UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO
FACULTAD DE INGENIERIA
DIVISION DEL DOCTORADO

ESPECTROS DE TEMBLORES EN EL VALLE DE MEXICO CONSIDERANDO LA VISCOSIDAD DEL SUELO

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE
MAESTRO EN INGENIERIA (ESTRUCTURAS)

P R E S E N T A

Octavio A. Rascón Chávez

México, D.F.

1964

PAGINACION

DISCONTINUA

CONTENIDO

I INTRODUCCION

En el presente trabajo se intenta determinar un criterio adecuado para considerar el amortiguamiento interno del suelo en el factor de amplificación que proviene de la existencia de estratos deformables bajo una estructura elástica lineal. Para esto se utilizaron los resultados de una serie de pruebas sobre probetas cilíndricas de arcilla del Valle de México vibrando torsionalmente. Las pruebas se realizaron en el laboratorio de Mecánica de Suelos del Instituto de Ingeniería, UNAM y se describirán en este trabajo.

El significado del factor de amplificación radica en que las respuestas máximas de estructuras sobre suelos blandos pueden obtenerse de las respuestas sobre suelo firme, multiplicando la esperanza del desplazamiento máximo por el factor de amplificación

En el presente trabajo quedan implícitas las siguientes hipótesis.

1. La roca es un medio seminfinito.
2. Todos los materiales son homogéneos e isótropos.
3. Es despreciable la interacción suelo-estructura.
4. El comportamiento del suelo es lineal.
5. Las fronteras son horizontales.

2 DESCRIPCION Y OBTENCION DE RESULTADOS DE LAS PRUEBAS

2.1 Descripción de las pruebas

Las pruebas fueron realizadas sobre muestras de arcilla extraídas de la Alameda Central en la Ciudad de México. Las muestras se labraron en forma semejante a las probetas para pruebas de compresión simple, con diámetro de 3.6 cm y alturas aproximadas de 2.5, 5.0 y 14.0 cm. En todas ellas se determinó la humedad inicial y final, peso volumétrico y resistencia en compresión directa.

Las pruebas consistieron en someter a vibración torsional el espécimen de arcilla sujeto en sus extremos por unas mordazas, una de las cuales estaba fija en la parte superior y la otra quedaba solidariamente unida a la probeta. Sobre la mordaza inferior se aplicaba un momento torsionante, el cual nos producía un giro inicial; al desaparecer súbitamente dicho momento, la probeta quedaba oscilando libremente. Las oscilaciones fueron registradas mediante un oscilógrafo, al cual le llegaban las señales de un amplificador conectado a un acelerómetro, y este a su vez conectado al disco de la mordaza inferior del aparato (Fig. 1). Los registros obtenidos muestran una curva típica de vibración amortiguada.

2.2 Obtención de los resultados

De cada registro del oscilógrafo se midieron las amplitudes de la primera y de la última onda claramente definidas. Mediante la expresión

$$\eta = \delta \Big/ \sqrt{(2\pi n)^2 + \delta^2}$$

donde

δ = decremento logarítmico

n = número de ciclos considerados y

η = porciento de amortiguamiento crítico

se encontró el porciento de amortiguamiento efectivo de la probeta (tabla 2).

Los períodos fueron calculados por J. Elorduy [1] y el procedimiento consistió en medir el tiempo transcurrido entre la primera y última oscilación y dividirlo entre el número de ondas, con lo cual se obtuvo el período medio (tabla 2).

3 RELACION ENTRE EL PERIODO Y EL PORCIENTO DE AMORTIGUAMIENTO

La clasificación de las muestras se hizo según las longitudes aproximadas de 2.5, 5.0 y 14 cm, dando lugar a los grupos 1, 2 y 3 respectivamente. De cada grupo se calcularon valores medios de los periodos y los porcientos del amortiguamiento crítico y se dibujaron las gráficas mostradas en las Figs. 2 y 3.

De dichas figuras se puede observar que el porciento de amortiguamiento es independiente del periodo y de la longitud de la muestra. Se nota también que el período varía linealmente con la raíz cuadrada de la longitud, ya que debido a que el momento polar de inercia de la mordaza es muy superior al de la probeta, la oscilación resultante es aproximadamente la que corresponde al primer modo de vibración, en la cual

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{32 J_1 L}{D^4 G}}$$

donde

J_1, L, D y G son el momento polar de inercia de masa del disco; la longitud, el diámetro y el módulo de rigidez dinámico de la probeta respectivamente. En la fórmula anterior no está considerado el amortiguamiento, ya que, por ser muy pequeño, influye poco en el período.

4 ESTUDIO ESTADISTICO DE LOS RESULTADOS

A los resultados obtenidos se les hizo la prueba de significancia estadística, tanto por grupos como para los elementos del grupo con longitud de 2.5 cm. Este se subdividió en dos partes formadas por elementos tomados al azar. Las tabulaciones necesarias para cada caso están en las tablas 1 y 2 respectivamente.

Para el grupo 1, si designamos con η_1 y T_1 el amortiguamiento y período medio del primer subgrupo respectivamente, y con η_2 y T_2 los mismos parámetros del segundo subgrupo, obtenemos

$$\bar{\eta}_1 = \frac{67.85}{13} = 5.22\,\%; \qquad \bar{T}_1 = \frac{0.643}{13} = 0.050 \text{ seg}$$

$$S^2(\eta_1) = \frac{\sum(\eta_i - \bar{\eta}_i)^2}{n-1} = \frac{36.6685}{12} = 3.056$$

$$S^2(T_1) = \frac{\sum(T_i - \bar{T}_i)^2}{n-1} = \frac{0.004129}{12} = 0.000343$$

donde $S^2(\eta)$ y $S^2(T)$ son las variancias del amortiguamiento y del período respectivamente, y n es el número de especímenes. Análogamente,

$$\bar{\eta}_2 = \frac{60.09}{12} = 5.01\,\%; \qquad \bar{T}_2 = \frac{0.658}{12} = 0.055 \text{ seg}$$

$$S^2(\eta_2) = \frac{47.0593}{11} = 4.28; \qquad S^2(T_2) = \frac{0.004590}{11} = 0.000417$$

Según el criterio de Student para la significancia de la media de dos poblaciones de los dos subgrupos, si se supone la hipótesis de que las medias de las dos poblaciones son iguales se tiene

$$S_c^2(\eta) = \frac{(n_1 - 1)\, S^2(\eta_1) + (n_2 - 1)\, S^2(\eta_2)}{(n_1 - 1) + (n_2 - 1)}$$

$$S_c^2(T) = \frac{(n_1 - 1)\, S^2(T_1) + (n_2 - 1)\, S^2(T_2)}{(n_1 - 1) + (n_2 - 1)}$$

Por tanto

$$S_c^2(\eta) = \frac{1}{23}\left[12\,(3.056) + 11\,(4.28)\right] = 3.641; \quad S_c(\eta) = 1.905$$

$$S_c^2(T) = \frac{1}{23}\left[12\,(0.000343) + 11\,(0.000417)\right] = 0.000378; \quad S_c(T) = 0.01945$$

Por otra parte

$$t(\eta) = \frac{\eta_1 - \eta_2}{S_c(\eta)\sqrt{\frac{1}{n_1 - 1} + \frac{1}{n_2 - 1}}} \quad y \quad t(T) = \frac{\bar{T}_1 - \bar{T}_2}{S_c(T)\sqrt{\frac{1}{n_1 - 1} + \frac{1}{n_2 - 1}}}$$

por lo que

$$t(\eta) = \frac{5.22 - 5.01}{1.915\sqrt{0.1742}} = 0.262$$

$$t(T) = \frac{0.050 - 0.055}{0.01945\sqrt{0.1742}} = -0.614$$

De las tablas que dan los valores de la distribución t de Student se obtiene

$$t_{0.95,23} = 1.71 > 0.614 > 0.262$$

por lo que la hipótesis no puede deshecharse y por tanto no existe diferencia significativa entre los dos subgrupos.

Para el caso de la significancia por grupos, si designamos con $\bar{\eta}_i$ y $\bar{T}_i$ al amortiguamiento y período medios del grupo i, donde $i = 1, 2$ y 3 tendremos

$\bar{\eta}_1 = \frac{167.91}{31} = 5.25\ \%$; $\quad \bar{T}_1 = \frac{1.698}{31} = 0.055$ seg

$s^2(\eta_1) = \frac{103.75}{30} = 3.4583$

$\bar{\eta}_2 = \frac{901.88}{170} = 5.31$; $\quad \bar{T}_2 = \frac{12.215}{170} = 0.072$

$s^2(\eta_2) = \frac{657.9850}{169} = 3.8934$

$\bar{\eta}_3 = \frac{464.07}{84} = 5.52\ \%$; $\quad \bar{T}_3 = \frac{10.257}{84} = 0.122$

$s^2(\eta_3) = \frac{288.8197}{83} = 3.4797$

y por tanto, efectuando el estudio de significancia, entre los grupos 1 y 2,

$$s_c^2(\eta) = \frac{169\ (3.8934) - 30\ (3.4503)}{199} = 3.8278\ ; \quad S_c(\eta) = 1.957$$

$$t(\eta) = \frac{5.31 - 5.25}{1.957\sqrt{\frac{1}{169} + \frac{1}{30}}} = 0.15468$$

De las tablas se obtiene

$$t_{0.95,\ 199} = 1.645 > 0.15468$$

por lo que no existe diferencia significativa entre los dos grupos.

Entre los grupos 1 y 3 tendremos

$$s_c^2(\eta) = \frac{83\ (3.4797) + 30\ (3.4583)}{113} = 3.4740; \quad S_c(\eta) = 1.864$$

$$t(\eta) = \frac{5,52 - 5,25}{1,864\sqrt{\frac{1}{83}+\frac{1}{30}}} = 0,681$$

De las tablas obtenemos

$$t_{0,95,\ 113} = 1,6457 > 0,681$$

por lo que tampoco existe diferencia significativa entre las medias de las poblaciones de los dos grupos.

Entre los grupos 2 y 3 tendremos

$$S_c^2(\eta) = \frac{169\ (3,0934) + 83\ (3,4797)}{252} = 3,757; \quad S_{(\eta)} = 1,938$$

$$t(\eta) = \frac{5,52 - 5,31}{1,938\sqrt{\frac{1}{169}+\frac{1}{83}}} = 0,807$$

De las tablas obtenemos

$$t_{0,95,\ 252} = 1,645 > 0,807$$

Por tanto no hay diferencia significativa entre los dos grupos.

De los resultados anteriores se concluye que, al no haber diferencia significativa entre los tres grupos el amortiguamiento resulta independiente de la longitud de la probeta y por tanto del período.

5 ANALISIS DE LA INFLUENCIA DEL SEGUNDO MODO DE VIBRACION DE LAS PROBETAS

Se estudiará la influencia del segundo modo de vibración para investigar si interviene en forma determinante en la valoración del período fundamental y amortiguamiento del sistema. En los registros obtenidos de las pruebas se notó que tanto el período como el amortiguamiento decrecían con el tiempo a lo largo de la gráfica tiempo-amplitud. Esto puede observarse de la serie de resultados indicados en la tabla 3, la cual se obtuvo calculando los períodos y los amortiguamientos en los primeros y en los últimos cinco ciclos de cada registro. Tal variación pudiera en principio atribuirse a la influencia del segundo modo natural o a comportamiento no lineal. El presente capítulo tiene por objeto dilucirdar este punto.

En lo que sigue calcularemos los períodos y modos naturales de vibración sin tomar en cuenta el amortiguamiento, ya que la influencia en los períodos es pequeña, y es nula en los modos de todo sistema que posee modos clásicos[2].

Representamos con la Fig. 4 la parte vibratoria del aparato de prueba e imaginemos el corte indicado en ella. Tendremos

$$M_2 = M_1 - \frac{\partial M_1}{\partial x}\,dx \qquad (1)$$

donde

$$M_1 = C\varphi = GI_p \frac{\partial \theta}{\partial x} \qquad (2)$$

Para el equilibrio, considerando las Ecs. 1 y 2,

$$M_1 - M_2 = -J_m \frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} = -GI_p \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2}\,dx = -\frac{m}{A} I_p \frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2}$$

Por tanto

$$G \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} = \frac{\gamma}{g} \frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} \tag{3}$$

fórmulas en las cuales M_1 y M_2 son los momentos torsionantes en las secciones 1 y 2 respectivamente; J_m y J_1 son los momentos polares de inercia de masa de la probeta y del disco respectivamente; I_p, γ, G y A son el momento polar de inercia de área, peso volumétrico, módulo dinámico de rigidez y el área de la probeta respectivamente; g es la aceleración de la gravedad, y θ es el giro de la sección.

Haciendo $Gg/\gamma = G/\rho = v^2$ (4)

la Ec. 3, nos queda

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} = v^2 \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} \tag{5}$$

Supongamos que el sistema vibra en el iésimo modo; su configuración será

$$\theta_i = X_i(x)\, T_i(t) \tag{6}$$

Efectuando las derivaciones indicadas en la Ec. 5 y sustituyendo en ella tendremos

$$X_i \ddot{T}_i = v^2 \ddot{X}_i T_i$$

Por tanto

$$v^2 \frac{\ddot{X}_i(x)}{X_i(x)} = \frac{\ddot{T}_i(t)}{T_i(t)} = cte = -p^2 \tag{7}$$

De la Ec. 7 se obtiene

$$\ddot{T}_i(t) + p^2 T_i(t) = 0 \tag{8}$$

que es una ecuación diferencial ordinaria de solución

$$T_i = A \cos p_i t + B \operatorname{sen} p_i t \qquad (9)$$

donde p_i es la frecuencia circular del iésimo modo.

Sustituyendo en la Ec. 6,

$$\theta_i = X_i \, (A \cos p_i t + B \operatorname{sen} p_i t) \qquad (10)$$

De la Ec. 7 se llega a

$$\ddot{X}_i + p^2/v^2 \; X_i = 0 \qquad (11)$$

cuya solución es

$$X_i = C \cos p_i/v \; x + D \operatorname{sen} p_i/v \; x \qquad (12)$$

y por tanto la Ec. 6 nos queda

$$\theta_i = (C \cos p_i/v x + D \operatorname{sen} p_i/v x) \; (A \cos p_i t + B \operatorname{sen} p_i t)$$

Se deberán satisfacer las condiciones de frontera

$$[\theta]_{x=0} = 0 \qquad y \qquad - GI_p \left[\frac{\partial\theta}{\partial x}\right]_{x=L} = J_1 \left[\frac{\partial^2\theta}{\partial t^2}\right]_{x=L} \qquad (13\ a,b)$$

De la condición 13a se llega a $C = 0$. De la condición 13b se obtiene

$$GI_p \frac{p}{v} \; DT \cos \frac{pL}{v} = J_1 \, p^2 \; DT \operatorname{sen} \frac{pL}{v}$$

Dividiendo entre cos $\frac{pL}{v}$, cambiando de parámetros y simplificando se obtiene

$$\alpha = \beta \tan \beta \qquad (14)$$

donde

$$\beta = pL/v \qquad y \qquad \alpha = J_m/J_1 \qquad (15)$$

Por tanto

$$\theta_i = D \operatorname{sen} \frac{\beta i}{L} x \quad (A_i \cos \frac{\beta i\, v}{L} t + B_i \operatorname{sen} \frac{\beta i\, v}{L} t) \qquad (16)$$

La configuración total se encuentra por superposición de las configuraciones de los modos y valdrá

$$\theta = \sum_{i=1}^{\infty} \operatorname{sen} \frac{\beta i}{L} x \quad (A_i \cos \frac{\beta i\, v}{L} t + B_i \operatorname{sen} \frac{\beta i v}{L} t) \qquad (17)$$

De nuestras condiciones iniciales

$$\left|\dot{\theta}\right|_{t=0} = 0 \quad y \quad \left|\theta\right|_{t=0} = \frac{M}{C} x = \frac{M}{GI_p} x \qquad (18)$$

donde M = momento inicial aplicado, se obtiene

$$B_i = 0 \quad y \quad \frac{M}{GI_p} x = \sum_{i=1}^{\infty} A_i \operatorname{sen} \frac{\beta i}{L} x \qquad (19)$$

Multiplicando por sen $\frac{\beta i}{L}$ e integrando la Ec. 19 nos queda

$$\int_0^L \operatorname{sen} \frac{\beta i}{L} x \sum_{i=1}^{\infty} A_i \operatorname{sen} \frac{\beta i}{L} x \, dx = \frac{M}{GI_p} \int_0^L x \operatorname{sen} \frac{\beta i}{L} x \, dx$$

(20)

Los valores de las integrales serán

$$\int_0^L \operatorname{sen}^2 \frac{\beta_i}{L} x \; dx = \frac{L}{2} \left(1 - \frac{\operatorname{sen} 2\beta_i}{2\beta_i}\right)$$

$$\int_0^L \operatorname{sen} \frac{\beta_i}{L} x \operatorname{sen} \frac{\beta_m}{L} x \; dx = -\frac{L}{\alpha} \operatorname{sen} \beta_i \operatorname{sen} \beta_m \qquad (21)$$

$$\frac{M}{GI_p} \int_0^L x \operatorname{sen} \frac{\beta_i}{L} x \; dx = \frac{ML^2}{GI_p} \left(\frac{\operatorname{sen} \beta_i}{\beta_i^2} - \frac{\cos \beta_i}{\beta_i} \right)$$

Sustituyendo las Ecs. 21 en Ec. 20 tendremos

$$A_i \frac{L}{2} \left(1 - \frac{\operatorname{sen} 2\beta_i}{2\beta_i}\right) - \frac{L}{\alpha} \operatorname{sen} \beta_i \left\{ \sum_{m=1,2,\ldots i-1,\; i+1 \ldots}^{\infty} A_m \operatorname{sen} \beta_m \right\} =$$

$$= \frac{ML^2}{GI_p} \left(\frac{\operatorname{sen} \beta_i}{\beta_i^2} - \frac{\cos \beta_i}{\beta_i} \right) \qquad (22)$$

Pero

$$\sum_{m}^{\infty} A_m \operatorname{sen} \beta_m = \left[\theta\right]_{\substack{x=L \\ t=0}} - A_i \operatorname{sen} \beta_i = \frac{ML}{GI_p} - A_i \operatorname{sen} \beta_i \qquad (23)$$

$m = 1, 2 \ldots i-1, \; i \; 1 \ldots$

Por tanto la Ec. 22 nos queda

$$A_i \frac{L}{2} \left(1 - \frac{\operatorname{sen} 2\beta_i}{2\beta_i}\right) - \frac{L}{\alpha} \frac{ML}{GI_p} \operatorname{sen} \beta_i + \frac{L}{\alpha} A_i \operatorname{sen}^2 \beta_i =$$

$$= \left(\frac{\operatorname{sen} \beta_i}{\beta_i^2} - \frac{\cos \beta_i}{\beta_i} \right) \frac{ML^2}{GI_p}$$

Factorizando se obtiene

$$A_i\left(\frac{L}{2}-\frac{L}{4}\ \frac{\operatorname{sen}\ 2\beta_i}{\beta_i}+\frac{L}{\alpha}\ \operatorname{sen}^2\beta_i\right)-\frac{ML^2}{\alpha\, GI_p}\ \operatorname{sen}\beta_i=$$

$$=\left(\frac{\operatorname{sen}\beta_i}{\beta_i^2}-\frac{\cos\beta_i}{\beta_i}\right)\frac{ML^2}{GI_p} \qquad (24)$$

De la Ec. 14 se tiene

$$\frac{L}{\alpha}\quad \operatorname{sen}\ \beta_i=\frac{L}{\beta_i}\quad \cos\beta_i \qquad (25)$$

Sustituyendo la Ec. 25 en la Ec. 24 se llega a

$$\frac{A_i}{4}\ (2\beta_i-\operatorname{sen}\ 2\beta_i+4\operatorname{sen}\beta_i\cos\beta_i)=\frac{ML}{GI_p}\ \frac{\operatorname{sen}\beta_i}{\beta_i}$$

O sea

$$\frac{A_i}{4}\ (2\beta_i+\operatorname{sen}\ 2\beta_i)=\frac{ML}{GI_p}\quad \frac{\operatorname{sen}\beta_i}{\beta_i}$$

de donde

$$A_i=\frac{4\,ML}{GI_p}\quad \frac{1}{\beta_i}\quad\left(\frac{\operatorname{sen}\beta_i}{2\beta_i+\operatorname{sen}\ 2\beta_i}\right) \qquad (26)$$

Por tanto la Ec. 17 se convierte en

$$\theta=R\sum_{i=1}^{\infty}\frac{\operatorname{sen}\beta_i\ \operatorname{sen}\frac{\beta_i}{L}x\quad \cos\ \frac{\beta_i\, v}{L}\,t}{\beta_i\ (2\beta_i+\operatorname{sen}\ 2\beta_i)} \qquad (27)$$

donde

$$R=\frac{4\,ML}{GI_p} \qquad (28)$$

Para $x = L$ tendremos

$$0 = R \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\operatorname{sen}^2 \beta_i}{4 \beta_i^2 + \beta_i \operatorname{sen} 2\beta_i} \cos \frac{\beta_i v}{L} t \qquad (29)$$

expresión que utilizaremos en el cálculo, tomando como caso particular la probeta de J_m / J_1 más grande, cuyos datos son

$\gamma = 1773$ Kg/m^3

$J_m = 459.74 \times 10^{-6}$ Kg-cm-seg^2

$m = 283.79 \times 10^{-6}$ Kg-seg^2/cm

$L = 15.38$ cm

$T = 0.108$ seg

$G = 14.915$ Kg/cm^2

$v = 28.68$ m/seg

$M = 0.723$ Kg-cm

$J_1 = 4539.18 \times 10^{-6}$ Kg-cm-seg^2

La ecuación de frecuencias (14) se resolvió por tanteos para los dos primeros modos. La solución fue

$$\beta_1 = 0.3130 \; ; \qquad \beta_2 = 3.1735 \qquad (30)$$

Designemos con

$$K_i = \frac{\operatorname{sen}^2 \beta_i}{4\beta_i^2 + \beta_i \operatorname{sen} 2\beta_i} \qquad (31)$$

y sustiyamos los valores de (30); obtendremos

$$K_1 = 0.165 \; ; \qquad K_2 = 0.0000252$$

De las Ecs. 15 y 30 se llega a

$T_1 = 0.0992$ seg y $T_2 = 0.0098$ seg

La máxima participación del segundo modo se logrará cuando

$$\cos \frac{\beta_2 v}{L} t = 1$$

para lo cual $t = T_2/4 = 0.00245$ seg. Dicha participación valdrá

$$\left[\theta_2\right]_{t = 0.00245 \text{ seg}} = 0.0000252 \text{ R} \qquad (32)$$

La participación del primer modo en ese instante vale

$$\left[\theta_1\right]_{t = 0.00245 \text{ seg}} = 0.165 \text{ R} \cos \frac{\beta_1 v}{L} 0.00245 = 0.1633 \text{ R} \qquad (33)$$

Según lo anterior, la máxima influencia del segundo modo como porciento de la participación del primero será

$$\frac{0.0000252}{0.1633} 100 = 0.0154 \%$$

De esto se concluye que no es la influencia del segundo modo lo que ocasiona la variación del decremento logarítmico y del período en el transcurso del tiempo. Esta variación se debe por consiguiente al comportamiento no lineal de las arcillas en cuestión.

6 PROGRAMA PARA LA CURVA DE AMPLIFICACION

6.1 Factor de amplificación. Definición

El factor de amplificación F se define como

$$F = S_s/S_r \qquad (34)$$

donde

S_s = amplitud máxima del movimiento estacionario de una estructura elástica lineal, que descansa sobre suelo blando, como respuesta a una excitación de un pulso unitario actuando sobre la roca.

S_r = respuesta máxima de la misma estructura cuando descansa sobre roca.

6.2 Principio de reciprocidad

Tiene ventajas hacer uso del siguiente principio de reciprocidad[3]

El desplazamiento relativo $z\,(t)$ de la estructura, producido por un pulso acelerativo unitario sobre la superficie de la roca en el tiempo $t = 0$, es igual al desplazamiento producido en la superficie libre del suelo por una onda de desplazamiento ascendente cuya forma es $-z_f\,(t + \frac{x}{v})$, actuando sobre la superficie de la roca en $t = 0$.

En lo anterior, $z_f\,(t)$ es la respuesta fundamental de la estructura a las condiciones iniciales de movimiento $z_f\,(0) = 0$ y $\dot{z}_f\,(0) = 1$, y x es la ordenada medida a partir de la superficie de la roca.

Sea $\ddot{w}_f\,(t)$ la aceleración de la superficie libre del suelo producida por un pulso acelerativo unitario sobre la roca en $t = 0$. La ecuación diferencial del movimiento de la estructura será

$$L\,z = -\ddot{w}_f \qquad (35)$$

donde L es un operador diferencial lineal de segundo orden con coeficientes constantes y con derivadas respecto al tiempo. De la Ec. 35 se obtiene

$$z\,(t) = -\int_0^t \ddot{w}(\tau)\; z_f\,(t-\tau)\; d\tau \qquad (36)$$

Si designamos con $y_f\,(t)$ al desplazamiento producido en la superficie libre por una onda de desplazamiento ascendente cuya forma sea $\delta\,(t + \frac{x}{v})$, donde δ es la función delta de Dirac, se tendrá

$$y_f\,(t) = \ddot{w}_f(t) \qquad (37)$$

ya que el suelo y la roca son sistemas lineales y por tanto satisfacen al operador de la Ec. 35.

Por lo anterior, el desplazamiento $y\,(t)$ de la superficie libre del suelo producido por una onda de desplazamiento ascendente, de forma $-z_f\,(t + \frac{x}{v})$ actuando sobre la roca en $t = 0$ está dado por

$$y\,(t) = -\int_0^t y_f\,(t-\tau)\;\; z_f\,(\tau)\, d\tau = -\int_0^t \ddot{w}_f\,(t-\tau)\;\; z_f\,(\tau)\; d\tau$$

$$= -\int_0^t \ddot{w}_f\,(\tau)\;\; z_f\,(t-\tau)\, d\tau = z\;(t) \qquad (38)$$

quedando demostrado el principio de reciprocidad mencionado.

6.3 <u>Factor de amplificación para un sistema de n capas blandas</u>.

La teoría aquí expuesta fue desarrollada por I. Herrera y E. Rosenblueth[3].

Consideremos el caso mostrado en la Fig. 5, donde las (N-1) capas superiores tienen comportamiento viscoelástico. La Ec. 35 quedará

$$\ddot{z} + \omega^2 z = -\ddot{w}_f \qquad (39)$$

donde ω es la frecuencia circular natural de la estructura. La solución fundamental de 39 será

$$z_f(t) = (1/\omega) \text{ sen } \omega t \qquad (40)$$

El estado estacionario producido sobre la estructura por un pulso unitario, cuando descansa sobre roca será

$$z_f(t) = (2/\omega) \text{ sen } \omega t \qquad (41)$$

ya que la onda es reflejada en la frontera libre sin cambio de signo.

Haciendo uso del principio de reciprocidad, el movimiento estacionario de la estructura es igual al movimiento estacionario de la superficie del suelo cuando es excitado por una onda de desplazamiento ascendente de forma $-(1/\omega)$ sen ωt.

El desplazamiento del suelo $u(x, t)$ correspondiente al estado estacionario producido por la onda, deberá satisfacer la ecuación diferencial [4]

$$\left(1 + \frac{\beta}{|\omega|} \frac{\partial}{\partial t}\right) \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \qquad (42)$$

y condiciones de frontera apropiadas. En la Ec. 42

$$\beta = 1/Q \qquad y \qquad v^2 = G/\rho$$

donde G es el módulo de rigidez, ρ es la densidad del material y β es una constante viscoelástica del suelo

Buscaremos cuatro soluciones de la forma

$$u(x, t) = f(x)\, e^{i\omega t} \tag{43}$$

las cuales deben satisfacer

$$(1 + i\beta)\, f'' = -(\omega^2/v^2)\, f \tag{44}$$

donde las primas indican diferenciación con respecto a x.

Multiplicando ambos miembros de la Ec. 43 por $(1 - i\beta)$ se llega a

$$f'' + \frac{\omega^2 (1 - i\beta)}{v^2 (1 + \beta^2)}\, f = 0 \tag{45}$$

cuyas raíces características son

$$r = \pm\, i\, \frac{\omega}{v} \sqrt{\frac{1 - i\beta}{1 - \beta^2}}$$

y por tanto la solución de la Ec. 44 será

$$f(x) = A \cos \eta + B \operatorname{sen} \eta \tag{46}$$

donde

$$\eta = \nu x \; ; \qquad \nu = \frac{\omega e^{-i\theta}}{v \sqrt{1 + \beta^2}}$$

$$\cos 2\theta = \frac{1}{\sqrt{1 + \beta^2}} \; ; \qquad \operatorname{sen} 2\theta = \frac{\beta}{\sqrt{1 + \beta^2}}$$

Las soluciones de la Ec. 42 serán de la forma

$$u(x, t) = (A \cos \eta + B \operatorname{sen} \eta)\, e^{i\omega t} \tag{47}$$

Correspondiente a la enésima capa de la Fig. 5 tendremos

$$u_n(x, t) = (A_n \cos \eta_n + B_n \operatorname{sen} \eta_n)\, e^{i\omega t} \tag{48}$$

donde
$$\eta_n = \nu_n x_n \tag{49}$$

Para valuar ν_n de la Ec. 49, se utilizarán las características físicas de la enésima capa.

Por conveniencia algebraica mediremos las x_n a partir de las interfaces, esto es, $x_n = 0$ en la parte superior de la capa n.

Las condiciones de frontera en las interfaces, requieren la continuidad de desplazamientos y esfuerzos. Por tanto

$$u_{n+1} = u_n \qquad (50)$$

y

$$G_{n+1} \left(1 + \frac{\beta_{n+1}}{|\omega|} \frac{\partial}{\partial t}\right) \left(\frac{\partial u_{n+1}}{\partial x}\right) = G_n \left(1 + \frac{\beta_n}{|\omega|} \frac{\partial}{\partial t}\right) \frac{\partial u_n}{\partial x} \qquad (51)$$

Utilizando la Ec. 48 obtendremos

$$G_n \left(1 + \frac{\beta_n}{|\omega|} \frac{\partial}{\partial t}\right) \frac{\partial u_n}{\partial x} = G_n \nu_n (1 + i\beta_n)(-A_n \operatorname{sen} \eta_n + B_n \cos \eta_n) e^{i\omega t} \qquad (52)$$

De la Ec. 50 se obtiene

$$A_{n+1} = A_n \cos \delta_n + B_n \operatorname{sen} \delta_n \qquad (53)$$

donde

$\delta_n = \nu_n h_n$, siendo h_n el espesor de la capa.

Utilizando la condición dada por la Ec. 51 y sustituyendo en ella a la Ec. 52 tendremos

$$B_{n+1} = \frac{G_n \nu_n (1 + i\beta_n)}{G_{n+1} \nu_{n+1} (1 + i\beta_{n+1})} (-A_n \operatorname{sen} \delta_n + B_n \cos \delta_n)$$

$$B_{n+1} = \frac{\omega\sqrt{\rho_n G_n(1+i\,\beta_n)}}{\omega\sqrt{\rho_{n+1} G_{n+1}(1+i\,\beta_{n+1})}}\,(-A_n \operatorname{sen}\delta_n + B_n \cos\delta_n)$$

$$B_{n+1} = \frac{K_n}{K_{n+1}}\quad(-A_n \operatorname{sen}\delta_n + B_n \cos\delta_n) \qquad (54)$$

La condición en la frontera superior es que los esfuerzos sean nulos, esto es

$$\left(1 + \frac{\beta_1}{|\omega|}\ \frac{\partial}{\partial t}\right)\frac{\partial u_1}{\partial x} = 0$$

lo cual implica que $B_1 = 0$.

La Ec. 48 puede escribirse en la forma

$$u_n(x,\,t) = 1/2\,(A_n + B_n/i)\ e^{i(\eta_n + \omega t)} + 1/2\,(A_n - B_n/i)\ e^{i(-\eta_n + \omega t)}$$

Si la parte real de η_n es positiva, el primer término del segundo miembro de la ecuación anterior nos representa una onda ascendente y el segundo término una onda descendente.

La onda ascendente en el espacio seminfinito N de roca será

$$1/2\,(A_N + B_N/i)\ e^{i(\eta_N + \omega t)}$$

la cual en la parte superior de la roca, esto es, en $\eta_N = 0$ se reduce a

$$1/2\,(A_N + B_N/i)\ e^{i\omega t} \qquad (55)$$

Para que se cumpla el principio de reciprocidad, necesitamos que la onda ascendente tenga la forma

$$(1/\omega)\ \operatorname{sen}\omega t \qquad (56)$$

La función compleja valuada con esta parte real será

$$(i/\omega)\ e^{i\omega t} \qquad (57)$$

Igualando las Ecs. 55 y 57 se llega a

$$A_N - i B_N = 2 i/\omega \tag{58}$$

Las Ecs. 53 y 54 pueden expresarse en forma matricial

$$\begin{bmatrix} A_N \\ B_N \end{bmatrix} = T_{N-1} \, T_{N-2} \, \ldots\ldots \, T_1 \begin{bmatrix} A_1 \\ B_1 \end{bmatrix} \tag{59}$$

Donde T_n queda dada por

$$T_n = \begin{bmatrix} \cos \delta_n & \operatorname{sen} \delta_n \\ \dfrac{K_n}{K_{n+1}} \operatorname{sen} \delta_n & \dfrac{K_n}{K_{n+1}} \cos \delta_n \end{bmatrix} \tag{60}$$

Tomando en cuenta que $B_1 = 0$, la Ec. 59 puede escribirse en la forma

$$\begin{bmatrix} A_N \\ B_N \end{bmatrix} = A_1 \, T_{N-1} \, T_{N-2} \ldots . \, T_1 \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{61}$$

Si hacemos

$$\bar{\xi} = \begin{bmatrix} \xi_1 \\ \xi_2 \end{bmatrix}$$

la Ec. 61 nos queda

$$\begin{bmatrix} A_N \\ B_N \end{bmatrix} = A_1 \bar{\xi} \tag{62}$$

y la Ec. 58 se escribirá en la forma

$$A_1 (\xi_1 - i \xi_2) = 2 i/\omega$$

y por tanto

$$A_1 = \frac{2i}{\omega(\xi_1 - i\xi_2)} \qquad (63)$$

De la Ec. 47 y tomando en cuenta el principio de reciprocidad, el estado estacionario de la estructura quedará dado por la parte real de $A_1 e^{i\omega t}$. La amplitud de este movimiento es $|A_1|$, por lo que, tomando en cuenta las Ecs. 41 y 63, el factor de amplificación será

$$F = \frac{2i/\omega}{\left|2i/\omega(\xi_1 - i\xi_2)\right|} = \frac{1}{\left|\xi_1 - i\xi_2\right|} \qquad (64)$$

6.4 Cálculo del espectro de respuesta

Con fines ilustrativos se calculará el espectro de respuesta para un temblor de magnitud (M) 7.25 y distancia focal (R) 330 km, características que según Berkeley corresponden al temblor registrado en la ciudad de México el 11 de mayo de 1962.

El espectro del temblor para estructuras descansando sobre roca, se calculó utilizando el criterio propuesto por L. Esteva y E. Rosenblueth[5]. Los valores de la aceleración (a), velocidad (v) y desplazamiento (x) máximos del terreno quedan dados por

$$a = 6000\, e^{0.8M} R^{-2}$$

$$v = 48\, e^{M} R^{-1.7}$$

$$x = 0.384\, e^{1.2M} (R^{1.4} + 150\, R^{2})$$

Los coeficientes de estas fórmulas han sido ajustados con respecto a las originales, afectándolos de un factor de 2, con objeto de que la velocidad máxima resultase del orden de la registrada[7].

Lo anterior se justifica por tres razones principales

1. Las fórmulas presentan gran dispersión ya que fueron obtenidas con base en datos de temblores registrados o de intensidad estimada.

2. Por la sensibilidad que presentan las fórmulas a pequeñas variaciones de M, lo cual hace que una pequeña diferencia en su estimación se traduzca en una gran diferencia en el valor de los parámetros calculados.

3. Por la característica tan peculiar que presentan los temblores registrados en el valle de México y cuyos focos se localizan en la costa de Guerrero, de que producen velocidades y aceleraciones del suelo bastante mayores de lo que normalmente puede esperarse.

Para nuestro caso particular se obtiene

$(3/2)a = 18.21 \text{ cm/seg}^2$

$(3/2)v = 3.53 \text{ cm/seg}$

$(3/2)x = 3.86 \text{ cm}$

Estos parámetros coinciden aproximadamente con los valores medios del espectro correspondiente a estructuras con un porciento de amortiguamiento $\xi = 0.25$[5]. El espectro para estructuras sin amortiguamiento se puede obtener mediante la expresión[6]

$$\frac{D(T, \xi)}{D(T, 0)} = (1+0.6\, h\xi)^{-0.45} \qquad (65)$$

donde $D(T, \xi)$ y $D(T, 0)$ son las esperanzas de los valores medios de los espectros correspondientes a estructuras con relaciones de amortiguamiento ξ y 0 respectivamente, $h = \xi\omega$, $s = 0.15\, e^{0.74M} + 0.3R$ es la duración del movimiento ficticio uniforme equivalente y $T_1 = 2\pi v/a$.

Para valores de $T < T_1$, las ordenadas (A) del espectro de aceleraciones pueden aproximarse en papel aritmético mediante una parábola de segundo grado con vertice en T_1. Analiticamente

$$A/a = 1 + (A_1/a - 1)\ T/T_1\ (2 - T/T_1)$$

donde A_1 es la ordenada espectral en $T = T_1$ calculada con la Ec. 65.

Para nuestro caso los resultados se presentan en la Fig. 6.

Multiplicando las ordenadas espectrales anteriores, por los factores de amplificación correspondientes, obtendremos el espectro para estructuras sobre suelo blando.

Para el cálculo del factor de amplificación correspondiente al valle de México, se consideraron los parámetros[1] y la estratificación indicados en la Fig. 7.

En la Fig. 8 se muestran las curvas que nos definen el factor de amplificación, las cuales fueron calculadas utilizando la Ec. 64, para los casos en que se considere o no el amortiguamiento del suelo[7]. En el primer caso, el porciento de amortiguamiento considerado fue el obtenido mediante la serie de pruebas anteriormente indicada y cuyo valor medio resultó η=5.36%. En la curva correspondiente a η = 0 se notan variaciones bruscas y de gran amplitud en el rango de períodos menores que 0.9 seg., lo cual no sucede en el otro caso. Esto se debe a que las ondas de período corto se amortiguan al atravesar los mantos viscoelásticos y sólo se filtran en casi toda su amplitud las ondas de períodos grandes.

En la Fig. 9 se comparan los dos espectros calculados y el registrado[8]. Se observa que la forma de los primeros coincide aceptablemente con la del registrado. Se nota también que al considerar la viscosidad del suelo se logra una reducción considerable en los picos más pronunciados.

Agradecimientos

Expreso mi especial agradecimiento a I. Herrera por la ayuda proporcionada en la elaboración de esta tesis, y a J. Schmitter por su valiosa colaboración.

REFERENCIAS

1. J. Elorduy, "Espectros de temblores en el valle de México despreciando el amortiguamiento del suelo," tesis de maestría, UNAM (1964).

2. T. K. Caughey, "Classical normal modes in damped linear dynamic systems", Journal of Applied Mechanics, XXVII, Transactions ASME, LXXXII, Series E (Junio 1960), pp. 269-271.

3. I. Herrera y E. Rosenblueth, "Response spectra on stratified soil," Tercer Congreso Mundial de Ingeniería Sísmica, Nueva Zelandia (1964).

4. L. Knopoff, "The seismic pulse in materials possessing solid friction, I: Plane waves," Boletín de la Sociedad Sismológica Americana, Vol. 46, No. 3 (julio 1956), pp. 175-183.

5. E. Rosenblueth, Discusión al artículo de A. Arias y R. Husid, publicado en la Revista del IDIEM, Vol. 1, No. 3 (1962), pp. 219-228.

6. L. Esteva y E. Rosenblueth, " Espectros de temblores a distancias moderadas y grandes," Primeras Jornadas Argentinas de Ingeniería Sísmica, (1962).

7. I. Herrera, E. Rosenblueth y O. Rascón, "Earthquake spectrum prediction for the valley of Mexico," Tercer Congreso Mundial de Ingeniería Sísmica, Nueva Zelandia (1964).

8. J. I. Bustamante, Manuscrito no publicado, Instituto de Ingeniería, UNAM, (1964).

TABLA I

η	τ	$\eta_i - \eta$	$(\eta_i - \bar{\eta})^2$	$\tau_i - \bar{\tau}$	$(\tau_i - \bar{\tau})^2$
5.53	0.040	0.31	0.0961	-0.010	0.000100
5.35	0.045	0.13	0.0169	-0.005	0.000025
8.33	0.057	0.11	0.0121	0.007	0.000049
7.62	0.046	2.40	5.7600	-0.004	0.000016
6.13	0.094	0.91	0.8281	0.044	0.001936
4.82	0.049	-0.40	0.1600	-0.001	0.000001
4.74	0.048	-0.48	0.2304	-0.002	0.000004
3.27	0.050	-1.95	3.8025	0.000	0.000000
4.10	0.050	-1.12	1.2544	0.000	0.000000
8.76	0.076	3.54	10.5316	0.026	0.000676
3.26	0.029	-1.96	3.8416	-0.021	0.000441
2.90	0.030	-2.32	5.3824	-0.020	0.000400
3.04	0.029	-2.18	4.7524	-0.021	0.000441
67.85	0.643		36.6685		0.004129

η	τ	$\eta_i - \eta$	$(\eta_i - \bar{\eta})^2$	$\tau_i - \bar{\tau}$	$(\tau_i - \bar{\tau})^2$
7.77	0.051	2.76	7.6176	-0.004	0.000016
5.33	0.044	0.32	0.1024	-0.011	0.000121
7.52	0.046	2.51	6.3001	-0.009	0.000081
6.99	0.099	1.98	3.9204	0.044	0.001936
2.88	0.055	-2.13	4.5369	0.000	0.000000
2.72	0.054	-2.29	5.2441	-0.001	0.000001
3.23	0.053	-1.78	3.1684	-0.002	0.000004
3.07	0.051	-1.94	3.7636	-0.004	0.000016
7.72	0.068	2.71	7.3441	0.013	0.000169
5.81	0.082	0.80	0.6400	0.027	0.000729
3.60	0.026	-1.41	1.9881	0.029	0.000841
3.45	0.029	-1.56	2.4336	0.026	0.000676
60.09	0.658		47.0593		0.004590

TABLA 2

L = 2.5 cm

η_i	r_i	$\eta_i - \bar{\eta}$	$(\eta_i - \bar{\eta})^2$
6.67	0.072	1.48	2.1904
6.26	0.065	1.07	1.1449
6.35	0.060	1.16	1.3456
6.66	0.062	1.47	2.1609
5.53	0.040	0.34	0.1156
7.77	0.051	2.58	6.6564
5.35	0.045	0.16	0.0256
5.33	0.044	0.14	0.0196
8.33	0.057	3.14	9.8596
7.52	0.046	2.33	5.4289
7.62	0.046	2.43	5.9049
6.99	0.099	1.80	3.2400
6.13	0.094	0.94	0.8836
2.88	0.055	2.31	5.3361
5.86	0.049	0.37	0.1369
2.72	0.054	2.47	6.1009
5.64	0.048	0.45	0.2025
3.23	0.053	-1.96	3.8416
3.27	0.050	-1.92	3.6864
3.07	0.051	-2.12	4.4944
4.10	0.050	-1.09	1.1881
7.72	0.068	2.53	6.4009
8.76	0.076	3.57	12.7449
5.81	0.082	0.62	0.3844
7.12	0.029	1.93	3.7249
3.60	0.026	1.59	2.5281
2.90	0.030	-2.29	5.2441
3.45	0.029	-1.74	3.0276
3.04	0.029	-2.15	4.6225
4.83	0.080	-0.36	0.1296
4.20	0.058	0.99	0.9801
162.91	1.698		103.7500

TABLA 2

L = 5 cm

η_i	T_i	$\eta_i - \bar{\eta}$	$(\eta_i - \bar{\eta})^2$	η_i	T_i	$\eta_i - \bar{\eta}$	$(\eta_i - \bar{\eta})^2$
3.90	0.090	-1.31	1.7161	6.22	0.031	1.01	1.0201
5.95	0.090	0.74	0.5476	5.88	0.030	0.67	0.4489
4.64	0.100	-0.57	0.3249	3.00	0.043	-2.21	4.8841
5.21	0.110	0.00	0.0000	4.40	0.042	-0.81	0.6561
4.99	0.096	-0.22	0.0484	4.09	0.055	-1.12	1.2544
5.84	0.089	0.63	0.3969	3.06	0.051	-2.15	4.6225
3.39	0.089	-1.82	3.3124	6.12	0.050	0.91	0.8281
5.31	0.090	0.10	0.0100	4.64	0.055	-0.57	0.3249
5.04	0.089	-0.17	0.0289	4.17	0.037	-1.04	1.0816
6.75	0.080	1.54	2.3716	5.22	0.040	0.01	0.0001
5.77	0.092	0.56	0.3136	7.67	0.039	-2.46	6.0516
5.65	0.090	0.44	0.1936	4.24	0.036	-0.97	0.9409
6.20	0.087	0.99	0.9801	5.69	0.047	0.48	0.2304
5.07	0.072	-0.14	0.0196	9.35	0.056	4.14	17.1396
11.28	0.095	6.07	36.8449	8.21	0.080	3.00	9.0000
5.58	0.072	0.37	0.1369	6.92	0.054	1.71	2.9241
12.30	0.100	7.09	50.2681	10.03	0.058	4.82	23.2324
3.43	0.046	-1.78	3.1684	5.70	0.045	0.49	0.2401
4.69	0.043	-0.52	0.2704	7.74	0.058	2.53	6.4009
4.81	0.024	-0.40	0.0160	10.20	0.069	4.99	24.9001
6.51	0.024	1.30	1.6900	6.51	0.121	1.30	1.6900
9.92	0.040	4.71	22.1841	6.16	0.117	0.95	0.9025
3.84	0.058	-1.37	1.8769	3.71	0.075	-1.50	2.2500
5.09	0.063	-0.12	0.0144	7.38	0.075	+2.17	4.7089
4.99	0.056	-0.22	0.0484	3.82	0.062	-1.39	1.9321
5.06	0.060	-0.15	0.0225	5.32	0.073	0.11	0.0121
4.61	0.060	-0.60	0.3600	7.02	0.063	1.81	3.2761
4.90	0.051	-0.31	0.0961	6.19	0.071	0.98	0.9604
5.45	0.066	0.24	0.0576	6.35	0.069	1.14	1.2996
4.08	0.058	-1.13	1.2769	5.40	0.068	0.19	0.0361
6.47	0.044	+1.26	1.5876	4.69	0.064	0.52	0.2704
4.94	0.051	-0.27	0.0729	3.53	0.036	1.68	2.8224
12.27	0.090	7.06	49.8436	4.38	0.037	-0.83	0.6889
11.30	0.080	6.09	37.0881	4.20	0.057	-1.01	1.0201
6.24	0.043	1.03	1.0609	8.90	0.072	3.69	13.6161
5.70	0.037	0.49	0.2401	5.70	0.074	0.49	0.2401

TABLA 2

L = 5 cm

η_i	T_i	$\eta_i - \bar{\eta}$	$(\eta_i - \bar{\eta})^2$	η_i	T_i	$\eta_i - \bar{\eta}$	$(\eta_i - \bar{\eta})^2$
4.82	0.137	-0.39	0.1521	3.59	0.066	-1.62	2.6244
5.45	0.133	0.24	0.0576	4.93	0.088	-0.28	0.0784
7.83	0.091	2.62	6.8644	3.85	0.069	-2.36	5.5696
7.62	0.094	2.41	5.8081	3.99	0.088	-1.22	1.4884
5.04	0.090	-0.17	0.0289	3.24	0.075	-1.97	3.8809
5.42	0.083	0.21	0.0441	7.76	0.063	+2.55	6.5025
6.40	0.080	1.19	1.4161	2.83	0.057	-2.38	5.6644
4.60	0.072	-0.61	0.3721	3.32	0.065	-2.89	8.3521
5.93	0.076	0.72	0.5184	2.90	0.070	-2.31	5.3361
5.17	0.060	-0.04	0.0016	3.81	0.062	-1.40	1.9600
4.38	0.068	-0.83	0.6889	3.56	0.061	-1.65	2.7225
5.17	0.081	-0.04	0.0016	4.77	0.064	-0.44	0.1936
4.29	0.079	-0.92	0.8464	3.94	0.068	-1.27	1.6129
5.21	0.063	0.00	0.0000	5.99	0.059	0.78	0.6084
3.90	0.073	-1.31	1.7161	5.74	0.058	0.53	0.2809
4.27	0.076	-0.94	0.8836	6.29	0.062	1.08	1.1664
4.25	0.069	-0.96	0.9216	7.37	0.062	2.16	4.6656
3.95	0.071	-1.26	1.5876	6.13	0.054	0.92	0.8464
4.17	0.080	-1.04	1.0816	4.75	0.063	-0.46	0.2116
5.55	0.086	0.34	0.1156	4.30	0.051	-0.91	0.8281
5.28	0.082	0.07	0.0049	3.67	0.057	-1.64	2.6896
5.61	0.060	0.40	0.1600	5.90	0.052	0.69	0.4761
3.48	0.068	-1.73	2.9929	3.07	0.052	-2.14	4.5796
4.58	0.062	-0.63	0.3969	6.25	0.056	1.04	1.0816
4.58	0.068	-0.63	0.3969	4.20	0.065	-1.01	1.0201
4.37	0.073	-0.84	0.7056	7.27	0.060	2.06	4.2436
4.98	0.079	-0.23	0.0529	4.01	0.098	1.20	1.4400
5.18	0.071	-0.03	0.0009	4.40	0.097	-0.81	0.6561
4.61	0.070	-0.60	0.3600	4.42	0.118	-0.79	0.6241
4.55	0.067	-0.66	0.4356	5.66	0.079	0.45	0.2025
4.21	0.082	-1.00	1.0000	3.83	0.118	-1.38	1.9044
4.99	0.095	-0.22	0.0484	3.80	0.118	-1.41	1.9881
3.31	0.089	-1.90	3.6100	4.27	0.090	-1.94	3.7636
3.44	0.071	-1.77	3.1329	5.35	0.128	0.14	0.0196
3.50	0.070	-1.71	2.9241	7.42	0.117	2.21	4.8841
3.07	0.073	-2.14	4.5796	4.92	0.100	-0.29	0.0841

TABLA 2

L = 5 cm

η_i	T_i	$(\eta_i - \bar{\eta})$	$(\eta_i - \bar{\eta})^2$
4.86	0.079	-0.35	0.1225
3.50	0.052	-2.71	7.3441
7.10	0.181	1.89	3.5721
9.23	0.181	4.02	16.1604
10.13	0.181	4.92	24.2064
4.51	0.106	-0.70	0.4900
4.32	0.103	-0.89	0.7921
8.49	0.086	3.28	10.7584
4.64	0.073	-0.57	0.3249
4.15	0.075	-1.06	1.1236
2.32	0.043	-2.89	8.3521
4.79	0.030	-0.42	0.1764
3.11	0.030	-3.10	9.6100
3.11	0.034	-3.10	9.6100
3.25	0.033	-2.96	8.7616
3.21	0.031	-2.00	4.0000
6.82	0.086	1.61	2.5921
10.02	0.082	4.81	23.1361
9.82	0.088	4.61	21.2521
5.58	0.060	0.37	0.1369
4.55	0.056	-0.66	0.4356
3.18	0.063	-2.03	4.1209
3.96	0.068	-2.25	5.0625
3.69	0.065	-1.52	2.3104
4.00	0.065	-2.21	4.8841
4.90	0.067	-0.31	0.0961
901.88	12.215		657.9850

TABLA 2

L = 14 cm

η_i	T_i	$\eta_i - \bar{\eta}$	$(\eta_i - \bar{\eta})^2$	η_i	T_i	$\eta_i - \bar{\eta}$	$(\eta_i - \bar{\eta})^2$
3.88	0.206	-1.64	2.6896	7.33	0.100	1.81	3.2761
5.51	0.149	-0.01	0.0001	5.18	0.210	-0.34	0.1156
5.94	0.148	0.42	0.1764	4.02	0.217	-1.50	2.2500
6.82	0.130	1.30	1.6900	5.18	0.150	-0.34	0.1156
6.86	0.131	1.34	1.7956	5.83	0.169	0.31	0.0961
6.99	0.133	1.47	2.1609	7.99	0.152	2.47	6.1009
5.02	0.110	-0.50	0.2500	8.91	0.151	3.39	11.4921
5.07	0.146	-0.45	0.2025	8.06	0.156	2.54	6.4516
3.87	0.130	-1.65	2.7225	3.96	0.140	-1.56	2.4336
6.24	0.108	0.72	0.5184	5.84	0.143	0.32	0.1024
7.62	0.108	2.10	4.4100	5.32	0.140	-0.20	0.0400
4.48	0.104	1.04	1.0816	8.60	0.139	3.08	9.4864
5.12	0.100	0.40	0.1600	5.07	0.098	-0.45	0.2025
5.59	0.100	0.07	0.0049	5.46	0.095	-0.06	0.0036
4.28	0.110	1.24	1.5376	5.72	0.098	0.20	0.0400
5.66	0.110	0.14	0.0196	5.91	0.097	0.39	0.1521
3.84	0.115	-1.68	2.8224	5.15	0.084	-0.37	0.1369
3.77	0.130	-1.75	3.0625	3.48	0.092	-2.04	4.1616
3.98	0.123	-1.54	2.3716	3.88	0.055	-1.64	2.6896
4.06	0.137	-1.46	2.1316	2.60	0.060	-2.92	8.5264
2.99	0.106	-2.53	6.4009	7.62	0.095	2.10	4.4100
3.67	0.111	-1.85	3.4225	6.94	0.092	1.42	2.0164
4.39	0.101	-1.13	1.2769	9.19	0.108	3.67	13.4689
5.94	0.108	0.42	0.1764	8.80	0.102	3.28	10.7584
5.64	0.080	0.12	0.0144	10.20	0.132	4.68	21.9024
6.83	0.100	1.31	1.7161	8.05	0.208	2.53	6.4009
6.56	0.106	1.04	1.0816	2.97	0.106	-2.55	6.5025
3.94	0.061	-1.58	2.4964	3.32	0.108	-2.20	4.8400
4.68	0.086	-0.84	0.7056	3.53	0.111	-1.99	3.9601
4.31	0.088	-1.21	1.4641	3.09	0.106	-2.43	5.9049
6.77	0.104	1.25	1.5625	5.17	0.098	-0.35	0.1225
6.06	0.170	0.54	0.2916	5.67	0.102	0.15	0.0225
5.00	0.153	-0.52	0.2704	5.35	0.110	-0.17	0.0289
6.32	0.162	0.80	0.6400	8.19	0.186	2.67	7.1289
7.79	0.200	2.27	5.1529	8.38	0.186	2.86	8.1796
9.65	0.130	4.13	17.0569	6.88	0.179	1.36	1.8496

TABLA 2

L = 14 cm

η_i	T_i	$(\eta_i - \bar{\eta})$	$(\eta_i - \bar{\eta})^2$
6.51	0.186	0.99	0.9801
4.65	0.118	-0.87	0.7569
1.94	0.050	-3.58	12.8164
2.22	0.050	-3.30	10.8900
2.53	0.049	-2.99	8.9401
7.42	0.164	1.90	3.6100
8.01	0.150	2.49	6.2001
3.55	0.096	-1.97	3.8809
3.65	0.100	-1.87	3.4969
3.57	0.105	-1.95	3.8025
3.88	0.118	-1.64	2.6896
4.16	0.102	-1.36	1.8496
464.07	10.257		288.8197

TABLA 3

Muestra	Período (seg)		% de amortiguamiento	
	Primeros ciclos	Ultimos ciclos	Primeros ciclos	Ultimos ciclos
1	0.0925	0.0878	3.44	3.33
2	0.1070	0.1020	5.91	5.53
3	0.1030	0.1010	3.97	3.88
4	0.1070	0.1020	4.06	4.00
5	0.1190	0.1100	5.90	5.11
6	0.0995	0.0960	5.35	4.53
7	0.0925	0.0877	5.56	5.48
8	0.0925	0.0895	5.24	4.72
9	0.1500	0.1420	6.57	6.05
10	0.1072	0.1041	3.44	2.52
11	0.1100	0.1060	3.36	3.30
12	0.1120	0.1070	3.61	3.42
13	0.1070	0.1050	3.66	3.53
14	0.0545	0.0525	3.40	3.02
15	0.0295	0.0283	3.54	3.04

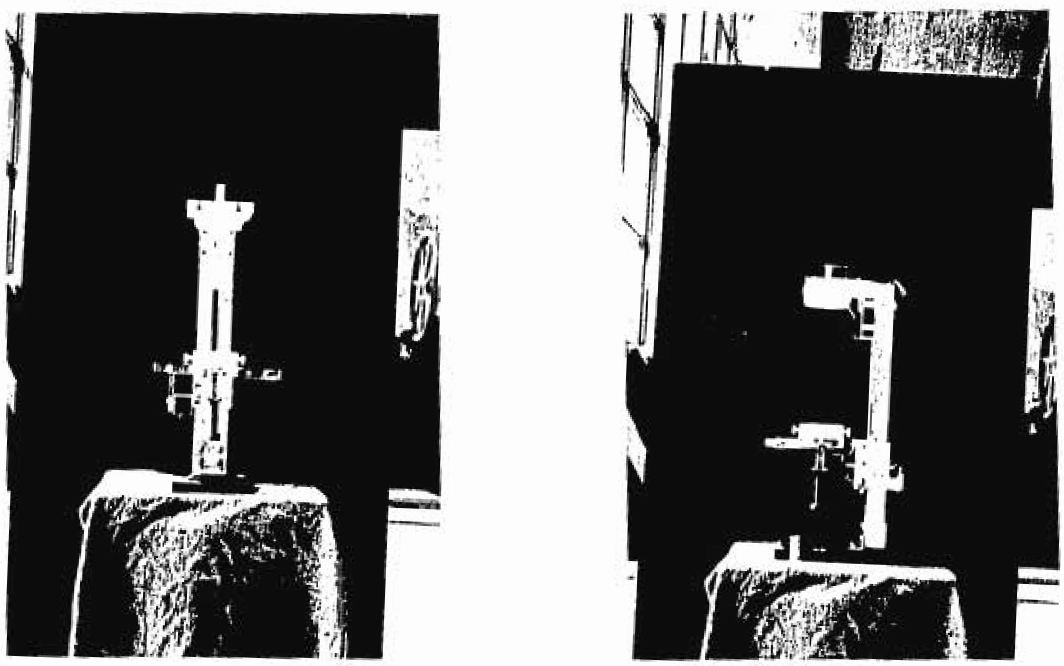

Fig. 1 Aparato de prueba

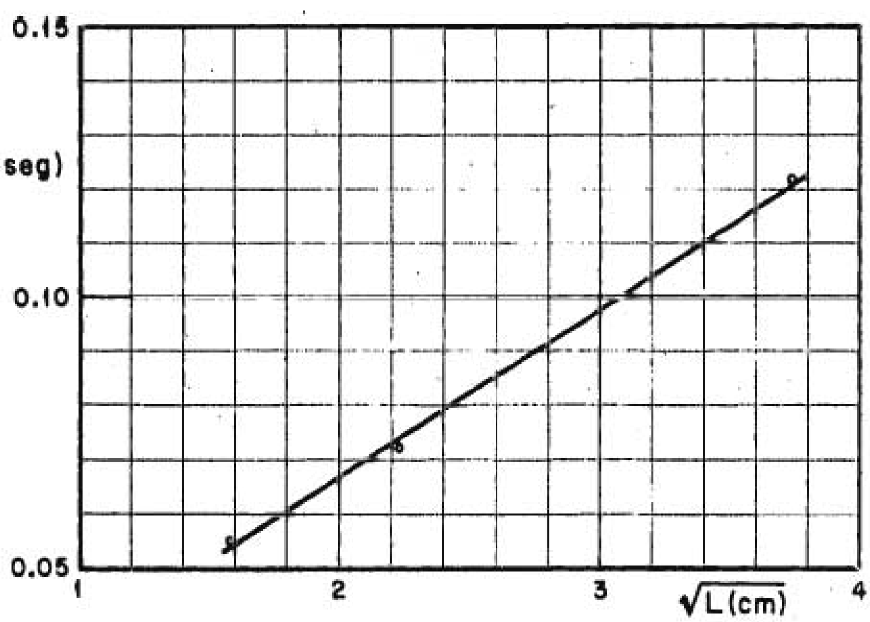

Fig. 2 Gráfica $\bar{T}$ vs. $\sqrt{L}$

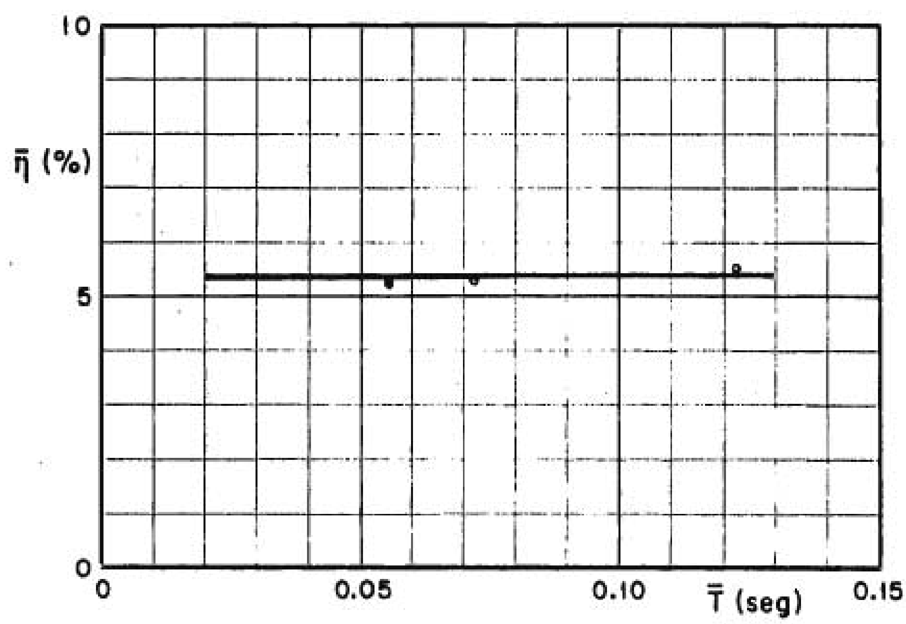

Fig. 3 Gráfica $\bar{T}$ vs. $\bar{\eta}$

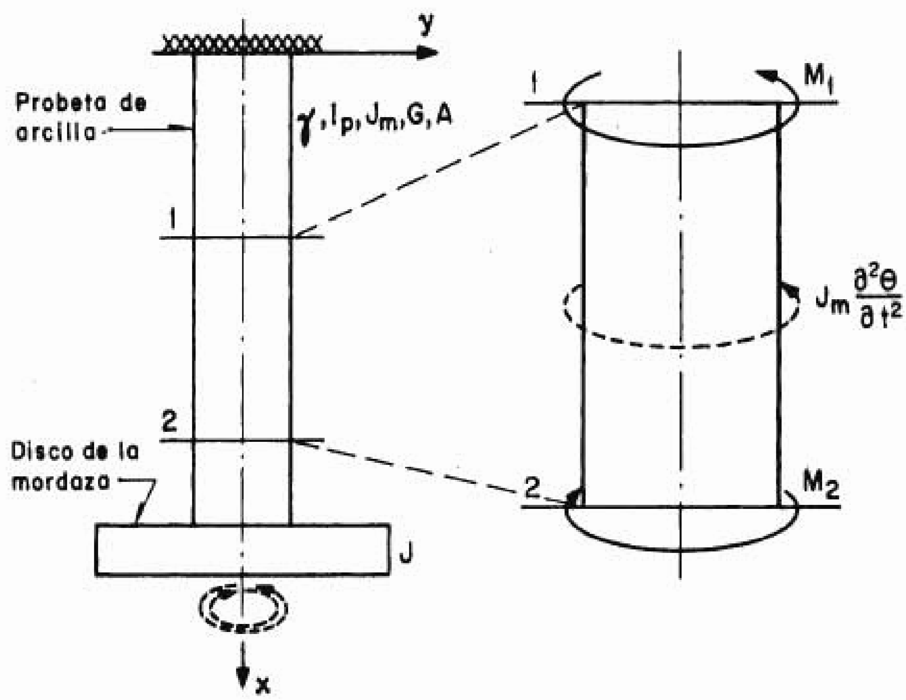

Fig. 4 Parte vibratoria del aparato de prueba

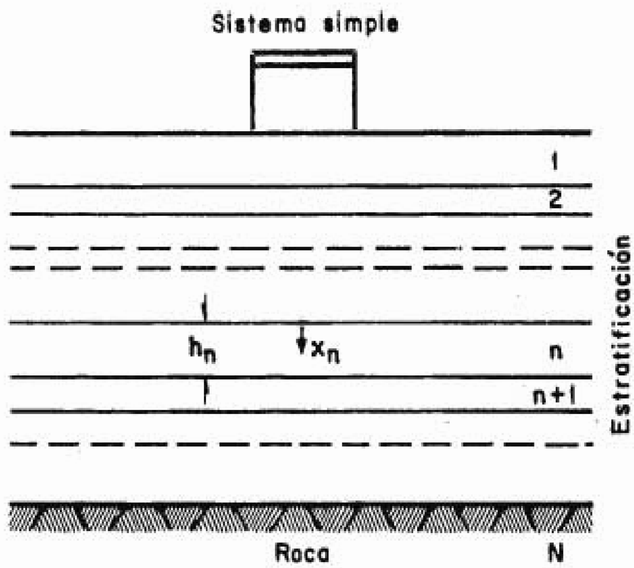

Fig. 5 Corte estratigráfico del suelo

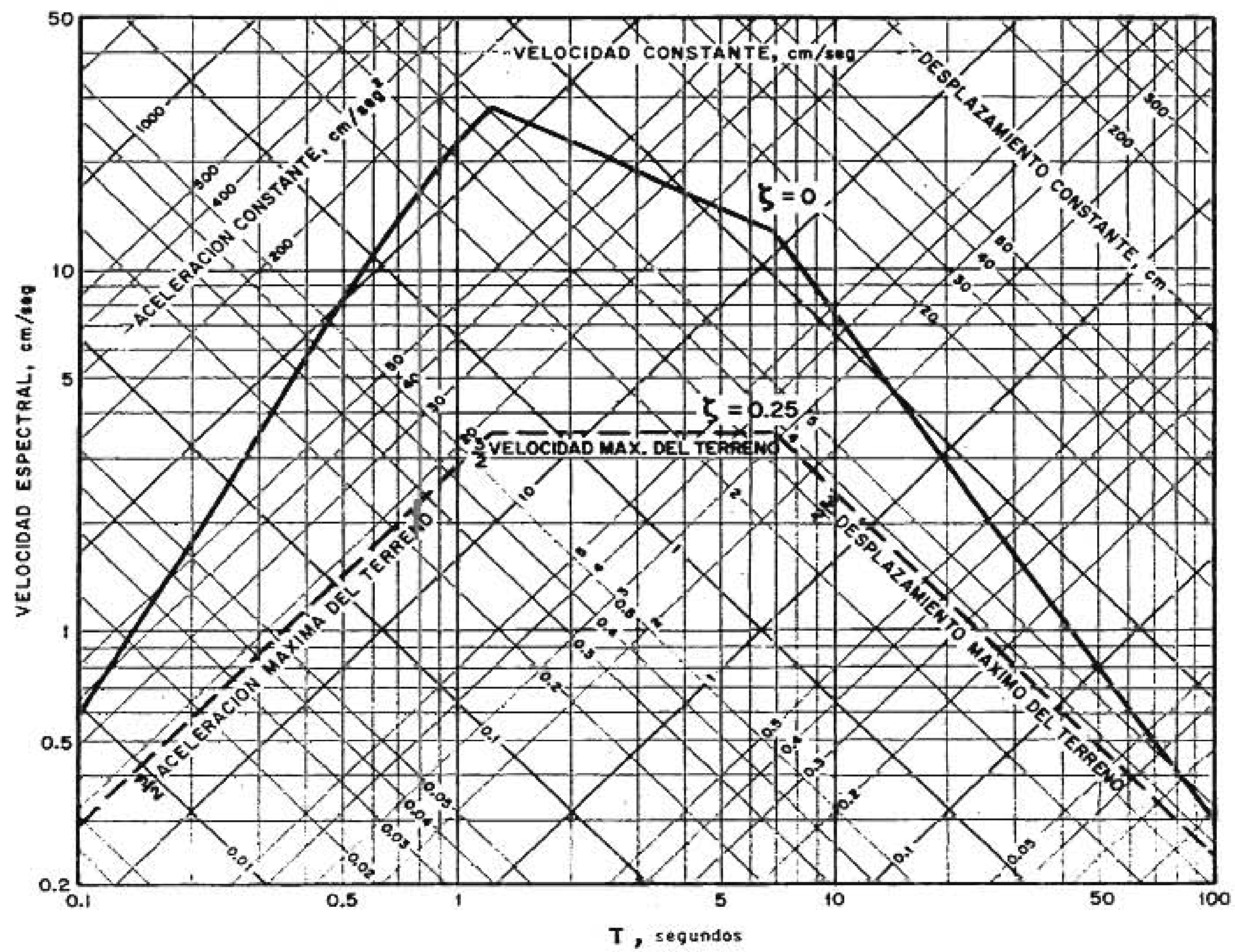

Fig. 6 Espectros para estructuras sobre roca

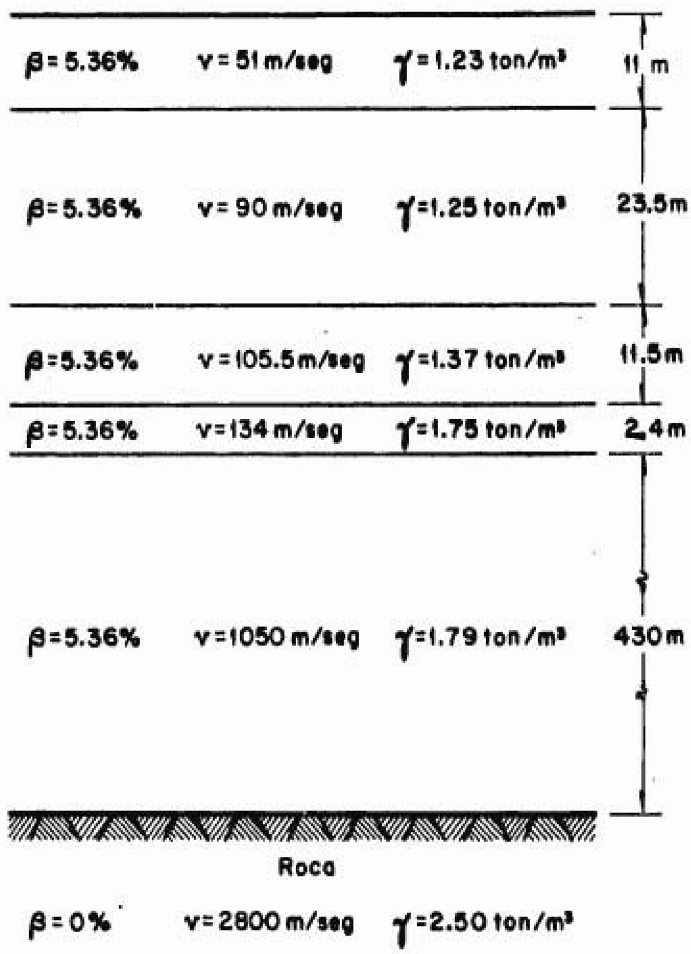

Fig. 7 Estratificación del Valle de México, utilizada para el cálculo de la curva de amplificación

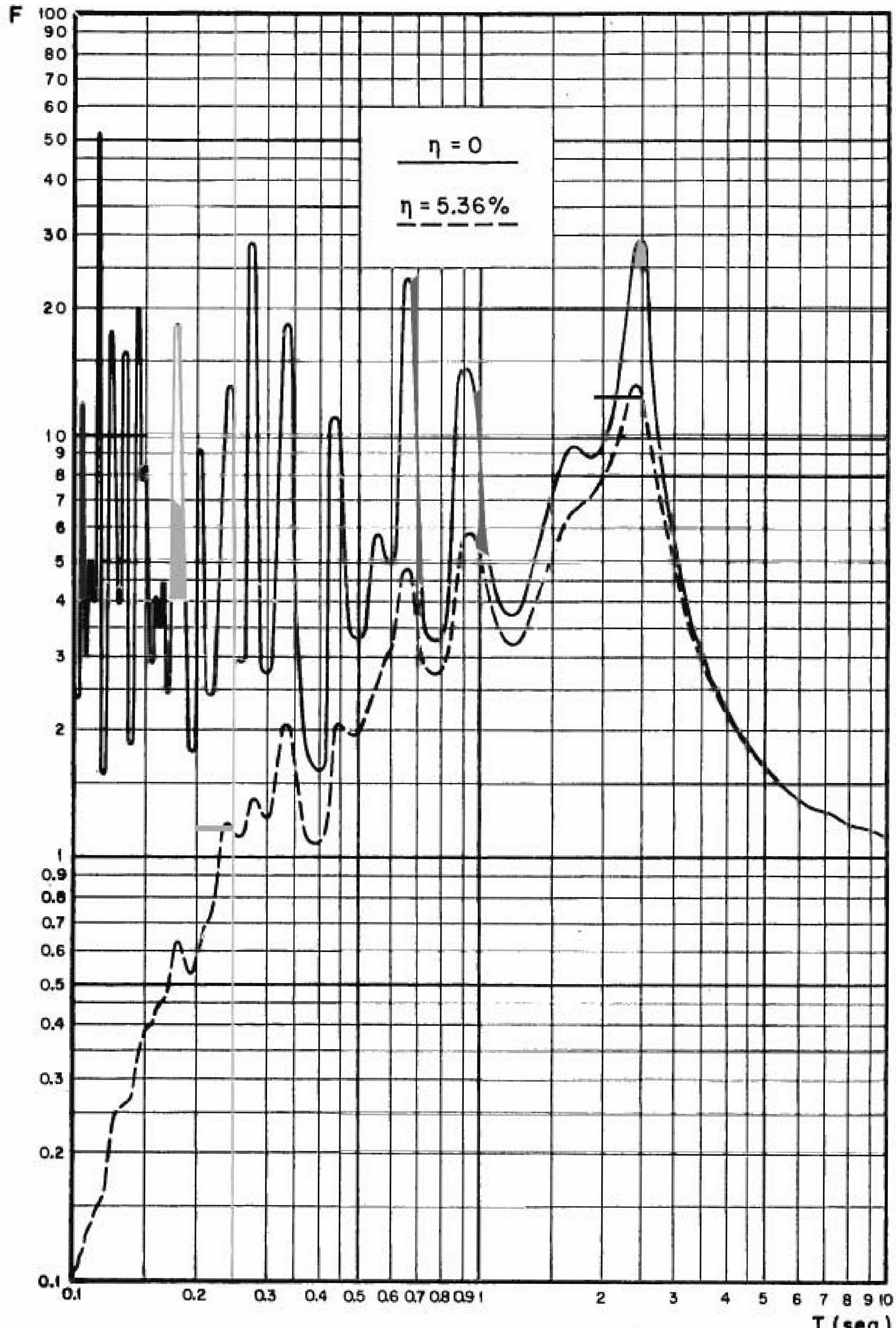

Fig. 8 Curvas de amplificación

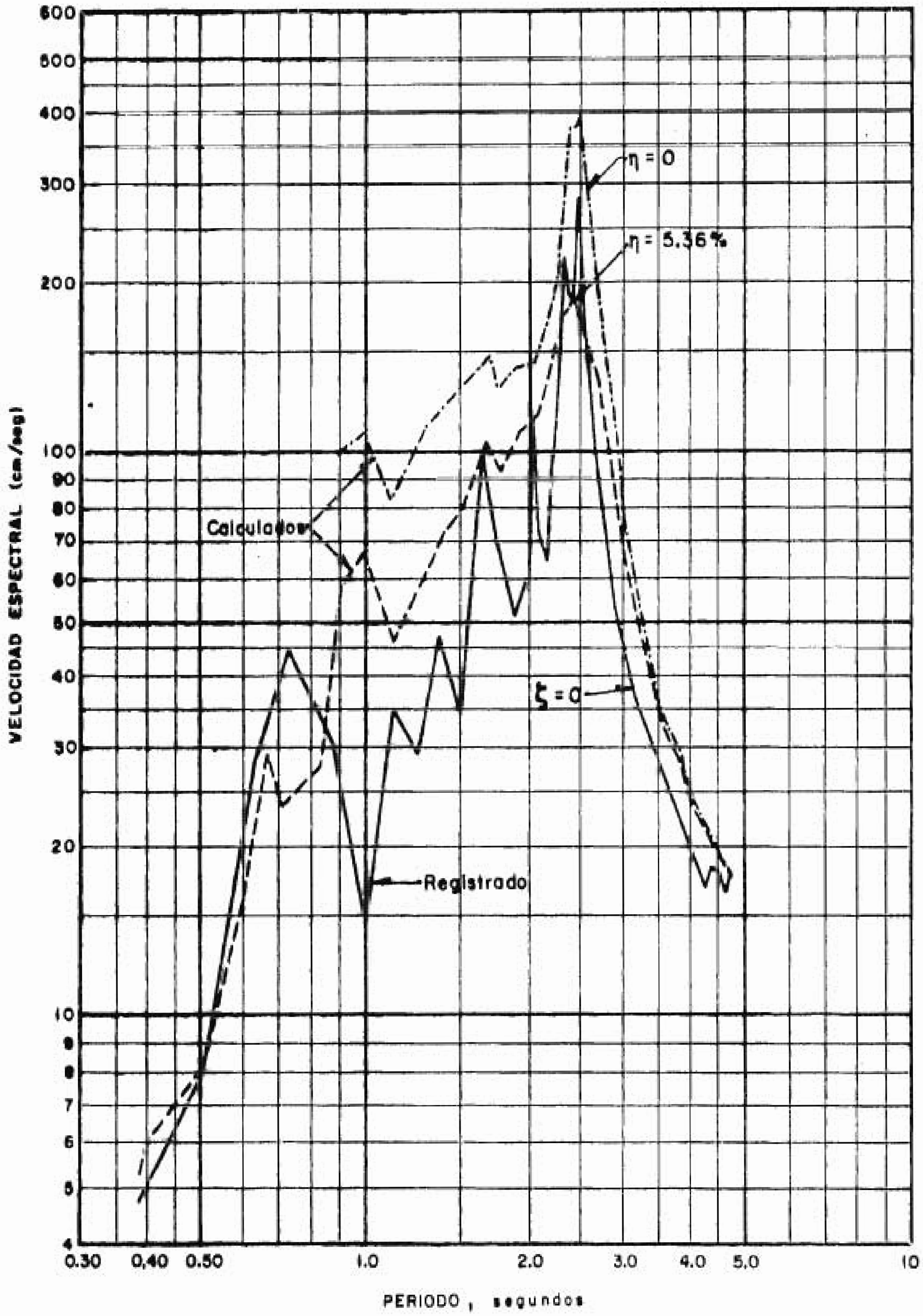

Fig. 9 Comparación de espectros