

500,250

PERFORADO

TEORIA Y APLICACION DE LOS
MODELOS HIDRAULICOS DE FONDO MOVIL

01149

JORGE MEYER CORRAL.
INGENIERO CIVIL

90

Capítulo I.

Teoría de los modelos hidráulicos en el -
caso específico del fondo móvil.

Capítulo II.

Teorías actuales sobre el arrastre de los
materiales de fondo en la naturaleza.

Capítulo III.

Diferentes procedimientos para realizar -
la semejanza.

Capítulo IV.

Detallar los métodos de análisis por me-
dio de modelos de fondo móvil que serían
convenientes para el estudio de cauces -
cuyas variaciones morfológicas, en el pa-
sado sean desconocidas.

TESIS PARA OBTENER EL GRADO DE
MAESTRO EN INGENIERIA
FACULTAD DE INGENIERIA
UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO.

1962.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas

Tesis Digitales

Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©

PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

C A P I T U L O I.

INTRODUCCION.

Consideremos un cuerpo en el interior de un fluido, provisto de movimiento, es decir, de una energía cinética. Si el producto de una dimensión característica y el peso del cuerpo es suficientemente grande en relación — con la energía cinética del fluido, (que se puede expresar en unidades de longitud por unidades de peso) el cuerpo absorberá parte de la energía cinética del fluido sin que sufra la estabilidad del mismo. Este caso es en el que se encuentran las estructuras hidráulicas tales como ataguías, espigones, rompeolas y diques en general. El estudio de la estabilidad de estas estructuras se puede realizar por medios analíticos que simplifican el fenómeno, reduciendo las variables que intervienen en el mismo, al hacer una serie de hipótesis.

En algunas ocasiones el uso de modelos reducidos para el estudio de la estabilidad de estas estructuras, es preferible al empleo de medios analíticos. Aún con el — empleo de modelos reducidos se hacen hipótesis simplificadoras, por ejemplo, se considera que las fuerzas que obran sobre la estructura son las de presión y gravedad, por lo que el modelo se interpreta según la ley de Proudman (que se verá más adelante), despreciándose los efectos — de la viscosidad, tensión superficial, elasticidad, etc.

Por otro lado si las dimensiones y peso del cuerpo son pequeñas en comparación con la energía cinética del

fluído, el cuerpo será movido formándose alrededor del mismo una capa límite laminar. El cuerpo será influído, en su movimiento, por el esfuerzo de corte τ debido a la viscosidad, y por una presión directa del fluído; así mismo el cuerpo será influído por las fuerzas de gravedad o fuerzas másicas. Este es el caso en que se encuentran las partículas móviles del fondo de un cauce de río o canal y de las playas.

La interpretación de modelos que reproducen los fenómenos del movimiento del fondo sería imposible por medio de la ley de Froude, puesto que no se pueden despreciar los efectos viscosos; tampoco se pueden despreciar los efectos de gravedad para interpretar tales modelos según la ley de Reynolds, que desprecia los efectos de la gravedad y que se tratará con mayor amplitud más adelante.

Sin embargo, lo anteriormente asentado no quiere decir que sea imposible hacer modelos de fondo móvil, sino que se recurre al artificio de distorsionarlos, aumentando, por ejemplo, el efecto de ciertas causas e interpretándolos según la ley de Froude. Este trabajo tiene por objeto dar una idea del fenómeno del movimiento del fondo, de los fundamentos del estudio del fenómeno en modelo reducido, de las distorsiones necesarias para realizar la semejanza del modelo, y de la aplicabilidad de estos modelos.

TEORIA DE LOS MODELOS.

Obtengamos las ecuaciones que definen el movimiento de un fluido. Para ello consideremos un campo de flujo y aiselemos un volumen dv en el mismo; las características cinemáticas del volumen diferencial dependen de las fuerzas internas que son las de masa y las superficiales, que para un fluido perfecto, (se desprecian los efectos viscosos) serán únicamente normales.

Apliquemos la 2a. ley de Newton al cuerpo de volumen dv , en el sentido del eje de las x :

$K_x = dM \cdot a_x$. K_x es la fuerza que actúa sobre el cuerpo en dirección ox .

pero $K_x = dM X = \frac{\partial p}{\partial x} dx dy dz$ P es la presión normal ejercida sobre el cuerpo.

en que $F(X, Y, Z)$ es la fuerza másica unitaria

y $\frac{\partial p}{\partial x} dx$ el incremento de presión normal en sentido del eje OX

$\therefore X = \frac{\partial p}{\partial x} \frac{dx dy dz}{dM} = a_x$ que es la componente de la ecuación dinámica según el eje Ox

en forma análoga se obtienen las componentes de la ecuación dinámica según los ejes oy y oz

como $\frac{dx dy dz}{dM} = \frac{1}{\rho}$

la ecuación dinámica en forma vectorial queda:

$$\vec{a} = F - \frac{1}{\rho} \text{ grad } p$$

también llamada ecuación de la Hidrodinámica pura o --

ecuación de Euler.

En la práctica, sin embargo, se tienen flúidos viscosos, que permiten presiones normales y tangenciales, es por esto que a la ecuación anterior hay que agregarle un término que tome en cuenta el comportamiento viscoso del flúido.

Al tener en cuenta, primero, las condiciones de equilibrio de un paralelepípedo elemental sujeto a esfuerzos nomales y tangenciales y segundo, al aceptar la ley empírica que dice que las presiones normales en un punto son proporcionales a las deformaciones lineales sufridas por el cuerpo en el punto y que las presiones tangenciales son proporcionales a las deformaciones angulares, se concluye que el gradiente de las fuerzas superficiales unitarias, $\vec{f}(f_x, f_y, f_z)$, considerando el flúido viscoso, se puede escribir como:

$$\vec{f} = -\text{grad } p + \mu (\nabla^2 \vec{v} + \text{grad div } \vec{v})$$

que introducido a la ecuación fundamental dará por resultado la ecuación fundamental de la Hidrodinámica de los flúidos viscosos o ecuación de Navier Stokes:

$$\rho \frac{d\vec{v}}{dt} = -\text{grad } p + \mu (\nabla^2 \vec{v} + \text{grad div } \vec{v})$$

En esta ecuación el término $\mu (\nabla^2 \vec{v} + \text{grad div } \vec{v})$ es el término que toma en cuenta los efectos de la viscosidad.

• Mecánica de los flúidos. Dr. Enzo Levi.

En la práctica para los estudios de los fenómenos - en que se tiene fondo móvil, se puede considerar que el - fluido es incompresible, en este caso la condición de con- tinuidad (conservación de la materia) obliga a que - - - $\text{div } \vec{V} = 0$ y la ecuación anterior adquiere la forma:

$$\vec{a} = F - \frac{1}{\rho} \text{ grad } p + \nu \nabla^2 \vec{V}$$

ecuación que se puede descomponer, según los ejes X Y Z en la forma:

$$\begin{aligned} a_x &= X - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \nabla^2 u \\ a_y &= Y - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \nabla^2 v \\ a_z &= Z - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + \nu \nabla^2 w \end{aligned}$$

siendo las componentes de:

$F : X, Y, Z$; de $a : a_x, a_y, a_z$; y de $V : u, v, w$.

Si el potencial de las fuerzas de masa es el gravi- tacional $\Omega = - gZ$, con componente vertical única, según el eje oz, $Z = \frac{\partial \Omega}{\partial z} = - g$, la última de las ecuaciones - anteriores se puede escribir:

$$A_z = - g - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + \nu \nabla^2 w$$

Consideremos dos fluidos, en los cuales se produ- cen dos fenómenos hidráulicos, uno como modelo del otro esto es, se reproduce en el modelo a escala lo que acon- tece en el prototipo; para que esto suceda se deberá te- ner una semejanza geométrica, cinemática y dinámica en

tre modelo y prototipo. Para tener semejanza geométrica, los cuerpos del modelo deben ser semejantes a los del prototipo, para ello es menester fijar la escala de líneas que llamaremos L_e . Lo mismo se puede decir para la semejanza cinemática y dinámica, por lo que se debe de tener escalas de velocidades V_e , de fuerzas F_e , de viscosidades ν_e , de presiones P_e , de densidades ρ_e , y de todas las variables que intervengan en el fenómeno.

Si consideramos la última de las ecuaciones y la aplicamos al fenómeno en modelo (con sub-índices m) y al prototipo (con sub-índice p) se tiene:

$$(a_z)_m = -g_m - \frac{1}{\rho_m} \left(\frac{\partial P}{\partial z} \right)_m + \nu_m (\nabla^2 w)_m$$

$$(a_z)_p = -g_p - \frac{1}{\rho_p} \left(\frac{\partial P}{\partial z} \right)_p + \nu_p (\nabla^2 w)_p$$

Aplicando esta última ecuación al prototipo en función de las variables del modelo y haciendo uso de las escalas se tiene:

$$\frac{V_e^2}{L_e} (a_z)_m = -g_e g_m - \frac{P_e}{\rho_e L_e} \left(\frac{1}{P} \frac{\partial P}{\partial z} \right)_m + \frac{\nu_e V_e}{L_e} (\nabla^2 w)_m$$

Esta ecuación es válida para el fenómeno en prototipo y está dada en función de las variables del modelo; para que esto sea posible, debe existir la siguiente relación entre las escalas:

$$\frac{V_e^2}{L_e} = g_e = \frac{P_e}{\rho_e L_e} = \frac{\nu_e V_e}{L_e}$$

De estas ecuaciones se pueden concluir las siguientes condiciones:

$$\begin{array}{lll} \frac{V_e^2}{L_e g_e} = 1 & \frac{V_e L_e}{\nu_e} = 1 & \frac{V_e V_e}{g_e L_e^2} = 1 \\ \frac{V_e^2 \rho_e}{\mu_e} = 1 & \frac{\rho_e}{\rho_e g_e L_e} = 1 & \frac{\rho_e L_e}{\rho_e \nu_e \nu_e} = 1 \end{array}$$

Condiciones que deberán cumplirse para obtener una semejanza completa. Así para que se cumplan las dos primeras de estas relaciones se debe tener:

$$\frac{V_p^2}{L_p g_p} = \frac{V_m^2}{L_m g_m} = F = \text{cte.} \quad (\text{número de Froude})$$

$$\frac{V_p L_p}{\nu_p} = \frac{V_m L_m}{\nu_m} = Re = \text{cte} \quad (\text{número de Reynolds})$$

Esto significa, que se deben de conservar en modelo y prototipo los números de Froude y Reynolds a la vez, para asegurar la similitud dinámica completa.

El número de Froude es una variable adimensional representativa de las fuerzas de gravedad y de inercia. Mientras el número de Reynolds Re , es una variable adimensional representativa de las fuerzas de fricción y de inercia.

Para el caso en que el fenómeno por estudiar jueguen papeles de importancia otras variables, que las antes mencionadas, deberán conservarse en modelo y prototipo variables adimensionales tales como:

$$\text{Número de Weber } W = \frac{\rho v^2 L}{\sigma}$$

(representativo de la tensión superficial)

$$\text{Número de Cauchy } C = \frac{\rho}{E} v^2$$

(representativo de la elasticidad).

LEYES DE SEMEJANZA.

En la práctica de los modelos de fondo fijo, puede -
despreciarse los efectos viscosos o bien los efectos gra-
vitacionales. En el primer caso se conserva el número -
de Froude igual en modelo y prototipo, mientras que el -
de Reynolds únicamente semejante. En este caso la inter-
pretación del modelo se hace por medio de la llamada --
ley de semejanza de Froude, en que:

$$F_m = F_p \quad \text{es decir} \quad \frac{V_m^2}{g L_m} = \frac{V_p^2}{g L_p}$$

$$V_e = L_e \quad \text{escala de velocidades.}$$

$$T_e = \frac{L_e}{V_e}$$

$$T_e = L_e \quad \text{escala de tiempos}$$

$$M_e = \frac{\rho_p l_p^3}{\rho_m m^3} \quad \text{generalmente } \rho_p = \rho_m.$$

$$M_e = L_e^3 \quad \text{escala de masas}$$

$$a_e = A_e = 1 \quad \text{escala de aceleraciones.}$$

$$F_e = L_e^3 \quad \text{escala de fuerzas}$$

$$Q_e = L_e^{5/2} \quad \text{escala de gastos.}$$

Por un proceso enteramente análogo se obtienen la ley de semejanza de Reynolds, en la que se igualan los números de Reynolds debido a que en el fenómeno imperan las fuerzas de fricción e inercia.

Según la ley de semejanza de Reynolds:

$$Re_m = Re_p \quad \text{o sea} \quad \frac{L_m V_m}{\nu_m} = \frac{L_p V_p}{\nu_p}$$

$$V_e = Le^{-1}$$

$$T_e = Le^2$$

$$M_e = Le^3$$

$$F_e = Le^3$$

$$Q_e = Le$$

VARIABLES DE MAYOR INFLUENCIA EN MODELOS -- DE FONDO MOVIL.

Las corrientes causan el movimiento de los sólidos en el seno de las mismas. Se pueden distinguir cuatro tipos de sólidos que son arrastrados por las corrientes según la forma como se muevan:

1.- Substancias coloidales, generalmente orgánicas de densidad menor que el fluído y que no llegan a sedimentarse aún con variaciones del flujo.

2.- Substancias en suspensión, de origen mineral y que están suspendidas en el fluído gracias a la turbulencia del mismo.

3.- Substancias sedimentadas, que son aquellas que se hallaban en suspensión y que han sedimentado al dismi

nuir la turbulencia del flujo, pero que al aumentar ésta, pueden volver a estar en suspensión.

4.- Fondo móvil, son sólidos acarreados en el fondo del cauce.

En lo que sigue se tratará únicamente el caso del movimiento del fondo móvil, que es el que interesa en los modelos en estudio, que tienen por objeto determinar las variaciones del cauce ya sean naturales o debidas a la construcción de estructuras artificiales.

El movimiento del fondo móvil tiene especial importancia en la parte aluvial de los ríos, es decir en la cercanía de la desembocadura sobre la planicie costera.

La planicie costera generalmente formada por depósitos aluviales, es relativamente plana y la pendiente del río depende no sólo de la pendiente general de la planicie, sino más bien del material que forma el cauce del río, así como del gasto del mismo.

En la zona aluvial el gasto sólido que se mueve en el fondo depende de las características del material constitutivo del mismo y de las características hidráulicas del río, en forma secundaria de los aportes sólidos de la cuenca. Dicho en otra forma, el gasto sólido del fondo del río, depende de la capacidad de transporte del mismo, mientras el gasto sólido que se mueve en suspensión depende principalmente de las aportaciones que recibe de la cuenca así como de la turbulencia del flujo.

En las secciones donde la capacidad de transporte

en el lecho aumenta, se localiza una erosión, mientras --
que si la capacidad de transporte disminuye, se da lugar
a un depósito.

Los depósitos y erosiones dan la forma al cauce, -
generalmente inestable. Los cambios de cauce tienen --
importancia desde el punto de vista de la navegación, de
las inundaciones y del riego.

En las playas el movimiento del fondo arenoso no -
deja de tener importancia. Las olas al incidir sobre una
playa, formando un ángulo con las curvas batimétricas, -
rompen a una profundidad aproximadamente igual a su --
altura. En éste lugar, llamado zona de rompientes, ocu-
rrer un fenómeno en cierta forma análogo al del salto hí-
dráulico, cambiándose del movimiento oscilatorio de la -
onda, a un movimiento de onda de translación, al mismo
tiempo se disipa energía debido a la gran turbulencia y -
a la inclusión de aire. La turbulencia levanta el mate--
rial más fino que es transportado en suspensión por ac--
ción combinada de las corrientes provocadas por las ---
olas, mareas y diferencias de densidad. El material más
pesado permanece en el fondo o durante los lapsos de --
alta turbulencia pasa a suspensión para volver nuevamen-
te al fondo y es movido por la acción del oleaje. El mo-
vimiento de este material depende de las características
del mismo así como de las del oleaje y el ángulo de inci-
dencia de éste.

La estabilidad de una playa puede ser transversal -

o paralela a la dirección de la costa, dado que puede existir transporte paralelo o transversal a dicha dirección.

Transversalmente la playa puede estar estáticamente estable, dinámicamente estable o inestable. El primer caso se tiene cuando la ola no alcanza a mover material playero y ocurre mar adentro de la profundidad límite -- hasta la cual el movimiento oscilatorio del fondo alcanza velocidades iguales a la crítica. Entre la línea de playa y este punto puede existir una estabilidad dinámica, si -- la ola ha actuado suficiente tiempo y por tanto se ha logrado el perfil de equilibrio con su consecuente selección de diámetros. Los gruesos quedarán entre la línea de playa y la rompiente (principalmente en la rompiente), el material más fino es llevado mar adentro donde decrece la turbulencia y deposita o entra en equilibrio dinámico; en caso de existir equilibrio dinámico será un movimiento oscilatorio sin transporte neto.

Al incidir una ola de características diferentes ocurre la inestabilidad transversal hasta que la playa toma su nuevo perfil de equilibrio. El perfil de equilibrio es función principalmente de la relación de altura a longitud de ola y del diámetro y peso específico del material. Los perfiles con pendiente máxima se alcanzan para valores pequeños de h/L y diámetros grandes.

Longitudinalmente existe equilibrio cuando el gasto transportado paralelamente a la costa por la ola es constante en secciones transversales sucesivas. Este gasto -

es función de las características del material playero, la pendiente de la sección transversal, la energía de la ola - y el ángulo de ataque de la misma, esto es:

$$Q_{sp} = K h^2 L \varphi(\alpha)$$

K = constante de la playa

h = Altura de la ola

L = longitud de la ola

$\varphi(\alpha)$ función del ángulo de ataque.

Las principales características físicas del material son: tamaño, forma, densidad, granulometría, ángulo de fricción interno y cohesión.

Las características de la corriente que influyen en el movimiento del fondo son: velocidad, pendiente, profundidad, área, radio hidráulico, rugosidad, viscosidad del fluido, distribución de velocidades, forma de la sección - y forma del cauce.

Al observar estos factores se ve que las fuerzas - que intervienen en el fenómeno son las de gravedad, inercia y fricción. Esto es, que para que un modelo de fondo móvil sea completamente semejante a su prototipo es necesario que sus números adimensionales representativos, que en este caso son los de Froude y Reynolds, se conserven iguales. El cumplimiento de este requisito - es sumamente difícil, ya que en el modelo se tiene por lo general el mismo fluido que en el prototipo y la fuerza de gravedad se conserva igual en modelo y prototipo. Se concluye que con estas condiciones la única manera -

de conservar simultaneamente los números de Froude y Reynolds es haciendo el modelo a escala 1 : 1.

OBSERVACIONES SOBRE LA SEMEJANZA DEL MOVIMIENTO DEL FONDO.

Conviene hacer unos razonamientos teóricos que son de gran utilidad antes de comenzar el segundo capítulo.

Los granos son movidos por acción del líquido que se mueve con una velocidad u . La ley de distribución de esta velocidad en las cercanías de la pared de un tubo es según Nikuradse:

$$u = V_* (A \log \eta + B)$$

En esta ecuación V_* es la velocidad llamada de corte por Prandtl. $\frac{y}{d} = \eta$ es un número — adimensional, $V_* = \sqrt{\frac{\tau_0}{\rho}}$ y = distancia del fondo, d = diámetro medio del material arrastrado.

A y B son constantes.

Experimentalmente se encontró que A tiene el valor de 5.75 tanto para tubos rugosos como lisos. B se puede tomar como:

$$B = 5.5 + 5.75 \log \frac{V_* d}{\nu}$$

así se puede escribir que:

$$\frac{u}{V_*} = 5.75 \log \frac{u}{d} + 5.5 + 5.75 \log \frac{V_* d}{\nu}$$

$$\text{para } y = d \quad \frac{U_d}{V_*} = 5.75 \log \frac{V_* d}{\nu} + 5.5$$

Las constantes A y B fueron encontradas experimentalmente para tubos y no pueden aceptarse como buenas para el caso de escurrimiento con espejo libre. Sin embargo sí se puede escribir que:

$$\frac{U_d}{V_*} = \varphi \left(\frac{V_* d}{\nu} \right) \quad \text{si } Re_* = \frac{V_* d}{\nu}$$

$$U_d = V_* \varphi(Re_*)$$

Ahora si se considera que el flujo tiene turbulencia completa, se sabe que

$$\tau = \rho \left(l \frac{du}{dy} \right)^2$$

pero l, que es la longitud de mezclado según Prandtl, es:

$$l = \alpha y \quad \text{siendo } \alpha \text{ una constante}$$

$$\tau = \rho \alpha^2 \left(y \frac{du}{dy} \right)^2$$

$$du = \frac{1}{\alpha} \frac{\sqrt{\tau/\rho}}{y} dy$$

Integrando se tiene:

$$u = \frac{1}{\alpha} \sqrt{\frac{\tau}{\rho}} \ln y + C$$

si se integra de y_0 a y

$$u = \frac{V_*}{\alpha} \ln \frac{y}{y_0}$$

Considerando ahora un tramo del río o canal de longitud L y sección A con perímetro mojado p, la masa de agua estará en equilibrio, si el movimiento es permanen-

te, debido a la acción de su propio peso y a la reacción — de la resistencia por fricción, es decir que se puede escribir:

$$\gamma A L S = \rho L Z \quad \therefore Z = \gamma R S$$

si en esta última ecuación se toma en cuenta en la definición $V_* = \sqrt{\frac{\gamma S}{\rho}}$ se tiene que $V_* = \sqrt{g R S}$

por lo tanto V_* se puede determinar fácilmente.

Considerando ahora un grano en movimiento, sujeto a la presión dinámica P de la corriente y a la fricción en el fondo F , se tiene:

$$P = C_f \frac{\pi d^2}{4} \gamma \frac{u_d^2}{2g}$$

$$F = f (\gamma_s - \gamma) \frac{\pi d^3}{6}$$

en que C_f es un coeficiente de arrastre y forma (ya que el grano no es completamente esférico), f es un coeficiente de fricción y forma. Cuando se inicia el movimiento $P = F$. Haciendo uso de esta igualdad se tiene que — — — $d = a \frac{\gamma}{\gamma_s - \gamma} \cdot \frac{u^2}{g}$ cuando las constantes y números puros se reúnen en una constante a .

Recordando la expresión que da la velocidad u a — una distancia d del fondo, la última ecuación se puede escribir:

$$d = \frac{a \gamma}{g (\gamma_s - \gamma)} V_*^2 \rho (R_*^*)$$

$$\begin{aligned} \text{pero } V_k^2 &= gRS \\ \therefore d &= \frac{a \gamma RS}{\gamma_s - \gamma} \psi\left(\frac{V_k d}{\nu}\right) \\ \text{o sea: } \frac{RS}{d} &= \frac{\gamma_s - \gamma}{a \gamma \psi\left(\frac{V_k d}{\nu}\right)} \end{aligned}$$

Si se pudiese aplicar esta ecuación a modelo y prototipo (lo que es lícito bajo condiciones que se verán más adelante) e igualando los miembros de la izquierda se -- tiene una ecuación dada por Engels

$$\frac{R_m S_m}{d_m} = \frac{R_p S_p}{d_p}$$

Engels llegó a esta condición, considerando que la fuerza que mueve el grano es $T = \zeta A$ A es el área expuesta a éste esfuerzo de arrastre. Igualando esta fuerza tractiva T con la resistencia por fricción, se llega a $\frac{RS}{d} = \frac{\gamma_s - \gamma}{C' \gamma}$ Si se conservan los --

miembros derechos de esta ecuación iguales en modelo y prototipo se tiene la condición de Engels.

Suponiendo que la condición de Engels sea válida se debe tener que

$$\frac{\gamma_{sm} - \gamma}{a_m \gamma \psi(R_{em}^2)} = \frac{\gamma_{sp} - \gamma}{a_p \gamma \psi(R_{ep}^2)}$$

suponiendo además a_m igual a a_p y usando material de -- arrastre en el modelo de igual peso específico al del prototipo, se tiene:

$$\psi(R_{em}^2) = \psi(R_{ep}^2)$$

$$\therefore \frac{V_m^* dm}{V_m} = \frac{V_p^* dp}{V_p}$$

$$\text{o sea } \frac{g R_m S_m dm^2}{V_m^2} = \frac{g R_p S_p dp^2}{V_p^2}$$

pero según la condición de Engels: $R_m S_m = \frac{R_p S_p dm}{dp}$

$$\therefore R_p S_p dm^3 = R_p S_p dp^3$$

que llevaría a la necesidad de usar material de igual diámetro en modelo.

Como se debe cumplir que $R_m S_m = R_p S_p$ y $R_m < R_p$ debe ser que $S_m > S_p$.

Esto trae como consecuencia una distorsión de pendientes.

La distorsión de pendientes lograda a base de distorsionar las escalas de líneas cambia la distribución de velocidades y por lo tanto la distribución de fuerzas de corte τ , así como la relación τ/τ_c en que τ_c es la fuerza local al iniciarse el movimiento del sólido. Como los fenómenos de erosión o depósito dependen de esta relación, la distorsión de escalas de líneas distorsiona a su vez estos fenómenos, por lo que se hace necesario mantener la relación entre escalas de líneas lo más cercana a uno posible, según la práctica alemana:

$$e = \frac{Leh}{Lev} < 4$$

aunque se han logrado buenos resultados aún con $e = 12$.

Para evitar una distorsión exagerada se recurre a los --

materiales ligeros, así: $\gamma_m < \gamma_p$ y se puede aceptar que: $R_{*m} < R_{*p}$ para cumplir con la condición de Engels y por lo tanto $d_m < d_p$.

La condición de Engels es compatible con la Ley de Froude cuando el número de Reynolds $Re = \frac{VR}{\nu}$ es suficientemente grande para $\lambda = \varphi\left(\frac{R}{k}\right)$
 λ = coeficiente de fricción

k = rugosidad absoluta R = radio hidráulico esto es:

$$\text{si } V = \frac{2g}{\lambda} \sqrt{RS}$$

la condición de Engels queda en la forma:

$$\frac{V_m^2 \lambda_m}{d_m 2g} = \frac{V_p^2 \lambda_p}{d_p 2g}$$

Si se cumple que: $\left(\frac{R}{k}\right)_m = \left(\frac{R}{k}\right)_p$ para $d_m < d_p$

se tiene: $\frac{V_m^2}{d_m g} = \frac{V_p^2}{d_p g}$ como $k \sim d$

$$\frac{V_m^2}{R_m g} = \frac{V_p^2}{R_p g}$$

esta es la condición de semejanza de Froude.

La condición de Engels da un primer método para lograr la semejanza de un modelo de fondo móvil, sin embargo es aplicable en ríos con material de fondo suficientemente grande para lograr que $d_m < d_p$.

C A P I T U L O I I

MOVIMIENTO DEL FONDO.

Para realizar un modelo de fondo móvil es indispensable conocer la manera como se realiza el movimiento del fondo. Teóricamente es imposible deducir una ecuación que defina al movimiento del fondo tomando en cuenta todos los factores que intervienen en dicho movimiento. El comportamiento de los fondos móviles de ríos y costas depende de las características físicas de dichos fondos y de las acciones o fuerzas a que están sujetas. El estudio de las relaciones que existen entre estas características lleva al conocimiento del comportamiento del fondo móvil.

Estas relaciones han sido estudiadas en forma empírica o bien en forma racional, estableciendo este último método ecuaciones en las cuales intervienen coeficientes que se obtuvieron por medio de ensayos en laboratorio.

En forma empírica se estableció la llamada "Teoría de Régimen" que establece las relaciones mencionadas para ríos y canales que se encuentran en régimen, es decir que han adoptado una forma definitiva o estable. La teoría de régimen fué establecida por medio de un gran número de observaciones realizadas en canales construídos en arena en la India y Egipto principalmente; además se ha visto que es posible aplicar estas relaciones a ríos que han adoptado una forma estable.

Algunos autores han tratado de establecer relaciones semejantes para playas arenosas sujetas a oleaje; --

sin embargo no se ha demostrado la generalidad de dichas relaciones.

Por medio de razonamientos más o menos simplificados y de ensayos en laboratorio se han obtenido las llamadas funciones de transporte que se detallan más adelante.

$$C_f \frac{\pi d^2}{4} \frac{V_{fc}^2}{2g} = f(\gamma_s - \gamma) \frac{\pi d^3}{6}$$

es la ecuación que define el equilibrio de una partícula -- en estado crítico (cuando se inicia el movimiento) bajo la acción del empuje del agua animada de una velocidad -- V_{fc} y de la fuerza de fricción.

C_f = Coeficiente de arrastre.

f = Coeficiente de fricción.

Despejando V_{fc} y agrupando las constantes en una, se puede escribir: $V_{fc} = C_1 \sqrt{d}$ y poniendo d en función del peso P , $V_{fc} = C_2 \sqrt{P}$ El coeficiente -- C_2' es aproximadamente 4.

La velocidad crítica se puede obtener experimentalmente para un tamaño de partícula; sin embargo el caso -- importante es aquél en que se tiene granulometría variada, es decir, diferentes diámetros.

El concepto de esfuerzo tangencial de arrastre, como representativo del movimiento en el fondo, fué utilizado por Dubois. Consideremos una corriente de ancho infinito, profundidad t , en la cual el flujo está establecido y la pendiente es S . El esfuerzo tangencial o de corte en --

dirección de la corriente a una profundidad t será:

$$\tau = \gamma t S$$

para corrientes angostas se hace notable la rugosidad de las paredes y la ecuación será $\tau = \epsilon \gamma t S$ en que ϵ es un coeficiente adimensional menor que la unidad. Las dimensiones de τ son $\left[\frac{F}{L^2} \right]$ por lo -- cual se trata de un esfuerzo, no de una fuerza como antiguamente se le designaba.

τ_c es el esfuerzo tangencial de arrastre crítico, que pone en movimiento a una partícula determinada. Hasta ahora se ha tratado el caso de fondo horizontal. En el caso de un talud o pendiente excesiva, el esfuerzo tangencial de arrastre crítico será mayor y se llamará τ'_c en que $\tau'_c = n \tau_c$ Kreuter obtuvo por medio de ensayos:

$$n = \frac{\sin \varphi - \sin \alpha}{\sin \varphi + \sin \alpha}$$

φ = ángulo de reposo.

α = pendiente o talud.

τ_c Se puede determinar por ensayo aplicando - - -

$\tau_c = \gamma t_c S_c$ o por fórmulas empíricas obtenidas -- por ensayos como la de Krey : $\tau_c = \frac{D_{50}}{8 \text{ a } 20}$

La cantidad de arrastre en peso y por unidad de -- tiempo y ancho se llama gasto sólido unitario del fondo.

FUNCION DE TRANSPORTE DE DUBOYS.*

Dubois hizo la consideración, de que el movimien-

* Enzo Levi - Mecánica de los Fluidos.

to del fondo se realiza en n capas de ancho b en cada una de las cuales la velocidad es uniforme y se incrementa en ΔV_s al pasar de una capa inferior a una superior; de modo que la velocidad media en el seno del arrastre del fondo será:

$$\bar{V}_s = \frac{1}{2} (n-1) \Delta V_s$$

$$y \quad q_s = \frac{1}{2} (n-1) \Delta V_s n b \gamma_s$$

Ahora bien, en la capa inferior en que el material empieza el movimiento, se tiene que $V_s \rightarrow 0$ $\tau = \tau_c$ pero $\tau_c = f(\gamma_s - \gamma) b$

es decir τ_c es igual a la fuerza de fricción que se opone al movimiento, para una capa cualquiera - - -

$\tau = f(\gamma_s - \gamma) n b$ por lo tanto $n = \tau / \tau_c$ relación que introducida en la ecuación que da el gasto sólido unitario queda:

$$q_s = \frac{\gamma b \Delta V_s}{2 \tau_c^2} \tau (\tau - \tau_c)$$

si $\frac{\gamma b \Delta V_s}{2 \tau_c^2} = K$ parámetro que depende del material,

queda

$$q_s = K \tau (\tau - \tau_c)$$

ecuación que puede ponerse en la siguiente forma, tomando en cuenta las expresiones de τ y τ_c dadas anteriormente $q_s = K \gamma^2 t S (t S - t_c S_c)$

si el movimiento es uniforme

$$S = S_c \quad \text{y luego}$$

$$q_s = K \gamma^2 S^2 t (t - t_c)$$

Según experiencia de Schoklitsch: $K = 540 \frac{\gamma_s}{\gamma_s - \gamma}$

FUNCION DE TRANSPORTE DE EINSTEIN. *

La función de transporte de Einstein, parte de un camino muy diferente haciendo un análisis físico, dimensional y estadístico.

Considera que la probabilidad de movimiento de una partícula depende por un lado del tamaño, peso específico, de la cantidad transportada y de un factor de tiempo (la relación del diámetro a la velocidad de sedimentación de la partícula) y por otro lado depende de la relación de las fuerzas que tratan de mover a una partícula a las fuerzas de resistencia. Se considera que la resistencia es proporcional al peso de la partícula sumergida y la fuerza que trata de mover a la partícula proporcional al empuje ejercido por la velocidad, considerada en el límite de la subcapa laminar *

$$\delta = \frac{C V}{V^*} \quad C \approx 11,6$$

así las dos formas de probabilidad fueron relacionadas por análisis dimensional quedando en la forma:

$$A = \varphi(B)$$

la función A se puso en la forma:

$$A = \frac{9 s_s}{\sqrt{9(s_s-1)} F d^{3/2}} ; \quad s_s = \frac{\delta s}{\gamma}$$

en que F es una función adimensional

$$F = \sqrt{\frac{2}{3} + \frac{36 V^2}{9 d^3 (s_s-1)}} - \sqrt{\frac{36 V^2}{9 d^3 (s_s-1)}}$$

* Hunter Rouse - Engineering Hydraulics.

la función B queda en la forma:

$$B = \frac{\gamma(s_s - 1) d}{\tau}$$

De ensayos realizados en laboratorio se obtuvo que para un buen número de casos la ecuación de transporte puede ser

$$\frac{q_s s_s}{\sqrt{g(s_s - 1)} F d^{3/2}} = 40 \left(\frac{\tau}{\gamma(s_s - 1) d} \right)^3$$

FUNCION DE TRANSPORTE DE KALINSKE. *

Kalinske procedió de una manera análoga a Einstein relacionando la turbulencia con el esfuerzo de corte en el fondo.

Consideró que el gasto sólido debe de ser igual al volumen de las partículas por la velocidad media de las mismas, $\bar{V}_s$ y por el número de partículas que caben en la unidad de area

$$N = \frac{p}{\pi d^2} \quad \therefore \quad q_s = \frac{\pi d^3}{6} \bar{V}_s \frac{4p}{\pi d^2}$$

$$q_s = \frac{2}{3} \bar{V}_s p d$$

p es un coeficiente de forma menor que 1, que toma en cuenta los huecos entre partículas; su valor se obtiene experimentalmente. $\bar{V}$ es la velocidad media del fluido a la altura de la partícula, por lo tanto se puede escribir:

$$\frac{q_s}{\sqrt{p d}} = \frac{2}{3} \frac{\bar{V}_s}{\sqrt{V}}$$

Una forma sencilla de transformar esta ecuación es

* Hunter Rouse - Engineering Hydraulics.

ra ponerla en la forma general,

para particularizar según casos especiales a partir de en
sayos en laboratorio es la siguiente:

Las experiencias de laboratorio dieron la relación -
general:

$$\bar{V} = 11 V^* \\ \therefore \bar{V} = \varphi_1(\sqrt{Z}) \\ \text{y } \bar{V}_c = \varphi_2(\sqrt{Z_c})$$

ahora bien se puede considerar que :

$$\bar{V}_s = \varphi_3(\bar{V}_c) \quad \therefore \bar{V}_s = \varphi_4(\sqrt{Z_c})$$

si se considera la relación

$$\frac{\bar{V}_s}{\bar{V}} = \frac{\varphi_4 \sqrt{Z_c}}{\varphi_1 \sqrt{Z}}$$

si suponemos que φ_1 y φ_4 son tales que

$$\frac{\varphi_4 \sqrt{Z_c}}{\varphi_1 \sqrt{Z}} = \varphi_5(Z_c/Z)$$

se transforma la ecuación en:

$$\frac{9.8}{V^* p d} = 7.3 \varphi_5(Z_c/Z)$$

Según experiencias de White: $Z_c = C_p \gamma (s_s - 1) d$

es decir que

$$\frac{Z}{Z_c} = \frac{Z}{C_p \gamma (s_s - 1) d}$$

C_p es un coeficiente que para arena vale 8.33, para el ---
mismo material p vale 0.35, tomando esto en cuenta

$$\frac{Z}{\gamma (s_s - 1) d} = 0.12 \frac{Z}{Z_c}$$

** Reporte del primer congreso del AIRH, Berlín 1937.

La ecuación se transforma en:

$$\frac{q_s}{\sqrt{s} d} = M \psi_c \left(\frac{S}{\gamma(s_s - 1) d} \right)$$

en que M es un coeficiente adimensional. La experiencia en arena da por resultado la ecuación:

FUNCION DE TRANSPORTE DE MEYER-PETER.

En el año de 1934, en la Escuela Politécnica de --- Zurich se realizaron ensayos con un material de arrastre de diámetro uniforme y peso específico de 2,68 ton/m³, con el objeto de establecer una función de transporte empírica. De acuerdo con estos ensayos se estableció la relación:

$$\frac{q_s^{2/3} S}{d} = a + b \frac{q_s^{2/3}}{d}$$

en la cual:

- S = gradiente de energía
- q = gasto líquido unitario en peso
- q_s = gasto sólido unitario en peso seco
- d = diámetro del material de arrastre
- a y b = son constantes, a tiene dimensiones,

En los propios ensayos se estableció que a = 17 --
b = 0,4

** Reporte del primer congreso del AIRH, Berlín 1937.

Estas constantes dependen del peso específico; por eso es que posteriormente se realizaron ensayos variando el peso específico pero conservando granulometría -- uniforme. Se llegó a la relación:

$$\frac{q^{2/3} S}{d(\gamma_s - \gamma)^{1/2}} = 9.57 + 0.462 \frac{q^{2/3}}{d \gamma_s^{1/2}}$$

Sin embargo no se podía generalizar este resultado para el caso de granulometría graduada, que es el -- que se presenta con más frecuencia en los cauces naturales. Se trató de obtener un diámetro representativo o equivalente, para poder utilizar una relación semejante, más ello no fué posible.

En 1938 se continuaron los ensayos con granulometría graduada y pendientes y pesos específicos variables. Primero se investigó la influencia de la pendiente en la variable a . Se hicieron ensayos con material de granulometría homogénea, igual peso específico y en el estado crítico en que se inicia el movimiento, es decir:

$$q_s = 0 \quad \therefore \quad \frac{q^{2/3} S}{d} = a$$

se encontró que:

$$a = f S^{1/3} \\ \therefore \left(\frac{q^{2/3} S^{2/3}}{d} \right)_{q_s=0} = f = c_2$$

Se transformó la expresión $\frac{q^{2/3} S^{2/3}}{d}$ por medio de la fórmula de Strickler de la siguiente manera:

$$V = k_s R^{2/3} S^{1/2} \quad k_s = \frac{m}{d^{1/6}} \text{ (fondo liso)}$$

$$V = m \left(\frac{R}{d} \right)^{1/6} R^{1/2} S^{1/2}$$

$$Q = V R \quad R \sim t$$

$$Q^{2/3} = \gamma^{2/3} m^{2/3} \left(\frac{R}{d} \right)^{1/9} R S^{1/3}$$

sustituyendo este valor en la función de transporte para -

$$q_s = 0 \text{ se tendrá: } \frac{Q^{2/3} S^{1/3}}{d} = \gamma^{2/3} m^{2/3} \left(\frac{R}{d} \right)^{1/9} \frac{R S}{d} = f$$

se puede despejar

$$\frac{Q^{2/3} S^{1/3}}{d} \text{ o } (\gamma R S)_{q_s=0} = \frac{\gamma^{1/3} f}{m^{1/3}} \left(\frac{d}{R} \right)^{1/9} d$$

si se pone

$$K' = \frac{\gamma^{1/3} f}{m^{1/3}}$$

se tiene que

$$\left(\frac{\gamma R S}{d} \right)_{q_s=0} = K' \left(\frac{d}{R} \right)^{1/9}$$

se ve que el esfuerzo cortante crítico $\tau_c = (\gamma R S)_{q_s=0}$

depende de la rugosidad de relativa d/R . Es decir que --
para un tramo de río con diámetro constante de material
de arrastre y fluctuaciones pequeñas del tirante,
permanece constante. Lo cierto es que el comienzo del -
movimiento del fondo depende de un esfuerzo cortante - -
crítico. Ello indujo a valuar en cierta forma el arrastre
del fondo en función del esfuerzo cortante.

Así considerando que el arrastre del fondo depende

del esfuerzo de corte $\tau = \tau R S$ se llevaron los resultados de ensayos a un sistema de ejes de $\frac{\tau R S}{d}$ contra $\frac{q_s^{2/3}}{d}$ tratando así de poner la función de transporte en la forma $\frac{\tau R S}{d} = C_3 + C_4 \frac{q_s^{2/3}}{d}$

En investigaciones posteriores se trató de conservar esta forma de la ecuación.

El gradiente hidráulico de la corriente se debe a — las pérdidas.

Estas en nuestro caso son debidas a una fricción — pura que depende únicamente de la rugosidad del material que constituye el cauce y una pérdida por turbulencia debida a la forma del fondo.

El gradiente total se puede expresar:

$$S = \frac{V^2}{k_s^2 R^{4/3}}$$

El gradiente debido a las pérdidas por fricción pura, se puede expresar: $S_r = \frac{V^2}{k_r^2 R^{4/3}}$ en que k_r es

el coeficiente de Strikler cuando se tiene fondo liso. Podemos escribir $\frac{S_r}{S} = \left(\frac{k_s}{k_r} \right)^2$. Suponiendo que el

movimiento del fondo, se debe únicamente a la energía — convertida en movimiento por fricción, la función de — transporte sería por la forma:

$$\frac{\tau R S_r}{d} = C_5 + C_6 \frac{q_s^{2/3}}{d} \quad \text{o} \quad \frac{\tau R S}{d} \left(\frac{k_s}{k_r} \right)^2 = C_5 + C_6 \frac{q_s^{2/3}}{d}$$

Por otro lado tomando en cuenta que

$$\left(\frac{q^{4/3} S}{d} \right)_{q_s=0} = f S^{4/3}$$

se consideró que el valor del gradiente estaba compuesto por un valor del gradiente total $S^{1/3}$ multiplicado por un valor $S_r^{4/3}$ debido a la fricción pura.

Así se transformó la función de transporte a la forma:

$$\frac{RS}{d} \left(\frac{k_s}{k_r} \right)^{4/3} = C_7 + C_8 \frac{q_s^{2/3}}{d}$$

es decir que el exponente de k_s/k_r , parece estar comprendido entre los valores $4/3$ y 2 . Los ensayos demostraron que el valor más aceptable era el de $3/2$ quedando la función de transporte definitivamente en la forma:

$$R \frac{Q'}{Q} \left(\frac{k_s}{k_r} \right)^{3/2} \frac{t S}{d} = C_9 + C_{10} \frac{q_s^{2/3}}{d}$$

en esta última ecuación se sustituyó R por $\frac{Q'}{Q} t$

haciendo la consideración de una distribución uniforme de velocidad, es decir que en el fondo el agua se mueve con velocidad igual a la media. Se consideró además que R es únicamente la parte del radio hidráulico que influye en el movimiento del fondo es decir

$$R = t' \frac{t}{t'} = \frac{Q}{Q'}$$

Q' = gasto líquido - en el fondo móvil.

$$\therefore R = \frac{Q'}{Q} t$$

La obtención del coeficiente de rugosidad k_r , correspondiente al fondo sin ondulaciones se puede hacer por medio de la fórmula propuesta por Strickler, $k_r = \frac{m}{d^{1/6}}$

cuando se tiene turbulencia completamente desarrollada, $m = 26$ en el sistema métrico decimal. Cuando no se tiene turbulencia completa, se puede hacer uso de la fórmula $k_r = \left(\frac{89}{\lambda}\right)^{1/2} \frac{1}{R^{1/6}}$ en que λ se obtiene en fun---

ción de la rugosidad relativa y del número de Reynolds, haciendo uso del diagrama de Nikuradse.

Estos investigadores proponen calcular Q' por medio de la expresión:

$$Q' = Q B \frac{k_w^{3/2}}{2.1 k_s^{3/2} + B k_w^{3/2}} \quad \text{en la cual } k_w \text{ es el coefi}$$

ciente de rugosidad de las paredes. Finalmente los ensayos dieron como valor de las constantes:

$$C_9 = 0.047 (\tau_s - \tau) d_{50} \quad d_{50} = \text{diámetro cincuenta.}$$

$$C_{10} = 0.25 \quad d_{10} = \text{diámetro diez.}$$

Para el caso particular del fondo liso, río o canal muy ancho y en el estado crítico se tiene:

$$\tau_c = 0.047 (\tau_s - \tau) d_{50}$$

Es conveniente notar que la primera función de transporte fué obtenida empíricamente para ríos con material de arrastre grande del tipo de las gravas; para este tipo de ríos la primera función de transporte es vá-

lida y sus resultados en modelo pueden interpretarse al prototipo por medio de la ley de Froude.

La última función de transporte es general y será aquélla que deba de utilizarse en estudios de arrastre de fondo en la naturaleza y en modelos.

CONCLUSIONES.

La forma más sencilla y antigua de función de transporte es la de Du-Boys, sin embargo es la menos apegada al fenómeno que acontece en la realidad. Puede usarse como un método de poca aproximación. Las funciones de Einstein y Kalinske pueden ser aplicables, principalmente en los casos y condiciones para los cuales se estableció la ecuación, se han utilizado con éxito por laboratorios Holandeses para proyectar modelos de fondo móvil.

La función de Meyer-Peter parece tomar en cuenta el máximo de variables que intervienen en el fenómeno de arrastre y por ello debiera dar mejores resultados aunque por su forma, su aplicación en el proyecto de modelos de fondo móvil es sumamente complicada. No se tienen noticias sobre estudios comparativos relativos a la aproximación de estas funciones de transporte. Sin embargo la compañía holandesa Nedeco modificando la forma de función de Meyer-Peter la aplicó al río Níger y comprobó sus resultados satisfactoriamente por medio de mediciones realizadas en el río con los medidores o -

rastreadores de fondo.

Para tratar de definir el movimiento de fondo por medio de una función de transporte es conveniente obtener las constantes de la misma a partir de mediciones en la naturaleza y también es conveniente que se tomen en cuenta variables tales como la forma del cauce y de las orillas, así como la distribución de esfuerzo cortante en el fondo de la sección.

Una aproximación en este sentido la hace la teoría llamada Teoría de Régimen a partir de mediciones en canales en la India y Egipto, así como de mediciones hechas por Gilbert; Blench establece las siguientes relaciones en el sistema inglés. *

$$b = \left(\frac{F_b Q}{F_s} \right)^{1/2}$$

$$d = \left(\frac{F_s Q}{F_b^2} \right)^{1/3}$$

$$S = \frac{F_b^{5/6} F_s^{1/12}}{\left(\frac{3.63 g}{V^{1/4}} \right) Q^{1/6} \left(1 + \frac{c}{233} \right)}$$

b = ancho en pies. d = profundidad media en pies.

Q = gasto en pies cúbicos por seg. c = gasto sólido en partes por mil y en peso.

F_b = factor de fondo. F_s = factor de orilla.

Estas 3 condiciones deben de cumplirse por un río o canal en régimen, que ha adoptado su estado final de equilibrio y que por lo tanto no está sujeto a depósitos ni

* T Blench - Régime behavior of Channels and Rivers.

erosiones. Los ensayos de laboratorio encaminados a establecer las funciones de transporte también se realizaron con régimen establecido. Gran parte de los problemas fluviales se deben precisamente a fenómenos de erosión o depósito, es decir se tienen cauces que no están en régimen, por lo que la aplicación de las funciones de transporte en estos casos es sumamente dudosa.

En la actualidad numerosos investigadores trabajan tratando de establecer una función de transporte para playas sujetas a transporte playero, pero hasta la fecha los resultados no han sido satisfactorios. El problema principal consiste en que no se puede hacer una separación entre el gasto sólido del lecho y el gasto sólido en suspensión, como se hace en el caso del régimen permanente en ríos y canales. Además de que no se tiene un conocimiento correcto sobre la forma de cuantificar el esfuerzo de corte en el fondo para régimen variado, puesto que en este caso se tienen además de las fuerzas de presión y viscosas, fuerzas de inercia que intervienen en forma sumamente importante en el régimen variado. Esto hace que el establecimiento de una función de transporte se tenga que realizar por medio de mediciones en la naturaleza, ya que el empleo de modelos reducidos en este caso es inadecuado. La medición del gasto sólido playero presenta dificultades muy grandes, por lo que las mediciones realizadas no son de mucha confianza.

El conocimiento de las relaciones entre el movimiento de sólidos, la forma del cauce y el régimen hidráulico, esto es el establecimiento de las funciones de trans

porte, tiene aplicación importante en los modelos de fonde móvil, pues además de poder asegurar la semejanza del - modelo, permite establecer a priori la escala de gastos - sólidos; que hasta ahora únicamente se puede establecer - una vez construído el modelo y midiendo el gasto sólido - en modelo y prototipo.

C A P I T U L O I I I

PROCEDIMIENTOS PARA REALIZAR LA SEMEJANZA.

Introducción.- En la práctica de los modelos reducidos, se desprecian factores que intervienen en el fenómeno, pero que tienen poca influencia en el mismo. Es éste el criterio con el cual se realizan modelos para los cuales se consideran por ejemplo como factores de importancia la gravedad y la inercia, despreciándose los efectos de la viscosidad, tensión superficial, elasticidad, etc. y que por ello se interpretan según la Ley de Froude.

Ya se dijo que en el fenómeno de transporte del material de fondo intervienen las características del material y de la corriente y que tanto la gravedad como la viscosidad tienen papeles de importancia en el fenómeno. -- Para cumplir con las leyes de Froude y Reynolds sabemos que sería necesario hacer los modelos a escala 1 : 1, cosa impracticable.

Se ha demostrado desde que se construyó el primer modelo de fondo móvil del río Garonne, por Fargue en -- 1875, que la utilización de estos modelos no sólo son de gran ayuda al proyectista de obras fluviales y marítimas, sino que en algunos casos son indispensables, pues los medios analíticos en ocasiones no pueden utilizarse en dichos proyectos.

Los modelos de fondo móvil no se construyen según reglas fijas; cada institución sigue sus propios lineamientos y la única manera de saber si un modelo es fiel al ---

prototipo, es comparando el funcionamiento de ambos, por medio de aforos, sondeos y maestreos periódicos principalmente. La medición directa del gasto sólido también es útil aunque dudosa para establecer la escala de gastos sólidos. Es conveniente conocer ciertos lineamientos seguidos por diferentes laboratorios hidráulicos, con el fin de poder proyectar modelos de esta especie aún cuando no se tengan datos de campo que abarquen un período considerable.

La imposibilidad de aplicar las leyes de semejanza de Froude o de Reynolds al movimiento del fondo, obliga a que el establecimiento de la escala de gastos sólidos -- tenga que hacerse en la forma indicada o bien utilizando una función de transporte.

Los cauces naturales no trabajan con gasto constante; la reproducción del hidrograma en el modelo no puede hacerse con la escala de tiempos hidráulicos, es necesario distorsionar el hidrograma según una escala de tiempos para el movimiento de sólidos, que en general se obtiene del mismo modelo. La complicación que ello implica obliga a una simplificación que consiste en operar el modelo con uno o varios gastos constantes que se denominan "característicos o dominantes".

La determinación de este gasto para un período de tiempo se puede hacer considerando la fórmula de Du-Boys que da la cantidad total de arrastre de fondo en una sección.

$$Q_s = \int_0^b K r^2 t S^2 (t - t_c) dx$$

en que el eje ox es horizontal.

Para obtener el gasto dominante, se calcula el gasto sólido para diferentes valores del tirante. En un sistema cartesiano se lleva en las abscisas el gasto sólido y en las ordenadas el tirante. Por otro lado se conoce el hidrograma del río correspondiente al período en estudio. Con este hidrograma se puede calcular una gráfica de frecuencias de gastos y considerar una sección transversal del río tipo o promedio, que puede ser la sección de partida de los ensayos, la gráfica de frecuencia de gastos puede transformarse en una gráfica de frecuencias de tirantes. En las abscisas de la gráfica anterior se llevan las frecuencias y en las ordenadas los tirantes. Teniendo las dos gráficas antes mencionadas se multiplican las abscisas de la primera curva con las abscisas correspondientes de la segunda curva; se tendrá así la gráfica, tirantes contra gastos sólidos por frecuencias. El tirante del gasto característico es el que corresponde al valor de la abscisa máxima de esta última curva. Como se puede observar, en la elección del gasto característico se han considerado tanto la frecuencia de gastos como el arrastre de sólidos debido a los mismos.

Este gasto característico se puede determinar para diferentes períodos y hacer trabajar el modelo con diferentes gastos característicos correspondientes a dichos períodos.

Otro procedimiento consiste en encontrar el gasto -

que cumpla con las tres ecuaciones de la teoría de régimen y que corresponde al gasto dominante o formador -- del cauce. Según Blench este gasto es parecido, en ríos aluviales, a la media de los gastos máximos de las avenidas máximas anuales.

En algunos casos las variaciones estacionales muy fuertes de los gastos en el río, obligan a trabajar en modelo con un gasto dominante de estiaje y un gasto dominante correspondiente a la época de avenidas.

Conocido el gasto con el cual va a trabajar el modelo, se puede proceder a la elección de las escalas del mismo, así como de sus distorsiones; que son necesarias para asegurar la semejanza en el arrastre. Con esto se buscará en el caso óptimo de obtener resultados cualitativos y cuantitativos de los fenómenos de erosión y azolve, debidos al arrastre de fondo; sin embargo en la mayoría de los casos únicamente se puede esperar obtener resultados puramente cualitativos.

DISTORSIONES.

En cualquier modelo hidráulico, las escalas de líneas deben de ser lo más grandes posibles, para evitar en lo posible los efectos de escala y asegurar un flujo -- semejante al del prototipo. El tamaño de las escalas de líneas queda por lo general limitado por razones económicas y de espacio en el laboratorio.

Facilmente se comprende, que si el material de -- Fondo del modelo se reduce según la escala de líneas del

modelo, en la mayoría de los casos este llegaría a ser un polvo finísimo, que probablemente flotaría en el agua por efecto de tensión superficial, sin reproducir el fenómeno de arrastre del fondo. Será entonces necesario utilizar - en el modelo un material de arrastre relativamente mayor que el del prototipo. Esto tiene como consecuencia una - primera distorsión que será la distorsión de escalas del - diámetro del material de arrastre.

Al hacer una distorsión en el diámetro del material de arrastre, se tendrá una variación en el comportamiento dinámico del mismo y por lo tanto el comportamiento - del material en el modelo será diferente al del prototipo; en general el movimiento del material del modelo será - relativamente menor al del prototipo. Esta falta de semejanza puede compensarse aumentando la pendiente, para - aumentar la facilidad de movimiento en dirección de la -- corriente. Esto trae como consecuencia una segunda distorsión, que es la distorsión de pendientes.

Siguiendo este criterio se construyeron los primeros modelos, usando igual material de arrastre en modelo y prototipo y conservando igual el valor del esfuerzo - tangencial de arrastre crítico $\tau_{cp} = \tau_{cm}$ según este criterio resulta una distorsión de pendientes:

$$Q_p = \frac{S_p}{S_m} \quad \frac{\tau_{tp} S_p}{\tau_{tm} S_m} = 1 \quad \therefore Q_p = \frac{1}{L_{ev}}$$

La distorsión de pendientes puede realizarse de - - dos maneras: primero, conservando iguales las escalas - de líneas horizontal y vertical e inclinando todo el mode-

lo hasta obtener la pendiente deseada, o segundo, distorsionando las escalas de líneas, es decir aumentando la escala vertical con respecto a la horizontal, lo que introduce una 3a. distorsión, que es la distorsión de escalas de líneas, es decir:

$$e = \frac{L_{eh}}{L_{ev}} \quad e = \frac{1}{\alpha_p}$$

Esta última distorsión, no solo realiza la distorsión de pendientes, sino que además aumenta el número de Reynolds del modelo. Esto es sumamente conveniente cuando el modelo trabaja en las cercanías del régimen laminar.

Otra ventaja de esta distorsión es que con ella se aumentan las dimensiones verticales y por lo tanto se tiene mayor precisión en la medición de las mismas.

La distorsión de escalas de líneas no conviene que pase de un límite; es por ello que en la mayoría de los casos se hace necesario utilizar materiales de acarreo más ligeros para no necesitar una distorsión tan fuerte de pendientes. Así se tiene la cuarta distorsión o sea la distorsión de la escala de densidades relativas. El empleo de materiales ligeros, como carbón granular, piedra pomez, poliesteres, etc., es conveniente, ya que reducen considerablemente el tiempo de los ensayos. Conviene reducir el peso específico hasta un mínimo algo superior al del agua, digamos 1050 kg/m^3 y hacer una compensación en la pendiente.

- Al utilizar materiales ligeros y acelerar los tiem-

pos de funcionamiento, se tendrán diferentes escalas de velocidades para el flujo y para los fenómenos de erosión y azolve, lo que constituye una quinta distorsión, o sea, - la distorsión de escalas de tiempos.

Cuando la relación de cantidades transportadas en el fondo entre modelo y prototipo no es igual a la relación de cantidades transportadas en suspensión, se tendrá una sexta distorsión.

Se tiene una séptima distorsión cuando las escalas de velocidades del agua y las velocidades de la caída de las partículas en el fluido no son las mismas.

La octava distorsión se tiene cuando las curvas granulométricas del material del fondo del prototipo y modelo no son paralelas.

Finalmente se tienen una distorsión en la escala de rugosidades que es la novena distorsión.

El éxito en la semejanza de un modelo de fondo móvil, depende de la conveniente elección de las distorsiones. Para hacer esta elección, el factor más importante es la experiencia.

DISTORSION DE ESCALAS DE LINEAS.

La distorsión de las escalas de líneas es sin duda - la más importante; en los modelos de fondo móvil generalmente es indispensable. La magnitud de la distorsión de estas escalas, tiene un límite inferior fijado por las condiciones de semejanza dinámica y otro superior fijado por la distribución de velocidades y esfuerzos de corte.

La elección de la distorsión correcta, determina -- una vez escogido el material del fondo en el modelo, el -- éxito del mismo.

La distorsión debe ser tal que asegure con cualquier funcionamiento del modelo la condición $VR > 0.007$ para tener régimen turbulento, según la experiencia del -- laboratorio de Berlín.

El régimen turbulento es sin embargo alcanzado plenamente para $VR = 0.0015$

Según mediciones hechas por Nikuradse, la turbulencia necesaria para que sea válida esta ecuación, se alcanza para valores de VR que dependen de la rugosidad relativa.

Para conductos abiertos pueden obtenerse de la siguiente tabla.

R/d	7.5	15.3	30.0	63.0	126	253.5
$\sqrt{R}$	0.0011	0.0026	0.0052	0.0092	0.016	0.026

Por otro lado no se debe de pasar a régimen rápido, cuando en el prototipo se tiene régimen tranquilo.

Si se hace uso de la fórmula de Chézy $V = C\sqrt{RS}$ esta condición queda definida por:

$$S < 9/C^2 \quad \text{ya que} \quad V^2/9R < 1$$

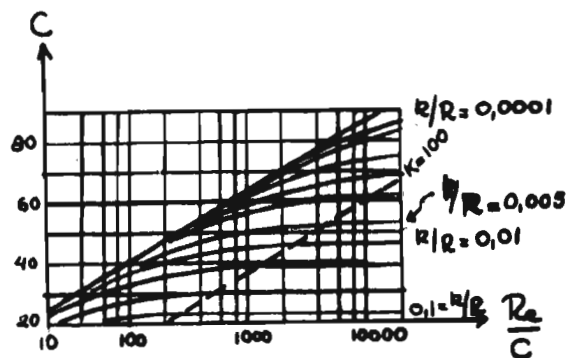
Así por ejemplo si se toma para C un valor medio de 45 se tendrá $S < \frac{1}{200}$ para asegurar régimen tranquilo y $S > \frac{1}{200}$ para asegurar régimen rápido.

Los laboratorios Neyrpic establecieron que el número de Kármán no debe ser menor que 100. El número de Kármán es el número de Reynolds referido a la velocidad de corte y a la rugosidad absoluta, esto es

$$K = \frac{v_* k}{\nu}$$

si $Re = \frac{4RV}{\nu}$ $K = \frac{\sqrt{9}}{4} \frac{k}{R} \frac{Re}{C}$

En ensayos de laboratorio con diferentes rugosidades no uniformes se obtuvo la siguiente gráfica:



Los valores correspondientes al lado derecho de la línea punteada corresponden a la región donde las curvas se vuelven horizontales, es decir, donde el coeficiente de fricción depende únicamente de la rugosidad relativa. Se vió que los puntos de intersección de la línea punteada -- con las diferentes curvas dan valores del número de ---- Kármán de aproximadamente 100.

Según Neyrpic se debe de tener en el modelo valores de K que queden a la derecha de la línea punteada, De esta manera se tendrán valores constantes del coeficiente de fricción para cualquier valor mayor del número de Reynolds.

Este número de Kármán fijará el valor de las escalas de líneas mínimas.

La distorsión máxima debe ser tal que la distribución de esfuerzo cortante en el fondo y por lo tanto de velocidades en la sección no quede demasiado distorsionada.

Si el modelo cumple con la ley de semejanza de Froude y simultáneamente con una relación que ligue la velocidad media con las características de la sección -- (como la fórmula de Manning) la distribución de velocidades puede considerarse semejante.

Se tiene que: $V = \frac{1}{n} R^{2/3} S^{1/2}$

$$V = \frac{m}{\sqrt{k}} t^{2/3} S^{1/2} \quad k = \psi(d')$$

$$m = \psi'(Re) \quad m_e = m_p/m_m$$

Aplicando esta ecuación a prototipo y modelo, dividiendo miembro a miembro e introduciendo las escalas - se tiene:

$$V_e = d_e^{-1/6} m_e L_e v^{2/3} e_p^{1/2} \quad \text{pero } V_e = L_e v^{1/2}$$

$$\therefore e_p \leq m_e^2 d_e^{1/3} L_e v^{-1/3}$$

Es decir que si la distorsión de pendientes se hace distorsionando las escalas de líneas:

$$e < m_e^{-2} d_e^{-1/3} L_e v^{1/3}$$

Esta ecuación da la distorsión máxima de escalas - de líneas, para satisfacer la condición de distribución semejante de velocidades en modelo y prototipo.

DISTORSION EN LA RUGOSIDAD.

Al aumentarse la pendiente, se variará el flujo, de tal manera que las relaciones gastos-tirantes, no se correspondan en modelo y prototipo. Para que esto acontezca es necesario hacer una distorsión de rugosidades. El modelo deberá ser relativamente más rugoso, puesto que tiene mayor pendiente. La obtención exacta de esta rugosidad se hace por tanteos en el mismo modelo y es lo que se llama el tarado del modelo. Una forma de ver claramente la necesidad de esta distorsión es la siguiente: La componente en dirección del flujo, del peso de una columna de agua de área unitaria y en la profundidad t es γt . En régimen permanente esta fuerza origina el movimiento y en el fondo se equilibra con la fuerza de fricción que se opone al mismo. En flujo turbulento esta resistencia -

es $F = cV^2$ en que c es un coeficiente de proporcionalidad; en el fondo se debe cumplir:

$$\gamma t S = cV^2 \quad \therefore \quad \frac{cV^2}{\gamma t S} = 1$$

Aplicando esta ecuación en modelo y prototipo:

$$\frac{C_p}{C_m} = \left(\frac{V_m}{V_p} \right)^2 \left(\frac{t_p}{t_m} \right) \left(\frac{S_p}{S_m} \right)$$

de donde $C_m = e C_p$ y como $e > 1$
 $C_m > C_p$

es decir que el modelo debe ser relativamente más rugoso que el prototipo.

ELECCION DE DISTORSIONES.

Se pueden citar algunos criterios para la elección de las distorsiones que son de gran ayuda, principalmente cuando falta la experiencia en este tipo de trabajos, diciendo de antemano que el conocimiento de la fidelidad del modelo sólo es posible comprobando su funcionamiento con el prototipo.

Como primer criterio para elegir las distorsiones, ya se dijo que se puede calcular una distorsión de pendientes usando el mismo material de arrastre que el prototipo, con la condición de que el esfuerzo de corte en el fondo sea igual en modelo y prototipo. Este criterio tiene dos desventajas, la primera es común a los modelos operados con materiales de peso específico relativamente alto y es que los modelos deben de funcionar tiempos de-

masiado grandes para producir los fenómenos de la naturaleza; la segunda desventaja es la gran distorsión entre las escalas de velocidades del agua y las velocidades de sedimentación de las partículas, con lo que se destruye la semejanza dinámica. Tomando estas desventajas en cuenta, algunos investigadores cambiaron la granulometría del material, en tal forma que aún con igual peso específico se tuviera una velocidad de caída en el agua, reducida según la escala de velocidades de la misma.

Se propone una variante de mejor aplicabilidad basada en este último criterio y que consiste en lo siguiente: escoger un material para el fondo móvil del modelo más ligero posible. La granulometría del mismo deberá ser parecida a la del material del prototipo, pero - - - -
 $\bar{z}_{cm} < \bar{z}_{cp}$ es decir el material ligero del modelo tiene mayor movilidad que el del prototipo; en general tendremos $N \bar{z}_{cm} = \bar{z}_{cp}$ o sea :

$$N t_{cm} S_{cm} = t_{cp} S_{cp}$$

$$\frac{S_{cp}}{S_{cm}} = \frac{t_{cm}}{t_{cp}} N \quad \therefore S_e = \frac{N}{L_{ev}}$$

es decir: $Q = \frac{L_{ev}}{N}$

lo que asegura semejanza en estados críticos. Para que la distorsión sea pequeña se debe usar escala de líneas vertical lo más grande posible, y densidad relativa del material de arrastre lo más ligero. N se debe de calcular obteniendo $\bar{z}_{cm}$ y $\bar{z}_{cp}$ por ensayos en un canal hi-

dráulico; sin embargo como una primera aproximación --
se tiene la fórmula de Krey: $Z_c = \frac{\gamma_s d_{50}}{8 \alpha 20}$

$\therefore N \doteq \gamma_e S_e$ tomando como bueno este valor

$$Q \doteq \frac{L e v}{\gamma_s d_e}$$

Se propone un método para escoger la escala de líneas vertical una vez fijada la pendiente, el material de arrastre y el gasto característico.

Considerando una partícula en el seno de una corriente líquida, como lo muestra la figura, sobre la cual en el momento en que empieza a moverse, actúan las fuerzas debidas a su peso, al empuje dinámico del líquido y una fuerza de fricción que se opone al movimiento, podemos así escribir para este instante crítico en que se inicia el movimiento:

$$E + PS = F$$

$$E = \frac{1}{2} C_f \frac{\pi d^2}{4} \rho v^2$$

$$P = \frac{\pi d^3}{6} (\gamma_s - \gamma)$$

$$F = f \frac{\pi d^3}{6} (\gamma_s - \gamma)$$

$$\therefore \frac{1}{2} C_f \frac{\pi d^2}{4} v^2 = \frac{\pi d^3}{6} (\gamma_s - \gamma)(f - S)$$

llamando $K_1 = (\gamma_s - \gamma)(f - S) d$ función --
que depende del material de arrastre y de la pendiente.

Estas variables se escogen libremente en el modo
ño, se tiene: $K_1 = \frac{3}{4} C_f v^2$ aplicando esta ecuación

ción al prototipo y modelo e introduciendo las escalas:

$$Le_v = \frac{K_{1e}}{C_{fe}}$$

Para encontrar los valores de K tanto para el material del modelo como del prototipo se debe recurrir a hacer ensayos preliminares. Para un cierto valor del número de Reynolds en adelante, el coeficiente de arrastre es constante. Siempre que sea posible, es deseable llegar a ese valor para que los coeficientes de arrastre en modelo y prototipo sean iguales; así se tendrá:

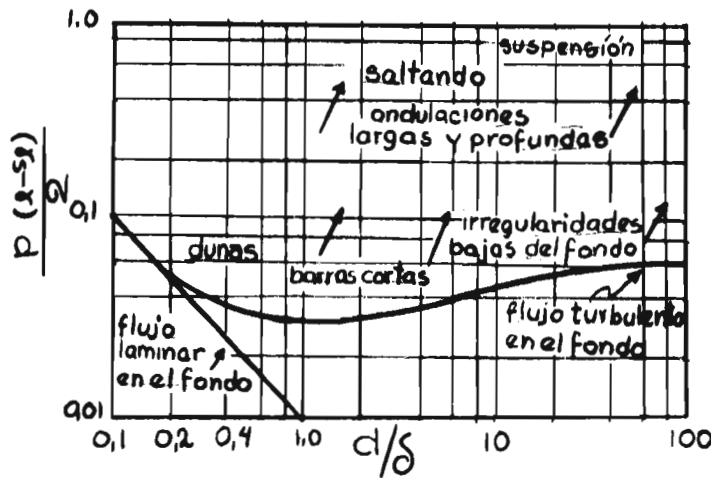
$$Le_v = K_{1e}$$

Esta última condición llevaría a escalas verticales demasiado grandes, por lo que su utilidad estaría restringida a casos de modelos con material muy grande, en que el diámetro del modelo es suficientemente grande para -- que sea factible, $d_m \ll d_p$.

En los modelos de ríos aluviales o playas esta desigualdad generalmente no se puede cumplir,

Shields, tomando en cuenta resultados experimentales llega a la conclusión de que el movimiento de los sólidos puede definirse cualitativamente en función de dos parámetros adimensionales: $\frac{\tau_b}{(\gamma_s - \gamma)d}$ y $\frac{d}{\delta}$ formando la --

siguiente gráfica:



pero $\delta = \frac{C_1 V}{V_*}$ y $V_* = \sqrt{\frac{\tau}{\rho}}$ es la velocidad de corte de Prandtl, C_1 es una constante.

Por lo tanto $\delta = \frac{C_1 V}{\sqrt{\tau/\rho}}$ es decir $\frac{d}{\delta} = \frac{R_*}{C_1}$

$R_* = \frac{V_* d}{\nu}$ número de Reynolds de corte;

pero $V_* = \sqrt{g R S}$ $\therefore V_* = \frac{\sqrt{g}}{C} V_m$

es decir: $\frac{d}{\delta} = \frac{V_m d}{\nu} \frac{C_2}{C}$

luego el comportamiento del grano depende de $R_*' = \frac{V_m d}{\nu}$

mientras el comportamiento hidráulico de la corriente depende de $Re = \frac{R v_m}{\nu}$

Utilizando los resultados de Shield's, se ha desarrollado un método para el diseño de modelos de fondo móvil que asegure un funcionamiento cualitativamente semejante del modelo. Podemos distinguir dos variantes del método:

Primera variante.- Se fija la atención en las zonas o secciones del prototipo que se encuentren en estado crítico, es decir que los valores $\frac{d}{\delta}$ y $\frac{\tau}{(\gamma_s - \gamma)d}$

fijarán un punto que se encuentra sobre la curva de estados críticos del diagrama. Las escalas y material de arrastre del modelo, deben de escogerse en tal forma, que para las zonas correspondientes del modelo, los valores -

$$\left[\frac{d}{\delta} \right]_m \quad \text{y} \quad \left[\frac{\tau}{(\gamma_s - \gamma)d} \right]_m$$

también fijen un punto sobre la misma curva de estados críticos. En esta forma las zonas sujetas al movimiento del fondo en el modelo serán representaciones fieles de sus correspondientes en el prototipo, aunque únicamente cualitativamente debido a que la magnitud del arrastre no estará a escala.

Si se hace la suposición aproximada de que el movimiento de sólidos en las zonas de depósitos es despreciable comparado con el de las zonas o secciones en equilibrio dinámico o en estado de erosión, el modelo así proyectado será semejante al prototipo en cuanto a los fenó-

menos de depósito y erosión, que son los que generalmente interesan en estos estudios y que son los factores determinantes de la formación del cauce.

Segunda variante.- Esta variante además exige que los puntos definidos por $\frac{d}{\delta}$ y $\frac{Z}{(\gamma_s - \gamma)d}$ en el diagrama de Shields sean los mismos para modelo y prototipo, Con ello se asegura un comportamiento del fondo móvil - aún más semejante entre modelo y prototipo.

Esto es:

$$Re_m^* = Re_p^*$$

$$\left(\frac{Z}{(\gamma_s - \gamma)d} \right)_m = \left(\frac{Z}{(\gamma_s - \gamma)d} \right)_p$$

Estas dos condiciones más las condiciones de semejanza dinámica del flujo de Froude, nos llevan al valor de las escalas del modelo:

$$\left(\frac{v^* d}{\nu} \right)_m = \left(\frac{v^* d}{\nu} \right)_p$$

$$v_e^* = d_e = \frac{V_e}{C_e}$$

$$d_e = L_e v^{1/2} / C_e$$

De la segunda condición:

$$d_e = \frac{Z_p}{\gamma_m} (\gamma_s - \gamma)_e$$

Si

$$\frac{Z_p}{\gamma_m} = \frac{\gamma H_p S_p}{\gamma H_m S_m} = \frac{L_e v^2}{L_e H}$$

queda:

$$d_e = \frac{L_e v^2}{L_e H} (\gamma_s - \gamma)_e$$

Supuesto el material por usar en el modelo, conoceremos $(\gamma_s - \gamma)_e$ y d_e . La escala C_e se supone y se encuentra Le_v y Le_h de las ecuaciones anteriores. El siguiente paso será ajustar con estas escalas la escala de coeficientes de Chézy y se afina posteriormente las escalas de líneas.

Conviene aclarar que para cumplir con la igualdad en los números de Reynolds de corte se debe de tener -- que :

como $V_p^* > V_m^*$ debe ser que $d_m > d_p$

$$\therefore \left[\frac{\tau}{(\gamma_s - \gamma)} \right]_m > \left[\frac{\tau}{(\gamma_s - \gamma)} \right]_p$$

en el caso general $\tau_p > \tau_m$

$$\therefore (\gamma_s - \gamma)_p \gg (\gamma_s - \gamma)_m$$

De todo esto se concluye que el empleo de materiales ligeramente más pesados que el agua, pero mucho -- más ligeros que los materiales de prototipo, es casi indispensable para la aplicación de este método.

En el primer congreso de la Asociación Internacional de Investigación Hidráulica, el año de 1937 en Berlín, Rohringer, presentó un método que se usó con éxito para los trabajos de rectificación y estabilización de los meandros del río Danubio. Consideró como diámetro representativo del material del fondo al diámetro más frecuente d_f tanto en modelo como en prototipo y escogió el material de arrastre del modelo con una granulometría tal -

que los diámetros extremos del material del prototipo no aparecieran, que el diámetro más frecuente representará igual porcentaje en peso que en el material del prototipo.

El diámetro representativo en modelo podía ser -- mayor o menor que el del prototipo según que el del prototipo sea grande o pequeño, de tal manera que el material del modelo no llegará a ser demasiado fino. Consideró las experiencias de Krey y Winkel, según las cuales en los cauces naturales se cumple la siguiente desigualdad $\frac{d_f}{8t_m} < S_p < \frac{9}{c^2}$ en que t_m es el tirante medio y c el coeficiente de rugosidad de Kutter.

Entonces para obtener la pendiente en el modelo -- Sm hizo la siguiente proporcionalidad:

$$\frac{\frac{9}{c^2} - \frac{d_f}{8t_m}}{S_p - \frac{d_f}{8t_m}} \Bigg|_p = \frac{\frac{9}{c^2} - \frac{d_f}{8t_m}}{S_m - \frac{d_f}{8t_m}} \Bigg|_m$$

Rohringer usó un material de igual peso específico en modelo y prototipo y tuvo que incluir en el modelo rugosidad artificial para verificar la semejanza en la relación en gastos tirantes. El uso de materiales de fondo pesados, le fué criticado a Rohringer, debido a -- los largos tiempos que debía funcionar el modelo.

Los métodos expuestos hasta este momento únicamente pretenden la obtención de resultados cualitativamente semejantes, esto es, se limitan a tratar de lograr

una semejanza en la forma del cauce y sus tendencias a erosión o depósito.

Múltiples investigadores han tratado de establecer métodos para proyectar modelos que den resultados cualitativos y cuantitativos.

Un primer método teórico-experimental consiste en determinar por medición directa en el prototipo, el gasto sólido, la pendiente y el tirante para el gasto dominante, en varias secciones del tramo por representar. Se obtienen los valores medios unitarios de estas características. En un canal de ensayos se reproduce un movimiento q_{sm} de los sólidos por emplear en el modelo, bajo las condiciones hidráulicas t_m y S_m . Y se obtienen las escalas del modelo:

$$Q_{se} = \frac{q_{sp}}{q_{sm}}, \quad L_{ev} = \frac{t_p}{t_m}, \quad S_e = \frac{S_p}{S_m} \quad \text{y} \quad L_{eh} = \frac{L_{ev}}{S_e}$$

La obtención de Q_{sp} por medio de los captadores de sólidos es bastante dudosa y generalmente muy costosa. Es por ello que en algunos laboratorios se prefiere el empleo de las funciones de transporte en vez de medir el gasto sólido directamente en el prototipo y en el canal de ensayos,teniéndose así la ventaja de poder proyectar el modelo en gabinete. Este método puede ser ventajoso cuando se quieran atacar problemas específicos, en los cuales interese conocer, cuando menos en forma aproximada, el tiempo que se requiera en el prototipo para lograr una formación determinada, por ejemplo

una barra. Sin embargo la semejanza en estados críticos es dudosa, por lo que las formaciones pueden quedar fuera de sitio; entonces se hace una distorsión en la escala de velocidades, es decir

$$V_e \neq L_e v^{1/2} \quad \text{y} \quad S_e \neq \frac{L_e v}{L_e H}$$

que se obtienen en el modelo, hasta reproducir la forma del cauce fiel al prototipo. Con esta distorsión se procede a recalcular Q_{sm} para obtener Q_{se} .

METODO USADO EN CHATOU.*

Condiciones para la similitud de modelos de fondo-móvil de ríos según la práctica seguida en el Laboratoire National D'Hydraulique de Chatou, Francia.

1.- Condición para que se cumpla con el Teorema de Bernoulli (condición de gravedad).

Aplicando el teorema de Bernoulli en 2 secciones, 1 y 2 del prototipo:

$$H_1 + t_1 + \frac{V_1^2}{2g} = \Delta H_e + t_2 + H_2 + \frac{V_2^2}{2g}$$

agrupando y dividiendo entre $\Delta x =$ distancia entre las secciones consideradas se tiene:

$$\frac{\Delta H}{\Delta x} - \frac{\Delta H_e}{\Delta x} = \frac{\Delta t}{\Delta x} + \frac{\Delta(V)^2}{2g \Delta x}$$

$$S_f - S = \frac{\Delta t}{\Delta x} + \frac{\Delta(V)^2}{2g \Delta x}$$

Como los 2 términos del miembro de la derecha -

* Lombardi - Similitud en modelos de fondo móvil.

son de las mismas dimensiones, se debe de tener:

$$\left(\frac{V_p}{V_m}\right)^2 = \frac{t_p}{t_m} \quad \text{como} \quad V_e = \frac{LeH}{Te}$$

$$\left(\frac{LeH}{Te}\right)^2 = Lev \quad (1)$$

2.- Condición de densidades de líquidos

$$(Masa)_p = t_p L_p^2 \rho_p \quad \text{si} \quad \rho_p = \rho_m$$

$$(Masa)_e = Lev LeH^2 \quad (2)$$

3.- Condición de la validez de la fórmula de Manning

$$V = \frac{m}{\sqrt{R}} R^{2/3} S^{1/2}$$

Si $R = t$ en que $m = \psi(\text{material}, Re)$
 R = medida de la rugosidad.
 $R = \psi'(d)$ sin ondulaciones.

$$\frac{LeH}{Te} = \frac{m_e}{de^{1/6}} Lev^{2/3} S_e^{1/2} \quad (3)$$

4.- Condición de arrastre de fondo.

Para el cumplimiento de esta condición se puede tomar como base cualquier ecuación que exprese la "función de arrastre". Según la práctica del laboratorio de Chatou, se utiliza la "función de arrastre" de Meyer Pelter obtenida en el laboratorio de Zürich.

Las escalas de las constantes serán:

$$\frac{a_p}{a_m} = \alpha = \psi_s(\text{material}, Re)$$

$$\frac{b_p}{b_m} = \beta = \psi_q(\text{material}, Re)$$

cuando se está en el estado crítico se tiene, $q_s = 0$

$$\frac{q^{2/3} S}{d} = a \quad q_a = \frac{L_e v L_{eH}}{T_e}$$

$$\alpha = S_e L_{eV}^{2/3} L_{eH}^{2/3} T_e^{-2/3} d_e^{-1} \quad (4)$$

una vez iniciado el arrastre si: $q_{se} = \frac{q_{sp}}{q_{sm}}$

la ecuación de transporte se puede escribir en función de las escalas:

$$\left(\frac{L_e v L_{eH}}{T_e} \right)^{2/3} \frac{S_e}{d_e} \frac{q_m^{2/3} S_m}{d_m} = \alpha a_m + \beta b_m \frac{q_{se}^{2/3} q_{sm}^{2/3}}{d_e d_m}$$

o sea $\alpha \frac{q_m^{2/3} S_m}{d_m} = \alpha a_m + \beta b_m \frac{q_{se}^{2/3} q_{sm}^{2/3}}{d_e d_m}$

en el modelo se tiene:

$$\frac{q_m^{2/3} S_m}{d_m} = a_m + b_m \frac{q_{sm}^{2/3}}{d_m}$$

para que valgan simultáneamente estas dos últimas ecuaciones ha de ser:

$$\alpha = \beta \frac{q_{se}^{2/3}}{d_e} \quad (5)$$

Escala de arrastre de tiempos sólidos. Esta condición requiere que a arrastres correspondientes en el modelo y prototipo correspondan tiempos correspondientes.

Se debe cumplir: volumen x peso específico = arrastre unitario x longitud x tiempo.

Y pasando a las escalas tendremos

$$L_{eH}^2 L_{eV} \gamma_{se} = q_{se} L_{eH} t_{se}$$

$$\therefore q_{se} t_{se} = \gamma_{se} L_{eV} L_{eH} \quad (6)$$

Además de estas 6 ecuaciones se tienen las relaciones:

$$\begin{aligned} m_a &= \varphi_1(\text{material}, d, Re) && \text{Similitud en coeficientes de rugosidad} \\ \alpha &= \varphi_2(\text{material}, d, Re) && \text{Similitud de la constante A} \\ \beta &= \varphi_3(\text{material}, d, Re) && \text{Similitud de la constante B} \\ \gamma_{se} &= \varphi_4(\text{material}) d && \text{Similitud de pesos específicos} \end{aligned}$$

Así tenemos el sistema de 10 ecuaciones, el número de escalas que intervienen son trece, por lo que tenemos tres escalas que podemos escoger libremente.

NOTA: El efecto de la viscosidad se ha despreciado, - cosa que es válida si en modelo y prototipo tenemos régimen turbulento.

Los valores de m_a, α, β y γ_{se} se determinan por medio de ensayos preliminares en el laboratorio.

Conviene introducir a $\psi = V_a L_{ev} L_{eh}$ como una nueva variable en todas las ecuaciones. Así la primera ecuación se transforma en:

$$\left(\frac{L_{eh}}{T_e} \right)^2 = L_{ev}$$

se puede escribir:

$$T_e = \frac{L_{eh}}{L_{ev}} = \frac{L_{eh}^2 L_{ev}}{\psi}$$

quedando:

$$\psi^2 = L_{ev}^3 L_{eh}^2$$

La segunda ecuación se deja en la misma forma.

La tercera ecuación se transforma:

como $Ta = \frac{L e H^2 L e}{\psi}$

se puede escribir:

$$\frac{\psi}{L e v L e H} = m_e d e^{-1/6} L e v^{2/3} L e H^{-1} S e^{1/2}$$

y finalmente:

$$\psi = m_e S e^{1/2} L e v^{5/3} L e H$$

La condición de arrastre o gasto sólido se transforma:

$$\alpha = d e^{-1} S e \psi^{2/3} L e H^{-2/3} \quad (4')$$

Las ecuaciones cinco y seis no se modifican.

De esta manera se tendrá:

Ecuaciones:

$$\psi^2 = L e v^3 L e H$$

$$M_e = L e H L e v^{5/3}$$

$$\psi = m_e S e^{1/2} L e v^{5/3} L e H$$

$$\alpha = d e^{-1} S e \psi^{2/3} L e H^{-2/3}$$

$$\alpha = d e^{-1} (\beta q_{se}^{2/3} L e H^{-2/3})$$

$$q_{se} t_{se} = \gamma_{se} L e v L e H$$

Variables:

$$L e v, L e H, S e, \psi,$$

$$t_{se}, q_{se}, M_e, d e.$$

constantes a determinar en ensayos preliminares:

$$\alpha, \beta, m_e, \gamma_{se}$$

Primer caso.- Fijado el material de arrastre del modelo y la escala horizontal, se buscan las escalas faltantes:

Se pueden obtener las constantes del material del modelo y del prototipo α, β, m, γ y d

fijada la escala horizontal únicamente quedan como incógnitas

$$L e v, S e, \psi, q_{se}, t_{se} \text{ y } M_e$$

Estas seis incógnitas se despejan del sistema de seis ecuaciones simultáneas; el resultado de despejar las seis escalas anteriores es el siguiente:

$$\begin{aligned} L_{ev} &= m_a^3 d^{2/3} d_e \\ S_e &= d^{-4/2} m_e^{-3} \\ \psi &= m_e^{9/2} d^{9/4} L_{eh} d_e^{3/2} \\ q_{se} &= d^{3/2} \beta^{-3/2} d_e^{3/2} \\ t_{se} &= L_{eh} \beta^{3/2} m_e^3 \delta_{se} d_e^{-1/2} \\ M_e &= L_{eh}^2 d^{3/2} m_e^3 d_e \end{aligned}$$

La escala de tiempos hidráulicos se obtiene de la expresión:

$$t_e = \frac{L_{eh}^2 L_{ev}}{\psi}$$

Este es el caso más usual en la práctica aunque se pueden fijar las escalas de líneas y de pendientes para determinar el material que debe de usarse en el modelo.

Respecto a este método es conveniente aclarar que la utilización de la primera forma de la función de transporte de Meyer-Peter es incorrecta puesto que en capítulo anterior se vió que las variables A y B no son únicamente función del material del número de Reynolds sino también de la pendiente y precisamente la pendiente que dará distorsionada en el modelo con respecto a la del prototipo. Se han calculado modelos de fondo móvil utilizando este método y los resultados no han concordado ni siquiera aproximadamente con los obtenidos por medio

de otros métodos e inclusive han sido resultados que se sienten fuera de la realidad; esto quizá se deba al error ya apuntado de utilizar la primera función de transporte de Meyer-Peter aplicable a un caso muy particular,

METODO DE EINSTEIN.*

Los investigadores Hans A. Einstein y Nieng Chieng proponen un método teórico para fijar las escalas de modelos distorsionados con fondo móvil.

Estos autores siguen una forma similar a la propuesta por el laboratorio de Chatou. Establecen nueve ecuaciones simultáneas y consideran trece escalas en tal forma que fijadas tres escalas libremente, se calculan las restantes por medio de las ecuaciones simultáneas.

Ecuaciones que obligan a la existencia de similitud entre modelo y prototipo.

1.- Similitud en la distribución de velocidades. Los autores proponen la fórmula de Manning generalizada en la forma:

$$V = \frac{m}{d^f} S^{1/2} t^{(1/2+f)}$$

para $f = \frac{1}{6}$ un sexto se tiene la forma más conocida de la fórmula de Manning.

Aplicando ésta a modelo y prototipo introduciendo las escalas tenemos:

* A.S.C.E. - Transactions año 1956, Vol. 121

- 65 -

$$V_e = m_e d e^{-f} s_e^{1/2} L e v^{(1/2+f)}$$

$$V_e^2 m_e^{-2} d e^{2f} s_e^{-1} L e v^{-1-2f} = \Delta v \quad (1)$$

para semejanza rigurosa $\Delta v = 1$

2.- Para cumplir con la Ley de Froude

$$\frac{V}{\sqrt{g d}} = \text{cte.}$$

con procedimiento análogo:

$$V_e L e v^{-1/2} = \Delta F \quad (2)$$

para semejanza completa $\Delta F = 1$

3.- Para que exista semejanza en el transporte del fondo se aplica la función de transporte de Einstein en la siguiente forma: $A = \psi(B)$

$$A = \frac{q_s s_s}{\sqrt{g(s_s-1)} F d^{3/2}} \quad \text{si } F = \frac{l_b}{l_B} P_s g(s_s-1)$$

$$A = \frac{l_b}{l_B} \frac{q_s}{g(P_s-P)} \left(\frac{P}{P_s-P}\right)^{1/2} \left(\frac{1}{g d^3}\right)^{1/2}$$

en que: l_B = fracción del material de arrastre comprendido entre dos diámetros d determinados.

l_b = fracción del material del fondo comprendido entre dos diámetros d determinados.

Si en modelo y prototipo se tiene la misma distribución granulométrica, igual densidad del agua e igual valor de la función A , se debe tener:

$$q_s e (P_s - P) e^{-3/2} d e^{-3/2} = 1 \quad (3)$$

4.- Además

$$B = \frac{\gamma(s_s-1)d}{\tau} = \left(\frac{P_s-P}{P}\right) \frac{d}{5\tau\eta} \quad \text{si } \tau = \eta \delta t s$$

aplicando a modelo y prototipo, dividiendo e introduciendo escalas para igual valor de B en modelo y prototipo, - se tiene:

$$(\rho_s - \rho)_e d_e S_e^{-1} L_e v^{-1} n_e = 1 \quad (4)$$

5.- Para que exista similitud en el espesor de la capa límite laminar δ , se puede demostrar que: $\delta_e = \delta$

como $\delta = \frac{11.6 \nu}{\sqrt{u^*}}$ si $\tau = n \rho u^2$ n = coeficiente

$$\delta_e = L_e v^{-1/2} S_e^{-1/2} n_e^{-1/2}$$

$$\therefore d_e n_e^{1/2} L_e^{1/2} S_e^{1/2} = \Delta \delta \quad (5)$$

6.- Para que exista similitud en la proporción de arrastres totales q_t (suspensión y fondo)

$$\left(\frac{q_t}{q_s}\right)_e = G \therefore q_{se} q_{te}^{-1} G = 1 \quad (6)$$

7.- Para que exista semejanza en los tiempos hidráulicos:

$$T = \frac{L_H}{V} \therefore V_e T_e L_e^{-1} = 1 \quad (7)$$

8.- La semejanza en tiempos de arrastre obliga a que:

$$\text{si } q_t = (\rho_s - \rho) \frac{L_v L_H}{T_s}$$

$$q_{te} T_{se} L_{eH}^{-1} L_{eV}^{-1} (\rho_s - \rho)_e^{-1} = 1 \quad (8)$$

9.- Cuando la distorsión de pendientes se hace distorsionando las escalas de líneas:

$$S_e L_{eH} L_{eV}^{-1} = \Delta n$$

$$\Delta n = 1 \text{ para semejanza completa}$$

* C. Jaeger. Engineering Fluid Mechanics.

el exponente f se obtiene por medio de cálculos complementarios y es del orden de $1/6$ siendo variable para cada material.

Para semejanza completa los valores de Δ deben valer 1, en este caso se puede escoger una escala determinándose las nueve restantes resolviendo el sistema de ecuaciones simultáneas. Se puede sin embargo escoger más de una escala alterándose así los valores de Δ sin embargo este procedimiento debe de realizarse con mucho cuidado para no perder demasiada similitud entre las variables más importantes. Los autores aceptan que la escala de tiempos de arrastre varía con los tirantes, por lo que proponen el método como de anteproyecto, para obtener resultados cualitativos a pesar de establecer la escala de tiempos de sólidos.

De los tres últimos métodos expuestos en este trabajo, que tratan de obtener la escala de tiempos de sólidos para así poder obtener resultados cuantitativos, se desprende que dichos resultados se podrían en el mejor de los casos, esto es suponiendo la validez de la función de transporte, obtener únicamente para un estado de funcionamiento y en una sola sección del tramo de río a representar, que bien puede ser un estado de funcionamiento y una sección media; sin embargo para funcionamientos diferentes o secciones diferentes los resultados estarán también fuera de similitud en cierto grado.

BIBLIOTECA DE LAS DIVISIONES
DE INVESTIGACION Y DEL DOCTORADO DE INGENIERIA.

17 MAYO 1965

MODELOS MARITIMOS DE FONDO MOVIL.

Las causas principales del movimiento de sólidos - en las costas son:

1.- El oleaje que al incidir oblicuamente sobre las playas origina un transporte playero paralelo y otro normal a la costa, o simplemente crea una turbulencia que pone a la arena en un estado de inestabilidad incipiente.

El transporte paralelo se puede expresar como:

$$Q_{ST} = K h^2 L \varphi_p(\alpha) \quad \text{el transporte normal}$$

$$Q_{SN} = \varphi_N(d, \frac{h}{L}, \alpha, H, S_o, Q_{ST})$$

En esta última expresión H es la profundidad y S_o es la pendiente original de la playa, al incidir un oleaje de altura h y longitud L con ángulo de ataque α . Hasta la fecha no se tiene una expresión que ligue en forma general a estas características, aunque se han establecido ecuaciones en función de ciertos parámetros difíciles de determinar.

2. - El transporte de masa, debido al propio oleaje al no ser las órbitas moleculares cerradas, sino con una componente en la dirección del oleaje. Este transporte de masa origina un movimiento de los sólidos puestos en suspensión por la ola.

El transporte de masa está definido por la ecuación:

$$\bar{U} = \frac{1}{2} \left(\frac{\pi h}{L} \right)^2 C \frac{\cosh \frac{4\pi(H-Z)}{2\pi H}}{\sinh^4 \frac{2\pi H}{L}}$$

C = celeridad de la onda

Z = profundidad donde ocurre $\bar{U}$

El transporte de masa en toda la profundidad será

$$U_T = \int_0^H \bar{U} dz$$

3.- Las corrientes de retorno que compensan el transporte de masa, formando cañones por los que se mueven sólidos hacia las profundidades. No existe forma de calcular analíticamente estas corrientes.

4.- Corrientes litorales, debidas principalmente a las mareas y a las diferencias de densidad, que pueden acarrear a los sólidos previamente puestos en suspensión por la ola, a pesar de tener velocidades en ocasiones menores a las críticas del material. Estas corrientes deberán medirse en el prototipo, sin embargo se pueden estimar --- aproximadamente con las siguientes expresiones:

$$V_M = \frac{C_M}{H} h_M$$

$$V_D = \sqrt{\frac{\nabla \rho}{\rho}} 0,45 g H$$

h_M = amplitud de la marea

$\nabla \rho$ = diferencia de densidad

V_M = Velocidad de la corriente de marea

V_D = Celeridad de la onda de marea

V_D = Velocidad de la corriente de densidad.

Dentro de la clasificación de corrientes litorales, - también se pueden incluir las debidas al gradiente que -- tiene lugar entre dos puntos sujetos a oleaje y que tienen diferente sobre-elevación del nivel medio del mar, debido al propio oleaje. A una profundidad z , ésta sobre-ele

vacación tiene el valor: $S_h = \frac{\pi r r'}{L}$ *

$$r = \frac{h}{2} \frac{\cosh \frac{2\pi(H-z)}{L}}{\sinh \frac{2\pi H}{L}}$$

$$r' = \frac{h}{2} \frac{\sinh \frac{2\pi(H-z)}{L}}{\sinh \frac{2\pi H}{L}}$$

El gradiente a una profundidad z será por lo tanto:

$$i = \frac{S_h}{L}$$

y la velocidad estará dada en forma aproximada por:

$$V_o = \frac{1}{H} \int_0^H C \sqrt{H \frac{S_h}{\Delta L}} dz$$

C = coeficiente de rugosidad de Chézy.

El transporte sólido total depende de las corrientes playeras y litorales, así como de la concentración de sólidos que la ola pone en suspensión o en estado crítico de movimiento. Esta concentración es máxima en la rompiente y disminuye a 0 hacia la línea de playa y hacia la profundidad crítica en donde: $V_f = V_c$

$$V_f = \frac{\pi h}{T \sinh \frac{2\pi H}{L}}$$

velocidad orbital en el fondo

No es posible conocer analíticamente la curva de distribución de concentración de sólidos en una línea normal a la playa, por lo que no se puede ni siquiera cualitativamente, conocer la forma de movimiento de los sólidos.

* - R. Irribarren- Obras Marítimas, Oleaje y Diques.

dos. Así pues las únicas características que puede reproducir el modelo son:

1.- Características de la ola, refracción y difracción; para ello es necesario reproducir la ola sin distorsión según la escala vertical, ya que:

$$C = \sqrt{\frac{gL}{2\pi} \tanh \frac{2\pi H}{L}}$$

$$\therefore C_e = \sqrt{L_e \frac{\tanh \frac{2\pi H_p}{L_p}}{\tanh \frac{2\pi H_m}{L_m}}}$$

según la ley de Froude : $C_e = \sqrt{L_e v}$

$$\therefore \frac{H_p}{L_p} = \frac{H_m}{L_m} \quad \text{o sea} \quad \frac{L_p}{L_m} = L_e v$$

2.- Pendiente de la playa : $S_m = S_p \frac{L_e H}{L_e v}$

escogida la escala vertical, por ensayos en canal se obtiene la escala horizontal, tomando en cuenta la condición anterior. La altura de la ola puede variarse ligeramente para cumplir dicha condición, más no su período.

En la generalidad de los casos las pendientes adoptadas por los materiales usuales en el modelo son mayores que las de las playas en prototipo, por lo que se hace indispensable la distorsión de escalas de línea. La magnitud de esta distorsión oscila entre 1.5 y 4.

3.- Profundidad crítica de movimiento de sólidos. Esta profundidad se debe corresponder en modelo y prototipo.

Un modelo marítimo de fondo móvil así proyectado puede ser un medio eficaz para juzgar la bondad de diferentes anteproyectos de una obra, pero sus resultados — cualitativos deben juzgarse con mucha cautela, pues los movimientos relativos de sólidos en diferentes puntos no guardan la misma relación que en el prototipo, y por lo tanto los fenómenos de erosión y depósito pueden quedar distorsionados.

EJEMPLO PRACTICO DEL MODELO DE FONDO MOVIL DEL RIO EMS. *

En el año de 1955 se realizó en el Instituto Franzius del Politécnico de Hanover un modelo de fondo móvil del río Ems, cuyo objeto era determinar el efecto de bordos y espigones de protección, sobre la corriente del río y los efectos de esta modificación en lo que se refiere a erosión y depósito de materiales en la zona baja del río. Además se investigaron los efectos de otras estructuras, tales como esclusas y puentes.

FONDO MOVIL DEL MODELO: (CRITERIO DEL INSTITUTO FRANZIUS).

Los materiales artificiales son los que han dado mejores resultados según la práctica de este laboratorio, en especial el vestyron. Este material posee una gran facilidad de movimiento, por un lado debido a la forma esférica de los granos, y por otro lado a su bajo peso específico de 1.05 ton m^3 . La distribución granulométrica es la siguiente:

* Mitteilungen des Franzius Institute.

métrica se buscó que fuese parecida en su forma a la de la arena del río Ems, pero con un porcentaje algo mayor de gruesos.

ESCALAS DEL MODELO:

Las escalas de líneas verticales y horizontales en un caso como éste, en que se escogió de antemano el material de transporte sólido, no se pueden escoger libremente. En el modelo debe de existir semejanza, no sólo geométrica, sino también del movimiento de los sólidos en suspensión y los arrastrados en el fondo. Si llamamos ω a la velocidad de caída de una partícula en el agua, entonces deben de cumplirse las siguientes relaciones para un modelo no distorsionado, si las partículas en el modelo y en el prototipo recorren caminos semejantes:

$$\omega_e = L_e^{1/2} \quad \text{ya que} \quad \frac{\omega_{ptp}}{\omega_{mtm}} = \frac{V_{ptp}}{V_{mtm}}$$

$$\therefore \omega_e = V_e$$

en el caso de tener un modelo distorsionado, se tiene:

$$\frac{\omega_{ptp}}{\omega_{mtm}} = \frac{V_{ptp}}{V_{mtm}} \quad \text{es decir} \quad V_e = e \omega_e$$

$$\therefore \omega_e = \frac{L_e V_e}{L_e H}^{3/2}$$

El modelo del bajo Ems se construyó a escala vertical 1:50 y horizontal 1:159,15 con lo cual $\omega_e = 2,22$ esto es, que el material de transporte sólido del modelo, —

debe de poseer una velocidad de sedimentación 2,22 veces menor que la del material del río Ems. Veamos a continuación como cumple el vestyron con esta condición: Las velocidades de sedimentación se obtienen experimentalmente y dependen de la forma, tamaño y peso específico del sólido, así como de la densidad del líquido. Para cada tamaño se obtiene una velocidad de sedimentación; para una mezcla de granos de diferente diámetro se puede obtener una velocidad media de sedimentación

$$w_m = \frac{w_1 P_1 + \dots + w_i P_i + \dots + w_n P_n}{\sum P_i}$$

en que P_i es el peso de granos de tamaño d_i y velocidad de sedimentación w_i

Para realizar un modelo de fondo móvil es necesario que no sólo la velocidad media de sedimentación en modelo sea semejante a la del prototipo sino también que ello acontezca para cada uno de los diámetros de la mezcla.

La velocidad media de sedimentación del vestyron es de $0,76 \frac{\text{cm}}{\text{seg}}$, para tener semejanza en la sedimentación se necesitaría que la velocidad media de sedimentación de la arena del río Ems fuese de $0,76 \times 2,22 = 1,69 \frac{\text{m}}{\text{seg}}$

Se realizaron ensayos sobre la velocidad de sedimentación de la arena del río, que dieron por resultado velocidades algo mayores de $1,69 \text{ m/seg}$. Se determinó la -

granulometría de una "arena ideal" de tal manera que, tomando los porcentajes de la curva granulométrica y las velocidades de sedimentación para cada uno de los diámetros de las muestras del prototipo, se tuviera una semejanza completa entre el modelo acarreado vestyron y el prototipo; la llamada "arena ideal". La curva granulométrica de la "arena ideal" se trazó de la siguiente manera: de los diámetros de 0.6 a 1 mm, de vestyron por ejemplo, se tiene un 44,6% la velocidad media de sedimentación para estos granos de vestyron es de 1 cm/seg. La velocidad correspondiente de la arena ideal, debiera ser

$$= 1 \times 2,22 = 2,22 \frac{\text{cm}}{\text{seg}} . \text{ Esta velocidad de sedimentación}$$

la tiene el grano de 0.14 mm, de diámetro de la arena del prototipo. Así pues la "arena ideal" debiera entonces contener el 44,6% de granos de 0.14 mm. Este procedimiento se repite para diferentes diámetros y así poder trazar la curva granulométrica del llamado "material ideal" del río Ems. La arena ideal sería más fina, es decir tendría mayor movilidad que la arena real del mismo río. Esto queda en ensayos cualitativos dentro del lado de la seguridad, pues asegura una mayor movilidad relativa de la arena del modelo en comparación a como se movería la arena del prototipo. Desde luego utilizando este método, no se puede pensar en obtener resultados cuantitativos. Debe además tomarse en cuenta que se trabaja con una curva granulométrica promedio del --

prototipo, pero que en algunos lugares del mismo se tienen granulometrías más finas.

Los ensayos con fondo móvil se iniciaron con el llamado fondo inicial que en su mayor parte reproducía el fondo sondeado de 1949, desgraciadamente no se contaban con sondeos de esta fecha en todo el tramo del río reproducido en modelo, por lo que algunos lugares se reprodujeron tomando en cuenta sondeos de otras épocas. Debido a esto antes de comenzar los ensayos definitivos se hizo funcionar el modelo con una marea media y un gasto medio durante cuatro ciclos de marea media para obtener el llamado estado inicial de los ensayos.

Como en todos los modelos distorsionados, la reproducción a semejanza de los niveles del agua en el modelo representa una seria dificultad. Como consecuencia de la distorsión de escala de líneas se requiere distorsionar la rugosidad. En los ensayos con fondo fijo se logró esta rugosidad adicional poniendo alambre de púas transversalmente a la corriente; la cantidad de alambre necesaria se obtuvo por tanteos haciendo siete ensayos preliminares, hasta obtener la semejanza deseada. En los ensayos con fondo móvil de vestyron se formaron una serie de dunas que dieron la rugosidad adicional deseada por lo que se pudieron retirar los alambres de púas. Por medio de sondeos se pudo determinar que la formación de estas dunas era análoga a la formación del prototipo.

La formación de dunas de los modelos del fondo --
móvil es sumamente conveniente para lograr la rugosi--
dad adicional requerida. Para lograr esto es convenien--
te la introducción de una cierta cantidad de finos, es de--
cir material del orden del décimo de mm. e iniciar los -
ensayos aumentando el gasto paulatinamente para perm_i
tir un desarrollo completo de las ondulaciones del fondo.

CAPITULO IV.

Como conclusiones del último capítulo podemos decir que para obtener resultados cualitativos y cuantitativos de un modelo fluvial de fondo móvil, es necesario conocer dos estados del modelo para poder realizar la comprobación, así como conocer la curva de gastos sólidos del río, además de su hidrograma. Cabe aquí mencionar la necesidad de la toma de datos físicos que se debe realizar en ríos y costas del país. La falta de datos físicos, no significa que en la actualidad no tengan aplicabilidad los modelos de fondo móvil; es necesario conocer los métodos de proyecto, su aplicabilidad y por lo tanto conociendo sus restricciones saber qué ventajas se pueden obtener de los mismos.

Tomando en cuenta los datos con que actualmente contamos para realizar un modelo de fondo móvil, se dividirá la realización del mismo en 3 etapas: 1.- Toma de datos físicos o campañas de medida. 2.- Diseño del modelo y elección de escalas. 3.- Construcción, operación e interpretación del modelo.

TOMA DE DATOS.

Se debe de contar con datos topográficos y batimétricos correspondientes a una o más épocas del río o de la costa. Esta época puede ser actual o pasada. En caso de tratarse de un modelo de un río, es necesario contar con un estudio hidrológico y sedimentológico del mis



DEPFI

mo que abarque un período dentro del cual estén comprendidos los datos topográficos con que se cuentan, así como de mediciones de corrientes, densidades y si es posible la historia morfológica del río.

En el caso del estudio en modelo de las modificaciones sufridas por una costa, es preciso contar con un estudio de oleaje en el cual se indiquen alturas, direcciones, períodos y frecuencias del oleaje; es de desearse que dicho estudio sea del oleaje observado por medio de ológrafos y medición directa, en caso de no tenerse un estudio de oleaje observado, se puede deducir este a partir de un estudio de vientos. En cuanto a las corrientes marítimas que interesan a la modificación de las costas, conviene hacer una distinción entre las que se originan tierra adentro de las rompientes y las que tienen lugar mar adentro de esta zona. Las primeras de estas corrientes, se realizan en el modelo a semejanza, siempre que la topografía y el oleaje se representen fielmente. El segundo tipo debe estudiarse por mediciones en la naturaleza, haciendo uso de corrientómetros o flotadores, midiendo estas corrientes para diferentes oleajes en sitios y a profundidades diferentes, llevando a la vez un control de la batimetría. Estos estudios deberán compararse con mediciones semejantes hechas en el modelo, el tarado hidráulico del modelo, consiste en la reproducción fiel de estas corrientes; en las zonas portuarias el fenómeno de las corrientes es más complejo, principal-

mente si el puerto está localizado en la desembocadura de un río. En este tipo de puertos se tienen corrientes de los siguientes tipos:

1.- Debido al llenado y vaciado del vaso portuario, consecuencia de las mareas, se originan corrientes hacia el puerto durante el flujo y en sentido contrario durante el refluo; estas corrientes dependen de la amplitud de la marea, capacidad del vaso portuario y amplitud de la entrada al puerto.

2.- Las corrientes de marea originan un remolino primario en la entrada al puerto y un secundario que gira en sentido contrario al primero dentro del vaso portuario. Las características de estos remolinos dependen de la corriente de marea y pueden reducirse reduciendo la entrada al puerto, ya que son indeseables porque en las zonas donde decrece la velocidad de los mismos se originan depósitos.

3.- Debido a la diferencia de salinidad entre el agua salada del mar y el agua dulce en el caso de un río, se originan corrientes de densidad. Estas corrientes benefician el azolve de un puerto, y el conocimiento de estos fenómenos es necesario para el diseño y poder reducir el azolve a un mínimo posible. La realización de un modelo de fondo móvil en el cual se representen todos estos fenómenos es aún cualitativamente muy difícil debido a que las acciones relativas de cada una de las corrientes sobre los materiales sólidos en movimiento, no

se puede representar con semejanza. Para realizar un modelo de este tipo es necesario conocer el movimiento del agua y el movimiento y propiedades físicas de los materiales sólidos acarreados; para ello es necesario realizar mediciones de las corrientes que influyen en el movimiento de los sólidos, estudios de las propiedades de los mismos y mediciones de gasto sólido en suspensión y el movimiento de fondo. Las mediciones de corrientes y gastos sólidos, así como de mareas y olas, deben complementarse con sondeos de la misma época; las mediciones deben abarcar períodos suficientemente grandes como para ver el efecto de las corrientes sobre la configuración de los fondos. En caso de medirse corrientes y mareas, deben realizarse estas mediciones ininterrumpidamente, cuando menos durante dos ciclos de marea midiendo tanto las trayectorias que siguen flotadores a diferentes profundidades como los cambios de velocidad en un punto debido a las mareas y a diferentes profundidades.

Las mediciones de temperatura, salinidad, concentración de sedimentos y medición del gasto sólido del fondo debe realizarse al mismo tiempo que las mediciones de corrientes.

En ocasiones con una sola campaña de medidas bien realizada, se tienen suficientes datos para realizar un modelo de fondo móvil. Los datos obtenidos de la campaña de medidas, sirven primero para hacer cálculos preliminares y anteproyectos posteriormente para tarar

el modelo y poder probar los anteproyectos en el mismo.

2.- ELECCION DE ESCALAS.

En los capítulos anteriores, se han descrito una -- serie de métodos y criterios que se someten a juicio, -- cuando se ha de diseñar un modelo de fondo móvil. No -- se pretende haber informado sobre todos los métodos -- que se han utilizado con éxito para la elección de las es-- calas, pero de los citados se pueden obtener las siguien-- tes conclusiones:

a.- Los métodos están fundamentados bien en razona--- mientos teóricos complementados con datos de laborato--- rio, o bien en reglas empíricas obtenidas de la práctica. A la primera escuela pertenecen los utilizados en Ale--- mania, Holanda, Suiza y EE.UU que, en general, están - basados en el criterio del esfuerzo de corte, criterio de sarrollado a principios de siglo en Alemania y del cual se obtuvieron posteriormente las funciones de transpor--- te, creándose así la Escuela Racional. A la Escuela -- Empírica pertenecen los métodos desarrollados en Fran--- cia, Inglaterra, India, Egipto y Canadá principalmente. - Fargue fué el que inició esta tendencia cuando estudió la forma de rectificar el Río Garonne, a mediados del si--- glo pasado. Del estudio de este río obtuvo las llamadas Reglas de Fargue, que relacionan entre si las caracte--- rísticas de un río aluvial; y de estas reglas se deducen -- las escalas del modelo de fónido móvil de un río. Por -

otro lado los ingleses, de las experiencias obtenidas de la red de canales aluviales en la India y en Egipto, iniciaron la llamada "Teoría de Régimen" que también relaciona entre sí las características de un cauce aluvial. Posteriormente se demuestra la aplicabilidad de la Teoría de Régimen a los cauces naturales en régimen, es decir que han adaptado su forma y pendiente a un estado de equilibrio. En nuestro país se ha aplicado satisfactoriamente la Teoría de Régimen a los Ríos Pánuco y Grijalva. Debe señalarse que el método de Chatou pertenece a la primera escuela, a pesar de aplicarse en un laboratorio Francés, ya que su planteamiento es muy similar al de Einstein. Quizá el origen de estos dos métodos estén en Zurich donde el Prof. Einstein fué colaborador del Prof. Meyer-Peter.

En Rusia, por otro lado, se ha llegado a ecuaciones muy semejantes a las de la "Teoría de Régimen" partiendo de razonamientos teóricos y ensayos en laboratorio. Esto, que, puede considerarse el primer paso para conciliar ambas escuelas; es de suma importancia, ya que ambos caminos deben de converger a una teoría, por medio de la cual se pueda conocer, en forma general, el comportamiento de los cauces aluviales. Cuando ello se logre, se tendrán los medios para establecer una teoría de aplicación general para el diseño de modelos fluviales de fondo móvil.

En cuanto a los modelos marítimos de fondo móvil,

debe señalarse, que el movimiento de sólidos en las playas, es menos conocido que el de los ríos. El fenóme—no es sumamente complejo, por lo que, a la fecha, no se han establecido ni funciones de transporte ni reglas em—píricas que liguen las características del movimiento -de sólidos en las playas con las características del ---oleaje; así pues, con el método expuesto, aún los resul—tados cualitativos, en ocasiones, son dudosos. El mo—delo debe de aprovecharse para obtener resultados ---comparativos que permitan juzgar la bondad de diferen—tes proyectos, así como tener una idea más clara de --los fenómenos, que facilite la realización proyectos —más eficientes.

b.- De lo expuesto en este trabajo se aprecia la dife—rencia fundamental en el desarrollo de los diferentes -métodos, a pesar de lo cual se han aplicado con éxito,—aunque, seguramente, han conducido, en ocasiones, al -fracaso. Trataremos de justificar algunos de los mé—todos expuestos y con ello opinar para que tipo de pro—blemas tienen especial aplicación.

En el capítulo tercero podemos ver que algunos criterios fijan la atención en el movimiento individual de la partícula sólida; mientras otros toman en consi—deración más bien el movimiento general de los sólidos en el cauce y la consecuente forma del mismo. El método más representativo del primer grupo es el --utilizado por el laboratorio de Hannover, el cual es --

muy utilizado en los laboratorios alemanes. Con este método se busca mantener la relación entre el movimiento del fluido y el movimiento de los sólidos igual en modelo y prototipo. En Alemania se ha estudiado, con especial atención, el efecto de estructuras artificiales en los lechos móviles de los ríos; así por ejemplo, se ha estudiado el efecto de espigones en el cauce de un río, las erosiones provocadas por las descargas de esclusas y presas derivadoras y las erosiones al pie de pilas y -- otras estructuras. Las erosiones sufridas por un cauce en el cual se construyen este tipo de obras se deben, casi siempre, a la formación de remolinos; así pues, si -- las velocidades de los remolinos se reproducen a cierta escala y con dichas velocidades las moléculas recorren ciertas trayectorias semejantes a las del prototipo, las partículas sólidas deberán comportarse en tal forma que también recorran trayectorias semejantes en modelo y prototipo, debido a la acción de los remolinos. La erosión tendrá lugar en donde la componente vertical de velocidad del remolino es superior a la velocidad de sedimentación de los sólidos. En general interesa obtener resultados cualitativos sobre la forma de los depósitos -- y de las erosiones, por lo que se puede permitir la distorsión de escalas de líneas, sin embargo cuando se desea tener una idea más o menos aproximada de la magnitud de las erosiones, deberá hacerse un modelo no distorsionado para que los remolinos se reproduzcan sin dis--

torsión alguna, entonces debe cumplirse $\omega_e = V_e = L_e^{1/2}$

Otro criterio que puede considerarse dentro de este grupo es el de la semejanza en estados críticos, utilizando las experiencias de Shield's. Con este método se puede tener semejanza en las posiciones de los depósitos y de las erosiones que ocurren en un tramo de río no muy extenso, en donde el gasto sólido que se alimenta al modelo es el mismo que sale; es decir que en el tramo se tiene una capacidad más o menos constante de transporte, la diferencia únicamente se debe a el volumen necesario para crear los depósitos o las erosiones que es pequeño comparado con el volumen total transportado. Según este método, generalmente debe distorsionarse el modelo, por lo que no puede esperarse que la magnitud de las erosiones o los depósitos sean semejantes. Los resultados se pueden considerar cualitativos exclusivamente. Este método es el más recomendable, para estudiar tramos cortos de ríos, en donde se pretendan estudiar, los cambios que puedan ocurrir en la forma general del mismo, por el efecto de rectificaciones, de estructuras destinadas a modificar el cauce, o de gastos anormales.

Al segundo grupo pertenecen los métodos de Chautou y Einstein así como los empíricos de la Teoría de Régimen, Rohringer y Fargue.

En los dos primeros, al igual que en todos los métodos en que se reproduce el gasto sólido a cierta esca-

la, se pretende reproducir el movimiento general de los sólidos y las formaciones consecuentes de este movimiento. Si bien la forma y pendiente general del río pueden reproducirse a escala, es difícil tener una semejanza en las erosiones y depósitos locales. Estos métodos de diseño utilizan un gasto dominante, así pues para este gasto puede tenerse semejanza en el transporte, más al variarse el gasto como ocurre en la naturaleza, se destruirá en parte esta semejanza. Así pues, estos métodos tienen especial aplicación cuando se investigue el efecto que una estructura artificial pueda tener en las características generales de un tramo largo de río, en donde puede haber cambios en la capacidad transportadora de sólidos. Una presa por ejemplo, suspende en gran parte el transporte de sólidos, además de modificar el gasto dominante; es por esto que se tiene una tendencia a bajar la pendiente general del río aguas abajo de la presa. En las cercanías de la presa, la corriente tomará el gasto sólido que le han quitado, creando una erosión hasta que al disminuir la pendiente se tengan velocidades menores que la crítica y se suspenda la erosión. Generalmente este proceso va acompañado de depósitos en las zonas bajas del río, debido al cambio en el gasto dominante.

La formación de estas erosiones y depósitos se debe a las diferencias en capacidad de transporte en las diferentes zonas del río. Además se incrementará la ten-

dencia a formar meandros. Otro problema que debe estudiarse con alguno de estos métodos es el de las ramificaciones de vías navegables, en donde al construir un ramal se baja el gasto en el cauce original y con ello la capacidad de transporte aguas abajo de la desviación, lo que puede originar bajos indeseables.

Dentro de estos métodos, se considera al de Einstein como el de mayor aplicabilidad, con la ventaja de que se puede conocer el error en que se encierre al cambiar el régimen para el cual se diseñó el modelo.

La generalidad de los métodos empíricos no se ha comprobado, por lo que su aplicación en modelos es dudosa, principalmente porque no existe forma de calcular los factores de fondo y de orilla del modelo antes de construirlo.

3.- CONSTRUCCION DEL MODELO.

La construcción de modelos de fondo móvil no difiere gran cosa de la de los modelos de fondo fijo. Se deben construir sobre terrenos planos, resistentes a las cargas que ocasiona el modelo. En general un procedimiento recomendable es recortar secciones transversales al cauce, en madera, cartón o lámina; se moldea un fondo preliminar de concreto dejando unos 15 cms sin recubrir, espacio que deberá ser ocupado por el fondo móvil. En el fondo de concreto se dejan ranuras o señales donde deberán colocarse las secciones trans--

versales, de tal modo que estas puedan retirarse antes de cada ensayo y después de haber moldeado el fondo móvil con este procedimiento es factible repetir facilmente los ensayos. Al funcionar el modelo, arrastrará material de fondo que debe de ser alimentado constantemente desde aguas arriba del modelo. La alimentación más conveniente es aquella en la que el material lo toma la corriente en el fondo y no es arrojado desde arriba. Una trampa debe retirar todo el material de arrastre en el extremo aguas abajo del modelo, evitando que el mismo llegue a las bombas, esto es muy conveniente cuando se utilizan materiales caros de precio alto.

APLICABILIDAD DE LOS MODELOS DE FONDO MOVIL.

Puede considerarse que la interpretación de un modelo reducido de un fenómeno equivale a la solución de la ecuación diferencial que define matemáticamente a este fenómeno, que junto con las condiciones de frontera son utilizados al aplicar los métodos físico-matemáticos para obtener soluciones prácticas. Al establecer estas ecuaciones, se escogen las variables que se considera tienen influencia en el fenómeno en estudio. Igual acontece al construir, operar e interpretar un modelo hidráulico. Así es como por ejemplo se interpreta un modelo según la Ley de Froude despreciando los efectos de la viscosidad. En modelos de fondo móvil, en los cuales tanto las fuerzas de fricción como las de gravedad tienen im-

portancia en el movimiento de los sólidos, el modelo se distorsiona para suplir la acción viscosa por acciones - gravitacionales, e interpretar el modelo según la Ley de Froude.

Así como el análisis teórico puede conducir a resultados absurdos, también el ensayo en modelos puede conducir a errores, principalmente en los modelos con fondo móvil. Es necesario conocer las limitaciones de los modelos. El modelo no debe utilizarse para comprobar fenómenos bien conocidos o ensayar estructuras para las cuales existan buenas especificaciones de diseño. Otra limitación se debe a la falsa interpretación de los resultados obtenidos experimentalmente, a este respecto deben valorizarse los efectos de escala que en ocasiones son las causas de falsas interpretaciones.

No debe confundirse a un modelo hidráulico con una maqueta representativa de un fenómeno. En el modelo - hidráulico los fenómenos que se producen son los que -- acontecen en el prototipo y al construir en el modelo una estructura proyectada para el prototipo, las condiciones hidráulicas y los movimientos de los sólidos deberán modificarse en forma semejante a como se modificarán en el prototipo. En caso de que esto no suceda será porque el modelo tenga una limitación que hay que conocer para no tratar de forzar los resultados y se llegue al caso de una maqueta hidráulica que bien funcionará para un estado, pero los resultados obtenidos en ella no podrán ex--

trapolarse. Hay que decir a favor del empleo de los mo
delos reducidos que en estos se trabaja en tres dimen--
siones y con la topografía real no idealizada, en cambio
al hacer uso de los métodos físico-matemáticos, general
mente se hace el estudio en el plano y con topografía --
idealizada.

La gran cantidad de tiempo y dinero que se emplea
en los modelos hidráulicos de fondo móvil, en países de
técnica avanzada, comprueba la utilidad de los mismos.
En la mayoría de los casos el costo del modelo represen
ta un porcentaje ínfimo del ahorro que por ellos se obtie
ne, al realizar un diseño más eficiente.

No siempre el modelo da lugar a un diseño más --
eficiente, en algunos casos que son los menos, el modelo
garantiza el buen éxito del proyecto.