

670

01149 09.29

19

ANALISIS DEL FIUJO LLAMADO PELICULAS DE COMPRESION  
(SQUEEZEFILM).

Trabajo desarrollado por el alumno  
Francisco E. Avila Segura para pre  
sentar examen de grado de maestria  
en Ingeniería Mecánica.

División de Estudios de Posgrado de  
la Facultad de Ingeniería, U N A M.

**TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN**



Universidad Nacional  
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

**Biblioteca Central**



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

01149 0929  
19  
(670)

ANALISIS DEL FLUJO LLAMADO PELICULAS DE COMPRESION  
(SQUEEZEFILM).

Trabajo desarrollado por el alumno  
Francisco E. Avila Segura para pre  
sentar examen de grado de maestria  
en Ingenieria Mecanica.

División de Estudios de Posgrado de  
la Facultad de Ingenieria, U N A M.

**TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN**

TEMAS TRATADOS.

	Página.
1.- Descripción del Flujo de Películas de - Compresión (Squeezefilm) y la importan cia que tiene su estudio. ....	1
2.- Teoría Clásica. ....	4
3.- Estudios de Películas de Compresión pos teriores a la teoría clásica.- Estudios Experimentales.- Estudios Teóricos. ....	10
4.- Resultados experimentales mas recientes.- Descripción del Flujo de películas de - Succión.-Diseño del Experimento.-Resultados. ....	15
5.- Conclusiones. ....	19
6.- Bibliografía. ....	21

Apéndice.

1.- Descripción del Flujo de Películas de Compresión (squeeze film) y la importancia que tiene su estudio.

a) Descripción del flujo.

El flujo que se estudia en este trabajo es aquel que se presenta cuando se tienen dos placas circulares planas situadas paralelamente en posición horizontal y separadas una de otra por una distancia  $h(t)$ . El espacio entre placas se encuentra lleno con el líquido de prueba, sobre la placa superior se aplica verticalmente una fuerza constante (que generalmente se considera negativa cuando es dirigida hacia abajo). En la Figura 1 se representa gráficamente dicho flujo. La separación entre placas para  $t \leq 0$  es  $h_0$ . La fuerza es aplicada en el instante  $t=0$ .

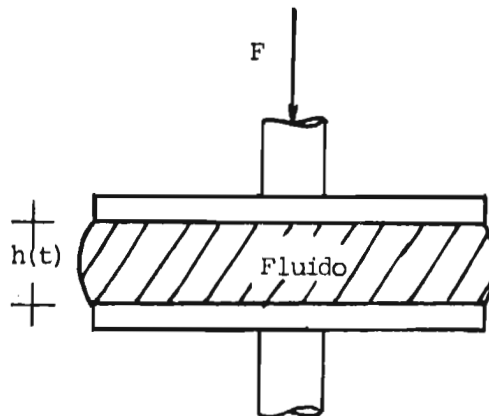


Figura 1. Diagrama esquemático del Flujo de Película de Compresión.

y se mantiene constante para  $t > 0$ .

Como resultado de la carga  $F$  aplicada, se tiene un cambio en la separación entre placas, que es función del tiempo.

En este punto, se introduce un parámetro del flujo llamado tiempo medio  $t_{1/2}$ , y definido como el tiempo que tarda la placa superior en moverse hasta su posición  $h_0/2$ . Este parámetro indica que tan "grandes" son las cargas aplicadas. Todo lo anteriormente dicho se muestra en la Figura 2.

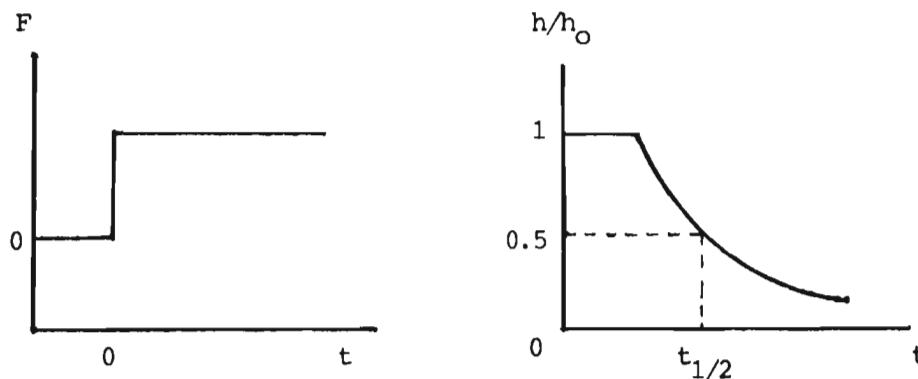


Figura 2. Condiciones iniciales del experimento y tiempo medio.

b) Importancia del Estudio del Flujo en Películas de Compresión.

La importancia del estudio de películas de compresión radica principalmente en que:

- i) Muchos de los aparatos utilizados para medir propiedades importantes de los fluidos, tales como la vis

cosidad, consistencia de grasas de lubricación, funcionan en base al flujo en cuestión. Ejemplos de tales aparatos son:

- Plastómetro de Placas Paralelas (Parallel Plate Plastometer). Dienes y Klemm (1946).
- Viscómetro de Placas Paralelas (Parallel Plate Viscometer). Gen (1960).

Las pruebas hechas en estos aparatos tienen gran demanda, debido a su simplicidad mecánica, los altos cortantes que se pueden alcanzar, las altas temperaturas que pueden manejarse, y la facilidad con que materiales altamente viscosos pueden probarse

- ii) Esta clase de flujos se encuentra en cualquier sistema lubricado, y es de gran interés saber si los lubricantes no-Newtonianos funcionan mejor que los Newtonianos.
- iii) Flujos similares al de Películas de Compresión se encuentran en los procesos de inyección de plásticos, en estos procesos se tienen grandes velocidades de flujo y es deseable hacer los análisis pertinentes en base a ecuaciones constitutivas adecuadas.
- iv) Desde el punto de vista del reologista teórico, este flujo ofrece un campo de especial interés, debido a las características que presenta, tales como: no-homogeneidad en el flujo, i.e., se presenta tanto flujo de cortante cerca de las placas, como flujo elongacional hacia el centro de la separación entre placas (en la dirección  $r$ , y en la dirección  $\theta$ ). Además, este flujo permite evaluar ecuaciones constitutivas bajo condiciones transitorias.

2.- Teoría clásica.- Consideraciones Teóricas.-  
Ecuación Constitutiva para el Fluido Newtoniano.-  
Solución de Stefan.-

a) Consideraciones Teóricas.-

Cualquier flujo tiene que satisfacer la primera ley de movimiento de Cauchy y la ley de conservación de masa, por tanto, considerando un fluido incompresible y homogéneo, i.e., un fluido de densidad  $\rho = \text{constante}$ , el flujo en cuestión debe satisfacer las ecuaciones.

$$\rho \underline{a} = \rho \underline{b} + \text{div } \underline{T} \quad (2.1)$$

$$\text{div } \underline{v} = 0 \quad (2.2)$$

donde:

- $\rho$  = Densidad
- $\underline{b}$  = Fuerza de cuerpo por unidad de masa
- $\underline{a}$  = Aceleración
- $\underline{T}$  = Tensor de esfuerzos
- $\underline{v}$  = Velocidad

Dada la geometría del flujo, las Ecuaciones (2.1) y (2.2) se usan en coordenadas cilíndricas físicas. Por tanto, la Ecuación (2.1) queda:

Coordenada r:

$$\begin{aligned} & \rho \left( \frac{\partial v_r}{\partial t} + v_r \frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r} \frac{\partial v_r}{\partial \theta} - \frac{v_\theta^2}{r} + v_z \frac{\partial v_r}{\partial z} \right) \\ & = \rho b_r + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r T_{rr}) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} T_{r\theta} + \frac{\partial T_{rz}}{\partial z} - \frac{T_{\theta\theta}}{r} \end{aligned} \quad (2.3a)$$

Coordenada  $\theta$ :

$$\begin{aligned} & \rho \left( \frac{\partial v_\theta}{\partial t} + v_r \frac{\partial v_\theta}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r} \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} + \frac{v_r v_\theta}{r} + v_z \frac{\partial v_\theta}{\partial z} \right) \\ & = \rho b_\theta + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r T_{r\theta}) + \frac{1}{r} \frac{\partial T_{\theta\theta}}{\partial \theta} + \frac{T_{\theta z}}{\partial z} + \frac{T_{r\theta}}{r} \end{aligned} \quad (2.3b)$$



Coordenada z:

$$\rho \left( \frac{\partial v_z}{\partial t} + v_r \frac{\partial v_z}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r} \frac{\partial v_z}{\partial \theta} + v_z \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) = \rho b_z + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r T_{rz}) + \frac{1}{r} \frac{\partial T_{\theta z}}{\partial \theta} + \frac{\partial T_{zz}}{\partial z} \quad (2.3c)$$

y la Ecuación (2.2) queda:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r v_r) + \frac{1}{r} \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0 \quad (2.4)$$

Debido a la simetría del flujo puede considerarse un campo de velocidades dado por:

$$v_r = v_r(r, z, t), \quad v_\theta = 0, \quad v_z = v_z(r, z, t) \quad (2.5)$$

y por la misma razón puede considerarse que cualquier derivada con respecto a  $\theta$  es cero. Además, se desprecia el efecto de gravedad que es la única fuerza de cuerpo.

- b) La teoría clásica de películas de compresión estudia solamente a los fluidos newtonianos.

La relación constitutiva para dicho fluido es:

$$\underline{I} = -p \underline{I} + 2\mu \underline{D} \quad (2.6)$$

donde:

- $p$  = es una presión arbitraria  
 $\mu$  es la viscosidad del fluido  
 $\underline{D}$  es el tensor de rapidez de deformación

En coordenadas cilíndricas físicas, el tensor de esfuerzos está representado (ver apéndice) por:

$$\underline{(T)} = \begin{pmatrix} -p + 2\mu \frac{\partial v_r}{\partial r} & 0 & \mu \left( \frac{\partial v_r}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial r} \right) \\ 0 & -p + 2\mu \frac{v_r}{r} & 0 \\ \mu \left( \frac{\partial v_r}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial r} \right) & 0 & -p + 2\mu \frac{\partial v_z}{\partial z} \end{pmatrix} \quad (2.7)$$

Una de las características del flujo bajo consideración es que el radio de la placa,  $a$ , es generalmente mucho - más grande que la separación entre placas  $h$ , i.e.,  $h \ll a$ . Esto permite el uso de la llamada aproximación de lubricación (aproximación de Prandtl). Esta aproximación consiste en analizar el orden de magnitud de los términos en las ecuaciones que gobiernan el flujo y despreciar -- los términos más pequeños.

Para tal efecto, se supone que  $v_r$  es de orden 1, i.e.,  $v_r = O(1)$ . Además, los cambios en la dirección  $r$  estarán dentro del orden de magnitud de  $a$ , como los cambios en la dirección  $z$  estarán dentro del orden de magnitud  $h$ .

entonces:

$$\frac{\partial v_r}{\partial r} = O(1/a), \quad \frac{\partial v_r}{\partial z} = O(1/h), \text{ etc.}$$

De la ecuación de continuidad, ec. (2.4), se deduce que  $v_z = O(h/a)$ .

Un ejemplo de como se usa la aproximación de lubricación es el siguiente:

Considérese, por ejemplo, los términos  $(\frac{\partial v_r}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial r})$  de la (Ec. 2.7). Como:

$$\frac{\partial v_r}{\partial z} = O(1/h) \quad \text{y} \quad \frac{\partial v_z}{\partial r} = O(h/a^2)$$

el término  $\frac{\partial v_z}{\partial r}$  se puede despreciar en comparación con

$$\frac{\partial v_r}{\partial z}, \text{ (ya que } h \ll a \text{).}$$

Otra suposición que debe hacerse antes de continuar, es que se considera un régimen de flujo cuasi-estacionario, i.e.; se considera que en la vecindad de una partícula dada, y en cualquier instante, el flujo puede describirse

como un flujo permanente entre dos placas.

Tomando en cuenta las consideraciones establecidas, las ecuaciones (2.3) se reducen a:

$$\frac{\partial p}{\partial r} = \mu \frac{\partial^2 v_r}{\partial z^2}, \quad (2.8a)$$

$$\frac{\partial p}{\partial z} = \frac{\mu}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left\{ r \frac{\partial v_r}{\partial z} \right\} + 2\mu \frac{\partial^2 v_z}{\partial z^2}, \quad (2.8b)$$

Nótese que la Ec. (2.3.b) se satisface idénticamente.

De la Ec. (2.8.a) puede concluirse que  $\frac{\partial p}{\partial r} = 0 (1/h^2)$ , lo cual implica que:

$$p = \left( \frac{a}{h^2} \right)$$

De aquí se tiene que:

$$\frac{\partial p}{\partial z} = 0 \left( \frac{a}{h^3} \right)$$

Sin embargo, de la Ec. (2.8b) se deduce que:

$$\frac{\partial p}{\partial z} = 0 \left( \frac{1}{ah} \right)$$

Esta incompatibilidad se resuelve al considerar p independiente de z, i.e.,

$$\frac{\partial p}{\partial z} = 0$$

Teniendo este último resultado, se puede integrar la Ec. (2.8a) dos veces con respecto a z, aplicando las siguientes condiciones de frontera:

$$v_r(r, h, t) = 0$$

$$v_r(r, 0, t) = 0 \quad (2.9)$$

La solución que se obtiene es:

$$v_r = \frac{z(z-h)}{2\mu} \frac{dp}{dr}, \quad (2.10)$$

Sustituyendo este campo de velocidades en la Ec. (2.4), se tiene:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left\{ \frac{rz(z-h)}{2\mu} \frac{dp}{dr} \right\} \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0 \quad (2.11)$$

Integrando esta ecuación entre los límites 0 y h, y utilizando las condiciones de frontera siguientes:

$$v_z(r, h, t) = \dot{h} \text{ donde } \dot{h} = dh/dt$$

$$v_z(r, 0, t) = 0 \quad (2.12)$$

Se obtiene:

$$-\frac{h^3}{12\mu r} \frac{d}{dr} \left( r \frac{dp}{dr} \right) + \dot{h} = 0 \quad (2.13)$$

Haciendo uso de la condición de que  $\frac{dp}{dr}$  es finito cuando  $r=0$ , la Ec. (2.13) se puede integrar dando por resultado:

$$\frac{dp}{dr} = \frac{6\mu r \dot{h}}{h^3}, \quad (2.14)$$

Integrando una vez más respecto a r, entre los límites  $r=a$  y  $r=r$  y considerando que  $p=p_{atm}$ . cuando  $r=a$  se obtiene:

$$p - p_{atm} = \frac{3\mu \dot{h}}{h^3} (r^2 - a^2), \quad (2.15)$$

La fuerza f actuando sobre la placa superior en la dirección z debido al fluido es:

$$f = - \int_0^a \{ T_{zz} |_{z=h} + p_{atm} \} 2\pi r dr, \quad (2.16)$$

Pero de la Ec. (2.7) y tomando en cuenta la aproximación

de lubricación (i.e., se desprecia el término  $2\mu \frac{\partial v_z}{\partial z}$ , se tiene que  $T_{zz} = -p$  y por tanto:

$$f = + \int_0^a \frac{3\mu \dot{h}}{h^3} (r^2 - a^2) 2\pi r dr, \quad (2.17)$$

o bien:

$$f = \frac{-3\mu \dot{h} \pi a^4}{2h^3}, \quad (2.18)$$

Por otra parte, tenemos que la ecuación de movimiento de la placa superior es:

$$M \ddot{h} = -F + f, \quad (2.19)$$

donde:

M es la masa de la placa.

Cuando la aceleración  $\ddot{h}$  es despreciable, se tiene que:

$$F = f, \quad (2.20)$$

Por tanto, la fuerza necesaria para mantener el movimiento de la placa queda expresada por:

$$F = \frac{-3\mu \dot{h} \pi a^4}{2h^3}, \quad (2.21)$$

A esta última ecuación se le conoce con el nombre de Ecuación de Stefan (1874) y se puede integrar para obtener la separación h como una función del tiempo.

3.- Estudios de películas de compresión posteriores a la Teoría Clásica. Estudios Experimentales. Estudios Teóricos.

- a) Estudios Experimentales.- Appeldoorn observó (1965) que los lubricantes viscoelásticos funcionan mejor que los lubricantes inelásticos (Newtonianos y no-Newtonianos) cuando se someten a flujos similares al de películas de compresión, i.e., la separación entre placas, cuando éstas son obligadas a "juntarse", varía más lentamente para un fluido viscoelástico. La fig 3 muestra el comportamiento típico experimental de  $h$  en función de  $t$ , para un fluido inelástico curva (a), para un fluido elástico curva (b).

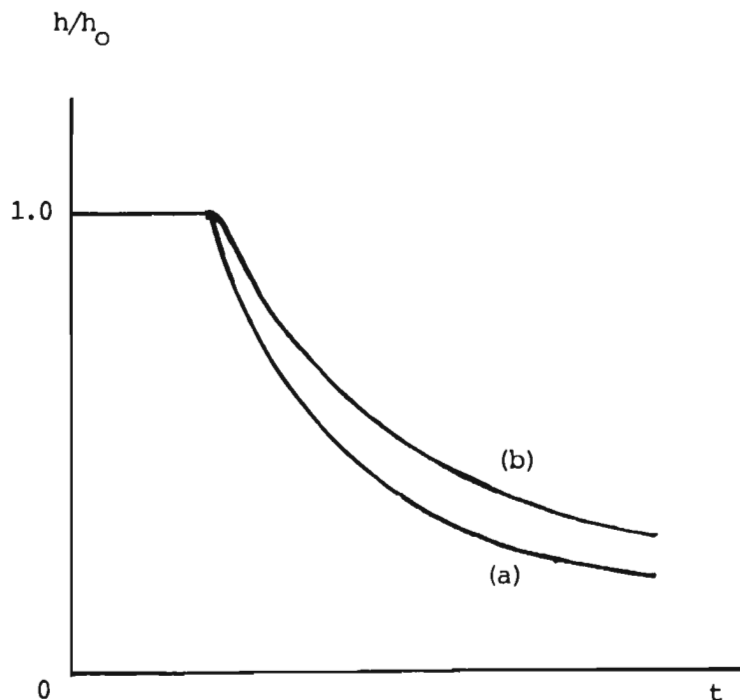


Figura 3. Comportamiento típico de  $h/h_0$  en función de  $t$ , para un fluido inelástico curva (a), para un fluido elástico curva (b)

Los resultados generales obtenidos por Appeldoorn fueron, posteriormente, confirmados por trabajos experimentales hechos por Leider - (1974) y por G. Brindley, Davis y Walters (1975).

De los datos experimentales se concluye que las placas se acercan más rápidamente para un fluido inelástico que para uno elástico, teniendo ambos la misma función de viscosidad.

También se observó que para cargas aplicadas ligeras, las curvas (a) y (b) coinciden, i.e., ambos tipos de fluidos se comportan como fluidos inelásticos.

b) Estudios Teóricos.- A continuación se presentan los trabajos teóricos existentes más importantes en películas de compresión para las dos diferentes clases de fluidos.

i) Fluidos inelásticos

En la búsqueda de una teoría más general que la desarrollada por Stefan, J.R. Scott utilizó (1931), para el fluido, una función de viscosidad regida por una ley de potencias. El esfuerzo cortante para dicho fluido queda expresado por:

$$T_{rz} = m q^n \quad (3.1)$$

donde:

$q$  es el gradiente de velocidad (cortante)  $\frac{\partial V_r}{\partial z}$ , y  $m$  y  $n$  son constantes halladas experimentalmente.

Sustituyendo la ecuación (3.1) en la ecuación (2.3.a) (ecuación de movimiento en la dirección  $r$ ) y tomando en consideración las mismas condiciones que se tomaron para obtener la

ecuación (2.21) se llega a una expresión para F dada por:

$$F = \frac{-2\pi m(2n + 1)^n (\dot{h}) a^{(n+3)}}{n^n h^{(2n+1)} (n+3)} \quad (3.2)$$

a la cual se le conoce con el nombre de ecuación de Scott. Para el caso en que  $m = \gamma$  y  $n = 1$  la ec.(3.2) se simplifica a la ec. (2.21).

La teoría más importante para fluidos inelásticos se debe a G. Brindley, J.M. Davis y K. Walters (1975). Dicha teoría considera, para el fluido, una función de viscosidad arbitraria y reproduce los resultados de Stefan o de Scott cuando la función de viscosidad es constante o sigue una ley de potencias respectivamente.

Se hace notar que existen dos correcciones a las teorías inelásticas. La primera de ellas toma en cuenta la inercia del fluido y fué desarrollada por Kuzma (1967), para un fluido Newtoniano (esta corrección consiste en sustituir la expresión para la velocidad dada por la ec. (2.10), en la ec. (2.3a), continuando después un procedimiento similar al ya hecho), y por Ramanaiah (1967) para un fluido de ley de potencias (aunque este resultado no se simplifica al de Kuzma cuando  $n=1$ ).

La segunda corrección toma en cuenta la inercia de la placa y fué desarrollada por G. Brindley, Davis y Walters (1975) para un fluido con función de viscosidad arbitraria.



ii) Fluidos viscoelásticos

Han sido varios los intentos por dar predicciones teóricas que concuerden, al menos cualitativamente, con el comportamiento descrito en el inciso a, presentado por los fluidos viscoelásticos que experimentan un flujo de películas de compresión, causado por condiciones severas de carga.

Los análisis hechos por Tanner, Kramer, y Brindley, Davis y Walters, predicen un acercamiento entre placas más rápido - cuando entre ellas hay un fluido viscoelástico que cuando entre ellas hay un fluido inelástico, la cual esta en plena contradicción con los datos experimentales.

Por otra parte, existen estudios hechos por Peralto (1969) y por Zahorski (1978) que dan resultados acordes, bajo ciertas situaciones, con los resultados experimentales, sin embargo, el primero de ellos, basado en un modelo convectivo de Maxwell, predice un valor erróneo en el tiempo que tarda la placa superior en llegar a una distancia de separación  $ho/2$ , - cuando las cargas aplicadas son grandes, y el segundo, que considera al flujo en cuestión como movimientos instantáneos con historias de deformación proporcionales, predice resultados físicamente imposibles cuando se trata de tomar en cuenta la inercia de la placa. Además esta teoría no es capaz de predecir el comportamiento del fluido bajo un flujo de - "succión" (flujo en sentido contrario al de películas de compresión).

Existe también un estudio desarrollado por Bird y Leider (1974), basado en el hecho de que el flujo de películas de - compresión tiene, en general, una historia de deformaciones, no continua. Además, toma en cuenta los sobresfuerzos (overshoot), en el esfuerzo cortante. Este estudio predice cua-

litativamente a partir de consideraciones puramente empíricas, comportamientos acordes con datos experimentales para películas de compresión. Si los argumentos expuestos por estos autores son válidos se esperaría una separación más lenta de las placas para un fluido viscoelástico que para un fluido inelástico (carga  $F$  aplicada hacia arriba), lo cual, desde el punto de vista de la lubricación implicaría que los fluidos viscoelásticos fueran peores lubricantes que los fluidos inelásticos, bajo estas condiciones de flujo, contradiciendo la creencia común que, los fluidos viscoelásticos son mejores lubricantes. Una discusión más completa sobre estos hechos, aparentemente contradictorios, se hará en la parte final de este trabajo.

4.- Resultados experimentales mas recientes.- Descripción del flujo de succión.- Diseño del Experimento.- Resultados.

- a) Flujo de Películas de Succión. Todos los trabajos experimentales y teóricos tratan con el flujo que se tiene cuando las placas se "juntan" debido a la carga  $F$  aplicada, sin embargo, el caso de separación de placas es mas representativo del fenómeno que ocurre en muchos sistemas lubricados. Además cabe suponer en base a las conclusiones aparentemente contradictorias que se desprenden de la teoría de Bird -Leider y que fueron mencionadas anteriormente, que los flujos de compresión y succión presentar esenciales diferencias.

Los estudios experimentales más recientes, D.M. Binding et al (1980), relacionado con el tema principal de este trabajo muestran que efectivamente estas diferencias existen.

- b) Diseño del Experimento.- Para llevar a cabo el experimento de flujo de succión se hicieron algunas adaptaciones a un Reogoniómetro Sângamo modelo R-19 de manera similar a las reportadas por Brindley, Davis, y Walters, las únicas diferencias fueron: un sistema de poleas colocadas en un marco independiente fijo, que servían para transmitir la fuerza  $F$ , en este caso, aplicada hacia arriba, y el cambio de la placa inferior por un recipiente ("copa") cilíndrico de fondo plano que sirvió para mantener llena de líquido la separación entre placas durante todo el tiempo de prueba, se trató de que los efectos de frontera inherentes a esta última modificación fueran mínimos colocando sólo la cantidad de líquido necesaria para lograr tal efecto.

La variación de  $h$  respecto a  $t$  fué graficada por un visicorder Honeywell. De manera semejante como se definió el tiempo medio del flujo se puede definir el tiempo doble de flujo como aquél que toma la placa superior en alcanzar una distancia igual a dos veces la separación inicial.

A continuación se define el número de Deborah como:

$$D = \frac{\lambda}{t_2} \quad (4.1)$$

donde:

$\lambda$  = tiempo de relajamiento, que es una característica del fluido relacionada con la elasticidad que posee.

$t_2$  = tiempo característico del flujo definido anteriormente

Al tratarse de flujo de compresión el número de Deborah involucra al tiempo medio.

Para grandes números de Deborah se tendrá en mente cargas "grandes" aplicadas y/o fluidos altamente viscosos. Cuando se trate de "pequeños" números de Deborah se pensará en pequeñas cargas aplicadas y/o fluidos poco elásticos.

Con objeto de checar si el sistema experimental funcionaba correctamente se probaron primeramente fluidos Newtonianos tales como silicón, glicerina y soluciones de glicerina en agua. Los puntos calculados mediante la ecuación de Stefan ec. (2.21) para  $h(t)$  coincidieron con la gráfica experimental.

Los fluidos no-Newtonianos usados fueron: soluciones de separan AP 30 en agua al 2, 2.5, y 3% en peso.

- c) Resultados del Experimento en Flujo de Succión: La característica observada mas importante en estos flujos fué que al iniciarse el movimiento se tenía un "salto" repentino de  $h(t)$  cuando el fluido de prueba era elástico (número de Deborah grande). Este comporta-

miento explica satisfactoriamente el que estos fluidos sean mejores lubricantes.

Las figs.(4.2) y (4.3) muestran las gráficas experimentales obtenidas para una solución en agua de Separán Ap 30 al 2.5% en peso, las curvas fueron obtenidas utilizando diferentes cargas aplicadas y diferentes separaciones entre placas.

En la fig (4.4) se muestra el comportamiento teórico, basado únicamente en consideraciones de viscosidad (tomando para ésta una ley de potencias, curva (b), y el comportamiento experimental, (curva a).

Ya que la ley de potencias subestima la viscosidad en la región de bajas rapidezces de deformación y por tanto subestima la rapidez de separación entre placas se ve claramente, fig (4.4), que no es posible predecir el comportamiento de los fluidos viscoelásticos, en estos tipos de flujos, en base a consideraciones de la viscosidad únicamente.

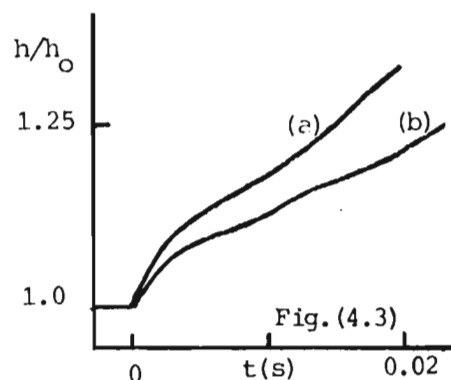
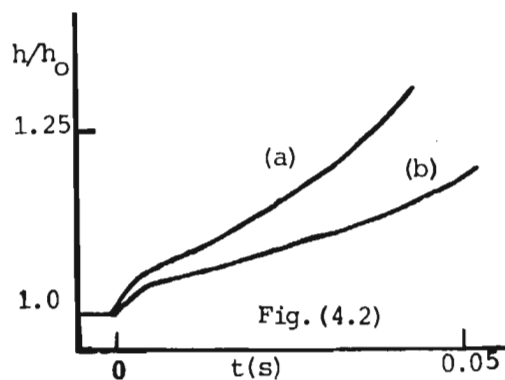


Figura 4.2 Comportamiento de  $h(t)$  para 2.5% de Separán A.P. 30 en peso en Agua. Temp.  $16^{\circ}\text{C}$ ,  $h_0 = 0.8\text{mm}$ . (a)  $F=42.5\text{N}$   
(b)  $F=32.8\text{N}$

Figura 4.3 Comportamiento de  $h(t)$  para 2.5% de Separán A.P. 30 en peso en Agua. Temp.  $16^{\circ}\text{C}$ ,  $h_0 = 0.8\text{mm}$ . (a)  $F=63.9\text{N}$   
(b)  $F=53.4\text{N}$

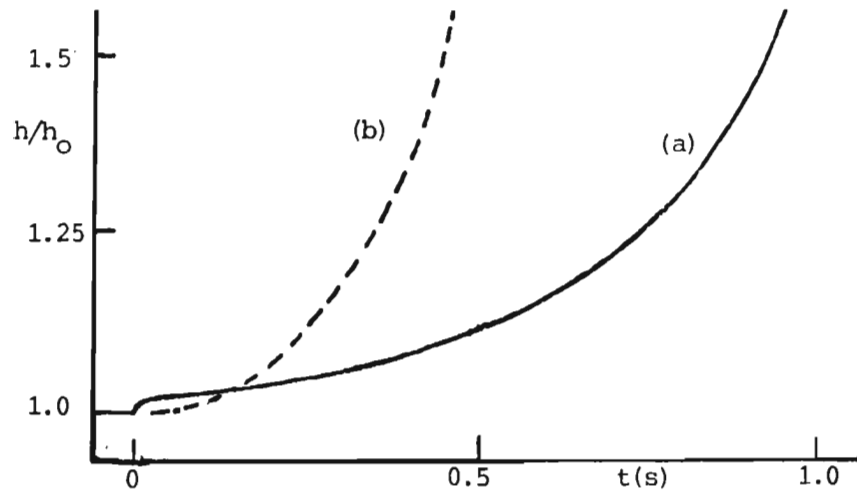


Figura 4.4 Comportamiento de  $h(t)$  para 2.5% de Separán A.P.30 en peso en Agua, Temp. =  $16^{\circ}\text{C}$ ,  $h_0 = 0.8\text{mm}$ , (a) Curva experimental, (b) Curva graficada a partir de la ecuación de Scott (ec. 3.2, para un fluido cuya viscosidad se rige por una ley de potencias).

## 5.- CONCLUSIONES

1. El flujo presentado ha sido objeto de estudio de varios investigadores desde 1874 hasta nuestros días.
2. El mejor argumento para explicar el comportamiento de los fluidos viscoelásticos en películas de compresión, basado en observaciones empíricas ("overshoot") en esfuerzos cortantes, fue dado por Bird y Leider (1974). Esta teoría trata de explicar dicho comportamiento en base a un conocimiento de la viscosidad únicamente. Dicho argumento está en contradicción con la evidencia de las mejores propiedades lubricantes de los fluidos elásticos, cuando estos experimentan un flujo de succión.
3. Los experimentos en flujos de succión demostraron que el argumento que explica las mejores propiedades lubricantes de los fluidos viscoelásticos no predice el efecto observado experimentalmente de "salto" de  $h(t)$  en estos fluidos al iniciarse el movimiento, sin embargo pasando este salto repentino de  $h(t)$  el aumento de viscosidad, que da por resultado un movimiento mas lento, si es satisfactoriamente representado cualitativamente por la teoría de Bird y Leider.
4. Para números de Deborah pequeños y en flujo de compresión, ambos tipos de fluidos, tanto inelásticos (Newtonianos y no Newtonianos) como viscoelásticos presentan el mismo comportamiento. Para flujo de succión, aunque también se espera, para pequeños números de Deborah, el mismo comportamiento para ambos tipos de fluidos, no fue posible observarlo experimentalmente, y aún más, para cargas de números de Deborah relativamente pequeñas el salto de  $h(t)$  siguió siendo observado.

5. El conocimiento experimental que se tiene de ambos tipos de flujo presentados es completo, mientras que, ninguna teoría explica satisfactoriamente, ni siquiera en forma cualitativa, todos los efectos que se presentan en estos flujos.
6. Existe un campo de investigación abierto respecto a la búsqueda de ecuaciones constitutivas adecuadas que puedan representar correctamente los fenómenos presentados en este trabajo.



6.- Bibliografia.

- 1.- Appeldoorn, J.K. Lubric. Tech., Trans. A.S.M.E., 18:182 (1965).
- 2.- J. Stefan and K. Sitzber, Akad. Wiss. Math. Natur. Wein, 69:713 (1874).
- 3.- J.R. Scott. Trans. Inst. Rubber Ind., 1:169 (1931).
- 4.- R.I. Tanner, A.S.L.E. Trans., 8: 179 (1965).
- 5.- A.B. Metzner, Trans. A.S.M.E., 90F:531 (1968).
- 6.- J.M. Kramer, Appl., Sci. Res. 30:1 (1974).
- 7.- A.B. Metzner, Rheol. Acta, 10: 434 (1971).
- 8.- P. Peralto, M. Ch. E. Thesis, Univ. of Delaware, (1969).
- 9.- R.B. Bird and P.J. Leider, Ind.Eng. Chem. Fund., 13:336 (1974).
- 10.- J. M. Davies, Ph D. Thesis, Univ. of Wales, (1974).
- 11.- G. Brindley, J.M. Davis and K. Walters, Non-Newtonian Fluid Mech., 1:19 (1976).
- 12.- S. Zahorski, J. Non-Newtonian Fluid Mech., 4:217 (1978).
- 13.- D.M. Binding et al., Proc. VIIIth Int. Congr. Rheol., 2:111 (1980).
- 14.- G.J. Dienes and H.F. Klemm, J. Appl. Phys., 17:458 (1946).
- 15.- A.N. Gen, Brit. J. Appl. Phys., 11:85 (1960).

## APENDICE

### a) Algunos de los conceptos utilizados

$\underline{a}$  vector

$a^i$  componentes contravariantes del vector  $\underline{a}$

$a_i$  componentes covariantes del vector  $\underline{a}$

$a_{(i)}$  componentes físicos del vector  $\underline{a}$

$\underline{A}$  tensor

$A^{ij}$  componentes contravariantes del Tensor  $\underline{A}$

$A_{ij}$  componentes covariantes del Tensor  $\underline{A}$

$A^i_j$  componentes mixtas del Tensor  $\underline{A}$

$A_{(ij)}$  componentes físicas del Tensor  $\underline{A}$

Componentes covariantes del tensor métrico  $\underline{g}$

$$g_{ij} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & r^2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

Componentes contravariantes del tensor métrico  $\underline{g}$

$$g^{ij} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{r^2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

Componentes físicas del vector  $\underline{a}$  en términos de sus componentes contravariantes y covariantes

$$a_{(i)} = \sqrt{g_{ii}} \quad a^i = \frac{a_i}{\sqrt{g_{ii}}}$$

Componentes físicos de  $\underline{D}$

$$D_{(ij)} = D_{ij} \sqrt{g^{ii} g^{jj}}$$

Símbolos de Christoffel en coordenadas cilíndricas

$$\Gamma_{r \theta}^{\theta} = \Gamma_{\theta r}^{\theta} = \frac{1}{r}$$

$$\Gamma_{\theta \theta}^r = -r$$

Componentes mixtas del gradiente de velocidad  
(grad  $\underline{v}$ )

$$L^i_j = \frac{\partial v^i}{\partial x^j} + \Gamma^i_j{}^m v^m$$

$v^i$  = componentes contravariantes de la velocidad  $\underline{v}$

b) Cálculo del tensor de rapidez de deformación  $\underline{D}$

Campo de velocidades en componentes contravariantes

$$v^r = v_{(r)} = v^r(r, z, t)$$

$$v^\theta = v_{(\theta)} = 0$$

$$v^z = v_{(z)} = v^z(r, z, t)$$

gradiente de velocidad en componentes mixtas

$$L^i_j = \begin{vmatrix} \frac{\partial v^z}{\partial r} & 0 & \frac{\partial v^r}{\partial z} \\ 0 & \frac{v^r}{r} & 0 \\ \frac{\partial v^z}{\partial r} & 0 & \frac{\partial v^z}{\partial z} \end{vmatrix}$$

$$\underline{D} = \frac{1}{2} (\underline{L} + \underline{L}^T)$$

$$L_{ij} = g_{ik} L^k_j$$

$$(L^T)_{ij} = L_{ji} = \begin{vmatrix} \frac{\partial v^r}{\partial r} & 0 & \frac{\partial v^z}{\partial r} \\ 0 & rv^r & 0 \\ \frac{\partial v^r}{\partial z} & 0 & \frac{\partial v^z}{\partial z} \end{vmatrix}$$

Se tiene por tanto que:

$$D_{ij} = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 2 \frac{\partial v^r}{\partial r} & 0 & \left( \frac{\partial v^r}{\partial z} + \frac{\partial v^z}{\partial r} \right) \\ 0 & 2rv^r & 0 \\ \left( \frac{\partial v^z}{\partial r} + \frac{\partial v^r}{\partial z} \right) & 0 & 2 \frac{\partial v^z}{\partial z} \end{vmatrix}$$

Aplicando la aproximación de lubricación

$$D_{ij} = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 2 \frac{\partial v^r}{\partial r} & 0 & \frac{\partial v^r}{\partial z} \\ 0 & 2rv^r & 0 \\ \frac{\partial v^r}{\partial z} & 0 & 2 \frac{\partial v^z}{\partial z} \end{vmatrix}$$

Las componentes físicas son:

$$D_{(ij)} = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 2 \frac{\partial v^r}{\partial r} & 0 & \frac{\partial v^r}{\partial z} \\ 0 & \frac{2v^r}{r} & 0 \\ \frac{\partial v^r}{\partial z} & 0 & 2 \frac{\partial v^z}{\partial z} \end{vmatrix}$$

c) Cálculo del tensor de esfuerzos para un fluido Newtoniano.

Para un fluido Newtoniano la ecuación constitutiva está representada por:

$$\underline{T} = -p \underline{I} + 2 \mu \underline{D}$$

donde:

$p$  presión arbitraria

$\mu$  viscosidad

$\underline{D}$  tensor de rapidez de deformación

$\underline{I}$  tensor unitario

Así que:

$$T_{(ij)} = \begin{vmatrix} -p + \mu \frac{\partial v^r}{\partial r} & 0 & \frac{1}{2} \mu \frac{\partial v^r}{\partial z} \\ 0 & -p + \mu \frac{v^r}{r} & 0 \\ \frac{1}{2} \mu \frac{\partial v^r}{\partial z} & 0 & -p + \mu \frac{\partial v^z}{\partial z} \end{vmatrix}$$



UNIVERSIDAD NACIONAL  
AVENPA

DIVISION DE ESTUDIOS DE POSGRADO  
FACULTAD DE INGENIERIA  
SECCION DE MECANICA TEORICA Y APLICADA

TEMA DE EXAMEN DE GRADO (Sin Tesis)

Candidato: FRANCISCO EDUARDO AVILA SEGURA  
Grado: Maestría en Mecánica (Opción: Termociencias)  
Tema: Se pide un análisis completo del flujo  
llamado "SQUEEZEFILM". Dicho análisis debe  
incluir tanto la solución clásica de Stefan  
como los desarrollos experimentales y teóricos  
más recientes.

Límite de  
cuartillas: 25

Plazo máximo: 20 días

Sinodal: Dr. D.M. Binding

Atentamente  
Cd. Universitaria, a 30 de julio de 1980.

*D. M. Binding*  
Dr. David Binding