

147



UNIVERSIDAD NACIONAL  
AUTÓNOMA DE MÉXICO.

FACULTAD DE INGENIERÍA



USO DE ACERO DE ALTA RESISTENCIA COMO REFUERZO POR  
CORTANTE EN VIGAS DE CONCRETO REFORZADO.

**T E S I S**

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE  
INGENIERO CIVIL  
P R E S E N T A

**ARTURO VALENCIA SOTO.**

ASESOR: DR. ING. OSCAR HERNÁNDEZ BASILIO

MÉXICO, D.F.

2001



Universidad Nacional  
Autónoma de México



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.



UNIVERSIDAD NACIONAL  
AUTÓNOMA DE  
MÉXICO

FACULTAD DE INGENIERIA  
DIRECCION  
FING/DCTG/SEAC/UTIT/091/01

Señor  
**ARTURO VALENCIA SOTO**  
Presente

En atención a su solicitud me es grato hacer de su conocimiento el tema que propuso el profesor **DR. OSCAAR HERNANDEZ BASILIO**, que aprobó esta Dirección, para que lo desarrolle usted como tesis de su examen profesional de **INGENIERO CIVIL**.

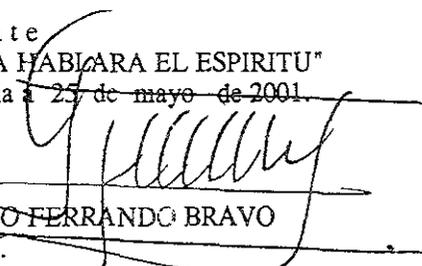
**"USO DE ACERO DE ALTA RESISTENCIA COMO REFUERZO POR CORTANTE EN VIGAS DE CONCRETO REFORZADO"**

- INTRODUCCIÓN**
- I. EXPRESIONES PARA EL CÁLCULO DE CORTANTE DEL REGLAMENTO DE CONSTRUCCIONES DEL DISTRITO FEDERAL (RCDF)**
  - II. ESTUDIOS PREVIOS RELATIVOS AL USO DE ACERO DE ALTA RESISTENCIA COMO REFUERZO POR CORTANTE EN VIGAS**
  - III. ENSAYE DE VIGAS**
    - a) Planteamiento
    - b) Diseño de especímenes
    - c) Instrumentación
    - d) Ensaye y evaluación
  - IV. RESULTADOS**

Ruego a usted cumplir con la disposición de la Dirección General de la Administración Escolar en el sentido de que se imprima en lugar visible de cada ejemplar de la tesis el Título de ésta.

Asimismo le recuerdo que la Ley de Profesiones estipula que deberá prestar servicio social durante un tiempo mínimo de seis meses como requisito para sustentar Examen Profesional.

Atentamente  
"POR MI RAZA HABLARA EL ESPIRITU"  
Cd. Universitaria a 23 de mayo de 2001.  
EL DIRECTOR

  
M.C. GERARDO FERRANDO BRAVO  
GFB/GMP/mstg.

*A aquellos que transmiten su sabiduría,  
A los seres sencillos que apoyan las buenas causas,  
A los amigos,  
A los que van también en el camino,  
...con amor,  
como testimonio de su huella en el mundo.*

*Agradecimientos:*

*A Dios,*

*A mis padres,*

*A la Universidad.*

## TEMARIO

<b>INTRODUCCIÓN.....</b>	<b>3</b>
<b>I. EXPRESIONES PARA EL CÁLCULO DE CORTANTE DEL REGLAMENTO DE CONSTRUCCIONES DEL DISTRITO FEDERAL(RCDF).....</b>	<b>5</b>
<b>1.- Miembros sin refuerzo transversal</b>	
<b>Mecanismo del arco rebajado.....</b>	<b>6</b>
<b>2.- Miembros con refuerzo transversal</b>	
<b>Analogía de la Armadura.....</b>	<b>8</b>
<b>3.- Expresiones adicionales de las NTC-RCDF.....</b>	<b>10</b>
<b>II. ESTUDIOS PREVIOS RELATIVOS A USO DE ACERO DE ALTA RESISTENCIA COMO REFUERZO POR CORTANTE.....</b>	<b>12</b>
<b>1.- Guralnick.....</b>	<b>14</b>
<b>2.- Taylor.....</b>	<b>14</b>
<b>3.- Fukuhara y Kokusho.....</b>	<b>15</b>
<b>4.- Bennet y S.Y Debaiky.....</b>	<b>17</b>
<b>5.-Andrew Griezic, William D. Cook y Denis Mitchel.....</b>	<b>19</b>
<b>6.-Comentarios.....</b>	<b>20</b>
<b>III. ENSAYE DE VIGAS.....</b>	<b>21</b>
<b>1.-Planteamiento.....</b>	<b>21</b>
<b>2.-Diseño de especímenes.....</b>	<b>21</b>
<b>3.-Características de los Materiales.....</b>	<b>24</b>
<b>4.-Programa de prueba.....</b>	<b>31</b>
<b>5.-Instrumentación.....</b>	<b>32</b>
<b>6.-Ejecución.....</b>	<b>37</b>
<b>IV. ANALISIS DE RESULTADOS.....</b>	<b>86</b>
<b>CONCLUSIONES.....</b>	<b>92</b>
<b>BIBLIOGRAFÍA.....</b>	<b>94</b>

## INTRODUCCIÓN

La producción de aceros a nivel mundial ha mostrado una evolución intensa en las últimas décadas, debido a esto, la tendencia actual está orientada al uso de aceros con mayores límites de fluencia, los cuales presentan atractivas ventajas en cuanto a resistencia y sencillez de armados; países como Austria, Alemania y Suecia han mostrado una sustitución progresiva de aceros con mayores límites de fluencia, actualmente en los países escandinavos se usan barras con límites de fluencia de hasta 9000 kg/cm<sup>2</sup> sin fluencia definida (ref. 1).

Sin embargo, aún siguen existiendo controversias en relación al uso de estos aceros trabajados en frío, debido a que presentan mayor fragilidad que los aceros de grado 42 muy utilizados en la práctica.

En zonas sísmicas la mayoría de los reglamentos no permiten el empleo de aceros mayores al grado 42, ello es debido a que se busca que las estructuras presenten comportamientos dúctiles evitando así colapsos súbitos. El Reglamento del American Concrete Institute de 1995 (ACI318-95) especifica que los diseños no deben basarse en una resistencia a la fluencia del acero de refuerzo que exceda 5600 kg/cm<sup>2</sup> (ref. 2), haciendo la excepción para cables de preesfuerzo; en reglamentos anteriores, la limitante era 4200 kg/cm<sup>2</sup>.

En el caso de México, podemos mencionar que para 1954 prácticamente la totalidad del refuerzo producido era de grado estructural, en 1975 casi 70%

de la producción era de grado 42, actualmente el acero de grado estructural ha desaparecido y los aceros de grado 60 muestran una demanda creciente, sobre todo en elemento presforzados.

El Reglamento de Construcciones del Distrito Federal a través de sus Normas Técnicas complementarias (NTC-RCDF) es menos flexible en cuanto al uso de aceros de alta resistencia y da limitaciones más estrictas en los casos de estructuras diseñadas por sismo con factor de coeficiente sísmico alto, donde el esfuerzo de fluencia debe ser no mayor que el grado 42.

Por otro lado existen algunas áreas en el diseño donde este tipo de restricciones parece seguir la práctica conservadora, es el caso del diseño de refuerzo cortante en vigas, (NTC-96, ref. 3) en el cual no se permite la utilización de aceros de refuerzo con grados superiores al 42.

Resulta de especial interés el hecho de que para este punto en específico la norma haga esta excepción, no existen evidencias de carácter experimental que justifiquen este hecho, por tal motivo este estudio está orientado a observar de manera experimental el comportamiento de vigas con refuerzo cortante de grado 60 y compararlas con elementos dentro de la norma.

El estudio comprende el ensaye de 10 especímenes efectuados para este fin, las características del ensaye se muestran a detalle a lo largo del estudio.

El objetivo es evaluar los criterios para predicción de resistencia a cortante para el caso de aceros de alta resistencia y observar las diferencias en su comportamiento con respecto al acero convencional.

## **I.-EXPRESIONES PARA EL CÁLCULO DE CORTANTE DEL REGLAMENTO DE CONSTRUCCIONES DEL DISTRITO FEDERAL (RCDF).**

Resulta demasiado complejo predecir el comportamiento de un elemento de concreto reforzado sometido a cortante, esto se debe a que el concreto no es un material homogéneo ni elástico y su distribución interior de esfuerzos varía con los distintos niveles de carga y los distintos tipos de esfuerzos actuando en conjunto en su interior, además la forma de agrietamiento del elemento no permite definir con exactitud la posición de las grietas.

Ello, aunado a otras variables que inciden sobre la carga de agrietamiento diagonal, como son: la resistencia del concreto a la tensión, el porcentaje de acero longitudinal, la esbeltez de la zona sometida a cortante ( $M/Vd$ ) ó ( $a/D$ ), la relación ancho a peralte, el tamaño del elemento, la carga axial y el corte de las barras de refuerzo longitudinal; éstas hacen aún más complejo el hecho de establecer un procedimiento que permita determinar la resistencia a cortante de una manera más racional y satisfactoria.

No obstante, se han establecido algunos mecanismos de comportamiento que, aunque presentan ciertas limitantes de orden teórico, han servido de base para definir las expresiones de diseño más utilizadas en la mayor parte de los reglamentos, incluyendo el RCDF; tales mecanismos se exponen en esencia a continuación, de ellos se derivan las expresiones para el cálculo de cortante citadas en el Reglamento en cuestión.

## 1.- Miembros sin refuerzo transversal.

### Mecanismo de arco rebajado.

Para el caso de elementos sin refuerzo transversal, considérese una viga sin refuerzo transversal simplemente armada sometida a una carga puntual a una cierta distancia del apoyo (ver figura I.1.)

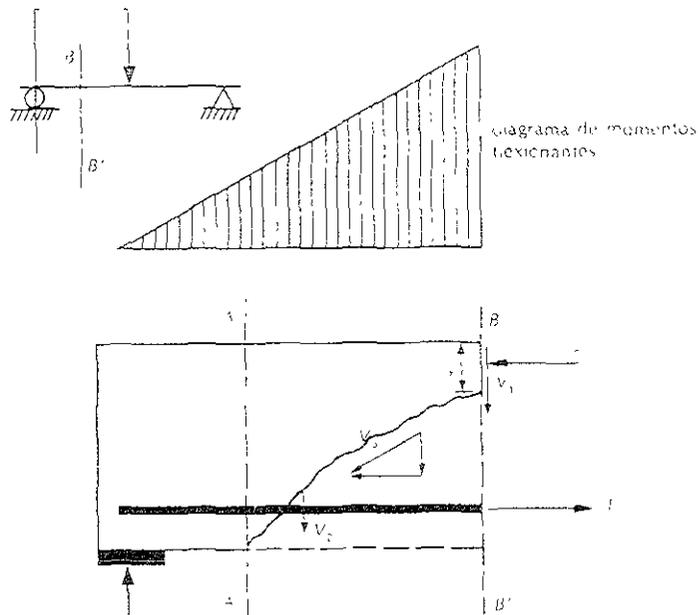


Figura I 1 - Esquema de viga simplemente armada e idealización del mecanismo de arco rebajado

Al ir aumentando la carga  $P$  se llega a un punto en el cual el concreto ya no es capaz de soportar tensiones diagonales, resultado de la combinación de fuerzas cortantes y momento flexionante, por tal motivo se presenta la primer grieta inclinada, de este modo la zona superior de la viga, la cual resiste esfuerzos de compresión se reduce en su área y el acero inferior empieza a absorber por sí solo los esfuerzo resultantes de tensión, si este elemento posee suficiente anclaje en los extremos de las barras de tensión y

su área reducida de concreto aún es capaz de soportar los esfuerzos resultantes de compresión, entonces el elemento trabajará como un arco rebajado y el mecanismo puede seguir resistiendo esfuerzos a través de:

- La zona de compresión no agrietada.
- El refuerzo longitudinal de tensión.
- La componente vertical de los esfuerzos cortantes inclinados transmitidos a través de la grieta por la fricción entre las dos partes del concreto agrietado.

El colapso del elemento puede presentarse de dos maneras, cuando la zona de compresión no sea capaz de seguir resistiendo esfuerzos de compresión o cuando la capacidad de transmitir tensiones por adherencia entre el refuerzo y el concreto sea rebasado por las fuerzas de tensión.

Una de las variables principales de la que depende la carga de falla es la relación entre el claro de cortante y el peralte de la sección ( $a/d$ ), cuando esta relación es mayor, la falla ocurre para fuerzas cortantes menores y que tienden al agrietamiento diagonal.

## **2.-Miembros con refuerzo transversal.**

### **La Analogía de la Armadura.**

Hasta antes de presentarse el agrietamiento diagonal, el refuerzo transversal tiene muy poca influencia en el valor de la carga que produce agrietamiento, pero una vez presentado éste, el refuerzo contribuye eficazmente a incrementar la capacidad de carga del elemento, a un grado tal que, si este refuerzo es suficiente para resistir los esfuerzos inclinados la falla se presentará por flexión y no por cortante, la función de este refuerzo es la de evitar el crecimiento de grietas, manteniendo con ello una zona mayor de compresión, además de proporcionar mejor confinamiento al elemento.

El mecanismo de falla establecido para cuantificar la contribución del acero al cortante es conocido como "Analogía de la Armadura" y fue propuesta por Ritter en 1899.

En esta analogía se supone que una viga con refuerzo transversal con grietas inclinadas provocadas por tensiones puede idealizarse como una armadura en la cual el refuerzo longitudinal funciona como la cuerda de tensión, el refuerzo transversal como las diagonales de tensión y, el concreto de la zona comprimida como la cuerda de compresión, (ver figura 1.2).

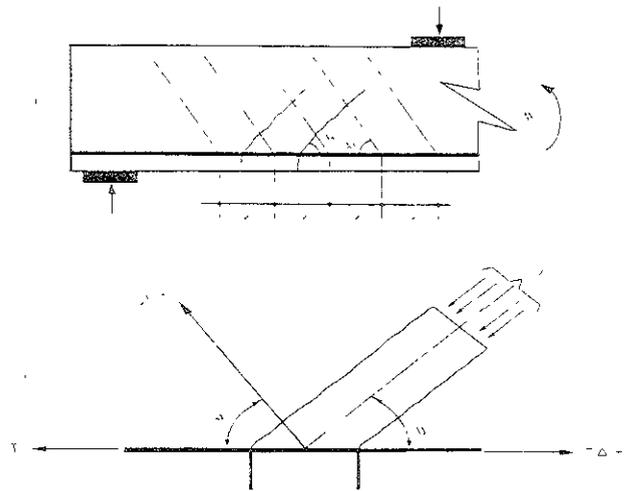


Figura I.2 - Esquematización de la analogía de la armadura.

Al establecer el equilibrio de fuerzas en esta armadura con las condiciones marcadas en la figura y considerando que en la práctica el refuerzo transversal se coloca en un ángulo de 90° respecto al eje longitudinal, se obtiene la siguiente expresión:

$$V_s = (A_v f_y d) / s \quad (\text{ec. I.1})$$

Donde:

$A_v$  = área del refuerzo por cortante de la sección transversal,

$s$  = separación entre estribos,

$f_y$  = esfuerzo límite de fluencia del acero transversal, considerado al 2% de la deformación unitaria,

$d$  = peralte del elemento y

$V_s$  = esfuerzo cortante resistente desarrollado por el acero transversal.

Esta expresión es utilizada por el RCDF, afectándose de un factor de resistencia con el objeto de tener mayor seguridad.

### 3.- Expresiones adicionales de las NTC-96 (RCDF).

Además, a la contribución del mecanismo de armadura se añade la contribución del concreto antes del agrietamiento, es decir:

$$V = V_c + V_s \quad (\text{ec. 1.2})$$

La expresión referente a la contribución del concreto a la resistencia por cortante es variable en la mayor parte de los reglamentos, en el caso del RCDF la expresión ha sido propuesta por un estudio llevado a cabo por Ferguson para el ACI, la cual establece que:

Si  $\rho < 0.01$

$$V_c = (0.2 + 30\rho)(f'c)^{1/2} bd \quad (\text{ec. 1.3})$$

Si  $\rho \geq 0.01$

$$V_c = 0.5\rho(f'c)^{1/2} bd \quad (\text{ec. 1.4})$$

Donde:

$V_c$  = contribución de esfuerzo cortante resistido por el concreto,

$\rho$  = porcentaje de acero transversal en el elemento,

$f'c$  = resistencia a la compresión del concreto,

$f^*c$  = resistencia a la compresión del concreto afectada por un factor de seguridad,

$b$  = ancho del elemento y

$d$  = peralte efectivo del elemento.

Se agregan a estos cálculos algunas restricciones adicionales más, basadas todas en estudios que se han llevado a cabo de manera experimental para estudiar la influencia de la gran cantidad de variables que influyen en el fenómeno de cortante, tomándose en consideración las variables que se han considerado de mayor peso (ver referencias 4, 5 y 6).

En general se tiene una enorme cantidad de estudios experimentales que han mostrado la influencia que presentan gran cantidad de variables, los reglamentos en general sólo han tomado en consideración los que resultan de mayor incidencia en el comportamiento de estos elementos.

Sin embargo, a pesar de toda la gama de estudios relativos a las variables que influyen sobre el fenómeno de cortante, no existe alguno que de manera contundente compruebe el hecho de que los aceros de alta resistencia no son viables para ser utilizados en la práctica; los estudios realizados en este sentido por el contrario han confirmado que es posible la utilización de estos aceros, aunque estas investigaciones son pocas en relación a todo lo dedicado al fenómeno de cortante, los existentes dan conclusiones favorables.

Para el caso de México, al parecer las disposiciones del Reglamento están basadas en estudios realizados para el ACI, en lo cuales como se mencionó no se proporcionan evidencias prácticas que lleven a esta restricción.

## **II.-ESTUDIOS PREVIOS RELATIVOS AL USO DE ACERO DE ALTA RESISTENCIA COMO REFUERZO POR CORTANTE EN VIGAS.**

En el caso del RCDF para el diseño por cortante en vigas la limitante es 4200 kg/cm<sup>2</sup>, en el Reglamento ACI la limitante hasta antes del reglamento ACI-318-95 era 4200, sin embargo, en la aparición de este Reglamento ya se observa la tendencia al uso de resistencias mayores, pues el límite de fluencia permitido ahora es igual a 5600 kg/cm<sup>2</sup>, sin embargo en el caso de diseño de aceros por flexión en vigas se imponen ciertos requisitos que se deben cumplir para la utilización de límites de fluencia entre 4200 y 5600, por ejemplo incrementar el peralte de losas y vigas en caso de caer en este supuesto.

En el mismo reglamento para el caso de refuerzo por cortante sigue prohibido el uso de acero con límite de fluencia superior a los 4200 kg/cm<sup>2</sup> sin embargo en el caso de usar como refuerzo de cortante la malla electrosoldada de alambre corrugado se permite como limite 5600 kg/cm<sup>2</sup>.

Como resultado de la creciente demanda que tienen los elementos prefabricados en los Estados Unidos, en los cuales la malla de alambre electrosoldado rolado en frío presenta ventajas de orden práctico y económico, es explicable el hecho de que se haya permitido el uso de estas mallas en refuerzo por cortante, tal disposición está basada en un estudio realizado en 1994 por Andrew Griezic, William D. Cook y Denis Mitchell (ref. 7) en el cual se llega a la conclusión de que la especificación para el uso del máximo esfuerzo permitido en el ACI de 400 MPA resulta excesivamente conservador y que la malla de alambre electrosoldado presenta suficiente

ductilidad, una capacidad de deformación adecuada y redistribuye los esfuerzos para evitar la falla por cortante.

En estas nuevas disposiciones introducidas en el Reglamento ACI se observa que a pesar de permitir el uso de malla de acero rolada en frío, se ha restringido el uso de aceros de altas resistencias en forma de estribos convencionales, no teniéndose ningún fundamento experimental que apoye esta omisión, al parecer la nueva disposición esta orientada a alentar el uso de malla de alambre electrosoldado.

En el caso de México, el estribo de acero convencional es lo más utilizado en la práctica, y por este motivo se podría considerar que aunque el estudio mencionado en el párrafo anterior da un precedente, en México sería necesario evaluar para las condiciones propias de la construcción del país.

Las objeciones que se han puesto al uso de acero de grado superior al 42, las cuales en los estudios revisados ponen en observación son las siguientes:

- Las altas deformaciones a las que trabajan estos aceros bajo cargas de servicio dan lugar a agrietamientos excesivos en el concreto, los cuales son perjudiciales por la pérdida de rigidez de los elementos estructurales, porque propician la corrosión del refuerzo y porque afectan la apariencia.
- A medida que se incrementa la resistencia del acero, disminuye su deformación de rotura, o sea, tiende a volverse frágil. Esto es perjudicial porque en las operaciones de habilitación del refuerzo pueden fisurarse las barras y puede quedar afectada su resistencia, por otra parte la capacidad de deformación de los elementos estructurales

se ve limitada, lo cual es indeseable en estructuras que deban resistir fuerzas sísmicas importantes y deban ser capaces de desarrollar altas ductilidades.

Aunque estas aseveraciones son aplicables al refuerzo longitudinal por flexión ninguna se ha demostrado que es aplicable al caso del refuerzo por cortante; inclusive dentro de la bibliografía consultada se han encontrado mayores ventajas en el uso de estos aceros. De estas investigaciones se hace un breve resumen a continuación:

Desde inicios de los años sesenta, se han realizado una serie de estudios con el fin de observar el comportamiento de los estribos de alta resistencia en cortante para el caso de vigas; aunque estos estudios no son muy numerosos en comparación con toda la gama de estudios llevados a cabo para el fenómeno de cortante, estos dan resultados muy claros a favor de estos aceros, a continuación presentamos de manera resumida la esencia de cada una de estas pruebas.

### **1.-Estudio de Guralnick (1960)**

En 1960 Guralnick (ref. 8) llevó a cabo 17 pruebas incluyendo acero estructural y de alta resistencia como estribos, los resultados de éstos arrojaron que el uso de altas resistencias de acero era satisfactorio como refuerzo por cortante..

### **2.-Estudio de Taylor (1966)**

Taylor (ref. 9) realizó dos pruebas de cortante en las cuales indicó que la situación de un refuerzo de acero de alta resistencia proporcionado de

manera equivalente al refuerzo ordinario en cuanto a fuerza resistente, no altera la capacidad de cortante último de la viga, y que el control de grietas inclinadas no era significativamente afectado.

### **3.-Fukuhara, y kokusho (1979)**

Para 1979 el Instituto Arquitectónico de Japón llevó a cabo un estudio (ref. 10) en vigas y columnas con refuerzo de alta resistencia de alrededor de  $14,000 \text{ kg/cm}^2$ , concluyendo que es posible utilizar este refuerzo reduciendo la cuantía del refuerzo y proporcionando mayor capacidad de deformación a la flexión.

En este estudio se ensayaron treinta y tres especímenes de vigas de concreto reforzado sujetas a momento flexionante y fuerza cortante reforzados con estribos tipo espiral y en escuadra de dos ramas cuyo límite de fluencia fue de  $14,000 \text{ kg/cm}^2$ ; cabe mencionar que el acero no tenía fluencia definida. Los modelos fueron probados bajo cargas monotónicas; la fuerza cortante fue medida con celda de carga, la deformación del elemento se midió mediante deformímetros eléctricos y los esfuerzos en los estribos se obtuvieron con sensores eléctricos, la relación entre distancia del punto de carga al apoyo/peralte (ó  $M/Vd$ ) varió entre valores de 1 a 2.

Los resultados proporcionaron información acerca del mecanismo de falla por cortante obteniéndose ecuaciones concernientes a la eficacia del refuerzo de alta resistencia en resistencia al cortante.

Se observó que cuando el índice de esfuerzo  $\rho_w W^{0.7}$  era inferior a  $40 \text{ kg/cm}^2$  la fluencia del acero fue alcanzada antes del colapso del elemento en cortante; y para los casos en los que este parámetro era superior a los  $40 \text{ kg/cm}^2$ , la fluencia del acero no fue alcanzada aún después del colapso final del

elemento, independientemente del tipo de refuerzo colocado. Evidentemente los aceros de resistencia normal nunca tuvieron una contribución unitaria mayor al punto citado; las ecuación obtenida se presenta a continuación:

$$\text{Para } 0 < \rho_w W^{\sigma_y} \leq 49 \text{ kg/cm}^2 \{V_u - V_{upw=0}\} = 0.69 \rho_w W^{\sigma_y} + 10.0 \quad (\text{ec. II.1})$$

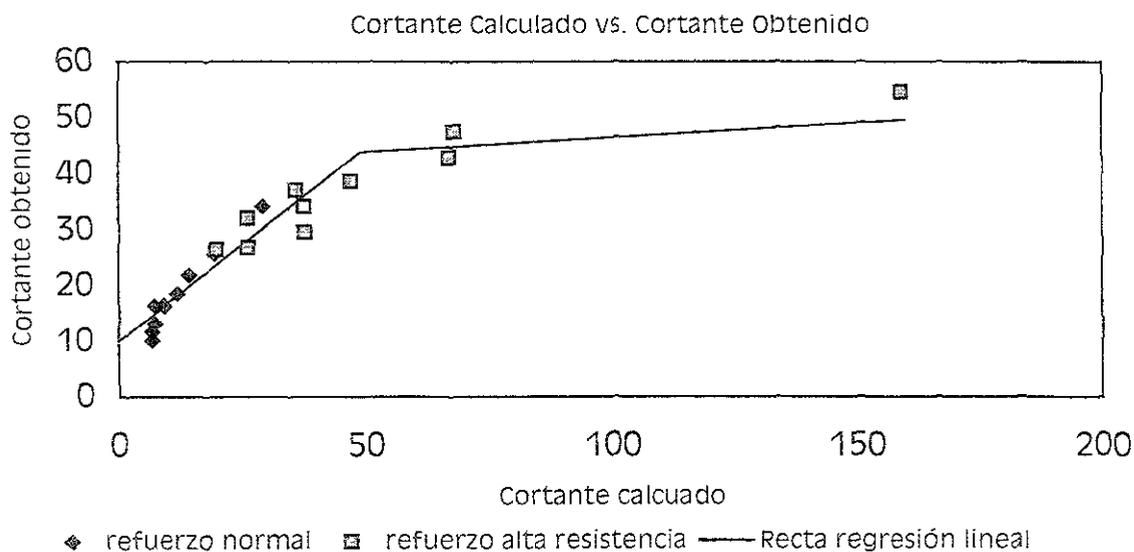
$$\text{Para } 49 < \rho_w W^{\sigma_y} \leq 160 \text{ kg/cm}^2 \{V_u - V_{upw=0}\} = 0.05 \rho_w W^{\sigma_y} + 41.6 \quad (\text{ec. II.2})$$

Donde:

$$2.6 \text{ t/cm}^2 \leq W^{\sigma_y} \leq 14 \text{ t/cm}^2, \quad 1 \leq a/d \leq 2, \quad 281 \text{ kg/cm}^2 \leq c^{\sigma_p} \leq 324 \text{ kg/cm}^2.$$

En lo anterior  $\rho_w$  es el porcentaje de estribos, es decir :  $(A_v/sd)$ ; y  $\rho_w W^{\sigma_y}$  es el esfuerzo de fluencia del acero.

En base a esta observación Fukuhara y Kokusho obtuvieron por análisis de regresión lineal la siguiente gráfica que relaciona el índice ( $\rho_w W^{\sigma_y}$ ) con la contribución del acero al cortante obtenida en los ensayos, la gráfica se



muestra a continuación:

GRAFICA II.1.- Cortante medido vs. Cortante calculado (Fukuhara y Kokusho)

De las conclusiones anteriores se hace evidente que la cuantía de acero y su esfuerzo de fluencia tienen trascendencia en cuanto a la conducta que se espera tener en un diseño a cortante y que es evidentemente que el acero por cortante puede no alcanzar la fluencia en el momento del colapso del elemento si su cuantía es muy alta.

#### **4.-Bennet y S.Y. Debaiky.(1974)**

Posteriormente, en 1974 se realizó un estudio con aceros de alta resistencia como refuerzo por cortante en vigas de concreto presforzado (E.W. Bennett y S.Y. Debaiky) (ref.11) y en este se observó que los aceros de alta resistencia contribuyeron a un buen control de las grietas inclinadas bajo cargas de servicio, además de presentar una contribución al cortante mucho mayor al valor calculado con las expresiones proporcionadas por el ACI318-71 y por el reglamento Británico, las cuales no han cambiado en la actualidad para el caso del ACI y son las mismas para el RCDF.

Esta investigación incluyó treinta y tres especímenes en los cuales se variaron las magnitudes de presfuerzo en el acero longitudinal así como los límites de fluencia en el acero transversal, usándose tres tipos de aceros, con resistencias a la fluencia de 2,800 kg/cm<sup>2</sup>, 4,200 kg/cm<sup>2</sup> y 5,600 kg/cm<sup>2</sup>, los especímenes fueron vigas de 3.66m de largo simplemente apoyadas y ensayadas bajo dos cargas puntuales simétricas a 0.90 m de distancia del soporte, conservando la relación M/Vd constante (del orden de 3.0) por considerarse esta dentro del rango crítico, y para hacer que fluyera el refuerzo longitudinal por flexión.

Es interesante observar que en este estudio el índice de esfuerzo  $\rho_w W^{gy}$  fue mucho mayor de los 40 kg/cm<sup>2</sup> que toma como punto de diferencia en el comportamiento de estribos que toma como referencia el estudio de Fukuhara y Kokusho. En este estudio se llegó a la fluencia de estribos de alta resistencia en las vigas; en cambio, los estribos que presentaron fractura fueron los de resistencia normal, ( de seis con fractura sólo uno fue de alta resistencia), con esto se llega a la conclusión de que este comportamiento no está relacionado directamente con los aceros de alta resistencia. Las causas de estos comportamientos son motivos de nuevos estudios los cuales permitan definir con claridad esta situación; en relación con el comportamiento de los estribos de alta resistencia, este estudio aporta resultados interesantes en relación al control de grietas, pues de manera práctica se eligió un ancho de grietas que en la práctica se considera aceptable como deformación en cargas de servicio, (0.3mm). Los esfuerzos cortantes que se obtuvieron a estas deformaciones fueron muy superiores al cincuenta por ciento de la carga última considerándose esto como un buen control de agrietamientos.

Se concluyó que la contribución del refuerzo fue en general mayor que los valores recomendados, no así en el caso de la contribución del concreto y esto causó que algunas vigas fallaran por inestabilidad de la zona superior de las vigas; en relación con los agrietamientos se concluyó que estos pueden reducirse con un incremento en el porcentaje de refuerzo transversal, o bien con refuerzo de menores diámetros.

Hay que considerar que este estudio fue hecho para vigas con presfuerzo, y que a lo largo del estudio este presfuerzo jugó un papel muy importante, pues contribuyó a un mejor comportamiento de la viga, sin embargo, los

resultados son muy reveladores y sientan un precedente en los estudios realizados en este tema.

## **5.-Estudio de Andrew Griezec, William D. Cook y Denis Mitchell.**

**(1994)**

Este estudio, como se había comentado con anterioridad es el fundamento con el cual se realizó la última modificación al Reglamento ACI 318-95; estuvo orientado desde un inicio en el uso de mallas de alambre electrosoldado de alta resistencia como refuerzo por cortante en vigas y los resultados fueron satisfactorios.

La propuesta orientada a este tipo de refuerzo tomó como base el hecho de que los estudios anteriores (Taylor) concluyeron que los cortos espaciamientos y pequeños diámetros en estribos proporcionaban un adecuado control de agrietamientos y mejor comportamiento al cortante.

Aunque este estudio no incluye los estribos convencionales, sus resultados fueron satisfactorios a favor del acero de alta resistencia; las principales conclusiones del estudio son que las grietas inclinadas fueron menores bajo cargas de servicio en relación con los especímenes convencionales. El acero trabajado en frío presentó grandes deformaciones y suficiente ductilidad para redistribuir esfuerzos en los estribos, retardando la falla por cortante; se propuso la Teoría de Compresión Modificada para el cálculo de la contribución del concreto al cortante. Finalmente se concluyó que el esfuerzo de fluencia máximo permitido en el Reglamento ACI para diseño por cortante debería ser cambiado por resultar este excesivamente conservador.

## **6.-Comentarios.**

Como se puede ver, existen estudios hechos con anterioridad que sientan precedentes a favor de los estribos que nos ocupan, es importante aclarar que la revisión a estos antecedentes fue de importancia para el diseño y ejecución de las pruebas, y nos dan aún más razones para estudiar con más detalle y especialización cada vez este fenómeno que hasta el momento no ha dado un fundamento definitivo que niegue el habilitamiento de refuerzo de grado 60 para resistencia a cortante.

### **III.-ENSAYE DE VIGAS**

#### **1.- Planteamiento**

Este estudio comprende el ensaye de diez vigas simplemente apoyadas, sometidas a dos cargas concentradas en posiciones variables y de manera monotónica.

El objetivo es verificar si los criterios para predicción de resistencia a cortante son acordes con la realidad para el caso de aceros de alta resistencia, así como comparar los mecanismos de falla entre ambos tipos de refuerzo y su evolución a lo largo de sus etapas de carga. Cabe decir que todas las vigas se diseñaron para fallar por cortante, por lo que las vigas tienen un alto porcentaje de refuerzo por flexión, el cual se trató de que fluyera durante los ensayos.

#### **2.-Diseño de especímenes.**

El total de los 10 especímenes fueron diseñados con la misma sección transversal, en cuanto a diseño por flexión, las dimensiones fueron las mismas para todos los elementos.

El diseño de la viga por flexión corresponde a una viga doblemente armada con acero cuyo límite de fluencia fue  $4200 \text{ kg/cm}^2$ , el porcentaje de refuerzo longitudinal fue proporcionado considerando un valor alto del refuerzo, del orden de 2.96%, de manera que la resistencia por flexión fuera tan grande que antes de alcanzar el límite de fluencia de este refuerzo se presentara la

falla por cortante. En la figura III.1 se muestra el diseño de la sección transversal.

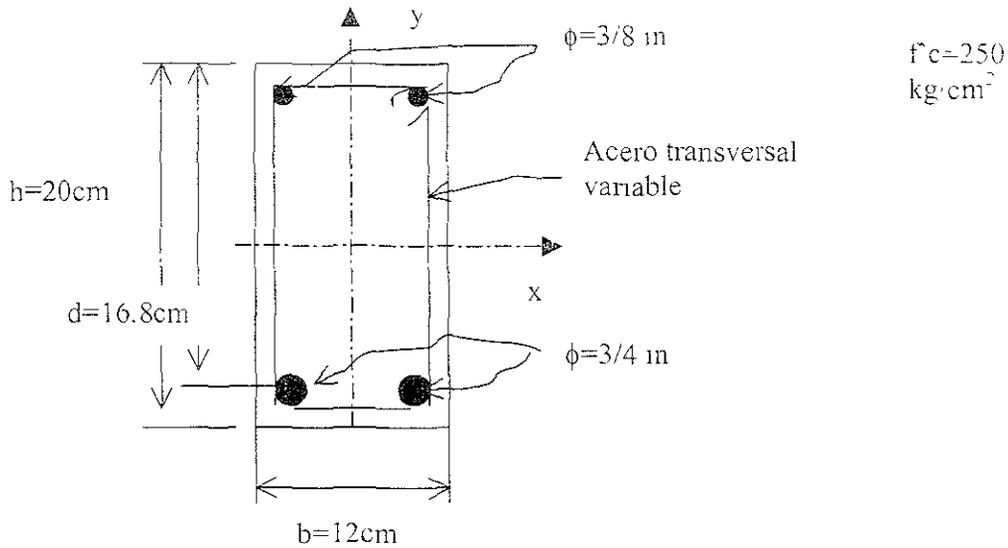


Figura III.1 - Diseño de la sección transversal de los especímenes

El refuerzo por cortante fue variable, este fue proporcionado para resistir con tres diferentes tipos de acero, pero la misma fuerza cortante resistente; de acuerdo con las fórmulas de diseño proporcionadas por las NTC-96 del RCDF.

Los especímenes fueron numerados del 1 al 10, de éstos los 6 primeros correspondieron a vigas con refuerzo transversal variable, la numeración del 7 al 10 corresponde a elementos sin refuerzo transversal, únicamente fueron armados con el refuerzo longitudinal, la variante en ellos fue la posición de las cargas concentradas. El ensayo de vigas sin refuerzo se llevó a cabo por dos motivos: primero, sirvió para saber la contribución del concreto a la resistencia al cortante; y además, para observar el efecto de la relación  $a/d$  en la resistencia al cortante.

Inicialmente se plantearon tres pares de vigas con refuerzo transversal, (vigas 1y 4, 2 y 5, 3 y 6), estos pares poseían un esfuerzo resistente al cortante

equivalente, el primer espécimen del par contenía estribos de acero de refuerzo sin fluencia definida y alta resistencia; y el segundo correspondía a acero convencional, (2530 a 4200 kg/cm<sup>2</sup>); sin embargo, aunque en este orden fueron ensayadas las vigas, posteriormente los grupos de ensaye fueron redistribuidos para hacer comparaciones pertinentes debido a los resultados de los especímenes y a cambios en las relaciones a/d que se llevaron a cabo por resultar más adaptables con el equipo de prueba.

Finalmente se formaron dos grupos importantes de vigas ensayadas, cada uno con una relación a/d en común, de estos grupos de especímenes se obtuvieron valores comparativos de cortante resistente tanto del concreto como del acero. Las características de diseño así como la integración de los grupos de prueba se muestran en la tabla III.1:

DISEÑO DE ESPECÍMENES POR CORTANTE.										
VIGA	DIAMETRO (in)	S (cm)	$\rho$ (%)	$f_v$ (kg/cm <sup>2</sup> )	$V_{MEDIO} (\rho f_v)$ (kg/cm <sup>2</sup> )	$A_v$ (cm <sup>2</sup> )	$A_v f_v d/s$	$V_{CR}$ (kg)	$V_T$ (kg) (RCDF)	M/Vd
(1) 7	Sin estribos		0.00							2.5
(1) 1	5/32	5	0.413	6000	24.6	0.1237	4986.97	1620.84	6607.81	2.5
(1) 4	1/4	6	0.888	2400	21.12	0.31669	4256.31	1620.84	5877.15	2.5
(1) 6	5/16	8	1.031	6000	61.86	0.49483	12469.7	1620.84	14090.5	2.5
(2) 9	Sin estribos		0.00							1.5
(2) 2	3/16	4.6	0.645	6000	38.4	0.1781	7805.42	1620.84	9426.26	1.5
(2) 3	1/4	7.4	0.721	6000	42.6	0.31669	8627.66	1620.84	7248.50	1.5
(2) 5	1/4	4	1.333	2400	31.65	0.31669	6384.47	1620.84	8005.31	1.5
(3) 8	Sin estribos		0.00					1620.84	1620.84	2
(3) 10	Sin estribos		0.00					1620.84	1620.84	1

Tabla III.1.- Datos de diseño por cortante de especímenes.

El tipo de estribo fue rectangular de dos ramas con doblez en los extremos a  $135^\circ$ , con resistencias a la tensión nominales de 2400, 4200 y 6000 kg/cm<sup>2</sup> y con diámetros variables, a fin de proporcionar magnitudes de cortante resistente similares ya sea con estribo de resistencia normal o alta, según se muestra en la tabla III.1.

En la elaboración de los especímenes de prueba se diseñó el proporcionamiento del concreto según se marca en el reglamento ACI-2111-74, además se tomaron cilindros de concreto para verificar la resistencia del mismo en la práctica y se tomaron muestras de varillas de todos los tipos y áreas de acero usados en el diseño.

### **3.-Características de los materiales.**

Las características de los materiales fueron consideradas para el diseño con los valores nominales, sin embargo, en la etapa de ejecución se llevaron a cabo pruebas de resistencia tanto del acero como del concreto con el fin de utilizar estos valores en la etapa de análisis, dado que en esa etapa es necesario tener datos más acordes con la realidad para poder hacer un análisis más transparente de los resultados obtenidos en los ensayos de vigas. A continuación se muestran las tablas correspondientes a las resistencias obtenidas de las probetas de concreto así como a los límites de fluencia obtenidos en el laboratorio; de igual manera se muestran los gráficos que sustentan los valores de la tabla III.2, la cual muestra los valores de diseño definitivos de acuerdo con los resultados mencionados :

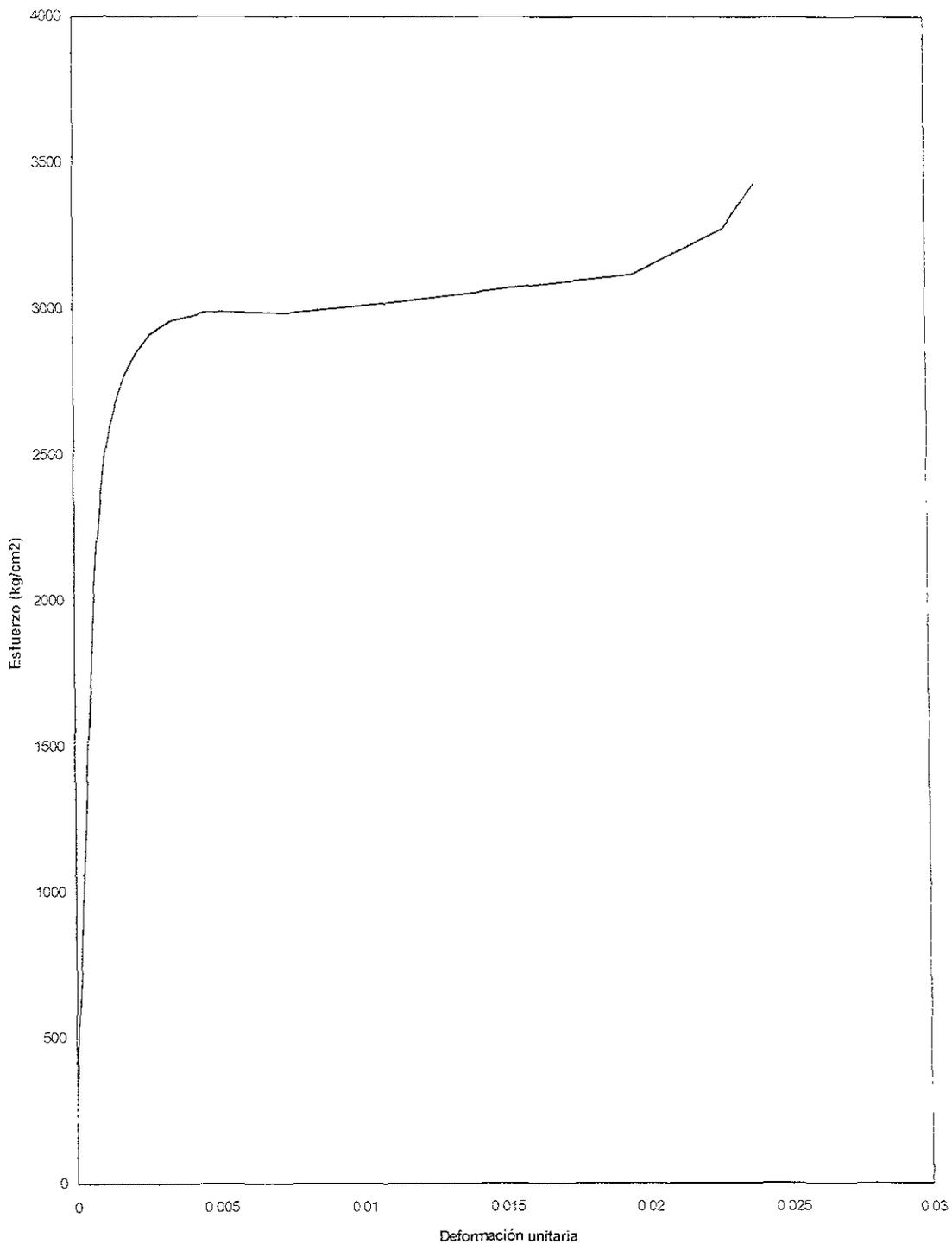
RESULTADOS DE ENSAYE DE PROBETAS DE CONCRETO	
VIGA	f <sub>c</sub>
1 y 4	295.39
2 y 5	318.28
3 y 6	310.35
7 y 8	277.56
9 y 10	348.35

Tabla III.2.- Resistencias a la compresión en cilindros de concreto.

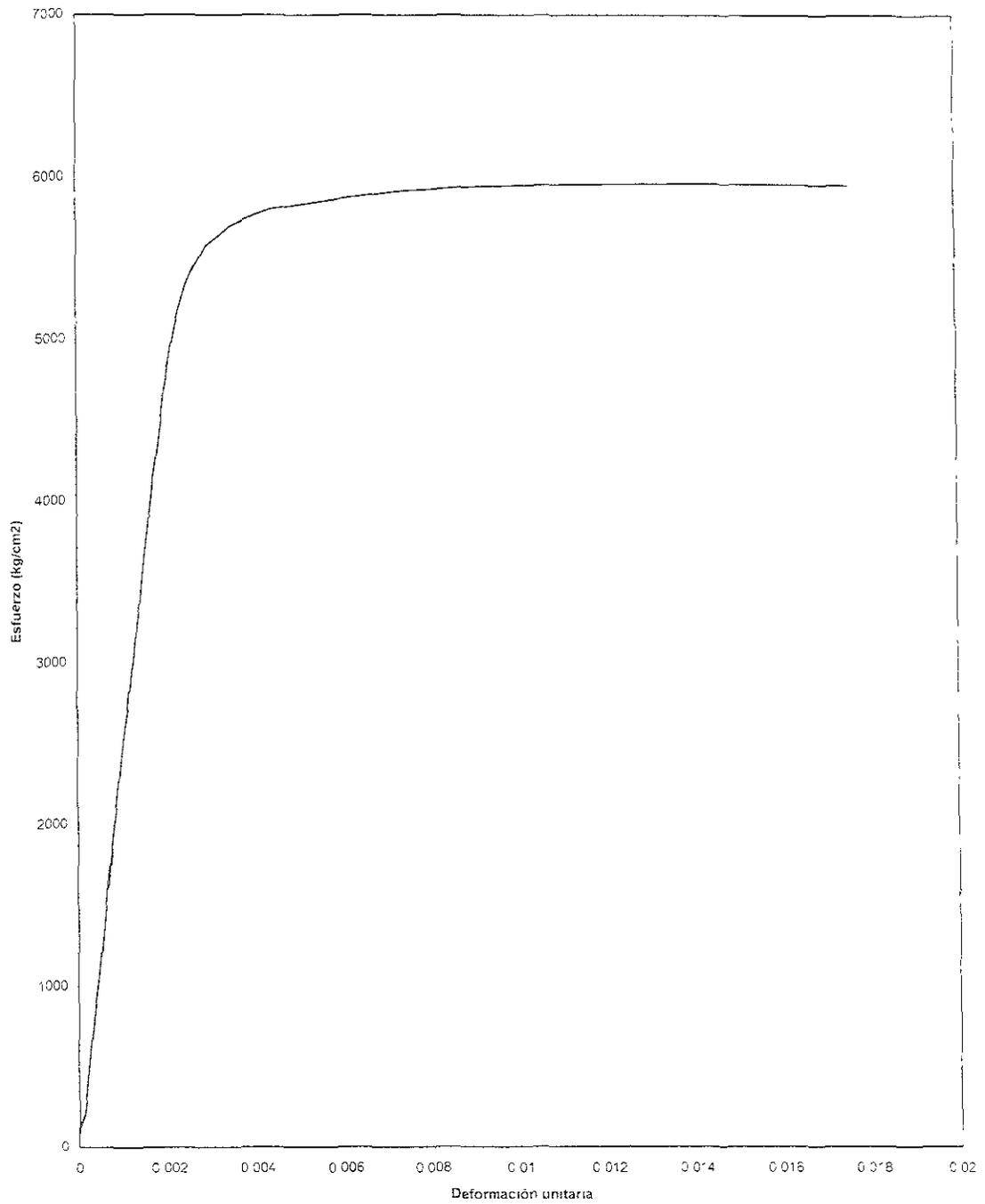
RESULTADOS DE ENSAYE DE MUESTRAS DE ACERO			
φ	f <sub>y</sub> (OBTEN. DA)	f <sub>u</sub> (FALLA)	f <sub>y</sub> (NOM. NAL)
5/32	5950	6871	6000
1/4	2950	4801	2400
5/16	7600	7881.97	6000
3/16	5750	6569.34	6000
3/8	4800	7200.05	4200
1/4	6350	6948.83	6000
3/4	4664	7491.16	6000

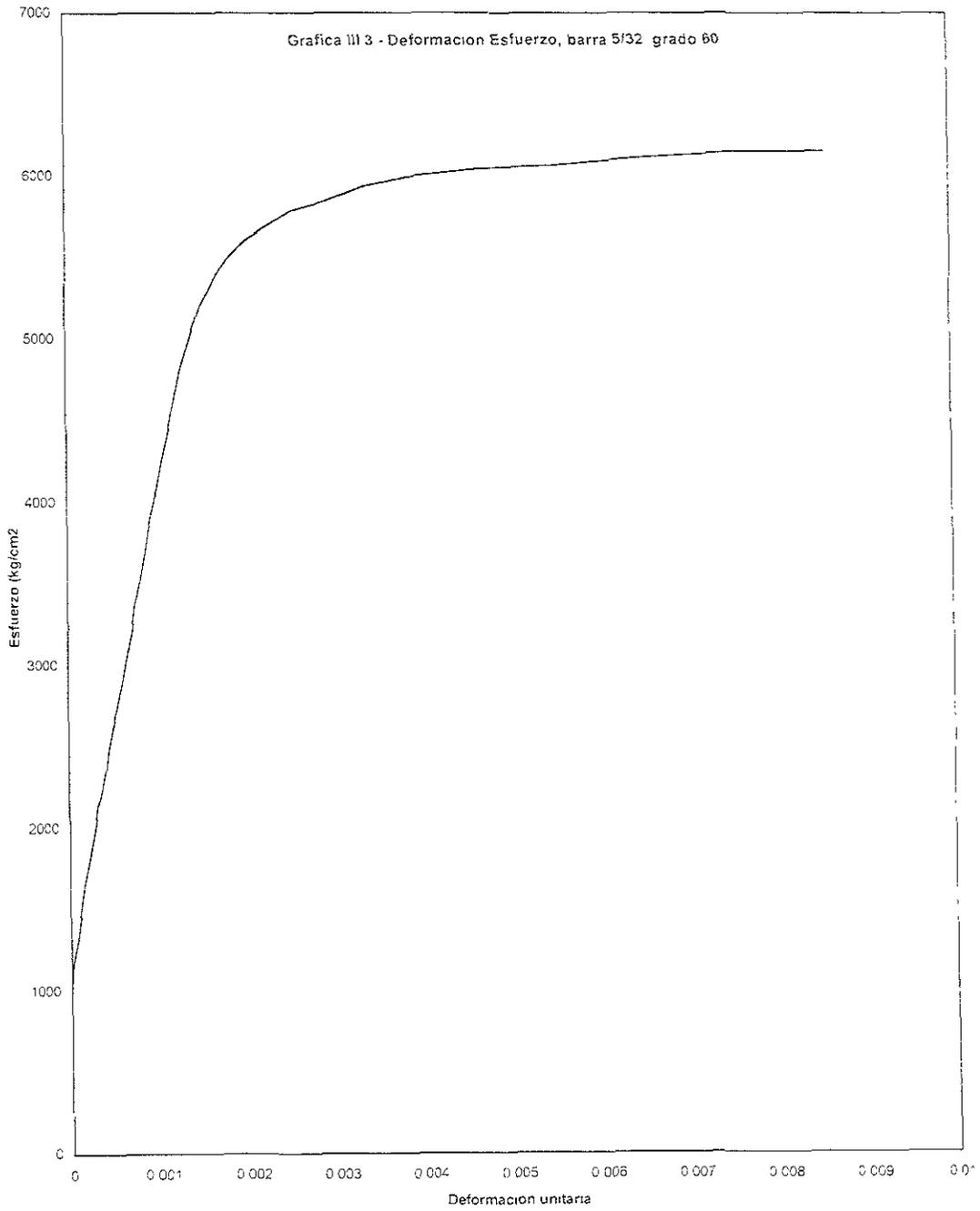
Tabla III.3.- Resistencias a la fluencia en varillas de prueba.

Gráfica III.1.-Deformación Esfuerzo, barra 1/4, grado 42

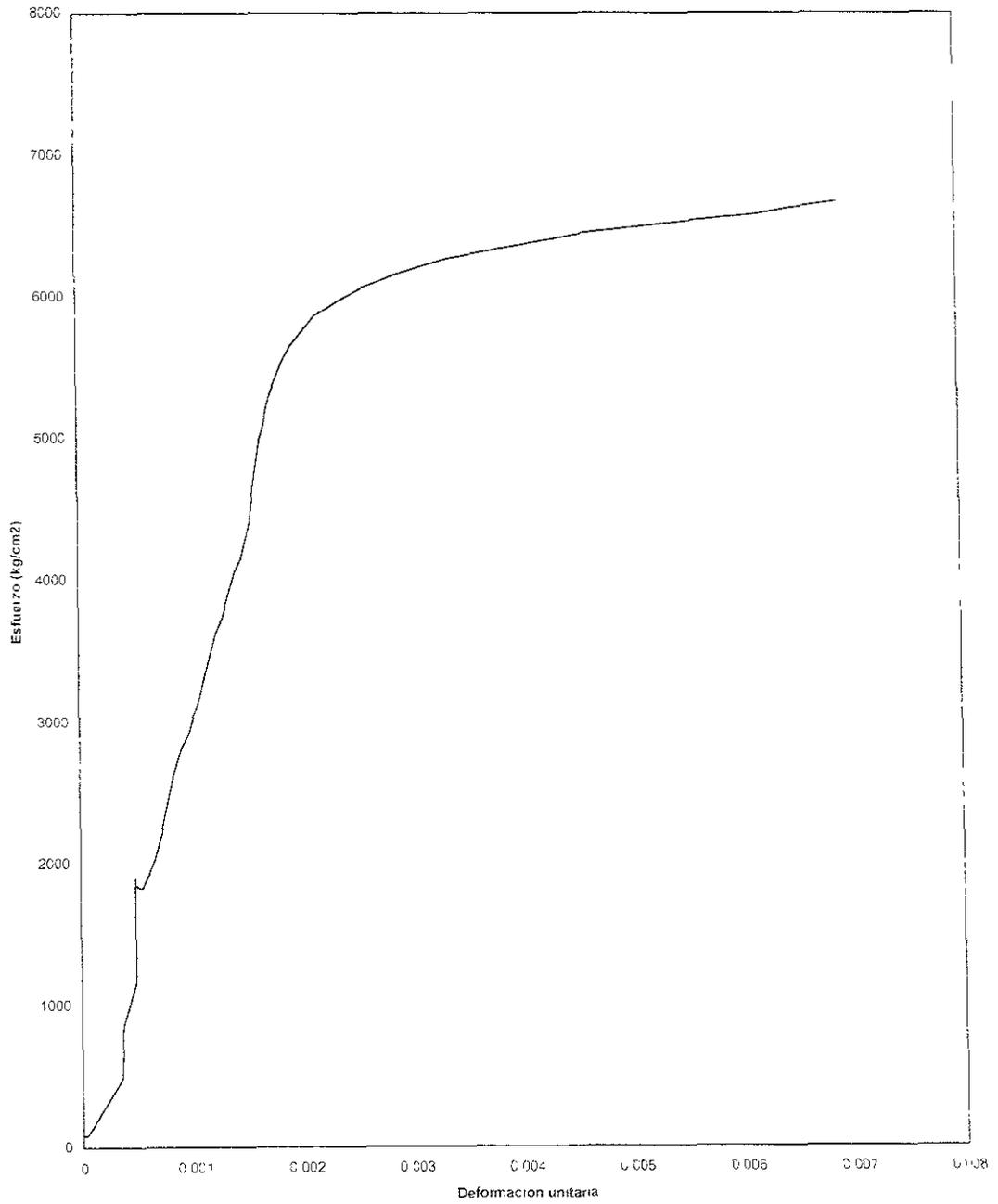


Gráfica III.2.-Deformación Esfuerzo, barra de 3/16, grado 60

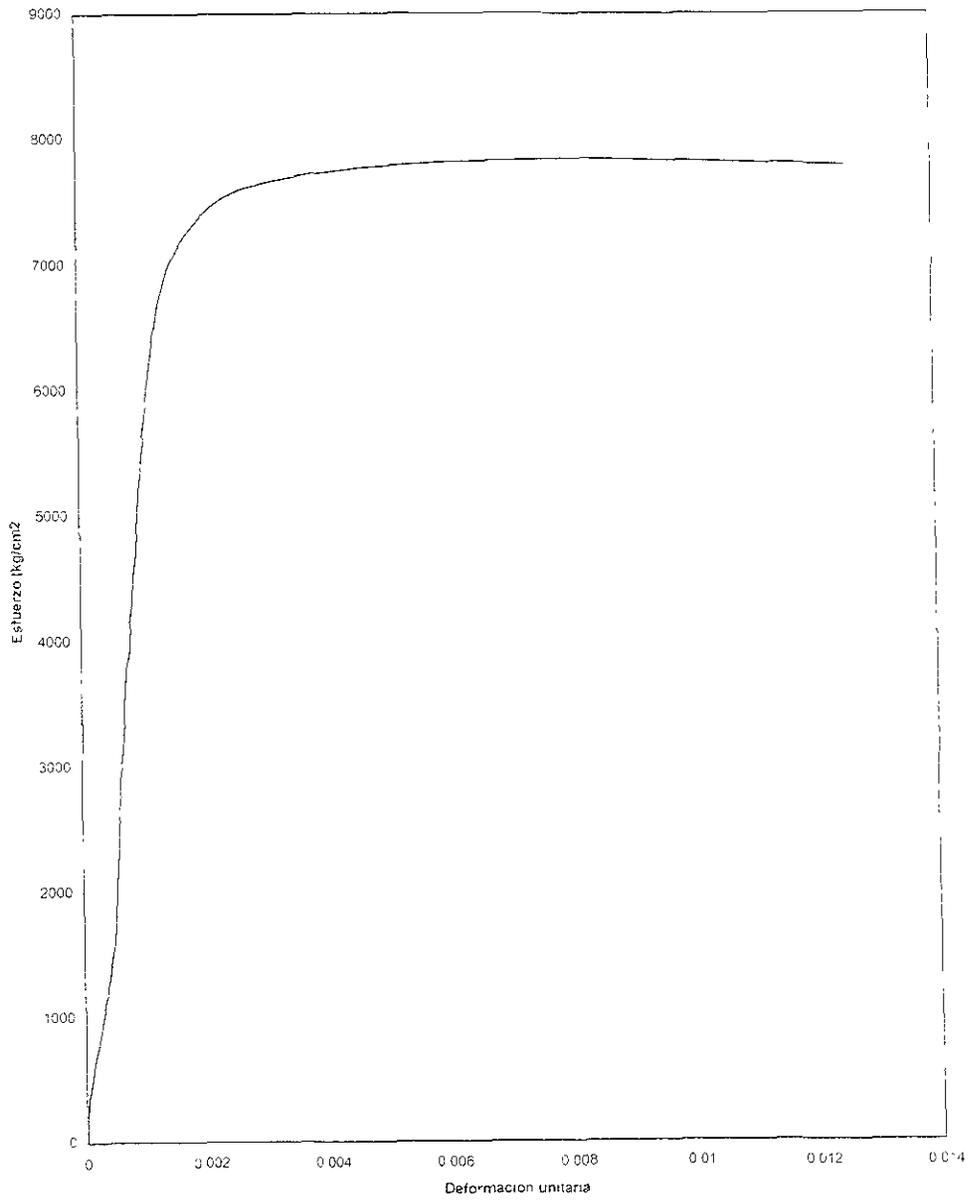




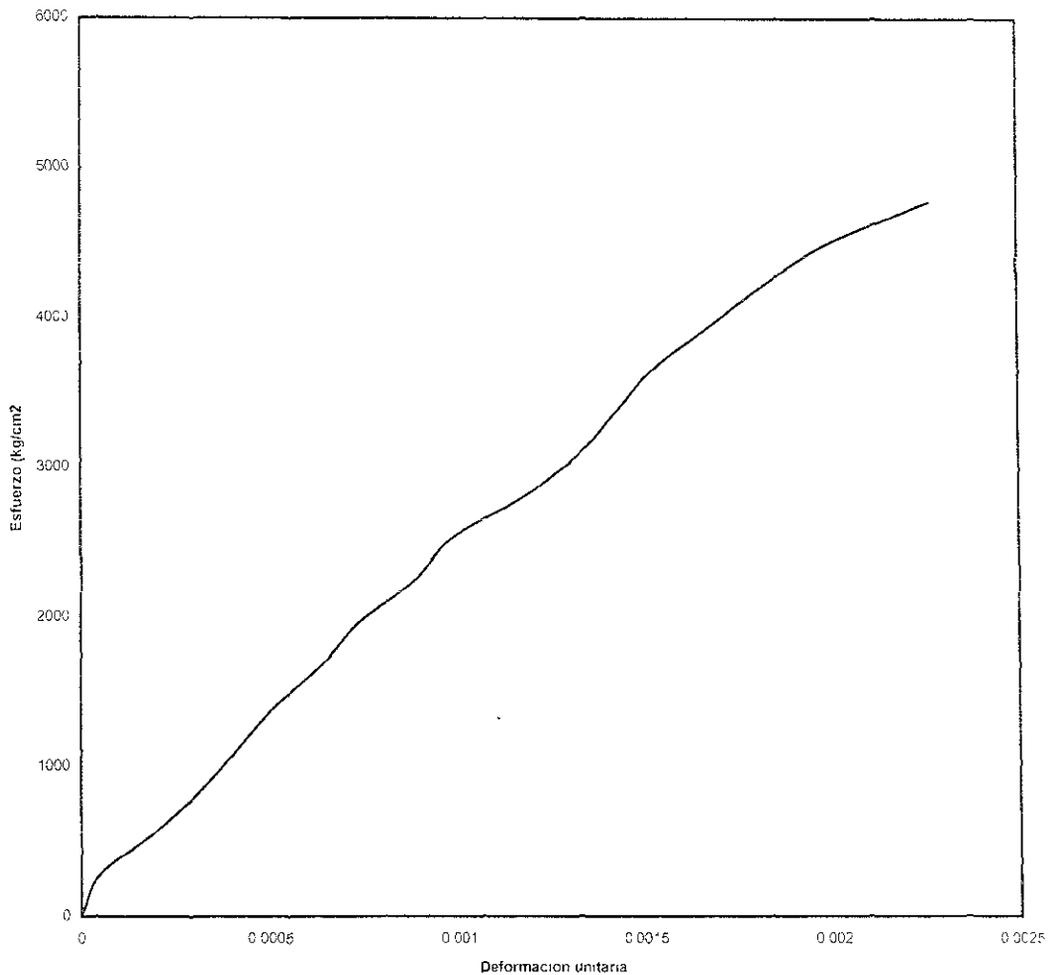
Grafica III.4.-Deformacion Esfuerzo, barra de 1/4 grado 60



Grafica III.5.-Deformacion-Esfuerzo, barra 5/16, grado 60



Gráfica III.6 -Def. unitaria-esfuerzo, barra 3/8 (grado 42)



#### 4.- Programa de prueba.

Inicialmente se llevó a cabo el ensaye de los especímenes sin refuerzo transversal variando la relación  $a/d$  ( $M/Vd$ ) como se muestra en la tabla III.1, posteriormente se llevó a cabo la ejecución de las vigas con refuerzo transversal con sus respectivas relación  $a/d$  en el orden, 1,4,2,5,3 y 6. Al formar los grupos de vigas para hacer la comparación, estos no siguen la secuencia numérica; así, el grupo 1 quedó formado por las vigas 7,1,4,6, con la relación  $a/d = 2.5$ , y el grupo 2 quedó formado por las vigas 9,2,3 y 5, con la relación  $a/d = 1.5$ .

Los ensayos de cilindros de concreto se llevó a cabo pasados los 28 días de curado y en la misma fecha en que se llevó a cabo el ensaye de los especímenes respectivos; con posterioridad a los ensayos, se llevó a cabo la ejecución de las muestras de varillas de acero.

## **5.- Instrumentación.**

La totalidad de las vigas fueron ensayadas en un marco de prueba de acero con dos apoyos libres (ver figura 4), en la parte superior del marco se ubicaron dos gatos hidráulicos con capacidad de carga de 20 toneladas cada uno, en la zona inferior fueron ubicados dos apoyos con un grado de libertad al giro en el eje perpendicular al plano del marco, con el fin de no restringir los giros debidos a la deflexión de la viga en el proceso de carga.

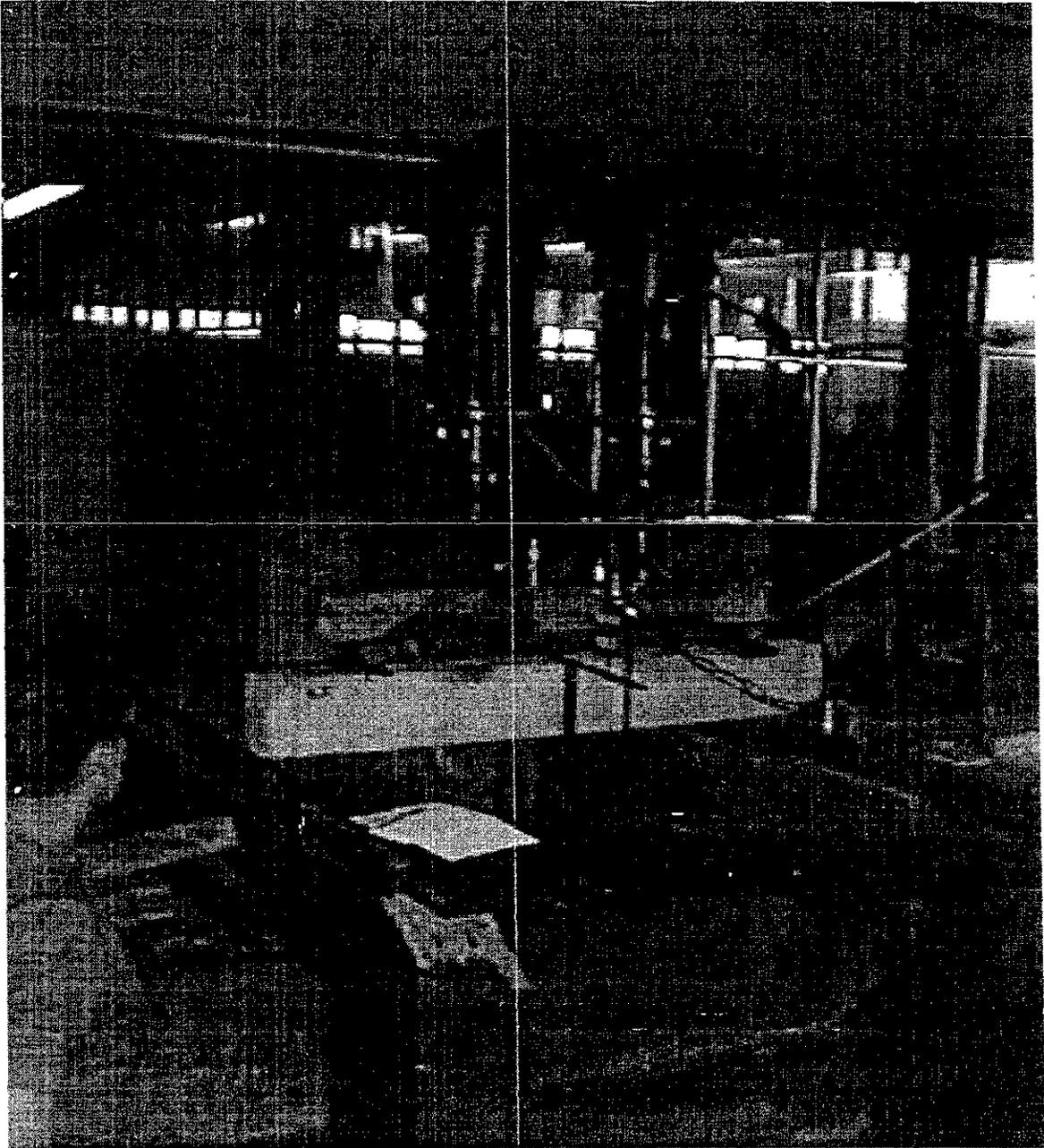


Figura III.2.- Presentación de un espécimen de prueba en el marco de carga.

Para poder variar el punto de aplicación de carga (relación  $a/d$ ), fue colocado un riel balancín bajo el cual se colocaron cuñas romas en las zonas destinadas a cargas concentradas; estas cuñas se movían dependiendo de la relación  $a/d$  considerada.

Una vez colocada la viga a ensayar, se procedió en primer lugar a alinear los ejes de la viga, previamente trazados en el elemento, con los ejes de proyección de carga de los gatos hidráulicos y evitar así algún volteo de la viga. Las dimensiones fueron verificadas al realizar el ensaye; la zona sometida a esfuerzos cortantes fue marcada en campo para resaltar como se desarrollaron las grietas diagonales en las distintas etapas de carga.

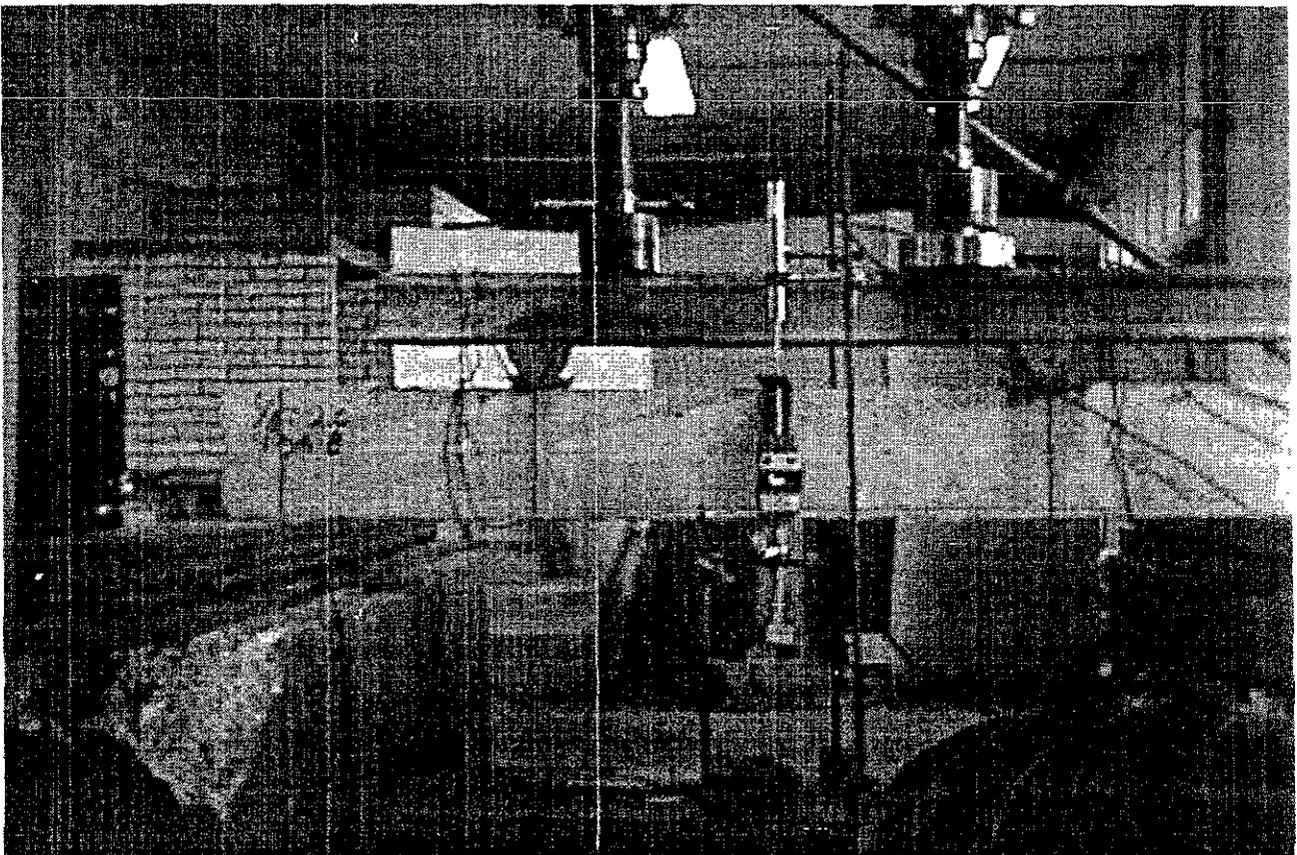


Figura III.3.- Presentación de la viga 8 en el marco prueba con zona crítica de cortante señalada previo al ensaye.

En cada uno de los ensayes las magnitudes de las cargas y las deflexiones de la viga fueron monitoreadas mediante dos sistemas de medición, los cuales se mencionan a continuación:

**a) Deformímetros electrónicos de operación manual.**

Dos deformímetros fueron ubicados estratégicamente a ambos lados de la viga en la zona del centro del claro, con el fin de medir las deflexiones del elemento, estos deformímetros fueron conectados a una terminal impresora, la cual se operó manualmente a intervalos de carga de 200 kg.

Las cargas aplicadas mediante los gatos hidráulicos fueron medidas y controladas de manera monotónica y gradual a intervalos de 200 kilogramos dando aviso al fin de cada intervalo con el fin de tomar las lecturas digitales mediante la operación manual de las impresoras.

**b) Sistema computarizado de medición directa.**

Por otro lado las lecturas fueron tomadas mediante dos Transductores Diferenciales de Voltaje Lineal (LVDT), ubicados paralelamente al sitio de ubicación de los deformímetros, y una celda magnética de carga, ambos con transmisión de señales a un sistema convertidor de voltajes que conectado a una Computadora Terminal monitoreó la evolución de la gráfica carga deformación, de la cual fue posible elegir los puntos a tabular y procesar con posterioridad los gráficos de deformación vs. carga (ver figuras 6 y 7).

Es importante observar que a lo largo de los ensayos, el Sistema Computarizado de Medición Directa fue más preciso en cuanto a los resultados, pues en la etapa final los elementos comúnmente presentan altas deformaciones aunque la carga no tenga un aumento significativo, y en estos

casos la medición con equipo computarizado es mas confiable para determinar la curva carga-deformación más apegada a la realidad durante todas las etapas de ensaye.

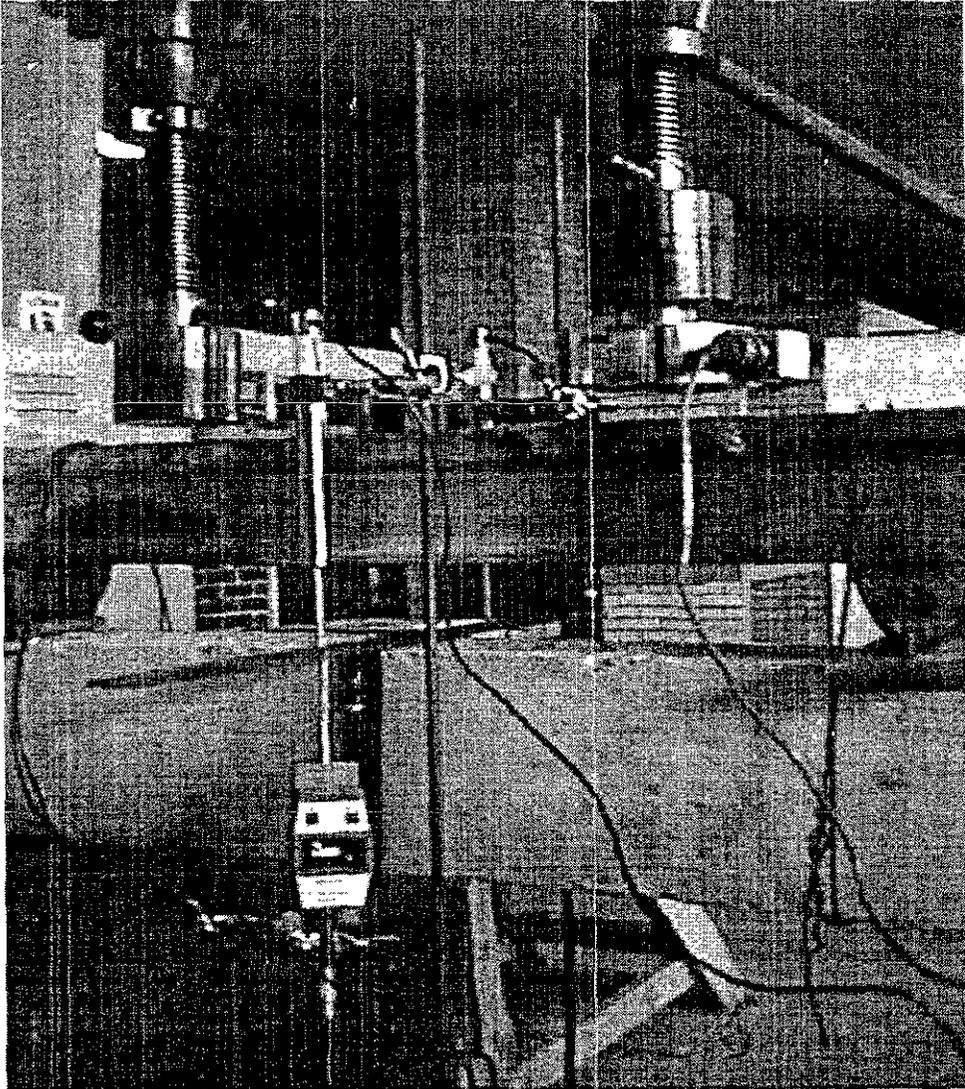


Figura III 4.-Detalle de la colocación de micrómetros electrónicos de operación manual, celda de carga en el gato y transductor diferencial de voltaje lineal para medición de deformaciones conectado a un sistema de medición cumputarizado.

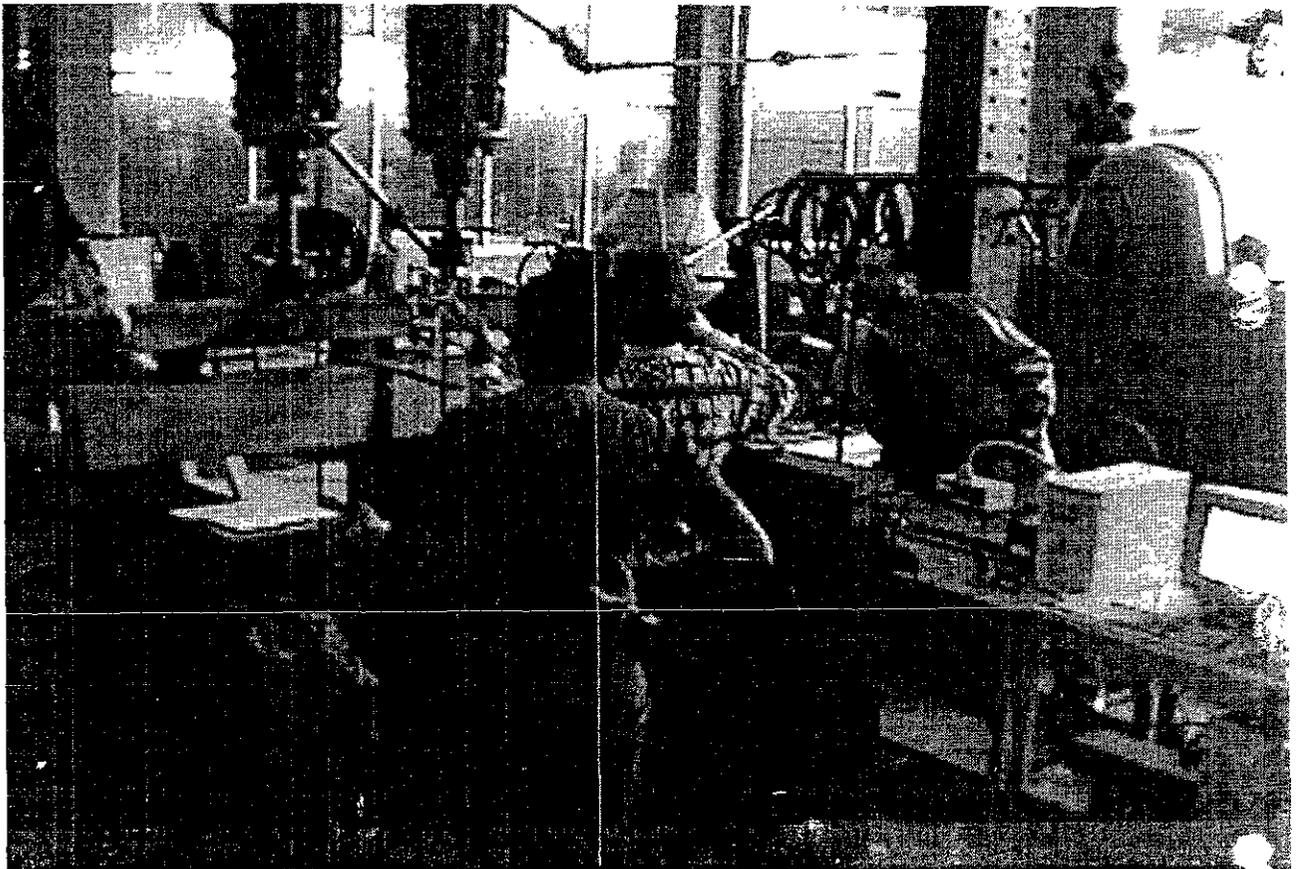


Figura III.5.- Se puede apreciar en el extremo derecho la instalación del sistema computarizado para monitoreo directo de deformaciones-carga de los especímenes.

## 6.- Ejecución.

La observación de cada una de las etapas de carga y la determinación de la curva carga-deformación de los especímenes, fueron la parte más importante para la evaluación de resultados. El diseño de los especímenes considera los datos reales medidos tanto en el acero, como en el concreto se muestran en la tabla III.4.

DISEÑO DE ESPECIMENES POR CORTANTE.											
VIGA	$\phi$ (in)	s (cm)	$\rho_v$ (%)	$f_y$ (kg/cm <sup>2</sup> )	$\rho f_y$ (kg/cm <sup>2</sup> )	$A_v$ (cm <sup>2</sup> )	$A_v f_y d/s$ ( $V_s$ )	$V_{CR}$ (kg)	$V_r$ (kg)	M/Vd	$\lambda_s$ ( $V_s/bd$ )
(1) 7										2.5	
(1) 1	5/32	5	0.413	5950	24.57	0.1237	4987.58	1597.23	6584.81	2.5	24.74
(1) 4	1/4	6	0.888	2950	26.20	0.31669	5231.72	1597.23	6828.95	2.5	25.95
(1) 6	5/16	8	1.031	7600	78.36	0.49483	15794.97	1657.96	17452.93	2.5	70.10
(2) 9										1.5	
(2) 2	3/16	4.6	0.645	5750	37.41	0.1781	7545.25	1548.28	9093.53	1.5	37.42
(2) 3	1/4	7.4	0.721	6350	45.78	0.31669	9130.94	1657.96	10788.90	1.5	45.29
(2) 5	1/4	4	1.333	2950	39.32	0.31669	7847.58	1548.28	9395.86	1.5	38.92
(3) 8								1597.23	1597.23	2	
(3) 10								1597.23	1597.23	1	

Tabla III.4.- Diseño de especímenes por cortante con datos obtenidos en laboratorio

A continuación se presenta en secuencia, la ejecución de las pruebas, así como una explicación del comportamiento de los elementos a lo largo de estas.

## Viga 7

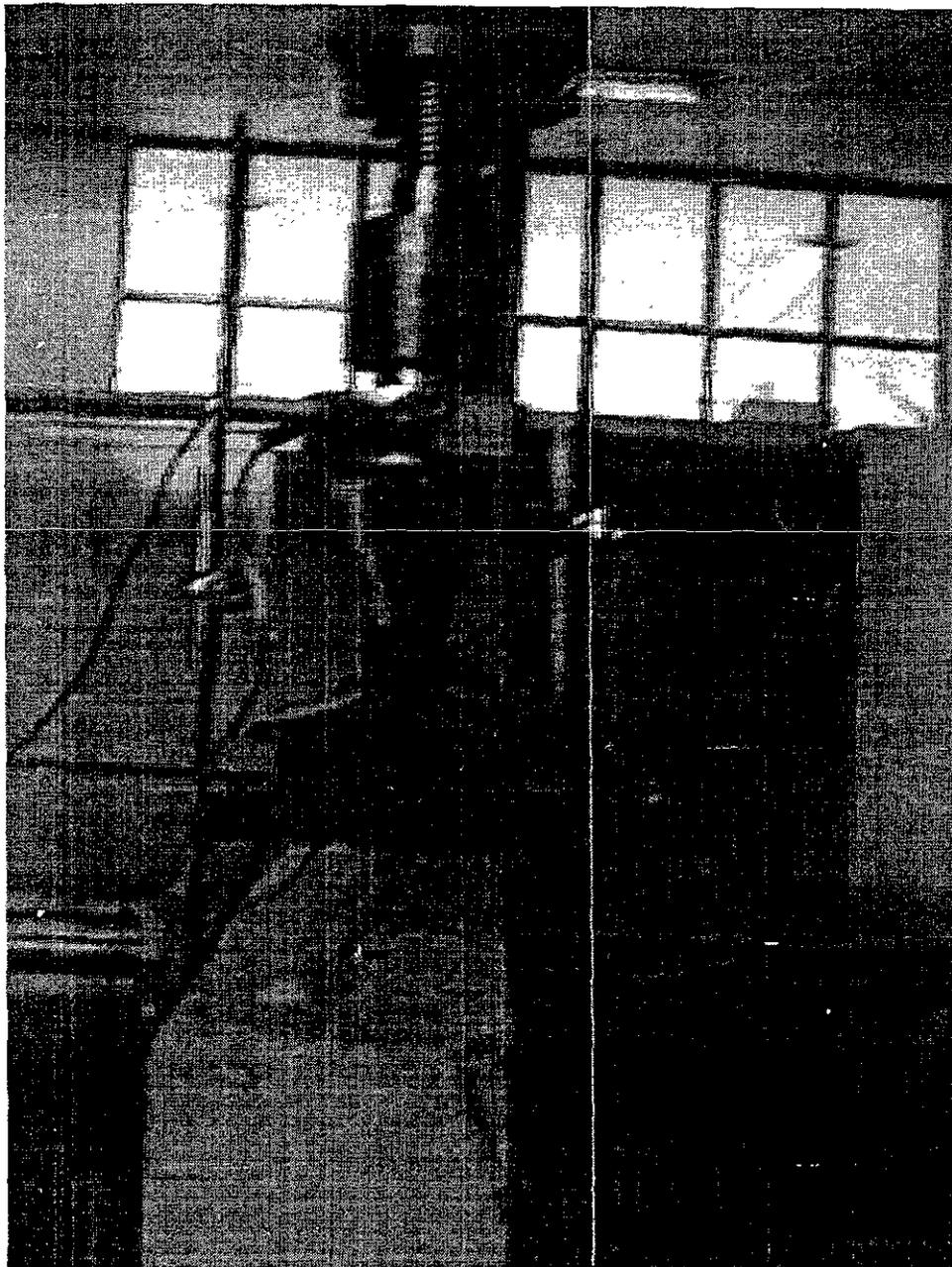


Figura III.6.- Vista en perfil del ensaye de la viga 07, pueden apreciarse la localización de LVDT'S y micrómetros electrónicos.

El ensaye de la viga 7 fue el primero en ser ejecutado, como se mencionó anteriormente, las vigas 7 a 10 no fueron suministradas con refuerzo por cortante, con el objeto de hacer una primera observación del comportamiento sin este refuerzo.

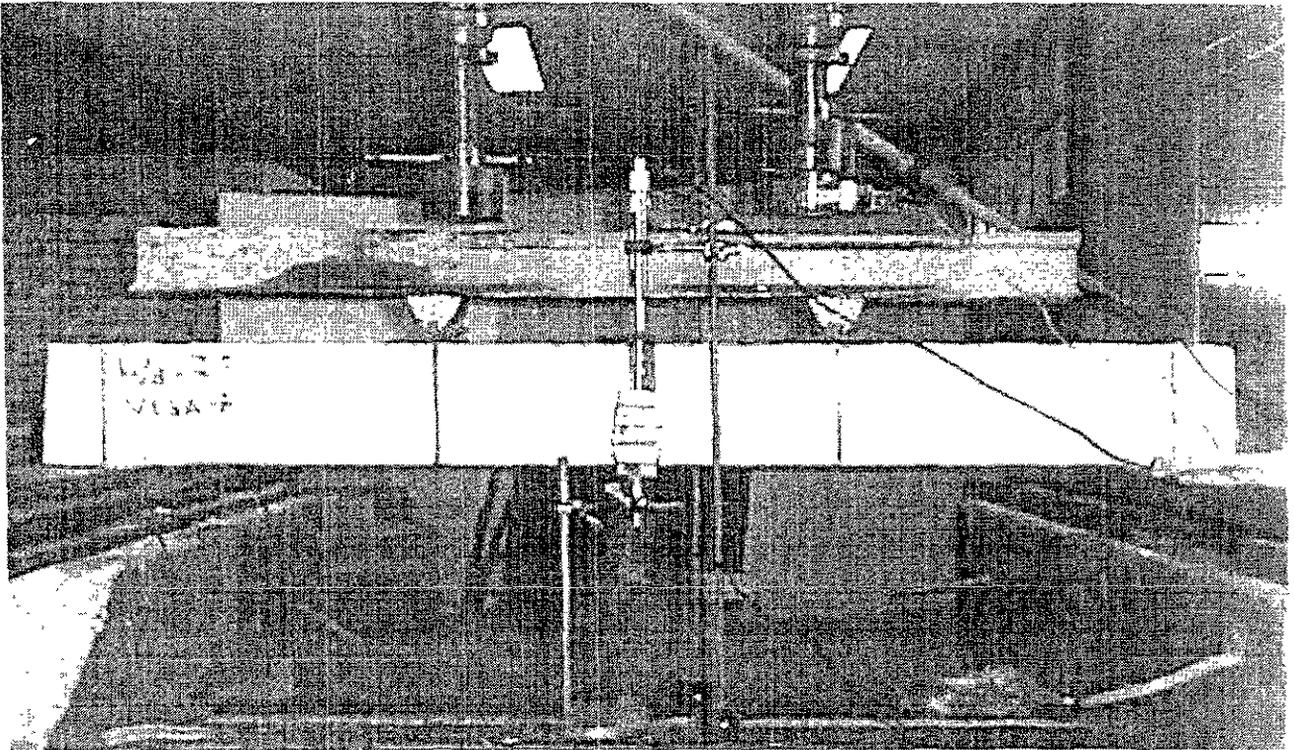


Figura III 7.-Presentación de la viga 7 en el marco de prueba.

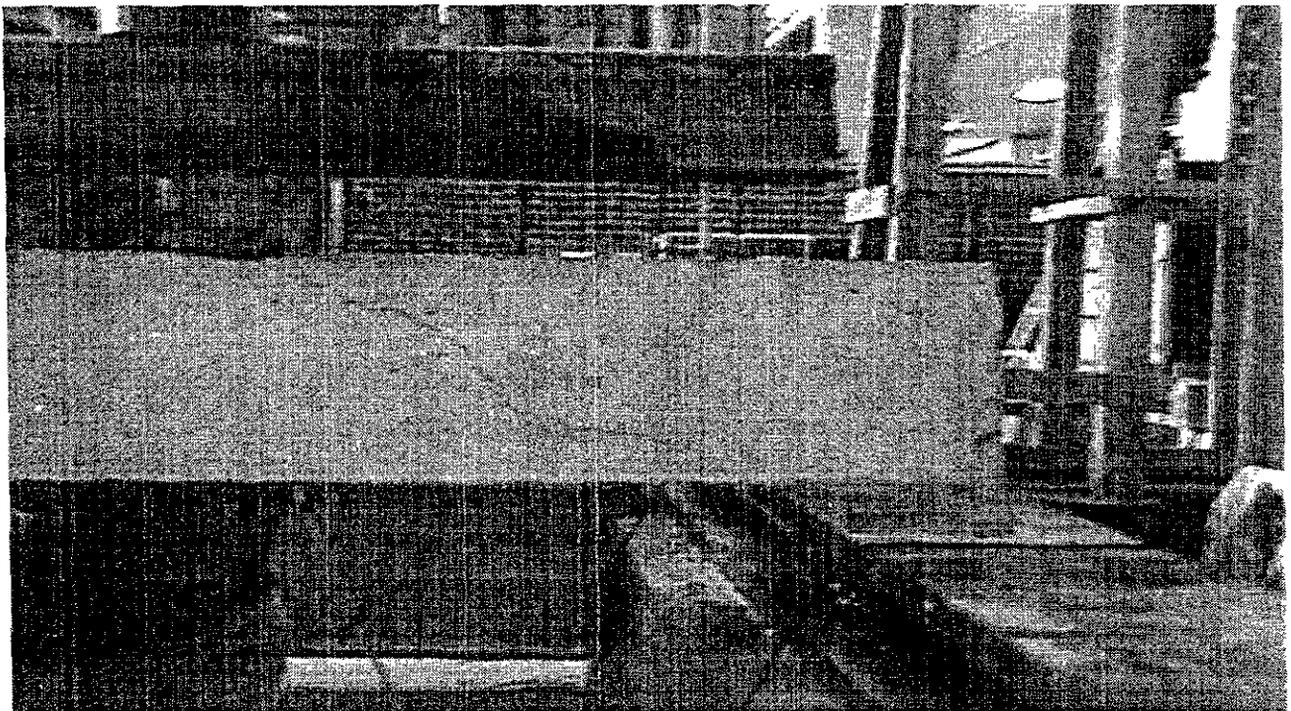


Figura III.8.-Aspecto de la viga 7 en la carga de agrietamiento.

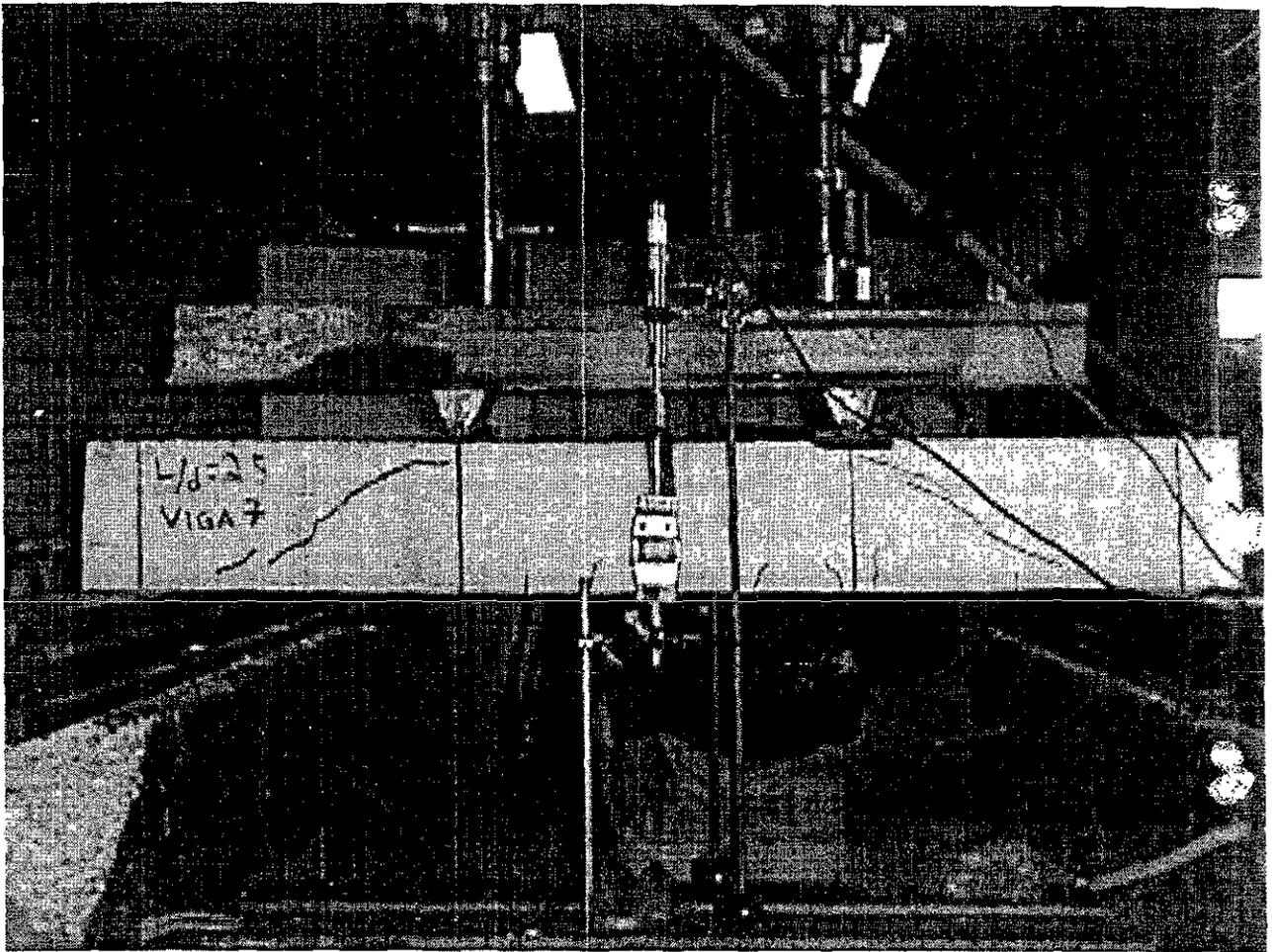


Figura III.9.- Evolución de los agrietamientos en viga 7.

La relación  $a/d$  o bien  $M/Vd$  utilizada en este ensaye fue de 2.5, es decir las cargas concentradas se encuentran a una buena distancia de los apoyos, por tanto la zona sometida a tensiones diagonales es mayor en relación con el caso de la viga 10, en la cual se operó con una relación  $a/d$  de 1.0, es decir, las cargas puntuales se ubicaron a un peralte del apoyo y la zona sometida a esfuerzos de tensión diagonal fue menor.

En las primeras etapas de carga, la viga 7 presentó deformaciones pequeñas de manera lineal, hasta este momento no se iniciaba ningún agrietamiento, posteriormente, al ser incrementadas las cargas se mostraron pequeños agrietamientos diagonales en las dos regiones laterales entre el paño interior

del apoyo y la zona de contacto con la carga puntual concentrada, estos agrietamientos

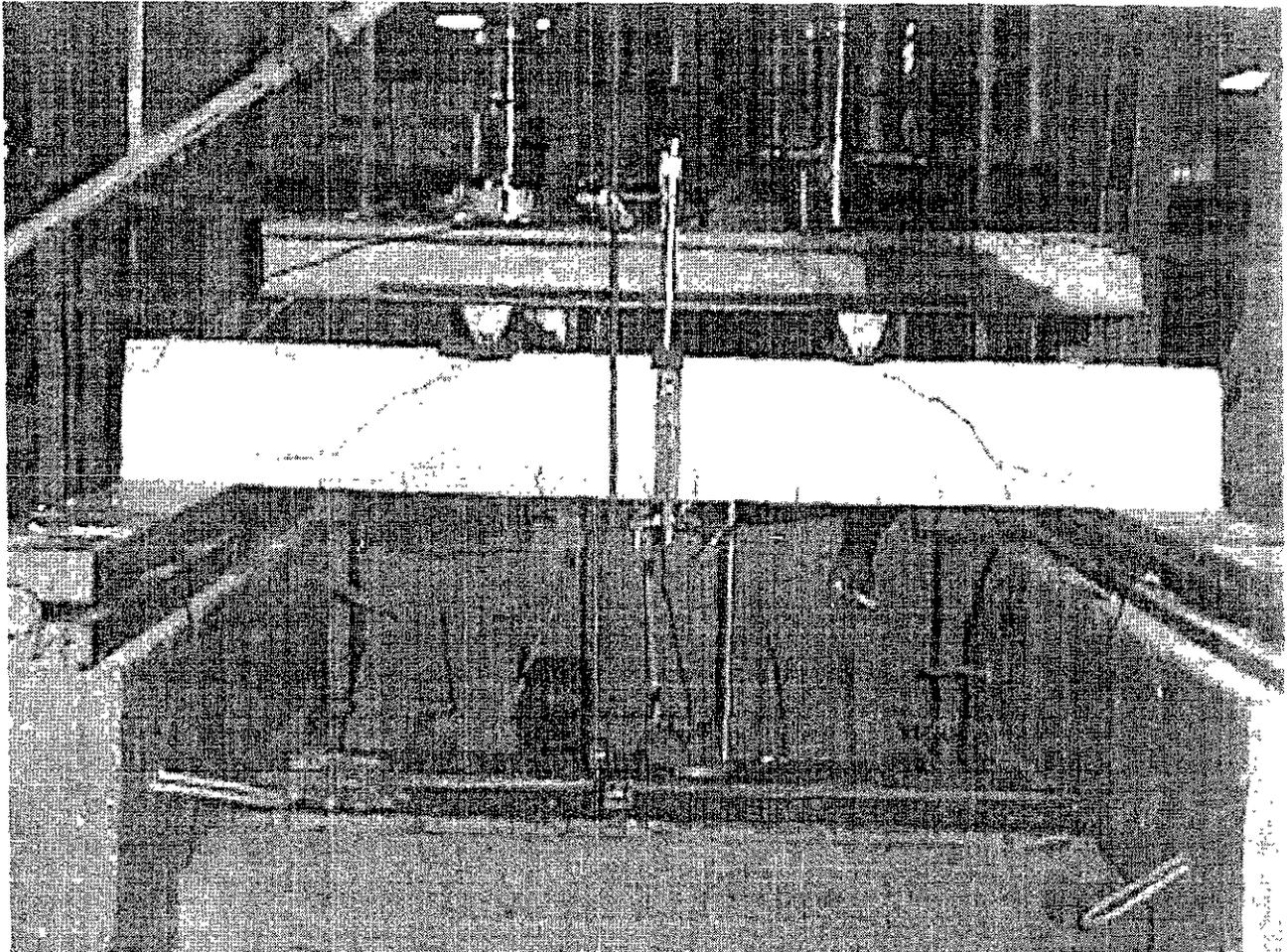


Figura III 10.- Evolución de los agrietamientos en viga 7

cubrieron la zona intermedia del peralte y se marcaron ligeramente. Posteriormente estos agrietamientos empiezan a mostrar pequeñas ramificaciones secundarias que hacen que la zona agrietada se extienda más hacia los extremos al mismo tiempo que en el tercio central del claro se presentan agrietamientos verticales en la fibra extrema de tensión del elemento; en la siguiente etapa se observa cómo tanto los agrietamientos diagonales como los del tercio central crecen aún más, el elemento muestra una fase de recuperación debido tal vez a que el acero longitudinal contribuye a absorber esfuerzos creándose un mecanismo similar al

planteado en la analogía de la armadura, sin embargo con los incrementos de carga se genera un par tan alto que el mecanismo ya no es capaz de seguir soportando esfuerzos, lo que

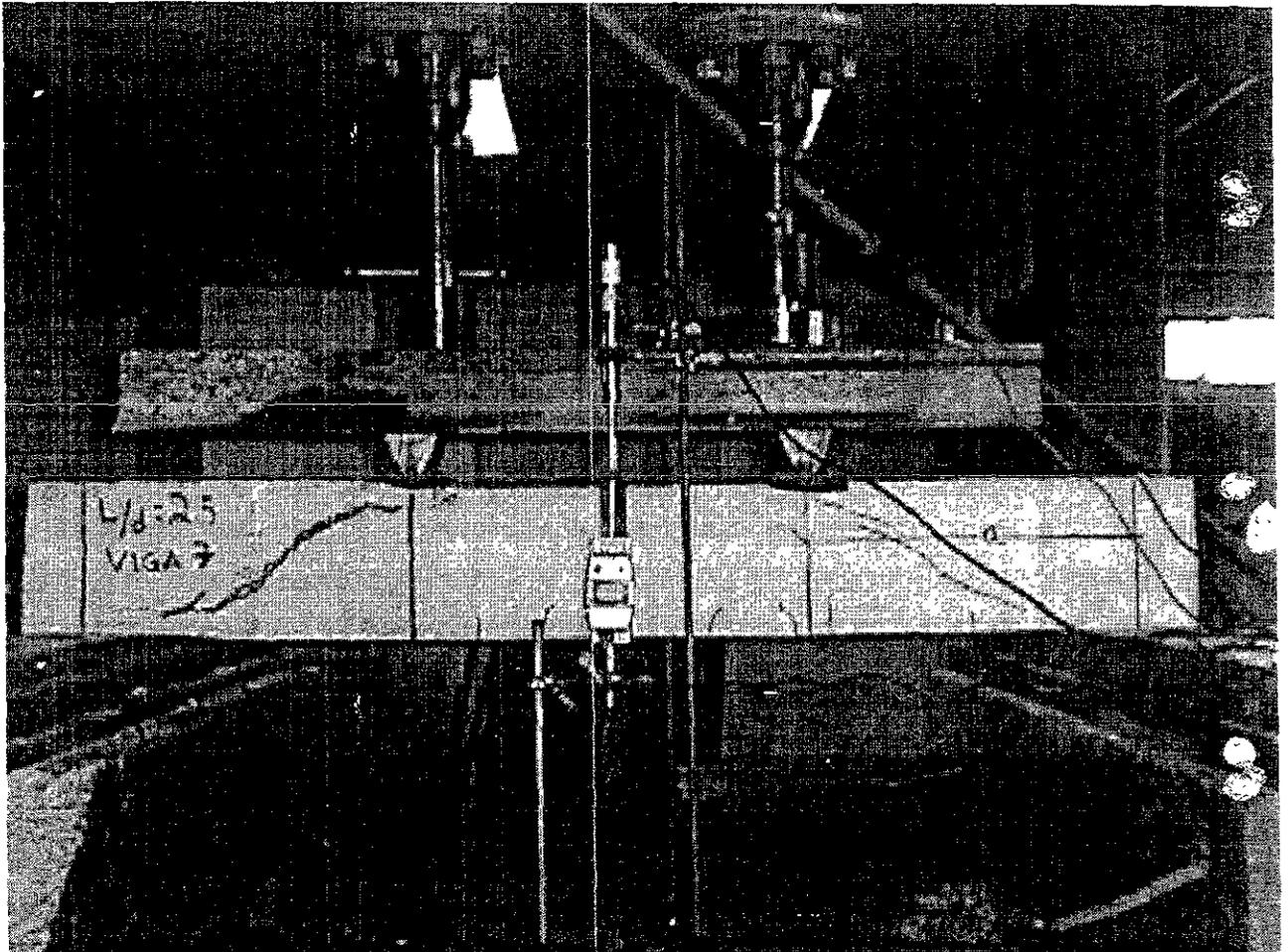
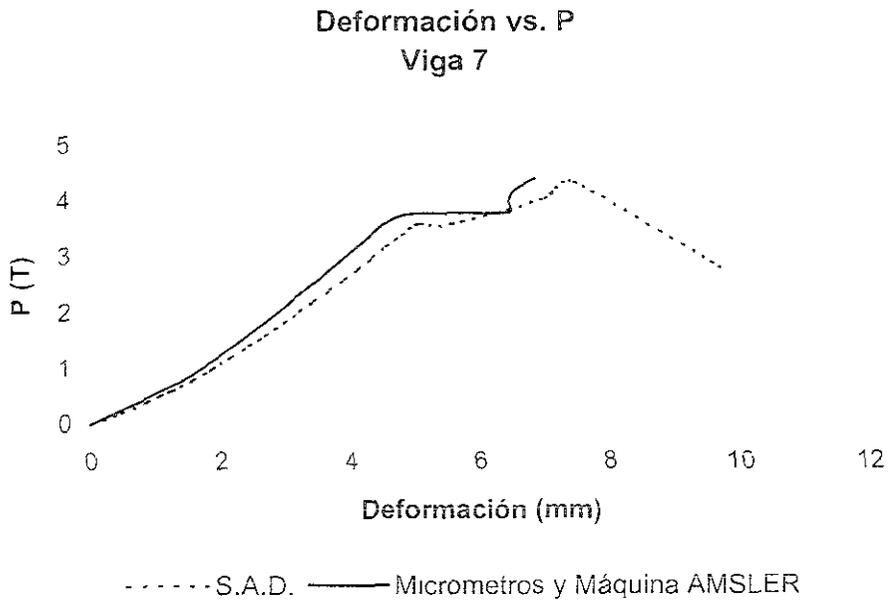


Figura III.11.- Colapso en viga 7, falla por cortante.

provoca que en la zona agrietada del extremo izquierdo se defina un plano inclinado de falla y las varillas longitudinales pierdan estabilidad presentándose la falla del elemento.

A continuación se muestra el gráfico Deformación - Carga obtenido de este ensaye:



Gráfica III.7 Deformación-Carga en la viga 7.

### Viga 8

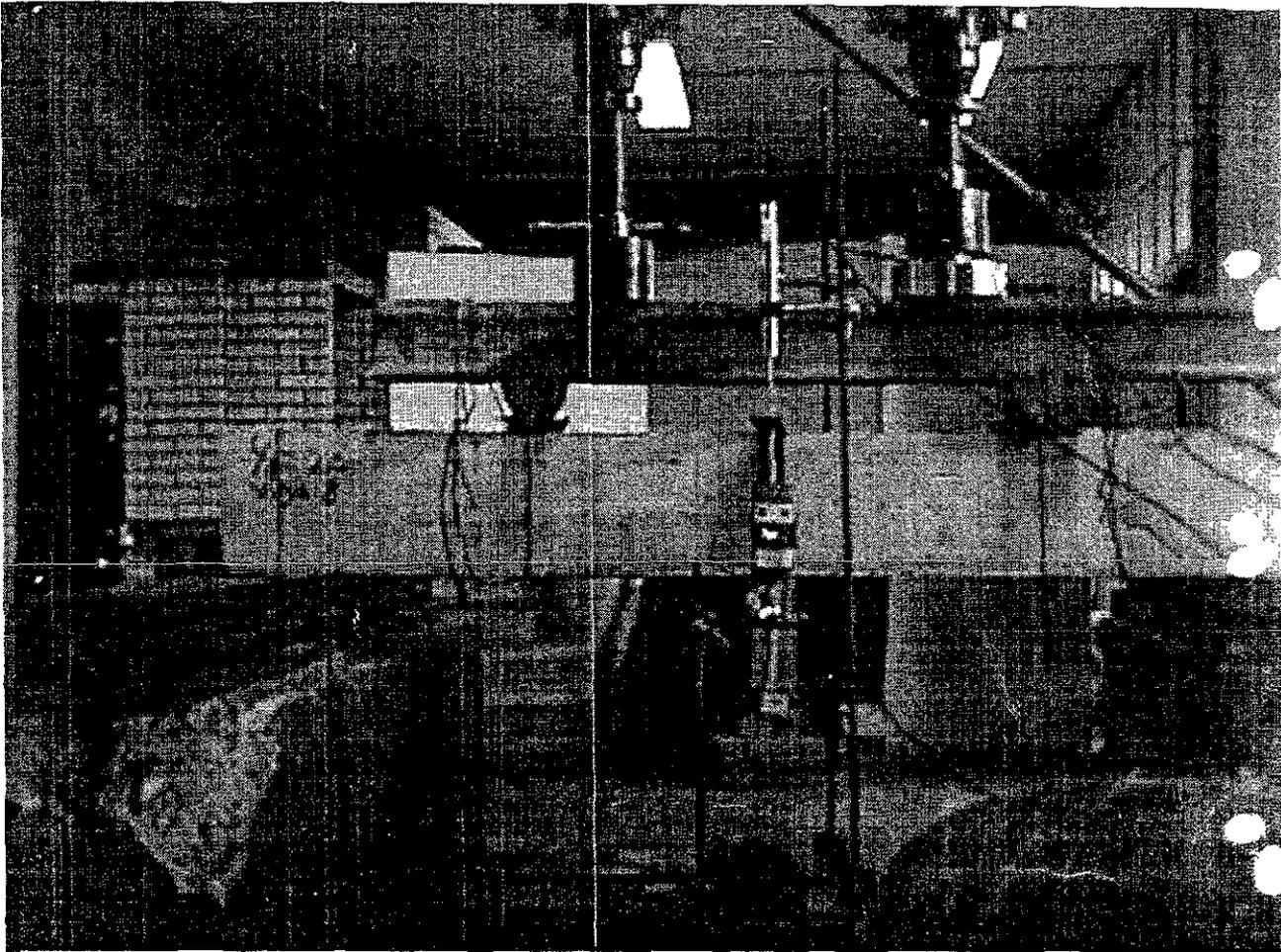


Figura III.12.-Presentación de viga 8.

En la viga 8 se utilizó una relación  $M/Vd$  igual a 2.0, es decir el cuadrante sometido a esfuerzos diagonales de tensión fue más reducido; el comportamiento del elemento en cuanto a tipo de falla fue el mismo, con la salvedad de que en este caso el plano de falla presentó un desarrollo más notorio en el extremo derecho, en este caso los agrietamientos en el claro central del elemento fueron casi imperceptibles; se pudo observar que el plano de falla se presentó de una manera más súbita que en el caso de la viga 7, aquí la primer fase del ensaye se puede apreciar lineal en la Gráfica III.2, el desarrollo de grietas fue más rápido y las grietas presentaron extensiones largas hasta las zonas de adherencia del refuerzo longitudinal, las grietas no

se salieron del cuadrante, en la figura III.14 se puede observar que el cuadrante sometido a cortante presentó un mayor deterioro, con una falla más pronunciada en la zonas de adherencia de varillas longitudinales, ello quizá debido a que se trata de una zona más pequeña sometida a esfuerzos fuertes.

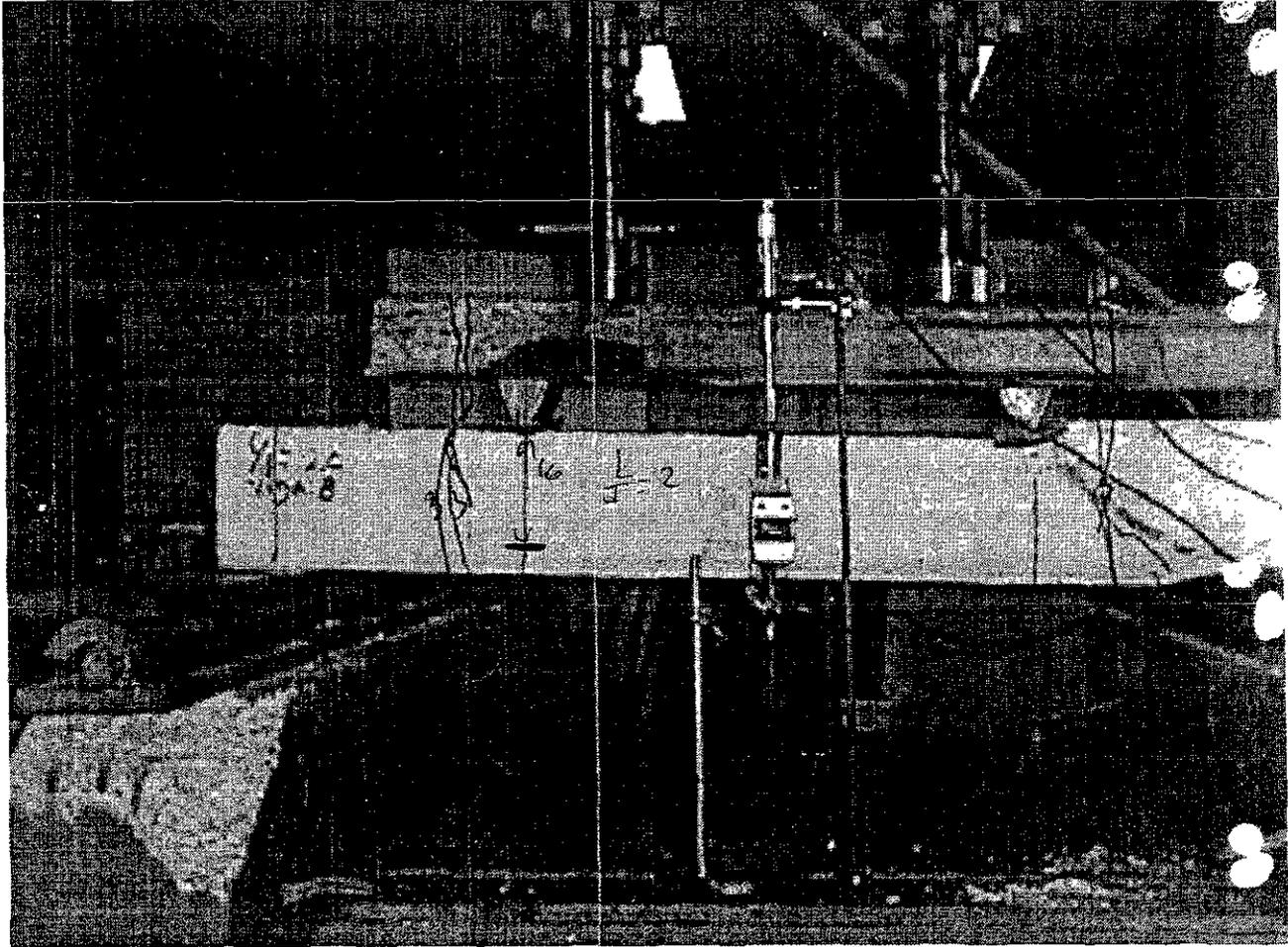


Figura III.13.-Colapso en viga 8.

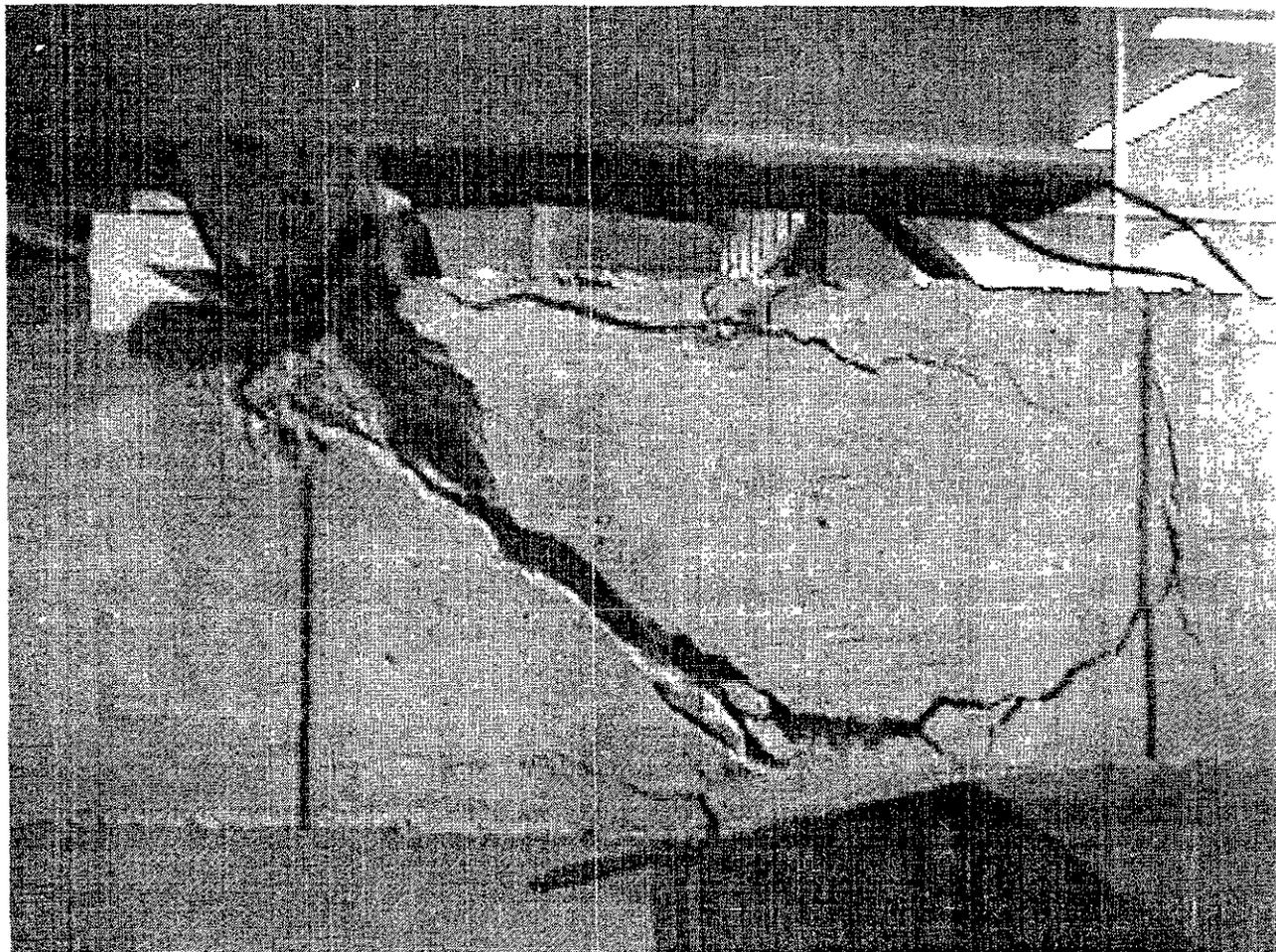
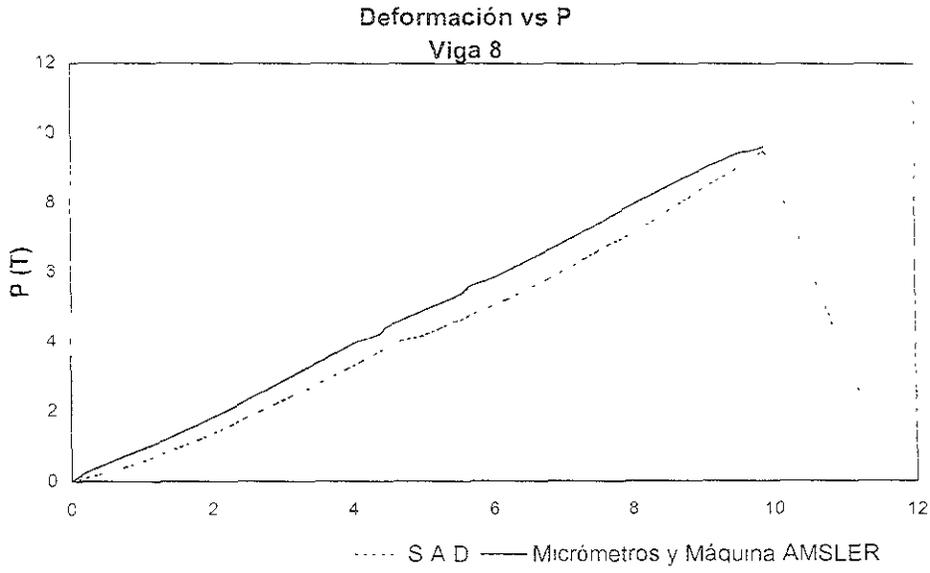


Figura III.14.-Acercamiento en la zona de colapso en viga 8

A continuación se muestra la curva deformación-carga de la viga 8:



Grafica III 8.- Curva Deformación-Carga en la viga 8, se puede apreciar una pendiente más extendida y un colapso más súbito. la carga de falla fue mayor en este caso.

**Viga 9**

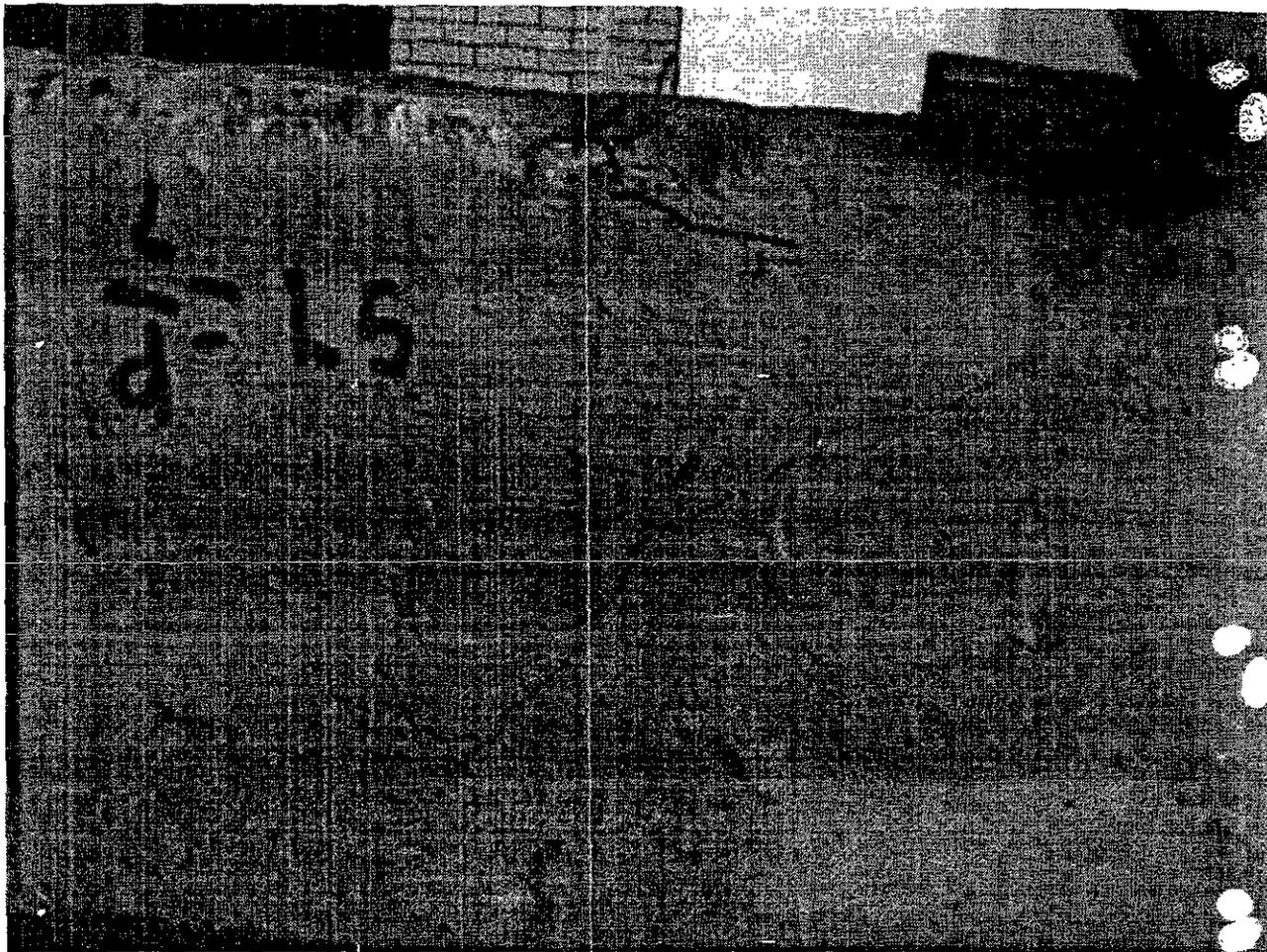


Figura III.15.- Primeros agrietamientos en viga 9.

Al observar el comportamiento de la viga 9 ya nos podemos dar una idea más clara acerca de la influencia que tiene la relación  $M/Vd$ , y es que, en tanto más se reduce la relación la falla tiende a ser más súbita, si el espacio del cuadrante permite el desarrollo de una grieta a 45 grados, los agrietamientos tienden a este desarrollo, y con posterioridad de provocan los agrietamientos por adherencia de las barras longitudinales, pero como consecuencia del desarrollo de los agrietamientos; nótese que en la viga nueve, la relación manejada (igual a 1.5) aún permite un desarrollo de grieta a 45 grados, ésta fue desarrollada en efecto como se puede apreciar en las figuras, además el

plano es más definido y presenta menos prolongaciones a las zonas de adherencia de las varillas longitudinales, los colapsos se muestran más súbitos.

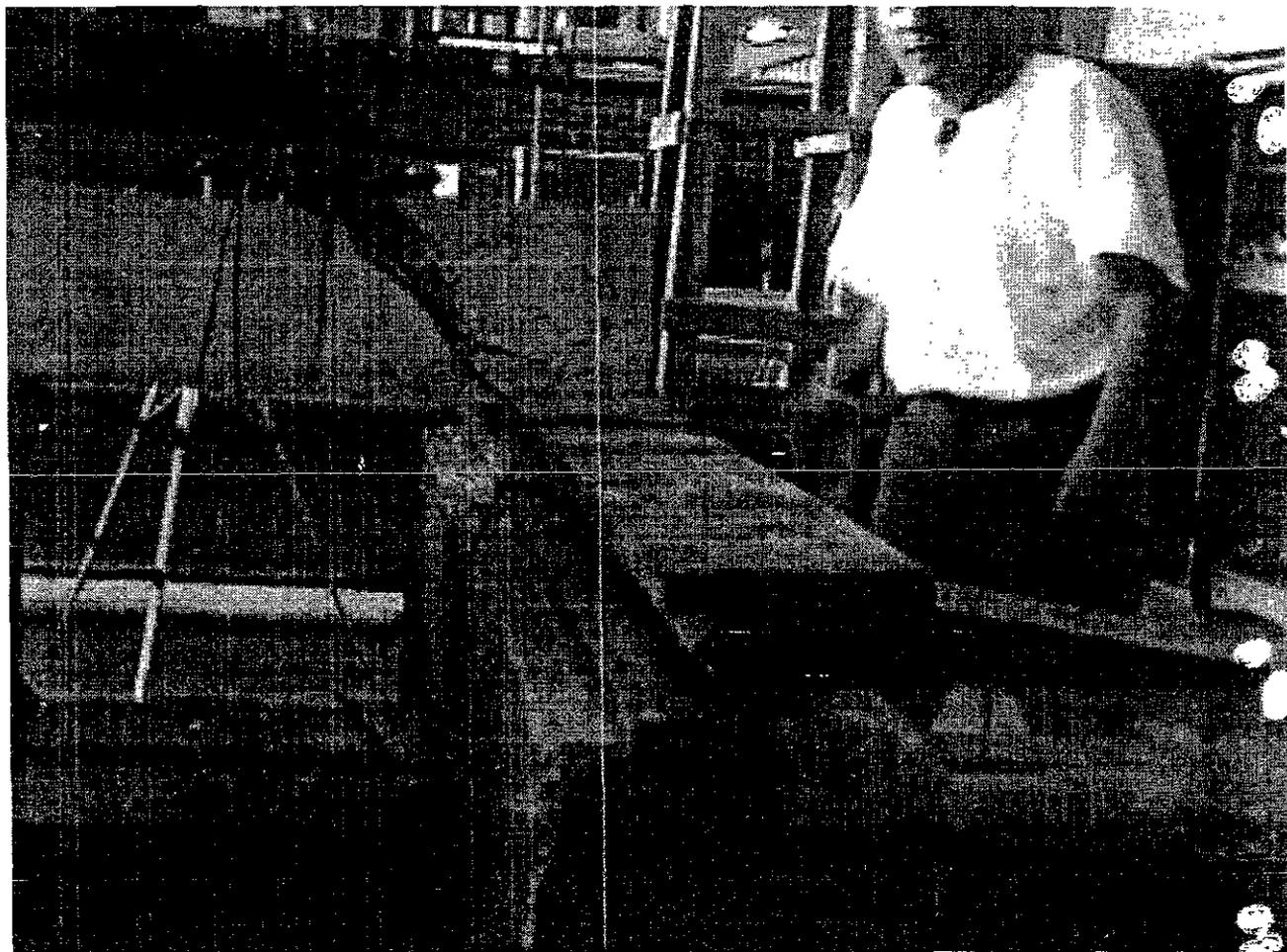
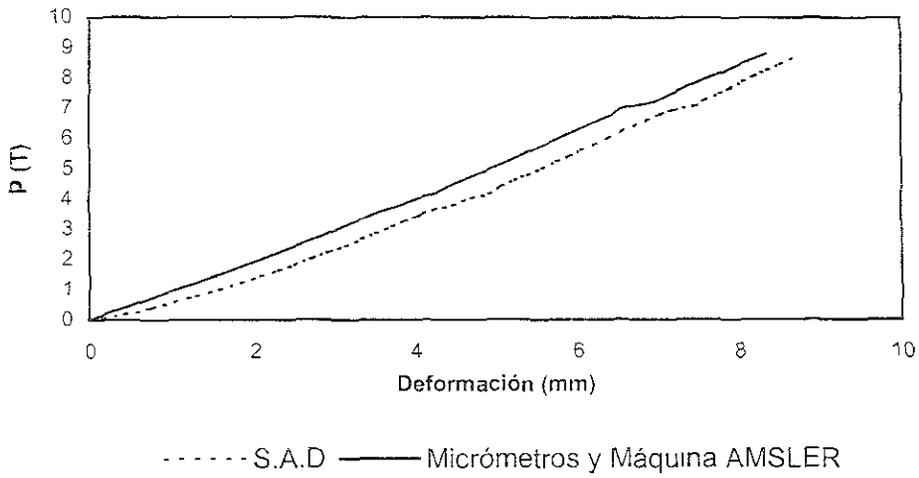


Figura III.16.-Colapso en viga 9

### Deformación vs. P Viga 9



Gráfica III.9 - Curva Deformación Carga en la viga 9.

### Viga 10

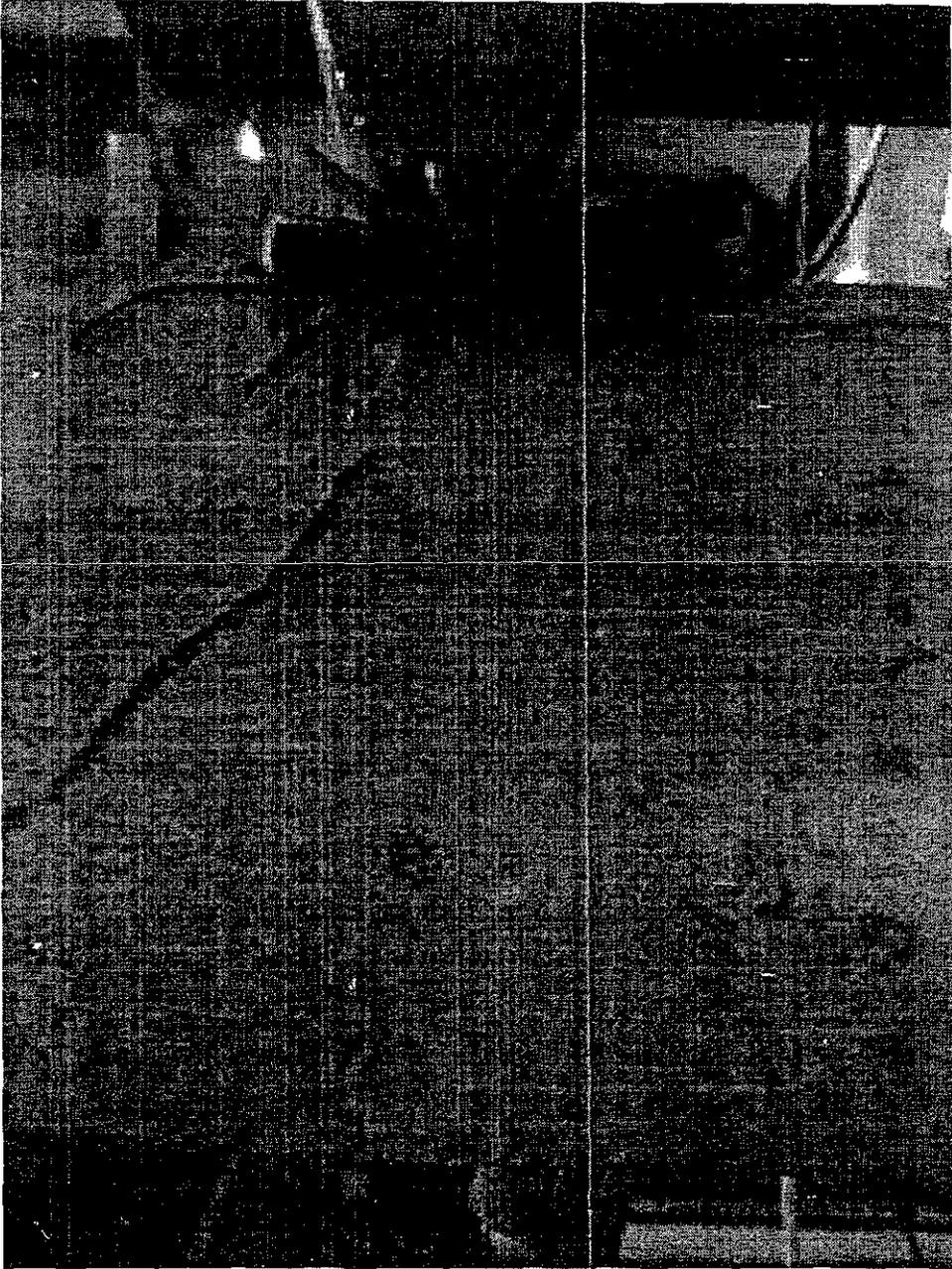


Figura III.17.-Reducción de zona en compresión en viga 10.

En la viga 10 se observó una grieta demasiado pronunciada, la cual tuvo un corto desarrollo, ello debido tal vez a que los cuadrantes críticos restringen el desarrollo de grietas más pronunciadas, el plano está menos definido y la carga de falla aumentó más aún, con este resultado se corrobora la tendencia observada en la viga 9.

Deformación vs. Carga  
Viga 10

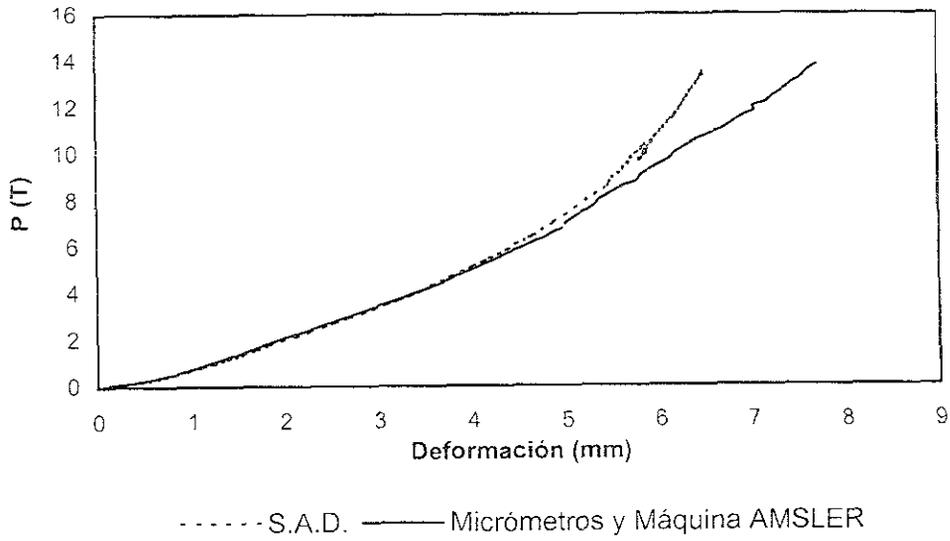


Gráfico III 10.- Curva Deformación-Carga en la viga 10

### Viga 1

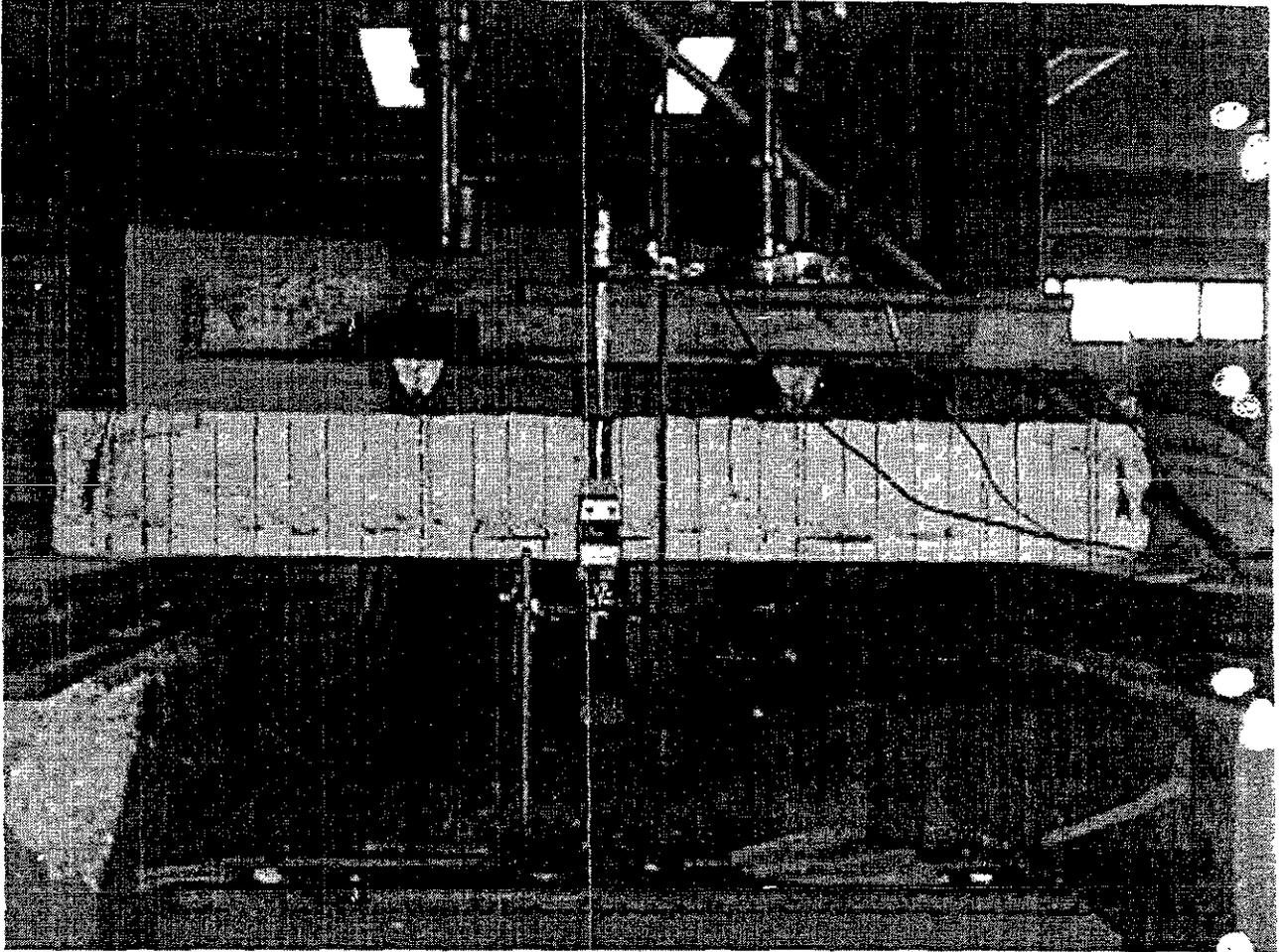


Figura III.18.- Presentación de la viga 1 en el marco de prueba, puede apreciarse el señalamiento de la ubicación de los estribos obtenido con detector de metales.

La viga uno se ensayó con una relación  $M/Vd$  igual a 2.5 quedando ubicadas las cargas concentradas prácticamente a  $1/3$  del claro, como un apoyo a la observación de la evolución de las etapas de carga fue marcada la localización real de los estribos desde la parte exterior de la viga utilizando un detector de metales especial para este uso como se puede observar en la figura 20, la proporción de estribos fue hecha con acero de alta resistencia de grado 60 (ver diseño en la tabla III.2).

La viga 1 presentó una falla por tensión diagonal como se puede ver en la figura 21, la evolución de la falla fue la siguiente: en las primeras etapas de carga se presentó un comportamiento lineal como se puede observar en la gráfica anexa; debido a que el diseño fue calculado para soportar un momento resistente alto, las cargas se incrementaron considerablemente hasta llegar a presentarse los primeros agrietamientos en la zona media del peralte, los cuales formaron líneas inclinadas desde el paño interior de apoyo al punto de localización de la carga concentrada, estos agrietamientos diagonales fueron casi imperceptibles en las primeras etapas de carga y se presentaron en las dos zonas entre los puntos de

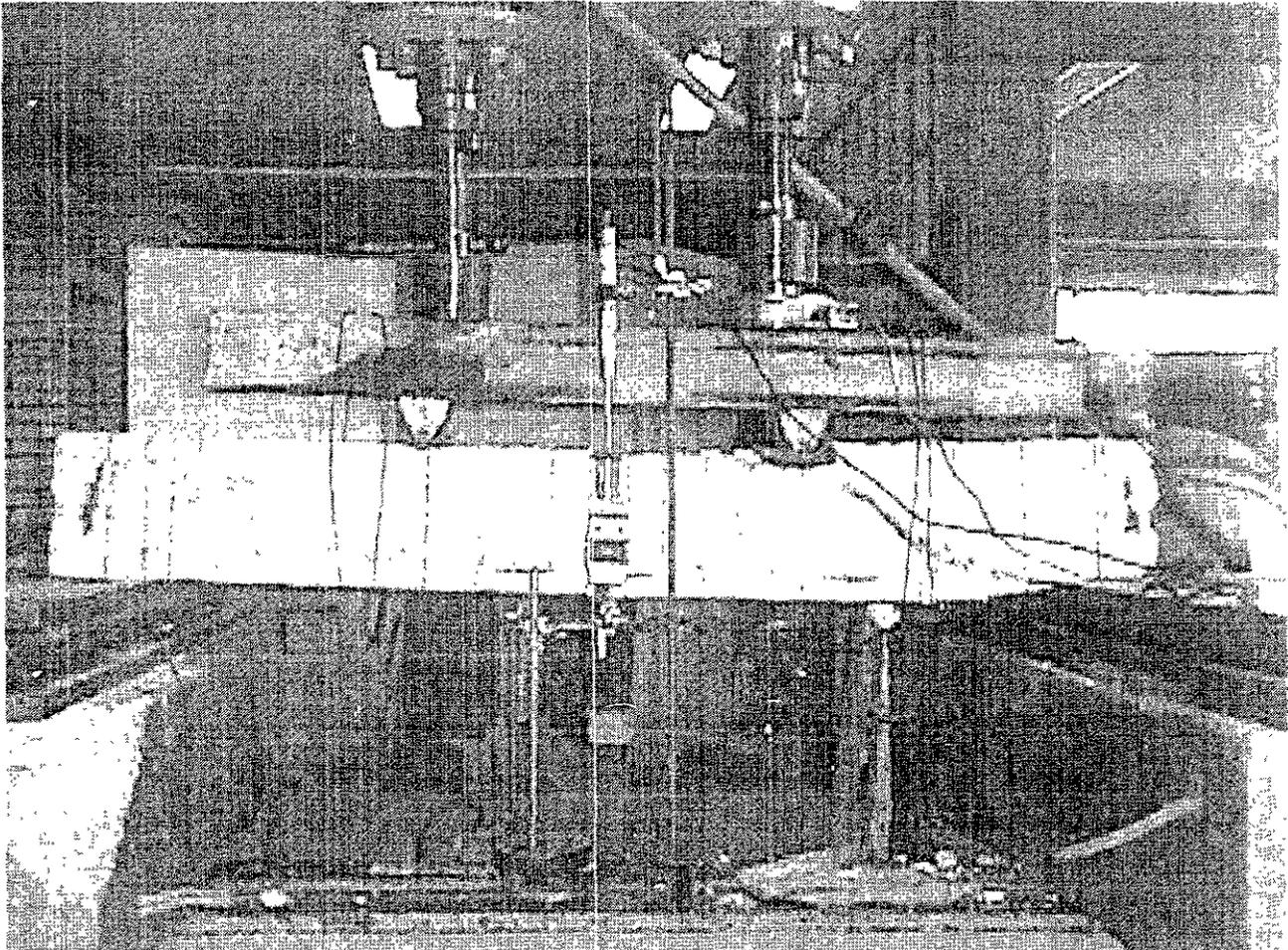


Figura III.19.- Colapso de la viga 1.

carga concentrada y paños interiores de apoyo a las que llamaremos zonas de cortante, posteriormente estas grietas van en aumento en la zona de cortante derecha como se puede ver en la figura 21, desde los primeros agrietamientos los estribos de acero empezaron a realizar su trabajo de soportar esfuerzos de tensión inclinados y el comportamiento de la viga continuó siendo lineal, conforme las cargas monotónicas fueron en aumento los agrietamientos se extendieron aún más hasta mostrar un plano inclinado a lo largo de toda la sección transversal en la zona de cortante; hasta este momento los estribos aún no habían rebasado su límite de fluencia, y el acero absorbió los esfuerzos a que estaba sometido el elemento al mismo tiempo que al presentarse un aumento en los agrietamientos el acero superior fue jalado por el estribo hacia abajo presentando dobleces. Los incrementos de cargas continuaron hasta presentarse la rotura de los estribos, pudo apreciarse que la etapa de fluencia de estos estribos fue corta.

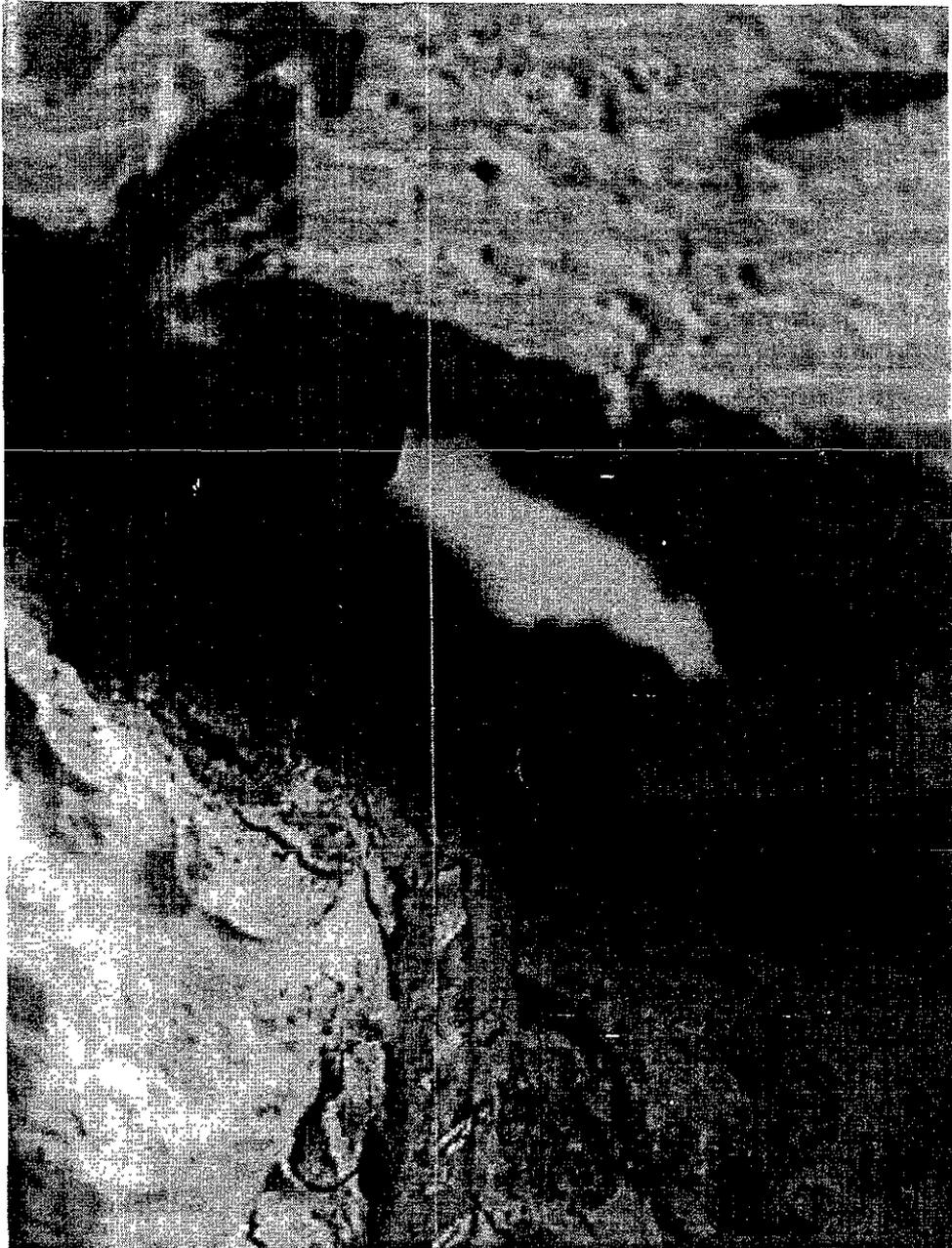
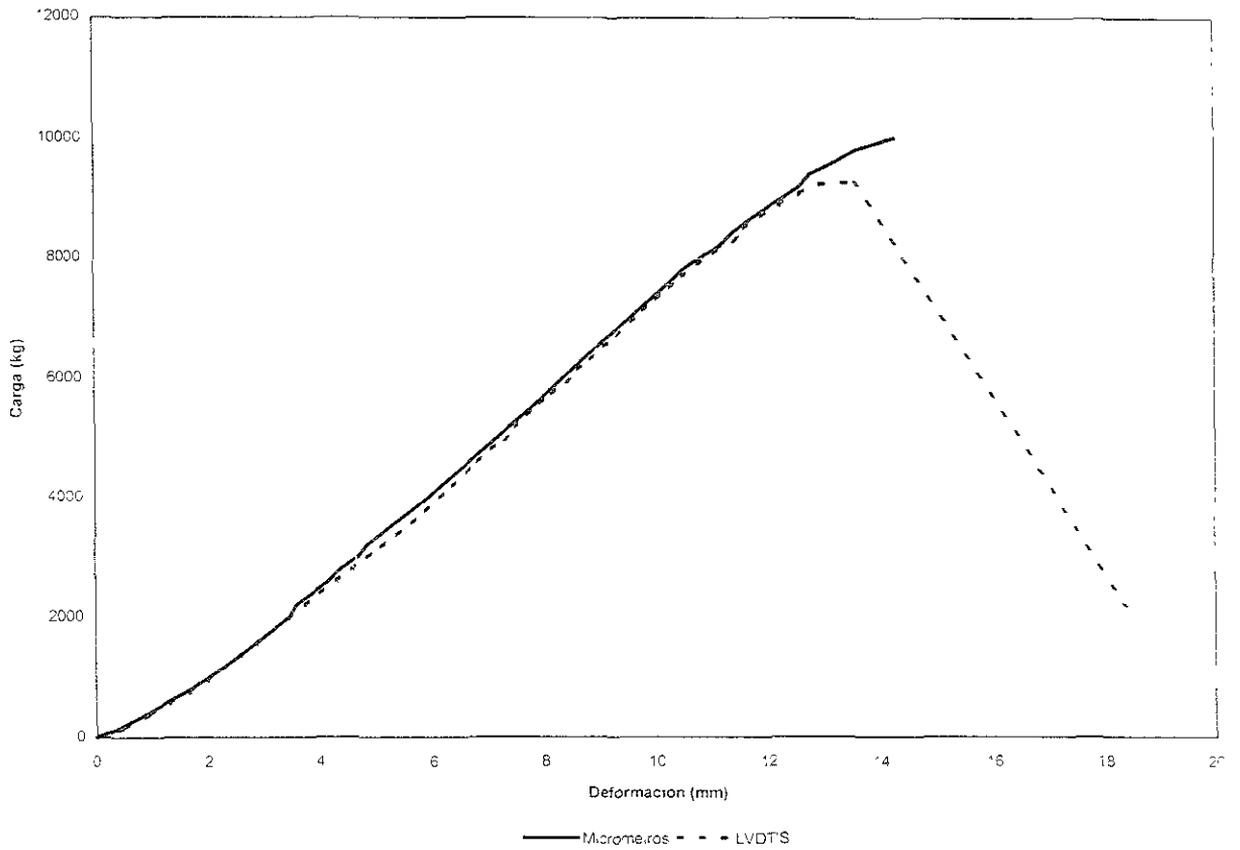


Figura III.20.-Acercamiento de la zona de cortante en viga 1, puede observarse la rotura del estribo en la zona de falla por cortante.



Figura III.21.- Acercamiento de la zona de agrietamiento en la parte inferior de la sección, puede apreciarse la ruptura de un estribo de alta resistencia.

Deformación-Carga Viga 1 (Micrómetros y LVDT'S)



Gráfica III 11 Deformación-Carga en la viga uno, esta gráfica muestra el comportamiento medido por los dos métodos de medición.

## Viga 4

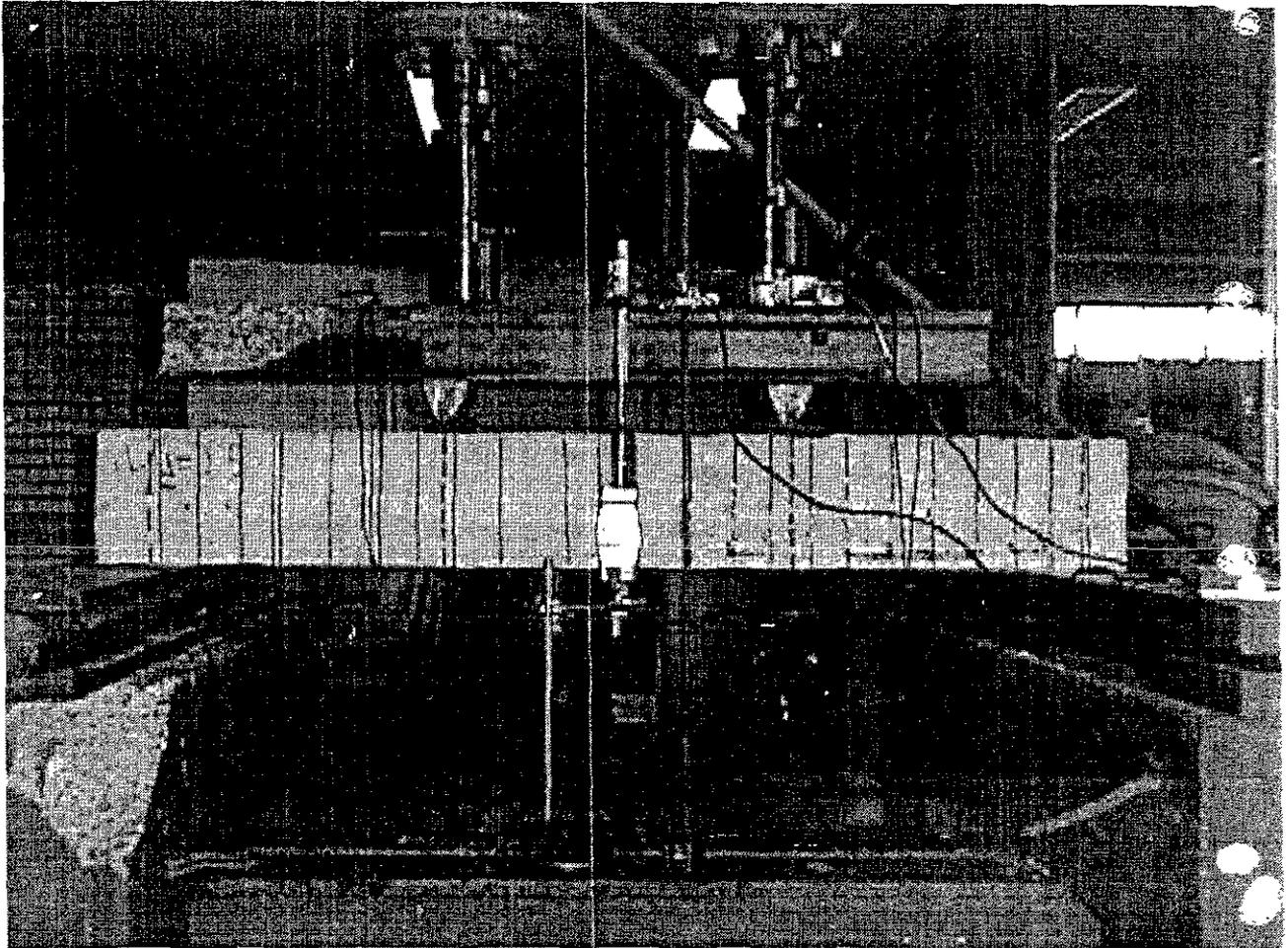


Figura III.22.- Presentación de la viga 4 en el marco de prueba.

La viga cuatro se ensayó con las mismas condiciones de carga que la viga uno, pues fue diseñada como una viga equivalente en cuanto a resistencia respecto de la viga 1 con la variante de que esta viga fue reforzada por cortante con acero de grado estructural; la viga 1 fue elaborada con acero de alta resistencia.

La viga 4 falló por flexión mostrándose fluencia en las zonas de acero longitudinal, con aplastamiento en la zona de compresión correspondiente al centro del claro, la viga presentó el comportamiento siguiente:

En las primeras etapas de carga se observó la formación de pequeños agrietamientos en la parte inferior del centro del claro así como ligeros agrietamientos en la zona de cortante, sin embargo al ir aumentando la carga, -estos agrietamientos no se extendieron considerablemente presentando una cierta estabilidad, las deformaciones que se presentaron fueron muy grandes, en la parte izquierda de la viga se pueden observar agrietamientos diagonales, lo cual prueba que los estribos aún en estas condiciones realizaron un trabajo para evitar que estas grietas diagonales siguieran creciendo, proporcionando así una cierta estabilidad al elemento como se puede observar en el gráfica III.6 al ir incrementando las cargas las grietas mostraron una evolución que no fue tan rápida como en el caso de la falla por cortante y las deformaciones fueron muy altas cediendo el elemento a cargas muy altas, se pudo apreciar un aplastamiento del concreto en la zona de compresión central del claro, esta como resultado de una reducción de dicha zona, la zona de aplastamiento realmente se ubica un poco hacia la izquierda del elemento, lugar donde se presentaron los agrietamientos más grandes, que redujeron la zona de compresión y al ir aumentando la carga ésta ya no fue capaz de soportar los esfuerzos presentándose el desequilibrio de fuerzas en el par resistente del elemento y llevando a la consecuente falla por flexión.

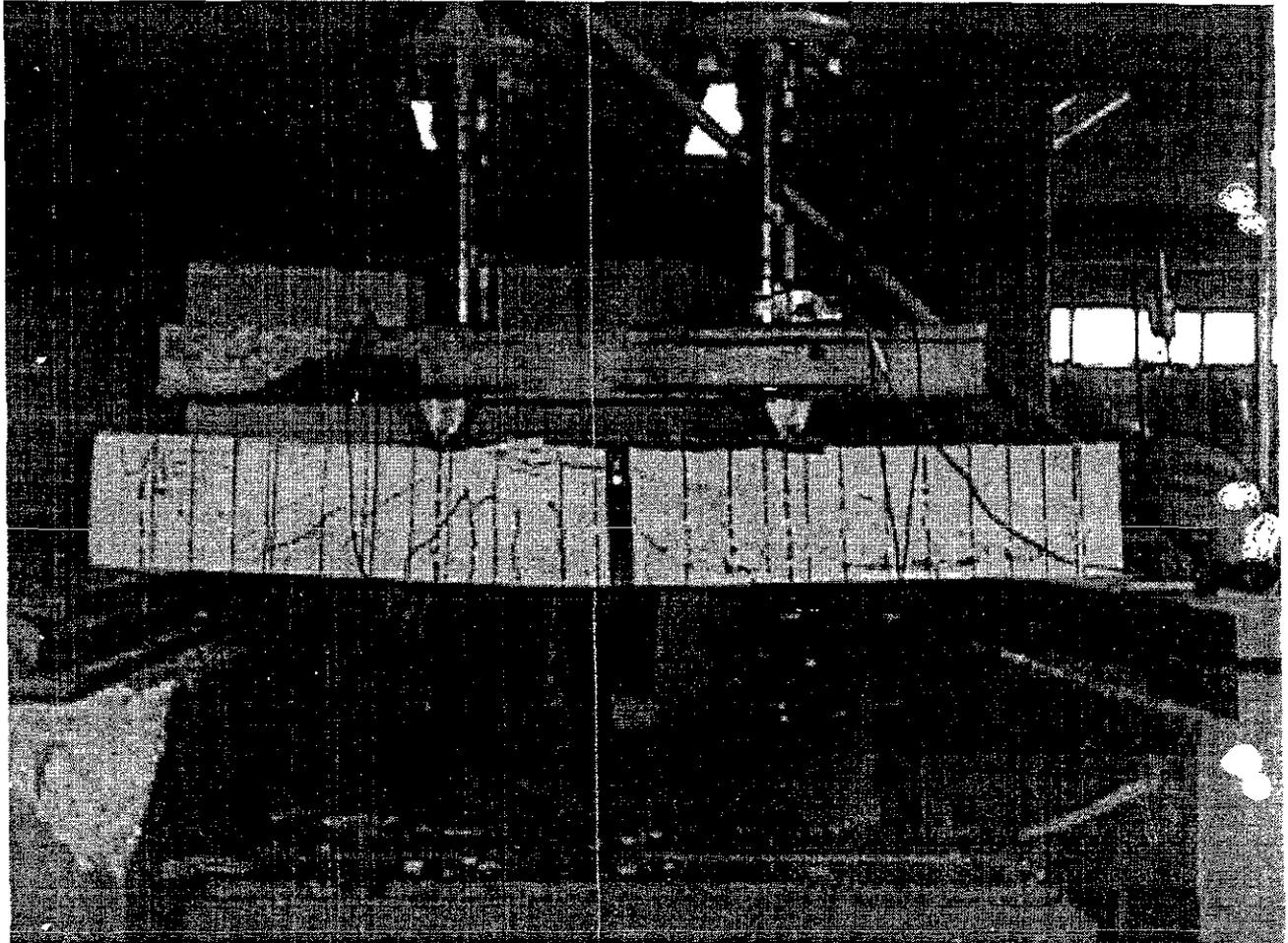
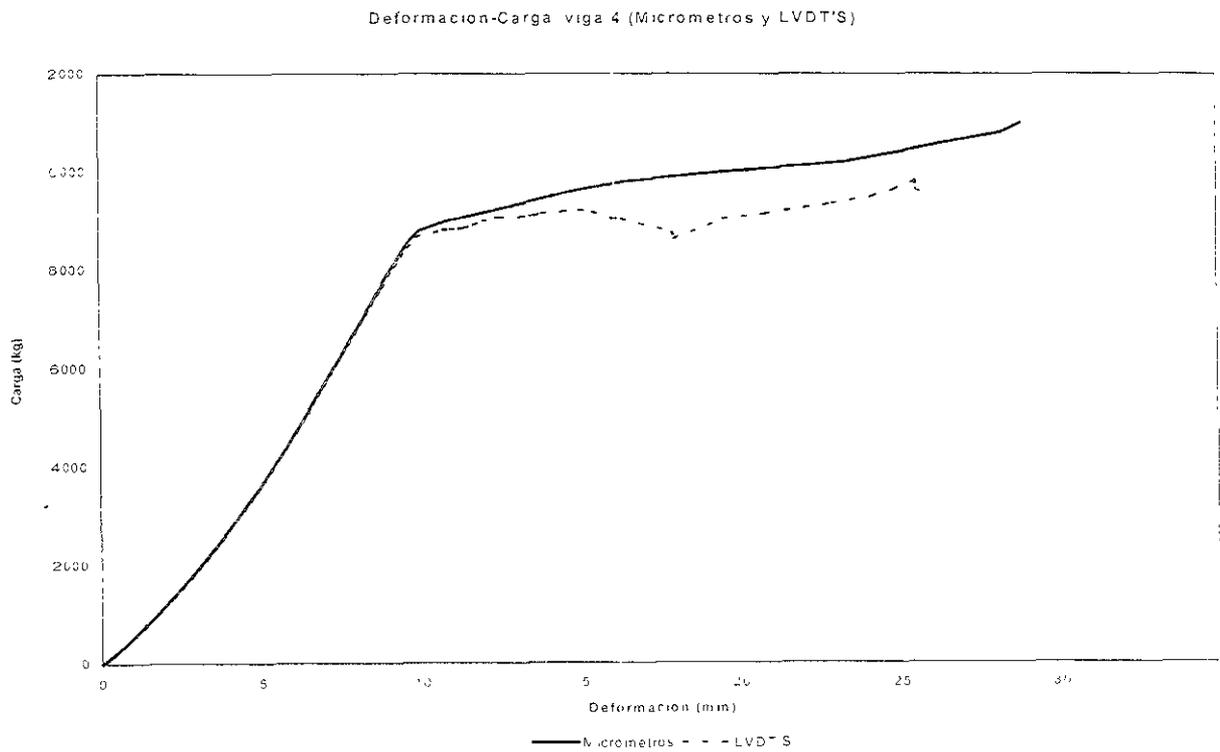


Figura III.23.- Falla por flexión con aplastamiento en la zona de compresión de la viga 4.



Gráfica III.12.- Deformación Carga de la viga 4 por ambos métodos de medición

## **Viga 2**

La viga 2 se diseñó para soportar una magnitud cortante diferente al primer par de vigas, la relación  $M/Vd$  también fue variada (igual a 1.5), con el objeto de observar la influencia que tiene esta relación en la falla por cortante, la viga 2 fue diseñada con acero de alta resistencia.

La viga 2 tuvo una falla por tensión diagonal, es probable que debido a que la zona de cortante fue menor; la evolución de los agrietamientos fue aún más rápida en comparación con la viga 1, que también fue diseñada con acero de alta resistencia. En cuanto al acero transversal, este presentó un comportamiento muy similar al de la viga 1, es decir, cuando el concreto cedió por completo a resistir esfuerzos de tensión diagonales empezó a trabajar con más tenacidad el acero transversal, absorbiendo todos los esfuerzos de tensión diagonales y proporcionando una etapa estable al elemento, sin embargo al rebasarse la etapa elástica del acero se presentó una etapa de fluencia muy corta de este llegando a la ruptura del elemento y simultáneamente el acero superior longitudinal sufrió deformaciones antes de que los estribos llegaran a presentar la ruptura final.

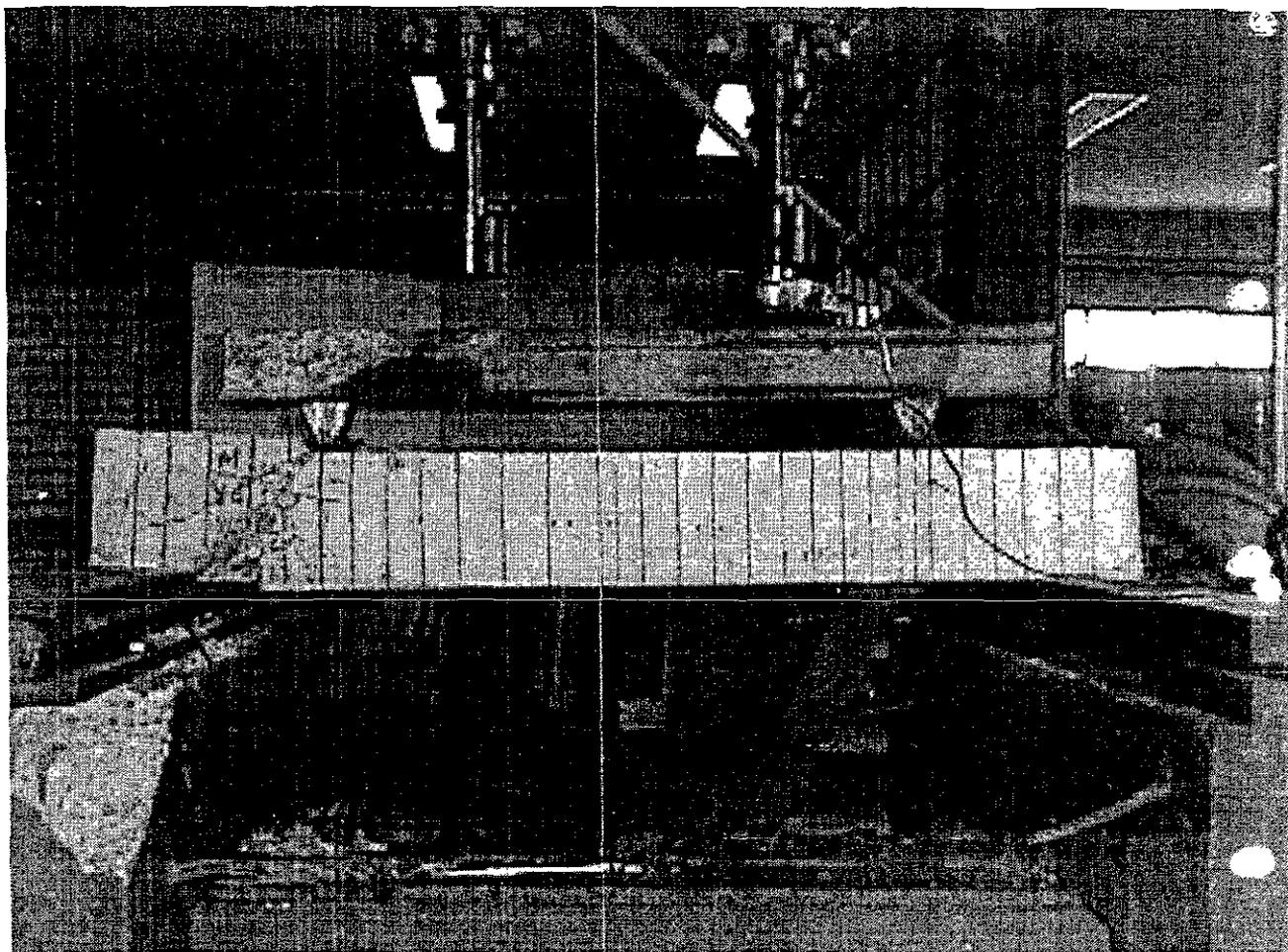


Figura III.24.- Falla por cortante en la viga 2.

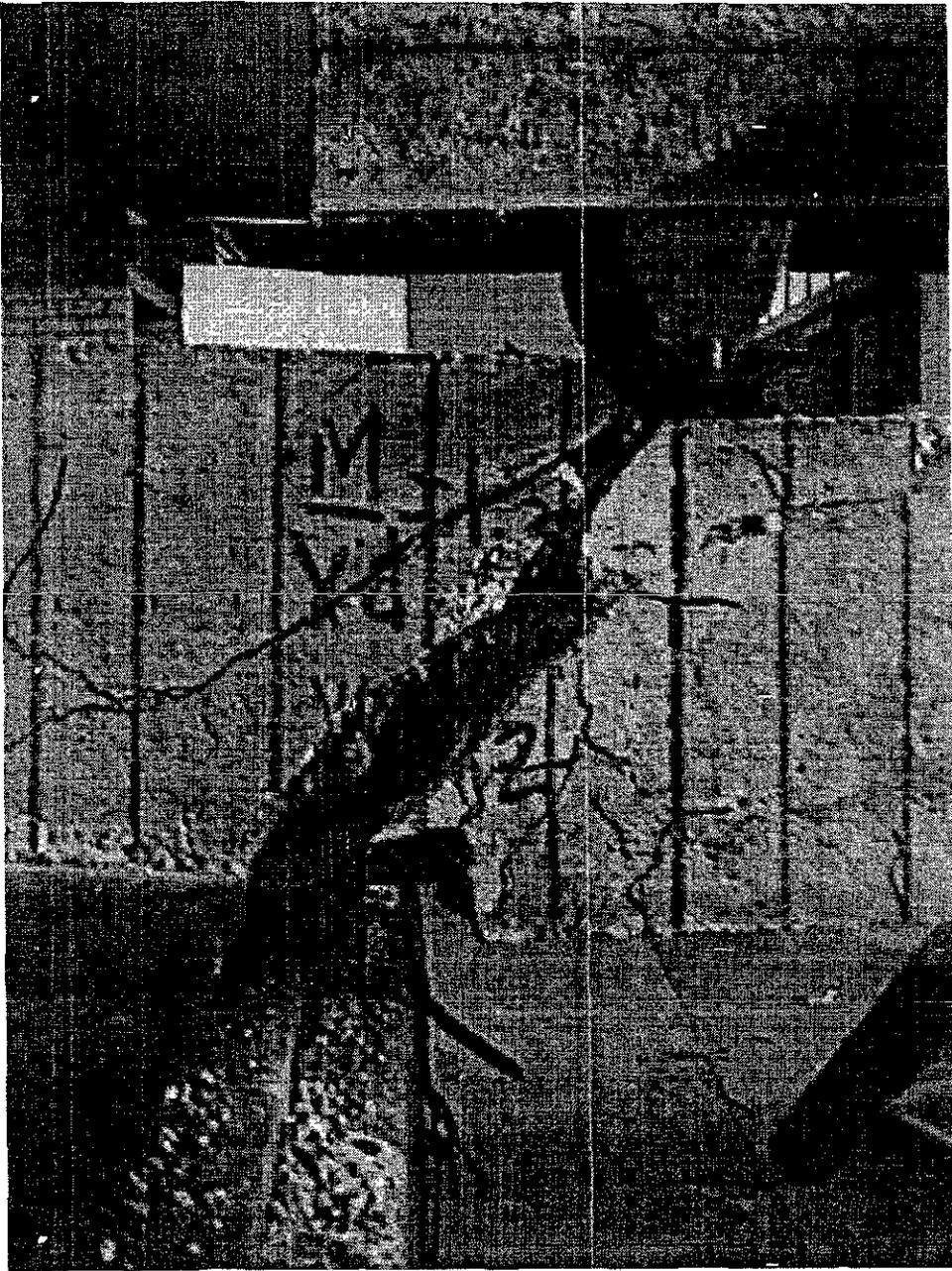
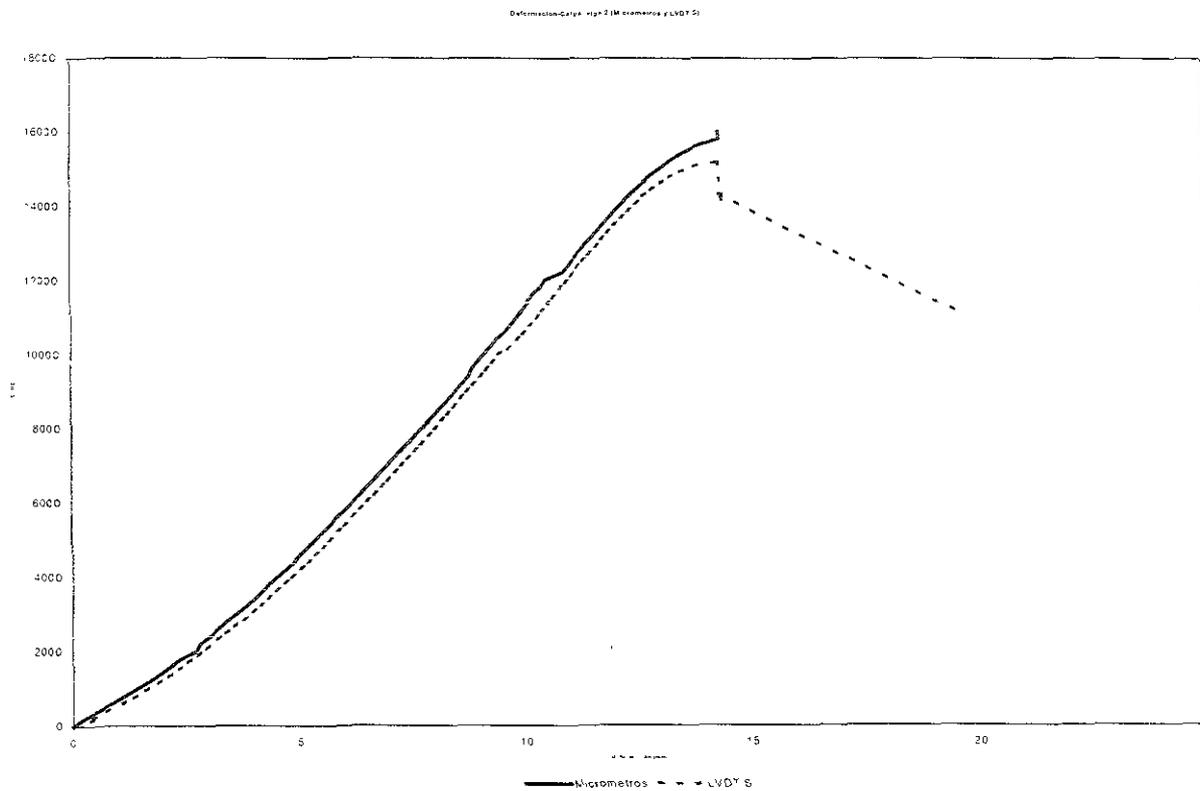


Figura III.25.- Acercamiento de la zona agrietada en la viga 2.



Gráfica III.13 - Deformación – Carga en la viga 2 por ambos métodos de medición

## Viga 5

La viga 5 corresponde conforme al programa inicial de ensayos con la viga 2 en cuanto a resistencia equivalente al cortante, esta fue ensayada con una relación M/Vd igual a 1.5, el procedimiento de ensaye fue el mismo descrito con anterioridad, el refuerzo por cortante fue el correspondiente a un límite de fluencia nominal de 2900 kg/cm<sup>2</sup>

El tipo de estribo de refuerzo es uno de los más utilizados en la construcción de pequeñas estructuras, la falla fue también por cortante, sin embargo los estribos nunca presentaron una ruptura, lo cual era de esperarse, pues este tipo de estribos normalmente muestra una etapa plástica muy amplia, la evolución de los agrietamientos fue prácticamente la misma con la salvedad de que en el momento de falla no se fracturó el acero del refuerzo por cortante, pero el comportamiento hasta antes de la falla fue similar a la viga con estribos de acero con fluencia no definida (ver figura III.28).

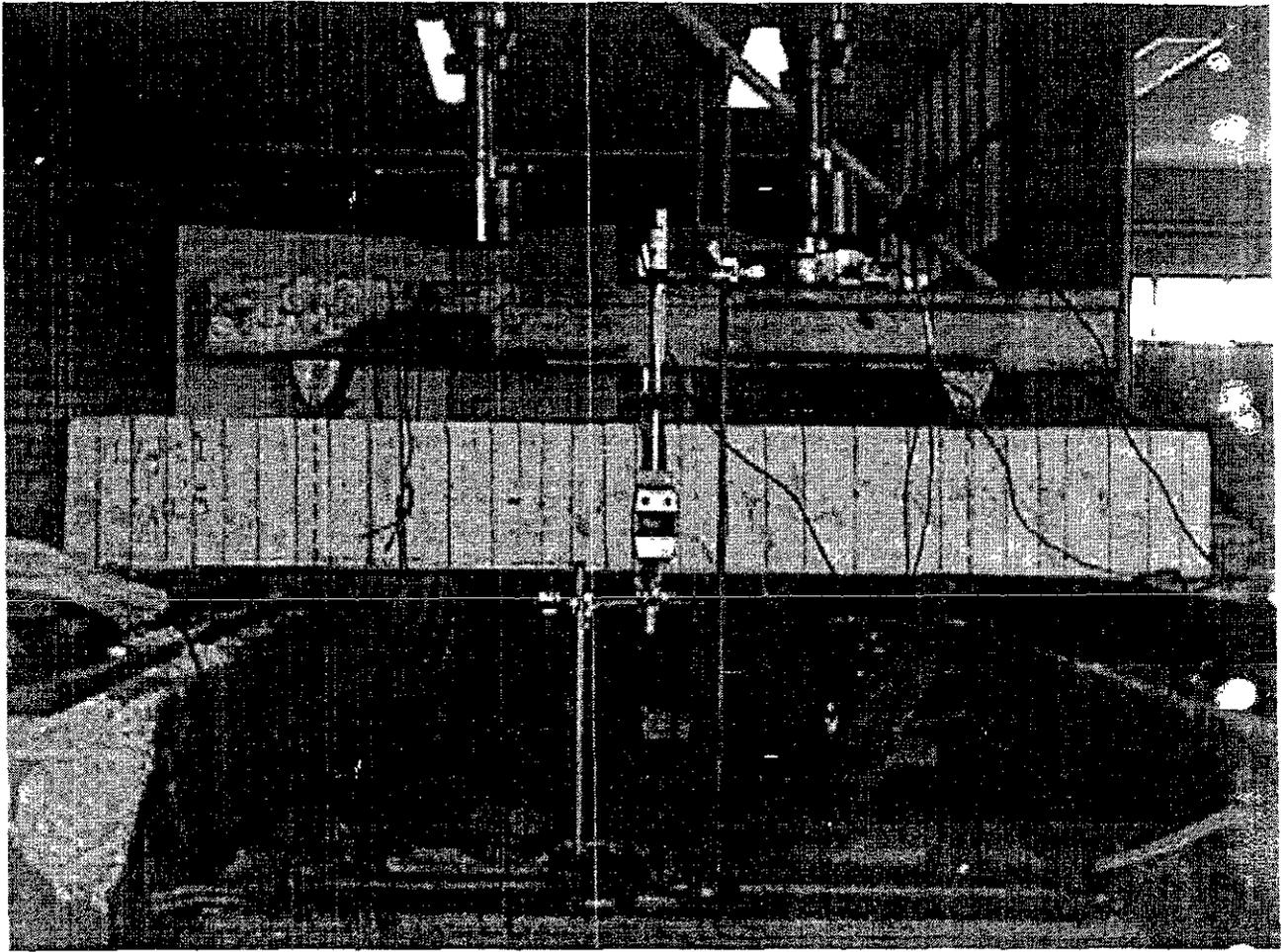


Figura III.26.- Presentación de la viga 5 en el marco de prueba.

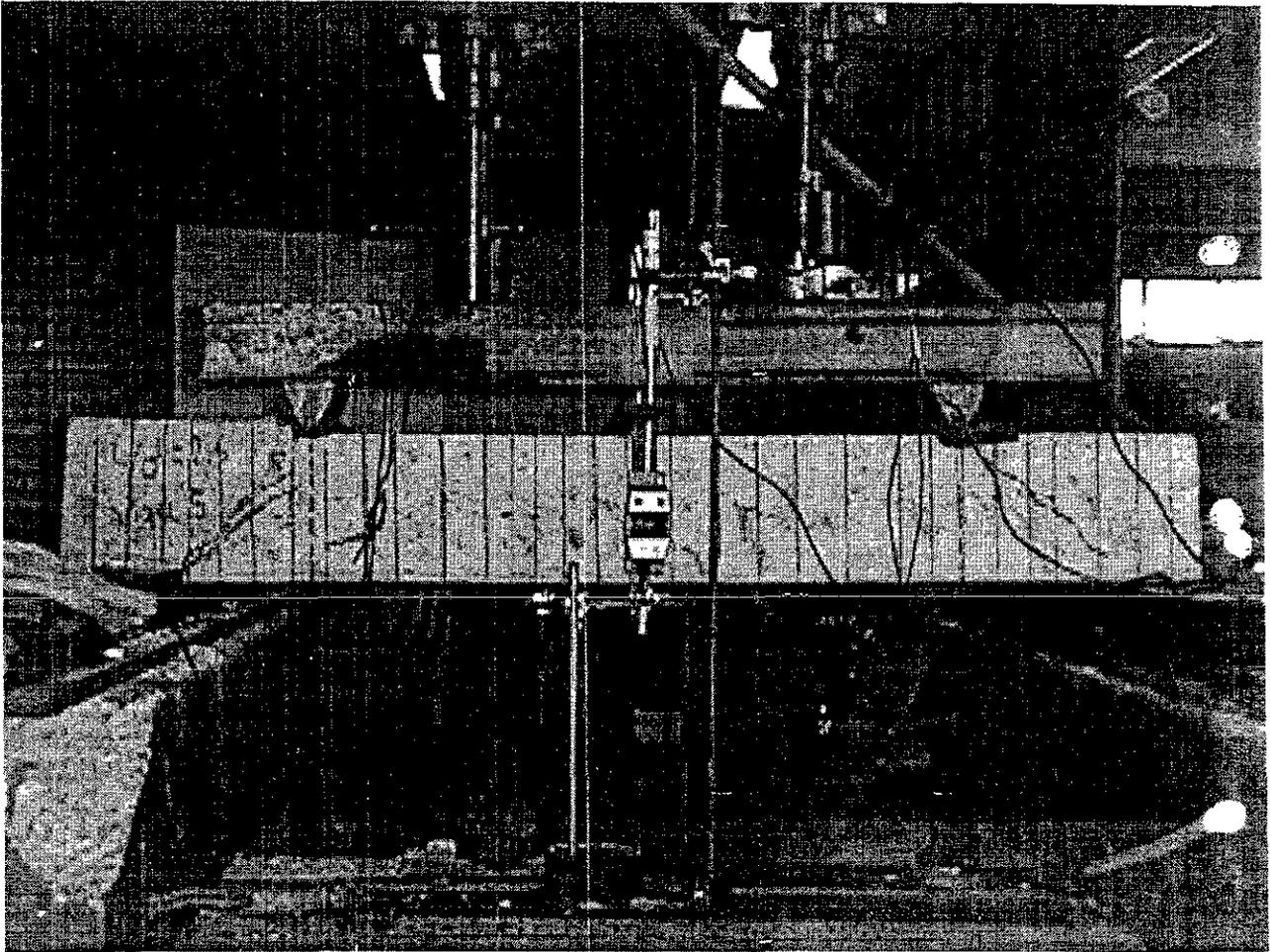


Figura III.27.-Falla por cortante en la viga 5.

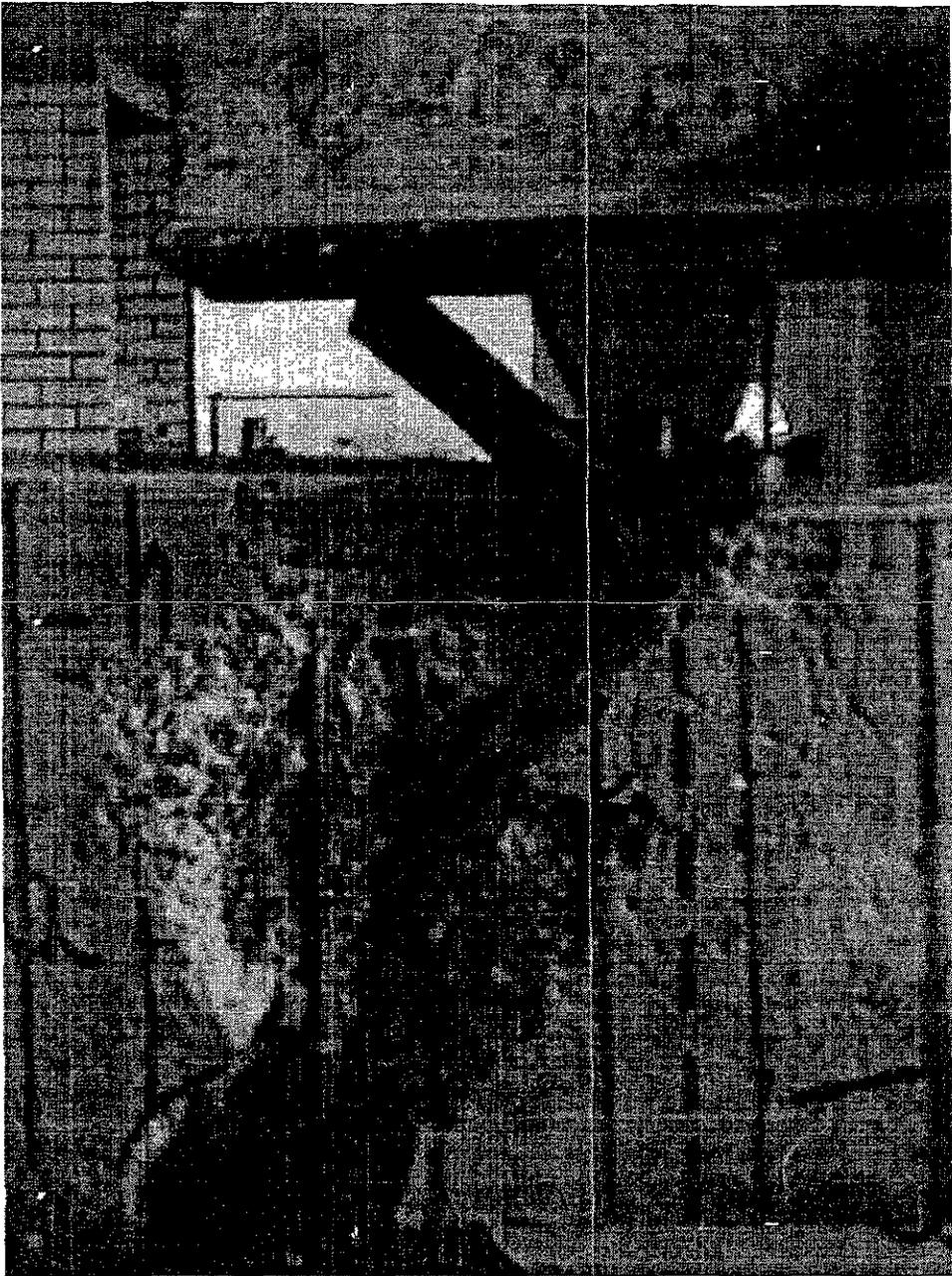
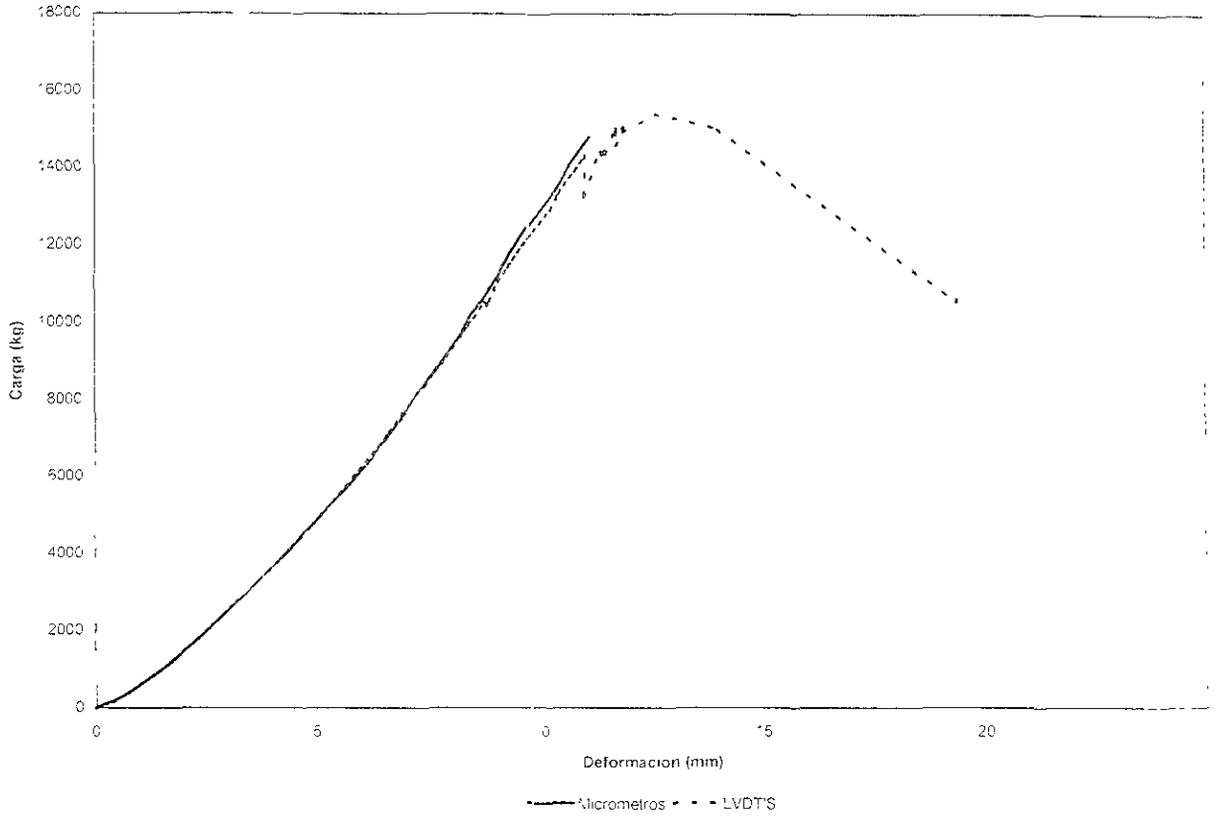


Figura III.28.- Acercamiento de la zona agrietada, puede apreciarse a los estribos sin ruptura, viga 5

Deformacion-Carga viga 5 (Micrometros y LVDT'S)



Gráfica III.14 - Deformacion-Carga en viga 5

### **Viga 3**

La viga 3 es parte del tercer grupo de pruebas, pues presenta junto con la viga 6 la misma resistencia por cortante con la salvedad de que ésta posee refuerzo de alta resistencia de grado 60.

Inicialmente se tenía programada una relación  $M/Vd = 1$ , sin embargo, al ejecutar la prueba se presentaron grandes incrementos de carga al lado de una evolución del elemento muy lenta que requería un equipo con una capacidad de carga de los gatos mayor a la que se tenía, esto provocó como se puede ver en la figura 31 un derrame de aceite de los gatos; en la misma figura se puede observar que la inclinación de los primeros agrietamientos fue mayor a los 45 grados.

La situación descrita en el párrafo anterior es explicable, pues como se observó en los ensayos de las vigas 7 a 10 en tanto más se acercan las cargas puntuales a los apoyos, la resistencia del elemento es mayor y si consideramos que además de esto, en esta viga se cuenta con refuerzo por cortante, la resistencia que proporciona el elemento es aún más alta, de hecho si en la figura citada observamos la inclinación de las grietas, éstas son tan pronunciadas que hacen evidente que el acero longitudinal participe en la absorción de esfuerzos de tensión, por tal motivo esta relación no resultó conveniente para provocar el trabajo de los estribos y la falla esperada, por tal motivo se instrumentó un nuevo ciclo de prueba para una relación  $M/Vd$  igual a 1.5, las observaciones de este ensaye se muestran a continuación:

La viga 3 mostró un comportamiento diferente de las vigas 1 y 2 que también fueron reforzadas con acero de grado 60, aquí los estribos no mostraron

rupturas y la pendiente en la etapa elástica es mucho más pronunciada, esto quiere decir que tuvo un mejor control de agrietamientos así como un mejor confinamiento.

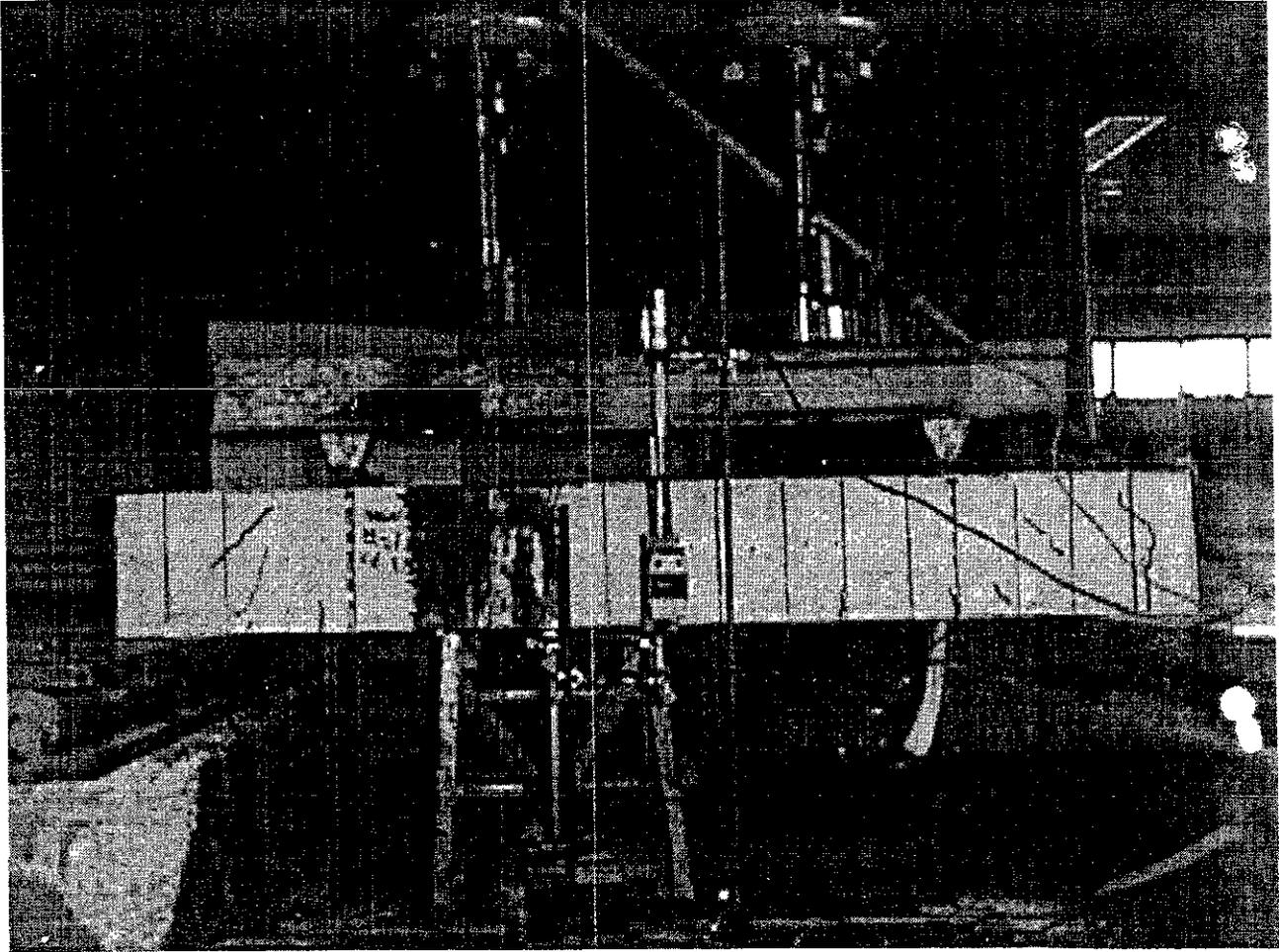
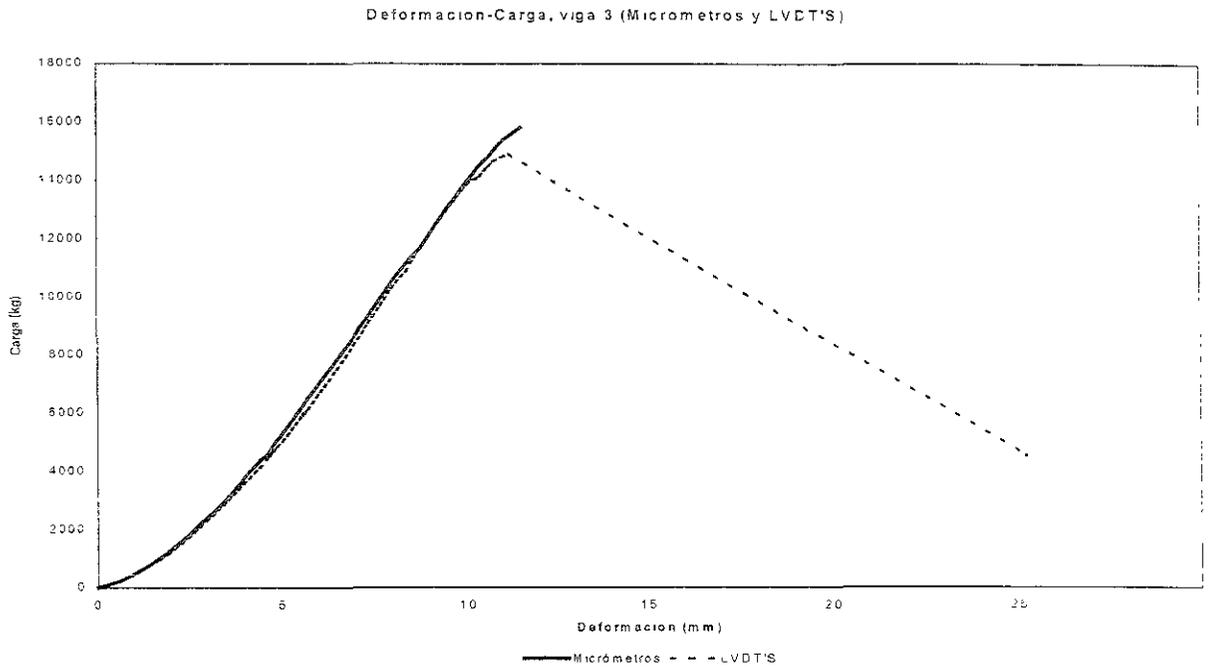


Figura III.29.- Presentación de la viga 3 en el marco de pruebas.



Figura III.30.- Aspecto de estribos de alta resistencia en viga 3.



Gráfica III 15.-Deformación-Carga en la viga 3.

## Viga 6

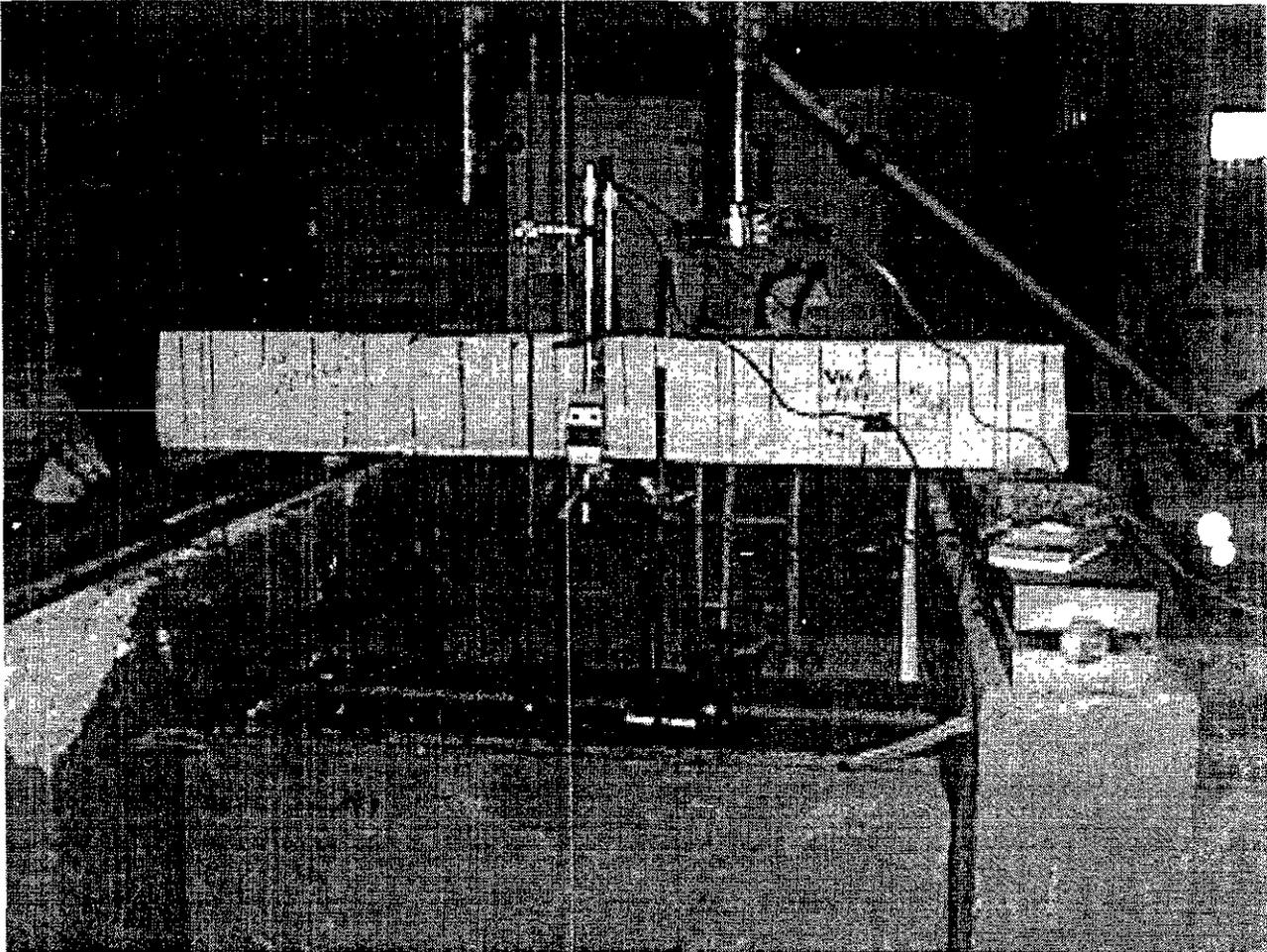


Figura III.31.- Presentación de la viga 6 en el marco de prueba.

La viga 6 es el complemento del tercer grupo de prueba, inicialmente programada para ser probada a una relación  $M/Vd$  igual a 1, sin embargo como ya se observó las condiciones de carga no eran propicias, por tal motivo se realizó la prueba definitiva con una relación  $M/Vd$  igual a 2.5, los resultados de este ensaye fueron de interes, pues como se puede observar en la tabla de diseño, es la única viga que presenta un parámetro  $\rho_v f_y$  por arriba de los 49 kg/cm<sup>2</sup>, los estribos fueron de alta resistencia y con la mayor separación (8 cm) dentro de los grupos de prueba; el elemento presentó aplastamientos en las zonas de compresión los agrietamientos diagonales en

la viga fueron muy ligeros, casi imperceptibles, y a altas etapas de carga, cuando se presentó el aplastamiento se presentaron grandes deformaciones,

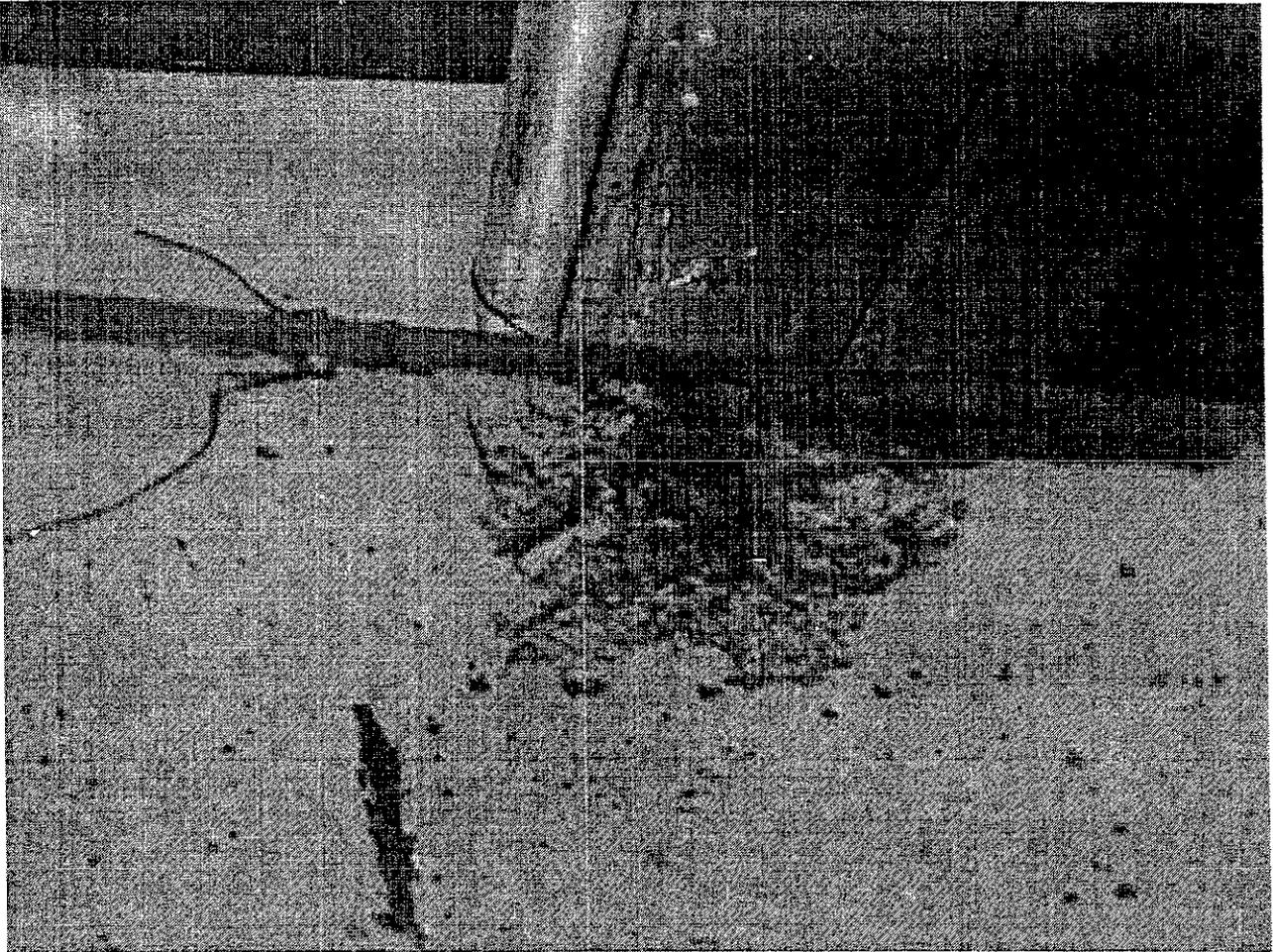


Figura III.32.- Acercamiento en la zona de compresión en la viga 6.

esta situación confirma lo establecido en el estudio realizado por Fukuhara y Kokusho citado ya con anterioridad en el sentido de que los estribos con valores de refuerzo transversal medio por arriba de los  $49 \text{ kg/cm}^2$  no alcanzan la fluencia antes de la falla del elemento.



Figura III.33.-Aspecto final de la zona de compresión en la viga 6.

INSTITUTO TECNOLÓGICO DE CALABAZAS  
DE LA SIERRA DE GUANAJUATO

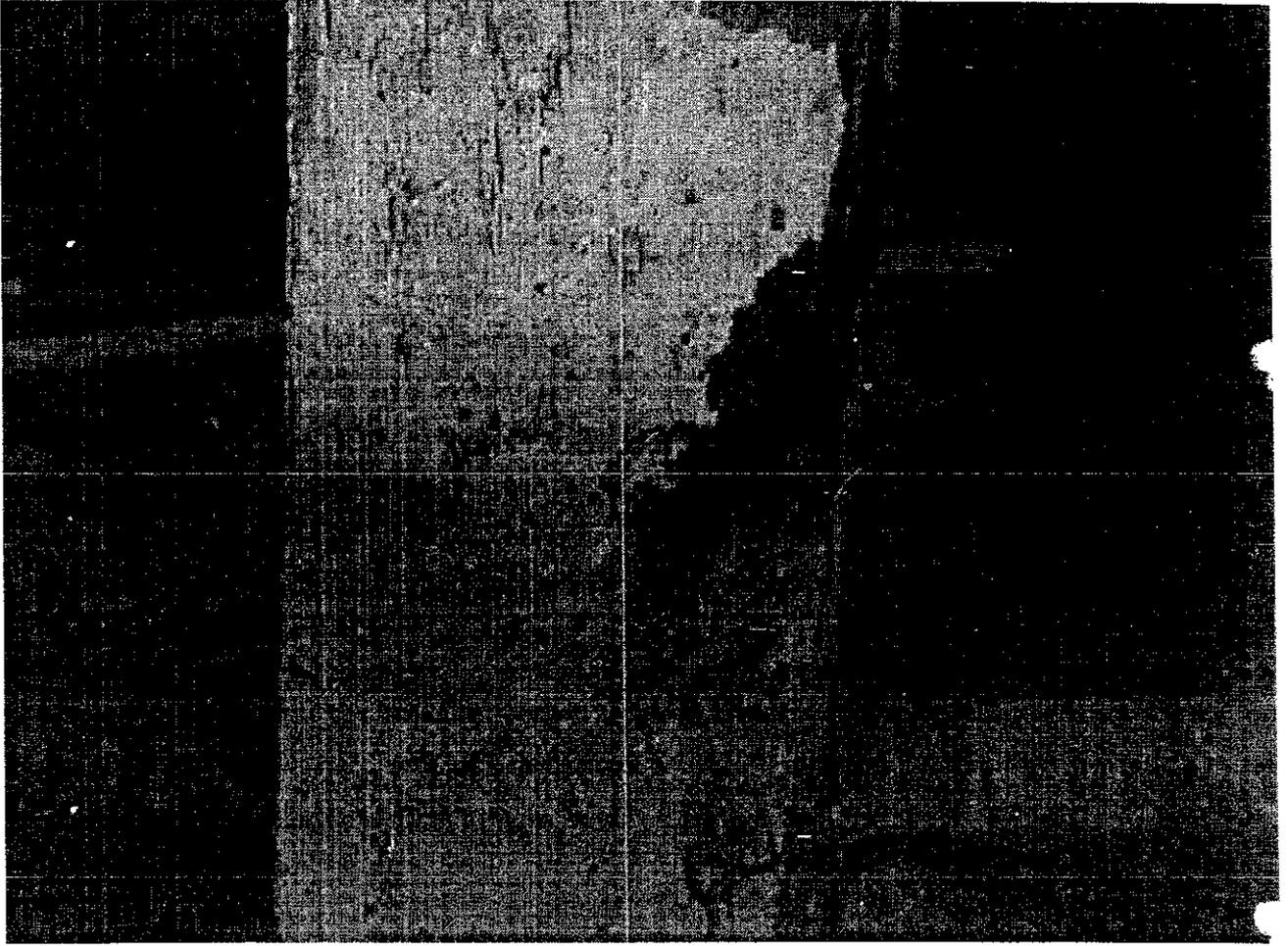
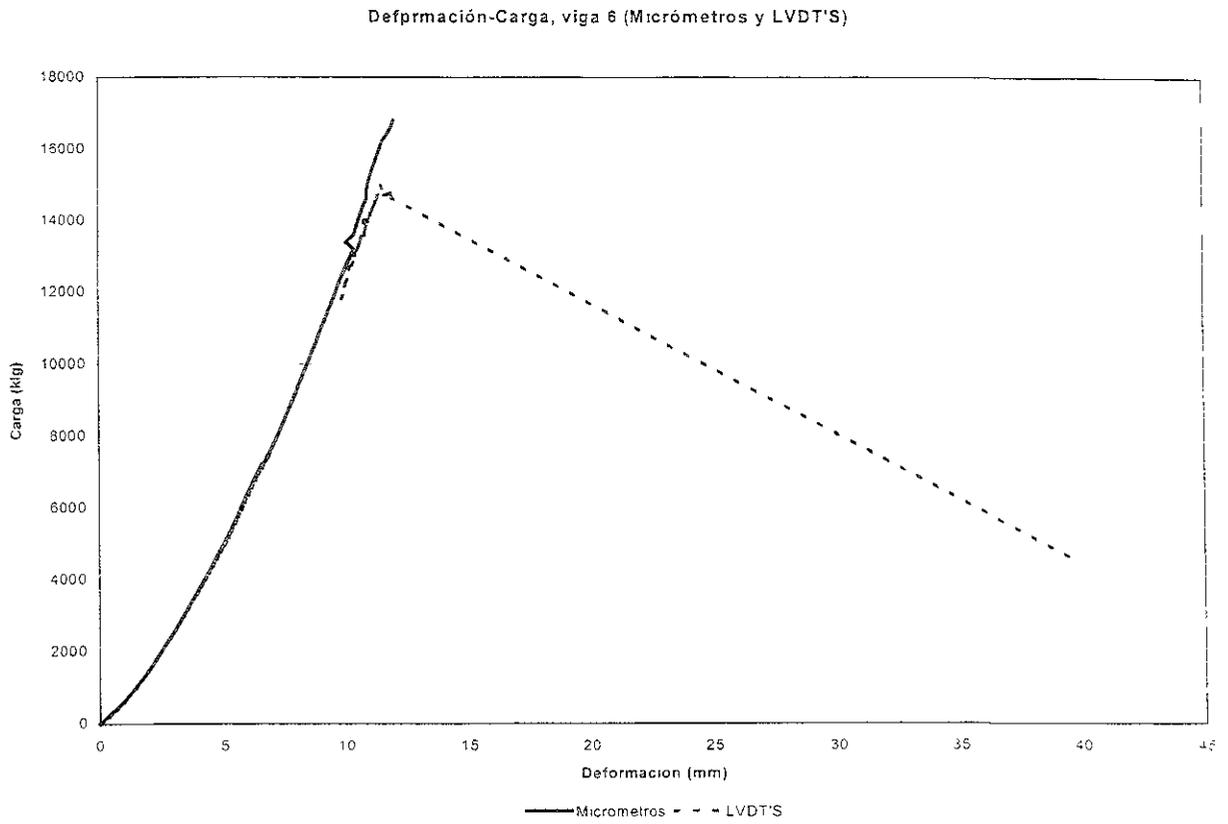


Figura III.34.- Otra vista de la zona de compresión en la viga 6.



Figura III.35.- Acercamiento de la viga 6, se pueden apreciar ligeras grietas diagonales.



Gráfica III.16.- Deformación – Carga en la viga 6.

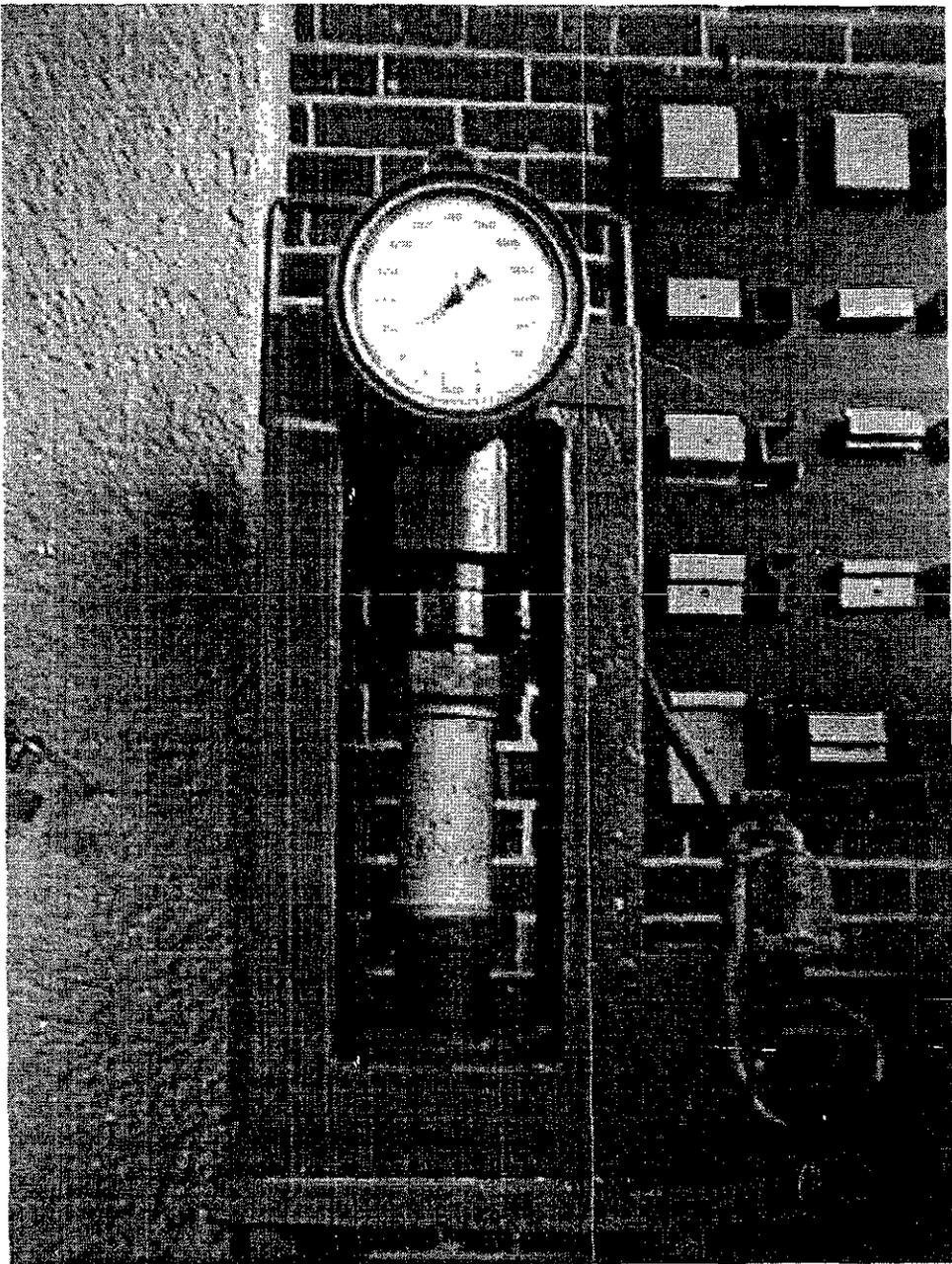


Figura III.36.- Ejecución de pruebas de resistencia a la compresión en probetas muestra de los ensayes.

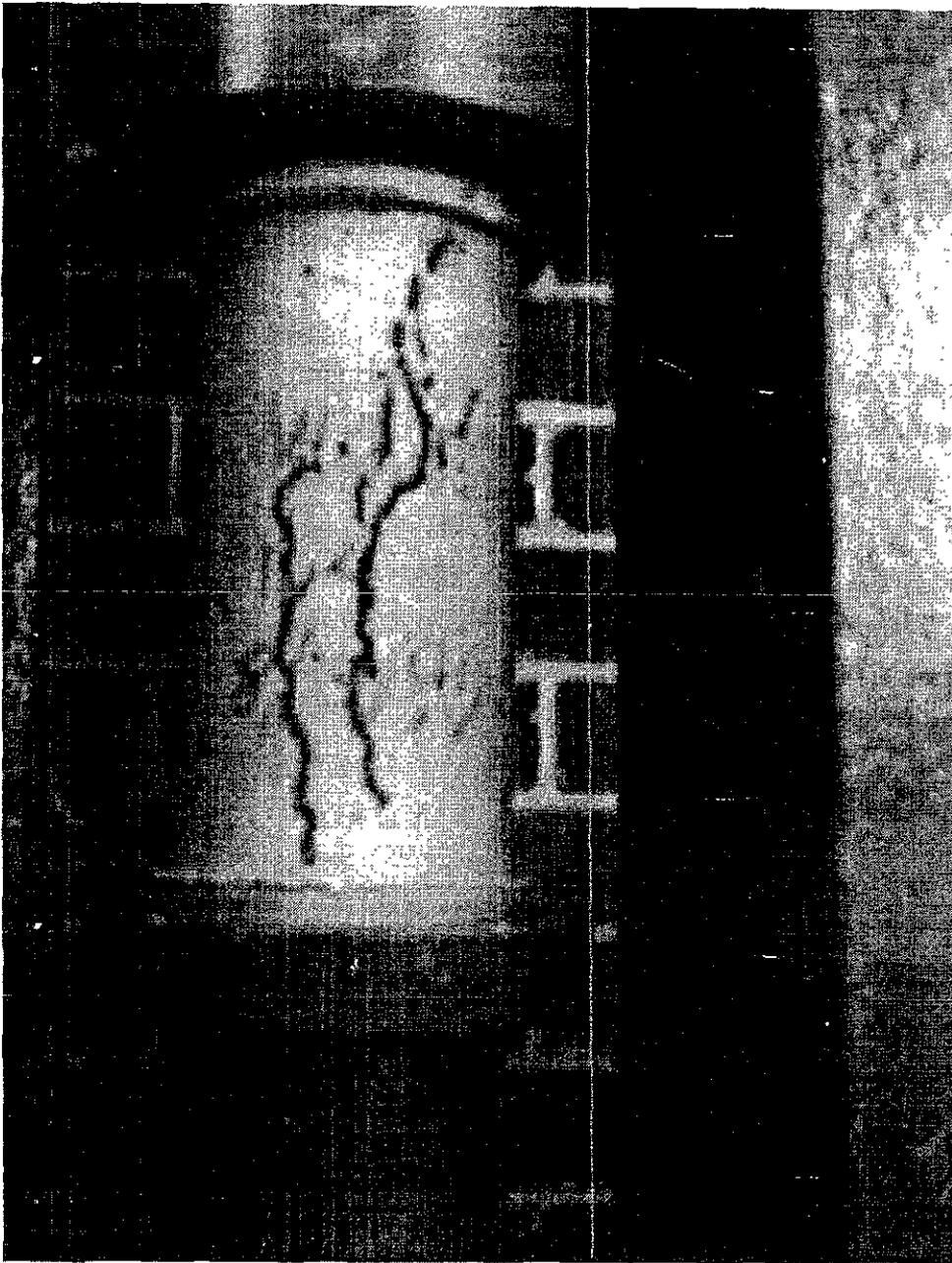


Figura III.37.- Aspecto de falla en cilindro de prueba.

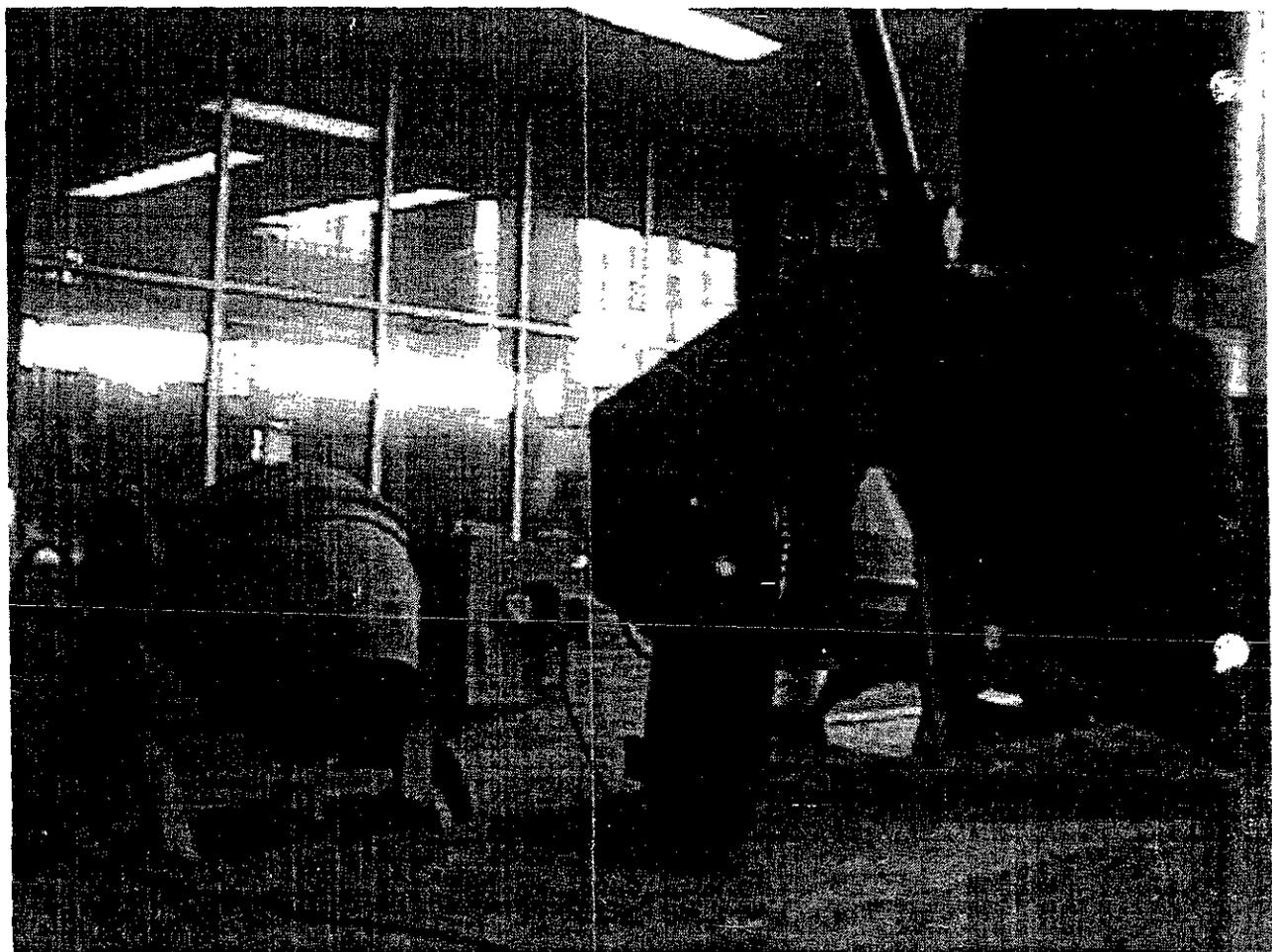


Figura III.38.- Ubicación física de estribos detectados mediante pachómetro.

#### IV. ANALISIS DE RESULTADOS

Para establecer parámetros de comparación en los ensayos de vigas que nos den acceso a criterios más amplios de evaluación de los resultados, se establecieron dos grupos de prueba, los cuales son distintos a los establecidos inicialmente, esto debido a cambios en el tipo de falla obtenido en el caso de algunos especímenes y a algunos cambios finales durante el proceso de ejecución para adaptarse mejor al equipo utilizado; así, el primer grupo está formado por las vigas 1,4 y 6 y el segundo por las vigas 2,3 y 5. Los gráficos obtenidos del ensaye por los dos sistemas de medición se muestran en las gráficas IV.1, IV.2, IV.3 y IV.4 :

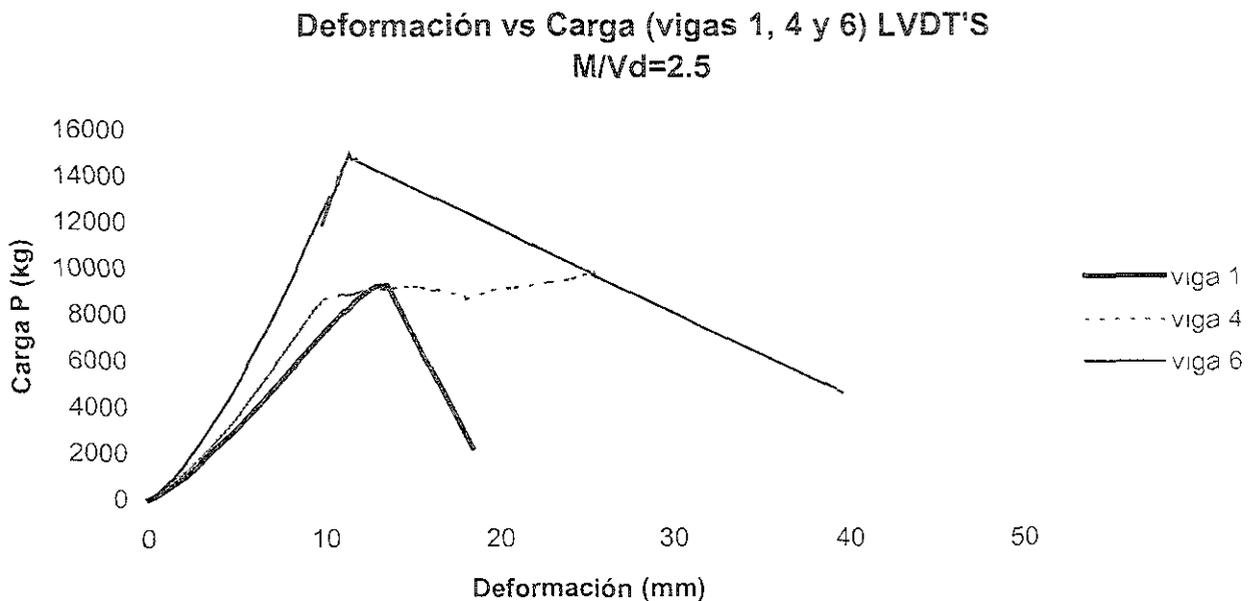


Gráfico IV.1.- Gráfica deformación-carga del primer grupo de vigas, obtenida por medio de Transductores Diferenciales de Voltaje lineal (LVDT) y celda de carga.

### Deformacion Carga, (vigas 1, 4 y 6) Micrometros, M/Vd=2.5

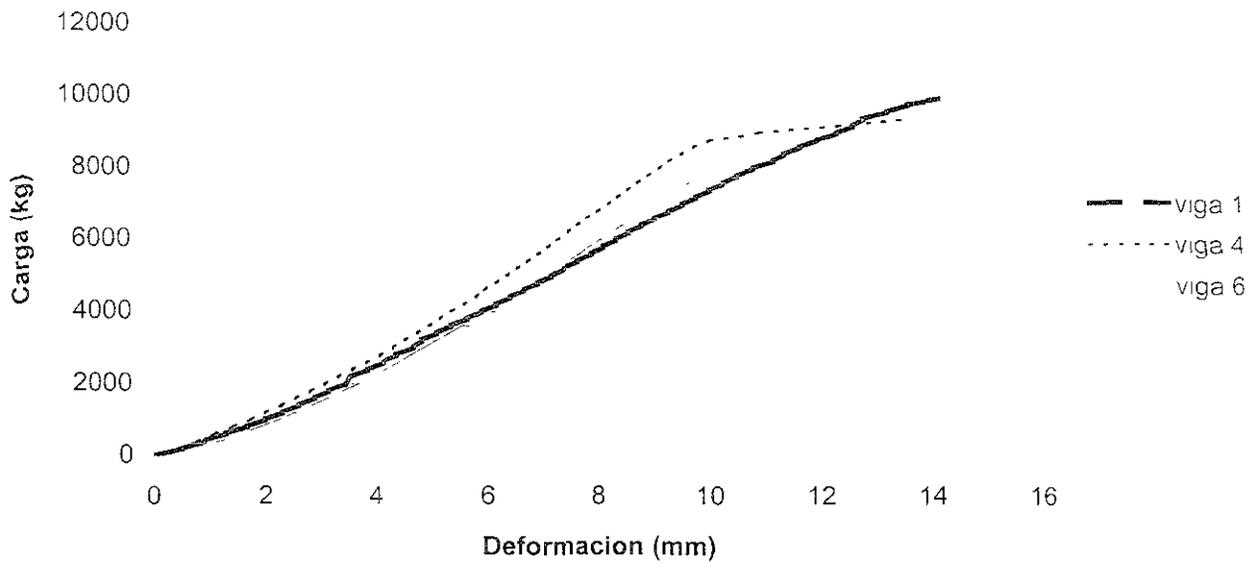


Gráfico IV.2 .- Gráfico deformación-carga del primer grupo de vigas mediante medición de micrómetros electrónicos de operación manual.

### Deformación vs. Carga, vigas 2, 3 y 5 LVDT'S M/Vd=1.5

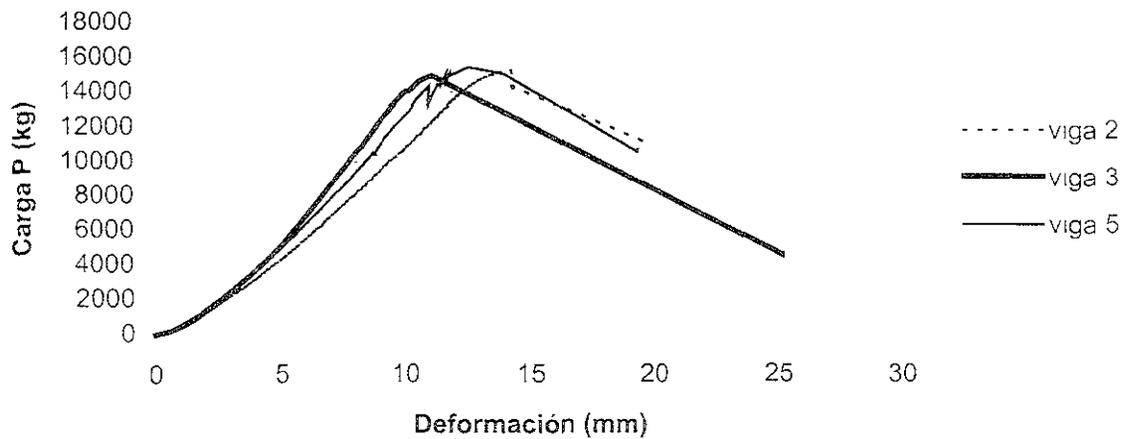


Gráfico IV.3.- Curvas deformación-carga para el segundo grupo, sistema computarizado.

### Deformacion Carga, (vigas 2, 5 y 3) Micrometros, M/Vd=1.5

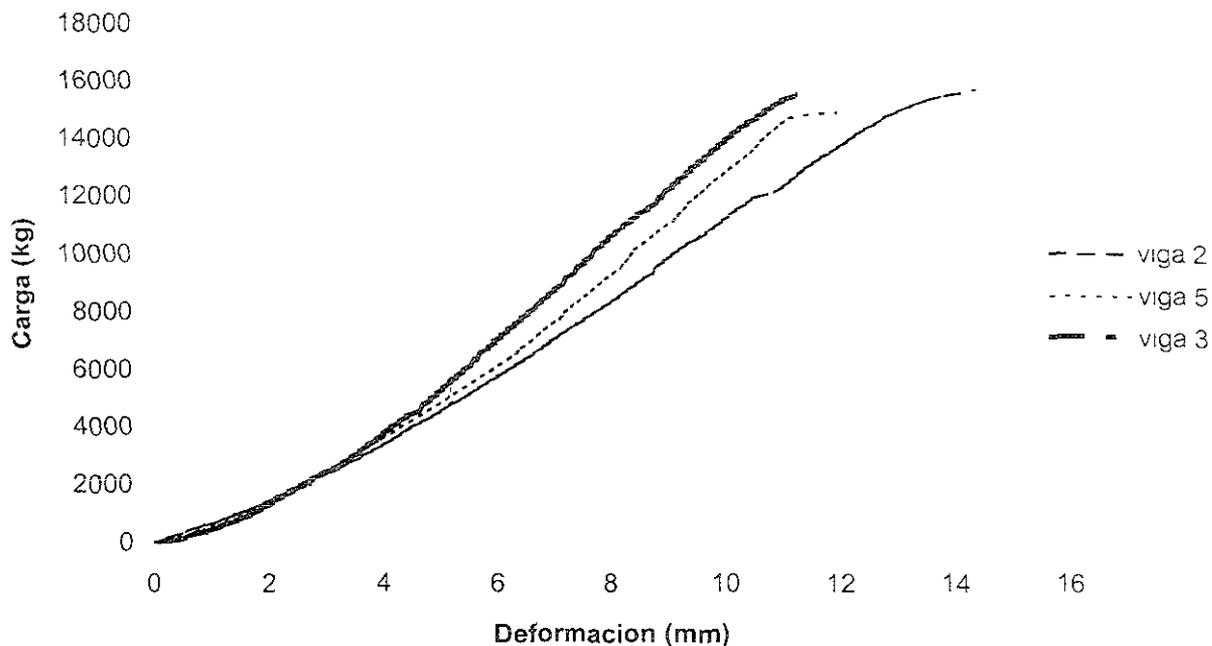


Gráfico IV 4 - Curva deformación-carga, segundo grupo9 de vigas obtenidas por medio de micrómetros electrónicos de operación manual.

Como se puede apreciar existe una diferencia entre las gráficas obtenidas entre los sistemas de medición, en las primeras etapas de carga, los métodos coinciden; sin embargo en las etapas cercanas al colapso, esta diferencia es grande, debido a que en el sistema de medición manual resulta complicado medir la pérdida de carga y en el caso del sistema computarizado esto resulta muy sencillo, por tal motivo se tomará como para los comparativos las mediciones resultantes del Sistema Automático de Adquisición de Datos.

A continuación se presenta la tabla IV.1, la cual muestra los resultados de los ensayos de vigas:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
SERIE NO	$\phi_v$	$f_y$ Kg/cm <sup>2</sup> (estribo)	$\rho_v$	$\rho_v f_y$	FALLA	$V_u$ falla (kg)	$V_s$ ( $V_u - V_{p=0}$ )	M/Vd	$V_s$ medio (kg/cm <sup>2</sup> ) (ensaye)	$V_{scalc}$ RCDF	$V_s$ Ec II 1 y II 2
(1) 7					TS	4350.97		2.5			
(1) 1	5/32	5950	413	24.57	TS+RE	9261.39	4910.42	2.5	24.35	24.74	24.9
(1) 4	1/4	2950	888	26.20	F+IC	9186.82	4835.85	2.5	23.98	25.95	28.1
(1) 6	5/16	7600	1.031	78.36	TS+IC	14984.04	10633.07	2.5	52.74	78.34	44.46
(2) 9					TS	8679.22		1.5			
(2) 2	3/16	5800	.645	37.41	TS+RE	15191.51	6512.29	1.5	32.30	37.42	35.8
(2) 3	1/4	6350	.721	45.78	TS	14908.60	6229.38	1.5	30.90	45.29	41.58
(2) 5	1/4	2950	1.333	39.23	TS	15402.00	6722.78	1.5	33.35	38.92	37.13
(3) 8					TS	9500		2			
(3) 10					TS	14140		1			

TS - TENSION DIAGONAL

F - FLEXIÓN

RE. RUPTURA ESTRIBO

IC -INESTABILIDAD DE LA ZONA DE COMPRESIÓN.

Tabla IV 1.- Resultados de los ensayos de vigas y parámetros de comparación de resultados.

En la viga 1 los estribos llegaron al esfuerzo de fluencia, (ver columnas 10 y 12 de la tabla IV.1); mientras que los estribos de la viga 4 no lo hicieron dando lugar a una falla por flexión en vez de la falla de cortante esperado.

Podemos observar que la contribución a la resistencia a cortante por parte del acero fue cercana a la de diseño para el caso de la viga 6 y se observa una resistencia mucho mayor respecto a la de diseño en cuanto a contribución del acero de refuerzo, debido a que el acero longitudinal ya no tenía un comportamiento de acero con fluencia definida y un alto esfuerzo de ruptura hizo que el concreto en compresión fallara de manera frágil, sin haber alcanzado los estribos su capacidad máxima.

Como se puede ver, en la serie 2 la totalidad de los elementos que la componen fallaron por tensión diagonal (compresión por cortante) en la gráfica IV.4 se puede observar claramente el comportamiento de las vigas 2, 5 y 3.

La viga 2, armada con refuerzo de grado 60 presenta una pendiente ligeramente menor con relación a la viga 5, la cual fue provista de refuerzo normal, sin embargo las pendientes de ambas son muy similares y presentan poca diferencia en deformaciones entre sí. Cabe decir que ambas vigas tienen casi el mismo  $\rho f_y$ . En cuanto a la curva correspondiente a la viga 3, en esta podemos observar una mayor rigidez con respecto a la viga 5 y por ende un mejor control de agrietamientos, además de haber presentado una mayor resistencia; esta viga tiene un mayor valor de  $\rho f_y$ , del orden de 20% respecto a las vigas 2 y 5. La curva correspondiente a la viga 5 queda en el punto medio entre las otras dos en cuanto a su rango elástico, con la diferencia de que la carga última de las vigas con acero de alto grado de fluencia fue mayor que la que tenía acero con fluencia de 2950 kg/cm<sup>2</sup>. Los estribos de la viga 2 presentaron ruptura en su colapso final como es bien sabido en los aceros de grado 60 el periodo de fluencia es muy corto y poco perceptible en el caso de la curva que nos ocupa; sin embargo la viga tres con fluencia mayor no presentó ruptura de estribos.

El hecho de que los estribos en la viga 2 hayan mostrado una rotura, no tiene importancia alguna, pues su colapso fue en cargas muy superiores en relación con el estribo de resistencia normal; además, debemos considerar que en la práctica los diseños de vigas se llevan a cabo previendo una falla por flexión, en la cual, en caso de presentarse agrietamientos diagonales, estos no son de

magnitud tal que puedan provocar la falla de los estribos, contribuyendo estos por el contrario a una mayor resistencia del elemento a la flexión.

También se observó que en los especímenes 4 y 6 no se presentó rotura de los estribos ni se llegó a la fase plástica de éstos, a pesar de que el valor  $\rho_{f_f}$  de la viga 6 fue el más alto (70.4), mientras el correspondiente a la viga 4 fue de solo 26.2.

Si tomamos como referencia los datos arrojados por el estudio de Fukuhara y Kokusho, resulta de gran interés observar que las vigas cuyo índice de esfuerzo fué superior a los 40 kg/cm<sup>2</sup> no presentaron ruptura de los estribos, este punto podría tomarse en consideración en los diseños de nuevos especímenes para observar con más cuidado este aspecto que aporta un dato relevante.

Es interesante también observar que en los estudios consultados en la elaboración de este documento se tiene como precedente que los aceros de alta resistencia con diámetros pequeños presentan un mejor control de grietas, la comparación entre la evolución de grietas de este estudio sólo fue de manera visual y no hubo una medición precisa de tal parámetro, sin embargo se pudo observar que el caso de estribos de alta resistencia y resistencia normal que no llegaron a la falla fueron los que tuvieron un  $\rho_w^{ov}$  superior a los 40 kg/cm<sup>2</sup>, y estos casos no fueron precisamente los relativos a pequeños diámetros con separaciones angostas, sino términos medios, aunque esto no hecha por tierra lo expuesto en estudios anteriores sería necesario estudiar con más detenimiento este comportamiento.

## CONCLUSIONES

Se llevó a cabo un estudio experimental para determinar el comportamiento de vigas reforzadas con estribos de alto grado de fluencia y comparar con vigas con estribos de acero con fluencia definida.

Estas vigas se diseñaron para fallar por cortante; sin embargo y debido a que el concreto contribuye en una proporción mayor a lo indicado por las NTC-RCDF, algunas de ellas fallan por flexión principalmente para relaciones  $a/d$  mayores o iguales a 2.5.

Las principales conclusiones del estudio son:

- 1.- La contribución del concreto a la resistencia es mucho mayor a la calculada con las expresiones de las NTC del Reglamento del Distrito Federal.
- 2.- El acero de alta resistencia como refuerzo por cortante en vigas de concreto, proporcionado para soportar una fuerza cortante equivalente a la del acero normal, presentó un comportamiento muy similar, con la misma eficacia y una resistencia mayor, debido seguramente a que el esfuerzo en el acero del estribo fue mayor aunque no tenía fluencia definida; esto fue principalmente para las vigas con relación  $M/Vd$  menor o igual a 1.5.
- 3.- Los cortantes que soportaron los aceros de alta resistencia rebasaron los calculados con las expresiones del RCDF, solo en el caso donde el parámetro  $\rho f_y$  fue mayor a 40.

4.- No se encontró evidencia experimental concluyente que sustente la oposición al uso de aceros de alta resistencia como refuerzo por cortante. Cuando la relación  $M/Vd$  fue igual a 2.5, por el diseño del experimento, resultan muy parecidas la resistencia a flexión y a cortante; dando lugar a que se presente primero la fluencia del refuerzo longitudinal, la falla es de tipo dúctil (viga 4), por otro lado, si se alcanza la resistencia del estribo, la falla es de tipo frágil (vigas 1 y 6). Esto de alguna manera se toma en cuenta en la práctica y los reglamentos al considerar un  $F_R$  de 0.9 cuando la falla es a flexión y de 0.8 cuando es a cortante; tomando esto en cuenta, cuando se presentara en la práctica un caso similar, primero fluirá el acero longitudinal por tener un  $F_R$  mayor, dando lugar a una falla de tipo dúctil.

5.- A pesar de haber obtenido resultados alentadores a favor del uso de aceros de alta resistencia en cortante es recomendable realizar otros estudios que incluyan una gama de especímenes mas amplia y una tecnología mas adecuada con el fin de monitorear mas de cerca el comportamiento de estribos en específico en cada una de las etapas de carga.

6.- Tanto el acero normal como el de alta resistencia, puede llegar o no a la fluencia en un elemento; tanto en este estudio como en el realizado con anterioridad por Fukuhara y Kokusho, cuando el parámetro  $\rho f_y$  es cercano o superior a  $40 \text{ kg/cm}^2$ , los estribos aparentemente no alcanzaron su límite de fluencia.

En vista de lo observado durante este estudio, se recomienda que en estudios futuros se construyan especímenes en los cuales se consideren los factores de resistencia, para evaluar en terminos reales el comportamiento de los estribos de alta resistencia y de resistencia normal.

## BIBLIOGRAFÍA

1.- Aspectos Fundamentales del Concreto Reforzado

Félix-Cuevas

Ed. Limusa

2.- Reglamento para las construcciones de concreto estructural y Comentarios ACI318-95 y ACI318R-95.

Disposiciones relativas al límite de fluencia permitido para diseño en elementos de concreto en general y por cortante.

Secciones: 3.5.3.2, p.p. 8; 11.5.2, p.p. 57; 11.7.6, p.p. 61; 9.4 p.p. 39; 9.5.2, p.p. 39.

3.- Normas Técnicas Complementarias para diseño y construcción de estructuras de concreto.

Disposición relativa al límite de fluencia para diseño de refuerzo por cortante en vigas y columnas.

Sección: 2.1.5 b), p.p. 16.

4.- Shear in Reinforced Concrete, vols. 1 y 2 (SP-42)

Detroit, American Concrete Institute, 1974.

5.- Comité ACI-ASCE 426 "The Shear Strength of Reinforced Concrete Members". Proceedings of the American Society of Civil Engineers, vol. 99 No. ST6 junio 1973, y vol 10 No. ST8 Nueva York, agosto 1974.

6.- Mac Gregor, J.G. y P. Gergely . "Suggested Revisions to ACI Building Code Clauses Dealing with Shear in Beams". Journal of the American Concrete Institute. Detroit, octubre 1977.

- 7.- Andrew Griezic, William D. Cook y Denis Mitchell. "Test to Determine Performance of Deformed Welded Wire Fabric Stirrups". Journal of the American Concrete Institute. Vol. 91-S22. Marzo-Abril 1994.
- 8.- Guralnick, S.A., "High strength deformed bars for concrete reinforcement", Proc. ACI, Vol. 57, No. 12, septiembre 1960 pp. 221-228.
- 9.- Taylor, R., "Some shear test on reinforced concrete T-beams with stirrups", Mag. Concr. Res., Vol.18, No. 57, diciembre 1966, pp. 221-228.
- 10.- Fukuhara, Masashi y Kokusho, Seiji, "Experimental studies of ultimate shear strength and deformation capacity in reinforced concrete members with high tension shear reinforcement", Architectural Institute of Japan. Tokyo, Japan.
- 11.- E.W. Bennet y S.Y. Debaiky, "High Strength Steel As Shear Reinforcement In Prestressed Concrete Beams." Journal of the American Concrete Institute SP-42, p.p. 231-248.
- 12.- Ferguson P.M. y F.N. Matloob. "Efecto of Bar Cutoff on Bond and Shear Strength of Reinforced Concrete Beams". Journal of de American Concrete Institute. Detroit, julio 1959.
- 13.- Comité ACI-ASCE. "Suggested Revisions to Shear Provisions for Building Code". Detroit, American Concrete Institute, 1977.

14.- Fenwick, R.C. y T. Paulay "Mechanisms of Shear Resistance of Concrete Beams". Journal of the Structural Division, American Society of Civil Engineers. Nueva York, octubre 1968.

15.- Vecchio, F.J. y M.P. Collins. "The Modified Compression-Field Theory for Reinforced Concrete Elements Subjected to Shear". Journal of the American Concrete Institute. Detroit, marzo-abril 1986.

16.- Johnson, M.K. y J. A. Ramírez. "Minimum Shear Reinforcement in Beam with Higher Strength Concrete", ACI Structural Journal. Detroit, julio-agosto 1989.

17.- James M. Gere y Stephen P. Timoshenko. Mecánica de Materiales. Internacional Thomson Editores. 4ª Edición 1997.

18.- R. Park y T. Paulay. Estructuras de Concreto Reforzado. Limusa-Noriega Editores 1996.