

01190

**UNIVERSIDAD NACIONAL
AUTONOMA DE MEXICO**

**FACULTAD DE INGENIERIA
DIVISION DE ESTUDIOS DE POSGRADO**

**ESTUDIO DE LA TRANSFERENCIA
DE CALOR EN UNA CAVIDAD
BIDIMENSIONAL ABIERTA**

**T E M A D E T E S I S
QUE PARA OBTENER EL GRADO DE
DOCTOR EN INGENIERIA
PRESENTA:**

RAFAEL ENRIQUE CABANILLAS LOPEZ

Director de Tesis: Dr. Claudio A. Estrada Gasca

México, D. F., Agosto del 2001





Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

Agradecimientos:

Mi profundo agradecimiento al Dr. Claudio A. Estrada Gasca por distinguirme con su amistad y proporcionarme una dirección firme, segura y generosa en la elaboración de este trabajo. Reconozco en su persona muchas virtudes, entre otras, la acertada visión de la problemática energética, la dedicación para alcanzar una meta, la vocación por transmitir el conocimiento, la incansable labor de promoción de las fuentes renovables de energía y la pasión con la que defiende sus ideas.

Agradezco a la Dra. Gabriela S. Álvarez García su constante participación a lo largo de todo este esfuerzo con sus invaluables e incontables sugerencias, que cristalizaron con la terminación de la tesis.

Al Dr. Jaime Cervantes de Gortari por participar en mi comité de tesis desde el principio del estudio, mostrando siempre disposición al análisis y poniendo su gran experiencia en favor del mejoramiento de esta investigación.

A los Doctores Federico Méndez, Jorge Rojas, y Francisco Solorio, por aceptar formar parte del Jurado Doctoral y por sus acertadas sugerencias que sin duda contribuyeron a elevar la calidad de este trabajo.

Mi gratitud al Dr. José Luis Fernández Layas por su motivante impulso a los estudios de doctorado.

A la Universidad de Sonora por permitirme con sus programas de desarrollo académico lograr este objetivo. A los miembros y colegas del Departamento de Ingeniería Química y Metalurgia por su constante apoyo.

A los académicos y al personal del Centro de Investigación en Energía, UNAM (antes Laboratorio de Energía Solar), por tratarme siempre con mucha atención, como un miembro más de esa importante institución.

A los amigos Cesia Arilés por sus consejos de redacción y a Milagros Ross de la D E D F I por su constante apoyo administrativo.

Dedicatoria:

Dedico esta producción a mi gran familia.

*A mi amiga y compañera, Ma Guadalupe por su incondicional apoyo y confianza a lo largo de esta labor.
Dana Lidia, Rafael Yari, Omar Alexis, José Marit y Max*

*A mis padres, Ana Dolores y Jesús Francisco
A mis hermanos.*

*A los colegas de la Asociación Nacional de Energía Solar (ANES), por mantener vivo el sueño de un
México con energías renovables*

*Y a todos esos amigos entrañables que siempre mostraron su respaldo, su aliento y su desinteresado apoyo en
momentos importantes*

ÍNDICE GENERAL

LISTA DE FIGURAS	vi
LISTA DE TABLAS	vii
NOMENCLATURA	viii
RESUMEN	ix
ABSTRACT	xi
CAPÍTULO 1. INTRODUCCIÓN	1
1.1 Introducción.....	1
1.1.1 Energía y Medio Ambiente.....	1
1.1.2 Tecnologías de Generación de Electricidad con Energía Solar.....	2
1.1.3 Receptores.....	6
1.1.4 Diseño del Receptor.....	7
1.2. Revisión Bibliográfica.....	9
1.2.1 Introducción.....	9
1.2.2 Clasificación y Concentrado de Estudios Anteriores.....	9
1.2.3 Concentrado de Estudios Consultados.....	11
1.2.4 Estudios Teóricos.....	12
1.2.4.1 Espacio de Integración Confinado a la Cavidad.....	19
1.2.5 Estudios Experimentales.....	21
1.2.6 Trabajos Teórico-Experimentales.....	22
1.2.7 Cavidad Inclinada.....	22
1.2.8 Cavidad con Radiación.....	25
1.3 Objetivos del Trabajo.....	26
CAPÍTULO 2. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA Y MODELO MATEMÁTICO	28
2.1 Planteamiento del Problema.....	28
2.1.1 Descripción del Problema.....	28
2.2 Ecuaciones de Transporte Convectivo.....	30
2.3 Ecuaciones de Transporte Radiativo.....	32
2.4 Ecuaciones en Variables Secundarias.....	35
2.5 Condiciones de Frontera e Inicial.....	37
CAPÍTULO 3. SOLUCIÓN NUMÉRICA	40
3.1 Método de Solución.....	40
3.2 Discretización del Dominio y Ecuaciones Nodales.....	41
3.3 Ecuaciones Nodales para las Fronteras.....	45

3.4 Número de Nusselt	47
3.5 Algoritmo de Solución	48
3.6 Estudio de la Convergencia del Método Numérico	52
3.6.1 Estudio de la Independencia de Malla	52
3.6.2 Estudio de Estabilidad	55
3.7 Reducción del Problema a Casos Publicados	57
3.7.1 Convectivo	57
3.7.2 Validación de la Subrutina Radiativa	59
CAPÍTULO 4. RESULTADOS	62
4.1 Caso Cavity Vertical, $\phi = 0^\circ$ con $Gr = 10^4$	62
4.2 Caso Cavity Horizontal, $\phi = 90^\circ$ con $Gr = 10^6$	66
4.3 Caso Cavity Horizontal, $\phi = 90^\circ$ para Diferentes Números de Gr	73
4.3.1 Cavity Horizontal $\phi = 90^\circ$ para Diferentes Números de Gr	73
4.3.2 Comparación con Datos Reportados en la Literatura	77
4.4 Efecto sobre el NU por la Variación de el Ángulo y el Valor del Gr	78
4.4.1 Efecto sobre el Nu por la Variación del Ángulo de Inclinación y el Valor del Gr, Modelo Convectivo	78
4.4.2 Efecto sobre el Nu por la Variación del Ángulo de Inclinación y el Valor del Gr, (MCR)	83
4.5 Caso Cavity Horizontal ($\phi = 90^\circ$), para Diferentes Valores de Gr, en Estado Transitorio	93
4.5.1 Caso Cavity Horizontal ($\phi = 90^\circ$), para Diferentes Valores de Gr, en Estado Transitorio. Modelo Convectivo	93
4.5.2 Caso Cavity Horizontal ($\phi = 90^\circ$), para Diferentes Valores de Gr, en Estado Transitorio. Modelo Convectivo-Radiativo	97
CAPÍTULO 5. CONCLUSIONES	107
REFERENCIAS	114
APÉNDICE A. Números de Grashof para Receptores de Concentradores Solares de Foco Puntual ..	120
Valores Críticos del Grashof	121
Valores del Número de Grashof para las Condiciones del Sistema en Estudio	121
APÉNDICE B. Factores de Configuración Geométrica	124
APÉNDICE C. Análisis de las Condiciones de Frontera	126

LISTA DE FIGURAS

FIGURA	DESCRIPCIÓN	PÁGINA
1.1.1	Diferentes tipos de sistemas de concentración solar para la producción de electricidad: a) Sistemas de enfoque lineal, b) Sistemas de torre central y c) Sistemas de disco.	4
1.1.2	Concentrador solar tipo Fresnel con receptor lineal de cavidad invertida.	5
1.1.3	Receptor de un concentrador Disco Stirling.	8
1.1.4	Diseño híbrido de una cavidad estudiada por la DLR de Alemania para aplicación en un concentrador de disco parabólico.	8
1.2.1	Cavidad abierta típica (cavidad rectangular).	10
1.2.2	Geometría de la cavidad abierta con el espacio extendido.	16
1.2.3	Comparación entre los números del Nu calculados para una cavidad y para una placa vertical.	17
1.2.4	Isolíneas dentro de la cavidad para un Ra de 10^3 de temperatura (a), líneas de corriente (b).	18
1.2.5	Isolíneas para un Ra = 10^5 , de temperatura (a), y de función corriente (b).	18
1.2.6	Isolíneas para un Ra = 10^7 .	19
1.2.7	Isolíneas para un Ra = 10^9 .	19
1.2.8	Espacio de solución y condiciones de frontera usados por Angirasa.	20
1.2.9	Isotermas obtenidas por Angirasa para diferentes valores del Gr, resolviendo solo para el espacio interior de la cavidad.	20
1.2.10	Líneas de corriente.	21
1.2.11	Valores del Nusselt para diferentes inclinaciones de la cavidad, reportes de trabajos teóricos	23
1.2.12	Cavidad esférica estudiada por Leibfried [26] y gráfica de las pérdidas de calor a diferentes temperaturas, ver [36].	23
1.2.13	Cavidad estudiada por Chakroun y gráfica del número de Nusselt para diferentes ángulos y razón de aspecto.	24
1.2.14	Resultados experimentales y teóricos encontrados por Skok, et al. [54].	25

2.1	Cavidad de estudio.	29
2.2	Dominio de integración de las ecuaciones de transporte.	31
3.1	Diagrama de flujo del programa principal.	50
3.2	Diagrama de flujo de la subrutina para el cálculo del balance radiativo.	51
3.3	Variación del valor del Nusselt para distintos tamaños de malla.	53
3.4	Gradientes de temperatura en la pared caliente.	54
3.5	Variación del valor del Nusselt para diferentes pasos del tiempo.	55
3.6	Dispersión de las perturbaciones introducidas en la condición inicial, para una malla de 41×41 con un $Gr = 10^4$.	56
3.7	Isotermas calculadas por Angirasa et al [4].	58
3.8	Isotermas calculadas en el presente estudio.	58
3.9	Gráfica de los flujos radiativos en la pared 2 y 4 para el caso dos.	61
4.1	Conjunto de gráficas comparativas entre los modelos; convectivo (columna izquierda gráficas a, b, c y d), y convectivo-radiativo (columna derecha gráficas e, f, g y h), para un $Gr = 10^4$.	65
4.2	Isolíneas de temperaturas: (a) interferograma, (b) modelo convectivo y (c) modelo convectivo-radiativo.	66
4.3	Comparación entre los modelos convectivo y convectivo-radiativo para los campos de temperatura (a, d), de la función corriente (b, e) y de velocidad (c, f), para un $Gr = 10^6$.	68
4.4	Distribución de la componente U de la velocidad en $X = 0.5$, para ambos modelos.	70
4.5	Distribución de la componente U de la velocidad en $X = 1.0$, para ambos modelos.	70
4.6	Perfiles de la componente Y de la velocidad a lo largo de X para diferentes alturas en la cavidad horizontal correspondiente al modelo convectivo-radiativo.	71
4.7	Distribución de temperatura en las paredes aisladas obtenido con el modelo convectivo.	72
4.8	Distribución de la temperatura en las paredes aisladas obtenido con el modelo convectivo-radiativo.	72
4.9	Isolíneas de temperatura para diferentes Grashof, considerando: convección natural y convección-radiación.	74

4.10	Número de Nusselt vs número de Grashof	75
4.11	Isolneas de temperatura y de la función corriente para distintas inclinaciones de la cavidad para $Ra = 10^4$, obtenidas con el MC.	80
4.12	Variación del número de Nusselt con el ángulo de inclinación de la cavidad, a un $Gr=10^4$.	81
4.13	Gráfica de la variación del Nusselt con el ángulo de inclinación de la cavidad para diferentes números de Grashof, usando MC.	83
4.14	Gráficas de las isolneas de temperatura y función corriente para diferentes orientaciones para un $Gr = 10^4$, obtenidas con el modelo convectivo-radiativo.	86
4.15	Gráficas de las isolneas de temperatura y función corriente para diferentes orientaciones para un $Gr = 10^5$, obtenidas con el modelo convectivo-radiativo.	87
4.16	Gráficas de las isolneas de temperatura y función corriente para diferentes orientaciones para un $Gr = 10^6$, obtenidas con el modelo convectivo-radiativo.	88
4.17	Gráficas de las isolneas de temperatura y función corriente para diferentes orientaciones para un $Gr = 10^7$, obtenidas con el modelo convectivo-radiativo.	89
4.18	Variación del Nusselt con el ángulo para un Gr de 10^4 .	91
4.19	Variación del Nusselt con el ángulo para un Gr de 10^5 .	91
4.20	Variación del Nusselt con el ángulo para un Gr de 10^6 .	92
4.21	Variación del Nusselt con el ángulo para un Gr de 10^7 .	92
4.22	Variación del Nusselt total con el ángulo para diferentes valores del Gr .	93
4.23	Gráficas de isothermas (columna izquierda) e isolneas de la función corriente (columna derecha), para un $Gr = 10^4$ para distintos tiempos obtenidas con el modelo convectivo.	95
4.24	Gráficas de isothermas (columna izquierda) e isolneas de la función corriente (columna derecha), para un $Gr = 10^6$ para distintos tiempos obtenidas con el modelo convectivo.	96
4.25	Historia del Nusselt obtenida con el modelo convectivo para diferentes Gr en una cavidad a 90° .	97
4.26	Gráficas de isothermas (columna izquierda) e isolneas de la función corriente (columna derecha), para un $Gr = 10^4$ para distintos tiempos obtenidas con el modelo convectivo-radiativo.	98
4.27	Gráficas de isothermas (columna izquierda) e isolneas de la	99

	función corriente (columna derecha), para un $Gr = 10^6$ para distintos tiempos obtenidas con el modelo convectivo-radiativo.	
4.28	Gráfica de la historia del Nusselt convectivo con el tiempo usando el modelo convectivo-radiativo.	101
4.29	Historia de Nusselt convectivo con dos densidades de mallas diferentes.	101
4.30	Valores del Nussel convectivo en una oscilación.	102
4.31	Valores del Nussel convectivo para varias oscilaciones.	103
4.32	Secuencia de las isotermas para la oscilación estudiada.	105
4.33	Secuencia de las isolíneas de la función corriente para la oscilación estudiada.	106
A.1	Gráfica del Nusselt como función del Gr para una placa plana caliente para aire.	121
B.1	Laminas en paralelo.	123
B.2	Laminas adyacentes.	124
C.1	Cavidad con el espacio extendido	126
C.2.	Cavidad y condiciones de frontera usados por Angirasa [4].	127

LISTA DE TABLAS

TABLA	DESCRIPCIÓN	PÁGINA
1.1	Trabajos teóricos con sus respectivas características.	13
1.2	Trabajos experimentales con sus respectivas características.	14
1.3	Trabajos teóricos-experimentales con sus respectivas características.	15
1.4	Variación del número de Nusselt para diferentes valores del número de Rayleigh.	16
3.1	Influencia del refinamiento de malla sobre el valor del Nusselt para un $Gr = 10^6$.	53
3.2	Efecto del paso del tiempo en el valor del Nusselt.	54
3.3	Comparación de valores del Nusselt calculados en el presente estudio con otros trabajos numéricos.	57
3.4	Comparación de valores del Nusselt para $Ra = 1 \times 10^4$, con diferentes inclinaciones de la cavidad.	59
3.5	Distribución de temperaturas en las paredes de la cavidad considerando paredes adiabáticas.	60
4.1	Número de Nusselt para diferentes valores de Gr con ambos modelos y sus componentes.	76
4.2	Comparación del Nu_c y Nu_t obtenidos en el presente estudio con resultados teóricos y experimentales de la literatura.	77
4.3	Comparación entre valores del número de Un obtenidos por diferentes autores y los obtenidos con el MC en el presente trabajo, $Ra = 10^4$.	81
4.4	Concentrado de números de Nusselt obtenidos con el modelo convectivo.	82
4.5	Valores del número de Nusselt total y sus respectivos componentes convectivo y radiativo para cada números de Grashof y parámetro de radiación (Nr), a diferentes ángulos de inclinación de la cavidad.	86
4.6	Valor de las componentes convectiva y radiativa del número de Nusselt, para la oscilación estudiada.	102
A.1	Valores del Grashof para una cavidad cuadrada a distintas dimensiones y temperaturas.	122

NOMENCLATURA

g	Aceleración de la gravedad, m/s^2
Gr	Número de Grashof, $g\beta\Delta TL^3/\nu^2$
F	Factor de forma o configuración geométrica
H	Altura de la cavidad, m
h	Coefficiente de transferencia de calor, $W/m^2 K$
J	Radiosidad de la pared,
k_a	Conductividad térmica del aire, $W/m K$
L	Ancho de la cavidad, m
Nu	Número de Nusselt, hL/k_a
N_r	Número radiativo, $\sigma T_H^4 L/k_a(T_H - T_a)$
p	Presión, Pa
P	Presión adimensional, $p/\rho u_0^2$
Pr	Número de Prandtl, ν/α
q_c	Flujo de calor por convección, W/m^2
q_k	Flujo de calor por conducción, W/m^2
q_r	Radiación neta de la pared, W/m^2
Q_r	Radiación neta normalizada de la pared, $q_r/\sigma T_H^4$
q_i	Energía incidente en la pared
Ra	Número de Rayleigh, $GrPr$
T	Temperatura, K
T	Temperatura adimensional
T_H	Temperatura de la pared caliente, K
T_∞	Temperatura del aire al exterior, K
t	Tiempo adimensional
U_c	Velocidad de referencia, m/s
u	Componente de velocidad en dirección-x, m/s
U	u-adimensional, v/u_0
v	Componente de velocidad en dirección-y, m/s
V	v-adimensional, v/u_0
W	Vorticidad
W_p	Vorticidad en las paredes
x	Coordenada espacial en el eje horizontal, m
X	x-adimensional, x/L
y	Coordenada espacial en el eje vertical, m
Y	y-adimensional, y/L

GRIEGAS

α	Difusividad del aire, m^2/s
β	Coefficiente de expansión térmica, $1/K$
ϵ_i	Emitancia de la pared i
ϕ	Angulo de inclinación de la cavidad, grados
ν	Viscosidad cinemática, m^2/s
ρ_i	Reflectancia de la pared i
ρ	Densidad del aire, kg/m^3
ψ	Líneas de corriente
ψ_p	Líneas de corriente en la pared
τ	Tiempo adimensional tu_0/L
σ	Constante de Stefan-Boltzmann, $W/m^2 K^4$

RESUMEN

La transferencia de calor en cavidades abiertas ha tenido mayor atención en los últimos años debido a la posibilidad de modelar aplicaciones prácticas asociadas con esta geometría básica. Detectores de fuego, sistemas de recepción de radiación solar, dispersores de calor en dispositivos electrónicos y estudios para ahorro de energía en edificios son algunos ejemplos de estas aplicaciones. La aportación de este trabajo reside en mejorar el entendimiento del proceso natural de transferencia de calor en esta geometría al incluir el término de balance radiativo en las ecuaciones fundamentales de transporte.

El presente trabajo muestra el estudio de la transferencia de calor por convección y radiación en una cavidad cuadrada abierta, la cual tiene una pared isotérmica y dos paredes adiabáticas. Se resolvieron las ecuaciones de transporte en estado transitorio para flujo laminar en dos dimensiones bajo la formulación de vorticidad y líneas de corriente. Se consideró flujo newtoniano y la aproximación de Boussinesq para la variación de la densidad con la temperatura. El espacio de solución que se utilizó se restringe exclusivamente al interior de la cavidad utilizando condiciones de frontera apropiadas para el lado abierto de la cavidad. Las ecuaciones de transporte convectivo están acopladas al balance radiativo a través de las fronteras (paredes de la cavidad), y se considera que el fluido no interviene radiativamente. Se resolvió numéricamente las ecuaciones usando el esquema de diferencias finitas con las técnicas de ADI y upwind.

Las soluciones son presentadas en la forma de campos de temperaturas, de vorticidad y de líneas de corriente para aire a varios números de Grashof (10^4 - 10^7), variando el ángulo de orientación de la cavidad (0° - 180°). Dos modelos fueron examinados; el modelo convectivo (sin considerar intercambio radiativo), y el modelo convectivo-radiativo (incluyendo el balance radiativo). Ambos modelos fueron probados en consistencia numérica y comparados sus resultados con los reportados en trabajos teóricos previos. El modelo convectivo-radiativo fue validado con resultados experimentales reportados en la literatura especializada.

El valor del número de Nusselt obtenido usando el modelo convectivo difiere significativamente del valor calculado con el modelo convectivo-radiativo. Se muestran gráficas de comparación entre ambos modelos para orientaciones fijas variando el número de Grashof. También se estudió el efecto del ángulo de orientación de la cavidad sobre el valor del número de Nusselt. Cinco orientaciones fueron estudiadas: 0° , 45° , 90° , 135° , y 180° , los resultados muestran como algunos ángulos facilitan el transporte convectivo obteniéndose valores máximos del Nusselt, en contraste otros ángulos lo inhiben, llegando casi a eliminarlo. La contribución del transporte radiativo siempre está presente y no tiene las variaciones como las del transporte convectivo pero, sin embargo, se observa un acoplamiento entre ambos mecanismos. Se presentan correlaciones para el cálculo del número de Nusselt en función del número de Grashof y del número de Prandtl.

Para valores elevados del número de Grashof (10^7) y para algunas orientaciones de la cavidad aparecen fluctuaciones en el valor del número Nusselt que no permiten, bajo criterios de estado estable comunes, llegar a una convergencia de la solución numérica. Estas fluctuaciones fueron estudiadas con detenimiento, ya que al principio se consideró como un problema inherente al método numérico utilizado, y se encontró que son oscilaciones del flujo. Pequeñas "burbujas" del fluido recirculante se forman en la pared adiabática inferior y recorren la cavidad alterando el patrón de flujo que se venía observando para números de Grashof menores. De una capa límite térmica donde las líneas de corriente y de temperaturas tienen direcciones paralelas a las paredes de la cavidad para valores bajos del número de Grashof, se pasa a una capa límite oscilante para valores mayores del número de Grashof, donde esas oscilaciones son periódicas. Las frecuencias de las oscilaciones obtenidas en este trabajo concuerdan con resultados teóricos y experimentales reportados en otros trabajos.

Dado la gran diferencia que se tiene entre los resultados obtenidos por ambos modelos, no solo en los campos de temperatura y en el patrón de flujo sino también en los valores del número de Nusselt, se demuestra la importancia de incluir la transferencia de energía radiativa en el cálculo de pérdidas de calor de una cavidad abierta. Este trabajo es un avance más en la comprensión y simulación de la transferencia natural de calor en cavidades abiertas, especialmente en las utilizadas como receptores solares.

ABSTRACT

Heat transfer in an open cavity has received increasing attention in recent years because various practical applications can be modeled around the basic geometry associated with such a configuration. Some examples of those applications include solar thermal receiver systems, fire detectors, cooling systems in electronic equipment and energy conservation in buildings. The main contribution of this work is the inclusion of the radiation balance in the fundamental equations of heat transfer.

The present study reports the convection and radiation heat transfer in a square open cavity, which has one isothermal wall and two adiabatic walls. A transient two-dimensional laminar model was solved for vorticity and stream function formulation. A Newtonian fluid was considered and the density variation of the fluid was handled using the Boussinesq approximation. Computations were performed within the domain of the cavity using special boundary conditions for the open side. The convective transport equations are coupled to the radiative equations through the walls and it is assumed that the fluid does not intervene radiatively. The equations were solve by the finite differences method using the *alternating direction implicit (ADI)* and *upwind* schemes.

The numerical solutions are reported for temperature, vorticity and stream function fields for different Grashof numbers (10^4 - 10^7), using air as filled medium, and for different tilted angles of the cavity (0° - 180°). Two models were evaluated: the convection model and the convection-radiation model. Both models were tested numerical and their results were compared with previous works. The results of convection-radiation model were validated with experimental reports.

The Nusselt numbers obtained with the convection model differs substantially from those obtained with the convection-radiation model. In this work, comparative charts for different Grashof numbers (10^4 - 10^7) for both models were presented. The effect of the tilt angle of cavity also was studied. The angle cavity was rotated each 45 grades, from 0° up to 180° , and the results show that for some angles there is a maximum convective heat transfer

coefficient – i.e. higher values of Nu were observed. In contrast, for others angles the convection heat transfer coefficient almost disappears (lower values of Nu were obtained). The radiation transport had small variation with the cavity's angle, but it is possible to observe coupling between the two transport mechanisms. Correlations for Nusselt number as a function of Grashof and Prandtl numbers are present.

Oscillations of the Nusselt number, which appear for high values of the Grashof numbers and for some inclination's angles of cavity, prevent numerical convergence based on common numerical criteria. It was found that this oscillating behavior of the Nu is due to the presence of small thermal eddies. "Heat bubbles" appear on the lower adiabatic wall and travel along the wall of the entire cavity, modifying the observed flow pattern for smaller Grashof numbers. As a consequence, periodic changes in the conduction-convection process in the thermal boundary layer were observed. The frequency of this oscillation was measured and is in good agreement with theoretical and experimental results reported in the literature.

The great differences obtained with the convection and the convection-radiation models, not only in terms of the values of the Nu numbers, but also with respect to the temperature and velocities fields, demonstrates the importance of including the radiation balance in the fundamental equation of the heat transfer processes in open cavities.

This work constitutes one of several necessary steps toward understanding and simulating the natural heat transfer in open cavities, especially in solar receiver systems.

Capítulo 1

Introducción

1.1 Introducción

En este capítulo se muestra el contexto general y la justificación del problema resuelto en el presente trabajo, así como la revisión bibliográfica y los objetivos que se desean alcanzar.

1.1.1 Energía y Medio Ambiente

Cada vez resulta más obvio que las formas actuales en que la sociedad cubre sus requerimientos de energía tendrán que ser cambiados radicalmente en un futuro próximo. Los combustibles que se utilizan para suplir la demanda de energía de la sociedad actual son los principales causantes de la contaminación de la atmósfera y están colocados entre los más importantes contaminantes de mares y ríos.

La quema de combustibles fósiles genera anualmente miles de millones de toneladas de gases, según la Agencia Internacional de Energía (IEA en Inglés) la producción anual ha variado de 15 billardos de toneladas de CO₂ en 1971 a 22.7 billardos en 1996, tal cantidad de gases de invernadero (denominados GHG, **Greenhouse Gas**) han aumentado en 30% desde la aparición de la revolución industrial hasta nuestros días, lo que según un número creciente de expertos ha afectado el clima de la tierra. Este problema se estará agudizando con el paso del tiempo si no existe una fuerte política de reducción de emisión de contaminantes. Ante esta situación la alternativa de suministrar energía con fuentes renovables, que no son contaminantes, toma especial importancia.

La energía solar es una de las energías renovables que presenta mayor posibilidad de aplicación en menor tiempo. Para hacer posible el uso de la energía solar en gran escala, se requiere desarrollar tecnologías que mejoren su eficiencia y logren disminuir costos de

producción que en estos momentos se consideran elevados, pudiendo de esta forma competir con otras fuentes en el mercado energético.

Por lo anterior es necesario que la humanidad destine recursos humanos y económicos suficientes para generar el conocimiento y desarrollar la tecnología que haga posible la utilización de la radiación solar como un energético importante.

Entre las aplicaciones de la energía solar con mayor futuro se encuentra la generación de electricidad. A continuación se discute un breve panorama de esta perspectiva.

1.1.2 Tecnologías de Generación de Electricidad con Energía Solar

Durante las primeras dos décadas del siglo 21 se agregará una capacidad considerable de generación eléctrica. Muchas de las plantas generadoras nuevas y de reemplazo que proporcionen esta capacidad se espera que estén ubicadas en regiones con grandes cantidades de luz solar. Además, mucho de este desarrollo ocurrirá en áreas donde no existe infraestructura de líneas eléctricas de distribución de las grandes plantas de energía. La Agencia Internacional de Energía (IEA) señala en el reporte 1996 World Energy Outlook (WEO), que el consumo de energía se incrementará, debido al crecimiento poblacional y al desarrollo económico, entre un 34 a 46 por ciento sobre la base de 1993 para el año de 2010 y en más del doble para el 2030. En los países en desarrollo la demanda se podría duplicar para el 2010 [48].

En México el crecimiento medio anual de la demanda de electricidad en los últimos 12 años ha sido de 5 por ciento. La Secretaría de Energía prevé que en los próximos seis años se deben aumentar más de una tercera parte de la capacidad instalada, es decir en trece mil megawatts [49].

La preocupación por la gran generación de bióxido de carbono en los últimos años y la contaminación del medio ambiente, originadas por el uso de combustibles fósiles esta afectando los criterios en la selección de las tecnologías apropiadas para el establecimiento

de nuevas plantas de potencia. Por lo tanto, es probable y deseable que una fracción significativa de esta generación de energía eléctrica nueva o de reemplazo sea producida utilizando tecnologías eléctricas renovables y en particular solares.

Existen varias tecnologías para producir energía eléctrica con energía solar. Las dos formas más importantes son la fotovoltaica y la fototérmica. La tecnología fotovoltaica es en la actualidad la tecnología solar con mayor penetración en el mercado mundial; sin embargo, sus eficiencias son aún bajas y sus costos son elevados con respecto a las plantas con energéticos convencionales. Por otro lado, las tecnologías fototérmicas han demostrado tener eficiencias mayores y en el escalamiento adecuado serán competitivas con las tecnologías convencionales.

De entre los sistemas termosolares de generación de potencia eléctrica, se encuentran tres tipos de arreglos con concentración solar que han alcanzado un desarrollo significativo, estos son:

- a) Los sistemas de *enfoque en línea* que concentran la luz solar en tubos colocados a lo largo de la línea de enfoque, por ejemplo a través de un canal parabólico reflectivo Figura 1.1.1a.
- b) Los sistemas de *receptor central* (de torre central) de enfoque puntual que utilizan grandes campos de reflectores que siguen el movimiento aparente del sol (helióstatos) para concentrar la luz solar en un receptor colocado en la parte superior de una torre, Figura 1.1.1b.
- c) Los *sistemas de disco* de enfoque puntual que utilizan platos o discos paraboloídeales para reflejar la luz solar en un receptor en el foco del disco, Figura 1.1.1c.

En los sistemas referidos en los incisos a y b, una vez transformada la energía solar en energía térmica, ésta es usada para transferirse a un fluido de trabajo en un ciclo de Rankine convencional de producción de electricidad. En los sistemas del inciso c, el receptor está acoplado a un motor de Stirling y éste a su vez a un generador eléctrico, todo el conjunto trabaja como una sola unidad. Estos últimos sistemas han demostrado un desempeño excepcional. En 1984 el sistema Disco/Stirling Avanco Vanguard-I, utilizando

un motor Stirling de 25-kW_e alcanzó un eficiencia de conversión del 29.4% (neta), lo cual es aún un récord mundial [56].

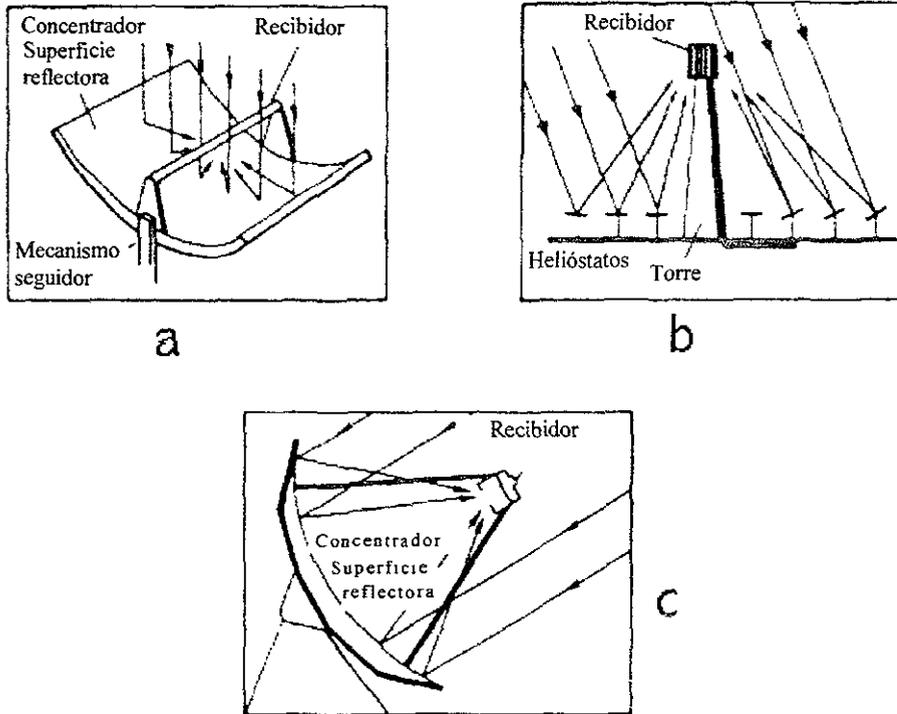


Figura 1.1.1. Diferentes tipos de sistemas de concentración solar para la producción de electricidad, a) Sistemas de enfoque lineal, b) Sistemas de torre central, y c) Sistemas de disco.

Las tres tecnologías termosolares de potencia eléctrica han probado ser una respuesta práctica a las preocupaciones sobre los combustibles que alimentan las plantas tradicionales de energía, y al problema de la contaminación al medio ambiente que éstas producen.

Hoy en día, los concentradores de enfoque en línea están en fase comercial en la generación eléctrica y su aplicación esta siendo considerada para los países en desarrollo donde se requieren tecnologías maduras. Asimismo, se encuentran en estudio nuevos diseños que presentan ventajas tales como: la facilidad de construcción, el bajo costo inicial y sistemas de seguimiento simplificados, como el concepto que se muestra en la Figura 1.1.2, el cual es un concentrador tipo Fresnel con un receptor de cavidad invertida estudiado en Alemania y Australia [55].

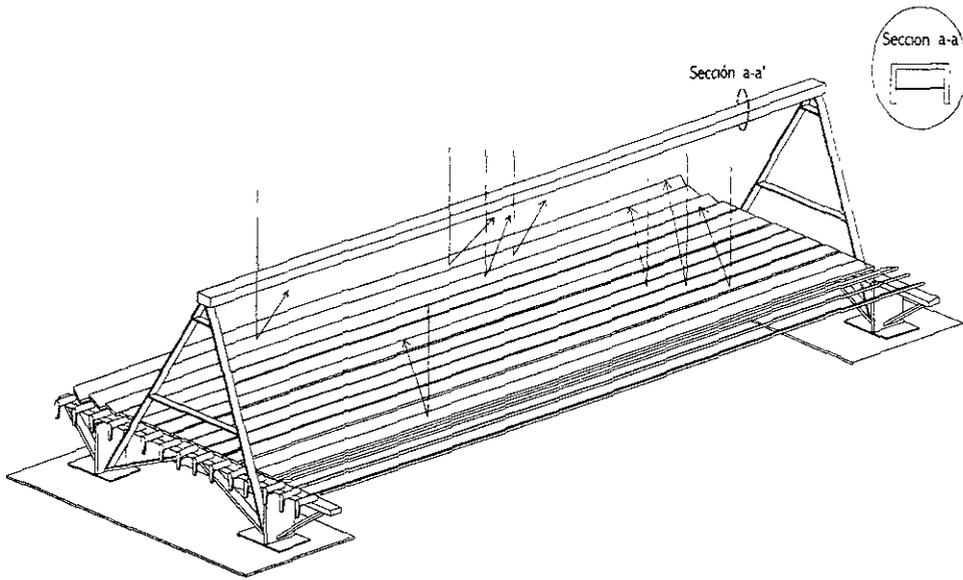


Figura 1.1.2. Concentrador solar tipo Fresnel con receptor lineal de cavidad invertida.

Mientras los sistemas de receptor central son proyectados para alcanzar tamaños de 100 a 200 MWe, los sistemas Disco/Stirling son más pequeños, típicamente de 5 a 50 kWe. En este tamaño, se podrán usar uno o varios sistemas acoplados, ideales en operación autónoma para aplicaciones descentralizadas (separada de la red), como es el reemplazo de generadores diesel [56].

Se pueden utilizar pequeños grupos de sistemas de Disco/Stirling para extensiones de la línea (red de distribución) y los sistemas de Disco/Stirling agrupados pueden satisfacer las opciones de demanda de carga central (<20 MWe). Además se pueden diseñar para funcionar con combustibles fósiles cuando no haya suficiente luz solar. Se han identificado los sistemas Disco/Stirling como tecnología que tiene el potencial para cumplir con los requerimientos de costo y confiabilidad para la venta al mayoreo de generadores de energía solar eléctrica [57].

En México se encuentra un mercado ideal para la aplicación de sistemas de potencia con energía solar ya que su ubicación geográfica hace que el país se encuentre en la franja de mayor insolación a nivel mundial. Por otro lado, los requerimientos de centrales de

potencia para el desarrollo de poblados alejados de las redes de distribución, sumados a la dispersión que estas poblaciones presentan, hacen de los sistemas autónomos como los DS una alternativa atractiva.

1.1.3 Receptores

Entre las partes esenciales de los concentradores solares se encuentran los receptores, entendiéndose por receptor el dispositivo donde la radiación solar es capturada y transformada en energía térmica. La función del receptor es la de transferir eficientemente la energía solar concentrada proveniente de los espejos concentradores y entregarlo al fluido térmico.

Existen distintos tipos de receptores dependiendo de la aplicación y del tipo de tecnología usada para concentrar, por ejemplo los concentradores de canal parabólico utilizan tubos metálicos por donde se conduce el fluido de trabajo, éstos tubos están cubiertos por una película negra con un valor elevado de absorción para capturar la mayor cantidad de energía solar posible y un valor bajo de emisividad, para disminuir las pérdidas térmicas radiativas. Los tubos de metal son colocados, a su vez, dentro de tubos de vidrio y entre el espacio anular entre los dos tubos se hace vacío, con el fin de evitar pérdidas de calor por convección.

En concentradores solares de tipo puntual (Discos y Torre Central), destaca el uso de cavidades que permiten la entrada de los rayos solares concentrados por el lado abierto de la cavidad y para posteriormente entregar este calor al fluido térmico que se encuentra de alguna forma distribuido por el interior de la cavidad (por tubos o cavidad enchaquetada). Se tratan de evitar al máximo las pérdidas de calor y poder así maximizar la eficiencia térmica del sistema.

También es posible tener cavidades en concentradores lineales parecidos a grandes canales invertidos en donde la radiación solar concentrada llega a la cavidad por la parte inferior de ésta. En algún tipo de cavidades se pueden colocar cubiertas de vidrios para evitar (al igual que los tubos evacuados) pérdidas de calor; pero las cubiertas transparentes

presentan algunas desventajas como el costo y las pérdidas por reflexión y transmisión, por lo que no es muy común utilizarlas. En la Figura 1.1.3. se muestra una cavidad utilizada en una aplicación de Disco/Stirling; se pueden observar las dimensiones, así como las principales partes que la conforman. Otro diseño de una cavidad estudiada por el DLR de Alemania para aplicación en un concentrador de disco parabólico se muestra en la Figura 1.1.4, en la cual se puede, además de utilizar la radiación solar, usar gas natural por lo que se le conoce como diseño híbrido.

1.1.4 Diseño del Receptor

El objetivo del diseño de un receptor es hacerlos más pequeños para reducir el costo y obtener su más alta eficiencia térmica. La tendencia actual en la construcción de receptores es usar el principio por el cual trabajan los calorímetros; que consiste en la evaporación y la condensación de algún fluido en un espacio cerrado. Dadas las altas temperaturas que se pueden alcanzar en los receptores se utilizan metales líquidos como fluidos de trabajo, con el fin de transferir el calor del absorbedor solar al calentador del motor. Este método proporciona tres beneficios al sistema:

- Primero, los metales líquidos en evaporación/ebullición tienen alta capacidad de flujo de calor. Por lo tanto, se puede diseñar una superficie absorbente más pequeña.
- Segundo, cuando el gas de trabajo se calienta por condensación del fluido térmico en los tubos del calentador en lugar de con flujo solar directo, el calentamiento es uniforme y a temperatura constante. Por lo tanto, el motor puede operar a una temperatura de gas más cercana al límite material del absorbedor.
- Tercero, el usar una interfase en evaporación/condensación del metal líquido permite un diseño independiente del concentrador y el motor, y se adapta más fácilmente la hibridación, como podemos observar en la Figura 1.1.3, donde el receptor es capaz de quemar gas natural cuando no hay suficiente radiación solar para operarlo con esta fuente.

El estudio de la transferencia de calor en los receptores tipo cavidad es de gran importancia ya que un mejor entendimiento de la forma en que el calor es transferido dentro y fuera de la cavidad, redundará en mejores y más precisas correlaciones, lo que a su

vez permitirá optimizar sus diseños mejorando los desempeños térmicos no sólo de los receptores, sino consecuentemente de los sistemas de aplicaciones solares.

Es interés del presente trabajo profundizar en el estudio de la transferencia de calor en cavidades abiertas al aire, así como la interacción térmica con sus alrededores.

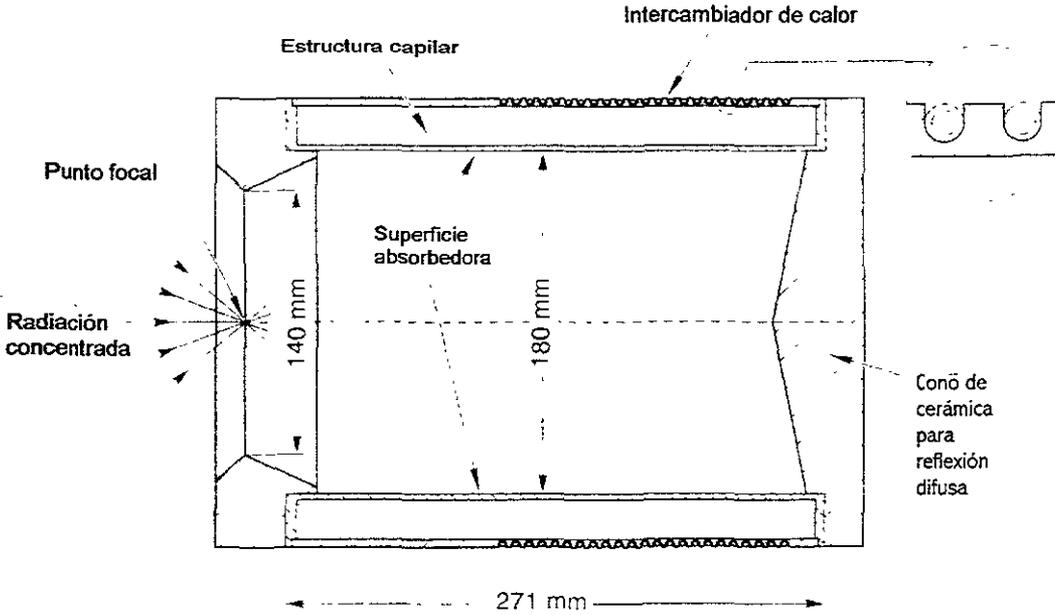


Figura 1.1.3. Receptor de un concentrador Disco Stirling. Tomada de [56].

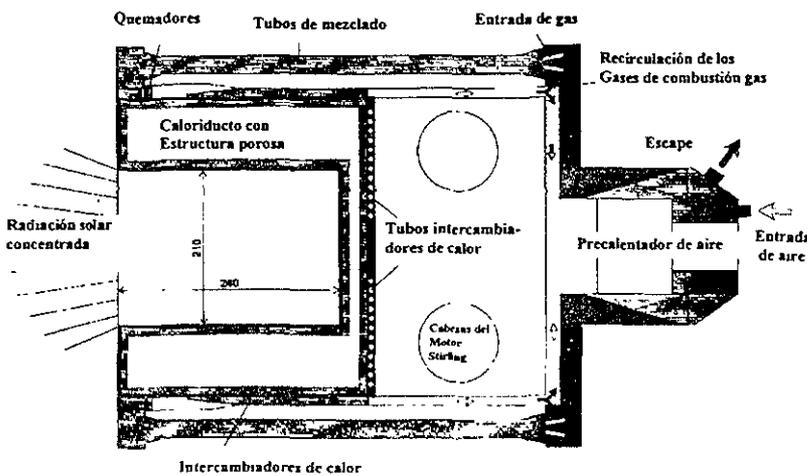


Figura 1.1.4. Diseño híbrido de una cavidad estudiada por la DLR de Alemania para aplicación en un concentrador de disco parabólico. Tomada de [55].

1.2 Revisión Bibliográfica

1.2.1 Introducción

Dada su importancia en el entendimiento de procesos de transferencia de calor la convección natural ha sido ampliamente estudiada para diferentes medios (líquidos y gases) y para una gran variedad de condiciones (paredes verticales, horizontales, etc.). Resulta relativamente fácil encontrar correlaciones que calculan el coeficiente convectivo de transferencia de calor para un gran número de condiciones, y en ingeniería esto facilita los cálculos y los diseños de aplicaciones usando la convección natural como el mecanismo de transferencia de calor. En especial, la convección natural en cavidades o recintos cerrados ha sido a su vez ampliamente estudiada; Catton en 1978 [13] y posteriormente Ostrach en 1988 [44] presentan revisiones muy documentadas de los trabajos tanto experimentales como teórico-numéricos para cavidades cerradas. Sin embargo, el número de estudios en cavidades abiertas es muy limitado, por lo cual no es fácil encontrar correlaciones para el cálculo de la transferencia de calor para estas geometrías. La importancia de la comprensión de la transferencia de calor en cavidades abiertas, reside en el hecho de poder modelar aplicaciones prácticas asociadas con esta geometría básica. Ejemplos de estas aplicaciones son: los receptores de radiación solar (motivo del presente estudio), los sistemas de enfriamiento de dispositivos electrónicos, los patrones de flujo de vientos en valles y cañones, el diseño de detectores de fuego y algunos estudios para el ahorro de energía en edificios, entre otros.

1.2.2 Clasificación y Concentrado de Estudios Anteriores

El estudio del problema de la transferencia de calor desde una cavidad abierta ha sido abordado tanto teórica como experimentalmente. De los artículos revisados, existe un equilibrado número de trabajos de los tres tipos; 12 teóricos, 10 experimentales y 10 teórico-experimentales, lo cual indica un balanceado esfuerzo por comprender el fenómeno desde distintos acercamientos.

La mayoría de los trabajos revisados estudian una “cavidad abierta tipo” como la que se muestra en la Figura 1.2.1, la cual puede considerarse como la geometría base. Estos estudios han abordado el problema en estado permanente y transitorio para una amplia gama de condiciones de flujo y para diferentes dimensiones de la cavidad. Entre los estudios experimentales se han identificado dos grandes líneas: los estudios que buscan encontrar correlaciones empíricas para un determinado arreglo (cavidades ya construidas y operando, como cavidades receptoras de radiación solar principalmente), y los estudios experimentales de laboratorio donde se busca obtener correlaciones empíricas ó validar resultados obtenidos teóricamente.

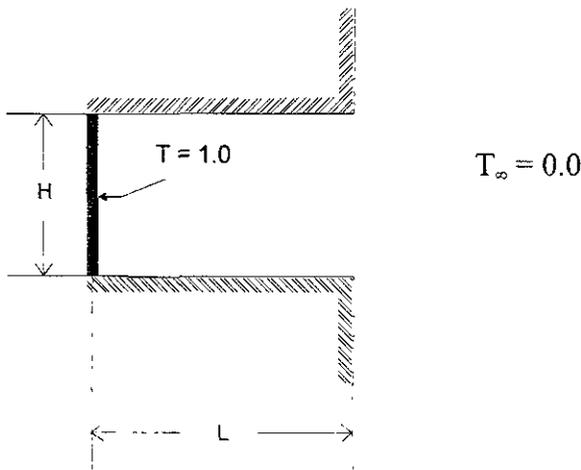


Figura 1.2.1. Cavidad abierta tipo (cavidad rectangular).

Con base en lo anterior y con el fin de presentar un panorama estructurado de los trabajos previos en cavidades, se han clasificado los estudios reportados en la bibliografía en tres tipos principales;

- Estudios teóricos,
- Estudios experimentales y
- Estudios teóricos-experimentales.

Con este criterio para clasificar los trabajos consultados, se elaboraron tres tablas que concentran la información básica, y se presentan a continuación. Posteriormente se

analizará el contenido de cada una de ellas. La Tabla 1.1 presenta los estudios teóricos, la Tabla 1.2 los estudios experimentales y la Tabla 1.3 los estudios teórico-experimentales.

1.2.3. Concentrado de Estudios Consultados

Como se observa en la Tabla 1.1 existen 12 trabajos teóricos reportados. La información vertida sobre la tabla contiene en la primera columna el número de referencia correspondiente a ese trabajo, la segunda columna los autores y en la tercera columna el año de publicación, esta es la información básica para ubicar el artículo. En las siguientes diez columnas se presentan las principales características particulares de cada estudio;

- La primera columna de características (tercera de la tabla), se refiere a si se resuelven las ecuaciones para estado estable(E) o para estado transitorio(T).
- La segunda columna corresponde al tipo de flujo de fluido estudiado, pudiendo ser laminar(L) o turbulento(T).
- La tercera columna se refiere al espacio donde se resuelven las ecuaciones gobernantes (posteriormente se abordará con mayor detalle este punto), pudiendo ser el espacio confinado(C) o extendido(E).
- En la cuarta columna se especifica el rango del número de Grashof o de Rayleigh que se ha utilizado para el estudio.

Las siguientes tres columnas se refieren a características propias de la cavidad,

- La quinta columna indica cuántas paredes de la cavidad tienen calentamiento (en general las cavidades estudiadas son rectangulares, esto se cumple para todas las teóricas y para la mayoría de las teórico-experimentales),
- La sexta columna se refiere a la orientación de la cavidad estudiada; si esta fija(F) con una sola orientación, o si en el estudio presenta varias inclinaciones, lo cual significa diferentes ángulos de orientación iniciando a 0° grados cuando la cavidad tiene la abertura dirigida hacia arriba, y 180° cuando la abertura esta dirigida hacia abajo.
- La séptima columna se refiere a la razón de aspecto de la cavidad en general la razón de aspecto esta definida como la altura H que divide a la profundidad de la cavidad dada por L, si la razón de aspecto vale uno se cumple que $H = L$, razones de aspecto mayores

de uno significa que $H > L$ y en forma contraria si $L > H$ la razón de aspecto será menor a la unidad.

Las siguientes dos columnas se refieren a la solución de las ecuaciones que gobiernan el fenómeno,

- La octava columna indica si se usó formulación en variables primitivas(P), que son la temperatura, y el campo de velocidades y presión, o variables secundarias(S), que es la formulación en temperatura, vorticidad y función corriente,
- La novena columna nos da información sobre el método numérico utilizado para resolver las ecuaciones, pudiendo ser elemento finito(E), diferencias finitas(D) o volumen finito(V), entre otros que se especifican en la misma columna.

Finalmente si existe alguna correlación obtenida por el estudio para el número de Nusselt se presenta en la décima columna.

1.2.4 Estudios Teóricos

Todos los estudios teóricos presentados en la Tabla 1.1, analizan el problema de convección natural para flujo laminar, cubriendo prácticamente todo el rango para este tipo de flujo que es de $10^2 \leq Gr \leq 10^9$, resaltan entre los trabajos del primer estudio teórico reportado en cavidades el de Kettleborough [31] publicado en 1972. En este trabajo se estudia una cavidad rectangular como se observa en la Figura 1.2.2, la cual tiene una de sus paredes caliente, el flujo es laminar, y se utiliza el concepto de espacio extendido para la colocación de las condiciones de frontera. Se procura colocar estos límites lo mas alejado de la entrada de la cavidad, esto con el fin de no afectar la solución del problema en la cavidad con las condiciones frontera impuestas.

Tabla 1.1. Trabajos teóricos con sus respectivas características

Ref	Autores	Año	Análisis en estado Estable o Transitorio		Espacio de integración Confinado o Extendido	Rango del Ra o Gr estudiado (Pr=0.72)	Paredes calentadas, Todas, Dos, Una (fondo)	Tipo de Cavity Fija o Inclinada	Razón de Aspecto	Tipo de variables Primitivas o Sec	Método Numérico Elemento, Diferencias o Volumen finito	
			Tipo de Flujo (Laminar o Turbulento)								Formulas propuestas	
11	Kettleborough, C F	1972	T	L	E	10^2-10^5	U	F	1	S	Simple Explicit	
37	LeQuere P., Humphrey, J A C. and Sherman, F S	1981	T	L	E	10^4-10^7	T	90, 110, 135	0.5,1,2	P	SIMPLE-TECH	
45	Penot, F.	1982	T	L	E	10^3-10^7	T	45,90,135,180	1	S	ADI	
17	Chan Y L. and Tien C L	1985	E	L	E	10^3-10^8	U	F/90	1	P	V	$Nu = 0.318 Ra^{0.28}$
18	Chan Y L., and Tien, C L	1985	E	L	E,C	10^3-10^8	U	F/90	1	P	V	
41	Miyamoto M., Keuhn, T H., Goldstein, R 1., and Kato, Y	1989	E	L	E	10^3-10^8	T	60,75,90,120,150,170	1	P	SIMPLER	
5	Angrasa, D., Pourque, M J B. M., and Nieuwstadt, F T M	1992	T	L	C	10^5-10^7	U	F/90	1	S	D	$Nu = c1 Ra^{0.269}$
35	Lage, J L., Lim, J S., Bejan	1992	T	L	C	10^5-10^8	U/R	F/90	.25-1	P	SIMPLEC	$Nu = 0.44 (Ra^{0.26})(Tadm)^{1.25}$
1	Ab,b A H., Ja'uria, Y.	1995	T	L	E	$2 \times 10^7-2 \times 10^8$		F/90	2	S	D	
4	Angrasa, D., Eggels, J G M. and Nieuwstadt, F. T. M.	1995	T	L	C	10^4-10^7	T	F/90	1	S	D	
42	Mohamad, A A.	1995	E	L	C	10^3-10^7	U	10,30,60,90	0.5,1,2	P	D	
15	Comini, G., Cortella, G., Manzan	1996	T	L	C	10^3-10^8	U	F/90	5	S	E	$Nu = 0.023 Ra^{0.466}$

Tabla 1.2. Trabajos experimentales con sus respectivas características

Ref	Autores	Año	Tipo de estudios Teóricos, Experimentales o TE					Razón de Aspecto	Formulas propuestas
			Tipo de Flujo (Laminar o Turbulento)		Rango del Ra o Gr estudiado (Pr=0.72)	Paredes calentadas, Todas, Dos, Una (fondo)			
			E	L		Tipo de Cavity Fija o Inclinada			
						U	F		
50	Sernas, V. and Kyriakides, I.	1982	E	L	1×10^7	D	F	1	Mediciones de velocidad, comparación con placa plana
14	Clausing, M.	1983	E	T	10^8 - 10^{11}	U	45° - 180°	Diseño Especial	$Nu = 0.082 Ra^{0.33} (-0.9+2.4(Tw/Tamb)-0.5(Tw/Tamb)^2)$; $Ra > 10^8$; $1 < Tw/Tamb < 2.6$
27	Hess, C. F. and Henze, R. H.	1984	E	T	$Ra = 3 \times 10^{10}$ - 2×10^{11}	U	F	1,0.5	Visualización de flujos y medición de velocidades, discusión de transición a turbulento
40	McMordie, R. K.	1984	E	T	1×10^{11}	U	F	Varias geometrías	
20	Chen, K. S., Humphrey, J. A. C., Sherman, F. S.	1985	E	T	4.2×10^7	T	0,20,45	0.5,1.0,1.46	
26	Harris, J. A., Lenz, T. G.	1985	E		-		I	Varias geometrías	$Nu = 0.59(GrPr \cos(\text{angulo}))^{0.25}$
19	Chan, Y. L., and Tien, C. L.	1986	E	L	10^8 - 10^7	U	F	0.143	$Nu = C Ra^{0.243} (10^7 < Gr)$
9	Boehm, R. F.	1987	E	L-T	10^7 - 10^{14}	U	F	Diseño Especial	$Nu = 0.052 Gr^{0.38} (10^7 < Gr < 10^{13})$ $Nu = 0.088 Gr^{1/3} (Tw/Tamb) (10^5 < Gr < 10^{12})$
59	Stine, W. B., McDonald, C. G.	1988	E	L	1×10^8 - 1×10^9	T	0° - 180°	Diseño Especial	$Nu = C1 * P(\text{angulo}) L c 1.75 (Gr Pr)^{0.25}$
36	Leibfried, U., Ortoyphann, J.	1995	E	L	10^7 - 10^9	T	0° - 180°	esférica	Diferentes correlaciones
16	Chakroun, W., Elsayed, M. M., Al-Fahed, S. F.	1997	E	L	5.5×10^8	U	0° - 180°	1.0,0.5,0.25	$Nu = a/(b + \exp(c * \text{ángulo}))$ a, b, c dependen de la razón de aspecto.

Tabla 1.3. Trabajos teóricos-experimentales con sus respectivas características

Ref	Autores	Año	Análisis en estado Estable o Transitorio										Formulas propuestas	Nota
			Tipo de Flujo (Laminar o Turbulento)	Espacio de integración Confinado o Extendido	Rango del Ra o Gr estudiado (Pr=0.72)	Paredes calentadas, Todas, Dos, Una (fondo)	Tipo de Cavidad Fija o Inclinada	Razón de Aspecto	Tipo de variables Primitivas o Sec.	Método Numérico Elemento, Diferencias o Volumen finito				
30	Jacobs, H R , Mason, W E and Hikida, W T.,	1974	T	L	E	10^2 - 10^5	U,T	0	1	S	ADI			
29	Jacobs H R and Mason, W E .	1976	E	L	E	10^2 - 10^7	U	F/up	1	S	DF/Gauss-S			
20	Chen, K S , Humphrey, J A C , Sherman, F S	1985	TE	T	E	4.2×10^7	T	0,20,45	0.5,1.0,1.46	P	SIMPLER		Visualización, comentarios sobre oscilaciones	
28	Humphrey, J A C and W M To	1986	T	T	E	4.4×10^7	T	0, 45	0.5, 1.0	P	KEM, ASM	$Nu \sim Gr^{0.25}$ (laminar) $Nu \sim Gr^{0.33}$ (turbulento)		
60	To W M , Humphrey, J A C	1986	T	T	E	10^{10} - 10^{12}	Paredes Planas			P	V			
54	Skok H , Remadhyani, S and Schoenhals, R. J	1991	E	L	E	10^4 - 10^9	T	F(lado)	1.5	P	SIMPLER	$Nu = 0.10(Ra)^{1/3}$ (calculada); $Nu = 0.086(Ra)^{1/3}$ (medida)		
51	Show'le, R A , and Tarasuk J D	1993	E	L	E	10^4 - 5×10^5	U,T	0,30,45,60	0.25, .5, 1.0	S	DF/Gauss-S	$Nu = m(Ra)^n$ m,n 0.088,0.323(0°), 0.18,0.494(30°), 0.028,0.442(45°), 0.029,0.439 (60°)		
61	Vafai, K Desai, C P	1993	T	L	E	10^3 - 10^4		anular			E,D		Comparación entre elemento y diferencias finitas.	
21	Dehghan, A A , Behnia, M.	1996	T	L	C	$1.148-8.03 \times 10^4$	D	0	0.1	S	ADI		Involucra balance radiativo para fuentes discretas	
22	Desai, C P , Vafai, K	1996	E	T	E	$1.3-5.1 \times 10^9$	T	anular		P	E	$Nu = 0.0131(Ra)^{0.378}$	Resuelto para tres dimensiones	

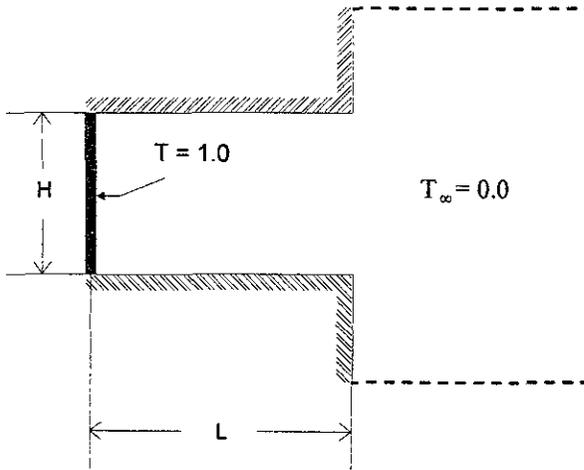


Figura 1.2.2. Geometría de la cavidad abierta con el espacio extendido [31].

Se entiende por espacio extendido al dominio donde se resuelven las ecuaciones gobernantes lo suficientemente grande y por lo tanto alejado del borde abierto de la cavidad, donde se espera que la solución de las ecuaciones dentro de la cavidad se vea poco influenciada por las condiciones de frontera artificiales impuestas.

Para el caso típico de una cavidad como la mostrada en la Figura 1.2.2, donde el medio ambiente se encuentra a una temperatura adimensional $T_\infty = 0$, y la pared vertical de la cavidad ha sido calentada a $T = 1.0$, en estado estable y flujo laminar, se reportan resultados de Chan y Tien [17], quienes presentan la siguiente tabla de valores del Nu (Tabla 1.4) para distintos números de Rayleigh y para un valor del $Pr = 1$.

Tabla 1.4. Variación del número de Nusselt para diferentes valores del número de Rayleigh.

Ra	10^3	10^4	10^5	10^6	10^7	10^8	10^9
Nu	1.07	3.41	7.69	15.0	28.6	56.8	105

Estos valores son comparados gráficamente con los reportados para una pared vertical en la Figura 1.2.3, donde se puede observar como para valores altos del Ra; 10^8 - 10^9 se asemejan mucho, sin embargo para Ra menores de 10^7 los valores del Nu para la cavidad son menores que para la pared y esto se entiende claramente ya que la cavidad impone

restricciones al libre flujo del fluido y estas restricciones son más notorias para flujos donde las fuerzas viscosas son más importantes lo cual se tiene en valores bajos del Ra.

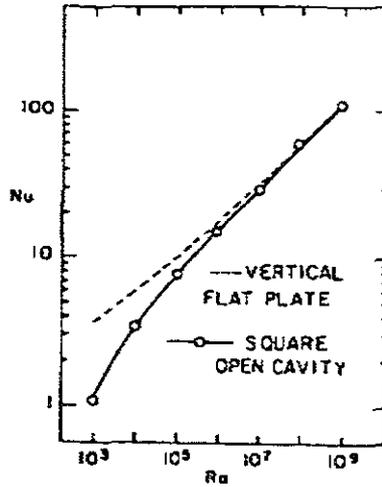


Figura 1.2.3. Comparación entre los números del Nu calculados para una cavidad y para una placa vertical (tomada de [17]).

En la misma Figura 1.2.3 se observa que para valores bajos del Ra (10^3) el mecanismo de transferencia de calor dominante llega a ser la conducción, esto sucede cuando $Nu = 1$ donde se tiene que todo el calor cedido por la pared caliente es transportado hacia el interior del fluido por difusión, sin movimiento del fluido. En la Figura 1.2.4 se muestra el campo de las isothermas dentro de la cavidad para un $Ra = 10^3$, aquí se tiene un Nu un poco mayor a la unidad, se puede observar cómo en las cercanías de la pared las isothermas son casi paralelas, lo cual significa flujo prácticamente conductivo de calor. Al alejarse de la pared caliente las isothermas presentan un comportamiento que sugiere el principio de la convección ya que las isothermas se doblan en el extremo superior permitiendo salir cierta cantidad de calor de la cavidad. Por el contrario, en el extremo inferior de las isolíneas se tiene un desplazamiento hacia el interior de la cavidad provocado por el fluido frío que estaría ingresando a la cavidad para reponer el fluido caliente que escapa por la parte superior. Este leve movimiento provocado por diferencias de densidades (fuerza de flotación), que a su vez ha sido generada por la diferencia de temperaturas entre regiones del fluido produce las líneas de corriente que se muestran en la Figura 1.2.4 (b).

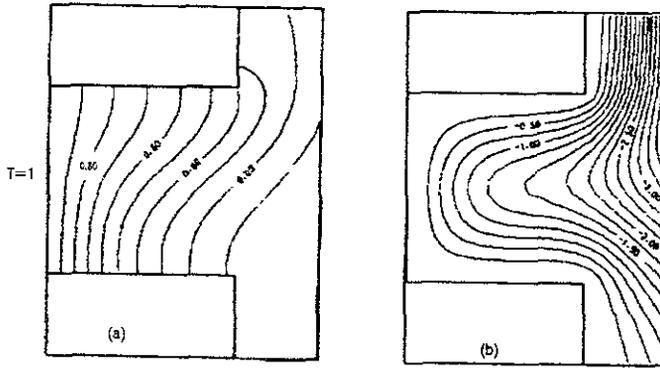


Figura 1.2.4. Isolíneas dentro de la cavidad para un Ra de 10^3 de temperatura (a), líneas de corriente (b), figura tomada de [17].

Al incrementar los valores del número de Ra se observa un mayor dominio de la convección, lo que se manifiesta en la Figura 1.2.5, donde se muestran tanto las isothermas como las líneas de corriente correspondientes a un $Ra = 10^5$. Las isolíneas de la temperatura en la parte baja de la cavidad se pegan entre sí, mientras que en la parte superior de la cavidad el fluido se estratifica. El campo de líneas de corriente pierde la simetría que tenía en números de Ra menores y presenta un marcado corrimiento hacia la parte superior de la cavidad donde las velocidades son mayores.

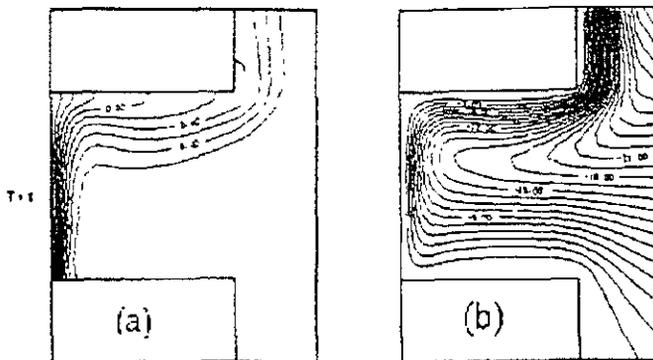


Figura 1.2.5. Isolíneas para un $Ra = 10^5$, de temperatura (a), y de función corriente (b), figura tomada de [17].

En las Figuras 1.2.6 y 1.2.7 se presentan los resultados para Ra de 10^7 y 10^9 respectivamente. Se hace evidente la gran participación que tiene la fuerza de flotación con el aumento del número de Ra. El fluido caliente fluye de una forma más rápida, lo que provoca un mayor desplazamiento de las regiones calientes del fluido hacia el exterior de la cavidad. En ambos casos se observa una alta concentración de isolíneas en la pared caliente

lo que significa un adelgazamiento de la capa límite, la cual sigue la trayectoria marcada por la pared horizontal superior hasta abandonar la cavidad. En estos casos la convección viene a ser ampliamente dominante. Un aspecto interesante aquí, es la presencia de una región de flujo recirculante en la esquina de la pared inferior como resultado de la interacción de la esquina con el flujo de entrada.

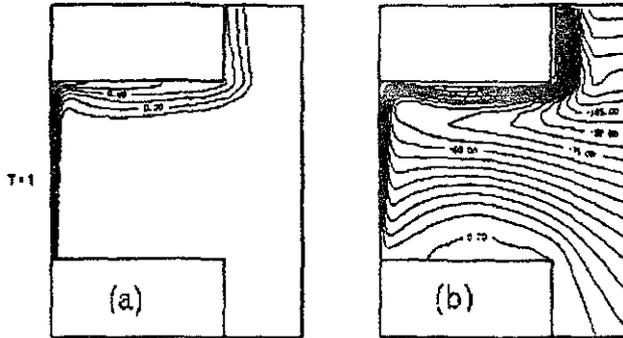


Figura 1.2.6. Isolíneas para un $Ra = 10^7$, tomada de [17].

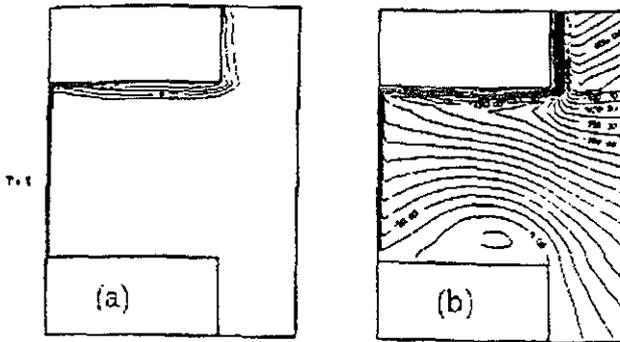


Figura 1.2.7. Isolíneas para un $Ra = 10^9$, tomada de [17].

1.2.4.1 Espacio de integración confinado a la cavidad

Por otro lado, con el dominio de integración limitado únicamente a la cavidad, Angirasa [4,5], y Mohamad [42], entre otros autores, obtienen resultados que validan el uso de condiciones de frontera en la pared abierta. Angirasa lo hace para estado transitorio utilizando una formulación de (vorticidad)-(función corriente) y Mohamad para variables primitivas en estado permanente. En la Figura 1.2.8 se muestra la cavidad usada por Angirasa y sus correspondientes condiciones de frontera. Una breve discusión sobre las condiciones de frontera utilizadas en ambos espacios se muestra en el Apéndice C.

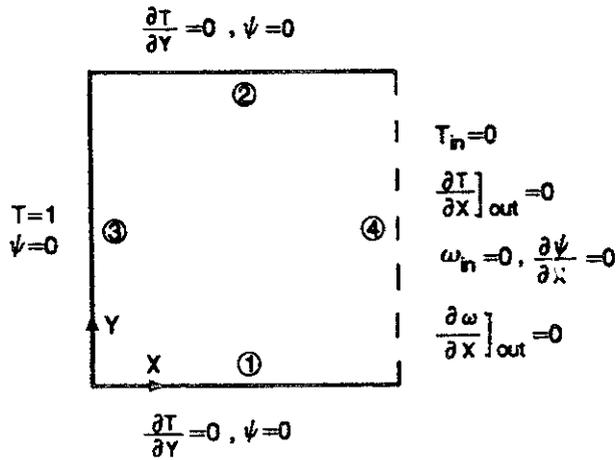


Figura 1.2.8. Espacio de solución y condiciones de frontera usados por Angirasa, tomada de [4].

Aquí se presentan algunos resultados obtenidos por estos autores con el espacio de integración confinado a la cavidad. La Figura 1.2.9 muestra las isotermas obtenidas por Angirasa para las mismas condiciones que reportan Chan y Tien con espacio extendido. Como se puede apreciar en la misma Figura 1.2.9 el comportamiento de las isotermas es el mismo para ambos casos.

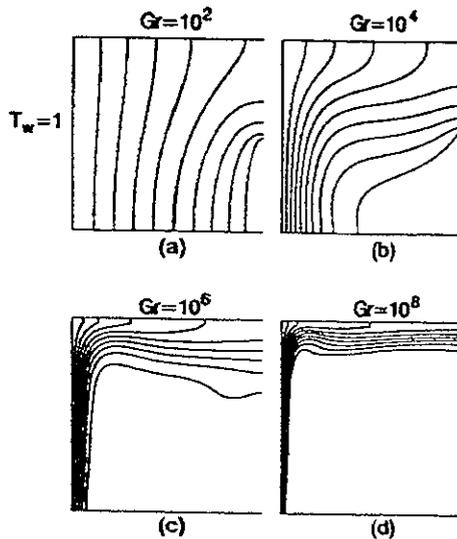


Figura 1.2.9. Isotermas obtenidas por Angirasa para diferentes valores del Gr, resolviendo solo para el espacio interior de la cavidad, tomada de [4].

Asimismo para las líneas de corriente obtenidas por este método son similares a las obtenidas por otros autores utilizando el espacio extendido, la Figura 1.2.10 muestra las líneas de corriente correspondientes a los números de Gr de la Figura 1.2.9.

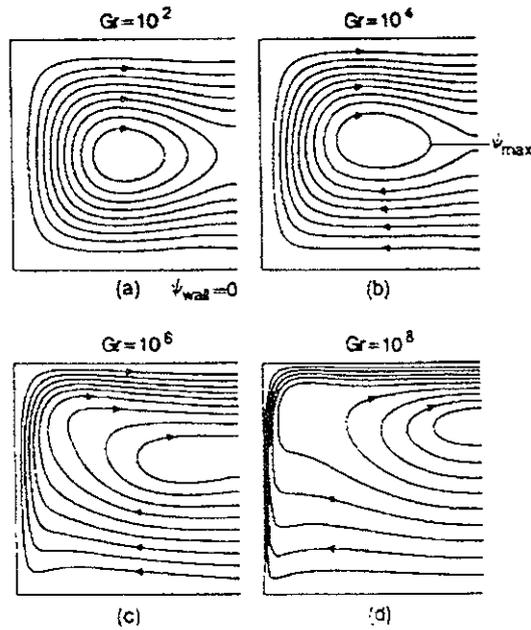


Figura 1.2.10. Líneas de corriente, tomada de [4].

Resumiendo, en lo referente al espacio de integración ya sea para variables primitivas como son los trabajos de Chan [17,18 y 19], y de Mohamad [42] entre otros, o por variables secundarias como los trabajos de Angirasa [5,4] y Comini [15], se ha demostrado la ventaja al usar el espacio confinado, ya que el tiempo de cómputo se ve sustancialmente disminuido y los resultados obtenidos presentan gran semejanza.

1.2.5. Estudios Experimentales

Como se puede observar en la Tabla 1.2, los trabajos experimentales en cavidades abiertas cubren una variedad de situaciones, en particular se detecta la necesidad de caracterizar térmicamente algunos diseños geométricos específicos de cavidades utilizadas en aplicaciones especiales; en este caso se tienen los estudios de Boehm [9], Clausing [14], y Stine [58]. También se han hecho estudios con fines más generales para la comprensión y medición del patrón de flujo generado dentro de una cavidad que esta intercambiando calor con el ambiente, entre estos trabajos se encuentran los de Chan [19], Chen [20], Chakroun [16] y Hess [27]. Los rangos del número de Grashof cubierto son de 10^7 hasta 10^{11} , que abarca flujos del limite superior laminar, pasando por transición, hasta turbulento. Dentro del propósito del presente estudio solo algunos de estos trabajos son importantes, los cuales

se retomarán en secciones posteriores para su discusión pero se consideró importante presentarlos clasificados de esta forma para referencias posteriores.

1.2.6 Trabajos Teóricos-Experimentales

Se clasificó como estudios teóricos-experimentales aquellos trabajos que reportaban tanto resultados obtenidos de la experimentación como los resultados obtenidos por simulaciones numéricas. Se encontró un total de diez trabajos que se muestran en la Tabla 1.3, donde se muestran las principales características de cada estudio. En secciones posteriores se discutirán algunos de estos trabajos.

1.2.7 Cavidad inclinada

La orientación de las cavidades es un aspecto importante ya que la fuerza de flotación causante del movimiento del fluido en la convección libre tiene una dirección determinada por el campo gravitacional de la tierra. Dependiendo de la orientación de la cavidad, el movimiento del fluido podrá facilitarse o dificultarse, y esto tendrá una repercusión inmediata en el número de Nusselt, es decir, en la cantidad de calor que se puede transferir por convección. Por lo anterior, es importante estudiar las variaciones de la transferencia de calor con la inclinación de la cavidad, ya que teniendo la misma cavidad el mismo fluido, las mismas temperaturas de operación, el calor transferido puede ser muy distinto de una inclinación a otra. Por esto, una gran parte de los trabajos reportados ya sean teóricos, teóricos-experimentales o experimentales, estudian la transferencia de calor desde las cavidades con varios ángulos de inclinación. Se encontraron doce trabajos, de treinta y dos reportados (poco menos de la mitad), que abordan el problema de la cavidad inclinada.

De doce estudios teóricos que se presentan en la Tabla 1.1, cuatro estudian el problema con variación en la inclinación de la cavidad [37,41,42,45], el primer trabajo reportado con cavidad inclinada fue el de Le Quere, et al. [37] en 1981. La cavidad de Le Quere tiene todas las paredes calientes y resuelve las ecuaciones gobernantes con variables primitivas, además de variar el ángulo de inclinación, también resuelve para diferentes valores de la razón de aspecto. Todos los trabajos reportan valores altos del Nusselt para orientaciones de la cavidad cuando el lado abierto esta dirigido hacia arriba, y valores bajos cuando la cavidad esta "boca abajo". En la Figura 1.2.11 se presentan algunos resultados de diversos autores variando el ángulo de inclinación de la cavidad. Es posible observar en esa

figura que existen discrepancias en los valores obtenidos, y por otro lado no todos los autores reportan sus resultados para las mismas condiciones (Pr , Ra , ángulo de inclinación), lo que dificulta la comparación entre ellos.

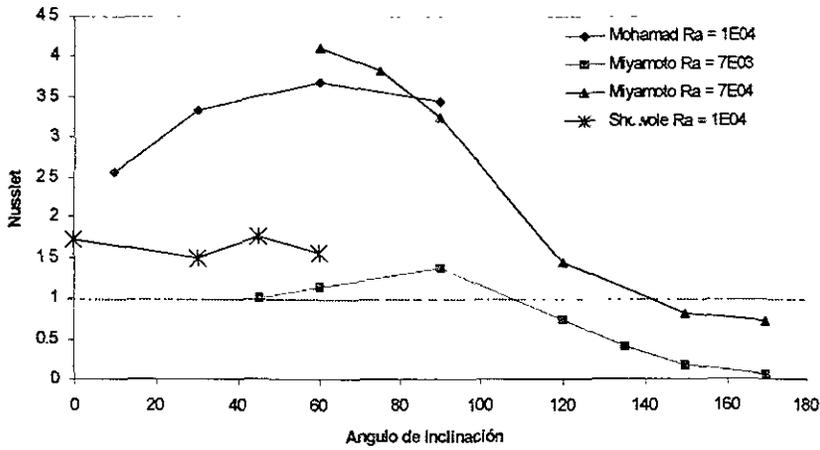
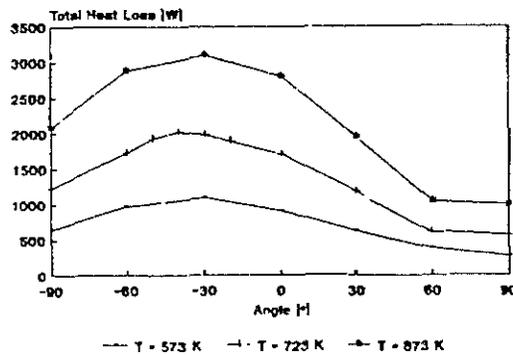
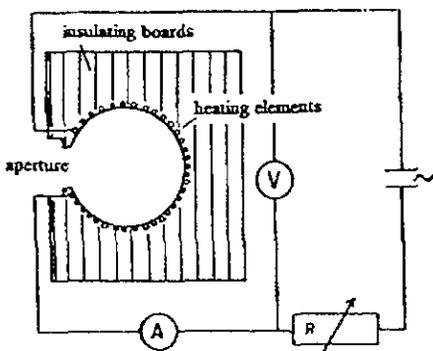


Figura 1.2.11. Valores del Nusselt para diferentes inclinaciones de la cavidad, reportes de trabajos teóricos

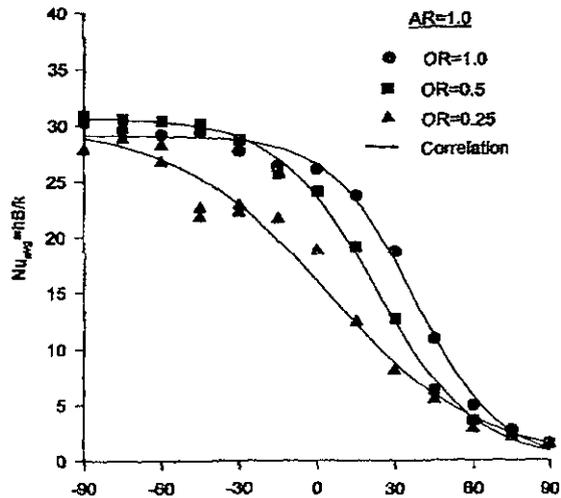
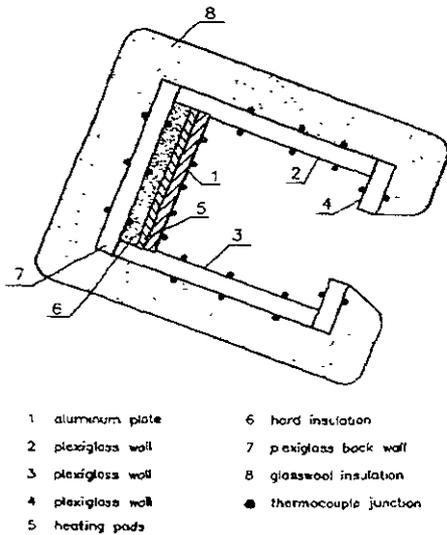
Sin embargo, entre los trabajos experimentales se encuentra una mejor consistencia de los valores del Nusselt con respecto a la inclinación de la cavidad, así por ejemplo trabajos como los de Stine [58] en 1988, o el de U. Leibfried [36] en 1995, contienen información del comportamiento de cavidades específicas. Resulta interesante mostrar los resultados de Leibfried en su cavidad esférica de 19.5 cm de diámetro, para diferentes temperaturas de operación Figura 1.2.12.



Figuras 1.2.12. Cavidad esférica estudiada por Leibfried, y gráfica de las pérdidas de calor a diferentes temperaturas, ver [36].

Como se puede observar la inclinación de la cavidad tiene un importante efecto sobre las pérdidas totales de calor al ambiente, teniendo un máximo cercano a los -30° (60° para

efectos de este reporte) y un mínimo en los 90° (180° según notación de este reporte). Esto se explica en términos de la transferencia de calor por convección, ya que las pérdidas por radiación parecen ser independientes del ángulo de inclinación de la cavidad. La convección se ve favorecida en algunos ángulos donde la salida y entrada de fluido se da con mayor facilidad. En la Figura 1.2.13 se muestra la cavidad estudiada por Chakroun [16] en 1997, y los resultados obtenidos experimentalmente, aquí en general se tiene un comportamiento similar al de Leibfried como se vió en la gráfica de la Figura 1.2.12, sin embargo, es de resaltarse que mientras que para Leibfried cuando la inclinación de la cavidad es de 0° grados, existe una clara disminución de la transferencia de calor, efecto que no se observa en los resultados de Chakroun, esto se debe a que Leibfried utiliza una temperatura constante para la cavidad y Chakroun usa flujo de calor constante.



Figuras 1.2.13. Cavidad estudiada por Chakroun, y gráfica del número de Nusselt para diferentes ángulos y razón de aspecto. Tomadas de [16].

Entre los trabajos teórico-experimentales se encuentra el realizado por Skok, et al. [54] publicado en 1991. Skok utilizando una cavidad rectangular sumergida en una alberca de agua estudia la transferencia de calor enfriando y calentado las paredes de la cavidad, sus resultados son de los más consistentes encontrados ya que reporta bajos porcentajes de desviación entre sus resultados teóricos y los experimentales, ver Figura 1.2.14. Sin embargo, como señala el propio Skok en su texto, las diferentes predicciones teóricas reportadas (las cuales no consideran la radiación), concuerdan sólo cualitativamente con los

resultados experimentales, incluso cuando son comparados con los de pared vertical, por lo que es necesario profundizar en los modelos teóricos buscando encontrar mejores correlaciones y, por lo tanto, mejorar el entendimiento del fenómeno.

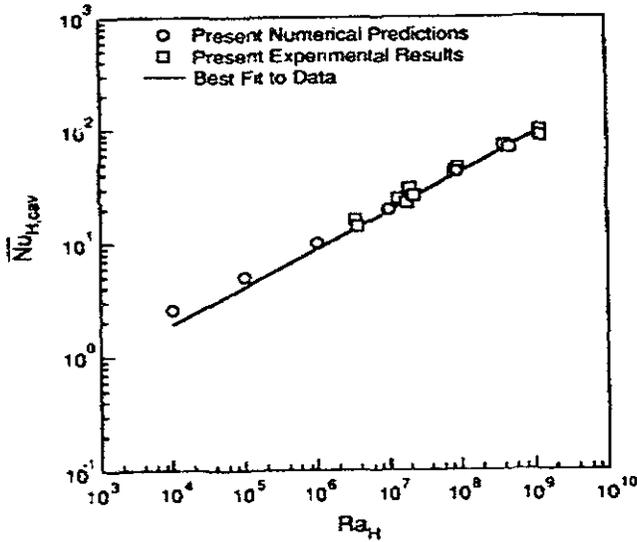


Figura 1.2.14. Resultados experimentales y teóricos de Skok. Tomada de [54].

1.2.8 Cavity con Convección-Radiación

Si bien el problema convectivo de transferencia de calor en cavidades abiertas no es un problema totalmente resuelto, ya que aun se pueden encontrar reportes recientes sobre este problema [32], si se puede afirmar, por lo aquí mostrado, que el caso convectivo ha sido ampliamente estudiado, por el contrario, el problema convectivo-radiativo ha sido pocas veces abordado. Sólo cuatro trabajos teóricos se encuentran en la bibliografía [21, 35, 6,7] de un total de 30 años de estudio en cavidades abiertas. El primer trabajo es de Lage et al. [35] publicado en 1992, donde se resuelve para un contenedor de ceniza de hornos con abertura en la parte superior. Este problema también es estudiado por Balaji-Venkateshan [7] en 1994. Posteriormente Balaji-Venkateshan [6] en 1995 y Dehghan-Behnia [21] en 1996 atacan el problema de pérdidas de calor en tarjetas de computadoras (slots). Todos estos trabajos presentan una cavidad fija, con la abertura hacia arriba, para flujo laminar. Se puede observar dos aspectos importantes: primero, que estos trabajos son recientes (todos en la década de los noventa) y con metodologías distintas de solución, y segundo, que los trabajos han sido dirigidos a problemas específicos (cenizas de hornos y tarjetas de computadoras). En conclusión, se puede afirmar que el problema de cavidades

rectangulares con balance radiativo no ha sido abordado con suficiente profundidad para establecer comparaciones más acordes con el fenómeno real, ya que los dos trabajos que involucran análisis radiativo lo hacen de forma parcial y limitada. Diferentes autores señalan la importancia de establecer las interacciones de todas las paredes en el proceso de transferencia de calor dentro de la cavidad, y la importancia de considerar la inclinación de la cavidad ya que los valores de Nusselt se ven afectados con la orientación.

Por lo anterior, es interés del presente trabajo examinar teóricamente el impacto de incluir la interacción radiativa entre las diferentes paredes de la cavidad a las ecuaciones fundamentales de convección natural. Este estudio fue originado por la necesidad de obtener correlaciones de transferencia de calor útiles en el cálculo de las pérdidas de calor en cavidades receptoras de concentradores solares.

1.3 Objetivos del Trabajo

El objetivo central de este trabajo es estudiar teóricamente la transferencia de calor por convección natural en estado transitorio que se tiene desde una cavidad cuadrada abierta en un extremo con sus alrededores, usando un modelo matemático que incluya el balance radiativo en las paredes de la cavidad.

Son objetivos específicos de este trabajo los siguientes:

- Aplicar un procedimiento numérico confiable y robusto para resolver las ecuaciones gobernantes del fenómeno.
- Desarrollar un código de computadora basado en el procedimiento numérico seleccionado. Este código deberá ser lo suficientemente flexible para permitir estudios paramétricos de simulación variando condiciones de operación de la cavidad, como las temperaturas y/o los ángulos de orientación.
- Estudiar los efectos del acoplamiento entre la transferencia de calor por convección natural y la correspondiente por radiación que se están llevando a cabo en el interior de la cavidad.

- Validar los resultados obtenidos del modelo desarrollado en el presente trabajo con otros resultados teóricos y experimentales reportados en la literatura especializada.

Para cumplir con los objetivos propuestos, y una vez que se ha mostrado el contexto general, los trabajos anteriores y la relevancia del problema estudiado en el presente capítulo, se estructuró el trabajo en cuatro capítulos que se describen a continuación:

En el Capítulo 2 se hace el planteamiento físico y el modelo matemático que se resolverá. En el Capítulo 3 se describirá el método numérico y el algoritmo de solución, así como el estudio de convergencia y la validación del código desarrollado. En el Capítulo 4 se presentarán los resultados de casos especiales y de los estudios paramétricos realizados que incluyen la variación del número de Grashof y el ángulo de orientación de la cavidad. Finalmente en el Capítulo 5 se presentan las conclusiones de este trabajo y las sugerencias para estudios futuros

Planteamiento del problema y modelo matemático

En este capítulo se describe el problema físico abordado, así como las características de geometría y funcionamiento del mismo. Se exponen las suposiciones y condiciones con las que se desarrolla el modelo matemático a resolver. Se muestra la obtención de las ecuaciones fundamentales que simulan el problema estudiado, incluyendo las condiciones de frontera que lo configuran.

2.1 Planteamiento del Problema

En general, considérese una cavidad abierta donde una de sus paredes interiores se encuentra a una temperatura superior a la del medio que la rodea. Si la cavidad se encuentra en el vacío absoluto, la transferencia de calor desde la cavidad con sus alrededores será a través del intercambio radiativo; pero si se encuentra llena de algún fluido, el transporte energético por convección natural también estará presente.

2.1.1 Descripción del Problema

Ahora, en particular, considérese una cavidad rectangular bidimensional formada por dos paredes horizontales y una vertical teniendo un lado vertical abierto al medio ambiente, ver Figura 2.1. Las dos paredes horizontales están aisladas por lo que son adiabáticas. La pared vertical se mantiene a una temperatura adimensional de $T = 1$ y los alrededores están a una temperatura $T_a = 0$. La cavidad se encuentra sumergida en una atmósfera de aire lo cual implica un número de $Pr = 0.7$. Las paredes de la cavidad intercambian radiación entre sí y con el exterior. La cavidad puede tener diferentes orientaciones –desde 0° hasta 180° grados- que afectarán el movimiento del fluido en su interior, asimismo, los efectos del intercambio radiativo interno y externo harán que secciones de las paredes adiabáticas incrementen sus temperaturas con sus inherentes consecuencias sobre el calentamiento del fluido adyacente. La figura 2.1, además de las condiciones de frontera también muestra la

dirección de los ejes coordenados, la dirección de la aceleración de la gravedad y el ángulo ϕ para la orientación de la cavidad.

Se considera que las propiedades del fluido no varían, excepto la densidad en el término de flotación (aproximación de Boussinesq). Se decidió utilizar esta aproximación basados en tres argumentos; primero no existen suficientes estudios en cavidades abiertas sobre el efecto de considerar las propiedades variables del fluido, esto conlleva el problema de no poder corroborar con otros estudios numéricos los resultados obtenidos. Segundo el trabajo de E. Leonardi y J.A. Reizes [39] demuestra que existe poca influencia sobre el valor del Nusselt al usar propiedades variables del fluido en cavidades cerradas, y tercero, no es intención del presente estudio corroborar la pertinencia de la aproximación de Boussinesq, para lo cual se requiere de un estudio profundo para su conclusión. Por otra parte, se considera que el fluido no interviene en el proceso radiativo y que el exterior es supuesto como cuerpo negro que emite y recibe radiación a temperatura ambiente.

El espacio de integración utilizado, siguiendo los trabajos de Angirasa [5], es el de la propia cavidad o espacio confinado. Se resuelve para estado transitorio. Tomando como base un estudio realizado sobre los diferentes tipos de flujo que pudieran presentarse en cavidades abiertas usadas como receptoras solares, ver Apéndice A, se seleccionó resolver para flujo laminar por considerarse más conveniente para los propósitos de este estudio.

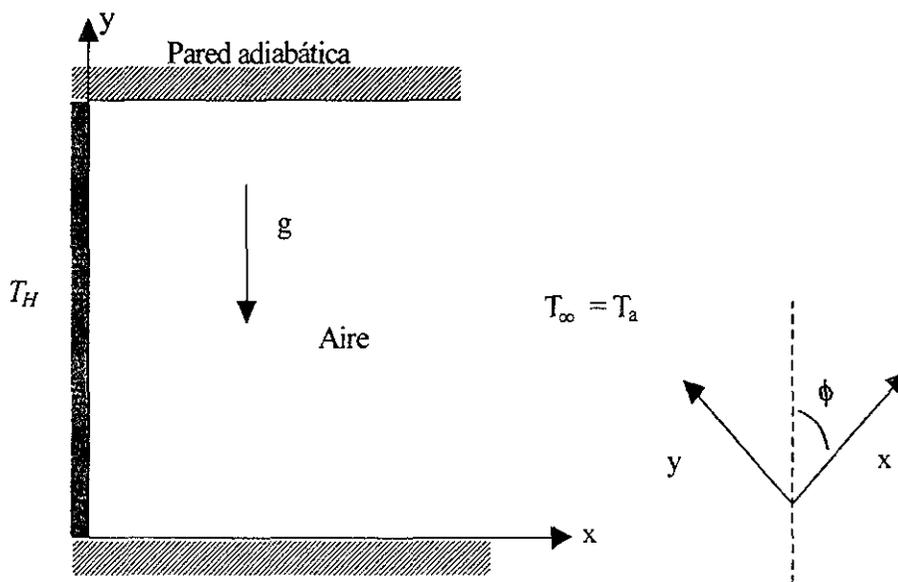


Figura 2.1 Cavidad de estudio.

2.2 Ecuaciones de Transporte Convectivo

Las ecuaciones que gobiernan el fenómeno de transferencia de calor por convección natural en variables primitivas para flujo incompresible son [43]:

Conservación de masa:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (2.1)$$

Conservación de momentum en la componente x:

$$\frac{\partial u}{\partial \tau} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left[\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right] + g\beta(T - T_0)\cos\phi \quad (2.2)$$

Conservación de momentum en la componente y:

$$\frac{\partial v}{\partial \tau} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \left[\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right] + g\beta(T - T_0)\sin\phi \quad (2.3)$$

Conservación de energía:

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha \left[\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right] \quad (2.4)$$

En estas ecuaciones \underline{x} , y \underline{y} son las coordenadas espaciales y \underline{t} la coordenada temporal; \underline{u} y \underline{v} son las componentes de la velocidad en \underline{x} y \underline{y} respectivamente; \underline{p} , \underline{T} y \underline{T}_0 son la presión, la temperatura del fluido y la temperatura del fluido en el exterior de la cavidad respectivamente; y finalmente $\underline{\phi}$, $\underline{\beta}$, \underline{g} , $\underline{\alpha}$, $\underline{\rho}$ son el ángulo de orientación de la cavidad, el coeficiente de expansión, la aceleración de la gravedad, la difusividad térmica y la densidad del aire, respectivamente.

En esta sección se presentan los conceptos generales de las condiciones de frontera en variables primitivas involucradas en el problema. En la sección 2.5 se explican en detalle las condiciones de frontera utilizadas en variables adimensionales. Las condiciones de frontera que se aplican a las ecuaciones 2.1-2.4 en variables primitivas son:

Para las tres paredes de la cavidad la condición de frontera hidrodinámica es de no-deslizamiento (ver Figura 2.2). Las condiciones térmicas de frontera son: las paredes

paralelas 1 y 3 están aisladas térmicamente (paredes adiabáticas), y la pared del fondo (2) tiene una temperatura constante (pared isotérmica).

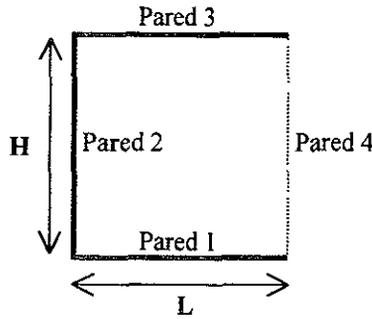


Figura 2.2 Dominio de integración de las ecuaciones de transporte.

Las condiciones de frontera hidrodinámicas en variables primitivas (se excluye el lado abierto, el cual se tocará en detalle en una sección 2.5) para tres de las paredes que se aplican son:

$$\begin{aligned} u(0,y,t) = u(x,0,t) = u(x,H,t) &= 0.0 \\ v(0,y,t) = v(x,0,t) = v(x,H,t) &= 0.0 \end{aligned} \quad (2.5)$$

Las condiciones térmicas de frontera son:

Pared 1 (adiabática), el calor radiativo neto es igual al calor cedido al fluido:

$$-k_a \frac{\partial T}{\partial y} = q_{r1} \quad (2.6)$$

Pared 2; se mantiene constante la temperatura de la pared:

$$T(0,y,t) = T_2 \quad (2.7)$$

Pared 3; (adiabática), el calor radiativo neto es igual al calor cedido al fluido:

$$-k_a \frac{\partial T}{\partial y} = q_{r3} \quad (2.8)$$

Pared 4 (abierta), se establecen las siguientes condiciones:

Si el flujo entra a la cavidad

$$T = T_a$$

Si el flujo sale de la cavidad

$$\frac{\partial T}{\partial x} = 0$$

$$(2.9)$$

Las expresiones 2.6 y 2.8 para las paredes 1 y 3 respectivamente, incluyen los calores q_{r1} y q_{r3} los cuales se obtienen del balance radiativo efectuado dentro de la cavidad, y el cual se discutirá en detalle en la siguiente sección 2.3.

Para finalizar esta sección se muestra la forma de cálculo del número de Nusselt. La transferencia de calor por convección se calcula de la siguiente forma:

$$q_c = \left[-k_a \frac{\partial T}{\partial x} \right]_{pared} = h (T_f - T_2) \quad (2.10)$$

Así el valor local del número de Nusselt puede ser expresado:

$$Nu = - \frac{L}{(T_f - T_2)} \left[\frac{\partial T}{\partial x} \right]_{pared} \quad (2.11)$$

Y el valor promedio del número de Nusselt a lo largo de la pared caliente es:

$$\overline{Nu} = - \frac{L}{(T_f - T_2)} \int_0^H \frac{\partial T}{\partial x} dy \quad (2.12)$$

2.3 Ecuaciones de Transporte Radiativo

Para efectuar el balance radiativo en la cavidad, se establecen las siguientes suposiciones: que las superficies son opacas y difusas grises (es decir tienen emitancia, reflectancia y absortancia constante en la sección calculada), en un segmento determinado la temperatura es constante, las propiedades ópticas son independientes de la temperatura y no dependen del ángulo de incidencia, ni de la longitud de onda de la radiación. El lado abierto de la cavidad es considerado como cuerpo negro a la temperatura externa.

El calor neto que intercambia una superficie o un segmento de esa superficie que se encuentra dentro de una cavidad se calcula obteniendo la diferencia entre el calor total que

abandona la superficie y el calor que incide y es absorbido por la misma, la expresión que muestra este balance es:

$$q_r = J - q_l \quad (2.13)$$

donde q_r es el calor neto intercambiado, q_l es la cantidad de radiación que llega de las otras secciones con las que interactúa, J es la radiosidad resultado de la suma de la energía emitida más la energía reflejada y se expresa de la siguiente forma al seccionar las diferentes superficies en pequeños segmentos

$$J_i(x_i) = \varepsilon_i \sigma T_i^4(x_i) + \rho_i q_{l,i}(x_i) \quad (2.14)$$

el contador i indica la pared (1,2,3 y 4) y x_i la posición del segmento en cuestión sobre la pared correspondiente, así tendremos que para la pared 1 la ecuación 2.14 será:

$$J_1(x_1) = \varepsilon_1 \sigma T_1^4(x_1) + \rho_1 q_{l,1}(x_1)$$

la q_l es la cantidad de energía que la superficie recibe de su contorno, y que se define como la sumatoria del producto de las radiosidades por el factor de forma correspondiente para cada superficie que se encuentre en contacto radiativo, en la forma diferencial q_l se expresa de la siguiente forma:

$$q_{l,i}(x_i) = \sum_{j=1}^m \int_{A_j} J_j(r_j) dF_{i-j} \quad (2.15)$$

Combinando las ecuaciones 2.14 y 2.15 se obtiene:

$$J_i(x_i) = \varepsilon_i \sigma T_i^4(x_i) + \rho_i \sum_{j=1}^m \int_{A_j} J_j(r_j) K(x_i, r_j) dA_j \quad (2.16)$$

donde $K(x_i, r_j)$ es función de los factores de configuración en forma diferencial. Para geometrías comunes se encuentran reportados en la literatura los valores de estos factores de configuración, se recomienda revisar el texto de Siegel y Howell para tal efecto [53]. Para la geometría del problema se utilizan dos factores de configuraciones; uno entre las paredes paralelas, y otro entre paredes adyacentes en ángulo recto, ver Apéndice B para mayor información.

Para la pared 1 la radiocidad se calcula:

$$J_1(x_1) = \varepsilon_1 \sigma T_1^4(x_1) + \frac{\rho_1}{2} \left\{ \int_0^H \frac{J_2(y_2) x_1 y_2}{[x_1^2 + y_2^2]^{\frac{3}{2}}} dy_2 + \int_0^L \frac{J_3(x_3) H^2}{[H^2 + (x_3 - x_1)^2]^{\frac{3}{2}}} dx_3 + \int_0^H \frac{J_4(y_4) (L - x_1) y_4}{[y_4^2 + (L - x_1)^2]^{\frac{3}{2}}} dy_4 \right\} \quad (2.17)$$

Para la pared 2 se tiene:

$$J_2(y_2) = \varepsilon_2 \sigma T_2^4(y_2) + \frac{\rho_2}{2} [FF] + 2G(y_2) \quad (2.18)$$

donde

$$FF = \left\{ \int_0^L \frac{J_1(x_1) y_2 x_1}{[y_2^2 + x_1^2]^{\frac{3}{2}}} dx_1 + \int_0^L \frac{J_3(x_3) (H - y_2) x_3}{[(H - y_2)^2 + x_3^2]^{\frac{3}{2}}} dx_3 + \int_0^H \frac{J_4(y_4) L^2}{[L^2 + (y_4 - y_2)^2]^{\frac{3}{2}}} dy_4 \right\}$$

Para la pared 3:

$$J_3(x_3) = \varepsilon_3 \sigma T_3^4(x_3) + \frac{\rho_3}{2} [FF]$$

donde

$$FF = \int_0^L \frac{J_1(x_1) H^2}{[H^2 + (x_1 - x_3)^2]^{\frac{3}{2}}} dx_1 + \int_0^H \frac{J_2(y_2) x_3 (H - y_2)}{[x_3^2 + (H - y_2)^2]^{\frac{3}{2}}} dy_2 + \int_0^H \frac{J_4(y_4) (H - y_4) (L - x_3)}{[(H - y_4)^2 + (L - x_3)^2]^{\frac{3}{2}}} dy_4 \quad (2.19)$$

Para la pared 4, ya que se considera cuerpo negro a T_4 se tiene que:

$$J_4 = \sigma T_4^4 \quad (2.20)$$

Conociendo las distribuciones de temperatura en las paredes (T_1 , T_2 , T_3 y T_4), es posible calcular las radiocidades (J_1 , J_2 , J_3 y J_4), a través de la solución simultanea de las ecuaciones acopladas 2.17 - 2.20. Estas se resuelven numéricamente dividiendo las superficies interiores de la cavidad en segmentos finitos y utilizando un método iterativo

que calcula el balance total de la cavidad. Con las radiosidades calculadas, se encuentran los calores netos radiativos para cada superficie, en particular q_{r1} y q_{r3} , utilizadas en las ecuaciones 2.13. Esta información de los flujos radiativos en las paredes, es decir, en las fronteras físicas, se introduce en las condiciones de frontera dadas por las ecuaciones 2.6 y 2.8. Con lo cual el balance radiativo y las ecuaciones de transferencia de energía en la cavidad quedan acoplados.

2.4 Ecuaciones en Variables Secundarias

Con el fin de generalizar el problema a resolver, y reducir el número de variables dependientes, las ecuaciones 2.1, 2.2, 2.3 y 2.4 son adimensionalizadas utilizando los siguientes variables:

$$X = \frac{x}{L}, Y = \frac{y}{H}, U = \frac{u}{U_c}, V = \frac{v}{U_c}, P = \frac{p}{\rho U_c^2}, T = \frac{T - T_a}{T_H - T_a}, t = t \frac{U_c}{H} \quad (2.21)$$

Donde la velocidad característica U_c esta relacionada con las fuerzas de flotación de la siguiente forma:

$$U_c = (g \beta \Delta T H)^{1/2}$$

Al sustituir las anteriores variables, las ecuaciones 2.1 a 2.4, estas son transformadas en el siguiente conjunto de ecuaciones adimensionales:

Masa:

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \quad (2.22)$$

Momentum:

componente X

$$\frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial X} + Gr^{-1/2} \left[\frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \right] + T \cos(\phi) \quad (2.23)$$

componente Y

$$\frac{\partial V}{\partial t} + U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial Y} + Gr^{-1/2} \left[\frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} \right] + T \sin(\phi) \quad (2.24)$$

y la ecuación de la energía

$$\frac{\partial T}{\partial t} + U \frac{\partial T}{\partial X} + V \frac{\partial T}{\partial Y} = \frac{1}{\text{Pr} Gr^{1/2}} \left[\frac{\partial^2 T}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial Y^2} \right] \quad (2.25)$$

donde Gr y Pr son el número de Grashof y el de Prandtl respectivamente, y están definidos por

$$Gr = \frac{g\beta \Delta T L^3}{\nu^2}, \quad \text{Pr} = \frac{\nu}{\alpha},$$

donde $\Delta T = (T_H - T_a)$ y ν es la viscosidad cinemática del aire.

Para resolver el problema de la cavidad abierta se seleccionó la formulación en variables secundarias: vorticidad y función corriente (W, ψ), ya que al transformar las ecuaciones de variables primitivas, se reduce el número de variables, al eliminarse los términos de la presión. Para realizar esta transformación se derivan las ecuaciones 2.23 y 2.24 con respecto a (Y) y a (X) respectivamente, posteriormente se restan entre sí y se aplica la ecuación de conservación de masa 2.22.

Se define la vorticidad como

$$W = \frac{\partial V}{\partial X} - \frac{\partial U}{\partial Y}, \quad (2.26)$$

al sustituir se obtiene la ecuación de la vorticidad

$$\frac{\partial W}{\partial t} + U \frac{\partial W}{\partial X} + V \frac{\partial W}{\partial Y} = \frac{1}{Gr^{1/2}} \left[\frac{\partial^2 W}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 W}{\partial Y^2} \right] + \left(\text{sen}(\phi) \frac{\partial T}{\partial X} - \text{cos}(\phi) \frac{\partial T}{\partial Y} \right) \quad (2.27)$$

definiendo

$$U = \frac{\partial \psi}{\partial Y} \quad V = -\frac{\partial \psi}{\partial X} \quad (2.28)$$

y sustituyendo en la ecuación 2.26, se obtiene la ecuación para la función de líneas de corriente.

$$\nabla^2 \psi = \frac{\partial^2 \psi}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial Y^2} = -W \quad (2.29)$$

y la ecuación de la energía queda:

$$\frac{\partial T}{\partial t} + U \frac{\partial T}{\partial X} + V \frac{\partial T}{\partial Y} = \frac{1}{\text{Pr Gr}^{1/2}} \left[\frac{\partial^2 T}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial Y^2} \right] \quad (2.30)$$

2.5 Condiciones de Frontera e Inicial

Las condiciones iniciales para las ecuaciones 2.27 y 2.30 son:

Para $t = 0$ y $0 < X < 1$, $0 < Y < 1$,

$$W(X, Y, 0) = 0; \quad \psi(X, Y, 0) = 0; \quad U(X, Y, 0) = V(X, Y, 0) = 0; \quad T(X, Y, 0) = 0 \quad (2.31)$$

Las condiciones de frontera hidrodinámicas de no-deslizamiento en las paredes 1, 2 y 3, son:

Para $t > 0$, y para $0 \leq X \leq 1$, $0 \leq Y \leq 1$,

$$\begin{aligned} \psi(X, 0, t) = 0; \quad U(X, 0, t) = V(X, 0, t) = 0 \\ \psi(X, 1, t) = 0; \quad U(X, 1, t) = V(X, 1, t) = 0 \\ \psi(0, Y, t) = 0; \quad U(0, Y, t) = V(0, Y, t) = 0 \end{aligned} \quad (2.32)$$

Para estas paredes la vorticidad W es calculada con base en la ecuación 2.29 de las líneas de corriente para las fronteras respectivas como se establece en la siguiente ecuación [47]:

$$W_p = -(\partial^2 \psi_p / \partial \eta^2)_p \quad (2.33)$$

donde W_p es la vorticidad en la pared y η es la dimensión correspondiente, X o Y .

Las condiciones de frontera para la temperatura están determinadas de la siguiente forma:

Pared 1, haciendo un balance de calor en esta frontera, la cual está aislada, se cumple que el calor por conducción a través de la pared es cero, por lo cual:

$$q_{kl} = q_{cl} + q_{rl} = 0, \quad (2.34)$$

donde q_{c1} es el flujo de calor entre la pared y el fluido por conducción-convección, y q_{r1} es el flujo de calor resultado del intercambio radiativo entre esa pared y las otras superficies de la cavidad.

Despejando obtenemos:

$$k_a \left[\frac{\partial T}{\partial Y} \right]_{y=0} = q_{r1} \quad \text{en forma adimensional} \quad \left[\frac{\partial T}{\partial Y} \right]_{y=0} = N_r Q_{r1} \quad (2.35)$$

definiendo el termino adimensional “Parámetro de Radiación” como $N_r = \frac{\sigma T_H^4 L}{k_a (T_H - T_a)}$

y flujo de calor adimensional en la pared $Q_{r1} = \frac{q_{r1}}{\sigma T_H^4}$

Condición en la pared 2 o pared caliente

$$0 \leq Y \leq 1, X=0, T=1.0 \quad (2.36)$$

Pared 3, la cual está aislada por lo que se cumple que:

$$q_{k3} = q_{c3} + q_{r3} = 0 \quad (2.37)$$

Despejando obtenemos:

$$-k_a \left[\frac{\partial T}{\partial Y} \right]_{Y=1} = q_{r3} \quad \text{en forma adimensional} \quad \left[\frac{\partial T}{\partial Y} \right]_{Y=1} = N_r Q_{r3} \quad (2.38)$$

definiendo a $N_r = \frac{\sigma T_H^4 L}{k_a (T_H - T_a)}$ y $Q_{r3} = \frac{q_{r3}}{\sigma T_H^4}$

Debido a las ventajas que presentan usar el espacio confinado (como se analizó en el Capítulo 1 y se detallan en el Apéndice C), las condiciones en la pared 4 o sección abierta que se usaron en el presente estudio están basadas en los trabajos de Angirasa [4,5]. Quedando establecidas de la siguiente forma:

El fluido que entra a la cavidad tiene una temperatura $T = 0$ ya que es la temperatura del exterior. Por otra parte, se supone que la convección es el mecanismo de transporte

de calor que domina en la corriente de fluido que abandona la cavidad, por lo cual $\partial T/\partial X = 0$, físicamente esto significa que no se espera variación de la temperatura del fluido al abandonar la cavidad. Por otra parte, estudios anteriores muestran que las condiciones para la vorticidad que mejor convergen en esta frontera son equivalentes a las usadas para la temperatura [5], por lo que se consideró para el flujo de entrada $W=0$, y para el flujo de salida $\partial W/\partial X = 0$. Asimismo, la condición de frontera para la función corriente consiste en suponer que $\partial\psi/\partial X = 0$, para cualquier caso, es decir si el flujo esta entrado a la cavidad o si esta saliendo. Esto último impone que las líneas de corriente en el lado abierto sean paralelas, y físicamente significa que no se esperan cambios de dirección del fluido en la frontera. En el Apéndice C, se puede encontrar un análisis con mayor detalle para estas condiciones de frontera y para otras utilizadas por distintos autores.

Siguiendo la notación establecida, se tiene entonces, en el lado abierto de la cavidad las siguientes condiciones de frontera:

$$\begin{aligned}
 & \text{para } 0 \leq Y \leq 1, X=1, \\
 & \frac{\partial \psi}{\partial X} = 0, \quad V=0, \\
 & \text{Si el flujo entra a la cavidad } (U > 0) \text{ se tiene:} \\
 & T=0, \quad W=0 \\
 & \text{Si el flujo sale de la cavidad } (U < 0) \\
 & \frac{\partial T}{\partial X} = 0, \quad \frac{\partial W}{\partial X} = 0
 \end{aligned} \tag{2.39}$$

En resumen, las ecuaciones por resolver para el proceso de convección natural son las ecuaciones 2.27-2.30, sujetas a las condiciones de frontera definidas por las ecuaciones 2.31-33, 2.35, 2.36, 2.38 y 2.39. Las ecuaciones para el cálculo del intercambio radiativo son 2.17 - 2.20 para aplicarse en las ecuaciones 2.34 y 2.37. El algoritmo seguido, así como el método numérico utilizado, se presentan en el siguiente capítulo.

Solución numérica

Aquí se muestra el método numérico, así como el algoritmo utilizado para resolver las ecuaciones que gobiernan el fenómeno estudiado.

3.1 Método de Solución

Las ecuaciones 2.27, 2.29 y 2.30 bajo las condiciones de frontera discutidas en el capítulo anterior, fueron resueltas por **diferencias finitas** bajo el método **implícito de direcciones alternadas** denominado ADI (Alternating Direction Implicit). Este método es una variante del método implícito de Crank-Nicolson y el cual resulta ser muy eficiente especialmente para regiones rectangulares y fue desarrollado por Peaceman, Rachford y Douglas como lo señala Roache [47]. Este método se caracteriza por dividir el incremento del tiempo en dos medios pasos. Se resuelve para una de las variables espaciales en el primer medio paso y para la otra variable en el siguiente medio paso. Este procedimiento implica generar un conjunto de ecuaciones algebraicas que se tienen que resolver simultáneamente. Al discretizar las ecuaciones gobernantes se obtiene un sistema de matriz tridiagonal para cada medio paso del tiempo, el cual puede ser resuelto con algún método común de solución de matrices de este tipo.

Para cubrir el rango de Gr considerado en el estudio, se requiere usar un método que asegure la convergencia y la estabilidad de la solución [4,5], recordando que las ecuaciones a resolver son no-lineales. El método de primer orden de diferenciación adelantada (First Upwind Differencing Method) es usado para discretizar los términos convectivos y el de diferencias centradas para los términos difusivos. El FUDM consiste en utilizar diferencias atrasadas cuando la velocidad en un punto es positiva y diferencias adelantadas cuando la velocidad en ese nodo es negativa. Una de las ventajas de esta estrategia numérica es su estabilidad ya que el ADI es estable en el tamaño de malla y en el incremento de tiempo [8], y el FUDM ofrece estabilidad para los términos no lineales [47]. El error de truncamiento del método es $O(\Delta t^2, \Delta X, \Delta Y)$ [47].

3.2 Discretización del Dominio y Ecuaciones Nodales.

Definiendo $X = i\Delta X$, $i = 0, 1, 2, 3..M$; $Y = j\Delta Y$, $j = 1, 2, 3..N$; $t = k\Delta t$, $k = 0, 1, 2, \dots$, se tiene que las variables continuas U, V, W, Ψ y T se transforman en variables discretas $U_{i,j}^k, V_{i,j}^k, W_{i,j}^k, \Psi_{i,j}^k$, y $T_{i,j}^k$.

Discretizando la ecuación 2.30, para $t = k + 1/2$, y $U_{i,j} < 0$, se tiene:

$$\frac{T_{i,j}^{k+1/2} - T_{i,j}^k}{\frac{\Delta t}{2}} + U_{i,j}^k \frac{T_{i+1,j}^{k+1/2} - T_{i,j}^{k+1/2}}{\Delta X} + V_{i,j}^k \frac{T_{i,j+1}^k - T_{i,j-1}^k}{2\Delta Y} = \frac{1}{\text{Pr Gr}^{1/2}} \left[\frac{T_{i+1,j}^{k+1/2} - 2T_{i,j}^{k+1/2} + T_{i-1,j}^{k+1/2}}{\Delta X^2} + \frac{T_{i,j+1}^k - 2T_{i,j}^k + T_{i,j-1}^k}{\Delta Y^2} \right]$$

para este mismo paso del tiempo si $U_{i,j} > 0$ el termino convectivo queda:

$$U_{i,j}^k \frac{T_{i,j}^{k+1/2} - T_{i-1,j}^{k+1/2}}{\Delta X}$$

haciendo las factorizaciones pertinentes y agrupando las incógnitas del lado izquierdo de la ecuación se obtiene para el primer paso del tiempo:

$$A_i^k T_{i-1,j}^{k+1/2} + B_i^k T_{i,j}^{k+1/2} + C_i^k T_{i+1,j}^{k+1/2} = D_i^k \tag{3.1}$$

La ecuación anterior representa un sistema de ecuaciones algebraicas que forman un conjunto tridiagonal para cada medio paso del tiempo, donde se tiene un par de valores de los coeficientes dependiendo del valor de la velocidad en ese nodo.

Para $U_{i,j} < 0$:

$$A_i^k = -\frac{1}{\text{Pr Gr}^{1/2} \Delta X^2}, \quad B_i^k = \frac{2}{\Delta t} + \frac{2}{\text{Pr Gr}^{1/2} \Delta X^2} + \frac{U_{i,j}^k}{\Delta X}, \quad C_i^k = \frac{U_{i,j}^k}{2\Delta X} - \frac{1}{\text{Pr Gr}^{1/2} \Delta X^2}$$

y

$$D_i^k = \left[-\frac{V_{i,j}^k}{2\Delta Y} + \frac{1}{\text{Pr Gr}^{1/2} \Delta Y^2} \right] T_{i,j+1}^k + \left[\frac{2}{\Delta t} - \frac{2}{\text{Pr Gr}^{1/2} \Delta Y^2} \right] T_{i,j}^k + \left[\frac{V_{i,j}^k}{2\Delta Y} + \frac{1}{\text{Pr Gr}^{1/2} \Delta Y^2} \right] T_{i,j-1}^k$$

cuando $U_{i,j} > 0$.

$$A_i^k = -\frac{U_{i,j}^k}{\Delta X} - \frac{1}{\text{Pr Gr}^{1/2} \Delta X^2}, \quad B_i^k = \frac{2}{\Delta t} + \frac{2}{\text{Pr Gr}^{1/2} \Delta X^2} + \frac{U_{i,j}^k}{\Delta X}, \quad C_i^k = -\frac{1}{\text{Pr Gr}^{1/2} \Delta X^2}$$

$$D_i^k = \left[-\frac{V_{i,j}^k}{2\Delta Y} + \frac{1}{\text{Pr} Gr^{1/2} \Delta Y^2} \right] T_{i,j+1}^k + \left[\frac{2}{\Delta t} - \frac{2}{\text{Pr} Gr^{1/2} \Delta Y^2} \right] T_{i,j}^k + \left[\frac{V_{i,j}^k}{2\Delta Y} + \frac{1}{\text{Pr} Gr^{1/2} \Delta Y^2} \right] T_{i,j-1}^k$$

Siguiendo el mismo procedimiento del paso anterior se obtiene el segundo sistema de ecuaciones:

Para $t = k + 1$, y $V_{i,j} < 0$.

$$\frac{T_{i,j}^{k+1} - T_{i,j}^{k+1/2}}{\frac{\Delta \tau}{2}} + U_{i,j}^k \frac{T_{i+1,j}^{k+1/2} - T_{i-1,j}^{k+1/2}}{2\Delta X} + V_{i,j}^k \frac{T_{i,j+1}^{k+1} - T_{i,j}^{k+1}}{\Delta Y} = \frac{1}{\text{Pr} Gr^{1/2}} \left[\frac{T_{i+1,j}^{k+1/2} - 2T_{i,j}^{k+1/2} + T_{i-1,j}^{k+1/2}}{\Delta X^2} + \frac{T_{i,j+1}^{k+1} - 2T_{i,j}^{k+1} + T_{i,j-1}^{k+1}}{\Delta Y^2} \right]$$

Cuando la $V_{i,j} > 0$, se tiene que el termino convectivo es:

$$V_{i,j}^k \frac{T_{i,j}^{k+1} - T_{i,j-1}^{k+1}}{\Delta Y}$$

quedando la expresión del sistema de ecuaciones de la siguiente forma:

$$A_j^k T_{i,j-1}^{k+1} + B_j^k T_{i,j}^{k+1} + C_j^k T_{i,j+1}^{k+1} = D_j^{k+1/2} \quad (3.2)$$

Y los coeficientes

Si $V_{i,j} < 0$ se tiene que los coeficientes están dados por:

$$A_j^k = -\frac{1}{\text{Pr} Gr^{1/2} \Delta Y^2} \quad B_j^k = \frac{2}{\Delta \tau} + \frac{2}{\text{Pr} Gr^{1/2} \Delta Y^2} - \frac{V_{i,j}^k}{\Delta Y} \quad C_j^k = \frac{V_{i,j}^k}{\Delta Y} - \frac{1}{\text{Pr} Gr^{1/2} \Delta Y^2}$$

$$D_j^{k+1/2} = \left[-\frac{U_{i,j}^k}{2\Delta X} + \frac{1}{\text{Pr} Gr^{1/2} \Delta X^2} \right] T_{i+1,j}^{k+1/2} + \left[\frac{2}{\Delta t} - \frac{2}{\text{Pr} Gr^{1/2} \Delta X^2} \right] T_{i,j}^{k+1/2} + \left[\frac{U_{i,j}^k}{2\Delta X} + \frac{1}{\text{Pr} Gr^{1/2} \Delta X^2} \right] T_{i-1,j}^{k+1/2}$$

cuando $V_{i,j} > 0$.

$$A_j^k = -\frac{V_{i,j}^k}{\Delta Y} - \frac{1}{\text{Pr} Gr^{1/2} \Delta Y^2} \quad B_j^k = \frac{2}{\Delta t} + \frac{2}{\text{Pr} Gr^{1/2} \Delta Y^2} + \frac{V_{i,j}^k}{\Delta Y} \quad C_j^k = -\frac{1}{\text{Pr} Gr^{1/2} \Delta Y^2}$$

Discretizando la ecuación de la vorticidad 2.27 y siguiendo el mismo procedimiento que para la ecuación de la temperatura:

En forma ya condensada se obtiene:

Para $t = k + \frac{1}{2}$:

$$E_i^k W_{i-1,j}^{k+\frac{1}{2}} + F_i^k W_{i,j}^{k+\frac{1}{2}} + G_i^k W_{i+1,j}^{k+\frac{1}{2}} = H_i^k \quad (3.3)$$

Cuando $U_{ij} < 0$

$$E_i^k = -\frac{1}{Gr^{1/2} \Delta X^2} \quad F_i^k = \frac{2}{\Delta \tau} + \frac{2}{Gr^{1/2} \Delta X^2} - \frac{U_{i,j}^k}{\Delta X} \quad G_i^k = \frac{U_{i,j}^k}{\Delta X} - \frac{1}{Gr^{1/2} \Delta X^2}$$

Cuando $U_{ij} > 0$

$$E_i^k = -\frac{U_{i,j}^k}{\Delta X} - \frac{1}{Gr^{1/2} \Delta X^2} \quad F_i^k = \frac{2}{\Delta \tau} + \frac{2}{Gr^{1/2} \Delta X^2} + \frac{U_{i,j}^k}{\Delta X} \quad G_i^k = -\frac{1}{Gr^{1/2} \Delta X^2}$$

para ambos casos la expresión de los términos constantes es similar y esta dada por:

$$H_i^k = \left[-\frac{V_{i,j}^k}{2\Delta Y} + \frac{1}{Gr^{1/2} \Delta Y^2} \right] W_{i,j+1}^k + \left[\frac{2}{\Delta \tau} - \frac{2}{Gr^{1/2} \Delta Y^2} \right] W_{i,j}^k + \left[\frac{V_{i,j}^k}{2\Delta Y} + \frac{1}{Gr^{1/2} \Delta Y^2} \right] W_{i,j-1}^k + \sin(\phi) \left[\frac{T_{i+1,j}^k - T_{i-1,j}^k}{2\Delta X} \right] - \cos(\phi) \left[\frac{T_{i,j+1}^k - T_{i,j-1}^k}{2\Delta Y} \right]$$

Para el siguiente medio paso del tiempo $t = k + 1$,

$$E_j^k W_{i,j-1}^{k+1} + F_j^k W_{i,j}^{k+1} + G_j^k W_{i,j+1}^{k+1} = H_j^{k+\frac{1}{2}} \quad (3.4)$$

cuando $V_{ij} < 0$,

$$E_j^k = -\frac{1}{Gr^{1/2} \Delta Y^2} \quad F_j^k = \frac{2}{\Delta \tau} + \frac{2}{Gr^{1/2} \Delta Y^2} - \frac{V_{i,j}^k}{\Delta Y} \quad G_j^k = \frac{V_{i,j}^k}{\Delta Y} - \frac{1}{Gr^{1/2} \Delta Y^2}$$

cuando $V_{ij} > 0$,

$$E_j^k = -\frac{V_{i,j}^k}{\Delta Y} - \frac{1}{Gr^{1/2} \Delta Y^2} \quad F_j^k = \frac{2}{\Delta \tau} + \frac{2}{Gr^{1/2} \Delta Y^2} + \frac{V_{i,j}^k}{\Delta Y} \quad G_j^k = -\frac{1}{Gr^{1/2} \Delta Y^2}$$

para ambos casos la expresión de los términos constantes es similar y esta dada por:

$$H_j^{k+1/2} = \left[-\frac{U_{i,j}^k}{2\Delta X} + \frac{1}{Gr^{1/2}\Delta X^2} \right] W_{i+1,j}^{k+1/2} + \left[\frac{2}{\Delta\tau} - \frac{2}{Gr^{1/2}\Delta X^2} \right] W_{i,j}^{k+1/2} + \left[\frac{U_{i,j}^k}{2\Delta X} + \frac{1}{Gr^{1/2}\Delta X^2} \right] W_{i-1,j}^{k+1/2} + \text{sen}(\phi) \left[\frac{T_{i+1,j}^k - T_{i-1,j}^k}{2\Delta X} \right] - \text{cos}(\phi) \left[\frac{T_{i,j+1}^k - T_{i,j-1}^k}{2\Delta Y} \right]$$

La ecuación de la función corriente 2.29 es del tipo elíptico y es resuelta también con ADI, pero a diferencia de las ecuaciones anteriores de la temperatura y de la vorticidad, aquí no se tiene la dependencia del tiempo, por lo que el ADI se aplica primero en dirección X y posteriormente en dirección Y. En cada uno de estos pasos se genera un sistema matricial tridiagonal el cual es resuelto usando un esquema de eliminación gaussiana.

Se discretiza la ecuación 2.29 con derivadas centradas, usando los superíndices X y Y para distinguir en la dirección en la que se tiene el incremento.

$$\left(\frac{\Psi_{i+1,j}^x - \Psi_{i,j}^x + \Psi_{i-1,j}^x}{\Delta X^2} \right) + \left(\frac{\Psi_{i,j+1}^y - \Psi_{i,j}^y + \Psi_{i,j-1}^y}{\Delta Y^2} \right) = -W_{i,j}$$

resolviendo en dirección X,

$$A_i^x \Psi_{i-1,j}^x + B_i^x \Psi_{i,j}^x + C_i^x \Psi_{i+1,j}^x = D_i^x \tag{3.5}$$

donde los coeficientes están determinados por las siguientes expresiones:

$$A_i^x = \frac{1}{\Delta X^2}, \quad B_i^x = -2 \left(\frac{1}{\Delta X^2} + \frac{1}{\Delta Y^2} \right), \quad C_i^x = \frac{1}{\Delta X^2}$$

$$D_i^x = -\frac{1}{\Delta Y^2} (\Psi_{i,j+1}^y + \Psi_{i,j-1}^y) - W_{i,j}$$

Resolviendo para Y,

$$A_j^y \Psi_{i,j-1}^y + B_j^y \Psi_{i,j}^y + C_j^y \Psi_{i,j+1}^y = D_j^y \tag{3.6}$$

Los coeficientes estan dados por:

$$A_j^y = \frac{1}{\Delta Y^2}, B_j^y = -2 \left(\frac{1}{\Delta X^2} + \frac{1}{\Delta Y^2} \right), C_j^y = \frac{1}{\Delta Y^2}$$

$$D_j^y = -\frac{1}{\Delta X^2} (\psi_{i+1,j}^x + \psi_{i-1,j}^x) - W_{i,j}$$

3.3 Ecuaciones Nodales para las Frontera

En esta sección se muestran las expresiones utilizadas para evaluar las condiciones de frontera del sistema en los nodos correspondientes.

Las ecuaciones para la temperatura en los nodos frontera son:

Para $k + 1/2$, (paredes 2 y 4)

Para $i = 2$, se conoce que $T_{1,j} = 1.0$

$$B_2^k T_{2,j}^{k+1/2} + C_2^k T_{3,j}^{k-1/2} = D_2^k - A_2^k T_{1,j}^{k+1/2} \quad (3.7)$$

Para $i = M$, se tienen dos casos

$$\text{Caso I. } U_{M,j} < 0, T_{M+1,j} = 0 \quad A_M^k T_{M-1,j}^{k+1/2} + B_M^k T_{M,j}^{k+1/2} = D_M^k \quad (3.8)$$

$$\text{Caso II. } U_{M,j} > 0, T_{M+1,j} = T_{M,j} \quad A_M^k T_{M-1,j}^{k+1/2} + (B_M^k + C_M^k) T_{M,j}^{k+1/2} = D_M^k$$

Para $k + 1$, (paredes 1 y 3)

Para $j = 2$, $1 < i \leq M$, se calcula $T_{i,1}$ del balance radiativo tomando la diferencia adelantada de segundo orden de la ecuación 2.35 se obtiene:

$$\frac{-3T_{i,1}^k + 4T_{i,2}^k - T_{i,3}^k}{2\Delta Y} = N_r Q_{r1}$$

Despejando

$$T_{i,1}^k = -\frac{2}{3} \Delta Y N_r Q_{r1} + \frac{4}{3} T_{i,2}^k - \frac{1}{3} T_{i,3}^k$$

sustituyendo la anterior ecuación en la ecuación 3.2 se obtiene:

$$(A_2^k + B_2^k) T_{i,2}^{k+1} + \left(C_2^k - \frac{1}{3} A_2^k \right) T_{i,3}^{k+1} = D_2^{k+1/2} + \frac{2}{3} A_2^k \Delta Y N_r Q_{r1} \quad (3.9)$$

de igual forma para $j = N$ se obtiene:

$$\left(A_N^k - \frac{1}{3} C_V^k \right) T_{i,N-1}^{k+1} + \left(B_N^k - \frac{4}{3} C_N^k \right) T_{i,N}^{k+1} = D_N^{k+1/2} - \frac{2}{3} A_N^k \Delta Y N_r Q_{r3} \quad (3.10)$$

Las ecuaciones de los nodos frontera para la función corriente están dadas de la siguiente forma:

Resolviendo para las X

Cuando $i = 2$, se tiene que $\psi_{1,j}^{k+1} = 0$

$$B_1^x \psi_{1,j}^x + C_1^x \psi_{i+1,j}^x = D_1^x \quad (3.11)$$

Cuando $i = M$, se tiene dos casos:

$$\text{Caso I. } U_{M,j} < 0, \Psi_{M+1,j} = 0 \quad A_M^k \Psi_{M-1,j}^{k+1/2} + B_M^k \Psi_{M,j}^{k+1/2} = D_M^k \quad (3.12)$$

$$\text{Caso II. } U_{M,j} > 0, \Psi_{M+1,j} = \Psi_{M,j} \quad A_M^k \Psi_{M-1,j}^{k+1/2} + (B_M^k + C_M^k) \Psi_{M,j}^{k+1/2} = D_M^k$$

Resolviendo para las Y

Cuando $j = 2$, $\Psi_{i,1} = 0$

$$B_2^y \Psi_{i,2} + C_2^y \Psi_{i+1,j} = D_2^y$$

Cuando $j = N$, $\Psi_{i,N+1} = 0$

$$A_N^y \Psi_{i,N-1} + B_N^y \Psi_{i,N} = D_N^y$$

Las condiciones de frontera para la vorticidad en su forma nodal están dadas por la ecuación 2.33:

Para las i

$$\begin{aligned} W_{1,j}^{k+1} &= -\frac{2\Psi_{2,j}^k}{\Delta X^2} & \text{si } U_{M,j} < 0 & & W_{M+1,j}^{k+1} &= 0 \\ & & \text{si } U_{M,j} > 0 & & W_{M+1,j}^{k+1} &= W_{M,j}^{k+1} \end{aligned} \quad (3.13)$$

Para las j

$$W_{i,1}^{k+1} = -\frac{2\Psi_{i,2}^k}{\Delta Y^2} \quad W_{i,N+1}^{k+1} = -\frac{2\Psi_{i,N}^k}{\Delta Y^2}$$

Las ecuaciones nodales de vorticidad en las fronteras estarán dadas por:

Para $k + \frac{1}{2}$ paredes (2 y 4)

Cuando $i = 2$, se conoce $W_{1,j}$ por lo que la ecuación resultante es

$$F_2^k W_{2,j}^{k+\frac{1}{2}} + G_2^k W_{3,j}^{k+\frac{1}{2}} = H_2^k - E_2^k W_{1,j}^{k+\frac{1}{2}} \quad (3.14)$$

Cuando $i = M$ se tienen dos casos

$$\text{Caso I. } U_{M,j} < 0, W_{M+1,j} = 0 \quad E_M^k W_{M-1,j}^{k+\frac{1}{2}} + F_M^k W_{M,j}^{k+\frac{1}{2}} = H_2^k \quad (3.15)$$

$$\text{Caso II. } U_{M,j} > 0, W_{M+1,j} = W_{M,j} \quad E_M^k W_{M-1,j}^{k+\frac{1}{2}} + (F_M^k + G_M^k) W_{M,j}^{k+\frac{1}{2}} = H_M^k$$

Para $t = k + 1$, paredes (1 y 3)

Cuando $j = 2$, se calcula $W_{1,1}$

$$F_2^k W_{1,2}^{k+1} + G_2^k W_{1,3}^{k+1} = H_2^{k+\frac{1}{2}} - E_2^k W_{1,1}^{k+1} \quad (3.16)$$

Cuando $j = N$, se calcula $W_{1,N+1}$

$$F_N^k W_{1,N-1}^{k+1} + F_N^k W_{1,N}^{k+1} = H_N^{k+\frac{1}{2}} - G_N^k W_{1,N+1}^{k+1} \quad (3.17)$$

Las velocidades al interior de la cavidad fueron obtenidas de la representación de diferencias finitas centradas con órdenes de error $O(\Delta X^2)$ y $O(\Delta Y^2)$.

$$U_{i,j}^{n+1} = \frac{\Psi_{i,j+1}^{n+1} - \Psi_{i,j-1}^{n+1}}{2\Delta Y} \quad (3.18)$$

y

$$V_{i,j}^{n+1} = -\frac{\Psi_{i+1,j}^{n+1} - \Psi_{i-1,j}^{n+1}}{2\Delta X} \quad (3.19)$$

3.4 Número de Nusselt

El número local de Nusselt se calcula usando la definición de la ecuación 2.11 adimensionalizada y calculando el gradiente de temperatura en la pared con una diferencia finita de la siguiente forma:

$$Nu = -\left(\frac{\partial T}{\partial X}\right)_{x=0} = \frac{T_{1,j} - T_{2,j}}{\Delta X} \quad (3.20)$$

Y el valor del Nusselt promedio en toda la pared caliente se encuentra :

$$\overline{Nu} = -\frac{1}{H} \int_0^H \frac{\partial T}{\partial X} dY = -\frac{1}{H} \int_0^H \frac{T_{1,j} - T_{2,j}}{\Delta X} dY \quad (3.21)$$

Con el fin de cuantificar la contribución del término radiativo a la transferencia de calor en la cavidad se define el Nusselt radiativo de la siguiente forma:

$$\overline{Nu}_r = \left(\frac{q_{rad}}{q_{conv}} \right) Nu_c \quad (3.22)$$

donde $Q_{rad} = Q_{r2}$ es el calor que se pierde por radiación en la pared caliente o pared 2, y Q_{conv} es el calor perdido por la misma pared pero por convección. El número de Nusselt total será la suma de la contribución de cada mecanismo de transferencia de calor, es decir:

$$Nu_t = Nu_c + Nu_r \quad (3.23)$$

Expandiendo queda

$$\overline{Nu}_t = Nu_c + \left(\frac{q_{rad}}{q_{conv}} \right) Nu_c = Nu_c \left(1 + \frac{q_{rad}}{q_{conv}} \right) \quad (3.24)$$

3.5 Algoritmo de Solución

Para encontrar la solución de las ecuaciones que predicen la transferencia de calor en la cavidad abierta se siguió el procedimiento que a continuación se presenta. Se inicializó a $t=0$ el campo de temperatura y velocidad dentro de la cavidad, estableciéndose las condiciones iniciales 2.31 y 2.32, donde la temperatura en la pared caliente es $T = 1$. Se calcula el balance radiativo para establecer las condiciones de frontera en las paredes adiabáticas, donde se desconoce las temperaturas. Para el primer incremento del tiempo $t = t^1$ se resuelve las ecuaciones de energía, vorticidad y función corriente en ese orden. Para lo cual se procede con la siguiente secuencia: primero, las ecuaciones de energía 3.1 y 3.2, una vez con la información del campo de temperaturas se calculan las condiciones de frontera de la vorticidad con las ecuaciones 3.13-3.17 y se pasa a resolver la vorticidad

dada por las ecuaciones 3.3 y 3.4, para posteriormente resolver las ecuaciones 3.5 y 3.6 para obtener las líneas de corriente. Con la solución de la función corriente se calcula un nuevo campo de velocidades con las ecuaciones 3.18 y 3.19.

El procedimiento se repite para el siguiente paso del tiempo, y se podrá detener de dos formas: para un tiempo determinado o para estado estable utilizando criterios de convergencia para los campos de las distintas variables. Los criterios de convergencia se discutirán posteriormente. Finalmente con la información del campo de temperaturas se calcula el valor del número de Nusselt para las condiciones correspondientes.

Como se discutió anteriormente para calcular las condiciones de frontera para la temperatura en las paredes adiabáticas se requiere resolver el balance radiativo y obtener los valores de q_{r1} , q_{r2} , q_{r3} y q_{r4} , esto se logra resolviendo las ecuaciones de la radiosidad 2.17-2.20, utilizando un método iterativo de aproximaciones sucesivas. Se utilizó el mismo enmallado que para la solución de la convección. El cálculo inicia con la estimación de las radiosidades de las ecuaciones con la que se obtiene una distribución, que es a su vez es sustituida en las ecuaciones para obtener una nueva distribución, y así sucesivamente, hasta que la convergencia de la solución sea cuando el balance total se aproxime a cero. Los factores de configuración geométrica utilizados, así como su procedimiento de cálculo se detalla en el Apéndice B.

Se construyó un programa de cómputo en FORTRAN 90 para implementar el algoritmo descrito, el cual consiste básicamente en el programa principal donde se resuelven las ecuaciones de transporte y una subrutina para el cálculo del balance radiativo. En las figuras 3.1 y 3.2 se muestran los diagramas de flujo de los códigos desarrollados.

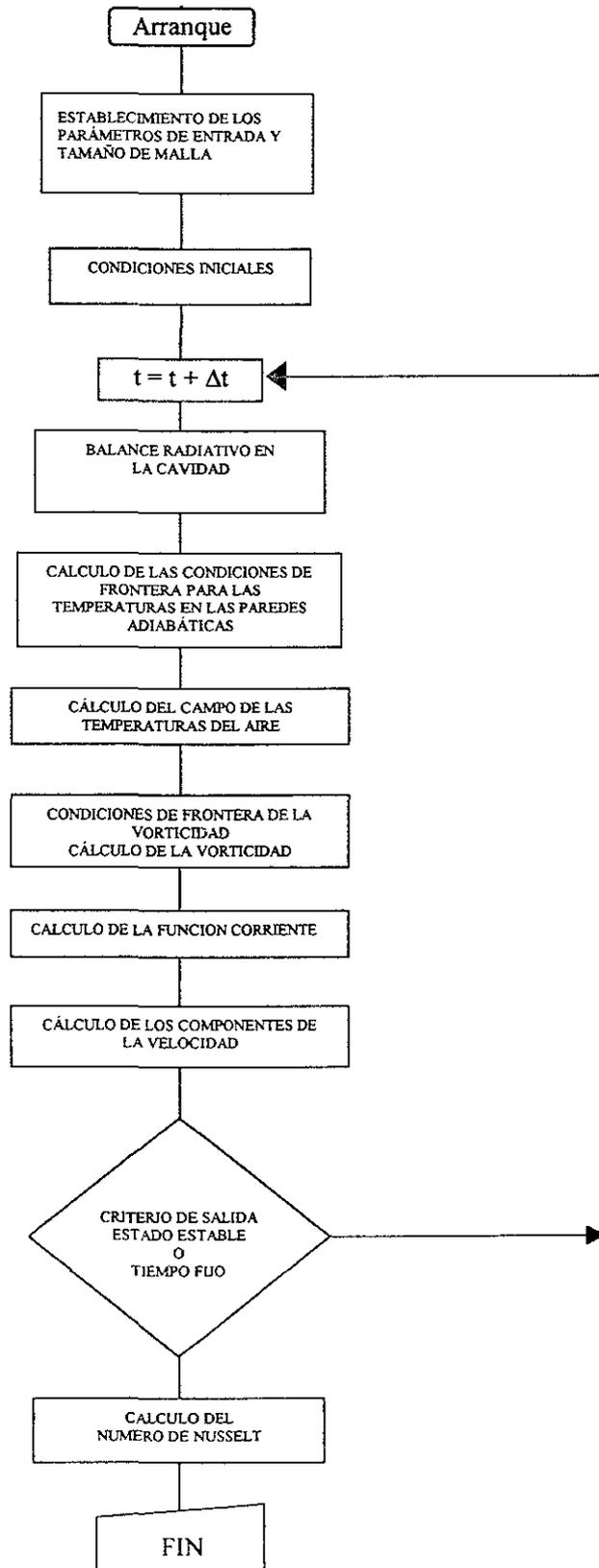


Figura 3.1 Diagrama de flujo del programa principal.

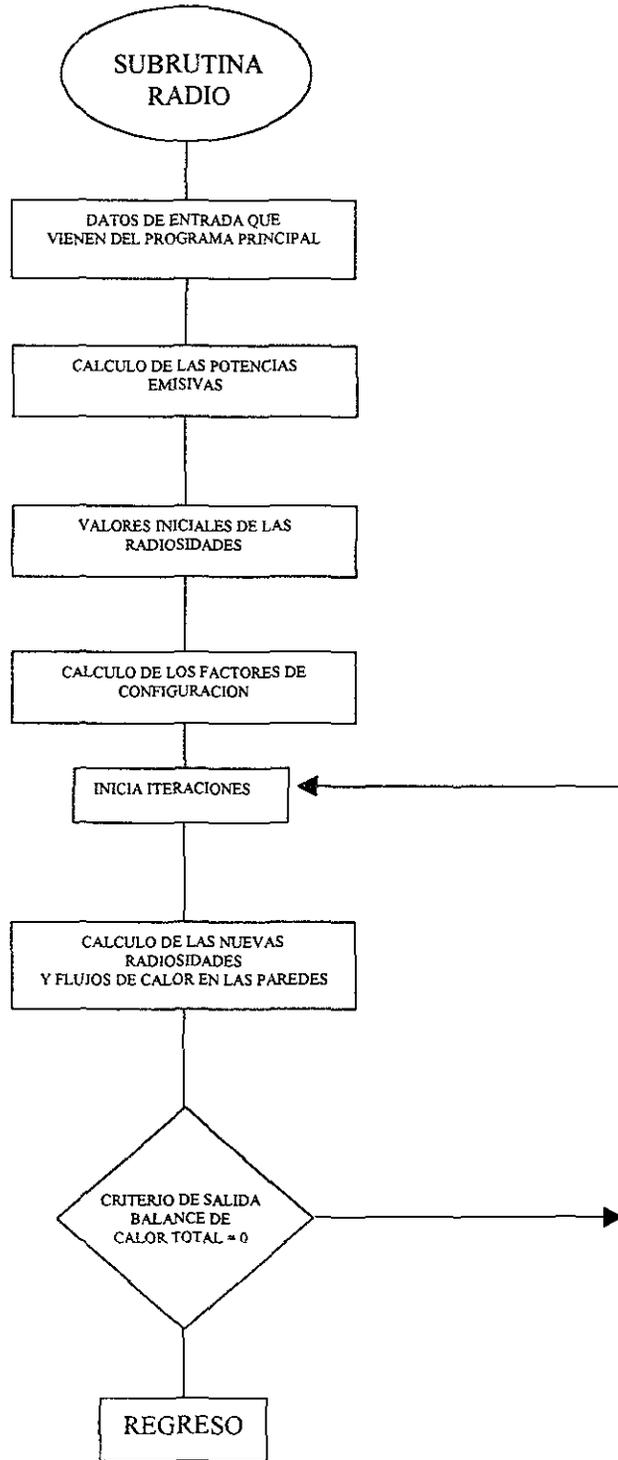


Figura 3.2 Diagrama de flujo de la subrutina para el cálculo del balance radiativo.

3.6 Estudio de la Convergencia del Método Numérico

Los esquemas numéricos utilizados para resolver ecuaciones diferenciales parciales deben cumplir con criterios de estabilidad y consistencia para que la solución sea convergente. El Teorema de Equivalencia de Lax establece que para ecuaciones lineales parciales la condición necesaria y suficiente para la convergencia es que la solución sea estable y consistente [47]. En la bibliografía especializada no se encontró un teorema equivalente al de Lax para ecuaciones no-lineales por lo que se usó éste como válido.

Los parámetros como incremento del paso del tiempo, el tamaño de malla, y los criterios de convergencia para diferentes valores del Gr fueron estudiados para encontrar aquellos valores que aseguraran un óptimo compromiso entre precisión y tiempo de cómputo.

El error numérico de la solución solo puede ser estimado a partir del esquema de aproximación usado, pero su validación puede ser establecida comparando los resultados con los resultados reportados por otros autores en estudios numéricos, así como por los resultados experimentales existentes.

3.6.1 Estudio de la independencia de malla

La consistencia de un esquema numérico de solución está relacionado con el refinamiento de malla. Se estudió la influencia de la densidad de la malla para convección natural con una orientación de 90° para un $Gr = 10^6$, $Pr = 1.0$, y un paso del tiempo $\Delta t = 0.01$. La figura 3.3 muestra los valores del número de Nusselt para diferentes mallas; a saber 11×11 , 21×21 , 31×31 , 41×41 , 51×51 y 61×61 . Se observa que la curva de los valores del Nusselt tiende asintóticamente a un valor, y el porcentaje de variación resulta ser muy pequeña (menor del 0.5 % de diferencia) como se observa en la Tabla 3.4 para mallas mayores de 51×51 .

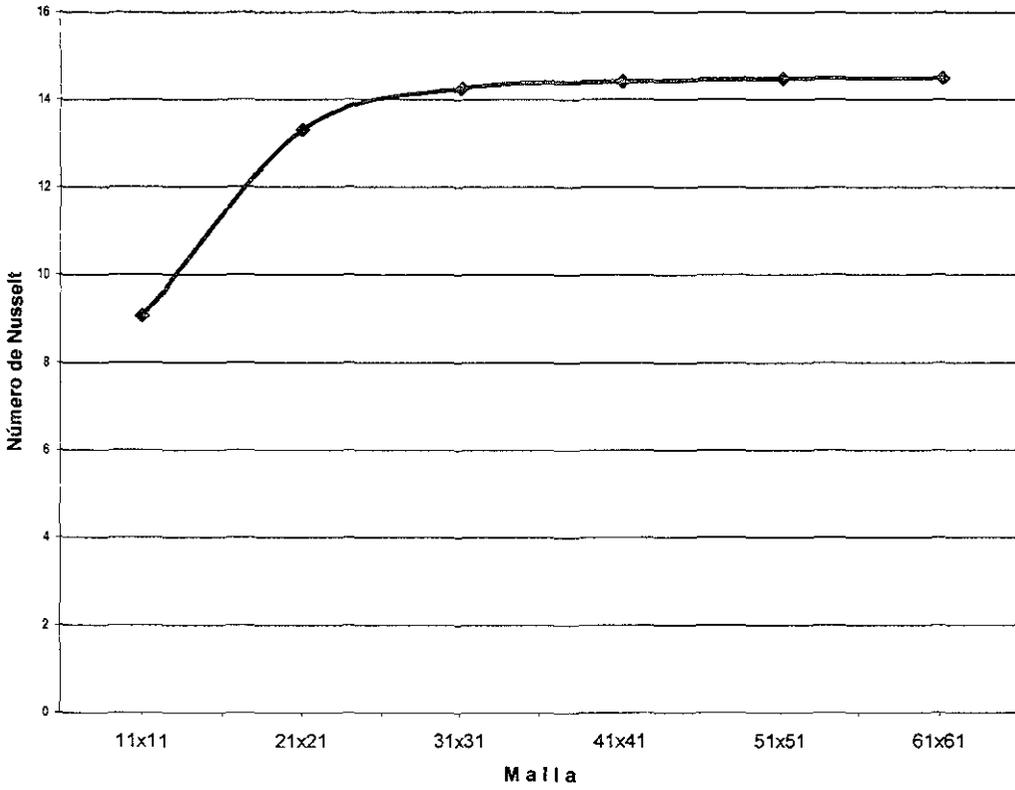


Figura 3.3 Variación del valor del Nusselt para distintos tamaños de malla.

Tabla 3.1 Influencia del refinamiento de malla sobre el valor del Nusselt para un $Gr = 10^6$.

Malla	Nu	% dif.
11x11	9.07	
21x21	13.308	31.85
31x31	14.264	6.70
41x41	14.413	1.03
51x51	14.48	0.46
61x61	14.486	0.04

Los gradientes de temperatura de la pared caliente fueron calculados para diferentes tamaños de malla. En la Figura 3.4 se muestra los gradientes a lo largo de toda la pared caliente para las distintos tamaños de malla, para mallas mayores de 51x51 el cambio es mínimo.

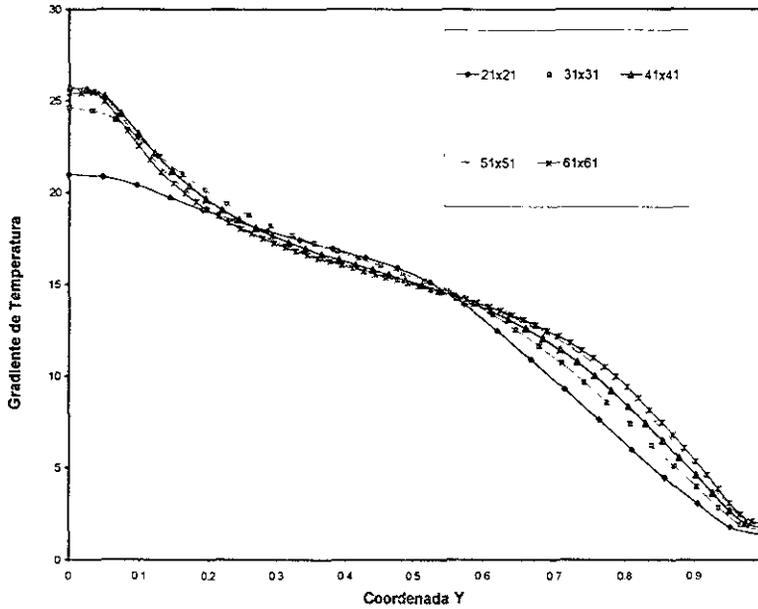


Figura 3.4 Gradientes de temperatura en la pared caliente.

También se estudió el efecto sobre la solución al refinar el incremento del paso del tiempo, obteniéndose una variación mínima debido a que el método numérico usado es implícito. La Tabla 3.2 muestra los valores de Nusselt calculados para diferentes incrementos del tiempo así como la variación porcentual para cada incremento. Los incrementos del tiempo fueron 0.1, 0.01, y 0.001, para un $Gr = 10^6$, $Pr = 1.0$, y una inclinación de la cavidad de 90° . De igual forma que en el estudio de refinamiento de malla espacial, se presentan los gradientes de temperatura de la pared caliente, ahora para diferentes incrementos del tiempo en la Figura 3.8, donde se observa la poca variación que se tiene después de un incremento de 0.01.

Tabla 3.2 Efecto del paso del tiempo en el valor del Nusselt.

delta t	Nu	% dif.
0.1	14.459	
0.01	14.486	0.186
0.001	14.493	0.048

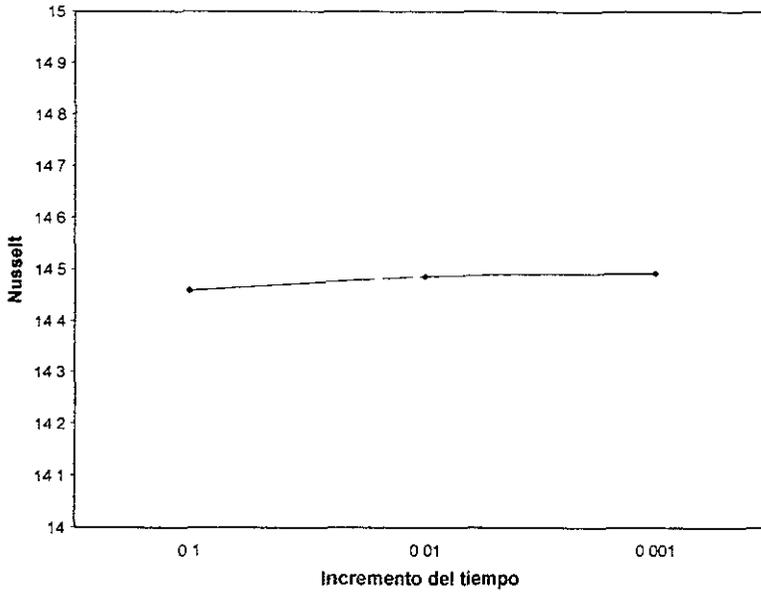


Figura 3.5 Variación del valor del Nusselt para diferentes pasos del tiempo.

3.6.2 Estudio de Estabilidad

La estabilidad de un esquema de solución numérica se establece cuando un error introducido en la ecuación diferencial no crece con la solución de las diferencias finitas. Existen varios procedimientos para realizar esta evaluación; quizás el más común sea el de Von Neumann, el cual consiste en introducir una línea de error en la condición inicial de la ecuación representado por una serie finita de Fourier. También se tiene el procedimiento heurístico; el cual consiste en introducir un error en la condición inicial y observar el comportamiento de los nodos vecinos, si el error no se difunde e incrementa el esquema es estable; por el contrario, si el error se difunde y se incrementa se dice que el sistema es inestable.

En este estudio, debido los resultados consistentes que obtuvo Alvarez [2], se decidió utilizar el método heurístico, introduciendo tres errores suficientemente grandes $T = 4$, lo cual implica 4 veces el valor máximo de la temperatura adimensional del problema que es de $T = 1$. En el conjunto de figuras 3.9 se muestra el efecto de las perturbaciones introducidas y se observa cómo con el paso del tiempo éstas van disminuyendo hasta desaparecer.

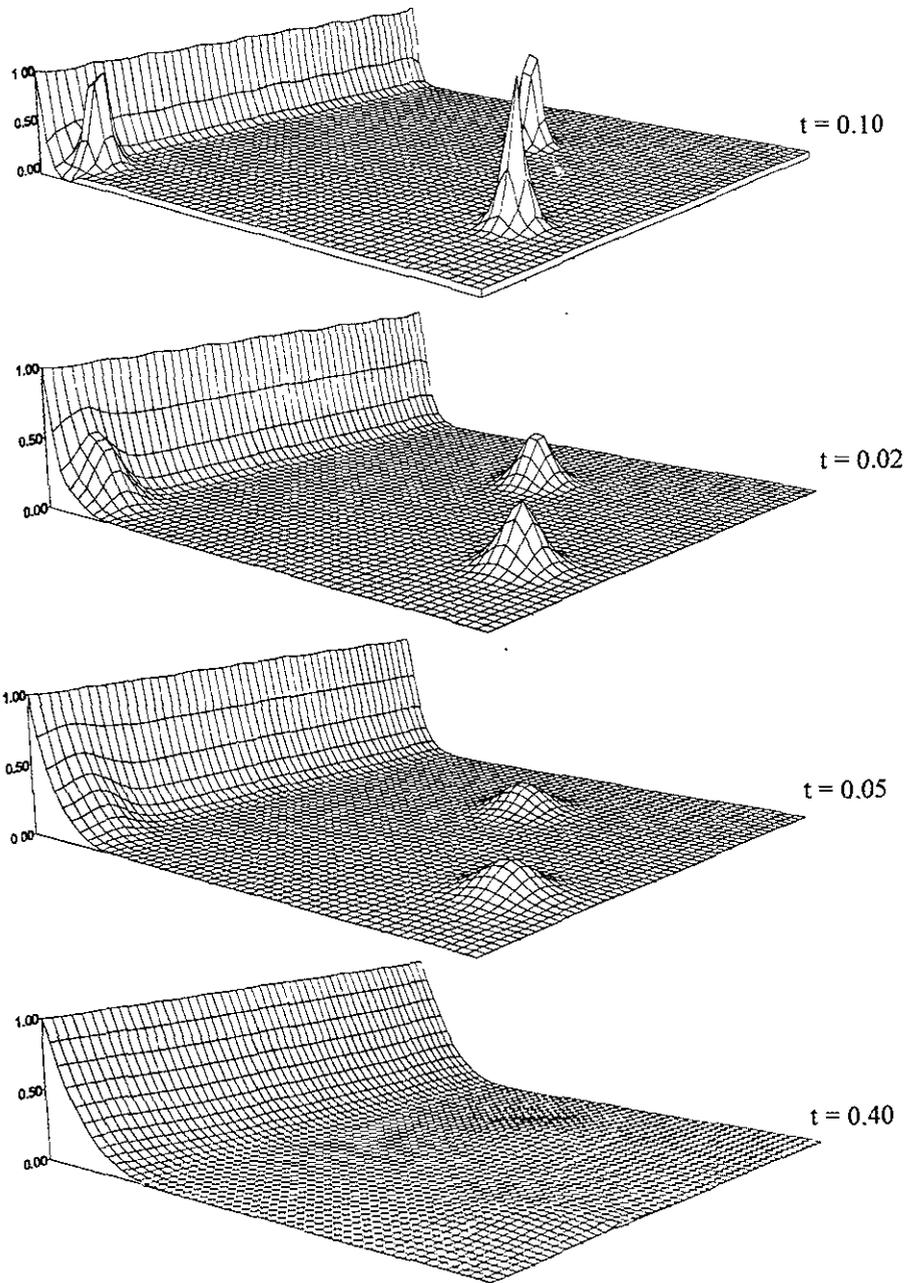


Figura 3.6 Dispersión de las perturbaciones introducidas en la condición inicial, para una malla de 41×41 con un $Gr = 104$.

3.7 Reducción del Problema a Casos Publicados

En esta sección se presentan los resultados obtenidos con el código construido con base en el algoritmo anteriormente descrito, para casos que aparecen reportados en la literatura especializada.

3.7.1 Convectivo

Existen en la literatura especializada trabajos publicados tanto numéricos como experimentales sobre la transferencia de calor en cavidades abiertas como se muestra en el Capítulo 1; la gran mayoría de estos trabajos sólo presentan el problema convectivo. Con el fin de validar el esquema numérico desarrollado en este trabajo se presentan comparaciones con los resultados reportados.

Resolviendo un problema para el cual solamente se considera convección natural en la cavidad abierta en un extremo con la pared vertical caliente a una temperatura adimensional igual a 1 y dos paredes adiabáticas horizontales, para este caso se tienen varios trabajos reportados, en la Tabla 3.10 se muestra los resultados de estudios numéricos para diferentes Ra y un $Pr = 1.0$.

Tabla 3.3 Comparación de valores del Nusselt calculados en el presente estudio con otros trabajos numéricos.

Ra	Nu Chan-Tien[17]	Nu Mohamad [42]	Nu Presente Estudio	% dif Chan & Tien	% dif Mohamad
1×10^3	1.07	1.31	1.1	2.73	16.03
1×10^4	3.41	3.44	3.07	9.97	10.76
1×10^5	7.69	7.41	7.16	6.89	3.37
1×10^6	15	14.36	14.5	3.33	0.97
1×10^7	28.6	28.6	26.8	6.29	6.29
1×10^8	56.8		45.61	19.70	

En la Figura 3.11 se muestran los campos de temperatura que para distintos valores del Gr obtuvo Angirasa [5], y en la Figura 3.12 los obtenidos en el presente trabajo. Es notoria la similitud cualitativa de estas distribuciones.

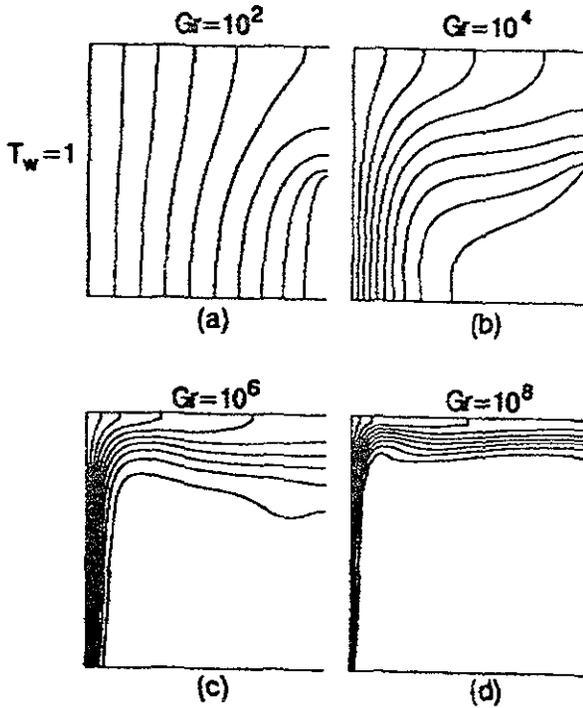


Figura 3.7 Isotérmicas calculadas por Angirasa et al [5]. Figura tomada de la referencia.

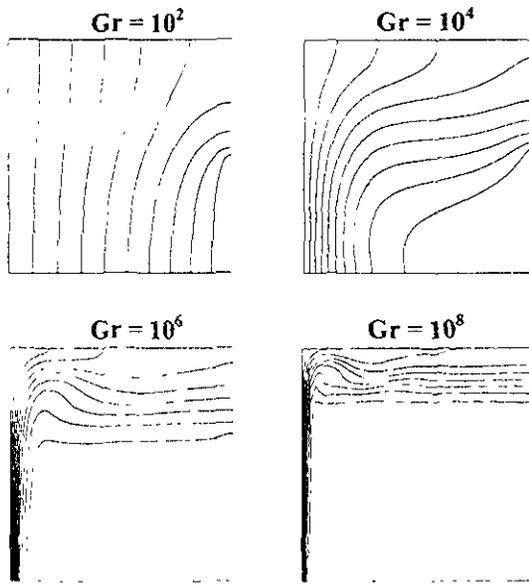


Figura 3.8 Isotermias calculadas en el presente estudio.

Para un $Gr = 10^6$ y $Pr = 1.0$ se tienen los valores del Nu reportados por varios autores Angirasa [5], Comini [15] y Balaji [6], de 14.39, 14.9 y 14.4 respectivamente, los cuales corresponden con muy buen acercamiento al valor de 14.5 encontrado en este trabajo.

También se compararon los valores de Nusselt obtenidos para distintas inclinaciones de la cavidad considerando solo la convección natural a un $Gr = 1.5 \times 10^4$ y un $Pr = 0.7$ ($Ra=1 \times 10^4$), la Tabla 3.13 muestra los valores reportados por Mohamad [42] y los obtenidos en el presente estudio, mostrando gran coincidencia entre los valores, ya que la mayor diferencia es de casi 11% con la inclinación de 90° , y la menor de 0.27% con una inclinación de 60° .

Tabla 3.4 Comparación de valores del Nusselt para $Ra = 1 \times 10^4$, con diferentes inclinaciones de la cavidad.

Inclinación	Nu Mohamad [42]	Nu Presente estudio	% diferencia
10°	2.57	2.82	8.87
30°	3.34	3.43	2.62
60°	3.7	3.69	0.27
90°	3.44	3.1	10.97

Después de hacer las anteriores comparaciones y revisando la consistencia de los resultados obtenidos se puede constatar la validez del procedimiento presentado, así como el código de programación desarrollado para el cálculo de la convección dentro de la cavidad.

3.7.2 Validación de la Subrutina Radiativa

Con el fin de validar el procedimiento de cálculo del balance radiativo se efectuaron varias pruebas; aquí se muestran dos; la primera para el caso de la cavidad con todas las paredes a una temperatura constante, y la segunda para el caso de la cavidad con dos paredes adiabáticas.

El caso típico de cavidad con las tres paredes a la misma temperatura y con una emisividad uno ($\epsilon = 1$), es decir, si la cavidad se comporta como “cuerpo negro” se espera entonces; que el calor que abandona la cavidad sea igual al calor que emitiría una superficie de cuerpo negro igual a la abertura, para una temperatura de 500 K en las paredes de la cavidad y de 300 K de los alrededores se obtiene un intercambio de calor de 3,084.48 W/m² mientras que el programa calcula un flujo radiativo que abandona la abertura de 3,084.4818 W/m². Este resultado muestra una diferencia muy pequeña menor del 0.2 % entre el valor calculado con un procedimiento estándar y el procedimiento de subdividir las paredes de la cavidad en múltiples segmentos, en este caso se usaron 30 subdivisiones.

El segundo caso fue el problema de tener una cavidad, también al vacío como el caso anterior, con dos paredes adiabáticas (pared 1 y 3) y con temperaturas de 500 K y 300 K en la pared caliente (pared 2) y en el ambiente (pared 4), respectivamente. Los perfiles de temperatura de las cuatro paredes se muestran en la Tabla 3.14, donde se observa que la distribución de temperaturas en las paredes adiabáticas (1 y 3) es la misma, lo cual concuerda con lo esperado, así como el hecho de que estas temperaturas se encuentran entre los valores de 500 K y 300 K correspondientes a los valores de las temperaturas de las paredes 2 y 4. Según la física del problema los flujos radiativos de las paredes 2 y 4 deben tener el mismo valor pero con signo contrario, dado que la única fuente de energía es la pared caliente 2 y el sumidero de energía es la pared 4, hecho que se cumple plenamente como se muestra en la Figura 3.15.

Tabla 3.5 Distribución de temperaturas en las paredes de la cavidad considerando paredes adiabáticas

Nodo	T1	T2	T3	T4
1	452.98	500.00	452.98	300.00
2	447.77	500.00	447.77	300.00
3	442.32	500.00	442.32	300.00
4	436.57	500.00	436.57	300.00
5	430.52	500.00	430.52	300.00
6	424.18	500.00	424.18	300.00
7	417.58	500.00	417.58	300.00
8	410.75	500.00	410.75	300.00
9	403.72	500.00	403.72	300.00
10	396.59	500.00	396.59	300.00

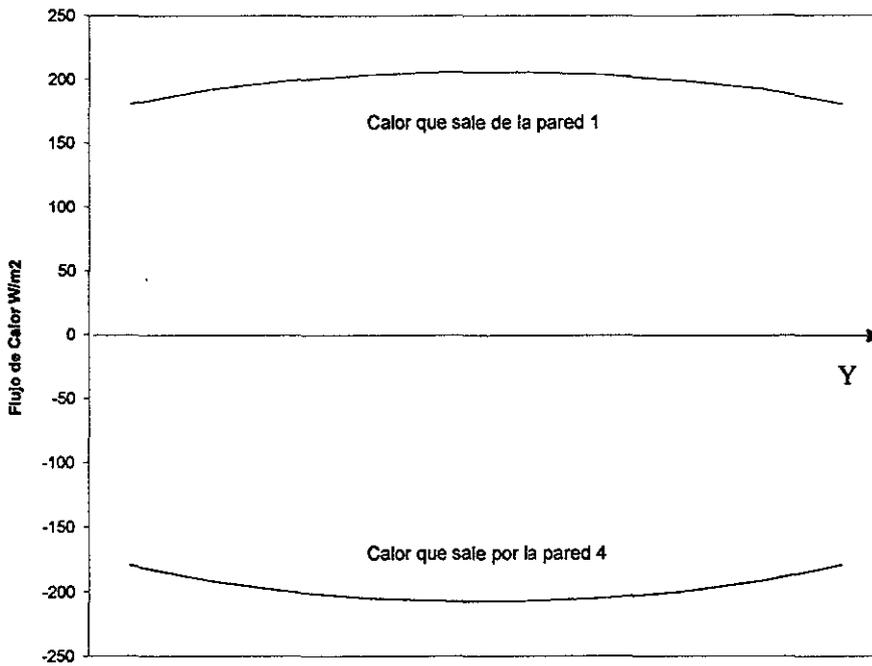


Figura 3.9 Gráfica de los flujos radiativos en la pared 2 y 4 para el caso dos.

En resumen, se ha implementado un método numérico que resuelve las ecuaciones de transporte convectivo y radiativo en una cavidad rectangular abierta. El código desarrollado se ha sometido a algunas pruebas para los casos convectivo y radiativo. Los resultados obtenidos dan confianza en el código que será usado para hacer el estudio paramétrico y determinar la influencia del transporte radiativo en el proceso de convección natural.

Resultados

En este capítulo se analizan los resultados obtenidos con los modelos convectivo (MC) y convectivo-radiativo (MCR) para diferentes casos. En la primera sección se discute el caso de la cavidad vertical, esto es, la cavidad con un ángulo de inclinación de 0° y para un número de $Gr = 10^4$. Aquí se apreciará claramente la diferencia entre los dos modelos. En la segunda sección se tratará el caso de la cavidad horizontal, esto es, la cavidad con un ángulo de 90° , para un número de Gr de 10^6 . La tercera sección trata el caso de la cavidad horizontal ($\phi = 90^\circ$) para varios números de Gr . En la cuarta sección se analizará el efecto que sobre el número de Nu tiene la variación en el ángulo de inclinación de la cavidad para distintos valores del Gr . En la quinta sección se presenta el caso de cavidad horizontal ($\phi = 90^\circ$) para diferentes números de Gr en estado transitorio.

4.1 Caso Cavidad Vertical, $\phi = 0^\circ$ con $Gr = 10^4$

Con el fin de ejemplificar el importante efecto que la componente radiativa tiene sobre la forma en que la cavidad abierta intercambia calor con los alrededores, en esta sección se presenta el caso de la cavidad con una orientación de 0° . De los diferentes ángulos estudiados para la orientación de la cavidad, el correspondiente a 0° , es decir con la cavidad viendo hacia arriba, muestra las diferencias más notables entre el MC y el MCR. En la Figura 4.1 se tiene un conjunto de gráficas en dos columnas, la columna de la izquierda representa los resultados de la simulación considerando solo la convección natural, la columna de la derecha los resultados obtenidos incluyendo la radiación. Ambas simulaciones fueron corridas hasta alcanzar el estado permanente, para un $Gr = 1 \times 10^4$ y un $Pr = 0.7$, la pared del fondo se mantuvo a $T = 1.0$, y las paredes laterales fueron consideradas adiabáticas. La primera gráfica (4.1a) presenta el campo de temperaturas, la segunda (4.1b) la distribución de líneas de corriente, la tercera (4.1c) la variación de la velocidad a la salida de la cavidad, y la cuarta gráfica (4.1d) la distribución de temperaturas

en las paredes verticales. En la gráfica 4.1a se observan las isotermas que impulsadas por la fuerza de flotación se elevan por el centro de la cavidad hasta alcanzar la salida; por el contrario dos corrientes de flujo frío entran por los lados de las paredes desplazando las isotermas hacia abajo. La gráfica 4.2b muestra dos celdas formadas por las líneas de corriente y que giran en sentido inverso de rotación entre sí; éstas celdas muestran como se desplaza el fluido dentro de la cavidad; una columna de fluido caliente se eleva por el centro de la cavidad mientras que dos corrientes laterales frías se introducen a la cavidad por las paredes de la misma. El efecto que estos flujos tienen sobre la componente U de la velocidad se puede observar en detalle en la Figura 4.1c donde se tiene la distribución de la velocidad en dirección x a la salida de la cavidad. Dado el sistema de referencia de coordenadas utilizado, se tiene que la velocidad es positiva hacia la salida de la cavidad; por el contrario la velocidad es negativa hacia el interior de la cavidad. Esta distribución de velocidades muestra como la máxima velocidad la alcanza el fluido en el centro de la cavidad para ir disminuyendo conforme se va alejando del centro en dirección a las paredes y en un determinado punto la velocidad se hace negativa lo que indica un cambio de dirección; en este punto el fluido ya no está abandonando la cavidad sino por el contrario se invierte su dirección y por estas regiones existe una entrada o alimentación de fluido a la cavidad. Se tiene un “máximo” de velocidad negativa y conforme se aproxima a la pared la velocidad disminuye hasta cero, que es la condición de frontera de no-desplazamiento para la velocidad. La gráfica 4.1d muestra la distribución de temperaturas en las paredes verticales de la cavidad (sujetas en este caso a la condición adiabática); se aprecia que la temperatura varía desde el punto que se encuentra junto a la pared caliente donde $T=1.0$, hasta $T=0$ en el extremo frío de la cavidad; la curva de distribución presenta una disminución rápida de temperatura en la primera mitad de la longitud de la cavidad para posteriormente ir disminuyendo lentamente hasta alcanzar el mínimo valor en el extremo de la pared.

En la gráfica 4.1e correspondiente a las isolíneas de temperatura para la cavidad cuando se ha incluido el balance radiativo, la distribución de temperatura presenta un comportamiento inverso al que se tiene en la Figura 4.1a. En este caso las paredes laterales se calientan debido a que se encuentran recibiendo flujo radiativo de la pared caliente, la temperatura en estos puntos es mayor que la temperatura del fluido con el que están en

contacto, lo que permite una transferencia de calor conductiva-convectiva al fluido que ha su vez al calentarse disminuye su densidad originando con esto fuerzas de flotación que impulsan al fluido en un movimiento ascendente por las paredes, en contraste al otro caso estudiado que lo hace por el centro de la cavidad. Al ascender el fluido por las paredes y al abandonar la cavidad, obliga la entrada de fluido frío por el centro de la cavidad buscando ocupar el vacío dejado por el fluido caliente que abandonó la cavidad.

En la gráfica 4.1f, correspondiente a las líneas de corriente, se observa la formación de dos celdas al igual que la gráfica 4.1b, sin embargo, en este caso el giro de las celdas tiene dirección contraria entre sí, ya que las direcciones de las corrientes del fluido son a su vez en sentido contrario. En la gráfica 4.1g se presenta la distribución de velocidad en dirección x a la salida de la cavidad; como es de esperarse se tiene un comportamiento inverso al mostrado por la simulación del MC teniéndose valores máximos de la velocidad U cerca de las paredes adiabáticas, y un mínimo en el centro con dirección contraria. Finalmente se tiene que en la gráfica 4.1h correspondiente a la distribución de la temperatura adiabáticas, en las paredes se observa que la curva tiene una pendiente menor de la mostrada para el caso convectivo y nunca la temperatura alcanza el valor de cero.

En resumen, es posible concluir que existen dos efectos principales al comparar el modelo convectivo (MC) y el modelo convectivo-radiativo (MCR). Un efecto se da sobre las temperaturas de las paredes adiabáticas (la temperatura promedio de la pared es más alta con el MCR). El segundo efecto se da sobre el patrón de flujo al cambiar la dirección y la magnitud de las velocidades dentro de la cavidad.

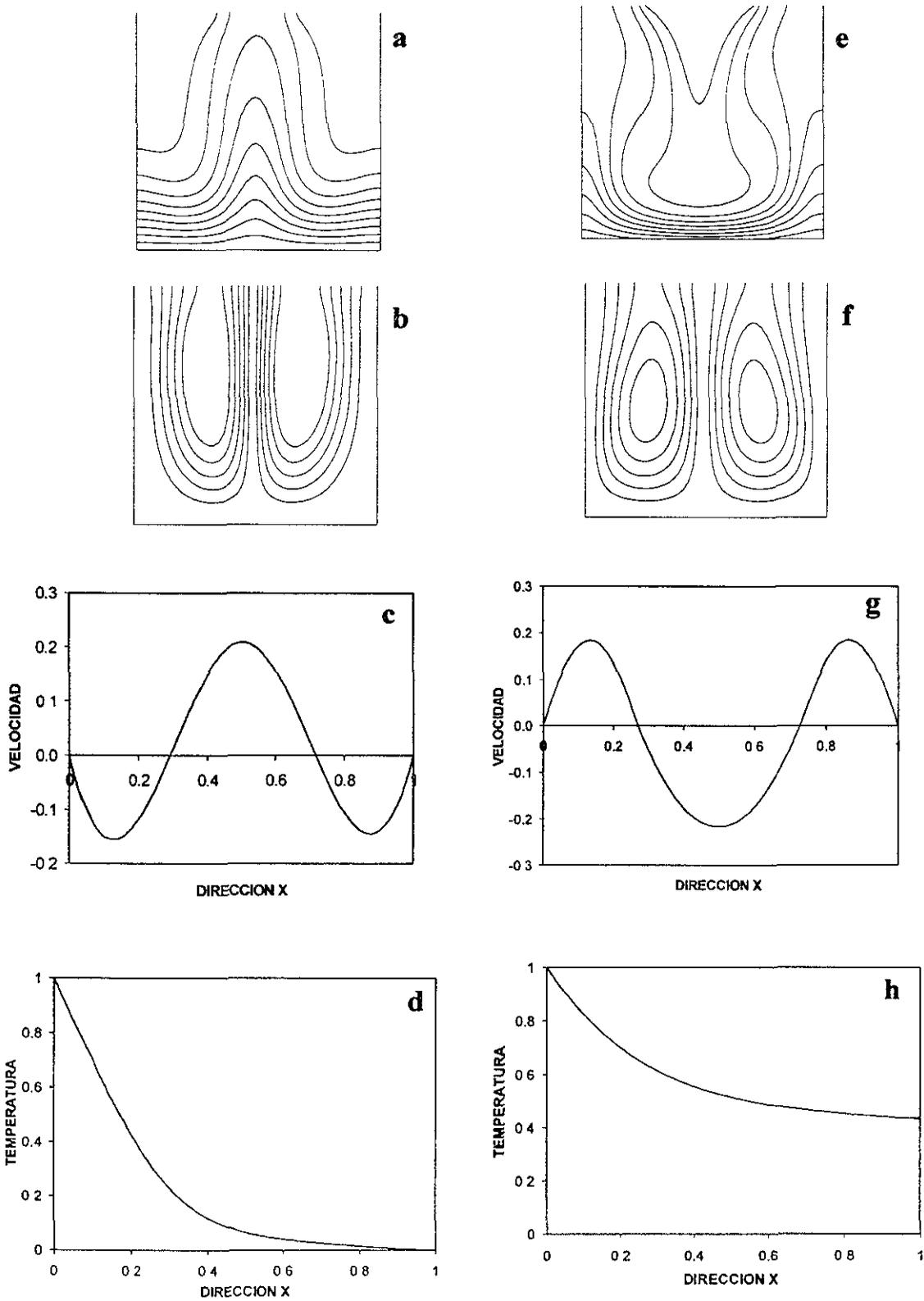


Figura 4.1 Conjunto de gráficas comparativas entre los modelos; convectivo (columna izquierda gráficas a, b, c y d), y convectivo-radiativo (columna derecha gráficas e, f, g y h), para un $Gr=10^4$.

La Figura 4.2a muestra una fotografía de un interferograma tomado por Jacob [30] para una cavidad abierta con 0° grados de inclinación para un $Gr = 1 \times 10^4$ en donde las líneas oscuras representan las isotermas. La Figura 4.2b presenta las isotermas obtenidas de la simulación del MC y la Figura 4.2c presenta las isotermas del MCR. Al comparar las tres figuras resulta obvio que el MC falla en tratar de predecir este caso; por el contrario se observa la gran semejanza que presenta los resultados del MCR con los resultados experimentales.

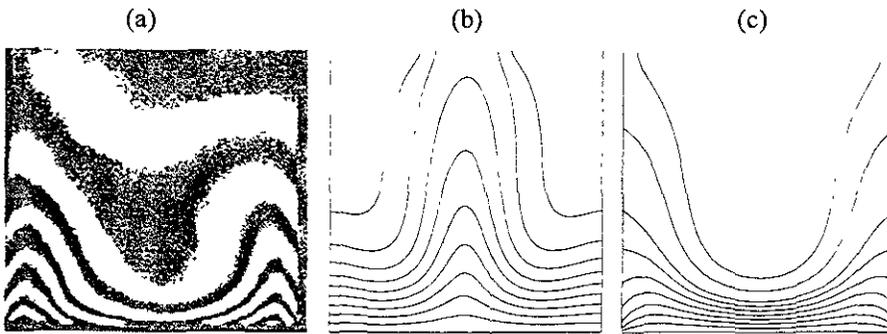


Figura 4.2 Isolíneas de temperaturas: (a) interferograma, (b) modelo convectivo y (c) modelo convectivo-radiativo.

Al hacer la comparación entre los resultados de ambos modelos es posible concluir la importancia cualitativa, hasta este momento, que tiene el incluir el balance radiativo en las simulaciones de la transferencia de calor en cavidades abiertas.

4.2 Caso Cavidad Horizontal, $\phi = 90^\circ$ con $Gr = 10^6$.

En el Capítulo 3, con el fin de validar el procedimiento numérico se presentaron resultados para la cavidad horizontal en estado estable con el MC (Figura 3.12). En esta sección se presentan algunos de esos resultados comparados con los resultados obtenidos de la simulación para estado estable con el MCR. El primer conjunto de gráficas mostradas en la Figura 4.3 son los resultados obtenidos para un $Gr = 10^6$ y un $Pr = 0.7$; las gráficas de la columna izquierda corresponden al MC, mientras que las gráficas de la columna derecha para el MCR. Los contornos del campo de temperaturas se muestran en las gráficas 4.3a y 4.3d donde se observa que las isolíneas de temperatura para el caso del MC aparecen prácticamente pegadas a la pared caliente en la parte inferior de la cavidad mostrando la aparición de la capa límite térmica, la cual al ir subiendo se ve forzada a doblar buscando la

salida superior de la cavidad, por donde el fluido caliente abandona la cavidad. En la parte superior de la cavidad se forma una estratificación de la temperatura que ocupa más de un treinta por ciento del volumen total de la cavidad (en secciones posteriores se retomará este punto con mayor profundidad). Por otra parte, las isoterms del MCR (Figura 4.3d) inician en el borde de la pared por donde el fluido entra a la cavidad, ya que la pared inferior se encuentra recibiendo calor radiativo de la pared caliente y a su vez lo cede al fluido.

Las isolíneas de la función corriente se muestran en las Figura 4.3b y 4.3e para los modelos convectivo y convectivo-radiativo, respectivamente. No existe una diferencia muy marcada entre ambos patrones de flujo como se observa en las gráficas señaladas, salvo que las líneas de función corriente a la entrada del fluido son más rectas para el MCR.

Las Figuras 4.3c y 4.3f muestran el campo de velocidades de la cavidad en forma vectorial, el tamaño del vector es proporcional a su magnitud y la inclinación la dirección de la velocidad resultante. En estas gráficas resulta fácil observar el sentido del flujo que se establece en la cavidad; se tiene entonces dos regiones perfectamente delimitadas: una dada por la parte inferior de la cavidad por donde el fluido frío se introduce y desplaza o empuja al fluido que ha sido calentado, y la otra parte dada por el fluido caliente que al adquirir velocidad empujado por la fuerza de flotación llega a la parte media superior de la cavidad donde presenta las máximas velocidades, para posteriormente tener un cambio de dirección lo que ocasiona una desaceleración del fluido y finalmente la salida de éste de la cavidad.

En las Figuras 4.4 y 4.5 se presentan las distribuciones de la componente U de la velocidad en $X = 0.5$ y en $X = 1.0$, respectivamente para los dos modelos MC y MCR. En la Figura 4.4 se observa que las máximas velocidades en dirección x se obtienen en la parte superior de la cavidad cuando el fluido ya ha aumentado su temperatura y ésta dirigiéndose a la salida. En la gráfica 4.5 se presenta el perfil final de entrada y salida del fluido representado por la velocidad en X. Aquí, como se comentó anteriormente se identifican las dos áreas del flujo: la de entrada de aire frío que ocupa aproximadamente el 60% de la abertura y el área de salida que ocupa el 40 % restante, para ambos casos. Se observa que el flujo para el MC tiene más definido el perfil parabólico, mientras que el flujo para el MCR

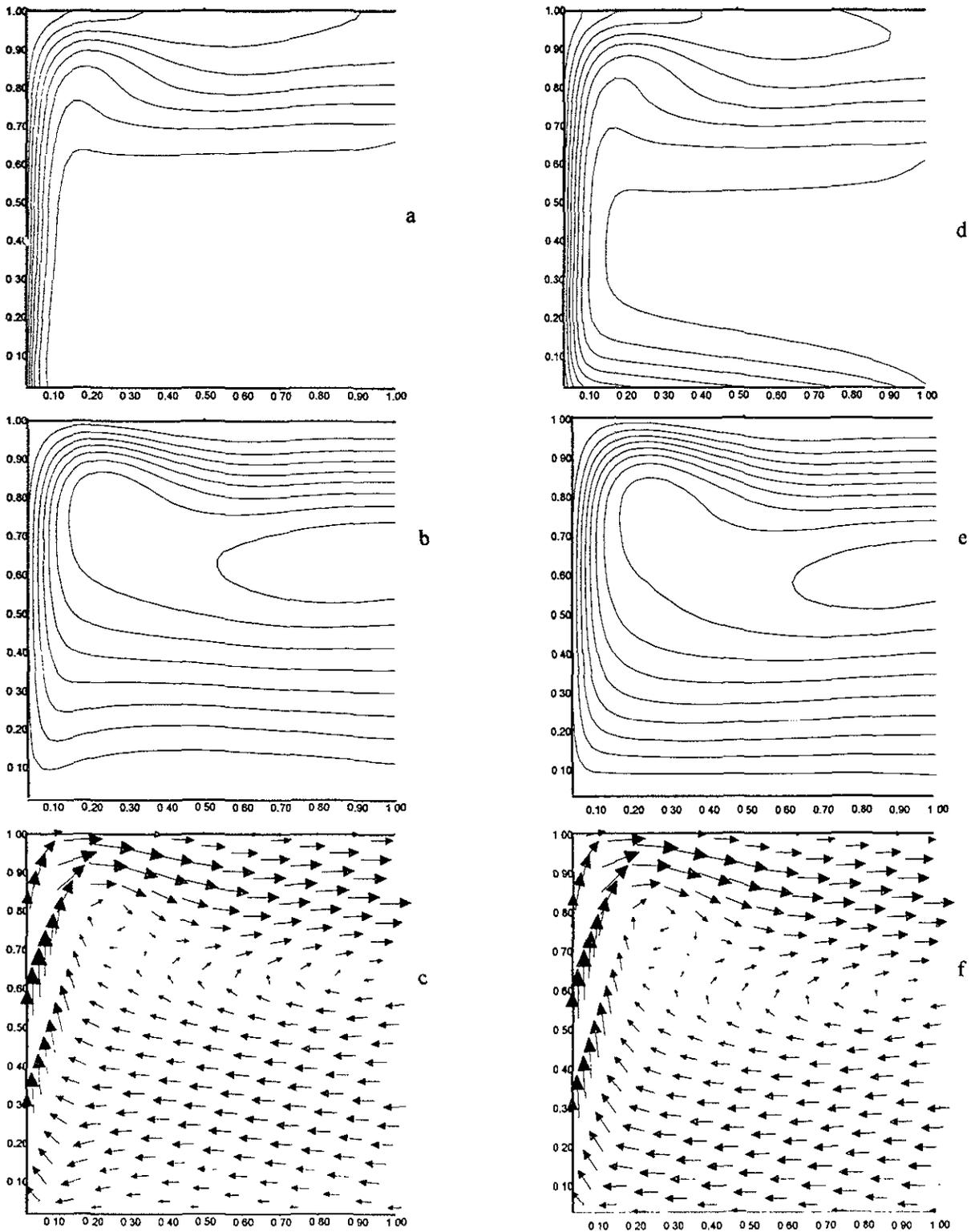


Figura 4.3 Comparación entre los modelos convectivo y convectivo-radiativo para los campos de temperatura (a, d), de la función corriente (b, e) y de velocidad (c, f), para un $Gr = 10^6$.

afectado quizás por la capa límite térmica formada con la pared inferior se adelanta y se deforma presentando mayores velocidades que las obtenidas por el MC. En la parte superior los dos modelos se asemejan mucho, presentando perfiles parabólicos alargados prácticamente con las mismas velocidades.

Con respecto a la componente V de la velocidad, se presentan en la Figura 4.6 una serie de gráficas con los perfiles de la velocidad a diferentes alturas. Como es de esperarse las magnitudes más grandes de la velocidad son de la componente V , y se encuentran dentro de la capa límite térmica formada en las inmediaciones de la pared caliente. El fluido que inicia con una pequeña velocidad en las partes bajas de la pared caliente adquiere velocidad al irse calentando impulsado por las fuerzas de flotación, llegando a tener un máximo de velocidad a una altura de aproximadamente 0.7 de la cavidad. Posteriormente el fluido disminuye la velocidad al cambiar de dirección buscando la salida de la cavidad.

En las Figuras 4.7 y 4.8 son graficadas las distribuciones de temperatura en las paredes aisladas térmicamente (paredes 1 y 3), obtenidas con el MC y el MCR respectivamente. El efecto de incluir la radiación se hace evidente al observar que mientras las temperaturas en la pared 1 con el MC decrecen rápidamente llegado a cero en las proximidades de la pared caliente; es decir, para pequeñas distancias en "X", en el MCR la temperatura es mayor de cero a todo lo largo de la pared, esto solo se explica por las ganancias de calor radiativas. Por otra parte, la temperatura en la pared 3 con el MC presenta una curva de suave pendiente, es decir, sin disminuciones bruscas como las observadas en la pared 1, llegando lentamente a valores de temperatura adimensional de 0.6, esto se debe a que el fluido caliente transfiere calor por convección a esta pared haciendo que la temperatura se incremente. Para el MCR la temperatura de la pared 1 sigue un comportamiento similar al mostrado con el MC pero al final de la pared desciende hasta valores menores de 0.6, esto es debido a que la pared está perdiendo calor por radiación hacia la abertura de la cavidad.

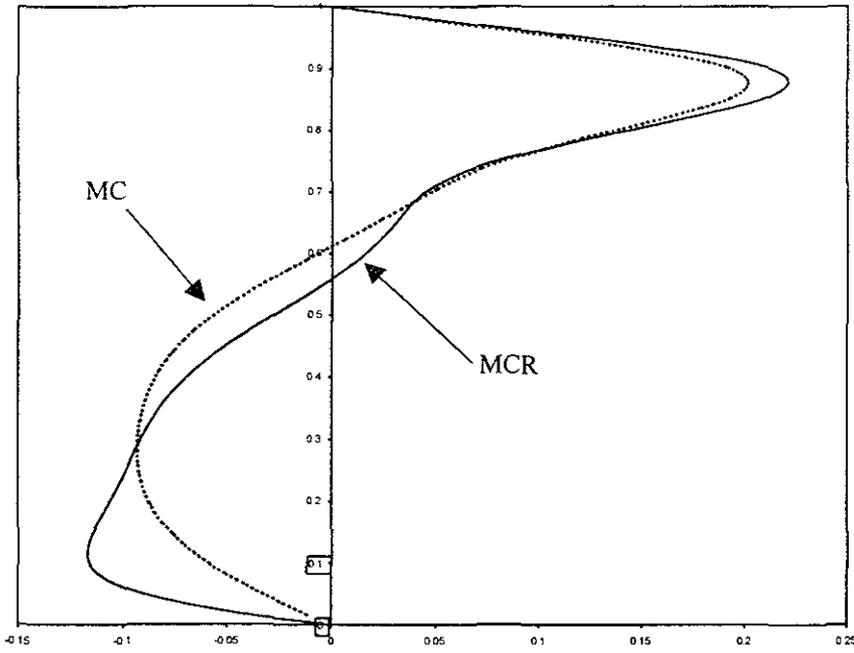


Figura 4.4 Distribución de la componente U de la velocidad en $X = 0.5$, para ambos modelos.

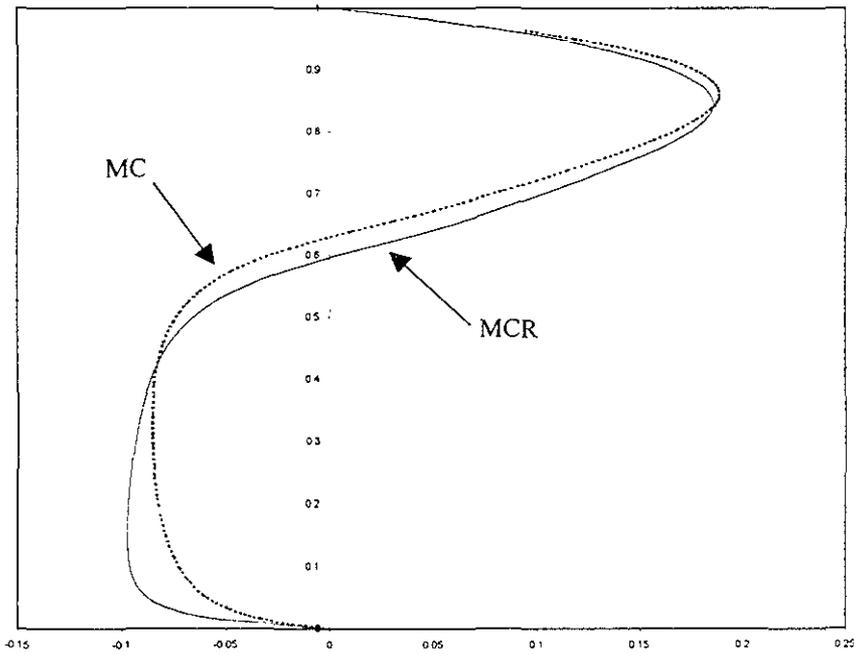


Figura 4.5 Distribución de la componente U de la velocidad en $X = 1.0$, para ambos modelos.

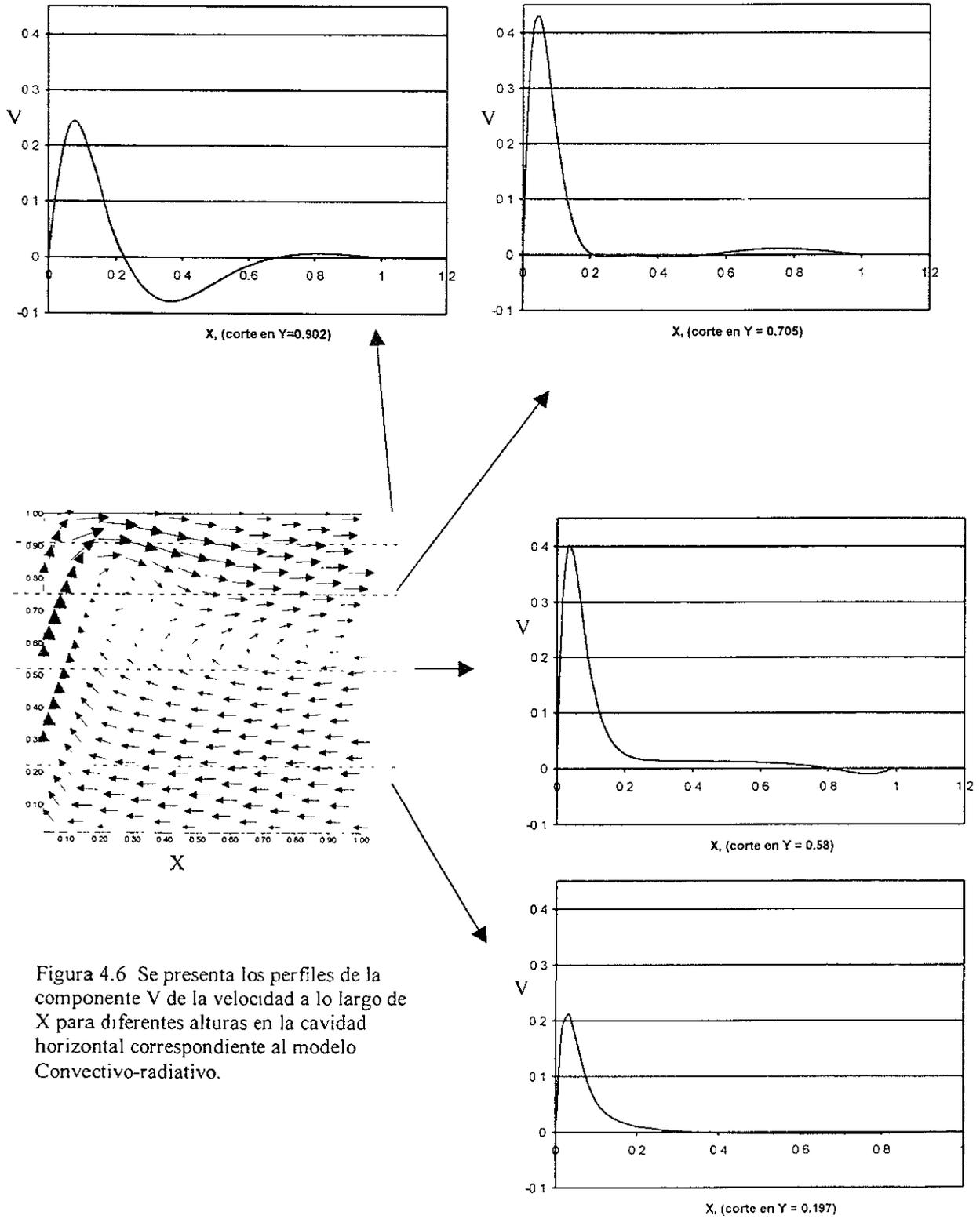


Figura 4.6 Se presenta los perfiles de la componente V de la velocidad a lo largo de X para diferentes alturas en la cavidad horizontal correspondiente al modelo Convectivo-radiativo.

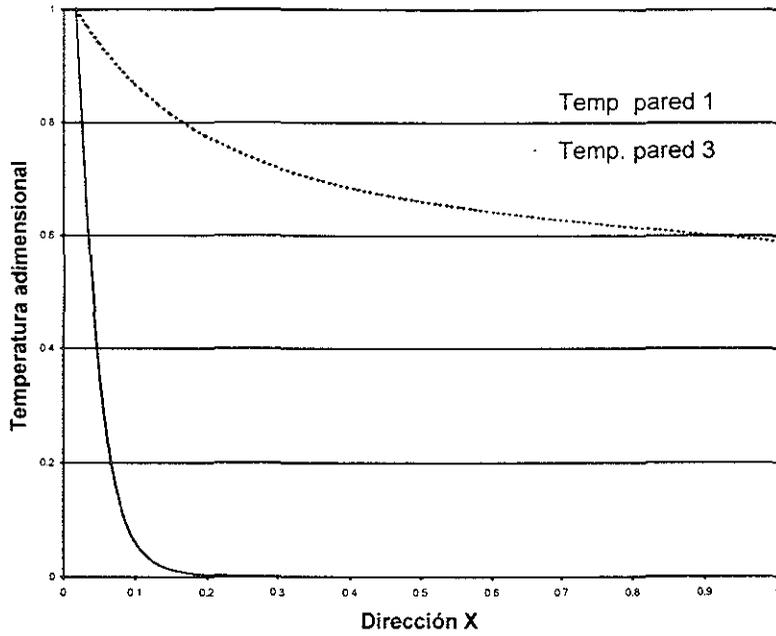


Figura 4.7 Distribución de temperatura en las paredes aisladas obtenido con el modelo convectivo.

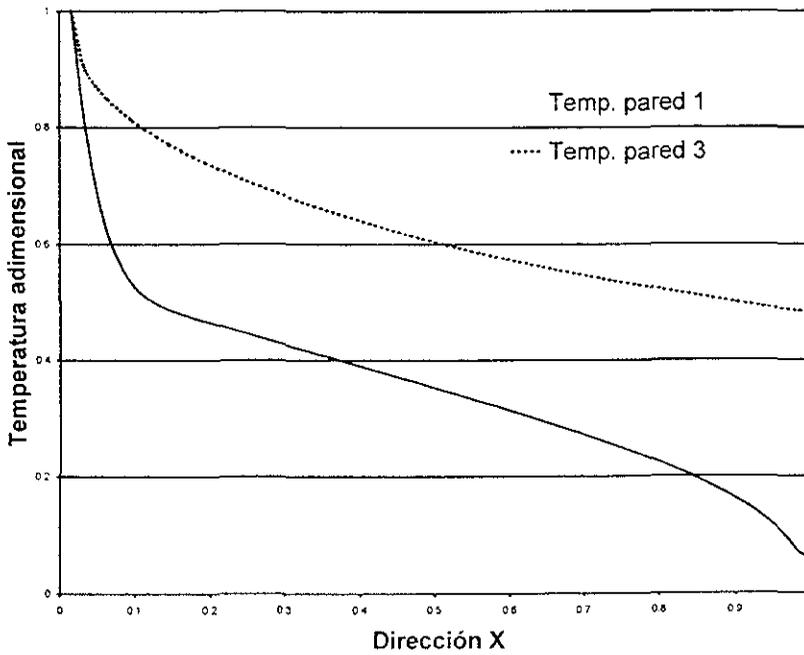


Figura 4.8 Distribución de la temperatura en las paredes aisladas obtenido con el modelo convectivo-radiativo.

4.3 Caso Cavidad Horizontal, $\phi = 90^\circ$ para Diferentes Números de Gr.

En esta sección se presentan los resultados obtenidos para la cavidad horizontal con ambos modelos MC y MCR para diferentes números de Gr, así como la comparación con valores reportados en la literatura especializada.

4.3.1 Cavidad Horizontal $\phi = 90^\circ$ para Diferentes Números de Gr.

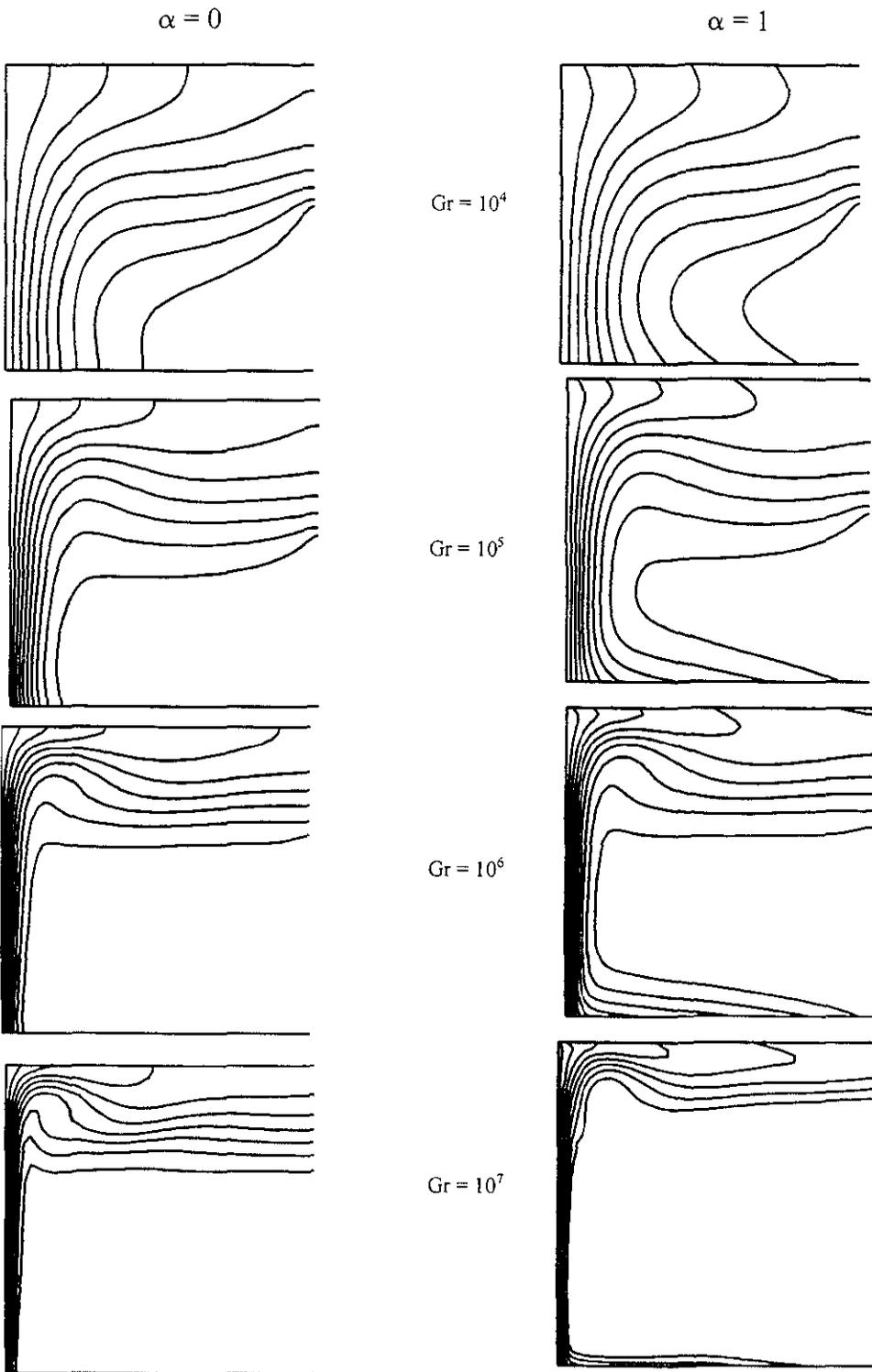
En la Figura 4.9 se presenta una serie de gráficas de las isotermas para diferentes valores del Grashof, la columna izquierda corresponde al MC ($\alpha = 0$), y la columna derecha al MCR ($\alpha = 1$). En este conjunto de gráficas se puede observar claramente que para bajos valores del Grashof la conducción juega un papel importante, por el contrario para valores altos del Gr la convección resulta ser el mecanismo que incrementa su participación. El efecto de la radiación se observa al comparar las dos columnas. Como se discutió anteriormente las paredes laterales que se encuentran aisladas participan cediendo calor al fluido por lo que las isotermas ya no son perpendiculares en estas fronteras como es el caso del MC. También se observa que a medida que el Gr aumenta, la capa límite térmica se adelgaza y los gradientes de temperatura existen en una pequeña zona cercana a las paredes de la cavidad, incluso la estratificación que ocupa buena parte de la parte superior de la cavidad para Gr bajos, en los valores altos resulta ser muy delgada.

Se efectuaron corridas para Gr de 10^4 , 10^5 , 10^6 y 10^7 , los resultados se muestran en la Figura 4.9, donde se observan las isolíneas para el campo de temperatura. Asimismo se calculó para cada caso el número de Nusselt promedio, obteniéndose los resultados que se muestran en la Figura 4.10. El MCR fue evaluado para las temperaturas de 500 °K y 300 °K, para la temperatura de pared caliente y temperatura ambiente respectivamente.

Se ajustaron los resultados a las siguientes correlaciones:

$$\text{Modelo convectivo (MC)} \quad Nu = 0.2257 (Gr)^{0.2882} \quad (4.1)$$

$$\text{Modelo convectivo-radiativo (MCR)} \quad Nu_r = 0.3717(Gr)^{0.3560} \quad (4.2)$$



Gráfica 4.9. Isolíneas de temperatura para diferentes Grashof, considerando convección natural (columna de la izquierda), y convección-radiación (columna derecha).

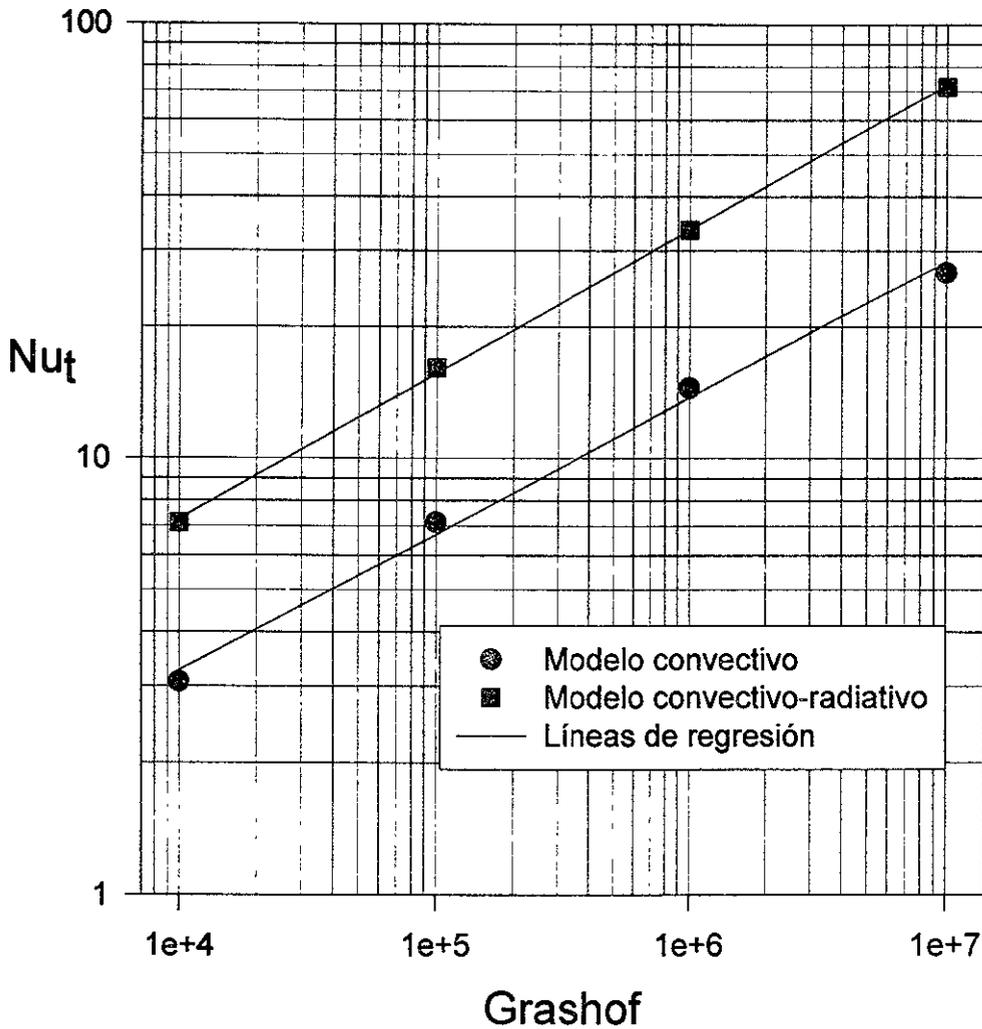


Figura 4.10 Número de Nusselt vs número de Grashof

En la Figura 4.10 se presenta un par de curvas dadas por las correlaciones 4.1 y 4.2, pertenecientes a los resultados de las corridas usando el MCR y el MC. La simulación muestra los valores extremos que puede tomar el Nusselt; cuando las paredes de la cavidad no intercambian radiación (MC) y el caso cuando las paredes poseen una absorptancia de 1, lo cual corresponde al comportamiento de “cuerpo negro” que implica la máxima transferencia de calor que se puede dar por radiación. Por lo que cualquier otro caso (absorptancia menor a 1), caerá dentro de la región comprendida entre estas dos curvas.

En la Tabla 4.1 se tabulan los valores calculados del Nusselt para diferentes números del Gr para cada modelo, para el MC los valores de la primera columna y para el MCR se

presentan las componentes de cada mecanismo, a saber, la componente convectiva Nu_c y la componente radiativa Nu_r , calculadas como se explicó en el Capítulo 2 (Ec. 3.21-24). Cabe señalar que los valores de la componente convectiva (Nu_c) del MCR son un poco menores que los valores presentados por el MC para su correspondiente Gr . Esto se debe a que en el MCR existe un “precalentamiento” del fluido por la pared horizontal, lo cual implica que al llegar el fluido a la pared caliente ya ha aumentado un poco su temperatura, hecho que afecta los gradientes de temperatura presentes cuando el fluido recorre la pared en forma ascendente donde precisamente es calculado el número de Nusselt convectivo; esto no se presenta en el MC ya que el fluido frío que entra a la cavidad es el que llega hasta la pared caliente sin recibir ninguna cantidad de calor por lo cual el fluido va más frío y los gradientes de temperatura en la pared son mayores. Por definición el número de Nusselt es el promedio de los gradientes de pared como se establece en la ecuación 3.20 del capítulo anterior.

Tabla 4.1 Número de Nusselt para diferentes valores de Gr con ambos modelos y sus componentes.

Gr	Nusselt			
	Modelo conv	Modelo conv-rad		
	Nu	Nuc	Nur	Nut
1.E+04	2.6	2.4	4.7	7.1
1.E+05	6.2	5.5	10.6	16.1
1.E+06	12.6	10.8	22.7	33.6
1.E+07	23.3	21.6	50.1	71.7

Por otra parte el incremento en la razón de transferencia de calor que se observa en los resultados del MCR oscila entre 2 a 3 veces valor del Nusselt calculado con el MC; es decir, para el caso extremo (cavidad como cuerpo negro) el coeficiente de transferencia de calor para las condiciones analizadas será hasta tres veces el coeficiente calculado con el MC, lo que demuestra la importancia de incluir los términos radiativos en el balance energético.

4.3.2 Comparación con Datos Reportados en la Literatura.

La comparación con datos experimentales no ha podido ser muy amplia, ya que son pocos los trabajos con los que se pueden comparar los resultados del presente estudio debido principalmente a que las condiciones de frontera difieren; otras razones son la geometría y los rangos de Gr utilizados, como se presenta en la revisión bibliográfica del Capítulo 1. Sin embargo, fue posible usar algunos datos de trabajos teóricos y experimentales reportados en la literatura especializada, tal es el caso del extenso trabajo experimental de M.M. Elsayed y W. Chakroun, quienes utilizan una cavidad cuadrada de 14.85 cm de lado, con una temperatura promedio en la pared caliente de $T_w = 320^\circ\text{K}$, una temperatura ambiente de $T_a = 295^\circ\text{K}$, para un $Gr = 1 \times 10^7$, usando aire ($Pr = 0.7$).

En la Tabla 4.2 se muestra la comparación de los resultados entre el presente trabajo, otros trabajos teóricos comentados anteriormente y resultados experimentales obtenidos por Elsayed & Chakroun.

Tabla 4.2 Comparación del Nu_c y Nu_t obtenidos en el presente estudio con resultados teóricos y experimentales de la literatura.

Referencia	Tipo de estudio	Nu_c	Nu_t
Angirasa et al. [5]	teórico	22.6	-
Chan & Tien [17]	teórico	28.6	-
Mohamad [41]	teórico	26.4	
Elsayed & Chakroun [24]	experimental	24.5	26.5
Presente estudio	teórico	23.6	26.6

La Tabla 4.2 muestra la gran concordancia que tienen los resultados obtenidos en el presente estudio con los resultados experimentales, tanto en la participación convectiva como en el número de Nu total, el cual incluye los términos radiativos. Cabe resaltar que el trabajo experimental de Elsayed & Chakroun lo efectuaron tratando de disminuir todo lo posible las pérdidas de calor por radiación, por lo que utilizaron aluminio en la pared caliente y un polímero en las paredes adiabáticas, debido a esto la influencia de la radiación es pequeña, pero lo suficientemente grande para que exista y pueda ser calculada (aproximadamente de 8%).

4.4 Efecto sobre el Nu por la Variación del Ángulo y del Valor del Gr

En esta sección se estudia el efecto que sobre la transferencia de calor tiene el ángulo de inclinación de la cavidad. Primero se presentan los resultados para el MC y posteriormente para el MCR.

4.4.1 Efecto sobre el Nu por la Variación del Ángulo de Inclinación y el valor del Gr, Modelo Convectivo.

En la Figura 4.11 se presenta una serie de gráficas con las isolíneas de la temperatura (primera columna), así como de la función corriente (segunda columna), para cinco orientaciones de la cavidad, teniendo un $Ra = 10^4$ y un $Pr = 0.7$, la inclinación de la cavidad se ha variado desde 0° hasta 180° . Como se podrá observar en esta secuencia de gráficas, cuando la orientación de la cavidad es de 0° las isoterms presentan un comportamiento que sugiere un flujo convectivo lento que se alza por el centro de la cavidad alcanzando el exterior después de que los gradientes de temperatura ocupan prácticamente toda la cavidad, lo cual significa una participación importante de la conducción; la figura correspondiente de las líneas de corriente para esta orientación muestra la formación de dos celdas que giran en sentido contrario una de la otra permitiendo un flujo de salida por el centro de la cavidad y un flujo de entrada por los extremos de las paredes verticales. El fluido llega hasta el fondo donde la temperatura de la pared caliente es mas elevada, una vez que el fluido ha aumentado de temperatura abandona la cavidad por el centro de ésta impulsado por la fuerza de flotación.

Cuando se inicia la inclinación de la cavidad se rompe la simetría que se había establecido con una orientación de 0° y desaparecen las dos celdas del patrón de flujo como se comentó en el párrafo anterior; por el contrario, aquí se establece una sola celda donde se puede observar una clara dominación de la convección como el mecanismo de transferencia de calor dentro de la cavidad. Con una inclinación de 45° se aprecia una zona sin gradientes de temperatura originada por el fluido de entrada a la cavidad con una temperatura de $T = 0$, cuando el fluido es calentado en las cercanías de la pared del fondo que debido a su baja densidad inicia su rápido desplazamiento hacia las partes superiores de la cavidad formando una "pluma" convectiva que recorre la pared superior para abandonar la cavidad

posteriormente. Con una inclinación de 90° se presenta un comportamiento muy parecido al de 45° ya que se mantiene una sola celda de flujo, sin embargo los gradientes de temperatura están más extendidos dentro de la cavidad, lo que sugiere una disminución del dominio de la convección. Cuando la inclinación de la cavidad es mayor de 90° el fluido caliente no puede abandonar fácilmente la cavidad, lo que implica la disminución de la convección. Para el caso de una inclinación de 135° la fuerza de flotación ya no tiene la dirección del fluido de salida como en las inclinaciones anteriores y los gradientes de temperatura abarcan casi toda la cavidad lo que sugiere un incremento del papel de la conducción como mecanismo dominante de la transferencia de calor.

Finalmente cuando la cavidad tiene una orientación de 180° aparecen isoterms paralelas ocupando toda la cavidad, y las líneas de corriente prácticamente desaparecen, lo cual indica que se ha suprimido la convección y solamente existe la conducción como mecanismo de transferencia de calor entre las capas inmóviles del fluido.

Se realizó el cálculo del número de Nusselt para las condiciones antes descritas y en la Tabla 4.3 se presentan los valores del Nu para un $Ra = 10^4$ y diferentes inclinaciones de la cavidad. En la Figura 4.12 se grafican estos valores, donde se observa el comportamiento del Nu con un valor máximo entre 45° y 60° . Si se ajusta a una función polinomial de tercer orden, el máximo ocurre en 60° . También se puede ver en esta figura que el mínimo valor es cuando la cavidad se encuentra con la abertura hacia abajo, donde se llega a un valor del $Nu=1$. Esto significa que la convección fue suprimida por lo que toda la transferencia de calor se está llevando a cabo por conducción. Este comportamiento coincide plenamente con el analizado en el párrafo anterior donde se discutió sobre los campos de temperatura y patrones de flujo para las distintas orientaciones, y como esta variación tendría un valor máximo cuando la convección se ve favorecida y un mínimo cuando la convección es suprimida. En la Tabla 4.3, también se presentan los valores reportados en la bibliografía por otros autores para un $Ra = 1 \times 10^4$ y un $Pr = 0.7$, se puede observar la gran concordancia que tienen entre sí. Asimismo se hace evidente en esta tabla que no se encontraron en la literatura valores reportados del Nu para todos las inclinaciones mayores a 90° .

282

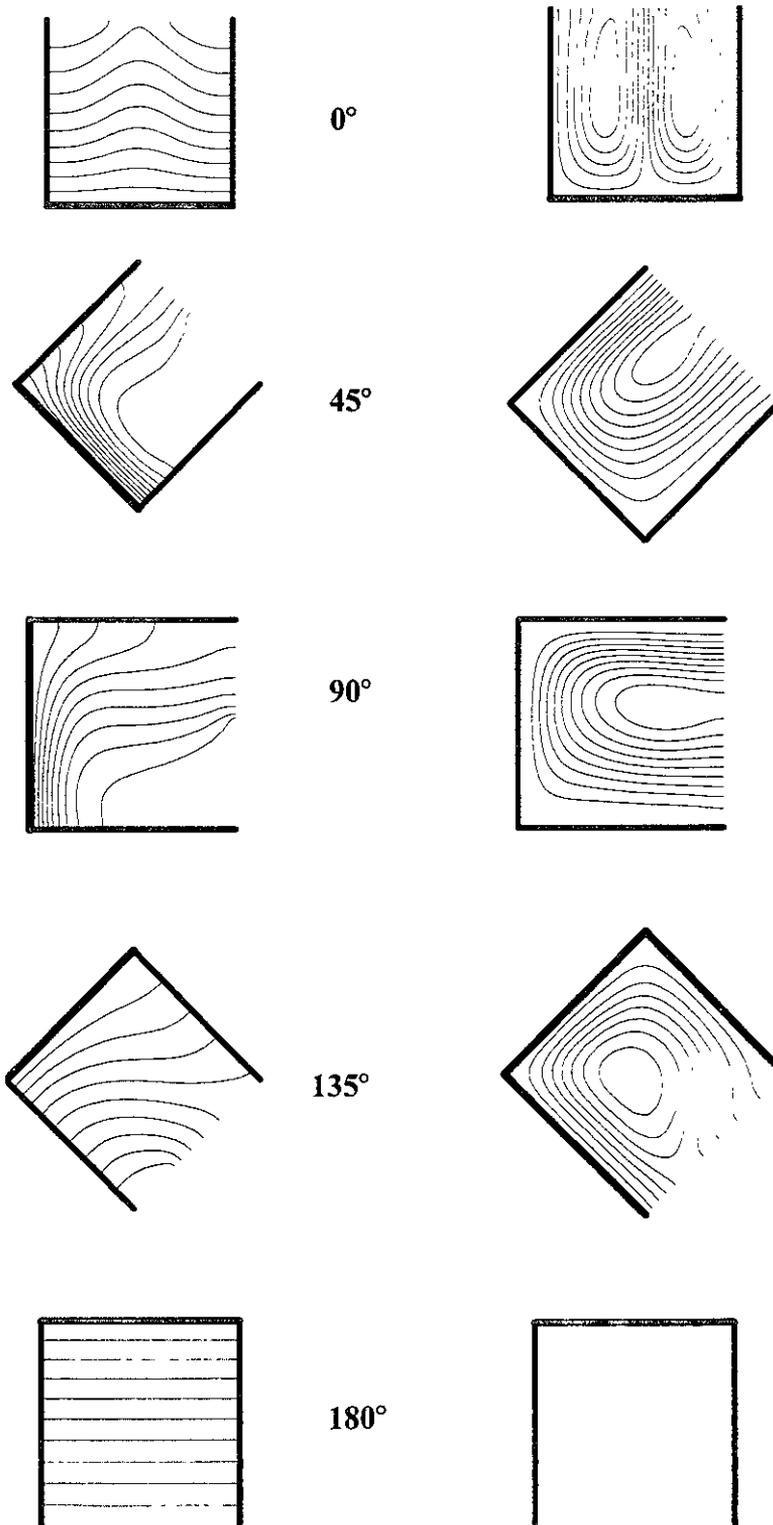


Figura 4.11 Isolíneas de temperatura y de la función corriente para distintas inclinaciones de la cavidad para $Ra = 10^4$, obtenidas con el MC.

Tabla 4.3. Comparación entre valores del Nu obtenidos por diferentes autores y los obtenidos con el MC en el presente trabajo, Ra=10⁴.

Inclinación	Nu Estudio Presente	Nu Otros Estudios
0°	1.57	1.73[38]
30°	3.47	3.34[31]
45°	3.63	
60°	3.66	3.7[31]
90°	3.3	3.4[31], 3.41[13] Pr=1.0
120°	2.34	
130°	2.11	
150°	1.76	
180°	1.01	

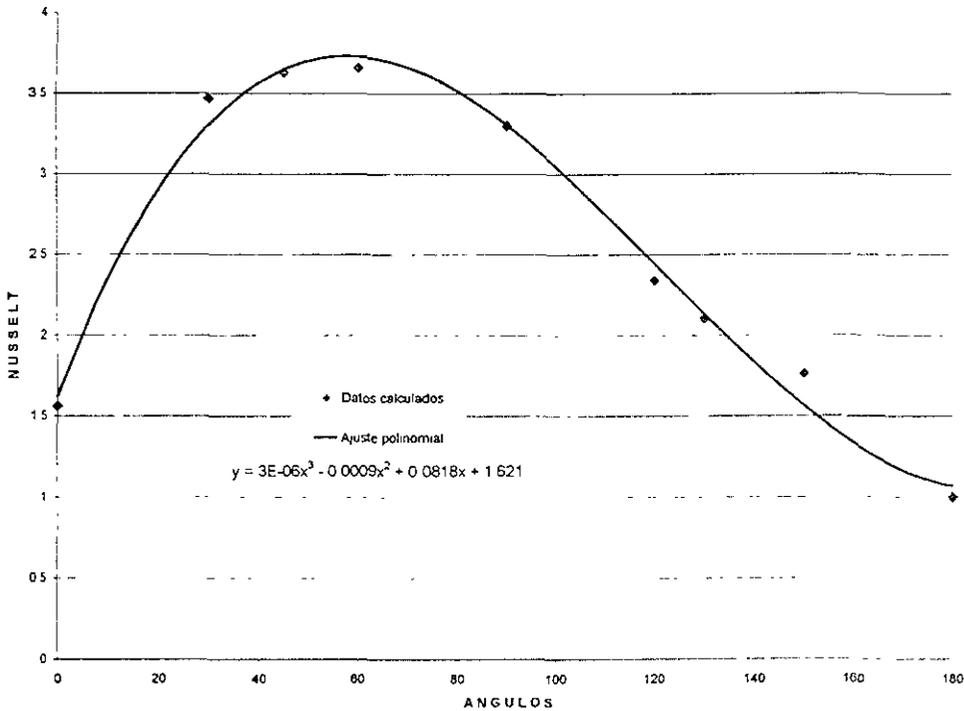


Figura 4.12 Variación del número de Nusselt con el ángulo de inclinación de la cavidad, a un Ra=10⁴.

En la Tabla 4.4 se muestra un concentrado de los resultados obtenidos con el MC para un rango de Grashof de 10^4 - 10^8 , con el $Pr = 0.7$, para varias inclinaciones de la cavidad.

Tabla 4. 4 Concentrado de números de Nusselt obtenidos con el modelo convectivo.

Angulo	Número de Grashof				
	10^4	10^5	10^6	10^7	10^8
0°	2.15	5.70	8.55	20.7 ± 0.7	33.24 ± 2.4
30°	3.03	5.83	10.31	21.50	36.32
45°	3.17	6.33	12.07	22.30	39.40
60°	3.17	6.27	12.34	22.80	39.80
90°	2.60	6.20	12.60	23.30	40.20
135°	1.10	1.44	2.06	3.38 ± 0.05	5 ± 0.07
180°	1.00	1.06	1.10	1.20	2.10
Número de Nusselt					

El número de Nusselt presenta efectos considerables frente a la inclinación de la cavidad, como se discutió en la sección anterior para un $Ra = 10^4$, en la Tabla 4.4 se observa que este comportamiento se mantiene para todos los valores de Gr estudiados, la convección se ve favorecida en ángulos menores de 90° y frenada para ángulos mayores de 90° . Esto se discutió ampliamente en la sección anterior por lo que solo queda agregar que los valores del Nusselt se incrementan para valores mayores del Gr, para casi todos los ángulos con excepción de la inclinación de 180° que prácticamente permanece constante con valores muy próximos a la unidad. Esto último significa la eliminación de la convección dejando solamente la conducción como mecanismo de transferencia de calor. Para algunas inclinaciones los valores del Nusselt presentan oscilaciones que no permiten una convergencia plena. Para esos valores, se tomó el valor promedio y se reportan las oscilaciones con valores de \pm la desviación estándar de los valores promediados. Ese recurso ha sido utilizado por distintos autores [41, 42].

En la Figura 4.13 se presenta los datos de la Tabla 4.4 graficados para resaltar la importancia de los factores analizados que son; los diferentes valores del Gr y la inclinación de la cavidad. Variando el ángulo de inclinación y manteniendo el Gr constante se obtienen las curvas que presentan un máximo de transferencia de calor por convección representado por el valor máximo del Nusselt; éste (valor) se encuentra en todos los casos antes de los 90° (como resultado de las curvas ajustadas), o a los 90° tomando en cuenta solo los datos calculados. Esto coincide con lo esperado, ya que el valor máximo del Nusselt que se esperaría tener se logra en una pared vertical para las mismas condiciones, lo que en términos de cavidades abiertas significa tener la pared caliente en posición vertical.

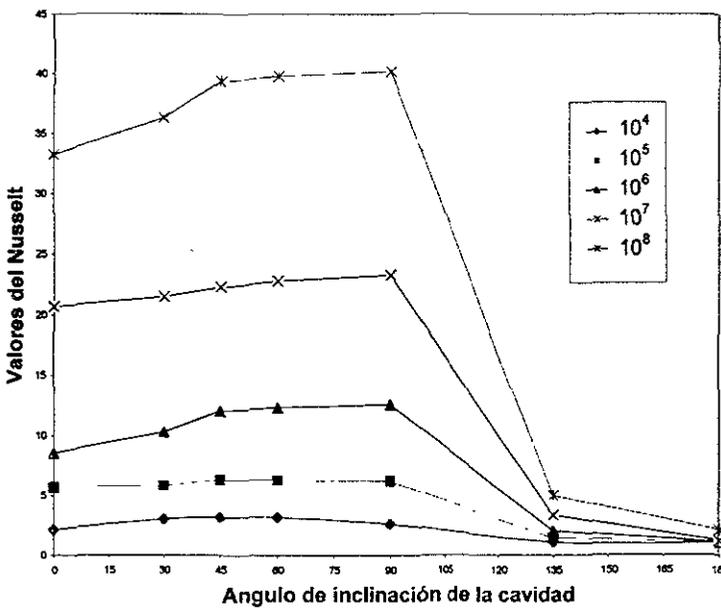


Figura 4.13 Gráfica de la variación del Nusselt con el ángulo de inclinación de la cavidad para diferentes números de Grashof, usando MC.

Otro aspecto importante es el aumento de la transferencia de calor con el aumento del número de Gr en combinación con la inclinación de la cavidad. Para ángulos menores de 90° el efecto es realmente importante, en tanto que para ángulos mayores de 90° el efecto decrece tanto que se hace casi nulo. Esto último solo se puede explicar si la convección ha sido suprimida, como ya se ha discutido anteriormente.

4.4.2 Efecto sobre el Nu por la Variación del Ángulo de Inclinación y el valor del Gr, (MCR).

En la sección anterior se estudió el efecto del ángulo de inclinación de la cavidad y la variación del número de Grashof considerando solo pérdidas convectivas de calor. En esta

sección se estudiará el efecto de la combinación convección-radiación en la transferencia de calor de la cavidad para diferentes ángulos y distintos valores del número de Grashof teniendo un $Pr = 0.7$, fijando el par de temperaturas $T_w = 500$ K y $T_a = 300$ K como las temperaturas de pared caliente y medio ambiente respectivamente.

En la serie de Figuras 4.14, 4.15, 4.16 y 4.17 se presentan las isolíneas de la temperatura y de la función corriente para los valores del Grashof 10^4 , 10^5 , 10^6 y 10^7 , para cinco posiciones de inclinación de la cavidad (0° , 45° , 90° , 135° y 180°). Se consideró que todas las paredes interiores de la cavidad se comportaban como cuerpos negros (emitancia y absortancia con valor de uno), esto representa el caso extremo de intercambio radiativo.

En la Figura 4.14 se muestran las isolíneas correspondientes a un $Gr = 10^4$, si se comparan las isotermas de la cavidad con 0° con las isotermas de la cavidad para esta misma inclinación de la Figura 4.11 (MC), se observa la gran diferencia obtenida bajo los dos modelos, mientras que para el MC el fluido caliente sale de la cavidad por el centro, en el MCR el fluido abandona la cavidad por las paredes laterales. Como este punto fue discutido ampliamente en la primera sección de este capítulo solo falta agregar que en general el comportamiento del fluido es el esperado para las otras inclinaciones, con excepción de cuando la cavidad esta orientada en 180° , que se discutirá en el siguiente párrafo.

Cuando la cavidad está inclinada 180° las isotermas en el MC son perfectamente horizontales como se observa en la Figura 4.11; esto implica que la conducción es el único mecanismo de transferencia de calor, y por lo tanto las líneas de corriente no existen; en contraste bajo el MCR las isotermas no son líneas horizontales perfectas sino que presentan pequeñas curvaturas que implican la aparición de líneas de corriente, como se puede observar en la gráfica correspondiente. Esto se debe a que las paredes verticales (aisladas) reciben radiación y están cediendo calor por conducción a la primera capa del fluido, esto a su vez origina la aparición de fuerzas de flotación, que si bien son incipientes ya que el fluido dentro de la cavidad ya esta caliente y no tiene forma de salir, existen pequeños movimientos. Las líneas de corriente para la inclinación de 180° forman cuatro celdas que

giran como engranes encontrados (en direcciones opuestas), el giro de las celdas más grandes esta dado por el fluido que asciende por las paredes verticales con las que esta en contacto; el giro de las celdas más pequeñas es contrario a la celda grande con la que esta en contacto. Estas líneas de corriente que aparecen en la cavidad “boca abajo” son de ordenes de magnitud más pequeñas que las que aparecen en las otras orientaciones pero aumentan para valores mayores de Gr. El rango de los valores de líneas de corriente para cavidades con orientación de 180° va de 6×10^{-4} hasta 16×10^{-4} para Gr de 10^4 y 10^7 respectivamente, valores que son pequeños al ser comparados con los valores en otras orientaciones los cuales pueden llegar a ser de 800×10^{-4} .

En la Tabla 4.5 se muestra un concentrado de resultados donde para cada valor del Grashof / Parámetro de Radiación (Nr), se presentan tres columnas, las cuales corresponden a la componente convectiva (Nu_c), la componente radiativa (Nu_r), y el Nusselt total para diferentes ángulos de inclinación de la cavidad.

Tabla 4.5 Valores del número de Nusselt total y sus respectivos componentes convectivo y radiativo para cada Grashof y Parámetro de Radiación (Nr), a diferentes ángulos de inclinación de la cavidad.

Número de Grashof / Parámetro de Radiación Nr												
Angulo	$10^4 / 5.04$			$10^5 / 10.86$			$10^6 / 23.37$			$10^7 / 50.41$		
	Nuc	Nur	Nut	Nuc	Nur	Nut	Nuc	Nur	Nut	Nuc	Nur	Nut
0	1.54	4.24	5.78	5.42 ± 0.50	10.11	15.53	8.28	22.92	31.2	17.37 ± 1.43	44.53	61.9
45	2.83	4.8	7.63	4.79 ± 0.2	10.03	15.39	11.22	23.48	34.7	21.84	46.24	68.08
90	2.44	4.69	7.13	5.45	10.65	16.1	10.84	22.75	33.59	21.16 ± 1.1	46.31	67.47
135	1.28	4.42	5.7	1.53	9.55	11.08	2.82 ± 0.02	21.28	24.1	4.4 ± 0.1	45.92	50.32
180	1	4.45	5.45	1.06	9.57	10.63	1.17	20.05	21.22	1.84	41.65	43.49
Numero de Nusselt												

Como se explicó anteriormente; en algunos casos el criterio de convergencia no se cumplía cabalmente y el valor del Nusselt oscilaba por lo que se reportan los valores promedio de las oscilaciones y la desviación estándar. Estas oscilaciones fueron más frecuentes con el MCR que con el MC, en algunos casos las oscilaciones podían ser eliminadas con pasos de tiempo más pequeños o con mallas más densas, los datos que se reportan con oscilaciones son los casos donde no se pudieron eliminar a pesar de varios intentos, en este sentido se buscó un equilibrio entre recursos de cómputo, tiempo de uso de

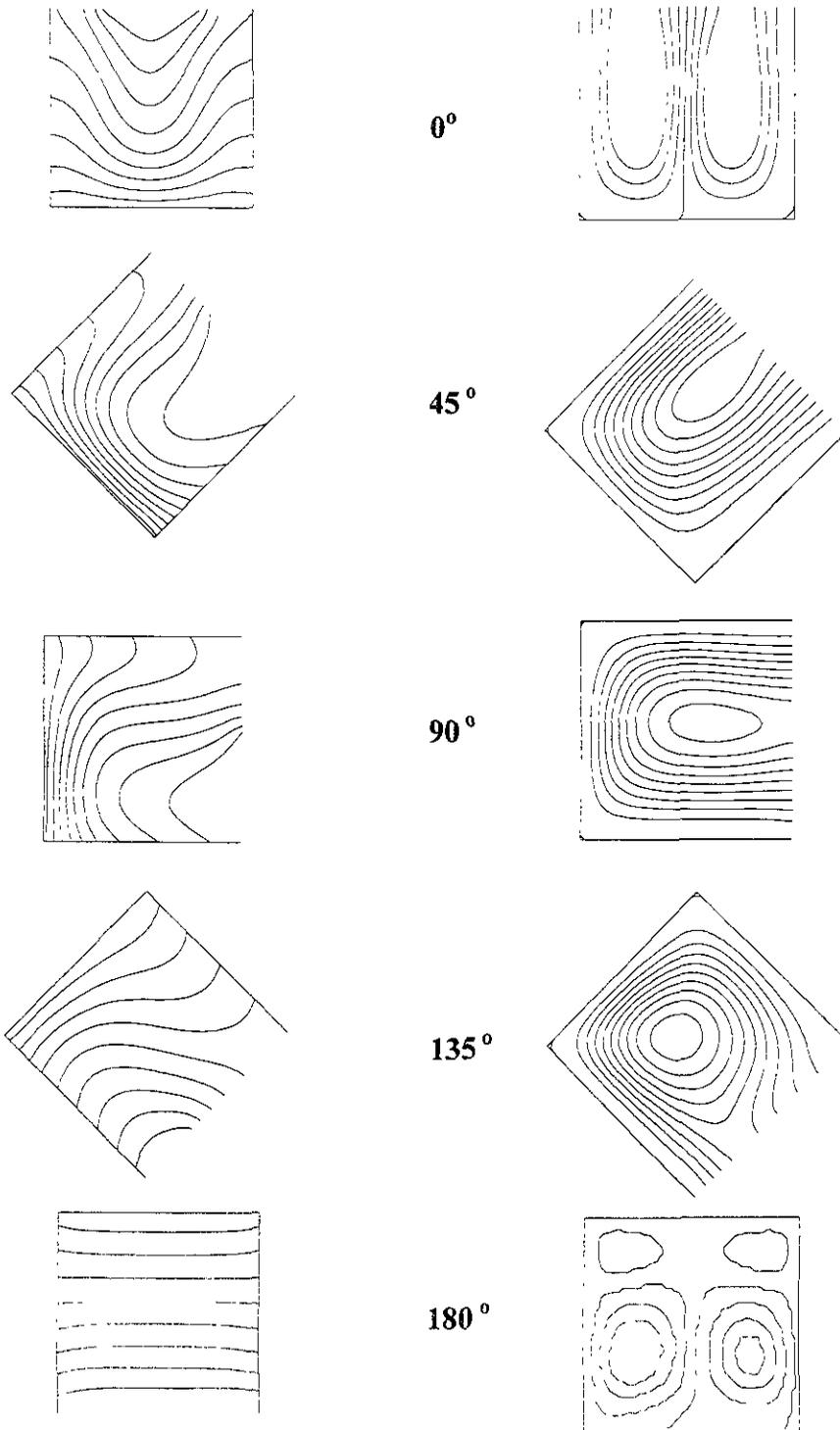


Figura 4.14 Gráficas de las isolíneas de temperatura y función corriente para diferentes orientaciones para un $Gr = 10^4$, obtenidas con el modelo convectivo-radiativo.

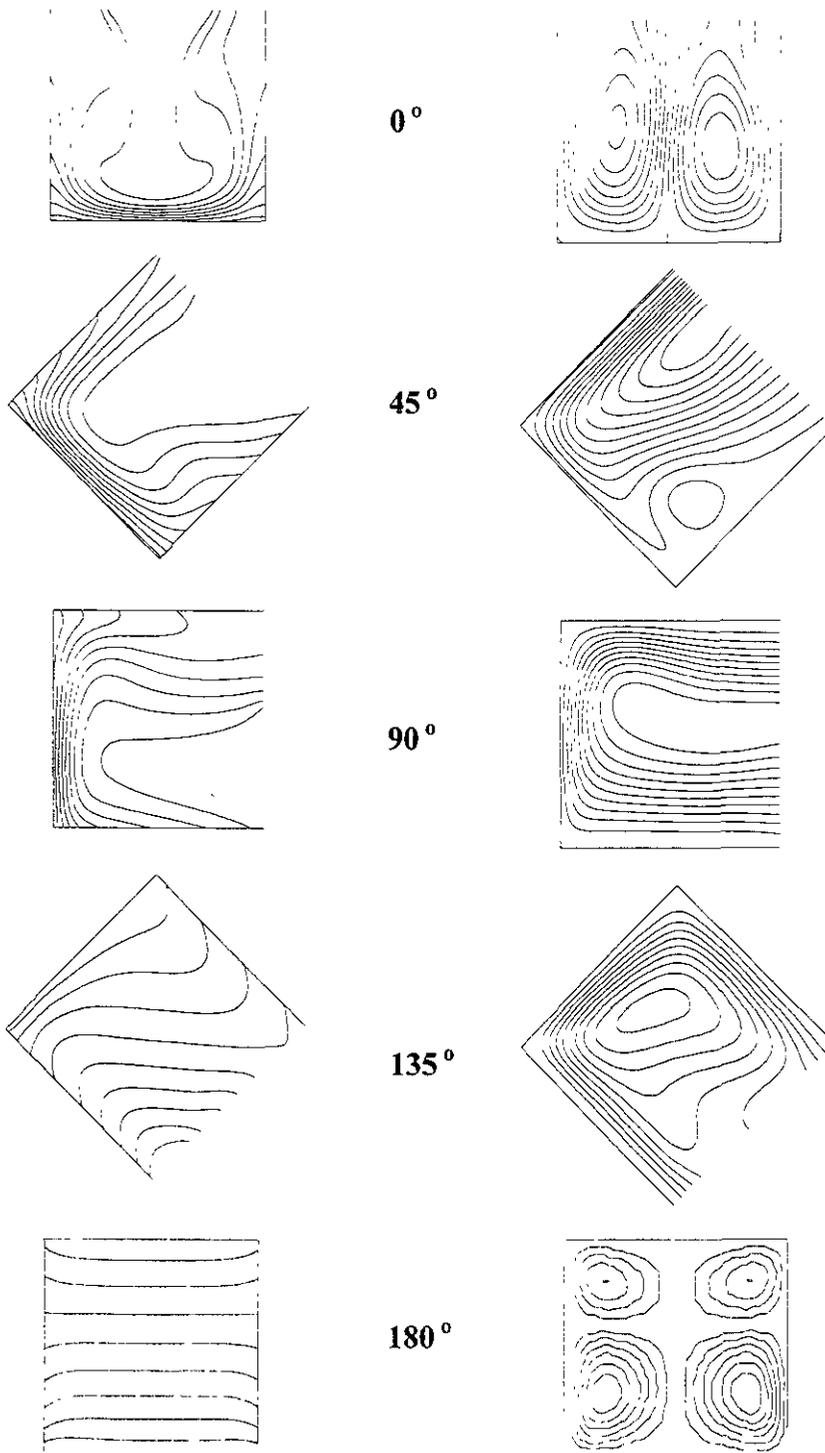


Figura 4.15 Gráficas de las isolíneas de temperatura y función corriente para diferentes orientaciones para un $Gr = 10^5$, obtenidas con el modelo convectivo-radiativo.

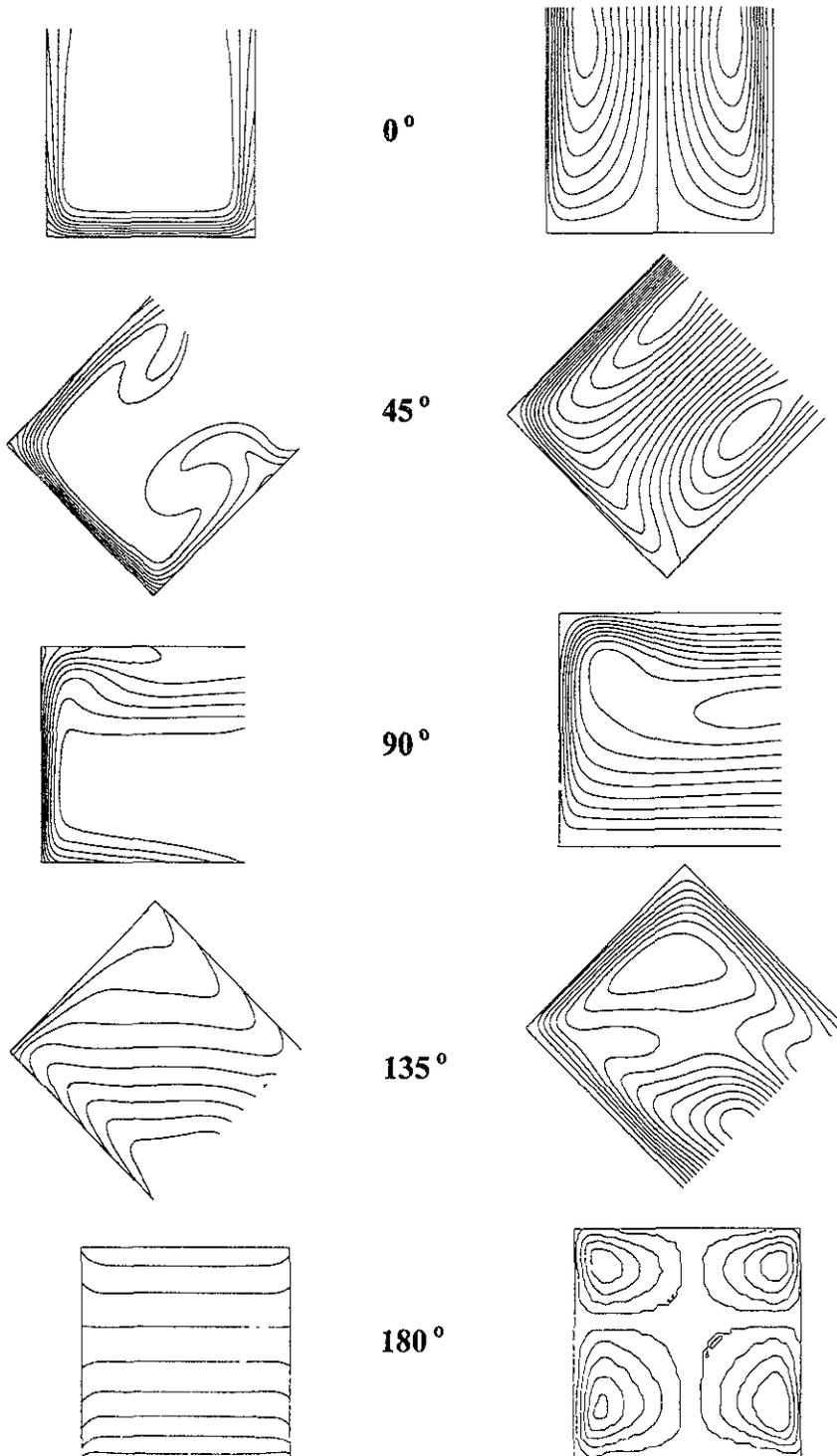


Figura 4.16 Gráficas de las isolíneas de temperatura y función corriente para diferentes orientaciones para un $Gr = 10^6$, obtenidas con el modelo convectivo-radiativo.

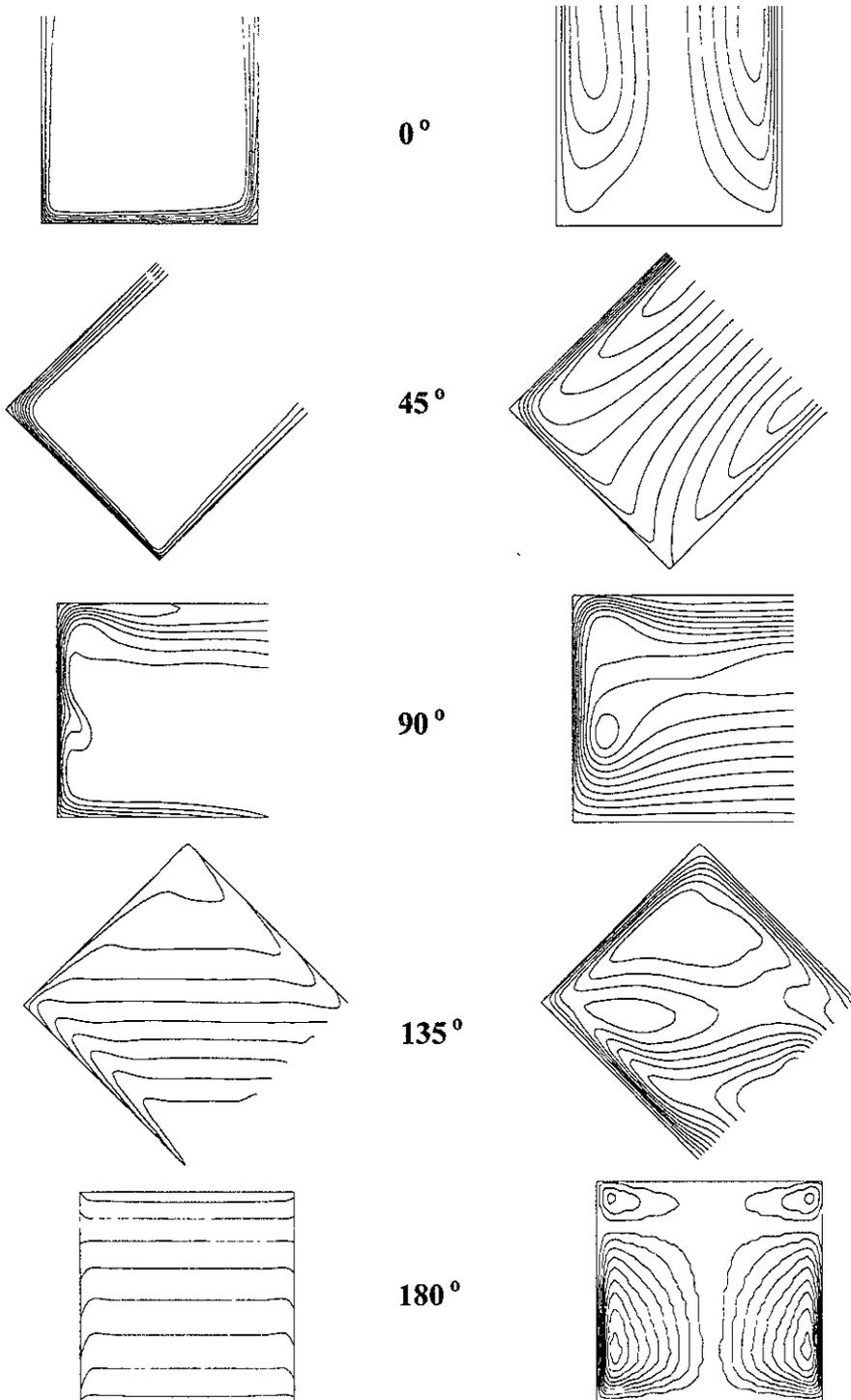


Figura 4.17 Gráficas de las isolíneas de temperatura y función corriente para diferentes orientaciones para un $Gr = 10^7$, obtenidas con el modelo convectivo-radiativo.

CPU y precisión. Las corridas más demandantes podían durar varios días en maquinas como las estaciones trabajo Digital XP1000.

En la Figura 4.18 se muestra la gráfica de los valores del Nusselt para distintos ángulos con un $Gr = 10^4$. Existen varios puntos interesantes de resaltar sobre el comportamiento de la transferencia de calor. Primero, el comportamiento del Nusselt total (Nu_t) con la variación del ángulo presenta un máximo en algún punto después de los 45° , este es un comportamiento muy parecido al observado con el MC y es debido principalmente al incremento de la convección, es decir, en los ángulos donde se favorece la convección se tiene un máximo y en los ángulos mayores de 90° se inhibe. La curva de la componente convectiva Nu_c tiene la misma forma que la curva del Nusselt total (Nu_t), ya que la curva de la componente radiativa (Nu_r) no varía mucho. Cabe señalar que el Nu_r a pesar de permanecer con valores muy próximos entre sí, no es una constante. Esto sugiere la existencia de una tenue relación con la convección, que podría resumirse como que ha mayor convección o eliminación de calor de las paredes aisladas, mayores serán las pérdidas radiativas, aunque esto tendría que estudiarse con mayor detenimiento para llegar a conclusiones definitivas.

En la Figura 4.19 se muestra el correspondiente comportamiento del Nusselt total para un $Gr = 10^5$, para ángulos bajos 0° - 45° se presentaron oscilaciones que desaparecieron en otros ángulos, para este caso fue el único donde el valor del Nusselt no disminuyó en el ángulo de 0° . En la Figura 4.20 se muestran las curvas del Nusselt para un $Gr = 10^6$, aquí se puede observar un comportamiento esperado, solo para el ángulo de 135° se presentaron pequeñas oscilaciones. En la Figura 4.21 se muestra el Nusselt para un Gr de 10^7 , en este valor de Grashof las oscilaciones ya son más frecuentes y se presentan en tres de las cinco orientaciones. En algunos casos las oscilaciones son significativas. Mohamad [42] reporta para un $Ra = 1 \times 10^7$ y para inclinaciones de 30° un Nusselt de 27.3 ± 5.0 y de 28.6 ± 2.5 para una inclinación de 90° . En el presente estudio las oscilaciones no se presentaron con valores tan grandes¹. Finalmente en la Figura 4.22 se muestra el resumen de la variación del Nu_t con respecto a diferentes valores del Grashof.

¹ Estas oscilaciones se discuten con mayor detalle en una sección posterior.

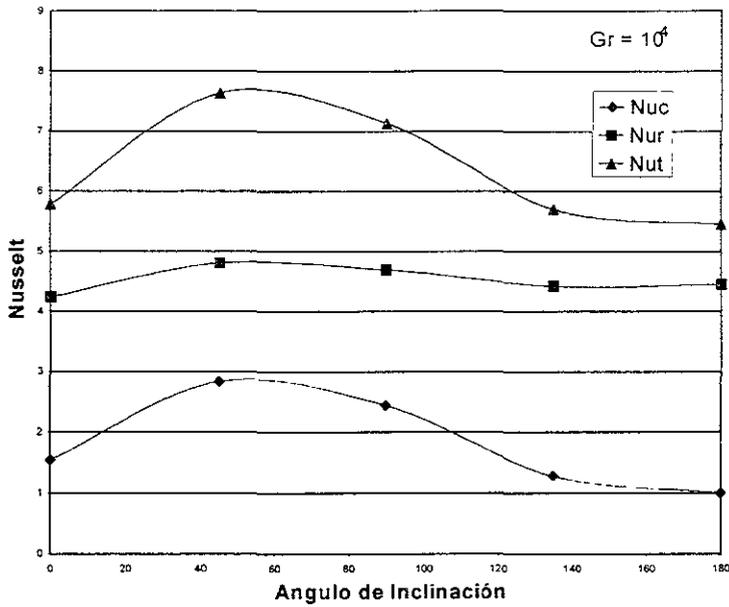


Figura 4.18 Variación del Nusselt con el ángulo para un Gr de 10^4 .

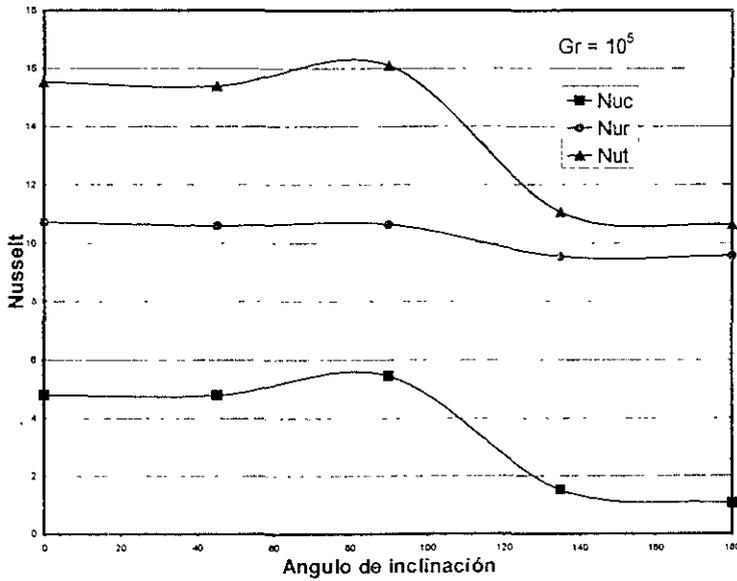


Figura 4.19 Variación del Nusselt con el ángulo para un Gr de 10^5 .

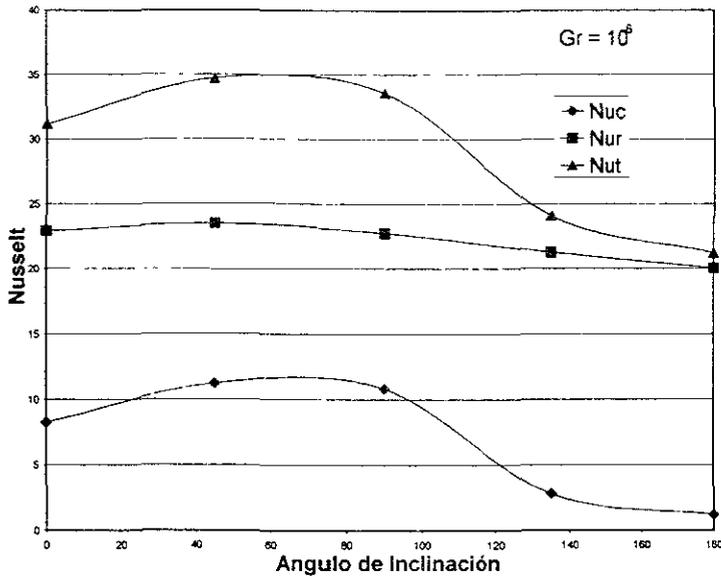


Figura 4.20 Variación del Nusselt con el ángulo para un Gr de 10^6 .

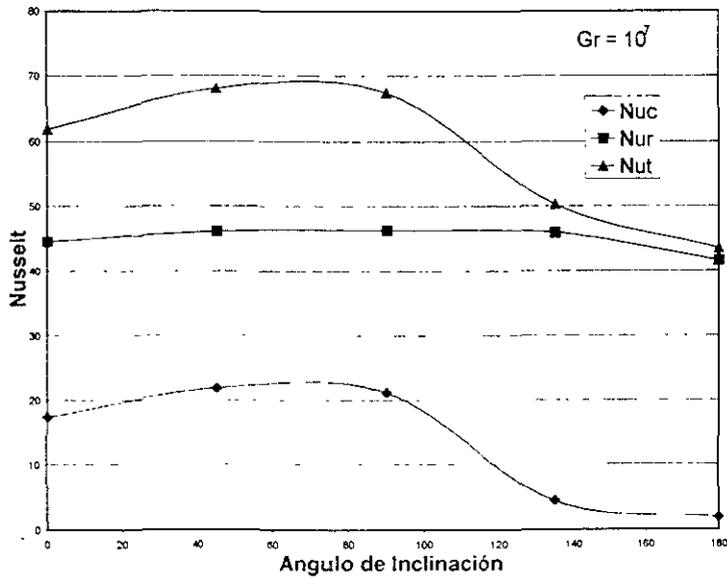


Figura 4.21 Variación del Nusselt con el ángulo para un Gr de 10^7 .

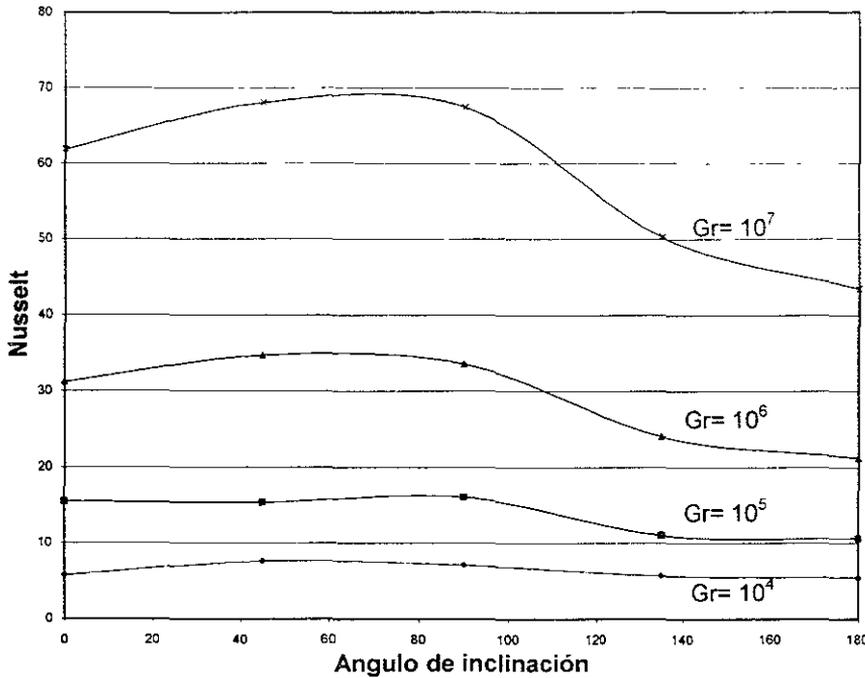


Figura 4.22 Variación del Nusselt total con el ángulo para diferentes valores del Gr.

4.5 Caso Cavity Horizontal ($\phi=90^\circ$), para Diferentes Valores de Gr, en Estado Transitorio.

En las secciones anteriores se ha discutido los resultados obtenidos bajo el esquema de estado estable, aquí se presentará el estudio del comportamiento de las principales variables con el tiempo para ambos modelos.

4.5.1 Caso Cavity Horizontal ($\phi=90^\circ$), para Diferentes Valores de Gr, en Estado Transitorio. Modelo Convectivo.

Las gráficas presentadas en la Figura 4.23 corresponden a la variación de las isoclinas de temperatura y función corriente para distintos tiempos, en una cavity horizontal (90°) con un $Gr = 10^4$ bajo el MC. Se puede observar en esta secuencia de gráficas para los tiempos adimensionales seleccionados (1.0, 3.0, 5.0, 7.0 y 20.0) como los gradientes de temperatura que aparecen próximos a la pared caliente en $t=1.0$, con el tiempo tienden a ocupar toda la cavity superior impulsados por la convección. Para $t = 5.0$ estos ya han alcanzado la salida, el aire frío que entra a la cavity por la parte inferior de la pared abierta empuja los gradientes dejándolos llegar solo hasta la mitad de la longitud de

la cavidad, para tiempos mayores como el de 7 o el de 20, los perfiles de temperatura están definidos y ya no se aprecia gráficamente diferencia alguna. En la misma Figura 4.23, las gráficas de la función corriente muestran la evolución de una celda que inicia dentro de la cavidad con una débil e incipiente recirculación muy próxima a la pared caliente. Al paso del tiempo y con mayor adición de energía al fluido, la recirculación crece hasta que el fluido encuentra el lado abierto de la cavidad estableciendo un patrón constante de entrada por la parte inferior y salida por la parte superior de la cavidad.

Isolíneas de temperatura y de la función corriente para varios tiempos con $Gr = 10^6$ son presentadas en la Figura 4.24, se presenta un comportamiento similar al analizado con el $Gr = 10^4$, sólo que la capa límite térmica es más pequeña y los efectos de la convección son más pronunciados por lo que se observan pequeños ondulaciones en las líneas de corriente de la parte superior de la cavidad.

Con el MC la variación del Nusselt con el tiempo presenta un comportamiento que se muestra en la Figura 4.25 para diferentes Gr y una orientación de 90° . Como se observa en las curvas correspondientes, el Nusselt inicia con valores altos y con el paso del tiempo disminuye, después oscila una sola vez para estabilizarse en algún valor. El tiempo requerido para alcanzar el estado permanente aumenta a Gr mayores, pero el comportamiento del Nusselt con el tiempo es similar en todos los casos presentados.

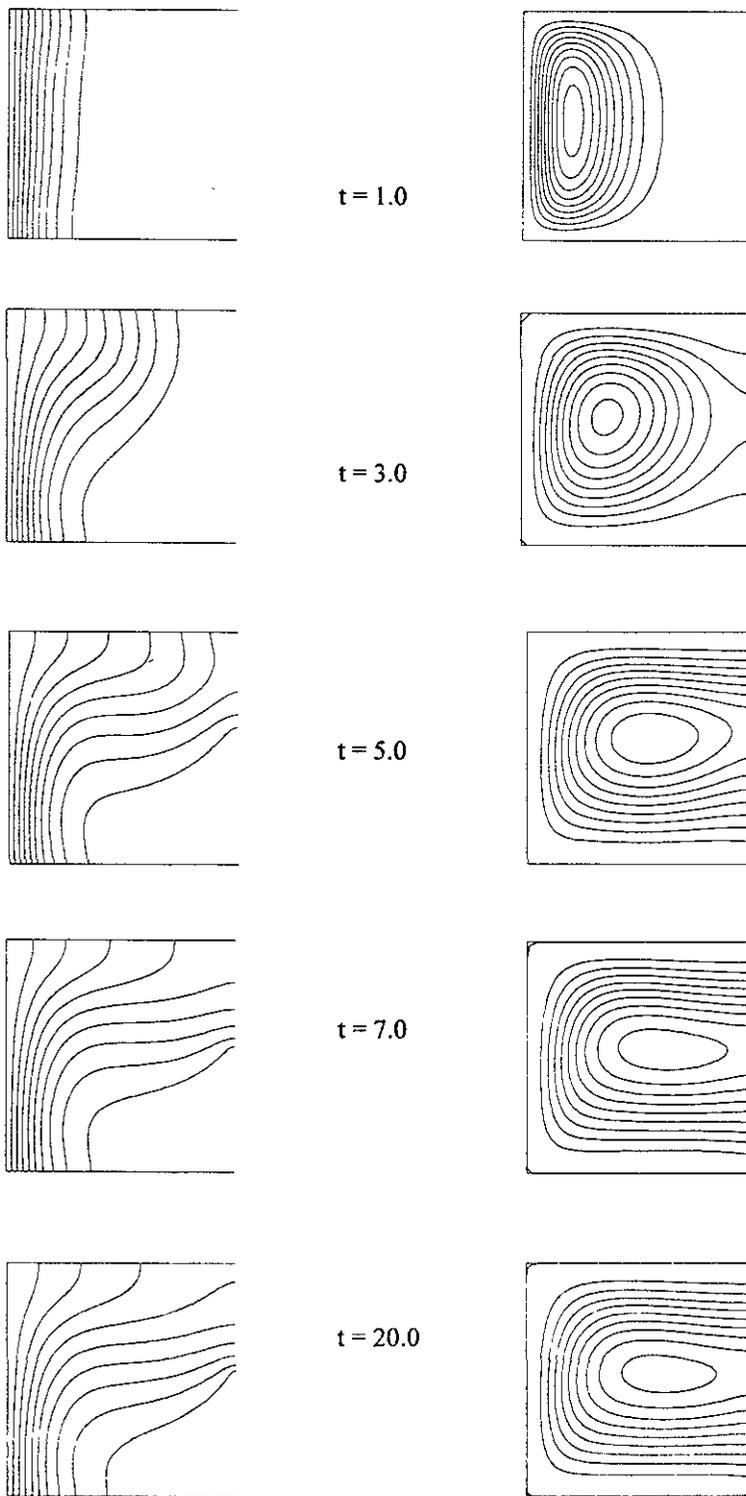


Figura 4.23 Gráficas de isothermas (columna izquierda) e isolíneas de la función corriente (columna derecha), para un $Gr = 10^4$ para distintos tiempos obtenidas con el modelo convectivo.

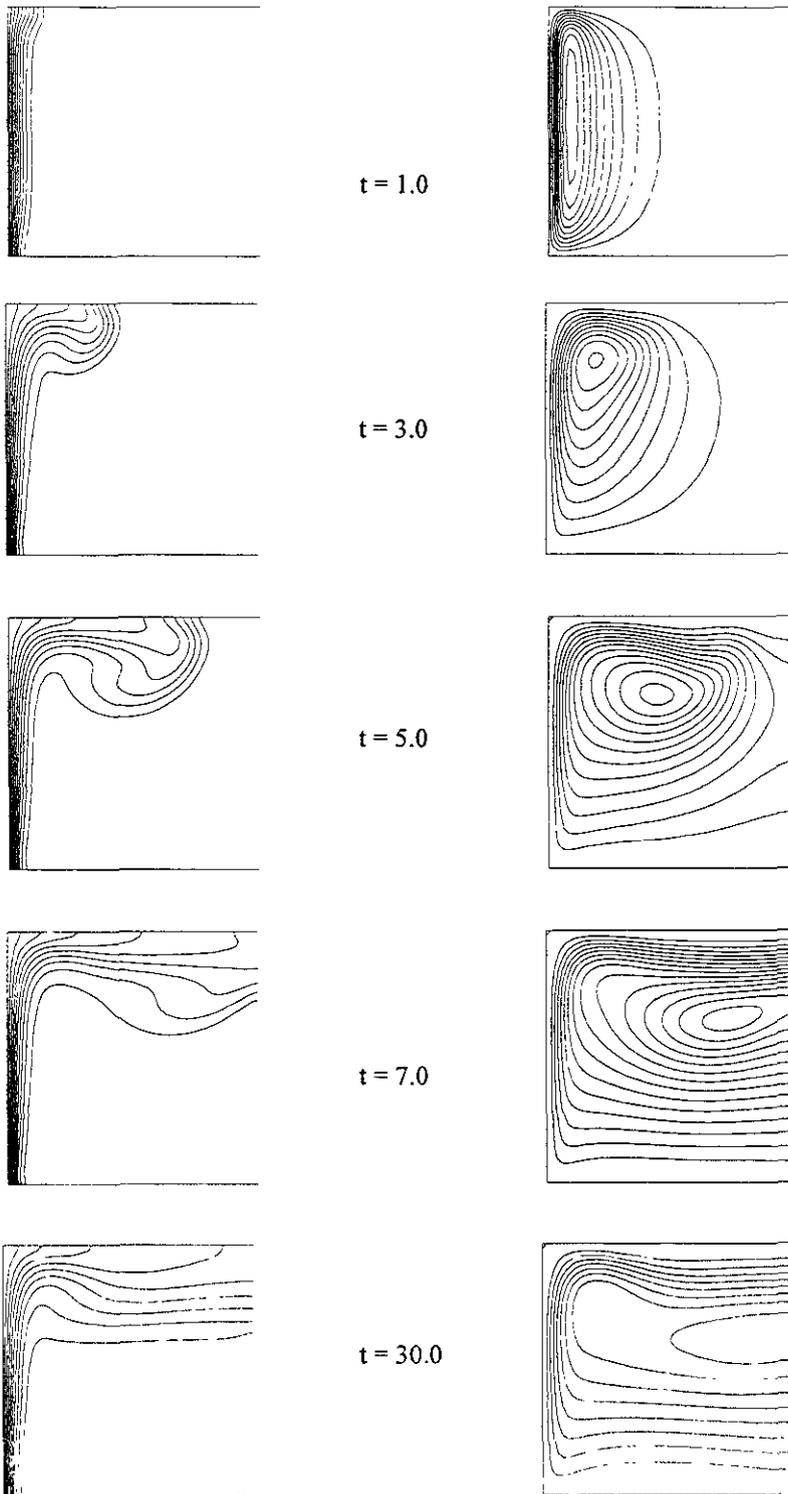


Figura 4.24 Gráficas de isothermas (columna izquierda) e isolíneas de la función corriente (columna derecha), para un $Gr = 10^6$ para distintos tiempos obtenidas con el modelo convectivo.

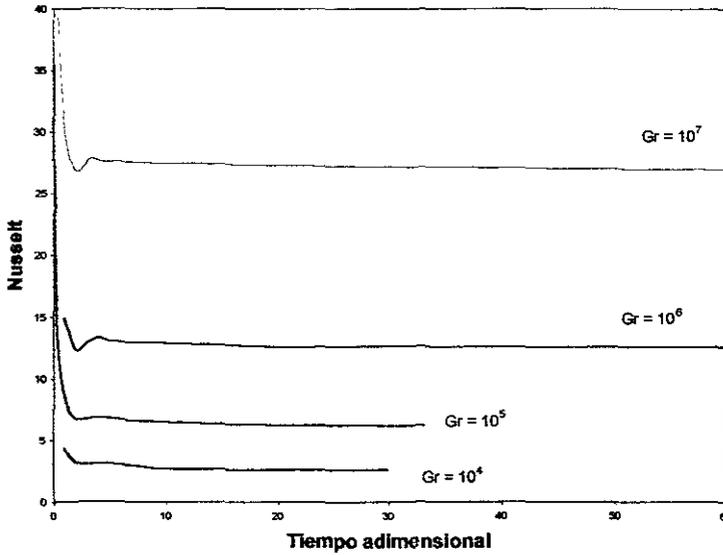


Figura 4.25 Historia del Nusselt obtenida con el modelo convectivo para diferentes Gr en una cavidad a 90°

4.5.2 Caso Cavidad Horizontal ($\phi=90^\circ$), para Diferentes Valores de Gr, en Estado Transitorio. Modelo Convectivo-Radiativo.

Con el MCR se obtuvieron las gráficas presentadas en las Figuras 4.26 y 4.27 para Gr de 10^4 y 10^6 respectivamente, mostrando como es de esperarse (a diferencia del MC), el efecto del calentamiento del fluido en las paredes aisladas, por lo que las isothermas al llegar a las paredes tienen pendientes distintas de cero, lo cual las diferencia de las isothermas del modelo convectivo las cuales llegan en forma normal debido a la condición adiabática.

El comportamiento del número de Nusselt con el tiempo en el MCR resulta ser en términos generales muy parecido al discutido y analizado con el MC, excepto para el Gr = 10^7 , en donde presenta oscilaciones que no permiten una convergencia asintótica a algún valor en tiempos grandes, como se observa en la Figura 4.28 donde se presentan las curvas históricas del Nusselt para varios valores del Gr.

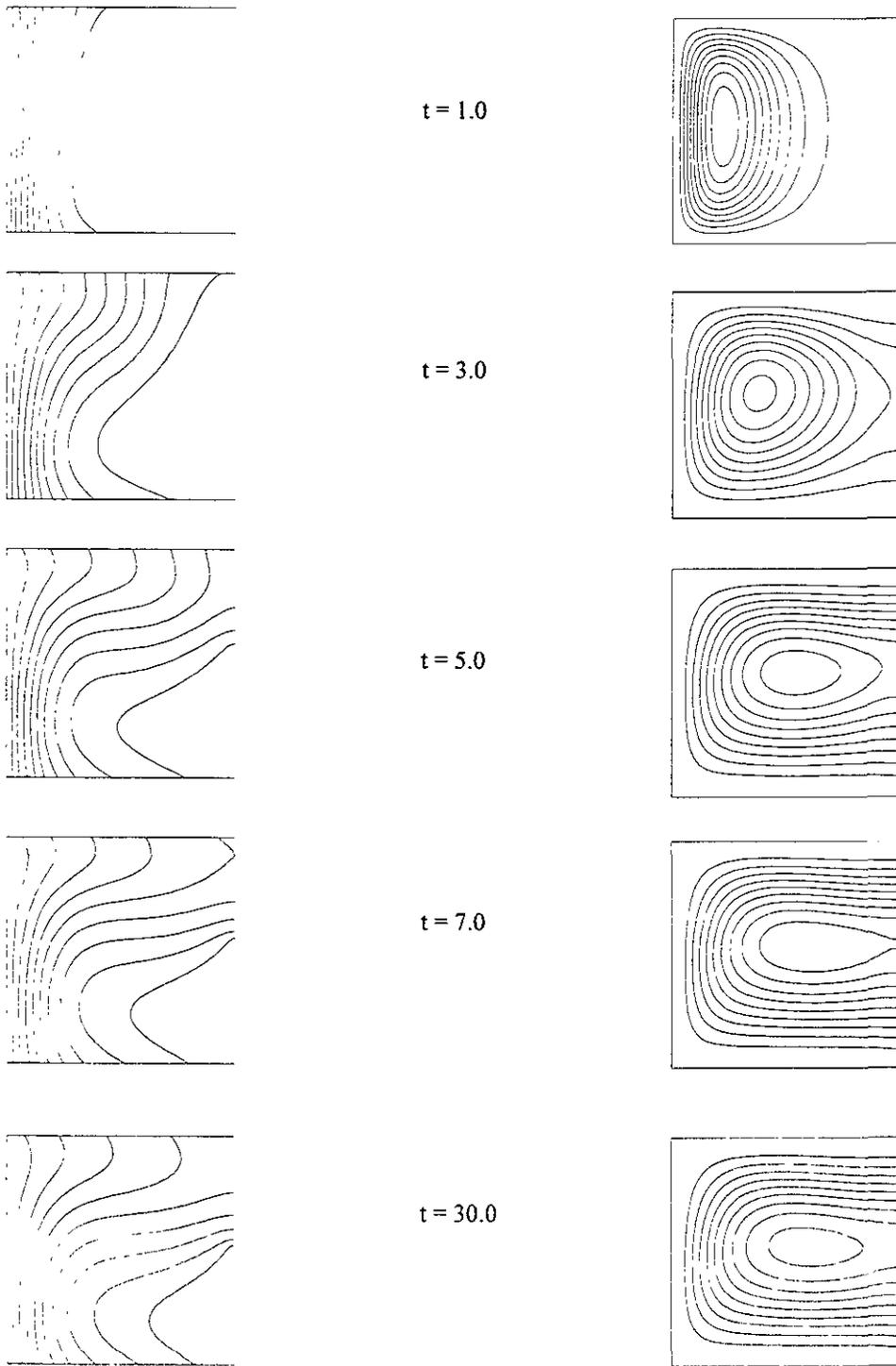


Figura 4.26 Gráficas de isothermas (columna izquierda) e isolíneas de la función corriente (columna derecha), para un $Gr = 10^4$ para distintos tiempos obtenidas con el modelo convectivo-radiativo.

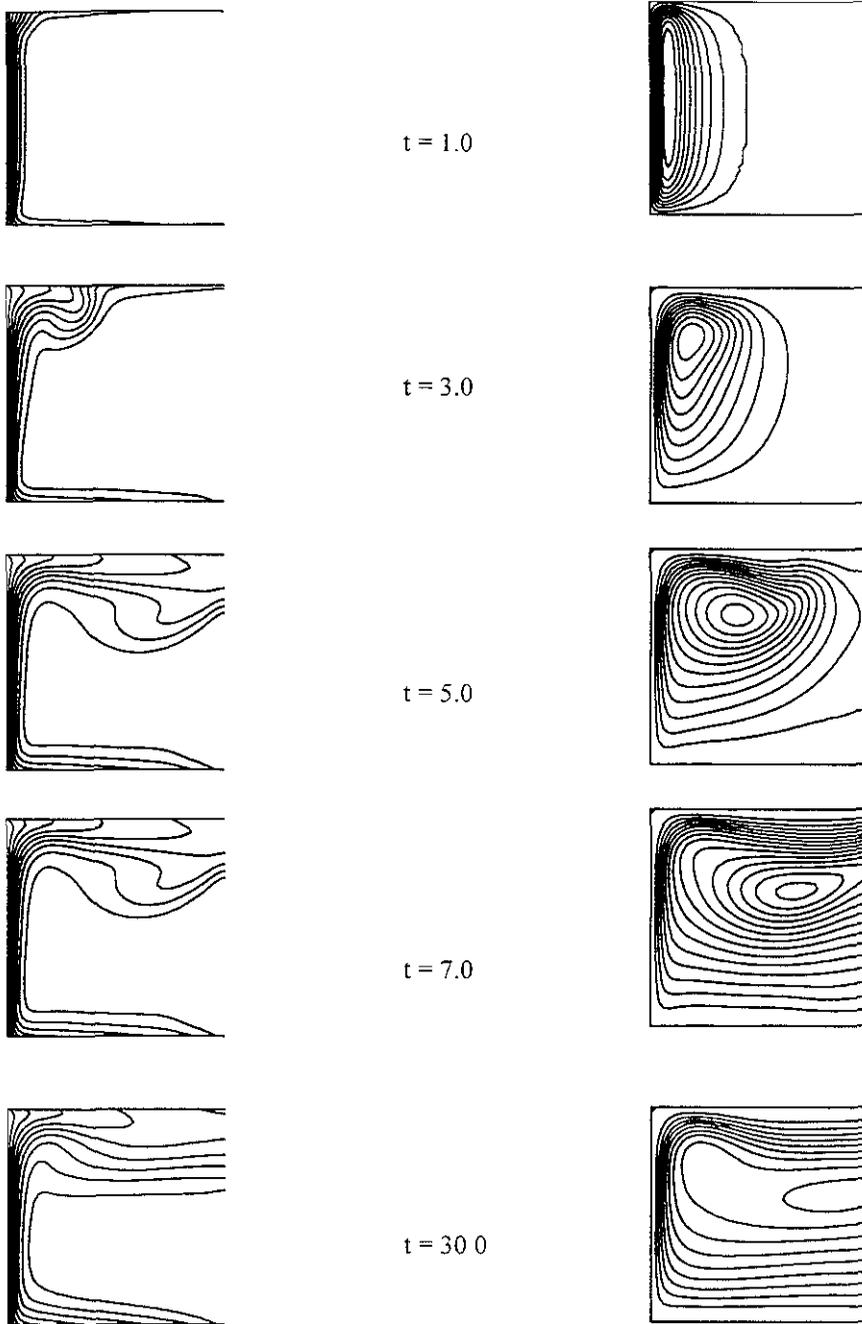


Figura 4.27 Gráficas de isothermas (columna izquierda) e isolíneas de la función corriente (columna derecha), para un $Gr = 10^6$ para distintos tiempos obtenidas con el modelo convectivo-radiativo.

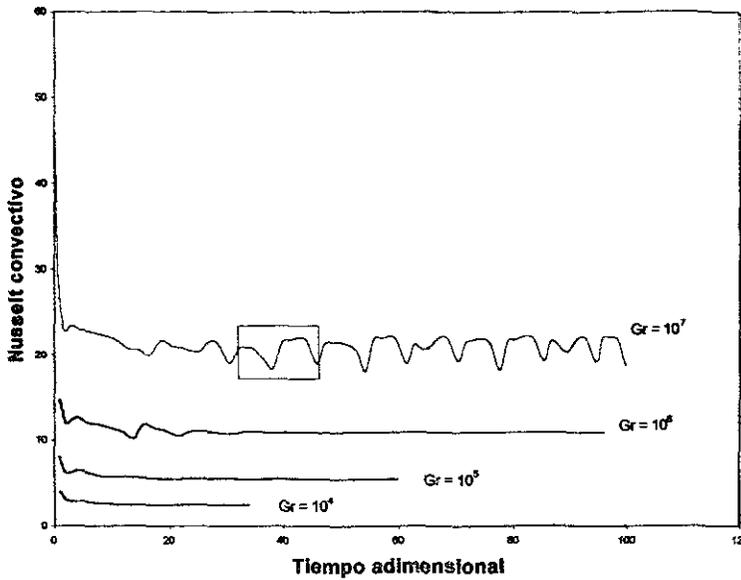


Figura 4.28 Gráfica de la historia del número de Nusselt convectivo con el tiempo usando el modelo convectivo-radiativo.

En la curva del Nusselt para $Gr = 10^7$ de la Figura 4.28 se tiene un recuadro que señala una sección que fue analizada por separado, dado que en un principio se pensó que las oscilaciones podían ser producto de limitaciones del método numérico o de la validez de las suposiciones con respecto a considerar flujo laminar, se procedió a aumentar la malla tanto espacial como temporalmente, y no se encontró diferencia significativa a pesar de aumentar en el doble el número de nodos es decir de 61×61 usados en la mayoría de las corridas, se pasó a 120×120 y de un Δt de 0.01 a 1×10^{-4} , como se muestra en la Figura 4.29 donde aparecen dos curvas obtenidas con los datos antes señalados. Las oscilaciones presentan los mismos valores máximos y mínimos en ambos casos y a pesar de que se observa cierto desplazamiento, este no afecta sustancialmente los periodos de oscilación que se calculó están entre 0.7-1.0 Hz. Esto concuerda con las oscilaciones reportadas tanto teóricamente por LeQuere [37], como experimentalmente por Humphrey [28], los cuales estudian cavidades abiertas con paredes isotérmicas (las tres), y quienes reportan oscilaciones de 0.5 Hz y de 1.2 Hz respectivamente.

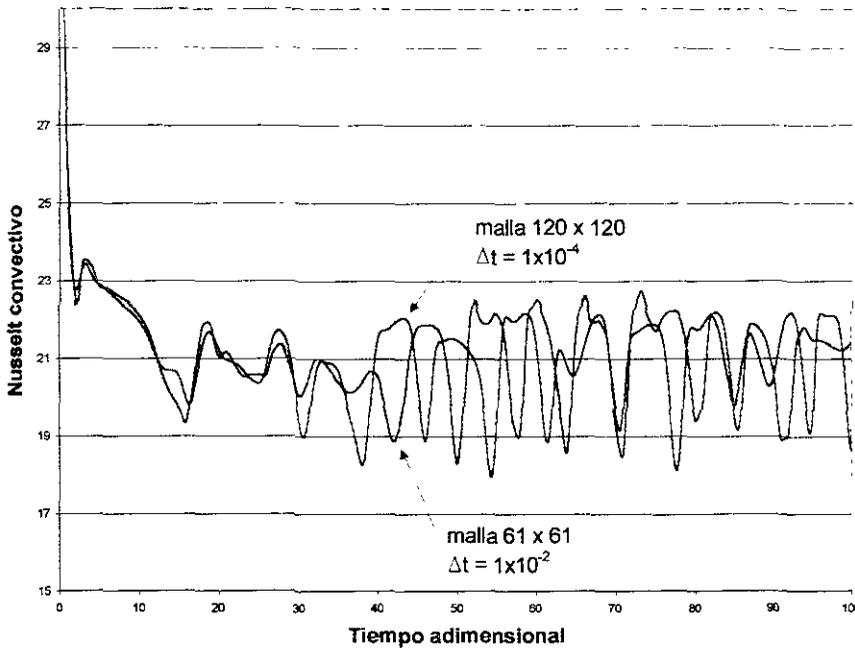


Figura 4.29 Historia de Nusselt convectivo con dos densidades de mallas diferentes.

En la Figura 4.30 se presenta una oscilación seleccionada del recuadro de la Figura 4.28, donde se muestra cómo varía el valor del Nusselt convectivo. El comportamiento es como el de una onda que sube y baja después de tener una pequeña meseta, parecida a una onda cuadrada, aquí se observa como el Nusselt toma valores mínimos de 18 y máximos poco mayores de 22; esto representa una diferencia máxima de aproximadamente 4 unidades, como se ve en la Tabla 4.6. A su vez, la onda tiene una longitud de 8 unidades de tiempo adimensional o de 1.2 segundos de tiempo real; estos valores de las oscilaciones no son constantes a lo largo del periodo estudiado ($t = 500$), pero no presenta mucha variación.

En la Tabla 4.6, se puede apreciar el efecto que tienen estas oscilaciones en el valor del Nusselt Total. En base a los valores observados de la variación máxima (último renglón de la Tabla), se puede concluir que el fenómeno de las oscilaciones es principalmente convectivo, ya que el Nusselt Convectivo varía en un 18.4%, mientras que el Radiativo en 1.3%, para la oscilación presentada. Además de las componentes convectiva y radiativa del Nusselt para el período de tiempo analizado, se tabula el Nusselt Total, y se observa que el efecto de la oscilación afecta en 5.7% el valor del Nusselt Total.

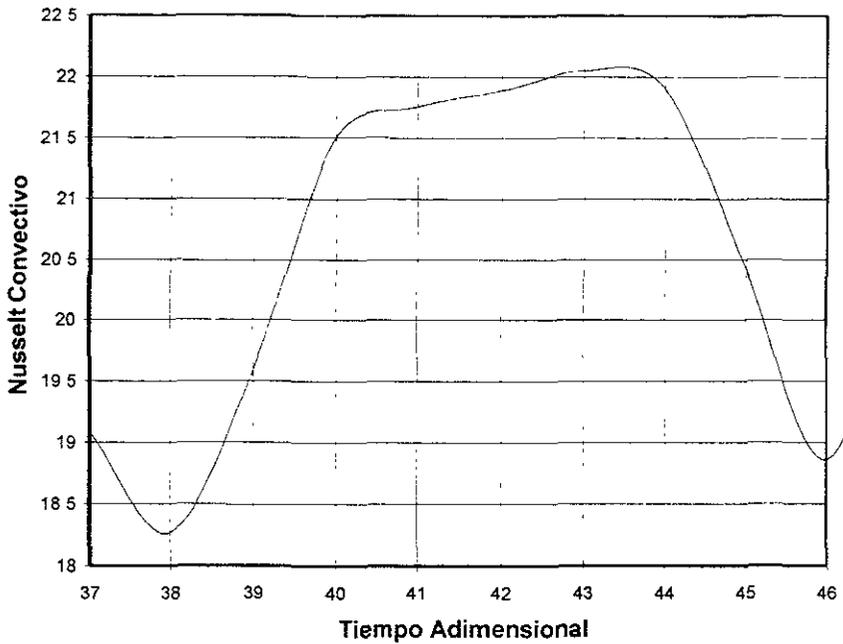


Figura 4.30 Valores del Nusselt convectivo en una oscilación.

Tabla 4.6 Valor de las componentes convectiva y radiativa del Nusselt, para la oscilación estudiada.

Tiempo adimensional	Tiempo Real /seg.	Nusselt Convectivo	Nusselt Radiativo	Nusselt Total
37.00	5.58	19.09	48.41	67.49
38.00	5.73	18.27	48.70	66.96
39.00	5.88	19.58	48.84	68.42
40.00	6.03	21.49	48.77	70.26
41.00	6.18	21.75	48.62	70.37
42.00	6.33	21.89	48.57	70.46
43.00	6.48	22.05	48.75	70.80
44.00	6.63	21.91	49.02	70.93
45.00	6.78	20.44	49.00	69.44
46.00	6.93	18.86	48.86	67.72
47.00	7.08	20.60	48.86	69.46
Valor promedio =		20.54	48.76	69.51
Variación máxima =		3.78	0.61	3.97

No todas las oscilaciones tienen los mismos valores, algunas veces las olas son más grandes, otras veces son pequeñas, la amplitud de la onda también varía sin embargo estas variaciones no son muy grandes y por lo que se pudo observar este comportamiento no deja de repetirse aún para tiempos muy grandes lo que sugiere un estado "estable-oscilatorio".

como se observa en la Figura 4.31 donde se presentan varias oscilaciones y sus respectivas fluctuaciones del valor del Nusselt.

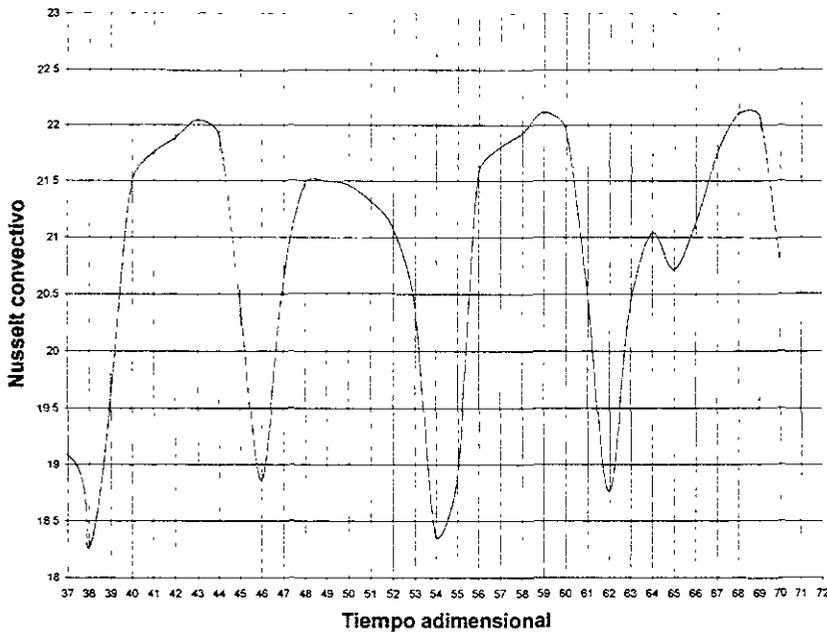


Figura 4.31 Valores del Nusselt convectivo para varias oscilaciones.

Con el fin de estudiar que sucedía en estas oscilaciones se tomaron “fotografías” a tiempos periódicos determinados obteniéndose la secuencia de gráficas presentadas en las Figuras 4.32 y 4.33. Las isoterma de temperatura mostradas en la Figura 4.32 para los tiempos correspondientes muestran un patrón de flujo variante que no puede definirse completamente como estado “estable” sino con oscilaciones, debido a la aparición de perturbaciones térmicas procedentes de la pared inferior.

Como se observa en la serie de gráficas de la Figura 4.32 una ondulación o “ampolla” de las isoterma del gas caliente, crece en la pared inferior hasta que se libera de esa superficie, para recorrer la pared vertical, posteriormente se desplaza por la pared horizontal superior y llega a la salida de la cavidad después de haber alterado todo el patrón de flujo a su paso. Esta secuencia no es un hecho aislado o transitorio, sino que por el contrario, aparentemente se repite una y otra vez indefinidamente (o al menos en todo el tiempo que se corrió la simulación). En términos del valor del Nusselt en la Figura 4.30 se observa que el valor menor corresponde a $t = 38$; en ese tiempo la “ola” ha alcanzado su

máximo tamaño y para posteriormente pegarse a la pared vertical e iniciar el ascenso ($t = 39$): el efecto sobre el Nusselt del desplazamiento de la “ola” por la pared vertical es un incremento paulatino que llega a su máximo entre $t = 43$ y $t = 44$, donde podemos observar una estabilización de la capa límite térmica en la pared vertical. El nacimiento de una nueva burbuja se observa en $t = 45$ lo que ocasiona que el Nusselt disminuya de nueva cuenta llegando a un mínimo en $t = 46$, cerrando así el ciclo.

En la Figura 4.33 se muestra el efecto que la oscilación tiene en el campo de las líneas de corriente; para el tiempo $t=37$ aparte del patrón de flujo principal (discutido en secciones anteriores) y el cual domina gran parte de la cavidad, se detecta la aparición de una celda recirculante en la pared inferior próxima a la esquina con la pared caliente, esta celda se separa de la pared inferior y en $t = 40$ se encuentra en la mitad de la pared caliente; marcando claramente el recorrido de la “ola”. Para los tiempos de 41, 42 y 43 se observa como esta celda se diluye en la corriente superior de salida de la cavidad. Y de nuevo, para $t = 46$, se inicia la formación de la celda en la pared inferior.

En este capítulo se han mostrado los principales resultados de la simulación del problema planteado, y se ha podido encontrar una marcada diferencia entre los resultados obtenidos con el modelo convectivo y el modelo convectivo-radiativo. Las comparaciones efectuadas entre ambos modelos para los campos de temperaturas, de velocidades y de los valores del Nusselt, para diferentes inclinaciones y diferentes números de Grashof, permiten establecer el orden de magnitud de considerar o no el balance radiativo en una determinada simulación.

El procedimiento de solución, y por lo tanto los resultados obtenidos, muestran consistencia y validez al simular con precisión el fenómeno de las oscilaciones observado experimentalmente en las cavidades abiertas. Sin embargo mejores comparaciones con resultados experimentales más extensos, de los que se pudieron encontrar en la literatura, son requeridos para explorar los límites del modelo propuesto.

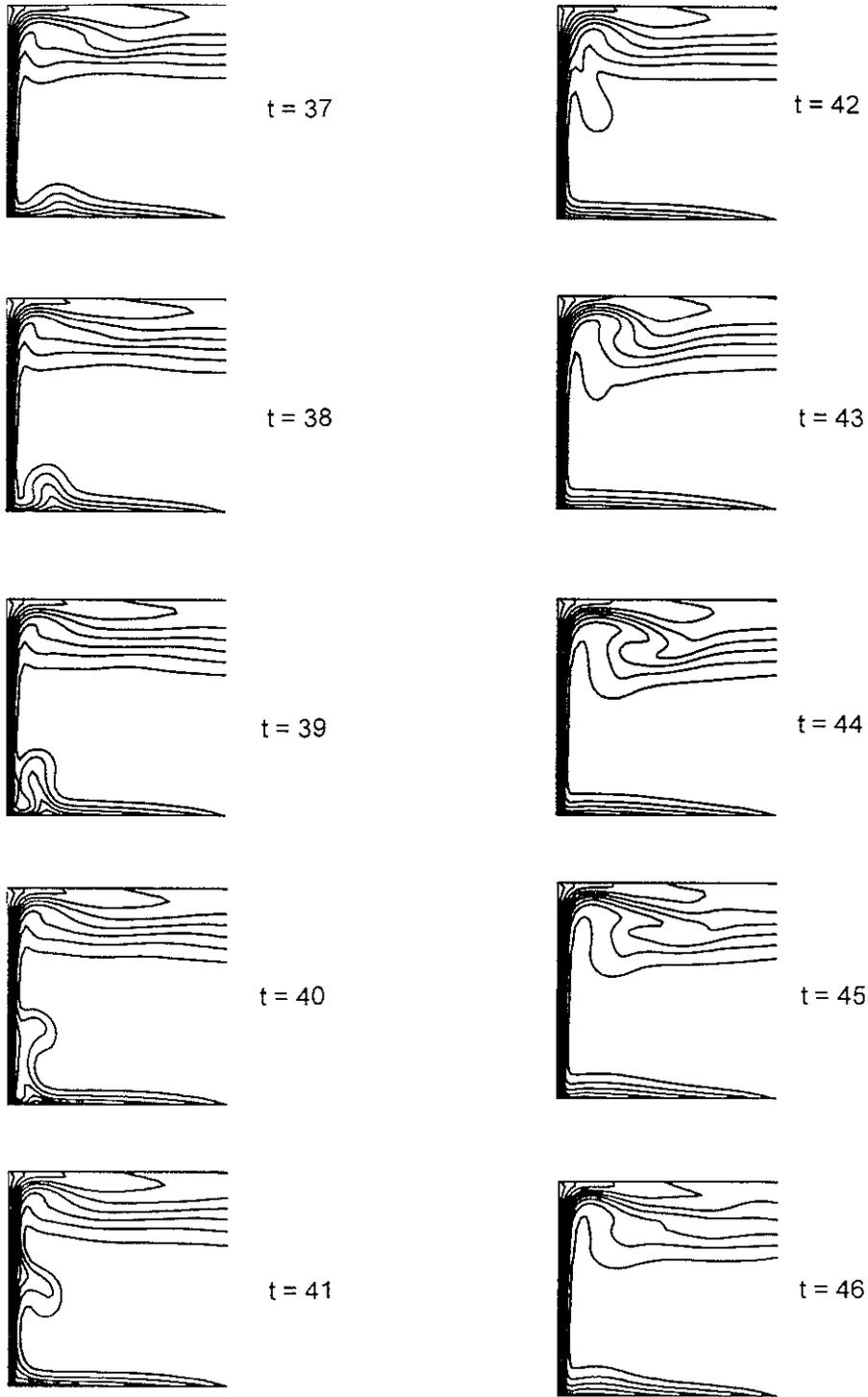


Figura 4.32 Secuencia de las isotermas para la oscilación estudiada.

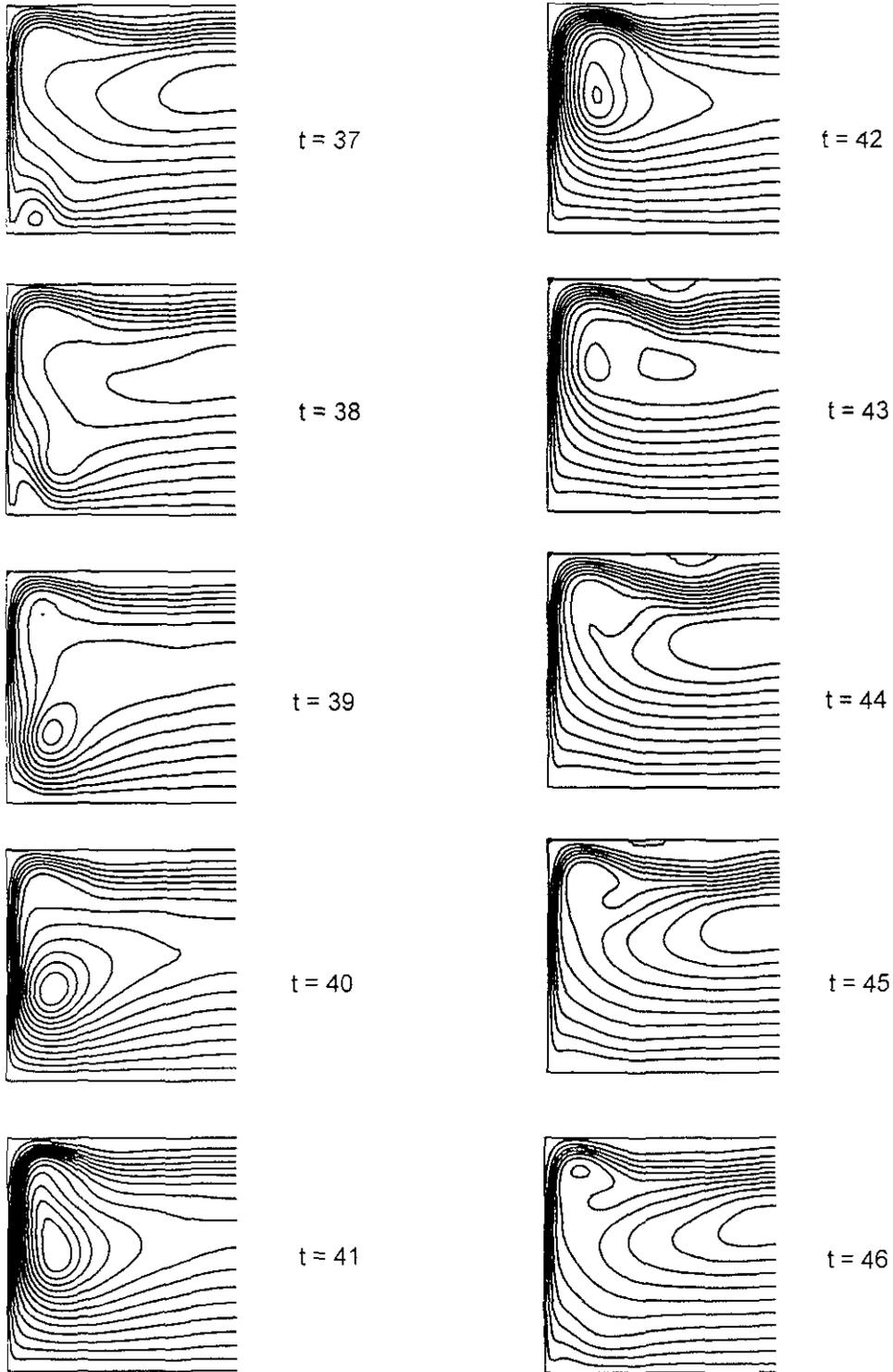


Figura 4.33 Secuencia de las isolíneas de la función corriente para la oscilación estudiada.

Conclusiones

El problema de la transferencia de calor en cavidades ha sido ampliamente estudiado considerando solamente la convección como mecanismo único de transferencia de energía térmica. Dada su dificultad, existen pocos trabajos que involucren la radiación, y que por lo tanto exploren los efectos que este mecanismo tiene sobre la forma en que el calor es transferido desde una cavidad a sus alrededores. Se ha demostrado en este trabajo que la radiación juega un papel claramente determinante, alterando en forma sustancial el patrón de comportamiento del fluido, aún para bajas diferencias de temperaturas.

Se desarrollaron dos modelos matemáticos: el modelo convectivo (MC), y el modelo convectivo-radiativo (MCR). El primero sirvió de referencia para la comparación con los trabajos anteriores, mostrando buen desempeño y concordancia con la literatura existente (Capítulo 3); asimismo, se utilizó para explorar inclinaciones de la cavidad mayores de 90° (Tablas 4.3 y 4.4), para las cuales no había reportes anteriores en la bibliografía, y las cuales fueron publicadas como avances del presente trabajo [10,11,12]. Se encontró que el número de Nusselt (Nu) presenta un máximo en ángulos menores de 90° y un mínimo en 180° . El ángulo donde se encuentra el máximo valor de Nu varía para diferentes valores del número de Grashof (Gr), pero nunca el ángulo pasa de 90° . En contraste, el mínimo está fijo en 180° para todos los valores del Gr . Estas variaciones del Nu con el ángulo de inclinación de la cavidad, se explican en términos de que la convección se ve favorecida en ángulos que permiten y facilitan la circulación natural del fluido por la cavidad. La fuerza impulsora del movimiento en la convección natural es la fuerza de flotación, y ésta tiene dirección contraria a la gravedad terrestre, algunas orientaciones de la cavidad promueven este movimiento y por el contrario otras orientaciones lo inhiben. Cuando la inclinación de la cavidad es de 90° la capa límite térmica se va adelgazando conforme aumenta el número de Grashof, esto ha sido generado por un aumento sustancial de las velocidades en la región

cercana a la pared vertical, y esto implica, a su vez, que los valores del número de Nusselt se verán afectados, en este trabajo se encontró una correlación para el número de Nusselt con un $Pr = 0.7$ y un rango de Gr de $10^4 - 10^7$.

El modelo convectivo-radiativo (MCR) se desarrolló incluyendo el balance radiativo de la cavidad al primer modelo (modelo convectivo), siguiendo el esquema usado por Alvarez [2] para cavidad cerrada y por Balaji et al. [7] en cavidades abiertas, la metodología se detalla en el Capítulo 2. El algoritmo numérico utilizado para resolver el balance radiativo fue verificado para casos conocidos dando resultados consistentes, y el modelo completo fue validado con los resultados experimentales reportados por Elsayed & Chakroun [24], como se mostró en la sección 4.2.2 del Capítulo 4.

La diferencia básica entre los resultados de ambos modelos reside en el flujo de calor que pasa al fluido desde las paredes adiabáticas las cuales están en equilibrio térmico radiativo entre éstas, con la pared caliente y el ambiente. Este flujo de calor afecta tanto el campo de temperaturas, como el de velocidades dentro de la cavidad como se muestra en las diferentes gráficas presentadas (4.1, 4.2, 4.3 y 4.9). El efecto puede ir desde pequeñas variaciones en las isotermas como se muestra en la figura 4.9 para un Gr de 10^4 para una inclinación de 90° , hasta invertir completamente el sentido del flujo como se puede observar en la Figura 4.2 donde se presenta un interferograma de una cavidad con orientación de 0° .

Usando el modelo convectivo-radiativo se realizó el estudio paramétrico cubriendo números de Grashof desde 10^4 hasta 10^7 , para las temperaturas de $T_w = 500$ K y $T_a = 300$ K, y un $Pr = 0.7$. Se encontraron las correlaciones para el número de Nusselt para la cavidad con orientación de 90° (Ecuaciones 4.1-4.2). El concepto de Nusselt total (Nu_t) el cual incluye la componente convectiva (Nu_c) y la parte radiativa (Nu_r), permite analizar de una forma clara la importancia de cada componente. Para el ejemplo estudiado en la sección 4.3.1 el Nu_t calculado con el modelo convectivo-radiativo llega a ser 3 veces el valor del Nu calculado con el modelo convectivo. Esto demuestra la importancia de considerar el balance radiativo, aún para diferencias de temperaturas pequeñas como se concluye de los

resultados de la simulación para condiciones del experimento de Elsayed & Chacroun [24] mostrado en la Tabla 4.2.

La cavidad inclinada también fue estudiada con el modelo convectivo-radiativo y los resultados de la simulación presentan un comportamiento, en lo general, parecido a los obtenidos con el modelo convectivo, ya que se obtiene un valor máximo del Nu_t y un valor mínimo cuando se mantiene el número de Grashof constante. El máximo valor se tiene con inclinaciones menores de 90° y el mínimo esta fijo en 180° , como se observa en la Tabla 4.5. La variación Nu_t es debido principalmente a la variación de la componente convectiva (Nu_c) con el ángulo de inclinación. Aspecto discutido anteriormente, sin embargo se detectó que el valor de la componente radiativa (Nu_r) no es una constante, lo que implica la existencia de un fuerte acoplamiento entre los dos mecanismos, esto se observa gráficamente en las Figuras 4.18, 4.19, 4.20 y 4.21, donde se muestran las curvas de cada componente para diferentes números del Grashof. Además se encontró que las líneas de corriente forman cuatro celdas convectivas, lo que no sucede con el modelo convectivo, las cuales giran como engranes en contacto (en direcciones opuestas) como se observa en las Figuras 4.14, 4.15, 4.16 y 4.17, correspondientes al Gr de 10^4 , 10^5 , 10^6 y 10^7 respectivamente. Esto concuerda con la pequeña inclinación que presentan las isotermas para estas condiciones y que para el caso del modelo convectivo son horizontales, lo cual implica la aparición de un transporte convectivo además del conductivo, que era el esperado.

Los dos modelos desarrollados en el presente trabajo consideran los cambios con el tiempo, esto permite analizar con detalle lo que sucede no solo cuando se llega al estado permanente sino lo que está sucediendo en cada momento en el transcurso del fenómeno. Para el procedimiento numérico utilizado se considera que se ha logrado el estado permanente cuando los cambios en los valores de las variables tienden a cero. Para este estudio el criterio fue que cambios menores de 1×10^{-4} significaba el arribo del estado permanente. En general para el modelo convectivo se cumplió con este criterio de convergencia, como se observa en la Figura 4.25, donde se presenta la variación del Nusselt con el tiempo para diferentes valores del Gr y una orientación de la cavidad de 90° .

alcanzando el estado permanente entre 30 a 90 unidades de tiempo adimensional. Para mayores valores de Gr se requiere mayor tiempo para alcanzar el estado permanente. Con el modelo convectivo-radiativo también se presenta el mismo comportamiento en términos de requerir más tiempo para alcanzar el estado permanente. Sin embargo, para valores altos del Gr no se puede obtener un comportamiento como el descrito anteriormente y aparecen fluctuaciones que no permiten que el criterio de convergencia se cumpla.

Al estudiar estas fluctuaciones del valor del Nusselt se encontró que no se debían a problema alguno con el método numérico, sino que estas oscilaciones periódicas presentaban cierta estructura y que habían sido observadas experimentalmente por otros autores [28, 37]. Las frecuencias de estas oscilaciones para el caso de $Gr = 10^7$ pudieron ser calculadas y están en un rango de 0.5 a 1.2 Hz lo cual concuerda estrechamente con lo encontrado en este trabajo que fue de 0.7 a 1.0 Hz.

Se estudió en detalle que pasaba con estas fluctuaciones y se encontró que las perturbaciones son originadas por “burbujas” o “ampollas” de las isothermas que se puede interpretar físicamente como aglomeraciones de fluido caliente que se forman en la pared adiabática inferior de la cavidad, al alcanzar cierto tamaño, se elevan pegadas a la pared vertical hasta llegar a la parte superior de la cavidad, para después abandonar la misma siguiendo la misma trayectoria de la pluma convectiva. En este recorrido se pueden establecer tres fases, la de *formación*, la de *desplazamiento* y la de *eliminación*. En la *fase de formación* se observa un minúsculo montículo o ensanchamiento de las isothermas de la capa límite térmica adyacente a la esquina formada por la pared inferior y la pared vertical de la cavidad. Con el paso del tiempo, este ensanchamiento llega a ser tan grande que se observa como una “ampolla” adherida a la pared. En este periodo se tienen los valores más bajos del número de Nusselt convectivo. Cuando la “ampolla” alcanza un determinado tamaño se suelta de la pared inferior, inicia la *fase de desplazamiento*, la cual consiste en el recorrido de esta ampolla por la pared vertical hasta llegar a la parte superior de la cavidad. Mientras este recorrido se lleva a cabo el valor del Nusselt empieza a aumentar. Cuando la ola producida por la ampolla ha terminado de recorrer la pared vertical y se dispersa con oscilaciones de la capa límite en la parte alta de la cavidad, *fase de eliminación*, el número de Nusselt alcanza sus valores máximos que son una especie de

meseta al mantener por algún tiempo estos valores. La parte final de la fase de eliminación coincide con el principio de la fase de formación, para empezar de nuevo el ciclo, con el inicio de la formación de una nueva ampolla y las subsecuentes variaciones del valor del número de Nusselt.

Estos resultados numéricos muestran un estado de oscilación permanente que no llega a estabilizarse en tiempos grandes y que no muestra signos de tener una tendencia de amortiguamiento de las oscilaciones, por lo que se supone que estas continuarán apareciendo indefinidamente. Lo interesante de este resultado de la simulación, la aparición de las oscilaciones, es que coincide plenamente con observaciones experimentales de cavidades abiertas reportados por otros autores. Este hecho le brinda validez al modelo teórico desarrollado, sin embargo el modelo no solo predice la aparición de las oscilaciones y explica su funcionamiento, sino que además, los valores experimentales de frecuencia de oscilación coinciden con las obtenidas del modelo teórico. Faltaría para completar la total validez del modelo contar con visualizaciones experimentales (que hasta el momento no han sido reportadas) y compararlas con las obtenidas teóricamente.

En consecuencia, se puede establecer que el modelo convectivo-radiativo desarrollado es un avance más en el entendimiento de la transferencia de calor en cavidades abiertas, ya que permite tener simulaciones más precisas del fenómeno y del cálculo de las pérdidas de calor.

Dadas las características del modelo desarrollado; flujo laminar en dos dimensiones, las correlaciones aquí encontradas se pueden aplicar en cavidades receptoras como las usadas en concentradores lineales del tipo Fresnel, como el que se muestra en la Figura 1.1.2. Además se esperaría poder aplicar estos resultados, como primera aproximación, en el estudio de cavidades para concentradores puntuales como las mostradas en las Figuras 1.1.3 y 1.1.4, mientras se desarrollan modelos en tres dimensiones.

Por lo anterior expuesto se considera haber cubierto satisfactoriamente con los objetivos y las metas planteadas al iniciar el proyecto. Como se señaló anteriormente este

trabajo forma parte de una línea de investigación en concentración solar, y que dada su trascendencia se considera importante continuar con su desarrollo y profundización.

Sugerencias para trabajos futuros

Producto de la experiencia alcanzada en la implementación de la solución del presente trabajo se enumeran a continuación temas sugeridos para posibles trabajos posteriores:

1. **Estudiar experimentalmente las oscilaciones del flujo en la cavidad.** Con la finalidad de validar los resultados teóricos obtenidos cuando el número de Nusselt oscila. Se podrían efectuar algunos experimentos de visualización, donde se puedan detectar las distintas fases de oscilación del número de Nusselt, como lo sugieren los resultados de la simulación numérica.
2. **Estudiar la cavidad con flujo radiativo externo.** El modelo convectivo-radiativo desarrollado tiene la posibilidad de incluir flujo radiativo del exterior, lo cual permite estudiar el caso de cavidades receptoras solares en condiciones de operación, y que dado los límites de este estudio no se llegó a explorar.
3. **Desarrollar el modelo en tres dimensiones y para flujo turbulento.** Un siguiente paso para expandir los casos estudiados con este modelo sería resolver las ecuaciones en tres dimensiones y para configuraciones geométricas diferentes a la estudiada. Así mismo, tener la posibilidad de estudiar flujo turbulento, con lo cual se cubriría todo el rango de flujo.
4. **Estudiar el efecto de flujo forzado en la pared abierta de la cavidad.** Poder establecer una velocidad de flujo en la pared abierta de la cavidad permitiría simular condiciones donde la cavidad receptora se encuentra sometida a una corriente de aire, es decir, estudiar el efecto del viento sobre la transferencia de calor al exterior de la cavidad.
5. **Establecer “problemas tipo”.** Se considera importante impulsar las acciones de investigadores, como Le Quere, Oosthuizen y otros, para establecer “problemas tipo” (benchmark problems), los cuales estén estudiados experimentalmente, con la finalidad de normalizar las validaciones de las simulaciones efectuadas en el campo, y así poder contar con estándares de comparación de los modelos desarrollados.

6. **Mejorar las técnicas de visualización de los resultados teóricos.** Adaptando rutinas de visualización a las rutinas de cálculo, esto permitirá observar con mayor detalle el desarrollo del fenómeno, y entenderlo con mayor facilidad. Entre el software comercial de visualización que existen actualmente en el mercado, no se encontró la posibilidad de acoplamiento, por lo que se considera un punto importante de desarrollo en el aspecto de programación.

R E F E R E N C I A S

1. Abib, A.H., Jaluria, Y., Penetrative Convection in a Stably Stratified Enclosure, *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol 38, No. 13, pp. 2489-2500. 1995.
2. Alvarez García, G., Transferencia de Calor en una Cavidad con Interacción Térmica a través de una Cara Semitransparente con Controlador Optico. Tesis doctoral, UNAM, México. 1994.
3. Anderson, R., Kreith, F., Natural Convection in Active and Passive Solar Thermal Systems, *Advances in Heat Transfer*, Volume 18. 1987.
4. Angirasa, D., Eggels, J.G.M., and Nieuwstadt, F. T. M., Numerical Simulation of Transient Natural Convection from an Isothermal Cavity Open a Side, *Numerical Heat Transfer*, Pan A, Vol. 28, pp. 755-768. 1995.
5. Angirasa, D., Pourquie, M. J. B. M., and Nieuwstadt, F. T. M., Numerical Study of Transient and Steady Laminar Buoyancy-Driven Flows and Heat Transfer in a Square Open Cavity, *Numerical Heat Transfer*, Pan A, Vol. 22, pp. 223-239. 1992.
6. Balaji, C., Venkateshan, S.P., Combined Conduction, Convection and Radiation in a Slot, *Int. J. Heat and Fluid Flow*, Vol. 16, pp. 139-144. 1995.
7. Balaji, C., Venkateshan, S.P., Interaction of Radiation with free Convection in an Open Cavity, *Int. J. Heat and Fluid Flow*, Vol. 15, No. 4. 1994.
8. Bejan, A., **Convection Heat Transfer**, John Wiley & Sons, Inc., New York, EUA, 1995.
9. Boehm, R. F., A Review of Convective Loss Data from Solar Central Receivers, *ASME J. Solar Energy Eng.*, vol. 109, pp. 101-107. 1987.
10. Cabanillas, R., Estrada, C.A., Alvarez, G., Estudio Teórico de la Transferencia de Calor en una Cavidad Cuadrada Abierta en un Extremo. Memorias ANES 98, Mexicali, B.C., 1998.
11. Cabanillas, R., Estrada, C.A., Alvarez, G., Estudio Teórico de la Transferencia de Calor en una Cavidad Cuadrada Abierta en un Extremo (Estudio a diferentes ángulos). Memorias ANES 99, Morelia, Michoacán, México. 1999.
12. Cabanillas, R., Estrada, C.A., Alvarez, G., Estudio Teórico de la Transferencia de Calor por Convección y Radiación en una Cavidad Abierta. DSCT 04-03 ANES/ISES 2000

- Proceedings of the ISES MILLENIUM SOLAR FORUM 2000*, Cd. de Mexico, México. 2000.
13. Catton, I., Natural Convection in Enclosures, *Proceedings of the Sixth International Heat Transfer Conference*, Vol. 6, Hemisphere Publishing Corp., Toronto. 1978.
 14. Clausing, M., Convective Losses from Cavity Solar Receivers Comparison Between Analytical Predictions and Experimental Results, *ASME J. Solar Energy Eng.*, vol. 105, pp. 29-33. 1983.
 15. Comini, G., Cortella, G., Manzan, Natural Convection in Rectangular Open Cavities, *Advanced Computational Methods in Heat Transfer IV*, Computational Mechanics; ISBN: 1853124028. Boston. 1996.
 16. Chakroun, W., Elsayed, M.M., Al-Fahed, S.F., Experimental Measurements of Heat Transfer Coefficient in a Partially/Fully Opened Tilted Cavity, *Journal of Heat Transfer*, Vol. 119, November 1997.
 17. Chan Y. L. and Tien C. L., A Numerical Study of Two-Dimensional Natural Convection in Square Open Cavities, *Numer. Heat Transfer*, vol. 8, pp. 65-80. 1985.
 18. Chan, Y. L., and Tien, C. L., A Numerical Study of Two-Dimensional Laminar Convection in Shallow Open Cavities, *Int J. Heat Mass Transfer*, Vol. 28. pp. 603-612. 1985.
 19. Chan, Y. L., and Tien, C. L., Laminar Natural Convection in Shallow Open Cavities, *ASME Journal of Heat Transfer*, Vol. 108, pp. 305-309. 1986.
 20. Chen, K. S., Humphrey, J.A.C., and Sherman, F.S., Free and Mixed Convective Flow of Air in a Heated Cavity of Variable Rectangular Cross Section and Orientation, *Phil. Trans. R. Soc. Lond. A* 316, 57-84. 1985.
 21. Dehghan, A.A., Behnia, M., Combined Natural Convection-Conduction and Radiation Heat Transfer in a Discretely Heated Open Cavity, *Journal of Heat Transfer*, Vol. 118, February 1996.
 22. Desai, C.P., Vafai, K., Experimental and Numerical Study of Buoyancy Induced Flow and Heat Transfer in an Open Annular Cavity, *Int J. Heat Mass Transfer*, Vol. 39, No. 10, pp. 2053-2066. 1996.

23. Ecker, E.R.G., and E. Soehngen: Interferometric Studies on the Stability and Transition to Turbulence of a Free Convection Boundary Layer, *Proc. Gen. Discuss. Heat Transfer ASME-IME*, London, 1951.
24. Elsayed, M.M., Chakroun, W., Effect of Aperture Geometry on Heat Transfer in Tilted Partially Open Cavities, *Journal of Heat Transfer*, Vol. 121, November 1999.
25. Estrada, C.A., J.G. Cervantes, A. Oskam, F. Cruz and J. Quiñonez. Thermal and Optical Characterization of a Solar Concentrator for High Radiative Flux Studies. *Proceedings of the 1998 Annual Conference*, American Solar Energy Society. Vol. 1, pages.259-266. 1998.
26. Harris, J.A., Lenz, T.G., Thermal Performance of Solar Concentrator/Cavity Receiver System, *Solar Energy*, Vol. 34, No. 2, pp. 135-142, 1985.
27. Hess, C. F., and Henze, R. H., Experimental Investigation of Natural Convection Losses From Open Cavities, *ASME Journal of Heat Transfer*, Vol. 106, pp. 333-338. 1984.
28. Humphrey, J.A.C. and To, W.M., Numerical Simulation of Buoyant, Turbulent Flow-I, Free Convection along a Heated Vertical Flat Plate. *Int. J. Heat Mass Transfer*. Vol.29, No.4, pp. 573-592. 1986.
29. Jacobs, H.R. and Mason, W.E., Natural Convection in Open Rectangular Cavities with Adiabatic Sidewalls, in *Proceedings of the 1976 Heat Transfer and Fluid Mechanics Institute*, pp. 33-46, Stanford Univ. Press, Stanford, Calif., 1976.
30. Jacobs, H.R., Mason, W.E. and Hikida, W.T., Natural Convection in Open Rectangular Cavities, *Heat Transfer*, vol. 3, pp. 90-94. 1974.
31. Kettleborough, C.F., Transient Laminar Free Convection between Heated Vertical Plates Including Entrance Effects, *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol. 15, pp. 883-896. 1972.
32. Khanafer, K, Vafai, K., Buoyancy-driven Flow and Heat Transfer in Open-ended Enclosures: Elimination of the Extended Boundaries. *Int. J. Heat Mass Transfer* 43 (2000) 4087-4100. 2000.
33. Klaiss, H., Staiss, F. and Winter, C.J., System Comparison and Potential of Solar Thermal Installations in the Mediterranean Area, *Workshop on Prospects for solar*

- thermal Power Plants in the Mediterranean Region*, pp. 25-26, Sophia-Antipolis, France. September 1991.
34. Kraabel, J.S., An Experimental Investigation of the Natural Convection from a Side-Facing Cubical Cavity, *Proceedings of the ASME-JSME Thermal Engineering Joint Conference*, Honolulu, HI, Vol. 1, pp. 299-306. 1983.
 35. Lage, J.L., Lim, J.S., Bejan, A., Natural Convection with Radiation in a Cavity with Open Top End, *Journal of Heat transfer*, Vol. 114 pp. 479-486. 1992.
 36. Leibfried, U., Ortojohnann, J., Convective Heat Loss from Upward and Downward-Facing Cavity Solar Receivers: Measurements and Calculations, *Journal of Solar Energy Engineering*, May, Vol. 117. 1995.
 37. LeQuere, P., Humphrey, J.A.C., and Sherman, F.S., 1981, Numerical Calculation of Thermally Driven Two-dimensional Unsteady Laminar Flow in Cavities of Rectangular Cross Section, *Numer. Heat Transfer*, vol. 4, pp. 249-283. 1981.
 38. Leonardi, E., Reizes, J.A., Convective Flow in Closed Cavities with Variable Fluid Properties, *Numerical Methods in Heat Transfer*, John Wiley & Sons Ltd. New York, EUA, 1981.
 39. Lin, C. X., and Xin, M. D., Transient Turbulent Free Convection in an Open Cavity, *Institution of Chemical Engineers Symposium Series*, Vol. 1, pp. 515-521. 1992.
 40. McMordie, R.K., Convection Heat Loss from a Cavity Receiver, *Journal of Solar Energy Engineering*, February, Vol. 106. 1984.
 41. Miyamoto, M., Keuhn, T. H., Goldstein, R. 1., and Katoh, Y., Two-Dimensional Laminar Natural Convection Heat Transfer from a Fully or Partially Open Square Cavity, *Numerical Heat Transfer*, Pan A, Vol. 15, pp. 411-430. 1989.
 42. Mohamad, A.A., Natural Convection in Open Cavities and Slots, *Numerical Heat Transfer*, Part. A. 27:705-716, 1995.
 43. Oosthuizen, P. H., **Introduction to Convective Heat Transfer Analysis**, McGraw-Hill, New York, EUA. 1999.
 44. Ostrach, S., Natural Convection in Enclosures, *Journal of Heat Transfer*, Vol. 110, November 1988.
 45. Ozisik. M.N., **Finite Difference Methods in Heat Transfer**, CRC Press, Inc., Florida, EUA. 1994.

46. Penot, F., Numerical Calculation of Two-dimensional Natural Convection in Isothermal Open Cavities, *Numer. Heat Transfer*, vol. 5, pp.421 –437. 1982.
47. Roache, P.J., **Computational Fluid Dynamics**, Hermosa Publishers, New Mexico, EUA, 1985.
48. The International Energy Agency, 1996 World Energy Outlook (WEO), IEA (PRESS(96)6), Paris, April 22, 1996.
49. Secretaría de Energía de México, Programa de Desarrollo y Reestructuración del Sector de la Energía 1995-2000. 1998.
50. Sernas, V., and Kyriakides, I., Natural Convection in an Open Cavity, *Proceedings of the Seventh International Heat Transfer Conference*, Munich, vol. 2, pp. 275-286. 1982.
51. Showole, R. A., and Tarasuk, J. D., Experimental and Numerical Studies of Natural Convection with Flow Separation in Upward-Facing Inclined Open Cavities, *ASME Journal of Heat Transfer*, Vol. 115, pp. 592-605. 1993.
52. Siebers, D.L., R.J. Moffat and R.G. Schwind, Experimental, variable properties natural convection from a large, vertical, flat surface, *J. Heat Transfer*, 107, p 124-132. 1985.
53. Siegel, R. Howell, J.R., **Thermal Radiation Heat Transfer**, Taylos & Francis, New York. 1992.
54. Skok, H., Ramadhyani, S. and Schoenhals, R. J., Natural Convection in a Side-Facing Open Cavity, *Int. J. Heat Fluid Flow*, vol. 12, pp. 36-45. 1991.
55. SolarPaces (I.E.A.), Solar Technology and Applications, Technical Report No. III-1/99, 29 de October, Cuernavaca, Mexico. 1999.
56. Stine, W.B. and Diver, R.B., A Compendium of Solar Dish/Stirling Technology, *Report Sandia National Laboratories*, SAND93-7026 UC-236, New Mexico, EUA. 1994.
57. Stine, W.B., Power from the Sun, Principles of High Temperature Solar Thermal Technology. SERI/SP-273-3054 (US DOE DE87001104). National Renewable Energy Laboratory. Colorado, EUA, 1987.
58. Stine, W.B., Viver, R.B., A Compendium of Solar Dish/Stirling Technology, Sandia National Laboratories, SAND93-7026 UC-236. New Mexico, EUA, 1994.
59. Stine, W.B., McDonald, C.G., Cavity Receiver Heat Loss Measurements, *ASME Solar Energy Division Conference*, Denver, Colorado. April 1988.

-
60. To, W.M. and Humphrey, J.A.C., Numerical Simulation of Buoyant, Turbulent Flow-II. Free and Mixed Convection in a Heated Cavity. *Int. J. Heat Mass Transfer.*; Vol.29, No.4, pp. 593-610. 1986.
 61. Vafai, K. Desai, C.P., Comparative Analysis of The Finite- Element and Finite Difference Methods for Simulation of Buoyancy Induced Flow and Heat Transfer in Closed and Open Ended Annular Cavities, *Numerical Heat Transfer Part A*, Vol. 23 pp. 35-59. 1993.

Apéndice A

Números de Grashof para receptores de concentradores solares de foco puntual

Introducción:

El número de Grashof (Gr) puede ser interpretado físicamente como el grupo adimensional representativo de la relación de las fuerzas de flotación y las fuerzas viscosas en un sistema de convección natural. El Gr juega un papel similar al número de Reynolds (Re) para sistemas de convección forzada, siendo la variable usada como criterio para caracterizar si el tipo de flujo en un determinado sistema es laminar, se encuentra en transición o es turbulento.

La definición del Gr está dada por la ecuación siguiente:

$$Gr = \frac{g\beta(T_s - T_\infty)L^3}{\nu^2}$$

Donde

g = gravedad terrestre (m/seg^2)

T_∞ = Temperatura de los alrededores (K)

β = coeficiente de expansión térmica (K^{-1})

T_s = Temperatura de pared caliente (K)

ν = viscosidad cinemática (m^2/seg)

L = longitud característica (m)

El coeficiente promedio de transferencia de calor para convección natural Nu puede ser representado en forma simple y para distintas circunstancias de la siguiente forma:

$$Nu_f = C (Gr_f Pr_f)^m$$

Donde el subíndice f indica que las propiedades en el grupo adimensional están evaluadas a la temperatura de película dada por

$$T_f = (T_\infty + T_w) / 2$$

El producto de los números adimensionales Grashof y Prandtl se conoce como el número Rayleigh:

$$Ra = Gr Pr$$

Para aplicaciones especiales donde es difícil conocer el valor de las temperaturas en el fluido y se tiene información sobre el flujo de calor, se ha utilizado una definición distinta del Gr conocida con el nombre de "Grashof modificado"

$$Gr^* = \frac{g \beta q_w L^4}{k \nu^2}$$

Donde

q_w = flujo de calor en la pared

k = conductividad térmica del fluido

Valores Críticos del Grashof

La región de valores del Gr cuando el flujo pasa de un estado laminar a turbulento se le conoce como valores críticos. Para aire en convección natural sobre una placa plana vertical, el valor crítico del número de Grashof según observaciones de Eckert y Soehngen [23] es de aproximadamente 4×10^8 . En otra referencia considerando el caso de placa vertical con valores de ΔT grandes ≈ 400 K se observa en la Figura A.1 que el punto de transición a flujo turbulento es de aproximadamente 1.5×10^8 [52]

La transición de flujo laminar a turbulento para cavidades abiertas fue estudiada por Le Quere [37] para algunas inclinaciones de la cavidad. Le Quere observa una fuerte dependencia con el ángulo de inclinación de la cavidad y señala que para un ángulo de 90° , es decir para una cavidad con una pared lateral abierta, el Gr crítico es del orden de 3.9×10^7 . El autor observa que al incrementar el ángulo de inclinación de la cavidad (el lado abierto hacia abajo) la actividad de turbulencia disminuye pero no reporta valores, los motivos de la disminución de turbulencia son debidos a dos factores; i) existe una estratificación del aire atrapado en la cavidad, lo que amortigua fluctuaciones turbulentas, y ii) reducción en la intensidad y magnitud del flujo recirculante.

Valores del número de Grashof para las condiciones del sistema en estudio

Con el fin de conocer en que rangos de Gr se encuentra el problema estudiado se realizó un estudio paramétrico del Gr variando las dimensiones y las diferencias de

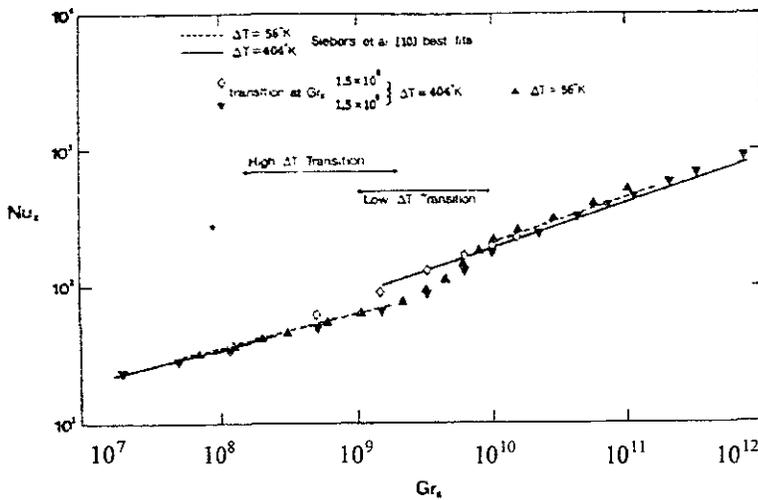


Figura A.1 Gráfica del Nusselt como función del Gr para una placa plana caliente para aire

temperatura de la cavidad. Se consideró una cavidad de geometría cuadrada donde la pared caliente varía en longitud de 0.01 m a 0.5 m, y las temperaturas consideradas para la pared caliente van de $T = 350$ K a 1100 K, la temperatura ambiente se considera de 300 K (27 C). Las principales propiedades del aire fueron ajustadas a curvas para hacer los cálculos en una hoja electrónica.

Resultados

En la Tabla A.1 se presenta los valores del Gr calculados para diferentes temperaturas y tamaños de la cavidad. Se ha señalado con distintos colores tres secciones; la sección del flujo laminar con un color más claro, la sección de flujo de transición con un color intermedio, y la sección de flujo turbulento con el color más oscuro. Se observa que para valores de longitud de la cavidad menor de 0.17 metros el flujo es laminar para cualquier diferencia de temperatura. Entre 0.2 y 0.3 metros se presenta el flujo de transición y para longitudes mayores de 0.35 metros el flujo esperado sería turbulento.

Conclusión

Dado el interés del presente estudio de modelar cavidades en concentradores solares, se seleccionó el flujo laminar como el más acorde a estos intereses ya que la mayoría de las cavidades reportadas [58] tienen longitudes menores de 0.22 metros.

Tabla A.1 Valores del número de Grashof para una cavidad cuadrada a distintas dimensiones y temperaturas.

Temperatura de ambiente (°K)	300	300	300	300	300	300	300	300
Temperatura de operación (°K)	350	500	600	700	800	900	1000	1100
Temperatura Promedio	325	400	450	500	550	600	650	700

Longitud (m)	Grashof							
0.01	4.85E+03	7.54E+03	6.93E+03	6.09E+03	5.28E+03	4.59E+03	4.00E+03	3.51E+03
0.05	6.07E+05	9.43E+05	8.66E+05	7.61E+05	6.60E+05	5.74E+05	5.00E+05	4.39E+05
0.07	1.67E+06	2.59E+06	2.38E+06	2.09E+06	1.81E+06	1.57E+06	1.37E+06	1.20E+06
0.10	4.85E+06	7.54E+06	6.93E+06	6.09E+06	5.28E+06	4.59E+06	4.00E+06	3.51E+06
0.15	1.64E+07	2.55E+07	2.34E+07	2.05E+07	1.78E+07	1.55E+07	1.35E+07	1.19E+07
0.17	2.39E+07	3.71E+07	3.41E+07	2.99E+07	2.60E+07	2.25E+07	1.97E+07	1.73E+07
0.20	3.88E+07	6.04E+07	5.55E+07	4.87E+07	4.23E+07	3.67E+07	3.20E+07	2.81E+07
0.22	5.17E+07	8.03E+07	7.38E+07	6.48E+07	5.63E+07	4.89E+07	4.26E+07	3.74E+07
0.30	1.31E+08	2.04E+08	1.87E+08	1.64E+08	1.43E+08	1.24E+08	1.08E+08	9.48E+07
0.35	2.08E+08	3.23E+08	2.97E+08	2.61E+08	2.27E+08	1.97E+08	1.72E+08	1.51E+08
0.40	3.11E+08	4.83E+08	4.44E+08	3.89E+08	3.38E+08	2.94E+08	2.56E+08	2.25E+08
0.55	8.08E+08	1.26E+09	1.15E+09	1.01E+09	8.79E+08	7.63E+08	6.66E+08	5.84E+08

Apéndice B

Factores de configuración geométrica

Los factores de configuración geométrica están definidos como la fracción de energía que sale de una superficie A_1 y que llega a otra superficie A_2 . Esta fracción depende exclusivamente del arreglo geométrico de las superficies que están interactuando, ya que para su cálculo se considera que el medio no interviene.

Cada arreglo geométrico requiere ser analizado para utilizar los factores de configuración correspondiente (si ya existe reportado en la literatura), o en su caso calcularlo.

En una configuración de cavidad rectangular abierta en un extremo se puede descomponer en dos factores: para laminas paralelas (Figura B.1), y para laminas adyacente con ángulo de 90° (Figura B.2).

Para el caso estudiado los Factores F_{13} , F_{31} , F_{24} , F_{42} , son factores que pueden representarse como de laminas paralelas infinitamente largas del mismo ancho [52].

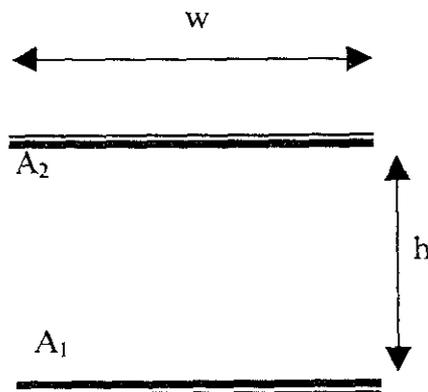


Figura B.1 Laminas en paralelo.

Para esta geometría el factor de configuración esta dado por [52]:

$$F_{12} = F_{21} = \sqrt{1 + H^2} - H, \quad \text{donde } H = h/w$$

Para el caso de laminas adyacentes en ángulo de 90° se tiene

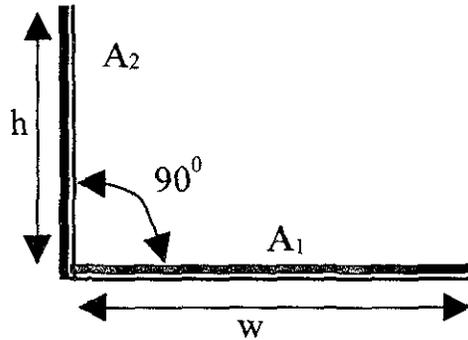


Figura 2.B Laminas adyacentes a 90° .

El factor de configuración aparece en [53] con la siguiente expresión:

$$F_{12} = 1/2 \left(1 + H - \sqrt{1 + H^2} \right), \quad \text{donde } H = h/w$$

Apéndice C

Análisis de las condiciones de frontera.

Entre los estudios teórico-numéricos revisados se utilizan dos tipos de espacio de integración (extendido y confinado). Aquí se presenta una breve descripción de ambas formulaciones y se concluye porque se utilizó el espacio confinado en el presente trabajo.

Espacio Extendido, variables primitivas

En el espacio extendido se considera una región de integración mucho mayor que la cavidad. Con esto se busca que las condiciones supuestas e impuestas no afecten lo que sucede en el interior de la cavidad. En la Figura C.1 se describe las principales secciones que conforman un arreglo de espacio extendido.

Los autores Le Quere [37] y Chan & Tien [17] entre otros autores, resuelven las ecuaciones de transporte de energía, usando espacio extendido. Las condiciones de frontera utilizadas por estos autores son:

Frontera 1.

Los gradientes de velocidad son igualados a cero, lo cual significa que no se espera una aceleración en esta región. La presión adimensional también es igualada a cero.

$$\frac{\partial U}{\partial Y}, \frac{\partial V}{\partial Y}, P = 0$$

Con respecto a la temperatura se supone que el transporte de energía se debe principalmente a la convección por lo que el fluido que salga del espacio lo hará con un gradiente de temperatura igual a cero, y el fluido de entrada lo hará a temperatura del exterior que es fijada en cero.

$$\frac{\partial T}{\partial Y_{out}}, T_m = 0$$

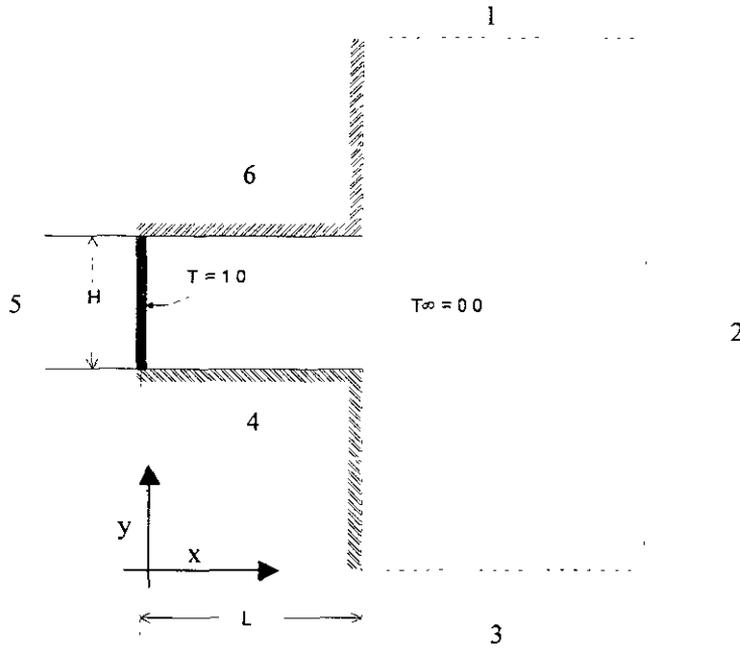


Figura C.1 Cavidad con el espacio extendido.

Frontera 2

En esta frontera, al igual que la anterior, se igualan los gradientes de velocidad a cero y la presión adimensional también. Así mismo la temperatura del fluido que entra a la región es igual a cero.

$$\frac{\partial U}{\partial X}, \frac{\partial V}{\partial X}, P, T_m = 0$$

Frontera 3

El conjunto de condiciones utilizadas en la frontera 1, se repite en esta región y Le Quere [37] usa:

$$\frac{\partial U}{\partial Y}, \frac{\partial V}{\partial Y}, P, \frac{\partial T}{\partial Y_{out}}, T_m = 0$$

Sin embargo Chan y Tien [18] hacen una variante y fijan la componente (y) de la velocidad en $V=0$, argumentando ventajas en la estabilidad de la solución numérica.

Fronteras 4, 5 y 6

Aquí se considera que las velocidades son cero (condición de no deslizamiento) y el gradiente de temperaturas es cero (condición adiabática) excepto para la pared caliente donde la temperatura adimensional es de uno.

Espacio Restringido

En la figura F.2., se muestran las condiciones de frontera en variables secundarias usadas por Angirasa [4,5] para un espacio confinado a la cavidad.

Para las paredes 1, 2 y 3, básicamente se tienen las mismas condiciones que las anteriormente presentadas en variables primitivas, sin embargo para el lado abierto existen nuevas condiciones; a la vorticidad se le dá el mismo tratamiento que a la temperatura, es decir, cuando el flujo entra a la cavidad lo hace con un valor de la vorticidad de cero y cuando sale el gradiente de la vorticidad es de cero. Las condiciones anteriores fueron encontradas, después de hacer varias pruebas, como las más estables y que daban mejor convergencia para alcanzar el estado permanente. Por otra parte, el gradiente de la función corriente es fijado en cero en esta frontera por lo que la componente de velocidad $V = 0$, lo que obliga al fluido que entra a la cavidad hacerlo sin ángulo.

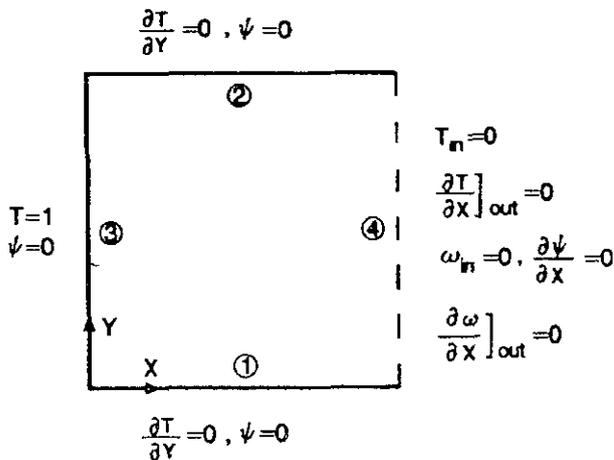


Figura C.2 Cavidad y condiciones de frontera usados por Angirasa [4].

Angirasa et al.[4] en su trabajo publicado en 1992, concluye que se pueden obtener resultados precisos usando el espacio confinado y realiza un estudio comparativo con los resultados de Chan & Tien [18], donde demuestra que la concordancia entre ambos resultados es muy buena.

Tiempo de Computo

Por otro lado K. Vafai y Khanafer en su reciente estudio publicado en el 2000 [61] concuerdan con Angirasa en las ventajas de usar el espacio confinado, estos autores comparan sus propios resultados obtenidos con ambas formulaciones en dos y tres dimensiones. Los resultados muestran que no existen grandes diferencias en los valores del Nusselt, pero los tiempos de computo pueden ser disminuidos en un 90 % usando espacio confinado.