

1-504
P
DYES

01149
106



UNIVERSIDAD NACIONAL
AUTÓNOMA

F L U O P T

UN PROGRAMA INTERACTIVO DE FLUJOS OPTIMOS

BIBLIOTECA DE LAS DIVISIONES
DE INVESTIGACION Y ESTUDIOS SUPERIORES
DE LA FACULTAD DE INGENIERIA

Tesis que para obtener el grado de
maestro en Ingeniería (potencia)
presenta el :

ING. ARTURO IGNACIO PEON ZAPATA.
- 1977. -

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

56

A Rebeca , mi esposa ,

Hoy por hoy,
Mañana por mañana,
Por su amor , mi amor ;
Por su paciencia , mi gratitud ;
Por su trabajo , mi reconocimiento

a lo largo de este prolongado esfuer
zo conjunto que toca a su fin.

A Arturín y a Carla Eugenia, mis hijos,

Que aún no son conscientes de lo que
sacrificaron para que este trabajo se
realizara.

I N D I C E

Introducción	1	
CAPITULO I		
OBJETIVOS Y FORMULACION DEL PROBLEMA DE FLUJOS OPTIMOS.		
I.1) Introducción	4	
I.2) Funciones Objetivo	4	
I.3) De las restricciones	6	
I.4) Formulación del problema de flujos óptimos	9	
I.5) Condiciones de optimalidad para el estado de operación óptimo de los sistemas de potencia	9	
I.6) Los métodos	12	
CAPITULO II		
EL METODO DE LA BPA		
II.1) Introducción	15	
II.2) De las variables	16	
II.3) Formulación del problema de flujos óptimos y su solución ..	20	
II.4) El algoritmo	22	
II.5) Ejemplo	24	
CAPITULO III : FLUOPT		
III.1) Introducción	28	
III.2) Estructura de FLUOPT	29	
III.3) La Entrada de datos por la función EPD	35	
III.4) Estructura de los archivos	39	
III.5) Ejemplo	47	
III.6) Formulario	62	
III.7) Conclusiones del uso del método de la BPA	67	
CAPITULO IV :		
FORMULACION DEL PROBLEMA DE FLUJOS OPTIMOS POR EL METODO PRIMAL-DUAL DE OPTIMIZACION - CONVEXA.		
IV.1) Introducción	68	
IV.2) El método Primal-Dual	72	
IV.3) Minimización del funcional Dual Penalizado de Flujos óptimos	73	
IV.4) Diagrama de flujo del programa FLUOPT PD	79	
CAPITULO V :		
CONCLUSIONES		82
Apéndice A) Representación matemática del costo de combustible en la operación económica de un sistema de potencia		
A.1) Ajuste polinomial de la curva de entrada-salida de un generador	83	
A.2) De la convexidad de la curva de entrada-salida de un generador	84	

Apéndice B)	Las ecuaciones de flujos de un sistema de potencia, su solución y propiedades.	
B.1)	Formulación de las ecuaciones de flujos de un sistema de potencia en estado estable.	85
B.2)	Las ecuaciones de flujos de un sistema de potencia y su solución.	88
B.3)	De la solución de las ecuaciones de flujos de un sistema de potencia por computadora.	89
B.4)	Estructura de las ecuaciones de flujos	93
B.5)	De la convexidad de las ecuaciones de flujos	95
Apéndice C)	Algunas definiciones y teoremas	100
Apéndice D)	Condiciones de optimalidad necesarias y suficientes para el problema de un programa general.	102

I N T R O D U C C I O N

El crecimiento, el control y la operación de un sistema eléctrico de potencia constituye un reto a la ciencia y a la tecnología moderna. Una solución coherente a esta problemática está aún distante, pues tan solo el análisis y la síntesis de la operación en estado cuasiestable de este sistema no está resuelto óptimamente. La dimensionalidad de los problemas que se presentan en torno a los sistemas de potencia, las dificultades de convergencia de los métodos existentes, el tiempo de cálculo que impide su implementación en tiempo real, han hecho que se sigan buscando métodos de solución que superen estas dificultades. Dentro de ésta problemática nosotros analizaremos el caso de los llamados Flujos Óptimos con el fin de plantear una nueva formulación que intenta evitar los problemas de convergencia.

Partiremos de la operación de los sistemas de potencia en estado cuasiestable con el objeto de situar el problema de Flujos Óptimos.

La imposibilidad de almacenar grandes cantidades de energía eléctrica, plantea el primer problema, el llamado de "Coordinación Hidrotérmica", que hace necesario prever la carga que estará conectada para efectuar un programa de generación tal, que satisfaga la demanda y las pérdidas en cada momento, ¿cómo determinar entonces la energía hidráulica o térmica que debe generarse, con la incertidumbre que representa la predicción de carga? Se busca pues determinar, a lo largo de un período de tiempo, el reparto de generación térmica o hidráulica, de tal modo que el aprovechamiento de los dos recursos energéticos: agua y combustible, sea óptimo. Sin embargo, el carácter estocástico de la demanda y de los escurrimientos en los vasos de las plantas hidráulicas; y las restricciones que implican las políticas que se sigan en materia de riego, navegación y control de avenidas, hacen que el problema se acreciente.

El segundo problema llamado de "Selección de Unidades" surge al tratar de determinar que máquinas o plantas generadoras deben estar en operación a cada hora del día para satisfacer la demanda de energía eléctrica, partiendo de la base que hay que minimizar los costos que implica el arranque o paro de las plantas térmicas, a la vez que hay que considerar las restricciones que existen para garantizar la continuidad y calidad del servicio como son: cantidad de reserva rodante por máquina, capacidad de transmisión de energía por la red, así como la asignación óptima de a que unidades se les debe dar mantenimiento en un determinado período. La "Selección de Unidades" se hace más compleja si se incluyen aspectos de confiabilidad de los elementos del sistema de potencia.

Una vez resueltos los problemas de "Coordinación Hidrotérmica" y de "Selección de Unidades" el paso a seguir es el de la operación del sistema de potencia, lo que requiere de un sistema de información confiable que responda a los interrogantes que se plantean sobre el estado del sistema de potencia. Ese sistema de información debe ser tal, que permita identificar errores en los datos y reconstruir el estado del sistema aún en el caso que alguna medición falle. La llamada "Estimación de Estados" es el núcleo del control en tiempo real.

Ya superada la etapa de la información podemos centrarnos en nuestro problema medular, Flujos Optimos, y surge aquí la primera alternativa ¿ Que tiene más prioridad, la confiabilidad o la economía en el manejo óptimo de los sistemas de potencia ?

El ideal sería operar el sistema de potencia en la forma más económica posible en tanto se garantizara su seguridad; sin embargo el carácter probabilístico de la seguridad hace que el planteamiento del problema sea un tanto vago.

Uno de los enfoques que se ha dado para resolver el problema de seguridad, es el tratar de mantener ciertos índices de confiabilidad durante la operación del sistema de potencia, pero la carencia de historia o un nivel de referencia de estos índices ha provocado que se sigan " recetas " basadas en la intuición, y la experiencia que optan por la operación del sistema, de suerte tal que, si una o más líneas del sistema se abren, no se excedan los límites de sobrecarga temporales del equipo para que se permita tomar acción en el perfil de generación de potencias, hasta alcanzar el nuevo estado de equilibrio del sistema. Si esto no es posible se toman acciones correctivas drásticas, como cortes de carga.

Por todo lo anterior se hace evidente la necesidad de buscar herramientas que al tiempo que respeten las garantías de calidad y continuidad de servicio que ofrecen las " recetas " ; optimicen la operación del sistema de potencia en base a un criterio, sea el de minimización del costo de generación de energía, sea el de la minimización de los cortes de carga, o cualquier otro.

Actualmente estas herramientas de cálculo consisten en programas de computadora, que tienen en la planeación y en la operación de los sistemas de potencia sus terrenos de utilización.

El objetivo de este trabajo es pues, la implementación en computadora de dos métodos de optimización para ser usados en la planeación de los sistemas de potencia, y que tienden a resolver los problemas antes mencionados⁽¹⁾. Cuando este es el caso, es conveniente darle al ingeniero ; por un lado, la facultad de dirigir el curso de sus cálculos para evaluar la conveniencia de un estado de operación del sistema de potencia ; y por el otro permitirle confrontar la red con diferentes perfiles de carga para usarla eficientemente, sin necesidad de inversiones por ampliaciones, cuando por métodos de prueba y error, no se encuentra un estado factible de operación del sistema de potencia.

Los dos métodos que presentamos en este estudio son : el método del gradiente reducido, originalmente aplicado a sistemas de potencia por Dommel y Tinney⁽²⁾ en la Bonneville Power Administration ;

(1) Nos referimos aquí a los problemas antes mencionados que no caen en el área del control, predespacho o filtrado óptimos.

(2) H.W. Tinney y W.F. Dommel
Optimal Power Flow Solutions
IEEE trans. on Power Apparatus and Systems
(PAS) No. 87 pp. 1866-1876.

y el método Primal-Dual (3) cuya aplicación a sistemas de potencia aquí se presenta por vez primera.

Finalmente habremos de añadir que este trabajo puede considerarse como una investigación adicional de un proyecto para desarrollar un modelo de Flujos Optimos que se me encomendó en el Departamento de Metodología de la Gerencia de Estudios e Ingeniería Preliminar de la Comisión Federal de Electricidad; razón por la cual deseo agradecer a su Gerente General, el Ing. Joaquín Carrión Hernández, las facilidades que me brindó para finalizar este trabajo.

En forma especial quiero agradecer la dirección y uecido apoyo que tuve del M. en I. Rafael Cristerna Ocampo, así como las valiosas sugerencias que a través de discusiones y consultas tuve del Dr. Florencio Aboytes. También deseo agradecer a la Srita. Roselía M. Gaytán Velázquez y a la Sra. Gloria Alicia López Ortega por la mecanografía de este trabajo.

(3) R. Tyrrell Rockafellar
Augmented Lagrange multiplier functions
and duality in nonconvex programming,
SIAM J. Control, Vol. 12 No. 2. May 1974.
pp. 268-285.

C A P I T U L O I

OBJETIVOS Y FORMULACION DEL PROBLEMA DE FLUJOS OPTIMOS.

I.1) Introducción.

Se ha llamado flujos óptimos al problema cuyo resultado es una solución a las ecuaciones de flujos en estado estable senoidal, - que maximiza o minimiza un objetivo expresado matemáticamente. Esta solución debe respetar los límites de operación de los elementos que integran al sistema de potencia, así como también satisfacer las condiciones que determinan la calidad y continuidad del suministro de energía eléctrica. Estas restricciones, expresadas matemáticamente se pueden clasificar, según se desee que se cumplan, en : restricciones de igualdad, (p.ej. las leyes de Kirchoff), y en restricciones de desigualdad - (vgr. la potencia que genere una máquina debe estar entre sus límites).

Así definido, el problema de Flujos Optimos, se puede formular como cualquier otro problema de programación no lineal, de la siguiente manera :

$$\begin{aligned} \min F(x) & \qquad \qquad \qquad (1) \\ \text{sujeto a :} & \\ g_i(x) = 0 & \qquad i = \{1, 2, \dots, n\} \\ h_i(x) \leq 0 & \qquad i = \{1, 2, \dots, m\} \end{aligned}$$

donde :

x es el vector de variables.
 $f(x)$ es la función objetivo.
 $g_i(x)$ es la i ésima restricción de igualdad.
 $h_i(x)$ es la i ésima restricción de desigualdad.

I.2) Funciones Objetivo,

Las funciones objetivo son la representación matemática de las políticas bajo las cuales un problema se optimiza. Aportan un índice que indica que tan apropiada es una solución, y habitualmente, en el terreno de los sistemas de potencia, se redennominan de acuerdo al problema que se trata de resolver, de modo que, las funciones objetivo se identifican con el terreno de aplicación, independientemente de la técnica o método de solución. En sistemas de potencia, se han agrupado varias de estas funciones objetivo bajo el término de " Flujos Optimos " , que como ya indicamos, son soluciones a las ecuaciones de flujos, en las que cada solución difiere de otra por el objetivo. A manera de ejemplo listamos las siguientes aplicaciones. ^{(1), (2)}

(1) Albert M. Sasson y Hyde M. Merrill.

Some Applications of optimization techniques to Power System problems. Proc. of IEEE Vol. 62 No. 7 julio 1974, pp. 959-972.

(2) Arvanitidis Rosing.

The use of objective functions in real power dispatch.
IEEE Winter power Meeting, New York, N.Y.
Ene. 1971. Artículo 71 TP113-PWR.

(1) Despacho económico :

Dadas las cargas por bus, deseamos determinar - las potencias que se deben generar en cada bus, de tal manera que se satisfagan las demandas y esto se logre con el mínimo costo.

(2) Pérdidas mínimas de transmisión.

El planteamiento es similar al anterior, con la diferencia que ahora se minimizan las pérdidas en líneas. Equivale a minimizar el flujo de potencia reactiva por la red, buscando mejorar los perfiles de voltaje.

(3) Cortes óptimos de carga .

En este caso la potencia generada es conocida, - pero no es suficiente para satisfacer la demanda. Se busca minimizar los cortes de las cargas que produzcan mas pérdidas en el sistema o de acuerdo a prioridades.

(4) Máximas pérdidas de transmisión.

Dadas las generaciones por bus, se desea encontrar la configuración de cargas mas pesimista.

(5) Distribución de máxima carga total con pérdidas mínimas .

Dadas las generaciones por bus, se desea encontrar la configuración de cargas que permitan aprovechar al máximo la generación.

(6) Determinar cuellos de botella de la red.

Cuando por restricciones en la red, no es posible disponer de toda la capacidad de generación disponible, es útil saber cuales son las líneas que causan dichas limitaciones.

(7) Minimización de la contaminación.

La generación de energía eléctrica por plantas de carbón, gas natural, etc. generan emisiones de gases que contaminan el ambiente. Se trata de minimizar la concentración de contaminantes en determinadas áreas.

(8) Consumo mínimo de energéticos.

La formulación de este problema es similar a la - del despacho económico, con la diferencia que la función objetivo se sustituye por el consumo en KCAL/Hr.

(9) Switcheo óptimo.

Configurar la red de acuerdo a las necesidades, involucran gran cantidad de operaciones con los interruptores de cada subestación. Se busca minimizar la cantidad de operaciones con los interruptores, debido a que representan riesgos para el personal y la posibilidad de perder la carga.

(10) Optimización de capacitores y su localización.

Mantener un perfil de voltaje alto es particularmente importante en condiciones de falla. En este caso, la función objetivo es la suma de admittancias de los capacitores, y se analiza para cada una de las contingencias que se establezcan. El problema puede formularse para que el óptimo que se obtenga lo sea para un periodo de tiempo.

I.3) De las restricciones :

Cuando una solución a un problema de optimización cumple con las restricciones que se le imponen, aún sin ser óptima, se dice que es factible. La existencia de una solución factible demuestra la existencia de un óptimo, pues en este caso, óptimo implica cumplir con las restricciones, aparte de optimizar la función objetivo.

En el caso de los sistemas de potencia, las primeras restricciones que se imponen, son las ecuaciones de flujo (véase apéndice B), que deben cumplirse en igualdad :

$$P_{Gi} - P_{Di} - V_i \sum_{j=1}^n V_j Y_{ij} \cos(\delta_i - \delta_j + \theta_{ij}) = 0$$
$$Q_{Gi} - Q_{Di} - V_i \sum_{j=1}^n V_j Y_{ij} \sin(\delta_i - \delta_j + \theta_{ij}) = 0$$
(2)

$$\forall i, j \in \{1, 2, \dots, n\}$$

Donde :

P_{Gi}	=	Potencia real generada en el bus i (MW)
P_{Di}	=	Potencia real demandada en el bus i (MW)
Q_{Gi}	=	Potencia reactiva generada en el bus i (MVAR)
Q_{Di}	=	Potencia reactiva demandada en el bus i (MVAR)
V_i	=	Magnitud del voltaje en el bus i (KV)
V_j	=	Magnitud del Voltaje del bus j que conecta a través de una línea con el bus i (KV).
Y_{ij}	=	Magnitud de la admitancia de línea i, j
δ_i	=	Angulo del voltaje del bus i
δ_j	=	Angulo del voltaje del bus j
θ_{ij}	=	Angulo de la admitancia de la línea i, j .

Las limitantes físicas de los equipos y de la calidad del servicio se introducen al problema de optimización mediante -

restricciones de desigualdad, por ejemplo, un voltaje que debe tomar un valor dentro de ciertos límites ; se puede expresar como :

$$\underline{V}_i \leq V_i \leq \bar{V}_i$$

Donde : \underline{V}_i es el voltaje mínimo que puede tomar el voltaje del i ésimo bus, así como \bar{V}_i es el máximo que puede tomar dicho voltaje.

La representación de la desigualdad anterior en la forma clásica - $h_i(x) \leq 0$ - se logra descomponiéndola en dos - desigualdades del siguiente tipo :

$$V_i - \bar{V}_i \leq 0$$

$$\underline{V}_i - V_i \leq 0$$

Aparte de las restricciones en la magnitud del voltaje nodal, en el proceso de optimización es posible introducir más restricciones, dentro de las cuales anotamos las siguientes :

b) De potencia real y reactiva generada por cada máquina :

$$P_g \leq p_g \leq \bar{p}_g$$

$$Q_g \leq q_g \leq \bar{q}_g$$

c) De la potencia aparente generada por cada máquina :

$$\underline{S}_g^2 \leq p_g^2 + q_g^2 \leq \bar{S}_g^2$$

d) De potencia real transmitida por una línea de transmisión :

$$|P_{ij}| \leq \bar{P}_{ij}$$

e) De taps de transformadores :

$$t_i \leq t_i \leq \bar{t}_i$$

f) De ángulos de transformadores defasadores :

$$\beta_i \leq \beta_i \leq \bar{\beta}_i$$

g) Cuando las técnicas de optimización se implantan en tiempo real, deben considerarse limitaciones en los incrementos de potencia generada por unidad de tiempo⁽³⁾:

$$\underline{\Delta P}_g \leq \Delta P_g \leq \bar{\Delta P}_g$$

Dentro de las restricciones de desigualdad que - implícitamente manejan la seguridad, podemos listar las siguientes :

h) mantener suficiente capacidad de reserva θ

$$K_i P_{gi} + R_o \geq R$$

Donde : K_i es un factor
 R_o es la máxima capacidad disponible de las plantas generadoras en línea.
 R son los requerimientos de capacidad de reserva.

- 1) De contingencias (4). Esta restricción trata de evitar sobre cargas en las líneas (i, j) cuando otra línea (k, m) se abre. Esto se expresa matemáticamente como :

$$\left| P_{ij} + \sum_{\substack{P_{ij} \\ P_{km}}} \Delta P_{km} \right| = \left| \bar{P}_{ij} \right| \times$$

Donde se introduce el subíndice x en el límite de la potencia máxima a transmitir entre los nodos (i, j) para indicar que dicho límite es válido para un determinado intervalo de tiempo. Otras formas de considerar restricciones de esta naturaleza pueden encontrarse en las referencias (5) y (6). El enfoque de la referencia (6) es especialmente adecuado para ser implantado con el método de la B.P.A.

En realidad, lo que las técnicas de optimización pueden hacer en el terreno de los sistemas de potencia, está limitado por la imaginación y habilidad de las personas que trabajan en el área. Sólo una nota respecto a la información que manejan estas técnicas de cálculo; la incertidumbre de los datos que se alimentan a los programas, se amplifican debido a los procesos de cálculo (7), por lo que se insiste en desarrollar herramientas como la reportada en la referencia (8), que verifican la validez de los datos.

- (3) H. Nicholson y M. J. H. Sheffield
 Optimum dispatch of active and reactive generation by quadratic programming.
 IEEE PES Summer Power Meeting - San Francisco, Calif. Julio 1972
 Artículo T 72467-9.
- (4) F. Aboytes
 Stochastic load Flows and contingency Analysis.
 Remitido para su presentación en el Summer Power Meeting. del
 IEEE PES .- México D.F. julio 1977.
- (5) R. Podmore.
 Economic Power Dispatch with line security limits.
 IEEE PES Summer Power Engineering Society.
 Vancouver B.C. Canadá. Julio 1973. Artículo T 73451-2.
- (6) O. Alsac y B. Stott
 Optimal Power Flow with Steady State Security.
 IEEE PES Summer Power Engineering Society Meeting
 Vancouver B.C. Canadá. Julio 1973. Artículo T 73484-3.
- (7) F. Aboytes. Tesis doctoral. Imperial College of Science and
 Technology. Londres 1974.
- (8) J.F. Dopazo, O.A. Klitin y A.M. Sasson.
 State Estimation for Power Systems : Detection and Identification
 of gross measurement errors. Proc. of the 8th. PICA conference
 1973.

I.4) Formulación del problema de Flujos Optimos.

Este trabajo trata en especial el caso del despacho económico y la minimización de pérdidas en líneas, casos que representan la operación diurna y nocturna de los sistemas de potencia, y que tienen la ventaja que en la metodología de la solución, dichos problema solo difieren en un parámetro. Así pues, el problema de Despacho Económico puede formularse como:

$$\min f(x) = \sum_{i=1}^n (a_i + b_i P_{gi} + c_i P_{gi}^2) \quad (3)$$

sujeto a :

$$P_{Gi} - P_{Di} - V_i \sum_{j \in I_i} V_j Y_{ij} \cos(\delta_i - \delta_j + \theta_{ij}) = 0$$

$$Q_{Gi} - Q_{Di} - V_i \sum_{j \in I_i} V_j Y_{ij} \sin(\delta_i - \delta_j + \theta_{ij}) = 0$$

$$\underline{V}_i \leq V_i \leq \overline{V}_i$$

$$\underline{P}_{gi} \leq P_{gi} \leq \overline{P}_{gi}$$

$$\underline{Q}_{gi} \leq Q_{gi} \leq \overline{Q}_{gi}$$

$$P_{ij} \leq \overline{P}_{ij}$$

$$\underline{t}_i \leq t_i \leq \overline{t}_i$$

donde n es el número de generadores conectados al sistema.

a_i, b_i, c_i son los parámetros de la curva de entrada salida de cada generador y cuya obtención puede verse en el apéndice A.

I_i = conjunto de buses que conectan con el bus i .

Lo que configura el problema que resolveremos.

I.5) Condiciones de optimalidad para el estado de operación óptimo de los sistemas de potencia.⁽⁹⁾

a) De la existencia de un óptimo.

La optimización del problema restringido presentado en I.3, de acuerdo al teorema D.2 (apéndice D) equivale a optimizar el lagrangiano :

(9) C.M. Shen y M. A. Laughton
Determination of Optimum Power System
operating conditions under constraints.
Proc. of IEE Vol. 116 No. 2, Feb. 1969.

$$\begin{aligned}
 F(x) &= \sum_{i=1}^n (a_i + b_i P_{Gi} + c_i P_{Qi}) & (4) \\
 &+ \sum_{i=1}^{n \text{ buses} - 1} \lambda_i (P_{Gi} - P_{Di} - V_i \sum_{j \in I_i} V_j \cos(\delta_i - \delta_j + \theta_{ij})) \\
 &+ \sum_{i=1}^{n \text{ buses} - 1} \lambda_i (Q_{Gi} - Q_{Di} - V_i \sum_{j \in I_i} V_j \sin(\delta_i - \delta_j + \theta_{ij})) \\
 &+ \sum_{i=1}^m \underline{\mu}_i (x_i - \bar{x}_i) + \sum \overline{\mu}_i (\bar{x}_i - x_i)
 \end{aligned}$$

en donde se han puesto las restricciones de desigualdad agrupadas en los dos últimos términos. En el óptimo (local o no) el teorema D.2 implica que:

$$\underline{\mu}_i (x_i - \bar{x}_i) = 0 \quad \text{o} \quad \overline{\mu}_i (\bar{x}_i - x_i) = 0$$

y que:

$$\frac{\partial F(x)}{\partial x} = 0$$

$$\frac{\partial F(x)}{\partial \lambda_i} = g_i(x^*) = 0$$

o sea que en el óptimo (local o no) las restricciones de igualdad $g_i(x^*) = 0$ se cumplen, como también se cumple que $\mu_i h_i(x^*) = 0$ ya sea por que los multiplicadores de Kuhn-Tucker o la función $h_i(x^*)$ sean iguales a cero.

Es condición para que el óptimo sea un mínimo, por lo menos local, que (teorema D.3):

$$\begin{aligned}
 \Delta x^t \frac{F(x)}{x} \Delta x &= \frac{\partial^2}{\partial P_{Gi}^2} (a_i + b_i P_{Gi} + c_i P_{Qi}^2) \\
 &+ 2\overline{\mu}_i (\Delta P_{Gi}^2 + \Delta Q_{Gi}^2) + \Delta x^t [H] \Delta x \geq 0
 \end{aligned}$$

En el apéndice A se demuestra que:

$$\frac{\partial^2}{\partial P_{Gi}^2} (a_i + P_{Gi} b_i + c_i P_{Gi}^2) > 0 \text{ por lo que solo resta demos-}$$

trar que $\Delta x^t H \Delta x > 0$. A lo largo de la literatura revisada, ni esta condición como su contraria, se han logrado demostrar. Si nos circunscribimos a una vecindad del punto óptimo, aún así es difícil verificar que:

$$\Delta x^t H \Delta x > 0$$

con Δx en el hiperplano tangente al punto óptimo:

$$\begin{aligned}
 \nabla_x g_i(x^*) \Delta x &= 0 \\
 \nabla_x h_i(x^*) \Delta x &= 0 \quad \forall i \in k \\
 & \quad k = \{i \mid h_i(x^*) = 0\}
 \end{aligned}$$

Como se observa en el apéndice B, la positiva semidefini-
tividad de la matriz H es bastante probable en el rango en que las solu-
ciones son factibles. La existencia de un mínimo local único en la re-
gión factible, es una aseveración que esta avalada por más de 10 años -
en la aplicación de técnicas de optimización en el terreno de Flujos Opti-
mos. Siendo éste un punto importante es conveniente enfatizar que, co-
mo se indica en el apéndice B, existen métodos de optimización que se
basan en esta característica; de no ser así hubieran fracasado, por lo
que, en tanto no se demuestre lo contrario es una característica que se
asume. Sin embargo para todos los problemas prácticos de ingeniería,
si una solución factible existe, implica la existencia de un óptimo; sin
embargo existe la posibilidad en sistemas de potencia en que esto no es
cierto, lo que implica que en alguna ocasión sea necesario relajar algu-
nas restricciones.

b) De la existencia y unicidad de un óptimo.

Es difícil determinar si una solución óptima, (global o lo-
cal) es única; es más, el óptimo puede no estar únicamente definido.
La existencia de un mínimo global puede garantizarse si la función obje-
tivo es al menos pseudo convexa (teorema D.8, D.15) y las restriccio-
nes son convexas generalizadas (convexa, pseudo convexa, cuasi-conve-
xas).

En nuestro caso la función objetivo es convexa, por lo
que cumplimos con la primera parte, pero las expresiones completas de-
las ecuaciones de flujos, son difíciles de analizar para determinar si
son convexas generalizadas. De hecho, por su estructura, no parecen
tener ninguna de las características de convexidad para todo el dominio.
Cómo solo nos interesa la región factible de estas ecuaciones, procede
entonces un análisis de convexidad local, que es más difícil pues es ne-
cesario imponer límites y dependencias entre las variables.

Abandonando un poco el rigor matemático, se pueden ha-
cer aproximaciones a las ecuaciones de flujos; aproximaciones que se
muestran en el apéndice B. Es de notarse que estas aproximaciones son
aprovechadas por varios métodos para la solución iterativa de las ecua-
ciones de flujos, y han demostrado que en la región de soluciones facti-
ble en que trabajamos, presentan características de convergencia me-
jores que las propias ecuaciones de flujos. Estas aproximaciones apro-
vechan el desacoplamiento que existe entre las potencias reales y los
voltajes nodales y entre las potencias reactivas y los ángulos entre bu-
ses.

Demostramos - apéndice B - que las ecuaciones aproxima-
das de flujos son convexas generalizadas.

Lo anterior nos permite afirmar, con las reservas que im-
ponen las aproximaciones, que si existe al menos un punto factible de
operación del sistema de potencia, entonces el óptimo local de la región
factible es único, y por lo tanto global. Nótese que lo anterior no im-
plica que el óptimo no sea únicamente definido (tal es el caso de dos
generadores con costos incrementales iguales y constantes conectados -
en el mismo bus. Sin embargo desde el punto de vista ingenieril, cual-
quier combinación de sus potencias es igualmente satisfactoria).

La aseveración anterior es confirmada por la experiencia, ya que diferentes métodos, cada uno implementado en diferentes formas, partiendo numéricamente de diferentes puntos, convergen al mismo óptimo.

1.6 Los Métodos.

Aunque existen muchos métodos de programación lineal y no lineal, solo aquellos que evitan la inversión de matrices y aprovechan la esparsidad de éstas, pueden ser factibles de ser aplicadas en sistemas de potencia. Esto es debido a la dimensionalidad de los sistemas de potencia; baste decir que mientras no se desarrollaron algoritmos de ordenamiento óptimo, y factorización triangular con técnicas de esparsidad (10), el método de Newton-Raphson en sistemas de potencia, no pasó del terreno académico.

La formulación del problema de flujos óptimos ha pasado desde su formulación lineal hasta la no lineal, pasando por cuadrática; desde su formulación completa hasta su formulación diakóptica (11), pasando por desacoplamiento; lo que ha permitido probar algoritmos de programación lineal, cuadrática y no lineal, con diferentes implementaciones que incluyen refinamientos que mejoran las características de convergencia del algoritmo usado o versiones que amplían su panorama de aplicación.

Se han realizado varios estudios comparativos de los algoritmos utilizados para resolver el problema de Flujos Óptimos (12), (13) (14), y todos ellos parecen concluir lo siguiente:

-
- (10) W.F. Tinney y J.W. Walker
Direct solutions of sparse network equations
by optimally ordered triangular factorization.
Proc. IEEE Vol. 55 pp. 1801-1809. Nov. 1967.
 - (11) R. Divi y H.K. Kesavan
Decomposition in optimal load flow.
IEEE PES Winter Power Meeting. New York. Ene. 1976
Artículo No. A 76 148-7
 - (12) A.M. Sasson, F. Aboytes, F. Gómez, F. Vitoria.
A comparison of power systems static optimization techniques.
Proc. of PICA conf. Boston, Mass. May 1971. p.p. 329-336.
 - (13) A.M. Sasson
Optimal load Flow: a practical outlook
IEEE PES Tutorial course. Application of Optimization
Methods in Power Systems Engineering. New York
Ene. 1976.
 - (14) A.M. Sasson y Hyde M. Merrill
Some application of optimization techniques to power system
problems. Proc. of. IEEE Vol. 62
No. 7 Julio 1974. p.p. 959 - 972.

- a) Que los algoritmos de programación lineal (15), (16), (17), aunque computacionalmente atractivos, son poco flexibles para resolver, alternativamente, otros problemas. Las funciones objetivo sólo pueden ser lineales y la formulación de estos métodos obliga a introducir ecuaciones de compatibilidad, con objeto de establecer las relaciones existentes entre las diferentes variables. Las soluciones que estos métodos aportan tienden a dar a las potencias generadas, estados de operación en los extremos de sus regiones factibles, lo que aumenta las pérdidas de transmisión y una distribución desigual de las capacidades de reserva ⁽³⁾.
- b) Los métodos de programación no lineal: Gradiente Reducido ⁽¹⁸⁾, Hessiana ⁽¹⁹⁾ y variantes de ellos ⁽²⁰⁾, ⁽²¹⁾, han demostrado ser consistentes y los más atractivos desde el punto de vista teórico y práctico. Pueden programarse a partir de un programa de flujos que resuelve este problema por el método de Newton-Raphson ⁽¹²⁾. Requieren de una "sintonización" cuidadosa de los algoritmos para evitar oscilaciones o divergencia ⁽¹⁴⁾, sobre todo en lo que respecta a los factores de penalización de las restricciones que no pueden manejarse directamente.

-
- (15) G. Dauphin, D. Feingold, G. Spohn.
Methods of optimizing the production costs of generating stations of a power network.
1967 PICA conf. Record. Pittsburg, Pa. p.p. 133-140. 1967
- (16) J.C. Dodu, P. Martin, A. Merlin and J. Pouget
An optimal formulation and solution of short range operating problems for Power System with Flow constraints. Proc. of IEEE Vol. 60, No. 1, Ene. 1972.
- (17) D.W. Wells
Method for the secure loading of a power system
Proc. of IEE Vol. 115, No. 8. Ago. 1968 p.p. 1190-1194
- (18) H.W. Dommel y W.F. Tinney
Optimal Power Flow Solutions
IEEE Trans. on P.A.S. No. 87. p.p. 1866-1876
- (19) A.M. Sasson, F. Vilorio, F. Aboytes.
Optimal Load Flow using the Hessian Matrix.
IEEE trans. on PAS. No. 92. Ene.-Feb. 1973 p.p. 31-42.
- (20) A.M. Rashed y D.H. Kelly
Optimal Load Flow Using Lagrangian Multipliers and the Hessian Matrix.
IEEE trans. on PAS. Sep.-Oct. 1974 p.p. 1292-1297.
- (21) J. Peschon, D.W. Bree, L.P. Hajdu
Optimal Power Flow solutions for Power Systems Planning
Proc. of. IEEE Vol. 60. No. 1 Ene. 1972. p.p. 64-70.

- c) Los métodos de descomposición requieren de demostraciones más generales de convergencia (22). Las implementaciones que se han efectuado, utilizan métodos de programación lineal (23) y programación no lineal (24).

De este breve panorama - en ninguna forma exhaustivo - es fácil concluir que las técnicas de optimización enunciadas bajo el inciso (b) anterior, son las que permiten la mayor flexibilidad para resolver el problema de Flujos Optimos.

Al empezar este proyecto a principios de 1975, se estimó conveniente (25), implementar el método de la referencia (18) cuyos resultados y experiencia se presentan en los capítulos 2 y 3 de este reporte.

Al terminar el proyecto, nuevos métodos de programación convexa (26), (27) que parecen subsanar las deficiencias de la cuidadosa "sintonización" de los anteriores. Aprovechando experiencias anteriores (19) se presenta en el capítulo 4, el desarrollo matemático para resolver, de acuerdo a dichos algoritmos, el problema de Flujos Optimos - en forma iterativa.

(22) Rafael Cristerna Ocampo, Tesis Doctoral. En preparación

(23) C.h. Jolissaint, N.V. Arvanitidis y D.G. Luenberger
Decomposition of Real and Reactive Power Flows
A method suited for on line applications
IEEE Winter Power Meeting, New York, Ene. 1971
Artículo No. 71 TP 113 PWR.

(24) O. Alsac y B. Stott
Optimal Decoupled Load Flow
IEEE Canadian Cont on Com. and Power,
Montreal Nov. 1975

(25) A.M. Sasson
Optimización de diseño y operación de sistemas de potencia.
Instituto Tecnológico de Estudios Superiores de Monterrey
Reporte de Investigación . Junio de 1970.

(26) R.T. Rockafellar
New Applications of Duality in Convex Programming
Proc. of 4th. conference on Probability
Brasov, Rumania, 1971.

(27) R.T. Rockafellar
Augmented Lagrange multiplier functions and Duality in nonconvex programming .
SIAM J. Control Vol. 12, No. 2. Mayo 1974 p.p. 268-285.

CAPITULO II

EL METODO DE LA BPA (1).

II.1) Introducción.

Tradicionalmente en la solución de las ecuaciones de flujos de un sistema de potencia, es necesario alimentar datos que dependen de la experiencia y la intuición. Encontrar una solución factible de la operación del sistema de potencia es materia, entonces, de ensayo y error.

El establecimiento de un método que partiendo de un estado del sistema de potencia, encuentre otro estado, si no igual, mejor, de acuerdo a un criterio global es un problema típico de programación matemática en la que la solución que se aporta es óptima conforme a dicho criterio.

El método de solución que se va a describir, resuelve este problema de acuerdo a un criterio global - función objetivo - tal como - cualquiera de los descritos en el capítulo I.2. La implementación realizada de este método resuelve los problemas típicos de la operación diurna y nocturna (2), de un sistema de potencia :

- a) Despacho Económico, también llamado de Flujos Óptimos de potencia real y reactiva que se define como la determinación, en un instante dado, de un plan de producción de mínimo costo de los grupos térmicos supuestos en operación, satisfaciendo una cierta demanda en cada nodo de la red.
- b) Minimización de pérdidas también llamado de Flujos Óptimos de potencia reactiva. Este planteamiento se establece al tratar de reflejar la naturaleza física de los flujos de potencia por las líneas bajo condiciones de carga ligera, donde las pérdidas no pueden influenciar el reparto de generación y el mayor problema es mantener las magnitudes de voltajes nodales dentro de límites aceptables.

La solución óptima a los problemas anteriores es el equilibrio resultante entre los siguientes factores :

- a) Diversidad de los costos (pérdidas) de energía producida en diversos nodos (líneas) de la red.

(1) Se denomina así al método del gradiente reducido en sistemas de potencia, por ser la Bonneville Power Administration la compañía eléctrica donde H.W. Dommel y W.F. Tinney, lo desarrollaron por primera vez. Su trabajo fué reportado en el artículo " optimal power flow solutions " de la revista IEEE Trans. on PAS No. 87 - p.p. 1866-1876.

(2) Hermann W. Tinney
Optimization of Power Systems .- Techniques of optimization.
Reporte interno de la BPA.

- b) El cumplimiento con las diversas restricciones (leyes de Kirchoff, límites de las variables, etc.) que impone la existencia de una red entre la demanda y producción de energía eléctrica.

Existen métodos tradicionales⁽³⁾ para resolver el problema de despacho económico; que consisten en introducir fórmulas aproximadas para las pérdidas activas, pues estas son tales que pueden cambiar la configuración del reparto óptimo de potencias generadas. En lo que respecta al problema del despacho económico, la ventaja que ofrecen los métodos de optimización sobre los métodos tradicionales es que la solución que se obtiene es exacta. Esto no es sólo cuestión de precisión ya que los métodos tradicionales y sus nuevas modalidades^{(4), (5)} pueden conseguir precisiones similares bajo igualdad de circunstancias; sino que más bien la habilidad de los métodos de optimización no lineal para introducir las ecuaciones de flujos, permite chequear los flujos de potencia por las líneas, introducir restricciones de seguridad y límites en las variables. Por otro lado, los métodos tradicionales se caracterizan por su imposibilidad para tratar otras funciones objetivo.

II.2) De las variables :

Las ecuaciones de flujos en sistemas de potencia (apéndice B) pueden escribirse en forma simplificada como :

$$P_k(V, \delta) - P_{\text{net}k} = 0 \quad (1)$$

$$Q_k(V, \delta) - Q_{\text{net}k} = 0$$

Donde :

P_k es la potencia real inyectada al nodo k .

$P_{\text{net}k}$ es la potencia real neta generada o demandada en el nodo k
 $= P_{gk} - P_{\text{carga}k}$

Q_k es la potencia reactiva inyectada al nodo k .

$Q_{\text{net}k}$ es la potencia reactiva neta generada o demandada en el nodo k .
 $= Q_{gk} - Q_{\text{carga}k}$

V son las magnitudes de voltaje, tanto del nodo k como de los nodos a él conectados.

δ ángulo del voltaje del nodo k con respecto al de referencia, como de los nodos conectados al bus k .

(3) L.K. Kirchmayer
 Economic Operation of Power Systems
 John Wiley, 1958.

(4) W.S. Meyer
 Efficient computer solution for Kron and Kron-Early loss formulas.
 Proc. 8th PICA conf. Boston, Mass. 1971 p.p. 329-337.

(5) R. Podmore.
 A simplified and improved method for calculating transmission loss formulas.

considérese un sistema eléctrico de potencia de n nodos, (no se considera el nodo de tierra) por lo que existen $2n$ ecuaciones. Como son cuatro incógnitas por bus ($V_k, \delta_k, P_{neta_k}, Q_{neta_k}$), para resolver el sistema de ecuaciones es necesario especificar $2n$ variables. No se pueden especificar las cuatro variables de cada nodo, ni las n variables P_k ó las n variables Q_k , debido a que no se conocen las pérdidas reales y reactivas (6). Esto último es debido (7) a la singularidad de la matriz YBUS. Abundaremos en este concepto, por considerar que es importante en la comprensión del método de gradiente reducido al aplicarse a sistemas de potencia.

Por la ley de conservación de energía, podemos escribir la siguiente ecuación para un sistema de potencia en estado estable :

$$P_{G1} + P_{G1} - \sum P_{carga1} - P_L = 0 \quad (2)$$

Donde :

P_{G1} Es la potencia real generada por el nodo 1 (De referencia)

P_{Gi} Es la potencia real generada por el nodo i .

P_{carga1} Es la potencia de carga del nodo i .

P_L Pérdidas de potencia real. Es una función de los voltajes y ángulos nodales.

Si se especifican las potencias generadas y las cargas en forma arbitraria no es posible garantizar que la igualdad (2) se cumpla - por desconocer las pérdidas de potencia real y que solo pueden conocerse hasta después de determinar el estado (W, δ) del sistema. La ecuación anterior, al reescribirse como :

-
- (6) O.I. Elgerd
Electric Energy systems theory : an Introduction
Mc Graw Hill, 1971, p. 207.
- (7) Partiendo de la teoría de gráficas, matemáticamente se puede demostrar que los espacios de corrientes y voltajes son subespacios lineales de $n-1$ dimensiones. La matriz YBUS puede considerarse como la transformación lineal de un espacio en otro o como la descripción algebraica de la topología de la red. Este desarrollo puede verse en el artículo de
Andrzej Kłos
Algebraic Model of Electrical Network
IEEE Trans. on PAS Vol. 89 No. 2 Feb. 1970 p.p. 240-262
Sin embargo aquí se ha preferido una explicación de orden físico, por considerar que es ilustrativa de lo que acontece a través del método de optimización.

$$P_{G1} = P_L + \sum P_{carga1} - P_{g1}$$

nos indica con mayor claridad que, al menos una potencia de generación es una variable dependiente. Supongamos ahora que el criterio de optimización global, demanda para mejorar el estado del sistema, incrementar una de las potencias de generación, lo que obliga a que la potencia del nodo 1 cambie en la relación :

$$\frac{\partial P_{G1}}{\partial P_{Gj}} = \frac{\partial P_L}{\partial P_{Gj}} - 1 \quad (3)$$

Si no fuera una potencia, sino varias las que se incrementan, el incremento de la potencia del nodo 1 estaría dado (aproximación de primer orden) por :

$$\Delta P_{G1} = \sum_{j=2}^n \frac{\partial P_{G1}}{\partial P_{Gj}} \Delta P_{Gj} = \sum_{j=2}^n \frac{\partial P_L}{\partial P_{Gj}} \Delta P_{Gj} - \sum_{j=2}^n \Delta P_{Gj} \quad (4)$$

lo que significa que los incrementos en la potencia del bus de referencia dependen de los incrementos de las potencias de generación de los demás buses, así como de la variación de las pérdidas producidas por dichos incrementos. Esta es la razón por la cual se dice que el nodo de referencia es un nodo compensador, y es de enfatizarse que en el proceso de optimización, no se escribe en forma explícita el incremento de esta potencia de generación, y siendo una variable dependiente, derivadas respecto a esta variable deben obtenerse en forma implícita. Todos estos comentarios son igualmente aplicables a las potencias reactivas de generación, y tal vez ésta sea la razón ⁽⁸⁾ por la que se dice que el proceso de minimización puede verse afectado por la elección del nodo que desempeña la función compensadora.

Regresando al punto de la especificación de variables, observemos que de las ecuaciones (1), si se conocieran los voltajes y ángulos, la determinación de las potencias netas es cuestión de cómputo, lo que significa que las incógnitas del problema son los voltajes o ángulos que resten de especificarse. Dado que en el bus de referencia no podemos especificar potencias, solo queda especificar su voltaje y su ángulo; y dado que estas potencias son linealmente dependientes, es necesario extraer las del sistema de ecuaciones. Lo mismo sucede cuando se especifica en otro nodo un voltaje o un ángulo. Que ecuación se extrae, es indistinto, sin embargo desde el punto de vista numérico, es conveniente extraer la ecuación que tenga mayor sensibilidad respecto a dicha variable. De estas consideraciones se obtiene una regla útil: la especificación de una potencia real, obliga a la introducción de su ecuación de potencia real, y la de una reactiva su ecuación de potencia reactiva; la especificación del ángulo de un bus obliga a la extracción de la ecuación de la potencia real del mismo bus, y un voltaje la de una reactiva.

(8) Misma referencia que (I.20) en sus conclusiones.

La especificación de variables, se efectúa tradicionalmente en función de la facilidad de controlar dicha variable en su bus. Así en un bus donde predomina la carga (bus de carga) es fácil especificar la potencia real y reactiva debido a que esta constituida fundamentalmente por motores que representan una carga constante (si la carga fuera predominantemente de iluminación, puede representarse dentro de la matriz YBUS); como en un bus de generación resulta fácil especificar la potencia generada y el voltaje. La siguiente tabla resume estos comentarios.

TABLA 1 : Clasificación de las variables del problema de flujos óptimos - por la forma tradicional de su empleo.

BUS TIPO	VARS. ESPEC.	INCOGNITAS.	VAR. FIJAS	VARIABLES DEPENDIENTES O DE ESTADO		VARIABLES DE CONTROL	
				directas	inactivas	activas	inactivas
Referencia	V, δ	P, Q	δ, C, D			P, Q	V δ
Generación	P, V	δ, Q		δ	Q		P, V
Carga	C, D	V, δ	C, D	V, δ			

V= Voltaje, δ = ángulo, P = potencia real generada, Q = Potencia reactiva generada, C = carga real, D= carga reactiva

Al pensar en mejorar un estado de operación podemos actuar sobre las variables que especificamos, pero no todas ellas son libres de moverse. En el caso del despacho económico del sistema, no existe libertad de mover las potencias de carga especificadas, como tampoco es libre de moverse una potencia de generación mas allá de su límite de operación. A las variables independientes que se pueden ajustar las denominamos variables de control; por su parte, las variables dependientes en el sentido estricto de la palabra, se denominan de estado. El método del gradiente reducido cuenta con un paso en el que las variables de control se consideran constantes en tanto se ajustan las variables de estado, y otro paso en el que se ajustan las variables de control y se hace permanecer constantes a las variables de estado, consideración que permite establecer cuando un elemento del jacobiano es nulo.

Supongamos que existe una dirección de cambio en las variables de control, y que dicho cambio viola una restricción de desigualdad de dicha variable. Con objeto de evitar esta violación dicha variable, por ser independiente, se pone en su límite. Sin embargo, como las variables de control no son "conjugadas" que su incremento pueda obligar a una variable de estado que viole uno de sus límites; evitar o controlar esta violación solo puede hacerse indirectamente, razón por la cual estas restricciones también se llaman funcionales. Algunas

formas de resolver este problema son los siguientes :

- a) Dada la libertad matemática para especificar variables, la variable de estado violada se convierte en de control, y alguna otra variable de control del mismo nodo o de otro bus que no esté en su límite, se convierte en de estado⁽⁹⁾
- b) Introduciendo en la función objetivo un término que tome en cuenta dicha violación⁽¹⁰⁾, "concientizando" indirectamente a las variables de control del status de dicha variable de estado.
- c) Cambiar los límites de las variables de control de acuerdo a la magnitud de la violación de la variable de estado y a la sensibilidad de las variables de control respecto a la variable violada.

El método que se sigue en este trabajo es el enunciado - en el párrafo (b) anterior por las siguientes razones :

- a) Si no hay una solución factible, la magnitud del término introducido en la función objetivo para evitar violaciones en las restricciones funcionales (término que denominaremos⁽⁹⁾ función de penalización y que esta multiplicada - por un factor de penalización), es un indicador de los " cuellos de botella " que impiden que la solución sea factible.
- b) Se penaliza por fuera de la frontera, de modo que las soluciones alcanzadas, si bien no son factibles matemáticamente, pueden serlo desde el punto de vista ingenieril ; tal es el caso de un voltaje de carga con valor de 0.94 p. u. cuando su límite es 0.95.
- c) El método de penalización cambia muy poco el algoritmo del gradiente reducido.

II.3 Formulación del problema de flujos óptimos y su solución.

Despues de conocer la estructura de las variables del problema, el planteamiento general del problema de Flujos Optimos se puede reescribir como :

$$\begin{aligned} \min_{x,u} \quad & f(x,u) & (5) \\ \text{sujeto a :} \quad & g_i(x,u) = 0 \\ & h_i(x,u) \leq 0 \end{aligned}$$

(9) Misma referencia que I.21

(10) W.I. Zangwill

Non linnear programming via penalty functions.

Management Science, Vol. 13, No. 5 Ene. 1967 p.p. 344-358.

donde :

- x son las variables de estado.
- u son las variables de control
- f(x, u) es la función objetivo
- g_i(x, u) es la iésima restricción de igualdad.
- h_i(x, u) es la iésima restricción de desigualdad.

El óptimo de este problema con restricciones, es el mismo que el de la función irrestricta :

$$L(x, u, \lambda, \mu) = f(x, u) + \lambda^T g(x, u) + \mu^T h(x, u) \quad (6)$$

En el óptimo (x*, u*) satisfacer las condiciones de optimalidad, implica :

$$\lambda_i g_i(x^*, u^*) = 0 \quad (a) \quad (7)$$

$$\mu_i h_i(x^*, u^*) = 0 \quad (b)$$

Con las restricciones de desigualdad se pueden presentar dos casos para satisfacer la ecuación (7b) : a) cuando h_i(x, u) no se viola ; por lo tanto h_i(x, u) < 0 , μ_i = 0 ; b) cuando h_i(x, u) se viola. Desde el punto de vista computacional se introduce h_i(x, u) como restricción de igualdad, lo que implica μ_i ≠ 0. Podemos reescribir entonces, la función lagrangiana considerando solamente restricciones de igualdad:

$$L(x, u, \lambda) = f(x, u) + \lambda^T g(x, u) \quad (8)$$

cuyo óptimo se obtiene resolviendo el sistema de ecuaciones que se genera al aplicar las condiciones de optimalidad a esta función (teorema - D.2) :

$$\frac{\partial L(x, u, \lambda)}{\partial x} = \frac{\partial f(x, u)}{\partial x} + \lambda^T \frac{\partial g(x, u)}{\partial x} = 0 \quad (a)$$

$$\frac{\partial L(x, u, \lambda)}{\partial u} = \frac{\partial f(x, u)}{\partial u} + \lambda^T \frac{\partial g(x, u)}{\partial u} = 0 \quad (b)$$

$$\frac{\partial L(x, u, \lambda)}{\partial \lambda} = g(x, u) = 0 \quad (c)$$

Dado que :

$$\lambda^T \frac{\partial g(x, u)}{\partial x} = \frac{\partial g(x, u)}{\partial x} \lambda^T$$

se puede despejar λ de (9.a) :

$$\lambda = - \left(\left(\frac{\partial g(x, u)}{\partial x} \right)^T \right)^{-1} \left[- \frac{\partial f(x, u)}{\partial x} \right] \quad (10)$$

sustituyendo el valor de (λ) de (10) en la ecuación (9.b) obtenemos el gradiente reducido :

$$\frac{\partial L(x, u, \lambda)}{\partial u} = \frac{\partial f(x, u)}{\partial u} - \left[\frac{\partial g(x, u)}{\partial u} \right]^T \left[\frac{\partial g(x, u)}{\partial x} \right]^T^{-1} \frac{\partial f(x, u)}{\partial x} \quad (11)$$

Las ecuaciones (9) son un sistema de ecuaciones no lineales, por lo que su solución debe efectuarse iterativamente.

Una consideración final: Se ha mantenido la notación $f(x, u)$ de la función objetivo dado que, como ya se discutió, la potencia del bus de referencia es función de x :

$$f(x, u) = a_1 + b_1 P_{G1}(V, \delta) + c_1 (P_{G1}(V, \delta))^2 + \sum_{i=2} a_i + b_i P_{Gi} + c_i P_{Gi}^2 \quad (12)$$

por lo que:

$$\frac{\partial f(x, u)}{\partial x} = [E_i] (b_1 + 2c_1 P_1)$$

donde E^i es un vector de componentes e^i donde $e^i = 0$ excepto cuando $i = 1$. También recordamos que por cada restricción funcional, aumentamos un término a la función objetivo. Este término tiene la forma:

$$W_j = \begin{cases} s_j (x_j - x_j^{\max})^2 & \text{si } x_j > x_j^{\max} \\ s_j (x_j - x_j^{\min})^2 & \text{si } x_j < x_j^{\min} \end{cases} \quad (13)$$

donde: s_j es un factor de penalización; x_j es la restricción funcional violada.

en lo sucesivo denominaremos:

$$f^1(x, u) = \sum_j s_j (x_j - x_j^{\lim})^2$$

$$\forall \{j\} : h_j(x, u) \geq 0$$

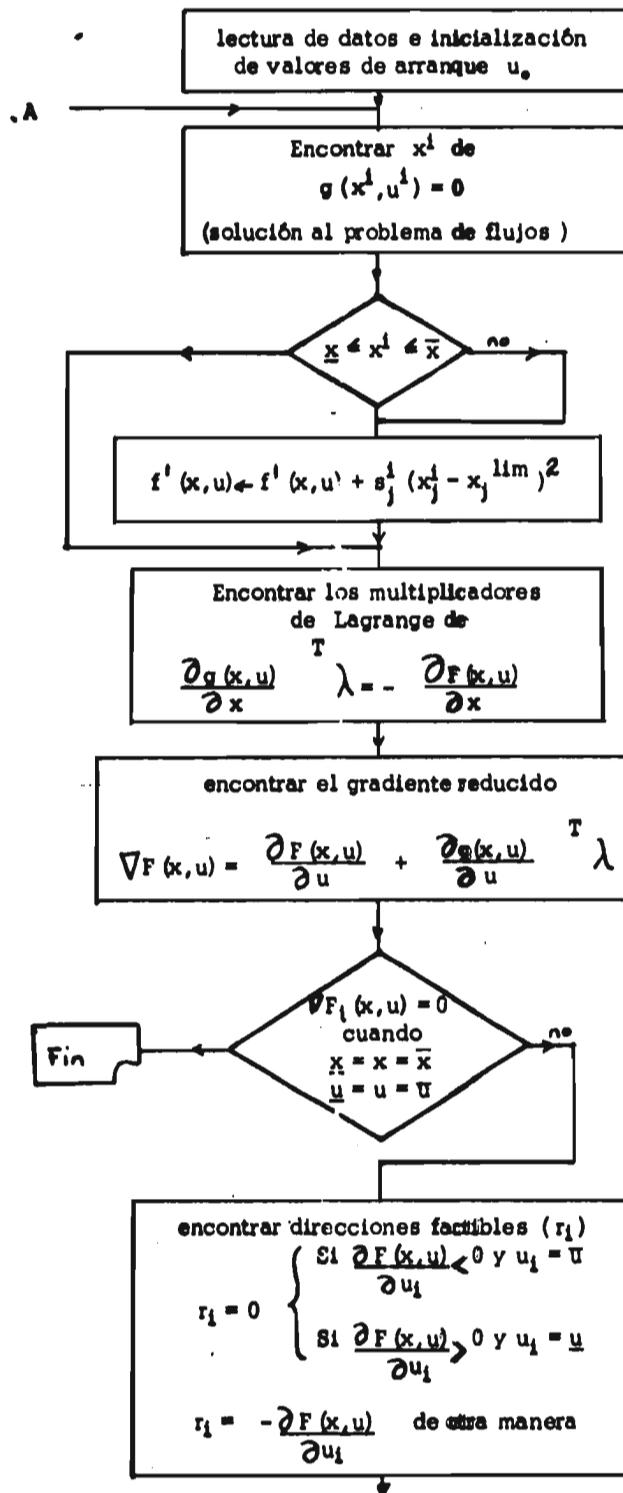
y la función objetivo queda como:

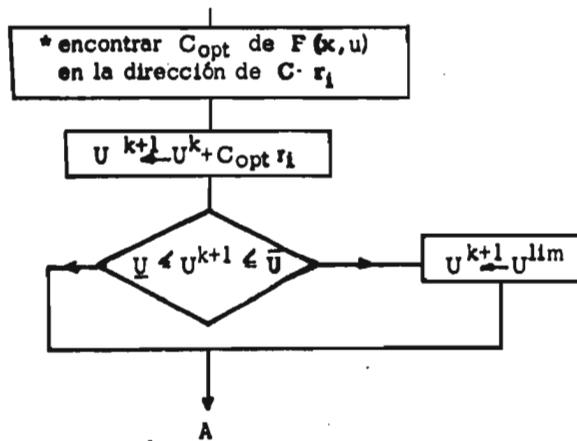
$$F(x, u) = f(x, u) + f^1(x, u)$$

II.4 El algoritmo:

El algoritmo de optimización que se usará es el llamado de ascenso sobre la pendiente máxima (11) el cual se ilustra en la siguiente figura:

(11) E. Bryson y Y. CH. Ho
Applied Optimal Control
Ginn and Company 1969. p. 19-21





El cuadro marcado con asterisco representa el paso computacional mas crítico, y significa que dada la dirección r que promete el cambio máximo (el gradiente apunta al máximo) debemos caminar en sentido contrario, pero ¿cuanto?. Aquí existe una variedad muy amplia de algoritmos de búsqueda unidimensional. Anotamos los algoritmos implementados.

- a) Ajuste parabólico de la función objetivo. La función objetivo se aproxima por una parábola mediante la evaluación de esta en tres puntos: El actual (P_0) y dos puntos mas a lo largo de la dirección r o sea:

$$P_i = P_0 + c_i r \quad i = \{1, 2\}.$$

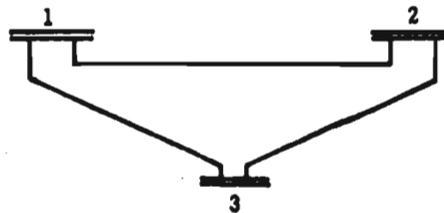
Se selecciona como C_{opt} al valor de c que minimiza esta parábola.

- b) Método aproximado de segundo orden. Cerca del óptimo, se ha demostrado ser adecuado incrementar las variables de control por una aproximación a la diagonal de la matriz hessiana dada por:

$$C_i = \frac{\left[\frac{\partial F(x, u)}{\partial u_i} \right]_{k+1} - \left[\frac{\partial F(x, u)}{\partial u_i} \right]_k}{U_i^{k+1} - U_i^k}$$

II.5 Ejemplo.

El método se ejemplificará a través del desarrollo teórico del siguiente sistema de potencia.



Sistema en el que el bus 1 es el de referencia, el bus 2 es de generación y el bus 3 es de carga.

El costo de producción es :

$$F(x,u) = a_1 + b_1 p_1 + c_1 p_1^2 + a_2 + b_2 p_2 + c_2 p_2^2$$

Solución:

- a) Reparto de variables.
La siguiente tabla muestra la separación de las variables en de control y estado, de acuerdo a los lineamientos dados anteriormente :

VARIABLES

conocidas independientes de control	incognitas dependientes de estado
ACTIVAS	ACTIVAS
V1	θ 2
P2	θ 3
V2	V3
INACTIVAS	INACTIVAS
θ 1	P1
C3	Q1
D3	Q2

- b) FLUJOS :

De acuerdo a los lineamientos dados en (II.2) establecemos las ecuaciones de flujos, que resuelven el sistema de ecuaciones $g(x,u) = 0$

$$g(x,u) = \begin{cases} P_2(x,u) - P_{neta_2} = 0 \\ P_3(x,u) - C_3 = 0 \\ Q_3(x,u) - D_3 = 0 \end{cases}$$

como son no lineales, se resuelven iterativamente. Por series de Taylor tenemos :

$$g(x,u)_{k+1} = g(x,u)_k + \left. \frac{\partial g(x,u)}{\partial x} \right|_k \Delta x$$

se intenta que estas ecuaciones sean iguales a cero, por lo que igualando a cero la expresión anterior, y despejando Δx obtenemos :

$$\Delta_{,x} = - \left[\frac{\partial g(x,u)}{\partial x} \right]_k^{-1} g(x,u)_k$$

$$\text{Si } \frac{\partial P_i(x,u)}{\partial \theta_j} = H_{ij} \quad v_j \frac{\partial P_i(x,u)}{\partial v_j} = N_{ij}$$

$$\frac{\partial Q_i(x,u)}{\partial \theta_j} = J_{ij} \quad v_j \frac{\partial Q_i(x,u)}{\partial v_j} = L_{ij}$$

sustituyendo tenemos :

$$\begin{bmatrix} \Delta \theta_2^k \\ \Delta v_3^k / v_3^k \\ \Delta \theta_3^k \end{bmatrix} = + \begin{bmatrix} H_{22} & N_{23} & N_{23} \\ H_{32} & H_{33} & N_{33} \\ J_{32} & J_{33} & L_{33} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \Delta P_2^k \\ \Delta P_3^k \\ \Delta Q_3^k \end{bmatrix}$$

Donde $\Delta P_1 = P_{\text{netal}} - P_1(x,u)$

$\Delta Q_1 = Q_{\text{netal}} - Q_1(x,u)$

Finalmente

$$\theta_2^{k+1} = \theta_2^k + \Delta \theta_2^k$$

$$v_3^{k+1} = v_3^k + \Delta (v_3^k / v_3^k) v_3^k$$

$$\theta_3^{k+1} = \theta_3^k + \Delta \theta_3^k$$

c) Los multiplicadores de Lagrange :

Sustituyendo en (10) los valores de las variables de nuestro ejemplo tenemos :

$$\begin{bmatrix} \lambda_{p_2} \\ \lambda_{p_3} \\ \lambda_{q_3} \end{bmatrix} = - \left[\begin{bmatrix} H_{22} & H_{23} & N_{23} \\ H_{32} & H_{33} & N_{33} \\ J_{23} & J_{33} & L_{33} \end{bmatrix}^T \right]^{-1} * (b_1 + 2c_1 p_1) \begin{bmatrix} H_{12} \\ H_{13} \\ N_{13} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \sum \frac{\partial w_j(\theta_2)}{\partial \theta_2} \\ \sum \frac{\partial w_j(\theta_3)}{\partial \theta_3} \\ \sum v_j \frac{\partial w_j(\theta_3)}{\partial v_j} \end{bmatrix}$$

d) El gradiente reducido :

Sustituyendo en (9b) los valores de las variables de nuestro ejemplo tenemos :

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial F(x,u)}{\partial V_1} \\ \frac{\partial F(x,u)}{\partial P_2} \\ \frac{\partial F(x,u)}{\partial V_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (b_1 + 2c_1 p_1) \frac{N_{11}}{V_1} \\ b_2 + 2c_2 p_2 \\ (b_1 + 2c_1 p_1) \frac{N_{21}}{V_2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} N_{21} & N_{31} & L_{31} \\ -1 & 0 & 0 \\ N_{22} & N_{32} & L_{32} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_{p_2} \\ \lambda_{p_3} \\ \lambda_{q_3} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \sum \frac{\partial w(V_1)}{\partial V_1} \\ \sum \frac{\partial w(P_2)}{\partial P_2} \\ \sum \frac{\partial w(V_2)}{\partial V_2} \end{bmatrix}$$

Resulta interesante seguir, a lo largo del proceso de optimización el significado de $\lambda^i \frac{\partial q(x,u)}{\partial u}$ sin considerar restricciones funcionales, pues se encuentra que es precisamente $\frac{\partial f(P_i)}{\partial u}$

CAPITULO III

FLUOPT

III.1 Introducción,

FLUOPT es el nombre que recibe un conjunto de programas que resuelve el problema de Flujos Optimos por el método de la B.P.A., ha sido desarrollado con miras a ser usado por los diferentes departamentos de la Gerencia General de Planeación y Programa (actualmente de Estudios e Ingeniería Preliminar) de la Comisión Federal de Electricidad.

Las modalidades o características de los estudios de planeación hacen deseable que los programas de computadora, permitan al ingeniero ejercitar su habilidad de efectuar decisiones que optimicen el progreso de sus estudios, mediante la retroalimentación de resultados intermedios (1). Desde el punto de vista de los sistemas de potencia esto significa que para el estudio de diferentes alternativas como para el análisis de las acciones correctivas posibles, es necesario habilitar a los programas de manera que se permita:

- a) Modificar el caso de referencia en cualquier momento sin necesidad de recordar formatos de los datos de entrada - dando facilidades para (2):
 - Remover cualquier número de circuitos del caso de referencia.
 - Escalar cargas o generaciones.
 - Obtener una copia de los datos para reiniciar en cualquier momento los estudios.
 - Modificar uno o varios parámetros de cualquier elemento.
 - Cancelar las modificaciones realizadas.
- b) Evitar errores tanto de datos como de inconsistencia de sus relaciones (reparar, accidentalmente, la red, por ejemplo).
- c) En cualquier momento interrumpir el proceso sin que se generen conflictos, ya sea obligando al ingeniero a recurrir a un manual, o a reiniciar el proceso desde el principio.

(1) J.M. Undrill, F.P. de Mello, T.E. Kostyniak y R.J. Mills. Interactive Computation in Power System Analysis.

Proc. of IEEE, Julio 1974, p.p. 1009-1018.

(2) F. Schlaepfer, T.C. Kelly y A.G. Dewey. An Interactive Load Flow Program

Proc. of PICA conf. Boston, Mass. Mayo 1971, p.p. 78-84.

- d) Poder consultar el estado de una variable, de un elemento o de todo el sistema.
- e) Controlar el curso de la computación a través de diferentes alternativas que se pueden ofrecer en puntos estratégicamente colocados dentro del proceso.

Puede resumirse que FLUOPT es un conjunto de programas modular e interactivo, donde la diferencia fundamental de un programa que se procesa en BATCH, es la interfase con el usuario.

FLUOPT ha sido implementado en una computadora P D P DUAL 11 / 77 RSTS/E, tiempo compartido, 16 K bytes por usuario, en lenguaje BASIC PLUS. En base a una esparsidad típica de 3.5%, FLUOPT puede manejar sistemas eléctricos de potencia con un máximo de 100 buses, 80 generadores y 150 líneas de transmisión, gracias a una programación que hace uso eficiente de los medios computacionales por medio de técnicas de esparsidad, ordenamiento óptimo y factorización triangular (3), (4), (5).

III.2 Estructura de FLUOPT.

Los programas de computadora que integran a FLUOPT, han sido agrupados en FUNCIONES de acuerdo a la actividad que desempeñan. Cada FUNCION, compuesta por uno o varios programas, representa la unidad de cómputo básica, y es responsabilidad del usuario ligar las diferentes funciones para obtener el resultado que espera. En la siguiente figura se observan los programas de FLUOPT agrupados por funciones, en donde los programas mostrados con líneas punteadas, que no forman el esquema básico, no están desarrollados o no han sido probados.

Para empezar a trabajar con FLUOPT se teclea el siguiente comando :

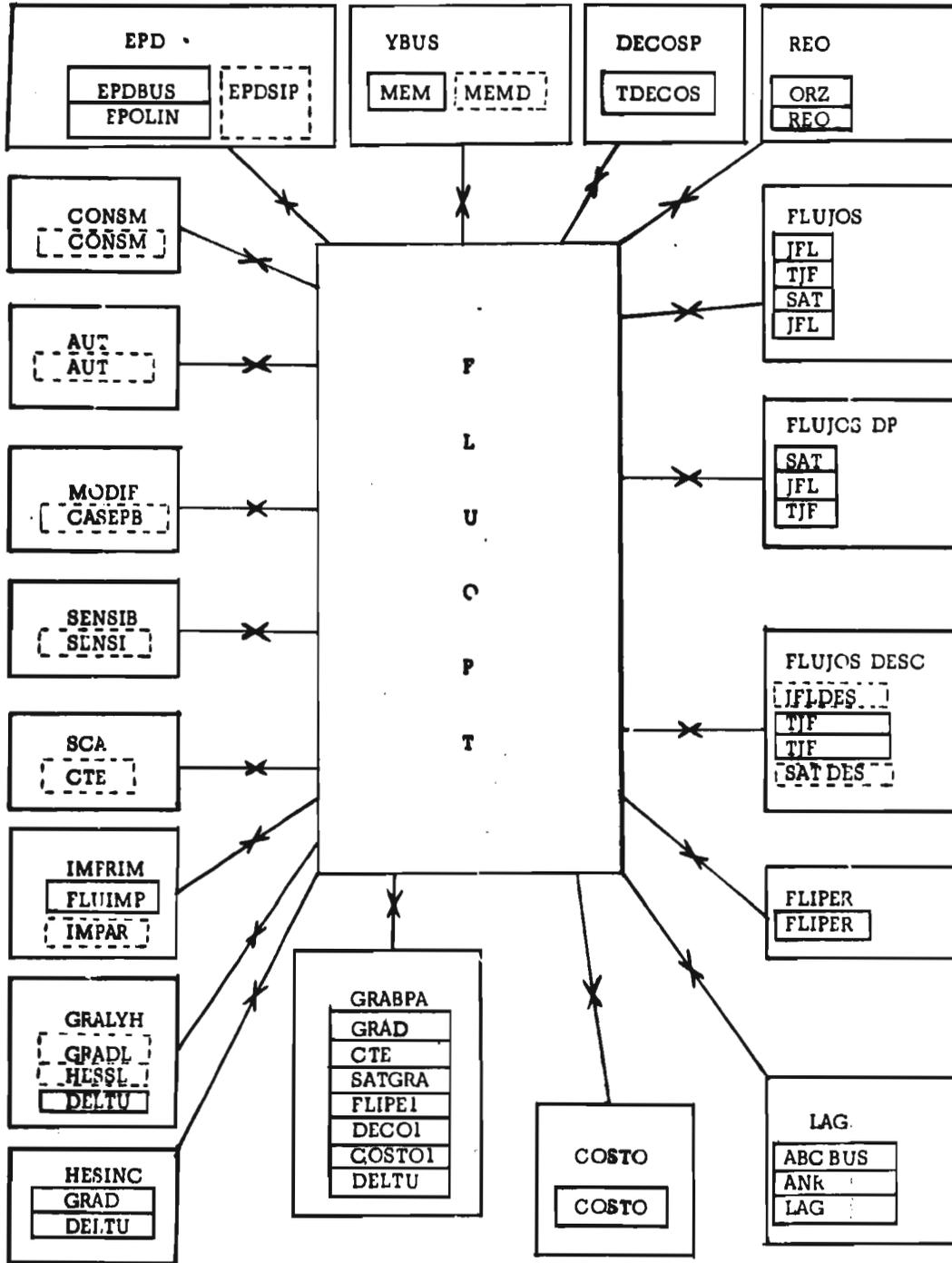
RUN (50,5) FLUOPT

a lo que inmediatamente pregunta :

* FUNCION ?

-
- (3) W.F. Tinney y W. Scott Meyer
Solutions of Large Sparse Systems by ordered triangular factorization.
Trans. on Automatic Control, Vol. 18, No. 4 Ago. 1973. pp. 333-346.
 - (4) W.F. Tinney, W.L. Powell, J.W. Walker
Programming of Sparsity directed ordering Schemes
Proc. of PSCC V, Cambridge, Eng. Sep. 1975. pp. 1-12
 - (5) N. Sato y W.F. Tinney
Techniques for exploiting the Sparsity of the Network Admittance Matrix.
IEEE Trans. on PAS, Vol. 82 Dic. 1963. pp. 944-950.

FIG. III.1) Estructura de FLUOPT



a lo que puede contestarse cualquiera de las funciones de la figura (3.1), si ya han sido formados los archivos de FLUOPT. Cuando este no es el caso, es necesario entrar por la función de lectura de datos EPD.

Descripción de las funciones.

EPD

Lectura de datos y chequeo de errores de entrada.

EDDBUS : Lectura de datos de buses ; establecimiento de controles.

EPDLIN : Lectura de datos de líneas y generadores. Cálculo de los parámetros A, B, C de su curva de entrada-salida - - (apéndice A) y chequeo de errores.

EPDSIP : Interfase para alimentar automáticamente los datos a - - FLUOPT desde la base de datos ⁽⁶⁾.

YBUS

MEM : Formación de la matriz YBUS y ajuste de impedancia por taps de transformadores fuera del tap nominal.

MEMD : Formación de la matriz YBUS con las aproximaciones que implican los flujos desacoplados ^{(7), (8)}

DECOSP

TDECOS : Despacho económico sin pérdidas, calculado a costos - incrementales iguales ⁽⁸⁾.

REQ

OR2 Determinación del ordenamiento óptimo de acuerdo al segundo esquema de ordenamiento ⁽⁹⁾.

(6) A. Peón, R. Cristerna, C. Urdaibay, E. Salinas, N. Camacho, J. Villanueva, I. Saenger.

An Integrated Information System for Planning Studies-SIPEP.
Aceptado para su publicación, en trans. IEEE on PAS

(7) B. Stott y O. Alsac.
Fast decoupled load flow

Trans. IEEE on PAS, May-Jun 1974 pp. 859-867

(8) E. Arriola Valdés

On line Security Control and Optimum Dispatch on a Power System Simulator

PH. Thesis. University of London. 1977. pp. 103-105

IEEE Tutorial Course, Hotel Aristos, May 1974. pp.

(9) Programa de Flujos.

A. M. Sasson, F. Aboytes

Tecnológico de Monterrey.

REO : Reordenamiento de la información de acuerdo al nuevo orden. ⁽⁹⁾

FLUJOS

JFL : Cálculo del jacobiano de flujos (Apéndice B) de acuerdo al método de Newton - Raphson.

TJF : Triangularización del jacobiano de flujos, y su descomposición en una matriz triangular inferior y superior; en base a técnicas de esparsidad

$$A x = b \quad LUX = b$$

la matriz de entrada puede ser la matriz aumentada.

SAT : Cálculo de los errores ΔP y ΔQ . Puede usarse iterativamente con el mismo jacobiano.

La salida de esta función es después de TJF para dejar preparada la información a las funciones que requieren el jacobiano actualizado.

También se usa este modo cuando no se ha calculado el jacobiano.

FLUJOS DP

Este modo cuenta con los mismos programas que el de flujos, con la diferencia que empieza en el programa SAT, usando y para ajustar los errores, el jacobiano de la iteración anterior, o cuando se desea alcanzar una precisión mayor que la establecida.

FLUJOS DESC

Se calcula el jacobiano de acuerdo a las aproximaciones que usa el método de flujos desacoplados.

FLUPER

Flujos en líneas y pérdidas. Cálculo de la potencia del BUS Slack y de las potencias reactivas generadas en los buses de generación.

LAG

ABCBUS : Cálculo de las constantes ABC por bus, según el número de máquinas conectadas en dicho bus. Se calcula así mismo, los límites de validez de dicha curva equivalente y cálculo de la potencia generada por cada máquina en el bus.

ANR : De acuerdo a si la minimización que se desea efectuar es de costo o de pérdidas, se calculan tres vectores: el primero es el vector de términos independientes para el cálculo de los multiplicadores de Lagrange, correspondiente a las restricciones de igualdad; el segundo vector, complementa al primero con los términos, las restricciones de desigualdad violadas de acuerdo al factor de penalización que introduzca el usuario; el tercer vector almacena las

penalizaciones al gradiente reducido que imponen las -
restricciones de desigualdad violada. Se da la posibi -
lidad de variables "slack" a las penalizaciones (10).

LAG : Transposición de las matrices triangular superior e infe -
rior empaquetadas, aprovechando la simetría ESTRUCTU
RAL del jacobiano.

Multiplicación de la triangular inferior transpuesta por
el vector de términos independientes y sustitución hacia
atrás para obtener los multiplicadores de Lagrange.

GRABPA : Obtención del gradiente reducido e incremento de las -
variables de control por el método de la BPA.

Debido a la diferencia en magnitudes de las constantes
necesarias para ajustar los voltajes y las potencias, -
sólo se permite el ajuste o de voltajes o de potencias,
en el entendido de que, al terminar de ajustar uno de di -
chos parámetros puede volver a usarse esta función pa -
ra ajustar el otro. En este caso, como se observa, las
iteraciones computadas por FLUOPT son el doble de las
realmente efectuadas.

GRAD : Cálculo del Gradiente Reducido, con opción a conside -
rar o no, restricciones de desigualdad y ajustes en taps
de transformadores.

CTE : Incremento de las variables de control, voltajes o poten -
cias, de acuerdo a dos constantes que suministra el -
usuario.

SATGRA : Cálculo de los flujos en las líneas de acuerdo a cada -
constante suministrada en CTE.

FLIPE1 : Cálculo de pérdidas para cada caso definido por las -
constantes suministradas.

DECO1 : Redespacho económico en los generadores para cada ca -
so para poder calcular su :

(10) **A.M. Sasson**
Combined use of the Powell and Fletcher - Powell non -
linear Programming Methods for Optimal Load Flows.
IEEE Winter Power Meeting. New York. Ene. 1969.
Artículo No. 69TP 108 - PWR.

- COSTOI :** Costo para el caso definido por cada constante.
- DELTU :** Cálculo de los incrementos en las variables de control - de acuerdo a la constante óptima, o de acuerdo a una constante para cada variable dado por :
- $$C_k = \frac{\text{cambio en } u_j}{\text{cambio en el gradiente de } u_j}$$
- aplicado en la forma original del artículo de Tinney.
- HESINC :** Integran esta función los programas GRAD y DELTU de la función GRABPA. Su uso requiere de la existencia de los gradientes de la iteración anterior.
- GRALYH :** El objeto de esta función es permitir la optimización de acuerdo al método propuesto en la ref. (I.19). Los programas están en desarrollo.
- CONSUM :** Una vez llegado al óptimo, este programa saca estadísticas de consumo de combustible de los diferentes combustibles.
- COSTO :** Computa el costo de la generación y de las penalizaciones en el estado actual del sistema de potencia.
- IMPRIM**
- FLUIMP :** Saca una impresión de los datos y resultados completo (toda la información de buses y/o líneas y/o generadores).
- IMPPAR :** Impresión parcial de las variables que se soliciten ya sea por el nombre del bus (o generador o líneas) o a todo el vector.
- SCA** Salvar el caso. Copia la información de los archivos para poder proseguir después.
- MODIF**
- CASEPB :** Es el nombre del programa para hacer modificaciones a una variable, poner en su límite superior voltajes, escalar cargas, considerar una nueva línea o generador.
- AUT** Las diferentes funciones guardan la información que se va introduciendo de manera que puede reconstruirse el estado actual automáticamente. Existe otra opción en que se simulan las preguntas de FLUOPT para cuando son

procedimientos ya estándar, y permitir el proceso BATCH.

SENS Obtiene la sensibilidad de una variable de estado respecto a las variables de control. (inversión por columna)

III.3) La entrada de datos por la función EPD.

Los datos que se alimentan a FLUOPT están divididos en dos grupos :

- a) Los de control y datos de buses .
- b) Los de líneas y generadores .

Los datos del grupo (a) entran por medio del programa EPD BUS, y los del grupo (b) por medio del programa EPDLIN .

a) Datos de control y de buses :

Una vez que se ha suministrado a la computadora los datos que su sistema operativo requiere para permitir su acceso, se teclea :

OLD (50,5) EPD3US .

A continuación se teclean los datos de acuerdo a uno de los cuatro formatos siguientes, a partir de la línea 2000 . Excluyendo el primero de los formatos, los datos deben entrar de acuerdo a los tres formatos siguientes, que pueden alimentarse en un orden aleatorio.

2000 DATA " TEXTO "

donde Texto es una descripción que identifica la corrida, y puede ser hasta de 128 caracteres .

2 XXX DATA "CONTROL", I% (6), X, I% (14%)

Donde :

Variable	Tipo	Límites	Descripción
I% (6)	entero	> 0	Límite de iteraciones con el mismo jacobiano para ajustar flujos .
	real	> 1/32767	Tolerancia para flujos .
I% (14%)	entero	> 0	Límite de iteraciones recalculando el jacobiano antes de regresar el control a FLUOPT. (cada iteración de éstas está compuesta por I% (6%) iteraciones con el mismo jacobiano)

FORMATO DE LOS DATOS PARA CADA COMBUSTIBLE :

4000 DATA " COSTO ", K1\$ (1%), K1 (1%,1), K1 (1%, 2%)

Donde :

Variable	Tipo	Límites	Descripción
K1\$ (1%)	alfanum	16 carac.	Nombre del íésimo combustible entre comillas.
K1 (1%,2%)	real	> 0	Costo del íésimo combustible por unidad de volumen.
K1 (1%,2%)	real	> 0	Volumen / GCAL del íésimo combustible.

El número de combustibles no debe ser mayor de 10.

FORMATO PARA LOS DATOS DE CADA BUS :

5000 DATA " BUS ", B\$ (1%), T% (1%), V, V5, V6, A, D, H, B6

Donde :

Variable	Tipo	Límites	Descripción
B\$ (1%)	alfanum	8 carac.	Nombre del bus, entre comillas.
T% (1%)	entero	$0 \leq T\% \leq 2$	Tipo de bus 2 - referencia (sólo uno de referencia). 1 - generación. 0 - carga.
V	real	$V5 \leq V \leq V6$	Voltaje de arranque en por unidad.
V5	real		Voltaje mínimo en por unidad.
V6	real		Voltaje máximo por unidad.
A	real	$-\frac{\pi}{2} \leq A \leq \frac{\pi}{2}$	Angulo de arranque en radianes (Generalmente=0).
D	real		Carga real en MW p.u. en base a 100 MW (> 0 es carga . . . < 0 es generación).

H	real	Carga reactiva en MVAR p.u. en base a 100 MW. (> 0 inductivo).
B6	real	MVAR p.u. en base a 100 MW. > 0 son reactivas capa - citivos < 0 son reactivos inductivos.

El número de buses no debe ser mayor de 100.

Restricción $\sum D \geq \sum P_{gen_min}$ (de máquinas)
 $\leq \sum P_{gen_max}$

Al terminar se dice

REPLACE
para grabar permanente los datos .

b) Datos de líneas y generadores .

Estos datos se introducen con la ayuda del programa EPDLIN . Se emplea diciendo :

OLD (50,5) EPDLIN

A continuación , indiscriminadamente pueden entrar los datos de líneas o generadores, de acuerdo a los siguientes formatos :

3000 DATA " GENERADOR ", G3\$, G4%, G5\$, P4, P5, P6, Q5, Q6, Q7, S%, P3 (%), C3(1%), P3(2%), C3(2%), P3(3%), C3(3%), P

Donde :

Variable	Tipo	Límites	Descripción
G3\$	Alfanum	8 carac.	Nombre del bus al que está conectada la máquina. Debe entrar entre comillas.
G4%	entero	> 0	Número de la máquina conectada en el bus.
G5\$	Alfanum	16 carac.	Nombre del combustible . Si es HIDRAULICA el proceso de optimización no la afecta, en este caso P4 = P5 = P6 .
P4	real	P5 ≤ P4 ≤ P6	Potencia de arranque en p.u. en base a 100 MW. Si es menor de P5 se hace igual a P5 .

P5	real		Potencia mínima real de generación de la máquina G3\$, G4% en p.u. en base a 100 MW.
P6	real		Potencia real máxima de generación de la máquina G3\$, G4% en p.u. en base a 100 MVAR .
Q5	real	$Q6 \leq Q5 \leq Q7$	Potencia reactiva de arranque de generación de la máquina G3\$, G4% en p.u. en base a 100 MVAR .
Q6	real		Potencia Reactiva mínima de generación de la máquina G3\$, G4% en p.u. en base a 100 MVAR .
Q7	real		Potencia reactiva máxima de generación de la máquina G3\$, G4% en p.u. en base a 100 MVAR .
S%	entero		Switch : si es cero indica que dicha máquina no se desea conectar al sistema .
P 3 (I%) C3 (I%)	real		Tres puntos de la curva entrada - salida donde P3 es la abscisa en MW p.u. en base a 100 MW y C3 son los consumos (GCAL/100 MW) en dichos puntos.
P	real		Por unidad del costo de combustible en dicho bus (vgr. por transporte más costo = 1.1 sería 10% más).

4000 DATA " LINEA ", L\$, LI\$, C1%, R5, X5, Y5, P9, S%, T1, T5, T6

Donde :

Variable	Tipo	Límites	Descripción
L\$	Alfanum	8 carac.	Nombre del nodo inicial
LI\$	Alfanum	8 carac.	Nombre del nodo final

C1%	entero	>0	Número de líneas en paralelo, cada una con parámetros R5, X5, Y5 .
R5	real		Resistencia serie en p.u. en base a KV _{BASE} y 100 MW
X5	real		Reactancia serie en p.u. en base a KV _{BASE} y 100 MVAR .
Y5	real		Susceptancia Y/2 del circuito PI de la línea . En base a 100 MVAR .
P9	real	>0	Potencia máxima de transmisión de cada línea .
8%	entero		Si es cero indica que no se desea conectar dicha línea. Lo contrario sucede si es un uno .
T1	real		Tap de arranque del transformador en p.u. Se detecta que es transformador si T1 ≠ T5 o T1 ≠ T6 .
T5	real		Tap mínimo en p.u.
T6	real		Tap máximo en p.u.

III.4) Estructura de los archivos .

FLUOPT almacena los datos en tres archivos; a los que les da una extensión al nombre XXXXXX suministrado por el usuario.

El primero de ellos , el archivo "XXXXXX.V32;" es un archivo virtual que almacena : datos de control para el proceso numérico; apuntadores para procesamiento random de los otros dos archivos; datos de combustibles y de líneas de transmisión .

El segundo de ellos, el archivo "XXXXXX.R32", guarda la información de generadores y buses . Su estructura es la denominada "Record I/O" para un procesamiento rápido y eficiente de la información .

Por último, el archivo "XXXXXX.YYY" almacena la información de la matriz : YBUS, JACOBIANA, triangular inferior y superior del jacobiano transpuesto, del vector de términos independientes para calcular los multiplicadores de Lagrange y el vector de penalizaciones, Gradiente anterior, actual y penalizaciones al gradiente.

Las siguientes tablas muestran la estructura de estos archivos .

Tabla III.2) Estructura del archivo Virtual XXXXXX.V32

DIM # 1, K\$ (10%) = 128%, KO% (25%), K(25%), K1\$ (10%) = 8%, K1 (10,2),
Z\$ (150%) = 8%, Z1\$ (150%) = 8%, Z% (150%, 5%), Z1 (150%, 5%),
Z2 (150%, 5%)

Donde : K\$ (10%) = Arreglo alfanumérico de 128 caracteres.

- K\$ (1) = Nombre o textos del caso .
- K\$ (2) = En formatos CHR\$ están los índices de las líneas conectadas al bus 1 (de referencia)
- K\$ (3) = En formato CHR\$ están los índices de líneas violadas - (que exceden su potencia máxima o la han excedido)
- K\$ (4) = En formato CHR\$ están los apuntadores de : Voltajes de buses de carga o reactivos de buses de generación que están violadas o que son susceptibles de violarse , pues en iteraciones anteriores ya se han violado.
- K\$ (5) = En formato CHR\$ se tienen los apuntadores de líneas que son transformadores .
- K\$ (6) = En formato CHR\$ se tienen los índices de buses que son de generación .
- K\$ (7) =
- K\$ (8) =
- K\$ (9) =
- K\$ (10) =
- KO% (25%) = Arreglo de números enteros de control .
- KO% (1%) = Número de buses .
- KO% (2%) = Número de líneas en servicio .
- KO% (3%) = Número de generadores en servicio .
- KO% (4%) = Número de líneas totales .
- KO% (5%) = Número de Generadores totales .
- KO% (6%) = Límite de iteraciones en flujos con el mismo jacobiano .
- KO% (7%) = Inverso de la tolerancia .
- KO% (8%) = Número de tipos de combustible diferentes .
- KO% (9%) = Iteraciones efectuadas en el último ciclo (de flujo) con el mismo jacobiano .
- KO% (10%) = Iteraciones efectuadas de flujos recalculando el jacobiano en la última iteración de flujos óptimos.
- KO% (11%) = Iteraciones de flujos óptimos efectuadas .
- KO% (12%) = Número de elementos diferentes de cero de YBUS .
- KO% (13%) = Número de elementos diferentes de cero del jacobiano antes de triangularizar .
- KO% (14%) = Límite de iteraciones de flujos recalculando el jacobiano .

- K0% (15%) = Número de elementos diferentes de cero de la triangular superior del Jacobiano.
- K0% (16%) = Número de elementos diferentes de cero de la triangular inferior del Jacobiano.
- K0% (17%) = 0 si es minimización de pérdidas
1 si es minimización de costos
- K0% (18%) = Número de transformadores a ajustar taps.
- K0% (19%) = 0 no se desea tomar en cuenta restricciones de desigualdad en esta iteración
1 se desea tomar en cuenta restricciones de desigualdad en esta iteración
- K0% (20%) = Número de elementos del gradiente
- K0% (21%) = 0 no se desea ajustar taps de transformadores en esta iteración
1 si se desea ajustar taps de transformadores
- K0% (22%) = 0 ajuste por constante óptima de las variables de control
1 ajuste por Hessiana de las variables de control
- K0% (23%) = 0 no se guardan los archivos al terminar
1 si se guardan los archivos al terminar
- K0% (24%) = 0 si la potencia generada por el bus de referencia esta dentro de límites
1 si esta fuera de límites
- K0% (25%) = Número de la iteración constante de incremento de las variables de control
- K (1) = Suma de potencias reales de las cargas de los buses mas p = las pérdidas
- K (2) = Potencia real generada por el bus de referencia
- K (3) = Potencia reactiva generada por el bus de referencia
- K (4) = Pérdidas reales
- K (5) = Pérdidas reactivas
- K (6) = Penalización de la potencia real generada por el bus suelto en caso de estar violada
- K (7) = Costo incremental del bus de referencia
= 1 si la minimización es de pérdidas
- K (8) = Costo actual sin contar las penalizaciones
- K (9) = Costo actual de las penalizaciones
- K (10) = Costo sin penalizaciones con la constante 1
- K (11) = Costo de las penalizaciones con la constante 1
- K (12) = Costo sin penalizaciones con la constante 2
- K (13) = Costo de las penalizaciones con la constante 2
- K (14) = Constante uno de voltajes
- K (15) = Constante dos de voltajes
- K (16) = Constante uno de potencia
- K (17) = Constante dos de potencia
- K (18) = Constante óptima de voltajes
- K (19) = Constante óptima de potencia
- K (20) = Pérdidas reales con la constante uno
- K (21) = Pérdidas reales con la constante dos

Combustibles

- K1\$ (10) = Nombre de combustibles
- K1 (10, 2):

K1 (I, 1) = costo del Iésimo combustible por unidad de volumen

K1 (I, 2) = volumen por/GCAL del Iésimo combustible

Líneas

- Z\$(I) = Nombre del bus inicial de la Iésima línea
Z1\$(I) = Nombre del bus final de la Iésima línea
Z% (150%, 5%) = Arreglo de números enteros de líneas
Z% (I, 1) = Número del nodo inicial de la Iésima línea
Z% (I, 2) = Número del nodo final de la Iésima línea
Z% (I, 3) = Número de circuitos
Z% (I, 4) =
Z% (I, 5) =
Z1 (150, 9) = Primer arreglo de números reales de líneas
Z1 (I, 1) = Resistencia de la Iésima línea/No. de Ctos
Z1 (I, 2) = Reactancia de la Iésima línea/No. de Ctos
Z1 (I, 3) = Susceptancia $\frac{Y}{2}$ de la Iésima línea* No. de Ctos
Z1 (I, 4) = Potencia máxima a transmitir por los Z% (I, 3) -- circuitos en paralelo
Z1 (I, 5) = Potencia real transmitida del bus inicial al bus final
Z1 (I, 6) = Potencia real transmitida del bus final al bus inicial
Z1 (I, 7) = Tap actual del transformador
Z1 (I, 8) = Tap mínimo del transformador
Z1 (I, 9) = Tap máximo del transformador
Z2 (150, 5) = Segundo arreglo de números reales con información de líneas
Z2 (I, 1) = Potencia reactiva transmitida del Bus inicial al Bus final
Z2 (I, 2) = Potencia reactiva transmitida del Bus final al Bus inicial
Z2 (I, 3) = Factor de penalización si la línea esta violada
Z2 (I, 4) = Posición anterior del tap.
Z2 (I, 5) = Gradiente de la iteración anterior del tap del transformador

TABLA 3.3 ESTRUCTURA DE ARCHIVO XXXXXX.YYY

TIPO: Record I/O Clustersize 32

# RF	al # RF	Vector	Longitud	Descripción
1		M%(I)	2	Apuntadores de N% de donde empieza la información del renglón I de YBUS
2	25	N%(I)	2	En N% (M%(I)) está el número de elementos diferentes de cero fuera de la diagonal del renglón I de YBUS. De N% (M%(I))+1 Hasta N% (M%(I)+N%(M%(I))) están los apuntadores de las columnas diferentes de cero de la matriz Y BUS.
		Y1 ()	8	Parte real de la matriz YBUS
		Y2 ()	8	Parte imaginaria de la matriz YBUS
		Y3 ()	8	Parte imaginaria de las susceptancias de la matriz YBUS
		Y4 ()	8	Potencia máxima a transmitir entre los nodos I, J.

Longitud del registro lógico = 34

La información de Y1, Y2, Y3, Y4, de determinada posición se refiere al elemento $I=M%(I)$ y al elemento $J = N%(K)$

26		M1%()	2	Mismas funciones que N% , Y1 y
27	40	N1%()	2	M% pero con el
		J1()	8	Jacobiano de flujos

Longitud del registro lógico = 10

41		M1%()	2	Mismas funciones que M%, N% y Y1% pero con
42	55	N1%()	2	la triangular superior
		U ()	8	del Jacobiano

Longitud del registro lógico = 10

56		M2%()	2	Mismas funciones que
57	71	N2%()	2	M%, N%, y Y1%. pero
		L ()	8	con la triangular inferior del Jacobiano

Longitud del registro lógico = 10

72		M2%()	2	Mismas funciones que M%, N% y
73	86	N2%()	2	Y1% pero con la triangular
		L ()	8	inferior transpuesta

Longitud del registro lógico = 10

87		M1% ()	2	Mismas funciones que M%, N%, y Y1% pero con la triangular superior transpuesta
88	101	N1% ()	2	
		U ()	8	

Longitud del registro lógico = 10

103	134	L ()	8	$\partial f / \partial x$
		L1 ()	8	$\partial w_j / \partial x$
		G0 ()	8	Grad. Iter. Anterior
		G ()	8	Grad. actual
		G1 ()	8	$\partial w_j / \partial u$

Longitud del registro lógico = 64

135	138	L ()	8	Multiplicadores de Lagrange.
-----	-----	-------	---	------------------------------

TABLA 3.4 ESTRUCTURA DEL ARCHIVO "XXXXXX.R32"

TIPO: Record L/0		Clustersize = 32		
Campo	Longitud	Formato	NEMOT.	Observaciones
BUSES				
1	8	ANUM.	B\$ (100)	Nombre Bus
2	2	% \$	T% (100)	Tipo Bus
3	2	% \$	AØ% (100)	Nuevo orden
4	2			
5	2			
6	2			
7	2			
8	2			
9	2			
10	8	F \$	E (100)	Volt. real
11	8	F \$	F (100)	Volt. imag.
12	8	F \$	P2 (100)	Error Pot. real
13	8	F \$	P (100)	Pot. Gen.-Pot.carga
14	8	F \$	P1 (100)	P.calc./Bus.
15	8	F \$	D (100)	Carga real/Bus
16	8	F \$	P3 (100)	Pgen / Bus
17	8	F \$	P7 (100)	Pmin/Bus
18	8	F \$	P8 (100)	Pmax/Bus
19	8	F \$	Q2 (100)	Error Pot. Reac.
20	8	F \$	Q (100)	Qgen - Qcarga
21	8	F \$	QI(100)	Qcalc/Bus
22	8	F \$	H (100)	Qcarga
23	8	F \$	Q3 (100)	Qgen/Bus
24	8	F \$	Q8 (100)	Qmin/Bus
25	8	F \$	Q9 (100)	Qmax/Bus
26	8	F \$	B6 (100)	Comp./Bus
27	8	F \$	V (100)	V. magn.
28	8	F \$	A (100)	Angulo (Rad ⁵)
29	8	F \$	V5 (100)	V. min. en magn.
30	8	F \$	V6 (100)	V. max. en magn.
31	8	F \$	A4 (100)	Ctte. A/Bus
32	8	F \$	B4 (100)	Ctte. B/Bus
33	8	F \$	C4 (100)	Ctte. C/Bus
34	8	F \$	D1 (100)	Pmin. de ABC eq. - por Bus
35	8	F \$	D2 (100)	Pmax. de ABC eq. - por Bus
36	8	F \$	D3 (100)	Pot.Gen. en ABC eq. por Bus
37	8	F \$	S1 (100)	Penalización
38	8	F \$	V (100)	Voltaje iteración an- terior
39	8	F \$	G (100)	Gradiente de volta- je de la it. anterior
40	8	F \$	P (100)	Potencia Gen. en la iter. anterior
41	8	F \$	G (100)	Gradiente de poten- cia de la it. anterior

42 8 F\$ L1 (100) costo iner. lbus.

43 8

GENERADORES:

44	8	ANUM	G3\$ (150)	Nombre Gen.
45	2	% \$	G3% (150)	# Nodo
46	2	% \$	G4% (150)	# Maq. en el nodo
47	2	% \$	C% (150)	Indice Combust.
48	2	% \$	M6% (150%)	Indice de si está en límite su generación
49	2			
50	2			
51	2			
52	2			
53	8	F \$	P4 (150)	Pgen/Gen.
54	8	F \$	P5 (150)	Pmin/Gen.
55	8	F \$	P6 (150)	Pmax/Gen.
56	8	F \$		
57	8	F \$	Q5 (150)	Qgen/Gen o ult. calc.
58	8	F \$	Q6 (150)	Qmin/Gen
59	8	F \$	Q7 (150)	Qmax/Gen
60	8	F \$		
61	8	F \$	A 5 (150)	Cta. A/Gen
62	8	F \$	B 5 (150)	Cte. B/Gen
63	8	F \$	C5 (150)	Ctte C/Gen
64	8	F \$	P	Factor de costo de -- combustible en nodo

NOTAS:- 1) Las posiciones 0-296 Corresponden a Buses

2) Las posiciones 297-512 Corresponden a Generadores

3) En la lista de generadores los KØ% (3%) primeras están en -- en servicio

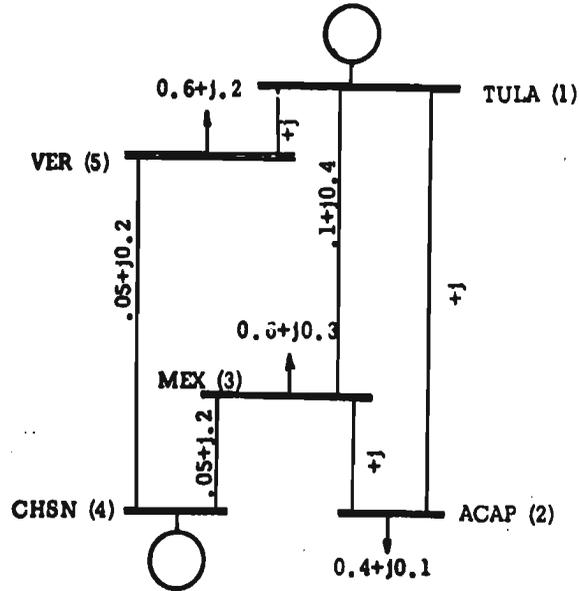
4) Las longitudes del Buffer.

Campo	Lon.	Campo	Lon.
1	- 8	45 - 52	- 2
2 - 9	- 2	53 - 64	- 8
10 - 44	- 8		

III.5 EJEMPLO:

a) El problema.

Tomaremos como ejemplo, el problema de optimización que se presenta en la referencia I.19 .



La función de costo:

$$f_0 = 44.4 + 351P_1 + 50P_1^2 + 40.6 + 389P_4 + 50P_4^2$$

b) Alimentación de datos al programa

Las siguientes tablas muestran la entrada de datos al programa.

32000	DATA	"SISTEMA 5 BUSES ARTICULO DE MULT. Y HESS."					
32010	DATA	"COSTO"					
32020	DATA	"COMBUSTOLEO",	1.,	1.			
32030	DATA	"CONTROL"					
32040	DATA	5, .001, 5					
32050	DATA	"BUS",	"TULA"				
32051	DATA	2,	1.,	1.,	1.1,	0.,	0.
32052	DATA	0.,	0.				
32060	DATA	"BUS",	"CHICOASE"				
32061	DATA	1,	1.,	1.,	1.1,	0.,	0.
32062	DATA	0.,	0.				
32070	DATA	"BUS",	"MEXICO"				
32071	DATA	0,	1.,	1.,	1.1,	0.,	0.6
32072	DATA	0.3,	0.				
32080	DATA	"BUS",	"ACAPULCO"				
32081	DATA	0,	1.,	.9,	1.05,	0.,	0.4
32082	DATA	.1,	0.				
32090	DATA	"BUS",	"VERACRUZ"				
32092	DATA	0,	1.,	.9,	1.05,	0.,	0.6
32093	DATA	.2,	0.				
32100	DATA	"FIN"					

LISTO

TABLA III.5.1) DATOS AL PROGRAMA EPDBUS

32000	DATA	"GENERADOR",	"TULA",	1,	"COMBUSTOLEO",	0.	
32001	DATA	.3,	1.2,	0.,	0.,	0.6,	1
32002	DATA	.4,	192.8,	1.,	445.4,	1.2,	537.6
32003	DATA	1					
32005	DATA	"GENERADOR",	"CHICOASE",	1,	"COMBUSTOLEO"		
32006	DATA	.3,	.3,	1.2,	0.,	0.,	0.6
32007	DATA	1,	.4,	204.2,	1.,	479.61,	1.2
32008	DATA	579.4,	1.				
32010	DATA	"LINEA",	"TULA",		"VERACRUZ"		
32011	DATA	1,	.05,	.2,	0.,	1.2,	1
32012	DATA	1.,	1.,	1.			
32015	DATA	"LINEA",	"VERACRUZ",		"CHICOASE"		
32016	DATA	1,	.05,	.2,	0.,	1.2,	1
32017	DATA	1.,	1.,	1.			
32020	DATA	"LINEA",	"TULA",		"MEXICO"		
32021	DATA	1,	.1,	.4,	0.,	.8,	1
32022	DATA	1.,	1.,	1.			
32025	DATA	"LINEA",	"MEXICO",		"CHICOASE"		
32026	DATA	1,	.05,	.2,	0.,	1.2,	1
32027	DATA	1.,	1.,	1.			
32030	DATA	"LINEA",	"MEXICO",		"ACAPULCO"		
32031	DATA	1,	.1,	.4,	0.,	.8,	1
32032	DATA	1.,	1.,	1.			
32035	DATA	"LINEA",	"TULA",		"ACAPULCO"		
32036	DATA	1,	.15,	.6,	0.,	0.7,	1
32037	DATA	1.,	1.,	1.			
32040	DATA	"FIN"					

LISTO

TABLA III.6) DATOS AL PROGRAMA EPDLIN

c) **Resultados :**

La siguiente tabla muestra los resultados del programa FLUOPT. Nótese que el número de iteraciones de flujos óptimos es de 9, y como antes se indicó, en realidad son 4.5 iteraciones, ya que en una iteración de gradiente sólo se permite el ajuste de voltajes o potencias, pudiéndose efectuar esta doble iteración sin tener que calcular nuevamente los multiplicadores de Lagrange, etc. En la siguiente tabla se muestran los resultados, y en ellos se nota que :

- a) La curva de corto es muy plana en el punto de operación óptimo .
- b) El voltaje del bus VERACRUZ es de $1.0501 > 1.05 = V_{MAX}$ lo que es característico de los métodos de penalización, como el usado , para las variables dependientes .

SISTEMA 3 BUSES ARTICULO DE MULT. Y HESS.

INFORMACION DE CONTROL

DE BUSES 5
LINEAS EN SERVICIO 6 # LINEAS TOTALES 6
MAQUINAS EN SERVICIO 2 # MAQUINAS TOTALES 2
TRANSFORMADORES A AJUSTAR 0
DE COMBUSTIBLES DIFERENTES 1

INFORMACION DE FLUJOS

TOLERANCIA .001
ITERACIONES
 LIM. REC. JAC. 10 EFECTUADAS 1
 LIM. MISMO JAC. 5 EFECTUADAS ULT. ITER. 1
DE ELEMENTOS
 YBUS 18 JACOBIANO 31
 JAC TRI INF 20 JAC TRI SUP 20
PERDIDAS
 .446717E-1 MW/PU .178687 MVAR/PU
SUMA CARGAS REALES +PERDIDAS 1.64467
BUSES DE GENERACION 1

INFORMACION DE FLUJOS OPTIMOS

ITERACIONES EFECTUADAS 9

LA ULTIMA ITER. FUE MIN. DE COS

ULT. ITER. SI TOMO EN CTA. RESTR.

EN LA ULT. ITER. NO SE PERMITIO MOVER TAPS DE TRAFOS.

LA ULTIMA ITER. SE AJUSTO POR CTE. OPT.

CTE OPT VOLT .425148E-3

CTE OPT POT 0

CTE 1 VOLT .0001 CTE 1 POT 0

CTE 2 VOLT .0002 CTE 2 POT 0

COSTOS:

CTE 1 SIN REST= 757.769

RESTR CTE 1= .157586E-1

CTE 2 SIN REST= 757.726

RESTR CTE 2= .769248E-2

ACTUAL SIN REST 757.692

PENALIZACION .14699E-3

TOTAL ACTUAL 757.692

51

INFORMACION DE VIOLACIONES

LINEAS VIOLADAS 0

VOLTAJES (DE CARGA) Y REAC. GEN. VIOLADOS 2

2 2

AL TERMINAR TODOS LOS ARCHIVOS GENERADOS
POR FLUOPT SE BORRARAN

 SISTEMA 5 BUSES ARTICULO DE MULT. Y HESS.

HOJA 2

 INFORMACION DE BUSES

BUS	NOMBRE	TIP	VOLTAJE	ANGULO	VOLT.MIN	VOLT.MAX
1	TULA	2	1.0909	0.00	1.000	1.100
2	ACAPULCO	0	0.9002	-0.14	0.900	1.050
3	MEXICO	0	1.0123	-5.40	0.900	1.050
4	CHICOASE	1	1.0786	-1.35	1.000	1.100
5	VERACRUZ	0	1.0501	-3.44	0.900	1.050

52

 SISTEMA 5 BUSES ARTICULO DE MULT. Y HESS.

HOJA 3

 INFORMACION DE BUSES

BUS	NOMBRE	POT.GEN.	POT.CARGA	POT.GEN.MIN	POT.GEN.MAX	COSTO INC.
1	TULA	0.963	0.000	0.300	1.200	447.333
2	ACAPULCO	0.000	0.400	0.000	0.000	0.000
3	MEXICO	0.000	0.600	0.000	0.000	0.000
4	CHICOASE	0.681	0.000	0.300	1.200	457.132
5	VERACRUZ	0.000	0.600	0.000	0.000	0.000

 SISTEMA 5 BUSES ARTICULO DE MULT. Y HESS.

HOJA# 4

INFORMACION DE BUSES

BUS	NOMBRE	REAC.GEN	REAC.CARGA	COMPEN	REAC.MIN	REAC.MAX
---	-----	-----	-----	-----	-----	-----
1	TULA	0.420	0.000	6.00	0.000	2.600
2	ACAPULCO	0.000	0.100	0.00	0.000	0.000
3	MEXICO	0.000	0.300	0.00	0.000	0.000
4	CHICOASE	0.350	0.000	0.00	0.000	0.600
5	VERACRUZ	0.000	0.200	0.00	0.000	0.000

53

 SISTEMA 5 BUSES ARTICULO DE MULT. Y HESS.

HOJA# 5

INFORMACION DE BUSES

US	NOMBRE	A/BUS	B/BUS	C/BUS	PENAL	PMIN/DU	PMAX/DU	PACT/DU
---	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----
1	TULA	44.40	351.00	50.00	0.0	0.30	1.20	0.96
2	ACAPULCO	0.00	0.00	0.00	0.0	0.00	0.00	0.00

3 MEXICO	0.00	0.00	0.00	0.0	0.00	0.00	0.00
4 CHICOASE	40.56	389.13	49.92	0.0	0.30	1.20	0.60
5 VERACRUZ	0.00	0.00	0.00	x 30000	0.00	0.00	0.00

PENALIZACION AL BUS SLACK 0

HOJA= 6

SISTEMA 5 BUSES ARTICULO DE MULT. Y HESS.

INFORMACION DE BUSES

BUS	NOMBRE	VOLT.ANT.	GRAD.VOLT.ANT.	POT.ANT.	GRAD.POT.ANT
1	TULA	1.100	22.4489	0.000	
1	CHICOASE	1.072	-17.4261	0.681	5.4882

HOJA= 7

SISTEMA 5 BUSES ARTICULO DE MULT. Y HESS.

DATOS DE COMBUSTIBLES

NOMBRE	COSTO/VOL	VOL/GCAL	VOL.TOTAL	COSTO TOTAL
COMBUSTOLEO	1.00	1.000		

.....

HOJA 8

SISTEMA 5 BUSES ARTICULO DE MULT. Y MESS.

.....

DATOS DE GENERADORES EN SERVICIO

#BUS	NOMBRE	#MAQ	COMBUSTIBLE	P.GEN.	P.MIN.	P.MAX.
----	-----	----	-----	-----	-----	-----
1	TULA	1	COMBUSTOLEO	0.96	0.30	1.20
4	CHICOASE	1	COMBUSTOLEO	0.55	0.30	1.20

55

.....

HOJA 9

SISTEMA 5 BUSES ARTICULO DE MULT. Y MESS.

.....

DATOS DE GENERADORES EN SERVICIO

#BUS	NOMBRE	#MAQ	CTE. A	CTE. B	CTE. C	% COSTO	SW.P.LIM
----	-----	----	-----	-----	-----	-----	-----
1	TULA	1	44.4	351.0	50.0	1.00	1
4	CHICOASE	1	40.6	369.1	49.9	1.00	1

SISTEMA 5 BUSES ARTICULO DE MULT. Y MESS.

DATOS DE GENERADORES EN SERVICIO

#BUS	NOMBRE	#MAG	REAC.GEN.	REAC.MIN.	REAC.MAX.
1	TULA	1	0.00	0.00	0.60
4	CHICOISE	1	0.00	0.00	0.60

55

SISTEMA 5 BUSES ARTICULO DE MULT. Y MESS.

DATOS DE GENERADORES FUERA DE SERVICIO

#BUS	NOMBRE	#MAG	COMBUSTIBLE	P.GEN.	P.MIN.	P.MAX.
------	--------	------	-------------	--------	--------	--------

SISTEMA 5 BUSES ARTICULO DE MULT. Y MESS.

 DATOS DE LINEAS EN SERVICIO

FROM BUS	NOMBRE	TO BUS	NOMBRE	NCIR	RESISTENCIA	REACTANCIA	SUSCEPT.
1	TULA	5	VERACRUZ	1	0.0500000	0.2000000	0.00000
5	VERACRUZ	4	CHICOASE	1	0.0500000	0.2000000	0.00000
1	TULA	3	MEXICO	1	0.1000000	0.4000000	0.00000
3	MEXICO	4	CHICOASE	1	0.0500000	0.2000000	0.00000
3	MEXICO	2	ACAPULCO	1	0.1000000	0.4000000	0.00000
1	TULA	2	ACAPULCO	1	0.1500000	0.6000000	0.00000

58

SISTEMA 5 BUSES ARTICULO DE MULT. Y MESS.

 DATOS DE LINEAS EN SERVICIO

FROM BUS	NOMBRE	TO BUS	NOMBRE	MN.--->	MN.---<	MVAR-->	MVAR<--	P.MAX.
1	TULA	5	VERACRUZ	0.378	-0.371	0.138	-0.111	1.2
5	VERACRUZ	4	CHICOASE	-0.229	0.231	-0.089	0.100	1.2

1	TULA	3	MEXICO	0.298	-0.288	0.152	-0.115	0.8
3	MEXICO	4	CHICOASE	-0.438	0.450	-0.212	0.259	1.2
3	MEXICO	2	ACAPULCO	0.127	-0.125	0.027	-0.021	0.8
1	TULA	2	ACAPULCO	0.287	-0.275	0.129	-0.079	0.7

HOJA= 16

SISTEMA 5 BUSES ARTICULO DE MULT. Y HESS.

 DATOS DE LINEAS EN SERVICIO

JS	NOMBRE	BUS	NOMBRE	TAP MIN.	TAP MAX.	TAP ACT.	PENAL.
1	TULA	5	VERACRUZ	1.00	1.00	1.00	0.0
5	VERACRUZ	4	CHICOASE	1.00	1.00	1.00	0.0
1	TULA	3	MEXICO	1.00	1.00	1.00	0.0
3	MEXICO	4	CHICOASE	1.00	1.00	1.00	0.0
3	MEXICO	2	ACAPULCO	1.00	1.00	1.00	0.0
1	TULA	2	ACAPULCO	1.00	1.00	1.00	0.0

HOJA= 17

SISTEMA 5 BUSES ARTICULO DE MULT. Y HESS.

 DATOS DE LINEAS EN SERVICIO

.....

SISTEMA 5 BUSES ARTICULO DE MULT. Y MESS. HOJA= 20

.....

DATOS DE LINEAS FUERA DE SERVICIO

BUS	NOMBRE	BUS	NOMBRE	TAP MIN.	TAP MAX.	TAP ACT.	PENAL.
.....

.....

SISTEMA 5 BUSES ARTICULO DE MULT. Y MESS. HOJA= 21

.....

DATOS DE LINEAS FUERA DE SERVICIO

III.6) FORMULARIO

La siguiente tabla muestra las fórmulas utilizadas por FLUOPT, excepto las que intervienen en el proceso de solución de las ecuaciones de flujos .

TABLA III.6) FORMULARIO DEL METODO .

TDECOSP :

Despacho económico sin pérdidas :

$$\min f(x) = \sum a_i + b_i p_i + c_i p_i^2$$

sujeto a

$$\sum p_{gen} - \sum p_{carga} = 0$$

Solución (con esparsidad) a :

$$\begin{bmatrix} 2c_1 & & & -1 \\ & 2c_2 & & -1 \\ & & \ddots & \vdots \\ & & & 2c_n - 1 \\ 1 & 1 & \dots & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_1 \\ p_2 \\ \vdots \\ p_n \\ \lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -b_1 \\ -b_2 \\ \vdots \\ -b_n \\ Q \end{bmatrix}$$

tales que $p_{min} < p_{gen} < p_{max}$

donde p_i = pot. generada por máquina

a_i, b_i, c_i = curvas de entrada salida
de la máquina i .

$$Q = \sum P_c - \sum P_{max_i} \{ \forall i \mid p_{gen} = p_{max} \}$$

ABC BUS

a) Cálculo de curvas equivalentes por bus.

Si k es el conjunto de máquinas que están conectadas en un bus , y

$$I = \{ i \mid p_{gen_i} \leq p_{gen} \leq p_{gen_{i,max}} , i \in k \}$$

$$P = \text{Pot. inyectada}_1 + P_{\text{carga}_1} - \sum_{i \neq k} p_{\text{gen max}}$$

se define la curva de entrada salida equivalente por bus como

$$F = A + BP + CP^2 \quad \text{donde}$$

$$A = \sum_{j \in I} (a_j - b_j K_j + c_j K_j^2)$$

$$C = \sum_{j \in I} c_j H_j^2$$

$$B = \sum_{j \in I} (b_j H_j - 2c_j H_j)$$

$$\text{donde } H_j = \frac{1}{c_j \sum_{i \in I} \frac{1}{c_i}} \quad \text{y } K_j = H_j \sum_{i \in I} \frac{b_i - b_1}{2c_i}$$

b) Rango de validez de A, B, C :

Sea 1 la máquina de costo incremental más grande tal que $1 \in I$ (ver a)

$$\therefore P_{\text{gen max}} = \frac{b_1 - b_1}{2c_1} + \frac{c_1}{c_1} (P_1')_1$$

$$\therefore (P_1')_1 = \frac{c_1}{c_1} (\overline{p_{\text{gen}_1}} + \frac{b_1 - b_1}{2c_1}) \quad \forall i \in I, i \neq 1$$

$$\text{Sea } P_{1 \text{ min}}' = \min \{ P_{\text{min}_1}, (P_1')_i \quad \forall i \in I, i \neq 1 \}$$

Los límites de ABC BUS

$$\therefore \underline{P}_{\text{BUS}} = \sum_{j \neq 1} \overline{P_{\text{gen}_j}} + \sum_{j \in I} \underline{P_{\text{gen}_j}} - \epsilon$$

$$\overline{P}_{\text{BUS}} = \sum_{j \neq 1} \overline{P_{\text{gen}_j}} + \sum_{j \in I} \left(\frac{b_1 - b_1}{2c_1} + \frac{c_1}{c_1} (P_1' \text{ min}) \right) + \epsilon$$

para $\epsilon > 0$, $\epsilon \rightarrow 0$.

ANR y LAGRAN

$$\begin{bmatrix} H_{1j} & N_{1j} \\ J_{1j} & L_{1j} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \lambda_{P_1} \\ \lambda_{Q_1} \end{bmatrix} = -Z \begin{bmatrix} H_{11} \\ N_{11} \end{bmatrix} - \left[\frac{\partial w_j}{\partial x} \right]$$

donde $H_{1j} = \frac{\partial P_1}{\partial Q_j}$ $N_{1j} = V_1 \frac{\partial P_1}{\partial V_j}$

$$L_{ij} = \frac{\partial Q_i}{\partial \theta_j}$$

$$L_{ij} = v_j \frac{\partial Q_i}{\partial v_j}$$

$Z = 1$ para minimización de pérdidas

$Z = B_1 + 2C_1 P_1$ para minimización de costos

$$v_{i,j} \neq 1$$

$$X = \{ \theta_j, v_i, v_j \quad i \text{ tipo = Bus Carga, } v_j \neq 1 \}$$

$\frac{\partial w_i}{\partial u}$; $\frac{\partial w_i}{\partial x}$: puede ser de cinco tipos :

a) en buses de carga $W_j = S_j (V - V_{lim})^2$

$$\frac{\partial w_i}{\partial \theta_j} = 0 \quad \forall j$$

$$\frac{\partial w_i}{\partial v_i} = 0 \quad \forall i \neq j$$

$$\frac{\partial w_i}{\partial v_j} = 2 S_j v_j (v_j - v_{jlim}) \quad \frac{\partial w_i}{\partial u_i} = 0 \quad \forall i$$

b) en buses de generación $W_j = S_j (Q_j - Q_{jlim})^2$

$$\forall i \quad \frac{\partial w_i}{\partial v_i} = + 2 S_j \cdot v_i (Q_j - Q_{jlim}) \cdot L_{ji} \quad \forall i \text{ conectada al bus } i.$$

$$\frac{\partial w_i}{\partial \theta_i} = 2 \cdot S_j \cdot (Q_j - Q_{jlim}) \cdot J_{ij} \quad \forall i \text{ conectada al bus } j.$$

$$\frac{\partial w_i}{\partial u_i} = \frac{\partial w_i}{\partial x_i}$$

c) de potencias en líneas P_{ij} ; $W = S_j (P_{ij} - P_{ijlim})^2$

$$P_{ij} > 0 .$$

$$\frac{\partial W}{\partial x_i} = \frac{\partial W}{\partial u_i} = 2 S_j (P_{ij} - P_{ijlim}) \cdot \frac{\partial P_{ij}}{\partial x}$$

$$v_i \quad \frac{\partial P_{ij}}{\partial v_i} = P_{ij} - v_i^2 G_{ij} \quad (G_{ij} \text{ de } Y_{BUS}) = N_{ij}$$

$$v_j \quad \frac{\partial P_{ij}}{\partial v_j} = P_{ij} + v_i^2 G_{ij}$$

$$\frac{\partial P_{ij}}{\partial \theta_j} = Q_{ij} + V_i (Y_{sh} - B_{ij}) \quad (Y_{sh} \text{ y } B_{ij} \text{ de } Y_{BUS})$$

$$= -H_{kj}$$

$$\frac{\partial P_{ij}}{\partial \theta_j} = -Q_{ij} + V_i^2 (B_{ij} - Y_{sh}) = -H_{ij}$$

d) de la potencia del Bus de Referencia :

$$W_j = S_j (P_1 - P_{lim})^2$$

$$P_1 = \sum P_{ij}$$

$$\frac{\partial W_j}{\partial x} = 2 \cdot S_j \cdot (P_1 - P_{lim}) \left(\sum \frac{\partial P_{ij}}{\partial x} \right)$$

e) de la potencia reactiva al bus slack Q_1

$$W_j = S_j (Q_1 - Q_{lim})^2$$

$$\text{pero } Q_1 = \sum Q_{ij}$$

$$\therefore \frac{\partial W_j}{\partial x} = 2 \cdot S_j (Q_1 - Q_{lim}) \cdot \left(\sum \frac{\partial Q_{ij}}{\partial x} \right)$$

$$\therefore V_i \frac{\partial Q_{ij}}{\partial V_i} = Q_{ij} + V_i^2 (B_{ij} - Y_{sh})$$

$$V_j \frac{\partial Q_{ij}}{\partial V_j} = L_{ij}$$

$$\frac{\partial Q_{ij}}{\partial \theta_i} = -I_{ij}$$

$$\frac{\partial Q_{ij}}{\partial \theta_j} = I_{ij}$$

GRABPA

V_f : sólo de variables de control :

a) Para voltajes

$$\frac{\partial f}{\partial V_i} = \frac{1}{V_i} \left(Z N_{ii} + \sum_{m \in M} \lambda_{P_m} N_{mi} + \sum_{m \in N} \lambda_{Q_m} L_{mi} \right)$$

$$+ \sum \frac{\partial W_j}{\partial V_i} (V_i)$$

III.7) Conclusiones del uso del método de la BPA .

- a) Como se enuncia en el artículo original, el ajuste del paso del gradiente reducido, es la parte crítica del método, especialmente cuando existen violaciones en las potencias reactivas generadas en un bus de generación . Hubo necesidad de modificar el algoritmo, para tomar en cuenta la historia de las restricciones funcionales violadas, para vigilar su futuro desarrollo, ya que, si la penalización de dicha variable es grande, las correcciones de las variables de control es tal que introduce nuevas violaciones de otras restricciones funcionales, a la vez que la restricción funcional que había sido violada originalmente, vuelve a violarse en una o dos iteraciones posteriores. El manejo de estas constantes requiere experiencia en el manejo de FLUOPT.

El tratamiento de las restricciones en los voltajes de buses de carga no presentó dificultades en los casos probados .

- b) No resulta conveniente mezclar ajustes de taps de transformadores en las primeras iteraciones. Es conveniente que una vez efectuado un ajuste de ellos, se realicen algunas iteraciones antes de proceder a otro ajuste. Este ajuste se integró con la constante de voltajes de control .
- c) El manejo de curvas equivalentes por bus, para considerar varios generadores por nodo no presentó dificultades en la convergencia del método en los casos probados .

Por la sensibilidad del método al ajuste de la constante del inciso (a), llevó a desarrollar el método que se reporta en el capítulo IV .

CAPITULO IV

FORMULACION DEL PROBLEMA DE FLUJOS OPTIMOS POR EL METODO PRIMAL - DUAL DE OPTIMIZACION CONVEXA

IV.1) Introducción.

El método de la BPA visto en el capítulo anterior, resuelve el problema :

$$\begin{aligned}
 (P) \quad & \min \quad f_0(x) \\
 \text{s.a.} \quad & f_1(x) = 0 \quad i = 1, 2, \dots, p \\
 & f_i(x) \leq 0 \quad i = p+1, \dots, m
 \end{aligned} \tag{1}$$

a través de minimizar el lagrangiano :

$$L(x, \lambda) = f_0(x) + \sum_{i=1}^m \lambda_i f_i(x) \tag{2}$$

En el óptimo de (P), el punto (x^*, λ^*) , es, para el lagrangiano, un punto "silla", el cual se define en forma general, como el punto en el que se cumple :

$$L(x^*, \lambda) \leq L(x^*, \lambda^*) \leq L(x, \lambda^*) \tag{3}$$

De esta expresión se pueden generar dos funciones :

$$g(\lambda) = L_*(x, \lambda) = \inf_{x \in S} L(x, \lambda)$$

donde $S = \{ x \mid f_1(x) = 0, i = 1, \dots, p;$

$$f_i(x) \leq 0, i = p+1, \dots, m \} \tag{4}$$

$$g(x) = L^*(x, \lambda) = \sup_{\lambda \in R^m} L(x, \lambda)$$

Las propiedades de estas funciones son tales, que el problema (P) puede resolverse de acuerdo al siguiente planteamiento :

$$\begin{aligned}
 (D) \quad & \max g(\lambda) \\
 & \lambda \in R^m
 \end{aligned} \tag{5}$$

Así el problema de programación no lineal (P) se le denomina primal y a (D) dual. Si la función objetivo y las restricciones son convexas se cumple :

$$\sup(D) = \inf(P) \tag{6}$$

lo que permite resolver el problema original por su formulación dual. De hecho la existencia de un punto silla de (2), que cumpla con (6), es una forma alternativa de cumplir con las condiciones de optimalidad de Kuhn-Tucker [1 th. 2.18, 2.19]

Sin embargo, si la función objetivo y/o las restricciones son no convexas, se tiene :

$$\text{Sup (D)} \neq \text{Inf (P)} \quad (7)$$

lo que significa la existencia de un "gap" entre Sup (D) y Inf (P) razón por la que, tal vez, este enfoque ha sido limitado a problemas en lo que "todo es convexo" (2).

Una investigación reciente (2),(3) demuestra que dicho "gap" puede removerse mediante la formación de un lagrangiano "aumentado", con términos cuadráticos del tipo de los usados en los métodos de penalización(4). En especial, en (2) (3) se propone el siguiente lagrangiano :

$$L(x, \lambda, r) = f_0(x) + \sum_{i=1}^m P_r(f_i(x), \lambda_i^k) \quad (8)$$

$$\begin{aligned} x &\in \Omega \\ \lambda, r &\in T \\ T &= R^m \times (0, +\infty) \end{aligned}$$

donde Ω es un conjunto convexo en R^m

$$Y P_r(\lambda_i^k, f_i(x)) =$$

$$\begin{cases} \lambda_i^k f_i(x) + r [f_i(x)]^2 & \text{si } \lambda_i^k + 2r f_i(x) \geq 0 \\ -(\lambda_i^k)^2 / 4r & \text{si } \lambda_i^k + 2r f_i(x) \leq 0 \end{cases}$$

En cuyo caso, la formulación del problema dual se puede replantear como :

-
- (1) W. I. Zangwill
Nonlinear Programming : A Unified Approach.
Prentice Hall . 1969
 - (2) R. Tyrrell Rockafellar
Lagrange Multipliers in Optimization
SIAM - AMS Proc. Vol. 9. 1976 p.p. 145 - 168
 - (3) R. Tyrrell Rockafellar
Augmented Lagrange Multiplier Functions and Duality in Nonconvex Programming.
SIAM J. Control Vol. 12 No. 2 . May 1974 p.p. 268 - 285
 - (4) W. I. Zangwill
Nonlinear Programming Vía Penalty Functions .
Management Science. Vol. 13 No. 15, 1967 p.p. 344 - 358

$$\max g_0(\lambda, r) \quad \lambda, r \in T$$

$$\text{donde } g_0(\lambda, r) = \min_{x \in S} L_*(x, \lambda, r)$$

(Expresiones que de escribirse rigurosamente desde el punto de vista matemático, el min debería reemplazarse por inf, y el max por sup lo que puede relajarse si las funciones son semicontínuas por arriba o por abajo, según el caso).

Dado que en (2) se ha demostrado la forma de caracterizar los puntos silla del lagrangiano, se puede esperar que esta caracterización esté estrechamente relacionada con nuevos métodos de cálculo, significativamente mejores que las técnicas de penalización (4), sobre todo en el manejo de restricciones de desigualdad.

Ciertamente existe una relación entre los métodos de penalización, el lagrangiano "clásico" y el lagrangiano aumentado que se propone como se demuestra en (3 CRL. 1.2 y 2 ec. 47):

$$L(x, \lambda, 0) = f_0(x) + \sum \lambda_i f_i(x) \quad (10)$$

$$L(x, 0, r) = f_0(x) + r \sum \max^2 \{ 0, f_i(x) \}$$

Las ventajas de enfocar la optimización del problema (P) a través de teoría de dualidad, aún en el caso en que la función objetivo y las restricciones son no convexas son que:

- a) Dado un programa primal (P) cada lagrangiano "aumentado" que se formule, corresponde al lagrangiano "fundamental" alterado por una función de perturbación. Es evidente que las funciones de perturbación $F(x, u)$ donde $u \in U$, un espacio lineal real, y F es una función en $x \times u$ son tales que

$$F(x, 0) = f(x) \quad \forall x \in X \quad (11)$$

- b) El enfoque primal da un criterio de terminación (ec. 6)
- c) Se puede construir un lagrangiano que aproveche las propiedades especiales de la función objetivo y de las restricciones.

En especial el lagrangiano propuesto (ec. 8) cuenta con propiedades que lo hacen deseable en la formulación primal - dual, como son: (2, 3)

- a) Para el caso convexo es una alternativa natural.
- b) Si en el problema primal, el punto \bar{x} satisface las condiciones de Kuhn - Tucker, entonces las condiciones de optimalidad del dual (estable de segundo orden; condición de crecimiento cuadrático) se cumplen; de tal modo que el par $(\bar{\lambda}, \bar{r})$, para cualquier $F > 0$ suficientemente grande, es una solución al problema dual.

Por otro lado, si $(\bar{x}, \bar{\lambda}, \bar{r})$ son un punto silla de L en-

tonces \bar{x} es una solución a (P) si se cumplen las condiciones de optimalidad: (ec. 6) o las condiciones del párrafo anterior de b.

c) Las funciones

$$\begin{aligned} L(x, y, r) \\ g(\lambda, r) \end{aligned} \quad (12)$$

son cóncavas en $(\lambda, r) \in \text{Cl } T = R^m \times R_+^1$, $y, g(\lambda, r)$ es no decreciente en $r \in R_+^1$

d) si (b) se cumple para $T > 0$, (b) se mantiene $\forall T > 0$

e) Una secuencia acotada tal que para alguna $\delta > 0$ y $(\lambda, r - \delta) \in T$ que cumplen con

$$\lim_{k \rightarrow \infty} g(\lambda^k, r^k - \delta) = \sup(D) < +\infty \quad (13)$$

Y si $x \in S$ satisface:

$$L(x^k, \lambda^k, r^k) \leq \inf_{x \in S} L(x, \lambda^k, r^k) + \alpha_k \quad (14)$$

con $\alpha^k \rightarrow 0$
entonces la secuencia $\{x^k\}_{k=1}^{\infty}$ minimiza asintóticamente a (P)

Se podría pensar⁽²⁾ que la realización computacional de (9) debe hacerse en términos de maximizar primero $g(\lambda, r)$ y luego minimizar $L(x, \bar{\lambda}, \bar{r})$ para obtener un óptimo de \bar{x} en forma iterativa. Sin embargo hay más esperanza en generar una secuencia $\{y^k\}$ para (D) por algún método que involucre en cada paso un máximo aproximado de $g(\lambda, r)$ por medio de una secuencia $\{x^k\}$, de tal manera que λ^k converja, tal vez, al vector $\bar{\lambda}$ de Kuhn - Tucker, del langrangiano $L(x, \lambda, r)$ mientras que $\{x^k\}$ converja a \bar{x} que resuelva (P); o sea tratar de resolver (P) por medio de escoger una secuencia de problemas de la forma:

$$\min L(x, y^k) \text{ sobre } x \in X$$

de tal modo que el óptimo se caracterice por la condición general de punto silla:

$$\exists \lambda \in T \text{ tal que } \min_{x \in X} L(x, \bar{\lambda}) = L(\bar{x}, \bar{\lambda}) = \max_{\lambda \in T} L(\bar{x}, \lambda)$$

Aunque en un contexto diferente de la formulación dual, es interesante observar^{(5) (6)}, que si $s_1 \rightarrow 0$ en la siguiente formulación al problema de Flujos Óptimos⁽⁷⁾.

$$F(x, r, s) = f(x) + \sum r_i (g_i(x) + s_i)^2 = \quad (15)$$

$$= f(x) + \sum (r_i g_i^2(x) + 2r_i g_i(x) + s_i^2)$$

coincide en la función objetivo con la del método primal dual, pues en éste (cf. ec. 19), se escoge $\lambda^{k+1} = \max \{0, 2r g_i(x) + \lambda_i^k\}$

$$\lambda^k \rightarrow r_i s_i^2$$

IV.2) El método PRIMAL - DUAL

En (8) se aprovecharon las propiedades descritas en la sección anterior para implantarlas con el método de multiplicadores de Hestenes y Powell. La versión que aquí se plantea se ha tomado de (9)

Sea el problema

$$(P) \quad \text{Min} \quad f(x)$$

$$f_i(x) \leq 0 \quad i = 1, \dots, m$$

$$x \in \Omega$$

y se "cumple" que :

- i) f, f_i son convexas
- ii) $\exists x^0 \ni f_i(x^0) < 0 \quad i = 1, \dots, m$

entonces el siguiente algoritmo da una solución al problema (P)

Etapas 1) Seleccione un par (λ^0, r) ,
donde $r > 0$ es un parámetro de penalización

$\lambda^0 \in R^m$ es un estimador de los multiplicadores de Lagrange

-
- (5) F. Aboytes. Comunicación personal. Marzo 1977.
 - (6) Cf. R. Tyrell Rockafellar
A Novel Approach to Solving Nonlinear Programming Problems by -
Unconstrained Optimization.
Cuando menciona que esta idea nació simultáneamente con Hestenes y Powell.
 - (7) A.M. Sasson
Combined Use of the Powell and Fletcher-Powell Nonlinear Programming Methods for Optimal Load Flows.
IEEE Winter Power Meeting. New York.
Ene. 1969. Artículo No. 69TP 108 - PWR.

Etapa 2). Dado λ^k resuelva el siguiente problema :

$$g_r(\lambda^k) = \text{Min} \left\{ f(x) + \sum_{i=1}^m P_r(f_i(x), \lambda_i^k); x \in \Omega \right\} \quad (17)$$

Donde para cada $a, b \in R^1$ se define $P_r(a, b)$ como

$$P_r(a, b) = \begin{cases} ba + ra^2 & \text{si } b + 2ra > 0 \\ -b^2/4r & \text{si } b + 2ra \leq 0 \end{cases} \quad (18)$$

sea x^k la solución óptima a $g_r(\lambda^k)$

Etapa 3) Defina el nuevo estimador de los multiplicadores de Lagrange, usando la siguiente fórmula

$$\lambda_i^{k+1} = \text{Max} \{ 0, \lambda_i^k + 2r f_i(x^k) \} \quad i = 1, \dots, m \quad (19)$$

criterio de terminación :

$$\left. \begin{aligned} \lambda_i^{k+1} > 0 &\Rightarrow f(x^k) = 0 \\ \lambda_i^{k+1} = 0 &\Rightarrow f(x^k) \leq 0 \end{aligned} \right\} \quad i = 1, \dots, m$$

entonces x^k es una solución óptima a (P) y λ^{k+1} es el vector de multiplicadores de Lagrange. De otra manera regrese a la etapa 2.

IV.3) Mínimización del funcional dual penalizado de flujos óptimos.

A la expresión :

$$g_r(\lambda^k) = \left\{ f(x) + \sum_{i \in M} P_r(\lambda_i^k, f_i(x)); x \in \Omega \right\}$$

$$\text{donde } M = \{ i \mid \lambda_i^k + 2r f_i(x) > 0 \}$$

se le denomina funcional dual penalizado.

En el problema de flujos óptimos, este funcional, de acuerdo al lagrangiano propuesto queda :

- (8) A. Miele, E.E. Cragg, R.R. Iyer, y A. V. Levy.
Use of the Augmented Penalty Function in Mathematical Programming, Part I.
J. Optimization Theory Appr. 8 (1971 / pp 115 - 130 op.cit por (3)
- (9) Sergio Fuentes Maya.
Examen Final, Optimization Convexe. 1976.
División de Est. Sup. de la Fac. de Ing. México.

$$g_r(\lambda^k) = f(v, \delta) + \sum_{i \in M} r f_i^2(v, \delta) + \sum_{i \in M} \lambda^k f_i(v, \delta) \quad (21)$$

$$- \sum_{i \in N} \frac{(\lambda_i^k)^2}{4r} \quad N = \left\{ i \mid \lambda_i^k + 2r f_i(v, \delta) \geq 0 \right\}$$

donde :

$f(v, \delta)$ es la función objetivo; en nuestro caso

$$f(v, \delta) = \sum (a_i + b_i P_{Gi} + c_i P_{Gi}^2)$$

$f_i(v, \delta) =$ una de las siguientes funciones :

$$\left. \begin{aligned} P_i(v, \delta) + P_{D_i} &= 0 \\ Q_i(v, \delta) + Q_{D_i} &= 0 \end{aligned} \right\} \text{en buses de carga}$$

$$\left. \begin{aligned} \underline{P}_{Gi} \leq P_i(v, \delta) + P_D \leq \overline{P}_{Gi} \\ \underline{Q}_{Gi} \leq Q_i(v, \delta) + Q_D \leq \overline{Q}_{Gi} \end{aligned} \right\} \text{en buses de generación}$$

$$V_{\perp} \leq V_i \leq \overline{V}_i$$

$$|P_{ij}| \leq \overline{P}_{ij}$$

$P_{Gi} (Q_{Gi})$	potencia real (reactiva) generada en el bus i
$P_i (Q_i)$	potencia real (reactiva) inyectada en el bus i
$\underline{P}_{Gi} (\underline{Q}_{Gi})$	potencia real (reactiva) mínima de generación en el bus i
$\overline{P}_{Gi} (\overline{Q}_{Gi})$	potencia real (reactiva) máxima de generación en el bus i
$P_{Di} (Q_{Di})$	potencia real (reactiva de carga en el bus i
V_i	magnitud de voltaje en el bus i
P_{ij}	potencia real transmitida por la línea i, j ; $P_{ij} \geq P_{ij} \geq 0$
\overline{P}_{ij}	límite potencia real a transmitir por la línea ij .

En esta expresión son incógnitas :

v, δ de buses de carga
 v, δ de buses de generación que no están en su límite .

V del bus de referencia si no está en su límite .

En la expresión (20) estas incógnitas son, en realidad las variables de control. Nótese que conocidas estas variables, el cálculo de la potencia generada P_{Gi} es implícito; o sea la ecuación $P_{Gi} - P_{Hi} - P_{Di} = 0$, conocidos los voltajes y ángulos, no se pone como restricción de igualdad pues se le hace cumplir a través de calcular P_{Gi} en la siguiente forma:

$$P_{Gi} = P_{Hi}(v, \delta) + P_{Di}$$

al igual que

$$Q_{Gi} = Q_{Hi}(v, \delta) + Q_{Di}$$

o sea, este enfoque, al tener como variables de control a V y δ hace que cada generador se comporte como un bus de referencia, y cuanto potencia genere un determinado generador, depende de su costo. Obsérvese que en este caso las potencias reales y reactivas se tratan como restricciones funcionales. A diferencia del método de la BPA, los incrementos en las variables de control y dependientes se efectúa en el mismo paso.

Obsérvese también que las potencias reales y reactivas, así como las potencias transmitidas por las líneas, son restricciones funcionales cuando $f_i(x)$ se viola. Así se puede generalizar que la función objetivo de (21) puede aplicarse independientemente que la función objetivo sea de despacho económico o una formulación "complicada" para resolver el problema de flujos, tomando en cuenta que en el problema de flujos se especifica:

$$f(v, \delta) = 0$$

$$P_{Gi} = P_{Hi}(v, \delta) + P_{Di}$$

$$V_{Gi} = V_i \quad (\text{voltaje de generación})$$

$$\underline{V_{Ci}} = 0 \quad \overline{V_{Ci}} = +\infty \quad (\text{voltaje de carga})$$

lo que en resumen significa que no es necesario replantear el problema para resolver flujos en líneas o Flujos Óptimos.

Matricialmente, el funcional dual penalizado (21), podemos expresarlo, en el caso de despacho económico como:

$$g_r(\lambda^k) = a \cdot A + b^t P_G + P_G^t C P_G + \lambda_k^t f(x) + r f(x)^t f(x) - \frac{1}{4r} \lambda_k^t \lambda_k \quad (22)$$

Donde P_G es el vector de potencia generadas y $f(x)$ es el conjunto de restricciones violadas. Buscamos ahora dejar la expresión (22) en una forma tal que su minimización sea atractiva computacionalmente. Esto

lo logramos expandiendo en series de Taylor dicha expresión, pero en lugar de linealizar las expresiones cuadráticas por fuera, lo haremos por dentro de la potencia de dicha expresión (10):

$$g_r(\lambda^k) = a \cdot \mathbf{1} + b^t (P_{GO} + J_{GO} \Delta x) + (P_{GO} + J_{GO} \Delta x)^t C \cdot$$

$$\cdot (P_{GO} + J_{GO} \Delta x) + \lambda_k^t (f(x_0) + J_{po} \Delta x) +$$

$$r (f(x_0) + J_{po} \Delta x)^t (f(x_0) + J_{po} \Delta x) - \frac{1}{4r} \lambda_k^t \lambda_k$$
(23)

Donde

P_{GO} Potencia generada en X_0

J_{GO} Jacobiano de las potencias generadas valuado en X_0

J_{po} Jacobiano de las restricciones violadas valuadas en el punto X_0

Desarrollando:

$$g_r(\lambda^k) = a \cdot \mathbf{1} + b^t P_{GO} + b^t J_{GO} \Delta x + P_{GO}^t C P_{GO}$$

$$+ P_{GO}^t C J_{GO} \Delta x + \Delta x^t J_{GO}^t C P_{GO} +$$

$$\Delta x^t J_{GO}^t C J_{GO} \Delta x + \lambda_k^t f(x_0) + \lambda_k^t J_{po} \Delta x$$

$$+ r f(x_0)^t f(x_0) + r f(x_0)^t J_{po} \Delta x +$$

$$+ r \Delta x^t J_{po}^t f(x_0) + r \Delta x^t J_{po}^t J_{po} \Delta x$$

$$- \frac{1}{4r} \lambda_k^t \lambda_k$$
(24)

recordando que cada término es un escalar

$$g_r(\lambda^k) = a \cdot \mathbf{1} + b^t P_{GO} + b^t J_{GO} \Delta x + P_{GO}^t C P_{GO}$$

$$+ 2 P_{GO}^t C J_{GO} \Delta x + \Delta x^t J_{GO}^t C J_{GO} \Delta x +$$

$$\lambda_k^t f(x_0) + \lambda_k^t J_{po} \Delta x + r f(x_0)^t f(x_0) +$$

$$2 r f(x_0)^t J_{po} \Delta x + r \Delta x^t J_{po}^t J_{po} \Delta x$$

$$- \frac{1}{4r} \lambda_k^t \lambda_k$$
(25)

De donde el gradiente de (25) está dado por :

$$\begin{aligned} \nabla g_r(\lambda_k) = & J_{GO}^t b + J_{GO}^t C P_{GO}^t + 2 J_{GO}^t C J_{GO} \Delta x \\ & + J_{po}^t \lambda_k + 2r J_{po}^t f(x_o) + 2r J_{po}^t J_{po} \Delta x \end{aligned} \quad (26)$$

Por las condiciones de optimalidad de primer orden :

$$g_r(\lambda^k) = 0 \quad (27)$$

por lo tanto igualando a cero y simplificando la expresión anterior, obtenemos :

$$\begin{aligned} (2 J_{GO}^t C J_{GO} + 2r J_{po}^t J_{po}) \Delta x = & \quad (28) \\ - (J_{GO}^t (b + 2C^t P_{GO}^t) + J_{po}^t (\lambda^k + 2r f(x_o))) \end{aligned}$$

La siguiente tabla muestra la composición de cada matriz que interviene en (13), donde puede notarse que, debido a la esparsidad de las matrices, es computacionalmente atractivo.

Matriz	Dimensión	Observaciones
Δx	$(2n - 1)$	incremento en las variables de control
	(1)	$x^t = (v_1, \theta_2, v_2, \dots, \theta_n, v_n)$
$f(x_o)$	$(3n + NL)$	errores de una restricción violada respecto a su límite.
	(1)	Si i es el bus cuya restricción se viola:
		$j = 2 * i - 1 \quad j_l = 2 * i$
		$f(j) = P_{Gi_{lim}} - (P_{II} + P_{DI})$
		$f(j_l) = Q_{Gi_{lim}} - (Q_{II} + Q_{DI})$
		$j = 2 * n + 1$
		$f(j) = \underline{V}_1 - V_1 \text{ si } V_1 < \underline{V}_1$
		$V_1 - \bar{V}_1 \text{ si } V_1 > \bar{V}_1$
		$j = 3n + 1$ donde i es el número de la línea:
		$f(j) = P_{ij} - \bar{P}_{ij} \quad P_{ij} > 0; P_{ij} > \bar{P}_{ij}$

C	(2n)(2n)	<p>Matriz diagonal</p> $c(1,1) = C_i \text{ de } C_i P_{Gi}^2$ <p>V_i Tipo de bus \neq carga; I non</p> <p>(su estructura permite considerar costos cuadráticos de potencias reactivas generadas)</p> <p>Matriz altamente esparsa .</p>
b	(2n)(1)	<p>$b(2 \cdot i - 1) = b_i \text{ de } b_i P_{Gi}$</p> <p>donde i es el número de bus .</p> <p>(su estructura permite considerar costos lineales de potencias reactivas)</p>
J _{GO}	(2n)(2n-1)	<p>Matriz jacobiana de las potencias generadas (incluyendo la de referencia).</p> <p>si i es un bus de generación</p> $J(2i-1, 2j-2) = H_{ij} \quad \forall j \neq 1, \forall i$ $J(2i-1, 2j-1) = N_{ij} \quad \forall i, j$ <p>MATRIZ ALTAMENTE ESPARSA .</p>
J _{po}	(3n+nlin) (2n-1)	<p>Matriz jacobiana de las restricciones violadas.</p> <p>Para todos los buses de carga o para buses de generación (incluyendo el de referencia)</p> <p>si P_{Gi} o Q_{Gi} se viola :</p> <p><u>en Potencia real</u></p> $J_{po}(2i-1, 2j-2) = H_{ij} \quad \forall i, \forall j \neq 1$ $J_{po}(2i-1, 2j-1) = N_{ij} \quad \forall i, \forall j$ <p><u>en Potencia reactiva</u></p> $J_{po}(2i, 2j-2) = J_{ij} \quad \forall i, \forall j \neq 1$ $J_{po}(2i, 2j-1) = L_{ij} \quad \forall i, \forall j$ <p>En los siguientes n renglones se tienen violaciones a los voltajes :</p>

$$J_{po} (2n + 1, 2i - 1) = \begin{cases} -1 & V_i - \nabla_i > 0 \\ -1 & V_i - \nabla_i > 0 \end{cases}$$

En los siguientes NL renglones se tienen penalizaciones en las líneas cuya potencia transmitida excede el límite. Si k es la k -ésima línea; cuyos buses son i, j ; $i | P_{ij} > 0$ se tiene:

$$\left. \begin{aligned} J_{po} (3n + K, 2i - 2) &= H_{ij} \\ J_{po} (3n + K, 2j - 2) &= H_{ji} \end{aligned} \right\} \forall i, j \neq i$$

$$\left. \begin{aligned} J_{po} (3n + K, 2i - 1) &= N_{ij} \\ J_{po} (3n + K, 2j - 1) &= N_{ji} \end{aligned} \right\} \forall i, j$$

Su estructura es esparsa y similar al Hessiano.

λ_k

(3n+nlín)
(1)

Vector de multiplicadores de Kuhn - Tucker

IV.4) Diagrama de flujo del programa FLUOPTPD .

El programa que resuelve el problema de Flujos Optimos por el método Primal Dual, se desarrolló en una computadora UNIVAC-1106 sin usar técnicas de esparsidad para probar el algoritmo. La siguiente figura muestra el diagrama de flujos de FLUOPTPD en forma de bloque .

(10) O. A. Klitin
Discusión al artículo (I.18) para mejorar la convergencia de acuerdo a los resultados obtenidos por los autores de (I.18) véase cierre de las discusiones.

DATA / ESTUD
LECTURA DE DATOS
VERIFICACION DE LIMITES
DE ACUERDO AL TIPO DE ESTUDIO

CALL YBUS

ITER = 0

INICIALIZAR
 λ, x

CALL FXRML

ITER = ITER + 1

CALL JPO

CALL JGO

CALL SUMA

TRIANG
DELTAX
L

CALL FXRML

$\lambda_1^k = 0 \Rightarrow f_1(x^k) \leq 0$
 $\lambda_1^k \geq 0 \Rightarrow f_1(x^k) = 0$

FIN

la función que desempeña cada subrutina :

YBUS

Forma la matriz YBUS .

FXRML

Forma el vector P_{GO} y $f(x_k)$ computa $f(x_k) 2r + \lambda_k$

JPO

Forma la matriz JPO y computa :

$$2 r J_{po}^t J_{po} \quad \text{y} \quad J_{po}^t (\lambda^k + 2 r f(x_k))$$

JGO

Forma la matriz J_{GO} y computa

$$J_{GO}^t (b + 2 c^t P_{GO}) \quad \text{y} \quad 2 J_{GO}^t C J_{GO}$$

SUMA

Computa

$$2 J_{GO}^t C J_{GO} + 2 r J_{po}^t J_{po}$$

$$Y - (J_{GO}^t (b + 2 C^t P_{GO}) + J_{po}^t (\lambda^k + 2 r f(x_0)))$$

forma la matriz aumentada y la triangulariza para obtener los incrementos en las variables de control. Se calculan los nuevos multiplicadores de Lagrange de acuerdo a :

$$\lambda^{k+1} = \max \{ 0, \lambda^k + 2 r f_1(x) \}$$

CAPITULO V

C O N C L U S I O N E S

Este estudio consistió en desarrollar un programa de - - computadora - FLUOPT - que resuelve el problema de Flujos Optimos por el método de la BPA. Hemos presentado resultados de una corrida de FLUOPT, con objeto que puedan compararse frente a los ya publicados. La dificultad del método para manejar las restricciones funcionales ha conducido a investigar la factibilidad de aplicar, en sistemas de potencia, nuevos algoritmos que puedan superar estas deficiencias.

Al formular el problema de Flujos Optimos con el fin de resolverlo por el algoritmo Primal - Dual de optimización convexa, se demostró que la formulación obtenida es computacionalmente atractiva. Observamos que existe cierta similitud en el manejo del funcional dual penalizado con la función objetivo que se propone en el método de la Hessiana; y a diferencia de éste, el algoritmo Primal - Dual supera sus deficiencias, al usar un solo parámetro de penalización (r) que, al menos teóricamente, hace convergir la secuencia de optimización del problema para cualquier $r > 0$.

La administración óptima de las inversiones y de los recursos energéticos es una necesidad imperiosa del México de hoy. FLUOPT, pese a sus restricciones, tiene la misión de ayudar en esta tarea en el terreno de la planeación en la Comisión Federal de Electricidad.

REPRESENTACION MATEMATICA DEL COSTO DE COMBUSTIBLE EN LA OPERACION ECONOMICA DE UN SISTEMA DE POTENCIA

A.1) Ajuste polinomial de la curva de entrada-salida de un generador .

Se ha encontrado^{(1) (2)} que, si no se considera el efecto de la apertura y cierre de válvulas, un ajuste polinomial de segundo orden representa adecuadamente el costo de combustible $C(p)$ como función de la potencia generada; esto es :

$$C(p) = a + bp + cp^2 \quad (\text{BTU/Hr}) \quad (1)$$

Donde los parámetros $x = (a, b, c)^t$ se calculan en base a una serie de mediciones sobre el consumo específico $CE = (CE_1, CE_2, \dots, CE_n)^t$ que se define como :

$$CE(p) = \frac{a}{p} + b + Cp = \frac{C(p)}{p} \quad (2)$$

Un ajuste por mínimos cuadrados de x en base a lecturas de CE , puede dar como resultado que algunos componentes de x toman un valor negativo, lo que contradice la esencia del fenómeno físico, por lo que es necesario introducir una restricción. Esta restricción podemos obtenerla del punto de operación más eficiente de la máquina:

$$\eta = \frac{P_{eff}}{P_{max}}$$

por lo que

$$P_{eff} = \eta P_{max} \quad (3)$$

Esta potencia corresponde al punto más eficiente de (2) por lo que derivando (2) :

$$\frac{d}{dp} CE(p) = 0 = c - \frac{a}{p^2} \quad (4)$$

sustituyendo (3) en (4) obtenemos la restricción deseada :

$$c \eta P_{max} - \frac{a}{\eta P_{max}} = 0 \quad (5)$$

-
- (1) Monitoring and control Methodology for interconnected Power Systems.
Power Systems Research Center
University of Texas at Arlington
- (2) IEEE Comité Report
Present Practices in the economic operation of Power Systems.
IEEE Trans. on PAS vol. 90 Jul-Ago 1971 . pp. 1768 - 1779 .

Introduciendo esta restricción, de los valores de CE estimados menos los medidos, obtenemos el sistema de ecuaciones siguiente:

$$\begin{bmatrix} \epsilon_0 \\ \epsilon_1 \\ \epsilon_2 \\ \vdots \\ \epsilon_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{\eta P_{\max}} & 0 & \eta P_{\max} \\ CE_1 & \frac{1}{P_1} & 1 & P_1 \\ CE_2 & \frac{1}{P_2} & 1 & P_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ CE_n & \frac{1}{P_n} & 1 & P_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A \\ B \\ C \\ \vdots \end{bmatrix} \quad (6)$$

o matricialmente :

$$\epsilon = CE - A \hat{x} \quad (7)$$

Sin embargo, es conveniente adjudicarle a cada medición de CE un factor de peso W_i , el cual se puede introducir en (6) mediante una matriz diagonal W , de modo que (6) queda :

$$\epsilon = W (CE - A \hat{x}) \quad (8)$$

Mínimizando la suma de los residuos al cuadrado con objeto de obtener \hat{x} , tenemos :

$$\begin{aligned} \frac{d}{dx} (\epsilon^T \epsilon) &= \frac{d}{dx} (CE - A \hat{x})^T W^T W (CE - A \hat{x}) = \\ & \frac{d}{dx} (CE - A \hat{x})^T W^T (CE - A \hat{x}) = 0 \end{aligned} \quad (9)$$

por lo que :

$$- 2 A^T W^T (CE - A x) = 0 \quad (10)$$

despejando a \hat{x} :

$$\hat{x} = (A^T W^T A)^{-1} A^T W^T CE \quad (11)$$

que es el resultado deseado .

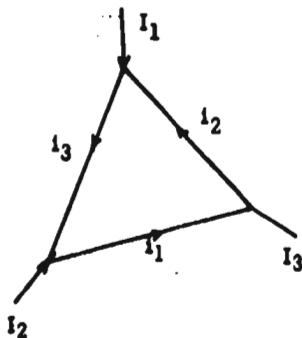
A.2) De la convexidad de la curva de entrada - salida de un generador.

Por el teorema D.5 inciso C, la ecuación (1) es convexa si y sólo si $C > 0$

B.1) Formulación de las ecuaciones de flujo de un sistema de potencia en estado estable.

Un sistema eléctrico de potencia está compuesto básicamente por plantas generadoras, líneas y cargas. Como todo circuito eléctrico debe cumplir con las leyes de Kirchoff de voltajes (L K V) y de corrientes (L K C). Los generadores y las cargas (fuertemente compuestas por motores síncronos y de inducción) a diferencia de las fuentes de voltaje y corriente usadas por lo común en teoría de circuitos, establecen su estado de operación (magnitudes de voltajes y potencias) independientemente del estado de la red si asumimos que la frecuencia es constante. Por ejemplo, la potencia demandada a un motor de inducción por una carga mecánica es típicamente constante si la velocidad es razonablemente constante; de tal modo que aún con variaciones en el voltaje de alimentación, la potencia demandada al motor es la misma lo que implica que la potencia real suministrada al motor sea sensiblemente constante.

Consideremos la red de la figura 1. Alimentando en cada nodo una corriente I_1 , y escogiendo un sentido positivo para las corrientes de las ramas (i_1), por la segunda ley de Kirchoff (LKC), tenemos:



$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & +1 \\ 1 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{bmatrix} \quad (1)$$

y por la primera ley de Kirchoff (LKV) tenemos:

Fig. (1) Red de tres nodos.

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{bmatrix} \quad (2)$$

Matricialmente las ecuaciones anteriores pueden expresarse como:

$$I = C i \quad (3)$$

$$v = C^T V$$

donde

I es el vector de direcciones de corrientes en los nodos .

i es el vector de corrientes por las ramas .

V es el vector de voltajes nodales .

v es el vector de diferencias de voltajes entre los nodos que conectan con una rama .

C es la matriz de incidencia .

Por la ley de Ohm , i y v de cada rama están relacionados por⁽¹⁾ :

$$v_i = i_i z_i \quad \text{ó} \quad i_i = y_i v_i \quad (4)$$

donde z_i = Impedancia de la rama i

y_i = Admitancia de la rama i

que matricialmente pueden expresarse como

$$v = z i \dots (a) \quad \text{ó} \quad i = y v \dots (b) \quad (5)$$

donde z e y son matrices diagonales. Premultiplicando (5b) por C obtenemos

$$C i = C y v$$

$$I = C y v \quad (6)$$

sustituyendo el valor de v dado por (3) en (6) :

$$I = C y C^T V \quad (7)$$

si denominamos Y_{BUS} a la matriz

$$C y C^T = Y_{BUS}$$

la expresión anterior queda como :

$$I = Y_{BUS} V \quad (8)$$

Sin embargo la matriz Y_{BUS} así definida es singular⁽²⁾ ya que

$$\sum_{j=1}^n Y_{ij} = 0 \cdot v_i ; \quad \sum_{i=1}^n Y_{ij} = 0 \cdot v_j \quad (9)$$

(1) Véase referencia (7) del capítulo II

Matemáticamente⁽¹⁾ esto es debido a la presencia de un eigenvalor cero de la matriz Y_{BUS} ⁽³⁾, lo que viene a significar también que el conjunto de ecuaciones (3) no son linealmente independientes.

De teoría de circuitos sabemos que el número de "nodos linealmente independientes" son $(n - 1)$ ⁽⁴⁾ para no "sobredefinir" el problema. Físicamente, en sistemas de potencia, esto es debido a la presencia de un nodo virtual (tierra) en el que debe cumplirse la relación

$$\sum_{i=1} I_i = 0 \quad (10)$$

Los comentarios anteriores pueden visualizarse en la forma como lo muestra la figura (2),

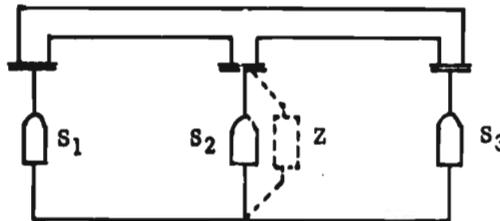


Fig. 2). Dependencia de las inyecciones de potencia.

en el que las potencias S_1 , S_2 , S_3 , no pueden asignarse arbitrariamente. Obsérvese que si se introduce una impedancia (línea punteada), S_1 , S_2 , S_3 sí pueden especificarse arbitrariamente, debido a que dicha impedancia compensa las diferencias en las potencias S_1 , S_2 , S_3 .

Una formulación más general de las ecuaciones (8) puede obtenerse⁽⁵⁾ al considerar que en cada rama del circuito puede haber una fuente de potencia que produce una corriente J_i , y una fuente de voltaje e_i , como se ilustra en la figura 3. Para este caso la ecuación (4) queda como

$$v_i + e_i = z_i (i_i + j_i)$$

$$y (v_i + e_i) = i_i + j_i$$

- (2) M. M. Dodu, Merlin A., Pothier R.
Le Probleme du Dispatching Economique dans L' approximation du Courant Continu.
Service Etudes de Réseaux. Departement "Methodes de Optimiza tion". Nota HR 9392 / 3. 21 Feb. 1970 pp. 1 - 21
- (3) G. Dauphin, D. Feingold, G. Spohn
Methods of optimizing the Production of generating stations of a Power Network.
PICA Conf. Rec. Pittsburg, Pa. 1967.
pp 133 - 140

efectuando el mismo desarrollo realizado de la ecuación (4) a la ecuación (8) obtenemos

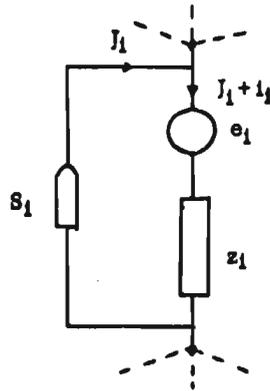


Fig. 3) Elementos de una rama para el caso general de un sistema de potencia .

$$Y_{BUS} V + Y_{BUS} E = C^T I + J_{BUS} \quad (11)$$

donde $C^T I = 0$ por ser la suma de corrientes inyectadas en cada nodo. Si no se consideran fuentes de voltaje la expresión (11) queda igual que (8).

La expresión :

$$S = VI^* = V Y^* V^* \quad (12)$$

es una variación de las ecuaciones (8) más adecuada para su manejo en sistemas de potencia.

B.2 Las ecuaciones de flujos de un Sistema de potencia y su solución

Si la impedancia de una línea viene dada por $z = r_{ij} + jx_{ij}$ su admitancia esta dada por :

$$Y_{ij} = \frac{1}{z_{ij}} = g_{ij} + j b_{ij} \quad (13)$$

-
- (4) Andrzej Klos
Algebraic Model of Electrical Network
IEEE Trans on PAS Vol. 80, No. 2 Feb. 1970, pp 240 - 262
- (5) O. I. Elgerd
Electric Energy Systems Theory. An Introduction
Mc. Graw Hill, 1971. pp 223 - 236

Siguiendo el desarrollo del inciso anterior, se encuentra que las ecuaciones (12) toman la forma:

$$S_i = P_i + j Q_i = \quad (14)$$

$$P_{gen_i} - P_{carga_i} + j (Q_{gen_i} - Q_{carga_i}) = V_i \sum_{j=1}^n Y_{ij}^* V_j^*$$

$$\text{para } i \in \{1, 2, \dots, n\}$$

Descomponiendo la ecuación (14) en su parte real e imaginaria, obtenemos:

$$P_i = |V_i| \sum_{j=1}^n |V_j| |Y_{ij}| \cos(\delta_i - \delta_j + \theta_{ij}) \quad (15)$$

$$Q_i = |V_i| \sum_{j=1}^n |V_j| |Y_{ij}| \text{SEN}(\delta_i - \delta_j + \theta_{ij}) \quad V_i \in \{1, 2, \dots, n\}$$

expresiones en las que

S_i es el vector de potencia aparente neta en el bus i .

V_i es el vector de voltajes complejos de cada nodo, dado por

$$\begin{aligned} V_i &= |V_i| e^{j\delta_i} = |V_i| \cos \delta_i + j |V_i| \text{SEN} \delta_i \\ &= e_i + j f_i \end{aligned} \quad (16)$$

Y es la matriz cuyos elementos diagonales (y_{ij}) son la suma de las admitancias de las líneas i, j que conectan al bus i ; y los elementos Y_{ij} son iguales a la menos admitancia de la rama que conecta a los nodos i, j . Cada elemento complejo de Y está dado por:

$$\begin{aligned} Y_{ij} &= |Y_{ij}| \cos \theta_{ij} = G_{ij} + j B_{ij} \\ V_i, j &\in \{1, 2, \dots, n\} \end{aligned} \quad (17)$$

Dado que las ecuaciones (15) son no lineales, es necesario resolverlas iterativamente. Su solución por el método de Newton Raphson se ha mostrado ya (capítulo II.5), por lo que aquí completamos solamente las expresiones de los términos del jacobiano, las cuales se muestran la tabla B.1.

B.3) De la solución de las ecuaciones de flujos de un sistema de potencia por computadora.

En la solución de las ecuaciones de flujos de un sistema de potencia es fundamental aprovechar la esparsidad de las matrices que se procesan, pues de otra manera los requerimientos de memoria y tiempo de cálculo alcanzan fácilmente niveles prohibitivos. La tabla B.2 mues

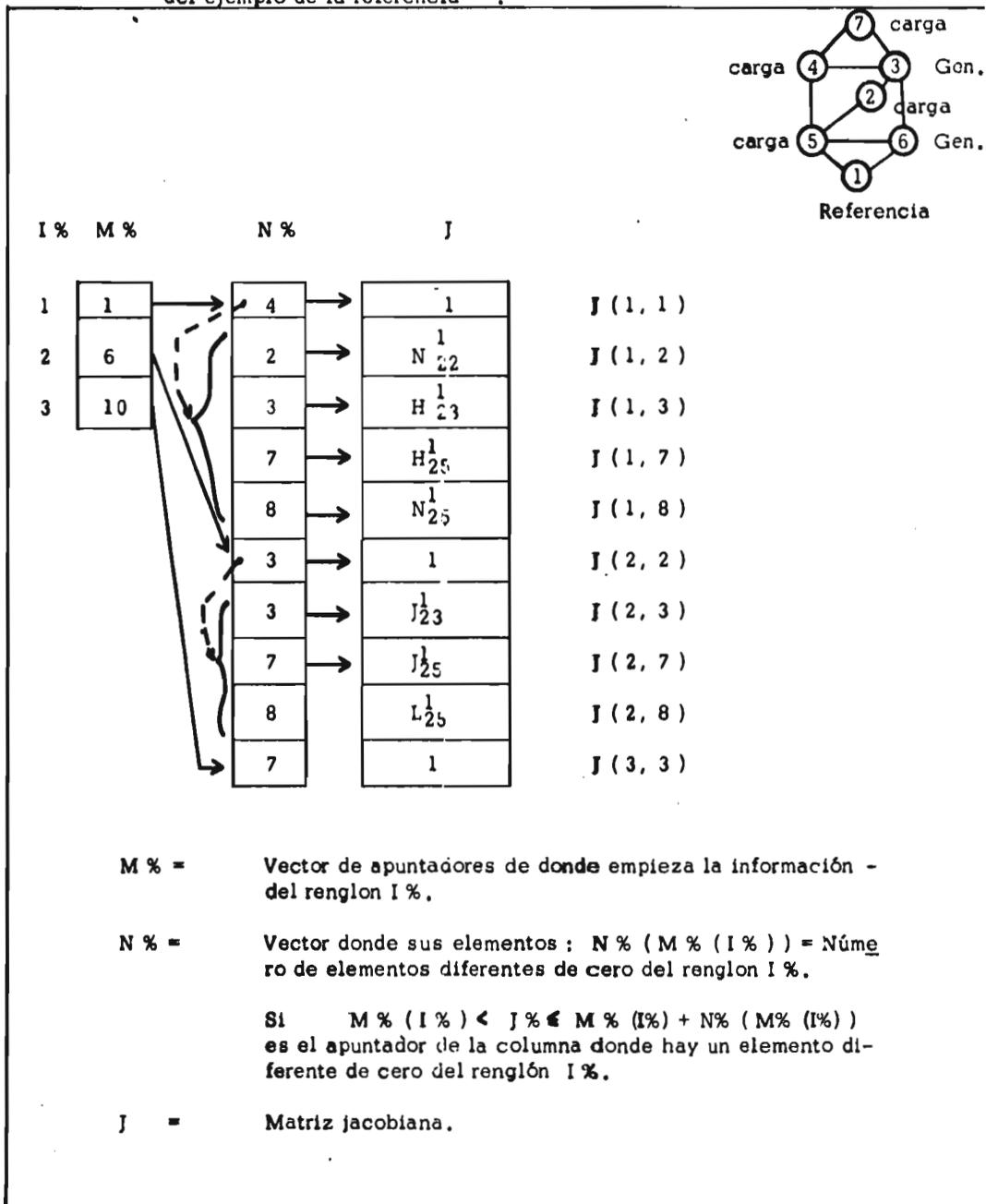
tra algunos valores típicos de la esparsidad del jacobiano y de la matriz Hessiana de los sistemas de potencia⁽⁶⁾ de prueba del IEEE .

$$\begin{aligned}
 a_m - jb_m &= Y_{km}^* V_{km}^* = (G_{km} - j B_{km}) (e_m - j f_m) \\
 H_{km} &= \frac{\partial P_{calc\ k}}{\partial \theta_m} \quad N_{km} = v_m \frac{\partial P_{calc\ k}}{\partial v_m} \\
 J_{km} &= \frac{\partial Q_{calc\ k}}{\partial \theta_m} \quad L_{km} = v_m \frac{\partial Q_{calc\ k}}{\partial v_m} \\
 \text{para } m \neq k \\
 H_{km} &= L_{km} = a_m f_k - b_m e_k \\
 N_{km} &= -J_{km} = a_m e_k + b_m f_k \\
 \text{Si: } P_{calc} &= e_k \sum a_m + f_k \sum b_m \\
 Q_{calc} &= f_k \sum a_m + e_k \sum b_m \\
 \text{Para } m = k \\
 H_{kk} &= -Q_{calc\ k} - B_{kk} V_k^2 \quad L_{kk} = Q_{calc\ k} - B_{kk} V_k^2 \\
 N_{kk} &= P_{calc\ k} + G_{kk} V_k^2 \quad J_{kk} = P_{calc\ k} - G_{kk} V_k^2 \\
 \Delta P_k &= P_{neta\ k} - P_{calc\ k} \\
 \Delta Q_k &= Q_{neta\ k} - Q_{calc\ k} \\
 \theta_{i+1} &= \theta_i + \Delta \theta \\
 v_{i+1} &= v_i + \frac{\Delta v_i}{v_i} v_i
 \end{aligned}$$

TABLA B.1 Expresiones de los elementos del jacobiano

(6) A. M. Sasson, F. Vilorio, F. Aboytes
Optimal load flow using the Hessian Matrix
Trans. on PAS . Ene-Feb. 1973 pp. 40

FIGURA B 2) Empaquetamiento usado de la matriz jacobiana despues de triangularizar del ejemplo de la referencia (8).



<u>Sistema</u>	<u>Jacobiano</u>	<u>Hessiana</u>
14	29 %	57 %
30	13 %	28 %
57	6.6 %	13.8 %
118	3.5 %	9.2 %

TABLA B.2) Esparsidad típica de las matrices que se manejan en sistemas de potencia

En especial, la matriz Y_{BUS} al igual que el Jacobiano de las ecuaciones de flujos, presentan una característica deseable: son matrices diagonalmente dominantes, lo que hace que los métodos numéricos de eliminación gaussiana sean estables numéricamente.

Después de ordenar óptimamente las ecuaciones de flujos, los programas de FLUOPT descomponen la matriz jacobiana en una matriz triangular superior unitaria y una triangular inferior⁽⁷⁾. El uso extensivo de técnicas de esparsidad en la programación, hacen que FLUOPT pueda manejar sistemas de potencia hasta de 100 buses, 80 generadores y 150 líneas en una computadora que limita a 16 K bytes la memoria asignada a cada usuario.

Los programas de FLUOPT, utilizan el esquema de la figura B2 para el empaquetamiento de las matrices Y_{BUS} y el Jacobiano, a diferencia del esquema original.

Otra diferencia respecto al esquema original⁽⁷⁾ es que siempre consideramos las ecuaciones de potencia real y de potencia reactiva de cada bus. Cuando el bus es de generación, no debe considerarse la ecuación de potencia reactiva; se inserta un uno en la diagonal de dicha ecuación y el elemento de la matriz aumentada que corresponde a dicho renglón se iguala a cero.

Después de un análisis cuidadoso del esquema original y el implementado se observa que:

- a) La implementación original⁽⁷⁾ (I.O) guarda en un arreglo de números reales, números enteros. En la implementación realizada (I.R) estos números están en otro vector. En la computadora en la que la I.R. se desarrolló, la memoria ocupada por un número entero es la cuarta parte de un número real.
- b) Hay mayor simetría en I.P. que en I.O. lo que permite usar las subrutinas desarrolladas para cualquier matriz esparsa diagonalmente dominante.
- c) La lógica de las subrutinas desarrolladas es más simple que las

de I.0. Obsérvese que en el almacenamiento de I.0 es necesario preguntar por el signo de cada apuntador. Se presentan cuatro opciones :

+	+	la combinación es carga-carga y a continuación vienen cuatro elementos. H, J, N, L .
+	-	La combinación es carga-generación. A continuación vienen dos elementos H, J .
-	+	La combinación es generación-carga. A continuación vienen dos elementos ; H, N.
-	-	La combinación es generación-generación y a continuación viene un elemento: H.

- d) Desde el punto de vista memoria por la observación (a) se ahorra (1/2 ó 3/4) de un número real cada vez que haya una combinación que no sea carga-carga. Por la observación (b) se pierde una palabra y un cuarto por cada renglón que se introdujo. Generalmente hay una reducción pequeña de la memoria usada (en la máquina en que se implantó).

B.4) Estructura de las ecuaciones de flujos.

Este es un tema que por su dificultad, ha sido evitado en la literatura. Aun artículos a los que se ha fundamentado con rigor matemático⁽⁹⁾ trabajan sobre el supuesto de convexidad de las ecuaciones de flujos. No se intenta aquí resolver dicho problema, sino tratar de dar fundamento matemático a un grupo de ideas intuitivas que se manejan en el supuesto de convexidad de las ecuaciones de flujos.

B.4.1) Estructura de la matriz YBUS .

Dado que la matriz Y_{BUS} es una matriz simétrica, diagonal dominante con $a_{ii} < 0$ $\{v_{i,j} | i \neq j\}$ y $a_{ij} > 0$, por el teorema C.6 es una matriz M, y por el teorema C3 y C4 es una matriz Stieltjes, de donde por el teorema C5 es positiva definida.

-
- (7) W. F. Tinney , W.L. Powell y J. W. Walker .
Programming of Sparsity - Directed Ordering Schemes.
Proc. of PSSC V . Cambridge, Eng. Sept. 1975, pp. 1 - 14 .
- (8) W. F. Tinney y C.E. Hart
Power Flow Solution by Newton's Method.
IEEE Trans. on PAS Vol. 86, No. 11. Nov. 1967 pp. 1449 - 1456
- (9) Misma referencia que (I.9)

B.4.2) Estructura de la matriz jacobiana.

$$\text{Si } v_i > 0 \quad \dot{v}_i, \quad y \quad -\frac{\pi}{2} < \delta_i - \delta_j + \theta_{ij} < \frac{\pi}{2}$$

se cumplen, la matriz jacobiana es diagonal dominante con elementos $a_{ii} > 0$ no simétrica en cuanto a valores pero si en su estructura.

B.4.3) Estructura de la matriz Hessiana de la función $\sum \lambda_i g_i(x); \{v_i \mid g_i(x) = 0\}$ donde $g_i(x)$ son las ecuaciones de flujos que deben cumplirse en igualdad. De esta matriz puede decirse que es diagonal dominante.

Si se descompone esta matriz Hessiana en la siguiente forma :

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial^2 g_i(x)}{\partial v_i \partial v_j} & \frac{\partial^2 g_i(x)}{\partial v_i \partial \theta_j} \\ \frac{\partial^2 g_i(x)}{\partial \theta_i \partial v_j} & \frac{\partial^2 g_i(x)}{\partial \theta_i^2} \end{bmatrix}$$

Donde los elementos de cada matriz son :

$$\frac{\partial^2 g_i(x)}{\partial v_i \partial v_j} = \begin{cases} Y_{ij} \cos(\delta_i - \delta_j + \theta_{ij}) \\ Y_{ij} \sin(\delta_i - \delta_j + \theta_{ij}) \end{cases} \quad (10)$$

$$\frac{\partial^2 g_i(x)}{\partial \theta_i^2} = \begin{cases} V_i^2 G_{ii} - P_i \\ V_i^2 B_{ii} - Q_i \end{cases}$$

$$\frac{\partial^2 g_i(x)}{\partial \theta_i \partial \theta_j} = \begin{cases} P_{ij} \\ Q_{ij} \end{cases}$$

$$\frac{\partial^2 g_i(x)}{\partial v_i^2} = \begin{cases} G_{ij} + \sum Y_{ij} \cos(\delta_i - \delta_j + \theta_{ij}) \\ B_{ij} + \sum Y_{ij} \sin(\delta_i - \delta_j + \theta_{ij}) \end{cases}$$

$$\frac{\partial^2 g_i(x)}{\partial \theta_i \partial v_j} = \begin{cases} Q_{ij} / v_j \\ P_{ij} / v_j \end{cases} \quad i \neq j$$

$$\frac{\partial^2 g_i(x)}{\partial \theta_j \partial v_i} = \begin{cases} -Q_i + v_i B_{ii} \\ P_i - G_{ii} v_i \end{cases}$$

$$\frac{\partial^2 g_1(x)}{\partial \theta_j \partial v_i} = \begin{cases} -Q_{ij}/V_j \\ +P_{ij}/V_j \end{cases}$$

De las ecuaciones anteriores se ve que los términos diagonales $\frac{\partial^2 g_1(x)}{\partial v_i^2}$ son > 0 , pero no se puede garantizar que los elementos $\frac{\partial^2 g_1(x)}{\partial \theta_j^2}$ sean mayores de cero. Lo mismo sucede con los elementos a_{ij} . En conclusión esta matriz es diagonal dominante, no simétrica y a través del camino trazado no se puede demostrar que sea positiva definida esta matriz, ni lo contrario.

Existen, sin embargo, fuertes razones para suponer que al menos es positiva semidefinida esta matriz si los voltajes y ángulos caen dentro de los rangos de operación, como lo demuestra la convergencia de varios métodos de flujos óptimos que usan esta matriz hessiana, (10) (11).

B.4.4) Estructura de la matriz Hessiana de $(\sum g_1(x))^2$.

Las expresiones para los elementos de esta matriz pueden encontrarse en⁽¹¹⁾. En ellas se observa que $a_{ii} > 0$, pero no se puede asegurar que $a_{ij} < 0$. La matriz es diagonal dominante y simétrica.

La literatura al respecto no reporta si es o no positiva definida. Nuevamente la experiencia nos muestra que existen razones para suponerla positiva definida en el rango de interés de las variables, como lo demuestra el uso de métodos⁽¹¹⁾ ⁽¹²⁾ cuya convergencia depende de este supuesto. Más aún, el método⁽¹²⁾ trata de aplicación a sistemas de potencia del método de Fletcher-Powell, y la matriz que se va formando es el inverso de la Hessiana. Lo que apoya con más fuerza el postulado anterior.

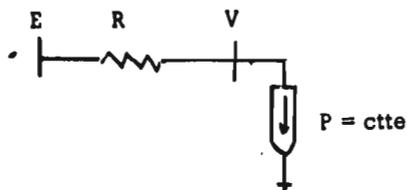
B.5) De la convexidad de las ecuaciones de flujos.

La solución de las ecuaciones :

$$P_i = V_i \sum V_j Y_{ij} \cos(\delta_i - \delta_j + \theta_{ij}) \quad (20)$$

$$Q_i = V_i \sum V_j Y_{ij} \sin(\delta_i - \delta_j + \theta_{ij})$$

puede no existir o no ser única⁽¹³⁾, ya que puede haber soluciones con diferentes niveles de voltaje. Una forma sencilla de ilustrar este caso es a través de la "aproximación de corriente continua", en la que se desprecia el efecto de la resistencia de las líneas ($\frac{X}{R} > 10$ en los casos de alto voltaje), y las reactancias se consideran R como resistencias. En el sistema de la siguiente figura, E es el voltaje de un bus infinito, R es la reactancia, V es el voltaje del nodo donde se conecta la carga P. Por la ley de Ohm tenemos :



$$g(V_1) = V = E + \frac{P}{V} R = 0 \quad (21)$$

por lo tanto :

$$g(V_2) = \frac{V^2}{R} - \frac{EV}{R} + P = 0 \quad (22)$$

Ecuaciones que pueden graficarse en la siguiente figura

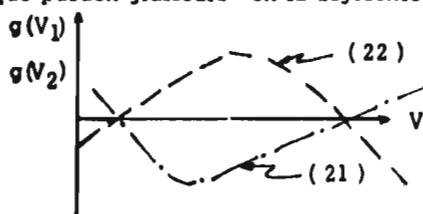


Fig. 4) Gráfica de las expresiones (21) y (22)

Como se observa existen dos raíces de la ecuación. En un método iterativo, cuál de estas soluciones se obtenga, depende del punto de arranque, de la forma de expresar dicha ecuación, como lo demuestra la figura (4). Sin embargo en la región factible, si existe solución a las ecuaciones (20), ésta es única para el conjunto de variables especificadas⁽¹⁴⁾.

Al tratar de analizar la convexidad de las ecuaciones (20), es conveniente reescribirlas como⁽¹⁵⁾ :

$$P_i = V_i (C V_i + U_i) \quad (23)$$

$$Q_i = V_i (D V_i + W_i)$$

donde :

- (10) Optimal Load Flow Solution Using Lagrangian Multipliers and the Hessian Matrix.
A.M. H. Rashed y D.H. Kelly Trans. IEEE on PAS Sept-Oct. 1974
- (11) Optimal Load Flow Solution Using the Hessian Matrix.
A.M. Sasson, F. Vilorio y F. Aboytes
Trans. IEEE on PAS. Ene-Feb. 1973, pp. 31 - 41.
- (12) Combined Use of the Powell and Fletcher - Powell
Nonlinear Programming Methods for Optimal Load Flows
Albert M. Sasson
IEEE Trans on PAS Oct. 1969.
- (13) Andrew J. Korsak
On the Uniqueness of Stable Load Flow Solution
IEEE Trans. on PAS. Vol. 91, No. 3. May - Jun 1972, pp 1093-1100.

$$V_i = \sum V_j \cos(\delta_i - \delta_j + \theta_{ij}) \quad V_i \neq j$$

$$W_i = \sum V_j \text{SEN}(\delta_i - \delta_j + \theta_{ij}) \quad V_i \neq j$$

Por el teorema C.7 la función anterior puede analizarse por sus partes: $C V_i^2$, $V_i U_i$. Por el teorema D.17, $V_i U_i$ es cuasi siconcava y $C V_i^2$ es convexa en los productos cartesianos $V \times U$ y $V \times W$. Sin embargo en W se pueden definir

$$W = Z \cdot y \quad (24)$$

y la función:

$$V_i (C V_i + Z y) \quad (25)$$

no es ni convexa ni cóncava. Esto era de esperarse. Sin embargo, se ha tratado el problema sin restricciones, permitiendo que las variables tomen el valor que se desee. En el rango de operación práctica de los sistemas de potencia, las leyes de Kirchoff deben cumplirse. Esto significa que las variables δ y V deben cumplir con que

$$\begin{aligned} \sum V e^{j\theta} &= 0 \quad \text{para una malla} \\ \sum P_i &= 0 \quad \text{para todo el sistema} \end{aligned} \quad (26)$$

y la solución es ingenierilmente factible

si

$$0.9 \leq V \leq 1.1$$

$$\frac{\pi}{4} < \delta_i - \delta_j + \theta_{ij} < \frac{\pi}{4} \quad (27)$$

que aun así son condiciones muy relajadas.

Por el teorema de la función implícita, las ecuaciones anteriores implican

$$\begin{aligned} \delta_i &= f(\delta_j, P_j, Q_j, V_j) \quad V_j \\ V_i &= f(\delta_j, V_j, P_i, Q_i) \end{aligned} \quad (28)$$

(14) Carlos J. Távora
Discusión a (13)

(15) Instituto de Ingeniería
Control en Tiempo Real del Sistema Nacional de Potencia.
Reporte de la segunda fase.
Oct. 1975
México, D.F.

Analizar las ecuaciones de flujos desde el punto de vista de convexidad local en el rango de soluciones permitidas por (27), es tarea harto compleja. Preferimos intentar otro camino.

En la referencia (16) se demuestra que la sensibilidad de las ecuaciones de flujo respecto a sus variables, muestra un desacoplamiento, una independencia entre :

$$\begin{matrix} P & \text{---} & V \\ Q & \text{---} & \delta \end{matrix} \quad (29)$$

en las regiones de interés. Tanto es así que existen métodos de solución a las ecuaciones de flujo (20) que aprovechan este desacoplamiento, y en (17) se muestran las condiciones bajo las cuales converge el método, en función de las resistencias y reactivancias; inclusive en sistemas de potencia mal condicionados donde el método de Newton-Raphson diverge al resolver las ecuaciones de flujo, este método converge si las ecuaciones de flujos se traducen a su forma incremental

$$\Delta P_k = P_{Gen} - P_{carga} - V_k \sum V_m (G_{km} \cos \theta_{km} + B_{km} \text{sen } \theta_{km}) \quad (30)$$

$$\Delta Q_k = Q_{gen} - Q_{carga} - V_k \sum V_m (G_{km} \text{sen } \theta_{km} - B_{km} \cos \theta_{km})$$

haciendo las consideraciones que θ_{km} es pequeño y $V_k = 1$ se puede llegar a

$$\begin{aligned} \frac{\Delta P}{V} &= \text{ctte } \theta_i \\ \frac{\Delta Q}{V} &= \text{ctte } V_i \end{aligned} \quad (31)$$

por lo que

$$\begin{aligned} \Delta P &= V \sum \text{ctte } \Delta \theta_i \\ \Delta Q &= V \sum \text{ctte } \Delta V_i \end{aligned} \quad (32)$$

-
- (16) B. Stott y O. Alsac
Fast Decoupled Load Flow
IEEE Trans. on PAS - 93, Mayo 1974 pp. 859 - 869
- (17) Felix F. Wu.
Theoretical Study of the Convergence of the Fast Decoupled Load Flow.
Presentado en el Winter Power Meeting del IEEE PES. Nueva York Ene- 1976
Artículo No..F76 - 130 - 5.

Podemos llegar a la conclusión (por el teorema D.17) que estas ecuaciones son cuasicóncavas.

A la misma conclusión se llega si se toman las ecuaciones de potencia transmitida por una línea, cuando se aproxima su impedancia a la parte reactiva de la misma y los voltajes se consideran unitarios, aproximaciones razonables ya que $\frac{X}{R} > 6$ habitualmente:

$$P_{ij} = \frac{V_i V_j}{Z_{ij}} \text{ SEN } \theta \quad (33)$$

$$Q_{ij} = \frac{V_i V_j}{Z_{ij}} \text{ COS } \theta$$

lo que permite aproximarlas como:

$$P_{ij} = c \text{tt e } \left(\theta - \frac{\theta^3}{3!} \right) \quad (34)$$

$$Q_{ij} = V_i V_j \text{ ctt} \theta$$

En este caso $c\theta$ es convexa y $-C \frac{\theta^3}{3!}$ es cuasicóncava. El producto $V_i V_j$ es cuasicóncavo por el teorema 3] D17 .

APENDICE C

ALGUNAS DEFINICIONES Y TEOREMAS

Definición C.1⁽¹⁾

Una matriz $A \in L(\mathbb{R}^n)$ se dice que es una matriz M si A es invertible, $A^{-1} \geq 0$, y $a_{ij} \leq 0$ para toda $i, j = 1, \dots, n, i \neq j$

Definición C.2⁽¹⁾

Se dice que una matriz M es una matriz de Stieljes si M es si métrica.

Teorema C.3⁽¹⁾

Sea $A_1 \in L(\mathbb{R}^n)$ una matriz M con parte su diagonal D_1 y la parte fuera de la diagonal $-B_1 = A_1 - D_1$. Sea $D_2 \in L(\mathbb{R}^n)$ cualquier matriz diagonal no negativa y $B_2 \in L(\mathbb{R}^n)$ cualquier matriz no negativa con elementos diagonales iguales a cero que satisface $B_2 \leq B_1$ entonces $A = D_1 + D_2 - (B_1 - B_2)$ es una matriz M y $A^{-1} \leq A_1^{-1}$

Teorema C.4⁽¹⁾

Sea $A \in L(\mathbb{R}^n)$ una matriz M y sea $D \in L(\mathbb{R}^n)$ una matriz diagonal no negativa. Entonces $A + D$ es una matriz M y $(A + D)^{-1} \leq A^{-1}$.

Teorema C.5⁽¹⁾

Sea $A \in L(\mathbb{R}^n)$ una matriz de "Stieltjes". Entonces A es positiva definida.

Teorema C.6

Sea $A \in L(\mathbb{R}^n)$ sea estrictamente o diagonal dominante irreducible y asúmase que $a_{ij} \leq 0, i \neq j$ y $a_{ii} > 0, i = 1, \dots, n$. Entonces A es una matriz M.

Teorema C.7⁽²⁾

Sean $C_i, i = \{1, \dots, k\}$, k conjuntos convexos. Entonces el conjunto

$$C = \bigcap_{i=1}^k C_i \text{ es convexo}$$

-
- (1) Ortega y Rheinboldt
Iterative Solutions of Nonlinear Equations in Several Variables.
Academic Press. pp 54, 55
- (2) W. I. Zangwill
Nonlinear programming : A unified Approach .
Prentice Hall . 1969 . Cap. 2

Teorema C.8⁽²⁾

Si $f(x)$ es cuasicóncava, el conjunto $\{x \mid f(x) \geq c\}$ es un conjunto convexo.

APENDICE D

CONDICIONES DE OPTIMALIDAD NECESARIAS Y SUFICIENTES PARA EL PROBLEMA DE UN PROGRAMA GENERAL

D.1 Definición⁽¹⁾

Si $\{g_i(x)\}$ es el conjunto de las restricciones que tienen que cumplirse en igualdad, y $\{h_i(x) \leq 0\}$ el conjunto de restricciones de desigualdad, de las que el conjunto $H(x)$, en el punto x_1 , de las restricciones que son de desigualdad deben cumplirse en igualdad, se dice que son restricciones regulares si se cumple que los vectores

$$\nabla_x g_i(x) \Big|_{x=x_1}$$

$$\nabla_x H(x) \Big|_{x=x_1}$$

son linealmente independientes.

D.2 Teorema de Kuhn - Tucker⁽¹⁾

Las condiciones necesarias para que el problema de optimizar la función $P(x)$ tenga un óptimo local, x^* en el conjunto de direcciones factibles $D(x)$ en el que las restricciones son regulares son que:

- 1) existan números reales $\lambda, \mu > 0$ tales que

$$\lambda_i g_i(x^*) = 0 \quad \forall i \in \{1, \dots, n\}$$

$$\mu_i h_i(x^*) = 0 \quad \forall i \in \{1, \dots, m\}$$

donde n es el número de restricciones de igualdad y m es el número de restricciones de desigualdad.

- 2) La función lagrangiana

$$L(x) = f(x) + \sum_{i=1}^n \lambda_i g_i(x) + \sum_{i=1}^m \mu_i h_i(x)$$

Tiene un valor estacionario en x^* (esto es $\nabla_x L(x) = 0$)

D.3 Condiciones para un mínimo local,⁽¹⁾

Si en adición a las condiciones del teorema D.2 el punto x^* cumple con:

$$\Delta_x^T H \Delta_x > 0 \quad \forall x \in S, \Delta x \neq 0$$

donde H es la matriz hessiana de la función lagrangiana y S es el subespacio vectorial definido en el hiperplano tangente $(x^* - x) \nabla_x L = 0$ son condiciones suficientes para garantizar que x^* es un mínimo local.

D.4 Definición de conjunto convexo⁽¹⁾

Un conjunto $C \subseteq E^n$ es un conjunto convexo si

$x^1, x^2 \in C$ implica que

$$W = \theta x^1 + (1 - \theta) x^2 \in C \quad \forall \theta \quad 0 \leq \theta \leq 1$$

D.5 Definición de función convexa⁽¹⁾

Dado un conjunto convexo C , una función h sobre el conjunto C es convexa si $x^1, x^2 \in C$ implica

$$h(\theta x^1 + (1 - \theta) x^2) \leq \theta h(x^1) + (1 - \theta) h(x^2) \quad \forall \theta \quad 0 \leq \theta \leq 1$$

Algunas formas de caracterizar la convexidad de una función:

- a) La suma de funciones convexas es convexa.
- b) Si h es diferenciable en E^n , h es convexa si y sólo si

$$h(y) \geq h(x) + \nabla h(x)^t (y - x) \quad \forall x, y$$

- c) Si h tiene segundas derivadas parciales continuas, h es convexa si y sólo si la matriz H es positiva semidefinida.

D.6 Definición de funciones pseudoconvexas⁽¹⁾

Una función diferenciable $h: E^n \rightarrow E^1$ es pseudoconvexa si $\nabla h(x)^t (y - x) \leq 0$ implica que $h(y) \geq h(x) \quad \forall x, y$

D.7 Definición de funciones cuasiconvexas.

Se dice que una función es cuasiconvexa si $h(\theta x^1 + (1 - \theta) x^2) \leq \max \{ h(x^1), h(x^2) \} \quad \forall \theta \in [0, 1]$

D.8 Teorema⁽¹⁾

Una función h es cuasiconvexa si y sólo si el conjunto $H_\gamma = \{ x \mid h(x) \leq \gamma \}$ es convexa para cualquier escalar

D.9 Teorema de suficiencia de las condiciones de Kuhn - Tucker⁽¹⁾.

En un problema de programación no lineal, con $f(x)$ y $g_i(x)$ diferenciables, si la función objetivo $f(x)$ es pseudocóncava (pseudoconvexas), y las restricciones $g_i(x)$ cuasicóncavas (cuasiconvexas), y supóngase que el punto x^* satisface las condiciones de Kuhn - Tucker entonces x^* es un punto óptimo para el problema de programación no lineal.

D.10 Definición de cuasiconvexidad estricta. (2)

Se dice que una función es cuasiconvexa estricta si $f(y) < f(x)$ implica que $f(\theta x + (1 - \theta)y) < f(x) \forall \theta (0,1)$.

D.11 Definición. (2)

Decimos que una función es convexa generalizada si es cuasiconvexa, cuasiconvexa estricta o pseudoconvexa.

D.12 Teorema. (2)

Si el conjunto $D_1 = \{x \mid x \in D_1, l(x) \in D\}$ es convexo donde D y D_1 son dos conjuntos convexos en R^m y R^n y donde D es el dominio de la función $f: D \rightarrow R^n$ y D_1 es el dominio de las funciones $l: D_1 \rightarrow R^m$ que pertenecen a la familia de funciones afines L , establecemos el siguiente teorema sobre la función:

$$F(x) = f \circ l = f(l(x), \dots, l_m(x)), x \in D_1$$

La función $F(x) = f \circ l$ ($x \in D_1$) es convexa generalizada para cada $l \in L$ si y sólo si la función f es convexa generalizada en D .

Este teorema es válido cuando las funciones son cóncavas generalizadas.

D.13 Definición. (2)

Una función $f: D \rightarrow R$ ($D \subseteq R^m$) se dice que es parcialmente monótona si las funciones parciales

$$f_i: x_i \rightarrow f(x_1, \dots, x_i, \dots, x_m)$$

son separadamente para cada i , monótona creciente o monótona decreciente. Definimos los conjuntos de índices tales que $I_1 \cap I_2 = \emptyset$ y $I_1 \cup I_2 = \{1, \dots, m\}$. Si el conjunto denotado por $U(D; I_1, I_2)$ es la familia de las funciones vectoriales $u = u_1, \dots, u_m$ definida sobre un conjunto convexo no vacío $D_1 \subseteq R^m$ con su rango en D , siendo las componentes convexas U_i si $i \in I_1$ y cóncavo si $i \in I_2$. Nótese que el conjunto $U(D; I_1, I_2)$ contiene al conjunto de funciones L . Con esta base se puede establecer el siguiente teorema.

- (1) Los anteriores teoremas y definiciones pueden encontrarse prácticamente en todos los textos de programación no lineal. Aquí fueron extraídos de las siguientes referencias:

W. I. Zangwill
Nonlinear Programming: a unified approach
Prentice Hall. 1969.

Javier Marquez.
Apuntes del curso de técnicas de optimización II.
División de Estudios Superiores
Facultad de Ingeniería. 1975.

D.14 Teorema. (2)

La función $F = f \circ u$ es convexa generalizada para toda $u \in U(D; I_1, I_2)$ si y sólo si f es convexa generalizada en D y parcialmente monótona creciente en I_1 si $I_1 \in I_1$, decreciente en I_1 si $I_1 \in I_2$, f y u diferenciables. (si las funciones son estrictamente cuasiconvexas implicamos también que sea semicontinua inferior).

D.15 Corolario. (2)

Si $U_1(x)$ es lineal, la parte si del teorema anterior es válida sin la monotonía de I_1 .

D.16 Corolario. (2)

El teorema D. 14 se sostiene para las funciones cóncavas generalizadas cambiando los "crecientes" por "decrecientes" y viceversa.

D.17 Teorema. (2)

Una función real es cuasiconvexa, definida en un conjunto $L \subset R^m$ convexo, si y sólo si obtiene su mínimo global en cada polítopo contenido en L , en uno de los vértices.

Esto permite la extensión de las condiciones de Kuhn-Tucker a la programación cuasiconvexa y pseudoconvexa. También se puede verificar que un mínimo local de una función estrictamente cuasiconvexa es un mínimo global.

D.18 Algunas conclusiones de los teoremas D.14 y D.16. (2)

Si $\theta(x) = p(x) / \sigma(x)$ donde $p(x)$, $\sigma(x)$ son funciones definidas sobre un conjunto convexo $D_1 \subset E^n$. Y Supóngase que una de las siguientes hipótesis se mantienen en D_1 sobre las funciones.

	p	σ
1)	convexa > 0	cóncava > 0
2)	cóncava ≤ 0	convexa < 0
3)	convexa ≤ 0	convexa > 0
4)	cóncava > 0	cóncava < 0
5)	lineal ≤ 0	convexa $\neq 0$
6)	convexa	lineal > 0
7)	cóncava	lineal < 0

entonces $\theta(x)$ es estrictamente cuasiconvexa en D_1 y cada mínimo local es un mínimo global. El resultado también es válido si reemplazamos convexa por cóncava y mínimo por máximo.

D.19 Más aplicaciones. (2)

Si $\theta(x) = p(x) \cdot \sigma(x)$ entonces las siguientes implicaciones se mantienen en D_1

	P	σ	θ
8)	convexa ≤ 0	cóncava > 0	\Rightarrow cuasiconvexa estricta.
9)	convexa < 0	cóncava > 0	\Rightarrow estrictamente cuasiconvexa.
10)	convexa < 0	convexa ≤ 0	\Rightarrow estrictamente cuasicóncava.
11)	cóncava ≥ 0	cóncava > 0	\Rightarrow estrictamente cuasicóncava.

-
- (2) Bernard Beranu
 Cuasiconvexity, strictly cuasiconvexity and pseudo convexity of composite functions.
 Revue Francaise d'automatique, Informatique et recherche operationelle No. R - 1 1972, pp 15 - 26
 Algunos de estos resultados también se encuentran en:
 O. Mangasarian
 Convexity, pseudo convexity and cuasi convexity of composite functions.
 Cahiers Centre d' Etudes Recherche Operationelle 12 (1970)
 pp. 114 - 122 .