

00344



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA
DE MEXICO**

FACULTAD DE CIENCIAS
DIVISION DE ESTUDIOS DE POSGRADO

6

Fuentes de error en la estimación de parámetros
de crecimiento usando métodos indirectos
(SLCA)

298186

T E S I S
QUE PARA OBTENER EL GRADO ACADEMICO DE
MAESTRO EN CIENCIAS
(BIOLOGIA DE SISTEMAS Y RECURSOS ACUATICOS)
P R E S E N T A :
BIOL. JOSE IGNACIO FERNANDEZ MENDEZ

DIRECTOR DE TESIS: DR. JAIME M. GONZALEZ CANO



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

Tu no puedes enseñarle nada a un hombre, solo ayudarlo a encontrarlo dentro de si mismo.

Galileo

Hay un indescriptible placer en la vida del estudiante voluntario.

Goldsmith

Ver mucho, sufrir mucho y estudiar mucho son los tres pilares del conocimiento.

Disraeli

La educación es lo que sobrevive cuando lo que se ha aprendido se ha olvidado.

Skinner

La más noble tarea de la mente es el estudio de las obras de su Creador.

Akhenaton

El aprender hace a un hombre una buena compañía para si mismo.

Young

Agradecimientos

En la vida he sido muy afortunado por tener que decir gracias a muchas personas, por la vida, la amistad, la ayuda, el apoyo, la presencia, la ausencia, el amor. En esta lista no están todas las personas ni todas las razones pero en mi mente y mi corazón nunca faltarán..

A mis Papás Alicia e Ignacio a quien les debo mucho más que la vida.

A mis abuelitas Ofelia y Francisca.

A mis hermanos Cecilia, Mónica y Miguel, mis sobrinos Dany, Gaby y Diego.

A mi tía Alma, ángel de la guarda de todos nosotros, y a toda mi familia.

A mi "mamá académica", la Maestra Conehita Rodríguez de la Cruz, a la que muchos le decimos Maestra en más de un sentido.

Al tutor de mi tesis, el Dr. Jaime González Cano por la orientación y las ideas al realizar este trabajo.

Al M. En C. José Luis García Calderón, Dr. Gustavo Adolfo Ortega Salas, la Dra. Ana Laura Ibáñez, el Dr. Xavier Chiapa E., Dr. Isaías Salgado U. y al Dr. Virgilio Arenas por las ideas aportadas al trabajo.

Al Dr. Ray Hilborn, a quien varios del IMP le debemos una nueva manera de pensar.

A los Doctores Antonio Díaz de León y Miguel Ángel Cisneros, por su apoyo en el trabajo realizado en el IMP:

Al Dr. Tomasz Linkowski, Dr. Doc. Juliusz Choinacki, M. En C. Roberto Torres, Dra. Inés Forray, Dr. Raul Guerrero, M. En C. José

Luis García Calderón, entre otros, porque los buenos maestros siempre nos dejan algo.

A mis Amigos de la más o menos infancia, Alfredo, Juan Carlos, Nacho, Daco, Mónica.

A Fernando, Tere, Georgina, Daty, Daty, Rebeca, Alonso, Joonne, Edith, Laura, Lupita, Lupita, La Güera Maricarmen, Luis Vicente, Luis, Rocio, Sandra, Panchito, Laura, Leonardo, Javier, Laura, Gabi, Alejandro, y todos mis amigos del M.D.

Mayte y sus hermanas, Fabián, Javier, Edgar, Oscar, Toño Ricardo. Hector y Lourdes, José y Malué, Margarita, Adriana, Cecilia y a tantos amigos que han compartido conmigo los buenos y malos momentos..

Y a Ere, porque todavía vienen cosas que agradecer.

CONTENIDO

RESUMEN	2
I. INTRODUCCIÓN	3
II. LA ECUACIÓN DE VON BERTALANFFY Y LOS PATRONES DE COMBINACIÓN DE SUS PARÁMETROS	7
III. EL MÉTODO SLCA	16
IV. OBJETIVOS	32
V. METODOLOGÍA	33
VI. RESULTADOS	39
VII. DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES	61
LITERATURA CITADA	74

RESUMEN

Las estimaciones de los parámetros de la ecuación de crecimiento de von Bertalanffy hechos con métodos basados en longitud frecuentemente tienen sesgos cuyo origen, naturaleza y magnitud no han sido estudiados a fondo hasta la fecha para los métodos más usados. En este trabajo se utilizaron "muestras" generadas aleatoriamente para evaluar con réplicas el efecto de no contar con organismos de tallas grandes, cercanas a la Longitud Asintótica (L_{∞}), en las evaluaciones hechas con el método SLCA (Shepherd's Length Composition Analysis; Shepherd, 1987). De las "muestras" se eliminaron gradualmente, de 2 en 2 cm, los "organismos" de tallas grandes, estimándose los parámetros K y L_{∞} en cada intervalo de longitud resultante (0 a 21, 0 a 19, 0 a 17, 0 a 15, 0 a 13 y 0 a 11 cm). Se evaluó el sesgo en las estimaciones hechas con cada intervalo, obteniéndose las distribuciones de probabilidad conjunta y marginal de las mismas.

Se hizo un análisis del algoritmo del método para identificar las fuentes de las variaciones encontradas en las estimaciones. También se identificó la relación entre los pares de estimados de K y L_{∞} con el mayor valor de la función de bondad de ajuste usada en el SLCA (función Score). Se evaluó si el índice ϕ' calculado usando esos pares de estimados tiene un valor constante. También se buscó la relación entre éstos con el To' (punto de inicio de las curvas de crecimiento) resultado de usar el método SLCA, como un medio para reducir la incertidumbre en las estimaciones. Se encontró que, al reducirse el intervalo de longitud representado en la muestra:

- 1) Existe un sesgo en las estimaciones de K y L_{∞} , aún en las obtenidas con el intervalo completo de longitud. El sesgo promedio es cerca de 14% en K y 10% en L_{∞} .
- 2) Se obtienen subestimaciones de K y sobreestimaciones de L_{∞} .
- 3) Aumenta la variación en los estimados de los parámetros K y L_{∞} . Esa variación es el resultado de tener valores de la función Score cada vez más parecidos en un intervalo mayor de valores de K y L_{∞} .
- 4) A pesar de lo anterior, los estimados con valores altos de Score caen en un patrón curvilíneo definido, resultado del algoritmo del método y la estructura de la muestra.
- 5) El valor real de K y L_{∞} queda dentro de ese patrón curvilíneo.
- 6) Dentro de ese patrón, los valores de ϕ' , aunque no son constantes, son menos variables que K o L_{∞} por separado. Líneas con valor constante de ϕ' delimitan la región del plano K - L_{∞} donde ocurren los patrones de combinación de pares de estimados de esos parámetros con mayor valor de Score.
- 7) Los pares de estimados de los parámetros K y L_{∞} tienen valores asociados de To' , lo que permite compensar errores de estimación, usando información auxiliar.

I. INTRODUCCIÓN

En este trabajo se examina el efecto de la falta de especímenes de tallas grandes, cercanas a la longitud máxima de una especie dada, en las muestras utilizadas en la estimación de los parámetros K y Longitud Asintótica (L_{∞}) al utilizar el método de Análisis de Composición de Longitudes de Shepherd (Shepherd Length Composition Analysis, o SLCA, Shepherd, 1987).

El interés por realizar este trabajo surgió de experiencias en el uso del método SLCA al estimar el crecimiento de especies de peces en lagos del Occidente de México. Varias veces se presentó la situación de que, a pesar de provenir de la misma población, las muestras obtenidas de diferentes partes del lago producían diferentes estimados de K y Longitud Asintótica al ser evaluadas con el método mencionado.

Entre las diferencias más evidentes entre las muestras destacaba particularmente la ausencia o presencia de organismos de tallas mayores, resultado de la segregación espacial por tallas en la población.

A semejanza de otros métodos computarizados basados en longitud, los resultados de la aplicación del SLCA se presentan en forma de una matriz de una función de bondad de ajuste para varias combinaciones de K y L_{∞} , en un intervalo de ambos predefinido por el usuario. En el caso de SLCA, mientras mejor se ajusta a los datos la curva de crecimiento generada por un par específico de K y L_{∞} más alto es el valor de esa función.

El contenido de esa matriz se muestra a menudo en una gráfica de contorno. En esa gráfica se ve frecuentemente una región en forma de "banana", como la llaman algunos autores como MacDonald (1987), que contiene los valores más altos de la función de bondad de ajuste.

Al realizar las evaluaciones arriba mencionadas, se obtenían resultados similares a los mostrados en la figura I.1. Cuando se tiene una muestra en la cual se encuentran representados individuos de un intervalo amplio de tallas, los muestreos se han hecho con una periodicidad adecuada y la población tiene características como un periodo breve de reproducción y reclutamiento cada año, se obtiene un máximo de la función de bondad de ajuste que resalta sobre todos los demás.

Cuando en la muestra no se encuentran representadas todas las tallas presentes en la población, (por ejemplo, cuando faltan los individuos de tallas mayores) ese máximo de la función se desplaza y los contornos de la gráfica de la función de bondad de ajuste se hacen menos contrastantes entre diferentes valores de K y L_{∞} , se forma una "meseta" alrededor del máximo. Esto último es resultado de que la diferencia en el valor de la función de bondad de ajuste se hace más pequeña entre diferentes combinaciones de K y L_{∞} . Sin

embargo, en casi todos los casos examinados, el máximo de la función se encontraba dentro de la región curvilínea definida en la gráfica de contorno. Aún cuando difirieran en los valores individuales de K y L_{∞} , las diferencias en las estimaciones parecían estar confinadas a esa región de la gráfica.

Cuando se calculaba el índice $'$ con los pares de K y L_{∞} que quedaban dentro de esa región curvilínea, el valor era muy cercano. Surgió entonces la interrogante de si siempre debería esperarse un valor constante de $'$ en los valores de K y L_{∞} contenidos en ella.

De las observaciones anteriores surgieron las siguientes preguntas:

- 1) Dadas las variaciones observadas en las estimaciones, ¿aplicar el SLCA a la muestra con el intervalo de longitud completo resulta en una buena estimación de K y L_{∞} ?
- 2) ¿Las variaciones observadas en las estimaciones se debían al intervalo de tallas de los individuos presentes en la muestra?
- 3) ¿Qué causa que los estimados de K y L_{∞} con mayor valor de la función de bondad de ajuste se sitúen dentro de la región curvilínea en la gráfica de contornos?
- 4) ¿Se debe esperar un valor constante del índice $'$ utilizando los pares de K y L_{∞} contenidos en esa región curvilínea?
- 5) ¿El que los estimados con mayor valor de la función de bondad de ajuste caigan en un patrón definido tiene alguna aplicación práctica?

El contestar estas preguntas tiene relevancia práctica en la aplicación del método. El tener elementos para conocer su confiabilidad y el efecto que puede tener en ella la estructura de la muestra es de carácter fundamental. El saber si aplicar el SLCA a muestras diferentes de la misma especie resulta siempre en estimados de K y L_{∞} con un $'$ similar, facilitaría la comparación de resultados obtenidos con este método. Dado que disponer de muestras en las que no todas las tallas se encuentran bien representadas es bastante frecuente, el contar con una forma de compensar los efectos en la evaluación de los factores que influyen en las estimaciones sería de gran utilidad.

En el capítulo II de este trabajo se examina brevemente la ecuación de von Bertalanffy en longitud, y los supuestos detrás del uso del índice $'$ en lo relevante a las preguntas formuladas en los párrafos anteriores. No se pretende dar una revisión exhaustiva de todos los aspectos importantes de esta ecuación, que han sido ampliamente discutidos en la literatura.

El tener que contestar la segunda y tercera preguntas implicaba realizar un análisis del algoritmo del método, prestando particular atención a aspectos del mismo que (en mi opinión) no están lo suficientemente claros en la literatura, para tener una mejor

comprensión de la interacción entre éstos y los datos y la causa de la formación de la región curvilínea en las gráficas de contorno de la función de bondad de ajuste. Este análisis se presenta en el capítulo III.

Como se discutirá más adelante, en este trabajo solo se examinó uno de varios factores que pueden afectar los resultados de las estimaciones obtenidas con el método SLCA. Es la intención, sin embargo, el hacer resaltar la importancia de conocer los algoritmos de los métodos empleados en las evaluaciones pesqueras, la influencia de los datos disponibles en los resultados de las mismas y la incertidumbre que puede estar asociada con ellos, así como estimular la realización de investigaciones que conduzcan a un mejor conocimiento de nuestras herramientas de trabajo.

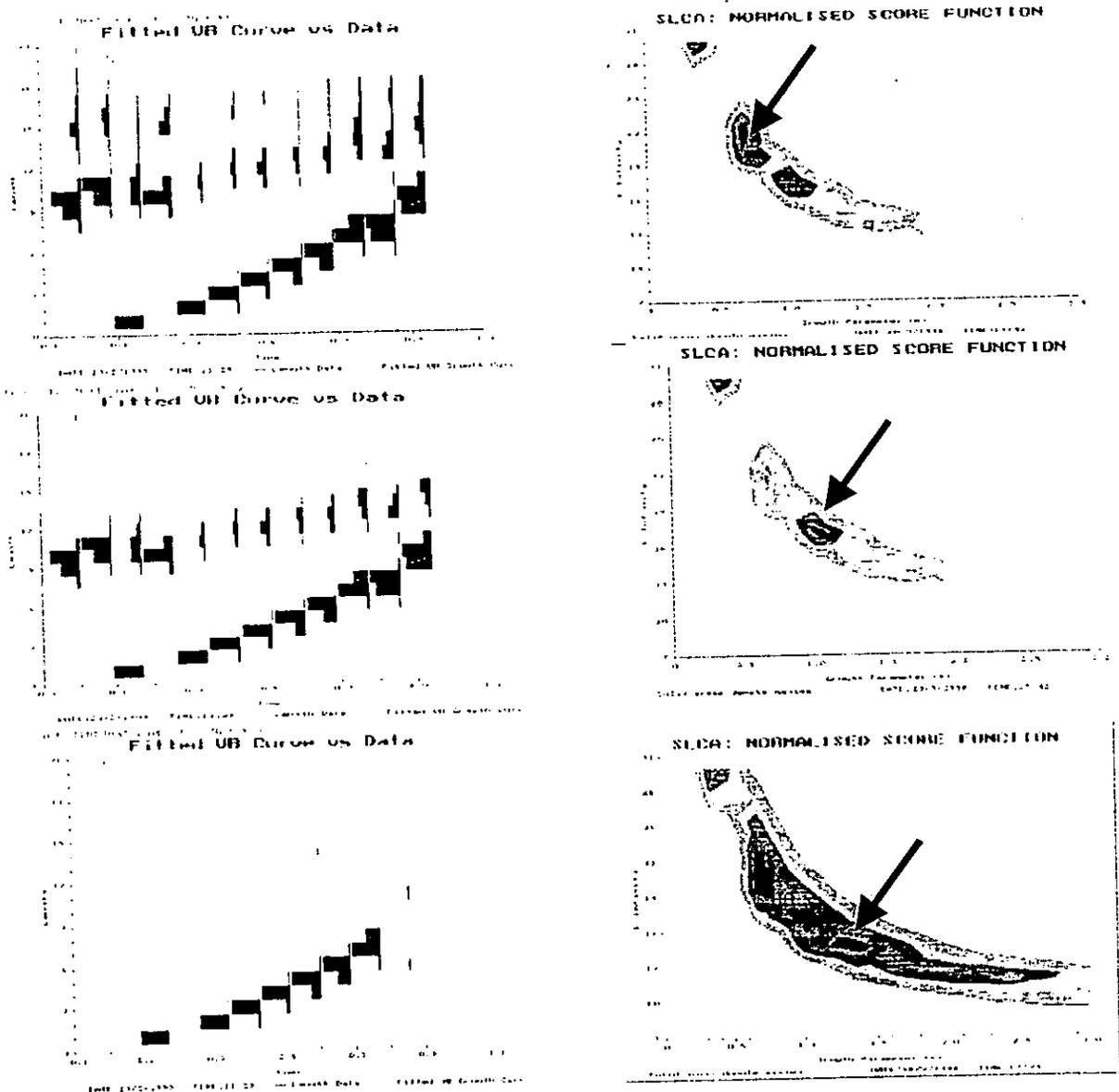


Fig. I.1. Ejemplo hipotético del efecto de no contar con el intervalo de tallas completo en muestras de frecuencias de longitud al realizar evaluaciones usando SLCA (Shepherd Length Composition Analysis). A la izquierda se encuentran las muestras evaluadas, a la derecha los contornos de la función de bondad de ajuste correspondiente. La flecha señala el valor máximo. Al no tener individuos de las tallas más grandes, el máximo de la función de bondad de ajuste se desplaza y se forma una “meseta” en los contornos de la función de bondad de ajuste alrededor del valor máximo. Sin embargo, los máximos siempre se encuentran en la región en forma de “banana”.

II. LA ECUACIÓN DE VON BERTALANFFY Y LOS PATRONES DE COMBINACIÓN DE SUS PARÁMETROS

II.1. La ecuación de crecimiento de von Bertalanffy

El crecimiento individual, al determinar fuertemente la dinámica de la biomasa de las poblaciones, es una de las características más frecuentemente consideradas en las evaluaciones pesqueras y una de las características más notable de una población. Una revisión de la literatura en Biología Pesquera evidenciaría que una importante proporción de trabajos publicados se refieren a estimaciones de crecimiento.

La determinación de la edad en peces tiene una historia relativamente larga, como se comentará con más detalle en el capítulo siguiente. A pesar de esto, el desarrollo de la descripción matemática formal del crecimiento animal tuvo que esperar hasta los primeros años de este siglo. La necesidad de predecir las respuestas de las poblaciones de peces a la explotación impulsó la búsqueda de descripciones matemáticas del crecimiento.

En Szypla (1980) y Weisberg y Frie (1987), se encuentran ejemplos del uso de polinomios o ecuaciones lineales para describir el crecimiento en peces. El uso de otras formulaciones, como la ecuación de Gompertz para el crecimiento en peso, es relativamente frecuente (Moreau, 1987).

Sin embargo, el uso de ese tipo de formulaciones no se ha generalizado. Pauly (1979) afirma que una relación que describa el crecimiento debe tener como características deseables el hacerlo en términos de longitud y peso, poder ser incorporada fácilmente en modelos de producción y que permitan comparaciones inter e intraespecíficas en el crecimiento así como ser fácil de ajustar a datos empíricos. Además, podríamos agregar que una formulación que describa el crecimiento debería ser biológicamente interpretable lo que le daría conformidad estructural, es decir, que su estructura describa características naturales del fenómeno estudiado (Zeigler, 1984).

Para muchos autores (por ejemplo, Pauly, 1979,1984; Doucet y Sloep, 1992) la ecuación de von Bertalanffy, propuesta por él en 1938, cumple con esos requerimientos. En este trabajo solo nos referiremos solo a algunos aspectos de esta ecuación y en particular a su forma que describe el crecimiento en longitud. Sobre aspectos de la formulación básica se recomienda consultar von Bertalanffy (1981), Pauly (1979) y Brown y Rothery (1993). Algunos argumentos en contra de la ecuación de von Bertalanffy han sido reseñados en Pauly (1979).

La ecuación de von Bertalanffy en longitud tiene la forma (Ricker, 1975; Von Bertalanffy, 1981):

$$L_t = L_{\infty} (1 - e^{-K(t-t_0)}) \quad (II.1)$$

Donde:

L_t =Longitud a la edad t

K = Coeficiente de crecimiento.

L_{∞} = Asíntota de los valores de L_t

t_0 = Es el origen de la curva, la edad teórica al cual el individuo tendría longitud 0, si su crecimiento fuera siempre descrito por esta ecuación.

e = Base de los logaritmos naturales.

La figura II.1 muestra un ejemplo de dos curvas generadas con esta ecuación, con el mismo valor de L_{∞} pero la línea delgada con un menor valor de K . Nótese que la curva inicia en valores negativos del eje de las abscisas, es decir, t_0 es negativo. Pauly (1979) presenta argumentos a favor de que esto sea así. La ecuación de von Bertalanffy no describe los cambios en la velocidad de crecimiento que ocurren en las primeras etapas de vida de la mayoría de los organismos acuáticos, que resultan de importantes cambios metabólicos (como variación de las superficies respiratorias). En la figura II.2 (modificada de Pauly, 1979), la edad 0 es el tiempo del nacimiento del individuo y L_b la correspondiente longitud. El tiempo de la fecundación se representa por t_f . L_x es la longitud a la cual el crecimiento comienza a ser descrito por la ecuación de von Bertalanffy. El parámetro t_0 , entonces, solo tiene un significado biológico indirecto.

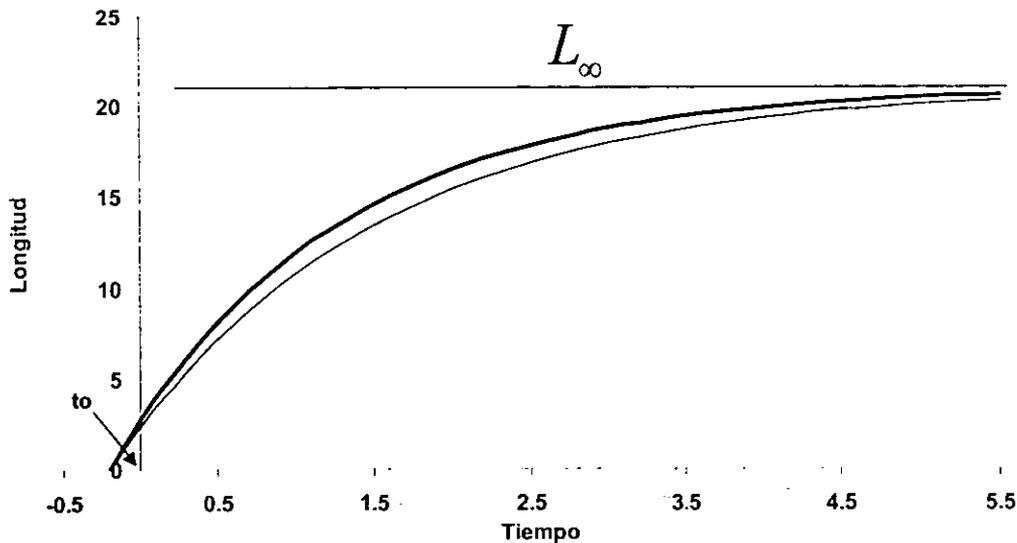


Fig.I.1.- Ejemplo de dos curvas generadas con la ecuación de von Bertalanffy, con el mismo valor de L_{∞} pero una de ellas, la línea delgada, con un menor valor de K

La forma general de la ecuación de von Bertalanffy, una exponencial inversa, es la misma que describe varias situaciones encontradas en la naturaleza donde se llega gradualmente a

una respuesta estacionaria (asintótica), como la variación de la concentración en compartimentos con un flujo en serie (Simon, 1977) y la respuesta de la producción de plantas debida a la presencia de nutrientes (Mead, 1993).

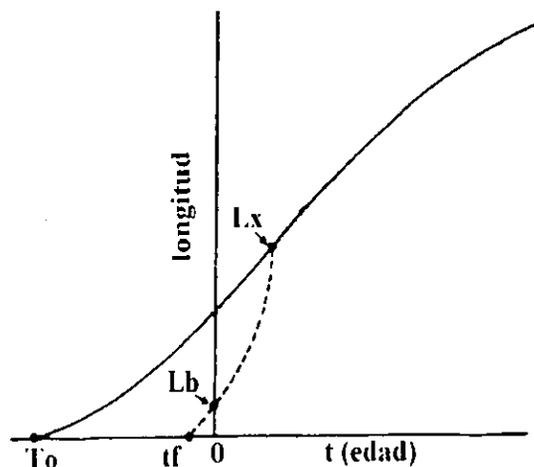


Fig.I.2.- Representación gráfica del punto de origen matemático de la ecuación de von Bertalanffy y su relación con el desarrollo biológico en edades tempranas (modificado de Pauly, 1979)

La ecuación II.1 es una solución particular de la ecuación diferencial (von Bertalanffy, 1981; Pauly 1979, Brown y Rothery, 1993):

$$\frac{dW}{dt} = hW^n - kW^m \quad (II.2)$$

Donde:

W = Peso

h = Constante de anabolismo

k = Constante de catabolismo

n y m = Constantes.

Usualmente, se asume un valor de n de 2/3 y de m de 1. Pauly (1979) llama a la ecuación la "ecuación especial de von Bertalanffy" y hace una generalización de misma, con la adición del término D, que permite que n tome un valor diferente de 2/3. Sin embargo, tal generalización estaba implícita en la formulación original de von Bertalanffy quien incluye en su discusión otros "tipos de crecimiento" ligados a "tipos metabólicos", con valores de n

y m distintos de $2/3$ y 1.

La ecuación de von Bertalanffy ha sido la más usada en evaluaciones pesqueras. Según Pauly (1979, 1984) esto se debe a:

- 1) Describe el crecimiento en términos de longitud y peso.
- 2) Puede ser, y ha sido, incorporada a modelos de evaluación de producción.
- 3) Permite comparaciones (incluyendo sus parámetros de forma conjunta dentro de índices cuyas propiedades han sido estudiadas) entre especies diferentes y poblaciones de una misma especie, como se discutirá más adelante.
- 4) Es fácil de ajustar a series de datos de edad y talla y existen varios métodos para ello, cuyas ventajas relativas han sido evaluadas (Ricker, 1975; Pauly, 1983, 1984; Ratkowski 1986)

Se puede agregar que:

- 5) Muchos aspectos particulares como, por ejemplo, las ventajas de diferentes reparametrizaciones (transformaciones a forma lineal para su ajuste usando técnicas de regresión) ha sido evaluada (Ratkowski, 1986).
- 6) Tiene una forma general sencilla y fácilmente interpretable (Simon, 1977).
- 7) La obtención de intervalos de confianza en la estimación de los parámetros, cuando se ajusta a series de datos de longitud a edad, es relativamente simple (Moreau, 1987; Mead et al., 1993).

Este último aspecto es digno de resaltar. Aunque von Bertalanffy desarrolló la ecuación para describir el crecimiento individual, ésta ha sido empleada más frecuentemente para describir el crecimiento medio de los individuos en una población. Muchos factores (entre ellos, el examinado en este trabajo) pueden ocasionar problemas en las estimaciones. Como las estimaciones de crecimiento en Biología Pesquera están ligadas a estrategias de explotación, la obtención de un intervalo de confianza de las estimaciones tendría dos objetivos:

- a) El dar una idea de la eficiencia de la estimación.
- b) Dar un intervalo de valores de un parámetro sobre el cual basar alternativas de administración.

II.2.- Patrones de combinación de los parámetros de la ecuación de von Bertalanffy.

El crecimiento de los individuos de una población está ligado al lugar de la especie en la trama trófica y en el ecosistema (Andrzejewska, 1985). Entre los aspectos mencionados por Pianka (1981) en la diferenciación que hace entre las especies que "adoptan" una estrategia r o una estrategia K (por los parámetros de la ecuación Logística de crecimiento poblacional, no confundir con la K de la ecuación de von Bertalanffy) las características de crecimiento individual ocupan un lugar fundamental. Powell relacionó más directamente el crecimiento individual con esas estrategias (Pauly, 1984). Según Powell, en las especies de estrategia K la relación entre mortalidad total y el parámetro K de von Bertalanffy (Z/K) es cercana a 1 mientras que en las de estrategia r la relación se acerca más a 2.

A nivel de una comunidad de especies, las características de crecimiento individual están delimitadas por la "adopción" de un nicho ecológico dado y su hábitat particular. Esto apunta a que existan presiones de selección para la adopción de una "estrategia" fisiológica dependiendo del nicho de la especie. Cualquier desviación de esa estrategia no puede ser drástica y estará restringida por las regularidades de utilización de la energía (Priede, 1985).

Lo expuesto en párrafos anteriores, es congruente con el hecho de encontrar patrones definidos de combinaciones de los parámetros de crecimiento, resultado de las limitaciones en los procesos fisiológicos subyacentes. Merona (1983, citado por Moreau, 1987) encontró que, en un grupo de 111 especies de peces de agua dulce africanos, los parámetros de crecimiento de la ecuación de von Bertalanffy seguían la relación:

$$K=153/L_{\infty}; \quad r=0.466 \quad (II.3)$$

Que es una relación curvilínea inversa entre ambos parámetros. Sin embargo, una relación más fácilmente generalizable es la de la forma:

$$L_{\infty}=a K^{-b} \quad (II.4)$$

Al linearizarla, esta expresión se convierte en:

$$\text{Log } 10 L_{\infty} = \text{Log } a + b \text{Log } 10 K \quad (II.5)$$

Donde a y b son constantes.

A partir de datos tomados de Pauly (1979), de pares de estimados de K y L_{∞} para varios stocks de 18 especies de peces, totalizando 196 pares de parámetros, se ajustó la relación II.5.

En la figura II.3 se muestra la relación obtenida mediante ajuste por mínimos cuadrados

usando todos los pares de parámetros. El ajuste no es particularmente bueno, el coeficiente de determinación, r^2 , es de 0.55, pero al usar los pares de parámetros de grupos menos inclusivos, como familias o especies (figuras II.4 a II.6) éste llega hasta un r^2 de alrededor de 0.8 a nivel de especie, significativo a $P=0.01$ (Walpole, 1976) (tabla II.1). Esto indica la existencia de un patrón definido de combinación de los pares de parámetros de la ecuación de von Bertalanffy en la naturaleza, que es particular a cada grupo taxonómico.

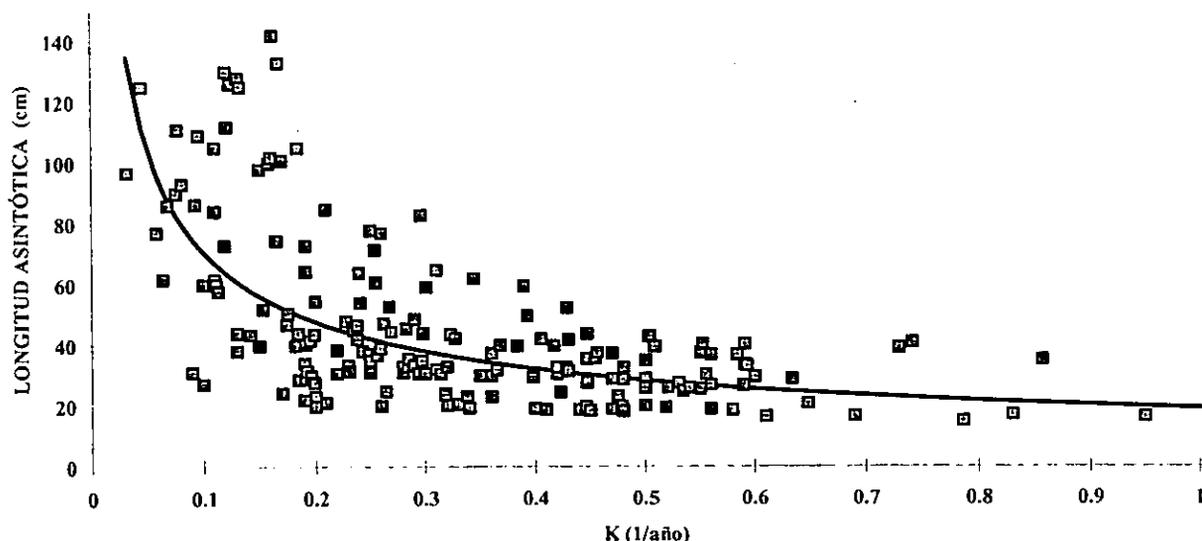


Fig. II.3. Relación empírica entre parámetros de crecimiento en 18 especies de peces de agua dulce y marinos. (tomados de Pauly, 1979).

En años recientes se ha hecho más común el aprovechar lo expuesto en el párrafo anterior el utilizar un índice de comparación junto con las estimaciones de los parámetros de crecimiento. Es decir, se incorpora el valor de K y L_{∞} en un cálculo conjunta en lugar de comparar ambos parámetros por separado. Pauly (1979) recapitula brevemente la evolución de ese tipo de índices y dice que un buen índice de comparación debe entre otras cosas consistir en un solo valor, ser fácil de calcular y ser biológicamente interpretable. El valor del índice debe ser muy parecido en diferentes stocks de la misma especie y cercano en especies relacionadas.

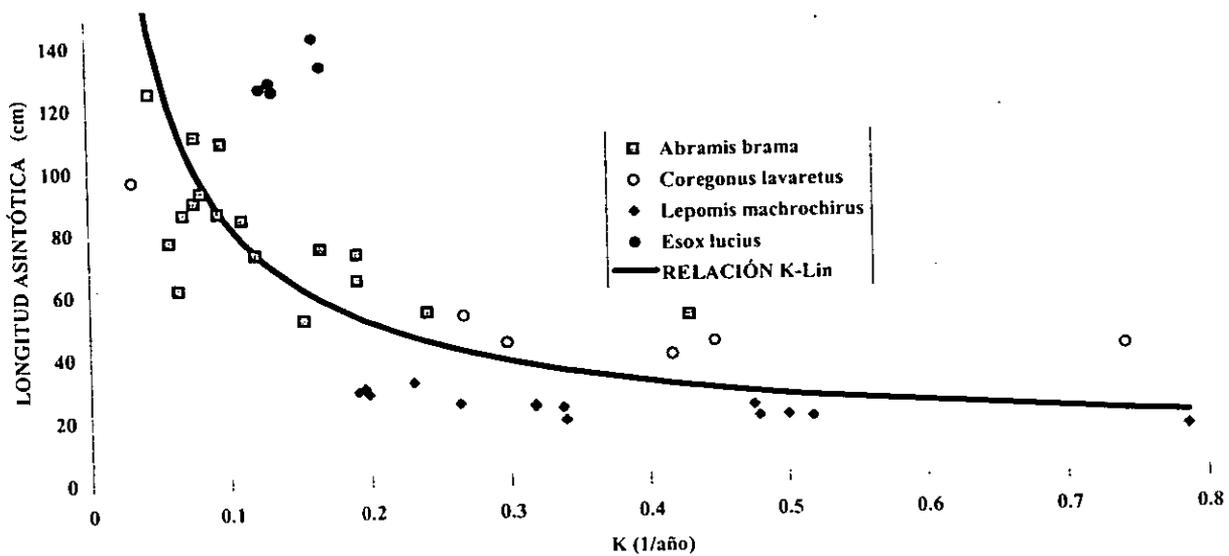


Fig. II.4 Relación entre parámetros de crecimiento en varias especies de peces de agua dulce. (tomados de Pauly,1979)

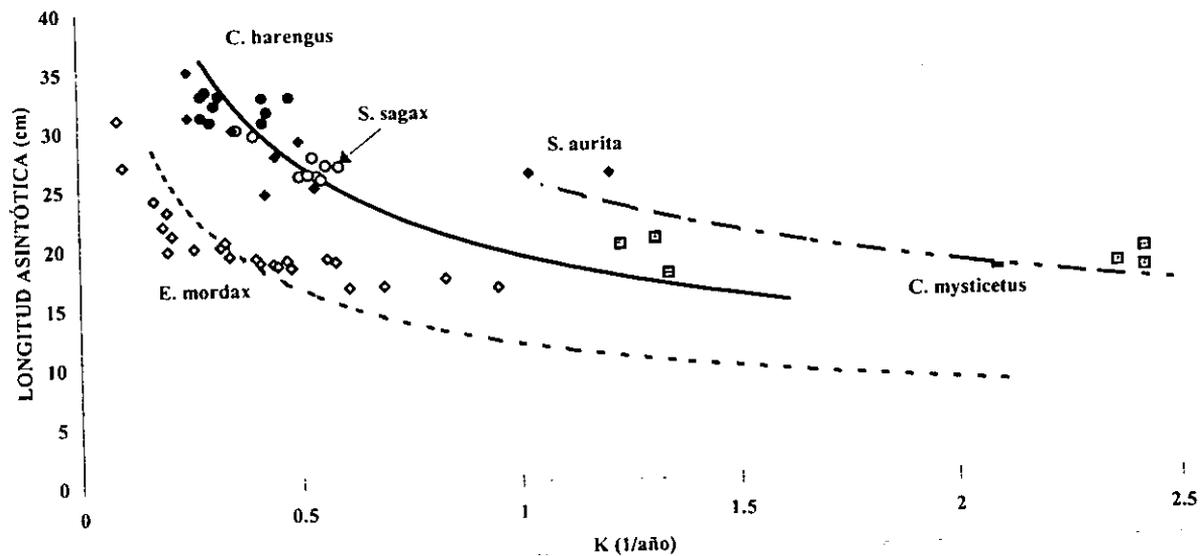


Fig. II. 5 Relación entre parámetros de crecimiento en varias especies de Engraulidae y Clupeidae (tomados de Pauly,1979).

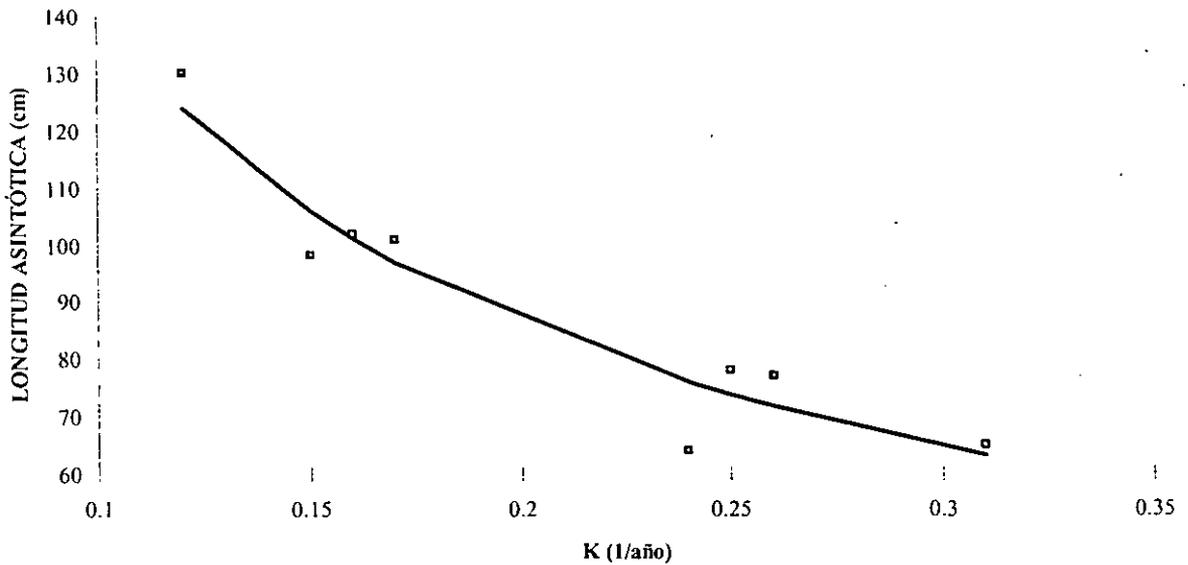


Fig. II.6 Relación entre parámetros de crecimiento en varios stocks de *Gadus morrhua* (tomados de Pauly, 1979).

Tabla II.1. Ajuste de la ecuación II.5 (relación K- L_{∞}) y ϕ' promedio en varios grupos de peces.

	ϕ' PROMEDIO	C.V.	K PROMEDIO (1/año)	C.V.	L_{∞} PROMEDIO (cm)	C.V.	a	b	R2
MARINOS Y AGUA DULCE	2.62	14.28	0.46	119.20	44.80	70.07	19.23	-0.56	0.55
AGUA DULCE	2.73	14	0.24	75.30	69.31	65.84	16.45	-0.702	0.606
<i>Gadus morrhua</i>	3.17	2.7	0.21	29.87	89.38	23.53	27.7	-0.706	0.88
<i>Engraulis mordax</i>	2.13	6.8	0.40	54.28	20.22	16.31	15.54	-0.23	0.88

El mismo autor, en trabajos posteriores (Munro y Pauly, 1984; Pauly y Munro, 1984), propuso el índice ϕ' (fi prima), asumiendo un valor de n de 2/3 en la ecuación II.2:

$$\phi' = \text{Log}_{10} K + 2 \text{Log}_{10} L_{\infty} \quad (\text{II.6})$$

Moreau, Bambino y Pauly (1986, citados por Sparre, 1992) examinaron 100 poblaciones diferentes de tilapia, y calcularon cuatro índices alternativos de "desempeño de crecimiento general" ("overall growth performance") y concluyeron que el índice ϕ' tiene valores similares en taxa cercanos y éstos tienen una distribución normal estrecha. En la tabla II.1

se puede ver que la variación de este índice es menor que la de K o L_{∞} tomadas por separado en los ejemplos examinados.

Rearreglando los términos de la ecuación II.6, se pueden obtener la siguiente relación:

$$\text{Log } 10 L_{\infty} = 1/2 \phi' - 1/2 \text{Log } 10 K \quad (\text{II.7})$$

Que tiene la misma forma general de la ecuación II.5 (con $a=1/2 \phi'$ y $b=-1/2$). Munro y Pauly (1984) dicen al respecto "la implicación de una pendiente constante es que las diferencias en el desempeño de crecimiento (growth performance) de diferentes organismos se reflejan exclusivamente en el valor del intercepto con el eje y, ϕ' ". Dado que el uso de ϕ' está basado en el uso de la ecuación II.2 con $n=2/3$ y $m=1$, el patrón sintetizado por este índice puede considerarse un caso particular de la ecuación II.5. Entonces, el obtener una serie de estimados de L_{∞} y K, cuyos logaritmos se colocaran una recta, con ϕ' constante, resultaría de tener un valor de n y m de $2/3$ y 1, respectivamente, que como lo mencionan von Bertalanffy (1981) y Pauly (1979) se presenta solo en casos particulares.

Recapitulando, la ecuación de von Bertalanffy es la más utilizada para describir el crecimiento de organismos acuáticos y numerosos aspectos de su uso han sido estudiados.

Los logaritmos de los estimados de los parámetros L_{∞} y K de la misma especie en ambientes diferentes o de especies afines tienden a caer en una relación rectilínea. Estas regularidades han sido aprovechadas al proponer índices de comparación conjunta de valores de L_{∞} y K, como ϕ' , que está basado en asumir valores de n y m de $2/3$ y 1 en la ecuación II.2. La relevancia de lo anterior en el contexto de este trabajo se discutirá en capítulos posteriores.

III.- El método SLCA.

El objetivo principal de este capítulo es presentar, en los aspectos pertinentes a este trabajo, los antecedentes y fundamentos del método SLCA. La exposición se divide en cuatro partes: los antecedentes de los métodos basados en longitud para la evaluación del crecimiento (apartado III.1), el fundamento y origen del método (apartado III.2), el algoritmo del mismo (apartado III.3) y un examen de la relación entre los pares de estimados de los parámetros hechos por el método (apartado III.4).

III.1 Antecedentes de las evaluaciones de crecimiento y de los métodos basados en longitud.

La manera tradicional de estimar los parámetros de la ecuación de von Bertalanffy ha sido el ajustar series de datos de longitud y edad, usando métodos como el de Gulland (Gulland y Holt, 1959), Ford-Waltford (Ford, 1933; Waltford, 1946) etc. La manera más directa de obtener estimados de esta última en los peces es la "lectura" de marcas en estructuras duras (escamas, otolitos, huesos etc...) que se forman por variaciones de parámetros ambientales, generalmente la temperatura.

Anton van Leeuwenhoek, en el siglo XVII, relacionó la edad de carpas con los anillos en las escamas (Pauly, 1979; Carlander, 1987) pero fue hasta finales del siglo XIX en que se documentó esa relación usando escamas de carpas criadas en estanques (Carlander, 1987). En la década del 1920, la lectura de marcas anuales en escamas se introdujo en los estudios de Biología Pesquera en Norteamérica. Después de 1930, se hizo común el uso de las técnicas de retrocálculo (Ricker, 1975; Carlander, 1987).

Sin embargo, en las zonas tropicales la variación estacional de los parámetros ambientales no es, en muchos casos, lo suficientemente marcada para resultar en la aparición de marcas anuales en estructuras duras, dificultando la determinación de la edad. Al inicio de los años setenta se descubrió la formación de marcas diarias en otolitos (Panella, 1971; Beamish y Mc Farlane, 1987; Brothers 1987). Aunque la lectura de estas marcas es una alternativa ya bien establecida para determinar la edad en muchas especies, se debe señalar que: a) aún son necesarios estudios para validar la periodicidad de las marcas en muchas especies y b) el procedimiento requiere experiencia y una inversión considerable en tiempo, trabajo y material.

Los métodos basados en la longitud son una alternativa para estimar los parámetros de crecimiento cuando, por alguna razón, no se cuenta con información sobre edad. Estos métodos se basan en el análisis de muestras de frecuencias de longitud tomadas a diferentes tiempos, en las que no se asigna una edad absoluta a cada talla sino que se buscan los parámetros de la ecuación de crecimiento que describan mejor la variación de talla observada en el periodo de muestreo. Aunque este enfoque no es nuevo, Petersen propuso el seguimiento de las modas de distribuciones de frecuencia de longitud desde fines del siglo pasado (Opuszinski, 1984), es apenas recientemente que su uso se ha hecho

realmente frecuente. Gulland y Rosenberg (1992) dan las siguientes razones para este auge:

- 1) Los problemas en la aplicación de los métodos clásicos, basados en la edad (ya mencionados).
- 2) El desarrollo de métodos mejores para el análisis de datos de talla.
- 3) La mayor disponibilidad de equipos de cómputo.

En los años recientes, se han desarrollado varios métodos basados en longitud para estimar los parámetros de la ecuación de crecimiento de von Bertalanffy. Entre los más comunmente usados al presente se encuentran el ELEFAN (Electronic Length Frequency Analysis; Pauly, 1987) y el SLCA (Shepherd Length Composition Analysis, Shepherd, 1987). Aunque sus algoritmos sean muy diferentes, el procedimiento para usar los programas de cómputo que los incluyen es muy similar. Con una serie de muestras de frecuencias de longitudes, obtenidas en periodos consecutivos como datos base (como las mostradas en la figura III.1), el investigador introduce un intervalo de K y L_{∞} dentro del cual tiene razones para creer que se encontrarán los valores reales. Como resultado, se presenta una matriz de valores de la función de bondad de ajuste, el valor máximo de la cual indica el par de valores de K y L_{∞} a los que mejor se ajustan los datos.

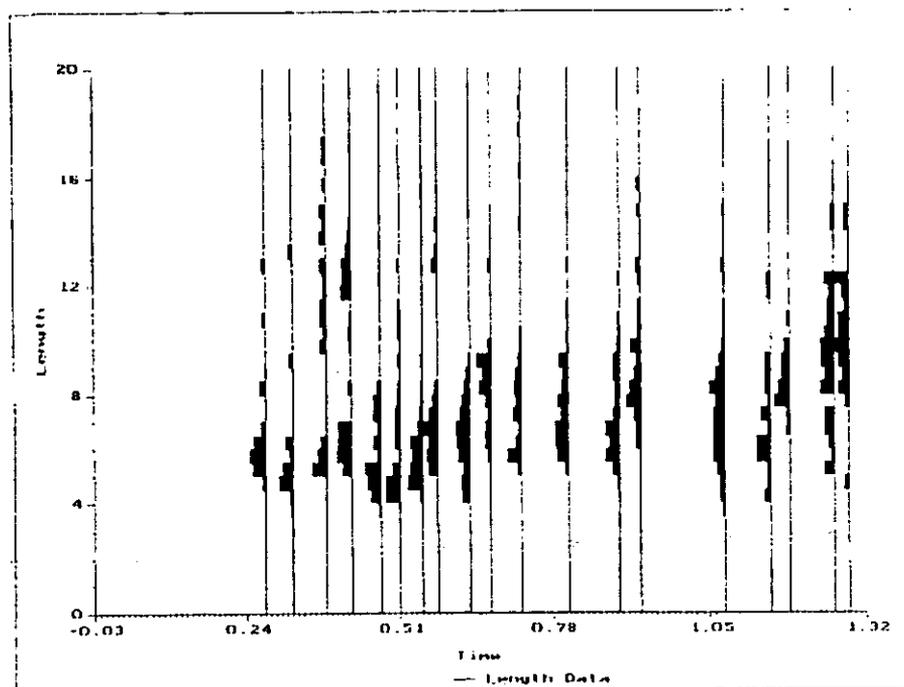


Fig. III.1 Ejemplo de datos de frecuencia de longitud con los que se estiman los parámetros de una curva de crecimiento.

El método ELEFAN incluye un procesamiento previo de los datos por una rutina de

promedios móviles. La bondad de ajuste se mide por la relación ASP/ESP ("available sum of peaks/explained sum of peaks" o, en una versión más reciente $10^{\text{ASP/ESP}}/10$).

Es necesario señalar que, dado que estos métodos no se basan en una determinación de la edad absoluta sino en la variación de longitud en el tiempo, del uso de ellos no se puede obtener el to de la ecuación de von Bertalanffy que implica el lugar de origen de la curva con respecto a la edad 0. En lugar de eso, se obtiene un estimado del tiempo donde se ubica el inicio de la curva de crecimiento ajustada, respecto al tiempo cero arbitrario del periodo en el cual se obtuvieron las muestras. Esto se discutirá con más detalle en el siguiente apartado.

III.2.- Fundamentos del SLCA

Shepherd (1987) discute que tanto el tratamiento previo de los datos y el criterio de bondad de ajuste del método ELEFAN "no son los ideales". En ese mismo trabajo, Shepherd propone su propio método, el SLCA.

La idea fundamental se deriva de la técnica de análisis de series de tiempo conocida como Demodulación Compleja (DC), que consiste en "estimar la amplitud instantánea y la fase de un componente armónico dado, para analizar series de tiempo no estacionarias" (Bloomfield, 1977). Para poder señalar la relevancia, en el contexto de este trabajo, de algunos aspectos del funcionamiento del SLCA, son necesarias algunas aclaraciones preliminares.

La Figura III.2 nos muestra varias ondas, con la misma amplitud y frecuencia pero con diferente fase (punto del eje de las abscisas donde se encuentra la primera cresta, relativo al tiempo cero, según la definición de Warner, 1998). El valor de la ordenada de las distintas ondas en el punto del eje de las abscisas marcado por la flecha depende, en este caso, de la fase.

En la figura III.3 se muestra una onda junto con una barra, que interpretaremos aquí como una distribución de frecuencia unimodal, si multiplicamos el valor de la barra por el de la onda en el mismo valor de la abscisa, obtenemos un número dado. Si variamos la fase de la onda veremos, como se muestra en la figura III.4, que el valor del producto de la barra por la altura de la onda varía también en forma de onda, es decir es periódico respecto a la fase.

Cuando tenemos una onda "pura" (con un solo componente armónico), como las mostradas en las figuras, podemos notar que la forma de ellas bajo y sobre la línea del 0 es la misma. Ahora, si dividimos la cresta de la onda en dos, en sentido vertical desde el valor máximo hacia abajo, veremos que es simétrica. Esto quiere decir que podemos describir la onda con base en el valor que tiene en dos puntos, en este caso donde cruza al eje de las abscisas y en su máximo, y el resto de la onda solo es una repetición periódica (en su amplitud y su fase) de la forma entre esos dos puntos.

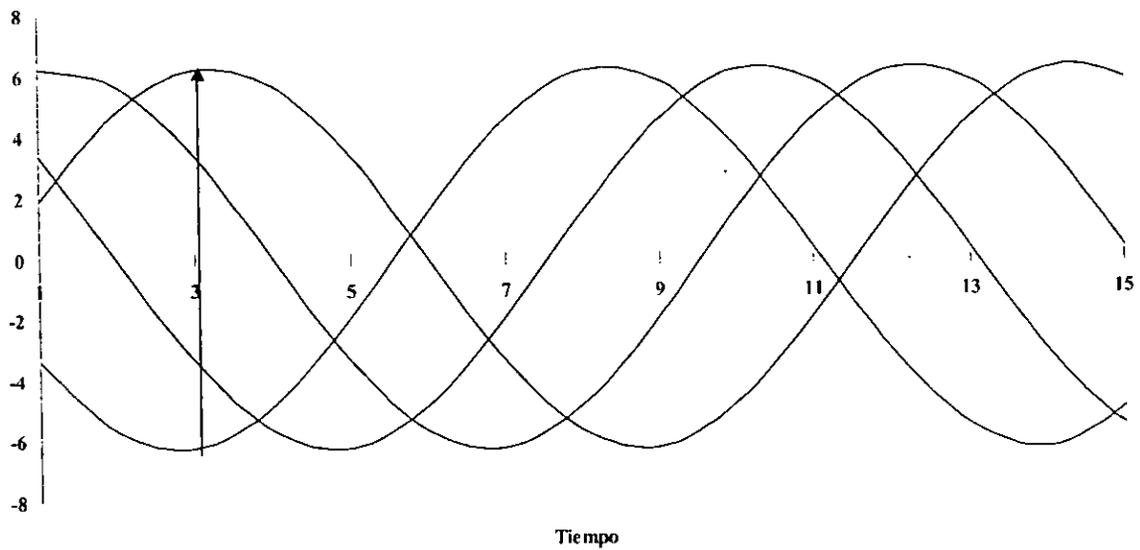


Fig. III.2. Ondas con la misma amplitud y frecuencia y diferente fase, el valor de la ordenada en $x=3$ depende de ésta última.

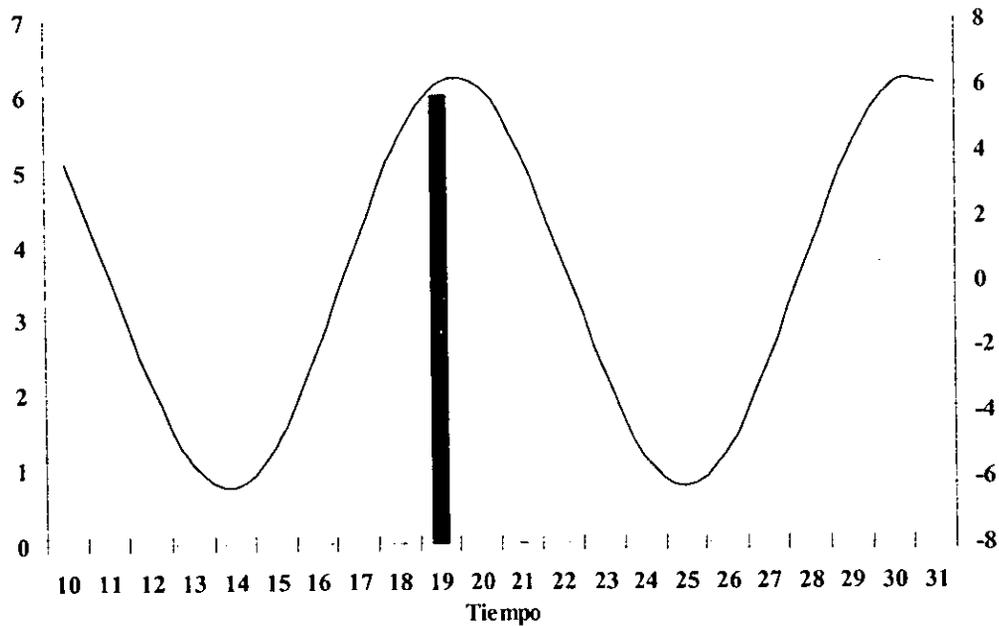


Fig. III.3. Una onda cuya cresta coincide con una distribución unimodal (barra).

Ésta solo es una manera de ejemplificar gráficamente el Teorema de Muestreo de Shannon, sobre la información de una señal transportada por una onda, que enuncia que es posible describir (en términos de amplitud y fase) una onda con base en un número de mediciones igual a 2ω , donde ω es la frecuencia en ciclos por unidad de tiempo. (Singh, 1966).

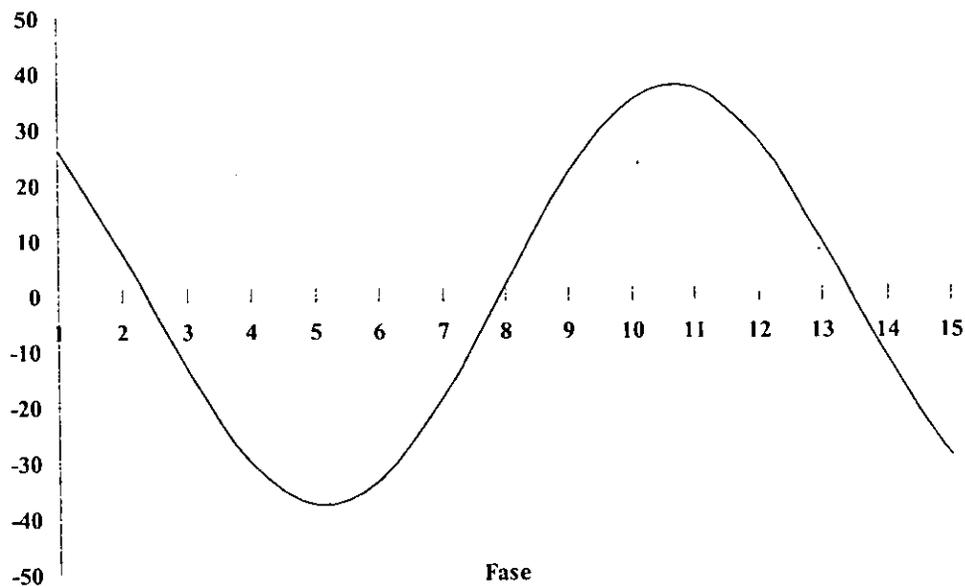


Fig.III.4. Producto de la onda por el valor de la barra mostrada en la figura III.3, en función de la fase.

Lo explicado en los párrafos anteriores es, en forma muy simplificada, lo que hace la Demodulación Compleja y, por lo tanto, el SLCA. La búsqueda de los parámetros de la ecuación de von Bertalanffy que mejor “expliquen” los datos observados está basada en la coincidencia de las modas de una o más frecuencias de longitudes con las crestas de una función periódica (función T) generada con base en una curva de crecimiento específica, (definida por un par de parámetros K y L_{∞}). Esa coincidencia se mide por medio de una función de Score (Smax), que es el producto de el valor de la moda por el de la cresta y es periódica respecto al origen de la curva de crecimiento generada por el par de parámetros K y L_{∞} examinados (que en este trabajo llamaremos T_0' , para distinguirlo del t_0 de la ecuación de von Bertalanffy propiamente dicha).

III.3.- Algoritmo del SLCA

En los párrafos siguientes se hará una descripción de las ecuaciones del método SLCA y su interpretación geométrica. Las ecuaciones se presentan en la forma descrita por Shepherd, (1987), Basson et al., (1988) y Arreguín et al. (1991), mientras que la discusión de las bases matemáticas de las mismas se hace con base a lo presentado en Batschelet (1971), Mardsen (1973), Blomfield (1977), Maynard-Smith (1977), Pierce (1977) y Boyce (1986).

III.3.1 La función T

La función T tiene la forma:

$$T = \frac{\text{Sen} \pi (t_{\max} - t_{\min})}{\pi (t_{\max} - t_{\min})} \text{coseno } 2\pi (\bar{t} - t_s) \quad (\text{III.1})$$

Donde:

$$\pi = 3.1415\dots$$

t_s = fecha de muestreo, expresada como fracción de un año (con, usualmente, el 0=1° de enero y 1= 31 de Diciembre).

t_{\max} , t_{\min} = Las edades correspondientes a los límites superior e inferior del intervalo de longitud al que se le está aplicando la función.

\bar{t} = promedio de t_{\max} , t_{\min} (interpretable como la edad de la marca de clase del intervalo de longitud t_{\max} , t_{\min}).

Por ejemplo, si se está en el intervalo de longitud entre 1 y 2 cm, t_{\max} corresponderá a la edad a 2 cm de longitud, t_{\min} a la de 1 cm y t a la edad a 1.5 cm. Esas edades se obtienen con base en los parámetros que se están evaluando de la ecuación de von Bertalanffy y se calculan, 2 veces, usando la ecuación:

$$t = T_0' + \frac{1}{K} \text{Ln} ((L_{\infty} - Lt) / L_{\infty}) \quad (\text{III.2})$$

La primera vez, se calcula la ecuación con $T_0' = 0$ y la segunda $T_0' = 0.25$ años. Esto da los dos puntos que, según el teorema de Shannon, son necesarios para describir una onda en términos de amplitud y fase.

El primer término de la función T , $\frac{\text{Sen} \pi (t_{\max} - t_{\min})}{\pi (t_{\max} - t_{\min})}$, es una función decreciente con

valores entre 1 (en $Lt = 0$) y 0 (cercano a $Lt = L_{\infty}$) y define (en función a L_{∞}) el intervalo donde se pueden presentar las crestas de la función T (parte superior de la figura III.5). Este término da un peso mayor en la evaluación a las tallas más pequeñas en la distribución de frecuencias sobre las mayores.

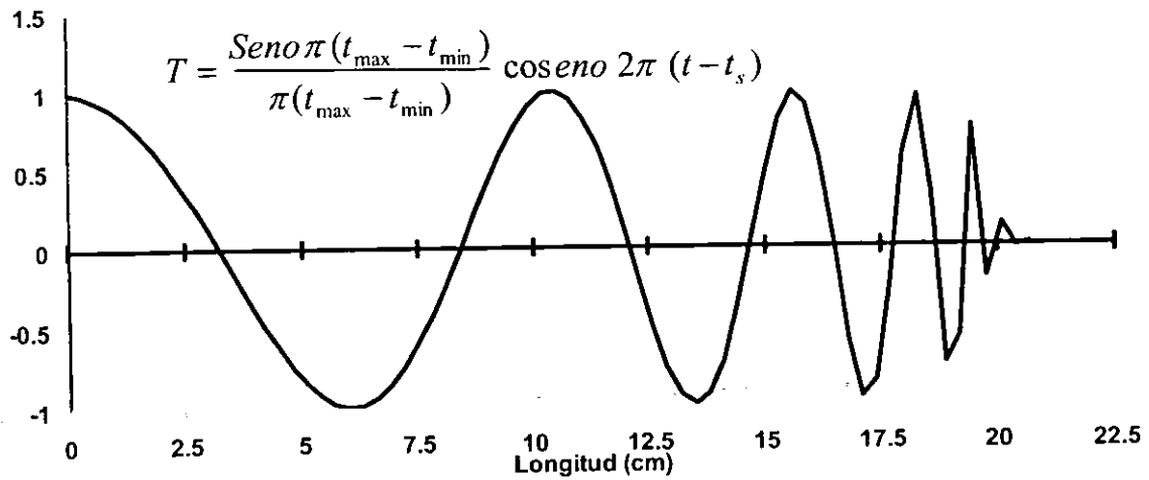
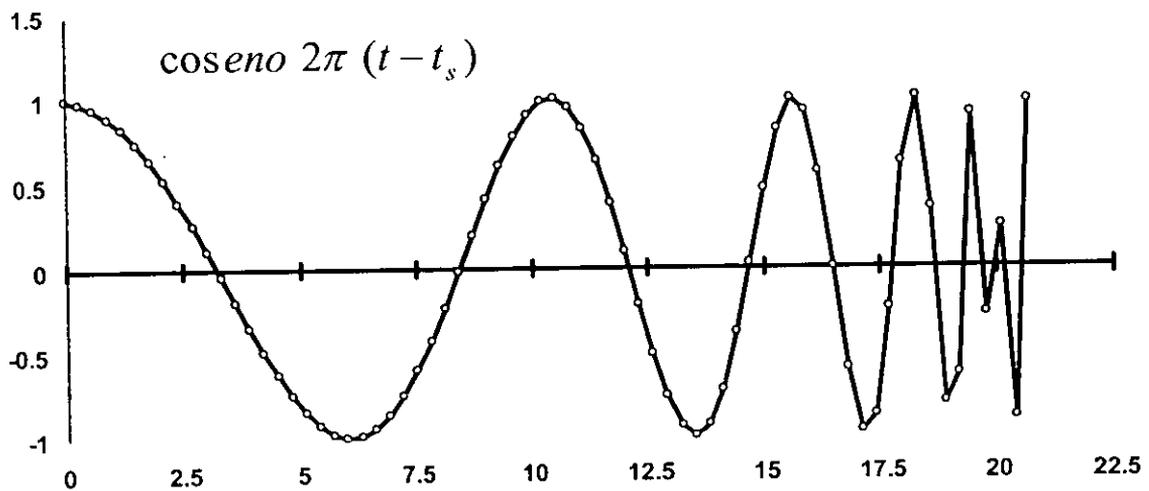
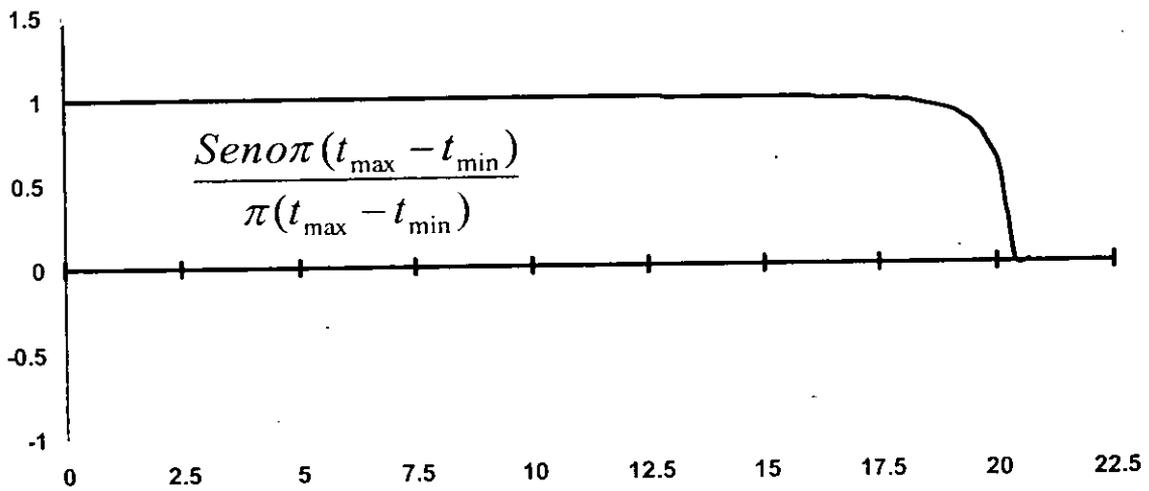


Figura III.5.-Función T y sus partes, graficadas contra longitud a un tiempo de muestreo (ts) dado.

El segundo término, $\cos 2\pi (t - t_s)$, tiene la forma de una oscilación cuasiperiódica en Lt , (Boyce, op. cit.). La expresión $(t - t_s)$ es la diferencia entre la edad calculada para la marca de clase y la fecha del muestreo, por lo tanto nos da el valor del origen de la curva de crecimiento, con respecto a $t_s = 0$, que pasa por la cresta de la función T , esto es, el To' de la ecuación III.2. El segundo término de la función T determina, por lo tanto, el número de crestas en función de K y la posición de éstas en función de To' (parte media de la figura III.5). Por ejemplo, una K alta resulta en menos crestas antes de alcanzar la Longitud Asintótica.

El producto de estos dos términos resulta en la forma de la función T . Esta función en un tiempo de muestreo (t_s) particular, como se muestra en la parte inferior de la figura III.5 tiene una forma similar a una oscilación amortiguada (como la mostrada en Boyce, 1986 o en Batschelet, 1971), es decir, de una onda que va disminuyendo en amplitud al avanzar en el eje de la longitud. Cada cresta representa el paso de una unidad de tiempo (un año) y su posición indica la longitud a la que se esperaría presencia de organismos si el crecimiento de éstos estuviera descrito por la curva cuyos parámetros se están evaluando.

En la figura III.6 se muestra un ejemplo de la función T a lo largo del periodo durante el cual se toman las muestras. Ésta se ve como una serie de ondas, una para cada valor de t_s . Si se sigue una cresta en particular, se notará que su equivalente en el periodo sucesivo de t_s se desplaza hacia arriba en el eje de la longitud. En la figura se presenta una línea que une una serie de crestas. Cada serie de crestas, sucesivas en el tiempo, t_s , representa una curva de crecimiento cuyos parámetros se están evaluando.

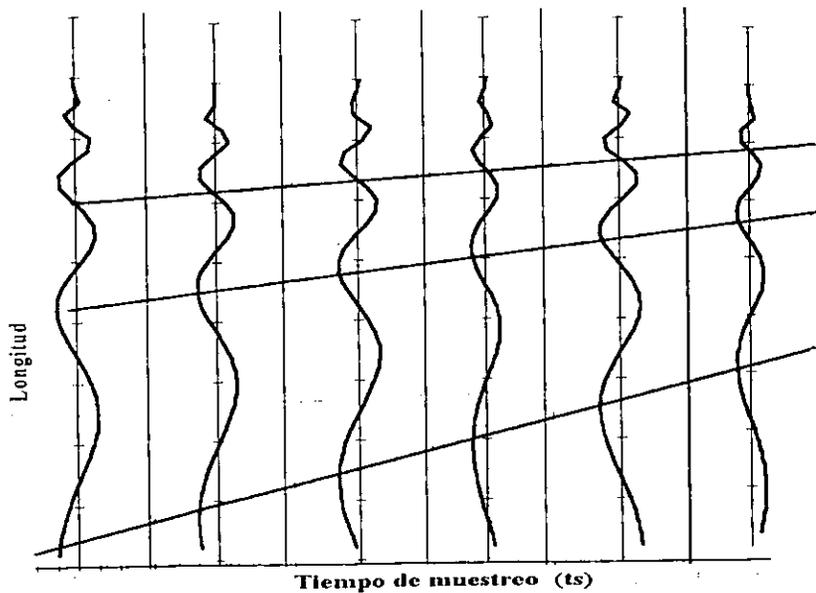


Fig.III.6. Ejemplo de la función T en periodos sucesivos de t_s con una curva de crecimiento superpuesta.

En la tabla III.1 se resume el papel de los parámetros K, L_{∞} , t_0 y de T_0' en la ecuación de von Bertalanffy y en SLCA.

Tabla III.1 Función de los parámetros de von Bertalanffy dentro de ese modelo y en el método SLCA.

Parámetro	Ecuación de von Bertalanffy	SLCA
L_{∞}	Asíntota	Determina el intervalo donde aparecen crestas de la función T.
K	Parámetro de curvatura	Determina el número de crestas de la función T dentro del intervalo.
t_0	Edad teórica a $L_t=0$, parámetro de ajuste.	-----
T_0'	-----	Punto de origen de la curva ajustada, respecto a $t_s=0$.

III.3.2 La función Score y T_0'

Ya obtenida la función T, ésta se usa para calcular la la función Score (S), multiplicando por la frecuencia de organismos en la muestra para cada longitud y valor de t_s :

$$S = \sum_L \sum_{t_s} T_{L,t_s} N_{L,t_s}^{1/2} \quad (III.3)$$

Donde:

N =Número de organismos.

El valor obtenido se acumula en un sumador denominado A cuando T_0' en la ecuación III.2

es igual a 0 y al sumador **B** cuando es 0.25. De acuerdo con Gulland y Rosenberg (1992), la transformación a raíz cuadrada del número de organismos se justifica por el supuesto de que ese número "se distribuirá con arreglo a una distribución de Poisson". Esos autores señalan que, sin embargo, el empleo de raíces cuadradas constituye una "transición común de estabilización", y el supuesto respecto a la distribución no es esencial.

Con base en los valores finales de los sumadores A y B, se calcula el Score máximo (Smax) a partir de:

$$S_{max}=(A^2+B^2)^{1/2} \quad (III.4)$$

Éste es el resultado que se presenta en la matriz de valores de K y L_{∞} . Esa matriz puede graficarse como un mapa de contorno (figura III.7). De los valores de la matriz, el o los máximos indican el par (o pares) de parámetros que mejor se ajusta a los datos.

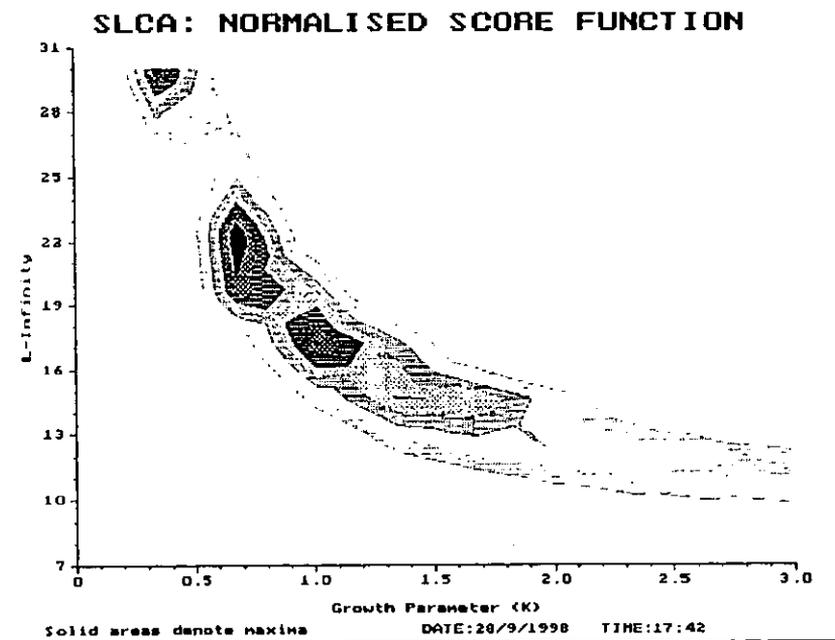


Fig.III.7. Ejemplo de mapa de contorno de la función Score, las zonas oscuras indican el máximo de la función.

El siguiente paso implica obtener un valor de To' (el origen, respecto a $t_s=0$) para cada par de K y L_{∞} . Éste se obtiene mediante la expresión:

$$To'=1/2 \pi \text{ arcotangente } (B/A) \quad (III.5)$$

Este paso es uno de los aspectos que ocasiona mayor confusión en usuarios del SLCA, pues se tiende a confundir To' , que tiene el punto de referencia arbitrario de $t_s = 0$, con el to de la ecuación de von Bertalanffy.

Recuérdese que se mencionó al inicio de esta descripción que S_{max} es periódica respecto a To' . La relación de esa periodicidad con las ecuaciones III.4 y III.5 se puede entender viendo la figura III.8.

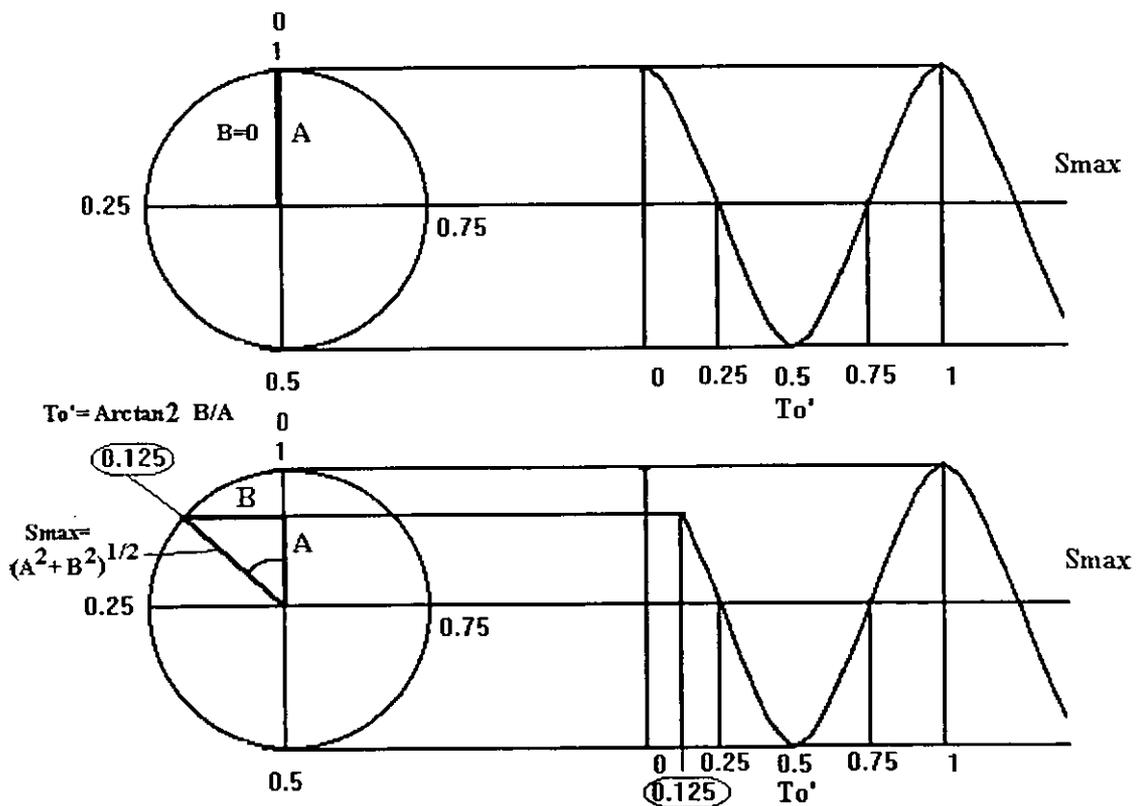


Fig.III.8. Interpretación geométrica de las ecuaciones III.4 y III.5 y su relación con la periodicidad de S_{max} respecto a To' .

La ecuación III.4 (S_{max}) se puede interpretar geoméricamente como la hipotenusa del triángulo rectángulo, con catetos de longitud A (sobre el eje de las x) y B (sobre el eje y) que nos da la amplitud de la función periódica buscada. (Mardsen, 1973, Blomfield, 1977, Maynard Smith, 1977).

La ecuación III.5 (To') puede entenderse, en el mismo esquema, como el inicio (fase) de esa función periódica, respecto al cero del círculo completo, que representa un ciclo anual. Ésta es una manera usual de describir funciones periódicas (Pierce, 1977), alternativa a su representación como una onda sinusoidal sobre un eje. En el lado izquierdo de la figura III.8, el ángulo entre el eje x y la hipotenusa (dado por la función arcotangente, en radianes) es el inicio de la onda sinusoidal al ser proyectado sobre el eje x del lado derecho de la figura.

Como la función S_{max} realiza una oscilación completa en un ciclo de To' de un año, y como ésta es una función periódica "pura" (es decir, con solo un componente periódico monótonico), en condiciones ideales, solo se necesita conocer su amplitud en $To'=0$ y 0.25 para encontrar la amplitud máxima y la fase de la oscilación.

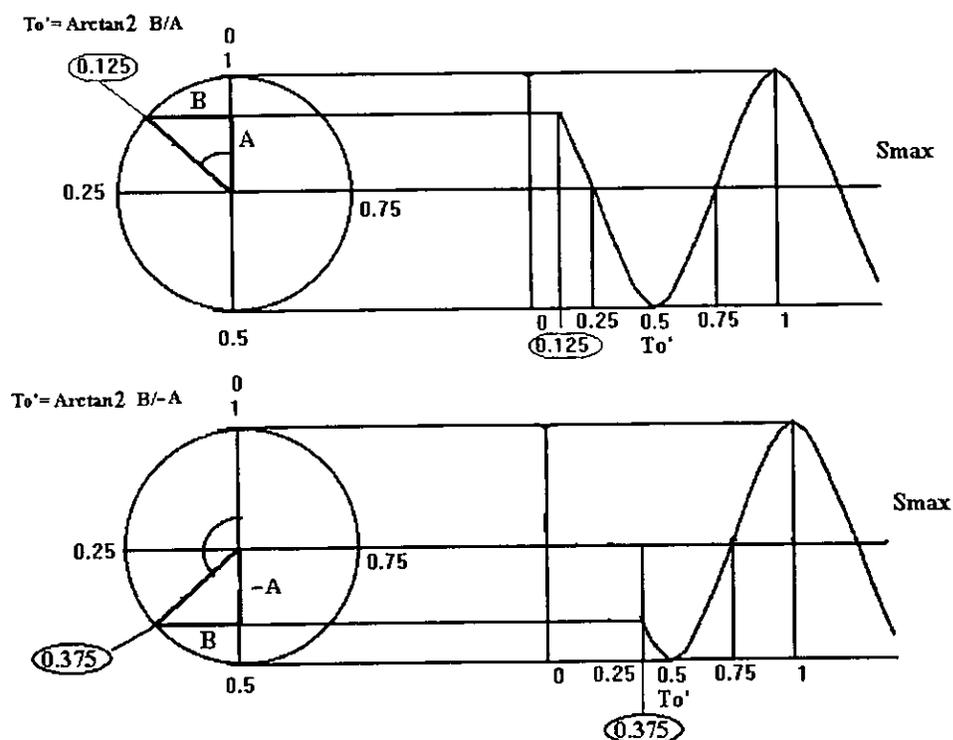


Fig.III.9. Interpretación geométrica de la diferencia de usar la función $\arctan()$ y $\arctan2()$ en el cálculo de la ecuación III.5.

A pesar de que Shepherd (1987) no lo especifica, se debe aclarar que, de acuerdo con Bloomfield (op. cit.):

a) Arcotangente(B/A) se debe expresar en radianes, así al dividirse entre 2π se obtiene To' en fracciones de año, como el t_s , un año entero equivale a un radian.

b) Si se calcula el arcotangente usando la función $\arctan()$ de muchos lenguajes de programación, el resultado sera igual para el caso de usar $-A$ y $-B$ que para A y B , lo que puede dar valores erróneos de To' . Si se usa la función \arctan solo se obtienen valores de To' entre 0 y 0.25 y no de 0 a 1, como correspondería a un ciclo anual. La solución correcta se obtiene con la función $\arctan2$. Esto se ilustra en la figura III.9, en la parte inferior de la misma se muestra el caso de evaluar $\arctan2(B/-A)$. En el caso del ejemplo To' es igual a 0.375 años. Si se evaluara $\arctan(B/-A)$, daría el mismo resultado que $\arctan(B/A)$, en el ejemplo, 0.125.

III.4. Relación entre un par de K y L_{∞} y su To' asociado

En la figura III.10 los puntos indican la longitud medida de un organismo hipotético a diferentes edades absolutas. Las líneas son curvas de crecimiento con la misma K y Longitud Asintótica (lo que les da la misma forma) pero diferente punto de origen, que en la ecuación de von Bertalanffy (II.1) corresponde al t_0 y en el SLCA al To' de la ecuación III.2.

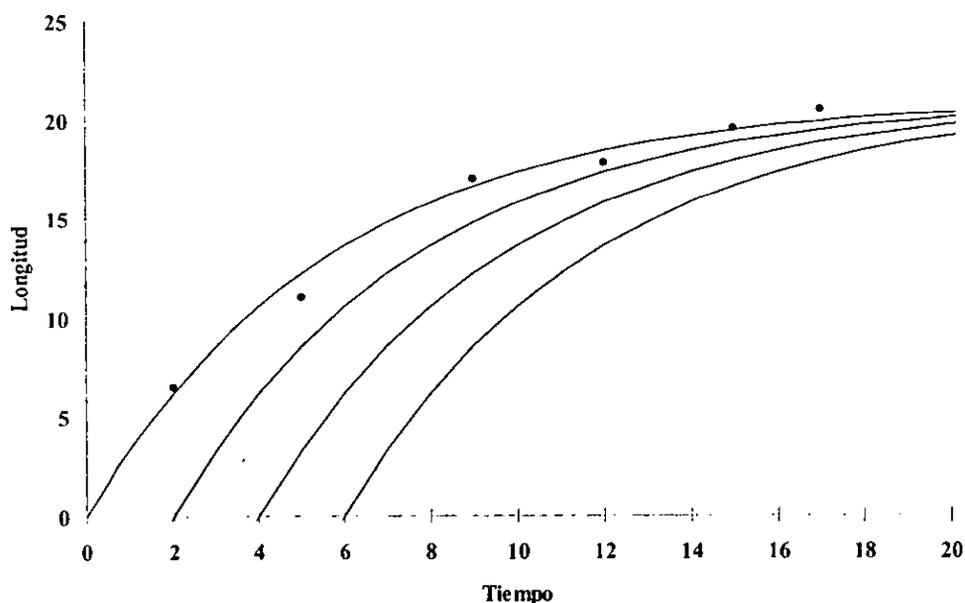


Fig.III.10. Curvas de crecimiento, con la misma K y L_{∞} pero con diferente punto de origen.

Para que una curva de crecimiento dada coincida o se acerque a los puntos, los tres parámetros deben tener un valor determinado. En este caso, es muy fácil escoger la curva (con su trío de parámetros) que mejor describe el comportamiento de los puntos.

En un caso en el contáramos con menos información la selección no sería tan sencilla. En la figura III.11 se muestra el caso donde tenemos solo dos puntos. Las líneas corresponden

a diferentes curvas de crecimiento. Todas las curvas pasan lo suficientemente cerca de los puntos como para poder considerarlas una descripción de su comportamiento, es decir, tenemos pocos elementos para seleccionar una en particular. Este problema es discutido con amplitud por Sparre (1992). En la figura III.12, un tercer punto nos ayuda a restringir el número de opciones, entre las curvas de crecimiento examinadas, que nos explicarían el comportamiento de los datos.

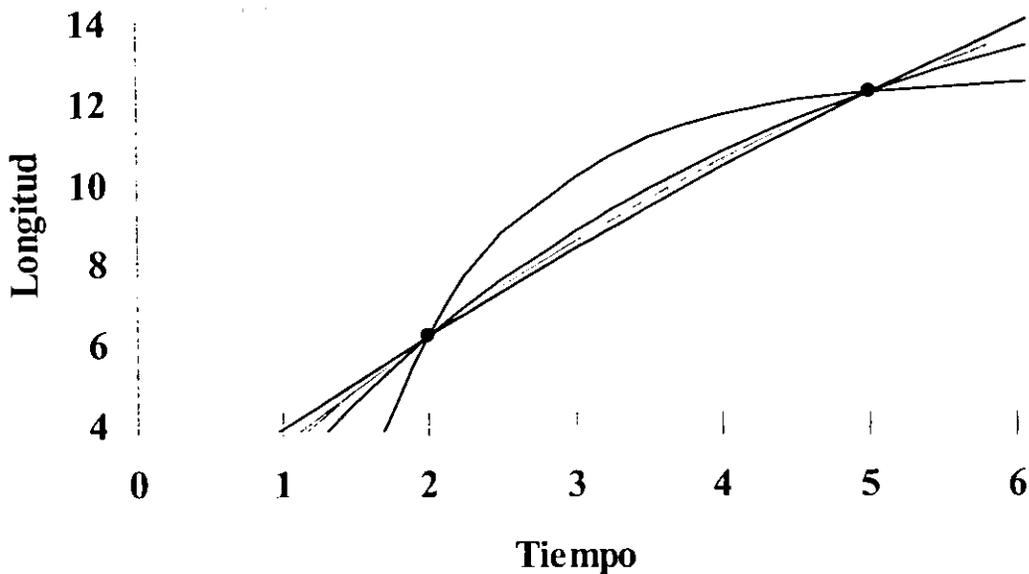


Fig.III.11. Varias curvas de crecimiento, con diferente K y L_{∞} , que pasan por los mismos dos puntos.

Ese tercer punto da evidencia a favor de unas curvas con respecto a otras. En el caso del SLCA ocurre lo mismo, la función T “colocará” crestas en los lugares donde se encuentran puntos en la figura pero solo obtendrá evidencias a favor de las curvas que pasen por esos puntos (en forma de puntajes en S_{max}) si existen organismos ahí (y se multipliquen por el valor de T en la ecuación III.3). El aspecto relevante para este trabajo consiste en que, sin información respecto a la existencia de organismos en ciertas tallas, es difícil distinguir entre diferentes curvas que describan el comportamiento de los datos, es decir, la estimación del par de parámetros K y L_{∞} para un conjunto de datos se verá dificultada.

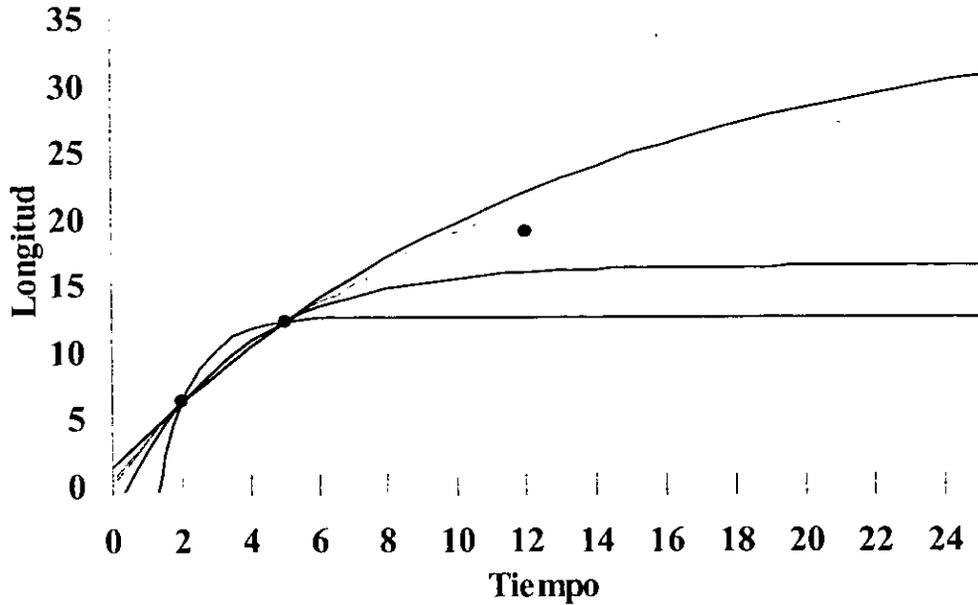


Fig.III.12. Un tercer punto contribuye a distinguir entre las curvas que describen o no el comportamiento de los datos, el punto de origen (T_0') también es diferente para cada curva.

Sin embargo, como se muestra en la figura III.13, los pares de parámetros K y L_∞ de las curvas que pasan por los puntos en la figuras III.11 y III.12 guardan entre si una relación semejante a la de las ecuaciones II.4 y II.5, semejante a la encontrada en la naturaleza y, de esperarse, con valores cercanos de ϕ' . Esa curvas tienen, además de diferentes valores de K y L_∞ , puntos de origen distintos, es decir cada par de valores de K y L_∞ tiene asociado valores diferentes de T_0' .

En un caso como el presentado en los párrafos anteriores, en que se tienen dos puntos (de longitud L_1 y L_2) por los que pasan varias curvas de crecimiento, se puede encontrar una relación entre los pares de K y L_∞ que definen esas curvas. Despejando el tiempo (edad) a una longitud dada se obtiene, para cada punto representado en la figura II.11 (Gulland, 1971; Pauly, 1984):

$$t = t_0 - \frac{1}{K} \ln \left(\frac{L_\infty - Lt}{L_\infty} \right) \quad (\text{III.6})$$

Eliminando t_0 (es decir, trabajando con edades relativas), la diferencia de tiempo entre ambos puntos (Δt) es entonces:

$$\Delta t = \frac{1}{K} \text{Ln}\left(\frac{L_{\infty} - L1}{L_{\infty}}\right) - \frac{1}{K} \text{Ln}\left(\frac{L_{\infty} - L2}{L_{\infty}}\right) \quad (\text{III.7})$$

Simplificando, reorganizando y expresándola en términos de K:

$$K = \frac{\text{Ln}\left(\frac{L_{\infty} - L1}{L_{\infty} - L2}\right)}{\Delta t} \quad (\text{III.8})$$

Esta expresión define la relación entre pares de K y L_{∞} que generan curvas que pasan por dos puntos L1 y L2 a un Δt determinado. Dado que L2 está determinada por L1 y Δt , esta ecuación tiene a los dos últimos como parámetros básicos.

La relevancia de lo expuesto en los párrafos anteriores en el contexto de este trabajo se comentará en el capítulo de Discusión.

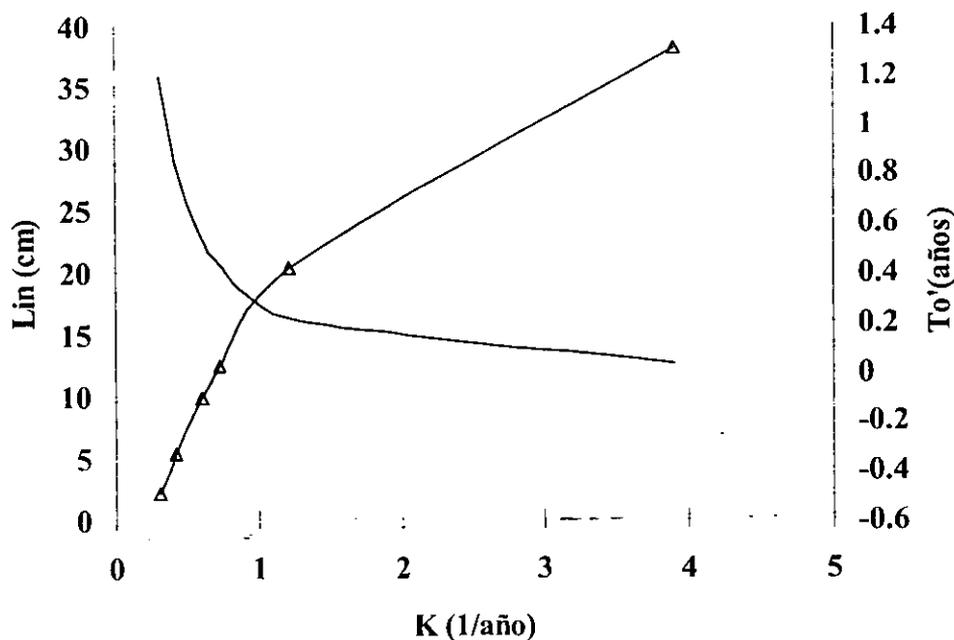


Fig.III.13. Relación entre pares de parámetros K, L_{∞} y To' de las curvas de las figs. III.11 y III.12.

IV. OBJETIVOS

IV.1.-OBJETIVO GENERAL

Examinar el efecto de la falta de representatividad de tallas grandes (cercanas a L_{∞}), del intervalo de longitud en "muestras" de frecuencias de longitud de características predefinidas, generadas aleatoriamente, en las estimaciones de parámetros de la ecuación de crecimiento de von Bertalanffy, hechas con el método SLCA (Shepherd Length Composition Analysis, Shepherd, 1987).

IV.2.-OBJETIVO PARTICULARES

- 1) Determinar si al utilizar el método SLCA, el variar el intervalo de longitud de las muestras resulta en sesgos en las estimaciones de K y L_{∞} .
- 2) Buscar la causa del patrón de combinación de los pares de estimados de los parámetros K y L_{∞} resultado de las evaluaciones usando SLCA haciendo una revisión del algoritmo del mismo.
- 3) Determinar si el patrón de combinación de los pares de estimados de K y L_{∞} resulta en regularidades expresables en términos del índice ϕ' .
- 4) Explorar la posibilidad de que, dado el patrón de combinación de los pares de estimados de K y L_{∞} , se puedan compensar errores de estimación de los parámetros resultantes de la característica estudiada de la muestra.

HIPÓTESIS

- 1) Las estimaciones de los parámetros K y L_{∞} de la ecuación de von Bertalanffy obtenidas con el método SLCA, a partir de muestras en las que falten organismos de tallas superiores del intervalo de longitud, mostrarán un sesgo respecto a los valores reales.
- 2) Existe un patrón de combinación entre los estimados de K , L_{∞} y TO' con mayor valor de la función Score, obtenidos en las evaluaciones utilizando SLCA, derivado de su algoritmo y de las características de la muestra.
- 3) Los valores de ϕ' calculados usando los pares de estimados de K y L_{∞} con mayor Score tienen valores constantes.

V.-METODOLOGÍA

V.1. Generación de "muestras" aleatorias.

Se generaron "muestras" de características predefinidas mediante la rutina de generación de muestras aleatorias, por simulación de Montecarlo, contenida en el paquete FISAT (Fish Stock Assessment Tools V1.0, FAO, 1993). Esta rutina permite controlar las características de las muestras en aspectos como los parámetros poblacionales (crecimiento, mortalidad, patrón anual de reclutamiento) y de la "pesquería" (mortalidad por pesca, selectividad). Se crearon 100 archivos, cada uno correspondiente a una "muestra", con una semilla de aleatorización diferente.

Las muestras, aunque iguales en sus características generales, presentaban ligeras diferencias aleatorias en las distribuciones de frecuencias. Se intentó minimizar el efecto de fuentes de sesgo no consideradas en el trabajo, como la variación de talla a edad (manteniendo a un valor pequeño de variabilidad en los parámetros de crecimiento que, sin embargo, permitiera que las muestras fueran diferentes entre si), la amplitud del periodo reproductivo (generando en cada muestra un solo pulso de reclutamiento en el primer mes), la selectividad (reduciéndola al mínimo) o la mortalidad (seleccionando un valor que permitiera encontrar siempre organismos en tallas cercanas a la longitud asintótica).

Las características generales de las muestras generadas fueron:

a) Parámetros de Crecimiento de von Bertalanffy:

Longitud asintótica (L_{∞}): **21.00 cm.**

Coefficiente de variación ("desviación estándar relativa" como aparece en el manual de usuario de FISAT) de la longitud asintótica: **0.05 (5%)**

Parámetro K de von Bertalanffy: **0.7 /año.**

Coefficiente de variación de K: **0.05 (5%)**

$t_0=0$

b) Periodo de "muestreo" : 1 año (periodo en el que se distribuyen 12 "muestreos" mensuales)

c) Número de individuos en cada "muestra mensual":

100 individuos

d) División del intervalo de longitud:

En clases iguales de 1 cm

e) Selectividad Aplicada:

L₅₀ de curva de selectividad: 1 cm.

L₇₅ de curva de selectividad : 2 cm.

f) Mortalidad máxima:

1/año.

g) Patrón relativo de reclutamiento (las letras designan los meses, el número la importancia relativa del reclutamiento de ese mes):

E: 1; F:0; M:0;A:0;M:0;J:0;J:0;A:0;S:0;N:0;D:0

Se muestra un ejemplo de “muestra” generada con este proceso en la figura V.1.

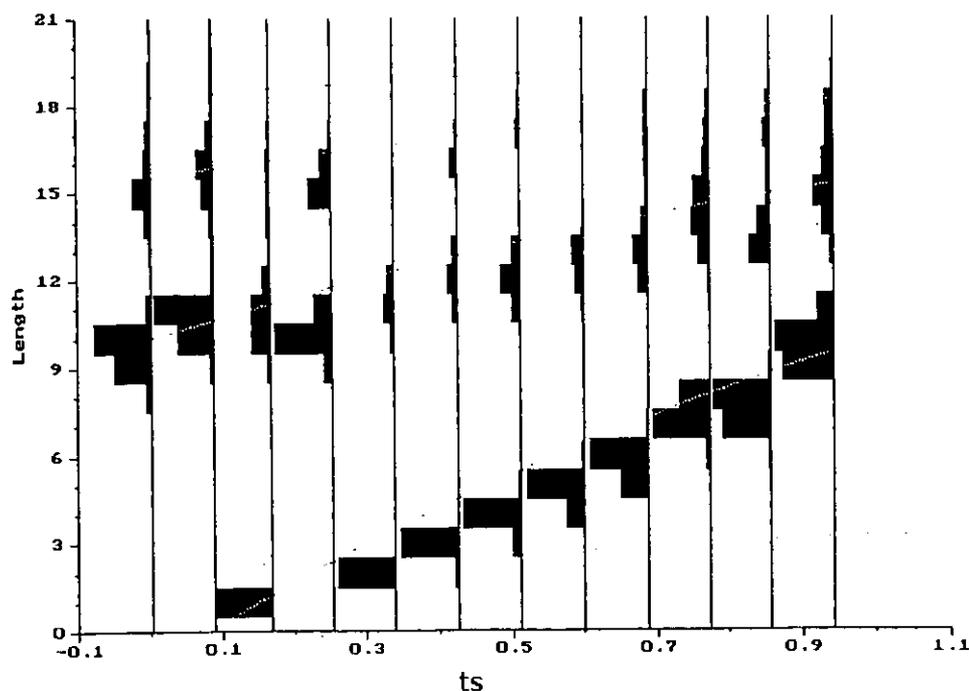


Fig. V.1. Ejemplo de “muestra” usada en las evaluaciones, generada con el procedimiento enunciado en este apartado.

V.2.- Estimación del número de "muestras" a evaluar.

Para estimar el número de muestras a examinar que permitiera un grado de confiabilidad en las evaluaciones se usó la relación (Steel y Torrie,1980):

$$n \geq 2 (\sigma/\delta)^2 (Z_{\alpha/2} + Z_{\beta})^2 \quad (V.1)$$

Donde: n = Número de muestras.

σ = Desviación estándar del parámetro (predefinido en este caso).

δ = La diferencia más pequeña que deseamos detectar (medida de la "resolución" que se quiere obtener).

$1-\beta$ = Probabilidad elegida de que una diferencia se encontrará como significativa si es tan pequeña como δ .

$Z_{\alpha/2}$, Z_{β} = Valores de una tabla de Z de dos colas, correspondiendo a α y β , respectivamente.

Con $\alpha = .05$, $1-\beta = 0.90$, $\sigma = 0.0035$ en K y 1.05 en L_{∞} ; $\delta = 0.05$ se obtiene que hay que evaluar al menos 19.9 muestras para obtener un buen grado de confiabilidad en los resultados. Basson et al (1988) en su evaluación de la confiabilidad de los métodos SLCA y PMM usaron 20 "muestras" generadas aleatoriamente.

V.3.- Evaluación de las "muestras".

Las muestras se examinaron usando la rutina SLCA del Paquete FISAT. La evaluación inicial se hicieron con un intervalo de entrada de K de 0.3-1.3 y L_{∞} de 15-25. Ese intervalo se escogió por:

- Ser exactamente divisible entre diez, el número máximo de divisiones del intervalo permisible en la versión utilizada del programa, y
- Por cubrir los valores posibles de los resultados en evaluaciones preliminares.

De la matriz de resultados, se escogían los valores mayores de la función S_{\max} y se evaluaban una segunda vez los intervalos definidos por las dos celdas adyacentes al valor máximo. Por ejemplo, si de la primera evaluación (con intervalo de K desde 0.3 a 1.3 y de L_{∞} de 15 a 25) se obtenía un máximo en $K=0.6$ y $L_{\infty} = 23$, en la segunda evaluación se hacía desde $K=0.5$ a 0.7 y L_{∞} de 22 a 24. De esa segunda evaluación se obtenía el valor máximo de S_{\max} . En caso de haber una "mancha" de valores iguales, se escogía el punto de

centro geométrico de la "mancha", es decir el punto que dejaba el mismo número de valores hacia arriba, abajo, izquierda y derecha del valor seleccionado.

Este procedimiento producía resultados finales con una "resolución" de 0.02/año en K y 0.2 cm en L_{∞} . Cuando aún así había dificultad en distinguir entre dos estimados con valor muy parecido de S_{\max} , se utilizaba la opción de "barrido de valores de K" ("Scanning of K values") de la rutina SLCA del FISAT, esto permitía aumentar la resolución de las estimaciones de K hasta 0.01 /año.

También se seleccionaban pares de parámetros que obtenían valores de función Score cercanos al máximo, con el objeto de reconstruir de forma general la forma de la función Score cerca de los valores máximos.

Este procedimiento se repetía para:

- a) El intervalo de longitud completo de la "muestra" y
- b) Consecutivamente para cada reducción de 2 cm (aproximadamente 10% de L_{∞}) en el extremo superior del intervalo de longitud.

Así, se evaluaron los intervalos de longitud 0 a 21, 0 a 19, 0 a 17, 0 a 15, 0 a 13 y 0 a 11 cm.

V.4.- Detección de sesgos

Una medida de la "bondad" de la estimación es la magnitud del sesgo de la misma. El resultado de aplicar el método a una muestra en particular es un estimado puntual del valor real de los parámetros de la ecuación. El valor de los estimados variará en respuesta a diferencias en características de las muestras (como el número de organismos en una clase de longitud particular, por ejemplo). El conjunto de estos estimados puntuales, el estimador, tiene una distribución de probabilidad definida por μ , su media o valor esperado, y su varianza. (Bittinger 1984, Mead, 1993). El sesgo se define como la diferencia entre la media poblacional μ , del parámetro y la media del conjunto de estimados $\hat{\mu}$ (Steel y Torrie, 1980).

Para cada intervalo de longitud de las "muestras" evaluadas se obtuvieron la media, desviación estándar y coeficiente de variación de los logaritmos de los estimados de K y L_{∞} . Se obtuvo región del 95% de confianza conjunta para la estimación de las medias de K y L_{∞} .

Se asumió una distribución normal para los logaritmos de los estimados de K y L_{∞} . Para probar el supuesto de normalidad, se utilizó la rutina Normal P-Plot del paquete StatPlus

(Berk y Carey, 1995), que equivale a hacer una gráfica en papel probabilístico de las frecuencias relativas acumuladas del logaritmo de los estimados de K y L_{∞} para cada intervalo de longitud (Gilchrist, 1984).

Se aplicó una prueba T^2 de Hotelling (Manly, 1995; Steel y Torrie, 1980), con Hipótesis nula:

- a) media de estimados de $K=0.7$ y
- b) media de estimados de $L_{\infty}=21$

El rechazar la hipótesis nula implicaría la existencia de un sesgo en las estimaciones de los parámetros.

Además del sesgo, se consideró importante evaluar también la magnitud de la varianza de las estimaciones, como una medida de su "eficiencia" (Steel y Torrie, 1980). Se obtuvieron las elipses de intervalos conjuntos de confianza del 95% de K y L_{∞} . (Pratt et al., 1995; Rice, 1995; Childers, 1997; Gujarati, 1997). Al sacar el antilogaritmo de los puntos de las elipses se obtienen regiones del 95% de probabilidad conjunta para pares de K y L_{∞} , como los mostrados en Moreau (1987).

V.5.- Exploración de patrones de combinación de los pares de estimados.

Con los logaritmos de todos los estimados de K y L_{∞} se ajustó la ecuación II.5 para examinar el supuesto de que los estimados de los parámetros resultado de las evaluaciones caen en un patrón curvilíneo definido. Se ajustó también la ecuación III.8, minimizando la suma de las diferencias al cuadrado y expresando el resultado como la región conjunta del 95% de confianza de $L1$ y Δt , para evaluar si la relación resultante entre K y L_{∞} definida por esa ecuación es consistente con las características de las "muestras" examinadas. La suma de las diferencias al cuadrado dentro de esa región son menores al valor obtenido con la ecuación (Mead, 1983):

$$S_{Min} + 2 \frac{S_{Min}}{(n-2)} F_{2,n-2} \quad (V.2)$$

Donde:

S_{Min} = Mínima suma de diferencias al cuadrado.

N = Número de datos usados en el ajuste.

$F_{2,n-2}$ = Valor en tablas de la distribución F.

También se ajustaron los estimados de K contra los promedios de los valores respectivos calculados de To' para buscar una posible relación entre ellos. Se utilizaron los promedios de los valores de K para cada nivel discreto de To' debido a que la rutina de SLCA del paquete Fisat da los resultados de To' aproximados al tercer decimal (por ejemplo, daría el mismo valor de 0.001 para un To' de 0.0005 y 0.0009). Como el intervalo entre los valores más extremos de To' obtenidos en todas las evaluaciones no abarcan más que un periodo de poco más de 5 días el resultado en nuestro caso (en que la duración del periodo de reclutamiento en las "muestras" generadas se redujo al mínimo) es una pobre resolución, teniendo varios valores contiguos de K el mismo valor redondeado de To' . Esto hubiera dificultado encontrar una relación que se ajuste bien a los datos usando técnicas de regresión, existiendo la posibilidad de obtener una relación espuria, como lo advierte Gilchrist (1984).

Se calculó el índice ϕ' para cada par de parámetros K y L_{∞} , se calculó su media y desviación estandar y coeficiente de variación para, compararlos con los de los estimados de los parámetros K y L_{∞} por separado. Se examinó si su distribución corresponde a una normal, de la misma manera que se hizo con K y L_{∞} . Se comparó la región donde se obtuvieron los estimados con las delimitadas por valores iguales de ese índice en el plano $K - L_{\infty}$.

VI.-RESULTADOS

VI.1.- Resultados de las estimaciones y detección de sesgos

En las tablas VI.1 a VI.5 se muestran las estimaciones de K , L_{∞} , To' , y su Score y ϕ' para cada intervalo de longitud. El valor con el máximo Score se muestra en el primer renglón de los resultados de cada intervalo de longitud de la "muestra".

En la tabla VI. 6 se muestran los estadísticos de los valores de K , L_{∞} , $\text{Log } K$, $\text{Log } L_{\infty}$, To' , Score y ϕ' con el valor máximo de Score. En la última columna se incluye el valor de la correlación entre los estimados de K y L_{∞} . En la tabla VI.7, se encuentran la misma información para los estimados con Score cercanos al máximo, en ella se incluyen el número de pares de K y L_{∞} incluidos para cada intervalo de longitud.

En la figura VI.1 se muestran los gráficos de probabilidad normal acumulada, equivalentes a papel en escala probabilística, para los logaritmos de los estimados de K y L_{∞} con el valor de Score máximo para todos los intervalos de longitud. En general, la tendencia de los resultados es a caer en una línea recta, pero existen en los intervalos de 0-13 y 0-11 puntos que caen lejos de esa línea al disminuir el intervalo de longitud. En la figura VI.2 aparecen los gráficos equivalentes para los logaritmos de los estimados con valores cercanos al máximo. En este caso, en que el número de puntos es mayor, los puntos caen a lo largo de la recta. En general, se puede decir que los resultados son consistentes con que los logaritmos de los estimados de K y L_{∞} tengan una distribución normal.

En la figura VI.3 se representan las regiones del intervalo conjunto de confianza del 95% para las medias de K y L_{∞} para cada intervalo de longitud. Las regiones son muy estrechas por la alta correlación entre los pares de K y L_{∞} . En todos los casos, el valor real de K y L_{∞} se encuentra fuera de las regiones del 95% de confianza conjunto.

La tabla VI. 8 muestra los resultados de la prueba T^2 . El valor en tablas de F con $m=2$ (dos parámetros a comparar) y $n=19$ (número de muestras-1), con $\alpha=0.05$, es 3.49. Si el valor calculado de F es mayor al valor de F en tablas se rechaza la hipótesis nula, de que las medias de las estimaciones de K y L_{∞} sean iguales a los valores reales. En todos los casos, se puede claramente rechazar la hipótesis nula lo que nos señala la existencia de un sesgo en las estimaciones hechas con todos los intervalos de longitud.

Tabla VI.1 Estimados de K para cada intervalo de longitud (renglón) y "muestra" examinada (columna). El valor con el máximo Score se encuentra en el renglón superior de cada intervalo.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	
0-21	0.54	0.48	0.50	0.52	0.59	0.52	0.57	0.55	0.60	0.56	0.48	0.50	0.52	0.51	0.57	0.55	0.60	0.54	0.54	0.59	0.56	
	0.52	0.66	0.54	0.56	0.62	0.55	0.58	0.52	0.62	0.60	0.66	0.54	0.56	0.55	0.58	0.52	0.62	0.52	0.52	0.62	0.60	
	0.52	0.66	0.58	0.54	0.62	0.58	0.50	0.64	0.64	0.50	0.66	0.58	0.54	0.58	0.50	0.64	0.64	0.52	0.52	0.63	0.50	
	0.70	0.56	0.52	0.60	0.56	0.66	0.64	0.60	0.52	0.64	0.56	0.52	0.52	0.60	0.66	0.64	0.60	0.52	0.70	0.70	0.56	0.64
	0.64	0.70	0.66	0.64	0.52	0.70	0.70	0.70	0.70	0.70	0.70	0.70	0.66	0.64	0.70	0.70	0.70	0.70	0.64	0.64	0.52	0.70
0-19	0.68	0.64	0.66	0.67	0.63	0.70	0.65	0.67	0.68	0.54	0.64	0.66	0.67	0.70	0.65	0.67	0.68	0.68	0.68	0.63	0.54	
	0.66	0.70	0.66	0.64	0.60	0.66	0.67	0.68	0.64	0.58	0.70	0.66	0.64	0.66	0.67	0.68	0.64	0.66	0.66	0.60	0.58	
	0.72	0.70	0.62	0.60	0.68	0.62	0.54	0.62	0.70	0.64	0.70	0.62	0.60	0.62	0.54	0.62	0.70	0.72	0.72	0.68	0.64	
	0.50	0.52	0.52	0.50	0.59	0.52	0.52	0.50	0.54	0.70	0.52	0.52	0.50	0.52	0.52	0.50	0.54	0.50	0.50	0.59	0.70	
	0.68	0.52	0.52	0.64	0.68	0.59	0.59	0.52	0.52	0.62	0.62	0.52	0.64	0.59	0.59	0.52	0.52	0.52	0.68	0.68	0.68	0.62
0-17	0.50	0.42	0.66	0.42	0.58	0.51	0.62	0.58	0.56	0.68	0.42	0.66	0.42	0.51	0.62	0.58	0.56	0.50	0.50	0.58	0.68	
	0.60	0.66	0.56	0.32	0.52	0.66	0.50	0.68	0.64	0.60	0.66	0.56	0.32	0.66	0.50	0.68	0.64	0.60	0.60	0.52	0.60	
	0.62	0.32	0.40	0.84	0.76	0.70	0.65	0.70	0.62	0.52	0.32	0.40	0.84	0.70	0.65	0.70	0.62	0.62	0.62	0.76	0.52	
	0.84	0.66	0.72	0.66	0.67	0.67	0.67	0.70	0.46	0.70	0.66	0.64	0.86	0.67	0.67	0.67	0.46	0.84	0.84	0.84	0.67	0.70
	0.80	0.58	0.72	0.58	0.58	0.58	0.63	0.66	0.32	0.66	0.66	0.72	0.58	0.68	0.63	0.66	0.32	0.80	0.80	0.80	0.58	0.66
0-15	0.74	0.52	0.82	0.52	0.39	0.68	0.74	0.60	0.50	0.60	0.52	0.82	0.52	0.58	0.74	0.60	0.50	0.74	0.74	0.39	0.60	
	0.68	0.80	0.52	0.80	0.40	0.74	0.82	0.42	0.62	0.42	0.80	0.52	0.80	0.74	0.82	0.42	0.62	0.68	0.68	0.40	0.42	
	0.62	0.30	0.94	0.30	0.46	0.52	0.82	0.30	0.73	0.30	0.30	0.94	0.30	0.52	0.82	0.30	0.73	0.62	0.62	0.46	0.30	
	0.52	0.92	0.58	0.92	0.52	0.76	0.51	0.52	0.80	0.52	0.92	0.58	0.92	0.76	0.51	0.52	0.52	0.80	0.52	0.52	0.52	0.52
	0.44	0.42	0.42	0.42	0.94	0.80	0.74	0.78	0.82	0.78	0.42	0.42	0.42	0.80	0.74	0.78	0.82	0.44	0.44	0.94	0.78	0.78
0-13	0.94	0.32	1.12	0.32	0.32	0.42	0.42	0.42	0.46	0.42	0.32	1.12	0.32	0.41	0.42	0.42	0.46	0.94	0.94	0.32	0.42	
	0.70	0.40	0.40	0.40	0.40	0.42	0.68	0.52	0.39	0.68	0.40	0.40	0.40	0.42	0.68	0.52	0.39	0.70	0.70	0.40	0.68	
	0.60	0.48	0.48	0.48	0.44	0.48	0.68	0.40	0.49	0.62	0.48	0.48	0.48	0.48	0.68	0.40	0.49	0.60	0.60	0.44	0.62	
	0.66	0.36	0.80	0.36	0.36	0.56	0.59	0.52	0.59	0.62	0.36	0.80	0.36	0.56	0.59	0.52	0.60	0.66	0.66	0.36	0.62	
	0.56	0.62	0.70	0.62	0.60	0.60	0.60	0.59	0.50	0.62	0.75	0.62	0.70	0.62	0.60	0.59	0.50	0.61	0.56	0.60	0.75	0.75
0-11	0.48	0.62	0.60	0.62	0.70	0.68	0.80	0.60	0.70	0.76	0.62	0.60	0.62	0.68	0.80	0.60	0.70	0.48	0.48	0.70	0.76	
	0.40	0.78	0.84	0.78	0.80	0.74	0.80	0.64	0.76	0.52	0.78	0.84	0.78	0.74	0.80	0.64	0.76	0.40	0.40	0.80	0.52	
	0.94	0.54	0.74	0.54	0.84	0.92	0.39	0.70	0.49	0.52	0.54	0.74	0.54	0.92	0.39	0.70	0.49	0.94	0.94	0.84	0.52	
	0.88	0.80	1.04	0.80	0.54	0.88	0.39	0.82	0.59	0.42	0.80	1.04	0.80	0.88	0.39	0.82	0.59	0.88	0.88	0.54	0.42	
	0.80	0.94	0.98	0.94	1.04	0.90	0.39	0.60	0.70	0.42	0.94	0.98	0.94	0.90	0.40	0.60	0.70	0.80	0.80	1.04	0.41	0.41
0-9	0.76	0.90	0.38	0.90	0.40	0.76	0.39	0.39	0.38	1.00	0.90	0.38	0.90	0.76	0.39	0.39	0.38	0.76	0.76	0.40	1.00	
	0.70	0.80	0.48	0.80	0.50	0.70	0.42	0.42	0.40	0.40	0.80	0.48	0.80	0.70	0.42	0.42	0.41	0.70	0.70	0.50	0.40	
	0.62	0.70	0.54	0.70	0.40	0.62	0.50	0.50	0.42	0.50	0.70	0.54	0.70	0.62	0.50	0.50	0.42	0.62	0.62	0.40	0.50	
	0.66	0.60	0.66	0.60	0.60	0.66	0.60	0.50	0.49	0.60	0.60	0.66	0.60	0.66	0.60	0.50	0.49	0.66	0.66	0.60	0.60	
	1.16	0.50	0.74	0.50	0.70	1.16	0.60	0.60	0.49	0.70	0.50	0.74	0.50	1.16	0.60	0.60	0.49	1.16	1.16	0.70	0.70	

Tabla VI.2 Estimados de L_{∞} para cada intervalo de longitud(renglón) y "muestra" examinada (columna). El valor con el máximo Score se encuentra en el renglón superior de cada intervalo.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
0-21	23.80	25.60	24.40	24.80	22.60	24.60	23.00	23.60	22.40	23.80	25.70	24.43	24.71	24.94	23.18	23.72	22.42	24.11	23.85	22.77	23.85
	24.40	21.20	23.80	23.60	22.20	23.60	22.80	24.40	22.20	22.60	21.26	23.82	23.64	23.72	22.83	24.46	22.21	24.73	24.65	22.34	22.73
	24.40	21.40	23.00	23.80	22.00	23.00	24.80	22.00	21.80	24.80	21.55	23.06	23.98	23.12	24.95	22.04	21.94	24.82	24.66	21.99	25.00
	21.00	23.20	24.20	22.80	23.20	21.40	22.80	22.60	24.40	22.00	23.31	24.41	22.93	21.55	22.24	22.67	24.60	21.27	21.04	23.23	22.23
	21.80	21.00	21.60	22.00	24.00	20.80	21.00	21.00	21.00	21.00	21.23	21.84	22.23	20.80	21.11	21.17	21.00	22.26	22.02	24.13	21.17
0-19	20.80	21.40	21.40	21.20	21.80	20.60	21.40	21.20	21.00	24.00	21.61	21.44	21.29	20.67	21.40	21.25	21.16	21.06	21.00	21.98	24.02
	21.40	21.00	21.20	21.80	22.20	21.20	21.20	21.00	21.80	23.00	21.08	21.31	21.94	21.42	21.25	21.09	21.93	21.53	21.41	22.34	23.23
	20.60	20.40	22.00	22.40	21.00	22.00	23.40	22.00	20.60	21.80	20.41	22.23	22.40	22.11	23.53	22.16	20.77	20.71	20.64	21.22	21.88
	24.60	24.20	24.00	24.40	22.60	24.20	24.40	24.40	24.00	20.80	24.24	24.27	24.59	24.27	24.66	24.62	24.23	24.92	24.71	22.80	21.02
	21.40	24.60	25.00	21.60	21.00	22.80	22.80	24.60	24.80	21.80	24.63	25.12	21.63	23.03	22.94	24.86	25.01	21.65	21.41	21.23	21.96
0-17	24.80	28.80	21.40	28.00	22.80	25.00	22.20	23.20	23.60	20.80	28.81	21.46	28.01	25.28	22.31	23.40	23.65	25.04	25.00	23.05	20.91
	23.00	21.20	24.00	34.40	24.80	21.40	25.00	21.40	22.00	22.40	21.26	24.23	34.51	21.60	25.06	21.57	22.22	23.24	23.17	24.82	22.54
	22.20	34.40	28.80	19.00	19.80	20.60	21.60	20.60	22.20	24.20	34.57	29.00	19.21	20.79	21.55	20.63	22.30	22.40	22.22	19.97	24.44
	18.60	21.00	21.60	21.00	21.00	20.60	21.00	20.60	26.80	20.60	21.00	21.62	21.07	22.04	21.09	20.78	26.89	18.76	18.75	21.09	20.71
	19.00	22.80	20.00	22.80	22.80	21.00	21.80	21.20	34.40	21.20	22.96	20.12	23.05	21.24	21.90	21.21	34.48	19.23	19.09	23.02	21.34
0-15	19.80	24.80	18.60	24.80	30.00	23.00	19.60	22.60	24.80	22.60	24.83	18.70	25.02	23.06	19.74	25.03	19.90	19.82	30.36	22.71	
	21.00	19.00	24.80	19.00	28.40	20.80	18.80	28.40	21.80	28.40	19.15	25.08	19.10	20.04	18.98	28.46	21.93	21.40	21.16	28.51	28.43
	22.20	30.80	17.60	30.80	26.80	24.80	18.80	30.60	19.80	30.60	31.09	17.62	30.86	24.84	18.88	30.88	19.95	22.46	22.29	26.97	30.87
	24.60	17.60	22.80	17.60	24.80	19.80	24.80	24.80	18.80	24.80	17.67	22.99	17.77	19.86	24.90	25.07	18.87	24.76	24.64	24.80	25.08
	27.80	28.80	27.80	28.80	17.60	19.00	19.80	19.20	18.60	19.20	28.89	27.96	29.06	19.09	19.97	19.36	18.70	27.94	27.84	17.80	19.42
0-13	17.40	34.80	16.40	34.80	35.00	29.00	28.80	28.40	26.80	28.40	34.87	16.40	34.83	29.43	28.91	28.68	27.08	17.46	17.45	34.98	28.67
	21.00	30.80	30.80	30.80	30.80	30.80	20.80	25.40	31.60	20.80	30.84	31.11	30.99	31.07	20.84	25.62	31.70	21.35	21.19	30.86	20.97
	23.60	26.80	27.00	26.80	28.50	26.80	31.00	31.00	26.80	21.80	27.00	27.27	26.82	26.82	21.00	31.01	26.95	24.00	23.87	28.59	21.95
	22.00	33.00	19.20	33.00	32.80	24.00	23.00	25.40	23.80	21.80	33.28	19.42	33.22	24.11	23.18	25.58	23.70	22.11	22.02	32.81	21.82
	23.80	22.40	21.00	22.40	23.00	22.80	23.00	27.00	22.80	19.80	22.60	21.21	22.46	22.94	23.19	27.29	23.12	24.15	23.91	23.04	19.84
0-11	26.80	21.00	23.00	21.00	21.00	21.00	19.00	22.80	20.80	19.20	21.08	23.04	21.13	21.02	19.05	23.06	20.90	26.98	26.89	21.08	19.36
	31.00	19.40	18.60	19.40	19.00	20.00	19.00	22.00	19.80	24.80	19.54	18.70	19.58	20.01	19.07	22.23	19.87	31.59	31.24	19.19	24.70
	17.20	25.00	20.00	25.00	18.20	18.80	30.80	21.00	26.80	24.80	25.29	20.23	25.06	18.86	31.01	21.17	26.95	17.41	17.25	18.34	24.96
	18.00	19.40	16.40	19.40	25.00	18.00	30.80	18.80	23.80	28.40	19.46	16.49	19.45	18.00	31.21	18.82	24.08	18.21	18.21	25.22	28.33
	19.00	17.20	17.00	17.20	16.20	17.60	30.80	22.80	20.80	28.40	17.39	17.19	17.37	17.74	30.53	22.95	20.92	19.06	19.05	16.30	28.88
0-11	19.40	15.00	35.00	15.00	33.00	19.40	33.00	33.00	33.00	16.00	15.09	35.36	15.06	19.62	33.13	33.05	33.34	19.49	19.43	33.20	16.09
	21.00	19.00	29.00	19.00	27.00	21.00	31.00	31.00	32.00	30.80	19.11	29.13	19.19	21.17	31.09	31.34	32.42	21.41	21.22	27.29	30.84
	23.00	21.00	26.80	21.00	35.00	23.00	27.00	27.00	32.00	26.80	21.08	26.97	21.02	23.04	27.21	27.15	32.11	23.36	23.21	35.23	26.84
	22.00	23.00	23.00	23.00	23.00	22.00	27.00	27.00	27.20	22.80	23.06	23.17	23.23	22.12	27.26	27.27	27.45	22.42	22.22	23.26	22.91
	15.20	25.00	21.00	25.00	21.00	15.20	23.00	23.00	22.20	20.80	25.08	21.21	25.08	15.29	23.05	23.23	27.31	15.31	15.30	21.18	20.93
34.80	31.00	18.80	31.00	17.00	34.80	23.00	23.00	22.80	18.80	31.23	18.85	31.11	35.07	23.11	23.14	23.13	35.26	35.00	17.11	18.91	
23.80	25.60	24.40	24.60	22.60	24.60	23.00	23.60	23.60	22.40	23.80	25.81	24.48	24.56	24.52	23.19	23.85	22.45	23.97	23.90	22.77	23.93
24.40	21.20	23.80	23.60	22.20	23.60	22.80	22.80	24.40	22.20	22.60	21.39	23.84	23.81	23.53	22.87	24.58	22.37	24.58	24.52	22.22	22.85
21.40	21.00	21.20	21.80	22.20	21.20	21.00	21.20	21.00	21.80	23.00	21.17	21.43	21.87	21.43	21.26	21.01	21.84	21.74	21.61	22.33	23.26
20.60	20.40	22.00	22.40	21.00	22.00	21.00	23.40	22.00	20.60	21.80	20.45	22.20	22.47	22.05	23.41	22.09	20.79	20.71	20.61	21.22	21.98
21.00	19.00	24.80	24.80	22.40	21.80	22.00	18.80	28.40	21.80	28.40	19.01	24.96	19.15	20.15	18.82	28.67	22.02	21.32	21.12	28.42	28.56
22.20	30.80	17.60	30.80	26.80	24.80	20.80	18.80	30.60	19.80	34.80	30.91	17.71	30.91	25.01	18.96	30.84	19.84	22.53	22.44	27.09	30.94

Tabla VI.3 Valores de To' para cada intervalo de longitud (renglón) y "muestra" examinada (columna). El valor con el máximo Score se encuentra en el renglón superior de cada intervalo

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
0-21	0.007	0.007	0.002	0.007	0.002	0.008	0.008	0.007	0.008	0.007	0.007	0.007	0.008	0.007	0.009	0.008	0.009	0.008	0.008	0.009	0.008
	0.009	0.006	0.010	0.009	0.010	0.007	0.007	0.006	0.010	0.009	0.010	0.008	0.008	0.008	0.008	0.007	0.009	0.008	0.007	0.009	0.009
	0.007	0.011	0.009	0.007	0.009	0.008	0.004	0.011	0.011	0.005	0.010	0.008	0.008	0.009	0.007	0.009	0.009	0.008	0.007	0.009	0.007
	0.010	0.009	0.007	0.010	0.007	0.010	0.011	0.009	0.007	0.011	0.008	0.008	0.009	0.010	0.010	0.009	0.007	0.010	0.011	0.009	0.009
	0.011	0.012	0.005	0.010	0.005	0.012	0.012	0.012	0.012	0.012	0.010	0.010	0.010	0.010	0.011	0.010	0.010	0.010	0.010	0.010	0.010
	0.010	0.009	0.001	0.010	0.001	0.011	0.010	0.009	0.011	0.008	0.009	0.009	0.010	0.010	0.009	0.010	0.010	0.011	0.010	0.009	0.008
	0.010	0.011	0.007	0.010	0.007	0.009	0.010	0.011	0.008	0.008	0.010	0.010	0.009	0.010	0.010	0.010	0.010	0.010	0.010	0.009	0.008
	0.008	0.008	0.012	0.008	0.012	0.009	0.005	0.008	0.018	0.010	0.010	0.009	0.009	0.010	0.010	0.009	0.010	0.011	0.011	0.010	0.010
	0.003	0.003	0.008	0.003	0.008	0.006	0.003	0.003	0.008	0.011	0.008	0.008	0.007	0.008	0.007	0.007	0.008	0.007	0.007	0.009	0.010
	0.009	0.007	0.010	0.009	0.010	0.009	0.009	0.007	0.008	0.008	0.008	0.007	0.009	0.009	0.008	0.008	0.008	0.011	0.010	0.010	0.009
	0.004	0.009	0.007	0.004	0.007	0.008	0.009	0.009	0.008	0.006	0.006	0.009	0.006	0.006	0.007	0.008	0.008	0.007	0.007	0.009	0.010
	0.002	0.012	0.008	0.002	0.008	0.011	0.006	0.012	0.011	0.008	0.010	0.008	0.004	0.009	0.007	0.011	0.009	0.009	0.009	0.008	0.009
	0.014	0.011	0.012	0.014	0.012	0.010	0.010	0.011	0.010	0.006	0.004	0.006	0.013	0.010	0.010	0.010	0.010	0.009	0.009	0.009	0.007
	0.007	0.011	0.013	0.007	0.011	0.010	0.010	0.011	0.007	0.011	0.008	0.009	0.010	0.010	0.010	0.010	0.010	0.007	0.013	0.013	0.010
	0.008	0.009	0.009	0.008	0.009	0.011	0.008	0.009	0.002	0.009	0.008	0.010	0.009	0.011	0.009	0.010	0.005	0.012	0.012	0.008	0.010
	0.008	0.009	0.004	0.008	0.004	0.009	0.010	0.009	0.005	0.007	0.013	0.008	0.007	0.008	0.011	0.009	0.007	0.011	0.011	0.005	0.008
	0.012	0.004	0.004	0.012	0.004	0.013	0.012	0.004	0.008	0.012	0.008	0.012	0.008	0.012	0.013	0.006	0.009	0.010	0.010	0.010	0.005
	0.005	0.004	0.006	0.005	0.006	0.008	0.012	0.004	0.011	0.004	0.004	0.015	0.004	0.007	0.013	0.004	0.011	0.009	0.009	0.007	0.004
	0.013	0.007	0.007	0.013	0.007	0.012	0.007	0.007	0.011	0.007	0.014	0.008	0.014	0.011	0.007	0.008	0.012	0.007	0.007	0.008	0.007
	0.006	0.011	0.014	0.006	0.014	0.012	0.011	0.012	0.011	0.012	0.011	0.006	0.006	0.013	0.011	0.012	0.013	0.006	0.006	0.014	0.012
	0.002	0.004	0.002	0.002	0.002	0.006	0.006	0.004	0.007	0.004	0.004	0.017	0.004	0.004	0.005	0.006	0.006	0.014	0.014	0.004	0.006
	0.007	0.009	0.006	0.007	0.006	0.010	0.011	0.009	0.007	0.010	0.006	0.005	0.005	0.005	0.010	0.008	0.005	0.011	0.010	0.005	0.010
	0.005	0.007	0.007	0.005	0.007	0.008	0.011	0.007	0.009	0.008	0.007	0.007	0.007	0.007	0.010	0.006	0.007	0.009	0.009	0.006	0.009
	0.005	0.009	0.005	0.005	0.005	0.009	0.009	0.009	0.010	0.008	0.004	0.012	0.005	0.008	0.009	0.008	0.008	0.010	0.010	0.005	0.009
	0.010	0.010	0.008	0.010	0.008	0.009	0.009	0.010	0.010	0.012	0.009	0.011	0.010	0.010	0.009	0.007	0.009	0.009	0.009	0.009	0.012
	0.010	0.008	0.010	0.010	0.010	0.010	0.012	0.008	0.011	0.009	0.009	0.008	0.009	0.011	0.012	0.009	0.010	0.007	0.007	0.011	0.011
	0.011	0.008	0.011	0.011	0.011	0.011	0.012	0.008	0.012	0.007	0.012	0.013	0.011	0.011	0.012	0.009	0.011	0.005	0.006	0.012	0.007
	0.010	0.010	0.012	0.010	0.012	0.011	0.005	0.010	0.009	0.007	0.008	0.011	0.008	0.014	0.006	0.011	0.007	0.014	0.014	0.013	0.007
	0.013	0.011	0.009	0.013	0.009	0.012	0.005	0.011	0.010	0.004	0.012	0.016	0.012	0.014	0.006	0.012	0.009	0.013	0.014	0.007	0.006
	0.013	0.008	0.014	0.013	0.014	0.013	0.005	0.008	0.011	0.004	0.014	0.015	0.015	0.013	0.005	0.009	0.011	0.012	0.014	0.007	0.006
	0.011	0.011	0.010	0.011	0.010	0.011	0.009	0.009	0.004	0.014	0.014	0.005	0.014	0.011	0.006	0.005	0.006	0.012	0.011	0.005	0.015
	0.012	0.012	0.009	0.012	0.009	0.012	0.009	0.009	0.009	0.007	0.012	0.007	0.012	0.011	0.006	0.006	0.006	0.010	0.010	0.007	0.006
	0.011	0.011	0.012	0.011	0.011	0.009	0.009	0.009	0.010	0.011	0.008	0.010	0.008	0.010	0.009	0.007	0.007	0.006	0.009	0.010	0.006
	0.009	0.009	0.009	0.009	0.009	0.009	0.009	0.009	0.010	0.009	0.009	0.010	0.008	0.010	0.008	0.008	0.008	0.010	0.010	0.009	0.009
	0.006	0.006	0.011	0.006	0.011	0.006	0.009	0.009	0.010	0.009	0.008	0.011	0.007	0.018	0.009	0.009	0.009	0.007	0.018	0.011	0.011
	0.007	0.007	0.015	0.007	0.015	0.007	0.009	0.009	0.010	0.011	0.006	0.013	0.006	0.005	0.009	0.009	0.009	0.005	0.005	0.015	0.013
	0.007	0.007	0.002	0.007	0.002	0.008	0.008	0.007	0.008	0.007	0.007	0.007	0.007	0.007	0.007	0.008	0.008	0.009	0.008	0.008	0.008
	0.009	0.006	0.010	0.009	0.010	0.007	0.007	0.006	0.010	0.009	0.010	0.008	0.008	0.008	0.009	0.008	0.009	0.007	0.008	0.009	0.009
	0.010	0.011	0.007	0.010	0.007	0.009	0.010	0.011	0.008	0.008	0.010	0.010	0.009	0.010	0.010	0.010	0.010	0.009	0.010	0.010	0.008
	0.008	0.008	0.012	0.008	0.012	0.009	0.005	0.008	0.018	0.010	0.010	0.009	0.009	0.010	0.009	0.007	0.009	0.011	0.011	0.010	0.009
	0.008	0.008	0.012	0.008	0.012	0.009	0.005	0.008	0.018	0.010	0.010	0.009	0.009	0.010	0.009	0.007	0.009	0.011	0.011	0.010	0.009
	0.012	0.004	0.004	0.012	0.004	0.013	0.012	0.004	0.008	0.014	0.004	0.015	0.004	0.007	0.013	0.004	0.011	0.009	0.009	0.010	0.006
	0.005	0.004	0.006	0.005	0.006	0.008	0.012	0.004	0.011	0.004	0.004	0.015	0.004	0.007	0.013	0.004	0.011	0.009	0.009	0.010	0.006
	0.013	0.011	0.009	0.013	0.009	0.012	0.011	0.012	0.011	0.012	0.011	0.006	0.006	0.013	0.011	0.012	0.013	0.006	0.006	0.014	0.012
	0.002	0.004	0.002	0.002	0.002	0.006	0.006	0.004	0.007	0.004	0.004	0.017	0.004	0.004	0.005	0.006	0.006	0.014	0.014	0.004	0.006
	0.007	0.009	0.006	0.007	0.006	0.010	0.011	0.009	0.007	0.010	0.006	0.005	0.005	0.005	0.010	0.008	0.005	0.011	0.010	0.005	0.010
	0.005	0.007	0.007	0.005	0.007	0.008	0.011	0.007	0.009	0.008	0.007	0.007	0.007	0.007	0.010	0.006	0.007	0.009	0.009	0.006	0.009
	0.005	0.009	0.005	0.005	0.005	0.009	0.009	0.009	0.010	0.008	0.004	0.012	0.005	0.008	0.009	0.008	0.008	0.010	0.010	0.005	0.009
	0.010	0.010	0.008	0.010	0.008	0.009	0.009	0.010	0.010	0.012	0.009	0.011	0.010	0.010	0.009	0.007	0.009	0.009	0.009	0.009	0.012
	0.010	0.008	0.010	0.010	0.010	0.010	0.012	0.008	0.011	0.009	0.009	0.008	0.009	0.011	0.012						

Tabla VI.4 Valores de Score para cada intervalo de longitud (renglón) y "muestra" examinada (columna).

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
0-21	152.44	151.00	152.45	158.14	153.94	151.65	153.56	154.23	152.40	153.50	151.72	152.45	158.95	152.33	154.50	155.24	152.47	153.85	152.29	154.92	154.69
	152.20	150.00	152.00	158.01	153.33	151.54	153.52	154.15	152.20	153.42	150.51	152.38	158.43	151.87	154.45	155.09	152.30	153.23	152.24	153.74	154.19
	152.00	150.00	152.00	158.00	153.23	151.10	152.00	153.00	151.00	152.00	150.51	152.62	158.43	151.63	152.53	153.30	151.27	152.75	152.38	153.77	152.47
	152.00	150.00	152.00	157.00	153.22	150.00	152.00	153.00	149.00	152.00	150.88	152.25	157.91	150.94	152.04	153.16	149.03	153.20	152.72	153.58	152.71
	150.00	149.00	150.00	155.00	152.00	150.00	150.00	151.00	148.00	150.00	149.73	150.36	155.03	150.71	150.78	151.19	149.91	151.65	150.92	152.38	150.71
	149.66	150.19	150.77	154.94	149.22	151.00	151.31	151.89	148.95	153.08	150.84	150.83	155.85	151.47	152.55	152.46	149.18	149.79	149.23	150.50	153.74
0-19	149.50	149.00	150.40	154.87	149.10	150.00	151.28	151.88	148.89	153.05	149.77	150.06	155.77	150.45	152.09	151.97	148.90	149.68	149.14	149.32	153.71
	149.00	149.00	150.00	154.46	148.95	150.00	150.00	151.00	148.75	151.00	149.13	150.58	155.07	150.54	150.16	151.17	149.63	149.92	149.58	149.78	151.60
	146.00	148.00	148.00	152.00	148.90	148.00	149.00	149.63	147.00	150.00	148.70	148.32	152.93	148.13	149.42	150.36	147.78	146.43	146.07	149.87	150.02
	147.44	146.00	143.40	152.00	146.41	149.57	149.51	150.00	148.06	151.55	146.94	143.32	152.57	149.98	149.94	150.21	148.97	147.70	147.92	146.77	151.89
0-17	147.20	145.00	143.00	151.00	146.30	149.50	149.40	150.00	147.98	151.00	145.48	143.82	151.35	150.02	149.95	150.63	148.38	148.42	147.51	146.97	151.09
	147.00	145.00	143.00	149.00	145.00	149.18	149.37	149.00	147.00	151.00	145.57	143.57	149.43	149.53	149.56	149.58	147.95	147.44	147.32	145.23	151.70
	147.00	144.00	142.00	149.00	145.00	148.00	149.00	149.00	147.00	149.00	144.73	142.75	149.50	148.54	149.37	149.56	147.75	147.42	147.37	145.16	149.56
	136.12	139.87	134.14	139.87	136.44	139.46	136.93	139.50	134.00	139.50	140.74	134.77	140.67	140.12	137.93	139.53	134.90	137.63	136.57	136.96	140.30
	136.08	139.71	134.10	139.71	136.22	139.45	136.90	139.13	133.00	139.13	140.64	134.69	140.36	139.93	137.80	139.28	133.08	137.24	136.54	136.83	139.92
	136.00	139.40	134.00	139.40	135.00	139.40	136.69	139.09	135.29	139.09	139.67	134.46	140.30	139.82	137.64	139.25	135.39	137.07	136.92	135.08	139.35
	136.00	139.00	133.00	139.00	135.00	139.30	136.53	138.00	135.64	138.00	139.57	133.47	139.32	139.68	136.56	138.47	136.10	136.99	136.70	135.65	138.24
	136.00	138.00	133.00	138.00	135.00	139.17	136.53	138.00	135.90	138.00	138.79	133.10	138.72	139.67	136.54	138.14	136.71	137.11	136.35	135.28	138.01
	136.00	138.00	133.00	138.00	135.00	139.00	136.48	138.00	135.00	138.00	138.25	133.81	138.47	139.32	137.45	138.54	135.25	137.05	136.70	135.34	138.38
	135.00	138.00	132.00	138.00	135.00	139.00	136.00	138.00	135.00	138.00	138.09	132.06	138.07	139.96	136.73	138.51	135.84	136.46	135.46	135.97	138.76
	135.00	137.00	131.00	137.00	134.00	138.00	135.00	138.00	134.00	138.00	137.43	132.00	137.04	138.12	135.74	138.44	134.57	136.11	135.45	134.18	138.26
	117.22	119.86	113.18	119.89	117.74	120.14	116.43	118.04	117.18	119.82	113.90	119.99	120.82	119.80	117.90	118.82	119.84	117.97	117.70	117.91	117.80
	117.15	119.14	113.14	119.65	117.52	120.02	116.43	118.03	118.00	117.05	119.58	113.15	119.32	120.30	117.30	118.14	118.92	117.43	117.28	117.75	117.15
	117.10	119.00	113.00	119.00	117.00	120.00	116.42	118.00	118.00	117.00	119.46	113.68	119.85	120.48	117.23	118.45	118.29	118.13	117.33	117.55	117.25
0-13	117.00	119.00	113.00	119.00	117.00	120.00	116.42	117.00	118.00	117.00	119.25	113.92	119.34	120.72	116.98	117.03	118.58	117.72	117.14	117.76	117.58
	117.00	119.00	113.00	119.00	117.00	120.00	116.33	117.00	118.00	117.00	119.58	113.63	119.13	120.76	116.55	117.78	118.44	118.84	117.48	117.94	117.10
	117.00	119.00	113.00	119.00	117.00	120.00	116.33	117.00	118.00	117.00	119.39	113.30	119.31	120.78	117.21	117.63	118.77	118.68	117.72	117.10	117.71
	116.00	119.00	113.00	119.00	117.00	120.00	116.22	117.00	118.00	117.00	119.19	113.83	119.30	120.69	116.81	117.80	118.13	117.40	116.57	117.49	117.36
	116.00	119.00	112.00	119.00	117.00	120.00	116.22	117.00	118.00	117.00	119.44	112.37	119.82	120.87	117.10	117.35	118.67	116.36	116.24	117.90	117.31
	116.00	118.00	112.00	118.00	116.00	120.00	116.22	117.00	118.00	116.00	118.73	112.16	118.28	120.49	116.42	117.26	118.49	117.71	116.76	116.56	116.40
	95.88	99.88	94.14	99.90	95.50	95.74	96.54	96.84	98.25	94.55	99.96	94.57	99.98	95.79	97.75	97.09	98.69	97.35	95.41	95.81	94.52
	95.22	99.22	94.01	99.12	95.20	95.10	96.49	96.69	98.22	94.40	99.17	94.26	99.73	95.57	96.56	96.87	98.22	96.75	95.33	95.15	94.48
	95.00	99.00	93.00	99.00	94.00	95.00	96.35	96.15	98.22	93.00	99.13	93.60	99.89	95.93	96.51	96.73	98.22	95.89	95.23	94.27	93.14
	95.00	99.00	93.00	99.00	94.00	95.00	96.35	96.05	98.00	93.00	99.56	93.06	99.49	95.20	96.66	96.84	98.44	96.35	95.19	94.62	93.77
	94.00	99.00	93.00	99.00	94.00	94.00	96.13	96.13	98.00	93.00	99.99	93.42	99.90	94.11	97.01	96.33	98.07	95.33	94.90	94.49	93.84
0-11	94.00	99.00	92.00	99.00	94.00	94.00	96.13	96.13	97.00	93.00	99.03	92.67	99.48	94.92	96.41	97.00	97.09	95.06	94.47	94.75	93.02
	94.00	99.00	92.00	99.00	94.00	94.00	96.13	96.13	97.00	93.00	99.69	92.96	99.41	94.24	96.25	96.86	97.24	94.64	94.07	94.24	93.25
	94.00	99.00	92.00	99.00	94.00	94.00	96.13	96.13	97.00	93.00	99.92	92.53	99.69	94.35	97.03	96.29	97.47	94.88	94.22	94.63	93.24
	94.00	99.00	92.00	99.00	94.00	94.00	96.13	96.13	97.00	92.00	99.90	92.62	99.25	94.75	96.88	96.58	97.24	94.93	94.58	94.44	92.26
	94.00	99.00	92.00	99.00	94.00	94.00	96.13	93.12	97.00	92.00	99.78	92.81	99.24	94.32	97.00	93.20	97.86	95.12	94.25	94.93	92.91
	94.00	99.00	92.00	99.00	94.00	94.00	96.12	96.12	97.00	92.00	99.91	92.13	99.63	94.95	96.29	96.50	97.11	95.71	94.84	94.94	92.56
	94.00	99.00	92.00	99.00	94.00	94.00	96.12	96.12	97.00	92.00	99.86	92.42	99.12	94.14	96.69	96.18	97.27	95.05	94.50	94.74	92.07

Tabla VI.5 Valores de ϕ' para cada intervalo de longitud (renglón) y "muestra" examinada (columna). El valor con el máximo Score se encuentra en el renglón superior de cada intervalo

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	
0-21	2.49	2.50	2.47	2.49	2.48	2.49	2.48	2.49	2.48	2.50	2.50	2.47	2.50	2.50	2.49	2.49	2.48	2.50	2.49	2.49	2.50	
	2.49	2.47	2.49	2.49	2.48	2.48	2.48	2.49	2.49	2.49	2.47	2.49	2.50	2.49	2.48	2.49	2.49	2.50	2.50	2.50	2.49	
	2.49	2.48	2.49	2.49	2.48	2.49	2.49	2.49	2.49	2.49	2.49	2.49	2.49	2.49	2.49	2.49	2.49	2.50	2.49	2.48	2.49	
	2.49	2.48	2.48	2.49	2.48	2.48	2.48	2.49	2.49	2.49	2.48	2.48	2.49	2.50	2.49	2.50	2.49	2.50	2.50	2.49	2.48	2.50
	2.48	2.49	2.49	2.49	2.48	2.48	2.48	2.49	2.49	2.49	2.50	2.50	2.50	2.48	2.49	2.50	2.49	2.50	2.49	2.48	2.48	2.50
0-19	2.47	2.47	2.48	2.48	2.48	2.47	2.47	2.48	2.48	2.48	2.48	2.48	2.48	2.48	2.47	2.48	2.48	2.48	2.49	2.48	2.48	
	2.48	2.49	2.47	2.48	2.47	2.47	2.48	2.48	2.48	2.49	2.49	2.48	2.49	2.48	2.48	2.48	2.48	2.49	2.49	2.49	2.49	
	2.49	2.46	2.48	2.48	2.48	2.48	2.47	2.48	2.47	2.48	2.46	2.49	2.48	2.48	2.48	2.48	2.48	2.49	2.49	2.49	2.49	
	2.48	2.48	2.48	2.47	2.48	2.48	2.49	2.49	2.47	2.49	2.48	2.49	2.49	2.48	2.49	2.50	2.48	2.50	2.49	2.48	2.49	
	2.49	2.50	2.51	2.48	2.48	2.49	2.49	2.50	2.49	2.50	2.47	2.52	2.48	2.52	2.50	2.49	2.50	2.50	2.51	2.49	2.49	
0-17	2.50	2.47	2.51	2.58	2.50	2.48	2.49	2.49	2.49	2.48	2.47	2.52	2.58	2.49	2.50	2.50	2.50	2.51	2.51	2.51	2.48	
	2.49	2.58	2.52	2.48	2.47	2.47	2.48	2.47	2.49	2.48	2.58	2.53	2.49	2.48	2.48	2.47	2.49	2.49	2.49	2.48	2.49	
	2.46	2.46	2.48	2.46	2.47	2.50	2.47	2.47	2.52	2.47	2.46	2.48	2.47	2.49	2.47	2.48	2.52	2.47	2.47	2.48	2.48	
	2.46	2.48	2.46	2.48	2.48	2.48	2.48	2.47	2.48	2.49	2.46	2.48	2.47	2.49	2.48	2.48	2.47	2.52	2.47	2.47	2.48	
	2.46	2.48	2.45	2.50	2.49	2.49	2.49	2.45	2.49	2.49	2.51	2.46	2.51	2.49	2.46	2.49	2.50	2.47	2.46	2.56	2.49	
0-15	2.48	2.46	2.50	2.46	2.51	2.47	2.46	2.53	2.47	2.53	2.47	2.51	2.47	2.47	2.47	2.53	2.47	2.49	2.48	2.51	2.53	
	2.49	2.45	2.46	2.45	2.52	2.50	2.46	2.45	2.46	2.45	2.46	2.47	2.46	2.51	2.47	2.46	2.46	2.50	2.49	2.52	2.46	
	2.50	2.45	2.48	2.45	2.50	2.47	2.50	2.50	2.45	2.50	2.46	2.49	2.46	2.48	2.50	2.51	2.46	2.50	2.50	2.50	2.51	
	2.53	2.54	2.51	2.54	2.46	2.46	2.46	2.46	2.45	2.46	2.54	2.52	2.55	2.46	2.48	2.47	2.47	2.46	2.53	2.47	2.47	
	2.45	2.59	2.48	2.59	2.59	2.52	2.54	2.53	2.52	2.53	2.59	2.48	2.59	2.55	2.55	2.47	2.54	2.53	2.46	2.46	2.59	
0-13	2.49	2.58	2.58	2.58	2.58	2.60	2.47	2.53	2.59	2.47	2.58	2.59	2.58	2.61	2.47	2.53	2.59	2.50	2.50	2.58	2.48	
	2.52	2.54	2.54	2.54	2.55	2.54	2.47	2.58	2.55	2.47	2.54	2.55	2.54	2.54	2.48	2.48	2.59	2.55	2.54	2.53	2.48	
	2.50	2.59	2.47	2.59	2.59	2.51	2.49	2.53	2.53	2.47	2.60	2.48	2.60	2.51	2.50	2.53	2.53	2.51	2.51	2.51	2.47	
	2.50	2.49	2.49	2.49	2.50	2.49	2.49	2.56	2.50	2.47	2.50	2.50	2.50	2.50	2.50	2.50	2.57	2.51	2.51	2.51	2.50	
	2.54	2.44	2.50	2.44	2.49	2.48	2.48	2.46	2.49	2.48	2.44	2.50	2.44	2.48	2.48	2.46	2.50	2.49	2.54	2.54	2.49	
0-11	2.58	2.47	2.46	2.47	2.46	2.47	2.46	2.49	2.47	2.50	2.47	2.47	2.48	2.48	2.47	2.48	2.50	2.48	2.60	2.59	2.45	
	2.44	2.53	2.47	2.53	2.44	2.51	2.57	2.49	2.55	2.50	2.54	2.48	2.53	2.51	2.57	2.50	2.55	2.45	2.45	2.45	2.51	
	2.46	2.48	2.45	2.48	2.53	2.46	2.57	2.46	2.53	2.52	2.48	2.45	2.48	2.46	2.58	2.46	2.53	2.47	2.46	2.54	2.53	
	2.46	2.44	2.45	2.44	2.44	2.45	2.57	2.49	2.48	2.52	2.45	2.46	2.45	2.45	2.57	2.50	2.49	2.46	2.46	2.44	2.44	
	2.46	2.31	2.67	2.31	2.64	2.46	2.63	2.63	2.62	2.41	2.31	2.68	2.31	2.47	2.63	2.63	2.63	2.46	2.46	2.64	2.41	

Tabla VI.6 Estadísticos de los estimados de K y L_{∞} , To' , Score y ϕ' con valores máximos de Score.

		Media	DE	CV	INT. CONF. 95% de la media		INT. CONF. 95%		Correlac.	
					Valor	Lim. inf.	Lim.sup.	Lim. inf.		Lim.sup.
K n=20	0-21	0.54	0.04	0.07	0.02	0.52	0.56	0.48	0.61	
	0-19	0.65	0.04	0.07	0.02	0.63	0.67	0.58	0.73	
	0-17	0.59	0.07	0.11	0.03	0.56	0.62	0.48	0.71	
	0-15	0.68	0.09	0.14	0.04	0.63	0.72	0.51	0.84	
	0-13	0.51	0.14	0.27	0.06	0.45	0.57	0.28	0.74	
	0-11	0.63	0.25	0.39	0.12	0.52	0.75	0.20	1.06	
L asint. n=20	0-21	23.91	0.96	0.04	0.45	23.46	24.36	22.26	25.55	
	0-19	21.51	0.90	0.04	0.42	21.09	21.93	19.97	23.05	
	0-17	23.04	1.54	0.07	0.72	22.32	23.76	20.39	25.69	
	0-15	21.32	2.06	0.10	0.96	20.36	22.29	17.78	24.87	
	0-13	27.15	4.75	0.17	2.22	24.93	29.37	18.98	35.32	
	0-11	24.98	8.49	0.34	3.97	21.02	28.95	10.38	39.58	
Log K n=20	0-21	-0.27	0.03	0.11	0.01	-0.28	-0.25	-0.32	-0.22	-0.966
	0-19	-0.18	0.03	0.16	0.01	-0.20	-0.17	-0.24	-0.13	-0.990
	0-17	-0.23	0.05	0.21	0.02	-0.25	-0.21	-0.31	-0.15	-0.984
	0-15	-0.17	0.07	0.38	0.03	-0.20	-0.15	-0.29	-0.06	-0.986
	0-13	-0.29	0.11	0.38	0.05	-0.35	-0.26	-0.50	-0.12	-0.996
	0-11	-0.20	0.18	0.89	0.08	-0.31	-0.16	-0.54	0.07	-0.991
Log Lin n=20	0-21	1.38	0.02	0.01	0.01	1.37	1.39	1.35	1.41	-0.966
	0-19	1.33	0.02	0.01	0.01	1.32	1.34	1.30	1.36	-0.990
	0-17	1.36	0.03	0.02	0.01	1.35	1.37	1.31	1.41	-0.984
	0-15	1.33	0.04	0.03	0.02	1.31	1.34	1.26	1.39	-0.986
	0-13	1.43	0.08	0.06	0.03	1.39	1.46	1.29	1.56	-0.996
	0-11	1.40	0.15	0.11	0.07	1.31	1.44	1.11	1.64	-0.991
$\sigma To'$ n=20	0-21	0.007	0.002	0.256	0.001	0.006	0.008	0.004	0.010	
	0-19	0.009	0.003	0.317	0.001	0.008	0.010	0.004	0.014	
	0-17	0.009	0.001	0.123	0.001	0.008	0.009	0.007	0.011	
	0-15	0.010	0.002	0.189	0.001	0.009	0.011	0.007	0.013	
	0-13	0.008	0.002	0.267	0.001	0.007	0.009	0.004	0.011	
	0-11	0.010	0.003	0.347	0.002	0.008	0.011	0.004	0.015	
Score n=20	0-21	153.47	1.90	0.01	0.89	152.59	154.36	150.20	156.75	
	0-19	151.17	1.82	0.01	0.85	150.33	152.02	148.05	154.30	
	0-17	148.51	2.56	0.02	1.19	147.32	149.71	144.11	152.91	
	0-15	137.78	2.26	0.02	1.06	136.73	138.84	133.90	141.67	
	0-13	117.98	2.01	0.02	0.94	117.04	118.92	114.52	121.45	
	0-11	96.68	1.89	0.02	0.88	95.79	97.56	93.42	99.93	
ϕ' n=20	0-21	2.49	0.010	0.004	0.005	2.485	2.494	2.47	2.51	
	0-19	2.48	0.007	0.003	0.003	2.476	2.482	2.47	2.49	
	0-17	2.49	0.013	0.005	0.006	2.487	2.500	2.47	2.52	
	0-15	2.48	0.018	0.007	0.009	2.471	2.488	2.45	2.51	
	0-13	2.55	0.051	0.020	0.024	2.523	2.570	2.46	2.63	
	0-11	2.51	0.135	0.054	0.063	2.448	2.575	2.28	2.74	

TablaVI.7 Estadísticos de los estimados de K y L_{∞} , To' , Score y ϕ' con valores de Score cercanos al máximo.

	Media	DE	CV	INT. CONF. 95% de la media			INT. CONF. 95%		Correlac.	n	
				Valor	Lim. inf.	Lim.sup.	Lim. inf.	Lim.sup.			
K	0-21	0.60	0.07	0.109	0.01	0.59	0.62	0.47	0.74	84.00	
	0-19	0.61	0.07	0.118	0.02	0.59	0.63	0.47	0.76	63.00	
	0-17	0.58	0.12	0.203	0.03	0.55	0.61	0.34	0.82	63.00	
	0-15	0.60	0.19	0.320	0.03	0.57	0.64	0.22	0.98	147.00	
	0-13	0.65	0.17	0.266	0.03	0.62	0.68	0.31	0.99	168.00	
	0-11	0.60	0.16	0.260	0.02	0.58	0.62	0.29	0.91	231.00	
L asint.	0-21	22.69	1.27	0.056	0.28	22.40	22.97	20.15	25.22	84.00	
	0-19	22.39	1.41	0.063	0.36	22.02	22.75	19.57	25.21	63.00	
	0-17	23.84	3.64	0.153	0.94	22.90	24.78	16.55	31.13	63.00	
	0-15	23.79	4.83	0.203	0.80	22.98	24.59	14.27	33.31	147.00	
	0-13	22.91	4.29	0.187	0.67	22.24	23.57	14.45	31.36	168.00	
	0-11	23.83	4.12	0.173	0.54	23.29	24.38	15.76	31.90	231.00	
Log K	0-21	-0.22	0.05	0.218	0.01	-0.23	-0.21	-0.31	-0.12	-0.99	84.00
	0-19	-0.21	0.05	0.247	0.01	-0.23	-0.20	-0.32	-0.11	-0.99	63.00
	0-17	-0.24	0.10	0.408	0.02	-0.27	-0.22	-0.44	-0.05	-0.97	63.00
	0-15	-0.22	0.15	0.663	0.02	-0.26	-0.22	-0.53	0.05	-0.98	147.00
	0-13	-0.19	0.12	0.630	0.02	-0.22	-0.18	-0.43	0.03	-0.97	168.00
	0-11	-0.22	0.12	0.557	0.02	-0.26	-0.21	-0.47	0.01	-0.94	231.00
Log Lin	0-21	1.36	0.02	0.018	0.01	1.35	1.36	1.30	1.40	-0.99	84.00
	0-19	1.35	0.03	0.020	0.01	1.34	1.35	1.29	1.40	-0.99	63.00
	0-17	1.38	0.05	0.040	0.01	1.36	1.38	1.26	1.48	-0.97	63.00
	0-15	1.38	0.08	0.058	0.01	1.35	1.38	1.21	1.52	-0.98	147.00
	0-13	1.36	0.07	0.053	0.01	1.34	1.36	1.21	1.49	-0.97	168.00
	0-11	1.38	0.07	0.049	0.01	1.36	1.38	1.24	1.50	-0.94	231.00
To'	0-21	0.009	0.002	0.197	0.000	0.009	0.009	0.005	0.013	84.00	
	0-19	0.009	0.002	0.284	0.001	0.008	0.009	0.004	0.013	63.00	
	0-17	0.009	0.003	0.292	0.001	0.008	0.009	0.004	0.014	63.00	
	0-15	0.008	0.003	0.399	0.001	0.008	0.009	0.002	0.015	147.00	
	0-13	0.009	0.003	0.282	0.000	0.009	0.010	0.004	0.015	168.00	
	0-11	0.009	0.003	0.301	0.000	0.008	0.009	0.004	0.014	231.00	
Score	0-21	152.30	2.17	0.014	0.48	151.81	152.78	147.98	156.61	84.00	
	0-19	150.04	2.01	0.013	0.52	149.52	150.56	146.02	154.07	63.00	
	0-17	147.73	2.42	0.016	0.62	147.10	148.35	142.89	152.56	63.00	
	0-15	136.96	2.07	0.015	0.35	136.62	137.31	132.88	141.05	147.00	
	0-13	117.53	1.90	0.016	0.30	117.23	117.82	113.79	121.27	168.00	
	0-11	95.77	2.29	0.024	0.30	95.47	96.07	91.28	100.25	231.00	
ϕ'	0-21	2.49	0.01	0.003	0.00	2.49	2.49	2.48	2.50	84.00	
	0-19	2.48	0.01	0.003	0.00	2.48	2.48	2.47	2.50	63.00	
	0-17	2.50	0.03	0.011	0.01	2.49	2.51	2.45	2.55	63.00	
	0-15	2.49	0.04	0.014	0.01	2.49	2.50	2.42	2.56	147.00	
	0-13	2.50	0.04	0.017	0.01	2.50	2.51	2.42	2.58	168.00	
	0-11	2.51	0.05	0.019	0.01	2.50	2.51	2.41	2.60	231.00	

Tabla VI. 8. Valores calculados de F en la prueba T^2

Intervalo	Valor de F calculado	
0-21	F= 161.04	Se rechaza H_0
0-19	F= 107.35	Se rechaza H_0
0-17	F= 33.43	Se rechaza H_0
0-15	F= 12.72	Se rechaza H_0
0-13	F= 25	Se rechaza H_0
0-11	F= 8.57	Se rechaza H_0

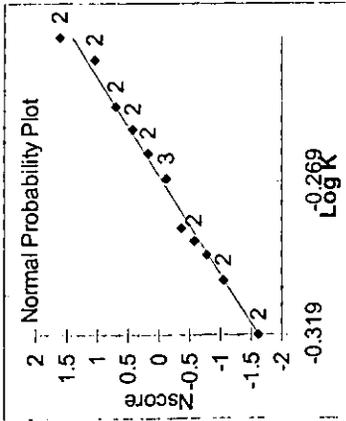
El sesgo, entendido como la diferencia entre el valor real de los parámetros y la media de las estimaciones, es en promedio -14% para K $+12\%$ para L_{∞} .

La figura VI.4 representa las regiones del 95% de probabilidad conjunta de ocurrencia de pares de estimados de K y L_{∞} que obtienen el valor máximo de Score. El tamaño de la región crece al disminuir el intervalo de longitud, lo que significa que, al ser menor éste, existe la probabilidad cada vez mayor de obtener estimados en intervalos más grandes de K y L_{∞} . Lo mismo se puede notar en la figura VI.5, que muestra las probabilidades marginales, derivadas de la distribución conjunta, de ocurrencia de estimados de K y L_{∞} que obtienen el valor máximo de Score.

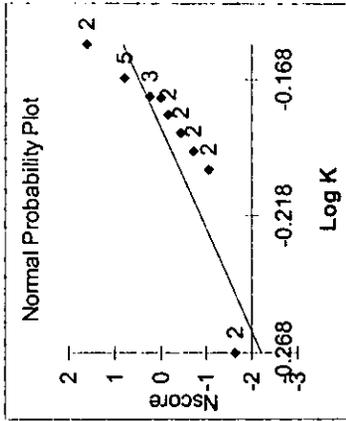
En la figura VI.6 se tienen las regiones del 95% de probabilidad conjunta de ocurrencia de pares de estimados de K y L_{∞} que obtienen un valor de Score cercano al máximo. Esas regiones corresponden a una "meseta", de valores muy semejantes de Score, la extensión de esa "meseta" se incrementa al disminuir el intervalo de longitud en las muestras.

En la figura VI.7 se muestran la amplitud del intervalo de confianza del 95% de las estimaciones de la media de K y L_{∞} como fracción de la media, para cada intervalo de longitud. Al disminuir éste la amplitud del intervalo de confianza aumenta. En todos los casos la amplitud del intervalo es mayor para las estimaciones de K.

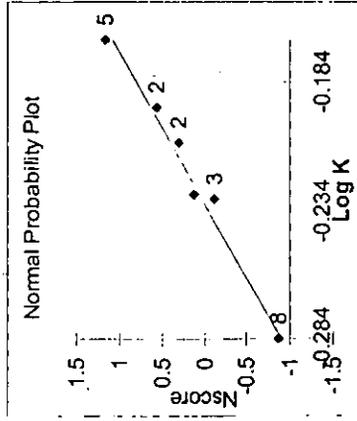
0-21



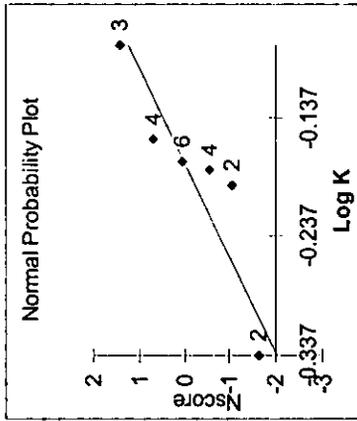
0-19



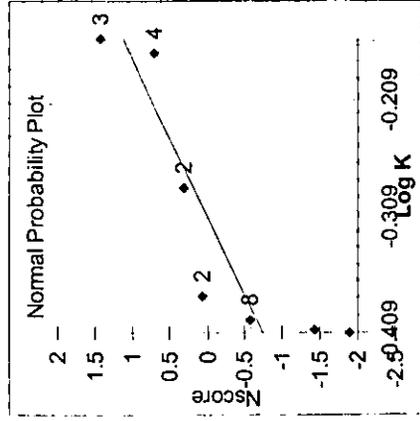
0-17



0-15



0-13



0-11

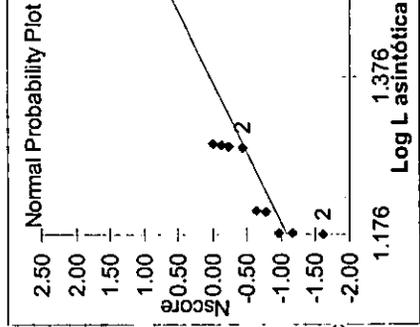
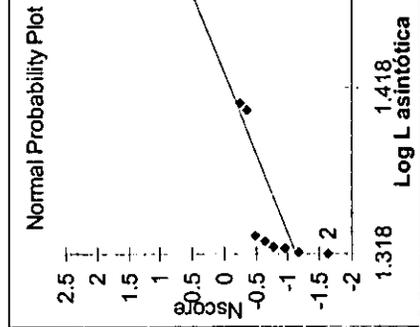
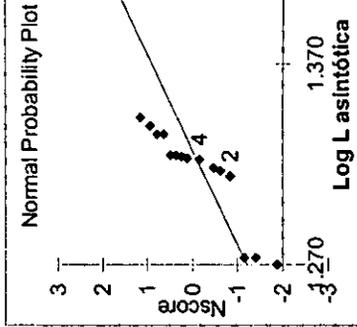
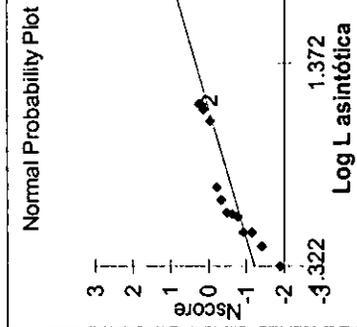
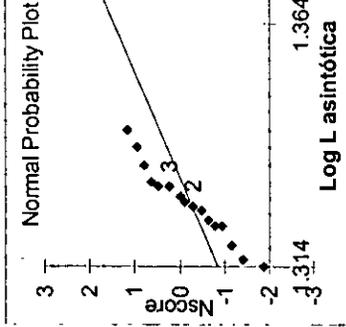
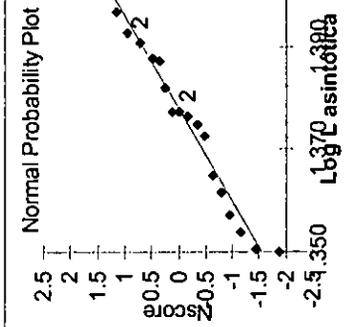
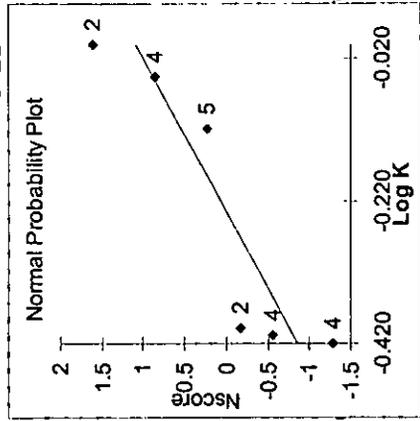
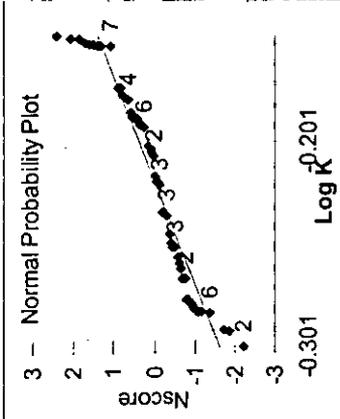
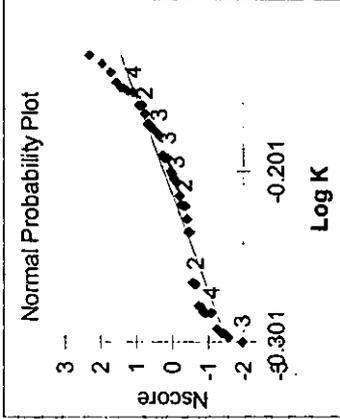


Fig. VI.1 Gráficos de probabilidad normal acumulada de los estimados con valor máximo de Score

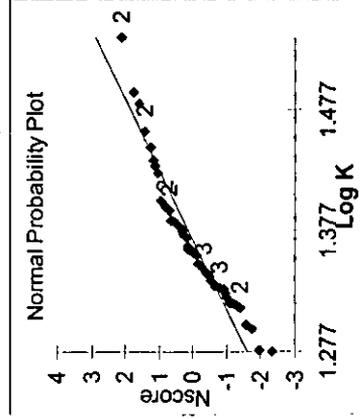
0-21



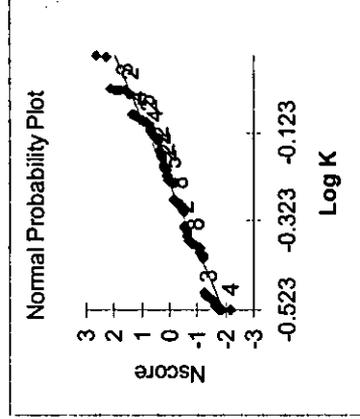
0-19



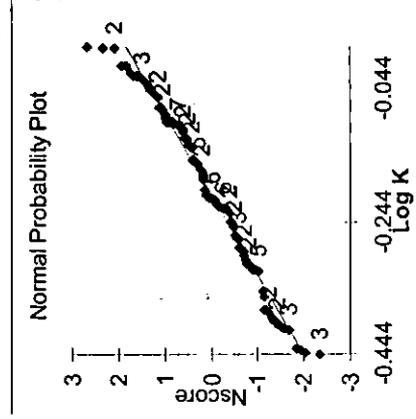
0-17



0-15



0-13



0-11

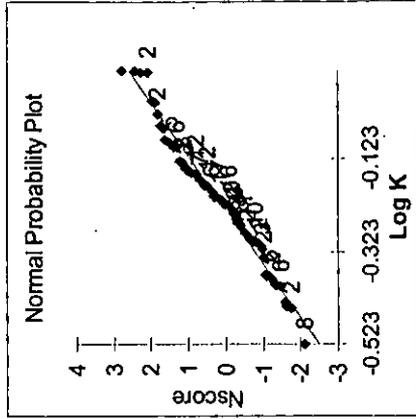


Fig. VI.2 Gráficos de probabilidad normal acumulada de los estimados con valor de Score cercano al máximo.

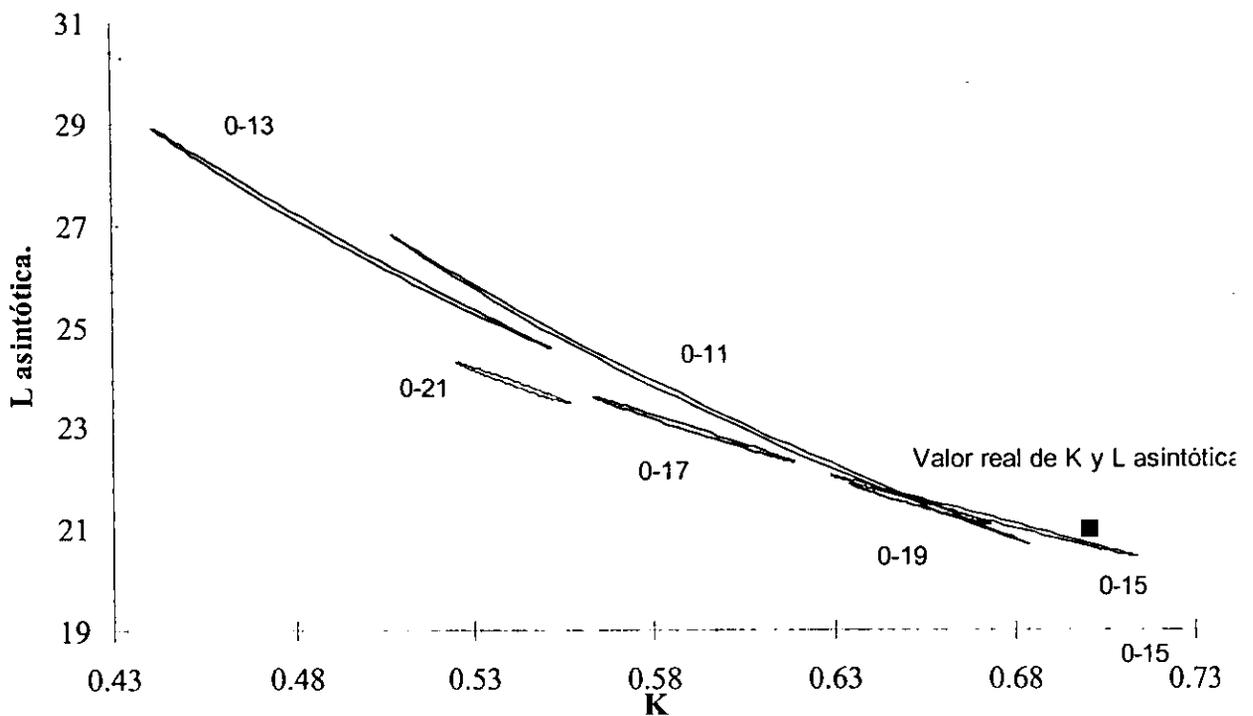


Fig. VI.3. Regiones de intervalo conjunto de confianza del 95% de las medias de K y L_{∞} con valor máximo de Score (comparadas con los valores reales de los parámetros).

VI.2.- Relación entre los estimados de $K-L_{\infty}$ y To'

En la figura VI.8 se muestra que todos los pares de estimados de K y L_{∞} caen en una franja curvilínea. Los Logaritmos de los estimados caen cercanos a una línea recta, descrita por la ecuación II.5, como se ve en la figura VI.9. Los resultados del ajuste son:

Constante (log de a en la ecuación II.5)	1.214
Error estándar de la constante	0.0151887
Intervalo de confianza al 95% ($t=1.645$)	1.2389-1.189
Coefficiente de determinación (significativo al 0.01)	0.9577
Coefficiente de correlación (r)	0.9786
Nº de observaciones	732
Grados de libertad	730
Pendiente (b en la ecuación II.5)	-0.649101
Error estándar de la pendiente	0.0071488

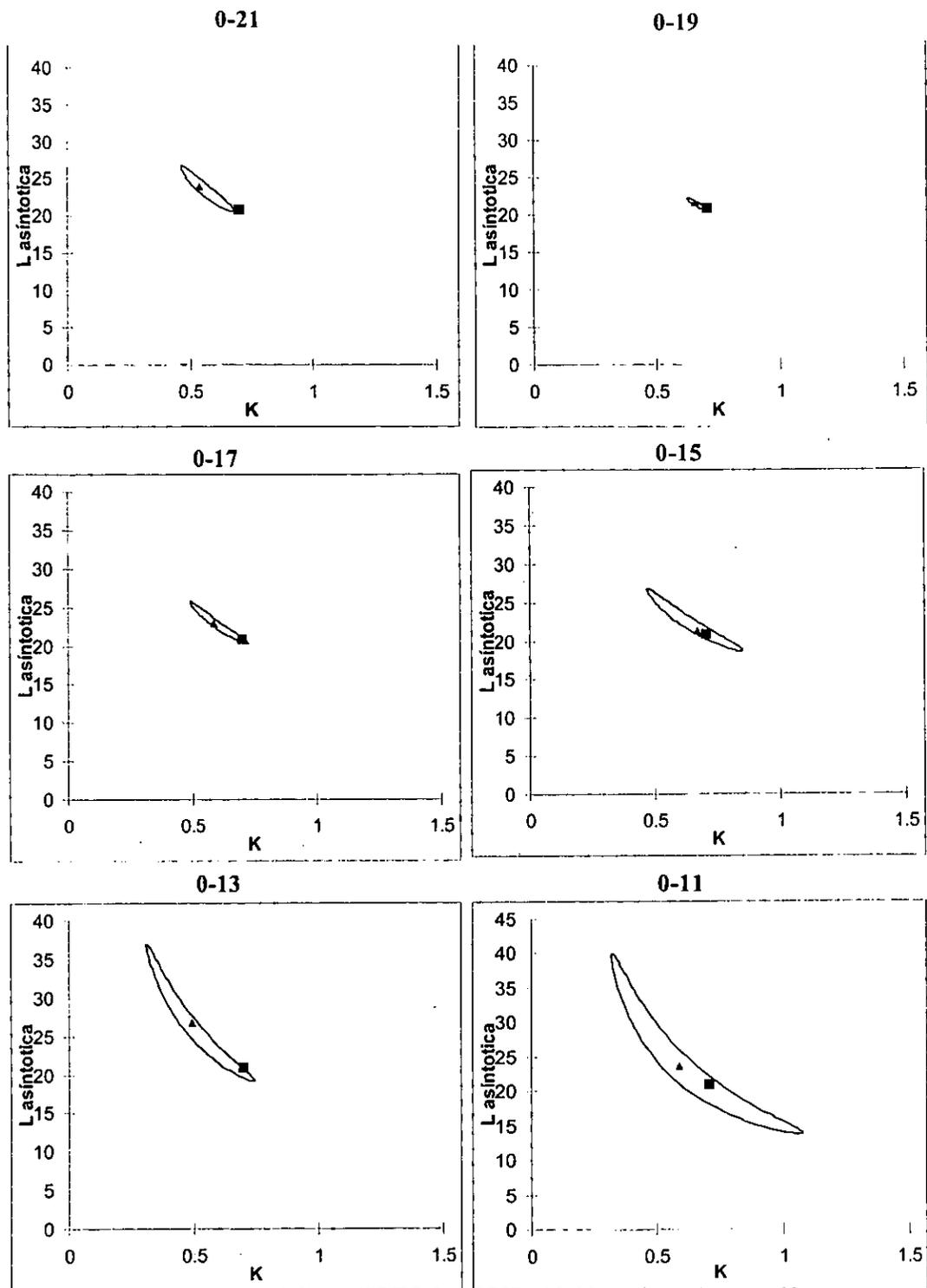


Fig.VI.4 Regiones de 95% de probabilidad conjunta de ocurrencia de pares de estimados con el Score máximo. El triángulo indica la media y el cuadrado los valores reales de los parámetros.

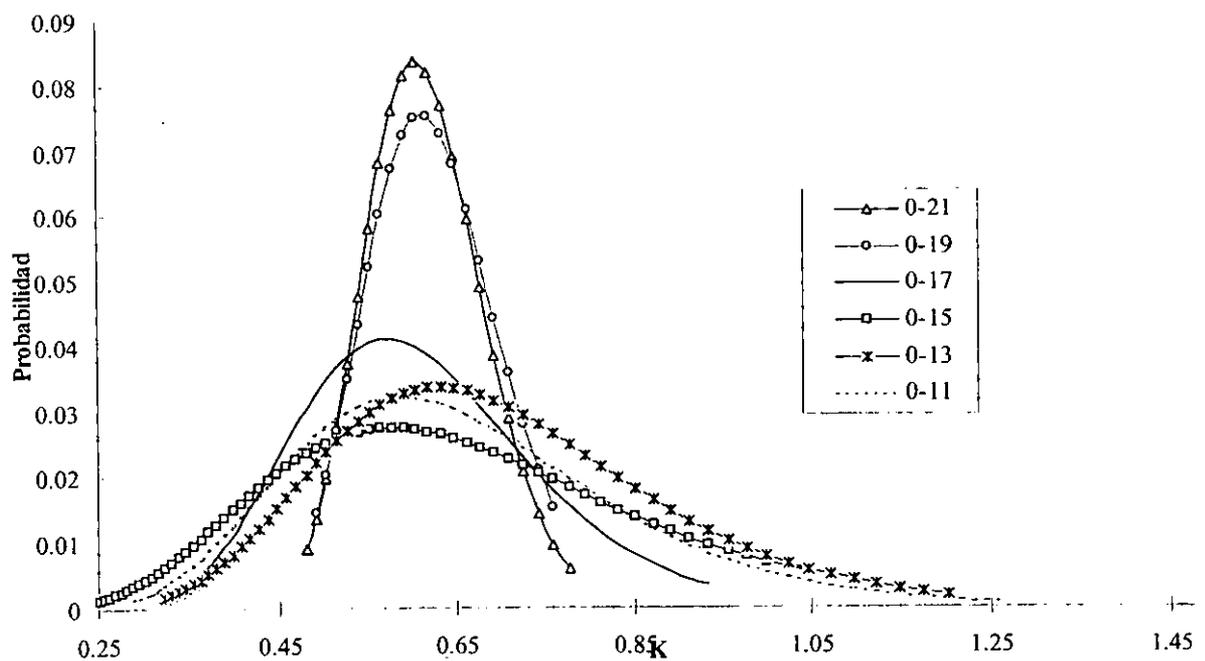
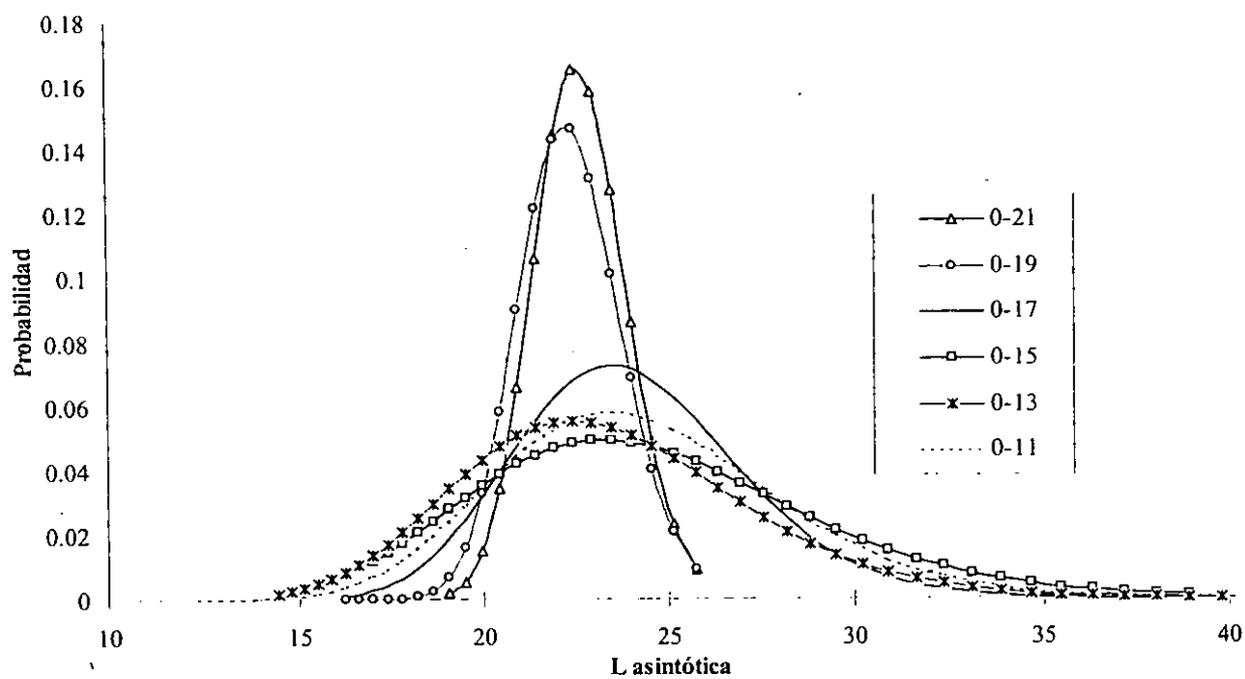


Fig. VI.5 Distribuciones marginales de probabilidad de ocurrencia de estimados de K y L_{∞} que obtienen el valor máximo de Score.

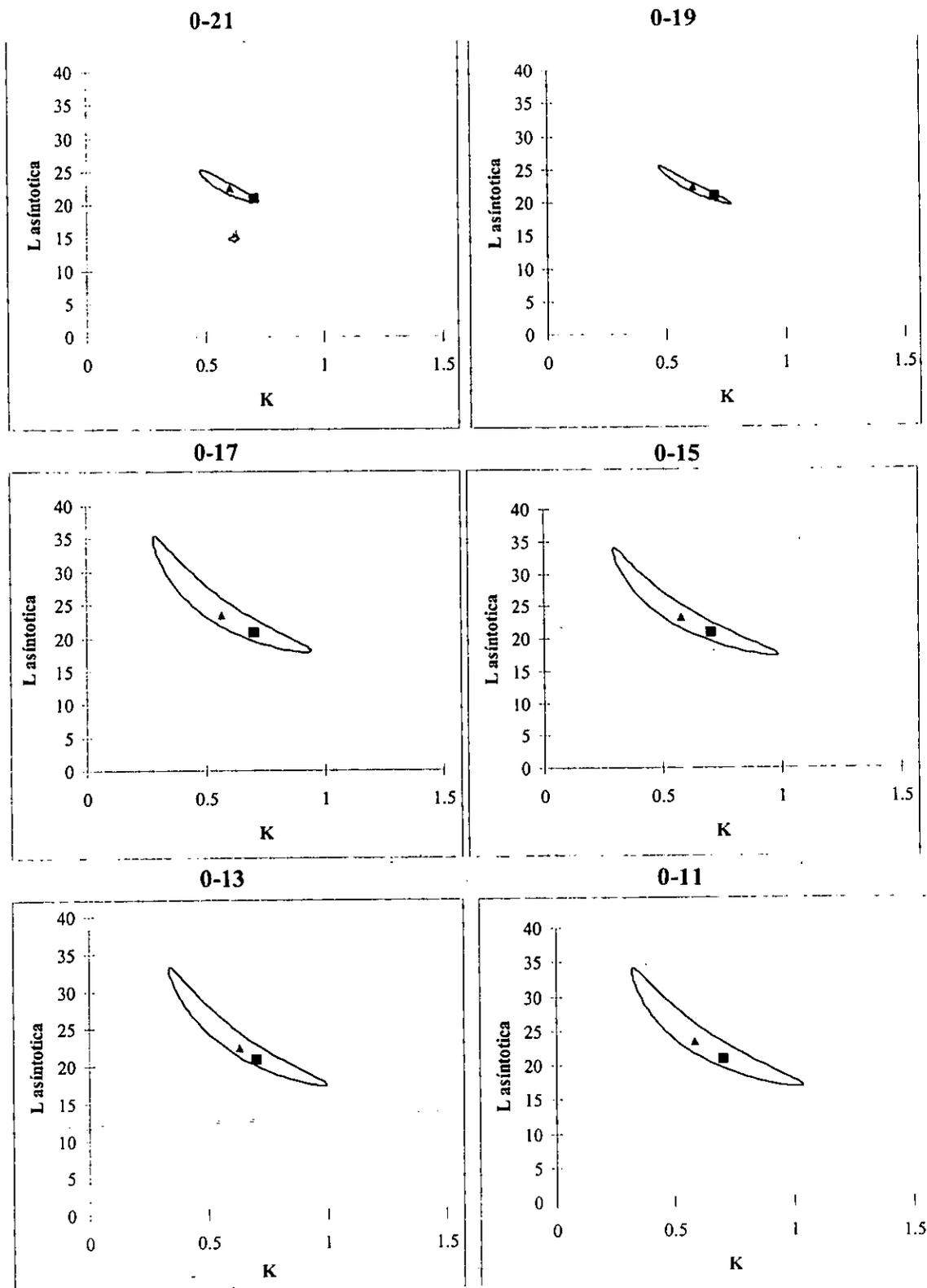


Fig.VI.6 Regiones de 95% de probabilidad conjunta de ocurrencia de pares de estimados con Score cercano al máximo. El triángulo indica la media y el cuadrado los valores reales de los parámetros.

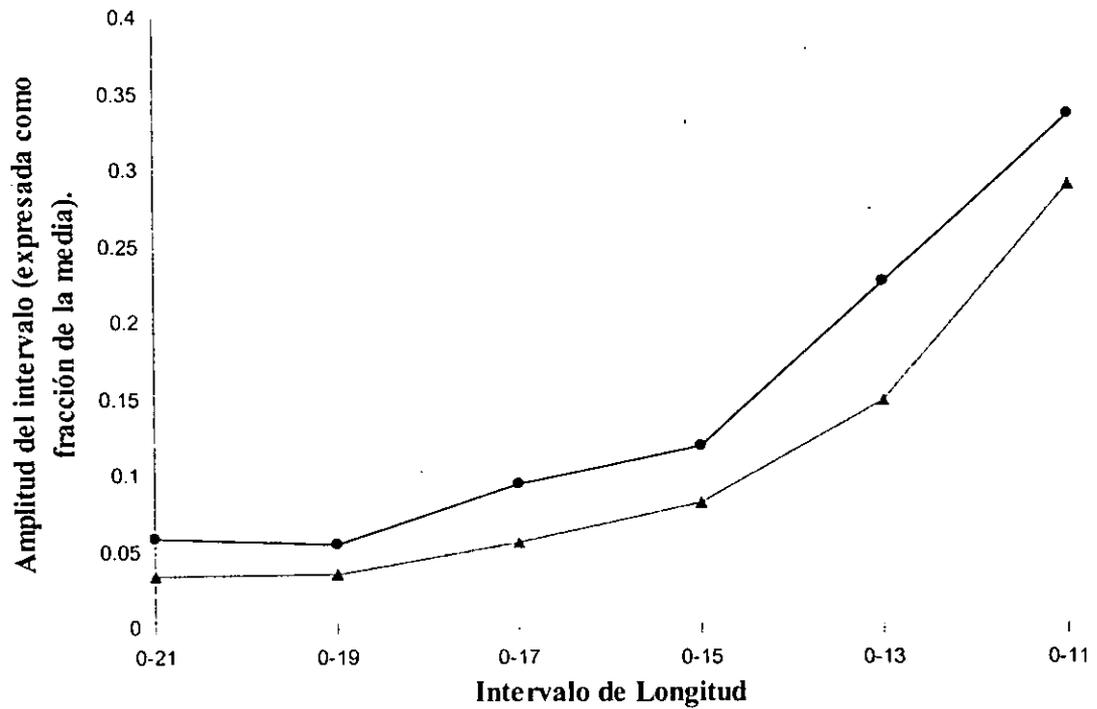


Fig. VI.7. Amplitud (expresada como fracción de la media) del intervalo de confianza de la media de los estimados de K y L_{∞} para cada intervalo de longitud.

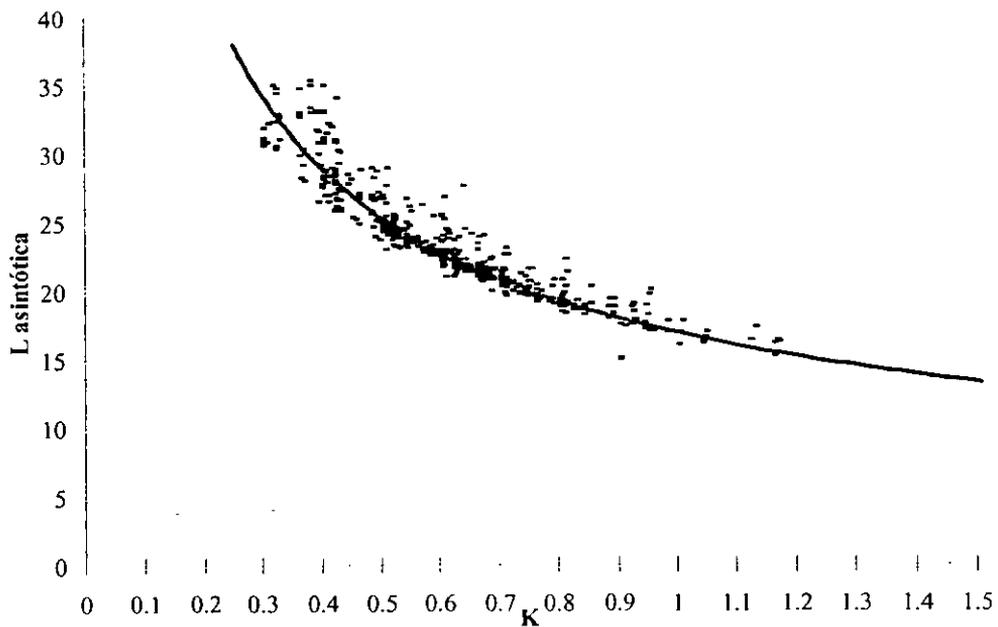


Fig. VI.8. Estimados de K y L_{∞} , para todos los intervalos de longitud, con la relación obtenida del ajuste a la ecuación II.5.

La correlación de todos los estimados en su conjunto, como puede verse en el ajuste a la ecuación II.5, así como para todos los intervalos de longitud por separado (como se puede ver en las tablas VI.6 y VI.7) es siempre alta. Estos resultados muestran que los pares de parámetros que obtienen el mayor valor de Score en todos los intervalos de longitud caen dentro de un patrón de la forma general, descrito por la ecuación II.5, similar a los hallados en la naturaleza.

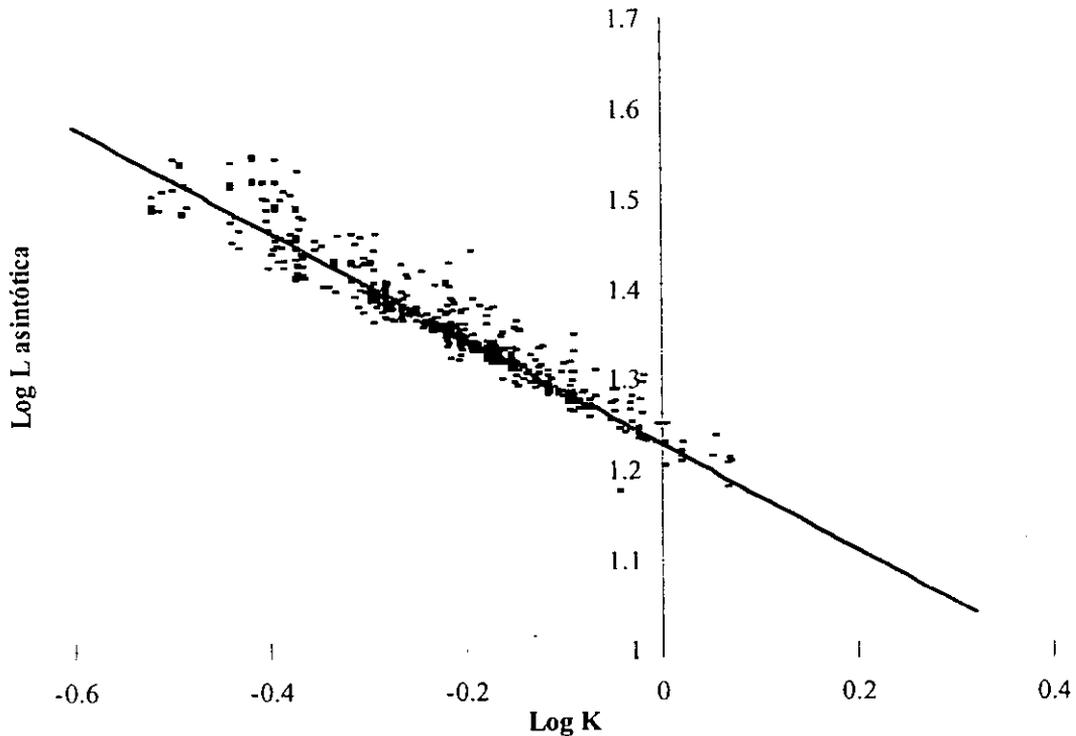


Fig. VI.9 Ajuste del logaritmo de los estimados de K y L_{∞} , para todos los intervalos de longitud, a la ecuación II.4.

En la figura VI.10 se presenta la región conjunta del 95% de L_1 y Δt de la ecuación III.8. El centro geométrico de esa región se encuentra cerca del valor 0.08 años que corresponde a un mes, esa fue la periodicidad de muestreo en las “muestras” aleatorias examinadas. El límite superior del intervalo de Δt , 0.17 años, corresponde a cerca de dos meses. En la figura VI.10 se muestran resaltadas las longitudes que corresponden a los límites del intervalo de L_1 , 5.2 y 6.3 cm. También se muestran las longitudes que corresponderían a L_2 en la ecuación III.8 con los valores señalados de L_1 y Δt . La línea horizontal marca el límite del intervalo de 0-11 cm usado en las evaluaciones, los valores posibles de L_2 se encuentran bastante cercanos a ese límite.

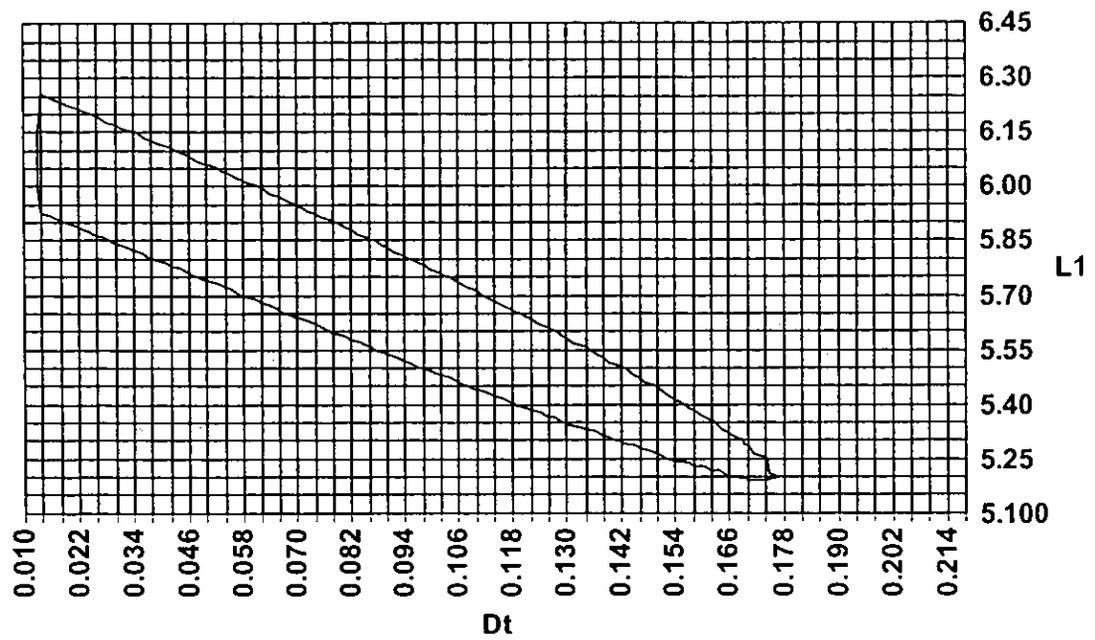


Fig. VI.10. Región conjunta del 95% de $L1$ y Δt de la ecuación III.8.

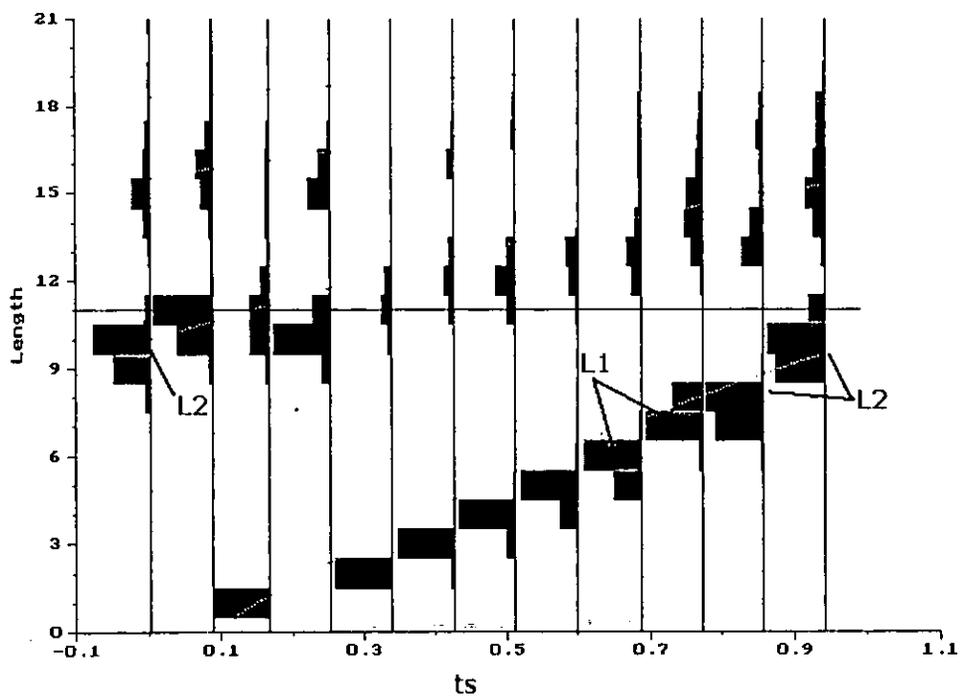


Fig. VI.11. Longitudes que corresponden a los resultados del ajuste de la ecuación III.8 en una "muestra" utilizada en las evaluaciones.

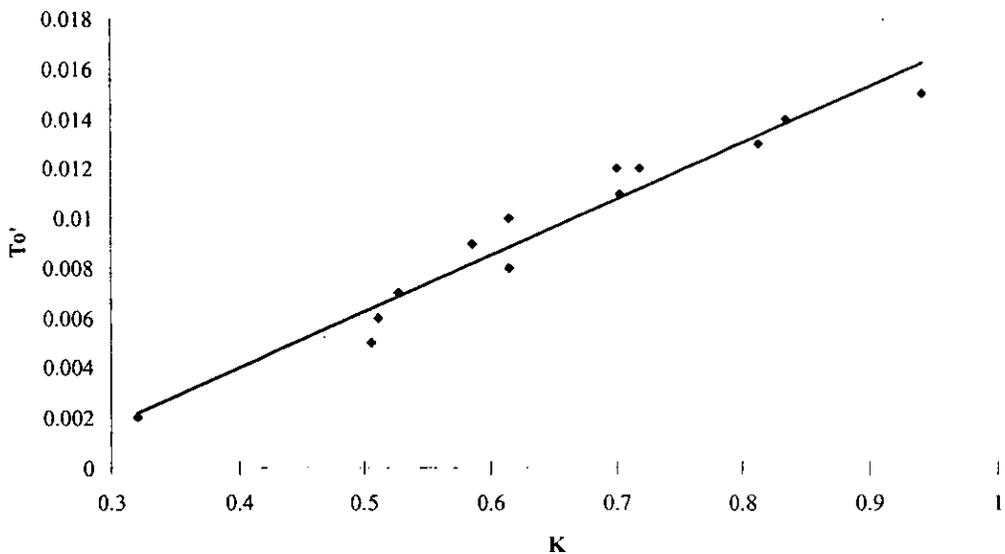


Fig. VI.12. Relación entre los valores promedio de K para cada nivel de To'

En la figura VI.12 se muestra la relación entre los valores promedio de K para cada nivel de To'. Los resultados del ajuste a una línea recta son:

Constante	-0.005058467
Error estándar de la constante	0.000887287
Coefficiente de determinación (significativo al 0.01)	0.950579133
Coefficiente de correlación (r)	0.974976478
Nº de observaciones	13
Grados de libertad	11
Pendiente	0.02263419
Error estándar de la pendiente	0.001556072

La figura VI.13 muestra las relaciones entre K - L_{∞} y K - To' obtenidas para los resultados de este trabajo. Según esa relación, el valor de To' para K = 0.7 y $L_{\infty} = 21$ es 0.015, alrededor de 5.47 días (0.015 por 365), que representa un 1.5% de diferencia respecto al valor de t_0 de 0 con el que se generaron las "muestras" examinadas.

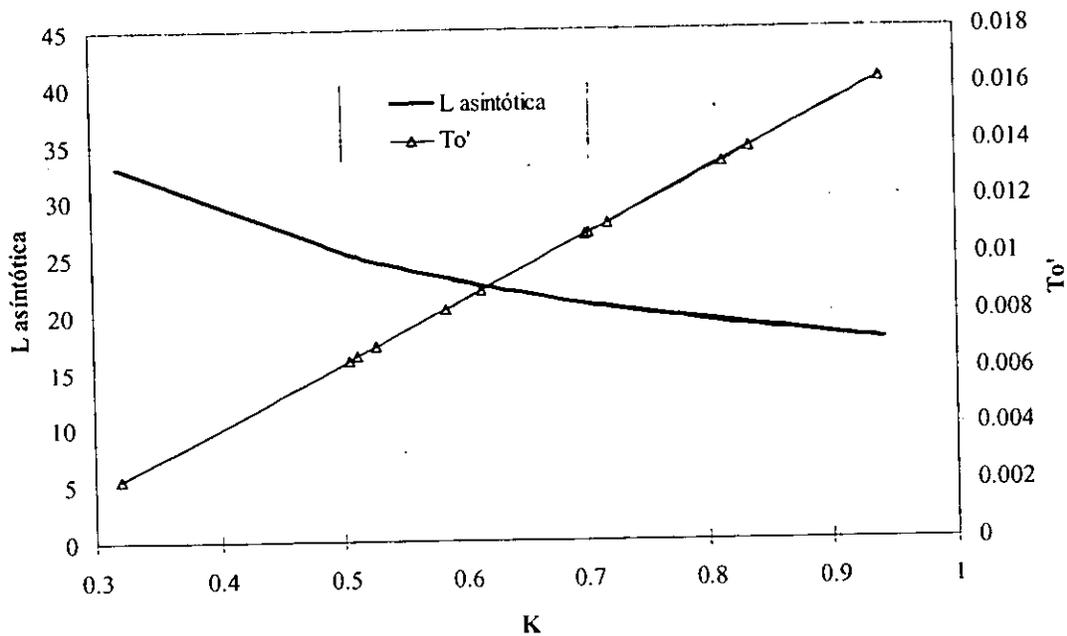


Fig.VI.13 Relación entre K y To' y K y L_{∞} para los resultados obtenidos.

VI.3.- Cálculo de ϕ' .

Como se puede ver en las tablas VI.6 y VI.7, el coeficiente de variación de los logaritmos de los estimados de K y L_{∞} es considerablemente mayor que el de ϕ' . La distribución de los valores de este índice (figura VI.14) muestra una "cola" hacia la derecha de la gráfica.

En la figura VI.15 se muestra el gráfico de probabilidad normal acumulada de ϕ' una parte importante de los valores cae por debajo de la recta que indicaría una distribución normal.

En la figura VI. 16 se presenta la curva generada por el ajuste a la ecuación II.5 junto con las regiones de 95% de probabilidad conjunta de las estimaciones de K y L_{∞} . Se incluyen dos líneas, trazadas con la ecuación II.6 con valores constantes de ϕ' de 2.4 y 2.6, que representan dos puntos que incluyen la mayor parte del área bajo la curva de la distribución de ϕ' presentada en la figura VI.11. Es notable que esas dos líneas no son paralelas a la curva generada por la ecuación II.5 ya que los valores de K y L_{∞} contenidos en ésta no tienen valores constantes de ϕ' .

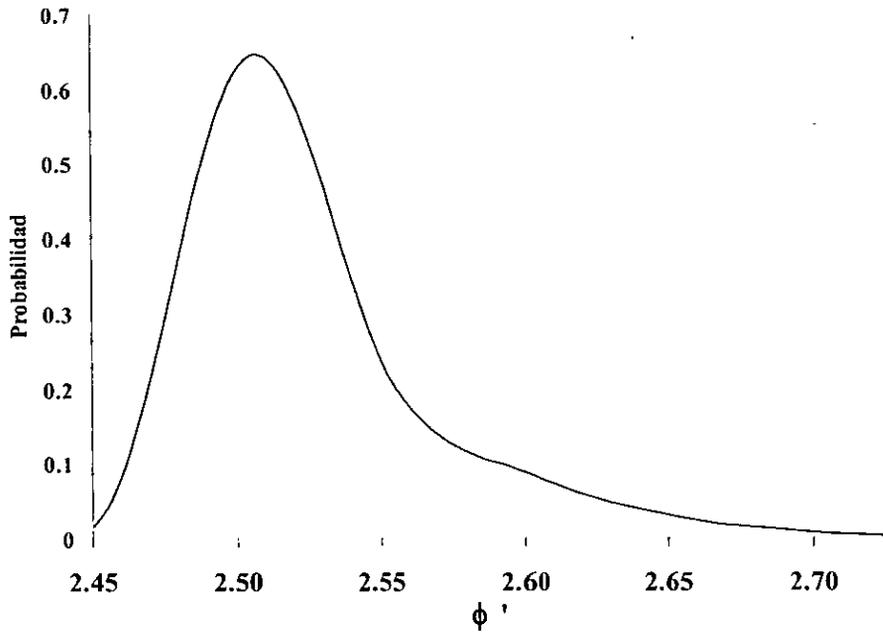


Fig. VI.14. Distribución de los valores calculados de ϕ' .

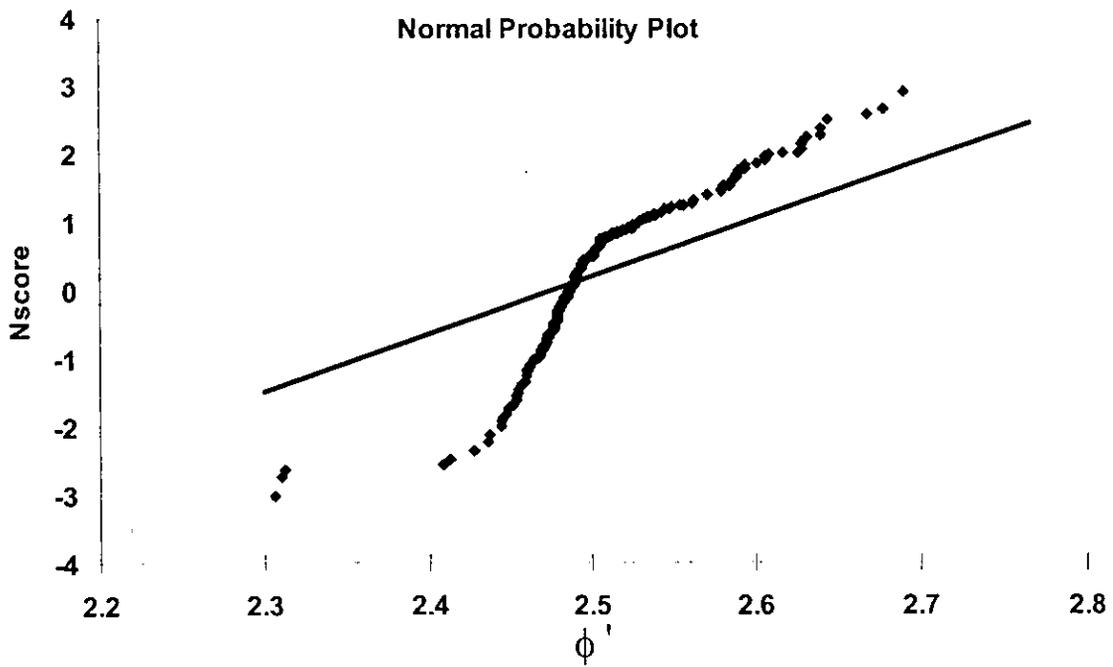
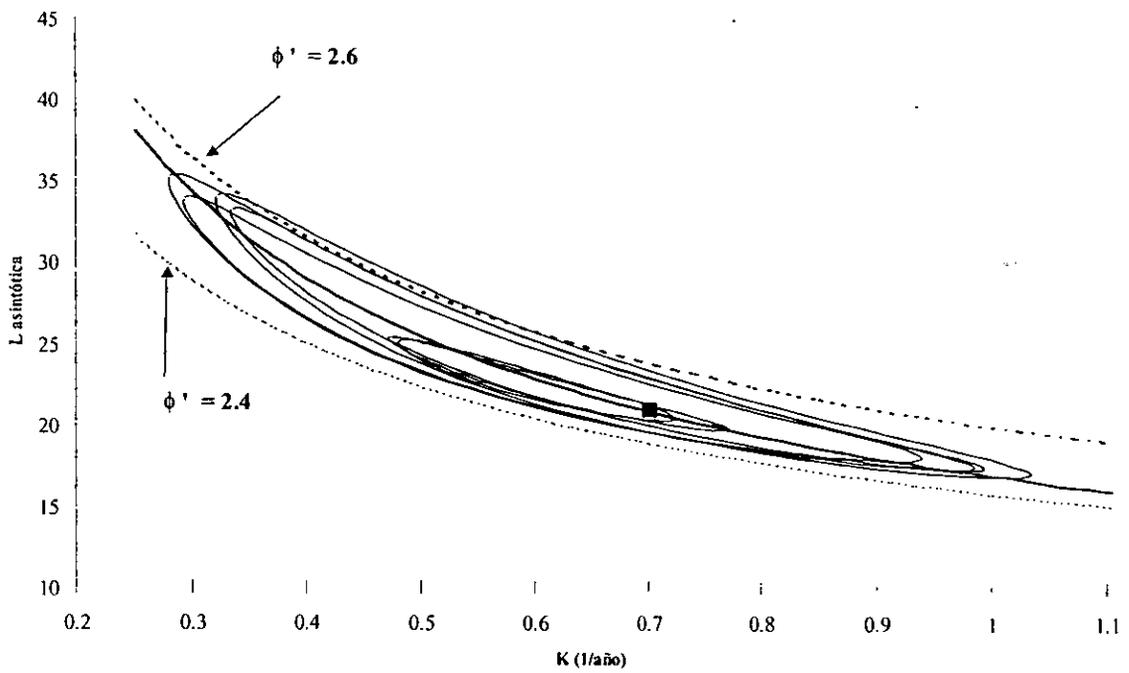


Fig. VI.15. Gráfico de probabilidad normal acumulada de ϕ' .



VI. 16 Curva generada por el ajuste a la ecuación II.5 junto con las regiones de 95% de probabilidad conjunta de K y L_{∞} y dos líneas, con valores constantes de ϕ' de 2.4 y 2.6. El cuadrado señala los valores reales de K y L_{∞} .

VII.-DISCUSIÓN

VII.1.- Fuentes posibles de error en estimaciones de parámetros de la ecuación de von Bertalanffy usando métodos basados en longitud.

Algo fundamental que hay que considerar al tratar de estimar los parámetros de crecimiento que mejor describan las distribuciones de frecuencia de longitud en una muestra dada, es que al hacerlo se está asumiendo que la presencia de organismos en un intervalo determinado de longitud a un tiempo determinado se puede explicar, al menos en su mayor parte, con base en una curva de crecimiento generada por los parámetros ajustados y que la información contenida en la muestra es suficiente para emplear un método determinado en la estimación.

En el caso particular del SLCA, un ajuste perfecto a los datos se obtendría solo si hubiera organismos en mayor número (que existieran modas en las distribuciones de frecuencia de tallas) en las longitudes donde se sitúan las crestas de la función T, y solo en estos lugares. Las estimaciones de los parámetros ajustados a esos datos serían cercanas a los valores reales si esas modas fueran resultado exclusivamente del crecimiento.

Esto evidentemente no es así. Además del crecimiento, varios factores (que siempre están presentes en mayor o menor grado) pueden obstaculizar el obtener estimaciones satisfactorias. Entre esos factores tenemos:

i. Atribuibles a características de la población (no controlables por el investigador)

- a) Mortalidad.
- b) Amplitud del periodo reproductivo.
- c) Variación de talla para una misma edad en una misma cohorte.
- d) Variación del crecimiento entre cohortes.
- e) Variación de crecimiento entre sexos.
- f) Variación estacional del crecimiento dentro de una cohorte.

ii. Atribuibles al diseño del muestreo (controlables por el investigador)

- g) Selectividad de las artes de pesca.
- h) Lugar de colecta.

i) Periodicidad de los muestreos.

j) Número de organismos en las muestras.

El intervalo de longitud de los organismos encontrados en las muestras (examinado en este trabajo) puede resultar primariamente de la mortalidad de la población (una mortalidad alta causaría una falta de individuos en tallas menores) y de la selectividad de los artes de pesca de los que se obtuvo la muestra (que causaría falta de representatividad en alguna porción del intervalo de tallas) y, en casos donde la población estudiada se segregue espacialmente por tallas, por el lugar de colecta. Éstas, junto con la periodicidad de los muestreos (que fuera o no suficiente para detectar los periodos en que ocurren los eventos de crecimiento) y el número de organismos en las muestras (que sea o no suficiente para tener representatividad a todo lo largo del intervalo posible de tallas), pueden resultar en que la de información contenida en la muestra no sea suficiente para obtener una buena estimación.

Un periodo reproductivo extendido en el tiempo (que dificultaría distinguir cohortes individuales y, por lo tanto, su crecimiento), la variación del crecimiento entre individuos, cohortes, sexos o periodos del año (que hacen que el encontrar un crecimiento "medio" que describa a todos los individuos de la población sea más difícil) pueden resultar en adicionar "ruido" (entendido como la presencia de datos no relevantes a la información que se desea captar y que dificulta su correcta obtención, como lo define Turski, 1985) a la información proporcionada por las muestras examinadas. Gulland y Rosenberg (1992) presentan una discusión extensa a este respecto.

Lo anterior implica que nunca se obtendrá una estimación perfecta, Ésta será siempre afectada en mayor o menor grado por falta de información o el "ruido" en la "señal" de las distribuciones de frecuencia. Gulland y Rosenberg (1992) advierten que, solo salvo en las situaciones más favorables, siempre habrá cierto sesgo en las estimaciones hechas con métodos basados en la longitud.

VI.2.- Resultados de las estimaciones y detección de sesgos

En general, como se puede observar en las figuras VI.3, VI.4 y VI.6, el valor correcto de K estaba siempre situado a la derecha de la media de las estimaciones, fuera de la región conjunta del 95% de confianza, o en la "cola" derecha de la región donde ocurren el 95% de los estimados con Score máximo. Así mismo, el valor real de L_{∞} quedaba siempre por debajo de la media o en la parte inferior de las regiones del 95%.

Esto implica que, en todos las evaluaciones hechas usando los diferentes intervalos de longitud, existe una alta probabilidad de subestimar K . Así también, los valores de L_{∞}

obtenidos tienen una gran probabilidad de ser sobreestimaciones del valor real. aunque, en casi todos los casos, en una proporción algo menor a las subestimaciones de K.

Como se puede observar en las tablas VI.6 y VI.7, al disminuir el intervalo de longitud la desviación estándar (y por ende, el intervalo de confianza del 95%, como se muestra en la figura VI.7) de las estimaciones se hace más grande. El coeficiente de variación de L_{∞} siempre es menor al de K en las evaluaciones con los intervalos de longitud empleados en este trabajo. Esto último es consistente con lo reportado por Toledo y Fernández (no pub.) quienes, al usar el método Jackknife para estimar el intervalo de confianza de estimaciones de K y L_{∞} , encontraron que la variación en la estimación de K era mayor a la de L_{∞} .

Al reducirse el intervalo de longitud de las "muestras", la probabilidad de que los estimados de K y L_{∞} con un valor máximo de Score sean diferentes a los reales es mayor y el intervalo de valores posibles también se incrementa. Esto significa que no solo es más probable obtener un valor erróneo, sino que la magnitud probable del error también aumenta.

La diferencia entre el valor máximo de Score y el resto de la región donde ocurren valores altos disminuye al reducirse el intervalo de longitud. En otras palabras, existe menos diferencia entre el "mejor" valor y el resto de los valores altos de Score, una "meseta" cada vez más amplia, resultando en una dificultad mayor al tratar de encontrar el par de parámetros que muestren el valor de "mejor ajuste". Esto resulta en una dificultad creciente para el método en presentar evidencia a favor de un par de parámetros en relación a otro al disminuir el intervalo de longitud.

VII.3.- Relación entre los estimados de K- L_{∞}

Algo muy importante, a pesar de lo anterior, es que los valores reales de K y L_{∞} y los estimados obtenidos por el método quedan siempre dentro de un patrón de combinación definido.

Como se mostró en el capítulo II, en la naturaleza las variaciones de los parámetros de la ecuación de von Bertalanffy ajustados a la misma especie en condiciones ambientales diferentes presentan un patrón curvilíneo, con una relación inversa entre K y L_{∞} con valores cercanos del índice ϕ' . Esto es debido a fenómenos fisiológicos que quedan fuera del objetivo de este trabajo.

Los resultados de estimaciones con valores mayores de la función S_{max} , hechas con el método SLCA tienen un patrón curvilíneo muy similar, lo que es familiar a los usuarios de este método. Como se desprende de los resultados de este trabajo, la disminución de la representatividad en las tallas mayores del intervalo de longitud en la muestra, aunque resulta en sesgos y dificulta la estimación, no rompe ese patrón. Sin embargo, la aparición

de ese patrón curvilíneo tiene una causa muy diferente a la de los patrones encontrados en la naturaleza.

Del examen del algoritmo del método SLCA realizado en este trabajo se desprende que esos patrones resultan de las características del algoritmo (como la forma de las funciones de prueba, como la función T) y las características de la muestra como las longitudes presentes en ella y la periodicidad del muestreo, ya que el resultado del ajuste de la ecuación III.8 es consistente con las características de las "muestras" utilizadas en las evaluaciones. Esto parecería obvio, ya que en última instancia, el crecimiento es un cambio de longitud en un periodo de tiempo. Sin embargo, las causas relacionadas con la estructura del algoritmo no son tan obvias como pudiera parecer.

Curvas de crecimiento diferentes pueden pasar por las mismas modas de frecuencias de longitud. En términos del SLCA, solo las combinaciones de parámetros que hacen coincidir las crestas de la función T con las modas producen valores altos de Score y esas combinaciones están restringidas por las características mencionadas de la muestra.

El par "correcto" de K y L_{∞} estará en estas circunstancias dentro de una región definida. Esto tiene implicaciones prácticas importantes. Si, por ejemplo, se obtiene (o se encuentra en la literatura) una estimación hecha con SLCA, el valor de los parámetros para una especie se puede saber que, en caso de no resultar lógico el valor de éstos, el patrón donde se encontraba el valor real del par de parámetros posiblemente se encontraría dentro de una región definida del plano $K - L_{\infty}$. Esto se discutirá en un apartado posterior.

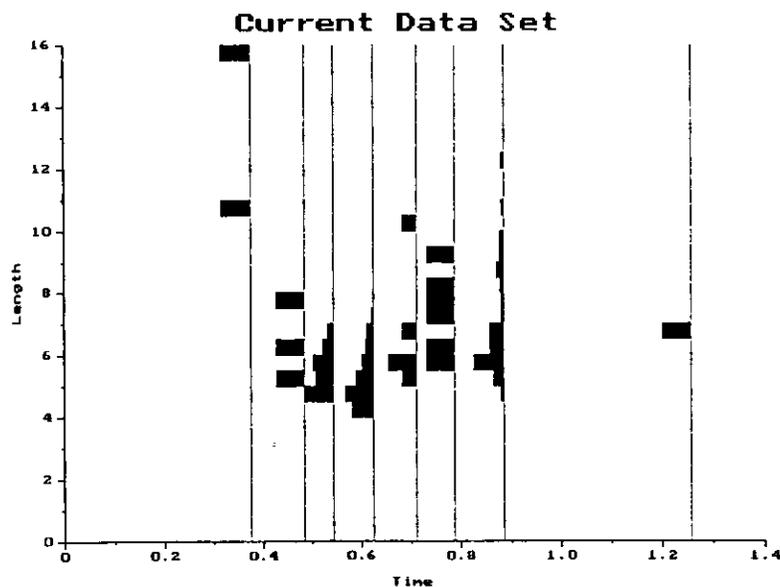


Fig. VI. 1. Ejemplo datos de cuya evaluación se obtienen diferentes patrones de las funciones de bondad de ajuste usando ELEFAN y SLCA.

En los mapas de contorno de las funciones de medición de la bondad de ajuste de los métodos ELEFAN y PMM solo en ocasiones se obtiene tal tipo de patrón, aún examinando muestras con las que con SLCA se obtiene tal resultado. Las figuras VII.1 a VI.3 muestran un ejemplo de esa situación. Esto puede deberse a diferencias en los algoritmos de los métodos. El método ELEFAN realiza una modificación de los datos con una rutina similar a un promedio móvil para resaltar las modas de las distribuciones y es con base en el resultado de esa modificación que se ajustan curvas de crecimiento. Posiblemente la modificación de los datos resulte muchas veces en la no aparición del patrón curvilíneo. Shepherd (1987) comentaba que ese tratamiento previo “no era el ideal”, sin profundizar en el porqué. Mosteller (1973) señala que el uso de promedios móviles puede resultar en

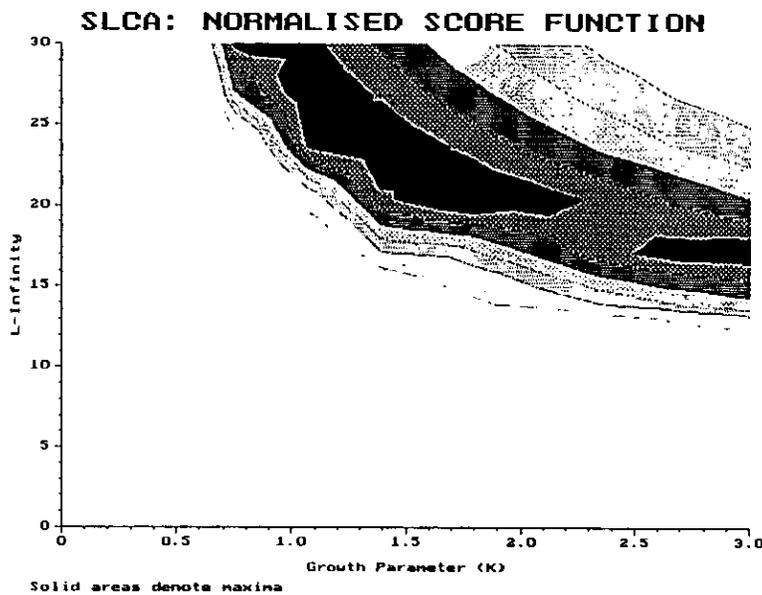


Fig. VI. 2. Patrón de la función Score obtenido al evaluar la muestra mostrada en la figura VI.1 usando SLCA.

artificios como la aparición de periodicidades espurias en el análisis de series de tiempo.

Dado que en este trabajo los logaritmos de los estimados con mayor Score se apegan a una relación rectilínea y tienen una distribución normal, el antilogaritmo de las coordenadas de las elipses de probabilidad conjunta del 95% tienen una forma muy semejante a los contornos en las gráficas de la función Score. Shepherd (1987) comenta que las propiedades estadísticas de la función de Score eran desconocidas al momento de su publicación del trabajo (situación que no ha cambiado mucho). Sugiere que, en los mapas de contorno de la función Score, un valor relativo de esa función respecto al máximo pudiera considerarse, “como una aproximación gruesa”, “asociado a algo semejante al intervalo de confianza (conjunto) del 95%” (como los obtenidos en este trabajo) y sugería tomar ese nivel relativo como la mitad del Score máximo.

En nuestro caso, un valor mayor a la mitad del Score máximo (alrededor de 152) se obtiene con las “muestras” con el intervalo de 0 a 11 cm (alrededor de 90), cuya región del 95% de confianza es considerablemente mayor a las obtenidas con un mayor intervalo de longitud. En cambio, las regiones del 95% de probabilidad conjunta de los estimados con Score máximo no son mucho mayores en los intervalos de 0 a 19 o 0 a 17 cm, respecto al intervalo completo. Las diferencias de Score máximo entre esos intervalos no es mayor al 4%. Esto sugiere, entonces que no se puede tomar el contorno de la mitad del valor máximo de Score como aproximación a la región conjunta del 95% de confianza.

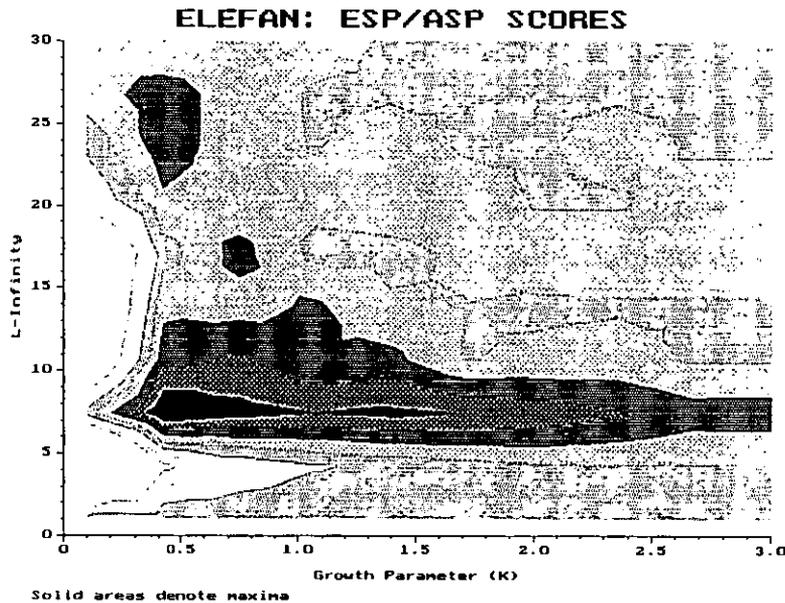


Fig. VI. 3. Patrón de la función ESP/ASP obtenido al evaluar la muestra mostrada en la figura VI.1 usando ELEFAN.

Aunque no debe entenderse que hay una correspondencia directa entre el valor del Score y el de probabilidad, los resultados de este trabajo muestran que al menos en muestras que permitan una buena definición de un par de estimados de K y L_{∞} respecto a otros, reflejada en un mapa de contorno de la función Score con un solo máximo y sin “mesetas” amplias, resultado de examinar una muestra con buena representatividad en todas las tallas, es posible considerar que exista esa correspondencia gruesa, que sugiere Shepherd, de los contornos de Score hasta 10% menor al máximo con un intervalo de confianza. Sin embargo, el asumir esa correspondencia en cualquier aplicación particular del método debe hacerse con precaución.

VII.4.- Importancia de la información contenida en diferentes segmentos del intervalo de longitud

Por los resultados de este trabajo es aparente que el valor y la función de la información contenida en diferentes sectores del intervalo de longitud son diferentes.

McDonald (1987) dice que el ajustar una distribución de frecuencias a una curva de crecimiento.. "es una idea atractiva en los casos donde los primeros tres o más grupos de edad se muestran como modas claras pero los grupos más viejos están más sobrelapados a causa de una velocidad de crecimiento más reducida, aún con la más simple curva de von Bertalanffy se tienen tres parámetros, K , L_{∞} y t_0 y no es posible estimarlos bien a menos que existan al menos tres componentes bien definidos". Y prosigue este autor : "Una región de bondad de ajuste, en forma de banana, con varias combinaciones de L_{∞} y K que den un ajuste igualmente bueno será el resultado si no hay al menos tres o más modas bien definidas", en las tallas más pequeñas.

Al menos en el caso de SLCA, las tallas más pequeñas aportan, al parecer, información base para detectar correctamente el patrón de relación entre los parámetros ajustados (el patrón en forma de "banana" en su posición correcta). Los resultados de este trabajo indican que la parte "superior" del intervalo de longitud aporta información "discriminativa", que resulta en poder distinguir entre pares de parámetros dentro de ese patrón.

Al perderse cada vez más información en la parte superior del intervalo de longitud, el método SLCA tiene mayores dificultades en distinguir un par de parámetros que se ajusten a los datos mejor que otro. Esto ocurre porque las tallas de la parte superior del intervalo aportan evidencia (en forma de valores altos de Score) en favor de un par de parámetros con una longitud asintótica cercana a las longitudes donde ocurren, respecto de otro par diferente. Al perderse éstas, el valor correcto de los parámetros queda dentro de los límites del patrón curvilíneo, solo que es difícil distinguirlo de los demás dentro del mismo.

En esta situación, las diferencias de la función Score se hacen más pequeñas entre diferentes pares de parámetros por que la función T produce crestas más o menos en la misma posición en tallas pequeñas, para un intervalo relativamente amplio de K y L_{∞} , pero no existen individuos en longitudes mayores cuyo número se multiplique por el valor de T a esas longitudes y se sume al valor "base" de la zona de igual bondad de ajuste haciéndolo sobresalir dentro de los demás dentro del patrón curvilíneo. La información crítica para la discriminación entre curvas parece provenir de la parte superior del intervalo de longitud en que puedan encontrarse organismos que den un Score diferente de cero al "exponerse" a la función T.

Aunque solo se examinó en este trabajo el efecto de la disminución del intervalo de longitud en las "muestras" en su extremo superior, es posible discutir algo respecto al efecto de la falta de organismos en las muestras en longitudes de la parte inferior del

intervalo. Como se dijo, al parecer esta porción de la muestra da información necesaria para encontrar el patrón de combinación de parámetros de las estimaciones. Al faltar esa información, el método no contará con evidencia que apoye la predicción de que haya presencia de organismos en tallas inferiores. Shepherd (1987) asegura que, para la especie con la que ejemplifica el uso del método (*Raja clavata*), la ausencia de individuos menores a 50 cm (que si estaban presentes en las muestras de cruceros de investigación que él empleó) "hacían imposible" el uso del método. Para los valores de los parámetros que este autor estimó ($K=0.2/\text{año}$ y $L_{\infty}=120$ cm) los 50 cm inferiores del intervalo contienen tres modas de la función T.

En casos menos graves, cuando hay algunos organismos en la parte inferior del intervalo pero no los suficientes para formar las tres primeras modas en la posición correcta, el resultado posible sería la producción de un patrón curvilíneo en una posición diferente del mapa de contorno a lo que resultaría de contarse con el intervalo inferior del intervalo de longitud. Toledo y Fernández (no pub.) aparentemente encontraron un caso como el referido para *Chirostoma c.a. humboldtianum* en el Lago de Pátzcuaro en estaciones de muestreo donde había presencia predominante de organismos mayores. Sin embargo, aún es necesaria más investigación respecto a este punto en particular.

VII.5.- Valores del índice ϕ' en la relación entre K y L_{∞}

Como se mencionó, la variabilidad en los valores de ϕ' calculada con los estimados de K y L_{∞} con mayor valor de Score (como se refleja en su coeficiente de variación) es mucho menor a los de éstos tomados por separado. La región del plano K- L_{∞} donde se encuentran esos estimados puede ser limitada, a grosso modo, dentro de 2 líneas con ϕ' constante de 2.4 y 2.6 pero la ecuación II.5 ajustada a los resultados de las evaluaciones no es paralela a esas líneas. Es decir, aunque cercanos, los valores de ϕ' de los valores de K y L_{∞} que obtenían el mayor valor de Score no eran constantes. Esto, y la no normalidad de la distribución de ϕ' , puede explicarse en los términos expuestos en el capítulo II, tomando una línea definida por ϕ' como un caso particular de la ecuación II.5.

Sin embargo, la cercanía de los valores de ϕ' puede ser de utilidad para un investigador al comparar los resultados de estudios realizados en la misma especie ya que puede definir una región específica del plano K- L_{∞} , como se ha mostrado en este trabajo.

VII.6.- Posibilidad de compensar los sesgos de las estimaciones cuando la fuente de error es la falta de organismos de tallas superiores.

Como se ha mostrado en este trabajo, existen circunstancias en las que se puede esperar que el estimado "correcto" de los parámetros K y L_{∞} , así como las estimaciones sesgadas, se encuentren dentro de un patrón curvilíneo, queda el problema de poder distinguirlo de

los demás. Como se ha dicho en este trabajo (ver el capítulo III y la figura VI.9), los pares de K y L_{∞} dentro de esa relación tienen un To' asociado.

Es posible aprovechar esa circunstancia usando alguna información adicional respecto al origen en el tiempo de la cohorte que aporte la mayor parte del Score. Si se conoce el tiempo aproximado de nacimiento de esa cohorte, podría ser posible restringir el intervalo dentro del cual pueda estar el par de parámetros "correcto".

Es posible aplicar el procedimiento siguiente:

1) Estimar el tiempo del nacimiento de la cohorte principal.

Esto se puede hacer:

a) Por un conocimiento de la Biología de la especie, la época del desove principal, tiempo de incubación etc..

b) Por observación de las frecuencias de longitudes de las muestras, extrapolar una línea que pase por la cohorte principal hasta su origen.

c) Usando un método similar al usado en el paquete ELEFAN para estimar el patrón de reclutamiento (Pauly, 1987)

2) Ya estimado el tiempo de nacimiento, se refiere esa fecha al t_s de la serie de muestras empleada en la evaluación (p. ej. seis meses antes de $t_s=0$, será -0.5 , seis meses después, 0.5).

3) Se toman varios pares de estimados que tengan mayor valor de Score (sacados del patrón curvilíneo) de la evaluación, se ajustan a la ecuación II.5.

4) Se calcula el t_0 de la ecuación de von Bertalanffy para cada par de parámetros dentro de esa relación. Éste se puede estimar con la ecuación (Pauly, 1984):

$$\text{Log}_{10} (-t_0) = -0.392 - 0.2752 \text{Log}_{10} L_{\infty} - 1.038 \text{Log}_{10} K \quad (\text{VII.1})$$

5) Se suma el valor del t_0 obtenido en el paso anterior al t_s de la fecha de nacimiento. El valor resultante es un estimado del To' de la cohorte principal para cada par de parámetros, es decir el origen de la curva que pasará por las modas de esa cohorte en la frecuencias de longitudes de la muestra.

4) Se toma la longitud de la moda de la cohorte principal, a un t_s determinado, y se calcula

la edad relativa t (respecto al origen, To') que tendría con la ecuación III.2, haciendo en ella $To'=0$, para cada par de parámetros seleccionado.

6) Se escoge entonces el par de K y L_{∞} dentro de la relación II.5 ajustada en el paso 3 que dé el t más cercano a la diferencia entre el t_s al que se encuentra la moda seleccionada y el To' calculado previamente en el paso 5 para la cohorte principal.

La información sobre la fecha de nacimiento se encuentra entre la que Gulland y Rosenberg (op. cit.) recomiendan incluir para examinar los resultados de estimaciones de parámetros de crecimiento hechas con métodos basados en longitud. Toledo y Fernández (op. cit.) adoptaron una estrategia similar al examinar los resultados de estimaciones de crecimiento, hechas con SLCA, de *Ch. c.a. humboldtianum*.

Adicionalmente, si la longitud asintótica del par de parámetros seleccionado no se aleja demasiado de lo encontrado en longitud máxima reportada en la especie, se puede asumir que se encuentra dentro del intervalo posible para el organismo. Esto también se encuentra entre las sugerencias de información complementaria útil hechas por Gulland y Rosenberg (op. cit.).

VII.7.- Posibles efectos de otras fuentes de sesgo.

Como se dijo, la falta de organismos en un intervalo de longitud de la muestra no es la única fuente de error de estimación. Las fuentes de sesgo, que se reflejan en alguna característica de la estructura de la muestra pueden probablemente afectar en particular distintas partes del algoritmo del SLCA.

En este trabajo solo se examinó un solo valor de K . Quedaría por ver si el variar el valor esa constante tiene algún efecto. No obstante, es posible pensar que con una K alta se tienen menos modas (y por lo tanto, menos crestas de la función T) para un intervalo dado de longitud dado por L_{∞} . En ese caso, es factible pensar que la pérdida de información causada por la reducción del intervalo de longitud sea más crítica y que el método fuera más sensible a la falta de organismos en el intervalo superior de talla a valores altos de K .

Para $K=0.7$ y $L_{\infty}= 21, 11$ cm (el intervalo mínimo en que se podía diferenciar aceptablemente un valor de S_{max} de otro) representa 1.07 años, o sea hasta dos crestas de la función T a un t_s dado. Si se hubiera empleado una K más alta en las evaluaciones hechas en este trabajo, la primera cresta de esa función hubiera quedado fuera del intervalo de longitud de 0 a 11 cm, imposibilitando (o al menos dificultando grandemente) la evaluación. Lo opuesto ocurriría en el caso de una especie con K baja, en un mismo intervalo de longitud habría más modas.

Gulland y Rosenberg (1992) y Basson et al. (1988) aseguran que una K baja, asociada con una alta variabilidad de talla a edad dificultan las estimaciones. Eso puede deberse a un

sobrelapamiento modas muy grande con esas características.

Los resultados de este trabajo parecen mostrar que el método es relativamente resistente frente al efecto de la mortalidad, esto es, reducir el número de organismos mayores en la parte superior del intervalo de longitud de la muestra. Manteniendo todas las características de las "muestras" generadas en este trabajo y aumentando la mortalidad se tendría el mismo efecto que el excluir organismos de la parte superior del intervalo. A este respecto, Basson et al. (1988) dicen que, en general, el efecto de variaciones en talla a edad o la amplitud del periodo reproductivo es "mucho más fuerte que los efectos de la mortalidad".

Aunque no se examinaron en este trabajo, es lógico pensar que la amplitud del periodo reproductivo y la variación de talla a una misma edad afecten al método de forma semejante, "colocando" organismos en longitudes adyacentes a las modas más notables de la cohorte principal. Si se examina cercanamente la descripción del algoritmo del método, en particular la interpretación geométrica de las funciones T , S_{max} y el cálculo de To' , es posible ver el porqué.

Supóngase que existe una cantidad importante de organismos no pertenecientes a la cohorte que aporta la mayor proporción de Score o que, perteneciendo a ésta tienen una longitud diferente, cuya edad relativa a esa longitud sea equivalente a 0.25 de t_s delante de los organismos de esa cohorte. Esto causará que el Score acumulado en B sea mayor que el que resultaría de una sola cohorte, uniforme, cuyas modas se encuentren en el centro de las crestas de la función T . El resultado será que la coordenada en el eje de las ordenadas A y B en la figura III.8 sea diferente, afectando el cálculo de S_{max} y To' , que derivarían en sesgos en estimaciones de K y L_{∞} .

En general, sería de esperarse que el incremento en B resultara en un valor mayor de To' que, de acuerdo con la ecuación III.2, resultaría en un t menor a una longitud dada, o sea una K mayor. Basson et al. (1988) reportan precisamente ese efecto, explicándolo como que el método "trata de interpretar" la distribución de frecuencias resultantes de varias cohortes o una variación grande de talla a edad como pertenecientes a una sola moda, resultando en sobreestimaciones de K . Estos autores también reportan el efecto de la amplitud del periodo reproductivo en el cálculo de To' , al parecer un periodo reproductivo de dos y medio meses resulta en una desviación estandar de To' de 0.05.

Se debe tener en cuenta que al generar las "muestras" aleatorias analizadas se trató de minimizar el efecto de otras posibles fuentes de error, en un caso real se debe pensar que más de una de ellas estará presente. Por lo expuesto en este trabajo, uno se puede dar cuenta que, aún en las mejores circunstancias, el ajuste de el modelo de von Bertalanffy a una serie de datos de frecuencia de longitud (con SLCA o cualquier otro método) debe hacerse con precaución, diseñando el muestreo de tal forma en que se minimicen las fuentes de error atribuibles a él y analizando las inherentes a la muestra como resultado de características de la población.

La variabilidad es una característica siempre presente en las poblaciones animales y el

investigador debe considerarla seriamente en sus evaluaciones, y es recomendable incorporar alguna forma de poder evaluar la variabilidad en las estimaciones. Una posibilidad es el empleo de métodos de "remuestreo" como el Jacknife (Pauly, 1984; Gilchrist, 1984; Gulland y Rosemberg, 1992) para obtener los intervalos de confianza de las estimaciones obtenidas con SLCA. El método tiene la ventaja adicional de poder examinar el efecto particular de la muestra en una fecha particular.

VII.8.- Posibilidades de futuras investigaciones.

Como se ha dicho, las posibles fuentes de sesgo en las estimaciones usando los métodos basados en longitud son varias y en muchas ocasiones actúan conjuntamente. En mi opinión, el explorar los efectos de las diferentes fuentes de sesgo por separado, de una manera similar a la hecha en este trabajo, pudiera ser fructífero. Ya conocidos los efectos de las diferentes fuentes de sesgo por separado se procedería a combinarlas de manera controlada.

Es digno de señalar, que el procedimiento seguido aquí probablemente hubiera requerido del examen de un mayor número de "muestras". Como se ha comentado, la variabilidad de los resultados aumentaba al disminuir el intervalo de longitud en las "muestras". Muy probablemente este factor causó que las gráficas en escala probabilística mostraran alejamientos de la linearidad cuando el intervalo se hacía más pequeño. Al parecer, el número de muestras empleado en este trabajo es adecuado para los intervalos de longitud de 0-21, 0-19 y 0-17 cm. Para tener en cuenta el efecto de la mayor variabilidad en los resultados al usar los intervalos de 0-15, 0-13 y 0-11 cm se requiere examinar un mayor número de "muestras". Esta situación fue remediada en cierta medida al incluir los estimados con valor de Score cercano al máximo, cuyo número era mayor.

Sin embargo el procedimiento seguido es laborioso y poco práctico como para que evaluaciones como las hechas aquí sean hechas de forma rápida. Si se realizaran evaluaciones como las de este trabajo, el tiempo invertido en escribir un programa *Ad Hoc* sería bien invertido. Además de la posibilidad de tener la seguridad de un procedimiento estandarizado, se podrían incorporar otros procedimientos adicionales a los del SLCA actual.

Como se dijo en el capítulo IV, la formulación original de SLCA asume que la función S_{max} tiene una periodicidad simple (el cálculo de solo dos opciones de To' o 0.25 está basado en tal supuesto), es decir una oscilación sin "irregularidades" de la forma que tendría una función con varios componentes periódicos. De acuerdo con Singh (1966), cuando existe "ruido" junto a la señal, el número de puntos en los que hay que medir aumenta en proporción a la intensidad del mismo. Es decir, es de esperarse que en la mayoría de los casos al medir la amplitud de la función S_{max} usando solo dos valores no se considere el efecto del "ruido" en las muestras.

Una opción factible para analizar este aspecto sería calcular la función Score a partir de

una muestra para varios valores de T_0' en la ecuación 11, en el intervalo que cubra el periodo completo de la oscilación (en forma continua de 0 a 1, no solo para dos valores de T_0'). El resultado sería una gráfica de la función Score sobre el intervalo de 0 a 1 que incluiría de forma visible el efecto de varias características de la muestra.

El procedimiento presentado para el uso del T_0' y la fecha de nacimiento para restringir el intervalo de parámetros a seleccionar en caso de poca definición en los resultados puede ser incorporado a un programa que incluya el método SLCA.

También pudieran incluirse modificaciones al SLCA "básico", como las sugeridas por Pauly y Arreguín (1995).

Muy probablemente, cada método basado en longitud (como el SLCA, el ELEFAN o el PMM) para estimar los parámetros de la ecuación de von Bertalanffy tendrá una sensibilidad diferente a cada factor. Los estudios comparativos de desempeño (como el realizado por Basson et al., 1988) parecen ser necesarios en vista del cada vez más frecuente uso de los métodos basados en longitud y las opiniones divergentes respecto a sus bondades relativas.

VII.9.- Conclusiones.

Con base en los resultados de este trabajo, se puede concluir que, al disminuir la representatividad de tallas de individuos mayores (cerca de L_∞) en las "muestras" :

- 1) Existe un sesgo en las estimaciones de K y L_∞ , aún en las obtenidas con el intervalo completo de longitud. El sesgo promedio es cerca de 14% en K y 10% en L_∞ .
- 2) Se obtienen subestimaciones de K y sobreestimaciones de L_∞ .
- 3) Aumenta la variación en los estimados de los parámetros K y L_∞ . Esa variación es el resultado de tener Scores cada vez más parecidos en un intervalo mayor de valores de K y L_∞ .
- 4) A pesar de lo anterior, los estimados con valores altos de Score caen en un patrón curvilíneo definido, resultado del algoritmo del método y la estructura de la muestra.
- 5) El valor real de K y L_∞ queda dentro de ese patrón de combinación.
- 6) Dentro de ese patrón, los valores de ϕ' , aunque no son constantes, son menos variables que K o L_∞ por separado. Líneas con valor constante de ϕ' delimitan la región del plano K - L_∞ donde ocurren los patrones de combinación de pares de estimados de esos parámetros con mayor valor de Score.
- 7) Los pares de estimados de los parámetros K y L_∞ tienen valores asociados de T_0' , lo que permite compensar errores de estimación, usando información auxiliar.

LITERATURA CITADA

- Andrzejewska, 1985 Przepływ energii i materii przez populację (Flujo de energía y materia en las poblaciones). En *Populacje Roslin i Zwierząt*. Państwowe Wydawnictwo Naukowe. Varsovia.
- Arreguín, F. J. Sánchez y O. Defeo 1991 Análisis del crecimiento de la almeja amarilla (*Mesodesma mactroides*) en la costa Uruguaya en base a datos de composición por longitudes. *Frente Marítimo*. (a):75-81.
- Basson M. , A.A.Rosembreg y A. J. Beddington 1988. The accuracy and reliability of two new methods for estimating growth parameters from length-frequency data. *J. Cons. int. Explor. Mer.* 44. 277-285
- Batschelet E. 1971. *Introduction to Mathematics for life scientists*. Springer-Verlag. New York.
- Beamish, R. y Mc Farlane, G. 1987. Current trends in age determination methodology. En Summerfelt and Hall (ed.) *The age and growth of fish*. Iowa State University.
- Berk, K y P. Carey 1995 *Data Analysis with Microsoft Excel*. Duxbury Press. California.
- Bittinger M., 1984. *Calculus; A modelling Approach*. Addison-Wesley. London.
- Blommfield, P. 1977. *Fourier analysis of time series an introduction*. John Wiley & sons. N.Y.
- Boyce, W. , R.C. 1986. *Introducción a las ecuaciones diferenciales*. Limusa . México.
- Brothers, E.B. 1987. Methodological approaches to the examination of otoliths in aging studies. En Summerfelt and Hall (ed.) *The age and growth of fish*. Iowa State University.
- Brown, D. y P. Rothery 1993 *Models in Biology. Mathematics, Statistics an Computing*. John Wiley and Sons. New York.
- Carlander, K 1987. A history of scale age and growth studies in North American freshwater fish. En Summerfelt and Hall (ed.) *The age and growth of fish*. Iowa State University.
- Childers, D. 1997 *Probability and random processes*. Irwin Pub. Chicago.

- Gujarati, D. 1997 *Econometría Básica*. McGraw Hill. México.
- Doucet, P. Y P.B. Sloep, 1992. *Mathematical Modelling in the Life Sciences*. Ellis Horwood. New York.
- Elizondo G. y J. I. Fernández 1995 Caracterización biológico pesquera del Lago de Chapala, Jalisco-Michoacán, México con un análisis de las capturas de charal, *Chirostoma chapalae*, (Jordan y Snyder, 1900), en redes mangueadoras y atarrayas. *Publicaciones Biológicas FCB/UANL*. México. 8 (1 y 2) 62-96.
- Ford, E. 1933. An account of the herring investigations conducted at Plymouth during the years from 1924-1933. *J.Mar. Associat*, U.K. 19:305-384.
- Getz W. 1989 *Population harvesting. Demographic models of fish, forest and animal resources*. Princeton University Press.
- Gilchrist W. 1984. *Statistical Modelling*. Jhon Wiley and Sons. New York.
- González Cano, J. Rocha (en prensa) Problems in the estimation of growth parameters for the spiny lobster *Panilurus argus* in the Caribbean and Northeastern Brazil. *Mem. 1st. World Fish. Cong. Vol. 5*.
- Grant, W. 1986. *System Analysis and Simulation in Wildlife and fisheries Science*. Wiley Interscience.
- Gulland, J.A. 1971 *Manual de métodos para la evaluación de las poblaciones de peces*. Acribia. Zaragoza.
- Gulland, J.A. y S.J. Holt. 1959 Estimation of growth parameters for data at unequal time intervals. *J. Cons. Explor. Mer.* 25 (1):47-49.
- Gulland, J y A.A. Rosenberg 1992. Examen de los métodos que se basan en la talla para evaluar las poblaciones de peces. *FAO Documento Técnico de Pesca no. 323*. Roma.
- Laurec, A., J.C. Le Guen 1981 *Dynamique des populations marines exploitées*. CNEXO. Brest, Francia

- Mac Donald , P. 1987 Analysis of length-frequency distributions. En The age and growth of fish. Summerfeldt R. y G. Hall (eds.). Iowa State University Press.
- Manly, B.F.J. , 1995 Multivariate statistical methods. Chapman & Hall. London.
- MARINE RESOURCES ASSESSMENT GROUP L.T.D. 1992. The LFDA Package. Length Frequency Distribution Analysis. Version 3.10. User's Manual.
- Mardsen, J. 1973. Basic complex analysis. W.H. Freeman. San Francisco.
- Maynard-Smith, J. 1977. Ideas matemáticas en Biología. CECSA. México.
- Mead R. , R. Curnow y A.M. Hasted. 1993 Statistical methods in agriculture and experimental biology. Chapman and Hall. Londres.
- Moreau, J. 1987. Mathematical and biological expression of growth in fishes: Recent trends and further developments. En Summerfelt and Hall (ed.) The age and growth of fish. Iowa State University.
- Mosteller, F. 1973. Periodicities and moving averages. En Mosteller, F. (editor) Statistics by example; Weighing Chances. Addison-Wesley. Reading ,Massachussets.
- Munro J.L y D. Pauly 1984 A simple method for comparing the growth of fishes and invertebrates. ICLARM Contribution No. 157.
- Opuszinski, W. 1984 Podstawy Biologii Ryb (Fundamentos de Biología de los Peces). Pantswowe Wydawnictwo Rolniczne i Leszne. Varsovia.
- Panella, G. 1971 Fish otoliths: daily growth layers and periodical patterns. Science 173:1124-1127.
- Pauly D 1979 Gillsize and temperature as governing factors in fish growth: A generalization of von Bertalanffy's growth formula. Berichte auf dem Institut für Meereskunde an der Universität Kiel. Nr 63.
- Pauly, D. 1983 Algunos métodos simples para la evaluación de recursos pesqueros tropicales. Fao Doc.-Tec. Pesca 234.
- Pauly, D. 1984. Fish population dynamics in tropical waters: a manual for use with programmable calculators. ICLARM. Contribution No. 143.
- Pauly, D. 1987 A review of of the ELEFAN System for analysis of length-frequency data in fish and aquatic invertebrates. En Pauly D. y Morgan G. R. (eds.) Length-based methods in fisheries resarch . ICLARM Conf. Proceed. 13.

- Pauly, D. y J.L. Munro 1984 Once more on the comparison of growth in fish and invertebrates. *Fishbyte* 2(1):21.
- Pauly, D. y F. Arreguín 1995 Improving Shepherd's Length Composition Analysis (SLCA) method for growth parameter estimations. *Fishbyte*, Octubre 1995.
- Pianka E. 1981 *Ekologia Ogolna (Ecología General)*. Panstwowe Wydawnictwo Naukowe. Varsovia.
- Pierce, J. 1977 *Tutto (o quasi) sulle onde*. Edizioni Scientifiche e Tecniche Mondadori, Roma
- Priede, I.G. 1985. Metabolic scope in fishes. En Tytler P. y Calow P.(eds.) *Fish Energetics. New Perspectives*. Croom Helm , Londres.
- Pratt, J.W., H. Raiffa y R. Schlaiffer. 1995 *Introduction to Statistical Decision Theory*. The MIT Press, Cambridge, Mass.
- Ratkowski, D.R. 1986. Statistical properties of alternative parametrizations of the von Bertalanffy growth equation. *Can. J. Fish Aquat. Sci*, 43: 742-747.
- Rice, J.A 1995 *Mathematical Statistics and Data Analysis*. Duxbury Press. California.
- Ricker, W.E. 1975. Computation and interpretation of biological statistics of fish populations. *Bull. Fish. Res. Board Can.* (191) 382 p.
- Remmert H. 1985. *Ekologia*. Panstwowe Wydawnictwo Rolnicze i Lesne. Varsovia.
- Shepherd J. G. 1987 A weakly parametric method for estimating growth parameters from length composition data. En Pauly D. y Morgan G. R. (eds.) *Length-based methods in fisheries resarch* . ICLARM Conf. Proceed. 13.
- Simon W 1977 *Mathematical techniques for biology and medicine* . Mit Press. Massachussets.
- Singh, J. 1966 *Great ideas in information theory, language and cybernetics*. Dover pub. Nueva York
- Smith, L. 1982 *Introduction to fish Phisiology*. TFH. Pub. Neptune N.J.
- Sparre P.; Venema , S. C. 1992 *Introduction to tropical fish stock assesment*. Part 1. Manual. Fao Fisheries Technical Paper no. 306.1 Rev.1 . Fao, Roma.
- Steel, G.D. R. y J.H. Torrie 1980. *Principles and procedures of statistics. A biometrical approach*. McGRaw-Hill International Editions. Auckland.

- Szypla, J. 1980 Okreslanie wpływu czynników środowiskowych na wzrost ryb przy pomocy współczynnika wzrostu, obliczanego na podstawie matematycznej charakterystyki wzrostu ryb przy użyciu funkcji wielomianowych. *Acta Ichthyologica et Piscatoria*. Szczecin, Polonia..
- Toledo , P. y J.I. Fernández. 1993 (no pub) Efecto de la distribución espacial y migraciones en las estimaciones de crecimiento de *Chirostoma c.a. humboldtianum* (Pisces, Atherinidae) en Pátzcuaro, Mich., usando métodos indirectos (SLCA). Instituto Nacional de la Pesca.
- Turski, W 1985. *Informatics. A propaedeutic view*. Panswowe Wydawnictwo Naukowe. Varsovia.
- von Bertalanffy L. 1938. A quantitative theory of organic growth. *Human Biology*,10. 181-213.
- von Bertalanffy L. 1981 *Teoría general de los sistemas*. Fondo de Cultura Económica. México.
- Walpole, R. 1976 *Elementary Statistical Concepts*. Collier McMillan. New York.
- Walford, L.A. 1946 A new graphic method of describing the growth of animal. *Biol. Bull.* 90:141-147.
- Warner, R. 1998. *Spectral analysis of time-series data*. The Guilford Press. New York.
- Weisberg, S., R.V, Frie. 1987. Linear models for the growth of fish.. En Summerfelt and Hall (ed.) *The age and growth of fish*. Iowa State University.
- Zeigler R. 1984 *Teoria modelowania i simulacji (Teoría de modelado y simulación)*. Panswowe Wydawnictwo Naukowe. Varsovia.