

24



**UNIVERSIDAD NACIONAL
AUTONOMA DE MEXICO**

FACULTAD DE INGENIERIA

*“NOTAS DEL CURSO DE MECANICA DE SUELO
EN SISTEMA INTERNACIONAL DE UNIDADES”*

T E S I S

297134

QUE PARA OBTENER EL TITULO DE
INGENIERO CIVIL
PRESENTA:
MANUEL CAMACHO PICHARDO

DIRECTOR DE TESIS:
M. I. RICARDO RUBEN PADILLA VELAZQUEZ



México, D.F. 2001



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.



UNIVERSIDAD NACIONAL
AVENIDA DE
MEXICO

FACULTAD DE INGENIERIA
DIRECCION
FING/DCTG/SEAC/UTIT/054/01

Señor
MANUEL CAMACHO PICHARDO
Presente

En atención a su solicitud me es grato hacer de su conocimiento el tema que propuso el profesor M.I. RICARDO RUBEN PADILLA VELAZQUEZ, que aprobó esta Dirección, para que lo desarrolle usted como tesis de su examen profesional de INGENIERO CIVIL.

"NOTAS DEL CURSO DE MECÁNICA DE SUELOS EN SISTEMAS INTERNACIONAL DE UNIDADES"

- INTRODUCCION
- I. RESISTENCIA AL ESFUERZO CORTANTE EN SUELOS
- II. EMPUJE DE SUELOS SOBRE ELEMENTOS DE RETENCIÓN
- III. CAPACIDAD DE CARGA
- IV. ESTABILIDAD DE TALUDES
- V. COMPACTACIÓN
- VI. CONCLUSIONES

Ruego a usted cumplir con la disposición de la Dirección General de la Administración Escolar en el sentido de que se imprima en lugar visible de cada ejemplar de la tesis el Título de ésta.

Asimismo le recuerdo que la Ley de Profesiones estipula que deberá prestar servicio social durante un tiempo mínimo de seis meses como requisito para sustentar Examen Profesional.

Atentamente
"POR MI RAZA HABLARA EL ESPIRITU"
Cd. Universitaria a 13 de marzo de 2001
EL DIRECTOR

M.C. GERARDO FERRANDO BRAVO
GFB/GMP/mstg

A DIOS:

Por permitirme compartir y disfrutar cada instante de mi vida.

A MIS PADRES JOSE GUADALUPE Y EMILIA:

Por darme el regalo más valioso que existe, que es la vida, y por brindarme su apoyo en los aspectos necesarios para lograr tener la formación integral con la que cuento.

UN ESPECIAL AGRADECIMIENTO A MI MAMA EMILIA:

Por estar a mi lado en todo momento de mi vida y ser pilar fundamental para llegar a esta meta fijada desde hace muchos años. Gracias por tus desvelos y sacrificios, ya que por ellos he logrado culminar mis estudios con esta tesis.

A MI ESPOSA PATY:

Por impulsarme en cada instante que hemos compartido desde que nos conocemos, y estar siempre a mi lado en los buenos y malos momentos. Te amo pequeña.

A MI HIJA PAOLA:

Por ser la luz que ilumina mi vida día con día. Mantén siempre una sonrisa en tus labios hija, porque es el mejor regalo que me puedes brindar.

A MIS HERMANOS SIMEON, BENITO, FRANCISCO, JUAN, ARTURO, OSCAR, ARACELI Y MA. GUADALUPE:

A todos y cada uno de ellos por compartir grandes momentos de mi vida, y por contar con su cariño y apoyo en todo momento y ante cualquier situación.

A MI FAMILIA:

Ya que sin la intervención de cada uno de ellos, no hubiera logrado estar en el lugar en el que me encuentro.

A MIS AMIGOS:

En cada etapa de mi vida encontré a varias compañías, de las cuales perdura el recuerdo de muchos amigos que me brindaron su amistad sincera y apoyo en todo momento, a todos ellos, muchas gracias por aceptarme como su incondicional amigo.

A LA UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO:

A mi alma mater por permitirme ser parte de ella

A LA FACULTAD DE INGENIERIA:

Por darme los instrumentos necesarios para ser un profesionalista de calidad y desarrollarme en un ambiente de gran nivel.

AL M. I. RICARDO RUBEN PADILLA VELAZQUEZ

Por el apoyo y dirección otorgado para realizar esta tesis

ÍNDICE

INTRODUCCIÓN	1
I RESISTENCIA AL ESFUERZO CORTANTE EN SUELOS	3
➤ Estado de esfuerzo en suelos	5
➤ Análisis plano de esfuerzo	15
➤ Método analítico tensorial en análisis plano de esfuerzos	16
➤ Método gráfico del Polo Fijo	20
➤ Relación entre soluciones gráficas	24
➤ Pruebas triaxiales en suelos	27
➤ Esquema de prueba CD	29
➤ Prueba Triaxial (CD)	30
➤ Aparato de corte directo	33
➤ Esquema de prueba CU	39
➤ Esquema de prueba UU	40
II EMPUJE DE SUELOS SOBRE ELEMENTOS DE RETENCIÓN	42
➤ Nomenclatura	42
➤ Empuje del suelo sobre el muro	43
➤ Teoría de Rankine	44
➤ Método de Coulomb	68
➤ Método pseudodinámico utilizando la propuesta de Coulomb	72
➤ Método analítico-vectorial (Coulomb-Padilla) para caso sísmico	73
➤ Principales fallas en muros de gravedad	78
➤ Condiciones importantes a cumplir en el diseño de muros de gravedad	79

III	CAPACIDAD DE CARGA	87
➤	Mecanismo de Fellenius	90
➤	Solución de Prandtl	91
➤	Balanza de Kristianovich	92
➤	Teoría de Skempton para suelos finos saturados	94
➤	Concepto de sobrecarga	97
➤	Teoría de Terzaghi para suelos finos saturados	101
➤	Análisis de capacidad de carga para un suelo granular	103
➤	Capacidad de carga para suelos con "cohesión" y "fricción"	112
➤	Tipos de cimentaciones	116
➤	Elementos de penetración en el suelo	117
➤	Efecto de profundización del cimiento en la capacidad de carga en la punta	118
➤	Pilotes de punta	119
➤	Pilotes de fricción	120
➤	Métodos más utilizados en la zona del lago de la cd. de México, para paliar problemas de asentamiento regional y fricción negativa	121
IV	ESTABILIDAD DE TALUDES	123
➤	Nomenclatura	123
➤	Método de Culmann	125
➤	Taludes de suelo fino saturado	127
➤	Métodos Suecos	128
➤	Método de Arturo Casagrande	128
➤	Método de Taylor	134
➤	Método de Dovelas de Fellenius	138
➤	Método de Dovelas en talud sujeto a flujo de agua	144

V	COMPACTACIÓN	146
	➤ El suelo como material de Construcción	147
	➤ Introducción al tema	147
	➤ Compactación de suelos	150
	➤ Relaciones de mecánica de suelos usadas en compactación	152
	➤ Pruebas Proctor de compactación	153
	➤ Equipo de compactación de campo	158
	➤ Control de compactación en el campo	161
	CONCLUSIONES	163
	BIBLIOGRAFÍA	165
	APÉNDICE: Tablas del Sistema Internacional de Unidades	166

INTRODUCCIÓN

El estudio del comportamiento de los suelos ha sido, en la historia de la humanidad de gran importancia para poder llevar a cabo construcciones imponentes como lo son las pirámides aztecas y egipcias, los jardines colgantes de Babilonia, la muralla china, entre otros. A pesar de lo anterior, fue hasta principios del siglo XX cuando se realizó un estudio del comportamiento del suelo de manera más profunda. El iniciador de dicha profundización fue el Dr. Karl Terzaghi, quien publicó el libro *Erdbaumechanik* (Mecánica de Suelos), con lo que nació el término ya muy conocido en la actualidad. A partir de esa publicación y hasta la fecha, la Mecánica de Suelos ha progresado a pasos agigantados, lográndose la construcción de obras que en el siglo XIX se consideraban imposibles de realizar.

En este trabajo hablaremos en el primer capítulo, sobre la resistencia al esfuerzo cortante en suelos, tratando de abordar el estudio de esfuerzos tanto a nivel tridimensional como bidimensional, así como la obtención de esfuerzos actuantes en distintos planos del suelo, a partir de unas condiciones actuales de esfuerzos de una muestra. Se tratará también el análisis de distintas pruebas realizadas al suelo, para obtener el valor de su resistencia al esfuerzo cortante.

En el capítulo II, estudiaremos el empuje de suelos sobre elementos de retención basándonos en distintas teorías que nos permitan obtener el valor del empuje que el suelo ejerce sobre el muro, presentándose el suelo en distintas condiciones de humedad, drenaje, así como con superficie del suelo con o sin pendiente, revisándose también el caso con sobrecarga. Finalmente, en este capítulo se estudian los tipos de falla de muros de contención, y las condiciones de estabilidad que deben cumplirse para evitar la falla.

En el capítulo III tocaremos el tema de capacidad de carga, término que se puede definir como la más grande intensidad de esfuerzo que puede ser aplicada por una estructura o un miembro estructural al suelo que la soporta sin causar asentamientos excesivos o el peligro de falla del suelo al corte. Aquí se mostrarán varias teorías de falla que se fueron presentando a través de la historia, descartando las que por su modo de falla son cinemáticamente inadmisibles. Asimismo se estudiará la capacidad de carga para distintos tipos de suelo. Por último, mencionaremos algunos tipos de cimentaciones que se utilizan en gran cantidad de obras civiles.

En el capítulo de IV tocaremos lo referente a la estabilidad de taludes. Se estudiarán métodos que tratan de determinar si la resistencia al esfuerzo cortante de un talud, es o no suficiente para prevenir el peligro de falla. La estabilidad de un talud se vuelve especialmente importante para vías de comunicación, presas de tierra y otras obras.

En el capítulo V nos enfocaremos al estudio de la compactación, término que se define como el incremento, por medios artificiales de la masa específica seca de un suelo. Se tratará la prueba del iniciador de este concepto: R. R. Proctor. Además mencionaremos distintos equipos que nos permiten realizar dicha compactación del suelo en campo. Al término de este capítulo, se mostrarán algunas pruebas para el control de compactación en campo.

Estas notas están basadas en la utilización del Sistema Internacional de Unidades (SI), cuyo desarrollo histórico data de siglos, se deriva del Sistema Métrico Decimal (SMD) y surge por la necesidad de unificar y dar coherencia a una gran variedad de subsistemas de unidades que entorpecían y dificultaban el entendimiento de la comunidad internacional en las grandes esferas del desarrollo social, por lo que era necesario un sistema que pudiera ser adoptado internacionalmente en todos los campos de la ciencia y la técnica, en las relaciones comerciales, en la producción, los servicios, la investigación y la docencia.

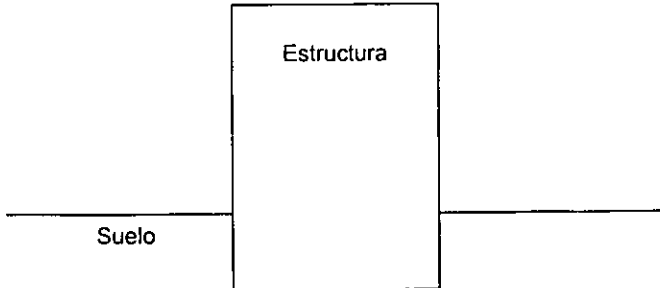
La 10ª Conferencia General de Pesas y Medidas (CGPM), celebrada en 1954, adoptó una resolución que recoge el resultado del trabajo de muchos especialistas durante varios años, encaminado a garantizar la uniformidad internacional en el campo de las unidades de medida y aprobó para el SMD el nombre de Sistema Práctico de Unidades de Medida (SPUM).

En 1960 la 11ª CGPM adopta para el SPUM el nombre de Sistema Internacional de Unidades (SI).

Como puede apreciarse, el SI no es un sistema nuevo sino una versión racionalizada del SMD; su forma superior y más acabada.

I.- RESISTENCIA AL ESFUERZO CORTANTE EN SUELOS

Todas las obras civiles se cimientan. Un diseño no adecuado de cimentación puede poner en riesgo a la estructura.



Al ingeniero civil le interesa:

- I. De la estructura: La estabilidad (estática y dinámica) durante el tiempo de servicio de la obra. Esta estabilidad depende de lo siguiente:
 - I.1. Del correcto acoplamiento estático con el suelo. Lo anterior implica:
 - I.1.a. Que no se rebasen las deformaciones admisibles para la cimentación.
 - I.1.b. Que no se rebase la resistencia estática del suelo
- II. Del suelo: Que junto con la cimentación se garantice la vida útil de la obra.
 - II.1. Características mecánicas estáticas
 - II.1.a. Deformación (tanto instantánea como a largo plazo) (volumétrica y desviadora)
 - II.1.b. Que no se rebase su resistencia estática
 - II.2. Características hidráulicas
 - II.2.a. Permeabilidad del suelo
 - II.2.b. Sentido del flujo y su variación con el tiempo

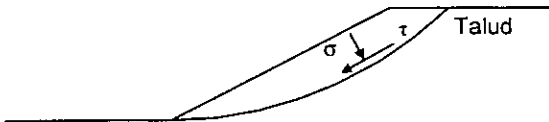
Para conocer las características estáticas de los suelos se realizan las siguientes pruebas en laboratorio:

- 1.- La prueba de consolidación unidimensional (reporta compresión y consolidación).
- 2.- Prueba de expansión unidimensional (suelos finos secos) (reporta expansibilidad).
- 3.- Pruebas triaxiales (reportan relaciones esfuerzo-deformación y resistencia).
- 4.- Pruebas de corte directo (reportan relaciones esfuerzo cortante-deformación y resistencia).
- 5.- Pruebas de permeabilidad.

Concepto de resistencia estática de un suelo.- Se define como resistencia de un suelo, a la máxima condición de falla compatible con el equilibrio estático.

Es costumbre probar a los suelos bajo la condición que le sea más desfavorable. Un suelo obtenido seco en campo puede aumentar su deformabilidad y reducir su resistencia si se humedece.

La falla en los suelos (por resistencia) se presenta en un plano donde actúan al mismo tiempo un esfuerzo normal y otro cortante.

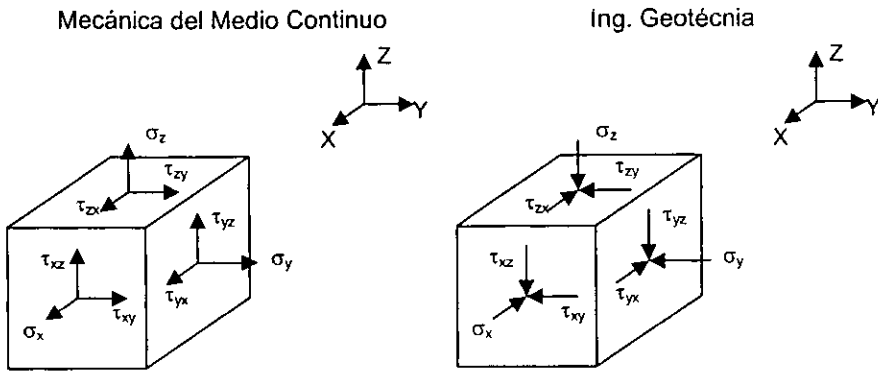


ESTADO DE ESFUERZO EN SUELOS

Convención de signos de esfuerzos

Dado que los suelos bajo condiciones de largo plazo, siempre se encuentran bajo compresiones, es costumbre cambiar la convención de signos con respecto a la Mecánica del Medio Continuo

Esfuerzos positivos:



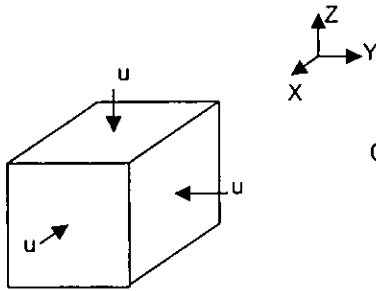
Se definen como esfuerzos positivos a aquellos que actuando en caras positivas, se les representa con sentido contrario al de su eje paralelo del sistema de referencia. Obsérvese que la convención es válida, tanto para esfuerzos normales como para esfuerzos cortantes.

Por otra parte, tenemos que el tensor esfuerzo está compuesto por las componentes escalares del vector esfuerzo que actúa en cada una de las tres caras positivas. La primera columna corresponde a las componentes en la cara x.

El tensor esfuerzo se escribe:

$$[\mathbf{T}_{ij}] = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{yx} & \tau_{zx} \\ \tau_{xy} & \sigma_y & \tau_{zy} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_z \end{bmatrix}$$

Bajo esta convención de signos, la presión hidrostática se puede representar con la simbología de ingeniería geotécnica, como se muestra a continuación:



Caso hidrostático

$$u = \rho_w g z$$

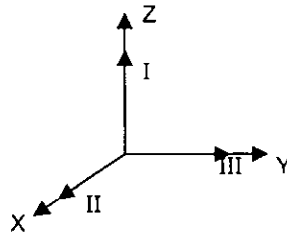
$$[U_{ij}] = \begin{bmatrix} u & 0 & 0 \\ 0 & u & 0 \\ 0 & 0 & u \end{bmatrix}$$

De acuerdo con la expresión de Terzaghi, el tensor esfuerzo efectivo resulta ser:

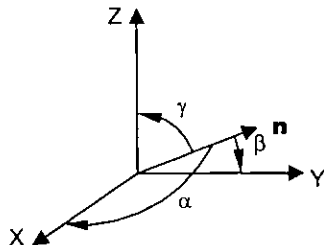
$$[\mathbf{T}'_{ij}] = [\mathbf{T}_{ij}] - [U_{ij}] = \begin{bmatrix} \sigma_x - u & \tau_{yx} & \tau_{zx} \\ \tau_{xy} & \sigma_y - u & \tau_{zy} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_z - u \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma'_x & \tau'_{yx} & \tau'_{zx} \\ \tau'_{xy} & \sigma'_y & \tau'_{zy} \\ \tau'_{xz} & \tau'_{yz} & \sigma'_z \end{bmatrix}$$

En ingeniería geotécnica, en la mayoría de las aplicaciones, el esfuerzo principal mayor es vertical, por lo que:

$$[\mathbf{T}'_{ij}] = \begin{bmatrix} \sigma_2 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_3 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_{HX} & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{HY} & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_V \end{bmatrix}$$



Concepto de versor.- El versor es un vector unitario referido al mismo sistema de referencia del tensor (XYZ), que define a un plano que se analiza.



Donde α , β y γ son los llamados ángulos directores del versor, el cual se representa de la siguiente manera:

$$\mathbf{n} = \cos\alpha \mathbf{i} + \cos\beta \mathbf{j} + \cos\gamma \mathbf{k}$$

Realizando una simplificación:

$$n_x = \cos\alpha$$

$$n_y = \cos\beta$$

$$n_z = \cos\gamma$$

$$\therefore \mathbf{n} = n_x \mathbf{i} + n_y \mathbf{j} + n_z \mathbf{k}$$

El cálculo de esfuerzos σ y τ asociados a un plano δ se realiza por medio de análisis vectorial.

Conocidos el tensor esfuerzo y el versor (del plano de análisis) se calcula el vector esfuerzo que actúa en ese plano.

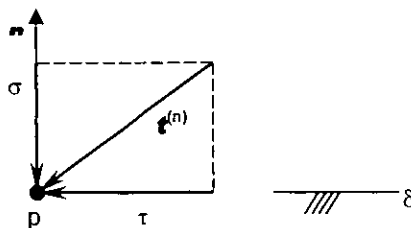
$$\{\mathbf{t}^{(n)}\} = [\mathbf{T}_{ij}] \{\mathbf{n}\} = \begin{Bmatrix} t_x^{(n)} \\ t_y^{(n)} \\ t_z^{(n)} \end{Bmatrix}$$

El esfuerzo normal se obtiene:

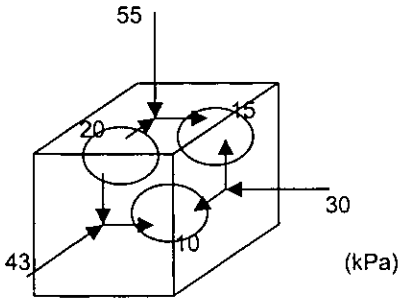
$$\sigma = \{\mathbf{n}\}^T \{\mathbf{t}^{(n)}\}$$

El esfuerzo cortante, que se escribe en el espacio con doble signo, se puede obtener aplicando el teorema de Pitágoras:

$$\tau = \pm \sqrt{(t_x^{(n)})^2 + (t_y^{(n)})^2 + (t_z^{(n)})^2 - \sigma^2}$$



Ejemplo:

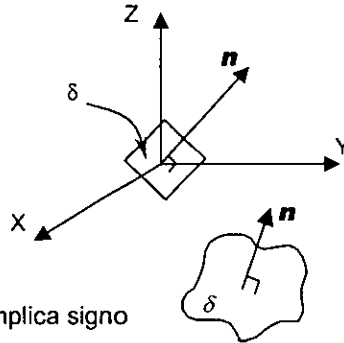


$$\mathbf{n} = \frac{1}{3}\mathbf{i} + \frac{2}{3}\mathbf{j} - \frac{2}{3}\mathbf{k}$$

Calcule los valores de los esfuerzos normal y cortante, actuantes en el plano δ definido por el vector \mathbf{n} mostrado, a partir del cubo diferencial que se propone.

1.- Se forma el tensor esfuerzo

$$[\boldsymbol{\tau}_{ij}] = \begin{bmatrix} 43 & -10 & 20 \\ -10 & 30 & -15 \\ 20 & -15 & 55 \end{bmatrix} \text{ (kPa)}$$



Con sentido contrario al eje de referencia, implica signo positivo.

Recordando que para Geotecnia:

Compresiones (+)

Tensiones (-)

2.- Se define el plano δ proponiendo el vector

$$\mathbf{n} = \frac{1}{3}\mathbf{i} + \frac{2}{3}\mathbf{j} - \frac{2}{3}\mathbf{k} ; \{\mathbf{n}\} = \begin{Bmatrix} 1/3 \\ 2/3 \\ -2/3 \end{Bmatrix}$$

3.-Se calcula el vector esfuerzo asociado al plano

$$\{\mathbf{t}^{(n)}\} = [\mathbf{T}_{ij}^{(n)}]\{\mathbf{n}\} = \begin{bmatrix} 43 & -10 & 20 \\ -10 & 30 & -15 \\ 20 & -15 & 55 \end{bmatrix} \text{kPa} \begin{Bmatrix} 1/3 \\ 2/3 \\ -2/3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -5,67 \\ 26,67 \\ -40 \end{Bmatrix} \text{kPa}$$

4.- Se calcula el esfuerzo normal

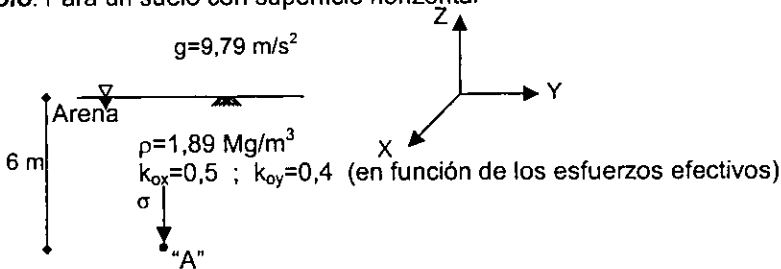
$$\sigma = \{\mathbf{n}\}^T \{\mathbf{t}^{(n)}\} = \left\{ \frac{1}{3} \quad \frac{2}{3} \quad -\frac{2}{3} \right\} \begin{Bmatrix} -5,67 \\ 26,67 \\ -40 \end{Bmatrix} \text{kPa}$$

$$\sigma \approx 42,56 \text{ kPa}$$

5.- Se calcula el valor del esfuerzo cortante

$$\begin{aligned} \tau &= \pm \sqrt{(t_x^{(n)})^2 + (t_y^{(n)})^2 + (t_z^{(n)})^2 - \sigma^2} \\ &= \pm \sqrt{(-5,667)^2 + (26,67)^2 + (-40)^2 - (42,56)^2} \\ \tau &\approx \pm 23,07 \text{ kPa} \end{aligned}$$

Ejemplo: Para un suelo con superficie horizontal



Calcule para el punto A los esfuerzos normal efectivo y cortante asociados a un plano cuyo vector normal es:

$$\mathbf{V} = -i + 2j + 3k$$

Calculando el esfuerzo vertical total, la presión de poro y el esfuerzo vertical efectivo en el punto A tenemos:

$$\sigma_v = \rho g z = (1,89 \text{ Mg/m}^3)(9,79 \text{ m/s}^2)(6 \text{ m}) \approx 111,02 \text{ kPa}$$

$$u = \rho_w g z = (1 \text{ Mg/m}^3)(9,79 \text{ m/s}^2)(6 \text{ m}) = 58,74 \text{ kPa}$$

$$\sigma'_v = \sigma_v - u = 111,02 \text{ kPa} - 58,74 \text{ kPa} = 52,28 \text{ kPa}$$

Los esfuerzos efectivos horizontales serían:

$$\sigma'_{Hx} = k_{ax} \sigma'_v = 0,5(52,28 \text{ kPa}) = 26,14 \text{ kPa}$$

$$\sigma'_{Hy} = k_{ay} \sigma'_v = 0,4(52,28 \text{ kPa}) \approx 20,91 \text{ kPa}$$

El tensor esfuerzo efectivo en este caso queda:

$$[\mathbf{T}'_{ij}] = \begin{bmatrix} 26,13 & 0 & 0 \\ 0 & 20,90 & 0 \\ 0 & 0 & 52,26 \end{bmatrix} \text{ kPa}$$

Calculando los esfuerzos horizontales totales, tenemos:

$$\sigma_{Hx} = 26,13 \text{ kPa} + 58,74 \text{ kPa} = 84,87 \text{ kPa}$$

$$\sigma_{Hy} = 20,90 \text{ kPa} + 58,74 \text{ kPa} = 79,64 \text{ kPa}$$

Por otra parte, tenemos que el versor \mathbf{n} queda:

$$\mathbf{n} = \frac{\mathbf{V}}{|\mathbf{V}|} = \frac{-i + 2j + 3k}{\sqrt{14}} = -0,2676i + 0,5345j + 0,8018k$$

Cálculo del vector esfuerzo:

$$\{\mathbf{t}^{(n)}\} = \begin{bmatrix} 26,13 & 0 & 0 \\ 0 & 20,90 & 0 \\ 0 & 0 & 52,26 \end{bmatrix} \text{ kPa} \begin{Bmatrix} -0,2676 \\ 0,5345 \\ 0,8018 \end{Bmatrix} \approx \begin{Bmatrix} -6,99 \\ 11,19 \\ 41,90 \end{Bmatrix} \text{ kPa}$$

Por último, calculando el esfuerzo normal efectivo y el cortante, tenemos:

$$\sigma' = \{-0,2676 \quad 0,5345 \quad 0,8018\} \begin{Bmatrix} -6,99 \\ 11,17 \\ 41,90 \end{Bmatrix} \text{ kPa}$$

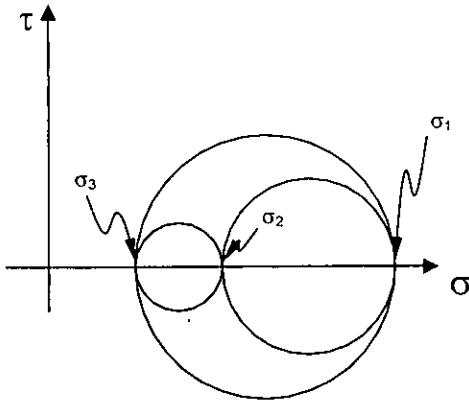
$$\sigma' \approx 41,43 \text{ kPa}$$

$$\tau = \pm \sqrt{(-6,99)^2 + (11,17)^2 + (41,90)^2 - (41,43)^2}$$

$$\tau \approx \pm 14,59 \text{ kPa}$$

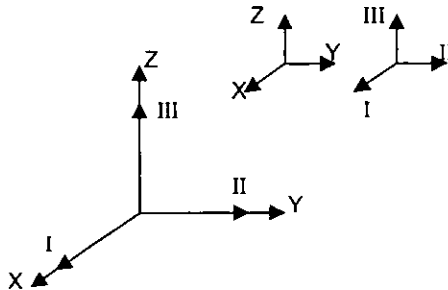
Solución gráfica en el espacio

Si $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3 > 0$



La solución gráfica exige partir de un tensor principal y ordenado, como el mostrado:

$$[\mathbf{T}_{ij}] = \begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 \end{bmatrix}$$



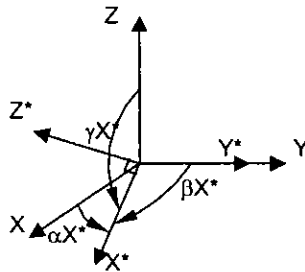
Si el tensor de que se dispone no cumple con ser principal y ordenado, se requiere realizar una rotación. Esta rotación logra ubicar un nuevo sistema de referencia, respecto del cual, el estado de esfuerzo se representa por un tensor principal y ordenado. La rotación se aplica también al versor, para pasar del sistema de referencia original al nuevo sistema.

La rotación de un tensor o de un versor se logra operando matricialmente con la llamada matriz de rotación.

Dicha matriz de rotación se forma colocando en forma de columna los versores que tienen el sentido de cada uno de los ejes del nuevo sistema de referencia al que llamaremos ($X^* Y^* Z^*$)

$$\{a_{ij}\} = \text{matriz de rotación}$$

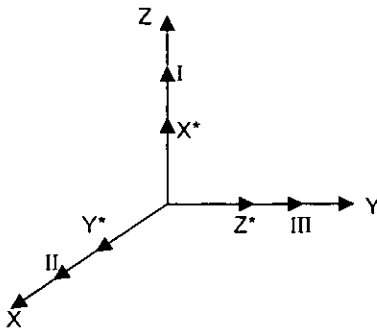
$$\{a_{ij}\} = \begin{Bmatrix} n_x X^* & n_x Y^* & n_x Z^* \\ n_y X^* & n_y Y^* & n_y Z^* \\ n_z X^* & n_z Y^* & n_z Z^* \end{Bmatrix}$$



$$\{a_{ij}\} = \begin{Bmatrix} \cos \alpha X^* & \cos \alpha Y^* & \cos \alpha Z^* \\ \cos \beta X^* & \cos \beta Y^* & \cos \beta Z^* \\ \cos \gamma X^* & \cos \gamma Y^* & \cos \gamma Z^* \end{Bmatrix}$$

En la aplicación de este escrito: $\sigma_1 = \sigma_v$

Debido a que como se dijo anteriormente, el esfuerzo principal mayor en suelos siempre se supone vertical, se tendrá la siguiente relación de sistemas de referencia.



La matriz de rotación en este caso sería:

$$\{\mathbf{a}_{ij}\} = \begin{Bmatrix} \cos 90^\circ & \cos 0^\circ & \cos 90^\circ \\ \cos 90^\circ & \cos 90^\circ & \cos 0^\circ \\ \cos 0^\circ & \cos 90^\circ & \cos 90^\circ \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{Bmatrix}$$

Esta matriz de rotación principalmente nos permite conocer las nuevas componentes del versor, el cual podría representar a un plano donde quisiéramos conocer los valores de σ y τ actuantes.

Tensor asterisco y versor asterisco

$$\{\mathbf{T}^*\}_{ij} = \{\mathbf{a}_{ij}\}^T [\mathbf{T}_{ij}] \{\mathbf{a}_{ij}\}$$

$$\{\mathbf{n}^*\} = \{\mathbf{a}_{ij}\}^T \{\mathbf{n}\}$$

Ejemplo: Suponga que el tensor esfuerzo total de un punto en el suelo tuviera la forma:

$$[\mathbf{T}_{ij}] = \begin{bmatrix} 60 & 0 & 0 \\ 0 & 30 & 0 \\ 0 & 0 & 100 \end{bmatrix} \text{ kPa} \quad \begin{array}{l} \text{Tensor principal no} \\ \text{ordenado} \end{array}$$

Se desea obtener gráficamente los valores de los esfuerzos σ y τ que actúan en un plano δ que corta al punto y que es normal al vector:

$$\mathbf{V} = 2\mathbf{i} - 2\mathbf{j} + 2\mathbf{k} \quad \therefore \quad \mathbf{n} = \frac{2\mathbf{i} - 2\mathbf{j} + \mathbf{k}}{\sqrt{9}} = \frac{2}{3}\mathbf{i} - \frac{2}{3}\mathbf{j} + \frac{1}{3}\mathbf{k}$$

el tensor y el versor, se forman respecto del mismo sistema de referencia.

Para poder entrar a la solución gráfica, se debe calcular el tensor principal y ordenado que representa al mismo estado de esfuerzo y transformar al versor original a uno que este definido respecto del mismo sistema de referencia que produce el tensor principal y ordenado.

Operando para obtener el tensor principal y ordenado:

$$[T_{ij}]\{a_{ij}\} = \begin{bmatrix} 60 & 0 & 0 \\ 0 & 30 & 0 \\ 0 & 0 & 100 \end{bmatrix} \text{kPa} \begin{Bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 & 60 & 0 \\ 0 & 0 & 30 \\ 100 & 0 & 0 \end{Bmatrix} \text{kPa}$$

Transponiendo ($\{a_{ij}\}^T [T_{ij}] \{a_{ij}\}$)

$$[T^*_{ij}] = \begin{Bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} 0 & 60 & 0 \\ 0 & 0 & 30 \\ 100 & 0 & 0 \end{Bmatrix} \text{kPa} = \begin{bmatrix} 100 & 0 & 0 \\ 0 & 60 & 0 \\ 0 & 0 & 30 \end{bmatrix} \text{kPa}$$

El versor transformado queda:

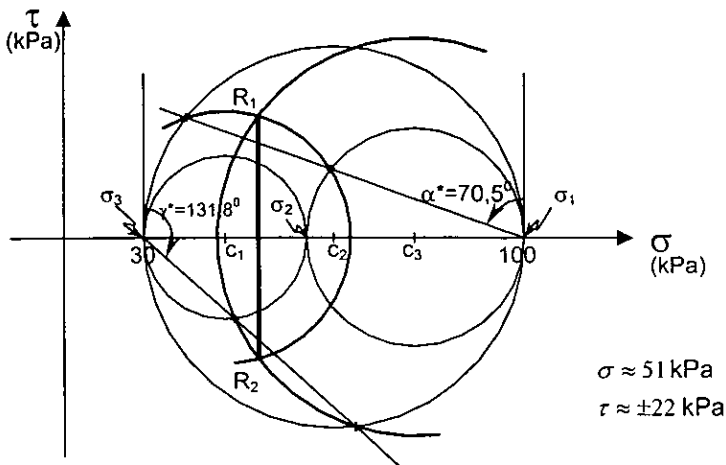
$$\{n^*\} = \{a_{ij}\}^T \{n\} = \begin{Bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} 2/3 \\ -2/3 \\ 1/3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 1/3 \\ 2/3 \\ -2/3 \end{Bmatrix} \Rightarrow n^* = \frac{1}{3}i + \frac{2}{3}j - \frac{2}{3}k$$

De acuerdo con los datos del versor transformado:

$$\alpha^* = \cos^{-1} n^*_x = \cos^{-1} \frac{1}{3} \approx 70,5^\circ$$

$$\gamma^* = \cos^{-1} n^*_z = \cos^{-1} -\frac{2}{3} \approx 131,8^\circ$$

Con estos datos ya podríamos resolver lo que se pide en el ejemplo:



Este resultado se debe parecer mucho al que reporte el método analítico tensorial, operando el tensor y el versor originales.

$$\{\sigma^{(n)}\} = \begin{bmatrix} 60 & 0 & 0 \\ 0 & 30 & 0 \\ 0 & 0 & 100 \end{bmatrix} \text{ kPa} \begin{Bmatrix} 2/3 \\ -2/3 \\ 1/3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 40 \\ -20 \\ 100/3 \end{Bmatrix} \text{ kPa}$$

$$\sigma = \left\{ \frac{2}{3} \quad -\frac{2}{3} \quad \frac{1}{3} \right\} \begin{Bmatrix} 40 \\ -20 \\ 100/3 \end{Bmatrix} \text{ kPa} = \frac{80}{3} + \frac{40}{3} + \frac{100}{9} \approx 51,11 \text{ kPa}$$

$$\tau = \pm \sqrt{(40)^2 + (-20)^2 + (100/3)^2 - (51,11)^2}$$

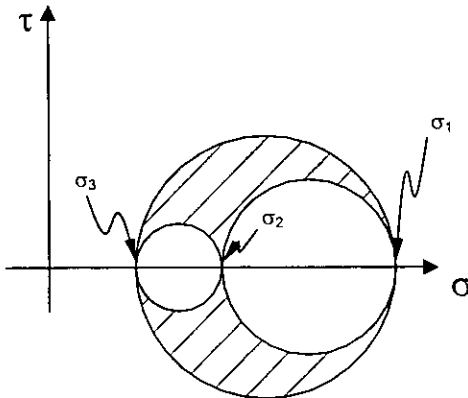
$$\tau \approx \pm 22,34 \text{ kPa}$$

ANÁLISIS PLANO DE ESFUERZO

Válido para:

$$\sigma_1 = \sigma_2 > \sigma_3$$

$$\sigma_1 > \sigma_2 = \sigma_3$$



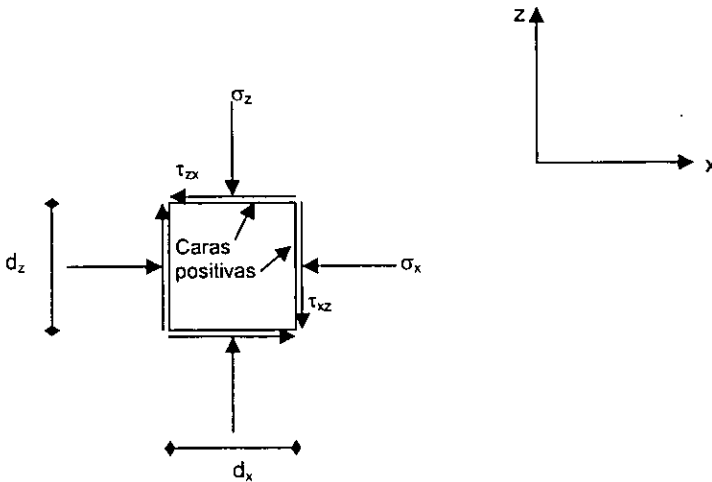
$$[T_{ij}] = \begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 \end{bmatrix}$$

$\sigma_1 = \sigma_2 \rightarrow \begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 \\ 0 & \sigma_3 \end{bmatrix}$ Para trabajar en el plano
 $\sigma_2 = \sigma_3 \rightarrow \begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 \\ 0 & \sigma_3 \end{bmatrix}$

La ventaja que se tiene cuando se pasa de un análisis tridimensional a un análisis plano, consiste en poder asignar signo único al esfuerzo cortante.

MÉTODO ANALÍTICO TENSORIAL EN ANÁLISIS PLANO DE ESFUERZOS

A continuación se muestra un cuadrado diferencial donde todos los esfuerzos mostrados son positivos, con la convención de signos de ingeniería geotécnica.



La convención de signos dice: Son positivos los esfuerzos que actuando en caras positivas, tienen sentido contrario al de su eje paralelo en el sistema de referencia.

Algo que se gana cuando se hace análisis plano de esfuerzo, consiste en que en este caso, sí es posible asignar signo único al esfuerzo cortante.

En el método analítico tensorial de este caso, se opera en forma análoga al método tridimensional.

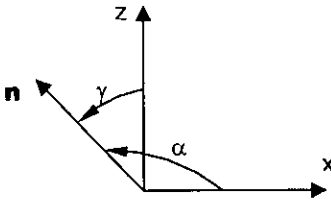
A partir de lo anterior, tenemos:

1.- Tensor

$$[\mathbf{T}_{ij}] = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xz} \\ \tau_{xz} & \sigma_z \end{bmatrix}$$

cara x cara z

2.- Versor



$$\mathbf{n} = n_x \mathbf{i} + n_z \mathbf{k}$$

Donde:

$$n_x = \cos \alpha$$

$$n_z = \cos \gamma$$

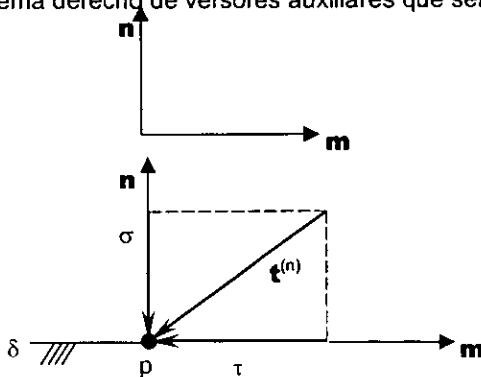
3.- El vector esfuerzo en este caso queda:

$$\{\mathbf{t}^{(n)}\} = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xz} \\ \tau_{xz} & \sigma_z \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} n_x \\ n_z \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} t_x^{(n)} \\ t_z^{(n)} \end{Bmatrix}$$

4.- El valor del esfuerzo normal se calcula como:

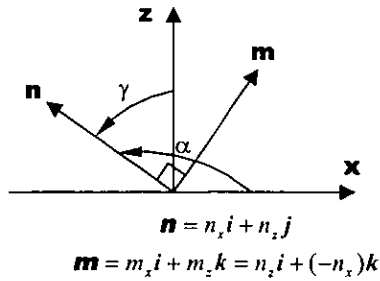
$$\sigma = \{\mathbf{n}\}^T \{\mathbf{t}^{(n)}\}$$

Se introduce el sistema derecho de versores auxiliares que será:

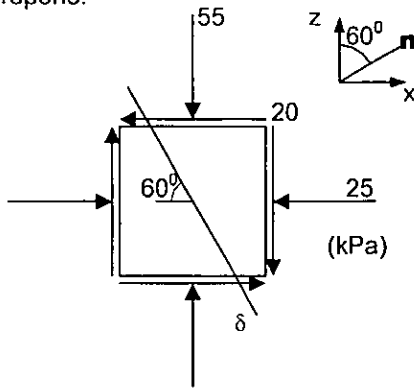


El valor correcto del esfuerzo cortante, se puede obtener por medio, también, de un producto punto:

$$\tau = \{\mathbf{m}\}^T \{\mathbf{t}^{(n)}\}$$



Ejemplo: Aplicando el método analítico tensorial, a análisis plano de esfuerzos, calcule los valores de σ y τ que actúan en el plano δ que se muestra en el cuadro diferencial que se propone.



1.- Se forma el tensor

$$[\mathbf{T}_{ij}] = \begin{bmatrix} 25 & 20 \\ 20 & 55 \end{bmatrix} \text{ kPa}$$

2.- Se deduce el versor

$$\begin{aligned} \mathbf{n} &= \cos 30^\circ \mathbf{i} + \cos 60^\circ \mathbf{j} \\ \mathbf{n} &= \frac{\sqrt{3}}{2} \mathbf{i} + \frac{1}{2} \mathbf{k} \approx 0,866 \mathbf{i} + 0,5 \mathbf{k} \\ \therefore \mathbf{m} &\approx 0,5 \mathbf{i} - 0,866 \mathbf{k} \end{aligned}$$

3.- Se calcula el vector esfuerzo

$$\{\mathbf{t}^{(n)}\} = \begin{bmatrix} 25 & 20 \\ 20 & 55 \end{bmatrix} \text{ kPa} \begin{Bmatrix} 0,866 \\ 0,500 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 31,65 \\ 44,82 \end{Bmatrix} \text{ kPa}$$

4.- Se calcula el esfuerzo normal

$$\sigma = \{0,866 \quad 0,5\} \begin{Bmatrix} 31,65 \\ 44,82 \end{Bmatrix} \text{ kPa}$$

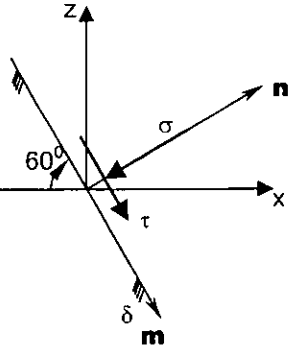
$$\sigma \approx 49,82 \text{ kPa}$$

5.- Se calcula el esfuerzo cortante

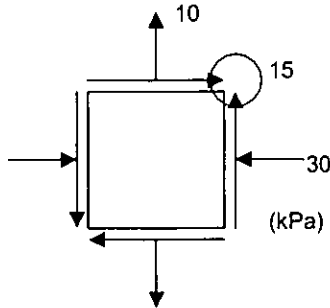
$$\tau = \{\mathbf{m}\}^T \{\mathbf{e}^{(n)}\} = \{0,5 \quad -0,866\} \begin{Bmatrix} 31,65 \\ 44,82 \end{Bmatrix} \text{ kPa}$$

$$\tau \approx -22,99 \text{ kPa}$$

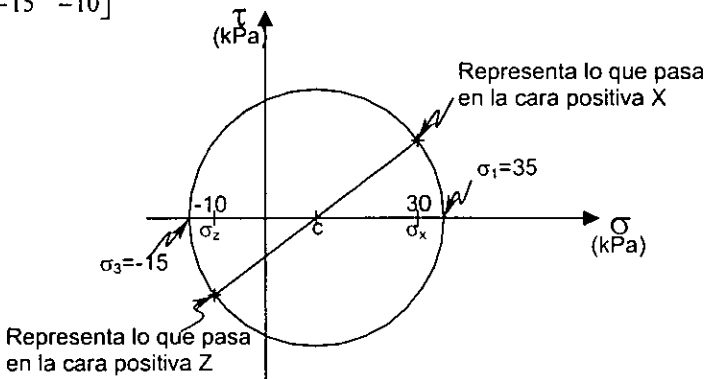
Con la convención de Ingeniería Geotécnica, el sentido de σ es contrario al de \mathbf{n} por ser positivo. Como el cortante es negativo, se dibuja con el mismo sentido del versor \mathbf{m} .



Ejemplo: Dibujar la circunferencia visible en el plano de Mohr, asociada al cuadro diferencial mostrado:



$$[\mathbf{T}_{ij}] = \begin{bmatrix} 30 & -15 \\ -15 & -10 \end{bmatrix} \text{ kPa}$$



Tenemos como reglas que:

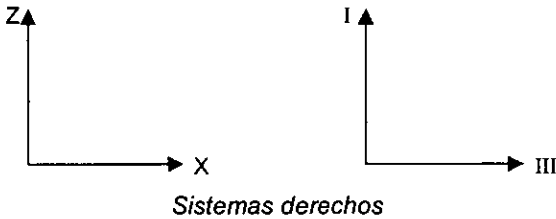
- a) Asociado a σ_x , se dibuja el punto con signo de cortante contrario a como está en el tensor.
- b) Asociado a σ_z , el punto se dibuja con cortante con mismo signo a como aparece en el tensor.

Gráficamente se pueden ubicar los valores de los esfuerzos principales, donde la circunferencia corta al eje de los esfuerzos normales.

MÉTODO GRÁFICO DEL POLO FIJO

(Del Dr. Dagoberto de la Serna)

Este método permite introducir los sistemas de referencia (en uso y principal), dentro del plano de Mohr. Los sistemas de referencia en ingeniería geotécnica y en análisis planos de esfuerzos son:



Este método es aplicable a análisis planos de esfuerzos.

Pasos a seguir en la aplicación de este método:

- 1.- A partir del cuadrado diferencial se obtiene el tensor. Se dibuja la circunferencia como se vio antes, eligiendo una escala adecuada.
- 2.- Donde la circunferencia interseca al eje de los esfuerzos normales, se pueden ubicar gráficamente los valores de σ_1 y σ_3 , es decir, el esfuerzo principal mayor y el esfuerzo principal menor.
- 3.- En éste método, el polo siempre se ubica en el punto que representa a σ_3 .
- 4.- En éste método, el eje que representa al esfuerzo principal mayor (I) tiene la misma dirección y sentido del eje σ .

5.- La dirección del esfuerzo principal menor (III) se coloca a partir del polo con sentido contrario al del eje τ .

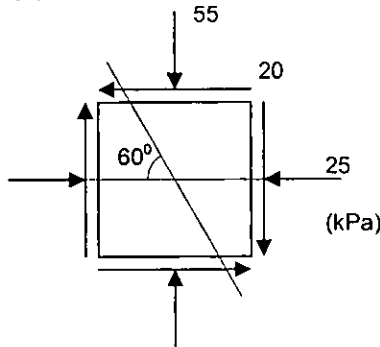
6.- Con una línea recta se unen al polo con el punto $[\sigma_x, -(\tau_{xz})]$. Esta línea representa la dirección del eje X, aunque de momento no se decida su sentido.

7.- Con otra línea recta se unen al polo con el punto (σ_z, τ_{zx}) . Esta línea representa la dirección del eje Z, aunque también de momento no se defina su sentido.

8.- Para definir el sentido correcto de los ejes del sistema de referencia "XZ", en este curso se debe cumplir que formen sistema derecho y además que se logre centrar lo más posible, los primeros cuadrantes de los sistemas de referencia "XZ" y "III" "I".

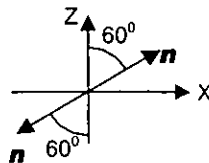
9.- Si se desea obtener el valor correcto de los esfuerzos σ y τ actuantes en un plano δ definido por el versor \mathbf{n} , basta con orientar gráficamente y partiendo del polo al versor, en la misma forma que se tendría en el cuadrado diferencial. Como condición se debe elegir (de los posibles), el versor que apunte hacia la circunferencia. El punto que resulta de la intersección del versor con la circunferencia, indica gráficamente los valores buscados.

Ejemplo: Usando el método del polo fijo, obtenga los valores de σ y τ que actúan en el plano δ propuesto en el cuadro diferencial mostrado:

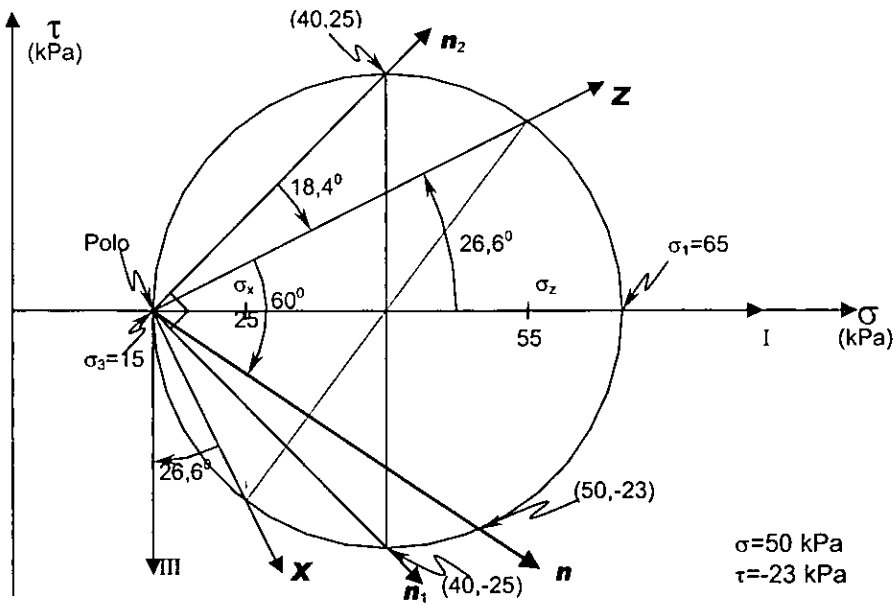


Tenemos que el tensor resulta ser:

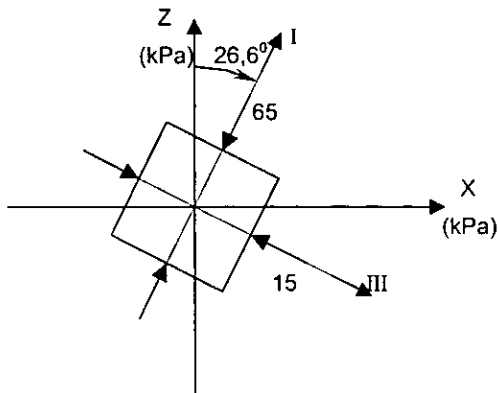
$$[\mathbf{T}_{ij}] = \begin{bmatrix} 25 & 20 \\ 20 & 55 \end{bmatrix} \text{ kPa}$$



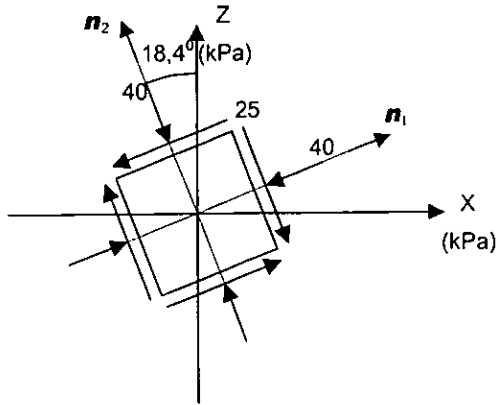
La circunferencia resultante es:



Dibuje un cuadrado diferencial, orientado respecto del sistema XZ indicando el sentido correcto de los esfuerzos principales.



Dibuje en un cuadrado orientado, los sentidos correctos de los esfuerzos cortantes máximos y su normal asociado.



RELACIÓN ENTRE SOLUCIONES GRÁFICAS

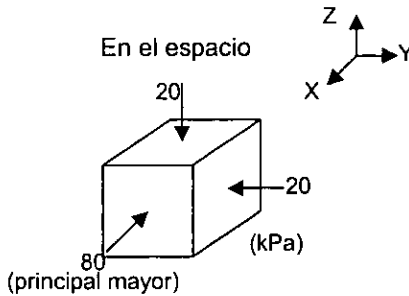
(Tridimensional y de análisis plano con polo fijo)

Para la comparación se requiere poder tener tensores principales y ordenados

$$[\mathbf{T}_{ij}] = \begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 \end{bmatrix} \begin{array}{l} \nearrow \sigma_1 = \sigma_2 \\ \searrow \sigma_2 = \sigma_3 \end{array} \begin{array}{l} \begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 \\ 0 & \sigma_3 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 \\ 0 & \sigma_3 \end{bmatrix} \end{array}$$

Se propone revisar la equivalencia por medio de un ejemplo.

Ejemplo: A partir del elemento diferencial que se muestra a continuación, obtenga los valores de σ y τ actuantes en el plano δ definido por \mathbf{n} .



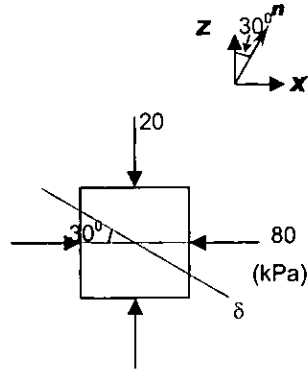
$$\mathbf{n} = \frac{1}{2}\mathbf{i} + 0\mathbf{j} + \frac{\sqrt{3}}{2}\mathbf{k}$$

$$\alpha = \cos^{-1} n_x = \cos^{-1} \frac{1}{2} = 60^\circ$$

$$\gamma = \cos^{-1} n_z = \cos^{-1} \frac{\sqrt{3}}{2} = 30^\circ$$

$$[\mathbf{T}_{ij}] = \begin{bmatrix} 80 & 0 & 0 \\ 0 & 20 & 0 \\ 0 & 0 & 20 \end{bmatrix} \text{ kPa}$$

En el plano



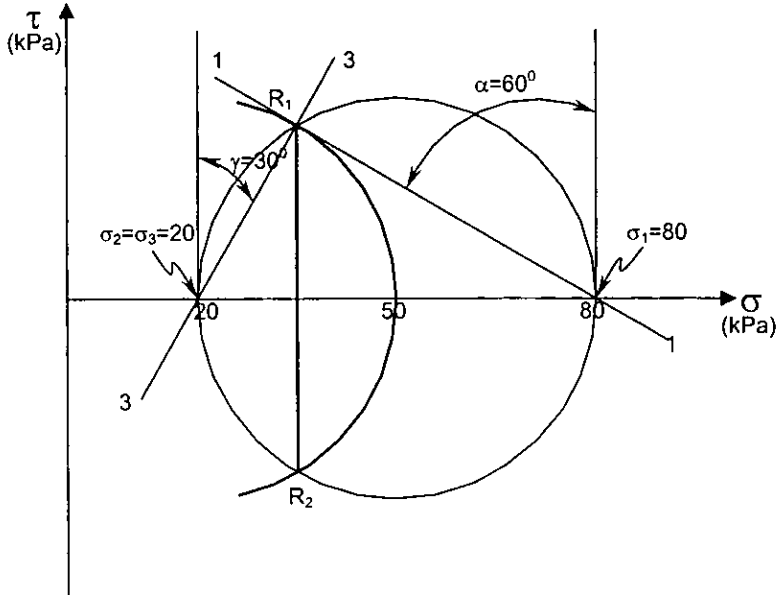
$$\mathbf{n} = \frac{1}{2}\mathbf{i} + \frac{\sqrt{3}}{2}\mathbf{k}$$

$$[\mathbf{T}_{ij}] = \begin{bmatrix} 80 & 0 \\ 0 & 20 \end{bmatrix} \text{ kPa}$$

Solución gráfica tridimensional

Calculando los valores de α y γ , tenemos:

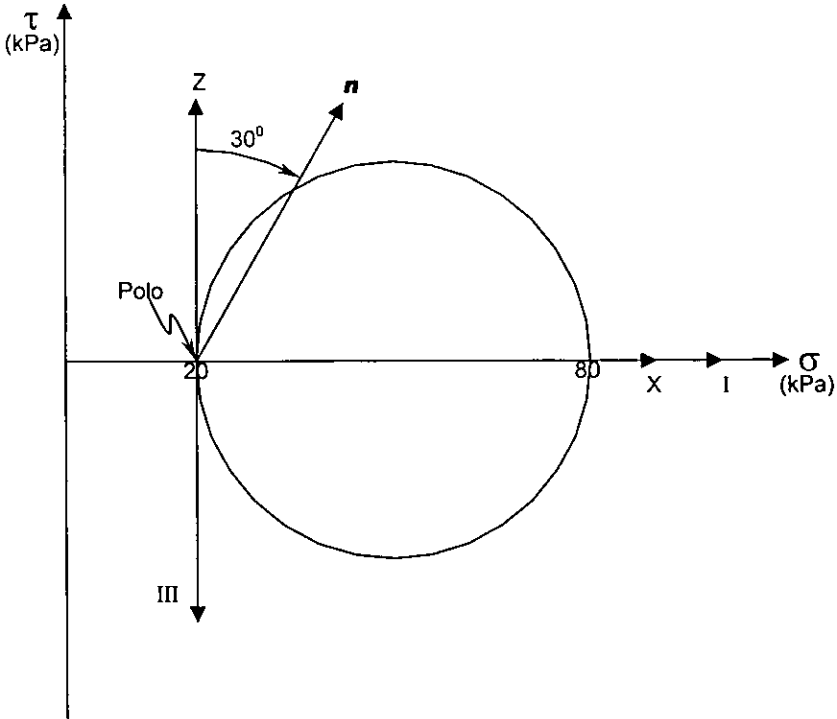
$$\alpha = \cos^{-1} \frac{1}{2} = 60^\circ \quad ; \quad \gamma = \cos^{-1} \frac{\sqrt{3}}{2} = 30^\circ$$



La solución gráfica tridimensional da como resultado lo siguiente:

$$\sigma = 35 \text{ kPa} \quad ; \quad \tau = \pm 26 \text{ kPa}$$

Solución gráfica en análisis plano

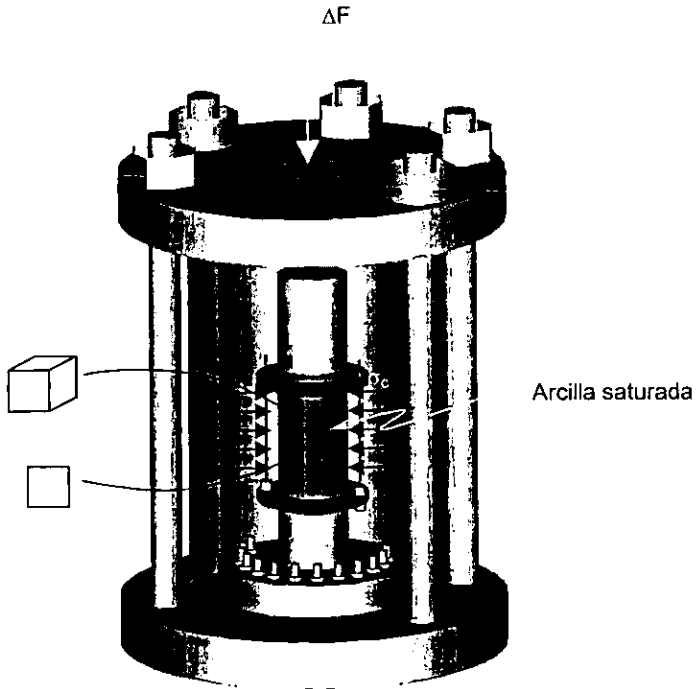


La solución gráfica en análisis plano da como resultado lo siguiente:

$$\sigma = 35 \text{ kPa} \quad ; \quad \tau = 26 \text{ kPa}$$

PRUEBAS TRIAXIALES EN SUELOS
(Aplican esfuerzos principales)

Cámara triaxial (Arturo Casagrande)



PRUEBAS TRIAXIALES

a) Clasificación de acuerdo a como se aplican esfuerzos (En 2ª etapa)

Pruebas de compresión
 $\sigma_2 = \sigma_3$

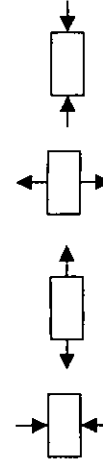
Aumentando esfuerzo axial

Disminuyendo esfuerzo radial

Pruebas de extensión
 $\sigma_1 = \sigma_2$

Disminuyendo esfuerzo axial

Aumentando esfuerzo radial



b) Clasificación de acuerdo a condiciones de drenaje

1ª etapa; Consolidada

2ª etapa; Drenada

CD

1ª etapa; Consolidada

2ª etapa; No Drenada

CU

1ª etapa; No Consolidada

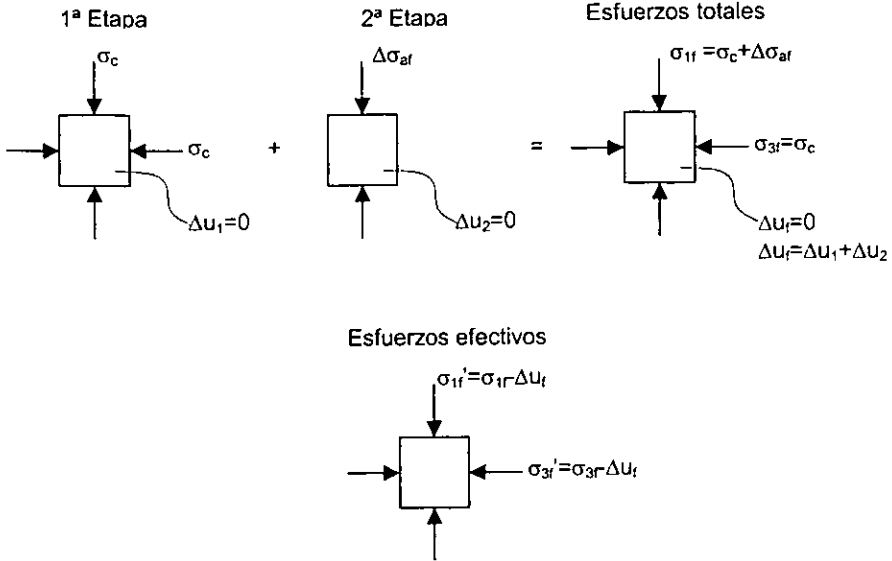
2ª etapa; No Drenada

UU

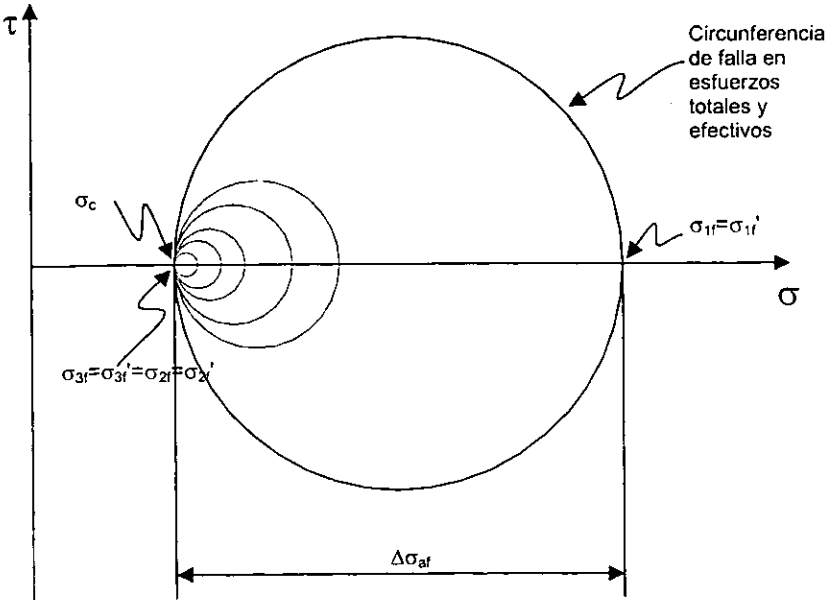
ESQUEMA DE PRUEBA CD

De compresión aumentando esfuerzo axial.

La pruebas de compresión, son la más comunes de realizar.



Representación en el plano de Mohr de la prueba de compresión aumentando el esfuerzo axial (CD).



Donde:

σ_c = Esfuerzo de confinamiento o de celda.

Δu = Incremento de presión hidrostática.

$\Delta \sigma_a$ = Incremento al esfuerzo axial.

$$\sigma_{1f} - \sigma_{3f} = \overbrace{\sigma_c + \Delta \sigma_{af}}^{\sigma_{1f}} - \overbrace{\sigma_c}^{\sigma_{3f}}$$

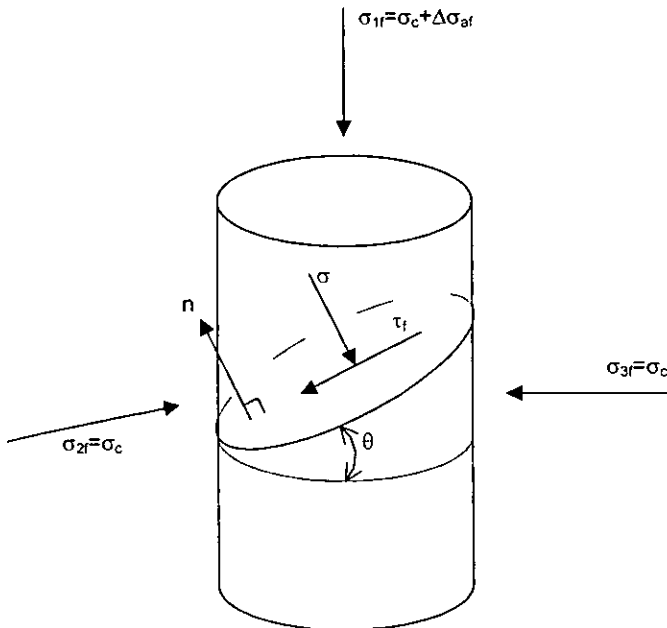
$\Delta \sigma_{af} = \sigma_{1f} - \sigma_{3f}$ = Diámetro de la circunferencia de Mohr en condición de falla

Para condiciones anteriores a la falla:

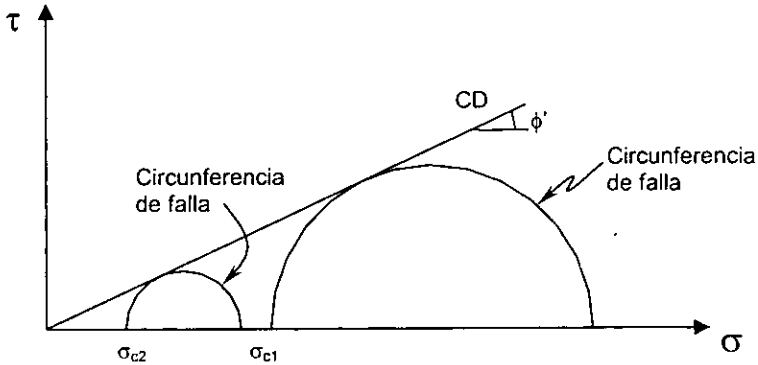
$$\Delta \sigma_a = \sigma_1 - \sigma_3$$

PRUEBA TRIAXIAL (CD)
(Arenaseca limpia de finos)

Prueba de compresión aumentando esfuerzo axial



La resistencia de esta arena depende exclusivamente de su ángulo de fricción interna.



ϕ' = Ángulo de fricción interna

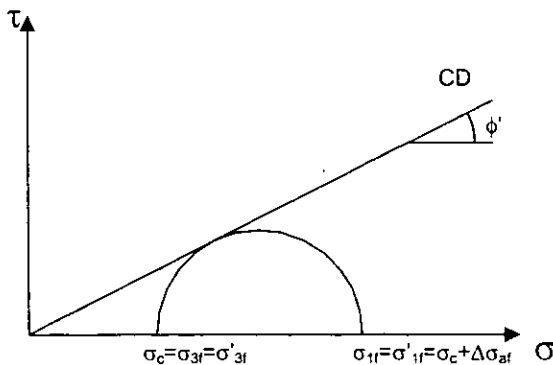
$\phi' = f(C_R\%)$

$C_R\%$ = Porcentaje de compacidad o compacidad relativa

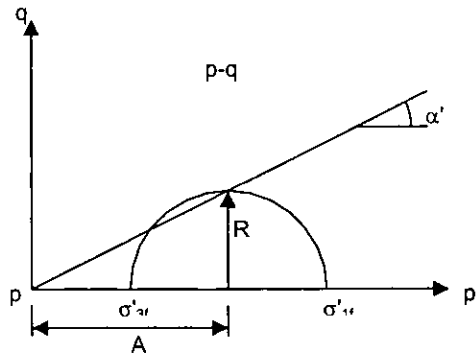
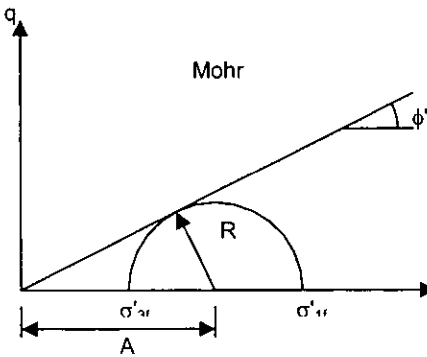
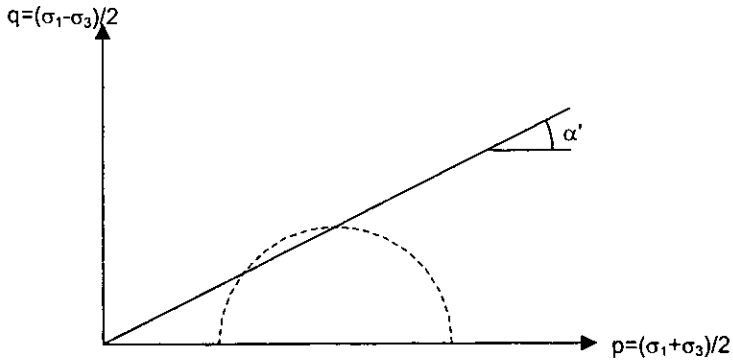
ϕ' Arena suelta \approx Ángulo de reposo de la misma arena

El plano p-q

En el plano de Mohr



En el plano p-q



Para plano de Mohr

$$\frac{R}{A} = \text{sen } \phi'$$

;

Para plano p-q

$$\frac{R}{A} = \text{tg } \alpha'$$

Igualando:

$$\text{sen } \phi' = \text{tg } \alpha'$$

$$\phi' = \text{sen}^{-1} \text{tg } \alpha'$$

$$R = \frac{\sigma'_{1f} - \sigma'_{3f}}{2} \quad ; \quad z = \frac{\sigma'_{1f} + \sigma'_{3f}}{2}$$

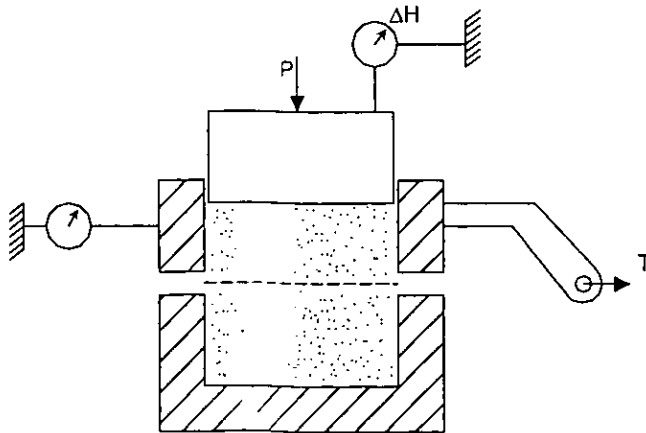
$$\frac{R}{A} = \operatorname{tg} \alpha' = \frac{(\sigma'_{1f} - \sigma'_{3f})}{(\sigma'_{1f} + \sigma'_{3f})} = \frac{\sigma'_{1f} - \sigma'_{3f}}{\sigma'_{1f} + \sigma'_{3f}}$$

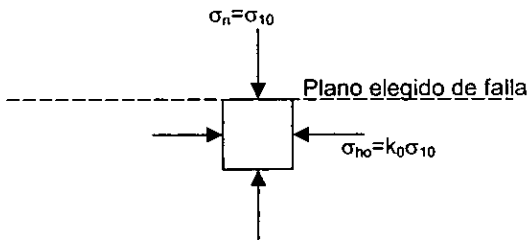
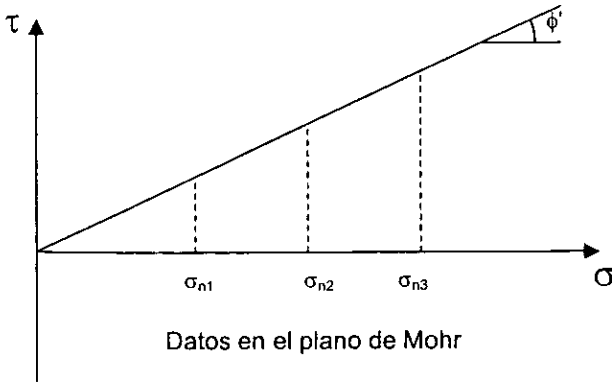
$$\phi' = \operatorname{sen}^{-1} \frac{\sigma'_{1f} - \sigma'_{3f}}{\sigma'_{1f} + \sigma'_{3f}} \quad \Xi \text{ esfuerzos efectivos}$$

Por analogía, en esfuerzos totales

$$\phi = \operatorname{sen}^{-1} \frac{\sigma_{1f} - \sigma_{3f}}{\sigma_{1f} + \sigma_{3f}}$$

APARATO DE CORTE DIRECTO





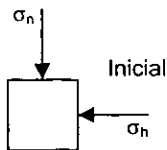
Ejemplo: Se realiza una prueba de corte directo en arena seca, limpia de finos. El esfuerzo vertical que permanece durante la prueba es de 40 kPa. En el momento de la falla el cortante que la produce alcanza un valor de 30 kPa. De esta arena se sabe que su K_0 vale 0,5.

Dibuje en el plano de Mohr la circunferencia que representa a la condición inicial (antes de aplicar el esfuerzo cortante). Obtenga también la circunferencia que representa a la condición de falla y evalúe los esfuerzos principales de falla y el esfuerzo normal horizontal en el momento de la falla.

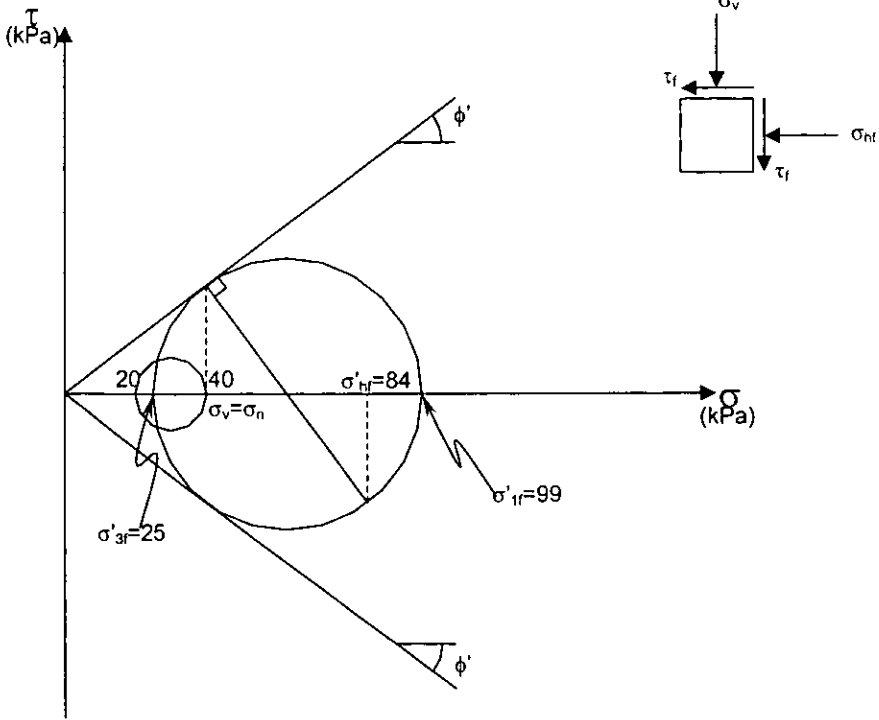
$$\sigma_v = \sigma_n = 40 \text{ kPa}$$

$$\tau_f = 30 \text{ kPa}$$

$$K_0 = 0,5$$



$$\sigma_h = K_0 \sigma_v = 0,5(40 \text{ kPa}) = 20 \text{ kPa}$$



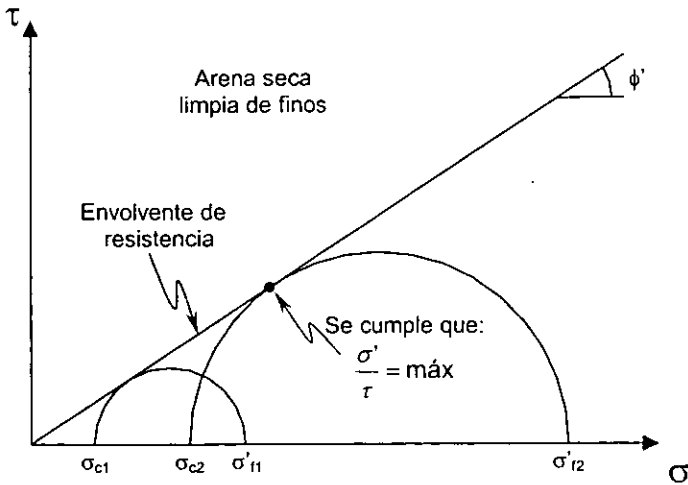
$$\sigma_{10} = \sigma_v = 40 \text{ kPa}$$

;

$$\sigma_{30} = \sigma_{20} = 20 \text{ kPa}$$

Observe que el esfuerzo horizontal en el momento de la falla, es más del doble que el esfuerzo vertical.

Retomando, de pruebas triaxiales:

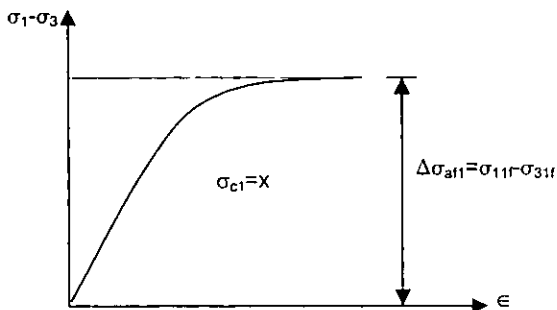


(Se prueba sin confinamiento)

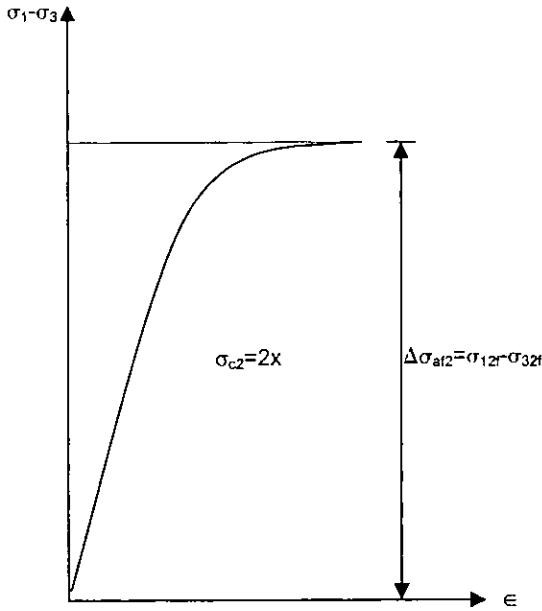
La arena falla cuando: $\frac{\sigma'}{\tau} = \text{máximo}$

La envolvente de resistencia se saca con varias pruebas. De cada prueba triaxial se obtienen datos para una gráfica esfuerzo-deformación.

Prueba 1



Prueba 2

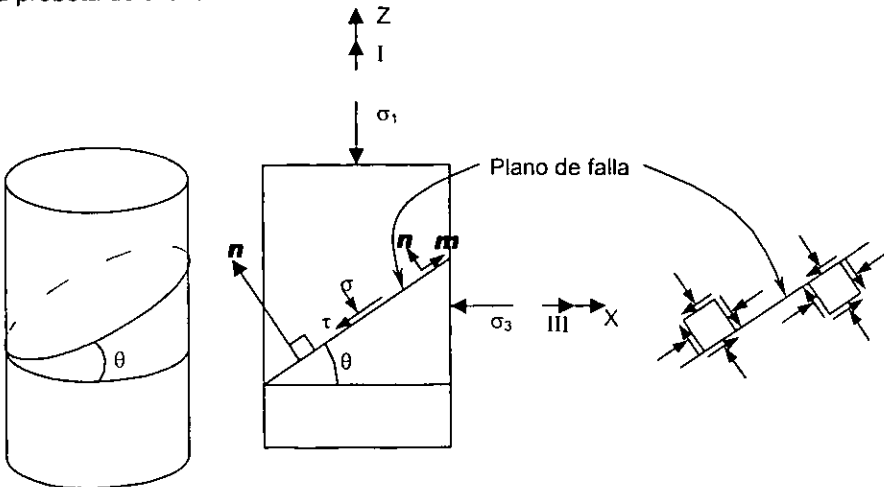


Probeta

ϕ' = Angulo de fricción interna del suelo en esfuerzos efectivos.

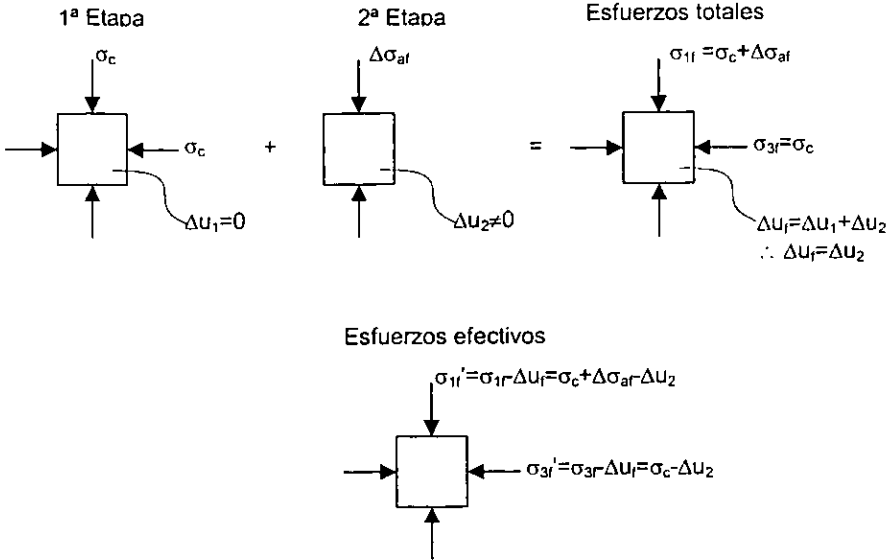
Se puede formular ahora la siguiente pregunta:

¿Cuál es el ángulo teórico que forma el plano de falla con un plano horizontal, en una probeta de arena seca en la cámara triaxial?

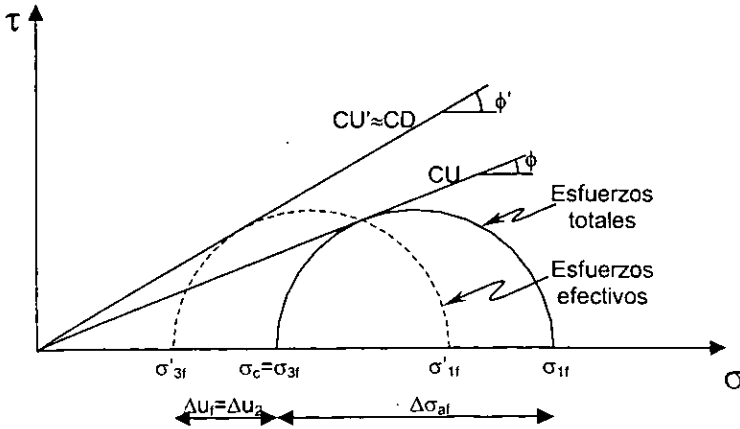


ESQUEMA DE PRUEBA CU

En arcilla normalmente consolidada:

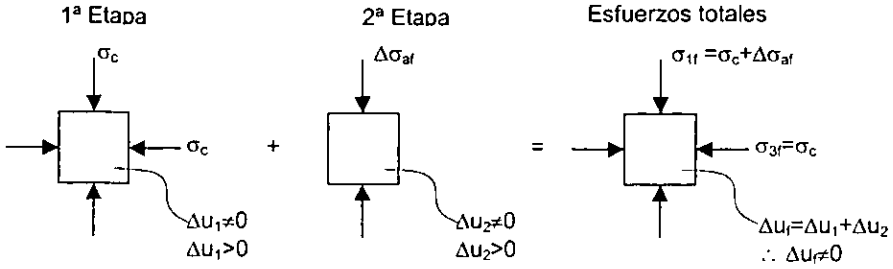


Representación en el plano de Mohr de la prueba CU de compresión aumentando el esfuerzo axial.

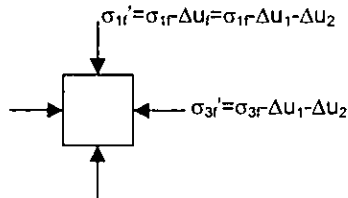


ESQUEMA DE PRUEBA UU

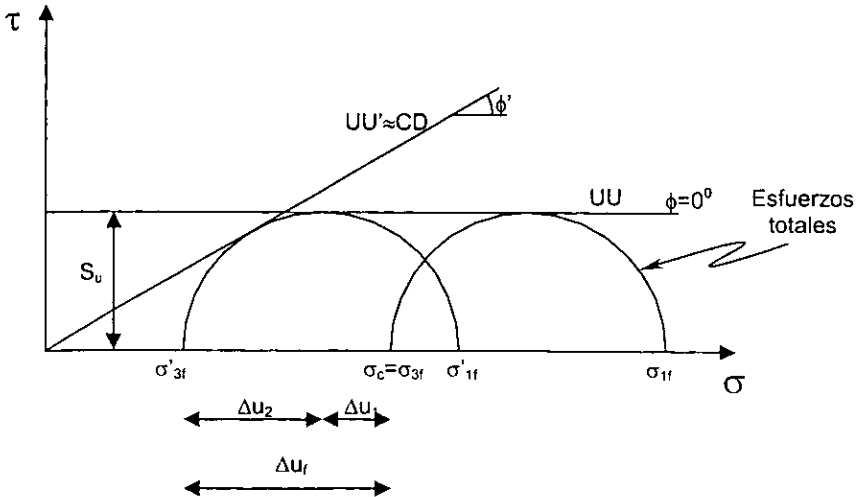
En arcilla normalmente consolidada



Esfuerzos efectivos



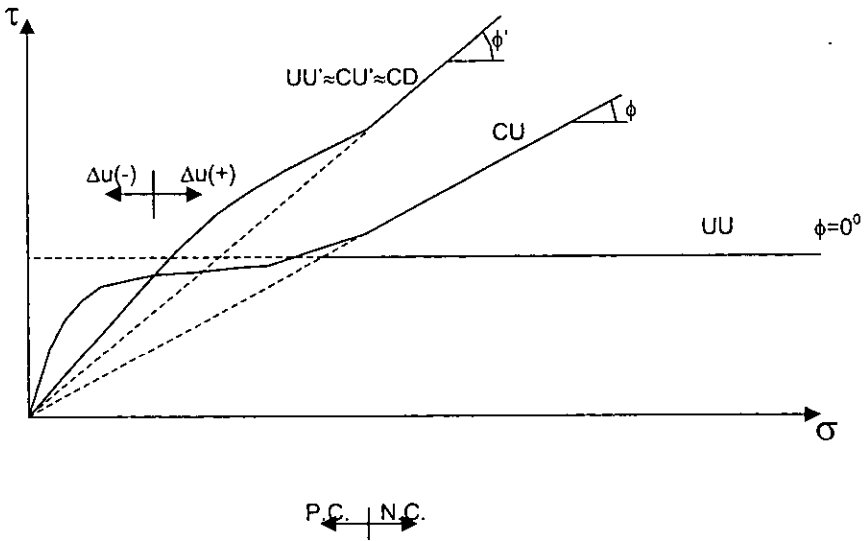
Representación en el plano de Mohr de la prueba CU de compresión aumentando el esfuerzo axial.



S_u = Resistencia no drenada

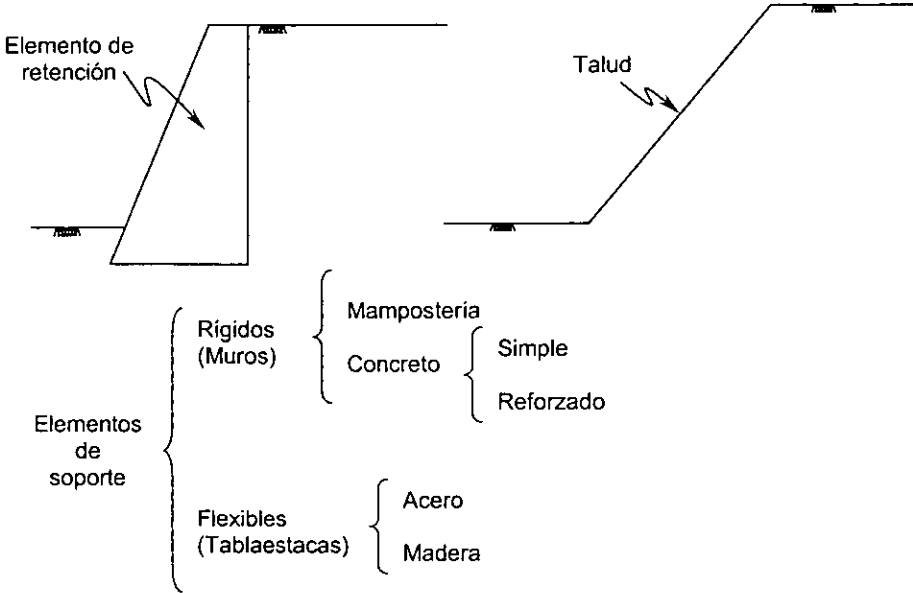
$$S_u = \frac{\Delta\sigma_{afpromedio}}{2}$$

Panorama completo de pruebas triaxiales de compresión aumentando el esfuerzo axial en arcillas saturadas.



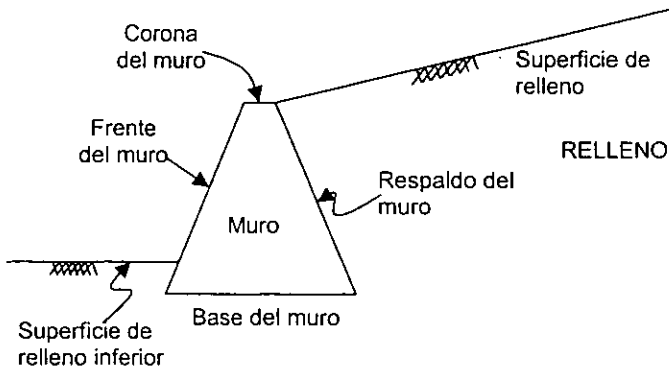
II.- EMPUJE DE SUELOS SOBRE ELEMENTOS DE RETENCIÓN

Desnivel del terreno:



El elemento de soporte se construye para mantener una diferencia en los niveles del terreno.

NOMENCLATURA



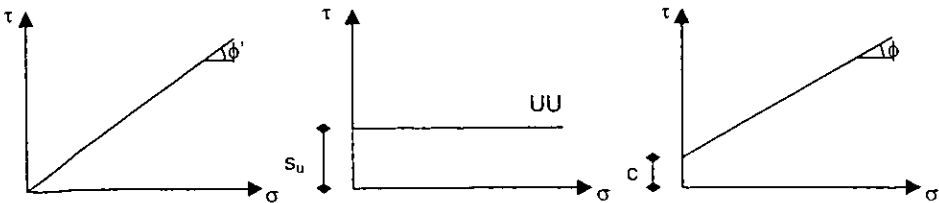
Las principales fuerzas que se deben tomar en cuenta para el análisis de un muro de retención:

- 1.- Peso propio del muro.
- 2.- Empuje del relleno contra el muro.
- 3.- Fuerza normal de la cimentación.
- 4.- Fuerza cortante resistente en el contacto muro-suelo de cimentación.
- 5.- Empuje del suelo en el frente del muro.
- 6.- Fuerzas exteriores.
- 7.- Sobrecargas actuantes en el relleno.
- 8.- Fuerzas debidas al agua en el respaldo.
- 9.- Fuerzas verticales debidas al agua en la cimentación.
- 10.- Fuerzas debidas a sismo.
- 11.- Vibraciones.
- 12.- Fuerzas generadas por cambio de humedad del relleno.

Se acostumbra realizar el análisis para una unidad de espesor (1 m)

EMPUJE DEL SUELO SOBRE EL MURO

Resistencia del suelo



Teorías

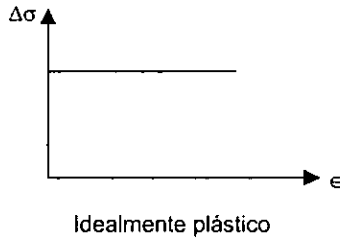
Rankine
Coulomb

Modelo de comportamiento

Estados plásticos de equilibrio

- Empuje activo
- Empuje pasivo

Se supondrá para el suelo una falla igual a la del modelo idealmente plástico.

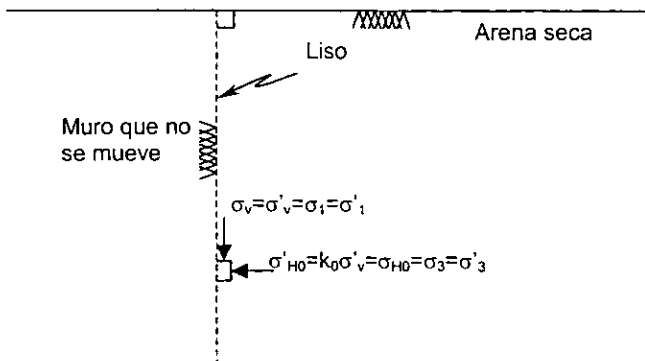


TEORÍA DE RANKINE

Supone:

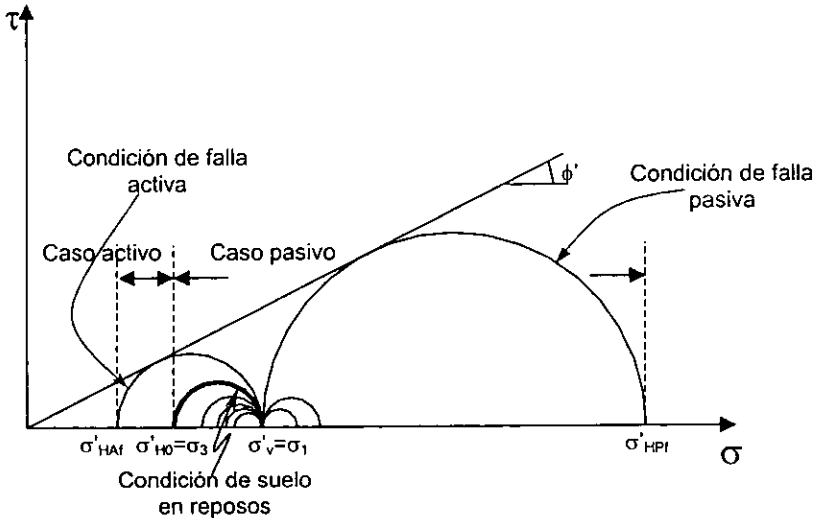
- a) Muro liso
- b) Muro con respaldo vertical
- c) Relleno con superficie horizontal

Caso 1.- Relleno de suelo granular



Se hace la consideración de que el muro está estático, ya que si consideráramos que se puede mover en un inicio, el empuje disminuiría.

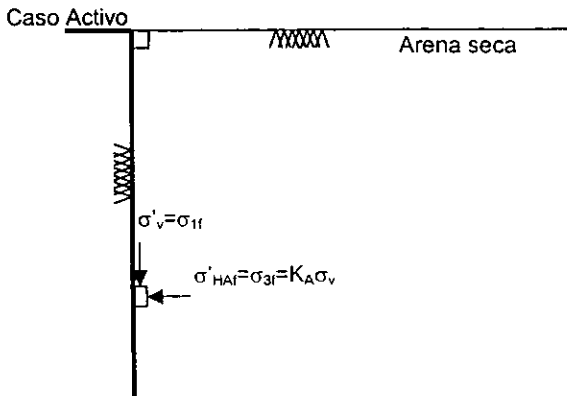
Por otra parte, tenemos que, ya que el muro es liso y que no existen cortantes, los esfuerzos horizontales y verticales son principales, además, como se trata de arena seca, los esfuerzos totales y efectivos, son iguales.



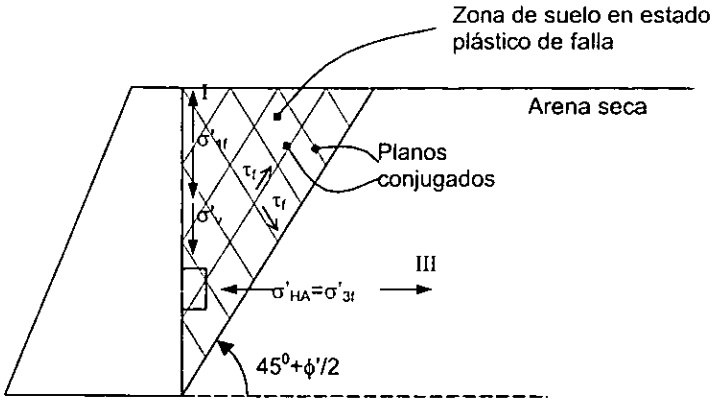
Donde:

σ'_{HA} .- Esfuerzo horizontal activo ; σ'_{HP} .- Esfuerzo horizontal pasivo.

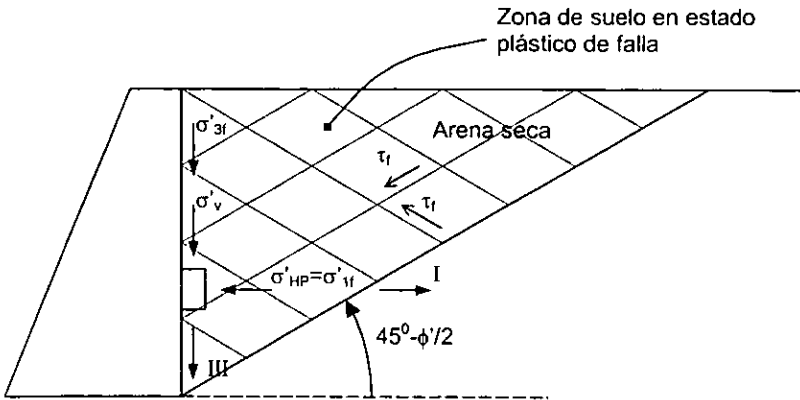
El calificativo de pasivo y activo es aplicado con respecto al suelo. En el caso pasivo, el suelo está siendo "empujado" por el muro, y en el caso activo, el suelo es el que "empuja" al muro.



CASO DE EMPUJE ACTIVO



CASO DE EMPUJE PASIVO



En forma análoga a la condición de reposo:

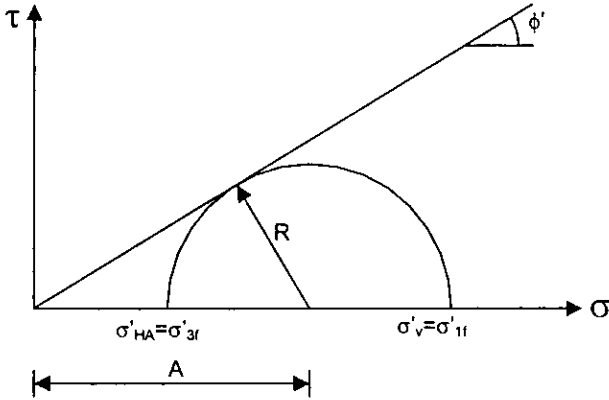
K_0 = Coeficiente de empuje de suelo en reposo.

$$K_0 = \frac{\sigma'_{H0}}{\sigma'_v}$$

$$K_A = \frac{\sigma'_{HA}}{\sigma'_v} = \text{Coeficiente de empuje activo}$$

$$K_p = \frac{\sigma'_{HP}}{\sigma'_{v'}} = \text{Coeficiente de empuje pasivo}$$

Caso Activo

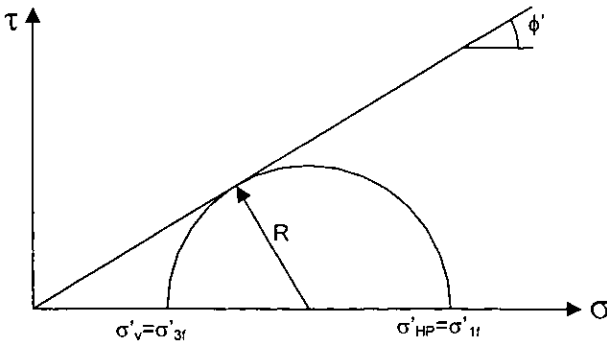


$$K_A = \frac{\sigma'_{HA}}{\sigma'_{v'}} = \frac{\sigma'_{3f}}{\sigma'_{1f}} = \frac{A - R}{A + R}$$

Dividiendo entre A tenemos:

$$K_A = \frac{1 - \frac{R}{A}}{1 + \frac{R}{A}} \quad ; \quad \frac{R}{A} = \text{sen} \phi' \quad \Rightarrow \quad K_A = \frac{1 - \text{sen} \phi'}{1 + \text{sen} \phi'} = \text{tg}^2 \left(45^\circ - \frac{\phi'}{2} \right)$$

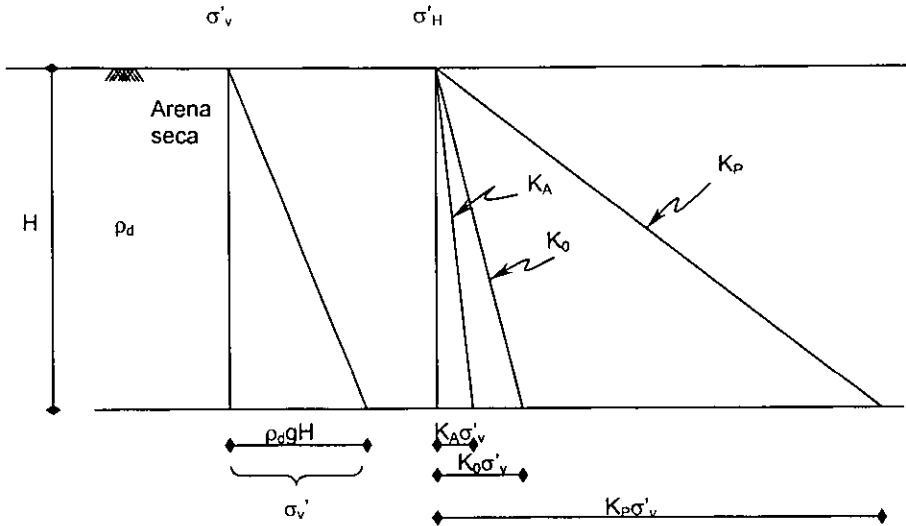
Caso Pasivo



$$K_p = \frac{\sigma'_{HP}}{\sigma'_v} = \frac{\sigma'_{1f}}{\sigma'_{3f}} = \frac{A+R}{A-R} = \frac{1+\frac{R}{A}}{1-\frac{R}{A}} = \frac{1+\operatorname{sen}\phi'}{1-\operatorname{sen}\phi'} \quad \therefore K_A = \frac{1}{K_p} \quad ; \quad K_p = \frac{1}{K_A}$$

$$K_p = \operatorname{tg}^2\left(45^\circ + \frac{\phi'}{2}\right)$$

Ejemplo: Supongamos una arena seca donde $K_0=0,5$, $K_A=0,25$ y $K_p=4$.



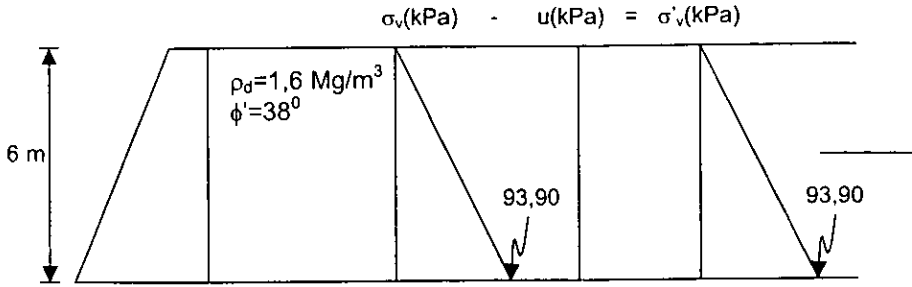
La teoría de Rankine supone:

- 1.- Respaldo vertical
- 2.- Respaldo liso (no hay esfuerzos cortantes)
- 3.- Relleno con superficie horizontal
- 4.- El relleno contiguo al muro está en falla incipiente (estado plástico)

Caso I.- Arena seca

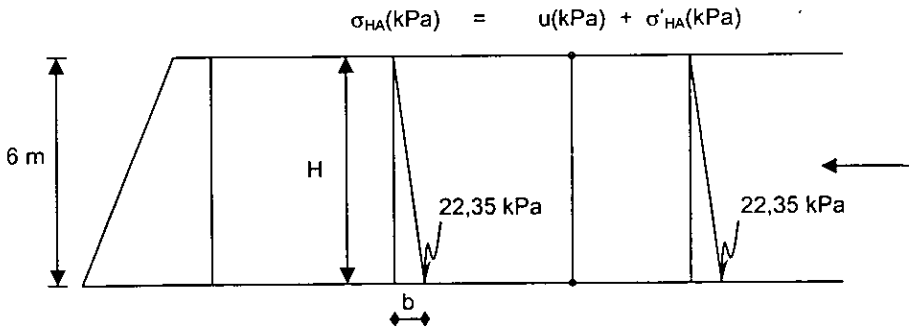
Supondremos $\rho_d = 1,6 \text{ Mg/m}^3$, $\phi' = 38^\circ$ y $g = 9,78 \text{ m/s}^2$

Esfuerzos verticales



Esfuerzos horizontales

$$K_A = \frac{1 - \text{sen}\phi'}{1 + \text{sen}\phi'} = \frac{1 - \text{sen}(38^\circ)}{1 + \text{sen}(38^\circ)} \approx 0,238$$

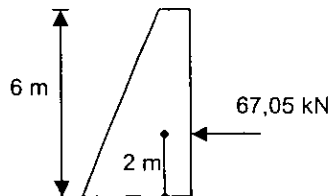


Cálculo del empuje activo

$E_A =$ Volúmen del diagrama (tomando espesor unitario)

$$E_A = \frac{1}{2}bh(1 \text{ m}) = \frac{1}{2}(22,35 \text{ kPa})(6 \text{ m})(1 \text{ m})$$

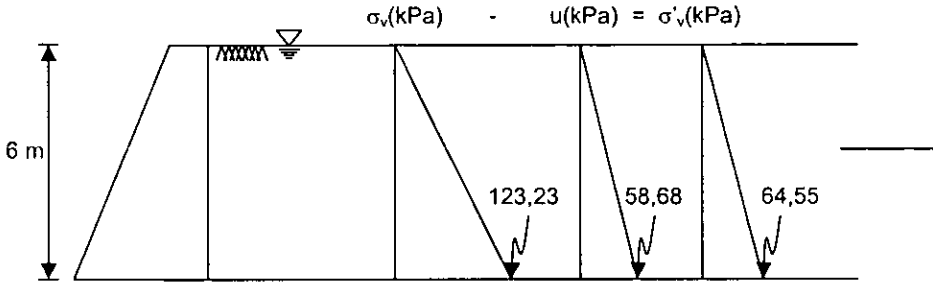
$$E_A = 67,05 \text{ kN}$$



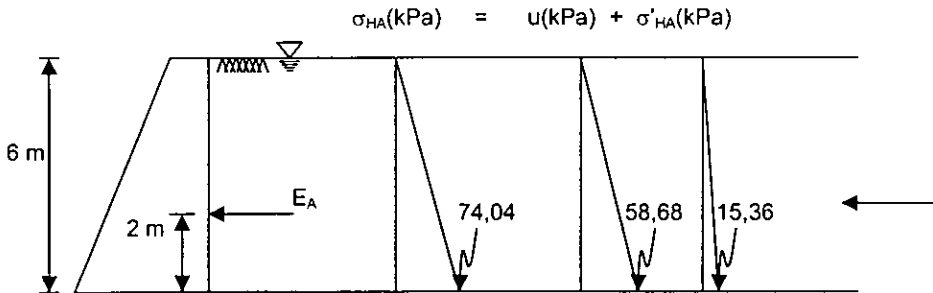
Caso II.- Arena saturada con agua estancada por lluvia intensa y falta de drenaje

Supondremos $\rho \approx \rho_{sat} = 2,1 \text{ Mg/m}^3$, $\phi' = 38^\circ$ y $g = 9,78 \text{ m/s}^2$

Esfuerzos verticales



Esfuerzos horizontales



Cálculo del empuje activo

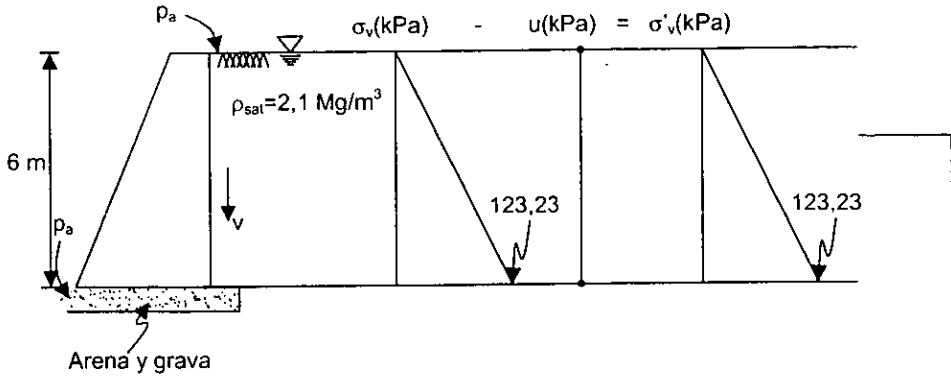
$$E_A = \frac{1}{2} (74,04 \text{ kPa})(6 \text{ m})(1 \text{ m})$$

$$E_A \approx 222,1 \text{ kN}$$

Caso III.- Arena saturada con agua estancada por lluvia intensa y con drenaje operando

Esfuerzos verticales

$g=9,78 \text{ m/s}^2$



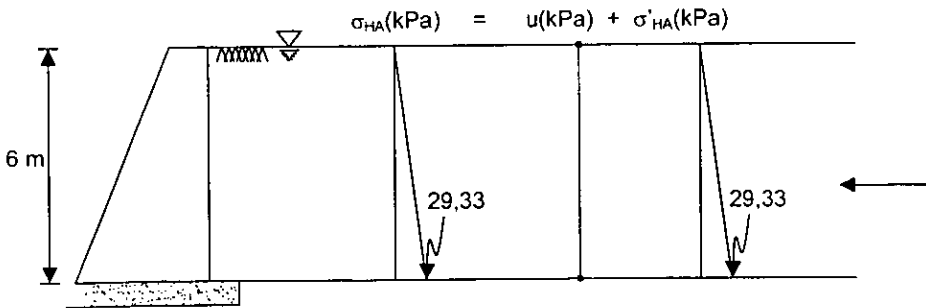
Recordando la Ley de Darcy:

$$v = ki = k \frac{h}{L}$$

En este caso tenemos que:

$$h=6 \text{ m} \quad ; \quad L=6 \text{ m} \quad \therefore \quad v=k$$

Esfuerzos horizontales



Tenemos que el empuje activo por unidad de espesor es:

$$E_A = \frac{1}{2}bh = \frac{1}{2}(29,33 \text{ kN/m}^2)(6 \text{ m})(1 \text{ m})$$

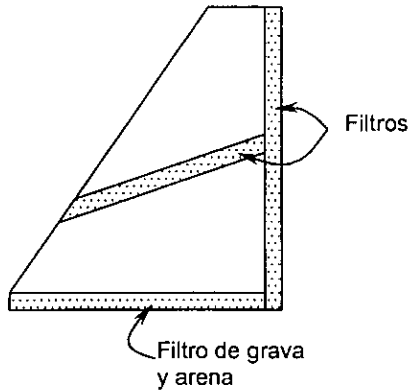
$$E_A = 87,99 \text{ kN}$$

Resumiendo:

Caso I Arena seca:	$E_A=67,08 \text{ kN}$
Caso II Arena saturada sin drenaje	$E_A=222,1 \text{ kN}$
Caso III Arena saturada con drenaje	$E_A=89,99 \text{ kN}$

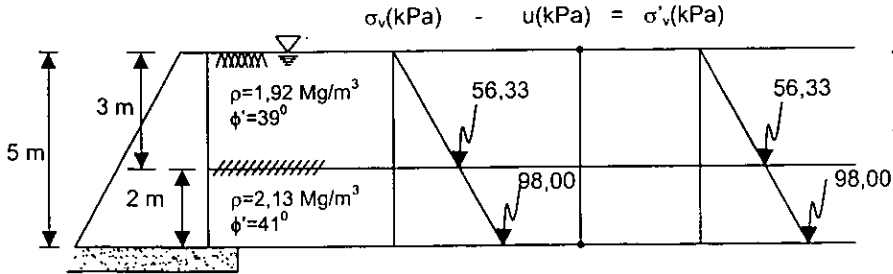
Además, podemos observar que el caso III es 2,5 veces menor que el caso II, y 1,3 veces mayor que el caso I.

Para suelos no granulares se recomienda:



Ejemplo: Calcule el empuje activo del siguiente relleno arenoso que cuenta con dos estratos.

Esfuerzos verticales

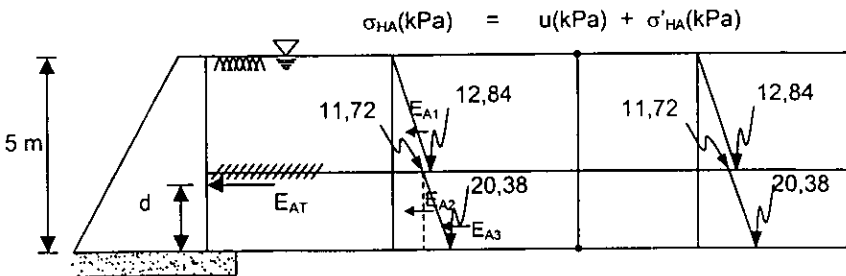


$$K_{A1} = \frac{1 - \text{sen}39^\circ}{1 + \text{sen}39^\circ} \approx 0,228$$

$$K_{A2} = \frac{1 - \text{sen}41^\circ}{1 + \text{sen}41^\circ} \approx 0,208$$

$$\gamma_1 = 18,78 \text{ kN/m}^3 \quad ; \quad \gamma_2 = 20,83 \text{ kN/m}^3$$

Esfuerzos horizontales



Cálculo de empujes parciales en análisis para 1 m de espesor:

$$E_{A1} = \frac{1}{2} (12,84 \text{ kN/m}^2)(3 \text{ m})(1 \text{ m}) = 19,26 \text{ kN}$$

$$E_{A2} = (11,72 \text{ kN/m}^2)(2 \text{ m})(1 \text{ m}) = 23,44 \text{ kN}$$

$$E_{A3} = \frac{1}{2}(20,38 \text{ kN/m}^2 - 11,72 \text{ kN/m}^2)(2 \text{ m})(1 \text{ m}) = 8,66 \text{ kN}$$

Por lo tanto, tenemos que el empuje total es:

$$E_{AT} = E_{A1} + E_{A2} + E_{A3} = 51,36 \text{ kN}$$

Distancia desde la base de aplicación del empuje total es:

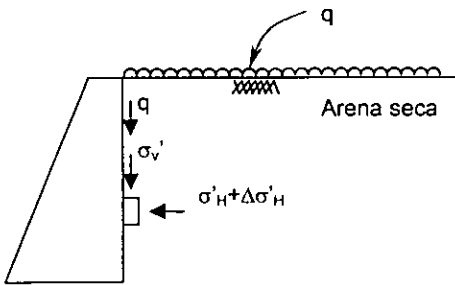
$$d = \frac{\sum M_A}{E_{AT}}$$

$$\sum M_A = (19,26 \text{ kN})(3 \text{ m}) + (23,44 \text{ kN})(1 \text{ m}) + (8,66 \text{ kN})(0,67 \text{ m}) \approx 87,02 \text{ kN.m}$$

Sustituyendo tenemos que:

$$d = \frac{87,02 \text{ kN.m}}{51,36 \text{ kN}} \approx 1,69 \text{ m}$$

Efecto de sobrecarga (esfuerzo uniforme de valor q), actuando sobre el relleno



Se puede decir que:

$$\sigma'_{1f} = \sigma'_v + q = \sigma'_1 + q$$

;

$$K_A = \frac{\sigma'_{3f}}{\sigma'_{1f}} = \frac{\sigma'_3 + \Delta\sigma'_3}{\sigma'_1 + q}$$

$$\sigma'_{3f} = \sigma'_H + \Delta\sigma'_H = \sigma'_3 + \Delta\sigma'_3$$

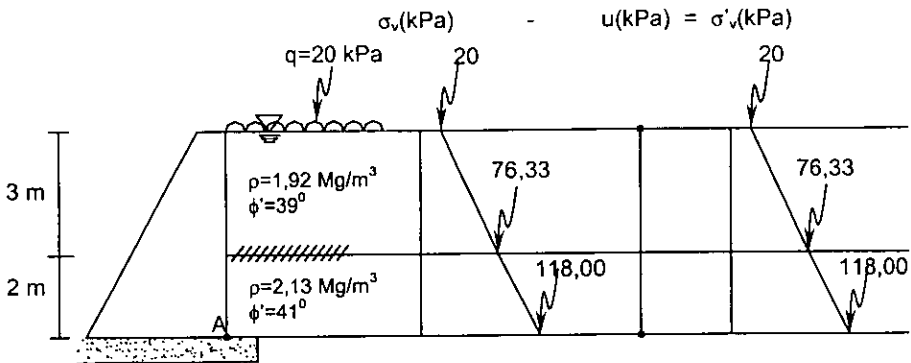
$$\sigma'_3 + \Delta\sigma'_3 = K_A(\sigma'_1 + q)$$

$$\sigma'_3 + \Delta\sigma'_3 = K_A\sigma'_1 + K_Aq$$

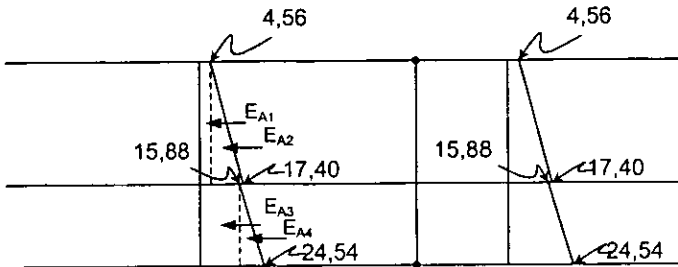
$$\therefore \Delta\sigma'_3 = \Delta\sigma'_{HA} = K_Aq$$

Ejemplo: Resolviendo nuevamente el ejemplo anterior, pero ahora incluyendo sobrecarga uniforme.

Esfuerzos verticales



Esfuerzos horizontales $\sigma_{HA}(\text{kPa}) = u(\text{kPa}) + \sigma'_{HA}(\text{kPa})$



Cálculo de empujes parciales en análisis de espesor unitario:

$$E_{A1} = (4,56 \text{ kN/m}^2)(3 \text{ m})(1 \text{ m}) = 13,68 \text{ kN}$$

$$E_{A2} = \frac{1}{2}(17,40 \text{ kN/m}^2 - 4,56 \text{ kN/m}^2)(3 \text{ m})(1 \text{ m}) = 19,26 \text{ kN}$$

$$E_{A3} = (15,88 \text{ kN/m}^2)(2 \text{ m})(1 \text{ m}) = 31,76 \text{ kN}$$

$$E_{AA} = \frac{1}{2} (24,54 \text{ kN/m}^2 - 15,88 \text{ kN/m}^2) (2 \text{ m}) (1 \text{ m}) = 8,66 \text{ kN}$$

Por lo tanto, tenemos que el empuje total es:

$$E_{AT} = 73,36 \text{ kN}$$

Distancia desde la base de aplicación del empuje total es:

$$d = \frac{\sum M_A}{E_{AT}}$$

En un análisis para una unidad de espesor:

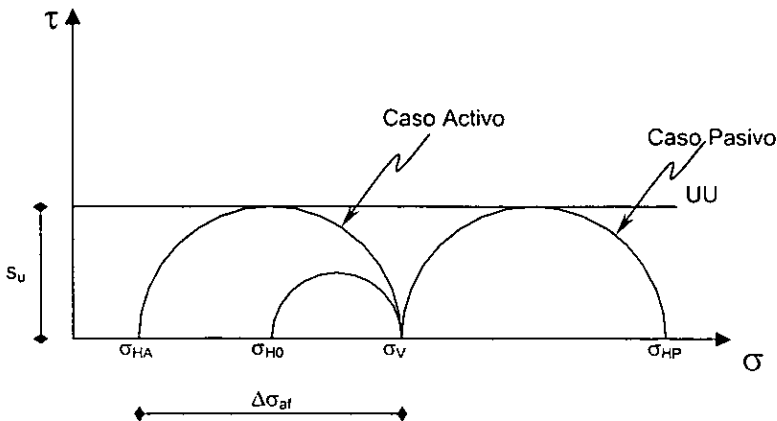
$$\sum M_A = (13,68 \text{ kN})(3,5 \text{ m}) + (19,26 \text{ kN})(3 \text{ m}) + (31,76 \text{ kN})(1 \text{ m}) + (8,66 \text{ kN})(0,67 \text{ m})$$

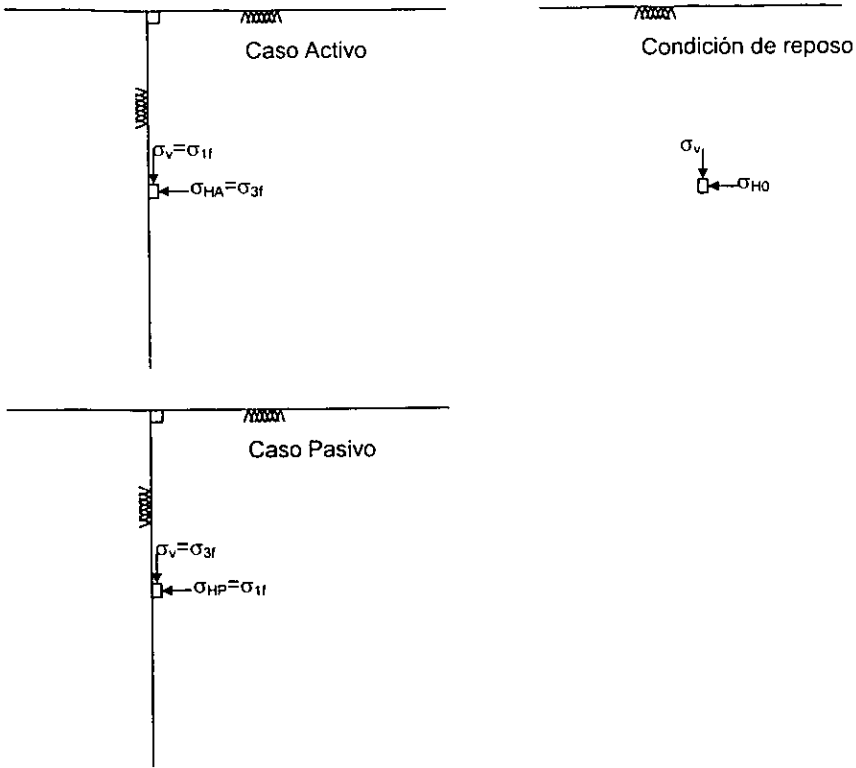
$$\sum M_A \approx 143,22 \text{ kN.m}$$

Sustituyendo tenemos que:

$$d = \frac{143,22 \text{ kN.m}}{73,36 \text{ kN}} \approx 1,95 \text{ m}$$

Teoría de Rankine para relleno de suelo fino saturado, y bajo condición más crítica (falla sin drenaje).
(Análisis en esfuerzos totales)





Caso Activo

Del plano de Mohr tenemos:

$$\sigma_{HA} = \sigma_v - 2s_u \quad ; \quad \text{como} \quad \sigma_v = \rho g z$$

$$\therefore \sigma_{HA} = \rho g z - 2s_u$$

Caso Pasivo

Del plano de Mohr tenemos:

$$\sigma_{HP} = \sigma_v + 2s_u$$

$$\sigma_{HP} = \rho g z + 2s_u$$

La concepción clásica para el cálculo del empuje activo propone integrar el esfuerzo horizontal activo desde $z=0$, hasta $z=H$.

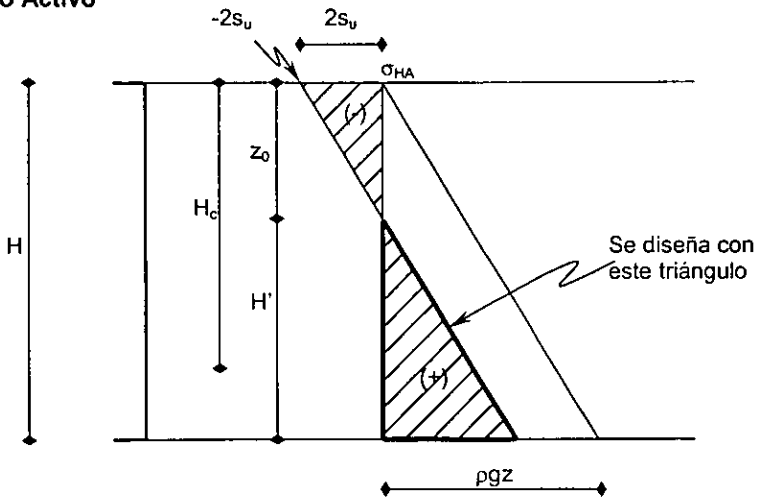
$$dE_A = \sigma_{HA} dz = (\rho g z - 2s_u) dz$$

$$E_A = \int dE_A = \rho g \int_0^H z dz - 2s_u \int_0^H dz$$

$$E_A = \rho g \frac{z^2}{2} \Big|_0^H - 2s_u z \Big|_0^H$$

$$E_A = \frac{1}{2} \rho g H^2 - 2s_u H \text{ (Expresión no apta para diseño)}$$

Caso Activo



H_c - Altura crítica en excavación vertical

Suponiendo $E_A=0$ (cuando se igualan los triángulos de tensión y de compresión), ya que teóricamente en este caso no se requiere elemento de retención:

$$\frac{1}{2} \rho g H^2 - 2s_u H = 0$$

Despejando a H como H_c

$$H_c = \frac{4s_u}{\rho g}$$

En este caso de falla:

$$FS=1 \quad ; \quad FS= \text{Factor de Seguridad}$$

H_D = Altura de diseño

$$H_D = \frac{4s_u}{FS(\rho g)}$$

Se recomienda usar un FS mínimo de 2.

Por otra parte, a z_0 se le define como la profundidad donde se espera tener a $\sigma_{HA}=0$, por lo que:

$$\rho g z - 2s_u = 0$$

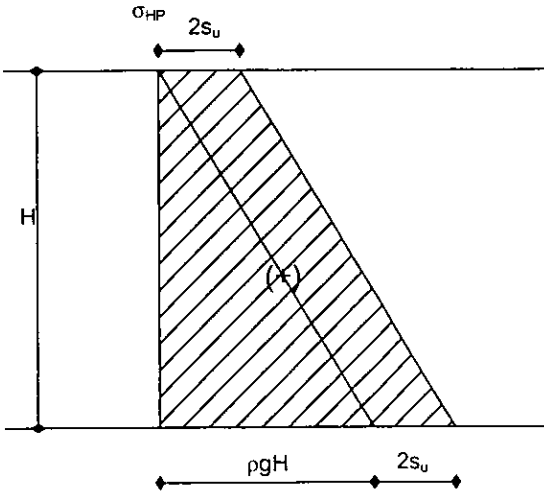
Despejando a z como z_0 :

$$z_0 = \frac{2s_u}{\rho g}$$

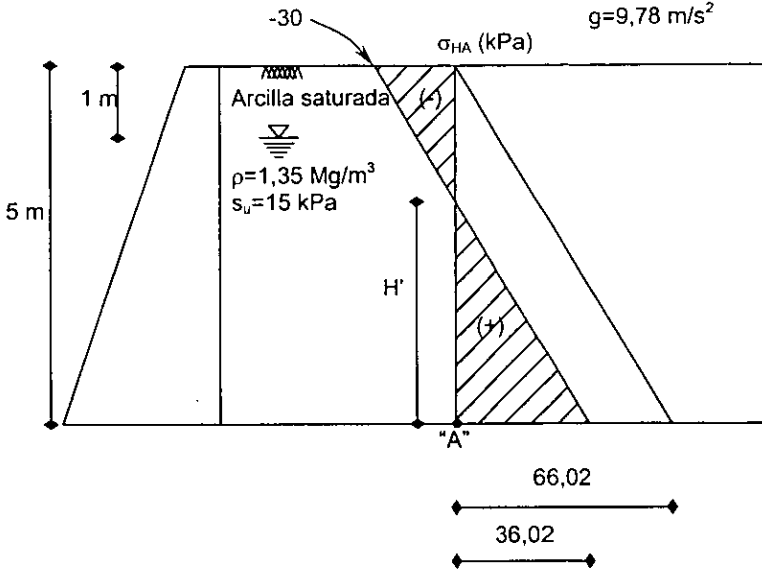
Si no hay sobrecarga en el relleno:

$$H=H'+z_0$$

Caso Pasivo



Ejemplo: Calcule el empuje activo y su posición teórica, del suelo contra el muro mostrado en la figura. Como se supone falla no drenada, no se especifica drenaje.



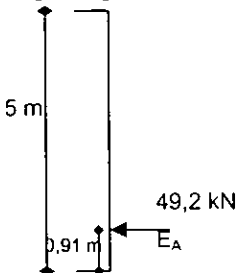
Como el análisis es en esfuerzos totales, no importa el nivel freático ya que es arcilla saturada. Arriba del nivel freático se encuentra saturado el suelo por capilaridad y abajo del nivel freático, por inmersión.

$$z_0 = \frac{2s_u}{\rho g} \quad ; \quad z_0 = \frac{2(15 \text{ kPa})}{1,35 \text{ Mg/m}^3 (9,78 \text{ m/s}^2)} \approx 2,27 \text{ m}$$

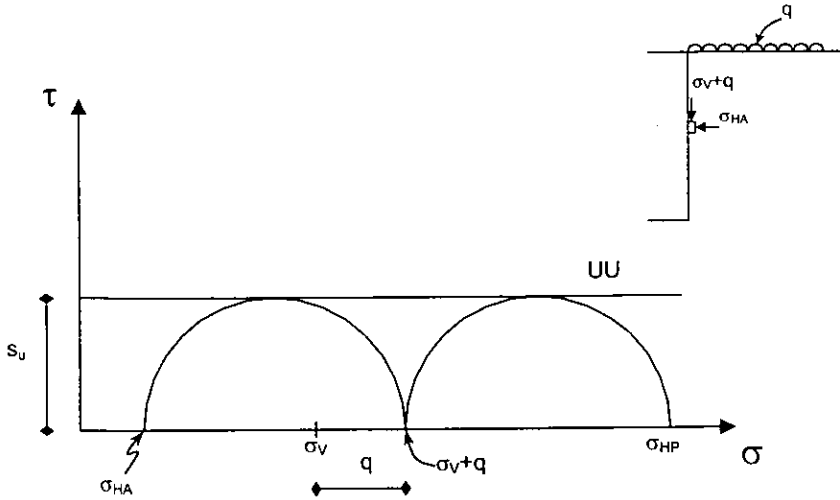
$$H' = H - z_0 = 5 \text{ m} - 2,27 \text{ m} = 2,73 \text{ m}$$

$$E_A = \frac{1}{2} (36,02 \text{ kPa})(2,73 \text{ m})(1 \text{ m}) \approx 49,2 \text{ kN}$$

$$d = \frac{1}{3} H' = \frac{1}{3} (2,73 \text{ m}) = 0,91 \text{ m}$$



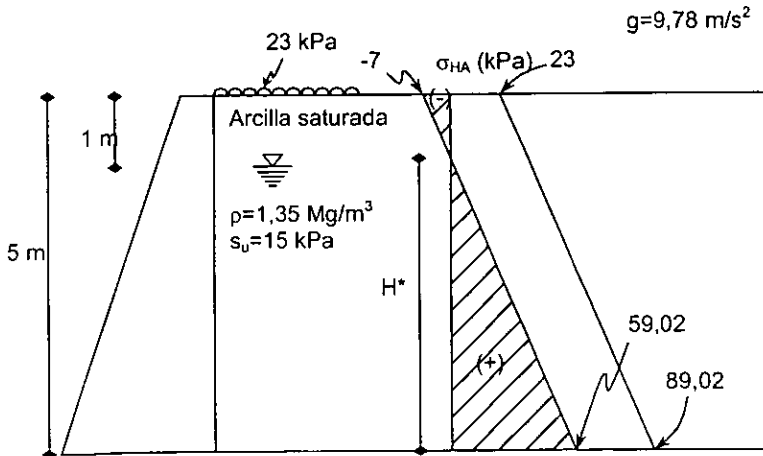
Caso con sobrecarga q



$$\sigma_{HA} = \sigma_v + q - 2s_u$$

$$\sigma_{HP} = \sigma_v + q + 2s_u$$

Agregando al ejemplo anterior una sobrecarga de 23 kPa



La distancia que hay de la base de la figura al punto donde el esfuerzo es igual a cero, lo podemos obtener por medio de una regla de tres como se muestra a continuación:

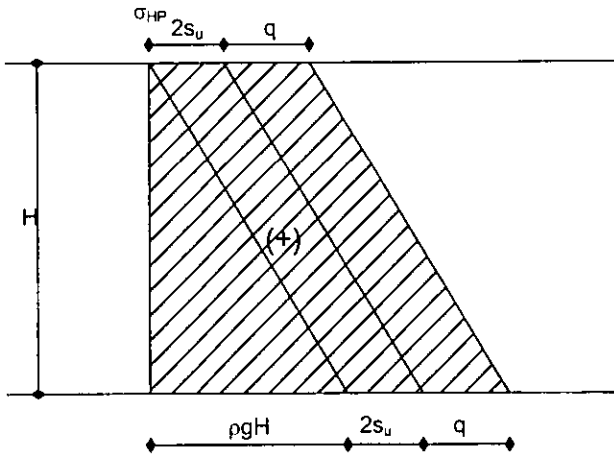
$$5 \text{ m} : 66,02 \text{ kPa} :: H^* \text{ m} : 59,02 \text{ kPa}$$

$$H^* = \frac{59,02 \text{ kPa}(5 \text{ m})}{66,02 \text{ kPa}} \approx 4,47 \text{ m}$$

$$E_A = \frac{1}{2}(59,02 \text{ kPa})(4,47 \text{ m})(1 \text{ m}) \approx 131,9 \text{ kN}$$

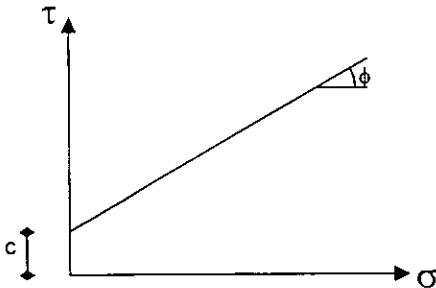
$$d = \frac{1}{3} H^* = \frac{1}{3}(4,47 \text{ m}) = 1,49 \text{ m}$$

Caso pasivo con sobrecarga q

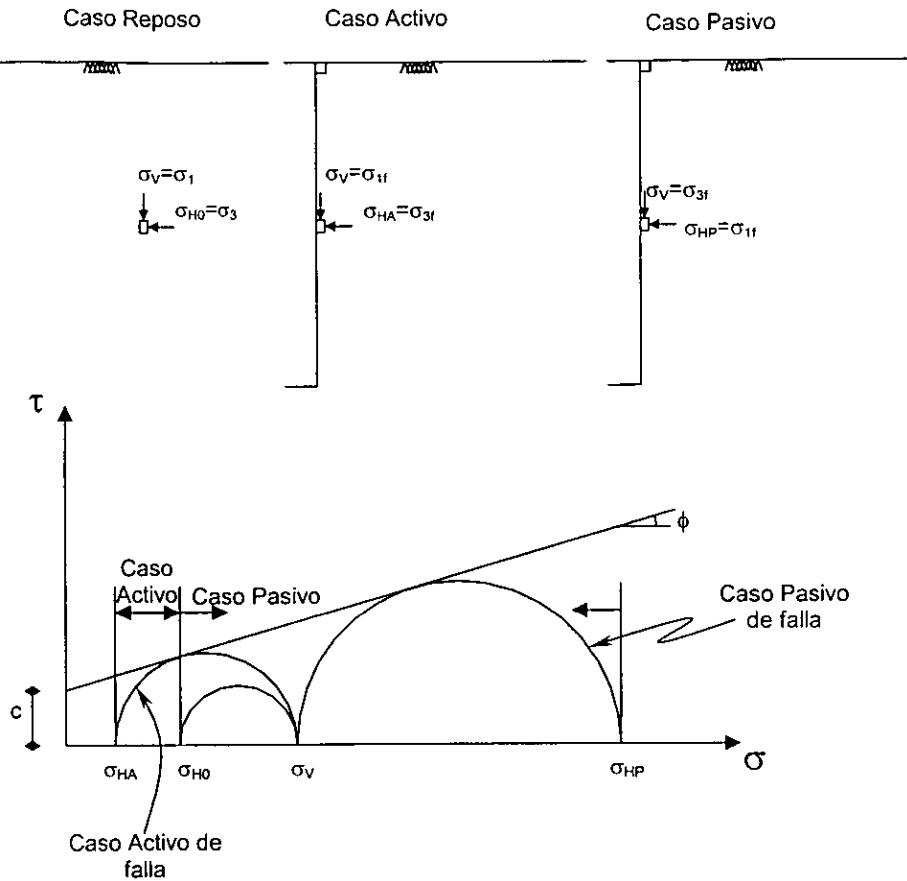


Teoría de Rankine para suelos con cohesión y fricción

(Para suelos parcialmente saturados o secos cementados)



Análisis en esfuerzos totales



Nos apoyaremos en lo que sigue, en la ecuación (11-27) deducida en las páginas 363, 364 y 365 del Tomo II del libro "Mecánica de Suelos" de los Ingenieros Juárez Badillo y Rico Rodríguez.

$$\sigma_1 = \sigma_3 N_\phi + 2c\sqrt{N_\phi} \quad (11-27)$$

$$N_\phi = K_p \quad ; \quad K_A = \frac{1}{K_p}$$

Para el caso de estas notas, la ecuación (11-27) queda como se muestra a continuación:

$$\sigma_{1f} = \sigma_{3f} K_p + 2c\sqrt{K_p} \quad \text{Ecuación de envolvente de resistencia}$$

Caso Activo

$$\sigma_v = \sigma_{1f}$$

$$\sigma_{HA} = \sigma_{3f}$$

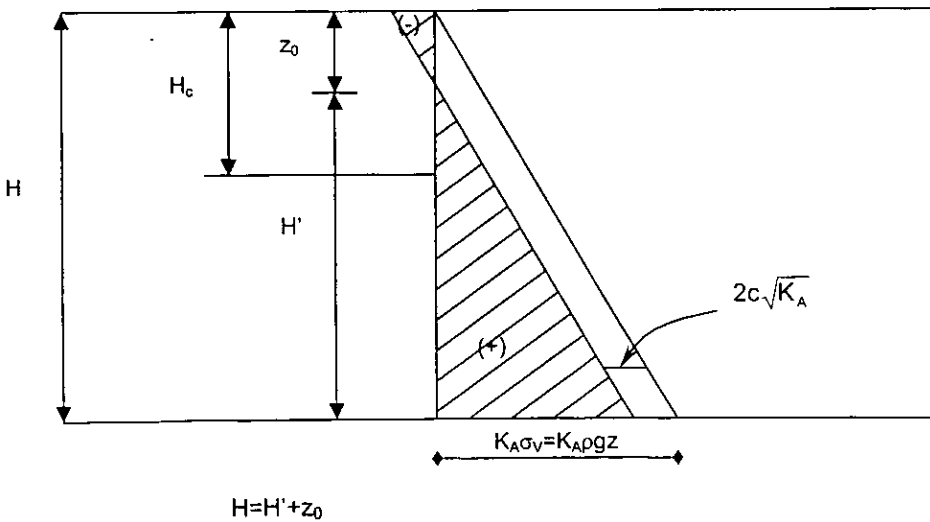
$$\sigma_v = \sigma_{HA} K_p + 2c\sqrt{K_p}$$

Despejando σ_{HA}

$$\sigma_{HA} K_p = \sigma_v - 2c\sqrt{K_p} \quad \Rightarrow \quad \sigma_{HA} = \frac{1}{K_p} \sigma_v - 2c \frac{\sqrt{K_p}}{K_p}$$

$$\sigma_{HA} = K_A \sigma_v - \frac{2c}{\sqrt{K_p}} \quad \text{o bien,} \quad \sigma_{HA} = K_A (\rho g z) - 2c\sqrt{K_A}$$

$$K_A = \frac{1 - \text{sen}\phi}{1 + \text{sen}\phi} \quad ; \quad K_p = \frac{1 + \text{sen}\phi}{1 - \text{sen}\phi}$$



Análogamente al caso de suelos finos saturados, aquí también se puede calcular para estos suelos una altura crítica:

z_0 = Profundidad donde σ_{HA} vale cero

$$K_A \rho g z_0 = 2c \sqrt{K_A}$$

$$z_0 = \frac{2c \sqrt{K_A}}{K_A \rho g} \quad \therefore \quad z_0 = \frac{2c}{\rho g \sqrt{K_A}}$$

$$H_c = \frac{4c}{\rho g \sqrt{K_A}}$$

La altura de diseño se expresa como:

$$H_D = \frac{4c}{FS(\rho g \sqrt{K_A})}$$

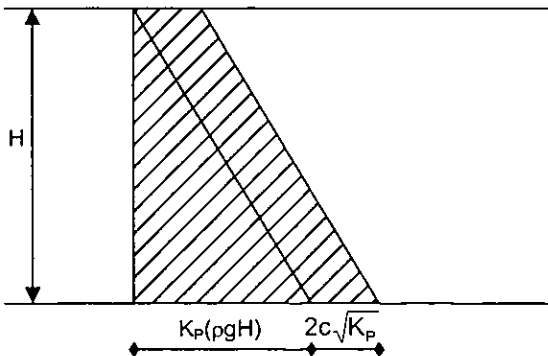
Se recomienda no usar un factor de seguridad menor que 2.

Caso Pasivo

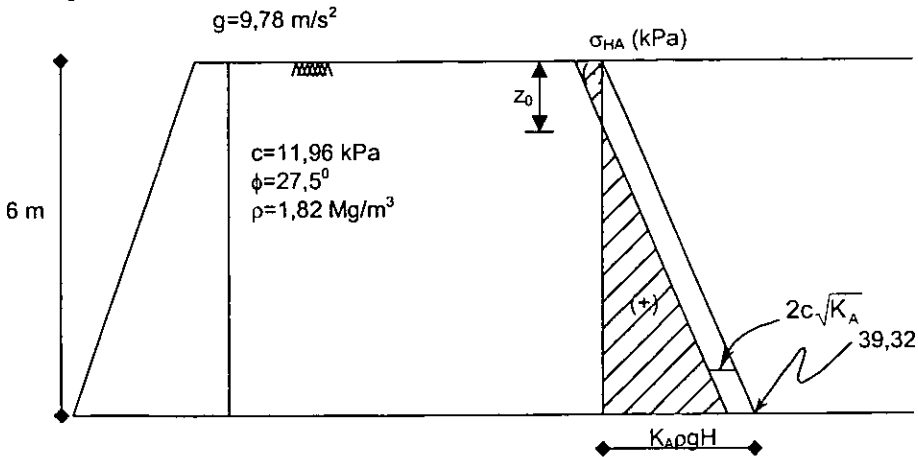
$$\sigma_{1f} = \sigma_{3f} K_p + 2c \sqrt{K_p}$$

$$\sigma_{HP} = \sigma_v K_p + 2c \sqrt{K_p}$$

$$\sigma_{HP} = K_p (\rho g z) + 2c \sqrt{K_p}$$



Ejemplo: Calcule el empuje activo y su posición, para el muro y suelo mostrados en la figura.



$$K_A = \frac{1 - \text{sen } 27,5^\circ}{1 + \text{sen } 27,5^\circ} \approx 0,368$$

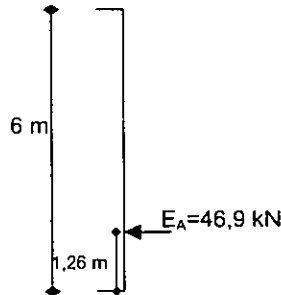
$$z_0 = \frac{2c}{\rho g \sqrt{K_A}} = \frac{2(11,96 \text{ kPa})}{(1,82 \text{ Mg/m}^3)(9,78 \text{ m/s}^2)\sqrt{0,368}} \approx 2,22 \text{ m}$$

$$H' = 6 \text{ m} - 2,22 \text{ m} = 3,78 \text{ m}$$

$$E_A = \frac{1}{2}(24,81 \text{ kPa})(3,78 \text{ m})(1 \text{ m})$$

$$E_A \approx 46,9 \text{ kN}$$

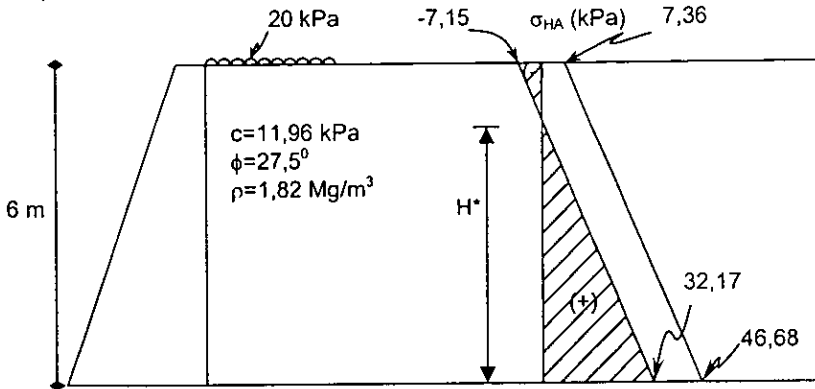
$$d = \frac{1}{3}H' = \frac{3,78}{3} = 1,26 \text{ m}$$



Caso con sobrecarga

$$\sigma_{HA} = K_A(\rho g z) + K_A q - 2c\sqrt{K_A}$$

Ejemplo: Resolver el ejemplo anterior incluyéndole sobrecarga en el relleno, con valor $q=20$ kPa.

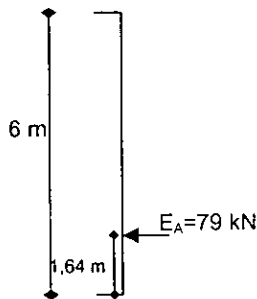


$$(32,17 \text{ kPa} + 7,15 \text{ kPa}) : 6 \text{ m} :: 32,17 \text{ kPa} : H^* \text{ m}$$

$$H^* = \frac{32,17 \text{ kPa}(6 \text{ m})}{39,32 \text{ kPa}} \approx 4,91 \text{ m}$$

$$E_A = \frac{1}{2}(32,17 \text{ kPa})(4,91 \text{ m})(1 \text{ m}) \approx 79 \text{ kN}$$

$$d = \frac{1}{3} H^* = \frac{1}{3}(4,91 \text{ m}) \approx 1,64 \text{ m}$$

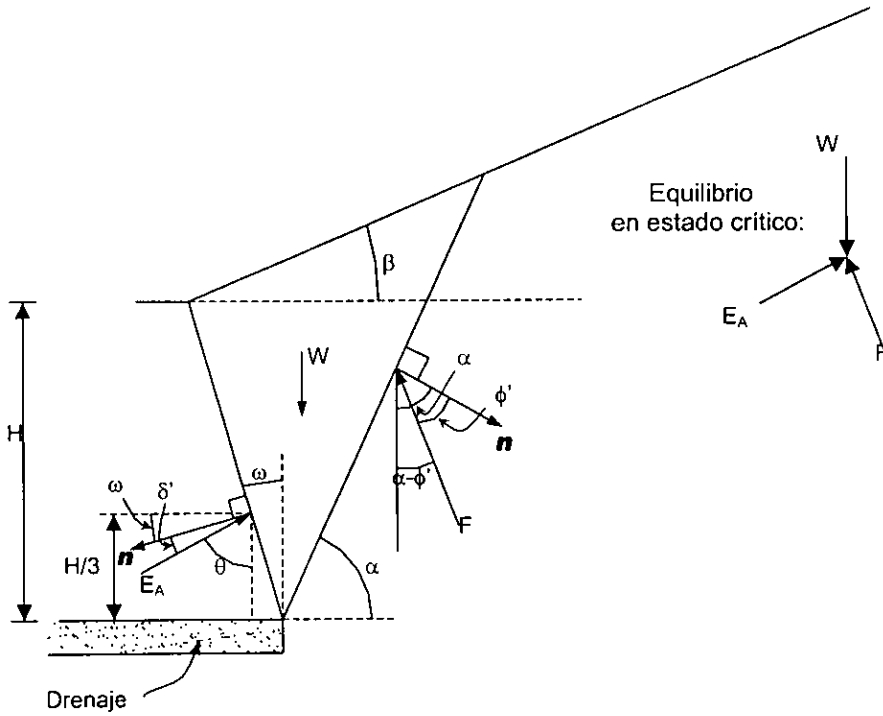


MÉTODO DE COULOMB

Este método permite calcular el empuje en el muro, con relleno inclinado, así como para respaldo inclinado y rugoso.

Útil para suelo granular.

Para caso activo



De la figura:

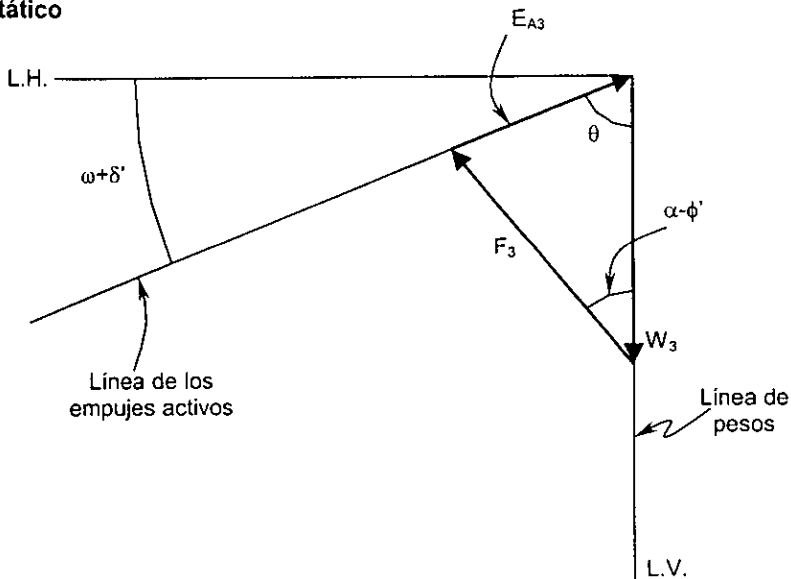
$$\omega + \delta' + \theta = 90^\circ$$

Suposiciones del método de Coulomb

- 1.- Se desarrollan las resistencias friccionantes por completo y simultáneamente en todos los puntos de la superficie de falla.
- 2.- La cuña se moviliza como un cuerpo rígido.
- 3.- La superficie de falla suelo-suelo es plana.

Este método propone construir polígonos de fuerzas para diferentes superficies de falla propuestas, de modo que conocido el peso de la cuña, se puedan deducir las fuerzas F y E_A . Se muestra el diagrama para una supuesta cuña 3.

Caso Estático



$$\text{Para } \alpha = 90^\circ + \omega \quad \Rightarrow \quad W = 0$$

$$\text{Si } W = 0 \quad \Rightarrow \quad E_A \text{ y } F \text{ son cero}$$

$$\text{Para } \alpha = \phi' \quad \Rightarrow \quad W = F \text{ y } E_A = 0$$

$0^{\circ} \leq \delta' \leq \phi'$; Va desde 0° considerando vibraciones, hasta ϕ' considerando la falla suelo-suelo.

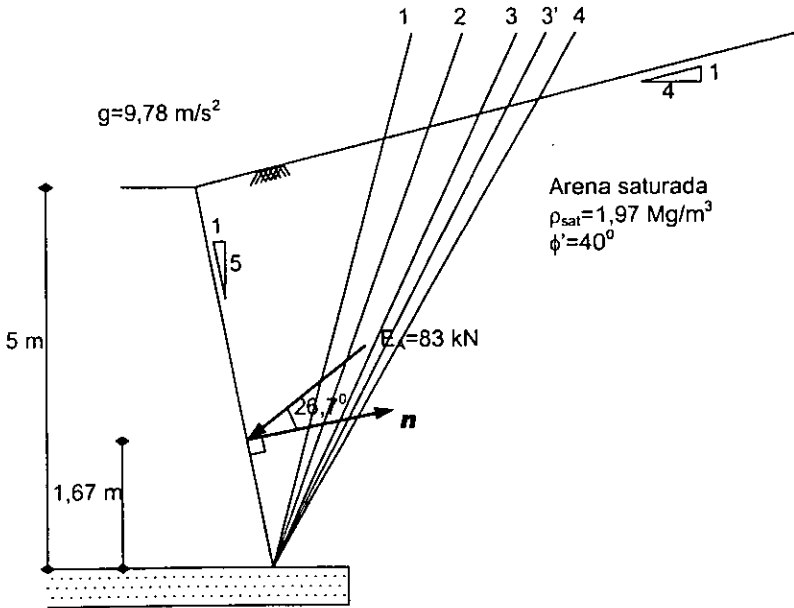
Si el muro es liso $\delta' = 0^{\circ}$ (Caso de Rankine)

Terzaghi por experimentos concluyo que:

$$\phi'/2 \leq \delta' \leq (2/3)\phi'$$

Para diseño recomienda utilizar $\delta' = (2/3)\phi'$, si no es posible obtener este dato en forma experimental.

Ejemplo: Gráficamente obtenga el empuje activo del suelo mostrado, por medio del Método de Coulomb.

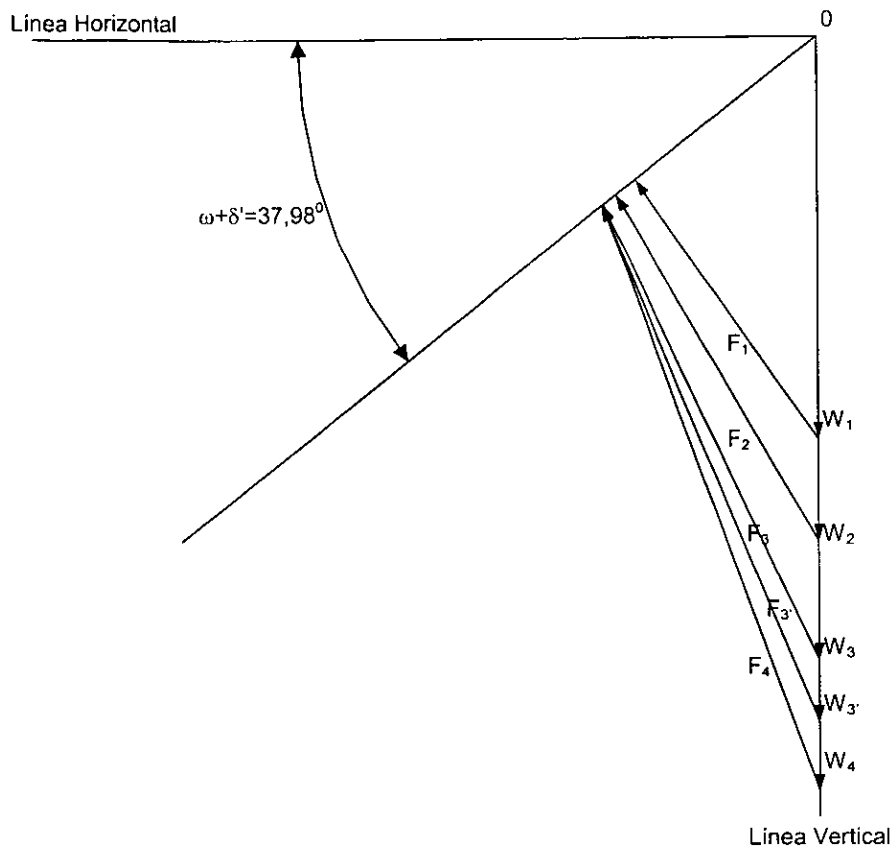


$$\omega = \tan^{-1} \frac{1 \text{ m}}{5 \text{ m}} \approx 11.31^{\circ}$$

Para obtener el valor de δ' , Terzaghi recomienda utilizar un valor de $2/3$ de ϕ' , por lo tanto:

$$\delta' = \frac{2}{3}\phi' = \frac{2}{3}(40^{\circ}) \approx 26.67^{\circ}$$

Caso estático



Cuña	b (m)	h (m)	Volumen (m ³)	Masa (Mg)	Peso (kN)	α (°)	$\alpha-\phi'$ (°)	E_A (kN)
1	5,83	2,26	6,59	12,98	126,93	75	35	72,9
2	6,15	2,65	8,15	16,05	157,00	70	30	79,3
3	6,56	3,02	9,91	19,51	190,85	65	25	82,8
4	7,08	3,37	11,93	23,50	229,85	60	20	82,6
3'	6,804	3,196	10,87	21,42	209,48	62,5	22,5	83,2

Resolviendo este mismo ejemplo utilizando un método analítico para un metro de espesor, tenemos:

$$E_A = \frac{1}{2} K_A \rho_{sat} g_{local} H^2 (1 \text{ m})$$

donde:

$$K_A = \left\{ \frac{\frac{\text{sen}(90^\circ + \omega - \phi')}{\text{sen}(90^\circ + \omega)}}{\sqrt{\text{sen}(90^\circ + \omega + \delta') + \frac{\text{sen}(\phi' + \delta') \text{sen}(\phi' - \beta)}{\text{sen}(90^\circ + \omega - \beta)}}} \right\}^2$$

Por lo tanto tenemos lo siguiente:

$$\phi' = 40^\circ; \delta' = 26,67^\circ; \beta = 14,04^\circ; \omega = 11,31^\circ; \rho_{sat} = 1,97 \text{ Mg/m}^3; g = 9,78 \text{ m/s}^2; H = 5 \text{ m}$$

$$\Rightarrow K_A \approx 0,3454$$

Para este caso y estos datos: $E_A \approx 83,18 \text{ kN}$

MÉTODO PSEUDODINÁMICO CON ELEMENTOS DEL MÉTODO DE COULOMB

Suposiciones:

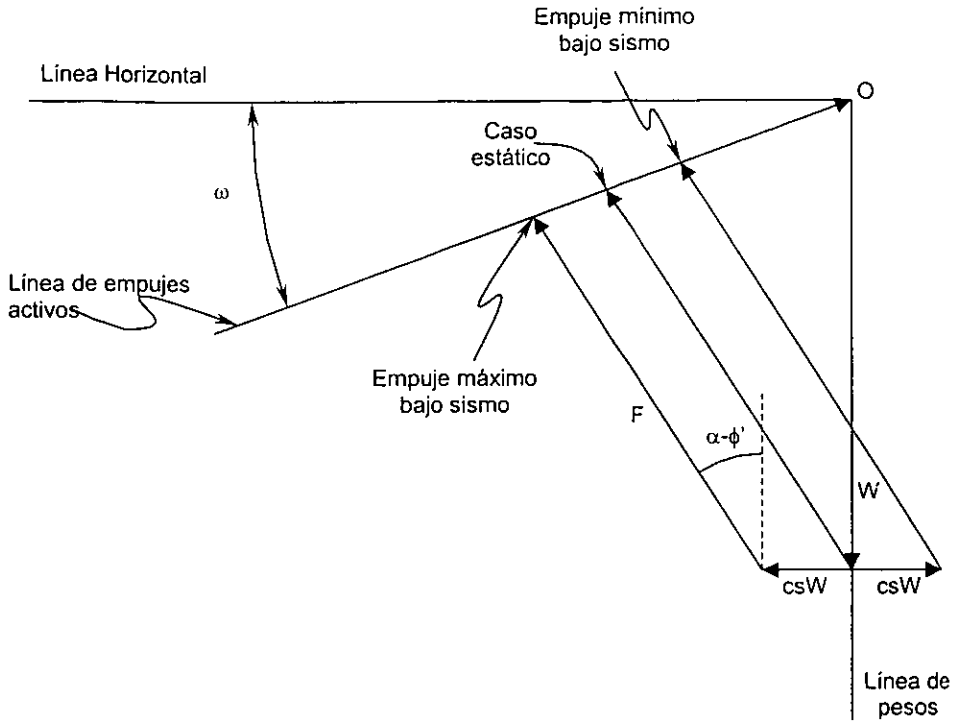
- 1.- Se adiciona una fuerza horizontal sísmica, que es función del peso de la cuña.
- 2.- Bajo sismo se pierde la fuerza de fricción en el contacto suelo-muro ($\delta' = 0^\circ$).

La fuerza sísmica horizontal se evalúa por medio del coeficiente sísmico que se asigna a la zona donde se construye el muro, por lo que:

$$\text{Fuerza sísmica horizontal} = csW$$

Donde:

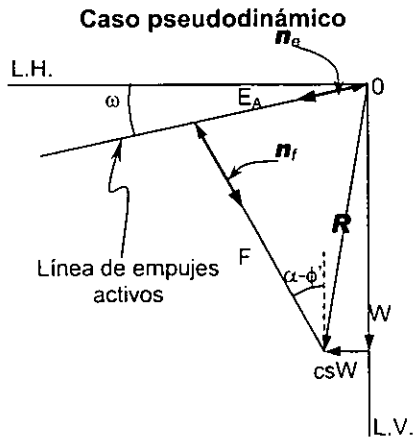
cs= Coeficiente sísmico



MÉTODO ANALÍTICO VECTORIAL (COULOMB-PADILLA), PARA CASO SÍSMICO

(pseudodinámico)

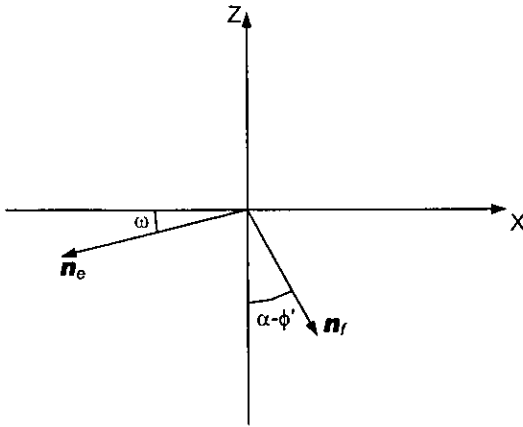
Resolviendo el problema de cálculo de empujes en forma analítica, y por medio de iteraciones.



$$\{E_A\} + \{F\} = \{R\}$$

$$E_A \{n_e\} + F \{n_f\} = \{R\}$$

$$\{R\} = \begin{Bmatrix} -csW \\ -W \end{Bmatrix}$$



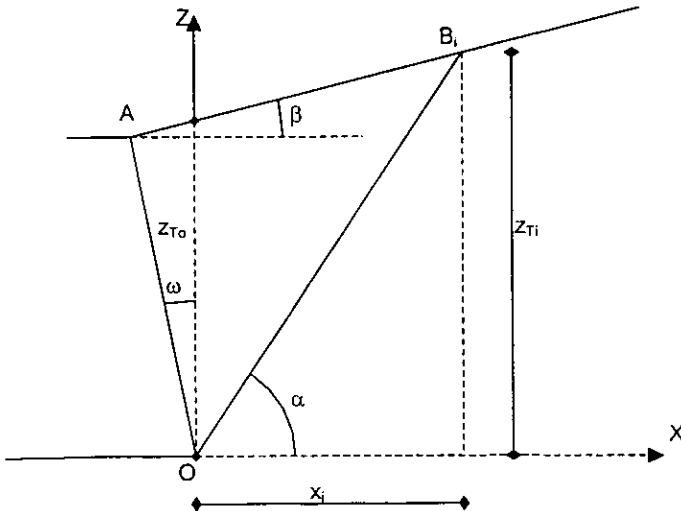
$$n_e = -\cos \omega i - \text{sen} \omega k$$

Donde n_e es un versor fijo (mismo valor) en el análisis.

$$n_f = \text{sen}(\alpha - \phi') i - \cos(\alpha - \phi') k$$

Donde n_f es un versor que varía según varíe el α propuesto.

Procedimiento



Coordenadas:

$$O (0,0) \quad ; \quad A (-x_A, z_A) \quad ; \quad B_i (x_i, z_{Ti})$$

$$\alpha_i = \operatorname{tg}^{-1} \frac{z_{Ti}}{x_i} \quad ; \quad z_{Ti} = z_{To} + x_i \operatorname{tg} \beta \quad ; \quad V_i = \frac{1}{2} |\mathbf{OA} \times \mathbf{OB}_i| (1 \text{ m})$$

$$m_i = V_i \rho_{sat}$$

$$W_i = m_i g_{local}$$

$$\{\mathbf{R}\} = \begin{Bmatrix} -csW_i \\ -W_i \end{Bmatrix}$$

$$\mathbf{n}_e = -\cos(\omega)i - \operatorname{sen}(\omega)k \quad (\text{Fijo})$$

$$\mathbf{n}_f = \operatorname{sen}(\alpha - \phi')i - \cos(\alpha - \phi')k \quad (\text{Variable})$$

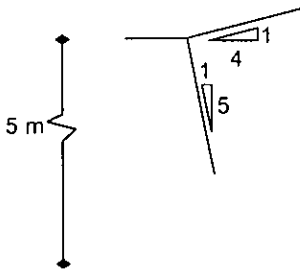
$$\{\mathbf{n}_e\}E_s + \{\mathbf{n}_f\}F = \{\mathbf{R}\}$$

Revisándolo con datos del ejemplo anterior:

$$\rho_{sat} = 1,97 \text{ Mg/m}^3 \quad ; \quad g = 9,78 \text{ m/s}^2 \quad ; \quad cs = 0,2$$

$$\phi' = 40^\circ \quad ; \quad \beta = 14,04^\circ \quad ; \quad \omega = 11,31^\circ$$

$$\delta' = 0^\circ \quad ; \quad z_{To} = 5,25 \text{ m}$$



Cuña	x_i (m)	z_{ri} (m)	Vol_i (m ³)	m_i (Mg)	W_i (kN)	csW_i (kN)	ω (°)	$-\cos\omega$	$-\text{sen}\omega$	α_i (°)	$\alpha_i - \phi'$ (°)	$\text{sen}(\alpha_i - \phi')$	$-\cos(\alpha_i - \phi')$	E_A (kN)
OAB ₁	2	5,75	7,88	15,514	151,72	30,34	11,31	-0,9806	-0,1961	70,82	30,82	0,5123	-0,8588	110,11
OAB ₂	4	6,25	13,13	25,856	252,87	50,57	11,31	-0,9806	-0,1961	57,38	17,38	0,2987	-0,9543	124,50
OAB ₃	5	6,50	15,75	31,028	303,45	60,69	11,31	-0,9806	-0,1961	52,43	12,43	0,2152	-0,9766	124,59
OAB ₄	6	6,75	18,38	36,199	354,02	70,80	11,31	-0,9806	-0,1961	48,37	8,37	0,1456	-0,9893	121,76
Crítica	4,62	6,405	14,753	29,062	284,23	56,85	11,31	-0,9806	-0,1961	54,197	14,197	0,2453	-0,9695	124,98

≈ 125 kN

Realizando el análisis para la cuña OAB_1 , tenemos lo siguiente:

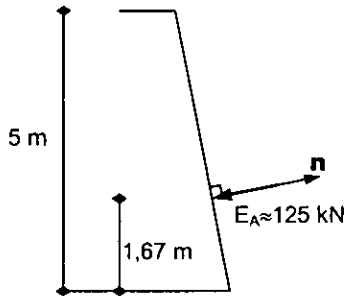
$$-0,9806E_A + 0,5123F = -30,34 \text{ kN}$$

$$-0,1961E_A - 0,8588F = -151,72 \text{ kN}$$

Resolviendo el sistema de ecuaciones:

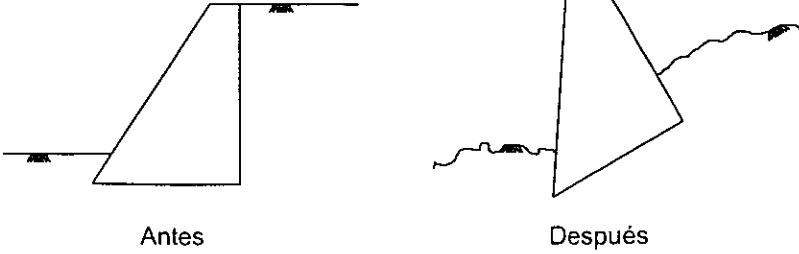
$$E_A = 110,11 \text{ kN}$$

La cuña crítica que se obtuvo en el análisis, muestra como resultado:

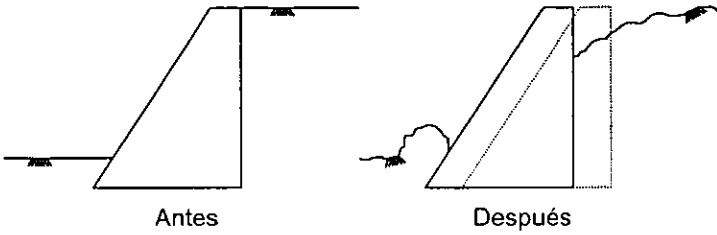


PRINCIPALES TIPOS DE FALLA EN MUROS DE GRAVEDAD

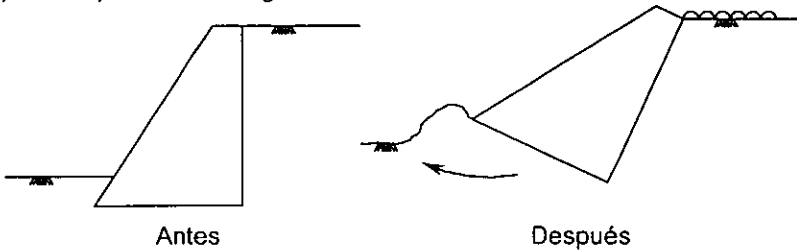
1) Por volteo



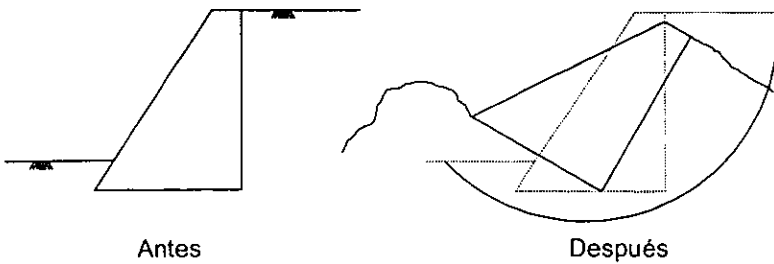
2) Por deslizamiento



3) Por capacidad de carga

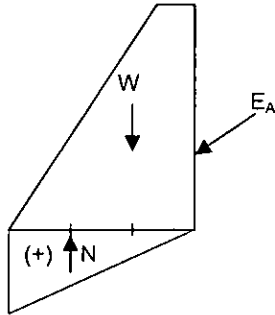


4) Por falla de talud

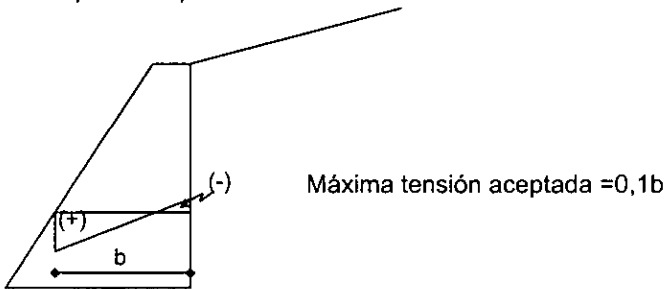


CONDICIONES IMPORTANTES A CUMPLIR EN EL DISEÑO DE MUROS DE GRAVEDAD

1.- En la base del muro, sólo se aceptan compresiones



2.- En cortes horizontales en el muro de gravedad, se aceptan como máximo tensión en el 10 % de la longitud del corte (que será tomada por el mortero y la trabazón del mamposteado).



Factores de seguridad recomendables en caso estático y carga permanente

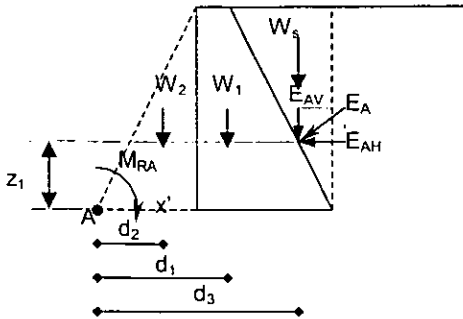
- | | |
|------------------------------|-------------------------------------|
| 1.- Por volteo | $FS \geq 2,5$ |
| 2.- Por deslizamiento | $FS \geq 1,5$ |
| 3.- Por capacidad de carga | $FS \geq 3$ |
| 4.- Por estabilidad de talud | $FS \geq 1,5$ (Suelo granular) |
| | $FS \geq 2,5$ (Suelo fino saturado) |

Recomendación: Que N no se salga del tercio medio de la base del muro.

Análisis

1.- Por volteo

1.a.- El momento resistente se analiza con todas las fuerzas que se oponen al volteo. Los momentos se calculan alrededor del punto A.



$$M_{RA} = W_1 \cdot d_1 + W_2 \cdot d_2 + W_s \cdot d_3 + E_{AV} d_3$$

1.b.- El momento actuante (que trata de voltear al muro) involucra las fuerzas que pueden hacerlo.

$$M_{AA} = E_{AH} \cdot z_1$$

$$FS = \frac{M_{RA}}{M_{AA}}$$

M_{TA} = Momento total alrededor de A.

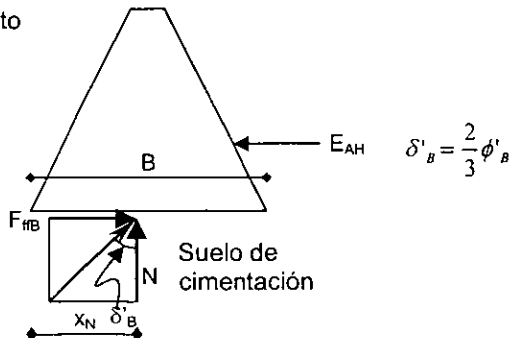
$$M_{TA} = M_{RA} - M_{AA}$$

$N = \Sigma$ Fuerzas verticales = Fuerza normal a la base (resistente)

$$M_{TA} = N \cdot x_N$$

$$x_N = \frac{M_{TA}}{N}$$

2.- Por deslizamiento



$$\delta'_B = \frac{2}{3} \phi'_B$$

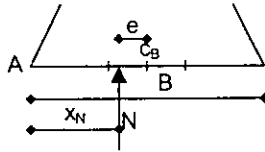
$$F_{fB} = N \tan \delta'_B \quad ; \quad \phi'_B = \text{Angulo de fricción interna del suelo de cimentación}$$

$$FS = \frac{F_{fB}}{E_{AH}}$$

Donde F_{fB} = Fuerza de fricción en la base

3.- Análisis por esfuerzos en la base (e internos).

Revisar que N cae en el tercio medio



$N = \Sigma$ de todas las fuerzas verticales

c_B = Centro de la base

e = Excentricidad de la fuerza N respecto de c_B

$$e = \frac{B}{2} - x_N$$

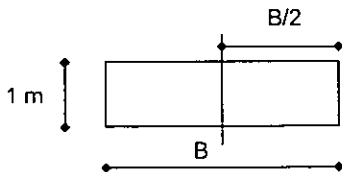
4.- Esfuerzos que transmiten la base del muro al suelo (con fines de capacidad de carga).

Se aplica la formula de la escuadría.

$$\sigma_{\max/\min} = \frac{F}{A} \pm \frac{M_e}{s}$$

$$q_{\max/\min} = \frac{N}{A} \pm \frac{M_e}{s}$$

El análisis se hace para una unidad de espesor



PLANTA

M_e = Momento provocado por la excentricidad de N alrededor de c_B

$$M_e = N \cdot e$$

s = Módulo de sección

$$s = \frac{I}{c}$$

$$I = \frac{hB^3}{12}; \quad \text{donde } h = 1 \text{ m} \Rightarrow \frac{B^3}{12} (1 \text{ m})$$

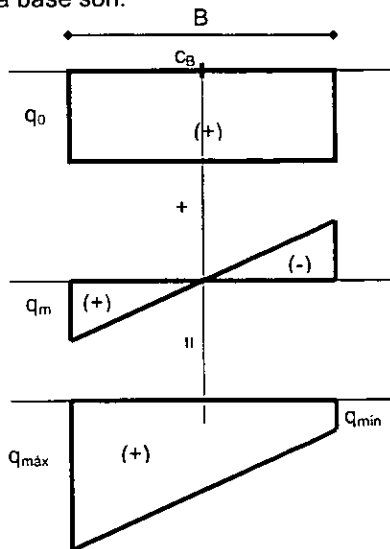
$$c = \frac{B}{2}; \quad ; \quad s = \frac{I}{c} = \frac{\frac{B^3}{12} (1 \text{ m})}{\frac{B}{2}} = \frac{1}{6} B^2 (1 \text{ m})$$

$$q_{\max/\min} = \underbrace{\frac{N}{B(1 \text{ m})}}_{q_0} \pm \underbrace{\frac{6N \cdot e}{B^2(1 \text{ m})}}_{q_m}$$

$$q_0 = \frac{N}{B(1 \text{ m})}; \quad ; \quad q_m = \frac{6N \cdot e}{B^2(1 \text{ m})}$$

$$q_{\max/\min} = q_0 \pm q_m$$

Los diagramas en la base son:



q_u = Capacidad de carga última

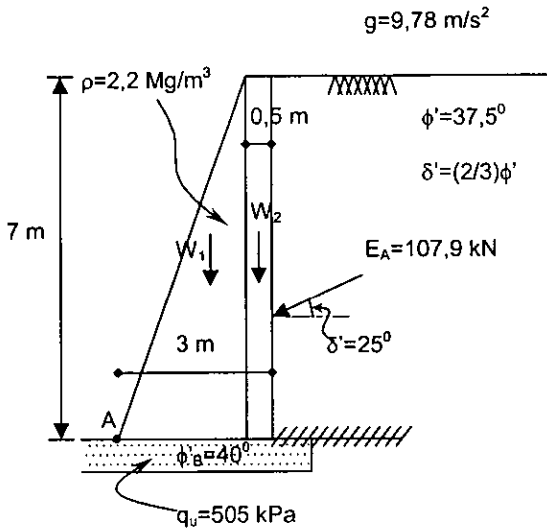
q_a = Capacidad de carga admisible

$$q_a = \frac{q_u}{FS} ; \quad FS. - \text{Factor de Seguridad}$$

Para nosotros:

$$q_{\max} \leq q_a$$

Ejemplo de revisión
(caso estático)



FS=3

$$\delta'_B = \frac{2}{3} \phi'_B$$

$$E_{AV} = (107,9 \text{ kN}) \text{sen} 25^\circ \approx 45,60 \text{ kN}$$

$$E_{AH} = (107,9 \text{ kN}) \text{cos} 25^\circ \approx 97,79 \text{ kN}$$

1.- Revisión por volteo

$$W_1 = 188,27 \text{ kN} \quad ; \quad W_2 = 75,31 \text{ kN}$$

$$M_{RA} = W_1 d_1 + W_2 d_2 + E_{EV} d_3$$

$$M_{RA} = 188,27 \text{ kN}(1,67 \text{ m}) + 75,31 \text{ kN}(2,75 \text{ m}) + 45,60 \text{ kN}(3 \text{ m})$$

$$M_{RA} \approx 658,3 \text{ kN.m}$$

$$M_{AA} = 97,79 \text{ kN}(2,33 \text{ m}) \approx 227,9 \text{ kN.m}$$

$$FS = \frac{M_{RA}}{M_{AA}} = \frac{658,3 \text{ kN.m}}{227,9 \text{ kN.m}} \approx 2,89 > 2,5 \therefore \text{Pasa por volteo}$$

2.- Por deslizamiento

En el suelo de base tenemos que $\phi'_B = 40^\circ$

$$\delta'_B = \frac{2}{3} \phi'_B \approx 26,67^\circ$$

Cálculo de N

$$N = 188,27 \text{ kN} + 75,31 \text{ kN} + 45,60 \text{ kN}$$

$$N \approx 309,2 \text{ kN}$$

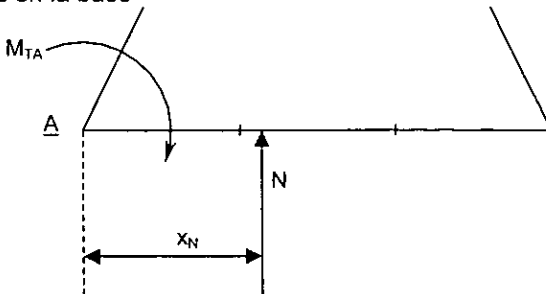
$$F_{fB} = N \text{tg} \delta'_B = 309,2 \text{ kN}(\text{tg} 26,67^\circ)$$

$$F_{fB} \approx 155,3 \text{ kN}$$

$$FS = \frac{F_R}{F_A} = \frac{F_{fB}}{E_{AH}} = \frac{155,3 \text{ kN}}{97,79 \text{ kN}} \approx 1,59 > 1,5 \therefore \text{Pasa por deslizamiento}$$

3.- Revisión de esfuerzos internos y en la base

- Esfuerzos internos, análogo a lo que sigue
- Esfuerzos en la base



Cálculo de la distancia x_N :

$$x_N = \frac{M_{TA}}{N} \quad ; \quad M_{TA} = M_{RA} - M_{AA}$$

$$M_{TA} = 658,7 \text{ kN.m} - 227,9 \text{ kN.m} = 430,8 \text{ kN.m}$$

Por lo tanto, tenemos que:

$$x_N = \frac{M_{TA}}{N} = \frac{430,8 \text{ kN.m}}{309,2 \text{ kN}} \approx 1,39 \text{ m} \quad ; \quad 1,39 \text{ m} > 1 \text{ m}$$

Sí cae en el tercio medio \therefore no hay tensión en la base

4.- Revisión de esfuerzos en la base

$$q_{\min}^{\max} = q_0 \pm q_m$$

Cálculo de q_0

$$q_0 = \frac{N}{B(1 \text{ m})} = \frac{309,2 \text{ kN}}{3 \text{ m}(1 \text{ m})} \approx 103,1 \text{ kPa}$$

Cálculo de q_m

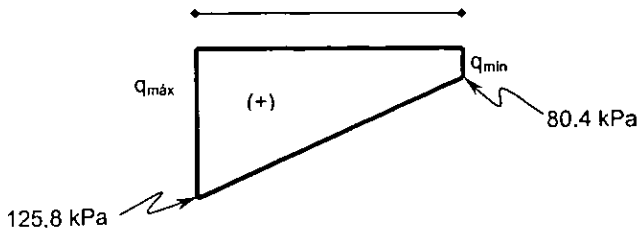
Evaluación de la excentricidad

$$e = \frac{B}{2} - x_N = 1,50 \text{ m} - 1,39 \text{ m} = 0,11 \text{ m}$$

$$q_m = \frac{6N.e}{B^2(1 \text{ m})} = \frac{6(309,2 \text{ kN})(0,11 \text{ m})}{(3 \text{ m})^2(1 \text{ m})} \approx 22,7 \text{ kPa}$$

$$q_{\max} = q_0 + q_m = 103,1 \text{ kPa} + 22,7 \text{ kPa} = 125,8 \text{ kPa}$$

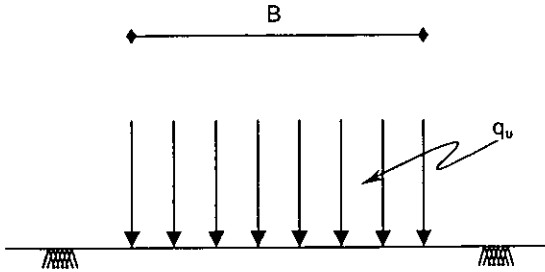
$$q_{\min} = q_0 - q_m = 103,1 \text{ kPa} - 22,7 \text{ kPa} = 80,4 \text{ kPa}$$



$$q_a = \frac{q_u}{FS} = \frac{505 \text{ kPa}}{3} \approx 168,33 \text{ kPa}$$

En este caso como $125,8 \text{ kPa} < 168,3 \text{ kPa}$, esto es que $q_{\text{máx}} < q_a \therefore$ pasa por esfuerzos en la base

III.- CAPACIDAD DE CARGA

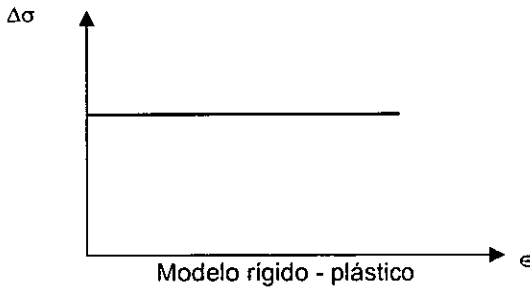


El problema consiste en evaluar el esfuerzo último compatible con el equilibrio (antes de que el cimiento falle).

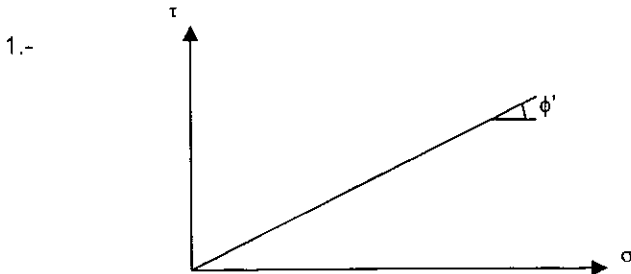
Suposición.- El cimiento tiene longitud infinita normal al dibujo.

Nos auxiliaremos de dos teorías de la física:

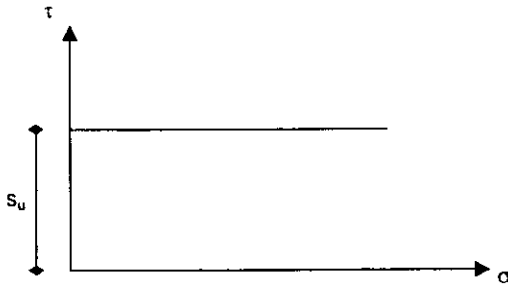
- 1.- Teoría de elasticidad (E , ν).
- 2.- Teoría de plasticidad.



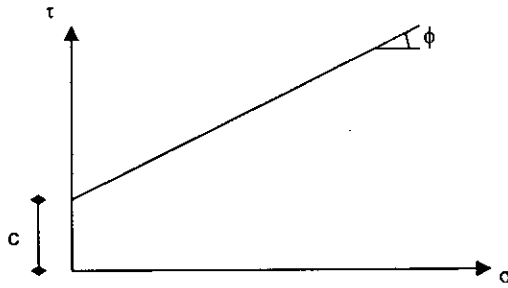
Usaremos diferentes leyes de resistencia:



2.-



3.-



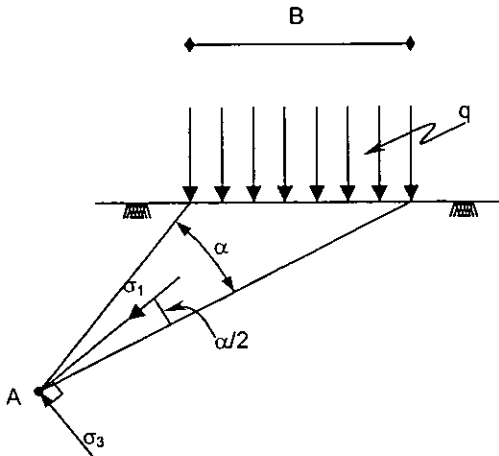
Iniciaremos (porque históricamente así fue), con suelos finos saturados.

Comenzaremos con las propuestas de teoría de elasticidad.

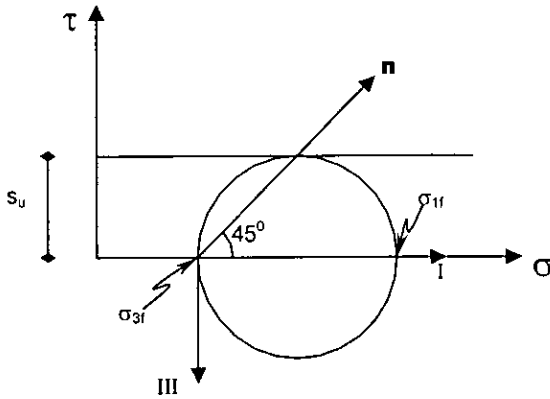
Empezando con el estudio de suelos finos saturados (arcilla en falla no drenada).

1.- Teoría de Elasticidad

Suposiciones.- El suelo es un medio semi-infinito, elástico-lineal, homogéneo e isotrópico.



$$\sigma_1 = \frac{q}{\pi}(\alpha + \text{sen}\alpha) \quad ; \quad \sigma_3 = \frac{q}{\pi}(\alpha - \text{sen}\alpha)$$



$$\tau_{\text{máx}} = \pm \frac{\sigma_{1f} - \sigma_{3f}}{2} \quad (\text{el valor que se toma es el positivo})$$

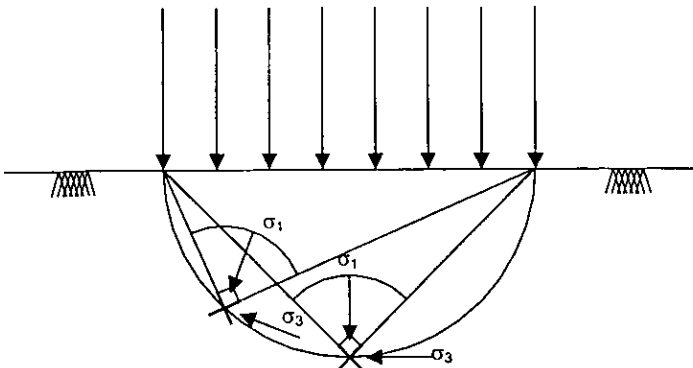
$$\tau_{\text{máx}} = \frac{\sigma_{1f} - \sigma_{3f}}{2} = \frac{q}{\pi} \frac{2\text{sen}\alpha}{2} = \frac{q}{\pi} \text{sen}\alpha$$

Para $\alpha=90^\circ$ teniendo que $\text{sen } 90^\circ=1$

$$\tau_{\text{máx}} = \frac{q}{\pi} \quad \text{para } \alpha=90^\circ \quad ; \quad s_u = \frac{q}{\pi}$$

$$q = \pi s_u \approx 3,1416 s_u \quad (\text{Con teoría de elasticidad})$$

Para este caso:



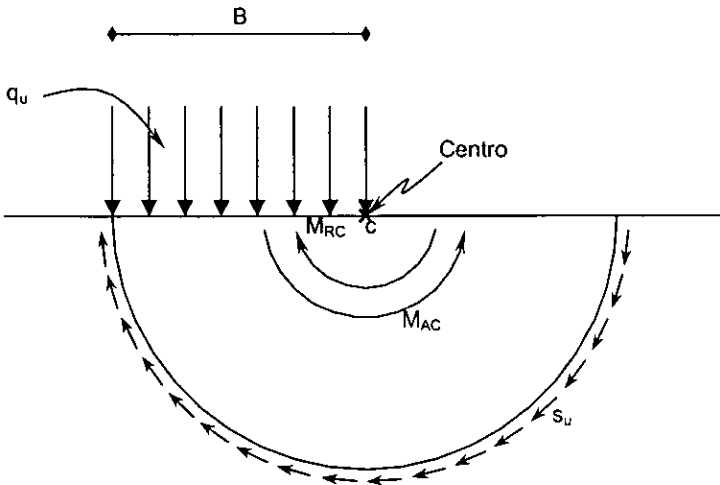
Los planos de cortante máximo no son superficie de falla.

El mecanismo no es cinemáticamente admisible (por todos los cortantes de falla que se oponen a la misma).

2.- Teoría de Plasticidad
W. Fellenius

MECANISMO DE FELLENIUS

Suposición.- La superficie de falla es un arco circular



M_{RC} = Momento resistente alrededor de \underline{c} .

M_{AC} = Momento actuante alrededor de \underline{c} .

El análisis se hace para una unidad (1 m) de espesor.

Cálculo del momento actuante o motor

$$M_{AC} = \underbrace{q_u B(1 \text{ m})}_{\text{Fuerza Brazo}} \frac{B}{2} = \frac{q_u B^2 (1 \text{ m})}{2}$$

Cálculo del momento resistente

$$M_{RC} = \underbrace{\pi B S_u}_{\text{Fuerza}} (1 \text{ m}) \underbrace{B}_{\text{Brazo}} = \pi s_u B^2 (1 \text{ m})$$

Factor de Seguridad

$$FS = \frac{M_{RC}}{M_{AC}} ; \text{ En la falla } FS = 1$$

En la falla $M_{RC} = M_{AC}$.

$$\pi s_u B^2 (1 \text{ m}) = \frac{q_u B^2 (1 \text{ m})}{2}$$

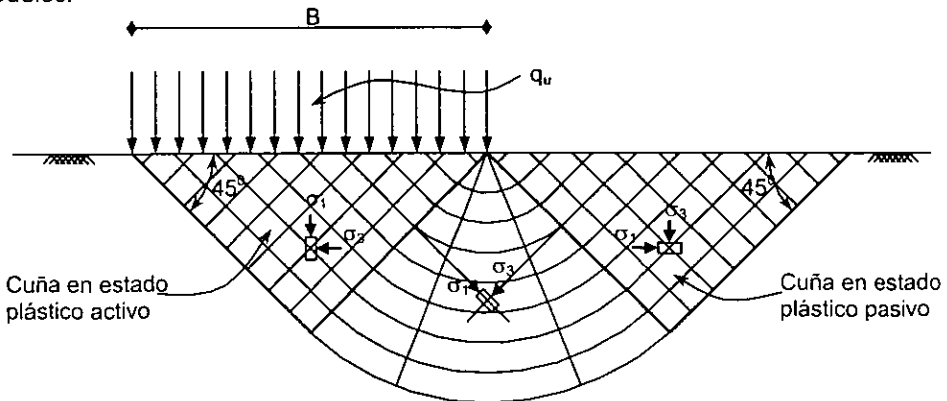
Despejando q_u :

$$q_u = \text{Capacidad de carga última, en la falla} ; \quad q_u = 2\pi s_u \approx 6,28 s_u$$

Fellenius elevando la posición del centro, de manera perpendicular al suelo, logró obtener que $q_u = 5,5 s_u$

SOLUCIÓN DE PRANDTL

En 1920 Prandtl analizó el problema de la indentación en un medio semi-infinito, homogéneo, rígido-plástico e isotrópico, por un elemento rígido de longitud infinita y de base plana. Esta solución encontró aplicación específica en Mecánica de Suelos.

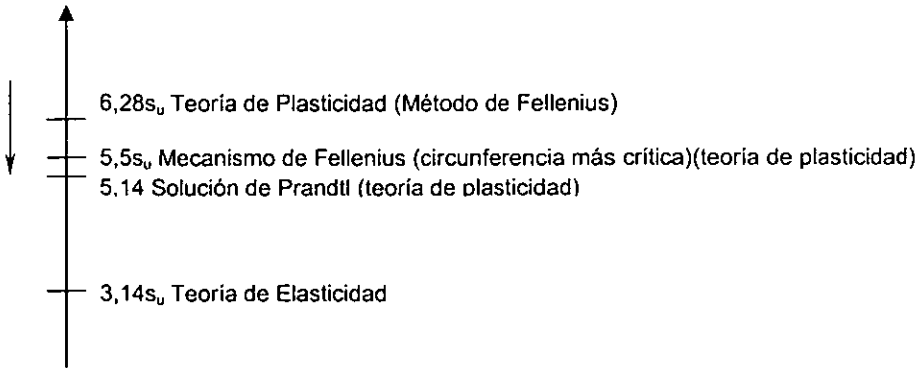


Prandtl apoyado en la teoría de plasticidad llegó a:

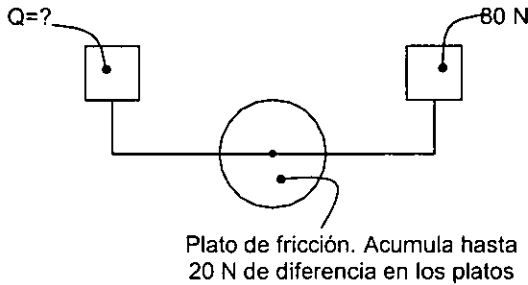
$$q_u = (\pi + 2)s_u \approx 5,14s_u$$

Este valor posteriormente lo retomó Skempton.

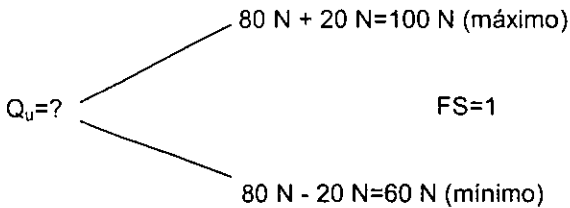
Resumiendo los valores obtenidos de q_u , tenemos:



BALANZA DE KRISTIANOVICH



Valores de Q que ponen al límite el equilibrio:



A partir de lo anterior ¿cuál es la forma correcta de introducir el factor de seguridad para obtener el valor de la carga admisible Q_a ?

$$Q_a = \frac{Q_u}{FS} \quad \text{Suponiendo } FS = 2 \quad \left. \vphantom{Q_a = \frac{Q_u}{FS}} \right\} \text{Formas erróneas de calcular } Q_a$$

$$\text{tenemos: } Q_a = \frac{100}{2} = 50 \text{ y } Q_a = \frac{60}{2} = 30$$

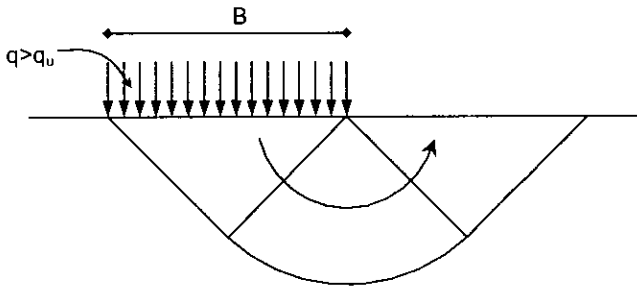
Como se puede observar, los valores obtenidos de Q_a provocarían que se rompiera la fricción del plato y la balanza se desequilibraría, por lo que la manera correcta de colocar el factor de seguridad, es el siguiente:

$$Q_a = 80 \text{ N} \pm \frac{20 \text{ N}}{FS}$$

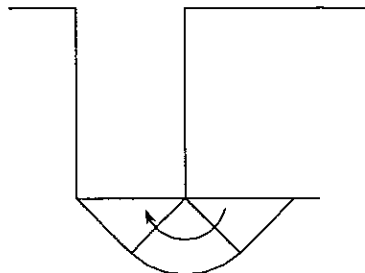
Observe que si $FS=1$ se está en condición de equilibrio crítico, y para el caso de que $FS=\infty$, no se hace uso de la fricción que pueda aportar el plato.

Formas de falla:

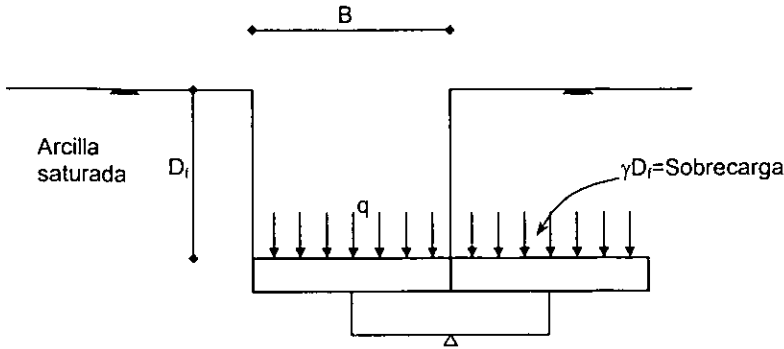
1ª Falla de cimentación



2ª Falla de fondo



Aplicación de las ideas de Kristianovich



Donde D_f = Profundidad del cimiento.

De aquí en adelante, la sobrecarga del otro lado de la excavación se definirá como γD_f por razones históricas

El valor más seguro para q sería que se igualara con la sobrecarga:

$$q_{\text{más segura}} = \gamma D_f$$

Lo anterior implicaría teóricamente tener un $FS = \infty$. Esta solución no es económica, ya que no se aprovecha la resistencia con que cuenta el suelo.

Si se hace trabajar la resistencia hasta la condición de equilibrio crítico, se tendría que la capacidad de carga última es:

$$q_u = \gamma D_f \pm \text{Algo debido a } s_u$$

El signo (+) se usará cuando se carga en la excavación, y el signo (-) cuando se descarga el fondo al excavar. El factor de seguridad no se aplica a la sobrecarga.

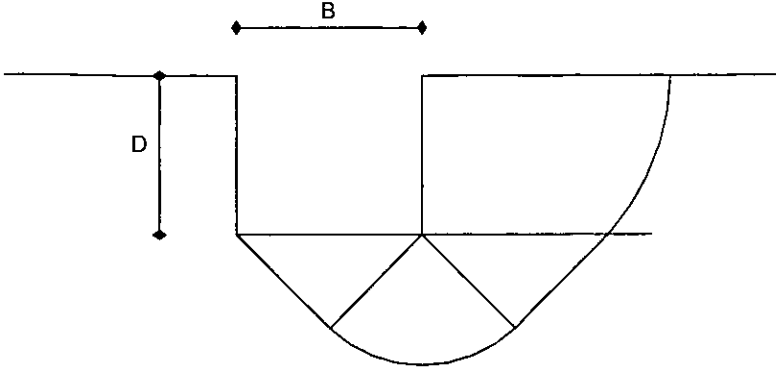
TEORÍA DE SKEMPTON PARA SUELOS FINOS SATURADOS

Skempton retoma la solución de Prandtl, y además toma en cuenta la profundidad de desplante que analiza Kristianovich.

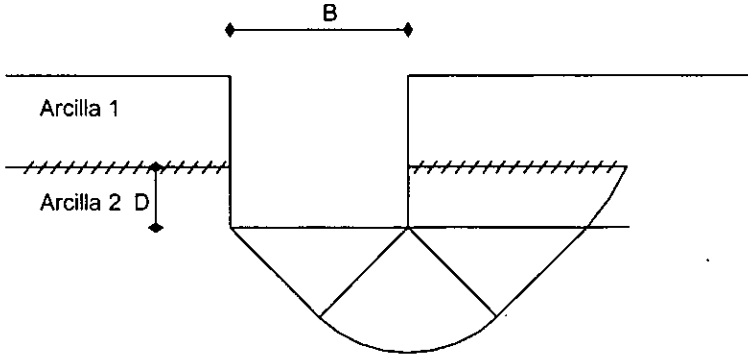
$$q_u = N_c s_u + \gamma D_f$$

Considera cimiento de longitud infinita.

N_c =Factor de capacidad de carga ; $N_c=f(D/B)$

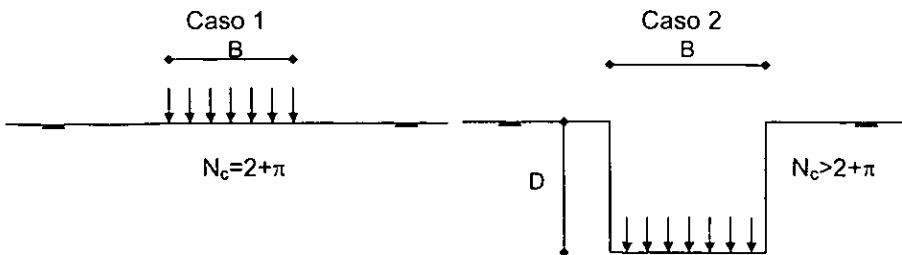


La profundidad D, en el caso de un suelo con dos estratos como el que se muestra en la figura siguiente, en el que el estrato 1 es más blando que el estrato 2, se tomara como D la profundidad del 2º estrato hasta el fondo de la excavación.



Se usará como base el valor de $N_{c \text{ largo}}$ (cimiento de longitud infinita). En la figura VII-11 del tomo II del libro de los Ing. Juárez Badillo y Rico Rodríguez, se encuentra la gráfica de Skempton. De esa grafica solo se usará N_c de cimiento largo

Skempton hace variar el valor de N_c . Si la cimentación se hace penetrar desde la superficie o si la cimentación penetra en un estrato de suelo fino saturado debajo de un estrato superficial, en descargas muy largas.



Si la cimentación en lugar de ser muy larga es circular o cuadrada, Skempton propone incrementar el valor de $N_{c \text{ largo}}$ en un 20%. Esto lo propuso con base en pruebas que realizó, y en las que obtuvo que la resistencia del suelo es mayor en estos casos (fue reduciendo el largo del cimientto).

$$q_u = 1,2N_{c \text{ largo}}s_u + \gamma D_f$$

Para la expresión de cimientto rectangular, tomó en cuenta lo siguiente:

En cimientto cuadrado $L=B \Rightarrow B/L=1$

En cimientto largo $L=\infty \Rightarrow B/L=0$

Para estos casos se tiene:

$$q_u = \left[1 + 0,2 \left(\frac{B}{L} \right) \right] N_{c \text{ largo}} s_u + \gamma D_f$$

La capacidad de carga admisible para cada caso queda como sigue:

Cimientto largo:

$$q_a = \frac{N_{c \text{ largo}} s_u}{FS} + \gamma D_f$$

Cimientto cuadrado:

$$q_a = \frac{1,2N_{c \text{ largo}} s_u}{FS} + \gamma D_f$$

Cimientto rectangular:

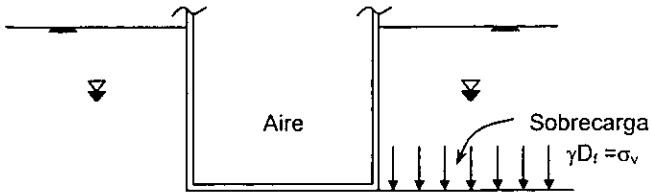
$$q_a = \frac{\left[1 + 0,2 \left(\frac{B}{L} \right) \right] N_{c \text{ largo}} s_u}{FS} + \gamma D_f$$

No olvidemos que $N_{c \text{ largo}}$ es función de la relación D/B , de acuerdo con la gráfica de Skempton

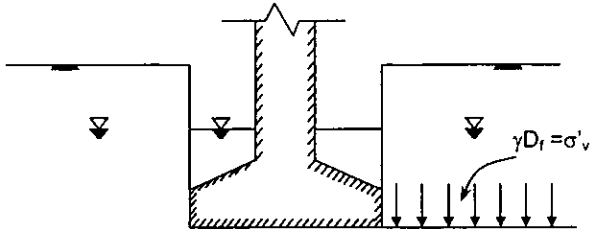
CONCEPTO DE SOBRECARGA

Supondremos el nivel freático por encima del nivel de desplante.

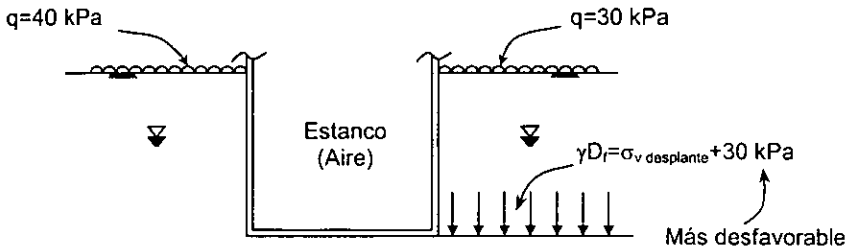
1.- Cajón estanco (no se permite que se acumule agua dentro del hueco)



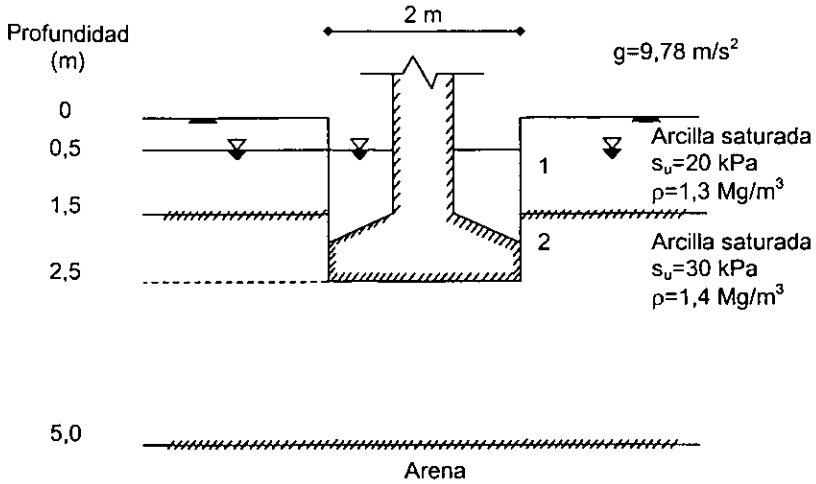
2.- Cajón o zapata no impermeable (el agua inunda el hueco o a la zapata)



3.- Cajón estanco con sobrecargas en las colindancias.



Ejemplo: Haciendo uso del criterio de Skempton, calcule la capacidad de carga última (q_u) y la carga última (Q_u) asignable a una zapata muy larga, con base en el perfil mostrado.

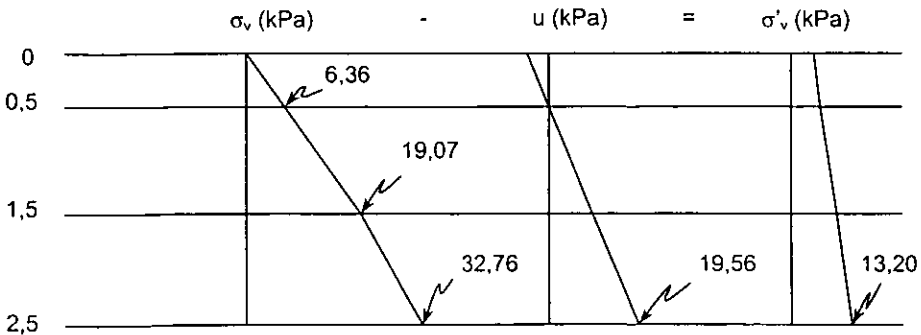


Obtención de N_c :

$$\frac{D}{B} = \frac{1 \text{ m}}{2 \text{ m}} = 0,5 \quad ; \quad \text{De la gráfica de Skempton tenemos que : } N_{c \text{ largo}} = 5,8$$

Cálculo de sobrecarga

σ'_v en el desplante es igual a: γD_f



Otra manera de calcular el σ'_v sería considerando los siguientes γ :

γ encima del NAF

γ' debajo del NAF

$$\sigma'_v = \rho_1 g(0,5 \text{ m}) + (\rho_1 - \rho_w)g(1 \text{ m}) + (\rho_2 - \rho_w)g(1 \text{ m})$$

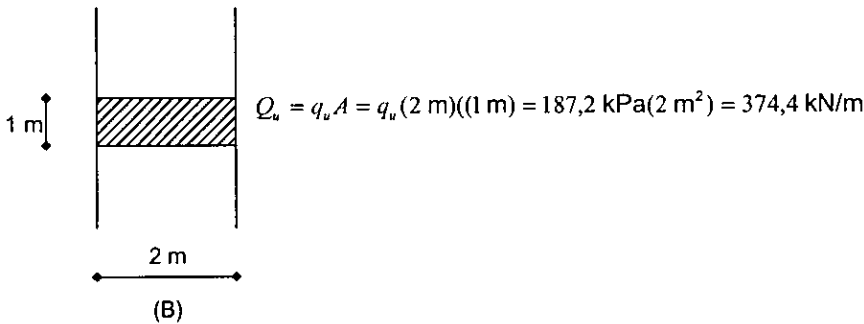
$$\sigma'_v = (1,3 \text{ Mg/m}^3)(9,78 \text{ m/s}^2)(0,5 \text{ m}) + (0,3 \text{ Mg/m}^3)(9,78 \text{ m/s}^2)(1 \text{ m}) + (0,4 \text{ Mg/m}^3)(9,78 \text{ m/s}^2)(1 \text{ m}) \approx 13,20 \text{ kPa}$$

Finalmente

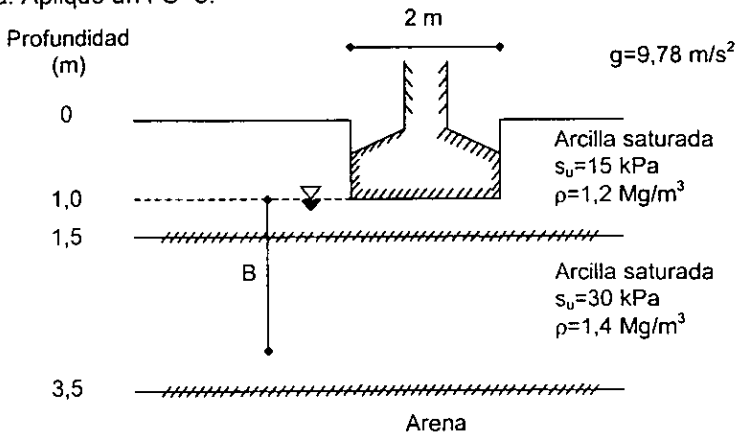
$$q_u = N_c \text{ larga } s_u + \gamma D_f = (5,8)(30 \text{ kPa}) + 13,20 \text{ kPa} = 187,2 \text{ kPa}$$

Como la zapata es muy larga, se puede expresar la carga última como una carga por cada unidad de longitud

El área de análisis se puede visualizar como:



Ejemplo: Calcule, con base en la teoría de Skempton la capacidad de carga admisible y la carga admisible de una zapata cuadrada como la que se muestra en la figura. Aplique un FS=3.



Para esta zapata cuadrada, tenemos que:

$$q_a = \frac{1,2 N_{c \text{ largo}} s_u}{FS} + \gamma D_f$$

Calculando el $N_{c \text{ largo}}$ tenemos:

$$\frac{D}{B} = \frac{1 \text{ m}}{2 \text{ m}} = 0,5 \quad \Rightarrow \quad N_{c \text{ largo}} = 5,8$$

En este caso, como el nivel freático coincide con el desplante, allí se tiene que:

$$\gamma D_f = \sigma_v = \sigma'_v$$

$$\gamma D_f = (1,2 \text{ Mg/m}^3)(9,78 \text{ m/s}^2)(1 \text{ m}) \approx 11,74 \text{ kPa}$$

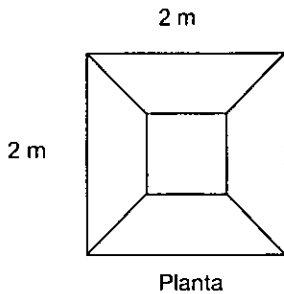
Teóricamente, de producirse la falla, se cortarían los dos suelos, por la superficie de falla. El promedio pesado de la resistencia sería:

$$s_{u \text{ pp}} = \frac{(15 \text{ kPa})(0,5 \text{ m}) + (30 \text{ kPa})(1,5 \text{ m})}{0,5 \text{ m} + 1,5 \text{ m}} = 26,25 \text{ kPa}$$

Sustituyendo valores, tenemos:

$$q_a \approx \frac{1,2(5,8)(26,25 \text{ kPa})}{3} + 11,74 \text{ kPa} \approx 72,64 \text{ kPa}$$

Obteniendo la carga admisible



$$Q_a = q_a A = (72,64 \text{ kPa})(4 \text{ m}^2) = 290,56 \text{ kN}$$

TEORÍA DE TERZAGHI PARA SUELOS FINOS SATURADOS

Terzaghi a diferencia de Skempton propone un valor fijo para N_c larga que no depende de la relación D/B. El valor propuesto es

$$N_{c \text{ larga}} = 5,7$$

De acuerdo con esto, la capacidad de carga última para cimiento largo (infinito), resulta ser:

$$q_u = 5,7s_u + \gamma D_f$$

Para capacidad de carga admisible en cimiento largo:

$$q_a = \frac{5,7s_u}{FS} + \gamma D_f$$

La sobrecarga para Terzaghi, es la misma que la vista para Skempton.

Si el cimiento es cuadrado, Terzaghi recomienda incrementar el factor de capacidad de carga en un 30%, en lugar del 20% de Skempton.

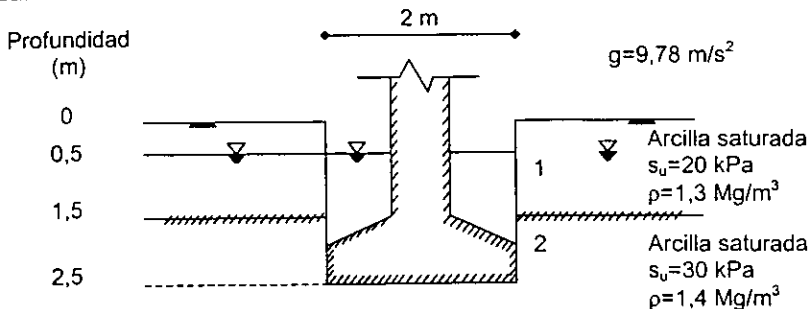
Para cimiento cuadrado o circular, Terzaghi propone:

$$q_u = (1,3)(5,7)s_u + \gamma D_f \quad ; \quad q_a = \frac{(1,3)(5,7)s_u}{FS} + \gamma D_f$$

Para cimiento rectangular:

$$q_u = [1 + 0,3(B/L)](5,7)s_u + \gamma D_f \quad ; \quad q_a = \frac{[1 + 0,3(B/L)](5,7)s_u}{FS} + \gamma D_f$$

Ejemplo: Con base en la teoría de Terzaghi calcule q_u y Q_u de la zapata larga mostrada.

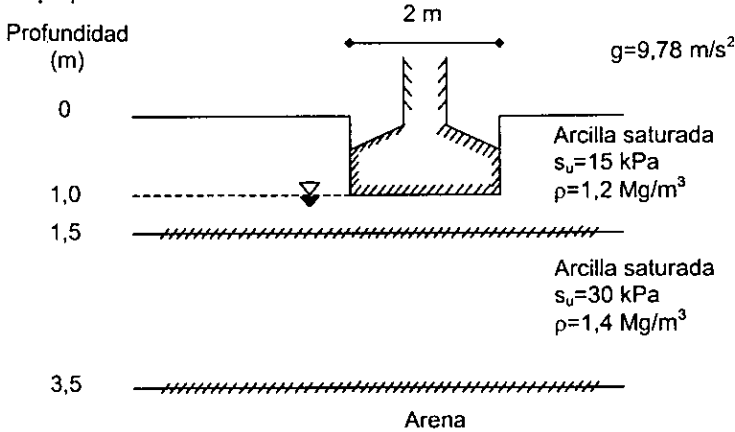


$$\gamma D_f = \sigma'_{v, \text{desplante}} = 13,20 \text{ kPa}$$

Según Terzaghi:

$$q_u = 5,7(30 \text{ kPa}) + 13,20 \text{ kPa} = 184,2 \text{ kPa} \quad ; \quad Q_u = 368,4 \text{ kN/m}$$

Ejemplo: Calcule, con base en la teoría de Terzaghi la capacidad de carga admisible y la carga admisible de una zapata cuadrada como la que se muestra en la figura. Aplique un FS=3.



En el análisis por Terzaghi, al igual que con Skempton, para obtener el valor de la resistencia se obtiene por medio de un promedio pesado:

$$s_{u \text{ pp}} = \frac{(15 \text{ kPa})(0,5 \text{ m}) + (30 \text{ kPa})(1,5 \text{ m})}{0,5 \text{ m} + 1,5 \text{ m}} = 26,25 \text{ kPa}$$

Como se mencionó anteriormente, Terzaghi propone un valor fijo para $N_{c \text{ larga}}$ que no depende de la relación D/B. Por lo que:

$$N_{c \text{ larga}} = 5,7$$

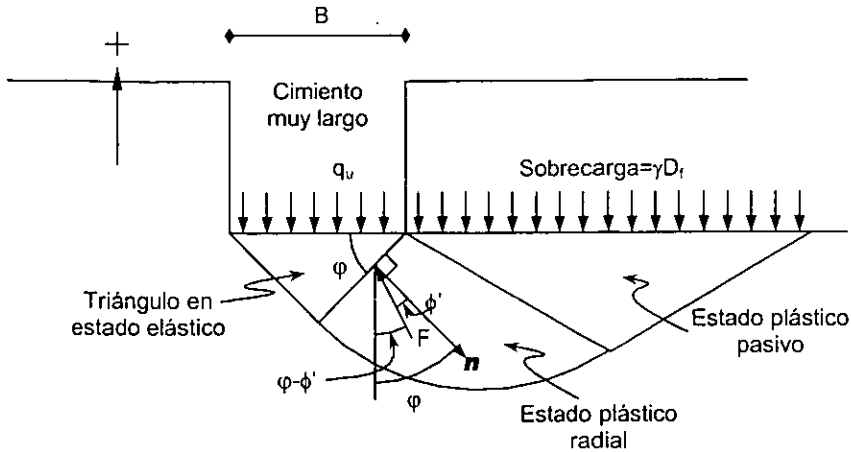
Además:

$$\gamma D_f = 11,74 \text{ kPa} \quad ; \quad FS = 3$$

Finalmente:

$$q_a = \frac{(1,3)(5,7)(26,65 \text{ kPa})}{3} + 11,74 \text{ kPa} \approx 76,58 \text{ kPa} \quad ; \quad Q_a \approx 306,3 \text{ kN}$$

ANÁLISIS DE CAPACIDAD DE CARGA PARA UN SUELO GRANULAR



Diversos criterios:

Autor	Suposición
Terzaghi	$\phi = \phi'$
Vesic	$\phi = 45^\circ + \phi'/2$
Meyerhof	ϕ es tal que N_γ es mínimo donde N_γ = Factor de capacidad de carga

Por equilibrio del triángulo y suponiendo que el peso de este es despreciable, el análisis se hace por cada unidad de espesor, por lo que el análisis de equilibrio límite queda:

$$\sum F_z = -q_u B(1 m) + 2F \cos(\phi - \phi')$$

$$q_u B(1 m) = 2F \cos(\phi - \phi') \quad - (1)$$

F depende del peso del material al lado y abajo del nivel de desplante, así como de la sobrecarga a nivel del desplante. Hay una F a cada lado del triángulo que identa.

F será función de γ y γD_f

$$F = F\gamma + F\gamma D_f \quad - (2)$$

Sustituyendo (2) en (1):

$$q_u B(1 m) = 2F\gamma \cos(\varphi - \phi') + 2F\gamma D_f \cos(\varphi - \phi')$$

Tomando un análisis para 1 m de espesor y despejando q_u :

$$q_u = \frac{2}{B} F\gamma \cos(\varphi - \phi') + \frac{2}{B} F\gamma D_f \cos(\varphi - \phi') \quad - (3)$$

Se introduce ahora unos coeficientes $K\gamma$ y Kq , de modo que:

$$F\gamma = K\gamma \cdot \gamma \cdot B^2 \quad ; \quad K\gamma = f(\varphi, \phi')$$

$$F\gamma D_f = Kq \cdot B \cdot \gamma D_f \quad ; \quad Kq = f(\varphi, \phi')$$

Sustituyendo estos coeficientes en (3):

$$q_u = \frac{2}{B} \cdot K\gamma \cdot \gamma \cdot B^2 \cos(\varphi - \phi') + \frac{2}{B} \cdot Kq \cdot B \cdot \gamma D_f \cos(\varphi - \phi')$$

$$q_u = 2 \cdot K\gamma \cdot \gamma \cdot B \cos(\varphi - \phi') + 2 \cdot Kq \cdot \gamma D_f \cos(\varphi - \phi') \quad - (4)$$

La ecuación (4) se cambia a:

$$q_u = \frac{\gamma B}{2} \underbrace{[4K\gamma \cdot \cos(\varphi - \phi')]}_{N_\gamma} + \gamma D_f \underbrace{[2Kq \cos(\varphi - \phi')]}_{N_q}$$

Definiremos a N_γ y N_q como factores de capacidad de carga y que son función de φ y ϕ'

Finalmente:

$$q_u = \frac{1}{2} \gamma B N_\gamma + \gamma D_f N_q$$

En la figura VII-8 del tomo II del libro "Mecánica de Suelos" de los Ingenieros Juárez Badillo y Rico Rodríguez, se tienen valores de N_γ y N_q en función de ϕ' según Terzaghi.

En la figura VII-14 se tiene lo mismo pero para los casos de cimiento largo y cimiento cuadrado según Meyerhof. Meyerhof propone diferentes valores de N_γ y N_q según la forma del cimiento.

Terzaghi a diferencia de Meyerhof propone corregir con coeficientes la forma del cimiento. Para este caso de suelo exclusivamente granular, Terzaghi propone:

- Cimiento cuadrado

$$q_u = 0,4\gamma BN_\gamma + \gamma D_f N_q$$

- Cimiento circular

$$q_u = 0,6\gamma RN_\gamma + \gamma D_f N_q$$

donde R= Radio del cimiento

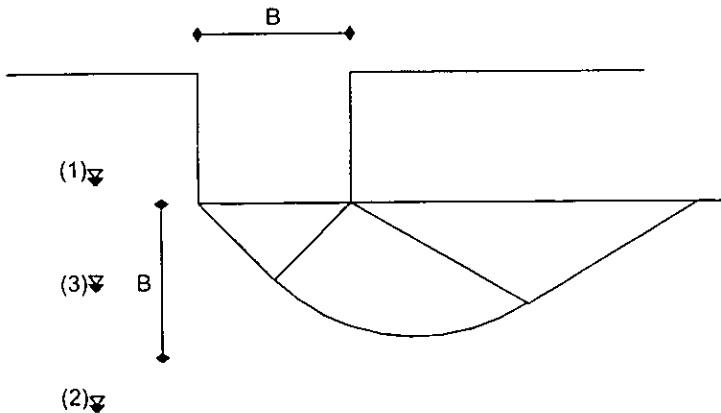
- Cimiento rectangular

$$q_u = [0,5 - 0,1(B/L)]\gamma BN_\gamma + \gamma D_f N_q$$

En todos los casos vistos, para suelo granular, la capacidad de carga admisible queda:

$$q_a = \frac{q_u}{FS}$$

Análisis del término γBN_γ , con sus respectivos factores por los que está siendo multiplicado dependiendo del caso:



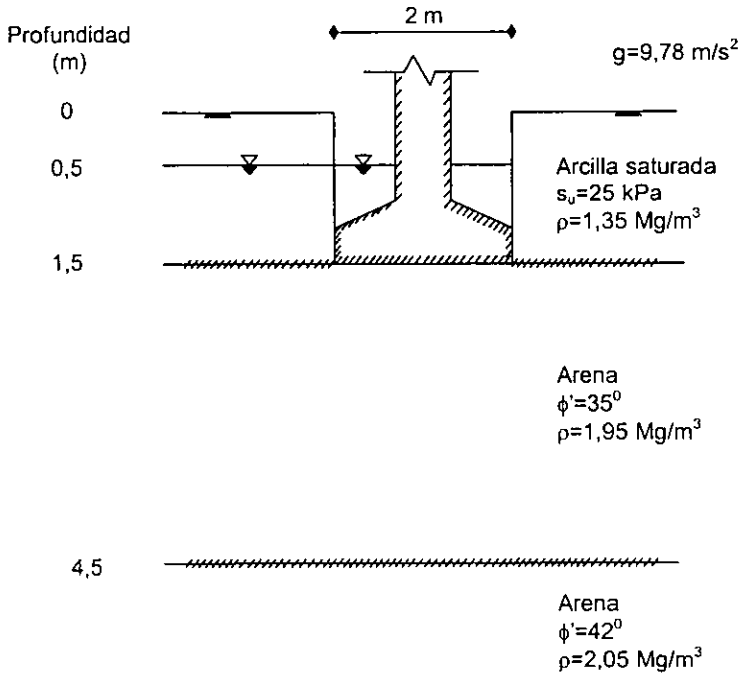
Para:

Posición (1) Cuando el NAF coincida con el desplante o esté por encima de éste, se toma $\gamma=\gamma'$

Posición (2) Cuando el NAF se encuentre más abajo que una profundidad B a partir del desplante, o que coincida con esta, se toma $\gamma=\gamma$

Posición (3) Cuando el NAF se encuentre entre el nivel de desplante y por encima de la profundidad B, se toma el promedio pesado de suelo sumergido y no sumergido $\gamma=\gamma_{pp}$

Ejemplo: Calcule la capacidad de carga última, para la zapata muy larga mostrada en la figura. Aplique la teoría de Terzaghi.



Se aplicará:

$$q_u = \frac{1}{2} \gamma B N_\gamma + \gamma D_f N_q$$

Para Terzaghi:

Para $\phi'=35^\circ$ de gráfica tenemos que $N_c=42$ y $N_q=42$

Además, tenemos que:

$$\gamma' = \gamma_{sat} - \gamma_w$$

$$\gamma' = (\rho_{sat} - \rho_w)g \quad \Rightarrow \quad \gamma' = (1,95 \text{ Mg/m}^3 - 1 \text{ Mg/m}^3)9,78 \text{ m/s}^2 \approx 9,29 \text{ kN/m}^3$$

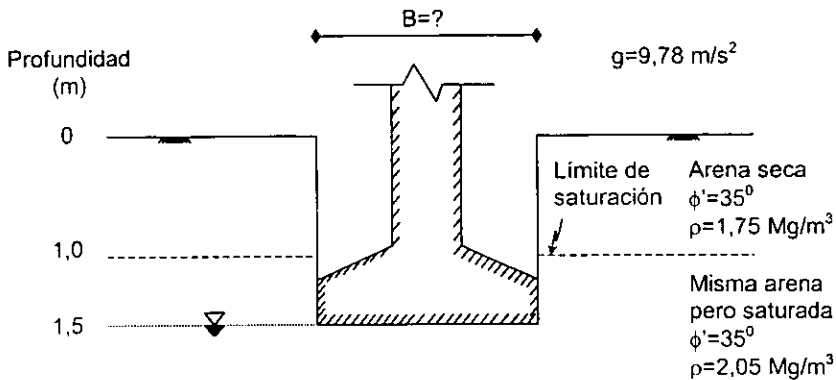
$$\gamma D_f = \sigma'_{v, desplante} = [1,35 \text{ Mg/m}^3 (0,5 \text{ m}) + (1,35 \text{ Mg/m}^3 - 1 \text{ Mg/m}^3)(1 \text{ m})](9,78 \text{ m/s}^2)$$

$$\gamma D_f \approx 10,02 \text{ kPa}$$

Finalmente:

$$q_u = 0,5(9,29 \text{ kN/m}^3)(2 \text{ m})(42) + (10,02 \text{ kPa})(42) = 811,02 \text{ kPa}$$

Ejemplo: A partir de los datos de la siguiente figura, calcule el ancho "B" que debería tener una zapata corrida (muy larga), para que se puedan descargar 300 kN/m, con un FS=3, y para el desplante propuesto. Aplique teoría de Terzaghi.



Para un metro de espesor $A=B(1 \text{ m})$

$$Q_a = 300 \text{ kN} = q_a A = \left(\frac{1/2 \gamma B N_\gamma + \gamma D_f N_q}{FS} \right) B(1 \text{ m})$$

En la ecuación $\gamma = \gamma'$, ya que la falla involucra únicamente a suelos sumergidos, por lo tanto:

$$\gamma = \rho g = 2,05 \text{ Mg/m}^3 (9,78 \text{ m}) \approx 20,05 \text{ kN/m}^3$$

$$\gamma' = \gamma_{sat} - \gamma_w = 20,05 \text{ kN/m}^3 - 9,78 \text{ kN/m}^3 = 10,27 \text{ kN/m}^3$$

$$\gamma D_f = 1,75 \text{ Mg/m}^3 (9,78 \text{ m/s}^2)(1 \text{ m}) + 2,05 \text{ Mg/m}^3 (9,78 \text{ m/s}^2)(0,5 \text{ m})$$

$$\gamma D_f \approx 27,14 \text{ kPa}$$

De la gráfica de Terzaghi, tenemos:

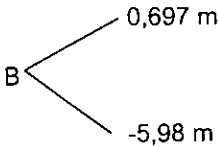
$$\text{Para } \phi' = 35^\circ \quad ; \quad N_\gamma = 42 \text{ y } N_q = 42$$

Sustituyendo en la ecuación original:

$$300 \text{ kN/m} = \left[\frac{(0,5)(10,27 \text{ kN/m}^3)(B^2)(42) + 27,14 \text{ kPa}(42)(B)(1 \text{ m})}{3} \right]$$

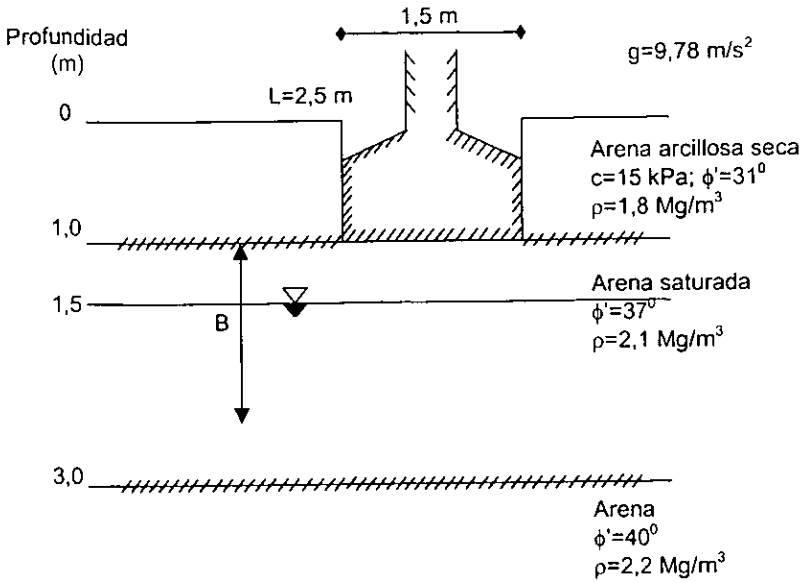
Para ese metro de espesor tenemos el siguiente polinomio:

$$71,89B^2 + 380B - 300 = 0$$



$$\therefore B \approx 0,7 \text{ m}$$

Ejemplo: Calcule, con base en el perfil mostrado, la capacidad de carga admisible y la carga admisible, de acuerdo con los datos aportados. Use un $FS=3,2$ y aplique el criterio de Terzaghi.



Calculando q_a :

$$q_a = \frac{\left[0,5 - 0,1 \left(\frac{B}{L} \right) \right] \gamma B N_\gamma + \gamma D_f N_q}{FS}$$

Por otra parte tenemos que:

$$\gamma = \rho g = 2,1 \text{ Mg/m}^3 (9,78 \text{ m/s}^2) \approx 20,54 \text{ kN/m}^3$$

$$\gamma' = 20,54 \text{ kN/m}^3 - 9,78 \text{ kN/m}^3 = 10,76 \text{ kN/m}^3$$

Como en la falla intervienen suelo saturado por capilaridad y el suelo saturado por inmersión, se obtiene un promedio pesado de γ que interviene en el primer término de la ecuación:

$$\gamma_{pp} = \frac{20,54 \text{ kN/m}^3 (0,5 \text{ m}) + 10,76 \text{ kN/m}^3 (1 \text{ m})}{1,5 \text{ m}} = 14,02 \text{ kN/m}^3$$

Calculando el segundo término de la ecuación, tenemos:

$$\gamma D_f = \rho g D_f = 1,8 \text{ Mg/m}^3 (9,78 \text{ m/s}^2) (1 \text{ m}) \approx 17,60 \text{ kPa}$$

$$\frac{B}{L} = \frac{1,5 \text{ m}}{2,5 \text{ m}} = 0,6$$

De la gráfica de Terzaghi:

Para $\phi' = 37^\circ$; $N_\gamma = 57$ y $N_q = 55$

Finalmente:

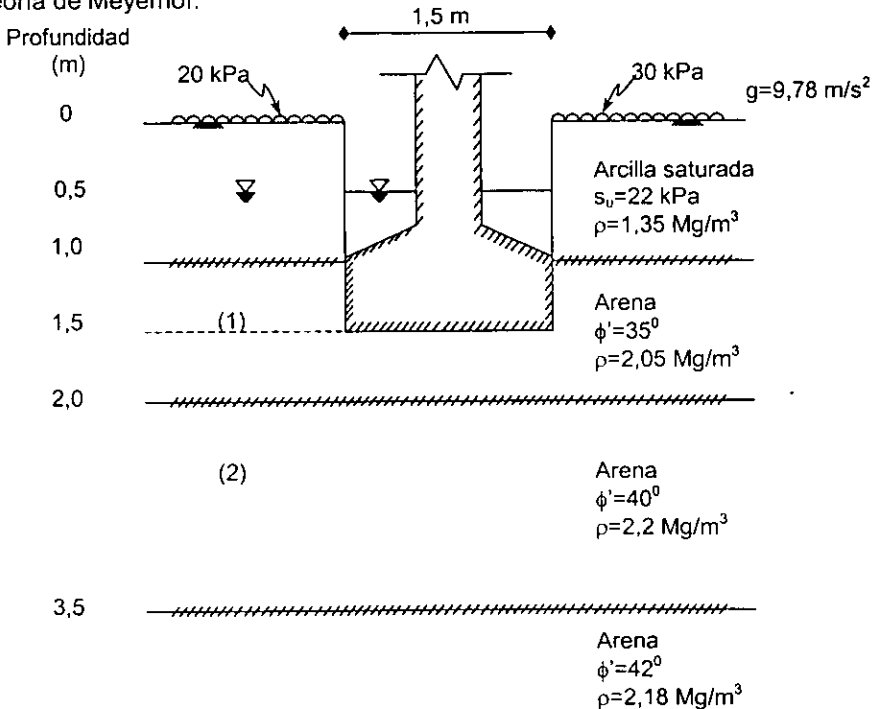
$$q_a = \frac{[0,5 - 0,1(0,6)](14,02 \text{ kN/m}^3)(1,5 \text{ m})(57) + 17,60 \text{ kPa}(55)}{3,2}$$

$$q_a \approx 467,3 \text{ kPa}$$

$$Q_a = q_a A ; \quad A = 1,5 \text{ m}(2,5 \text{ m}) = 3,75 \text{ m}^2$$

$$Q_a = 467,3 \text{ kPa}(3,75 \text{ m}^2) \approx 1752 \text{ kN} \approx 1,752 \text{ MN}$$

Ejemplo: Calcule la capacidad de carga admisible y la carga admisible para la zapata cuadrada que se muestra en la figura siguiente. Aplique FS=3,5 utilizando la teoría de Meyerhof.



Para Meyerhof:

$$q_n = \frac{\frac{1}{2} \gamma B N_\gamma + \gamma D_f N_q}{FS}$$

En este caso se requiere obtener ϕ'_{pp} :

$$tg \phi'_{pp} = \frac{tg 35^\circ (0,5 \text{ m}) + tg 40^\circ (1 \text{ m})}{0,5 \text{ m} + 1 \text{ m}} \approx 0,793 \quad \Rightarrow \quad \phi'_{pp} \approx 38,4^\circ$$

De gráficas de Meyerhof

$$N_\gamma = 110 \text{ y } N_q = 70$$

Calculando γ'_{pp} :

$$\gamma_1 = \rho_1 g = 2,05 \text{ Mg/m}^3 (9,78 \text{ m/s}^2) \approx 20,05 \text{ kN/m}^3$$

$$\gamma'_1 = \gamma_1 - \gamma_w = 20,05 \text{ kN/m}^3 - 9,78 \text{ kN/m}^3 = 10,27 \text{ kN/m}^3$$

$$\gamma_{21} = \rho_2 g = 2,2 \text{ Mg/m}^3 (9,78 \text{ m/s}^2) \approx 21,52 \text{ kN/m}^3$$

$$\gamma'_1 = \gamma_1 - \gamma_w = 21,52 \text{ kN/m}^3 - 9,78 \text{ kN/m}^3 = 11,74 \text{ kN/m}^3$$

$$\gamma'_{pp} = \frac{10,27 \text{ kN/m}^3 (0,5 \text{ m}) + 11,74 \text{ kN/m}^3 (1 \text{ m})}{1,5 \text{ m}} = 11,25 \text{ kN/m}^3$$

Por otra parte tenemos que:

$$\begin{aligned} \sigma'_{v \text{ desplante}} &= 20 \text{ kPa} + 1,35 \text{ Mg/m}^3 (9,78 \text{ m/s}^2) (0,5 \text{ m}) \\ &\quad + (1,35 \text{ Mg/m}^3 - 1 \text{ Mg/m}^3) (9,78 \text{ m/s}^2) (0,5 \text{ m}) \\ &\quad + (2,05 \text{ Mg/m}^3 - 1 \text{ Mg/m}^3) (9,78 \text{ m/s}^2) (0,5 \text{ m}) \approx 33,45 \text{ kPa} \end{aligned}$$

Sustituyendo en la primera ecuación:

$$q_a = \frac{0,5(11,25 \text{ kN/m}^3)(1,5 \text{ m})(110) + (33,45 \text{ kPa})(70)}{3,5}$$

$$q_a \approx 934,2 \text{ kPa}$$

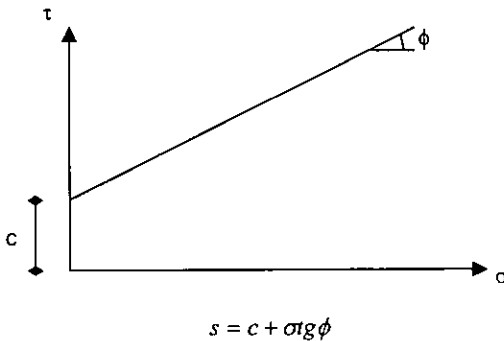
$$Q_a = q_a A ; \quad A = (1,5 \text{ m})^2 = 2,25 \text{ m}^2$$

$$Q_a = 934,2 \text{ kPa}(2,25 \text{ m}^2) \approx 2102 \text{ kN} \approx 2,102 \text{ MN}$$

CAPACIDAD DE CARGA PARA SUELOS CON "COHESIÓN" Y "FRICCIÓN"

(Suelos parcialmente saturados y secos cementados)

Apoyándonos en la teoría clásica de Coulomb



En este caso se suman la componente que tiene que ver con la cohesión y las componentes que tienen que ver con el ángulo de fricción interna.

Capacidad de carga última.

-Cimiento largo. Válido para Terzaghi y Meyerhof.

$$q_u = cN_c + \frac{1}{2} \gamma B N_\gamma + \gamma D_f N_q$$

Lo absurdo en este caso es que $N_c = f(\phi)$

-Para Terzaghi:

Cimiento cuadrado.

$$q_u = 1,3cN_c + 0,4\gamma BN_\gamma + \gamma D_f N_q$$

Cimiento circular.

$$q_u = 1,3cN_c + 0,6\gamma RN_\gamma + \gamma D_f N_q$$

donde R =Radio del cimiento.

Cimiento rectangular.

$$q_u = \left[1 + 0,3 \left(\frac{B}{L} \right) \right] cN_c + \left[0,5 - 0,1 \left(\frac{B}{L} \right) \right] \gamma BN_\gamma + \gamma D_f N_q$$

-Para Meyerhof.

Cimiento cuadrado \Rightarrow utilizar gráfica con líneas discontinuas largas.

Capacidad de carga admisible

Para todos los casos anteriores: $q_a = \frac{q_u}{FS}$

Puntualización para FS:

a) Si solo se consideran cargas permanentes:

$$FS \geq 3$$

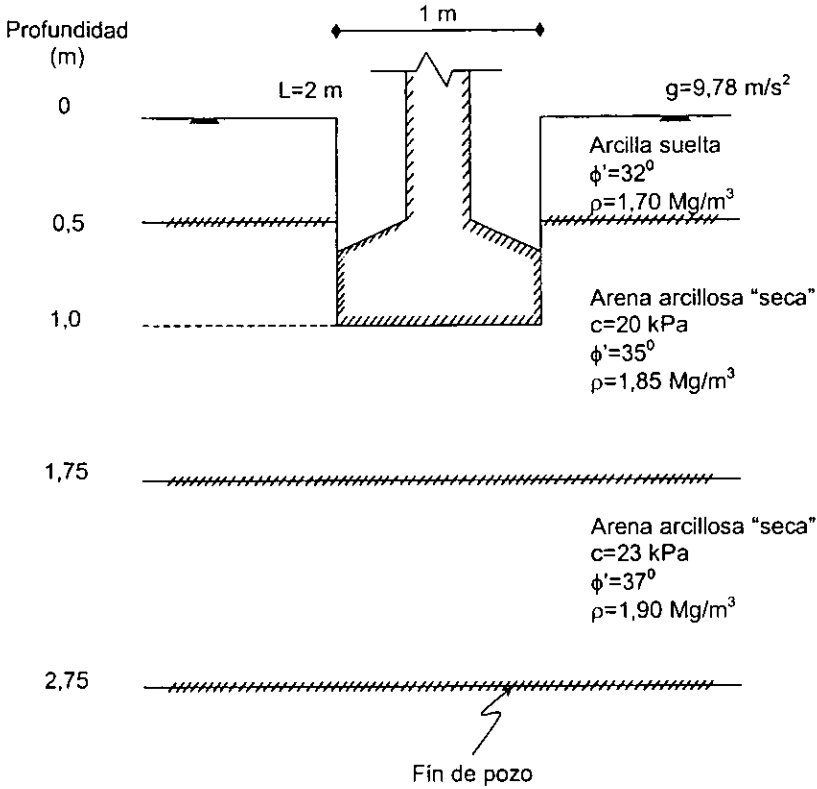
b) Si se toman en cuenta cargas permanentes y carga viva eventual:

$$FS \geq 2$$

c) Si se toman en cuenta cargas permanentes más cargas vivas más efectos de sismo:

$$FS \geq 1,5$$

Ejemplo: Calcule la capacidad de carga admisible y la carga admisible para la zapata rectangular mostrada. Aplique teoría de Terzaghi y use FS=3,1



$$q_a = \frac{\left[1 + 0,3 \left(\frac{B}{L} \right) \right] c N_c + \left[0,5 - 0,1 \left(\frac{B}{L} \right) \right] \gamma B N_\gamma + \gamma D_f N_q}{FS}$$

$$\frac{B}{L} = \frac{1 \text{ m}}{2 \text{ m}} = 0,5$$

Cálculo de ϕ_{pp} :

$$\text{tg} \phi_{pp} = \frac{\text{tg} 35^\circ (0,75 \text{ m}) + \text{tg} 37^\circ (0,25 \text{ m})}{0,75 \text{ m} + 0,25 \text{ m}} \approx 0,7135 \quad \Rightarrow \quad \phi_{pp} \approx 35,5^\circ$$

Calculando c_{pp} :

$$c_{pp} = \frac{20 \text{ kPa}(0,75 \text{ m}) + 23 \text{ kPa}(0,25 \text{ m})}{0,75 \text{ m} + 0,25 \text{ m}} = 20,75 \text{ kPa}$$

Para este ejemplo, se puede obtener una densidad promedio pesado:

$$\rho_{pp} = \frac{1,85 \text{ Mg/m}^3(0,75 \text{ m}) + 1,90 \text{ Mg/m}^3(0,25 \text{ m})}{0,75 \text{ m} + 0,25 \text{ m}} \approx 1,86 \text{ Mg/m}^3 \Rightarrow \gamma_{pp} \approx 18,22 \text{ kN/m}^3$$

Por otra parte, tenemos que:

$$\gamma D_f = \sigma_{v \text{ desplante}} = \sigma'_{v \text{ desplante}}$$

$$\gamma D_f = [1,70 \text{ Mg/m}^3(0,5 \text{ m}) + 1,85 \text{ Mg/m}^3(0,5 \text{ m})] \cdot 0,78 \text{ m/s}^2$$

$$\gamma D_f \approx 17,36 \text{ kPa}$$

Para ϕ_{pp} , tenemos que:

$$N_c=60 \quad ; \quad N_\gamma=44 \quad ; \quad N_q=45$$

Finalmente:

$$q_a = \frac{1,15(20,75 \text{ kPa})(60) + 0,45(18,22 \text{ kN/m}^3)(1 \text{ m})(44) + 17,36 \text{ kPa}(45)}{3,1}$$

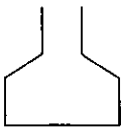
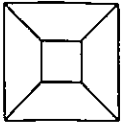
$$q_a \approx 830,2 \text{ kPa}$$

La carga admisible:

$$Q_a = q_a A \approx 830,2 \text{ kPa}(2 \text{ m}^2) \approx 1660 \text{ kN}$$

TIPOS DE CIMENTACIONES

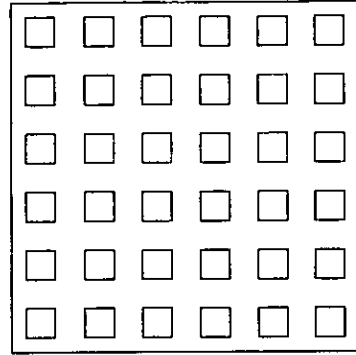
1.- Cimentaciones superficiales



Zapata Aislada

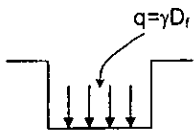


Zapata Corrida

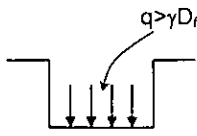


Losa Corrida (Rígida)

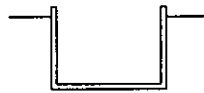
2.- Cimentaciones compensadas



Compensada

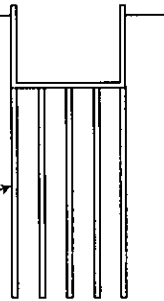


Parcialmente compensada



Cajón de cimentación

Cajón de cimentación con pilotes



Pilotes de fricción

CAPA DURA

3.- Cimentaciones profundas

CRITERIO DE TERZAGHI

Cimentación superficial
 $D/B < 1$

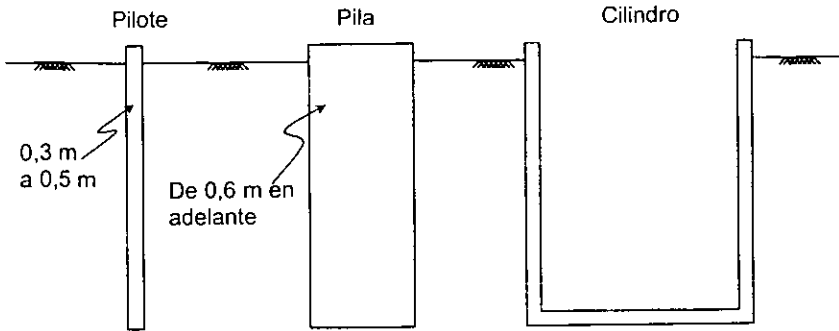
Cimentación profunda
 $D/B > 1$

OTROS AUTORES

D y B del mismo orden

D es de un orden mayor

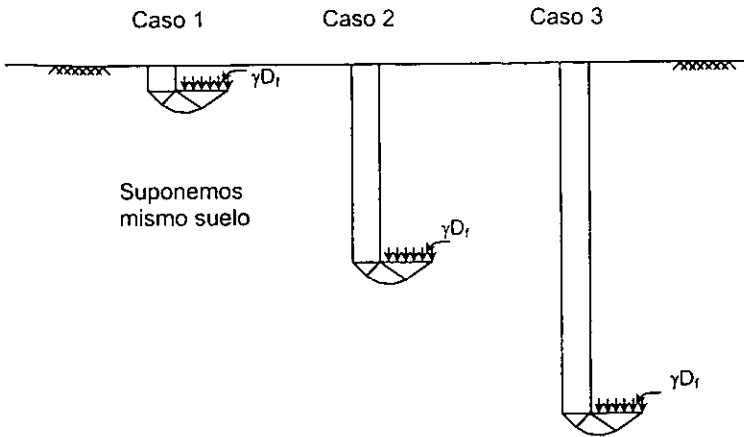
ELEMENTOS DE PENETRACIÓN EN EL SUELO



Los pilotes se clasifican:

- a) Por el material de que están hechos
 - b) Por la forma en que se construyen
 - c) Por la forma en que trabajan en la cimentación
- a) { Acero
Concreto (armado)
Madera
Compuestos (combinación de materiales)
- b) { Hincados a golpes
Colados "in situ"
- c) { De punta (funcionan como columna confinada)
De fricción (no tocan estrato resistente)
Penetrantes (estudiados por el Instituto de Ingeniería)

EFECTO DE PROFUNDIZACIÓN DEL CIMIENTO EN LA CAPACIDAD DE CARGA EN LA PUNTA



$$q_{u \text{ punta}} = \underbrace{cN_c}_{\text{No varía con la profundidad}} + \underbrace{\frac{1}{2}\gamma BN_\gamma}_{\text{No varía con la profundidad y es pequeño}} + \underbrace{\gamma D_f N_q}_{\text{Aumenta con la profundidad}}$$

Para Meyerhof:

q_{up} = Capacidad de carga última en la punta.

$$q_{up} = cN'_c + \gamma D_f N'_q$$

Para Terzaghi:

$$q_{up} = 1,3cN_{c \text{ largo}} + \gamma D_f N_q$$

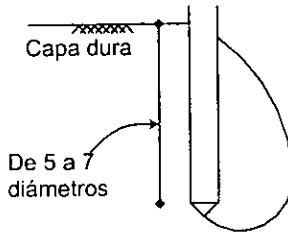
En este caso, considerando solo la capacidad de carga por punta, se tiene:

$$Q_{up} = q_{up} A_b$$

Q_{up} = Carga última por punta del pilote.

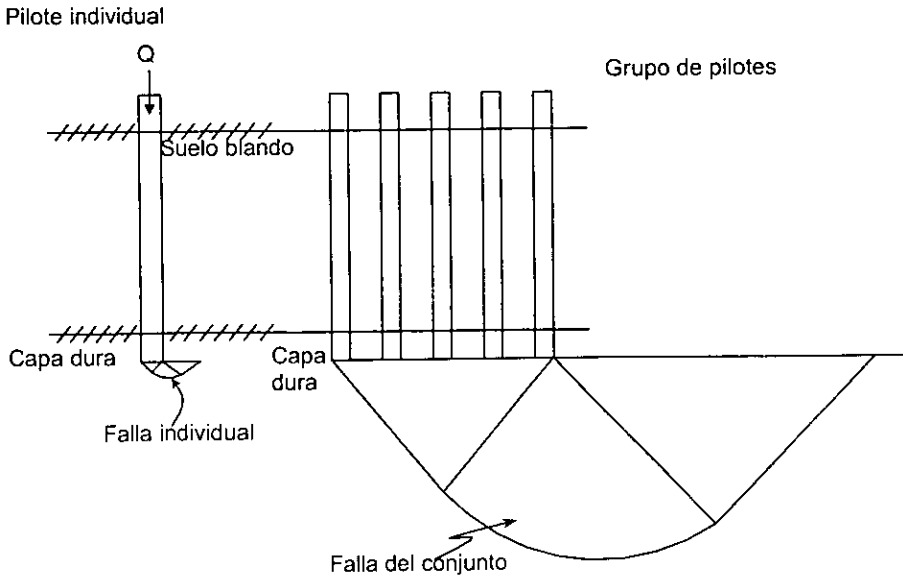
A_b = Area transversal de la base del pilote.

Meyerhof a diferencia de Terzaghi, supone un mecanismo de falla diferente en la punta del pilote:



Cuando se hince un pilote, se recomienda hacer una perforación previa en el suelo blando, que facilite el hincado y evite el desplazamiento excesivo del suelo (que puede cambiar la posición de pilotes ya hincados).

PILOTES DE PUNTA

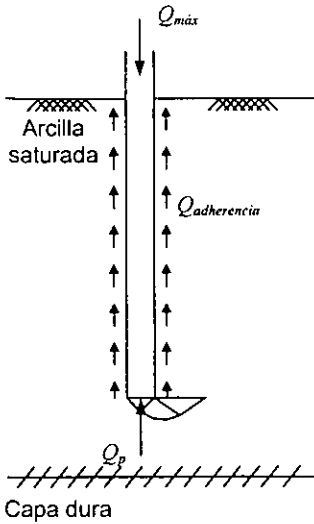


Se debe, en el diseño, verificar la capacidad de carga de cada pilote (y el crítico para el grupo de pilotes).

Otro análisis sería prever los asentamientos de suelo blando debajo del desplante de pilotes. Se acostumbra, en obras importantes, realizar prueba de pilote en campo a la falla.

PILOTES DE FRICCIÓN
(De adherencia)

En arcillas, un pilote se opone a la falla por resistencia de punta y resistencia de fuste.



Q_p = Carga que resiste la punta

Teóricamente:

$$Q_{m\acute{a}x} = Q_p + Q_{adherencia}$$

$$= q_{up} \cdot A_b + s_u \cdot A_l$$

Como se puede observar, la capacidad del pilote por punta, es mucho menor que la capacidad por adherencia, por lo cual, la primera se desprecia.

$$Q_u = s_u A_l$$

Donde:

Q_u = Carga última de un pilote de fricción.

s_u = Resistencia no drenada (en arcilla de la ciudad de México) $s_{u\ prom} = 20$ kPa

A_l = Area lateral del pilote (Del fuste)

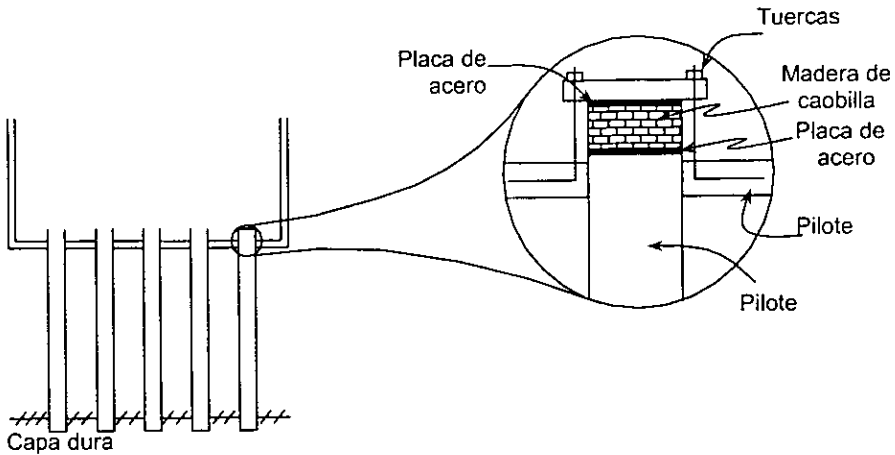
Para arcillas, usar las reglas de Tomlinson (se castiga la adherencia). Tabla 9-1 pág. 474 Tomo II del libro "Mecánica de suelos" de los Ing. Juárez Badillo y Rico Rodríguez.

La decisión de usar pilote de punta o de fricción, depende de la descarga de la estructura y de si en el suelo blando se tiene un proceso de asentamiento regional.

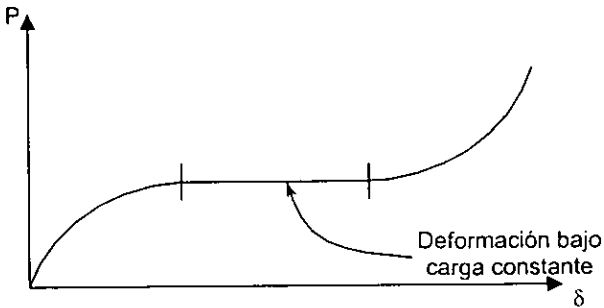
Además de la capacidad de carga, la cimentación deberá revisarse para que tenga asentamientos admisibles.

MÉTODOS MÁS UTILIZADOS EN LA ZONA DEL LAGO DE LA CD. DE MÉXICO, PARA PALIAR PROBLEMAS DE ASENTAMIENTO REGIONAL Y FRICCIÓN NEGATIVA.

1.- Pilotes de control (Ing. Manuel González Flores)



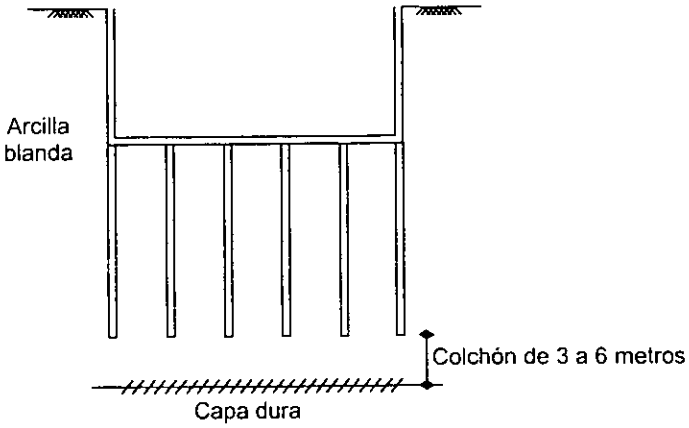
Comportamiento de la madera de caobilla



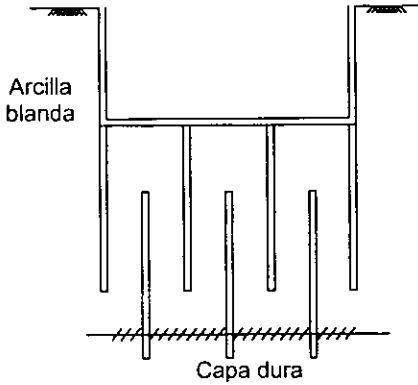
Donde:

P= Carga y δ = deformación

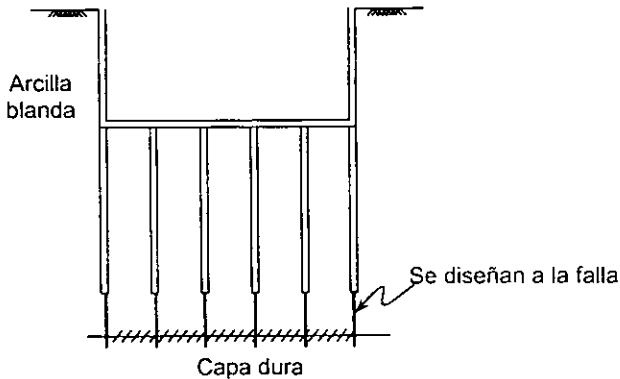
2.- Cimentación parcialmente compensada con pilotes de fricción (Usada por el Dr. Zeevaert y otros).



3.- Pilotes entrelazados (Dr. Pablo Girault)

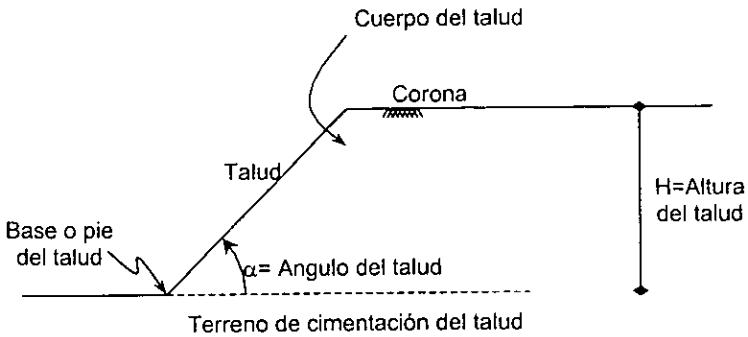


4.- Pilotes penetrantes (Dr. Daniel Resendiz Núñez)



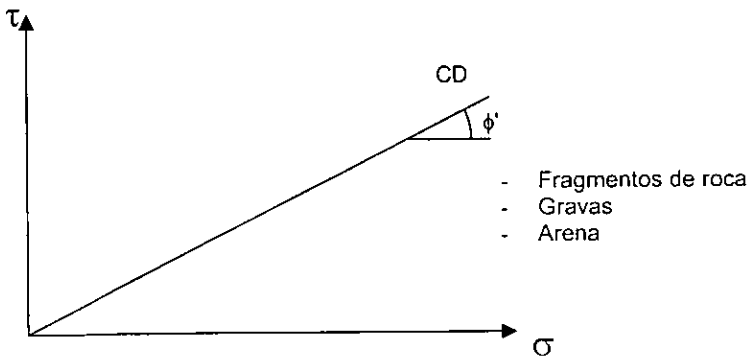
IV.- ESTABILIDAD DE TALUDES

NOMENCLATURA

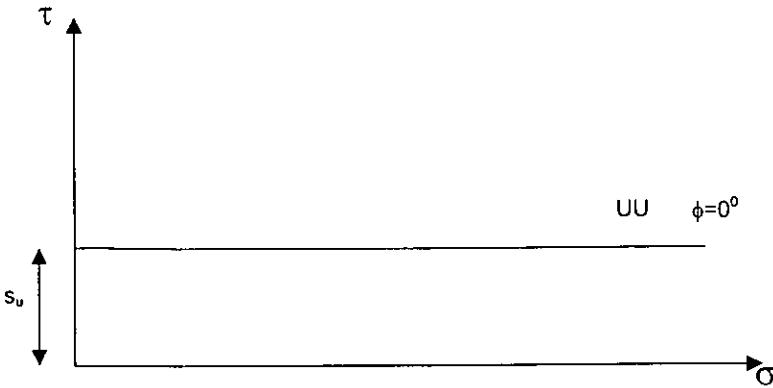


Se verán taludes formados por los materiales siguientes y su comportamiento establecidos.

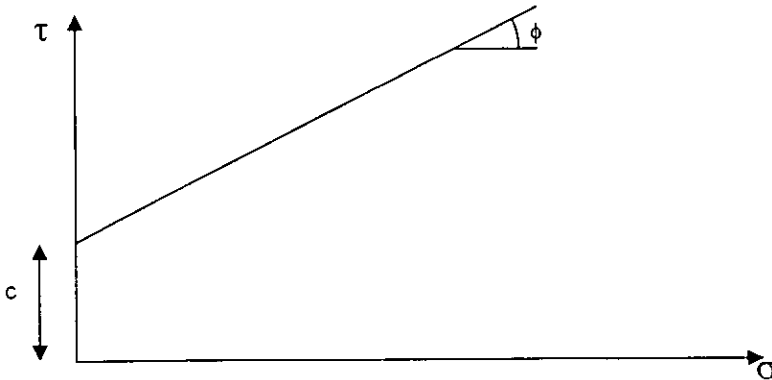
1.- Suelo granular con respuesta friccionante



2.- Suelo fino saturado con respuesta cohesiva por posible falla no drenada



3.-Suelos parcialmente saturados o secos cementados con respuesta cohesivo-friccionante



La Mecánica del Medio Continuo no tiene herramientas para calcular los esfuerzos en un punto en el cuerpo de un talud.

La Mecánica de Suelos ha propuesto una metodología de análisis, para garantizar la estabilidad de los taludes:

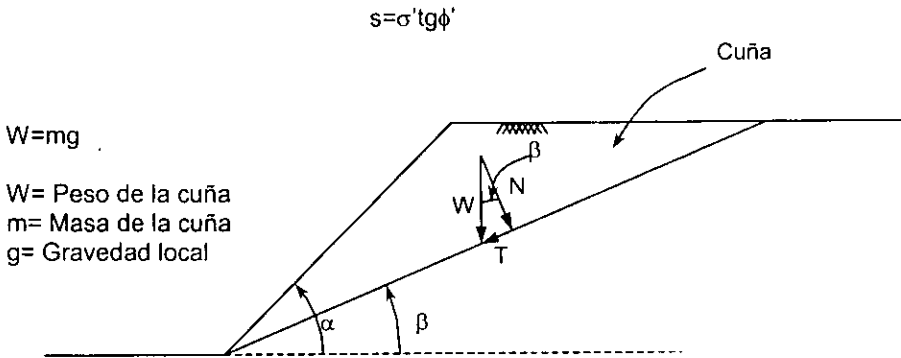
- a) Se propone un posible mecanismo de falla.
- b) Se supone una ley de resistencia.
- c) Se aplica un método de análisis .

Para suelos granulares se propone el siguiente método:

MÉTODO DE CULMANN

(Supone cuñas como cuerpo rígido)

Aplica Ley de Resistencia:



$$N = W \cos \beta \quad (1)$$

$$T = W \sin \beta \quad (2)$$

$T =$ Fuerza cortante actuante.

Si "A" es el área de contacto de la cuña con el resto del talud, en un análisis por cada unidad de espesor se tendría, que:

$$S = s \cdot A = N \operatorname{tg} \phi' \quad (3)$$

$S =$ Fuerza cortante resistente.

Sustituyendo (1) en (3):

$$S = W \cos \beta \operatorname{tg} \phi' \quad (4)$$

Teóricamente, la cuña se encuentra en equilibrio crítico (cerca de deslizarse) si:

$$T = S \quad \Rightarrow \quad FS = 1$$

Por otro lado, la cuña es estable si:

$$T < S$$

Bajo estas consideraciones, el factor de seguridad se define como:

$$FS = \frac{S}{T} = \frac{\text{Fuerza resistente}}{\text{Fuerza actuante}} \quad (5)$$

Sustituyendo en (5) a (4) y (2):

$$FS = \frac{W \cos \beta \operatorname{tg} \phi'}{W \operatorname{sen} \beta} = \frac{\operatorname{tg} \phi'}{\frac{\operatorname{sen} \beta}{\cos \beta}} = \frac{\operatorname{tg} \phi'}{\operatorname{tg} \beta}$$

El factor de seguridad definido, vale para la superficie de falla propuesta.

El factor de seguridad asignable al talud será el más bajo de todos los supuestos para diferentes valores de β .

Este se tiene cuando $\beta = \alpha$

$$FS_{\text{talud}} = \frac{\operatorname{tg} \phi'}{\operatorname{tg} \alpha}$$

Se acepta que el factor de seguridad de todo el talud es el mismo del plano crítico.

Observe que $FS=1$, cuando $\alpha = \phi'$.

El talud es estable si $\alpha < \phi'$.

Se recomienda para estos suelos utilizar un $FS \geq 1,2$

El valor propuesto es razonable debido a la estabilidad de las propiedades de estos materiales en el tiempo (vida útil de la obra).

Ejemplo: Se desea construir un talud de arena con un FS de 1,2. Cuál debe ser el ángulo α del talud, si se ha obtenido que la arena a volteo se coloca con un ángulo de fricción interna $\phi' = 42^\circ$.

$$FS_{\text{talud}} = \frac{\operatorname{tg} \phi'}{\operatorname{tg} \alpha} = 1,2$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\operatorname{tg} \phi'}{1,2} = \frac{\operatorname{tg} 42^\circ}{1,2} \approx \frac{0,9004}{1,2} \approx 0,7503$$

$$\Rightarrow \alpha = 36,88^\circ \approx 37^\circ$$

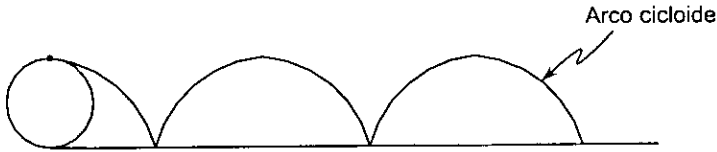
Para suelos granulares el método de Culmann es suficientemente razonable de aplicar.

Se acepta que el ángulo de reposo de un suelo granular coincide con el ángulo de fricción interna cuando ese suelo se encuentra en estado suelto.

En suelos granulares se verifica que la superficie de falla cuando se supera el ángulo de reposo se presenta plana.

TALUDES DE SUELO FINO SATURADO

De datos registrados en fallas en taludes de este tipo de suelo, se ha llegado a la conclusión que las superficies de falla se asemejan a arcos cicloides.

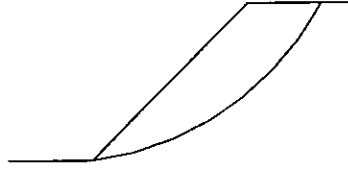


Tipos de fallas posibles.

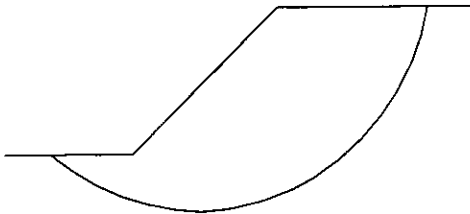
a) Local



b) Por el pie del talud



b) Por la base del talud



Como el arco cicloide se asemeja a un arco de circunferencia, la falla se modela en posible falla rotacional con arcos de circunferencia en los llamados Métodos Suecos.

MÉTODOS SUECOS

Proponen un análisis de estabilidad por medio de supuestas superficies de falla como arcos de circunferencia.

Ecuaciones de equilibrio:

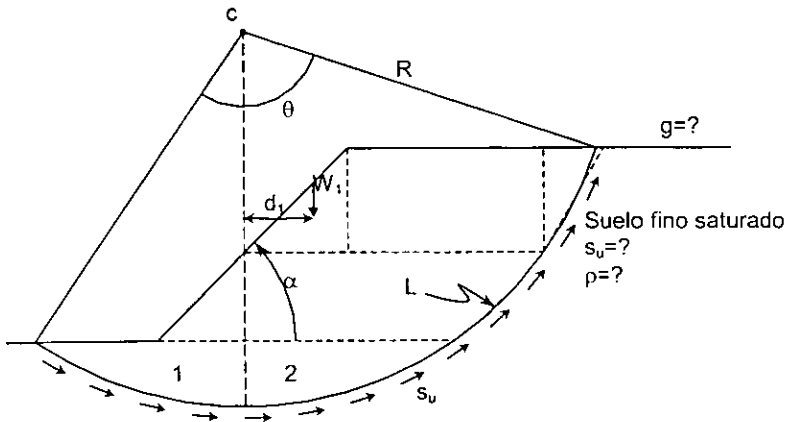
$$\begin{array}{ll} \sum F_x = 0 \quad \checkmark & \sum M_x = 0 \\ \sum F_y = 0 & \sum M_y = 0 \quad \checkmark \\ \sum F_z = 0 \quad \checkmark & \sum M_z = 0 \end{array}$$

Los métodos suecos utilizan sólo 3 de las 6 ecuaciones de equilibrio

MÉTODO DE ARTURO CASAGRANDE

(Para suelos finos saturados suponiendo homogeneidad en resistencia no drenada)

El método propone dibujar varias circunferencias, variando su centro y radio para rastrear FS_{\min} (que se considera para todo el talud).



Como se puede observar, los momentos que ejercen los bloques 1 y 2 con respecto al centro del arco de circunferencia se equilibran ya que tienen el mismo peso.

En los métodos suecos, el factor de seguridad de la superficie de falla supuesta se define como:

$$FS = \frac{M_R}{M_A} = \frac{M_R}{M_m}$$

M_R = Momento resistente ; M_A = Momento actuante o momento motor.

El análisis se realiza para una unidad de espesor (1 m).

M_R = Fuerza resistente x Brazo de palanca

Fuerza asociada a la resistencia no drenada (fuerza resistente):

$$F_R = s_u L (1 \text{ m})$$

Por otra parte tenemos que el perímetro del arco de circunferencia se expresa como:

$$p = 2\pi R$$

El arco L se puede expresar como:

En radianes

$$L = \frac{\theta}{2\pi} (2\pi R) = \theta R \quad \text{donde } \theta \text{ se debe expresar en radianes}$$

En grados

$$L = \frac{\theta}{360^\circ} (2\pi R) \quad \text{donde } \theta \text{ se debe expresar en grados}$$

En radianes

$$F_R = s_u \theta R (1 \text{ m})$$

$$M_R = F_R R = s_u \theta R^2 (1 \text{ m})$$

En grados

$$F_R = s_u \frac{\theta}{360^\circ} (2\pi R) (1 \text{ m})$$

$$M_R = s_u \frac{\theta}{360^\circ} 2\pi R^2 (1 \text{ m})$$

El momento motor o actuante se puede evaluar como:

$$M_A = M_m = \sum_{i=1}^n W_i d_i$$

En el cálculo de cada componente se debe tener cuidado con su signo.

El cálculo de cada bloque se puede evaluar de la siguiente forma:

A_i = Área del bloque visible en el croquis.

$$W_i = A_i(1m)\rho g \text{ (kN)}$$

Finalmente:

$$FS = \frac{s_u \frac{\theta}{360^\circ} (2\pi R^2)(1m)}{\sum_{i=1}^n W_i d_i}$$

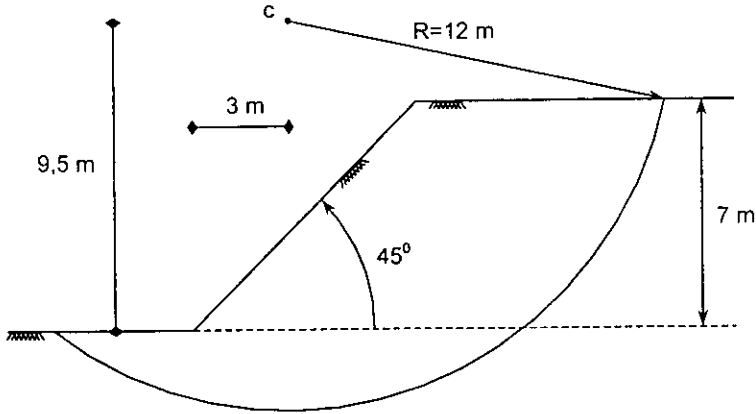
El valor obtenido es asignable a la circunferencia propuesta. Si se encuentra el FS más bajo, se asigna a todo el talud.

De experiencias en ingeniería se recomienda, dado que s_u no es un parámetro estable en el tiempo, utilizar:

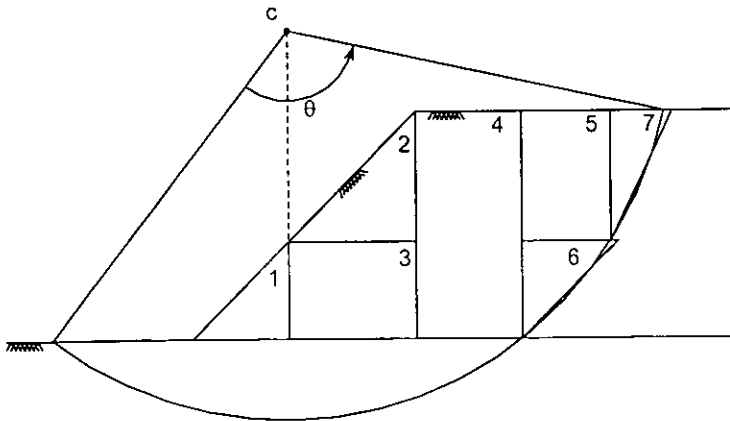
$$FS_{\text{talud}} \geq 1,5$$

Como comentarios complementarios tenemos que en taludes se prefieren los suelos granulares (en el caso de que se pudiera escoger), debido a su estabilidad. En materiales granulares no hay límite de altura en taludes, y en el caso de suelos finos saturados sí hay límite.

Ejemplo: Haciendo uso del método de Casagrande, calcule el factor de seguridad para el talud mostrado en la figura y la circunferencia propuesta. El talud se supone homogéneo e isotrópico, y está formado por arcilla saturada. La resistencia no drenada de la arcilla es $s_u=28,6$ kPa y su densidad $1,38$ Mg/m³. La gravedad en el lugar donde se encuentra el talud es de $9,76$ m/s².



Para el cálculo de fuerzas y posteriormente de los momentos motores, se propone dividir al talud en los bloques que se muestran en la figura siguiente:



Según lo comentado antes, se supone que la resistencia es la misma a todo el largo de la superficie de falla supuesta. Calcularemos el ángulo θ para poder evaluar la longitud de la posible superficie de falla. De la figura, $\theta=115,91^\circ$. La longitud de falla se puede evaluar como:

$$L = \theta \cdot R \approx (2,023 \text{ rad})(12 \text{ m}) \approx 24,276 \text{ m}$$

El factor de seguridad, en este caso, se define como:

$$FS = \frac{\text{Momento resistente}}{\text{Momento actuante}} = \frac{M_R}{M_A}$$

El momento resistente potencial, se puede obtener multiplicando la resistencia no drenada por la longitud de posible falla y por un metro de espesor, y finalmente, por el radio de la circunferencia, como sigue:

$$M_R = s_u \cdot L \cdot (1 \text{ m}) R \approx (28,6 \text{ kPa})(24,276 \text{ m})(1 \text{ m})(12 \text{ m}) \approx 8\,331,52 \text{ kN.m}$$

El momento actuante o motor, se calcula evaluando el peso de cada bloque y multiplicando por el brazo del peso. Los brazos medidos a la izquierda de la circunferencia se consideran negativos, a la derecha positivos. Por ejemplo, el bloque 3 tiene un área rectangular de 4x3 m, por lo que su volumen es de 12 m³. El peso de este bloque resulta ser:

$$W_3 = V_3 \cdot \rho \cdot g \approx (12 \text{ m}^3)(1,38 \text{ Mg/m}^3)(9,76 \text{ m/s}^2) \approx 161,63 \text{ kN}$$

El brazo de este peso es de 2 m, por lo que la aportación en momento motor o actuante de este bloque es:

$$M_{A3} = W_3 \cdot d_3 \approx (161,63 \text{ kN})(2 \text{ m}) \approx 323,26 \text{ kN.m}$$

En la página siguiente, se muestra una tabla donde se hace el cálculo para cada bloque, obteniendo finalmente en la columna de pesos por brazos (distancias), el momento actuante. Se llega a que:

$$M_A \approx 4\,689,87 \text{ kN.m}$$

El factor de seguridad para la circunferencia del ejemplo, toma como valor:

$$FS = \frac{8\,331,52 \text{ kN.m}}{4\,689,87 \text{ kN.m}} \approx 1,78$$

De acuerdo con la teoría de estado límite, la condición analizada es estable.

Bloque	Volumen (V_i) (m^3)	Densidad (Mg/m^3)	Gravedad (m/s^2)	Peso (W_i) (kN)	Brazo (d_i) (m)	Mom.act. ($W_i \cdot d_i$) (kN.m)
1	4,5	1,38	9,76	60,61	-1	-60,61
2	8	1,38	9,76	107,75	2,67	287,69
3	12	1,38	9,76	161,63	2	323,25
4	23,8	1,38	9,76	320,56	5,7	1 827,18
5	10,8	1,38	9,76	145,46	8,75	1 272,80
6	4,35	1,38	9,76	58,59	8,37	490,39
7	3,8	1,38	9,76	51,18	10,73	549,18
$\Sigma =$						4 689,87

MÉTODO DE TAYLOR

(Para taludes de suelo fino saturado y para grandes dimensiones de este suelo)

Para este caso, tenemos:

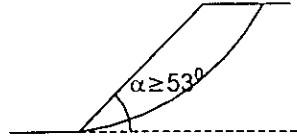
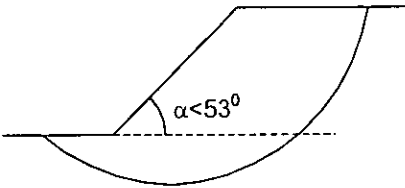
$$s_u \sim \rho g H$$

$$s_u = N_e \rho g H$$

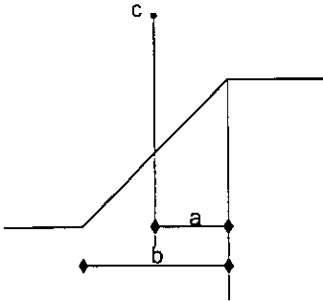
donde N_e = Número de estabilidad del talud

Si $\alpha < 53^\circ \Rightarrow$ Falla de base

Si $\alpha \geq 53^\circ \Rightarrow$ Falla de pie



Taylor buscó para estas condiciones la circunferencia crítica.

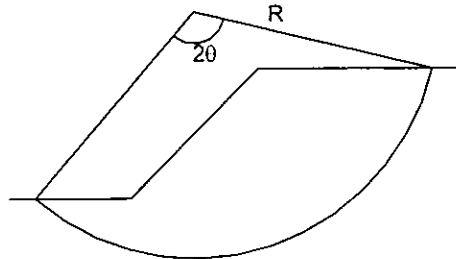


En circunferencia crítica

$$a = \frac{b}{2}$$

En busca de R para circunferencia crítica, concluye:

$$R = \infty$$



Respecto al valor de 2θ para circunferencia crítica:

$$\theta = 66^{\circ} 45'$$

Para un talud con $\alpha < 53^{\circ}$ obtuvo:

$$s_u = \underbrace{0,181}_{N_e} \rho g H$$

En la gráfica V-a.4 del Tomo II del libro de "Mecánica de suelos" de los Ing. Juárez Badillo y Rico Rodríguez, se pueden determinar los números de estabilidad en taludes con las características antes mencionadas.

Solo usaremos la curva correspondiente a $\phi=0^{\circ}$.

Por otro lado, Taylor define el factor de seguridad como:

$$FS = \frac{s_u}{s_{un}} \quad (1)$$

donde s_{un} = Resistencia no drenada necesaria para la estabilidad, y
 s_u = Resistencia no drenada del suelo.

$$s_{un} = N_e \rho g H \quad (2)$$

Sustituyendo (2) en (1):

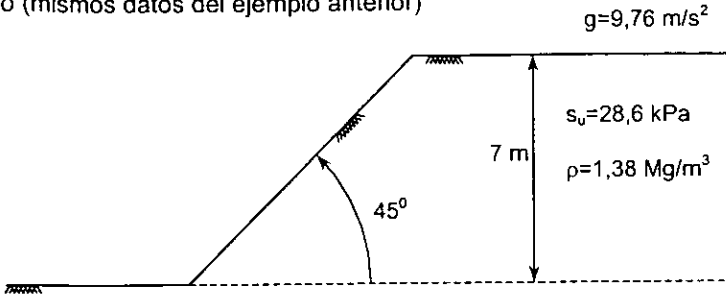
$$FS = \frac{s_u}{N_e \rho g H} \quad (3)$$

Despejando N_e :

$$N_e = \frac{s_u}{FS \rho g H}$$

De la ecuación (3), podemos concluir que a mayor H obtenemos un menor factor de seguridad, a diferencia de suelos granulares, en los que no importa el valor de H , ya que FS depende únicamente del valor de ϕ .

Ejemplo: Con el método de Taylor calcule el factor de seguridad del talud mostrado (mismos datos del ejemplo anterior)



De la gráfica mencionada anteriormente, tenemos que como $\alpha = 45^\circ < 53^\circ \Rightarrow N_e = 0,181$

Calculando FS :

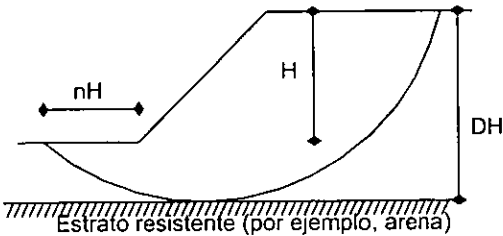
$$FS = \frac{28,6 \text{ kPa}}{0,181(1,38 \text{ Mg/m}^3)(9,76 \text{ m/s}^2)(7 \text{ m})} \approx 1,68$$

Continuando con el ejemplo, ¿cuánto se puede elevar la altura del talud para no bajar de un $FS = 1,5$?

$$H = \frac{s_u}{FS N_e \rho g} = \frac{28,6 \text{ kPa}}{1,5(0,181)(1,38 \text{ Mg/m}^3)(9,76 \text{ m/s}^2)}$$

$$H_{\text{máx de diseño}} \approx 7,82 \text{ m}$$

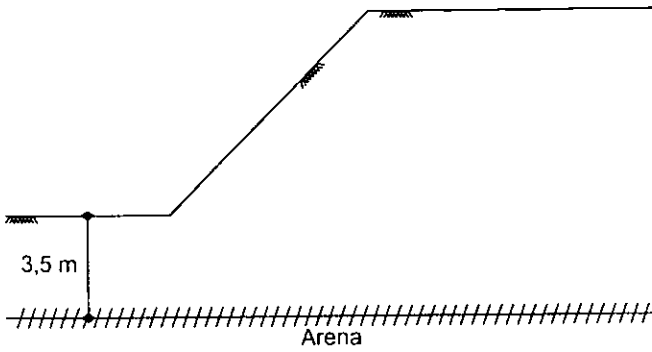
Existe otro caso que analizó Taylor:



Para responder a este caso particular, Taylor propone la gráfica de la figura V-a.7, del Tomo II del libro de "Mecánica de Suelos"

La situación analizada, arroja diferentes números de estabilidad en comparación con el caso anterior.

Ejemplo: Utilizando los mismos datos del ejemplo anterior, pero con un estrato de arena a 3,5 m bajo el pie del talud, obtenga su factor de seguridad.



Obteniendo los datos necesarios para ir a la gráfica antes mencionada:

$$H=7 \text{ m}$$

$$DH=10,5 \text{ m}$$

$$D = \frac{10,5 \text{ m}}{7 \text{ m}} = 1,5 \quad \Rightarrow \quad N_e = 0,1734$$

$$FS = \frac{28,6 \text{ kPa}}{0,1734(1,38 \text{ Mg/m}^3)(9,76 \text{ m/s}^2)(7 \text{ m})}$$

$$FS \approx 1,75$$

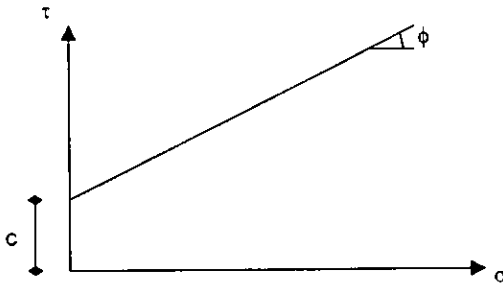
Como se puede observar, el factor de seguridad aumenta al tener un estrato resistente

MÉTODO DE DOVELAS DE FELLENIUS

Dovelas (slides)

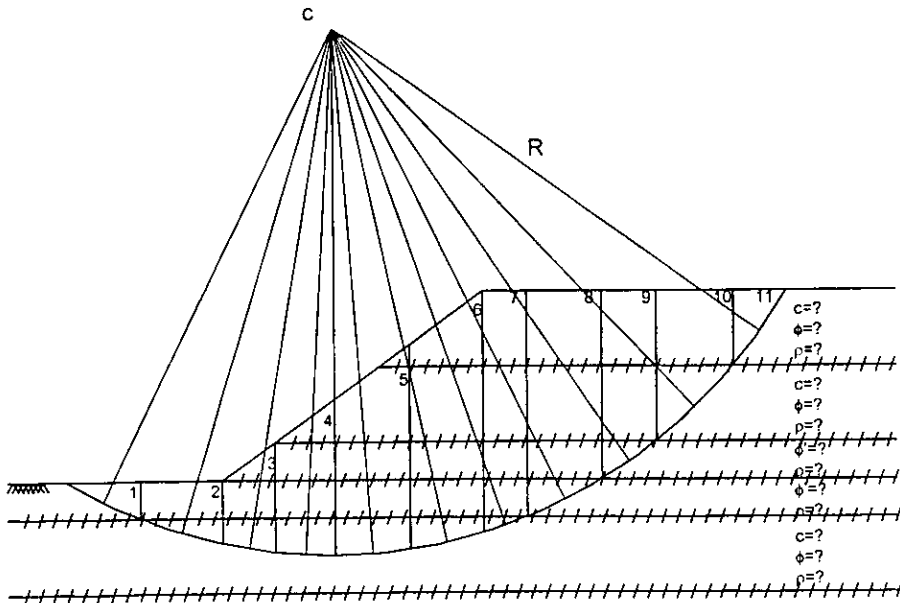
Este método aplica en suelos, en el caso general, con comportamiento resistente:

Análisis en esfuerzos totales

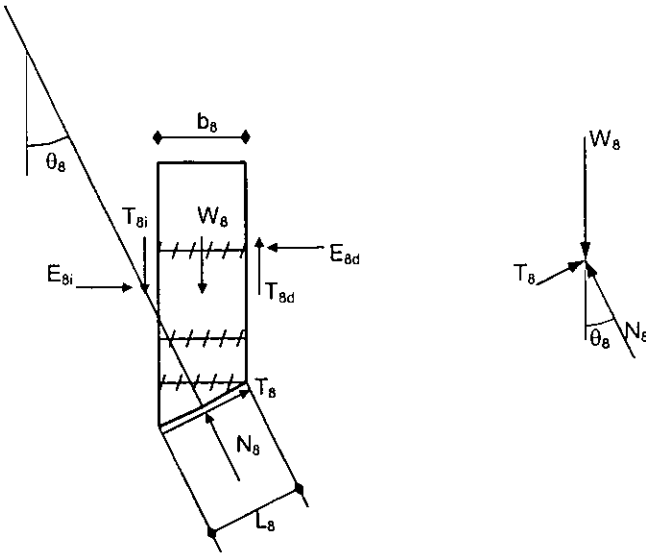


- Parcialmente saturados
- Secos cementados

En el método se proponen varias dovelas que coincidan con estratos definidos (mientras más se propongan, más exacto es el cálculo de FS)



Analizando la dovela 8 considerando 1 m de espesor:



Donde:

$$N_8 = W_8 \cos \theta_8$$

$$L_8 = \frac{b_8}{\cos \theta_8}$$

$$T_8 = W_8 \sin \theta_8$$

Se considera que si la dovela es muy angosta, E_{8i} y E_{8d} se equilibran, así como T_{8i} y T_{8d} .

Del suelo de apoyo se conocen c, ϕ y ρ .

$$s = c + \sigma \tan \phi$$

El valor de σ se puede evaluar como:

$$\sigma_8 = \frac{N_8}{L_8 (1 \text{ m})}$$

La fuerza resistente en la base de la dovela 8 es:

$$S_8 = s_8 \cdot L_8 (1 \text{ m})$$

El brazo de palanca de esta fuerza es R.

La aportación de la dovela 8 al momento resistente es:

$$M_{R8} = S_8 \cdot R = s_8 \cdot L_8 \cdot (1 \text{ m}) \cdot R$$

Para el momento motor se aprovecha que al descomponer W en N y T. N apunta hacia el centro de la circunferencia y por lo tanto no tiene brazo de palanca, por lo que el momento motor es función de las fuerzas T exclusivamente.

Las T a la derecha de la vertical que pasa por el centro de la circunferencia tendrán signo positivo, y las T a la izquierda, signo negativo.

La aportación de la dovela 8 al momento actuante o motor es:

$$M_{A8} = T_4 \cdot R$$

Generalizando, el factor de seguridad para el arco de circunferencia analizado es:

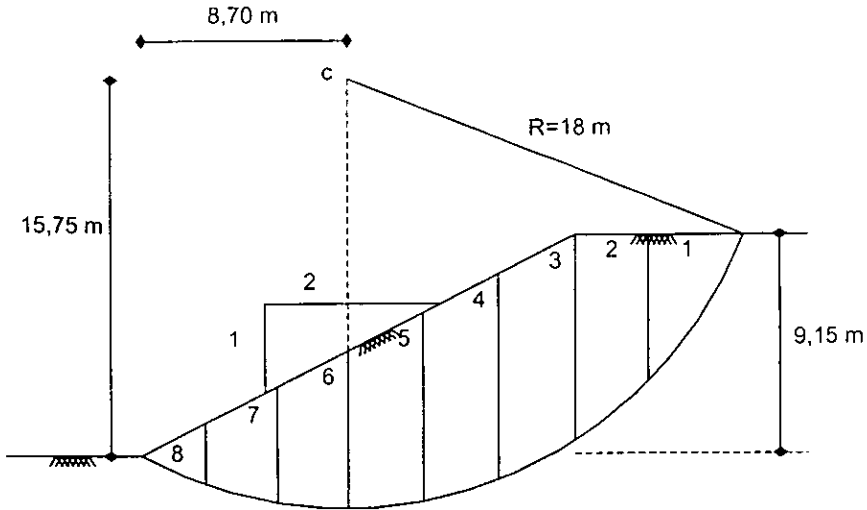
$$FS = \frac{M_R}{M_A} = \frac{\sum_{i=1}^n s_i \cdot L_i \cdot (1 \text{ m}) \cdot R}{\sum_{i=1}^n T_i \cdot R} = \frac{\sum_{i=1}^n s_i \cdot L_i \cdot (1 \text{ m})}{\sum_{i=1}^n T_i}$$

$$\therefore FS = \frac{\sum_{i=1}^n S_i}{\sum_{i=1}^n T_i}$$

Al igual que en el caso anterior, se debe rastrear el FS mínimo que se asigna a todo el talud.

Aquí también $FS \geq 1,5$ para garantizar la estabilidad.

Ejemplo: Calcule el factor de seguridad que corresponde al talud y a la circunferencia de 18 m de radio que se propone, y que se muestran en la figura. Se supone que existe isotropía en la resistencia y que es la misma en cualquier punto del talud, al igual que su densidad. La resistencia de ese suelo es: $c=39,23$ kPa y $\phi=4^\circ$. La densidad del suelo que conforma al talud tiene un valor de $1,604$ Mg/m³. La gravedad en el lugar donde se encuentra el talud es de $9,78$ m/s². El mismo suelo sigue a gran profundidad.



Como se observa en la figura, se propone una división de 8 dovelas. Las dovelas se han numerado de derecha a izquierda. Se presentan los cálculos de la dovela 4.

De la dovela 4 calcularemos primero su volumen en un análisis por unidad de espesor (en este caso de 1 m de espesor). Para facilidad de cálculo, la dovela se puede tomar como si fuera un trapecio, de modo que su volumen es:

$$V_4 = \frac{h(a+b)(1 \text{ m})}{2} = \frac{3,2 \text{ m}(7,9 \text{ m} + 8,6 \text{ m})(1 \text{ m})}{2}$$

$$V_4 \approx 26,4 \text{ m}^3$$

El peso de la dovela se obtiene multiplicando el volumen por la densidad del suelo y por la gravedad local. Para la dovela 4 tenemos:

$$W_4 = V_4 \rho g = (26,4 \text{ m}^3)(1,604 \text{ Mg/m}^3)(9,78 \text{ m/s}^2)$$

$$W_4 \approx 414,14 \text{ kN}$$

$$N_4 = W_4 \cos \theta_4 = 414,14 \text{ kN}(\cos 15,46^\circ) \approx 399,155 \text{ kN}$$

$$T_4 = W_4 \sen \theta_4 = 414,14 \text{ kN}(\sen 15,46^\circ) \approx 110,395 \text{ kN}$$

Resulta oportuno recordar que la fuerza motora, para este problema, se considera positiva si produce momento en el sentido de las manecillas del reloj (se considera negativa para el sentido contrario). Visto de otra forma, las fuerzas motoras en

base de dovela colocada a la derecha del centro de la circunferencia serán positivas, las fuerzas motoras en base de dovela a la izquierda de ese centro se considerarán negativas.

Como el ancho de esta dovela es de 3,2 m, calcularemos ahora la longitud secante de la base de la dovela 4, como se muestra:

$$L_4 = \frac{b_4}{\cos \theta_4} = \frac{3,2 \text{ m}}{\cos 15,46^\circ} \approx 3,32 \text{ m}$$

Esta longitud se debe multiplicar por el metro de espesor, para tener el área de la base de esta dovela. El esfuerzo normal promedio se obtiene de dividir la fuerza normal entre el área en la cual actúa esa fuerza normal, de modo que:

$$\sigma_4 = \frac{N_4}{L_4(1 \text{ m})} = \frac{399,155 \text{ kN}}{(3,32 \text{ m})(1 \text{ m})} \approx 120,227 \text{ kPa}$$

La resistencia potencial promedio en la base, se puede calcular a partir de conocer el esfuerzo normal que actúa en la base de la dovela, aplicando la ecuación de resistencia de Coulomb:

$$s_4 = c + \sigma_4 \tan \phi = 39,23 \text{ kPa} + 120,227 \text{ kPa}(\tan 4^\circ) \approx 47,637 \text{ kPa}$$

La fuerza resistente potencial de que se dispone en la base de la dovela, se puede calcular multiplicando la resistencia potencial promedio en la base, por la base de la dovela, en este caso:

$$S_4 = s_4 L_4(1 \text{ m}) = 47,637 \text{ kPa}(3,32 \text{ m})(1 \text{ m}) \approx 158,155 \text{ kN}$$

En la tabla mostrada en la página siguiente, se muestra el mismo procedimiento, pero para todas las dovelas de este problema. El factor de seguridad del talud debe ser igual al factor de seguridad más bajo de todas las circunferencias posibles. Cabe aclarar que en este caso no estamos calculando el factor de seguridad más bajo, sino que calculamos el factor de seguridad para la superficie de falla definida por el arco de circunferencia propuesto.

Como se puede observar en la tabla siguiente, el factor de seguridad para este caso resultó ser:

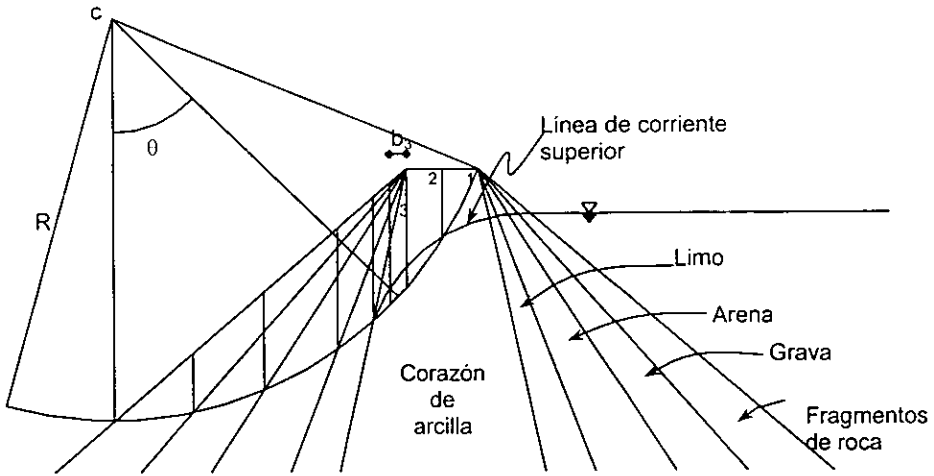
$$FS = \frac{\sum_{i=1}^n S_i}{\sum_{i=1}^n T_i} = \frac{1\,319,944 \text{ kN}}{632,170 \text{ kN}} \approx 2,09$$

Lo que se puede decir finalmente, es que para la circunferencia propuesta en el talud trabajado, la condición es estable por el factor de seguridad obtenido.

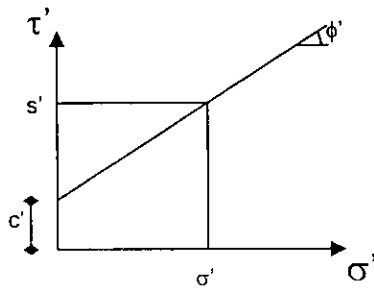
Dovela	Volumen (m ³)	Peso (W _i) (kN)	Inclinación (°)	N _i (kN)	T _i (kN)	b (m)	L _i x 1 m (m ²)	Esfuerzo (σ _i) (kPa)	s _i (kPa)	s _i .L _i .(1 m) (kN)
1	12,608	197,783	54,85	113,867	161,717	4	6,948	16,388	40,376	280,532
2	22,863	358,655	38,34	281,309	222,483	3,1	3,952	71,181	44,207	174,708
3	27,52	431,710	26,42	386,621	192,088	3,2	3,537	109,308	46,874	165,792
4	26,4	414,140	15,46	399,155	110,395	3,2	3,32	120,227	47,637	158,155
5	23,2	363,941	5,1	362,5	32,352	3,2	3,213	112,823	47,119	151,394
6	17,1	268,250	-4,78	267,317	-22,353	3	3,01	88,810	45,440	136,775
7	10,95	171,774	-14,46	166,333	-42,893	3	3,098	53,690	42,984	133,166
8	3,375	52,944	-24,1	48,329	-21,619	2,7	2,958	16,338	40,372	119,422
$\Sigma T_i =$					632,17	$\Sigma s_i \cdot L_i =$				1 319,944

MÉTODO DE DOVELAS EN TALUD SUJETO A FLUJO DE AGUA

Caso Presa de tierra y enrocamiento



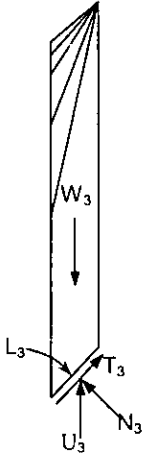
El análisis en este caso se hace para fuerzas totales y fuerzas efectivas. Además modernamente, la resistencia propuesta es del tipo:



$$s' = c' + \sigma' \operatorname{tg} \phi'$$

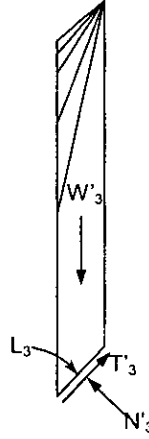
Realizando el análisis de la dovela 3, tenemos lo siguiente:

Fuerzas totales



$$T_3 = W_3 \text{sen } \theta_3$$

Fuerzas efectivas



Peso efectivo

$$W'_3 = W_3 - U_3$$

$$N'_3 = W'_3 \text{cos } \theta_3$$

Donde $U_3 = u_{hdn}(b_3)(l \text{ m})$, y u_{hdn} = presión del agua hidrodinámica

Por otra parte, tenemos que:

$$\sigma'_3 = \frac{N'_3}{L_3(l \text{ m})} \Rightarrow s'_3$$

$$s'_i = c' + \sigma'_i \text{tg } \phi'$$

El factor de seguridad en este caso, se define como:

$$FS = \frac{M_R}{M_A} = \frac{\sum_{i=1}^n s'_i L_i(l \text{ m})}{\sum_{i=1}^n T_i}$$

$$FS = \frac{\sum_{i=1}^n S_i}{\sum_{i=1}^n T_i}$$

V.- COMPACTACION

Desde el punto de vista de la Mecánica de Suelos, se puede definir como un buen suelo, a aquel que para ciertas solicitaciones debidas a una obra, presente: una resistencia de sobra (comparada con los esfuerzos que provoca la obra al suelo), además, que a consecuencia de estos esfuerzos, se tengan bajas deformaciones en el mismo y que exhiba una adecuada permeabilidad.

Obviamente, se tiene en la realidad que los suelos con los que tiene que trabajar el Ingeniero Civil, rara vez cumplen con los requisitos para ser considerados como buenos. Por lo anterior, si no se cuenta con un suelo que cumpla las condiciones necesarias para un cierto proyecto dado, se pueden tomar cuatro diferentes decisiones, las cuales son susceptibles de ser combinadas.

- a) Ubicar en un lugar más adecuado la obra (con el fin de disponer de un buen suelo).
- b) Adaptar el proyecto de la obra, a las condiciones del suelo de que se dispone (por ejemplo, compensar una cimentación o diseñarla con pilotes).
- c) Mejorar el suelo de que se dispone.
- d) Remover o sustituir a los suelos malos.

Se entiende que se decide la mejor solución, desde el punto de vista de la ingeniería, tomando el costo de cada una y eligiendo la más económica.

A la mejora del suelo se le suele denominar "estabilización", con lo cual se indica que se puede mejorar cualquier propiedad del suelo, de modo que mejore su comportamiento ingenieril.

Los métodos de mejora del suelo se pueden clasificar, de acuerdo a la naturaleza del proceso que se le aplica para lograr las condiciones deseadas. De esta forma se pueden tener: mejora mecánica, química, térmica y eléctrica.

La estabilización mecánica se puede lograr con acciones muy diversas, que van desde equipos de campo, uso de explosivos y el impacto de masas muy grandes contra el suelo. La estabilización química, incluye la mezcla o inyección de una lechada compuesta por diversas sustancias químicas.

La forma más común y la más económica para lograr la mejora del suelo, es provocarle un "incremento de compacidad" (también llamada densificación o

aumento de su masa específica seca). La densificación se puede lograr de tres formas, que son:

1. Compactando el suelo (aumentando su masa específica por medios mecánicos rápidos).
2. Precargando al suelo (aplicando una carga temporal).
3. Drenando al suelo (eliminando su agua intersticial o reduciendo la presión del agua en el suelo).

En este trabajo nos referimos exclusivamente a la primera forma propuesta, la compactación. La lógica y la experiencia ingenieril, han demostrado que al densificar un suelo; se mejora su resistencia, se disminuye su deformabilidad y se reduce su permeabilidad.

EL SUELO COMO MATERIAL DE CONSTRUCCIÓN

El suelo es comúnmente, el material de construcción de más fácil acceso y el más económico; cuando se puede disponer de él en el sitio. Muchas obras de Ingeniería Civil utilizan al suelo como material de construcción, pero al igual que cualquier otro material usado por el ingeniero, debe ser empleado bajo un estricto control de calidad. Si algún suelo es depositado por volteo solamente, será un material de baja masa específica, de poca resistencia y muy deformable. El conocimiento de este tema, norma el criterio para poder manejar el control de calidad en los suelos.

INTRODUCCIÓN AL TEMA

Suponga un corte carretero como el mostrado en la Figura V.1. El trazo punteado indica el nivel a que se quiere el terreno, para desplantar el terraplén. Supondremos que el suelo en estado natural (1) es bueno y que es el mismo en una extensión importante. Es obvio que el material de los cortes, se usará para rellenar la zanja, vea la Figura V.2. En la Figura V.3 se muestra el material de relleno, que fue vaciado a volteo, en estado suelto (2).

A estas alturas conviene hacerse la siguiente pregunta: ¿Qué propiedad física deberá conseguirse para el suelo (2), que ya tiene en estado natural el suelo (1), y

que permita deformarse en la misma forma a los suelos (1) y (2) (bajo los esfuerzos que generen el terraplén y el pavimento)?.

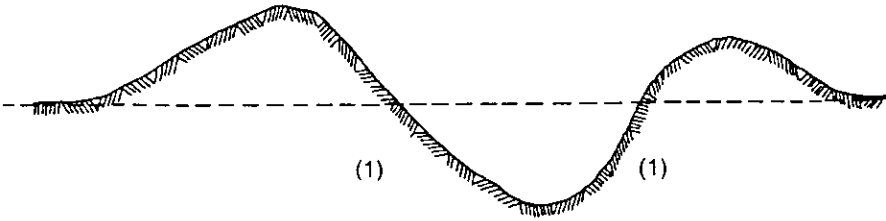


Figura V.1

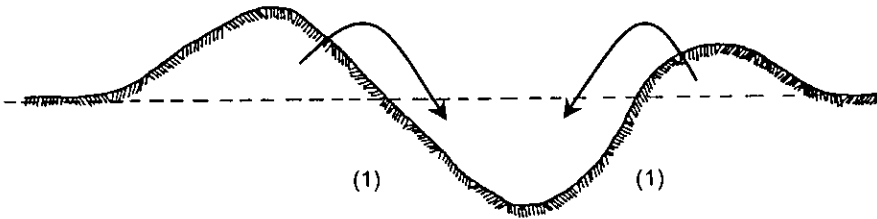


Figura V.2

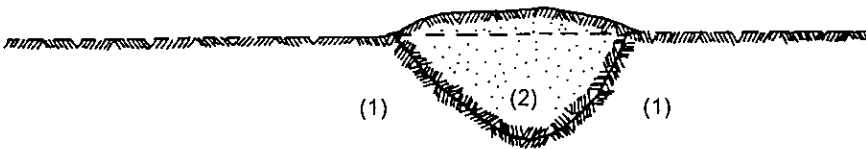


Figura V.3

Resulta lógico que si el suelo (2) se deforma más que el (1), se formará una depresión molesta para quién conduce un vehículo, vea la Figura V.4. Por el contrario, si se deforma menos el suelo (2) que el (1), se formará gradualmente una elevación molesta, vea la Figura V.5.

A alguien se le ocurrirá, que la propiedad física que puede permitirnos un control de las condiciones del suelo sea el peso específico. Modernamente este concepto está siendo desplazado por el de densidad o más correctamente "masa específica", este concepto resulta lógico, ya que los kilogramos medidos por una báscula, son unidades de masa y no de peso.

Todavía existe un parámetro mejor para el control de las condiciones del suelo. Recordemos que el suelo puede estar formado por aire, agua y sólidos. Además sabemos que las propiedades mecánicas dependen en forma principal de los sólidos del suelo; de modo que lo compacto del acomodo de éstos, no depende del agua. Por lo anterior podemos afirmar que el mejor parámetro para nuestros fines es "LA MASA ESPECIFICA SECA DEL SUELO".

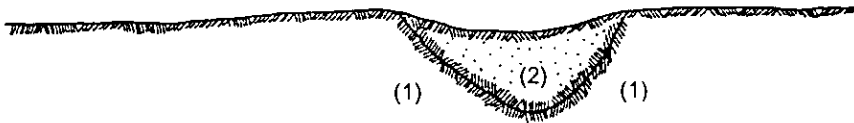


Figura V.4

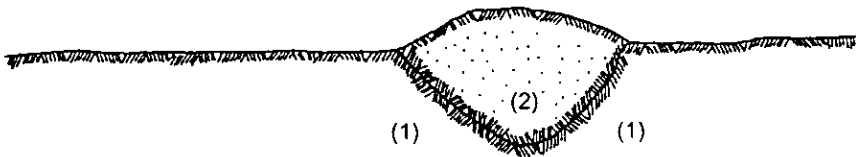


Figura V.5

COMPACTACION DE SUELOS

Se entiende por compactación, al incremento de la masa específica de los suelos (más precisamente, de la masa específica seca, como se vio en la introducción anterior), al aplicar energía mecánica en alguna de sus formas. La compactación también se puede visualizar como el lograr un acomodo más eficiente de las partículas sólidas que constituyen a un suelo. Como la masa específica de los sólidos de un suelo es mayor que la del agua, basta el poder acomodar más sólidos en un volumen menor, para obtener en el suelo un aumento de su masa específica. Vea el caso de un suelo saturado en la Figura V.6. El agua que sobra al haber acomodado los sólidos con mayor eficiencia, no se considera como parte integrante de la nueva estructura del suelo. Al haber logrado ese acomodo, hemos compactado al suelo.

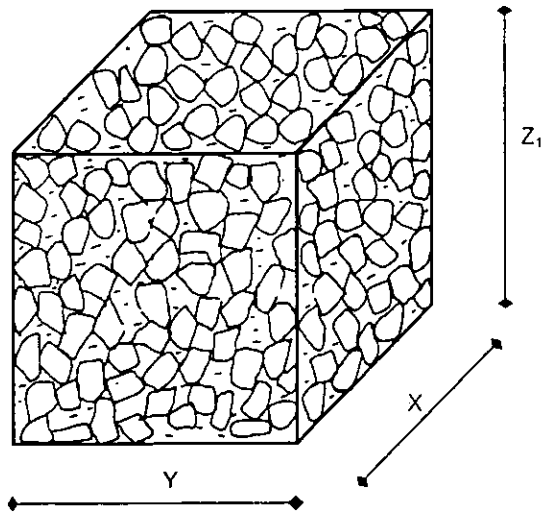
Con referencia a la Figura 6. se puede observar que $V_1 > V_2$, pero m_s (masa de sólidos) es la misma para los dos casos, por lo que si:

$$\rho = \frac{m}{V}, \text{ tenemos que:}$$

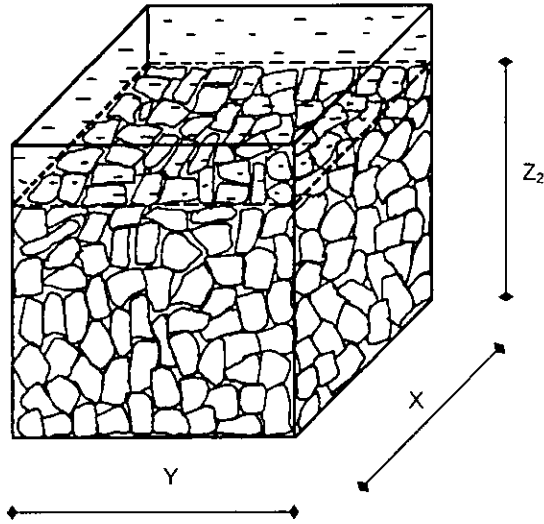
$$\rho_1 = \frac{m}{V_1} \quad \text{y} \quad \rho_2 = \frac{m}{V_2}$$

de aquí deducimos que:

$$\rho_1 < \rho_2$$



a) Condición inicial (cierto acomodo)



b) Condición final (acomodo más eficiente)

Figura V.6. - Suelo saturado con diferentes condiciones.

El objetivo de la compactación es el de mejorar las propiedades ingenieriles del suelo.

Algunas de las ventajas que se obtienen al compactar un suelo son:

1. Mayor resistencia.
2. Menor deformabilidad.
3. Menor permeabilidad. (puede ser desventaja)
4. Menor contracción.

Algunas de las desventajas que se pueden tener al compactar un suelo son:

1. Aumento del potencial de expansibilidad por aumento de humedad.
2. Aumento del potencial de expansibilidad por heladas.

Los suelos granulares se compactan eficientemente aplicándoles vibración. Los suelos finos se compactan bien con golpeo de masas que caen (martillos), y todavía mejor con "amasado" (aplicando esfuerzos cortantes). Los suelos finos se compactan menos eficientemente con presión estática.

RELACIONES DE MECANICA DE SUELOS USADAS EN COMPACTACION

Observe el diagrama de relaciones volumétricas y máscas de la Figura V.7. En base a este, se define la masa específica de un suelo como:

$$\rho = \frac{m_s + m_w}{V}$$

la masa específica seca se define como:

$$\rho_d = \frac{m_s}{V}$$

Además el contenido de agua se define como:

$$w = \frac{m_w}{m_s} \quad ; \quad \text{donde:}$$

m_s = Masa de los sólidos del suelo contenidos en una muestra.

m_w = Masa del agua contenida en la muestra.

V = Volumen Total de la muestra de suelo.

Además con referencia a la Figura V.7:

m_a = Masa del aire contenida en la muestra (despreciable).

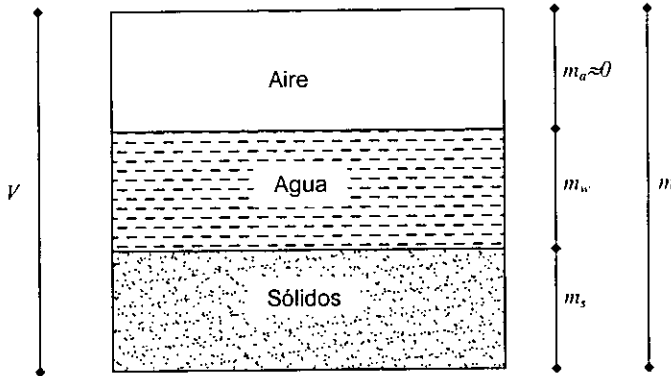


Figura V.7

PRUEBAS PROCTOR DE COMPACTACION

Las bases de la compactación de suelos finos son relativamente recientes. R. R. Proctor, construyó allá por los años treinta, presas para el Viejo departamento Hidráulico y de Suministros de los Ángeles. Desarrolló los principios de la compactación, en una serie de artículos en la revista "Engineering News-Record" (Proctor, 1933). Esta es la razón por lo que las pruebas estandarizadas de compactación llevan su nombre.

Proctor encontró que si se toma una muestra de suelo, y a una fracción se le agrega una cierta cantidad de agua (lo que incrementa el contenido de agua); y después se golpea dentro de un molde metálico, con un martillo de peso y con una altura de caída especificados, se logra un cierto empaque de las partículas sólidas. Después, a otra fracción de la misma muestra, se le agrega una cantidad diferente de agua respecto al caso anterior, y se le aplica el mismo proceso. Proctor descubrió que en cada proceso se obtiene un peso específico diferente (ahora se maneja masa específica seca). Ahora se razona que con el golpeo del martillo, se está aplicando cierta energía a un volumen de suelo compactado, que se tiene al final de la prueba. A esta energía por unidad de volumen se le llama Energía específica de Compactación (EC). Si se hacen una serie de pruebas

aplicando la misma energía específica, pero variando la cantidad de agua agregada (contenido de agua), a cada fracción de la muestra, se puede obtener una curva continua. Vea las curvas que se definen en la Figura V.8.

Se observa que en las curvas mencionadas, se tiene de izquierda a derecha, una primera rama, donde al aumentar el contenido de agua, crece la masa específica seca, hasta llegar a un máximo. Después de ese máximo se inicia una rama descendente, donde al seguir aumentando el contenido de agua, se obtienen cada vez menores masas específicas. Al contenido de agua para el cual se obtiene la masa específica máxima, se le llama óptimo. La diferencia de posición de las curvas **A** y **B** de la Figura V.8, se debe a que cada una se obtuvo para una diferente Energía específica de Compactación. La curva **A** se obtuvo con la prueba Proctor Estándar y la **B** con la Modificada.

La energía específica de Compactación, se puede obtener con la siguiente expresión:

$$EC = m_{mo}(g_L).h.N.n/V; \text{ donde:}$$

m_{mo} = Masa del martillo (píson).

g_L = Aceleración de la gravedad local.

h = Altura de caída del martillo.

N = Número de golpes del martillo en cada capa.

n = Número de capas en el molde.

V = Volumen del suelo compactado.

Como las pruebas Proctor están estandarizadas, podemos obtener para cada una de ellas, la Energía específica de Compactación que aplican, así que:

PRUEBA PROCTOR ESTANDAR (también llamada AASHTO estándar)

m_{mo} = 2,4948 kg (5,5 lbm).

h = 0,3048 m (1 ft).

N = 25 golpes/capa.

n = 3 capas.

V = $0,9439 \times 10^{-3} \text{ m}^3$ (1/30 ft³)

si hacemos la prueba donde la gravedad es igual a la estándar.:

$$g_L = 9,8066 \text{ m/s}^2$$

de modo que tenemos que:

$$EC = 592\,521,94 \text{ J/m}^3$$

redondeando: $EC \approx 592,52 \text{ kJ/m}^3$

PRUEBA PROCTOR MODIFICADA (AASHTO modificada, 1978)

$$m_{mo} = 4,536 \text{ kg (10 lbm).}$$

$$h = 0,4572 \text{ m (1.5 ft).}$$

$$N = 25 \text{ golpes/capa.}$$

$$n = 5 \text{ capas.}$$

$$V = 0,9439 \times 10^{-3} \text{ m}^3 \text{ (1/30 ft}^3 \text{)}$$

$$g_L = 9,8066 \text{ m/s}^2 \text{ (la tomaremos igual que en el caso anterior)}$$

con estos valores tenemos que:

$$EC = 2\,693\,281,55 \text{ J/m}^3$$

redondeando: $EC \approx 2\,693,3 \text{ kJ/m}^3$

Una relación útil para obtener la masa específica seca, a partir de la masa específica del suelo (húmedo o no) y del contenido de agua, fácil de deducir, es la siguiente:

$$\rho_d = \rho / (1 + w)$$

El contenido de agua se obtiene, secando una fracción representativa de la probeta generada al compactar al suelo. Para definir una curva de compactación, se recomienda realizar de 4 a 5 pruebas como mínimo.

No hay que perder de vista, que en el campo se podría dar un número muy alto de pasadas con el equipo de campo (aplicando una alta energía específica) y obtener valores más altos que con cualquiera de las pruebas Proctor. La filosofía aquí es que con el mínimo de Energía específica (por economía), se obtengan las

propiedades mecánicas e/o hidráulicas que necesitamos. Se pueden hacer pruebas en el laboratorio, de probetas compactadas con diferentes energías específicas, para obtener sus propiedades mecánicas. De esta forma se propone qué compactación se quiere en campo, para que el suelo tome las propiedades que necesitamos. En la Figura V.8 se muestra que si se unen con una línea las cimas de las curvas de compactación, se define una línea llamada de óptimos. Las líneas que se muestran para diferentes grados de saturación, en la Figura V.8, se obtienen aplicando la siguiente expresión:

$$\rho_d = \frac{\rho_w S_r}{w + \frac{\rho_w}{\rho_s} S_r} \quad ; \text{ donde:}$$

ρ_w = Masa específica del agua de trabajo.

ρ_s = Masa específica de los sólidos del suelo.

S_r = Grado de saturación del suelo.

Parte de la energía entregada al suelo, debe disiparse en forma diferente, si se utilizan diferentes sistemas para compactar al suelo. Por lo anterior, pareciera que la compactación también dependiera del equipo usado. En la Figura V.9, se muestra una comparación, de pruebas de campo y laboratorio, con diferentes equipos. Existen otros tipos de prueba para compactar suelos finos, y son: La Harvard miniatura (Wilson, 1970) que amasa al suelo, también se conoce la prueba de compactación estática.

Las Pruebas Proctor de compactación son del tipo Impacto Dinámicas (sujetan al suelo a golpeo). Por lo anterior, alguien puede preguntarse si esta prueba puede representar a los equipos de campo, que en su mayoría compactan por amasado. La respuesta es que sí puede representarlos si se calibran, de forma que sus acciones sean comparables con alguna de las pruebas Proctor. Esta calibración se puede hacer en terraplenes de prueba, para revisar si se alcanzan las equivalencias debidas y en que forma.

Con todo lo anterior, se puede decir que el valor de la masa específica seca de un suelo compactado, depende de:

1. El contenido de agua.
2. La Energía específica de Compactación.
3. El tipo de suelo.
4. El equipo empleado para compactar al suelo.

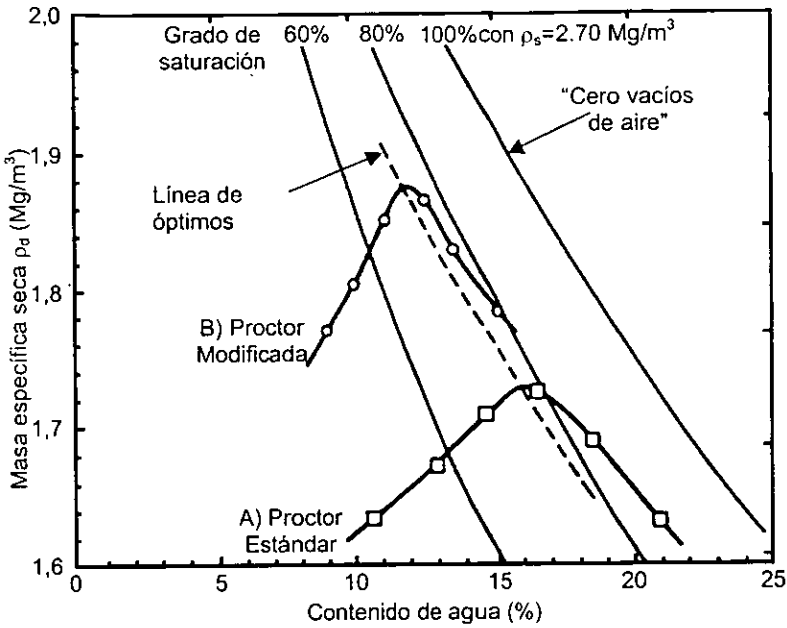


Figura V.8. Curvas de Compactación

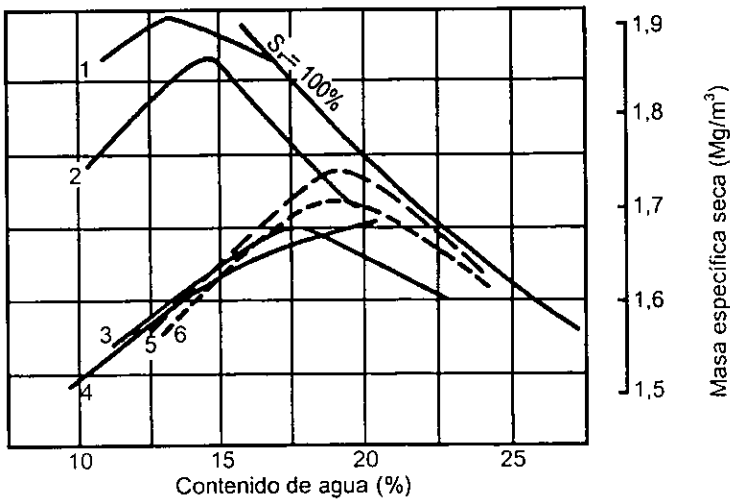


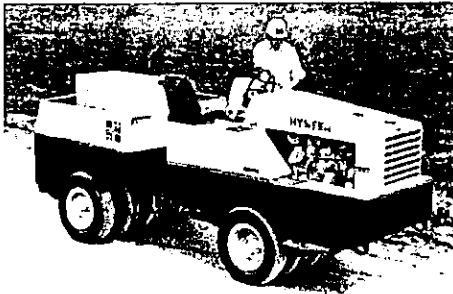
Figura V.9. Comparación de compactaciones de campo y laboratorio. 1) compactación estática de laboratorio; 2) Proctor modificada; 3) Proctor estándar; 4) compactación estática de laboratorio, 200 psi; 5) rodillo neumático; 6) rodillo pata de cabra

EQUIPO DE COMPACTACION DE CAMPO

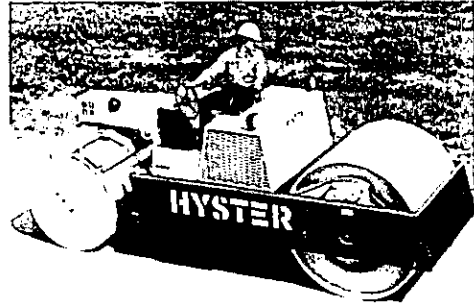
El material necesario para construir un relleno, se puede explotar de un banco de material. Las escrepas o motoescrepas, pueden recoger el material del banco y descargarlo en el lugar previsto. Los "bulldozers" y las motoconformadoras, se encargan de extender el material, para lograr el espesor deseado, previo a la compactación. Los espesores pueden variar de 15 cm a 0,5 m, dependiendo del tipo de compactación y del tamaño máximo de los agregados. Se puede elegir, entre el equipo comercial, desde el que aplique presión, hasta el que aplique vibración, impacto y amasado; o incluso acciones combinadas.

La Figura V.10, muestra dos tipos de rodillo; uno rígido y otro flexible (o neumático). En la Figura V.11, en la parte superior, se muestra un equipo compacta eficientemente suelos arcillosos y comienza compactando el suelo bajo el nivel del terreno, y va escalando hacia la superficie, conforme el número de pasadas aumenta. En la parte inferior de la Figura V.11, se exhibe otro rodillo con protuberancias, que puede a la vez extender el material. Este equipo se recomienda para suelos limosos.

En la Figura V.12, se presenta un rodillo de rejilla, ideal para suelos granulares; rocas pequeñas, gravas y arenas. Con una alta velocidad de remolque, el material es vibrado, aplastado e impactado. En la Figura V.13, se muestra un equipo vibratorio sobre un rodillo liso, compactando una grava.



a) Rodillo flexible
(o neumático)



b) Rodillo rígido

Figura V.10. Tipos de rodillos más comunes

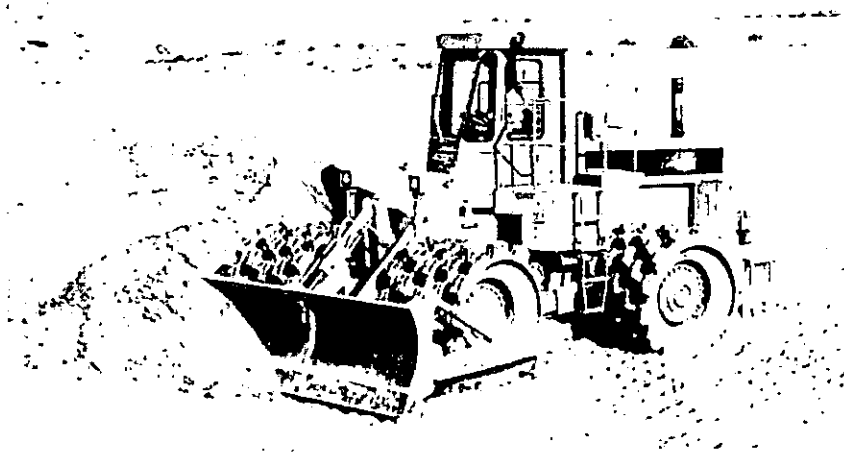
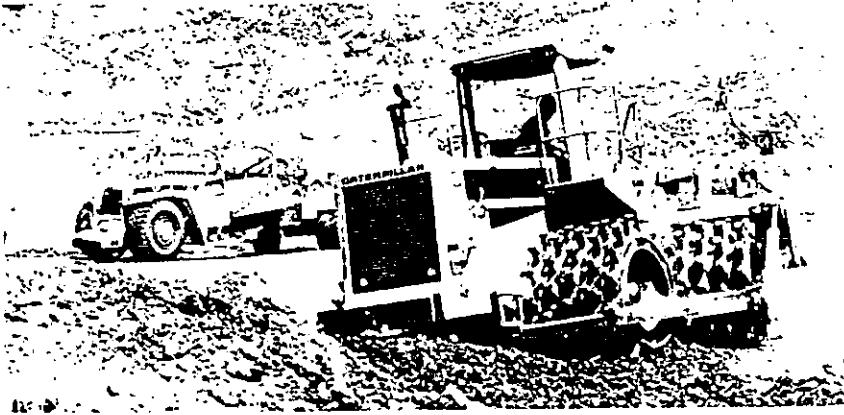


Figura V.11. Rodillos con protuberancias

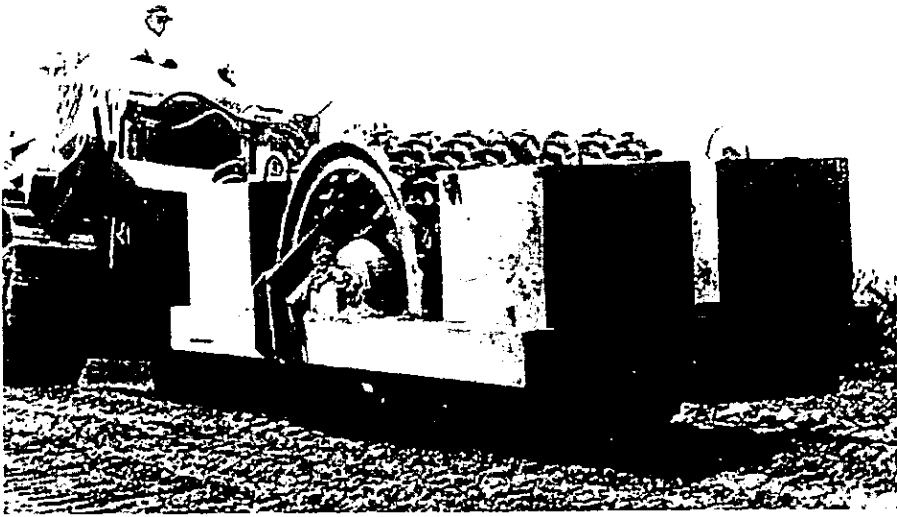


Figura V.12. Rodillo de rejilla

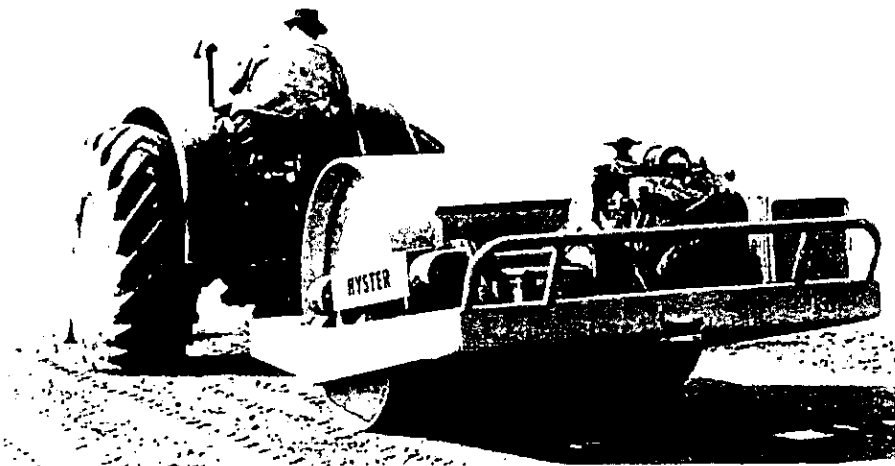


Figura V.13. Equipo vibratorio sobre rodillo liso

CONTROL DE COMPACTACION EN EL CAMPO

Es importante no perder de vista lo que se mencionó antes, sobre el hecho de que lo más importante al compactar un suelo, es que logre ciertas características mecánicas que nos interesan. De modo que cuando se especifica conseguir en campo una cierta masa específica seca, es porque con ella se satisfacen los requerimientos mecánicos para nuestro proyecto. En base a lo anterior, el mecanicista de suelos propone cierta compactación en el campo, y con la revisión de ésta, se realiza el control de calidad del suelo.

El parámetro más utilizado en control de calidad, es la Compactación Relativa o el Porcentaje de Compactación. Este parámetro se define como la relación entre la masa específica de campo (que se obtiene del suelo compactado) y la máxima obtenida en el laboratorio (referida a alguna prueba estándar especificada).

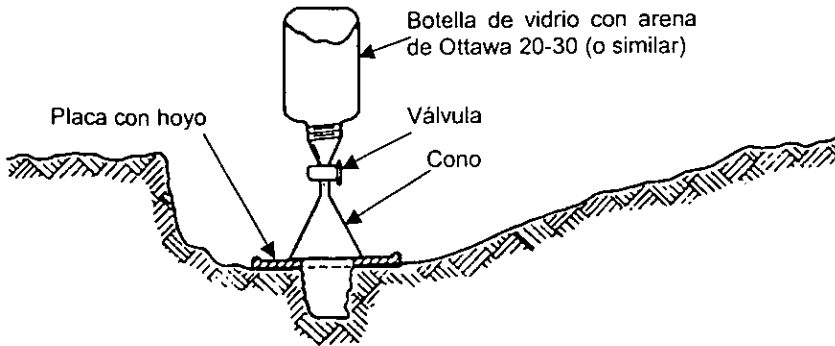
$$CR \% = \frac{\rho_d (\text{campo})}{\rho_d \text{ máx. (laboratorio)}} \times 100$$

Se recomienda, que para una obra grande, se calcule CR cada 1000 a 3000 m³, o cuando el material de préstamo cambie significativamente sus propiedades.

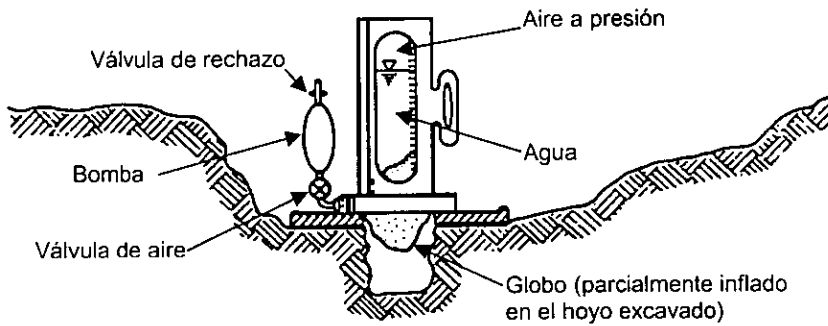
Las pruebas de control en el campo, se pueden clasificar en "destructivas" y "no destructivas". Las destructivas incluyen la remoción por medio de una excavación del material compactado, mientras que las no destructivas determinan la masa específica del suelo y el contenido de agua con métodos indirectos (como el nuclear).

Los pasos que se siguen en las pruebas destructivas más comunes son:

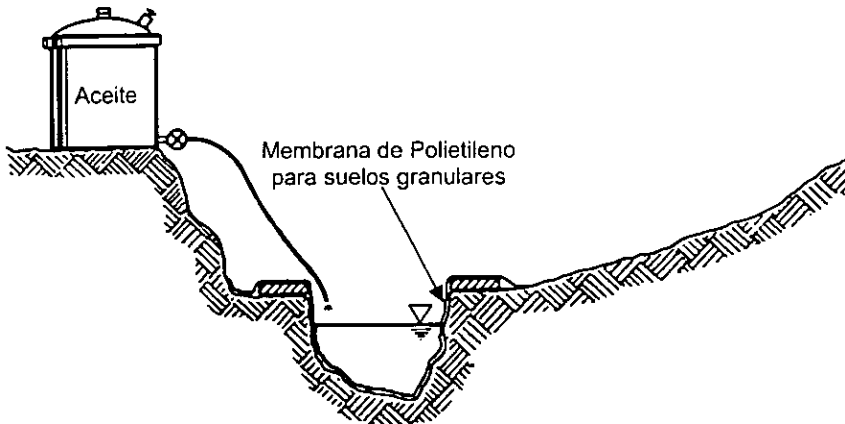
1. Se excava un hoyo en el suelo compactado, a la profundidad adecuada (que depende del tamaño máximo de las partículas del suelo). Se determina la masa del material excavado.
2. Se toma una fracción del material, para obtener su contenido de agua.
3. Se mide el volumen del material excavado. Las técnicas usualmente empleadas son: El método del Cono de arena, El método del Globo y el método que consiste en verter agua o aceite de masa específica conocida (dependiendo de la permeabilidad del suelo), dentro del hoyo. Vea la Figura V.14.
4. Con los datos de masa del suelo excavado (m) y volumen del hoyo (V), se obtiene la masa específica del suelo. Finalmente, con el contenido de agua y con la masa específica, se puede conocer la masa específica seca del suelo compactado en campo.
5. Conocidos ρ_d (campo) y ρ_d máx. (laboratorio), se calcula la compactación relativa (CR).



1. Cono con arena



2. Globo



3. Método del aceite (o del agua)

Figura V.14. Algunos métodos para determinar el volumen en campo

CONCLUSIONES

La Mecánica de Suelos ha llegado a ser y seguirá siendo parte fundamental para la realización de cualquier construcción en la que intervenga el suelo, por lo que su estudio es de vital importancia para seguir construyendo obras con un muy alto grado de seguridad, para poder soportar acciones tanto predecibles como impredecibles.

En lo que respecta al Sistema Internacional de Unidades (SI), tenemos que las ventajas que ofrece, sobre todos los demás sistemas de unidades son múltiples. Entre ellas podemos citar las siguientes:

- Es universal porque abarca todos los campos de la ciencia, la técnica, la economía y el comercio.
- Es coherente porque no necesita de coeficientes de conversión y todas las unidades guardan proporcionalidad entre sí, simplificando la estructura de las unidades de medida y sus cálculos, lo que evita errores en su interpretación.
- Al igual que el Sistema Métrico Decimal (SMD), utiliza prefijos para la determinación de los múltiplos y submúltiplos de la unidad básica de cada magnitud física; eliminando así la multiplicidad de nombres muy diferentes para una misma magnitud física.
- También permite formar unidades derivadas con mayor facilidad.
- Establece una clara delimitación de los conceptos de masa y fuerza (o peso).

A pesar de las bondades del SI, referidas, y de que éste ha sido acogido por la mayoría de los países; su implantación y utilización marcha muy lentamente, coexistiendo con otros sistemas de medidas en no pocos países de nuestra área geográfica.

Los factores que producen este fenómeno son diversos y van desde la pobre infraestructura necesaria para el cambio, hasta la fuerza de la costumbre arraigada a través de años en la utilización de otros sistemas de medidas, pasando por la insuficiente cultura que se tiene sobre el SI.

Medimos la longitud en metro, kilómetro, centímetro, pero también usamos la yarda, legua, pie, pulgada. El volumen lo medimos en botella, galón (inglés o norteamericano), garrafón, barril, litro.

El hecho de que la mayoría de los países hayan proclamado la implantación del SI como el sistema oficial de unidades contribuye a reforzar la importancia y actualidad del sistema propuesto.

Al inicio de este trabajo, el manejo del Sistema Internacional me era poco conocido, ya que generalmente lo que manejamos es el Sistema Métrico Decimal o el Sistema Inglés, con los cuales, después de varios años de trabajar con ellos, me acostumbre. Ahora, al abordar un tema utilizando el Sistema Internacional me llegó a costar trabajo al principio por la poca sensibilidad que uno tiene ante esas unidades. Por ejemplo, uno ya identifica cuánto es lo que va a soportar un elemento estructural, si se le menciona una cantidad dada en toneladas, pero no lo percibe igual si se le habla de kilonewtons. Ésta, siento que es una de las principales desventajas que tiene el Sistema Internacional, ya que se tiene que sensibilizar a las personas para que puedan trabajar con dichas unidades. Las ventajas, en cambio que percibí sobre éste sistema, son las que ya mencioné anteriormente, además de que es un poco más lógico, ya que si queremos hablar de fuerza o peso, nos enfocamos en la 2ª Ley de Newton, que dice que fuerza es igual a masa por la aceleración de la gravedad, lo cual concuerda con las unidades de fuerza que son $\text{kg}\cdot\text{m}/\text{s}^2$.

BIBLIOGRAFÍA

- 1.- Juárez Badillo E. Y Rico Rodríguez A.
"Mecánica de Suelos", Tomo I Tercera edición y Tomo II Segunda edición.,
Editorial Limusa, 1986.
- 2.- Lambe T. William y Whitman Robert V.
"Mecánica de Suelos", Primera edición.
Editorial Limusa, 1976.
- 3.- Terzaghi Karl y Peck Ralph B.
"Mecánica de Suelos en la Ingeniería Práctica"
Editorial El Ateneo, 1976.
- 4.- Ventura Escario, J. L. de Justo Alpañes.
"Resistencia al esfuerzo cortante de los suelos"
Editorial Dossat, S. A., 1970.
- 5.- Spangler Merlin G. and Handy Richard L.
"Soil Engineering", Third edition.
Intext Harper & Row, Publisher, 1973
- 6.- Holtz Robert D. and Kovacs William D.
"Geotechnical Engineering (an Introduction)".
Prentice-Hall, Inc., 1981.
- 7.- Padilla Velázquez Ricardo R.
"El Sistema Internacional de Unidades y la Mecánica de Suelos", Artículo.
Revista Ingeniería, número 3, 1986.
- 8.- Donald W. Taylor.
"Fundamentos de la Mecánica de Suelos"
Compañía editorial Continental, S. A., 1968.

APÉNDICE
TABLAS DEL SISTEMA INTERNACIONAL DE
UNIDADES

TABLAS DE INTERES PARA QUIEN UTILIZA EL SISTEMA INTERNACIONAL DE UNIDADES EN LA INGENIERIA CIVIL NORMA OFICIAL MEXICANA.

NOM-008-SCFI-1993

Recopilación del Ing. Ricardo Rubén Padilla Velázquez *

RPV

UNIDADES DE BASE DEL SISTEMA INTERNACIONAL (SI)			
Magnitud	Nombre de la Unidad	Símbolo	Definición de la unidad.
longitud	metro	m	es la distancia que recorre una onda electromagnética en el vacío en $1/(299\ 792\ 458)$ de segundo.
masa	kilogramo	kg	es la masa igual a la del prototipo internacional del kilogramo.
tiempo	segundo	s	es la duración de $9\ 192\ 631\ 770$ períodos de la radiación correspondiente a la transición entre los dos niveles hiperfinos del átomo cesio 133.
intensidad de corriente eléctrica	ampere	A	es la intensidad de una corriente constante que mantenida en dos conductores paralelos, rectilíneos, de longitud infinita, de sección circular despreciable y colocados en el vacío a una distancia de un metro uno del otro, producirá entre estos conductores una fuerza igual a 2×10^{-7} newtons por cada metro de longitud.
temperatura termodinámica	kelvin	K	Es la fracción $1/(273,16)$ de la temperatura termodinámica del punto triple del agua.

TABLA 1

* Prof. De Carrera de T. C. en Geotecnia, Fac. de Ingeniería.

UNIDADES DERIVADAS QUE TIENEN NOMBRE ESPECIAL			
Magnitud	Nombre de la unidad	Símbolo	Expresión en unidades SI
fuerza	newton	N	kg.m/s ²
presión	pascal	Pa	N/m ²
esfuerzo	pascal	Pa	N/m ²
energía	joule	J	N.m
trabajo	joule	J	N.m
cantidad de calor	joule	J	N.m
potencia	watt	W	J/s o N.m/s
frecuencia	hertz	Hz	s ⁻¹
carga eléctrica	coulomb	C	s.A
voltaje	volt	V	W/A
capacidad eléctrica	farad	F	C/V
resistencia eléctrica	ohm	Ω	V/A
conductancia eléctrica	siemens	S	A/V
flujo magnético	weber	Wb	V.s
inducción magnética	tesla	T	Wb/m ²
inductancia	henry	H	Wb/A
flujo luminoso	lumen	lm	cd.sr
luminosidad	lux	lx	lm/m ²
actividad nuclear	becquerel	Bq	s ⁻¹
dosis absorbida	gray	Gy	J/kg

TABLA 2

RPV

UNIDADES DERIVADAS QUE NO TIENEN NOMBRE ESPECIAL		
Magnitud	Símbolo	Expresión en unidades SI
superficie	-	m ²
volumen	-	m ³
velocidad	-	m/s
aceleración	-	m/s ²
densidad	ρ	kg/m ³
peso específico	γ	N/m ³
momento de una fuerza	M	N.m
tensión superficial	-	N/m o J/m ²
viscosidad dinámica	-	Pa.s
viscosidad cinemática	-	m ² /s

TABLA 3

RPV

UNIDADES SUPLEMENTARIAS DEL SI			
Magnitud	Nombre de la unidad	Símbolo	Definición de la unidad
ángulo plano	radián	rad	es el ángulo plano comprendido entre dos radios de un círculo y que intersecan sobre la circunferencia de este círculo, un arco de longitud igual a la del radio.
ángulo sólido	estereoradián	sr	es el ángulo sólido que teniendo su vértice en el centro de una esfera corta sobre la superficie de ésta, un área igual a la de un cuadrado que tiene por lado el radio de la esfera.

TABLA 4

RPV

PREFIJOS RECOMENDADOS POR EL SI			
Nombre del prefijo	Símbolo	Factor	Equivalencia
yotta	Y	10^{24}	cuatrillón
zetta	Z	10^{21}	mil trillones
exa	E	10^{18}	trillón
peta	P	10^{15}	mil billones
tera	T	10^{12}	billón
giga	G	10^9	mil millones
mega	M	10^6	millón
kilo	k	10^3	mil
hecto	h	10^2	cien
deca	da	10^1	diez
deci	d	10^{-1}	décimo
centi	c	10^{-2}	centésimo
mili	m	10^{-3}	milésimo
micro	μ	10^{-6}	millonésimo
nano	n	10^{-9}	mil millonésimo
pico	p	10^{-12}	billonésimo
femto	f	10^{-15}	mil billonésimo
atto	a	10^{-18}	trillonésimo
zepto	z	10^{-21}	mil trillonésimo
yocto	y	10^{-24}	cuatrillonésimo

TABLA 5

PRINCIPALES MAGNITUDES Y UNIDADES UTILIZADAS EN MECANICA

RPV

Magnitud	Símbolo de la magnitud	Símbolo de la unidad SI
masa	m	kg
gasto masa, flujo masa	qm	kg/s
densidad, masa volúmica	ρ	kg/m ³
volumen específico	v	m ³ /kg
gasto volumen, flujo volumen	qv	m ³ /s
densidad lineal, masa lineal	pl	kg/m
densidad de superficie, masa superficial	ρ_A, ρ_s	kg/m ²
cantidad de movimiento, momentum	p	kg .m/s
momento de inercia	I, J	kg . m ²
fuerza	F	N
peso	P, W	N
constante gravitacional	G	N.m ² /kg ²
momento de una fuerza	M	N . m
momento torsional, momento de un par	T	N . m
presión	p	Pa
esfuerzo normal	σ	Pa
esfuerzo cortante	τ	Pa
módulo de elasticidad	E	Pa
módulo de rigidez al cortante	G	Pa
módulo de compresibilidad volumétrica	K	Pa
viscosidad dinámica	η, μ	Pa.s
viscosidad cinemática	ν	m ² /s
tensión superficial	γ, σ	N/m
energía	E, W	J
trabajo	W, A	J
energía potencial	E _p	J
energía cinética	E _k	J
potencia	P	W

REGLAS GENERALES PARA LA ESCRITURA DE NUMEROS Y UNIDADES DEL SI

Actualizadas a Norma Oficial Mexicana NOM-008-SCFI-1993

[RPV]

Regla 1. Los símbolos se deben expresar en caracteres romanos, en general minúsculas, con excepción de los símbolos que se derivan de nombres propios.

Correcto: m; cd; K; A.

Incorrecto: M (metro); Cd (candela); k (kelvin).

Regla 2. No se debe usar mayúscula en los nombres de las unidades.

Correcto: newton; pascal; joule.

Incorrecto: Newton; Pascal; Joule.

Regla 3. No se debe colocar punto después de los símbolos de las unidades, a menos que por ortografía se justifique.

Correcto: m; kg; s.

Incorrecto: m. ; kg. ; s . .

Regla 4. Los nombres de las unidades se pueden pluralizar agregando una s.

Correcto: pascals; mols; watts.

Incorrecto: pascales; moles; wattes.

Regla 5. Los símbolos de las unidades no se deben pluralizar.

Correcto: kg; m; Pa.

Incorrecto: kgs; ms; Pas.

Regla 6. El signo de multiplicación para indicar el producto de dos o más unidades, debe ser un punto, que puede suprimirse cuando no se preste a confusión.

Correcto: N.m; Nm; m.N (Newton por metro).

Incorrecto: mN (metro por newton) ; N x m.

Regla 7. Cuando una unidad derivada se forma por el cociente de dos unidades, se puede utilizar una línea inclinada, una línea horizontal o potencias negativas.

Correcto: m/s; $m \cdot s^{-1}$; $\frac{m}{s}$.

Incorrecto: $m \div s$.

Regla 8. No se debe utilizar más de una línea inclinada, a menos que se agreguen paréntesis. En los casos complicados se deben emplear potencias negativas o paréntesis.

Correcto: (m/s) / s; m/s^2 ; $m \cdot s^{-2}$; $m \cdot \text{kg} / (\text{s}^3 \cdot \text{A})$; $m \cdot \text{kg} \cdot \text{s}^{-3} \cdot \text{A}^{-1}$.

Incorrecto: $m / s / s$; $m \cdot \text{kg}/\text{s}^3/\text{A}$.

Regla 9. Los múltiplos y submúltiplos de las unidades se deben formar anteponiendo al símbolo de las unidades los prefijos correspondientes. La única excepción es para la unidad de masa, en la cual se deben anteponer al símbolo "g".

Correcto: ks; dag; Mg.

Incorrecto: Mkg; dakg.

Regla 10. Los nombres de los prefijos se deben anteponer al nombre de la unidad. Se tiene como excepción al nombre de la unidad de masa, donde se deben anteponer a la palabra "gramo".

Correcto: micrómetro, nanosegundo; megagramo.

Incorrecto: kilokilogramo.

Regla 11. Los símbolos de los prefijos se deben imprimir en caracteres romanos (rectos). No se debe dejar espacio entre el símbolo del prefijo y el símbolo de la unidad.

Correcto: mN; MPa; ns; μm .

Incorrecto: m N; M Pa; n s; $\mu \text{ m}$.

Regla 12. Si un símbolo que contiene a un prefijo está afectado por un exponente, indica que el múltiplo de la unidad está elevado a la potencia expresada por el exponente.

Correcto: $1 \text{ cm}^3 = (10^{-2} \text{ m})^3 = 10^{-6} \text{ m}^3$.
Incorrecto: $1 \text{ cm}^3 = 10^{-2} (\text{m})^3 = 10^{-2} \text{ m}^3$.

Regla 13. No se deben emplear prefijos compuestos.

Correcto: mm; Ps; GPa.
Incorrecto: mμm; kTs; MkPa.

Regla 14. Siempre se debe dejar un espacio entre el número y el símbolo de la unidad que le precede.

Correcto: 25 N / m; 30 kPa; 30 ns.
Incorrecto: 25N/m ; 30kPa; 30ns.

Regla 15. El separador (signo) decimal debe ser una coma sobre la línea de escritura (,). Si la magnitud de un número es menor que la unidad, el separador (signo) decimal debe ser precedido por un cero.

Correcto: 37,71 m/s²; 15,5 kN; 0,976 kPa.
Incorrecto: 37.71 m/s² ; 15.5 kN; ,976 kPa.

Regla 16. Los números se deben imprimir generalmente en tipo romano. Para facilitar la lectura de números con varios dígitos, se deben separar en grupos apropiados preferentemente de tres, contando del separador (signo) decimal a la derecha y a la izquierda. Los grupos se deben separar por un pequeño espacio, nunca con una coma, un punto, o por otro medio. Se permite agrupar números de cuatro dígitos sin separación.

Correcto: 5 497 356,35; 2,395 456 7; 3457; 3 457.
Incorrecto: 5.497.356,35; 2.395,456,7; 23569.

DIFERENCIA ENTRE LAS UNIDADES DEL SISTEMA INTERNACIONAL Y LAS UNIDADES DEL VIEJO SISTEMA MKS TÉCNICO USADO EN INGENIERIA CIVIL

UNIDADES SI		UNIDADES MKS TÉCNICO	
UNIDADES DE BASE			
Nombre	Símbolo	Nombre	Símbolo
		Longitud	
metro	m	metro	m
		Tiempo	
segundo	s	segundo	s
		Masa	
kilogramo	kg	-----	---
		Fuerza	
-----	---	kilogramo fuerza	kgf

UNIDADES DERIVADAS			
Nombre	Símbolo	Nombre	Símbolo
		Fuerza	
newton	N	-----	---
		Masa	
-----	---	unidad técnica de masa	utm

DIFERENCIA ENTRE LAS UNIDADES DEL SISTEMA INTERNACIONAL Y LAS UNIDADES PRACTICAS DE INGENIERIA CIVIL, ASOCIADAS AL SISTEMA INTERNACIONAL

Unidades SI		Unidades SI prácticas en Ingeniería Civil	
Nombre	Símbolo	Nombre	Símbolo
kilogramo	Masa (m)	megagramo	Mg
	kg		
newton	Fuerza (F) o Peso (W)	kilonewton	kN
	N		
pascal	Esfuerzo (σ o τ) o Presión (p)	kilopascal	kPa
	Pa		
joule	Energía (E) o Trabajo (W)	kilojoule	kJ
	J		
kilogramo por cada metro cúbico	Densidad (ρ)	megagramo por cada metro cúbico	Mg/m ³
	kg/m ³		
newton por cada metro cúbico	Peso específico (γ)	kilonewton Por cada metro cúbico	kN/m ³
	N/m ³		

CONVERSIONES DE UNIDADES UTILES PARA INGENIERIA CIVIL

CONVERSIÓN DE UNIDADES DEL SISTEMA INTERNACIONAL
A UNIDADES TÉCNICAS MÉTRICAS UTILIZADAS EN INGENIERIA CIVIL

Unidad del Sistema Internacional		Unidad técnica métrica	
PARA PASAR DE:		A:	MULTIPLIQUE POR:
Masa			
kilogramo (kg)		utm	$1,019\ 716 \times 10^{-1}$
Fuerza o Peso			
newton (N)		gf kgf tf	$1,019\ 716 \times 10^2$ $1,019\ 716 \times 10^{-1}$ $1,019\ 716 \times 10^{-4}$
Esfuerzo o Presión			
pascal (Pa)		gf / cm ² kgf / cm ² tf / m ²	$1,019\ 716 \times 10^{-2}$ $1,019\ 716 \times 10^{-5}$ $1,019\ 716 \times 10^{-4}$
Energía o Trabajo			
joule (J)		gf . cm kgf . m tf . m	$1,019\ 716 \times 10^4$ $1,019\ 716 \times 10^{-1}$ $1,019\ 716 \times 10^{-4}$
Peso específico			
newton por cada metro cúbico (N / m ³)		gf / cm ³ kgf / dm ³ tf / m ³	$1,019\ 716 \times 10^{-4}$ $1,019\ 716 \times 10^{-4}$ $1,019\ 716 \times 10^{-4}$

Nota 1. Del factor de conversión elija cifras según desee exactitud.
Nota 2. Si más exacto que el técnico porque considera gravedad local.

CONVERSIONES DE UNIDADES UTILES PARA INGENIERIA CIVIL

CONVERSIÓN DE UNIDADES TÉCNICAS MÉTRICAS UTILIZADAS EN INGENIERIA CIVIL A UNIDADES DEL SISTEMA INTERNACIONAL

		RPV
Unidad técnica métrica	Unidad del Sistema Internacional	
PARA PASAR DE:	A:	MULTIPLIQUE POR:
Masa		
Unidad técnica de masa (utm)	kg	9,806 65
Fuerza o Peso		
gramo fuerza (gf)	N	$9,806\ 65 \times 10^{-3}$
kilogramo fuerza (kgf)	N	9,806 65
tonelada fuerza (tf)	N	$9,806\ 65 \times 10^3$
Esfuerzo o Presión		
gf / cm ²	Pa	$9,806\ 65 \times 10^1$
kgf / cm ²	Pa	$9,806\ 65 \times 10^4$
tf / m ²	Pa	$9,806\ 65 \times 10^3$
Energía o Trabajo		
gf . cm	J	$9,806\ 65 \times 10^{-5}$
kgf . m	J	9,806 65
tf . m	J	$9,806\ 65 \times 10^3$
Peso específico		
gf / cm ³	N / m ³	$9,806\ 65 \times 10^3$
kgf / dm ³	N / m ³	$9,806\ 65 \times 10^3$
tf / m ³	N / m ³	$9,806\ 65 \times 10^3$

Nota 1. Del factor de conversión elija cifras según desee exactitud.

Nota 2. Si más exacto que el técnico porque considera gravedad local.