/g^2} = 10^{-262}. \tag{2.26}$$

Como sabemos la probabilidad de decaimiento es proporcional al inverso de la vida media, lo cual da del orden de 10^{218} años y corresponde al tiempo de vida media del deuterón, que para propósitos prácticos decimos que tal partícula vive por siempre!. Esto también explica la estabilidad del proton. Estos numeros tan grandes son típicos en cálculos de instantones. Sin embargo a temperatura finita, se puede desarrollar un nuevo método de generación de número bariónico (distinto del tunelaje). Veremos que existe una probabilidad de que haya una fluctuación térmica con una energía mayor que la altura de la barrera, entre dos mínimos; en este caso la fluctuación clásicamente puede sobrepasar el máximo y caer en otro mínimo.

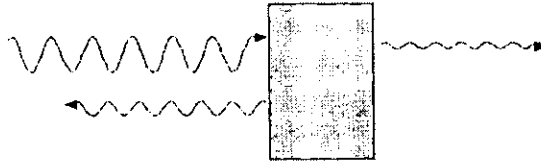


Figura 2.4: Cuánticamente, una partícula puede tunelear la barrera. El método WKB, nos da la probabilidad de transmisión.

A temperatura finita

Como hemos visto, la razón de violación de número bariónico a temperatura cero es despreciable. Esta situación cambia para temperaturas del orden de la escala electrodébil, 100 GeV. El sistema es descrito por la mecánica estadística clásica, entonces una fracción de estados del orden de $e^{-\beta V_0}$, donde V_0 es la altura de la barrera, tendrán energía suficiente para simplemente pasar sobre ésta, es decir, las transiciones entre vacíos de la teoría pueden ser posibles debido a fluctuaciones térmicas.

Comenzaremos con una analogía de la mecánica. Consideremos un péndulo ideal de masa m y longitud l , el cual está confinado a moverse (rotar) en el plano. Tal sistema cuenta de un vacío con estructura periódica etiquetado por un entero n , entonces los estados con mínima energía se encuentran en $\theta_n = 2\pi n$. Este sistema queda descrito clásicamente por un Lagrangiano como $L(\theta, \dot{\theta}, l)$; por otra parte, la ecuación de Schrödinger describe al sistema cuánticamente, entonces la estructura múltiple del vacío se manifiesta en las funciones de onda periódicas. En este caso, el tunelaje cuántico entre vacíos es exponencialmente suprimido como se esperaba. El resultado anterior, como vimos, puede obtenerse con la aproximación semiclásica: el método WKB.

Ahora si consideramos un aumento de temperatura en el sistema, podemos imaginar que el péndulo quedará inmerso en un baño térmico y puede ser excitado térmicamente para estados con valores de energías cada vez más altos, tan altos como la temperatura aumente. Si la fluctuación térmica es comparable con el alto de la barrera, es posible que ocurra una transición entre vacíos sobre la barrera. Escribiendo la energía de la barrera como E_{Sph} , se puede mostrar que la razón de transición es (haciendo uno la constante de Boltzman)

$$\Gamma(T) \propto \exp\left(-\frac{E_{Sph}}{T}\right), \quad (2.27)$$

entonces, cuando $T \sim E_{Sph}$, el péndulo puede transitar entre vacíos, y cruzar el punto

$\theta = \pi$. Notemos que lo importante, es que la razón de transición esta gobernada por la altura de la barrera, o de forma más general, por el valor máximo de la energía libre de las configuraciones de campos que interpolan entre vacíos. Las condiciones generales de este simple sistema mecánico son de gran importancia para teorías de norma no Abelianas como la teoría electrodébil, en la cuál transiciones como la anterior dan lugar a un cambio neto en el número bariónico.

El modelo del péndulo, es un ejemplo muy útil de un sistema con varios mínimos locales, cuyos mínimos están caracterizados por una variable angular. Cuando movemos continuamente el péndulo desde un mínimo a otro, pasamos necesariamente por un punto con energía máxima local, esta energía corresponde a la altura de la barrera entre dos mínimos. La anterior es una solución inestable de las ecuaciones clásicas de movimiento a lo largo del camino, la cual corresponde a la cima de la barrera. Esta solución es el sphaleron.

Como hemos dicho el cálculo del sphaleron es relevante en procesos a temperatura finita, se ha estimado que la energía del sphaleron es

$$E_{Sph} \sim \frac{M_W}{\alpha_W} \quad (2.28)$$

con

$$\alpha_W = \frac{g^2}{4\pi} = \frac{1}{29}, \quad (2.29)$$

y M_W , la masa típica de los bosones mediadores de las interacciones electrodébiles. A temperaturas altas, la masa es función de la temperatura, $M_W(T)$, la cual se obtiene del potencial efectivo a temperatura finita. Por otro lado, sabemos que a cierta temperatura, la masa de los bosones W^\pm y Z es cero, esto sucede cuando la simetría rota por el mecanismo de Higgs es restaurada, para $T \geq M_W(T)/\alpha_W$. Es decir cuando la temperatura alcanza valores muy altos, la masa de los bosones desaparece y la Ec. (2.27), no es válida. Por otra parte sabemos que el uso del formalismo para calcular transiciones por encima de la barrera de potencial es valido solamente a muy altas temperaturas, solamente cuando $T \gg M_W(T)$ [17]. Con las consideraciones anteriores se concluye que hay un rango de temperaturas, en el cual se permite la probabilidad de transición entre mínimos ó vacíos, generando número bariónico. Para la teoría electrodébil dicho rango es

$$M_W(T) \ll T \ll M_W/\alpha_W. \quad (2.30)$$

El desarrollo de la teoría de campos a temperatura finita se vuelve más sutil, es natural y bien conocido, que las propiedades de las partículas cambian debido a fenómenos colec-

tivos. La teoría de campos en un plasma de partículas sin masa, esta caracterizada por dos cantidades: la temperatura T y la constante de acoplamiento g . La escala de energía que caracteriza a la partículas individuales es T , mientras la escala de energía gT esta asociada con el movimiento colectivo de partículas individuales, es decir, la escala en el plasma. Se sabe que la razón de decaimiento de estas excitaciones colectivas es del orden g^2T [22]. Ahora, nuestro principal interés es encontrar la probabilidad de violación de número bariónico, para ello es necesario conocer la razón de los procesos de dispersión, que promueven partículas a energías suficientes para potencialmente “brincar^a un vacío adyacente, i.e. fluctuaciones térmicas. Las fluctuaciones son directamente proporcionales a la escala en la cual suceden, esto es $g^2T \sim \alpha_W T$, de la Ec. (2.29). Puesto que, queremos conocer la razón de estos procesos por unidad de volumen, entonces [23]

$$\Gamma = \kappa(\alpha_W T)^4, \quad (2.31)$$

donde κ es una constante adimensional. La simetría bariónica se produce en la fase simétrica, pero eventualmente cae a las burbujas que se expanden. Finalmente para calcular la razón de violación de número bariónico, tenemos que considerar dos cosas: la probabilidad de tener interacciones que induzcan a la violación de número bariónico (fluctuaciones térmicas) y la probabilidad de tener transiciones entre vacíos de la teoría; haciendo el producto de estas dos razones, Ecs. (2.27) y (2.31), junto con las Ecs. (2.28), (2.29) y la Ec. (1.55), obtenemos el resultado buscado: la razón de violación de número bariónico por unidad de volumen, por unidad de tiempo para el caso de la escala electrodébil

$$\Gamma_B = 3\kappa(\alpha_W T)^4 \exp\left(-\frac{2\pi v(T)}{gT}\right). \quad (2.32)$$

Notemos que ahora el factor de supresión de Boltzman esta gobernado por el valor de VEV para el campo escalar Higgs y otra vez $v(T)$ queda determinado por el potencial efectivo a temperatura finita.

2.2 Violación de C y CP

Sin duda, una de la herramientas más poderosas, que nos ayudan a explicar los fenómenos físicos son las simetrías. Además de las simetrías continuas que hemos introducido en el primer capítulo, también encontramos las llamadas *simetrías discretas*. Se sabe que toda teoría física que intente explicar las interacciones fundamentales de la naturaleza, debe ser

invariante bajo las simetrías discretas *CPT*; a esto se le conoce también como el *teorema CPT*. De forma sencilla, dicho teorema se refiere a la invariancia del Lagrangiano bajo la composición de los operadores de *C conjugación de carga*, *P paridad* y *T inversión temporal* (tomados en cualquier orden) [24].

Paridad

El efecto importante del operador de paridad es que invierte las coordenadas espaciales, dejando la coordenada temporal sin cambio, $x^\mu \leftrightarrow x_\mu$. Bajo *P*, todos los *momentos* son invertidos, mientras que los espines no se ven afectados por esta operación. Por otra parte, notemos que bajo el operador *P*, partículas izquierdas y derechas son intercambiadas, $\psi_L \leftrightarrow \psi_R$.

Conjugación de carga

A nivel de campos libres, esto es campos sin interacción, la operación *C* es fácil de entender. Cualquier campo libre puede ser expresado como una combinación lineal de operadores de creación (aniquilación) para una partícula y su antipartícula, este desarrollo de Fourier en forma simbólica es $\phi(x) = \sum \{(\dots)a + (\dots)b^\dagger\}$, entonces bajo *C* el papel de los operadores *a* y *b* se intercambia, además cambia el signo de las cargas internas, tales como carga eléctrica, número bariónico, etc. Pero los campos libres en general, no corresponden a partículas físicas, por lo tanto la conjugación de carga no cambia una partícula por su antipartícula.

C es una matriz unitaria de 4×4 , la cual satisface la condición $C^{-1}\gamma_\mu C = -\gamma_\mu^T$, donde *T* significa transpuesta. Esta relación para *C* se obtiene pidiendo que, tanto el campo de Dirac bajo la operación *C* como el propio campo satisfagan la misma ecuación de movimiento para el campo libre. La matriz *C* usualmente se escribe como $C = i\gamma^2\gamma^0$. Es fácil probar, que en general la operación de conjugación de carga, toma un término en algún Lagrangiano y lo transforma en su hermitiano conjugado.

La simetría *CP* es la combinación de conjugación de carga y paridad. Debido al teorema *CPT*, si una teoría es invariante bajo *CP*, entonces también es invariante bajo *T*. Se deben definir las operaciones de simetría de *C* y *P* para los campos libres ϕ , de tal forma que estos campos y los campos bajo los operadores, satisfagan las mismas ecuaciones de movimiento.

La violación de CP en una teoría, se pone de manifiesto cuando aparece una fase *violadora* de CP , en el lagrangiano de la teoría. Supongamos que se quiere describir la interacción de dos quarks mediados por un boson de norma, en una corriente cargada

$$\mathcal{L} = gW_{\mu}^{+}\bar{u}\gamma^{\mu}d, \quad (2.33)$$

Para que esta descripción sea completa, debemos agregar el término que corresponde al hermitiano conjugado, entonces

$$\mathcal{L} = gW_{\mu}^{+}\bar{u}\gamma^{\mu}d + g^{*}W_{\mu}^{-}\bar{d}\gamma^{\mu}u. \quad (2.34)$$

Pero notemos que cada término en la expresión anterior es CP *conjugado* respecto del otro, es decir bajo CP , $W_{\mu}^{+}\bar{u}\gamma^{\mu}d \leftrightarrow W_{\mu}^{-}\bar{d}\gamma^{\mu}u$. Es claro entonces, que a menos que $g = g^{*}$ en la Ec. (2.34), esta teoría podría violar CP . Por lo tanto es necesario en nuestra teoría, tener una fase no trivial en aras de la violación CP . Una fase no trivial será aquella que no pueda ser removida con una redefinición de los campos. En el ejemplo anterior la fase de g es trivial, podemos mostrar esto si escribimos

$$\mathcal{L} = ge^{i\phi}W_{\mu}^{+}\bar{u}\gamma^{\mu}d + ge^{-i\phi}W_{\mu}^{-}\bar{d}\gamma^{\mu}u, \quad (2.35)$$

y redefiniendo el campo d , como $d' = e^{i\phi}d$, es fácil mostrar que en términos del nuevo campo, se obtiene la siguiente expresión

$$\mathcal{L} = gW_{\mu}^{+}\bar{u}\gamma^{\mu}d' + gW_{\mu}^{-}\bar{d}'\gamma^{\mu}u. \quad (2.36)$$

La fase ha sido rotada, de tal suerte que la teoría no viola CP .

Dentro del modelo deuterón, la violación de CP ocurre en interacciones de la forma de la Ec. (2.34), en este caso una fase no trivial aparece, cuando se considera al menos tres generaciones de quarks. La constante g en la Ec. (2.34) es reemplazada por una matriz unitaria de 3×3 , cuya fase no puede ser rotada para redefinir un campo fermiónico.

2.2.1 Procesos de interferencia

Si quisiéramos observar violación de CP en el laboratorio, necesitamos diseñar procesos, en los cuales se presenten fenómenos de interferencia. Para observar violación de CP , se necesitan procesos para los cuales contribuyan más de una amplitud, esta violación podría manifestarse en los términos de interferencia. Lo anterior es fácil de mostrar con un ejemplo [25].

Supongamos que tenemos una teoría que viola CP y estamos interesados en un proceso de un estado inicial yendo a un estado final, i.e., $i \rightarrow f$, en el que sólo contribuye una amplitud, dicha amplitud puede escribirse como $M(i \rightarrow f) = A_1 e^{i\phi}$, entonces la amplitud para el proceso CP conjugado será $M(\tilde{i}^{(CP)} \rightarrow \tilde{f}^{(CP)}) = A_1 e^{-i\phi}$, las dos amplitudes anteriores son distintas, debido a la fase ϕ que viola CP . Sin embargo cualquier observable en un proceso $i \rightarrow f$, es proporcional a $|M(i \rightarrow f)|^2$ y similarmente para el proceso conjugado, es claro que debido a que la información de fase desaparece al elevar al cuadrado, estos procesos se vuelven indistinguibles. Esta situación puede cambiar, si consideramos procesos que reciban contribución de al menos dos amplitudes cada una con diferentes fases, en este caso la violación de CP será una observable.

Escribiendo tal proceso y su proceso CP conjugado

$$\begin{aligned} M(i \rightarrow f) &= A_1 e^{i\delta_1} e^{i\phi_1} + A_2 e^{i\delta_2} e^{i\phi_2} \\ \bar{M}(\tilde{i}^{(CP)} \rightarrow \tilde{f}^{(CP)}) &= A_1 e^{i\delta_1} e^{-i\phi_1} + A_2 e^{i\delta_2} e^{-i\phi_2}. \end{aligned} \quad (2.37)$$

Podemos verificar que las dos expresiones anteriores son distintas, al construir una *asimetría* CP de la diferencia de cuadrados de amplitudes. Calculando, es fácil ver que esta asimetría es proporcional a

$$|M|^2 - |\bar{M}|^2 \sim \sin(\phi_1 - \phi_2) \sin(\delta_1 - \delta_2). \quad (2.38)$$

En la Ec. (2.37), se involucra una fase ϕ , la cual cambia de signo bajo el proceso CP conjugado, es decir la fase que viola CP , y una fase δ la cual se mantiene invariante, conserva CP . Notemos que es necesario introducir la fase δ que para garantizar que dicha asimetría sea distinta de cero. Estas fases aparecen a nivel Lagrangiano en expresiones de la forma de la Ec. (2.34).

2.2.2 Violación de CP en el modelo estándar

En el modelo deuterón podemos distinguir dos sectores, la parte electrodébil y el sector fuerte, por lo tanto también se distinguen dos tipos de violación de CP . La violación de CP , que se origina de QCD, es referida como el problema CP fuerte. En el presente trabajo, consideramos algunos aspectos de la violación de CP electrodébil, pero no debemos olvidar que las dos anteriores están relacionadas [26].

Se sabe que en el modelo deuterón existe una fase que viola CP ; ésta fase aparece en la matriz KM [27]. Toda la violación de CP en el modelo electrodébil se origina

de la Ec. (1.61), la cual describe la interacción de los fermiones con el doblete de Higgs. Recordemos que las masas de los quarks son adquiridas con el mecanismo de rompimiento espontáneo de la simetría. De forma general, considerando N familias, podemos reescribir la Ec. (1.61) como

$$\mathcal{L}_{HF} \xrightarrow{\text{RES}} - \sum_{j,k=1}^N \{m_{jk} \bar{q}_{jL} q_{kR} + m'_{jk} \bar{q}'_{jL} q'_{kR} + h.c.\} \left(1 + \frac{h}{v}\right) \quad (2.39)$$

donde las cantidades

$$m_{jk} = -\frac{v}{\sqrt{2}} G_{jk}, \quad m'_{jk} = -\frac{v}{\sqrt{2}} G'_{jk}, \quad (2.40)$$

son llamadas las matrices de masas de los quarks. Como $j, k = 1, 2, \dots, N$, las matrices de masas son de $N \times N$. El Lagrangiano (2.39), viola las simetrías discretas P , C y CP . Para que dicho término sea invariante bajo CP , se requiere que las matrices de masas sean reales, además si queremos describir nuestra interacción en términos de los campos físicos, se deben diagonalizar estas matrices. Sabemos que una matriz cuadrada se diagonaliza, con dos matrices unitarias tales que $UU^\dagger = 1$, una vez que tenemos la matriz diagonal, los eigenvalores de dicha matriz son precisamente las masas de los quarks, entonces podemos encontrar una relación entre campos físicos y no físicos, y finalmente reescribir la Ec. (2.39) en términos de los campos físicos. De forma análoga podemos reescribir el otro termino del Lagrangiano del sector electrodébil, el cual necesita ser expresado en términos de los campos físicos, en éste último, Ec. (1.49), podemos identificar dos tipos de corrientes; las corrientes neutras y las cargadas. El efecto importante para la violación de CP , aparece en las corrientes cargadas de la forma de la Ec. (2.33). Escribiremos a continuación un término de interacción, análogo a la Ec. (2.33), pero introduciendo ahora los campos físicos, tenemos

$$X_C \equiv [W_\mu^1 - iW_\mu^2] \bar{q}_L \gamma_\mu q'_L = \sqrt{2} W^+ \bar{q}_L^{fis} \gamma_\mu V q_L'^{fis} \quad (2.41)$$

donde $V \equiv U_L U_L'^\dagger$, que son las matrices unitarias que diagonalizan las matrices de masa, entonces la corriente cargada, para una familia en particular, puede expresarse como

$$J^\mu \sim \bar{u}_L \gamma^\mu V d_L. \quad (2.42)$$

Como mencionamos anteriormente, en la teoría debe existir el correspondiente término hermitiano conjugado (ó CP conjugado), cuya matriz V , en general, es distinta; además, la conservación de CP requiere que la matriz V sea real. Hasta ahora sólo se conocen tres

familias en el modelo deuterón, entonces la matriz V es una matriz unitaria 3×3 que contiene nueve parámetros arbitrarios, los cuales pueden tomarse como tres ángulos y seis fases. De estas seis fases, cinco son triviales, en el sentido de que pueden ser rotadas con una redefinición de los campos, y una fase única que se identifica como violadora de CP . Existen varias formas para parametrizar la matriz CKM, que pueden ser encontrados en la literatura [27, 28, 29].

2.2.3 La necesidad de tener violación de C y CP

En el primer capítulo enumeramos las condiciones necesarias para generar el exceso de antibariones que se observa en nuestro universo. Veremos esquemáticamente porque la segunda condición de Sakharov es necesaria; si C y CP fueran simetrías exactas, la razón total de cualquier proceso que produzca un exceso de bariones, es igual a la razón del proceso complementario de exceso en la producción de antibariones; con lo cual el universo sería simétrico.

Supongamos una partícula de cualquier especie denotada por X , entonces la correspondiente antipartícula la denotaremos como \bar{X} y además podemos identificar a la partícula como izquierda ó derecha, es decir, X_L o X_R ; y de igual manera antipartículas izquierdas y derechas. Cualitativamente escribimos el resultado de aplicar los operadores CP y P a la partícula X ,

$$X_L \quad \overset{CP}{\leftrightarrow} \quad \bar{X}_R, \quad (2.43)$$

$$X_R \quad \overset{CP}{\leftrightarrow} \quad \bar{X}_L, \quad (2.44)$$

$$X_L \quad \overset{C}{\leftrightarrow} \quad \bar{X}_L, \quad (2.45)$$

$$X_R \quad \overset{C}{\leftrightarrow} \quad \bar{X}_R, \quad (2.46)$$

en palabras tenemos, la partícula izquierda (derecha) $X_{L(R)}$ yendo a su antipartícula derecha (izquierda) $\bar{X}_{R(L)}$ bajo el operador CP , las segundas dos corresponden a la partícula izquierda (derecha) $X_{L(R)}$ yendo a su antipartícula izquierda (derecha) $\bar{X}_{L(R)}$ bajo el operador C , en todas ellas la flecha \leftrightarrow indica que los procesos se pueden dar en las dos direcciones.

Notemos lo siguiente: para el caso de aquellas interacciones donde solamente se presente violación de CP , el proceso descrito en la Ec. (2.43), producción de antipartículas (partículas), puede ser compensado por el número de antipartículas (partículas) producidas por el proceso descrito en la Ec. (2.46) y viceversa; si tuviéramos únicamente violación de C el proceso descrito en la Ec. (2.46) podría ser compensado con el proceso descrito en la Ec. (2.43); del mismo modo para los procesos de producción de antipartículas (partículas) descritos en las Ecs. (2.44) y (2.45).

En otras palabras, pueden existir interacciones en las cuales partículas con quiralidad definida vayan a antipartículas con la misma o diferente quiralidad que el estado inicial y viceversa (proceso complementario), estas dos "direcciones", deben ser violadas si queremos un exceso de partículas (antipartículas). Veremos en el próximo capítulo que la asimetría que se sigue de la violación de CP puede eventualmente convertirse en la generación de un número bariónico neto diferente de cero.

2.2.4 Existe una dirección privilegiada

A temperaturas relativamente altas, veíamos que existen procesos los cuales promueven a los campos a estar por arriba de la barrera del potencial periódico de la Fig. 2.2. De hecho estaríamos tentados a pensar que es igualmente probable que estos campos una vez que se encuentran por arriba de la barrera se muevan en cualquier dirección; si escogemos la dirección positiva, como la dirección hacia donde aumenta el número bariónico¹, es decir, hacia donde se da la generación de bariones, entonces la dirección contraria es aquella en la que se generan antibariones; tal cual, sin ninguna otra consideración los campos estarían en libertad de “brincar” aleatoriamente entre vacíos tanto en la dirección positiva como en la contraria, el resultado sería una producción de bariones igual que la de antibariones y al final no observaríamos una ABU. Sin embargo cuando se considera las violaciones de CP y C una de las dos direcciones posibles en el potencial periódico es ahora privilegiada, a saber la positiva. Esquemáticamente se podría pensar que el potencial de la Fig. 2.2 se inclina como consecuencia de los procesos de violación de C y CP , tal como se muestra en la Fig. 2.5, favoreciendo así la transición entre vacíos en una dirección [30].

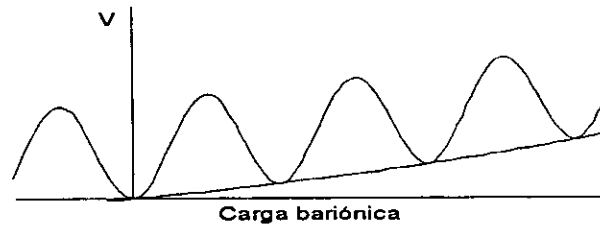


Figura 2.5: Potencial periódico en condiciones de violación de C y CP

Uno de los problemas fundamentales para desarrollar un buen escenario de producción de ABU es tener una suficiente violación de CP . La cantidad de violación de CP estimada debida al modelo estándar, implica valores de $n_B/s \leq 10^{-21}$ [31]. Por lo tanto el modelo deuterón, tal cual lo conocemos, no provee de una violación de CP suficiente para explicar la asimetría bariónica observada. Entonces es necesario encontrar nuevas fuentes de violación de CP , que en algunos modelos se han atribuido a extensiones del modelo estándar (supersimetría).

¹La elección de estas direcciones es convencional

2.3 Transición de fase electrodébil

Por último, uno de los requerimientos para la bariogénesis, son las condiciones fuera del equilibrio. En términos generales podemos decir que durante gran parte de la evolución del universo éste se encuentra muy cerca del equilibrio, sin embargo existieron etapas en el universo temprano, con grandes implicaciones cosmológicas, las cuales se cree ocurrieron en condiciones fuera de equilibrio. Los rompimientos espontáneos de simetría por transiciones de fase, potencialmente pueden proveer condiciones fuera del equilibrio. Estas transiciones de fase pudieron haber ocurrido en teorías con campos escalares a temperaturas del orden de $10^{14} - 10^{16}$ GeV para el caso de las teorías de gran unificación y a temperaturas del orden de 100 GeV para la teoría electrodébil [3].

Durante la transición de fase electrodébil (TFED), algunos bosones de norma y otras partículas adquirieron masa por medio del mecanismo de Higgs cuando la simetría total de la teoría se rompe en una simetría menor (electromagnética). Se dice que se cumple con condiciones fuera del equilibrio si la transición de fase electrodébil es de primer orden.

Recordaremos algunos conceptos de la termodinámica clásica. Definamos las siguientes cantidades termodinámicas: Sea M algún parámetro de orden y T el parámetro de control. Si la cantidad M cambia discontinuamente como función de T , i.e., $M(T)$ (T es la temperatura por ejemplo), decimos que hay una *transición de fase de primer orden*. Matemáticamente el orden de la fase queda determinado por el orden de la primera derivada no definida en el punto de transición. Para el caso de las de primer orden entonces $M(T)$ es discontinua ó bien, la $\frac{\partial M}{\partial T}$ no está definida en el punto en cuestión.

Físicamente, esto sucede cuando en el punto donde la transición ocurre, existen dos estados termodinámicos en equilibrio separadamente. En general estamos interesados en aquellos sistemas para los cuales los estados base o mínimos de la teoría a temperaturas altas, están localizados en $\varphi = 0$ y estados con temperaturas más bajas se localizan en $\varphi \neq 0$.

Es de suma importancia para la bariogénesis el conocer el orden de la TFED. Como mencionamos las transiciones de fase son fenómenos de gran interés para la cosmología de partículas, sin las transiciones de fase, la historia térmica del universo se reduciría a un enfriamiento gradual, y la única condición fuera de equilibrio térmico provendría de la expansión del universo. A temperaturas cercanas a la escala electrodébil, la razón de expansión del universo es menor comparada con la razón de violación de número bariónico,

esto quiere decir que en la época electrodébil las interacciones de partículas se llevarían acabo en completo equilibrio, por lo tanto la bariogénesis a tales escalas no hubiera sido posible sin ayuda de una transición de fase.

Se sabe que una transición continua no es suficiente. Supongamos una teoría de campos con energía libre como función del párametro de orden φ , dicho potencial evoluciona con la temperatura, a una temperatura crítica denotada por T_c , el mínimo localizado en $\varphi = 0$ se convierte en un máximo local y aparece un nuevo mínimo en $\varphi \neq 0$, entonces siempre es posible cambiar lentamente la configuración del campo desde el máximo hasta el nuevo estado base, tal proceso es conocido como descomposición espinodal, donde la palabra lentamente quiere decir, que a primera aproximación, el sistema evoluciona a través de estados en equilibrio térmico. El anterior sería el caso de una transición de segundo orden, sin embargo tal transición es insuficiente para la producción de número bariónico.

En una transición de primer orden aparece otro valor extremo además de $\varphi = 0$, los dos mínimos están separados por una barrera de energía, de la misma forma el potencial evoluciona con la temperatura y a $T = T_c$, los dos mínimos tiene la misma energía y el sistema puede tunelear de un estado a otro indistintamente, y conforme la temperatura disminuye el mínimo en $\varphi \neq 0$ se convierte en el mínimo global de la teoría. Regresaremos a este punto en el próximo capítulo, donde haremos una descripción más detallada de la evolución del potencial efectivo con respecto a la temperatura.

Si la transición de fase es de primer orden, el proceso ocurre a través de nucleación de burbujas de la fase nueva o rota; dentro de la burbuja hay una fase estable de materia y fuera una fase metaestable. El sistema gana energía pasando de una fase a otra, esta energía produce una fuerza que acelera la pared de la burbuja, sin embargo se cree alcanza una velocidad constante debido a las fuerzas de fricción con el medio, es decir la interacción de la pared con el plasma. Todavía no es bien conocida la dinámica de las burbujas, por lo tanto el rango de velocidades de la pared se encuentra en $0.1 < v/c < 0.9$ [17].

Durante la TFED, la región fuera de la pared de la burbuja tiene un VEV para el campo Higgs igual a cero, entonces los bosones W , Z y la partícula Higgs no tienen masa. Dentro de la burbuja hay un VEV para el Higgs y las partículas tienen masa. En la pared de la burbuja la materia tiene una masa, la cual esta cambiando abruptamente, es aquí donde la materia esta fuertemente fuera del equilibrio.

Uno de los métodos para generar una aceptable asimetría bariónica se puede desarrollar al considerar dos elementos, una transición de fase de primer orden en combinación con una suficiente violación de CP , generalmente esta última, es suministrada por extensiones del sector de Higgs. Sin embargo, en el presente trabajo se propone un modelo para explicar ABU, dentro del modelo deuterón mínimo.

Capítulo 3

Bariogénesis electrodébil

En el capítulo anterior, estudiamos todos los elementos necesarios, que deben contener los modelos de física de partículas, para producir el exceso de bariones en el universo. También mostramos que tales condiciones se satisfacen en el sector electrodébil del modelo estándar y se sabe que dichas condiciones también se cumplen en sus extensiones mínimas. En la presente sección indicaremos como es que todos estos ingredientes, al parecer desconectados, pueden combinarse para posiblemente producir la ABU observada a partir de la TFED.

3.1 Burbujas de transición de fase

En una transición de fase de primer orden, la conversión de una fase a otra ocurre a través de nucleación de burbujas de la fase inestable (falsa) a la fase estable (verdadera). Esto sucede cuando un sistema es enfriado o calentado abruptamente. Las burbujas de la fase verdadera se expanden rápidamente absorbiendo la región de fase falsa. Para la TFED la fase verdadera eventualmente llena el volumen total, terminando sin fases intermedias.

La superficie de la burbuja, es una pared delgada de dimensiones microscópicas, la cual separa las fases (simétrica y rota). Es aquí, en la pared de la burbuja, donde la materia esta fuertemente fuera de equilibrio y donde se puede generar la asimetría bariónica [32]. La fracción de volumen del universo ocupada por la nueva fase $\mathcal{P}(t)$ puede ser estimada de la siguiente manera. Supóngase que la razón de nucleación de burbujas por unidad de tiempo por unidad de volumen es $\mathcal{R}(t)$ y, asumiendo que la velocidad v de

la burbuja es constante, entonces

$$\mathcal{P}(t) = 1 - \exp(-\Delta(t)). \quad (3.1)$$

Introduciendo $V(t, t_0) = \frac{4\pi}{3}v^3(t - t_0)^3$ como el volumen ocupado por las burbujas desde el tiempo t_0 hasta el tiempo t

$$\Delta(t) = \int_{t_c}^t V(t, t_0) \mathcal{R}(T(t_0)) dt_0, \quad (3.2)$$

donde t_c es el tiempo que corresponde a la temperatura crítica $T(t_c) = T_c$. En términos de esta cantidad podemos decir que la transición de fase se completa cuando $\Delta \simeq 1$ [2, 10]. En general, el cálculo de la razón de nucleación de burbujas es muy complicado. La escala de tiempo relevante, τ_b , para la formación de burbujas es de la forma $\tau_b \propto \exp(F_c/T)$, donde F_c es la energía libre de las configuraciones de burbujas. Es necesario entonces estudiar el comportamiento de una burbuja típica para poder estimar $\Gamma_b \sim \tau_b^{-1}$, es decir la razón de decaimiento (ó de nucleación) de las burbujas.

La evolución de las burbujas críticas durante la TFED es un factor crucial para determinar cuales son los procesos más probables y eficientes de la bariogénesis electrodébil, y así producir la ABU. Básicamente la dinámica de las burbujas está gobernada por la relación entre la tensión superficial y la presión del plasma en la fase simétrica. La física de la propagación de las paredes de burbuja ha sido extensamente estudiada [2], las cantidades importantes que uno desearía estimar son, la velocidad y el ancho de la pared.

Para entender cuantitativamente la generación de la asimetría bariónica en las burbujas de transición de fase, deben ser estudiados los efectos de dispersión de fermiones debidos a la pared de la burbuja. Los fermiones que pasan a través de la burbuja, adquieren masa generada por el acoplamiento de Yukawa, el cual es proporcional al VEV del campo de Higgs a temperatura finita. El VEV está determinado por las ecuaciones de movimiento del potencial efectivo a temperatura finita [32]. A continuación introduciremos este potencial efectivo.

3.2 Potencial efectivo a temperatura finita

El estado de mínima energía para la teoría con Lagrangiano invariante ante $SU(2) \times U(1)$, sólo existe a temperaturas altas, antes de la TFED. La simetría se rompe es-

pontáneamente, cuando el sistema es enfriado hasta temperaturas por debajo de la temperatura de transición T_c . Debemos entender como se modifican las interacciones electrodébiles en un plasma para así derivar el potencial efectivo.

Recordemos que el potencial de energía para el campo de Higgs, esta dado por la Ec. (1.17), la cual también puede escribirse como

$$V(\phi) = \lambda \left(\phi^\dagger \phi - \frac{v^2}{2} \right)^2, \quad (3.3)$$

donde el VEV del campo de Higgs es $\phi = \frac{v}{\sqrt{2}}$. El potencial de la Ec. (3.3) tiene la estructura mostrada en la Fig. 1.1 (a). Para describir la solución de la burbuja y una transición de fase de primer orden, se tienen que considerar las modificaciones al potencial efectivo del campo de Higgs, debido a interacciones con el baño térmico (ó plasma). Entonces se debe calcular la energía libre en presencia de un campo de fondo ϕ . Al igual que a temperatura cero, uno debe calcular la acción efectiva. A un "loop" el potencial esta dado por [16]

$$V_T(\phi) = \pm \sum_i \int \frac{d^3p}{2\pi^3} \ln \left(1 \mp e^{-\beta \sqrt{p^2 + m_i^2(\phi)}} \right). \quad (3.4)$$

Se debe sumar para todas la especies de partículas; el signo negativo es para bosones y el signo positivo para fermiones. Las masas de las partículas están determinadas, dado un valor de ϕ . Calculando las integrales para ϕ pequeño, incluyendo tanto el efecto de los diagramas de "loop", como la suma de los diagramas de anillo, el potencial efectivo puede escribirse, en una buena aproximación como [16]

$$V(\phi, T) = \frac{\gamma}{2}(T^2 - T_c^2)\phi^2 - \delta T\phi^3 + \frac{\lambda}{4}\phi^4 \quad (3.5)$$

En la anterior,

$$\gamma = \frac{1}{4v^2} (2M_W^2 + M_Z^2 + 2m_t^2) \quad (3.6)$$

$$\delta = \frac{1}{4\pi v^3} (2M_W^3 + M_Z^3) \quad (3.7)$$

$$T_c^2 = \frac{1}{2\gamma} (m_H^2 - 8Bv^2) \quad (3.8)$$

$$\lambda = \lambda' - \frac{3}{16\pi^2 v^4} \left(2M_W^4 \ln \frac{M_W^2}{a_B T^2} + M_Z^4 \ln \frac{M_Z^2}{a_B T^2} - 4m_t^4 \ln \frac{m_t^2}{a_F T^2} \right) \quad (3.9)$$

donde $\ln a_B = 2 \ln 4\pi - 2\lambda \simeq 3.91$, $\ln a_F = 2 \ln \pi - 2\lambda \simeq 1.14$. Además $M_W \sim M_Z \sim m_t$, que son las masas de los bosones W , Z y el quark top respectivamente. De la Ec. (3.5), si

uno ignora el término cúbico en ϕ , la transición es de segundo orden. El valor finito de δ es responsable de la generación de una transición de fase de primer orden. A temperaturas altas, el mínimo del potencial está en $\phi = 0$ y a la temperatura $T = T_c$ aparece otro mínimo degenerado; de la Ec. (3.5) es fácil ver que dicho mínimo aparece en

$$\frac{\phi}{T_c} = \frac{2\delta}{\lambda}. \quad (3.10)$$

Existen dos criterios fundamentales relacionados con la *intensidad* de la transición de fase importantes para la bariogénesis electrodébil. Mencionamos que si dicha transición es de segundo orden, entonces las condiciones fuera de equilibrio, solamente pueden provenir de la expansión del universo, lo que para escalas electrodébiles tiene un efecto despreciable y evitaría la producción de bariones. En tal situación la bariogénesis electrodébil, tendría que realizarse bajo otros procesos físicos que saquen al sistema del equilibrio, estos escenarios son posibles siempre y cuando se presenten defectos topológicos a escalas de energía del orden de TeV [2]. En conclusión, si la transición de fase es *débilmente* de primer orden, la dinámica se vuelve muy complicada.

Consideremos un punto en la fase simétrica del universo, por el cual ha pasado la pared de la burbuja. Inicialmente el punto está en el vacío falso, de la Ec. (2.32), vemos que los procesos que violan número bariónico (procesos mediados por sphalerones) ocurren con probabilidad grande en la región simétrica (o falsa), ya que en esta fase $v = 0$. Cuando la pared pasa por el punto en cuestión, el campo escalar de Higgs, desarrolla rápidamente un VEV, cambiando de cero en la fase rota a un cierto valor que depende de la temperatura. $v(T)$ es el valor de expectación en la fase rota, es decir el VEV dentro de la burbuja.

La violación de CP y la condición fuera de equilibrio, ocurren debido a que el campo de Higgs está cambiando. Podemos entonces decir que dichas condiciones suceden dentro de la pared de la burbuja, durante la TFED.

Una vez que dicho punto en el plasma se encuentra dentro de la burbuja y la bariogénesis finaliza, la razón de violación de número bariónico está gobernada por el factor de supresión de la Ec. (2.32), donde VEV adquiere algún valor finito. Entonces, para poder explicar la ABU observada aún en nuestros días, es necesario que aquellos procesos que inducen violación de número bariónico sean verdaderamente suprimidos en la fase rota, de otra manera, todo el exceso de bariones creados en la fase simétrica podrían diluirse, de tal forma que no observaríamos una asimetría. En conclusión, para asegurarnos de que sobre escalas de tiempo cosmológicas, la asimetría bariónica producida no se *borre*

y, puesto que en el modelo estándar mínimo, la cantidad $\phi/T_c \propto \frac{v}{T}$ es necesario que

$$\frac{v(T)}{T} \geq 1. \quad (3.11)$$

o bien de la Ec. (3.10), $2\delta/\lambda \geq 1$. Lo cual impone también una cota para la masa del campo de Higgs que se relaciona con λ y v por $m_H = \sqrt{2\lambda}v$. De un cálculo sencillo se obtiene que $m_H \leq 45$ GeV [16], el cual, actualmente es un valor excluido experimentalmente.

El criterio anterior es el que tradicionalmente se usa para establecer que la asimetría bariónica generada durante la TFED prevalezca después que las burbujas de la nueva fase han cubierto todo el universo.

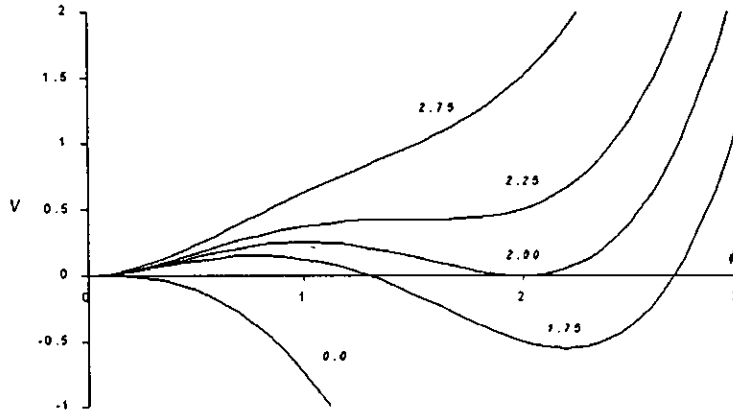


Figura 3.1: Evolución del potencial efectivo del campo escalar Higgs, en unidades de $\delta T(\frac{\delta T}{\lambda})^3$, para diferentes valores de $\zeta = 2.75, 2.25, 2, 1.75, 0$.

Escribiendo el potencial efectivo para el campo de Higgs en una forma más transparente, definimos las siguientes cantidades adimensionales $\zeta = \frac{\lambda\gamma}{\delta^2} \left[1 - \left(\frac{T_c}{T}\right)^2\right]$ (temperatura adimensional) y el campo escalar como $\varphi = \frac{\lambda}{\delta T}\phi$, entonces dadas estas definiciones y de la Ec. (3.5) se obtiene que [32]

$$V(\varphi) = \delta T \left(\frac{\delta T}{\lambda}\right)^3 \left(\frac{\zeta}{2}\varphi^2 - \varphi^3 + \frac{1}{4}\varphi^4\right). \quad (3.12)$$

El potencial anterior se presenta en la Fig. 3.1, para distintos valores de ζ . Para valores relativamente grandes de ζ , el sistema se encuentra en la fase de altas temperaturas, donde VEV del campo de Higgs es cero. Conforme ζ disminuye se desarrolla un segundo mínimo relativo, el cual para $\zeta = 2$ viene a ser un estado degenerado junto con el primero. Para

valores menores de ζ , la fase de temperatura alta en $\varphi = 0$ se vuelve inestable respecto del nuevo mínimo absoluto en $\varphi \neq 0$, entonces comienza la transición de fase de primer orden y las burbujas de la fase rota empiezan a nuclear. Debido a que la razón de expansión del universo es menor comparada con la razón de nucleación de las burbujas, la transición de fase empieza cuando $\zeta \simeq 2$, donde el mínimo del potencial efectivo esta degenerado. La solución de estado que describe la pared de la burbuja, está dada aproximadamente por la solución del campo de Higgs φ , para una transición entre los mínimos degenerados a temperatura ζ . La ecuación de movimiento que se tiene que resolver, es idéntica, matemáticamente, al problema de tratar a φ como la coordenada especial para el potencial invertido de la Ec. (3.12) y a x (la coordenada espacial) como la variable temporal.

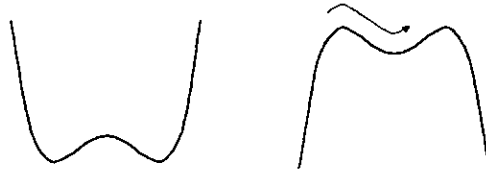


Figura 3.2: Potencial invertido.

El análogo mecánico de este sistema es el de una partícula situada en la cima de una colina, la cual rueda sin fricción, a través de un valle, hasta la punta de otra colina [20]; ver Fig. 3.2. La altura de las dos colinas es la misma. Buscamos la solución para el caso anterior: una partícula que inicialmente se encuentra en la cima de la montaña y termina en la otra cima. La conservación de la energía para tal sistema se escribe como

$$E = \frac{1}{2} \left(\frac{d\varphi}{dr} \right)^2 - V(\varphi(r)). \quad (3.13)$$

Para una transición entre los mínimos degenerados tenemos que $E = 0$ y, definiendo ahora una posición adimensional $x = \frac{\delta T}{\sqrt{2\lambda}} r$, de la Ec. (3.12) para el potencial efectivo, llegamos a la ecuación de movimiento que buscamos [32]

$$\frac{d\varphi}{dx} = -\varphi(\varphi - 2). \quad (3.14)$$

Para resolverla, tenemos que imponer las condiciones de frontera que nos interesan. Cuando $x = -\infty$, el sistema está en la fase simétrica, esto es, fuera de la burbuja. Mientras en $x = +\infty$ el sistema está en la fase rota, ó dentro de la burbuja, con un valor finito para

VEV. Haciendo la aproximación de la pared de la burbuja como una interfase plana, es decir, despreciando su curvatura, obtenemos la solución para la Ec. (3.14) [32]

$$\varphi = 1 + \tanh(x). \quad (3.15)$$

El *perfil* de la burbuja, se muestra en la Fig. 3.3. La última expresión representa la solución clásica a temperatura finita de las ecuaciones de movimiento.

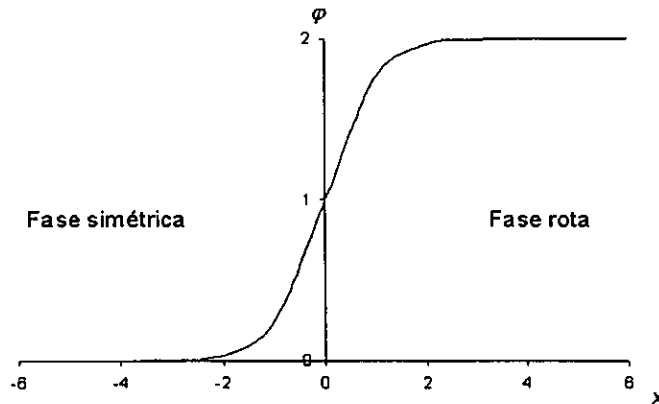


Figura 3.3: El perfil de la burbuja. En $x = -\infty$, estamos fuera de la burbuja. El dominio de la pared es la región donde el VEV del campo Higgs cambia rápidamente.

3.3 Generación de bariones

Históricamente, se identifican dos mecanismos de generación de bariones producidos en las burbujas de la TFED. El primero de ellos, se conoce como *bariogénesis local*, en el cual los bariones, producidos con los procesos de violación de número bariónico, y los procesos de violación de CP , ocurren cerca de la pared de las burbujas. El otro proceso se trata de la *bariogénesis no local*, en ésta, hay una violación explícita de CP de aquellas partículas dispersadas por la pared de la burbuja, generando una asimetría en algún número cuántico en la fase simétrica, dicha asimetría se puede convertir eventualmente en asimetría bariónica [2].

De hecho se piensa que ambos procesos deben contribuir para generar la ABU. Mencionaremos algunos aspectos de la bariogénesis local, sin embargo pondremos más atención a la bariogénesis no local pues es este escenario el que recientemente ha recibido mayor atención.

3.3.1 Bariogénesis local

Los modelos de bariogénesis local representan los primeros modelos que aparecieron para explicar la ABU. Desafortunadamente, el tipo de aproximaciones semianalíticas consideradas, no han sido capaces de explicar una medida aceptable de la asimetría bariónica. En estos modelos se asume violación de CP , debida a un operador \mathcal{O} , en multipletes de Higgs, así como también una “fuerte” transición de fase de primer orden, en el marco de paredes de burbujas delgadas. La generación de asimetría bariónica a través de estos modelos, se lleva a cabo considerando una relajación de configuraciones de campo con topología no trivial, durante la transición de fase. Tales mecanismos involucran la evolución dinámica de las configuraciones de campo, el objetivo es estudiar como dicha evolución, se ve modificada en presencia del operador \mathcal{O} que viola CP [2].

3.3.2 Bariogénesis no local

Si tenemos algún proceso que viole CP , dando lugar a una asimetría en un número cuántico (en general distinto del número bariónico), y esta asimetría a su vez se convierte en un exceso de bariones, en la fase simétrica, a través de los efectos del sphaleron, entonces tal mecanismo se conoce como bariogénesis no local.

La bariogénesis no local, típicamente involucra la interacción de varias especies de fermiones con la pared de la burbuja en la fase simétrica. La idea básica es la siguiente; como resultado de una violación de CP en la pared de la burbuja, partículas con quiralidad opuesta interactúan distinto con la pared, formándose un flujo quiral neto. Este flujo se termaliza y se difunde en el plasma de la fase simétrica, donde es convertido a bariones. Generalmente en estos modelos se asume que la fuente de violación de CP proviene de fases en la estructura del potencial extendido de Higgs, esto es, una estructura de multipletes (usualmente dos dobletes) con una fase explícita violadora de CP , la cual evoluciona dinámicamente en la pared de la burbuja, debido al cambio del VEV del campo escalar.

Hay que hacer distinción entre dos tipos de cálculos en el tratamiento de la bariogénesis no local.

El régimen de paredes delgadas

Si se considera que el camino libre medio de los fermiones l , es mucho más grande que el espesor de la pared ℓ , entonces podemos despreciar los efectos de dispersión dentro de la pared y tratar a los fermiones como partículas libres interactuando sólo con la superficie de la pared.

El régimen de paredes gruesas

Si el camino libre medio es del orden o menor que el espesor de la pared, entonces los procesos de dispersión dentro de la pared no se pueden despreciar. En este caso nuevamente hay dos efectos: la bariogénesis a partir de una fuerza clásica [33] y la bariogénesis no local espontánea [34, 35].

La asimetría quiral, la cual será convertida a una asimetría en el número bariónico, puede estar formada tanto por quarks como leptones, sin embargo dado que los quarks *tops* como los leptones *taus* tienen un acoplamiento de Yukawa fuerte, mucho mayor que el de cualquiera de las otras partículas, es de esperarse que la mayor contribución a la asimetría provenga de estas partículas.

Cuando tratamos con el mecanismo de la bariogénesis no local, es conveniente escribir la razón de producción de bariones como

$$\frac{dn_B}{dt} \propto -\frac{\Gamma_B}{T} \sum_i \mu_i, \quad (3.16)$$

donde Γ_B es la razón de violación de número bariónico dada por la Ec. (2.32), y μ_i es el potencial químico de partículas izquierdas para la especie i . Para calcular un valor aceptable de la razón de producción de número bariónico, se necesita tener una buena estimación de los potenciales químicos, esto se hace imponiendo constricciones para cada modelo en particular.

Una forma sencilla de entender la Ec. (3.16), es recordar que todo potencial químico puede expresarse como $\left(\frac{\partial F}{\partial N_i}\right)$, esto es la derivada de la energía libre respecto al número de la especie en cuestión, para el caso de bariones tenemos

$$\mu_B = \frac{\partial F}{\partial B}. \quad (3.17)$$

Entonces tenemos la derivada de la energía libre con respecto al número bariónico, el potencial μ_B debe calcularse con todos aquellos números cuánticos que no son violados

por anomalías debidas a interacciones débiles. Del hecho de que tenemos un signo menos en la Ec. (3.16), la cantidad $-\left(\frac{\partial F}{\partial B}\right)$, puede verse como la fuerza de restitución que lleva al universo a un valor de equilibrio en el número bariónico, i.e., a su estado de mínima energía. En conclusión la razón de producción de bariones dada por la Ec. (3.16) está gobernada por dos procesos: uno es el que saca al sistema de equilibrio violando número bariónico y el otro, la fuerza de *inercia* que se opone a ésta excitación. Comúnmente, los modelos de bariogénesis abordan el problema de la siguiente forma.

En el sistema de referencia de la pared de la burbuja, las partículas en la parte simétrica del plasma interactúan con el perfil de pared. Tales partículas sufren una interacción que viola CP a lo largo de la pared debido a la fase compleja del campo de Higgs, que depende de la posición. Esta violación de CP es distinta para partículas izquierdas y derechas y, como consecuencia, existen una reflexión y transmisión asimétricas de las partículas, generándose una corriente que se *inyecta* en la fase no rota del plasma, en frente de las burbujas. Posteriormente, esta corriente inyectada, formada de partículas con ciertos números cuánticos se termaliza, es decir, es reabsorbida por el plasma, debido a interacciones y decaimientos. Lo importante es que hay una diferencia cualitativa entre los procesos de difusión que suceden dentro y fuera de la burbuja. Fuera de la burbuja la simetría electrodébil esta restaurada y los procesos mediados por sphalerones que violan número bariónico no están suprimidos. Esto significa que la asimetría quiral llevada a esta región por el mecanismo de transporte, puede convertirse en una asimetría en el número bariónico debido a estos efectos. A diferencia de las partículas inyectadas en la fase rota, las cuales decaen rápidamente puesto que los procesos de transición están exponencialmente suprimidos en esta región. Por lo tanto estos modelos se concentran especialmente en la fase simétrica, fuera de las burbujas donde una asimetría quiral puede generarse.

La producción de la densidad de número bariónico, está dada por la Ec. (3.16) en términos de los potenciales químicos μ_i para partículas con quiralidad izquierda. Estos potenciales químicos son consecuencia de la dispersión asimétrica en la pared de la burbuja. El potencial químico para el número bariónico μ_B , debe estar relacionado con los potenciales químicos tanto de quarks como leptones izquierdos. Explicaremos en detalle esta relación, pero antes daremos algunos elementos útiles para comprender mejor la discusión.

Debe existir alguna relación entre la densidad de un número cuántico y su correspondiente potencial químico. En un plasma la densidad de cualquier número cuántico, por

ejemplo, el número bariónico B , leptónico L , hipercarga Y etc., esta dada por $n_x = N/V$, o sea, número de partículas por unidad de volumen, y en equilibrio térmico la cantidad n_x se encuentra con

$$n_x = \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} \frac{1}{e^{(E-\mu)/T} \pm 1}, \quad (3.18)$$

donde los signos “ \pm ” distinguen bosones y fermiones respectivamente. De forma similar el número de densidad para las antipartículas denotado por $n_{\bar{x}}$, también se encuentra de la Ec. (3.18) pero en este caso el signo de μ debe ser el opuesto. Finalmente se define la densidad “neta” del número cuántico correspondiente, como lo hicimos en la Ec. (1.1) donde, de forma general, $n_X = n_x - n_{\bar{x}}$, X representa cualquier número cuántico de interés. Haciendo la diferencia de integrales en el límite $T \gg \mu$, encontramos la siguiente relación entre la densidad de número y el potencial químico, para el caso de fermiones de la especie i tenemos

$$n_i = \frac{T^2}{6} \mu_i \quad (3.19)$$

Este resultado es válido asumiendo que existe equilibrio térmico local en frente de la burbuja. El problema ahora es establecer cuales de las especies son las que tienen una contribución mayor para formar μ_B . Los potenciales químicos de distintos números cuánticos están relacionados, así como los generadores de grupo, e.g. la Ec. (1.43). Para encontrar μ_B en términos de los potenciales químicos de otras especies, seguiremos el desarrollo hecho en la Ref. [36].

Cuando la TFED se lleva a cabo existen diferentes tipos de interacciones que suceden en la fase simétrica, lo importante es identificar cuales de todas estas interacciones suceden lo suficientemente rápido para poder hablar de especies en un equilibrio térmico aproximado, así tales especies inducirán un potencial químico constante, o de otra forma, cuales son las interacciones que suceden lento en comparación de la razón de transición de fase y por lo tanto no alcanzan el equilibrio térmico. Las especies involucradas en este último caso son las que contribuyen a la violación de número bariónico. La escala de tiempo relevante para determinar si una reacción es *lenta* ó *rápida*, τ , es el tiempo que transcurre desde que una partícula es reflejada de la pared, hasta ser nuevamente encontrada por la burbuja y reabsorbida en la fase simétrica. Algunas estimaciones numéricas muestran que $\tau \sim 100/T$ [36], donde T es la temperatura. Ahora daremos algunos argumentos para estimar el tiempo de las interacciones que suceden en la región simétrica del plasma.

Consideremos el canal t del diagrama de Feynman mostrado en la Fig. 3.4, para

estimar la probabilidad de que se lleve a cabo esta interacción debemos calcular el propagador

$$\frac{1}{p^2 - m^2}, \quad (3.20)$$

en la anterior p es el cuadrimomento. En la Fig. 3.4 el bosón de norma intercambiado es un gluón, por lo tanto $m = 0$ y considerando las constantes de acoplamiento fuerte g_s , para cada vértice tenemos de la Ec. (3.20)

$$\frac{g_s^2}{p^2} \sim \frac{\alpha_s}{p^2}, \quad (3.21)$$

sin embargo la probabilidad para este proceso se calcula con el cuadrado de la última expresión, esto es α_s^2/p^4 . Pero como la razón de interacción tiene unidades de energía, y en un plasma, la escala de energías importante es la temperatura, tomamos $p \sim T$ y multiplicamos por T^5 llegando a que la razón de interacción es

$$\Gamma \sim \alpha_s^2 T. \quad (3.22)$$

Por lo tanto, el tiempo en el que suceden las interacciones es $t \sim 1/\Gamma$. En conclusión las interacciones suficientemente rápidas en comparación con la TFED deben ser aquellas que cumplan con $\alpha_j^{-2} T^{-1} \leq 10^2 T^{-1}$ donde el subíndice j es para identificar a la constante de interacción, fuerte (s), débil (w) o electromagnética (e). Claramente las interacciones fuertes cumplen con la restricción y haciendo los cálculos las interacciones débiles y electromagnéticas están en este límite.

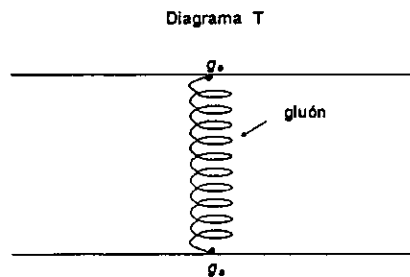


Figura 3.4: Diagrama de Feynman que muestra la interacción de dos fermiones por medio de un gluón.

Las interacciones que suceden durante la TFED y son lo suficientemente rápidas, como para considerar los fermiones involucrados en equilibrio son: las que intercambian

bosones de norma $SU(3) \times U(1)$ (gluones y fotones), bosones $SU(2)$ y aquellas interacciones donde se acopla el *top* con el Higgs por medio de la constante de Yukawa. Todas las demás son relativamente lentas y no alcanzan el equilibrio. El hecho de conocer el tipo de interacciones que contribuyen a la violación de número bariónico permite a los autores de la Ref. [36] imponer ciertas constricciones en el sistema.

Las constricciones son: (i) La asimetría para los fermiones derechos es cero excepto para el quark *top*. (ii) Número bariónico y leptónico netos igual con cero. (iii) La suma del número *charm* izquierdo más el número *strange* izquierdo y la del *up* más *down* igual con cero. Con las constricciones anteriores se puede encontrar el potencial químico para los números cuánticos conservados o ligeramente violados, estos son: el número bariónico menos leptónico $B - L$, la hipercarga Y , la carga de isospín T^3 , además de el número bariónico B y la carga b definida por $B_3 - 1/2(B_1 + B_2)$ donde B_i es el número bariónico para la familia i . En términos de los potenciales químicos, las densidades netas para los números cuánticos, de acuerdo con la Ec. (3.19) son

$$\begin{aligned}
n_{t_L} &= 3 \left(\frac{1}{3}\mu_{B-L} + \frac{1}{6}\mu_Y + \frac{1}{2}\mu_{T^3} + \frac{1}{3}\mu_B + \frac{1}{3}\mu_b \right) (T^2/6), \\
n_{t_R} &= 3 \left(\frac{1}{3}\mu_{B-L} + \frac{2}{3}\mu_Y + \frac{1}{3}\mu_B + \frac{1}{3}\mu_b \right) (T^2/6), \\
n_{b_L} &= 3 \left(\frac{1}{3}\mu_{B-L} + \frac{1}{6}\mu_Y - \frac{1}{2}\mu_{T^3} + \frac{1}{3}\mu_B + \frac{1}{3}\mu_b \right) (T^2/6), \\
n_{u_L} &= n_{c_L} = 3 \left(\frac{1}{3}\mu_{B-L} + \frac{1}{6}\mu_Y + \frac{1}{2}\mu_{T^3} + \frac{1}{3}\mu_B - \frac{1}{6}\mu_b \right) (T^2/6), \\
n_{d_L} &= n_{s_L} = 3 \left(\frac{1}{3}\mu_{B-L} + \frac{1}{6}\mu_Y - \frac{1}{2}\mu_{T^3} + \frac{1}{3}\mu_B - \frac{1}{6}\mu_b \right) (T^2/6), \\
n_{c_L} &= n_{\mu_L} = n_{\tau_L} = \left(-\mu_{B-L} - \frac{1}{2}\mu_Y - \frac{1}{2}\mu_{T^3} \right) (T^2/6), \\
n_{\nu_e} &= n_{\nu_\mu} = n_{\nu_\tau} = \left(-\mu_{B-L} - \frac{1}{2}\mu_Y + \frac{1}{2}\mu_{T^3} \right) (T^2/6), \\
n_{\phi^+} &= n(\mu_Y + \mu_{T^3})(T^2/6), \quad n_{\phi^0} = n(\mu_Y - \mu_{T^3})(T^2/6) \\
n_{W^+} &= 4\mu_{T^3}(T^2/6), \tag{3.23}
\end{aligned}$$

donde n es el número de dobletes escalares, que para el caso del modelo estándar $n = 1$. Todas las otras densidades netas que corresponden a los otros números cuánticos son cero debido a que no están en equilibrio térmico. Es fácil ver de donde provienen las expresiones anteriores, por ejemplo para el primer renglón, sólo tenemos que notar que la carga bariónica para el quark *top* es $1/3$, la carga leptónica es cero, el valor de la

hipercarga es $1/6$, el isospín $1/2$ y la carga b tiene un valor de $1/3$, entonces el potencial químico para el top quark cumple con

$$\mu_{t_L} = 3 \left(\frac{1}{3} \mu_{B-L} + \frac{1}{6} \mu_Y + \frac{1}{2} \mu_{T^3} + \frac{1}{3} \mu_B + \frac{1}{3} \mu_b \right) \quad (3.24)$$

donde, el 3 delante del paréntesis indica el número de colores en el modelo estándar. En el apéndice (Ec. A.1), se muestra el resultado de imponer las constricciones al sistema [36], con las cuales se llega a

$$\mu_B = \frac{\partial F}{\partial B} = - \frac{4n_Y}{(1+2n)T^2}, \quad (3.25)$$

$$\mu_{B-L} = 3\mu_B, \quad \mu_b = 2\mu_B, \quad \mu_Y = -6\mu_B, \quad (3.26)$$

donde n_Y es la densidad de número de hipercarga.

De acuerdo con la Ec. (3.16), la razón de producción de número bariónico puede expresarse en términos de la suma de potenciales químicos para las especies en equilibrio y ésta, a su vez, puede expresarse a través del potencial químico para el número bariónico, a partir de las Ecs. (3.16) y (3.25)

$$\dot{n}_B = \frac{\Gamma_B}{T} \frac{4n_Y}{(1+2n)T^2}. \quad (3.27)$$

Integrando la anterior desde $-\infty$ hasta un tiempo $t = z/u$, el número bariónico producido por unidad de volumen es

$$n_B = \frac{4\Gamma_B}{(1+2n)T^3} \int_{-\infty}^{z/u} n_Y(z-ut) dt, \quad (3.28)$$

donde $n_Y(z)$ es la distribución de densidad de hipercarga a una distancia z de la pared de la burbuja, la cual se asume se mueve con una velocidad constante u . La integral puede calcularse obteniendo

$$\frac{1}{u} \int_0^{\infty} n_Y(z) dz \equiv \frac{f_Y \tau}{u}, \quad (3.29)$$

f_Y es el flujo de hipercarga, el cual se relaciona trivialmente con el flujo axial \mathcal{F} por $\mathcal{F} = 4f_Y$, el flujo neto de carga axial lo calcularemos en el siguiente capítulo, por otro lado τ es el tiempo de transporte anteriormente descrito. Los bariones producidos de esta forma caen rápidamente dentro de las burbujas que se expanden y se preservan hasta nuestros días, debido a que la razón de producción de número bariónico, Ec. (2.32) en la fase rota es muy pequeña. Usando las Ecs. (2.32), (3.28), (A.9), así como la expresión

para la densidad de entropía, Ec. (1.5) introducida en el primer capítulo, llegamos a una expresión final para la razón del número bariónico a la densidad de entropía, durante la transición de fase

$$\frac{n_B}{s} = \frac{12 \kappa \alpha_W^4 T}{1 + 2n} \frac{f_Y \tau}{su} = \frac{270 \kappa \alpha_W^4}{\pi^2 g_*(1 + 2n)} \frac{f_Y \tau}{uT^2} \quad (3.30)$$

donde $g_* \simeq 107$ es el número de grados de libertad efectivos de la especie para esa etapa del universo.

El principal objetivo de estos y otros modelos es estimar la cantidad dada por la Ec. (1.1), la cual ha sido calculada en diferentes análisis contemplados por la bariogénesis no local, sin embargo, puesto que en el modelo estándar mínimo la violación de CP no alcanza, todos ellos involucran una fase compleja en los sectores de Higgs extendidos garantizando así una suficiente violación de CP . Además el modelo estándar mínimo no induce una fuerte transición de fase de primer orden, y tampoco se cumple con la condición dada por la Ec. (3.11).

Con el presente trabajo proponemos una generación de número bariónico dentro del modelo estándar mínimo. Recientemente se ha propuesto que la TFED sucedió en presencia de campos magnéticos, los cuales permeaban el universo durante sus etapas tempranas de evolución. Vamos a ver como estos campos primordiales pueden cambiar el escenario de la bariogénesis electrodébil.

3.4 Campos magnéticos e hipermagnéticos

Uno de los problemas fundamentales en cosmología, consiste en conocer el origen y la naturaleza de los campos magnéticos de gran escala. Estos se observan galaxias y en cúmulos de galaxias. Un escenario posible sitúa su origen en la gran explosión. Independientemente del origen, otra pregunta de interés consiste en entender los efectos de los campos magnéticos cosmológicos sobre distintos procesos físicos ocurridos en etapas del universo temprano, como podrían ser la nucleosíntesis, y el caso que nos interesa: la TFED.

Todo parece indicar que la presencia de campos magnéticos (CM) de gran escala a temperaturas altas, es un fenómeno natural, de hecho se ha comprobado experimentalmente que nuestra galaxia, la Vía Láctea, esta inmersa en un CM con una intensidad aproximada de 10^{-3}G [37].

Los CM estáticos nunca son apantallados y pueden existir, por largos periodos de tiempo en un plasma, como el del universo temprano. Clásicamente sabemos que los campos eléctricos, decaen rápidamente en un conductor, y por lo tanto no podrían sobrevivir en el universo temprano, que se comporta como un excelente conductor. Los CM correspondientes a grupos de norma no Abelianos, tampoco podrían existir, puesto que a temperaturas altas estos son apantallados sobre distancias mayores al inverso de la escala de masa magnética $m \sim g^2 T$. Por lo tanto los únicos campos de gran escala que pueden existir en el plasma, por largos periodos, deben ser los asociados con algún grupo de norma abeliano $U(1)$ [38].

Cuando la temperatura del universo era mayor a T_c , donde T_c es la temperatura crítica a la cual ocurre la TFED, la simetría electrodébil $SU(2) \times U(1)_Y$ esta restaurada y bajo condiciones normales, dicha simetría se rompe yendo a la simetría $U(1)$ electromagnética, donde el campo sin masa es el fotón, este vector de norma es el que se acopla con la carga eléctrica, generando CM. Pero cuando $T > T_c$, la simetría electrodébil está restaurada y existe un vector de norma Y_μ , que corresponde al grupo de hipercarga $U(1)_Y$. Entonces si un campo primordial existe, debe acoplarse con la hipercarga, por lo que debe ser llamado propiamente campo *hipermagnético* (CHM) [38].

Clásicamente, los CM son producidos por corrientes de cargas eléctricas, mientras los CHM se producen por movimientos de hipercargas. Antes de TFED los campos electromagnéticos no están definidos, tenemos que hablar en términos de campos hipereléctricos e hipermagnéticos. El origen y naturaleza de un CHM primordial es objeto de investigaciones recientes [39]. Para nuestros propósitos, simplemente asumimos que éste fue generado por algún mecanismo anterior a la TFED.

Existen diferencias importantes entre las interacciones de los CM y CHM con la materia. Los campos electromagnéticos ordinarios se acoplan vectorialmente con los fermiones, en cambio el acoplamiento con la hipercarga es quiral. De hecho, en presencia de los CHM no se conserva la corriente fermiónica, debido a la anomalía axial [38].

El CHM presente a altas temperaturas puede afectar la dinámica de la transición de fase. La imagen física de este fenómeno es exactamente la misma que la descripción macroscópica de los superconductores en presencia de un CM externo. El fenómeno es análogo al efecto Meissner: el CM no puede ser propagado en la cavidad superconductora y por lo tanto se genera una presión extra actuando sobre la normal de la frontera del superconductor [40].

Podemos considerar la interfase de la burbuja como una pared plana que separa las fases simétrica y rota; en presencia de un CHM constante \mathcal{Y}_i . Fuera de la burbuja en la parte simétrica, el vector de norma no abeliano de $SU(2)$ (W_i^3) es igual a cero por los argumentos antes mencionados. Dentro de la burbuja, la combinación lineal masiva Z_i , definida en la Ec. (1.58) también debe ser igual a cero, entonces sólo la combinación sin masa, el fotón A_i sobrevive. Con lo cual obtenemos la condición de frontera en la interfase [38], de la Ec. (1.58)

$$A_i = Y_i \cos \theta_W . \quad (3.31)$$

Esto genera una presión extra que actúa sobre la pared de la burbuja en la fase simétrica. Recordemos que las propiedades de la TFED son determinadas por el potencial efectivo; a la temperatura crítica, esta presión debe ser compensada por la presión del vacío de la fase rota. Además un CHM intenso puede producir correcciones al potencial efectivo, sin embargo se ha probado que tales correcciones no afectan de forma importante la TFED, el CHM sólo afecta la diferencia de energías libres (energía de Gibbs) entre la fases simétrica y rota, incrementando la intensidad de la transición de fase, haciéndola más fuertemente de primer orden por la cantidad $\frac{1}{2} \sin^2 \theta_W (B_Y)^2$. Esto tiene consecuencias importantes para la bariogénesis. Más aún, se ha calculado que para CHM intensos del orden de $B_Y \geq 0.3T^2$, la condición dada por la Ec. (3.11) se satisface [41]. Las consideraciones anteriores se hicieron suponiendo un campo uniforme, claramente esto no es válido cuando las distancias típicas de las regiones no homogéneas del campo son mayores que el tamaño típico de las burbujas. Para nuestros propósitos consideramos burbujas con un tamaño menor que la escala de difusión magnética.

Si asumimos la presencia de un CHM primordial en la época de la simetría electrodébil, éste podría incrementar la TFED, con lo cual se mantiene la esperanza de que la bariogénesis electrodébil sea posible dentro del modelo estándar (sin embargo ver Ref. [42, 43]), siempre que exista suficiente violación de CP . En el siguiente capítulo mostraremos que la presencia de un CHM puede también generar procesos que violen esta simetría.

Capítulo 4

Dispersión de fermiones en la TFED

Para entender la bariogénesis electrodébil, ha sido de gran interés el estudio de la dispersión de fermiones a través de una pared de burbuja durante la TFED. Veremos que si se calculan los coeficientes de transmisión y reflexión para fermiones típicos involucrados en esta transición se puede hacer una estimación para la cantidad dada por la Ec. (1.1). El presente capítulo se centra en resolver la ecuación de movimiento para fermiones en presencia de una pared de burbuja, asumiendo también la existencia de un campo hiper-magnético constante en la fase simétrica del plasma.

4.1 Ecuación de Dirac

Dado un campo escalar de fondo, el problema de la transmisión y reflexión de fermiones a través de una pared de burbuja, puede abordarse resolviendo la ecuación de Dirac. Reescribiendo las coordenadas en términos de escalas de longitud ordinarias, y en el sistema de referencia de la pared, ésta se puede escribir como

$$\left(\not{\partial} - \frac{\delta T}{\sqrt{2\lambda}} \xi \varphi(x) \right) \Psi(x) = 0, \quad (4.1)$$

donde asumimos un término para la masa del fermión que depende de la posición, el cual involucra la Ec. (3.15), $\xi = 2m/m_H$. m y m_H son las masas de un fermión típico y la masa del Higgs a temperatura cero respectivamente y Ψ es la función de onda del fermión. La solución para la Ec. (4.1), donde la burbuja se considera como una interfase plana, ha sido encontrada por Ayala et al. [32]. Para la realización del presente trabajo seguiremos

este cálculo. Sin embargo la dispersión de fermiones en presencia de un CM externo, está descrita por la ecuación de Dirac (ver apéndice A.2)

$$\left(\not{\partial} - a\not{A} - \frac{\delta T}{\sqrt{2\lambda}} \xi \varphi(x) \right) \Psi(x) = 0 \quad (4.2)$$

Aquí $A_\mu = (0, \mathbf{A})$ es el cuadripotencial vectorial relacionado con el CM externo por $\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}$. En la fase simétrica $\mathbf{A} = \mathbf{A}_Y$ corresponde al vector potencial del campo hipermagnético, así mismo en la fase rota, donde sólo la proyección en la “dirección” de Maxwell no es apantallada $\mathbf{A} = \mathbf{A}_{em}$ correspondiendo al vector potencial del fotón ordinario. Por otra parte $a = g'Y/2$ es el acoplamiento fermiónico con el campo externo en la fase simétrica, donde Y es la hipercarga para un fermión y g' es la constante de acoplamiento para el grupo $U(1)_Y$; en la fase rota $a = e$, simplemente la carga eléctrica.

Sin embargo dada la dificultad para resolver la Ec. (4.2) [44], abordaremos el problema en dos partes. La primera, tiene que ver con la física en la pared, esto es, el efecto de la pared sobre la dispersión de fermiones, para lo cual se deben calcular los coeficientes de reflexión y transmisión con la Ec. (4.1). La otra, involucra la física lejos de la pared de la burbuja, en la fase simétrica, es decir, como se ven afectados los fermiones en presencia del campo magnético. Fuera de la pared podemos despreciar el término de masa de la Ec. (4.1) y escribir

$$\not{\partial} \Psi(x) = 0. \quad (4.3)$$

Ahora bien en presencia del CM, y en la fase simétrica, donde la masa de los fermiones es cero, podemos desacoplar (4.3) y escribir

$$\begin{aligned} (\not{\partial} - a_L \not{A}) \Psi_L(x) &= 0 \quad , \\ (\not{\partial} - a_R \not{A}) \Psi_R(x) &= 0 \quad . \end{aligned} \quad (4.4)$$

Es decir, los fermiones izquierdos y derechos se acoplan distinto con el campo externo de acuerdo con su hipercarga. Para la anterior, proponemos la siguiente solución

$$\Psi_h = \tilde{\Psi}_h(x) e^{-i \frac{g'}{2} Y_h \int^X \mathbf{A}_Y \cdot dX'} \quad , \quad (4.5)$$

donde $\tilde{\Psi}_h(x)$ es la solución de la Ec. (4.3) (ver apéndice A.2.1) y puesto que los fermiones no tienen masa, entonces tienen una helicidad definida, esto es helicidad izquierda o derecha ($h = L, R$). En la expresión anterior Y_h es la hipercarga del correspondiente modo de helicidad.

De acuerdo con la Ec. (4.5), vemos que la solución de la ecuación de Dirac en presencia de un CM externo se puede aproximar escribiendo la solución para la Ec. (4.1) veces una fase que depende del CM externo, este resultado sólo es válido en la fase simétrica. A continuación seguiremos el cálculo hecho en la Ref. [32], para resolver la Ec. (4.1).

4.1.1 Solución de la ecuación de Dirac

En esta sección estudiaremos las soluciones a la ecuación de Dirac, Ec. (4.1). Mostraremos como se resuelve esta ecuación analíticamente. Posteriormente se obtendrán los coeficientes de reflexión y transmisión de las funciones de onda.

La forma de resolver la ecuación de Dirac es factorizar los eigenestados para los momentos a lo largo de la pared, p_{\perp} , esto es, los momentos perpendiculares al vector normal de la pared. La ecuación de Dirac se convierte entonces en una ecuación diferencial en una dimensión y la única variable importante es la que va a lo largo de la dirección normal a la pared (r). Los grados de libertad en la pared, p_{\perp} y p_{\parallel} , se pueden desacoplar, proponiendo la siguiente solución

$$\tilde{\Psi} = \tilde{\Psi}_{\perp} \tilde{\Psi}_{\parallel} = \tilde{\Psi}_{\perp} \mathcal{O} \Phi(r) \quad (4.6)$$

$$\tilde{\Psi} = \left(\not{p} + \frac{\delta T}{\sqrt{2\lambda}} \xi \varphi(r) \right) e^{\pm i(p_{\perp} x_{\perp} - Et)} \Phi(r). \quad (4.7)$$

donde \mathcal{O} es el operador entre paréntesis actuando sobre $\Phi(r)$. Los signos $+$ y $-$ en la expresión anterior corresponden a las soluciones con energía positiva y negativa respectivamente. Sustituyendo la Ec. (4.7) en la Ec. (4.1), llegamos a (ver A.3)

$$\left\{ \left(\frac{\sqrt{2\lambda}}{\delta T} \right)^2 (E^2 - p_{\perp}^2) + \frac{d^2}{dx^2} - \xi^2 \varphi^2(x) - i\gamma_{\mu} \varphi \frac{d}{dx} \varphi \right\} e^{\pm i(p_{\perp} x_{\perp} - Et)} \Phi(x) = 0. \quad (4.8)$$

Definimos el parámetro adimensional de energía ϵ en términos de la energía E y el momento perpendicular a la dirección de movimiento p_{\perp} como

$$\epsilon^2 = \left(\frac{\sqrt{2\lambda}}{\delta T} \right)^2 (E^2 - p_{\perp}^2). \quad (4.9)$$

Recordemos que solamente nos interesa el movimiento de los fermiones a lo largo de la dirección perpendicular a la pared, por lo tanto los términos que involucran las matrices γ deben ser proporcionales sólo a una de estas matrices, tomaremos γ_3 , lo cual significa

$\gamma_\mu \rightarrow \gamma_3$. Usando la representación de Pauli-Dirac para las matrices γ , vista en el primer capítulo, es más sencillo resolver la Ec. (4.8), escribiendo la solución como combinación lineal de eigenestados de γ_3 , es decir,

$$\gamma_3 \mathbf{u}_\pm^s = \pm i \mathbf{u}_\pm^s, \quad (4.10)$$

donde $s = 1, 2$ y los espinores *proprios*, \mathbf{u}_\pm^s , dados por

$$\mathbf{u}_\pm^1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ \pm i \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{u}_\pm^2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ \mp i \end{pmatrix}, \quad (4.11)$$

entonces podemos proponer una solución en términos de la base (4.11), escribimos

$$\Phi(x) = \phi_+^1(x) \mathbf{u}_+^1 + \phi_-^1(x) \mathbf{u}_-^1 + \phi_+^2(x) \mathbf{u}_+^2 + \phi_-^2(x) \mathbf{u}_-^2. \quad (4.12)$$

Puesto que la exponencial es común para todos los términos en la Ec. (4.8), ésta se cancela. Sustituyendo la Ec. (4.12) en la Ec. (4.8) obtenemos dos ecuaciones diferenciales para las funciones ϕ_\pm^s

$$\left\{ \frac{d^2}{dx^2} \mp \xi \frac{d}{dx} \varphi(x) - \xi^2 \varphi^2(x) + \epsilon^2 \right\} \phi_\pm(x) = 0. \quad (4.13)$$

Para resolver esta ecuación, tenemos que llevarla a la forma de una ecuación diferencial hipergeométrica (A.4). Lo que se hace es factorizar las singularidades con el cambio de variable $z = \frac{1}{2}[1 - \tanh(x)]$ y la sustitución

$$\phi_\pm(x) = z^\alpha (1-z)^\beta \chi_\pm(z). \quad (4.14)$$

Estudiando el comportamiento de la ecuación diferencial obtenida cerca de los puntos singulares $z = 0$ y $z = 1$ y asumiendo que las funciones χ_\pm varían suavemente en estos puntos, se establecen dos ecuaciones indiciales, que al resolverse, originan las expresiones explícitas para los exponentes α, β ,

$$\begin{aligned} \alpha &= \frac{i}{2} \sqrt{\epsilon^2 - 4\xi^2}, \\ \beta &= \frac{i}{2} \epsilon \end{aligned} \quad (4.15)$$

Con los valores anteriores para α y β , finalmente llegamos a la ecuación diferencial hipergeométrica para las funciones χ_\pm

$$\left\{ z(z-1) \frac{d^2}{dx^2} + [c - (1 + a_\mp + b_\mp)z] \frac{d}{dx} - a_\mp b_\mp \right\} \chi_\pm = 0, \quad (4.16)$$

cuyos parámetros a_{\mp} , b_{\mp} y c_{\mp} están dados por

$$\begin{aligned} a_{\mp} &= \alpha + \beta + \frac{1}{2} - \left| \xi \mp \frac{1}{2} \right|, \\ b_{\mp} &= \alpha + \beta + \frac{1}{2} + \left| \xi \mp \frac{1}{2} \right|, \\ c &= 2\alpha + 1. \end{aligned} \quad (4.17)$$

Las soluciones para la Ec. (4.16) son bien conocidas [45]

$$\begin{aligned} \chi_{\pm}^{(-\alpha)}(z) &= {}_2F_1(a_{\mp}, b_{\mp}, c; z) \\ \chi_{\pm}^{(+\alpha)}(z) &= z^{1-c} {}_2F_1(a_{\mp} + 1 - c, b_{\mp} + 1 - c, 2 - c; z) \end{aligned} \quad (4.18)$$

Estas soluciones corresponden a polinomios alrededor de $z = 0$. Por lo tanto la soluciones generales para la Ec. (4.13) están dadas por

$$\phi_{\pm}^s = A^s \phi_{\pm}^{(-\alpha)} + B^s \phi_{\pm}^{(+\alpha)} \quad (4.19)$$

con

$$\begin{aligned} \phi_{\pm}^{(-\alpha)} &= z^{\alpha}(1-z)^{\beta} {}_2F_1(a_{\mp}, b_{\mp}, c; z) \\ \phi_{\pm}^{(+\alpha)} &= z^{-\alpha}(1-z)^{\beta} {}_2F_1(a_{\mp} + 1 - c, b_{\mp} + 1 - c, 2 - c; z), \end{aligned} \quad (4.20)$$

donde se utilizó la Ec. (4.14). Los superíndices ($\pm\alpha$) son para indicar el comportamiento de las soluciones cuando $x \rightarrow \pm\infty$, esto es

$$\begin{aligned} z^{\pm\alpha}(1-z)^{\beta} &\longrightarrow e^{\mp 2\alpha x} \quad \text{cuando } x \rightarrow +\infty \\ z^{\alpha}(1-z)^{\pm\beta} &\longrightarrow e^{\pm 2\beta x} \quad \text{cuando } x \rightarrow -\infty \end{aligned} \quad (4.21)$$

y ${}_2F_1(a_{\mp}, b_{\mp}, c; 0) = 1$. El cálculo de las soluciones en esos límites servirán para estudiar el comportamiento de los fermiones fuera y dentro de la burbuja.

Hasta ahora hemos encontrado las soluciones a la Ec. (4.13) que corresponden a las funciones Φ 's de la Ec. (4.7). Nuestra tarea a partir de este momento será construir las funciones Ψ 's que corresponden a las funciones de onda del fermión. Escribiendo la Ec. (4.7) de forma ligeramente distinta,

$$\tilde{\Psi}(x) = \left\{ \epsilon_r \tilde{\gamma} + i\gamma_3 \frac{d}{dx} + \xi \varphi(x) \right\} \Phi(x) \quad (4.22)$$

en la anterior, hemos nombrado

$$\begin{aligned}\tilde{\gamma} &= \gamma_0 \cosh \theta - \gamma_{\perp} \sinh \theta, \\ E &= \frac{\delta T}{\sqrt{2\lambda}} \epsilon_r \cosh \theta, \\ p_{\perp} &= \frac{\delta T}{\sqrt{2\lambda}} \epsilon_r \sinh \theta,\end{aligned}\tag{4.23}$$

con ϵ_r dada por la Ec. (4.9), la cual puede ser positiva ($r = 1$) o negativa ($r = 2$), e indica el signo de la energía de la solución. El parámetro θ esta relacionado con la velocidad de la partícula a lo largo de la dirección perpendicular a la normal de la pared, v_{\perp} por $v_{\perp} = \tanh \theta$.

En este trabajo se escoge $p_{\perp} = 0$, lo que implica que $\epsilon = E$ (en unidades de $\frac{\delta T}{\sqrt{2\lambda}}$), así el fermión solo se mueve a lo largo de la dirección normal a la pared de la burbuja; entonces de la Ec. (4.23) también se ve que $\tilde{\gamma} \rightarrow \gamma_0$. El caso general para el cual el fermión tiene una componente p_{\perp} distinta de cero, puede obtenerse con una transformación de Lorentz [32].

4.1.2 Construcción de la solución completa

Trabajaremos ahora con la parte independiente de ϵ de la Ec. (4.22), esto es

$$\tilde{\Psi} \propto \left\{ i\gamma_3 \frac{d}{dx} + \xi\varphi(x) \right\} \Phi(x)\tag{4.24}$$

Por otra parte, si recordamos que Φ , es $\Phi(x) = \sum \phi_{\pm}^s(x) \mathbf{u}_{\pm}^s$, entonces la Ec. (4.24) también puede reescribirse como

$$\tilde{\Psi} \propto \left\{ i\gamma_3 \frac{d}{dx} + \xi\varphi(x) \right\} \left\{ [A^1 \phi_{\pm}^{(-\alpha)} + B^1 \phi_{\pm}^{(+\alpha)}] u_{\pm}^1 + [A^2 \phi_{\pm}^{(-\alpha)} + B^2 \phi_{\pm}^{(+\alpha)}] u_{\pm}^2 \right\},\tag{4.25}$$

de la Ec. (4.10), vemos que las \mathbf{u} 's son eigenvectores de γ_3 , y la ecuación anterior también puede escribirse así

$$\tilde{\Psi} \propto \left\{ [A^1 u^1 + A^2 u^2] \phi_{\pm}^{(-\alpha)} + [B^1 u^1 + B^2 u^2] \phi_{\pm}^{(+\alpha)} \right\} \left\{ \mp \frac{d}{dx} + \xi\varphi(x) \right\}.\tag{4.26}$$

Si ahora definimos

$$\varrho_{\pm} \equiv \left\{ \mp \frac{d}{dx} + \xi\varphi(x) \right\} \phi_{\pm}(x),\tag{4.27}$$

la Ec. (4.26) viene a ser

$$\tilde{\Psi} \propto [A^1 u^1 + A^2 u^2] \varrho_{\pm}^{(-\alpha)} + [B^1 u^1 + B^2 u^2] \varrho_{\pm}^{(+\alpha)}, \quad (4.28)$$

con

$$\varrho_{\pm}^s = A^s \varrho_{\pm}^{(-\alpha)} + B^s \varrho_{\pm}^{(+\alpha)}. \quad (4.29)$$

Entonces la Ec. (4.24) puede escribirse

$$\tilde{\Psi} \propto \sum_s \varrho_{\pm}^s \mathbf{u}_{\pm}^s. \quad (4.30)$$

Queda por estudiar la parte dependiente de ϵ de la Ec. (4.22). Para construir la función de onda completa, escogemos $\epsilon = \frac{\delta T}{\sqrt{2\lambda}}$ y $\tilde{\gamma} \rightarrow \gamma_0$, puesto que solo buscamos la función de onda en la dirección perpendicular a la pared. Por lo tanto necesitamos conocer como opera γ_0 sobre los espinores \mathbf{u} . En la representación de las matrices γ con la que trabajamos, Ec. (1.14), tenemos que

$$\gamma_0 \mathbf{u}_{\pm} = \mathbf{u}_{\mp} \quad (4.31)$$

En la Ref. [32] se muestra que ϱ_{\pm} esta relacionada con ϕ_{\pm} por

$$\varrho_{\pm}^{(-\alpha)} = 2(\xi \pm \alpha) \phi_{\mp}^{(-\alpha)}, \quad \varrho_{\pm}^{(+\alpha)} = 2(\xi \mp \alpha) \phi_{\mp}^{(+\alpha)}, \quad (4.32)$$

Escribiendo la Ec. (4.22) explícitamente, tenemos de las Ecs. (4.29), (4.31) y (4.32) las cuatro soluciones independientes de la ecuación de Dirac caracterizadas por los índices s y r ,

$$\tilde{\Psi}_r^s = A^s [\epsilon_r \phi_+^{(-\alpha)} \mathbf{u}_-^s + 2(\xi + \alpha) \phi_-^{(-\alpha)} \mathbf{u}_+^s] + B^s [\epsilon_r \phi_+^{(+\alpha)} \mathbf{u}_-^s + 2(\xi - \alpha) \phi_-^{(+\alpha)} \mathbf{u}_+^s], \quad (4.33)$$

donde las constantes A^s y B^s deben ser fijadas por normalización y por la elección de condiciones iniciales. Una vez más, el caso general que involucra p_{\perp} distinto de cero, se obtiene haciendo una transformación de Lorentz. A partir de la solución, Ec. (4.33), discutiremos en la próxima sección los estados de dispersión de los fermiones que atraviesan la pared de la burbuja.

4.1.3 Estados de dispersión

Para entender la interacción de los fermiones con la pared a energías comparadas con la TFED, tenemos que estudiar los estados de dispersión de las funciones de onda del fermión y estimar los coeficientes de reflexión y transmisión.

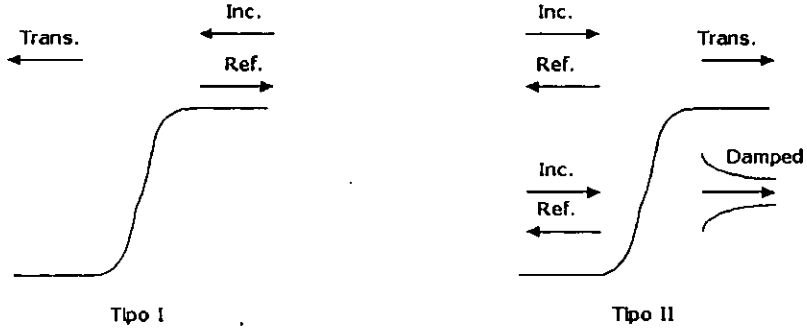


Figura 4.1: Esquema del comportamiento asintótico de las soluciones de tipo I y II.

Existen dos procesos físicos de interés: los fermiones saliendo de la burbuja y los fermiones que entran a la burbuja. Identificaremos tales soluciones de acuerdo a sus condiciones de frontera. La solución de tipo I son fermiones incidiendo por la parte derecha ($x \rightarrow \infty$) con el parámetro de energía ϵ por arriba de la altura de la barrera (la pared), es decir, $\epsilon^2 \geq 4\xi^2$. El fermión se dispersa en la pared como una función de onda reflejada a la derecha y una onda transmitida a la izquierda ($x \rightarrow -\infty$). Por lo tanto el fermión es representado por una onda que incide y se refleja por el lado derecho y una onda que se transmite por el lado izquierdo.

La solución de tipo II, es aquella donde el fermión entra a la burbuja incidiendo por el lado izquierdo, en esta solución se pueden aproximar dos casos. El primero es cuando el fermión tiene energía menor que la altura de la pared $\epsilon^2 < 4\xi^2$. El segundo cuando $\epsilon^2 > 4\xi^2$. Para cualquiera de los dos anteriores, el fermión se representa por una onda que incide y se refleja por el lado izquierdo y una onda que se transmite por el lado derecho, sin embargo el caso para el que la energía del fermión es menor que la altura de la pared existe una probabilidad de tunelaje a través de la pared, decayendo dentro de la burbuja en una onda exponencialmente decreciente. (Ver Fig. 4.1).

En esta sección revisaremos la construcción de funciones de onda para las condiciones de frontera del tipo II, que son las importantes en nuestro modelo para construir una asimetría CP en la fase simétrica del universo temprano, para esto, determinaremos los coeficientes de reflexión y transmisión.

Dados un par de índices s y r , la solución, Ec. (4.33), está formada por dos términos, cada uno con diferentes comportamientos asintóticos. Cuando $x \rightarrow +\infty$, de acuerdo con la Ec. (4.21), el término con $\phi_{\pm}^{(-\alpha)}$ se comporta como $\exp(-2\alpha x)$ y el segundo término

proporcional a $\phi_{\pm}^{(+\alpha)}$ se comporta como $\exp(2\alpha x)$. Así, las condiciones de frontera apropiadas para las partículas que atraviesan la pared desde la fase simétricas son: para el límite $x \rightarrow -\infty$, correspondiente a $z = 1$ (fuera de la burbuja) necesitamos que la Ec. (4.33) describa dos ondas planas, una de estas debe ser la onda incidente $\tilde{\Psi}^{inc}$, y la otra debe ser la onda reflejada $\tilde{\Psi}^{ref}$, ahora bien en $x \rightarrow +\infty$ ($z = 0$) o dentro de la burbuja, si la energía del fermión es mayor que la energía de la pared, en este límite debe existir una onda transmitida simple $\tilde{\Psi}^{trans}$, sin embargo cuando la energía del fermión es menor que la energía de la pared existe una solución que decae exponencialmente en la fase rota. Las anteriores condiciones requieren que $A^s = 0$ en la Ec. (4.33), entonces la función de onda para el caso II queda como

$$\tilde{\Psi}_r^s = A_{II}[\epsilon_r \phi_+^{(+\alpha)} \mathbf{u}_-^s + 2(\xi - \alpha) \phi_-^{(+\alpha)} \mathbf{u}_+^s]. \quad (4.34)$$

Para calcular los coeficientes de reflexión y transmisión, necesitamos conocer la solución en los límites $x \rightarrow \pm\infty$. Si tomamos el límite de (4.34) cuando $x \rightarrow +\infty$ encontramos

$$\tilde{\Psi}_r^s \xrightarrow{x \rightarrow +\infty} (\tilde{\Psi}_r^s)^{trans} = A_{II}[\epsilon_r \mathbf{u}_-^s + 2(\xi - \alpha) \mathbf{u}_+^s] e^{2\alpha x}. \quad (4.35)$$

Y para $x \rightarrow -\infty$, hay que evaluar la segunda función hipergeométrica de la Ec. (4.20) en $z = 1$. Puesto que las funciones se construyen como expansiones alrededor de $z = 0$, están mal definidas en $z = 1$, entonces debe utilizarse la siguiente identidad [45]

$$\begin{aligned} {}_2F_1(a, b, c; z) &= \frac{\Gamma(c)\Gamma(c-a-b)}{\Gamma(c-a)\Gamma(c-b)} {}_2F_1(a, b, a+b-c+1; 1-z) \\ &+ (1-z)^{c-a-b} \frac{\Gamma(c)\Gamma(a+b-c)}{\Gamma(a)\Gamma(b)} {}_2F_1(c-a, c-b, c-a-b+1; 1-z). \end{aligned} \quad (4.36)$$

Primero se expresa la segunda función de (4.20) en términos de (4.36) y posteriormente (4.34) con esta nueva formulación, por último, haciendo el límite $x \rightarrow -\infty$,

$$\tilde{\Psi}_r^s \xrightarrow{x \rightarrow -\infty} (\tilde{\Psi}_r^s)^{inc} + (\tilde{\Psi}_r^s)^{ref},$$

después de un poco de algebra, se obtiene que

$$\begin{aligned} (\tilde{\Psi}_r^s)^{inc} &= A_{II} \frac{\Gamma(1-2\alpha)\Gamma(-2\beta)}{\Gamma(-\alpha-\beta+\xi)\Gamma(-\alpha-\beta-\xi)} \left(\frac{\epsilon_r \mathbf{u}_-^s}{-\alpha-\beta-\xi} + \frac{2(\xi-\alpha)\mathbf{u}_+^s}{-\alpha-\beta+\xi} \right) e^{2\beta x}, \\ (\tilde{\Psi}_r^s)^{ref} &= A_{II} \frac{\Gamma(1-2\alpha)\Gamma(2\beta)}{\Gamma(-\alpha+\beta+\xi)\Gamma(-\alpha+\beta-\xi)} \left(\frac{\epsilon_r \mathbf{u}_-^s}{-\alpha+\beta-\xi} + \frac{2(\xi-\alpha)\mathbf{u}_+^s}{-\alpha+\beta+\xi} \right) e^{-2\beta x}. \end{aligned} \quad (4.38)$$

Es claro de las expresiones anteriores que la función de onda reflejada se puede obtener de la incidente simplemente intercambiando β por $-\beta$.

4.1.4 Coeficientes de reflexión y transmisión

La forma de calcular los coeficientes de reflexión y transmisión, es expresando los cocientes del flujo reflejado y transmitido, al flujo incidente. En este caso, basta con calcular los cocientes de las componentes normales de las correspondientes corrientes vectoriales.

La componente normal de la corrientes asociadas con las funciones de ondas planas son entonces,

$$j_3 = \bar{\Psi} \gamma_3 \tilde{\Psi}, \quad (4.39)$$

donde $\tilde{\Psi}$ es cualquiera de $\tilde{\Psi}^{trans}$, $\tilde{\Psi}^{inc}$, $\tilde{\Psi}^{ref}$, para las soluciones dadas por la Ec. (4.34). Las componentes normales para las corrientes incidente, reflejada y transmitida son

$$\begin{aligned} j_3^{inc} &= 4|A_{II}|^2 \epsilon_r \left| \frac{\Gamma(1+2\alpha)\Gamma(2\beta)}{\Gamma(1+\alpha+\beta+\xi)\Gamma(\alpha+\beta-\xi)} \right|^2, \\ j_3^{ref} &= -4|A_{II}|^2 \epsilon_r \left| \frac{\Gamma(1+2\alpha)\Gamma(2\beta)}{\Gamma(1+\alpha-\beta+\xi)\Gamma(\alpha-\beta-\xi)} \right|^2, \\ j_3^{trans} &= 8|A_{II}|^2 \epsilon_r |\alpha|. \end{aligned} \quad (4.40)$$

Los coeficientes de reflexión y transmisión, se obtienen de tomar los cocientes de las corrientes reflejada y transmitida a la corriente incidente, proyectadas a lo largo del vector normal a la pared. Si utilizamos la identidad [45]

$$\Gamma(x)\Gamma(-x) = \frac{-\pi}{x \sin(\pi x)}, \quad (4.41)$$

después de algunas simplificaciones llegamos a

$$\begin{aligned} T &= \frac{-\sin 2\pi\alpha \sin 2\pi\beta}{\sin \pi(\xi - \alpha - \beta) \sin \pi(\xi + \alpha + \beta)}, \\ R &= \frac{\sin \pi(\xi + \alpha - \beta) \sin \pi(\xi - \alpha + \beta)}{\sin \pi(\xi - \alpha - \beta) \sin \pi(\xi + \alpha + \beta)}. \end{aligned} \quad (4.42)$$

De las anteriores ecuaciones podemos ver que para estados con parámetro de energía $\epsilon^2 = 4\xi^2$, los coeficientes de transmisión y reflexión son 0 y 1 respectivamente. Los coeficientes

R y T son los mismos para las soluciones con energía positiva y negativa, o bien, para fermiones y antifermiones. Dichos coeficientes están graficados en la Fig. 4.2; como función de la energía reducida, definida como $y = \frac{\epsilon}{2\xi}$, para dos valores representativos de ξ . Los fermiones pesados están representados por $\xi = 4$, mientras fermiones mas ligeros tienen parámetro $\xi = 0.6$. Como es de esperarse las partículas con mayor masa tienen mas probabilidad de traspasar la pared y por lo tanto sobreviven menos en la fase simétrica.

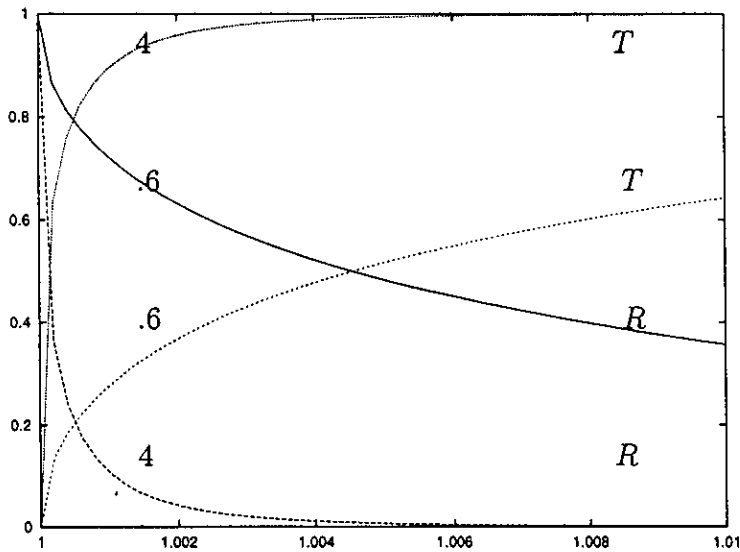


Figura 4.2: Coeficientes de reflexión y transmisión para $\xi = 0.6, 4$, en función de la energía reducida, definida como $y = \frac{\epsilon}{2\xi}$.

El caso de los fermiones que van desde dentro hacia afuera de la burbuja de TFED, se hace análogamente al anterior, toda vez que se escojan las condiciones de frontera adecuadas. Este caso no lo discutiremos en el presente trabajo pero se puede encontrar en detalle en la Ref. [32].

4.2 Una nueva fuente de violación CP

En esta sección mostraremos como la existencia de los CHM primordiales también genera un nuevo mecanismo para producir una violación de CP , suficientemente grande para posiblemente explicar dentro del modelo estándar, la razón barión-entropía durante la TFED. Dicho mecanismo sucede cuando los fermiones son reflejados por las burbujas de

transición de fase que empiezan a formarse en la fase no rota. Del hecho de que en la fase simétrica del plasma los fermiones se acoplan quiralmente con los CHM, se sigue que los fermiones reflejados pueden interferir en un proceso equivalente al efecto Bohm-Aharonov [21]. El acoplamiento quiral implica la posibilidad de generar una asimetría que viole CP , la cual vamos a ver, puede ser convertida en una asimetría en el número bariónico.

Hemos visto que en presencia de un campo magnético, la solución de la Ec. (4.2) se puede aproximar por la Ec. (4.5), entonces el efecto del CHM esta dado por una fase en la función de onda del fermión. Es claro entonces, que si quisiéramos construir una observable que involucrara el cuadrado de sólo una función de onda, dicho efecto desaparecería. Sin embargo el efecto puede ser relevante en un proceso de interferencia.

Para tener un proceso tal, se requiere que al menos dos partículas estén presentes dentro de un volumen del orden de λ^3 por unidad de tiempo, donde λ es la longitud de onda de D'Broglie. Entonces consideremos el siguiente proceso:

Supongamos dos fermiones reflejados de dos puntos distintos de una pared de burbuja durante la TFED. Los fermiones interfieren en un punto \mathcal{P} situado a una distancia l de la pared de la burbuja en la fase simétrica, los puntos en la pared de donde son reflejados están separados por la distancia d (Fig. 4.3), por simplicidad tomamos $d \ll l$, en este caso podemos considerar que la propagación de los fermiones es aproximadamente a lo largo de la dirección perpendicular a la pared de la burbuja. La amplitud de dicho proceso de acuerdo con la Ec. (4.5) está dada por

$$M = P_L \tilde{\Psi} e^{i\delta_1} e^{i\phi_1} + P_L \tilde{\Psi} e^{i\delta_2} e^{i\phi_2} \equiv \psi_M, \quad (4.43)$$

donde hemos nombrado $\phi_{1,2} = -\frac{q'}{2} Y_L \int^{1,2} \mathbf{A}_Y \cdot d\mathbf{x}$, el subíndice 1 y 2 representa las trayectorias clásicas de las partículas (figura 4.3) y recordemos que el subíndice L es para definir fermiones izquierdos, además hemos introducido las fases δ_1 y δ_2 debidas a la posible diferencia de camino. Y ahora escribiendo el proceso CP conjugado de (4.43) de acuerdo con (2.37) tenemos

$$\bar{M} = P_R \tilde{\Psi} e^{i\delta_1} e^{-i\phi'_1} + P_R \tilde{\Psi} e^{i\delta_2} e^{-i\phi'_2} \equiv \psi_{\bar{M}}, \quad (4.44)$$

aquí $\phi'_{1,2} = -\frac{q'}{2} Y_R \int^{1,2} \mathbf{A}_Y \cdot d\mathbf{x}$. Tanto en la Ec. (4.43) como en la Ec. (4.44), P_h , con $h = L, R$, representa al operador de proyección de helicidad definido en la Ec. (1.34), los cuales bajo CP , son contrarios en los procesos M y \bar{M} . Entonces es posible construir

el cuadrado de la amplitud (la observable) de los procesos anteriores y debido a que el acoplamiento con el CHM es quiral, veremos que el cuadrado de la amplitud que representa la interferencia de fermiones izquierdos $|M|^2$ difiere del cuadrado de la amplitud que representa la interferencia de fermiones derechos $|\bar{M}|^2$ y consecuentemente se crea una asimetría axial equivalente a la Ec. (2.38) en frente de la de la burbuja. Antes calcularemos los cuadrados de las amplitudes.

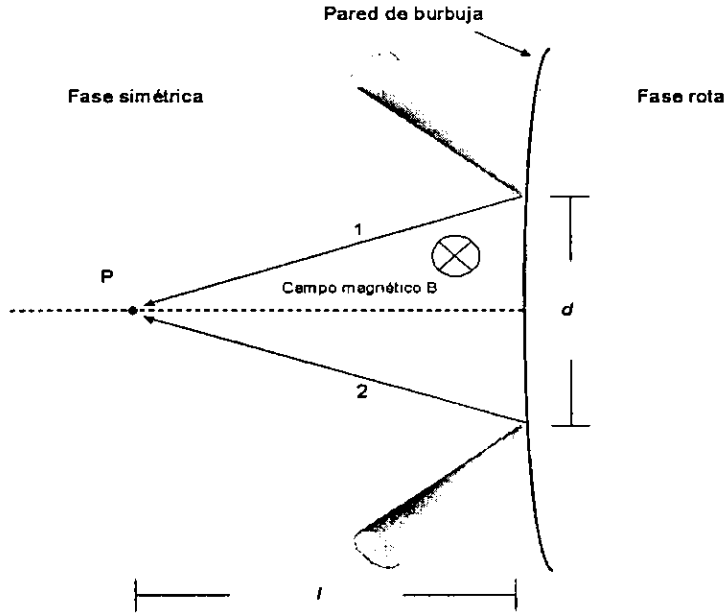


Figura 4.3: Esquema del proceso de interferencia de dos fermiones, después de haberse reflejado de una pared de burbuja durante la TFED.

Debemos calcular al amplitud al cuadrado de los procesos de interferencia, Ecs. (4.43) y (4.44) como

$$\begin{aligned} |M|^2 &= \bar{\psi}_M \gamma_3 \psi_M, \\ |\bar{M}|^2 &= \bar{\psi}_{\bar{M}} \gamma_3 \psi_{\bar{M}}, \end{aligned} \quad (4.45)$$

considerando $\bar{\psi} = \psi^\dagger \gamma_0$, y desarrollando las expresiones anteriores,

$$\begin{aligned} |M|^2 &= [P_L \tilde{\Psi}]^\dagger \gamma_0 \gamma_3 [P_L \tilde{\Psi}] \left\{ 2 + e^{-i(\delta_1 - \delta_2)} e^{-i(\phi_1 - \phi_2)} + e^{i(\delta_1 - \delta_2)} e^{i(\phi_1 - \phi_2)} \right\} \\ |\bar{M}|^2 &= [P_R \tilde{\Psi}]^\dagger \gamma_0 \gamma_3 [P_R \tilde{\Psi}] \left\{ 2 + e^{-i(\delta_1 - \delta_2)} e^{i(\phi'_1 - \phi'_2)} + e^{i(\delta_1 - \delta_2)} e^{-i(\phi'_1 - \phi'_2)} \right\} \end{aligned} \quad (4.46)$$

Pero observemos que

$$[P_L \Psi]^\dagger \gamma_0 \gamma_3 [P_L \Psi] = \bar{\Psi}_L \gamma_3 \Psi_L = \frac{1}{2} \Psi^\dagger \gamma_0 \gamma_3 \Psi = \bar{\Psi}_R \gamma_3 \Psi_R = \frac{1}{2} j_3^{ref}. \quad (4.47)$$

Los argumentos de las funciones exponenciales en la Ec. (4.46) son nombrados

$$\begin{aligned} a &= \delta_1 - \delta_2, \\ b &= \phi_1 - \phi_2, \\ b' &= \phi'_1 - \phi'_2, \\ \Rightarrow \Upsilon_+ &\equiv b + b' = \frac{g'}{2} (Y_R + Y_L) \Theta, \\ \Upsilon_- &\equiv b' - b = \frac{g'}{2} (Y_R - Y_L) \Theta, \end{aligned} \quad (4.48)$$

donde Θ es el flujo del CHM, que pasa a través del area definida por las trayectorias de los fermiones que interfieren, como se muestra en la Fig. 4.3. Conforme a las anteriores definiciones, es fácil mostrar que la expresión explícita para la asimetría axial que viola CP , según la Ec. (2.38), está dada por

$$\mathcal{A} \equiv |M|^2 - |\vec{M}|^2 = j_3^{ref} (\sin(\Upsilon_+/2) \sin[(\Upsilon_-/2) - a]). \quad (4.49)$$

Notemos que aún cuando a definida en la Ec. (4.48) sea cero, existe una asimetría. Normalizando propiamente la Ec. (4.49), esto es dividiendo entre la corriente incidente j_3^{inc} , obtenemos

$$\mathcal{A} = \mathcal{R} \sin(\Upsilon_+/2) \sin(\Upsilon_-/2). \quad (4.50)$$

\mathcal{R} es el coeficiente de reflexión común para modos izquierdos y derechos. \mathcal{R} depende del parámetro ξ y de la energía del fermión. Haciendo el caso de un CHM constante, perpendicular al area definida anteriormente, entonces tenemos un flujo máximo dado por $\Theta = B_Y l d / 2$, con $B_Y = |\mathbf{B}_Y|$. Es claro de la Ec. (4.50) que la asimetría desaparece cuando el CHM es cero.

Los procesos de interferencia de fermiones, Ecs. (4.43) y (4.44), pueden entenderse como un proceso análogo al efecto Bohm-Aharanov [21], en el cual se predice el corrimiento del patrón de interferencia en términos del flujo de campo magnético, en nuestro caso, dicho corrimiento está implícito en las Ecs. (4.48), (4.49) y (4.50), puesto que en estas aparece el flujo del CHM. Como podemos darnos cuenta, la asimetría CP esta en términos del coeficiente de reflexión y este a su vez depende de la variable ξ y de la energía del fermión, por lo tanto la asimetría, Ec. (4.50) depende de las variables ξ , B_Y , l y d además

de la energía del fermión. Si fijamos por ejemplo los parámetros $\xi = 3.5$, $l = 10T^{-1}$, $d = l/2$ y $T = 100$ GeV, en la Fig. 4.4 presentamos el comportamiento de la asimetría como función de la intensidad del campo magnético.

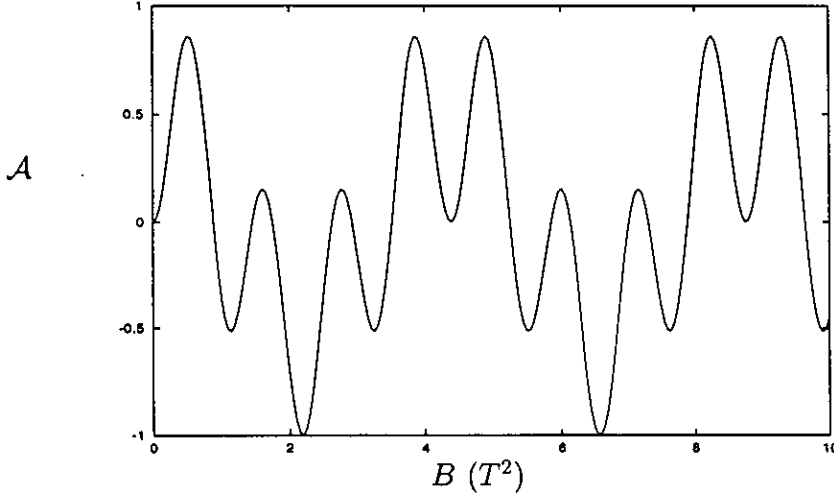


Figura 4.4: Asimetría CP generada por el proceso de interferencia de fermiones en presencia de un campo magnético, para fermiones de masa de 175 GeV (masa del quark top), $\xi = 3.5$, $l = 10T^{-1}$, $d = 0.5l$ y $T = 100$ GeV.

Al principio de esta sección mencionamos que es posible convertir la asimetría CP generada, en una asimetría en el número bariónico, con la cual podemos estimar la razón del número bariónico a la densidad de entropía de la Ec. (1.1). Para lograrlo necesitamos construir el flujo axial neto en frente de las burbujas que se expanden en la fase simétrica. Para este fin, seguiremos de cerca la referencia [36].

4.3 Flujo axial

En el capítulo 3 vimos que en la teoría de campos en un plasma, las partículas en equilibrio termodinámico, tienen una densidad dada por la Ec. (3.18). Pero además un sistema de partículas en equilibrio puede moverse con velocidad \vec{v} , es decir, forman un flujo en equilibrio. Si nos referimos a partículas en la TFED que se mueven en la fase simétrica del plasma a velocidades relativistas; en el sistema de referencia de la pared de la burbuja, el flujo es

$$\vec{J} = \vec{v} \frac{n}{\gamma} = \frac{\vec{v}}{\gamma} \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} f(\vec{p}) \quad (4.51)$$

donde $\gamma = 1/\sqrt{1-u^2}$ es el factor relativista de Lorentz. Con u la velocidad de la pared y v la velocidad longitudinal de las partículas relativa a la pared. Recordemos que la función de distribución de momentos se puede escribir como

$$f(\vec{p}) = \frac{1}{e^{\beta E} + 1} = \frac{1}{e^{p_\mu u^\mu} + 1} \quad (4.52)$$

donde hemos tomado la constante de Boltzman $k = 1$. Escribiendo $v = p_{||}/E$, el término d^3p en coordenadas cilíndricas, $d^3p = dp_{||}d\phi p_\perp dp_\perp$ y de la Ec. (4.52) se puede ver que $p_\mu u^\mu = \gamma(E - p_{||}u)$ cuando solo se considera el movimiento longitudinal, o perpendicular al plano de la pared. Con las anteriores consideraciones podemos escribir el flujo expresado en la Ec. (4.51) como

$$\vec{J} = \frac{1}{4\pi^2\gamma} \int_0^\infty dp_{||} \int_0^\infty dp_\perp p_\perp \frac{p_{||}}{E} f(\vec{p}) \quad (4.53)$$

Ahora construiremos el flujo neto de carga axial \mathcal{F} que se forma en frente de las burbujas que se expanden en la fase simétrica debido a la asimetría CP . Este flujo recibe contribuciones tanto de los fermiones reflejados en la fase simétrica como de los transmitidos desde el interior de la burbuja. Por la conservación de CPT , la transmisión de fermiones de la fase rota a la fase simétrica está relacionada con la reflexión de fermiones en la fase simétrica. Entonces la expresión explícita para \mathcal{F} está dada por

$$\mathcal{F} = \frac{1}{2\pi^2\gamma} \int_0^\infty dp_{||} \int_0^\infty dp_\perp p_\perp [f^s(-p_{||}, p_\perp) - f^r(p_{||}, p_\perp)] \mathcal{A}, \quad (4.54)$$

con \mathcal{A} que corresponde a la asimetría CP de la Ec. (4.50). $p_{||}$ y p_\perp son las componentes del momento paralela y perpendicular del fermión con respecto a la pared y f^s , f^r son los flujos en equilibrio de los fermiones en la fase simétrica y rota respectivamente, dados por

$$f^s = \frac{p_{||}/E^s}{\exp[\gamma(E^s - up_{||})/T] + 1}, \quad E^s = \sqrt{p_{||}^2 + p_\perp^2}, \quad (4.55)$$

$$f^r = \frac{p_{||}/E^r}{\exp[\gamma(E^r + up_{||})/T] + 1}, \quad E^r = \sqrt{p_{||}^2 + p_\perp^2 + m^2}. \quad (4.56)$$

Definiendo el momento adimensional $p_{||} = m_f x$, $p_\perp = m_f y$, donde el subíndice f se refiere a la masa de cualquier fermión, e integrando, se muestra en el apéndice (A.5), que el flujo neto de carga axial, Ec. (4.54) puede escribirse como

$$\mathcal{F} = \frac{m_f^2 T}{2\pi^2 \gamma^2} \int_0^\infty x dx \mathcal{A}(B_Y, x) \ln \left(\frac{1 + \exp[-\gamma m_f (1 - u)x/T]}{1 + \exp[-\gamma m_f (\sqrt{1 + x^2 + ux})/T]} \right) \quad (4.57)$$

Para calcular la integral anterior tenemos que recurrir a métodos numéricos. Toda vez calculado el flujo neto de carga axial, se puede entonces estimar la razón del número bariónico a la densidad de entropía, recordando que $\mathcal{F} = 4f_Y$, podemos escribir la Ec. (3.30) como

$$\frac{n_B}{s} = \frac{270 \kappa \alpha_W^4}{12\pi^2 g_*} \frac{\tau}{uT^2} \mathcal{F} \quad (4.58)$$

La Ec. (4.58) es correcta excepto porque hay que recordar que la asimetría axial, la Ec. (4.50), se construyen en el proceso de interferencia de dos fermiones. Debemos estimar la probabilidad ε de encontrar un segundo fermión en la trayectoria del primero, asumiendo que no hay correlación inicial entre estas dos partículas. La probabilidad de encontrar la segunda partícula esta dada por la razón de número de partículas por unidad de area por unidad de tiempo que rebotan de la pared de la burbuja con un ángulo θ respecto a la normal, generando un ángulo sólido subtentado por una dimensión lineal del orden de la longitud de onda de las partículas ($\lambda \sim T^{-1}$). θ según la Fig. 4.3 es tal que

$$\cos \theta = \frac{l}{\sqrt{l^2 + (d/2)^2}}. \quad (4.59)$$

Tomando $p, dp \sim T$ y despreciando potenciales químicos, ε es dada por

$$\varepsilon = \frac{2}{3\pi\zeta(3)} \frac{\lambda^2 l d/2}{[l^2 + (d/2)^2]^2} \frac{1}{1 + e}, \quad (4.60)$$

donde ζ es la función zeta de Riemann y el último factor viene de una simple distribución de Fermi-Dirac evaluada en $E = T$.

Nótese que en el sistema de referencia de la pared de la burbuja, el punto de interferencia de los fermiones no puede estar mas lejos que el *camino libre medio* $\lambda_{clm} (\sim (1 - 10)/T$ [46]), porque de otra manera los fermiones podrían ser retermalizados y en consecuencia no se produciría un número bariónico neto. Tomando en cuenta este peso probabilístico, la razón neta barión-entropía producida durante la TFED en el marco del modelo estándar, puede escribirse finalmente así

$$\frac{n_B}{s} = \varepsilon \frac{270 \kappa \alpha_W^4}{12\pi^2 g_*} \frac{\tau}{uT^2} \mathcal{F} \quad (4.61)$$

A continuación presentamos el comportamiento de la razón barión-entropía como función de algunos parámetros libres en el presente modelo. En la Fig. 4.5 observamos el comportamiento de la razón Además-entropía, Ec. (4.61), en función de la velocidad de expansión de una burbuja típica de TFED; para fermiones de masa 175 GeV; con una intensidad

de campo $B_Y = 0.5T^2$; la distancia del proceso de interferencia es igual a $l = 10T^{-1}$, mientras $d = l/2$, considerando una temperatura típica de TFED igual $T = 100$ GeV. Notemos que dicha razón decrece conforme la velocidad aumenta. La Ec. (4.61) es válida cuando la razón de violación de número bariónico es mucho menor que la razón a la cual los fermiones son recapturados por las burbujas que se expanden, entonces se puede establecer un límite para la velocidad de expansión, así $3\kappa\alpha_W^4 T\tau \ll u$ [36].

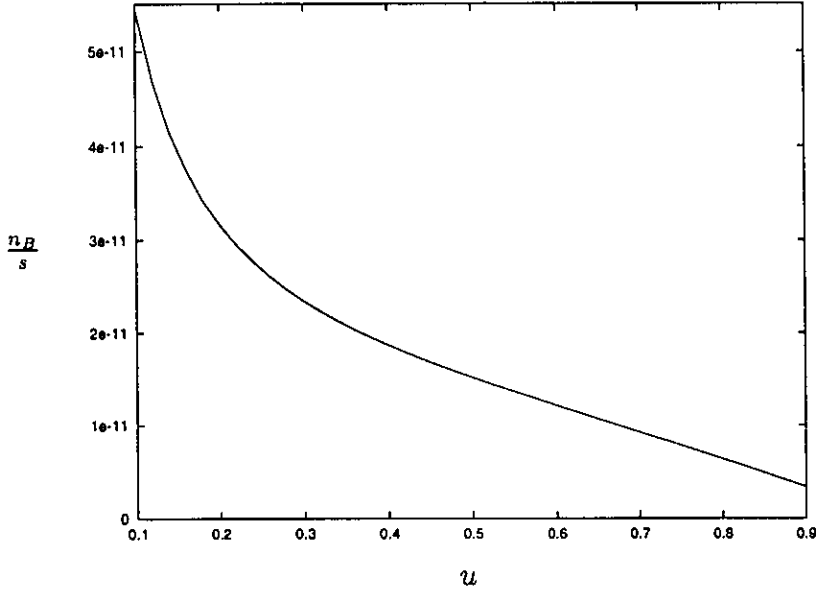


Figura 4.5: Número bariónico como función de la velocidad de expansión de una burbuja de TFED, para fermiones de masa 175 GeV, $B_Y = 0.5T^2$, $l = 10T^{-1}$, $d = 0.5l$ y $T = 100$ GeV.

Otro parámetro importante en este modelo, es la distancia l , que esta representada esquemáticamente en la Fig. 4.3, es la distancia en la fase simétrica, desde la pared de la burbuja, al punto donde dos fermiones interfieren después de haberse reflejado de la burbuja. En la Fig. 4.6 observamos esta dependencia, para tres distintas velocidades de expansión $v = 0.2, 0.6$ y 0.9 , y fermiones de masa 175 GeV, $B_Y = 0.5T^2$, $d = l/2$ y $T = 100$ GeV.

Un último parámetro importante es la intensidad del campo magnético; es claro de la Fig. 4.4 que la asimetría CP propuesta, es una función periódica de la variable B . En la Fig. 4.7 mostramos la dependencia de la razón Además-entropía como función de la intensidad del campo magnético, para valores del campo dentro de las cotas propuestas en la literatura [47], velocidad $v = 0.2$, otra vez fermiones de masa 175 GeV, $l = 9T^{-1}$,

$d = l/2$ y $T = 100$ GeV.

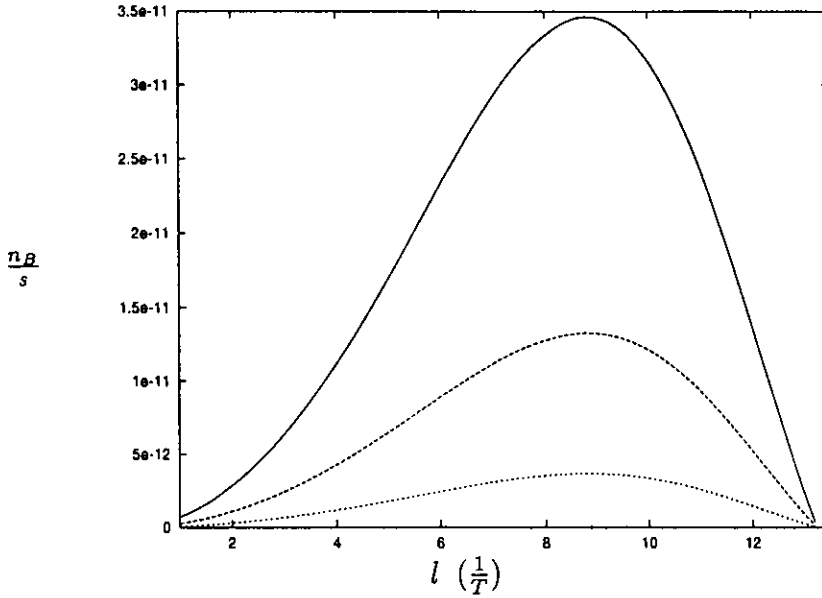


Figura 4.6: $\frac{n_B}{s}$ como función de la distancia l , a la cual ocurre el proceso de interferencia, para tres distintas velocidades de expansión $v = 0.2, 0.6$ y 0.9 respectivamente, y fermiones de masa 175 GeV, $B_Y = 0.5T^2$, $d = 0.5l$ y $T = 100$ GeV.

Finalmente, queda por calcular explícitamente la razón barión-entropía. Discutiremos a continuación los valores de los parámetros que hay que utilizar. Como ya hemos dicho, en la Ec. (4.61), utilizamos la densidad de entropía para la época de la TFED, con $g_* \simeq 107$ el número efectivo de grados de libertad; la razón de violación de número bariónico por unidad de volumen en la fase simétrica, con $\alpha_W = g^2/4\pi$, donde g es la constante de acoplamiento para el grupo $SU(2)$. Para calcular la Ec. (4.61) escogemos $\kappa = 1$, $m_H = T = 100$ GeV, $d = l/2$ y para las constantes de acoplamiento de los grupos $SU(2)$ y $U(1)_Y$ usamos $g = 0.637$ y $g' = 0.344$ respectivamente, por otra parte considerando la energía del fermión en la fase simétrica, de acuerdo con la Ec. (4.56), sustituyéndola en la Ec. (4.9) y definiendo $p_{||} = m_f x$, obtenemos que la energía reducida es ahora

$$\epsilon = \frac{\sqrt{2\lambda}}{\delta T} m_f x. \quad (4.62)$$

Con lo cual las Ecs. (4.15) son

$$\alpha = \frac{i}{2} \sqrt{\mu^2 w^2 x^2 - 4\xi^2} \quad (4.63)$$

$$\beta = \frac{i}{2} \mu w x, \quad (4.64)$$

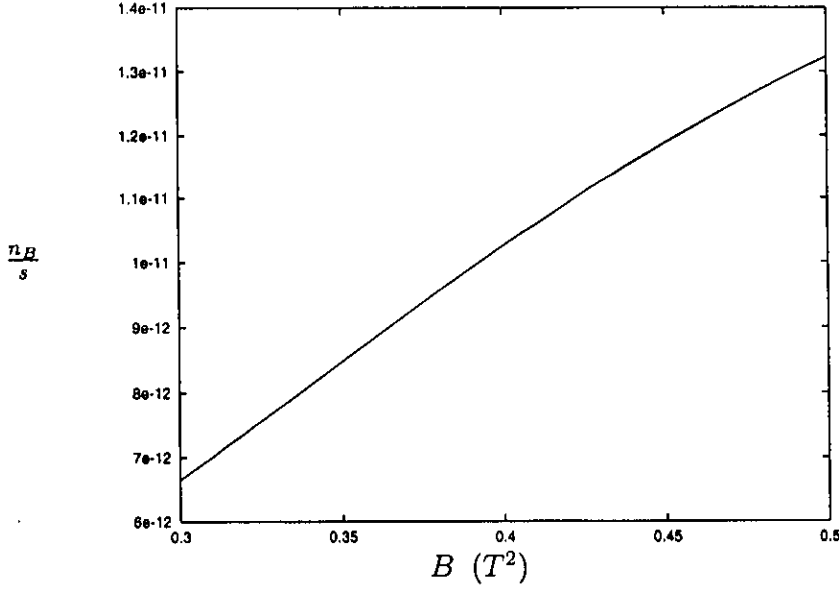


Figura 4.7: $\frac{n_B}{s}$ como función de la intensidad de campo magnético, para una burbuja con velocidad de expansión de $v = 0.2$, y fermiones de masa 175 GeV, $l = 9T^{-1}$, $d = 0.5l$ y $T = 100$ GeV.

donde $\mu \equiv \sqrt{2\lambda}/\delta$ y $w \equiv m_f/T$. Consecuentemente, el coeficiente de reflexión y la asimetría CP quedan en términos de las anteriores definiciones. Pero de acuerdo con los autores de [41], en presencia de los CHM, la TFED se hace mas fuertemente de primer orden, es decir, la razón $2\delta/\lambda \simeq 1$ y esto implica que $\mu = \sqrt{2\lambda}/\delta \simeq 4/\sqrt{2\lambda}$, así esta última se puede estimar con la Ec. (3.9), utilizando $v = 100$ GeV, $m_t = m_f = 175$ GeV, $M_W = 80.33$ GeV y $M_Z = 91.187$ GeV, encontramos que $\mu = 3.63$ y $w = 1.75$. La Ec. (4.61) debe calcularse para l dentro de los limites del camino libre medio ($\sim (1 - 10)/T$), escogiendo $l \sim 9/T$ y $B_Y = (0.3 - 0.5)T^2$. Estimamos que para una velocidad de expansión de la burbuja de $u = 0.1c$

$$\frac{n_B}{s} = (3 - 6) \times 10^{-11} \quad (4.65)$$

y cuando $u = 0.6c$

$$\frac{n_B}{s} = (0.7 - 1.3) \times 10^{-11} \quad (4.66)$$

Los valores para la intensidad del CM de fondo son grandes, pero no se salen de la predicciones teóricas [47], además son compatibles con una masa del Higgs del orden de 100 GeV y una transición de fase como se presentan en superconductores del tipo I.

Recordemos que el valor experimental para la razón Además-entropía basado en cálculos de nucleosíntesis, esta dado por la Ec. (1.2), lo que significa que la estimación basada en el presente modelo está dentro de los limites experimentales, al menos para burbujas con una velocidad de expansión relativamente grande.

Capítulo 5

Discusión y Conclusiones

Mostramos que en presencia de un campo hipermagnético primordial intenso de gran escala, es posible generar una buena cantidad de violación de CP , que combinada con una fuerte TFED de primer orden, provista también por campos hipermagnéticos, es posible explicar la razón barión-entropía dentro del modelo estándar.

El hecho de que los fermiones se acoplen quiralmente con el campo hipermagnético de fondo en la fase simétrica, hace posible construir una asimetría CP , al considerar un proceso de interferencia de dos fermiones en analogía con el efecto Bohm-Aharanov. Esta asimetría es convertida a número bariónico por los procesos de sphaleron ocurridos en la fase simétrica. Dicho número se preserva cuando los fermiones son atrapados por la burbujas de transición de fase que se expanden con velocidad u .

Posibles objeciones al modelo resultan de considerar de manera aproximada, la solución de la ecuación de Dirac, en presencia de un campo magnético primordial, puesto que hemos separado el problema en dos casos: el efecto de la dispersión de fermiones a través de la interfase y el efecto del campo magnético con los fermiones en la fase simétrica del plasma. Por otra parte, el proceso de interferencia de fermiones al que nos referimos, sucede cuando se reflejan partículas desde la pared de la burbuja, siguiendo las trayectorias clásicas ilustradas en la Fig. 4.3. Es importante señalar que desde el punto de vista cuántico estas trayectorias no son las únicas contribuyen al proceso de interferencia, de hecho, cualquier camino que una los dos puntos en cuestión también lo hace, quedando abierta la posibilidad de que distintos caminos cancelen la asimetría que se propone en este modelo. Estrictamente lo que se tiene que hacer es tomar el promedio para todos los

caminos posibles, y checar que en efecto, la mayor contribución proviene de las trayectorias clásicas que hemos considerado en este trabajo.

Además, en los modelos de bariogénesis que aborda la literatura, generalmente la fuente de asimetría es debida a una fase que viola CP en la pared. Sin una fuente de violación de CP en la pared, como es el caso, los coeficientes de reflexión y transmisión son comunes para modos izquierdos y derechos y sería posible que el flujo neto de hipercarga a través de la pared sea cero y por lo tanto, no se desarrollaría un número neto de hipercarga y consecuentemente tampoco número bariónico. Para estar seguros de lo anterior, es necesario resolver la ecuación de Dirac con campo magnético también en la fase rota, recordando que aquí el acoplamiento es con la carga eléctrica y es el mismo para modos izquierdos y derechos. Con la solución de la ecuación de Dirac en el interior de la burbuja ya se pueden construir los coeficientes de reflexión y transmisión correctos. Por una parte en la fase simétrica de la TFED el acoplamiento con los fermiones es quiral, es decir, es distinto para fermiones izquierdos y derechos, puesto que cada uno se acopla con su hipercarga, mientras que en la fase rota del plasma el acoplamiento es el mismo. Lo anterior hace pensar que en la interfase plana, por muy delgada que sea, hay una mezcla o un intercambio de acoplamientos, de tal forma que se satisfacen las condiciones en las dos fases suficientemente lejos de la pared. Esta mezcla de acoplamientos en la pared, podría interpretarse como una violación de CP que estaría en acuerdo con los modelos comunes de bariogénesis, y si este fuera el caso, ya no sería necesario considerar un proceso de interferencia en la fase simétrica, bastaría con estudiar la dispersión de fermiones a través de la burbuja en presencia de campos magnéticos, y construir una asimetría axial, que sería resultado de la posible violación de CP en la pared, ver Ref. [44].

También, de acuerdo con los autores de la Ref. [43], hay que considerar un efecto importante relacionado con los procesos de sphaleron que violan número bariónico. Básicamente el argumento es que existe una interacción tipo dipolo del sphaleron con los campos magnéticos, que disminuye la barrera de energía en la estructura multiperiodica de vacío (Fig. 2.2), esto implica que la asimetría bariónica producida podría no preservarse. Este resultado no es del todo concluyente pues no incluye efectos no-perturbativos.

Sin embargo, como hemos visto, la búsqueda en el entendimiento de la ABU dentro del modelo estándar no está agotada. Asumiendo la presencia de un campo magnético primordial y debido a la naturaleza quiral del acoplamiento de los fermiones con el campo de fondo, todavía es posible construir una buena asimetría CP , que sea suficientemente

grande para explicar la asimetría bariónica.

Creemos que el alcance más importante de esta investigación, es mostrar que es posible generar un mecanismo dentro de modelo estándar mínimo para entender la asimetría materia-antimateria presente en el universo. A diferencia de los tratamientos tradicionales de bariogénesis electrodébil, en los cuales se asume un término en el Lagrangiano, que involucra el acoplamiento de fermiones con el campo escalar de Higgs, que explícitamente viola CP , y que generalmente se atribuye a extensiones en el modelo Euclidiana, hemos propuesto aquí una nueva forma para establecer la violación de CP , la cual podría explicar la ABU. Creemos que los campos magnéticos, tienen ventajas sobre las extensiones del modelo Euclidiana. Los campos magnéticos están presentes en todas las escalas de observación, desde el interior de los planetas, como la Tierra, pasando por cúmulos galácticos hasta objetos que se mueven a gran velocidad, en el borde del universo; próximamente la nueva generación de telescopios buscarán anisotropías en la radiación de fondo producidas por campos magnéticos de gran escala que darán información crucial acerca de estos campos.

Esperamos que la presente tesis sirva como motivación, para seguir explorando viejas y nuevas preguntas alrededor de este tema. Quedan muchas cosas por hacer. La búsqueda en el entendimiento de la generación de campos magnéticos primordiales (magnetogénesis) en el universo temprano, no es nueva, de hecho investigaciones actuales discuten distintos mecanismos de generación. Entender las características de estos campos se ha convertido en un problema fundamental, no solo por su importancia e implicaciones en los procesos físicos, sino también por las consecuencias cosmológicas debidas a su presencia. En segundo lugar y puesto que muchos de los parámetros que describen la dinámica de la TFED, no están determinados con precisión, es necesario trabajar en esta dirección. Por ejemplo es importante determinar la velocidad de expansión de las burbujas de TFED.

Al principio de nuestra investigación decidimos estudiar una pequeña parte de uno de los problemas de física más fascinantes: el problema de la asimetría bariónica del universo, en otras palabras, que a pesar de que nuestros modelos para entender el mundo, muestren un alto grado de simetría y además de que muchas de las pruebas experimentales establezcan que tanto las partículas como las antipartículas se comporten como en un mundo reflejado por un espejo; todo lo que existe está solamente formado por materia, la pregunta entonces persiste: ¿Dónde quedó la antimateria?.

Apéndice A

Algunos cálculos mas explícitos. . .

A.1 Sobre los potenciales químicos

En la Ref. [36] se identifican los potenciales químicos que contribuyen a la asimetría axial, esta última se calcula al imponer las constricciones mencionadas en el capítulo 3. La primera restricción: La asimetría para los fermiones derechos es cero excepto para el quark *top*, esta contemplada en la Ec. (3.23), puesto que la asimetría $n_{t_R} - n_{t_L}$ es distinta de cero.

De la segunda condición tenemos que el número leptónico neto es cero, sumando los renglones 6 y 7 de la Ec. (3.23) que corresponden a las especies de leptones, e igualando a cero

$$\mu_{B-L} = -\frac{1}{2}\mu_Y. \quad (\text{A.1})$$

Además, también de la segunda condición, tenemos que el número bariónico neto es cero, sumando los primeros cinco renglones de la Ec. (3.23) que corresponden a las especies de bariones, e igualando a cero

$$\frac{5}{3}\mu_{B-L} + \frac{8}{6}\mu_Y + \frac{5}{3}\mu_B + \frac{4}{6}\mu_b = 0. \quad (\text{A.2})$$

Por otra parte, la tercera condición dice que la suma de los quarks *charm* izquierdo y *strange* izquierdo debe ser igual a cero y la suma de los quarks *up* mas *down* también igual a cero, esto implica que

$$\frac{1}{3}\mu_{B-L} + \frac{1}{6}\mu_Y + \frac{1}{3}\mu_B - \frac{1}{6}\mu_b = 0. \quad (\text{A.3})$$

Ahora bien, sustituyendo la Ec. (A.1) en la Ec. (A.3) llegamos a

$$\mu_b = 2\mu_B, \quad (\text{A.4})$$

y ahora sustituyendo la Ec. (A.1) en la Ec. (A.2) obtenemos pe

$$\mu_Y = -6\mu_B, \quad (\text{A.5})$$

finalmente de las Ecs. (A.1) y (A.5) obtenemos la relación

$$\mu_{B-L} = 3\mu_B. \quad (\text{A.6})$$

Estas tres ultimas relaciones corresponden a las Ecs. (3.26) y son las que aparecen en la Ref. [36].

En general, la asimetría axial, se calcula como la diferencia de densidades netas de números cuánticos con quiralidad opuesta, es decir

$$n_A = n_{X_R} - n_{X'_L}. \quad (\text{A.7})$$

En las expresiones de la Ec. (3.23), sólo el segundo renglón corresponde a fermiones derechos, por lo tanto haciendo la diferencia de partículas “derechas menos izquierdas”

$$n_A = 3 \left(\left(\frac{1}{3}\mu_{B-L} + \frac{2}{3}\mu_Y + \frac{1}{3}\mu_B + \frac{1}{3}\mu_b \right) - 3 \left(\frac{6}{3}\mu_{B-L} + \mu_Y + \frac{6}{3}\mu_B + 2n\mu_Y \right) \right) (T^2/6), \quad (\text{A.8})$$

utilizando las Ecs. (A.4), (A.5), (A.6) y recordando que el flujo axial esta relacionado con el flujo de hipercarga por $\mathcal{F} = 4f_Y$, esto implica que

$$n_A = 4n_Y = -(1 + 2n)\mu_B T^2, \quad (\text{A.9})$$

con lo cual llegamos a la Ec. (3.25) del capítulo 3.

A.2 Nuestra aproximación

Tenemos que introducir la interacción de un fermión, cuya dinámica esta descrita por la ecuación de Dirac, con un campo electromagnético externo, dado por el cuadripotencial

$$A_\mu = (\Phi, \mathbf{A})$$

El acoplamiento es más simple, introduciendo una sustitución invariante de norma (sustitución mínima)

$$p_\mu \longrightarrow p_\mu - eA_\mu$$

De esta forma la ecuación de Dirac en presencia de un campo electromagnético externo esta dada por la Ec. (4.2).

A.2.1 Solución de la ecuación (4.4)

Mostraré que la expresión

$$\Psi_h = \tilde{\Psi}_h(x) e^{-i\frac{g'}{2} Y_h \int^X A_Y \cdot dX'}, \quad (\text{A.12})$$

es solución de la Ec. (4.4), donde $\tilde{\Psi}_h$ solución de la Ec. (4.3). Sustituyendo la Ec. (A.12) en la Ec. (4.3) y llamando a $a = \frac{g'}{2} Y_h$, tenemos

$$\begin{aligned} (\not{p} - a\not{A}) \tilde{\Psi}_h(x) e^{-ia \int^X A_Y \cdot dX'} &= 0 \\ \Rightarrow -i\gamma^\mu \partial_\mu \left(\tilde{\Psi} e^{-ia \int^X A_Y \cdot dX'} \right) - a\gamma^\mu A_\mu \tilde{\Psi} e^{-ia \int^X A_Y \cdot dX'} &= 0 \end{aligned}$$

en la anterior hemos omitido el subíndice h . Ahora considerando que $A_\mu = (0, 0, 0, -xB)$, podemos ver que $A_Y \cdot dX' = -xBdz'$, tenemos

$$\begin{aligned} -i(\gamma^0 \partial_0 - \bar{\gamma} \cdot \bar{\nabla}) \tilde{\Psi} e^{ia \int^z xBdz'} - a\bar{\gamma} \cdot \bar{A}_Y \tilde{\Psi} e^{ia \int^z xBdz'} &= 0 \\ \Rightarrow -i\gamma^0 (\partial_0 \tilde{\Psi}) e^{ia \int^z xBdz'} + i\bar{\gamma} \cdot \{ (\bar{\nabla} \tilde{\Psi}) e^{ia \int^z xBdz'} + \\ \tilde{\Psi} \left(ia \int^z Bdz' + iaxB \right) e^{ia \int^z xBdz'} \} + a\gamma_3 xB \tilde{\Psi} e^{ia \int^z xBdz'} &= 0 \\ \Rightarrow (-i\gamma^\mu \partial_\mu - a\gamma_1 zB - a\gamma_3 xB + a\gamma_3 xB) \tilde{\Psi} e^{ia \int^z xBdz'} &= 0 \\ \Rightarrow \not{p} \tilde{\Psi} &= 0, \end{aligned}$$

hemos despreciado el término $-a\gamma_1 zB$, trabajando en $z = 0$. Así encontramos la solución.

A.3 Ecuación diferencial en una sola dimensión

Sustituyendo la Ec. (4.7) en la Ec. (4.1),

$$\begin{aligned} & \left(\not{p} - \frac{\delta T}{\sqrt{2\lambda}} \xi \varphi(r) \right) \left(\not{p} + \frac{\delta T}{\sqrt{2\lambda}} \xi \varphi(r) \right) e^{\pm i(p_\perp x_\perp - Et)} \Phi(r) = 0 \\ \Rightarrow & \left\{ \not{p}^2 - \left(\frac{\delta T}{\sqrt{2\lambda}} \xi \varphi(r) \right)^2 + \left[\not{p}, \frac{\delta T}{\sqrt{2\lambda}} \xi \varphi(r) \right] \right\} e^{\pm i(p_\perp x_\perp - Et)} \Phi(r) = 0 \end{aligned} \quad (\text{A.13})$$

Sin embargo, sabemos que

$$\not{p}^2 = \gamma^\mu p_\mu \gamma^\nu p_\nu = \gamma^\mu \gamma^\nu p_\mu p_\nu$$

además siempre es posible escribir los operadores como la mitad del conmutador más la mitad del anticonmutador, es decir,

$$\gamma^\mu \gamma^\nu = \frac{1}{2} [\gamma^\mu, \gamma^\nu] + \frac{1}{2} \{ \gamma^\mu, \gamma^\nu \}$$

Entonces podemos escribir \not{p}^2 como

$$\begin{aligned} \not{p}^2 &= \left(\frac{1}{2} [\gamma^\mu, \gamma^\nu] + \frac{1}{2} \{ \gamma^\mu, \gamma^\nu \} \right) \times p_\mu p_\nu \\ &= \frac{1}{2} 2g^{\mu\nu} p_\mu p_\nu \\ &= p_\mu p_\mu \\ &= p^2 \end{aligned} \quad (\text{A.16})$$

Ahora desarrollando el conmutador de la Ec. (A.13)

$$\left[\not{p}, \frac{\delta T}{\sqrt{2\lambda}} \xi \varphi(r) \right] = \not{p} \frac{\delta T}{\sqrt{2\lambda}} \xi \varphi(r) - \frac{\delta T}{\sqrt{2\lambda}} \xi \varphi(r) \not{p}$$

Como $\not{p} = \gamma^\mu p_\mu$ y $p_\mu \rightarrow -i\partial_\mu$, entonces

$$\left[\not{p}, \frac{\delta T}{\sqrt{2\lambda}} \xi \varphi(r) \right] = -i\gamma^\mu \frac{\delta T}{\sqrt{2\lambda}} \xi \frac{\partial \varphi(r)}{\partial r^\mu} + i \frac{\delta T}{\sqrt{2\lambda}} \xi \varphi(r) \gamma^\mu \frac{\partial}{\partial r^\mu}$$

También sabemos que $x^\mu = \frac{\delta T}{\sqrt{2\lambda}} r^\mu$, despejando r queda $r^\mu = \frac{\sqrt{2\lambda}}{\delta T} x^\mu$. Considerando todo lo anterior podemos escribir la Ec. (A.13) como

$$\left\{ p^2 - \left(\frac{\delta T}{\sqrt{2\lambda}} \right)^2 \xi^2 \varphi^2(x) - i\gamma^\mu \xi \left(\frac{\delta T}{\sqrt{2\lambda}} \right)^2 \frac{\partial \varphi(x)}{\partial x^\mu} + i\gamma^\mu \xi \left(\frac{\delta T}{\sqrt{2\lambda}} \right)^2 \varphi(x) \frac{\partial}{\partial x^\mu} \right\} e^{\pm i(p_\perp x_\perp - Et)} \Phi(x) = 0 \quad (\text{A.19})$$

Multiplicando la anterior por $\left(\frac{\sqrt{2\lambda}}{\delta T} \right)^2$ queda

$$\left\{ \left(\frac{\sqrt{2\lambda}}{\delta T} \right)^2 p^2 - \xi^2 \varphi^2(x) - i\gamma^\mu \xi \left(\frac{\partial \varphi(x)}{\partial x^\mu} - \varphi(x) \frac{\partial}{\partial x^\mu} \right) \right\} e^{\pm i(p_\perp x_\perp - Et)} \Phi(x) = 0 \quad (\text{A.20})$$

Desarrollando cada término de la Ec. (A.20). Del primero . . .

$$p^2 = p_\mu p_\mu = (-i\partial_\mu)^2 = -\partial_\mu^2 = - \left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} - \nabla^2 \right) = -\frac{\partial^2}{\partial t^2} + \nabla^2$$

$$\Rightarrow -\frac{\partial^2}{\partial t^2} (e^{\pm i(p_\perp x_\perp - Et)}) = -(-iE)^2 e^{\pm i(p_\perp x_\perp - Et)} = E^2 a(x) \quad (\text{A.21})$$

donde hemos definido $a(x) = e^{\pm i(p_\perp x_\perp - Et)}$. Por otra parte sabemos

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial x_\perp^2}, \quad (\text{A.22})$$

es decir definimos el vector x_\perp en el plano transversal yz , que es el plano cuya normal apunta en la dirección de movimiento x , entonces

$$\nabla^2 a(x) = \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial x_\perp^2} \right) a(x) = \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + (-ip_\perp)^2 \right) a(x) = \left(\frac{d^2}{dx^2} - p_\perp^2 \right) a(x) \quad (\text{A.23})$$

Del tercer término de la Ec. (A.20)

$$-i\gamma^\mu \xi \left(\frac{\partial \varphi(x)}{\partial x^\mu} a(x) - \varphi(x) \frac{\partial a(x)}{\partial x^\mu} \right) =$$

$$-i\gamma^\mu \xi \left(\left(\frac{\partial \varphi(x)}{\partial x^\mu} \right) a(x) + \left(\frac{\partial a(x)}{\partial x^\mu} \right) \varphi(x) - \varphi(x) \left(\frac{\partial a(x)}{\partial x^\mu} \right) \right) = -i\gamma^\mu \xi \left(\frac{\partial \varphi(x)}{\partial x^\mu} \right) a(x) \quad (\text{A.24})$$

Escribiendo nuevamente la Ec. (A.20) y puesto el término con la exponencial es común para todos se cancela

$$\left\{ \left(\frac{\sqrt{2\lambda}}{\delta T} \right)^2 (E^2 - p_\perp^2) + \frac{d^2}{dx^2} - \xi^2 \varphi^2(x) - i\gamma^\mu \xi \frac{d\varphi(x)}{dx} \right\} \Phi(x) = 0$$

Esta última corresponde a la Ec. (4.8) del capítulo 4,

A.4 Así llegamos a una ecuación hipergeométrica

Transformaremos la Ec. (4.13) en una ecuación diferencial hipergeométrica. De acuerdo con la Ec. (3.15) $\varphi(x) = 1 + \tanh(x)$, haciendo el cambio de variable $u = \tanh(x)$, lo cual implica que $1 - u^2 = \operatorname{sech}^2(x)$ y la primera y segunda derivada de la Ec. (4.13) se transforman como

$$\begin{aligned}\frac{d}{dx} &= \frac{du}{dx} \frac{d}{du} = \operatorname{sech}^2(x) \frac{d}{du}, \\ \frac{d^2}{dx^2} &= \frac{d}{dx} \left(\operatorname{sech}^2 \frac{d}{du} \right) = \frac{d}{dx} \left((1 - u^2) \frac{d}{du} \right) = \frac{du}{dx} \frac{d}{du} \left((1 - u^2) \frac{d}{du} \right) \\ &= (1 - u^2) \frac{d}{du} \left[1 - u^2 \frac{d}{du} \right] = (1 - u^2) \left\{ (1 - u^2) \frac{d^2}{du^2} - 2u(1 - u^2) \frac{d}{du} \right\} \quad (\text{A.26})\end{aligned}$$

Reescribiendo la Ec. (4.13) en términos de la nueva variable u y sus derivadas, Ec. (A.26) tenemos

$$\left\{ (1 - u^2)^2 \frac{d^2}{du^2} - 2u(1 - u^2) \frac{d}{du} \mp \xi(1 - u^2) - \xi^2(1 + u)^2 + \epsilon^2 \right\} \phi(x) = 0. \quad (\text{A.27})$$

Ahora multiplicando la Ec. (A.27) por $\frac{1}{(1-u)(1+u)^2}$, después de un poco de algebra se obtiene

$$\left\{ (1 - u^2) \frac{d^2}{du^2} - \frac{2u}{1 + u} \frac{d}{du} \mp \frac{\xi}{1 + u} - \frac{\xi^2}{1 - u} + \frac{\epsilon^2}{(1 - u)(1 + u)^2} \right\} \phi(x) = 0. \quad (\text{A.28})$$

Introduciendo un nuevo cambio de variable $z = \frac{1}{2}[1 - u]$ entonces las derivadas ahora se transforman como

$$\begin{aligned}\frac{d}{du} &= \frac{dz}{du} \frac{d}{dz} = -\frac{1}{2} \frac{d}{dz}, \\ \frac{d^2}{du^2} &= -\frac{1}{2} \frac{d}{du} \left(\frac{d}{dz} \right) = -\frac{1}{2} \left(-\frac{1}{2} \right) \frac{d^2}{dz^2} = \frac{1}{4} \frac{d^2}{dz^2}\end{aligned} \quad (\text{A.29})$$

y la Ec. (A.28) con la nueva variable z viene a ser

$$\left\{ \frac{d^2}{dz^2} - \frac{1 - 2z}{z(1 - z)} \frac{d}{dz} \mp \frac{\xi}{z(1 - z)} - \frac{\xi^2}{z^2} + \frac{\epsilon^2}{4z^2(1 - z)^2} \right\} \phi(x) = 0. \quad (\text{A.30})$$

La anterior es una ecuación diferencial de segundo grado de la forma

$$y'' + P(z)y' + Q(z)y = 0 \quad (\text{A.31})$$

cuyos los polinomios P y Q están dados por

$$P(z) = \frac{1-2z}{z(1-z)},$$

$$Q(z) = \mp \frac{\xi}{z(1-z)} - \frac{\xi^2}{z^2} + \frac{\epsilon^2}{4z^2(1-z)^2}. \quad (\text{A.32})$$

Entonces los puntos singulares son aquellos que [45]

$$\begin{aligned} \text{Si } z \rightarrow 0 &\implies P(z) \rightarrow \infty \\ \text{Si } z \rightarrow 1 &\implies P(z) \rightarrow \infty \end{aligned} \quad (\text{A.33})$$

Ahora analizaremos el comportamiento de la ecuación diferencial, escribiendo ϕ como en la Ec. (4.14). Cerca de $z = 0$ la función (4.14) se comporta como z^α , entonces la Ec. (A.30) se escribe

$$\left\{ \frac{d^2}{dz^2} + \frac{1}{z} \frac{d}{dz} - \frac{\xi}{z^2} + \frac{\epsilon^2}{4z^2} \right\} z^\alpha \chi = 0 \quad (\text{A.34})$$

Cálculando las derivadas en la ecuación anterior y escribiendo en términos de χ , su primera y segundas derivadas, χ' y χ'' respectivamente, la Ec. (A.34) queda

$$\begin{aligned} \alpha(\alpha-1)z^{\alpha-2}\chi + \alpha z^{\alpha-1}\chi' + \alpha z^{\alpha-1}\chi' + z^\alpha\chi'' + \\ \frac{1}{z}(\alpha z^{\alpha-1}\chi + z^\alpha\chi') - \frac{\xi^2}{z^2}z^\alpha\chi + \frac{\epsilon^2}{4z^2}z^\alpha\chi = 0 \end{aligned} \quad (\text{A.35})$$

Asumiendo que cerca de $z = 0$ la función χ es suave, entonces $\chi' \simeq \chi'' = 0$, la Ec. (A.35) se escribe

$$\left((\alpha(\alpha-1)z^{\alpha-2} + \alpha z^{\alpha-2} - \xi^2 z^{\alpha-2} + \frac{\epsilon}{4} z^{\alpha-2}) \right) \chi = 0, \quad (\text{A.36})$$

la cual se satisface si y solo si

$$\begin{aligned} \alpha(\alpha-1) + \alpha - \xi^2 + \frac{\epsilon^2}{4} &= 0 \\ \Rightarrow \alpha^2 - \xi^2 + \frac{\epsilon^2}{4} &= 0 \\ \Rightarrow \alpha &= \pm \frac{i}{2} \sqrt{\epsilon^2 - 4\xi^2} \end{aligned} \quad (\text{A.37})$$

Dadas las anteriores condiciones algebraicas al fin llegamos a establecer el valor de α , el cual corresponde a la Ec. (4.15). Un análisis análogo se hace para el comportamiento de

la función (4.14) cerca de $z = 1$, escribimos la Ec. (A.30) como

$$\left\{ \frac{d^2}{dz^2} - \frac{1}{1-z} \frac{d}{dz} + \frac{\epsilon^2}{4(1-z)^2} \right\} (1-z)^\beta \chi = 0 \quad (\text{A.38})$$

Una vez más calculamos las derivadas de la expresión anterior y escribimos el resultado en términos de χ , χ' y χ'' , considerando también que cerca del punto singular $\chi' = \chi'' = 0$

$$\left(\beta(\beta-1)(1-z)^{\beta-2} + \beta(1-z)^{\beta-2} + \frac{\epsilon^2}{4}(1-z)^{\beta-2} \right) \chi = 0 \quad (\text{A.39})$$

o bien

$$\begin{aligned} \left(\beta(\beta-1) + \beta + \frac{\epsilon^2}{4} \right) \chi &= 0 \\ \Rightarrow \beta^2 + \frac{\epsilon^2}{4} &= 0 \\ \Rightarrow \beta &= \pm i \frac{\epsilon}{2} \end{aligned} \quad (\text{A.40})$$

Así tenemos el valor para β que corresponde al de la Ec. (4.15). Una vez que conocemos los valores de α y β , podemos calcular explícitamente la Ec. (A.30), sustituyendo la función ϕ , de acuerdo con la Ec. (4.14). Después de calcular la primera y segundas derivadas respecto de z y agrupando en términos de χ , χ' y χ'' , la Ec. (A.30) se escribe

$$\begin{aligned} & z^\alpha (1-z)^\beta \chi'' \\ & + \{ 2\alpha z^{\alpha-1} (1-z)^\beta - 2z^\alpha \beta (1-z)^{\beta-1} + (1-2z) z^{\alpha-1} (1-z)^{\beta-1} \} \chi' \\ & + \left\{ \alpha(\alpha-1) z^{\alpha-2} (1-z)^\beta - 2\alpha z^{\alpha-1} \beta (1-z)^{\beta-1} \right. \\ & + z^\alpha \beta(\beta-1) (1-z)^{\beta-2} + (1-2z) \alpha z^{\alpha-2} (1-z)^{\beta-1} \\ & \left. - (1-2z) z^{\alpha-1} \beta (1-z)^{\beta-2} \mp \xi z^{\alpha-1} (1-z)^{\beta-1} \right. \\ & \left. - \xi^2 z^{\alpha-2} (1-z)^\beta + \frac{\epsilon^2}{4} z^{\alpha-2} (1-z)^{\beta-2} \right\} \chi = 0 \quad (\text{A.41}) \end{aligned}$$

Es conveniente escribir los términos que van con χ como

$$\left\{ [\alpha(\alpha - 1) + \alpha - \xi]z^{\alpha-2}(1 - z)^{\beta} + [\beta(\beta - 1) + \beta]z^{\alpha}(1 - z)^{\beta-1} - [2\alpha\beta + \alpha + \beta \mp \xi]z^{\alpha-1}(1 - z)^{\beta-1} + \frac{\epsilon^2}{4}z^{\alpha-2}(1 - z)^{\beta-2} \right\} \chi \quad (\text{A.42})$$

y ahora sustituyendo los valores de α y β de acuerdo con la Ec. (4.15), la Ec. (A.42), después de un poco de algebra queda

$$- \left[2\alpha\beta + \alpha + \beta \mp \xi + \frac{\epsilon^2}{4} \right] z^{\alpha-1}(1 - z)^{\beta-1} \quad (\text{A.43})$$

Considerando el término anterior, ahora si podemos reescribir, la Ec. (A.41), dividiendo ésta por $z^{\alpha-1}(1 - z)^{\beta-1}$ obtenemos

$$\begin{aligned} & z(1 - z) \chi'' \\ & + \left\{ 2\alpha(1 - z) - 2z\beta + (1 - 2z) \right\} \chi' \\ & - \left\{ 2\alpha\beta + \alpha + \beta \mp \xi + \frac{\epsilon^2}{4} \right\} \chi = 0 \end{aligned} \quad (\text{A.44})$$

o bien

$$z(1 - z)\chi'' + \left\{ 2\alpha + 1 - 2(\alpha + \beta + 1)z \right\} \chi' - \left\{ 2\alpha\beta + \alpha + \beta \mp \xi + \frac{\epsilon^2}{4} \right\} \chi = 0, \quad (\text{A.45})$$

que ya se parece a una ecuación diferencial hipergeométrica [45], excepto porque tiene que cumplir con

$$\begin{aligned} 2\alpha + 1 &= c \\ 2(\alpha + \beta + 1) &= a + b + 1 \\ 2\alpha\beta + \alpha + \beta \mp \xi + \frac{\epsilon^2}{4} &= ab \end{aligned} \quad (\text{A.46})$$

Resolviendo el anterior sistema de ecuaciones para a , b y c se obtienen los valores de la Ec. (4.17), con los cuales es posible entonces escribir la ecuación diferencial hipergeométrica cuyas soluciones son bien conocidas.

A.5 Expresión para el flujo axial

Para resolver la integral de la Ec. (4.54), hacemos los siguientes cambios de variables

$$p_{\parallel} = m_f x \quad y \quad p_{\perp} = m_f y \quad (\text{A.47})$$

Ahora podemos escribir la Ec. (4.54) en términos de las nuevas variables x y y

$$\mathcal{F} = \frac{m_f^3}{2\pi^2\gamma} \int_0^{\infty} dx \int_0^{\infty} y dy \left(\frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2} \{ \exp[\gamma(m_f \sqrt{x^2 + y^2} - uxm_f)/T] + 1 \}} - \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2 + 1} \{ \exp[\gamma(m_f \sqrt{x^2 + y^2 + 1} + uxm_f)/T] + 1 \}} \right) \mathcal{A}(\mathbf{B}_V, x). \quad (\text{A.48})$$

Para resolver la anterior integral, primero integramos respecto a y . Tenemos dos integrales por resolver. La primera de ellas

$$\int_0^{\infty} \frac{y dy}{\sqrt{x^2 + y^2} \{ \exp[\gamma m_f (\sqrt{x^2 + y^2} - ux)/T] + 1 \}} \quad (\text{A.49})$$

Haciendo

$$v = \sqrt{x^2 + y^2} \Rightarrow dv = \frac{y dy}{\sqrt{x^2 + y^2}}$$

y los límites de integración

$$\text{Si } y = 0 \Rightarrow v = x$$

$$\text{Si } y \rightarrow \infty \Rightarrow v \rightarrow \infty$$

Con lo cual obtenemos

$$\int_x^{\infty} \frac{dv}{\exp[\gamma m_f (v - ux)/T] + 1} \quad (\text{A.51})$$

y haciendo $w = \gamma m_f (v - ux)/T$, por lo tanto $dw = \gamma m_f dv/T$, y por otra parte los límites de integración son: cuando $v = x$ tenemos $w = \gamma m_f x(1 - u)/T \equiv a$ y cuando $v \rightarrow \infty$ tenemos $w \rightarrow \infty$, la integral (A.51) es

$$\int_a^{\infty} \frac{dw}{e^w + 1} = \ln \left(\frac{e^w}{e^w + 1} \right) \Big|_a^{\infty} = \ln \left(\frac{\infty}{\infty} \right) - \ln \left(\frac{e^a}{e^a + 1} \right) \quad (\text{A.52})$$

análogamente, la segunda integral para x

$$\int_b^{\infty} \frac{dw'}{e^{w'} + 1} = \ln \left(\frac{e^{w'}}{e^{w'} + 1} \right) \Big|_b^{\infty} \quad (\text{A.53})$$

Escribiendo explícitamente el flujo de la Ec. (4.54) con los resultados de calcular las integrales respecto a y y a x

$$\mathcal{F} = \frac{m_f^3}{2\pi^2\gamma} \frac{T}{\gamma m_f} \int_0^\infty x dx \mathcal{A}(\mathbf{B}_Y, x) \left[-\ln \left(\frac{\exp[\gamma m_f x(1-u)/T]}{\exp[\gamma m_f x(1-u)/T] + 1} \right) - \left(-\ln \left(\frac{\exp[\gamma m_f (\sqrt{x^2 + 1} + ux)/T]}{\exp[\gamma m_f (\sqrt{x^2 + 1} + ux)/T] + 1} \right) \right) \right] \quad (\text{A.54})$$

Para finalizar hay que escribir la diferencia de logaritmos como el logaritmo de un cociente, de esta forma obtenemos la Ec. (4.57) del capítulo 4.

Bibliografía

- [1] P. A. M. Dirac, Proc. R. Soc. London Ser. A 126, 360 (1930); *ibid* 133, 60 (1931); C. D. Anderson, Science 76, 238 (1932); Phys. Rev. 43, 491 (1936).
- [2] M. Trodden, Rev. Mod. Phys. 71, 1463 (1999).
- [3] E. Kolb. and M. Turner, *The Early Universe*, Addison-Wesley, New York (1990).
- [4] G. Steigman, Annu. Rev. Astron. Astrophys. 14, 336 (1976); F. W. Stecker, Nucl. Phys. B 252, 25 (1985).
- [5] A. G. Cohen, A. De Rujula, and S.L. Glashow, Astrophys. J. 495, 539 (1998).
- [6] C. J. Copi, D. N. Schramm, and M. S. Turner, Science 267, 192 (1995).
- [7] A. D. Sakharov, JETP Lett. 6, 24 (1967).
- [8] J. H. Christenson, J. W. Cronin, V. L. Fitch and R. Turlay, Phys. Rev. Lett. 13, 138 (1964).
- [9] A. Dolgov, Phys. Rep. 222, 309 (1992).
- [10] V. A. Rubakov and M. E. Shaposhnikov, Usp. Fiz. Nauk, 166 (1996).
- [11] J. F. Donoghue, E. Golowich and B. R. Holstein, *Dynamics of the Standard Model*, Cambridge University Press (1992).
- [12] H. Goldstein, *Classical Mechanics*, Addison Wesley (1980).
- [13] J. D. Bjorken and S. D. Drell, *Relativistic Quantum Mechanics*, McGraw-Hill (1964).
- [14] F. Halzen, A. D. Martin, *Quarks and Leptons an Introductory Course in Modern Particle Physics*, John Wiley and Sons (1984).

- [15] S. Adler, Phys. Rev. 177, 2426 (1969); J. S. Bell and R. Jackiw, Nuovo Cimento 51, 47 (1969).
- [16] M. Dine, "Baryogenesis: Electroweak and Otherwise", Memorias de la escuela de verano TASI 1994 *CP violation and the limits of the standard model*, 507-548, World Scientific (1995), Ed. J. F. Donogue.
- [17] L. McLerran, Lectures presented at ICTP School on High Energy Physics, July 1992, Trieste Italy.
- [18] S. Coleman, *Aspects of Symmetry*, Cambridge University Press (1985).
- [19] N. S. Manton, Phys. Rev. D 28, 2019 (1983); F. R. Klinkhamer and N. S. Manton, Phys. Rev. D 30, 2212 (1984).
- [20] M. Kaku, *Quantum Field Theory, a Modern Introduction*, Oxford University Press (1993).
- [21] Lweis H. Ryder, *Quantum Field Theory* (1985).
- [22] M. Le Bellac, *Thermal Field Theory*, Cambridge University Press (1996).
- [23] P. Arnold and L. McLerran. Phys. Rev. D36, 581 (1987).
- [24] J. Schwinger, Phys. Rev. 82, 914 (1951).
- [25] G. Valencia, "CP Violation", Particles and Fields 7th Mexican Workshop Mérida Yucatán, México 1999, 45-48, AIP Conference Proceedings 531, Ed. A. Ayala, G. Contreras and G. Herrera.
- [26] C. Jarlskog, *CP Violation*, Advanced Series in High Energy Physics, World Scientific, Singapore (1998).
- [27] M. Kobayashi and T. Maskawa, Prog. Theor. Phys. 49, 652 (1973).
- [28] L. Wolfenstein, Phys. Rev. Lett. 51, 1945 (1983).
- [29] C. Jarlskog, Phys. Rev. D35, 1685 (1987).
- [30] M. Dine, O. Lechtenfeld and B. Sakita Nucl. Phys. B 342 381 (1990).

- [31] M. Shaposhnikov, JETP Lett. 44, 4651 (1986); Nucl. Phys. B 287, 757 (1987); Nucl. Phys. B 299, 797 (1988). A. I. Bochkarev, S. Yu Khlebnikov and M. Shaposhnikov, Nucl. Phys. B 329, 493 (1990).
- [32] A. Ayala, J. Jalilian-Marian, L. McLerran and A. P. Vicher, Phys. Rev. D 49, 5559 (1994).
- [33] M. Joyce, T. Prokopec and N. Turok, Phys. Rev. Lett. 75, 1695 (1995).
- [34] A.G. Cohen, D. B. Kaplan and A. E. Nelson, Phys. Lett. B 336, 41 (1992).
- [35] M. Joyce, T. Prokopec and N. Turok, Phys. Lett. B 339, 312 (1994).
- [36] A. E. Nelson, D. B. Kaplan and A.G. Cohen, Nucl. Phys. B 373, 453 (1992).
- [37] A. V. Olinto “Cosmological Magnetic Fields”, [astro-ph/9807051](#).
- [38] M. Giovannini and M. E. Shaposhnikov, Phys. Rev. D 57, 2186 (1998).
- [39] Para revisiones recientes sobre el origen, evolución y algunas consecuencias cosmológicas de los campos magnéticos primordiales ver: K. Enqvist, Int. J. Mod. Phys. D 7, 331 (1998); R. Maartens, “Cosmological magnetic fields”, International Conference on Gravitation and Cosmology, India, Jan 2000, [astro-ph/0007352](#) y sus referencias.
- [40] E. Lifshitz and L. P. Pitaevskii, *Statistical Physics*, Part 2, Pergamon Press, Oxford (1981).
- [41] P. Elmfors, K. Enqvist and K. Kainulainen, Phys. Lett. B 440, 269 (1998).
- [42] V. Skalozub and V. Demichik, “Can baryogenesis survive in the standard model due to strong hypermagnetic field?”, [hep-hp/9909550](#).
- [43] D. Comelli, D. Grasso, M. Pietroni, A. Riotto, Phys. Lett. B 458, 304 (1999).
- [44] Hemos resuelto la Ec. (4.2), en el límite en que la pared de la burbuja es infinitamente delgada. A. Ayala, J. Besprosvany, G. Pallares, G. Piccinelli, *Axially asymmetric fermion scattering off electroweak phase transition bubble wall with hypermagnetic fields*, [hep-hp/0107072](#), por aparecer en Phys. Rev. D.
- [45] G. Arfken, *Mathematical Methods for Physicists*, Academic Press, New York (1953).

- [46] B. H. Liu, L. McLerran and N. Turok, *Phys. Rev. D* 46, 2668 (1992).
- [47] R. Durrer, P. G. Ferreira and T. Kahniashvili, *Phys. Rev. D* 61, 043001 (2000); K. Jedamzik, V. Katalinić and A. V. Olinto, *Phys. Rev. Lett.* 85, 700 (2000).