

359

070  
01149  
82

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA  
DE MEXICO

ONDULACIONES EN CAUCES CON FONDOS ARENOSOS .

TRABAJO

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE

MAESTRO EN INGENIERIA *hidráulica*

PRESENTA

JESUS MAGALLANES PATIÑO

MEXICO, D.F. MARZO 1980

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN



Universidad Nacional  
Autónoma de México



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

## I N D I C E

- 1 INTRODUCCION
- 2 CARACTERISTICAS DE LAS FORMACIONES DEL FONDO  
ESTADO DEL ARTE
- 3 FACTORES QUE AFECTAN LA FORMACION DE ONDULACIONES EN EL FONDO.
- 4 MECANICA DE LA FORMACION DE LAS ONDULACIONES DEL FONDO
- 5 MODELOS DE PREDICCION DE LAS ONDULACIONES DEL FONDO.
- 6 CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES
- 7 BIBLIOGRAFIA
- 8 APENDICE
- 9 AGRADECIMIENTOS
- 10 GRAFICAS.

## 1. INTRODUCCION.

En la naturaleza son muy raros aquellos ríos cuyo comportamiento puede ser predicho con un grado aceptable de aproximación, debido a la gran cantidad de variables involucradas en los procesos fluviales y cuya influencia aún no ha podido ser bien determinada.

Los parámetros que más acostumbran trabajar los ingenieros hidráulicos son aquellos que describen las características del flujo con el tirante del mismo, pendiente del fondo del canal, gasto, etc., que dependen de otros parámetros a los cuales no se les ha dado la importancia debida como son las que definen la resistencia opuesta al flujo por las paredes y fondo del cauce.

El tratamiento de estos grupos de variables por separado no es tan sencillo como parece, ya que las características del flujo dependen en gran medida de la rugosidad del fondo y paredes y ésta, a su vez, se ve afectada por las primeras, formándose un sistema interactuante que por lo mismo su tratamiento se puede volver sumamente complicado.

En los cauces naturales formados con material aluvial el fondo se puede suponer inicialmente plano, cuando el flujo es muy lento, Conforme se ve incrementada la velocidad, o más aún-

---

el número de Froude del flujo, en el fondo se desarrollan pequeñas protuberancias que reciben el nombre de rizos. Si se aumentan progresivamente las características del flujo, de modo que el número de Froude también lo haga, esas protuberancias crecerán en tamaño y reciben el nombre de dunas, que pueden tener a su vez rizos sobreimpuestos. Siguiendo en el proceso, los rizos se borran y quedan únicamente las dunas hasta que para números de Froude cercanos a 1 (condición de flujo crítico), se borran también las dunas y el fondo queda otra vez plano, aunque con un movimiento generalizado del material del fondo (arrastre de fondo). Si aún se aumenta progresivamente el número de Froude pasando a régimen crítico el fondo plano cambiará a una configuración de dunas pero que tienen un movimiento aparente hacia aguas arriba, al contrario de las dunas cuando  $Fr < 1$ , por lo que reciben el nombre de antidunas. En estas circunstancias, la superficie del agua puede estar en dos estados; estado de ondas estacionarias o en estado de ondas rompientes. Finalmente cuando el número de Froude es mucho mayor que 1, se formará un fondo escalonado en que se alternan zonas de rápidos con zonas de relativa calma. (Fig. 1)

A continuación se presenta un análisis más detallado del desarrollo, posibilidades de cálculo y estudios recientes de cada una de estas etapas del flujo.

## 2. CARACTERISTICAS DE LAS FORMACIONES DEL FONDO

En aquellos cauces formados con material granular, la rugosidad del fondo tiene dos componentes, una que toma en cuenta la forma y tamaño de cada una de las partículas que constituyen el fondo, tal vez la más conocida, y aquella que se presenta debido a las formaciones desarrolladas en el fondo que pueden ser desde pequeñas ondulaciones hasta grandes barras de material aluvial.

Las formas que puede adquirir el fondo debido a la presencia de material granular dependiendo de las características del flujo son rizos (ripples), dunas (dunes), zona de transición con fondo plano (flat bed transition), antidunas (antidunes), fondo escalonado (Chutes and pools) y barras (bars).

A continuación se presentan las características generales de cada una de las formaciones mencionadas así como algunas definiciones necesarias para el mejor entendimiento de los conceptos:

Configuraciones del fondo: Son llamadas así todas las irregularidades mayores que la partícula más grande de las que forman el fondo.

Fondo Plano: Es aquel que no presenta irregularidades

(elevaciones o depresiones) más grandes que la más grande de sus partículas.

Rizos: Son pequeñas formaciones de fondo que pueden llegar a medir hasta 60 cm. de largo y 5 cm de altura, En un corte longitudinal, se puede ver que los rizos tienen un perfil aproximadamente triangular con su lado aguas arriba largo muy suave ---- variando su ángulo con respecto a la horizontal de  $40^\circ$  a  $52^\circ$  conforme se va formando el rizo. Este ángulo se reduce al de reposo del material cuando el flujo cesa, lo cual se puede explicar por una corriente de refluo que se presenta inmediatamente aguas abajo de cada cresta y que mantiene a la cara correspondiente dentro de los valores mencionados. La zona de separación tiene una longitud, según Knoroz, del orden de 10 veces la altura del rizo o de la duna. Generalmente la concentración del material en suspensión es pequeña, variando entre 10 y 200 ppm. Las crestas de los rizos pueden ser paralelas entre sí o formar un sistema intrincado que sería indicio de una transición a una zona de dunas. Si el material que constituye el fondo tiene un tamaño mayor que 0.6 mm. no se presentan estas formaciones.

Barras: (bars): Son formaciones del fondo cuya longitud y altura son del mismo orden de magnitud que el ancho del río y del tirante medio respectivamente o aún mayores. De acuerdo a su posición y desarrollo se clasifican en: a) barras puntuales - - (point bars) son aquellas que se localizan en el lado convexo de las curvas en los ríos, desarrolladas por los depósitos provocados por las corrientes transversales que se presentan debido a la

curvatura del flujo; b) Barras alternas, como su nombre lo indica, son conjuntos de barras distribuidas a lo largo del cauce en una y otra margen alternadamente, Naturalmente su ancho es menor que el ancho del río. Este tipo de barras tiene movimiento lento generalizado hacia aguas abajo; c) barras de entrada o de confluencia (tributary bars) como su nombre lo indica, estas barras se presentan inmediatamente después de la confluencia de dos corrientes.

Dunas (dunes); Son formaciones más pequeñas que las barras aunque más grande que los rizados, y más aún, éstos últimos se pueden presentar en las paredes de las dunas. Su perfil está desfasado con respecto a las ondulaciones de la superficie del agua provocadas por ellas. El perfil longitudinal, al igual que los rizados, es aproximadamente triangular con taludes aguas arriba largo y suave y aguas abajo corto y abrupto formando un ángulo entre  $40^\circ$  y  $48^\circ$  con respecto a la horizontal, como en los rizados, éste ángulo se reduce al ángulo de reposo o ligeramente menor cuando el flujo cesa.

Dependiendo de las características de los ríos en los cuales se han observado, las dunas varían desde 60 cm a 3 m de longitud y de 6 a 30 cm de altura para canales de laboratorio de 2.5 m. de ancho reportados por Simons y Richardsn, hasta grandes dunas de 100-200 m. de longitud y hasta 12 m de altura para el río Mississippi reportadas por Corry y Keller en 1957. Sin embargo se ha observado que la máxima altura de una duna puede llegar a ser del mismo orden que la profundidad media del flujo (igual que las barras, aunque mucho más cortas que éstas). Se ha observado igualmente que mientras más fino es el material que constituye las

dunas, éstas se desarrollan más largas y menos angulares.

Simons Y Richardson advirtieron que existe un proceso de segregación del material durante el desarrollo de las dunas en el que el cuerpo de ellas está constituido por material fino mientras que el "piso" está formado por material relativamente grueso.

La resistencia al flujo presentada por las dunas es grande. ( $8 < c/\sqrt{g} < 12$ ) y algo complejo, ya que su comportamiento depende del material del fondo y del tirante, pues se incrementa con un aumento del tirante para arenas con  $d_{50} = 0.3$  mm y disminuye con un incremento del tirante para arenas menores que ese diámetro.

En las dunas también existe una zona de separación - - aguas abajo de la cresta, llegándose a presentar incluso velocidades opuestas a la dirección del flujo del orden de  $1/2$  a  $1/3$  la velocidad media de aquél, lo que puede dar lugar a la aparición en la cara aguas abajo de rizos orientados también en sentido opuesto al movimiento general del flujo.

Algunos investigadores no hacen distinción entre rizos y dunas, mientras que otros como Vanoni hacen referencia a pequeñas diferencias aunque el mecanismo por medio del cual se desarrollan sean similares:

- 1) El efecto de la variación del tirante sobre la resistencia es opuesto, ya que mientras ésta disminuye en los rizos, a un mismo incremento de tirante,

aumenta en las dunas si el material es más grueso que 0.3 mm y decrece nuevamente si el material es más fino que ese valor.

2. Los rizos no se forman si el diámetro medio del material del fondo es mayor que 0.6 mm.
3. La resistencia al flujo causada por los rizos es independiente del tamaño de los granos, mientras que la causada por las dunas depende de él, como ya se explicó.

Aunque se puede seguir discutiendo sobre este tópico, parece que la diferencia entre los rizos y las dunas se deben estudiar en condiciones de laboratorio perfectamente controlados.

Transición : también llamada zona de "lavado de dunas", debido a que en ella se borra el perfil de las dunas y se llega a desarrollar un fondo completamente plano. Se ha observado que en esta zona no se tiene un fondo plano en todo el cauce, sino que en algunas partes de él existen pequeñas ondulaciones de pequeña amplitud.

La resistencia al flujo en la zona de transición es grande, variando de 14 a 23 ( $C/\sqrt{g}$ ), ya que la rugosidad de los granos es diferente si éstos se mueven que si permanecen estáticos. En el caso de fondo completamente plano, la rugosidad es ligeramente menor que cuando existen pequeñas ondulaciones.

Las condiciones a las cuales las dunas cambian a fondo plano dependen de la velocidad de caída de los granos. Así, las dunas constituidas por arena fina (bajas velocidades de caída) son borradas con más bajos valores de velocidad y tirante del flujo que aquellas desarrolla

das en arenas gruesas (mayores velocidades de caída). Es así como en canales de laboratorio con bajos tirantes, el fondo plano se formó con arenas finas a más pequeños pendientes que con arenas gruesas, con números de Froude también más pequeños.

Antidunas: estas formaciones del fondo se pueden desarrollar aisladamente o en trenes de ondas. Las crestas de estas ondulaciones coinciden con las perturbaciones de la superficie del agua provocada por ellas mismas (están en fase). De acuerdo con el material que las constituyen, el perfil longitudinal de las antidunas varía de una forma aproximadamente triangular a un perfil francamente senoidal. El perfil triangular se desarrolla más fácilmente en partículas relativamente gruesas, mientras que el senoidal es característico del material fino.

La resistencia al flujo que presentan las antidunas depende de su frecuencia de formación, ya que no son constantes, pues van ganando altura y provocan disturbios en la superficie del agua hasta que ésta llega a romper como las olas en el mar, lo que provoca una disminución en su altura, reiniciándose nuevamente el ciclo. Si las antidunas se presentan sin rompimiento, la resistencia al flujo es aproximadamente la misma que para fondo plano ( $14 < C/\sqrt{g} < 23$ ). Si son varias las antidunas rompientes la resistencia al flujo se incrementa considerablemente, ya que esos rompimientos provocan grandes pérdidas de energía.

La amplitud de las antidunas medida en un canal de laboratorio de 2.5 m de ancho, varió de 1 a 15 cm y de 15 a 60 cm-

su longitud, mientras que para canales naturales se tienen datos de antidunas de 1.5 a 3 m de amplitud y entre 3 y 12 m de longitud como las observadas en los ríos Grandes y Colorado.

Kennedy (1961) realizó estudios detallados de flujo con antidunas y concluyó:

- 1) La longitud de las antidunas está dada por  $L = 2 \pi U^2 / g$
- 2) Donde existe un limitado rango de tirantes y velocidades, las antidunas se formarán solamente si se excita artificialmente el flujo con una onda superficial.
- 3) El número de Froude necesario para la existencia de las antidunas decrece cuando el tamaño medio de los granos también lo hace cuando el tirante del flujo se incrementa.
- 4) Las ondas bidimensionales (aquellas que ocupan todo el ancho del canal) rompen cuando su relación altura-longitud alcanza un valor aproximado a 0.14, el cual concuerda con la teoría de ondas en aguas profundas.

Estudios posteriores de Kennedy (1963) determinaron que la expresión  $L = 2 \pi U^2 / g$  indica solo los valores mínimos de longitud de las antidunas, y que en función del tamaño del material del fondo esa longitud se podría alargar aunque no da el límite superior de la longitud de este tipo de formaciones.

Como ya se indicó, las antidunas están en fase con la superficie del agua, lo que es signo inequívoco de que el régimen es rápido ( $Fr > 1$ ) mientras que si las ondulaciones del fondo están desfasadas con la superficie (lo que sucede con las dunas), el flujo se

guramente está en régimen lento ( $Fr < 1$ )

Fondo escalonado (Chutes y Pools) : con pendientes muy fuertes, - el flujo en canales con fondo de material aluvial se desarrolla con zonas de "rápidas" comunicadas por zonas más o menos tranquilas. En ensayos de laboratorio, este tipo de flujo se desarrolló solamente -- con material de fondo formado con arena fina con  $D_{90} < 0.4 \text{ mm}$  . Este tipo de flujo consiste en una larga zona de rápidas (3 a 10 m) en las cuales el flujo se acelera formando además un salto hidráulico al final de la rápida, formando ~~además~~ una zona relativamente tranquila aproximadamente de la misma longitud que la rápida. Este tipo de formaciones de fondo tiene además un movimiento generalizado hacia -- aguas arriba de alrededor de 30 a 60 cm por minuto (todas estas mediciones fueron hechas en canales de laboratorio de 2.50 m de ancho.

#### REGIMENES DE FLUJO.

El flujo en canales aluviales está dividido en dos regímenes con una transición en la zona intermedia (según Simons y Richardson, 1963) Los dos regímenes se caracterizan por sus similitudes en la configuración del fondo, modo de transporte de sedimentos y procesos de disipación de energía. Enseguida se presenta una clasificación de las formas del fondo según los regímenes de flujo y una breve discusión de ellos.

Régimen inferior (valores pequeños del esfuerzo constante  $\tau_{YS}$  )

Las configuraciones típicas de éste tipo de régimen son rizados, dunas con rizados sobreimpuestos y dunas. En este tipo de régimen la resistencia al flujo es grande y el transporte de sedimentos es pequeño. -- Las ondulaciones de la superficie del agua están desfasadas con respec

to a las ondulaciones del fondo existiendo además una zona de separación relativamente grande aguas abajo de la crestra de cada ondulación del fondo. La resistencia total al flujo es predominantemente rugosidad de forma. El modelo más común de transporte de material del fondo es deslizándose sobre las espaldas de las dunas o rizados hasta caer en la zona de separación donde son cubiertas por otros granos hasta que toda la duna se ha movido hacia aguas abajo y quedan descubiertas otra vez para iniciar un nuevo ciclo. Obviamente este movimiento depende de la velocidad de las ondulaciones así como de la velocidad de los granos que se mueven sobre sus espaldas. En estudios de laboratorio, los rizados fueron las formas predominantes, mientras que en cauce naturales, las formas dominantes en régimen inferior son las dunas con rizados sobreimpuestos.

#### Régimen superior

En régimen superior, pasa lo contrario que en el inferior, ya que la resistencia al flujo es pequeña, mientras que el transporte de sedimentos es abundante. Las formas usuales del fondo en este tipo de régimen son el fondo plano, antidunas en sus dos modalidades como ondas estacionarias o como antidunas rompientes y fondo escalonado. La superficie del agua está en fase con las ondulaciones del fondo excepto en las antidunas rompientes. Generalmente no existe zona de separación aguas abajo de las crestas de las ondulaciones, con excepción de una pequeña zona de separación que se presenta en las antidunas rompientes precisamente antes del rompimiento. La resistencia al flujo es resultado de la rugosidad de los granos, con éstos moviéndose, de la

---

formación de ondas y su correspondiente flujo y de la disipación de energía cuando las antidunas llegan a romper. El modelo de transporte de sedimentos es por el rodamiento individual casi continuo de los granos en una capa de uno o dos diámetros de las partículas de espesor. Cuando las antidunas rompen, mucho material queda en suspensión y es arrastrado en esta forma, suspendiéndose temporalmente el transporte por rodamiento.

#### Transición.

La configuración del fondo en la zona de transición es errática ya que puede variar de formas típicas de régimen inferior a formas típicas de régimen superior, dependiendo principalmente de las condiciones antecedentes. Si la configuración son dunas, el tirante y la pendiente pueden cambiar sus valores hasta aquellos que se presentarían en régimen superior pero sin cambiar la forma de las ondulaciones; por el contrario, si el fondo es plano el tirante y la pendiente pueden cambiar su valor hasta aquel que tendría un régimen inferior sin cambiar la configuración del fondo. En la zona de transición, las dunas que existían en condiciones antecedentes empiezan a disminuir su altura y a aumentar su longitud antes de llegar a una configuración de fondo plano (ésto es lo que se puede llamar "lavado de dunas"). La resistencia al flujo tiene la misma variabilidad que la configuración del fondo en esta zona. Brooks (1958) descubrió que no existe una relación única entre la velocidad del sedimento y el esfuerzo cortante producido por el flujo en esta zona.

Muchas veces, cuando las condiciones del flujo son tales que se está en la zona de transición, la configuración del fondo puede oscilar entre dunas y fondo plano. Este fenómeno se puede explicar por los cambios en la resistencia al flujo y en consecuencia, cambios en tirante y pendiente que van a afectar a esa configuración. La resistencia al flujo es pequeña en un fondo plano, así que el esfuerzo cortante decrece a un valor que no es compatible con el fondo plano, pero que sí lo es para un fondo con dunas y entonces, surgirán las dunas, que a su vez causan un incremento en la resistencia al flujo y un incremento en el esfuerzo cortante que no es compatible con la configuración de dunas pero que sí lo es para un fondo plano y entonces se desarrolla en el fondo plano, y así sucesivamente.

### 3. FACTORES QUE AFECTAN LA FORMACION DE ONDULACIONES EN EL FONDO.

Como ha podido verse a través de los párrafos procedentes existe un gran número de variables que intervienen directamente en la formación de las ondulaciones del fondo que además pueden ser interdependientes entre sí. Es más, al llevar a cabo mediciones de esas variables, debemos de tener bien claro cuáles de ellas dependen de las otras, lo cual resulta en extremo complicado para estudios de este tipo, ya que en unas condiciones una variable se comporta como dependiente de las otras, pero para otras, esa variable tiene una independencia completa de las demás. Un caso que ilustra esta situación es la pendiente, pues para un flujo en equilibrio, ésta es independiente de las demás variables, tanto así que la usamos como tal para el cálculo del gasto, del esfuerzo tractiva, etcétera, pues sabemos que con el transcurso de muchos años, el río ha ajustado su valor a aquel que provoca un transporte de sedimento igual al de alimentación del río, bien sea desde sus orígenes o bien por tributarios. Sin embargo al presentarse alguna situación ya sea natural (la ruptura de un meandro) o artificial (la construcción de una presa), la pendiente se convierte en una variable dependiente de la cantidad de material que sea arrastrado por el río ya que si ésta es mayor de la que normalmente puede llevar aquél, se provocará un depósito en el fondo que va a provocar un aumento dependiente, mientras que si el arrastre de material sólido es mayor que el aporte, se provocará una erosión en ese lugar -

que hará que la pendiente tienda a disminuir. Naturalmente en éstos casos se pueden presentar varias dudas como por ejemplo cuándo se dice que un río está en equilibrio . Sin embargo esto es tema de otro trabajo y nos limitaremos a mencionar lo anterior sólo como --- ejemplo ilustrado de lo que pueden ser la relaciones entre las va--riables de un problema.

Como es natural, cada investigador al realizar sus trabajos, mencionana cuáles fueron las condiciones en la que se lle ron ellos a cabo. Sin embargo, gracias a esa información, existen - algunos trabajos que se dedican a relacionar las condiciones de ca da experimento con los resultados obtenidos, y así tenemos a Vano--nien 1946, Eistein en 1950, Bagnold en 1956, Brooks en 1958 y Rouse en 1959 cuyos resultados muestran claramente la dependencia entre - las variables involucradas en el fenómeno que nos ocupa.

La principales variables que intervienen en el análisis del flujo en canales aluviales son:

- U velocidad media del flujo
- d tirante medio
- s pendiente de energía
- $\rho$  Densidad del agua
- $\nu$  viscosidad dinámica del agua
- g aceleración de la gravedad

- D diámetro representativo del material del fondo.
- $\sigma$  desviación estándar, medida de la distribución granulométrica del material del fondo
- $\rho_s$  densidad del material del fondo
- $F_p$  factor de forma de las partículas
- $F_s$  factor de forma de la sección transversal del flujo
- $f_s$  subpresión ejercida sobre las partículas del fondo

Existe otra variable que algunos investigadores han dejado fuera de esta clasificación por considerar escasa su influencia en el problema; el arrastre del material del fondo. Se puede pensar que la descarga del material del fondo afecte sobre todo a la resistencia al flujo al modificar la viscosidad del fluido y la densidad de la mezcla agua-sedimento. Vanoni y Nomicos, Vanoni y Brooks y Elata e Ippen demostraron que la presencia de sedimento en el flujo puede causar cambios importantes en las características turbulentas y en la distribución de velocidad. Además -- Elata e Ippen encontraron que el efecto del material arrastrado puede ser tomado en cuenta usando la viscosidad aparente (viscosidad de la mezcla agua-sedimento). Una razón más fundamental para no incluirlo en el análisis es que para un flujo en equilibrio, la descarga de material de fondo es una variable dependiente, aunque si el flujo no está en equilibrio, se convierte en una variable independiente que hay que analizar por separado.

### Velocidad

La velocidad juega un papel importante en el proceso de formación de dunas y posterior desarrollo de ellas para llegar a las demás formaciones del fondo. Su influencia se mide directamente -- con el número de Froude, que se ha visto es buen estimador de aquellas, tanto que existen muchos criterios para predecir qué tipo de formaciones cabe esperar con base exclusivamente en el número de Froude. Sin embargo, la velocidad por ser hasta cierto punto variable dependiente del tirante, pendiente y rugosidad, no se han hecho estudios para medir su relación directa con las ondulaciones del fondo.

### Tirante

El efecto que tiene el tirante sobre las ondulaciones del fondo no está bien determinado debido al rango estrecho de valores estudiados en laboratorio. Sin embargo se ha aprovechado la información disponible tanto de laboratorio como de campo para determinar su ingerencia en el problema.

El tirante es una variable significativa sobre todo en lo que a rugosidad relativa se refiere (la razón tirante-altura de las ondulaciones del fondo).

Se ha observado que para iguales condiciones de pendiente y tamaño del material de fondo, con un incremento de tirante puede -- cambiar un fondo plano sin movimiento de partículas a una configuración de rizos o dunas o aún antidunas siendo el proceso reversible es decir que si se tienen antidunas y disminuye el tirante, se puede pasar a un fondo con dunas, rizos o un fondo plano, manteniendo constante los demás factores.

Şentürk. presentó en 1967 un estudio con variables del tipo- $R/D_{65}$ ,  $S$ ,  $\gamma_s$ ,  $D_{45}/D_{65}$  y  $\psi$ , y demostró que si deja constante las cuatro últimas variables, una variación del radio hidráulico cambiará la configuración del fondo.

Una experiencia típica de esto es la presentada en la figura 2 en la que se ve una discontinuidad en la ley de tirante-gasto, causada por un cambio en la configuración del fondo de fondo plano a dunas o viceversa. (Beckman y Furness, 1962).

Limitando las variables a gasto y tirante, la resistencia al flujo varía con el tirante siempre y cuando la configuración del fondo no cambie. Cuando la configuración es fondo plano, con o sin arrastre de sedimentos, hay una disminución en la resistencia al -- flujo con un incremento del tirante, esto es, una disminución de la rugosidad relativa, cuando la configuración son rizos, ya que su -- forma es independiente del tirante, existe un efecto de rugosidad -- relativa, ya que la resistencia al flujo decrece con un aumento del tirante. Cuando existen dunas en el fondo, la resistencia al flujo-

se incrementa con un incremento del tirante para arenas más gruesas que 0.3 mm, mientras que para arenas más finas, la resistencia al flujo disminuye con un incremento en el tirante. Este efecto es el resultado de una disminución en la angularidad de las dunas así como un aumento en su tamaño. De observaciones de campo, para grandes tirantes, al incrementar el tirante, en material del fondo más grueso que 0.3 mm, se provoca una disminución de la resistencia al flujo. Esto se debe a que existe la zona de separación aguas abajo de las crestas de las dunas y porque a grandes tirantes, las dunas parecen causar irregularidades despreciables en el flujo, aunque parecen ser necesarios más estudios para definir claramente las condiciones donde la resistencia al flujo cesa de incrementarse con el tirante cuando se tiene una configuración de dunas en el fondo.

Cuando esa configuración son antidunas, la resistencia al flujo se incrementa con un incremento del tirante a algún valor máximo y entonces disminuye para incrementos posteriores de tirante. Este incremento o decremento en la resistencia está directamente relacionada con los cambios en la longitud, amplitud y actividad de las antidunas cuando el tirante se incrementa.

#### Pendiente.

Esta es una de las variables más importantes que contribuyen al movimiento de la partícula, ya que a grandes pendientes-

hay un incremento en la componente paralela al flujo del peso sumergido de la partícula. Si se empieza a incrementar la pendiente manteniendo constante el tirante, para un diámetro de aproximadamente 0.6 mm, las configuraciones que se presentan son: fondo plano sin movimiento de partículas, rizos, dunas con rizos sobreimpuestos, dunas, transición fondo plano con arrastre de sedimentos, ondas estacionarias y antidunas.

La resistencia al flujo es función de la pendiente -- cuando la configuración del fondo permanece inalterada. Por -- ejemplo :

a) Con tirantes pequeños, la resistencia al flujo se incrementa con un incremento dependiente, mientras que a tirantes grandes, esta última no cambia significativamente.

b) En un fondo con dunas, un incremento en la pendiente aumenta la resistencia al flujo para material de fondo -- que tiene una velocidad de caída de 6.1 cm/seg o mayor, mientras que para aquellos materiales que tiene menor velocidad de caída un incremento en la pendiente provoca una disminución en la resistencia a tirantes pequeños, siendo ligeramente al contrario -- para tirantes grandes.

c) para un fondo con antidunas, la resistencia al -- flujo aumenta con un incremento en la pendiente. La magnitud de ese incremento depende de la velocidad de caída del material -- del fondo, mientras más pequeñas sea ésta, mayor será el incremento.

### Densidad.

La densidad de una mezcla agua-sedimento se puede calcular con la fórmula propuesta por Simons (1963):

$$\gamma_m = \frac{\gamma \gamma_s}{\gamma_s - C_s(\gamma_s - \gamma)}$$

en la que  $C_s$  es la concentración del sedimento suspendido en peso, expresado como porcentaje. La importancia de incrementar la densidad del fluido con un incremento en la concentración de sólidos se puede apreciar cuando la densidad del fluido sirve como referencia de la densidad de las partículas del fondo para determinar el peso sumergido de éstas y la magnitud de las fuerzas de sustentación y empuje.

### Tamaño del material

El tamaño de las partículas afecta de tres maneras a la resistencia al flujo, primero, cambia la velocidad de caída la cual es una medida de la interacción del fluido y de la partícula en la formación de las configuraciones del fondo, su efecto en la rugosidad proporcionada directamente por los granos y por último su influencia en la estructura turbulenta y el campo de velocidades del flujo.

El tamaño físico de las partículas ya sea medido con el diámetro de sedimentación o el de cribado, es un factor importante en la determinación de la velocidad de caída. El uso del diámetro de sedimenta--

ción en lugar del de cribado tiene sus ventajas, ya que elimina el -- factor de forma de la partícula y la densidad del grupo de variables. Así, si solo se conoce el diámetro , se puede calcular la velocidad - de caída para cualquier temperatura, en cambio si el que se conoce es el diámetro de cribado, se debe conocer además el factor de forma y - la densidad de la partícula.

#### Granulometría del material del fondo

La granulometría del material del fondo tiene gran influencia en la configuración del fondo. Se ha observado que las ondulaciones-- del fondo formado con material graduado, son más redondeadas que aque llas desarrolladas en fondo con material uniforme (Daranandana, 1962) Şentürk (1967) observó que un incremento en la relación  $D_{35} / D_{65}$  in--- crementa la resistencia para un fondo con dunas y la disminuye para - uno con rizos.

#### Velocidad de caída

Ya mencionamos que la velocidad de caída se puede usar como va- riable independiente y eliminar así algunas variables en un análisis-- detallado tanto de las ondulaciones en el fondo como en la resisten-- cia al flujo causado por ellas, así que en los siguientes párrafos -- mencionaremos concretamente qué puede ser esa influencia. Como es fá- cil de imaginar, la velocidad de caída es la manera más sencilla de - relacionar el fluido con el material que es arrastrado en su seno. Pa

ra un tirante y una pendiente dadas, las formas del fondo tanto en tipo como en tamaño y en resistencia al flujo se verán afectadas - dependiendo del valor de la velocidad de caída del material que -- forma el fondo.

Şentürk (1967) presentó un parámetro que incluye la ve-  
locidad de caída.

$$f = \frac{R}{D_{65}} \cdot \frac{D_{35}}{D_{65}} \cdot \frac{\delta}{\gamma_s} \cdot \frac{S}{\left( \frac{W_{65} D_{65}}{\nu} \right)^2}$$

Manteniendo los demás parámetros constantes y dejando va-  
riable la velocidad de caída, un incremento de ésta puede provocar  
un incremento en la resistencia al flujo para una configuración de  
dunas, una disminución en la misma para un fondo con rizados o simple  
mente al cambio de rizados a dunas.

La existencia de una transición con fondo plano entre una  
configuración de dunas y una de ondas estacionarias, dependerá de -  
la velocidad de caída de los granos del fondo y del tirante del flu  
jo. Si el tirante es pequeño y la velocidad de caída es relativamen  
te grande, el fondo puede pasar de una configuración de dunas a una  
de ondas estacionarias sin pasar por la transición con fondo plano.

#### Factor de forma de la sección transversal

El factor de forma de la sección transversal se incluye en

el análisis debido a la no uniformidad de las secciones naturales en un río. Esto afecta principalmente la pérdida de energía y afecta al perfil de velocidades, al ancho del flujo y al tirante del mismo. No se tiene un conocimiento detallado de su influencia en la configuración del fondo, pero si se tienen pruebas de que el ancho de la sección por ejemplo, afecta esa configuración (ver anexo).

#### Fuerza de infiltración

Se llama fuerza de infiltración a aquella que se presenta en los granos que forman el material del fondo debido al paso de agua a través de ellos ya sea del fondo hacia el flujo o en sentido contrario. Esta fuerza influye debido al aumento o disminución del peso sumergido de las partículas y a la resultante estabilidad de las mismas. Así, si la "infiltración" es del fondo hacia el fluido, el resultado será una disminución del peso sumergido de las partículas del fondo, y en consecuencia una disminución de su estabilidad, mientras que si la infiltración es del fluido hacia el fondo, redundará en un aumento de ese peso específico sumergido y el consecuente aumento en la estabilidad del fondo. Cabría recordar que la infiltración a través del material del fondo es función tanto de la diferencia de presiones en la interfase líquido-sólido del fondo, como de la permeabilidad de este último.

#### 4. MECANICA DE LA FORMACION DE LAS ONDULACIONES DEL FONDO

Aunque el estudio de las formaciones de fondo se ha llevado a cabo por muchos años, aún no hay una teoría que explique satisfactoriamente el fenómeno. Darwin (1883) supuso que la formación se desarrollan debidas a vórtices en la interfase agua-sólido. Exner (1925) -- analizó el problema y propuso su ecuación de erosión.

endonde se supone que una aceleración en la dirección del flujo causa erosión, mientras que una deceleración causa depósito. En esta ecuación,  $z$  es la elevación del fondo arriba de un nivel de referencia,  $x$  y  $t$  son la distancia a lo largo de la dirección del flujo y el tiempo, respectivamente,  $E$  es un coeficiente de erosión y  $U$  la velocidad media del flujo en el cualquier sección. Si  $\eta$  representa la elevación de la superficie del agua, tomando el mismo nivel de referencia que para  $z$ , la ecuación de continuidad para un gasto  $Q$  constante será

$$(\eta - z) BU = Q$$

donde  $B$  es el ancho del canal. Si se supone que  $B$  no cambia y la superficie del agua es horizontal (?) se puede transformar la ecuación de erosión de Exner en

$$\frac{\partial z}{\partial t} = - \frac{EQ}{B(\eta - z)^2} \frac{\partial z}{\partial x} \quad (1)$$

Exner supuso que en un tiempo  $t = 0$  la elevación del fondo está dada por

$$z = A_0 + A_1 \cos \frac{2\pi x}{\lambda}$$

Donde  $\lambda$  es la longitud de la onda y  $A_0$  y  $A_1$  son constantes. La solución de la ecuación 1 con sus condiciones iniciales da,

$$z = A_0 + A_1 \cos \frac{2\pi}{\lambda} x - \frac{E \rho}{B(\eta-z)^2}$$

De aquí se puede observar que las ondulaciones resultantes tienen como características una amplitud constante  $A_1$  y una velocidad  $E\rho/B(\eta-z)^2$ . Del análisis de esta ecuación vemos que la cresta de las ondulaciones tienen mayor velocidad que las valles (por el término  $\eta-z$ ), de aquí que el sistema no pueda ser simétrico sino que va en constante transformación que debido a la inestabilidad del material del fondo, siempre van a tener aproximadamente la misma forma triangular mencionada anteriormente.

Como se ve, la teoría propuesta por Exner es más o menos completa, sin embargo, la crítica más severa a ella es que no explica cómo se llega a desarrollar las ondulaciones iniciales que se van a desplazar hacia aguas abajo a partir del fondo plano.

Anderson sugiere que las ondas en aguas someras pueden causar ondas sobre el fondo de material aluvial. Ha desarrolla-

do una relación entre el número de Froude  $U / \sqrt{gD}$  y la razón altura-espaciamiento de las ondas de arena, Liu ha demostrado experimentalmente que los rizos se pueden formar cuando no existen ondas superficiales. El análisis de Anderson no explica la formación de rizos en aguas profundas o en tuberías completamente llenas.

Inglis dice respecto a la formación de rizos que debido a una mezcla aleatoria de tamaños del material, se pueden formar pequeñas vórtices que pueden mover granos hacia aguas abajo, amontonándolos y que a partir de ese aglutinamiento se formará un vórtice mayor, etc, hasta que se llega a los rizos que todos conocemos.

Liu establece dos condiciones para la formación de flujo, considerando la semejanza de la interfase entre el fluido y el material del fondo a una interfase entre dos fluidos; a) que el fluido sea capaz de transportar sedimento y b) la interfase entre el flujo y el fondo móvil sea inestable. Los dos parámetros que gobiernan estas condiciones son  $U_* / w$  y  $wD / \nu$ . Como se muestra en la figura 3 existe una zona de movimiento de material con fondo plano para material fino y para el material grueso esta curva coincide con la curva de fluidos de inicio del movimiento, indicando que las ondulaciones se forman apenas se empieza a mover el material.

Según Vanoni y Brooks, las curvas de inicio de movimien-

to y de formación de ondulaciones en el fondo deben coincidir. Las discrepancias con los resultados de Liu los atribuyen a que a muy bajas cantidades de material transportado es difícil decir si los rizados se están o no formando. Ellos hicieron observaciones continuas durante 30 horas antes de determinar la existencia de una formación definida. Simons y Richardson también encontraron que para material fino (0.45 mm) los rizados se formaron cuando el movimiento del material del fondo empezó.

Porde utilizó los datos de Liu y observó que debido a la limitación de gastos, éste usó pendientes bastante fuertes lo que dió como resultado número de Froude del orden de 0.8 ó más, y que en esas circunstancias sí se puede presentar la condición de fondo plano después del inicio del movimiento y antes de la formación de dunas, mientras que para números de Froude bajos, la formación de las ondulaciones empieza tan pronto el material es arrastrado

Raudkivi ha hecho estudios de formación de dunas y vió que ellas se desarrollan en donde hay apilamiento de partículas. Esta tendencia se podría deber a la no uniformidad de las partículas y a la naturaleza aleatoria de vórtices en la frontera. La separación del flujo aguas abajo de este apilamiento causa erosión en una zona, cuyo material se posita aguas abajo donde la turbulencia disminuye, provocando más apilamiento aguas abajo, etc. Cabe aclarar que esta teoría conocida con la de Inglis.

---

El problema de estabilidad de un fondo plano de material aluvial ha sido tratado por varios autores. Matsunashi empezó -- con la ecuación de momentum, la ecuación de continuidad para el fluido y el sedimento y una ley de resistencia de tipo logorítmico. Introduciendo un pequeño disturbio en el fondo, obtuvo una ecuación diferencial de tercer orden para el disturbio y a partir de ella derivó las condiciones para las cuales a) el disturbio se amplificará hasta alcanzar la inestabilidad, b) el disturbio no será ni amplificado ni disminuído. c) El disturbio es eliminado.- Encontró que la estabilidad está gobernada por el número de Froude y  $U/U_*'$  donde  $U_*' = \sqrt{gR'S}$  donde  $R'$  es el radio hidráulico debido a los granos (Método de Einstein). Estableció que si  $Fr < 2$ , el flujo es estable para  $U/U_*' > 15$  y es inestable para valores menores. Para  $Fr = 2$ , el flujo es inestable si  $U/U_*' < 15$  y si  $U/U_*' > 10Fr/(Fr - 2)$ . Para valores de  $U/U_*'$  entre estos -- dos límites, el flujo es estable. Si el flujo es estable, el fondo permanece plano. Por otro lado. Matsunashi no explicó qué implica el término flujo inestable, ya que bajo esas condiciones de inestabilidad, el fondo puede caer a un perfil de dunas, anti-dunas etc.

Un análisis presentado por Engelund y Hansen es más elaborado. Ellos trabajaron con ondas de forma senoidal de pequeña amplitud y longitud de onda sobre un fondo plano con transporte de sedimento, que se mueve a una velocidad mucho más pequeña que la velocidad del flujo. Usando técnicas estándar, ellos obtuvieron la distribución del esfuerzo constante sobre un fondo senoi--

dal. Combinando las ecuaciones de momentum, continuidad de sedimentos y fluido, distribución de esfuerzos y resistencia, se determinó el efecto de las características del fondo ondulado sobre las condiciones hidráulicas. De aquí, Engelund y Hansen investigaron si la superimpulsión de un disturbio de longitud  $L$  y velocidad  $U_w$  proporcionaba una ecuación para determinar las condiciones de estabilidad del flujo. Sus resultados se muestran en la figura 4. De acuerdo a ella, será borrado el disturbio bidimensional y el fondo permanecerá plano.

Otro elegante desarrollo matemático ha sido presentado por Kenedy. El consideró un flujo irrotacional de un líquido sobre un fondo erosionable de forma senoidal, cuya amplitud de onda era muy pequeña comparado con la longitud. El usó también una ley simplificada de transporte de sedimentos en la cual decía que era proporcional a una potencia de la velocidad. Adicionalmente introdujo el concepto de  $\tau_c$  el cual definió como la distancia a la cual el transporte de sedimento retrasa la velocidad local en el fondo. De hecho, la inestabilidad del fondo puede ser atribuida a la existencia de un valor finito de  $\tau_c$ . Basado en estas suposiciones, desarrolló un análisis matemático para la estabilidad del fondo y las expresiones para las amplitudes de las ondas superficiales y del fondo, así como aquellos para la velocidad. DE estas expresiones determinó las condiciones para las cuales las ondas están en fase o fuera de ella. Las ondas fuera de fase siempre se movían -

hacia aguas abajo y fueron clasificadas como dunas. En un cierto rango de condiciones, se encontró que los disturbios del fondo no crecían, resultando un fondo plano.

El criterio de formación de los diferentes regímenes de flujo fueron expresados en forma gráfica entre el número de Froude y  $2\pi d/L$  donde  $L$  es la longitud de las ondulaciones. Los datos experimentales, coincidieron bastantes bien con este criterio. Hayashi amplió el análisis de Kennedy en un intento para poner una explicación física y cuantitativa por la fase de retraso

De la literatura existente, se puede sacar algunas conclusiones dependiendo del autor. De las investigaciones existentes, de acuerdo con Kalinske y Hsia, Laurien, Barton y Liu, Simons y Richardson y Liu los rizos se pueden formar para materiales más finos que 0.70 mm. Knoroz dice que los rizos no se formarán si el material es más grueso que 0.5 a 0.6 mm. Chaubert y Chauvin encontraron de sus experimentos con materiales con distintos tamaño que se forman rizos si  $D_{60} > 0.60$  mm, se formarán rizos locales si  $D_{60} < 0.6$  mm y  $D_{30} < 0.55$  mm y que los rizos no se formarán si  $D_{30} > 0.55$  mm. Estos valores se restringen al material con un  $\gamma_s = 2.6$  ton/m<sup>3</sup>. Si se quiere comparar ésto con materiales de otro peso específico, los tamaños arriba indicados se deberán multiplicar por

$$\left\{ 1.60 / \left[ \left( \rho_s / \rho \right) - 1 \right] \right\}^{1/3}$$

Williams y Kemp (1971), proponen una teoría de formación de las dunas y rizos, que en esencia concuerda con la de Inglis y Raudkivi, en la que debido a la naturaleza aleatoria del flujo, se pueden presentar vórtices detrás de cualquier protuberancia del suelo, como pudiera ser un grano de mayor tamaño que -- los demás, que provocan una pequeña socavación local cuyo material se deposita aguas abajo de ella pero como este depósito es otra protuberancia sobre el suelo y de mayor tamaño que antes, -- así que los disturbios provocados serán también mayores, y así sucesivamente.

Hill propone una teoría un tanto curiosa en su concepción, en la que dice que el fondo plano es estable por naturaleza, así que las ondulaciones se presentarán como consecuencia de una inestabilidad en tal flujo, sin embargo dice que también el flujo con ondulaciones en el fondo, sin embargo dice que también el flujo con ondulaciones en el fondo es estable por naturaleza, por lo que el fondo plano si es que se forma a partir de aquél, será resultado de una inestabilidad en las ondulaciones en el fondo.

Esta teoría junto con las expuestas en este capítulo, nos dan una idea de la falta de conocimiento completa, indicando ésto que aún falta mucho por investigar al respecto.

---

## MODELOS DE PREDICCIÓN DE LAS ONDULACIONES DEL FONDO

Existen algunos modelos para predicción de las ondulaciones en el fondo, que se pueden clasificar inicialmente en 3 tipos:

- a) Modelos que predicen el tipo de ondulaciones a desarrollarse.
- b) Modelos que predicen la geometría de las ondulaciones
- c) Modelos matemáticos de Predicción.

La predicción que pueda hacerse de las ondulaciones del fondo dependerá del modelo a usar. Así, si lo que se quiere es conocer solamente el tipo de formación que es posible encontrar en determinadas condiciones de flujo, es decir, si se pueden encontrar rizos, dunas o antidunas, con utilizar alguno de los modelos del primer grupo se obtiene la información deseada, mientras que si lo que importa es conocer las características geométricas de esas formaciones, se deberá usar algún método del segundo grupo o, si se cuenta con suficiente información, se podrá usar alguno del tercer grupo.

a) Modelos que predicen el tipo de ondulaciones a desarrollarse.

Estos modelos son lo que más pobre información proporcionan, ya que nos dicen únicamente el tipo de ondulaciones que es posible esperar dadas determinadas características del flujo. o aún menos, como veremos, existen algunos que solo dan información del tipo de régimen bajo determinadas circunstancias. Aunque algunas veces esa información es suficiente, al usar algunas fórmulas de fricción para régimen superior, inferior o transición por ejemplo, la gran mayoría de los casos estas gráficas se usan para información cualitativa.

Simons y Richardson (1964) propusieron una relación sencilla entre las características del flujo, el producto-esfuerzo cortante velocidad, y el diámetro medio de las partículas (diámetro de sedimentación, fig 5 ). Para la elaboración de esta gráfica los autores usaron información de laboratorio y de campo bastante extensa. Los datos de laboratorio fueron usados para establecer la zona de separación entre fondo plano y rizos, rizos y dunas y la zona de transición. los datos de campo en que se basaron fueron: Río Elkhorn Nebraska (Beckman y Furness, 1962), Río Grande

cerca del Paso Texas. Río Medio Aro, Nebraska (Hubell y Matejka, 1959), Río Grande en Cochiti cerca de Bernalillo y Angostura, -- Nuevo México (Culbertson y Damdy, 1964) y canal Punjab. Las predicciones hechas con esta gráfica concuerdan con observaciones de Nordin (1964) en el Río Grande con tirantes de 1.5 m y velocidades relativamente altas. En el caso del Río Mississippi, Jordan (1965) reportó que con velocidades similares a las del Río Grande pero con tirantes de hasta 15 m, la gráfica predijo fondo plano, mientras que en realidad del fondo eran dunas.

Athallah y Simons (1968) estudiaron grupos de parámetros adimensionales y propusieron dos métodos gráficos. Uno utiliza el número de Froude y la relación  $R/D_{50}$  (Fig. 6). El número de Froude es una medida de la inercia y fuerza gravitacionales del sistema, mientras el cociente  $R/D_{50}$  indica la rugosidad relativa del flujo. Esta gráfica se puede usar si se conoce la velocidad media, el radio hidráulico y el diámetro de caída del material. La otra gráfica propuesta por ellos (fig. 7) relaciona la pendiente de energía  $S$  del flujo, que es una medida de la disposición de energía debido a la rugosidad, con el parámetro adimensional  $\psi = \frac{\delta_s - \delta}{\delta} \frac{D}{R S}$  propuesto por Einstein, que es una medida de la habilidad del fluido a mover el sedimento. Esta gráfica es útil cuando en lugar de la velocidad media se conoce la pendiente de energía y el radio hidráulico.

Chabert y Chauvin (fig 8 ) usaron como parámetros -----  
 $\zeta_0 / \gamma' D$  y  $U_* D / \nu$  para sus predicciones. Adicionalmente propu-  
sieron otro parámetro  $D_* = (\gamma' / \rho \nu^2)^{1/3} D$ .

La principal limitante de estos métodos es su incapacidad-  
de considerar todas las variables involucradas en el problema, y de  
pendiendo de las que se seleccionen para predecir son los re ulta  
dos que se obtendrán.

b) Modelos que predicen la geometría de las ondulaciones. El  
estudio de las propiedades geométricas de las formaciones del fon-  
do es importante por dos razones: entender como esas formaciones -  
pueden ser referidas a las características del flujo que las provo  
ca así como a las características del material que las contituye -  
y, el conocimiento del efecto que ellas puedan tener sobre la re--  
sistencia al flujo sobre el transporte de sedimento.

La forma y tamaño de las ondulaciones del fondo varían den-  
tro de límites amplios para canales naturales, pudiendo ser además  
bi o tridimensionales dependiendo de los factores imperantes. Pare  
ce ser que no es muy conveniente trabajar con valores medios del -  
cociente altura de la onda-longitud de ella, pues aparte de que no  
dice nada de cada una de ellas por separado da mejores resultados  
trabajar con valores medios tanto de alturas como de lonqitudes de  
onda. No obstante esto, existen modelos que predicen precisamente-

esa relación, y así tenemos que Anderson (1953) encontró una expresión para  $h/L$  que es

$$mh \left\{ \tanh (mh) - \frac{2}{\text{Senh} (mh)} \right\} = \frac{1}{Fr^2}$$

$$m = \frac{2.11}{L} \quad \text{y} \quad Fr = U/\sqrt{gd}$$

Pande ha demostrado que para valores pequeños del número de Froude y material de fondo entre 0.18 y 1.0 mm, el valor  $h/L$  predicho con la fórmula anterior es más grande que los valores observados por él.

Garde y Albertson encontraron que cuando la subcapa laminar no ha desaparecido totalmente,  $h/L$  depende del factor  $\tau_o / (\gamma_s - \gamma)$  y  $U_* D/\nu$  mientras que ésta ya desapareció  $h/L$  depende de  $\tau_o / (\gamma_s - \gamma)$  y  $Fr$ . Ellos analizaron rizados y dunas separadamente, mostrándose en las figuras 9 y 10 esas relaciones, respectivamente. Yalin analizó datos de campo y de laboratorio y encontró que la altura de las ondulaciones está dada por

$$h/D = \frac{1}{6} (1 - \tau_{oc}/\tau_o)$$

mientras que la longitud está dada por

$$L = 1000 D \quad \text{si} \quad \frac{U_* D}{\nu} > 20$$

ó por

$$L = 5 d \quad \text{si} \quad \frac{U_* D}{\nu} < 20$$

Por medio de un ajuste a ojo de la gráfica de datos de campo y laboratorio, Kudryasov obtuvo una expresión para la altura de las ondulaciones con  $1.0 < D50 < 3.5 \text{ mm}$  y  $0.2 < Fr < 1.25$

$$\frac{h}{D} = 25.91 - \frac{16.65}{Fr^2 + 0.07} + \frac{3.75}{(Fr^2 + 0.07)^2}$$

cuya validez aún no ha sido totalmente confirmada.

Allen (1963), propone una relación basada en observaciones directas de campo:

$$\log d = 0.8271 \log h + 0.8901$$

El mismo propone las siguientes relaciones:

$$\log h = 0.9508 \log L - 1.0867$$

Para rizados pequeños ( $h < 0.15 \text{ m}$ ) y

$$\log h = 0.7384 \log L - 1.0746$$

Para dunas. Nótese que con estas fórmulas es necesario conocer la longitud de las dunas para predecir su altura o bien se puede obtener únicamente una relación constante para  $h/L$ .

Yalin propone una relación resultado de un análisis dimensional y de una suposición que según Simons y Richardson no es apropiada, como es el suponer que el esfuerzo cortante que resisten los granos en el valle de una duna es aproximadamente igual al que produce el flujo. La relación mencionada es

$$\frac{h}{L} \ll \frac{1}{6000} \frac{d}{D50}$$

Goswami graficó  $d/h$  contra  $S$ ,  $D_{50}$  y  $d/L$  en una gráfica tetrarimensional que se muestra en la figura 11, sin embargo nótese de nuevo que o bien es necesario conocer  $L$  para encontrar la amplitud de los rizos o bien el resultado es una región de respuestas limitada por  $d/L$  y por  $d/h$ , con lo que volvemos a caer en que conocemos en realidad  $h/L$ . Sin embargo, también encontró de sus datos una relación entre  $h$  y  $L$  definida como.

$$h = 0.055 L^{0.87}$$

Sin embargo, usando la figura 12 propuesta también por él mismo, podemos encontrar una relación de  $d/h$  contra la pendiente que sustituida en la ecuación anterior nos da la geometría completa de las dunas.

Como se puede observar con estos modelos es posible predecir únicamente la relación  $h/L$ , si no se conoce cualquiera de los dos, no se puede encontrar el valor individual de cada una de ellas. Sin embargo, esta deficiencia se puede subsanar pues la gran mayoría de los autores están de acuerdo en que de sus observaciones, se puede tener idea de la longitud de las ondulaciones del fondo, ya que ésta es aproximadamente igual que la longitud de las ondas producidas en la superficie, aunque esta operación esta apreciación deja de tener validez para longitudes extremadamente grandes y tirantes profundos, como las del río

Mississippi, por ejemplo.

En cuanto a la velocidad de las ondulaciones del fondo, existen pocos criterios para evaluarla

Chang, Liu y Pande, han encontrado que la velocidad-promedio de avance de los rizos y dunas, está en función de la velocidad media del flujo y el tamaño del sedimento. La velocidad encontrada es del tipo.

$$U_w = k U^n$$

en que  $U_w$  es velocidad de las ondulaciones,  $k$  es un coeficiente y  $n$  exponente, ambos determinados experimentalmente. Se ha encontrado además que  $n$  varía de 4.7 a 5.0, mientras que  $k$  está relacionado con el tamaño del sedimento, aunque estudios recientes, han mostrado que no dependen únicamente de él.

Kudryasov ha obtenido la expresión.

$$U_w \frac{D}{\nu} = 52.9 Fr^{5/2}$$

desarrollada para material grueso con  $0.1 \leq Fr \leq 1.4$ . Se han encontrado discretamente con la fórmula anterior para  $0.18 \leq D_{50} \leq 2.28$  mm. Con estos mismo datos, Kondap y Garde han demostrado que la profundidad del flujo es una variable importante y por lo tanto es válida su expresión.

$$\frac{U_w}{\sqrt{gd}} = 0.021 Fr^{4.0}$$

C) Modelos matemáticos de predicción.

Debido a la complejidad de predicción de las formas del fondo todos los modelos matemáticos hacen uso de una suposición que los podría caracterizar, la de que el flujo es potencial y de que es bidimensional.

El siguiente análisis está basado en la ecuación de continuidad para el sedimento. Las variables están referidas a la fig. 13 .

La mencionada ecuación es de la forma

$$\gamma_s \frac{\partial Y}{\partial t} + \frac{\partial q_s}{\partial x} = 0$$

En que  $x$  es una distancia medida sobre el eje del canal y las demás variables ya han sido definidas previamente.

El primer término de la ecuación anterior expresa la velocidad de depósito del sedimento sobre el fondo y el segundo el cambio en el gasto sólido a través del eje  $X$  . Se puede ver claramente que los dos términos son de signo opuesto ya que si  $\partial q_s / \partial x$  es negativo,  $\partial Y / \partial t$  deberá ser positivo y vice versa.

Además, Exner supuso que  $q_s$  se podría expresar como una función de la velocidad del flujo cerca del fondo de modo que.

$$q_s = A_0 U_0$$

en que  $A_0$  es una constante y  $U_0$  es la velocidad del flujo cerca del fondo. Sustituyendo este valor en la ecuación de continuidad planteada anteriormente, queda

$$\gamma_s \frac{\partial Y}{\partial t} + A_0 \frac{\partial U_0}{\partial x} = 0$$

que es conocida como ecuación de Exner en la que el problema ahora es calibrar para determinadas características

Atthaulah y Simons (1970) aplicaron un análisis estadístico multidimensional. El resumen del método es el siguiente:

Existen algunos parámetros que son los que caracterizan al flujo y que tienen relación con la formación de las ondulaciones, así como una serie de mediciones. Cada grupo de parámetros define a cada uno de los regímenes de flujo que ya conocemos. Ahora bien, la probabilidad de que una de esas mediciones corresponda a un grupo determinado es  $P(x)$  y el complemento es la probabilidad de que perteneciendo a un determinado grupo, sea asignado a otro, erróneamente. Si se minimiza esta función (la probabilidad complementaria) se estará seguro de que en un  $p$  por ciento de los casos, se estará haciendo la selección correcta. El método consiste precisamente en minimizar esa función.

La gran desventaja de este método, ya se está viendo, -  
 consiste en que debemos de tener muchas mediciones para hacer -  
 nuestro ajuste, amén de que el mismo solo sirve para predecir -  
 en qué tipo de configuración de fondo estamos trabajando y no -  
 aporta nada en cuanto a longitud, altura, etc. de las ondulaciones.

Cunge y Perdreaun (1973) presentaron un desarrollo mate-  
 mático muy elegante que arroja como resultado el desarrollo del  
 perfil del fondo del cauce. El resumen se presenta a continua--  
 ción.

Las cuatro ecuaciones en las que ellos se basaron son:

Ecuación de continuidad del fluido

$$B \frac{\partial y}{\partial t} + u \frac{\partial y}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial x} = 0 \quad (1)$$

Ecuación dinámica del fluido

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + g' \frac{\partial z}{\partial x} + F |u| |u| = 0 \quad (2)$$

Ecuación de continuidad de sólido

$$\beta \frac{\partial z}{\partial t} + \frac{\partial G}{\partial x} = 0 \quad (3)$$

Ecuación de transporte de sólido

$$G = G(u, y) \quad (4)$$

Ya que G es función únicamente de U y y,

$$\frac{\partial G}{\partial x} = \frac{\partial G}{\partial u} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial G}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial x} \quad (5)$$

Sustituyendo esta ecuación en la (3) y si se trabaja con anchos unitarios añadiendo a las ecuaciones así obtenidas las expresiones para las derivadas totales de u, y y z, se forma un sistema de seis ecuaciones que son:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + g \frac{\partial y}{\partial x} + g \frac{\partial z}{\partial x} + Fu|u| = 0 \quad (6)$$

$$\frac{\partial y}{\partial t} + h \frac{\partial u}{\partial x} - u \frac{\partial y}{\partial x} = 0 \quad (7)$$

$$\frac{\partial z}{\partial t} + \frac{\partial G}{\partial u} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial G}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial x} = 0 \quad (8)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial u}{\partial x} dx - du = 0 \quad (9)$$

$$\frac{\partial y}{\partial t} dt + \frac{\partial y}{\partial x} dx - dy = 0 \quad (10)$$

$$\frac{\partial z}{\partial t} dt + \frac{\partial z}{\partial x} dx - dz = 0 \quad (11)$$

y las condiciones que determinan las direcciones características es que el siguiente determinante sea cero.

$$\begin{vmatrix} 1 & U & 0 & g_1 & 0 & g \\ 0 & \gamma & 1 & U & 0 & 0 \\ 0 & \partial G / \partial u & 0 & \partial G / \partial y & 1 & 0 \\ dt & dx & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & dt & dx & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & dt & dx \end{vmatrix} = 0$$

de donde

$$-(dx)^3 + 2u(dx)^2 dt + (gh - u^2 + g \frac{\partial G}{\partial u}) dx(dt)^2 + g(h \frac{\partial G}{\partial h} - u \frac{\partial G}{\partial u}) (dt)^3 = 0$$

si  $dx/dt = c$

$$-c^3 + 2uc^2 + (gh - u^2 + g \frac{\partial G}{\partial u})c + g(h \frac{\partial G}{\partial h} - u \frac{\partial G}{\partial u}) = 0$$

El análisis de esta ecuación, ha sido presentado por de Vries y Kyoto Suga, quienes han demostrado que su solución tiene tres características en el plano  $x, t$ .

## 6 CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES .

el flujo en canales aluviales es un extremo complicado Las relaciones de los parámetros que intervienen en el fenómeno aún no han podido ser perfectamente definidas, debido a la interdependencia que existe entre todos ellos, pues las características hidráulicas están influenciadas por la resistencia al flujo que provocan las ondulaciones del fondo e irregularidades de los primeros, formándose en sistema interdependiente no muy bien definido.

Esas ondulaciones del fondo pueden ser de diferentes tipos, según sus características físicas y su comportamiento, -- así como las características hidráulicas con fondo plano, ondas estacionarias, antidunas rompientes y remansos y rápidas o flujo escalonado.

De estudios realizados de 1950 a la fecha se ha podido determinar aproximadamente el papel que juega en la formación y posterior desarrollo de esas ondulaciones, cada uno de los parámetros más importantes involucrados en el fenómeno como velocidad, tirante pendiente, arrastre de sedimentos, densidad de sólidos, viscosidad, etc. Así mismo se han desarrollado varias teorías tratando de explicar la formación de esas ondulaciones, ---

siendo la más aceptada aquella que propone la formación de vórtices erosivos formados aguas abajo de protuberancias no usuales (como un grano de tamaño mayor que la media, etc), y modelos que predicen tanto la geometría de las ondulaciones, como su desarrollo en el tiempo.

Sin embargo, aún existen muchas lagunas en nuestro conocimiento de problemas. Por ejemplo como se menciona en el apéndice, el ancho de la sección en donde se desarrollan las ondulaciones influye en la geometría y desarrollo tridimensional de éstas, en ese estudio se ha empezado a atacar el problema pero no se llegan a conclusiones cuantitativas sino solo a la confirmación de la dependencia existente entre ondulaciones de fondo y ancho de la sección.

Aún no se ha determinado la razón de la dispersión mostrada por los datos recabados en muchos lugares si se supone que son elementos de una misma población, las ondulaciones del fondo.

Los modelos de predicción existentes son buenos para predecir solo en aquellos ríos y para las condiciones generalmente limitadas a partir de los cuales fueron desarrollados. Los modelos matemáticos, que son los que se supone deben dar mejores resultados requieren para su calibración de infinidad de datos que muchas veces no es posible obtener.

Debido a ésto, si alguna vez se requiere la predic\_ ción de formaciones del fondo, lo mejor es investigar si algu- nos de los métodos desarrollados ha sido deducido para condi- ciones similares a los de interés, ya que aún obtendríamos me- jores resultados, y comprobar, en lo posible, la bondad de --- nuestra predicción, para hacer los ajustes necesarios al méto- do usado e irlo mejorando con el tiempo.

---

## BIBLIOGRAFIA

1. Willis, J.C., Kennedy, J.F., "sediment discharge of alluvial Streams calculated from bed forms statistics" Iowa Institute of Hydraulic Research Iowa City, Reporte No. 202, Junio 1977
2. Falcón A., M, "La formación de barras alternas en un canal con fondo móvil", IV Congreso Latinoamericano de Hidráulica-I.A.H.R.
3. Da Cunha, V., "A hidráulica dos escoamentos com fundo móvel.- Naturaleza, evaluación e perspectiva de alguns problemas", Laboratorio Nacional de engenharia Civil, Lisboa, 1974.
4. Kishi, T. "Bed forms and Hydraulic relations for alluvial - - estreams" Hokkaido University. Sapporo, Japan, 1979
5. Hill, H.M., "Bed forms due to a fluid stream", Procds of the A.S.C.E. Journal of the Hydraulics Division, Marzo 1966.
6. Engelund, F., " Hydraulic resistance of alluvial streams", - Journal of the Hydraulics Division, Procs. A.S.C.E., Marzo - 1966.
7. " Sediment transportation mechanics, Fundamentals of sediment

transportation", Task Committee on preparation of sediment Manual Report, Journal of the Hydraulics Division, Procs A.S.C.E. Diciembre 1971

8. Williams, P.B, Kemp, P.H, "initiation of ripples on flat sediment bed" Journal of the Hydraulics Division , Procs, A.S.C.E. Abril-1971
9. Hayashi, T. "Formation of dunes and antidunes in open channels" Journal of the Hydraulics Division, Procs A.S.C.E. Febrero 1970.
10. Ching F.M., "Ripple concentration and friction factor" Journal of the Hydraulics Division, Procs, A.S.C.E., Febrero 1970.
11. Crickmore, M.J, "Effect of flume width on bed-form characteristics" Journal of the Hydraulics Division, Procs, A.S.C.E. Febrero 1970.
12. Senturk, F., "Mechanics of bed Informations". La Houille Blanche N° 2, 1969.
13. Carstens, M.R, Altinbilek, H.D. "Bed material transport and bed forms", Journal of the Hydraulics Division, Procs. of the A.S.C.E., Mayo 1972.
14. Pratt, Ch, J., Smith, K, V., "Ripple and dune phases in a narrowly graded sand", Journal of the Hydraulics Division, Procs. of the A.S.C.E, Mayo 1972.
15. Mercer, A. G. Haque, M.I., "Ripple profiles modeled mathematically" Journal of the Hydraulics Division, Procs of the A.S.C.E. Marzo 1973

16. Pratt, Ch. J., "Bagnold approach and bed-form development" Journal of the Hydraulics Division, Procs A.S.C.E. Enero -- 1973.
17. Cunge, J. A., "Mobile bed fluvial mathematical models", La-Huille Branche, N° 7. 1973.
18. Ashton, G.D. Kennedy, J.F., "Ripples on underside of river ice covers", Journal of the Hydraulics Division, Procs, - A.S.C.E., Septiembre 1972.
19. Garde, R.J., Ranga Raju, K.G. "Mechanics of sediment transportation and alluvial stream problems", Halsted Predd Book, N. Y. 1977.
20. Graf, W.H., "Hydraulics of sidement transport", M<sup>C</sup>Graw-Hill Book Company, N.Y., 1971.
21. Randkivi, A. J. "Loese boundery Hydraulics", Pergamon - Press, N. Y., 1976
22. Iwasa, Y., Kenndy, J. F., "Free surfase shear Flow overa - wary bed", Journal of the Hydraulics Divsion, Procs A.S.C.E., Marzo 1968
23. Engelund, F., "The development of oblique dunes", Progress repart 32, pp. 37.40, Abril 1974, Inst. Hydrodyn.- and Hydraulic Engineering, Techonological University Denmark

24. Rango Raju, K.G. Soni, J.P., "Geometry of ripples and dunes in alluvial Channels", Journal of the Hydraulic Research, - 1976. N° 3.
25. Vittal, V., Rango Raju, K. G., Garde, R. J., "Resistance of two dimensional triangular roughness", Journal of the - - Hydraulic Research, 1977, Vol. 15, N° i.
26. Gladki, H., "Resistance to flow in alluvial Channels with - coarse bed materials", Journal of the Hydraulic Research, - 1979, Vol. 17, N° 2.

## 8 A P E N D I C E

Se han llevado a cabo numeros estudios para tratar de determinar la característica de las formaciones del fondo de un cauce natural a partir de las características hidráulicas y del material que constituye el fondo. Sin embargo no se ha desarrollado una relación general debido a la gran dispersión de los datos recolectados en los estudios mencionados. Esa dispersión se puede deber a dos razones principales: 1) La ausencia de un método estándar de medición de los parámetros relacionados en el fenómeno y 2) la posibilidad de que las configuraciones del fondo se vean afectadas por el ancho de los canales en los cuales fueron medidas.

Crickmore (1970) se abocó a la tarea de tratar de determinar el segundo aspecto y se presenta aquí un resumen de su trabajo.

El trabajó con tres canales de 40, 50 y 60 m de longitud y con andos de 0.5 , 1 y 1.7 m respectivamente. Las mediciones se llevaron a cabo de tal manera que las características en los tres canales fueron similares como se muestra en la tabla siguiente:

CARACTERISTICAS HIDRAULICAS DE LOS CANALES USADOS POR CHICKMORE

Ancho del canal (m)	gasto unitario $m^3/s/m$	tirante (m)	radio Hidráulico (3)	Pendiente Energía $\times 10^3$	Velocidad media m/s	velocidad al cortante m/s
1.7	0.077	0.181	0.147	1.12	0.427	0.045
1	0.085	0.189	0.134	1.13	0.448	0.045
0.5	0.088	0.187	0.103	1.27	0.469	0.048

Las principales conclusiones a los que él llegó se--  
reunen a continuación.

Como se mencionó al principio de éste apéndice, exis--  
te la necesidad de uniformizar las mediciones tanto en canales--  
de laboratorio como en cauces naturales, con el fin de tener --  
las mismas bases de comparación en estudio posteriores. Esto no  
es muy difícil actualmente gracias al desarrollo de eco sondas--  
extramadamente sensible y de lectura digital que hacen que la -  
lectura de datos de ondulaciones en grandes cantidades (50 a --  
100) se convierta en una tarea fácil de llevar a cabo y no sea  
tan larga y tediosa como esa anteriormente. Además la exactitud  
lograda por estas lecturas es asombrosa. Solo como curiosidad,-  
se mencionará en el hecho de que Crikmore, para fines estadísti--  
cos se dió el lujo de despremiar irregularidades del orden de -  
1 cm ( ! ) detectadas con este aparato, aunque también serfa -  
sincero el mencionar que los tirantes que él trabajó eran del-  
orden de 80 cm a 1.0 m.

Crikmore encontró además, una estrecha relación entre  
el tamaño de las ondulaciones, tanto en altura como en longitud  
con el ancho del canal en el cual se midieron. Mientras más an-  
cho es el canal más grandes son las ondulaciones en el fondo, -  
independientemente de las demás características tanto del flujo  
como del material del fondo. Sin embargo, adn en contra de sus-

---

razonamientos, se tuvo que basar en datos de otros investigadores ante la imposibilidad de tener instalaciones de laboratorio demasiado grandes como para reproducir en él las dimensiones de algunas formaciones del fondo ya mencionadas en párrafos anteriores del presente trabajo.

Desgraciadamente, el trabajo de Crickmore termina en este punto, dejando abierta la investigación de aquí en adelante hasta llegar algún día a realizar una tendencia a definir una relación entre las dimensiones de las ondulaciones en el fondo, que como ya vimos, si se pueden predecir, y el ancho del flujo en el cual se va a realizar dicha predicción. Mientras redondeamos solamente que el ancho de los canales de prueba sí influye en las dimensiones de las ondulaciones del fondo,

Finalmente Crickmore hace referencia a una cosa - que le llamó la atención de sus experimentos y es que más que las dimensiones aisladas de esas ondulaciones lo que varía notablemente con el ancho del canal, es la geometría tridimensional que adquiere el fondo y que no se puede desarrollar del todo en canales angostos, como lo prueban las observaciones de otros autores también alguna vez mencionadas aquí, en el sentido de que las ondulaciones medidas por ellos abarcan "todo" el ancho de sus canales - se prueba, lo que ellos llaman un desarrollo bidimensional, que - muy raramente se ve en la naturaleza.

## 9 A G R A D E C I M I E N T O S

Al Ing. José Antonio Maza por los sabios consejos y paciente dirección, al Ing. y Amigo Victor FRANCO por su desinteresada colaboración y a la Srta. Amanda Martínez de la U. J. A. T. por la Mecnografía del original.

670

## 10 GRAFICAS

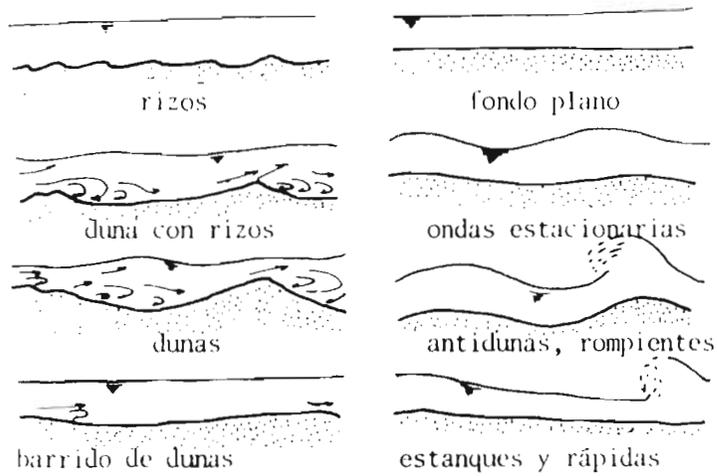


Fig. 1 Formas que puede adquirir el fondo de un cauce con material aluvial.

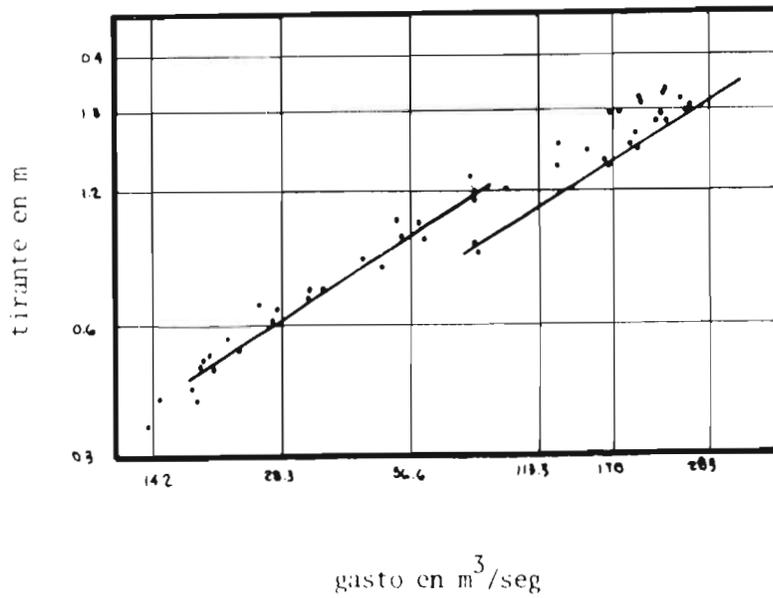


Fig. 2 Relación tirante-gasto (Beckman y Fourness)

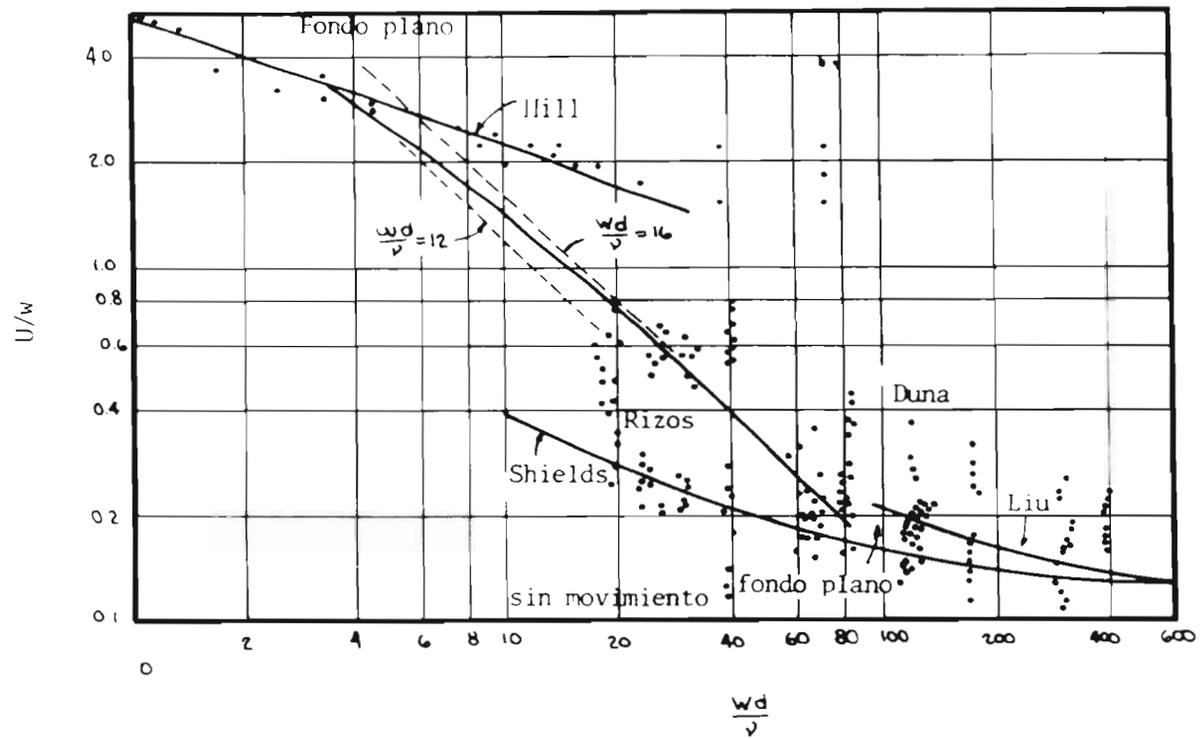


Fig 3 Regímenes de rizos y dunas,  $U^*/w$  y  $wd/v$  (Liu 1957)

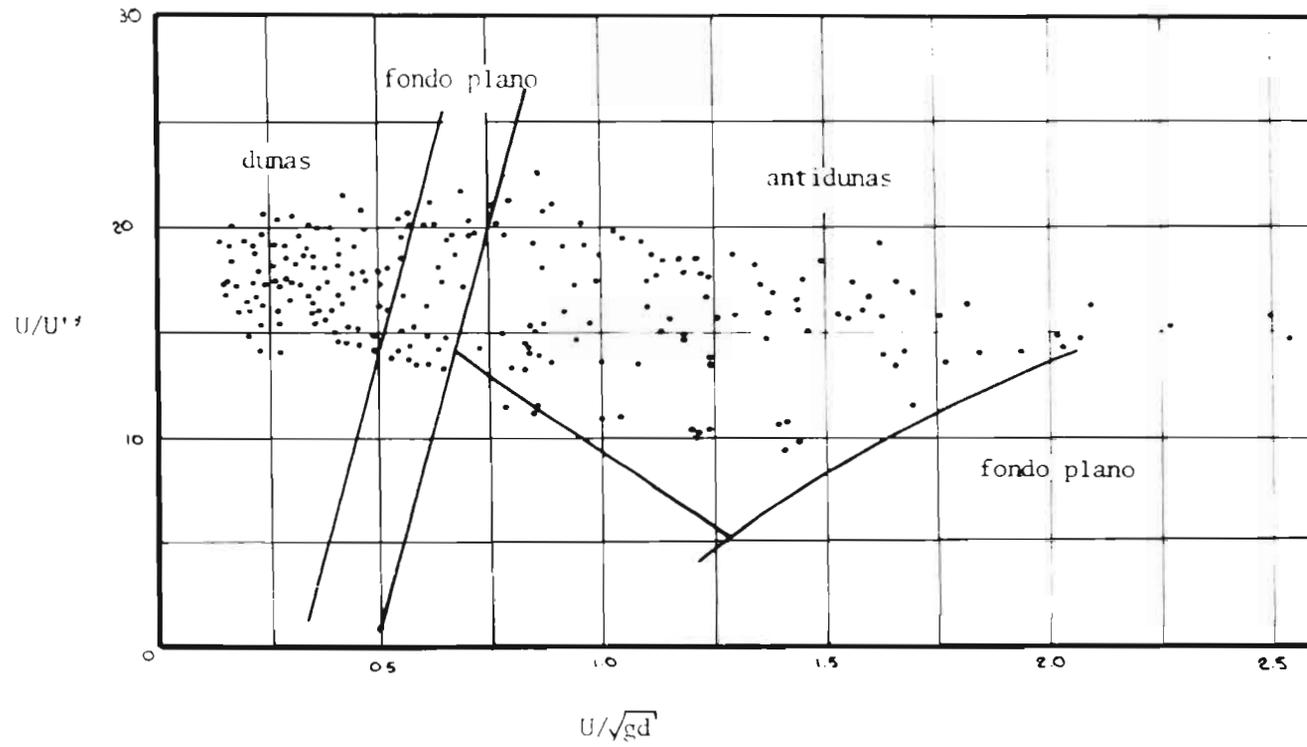


Fig 4 Criterio de Engelund y Hansen para regímenes de flujo

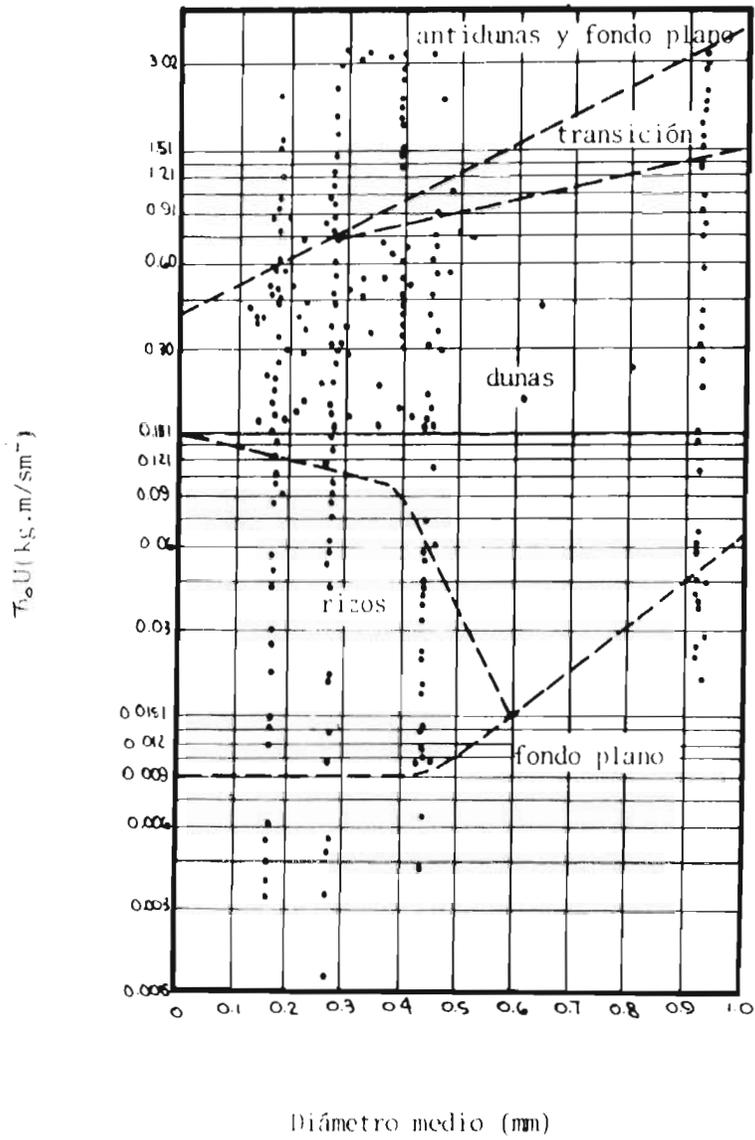


Fig 5 Criterio de Simons y Richardson para regímenes de flujo.

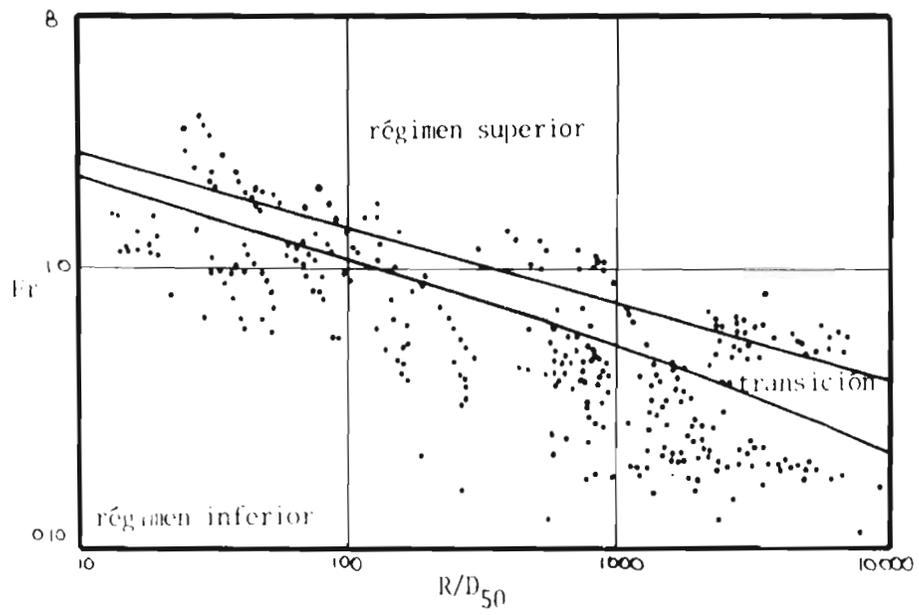


Fig. 6 Criterio de Athaullah y Simons

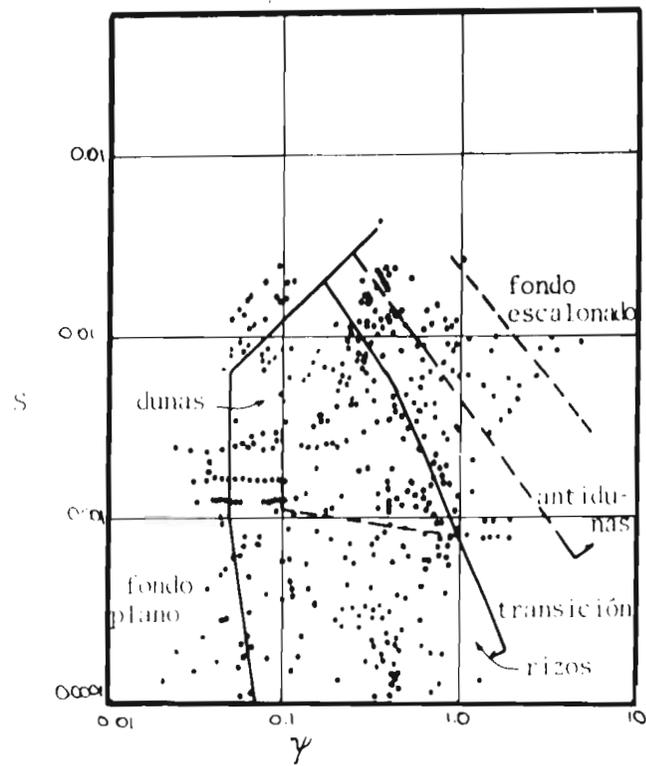


Fig. 7 Criterios de Athaullah y Simons

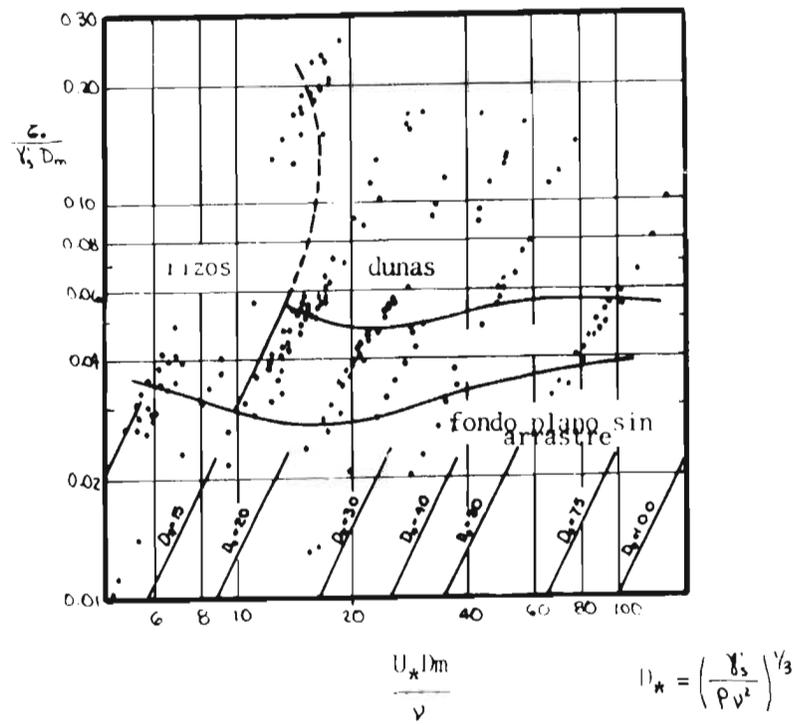


Fig 8 Predicción de formas de fondo (Chabert y Chauvin)

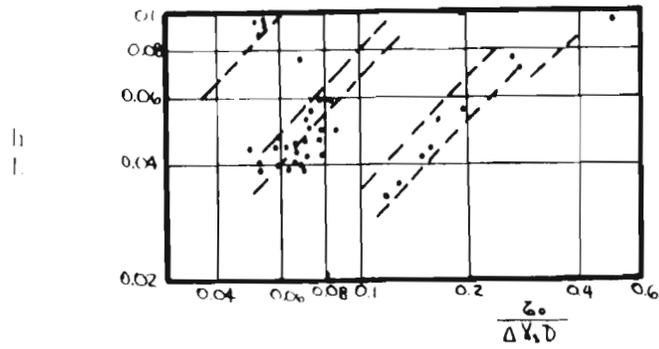


Fig. 9 Geometría de rizados (Garde y Albertson)

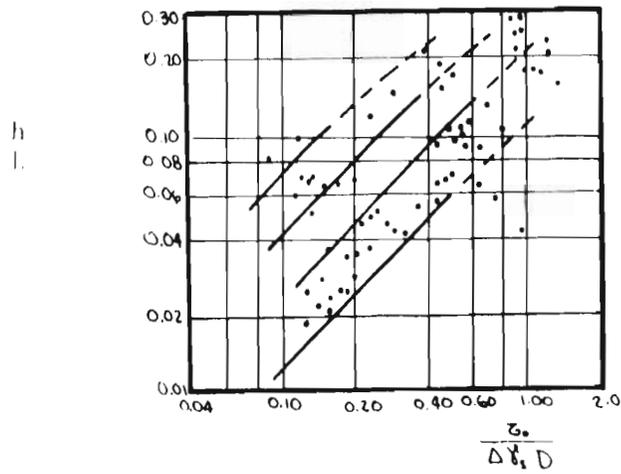


Fig. 10 Geometría de dunas (Garde y Albertson)

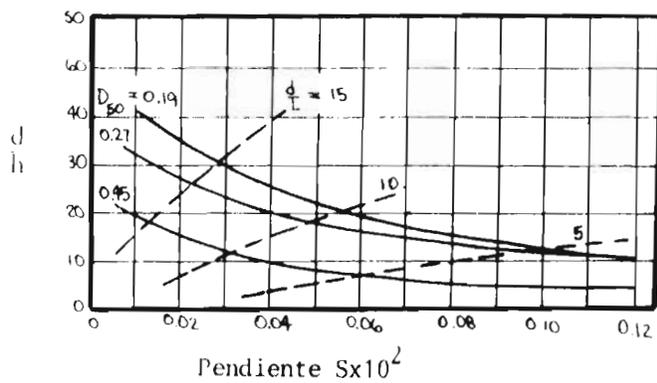


Fig 11 Variación de  $\frac{d}{h}$  con  $S$ ,  $D_{50}$  y  $\frac{d}{L}$  (Goswami)

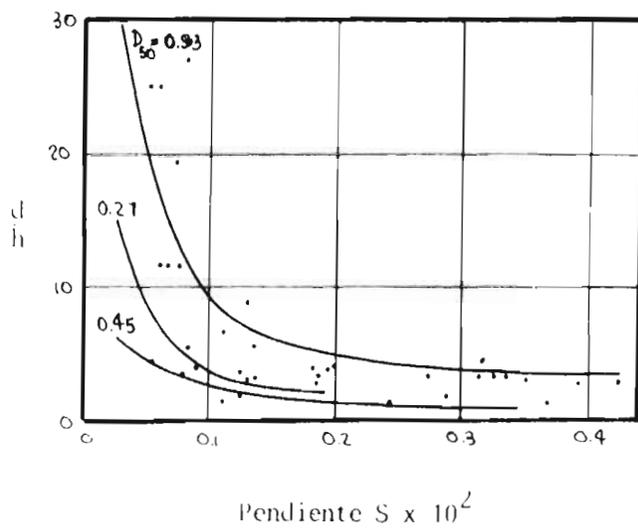


Fig 12 Variación de  $\frac{d}{h}$  con  $S$  y  $D_{50}$  (Goswami)

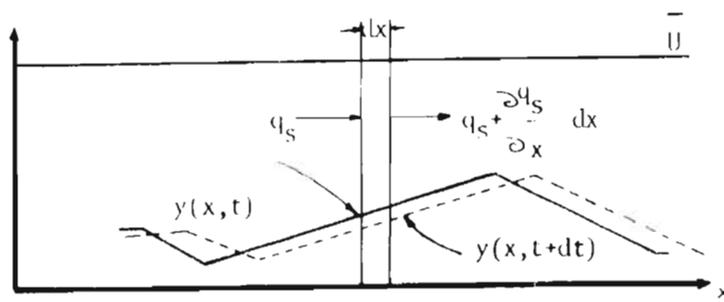


Fig. 13 Significado de las variables del modelo matemático presentado por Exner.