



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA
DE MEXICO

FACULTAD DE CIENCIAS

"FOTOMETRIA CCD DEL CUMULO
GLOBULAR M15"

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TITULO DE:
F I S I C O
P R E S E N T A ;
GUILLERMO MANUEL HERRERA PEREZ

294752



DIRECTOR DE TESIS: DR. ROBERTO ALEJANDRO RUELAS MAYORGA



FACULTAD DE CIENCIAS
SECCION ESCOLAR



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.



UNIVERSIDAD NACIONAL
AUTÓNOMA DE
MÉXICO

M. EN C. ELENA DE OTEYZA DE OTEYZA
Jefa de la División de Estudios Profesionales de la
Facultad de Ciencias
Presente

Comunicamos a usted que hemos revisado el trabajo de Tesis:
"Fotometría CCD del Cúmulo Globular M15"

realizado por HERRERA PEREZ GUILLERMO MANUEL
con número de cuenta 9039883-2 , pasante de la carrera de Física.

Dicho trabajo cuenta con nuestro voto aprobatorio.

Atentamente

Director de Tesis
Propietario

DR. ROBERTO ALEJANDRO RUELAS MAYORGA

Propietario

M. EN C. JOSE HERMENEGILDO PEÑA SAINT MARTIN

Propietario

DR. ROBERTO ORTEGA MARTINEZ

Suplente

M. EN C. IGNACIO CAMPOS FLORES

Suplente

DR. RENE CARRILLO MORENO

Consejo Departamental de



DRA. PATRICIA GOLDSTEIN
Coordinadora de Licenciatura en Física

AGRADECIMIENTOS

En primer término quiero agradecer al Dr. Roberto Alejandro Ruelas Mayorga por haber dirigido y revisado este trabajo de tesis.

De igual forma al M. en C. José H. Peña Saint Martin por haberme brindado su apoyo durante todo el desarrollo del presente trabajo.

A mi madre Margarita Pérez Moreno. Igualmente a Alberta Pérez Moreno, Luis Rey Jiménez, por el sacrificio y la paciencia que han tenido para ver finalizado este ciclo.

A la Facultad de Ciencias, por la formación académica brindada durante mi estancia en ella.

Al Instituto de Astronomía, por todo el apoyo y las facilidades dadas para la elaboración de este trabajo y por permitirme realizar observaciones en el OAN, así mismo al personal del OAN en San Pedro Martir y Tonantzintla.

Quiero agradecer también a quienes le dan soporte en el área de cómputo, Alfredo Díaz Azuara, Gilberto Zavala Pérez, Carmelo J. Guzmán Ceron, Liliana Hernández Cervantes

A mis sinodales Dr. Roberto Ortega Martínez, M en C. Ignacio Campos Flores, Dr. Rene Carrillo Moreno.

Deseo también expresar mi gratitud a: Dra. Rosario Peniche[†], Dr. Armando Arellano Ferro, Dr. Andre Moitinho, Laura Parrao López, Dr. Edmundo Moreno Díaz, Daniel Flores Gutiérrez, Lorenzo Olguín Ruiz.

Al APPAUNAM, y al proyecto de Papiit IN100199 por el apoyo económico recibido.

Quiero dar las gracias a Fausto Cervantes Ortiz, Rosa García Salinas, Juan Segura Sosa, Alfredo Juárez Vázquez, Vicente Forero Villao y a otras amistades que en particular estuvieron presentes en el desarrollo de este trabajo.

A todos en verdad muchisimas **GRACIAS**.

Índice General

RESUMEN	1
1 INTRODUCCION	3
1.1 CUMULOS ESTELARES	3
1.1.1 CUMULOS ABIERTOS	3
1.2 CUMULOS GLOBULARES	4
1.2.1 DENSIDAD	4
1.2.2 DISTRIBUCION	4
1.2.3 BRILLO	5
1.3 M15	6
2 FOTOMETRIA	9
2.1 OBSERVACIONES	10
2.1.1 Detectores	11
2.1.2 CCDs	12
2.2 SISTEMAS FOTOMETRICOS	15
2.2.1 FILTROS	16
2.3 IRAF	17
2.4 PREREDUCCION	18
2.4.1 IMEXAM	18
2.4.2 BIAS	19
2.4.3 CAMPOS PLANOS	19
2.4.4 ALINEACION DE LA IMAGEN	20
2.4.5 TAMAÑO	21
2.4.6 SEÑAL A RUIDO	21
2.5 DAOPHOT	23
2.5.1 DAOPHOT II	26
2.6 REDUCCION	26

2.6.1	SUPOSICIONES BASICAS	26
2.7	ENCONTRANDO ESTRELLAS	27
2.7.1	FORMA Y REDONDEZ DE LOS OBJETOS	29
2.8	FOTOMETRIA DE APERTURA	32
2.8.1	EL NIVEL DEL CIELO	32
2.9	CONSTRUYENDO LA PSF	33
2.9.1	PRIMERA GENERACION DE PSF	35
2.9.2	SEGUNDA GENERACION DE PSF	37
2.9.3	MODIFICACIONES A LA PSF	37
2.9.4	VARIACION DE LA PSF	39
2.10	ALLSTAR	40
3	CALIBRACION	41
3.1	EXTINCION ATMOSFERICA	41
3.1.1	MASA DE AIRE	42
3.2	SISTEMA ESTANDAR	43
3.2.1	INDICE DE COLOR	44
3.3	COEFICIENTES DE APAREO	44
3.3.1	AGRUPACION DE DATOS	45
3.4	TRANSFORMACION AL SISTEMA ESTANDAR	45
4	ENERGIA DE LAS ESTRELLAS	59
4.1	ESTRUCTURA INTERIOR	59
4.1.1	EL GRADIENTE DE PRESION	59
4.1.2	CONSERVACION DE LA MASA	60
4.1.3	CONSERVACION DE LA ENERGIA	60
4.1.4	EL GRADIENTE DE TEMPERATURA	61
4.1.5	TRANSPORTE DE ENERGIA RADIATIVO	61
4.1.6	TRANSPORTE DE ENERGIA CONVECTIVO	62
4.2	CUERPO NEGRO	62
4.2.1	LEY DE PLANCK	63
4.2.2	LEY DE WIEN	63
4.2.3	TEMPERATURA EFECTIVA	63
4.3	REACCIONES NUCLEARES	64
4.3.1	REACCION PROTON-PROTON	64
4.3.2	CICLO DEL CARBONO	64

5 ANALISIS.	65
5.1 POBLACIONES ESTELARES.	65
5.2 DIAGRAMA COLOR-MAGNITUD	66
5.3 EVOLUCION	67
5.3.1 SECUENCIA PRINCIPAL DE EDAD CERO (ZAMS)	67
5.3.2 PUNTO DE SALIDA (TO)	67
5.3.3 RAMA DE LAS SUBGIGANTES (SGB)	68
5.3.4 RAMA DE LAS GIGANTES (GB)	68
5.3.5 RAMA HORIZONTAL (HB)	68
5.3.6 RAMA ASINTOTICA DE LAS GIGANTES (AGB)	69
5.4 DIAGRAMA COLOR-MAGNITUD DE M15	71
5.4.1 SECUENCIA FIDUCIARIA	78
5.4.2 METALICIDAD	79
5.4.3 ENROJECIMIENTO	79
5.4.4 METODO SARAJEDINI	81
5.4.5 COMPARACION DE RESULTADOS	84
5.5 DISTANCIA	85
5.6 EDAD	87
5.7 EDAD PARA M15	87
CONCLUSIONES	95
APENDICE A	96
APENDICE B	98
APAREAR	127
FOT	138
DEPURACION	148
BIBLIOGRAFIA	159

RESUMEN

En la presente tesis se presentarán principalmente algunos aspectos de la evolución estelar a partir de la fotometría B y V de imágenes digitales del cúmulo globular M15 (NGC 7078).

Los cúmulos globulares están constituídos por un gran número de estrellas ($\sim 10^5 - 10^6$) las cuales se encuentran ligadas gravitacionalmente entre sí. Se piensa que todas estas estrellas se formaron más o menos al mismo tiempo y a partir de la misma masa de gas, por lo que se espera que todas tengan la misma edad y la misma composición química. El hecho de que las estrellas de un cúmulo globular tengan todas la misma edad, hace que éstos sean objetos ideales para realizar estudios tanto de evolución galáctica como de evolución estelar (capítulo 1).

Los datos fotométricos consisten de observaciones CCD de imagen directa en los filtros B y V del sistema de Johnson, tomadas durante una temporada de observación con el telescopio de 1.5 m de diámetro en Noviembre de 1997. Estas observaciones fueron tomadas en el Observatorio Astronómico Nacional, de San Pedro Mártir, Baja California. Las reducciones se llevaron a cabo con los paquetes IRAF (Image Reduction and Analysis Facility) y DAOPHOT II capítulo 2.

La reducción dió un conjunto de magnitudes observadas, las cuales son corregidas por extinción atmosférica y posteriormente calibradas a un sistema fotométrico estándar (capítulo 3).

Con los datos reducidos y calibrados se obtuvieron los diagramas color-magnitud [(B vs B-V), (V vs B-V)]. Los diagramas color-magnitud, fueron comparados con resultados teóricos en forma de líneas de igual edad sobre estas gráficas, lo que nos permitió establecer algunas propiedades físicas de este cúmulo como son: su edad, fracciones de Hidrógeno, Helio y de elementos más pesados, su distancia al sol y su enrojecimiento (capítulo 5).

Para la determinación de estos parámetros se requirió del uso de resultados derivados de la Física de los interiores y atmósferas estelares así como de la teoría de evolución estelar (capítulo 4)

Dentro del cuerpo de la tesis se incluyen dos apéndices acerca de los programas en lenguaje FORTRAN creados para realizar la calibración al sistema estándar y derivación del diagrama color-magnitud y una amplia investigación bibliográfica sobre los cúmulos globulares y sus propiedades físicas.

Capítulo 1

INTRODUCCION

1.1 CUMULOS ESTELARES

Cuando observamos una placa fotográfica del cielo o una carta celeste, en la distribución de las estrellas en particular, se observan aglomeraciones de estrellas más o menos densas en ciertas regiones del cielo. Tales agrupaciones se denominan cúmulos estelares.

Los cúmulos estelares han sido reconocidos como importantes laboratorios para estudios de la evolución estelar. En tales grupos las estrellas comparten una herencia común por haber sido formadas en la misma nube molecular progenitora (Harris y Racine 1979) [45].

En esta sección damos una revisión a estas distintas agrupaciones observables, las cuales están clasificadas en dos categorías cúmulos abiertos (también denominados como cúmulos galácticos por razones que más adelante justificaremos) y cúmulos globulares.

1.1.1 CUMULOS ABIERTOS

Los cúmulos abiertos (actualmente se conocen más de 300 en nuestra Galaxia) carecen de concentración central o si la tienen es muy débil, su tamaño está comprendido entre 4 y 20 pc ($1\text{pc}=3.0 \times 10^{18}$ cm) y contienen un número de estrellas de entre 100 y 1000 estrellas, el cual es siempre inferior al número de miembros de un cúmulo globular. Muestran poblaciones de estrellas muy jóvenes comprendidas entre los tipos espectrales O y B. Se encuentran repartidos a lo largo del plano galáctico, debido a esta última particularidad

se les ha dado el nombre de cúmulos galácticos (Mihalas 1981) [75].

1.2 CUMULOS GLOBULARES

Estos cúmulos, de los cuales hay aproximadamente un centenar en nuestra Galaxia, se distinguen por su riqueza en estrellas débiles (cuyo número puede llegar a ser de muchos millares) y por su fuerte concentración central. Su forma, es aproximadamente esférica. Suelen contener un gran número de estrellas variables del tipo RR-Lyrae (por esta razón denominadas algunas veces variables de cúmulo) y están 'animados' de grandes velocidades con respecto al Sol, del orden de algunos centenares de kilómetros por segundo. Debido a sus órbitas altamente excéntricas, se observan desde el centro galáctico hasta regiones remotas del halo de la Galaxia. Además éstos son dinámicamente muy estables y de larga vida.

1.2.1 DENSIDAD

Hemos mencionado que la morfología de los Cúmulos Globulares es de simetría esférica debido a su muy rica acumulación de estrellas, esos sistemas típicamente contienen entre cientos y miles de estrellas con un volumen que abarca un radio típico de aproximadamente 50 a 20 pc. Las dimensiones inicialmente dadas han sido disminuidas a consecuencia del descubrimiento de la absorción interestelar. Su centro normalmente es muy denso ($10^2 a \geq 10^4$ estrellas/pc³).

Una característica de los cúmulos globulares es su perfil radial de densidad de estrellas mostrando diferentes grados de concentración central la cual condujo a H. Shapley y H. B. Sawyer (1927) [102] a clasificar a los cúmulos globulares en clases de concentración designándoles números romanos del I, ..., XII. En esta clasificación la clase I muestra un alto grado de concentración y la clase XII la más baja concentración.

1.2.2 DISTRIBUCION

Del aproximado centenar de cúmulos globulares conocidos, prácticamente desde hace mucho tiempo, el número de estos no ha variado, a pesar del progresivo aumento de la apertura de los instrumentos de observación, con el consiguiente incremento de la porción de espacio que es accesible a nuestros detectores.

Esto parece indicar que sin duda alguna ya se ha explorado la totalidad del volumen ocupado por el sistema de los cúmulos globulares (B. J. Bok 1937) [13].

Casi todos los cúmulos globulares se proyectan sobre el mismo hemisferio celeste, alrededor de una tercera parte de los mismos, se encuentran situados en una región relativamente pequeña de la constelación del Sagitario (ver Fig 1.1).

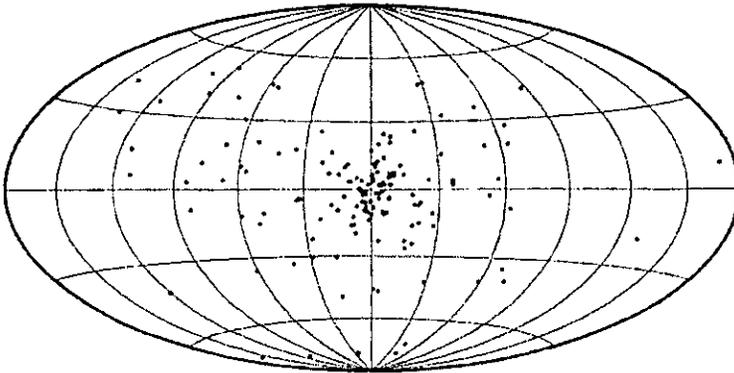


Figura 1.1: Diagrama esquemático de la distribución de Cúmulos Globulares

1.2.3 BRILLO

Los cúmulos globulares son sistemas estelares muy luminosos. Esto realmente en parte enumera sus utilidades en alcances de estructura galáctica pues implica que pueden ser vistos a grandes distancias (I. R. King 1966 [56]; I. R. King 1968 [57]; G. Illingworth, y W. Illingworth 1976 [50]; Peterson y King (1975) [83]; Cruz 1999) [28]).

La magnitud aparente total de un Cúmulo Globular la podemos derivar del brillo superficial (extrapolado por el uso de los modelos teóricos). Si se estima la absorción interestelar y el módulo de la distancia del cúmulo entonces a partir de la magnitud aparente se puede obtener una magnitud absoluta $(Mv)_0$. Típicamente uno encuentra

$$-5 > (Mv)_0 \geq -10$$

La distribución de las magnitudes absolutas de un Cúmulo Globular

muestra un máximo en $(Mv)_0 \approx -8.5$ con un ancho de $\pm 1mag$ (A. Blaauw y M. Schmidt 1965) [11]; (J. H. Oort 1927) [77].

De la relación de masa-luminosidad (en unidades solares) de las estrellas del Cúmulo Globular se puede encontrar una masa típica que es del orden de $2 \times 10^5 M_\odot$ (G. Illingworth 1976) [49].

Los colores (B-V) y (U-B), que se definirán más adelante, para cúmulos globulares pueden ser medidos por las mismas técnicas usadas para medir las magnitudes, después de la corrección por enrojecimiento, los colores intrínsecos $(B - V)_0$ son típicamente del orden

$$0.4 \leq (B - V)_0 \leq 0.8$$

con un máximo bien definido aproximadamente en $(B - V)_0 = 0.57$.

En este apartado el estudio de cúmulos globulares estelares ofrece una enorme ventaja, debido a que todas las estrellas tienen

- La misma edad.
- Composición química, (se discutirá más adelante que en realidad no se tiene la misma composición química).
- Los miembros del cúmulo se encuentran a la misma distancia.

1.3 M15

M15 (NGC 7078) es uno de los cúmulos globulares conocidos, más pobres en metales y es quizá el más denso de todos los cúmulos de estrellas globulares de nuestra Galaxia, (ver Fig 1.2) (Newell & O'Neil 1978) [76]; (Lugger et al. 1987) [67], y debida a su relativa pequeña distancia heliocéntrica ($\sim 10kpc$) ha sido extensamente estudiado. Los diagramas color-magnitud de la rama de las gigantes rojas y la rama horizontal (HB) fueron construidos en los años cincuentas por Brown (1951) [18]; Johnson & Schwarzschild (1951) [52] y Arp (1955) [17]. Estos primeros trabajos mostraron la rama de las gigantes y la poblada rama horizontal azul (HB). Que se caracterizan por su baja metalicidad ($[Fe/H]$).

Sandage (1970) [92], publicó el primer diagrama color-magnitud de este cúmulo en el sistema UBV de Johnson y en él se presentan estrellas tan

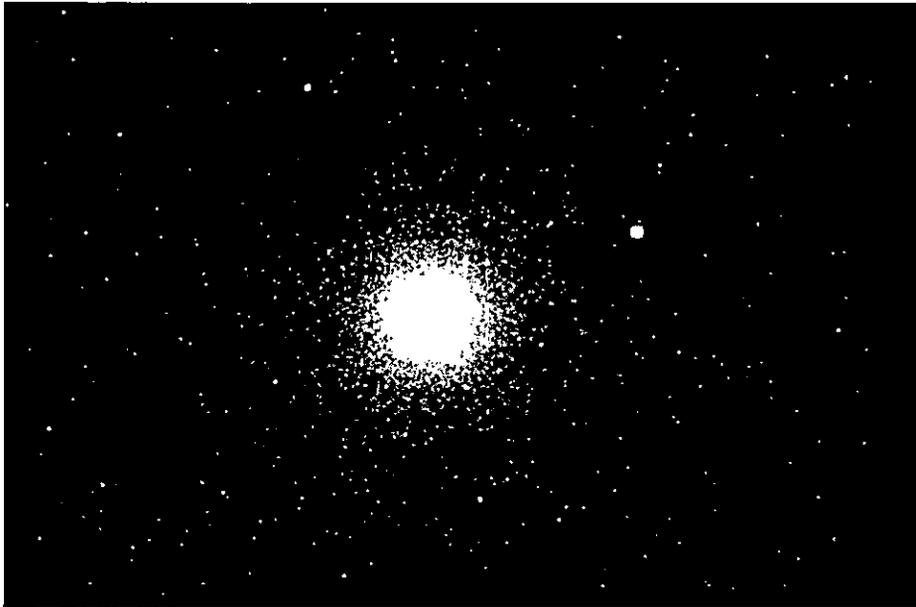


Figura 1.2: El Cúmulo Globular M15

débiles como $V \sim 21$, (aproximadamente 1.5 mag por debajo del punto de salida de la secuencia principal). Posteriormente Sandage & Katem (1977) [96] mejoran la fotometría fotográfica de ~ 350 estrellas de la secuencia principal al llegar a $V \sim 22$.

El más completo estudio fotométrico fue publicado por Buonanno et al. (1983, 1985) [21] [22] donde las magnitudes y colores fueron determinados para 657 estrellas más brillante que $V \sim 18.5$ definiendo claramente la rama horizontal (HB) azul así como la rama de las gigantes rojas (RGB). Battistini et al. (1985) [8] extienden la fotometría fotográfica pero con baja precisión.

Una extenso estudio de 62 estrellas del tipo RR de Lyrae en M15 fue publicado por Bingham et al. (1984) [10]. Este cúmulo es el tercero en la lista de poblaciones conocidas de estrellas variables, después de M3 y Omega Centauri, un total de 112 variables han sido identificadas.

M15 fue uno de los objetos de uno de los primeros estudios con detectores CCDs realizado por Fahlman et al. (1985) [37]. Sus datos alcanzaron magnitudes de $V(\text{lím}) \sim 22.5$ en una región de $3' \times 5'$ en la parte externa

del cúmulo y aproximadamente 7' desde el centro.

Aurière & Cordoni (1981) [5] contruyen un diagrama color-magnitud de estrellas brillantes en la región central de M15. Dentro del corazón de M15 hay un proceso de contracción llamado "colapso central", el cual es común en la evolución dinámica de los cúmulos; de acuerdo con la base de datos sobre cúmulos globulares de W. E. Harris (1976) [44], 21 de ellos podrían contener un centro colapsado (en medio de los cúmulos globulares Messier M30 y M70 está M15), y hay otros 8 candidatos, como lo es M62. De igual forma M15 contiene un considerable número de estrellas pulsantes y estrellas de neutrones las cuales son remanentes de la explosión de una supernova muy vieja. Stetson (1994) [111] mejora la resolución de la fotometría CCD.

La naturaleza de M15 aunque permanece aún en día muy oscura, algunos investigadores creen que es un fuerte candidato para tener un hoyo negro en su centro. La siguiente Tabla 1 presenta los datos astronómicos básicos de M15 (Alcaino 1977) [2].

Tabla 1

DATOS ASTRONOMICOS BASICOS PARA M15	
Ascensión Recta	Declinación
21h29m58.3s	+12h10m01s
l	b
65.01	-27.31
Distancia al sol	10.2 Kpc
Brillo Visual	6.2 (mag)
Dimensión Angular	12.3 min. de arco

Capítulo 2

FOTOMETRIA

En el presente capítulo se muestra paso a paso la obtención de un catálogo fotométrico instrumental a partir de los datos observacionales.

En este capítulo se presentan dos fases:

1. Adquisición
2. Reducción

La adquisición es una operación puramente técnica que consiste en obtener una medida precisa del flujo luminoso de una estrella a través del telescopio a pesar de la cintilación de su imagen y de las fluctuaciones incidentales en la transparencia de la atmósfera. Las modernas técnicas electrónicas permiten un control preciso en esta fase de la operación.

La segunda fase es la reducción que es mucho más crítica que la primera ya que se desea que las imágenes tengan una calidad como si hubiesen sido tomadas fuera de la atmósfera y que básicamente va a depender de la determinación del factor de corrección para la extinción atmosférica (J. Barnes 1993) [7].

2.1 OBSERVACIONES

Los datos fueron obtenidos en Noviembre de 1997 durante una temporada de observación en el Observatorio Astronómico de San Pedro Mártir; para este fin se utilizó una cámara CCD tek2.

Las imágenes tienen un tamaño de 1024 X 1024 pixeles, que para el telescopio de 1.5 m que se utilizó, representa una escala de placa de 0.24 seg arc/pixel abarcando un campo total de 5 minutos de arco por lado en los filtros U, B, y V del sistema Johnson. Las observaciones fueron realizadas por Alejandro Ruelas y Carlos Román.

Además, en cada noche se obtuvieron imágenes de bias y flats con el objetivo de verificar el rendimiento de la cámara en cada noche de observación; las primeras imágenes del cúmulo se obtuvieron con tiempos de exposición a 60 segundos y las segundas imágenes a 300 segundos (ver Fig 2.1).

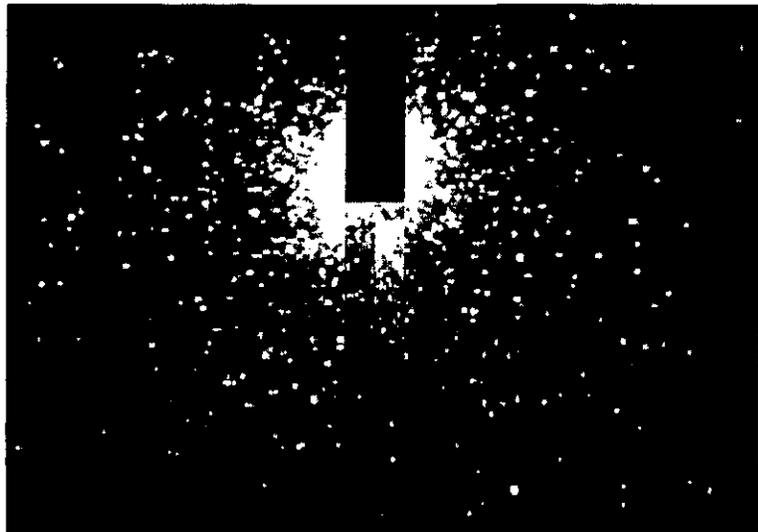


Figura 2.1: Mosaico de imágenes CCD de las 5 regiones de M15. Filtro B, tiempo de exposición de 300 segundos

2.1.1 Detectores

Sin duda alguna el desarrollo instrumental en la astronomía óptica comienza con el primer instrumento con el que cuenta el hombre: los ojos.

Es después de 1850, cuando la placa fotográfica, se convierte en el primer medio empleado para detectar, registrar y determinar la luz de manera permanente (es decir el brillo de la estrella). Sin embargo, la placa fotográfica no percibe todos los colores con la misma sensibilidad, lo cual obliga a fotografiar un objeto con distintas placas si se desea observar varios colores. Otro problema de las placas fotográficas es su baja eficiencia para registrar fotones. Por cada 100 fotones que llegan a la placa, sólo uno es registrado.

La capacidad de registrar fotones es conocida como **eficiencia cuántica** y es un parámetro que sirve para comparar la calidad de los diferentes detectores de luz. Otra limitación es su incapacidad de abarcar grandes diferencias de iluminaciones en una misma placa. Esto hace que si se fotografian dos estrellas, una muy brillante junto a una muy débil, sobre la placa, la imagen de la estrella podría ser una mancha que tape la imagen de la estrella más débil. Esto podría causar dificultades si es la estrella débil la que se desea examinar (A. R Walker 1984) [115].

Gracias a la utilización que se ha hecho del efecto fotoeléctrico, en el cual los fotones provocan una corriente eléctrica al incidir sobre un material, se pudo desarrollar el tubo fotomultiplicador.

En la práctica una estrella no es medida en unidades de flujo. El detector produce una corriente eléctrica que es directamente proporcional al flujo estelar observado.

La capacidad de detección de estos fotomultiplicadores ha llegado a ser de 10 fotones detectados por cada 100 incidentes. Con estos detectores se empezó a medir de una manera precisa la cantidad de luz emitida por cada objeto cósmico, medida que da la información sobre diferentes características físicas del mismo (P. Léna 1998) [65].

La evolución histórica de los detectores se muestra en la Tabla 2.

Tabla 2
EVOLUCION DE LOS DETECTORES

1830	Emulsión Fotográfica (químico)	Placas de vidrio Acetatos- Plastico Papel para impresiones
1960	Efecto Fotoeléctrico (cuántico)	Fototubo- Fotoceldas Tubos Fotomultiplicadores Tubos Intensificadores Vidicones, Mepsicron
1980	Física de semiconductores (cuántico)	Fotodiodos Arreglos Lineales Arreglos Matriciales

2.1.2 CCDs

Los CCDs modernos sucesores de la placa fotográfica, son mosaicos de sensores fotoconductorivos. ¹ Estas cámaras fácilmente compatibles con una computadora y mucho más sensibles que los anteriores detectores son capaces de medir fotones individuales provenientes de las estrellas de los cúmulos estelares, lo que nos permite tener datos de estrellas mucho más débiles, a partir de los cuales se puede hacer un estudio muy detallado de las poblaciones estelares presentes en el cúmulo (Stetson, Davis y Crabtree 1989) [107].

Sobre el aspecto instrumental los CCD también tienen ventajas sobre las placas fotográficas

- Su alta eficiencia cuántica permite que las estrellas débiles sean integradas en mucho menor tiempo. (*E.Q.* 100%)
- La respuesta de estos detectores es lineal para un amplio intervalo de brillo.
- Alta tolerancia a la sobreexposición.
- Además de tener un gran rango dinámico (es decir el cociente de máximo a mínimo de intensidad de luz detectable que puede cubrir un orden de casi 10 magnitudes).

¹(Charge Coupled Device) cuyas siglas en español significan **Dispositivo de Carga Acoplado**

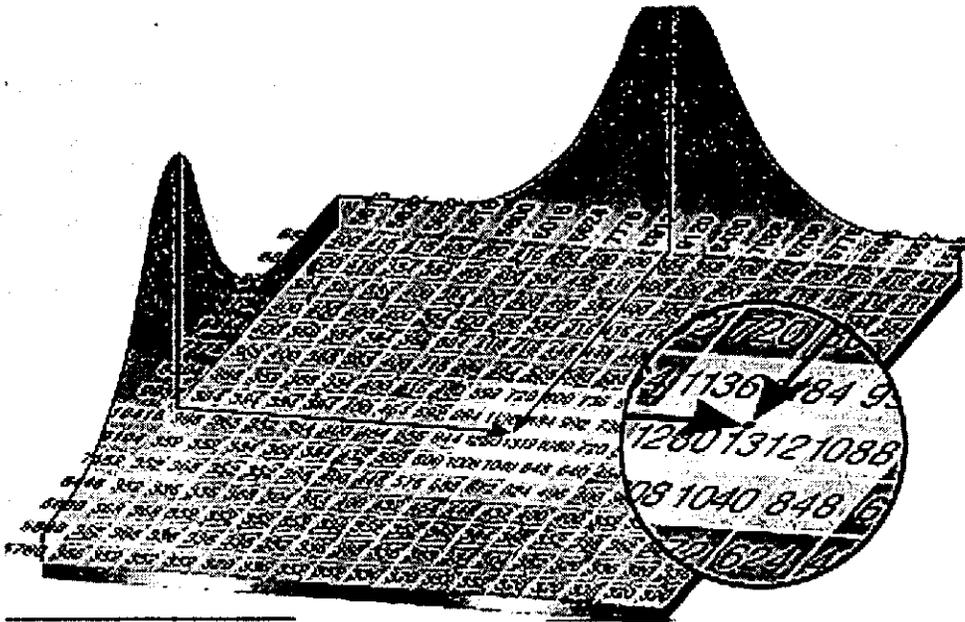


Figura 2.2: Una cámara CCD es un arreglo bidimensional de fotodiodos es decir pixeles o elementos. Cada elemento llega a medir 30 milésimas de milímetro (lo que hace posible guardar simultáneamente la distribución de intensidad luminosa) cubiertos por una capa aislante de dióxido de silicio sobre la cual se coloca una red de electrodos conductores paralelos, el cual divide al detector en una serie de columnas perpendiculares separadas de manera que sean independientes una de otra, llamados canales, dando una forma de cuadrícula uniforme con el fin de que se pierda la menor cantidad de luz. En este diagrama se ilustra como encontrar la posición de una estrella en una imagen CCD. La curva de ambos conjuntos de datos se calcula a partir de un centroide donde la suma de los valores en cada columna y en cada fila representan el brillo de una estrella, y esta se puede visualizar a través de despleadores de imágenes.

Siendo el número de datos convertido de una señal analógica a una digital, directamente proporcional al número de fotones detectado en cada elemento de la imagen (pixel) del detector (ver Fig 2.2). Esto quiere decir que la conversión de datos a intensidades no es complicado.

Pero los CCDs tuvieron ciertas desventajas al principio, ya que estos

CCDs contenían mucho menos áreas fotosensibles que las placas fotográficas afectando en cierta forma a aquellos proyectos que requerían cubrir grandes áreas como es el caso de los cúmulos globulares, sin embargo los CCDs producen enormes cantidades de datos con la habilidad de observar muchas estrellas simultáneamente. Este número de datos puede ser representado entre los 150,000 a 640,000 dependiendo del tamaño de estos CCDs en este caso estamos haciendo una referencia a CCDs de 300×500 pixeles y 800×800 pixeles.

Debido a ese gran volumen de datos, las imágenes CCDs requieren sofisticado hardware y software para la reducción y análisis de datos (Stetson, Worall, Biemesderfer y Barnes 1992) [110].

1. En cuanto al hardware es necesario el poder desplegar y procesar las imágenes bidimensionales.
2. Y respecto al software debe ser especialmente desarrollado para obtener resultados astronómicos de los datos crudos.

Las imágenes CCD requieren una cuidadosa limpieza para remover cierta contaminación bidimensional impuesta por el detector, que más adelante se discutirá.

Los detectores principalmente video-cámaras, arreglos de imágenes cuenta-fotones y dispositivos de carga acoplados CCD permiten el grabado de datos bidimensionalmente los cuales son directamente representados como la distribución de brillo en una región del CCD (Boyle y Smith 1970) [15]. A estas estrellas grabadas en imágenes digitales pueden ser fotomedidas: El número de fotones detectados en la imagen de una estrella es determinado a través de datos del tipo bidimensional (Kristian y Blouke 1982) [61]. Entonces el número de fotones detectado puede ser convertido en magnitudes y colores por medio de un sistema estándar. ²

²observaciones de estrellas con conocidos índices fotométricos

2.2 SISTEMAS FOTOMETRICOS

Es común describir a los sistemas fotométricos teniendo diferentes objetivos por ejemplo la descripción aproximada de la distribución de energía más o menos extendida al intervalo de las longitudes de onda del espectro estelar. Además provee los parámetros básicos, los cuales resumen la descripción física de la estrella objetivo la cual analizaremos en los siguientes capítulos como son la temperatura, luminosidad, la abundancia de ciertos elementos químicos, etc. Y la relación entre los parámetros fotométricos y el sistema fotométrico depende de la técnica de medición y el proceso de reducción.

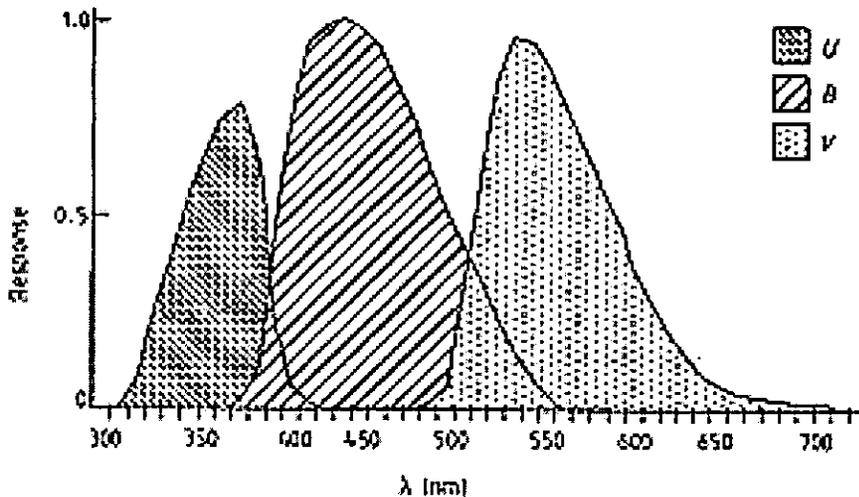


Figura 2.3: Curvas de respuesta del sistema UBV, en las cuales se excluyen los efectos de absorción atmosférica, Kitchin (1998) [59].

Los sistemas fotométricos más comunes están clasificados de acuerdo al ancho de banda (Δ_λ), que cubren los filtros. Así en el Sistema de Banda Ancha los filtros tienen una anchura de $\Delta_\lambda \geq 300$ angstroms. (ver Fig. 2.3) En el Sistema de Banda Intermedia la anchura de $100 \leq \Delta_\lambda \leq 300$ angstroms. Y el Sistema de Banda Angosta tenemos $\Delta_\lambda \leq 100$ angstroms, García (1999) [39].³

³Anteriormente cuando se comercializaban los filtros no se podían reproducir exactamente; por lo que había una diferencia de longitud de onda efectiva (λ_{eff}) y de ancho

2.2.1 FILTROS

H. L. Johnson y W. W. Morgan en 1953 [53] son los pioneros en el uso de los filtros U, B, V (en el óptico) ver Fig 2.3, y notando una clara utilidad deciden extenderse a los filtros de una mayor longitud de onda tales como R, I, (en el óptico) H, J, K, L, M, N, (en el cercano infrarrojo). En el mismo año se generó un primer catálogo con 10 estrellas estándar, posteriormente lo extendería Landolt (1973, 1983, 1992).

Tabla 3

CARACTERISTICAS DE LOS FILTROS EN LOS SISTEMAS
FOTOMETRICOS ASTRONOMICOS

Sistema	Filtro	λ_0
UBV(Johnson-Morgan)	U	3650A
	B	4400A
	V	5500A
Seis colores (Stebbins-Whitford-Kron)	U	3550A
	V	4200A
	B	4900A
	G	5700A
	R	7200A
	I	10,300A
Infrarrojo(Johnson)	R	7000A
	I	8800A
	J	1.25 μ
	K	2.2 μ
	L	3.4 μ
	M	5.0 μ
	N	10.4 μ
uvby β (Stromgren-Crawford)	u	3500A
	v	4100A
	b	4700A
	y	5500A
	β	4870A

de banda ($\Delta\lambda$) entre los filtros de un observatorio y los de otro. Esto producía como resultado que las magnitudes difirieran de un sistema instrumental a otro, además de no poderse obtener una relación lineal (Johnson y Morgan 1953 [53]). En la actualidad ya se cuenta con un catálogo estándar para todos los filtros, lo que permite el poder reproducir las observaciones de un observatorio a otro.

2.3 IRAF

Las imágenes fueron procesadas en el Instituto de Astronomía con el paquete IRAF (Imaging Reduction and Analysis Facility) proporcionado por NOAO (National Optical Astronomical Observatory). IRAF ha sido, diseñado como un sistema eficiente y conveniente para la reducción y análisis de imágenes y otra clase de datos. Algunas de las funciones de que está provisto son completamente especializadas como son: graficar los datos, cálculos estadísticos, procesamiento de listas y mejoramiento de otras funciones que son comunes a las tareas de procesamiento de imágenes astronómicas (Philip Massey 1992) [71].

Enumeraremos los principales puntos a considerar el proceso de pre-reducción de los datos fotométricos (Lisa Wells 1994) [116]:

1. Para tener acceso a esta paquetería hay que llamar a un "cl" (**command language**) el cual funciona como una interface entre el usuario y el sistema que se esté usando. Esto se hace desde una ventana xgterm (Peimbert 1993) [81].
2. Transladamos de formato FITS a formato IRAF las imágenes a trabajar ⁴ dado que IRAF trabaja cada imagen en forma dividida, es decir un archivo que tiene los encabezados `archivo.imh` de la imagen y otro que contiene la imagen en pixeles `archivo.pix`, para tener una imagen en formato IRAF se ordena la rutina `rfits` la cual copia una imagen en formato FITS y la deja en formato IRAF, para poder visualizar la imagen del cúmulo.
3. Por lo regular el entorno de manipulación de imágenes de IRAF se realizó con los visualizadores SAOIMAGE o XIMTOOL que son los más adecuados (Shames y Tody, 1986) [101].

⁴válido para versiones anteriores a la 2.11

2.4 PREREDUCCION

Una vez que tenemos las imágenes en formato IRAF es necesario que revisemos con cuidado cada una de ellas y separemos las imágenes que tenga algún defecto. Esto se lleva a cabo mediante la rutina `display archivo.imh`, además se revisó que a cada noche de observación le correspondiera los archivos referentes al bias y flat (o Campo Plano) que se desplegaron en XIMTOOL, también se revisaron los parámetros (tiempo de exposición, tiempo universal, filtro, fecha de observación, etc...) de cada imagen empleando la instrucción `imheader` indicando el nombre del archivo-imagen=1+.

IRAF soporta varios tipos de datos como son: los cortos a (16 bit, enteros), los largos a (32 bit, enteros), reales (32 bit con punto flotante), y dobles (64 bit con punto flotante) limitado únicamente para los números complejos.

Con la tarea CHPIXTYPE es usado para considerar el tipo de dato pixel con signo o sin signo en la imagen. Los datos internos pueden ser a reales, dobles o enteros mejorando el archivo de entrada, de otra forma el cálculo puede ser hecho en el mismo tipo de datos tal como entró (es decir le permite al usuario especificar el cálculo y el tipo de dato pixel de salida deseado, esto se hace para que el formato de lectura en ciertas partes de nuestra reducción sean llevados a cabo sin ningún problema. Ya que en muchas ocasiones uno cree que las imágenes que contienen los datos astronómicos pueden estar saturados y no es así, por lo que este comando es de vital importancia para tomar en cuenta a todos esos objetos que son brillantes y que en realidad no están saturados (Philip Massey y Lindsey E. Davis 1992) [70].

Antes de comenzar cualquier cálculo fotométrico hay que eliminar fuentes de ruido inherentes al detector y calibrar la respuesta instrumental para cada una de las imágenes. Las contribuciones ajenas a la señal de la fuente son el de lectura (bias), calibrándose además la sensibilidad de cada pixel y las diferencias en la iluminación sobre el detector (flat).

2.4.1 IMEXAM

El primer paso fue mediante la rutina IMEXAM, uno nota que el cursor se transforma en un círculo y se posiciona en el visualizador automáticamente, éste parpadeará indicando que este proceso se está modificando desde el CPU (es decir se está actualizando constantemente) y que puede ser usado

interactivamente (vía mouse y con visualización directa en pantalla). Sus características más generales son:

1. Examina la imagen, por ejemplo, graficando líneas y columnas, las cuales contienen el intervalo de número de cuentas por pixel vs intervalo de pixeles.
2. Deriva características de la imagen, por ejemplo, calcula los anchos equivalentes (ver sección TAMANO), graficando el perfil radial de una región alrededor del cursor (Lindsey Davis 1989) [31].
3. Compara la misma región en diferentes imágenes.

2.4.2 BIAS

Un bias se obtiene realizando una exposición a tiempo cero y obturador cerrado. Con ello se detecta el nivel base del potencial del detector. Proporcionando una estimación del punto cero de las imágenes digitalizadas (para asegurar que las cuentas no tengan valores negativos) y una estimación del ruido en la imagen.

- Imagen bias. Utilizando una rutina IMEXAM que permite revisar a la imagen de bias cuyo fondo sea muy homogéneo para su consecuente promedio y obtener una mejor señal a ruido para una misma noche.
- Para cada día se contruyó un bias promedio a partir de todos los bias, empleando la rutina aritmética **imarith**, de igual forma se puede hacer uso de la rutina **combine**, sin embargo se optó por la primera opción para poder tener un mejor control de los resultados de este proceso, el cual fue restado a cada "single frame" con esto se garantiza que las variaciones espaciales en los puntos cero fotométricos de la imagen de salida sean removidas al restarle un promedio de exposiciones hechas a tiempo cero.

2.4.3 CAMPOS PLANOS

Un flat - field o campo plano es una imagen tomada con el detector iluminado lo más uniformemente posible durante un cierto tiempo de exposición. Se tomaron flats del cielo al iniciar las observaciones al principio de la noche y luego al finalizar las observaciones; estas imágenes permiten determinar la respuesta de cada pixel del arreglo del detector a la luz incidente incluyendo

la sensibilidad causada por la máscara de partículas de polvo sobre los filtros o la ventana del CCD. Puesto que el detector no tiene la misma sensibilidad a distintas longitudes de onda y los filtros pueden tener variaciones en su transmitancia, se deben tomar campos planos independientes para cada filtro.

- Imagen flat. Pasamos a promediar las imágenes flats de manera independiente para cada filtro, empleando la misma secuencia al igual que en el caso de las imágenes bias promediadas es decir con la rutina **imarith**. La ventaja de este criterio es que en las imágenes promedio podemos identificar los pixeles que estén dañados en el detector CCD.
- A continuación, la imagen flat promedio debe ser normalizarla. Para poder normalizar este tipo de imagen requerimos conocer el mínimo, máximo, promedio y desviación estándar de cada imagen, empleando la rutina **imstat**. Una vez conocidos estos valores dividimos al campo plano promedio entre su media, obteniendo de esta forma su normalización.
- Los cuadros de datos obtenidos después de la resta del fondo fueron entonces divididos por el campo plano normalizado a cada filtro. Esto nos permite asegurar una buena señal a ruido (el cual va como \sqrt{N} donde N es el número de cuentas de cada pixel).⁵

2.4.4 ALINEACION DE LA IMAGEN

El último proceso en la calibración frecuentemente requiere de una alineación. Esta es una situación común entre imágenes de la misma región obtenidas con distintos filtros.

Este proceso usualmente se lleva a cabo mediante las rutinas GEOTRAN y GEOMAP, estas operaciones minimizan el efecto de rotación de imágenes y mala resolución. Sin embargo, el primer criterio que optamos fue mediante la rutina IMEXAM, que también a través de seleccionar una estrella de referencia en alguna imagen-filtro podemos alinear las otras imágenes que corresponden a la misma región donde aparezca esta estrella de referencia.

⁵ver sección SEÑAL A RUIDO

2.4.5 TAMAÑO

Para poder conocer el tamaño aproximado de una estrella nos auxiliaremos de los siguientes parámetros y veremos como se obtienen (Lindsey E. Davis 1994) [32].

PSF es la distribución de brillo bidimensional producida en el detector por la imagen de un origen no resuelto como una estrella. ⁶

PSF RADIUS es el radio en pixeles del círculo en el cual la función PSF está definida. Debería ser más grande que el radio real del brillo de una estrella. Si al final de las reducciones se nota que las imágenes sustraídas de las estrellas brillantes quedaron envueltas por halos luminosos entonces la PSF RAD es demasiado pequeño. (vease la sección de los residuos al ajustar y sustraer el modelo PSF).

FWHM es el tamaño aproximado de los objetos en pixeles, esto es la representación de un ancho, es decir una distancia a partir del centroide hacia afuera (un radio) y también una altura de la función Gaussiana tomada a partir de la mitad del máximo respecto al centroide, consecuencia que da el hecho de ajustar a un perfil diferente para cada estrella o bien, dejar que éste varíe con respecto a la posición dentro de la imagen. El cual permite optimizar el algoritmo de la subrutina FIND, este parámetro determina el ancho de una función Gaussiana y el tamaño del arreglo con el cual la imagen es numéricamente convolucionada por FIND.

FITTING RADIUS este parámetro define el área circular en la cual los pixeles son usados en mejorar el perfil de ajuste. Como la PSF es desplazada y escalada para determinar la posición y brillo de cada estrella únicamente los pixeles en un radio de ajuste del centroide seán ajustados. Bajo condiciones normales este radio deberá ser del orden del FWHM. (ver Fig 2.4)

2.4.6 SEÑAL A RUIDO

El ruido está definido como la desviación estándar de todas las medidas hechas sobre una estrella. Indicando el tamaño relativo de la señal deseada al ruido o nivel de fondo (M. Golay 1974) [41].

⁶Point Spread Function cuyas siglas en español significan **Función de Expansión de Perfil**

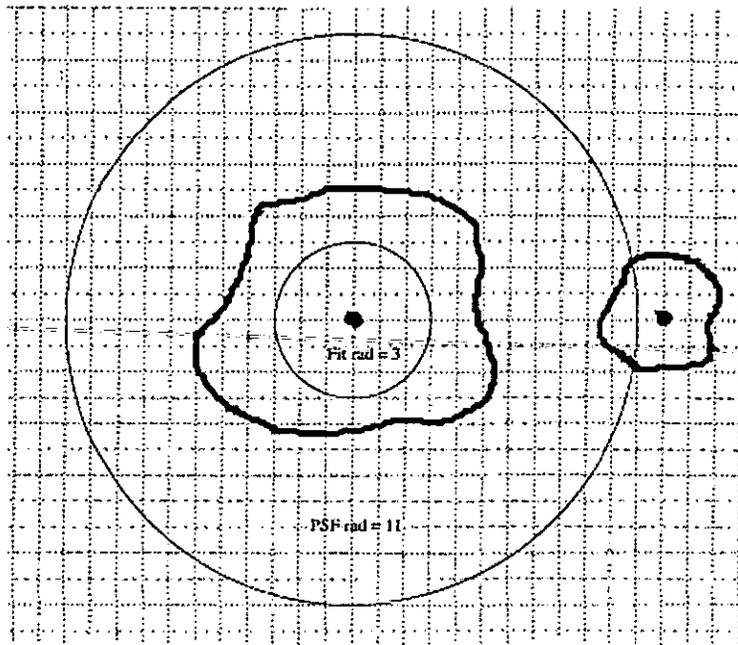


Figura 2.4: El orden de la PSF de una estrella con una vecina a 12 píxeles de distancia.

Al reducir las observaciones estadísticamente debemos tener presente la razón señal a ruido, por ejemplo, el caso donde se realiza una fotometría bidimensional de apertura, si no se da el valor correcto a este parámetro, los resultados esperados se verán afectados por los llamados errores sistemáticos.

Pero retrocediendo a cómo el desempeño del detector influye en las observaciones, dependerá básicamente de las fluctuaciones que se agregan a la imagen, Argote (1997) [3]. A tales se les denominan contribuciones al ruido y estas son:

1. Radiación de fondo.
2. Corriente oscura.
3. Ruido de lectura.

Entonces para cada fotón que llega, las fluctuaciones estadísticas de ruido están representadas por la distribución de Poisson.

$$\frac{S}{N} = \frac{\text{Cuentas totales recibidas}}{\sqrt{\text{Cuentas totales recibidas}}} \quad (2.1)$$

Es decir si $\frac{S}{N} = 100$ típicamente se considerará una buena medida foto-eléctrica cuando se adquiera 10000 cuentas, en otras palabras el ruido es el 1% de la señal. El paquete DAOPHOT requiere de una correcta ganancia efectiva y lectura de ruido, valores que serán útiles para:

1. El cálculo de errores en la obtención de la magnitud en la rutina PHOT y ALLSTAR.
2. El cálculo de valores óptimos usados por el código de ajuste en ALLSTAR.
3. El cálculo de la predicción de señal a ruido en la subrutina GROUP.
4. El cálculo de la forma y estadística " χ " (ajuste de bondad) en ALLSTAR.

Estos valores se obtienen del instrumento y normalmente están editados en los encabezados de cada imagen.

2.5 DAOPHOT

Al principio de 1979 los astrónomos estaban interesados en obtener fotometría a partir de estrellas que se encuentran en campos muy densos, no fue hasta que el programa RICHFLD que permitió al usuario definir el ajuste de perfil y entonces ajustar este modelo a un grupo de estrellas brillantes, substrayéndolas.

En 1989 un grupo de usuarios del programas RICHFLD en el DAO (Dominion Astrophysical Observatory) empezaron a modificar el programa. Esto fue largamente motivado por la implementación del "KITTE PEAK CCD" en el foco primario del Telescopio de 4 m en Cerro Tololo, Chile y la idea fue diseñar un programa de fotometría de campos muy densos que permitiera el ajuste simultáneo del modelo PSF. Además de hacer uso de las características del ruido de un CCD para hacer el ajuste de una manera correcta estadísticamente.

A mediados de 1983 Peter Stetson llegó al DAO y trabajó en esto. Como resultado produjo la primera versión de DAOPHOT el cual realiza todas

estas tareas y más. Por lo que DAOPHOT es una paquetería para realizar fotometría en campos poblados, descripciones detalladas del algoritmo pueden ser encontrados en Stetson (1987, 1990, 1992) [105] [108] [109]. Otro número de programas los cuales explotaron la capacidad de mejorar la fotometría de campos muy densos fue desarrollada en años recientes, entre los que destacan Tody (1981), [112] Penny y Dickens (1986) [82], Buonanno y colaboradores (1979, 1983) [19] [21], Lupton y Gunn (1986) [68], cuyas aportaciones sirven para entender mejor el ajuste de perfil.

Antes de correr DAOPHOT II. En un editor de texto se crea un archivo con extensión `.opt` esta es reconocida por una subrutina de DAOPHOT llamada OPTIONS la cual se describirá más adelante, donde algunos parámetros dados se cambian automáticamente al leer este archivo creado previamente y cuya función es optimizar el código de reducción. Estos parámetros son propiedades específicas de las imágenes a procesar, es decir FWHM, PSF RAD, FIT RAD, GAIN, READ NOISE.

Seleccionamos un grupo suficientemente grande de estrellas consideradas como candidatas a ser promediadas en un modelo de perfil estelar, determinando el promedio de su ancho a potencia media (FWHM) a través de los comandos de IMEXAM. Examinamos los resultados del perfil radial graficado, repetimos este proceso para 80 estrellas estimando un buen promedio para el FWHM. Notando que el número final es el FWHM del mejor ajuste Gaussiano.

El criterio de selección fue de que los objetos candidatos estén lo más alejados del centro (lugar donde se encuentra más poblado) del cúmulo. De preferencia se busca que el cursor abarque completamente el área circular de cada objeto. Esto es debido a que se puede encontrar contaminado por otro objeto en su entorno respecto al que nos interesa. (ver Tabla 4a y 4b)

Tablas 4a y 4b

TAMAÑO DE LOS OBJETOS PARA DISTINTAS ZONAS DE M15

NOCHE 1			
IMAGEN	FWMH	FIT RAD	PSF RAD
6M15U2SE	7.8	7.8	14.5
6M15B2SE	5.5	5.5	16.5
6M15V2SE	5.5	5.5	16.5
6M15U2SW	8.2	8.2	13.5
6M15B2SW	7.8	7.8	16.5
6M15V2SW	6.3	6.3	16.5
NOCHE 2			
N5M15U2E	9.0	9.0	12.0
N5M15B3E	7.8	7.8	12.0
N5M15V2E	6.8	6.8	12.0
N5M15U4W	8.7	8.7	12.0
N5M15B5W	8.0	8.0	12.0
N5M15V4W	6.7	6.7	12.0
N5M15U6S	9.0	9.0	12.0
N5M15B7S	9.0	9.0	12.0
N5M15V6S	9.5	9.5	12.0

2.5.1 DAOPHOT II

El paquete DAOPHOT II consiste en una serie de rutinas interactivas aplicadas a una imagen CCD. Estas rutinas llevan un orden para que conformen una "corrida" típica a lo cual dependerá únicamente de la selección de los parámetros adecuados y una cierta "calidad" en la imagen (Davis y Massey, 1990) [70]. Para ver un diagrama de flujo se recomienda revisar la figura del apéndice A.

Una vez que hemos substraído el cielo de fondo de cada medición o imagen para quitar la contribución luminosa del cielo, además de eliminar contribuciones no deseadas de ciertos pixeles ya sean de rayos cósmicos o de pixeles malos, entonces se calculan las magnitudes instrumentales. Al mismo tiempo, se determinan los coeficientes de extinción y se aplican las correcciones correspondiente (S. B. Howell 1991) [47].

2.6 REDUCCION

Actualmente muchos observadores intentan la difícil tarea de obtener fotometría exacta para las estrellas en campos poblados. En las siguientes secciones discutiré el desarrollo de tal proceso.

2.6.1 SUPOSICIONES BASICAS

Para continuar esta preparación de la imagen digital el usuario deberá conocer varias cantidades numéricas antes de proceder a usar DAOPHOT, entre las que destacan.

1. La lectura de ruido del detector en unidades analógico-digital (ADU).
2. El número de fotoelectrones correspondiente a 1 ADU.
3. El nivel de brillo observado en ADU por encima del límite de donde el detector deja de operar linealmente.
4. Los anchos equivalentes.
5. El valor más pequeño de brillo en el cual un pixel puede aceptar antes de ser reconocido como ruido aleatorio.
6. Y finalmente el usuario puede especificar un catálogo de los pixeles que en un previo análisis sean considerados como defectuosos ó malos.

Los puntos (1), (2) y (3) son constantes para un detector dado (aunque estos valores podrán cambiar si las exposiciones individuales son promediadas en el análisis fotométrico).

El punto (4) cambiará de imagen a imagen dependiendo del "seeing"⁷ y la aproximación del guiado.

El punto (5) obviamente cambiará enormemente debido al tiempo de exposición, filtro, y otros factores.

Una vez que estas cantidades son conocidas (1), (2) y (5) es posible calcular el ruido de fondo aleatorio en la imagen.

Apartir de este valor el usuario obtendrá el valor de brillo correspondiente a la detección de los máximos en brillo de las estrellas y el valor mínimo de los datos, que representan el número de desviaciones estándares por debajo del promedio del brillo de cielo. DAOPHOT probablemente ignore aquellos pixeles cuyos datos sean menores que este valor.

El usuario entonces estará listo para correr FIND el cual requiere como entrada la estimación del FWHM de la imagen, PSF RAD, FIT RAD, GAIN, READ NOISE, el valor mínimo y máximo de los datos que previamente fueron descritos y especificados en el archivo que leerá la rutina OPTIONS.

El programa entonces producirá una lista de objetos detectados cada uno con sus coordenadas en (x,y) su estimación de brillo en magnitudes por encima del límite de detección y los índices de forma y redondez.

2.7 ENCONTRANDO ESTRELLAS

Esta tarea involucra detectar y localizar aquellos objetos pequeños y débiles.

1. Distinguir en la imagen el ruido aleatorio de los datos. Imágenes de galaxias y otra clase de objetos astronómicamente extendidos.
2. Cargas eléctricas generadas por partículas como rayos cósmicos los cuales suelen impactarse y quedar registrados en el detector.

⁷se define en términos generales como la calidad de la imagen y se mide como la extensión angular de una fuente puntual de luz.

FIND intenta localizar a las estrellas pixel a pixel estimado por el ajuste de un perfil Gaussiano al valor del brillo del objeto en cuestión. Si el centro está localizado dentro de lo que es una estrella, el ajuste será bueno y la altura central del perfil de la Gaussiana ajustada será proporcional al brillo de la estrella siendo éste un valor positivo.

Si el centrado de este perfil no corresponde al de una estrella y si en esta región los pixeles corresponden a una región vacía del cielo, entonces la altura central del mejor ajuste Gaussiano deberá ser cero o de valor negativo.

Los cálculos se llevan a cabo de la siguiente manera: Considerando el brillo observado en ADU en los pixeles (i,j) representado este arreglo por $D_{i,j}$ y G , que representa la función Gaussiana bidimensional

$$G(\Delta i \Delta j; \sigma) = \exp^{-(\Delta i^2 + \Delta j^2)/2\sigma^2} \quad (2.2)$$

El brillo central del perfil hipotético central, el cual es el mejor ajuste alrededor del punto i_0, j_0 en la imagen, H_{i_0, j_0} y una estimación del brillo local de fondo, b , dan un conjunto de ecuaciones.

$$D_{i,j} \doteq H_{i_0, j_0} G(i - i_0, j - j_0; \sigma) + b(i, j) \text{ en } (i_0, j_0) \quad (2.3)$$

Donde el símbolo \doteq representa el mejor ajuste a los datos para un conjunto de pixeles (i,j) en una región definida alrededor del punto (i_0, j_0)

El valor numérico de H_{i_0, j_0} está entonces dado por la relación de los mínimos cuadrados

$$H_{i_0, j_0} = \frac{\Sigma(GD) - (\Sigma G)(\Sigma D)/n}{\Sigma(G^2) - (\Sigma G)^2/n} \quad (2.4)$$

donde n es el número de pixeles usados en el ajuste. El punto (i_0, j_0) permite variar a los pixeles en la imagen de entrada y el valor de H es el máximo local que identifica a un objeto a candidato astronómico. Es decir representa la estimación del brillo central de una estrella por encima del cielo local.

El nivel de detección se estima de acuerdo a la teoría de los mínimos cuadrados (Hamilton 1964) [43]. Si s_1 representa el error aleatorio de brillo medido en un pixel en una región libre de estrellas, la dispersión aleatoria en H cuando no corresponde a una estrella está representada por

$$s_H^2 = \frac{s_1^2}{\Sigma(G^2) - (\Sigma G)^2/n} \quad (2.5)$$

el valor de s_1 puede ser calculado como

$$s_1^2 = (\text{lectura de ruido en ADU})^2 \quad (2.6)$$

= (nivel aproximado de cielo en ADU) / número de fotones en ADU).

o esto puede ser medido directamente en una región libre de estrellas en la imagen. Dados s_1 y $\Sigma(G^2) - (\Sigma G)^2/n$ el programa calcula s_H una vez que se ha especificado el valor del FWHM.

Entonces especificando el valor mínimo de H es decir H_{min} este último dará el nivel de detección en σ . Entonces H_{min} podrá ser una función del nivel de fondo, b, el cual es independiente del fondo local para cada estrella por lo que la magnitud límite podrá variar para cada estrella.

Los pixeles malos que deberán ser reconocidos a través de lo que se conoce como el nivel de saturación del chip, es decir tantas σ menos, que el promedio del nivel de cielo son omitidos a partir del ajuste de H.

Es decir cuando se ha calculado H, la rutina busca las posiciones de los máximos locales esto es para los valores de (i_0, j_0) tales que $H_{i_0 j_0} \geq H_{min}$ y $H_{i_0 j_0} \geq H_{ij}$ para los pixeles (i, j) menores que la distancia (i_0, j_0) esta distancia nuevamente es determinada a partir del FWHM. Esto produce una lista de brillo donde se puede detectar los pixeles defectuosos o eventos del tipo rayo cósmicos, así como galaxias.

2.7.1 FORMA Y REDONDEZ DE LOS OBJETOS

El programa busca entonces máximos locales que serán candidatos a estrellas a partir de tomar en cuenta un par de estadísticas conocidas como la forma y la redondez de los objetos en cuestión, pero estos criterios van más allá debido a que su asignación permite eliminar funciones delta (que son pixeles malos) y brillo que tiene deformaciones en el eje x o en el eje y (es decir malas filas y columnas).

Este criterio se define al tomar la diferencia entre el pixel central de una posible estrella y la media de los pixeles usados en el ajuste de la ecuación (2.4)

$$d_{i_0, j_0} \equiv D_{i_0, j_0} / D_{i, j} \text{ en } (i_0, j_0) \neq (i, j) \quad (2.7)$$

$$\text{forma} = d_{i_0, j_0} / H_{i_0, j_0} \quad (2.8)$$

donde d es la altura de una función delta bidimensional.

Para perfiles angostos causados por rayos cósmicos toda la intensidad deberá estar contenida en el pixel central ($\text{forma} \geq 1$). En cuanto al rechazo de estos pixeles malos en la región de aceptación para el parámetro de la forma queda definido como:

$$0.20 \leq \text{Forma} = \frac{\text{Altura del mejor ajuste de la función delta}}{\text{Altura del mejor ajuste Gaussiano}} \leq 1.00 \quad (2.9)$$

La redondez es calculada a partir del ajuste de una Gaussiana en el eje x y otra en el eje y ; este ajuste se realiza siempre y cuando el objeto en cuestión haya sido evaluado previamente por su Forma.

$$\text{Redondez} = \frac{\text{Diferencia entre la altura de dos Gaussianas unidimensionales}}{\text{Promedio de las alturas de las dos Gaussianas unidimensionales}} \quad (2.10)$$

Si el usuario cree que muchas de las estrellas son rechazadas o que muchas objetos defectuosos son aceptados como objetos astronómicos, aún con los límites impuestos al brillo, forma y redondez, estos límites podrán ser ajustados y se volverá a correr esta rutina. (ver Fig 2.5)

Obteniendo una lista satisfactoria inicial de estrellas, el usuario mejorará la fotometría de apertura de los objetos detectados con la rutina PHOT.

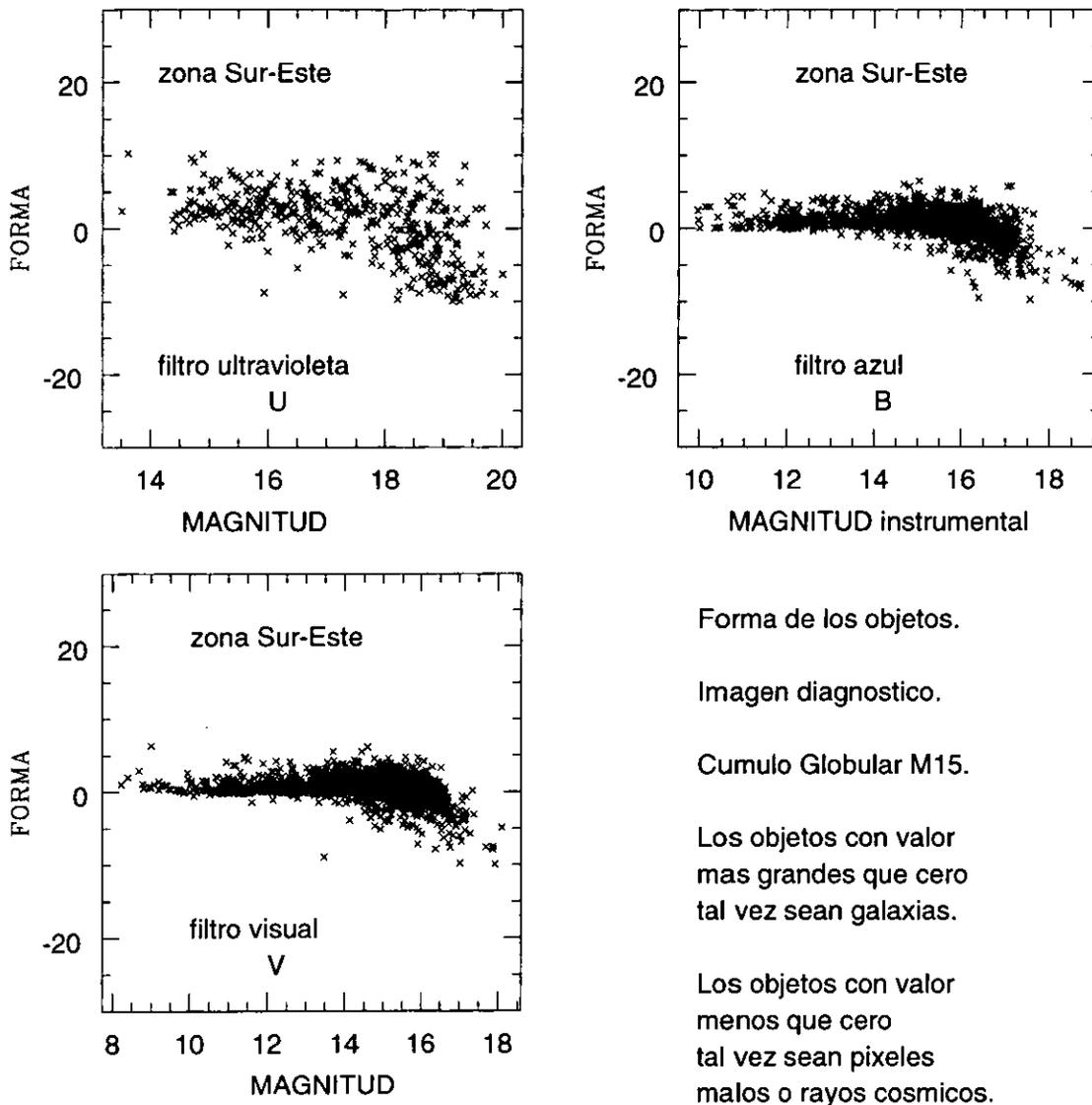


Figura 2.5: Gráficas de la forma de los objetos determinados a través de la rutina PHOT para la región Sur-Este de nuestras imágenes con tiempo de exposición de 300 s y FWHM ~ 5.0

2.8 FOTOMETRIA DE APERTURA

Hay varios métodos para hacer fotometría de apertura. Algunos observadores usan grandes aperturas para sus medidas, ya sea para la cuenta del seeing o variaciones del foco, mientras que otros usan pequeñas aperturas, el uso de un radio pequeño introduce el problema que la fracción del flujo total medido variará para objetos de diferentes flujos de imagen a imagen, por esta razón se aplican correcciones de apertura (Davis 1987) [30].

El principio básico de la fotometría de apertura es sumar el flujo observado (número de datos en alguna región donde está contenida la estrella) dando un radio a partir del centro del objeto, entonces substrae la contribución total del cielo de fondo dentro de la misma región dejando únicamente el flujo del objeto para calcular una magnitud instrumental. Es decir cuando tenemos una estrella aislada de otras vecinas próximas en la imagen, su magnitud instrumental puede ser derivada muy simplemente a través de la fotometría de apertura (Howell 1992) [47].

$$magnitud = cte - 2.5 \times \log \left[\frac{(suma\ del\ número\ de\ datos - cielo)}{tiempo\ de\ exposición} \right] \quad (2.11)$$

donde la cte es la misma para cada imagen.

Al incrementarse el tamaño de la apertura se incrementa el ruido (linealmente) del cielo de fondo. En este punto el programa también requiere los valores numéricos de los puntos (1) y (2) ya mencionados. La lectura de ruido y el número de fotones por unidades de brillo. Que son usados para calcular los errores en la magnitud de apertura. Todos estos datos son almacenados de forma tabulada y de ahí pueden ser fácilmente llamados para continuar los siguientes procesos.

2.8.1 EL NIVEL DEL CIELO

En un fotómetro multiplicador el brillo del cielo es medido al ubicar la apertura en alguna región libre de estrellas identificado a ojo en el telescopio o por examinación de una reproducción fotográfica profunda de un campo de estrellas.

Similarmente en la fotometría de apertura el usuario puede seleccionar una región libre de estrellas de la imagen y medir el brillo del cielo.

Sin embargo, en la fotometría automatizada no puede hacerse a ojo para cada estrella por lo que se recurre a estimadores locales del cielo.

Hemos discutido que para la fotometría de apertura el problema es tener que identificar un máximo local de brillo en un objeto que presumiblemente sea una estrella. Con la apertura centrada en esta posición se suma el número de datos correspondiente a los pixeles contenidos dentro de la apertura.

Para la medida de cielo se considera una región cercana a la estrella (cola) donde una fracción insignificante de la estrella cae, y está distribuida simétricamente alrededor de la estrella y donde los gradientes en la distribución de otros orígenes de señal serán cancelados para una mayor precisión. Esta región deberá contener más pixeles que la apertura, así la dispersión aleatoria en la región de cielo no tenderá a sumar incertidumbres en la estrella medida. (ver Fig 2.6)

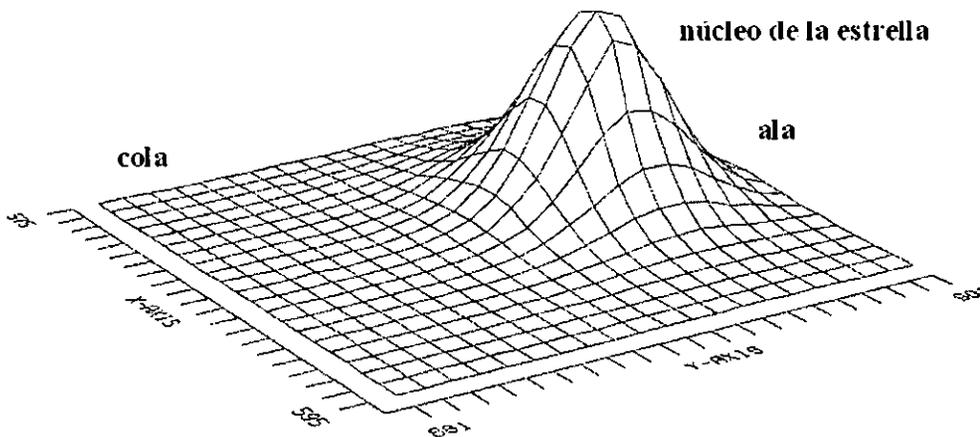


Figura 2.6: Las partes del perfil de brillo de una candidata a estrella PSF

2.9 CONSTRUYENDO LA PSF

Para describir la intensidad como una función bidimensional de la distancia a partir del centroide (x_0, y_0) de la estrella los parámetros en esta función

son ajustados a la mejor representación posible del perfil real de la imagen.

$$I = I(x - x_0, y - y_0) \quad (2.12)$$

La función deberá ser suficientemente flexible para mapear el perfil y los efectos de movimiento de la imagen.

La función analítica tiene la ventaja de poder ser integrada a través del área de cada pixel en la imagen así que los efectos adversos al tamaño del pixel en la imagen son minimizados. Las desventajas son:

- Las integraciones numéricas pueden consumir mucho tiempo.
- Las imágenes que sean imperfectas podrán requerir de un gran número de parámetros.

Las funciones analíticas fueron desarrolladas para la reducción de imágenes por Penny (1976, 1979), Buonanno et al. (1979) [19] y recientemente Peterson et al. (1978); Buonanno et al. (1983) [21], Penny y Dickens (1986) [82].

DAOPHOT usa un modelo para explotar los mejores aspectos de los métodos analíticos y empíricos. La rutina PSF ajusta una función Gaussiana bidimensional a las regiones centrales del brillo de la estrella (King 1971) [58]. Para cada pixel se calculan la integral bidimensional de la función Gaussiana, la posición del centroide, σ en (x,y) , y la altura de la función Gaussiana.

$$D_{ij} - \text{cielo} \doteq H \int_{i-1/2}^{i+1/2} \int_{j-1/2}^{j+1/2} G(x - x_0, y - y_0; \sigma_x, \sigma_y) dx dy \quad (2.13)$$

resolviendo para H , x_0 , y_0 , σ_x y σ_y . Esta primera función Gaussiana sirve como una aproximación de primer orden al perfil real.

Los residuos observados Δ_{ij} de los datos del mejor ajuste Gaussiano son calculados para los pixeles (i,j) alrededor de la estrella y almacenados en un arreglo. Ya que el programa ha generado una lista de estrellas a las cuales les calcula, una por una, el brillo del cielo local y una magnitud en cada apertura especificada.

2.9.1 PRIMERA GENERACION DE PSF

El usuario deberá obtener una PSF empírica para cada dato. Este es un proceso interactivo el cual requiere el uso de un visualizador de imágenes. En este sistema el usuario examina la imagen, tomando en cuenta las estrellas que no estén saturadas (una rutina que ordena las estrellas en el archivo producido por FIND es disponible en DAOPHOT) y esta lista permite la selección de aquellas estrellas que aparezcan aisladas. Si alguna de estas estrellas tiene a su alrededor unas pocas compañeras estas pueden ser usadas para la determinación de PSF.

Para demostrar la efectividad de este proceso se selecciona un conjunto de unas 20 estrellas de una imagen típica ilustrada en la Figura 2.7. Se muestran antes y después del proceso de remover vecinas. El proceso de remover estrellas vecinas se realiza a través de:

1. Se seleccionan las estrellas tomando el criterio mencionado, el usuario sustituye el número de identificación de la primera estrella en la rutina PSF de DAOPHOT la cual calcula y hace un modelado empírico de un perfil híbrido de PSF para cada estrella empleado especificando el radio de la estrella.
2. Si la estrella está mezclada con compañeras débiles, podrán aparecer convolucionadas en el cálculo de la primera PSF.
3. El usuario continuará especificando el número de identificación de otras estrellas PSF deseadas cuyos perfiles son ajustados y luego sumados a la PSF empírica, haciendolo estrella por estrella.
4. Al mismo tiempo la rutina escribe las coordenadas de todas las estrellas PSF y de todas sus vecinas en un archivo, es decir esas 20 estrellas tomadas de la muestra.

Es importante mencionar cual debería ser el número de estrellas seleccionadas de una muestra de posibles candidatas, en cuanto a la cantidad mínima, Stetson (1992) [109] propone que sea 3 estrellas por grado de libertad es decir 3 estrellas para un modelo constante, 9 estrellas para un modelo linealmente variable, y 18 estrellas para el modelo cuadráticamente variable (este último se describirá más adelante en la sección de variación de la PSF).

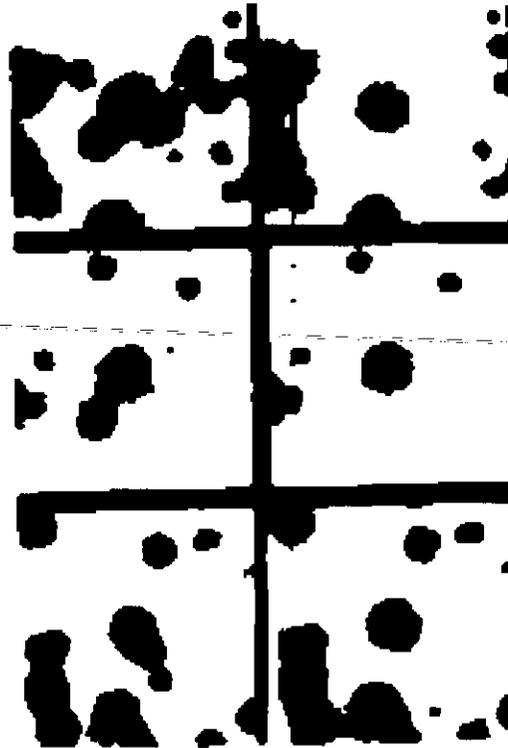


Figura 2.7: 3 de las 20 estrellas seleccionadas, por ser brillantes y lejanas a núcleo del cúmulo muestran la determinación de la primera PSF a la izquierda del panel las estrellas aparecen tal como son en la imagen original, y en el panel derecho aparecen después de que sus vecinas cercanas han sido removidas por el proceso descrito en esta sección

Obviamente, porque algunas de la estrellas están mezcladas con sus vecinas, este modelo de PSF no es una representación final y verdadera de toda la imagen. Usando esta primera estimación de la PSF, se hacen múltiples ajustes del perfil al grupo que contiene las estrellas PSF y sus vecinas, y así la PSF puede ser mejorada.

Cuando el perfil de ajuste ha sido sustraído, los residuos que quedaron se muestran en la Figura 2.8. Claramente se observa que un inadecuado modelo de PSF causará que el ajuste sea pobre y los residuos en la imagen sean un grave problema para su posterior análisis.

2.9.2 SEGUNDA GENERACION DE PSF

Sin embargo, si en este punto nuevamente las estrellas remanentes vecinas de las estrellas PSF, son sustraídas de las estrellas PSF en la imagen mejorará este modelo de PSF. Debido a que el modelo PSF ha sido disminuido de la intensidad de los perfiles que corresponden a las estrellas débiles vecinas.

Con esta segunda generación del perfil, se le ajusta nuevamente a las estrellas PSF y a sus vecinas en la imagen original y éstas nuevamente son sustraídas. Ahora, el ajuste encontrado será probablemente mejor.

Una vez más si sustraemos las vecinas y producimos una tercera generación de PSF a partir de estas 20 estrellas brillantes, se encontrará que ahora es posible ajustar y sustraer al grupo de estrellas con imperceptible evidencia de errores sistemáticos causados por estrellas brillantes vecinas.

Ahora que el perfil ha sido definido; se utiliza la subrutina GROUP para partir en grupos independientes la lista de estrellas producidas por la fotometría de apertura. Recuérdese que esta lista contiene las estimaciones de los centroides, magnitudes instrumentales, y valores locales de cielo para todas las estrellas identificadas por FIND. Para usar esta rutina el usuario necesitará especificar únicamente el valor numérico de la separación crítica en pixeles.

2.9.3 MODIFICACIONES A LA PSF

En esta sección discutiremos varios caminos en los cuales la morfología de una estrella puede ser modelada por un algoritmo, es decir a partir de su posición y de su brillo podemos derivar técnicas de perfil de ajuste.

Desde 1980 un número de programas fueron desarrollados independientemente para mejorar el perfil de ajuste fotométrico y la astrometría de imágenes digitales. Cada uno de ellos adopto un método diferente de codificar la PSF.

Tres de las funciones matemáticas en particular han sido las descripciones más útiles para modelar el perfil de brillo. Estas son; la función Gaussiana, la función Lorentziana y la función de Moffat. En forma simple son:

$$\text{Gauss : } G(r, \alpha) \propto e^{-\frac{r^2}{2\alpha^2}} \quad (2.14)$$

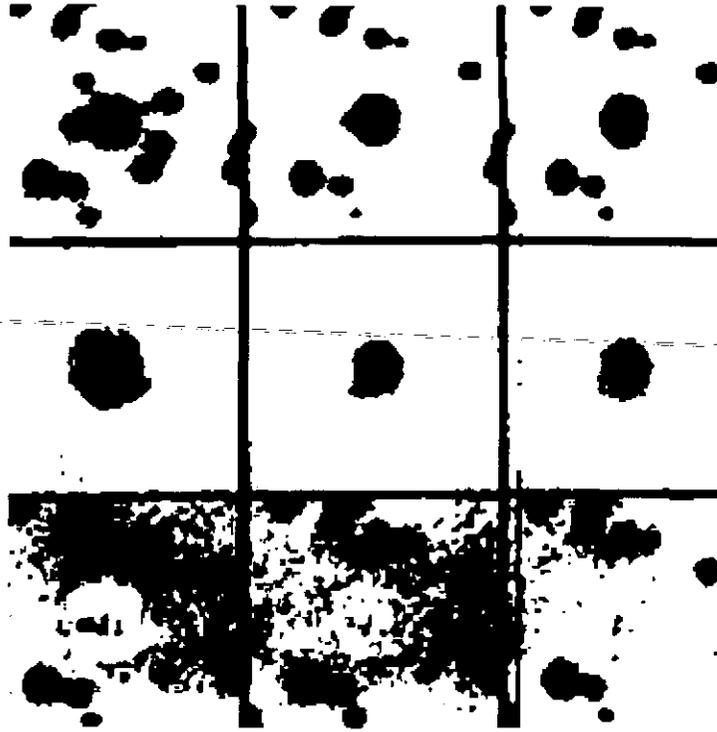


Figura 2.8: Acercamiento hacia una región donde se ilustra el proceso de eliminación de estrellas descrito en el texto. Se muestran la apariencia de una estrella en la imagen original (arriba, izquierda), el primer modelo de la PSF obtenida del promedio de las 20 estrellas imagen (en medio, izquierda) y los residuos del ajuste de la PSF imagen de (abajo, derecha). En el panel de en medio se muestra la imagen modificada creada por sustraer de la imagen original a las estrellas vecinas de las candidatas PSF, segunda generación de la PSF y en el último panel a la derecha la tercera generación de PSF (en medio, derecha) y el residuo resultante después de haberle ajustado y sustraído la tercera generación de PSF (abajo, derecha).

$$\text{Lorentziana modificada : } L(r; \alpha, \beta) \propto \frac{1}{1 + (r^2/\alpha^2)^\beta} \quad (2.15)$$

$$\text{Moffat : } M(r; \alpha, \beta) \propto \frac{1}{(1 + r^2/\alpha^2)^\beta} \quad (2.16)$$

Estos métodos han sido probados por ROMAFOT (Buonanno et al. 1983, 1989) [21] usando una función analítica de Moffat, STARMAN (Penny

y Dicknes 1986) [82] usando la suma de una Gaussiana y una Lorentziana, WOLF (Lupton y Gunn 1986) [68]. DAOPHOT, Stetson (1987) [105] usa la suma de una Gaussiana y una tabla de búsqueda con una interpolación bicúbica. HAOPHOT (Gilliland y Brown 1988) [27] usa la suma de una función Moffat y una tabla de búsqueda con una interpolación bilineal Gaussiana, además de otros paquetes no menos conocidos por la comunidad astronómica como son DoPHOT (Mateo y Schechter 1989) [27], INVENTORY (Kruszewski 1989) [27], CAPELLA (Llebaria et al. 1989) [27], MOMF (Kjeldsen y Frandsen 1992) [60], y SPS (Janes y Heasley 1993) [51].

Donde se ha considerado esta segunda complicación en la fotometría PSF, que a continuación se describe.

2.9.4 VARIACION DE LA PSF

Respecto al tratado que se sigue de esta definición podemos decir que sucede cuando la PSF varía espacialmente en toda la imagen.

Como un resultado de que en la primera generación de CCDs, las dimensiones físicas de los sensores eran muy pequeñas, solamente una pequeña porción del plano focal era grabado. Por lo que muchos de los programas para fotometría, implementaban para la PSF una función Gaussiana centrada en el centro de la estrella.

Para contar con una variación espacial del perfil, DAOPHOT implementa un modelo cuadrático para corregir residuos (Román 1997) [88]. Lo cual se hace bajo el siguiente criterio:

$$C(i, j) = C_0(i, j) + (x - x_0)C_1(i, j) + (y - y_0)C_2(i, j) + (x - x_0)^2 C_3(i, j) + (y - y_0)^2 C_4(i, j) + (x - x_0)(y - y_0)C_5(i, j) \quad (2.17)$$

2.10 ALLSTAR

Finalmente se ha obtenido un archivo de salida que ALLSTAR ha generado con las siguientes cantidades:

ALLSTAR
(archivo.ALS)

NL	NX	NY	LOWBAD	HIGHBAD	THRESH	AP1	PH/ADU	RNOISE	FRAD
1	284	492	400.0	24000.0	20.0	3.00	20.00	6.50	2.0
11	564.655	-0.559	15.633	0.2280	284.054	6.	0.935	-0.077	
24	957.948	0.613	11.733	0.0418	1389.275	6.	5.395	1.097	
60	981.894	11.451	12.750	0.0445	1256.116	6.	6.262	1.893	
85	1004.021	16.174	12.495	0.0332	1131.349	6.	5.549	1.744	
109	826.366	25.438	11.933	0.0155	603.916	6.	3.999	1.207	
34	601.229	3.317	15.332	0.0484	300.385	6.	1.605	-0.919	
41	580.099	5.684	14.656	0.0278	284.385	6.	1.588	2.051	
40	294.268	6.052	15.347	0.0483	229.291	6.	1.736	2.927	
51	352.157	7.365	17.382	0.1888	237.201	6.	1.174	-2.807	
62	617.898	11.827	12.759	0.0143	312.029	6.	2.529	1.232	
61	522.141	10.841	16.862	0.1057	261.999	6.	1.016	-2.198	
66	240.057	14.503	16.302	0.0719	227.240	6.	1.137	1.862	
72	536.029	15.483	14.798	0.0391	266.914	6.	2.086	2.701	
74	211.974	16.025	17.015	0.1329	227.204	6.	1.155	-2.729	
78	807.247	16.073	12.355	0.0193	627.619	6.	4.207	0.974	
81	44.690	16.807	13.857	0.0104	216.532	6.	1.069	0.241	
97	757.888	22.382	12.325	0.0183	485.067	6.	4.075	1.298	
102	554.006	22.660	12.133	0.0095	269.679	6.	2.494	0.704	
101	516.847	23.282	14.134	0.0210	257.430	6.	1.789	1.331	
112	849.381	25.497	10.811	0.0168	619.051	6.	7.329	1.837	

1. ID (columna 1) es el número de identificación de la estrella.
2. x,y (columnas 2 y 3) son el mejor ajuste de posición de la estrella.
3. MAG y MERR (columnas 4 y 5) son el mejor ajuste en magnitud (la magnitud es instrumental) y error en la magnitud. Estos han sido caculados respecto a la magnitud del modelo PSF.
4. MSKY es el valor del cielo.
5. NITER es el número de iteraciones que conduce al ajuste de las estrellas a través del modelo PSF.
6. CHI y SHARP (columnas 8 y 9) son mediciones del ajuste de bondad y forma de los objetos, CHI deberá ser ~ 1.0

Capítulo 3

CALIBRACION

3.1 EXTINCION ATMOSFERICA.

El tercer y último punto derivado del estudio fotométrico descrito en el capítulo anterior, se refiere a la transformación al sistema estándar. Cuando hablamos de la exactitud en las medidas fotométricas queremos decir la determinación del valor exacto. En este punto podemos anexar que los principales errores comenzaron a ser generados en el proceso de reducción (Fig 3.1), y los errores más importantes son también el resultado de una mala transformación al sistema estándar de referencia fotométrica (Fig 3.2). Esto nos indica que los sistemas fotométricos no son enteramente estables entre uno y otro. A causa de que el pasabandas puede cambiar su forma y posición con la temperatura, orientación del telescopio, humedad, voltaje usado, etc. Cambios que son algunas veces graduales, otras veces repentinos, siendo difíciles de controlar, por lo que la incertidumbre generada en cada uno de los factores mencionados constituyen el error en las medidas fotométricas.

Estos comportamientos pueden llegar a ser complejos por lo que en las siguientes secciones describiremos tales procesos de corrección, cuyo objetivo es obtener magnitudes e índices de color corregidos y de esta manera al tener mediciones de dos o más observatorios podamos comparar estas medidas.

La luz proveniente de las estrellas sufre de absorción y dispersión causada por la atmósfera terrestre (García 1997) [38]. El factor de corrección para la extinción atmosférica depende de:

- color de la estrella,

- el ancho de banda del filtro utilizado,
- las condiciones meteorológicas,
- la selección de estrellas de referencia.

3.1.1 MASA DE AIRE

Es bien sabido que la transmisión de ondas electromagnéticas a través de la atmósfera tiene un comportamiento exponencial ($T \sim \exp^{-a}$) donde a es la masa de aire, es decir la cantidad de atmósfera que se interpone entre la estrella y el observador (Mihalas y Binney 1981) [75]. Así, mientras más baja aparezca una estrella en el horizonte, más profunda será la capa atmosférica que la luz tiene que atravesar, y por lo tanto, más débil, o extinguida aparecerá la estrella.

Denotaremos la masa de aire por X . Una buena aproximación es

$$X = \sec Z \quad (3.1)$$

donde Z es la distancia cenital ($90^\circ - \text{altitud}$) de la estrella.

$$ST - \alpha = H \quad (3.2)$$

$$\cos z = \sin \phi \sin \delta + \cos \phi \cos \delta \cos H \quad (3.3)$$

$$X = \sec Z = (\sin \phi \sin \delta + \cos \phi \cos \delta \cos(|ST - \alpha|)^{-1} \quad (3.4)$$

de tal manera que al suponer a la atmósfera como un conjunto de capas plano-paralelas se tendrá que la magnitud de una estrella depende del ángulo cenital Z (Henden 1982) [46]. Suponiendo que:

$$m_{obs} > m_r \quad (3.5)$$

por lo tanto

$$m_{obs} - m_r > 0 \quad (3.6)$$

Entonces

$$m_{obs} - m_r = aX + b \quad (3.7)$$

¹ ϕ es la altitud del observador, mientras que δ y h son la declinación y el ángulo horario de la estrella, respectivamente.

$$m_r = m_{obs} - aX - b \quad (3.8)$$

$$m_r = a_1 m_{obs} + a_2(Color) - a_3 X - a_4 \quad (3.9)$$

En nuestras reducciones, la masa de aire efectiva para cada exposición se determinó mediante la tarea **SETAIRMAS** del paquete IRAF/ASTUTIL. Esta tarea utiliza información sobre los observatorios (altitud, longitud, junto con información sobre el objeto observado coordenadas, época de la observación, tiempo sidereal, tiempo de exposición). Con lo cual obtuvimos los siguientes valores presentados en la Tabla 5

Tabla 5

EL CALCULO DE MASA DE AIRE.

IMAGEN	FILTRO	TIEMPO DE EXPOSICION (seg)	MASA DE AIRE
6m15v2se	V	300	1.124
6m15v2sw	V	300	1.134
6m15b2se	B	300	1.157
6m15b2sw	B	300	1.162
6m15u2se	U	300	1.180
6m15u2sw	U	300	1.183

3.2 SISTEMA ESTANDAR

Un sistema estándar de magnitudes y colores, como el sistema UBV, se define por un conjunto de estrellas 'estándar' medidas por un 'detector' (telescopio, filtros, detectores) específico, bajo una serie de condiciones observacionales y atmosféricas también específicas, y siguiendo una metodología de observación definida en forma única. Esto, como se ve, hace que la reproducción exacta de un sistema fotométrico sea algo muy difícil de lograr. Sin embargo, es posible realizar observaciones de objetos celestes, las cuales pueden ser referidas al sistema estándar muy fácilmente y en donde los errores serán casi todos del tipo aleatorio, por lo que estos, en principio, se cancelarán.

Una vez que las magnitudes observadas han sido corregidas por extinción atmosférica, éstas pueden ser transformadas a la magnitud estandarizada,

ver ec. 3.9. Los coeficientes y las constantes al punto cero son determinadas para el sistema fotométrico por la observación de estrellas estándares.

3.2.1 INDICE DE COLOR

Al tener un sistema fotométrico con varios filtros en diferentes longitudes de onda se puede definir uno o varios índices de color. Un índice de color mide esencialmente el flujo estelar entre dos longitudes de onda. Si se toma la diferencia en magnitudes medidas en dos diferentes filtros se forma un índice de color. Esto es, si A y B denotan dos diferentes filtros escribimos

$$(I.C.)_{AB} \equiv m_a - m_B \quad (3.10)$$

$$= cte - 2.5 \log \frac{\int_0^\infty S_\lambda (A) f_\lambda^0 d\lambda}{\int_0^\infty S_\lambda (B) f_\lambda^0 d\lambda}$$

donde S_λ es la sensibilidad del telescopio-detector-filtro. Un índice de color usualmente se escribe usando las letras que denotan diferentes filtros involucrados, esto es (A-B), para el sistema UBV de Johnson son (B-V) y (U-B). El índice (U-B) puede relacionarse con la cantidad de radiación ultravioleta emitida por una estrella, y (B-V) puede asociarse con la temperatura, siendo negativo para estrellas muy azules (calientes) y con valor positivo para estrellas rojas (frías).

3.3 COEFICIENTES DE APAREO

Para llevar a cabo el proceso de transformación de nuestro datos al sistema estándar se diseñaron una serie de programas ² que a continuación se describen. Información detallada sobre ellos se presenta en el Apéndice B.

Empate es un código escrito en lenguaje Fortran que trabaja con un sistema de coordenadas fotométricas para calcular los coeficientes de apareo de este sistema. Este código además permite corregir rotaciones angulares arbitrarias, diferencia de escala, así como efectos de translación.

Lo que se hace en este caso es escoger de entre los archivos de fotometría obtenidos con ALLSTAR ³ un grupo de datos que conformarán tal sistema.

²en FORTRAN Lipschutz y Poe (1979) [66]

³que corresponden a una misma región y que son la representación de los tres filtros UBV

Para obtener estos coeficientes de transformación (se extraen de los archivos generados por ALLSTAR un subconjunto de 50 estrellas), apartir de definir a las coordenadas base de un archivo-filtro para adaptar a los demás archivos siempre y cuando se puedan encontrar los mismo puntos de referencia ⁴. Una vez que tenemos un par de archivos con este sistema el programa calcula a partir de una triangulación entre los datos de un archivo-filtro con otro los coeficientes de apareo (para más detalles véase apéndice B).

3.3.1 AGRUPACION DE DATOS

Obtenidos los coeficientes de apareo con el sistema de coordenadas fotométricas se corre el siguiente código **Aparear**, este programa extrae todas las estrellas de un archivo de referencia y procede a realizar una identificación cruzada con las mismas estrellas en los otros dos archivos ⁵ y toma el archivo de coeficientes de transformación. Con la finalidad de tener un catálogo donde se agrupen a todas las estrellas en común de una misma región.

3.4 TRANSFORMACION AL SISTEMA ESTANDAR

Una vez que hemos agrupado en un catálogo las magnitudes del cúmulo M15, hay que tomar en cuenta que estas magnitudes son hasta este momento instrumentales, posteriormente debe calibrarse la fotometría un sistema estándar. Se escogieron algunas estrellas del artículo de Buonanno et al. (1983) [21] para realizar la calibración (ver Tablas 8, 9, 10) y (ver Figs 3.3, 3.4, 3.5).

⁴centroides

⁵bajo el mismo criterio del sistema de coordenadas fotométricas

Para entender mejor esto se propusieron las siguientes relaciones para los dos sistemas fotométricos, que son para los tres filtros del sistema Johnson.

$$U = u_1 + u_2 * u + u_3 * (u - v)$$

$$B = b_1 + b_2 * b + b_3 * (b - v)$$

$$V = v_1 + v_2 * v + v_3 * (b - v)$$

Las letras minúsculas u, b, v se refieren al sistema instrumental y las mayúsculas U, B, V, se refieren al sistema estándar. Los coeficientes 1, 2, y 3 son obtenidos al correr el programa fot que es un código que permite transformar las magnitudes del catálogo instrumental que corresponden exactamente con las de la tabla estándar publicada en Buonanno et al. (1983) [21]. (ver Tabla 6)

Tabla 6

COEFICIENTES DE TRANSFORMACION
(archivo.GEN)

REGION SUR-ESTE	REGION SUR	REGION OESTE
VARU(1) = 2.0536	VARU(1) = 2.0219	VARU(1) = 0.4763
VARU(2) = 0.9227	VARU(2) = 0.8750	VARU(2) = 0.9869
VARU(3) = -0.0402	VARU(3) = 0.0260	VARU(3) = 0.0888
VARB(1) = 4.9371	VARB(1) = 4.3359	VARB(1) = 4.1308
VARB(2) = 0.9229	VARB(2) = 0.9465	VARB(2) = 0.9799
VARB(3) = 0.0549	VARB(3) = 0.1517	VARB(3) = 0.1002
VARV(1) = 4.9864	VARV(1) = 4.5646	VARV(1) = 4.4590
VARV(2) = 0.9629	VARV(2) = 0.9789	VARV(2) = 0.9975
VARV(3) = -0.0563	VARV(3) = 0.0204	VARV(3) = 0.0188

ERRORES EN LA TRANSFORMACION AL SISTEMA ESTANDAR EN
LAS ZONAS DE TRANSLAPE

Tabla 7a

zona Sur-Este vs zona Sur			
V	σ_V	B	σ_B
14.0	0.002	14.0	0.021
15.0	0.007	15.0	0.067
16.0	0.013	16.0	0.073
17.0	0.024	17.0	0.087
18.0	0.029	18.0	0.092

Tabla 7b

zona Sur-Este vs zona Sur			
V	σ_V	B	σ_B
14.0	0.007	14.0	0.064
15.0	0.031	15.0	0.066
16.0	0.047	16.0	0.072
17.0	0.055	17.0	0.081
18.0	0.068	18.0	0.087

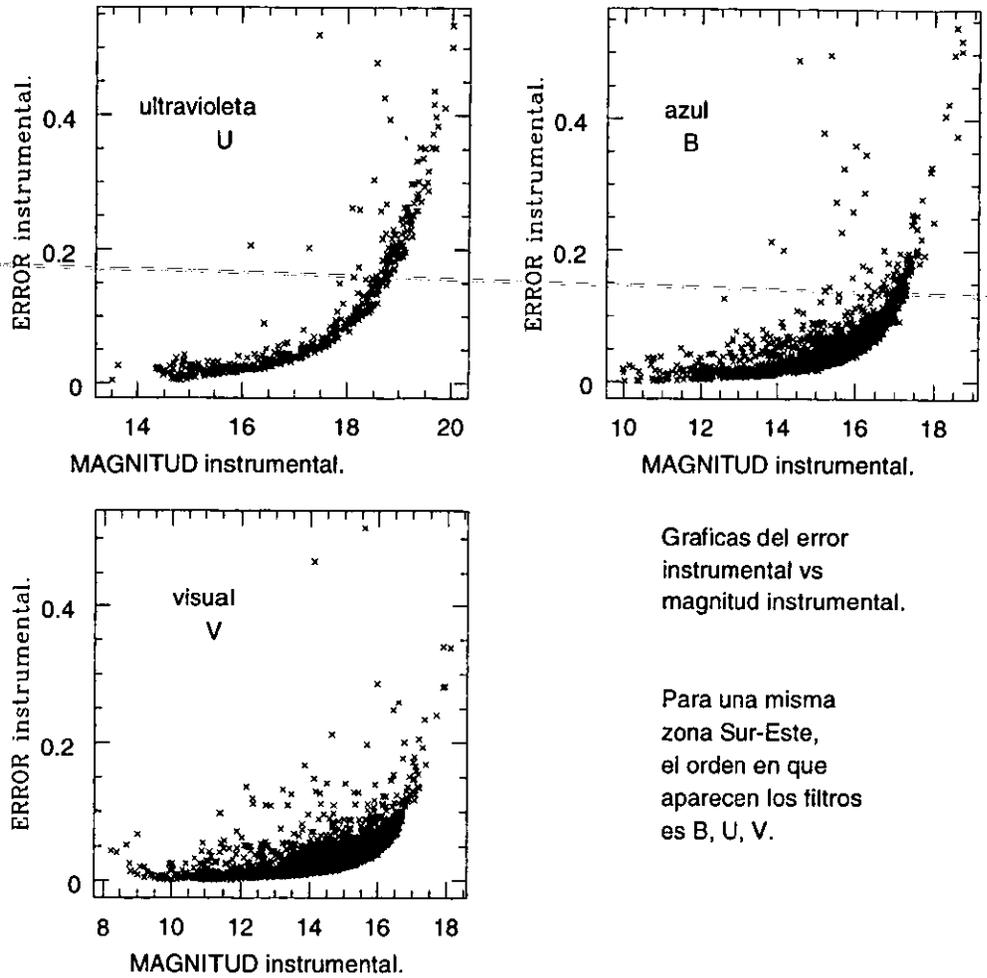


Figura 3.1: Estos errores corresponden a los obtenidos en el proceso de reducción fotométrica mediante DAOPHOT.

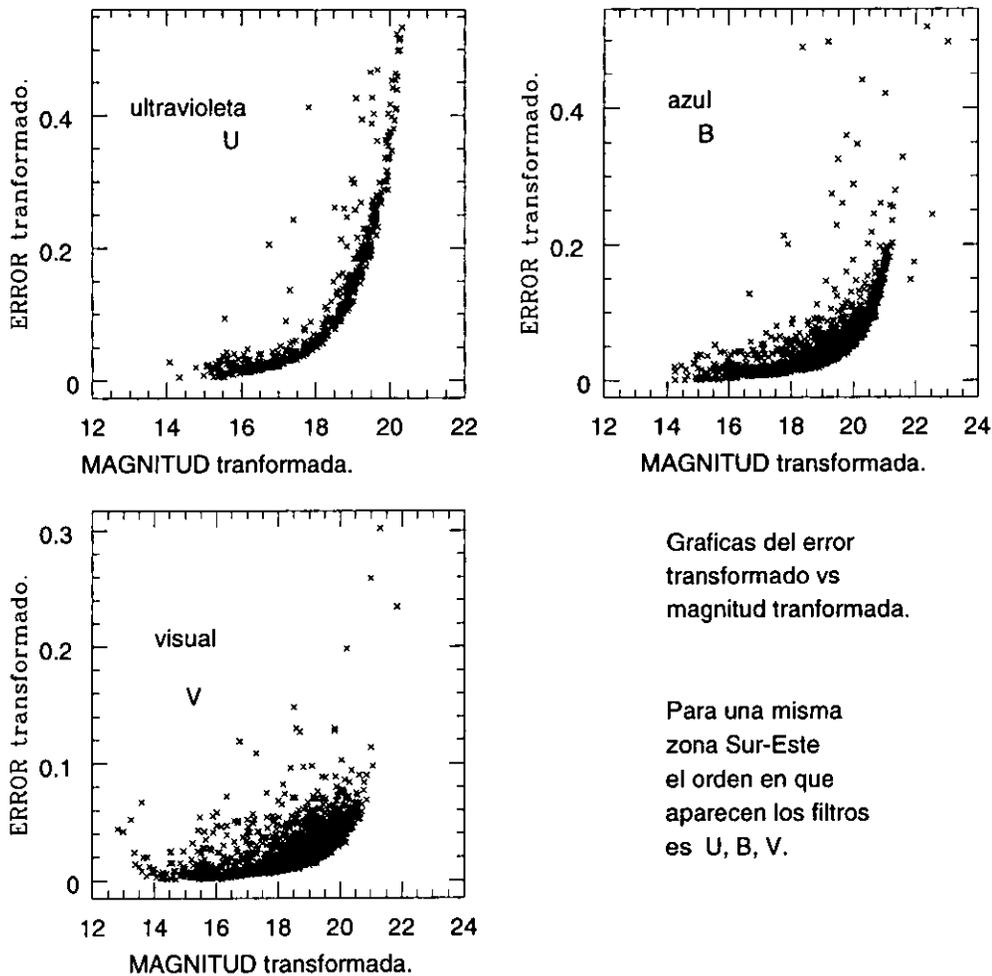
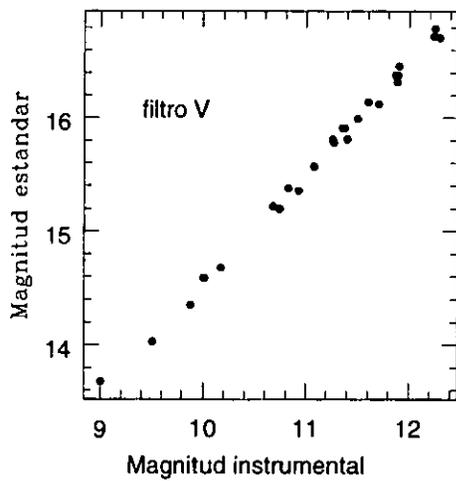
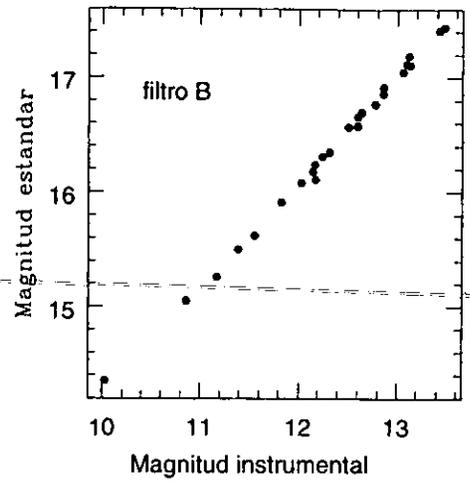
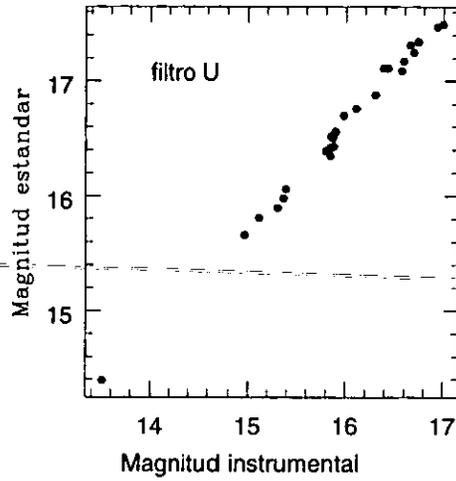
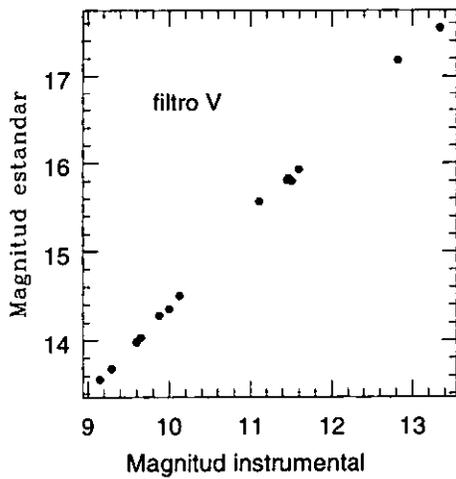
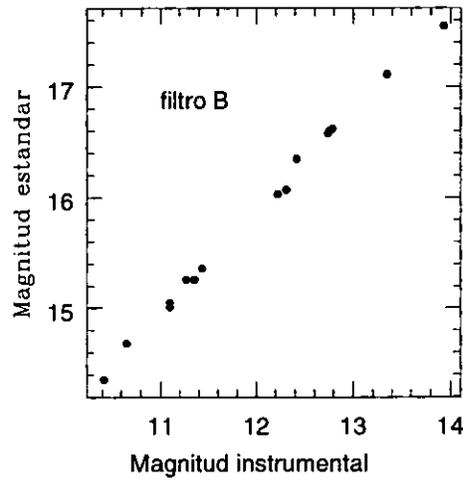
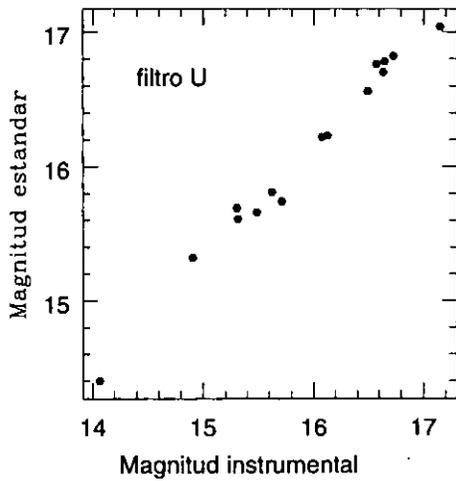


Figura 3.2: Además de los anteriores errores ahora presentamos los errores generados en el proceso de transformación al sistema estándar mediante el uso de los programas citados en el apéndice B.



Diagramas que relacionan la magnitud estandar vs magnitud instrumental para la zona Sur-Este

Figura 3.3: Gráficas para la región Sur-Este entre las estrellas de Buonanno et al. (1983) y nuestras estrellas.



Diagramas que relacionan la magnitud estandar vs magnitud instrumental para la zona Sur

Figura 3.4: Gráficas para la región Sur entre las estrellas de Buonanno et al. (1983) y nuestras estrellas.

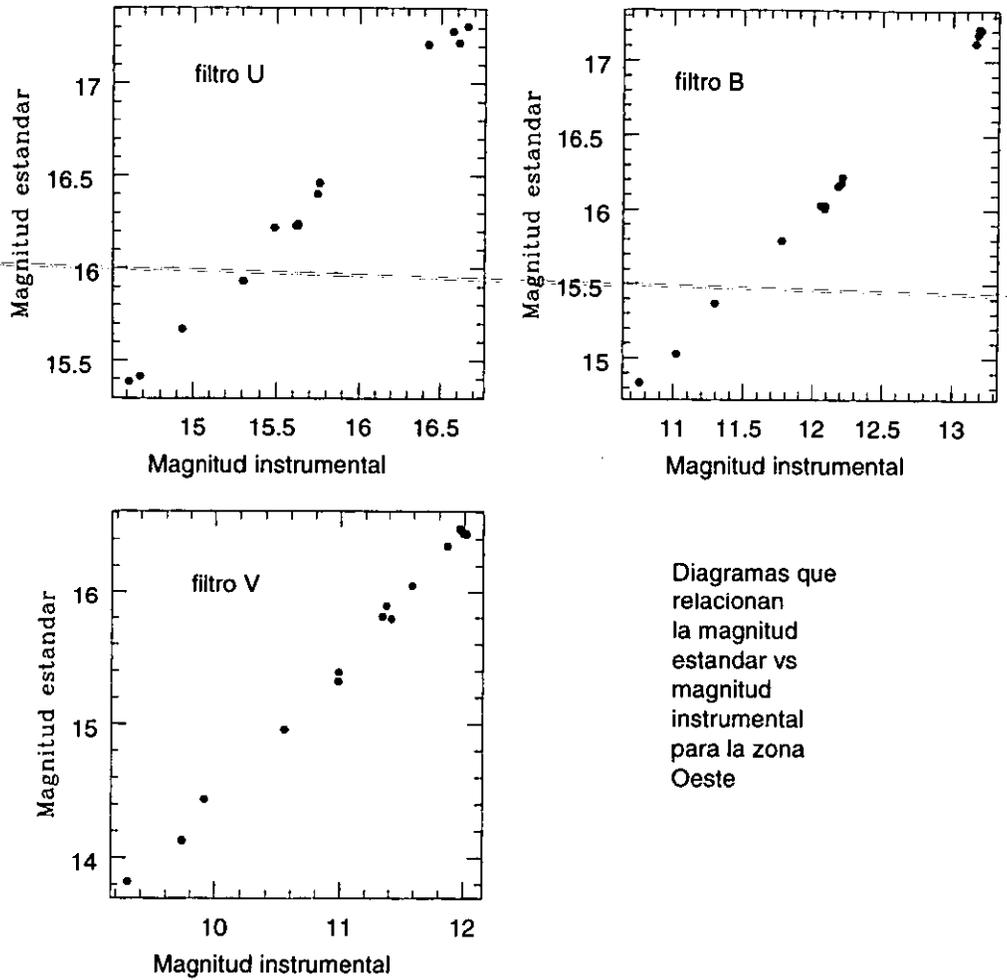


Figura 3.5: Gráficas para la región Sur-Este entre las estrellas de Buonanno et al. (1983) y nuestras estrellas.

Obteniendo los siguientes valores una vez realizada la regresión lineal para cada uno de los filtros en las tres regiones

$$Y = A + B * X \quad (3.11)$$

a través del paquete ORIGIN, véase las siguientes Tablas 8, 9, 10.

Tabla 8

COEFICIENTES Y FACTOR DE CORRELACION PARA LA REGION SUR-ESTE

Filtro U		
Parámetro	Valor	Error
A	1.83358	0.27751
B	0.92432	0.01737
Coefficiente de correlación	Desviación Estándar	Número de datos
0.99596	0.0646	25
Filtro B		
Parámetro	Valor	Error
A	5.01689	0.13719
B	0.92167	0.01111
Coefficiente de correlación	Desviación Estándar	Número de datos
0.99833	0.04542	25
Filtro V		
Parámetro	Valor	Error
A	4.87369	0.14382
B	0.96704	0.01287
Coefficiente de correlación	Desviación Estándar	Número de datos
0.99797	0.05527	25

Tabla 9

COEFICIENTES Y FACTOR DE CORRELACION PARA LA REGION SUR

Filtro U		
Parámetro	Valor	Error
A	2.30788	0.44009
B	0.86537	0.02765
Coefficiente de correlación	Desviación Estándar	Número de datos
0.99293	0.08625	16
Filtro B		
Parámetro	Valor	Error
A	4.90311	0.16668
B	0.91387	0.01391
Coefficiente de correlación	Desviación Estándar	Número de datos
0.99838	0.05421	16
Filtro V		
Parámetro	Valor	Error
A	4.63421	0.10135
B	0.97457	0.00935
Coefficiente de correlación	Desviación Estándar	Número de datos
0.99936	0.04514	16

Tabla 10

COEFICIENTES Y FACTOR DE CORRELACION PARA LA REGION
OESTE

Filtro U		
Parámetro	Valor	Error
A	1.17059	0.40973
B	0.96876	0.02609
Coefficiente de correlación	Desviación Estándar	Número de datos
0.99568	0.06443	14
Filtro B		
Parámetro	Valor	Error
A	4.29592	0.1767
B	0.97544	0.01449
Coefficiente de correlación	Desviación Estándar	Número de datos
0.99868	0.04202	14
Filtro V		
Parámetro	Valor	Error
A	4.50974	0.22215
B	0.99477	0.02001
Coefficiente de correlación	Desviación Estándar	Número de datos
0.99758	0.06414	14

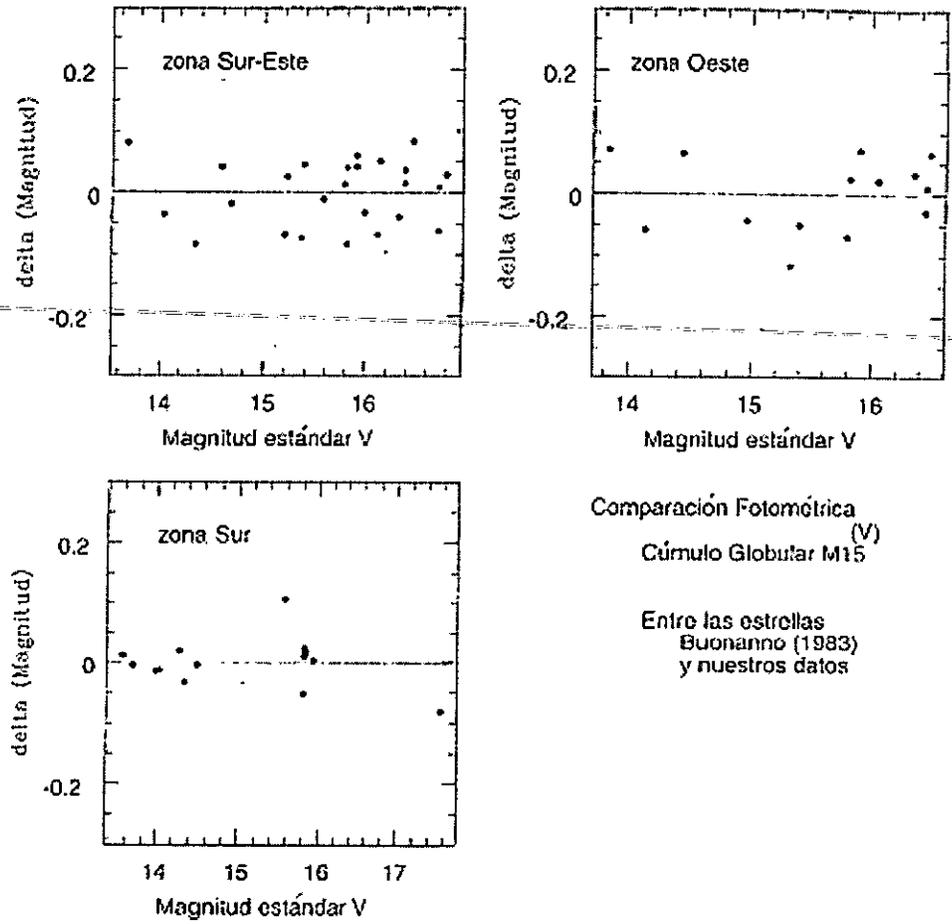


Figura 3.6: Residuos de los ajustes de la transformación al sistema estándar para las tres regiones.

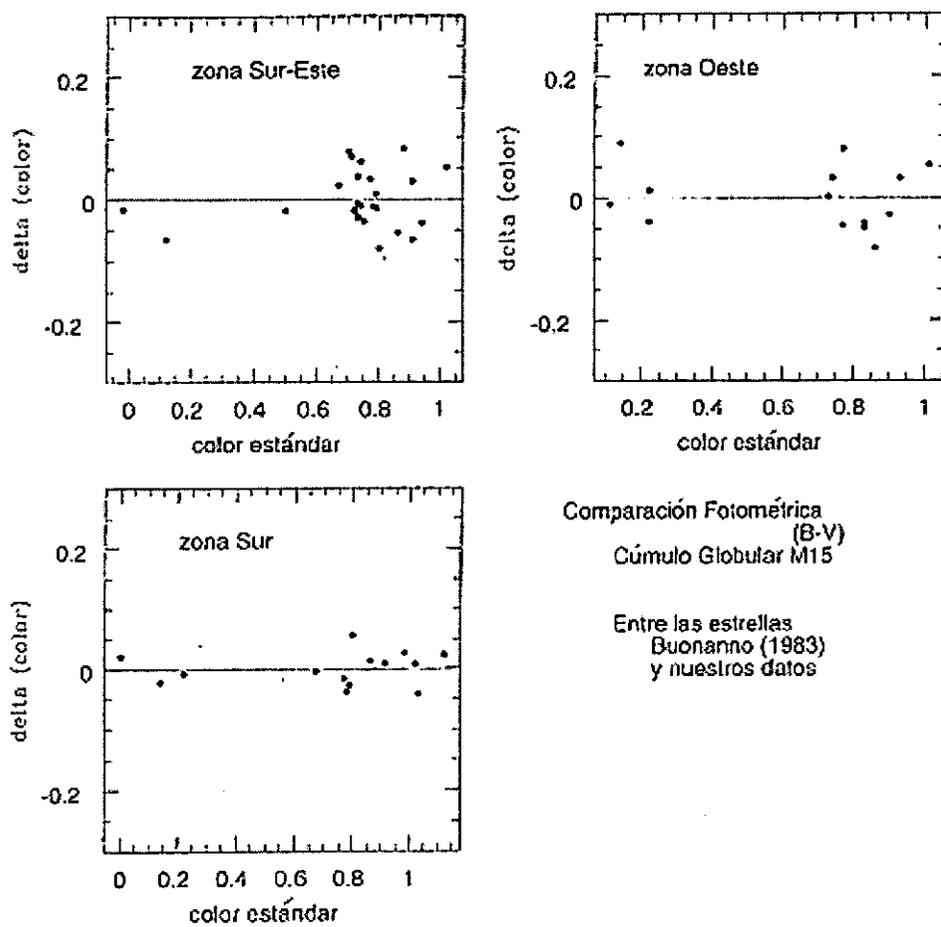


Figura 3.7: Determinación de los residuos de los ajustes a los coeficientes de color.

Capítulo 4

ENERGIA DE LAS ESTRELLAS

4.1 ESTRUCTURA INTERIOR

La luminosidad de muchas estrellas no parece variar con el tiempo, lo cual indica que ciertas condiciones persisten en las estrellas. Estas condiciones son obtenidas a partir de considerar el criterio de estabilidad que depende de la posición y el tiempo, y a través de modelos matemáticos. Estas relaciones son útiles para comprender las características de la estructura estelar y su evolución (Kaplan 1982) [54].

Debido a que la estrella tiene una estructura espacial, se le considera en primera aproximación simétricamente esférica, sin deformación por rotación y sin campos magnéticos. Por lo que en las siguientes secciones retomaremos los conceptos físicos básicos y también las ecuaciones diferenciales básicas para discutir la temperatura y presión en las estrellas a partir de la cual las relaciones teóricas entre la masa y la composición química como parámetros de entrada y por el otro lado, el radio, luminosidad y temperatura efectiva que describen la estructura interior de una estrella (Karttunen 1996) [55].

4.1.1 EL GRADIENTE DE PRESION

El hecho observado de que las estrellas no cambian de radio indica que las estrellas deben estar en equilibrio hidrostático lo que significa que las fuerzas gravitacionales (hacia adentro) están balanceadas por las fuerzas de presión

hidrostática (hacia adentro y afuera). Este balance de fuerzas se expresa por la ecuación de equilibrio hidrostático (Cervantes 1999) [24] (ver Fig 4.1).

$$\frac{dP}{dr} = -\rho \frac{GM(r)}{r^2} \quad (4.1)$$

donde G es la constante gravitatoria, M es la masa de la estrella y r es la distancia al centro de la estrella.

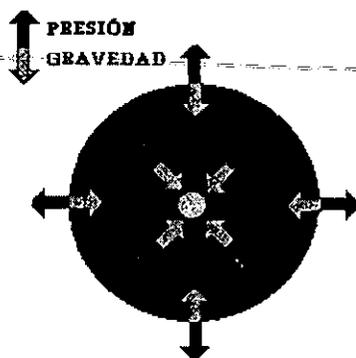


Figura 4.1:

4.1.2 CONSERVACION DE LA MASA

La ley de conservación de la masa indica que la cantidad total de masa no cambia con el tiempo. Para determinar M_r como una función del radio r se tiene que M_r se incrementa por la cantidad dM_r dentro de la cáscara esférica con radio r y espesor dr el cual tiene un volumen $4\pi r^2 dr$ y una densidad ρ .

$$\frac{dM(r)}{dr} = 4\pi r^2 \rho \quad (4.2)$$

Este concepto permite posteriormente encontrar una relación entre la masa de una estrella y su luminosidad, al entender que las estrellas más masivas de la secuencia principal son más calientes que las estrellas menos masivas de la secuencia principal, más adelante se detallará esto.

4.1.3 CONSERVACION DE LA ENERGIA

El hecho observacional de que las estrellas no cambian su temperatura nos dice que están en equilibrio térmico. Esto requiere que $L(r)$ la cantidad total

de energía pasando a través de cada cáscara esférica a una distancia r del centro, tiene que ser la cantidad de energía que sale de la esfera igual a la cantidad de energía producida en toda la esfera, con el hecho de que la capa generadora de energía deberá calentarse. El equilibrio térmico por lo tanto requiere que

$$\frac{dL}{dr} = \epsilon 4\pi r^2 \rho \quad (4.3)$$

$L(r)$ incluye el tipo de transporte de energía radiativo, convectivo y/o posiblemente conductivo, ϵ denota la producción neta de energía por unidad de masa y de tiempo.

4.1.4 EL GRADIENTE DE TEMPERATURA

El gradiente de temperatura está determinado por el tipo de transporte de energía a través de una estrella en varias formas. Por conducción, radiación y por convección. Aunque la radiación y conducción son dos mecanismos separados de transferencia, estos pueden ser descritos por el mismo tipo de ecuación.

4.1.5 TRANSPORTE DE ENERGIA RADIATIVO

El hecho de que las estrellas radien implica que en su interior debería ser más caliente que su superficie (Phillips 1999) [84]. La tasa de transporte de energía se define por el gradiente de temperatura dentro de la estrella y por la transparencia del material estelar (Schwarzschild 1958) [100]. En el caso de flujo radiativo F_r tenemos

$$F_r = \frac{L_r}{4\pi r^2} \quad (4.4)$$

L_r es la luminosidad radiativa es decir el flujo radiativo de energía a través de cada cáscara esférica. Encontrando además para la temperatura en equilibrio radiativo.

$$\frac{dT}{dr} = -\frac{L(r)}{4\pi r^2} \frac{\kappa_{cm}}{T^3} \frac{3}{16\sigma} \quad (4.5)$$

donde κ_{cm} es la dependencia de la opacidad media de Rosseland sobre T y P_g

4.1.6 TRANSPORTE DE ENERGIA CONVECTIVO

La convección térmica ocurre en un fluido compresible cuando el gradiente de temperatura establecido por conducción o radiación excede el valor crítico correspondiente a una transformación adiabática. Este criterio de inestabilidad se expresa convenientemente en términos del gradiente logarítmico de temperatura con respecto a la presión (Bohm-Vitense 1989) [12].

$$\frac{d \ln T}{d \ln P} > \left(\frac{\partial \ln T}{\partial \ln P} \right)_{ad} \quad (4.6)$$

o

$$\nabla_{rad} > \nabla_{ad}^1 \quad (4.7)$$

Si la convección está presente podemos esperar que la relación entre la temperatura adiabática ² y la presión conduzcan a

$$\frac{dT}{dr} = \nabla'_c \frac{T}{P} \frac{dP}{dr} \quad (4.8)$$

donde

$$\nabla'_c = \left(\frac{d \ln T}{d \ln P} \right)_{convección} \quad (4.9)$$

Es una cantidad termodinámica la cual en muchos casos se aproxima al valor adiabático.

4.2 CUERPO NEGRO.

En Física se define un cuerpo negro como aquel cuerpo que absorbe y reemite la radiación que incide sobre él en forma perfecta, o sea que absorbe el 100 % de la radiación incidente; la cual después es reemitida en su totalidad. Para un cuerpo negro la intensidad de radiación reemitida I_λ depende únicamente de la temperatura T y del intervalo de longitud de onda $d\lambda$. La radiación es constantemente transformada a energía térmica. Por lo que la radiación del cuerpo negro es también llamada radiación térmica.

¹El gradiente adiabático ∇_{ad} depende de las propiedades termodinámicas del material estelar

²Es decir no hay intercambio de calor entre la zona convectiva y el medio que la rodea

4.2.1 LEY DE PLANCK.

La distribución de energía emitida por un cuerpo negro con respecto de la longitud de onda sigue la ley de Planck la cual es una función de la temperatura.

$$I_{\lambda}(T) d\lambda = \frac{2hc^2/\lambda^5}{e^{(hc/\lambda kT)} - 1} d\lambda \quad (4.10)$$

donde T es la temperatura en grados Kelvin, h es la constante de Planck (6.63×10^{-28} erg s), c es la velocidad de la luz en el vacío (3.00×10^{10} cm / s), k es la constante de Boltzmann (1.38×10^{-16} erg / $^{\circ}$ K) y λ es la longitud de onda en cm.

4.2.2 LEY DE WIEN

Wien observó que entre más alta era la temperatura de un cuerpo negro, más corta era la longitud de onda de la radiación emitida por éste en su punto de máxima emisión. Por lo que podemos encontrar la longitud de onda λ_{max} correspondiente a la máxima intensidad por la diferencial de la función de Planck con respecto a λ . El resultado es la ley de desplazamiento de Wien.

$$\lambda_{max} = \frac{0.290}{T} \text{ cm} \quad (4.11)$$

La ley de Desplazamiento de Wien es muy útil para determinar la temperatura de un cuerpo negro.

4.2.3 TEMPERATURA EFECTIVA

Si suponemos que la estrella radia como un cuerpo negro tenemos:

$$L = (4\pi R^2)(\sigma T_{eff}^4) \quad (4.12)$$

Esencialmente existen dos mediciones independientes para encontrar T_{eff} ambas se basan en la idea de que la temperatura efectiva es un indicador de la cantidad de producción de radiación emergente de la fotosfera.

- La fotometría de colores UVB usa la distribución del continuo de radiación en diferentes longitudes de onda.
- La clasificación espectral utilizando la distribución de líneas de absorción en el espectro dispersado de la estrella.

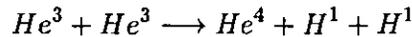
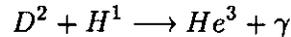
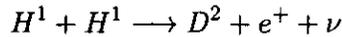
4.3 REACCIONES NUCLEARES

La física nuclear ha proporcionado una comprensión sobre los fenómenos básicos que determinan la estructura y evolución de las estrellas.

La cantidad de energía nuclear disponible puede ser estimada a partir de los defectos de masa que se suscitan en las diferentes reacciones nucleares. A continuación mencionaremos dos de las cadenas de reacciones más comunes en los interiores estelares.

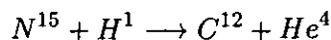
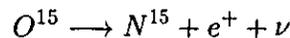
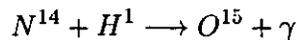
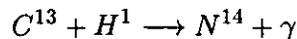
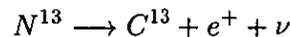
4.3.1 REACCION PROTON-PROTON

La cadena protón protón consiste de los siguientes tres pasos



4.3.2 CICLO DEL CARBONO

Un camino alternativo de transmutación de Hidrógeno en Helio existe en el ciclo del Carbón. El cual consiste de las siguientes seis reacciones.



Capítulo 5

ANALISIS.

5.1 POBLACIONES ESTELARES.

Como resultado de los trabajos pioneros de Baade en otras galaxias del Grupo Local, otros investigadores empezaron a aplicar la noción de dos poblaciones estelares a nuestra propia Galaxia. Se pueden separar varios componentes de la Vía Láctea en dos poblaciones tanto a partir de diferentes poblaciones cinemáticas como de modelos dinámicos que relacionan las propiedades orbitales con las distancias z al plano de la Galaxia para diferentes estrellas. Para muchas de ellas, los datos cinemáticos de velocidades son la primera fuente para su clasificación. La componente de **Población I** está distribuida exclusivamente en el plano galáctico, y se considera que a ella pertenecen no sólo las estrellas O y B, sino también las variables Cefeidas, cúmulos abiertos, nebulosas de emisión y regiones con Hidrógeno neutro. La componente de **Población II** se distribuye en un volumen más esférico e incluye, además de gigantes rojas, variables RR Lyrae, cúmulos globulares, y estrellas de alta velocidad, siendo el Halo de nuestra Galaxia reconocido quizá como la población estelar más vieja (Bond 1980) [14].

Durante la década de los 50's, el desarrollo teórico de la evolución estelar permitió un mejor entendimiento de las diferencias entre las poblaciones estelares. Los modelos de estrellas evolucionadas pusieron de manifiesto que las estrellas gigantes y supergigantes son objetos evolucionados que han abandonado recientemente la secuencia principal después de agotar su combustible nuclear de Hidrógeno. La luminosidad de estas gigantes no depende sólo de su masa inicial, sino también de la composición química de su atmósfera.

Por tanto, las diferencias que se observaban entre estrellas gigantes era una consecuencia de la química de estos objetos.

Con los avances posteriores registrados en los modelos de evolución estelar, se encontró que la **Población II** estaba constituida exclusivamente por estrellas muy viejas. Las estrellas de **Población II** tienen abundancias considerablemente menores de elementos pesados que las **Población I**. La abundancia total de elementos pesados, Z para estrellas típicas de la **Población I** es 0.04 (en términos del porcentaje para todos los elementos con pesos atómicos mayores que el Helio), mientras que para los cúmulos globulares en el halo galáctico, la abundancia típica es < 0.003 . La edad estimada para la **Población II** varía, según los modelos y los ajustes de las observaciones de los cúmulos globulares a estos modelos, del orden de 10^9 años. Sandage y sus colaboradores demostraron que en el intervalo de edades de los cúmulos globulares es relativamente pequeño y que las características detalladas de los diagramas de color-magnitud de las ramas de estrellas gigantes están correlacionadas con la edad y pequeñas diferencias en las abundancias químicas. Por el contrario, las estrellas de **Población I** tienen un amplio intervalo de edades. Las asociaciones estelares en cúmulos galácticos que tienen estrellas azules brillantes en la secuencia principal tienen edades desde unos pocos millones de años hasta $\sim 10^9$ años. En la vecindad solar, las estrellas muestran una mezcla de edades con un número considerable de estrellas de mayor edad (10^9 años). Estudios más detallados, sin embargo, demostraron que las edades de las estrellas en la vecindad solar y en los cúmulos galácticos son siempre inferiores a las de los cúmulos globulares. Esta es una indicación de que los objetos de la **Población II** son más antiguos y se formaron antes que los de la **Población I**.

5.2 DIAGRAMA COLOR-MAGNITUD

El diagrama color-magnitud para un cúmulo globular permite, si la fotometría es suficientemente profunda, visualizar las distintas ramas en que se distribuye la población estelar del cúmulo. Siendo las más conspicuas la Secuencia Principal, la Rama de las Gigantes y la Rama Horizontal. Los estudios teóricos sobre evolución estelar han producido una serie de líneas de igual edad (isócronas), que se dibujan sobre los diagramas color-magnitud observados, que nos permiten estimar, de esta forma, la edad de la población estelar de un sistema (Fig 5.3).

5.3 EVOLUCION

Discutiremos la evolución estelar con una estrella típica de un cúmulo globular ¹, basándonos en un diagrama luminosidad-temperatura o diagrama H-R ²(Tabla 12).

5.3.1 SECUENCIA PRINCIPAL DE EDAD CERO (ZAMS)

Los factores que determinan la posición de una estrella sobre la rama horizontal de edad cero son:

- La masa total.
- La abundancia de CNO.
- La abundancia de Helio.

Inicialmente, todas las estrellas de secuencia principal son químicamente homogéneas con parámetros de composición ($x = 0.70$, $y = 0.28$ y $z = 0.02$), teniendo una temperatura interna de $10^7 K$ garantizando que la materia está ionizándose y comportándose como un gas perfecto.

La evolución de la estrella comienza en la **Secuencia Principal (MS)**. Esta es la etapa durante la cual ocurre la fusión del Hidrógeno en el centro de la estrella. En esta fase de su vida, la estrella está en equilibrio hidrostático. A medida que avanza el tiempo, el núcleo se contrae y se calienta gradualmente lo cual aumenta la tasa de quemado de Hidrógeno. La fusión de Hidrógeno implica la transformación de este elemento en Helio mediante el ciclo P-P ³, aproximadamente el 90% de su vida la estrella permanece en la secuencia principal. De modo que la etapa de secuencia principal termina cuando desaparece el Hidrógeno contenido en la región central (Fig 5.1).

5.3.2 PUNTO DE SALIDA (TO)

En el momento en que se termina el hidrógeno en el núcleo estelar, la estrella empieza a sufrir una serie de transformaciones que se manifiestan en el diagrama color-magnitud como un avance de la estrella hacia afuera de

¹La posición inicial de una estrella en la secuencia principal está determinada por la masa estelar inicial.

²Diagrama Hertzsprung-Russell.

³para estrellas de baja masa

la Secuencia Principal; este punto es conocido como el Punto de Salida de la Secuencia Principal y es un punto muy importante, ya que teóricamente se han producido calibraciones de su posición con la edad de la población estelar en cuestión. Ahora el núcleo estelar se colapsa y se calienta, hasta alcanzar la temperatura necesaria para iniciar la combustión de Helio en su interior.

5.3.3 RAMA DE LAS SUBGIGANTES (SGB)

Es la región en donde las estrellas ascienden en el diagrama HR, desde la Secuencia Principal hasta la Rama de las Gigantes. En esta fase de su vida, la estrella tiene una estructura en la que la fusión del Hidrógeno ocurre en una cáscara exterior al núcleo, mientras que en las capas exteriores no ocurren reacciones termonucleares ya que su temperatura no es lo suficientemente elevada.

5.3.4 RAMA DE LAS GIGANTES (GB)

Los primeros trabajos sobre la evolución de las estrellas hacia la Rama de las Gigantes, fueron realizados por F. Hoyle y M. Schwarzschild. En sus estudios mostraron que es durante la fase de gigantes que el material producido en los procesos nucleares, se mezcla en la cáscara externa al núcleo; en particular, ocurre el enriquecimiento del Helio ($\Delta Y = 0.02$). A las estrellas que están en esta etapa se les conoce como **Gigantes Rojas** (ver Fig 5.1).

La Rama de las Gigantes termina en el 'flash de Helio', que es el momento en el cual la temperatura del núcleo estelar ha alcanzado una temperatura tal que permite la fusión del Helio. La fusión de Helio da como resultado átomos de Carbón. Después de ocurrido el 'flash de Helio' las estrellas se desplazan en el diagrama HR hacia la **Rama Horizontal de Edad Cero (ZAHB)**. En esta fase ocurre típicamente una pérdida de masa en forma de viento estelar.

5.3.5 RAMA HORIZONTAL (HB)

La fase denominada Rama Horizontal ocurre en la vida de una estrella posteriormente al 'flash de Helio'. Durante esta fase la estrella quema Helio en su núcleo.

El tiempo de vida de una estrella durante la fase de quemado de Helio es

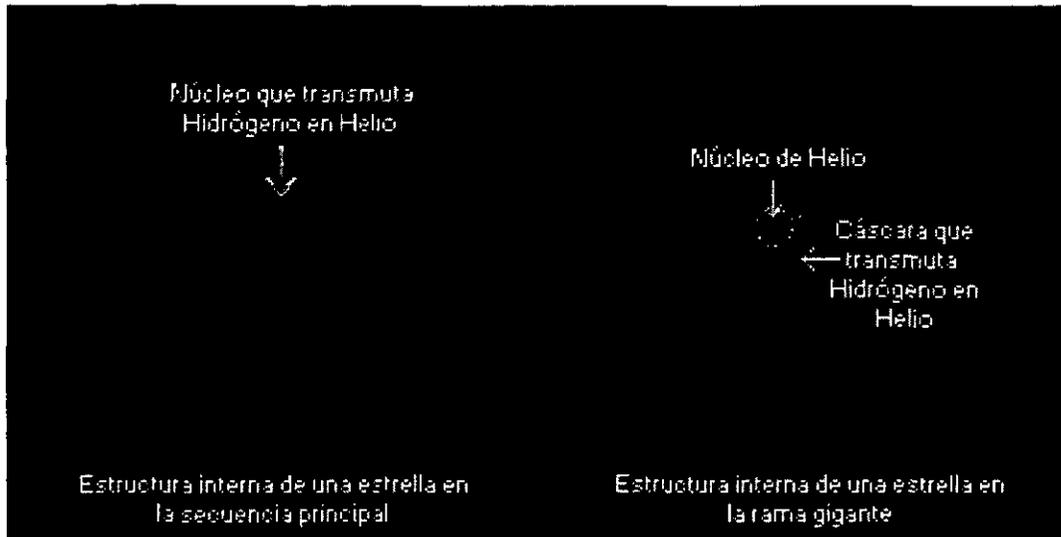


Figura 5.1: Durante la secuencia principal (90 % la vida de la estrella) el Hidrógeno se transforma en Helio en el interior de la estrella. Para estrellas masivas este proceso es muy rápido; para las menos masivas es muy lento.

típicamente del orden de 5×10^7 años; y está determinado principalmente por la masa inicial del núcleo de Helio. Como el Helio se agota muy rápidamente, la estrella no permanece mucho tiempo en esta fase y el quemado de Helio se continúa en una delgada cáscara alrededor del núcleo de Carbón.

5.3.6 RAMA ASINTOTICA DE LAS GIGANTES (AGB)

En el caso de estrellas de masa intermedia ($M > 2.25 M_{\odot}$) los electrones no se vuelven degenerados antes de comenzar la ignición del Helio, lo cual ocurre poco después de alcanzar la **Rama de las Gigantes**. La estrella mantiene su luminosidad durante el quemado de Helio, y al agotarlo en el núcleo, la estrella evoluciona hacia la Rama Asintótica de las Gigantes la **AGB**, en donde las estrellas tienen un núcleo degenerado de C-O (ver Fig 5.2).

Teóricamente la evolución del AGB podría continuar hasta que el núcleo alcance una densidad suficiente para comenzar la ignición del Carbón. En donde se dará otro proceso de pérdida de la envoltura, terminándose la fase AGB para estrellas con $M < 8 M_{\odot}$. Es decir en esta fase se observa nueva-

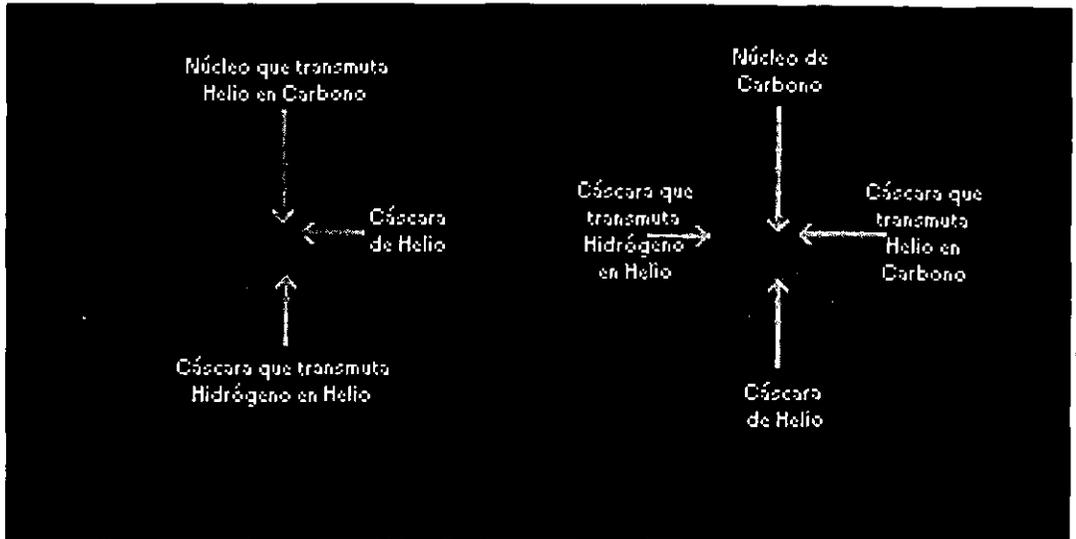


Figura 5.2: Estructura interna de una estrella en el **flash de Helio** al final de la fase de gigante roja (izquierda), y estructura interna agotada la fuente de Helio y ascender por la llamada Rama Asintótica, (derecha).

mente que se origina una pérdida de masa en vientos estelares densos. Estos vientos pueden ser conducidos por presión de radiación. En este punto las estrellas llegan a ser vulnerables a varias inestabilidades, razón por la cual también esta pérdida de masa puede ser el producto de la disipación de ondas de choque que son generadas por inestabilidades de las pulsaciones estelares.

Después de esta fase el proceso de quemado de combustible nuclear en las cáscaras circundantes termina, dando origen a la muerte estelar. La estrella disminuye su luminosidad y temperatura y desciende a la región del diagrama HR conocida como la región de las enanas blancas.

Tabla 11
MORFOLOGIA

ETAPA	SIGLAS	CARACTERISTICAS
Gigantes Rojas	(RGB)	estrellas de baja masa ($M \sim 0.8 M_{\odot}$) las magnitudes absolutas y colores en el extremo de la rama $M_v \sim -2.0$ y $(B - V)_0 \sim 1.4$
Horizontal	(HB)	abarca una $M_v \sim +0.5$, el color es sensible a la metalicidad quemado de He en el núcleo
Roja Horizontal	(RHB)	se intersecta con la Rama de las Gigantes
Variables RR de Lyrae		región de pulsaciones inestables $(B - V)_0 \sim 0.15 - 0.40$
Azul Horizontal	(AHB)	color en $(B - V)_0 \sim 0.2$
Secuencia Principal	(MS)	quemado de H en el núcleo

5.4 DIAGRAMA COLOR-MAGNITUD DE M15

Con nuestros catálogos fotométricos transformados al sistema estándar es posible construir un diagrama color-magnitud para M15 cubriendo las principales regiones que van desde la rama de las Gigantes Rojas hasta la parte de la Secuencia Principal.

Para definir la parte más brillante del diagrama color-magnitud recordemos que utilizamos el estudio fotométrico fotográfico de Buonanno et al. (1983) [21], $V < 16$ definiendo claramente a las estrellas en la RGB, HB y AGB, la estimación teórica de la separación entre la AGB y RGB es una función de los factores como lo son la masa de la envoltente, composición química, tratamiento de la convección superadibática, mezcla y pérdida de masa (Buonanno et al. 1981) [20]

El punto de salida está localizado en $V \sim 19.0$ y $(B - V) \sim 0.49$ mostrando

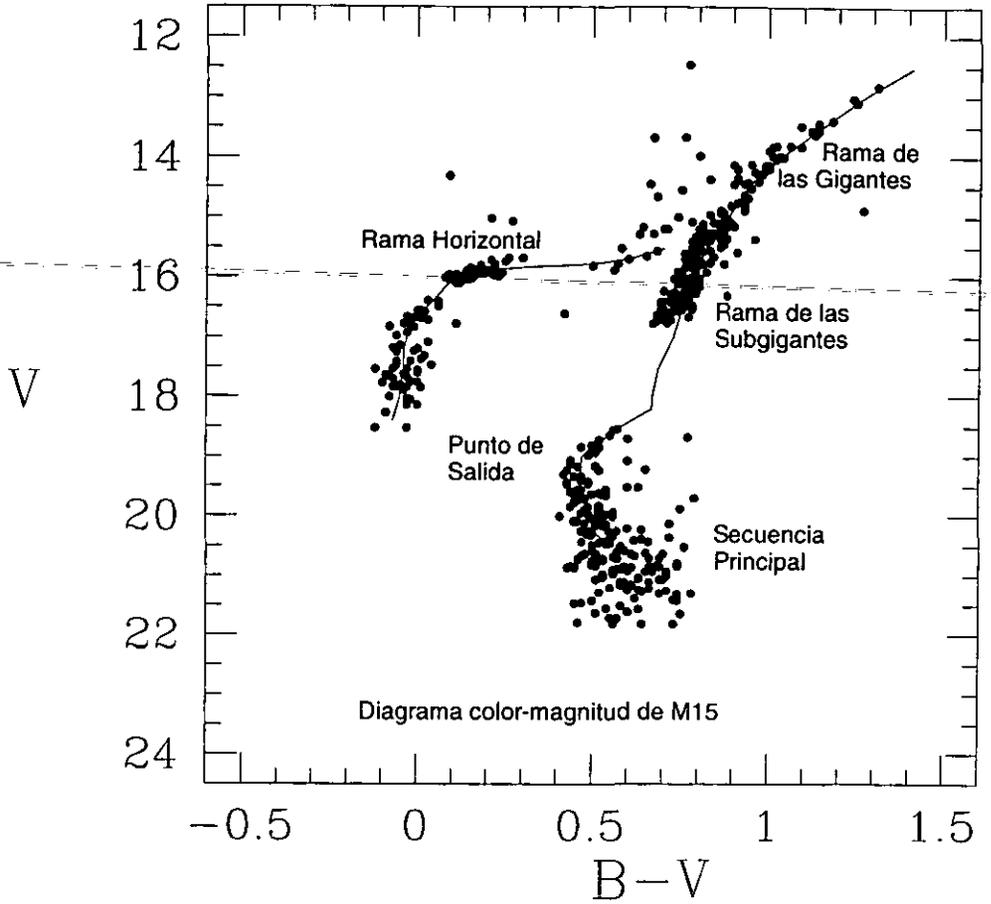


Figura 5.3: Diagrama color-magnitud que muestra la evolución típica de las estrellas para cúmulos globulares, en particular para NGC 7078.

que más abajo de este punto tenemos una gran dispersión de estrellas que en un estudio previo a esta descripción son estrellas de campo (es decir que no pertenecen al cúmulo). Además nuestro diagrama presenta la forma clásica de los cúmulos globulares pobres en metales, es decir no sólo una saturada Rama de las Gigantes Rojas (Sandage et al. 1968) [90] y cuya diferencia es

más alta en comparación con los estudios derivados por Aurière y Cordoni (1981), sino también un gran número de estrellas azules y RR de Lyrae en la Rama Horizontal ⁴ con relativamente pocas estrellas en esta rama.

Respecto a la evidencia de estrellas azules "dispersas" que aparecen en nuestros diagramas color-magnitud (Fig 5.4, 5.5, 5.6) se puede apreciar un número menor de 50 estrellas en $16.5 < V < 18$ y $-0.2 < (B - V) < 0.1$. Ratnatunga y Bahcall (1985) [87] en su modelo galáctico predice que aproximadamente 15 estrellas de campo en $V \sim 17$ a 19 y $(B - V) < 0.8$ que cubren esta área, así que deberíamos esperar que las 35 estrellas de más, sean estrellas de campo con una mala fotometría. Concluyendo que solo hay unas pocas estrellas azules dispersas, que son estrellas que se ubican en el centro de los cúmulos globulares (Aurière et al. 1990) [6], y (Paresce et al. 1991) [78]. Sandage (1970) [92] lista cuatro estrellas como posibles azules dispersas.

Además podemos distinguir un hueco en la Rama Horizontal Azul ubicado en $V \sim 16.1$ y $(B - V) \sim 0.1$, hueco que nos esta predicho por la teoría de la evolución estelar ⁵. Sin embargo distinguir el hueco en la rama Horizontal Azul de M15 es un caso especial. Por lo tanto las estrellas que aparecen al final de la Rama Horizontal "cola" (vease en la Fig. 5.4), han perdido mucha masa y tienen únicamente una delgada envoltura (Lee et al. 1990) [64].

Por otro lado Dorman et al. (1991) [35], publican un artículo sobre la posible presencia de estrellas rojas en la Rama Horizontal, atribuyendo que estas estrellas pueden ser un indicador del incremento de Oxígeno en los cúmulos globulares.

⁴La Rama Horizontal termina ~ 18.52

⁵Esta teoría propone que una estrella al ubicarse en la Rama Horizontal dependerá de una serie de factores particularmente de la masa total, composición química y la cantidad de masa perdida ocurrida durante su fase evolutiva hacia la RGB

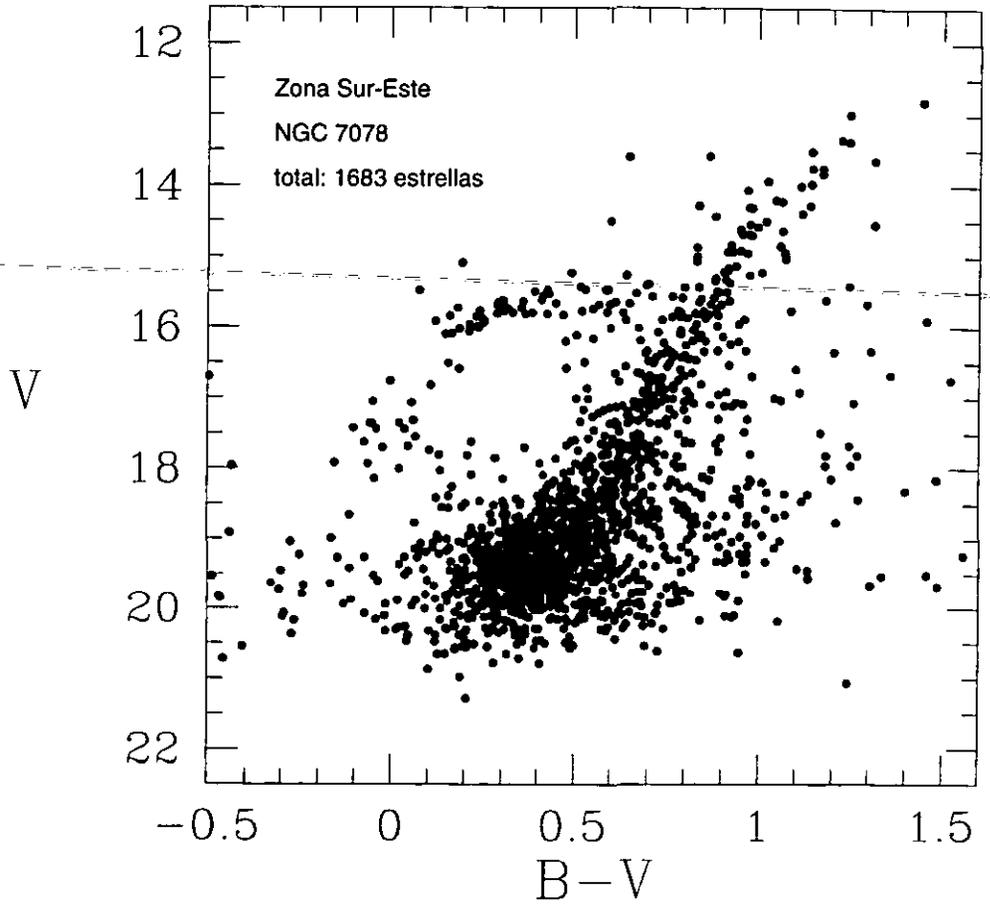


Figura 5.4: Diagrama color-magnitud transformado al sistema estándar para la región sur-este del mosaico presentado en el capítulo 2, parte izquierda de esa imagen.

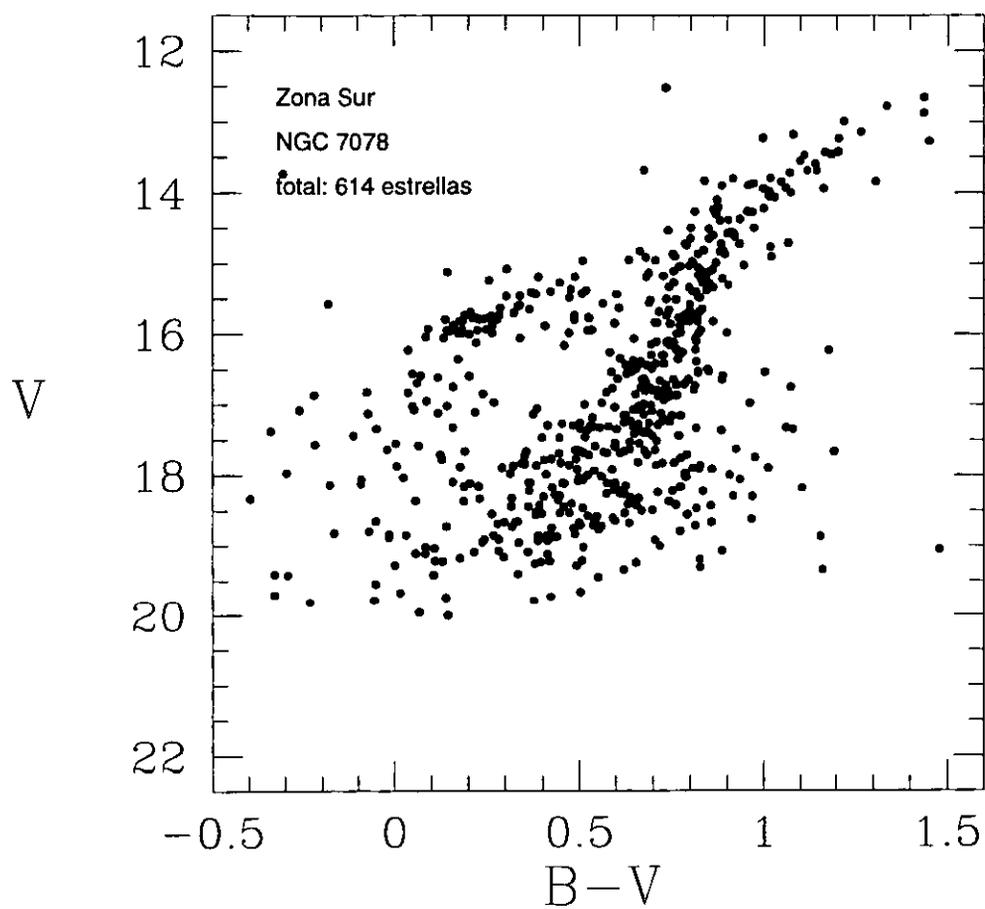


Figura 5.5: Diagrama color-magnitud transformado al sistema estándar para la región sur del mosaico presentado en el capítulo 2, parte inferior de esa imagen.

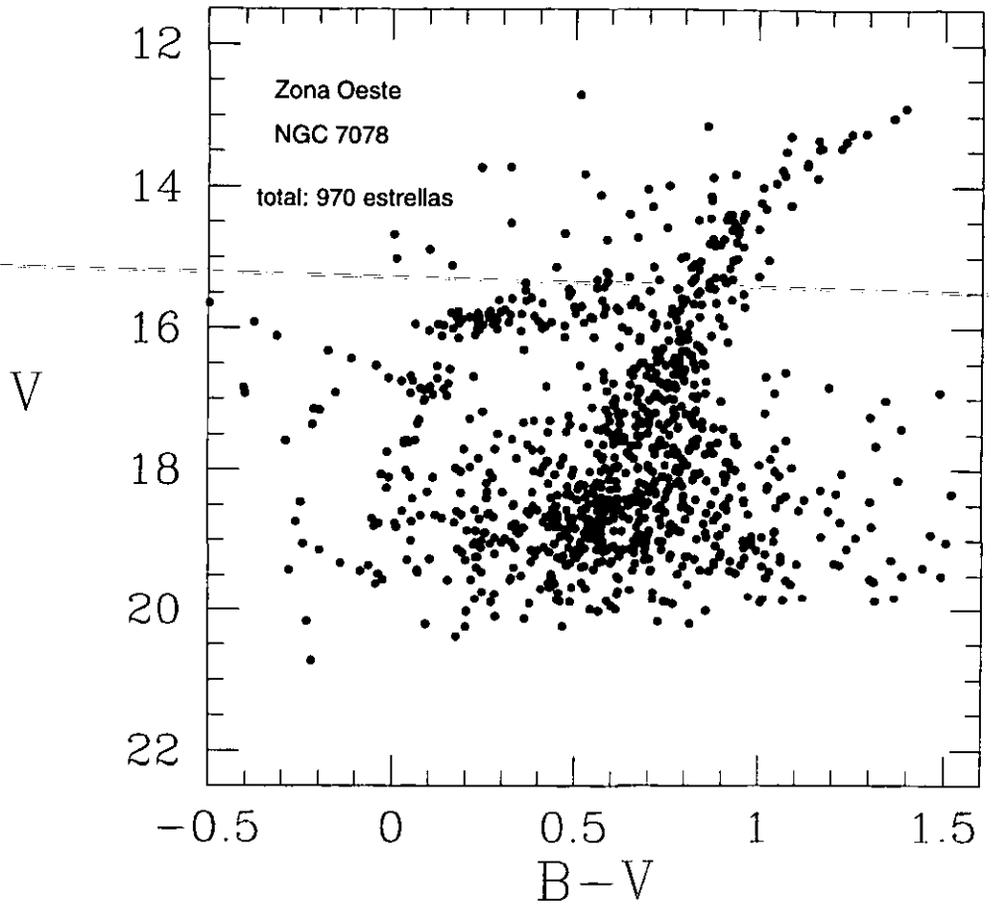


Figura 5.6: Diagrama color-magnitud transformado al sistema estándar para la región oeste del mosaico presentado en el capítulo 2, parte derecha de esa imagen.

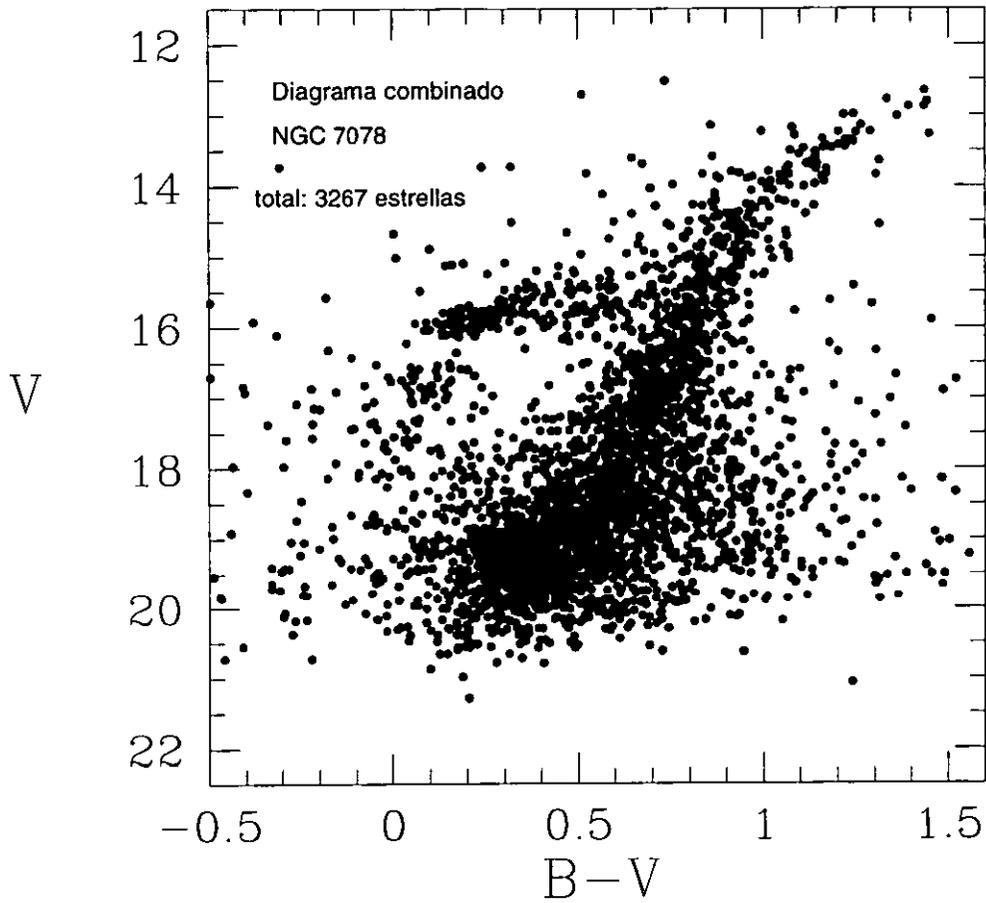


Figura 5.7: Diagrama color-magnitud que muestra todas las regiones trasladadas que se le conoce como diagrama "crudo" y representa el número total de objetos contenidos en nuestro catálogo final.

5.4.1 SECUENCIA FIDUCIARIA

Antes de poder obtener los parámetros físicos para nuestros datos debemos construir una línea fiduciaria (ver Fig 5.8), derivada a través de un programa realizado en FORTRAN llamado **Depuración** véase apéndice B, que calcula el punto máximo dado un intervalo en magnitud aparente V y color $(B - V)$, que nos va a permitir en primera instancia distinguir hasta que punto en nuestro diagrama color-magnitud está contaminado por estrellas de campo, las cuales serán removidas bajo el siguiente criterio, valor que fue considerado $\bar{a} 1.5 \sigma$ en $(B - V)$; la secuencia fiduciaria completa para M15 esta dada en la Tabla 13 en la cual se expresan nuestros valores medios de V y $(B - V)$ al igual que los de Durell y Harris (1993) Buonanno et al. (1985) Fahlman et al. (1983).

Tabla 12

VALORES DE DIVERSAS SECUENCIAS FIDUCIARIAS PARA M15

Herrera-Ruelas Durell-Harris Fahlman-Richter Buonanno et al.							
12.500	1.410	12.500	1.410	19.2	0.460	12.50	1.40
13.000	1.270	13.000	1.270	19.6	0.476	13.00	1.26
13.500	1.150	13.500	1.150	20.0	0.503	13.50	1.14
13.700	1.108	13.999	1.003	20.4	0.542	14.00	1.03
14.300	0.997	14.454	0.945	20.8	0.580	14.50	0.94
14.700	0.892	15.040	0.879	21.2	0.630	15.00	0.87
15.000	0.879	15.469	0.824	21.6	0.690	15.50	0.81
15.400	0.824	15.987	0.785	22.0	0.780	16.00	0.77
15.800	0.785	16.490	0.753	22.4	0.880	16.50	0.74
16.400	0.743	17.007	0.728	22.8	0.950	17.00	0.71
16.700	0.728	17.556	0.684			17.50	0.68
17.300	0.697	18.010	0.668				
17.700	0.679	18.204	0.666				
18.000	0.668	18.405	0.608				
18.200	0.666	18.618	0.552				
18.400	0.596	18.815	0.509				
18.700	0.507	19.004	0.471				
18.900	0.492	19.202	0.469				
19.200	0.464	19.402	0.466				
19.400	0.452	19.512	0.469				
19.600	0.449	19.740	0.485				
19.800	0.469	20.005	0.497				
20.100	0.483	20.283	0.512				
20.300	0.510	20.469	0.545				
		20.753	0.558				
		21.016	0.593				
		21.262	0.620				
		21.523	0.685				
		21.734	0.696				
		21.992	0.757				
		22.259	0.829				

22.521	0.856
22.763	0.993
22.998	0.955
23.255	1.015
23.495	1.130
23.749	1.130
23.997	1.247

5.4.2 METALICIDAD

La abundancia de los elementos pesados es una escala adoptada por Zinn y West (1984) [118], y se define como el factor de metalicidad, éste básicamente es el logaritmo de las abundancias porcentuales de un cierto elemento con respecto al Hidrógeno.

$$[Fe/H] = \log_{10} \left(\frac{n(Fe)}{n(H)} \right)_{estrella} - \log_{10} \left(\frac{n(Fe)}{n(H)} \right)_{\odot} \quad (5.1)$$

5.4.3 ENROJECIMIENTO

El espacio entre las estrellas no está vacío, hay granos de polvo los cuales absorben a los fotones que fueron emitidos por las estrellas. Esta absorción calienta a los granos de polvo, los cuales vuelven a radiar pero ahora en el infrarojo y en todas direcciones. Es decir emiten radiación en longitudes de onda mucho más grandes que las longitudes de onda que fueron absorbidas. Alternativamente los granos dispersan a los fotones fuera de la línea de visión entre la estrella y la Tierra.

A partir de las propiedades ópticas de los granos de polvo se puede interpretar su naturaleza y su distribución espacial. El proceso de absorber y dispersar a la luz en conjunto se le conoce como la **ley de extinción**. La cantidad de extinción a lo largo de la línea de visión es la suma de la extinciones causada por el polvo en el camino. La extinción individual del polvo depende de la eficiencia con la cual los granos de polvo absorben y dispersan la luz de una longitud de onda específica, dependiendo de la composición, tamaño y forma de las partículas.

A la absorción se le expresa en unidades de magnitud por lo que la extinción de una estrella A_{χ} tomada con algún filtro χ se define como la diferencia entre la magnitud observada en el filtro χ , $m_{(\chi)}$ y la magnitud que debería ser observada en ausencia de polvo $m_{0(\chi)}$,

**ESTA TESIS NO SALE
DE LA BIBLIOTECA**

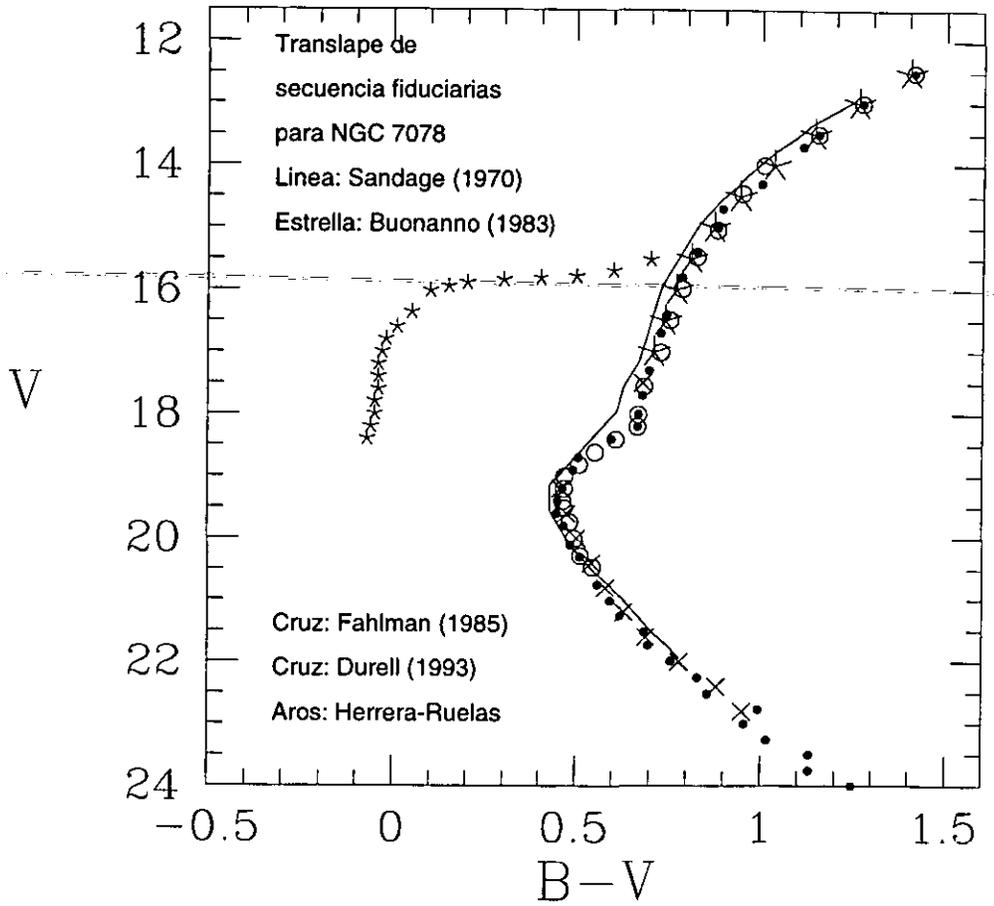


Figura 5.8: Líneas fiduciarias para nuestros datos respecto a varias secuencias propuestos en anteriores trabajos publicados, ver referencias Durrell y Harris (1993), Fahlman y Richter (1985) y Buonanno et al. (1983).

$$\Delta\chi \equiv (m - m_0)_\chi \quad (5.2)$$

5.4.4 METODO SARAJEDINI

Uno de los objetivos de la fotometría de los cúmulos globulares es derivar valores exactos para los parámetros físicos tales como son el enrojecimiento y metalicidad, muchos investigadores quienes han construido diagramas color-magnitud han adoptado valores para esas cantidades dependiendo de la alta precisión y procedimiento para derivar la calibración de la RGB (Da Costa y Armandroff 1990) [29].

Sarajedini (1994) [98] diseñó un método para poder calcular el enrojecimiento y metalicidad siendo derivados simultáneamente usando la forma de la RGB y los valores observados para la magnitud de la Rama Horizontal es decir $V(\text{HB})$ y el color $(B - V)$ de la Rama de las Gigantes Rojas al nivel de la HB es decir $(B - V)_g$. Utilizando el ajuste de mínimos cuadrados a nuestros datos generados para esas ramas se obtienen las siguientes expresiones

$$[Fe/H] = -6.67201 + 6.446(B - V)_{0,g} \quad (5.3)$$

$$[Fe/H] = 0.19313 - 0.70038\Delta V_{1,2} \quad (5.4)$$

donde

$$E(B - V) = -(B - V)_{0,g} + (B - V)_g \quad (5.5)$$

Despejando $(B - V)_{0,g}$ de la ec.(5.3)

$$(B - V)_{0,g} = -0.1551[Fe/H] - 1.0350 \quad (5.6)$$

sustituimos esta expresión en la ec. (5.5)

$$E(B - V) = (B - V)_g - 0.1551[Fe/H] - 1.0350 \quad (5.7)$$

y despejando $\Delta V_{1,2}$ de la ec. (5.4)

$$\Delta V_{1,2} = 0.27575 - 1.4277[Fe/H] \quad (5.8)$$

Para resolver estas ecuaciones tendremos que describir la forma de la RGB a través de una relación cuadrática de la forma

$$B - V = a_0 + a_1V + a_2V^2 \quad (5.9)$$

transformando la ecuación (5.4) a

$$E(B - V) = b_0 + b_1\Delta V_{1.2} + b_2\Delta V_{1.2}^2 \quad (5.10)$$

notando que

$$B - V = 1.2 + E(B - V) \quad (5.11)$$

y

$$V = V(HB) - \Delta V_{1.2} \quad (5.12)$$

Ahora sustituimos la ecuación (5.8) en la ecuación (5.9) para $\Delta V_{1.2}$ y resolvemos para $E(B-V)$.

$$E(B - V) = b_0 + b_1(0.27575 - 1.4277[Fe/H]) + b_2(0.27575 - 1.4277[Fe/H])^2 \quad (5.13)$$

Desarrollando y simplificando para continuar el proceso descrito en Román (1997) [88], para calcular los coeficientes para desenrojecer, obtenemos la siguientes expresiones

$$k_0 = b_0 + 0.227575b_1 + 0.27575b_2 + 1.0350 - (B - V)_g \quad (5.14)$$

$$k_1 = 0.1551 - 1.4277b_1 - 0.78736b_2 \quad (5.15)$$

$$k_2 = 0.07603 \quad (5.16)$$

El siguiente paso es hacer un ajuste polinomial de segundo grado a los datos que representan la línea fiduciaria de Buonanno et al. (1985) y la línea fiduciaria que produjeron nuestro datos.

Esto se llevo a cabo exportando nuestras tablas de datos a ORIGIN un software que permite realizar el análisis de gráficas estimando los coeficientes a través del ajuste del polinomio de segundo grado véase Tablas 14 y 15, esto da de la relación

$$y = A + B_1x + B_2x^2 \quad (5.17)$$

Tabla 13

COEFICIENTES DE BUONANNO

A	8.72161	0.33166
B_1	-0.87075	-0.87075
B_2	0.02315	0.02315
R^2	SD	N
0.94121	0.06547	39

Tomando en cuenta todas las cifras significativas en los cálculos de este método se obtienen los siguientes valores.

$$(B - V)_g = 0.67 \quad \Delta V_{1,2} = 3.0$$

$$[Fe/H] = -2.10 \pm 0.20 \quad E(B - V) = 0.10 \pm 0.02$$

$$V(HB) = 15.86$$

Para nuestros datos aplicando el mismo criterio

Tabla 14

COEFICIENTES DE NUESTROS DATOS

A	6.23773	0.85405
B_1	-0.5475	0.10068
B_2	0.01693	0.00294
R^2	SD	N
0.95722	0.04718	23

$$(B - V)_g = 0.65 \quad \Delta V_{1,2} = 3.4$$

$$[Fe/H] = -2.16 \pm 0.10 \quad E(B - V) = 0.11 \pm 0.03$$

$$V(HB) = 15.88$$

5.4.5 COMPARACION DE RESULTADOS

En particular para M15 se han producido valores para el enrojecimiento entre 0.05 y 0.12 mag, véase la siguiente Tabla 16.

Tabla 15

Abundancia metálica y enrojecimiento para M15

Referencia	[Fe / H]	E(B-V)
Auriere et al. 1983		0.08
Bell y Gustafsson 1983	-2.0	
Bica y Pastoriza 1983	-1.71	0.05
Burnstein y McDonald 1975		0.12
Butler 1975	-2.04	
Cacciari et al. 1984		0.08
Cohen 1979	-2.20	
Cohen 1983	-2.20	
Frogel et al. 1983	-2.21	0.10
Harris y Canterna 1979	-2.16	
Hesser et al. 1977	-1.9	0.12
Kraft 1979	-2.0	
Kron y Guetter 1976	-2.04	0.11
Nells y Seggewiss 1984	-2.13	0.12
Nesci 1983		0.08
Pilachowski et al. 1983	-1.76	
Pilachowski 1984	-2.01	
Sandage 1970		0.12
Searle y Zinn 1978	-1.93	0.08
Smith y Perkins 1982	-2.04	0.08
Smith 1983	-1.94	
Trefzger et al. 1983	-2.2	0.12
van Albada et al. 1981		0.10
Zinn 1980	-2.15	0.10
Zinn y West 1984	-2.15	

Sandage (1969a) [91] derivó primero un valor $E(B - V) = 0.12$ de la fotometría UBV de estrellas individuales, posteriormente Sandage et al. (1981) [97] obtuvieron $E(B - V) = 0.08$. La extensa fotometría fotográfica de Buonanno et al. (1983) [21], se basa en la misma secuencia fotoeléctrica estándar definida por Sandage (1970) [92] conduciendo a Buonanno et al. (1985) [22] a la conclusión de que el enrojecimiento de M15 no puede ser determinado por este método debido a que la fotometría no fue exacta y tuvo una pobre muestra de estrellas estándares en la HB. Por lo tanto Buonanno et al. (1985) [22] utiliza tres técnicas básicas

- Fotometría de estrellas individuales.
- Fotometría del cúmulo.
- Datos ultravioleta tomados con satélites.

donde a partir del diagrama color-color determina $E(B - V) = 0.12$. Sin embargo, el adopta un valor de $E(B - V) = 0.10 \pm 0.02$.

Fahlman y Richer(1985) [37] obtiene $E(B - V) = 0.10$, Durell y Harris (1993) [36] al suponer que no hay desplazamientos en los sistemas fotométricos al punto cero, tomaron $E(B - V) = 0.02 \pm 0.01$, de Stetson y Harris (1988) [106] para M92 y usando $\Delta(B - V)_{M15-M92} = 0.78 \pm 0.003$ conduciendoles para M15 un valor de $E(B - V) = 0.098 \pm 0.010$. Por lo que nuestro valor $E(B - V) = 0.11 \pm 0.03$ es un buen resultado con los previos resultados publicados.

M15 es uno de los cúmulos más pobres en metales en la Vía Láctea. En la Tabla 16 se puede observar como se cubre un intervalo para la metalicidad de $-1.71 \leq [Fe/H] \leq -2.21$. Varios estudios recientes muestran, por citar Brodie y Harris (1986) [16] que $[Fe/H]_{M15} = -2.21 \pm 0.09$. Geiser et al. (1992) [40] obtuvieron $[Fe/H] = -2.15 \pm 0.25$ usando la fotometría de Washington. Armandroff y Zinn (1988) [4] determinaron $[Fe/H] = -2.17 \pm 0.07$ de un promedio de resultados previos y su valor medio de los colores IR dio como resultado $[Fe/H] = -2.27$. Sneden et al. (1991) [104] determinaron $[Fe/H] = 2.30 \pm 0.001$ de una análisis espectral de tres gigantes en M15. Finalmente Durrell y Harris (1993) adoptan un valor de $[Fe/H] = -2.15$, por lo que nuestro valor $[Fe/H] = -2.16 \pm 0.10$. no está tan fuera del intervalo manejado en la Tabla 16.

5.5 DISTANCIA

El siguiente paso es calcular el módulo de la distancia ($m - M$) del cúmulo que normalmente se hace referencia a dos posibles aproximaciones que consisten, para el primer caso ajustar la secuencia principal del cúmulo a la secuencia definida por las estrellas enanas que se cree tienen la misma composición química del cúmulo (Stetson y Harris 1988) [106]; Laird et al. 1988) [62]. El segundo método es hacer uso de las magnitudes absolutas previamente determinadas para las estrellas variables RR de Lyrae (Saio 1977 [89]; Christy 1966 [25]; DeMarque y McClure 1977) [33].

Sin embargo el criterio que utilizamos en este trabajo fue una vez que tenemos el conjunto de isócronas ⁶ y tenemos nuestro plano observacional podemos calcular el módulo de la distancia para nuestros datos, a través de una calibración semiempírica Wildey, Burbidge, Sandage (1962) [117]. Obteniendo un valor de

$$(m_v - M_v) = 15.36 \pm 0.2 \quad (5.18)$$

donde m_v es la magnitud aparente de nuestros datos y M_v es el valor teórico de los modelos de Vandenberg (1983) [113]. Este resultado es muy cercano al valor de 15.35 que Fahlman et al. (1985) [37] determinaron.

Es importante señalar que el flujo de energía recibido de una estrella disminuye con la distancia al observador, por lo que la magnitud observada en una cierta banda fotométrica, m , aumentará con la distancia. Si la distancia, d , se mide en parsec obtenemos

$$(m - M) = 5 \log d - 5 + A \quad (5.19)$$

donde M es la magnitud absoluta, y A es la absorción interestelar en magnitudes. Sin embargo para nuestros datos fue necesario tomar en cuenta la absorción interestelar en la banda V , A_V , que es proporcional al exceso de color $E(B - V)$,

$$A_V = R_v E(B - V) \quad (5.20)$$

donde R_v es la constante de proporcionalidad, conocida como la razón entre la absorción total y la selectiva. Y este valor fue tomado de Schultz y Wiemer (1975) [99], Sneden (1978) [103] cuya estimación es de 3.1 ± 0.03 . Apartir de esto derivamos el módulo de la distancia intrínseco obteniendo

$$(m - M)_0 = 15.019 \pm 0.20 \text{ mag} \quad (5.21)$$

equivalente a $d = 10.08 \pm 0.7$ kpc.

⁶Las isócronas describen la ubicación sobre un diagrama color-magnitud de las estrellas con la misma edad y con igual contenido químico, pero variando la masa. Esta variedad de masas significa que las estrellas nacieron al mismo tiempo pero con diferentes masas, representándose en diferentes fases de su evolución. El uso de estos modelos teóricos permiten predecir la presencia de una estrella en cualquier punto de su tiempo de vida.

5.6 EDAD

El principio de la determinación de la edad en los cúmulos globulares a partir de la posición del punto de salida en la secuencia principal fue estudiado por Sandage (1970) [92]. Gracias al reciente progreso en la construcción de modelos de atmósferas estelares, en la actualidad es posible trabajar directamente en el diagrama color-magnitud y construir isócronas teóricas para una composición química dada al plano. Es decir se compara, isócronas teóricas que tienen la misma composición química que el cúmulo. Demarque y McClure (1977) [33], Saio (1977) [89] y Carney (1980) [23] han obtenido edades $> 16 \times 10^9$ años para Cúmulos Globulares extremadamente pobres en metales tales como M15 y M92.

Mengel et al. (1979) [74] calculan la secuencia evolutiva para un valor individual conocido como el cociente de la presión para diferentes capas que están mezclando material, este parámetro es conocido como parámetro alfa, el cual puede o no producir el mejor ajuste a las observaciones. Aún si el valor correcto para este parámetro no es usado, las edades obtenidas por el ajuste del diagrama color-magnitud tendrán su incertidumbre correspondiente (Iben y Rood 1970) [48].

5.7 EDAD PARA M15

Se usó un conjunto de isócronas propuestas en tres referencias, cada una descrita y analizada como un caso, así pues el primer caso se basó en ajustar nuestra línea fiduciaria con el modelo propuesto por Fahlman y Richter (1985) [37], el cual consiste de un conjunto de isócronas construidas a partir de las experiencias previas en Ciardullo y Demarque (1977) [26] y Vandenberg (1983) [113]. La abundancia de Helio, la metalicidad y la fracción de elementos pesados usados fueron $Y = 0.24$, $[Fe/H] = -2.24$, $Z = 0.00053$ y un incremento en $[O/Fe] = 1.0$. La evidencia para el aumento de Oxígeno en los cúmulos globulares ha sido discutida por Pilachowsky, Sneden y Wallerstein (1983) [85] ⁷

El ajuste produjo un enrojecimiento de $E(B - V) = 0.11$ para nuestros datos con un módulo de distancia de $(m - M)_V = 15.40$ y la edad estimada

⁷La importancia de incluir el incremento de Oxígeno en los cálculos es disminuir la edad y la distancia.

utilizando este criterio es de $15 \pm 1 \times 10^9$ años lo cual está considerado en el intervalo de resultados obtenido en previos trabajos $20 \pm 1 \times 10^9$ años para $Y = 0.20$, $(m - M)_V = 15.30$ y $13 \pm 1 \times 10^9$ para $Y = 0.30$, $(m - M)_V = 15.60$. Estos resultados se basan en los modelos propuestos por Vandenberg (1983) [113]. Fahlman y Richter (1985) [37] concluyen que su modelo produjo un valor para $E(B - V) = 0.11 \pm 0.04$; $(m - M)_V = 15.35$ y una edad de $16 \pm 1 \times 10^9$ años, siendo nuestro valor derivado un poco más joven.

El segundo caso consistió en retomar un modelo propuesto por Proffitt y Vandenberg (1991) [86] con $[\text{Fe}/\text{H}] = -2.26$, $[\text{O}/\text{Fe}] = 0.75$, $Z = 0.0001$, sin el efecto de difusión de Helio el cual produce un $E(B - V) = 0.11$ $(m - M)_V = 15.37$ y una edad de $15 \pm 1 \times 10^9$ años

El tercer caso en el mismo artículo pero ahora considerando la difusión de Helio produjo un $E(B - V) = 0.10$, $(m - M)_V = 15.50$ y una edad de $11 \pm 1 \times 10^9$ años. Durell y Harris (1993) [36] calculan una edad de $12 \pm 1 \times 10^9$ años con $(m - M)_V$ y $E(B - V) = 0.10$

En el cuarto caso se hace una comparación con la familia de isócronas propuesto por Bergbusch y Vandenberg (1992) [9]⁸. Por lo que primero analizamos el ajuste de nuestra secuencia fiduciaria a las isócronas sin difusión de Helio con las condiciones a $[\text{Fe}/\text{H}] = -2.26$ y $[\text{O}/\text{Fe}] = 0.75$ derivando $E(B - V) = 0.12$, $(m - M)_V = 15.36$ y una edad de $15 \pm 3 \times 10^9$ años.

Finalmente el quinto caso se toma $[\text{Fe}/\text{H}] = -2.03$ y $[\text{O}/\text{Fe}] = 0.70$, obteniendo $E(B - V) = 0.10$ $(m - M)_V = 15.36$ y una edad de $14 \pm 1 \times 10^9$ años.

Como se puede observar todos estos análisis nos condujeron a que la mejor estimación de la edad absoluta de M15 es de $15 \pm 3 \times 10^9$ años con un módulo de distancia en $(m - M) = 15.36$.

⁸ellos utilizaron un $[\text{O}/\text{Fe}]$ apartir de estudios espectroscópicos, entonces los modelos son construidos con $[\text{O}/\text{Fe}] = 0.70$ a 0.75 , para $[\text{Fe}/\text{H}] = -2.03$ a -2.26 , y reportaron en su artículo que un aumento de Oxígeno de 0.2 a 0.3 dex en $[\text{O}/\text{Fe}]$ se traduce en una disminución de la edad de $\sim 1 \times 10^9$ años debido al incremento de producción de energía (vía el ciclo de CNO).

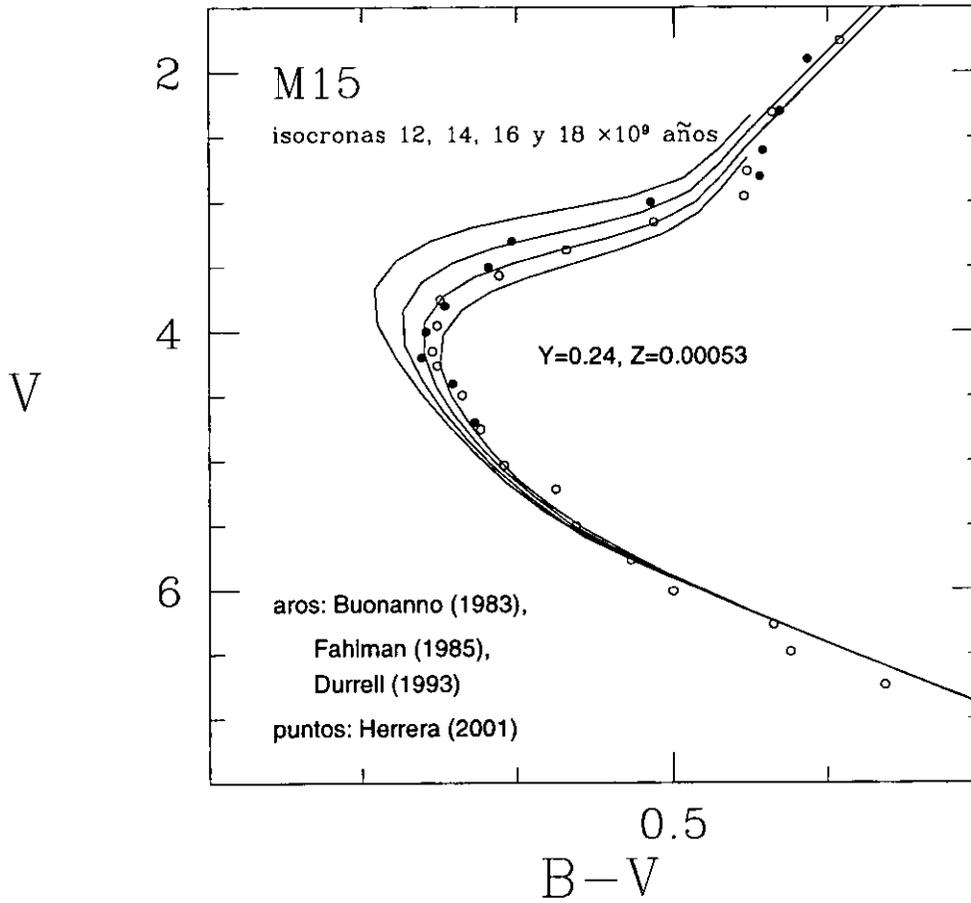


Figura 5.9: Ajuste de isócronas al modelo: Fahlman y Richter (1985) [37]
($m - M$) = 15.40, $E(B - V)$ = 0.11

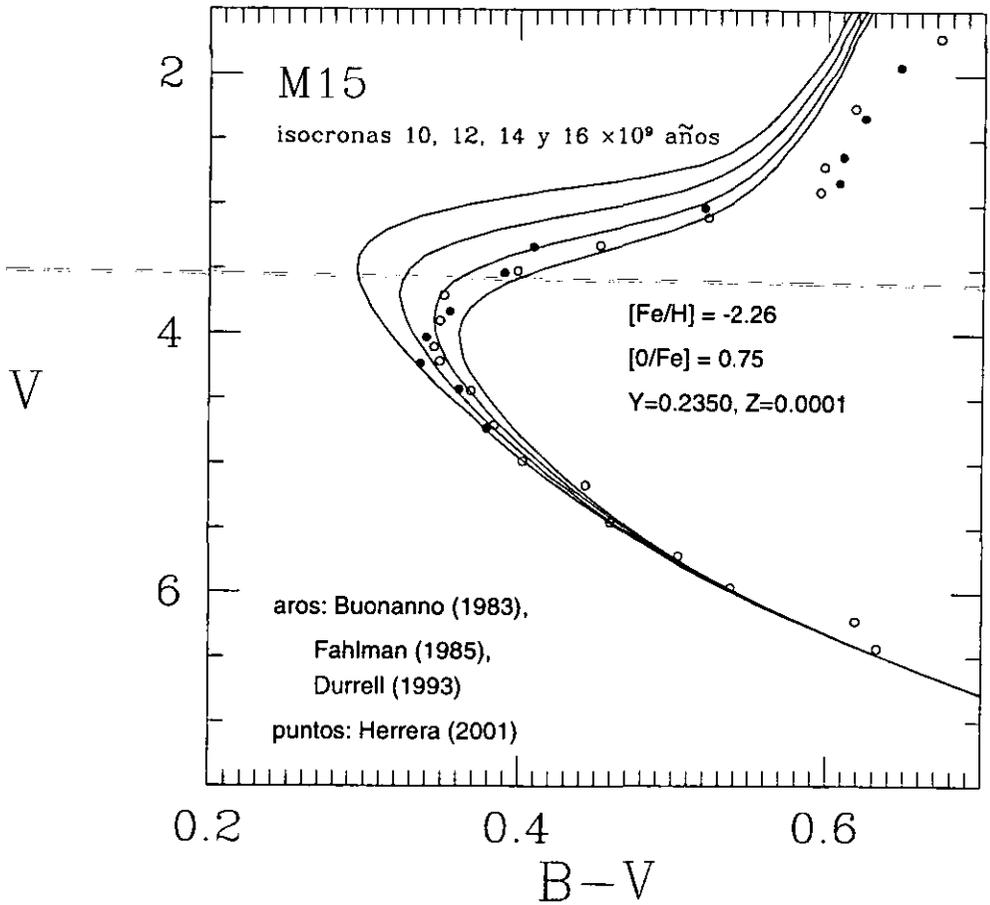


Figura 5.10: Ajuste de isócronas al modelo: Proffitt y Vandenberg (1991) [86] sin difusión de Helio ($m - M = 15.30$, $E(B - V) = 0.11$)

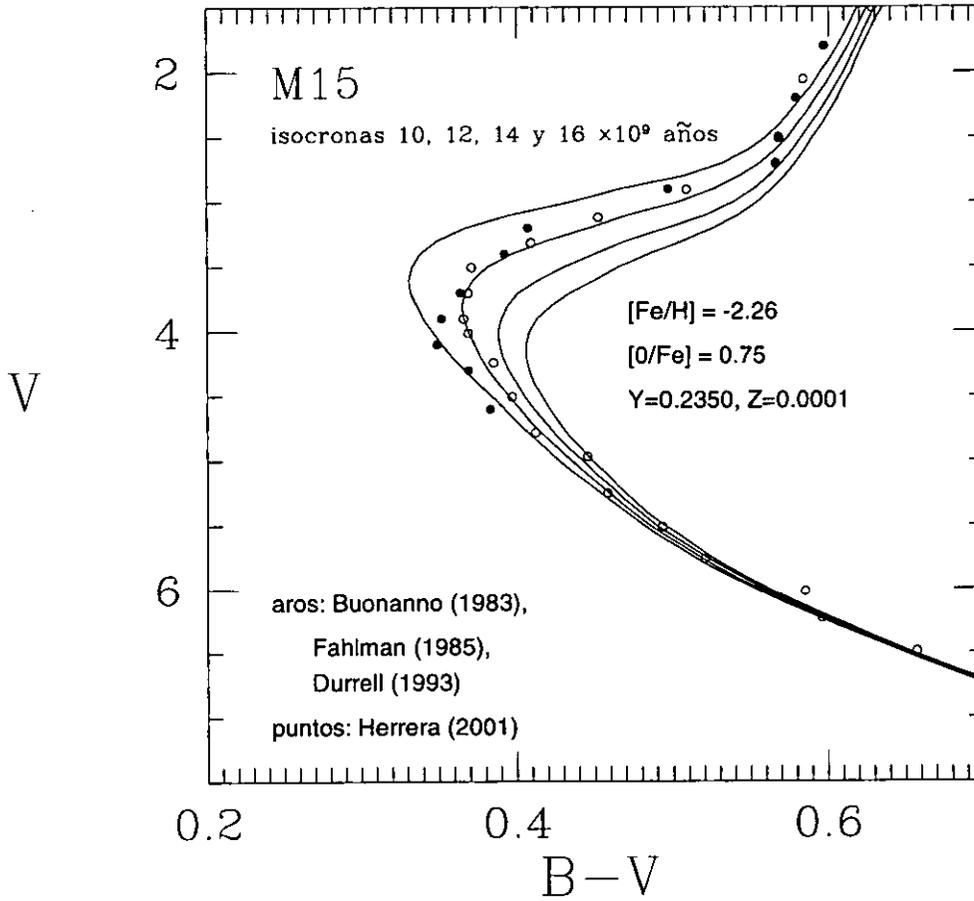


Figura 5.11: Ajuste de isócronas al modelo: Proffitt y Vandenberg (1991) [86] con difusión de Helio ($m - M = 15.50$, $E(B - V) = 0.10$)

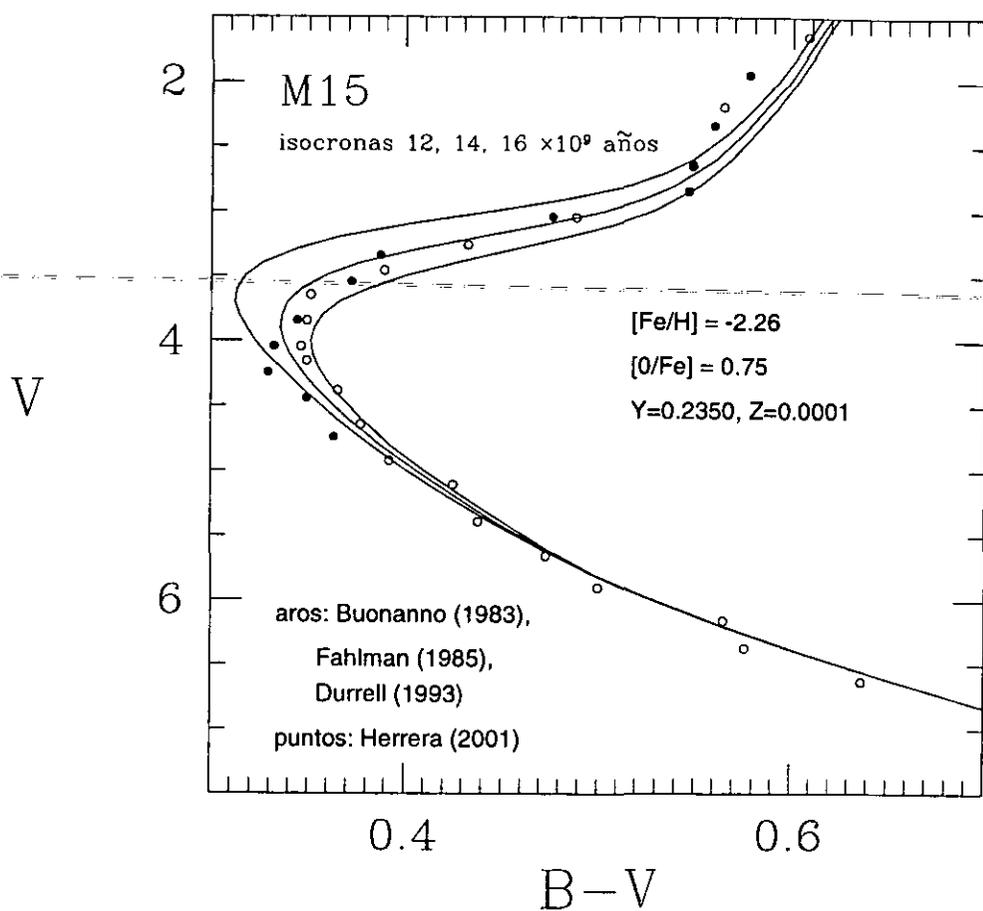


Figura 5.12: Ajuste de isócronas al modelo: Bergbusch y Vandenberg (1992)
[9] $(m - M) = 15.36$, $E(B - V) = 0.12$

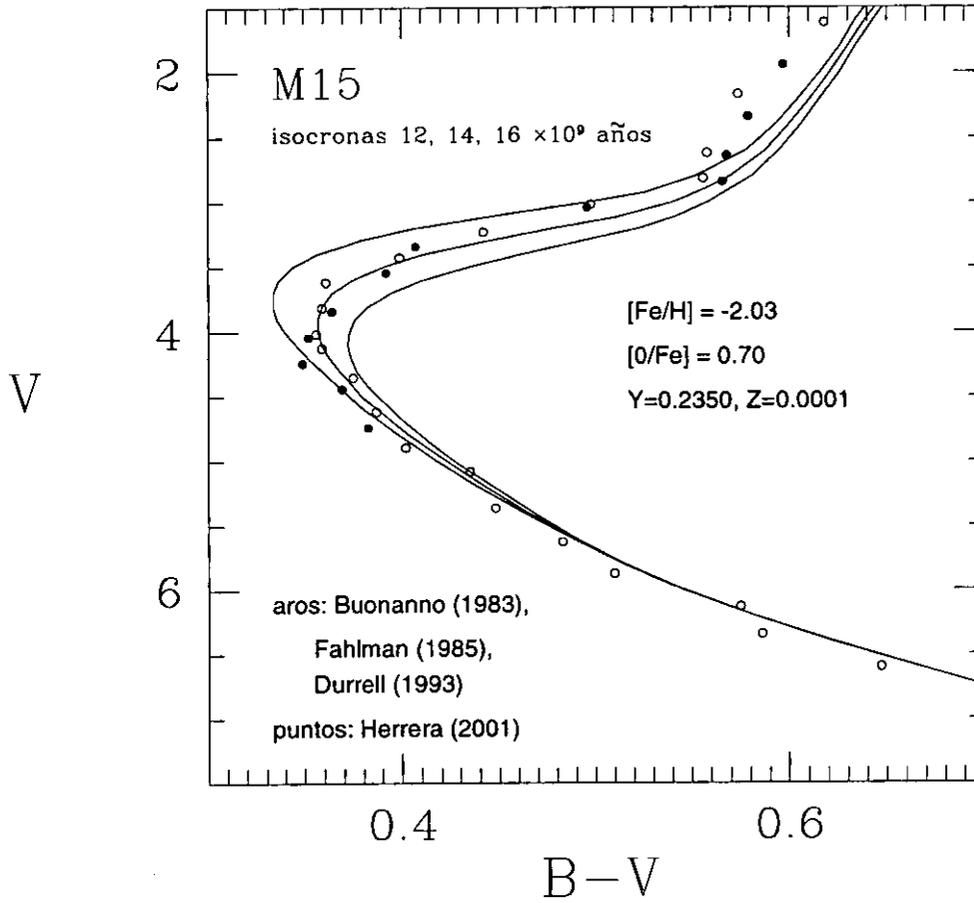


Figura 5.13: Ajuste de isócronas al modelo: Bergbusch y Vandenberg (1992)
[9] $(m - M) = 15.36$, $E(B - V) = 0.10$

Tabla 16

EDAD DE LOS CUMULOS GLOBULARES

Cúmulo	Z	[Fe/H]	(m-M)	EDAD G años
M92	.0001	-2.1	14.49	14-16
M15	.0001	-2.0	14.90	14-16
M13	.0004	-1.4	14.50	12-14
M3	.0004	-1.5	15.03	12-14
NGC 6752	.0004	-1.5	13.00	12-14
M5	.001	-1.0	14.40	11-13
47 Tuc	.006	-0.5	13.38	10-11
M71	.01	-0.3	13.10	10

La calibración teórica de δV_{TO} respecto a la metalicidad y la edad hacia la abundancia de Helio (Y) y la abundancia metálica (Z) deduce que las isócronas de Vandenberg y Bell (1985) [114] dan como resultado que los cúmulos globulares muy viejos son del orden $> 16 \times 10^9$ años. Es importante mencionar que este método genera valores inciertos para la metalicidad, sosteniendo el hecho de que no son propiamente mediciones si no criterios.

CONCLUSIONES

Se realizó la reducción fotométrica de 15 imágenes digitales del cúmulo globular M15. Esto permitió la realización de un catálogo de fotometría con 3 267 estrellas. Con estos datos se graficó un diagrama color-magnitud que alcanza una profundidad de $V \sim 22$.

Las líneas fiduciaras calculadas para el diagrama color-magnitud se ajustaron a los modelos evolutivos de Fahlman y Richter (1985), Proffitt y Vandenberg (1991) y Bergbusch y Vandenberg (1992).

- Para el enrojecimiento $E(B - V)$, se usó el valor canónico dado en la literatura: $E(B - V) = 0.12$.
- El módulo de la distancia ($m - M$) se calculó de acuerdo al ajuste de la línea fiduciar a una secuencia hecha con los puntos teóricos de los modelos evolutivos de Proffitt y Vandenberg (1991). Nuestro resultado, $(m - M)_{V,M15} = 15.36 \pm 0.20$, implica una distancia de 10.08 ± 0.9 kpc. Este valor es más bajo que el propuesto por Durrell y Harris (1993) de 15.40 ± 0.15 ($d = 10.4 \pm 0.8$ kpc).
- La abundancia metálica del cúmulo se obtuvo mediante el método morfológico de Sarajedini (1992). El valor obtenido, $[Fe/H] -2.36 \pm 0.10$, concuerda con el de la literatura, que sitúa a M15 como el cúmulo menos metálico de la galaxia.
- Para la abundancia de Helio, se usó el valor canónico, cercano a $Y = 0.23$. A pesar de la exactitud de las consideraciones y los cálculos realizados para estos parámetros, el mejor ajuste de las isócronas que se tiene corresponde a los parámetros $E(B - V) = 0.11 \pm 0.03$, $[Fe/H] -2.26$, $(m - M)_{V,M15} = 15.36 \pm 0.20$ y $Y = 0.2350$. La edad de M15 sigue ajustándose mejor a los $15 \pm 3 \times 10^9$ años.

APENDICE A

INSTRUCCIONES PARA REDUCIR DATOS DE CCD UTILIZANDO LA SUITE DE PROGRAMAS PHOT1

- Inicialmente se bajan los datos a un disco duro para poder accederlos más fácilmente.
- Se recomienda que siempre que se lleven a cabo reducciones, se abra un directorio especial para ese día y se apunte todo en detalle en una bitácora.
- Se pueden inspeccionar las imágenes (usar las subrutinas de IRAF 'display' e 'imexam') para ver que tan importante es la presencia de rayos cósmicos, y se eliminan si hay muchos utilizando la subrutina de IRAF 'cosmicrays'.
- Se promedian todos los 'bias' que se tengan para cada noche y se les substraen a todos los archivos restantes, como son: campos planos y objetos problema.
- Se promedian todos los campos planos que se tengan por cada filtro y utilizando la subrutina 'imstat' de IRAF se les averigua la moda, para que se normalizen los campos planos por este valor.
- Posteriormente se dividen las imágenes de los objetos problema por los campos planos apropiados para cada filtro y normalizados. Para esto se utilizará la subrutina 'imarith' de IRAF.
- Antes de utilizar DAOPHOT se recomienda que se escoja una imagen en un filtro dado (V por ejemplo) y que se corran (subrutina 'imshift' de IRAF) todas las demás imágenes para que coincidan con la original que será como un templete. De modo que cuando se vean las imágenes en distintos filtros en sucesión rápida no se vea ningún desplazamiento aparente.
- Una vez que ya se han preparado los datos como se ha indicado, se procede a encontrar sus valores fotométricos utilizando el paquete de DAOPHOT o DAOPHOT2 (ver las instrucciones de este paquete en IRAF).

IRAF / DAOPHOT

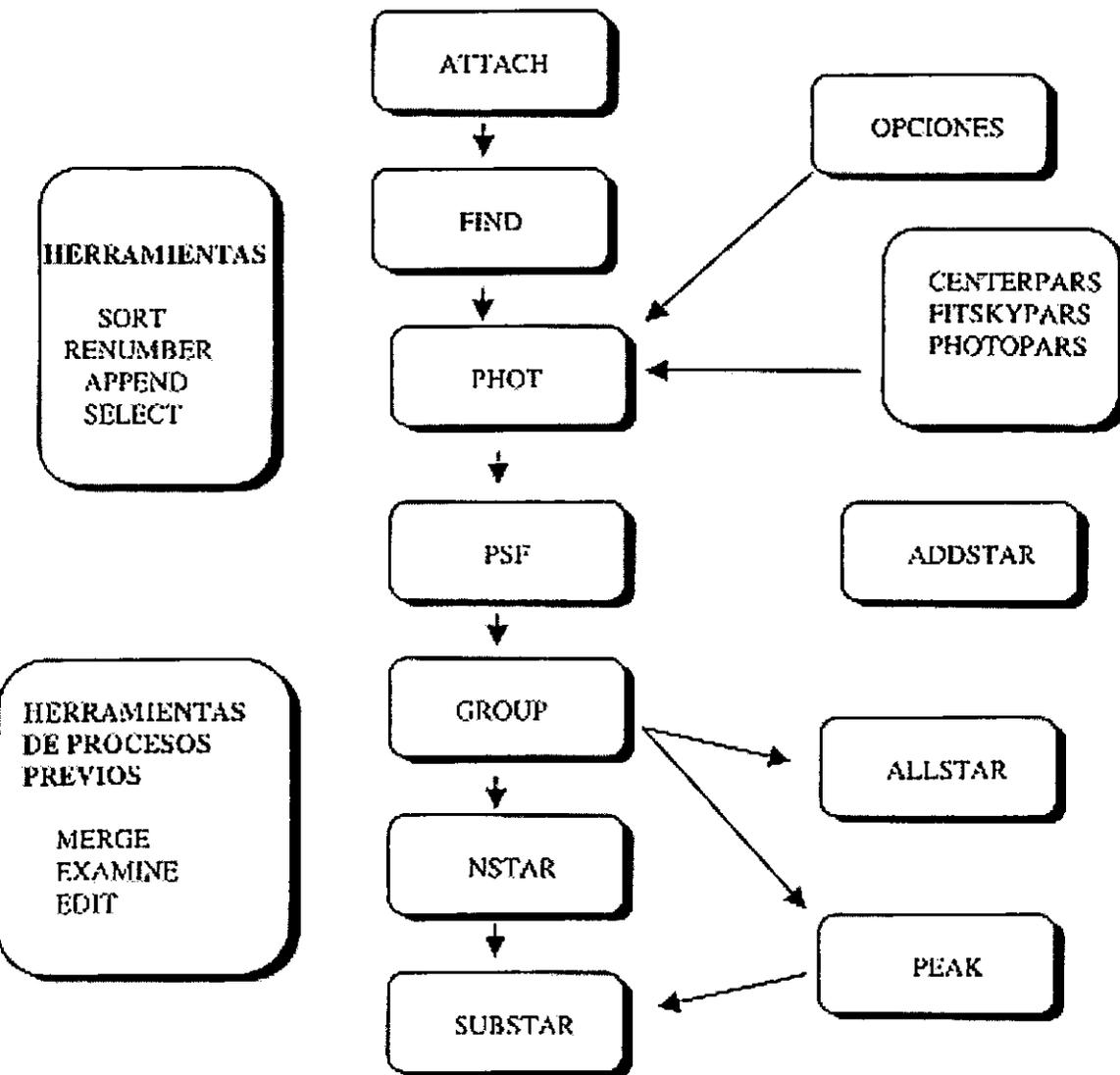


Figura 5.14: Corrida típica de DAOPHOT y algunas aplicaciones.

A continuación se muestra un pedazo de uno de estos archivos:

```

=====
3428 1026.280 632.749      3591 1025.300 631.895
4205 1025.391 791.057      4433 1024.022 790.808
2218 1022.885 407.584      2403 1023.778 407.663
4048 1022.182 761.416      4270 1021.044 761.401
5286 1020.920 995.371      5570 1019.748 995.214
4783 1018.744 896.947      5046 1017.654 896.867
1600 1017.725 283.430      1635 1017.052 284.905
2979 1015.331 541.428      5304 1015.472 545.440
1442 1014.904 233.786      1418 1014.245 233.864
2979 1015.331 541.428      3098 1014.143 541.057
 522 1014.947  79.439      493 1013.509  80.316
 861 966.974 130.216      789 965.031 129.610
4024 965.831 755.878      4245 964.654 756.006
3243 965.392 596.014      3399 964.371 596.285
1129 965.077 187.223      1090 964.370 187.688
4662 964.537 874.440      4912 964.253 874.182
3602 964.283 672.078      3796 963.246 671.697
4436 963.308 836.536      4671 961.294 836.230
4891 961.356 917.806      5161 959.621 917.838
3794 960.946 708.664      3994 959.261 709.101
=====

```

Donde N1 y N2 corresponden a los números de identificación de las estrellas en ambos archivos.

b) Nos pide posteriormente el ORDEN DEL SISTEMA

```
WRITE(6,('ORDEN DEL SISTEMA(#VAR)= ', $))
```

Para las transformaciones que usamos este será igual a: 10

c) Calcula los coeficientes de las transformaciones directas y los guarda en el archivo TRANSCOEFES con el siguiente formato:

```
WRITE(12,('VARX(',1I2,')= ',E20.5)) I,VARX(I)
WRITE(12,('VARY(',1I2,')= ',E20.5)) I,VARY(I)
```

Posteriormente calcula los coeficientes de las transformaciones inversas y los guarda en el mismo archivo TRANSCOEFES y los escribe con el siguiente formato:

```
WRITE(12,'(''VARXX('',1I2,'')= '',E19.5)') I,VARXX(I)
WRITE(12,'(''VARYY('',1I2,'')= '',E19.5)') I,VARYY(I)
```

A continuación se muestra como ejemplo uno de los archivos que resultaron de la transformación entre una imagen B y una imagen V:

```
=====
VARX( 1)=          0.24494E+02
VARX( 2)=          0.91773E+00
VARX( 3)=         -0.68811E-01
VARX( 4)=          0.84906E-04
VARX( 5)=          0.93080E-04
VARX( 6)=          0.88046E-04
VARX( 7)=         -0.12639E-09
VARX( 8)=         -0.37503E-07
VARX( 9)=         -0.40141E-07
VARX(10)=          0.64484E-16
VARY( 1)=          0.93207E+01
VARY( 2)=         -0.27752E-01
VARY( 3)=          0.95711E+00
VARY( 4)=          0.42362E-04
VARY( 5)=          0.35707E-04
VARY( 6)=          0.65388E-04
VARY( 7)=         -0.62805E-10
VARY( 8)=         -0.16632E-07
VARY( 9)=         -0.36152E-07
VARY(10)=          0.32636E-16
=====
```

TRANSFORMACIONES INVERSAS

```

=====
VARXX( 1)=      -0.26089E+02
VARXX( 2)=       0.10861E+01
VARXX( 3)=       0.75449E-01
VARXX( 4)=      -0.91934E-04
VARXX( 5)=      -0.96235E-04
VARXX( 6)=      -0.97265E-04
VARXX( 7)=       0.13644E-09
VARXX( 8)=       0.38480E-07
VARXX( 9)=       0.44839E-07
VARXX(10)=      -0.69723E-16
VARYY( 1)=      -0.82982E+01
VARYY( 2)=       0.24205E-01
VARYY( 3)=       0.10383E+01
VARYY( 4)=      -0.37346E-04
VARYY( 5)=      -0.31117E-04
VARYY( 6)=      -0.57968E-04
VARYY( 7)=       0.54351E-10
VARYY( 8)=       0.14531E-07
VARYY( 9)=       0.32078E-07
VARYY(10)=      -0.27837E-16
=====

```

d) Este programa hace uso de las subrutinas:

- i) EQUATION: Resuelve un sistema de ecuaciones simultáneas.
- ii) TRIANGULO: Triangula una matriz dada.
- iii) VERIFICACION: Checa que las soluciones satisfagan las ecuaciones originales.
- iv) LSQRS: Calcula los coeficientes del sistema de ecuaciones utilizando los algoritmos de mínimos cuadrados.
- v) TRANSFORMACION: Obtiene las nuevas posiciones de las estrellas a partir de los coeficientes calculados y de las coordenadas originales.

El programa 'empate.f' produce también un archivo llamado 'STATS' en el cual se escriben los valores leídos de las coordenadas en la primera imagen, los valores leídos de coordenadas en la segunda imagen, los valores calculados utilizando los coeficientes de transformación y las diferencias entre los valores calculados y los leídos. Esto nos permite eliminar aquellas estrellas que produzcan diferencias muy grandes, lo cual generalmente es producto de algún error humano en la selección de estrellas.

AGRUPACION DE DATOS

2. Una vez que ya tengamos los coeficientes de transformación entre por ejemplo la imagen V y la B y la V y la U, procedemos a pegar los tres archivos de datos en uno solo utilizando el programa 'aparear'.

Aparear nos va haciendo una serie de preguntas:

```
WRITE(6, '( ' 'CUANTOS ARCHIVOS QUIERES APAREAR= ', $)'
```

se pueden aparear maximos 10 archivos

```
WRITE(6, '( ' 'ARCHIVO'' ,I2, ''= ', $)') I
```

Pide los nombres de los archivos, estos serán en general los archivos que nos dio como resultado DAOPHOT. Los nombres de los archivos deben de seguir el orden en que se obtuvieron los coeficientes de transformación de coordenadas; por ejemplo, supongamos que obtuvimos coeficientes de transformación entre:

- el filtro V y el filtro B
- el filtro V y el filtro U

Entonces los nombres de los archivos se deberan dar en el orden

- ARCHIVO V
- ARCHIVO B
- ARCHIVO U

Si las transformaciones hubieran sido entre:

- el filtro B y el filtro U

- el filtro B y el filtro V

entonces los nombres serian:

- ARCHIVO B
- ARCHIVO U
- ARCHIVO V

A continuación nos pregunta en que orden van los resultados

```
WRITE(6, '( ' 'EN QUE ORDEN VAN LOS RESULTADOS' ',//)')
```

Esto quiere decir el orden en que va a aparecer cada uno de los datos

ARCHIVO1 ORDEN=

Para el primer caso ejemplificado arriba, si queremos que la columna de magnitudes V sea la tercera, entonces contestaremos como sigue:

ARCHIVO1 ORDEN=3

Si queremos la columna de magnitudes B en segundo lugar contestaremos:

ARCHIVO2 ORDEN=2

Si queremos la columna de magnitudes U en primer lugar contestaremos:

ARCHIVO3 ORDEN=1

Luego nos pide el archivo que contiene los valores de los coeficientes de transformación de coordenadas.

```
WRITE(6, '( ' 'ARCHIVO DE TRANSCOEFES ENTRE' ',
*          ' ' EL PRIMER ARCHIVO Y TODOS LOS DEMAS= ' ', $)')
```

A continuación se da un ejemplo de un archivo de coeficientes de transformación entre las imágenes V y B, V y U, es decir que estamos pegando los archivos

ARCHIVO V CON EL ARCHIVO B Y EL ARCHIVO U EN ESE ORDEN.

```
=====
VARXX( 1)=      -0.26089E+02
VARXX( 2)=       0.10861E+01
VARXX( 3)=       0.75449E-01
VARXX( 4)=      -0.91934E-04
VARXX( 5)=      -0.96235E-04
VARXX( 6)=      -0.97265E-04
VARXX( 7)=       0.13644E-09
VARXX( 8)=       0.38480E-07
VARXX( 9)=      -0.44839E-07
VARXX(10)=      -0.69723E-16
VARYY( 1)=      -0.82982E+01
VARYY( 2)=       0.24205E-01
VARYY( 3)=       0.10383E+01
VARYY( 4)=      -0.37346E-04
VARYY( 5)=      -0.31117E-04
VARYY( 6)=      -0.57968E-04
VARYY( 7)=       0.54351E-10
VARYY( 8)=       0.14531E-07
VARYY( 9)=       0.32078E-07
VARYY(10)=      -0.27837E-16
VARX( 1)=       -0.16899E+02
VARX( 2)=       0.10460E+01
VARX( 3)=       0.53361E-01
VARX( 4)=      -0.72716E-04
VARX( 5)=      -0.40054E-04
VARX( 6)=      -0.56037E-04
VARX( 7)=       0.97559E-10
VARX( 8)=       0.12728E-07
VARX( 9)=       0.21977E-07
VARX(10)=      -0.47658E-16
VARY( 1)=      -0.14070E+03
VARY( 2)=       0.54127E+00
VARY( 3)=       0.13224E+01
VARY( 4)=      -0.35089E-03
VARY( 5)=      -0.70960E-03
VARY( 6)=      -0.35984E-03
VARY( 7)=       0.41223E-09
VARY( 8)=       0.31295E-06
VARY( 9)=       0.14313E-06
VARY(10)=      -0.17218E-15
```

=====

Este archivo lo debemos construir nosotros utilizando algún editor y los resultados producidos por el programa 'empate'.

```
C
C      ES IMPORTANTISIMO QUE EL ARCHIVO DE COEFICIENTES
C      DE TRANSFORMACION SE AJUSTE EXACTAMENTE AL
C      FORMATO DE LECTURA (10X,E20.5)
C
```

El programa pregunta a continuación que mínima tolerancia en X y en Y estamos dispuestos a aceptar

```
WRITE(6, '( 'TOLERANCIA X= ', $)')
READ(5, *) TOLX
WRITE(6, '( 'TOLERANCIA Y= ', $)')
READ(5, *) TOLY
```

Hasta que valor máximo de la tolerancia aceptaremos llegar (se incrementa en pasos iguales al valor de la tolerancia mínima

```
WRITE(6, '( 'MAXTOLX= ', $)')
READ(5, *) MAXTOLX
WRITE(6, '( 'MAXTOLY= ', $)')
READ(5, *) MAXTOLY
```

Y finalmente nos pregunta con que frecuencia queremos que nos envíe una señal a la pantalla para seguir el monitoreo del proceso

```
WRITE(6, '( 'FRECUENCIA DEL MONITOREO= ', $)')
READ(5, *) FREQMON
```

Este programa produce una serie de archivos temporales en donde almacena datos y calculos que necesitara para realizar su tarea final.

El resultado final aparecera en un archivo llamado 'NOREPEATS' que posteriormente se usa con el programa 'fotometría' o 'fot2' para calcular las magnitudes estándares corregidas.

Se muestra a continuación una parte de un archivo 'NOREPEATS'

801	495	453	18.496	0.149	17.537	0.224	16.499	0.120
432	307	233	18.940	0.268	16.869	0.169	15.128	0.053
1865	1151	0	18.943	0.185	15.905	0.067	0.000	0.000
2812	1664	1670	18.514	0.116	15.120	0.024	17.830	0.330
2997	1780	1696	18.597	0.188	15.570	0.070	14.446	0.022
3817	2296	2206	18.772	0.165	17.106	0.151	16.694	0.155
4405	2715	2564	19.036	0.220	17.646	0.243	18.050	0.527
3978	2390	0	19.414	0.336	18.172	0.342	0.000	0.000
3337	2052	0	18.327	0.106	15.287	0.032	0.000	0.000
7030	4210	3977	18.529	0.123	17.956	0.257	16.814	0.116
8593	5195	0	19.056	0.213	18.239	0.359	0.000	0.000
9336	5641	0	19.655	0.315	18.390	0.396	0.000	0.000
385	6363	5887	19.387	0.254	17.562	0.199	16.855	0.125
5730	3439	0	18.895	0.166	17.814	0.255	0.000	0.000
6029	3663	3415	18.890	0.153	15.836	0.041	14.958	0.027
6068	3710	3454	19.292	0.219	16.785	0.100	15.842	0.048
8099	4924	4656	18.772	0.147	18.680	0.471	18.005	0.349
8466	5140	4761	19.147	0.198	18.097	0.302	17.763	0.300
8825	5332	4916	19.204	0.204	17.871	0.241	17.047	0.159
7489	4642	4276	18.730	0.138	18.326	0.473	18.088	0.363

Una corrida típica del programa 'aparear' en una computadora IPX con 5000 estrellas por archivo se lleve un tiempo de aproximadamente 30 horas de corrida continua. En una computadora ULTRA 1, el mismo proceso se lleva del orden de 3 horas de tiempo de corrida.

- Una vez que ya se obtuvo el archivo 'NOREPEATS' se corre ahora el programa 'fotometria' o 'fot2'. Ambos programas calculan los valores de las magnitudes corregidas. La diferencia es que utilizan transformaciones distintas entre las magnitudes observadas y las corregidas:

Para 'fotometría' se usan las transformaciones siguientes:

$$\begin{array}{l}
 C \quad U = u(0) + u(1) * u + u(2) * b + u(3) * v \\
 C \quad B = b(0) + b(1) * u + b(2) * b + b(3) * v \\
 C \quad V = v(0) + v(1) * u + v(2) * b + v(3) * v
 \end{array}$$

Dandonos un sistema de ecuaciones con 4 incognitas (orden=4). Se requiere tener un valor observado para las tres magnitudes u, b y v.

Para 'fot2' se usan las transformaciones siguientes:

$$\begin{array}{l}
 C \quad U = u(0) + u(1) * u + u(2) * (u - v) \\
 C \quad B = b(0) + b(1) * b + b(2) * (b - v) \\
 C \quad V = v(0) + v(1) * v + v(2) * (b - v)
 \end{array}$$

Dandonos un sistema de 3 ecuaciones con 3 incognitas (orden=3). Se requiere tener los valores observados solo por parejas (u,v) o (b,v).

Ambos programas nos pregunta a continuación el nombre del archivo de estrellas estándares

```

WRITE(6, '( ' ARCHIVO DE DATOS DE ESTRELLAS ' ,
*          ' STANDARD= ', $)')
    
```

Este archivo lo hacemos con ayuda de algún editor y en él ponemos las magnitudes estándares y las magnitudes observadas de un conjunto de estrellas.

A continuación se muestra uno de estos archivos

```

=====
U  U DAO  U ST  B   B DAO  B ST  V   V DAO  V ST
    
```

72	14.895	15.580	5729	10.995	15.130	6113	9.544	14.140
467	15.818	16.430	5338	12.156	16.180	5696	10.865	15.380
924	15.736	16.390	5615	12.267	16.310	5983	11.293	15.810
698	16.639	17.250	6153	13.138	17.190	6527	11.937	16.460
266	16.780	17.310	5175	13.127	17.120	5517	11.896	16.380
226	15.225	15.900	5165	11.412	15.500	5503	10.030	14.590
40	16.165	16.880	5058	12.626	16.660	5375	11.392	15.910
164	15.900	16.320	1999	12.221	16.190	2137	11.587	16.080
946	15.814	16.440	1869	12.217	16.230	2006	10.956	15.410
364	14.782	15.610	893	10.815	15.010	939	9.415	13.980
920	16.639	17.290	2496	13.160	17.120	2623	11.906	16.360
279	15.008	15.810	1454	10.881	15.050	1569	9.506	14.030
789	14.662	15.340	2407	10.973	15.070	2535	9.745	14.190
911	15.739	16.280	3622	12.196	16.100	3844	11.510	15.940
554	16.242	16.740	3477	13.438	17.190	3674	12.909	17.250

Y debe escribirse el archivo en este formato.

El programa nos pregunta ahora el nombre del archivo en que se almacenarán los coeficientes de transformación para pasar de magnitudes observadas a magnitudes estándares.

```
WRITE(6, '( ' ARCHIVO DE COEFICIENTES ' ,
*           ' DE TRANSFORMACION= ', $)')
```

El programa lee los valores observados de las estrellas que se han escogido como secuencias secundarias y se comparan con los valores estándares publicados en la literatura. Siguiendo un proceso de mínimos cuadrados y las ecuaciones dadas anteriormente, se calculan los valores de los coeficientes de transformación entre magnitudes observadas y magnitudes 'reales'. Finalmente se llama a la subrutina CORRECTION la cual corrige y escribe en un archivo los valores definitivos de las magnitudes.

Tanto el programa fotometría.f como el fot2.f hacen uso de una serie de subrutinas que son:

i) EQUATION: Resuelve un sistema de ecuaciones simultáneas.

- ii) TRIANGULO: Triangula una matriz dada.
- iii) VERIFICACION: Checa que las soluciones satisfagan las ecuaciones originales.
- iv) LSQRS: Calcula los coeficientes del sistema de ecuaciones utilizando los algoritmos de mínimos cuadrados.
- v) CORRECTION: Corrige los valores de las magnitudes observadas a los valores de magnitudes estándares.

A continuación se muestra una parte del archivo de salida con los resultados de transformar las magnitudes observadas a las estándares:

```

=====
0      34      2  0.000  0.000  16.371  0.054  20.797  0.102
0      15     16  0.000  0.000  15.351  0.465  16.478  0.187
33    6491    17 18.675  0.180  22.219  0.255  18.912  0.119
0      22     19  0.000  0.000  19.753  0.111  18.945  0.062
0      24     20  0.000  0.000  17.843  0.219  15.317  0.082
19     27     22 17.041  0.043  18.398  0.056  18.214  0.053
63     29     23 17.972  0.133  17.882  0.046  17.185  0.041
21     31     25 16.483  0.056  18.039  0.059  16.643  0.060
0      33     27  0.000  0.000  17.025  0.084  16.524  0.040
0      44     31  0.000  0.000  20.280  0.101  20.367  0.287
0       9     33  0.000  0.000  19.199  0.057  18.677  0.021
49     0     37 17.743  0.387  0.000  0.000  17.846  0.056
36     23     39 17.212  0.067  17.328  0.031  17.670  0.031
82     26     40 16.276  0.050  16.203  0.052  15.541  0.020
18     0     41 17.261  0.308  0.000  0.000  14.007  0.406
54     32     42 20.861  0.417  15.500  0.093  14.682  0.044
20     48     50 17.518  0.092  17.641  0.027  17.208  0.023
0      49     53  0.000  0.000  22.223  0.344  19.815  0.029
0       8     55  0.000  0.000  20.188  0.109  19.030  0.073
0      52     56  0.000  0.000  20.253  0.085  19.789  0.032
50    6508    58 18.239  0.252  20.855  0.085  18.845  0.028
81     47     59 16.024  0.019  15.805  0.026  15.010  0.017
0     6485    63  0.000  0.000  22.346  0.310  19.123  0.015
17     54     64 16.016  0.035  15.715  0.014  14.946  0.010
86     56     65 20.013  0.245  16.734  0.052  16.543  0.043
80     53     66 16.109  0.020  15.902  0.010  15.663  0.010
=====

```

0	6553	68	0.000	0.000	23.399	0.391	15.392	0.029
91	64	69	15.175	0.030	15.550	0.035	15.371	0.048
0	83	70	0.000	0.000	19.338	0.076	22.007	0.298
0	58	71	0.000	0.000	21.213	0.262	21.408	0.127
0	45	72	0.000	0.000	21.690	0.209	19.028	0.025
20	60	73	18.195	0.080	18.459	0.032	18.041	0.023
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)

- En donde las tres primeras columnas dan los números de identificación dados a cada estrella en los archivos de fotometría producidos por DAOPHOT,
- La cuarta columna da el valor de la magnitud que ocupa el orden 1 (en este caso U),
- La quinta columna da el error asociado a esa magnitud, y las otras columnas dan los valores y errores de cada magnitud asociada a cada filtro respectivamente.

Al correr este programa se produce un archivo 'MAGSTAT' que nos imprime los valores observados de las magnitudes, luego los valores estándares, luego los calculados y finalmente la diferencia entre los calculados y los estándares. Si hay alguna estrella con diferencias muy grandes se podrá eliminar. A continuación se muestra uno de estos archivos 'MAGSTAT'

749	16.616	17.210	17.080	-0.130	1416	13.085	17.120
17.006	-0.114						
1443	11.979	16.350	16.307	-0.043			
607	15.709	16.230	16.380	0.150	1313	12.036	16.030
15.941	-0.089						
1294	11.441	15.890	15.795	-0.095			
548	16.713	15.670	16.068	0.398	1289	11.277	15.370
15.295	-0.075						
1273	9.991	14.440	14.354	-0.086			
1447	16.823	17.440	17.290	-0.150	2326	13.300	17.260
17.211	-0.049						
2423	12.197	16.530	16.520	-0.010			
1441	15.926	16.240	16.606	0.366	2253	12.251	16.160
16.144	-0.016	2350	11.679	16.050	16.029	-0.021	
1454	15.468	15.970	15.731	-0.239	2230	11.673	15.700
15.670	-0.030						

```

2336 10.426 14.810 14.781 -0.029
 1566 16.856 17.280 17.250 -0.030 2396 13.225 17.180
17.143 -0.037
 2511 12.094 16.450 16.418 -0.032
 2669 16.086 16.580 16.485 -0.095 3838 12.526 16.370
16.482 0.112
 3989 11.315 15.610 15.653 0.043
 2527 16.887 17.290 17.256 -0.034 3692 13.253 17.080
17.175 0.095
 3875 12.077 16.320 16.400 0.080
 2390 15.770 16.160 16.430 0.270 3522 12.119 15.930
16.025 0.095
 3690 11.483 15.720 15.835 0.115
 2087 15.711 16.190 16.014 -0.176 3190 11.975 15.930
15.956 0.026
 3332 10.750 15.060 15.099 0.039
 2918 16.355 16.780 16.684 -0.096 4236 12.652 16.600
16.601 0.001
 4468 11.457 15.800 15.793 -0.007
 2831 15.908 16.230 16.544 0.314 4112 12.204 16.070
16.105 0.035
 4328 11.578 15.930 15.928 -0.002
 2753 16.016 16.440 16.243 -0.197 3970 12.148 16.110
16.122 0.012
 4206 10.919 15.240 15.265 0.025
 2430 15.211 15.690 15.451 -0.239 3585 11.360 15.360
15.369 0.009
 3758 10.119 14.500 14.481 -0.019
 1983 15.963 16.460 16.288 -0.172 2994 12.269 16.220
16.237 0.017
 3131 11.049 15.390 15.392 0.002
 2083 12.815 13.220 13.280 0.060 3113 9.156 13.230
13.237 0.007
 3143 8.090 12.460 12.499 0.039
=====

```

4. Una vez que tenemos un archivo de datos con las magnitudes 'reales', podemos hacer una gráfica magnitud vs color o una gráfica de dos colores (por ejemplo mediante algún archivo escrito en SUPERMONGO).

Los archivos 'diagramahr1.sm' y 'diagramahr2.sm' producen diagramas magnitud color (V vs B-V) de los datos observados y de los ya

corregidos. Haciendole ligeras variaciones a este archivo se pueden obtener los diagramas de dos colores u otra combinación de diagramas magnitud-color. Se encuentra también un archivo llamado "colorcolor.sm" que proporciona una grafica de U-B vs B-V.

5. Una vez que se obtiene un diagrama H-R, generalmente este va a presentar las secuencias esperadas como son la secuencia principal, la rama de las gigantes, la rama horizontal, etc. Sin embargo en muchos casos también presentará una gran cantidad de estrellas de campo, las cuales habrá que eliminar siguiendo una serie de criterios adecuados. Para ello se puede utilizar el programa 'depuracion.f'.

Este programa lee los datos de una población estelar y los divide en pequeños intervalos de magnitud y de color, con la intención de encontrar el intervalo de color dentro del cual se presenta el mayor número de estrellas, con la intención de definir una línea fiduciaria y posteriormente escoger solamente a aquellas estrellas que esten localizadas dentro de un intervalo definido alrededor de la línea fiduciaria.

El programa comienza solicitando los límites dentro de los cuales se hará la subdivisión:

```
100  format(' give magmin,magmax,colormin,colormax=', $)
      read(5,*) magmin,magmax,colormin,colormax
```

y luego pide los anchos de los intervalos en magnitud y en color:

```
200  format(' give binwidth in mag & color=' , $)
      read(5,*) binwmag,binwcol
```

Posteriormente solicita el nombre del archivo donde se encuentran los datos. Este desde luego que puede ser un archivo como el ilustrado anteriormente como salida del programa 'fotometría.f' o 'fot2.f'.

```
300  format('data file=', $)
      read(5,400) filename
```

Este programa escribe sus resultados en un archivo de SUPERMONGO llamado 'cortes' el cual nos da una representación de 3-dimensiones del número de estrellas distribuidas sobre el diagrama H-R. Esto nos ayudará a darnos una idea de que ancho alrededor de la línea fiduciaria es el apropiado para desechar estrellas mas allá de los límites.

Más adelante se nos pide la pendiente y la ordenada al origen de una línea divisoria. Esta línea se traza generalmente paralela a la secuencia de las gigantes y tiene como fin dividir la rama de las gigantes de la rama horizontal para que el programa haga sus calculos de densidad máxima a ambos lados de la línea. Las características de esta línea deberán encontrarse a mano sobre una gráfica de los datos.

```

write(6,(''Pendiente y ordenada al origen'',
*      '' de la linea divisoria= '',$)')

```

Posteriormente se llama a la subrutina 'discrimination' que solo deja las estrellas que cumplen con los criterios de permanencia dados anteriormente y finalmente se llama a la subrutina lf (luminosity function).

Este programa (depuracion.f) hace uso de las siguientes subrutinas:

i) discrimination: Esta subrutina lee los resultados producidos y discrimina aquellos que no estén dentro de los límites establecidos alrededor del color al cual, en cada intervalo de magnitud, hay un número máximo de fuentes.

```

subroutine discrimination(posx,nmagsteps,ncolsteps
*      ,colormin,deltacol,buenancho)

```

ii) lf: Esta subrutina usa el archivo de salida de la subrutina discrimination y produce la función de luminosidad de dicha población estelar.

```

subroutine lf(nmagsteps,ncolsteps,magmin,deltamag,
*      totrow,iota,ikapa)

```

iii) subroutine zerodivisor(var,indice)

Esta subrutina impide que se divida entre cero y avisa en donde ocurre esto.

iv) SUBROUTINE GRAFDEPURADA(FILENAME, DELTAMAG, BUENANCHO,
* HBMAXDEB)

C Esta subrutina ve si los resultados cumplen
C las condiciones de permanencia impuestas y
C escriben los datos que si cumplen a un archivo
C con la terminación 'bis'

6. Dentro de esta suite de programas se encuentran los siguientes programas:

- a) match1.f
 - b) rawphot.f
 - c) distanciadisc.f
 - d) errordisc.f
 - e) ordendistancia.f
 - f) sortdist.f
- a) Este programa empata dos archivos de estrellas basado en el criterio de la mínima distancia entre dos imágenes. Este programa se ha superado con los programas empate.f y aparear.f
- b) Este programa toma los archivos que se han producido con el programa match1 y que representan la correlación de los archivos de fotometría de dos filtros y los pega para tener el cruce de todos los datos fotométricos obtenidos para un objeto. Este programa se ha superado con los programas empate.f y aparear.f
- c) Este programa lee los archivos producidos por el programa "match1.f" y deja solamente aquellas estrellas que estén separadas de sus supuesta

imagen en el otro filtro una cantidad menor que la especificada.

- d) Este programa nos preguntará cuales son los errores máximos aceptados en cada filtro y eliminara a las estrellas cuyos errores sean mayores que los especificados.
Este programa es muy útil yaque no solo nos da la oportunidad de establecer errores máximos, sino que nos permite también escoger dos magnitudes de separación tales que los errores máximos aceptados puedan tener valores diferentes por arriba o por abajo de esas magnitudes.

Este programa se recomienda mucho para la limpieza final de los diagramas

- e) Este programa toma el archivo de magnitudes definitivas y también otro archivo que se encuentra ordenado bajo algún criterio, en genral el criterio es la distancia al centro de un cúmulo y reordena el archivo de magnitudes definitivas en el orden seguido por el otro archivo.
- f) Este programa ordena los datos de fotometría de un archivo de acuerdo a sus distancias progresivas a partir de un punto predeterminado Este programa se recomienda ya que puede ayudar mucho al astrónomo a determinar la orientación de sus observaciones con respecto a los puntos cardinales, lo cual no siempre es fácil. Los resultados de este programa deberán usarse en combinación con el archivo de SUPERMONGO 'origen.sm'.


```
1000    READ(10, '(1X,1I4,1X,F8.3,1X,F8.3,7X
      *      ,1I4,1X,F8.3,1X,F8.3)', END=1100) N1, XI(K), YI(K)
      *      , N2, XF(K), YF(K)
```

```
C      LAS COORDENADAS XX Y YY NOS PERMITIRAN CALCULAR
C      LOS COEFICIENTES DE LA TRANSFORMACION
C      INVERSA
```

```
XXI(K)=XF(K)
XXF(K)=XI(K)
YYI(K)=YF(K)
YYF(K)=YI(K)
```

```
K=K+1
```

```
1100    GO TO 1000
      ITOT=K-1
```

```
C      RESOLVIENDO PARA LOS COEFICIENTES DE LA TRANSFORMACION
C      DE X
```

```
DO I=1, ITOT
  POS(I,1)=1.0
  POS(I,2)=XI(I)
  POS(I,3)=YI(I)
  POS(I,4)=XI(I)*YI(I)
  POS(I,5)=XI(I)*XI(I)
  POS(I,6)=YI(I)*YI(I)
  POS(I,7)=(XI(I)*YI(I))*(XI(I)*YI(I))
  POS(I,8)=XI(I)*XI(I)*XI(I)
  POS(I,9)=YI(I)*YI(I)*YI(I)
  POS(I,10)=(XI(I)*YI(I))*(XI(I)*YI(I))*(XI(I)*YI(I))
  POS(I,11)=XF(I)
END DO
```

```
WRITE(6, '(ORDEN DEL SISTEMA(#VAR)= ', $)')
```

```
READ(5, '(I5)') ORDSIS
NVAR=ORDSIS-1
```

```
CALL LSQRS(POS, NVAR, MVAL, COEF)
```

```
CALL EQUATION(COEF, VARX, ORDSIS)
```

```
DO I=1, ORDSIS
  WRITE(6, '(VARX( ', 1I2, ') = ', E20.5)') I, VARX(I)
END DO
```

```
C      RESOLVIENDO PARA Y
```

```
DO I=1, ITOT
```

```

      POS(I,11)=YF(I)
    END DO

    CALL LSQRS(POS,NVAR,MVAL,COEF)

    CALL EQUATION(COEF,VARY,ORDSIS)

    DO I=1,ORDSIS
      WRITE(6,'(''VARY('',1I2,'')= '',E20.5)') I,VARY(I)
    END DO

    REWIND(UNIT=10)
    CALL TRANSFORMACION(FILE1,VARX,VARY,AVX,AVY,DESVSTDY,DESVS

```

C

```

-----
    OPEN(UNIT=12,FILE='TRANSCOEF',STATUS='UNKNOWN')
    WRITE(6,'(//)')
    DO I=1,ORDSIS
      WRITE( 6,'(''VARX('',1I2,'')= '',E20.5)') I,VARX(I)
    WRITE(12,'(''VARX('',1I2,'')= '',E20.5)') I,VARX(I)

    END DO

    DO I=1,ORDSIS
      WRITE( 6,'(''VARY('',1I2,'')= '',E20.5)') I,VARY(I)
      WRITE(12,'(''VARY('',1I2,'')= '',E20.5)') I,VARY(I)
    END DO

```

C

C
C
C
C
C
C
C

TRANSFORMACIONES INVERSAS

INICIALIZANDO NUEVAMENTE

```

    DO I=1,21
      DO J=1,22
        COEF(I,J)=0.0
      END DO
    END DO
    DO I=1,100
      DO J=1,21
        POS(I,J)=0.0
      END DO
    END DO

```

C

C
C
C

RESOLVIENDO PARA LOS COEFICIENTES DE LA TRANSFORMACION
INVERSA DE X

```

    DO I=1,ITOT
      POS(I,1)=1.0
      POS(I,2)=XXI(I)

```

```

POS(I,3)=YYI(I)
POS(I,4)=XXI(I)*YYI(I)
POS(I,5)=XXI(I)*XXI(I)
POS(I,6)=YYI(I)*YYI(I)
POS(I,7)=(XXI(I)*YYI(I))*(XXI(I)*YYI(I))
POS(I,8)=XXI(I)*XXI(I)*XXI(I)
POS(I,9)=YYI(I)*YYI(I)*YYI(I)
POS(I,10)=(XXI(I)*YYI(I))*(XXI(I)*YYI(I))*(XXI(I)*YYI(I))
POS(I,11)=XXF(I)
END DO
C   AQUÍ DEBERIA PREGUNTAR EL ORDEN DEL SISTEMA PERO
C   ESTE YA LO SABE Y ESTA ALMACENADO
C   EN LA VARIABLE ORDSIS

```

```
CALL LSQRS(POS,NVAR,MVAL,COEF)
```

```
CALL EQUATION(COEF,VARXX,ORDSIS)
```

```
DO I=1,ORDSIS
  WRITE(6,'(''VARXX('',1I2,'')= '',E20.5)') I,VARXX(I)
END DO
```

C
C
C
C

RESOLVIENDO PARA LA TRANSFORMACION INVERSA DE Y

```
DO I=1,ITOT
  POS(I,11)=YYF(I)
END DO
```

```
CALL LSQRS(POS,NVAR,MVAL,COEF)
```

```
CALL EQUATION(COEF,VARYY,ORDSIS)
```

```
DO I=1,ORDSIS
  WRITE(6,'(''VARYY('',1I2,'')= '',E20.5)') I,VARYY(I)
END DO
```

```
REWIND(UNIT=10)
CALL TRANSFORMACION(FILE1,VARXX,VARYY,AVXX,AVYY,
*                               DESVSTDXX,DESVSTDYY)
```

```
CLOSE(UNIT=10)
```

C-----

```
WRITE(12,'(/////,''TRANSFORMACIONES INVERSAS'',//)')
WRITE(6,'(//)')
DO I=1,ORDSIS
  WRITE( 6,'(''VARXX('',1I2,'')= '',E20.5)') I,VARXX(I)
  WRITE(12,'(''VARXX('',1I2,'')= '',E19.5)') I,VARXX(I)

```

END DO

DO I=1,ORDSYS

WRITE(6,(''VARYY('',1I2,='')= '',E20.5)') I,VARYY(I)

WRITE(12,(''VARYY('',1I2,='')= '',E19.5)') I,VARYY(I)

END DO

CLOSE(UNIT=12)

C-----

STOP

END

C

C*****

SUBROUTINE EQUATION(MATRIZ,VAR,ORDEN)

C

C

C

C

C

C

C

C

C

C

C

C

C

C

C

C

C

ESTA SUBROUTINA RESUELVE UN SISTEMA DE ECUACIONES LINEALES
CUYOS COEFICIENTES ESTAN CONTENIDOS EN LA MATRIZ
ALMACENADA EN EL ARREGLO BIDIMENSIONAL 'MATRIZ' QUE
ES EL PRIMER ARGUMENTO DE LA SUBROUTINA.

LA ULTIMA COLUMNA DE ESTE ARREGLO CONTIENE LOS VALORES
DE LOS TERMINOS INDEPENDIENTES DE LAS ECUACIONES

EL ARREGLO UNIDIMENSIONAL 'VAR' CONTENDRA LOS VALORES
DE LAS SOLUCIONES AL SISTEMA DE ECUACIONES. ESTE
ARREGLO ES EL SEGUNDO ARGUMENTO DE LA
SUBROUTINA.

EL TERCER ARGUMENTO ESTA CONSTITUIDO POR LA VARIABLE
ENTERA 'ORDEN' QUE REPRESENTA EL ORDEN DEL SISTEMA,
O EN OTRAS PALABRAS, EL NUMERO DE VARIABLE POR ENCONTRAR.

REAL MAT(100,100),VAR(101)

REAL MATRIZ(21,22)

INTEGER ORDSYS,ORDEN

C

ORDSYS=ORDEN

C

C

C

INICIALIZACION

DO J=1,ORDSYS

VAR(J)=0.0

END DO

VAR(ORDSYS+1)=-1.0

DO I=1,ORDSYS

DO J=1,ORDSYS+1

MAT(I,J)=MATRIZ(I,J)

END DO

END DO

C

C

C

LLAMANDO A LA SUBROUTINA DE TRIANGULACION

CALL TRIANGULO(MAT,VAR,ORDSYS)

CALL VERIFICACION(MATRIZ,VAR,ORDSYS)

C

```

C
C
      RETURN
      END
C*****
C
C      SUBROUTINE TRIANGULO(MAT,VAR,ORDEN)
C
C      ESTA SUBROUTINA TRIANGULA UNA MATRIZ DE TAMAÑO
C      (ORDEN x ORDEN+1), ADEMAS CALCULA LAS SOLUCIONES
C      AL SISTEMA DE ECUACIONES QUE CORRESPONDE A ESTA
C      MATRIZ. LA ULTIMA COLUMNA DE ESTE ARREGLO CONTIENE
C      LOS VALORES INDEPENDIENTES DE LAS ECUACIONES.
C
C      EL ARREGLO BIDIMENSIONAL 'MAT' CONTIENE LOS VALORES
C      DE LOS COEFICIENTES DE LA MATRIZ.
C
C      LA VARIABLE 'ORDEN' REPRESENTA EL ORDEN DEL SISTEMA
C      O EN OTRAS PALABRAS EL NUMERO DE VARIABLES CON
C      VALORES POR ENCONTRAR.
C
C      INTEGER ORDEN
C      REAL MAT(100,100),VAR(101),DUMAT(101)
C
C      SUMA=0.0
C      K=0
C      DO I=1,101
C         DUMAT(I)=0.0
C      END DO
C
C
C      DO J=1,ORDEN+1
C         DO I=1,ORDEN-J
C
C             ESCRIBIENDO LAS MATRICES
C
C             WRITE(6,'( /)')
C             DO IK=1,ORDEN
C                WRITE(6,'(100(3X,E10.3))')
C                * (MAT(IK,JK),JK=1,ORDEN+1)
C             END DO
C
C             IF(MAT(I,J) .EQ. 0.0) GO TO 300
C             K=I+1
C             IF(MAT(K,J) .EQ. 0.0) THEN
C                DO JI=1,ORDEN+1
C                   DUMAT(JI)=MAT(K,JI)
C                   MAT(K,JI)=MAT(K-1,JI)
C                   MAT(K-1,JI)=DUMAT(JI)
C                END DO
C                GO TO 300
C             END IF
C             F=MAT(I,J)/MAT(K,J)
C             DO L=1,ORDEN+1

```

```

        MAT(I,L)=MAT(I,L)-F*MAT(K,L)
        IF(MAT(I,J) .LT. 1E-06) MAT(I,J)=0.0
    END DO

300   CONTINUE
    C

        END DO

    C

        END DO
-----
    C          ESCRIBIENDO LA ULTIMA MATRIZ

        WRITE(6,'(//)')
        DO IK=1,ORDEN
            WRITE(6,'(100(3X,E10.3))')
*           (MAT(IK,JK),JK=1,ORDEN+1)
        END DO

    C
    C
    C          AHORA SE VERIFICA SI EL SISTEMA TIENE SOLUCION
    C          UNICA O NO
    C
        IF(ABS(MAT(1,ORDEN)) .LE. 1E-06) THEN
            WRITE(6,'(//,3X,'EL SISTEMA NO TIENE SOLUCION UNICA')')
            GO TO 1000
        END IF

    C
    C
    C          AHORA SE ENCUENTRAN LOS VALORES DE LAS VARIABLES

        DO I=1,ORDEN
            SUMA=0.0
            DO J=ORDEN+1,2,-1
                SUMA=SUMA+MAT(I,J)*VAR(J)
            END DO
            VAR(ORDEN-I+1)=-SUMA/MAT(I,ORDEN-I+1)
        END DO

    C
    C
1000  CONTINUE
        RETURN
        END

    C
    C*****
    C
        SUBROUTINE VERIFICACION(MAT,VAR,ORDEN)

    C
    C          ESTA SUBROUTINA VERIFICA QUE LA SOLUCION ENCONTRADA
    C          POR LA SUBROUTINA TRIANGULO SATISFAGA LAS ECUACIONES
    C          ORIGINALES.
    C
-----
    C

```

```

C      ES IMPORTANTISIMO RECORDAR QUE PARA CADA CASO
C      ESPECIFICO, HABRA QUE REPROGRAMAR ESTA SUBROUTINA
C      PARA QUE SE TENGA LA EXPRESION ALGEBRAICA
C      APROPIADA.
C-----
C
C      INTEGER ORDEN
C      REAL MAT(21,22),VAR(101)
C
C      IND=0
C      SUMA=0.0
C
C      DO I=1,ORDSYS
C
C      SUMA=VAR(1)+VAR(2)*XI+VAR(3)*YI+VAR(4)*XI*YI+
*      VAR(5)*XI*XI+VAR(6)*YI*YI+VAR(7)*(XI*YI)*(XI*YI)+
*      VAR(8)*XI*XI*XI+VAR(9)*YI*YI*YI+
*      VAR(10)*(XI*YI)*(XI*YI)*(XI*YI)
C
C      SUMA=SUMA-MAT(I,ORDSYS+1)
C      IF(SUMA .GT. 1E-06) THEN
C      IND=1
C      WRITE(6,'('' DISCREPANCIA= '' ,1E10.2,
*      '' REGLON= '' ,1I3,)'') SUMA,I
C      END IF
C      SUMA=0.0
C      END DO
C      IF(IND .EQ. 0) THEN
C      WRITE(6,'(//,''DISCREPACIAS MENORES QUE 1E-06'',//)')
C      END IF
C      RETURN
C      END
C
C*****
C
C      SUBROUTINE LSQRS(VAR,NVAR,MVAL,COEF)
C
C      ESTA SUBROUTINA CALCULA LOS COEFICIENTES DEL
C      SISTEMAS DE ECUACIONES QUE HABRA QUE RESOLVERSE
C      PARA OBTENER UNA SOLUCION DE MINIMOS CUADRADOS.
C
C      LOS VALORES DE LAS DIFERENTES VARIABLES OBSERVADAS
C      SE ALMACENAN EN EL ARREGLO 'VAR'.
C
C      NVAR=ES EL NUMERO DE COLUMNAS QUE TIENE EL ARREGLO
C      'VAR' O SEA EL NUMERO DE VARIABLES QUE ESTAMOS
C      CONSIDERANDO
C      MVAL=ES EL NUMERO DE VALORES OBSERVADOS QUE PUEDE
C      TOMAR CADA VARIABLE.
C      COEF=ES EL ARREGLO EN DONDE SE ACUMULAN LOS VALORES
C      DE LOS COEFICIENTES DEL SISTEMA DE ECUACIONES
C      QUE SE RESOLVERA.
C
C      SUPONEMOS UNA ECUACION DEL TIPO SIGUIENTE:

```



```

2000      READ(11, '(3X,8(F10.3,2X))', END=2100) XI, XF, XF1, DIFX,
*                                               YI, YF, YF1, DIFY

          SUMAX=SUMAX+DIFX
          SUMAY=SUMAY+DIFY
          ICOUNT=ICOUNT+1
          GO TO 2000

2100      CONTINUE

          ITOT=ICOUNT ! NUMERO TOTAL DE ENTRADAS

          AVX=SUMAX/ITOT ! PROMEDIO DE DESVIACIONES EN X
          AVY=SUMAY/ITOT ! PROMEDIO DE DESVIACIONES EN Y

C          AHORA CALCULAREMOS LA DESVIACION ESTANDAR

          REWIND(UNIT=11)

          DO I=1, ITOT
          READ(11, '(3X,8(F10.3,2X))') XI, XF, XF1, DIFX,
*                                               YI, YF, YF1, DIFY
          SUMAXX=SUMAXX+(DIFX-AVX)*(DIFX-AVX)
          SUMAYY=SUMAYY+(DIFY-AVY)*(DIFY-AVY)
          END DO

C          DESVSTDX=(SUMAXX/ITOT)**(0.5) ! DESVIACIONES ESTANDAR
EN X      DESVSTDY=(SUMAYY/ITOT)**(0.5) ! DESVIACIONES ESTANDAR
          EN Y

          WRITE(6, '(//)')
          WRITE(6, '(2X, ''DIFX PROMEDIO= '' ,E10.3, //
*                2X, ''DIFY PROMEDIO= '' ,E10.3, //,
*                2X, ''DESVSTDX= '' ,E10.3, //,
*                2X, ''DESVSTDY= '' ,E10.3, //,
*                2X, ''ITOT= '' ,I3)') AVX, AVY,
*                DESVSTDX, DESVSTDY, ITOT

          CLOSE(UNIT=11)
          RETURN
          END

```



```

TEMPA(3)='TEMPA3'
TEMPA(4)='TEMPA4'
TEMPA(5)='TEMPA5'
TEMPA(6)='TEMPA6'
TEMPA(7)='TEMPA7'
TEMPA(8)='TEMPA8'
TEMPA(9)='TEMPA9'
TEMPA(10)='TEMPA10'

```

```

TEMPP(1)='TEMPP1'
TEMPP(2)='TEMPP2'
TEMPP(3)='TEMPP3'
TEMPP(4)='TEMPP4'
TEMPP(5)='TEMPP5'
TEMPP(6)='TEMPP6'
TEMPP(7)='TEMPP7'
TEMPP(8)='TEMPP8'
TEMPP(9)='TEMPP9'
TEMPP(10)='TEMPP10'
TEMPPA(1)='TEMPPA1'
TEMPPA(2)='TEMPPA2'
TEMPPA(3)='TEMPPA3'
TEMPPA(4)='TEMPPA4'
TEMPPA(5)='TEMPPA5'
TEMPPA(6)='TEMPPA6'
TEMPPA(7)='TEMPPA7'
TEMPPA(8)='TEMPPA8'
TEMPPA(9)='TEMPPA9'
TEMPPA(10)='TEMPPA10'

```

```

DO I=1,10000
  DO J=1,9
    SORTCELL(I,J)=0.0
  END DO
END DO

```

```

DO I=1,10
  ORDEN(I)=0.0
  IORDEN(I)=0
END DO

```

```

DO I=1,50000
  DO J=1,15
    MAGSFIN(I,J)=0.0
  END DO
END DO

```

C
C
C
C
C

AHORA CERRAREMOS TODOS LOS ARCHIVOS QUE SE USAN EN ESTE
PROGRAMA QUE HAYAN SIDO DEJADOS POR ALGUNA CORRIDA
ANTERIOR

```

DO I=1,IFILES
  OPEN(UNIT=I+40,FILE=TEMP(I),STATUS='UNKNOWN')
  OPEN(UNIT=I+60,FILE=TEMP(I),STATUS='UNKNOWN')
  OPEN(UNIT=I+70,FILE=TEMP(I),STATUS='UNKNOWN')
  OPEN(UNIT=I+80,FILE=TEMP(I),STATUS='UNKNOWN')

```



```

TEMPA(3)='TEMPA3'
TEMPA(4)='TEMPA4'
TEMPA(5)='TEMPA5'
TEMPA(6)='TEMPA6'
TEMPA(7)='TEMPA7'
TEMPA(8)='TEMPA8'
TEMPA(9)='TEMPA9'
TEMPA(10)='TEMPA10'

```

```

TEMPP(1)='TEMPP1'
TEMPP(2)='TEMPP2'
TEMPP(3)='TEMPP3'
TEMPP(4)='TEMPP4'
TEMPP(5)='TEMPP5'
TEMPP(6)='TEMPP6'
TEMPP(7)='TEMPP7'
TEMPP(8)='TEMPP8'
TEMPP(9)='TEMPP9'
TEMPP(10)='TEMPP10'
TEMPPA(1)='TEMPPA1'
TEMPPA(2)='TEMPPA2'
TEMPPA(3)='TEMPPA3'
TEMPPA(4)='TEMPPA4'
TEMPPA(5)='TEMPPA5'
TEMPPA(6)='TEMPPA6'
TEMPPA(7)='TEMPPA7'
TEMPPA(8)='TEMPPA8'
TEMPPA(9)='TEMPPA9'
TEMPPA(10)='TEMPPA10'

```

```

DO I=1,10000
  DO J=1,9
    SORTCELL(I,J)=0.0
  END DO
END DO

```

```

DO I=1,10
  ORDEN(I)=0.0
  IORDEN(I)=0
END DO

```

```

DO I=1,50000
  DO J=1,15
    MAGSFIN(I,J)=0.0
  END DO
END DO

```

C
C
C
C
C
C

AHORA CERRAREMOS TODOS LOS ARCHIVOS QUE SE USAN EN ESTE PROGRAMA QUE HAYAN SIDO DEJADOS POR ALGUNA CORRIDA ANTERIOR

```

DO I=1,IFILES
  OPEN(UNIT=I+40,FILE=TEMP(I),STATUS='UNKNOWN')
  OPEN(UNIT=I+60,FILE=TEMP(I),STATUS='UNKNOWN')
  OPEN(UNIT=I+70,FILE=TEMP(I),STATUS='UNKNOWN')
  OPEN(UNIT=I+80,FILE=TEMP(I),STATUS='UNKNOWN')

```

```

OPEN(UNIT=51, FILE='SWAP1',STATUS='UNKNOWN')
END DO
DO I=1,IFILES
CLOSE(UNIT=I+40,STATUS='DELETE')
CLOSE(UNIT=I+60,STATUS='DELETE')
CLOSE(UNIT=I+70,STATUS='DELETE')
CLOSE(UNIT=I+80,STATUS='DELETE')
CLOSE(UNIT=51,STATUS='DELETE')
END DO

```

C-----

C
C
C

```

WRITE(6,('( 'CUANTOS ARCHIVOS QUIERES APAREAR= ', $)')
READ(5, '(I2)') IFILES

```

```

DO I=1,IFILES
WRITE(6,('( 'ARCHIVO'' ,I2, ''= '' , $)') I
READ(5, '(1A20)') FILES(I)
OPEN(UNIT=I+10,FILE=FILES(I),STATUS='UNKNOWN')
END DO

```

C
C
C

```

WRITE(6,('( 'EN QUE ORDEN VAN LOS RESULTADOS'' ,//)')
DO I=1,IFILES
WRITE(6,('( 'ARCHIVO'' ,I2, ''=''' ,1A20,
*          '' ORDEN'' ,I2, ''=''' , $)') I,FILES(I),I
READ(5,*) ORDEN(I)
IORDEN(I)=INT(ORDEN(I))
END DO

```

C
C
C

```

WRITE(6,('( 'ARCHIVO DE TRANS COEFS ENTRE'' ,
*          '' EL PRIMER ARCHIVO Y TODOS LOS DEMAS=
'' , $)')
READ(5, '(1A20)') FILETRANS
OPEN(UNIT=30,FILE=FILETRANS,STATUS='UNKNOWN')

```

C
C
C
C
C
C

```

SE EMPIEZA A LEER DESDE LA SEGUNDA COLUMNA PORQUE
LOS COEFICIENTES DE TRANSFORMACION ENTRE EL PRIMER
ARCHIVO Y EL MISMO SON SIEMPRE IGUALES A 1.0

```

```

DO J=2,IFILES
DO I=1,20 ! 10 PARA X Y 10 PARA Y PARA CADA ARCHIVO

```

C
C
C
C
C

```

ES IMPORTANTISIMO QUE EL ARCHIVO DE COEFICIENTES DE
TRANSFORMACION SE AJUSTE EXACTAMENTE AL FORMATO DE
LECTURA (10X,E20.5)

```

```

READ(30, '(10X,E20.5)') TRANSFOR(I,J)

```

```

      END DO
      END DO

      WRITE(6, '( 'TOLERANCIA X= ', $)')
      READ(5, *) TOLX
      WRITE(6, '( 'TOLERANCIA Y= ', $)')
      READ(5, *) TOLY
      DELTATOLX=TOLX
      DELTATOLY=TOLY
      WRITE(6, '( 'MAXTOLX= ', $)')
      READ(5, *) MAXTOLX
      WRITE(6, '( 'MAXTOLY= ', $)')
      READ(5, *) MAXTOLY
      WRITE(6, '( 'FRECUENCIA DEL MONITOREO= ', $)')
      READ(5, *) FREQMON

C      ABRIENDO ARCHIVOS QUE SE USARAN ACTIVAMENTE EN EL CRUCE

C      OPEN(UNIT=51, FILE='SWAP1', STATUS='UNKNOWN')

C
C
C      ABRIENDO LOS ARCHIVOS TEMPORALES QUE LUEGO SE
      UTILIZARAN PARA ESCRIBIR LOS RESULTADOS DEL
      CRUCE ENTRE LOS ARCHIVOS ORIGINALES
C
C
C      DO I=1, IFILES
        OPEN(UNIT=I+40, FILE=TEMP(I), STATUS='UNKNOWN')
        OPEN(UNIT=I+60, FILE=TEMPA(I), STATUS='UNKNOWN')
      END DO

C
C
C      COMPARANDO ARCHIVOS
5554      DO IJ=1, IFILES-1 ! IJ CONTROLA EL NUMERO DE ARCHIVOS
          A APAREAR

C      EL DO LOOP ANTERIOR CONTROLA EL PROCESO DE APAREAMIENTO
C      ENTRE LAS ESTRELLAS PARA DIFERENTES ARCHIVOS ESTE LOOP
C      SE CIERRA CON LA INSTRUCCION 'END DO' LOCALIZADA CON
C      LA ETIQUETA 5555

C
C      TRANSFIRIENDO EL CONTENIDO DEL ARCHIVO ORIGINAL ASOCIADO
C      A LA UNIDAD IJ AL ARCHIVO 'SWAP1' ASOCIADO A LA UNIDAD
C      51.

      READ(10+IJ+1, '(1A1)') DUM
      READ(10+IJ+1, '(1A1)') DUM
      READ(10+IJ+1, '(1A1)') DUM
1000      READ(10+IJ+1, '(1A78)', END=2000) RENGLON
          WRITE(51, '(1A78)') RENGLON

```

```

2000      GO TO 1000
          CONTINUE
C
C
C
50        IEST1=0 ! PUNTO DE RETORNO PARA INICIAR CON UNA
          NUEVA TOLERANCIA
          IEST2=0

          REWIND(UNIT=11)
          READ(11,'(1A1)') DUM
          READ(11,'(1A1)') DUM
          READ(11,'(1A1)') DUM

100      *   READ(11,'(I7,1X,F7.3,2X,F7.3,3X,F6.3,3X,F6.4)',
          *   END=200) N1,X1,Y1,MAG1,DMAG1

          IEST1=IEST1+1
          IF(INDICADOR1(IEST1) .EQ. 1) GO TO 100

          ICONTADOR=ICONTADOR+1
          REMAINDER=ICONTADOR-INT(FREQMON)*
          *   INT(FLOAT(ICONTADOR)/FREQMON)
          IF(.NOT. ((ICONTADOR .EQ. 1) .OR.
          *   (REMAINDER .EQ. 0))) GO TO 500

          WRITE(6,'(''ICONTADOR= ''',1I5,
          *   '' IMATCH= ''',1I5)') ICONTADOR,
          *   IMATCH ! PARA MONITOREAR
          *   EL PROGRESO DEL
          *   PROCESO
C
C
500      IEST2=0

C
C
C          ESCRIBIENDO AL ARCHIVO TEMPORAL CORRESPONDIENTE

          WRITE(41,'(I7,2X,I7,2X,I7,1X,F8.3,2X,F8.3,
          *   2X,F8.3,2X,F8.3,3X,F6.3,3X,F6.4)')
          *   ICONTADOR,
          *   N1,N1,X1,Y1,X1,Y1,MAG1,DMAG1

C
C          AHORA LEEREMOS DEL ARCHIVO QUE VAMOS A COMPARAR CON
          EL ARCHIVO ORIGINAL

300      *   READ(51,'(I7,1X,F7.3,2X,F7.3,3X,F6.3,3X,F6.4)',
          *   END=400) N2,X2,Y2,MAG2,DMAG2

          IEST2=IEST2+1

          IF(INDICADOR2(IEST2) .EQ. 1) GO TO 300

          X2C= TRANSFOR(1,IJ+1)+
          *   TRANSFOR(2,IJ+1)*X1+TRANSFOR(3,IJ+1)*Y1+

```

```

*      TRANSFOR(4,IJ+1)*X1*Y1+
*      TRANSFOR(5,IJ+1)*X1*X1+TRANSFOR(6,IJ+1)*Y1*Y1+
*      TRANSFOR(7,IJ+1)*(X1*Y1)*(X1*Y1)+
*      TRANSFOR(8,IJ+1)*X1*X1*X1+
*      TRANSFOR(9,IJ+1)*Y1*Y1*Y1+
*      TRANSFOR(10,IJ+1)*(X1*Y1)*(X1*Y1)*(X1*Y1)

Y2C=  TRANSFOR(11,IJ+1)+
*      TRANSFOR(12,IJ+1)*X1+TRANSFOR(13,IJ+1)*Y1+
*      TRANSFOR(14,IJ+1)*X1*Y1+
*      TRANSFOR(15,IJ+1)*X1*X1+TRANSFOR(16,IJ+1)*Y1*Y1+
*      TRANSFOR(17,IJ+1)*(X1*Y1)*(X1*Y1)+
*      TRANSFOR(18,IJ+1)*X1*X1*X1+
*      TRANSFOR(19,IJ+1)*Y1*Y1*Y1+
*      TRANSFOR(20,IJ+1)*(X1*Y1)*(X1*Y1)*(X1*Y1)

DIFX=ABS(X2-X2C)
DIFY=ABS(Y2-Y2C)

C
C
C      VERIFICANDO SI CUMPLEN LA CONDICION DE CERCANIA
      ENTRE DOS ESTRELLAS
      IF((DIFX .LT. TOLX) .AND. (DIFY .LT. TOLY)) THEN

      INDICADOR1(IEST1)=1
      INDICADOR2(IEST2)=1

      WRITE(60+IJ+1,'(I7,2X,I7,2X,I7,1X,F8.3,2X,F8.3,
*                2X,F8.3,2X,F8.3,3X,F6.3,3X,F6.4)')
      ICONTADOR,
*                N1,N2,X2,Y2,X2C,Y2C,MAG2,DMAG2
      WRITE(40+IJ+1,'(I7,2X,I7,2X,I7,1X,F8.3,2X,F8.3,
*                2X,F8.3,2X,F8.3,3X,F6.3,3X,F6.4)')
      ICONTADOR,
*                N1,N1,X1,Y1,X2C,Y2C,MAG1,DMAG1

      IMATCH=IMATCH+1

      ELSE

      GO TO 300

      END IF

400      CONTINUE

      REWIND(UNIT=51)

      GO TO 100

200      CONTINUE

```

```

IF(IMATCH .EQ. 0) GO TO 5000
TOLX=TOLX+DELTATOLX
TOLY=TOLY+DELTATOLY
IF((TOLX .GT. MAXTOLX) .OR. (TOLY .GT. MAXTOLY)) THEN
    TOLX=MAXTOLX
    TOLY=MAXTOLY
    GO TO 5000
END IF

TOTMATCH=TOTMATCH+IMATCH
WRITE(6,'(''NUEVAS TOLX Y TOLY= '' ,F6.2,2X,F6.2)') TOLX,TOLY
WRITE(6,'(''TOTAL DE ESTRELLAS EN COINCIDENCIA= ''
*           ,1I6)') TOTMATCH
IMATCH=0
ICONTADOR=0
GO TO 50

5000    CONTINUE ! PUNTO DE FINALIZACION DEL APAREAMIENTO
        DE UN ARCHIVO

TOTMATCH=TOTMATCH+IMATCH
WRITE(6,'(''NUEVAS TOLX Y TOLY= '' ,F6.2,2X,F6.2)') TOLX,TOLY
WRITE(6,'(''TOTAL DE ESTRELLAS EN COINCIDENCIA= ''
*           ,1I6)') TOTMATCH

WRITE(41,'(''1111111'' ,//,
*           ''MAX TOLX= '' ,F6.2, '' MAX TOLY= '' ,F6.2)')
MAXTOLX,MAXTOLY
WRITE(60+IJ+1,'(''1111111'' ,//,
*           ''MAX TOLX= '' ,F6.2, '' MAX TOLY= '' ,F6.2)')
TOLX,TOLY
WRITE(40+IJ+1,'(''1111111'' ,//,
*           ''MAX TOLX= '' ,F6.2, '' MAX TOLY= '' ,F6.2)')
TOLX,TOLY
WRITE(60+IJ+1,'(''TOTAL DE ESTRELLAS EN
*           COINCIDENCIA='',1I6)') TOTMATCH
WRITE(40+IJ+1,'(''TOTAL DE ESTRELLAS EN
*           COINCIDENCIA='',1I6)') TOTMATCH

C
C
C
A CONTINUACION REINICIALIZAREMOS TODO PARA COMENZAR
CON EL APAREAMIENTO ENTRE EL PRIMER ARCHIVO Y UN
NUEVO ARCHIVO
DO I=1,20000
    INDICADOR1(I)=0 ! VARIABLE QUE INDICA SI UNA ESTRELLA
    YA SE
    INDICADOR2(I)=0 ! SE USO (=1) O NO SE HA USADO (=0)
END DO

TOLX=DELTATOLX
TOLY=DELTATOLY
ICONTADOR=0
IMATCH=0
TOTMATCH=0

5555    END DO

```

```

C          EL ANTERIOR 'END DO' CIERRA EL LOOP COMENZADO EN LA
C          INSTRUCCION 'DO' LOCALIZADA EN LA INSTRUCCION 5554
C
C          AHORA PROCEDEREMOS A ORDENAR LOS ARCHIVOS PARA LUEGO
C          JUNTAR TODAS LAS MAGNITUDES EN UN SOLO ARCHIVO
C          DO I=1, IFILES
C          REWIND(UNIT=I+40)
C          REWIND(UNIT=I+60)
C          OPEN(UNIT=70+I, FILE= TEMPP(I), STATUS='UNKNOWN')
C          OPEN(UNIT=80+I, FILE=TEMPPA(I), STATUS='UNKNOWN')
C          END DO
C-----
C          AHORA ORDENAMOS Y REESCRIBIMOS LOS RESULTADOS DEL APAREAMI
C-----
C          EN ESTA REGION ORDENAMOS LOS ARCHIVOS 'TEMP' Y LOS
C          ESCRIBIMOS YA EN FORMA ORDENADA A LOS ARCHIVOS
C          'TEMPP' CUANDO ILEER=40 Y IESCRIBIR=70
C          CUANDO ILEER=60 Y IESCRIBIR=80 ORDENAMOS LOS ARCHIVOS
C          'TEMPA' Y LOS ESCRIBIMOS A LOS ARCHIVOS 'TEMPPA'
C
C          ILEER=40
C          IESCRIBIR=70
8000      CONTINUE
C
C
C          DO I=2, IFILES
6100      READ(I+ILEER, '(I7,2X,I7,2X,I7,1X,F8.3,2X,F8.3,
*          2X,F8.3,2X,F8.3,3X,F6.3,3X,F6.4)')
*          N1,N2,N2A,
*          X,Y,XA,YA,MAG,DMAG
          IF(N1 .EQ. 1111111) GO TO 6000
          AN1=FLOAT(N1)
          AN2=FLOAT(N2)
          AN2A=FLOAT(N2A)
          SORTCELL(N2,1)=AN1
          SORTCELL(N2,2)=AN2
          SORTCELL(N2,3)=AN2A
          SORTCELL(N2,4)=X
          SORTCELL(N2,5)=Y
          SORTCELL(N2,6)=XA
          SORTCELL(N2,7)=YA
          SORTCELL(N2,8)=MAG
          SORTCELL(N2,9)=DMAG
          GO TO 6100
6000      CONTINUE
C
C          COMIENZA AHORA EL ORDENAMIENTO DEL ARCHIVO
C

```

C
C
C
C
C
C
C
C
C
C

AHORA SE ESCRIBE EL ARCHIVO YA ORDENADO

7000

```

CONTINUE
DO J=1,10000
  N1=INT(SORTCELL(J,1))
  N2=INT(SORTCELL(J,2))
  N2A=INT(SORTCELL(J,3))
  X=SORTCELL(J,4)
  Y=SORTCELL(J,5)
  XA=SORTCELL(J,6)
  YA=SORTCELL(J,7)
  MAG=SORTCELL(J,8)
  DMAG=SORTCELL(J,9)

```

```

IF(N1 .EQ. 0) GO TO 8500 ! NO ESCRIBAS NADA

```

```

WRITE(I+IESCRIBIR, '(I7,2X,I7,2X,I7,1X,F8.3,2X,F8.3,
* 2X,F8.3,2X,F8.3,3X,F6.3,3X,F6.4)')
* N1,N2,N2A, X,Y,XA,YA,MAG,DMAG

```

8500

```

CONTINUE
END DO

```

```

DO IJK=1,10000
  DO J=1,9
    SORTCELL(IJK,J)=0.0
  END DO
END DO

```

```

END DO

```

C

9000

```

IF((ILEER .EQ. 60) .AND. (IESCRIBIR .EQ. 80)) GO TO

```

```

DO I=1,10000
  DO J=1,9
    SORTCELL(I,J)=0.0
  END DO
END DO

```

```

ILEER=60
IESCRIBIR=80
GO TO 8000

```

C
C
C
C
9000
C

```

CONTINUE
-----

```

```

DO I=1,IFILES
  CLOSE(UNIT=I+10)

```

```

CLOSE(UNIT=I+40,STATUS='DELETE')
CLOSE(UNIT=I+60,STATUS='DELETE')
END DO

```

```

CLOSE(UNIT=30)
CLOSE(UNIT=51,STATUS='DELETE')

```

C
C
C
C
C
C
C

```

AHORA JUNTAREMOS TODOS LOS RESULTADOS EN UN SOLO
ARCHIVO 'NOREPEATS' QUE SERA EL QUE SE LE DE AL
PROGRAMA 'fotometria' EN EL CUAL SE CALCULAN LAS
MAGNITUDES REALES DE LOS OBJETOS.

```

```

DO I=1,IFILES
  REWIND(UNIT=I+70)
  REWIND(UNIT=I+80)
END DO

```

```

OPEN(UNIT=90,FILE='NOREPEATS',STATUS='UNKNOWN')

```

```

DO I=2,IFILES
  ICOL=3*(IORDEN(I)-1)+1
10100  READ(I+70,'(I7,2X,I7,2X,I7,1X,F8.3,2X,F8.3,
*      2X,F8.3,2X,F8.3,3X,F6.3,3X,F6.4)',
*      END=10000) N1,N2,
*      N2A,X,Y,XA,YA,MAG,DMAG
  IROW=N2
  MAGSFIN(IROW,ICOL)=FLOAT(N2)
  MAGSFIN(IROW,ICOL+1)=MAG
  MAGSFIN(IROW,ICOL+2)=DMAG

```

```

GO TO 10100
10000  CONTINUE
END DO

```

```

DO I=2,IFILES
  ICOL1=3*(IORDEN(I)-1)+1
10200  READ(I+80,'(I7,2X,I7,2X,I7,1X,F8.3,2X,F8.3,
*      2X,F8.3,2X,F8.3,3X,F6.3,3X,F6.4)',
*      END=10300) N1,N2,
*      N2A,X,Y,XA,YA,MAG,DMAG

```

```

IROW1=N2
MAGSFIN(IROW1,ICOL1)=FLOAT(N2A)
MAGSFIN(IROW1,ICOL1+1)=MAG
MAGSFIN(IROW1,ICOL1+2)=DMAG
GO TO 10200
10300  CONTINUE
END DO

```

C

C
C
C

```

AHORA ESCRIBIMOS EL ARCHIVO 'NOREPEATS'

```

C

```
DO I=1,50000
  IF((MAGSFIN(I,1) .EQ. 0.0) .AND.
*   (MAGSFIN(I,4) .EQ. 0.0) .AND.
*   (MAGSFIN(I,7) .EQ. 0.0) .AND.
*   (MAGSFIN(I,10) .EQ. 0.0) .AND.
*   (MAGSFIN(I,13) .EQ. 0.0)) GO TO 20000
  DO IK=1,IFILES
    N(IK)=INT(MAGSFIN(I,3*(IK-1)+1))
    BRILLO(IK)=MAGSFIN(I,3*(IK-1)+2)
    ERROR(IK)=MAGSFIN(I,3*(IK-1)+3)
  END DO

  WRITE(90,'(2(3X,I6),4(3X,F6.3))') (N(J),J=1,IFILES),
*   (BRILLO(K),ERROR(K),K=1,IFILES)

20000  CONTINUE

  END DO

  DO I=2,IFILES
    CLOSE(UNIT=I+70)
    CLOSE(UNIT=I+80)
  END DO

  CLOSE(UNIT=71,STATUS='DELETE')
  CLOSE(UNIT=81,STATUS='DELETE')
  CLOSE(UNIT=90)

  STOP
  END
```



```

C
C
C      LEYENDO DEL ARCHIVO DE DATOS
C
C      READ(14,'(1A1)') ADUM
C      READ(14,'(1A1)') ADUM
C      READ(14,'(1A1)') ADUM
C
500    I=1
      * READ(14,'(3X,3(1I5,2(2X,F6.3),5X))',END=1000)
      *      NU,UOBS(I),USTAN(I),
      *      NB,BOBS(I),BSTAN(I),NV,VOBS(I),VSTAN(I)
C
      I=I+1
      GO TO 500
1000  CONTINUE
      ITOTSTARS=I-1
C
C
C      CLOSE(UNIT=14)
C
C
C
C      RESOLVIENDO EL SISTEMA PARA U
C
C
C      LAS SECCIONES ENCERRADAS ENTRE SIGNOS DE SUMA ++++++
C      SON AQUELLAS EN DONDE SE DEFINEN LAS VARIABLES. EL
C      INICIO ESTA REPRESENTADO POR UNA SOLA LINEA DE SIGNOS
C      + Y EL FINAL POR DOS LINEAS DE SIGNOS +
C+++++
      DO I=1,ITOTSTARS
        MAGS(I,1)=1.0
        MAGS(I,2)=UOBS(I)
        MAGS(I,3)=UOBS(I)-VOBS(I)
        MAGS(I,4)=USTAN(I)
      END DO
C+++++
C+++++
      WRITE(6,'(''ORDEN DEL SISTEMA (#VARIABLES)= '' , $)')
      READ(5,'(I3)') ORDSIS
      NVAR=ORDSIS-1
C
      CALL LSQRS(MAGS,NVAR,MVAL,COEF)
C
      CALL EQUATION(COEF,VAR,ORDSIS)
      DO I=1,ORDSIS
        WRITE(6,'(''VARU('',1I1,'')= '' ,1F10.4)') I,VAR(I)
        WRITE(15,'(''VARU('',1I1,'')= '' ,1F10.4)') I,VAR(I)

```

```

      COEFS(1,I)=VAR(I)
    END DO

```

```

C
C
C
C
C

```

```

      RESOLVIENDO EL SISTEMA PARA B

```

```

C
C
C
C
C

```

```

      DO I=1,ITOTSTARS
        MAGS(I,2)=BOBS(I)
        MAGS(I,3)=BOBS(I)-VOBS(I)
        MAGS(I,4)=BSTAN(I)
      END DO

```

```

C
C

```

```

      CALL LSQRS(MAGS,NVAR,MVAL,COEF)

```

```

C
C

```

```

      CALL EQUATION(COEF,VAR,ORDSIS)
      DO I=1,ORDSIS
        WRITE(6, '( 'VARB('',1I1,'')= ',1F10.4)') I,VAR(I)
        WRITE(15, '( 'VARB('',1I1,'')= ',1F10.4)') I,VAR(I)

```

```

      COEFS(2,I)=VAR(I)
    END DO

```

```

C
C
C
C
C

```

```

      RESOLVIENDO EL SISTEMA PARA V

```

```

C
C
C
C
C

```

```

      DO I=1,ITOTSTARS
        MAGS(I,2)=VOBS(I)
        MAGS(I,4)=VSTAN(I)
      END DO

```

```

C
C

```

```

      CALL LSQRS(MAGS,NVAR,MVAL,COEF)

```

```

C
C

```

```

      CALL EQUATION(COEF,VAR,ORDSIS)
      DO I=1,ORDSIS
        WRITE(6, '( 'VARV('',1I1,'')= ',1F10.4)') I,VAR(I)
        WRITE(15, '( 'VARV('',1I1,'')= ',1F10.4)') I,VAR(I)

```

```

      COEFS(3,I)=VAR(I)
    END DO

```

```

C
C
C

```

```

      CLOSE(UNIT=15)

```

CALL CORRECTION(COEFS)

```

C      AHORA INSPECCIONAREMOS QUE TAN BIEN SE REPRODUCEN LAS
C      MAGNITUDES DE LAS ESTRELLAS ESTANDAR A PARTIR DE LAS
C      MAGNITUDES OBSERVADAS Y DE LOS COEFICIENTES DE
C      TRANSFORMACION. LOS RESULTADOS SE ALMACENAN EN EL
C      ARCHIVO 'MAGSTATS' Y DE HABER GRANDES DISCREPANCIAS,
C      SE PUEDEN ELIMINAR LAS ESTRELLAS QUE LAS CAUSEN.

      OPEN(UNIT=14,FILE=ARCHDAT,STATUS='UNKNOWN')
      OPEN(UNIT=18,FILE='MAGSTATS',STATUS='UNKNOWN')

      READ(14,'(1A1)') ADUM
      READ(14,'(1A1)') ADUM
      READ(14,'(1A1)') ADUM

      DO I=1,ITOTSTARS
      READ(14,'(3X,3(1I5,2(2X,F6.3),5X))')
      *          NU,UOBS1,USTAN1,
      *          NB,BOBS1,BSTAN1,NV,VOBS1,VSTAN1
      UCAL=COEFS(1,1)+COEFS(1,2)*UOBS1+COEFS(1,3)*(UOBS1-VOBS1)
      BCAL=COEFS(2,1)+COEFS(2,2)*BOBS1+COEFS(2,3)*(BOBS1-VOBS1)
      VCAL=COEFS(3,1)+COEFS(3,2)*VOBS1+COEFS(3,3)*(BOBS1-VOBS1)
      DIFU=UCAL-USTAN1
      DIFB=BCAL-BSTAN1
      DIFV=VCAL-VSTAN1
      WRITE(18,'(3X,3(1I5,4(2X,F6.3)),2X)') NU,UOBS1,USTAN1,UCAL,DIFU,
      *          NB,BOBS1,BSTAN1,BCAL,DIFB,
      *          NV,VOBS1,VSTAN1,VCAL,DIFV
      END DO

      CLOSE(UNIT=14)
      CLOSE(UNIT=18)

      STOP
      END
C
C*****
C      SUBROUTINE EQUATION(MATRIZ,VAR,ORDEN)
C
C      REAL MAT(100,100),VAR(101)
C      REAL MATRIZ(21,22)
C      INTEGER ORDSYS,ORDEN
C
C      ORDSYS=ORDEN
C
C      INICIALIZACION
C
C      DO J=1,ORDSYS
C      VAR(J)=0.0
C      END DO
C      VAR(ORDSYS+1)=-1.0
C      DO I=1,ORDSYS
C      DO J=1,ORDSYS+1
C      MAT(I,J)=MATRIZ(I,J)

```

```

END DO
END DO

```

```

C
C

```

```

LLAMANDO A LA SUBROUTINA DE TRIANGULACION
CALL TRIANGULO(MAT,VAR,ORDSYS)
CALL VERIFICACION(MATRIZ,VAR,ORDSYS)

```

```

C
C

```

```

RETURN
END

```

```

C*****
C
C

```

```

SUBROUTINE TRIANGULO(MAT,VAR,ORDEN)

```

```

C
C

```

```

ESTA SUBROUTINA TRIANGULA UNA MATRIZ DE TAMAÑO
ORDEN X ORDEN+1

```

```

C
C

```

```

INTEGER ORDEN
REAL MAT(100,100),VAR(101),DUMAT(101)

```

```

C

```

```

SUMA=0.0
K=0
DO I=1,101
  DUMAT(I)=0.0
END DO

```

```

C

```

```

DO J=1,ORDEN+1
  DO I=1,ORDEN-J

```

```

C
C

```

```

    ESCRIBIENDO LAS MATRICES

```

```

    WRITE(6, '(/)')
    DO IK=1,ORDEN
      WRITE(6, '(100(3X,F7.2))')
      * (MAT(IK,JK),JK=1,ORDEN+1)
    END DO

```

```

C

```

```

    IF(MAT(I,J) .EQ. 0.0) GO TO 300
    K=I+1
    IF(MAT(K,J) .EQ. 0.0) THEN
      DO JI=1,ORDEN+1
        DUMAT(JI)=MAT(K,JI)
        MAT(K,JI)=MAT(K-1,JI)
        MAT(K-1,JI)=DUMAT(JI)
      END DO
      GO TO 300
    END IF
    F=MAT(I,J)/MAT(K,J)
    DO L=1,ORDEN+1

```



```

C      REAL MAT(21,22),VAR(101)
C      IND=0
C      SUMA=0.0
C      DO I=1,ORDSYS
C      DO J=1,ORDSYS
C      SUMA=SUMA+MAT(I,J)*VAR(J)
C      END DO
C      SUMA=SUMA-MAT(I,ORDSYS+1)
C      IF(SUMA .GT. 1E-06) THEN
C      IND=1
C      WRITE(6,('( ' DISCREPANCIA= ',1E10.2,
*      ' ' RENGLON= ',1I3,)' )-SUMA,I
C      END IF
C      SUMA=0.0
C      END DO
C      IF(IND .EQ. 0) THEN
C      WRITE(6,'(//, 'DISCREPACIAS MENORES QUE 1E-06',//)')
C      END IF
C      RETURN
C      END
C
C*****
C
C      SUBROUTINE CORRECTION(COEFS)
C
C      ESTA SUBROUTINA TOMA LOS VALORES DE LOS COEFICIENTES
C      QUE SE OBTUVIERON DEL AJUSTE DE MINIMOS CUADRADOS Y
C      LOS APLICA A TODOS LOS DATOS PARA CALCULAR LAS
C      MAGNITUDES CORREGIDAS PARA TODAS LAS ESTRELLAS.
C
C      REAL COEFS(20,20)
C      CHARACTER*15 ARCHDEF
C      REAL MAG1,MAG2,MAG3,MAG1C,MAG2C,MAG3C
C
C      OPEN(UNIT=18,FILE='NOREPEATS',STATUS='UNKNOWN')
C      WRITE(6,('( ' ARCHIVO DEFINITIVO MAG= ', $)')
C      READ(5, '(1A15)') ARCHDEF
C      OPEN(UNIT=19,FILE=ARCHDEF,STATUS='UNKNOWN')
3000  READ(18, '(3(3X,I6),6(3X,F6.3))', END=5000) NID1,NID2,NID3,
*      MAG1,ERR1,MAG2,ERR2,MAG3,ERR
*      IF((NID1 .EQ. 0) .AND. (NID2 .EQ. 0) .AND.
*      (NID3 .EQ. 0) .AND.
*      (MAG1 .EQ. 0) .AND. (MAG2 .EQ. 0) .AND.
*      (MAG3 .EQ. 0) .AND.
*      (ERR1 .EQ. 0) .AND. (ERR2 .EQ. 0) .AND.
*      (ERR3 .EQ. 0)) THEN
C
C      GO TO 4000

```

```

ELSEIF(MAG1 .EQ. 0.0) THEN
MAG1C=0.0
ERR1C=0.0
MAG2C=COEFS(2,1)+COEFS(2,2)*MAG2+COEFS(2,3)*(MAG2-MAG3)
MAG3C=COEFS(3,1)+COEFS(3,2)*MAG3+COEFS(3,3)*(MAG2-MAG3)
ERR2C=ERR2
ERR3C=ERR3
ELSEIF(MAG2 .EQ. 0.0) THEN
MAG2C=0.0
ERR2C=0.0
MAG3C=COEFS(3,1)+COEFS(3,2)*MAG3+COEFS(3,3)*(MAG2-MAG3)
MAG1C=COEFS(1,1)+COEFS(1,2)*MAG1+COEFS(1,3)*(MAG1-MAG3)
ERR3C=ERR3
ERR1C=ERR1
ELSEIF(MAG3 .EQ. 0.0) THEN
MAG3C=0.0
ERR3C=0.0
MAG1C=COEFS(1,1)+COEFS(1,2)*MAG1+COEFS(1,3)*(MAG1-MAG3)
MAG2C=COEFS(2,1)+COEFS(2,2)*MAG2+COEFS(2,3)*(MAG2-MAG3)
ERR1C=ERR1
ERR2C=ERR2
ELSE
MAG1C=COEFS(1,1)+COEFS(1,2)*MAG1+COEFS(1,3)*(MAG1-MAG3)
MAG2C=COEFS(2,1)+COEFS(2,2)*MAG2+COEFS(2,3)*(MAG2-MAG3)
MAG3C=COEFS(3,1)+COEFS(3,2)*MAG3+COEFS(3,3)*(MAG2-MAG3)
ERR1C=ERR1
ERR2C=ERR2
ERR3C=ERR3

C      CALCULANDO COLORES
C
IF(ERR1C .EQ. 0) THEN
      COL1=100.0
ELSEIF(ERR2C .EQ. 0) THEN
      COL1=100.0
ELSE
      COL1=MAGC1-MAGC2
END IF

IF(ERR2C .EQ. 0) THEN
      COL2=100.0
ELSEIF(ERR3C .EQ. 0) THEN
      COL2=100.0
ELSE
      COL2=MAGC2-MAGC3
END IF

WRITE(19, '(3(3X,I6),8(3X,F6.3))') NID1,NID2,NID3,
*      MAG1C,ERR1C,MAG2C,ERR2C,MAG3C,ERR3C,
*      COL1,COL2

4000  END IF
      CONTINUE

5000  GO TO 3000
      CONTINUE
      CLOSE(UNIT=19)
      CLOSE(UNIT=18)

```

RETURN
END

SUBROUTINE LSQRS(VAR,NVAR,MVAL,COEF)

ESTA SUBROUTINA CALCULA LOS COEFICIENTES DEL SISTEMAS DE ECUACIONES QUE HABRA QUE RESOLVERSE PARA OBTENER UNA SOLUCION DE MINIMOS CUADRADOS.

LOS VALORES DE LAS DIFERENTES VARIABLES OBSERVADAS SE ALMACENAN EN EL ARREGLO 'VAR'.

NVAR=ES EL NUMERO DE COLUMNAS QUE TIENE EL ARREGLO 'VAR' O SEA EL NUMERO DE VARIABLES QUE ESTAMOS CONSIDERANDO
MVAL=ES EL NUMERO DE VALORES OBSERVADOS QUE PUEDE TOMAR CADA VARIABLE.

COEF=ES EL ARREGLO EN DONDE SE ACUMULAN LOS VALORES DE LOS COEFICIENTES DEL SISTEMA DE ECUACIONES QUE SE RESOLVERA.

SUPONEMOS UNA ECUACION DEL TIPO SIGUIENTE:

$$a(0)*v(0,i)+a(1)*v(1,i)+\dots+a(n)*v(n,i)=A(i)$$

EN DONDE $v(0,i)=1$ SIEMPRE Y

EN DONDE $v(n+1,i)=A(i)$ SIEMPRE

NOTESE QUE SE ESTAN INCLUYENDO EN EL ARREGLO COMO VARIABLES EL COEFICIENTE DEL TERMINO INDEPENDIENTE QUE SIEMPRE SERA

IGUAL A UNO (1) Y EL VALOR DEL TERMINO CONSTANTE DEL LADO DERECHO DE LA ECUACION.

ESTRICTAMENTE ESTOS DOS TERMINOS NO TIENEN EL MISMO CARACTER QUE LAS OTRAS VARIABLES.

VAR(MVAL,NVAR+1) SERA LA DIMENSION DE ESTE ARREGLO

REAL VAR(MVAL,NVAR+1)
REAL VAR(10000,21)
REAL COEF(NVAR+1,NVAR+2)
REAL COEF(21,22)

MVAL=100 ! número de estrellas estándar

INICIALIZANDO EL ARREGLO COEF

DO I=1,NVAR+1
DO J=1,NVAR+2

PROGRAMA DEPURACION

(Obtiene la línea fiduciaria y limpia el diagrama color-magnitud "crudo")

```

c
c Este programa lee datos de la fotometría de una población
c estelar dividiendola en intervalos de magnitud.
c
      real magmin,magmax
      character*15 filename
      real magsteps
      real mag,mag1c,mag2c,mag3c
      integer magcol (200,200),imaxrow(200),posx(200),totrow

c Inicializando
c
c
      magmin=0.0
      magmax=0.0
      colormin=0.0
      colormax=0.0
      binwmag=0.0
      binwcol=0.0
      filename=''
      magsteps=0.0
      colsteps=0.0
      nmagsteps=0
      ncolsteps=0.0
      deltamag=0.0
      deltacol=0.0
      mag=0.0
      col=0.0
      do i=1,200
      do j=1,200
      magcol(i,i)=0.0
      end do
      end do
      xcol1=0.0
      xcol2=0.0
      icol=0
      ymag1=0.0
      ymag2=0.0
      icol=0
      jmag=0
      irow=0
      imax=0
      totrow=0
      ifid=1
      iota=0
      ikapa=0

c
c Se piden los valores de los parámetros, se abren las unidades
c necesarias,etc.
c

```

```

c
      write(6,100)
100  format(' give magmin,magmax,colormin,colormax=', $)
      read(5,*) magmin,magmax,colormin,colormax
      write(6,200)
200  format(' give binwidth in mag & colour=', $)
      read(5,*) binwmag,binwcol
      write(6,300)
300  format('data file=', $)
      read(5,400) filename
400  format(1a15)
      open(unit=8, file=filename,status='unknow')
      open(unit=40,file='fiducial',status='unknown')
c
c El programa comienza a calcular...
c
      CALL ZERODIVISOR(binwmag,1)
      magsteps=abs(magmax-magmin)/binwmag

      CALL ZERODIVISOR(binwcol,2)
      colsteps= abs(colormax-colormin)/binwcol

      nmagsteps=nint(magsteps)
      ncolsteps=nint(colsteps)

      CALL ZERODIVISOR(nmagsteps,3)
      deltamag=abs(magmax-magmin)/nmagsteps

      CALL ZERODIVISOR(ncolsteps,4)
      deltacol=abs(colormax-colormin)/ncolsteps
305  read(8,'(3(3X,I6),6(3X,F6.3))',end=405) NID1,NID2,NID3,
      * MAG1C,ERR1C,MAG2C,ERR2C,MAG3C,ERR3C
      col=mag2c-mag3c
      mag=mag3c
c
c Comienza la división por intervalos
c
c Se rastrea todo el rango de color (dirección horizontal)
c
c
      do i=1,ncolsteps
      xcol1=colormin+(i-1)*deltacol
      xcol2=xcol1+deltacol
      if((col .ge. xcol1) .and. (col .lt. xcol2)) then
      icol=i
      go to 105
      end if
      end do
105  continue
c
c Se rastrea ahora todo el rango de magnitudes (dirección

```

```

c vertical)
c
      do j=1,nmagsteps
      ymag1=magmin+(j-1)*deltamag
      ymag2=ymag1+deltamag
      if((mag .ge. ymax1) .and. (mag .lt. ymag2)) then
      jmag=j
      go to 205
      end if
      end do
205  continue
c
c -----Se incrementa ahora el número de estrellas en-----
c el intervalo correspondientes correspondientes al
c color i y la magnitud j.
c
      magcol(icol,jmag)=magcol(icol,jmag)+1
c
      if(magcol(icol,jmag) .gt. imax) imax=magcol(icol,jmag)
c
c
      go to 305
405  continue
c
c Se escriben los datos para graficación
c
      irow=1
c
      open(unit=9, file='cortes',status='unknown')
      do j=1,nmagsteps
      mag=magmin+(j-1)*deltamag+0.5*deltamag
      do i=1,ncolsteps
      col=colormin+(i-1)*deltacol+0.5*deltacol
      write(9,600) irow,mag,col,magcol(i,j)
600  format (10x,i7,3x,f7.2,3x,f7.2,3x,i5)
      irow=irow+1 ! increasing by one the row number
      end do
      write(9,'(10x,i7,7x,''0.0'',7x,''0.0'',7x,''0'')') irow
      irow=irow+1
      write(9,'(10x,i7,7x,''0.0'',7x,''0.0'',7x,''0'')') irow
      irow=irow+1
      end do
c
c Se encuentra ahora el máximo en cada intervalo de magnitud
C   y se escribe dentro del arreglo magcol.
c
c       Se preguntan ahora los valores de la pendiente
c       y la ordenada al origen de la línea divisoria
c       entre la GB y la HB y también se pide la máxima
c       extensión débil de la HB
c
      write(6,'(''Pendiente y ordenada al origen'',
*         '' de la línea divisoria= '',$)')
      read(5,*) pendiente,ororigen
      write(6,'(''Máxima extensión débil de HB= '',$)')

```

```

        read(5,*) hbmaxdeb
c
c
5005    do j=1,nmagsteps
        imaxrow(j)=0
        posx(j)=0
        end do
c
c Se pone una línea que divide al diagrama HR
c para obtener dos líneas fiduciarias separadas.
c
        do j=1,nmagsteps
        mag=magmin+(j-1)*deltamag
        do i=1,ncolsteps
        col=colormin+(i-1)*deltacol
        CALL ZERODIVISOR(pendiente,5)
        colimit=(ororigen-mag)/(-pendiente)
c
c Lo siguiente es para el lado izquierdo (HB)
c
        if(ifid .eq. 1) then
        if((mag .lt. hbmaxdeb) .and. (col .lt. colimit)) then
        if(magcol(i,j) .gt. imaxrow(j)) then
            imaxrow(j)=magcol(i,j)
            posx(j)=i
        end if
        elseif(mag .ge. hbmaxdeb) then
        if(magcol(i,j) .gt. imaxrow(j)) then
            imaxrow(j)=magcol(i,j)
            posx(j)=i
        end if
        end if
        end if
c
c Lo siguiente es para el lado derecho (MS+GB)
c
        if(ifid .eq. 2) then
        if((mag .lt. hbmaxdeb) .and. (col .ge. colimit)) then
        if(magcol(i,j) .gt. imaxrow(j)) then
            imaxrow(j)=magcol(i,j)
            posx(j)=i
        end if
        elseif(mag .ge. hbmaxdeb) then
        if(magcol(i,j) .gt. imaxrow(j)) then
            imaxrow(j)=magcol(i,j)
            posx(j)=i
        end if
        end if
        end do
        end do
c

```

```

c
c      write(9,'(//)')
c      write(9,'(5x,'' mag'', '' col'', '' numax'',/)'')
c
c      El siguiente do loop genera la magnitud, color y máximo
c      número de estrellas detectadas en cada intervalo
c
c      do j=1,nmagsteps
c      mag=magmin+(j-1)*deltamag+0.5*deltamag
c      col=colormin+((posx(j))-1)*deltacol+0.5*deltacol
c
c      if(magcol(posx(j),j) .ne. 0) then
c      write(9,'(5x,2f9.2,i9)') mag,col,magcol(posx(j),j)
c
c      if(ifid .eq. 2) then
c      write(40,'(5x,2f9.2,i9)') mag,col,magcol(posx(j),j)
c      end if
c
c      if(ifid .eq. 1) iota=iota+1
c      if(ifid .eq. 2) ikapa=ikapa+1
c      end if
c      end do
c
c      if(ifid .eq. 1) then
c      ifid=2
c      go to 5005
c      end if
c
c      totrow=irow-1 ! # de cortes en el archivo de
c      * la unidad 9
c
c      close(unit=9)
c
c+++++
c      Se llama a la subrutina discrimination
c
c      call discrimination(posx,nmagsteps,ncolsteps,
c      *                      colormin,deltacol,buenancho)
c+++++
c
c      Se llama a la subrutina lf
c
c      call lf(nmagsteps,ncolsteps,magmin,deltamag,totrow,iota,ikapa)
c+++++
c
c      Se produce un archivo de instrucciones en supermongo
c      para cada corte
c
c      open(unit=10,file='cortes'//filename,status='unknown')

```



```

C
C lee 5 líneas
C
      do i=1,5
      read(9,'(1a1)') idchar
      end do

      do j=1,iota
      read(9,'(1a1)') idchar
      end do

C
C lee otra 5 líneas
C
      do i=1,5
      read(9,'(1a1)') idchar
      end do
      do j=1,ikapa
      read(9,'(1a1)') idchar
      end do

C
C Se escriben los resultados de la función de luminosidad al
C final del archivo en la unidad 9
C
      write(9,'(//)')
      write(9,'(3x,''down to mag ''',3x,''number=n''',3x,
*       ''log(n) ''',5x,'' sum(n) ''',3x,''log10(sum)''',//)')
C
      do j=1,nmagsteps
      acumulado=acumulado+cantidad(j)
      if(acumulado .gt. 0.0) then
      alogacumu=alog10(acumulado)
      else
      alogcumu=0.0
      end if

C
      mag=magmin+(j-1)*deltamag+0.5*deltamag
C
      if(cantidad(j) .le. 0.0) then
      alogcantidad(j)=0.0
      else
      alogcantidad(j)=alog10(cantidad(j))
      end if

      write(9,'(3x,f6.2,3x,3x,f9.1,3x,f8.4,3x,f11.1,6x,f8.4)')
*      mag,cantidad(j),alogcantidad(j),acumulado,alogacumu
      end do

C
C
      close(unit=9)
      return
      end

C
C*****
C
C SUBROUTINE ZERODIVISOR(VAR,INDICE)
C

```

```

C      Esta subrutina impide que se divida entre zero
C      y avisa en donde ocurre esto
C
C      if(var .eq. 0.0) then
C      var=1e-06
C      write(6, '(Zero divisor at point= ',1I4)') indice
C      end if
C
C      return
C      end

C*****
C
C      subroutine grafdepurada (FILENAME,DELTAMAG,BUENANCHO,
C      *                          HBMXDEB)
C
C      Esta subrutina ve si los resultados cumplen las
C      condiciones de permanencia impuestas y escribe
C      los resultados cumplen las condiciones de permanencia
C      impuestas y escribe los datos que si cumplen a un
C      archivo de terminación 'bis'
C
C      character*15 FILENAME
C      REAL MAGC,MAG1C,MAG2C,MAG3C,MAG,MAGREF
C
C      dif=0.0
C      difmin=0.0
C      magref=0.0
C
C      open(unit=20,FILE=FILENAME,status='UNKNOWN')
C      open(unit=30,FILE='fiducial',status='UNKNOWN')
C      open(unit=40,FILE=FILENAME//'bis',status='UNKNOWN')
C
C      Leemos las magnitudes y los colores del archivo original
C
C      500 * read(20,'(3(3X,I6),6(3X,F6.3))',end=1000) NID1,NID2,NID3,
C      *      MAG1C,ERR1C,MAG2C,ERR2C,MAG3C,ERR3C
C      col=mag2c-mag3c
C      mag=mag3c
C
C      Si las estrellas estan por arriba de la máxima
C      extensión débil de la HB se escriben tal cual
C      estan
C
C      if(MAG .le. HBMXDEB) then
C      * write(40,'(3(3X,I6),6(3X,F6.3))') NID1,NID2,NID3,
C      *      MAG1C,ERR1C,MAG2C,ERR2C,MAG3C,ERR3C
C
C      go to 500
C      end if
C
C      Ahora veremos si estas magnitudes y

```

```

C      colores caen dentro de las restricciones
100    read (30, '(5x, 2f9.2, i9)', END=200) MAGC, COLC, NUM
      DIF=ABS(MAG-MAGC)
      if(DIF .le. DIFMIN) then
          DIFMIN=DIF
          MAGREF=MAGC
          COLREF=COLC
      end if
      go to 100
200    rewind(unit=30)

C      Si se cumplen las restricciones los datos
C      se escriben al archivo ' bis'
C
      if ((COL .gt. COLREF-BUENANCHO) .and.
*      (COL .le. COLREF+BUENANCHO)) then
*      write(40, '(3(3X, I6), 6(3X, F6.3))') NID1, NID2, NID3,
*      MAG1C, ERR1C, MAG2C, ERR2C, MAG3C, ERR3C

      end if

      go to 500

1000   continue

      close(unit=20)
      close(unit=30)
      close(unit=40)

      return
      end

```

Bibliografía

- [1] AARONSON, M., MOULD, J., HUCHRA, J., SULLIVAN, W. T., SCHOMMER, R. A., & BOTHUM, G. D. 1980. *ApJ*, **239**, 12.
- [2] ALCAINO, G. 1977. *PASP*, **89**, 491.
- [3] ARGOTE, C. M. 1997. Tesis Profesional *Efectos de Microlentes Gravitacionales en Cuasares*. Facultad de Ciencias. UNAM. México.
- [4] ARMANDROFF, T. E., & ZINN, R. 1992. Integrated-light spectroscopy of globular clusters at the infrared Ca II lines. *AJ*, **96**, 92.
- [5] AURIERE, M., & CORDONI, J. P. 1981. The color magnitude diagram for stars in the central part of the globular cluster M15. *A & A*, **100**, 304.
- [6] AURIERE, M., ORTOLANI, J., & LOUZERAL, C. 1990. *Nature*, **344**, 638.
- [7] BARNES, J. 1993. A Beginner's Guide to Using IRAF. [draft] (*pub/beguide.ps.Z*).
- [8] BATTISTINI, P., BREGOLI, G., FUSI PECCI, F., LOLLI, M., & BINGHAM, E. A. E. 1985. The blue horizontal branch of the Globular Cluster M15: photographic photometry with the GALAXY machine. *A & A*, **61**, 487.
- [9] BERGBUSCH, P. A., & VANDENBERG, D. A. 1991. Oxygen-enhanced models for globular cluster stars. II. Isochrones and luminosity functions. *ApJS*, **81**, 163.
- [10] BINGHAM, E., CACCIARI, C., DICKENS, R. J., & FUSI PECCI, F., 1984. Photographic Photometry of RR Lyrae variables in the Globular Cluster M15. *MNRAS*, **209**, 765.
- [11] BLAUUM, A., & SCHMIDT, M. 1965. Galactic Structure. *University of Chicago Press*.
- [12] BOHM-VITENSE, E. 1989. Introduction to the stellar astrophysics. *Cambridge University, N.Y.*, EU.

- [13] BOK, B. J. 1937. The Distribution of the Stars in Space. *Chicago University, Press.*
- [14] BOND, H. E. 1980. *ApJS*, 44, 517.
- [15] BOYLE, W. S., & SMITH G. E. 1970. *The Bell System Technical Journal*, 49, 587.
- [16] BRODIE, J. P., & HANES, D. A. 1986. Metallicity determinations for globular clusters through spectro photometry of their integrated light. *ApJ*, 300, 258.
- [17] BROWN, A. 1951. Color-Magnitud Diagrams for seven Globular Clusters. *AJ*, 60, 317.
- [18] BROWN, A. 1951. The Color-Magnitud array for Stars in the Globular Cluster M15. *ApJ*, 113, 317.
- [19] BUONANNO, R., COLUZZI, R., CORSI, C. E., DE BIASE, G. R., & FERRARO, I. 1979. *Mem. Soc. Astr. Italy*, 50, 451.
- [20] BUONANNO, R., CORSI, C. E., & FUSI PECCI, F. 1981. *MNRAS*, 196, 435.
- [21] BUONANNO, R., BUSCEMA, G., CORSI, C. E., IANNICOLA, G., & FUSI PECCI, F. 1983. Positions and Magnitudes and Colors for Stars in the Globular Cluster M15. *A & AS*, 51, 83.
- [22] BUONANNO, R., CORSI, C. E., & FUSI PECCI, F. 1985. The Giant Asimptotic and Horizontal Branches of Globular Clusters. *A & A*, 145, 97.
- [23] CARNEY, B. W. 1980. *ApJS*, 42, 481.
- [24] CERVANTES, F. 1999. Tesis Profesional *Estudio del Cúmulo Abierto NGC 2264 y de las Variables δ Scuti W2 y W20 Asociadas*. Facultad de Ciencias. UNAM. México.
- [25] CHRISTY, R. V. 1966. *ApJ*, 144, 108.
- [26] CIARDULLO, R. B., & DEMARQUE, P. 1977. *Trans. Yale Univ. Obs.*, 33, 1.
- [27] CRAINE, E.R., TUCKER R. A., & BARNES J. 1999. CCD Precision Photometry Workshop. *ASPCS*, 189, 56.
- [28] CRUZ, P. F. Tesis Doctoral 1999. *El Efecto de los Choques Gravitacionales en el Sistema de Cúmulos Globulares Galacticos*. IA-UNAM. México.
- [29] DA COSTA, G. S., & ARMANDROFF, T. E. 1990. *AJ*, 100, 162.

- [30] DAVIS, L. 1987. Specification for the Aperture Photometry Package (internal NOAO publication).
ftp:raf.noao.edu.irafocspec.ps.Z.
- [31] DAVIS, L. 1989. Photometry Package. (*iraf/docs/apspec.ps.Z*).
- [32] DAVIS, L. 1994. A Reference Guide to the IRAF / DAOPHOT Package. (*iraf/docs/daorefman.ps.Z*).
- [33] DEMARQUE, P. & MCCLURE, R. D. 1977. in evolution of Galaxies and Stellar Populations ed B. M. Tinsley and R. B. Larson, Yale University Observatory, pag. 199.
- [34] DE VAUCOULEURS, G., PETERS, W. L., BOTTINELLI, L., GOUGENHEIM, L., & PATUREL, G. 1981. *ApJ*, **248**, 408.
- [35] DORMAN, B., LEE, W., & VANDENBERG, D. A. 1991. Application of Oxygen-enhanced evolutionary sequences to the horizontal branch of M15. *ApJ*, **366**, 115.
- [36] DURRELL, P. R., & HARRIS, W. E. 1993. A color-magnitude study of the globular cluster M15. *AJ*, **105**, 1420.
- [37] FAHLMAN, G. C., RICHTER, H. B., & VANDEN BERG, D. A., 1985. Deep CCD Photometry in Globular Clusters II M15. *ApJS*, **58**, 225.
- [38] GARCÍA, C. A. 1997. Tesis Profesional. Estimación de la velocidad de escape local y masa de la Galaxia. Facultad de Ciencias, UNAM, México.
- [39] GARCÍA, S. R. 1999. Tesis Profesional *Estudio de las Variables de Corto Periodo H501 y H906 a través de la fotometría wby- β al cúmulo abierto Alfa Per*. Facultad de Ciencias. UNAM. México.
- [40] GEISER, D., MINNITI, D., & CLARIA, J. 1992. Washington photometry of globular cluster giants the most metal-poor cluster. *AJ*, **104**, 627.
- [41] GOLAY, M. 1974. Introduction to Astronomical Photometry. D. Reidel Publishing, Dordrecht-Holland.
- [42] GOOSSENS, M., MITTELBACH, F. & SAMARIN A. 1994. The \LaTeX Companion Addison-Wesley.
- [43] HAMILTON, W. C. 1964. Statistics in Physical Science. *The Ronald Press Company*, N.Y., EU.
- [44] HARRIS, W. E. 1976. *AJ*, **81**, 1095.
- [45] HARRIS, W., & RACINE, R. 1979. *ARAA*, **17**, 241.

- [46] HENDEN, A. A. 1982. *Astronomical Photometry*. *Ronal H. Kaitchuck, Van Nustrand Reihhold Company.*, N.Y., EU.
- [47] HOWELL, S. B. 1991. *Astronomical CCD Observing and Reduction Techniques*. *ASP. Conf. Series*, 23, 105.
- [48] IBEN, I. JR., & ROOD, R. T. 1970. *ApJ*, 159, 605.
- [49] ILLINGWORTH, G. 1976. *ApJ*, 204, 73.
- [50] ILLINGWORTH, G., & ILLINGWORTH, W. 1976. *ApJS*, 30, 227.
- [51] JANES, K. A., & HEASLEY, J. N. 1993. *PASP*, 105, 527.
- [52] JOHNSON, H. L., & SCHWARZCHILD, M. 1951. On the Color-Magnitude Diagram for M15. *ApJ*, 113, 630.
- [53] JOHNSON, H. L., & MORGAN, W. W. 1953. *ApJ*, 117, 313.
- [54] KAPLAN, S. A. 1982. *The Physics of Stars*. *John Wiley & Sons.*, N.Y., EU.
- [55] KARTTUNEN, H. 1996. *Fundamental Astronomy*. Tercera ed. *Springer-Verlag*, Berlin.
- [56] KING, I. R. 1966. *AJ*, 71, 64.
- [57] KING, I. R., HEDEMANN, E., HODGE, S. M., & WHITE, R. E. 1968. *AJ*, 73, 456.
- [58] KING, I. R. 1971. *PASP*, 83, 199.
- [59] KITCHIN, C. R. 1998. *Astrophysical Techniques* Tercera ed. *Institute of Physics Publishing Bristol and Philadelphia*.
- [60] KJELDSSEN, H. & FRANSEN, S. 1992. *PASP*, 104, 413.
- [61] KRISTIAN, J., & BLOUKE, M. 1982. *Scientific American*, 247, No. 4, 66.
- [62] LAIRD, B., CARNEY, B. W., & LATHAN, D. W. 1988. *AJ*, 95, 1943.
- [63] LAMPORT, L. 1994. *TEXA Document Preparation System*. User's Guide & Reference Manual, Segunda Edición, Addison-Wesley.
- [64] LEE, W., DEMARQUE, P., & ZINN, R. 1990. The horizontal branch stars in globular clusters I. The period shift effect, the luminosity of the horizontal branch and the age-metallicity relation. *ApJ*, 350, 155.
- [65] LÉNA P., LEBRUM, F. MIGNARD, F. 1998. *Observational Astrophysics*. *Springer*, N.Y. EU.

- [66] LIPSCHUTZ, S., & POE, A. 1979. Teoría y problemas de PROGRAMACION CON FORTRAN. Mc GRAW-HILL, México.
- [67] LUGGER, P. M., COHN, H., GRINDALY, J. E., BAILYN, C. D., & HERTZ, P. 1987. CCD Photometry of Globular Cluster Core Structure NGC 6388, NGC 6624 and M15 one flat core and two cusps. *ApJS*, **320**, 482.
- [68] LUPTON, R. H., & GUNN, J. E. 1986. *AJ*, **91**, 317.
- [69] MADORE, B F. 1980. Globular Clusters. *Cambridge, Univ. Press.* Cambridge, Reino Unido.
- [70] MASSEY, P., & DAVIS, E. L. 1992. A Users's Guide to Stellar CCD Photometry with IRAF. (*iraf/docs/daophot2.ps.Z*).
- [71] MASSEY, P. 1992. A User's Guide to CCD Reductions with IRAF. (*iraf/docs/ccduser2.ps.Z*).
- [72] MCCLURE, R. C., ET AL. 1986. Mass Functions for Globular Cluster Main Sequence based on CCD Photometry and Stellar Models. *ApJ*, **307**, L49.
- [73] MENDOZA, S. 2001. Comunicación personal.
- [74] MENGEL, J. G., SWEIGART, A. V., DEMARQUE, P., & GROSS, P. 1979. *ApJS*, **40**, 733.
- [75] MIHALAS, D., & BINNEY, J. 1981. GALACTIC ASTRONOMY. Structure and Kinematics. *W. H. Freeman & Company*, Nueva York, EU.
- [76] NEWELL, B., & O'NEIL, E. J. 1978. The Surface-Brightness distribution of the Globular Cluster M15. *ApJS*, **37**, 27.
- [77] OORT, J. H. 1977. *ApJL*, **218**, L97.
- [78] PARESCE, F. ET AL. 1991. *Nature*, **352**, 297.
- [79] PARRAO, L. 1999. Comunicación personal.
- [80] PARRAO, L. 2000. Comunicación personal.
- [81] PEIMBERT, A. 1993. Tesis Profesional. Facultad de Ciencias. UNAM. México.
- [82] PENNY, A. J., & DICKENS, R. J. 1986. *MNRAS*, **220**, 845.
- [83] PETERSON, C. J., & KING, I. R. 1975. *AJ*, **80**, 427.
- [84] PHILLIPS, A. C. 1999. The Physics of Stars. Segunda ed. *John Wiley & Sons*, N.Y., EU.

- [85] PILACHOWSKI, C. A., SNEDEN, C., & WALLERSTEIN, G. 1983. *ApJS*, 52, 241.
- [86] PROFFITT, C. R., & VANDENBERG, D. A. 1991. Implications of Helium for globular clusters isochrones and luminosity functions. *ApJS*, 77, 473.
- [87] RATNATUNGA, K. U., & BAHCALL, J. N. 1985. Estimated number of field star toward galactic globular clusters and local group galaxies. *ApJS*, 59, 63.
- [88] ROMÁN, C. G. 1997. Tesis Profesional. La Función de luminosidad del Cúmulo Globular M92. Facultad de Ciencias, UNAM, México.
- [89] SAIO, H. 1977. *Ap. Space Sci.*, 50, 93.
- [90] SANDAGE, A. R., KATEM, B. & KRISTIAN, J. 1968. *ApJ*, 135, L129.
- [91] SANDAGE, A. R. 1969a. *ApJ*, 157, 515.
- [92] SANDAGE, A. 1970. Main-Sequence Photometry Color-Magnitude Diagrams and Ages for the Globular Clusters M3, M13, M15 and M92. *ApJ*, 162, 841.
- [93] SANDAGE, A., & TAMMANN, G. A. 1975a. *ApJ*, 196, 313.
- [94] SANDAGE, A., & TAMMANN, G. A. 1975b. *ApJ*, 197, 265.
- [95] SANDAGE, A., & TAMMANN, G. A. 1975b. *ApJ*, 210, 7.
- [96] SANDAGE, A., & KATEM, B. 1977. Faint Photometry in M15 the intrinsic width of the Main Sequence the Luminosity Function and the Density Gradient of faint field Stars. *ApJ*, 215, 62.
- [97] SANDAGE, A. R. 1981. *ApJ*, 248, 161.
- [98] SARAJEDINI, A. 1994. Technique for the simultaneous determination of globular cluster metallicity and reddening using (V, V - I) color-magnitude diagrams. *AJ*, 107, 618.
- [99] SCHULTZ, G. V., & WIEMER, W. 1975. Evaluation of Rv for "normal" lines of sight. *A & A*, 43, 133.
- [100] SCHWARZCHILD, M. 1958. Structure and evolution of the stars. *Princeton University*, N.J., EU.
- [101] SHAMES, P., & TODY, D., 1996. A Users's introduction to IRAF command language.
- [102] SHAPLEY, H., & SAWYER, H. B. 1927. *Harvard Obs. Bull.* No. 849.

- [103] SNEDEN, C., GEHRZ, R. D. HACKWELL, J. A., YORK, D. G. & SNOW, T. P. 1978. Extinction curve. *ApJ*, **223**, 168.
- [104] SNEDEN, C., KRAFT, R. P., PROSSER, C. F., & LANGER, G. E. 1991. Oxygen abundances in halo giants I. Giants in the very metal-poor globular clusters M92 and M15 and the metal-poor halo field. *AJ*, **102**, 2001.
- [105] STETSON, P. B. 1987. *PASP*, **99**, 191.
- [106] STETSON, P. B., & HARRIS, W. E. 1988. CCD photometry of the globular cluster M92. *AJ*, **96**, 909.
- [107] STETSON, P. B., DAVIS, L. E., & CRABTREE, D. B. 1989. CCDs in Astronomy. G. H. Jacoby, San Francisco. *PASP*, **289**.
- [108] STETSON, P. B. 1990. *PASP*, **102**, 932.
- [109] STETSON, P. B. 1992. User's Manual for DAOPHOT II.
- [110] STETSON, P. B., WORALL, D. M., BIEMESDERFER, C., & BARNES, J. 1992. Astronomical Data Analysis Software and Systems I, San Francisco. *PASP*, **297**.
- [111] STETSON, P. B. 1994. The Center of the Core-Cusp Globular Cluster M15: CHFHT and HST Observations, ALLFRAME Reductions. *PASP*, **106**, 250.
- [112] TODY, D. 1981. RICHFLD Photometry Program Users Guide *Tucson: Kitt Peak National Observatory*.
- [113] VANDENBERG, D. A. 1983. Star clusters and stellar evolution I. Improved synthetic color-magnitude diagrams for the oldest clusters. *ApJS*, **51**, 29.
- [114] VANDENBERG, D. A. & BELL, R. A. 1985. Theoretical isochrones for globular clusters with predicted BVRI and Stromgren photometry. *ApJS*, **58**, 561.
- [115] WALKER, A. R. 1984. *MNRAS*, **209**, 83.
- [116] WELLS, L. 1994. Photometry in IRAF. (Manual) (*iraf/docs/photom.ps.Z*).
- [117] WILDEY, R. L., BURBIDGE, E. M., SANDAGE, A. R., & BURBIDGE, G. R. 1962. *ApJ*, **135**, 94.
- [118] ZINN, R. J., & WEST, M. J. 1984. *ApJS*, **55**, 45.