

2



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA
DE MEXICO

FACULTAD DE INGENIERIA

"SIMULACION DEL COMPORTAMIENTO MECANICO
DE UN MATERIAL COMPUESTO, OBTENIDO
MEDIANTE UN CRITERIO DE SELECCION"

298155

TESIS PROFESIONAL
QUE PARA OBTENER EL TITULO DE
INGENIERO MECANICO
P R E S E N T A :
DAVID ERNESTO ARIAS AUDIFFRED

DIR. DE TESIS: ING. MAGDALENA TRUJILLO BARRAGAN



MEXICO, D.F.

2001



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

**Dedicado a mi familia
Mi padre, mi madre y mi hermana.**

**“MODOS ET CUNTARUM RERUM MENSURAS AUDEBO”
 (“ENCONTRARE LA MEDIDA PARA TODAS LAS COSAS”)**

AGRADECIMIENTOS

Agradezco extensivamente:

A LA UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MÉXICO

Por otorgarme la oportunidad de recibir una preparación profesional dentro de sus instalaciones.

A MIS PADRES

Por todo su apoyo incondicional que me dieron durante mis estudios.

A LA ING. MAGDALENA TRUJILLO BARRAGÁN

Por compartir sus conocimientos conmigo y con los alumnos de la Facultad de Ingeniería.

AL ING. LAZARO MORALES ACOSTA

Por su ayuda en la simulación virtual asistida por computadora.

AL SR. ADOLFO ALTAMIRANO MEZA.

Por las asesorías recibidas durante la realización de este trabajo.

A LOS PROFESORES DE LA FACULTAD DE INGENIERÍA.

Por instruir y preparar a los futuros ingenieros del país.

“SIMULACIÓN DEL COMPORTAMIENTO MECÁNICO DE UN MATERIAL ESTRUCTURAL, OBTENIDO MEDIANTE UN CRITERIO DE SELECCIÓN”

INTRODUCCIÓN.....	1
1. ANTECEDENTES DEL PROBLEMA.....	3
OBJETIVOS	6
2. SELECCIÓN DE MATERIALES PARA APLICACIONES ESTRUCTURALES.....	7
2.1 Consideraciones al seleccionar materiales.....	7
2.2 Índices de funcionalidad considerando las propiedades de los materiales.....	19
2.3 Método de evaluación para considerar propiedades de los materiales.....	22
2.3.1 Método de las propiedades ponderadas.....	22
2.3.2 Método de propiedades límite.....	26
2.3.3 Evaluación global de la propiedades basada en la experiencia.....	28
2.4 Bibliografía del capítulo.....	31
3. ANÁLISIS DEL CASO DE ESTUDIO.....	32
3.1 Identificación de los requerimientos.....	32
3.2 Atributos a optimizar.....	36
3.3 Índices de funcionalidad requeridos.....	39
3.4 Bibliografía del capítulo.....	44
4. APLICACIÓN DE LOS CRITERIOS DE SELECCIÓN.....	45
4.1 Selección de materiales usando gráficas paramétricas.....	45
4.2 Evaluación por el método de propiedades ponderadas.....	54
4.3 Evaluación por el método de propiedades limite.....	57
4.4 Materiales compuestos estructurales.....	60
4.5 Bibliografía del capítulo.....	63
5. ANÁLISIS DEL CASO DE ESTUDIO DE ESTUDIO USANDO ELEMENTO FINITO.....	64
5.1 Elemento finito.....	64
5.2 Esfuerzo plano y deformación plana.....	65
5.3 Relación desplazamiento deformación.....	68
5.4 Elemento nodal.....	71
5.5 Esfuerzo desplazamiento.....	72
5.6 Elemento finito computacional.....	77
5.7 Bibliografía del capítulo.....	90
6. RESULTADOS Y CONCLUSIONES.....	91
6.1 Aportaciones a futuro.....	93

INTRODUCCIÓN

En este trabajo, se lleva a cabo la simulación de un material estructural, obtenido en base a un criterio de selección de materiales. Este tuvo sus orígenes al plantearse un problema de selección de materiales para la plataforma de carga en un vehículo eléctrico de reparto. Se busca usar otros materiales diferentes a los comúnmente empleados (como los aceros, aluminios y maderas) para disminuir el peso de la plataforma de carga.

En los últimos cien años se ha acumulado un inmenso número de soluciones analíticas para los problemas de mecánica de materiales. Aun así, en numerosas situaciones, la geometría o condiciones de frontera son tales que no se ha podido obtener una solución analítica, o si se ha desarrollado una solución, está involucra una solución en serie tan compleja que la evaluación numérica se vuelve en extremo difícil. Para tales situaciones el enfoque más fructífero es el que se basa en técnicas de *diferencias finitas*. Claro está que el rápido desarrollo de las computadoras ha permitido obtener soluciones numéricas a muchos problemas que hasta el momento se pensaban imposibles.

El elemento finito es un método numérico, que permite obtener los estados de esfuerzos de un elemento estructural en cualquier punto, el cual estará sometido a varios tipos de cargas y restricciones, con solo conocer de antemano las propiedades del material del cual está hecho este elemento. En la actualidad existen paquetes de computo que aplican el método de elemento finito para una solución rápida de análisis, tanto de los esfuerzos como de las deformaciones, así como las temperaturas en cualquier parte de un cuerpo para problemas de transferencia de calor; además de encontrar soluciones a problemas de fluidos y problemas relacionados con electromagnetismo de los materiales. Por ejemplo, para encontrar la temperatura en cualquier punto de un cuerpo en un problema de conducción de calor en estado estacionario, es necesario conocer la conductividad térmica del material, así como las condiciones de frontera que lo rodean, (Temperatura ambiental, velocidad de aire, etc).

Para la realización de esta propuesta, el presente trabajo fue dividido para su estudio en 6 capítulos, de los cuales el primero trata de los antecedentes de la selección de materiales, así como la descripción del problema que para este caso fue la simulación de un elemento estructural a usar en la plataforma de dicho vehículo y de la facilidad de que brindan los programas de computo en la solución de problemas en ingeniería.

El capítulo dos, contiene los requerimientos necesarios para la selección de materiales estructurales, así como la descripción del criterio de selección de materiales propuesto para este caso, en donde se involucran graficas paramétricas, índices de funcionalidad, y el método para evaluar las propiedades de los materiales, como el método de propiedades ponderadas, el método de propiedades limite, y la evaluación global de propiedades en base a la experiencia;

Este último método de evaluación de propiedades, no será usado en este trabajo porque se requiere mayor experiencia en el diseño, sin embargo es un método viable se desea sustituir un material que ha sido usado por mucho tiempo.

En el capítulo tres se describe nuevamente las condiciones del problema, pero esta vez de manera cuantitativa, es decir, considerando los valores de la carga a transportar, las dimensiones del chasis. De esta manera se pueden establecer los atributos a ser maximizados y minimizados, los cuales servirán de base para describir los índices de funcionalidad, indispensables al usar las gráficas paramétricas.

Para seleccionar el material a usar para la plataforma del vehículo eléctrico, en el capítulo cuatro, se describe paso por paso el uso de las gráficas paramétricas para delimitar de toda la gama de materiales, aquellos que cumplan con las especificaciones de diseño. Una vez realizado este paso se evaluarán las propiedades por los métodos descritos en el capítulo dos para llegar al material óptimo.

Para corroborar que el material elegido por el criterio de selección es óptimo, con ayuda de un programa de simulación con elemento finito, se comprueba dicho material. Todo este procedimiento será incluido en el capítulo cinco, así como las nociones del elemento finito como solución numérica a problemas complejos de mecánica de sólidos en dos dimensiones.

Posteriormente en el capítulo seis se analizan los resultados, se dan a conocer las condiciones y las aportaciones a futuro que pueden ser explotados de esta propuesta.

CAPÍTULO 1

ANTECEDENTES DEL PROBLEMA

El uso indiscriminado de combustibles fósiles como energético principal, ciertamente ha colaborado al auge económico de países altamente industrializados y al desarrollo de nuevas tecnologías, aunque esta situación ha sido a expensas del medio ambiente, lo cual nos hace buscar nuevas fuentes energéticas y el desarrollo de nuevas tecnologías en las industrias de todo el mundo.

En México, la contaminación atmosférica se ha acentuado en sus principales ciudades, como la ciudad de México y la zona metropolitana, esto debido a la gran concentración de habitantes, empresas y automóviles. Aunque México es un país petrolero, las investigaciones de nuevos energéticos y el desarrollo de nuevos vehículos que con distintas fuentes energéticas se han concebido para que disminuya su nivel de emisiones atmosféricas y así cobra mayor importancia a los daños del medio ambiente y la disminución en la explotación de nuevos yacimientos petroleros.

El vehículo eléctrico de reparto (VER), fue concebido como una solución al problema de contaminación atmosférica en la ciudad de México por el Centro de Diseño y Manufactura de la Facultad de Ingeniería de la UNAM. El prototipo VER, busca dar una alternativa al uso de combustibles fósiles, es decir, el empleo de baterías eléctricas como fuente de energía. Si bien, con ello se combate el problema de contaminación, el desarrollo de vehículos eléctricos es relativamente reciente, por lo que sus características funcionales no están tan desarrolladas como en los vehículos con combustibles fósiles; uno de los problemas al que se enfrentan los diseñadores de vehículos eléctricos son los pesos muertos, los cuales, en investigaciones recientes se busca disminuirlo a través de cada uno de sus componentes; que para el prototipo concebido por el Centro de Diseño no es la excepción.

De acuerdo a los diseñadores, éste vehículo contará con 18 baterías de plomo ácido de 30 kg cada una, esto nos arroja un resultado de 540 kg en peso imposible de eliminar por lo que la disminución en peso del resto de los componentes es una meta primordial. Considerando que el vehículo tendrá una autonomía de 60 km.

Al recibir los datos del vehículo, se tomo nota de que el peso de la plataforma de carga no debe de exceder los 20 kg. Por lo que fue necesario utilizar un criterio de selección de materiales para determinar el intervalo de posibles materiales a usar.

Aunque, aproximadamente existen 400,000 materiales de ingeniería y de uso común descubiertos por la humanidad a lo largo de toda su historia, no todos los materiales tienen las cualidades de ser en el "VER", pero si una amplia gama de ellos. Además un diseñador con experiencia, puede seleccionar al material que más se adecue a sus necesidades, ya sea como elemento mecánico, elemento térmico, electromagnético, óptico o radiactivo. No obstante, el constante hábito de elegir un mismo material al cual se esta acostumbrado para cierta función, se debe principalmente a cuestiones económicas o de accesibilidad, lo cual puede hacernos caer en el error de no innovar o buscar nuevos materiales que a la larga abaraten un producto y mejoren la eficiencia de un componente.

Muchos estudios de materiales, se enfocan prácticamente a las propiedades de estos, pero la manera en que las propiedades de un material se optimizan, dependen de su diseño. Desde hace varios años existe en la enseñanza de la ingeniería la tendencia a destacar los factores que intervienen en el diseño. Para un científico o ingeniero de materiales, el diseño puede ser considerado en distintos contextos. En primer lugar, puede significar diseñar nuevos materiales con combinaciones únicas de propiedades. Alternativamente, el diseño puede involucrar la selección un nuevo material que tiene mejores propiedades.

Una técnica particularmente efectiva para presentar los principios de diseño es el método basado en el estudio de casos particulares. Con esta técnica, las soluciones a los problemas de ingeniería de la vida real son cuidadosamente analizados, de manera que pueden ser observados los procedimientos y los razonamientos involucrados en el procesos de toma de decisiones.

A menudo un ingeniero es consultado sobre la selección de un material apropiado para una aplicación particular en la cual el modulo de elasticidad y la resistencia mecánica tienen una consideración importante. También el problema puede estar en encontrar el material para el cual se minimice el peso o para el cual el costo de la pieza como producto terminado sea el menor dentro de las posibilidades.

Es por ello que existen innumerables estudios sobre materiales compuestos entendiéndose por material compuesto aquel que se produce cuando dos o más

tipos de materiales se unen con el propósito de asegurar la combinación óptima de las propiedades de los constituyentes, entre las que se consideran las de buena resistencia y bajo peso.

OBJETIVOS:

- ◆ Seleccionar el material a utilizar para las caras de un material compuesto del tipo laminar a través de un criterio de selección.
- ◆ Comprobar mediante un programa de simulación de elemento finito, el comportamiento mecánico del material compuesto sometido a cargas estáticas.

CAPÍTULO 2

SELECCIÓN DE MATERIALES PARA APLICACIONES ESTRUCTURALES

2.1 CONSIDERACIONES AL SELECCIONAR MATERIALES

La selección de materiales, como cualquier otro aspecto del diseño, es un proceso para la solución de un problema, que basados en la experiencia, algunos pasos a seguir recaen en los siguientes puntos:

1. Análisis de los requisitos de los materiales. Determinan las condiciones de servicio y el ambiente en el que el producto trabajará. Esto se traduce a las propiedades de los materiales.
2. Búsqueda de los materiales candidatos. Compara las respuestas de las propiedades requeridas con una lista (que puede ser una base de datos) de las propiedades de los materiales, para escoger unos cuantos materiales que sean prometedores para la aplicación.
3. Selección del material candidato. Se determina los materiales candidatos en términos del desempeño del producto, costo, manufacturabilidad, disponibilidad para la aplicación.
4. Desarrollo de los datos de diseño. Se determina experimentalmente las propiedades más importantes del material seleccionado, para obtener estadísticamente las medidas realizables del desempeño del material bajo las condiciones específicas esperadas durante su servicio.

El valor promedio de las propiedades del material seleccionado, deberá tenerse disponible como para permitir que tanto el diseño como la fabricación del componente sean factibles. Además los diseñadores generalmente cuentan con un archivo de catálogos comerciales, artículos técnicos y reportes de empresas con los datos de las propiedades de los materiales. De no ser así, existen grandes corporaciones y agencias gubernamentales que desarrollan sus propios compendios de datos sobre propiedades mecánicas, así como también lo hacen las asociaciones civiles. De esta manera, se forma una guía de propiedades de los materiales que se encuentran disponibles.

Por ello, podemos asegurar que durante el proceso de diseño, todo diseñador piensa en los posibles materiales a escoger; los cuales deben ser funcionales para la aplicación propuesta. Con esto, podemos empezar a considerar que el desempeño o los requisitos de funcionalidad de los materiales en un producto, se expresan en términos de sus propiedades físicas, químicas, mecánicas, térmicas o eléctricas; las cuales, a su vez dependen del enlace entre su estructura básica, la composición del material y el propio desempeño en servicio de la parte o componente, como se esquematiza en la figura 2.1.

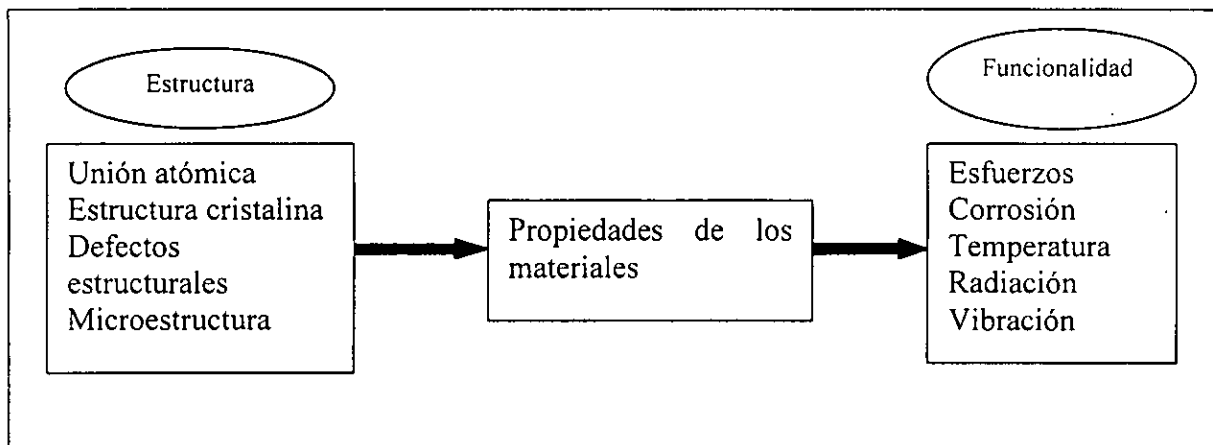


Fig. 2.1 Propiedades de los materiales y su enlace entre la estructura y su funcionalidad. Tomado y traducido de ref. (2.1), Pág. 163.

También, las propiedades se pueden formalizar a través de especificaciones, de las que hay dos tipos: a) especificaciones de desempeño o funcionalidad, y b) especificaciones del producto. Las primeras delinean los requisitos funcionales básicos del producto obteniéndose los parámetros para los cuales el diseño pueda ser desarrollado; basados en la propuesta del producto que se requiere para satisfacer la necesidad, para con ello evaluar el riesgo y consecuencia de una posible falla. En cambio, las especificaciones del producto definen las condiciones bajo las cuales los componentes de los diseños se compran o se fabrican, y esto se lleva a cabo con una lista de las propiedades conocidas para que sean revisadas al momento de seleccionar un material y con esto se asegure la discriminación de las propiedades no deseadas.

En la tabla 2.1 se agrupan las propiedades que con mayor frecuencia se consultan, aunque esta tabla puede ser mayor si se incluyen pruebas ambientales, estado de esfuerzos, o cualquier configuración del diseño.

Partiendo del conocimiento de las propiedades dadas en la tabla, es posible conocer los valores alcanzados de cada propiedad en términos de sus intervalos; donde se incluya cualquier tipo de material; por ejemplo, se pueden conocer intervalos de niveles de resistencia, de coeficientes de expansión térmica e incluso desgaste. Para nuestro estudio, consideramos que una de las propiedades que más se utiliza por el diseñador es la resistencia mecánica, para la cual ahondaremos más al respecto, sin dejar a un lado las propiedades que se tornan alrededor de cualquier problema industrial.

Propiedad física	Propiedad mecánica	Propiedad térmica
Estructura cristalina Densidad Punto de fusión Presión de vapor Viscosidad Porosidad Permeabilidad Reflectividad Transparencia Propiedades ópticas	Dureza Módulo de elasticidad ♦ Tracción ♦ Compresión Relación de Poisson Curva esfuerzo - deformación Resistencia a la fluencia ♦ Tracción ♦ Compresión ♦ Cortante	Conductividad Calor específico Coeficiente de expansión Emisividad Absorbancia Velocidad de ablandamiento Resistencia al fuego
Estabilidad dimensional	Resistencia última de tensión ♦ Tracción ♦ Cortante ♦ Soporte	Propiedades químicas
Propiedades eléctricas	Propiedades de fatiga ♦ En superficies lisas ♦ En superficies con muesca ♦ Por corrosión ♦ Por fricción ♦ Por contacto	Posición en la serie electro motiva Corrosión y degradación ♦ Atmosférica ♦ Agua salada ♦ Ácidos ♦ Gases calientes ♦ Ultravioleta Oxidación Estabilidad térmica Estabilidad biológica Corrosión bajo tensión Fragilidad por hidrógeno Permeabilidad hidráulica
Conductividad Constante dieléctrica Fuerza cohesiva Histéresis	Temperatura de transición Tenacidad de fractura Altas temperaturas ♦ Termofluencia ♦ Ruptura al esfuerzo	Prop. de fabricación
Propiedades nucleares	Propiedades de humedad Propiedades de desgaste ♦ Abrasión ♦ Erosión ♦ Cavitación Impacto balístico	Colabilidad Tratabilidad térmica Templabilidad Formabilidad Maquinabilidad Soldabilidad
Vida media. Sección transversal Estabilidad		

Tabla 2.1. Características de desempeño de los materiales. Ref. 1, Pág. 166.

Una vez que se especifican y clasifican los factores a considerar para la posible solución de un problema, el primer paso durante el proceso de selección, es buscar los materiales que cumplan con los requerimientos del producto, partiendo de considerar todo el intervalo de materiales posible, en la que la creatividad del diseñador es de suma importancia para abrir canales que permitan realizar una selección en diversas direcciones, y que la mentalidad tradicional no interfiera con la exploración de ideas. Después de ello, desde luego, se continua

con la eliminación de los materiales que no sean necesarios y el estudio de posibles candidatos a emplear.

Actualmente, se cuenta con sistemas de información relacionados con datos sobre características y propiedades de los materiales, a través de sistemas de cómputo, o a través de gráficas paramétricas donde estas últimas tienen estrecha relación entre el comportamiento atómico del material y los valores de las propiedades establecidas.

Las gráficas paramétricas mencionadas fueron expuestas por el inglés M.F.Ashby (ref.2.3), quien encontró la manera de relacionar las propiedades entre sí, considerando los intervalos de las propiedades y delimitándolas a través de su funcionalidad o desempeño sobre el diseño considerado. Las propiedades se relacionan por pares cuyo principio, se apoya en que cada propiedad de un material, tiene un intervalo característico de valores que se pueden graficar en escalas logarítmicas para poder incluir a toda la existencia de materiales, cuyos valores, están sujetos a las consideraciones expuestas en el párrafo anterior. Un ejemplo de ello, es la relación existente entre el módulo de elasticidad y la densidad, propiedades intrínsecas de los materiales, cuya relación se plasma en una gráfica paramétrica, donde se identifican los materiales más ligeros y flexibles como las espumas, así como los más rígidos y pesados como los metales.

El autor encuentra que los datos para cada familia de materiales se pueden agrupar, formar en subconjuntos y obtener un intervalo de propiedades relacionado con cada familia de manera reducida. Para poder establecer las bases logarítmicas de las gráficas, el autor propone una relación entre la velocidad del sonido en un sólido con el módulo de elasticidad y la densidad como:

$$v = \left(\frac{E}{\rho} \right)^{1/2} \quad (2.1)$$

que de forma logarítmica se tiene:

$$\log E = \log \rho + 2 \log v \quad (2.2)$$

donde observamos una pendiente unitaria y una ordenada al origen representada por la velocidad del sonido, la cual, relaciona a los materiales que dejan pasar longitudes de onda con la misma velocidad; de la misma manera, se relacionan las demás propiedades. Ashby en su tratado, considera que por su importancia de utilización durante el proceso de diseño, existen 18 características o propiedades primarias mostradas en la tabla 2.2

Clase	Propiedades	Símbolo	Unidades
General	Costo relativo	C_R	(--)
	Densidad	ρ	(Mg/m ³)
Mecánicas	Rigidez	E, G, K	(GPa)
	Esfuerzo (fluencia, fractura, último)	σ_f	(MPa)
	Tenacidad	G_C	(kJ/m ²)
	Tenacidad de Fractura	K_{IC}	(MPa m ^{1/2})
	Relación de Fatiga	f	(--)
Térmicas	Conductividad térmica	λ	(W/m K)
	Difusividad Térmica	a	(m ² /s)
	Calor específico.	C_p	(J/kg K)
	Temperatura de fusión	T_m	(K)
	Temperatura vítrea	T_g	(K)
	Coefficiente de expansión térmica	α	(°K ⁻¹)
	Resistencia al choque térmico.	ΔT	(°K)
	Resistencia al Creep	--	(--)
Desgaste	Constante de desgaste.	K_A	(MPa)
Corrosión y oxidación	Rapidez de Corrosión	--	(--)
	Velocidad de Corrosión	K_p	(m ² /s)

Tabla 2.2 Resumen y nomenclatura de las propiedades de los materiales con mayor utilización durante un proceso de diseño.

También cabe señalar, que las gráficas presentadas por Ashby, encierran a 9 familias o clases de materiales, reconocidos como materiales de Ingeniería (Tabla 2.3), desde luego, es necesario considerar que algunos de los materiales presentados no son de uso común en nuestro país, ni tampoco son todos los materiales existentes, sino que encontramos miembros representativos de cada clase.

CLASE	MIEMBRO	NOMBRE ABREVIADO
Metales y aleaciones de ingeniería	Aleaciones de aluminio Aleaciones de cobre Aleaciones de plomo Aleaciones de magnesio Aleaciones de molibdeno Aleaciones de Níquel Aceros Aleaciones de Estaño Aleaciones de titanio Aleaciones de Tungsteno Aleaciones de Cinc	Aleaciones Al Aleaciones Cu Aleaciones Pb. Aleaciones Mg. Aleaciones Mo. Aleaciones Ni. Aceros Aleaciones Sn. Aleaciones Ti. Aleaciones W. Aleaciones Zn.
Polímeros de Ingeniería	Epóxicos. Melaminas Policarbonatos Poliésteres Poliétilenos de alta densidad Poliétilenos de baja densidad Poliformaldehídos Polimetilmetacrilato Polipropileno Politetrafluoretilenio Polivinilclorados	EP MEL PC PEST HDPE LDPE PF PMMA PP PTFE PVC
Cerámicos de Ingeniería	Alúmina Diamante Sialón Carburo de silicio. Nitruro de silicio. Zirconia.	Al ₂ O ₃ C Sialon SiC Si ₃ N ₄ ZrO ₂
Compuestos de Ingeniería.	Fibras de Carbono reforzado con polímero. Fibras de Vidrio reforzado con polímero Fibras de Kevlar reforzados con polímero	CFRP GFRP KFRP
Cerámicos porosos	Ladrillo Cemento Rocas comunes Concreto Porcelana Alfarería	Ladrillo Cemento Rocas Concreto Pcln Pot.

Tabla 2.3 Familia de materiales más comunes relacionados a su clase.

Vidrios	Vidrio de borosilicato Vidrio de sodio Sílice	B-glass.* Na-glass** SiO ₂
Maderas	Fresno Balsa Abeto Roble Pino Triplay	Fresno Balsa Abeto Roble Pino Triplay
Elastómeros	hule Hule duro de butilo Poliuretanos Goma de silicón Hule duro	hule hule PU Silicón Hule duro
Espumas Poliméricas	Corcho Poliésteres Poliestirenos Poliuretanos	Corcho PEST PS PU

Tabla 2.3 Familia de materiales más comunes relacionados a su clase (continuación).ref 2.3

En las gráficas de Ashby, las propiedades se agrupan por curvas oscuras que representan una clase de materiales, mientras que con curvas de líneas más delgadas, se encuentra un intervalo típico de valores para una propiedad de algún material simple (entiéndase por material simple, aquel que se encuentra en su estado de mínima energía; es decir, sin efectos externos, tales como endurecimiento por deformación, tratamiento térmico, etc.) ver figura 2.2.

Módulo de elasticidad vs. densidad: Para la construcción de esta gráfica, se considera que tanto el módulo de elasticidad como la densidad, son propiedades relacionadas entre si, ya que, los términos de rigidez y flexibilidad, están afectados por el módulo de elasticidad, mientras que los términos ligeros y pesado, son efectos de la densidad. En términos estructurales, se puede decir que la densidad de un sólido depende de factores como el peso atómico de sus iones y átomos, su tamaño y la manera en como son empaquetados. El tamaño de los átomos no varía mucho, pues la mayoría tiene un volumen con un factor de $2 \times 10^{-29} \text{ m}^3$, tampoco las fracciones de empaquetamiento varían mucho, pues el factor de empaquetamiento para estructuras cerradas a lo mucho es de 0.74 y para las redes abiertas, como la estructura de diamante cúbico es de 0.34. Esto nos indica que el valor de las densidades proviene principalmente del peso atómico; ya que

* * Se usa el termino en Ingles de "glass" en vez de vidrio, debido a que en varios textos y métodos de selección de materiales han adoptado esta terminología .

de acuerdo a los datos obtenidos de la tabla periódica, vemos que estos peso varían desde 1 g/mol para el hidrógeno hasta 238 g/mol para el uranio.

Pensado en los materiales para ingeniería, podemos explicarnos que los metales son densos, porque están hechos de elementos pesados y además altamente empaquetados, mientras que los polímeros, son ligeros por que los elementos principales que lo constituyen son el carbono y el hidrógeno, además de ser materiales amorfos y semicristalinos. En este mismo sentido podemos ver que las densidades más bajas a un gramo por centímetro cúbico son las espumas, donde mucho de su volumen esta constituido por aire.

En cuanto al módulo de elasticidad, éste depende de dos factores: de la fuerza de unión entre átomos que constituyen al material y de la densidad por unidad de área del componente. De acuerdo al análisis de Ashby, se puede considerar la unión entre átomos como un resorte, el módulo E, estaría en función de la constante del resorte e inversamente proporcional al tamaño del átomo es decir:

$$E = \frac{s}{r_0} \quad (2.3)$$

donde "s" es la constante del resorte (N/m) y r_0 el tamaño del átomo. La fuerza de unión en los sólidos, también tiene un intervalo conocido por su composición química, dependiendo del tipo de enlace del que se trate, por ejemplo un enlace covalente es fuerte con valores de 20 a 200 N/m, los enlaces iónicos y metálicos tienen enlaces de 15 a 100 N/m, mientras que los covalentes y de Vander- Waals de 0.5 a 2 N/m; ejemplos de ellos los encontramos en el diamante, metales y polímeros respectivamente.

De los intervalos descritos podemos encontrar que el átomo más grande de los elementos, se aproximan de 3×10^{-10} m, que si los uniéramos con el enlace más débil de aproximadamente 0.5 N/m, podríamos tener la siguiente aproximación:

$$E = 0.5 / 3 \times 10^{-10} \cong 1 \text{ GPa} \quad (2.4)$$

El valor resultante entonces corresponde al limite más bajo para los sólidos verdaderos. Ashby asegura, que las consideraciones hechas son herramientas suficientes para encontrar una explicación del agrupamiento de los materiales en los grupos establecidos, es así, como la figura 2.2 se construye, cuya utilización se detallará en párrafos posteriores.

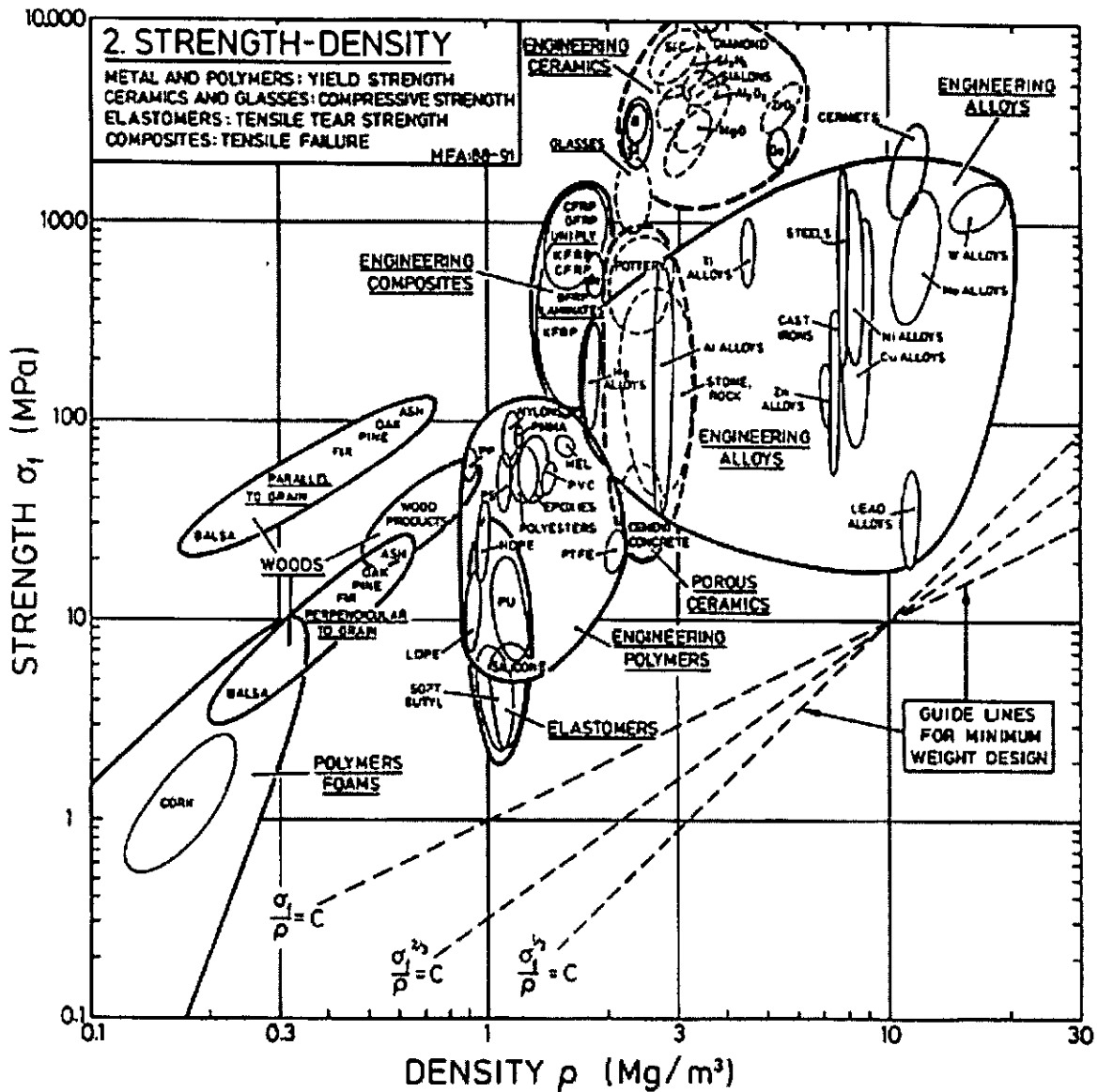


Fig. 2.3 Gráfica paramétrica que relaciona a la resistencia con la densidad (ref 2.3)

En la figura 2.3, se observa que el eje de las ordenadas contempla un amplio intervalo de valores, esto debido al grado de aleación, al endurecimiento por trabajo, a la variación del tamaño de grano, a la porosidad, etc; que si se consideran los materiales con mayor utilización en las últimas décadas, veríamos intervalos tan bajos como los de las espumas con 0.1 MPa hasta los diamantes con 10^4 MPa. Cabe señalar que en el gráfico se observan líneas punteadas que determinan las características de diseño cuando se considera un peso mínimo.

Costo relativo vs. Módulo y vs. resistencia: Las propiedades como el módulo de Young y la resistencia no cambian con la economía mundial; sin embargo, el costo si lo hace. Los proveedores, la escasez, la especulación y la inflación contribuyen a determinar el costo por alguna unidad dimensional del material. Es por eso que se requiere un costo relativo por unidad de masa o de volumen para algunos materiales de uso común, con el propósito de no tomar en cuenta la influencia de los factores externos mencionados y las unidades de precisión con que se mide el costo. Como el material de mayor uso y más estudiado es el acero, muchos de los materiales se reverencian a este, de tal forma que el costo relativo de un material se puede obtener como:

$$C_R = [\text{Costo por kg de material} / \text{Costo por kg de barra de acero}]$$

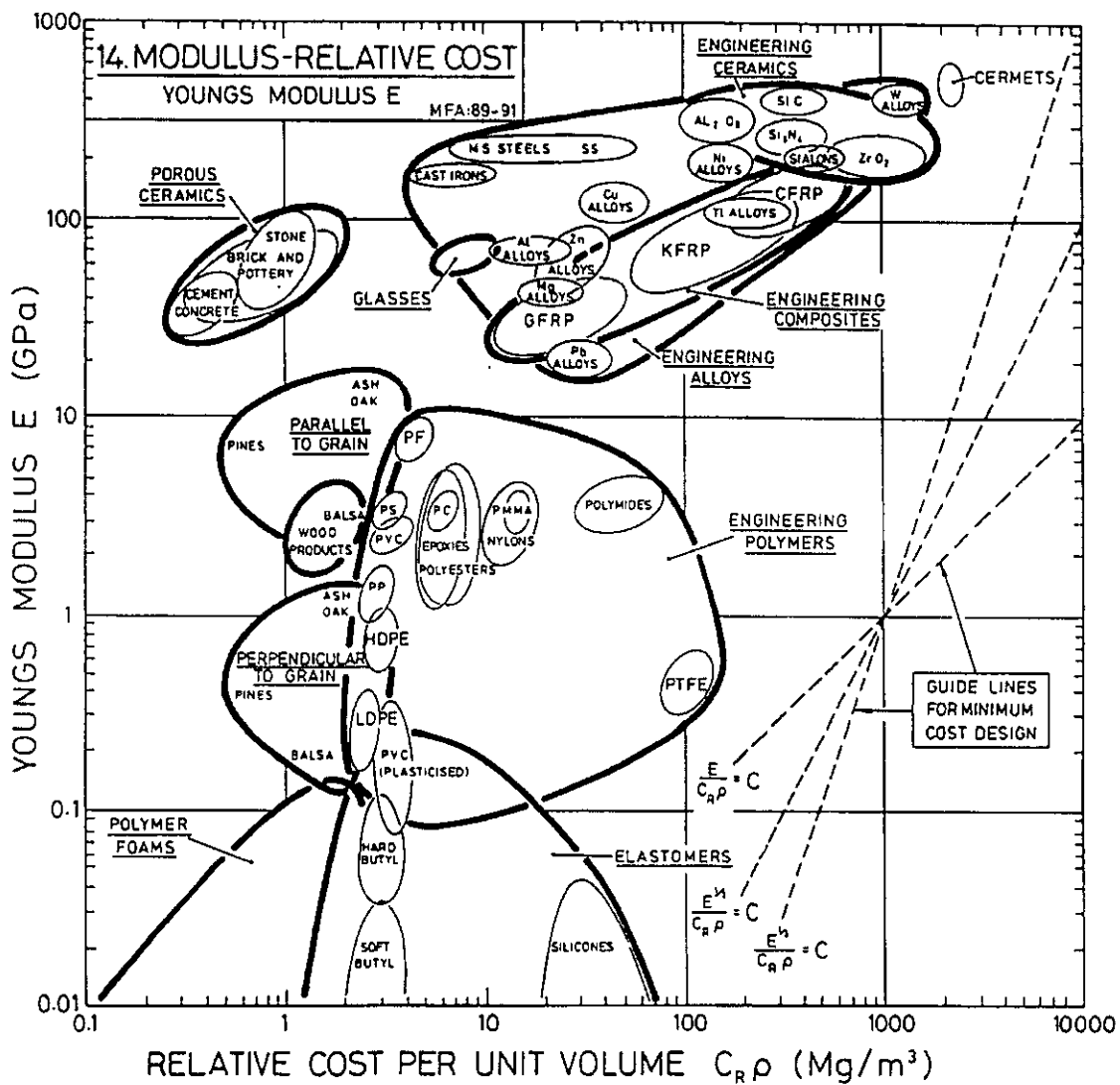


Fig. 2.4 Módulo de Young contra costo relativo por unidad de volumen

Para Ashby, fue necesario crear gráficos que relacionaran el costo relativo C_r con los grupos de materiales existentes; haciendo la misma analogía para el costo por unidad de volumen, tal como se ve en las figuras 2.4 y 2.5. En la figura 2.4, se muestra el módulo de elasticidad, y su correspondencia al costo relativo por unidad de volumen, mientras que en la figura 2.5 se identifica la misma relación, pero con la resistencia, en vez del módulo de Young, nótese que en las líneas guías de peso mínimo, se encuentra involucrado el costo como un factor denominador del índice de desempeño (índice de funcionalidad o de mérito).

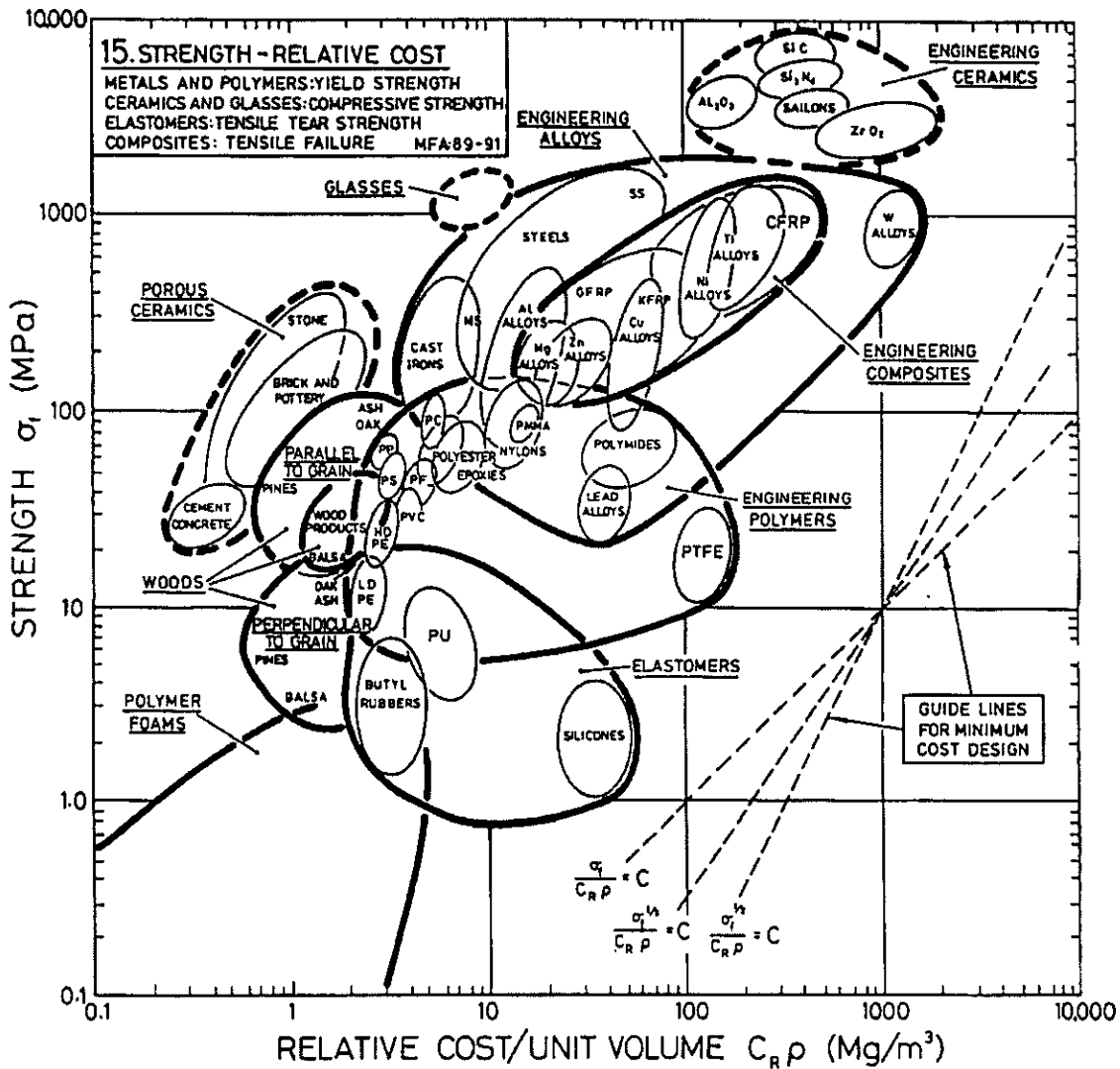


Fig. 2.5 Resistencia estática contra costo relativo por unidad de volumen (ref.2.3)

A pesar de que las gráficas solo se limitan a estudiar los materiales más comunes, pueden servir como parámetro de referencia en la mayoría de las aplicaciones, pues la consideración de que el costo es un parámetro de alta discusión en cualquier diseño, está muy bien justificada para cualquier diseñador.

2.2 ÍNDICES DE FUNCIONALIDAD CONSIDERANDO LAS PROPIEDADES DE LOS MATERIALES.

Los elementos estructurales son componentes que tienen una función física, ya que por lo regular soportan cargas, transmiten calor, almacenan energía, etc, por ello, es necesario identificar con precisión los requerimientos necesarios para posteriormente llegar a la solución del problema.

Así, el diseño de un elemento estructural, se especifica por los requerimientos funcionales, los parámetros geométricos y por las propiedades del material del cual esta fabricado, (ref. 2.3) que en forma de ecuación será representado por:

$$P = f \left\{ \left[\begin{array}{l} \text{Requerimientos} \\ \text{Funcionales "F"} \end{array} \right] * \left[\begin{array}{l} \text{Parámetros} \\ \text{Geométricos "G"} \end{array} \right] * \left[\begin{array}{l} \text{Propiedades de los} \\ \text{Materiales "M"} \end{array} \right] \right\}$$

que en forma simplificada tenemos:

$$P = f[F,G,M] \quad (2.5)$$

Así, "P" describe algunos aspectos de la funcionalidad de un componente; su masa, volumen, costo o tiempo de vida por ejemplo; "f", significa una función de los parámetros considerados.

En base a esta ecuación, el diseño óptimo es la selección del material y la geometría donde se maximice o minimice "P", dependiendo del planteamiento de diseño. Obviamente, la optimización están sujetas a las restricciones establecidas par el diseño ó de las características del material.

Los tres parámetros de la ecuación planteada pueden separarse si la ecuación se describiera como:

$$P = f_1(F). f_2(G). f_3(M) \quad (2.6)$$

donde f_1 , f_2 y f_3 son funciones. Cuando los grupos son separables, el material óptimo que se escoge es independiente del detalle de diseño; lo mismo sucede para los parámetros geométricos "G" y los valores de funcionalidad "F". Es entonces cuando se puede identificar al conjunto deseable sin resolver completamente el problema de diseño. Así, **el desempeño o índice de funcionalidad** para F y G se maximizan si se maximiza $f_3(M)$, o factor de mérito que para situaciones estructurales el índice de funcionalidad, depende del modo de carga, por ejemplo, si se requiere seleccionar un material para fabricar una

barra cilíndrica de longitud L , como se muestra en la figura 2.6, que soporte una carga axial F , con factor de seguridad S_f , se puede minimizar su masa si:

$$m = A L \rho \tag{2.7}$$

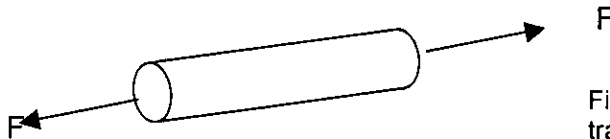


Fig. 2.6 Barra cilíndrica sometida a tracción

donde A es el área de la sección transversal y ρ es la densidad del material. " L " es la longitud de la barra que soportan una fuerza " F ", la cual no puede cambiarse; sin embargo, el radio " r " puede ser el parámetro a variar, por lo que:

$$\frac{F}{A} = \frac{\sigma_f}{S_f} \tag{2.8}$$

donde " σ_f " es la resistencia paramétrica. Despejando el área " A " de la ecuación (2.8) y sustituyéndola en la ecuación (2.7) obtenemos:

$$m = (S_f F) (L) \left[\frac{\rho}{\sigma_f} \right] \tag{2.9}$$

Note que la forma en que se presenta la ecuación, está separada en tres paréntesis, donde el primer término expresa la funcionalidad, el segundo "el factor geométrico", y el tercero expresa las características de la propiedad del material.

Así el índice de funcionalidad, está dado por:

$$M = \sigma_f / \rho \tag{2.10}$$

De una manera similar se obtiene el índice de funcionalidad para la rigidez mecánica dado por $M=E/\rho$, donde " E " es el módulo de Young del material.

Otro ejemplo representativo para determinar el índice de funcionalidad, es cuando se considera una columna sujeta a cargas axiales compresibles en columnas esbeltas, donde la falla empieza cuando la carga de Euler, " F_{crit} " se excede, el modelo que nos representa este fenómeno es entonces:

$$F_{crit} = \frac{n\pi^2 E I}{L^2} = \frac{n\pi^2 E}{S_f L^2} \left[\frac{\pi r^4}{4} \right] \tag{2.11}$$

donde S_f es el factor de seguridad, n es una constante que depende de los modos de aplicación de la carga, " I " es el momento de inercia de la barra, (algunos autores lo llaman segundo momento de área, ref. 2.7 y 2.5) por lo que entonces la masa se determina como:

$$m = 2 (S_f F)^{1/2} \left[\frac{L^4}{n\pi} \right]^{1/2} \left[\frac{\rho}{E^{1/2}} \right] \quad (2.12)$$

En esta ecuación, se pueden identificar, los tres elementos que definen a la funcionalidad del diseño, que para el caso de los materiales se tiene el factor de mérito como:

$$M = E^{1/2} / \rho \quad (2.13)$$

Como podemos ver, la longitud de la barra se especifica, su masa (m) es la variable a minimizar y si escribimos una ecuación para el parámetro de diseño M , esta será una función objetivo a obtener. Pero hay una restricción, la barra deberá soportar una carga " F " sin que sufra deformación o pandeo, por lo que el uso de esta ecuación elimina a la variable libre " A ". Cuando el número de condiciones equivale al número de variables libres, se obtiene un índice de funcionalidad simple, aunque es más común encontrar problemas con más de una de condición; para tal efecto se deberá considerar otros índices de funcionalidad y así obtener otra lista. La selección final será aquellos materiales que sean comunes en toda la lista.

Entonces, para encontrar los índices de funcionalidad se toma en cuenta los siguientes aspectos:

- a) Identificar los atributos a ser maximizados o minimizados (peso, costo, energía, rigidez, deformación, daño ambiental).
- b) Desarrollar una ecuación para ese atributo en términos de los requerimientos funcionales, la geometría y las propiedades de los materiales (función objetivo).
- c) Identificar las variables libres (aún no especificadas).
- d) Identificar las restricciones en orden de importancia.
- e) Desarrollar una ecuación para las restricciones (sin fluencia, sin fractura, sin falla, máxima conductividad térmica).
- f) Sustituir las variables libres de los límites a través de la función objetivo.
- g) Agrupar las variables a través de tres grupos: requerimientos funcionales " F ", geometría " G ", y propiedades de los materiales " M ", donde se muestre que el atributo sea menor, es decir: $\text{Atributo} \leq f(F,G,M)$
- h) Identificar el índice de funcionalidad, expresado como una cantidad " M " a ser maximizada.
- i) Notar que la solución completa no necesariamente esta en orden para identificar la propiedad del material o del grupo.

2.3 MÉTODOS PARA EVALUAR PROPIEDADES DE LOS MATERIALES

Las propiedades de los materiales se pueden evaluar considerando varios métodos cuantitativos que permitan llegar a una solución óptima; aunque se debe enfatizar que en ésta etapa, ninguno de los métodos cuantitativos propuestos es intencionado para reemplazar el juicio y la experiencia de un Ingeniero en decidir las alternativas idóneas similares para una aplicación. Entre estos métodos tenemos:

- I. Método de las propiedades ponderadas
- II. Método de propiedades límite
- III. Evaluación global de las propiedades basada en la experiencia

2.3.1 MÉTODO DE LAS PROPIEDADES PONDERADAS

Este método es recomendable cuando se tienen varias propiedades a considerar. Por ejemplo, si se desea seleccionar un material para fabricar una estructura, entonces puede ser que necesitemos que ese material sea rígido, resistente a la corrosión y de baja densidad para disminuir su peso; por tanto, cada requerimiento de material o propiedad se le asignará un cierto peso dependiendo su importancia. Así, un valor de propiedad ponderado, se obtiene multiplicando el valor numérico de la propiedad por el factor de peso α .

Los valores de cada propiedad ponderada se enlistan y se suman para obtener un índice de funcionalidad o desempeño (γ); donde el material con el índice de funcionalidad más alto es el óptimo para la aplicación".

Cuando este método se aplica, se puede caer en el error de comparar los valores de las propiedades con gran diferencia de proporción; es decir, que existe un intervalo amplio de valores comparables entre las propiedades mecánicas, físicas y químicas, por lo que los valores numéricos mayores tendrían gran influencia en la ponderación, para evitar eso, se recurre a factores de escala aplicados a todos los valores de las propiedades a evaluar, a fin de encontrar los valores de las propiedades en un intervalo reducido. Por tanto, cada propiedad se escalará de tal forma que el valor numérico más alto no exceda de 100.

Al evaluar una lista de materiales candidatos, solo una propiedad se considera a un mismo tiempo. El mejor valor en la lista se tasa como 100 y los otros son escalados proporcionalmente. Para una propiedad dada, el valor escalado "B" para un material candidato es:

$$B = \frac{\text{valor numérico de la propiedad} \times 100}{\text{Valor máximo en la lista}} \quad (2.14)$$

Para propiedades como el *costo, la corrosión, oxidación o desgaste*, este es conveniente tener valores muy bajos, por lo que estos valores se tasan como 100 y B se calcula como:

$$B = \frac{\text{valor mínimo en la lista} \times 100}{\text{Valor numérico de la propiedad}} \quad (2.15)$$

Si se tienen propiedades que carecen de valor numérico como soldabilidad, maquinabilidad, resistencia a solventes químicos, etc.; los valores a considerar son muy subjetivos, clasificándose como "Excelente", "Muy bueno", "Bueno", "Regular" y "Pobre", para tal efecto, esas cualidades pueden medirse dando valores de 5,4,3,2 y 1 respectivamente, y así poner estas propiedades como participes de la ponderación. Entonces, podemos decir que el índice de funcionalidad es:

$$\gamma = \sum_{i=1}^n B_i \alpha_i \quad (2.16)$$

donde n es el número de propiedades relevantes.

Si la importancia entre los materiales no es clara, entonces α puede ser intuitivo reduciendo la confiabilidad de la selección. Este problema se puede resolver si se adopta un enfoque sistemático para la obtención de α , el cual puede consistir en una digitalización lógica que realice las evaluaciones de solo dos propiedades en un mismo tiempo. Cada posible combinación de propiedades se compara y solo se tiene un SI o un NO en la decisión para cada evaluación.

Para determinar la importancia relativa de cada propiedad, se construye una tabla donde las propiedades se enlisten en una columna al lado izquierdo, para que las columnas de lado derecho sirvan para enlistar las posibles decisiones a tomar, donde el número total de posibles decisiones se calcula como:

$$N = n(n-1)/2 \quad (2.17)$$

siendo n = número de propiedades bajo consideración.

La tabla 2.4, ejemplifica la evaluación de cinco propiedades cualesquiera, cuyo resultado a la ecuación 2.17 es de N=10. Posteriormente, se compara una propiedad con las demás, de tal forma que se tengan decisiones relativas; hasta que se hayan comparado entre si todas las propiedades, se suman en forma horizontal las decisiones positivas para después obtener los valores de α buscados.

PROPIEDADES	Posibles decisiones en $N = n(n-1)/2$										Decisiones Positiva	α
	<u>1</u>	<u>2</u>	<u>3</u>	<u>4</u>	<u>5</u>	<u>6</u>	<u>7</u>	<u>8</u>	<u>9</u>	<u>10</u>		
1	1	1	0	1							3	$\alpha_1=0.3$
2	0				1	0	1				2	$\alpha_2=0.2$
3		0			0			1	0		1	$\alpha_3=0.1$
4			1			1		0		0	2	$\alpha_4=0.2$
5				0			0		1	1	2	$\alpha_5=0.2$
SUMATORIA DE DECISIONES											= 10	$\Sigma\alpha=1.0$

Tabla 2.4 Importancia relativa de una propiedad usando el sistema lógico digital.(ref 2.8)

Propiedades escaladas

Una vez obtenido el factor de peso (α) de cada propiedad, el segundo paso es escalar las propiedades de la lista considerada mediante la utilización de las ecuaciones 2.14 y 2.15 respectivas. En la tabla 2.5 se da un ejemplo de propiedades de materiales a considerar para una aplicación "X". Si suponemos que se desea maximizar la tenacidad, el esfuerzo a la fluencia y el módulo de Young, los materiales que tengan el valor más alto de esta propiedad tendrán el valor de 100; mientras que si queremos minimizar el resto de las propiedades, el valor más bajo ahora tendrá el valor de 100. La tabla 2.6 muestra los valores de las propiedades escaladas, como un ejemplo operativo del método. De esta tabla, se observa la existencia del índice de funcionalidad (γ) dado por la ecuación 2.16.

Cuando existe un gran número de propiedades a considerar, entonces el costo entra a jugar un papel importante, de aquí que se puede definir el término de figura de mérito con costo el material, cuya ecuación es:

$$M = \left(\begin{array}{c} \gamma \\ C\rho \end{array} \right) \quad (2.18)$$

donde:

M = figura de mérito

γ = índice de funcionalidad

C = costo total del material por unida de peso

ρ = densidad del material

Si la función principal del material fuera la resistencia a esfuerzos, entonces es más apropiado utilizar el costo por unidad de resistencia, en vez del costo por unidad de volumen, dando un parámetro de mérito como.

$$M = \left(\frac{\gamma}{C'} \right) \quad (2.19)$$

ahora: C' = se obtiene de la tabla 2.7, en función del tipo de carga

Material	Índice de tenacidad	Esfuerzo a la Fluencia (MPa)	Módulo de Young (GPa)	Gravedad Específica	Expansión Térmica $\times 10^{-6} / ^\circ\text{C}$	conductividad térmica. $\text{Cal}/\text{cm}^2/\text{cm}/^\circ\text{C}/\text{s}$	Calor específico $\text{Cal}/\text{g}/^\circ\text{C}$
A	78.5	420	74.2	2.8	21.4	0.37	0.16
B	95	91	70	2.68	22.1	0.33	0.16
C	770	1365	189	7.9	16.9	0.04	0.08
D	187	1120	210	7.9	14.4	0.03	0.08
E	179	875	112	4.43	9.4	0.016	0.09
F	239	1190	217	8.51	11.5	0.31	0.07
G	273	200	112	8.53	19.9	0.29	0.06

Tabla 2.5 Ejemplo de propiedades a ser escaladas. (ref 2.8)

Material	PROPIEDADES ESCALADAS							índice de funcionalidad (γ)
	1	2	3	4	5	6	7	
A	10	30	34	96	44	4.3	38	42.2
B	12	6	32	100	43	4.8	38	40.1
C	100	100	87	34	56	40	75	70.9
D	24	82	97	34	65	53	75	50.0
E	23	64	52	60	100	100	67	59.8
F	31	87	100	30	82	5.2	86	53.3
G	35	15	52	30	47	5.5	100	35.9

Tabla 2.6 Valores de las propiedades escaladas partiendo de la tabla 5.2 (ref. 2.8)

Componente	Rigidez	Resistencia dúctil	Resistencia frágil
Barra en tracción	$E/m\rho$	$\sigma/m\rho$	$K_{1C}/m\rho$
Columna corta en compresión	$E/m\rho$	$\sigma/m\rho$	$K_{1C}/m\rho$
Tubería de pared delgada o recipiente a presión bajo carga interna	$E/m\rho$	$\sigma/m\rho$	$K_{1C}/m\rho$
Esfera bajo presión interna	$E/m(1-\nu)\rho$	$\sigma/m\rho$	$K_{1C}/m\rho$
Barra o tubo en flexión	$E^{1/2}/m\rho$	$\sigma^{2/3}/m\rho$	$K_{1C}^{2/3}/m\rho$
Placa en flexión	$E^{1/3}/m\rho$	$\sigma^{1/2}/m\rho$	$K_{1C}^{1/2}/m\rho$
Placa en pandeo	$E^{1/2}/m\rho$		
Columna delgada o tubo en pandeo	$E^{1/2}/m\rho$		
Barra o tubo en torsión	$G^{1/2}/m\rho$	$G^{2/3}/m\rho$	$K_{1C}^{2/3}/m\rho$
Resorte elíptico para cargas específicas y rigidez		$\tau/m\rho$	
Barra en cortante		$\tau/m\rho$	
Flechas de pared delgada en torsión		$\tau/m\rho$	
Resorte para cargas específicas y rigidez		$\tau^2/mG\rho$	
Barra pesada y larga en tracción		$(\sigma-lg\rho)/m\rho$	
Donde: E = Módulo de Young σ = Resistencia a la fluencia K_{1C} = Tenacidad de fractura G = Módulo de cortante τ = Resistencia a la fluencia en cortante m = costo por unidad de masa	ρ = densidad l = longitud	ν = relación de poisson g = aceleración de la gravedad	

Tabla 2.7 grupos de propiedades maximizando su funcionalidad (ref. 2.4)

2.3.2. MÉTODO DE PROPIEDADES LÍMITE

En este método, los requerimientos pertenecientes al problema se pueden dividir en 3 categorías.

- I. Las propiedades en el límite inferior
- II. Las propiedades en el límite superior
- III. Las propiedades con valor exacto

Por ejemplo; si se desea tener un material ligero y resistente, la resistencia es la propiedad que se coloca en el límite inferior, mientras que el límite superior esta ocupado por la densidad. Cuando la compatibilidad entre los materiales es

importante, un valor exacto, por ejemplo, el coeficiente de expansión térmica o para la posición en las series galvánicas se pueden especificar para controlar esfuerzos térmicos o corrosión galvánica respectivamente. De cualquier manera, una propiedad dada se especificará como un límite superior o inferior dependiendo de la aplicación. Si se tuviera el caso de seleccionar materiales para un cable eléctrico, la conductividad eléctrica se especificaría como un valor límite inferior dado por la conducción y como una propiedad límite superior se consideraría el aislante.

Este método se usa para optimizar tanto materiales como procesos, si el número de posibles alternativas es relativamente grande, ya que con ello se logra eliminar los materiales que no necesitamos y los materiales restantes serán aquellos donde las propiedades están por arriba del límite inferior, por debajo del límite superior y limitado por los valores para los requerimientos específicos respectivamente. También, este método puede aplicarse después de la etapa de búsqueda propuesta por Ashby y tener así una segunda reducción de materiales candidatos a seleccionar.

Al igual que en el método de las propiedades ponderadas, a cada propiedad se le asigna un factor de peso α , el cual puede ser determinado por el método lógico digital; entonces, se calculará un factor de mérito "m", que se calcula como:

$$m = \left[\sum \alpha_i \frac{Y_i}{X_i} \right]_l + \left[\sum \alpha_j \frac{X_j}{Y_j} \right]_u + \left[\sum \alpha_k \left| \frac{X_k}{Y_k} - 1 \right| \right]_t \quad (2.20)$$

donde:

"l, u, t" son los correspondientes al límite inferior, superior y exacto respectivamente.

$n_i, n_u, y n_t$ son los números de los límites inferiores, superiores y exacto.

$\alpha_i, \alpha_j, y \alpha_k$ son los factores de peso para los límites inferiores, superiores y exacto.

$X_i, X_j, y X_k$ son los materiales candidatos del límite inferior, superior y exacto.

$y_i, y_j, y y_k$ son los números de los límites inferiores, superiores y exacto.

De acuerdo a la ecuación (2.20), el valor más bajo del parámetro de mérito m, será el mejor material a escoger.

El método propone ciertas reservas con respecto al costo, ya que existen dos caminos para su evaluación:

1. El costo se trata como una propiedad de límite superior y se le da un peso apropiado. Si el número de propiedades a consideración sea grande, éste procedimiento puede minimizar su importancia.

2. El costo se puede incluir como un parámetro de mérito modificado de acuerdo a:

$$m' = \left[\frac{C_x}{C_y} \right] m \quad (2.21)$$

donde C_y y C_x son los costos específicos en el límite superior y el costo del material candidato respectivamente.

" m " es el parámetro de mérito calculado sin tomar en cuenta el costo.

También, en este caso el material con el parámetro de mérito modificado más bajo (m) es el deseado.

2.3.3 EVALUACIÓN GLOBAL DE LAS PROPIEDADES BASADA EN LA EXPERIENCIA

Este método consiste en llevar a cabo una lista de los requerimientos o restricciones que tiene un diseño, la cual pueda ser enumerada. El tamaño de la lista varía de un requerimiento a otro, ya que puede considerarse desde la cuantificación de la estética del diseño y/o modas del producto, hasta los parámetros de algunas propiedades que requieran de gran precisión. Estableciendo los límites más altos y más bajos en los requerimientos del diseño, se puede reducir el número inicial de materiales candidatos si se pueden encontrar los factores de mérito o de desmérito de los requerimientos contendientes.

El método comienza con la realización de una tabla ponderativa donde se incluye en la primera columna, a los tipos genéricos de materiales evitando el motivo del posible olvido de alguna otra familia, las familias propuestas por Ashby pueden ser de muy buena ayuda al respecto; las siguientes columnas enlistan los requerimientos de diseño primarios y secundarios, que se evalúan uno a uno para después involucrar al costo (tabla 2.8).

MATERIALES	REQUERIMIENTOS DE DISEÑO					COSTO	DECISIÓN
	PRIMARIOS			SECUNDARIOS			
	DR1	DR2	DR3	DR4	DR5		
M1	A	O	A	A	A	E	rechazado
M2	A	A	A	O	A	A	
M3	U	A	A	A	A	A	
M4	A	O	A	A	O	A	rechazado
M5	A	A	A	A	A	E	
M6	A	A	A	U	A	A	

Tabla 2.8 U = muy por debajo O =sobre-cargado E = excedido A = aceptable (ref 2.6)

Los materiales denominados del M1 al M6 representan el tipo genérico del material para esta selección inicial; por ejemplo, aceros aleados, aluminio y sus aleaciones, cobre y sus aleaciones, termoplásticos, etc. Aquí solamente se hace una calificación subjetiva denotada por sus cualidades.

Para propiedades que no son del todo cuantificables sino cualificables, entonces se les asocia un numero del 1 al 5 para denotar si la propiedad requerida es muy baja, pobre, regular, buena o excelente respectivamente, como se mencionó en los métodos anteriores, y como se puede valorar en la tabla abajo descrita.

Material	Resistencia al calor	Rigidez	Resistencia a Fracturas visibles	Maleabilidad	Rango de calificación
M1	4	3	3	3	$13/20=0.65$
M2	2	3	4	3	$12/20=0.60$
M3	5	4	1	1	$11/20=0.55$
M4	1	1	4	3	$9/20=0.45$
M5	4	5	1	3	$13/20=0.65$
M6	3	2	5	5	$15/20=0.75$

Tabla 2.9 Intervalo de calificaciones cualitativas de los materiales (ref 2.4)

En el ejemplo se puede notar que el intervalo más alto de calificación se da al material M6, el cual se evalúa con la suma de todos los valores asociados a las propiedades, obteniéndose con la suma de todos los números asociados a las propiedades, si estuvieran en su máxima calificación. Es decir:

- Para el material M1, la suma de todos sus números asociados en las propiedades para ese material es: $(4) + (3) + (3) + (3) + (3) = 13.0$
- Para el material M1, la suma de todos sus números asociados a las propiedades, si estuvieran a su máxima calificación sería: $(5)+(5)+(5)+(5)+(5)=20$.

Por lo que el intervalo de calificación para el material M1 es igual a $"13 / 20 = 0.65 "$.

Claramente se observa que el material "M6", tiene el máximo valor en el rango de calificaciones. Pero entonces surgen otros problemas relacionados en el aspecto de que ciertas propiedades, por ejemplo, la resistencia al calor y la rigidez pueden ocupar las principales propiedades a considerar en un diseño, más que otras propiedades involucradas. La relativa importancia de las propiedades, depende de la naturaleza del diseño y su aplicación. Es entonces cuando es necesario multiplicar el valor cualitativo de la propiedad, por un factor de prioridad, el cual tiene que ser un número entero positivo cuyo valor depende del criterio del diseñador con experiencia; para este caso podemos ver esta descripción en la tabla 2.10.

Material	Resistencia al calor (x 5)	Rigidez (x 5)	Resistencia a Fracturas visibles (x 2)	Maleabilidad (x 3)	Rango de calificación (max= 75)
M1	20	15	6	9	$50/75=0.67$
M2	10	15	8	9	$42/75=0.56$
M3	25	20	2	3	$50/75=0.67$
M4	5	5	8	9	$27/75 =0.36$
M5	20	25	2	9	$55/75=0.73$
M6	15	10	10	15	$50/75=0.67$

Tabla 2.10 Rango de calificaciones cualitativas, con un factor de prioridad

Como vemos, ahora el material deseado es el "M5" con una puntuación de 0.73, dejando en segundo término a los materiales M1, M3 y M6.

Por último, se obtienen los valores de las propiedades de cada material que pudieran estar relacionadas con alguna aplicación; a cuyos valores se les obtiene el índice de funcionalidad en forma promedio.

Dado que este método requiere de una amplia experiencia, se recomienda su utilización en selección de materiales con buena cimentación y conocimiento del problema, de lo contrario nos encontraríamos con calificaciones demasiado subjetivas.

2.5 BIBLIOGRAFÍA DEL CAPÍTULO

- 2.1 DIETER G. "Engineering design. A materials and processing approach", 1st. Edition, 1983. Ed. Mc. Graw-Hill
- 2.2 BUDINSKI Kenneth G. "Engineering materials, properties and selection", Ed. Prentice Hall, fifth edition 1996.
- 2.3 ASHBY, M.F., "Materials selection in mechanical design", Ed. Pergamon press, 1992.
- 2.4 CHARLES, J.A. et. Al. "Selection and use of engineering materials", ed. Butterworth-Heinemann, 3rd, ed., 1997.
- 2.5 HOERCHST-CELANESE, "Fundamentos para el diseño con plásticos"; manual de diseño (TDM-1), 1990
- 2.6 THORNTON, P.A. & COLANGELO, V.J. "Ciencia de materiales para ingeniería", ed. Prentice-Hall, 1987
- 2.7 SCHEY J. A., "Introduction to manufacturing processes", ed. McGraw-Hill, 1977
- 2.8 FARAG Mahmoud "Materials selection for Engineering design" ed. Prentice Hall 1997.

CAPÍTULO 3

ANÁLISIS DEL CASO DE ESTUDIO

3.1 IDENTIFICACIÓN DE LOS REQUERIMIENTOS

En el capítulo anterior, se dieron a conocer las perspectivas con las que se cuenta sobre los materiales y el diseño. En éste capítulo, se planteará la selección de los materiales para la fabricación de una plataforma de carga aplicada a un vehículo eléctrico de reparto.

Como ya se mencionó en párrafos anteriores vehículo eléctrico de reparto fue conceptualizado en los talleres del Centro de Diseño y Manufactura para su construcción. Desde sus inicios, se pensó en un vehículo que fuera capaz de soportar una carga máxima de 1.5 toneladas y que tuviera un peso mínimo en sus componentes. Después de haber establecido los diseños conceptuales y de configuración, el personal encargado sugirió que la plataforma de carga podría ser diseñada de tal forma que soportara la carga establecida con un mínimo, respetando las características geométricas establecidas

Los vehículos eléctricos de reparto actuales, están provistos de plataformas de carga construidas en madera y lámina acanalada, las cuales cumplen con la función para las que fueron establecida, pero a un peso relativamente alto, por ello, en los siguientes párrafos se llevará a cabo un análisis de las condiciones estructurales a las que estaría sometida la plataforma, para después, establecer una relación con los materiales de tal forma que se llegue al material óptimo de utilización.

De acuerdo al diseño del chasis, la plataforma de carga estaría situada en la configuración estructural mostrada en la figura 3.1

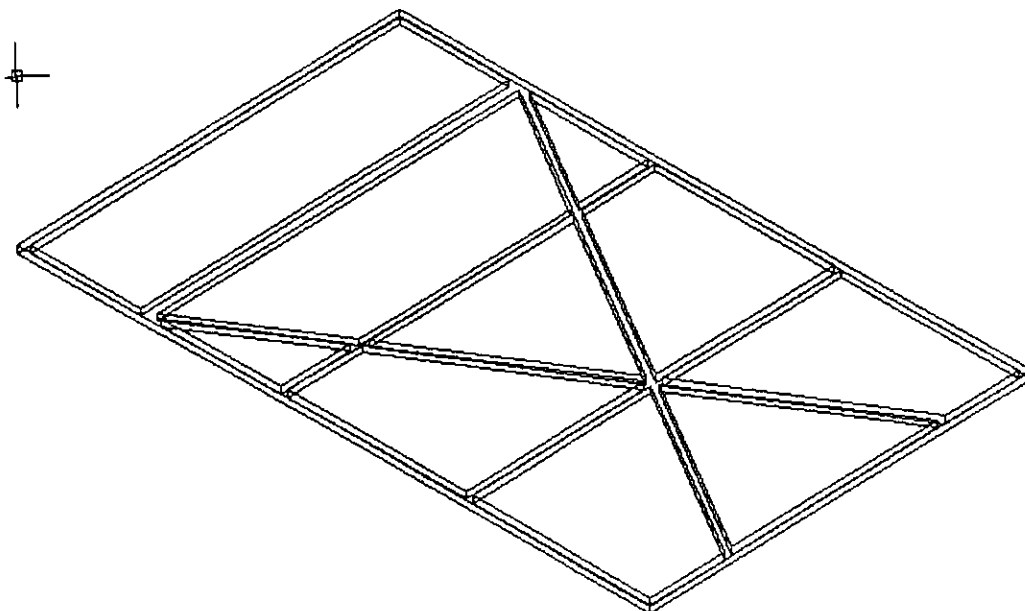


Fig. 3.1 Vista superior de la parte del chasis donde se alojará la plataforma de carga. (Ref. 3.1)

La plataforma de carga deberá soportar, como ya se mencionó, 1.5 toneladas de carga máxima, repartidas en todo el compartimiento, esto sería lo equivalente a tener un esfuerzo de 440 Kg/m^2 o 4360 N/m^2 a la compresión, lo que podríamos considerar como un requerimiento secundario dada la cantidad tan pequeña de resistencia a la compresión que se requiere.

En la figura 3.3 vemos que las medidas generales son de $2.366 \times 1.5 \text{ m}$ con un espesor establecido por el diseñador de una pulgada de cada lado, además el espesor máximo de la plataforma esta restringido a no más de una pulgada de espesor (2.54 cm)

Como las plataformas estarán soportadas por estructuras tubulares, de la figura 3.2 se puede apreciar que existen zonas libres llamadas "claros" que podrían causar pandeo, por ello la resistencia a la flexión juega un papel importante y se considera como un requerimiento primario.

Los claros fueron nombrados según la figura 3.2 como:

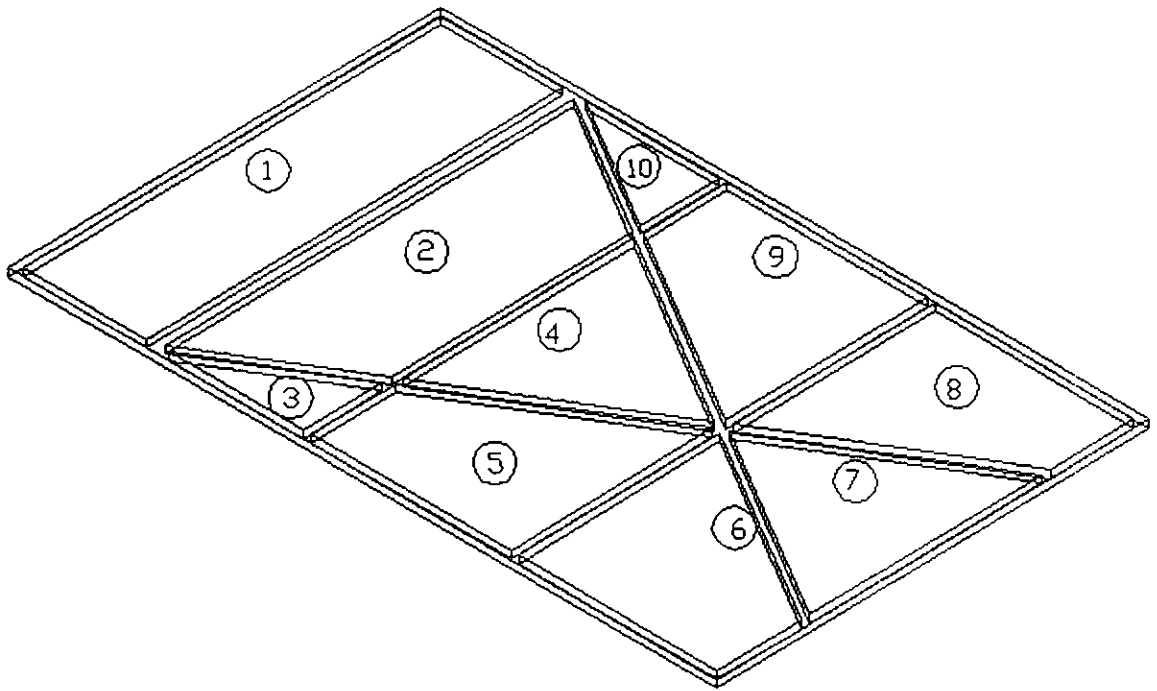


Fig. 3.2 Vista superior de la parte del chasis donde se alojará la plataforma de carga. (Ref. 3.1)

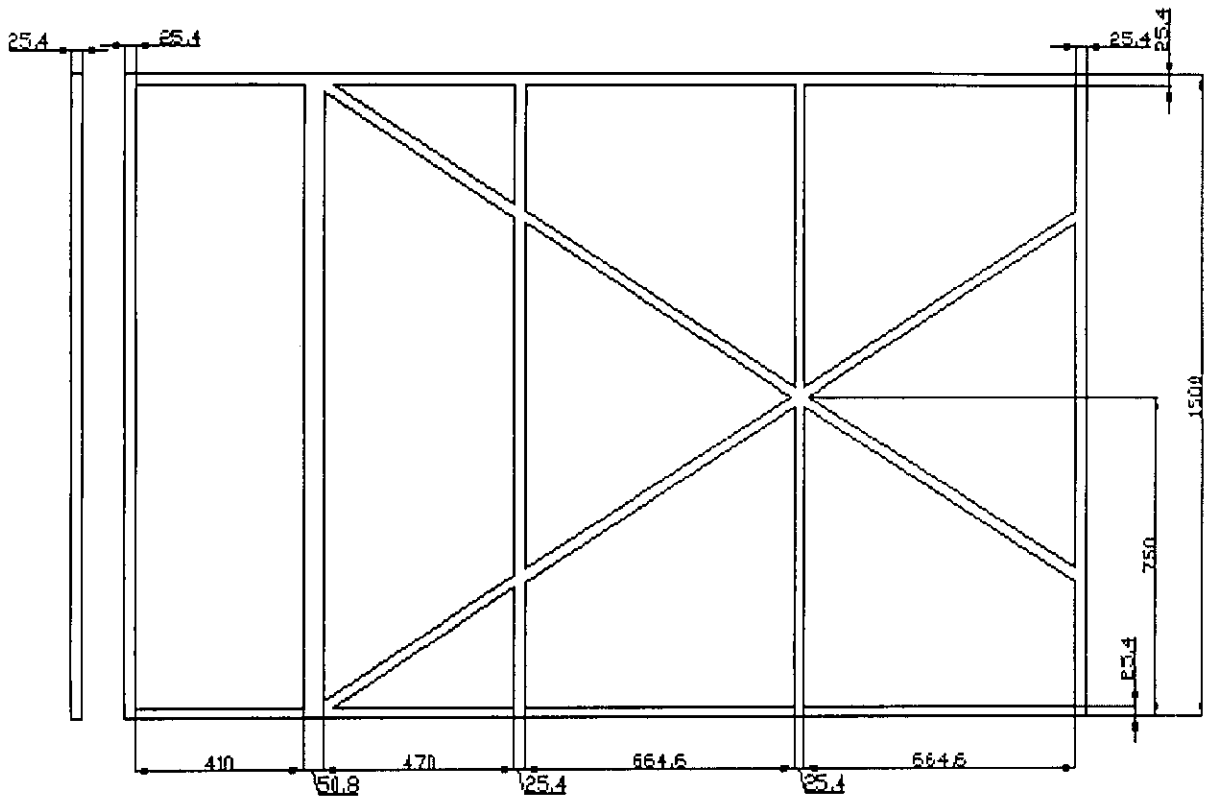


Fig 3.3 Dimensiones de los claros de la estructura (acotaciones en mm)

No debe perderse de vista que la carga de 1.5 ton está repartida en toda la plataforma y que además el esfuerzo compresivo se considera constante en cada claro, (en la practica puede tener mayores concentraciones de esfuerzo de carga en zonas localizadas) el hecho de tener esfuerzos compresivos en diferentes áreas, tiene como consecuencia diferentes cargas en cada claro (Tabla 3.1)

CLAROS	AREA (m ²)	ESFUERZO COMPRESIVO	CARGA (N)
1	0.615	4360	2682.210
2	0.5616	4360	2449.1244
3	0.0712	4360	310.6131
4	0.305	4360	1328.806
5	0.361	4360	1576.206
6	0.361	4360	1576.206
7	0.305	4360	1328.806
8	0.361	4360	1576.206
9	0.361	4360	1576.206
10	0.0712	4360	310.613
TOTAL	3.374		14715

Tabla 3.1 Datos de cargas en los claros

Es normal que, dado el uso que tendrá el vehículo, por efectos de movimientos rápidos de mercancía, por ejemplo, la plataforma tenga aplicaciones de carga repentinas, y que esas cargas sean superiores a los esfuerzos compresivos o de resistencia al pandeo, por lo que la resistencia a cargas bruscas y repentinas y a la tenacidad también es un factor importante, por tal motivo, este factor se considera como otro de los requerimientos primarios.

Como la plataforma estará expuesta a medios externos, como la humedad, los elementos a transportar, e incluso, por efectos normativos en cuanto a igniciones en medios de transporte, se consideran requerimientos importantes para nuestra selección, Aunque el presente trabajo solo nos avocaremos a la selección para propiedades mecánicas y su costo.

Por otro lado, podemos observar que los caminos que recorre un vehículo pueden ser variados, desde los caminos con pavimentación bien cimentada hasta los más largos y accidentados, por lo que se considerará que la plataforma estará sometida a efectos torsionantes, requerimiento importante de estudio. Según los datos proporcionados por Centro de Diseño y Manufactura de la Facultad de Ingeniería, el vehículo trabajará en centro histórico de la ciudad de México.

Por último, existen dos parámetros que si bien, no son los más importantes

a considerar respecto a las propiedades mecánicas y físicas, si lo son en cuanto a su economía; es decir, el peso y el costo. Se considera que el peso es un parámetro que desde un inicio fue establecido, dada la necesidad de tener un rendimiento vehicular mayor, esto debido a que, en la actualidad, el peso de las baterías no se ha podido disminuir y, por ende, se requiere, como ya ha sido planteado, de la disminución del peso en los otros componentes incluyendo la plataforma de carga.

En cuanto al costo, podemos decir que es el parámetro que en muchas aplicaciones está determinado desde sus inicios. En este proyecto no ha sido la excepción, minimizar costos y peso no es una tarea fácil de realizar, por lo que es conveniente llevar a cabo interacciones entre ambos requerimientos y una revisión constante que logre el control sobre el establecimiento de las necesidades citadas.

3.2 ATRIBUTOS A OPTIMIZAR

Una vez expuestos los requerimientos, se pueden establecer los Índices de funcionalidad pertinentes, donde los atributos a ser maximizados o minimizados en nuestro caso de estudio son: la minimización del peso, la minimización del costo, la maximización de la rigidez, la maximización de las resistencias a la compresión, flexión y pandeo.

Comenzando con el término de rigidez mecánica, sabemos que este se puede medir a través del módulo de Young, dado por: "E", y que de acuerdo a las ecuaciones geométricas, podemos considerar la situación más crítica, en cuanto a deflexiones se refiere, es decir, en la figura 3.3, se puede observar que la sección "1", la cual presenta la mayor deflexión, tomando ésta sección como parámetro de referencia y considerándola como una viga apoyada en dos puntos, además de suponer que la deflexión que pudiera sufrir la barra es de 2 mm, (tomando en cuenta que una deformación mayor a 2 mm nos daría un material con muy bajo modulo de Young) Las cargas repartidas se pueden representar en la Fig. 3.4.

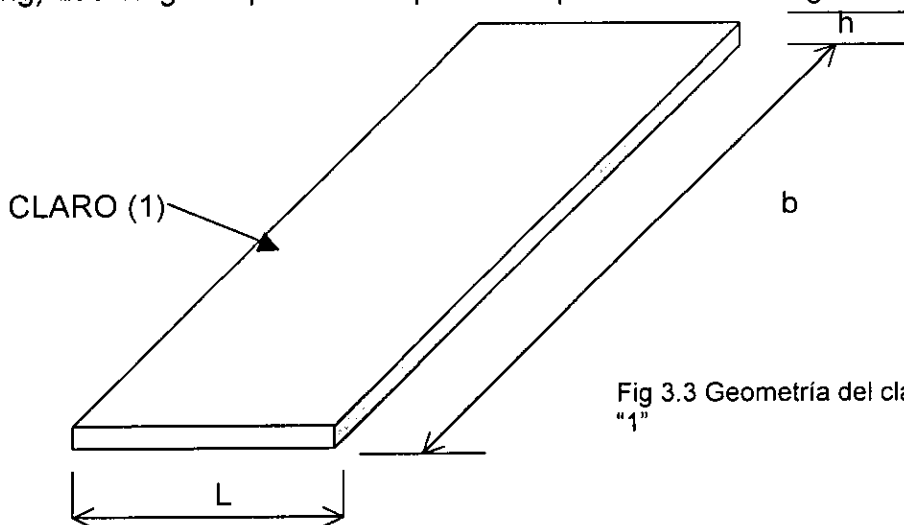


Fig 3.3 Geometría del claro "1"

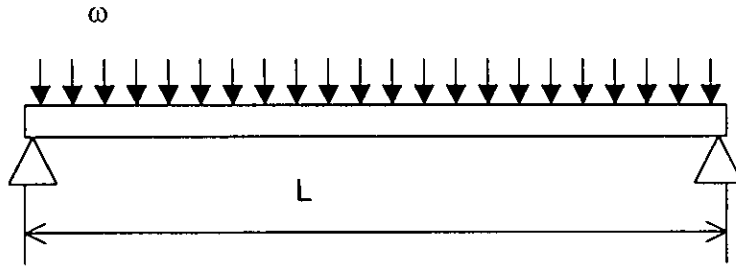


Fig. 3.4 Representación esquemática de la aplicación de la carga.

La longitud "L" equivale a 0.41 m y la carga distribuida ω equivale a:

$$\omega = (4360 \text{ Pa} \times 1.5 \text{ m}) = 6540 \text{ N/m} \quad (3.0)$$

Tomando en cuenta un factor de seguridad de $Sf^* = 1.5$ entonces la nueva carga distribuida es:

$$\omega' = (6540 \text{ N/m} \times 1.5) = 9810 \text{ N/m} \quad (3.1)$$

Además por principios de mecánica de sólidos, la deflexión en una viga esta dada por:

$$\delta = \left[\frac{5 \omega' L^4}{384 E I} \right] \quad (3.2)$$

Donde "E" es el módulo de Young, "I" es el ^{sf} momento polar de inercia, que para nuestra geometría

$$I = \left[\frac{1}{12} b h^3 \right] \quad (3.3)$$

Despejando el módulo de Young de la ecuación (3.2)

$$E = \left[\frac{5 \omega' L^4}{384 \delta I} \right] \quad (3.4)$$

Sustituyendo la expresión de momento de área en la ecuación (3.4)

$$E = \left[\frac{5 \omega' L^4 (12)}{384 \delta b h^3} \right] \quad (3.5)$$

^{sf}* NOM-023-SCT/1995: Información técnica que debe contener el material de vehículos, que transporta materiales y residuos por caminos y puentes federales de la Republica Mexicana.

Reduciendo términos:

$$E = \left[\frac{5 \omega' L^4}{32 \delta b h^3} \right] \quad (3.6)$$

Sustituyendo los valores establecidos de:

$$\omega' = 9810 \text{ N/m}$$

$$L = 0.41 \text{ m.}$$

$$\delta = 0.002 \text{ m}$$

$$h = 0.0254 \text{ m.}$$

$$b = 1.5 \text{ m.}$$

Tenemos.

$$E = 0.88105 \text{ GPa} \quad (3.7)$$

Teniendo así que el módulo de Young debe de ser de **0.88105 GPa** como requerimiento mínimo con una deflexión de **0.002 m** como máximo.

Para encontrar la resistencia a la flexión, partimos del concepto de:

$$\sigma_f = \left(\frac{M c}{I} \right) \quad (3.8)$$

Donde " σ_f " es el esfuerzo debido a una carga perpendicular a la superficie de una barra apoyada en dos puntos, "M" es el momento flexionante, "c" es la distancia del eje neutro a cualquier plano paralelo al eje, e "I" es el momento polar de inercia.

Entonces :

$$M = \left(\frac{\omega S f L^2}{8} \right) \quad (3.9)$$

Sustituyendo (3.9) y (3.3) en la ecuación (3.8)

$$\sigma_f = \left(\frac{3 \omega S f L^2 c}{2 b h^3} \right) \quad (3.10)$$

Donde:

$$\omega = 6540 \text{ (N/m)}$$

$$S_f = 1.5$$

$$L = 0.41 \text{ m}$$

$$c = 0.0127 \text{ m}$$

$$b = 1.5$$

$$h = 0.0254 \text{ m}$$

$$\sigma_f = 1.278 \text{ MPa} \quad (3.11)$$

La ecuación (3.11) nos indica que el material a escoger, debe de tener una resistencia debida a cargas repartidas perpendiculares a una barra apoyada en dos puntos de **1.278 MPa** como valor mínimo.

3.3 ÍNDICES DE FUNCIONALIDAD REQUERIDOS

En los capítulos anteriores, se mencionó lo referente al índice de funcionalidad o índice de desempeño de un componente, este parámetro es importante para usar las gráficas paramétricas y obtener un acotamiento de los posibles materiales a seleccionar si se tiene una amplia gama de materiales.

Por ello, para obtener el índice de funcionalidad aplicado a nuestro caso de estudio partimos del concepto de eficiencia estructural definida como:

$$EE = \frac{\text{CARGA QUE SOPORTA EL ELEMENTO ESTRUCTURAL}}{\text{MASA DEL ELEMENTO ESTRUCTURAL}} \quad (3.12)$$

Al numerador de la ecuación 3.12 se denotará por "P" y al denominador como "m" que en forma algebraica tenemos:

$$EE = \left[\frac{P}{m} \right] \quad (3.13)$$

Además la masa "m" también puede representarse como:

$$m = A h \rho \quad (3.14)$$

Recurriendo nuevamente a la definición de flexión en vigas (ecuación 3.2)

$$\delta = \left[\frac{5 \omega L^4}{384 E I} \right] \quad (3.15)$$

$$\frac{\omega}{\delta} = \frac{384 E I}{5 L^4} \quad (3.16)$$

Al valor de $384/5$ por cambio de variable, se representa como "k" y sustituyendo el momento de área I.

$$\frac{\omega}{\delta} = \frac{k E b h^3}{12 L^4} \quad (3.17)$$

Despejando "h" de la ecuación (3.17) obtenemos:

$$\left(\frac{\omega L^4}{\delta K E b} \right)^{1/3} = h \quad (3.18)$$

Donde $K = k/12$. Sustituyendo la ecuación 3.18 en la ecuación 3.14, nos da:

$$L \rho b \left(\frac{\omega L^4}{\delta K E b} \right)^{1/3} = m \quad (3.19)$$

Además la carga P es:

$$P = \omega L S f \quad (3.20)$$

Sustituyendo la ecuación (3.20) y la ecuación (3.19) en la ecuación (3.13)

$$EE = \left[\frac{K^{1/3} L \omega L S f b^{1/3} E^{1/3} \delta^{1/3}}{L b \omega^{1/3} L^{4/3} \rho} \right] \quad (3.21)$$

Agrupando los términos:

$$EE = \left(\frac{K}{b^2 L^4} \right)^{1/3} \times S f (\omega^2 \delta)^{1/3} \times \left(\frac{E}{\rho} \right)^{1/3} \quad (3.22)$$

Entonces:

$$\left(\frac{K}{b^2 L^4} \right)^{1/3} \text{ Es una función geométrica}$$

$$Sf (\omega^2 \delta)^{1/3} \text{ Es una función de diseño}$$

$\frac{E}{\rho}^{1/3}$ Es el índice de funcionalidad en rigidez buscada para ser usada en las gráficas paramétricas.

El siguiente índice de funcionalidad necesario, se ocupará para la grafica paramétrica de resistencia contra densidad.

Partiendo nuevamente del concepto de eficiencia estructural:

$$EE = \left(\frac{P}{m} \right) \quad (3.23)$$

Además :

$$m = \rho b h L \quad (3.24)$$

Donde M es el momento flexionante, está representada como:

$$M = \left(\frac{\sigma_f I}{c} \right) \quad (3.25)$$

Otra forma de representar el momento flexionante es:

$$M = \left(\frac{\omega L}{2} \right) \quad (3.26)$$

Igualando (3.25) y (3.26):

$$\frac{\omega L}{2} = \left(\frac{\sigma_f I}{c} \right) \quad (3.27)$$

$$\frac{\omega L}{2} = \sigma_f \left(\frac{bh^2}{6} \right) \quad (3.28)$$

Despejando la variable libre "h"

$$\left(\frac{3 \omega L}{b \sigma_f} \right)^{1/2} = h \quad (3.29)$$

Por otra parte, la carga P está dada por:

$$P = \omega L \quad (3.30)$$

Sustituyendo (3.30) y (3.24) en la ecuación (3.23):

$$EE = \left(\frac{1}{(3Lb)^{1/2}} \right) \times \left(\frac{\omega}{\rho} \right)^{1/2} \times \left(\frac{\sigma_f^{1/2}}{\rho} \right) \quad (3.31)$$

De tal modo que :

$$\frac{1}{(3Lb)^{1/2}} \quad \text{Es una función geométrica}$$

$$(\omega)^{1/2} \quad \text{Es una función de diseño}$$

$\left(\frac{\sigma_f^{1/2}}{\rho} \right)$	Es el índice de funcionalidad buscado.
--	--

El siguiente índice de funcionalidad a determinar, es utilizado para la gráfica de módulo de elasticidad contra el costo relativo por unidad de volumen.

$$C_R = [\text{Costo por kg de material} / \text{Costo por kg de barra de acero}]$$

Donde C_R , es el costo relativo por unidad de volumen se define como:

$$\text{Costo relativo por unidad de volumen} = C_R \rho \quad (3.32)$$

Entonces el índice de funcionalidad para la gráfica paramétrica de Modulo de elasticidad contra costo relativo por unidad de volumen es:

$\frac{E^{1/3}}{C_R \rho}$ <p>Es el índice de funcionalidad en rigidez buscada para ser usada en las gráficas paramétricas.</p>
--

Y el índice de funcionalidad para la grafica paramétrica de resistencia contra costo relativo es.

$\frac{\sigma_t^{1/2}}{C_R \rho}$ <p>Es el índice de funcionalidad buscada.</p>
--

Como puede apreciarse, los índices de funcionalidad establecen una definición estructurada de la geometría, la funcionalidad y las características del material en términos no conocidos. Al determinar el índice de funcionalidad de los materiales (M), se encuentra estrecha relación entre la propiedad buscada y su relación con el peso.

Estos índices, servirán para poder utilizar las líneas guía establecidas en las gráficas paramétricas expuestas en el capítulo anterior; las cuales, indican la pendiente coincidente con nuestro caso de estudio. Esto tiene importancia para abrir ó cerrar la gama de materiales a seleccionar de acuerdo a nuestro parámetro de diseño como se verá en el siguiente capítulo

3.4 BIBLIOGRAFÍA DEL CAPÍTULO

- 3.1) MENCHACA LOBATO Arturo: "Diseño de la estructura de un vehículo eléctrico de de reparto". Tesis profesional
Noviembre 2000. México D.F
- 3.2) ASHBY, M.F. "Engineering materials 1, an introduction to their properties & applications", 2nd. Ed. 1996
- 3.3) SINGER Ferdinand, "Resistencia de materiales", 3ª. Ed. Harla 1982

CAPÍTULO 4

APLICACIÓN DEL CRITERIO DE SELECCIÓN

Una vez determinados los atributos a ser maximizados y minimizados y la obtención de los índices de funcionalidad requeridos, los pasos de selección que se utilizó aplicado a nuestro caso de estudio fueron los siguientes

4.1 SELECCIÓN DE MATERIALES USANDO GRÁFICAS PARAMÉTRICAS

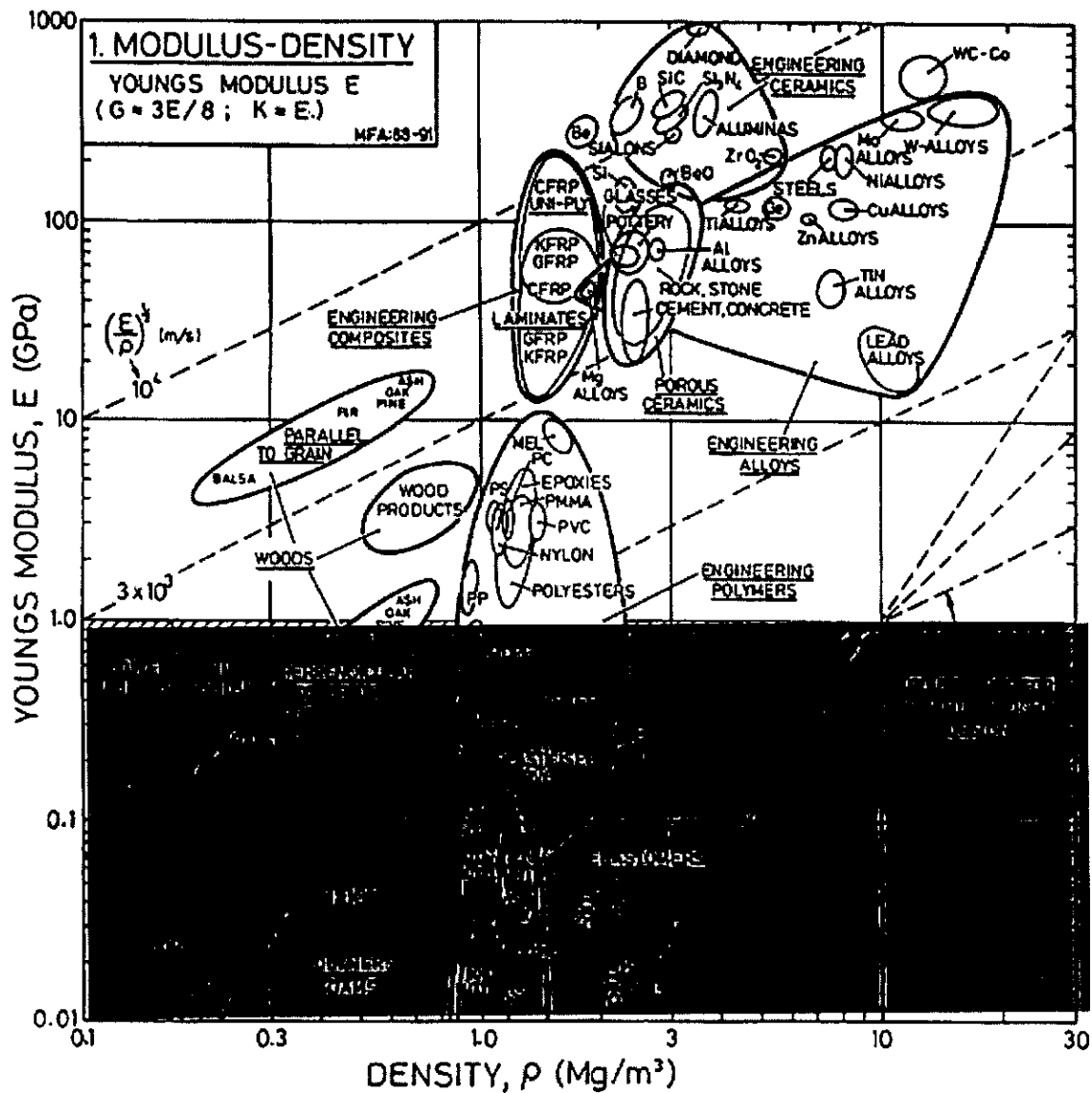


Fig 4.1 Módulo de Young vs. Densidad (materiales óptimos se encuentran fuera del área sombreada)

De toda la gama de materiales a seleccionar para la plataforma de carga, las gráficas paramétricas delimitan los materiales óptimos como ya se hizo mencionó en el capítulo cuatro. Entonces, partiendo nuevamente de la gráfica paramétrica del módulo de Young contra la densidad; delimitamos a las familias de los materiales, que están acordes con las restricciones primarias, es decir la rigidez mínima se ubica en 0.88105 GPa, valor que se encuentra muy cercano al limite inferior de los sólidos verdaderos, mostrados en la figura 4.1. Los materiales descartados en este primer paso están en un tono semitransparente, y justamente, son todos los que están por debajo de el valor de 0.88105 GPa.

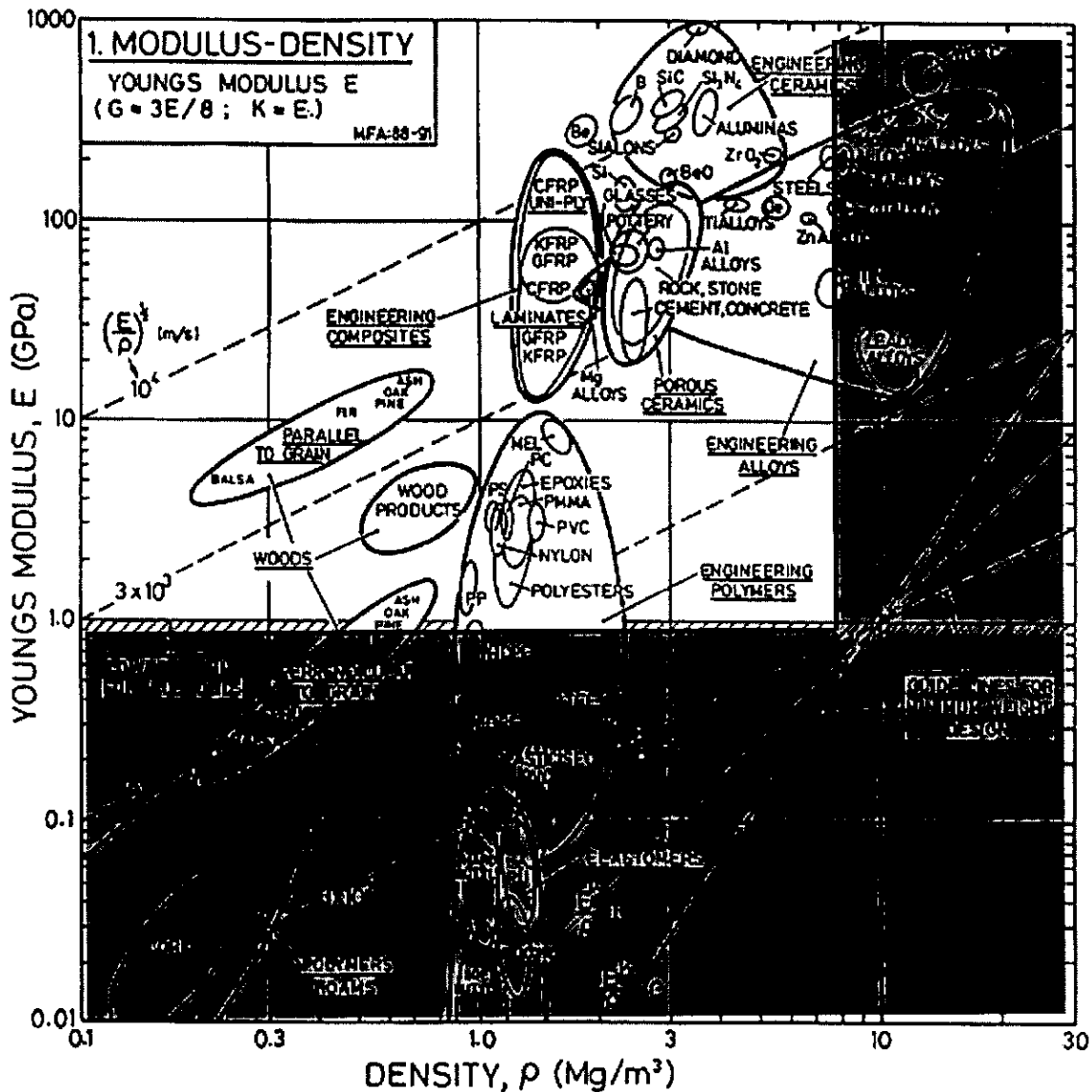


Fig 4.2 Gráfica de Modulo de elasticidad contra densidad, delimitado por las densidades de productos de madera y de los aceros aleados (7.5)

En la figura 4.2 se muestra la segunda limitación, es decir la densidad. Se mencionó en el capítulo anterior que las plataformas en vehículos de reparto actuales usan lámina acanalada de acero o madera, partiendo de ello se toman en cuenta la densidad del material más pesado, es decir el acero.

Con solamente esas dos restricciones, vemos que la gama de materiales a seleccionar sigue siendo muy amplia, lo que nos indica que es necesario recurrir al índice de funcionalidad.

El índice de funcionalidad en rigidez, se demostró según Ashby en el capítulo tres como " $E^{1/3}/\rho$ " y en la gráfica paramétrica de módulo de elasticidad contra densidad es la familia de rectas con pendiente constante, para este caso, es la línea recta punteada con pendiente mayor.

Dado que es una familia de rectas, el problema estriba en definir cual será la recta adecuada de toda la familia de rectas. Algunos autores sugieren en usar la recta, la cual deja a un mínimo de materiales a escoger, mientras que otros sugieren usar el sentido común y la experiencia para definir cual será el valor del índice de funcionalidad (M) adecuado.

Para este estudio, la posición del índice de funcionalidad, se estableció aquella en el cual incluían a los aceros, para tener así un margen de comparación de estos, con otros posibles candidatos.

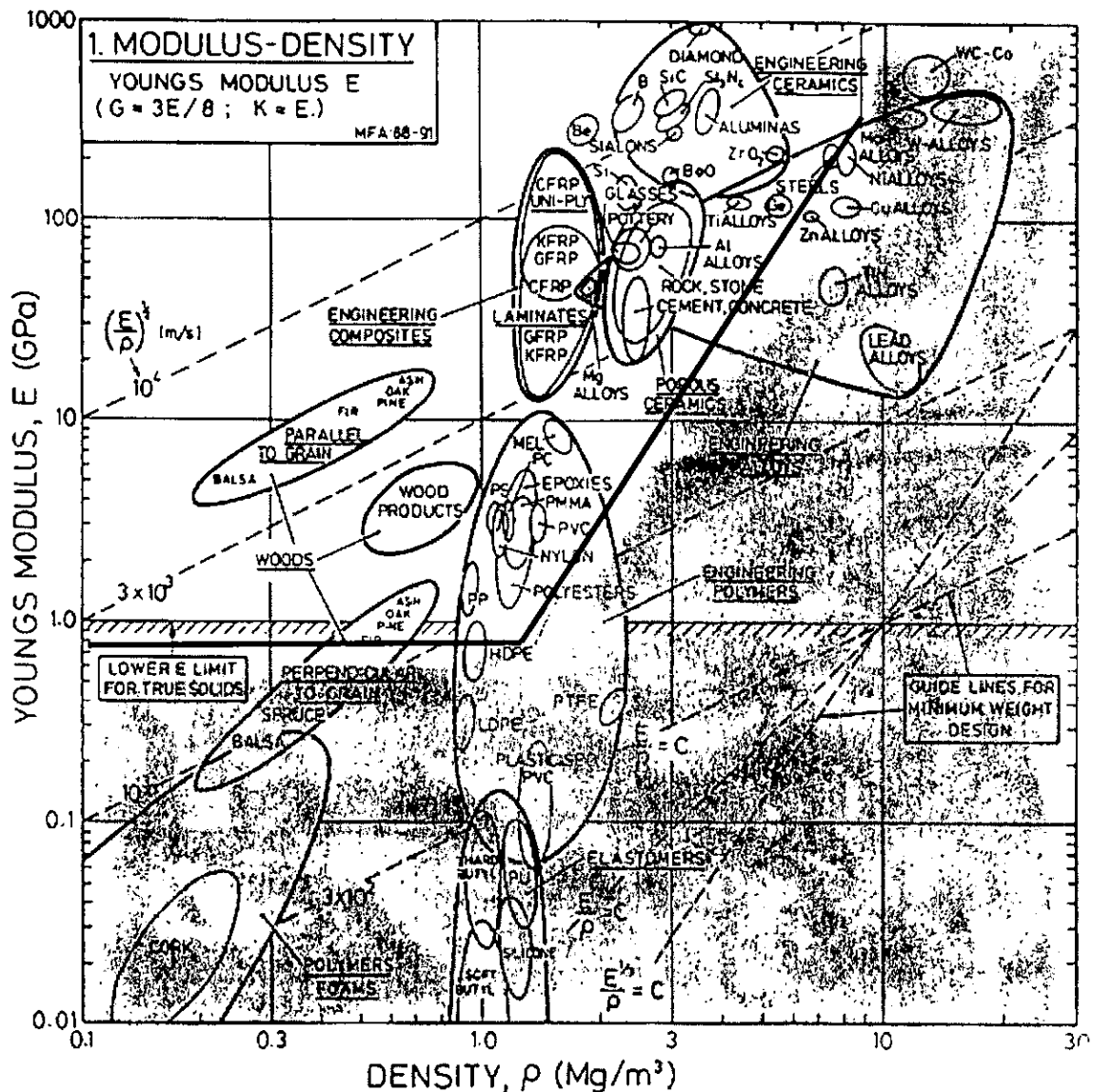


Fig 4.3 Gráfica paramétrica de Modulo de elasticidad contra la densidad, los materiales optimos en está primera selección, quedan visibles fuera del área sombreada.

En esta primera gráfica de materiales, quedan como materiales candidatos los productos de madera, los vidrios, algunos polímeros, el grupo de los materiales cerámicos de ingeniería y cerámicos porosos, aleaciones de aluminio, aleaciones de titanio, aleaciones de magnesio, aceros, aceros aleados, concretos y materiales compuestos entre los que destacan las estructuras laminadas de fibra de vidrio, fibra de carbono y fibras de kevlar .

La segunda gráfica paramétrica a utilizar es la que relaciona la resistencia y la densidad, como se muestra en la figura 4.4

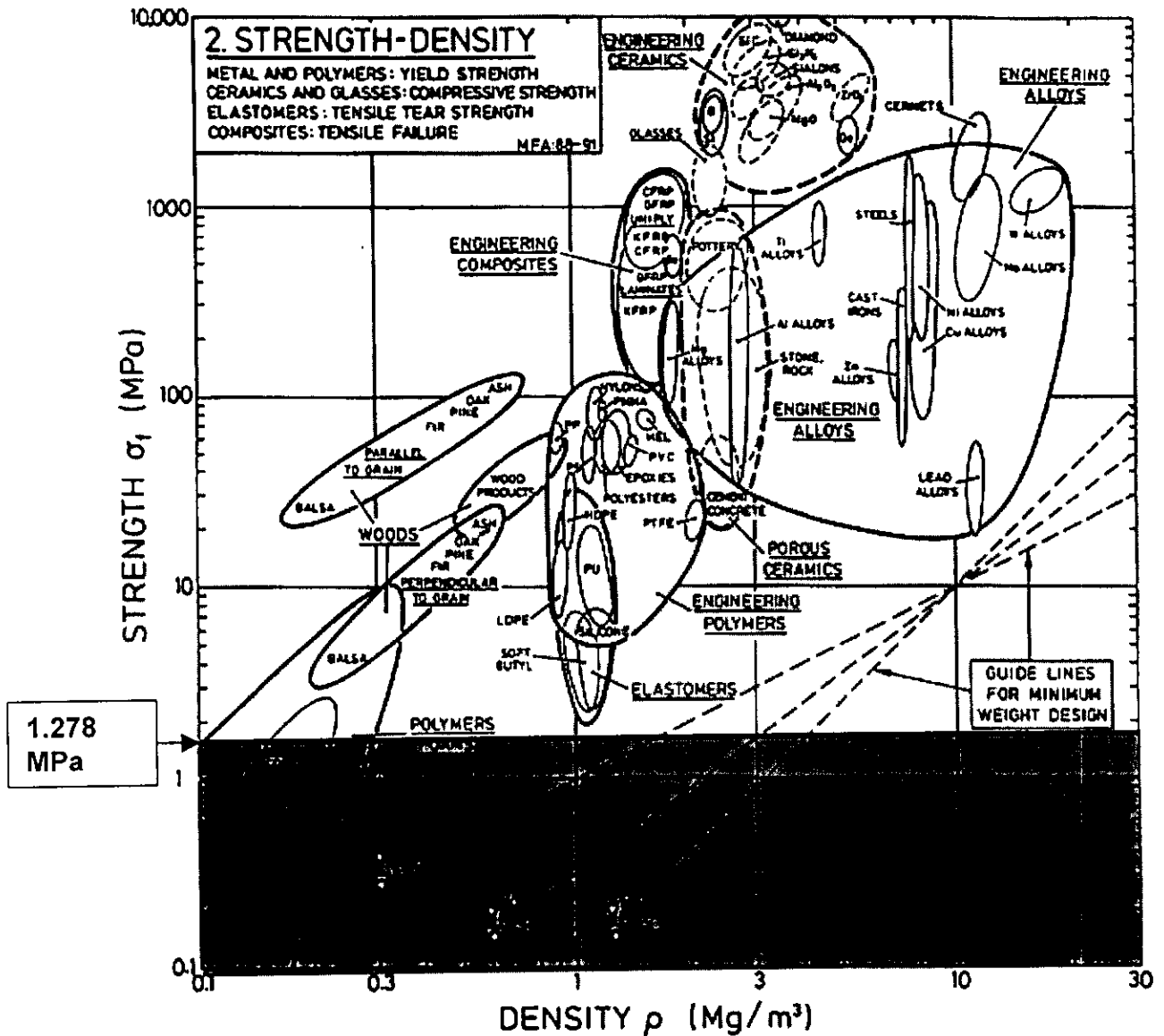


Fig. 4.4 Resistencia contra densidad; Como limite inferior se encuentra el esfuerzo a la flexión de 1.278 MPa

En esta gráfica, se coloca como otro de los requerimientos la resistencia obtenida para nuestro caso de estudio, cuyo valor es de 1.278 MPa en diseño estático, debe notarse que este sería el limite inferior de nuestra gráfica, además como ya se mencionó, el acero es usado en vehículos de reparto actuales, así que se tomo el valor de la densidad de los aceros como densidad máxima permitida. (Fig. 4.5)

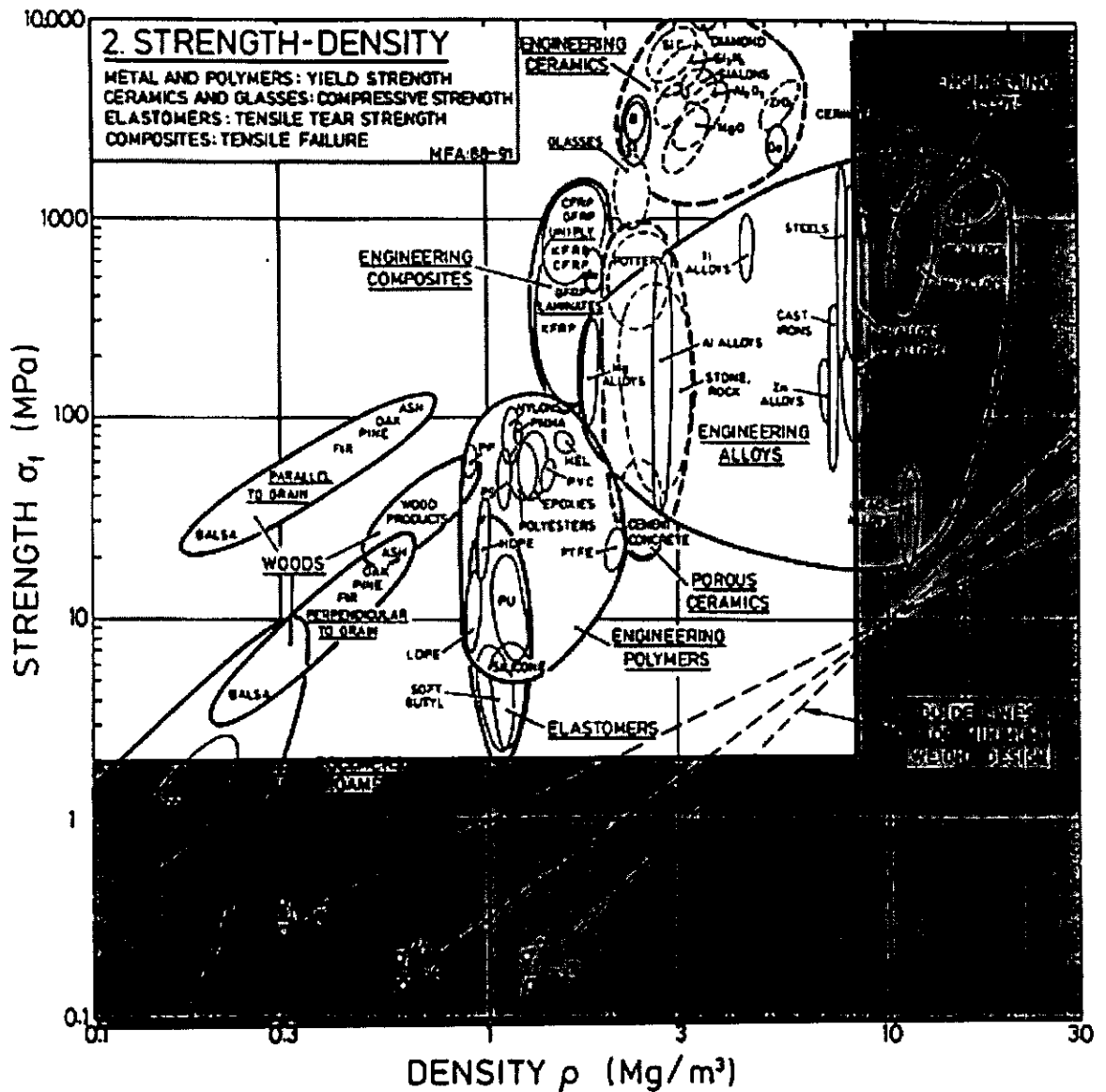


Fig 4.5 Resistencia contra densidad delimitado por la densidad de las aleaciones de acero

Las líneas guías para diseño de peso mínimo considerando el diseño por rigidez es de $\sigma_t^{1/2} / \rho$ por lo tanto los materiales a seleccionar en esta gráfica paramétrica se muestran en la figura 4.6.

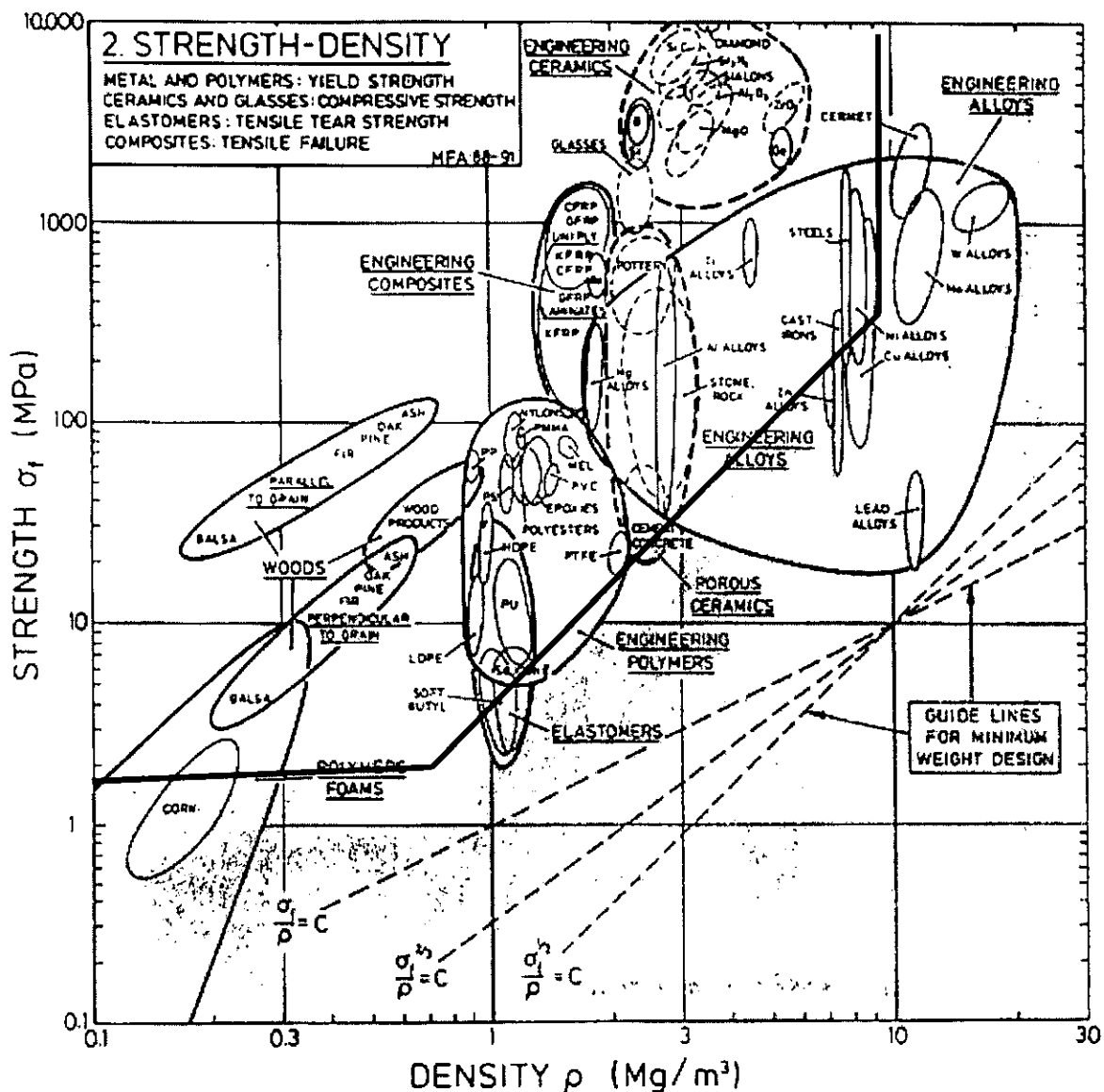


Fig. 4.6 Resistencia contra densidad, Materiales de óptimos

De la figura 4.6 vemos que ahora los subgrupos de materiales son: Los cerámicos de ingeniería, cerámicos porosos (Roca ígnea y concreto) vidrios, polímeros (Melaminas, PP, PS, Nylon, PVC, Epóxicos, acrílico, poliésteres), aceros, aleaciones de aluminio, aleaciones de magnesio, aleaciones de titanio, materiales compuestos (estructuras laminadas de fibra de vidrio, Kevlar, fibra de carbono).

Aún con estas gráficas paramétricas, los subgrupos de materiales a seleccionar son amplios, por lo que es necesario otras gráficas paramétricas para seguir reduciendo el rango de materiales a escoger.

En las gráficas paramétricas siguientes se resalta el uso del costo relativo como parámetro comparativo, el cual se relaciona tanto al módulo de Young como a la resistencia mecánica; procediendo a reducir los subgrupos de la misma forma que en las gráficas anteriores, llegamos a las siguientes configuraciones:

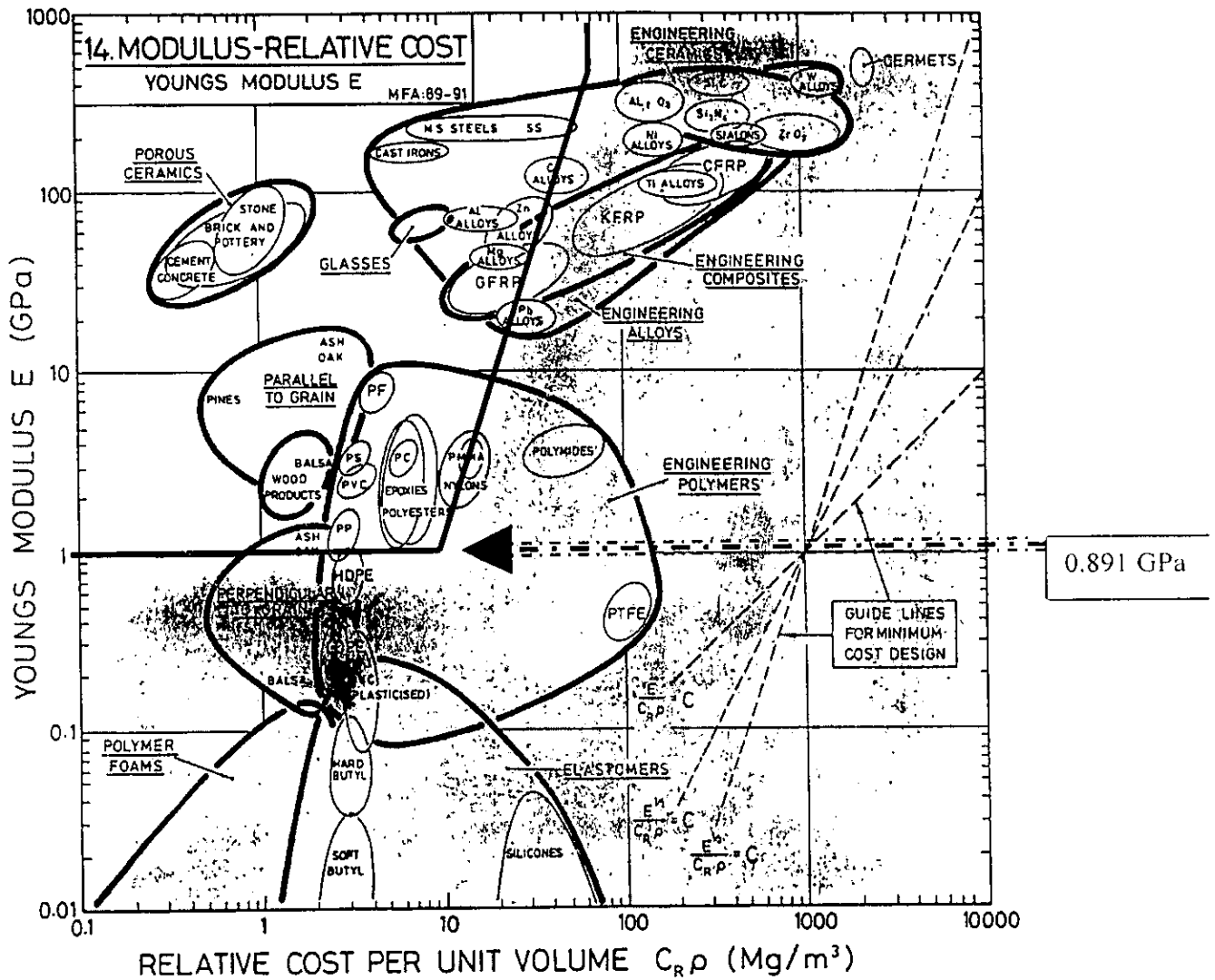


Fig. 4.7 Módulo de Young vs. costo relativo por unidad de volumen. Los materiales óptimos se encuentran fuera de la zona sombreada

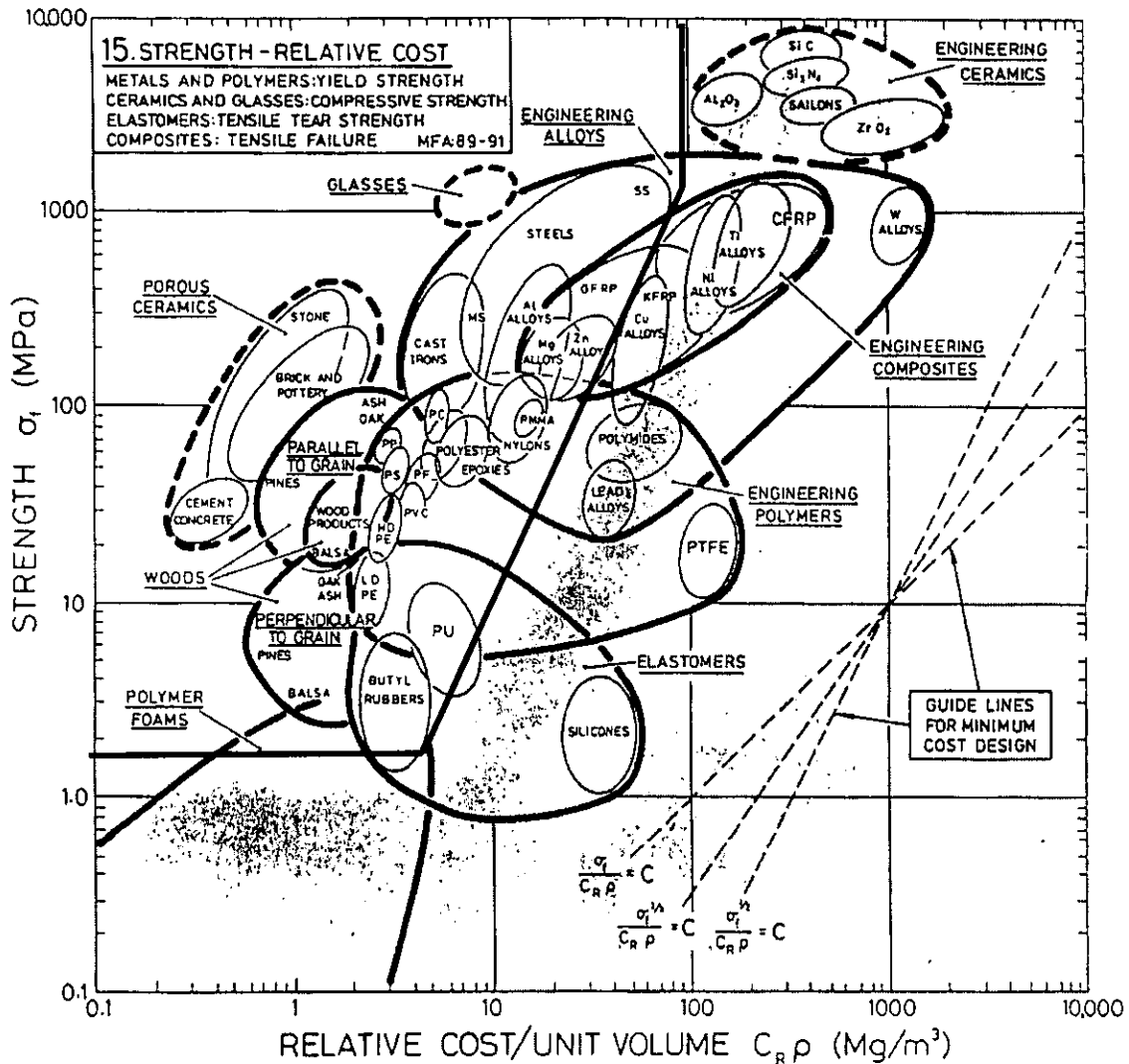


Fig. 7.8 Resistencia contra costo relativo por unidad de volumen

Haciendo una intersección entre las cuatro gráficas presentadas, se puede obtener la siguiente lista de materiales:

1. Maderas (pino, abeto, roble)
2. Aleaciones de aluminio
3. Aleaciones de magnesio
4. Aceros
5. Vidrios
6. Polímeros de ingeniería (PS, Nylon, PP, Melamina, acrílico)
7. Cerámicos porosos (Roca, concreto)
8. Estructuras laminadas de fibra de vidrio (GFRP)

Una vez obtenida la primera lista de materiales se procede a utilizar un sistema evaluativo para reducir los candidatos anteriores.

4.2 EVALUACIÓN POR EL MÉTODO DE PROPIEDADES PONDERADAS

En el capítulo 2, se vio un ejemplo esquemático de la selección de materiales, de acuerdo a sus propiedades. Ahora en este capítulo se aplicará el método de propiedades ponderadas a nuestro caso de estudio; donde las propiedades a considerar: se acuerdo a su importancia son:

- **Rigidez** (a través del modulo de Young)
- **Resistencia mecánica**
- **Resistencia a la humedad**
- **Tenacidad**
- **Densidad**
- **Costo**
- **Disponibilidad**

De las propiedades antes mencionadas, se puede distinguir que las propiedades a maximizar son:

- Rigidez
- tenacidad
- Resistencia mecánica
- Resistencia a la humedad
- Disponibilidad

mientras que las propiedades a minimizar son:

- Densidad
- Costo

Así, podemos ver que tenemos un total de siete propiedades a ponderar, que de acuerdo a la ecuación 2.17, $n = 7$, por lo que $N = 7(6-1)/2$, $N = 21$.

En la tabla 4.1, se muestra las importancias relativas de las propiedades, una con respecto a la otra, usando el sistema lógico digital:

PROPIEDAD	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	DECISIÓN	fac. de pes	
Rigidez	0	0	1	1	1	0																	3	0.143
resistencia	1						1	1	0	1	0												4	0.1905
densidad		1					0					1	1	1	1								5	0.238
tenacidad			0					0				0				0	1	1					2	0.094
costo				0					1				0			1				0	0		2	0.094
humedad					0					0				0			0		1		1		2	0.094
facilidad de obtención						1					1				0			0			1	0	3	0.143

Tabla 4.1 Ponderaciones de las propiedades

De la tabla 4.1, se observa que la propiedad de mayor importancia, es la densidad con una puntuación en la decisión de **5** y un factor de peso de **0.238** la segunda propiedad de importancia es la resistencia estática, con una puntuación en la decisión de **4** y un factor de peso de **0.1905**; la tercera propiedad es la rigidez junto con la facilidad de obtención con una puntuación en la decisión de **3** con un factor de peso **0.143**, por último la tenacidad, costo y humedad se encuentran bajo la misma puntuación de **1** con un factor de peso **0.094**.

Todo diseñador, pueden tener su propio criterio de selección según las condiciones de trabajo. La lógica indicaría que un material que va a estar sometido a cargas de flexión, la propiedad más importante a considerar sería la resistencia o la rigidez; sin embargo, se puede reflexionar que:

- Las gráficas paramétricas ya establecen un límite inferior tanto para el módulo de elasticidad, como para la resistencia a la cedencia, dicho en otros términos, los grupos de materiales que están fuera del área sombreada son aquellos que ya cumplen con el valor mínimo necesario de rigidez y de resistencia.
- No debemos olvidar que se trata de un vehículo eléctrico de reparto, por lo que es necesario buscar un material con densidad baja, para disminuir el peso del vehículo, tal como se expresó en los requerimientos primarios.
- El índice de tenacidad ciertamente es importante a considerar en el diseño, aunque para poder evaluarlo se tendrían que realizar pruebas de banco ya sobre prototipo, por lo que se considera que el vehículo recorrerá una ruta cuyo camino no es abrumador ni accidentado (Centro histórico de la Ciudad de México).
- El costo ocupa el mismo lugar de importancia que la tenacidad, ya que el costo será amortizado con las utilidades del reparto en el vehículo.
- Al igual que el índice de tenacidad y el costo; la resistencia a la humedad se encuentra en el mismo nivel a ponderar, ya que según los datos arrojados por las gráficas paramétricas, los materiales candidatos tienen un valor cualitativo aceptable en cuanto a esta propiedad.

En la tabla 4.2 se muestran los valores de las propiedades de los materiales candidatos, en ella se pueden observar los valores reales para algunos casos, mientras que para otros se presenta el valor característico de la familia representada. Ahora bien, en la tabla 4.3 se muestran los valores escalados de las propiedades con su índice de funcionalidad " γ ".

MATERIALES	MODULO DE ELASTICIDAD	ESFUERZO A LA FLUENCIA	DENSIDAD	INDICE DE TENACIDAD	COSTO RELATIVO POR UNIDAD DE VOL.		
					facil. de O	Humedad	
	GPa	MPa	Mg/m ³	MPa m ^{1/2}			
Maderas	6.2	50	0.87	3.12	2	5	1
Melamina	5	46	1.7	0.7	2	5	5
PS	3.1	20	1.48	1	3	4	5
Nylon	2.8	84	1.57	3	10	4	5
Acrílico	2.9	70	2.1	0.97	11	4	5
Polycarbonato	2	77	1.69	3	5	4	5
GFRP	80	580	1.3	29.31	10	4	5
vidrio	72.4	107	2.7	0.06	10	5	5
aleaciones							
Mg	44.831	227.586	1.74	15	10	2	2
Roca ignea	20	300	2.9	0.2	0.006	3	1
Concreto	30	50	3.4	0.3	0.1	4	1
aleaciones de							
Al	70	206.89	2.69	25	19	3	5
aceros	210	600	7.5	43	10	3	5

Tabla 4.2 Tabla de materiales candidatos con sus propiedades. Los valores de la facilidad de obtención de los materiales, se clasificaron del 1 al 5 (donde 1 denota la dificultad de obtener el material, y 5 denota la mayor facilidad de obtener este material).

Para la resistencia a la humedad, el valor de 1 denota que no es resistente, y que 5 representa la mayor resistencia a la humedad. El costo relativo se basa en los aceros con un valor de 10.

MATERIALES	MODULO DE ELASTICIDAD	ESFUERZO A LA FLUENCIA	DENSIDAD	INDICE DE TENACIDAD	COSTO RELATIVO	RESIST. A LA HUMEDAD		
						DE OBTENCION	FACILIDAD	γ
	GPa	MPa	Mg/m ³	MPa m ^{1/2}	(Mg/m ³)	DE OBTENCION	FACILIDAD	γ
Maderas	2.95	8.33	100.00	7.26	0.30	100.00	20.00	38.9
Melamina	2.38	7.67	51.18	1.63	0.30	100.00	100.00	37.9
PS	1.48	3.33	58.78	2.33	0.20	80.00	100.00	36.9
Nylon	1.33	14.00	55.41	6.98	0.06	80.00	100.00	38.6
Acrílico	1.38	11.67	41.43	2.26	0.05	80.00	100.00	34.4
Polycarbonato	0.95	12.83	51.48	6.98	0.12	80.00	100.00	37.4
GFRP	38.10	96.67	66.92	68.16	0.06	80.00	100.00	68.1
vidrio	34.48	17.83	32.22	0.14	0.06	100.00	100.00	39.8
aleaciones								
Mg	21.35	37.93	50.00	34.88	0.06	40.00	40.00	35.0
Roca ignea	9.52	50.00	30.00	0.47	100.00	60.00	20.00	36.1
Concreto	14.29	8.33	25.59	0.70	6.00	80.00	20.00	20.8
aleaciones de								
Al	33.33	34.48	32.34	58.14	0.03	60.00	100.00	44.5
aceros	100.00	100.00	11.60	100.00	0.06	60.00	100.00	65.6

Tabla 4.3 Tabla de materiales candidatos mostrando sus propiedades escaladas, donde la última columna se indica el Índice de funcionalidad.

Como resultado de la ponderación, podemos ver entonces que los materiales con el mejor índice de funcionalidad se resalta en tono gris, y ordenándolos de mayor a menor tenemos la siguiente reducción:

1. Estructuras laminadas de fibra de vidrio (GFRP)
2. Aceros
3. Aleaciones de aluminio
4. Vidrio
5. Madera

Ocupando en primer lugar con una puntuación de 68.19 las estructuras laminadas de fibra de vidrio.

4.3 EVALUACIÓN POR EL MÉTODO DE LAS PROPIEDADES LIMITE

En el capítulo 2, se mostró la ecuación que permite calcular el factor de merito "m" dado por

$$m = \left[\sum \alpha_i \frac{Y_i}{X_i} \right]_l + \left[\sum \alpha_j \frac{X_j}{Y_j} \right]_u + \left[\sum \alpha_k \left| \frac{X_k}{Y_k} - 1 \right| \right]_t$$

donde:

"l, u, t" son los correspondientes al límite inferior, superior y exacto respectivamente.

n_i , n_u , y n_t son los números de los límites inferiores, superiores y exacto.

α_i , α_j , y α_k son los factores de peso para los límites inferiores, superiores y exacto.

x_i , x_j , y x_k son los valores de las propiedades en los materiales candidatos del límite inferior, superior y exacto.

y_i , y_j , y y_k son los valores de los límites inferiores, superiores y exactos.

En esta evaluación de materiales, los factores de peso α_i , α_j , y α_k serán los mismos factores de peso que los usados en la tabla de ponderación, donde los límites inferiores son:

- Rigidez = 0.143
- Resistencia = 0.1904
- Tenacidad = 0.095
- Humedad = 0.095
- Facilidad de Obtención = 0.0143

Y los límites superiores son:

- Densidad = 0.238
- Costo = 0.0952

La tabla 4.4, muestra el factor de merito para los materiales previamente seleccionados.

MATERIALES	MODULO DE ELASTICIDAD	ESFUERZO A LA FLUENCIA	DENSIDAD	INDICE DE TENACIDAD	COSTO RELATIVO	FACILIDAD DE OBTENCION	RESIST. A LA HUM.	m
	GPa(limite inferior)	MPa(limite inferior)	Mg/m ³	MPa m ^{1/2} (l. Inferior)	(Mg/m ³)		(l.Inf)	
Maderas	0.88	1.28	0.60	5.00	100.00	4.00	3.00	1.03
Melamina	0.88	1.28	0.60	5.00	100.00	4.00	3.00	1.55
PS	0.88	1.28	0.60	5.00	100.00	4.00	3.00	1.30
Nylon	0.88	1.28	0.60	5.00	100.00	4.00	3.00	1.02
Acrílico	0.88	1.28	0.60	5.00	100.00	4.00	3.00	1.56
Policarbonato	0.88	1.28	0.60	5.00	100.00	4.00	3.00	1.08
GFRP	0.88	1.28	0.60	5.00	100.00	4.00	3.00	0.72
vidrio	0.88	1.28	0.60	5.00	100.00	4.00	3.00	9.18
aleaciones								
Mg	0.88	1.28	0.60	5.00	100.00	4.00	3.00	1.14
Roca ignea	0.88	1.28	0.60	5.00	100.00	4.00	3.00	4.09
Concreto	0.88	1.28	0.60	5.00	100.00	4.00	3.00	3.47
aleaciones de								
Al	0.88	1.28	0.60	5.00	100.00	4.00	3.00	1.32
aceros	0.88	1.28	0.60	5.00	100.00	4.00	3.00	3.30

Tabla 4.4 Método de las propiedades limite

Por este método, el material que tiene menor puntuación es la fibra de vidrio con una puntuación de 0.72

Para nuestro caso de estudio, los resultados arrojados por este último método, aunque resultan convincentes, debe de tomarse en cuenta que no se tiene los valores exactos de las propiedades, por lo cual este método se considerará bajo ciertas reservas.

Con éste método, se tiene los siguientes materiales para los cinco primeros candidatos.

1. GFRP
2. Nylon
3. Maderas
4. Policarbonato
5. Aleaciones de Mg.

De los tres métodos aplicados, dos de ellos nos arrojan características similares en cuanto a los materiales seleccionados, por lo que tomaremos en cuenta este hecho para analizar los cinco materiales mencionados:

1. estructuras laminadas de fibra de vidrio (GFRP)
2. madera

Como una de las restricciones de diseño es la minimización del peso del vehículo, es necesario hacer hincapié en el peso de nuestra plataforma de carga, por lo que a continuación se hace un breve resumen de ello.

MATERIAL	DENSIDAD (Mg/m ³)	VOLUMEN MÁXIMO PERMITIDO m ³	PESO TOTAL kg
GFRP	1.3	0.0856	111.4
MADERA	0.87	0.0856	74.47

Como puede apreciarse, los pesos antes indicados comparados con los de la madera son excesivos, por lo que se puede pensar que las fibras tienen la probabilidad de bajar su peso si se combinan con estructuras reforzadoras, en forma de material compuesto, al igual que las maderas que son los materiales de menor densidad que resultaron del proceso de selección.

La ponderación dio mayor consideración a la densidad del material, pero revisando los datos de los materiales, no existe en la actualidad un material de tan baja densidad, y que tenga las condiciones de resistencia y rigidez apropiadas para los requerimientos de diseño.

Por lo que, consultando en libros de diseño, en las páginas web y catálogos¹ de venta se encontró que los materiales estructurales que podían satisfacer nuestras necesidades eran los compuesto del tipo laminar, mejor conocidos como estructuras tipo sándwich, por lo que a continuación se describirán las características comunes de ellos.

¹ CATALOGO "MEXINOX TRADING S.A DE C.V" Av Lazaro Cardenas 1415 . Fracc Alamo Industrial Tlaquepaque Jal.

² HONEYCOMB DE MÉXICO S.A DE C.V

4.4 MATERIALES COMPUESTOS ESTRUCTURALES

Un **material compuesto estructural** está formado tanto por materiales compuestos en sí, como por materiales homogéneos, y sus propiedades no solo dependen de los materiales constituyentes sino de la geometría del diseño de los elementos estructurales. Los compuestos laminares y los paneles tipo sándwich son dos de los compuestos estructurales más comunes.

Un **material compuesto laminar** consta de laminas o paneles que tienen una dirección preferentemente con elevada resistencia, tal como ocurre en la madera y en los plásticos reforzados con fibras continuas y alineadas. Las capas se apilan y luego se pegan entre sí, de modo que la orientación de la dirección de elevada resistencia varíe en cada una de las sucesivas capas (Fig. 4.9) Por ejemplo en la madera contrachapada o triplay, las direcciones de elevada resistencia de las sucesivas capas forman ángulos rectos entre sí. Las laminas también se pueden construir utilizando materiales plásticos para la matriz y algodón, papel o fibra de vidrio tejida con material de refuerzo. Así un material compuesto laminar es relativamente resistente en varias direcciones del plano bidimensional; sin embargo, la resistencia en una dirección determinada es, desde luego, menor que la que resultaría del alineamiento de todas las fibras en esa dirección. Un ejemplo de una estructura laminar relativamente compleja es el de los esquís modernos.

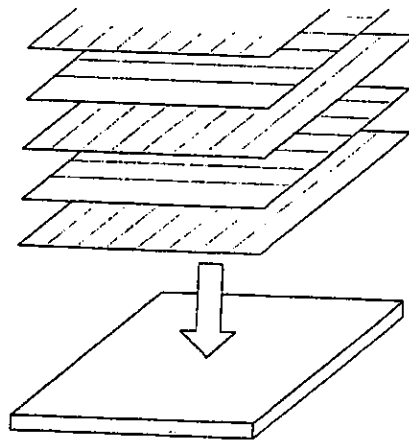


Fig. 4.9. Apilamiento de capas reforzadas en sucesivas orientaciones para construir un material compuesto laminar. (ref 4.3)

Los **paneles tipo sándwich** se consideran como un material compuesto estructural y consiste en dos láminas externas fuertes, o caras, separadas por una capa de material menos denso. Las caras exteriores resisten la mayor parte de las cargas, mientras que el núcleo tiene dos funciones. En primer lugar separa las

caras y resistirá la deformación perpendicular al plano de la cara. En segundo lugar, aporta cierto grado de resistencia al cortante a lo largo de los planos perpendiculares a las caras. Como núcleo se utiliza varios tipos de materiales y estructuras, como por ejemplo polímeros espumosos, cauchos sintéticos, cementos inorgánicos y hasta madera balsa.

Otro popular núcleo consiste en una estructura de **honeycomb** (nombre como se le conoce en el mercado nacional, aunque algunos autores utilizan el nombre de "panal"), que consiste en delgadas laminas dispuestas en forma de celdillas hexagonales trabajadas con sus ejes perpendiculares a los de las caras. El material del panal puede ser similar al de las caras o completamente diferente. La figura 4.10 muestra una sección de panel sándwich con núcleo en panal.

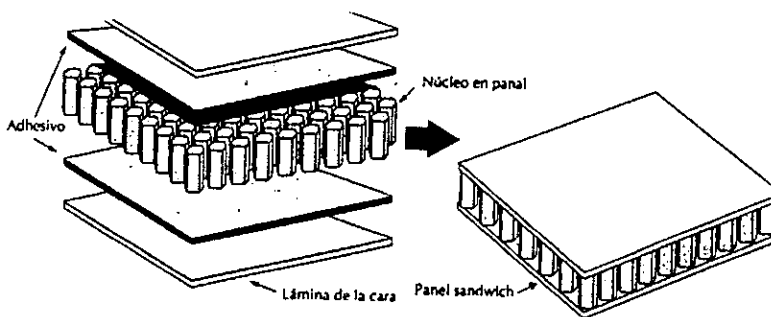
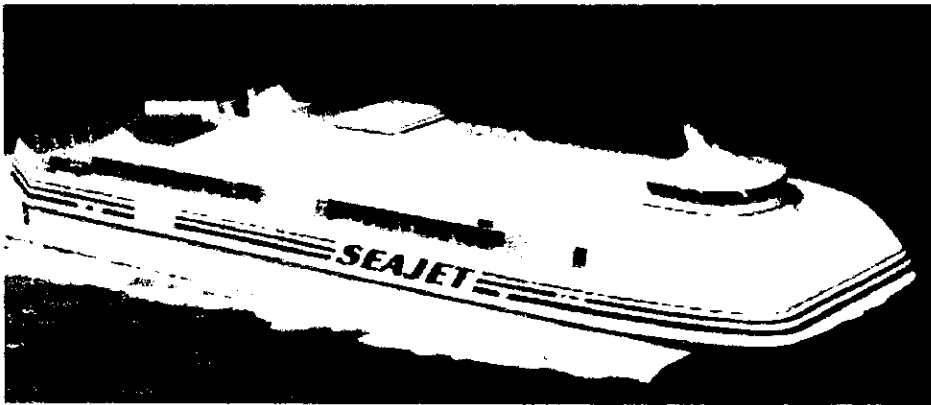


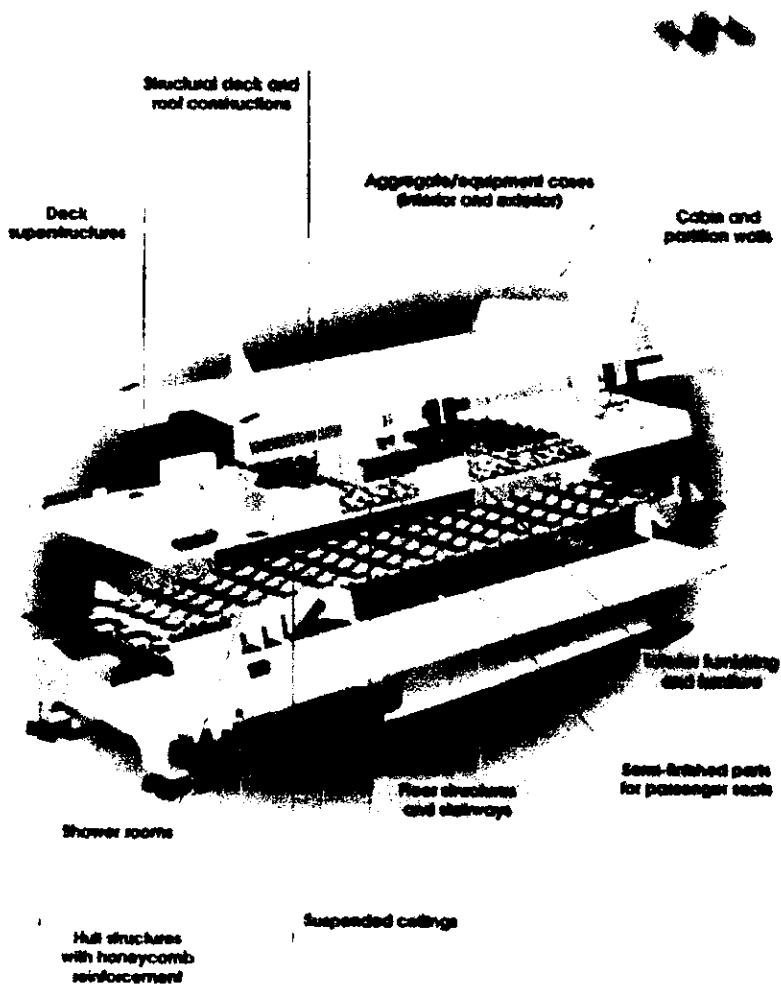
Fig. 4.10 Diagrama esquemático de la fabricación de un panel sándwich con un núcleo en honeycomb. (ref 4.4)

Se construyen paneles tipo sándwich para gran cantidad de aplicaciones como techos, suelos, paredes de edificios, en aviación para revestimientos de las alas, fuselaje, planos estabilizadores de cola de aviones. Además, los sándwiches con núcleo de honeycomb, se utilizan en los pisos de los transbordadores del canal de la mancha, que conecta a Inglaterra con el continente, (Figura 4.11) los cuales fueron construidos con fibra de vidrio en sus caras. Dicha estructura sándwich tiene grandes características de resistencia y de bajo peso, por lo cual **se puede considerar este material como el óptimo para la fabricación de la plataforma del vehículo eléctrico de reparto.**

A través de investigaciones en el mercado nacional, se encontró que existen paneles de papel que pudieran minimizar el peso de nuestra plataforma de carga si los combináramos con caras de GFRP como un sólido completo, por lo que en el siguiente capítulo se hará un estudio de este material mediante el análisis del elemento finito computacional, para evaluar dicha estructura sándwich y poderla aplicar en el caso de estudio.



Fast ship and high speed ferry industry



Raymond SEAJET High Speed Ferry

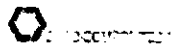


Fig. 4.11 Aplicaciones de las estructuras sándwich de honeycomb en una trasbordador marino de carga. (ref. 4.5)

BIBLIOGRAFÍA DEL CAPÍTULO

- 1) ASHBY, M.F. "Engineering materials 1, an introduction to their properties & applications", 2nd. Ed. 1996
- 2) CHARLES, J.A., et. Al. "Selection and use of engineering materials" 3th. Edition 1997, Ed. Butterwoth-Heinemann
- 3) FARAG, M.M. "Materials Selection for engineering design", 1rst. Edition, 1997, Ed. Prentice-Hall
- 4) CALISTER William D. "Introducción a la Ciencia e Ingeniería de los materiales" . Editorial REVERT; 1997 Barcelona España.
- 5) <http://www.eurocomposites.com/frames/unternehmen-e.htm>

CAPÍTULO 5

ANÁLISIS DEL CASO DE ESTUDIO USANDO ELEMENTO FINITO

En ocasiones, la aplicación de las leyes de la mecánica conducirá a un sistema de ecuaciones para el cual es difícil, y a veces imposible, obtener una solución en forma cerrada. Al encontrar esta situación, los ingenieros y científicos usan un método numérico, el cual puede programarse en una computadora o calculadora de bolsillo. Aquí presentaremos, brevemente, un programa de computadora para resolver un sistema mecánico, que es el caso de estudio ya mencionado.

5.1 ELEMENTO FINITO

En los últimos cien años se ha acumulado un inmenso número de soluciones analíticas para los problemas de mecánica de materiales. Aun así, en numerosas situaciones, la geometría o condiciones de frontera son tales que no se ha podido obtener una solución analítica, o si se ha desarrollado una solución, está involucra una solución en serie tan compleja que la evaluación numérica se vuelve en extremo difícil. Para tales situaciones el enfoque más fructífero es el que se basa en técnicas de *diferencias finitas*. Claro está que el rápido desarrollo de las computadoras ha permitido obtener soluciones numéricas a muchos problemas que hasta el momento se pensaban imposibles.

El elemento finito es un método numérico, que permite obtener los estados de esfuerzos de un elemento estructural en cualquier punto, el cual estará sometido a varios tipos de cargas y restricciones, con solo conocer de antemano las propiedades del material del cual está hecho este elemento. En la actualidad existen softwares que aplican el método de elemento finito para una solución rápida de análisis, tanto de los esfuerzos como de las deformaciones, así como las temperaturas en cualquier parte de un cuerpo para problemas de transferencia de calor; además de encontrar soluciones a problemas de fluidos y electromagnéticos de los materiales.

En el análisis de nuestro caso de estudio, la idea básica es discretizar una región del cuerpo en estudio y expresar los campos de desplazamiento y esfuerzo en términos de valores en puntos discretos. En un análisis unidimensional, el esfuerzo y la deformación, se relacionan como:

$$\sigma = E \varepsilon \quad (5.1)$$

que en forma matricial tendríamos:

$$\sigma = E \varepsilon \quad (5.2)$$

Queriendo decir que ahora el esfuerzo y la deformación están en forma vectorial, no solo por escalares. Además si la deformación inicial ϵ_0 y el esfuerzo inicial σ_0 , son conocidas, entonces la ecuación 5.2 se representa como:

$$\sigma = E(\epsilon - \epsilon_0) + \sigma_0 \quad (5.3)$$

donde podemos comenzar a establecer las condiciones iniciales.

5.2 ESFUERZO PLANO Y DEFORMACIÓN PLANA

Para el análisis del elemento finito, se considerará el esfuerzo plano y la deformación plana, por principio de la mecánica del medio continuo el desplazamiento de los puntos de un mismo cuerpo en dos dimensiones, se pueden representar como u y v , en las cuales $u = u(x,y)$ y $v = v(x,y)$

Tanto los esfuerzos planos como las deformaciones planas, se observan en estructuras bidimensionales, es por eso que los detalles esenciales de la estructura pueden describirse por modelos de dos dimensiones como en el plano X-Y, donde todas las cargas actúan sobre él.

La estructura está en un esfuerzo plano si los esfuerzos que están en la dirección normal al plano son cero, como ejemplo representativo de ello tenemos ilustrado en la figura 5.1 los anillos que van sujetos a una flecha en la figura se observa que los esfuerzos en la dirección z, así como τ_{xz} y τ_{yz} tienden al valor de cero.

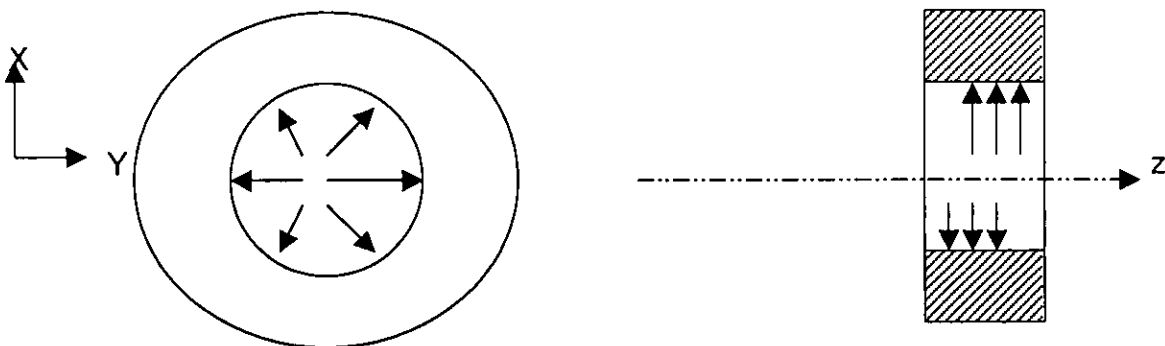


Fig. 5.1 Diagrama de un esfuerzo plano.

Ahora bien, si un cuerpo largo de sección transversal constante, está sometido a una carga transversal a lo largo de su longitud, se puede visualizar una diferencial de área que este cargada, para así considerar una *deformación plana*, tal como se muestra en la figura 5.2

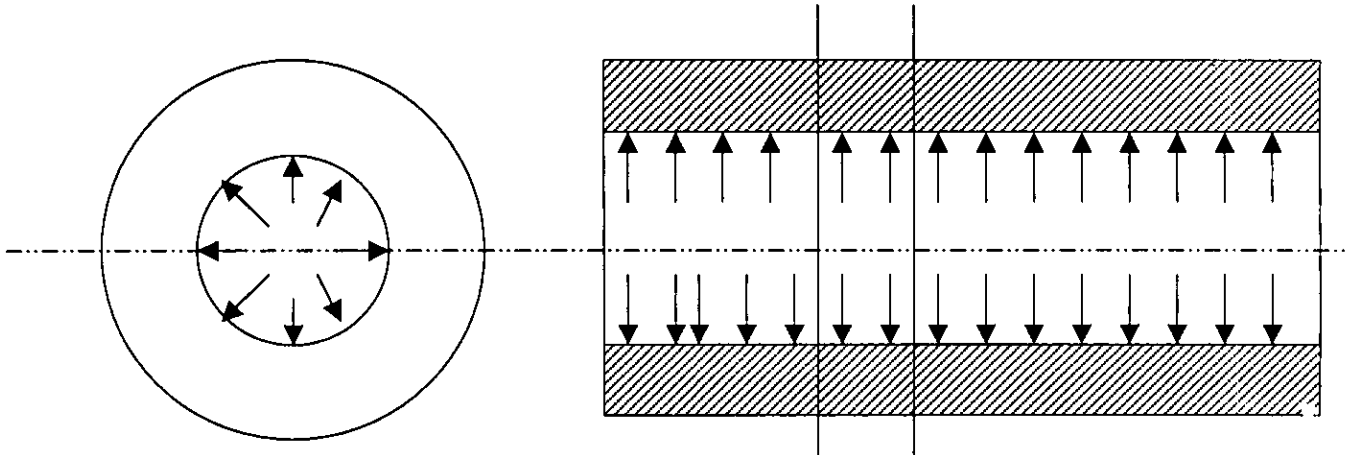


Fig. 5:2 Diagrama de una deformación plana

Dado lo anterior, entonces decimos que la estructura está en el plano de deformación si las deformaciones que actúan en la dirección normal al plano son nulas. Un ejemplo del esfuerzo plano lo vemos en estructuras delgadas o placas. Y las condiciones de la deformación plana ocurren en estructuras donde la dimensión en el eje Z es grande en comparación con otras dimensiones.

Elasticidad lineal

A lo anterior podemos añadir que los esfuerzos y las deformaciones planas, se relacionan la elasticidad lineal, la cual asume que:

- • Las deformaciones son pequeñas
- • El esfuerzo es directamente proporcional a la deformación
- • Ambos recuperan su forma después de haber sido eliminada la carga, sin exceder, obviamente el límite de cedencia.

Isotropía

Un material se dice que es isotrópico, cuando la relación entre el esfuerzo y la deformación es la misma en cualquier dirección, caso contrario serán los materiales anisotrópicos como la madera y algunos materiales compuestos. Por otro lado se dice también que las condiciones de los materiales para aplicar el elemento finito en situaciones de carga estática, es que deben de ser lineales en la zona elástica de un diagrama esfuerzo-deformación, como lo podemos tener en el caso de los siguientes ejemplos:

- Metales a temperatura ambiente
- Concreto y mampostería sin grietas excesivas o pronunciadas
- Maderas y compuestos con buena resistencia a cargas uniaxiales
- Incluso suelos, los que se aceptan solamente para deformaciones pequeñas, y

donde su cálculo se acepta si es necesario determinar las indicaciones de compactación del resto de la estructura.

Determinación del esfuerzo y la deformación

En el esfuerzo plano y la deformación plana existen tres componentes de esfuerzos:

- σ_x = Esfuerzo en la dirección x
- σ_y = Esfuerzo en la dirección y
- τ_{xy} = Esfuerzo cortante

Asociado con la deformación, existen tres componentes

- ϵ_x = deformación directa en la dirección x
- ϵ_y = deformación directa en la dirección y
- γ_{xy} = deformación cortante

que en forma algebraica, la deformación se representa como:

$$\begin{aligned} \epsilon_x &= \frac{\partial u}{\partial x} \\ \epsilon_y &= \frac{\partial v}{\partial y} \\ \gamma_{xy} &= \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \end{aligned} \tag{5.4}$$

Y la relación esfuerzo- deformación en el esfuerzo plano en forma matricial, esta dada por:

$$\begin{pmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{pmatrix} = \frac{E}{1-\nu^2} \begin{pmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{pmatrix} \tag{5.5}$$

Donde ν es la relación de Poisson. En la ecuación matricial (5.5) no se toma en cuenta el esfuerzo en la dirección z por las razones mencionadas, sin embargo existe la deformación en la dirección z dada por :

$$\epsilon_z = -\frac{\nu(\epsilon_x + \epsilon_y)}{1-\nu} \tag{5.6}$$

El esfuerzo para la deformación plana, está dado por:

$$\begin{pmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{pmatrix} = \frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{pmatrix} 1 & \frac{\nu}{1-\nu} & 0 \\ \frac{\nu}{1-\nu} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{pmatrix} \quad (5.7)$$

Siendo el esfuerzo en la dirección z como:

$$\sigma_z = \nu(\sigma_x + \sigma_y) \quad (5.8)$$

Estos esfuerzos son importantes en cálculos de estructuras que están cerca del límite de fluencia, aunque a menudo se utilizan los siguientes factores para el esfuerzo plano

$$E^* = \frac{E}{1-\nu^2} \quad (5.9)$$

$$\nu^* = \frac{\nu}{1-\nu}$$

Esto significa que el esfuerzo plano y la deformación plana pueden ser resueltos de manera simultánea, donde todo lo que se necesita es conocer para un caso o para el otro respectivamente, el cambio de valor del módulo de elasticidad "E" y la relación de Poisson. Mientras tanto no se debe perder de vista que:

- • La relación entre esfuerzo y deformación es siempre $\sigma = E\epsilon$
- • Existen tres componentes de esfuerzos y deformación en el análisis de dos dimensiones
- • La definición de la deformación es importante
- • Las condiciones para las cuales deben ser aplicables los esfuerzos planos y las deformaciones planas
- • Las condiciones donde deben de ser aplicables los conceptos de isotropía y elasticidad lineal.

5.3 RELACIÓN DESPLAZAMIENTO-DEFORMACIÓN

El desplazamiento y la deformación de un elemento diferencial se pueden relacionar para estimar las condiciones de un elemento bajo carga; donde el elemento puede ser considerado como un punto nodal. Un nodo es una representación geométrica, donde convergen tres o más líneas en el espacio; esto ayuda definir, los conceptos básicos del elemento finito. El desplazamiento de cada nodo viene dada por la ecuación matricial:

$$\mathbf{u} = \mathbf{N}\mathbf{d} \quad (5.100)$$

Cuya matriz de deformación será:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{B}\mathbf{d} \quad (5.111)$$

donde la matriz **B** se usa para estimar la deformación en cualquier punto dentro del elemento en términos del desplazamiento nodal, también conocida como de derivadas. Mientras que **d** es la matriz de desplazamientos.

De manera que desglosando la relación usada para la deformación tenemos:

$$\begin{aligned} \varepsilon_x &= \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial \sum N_i u_i}{\partial x} = \sum \frac{\partial N_i}{\partial x} u_i \\ \varepsilon_y &= \frac{\partial v}{\partial y} = \sum \frac{\partial N_i}{\partial y} v_i \\ \gamma_{xy} &= \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} = \sum \frac{\partial N_i}{\partial y} u_i + \sum \frac{\partial N_i}{\partial x} v_i \end{aligned} \quad (5.12)$$

Donde N_i define los nodos en el material.

En términos matriciales tendríamos:

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial N_1}{\partial x} & 0 & \dots \\ 0 & \frac{\partial N_1}{\partial y} & \dots \\ \frac{\partial N_1}{\partial y} & \frac{\partial N_1}{\partial x} & \dots \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_1 \\ v_1 \\ \dots \end{pmatrix} \quad (5.13)$$

Las primeras dos columnas de la matriz son repetidas una en cada nodo, y esta matriz es **B**. Este mismo resultado puede ser derivado en términos matriciales para que quede acorde con la ecuación 5.4

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix} \quad (5.14)$$

Tomando en cuenta que el desplazamiento puntual es:

$$\mathbf{u} = \mathbf{N}\mathbf{d} \quad (5.15)$$

La ecuación 5.14 queda como:

$$\varepsilon = \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} \end{pmatrix} \mathbf{N}\mathbf{d} \quad (5.16)$$

$$= \mathbf{B}\mathbf{d}$$

Entonces la matriz \mathbf{B} es:

$$\mathbf{B} = \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} \end{pmatrix} \mathbf{N} \quad (5.17)$$

De lo que hemos mencionado, podemos decir que:

- \mathbf{B} es una matriz que relaciona la deformación con el desplazamiento nodal
- \mathbf{B} contiene la derivada de los desplazamientos nodales.

5.4 ELEMENTO NODAL

El elemento nodal es una diferencia finita del elemento, en donde a cada elemento se le pueden asociar de tres a más nodos, tomando en cuenta que entre mayor sea la cantidad de nodos, la solución numérica tiene mayor exactitud pero también mayor trabajo de cálculo. Para el caso más simple de tres nodos por elemento, la matriz **N** tendría la forma:

$$\mathbf{N} = \begin{pmatrix} N_1 & 0 & N_2 & 0 & N_3 & 0 \\ 0 & N_1 & 0 & N_2 & 0 & N_3 \end{pmatrix} \quad (5.18)$$

Sustituyendo la ecuación 5.18 en la ecuación 5.17; entonces la matriz **B** se expresa como:

$$\mathbf{B} = \begin{pmatrix} \frac{\partial N_1}{\partial x} & 0 & \frac{\partial N_2}{\partial x} & 0 & \frac{\partial N_3}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial N_1}{\partial y} & 0 & \frac{\partial N_2}{\partial y} & 0 & \frac{\partial N_3}{\partial y} \\ \frac{\partial N_1}{\partial y} & \frac{\partial N_1}{\partial x} & \frac{\partial N_2}{\partial y} & \frac{\partial N_2}{\partial x} & \frac{\partial N_3}{\partial y} & \frac{\partial N_3}{\partial x} \end{pmatrix} \quad (5.19)$$

Ahora N_i se representa como

$$N_i = \frac{\alpha_i + \beta_i x + \gamma_i y}{2\Delta} \quad (5.20)$$

Donde Δ es la distancia de nodo a nodo, α_i es una constante que relaciona el cambio angular de un nodo; β_i y γ_i son constantes que relacionan el cambio de desplazamiento respecto a X y a Y respectivamente.

Tal que

$$\frac{\partial N_i}{\partial x} = \frac{\beta_i}{2\Delta} \quad \frac{\partial N_i}{\partial y} = \frac{\gamma_i}{2\Delta} \quad (5.21)$$

Sustituyendo 5.21 en la ecuación 5.19

$$\bar{\mathbf{B}} = \frac{1}{2\Delta} \begin{pmatrix} \beta_1 & 0 & \beta_2 & 0 & \beta_3 & 0 \\ 0 & \gamma_1 & 0 & \gamma_2 & 0 & \gamma_3 \\ \gamma_1 & \beta_1 & \gamma_2 & \beta_2 & \gamma_3 & \beta_3 \end{pmatrix} \quad (5.22)$$

Nótese que todos los términos en **B** son constantes, esto es cierto solo para tres

nodos por elemento.

El procedimiento es idéntico para un elemento en general, para cualquier n elementos por nodo, la matriz \mathbf{N} tiene la forma:

$$\mathbf{N} = \begin{pmatrix} N_1 & 0 & \dots & N_n & 0 \\ 0 & N_1 & \dots & 0 & N_n \end{pmatrix} \quad (5.23)$$

y;

$$\mathbf{B} = \begin{pmatrix} \frac{\partial N_1}{\partial x} & 0 & \dots & \frac{\partial N_n}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial N_1}{\partial y} & \dots & 0 & \frac{\partial N_n}{\partial y} \\ \frac{\partial N_1}{\partial y} & \frac{\partial N_1}{\partial x} & \dots & \frac{\partial N_n}{\partial y} & \frac{\partial N_n}{\partial x} \end{pmatrix} \quad (5.24)$$

Así vemos que la matriz \mathbf{B} es aplicable al plano esfuerzo-deformación.

5.5 ESFUERZO-DESPLAZAMIENTO

El esfuerzo es derivado usando la matriz \mathbf{E} , dado que:

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{E} \boldsymbol{\varepsilon} \quad (5.25)$$

Otra forma de representar $\boldsymbol{\sigma}$ es sustituyendo $\boldsymbol{\varepsilon}$ como

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{E} \mathbf{B} \mathbf{d} \quad (5.26)$$

Por lo que a manera de resumen de los parámetros considerados en forma matricial tenemos:

Desplazamiento

$$\mathbf{u} = \mathbf{N} \mathbf{d} \quad (5.27)$$

Deformación

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{B} \mathbf{d} \quad (5.28)$$

Esfuerzo

$$\sigma = E B d \quad (5.29)$$

Cuando se habla de tres nodos por elemento, los vectores u y v , se representan como:

$$\begin{aligned} u &= a_1 + a_2 x + a_3 y \\ v &= b_1 + b_2 x + b_3 y \end{aligned} \quad (5.30)$$

que aplicando la definición de deformación, la ecuación 5.4 se sustituye en la ecuación 5.21, quedando:

$$\begin{aligned} \epsilon_x &= \frac{\partial u}{\partial x} = a_2 \\ \epsilon_y &= \frac{\partial v}{\partial y} = b_3 \\ \gamma_{xy} &= \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} = a_3 + b_2 \end{aligned} \quad (5.31)$$

El cual nos dice que la deformación es constante. Las deducciones descritas se pueden analizar en programa de computo de elemento finito para determinar las ecuaciones que rigen a los elementos nodales de nuestro caso de estudio.

Si tuviéramos cuatro nodos por elemento, entonces la función general del desplazamiento es:

$$\begin{aligned} u &= a_1 + a_2 x + a_3 y + a_4 xy \\ v &= b_1 + b_2 x + b_3 y + b_4 xy \end{aligned} \quad (5.32)$$

Por lo que las deformaciones

$$\begin{aligned} \epsilon_x &= a_2 + a_4 y \\ \epsilon_y &= b_3 + b_4 x \\ \gamma_{xy} &= a_3 + a_4 x + b_2 + b_4 y \end{aligned} \quad (5.33)$$

ϵ_x es constante en x , y lineal en y

ϵ_y es constante en y , y lineal en x .

γ_{xy} es lineal en x y en y .

Sin embargo, para el caso de seis nodos por elemento. La función general del desplazamiento es:

$$\begin{aligned} u &= a_1 + a_2 x + a_3 y + a_4 x^2 + a_5 xy + a_6 y^2 \\ v &= b_1 + b_2 x + b_3 y + b_4 x^2 + b_5 xy + b_6 y^2 \end{aligned} \quad (5.34)$$

y

$$\begin{aligned} \epsilon_x &= a_2 + 2a_4 x + a_5 y \\ \epsilon_y &= b_3 + b_5 x + 2b_6 y \\ \gamma_{xy} &= a_3 + a_5 x + 2a_6 y + b_2 + 2b_4 x + b_5 y \end{aligned} \quad (5.35)$$

Observamos que el número de variables en las ecuaciones aumenta. Este elemento es conocido como deformación lineal triangular (LST).

Las ecuaciones para ocho nodos por elemento serían entonces

$$\begin{aligned} u &= a_1 + a_2 x + a_3 y + a_4 xy + a_5 x^2 + a_6 y^2 + a_7 x^2 y + a_8 xy^2 \\ v &= b_1 + b_2 x + b_3 y + b_4 xy + b_5 x^2 + b_6 y^2 + b_7 x^2 y + b_8 xy^2 \end{aligned} \quad (5.36)$$

entonces

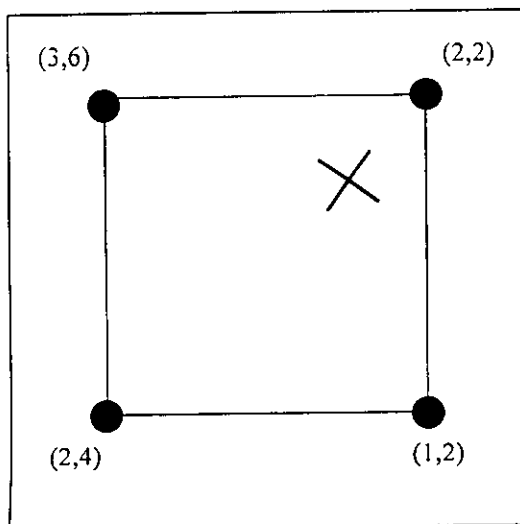
$$\begin{aligned} \epsilon_x &= a_2 + 2a_4 x + a_5 y + 2a_7 xy + a_8 y^2 \\ \epsilon_y &= b_3 + b_5 x + 2b_6 y + b_7 x^2 + 2b_8 xy \\ \gamma_{xy} &= a_3 + a_5 x + 2a_6 y + a_7 x^2 + 2a_8 xy + b_2 + 2b_4 x + b_5 y + 2b_7 xy + b_8 y^2 \end{aligned} \quad (5.37)$$

ϵ_x es lineal en x, y cuadrático en y.

ϵ_y es lineal en y, y cuadrático en x;

γ_{xy} es cuadrático en x y en y.

Para entender mejor la aplicación de las ecuaciones anteriores se citará un ejemplo donde se emplea la matriz **B**. (ref. 5.3)



Un elemento cuadrado de dos unidades de longitud, tiene los siguientes valores nodales en el diagrama

(i) ¿Cual es la matriz **B**?

(ii) ¿Cual es el valor de la deformación en el punto (0.5, 0.5)?

Primero se debe considerar la función de forma y su derivada.

Nodo	N_i	$\frac{\partial N}{\partial x}$	$\frac{\partial N}{\partial y}$
1	$(1-x)(1-y)/4$	$-(1-y)/4$	$-(1-x)/4$
2	$(1+x)(1-y)/4$	$(1-y)/4$	$-(1+x)/4$
3	$(1+x)(1+y)/4$	$(1+y)/4$	$(1+x)/4$
4	$(1-x)(1+y)/4$	$-(1+y)/4$	$(1-x)/4$

Así que la matriz **B** queda representada según la ecuación 5.19 como:

$$B = \begin{pmatrix} -(1-y)/4 & 0 & (1-y)/4 & 0 & (1+y)/4 & 0 & -(1+y)/4 & 0 \\ 0 & -(1-x)/4 & 0 & -(1+x)/4 & 0 & (1+x)/4 & 0 & (1-x)/4 \\ -(1-x)/4 & -(1-y)/4 & -(1+x)/4 & (1-y)/4 & (1+x)/4 & (1+y)/4 & (1-x)/4 & -(1+y)/4 \end{pmatrix}$$

que para la posición (0.5,0.5), tenemos

$$B = \begin{pmatrix} -1/8 & 0 & 1/8 & 0 & 3/8 & 0 & -3/8 & 0 \\ 0 & -1/8 & 0 & -3/8 & 0 & 3/8 & 0 & 1/8 \\ -1/8 & -1/8 & -3/8 & 1/8 & 3/8 & 3/8 & 1/8 & -3/8 \end{pmatrix}$$

Además para encontrar la deformación en el punto (0.5,0.5), como lo indica la ecuación 5.28, basta con multiplicar la matriz **B** por la matriz **d**, es decir:

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1/8 & 0 & 1/8 & 0 & 3/8 & 0 & -3/8 & 0 \\ 0 & -1/8 & 0 & -3/8 & 0 & 3/8 & 0 & 1/8 \\ -1/8 & -1/8 & -3/8 & 1/8 & 3/8 & 3/8 & 1/8 & -3/8 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 1 \\ 2 \\ 2 \\ 2 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix}$$

$$= \frac{1}{8} \begin{pmatrix} -2+1+6-9 \\ -4-6+6+6 \\ -2-4-3+2+6+6+3-18 \end{pmatrix} = \frac{1}{8} \begin{pmatrix} -4 \\ 2 \\ -10 \end{pmatrix}$$

hasta aquí, solamente se ha calculado la deformación, pero según la ecuación 5.29 el esfuerzo, se calcula con la matriz premultiplicada \mathbf{E} , cuyos elementos son:

$$\mathbf{E} = \begin{pmatrix} E_{xx} & E_{xy} & E_{xz} \\ E_{yx} & E_{yy} & E_{yz} \\ E_{zx} & E_{yz} & E_{zz} \end{pmatrix} \quad (5.38)$$

Requiriendo para ello las condiciones del material.

Este elemento se tiene que realizar de manera exhaustiva, para cada elemento del material, y en cada punto de este mismo, lo cual arroja una ardua labor de cálculo. Por ello se recurre al auxilio computacional.

Se menciono ya en el capítulo 4, que el material seleccionado será un elemento estructural con núcleo de honeycomb, el problema estriba en el material laminar a usar como cara. De antemano se dijo que sería de fibra de vidrio en una matriz de resina poliéster, pero debido al costo que este representa en cuestiones de fabricación, también se opta por una lámina de madera triplay con espesor de 1 mm para simulación.

El material a utilizar como núcleo es honeycomb de papel kraft, ya que es de menor peso y costo, además al utilizar otro material para el honeycomb, como PP, PE y etc; implicaría un mayor costo, debido a que son productos de importación. Por esos motivos se simulara un material estructural con núcleo de honeycomb de papel kraft con caras de fibra de vidrio y otro con caras de madera triplay. De esta manera se obtendrán los estados de esfuerzos de estos dos

elementos estructurales, para así determinar si los dos cumplen el requerimiento mínimo de resistencia a cargas flexionantes, y de ser así se optará por el más económico, de lo contrario se usará con aquel que cumpla con los requerimientos mínimos de resistencia del problema.

5.6 ELEMENTO FINITO COMPUTACIONAL

Actualmente en el mercado, existe una gran variedad de paquetes de cómputo dedicados a la solución de los problemas de elementos finitos, lo cual simplifica el trabajo de posicionar los nodos y los elementos diferenciales. Mencionando algunos de estos programas están: "FÉMUR, NISA, ANSYS, COSMOS, COSMOS WORK, entre otros".

Para el caso de estudio se utilizó el programa "COSMOS – GEO STAR versión 2.0", que es el programa que actualmente existe en los Laboratorios de Ingeniería Mecánica para el análisis del elemento finito.

Con este programa podemos determinar el estado de esfuerzo de un material sometido a cargas, y restringido en uno o varios puntos. En esta sección, solamente se abordará el procedimiento utilizado para obtener el estado de esfuerzos de los materiales antes seleccionados, aplicado a la plataforma de carga del vehículo eléctrico de reparto.

Por tratarse de un compuesto es claro que no se trata de un material isotrópico, ya que las propiedades de este, cambian en diferentes direcciones, sin embargo el manual del usuario especifica que es posible usar los datos de un material anisotrópico si se especifican las propiedades en diferentes direcciones. Así se especificaron dos elementos de grupo o sea, que la estructura tiene dos materiales, el papel kraft y la lámina de fibra de vidrio y/o madera.

Al material asociado a cada elemento de grupo, se le asignó la cualidad de ser un material sólido, con 8 nodos por elemento, especificándolo como un material sólido en tres dimensiones. (ref. 5.2)

Una vez definidos los elementos de grupo, se establecieron las propiedades de cada material. El programa de COSMOS analizará el estado de esfuerzos, contando con las siguientes propiedades isotrópicas:

- Módulo de elasticidad.
- Densidad del material.
- Relación de Poisson.

Cuya especificación para su simulación es:

- Módulo de elasticidad "Ex".
- Módulo de elasticidad "Ey".
- Módulo de elasticidad "Ez".
- Densidad promedio "DENS".
- Módulo cortante en el plano X-Y "GXY".
- Módulo cortante en el plano X-Z "GXZ".
- Módulo cortante en el plano Y-Z "GYZ".
- Relación de Poisson en X-Y "NUXY".
- Relación de Poisson en X-Z "NUXZ".
- Relación de Poisson en Y-Z "NUYZ".

Para el material 1 (fibra de vidrio) tenemos:

<i>Material</i>	<i>Propiedad</i>	<i>Valor</i>
1	EX	5.60e+008
1	EY	5.60e+008
1	EZ	5.60e+008
1	NUXY	1.41e-001
1	NUYZ	1.41e-001
1	NUXZ	1.41e-001
1	GXY	2.10e+008
1	GYZ	2.10e+008
1	GXZ	2.10e+008
1	DENS	1.83e+003

Tabla 5.1 Propiedades de la fibra de vidrio

Y para el papel kraft en forma de honeycomb tenemos

A 2	EX	3.21+009
A 2	EY	3.21+009
A 2	EZ	7.27e+009
A 2	NUXY	1.50-001
A 2	NUYZ	1.50e-001
A 2	NUXZ	1.50-001
A 2	GXY	1.88e+009
A 2	GYZ	4.28e+009
A 2	GXZ	4.28+009
A 2	DENS	3.00e+001

Tabla 5.2 Valores de las propiedades del núcleo de honeycomb

Ahora, es necesaria la geométrica del material a simular, en la figura 5.3, se muestra la geometría usada para la simulación de estados de esfuerzos. Esta

geometría se baso en considerar un pequeño grupo de celdas que conforman a un honeycomb, pensando en que el resultado puede ser repetitivo, dado que es un elemento representativo del material en conjunto, la simulación del honeycomb se baso en un tamaño de celda de 5/8 de pulgada por una pulgada de alto.

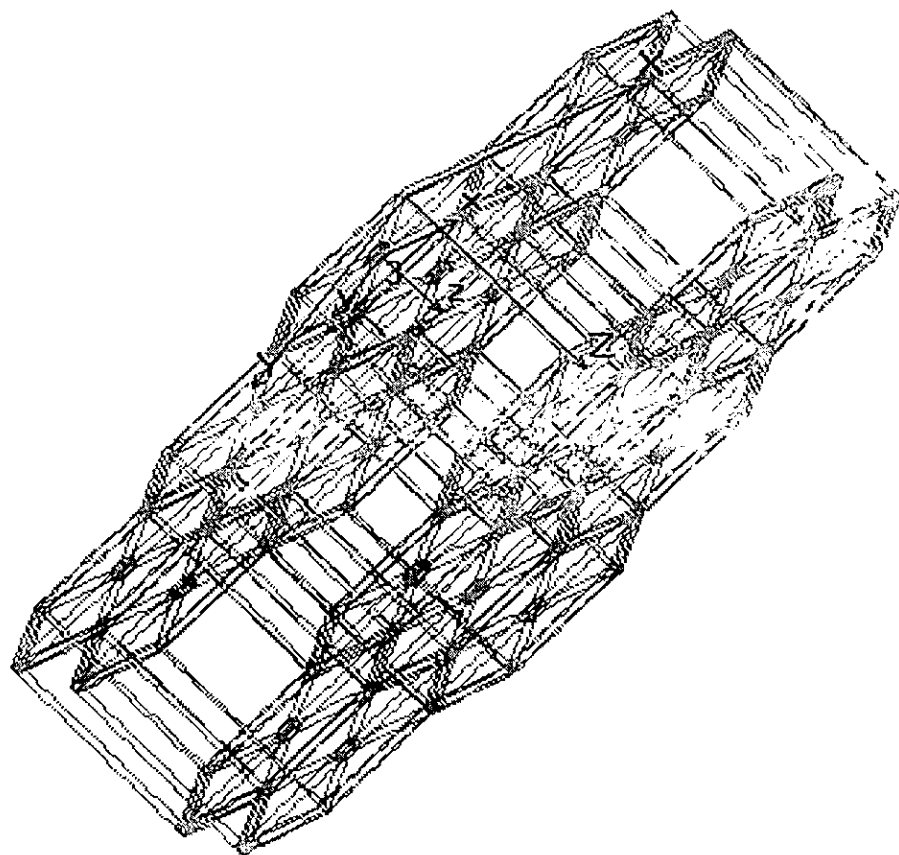


Fig. 5.3 Geometría del caso de estudio, celdas de honeycomb, con placas de fibra de vidrio

**ESTA TESIS NO SALI
DE LA BIBLIOTECA**

Una vez realizada la geometría, el siguiente paso fue el mallado. El mallado tiene la finalidad de dividir al material en estudio, en pequeños elementos bien delimitados donde cada elemento tiene las propiedades del material en conjunto, para este pequeño grupo (Fig. 5.4) donde interactúan 8 nodos por elemento, que como se mencionó, entre más nodos por elemento existan, más exacta es la solución numérica. El elemento diferencial del mallado fue del tipo cuadrado, haciendo una suma de 13559 nodos.

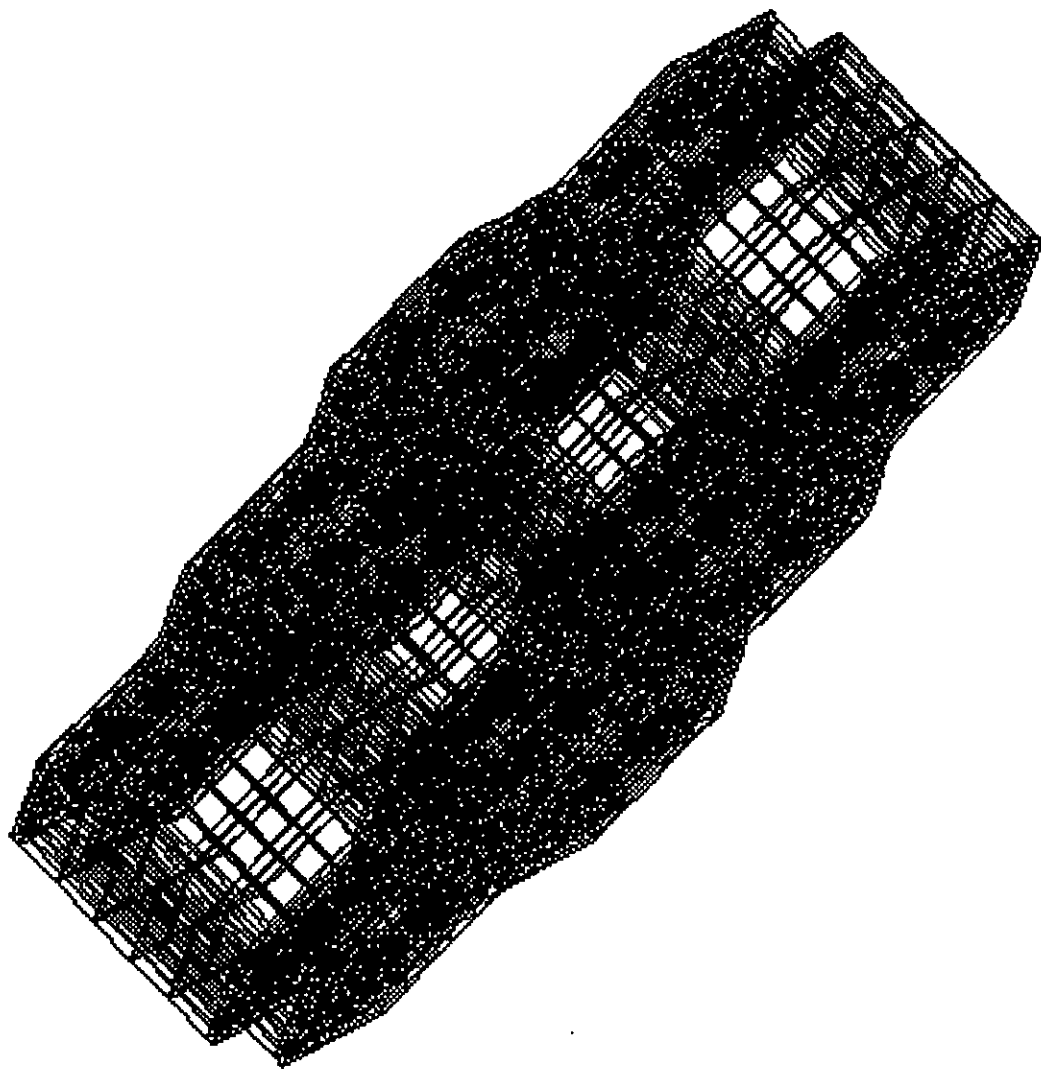


Fig. 5.4 Mallado del elemento estructural.

Una vez que se malló el honeycomb, el siguiente paso fue el mallado de las caras constituyentes de fibra de vidrio, para este caso en la figura 5.4 se señalan de color gris mientras que el honeycomb de color azul.

Hasta ahora solamente se ha establecido la geometría con su mallado, pero es necesario definir sus condiciones de frontera, tales como puntos de apoyo y condiciones de cargas. Dado que se intenta simular una viga a flexión, entonces fue necesario definir las zonas en donde la viga descansa, o sea los puntos en los cuales el desplazamiento queda restringido. (Fig. 5.5)

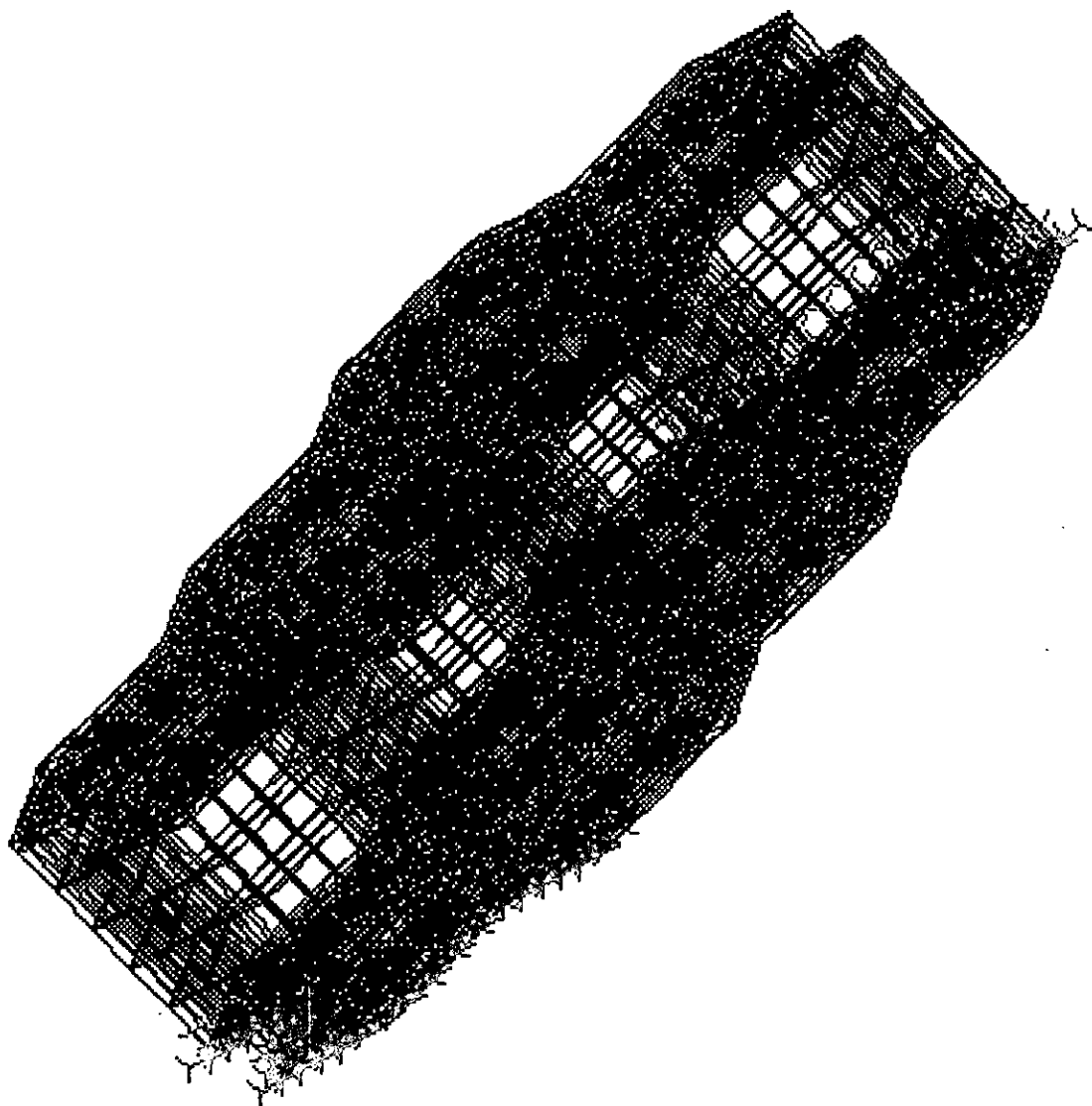


Fig. 5.5 Zonas restringidas del material, Color verde

El color verde de la figura 5.5, establece los puntos de apoyo, en el cual descansa el material.

Ahora, las condiciones de carga están representadas en la figura 5.6, o sea que, recibe un esfuerzo compresivo de 4.36 kPa, en cualquier parte de la placa, y el esfuerzo se conserva, pero los estados de esfuerzos del material cambian según la geometría que los soporta.

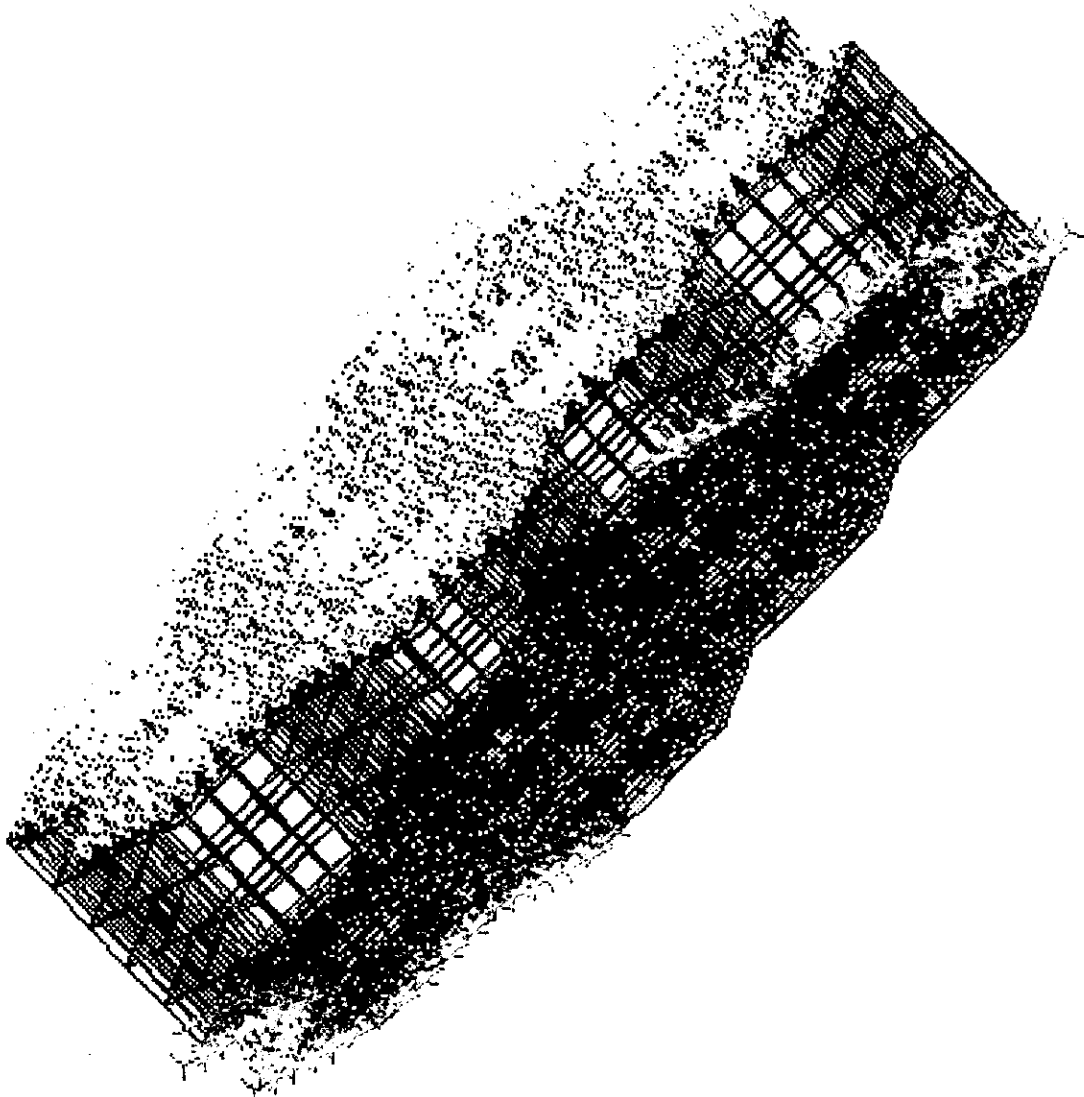


Fig. 5.6 Condición de Carga en estructura tipo sándwich

Hasta ahora se ha determinado el elemento finito de la estructura, y una vez realizado este modelo, se considera la verificación de los datos y la denominada verificación de la corrida. El programa comienza a realizar los cálculos correspondientes de esfuerzos, deformaciones y desplazamientos, donde este proceso establece la matriz de rigidez y la matriz de deformaciones para cada elemento establecido. Por último, los resultados de los estados de esfuerzos y de las deformaciones, fueron representados de manera gráfica según se muestran en las figuras 5.7, 5.8 y 5.9.

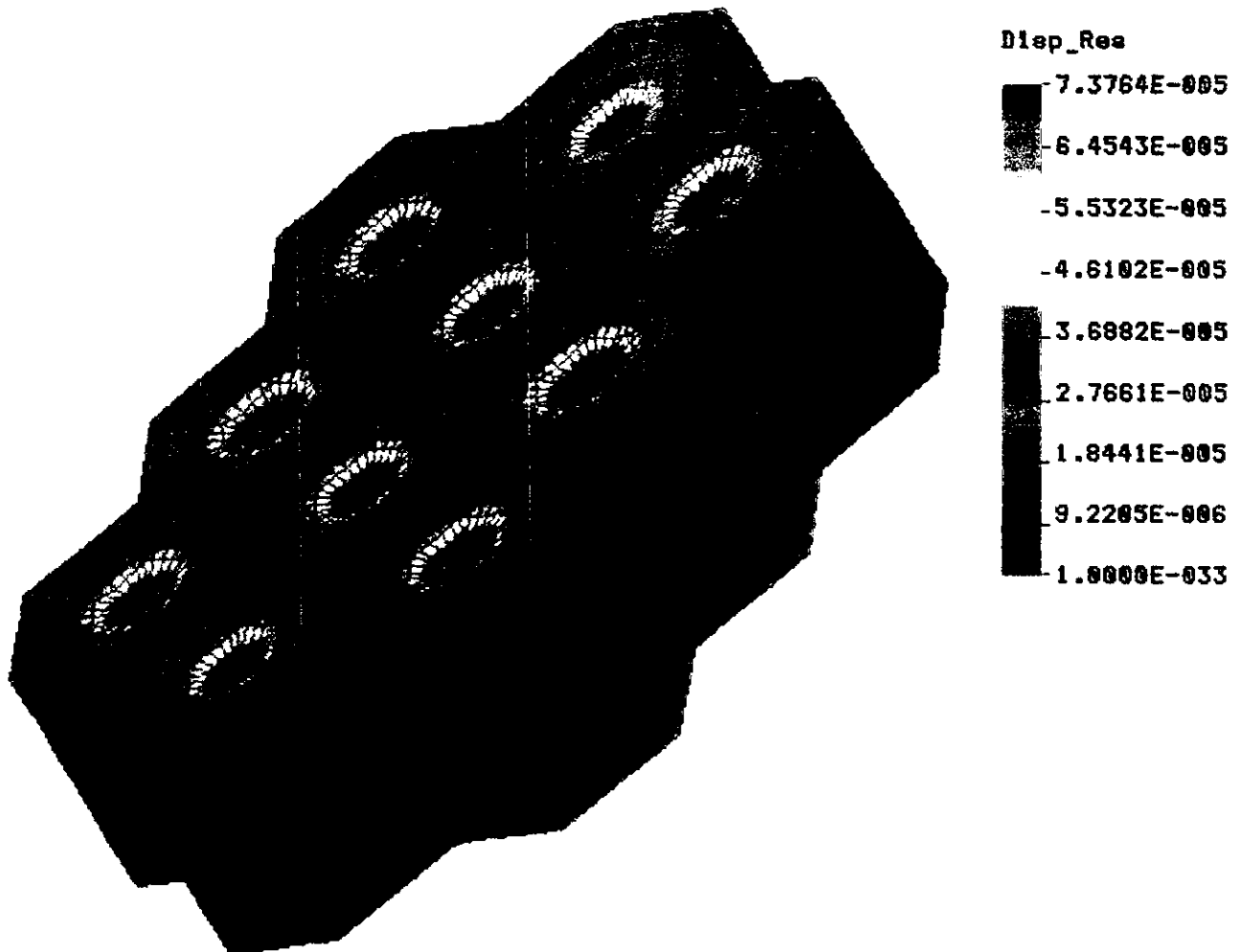


Fig. 5.7 Desplazamiento de los elementos nodales (unidades m).



Fig 5.8 Deformaciones de los elementos nodales (mm/mm)

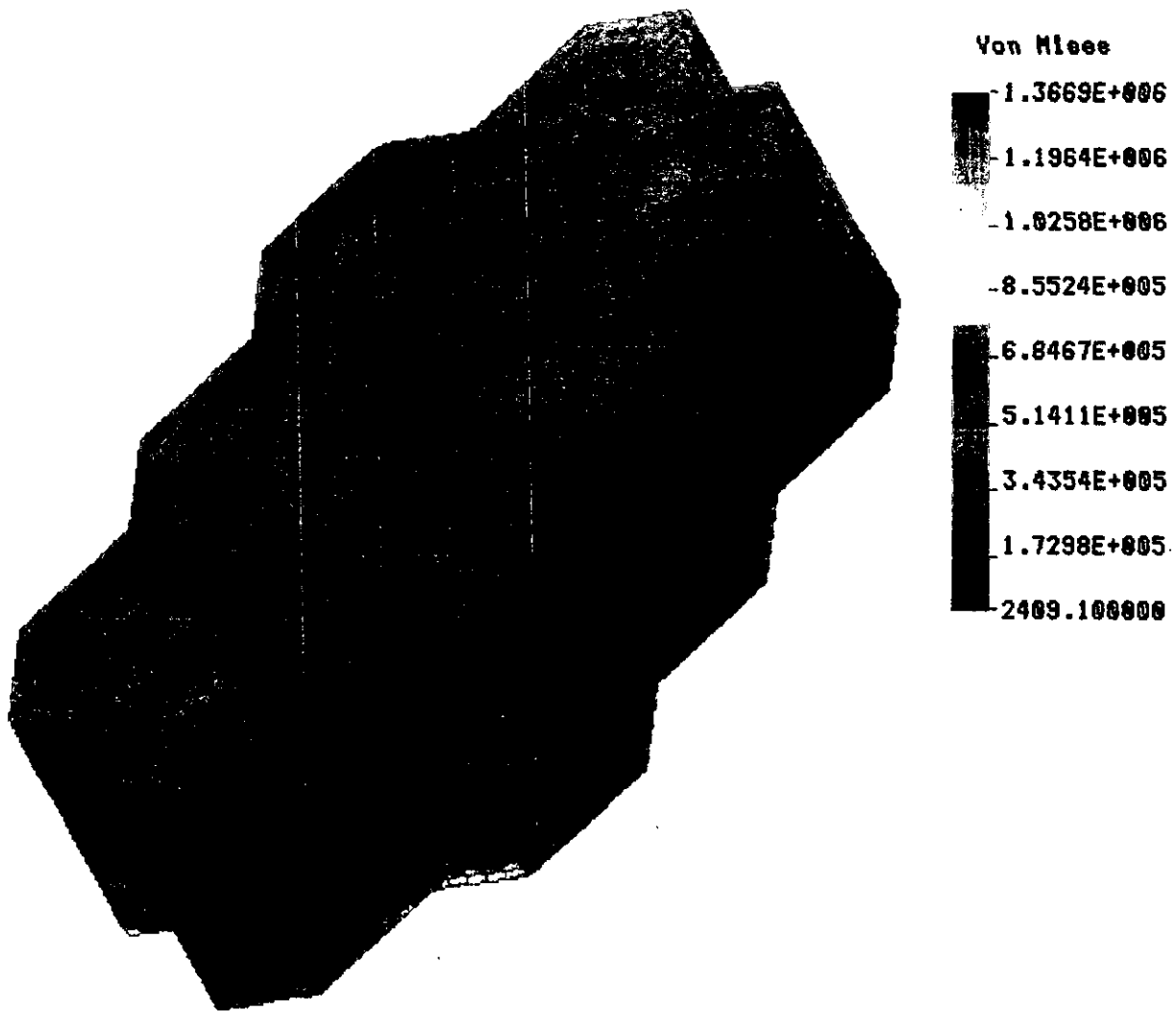


Fig 5.9 Estado de esfuerzos de la estructura propuesta, por criterio de Von Mises (unidades Pa)

Podemos ver en la figura 5.9, que el color verde define al máximo estado de esfuerzos de 0.85524MPa.

Aunque la fibra de vidrio ha sido seleccionada como mejor material, la fabricación de está, junto con sus componentes(pegamento) tienden a elevar su costo. La siguiente tabla muestra el costo de lo que sería la plataforma de carga del "VER" como material estructural tanto de fibra de vidrio como de madera.

MATERIAL DE LAS CARAS DEL COMPUESTO	PESO TOTAL (Kg)	COSTO (Moneda Nacional)
MADERA (triplay)	19	895
TELA MARINA (fibra de vidrio)	14	4871

Tabla 5.1 comparación de peso y costo de dos materiales estructurales a usar como plataforma del VER.

Claramente se observa que el de menor peso es el de la fibra de vidrio en forma de tela marina, pero su costo es superior. Así que.

Se realizaron las modificaciones pertinentes en las propiedades de las placas para su simulación en cosmos, es decir las propiedades de la fibra de vidrio fueron cambiadas por las de la madera triplay quedando:

Densidad = 870 kg/m²

"EX" = 13.4 GPa.

"EY" = 13.4 GPa.

"EZ" = 13.4 GPa.

"NUXY" = 0.152

"NUXZ" = 0.152

"NUXY" = 0.152

"GXY" = 5.025 GPa

"GXZ" = 5.025 GPa

"GYZ" = 5.025 GPa

Con las mismas condiciones establecidas anteriormente, la figura 5.10, 5.11 y 5.12 muestran la simulación de un elemento representativo de la plataforma de carga en sus desplazamientos, deformaciones y estado de esfuerzo, si consideramos esta vez que el material de la cara es el denominado triplay.

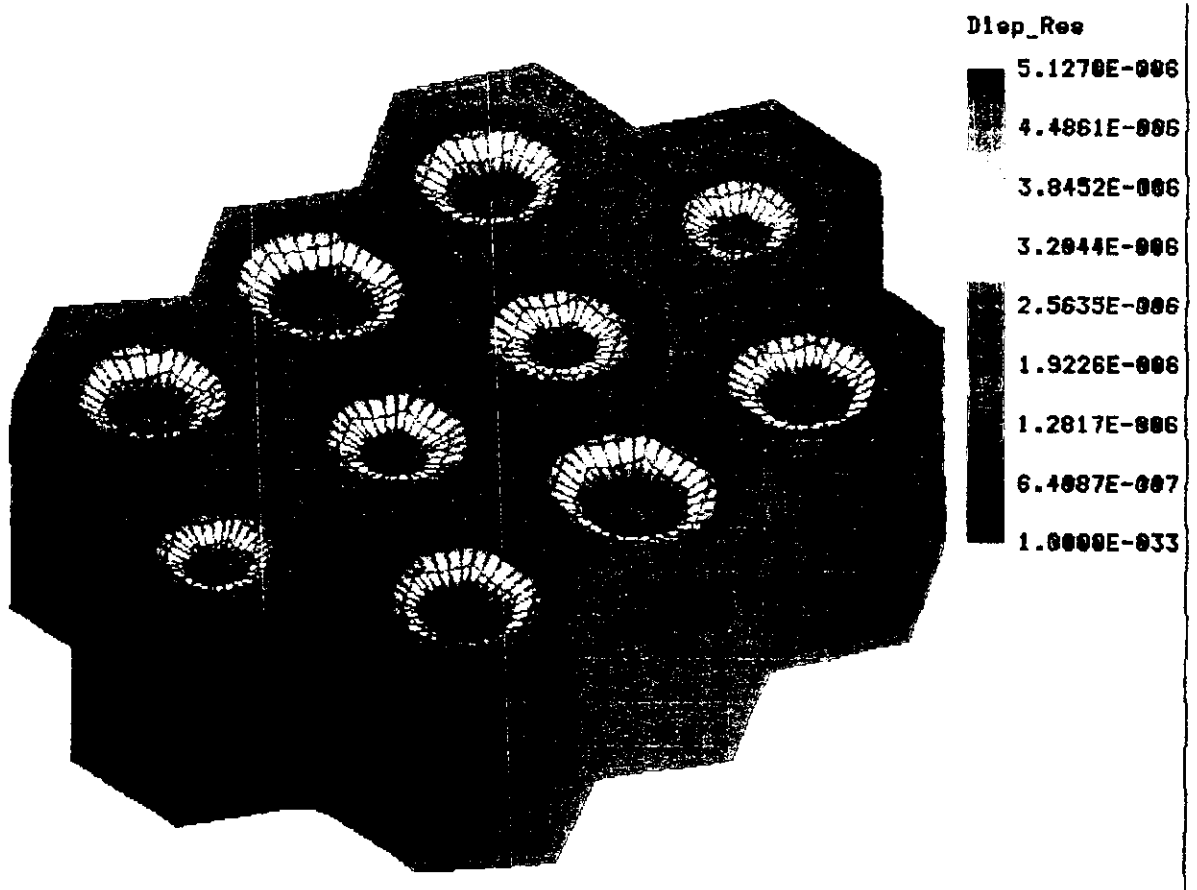


Fig. 5.10 Simulación del los desplazamientos de los elementos diferenciales en el material estructural

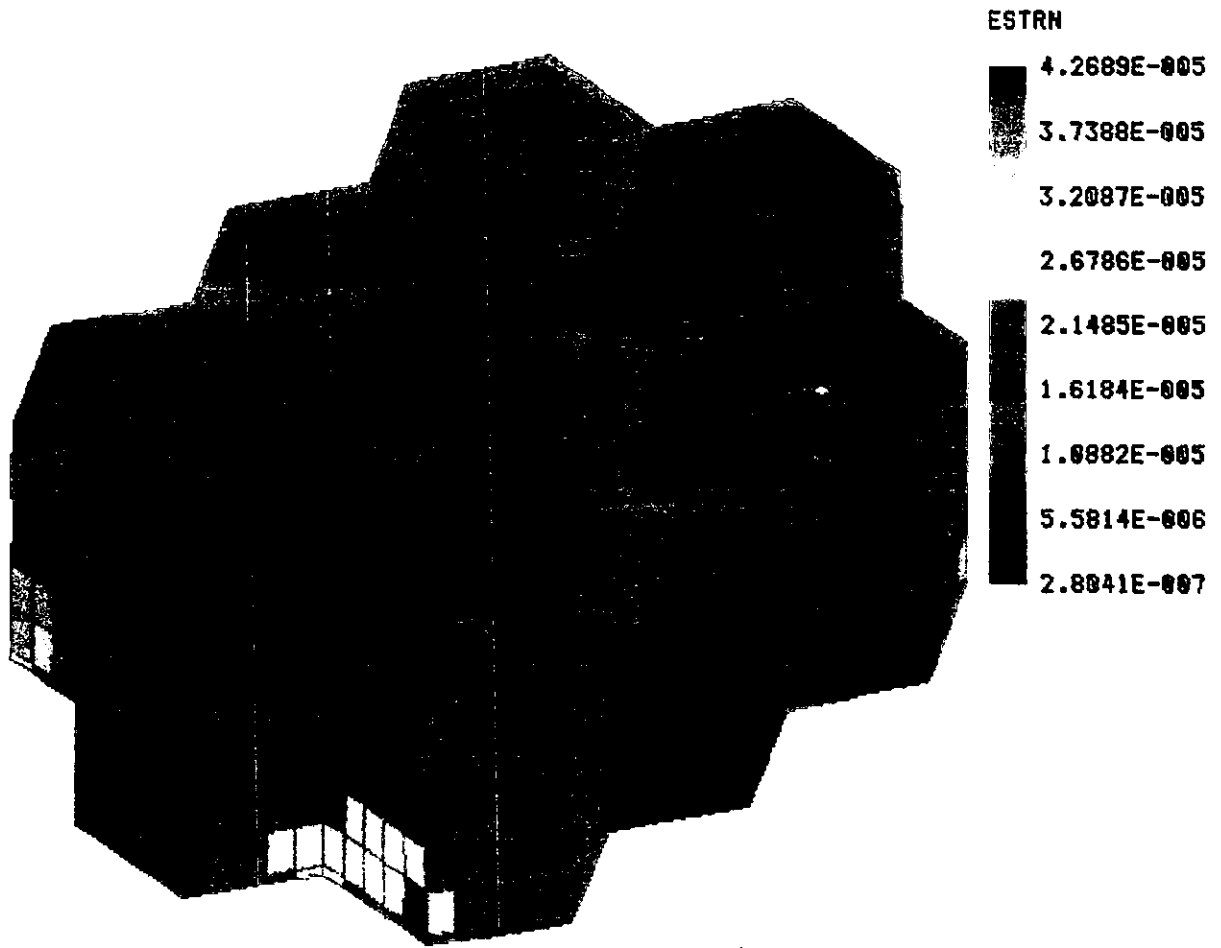


Fig. 5.11 Simulación de las deformaciones del material estructural con capa de madera.

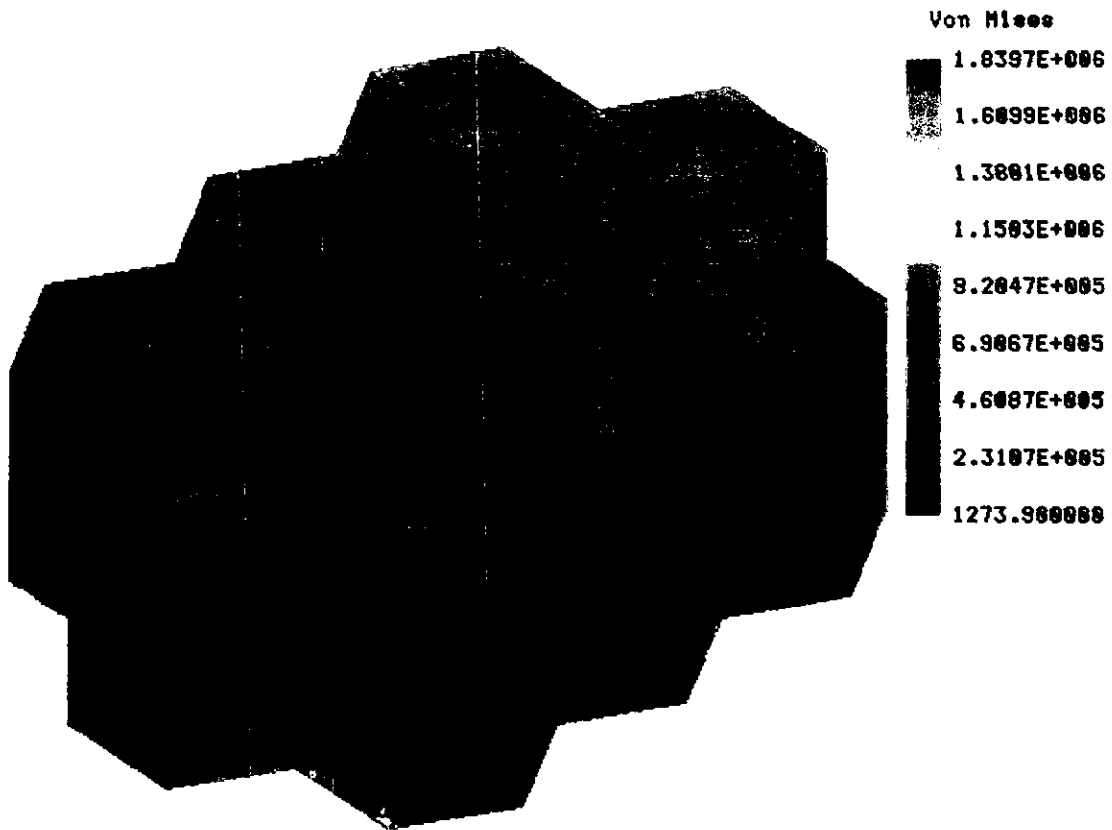


Fig. 5.12 simulación del comportamiento mecánico de un material estructural de placa de madera y núcleo de honey comb de papel kraf. Máximo esfuerzo dado por la simulación para cargas a flexión es de 1.15 MPa

De las dos simulaciones, obtenemos los siguientes resultados:

1. El máximo estado de esfuerzos para el material 1, fue de 0.86 MPa.
2. Para el segundo material, el estado de esfuerzos máximo fue de 1.15 MPa.

Ambos resultados se obtuvieron por el criterio de Von-Mises, ya que es el único método que el programa tiene incluido para el análisis de esfuerzos.

Vemos que el estado de esfuerzos para el material compuesto con fibra de vidrio, es menor que el estado de esfuerzos para el material con caras de madera triplay, esto nos indica que el material estructural con caras de fibra de vidrio tiene mayor resistencia a la flexión que el material con caras de madera. Pero no indica que el segundo material simulado sea descartado, ya que consultando datos de las propiedades del papel kraft, de la madera y de GRFP tenemos lo siguiente:

- El papel kraft en núcleo de honeycomb soporta 13 MPa, antes de que falle por crushing.
- La madera triplay soporta en promedio 49.9 MPa antes de que falle por flexión.

Al comparar los valores de los estados de esfuerzos del material con caras de madera con los valores límite a los cuales falla el material, vemos que está por debajo del punto crítico, por lo que es viable el uso de madera triplay como cara del material compuesto estructural, por lo cual:

“Se propone un material compuesto del tipo laminar con caras de madera triplay y núcleo de honeycomb de papel kraft como plataforma de carga del VER”

5.7 BIBLIOGRAFÍA DEL CAPÍTULO

- 1) CHANDRUPATLA & BELEGUNDU: “Introducción al estudio del elemento finito en Ingeniería”. Segunda edición 1999, editorial Prentice Hall” México D.F
- 2) STRUCTURAL RESEARCH & ANALYSIS CORP: “COSMOS/M User Guide” 1998 L.A. California, USA.
- 3) <http://www.personal.dundee.ac.uk/~rimackie/CE3101/FEA/Lec8.htm>

CAPÍTULO 6

RESULTADOS Y CONCLUSIONES

Durante la realización de este trabajo se ha podido establecer un mecanismo para seleccionar un material. El mecanismo consiste en establecer los índices de funcionalidad propuesto por Ashby para un caso de estudio y evaluar los resultados mediante la ponderación de las propiedades. En el caso de estudio se estableció el diseño de un material compuesto como resultado de lo anterior, donde sus características fueron adaptadas al vehículo eléctrico de reparto.

El empleo de las gráficas de Ashby se pudo relacionar tanto a la resistencia como al módulo de elasticidad con respecto a la densidad, y así obtener la relación de propiedad peso adecuada y aplicada a nuestro caso de estudio.

Una vez aplicado el método de gráficas paramétricas, se procedió a completar la selección para este subgrupo de materiales por dos métodos; el primero fue a través de la ponderación de las propiedades y el segundo a través de la limitación de las propiedades.

Se compararon en orden de importancia una a una las propiedades para asignarles un factor de peso donde la densidad y la resistencia ocuparon los primeros lugares en importancia, así se logró obtener un segundo factor de funcionalidad con un previo escalamiento de las propiedades, donde se vio que la fibra de vidrio ocupó el primer lugar como resultado de la ponderación, seguido de los aceros y las maderas.

Posteriormente a esta preselección, se utilizó el método de propiedades límite incluyendo al último subconjunto de materiales, cuyo resultado compite con los aceros, teniendo en este caso que tanto las estructuras laminadas de fibra de vidrio, como la madera podrían ser elegibles.

Ahora bien, los requerimientos de diseño para el vehículo contemplan la minimización extrema del peso, que si observamos en las gráficas propuestas por Ashby ningún sólido real cumple con esas características; por tanto, se optó por la posibilidad de fabricar un material del tipo estructural también conocido como sándwich; que buscando sus aplicaciones en la literatura se encontró que compañías navieras y de transporte de carga, utilizan estas de fibra de vidrio con núcleos de honeycomb, por lo que se procedió a simular en un programa de computadora de elemento finito este material.

Se buscaron características de los materiales que pudieran ser incluidas como núcleos del material estructural, si se consideraba al material seleccionado en las capas exteriores, es decir la utilización de la fibra de vidrio en matriz de poliéster y la de la madera triplay.

En cuanto al núcleo, se busco información de su existencia en el mercado nacional encontrándose que los proveedores de honey comb únicamente los vendían en material de papel kraft, con características mecánicas satisfactorias para las condiciones de nuestro caso de estudio.

Posteriormente se procedió a realizar la simulación del estado de esfuerzos tanto del sándwich con fibra de vidrio como el fabricado con madera. El estado de esfuerzo de la estructura propuesta estaba 40% por debajo a la resistencia de la estructura (1.278 MPa) incluyendo el factor de seguridad para el caso del sándwich con caras de GFRP. En el caso de la simulación con caras de madera, el estado de esfuerzos fue de 1.15 MPa, valor también satisfactorio para nuestra aplicación.

No obstante, la tabla 5.1 arrojo datos nada satisfactorios en cuanto al costo se refiere, por eso optando por otro material de menor densidad que la fibra de vidrio y de menor costo, pero que a su vez haya sido seleccionado por los criterios de selección. Así fue como se optó por la madera como placa en un material estructural y se realizó su simulación del comportamiento mecánico, lo cual arrojo estar en estado de esfuerzos a la flexión de 1.15 MPa.

CONCLUSIONES:

- El uso de programas para simular el comportamiento mecánico en materiales compuesto estructurales arroja resultados satisfactorios para nuestra aplicación con una variación del 10 %.
- El uso de criterios de selección de materiales permito visualizar todas las posibles opciones que pueden ser utilizados como materiales estructurales, aun aquellas en las que se pensaba poco probable a usar en plataformas de carga.
- Algunos textos utilizan las gráficas paramétricas ya antes descritas, pero no aclaran del todo el procedimiento utilizado para obtener los índices de funcionalidad o líneas guías necesarias para rigidez o resistencia mecánica. En este trabajo de describió paso por paso la manera analítica en el cual se obtienen estos índices de funcionalidad para placas sometidas a flexión.

6.1 APORTACIONES A FUTURO

1. Sería aplicable el método de selección de materiales para determinar el material a optimizar en el núcleo de honeycomb, con ello se podría aumentar las características mecánicas a un más de este elemento.