DIVISION DE ESTUDIOS SUPERIORES

FACULTAD DE INGENIERIA

"REGIMEN TRANSITORIO EN EL SISTEMA DE DISTRIBUCION DE GAS DEL D.F.N.E."

TESIS QUE PARA
OBTENER EL GRADO
DE MAESTRO EN
INGENIERIA PETROLERA
PRESENTA

Ignacio Osorio de León

ABRIL DE 1976

Con profundo respeto y reconocimiento a los Sres. integrantes del H.Jurado:

Presidente	Dr.Fernando Samaniego Verduzco
Secretario	M.I. Antonio Acuña Rosado
Vocal	Dr. Gustavo Best Brown
1er.Suplente	M.I. Napoleón Solórzano Zenteno
2o. Suplente	Ing. Eduardo Barrueta Zenteno

Mi más sincero reconocimiento al Sr. Dr. Fernando Samaniego Verduzco por la gran ayuda que desinteresadamente me brindó durante la elaboración de este trabajo.

Deseo hacer patente mi agradecimiento a los Sres.:

Físico Matemático Angel Quintero Romo
M. en C. Francisco Sánchez Arredondo
M.I. Salvador Casas Lecona
Ing. Carlos Martínez Márquez
Ing. Sergio Sandoval Guerrero

por sus atinadas observaciones en el desarrollo del presente trabajo.

INDICE

R E S U M E N

En la red de gasoductos de distribución de gas natural del D.F.N.E. de Petróleos Mexicanos se tienen condiciones de flujo en régimen Transitorio, con lo cual se dificulta la operación diaria del sistema.

Con el fin de obtener las condiciones diarias de operación, asi como poder diseñar nuevas instalaciones como gasoductos y compresoras se desarrolló en el presente trabajo lo siguiente:

1.-Un procedimiento mediante el cual, a partir del régimen permanente, se representa el flujo de gas en régimen transitorio.

2.-Simulando nodos ficticios en diversas secciones del sistema, se puede obtener la variación de los volúmenes de gas almacenados con respecto al tiempo.

3.-Se presenta una solución simplificada utilizando el método variacional de Galerkin en términos de presiones y gastos.

I.- I N T R O D U C C I O N .

Un sistema de distribución de gas seco, es aquel que se utiliza para suministrar gas a consumidores a partir de una fuente de abastecimiento, que generalmente es una planta de absorción o adsorción. El sistema involucra, reguladores, medidores, estaciones de compresión, trampas de diablos, válvulas de seguridad etc.

Las variaciones en el consumo, hacen de este sistema un flujo de régimen transitorio, es decir, variable con respecto al tiempo. En un régimen de flujo permanente el gasto y presión en la entrada y salida de la tubería se mantienen constantes y esto no ocurre así en el régimen variable, ya que la presión y el gasto varían con el tiempo.

Como un resultado de la dependencia de presión y gasto en un punto determinado de la tubería a un tiempo, la descripción básica del flujo variable son "Ecuaciones Diferenciales Parciales no Lineales". Estas ecuaciones no pueden ser resueltas por métodos analíticos y es por eso que una diversidad de soluciones se han presentado desde la década de los sesenta.

En los sistemas de distribución de gas es con veniente conocer características transitorias de flujo, para la mínima y máxima demanda de gas, con el fin de lograr los siguientes objetivos:

a) Automatizar el sistema de distribución de gas, con respecto al paro y operación de compresoras acorde con la demanda de los consumidores.

b) Diseño del sistema de distribución y ubicación óptima de compresoras, en diferentes puntos del sistema.

El propósito de este trabajo es investigar el fenómeno físico del "Flujo de gas Transitorio" en tuberías y expresar de una manera útil las características de ese flujo para optimizar el diseño y el control de la operación de ductos.

II.- ESTABLECIMIENTO DE LAS ECUACIONES DE FLUJO EN REGIMEN VARIABLE

Las ecuaciones fundamentales usadas para describir el flujo transitorio dentro de una sección de tubería, son expresiones de la conservación de masa, cantidad de movimiento y energía asociadas con una ecuación de estado.

1.- CONSERVACION DE MASA

Esta ecuación se deduce aplicando un balance de materia a un elemento de volumen $\pi\ \Delta r^2\ \Delta x$ a través del cual está circulando el fluído. Se establece:

$$\left\{\begin{array}{l}\text{velocidad}\\ \text{de acumu-}\\ \text{lación de}\\ \text{materia}\end{array}\right\} = \left\{\begin{array}{l}\text{velocidad}\\ \text{de entra-}\\ \text{da de ma-}\\ \text{teria}\end{array}\right\} - \left\{\begin{array}{l}\text{velocidad}\\ \text{de salida}\\ \text{de mate--}\\ \text{ria}\end{array}\right\}$$

Si el volumen de control esta contenido en la tubería, la declaración anterior se reduce a

$$\frac{\partial \rho Vx}{\partial x} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \qquad \text{APENDICE A} \quad (1)$$

2.- CONSERVACION DE CANTIDAD DE MOVIMIENTO

El teorema de cantidad de movimiento declara:

que la fuerza neta actuando sobre el fluído dentro de un volumen de control, es igual al cambio en la cantidad de movimiento por tiempo dentro del volumen de control, más la suma de fuerzas actuando en el sistema.

Analíticamente se puede expresar como:

$$\left\{\begin{array}{l}\text{velocidad}\\ \text{de acumu-}\\ \text{lación de}\\ \text{cantidad}\\ \text{de movi--}\\ \text{miento}\end{array}\right\} = \left\{\begin{array}{l}\text{velocidad}\\ \text{de entra-}\\ \text{da de can}\\ \text{tidad de}\\ \text{movimien-}\\ \text{to}\end{array}\right\} - \left\{\begin{array}{l}\text{velocidad}\\ \text{de salida}\\ \text{de canti-}\\ \text{dad de mo}\\ \text{vimiento}\end{array}\right\} + \left\{\begin{array}{l}\text{suma de}\\ \text{las fuer-}\\ \text{zas que ac}\\ \text{tuan sobre}\\ \text{el sistema}\end{array}\right\}$$

$$g\rho \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial \rho Vx}{\partial t} + \frac{\partial \rho Vx^2}{\partial x} + \frac{f}{2D} \rho Vx^2 = 0 \qquad (2)$$

o bien APENDICE B

$$\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{A}\frac{\partial w}{\partial t} + \frac{gp}{V_s^2}\,\mathrm{sen}\,\alpha + \frac{fw^2V_s^2}{2\,DA^2p} = 0$$

3.- ECUACION DE ESTADO GASEOSO

Las ecuaciones (1) y (2) es un conjunto de dos ecuaciones con tres incógnitas dependientes P, ρ y V_x.

La ecuación de estado relaciona dos de las tres incógnitas anteriores

$$p = \frac{\rho\ Z\ R\ T}{M} \qquad (3)$$

4.- CONSERVACION DE ENERGIA

La ley de la conversión de energía declara que el cambio de energía dentro del volumen de control es igual al flujo de energía que entra menos el flujo de energía que sale. La ecuación asociada a la declaración de energía no será utilizada en el presente desarrollo, debido a que como una primera aproximación, la temperatura puede considerarse como constante.

A.- PROPIEDADES Y LIMITACIONES DE LAS ECUACIONES

Ciertas hipótesis fueron hechas a fin de escribir las ecuaciones en la forma mostrada. Específicamente se suponen las siguientes condiciones:

a) Flujo unidimensional
b) Diámetro de la tubería constante
c) Flujo monofásico
d) No hay cambios químicos dentro del gas
e) Flujo isotérmico

Las ecuaciones son escritas en términos de las variables independientes x y t, posición dentro de la tubería y tiempo respectivamente. Por consiguiente, las variables P, ρ y V_x son cantidades bidimensionales dependientes de x y t, lo que involucra ecuaciones diferenciales par-- ciales no lineales sin solución analítica.

B. SIMPLIFICACION DE LAS ECUACIONES FUNDAMENTALES.

1.- La elevación es una función conocida de x. Esto permite evaluar independientemente el factor $\frac{\partial h}{\partial x}$. En realidad, los perfiles de elevación de la tubería son conocidos con bastante exactitud a partir de estudios topográficos.

2.- La temperatura del gas es una función exclusivamente de x y es conocida. Esta suposición conduce a la eliminación de la ecuación de energía y su justificación se debe a los dos factores siguientes:

a) Los cambios de temperatura acompañados con los cambios de presión, son pequeños comparados con la temperatura del medio ambiente.

b) La variación de temperatura en el gas debido a las variaciones de temperatura en el medio ambiente, son depreciables dado el comportamiento dinámico del sistema

3.- El factor de supercompresibilidad es una función conocida de la presión y temperatura y algunas expresiones pueden ser usadas como subrutinas en programas de computación.

4.- El factor de fricción "f" es una función conocida de las propiedades físicas de la tubería y condiciones de flujo del gas, o bien puede ser determinado experimentalmente por ensaye y error.

Ahora considerando nuevamente las ecuaciones fundamentales y sustituyendo la ecuación (3) en la ecuación (2)

$$\frac{\partial \rho Vx}{\partial x} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \qquad (4)$$

$$g\rho \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{R}{M}\left[\rho Z \quad \frac{\partial T}{\partial x} + T \quad \frac{\partial \rho Z}{\partial x}\right] + \frac{\partial \rho V_x}{\partial t} +$$

$$+ \frac{\partial \rho V_x^2}{\partial x} + \frac{f \rho V^2 x}{2D} = 0 \qquad (5)$$

De acuerdo a las suposiciones anteriores el sistema se redujo a un sistema de dos ecuaciones con 2 incógnitas dependientes ρ y V_x.

C.- REQUERIMIENTOS PARA OBTENER SOLUCIONES A LAS ECUACIONES DE FLUJO

Las condiciones específicas que deben satisfacerse, a fin de obtener soluciones de las ecuaciones (4) y (5), son denominadas condiciones iniciales al principio de la tubería y condiciones de frontera al final de la tubería. La forma de las ecuaciones dicta que se deben conocer los valores de ρ y V_x a lo largo de la tubería a un cierto tiempo, por ejemplo $t = 0$, además de las condiciones de frontera necesarias.

III.- METODOS DE SOLUCION

1. INTEGRACION NUMERICA ([2])

Una alternativa efectiva, es aproximar las ecuaciones por medio de diferencias finitas e integrar numéricamente para obtener soluciones. Las condiciones de frontera se tratarán en principio y después se derivarán las -- ecuaciones aplicando las diferencias finitas.

A. APLICACION DE CONDICIONES DE FRONTERA.

La computación es simplificada cuando ambas condiciones de frontera son especificadas en el final de la tubería. Esta forma de especificar las condiciones de frontera es usada exclusivamente cuando se llevan a cabo integraciones numéricas de las ecuaciones de flujo.

Por otra parte si una variación en ρ y V_x ocurriera en la entrada de la tubería, podría progresar en la salida con una cierta velocidad, la cual se desconoce y es difícil calcular, però se sabe con certeza que esa velocidad progresiva no puede ser mayor que la velocidad del sonido en el gas contenido dentro de la tubería. Entonces dependiendo sobre la forma de variación, tampoco progresará más abajo que una velocidad mínima característica, por lo tanto la velocidad de propagación estará limitada entre estos valores.

En la figura 2 la abscisa representa la posición a lo largo de la tubería y la ordenada representa el tiempo. Los valores de las variables ρ y Vx en valores particulares x y t pueden ser considerados como alturas arriba del plano x, t. Las condiciones iniciales de ρ y Vx estan representadas por alturas arriba del eje horizontal en el tiempo inicial to. Las condiciones de frontera ρ_{sal}, V_{xsal} están representadas por alturas arriba del eje vertical a la salida de la tubería. Las curvas V_s, V_c y V_p representan la velocidad del sonido, la velocidad mínima de propagación y la velocidad de propagación actual respectivamente.

Adecuados incrementos de x y t pueden ser escogidos tales que $\frac{\Delta x}{\Delta t} = V_c$

Para seleccionar los valores adecuados de V_c, se aplica un método de ensaye y error que consiste en lo siguiente: dado un conjunto de condiciones frontera, simplemente se escoge un valor bajo (decir 10 pies/seg) de V_c y se computa una solución. Se incrementa el valor de V_c y se computa otra solución. Si las soluciones son las mismas, se incrementa V_c otra vez y se obtiene una tercera solución, continuándose este proceso hasta que la solución cambia. El mejor valor de V_c es el último en donde no había cambiado la solución.

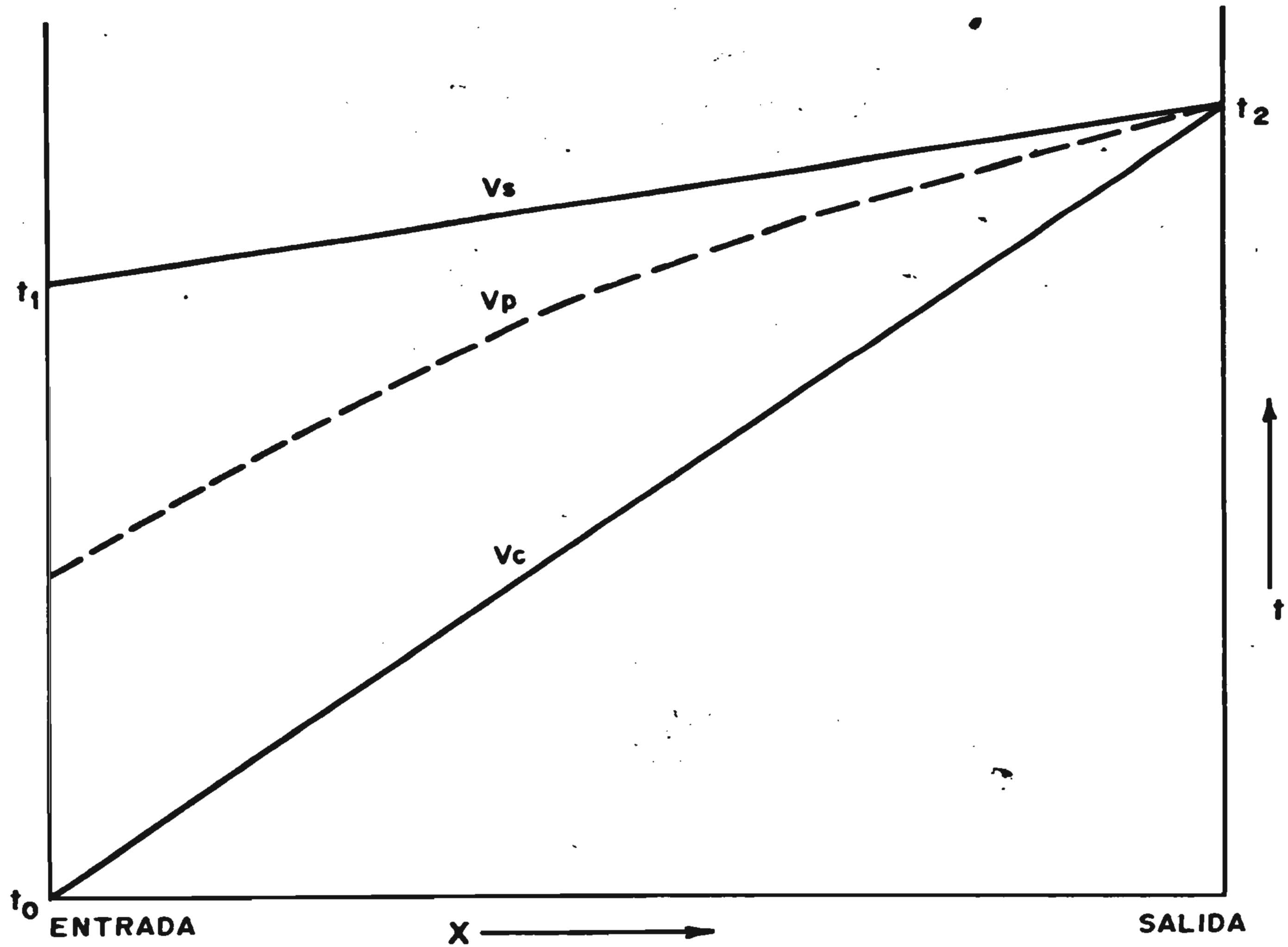


Fig. 2

La determinación de los valores de ρ y V_x a lo largo de la diagonal de pendiente V_c, con los cuales empieza - la computación, se hace también por ensaye y error, suponiendo primeramente condiciones de régimen permanente a lo largo de la diagonal. Cualquier inexactitud en la priemera suposición llega a ser despreciable a medida que los cálculos avanzan y el -- tiempo se incrementa.

B.- REPRESENTACIÓN DE LAS ECUACIONES DIFERENCIALES POR DIFERENCIAS FINITAS.

La técnica numérica consiste en escribir las ecuaciones diferenciales parciales del flujo, en forma de diferencias finitas y posteriormente efectuar una integración numérica directa.

El método de diferencias finitas permite la computación de ρ_g^i y V_g^i a lo largo de diagonales consecutivas ver la fig. 3. Supóngase que los valores de ρ y V_x son conocidos a lo largo de la diagonal núm. 1 y las condiciones -- de frontera para la diagonal núm. 2 también se conocen. La primera computación por diferencias finitas será para determinar la densidad y velocidad en el punto (2,1), la segunda para el punto (2,2) y así sucesivamente hasta el punto (2,i). El procedimiento para la tercera distribución es el mismo, ahora conociéndose los valores de la segunda diagonal y los valores de frontera de la tercera diagonal.

El procedimiento analítico se detalla a continuación:

A partir de la serie de Taylor:

$$F(i + 1) = f_i + \Delta x \frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\Delta x^2}{2!} \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} + \frac{\Delta x^3}{3!} \frac{\partial^3 F}{\partial x^3} + \ldots$$

DIAGRAMA PARA EL CALCULO DE $(\rho V)_{2,1}$

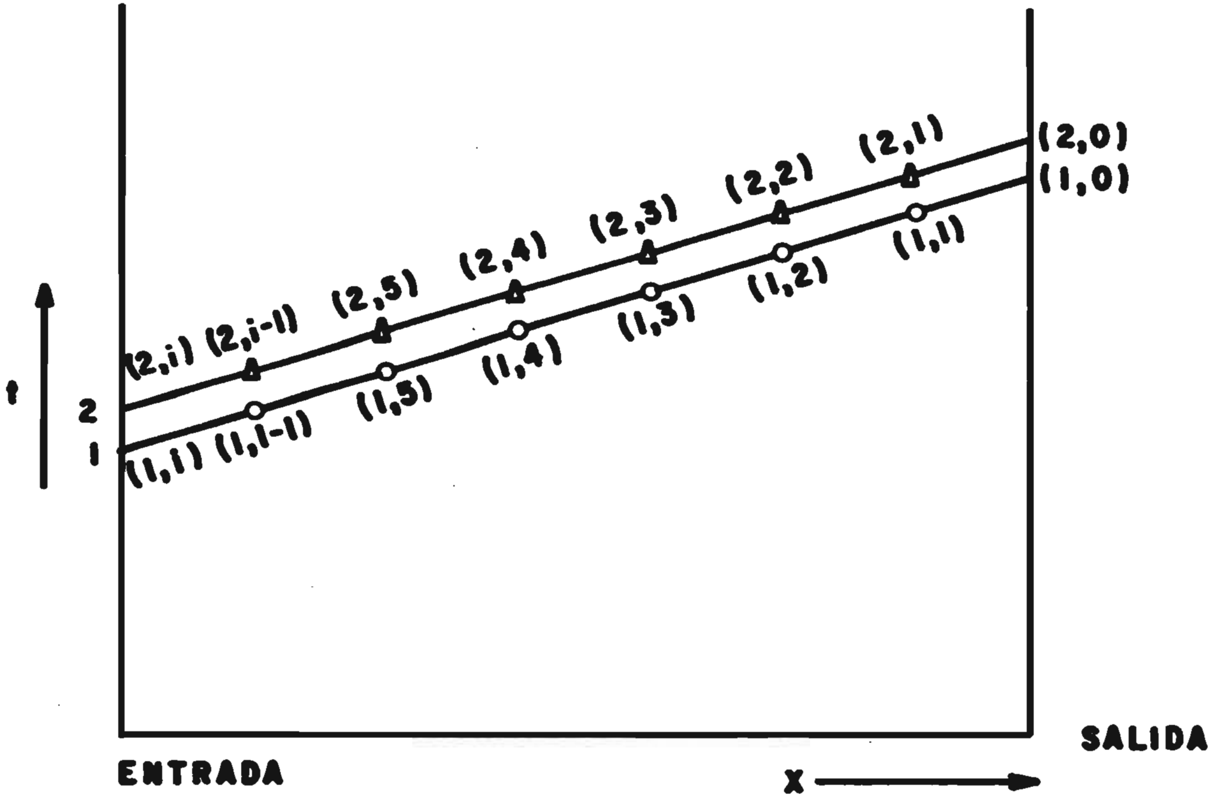


Fig. 3

despreciando los términos desde la segunda derivada

$$\frac{\partial F}{\partial x} = \frac{F(i+1) - Fi}{\Delta x}$$

sustituyendo esta ec. en las ecuaciones (4) y (5) y haciendo

$$Z\rho_{i,j} = (Z\rho)_{i,j}$$
$$\rho V_{i,j} = (\rho V)_{i,j} \qquad i = 1,2 \quad ; \quad j = 0,1$$
$$\rho V^2_{i,j} = (\rho V^2)_{i,j}$$

se obtiene:

$$\frac{R}{M}\left[\frac{Z\,\rho 1,0 - Z\,\rho 2,1}{2\ \Delta x}(To+T1) + \frac{Z\,\rho 1,0 + Z\,\rho 1,1 + Z\,\rho 2,0 + Z\,\rho 2,1}{4\ \Delta x}(T0-T1)\right]$$

$$+ \frac{\rho\, V1^2,0 - \rho\, V2^2,1}{\Delta x} + \frac{(\rho\, V2,1 + \rho\, V2,0) - (\rho\, V1,0 + \rho\, V1,1)}{2\ \Delta t}$$

$$+ \frac{f}{2D}\left[\frac{\rho\, V1^2,0 + \rho\, V1^2,1 + \rho\, V2^2,0 + \rho V2^2,1}{4}\right]$$

$$+ g\left[\frac{\rho 1,1 + \rho 1,0 + \rho 2,0 + \rho 2,1}{4}\right]\frac{(ho - h1)}{\Delta x} = 0 \qquad (6)$$

$$\frac{(\rho\, V1,0 - \rho\, V2,1)}{\Delta x} + \frac{(\rho 2,0 + \rho 2,1) - (\rho 1,0 + \rho 1,1)}{2\ \Delta t} = 0 \qquad (7)$$

a) Solución de las ecuaciones (6) y (7) mediante la forma cuadrática

Para determinar los valores de las variables $\rho_{2,1}$ y $V_{2,1}$ definimos como:

$$V_c = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

$$K = \rho\, V_{1,0} + \frac{V_c}{2}\left[\rho_{2,0} - (\rho_{1,0} + \rho_{1,1})\right]$$

$$G = \frac{R}{4\, M}\left[Z\,\rho_{1,0}(3T_o + T_1) + (Z\,\rho_{1,1} + Z\,\rho_{2,0})(T_o - T_1)\right]$$

$$+ \rho\, V_{1,0}^2 + \left[\rho\, V_{2,0} - (\rho\, V_{1,0} + \rho\, V_{1,1})\right]\frac{V_c}{2} +$$

$$\frac{f\,\Delta x}{8D}(\rho\, V_{1,0}^2 + \rho\, V_{1,1}^2 + \rho\, V_{2,0}^2) + \frac{g}{4}(\rho_{1,1} + \rho_{1,0} + \rho_{2,0})(h_o - h_1)$$

y haciendo

$$a = \left(\frac{f\,\Delta x}{8D} - 1\right) K$$

$$b = \left(K\,\frac{V_c}{2} + G\right)$$

$$c = K\left[\frac{g}{4}(h_o - h_1) - \frac{R\, Z_{1,0}}{4\, M}(3T_1 + T_o)\right] - G\,\frac{V_c}{2}$$

entonces la velocidad $V_{2,1}$ esta dada por

$$a\, V_{2,1}^2 + b\, V_{2,1} + C = 0$$

$$V_{2,1} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Solamente la raíz positiva tiene un significado físico real

Por otro lado:

$$\rho 2,1 = \frac{K}{V_{2,1} - Vc/2}$$

b) Solución de las ecuaciones (6) y (7) mediante la forma cúbica

De la ecuación (7) despejando $\rho_{2,1}$ y haciendo $Vc = \dfrac{\Delta x}{\Delta t}$.

$$\rho\, V_{1,0} - \rho\, V_{2,1} + \frac{\Delta x}{2\Delta t}\,(\rho_{2,0} + \rho_{2,1}) - \frac{\Delta x}{2\Delta t}\,(\rho_{1,0} + \rho_{1,1}) = 0$$

$$\rho\, V_{1,0} - \rho\, V_{2,1} + \frac{Vc}{2}\,\rho_{2,0} + \frac{Vc}{2}\,\rho 2,1 - \frac{Vc}{2}\,\rho 1,0 - \frac{Vc}{2}\,\rho 1,1 = 0$$

$$(V_{2,1} - \frac{Vc}{2})\rho_{2,1} = \rho\ V_{1,0} - \frac{Vc}{2}\ (\rho_{1,0} + \rho_{1,1} - \rho_{2,0})$$

$$\rho_{2,1} = \frac{\rho\ V_{1,0} - \frac{Vc}{2}\ (\rho_{1,0} + \rho_{1,1} - \rho_{2,0})}{V_{2,1} - \frac{Vc}{2}}$$

si $L = \rho\ V_{1,0} - \frac{Vc}{2}\ (\rho_{1,0} + \rho_{1,1} - \rho_{2,0})$

$$\rho_{2,1} = \frac{L}{V_{2,1} - \frac{Vc}{2}} \qquad (8)$$

La ecuación (6) puede desarrollarse como sigue:

$$\frac{R}{M}\ (Z\,\rho_{2,1})\ (\frac{T_o - T_1}{4}) - \frac{R}{M}(Z\,\rho_{2,1})\ (\frac{2T_1 + 2T_o}{4}) -$$

$$-\rho\ V^2_{2,1} + \frac{Vc}{2}(\rho\ V_{2,1}) + (\frac{f\Delta x}{8D})\ (\rho\ V^2_{2,1}) + \frac{g}{4}(\rho_{2,1})\ (h_o - h_1) =$$

$$- \frac{2R}{M}(Z\ \rho_{1,0})\ (\frac{T_o + T_1}{4}) - \frac{R}{M}\ (Z\ \rho_{1,0} + Z\ \rho_{1,1} + Z\ \rho_{2,0})\ (\frac{T_o - T_1}{4})$$

$$- \rho\ V^2_{1,0} + \frac{Vc}{2}\ (\rho\ V_{1,0} + \rho\ V_{1,1} - \rho\ V_{2,0})$$

$$- (\frac{f\Delta x}{8D})\ (\rho\ V^2_{1,0} + \rho\ V^2_{1,1} + \rho\ V^2_{2,0}) - \frac{g}{4}(\rho_{1,1} + \rho_{1,0} + \rho_{2,0})\ (ho - h1)\ (9$$

por otra parte aproximando a

$$Z_{2,1} = \frac{1}{1 + w'\rho_{2,1}}$$

$$w' = -\frac{R}{144 \quad M \quad P_c}(0.257\ T - 0.533\ T_c) \quad y$$

multiplicando este valor por ambos miembros de la ecuación (8)

$$Z_{2,1}\ \rho_{2,1} = \frac{L}{V_{2,1} - \frac{Vc}{2} + w'L} = Z\ \rho_{2,1}$$

ahora sustituyendo estos valores en la ecuación (9) y desarrollando se obtiene:

$$\frac{L}{V_{2,1} - \frac{Vc}{2} + w'L}\left(-\frac{R}{4\ M}\right)(3T_1 + To) - \frac{L\ V_{2,1}^2}{V_{2,1} - \frac{Vc}{2}} + \frac{Vc}{2}\left(\frac{L\ V_{2,1}}{V_{2,1} - \frac{Vc}{2}}\right)$$

$$+ \left(\frac{f\Delta x}{8D}\right)\left(\frac{L}{V_{2,1} - \frac{Vc}{2}}\right) V_{2,1}^2 + \frac{g}{4}\left(\frac{L}{V_{2,1} - \frac{Vc}{2}}\right)(ho - h1) =$$

$$-\frac{R}{4\ M}\left[(3To + T_1)(Z\ \rho_{1,0}) + (To - T_1)(Z\ \rho_{1,1}) + Z\ \rho_{2,0})\right]$$

$$-\rho\ V_{1,0}^2 + \frac{Vc}{2}(\rho\ V_{1,0} + \rho\ V_{1,1} - \rho\ V_{2,0}) - \left(\frac{f\Delta x}{8D}\right)$$

→

$$(\rho V_{1,0}^{2} + \rho V_{1,1}^{2} + \rho V_{2,0}^{2}) - \frac{g}{4}(\rho_{1,1} + \rho_{1,0} + \rho_{2,0})(ho - h1)$$

Si el segundo miembro lo hacemos igual a "A" y $E = -\frac{Vc}{2} + w'L$ y mediante desarrollos algebráicos se obtiene:

$$V_{2,1}^{3} + V_{2,1}^{2}\left[\frac{\frac{Vc}{2} + E + (\frac{f\Delta x}{8D})E - \frac{A}{L}}{\frac{f\Delta x}{8\,D} - 1}\right]$$

$$+ V_{2,1}\left[\frac{\frac{g}{4}(ho - h1) + \frac{Vc}{2}E - \frac{R}{4\,M}(3T_1 + To) + \frac{A}{L}(\frac{Vc}{2} - E)}{\frac{f\Delta x}{8D} - 1}\right]$$

$$+ \frac{\frac{Vc}{2}(\frac{R}{4\,M})(3T_1 + To) + \left[\frac{g}{4}(ho - h1) + \frac{A\,Vc}{2L}\right]E}{\frac{f\Delta x}{8D} - 1} = 0 \qquad (10)$$

Si hacemos

$$p = \frac{\frac{Vc}{2} + E + (\frac{f\Delta x}{8D})\,E - \frac{A}{L}}{\frac{f\Delta x}{8D} - 1}$$

$$q = \frac{\frac{g}{4}(h0 - h1) + \frac{Vc}{2}E - \frac{R}{4\,M}(3T_1 + To) + \frac{A}{L}(\frac{Vc}{2} - E)}{\frac{f\Delta x}{8D} - 1}$$

$$r = \frac{\frac{Vc}{2}(\frac{R}{4\,M})(3T_1 + To) + \left[\frac{g}{4}(ho - h_1) + \frac{A\,Vc}{2L}E\right]}{\frac{f\Delta x}{8\,D} - 1}$$

y la ecuación (10) se puede escribir como

$$V_{2,1}^3 + p\, V_{2,1}^2 + q\, V_{2,1} + r = 0$$

Solamente una de las tres raíces de la ecuación cúbica será una solución física representativa de las ecuaciones diferenciales (4) y (5). Conocida $V_{2,1}$ se puede determinar $\rho_{2,1}$.

Los valores de ρ y V_x en el punto (2,2) pueden determinarse en la misma forma y así sucesivamente hasta el punto (2,i). Terminados los puntos en la diagonal dos, se procede al cálculo de los puntos de la diagonal tres hasta el tiempo límite deseado.

2.- SOLUCION MEDIANTE FUNCIONES DE TRANSFERENCIA.

En forma práctica se ha observado que en un flujo de gas, la propagación de onda transitoria a través de una sección de la tubería, es esencialmente de modelo lineal. Linealidad significa que la onda no sufre distorsión en su amplitud. Específicamente, las relaciones lineales entre las variables son ecuaciones algebráicas, siendo sus coeficientes los parámetros de la sección de la tubería que representan las funciones de transferencia.

a) DEMOSTRACION DE LINEALIDAD.

Un conjunto de funciones de transferencia lineales, pueden describir la propagación de las variaciones de presión y gasto a través de una sección de tubería. Esta aseveración es correcta si las dos variables sobre las cuales las funciones de transferencia operan, se comportan esencialmente lineales. Para probar este concepto, la American Gas Association, Inc. [2] efectuó pruebas en la mayoría de las tuberías que operan en la Industria petrolera, consistentes en excitar el inicio de una tubería con una variación senoidal y observar la no linealidad o desviación en el lado opuesto. La forma de onda resultante fué analizada tomando sus Series de Fourier hasta el treceavo término con una función de excitacion de onda cuadrada con período de doce horas.

La cantidad de energía que ha sido transferida a otras frecuencias con respecto a la frecuencia de entrada fué tomada como una medida de la distorsión. La mayor distorsión dentro de la tubería depende del más alto valor del Factor de fricción "f", de la longitud más grande de tubería y de los valores más reducidos del diámetro y presión media.

Finalmente, calculada la distorsión incluyendo todos los parámetros desfavorables, se observó que los valores resultantes fueron inferiores al 5%. Sobre esta base se concluye la existencia de linealidad en las variaciones de presión y gasto.

b) SERIES DE FOURIER PARA REPRESENTAR LA VARIACION DE GASTO CONTRA TIEMPO.

La técnica de funciones de transferencia, requiere extensivo uso de las series de Fourier, porque la naturaleza de la presión y el gasto son variables registradas como función del tiempo, que satisfacen todas las condiciones necesarias para la expansión por series de Fourier excepto una, que es la condición de periodicidad. El error causado por periodicidad, se contrarresta con el aumento del número de términos que se tomen en la serie.

La representación de una función general F(t), por el uso de series de Fourier es como sigue:

$$F(t) = Bo + \sum_{n=1}^{n=\infty} \left[A_n \text{ sen } (\frac{2\pi n}{\theta}) \; t + B_n \cos \; (\frac{2\pi n}{\theta}) \; t \right] \qquad (11)$$

donde

$$B_o = \frac{1}{\theta} \int_{-\theta/2}^{\theta/2} F(t)dt$$

$$A_n = \frac{2}{\theta} \int_{-\theta/2}^{\theta/2} F(t) \text{ sen } (\frac{2\pi n}{\theta}) t \; dt$$

$$B_n = \frac{2}{\theta} \int_{-\theta/2}^{\theta/2} F(t) \cos \; (\frac{2\pi n}{\theta}) t \; dt$$

El centro de los datos en el intervalo de tiempo es tomado como t = 0

A continuación se ilustrará con un ejemplo; suponiendo un gasto en función del tiempo como sigue:

Q(t)= {
- 50 MMSCFD de 11:00 a 11:55 A.M.
- incremento lineal de 50 MMSCFD a 100 MMSCFD de 11:55 A.M. a 12:05 P.M.
- 100 MMSCFD de 12:05 P.M. a 1 P.M.

y se representará por series de Fourier

Si t se expresa en minutos, θ = 120 min. Las condiciones de frontera se expresan matemáticamente como si-- gue:

$$Q(t) = \begin{cases} 50 \text{ para } -60 \leq t \leq -5 \\ 75 + 5t \text{ para } -5 < t < 5 \\ 100 \text{ para } 5 \leq t \leq 60 \end{cases}$$

representación en series de Fourier

$$Q(t) = Bo + \sum_{n=1}^{\infty} \left[A_n \text{ sen } \left(\frac{2\pi n}{120}\right) t + B_n \cos \left(\frac{2\pi n}{120}\right) t \right] \qquad (12)$$

$$Bo = \frac{1}{120} \int_{-60}^{-5} 50 \, dt + \frac{1}{120} \int_{-5}^{5} (75 + 5t) \, dt + \frac{1}{120} \int_{5}^{60} 100 dt$$

$$Bo = 75 \text{ M M S C F D}$$

$$A_n = \frac{2}{120} \int_{-60}^{-5} 50 \text{ sen } \left(\frac{2\pi n}{120}\right) t \, dt + \frac{2}{120} \int_{-5}^{5} (75+5t) \text{ sen } \left(\frac{2\pi n}{120}\right) t \, dt +$$

$$+ \frac{2}{120} \int_{5}^{60} 100 \text{ sen } (\frac{2\pi n}{120}) \text{ t dt}$$

$$A_n = \frac{1}{60}\left\{ 50 \left[\frac{- \cos (\frac{2\pi n}{120})t}{\frac{2\pi n}{120}} \right]_{-60}^{-5} \right\} + \frac{1}{60}\left\{ 75 \left[\frac{- \cos (\frac{2\pi n}{120})t}{\frac{2\pi n}{120}} \right]_{-5}^{5} \right.$$

$$\left. + \left[\frac{5 \text{ sen} (\frac{2\pi n}{120})t}{(\frac{2\pi n}{120})^2} \right]_{-5}^{5} \left[\frac{-5t \cos (\frac{2\pi n}{120})t}{\frac{2\pi n}{120}} \right]_{-5}^{5} \right\} + \frac{1}{60}\left\{ 100 \left[\frac{- \cos (\frac{2\pi n}{120})t}{\frac{2\pi n}{120}} \right]_{5}^{60} \right\}$$

desarrollando

$$A_n = - \frac{50}{\pi n} \cos \pi n \quad + \frac{600}{\pi^2 n^2} \text{ sen } \frac{\pi n}{12}$$

$$B_n = \frac{1}{60}\left\{ \int_{-60}^{-5} 50 \cos (\frac{2\pi n}{120}) \text{ t dt} + \int_{-5}^{5} (75 + 5t) \cos (\frac{2\pi n}{120}) \text{ t dt} \right.$$

$$\left. + \int_{5}^{60} 100 \cos (\frac{2\pi n}{120}) \text{ t dt} \right\}$$

$$B_n = \frac{1}{60}\left\{ \left[\frac{50 \text{ sen} (\frac{2\pi n}{120}) t}{\frac{2\pi n}{120}} \right]_{-60}^{-5} + \left[\frac{75 \text{ sen} (\frac{2\pi n}{120}) t}{\frac{2\pi n}{120}} \right]_{-5}^{5} + \left[\frac{5 \cos (\frac{2\pi n}{120}) t}{(\frac{2\pi n}{120})^2} \right]_{-5}^{5} + \right.$$

$+$

$$+ \left[\frac{5t \ \mathrm{sen}\left(\frac{2\pi n}{120}\right) t}{\frac{2\pi n}{120}} \right]_{-5}^{5} + \left[\frac{100 \ \mathrm{sen}\left(\frac{2\pi n}{120}\right) t}{\frac{2\pi n}{120}} \right]_{5}^{60} \Bigg\}$$

desarrollando

$$Bn = \frac{1}{60} \left[150 \ \mathrm{sen}(\pi n) \right] = B_n = 0$$

Sustituyendo en la ecuación (12)

$$Q(t) = 75 + \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{600}{\pi^2 n^2} \ \mathrm{sen} \ \left(\frac{\pi n}{12}\right) - \frac{50}{\pi n} (-1)^n \right] \mathrm{sen} \ \left(\frac{\pi n}{60}\right) t \qquad (13)$$

Para 5 términos los coeficientes de la serie de Fourier

n	A_n	B_n
1	31.65	0
2	-0.36	0
3	10.09	0
4	-0.69	0
5	5.53	0

La figura 4 muestra cada una de las cinco armónicas representadas por la ecuación (13) y por superposición la suma de las cinco curvas genera la curva sólida, la cual

SERIE DE FOURIER PARA UNA FUNCION Q (t)

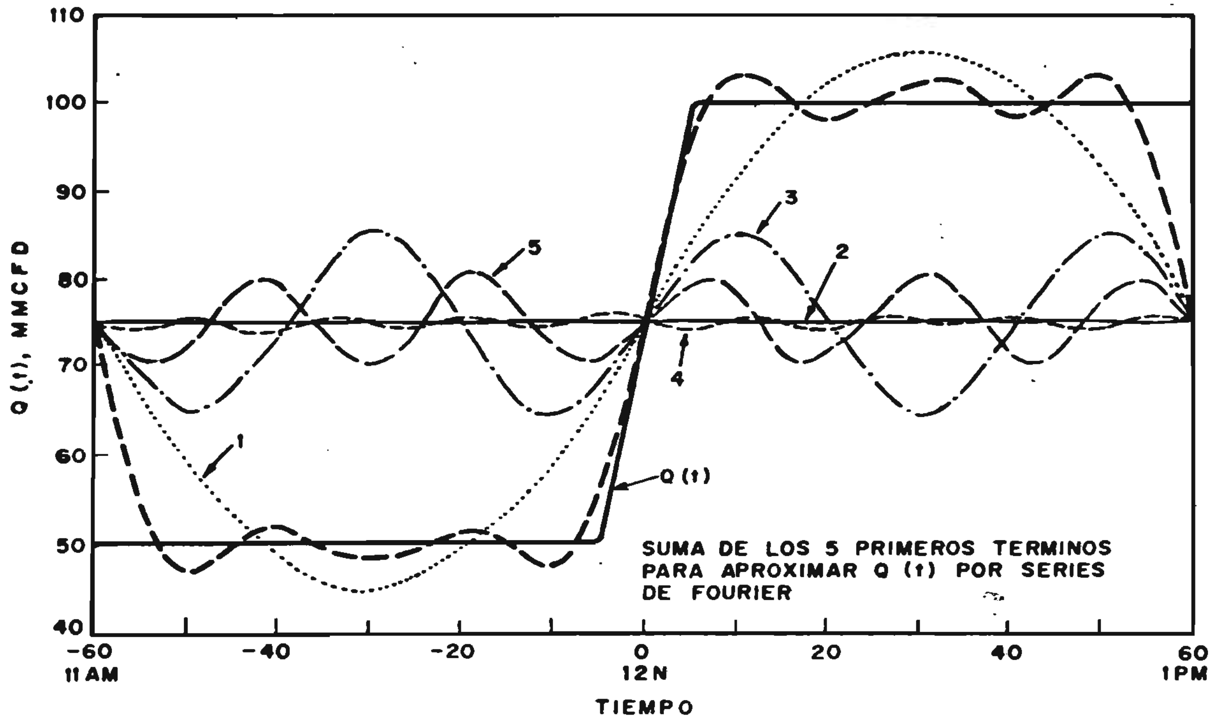


Fig. 4

25-A

se aproxima a la función Q(t). y se ajustará más en cuanto aumentan el número de términos de la serie de la ecuación --(13).

c) CONCEPTO DE FUNCIONES DE TRANSFERENCIA.

Las funciones de transferencia lineal, son - muy útiles para describir como una onda senoidal cambia en-- tre la entrada y la salida del componente analizado. La razón de escoger esta representación, es la de aprovechar la aplicación de esta técnica a sistemas de circuitos eléctri-- cos, que por analogía se pueden aplicar a sistemas de tube-- rías .

A continuación se expondrá el ejemplo de un circuito eléctrico.

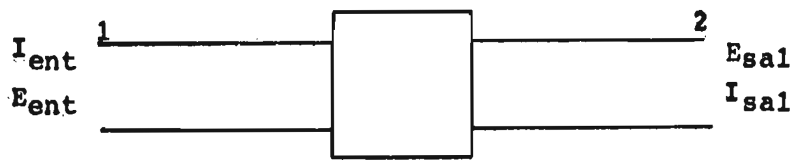


Fig. 5

La ley de Ohm para circuitos de corriente alterna declara: La caída de voltaje a través de un elemento del circuito eléctrico es igual al producto de la impedancia del elemento y la corriente fluyendo a través de el

$$E = ZI$$

Notamos que la ecuación es una relación algebráica lineal entre E e I. Z es el coeficiente de I y es considerado como función de transferencia. En general ambos E e I deben ser representados por amplitud y fase, es decir como números complejos.

En la fig. 5 se tiene el sistema eléctrico correspondiente a la sección de la tubería y se puede establecer el siguiente sistema de ecuaciones

$$E_{ent} = Z_{21}\, I_{sal} + Z_{22}\, E_{sal}$$

$$I_{ent} = Z_{11}\, I_{sal} + Z_{12}\, E_{sal}$$

La evaluación de los coeficientes se ejecuta bajo dos condiciones

1.- $E_{sal} = 0$

$$\left.\begin{aligned} Z_{11} &= \frac{I_{ent}}{I_{sal}} \\ Z_{21} &= \frac{E_{ent}}{I_{sal}} \end{aligned}\right\} \text{ con las dos terminales cerradas} \quad (2)$$

2.- $I_{sal} = 0$

$$\left.\begin{aligned} Z_{12} &= \frac{I_{ent}}{E_{sal}} \\ Z_{22} &= \frac{E_{ent}}{E_{sal}} \end{aligned}\right\} \text{ con las dos terminales abiertas} \quad (2)$$

conocidos los coeficientes de Z's, cualquier combinación de dos de los cuatro valores (E_{ent}, E_{sal}, I_{ent}, I_{sal}) pueden conocerse y dos pueden ser calculadas.

La tubería es tratada en idéntica forma, la presión corresponde al voltaje y el gasto a la corriente eléc trica

y el sistema de ecuaciones se establece como sigue:

$$Q(t)_{ent} = Y_{11} Q(t)_{sal} + Y_{12}\, P(t)_{sal} \qquad \text{(I)}$$

$$P(t)_{ent} = Y_{21} Q(t)_{sal} + Y_{22}\, P(t)_{sal} \qquad \text{(II)}$$

Las Y's corresponden a las Z's y se eva -- lúan en la misma forma

para $P_{sal} = 0$

$$Q(t)_{sn} = A_{sn} \operatorname{sen} \frac{2\pi nt}{\theta} \qquad (14)$$

El subindice "n" identifica al componente de enésima frecuencia. $Q(t)_{En}$ puede ser determinada ajustando la siguiente ecuación

$$Q(t)_{En} = a_n \cos \frac{2\pi nt}{\theta} + b_n \operatorname{sen} \frac{2\pi nt}{\theta}$$

$$Q(t)E_n = A_{En} \text{ sen } (\frac{2\pi nt}{\theta} + \phi_n) \tag{15}$$

$$\phi_n = \tan^{-1} \frac{an}{bn} \quad , \quad A_{En} = (a_n^2 + b_n^2)^{1/2}$$

multiplicando las ecuaciones (14) y (15) por $i = \sqrt{-1}$

$$i\, Q(t)_{sn} = i\, A_{sn} \text{ sen}(\frac{2\pi nt}{\theta})$$

$$i\, Q(t)_{En} = i\, A_{En} \text{ sen } (\frac{2\pi nt}{\theta}) + \phi n)$$

estas dos ecuaciones son respectivamente la parte imaginaria de

$$i\, Q(t)_{sn} = I \left[A_{sn}\, e^{i\,(\frac{2\pi nt}{\theta})} \right]$$

$$i\, Q(t)_{En} = I \left[A_{En}\, e^{i\,(\frac{2\pi nt}{\theta} + \phi n)} \right]$$

La función de transferencia Y_{11} es obtenida mediante la relación de i QEn y i Qsn

$$Y_{11n} = \frac{A_{En} \quad e^{i\,(\frac{2\pi nt}{\theta}) + \phi_{11n})}}{A_{sn} \qquad e^{(\frac{i2\pi nt}{\theta})}}$$

$$Y_{11n} = \frac{A_{En}}{A_{sn}} \; e^{i\phi_{11n}} \;=\; \left| Y_{11n} \right| \; e^{i\phi_{11n}} \tag{16}$$

El mismo procedimiento se sigue para obtener - Y_{21n} excepto que es la relación de dos números complejos de -- quien las, partes imaginarias son i P_{en} y i Q_{sn} .

Ahora la especificación de las condiciones de frontera es cambiada y se tiene que

$$Q_{sal} = 0$$

$$P(t)_{sn} = B_{sn} \text{ sen } \frac{2\pi nt}{\theta}$$

$$Y_{12n} = \frac{i\ Q(t)_{En}}{i\ P(t)_{sn}}$$

$$Y_{22n} = \frac{i\ P(t)_{En}}{i\ P(t)_{sn}}$$

"Aplicación de las funciones de transferencia a una sección de tubería ".

Dadas las funciones $Q(t)_{sal}$, $P(t)_{sal}$ y las funciones de transferencia calcular $Q(t)_{ent}$. Expandiendo en Series de Fourier

$$Q(t)_{sal} = \sum_{n=1}^{\infty} \left(a_n \cos \frac{2n\pi t}{\theta} + b_n \text{ sen } \frac{2n\pi t}{\theta} \right) \quad (17)$$

$$P(t)_{sal} = \sum_{n=1}^{\infty} \left(C_n \cos \frac{2\pi nt}{\theta} + dn \text{ sen } \frac{2\pi nt}{\theta}\right) \qquad (18)$$

Si $\quad A_{sn} = (an^2 + bn^2)^{1/2} \quad$ y $\quad B_{sn} = (cn^2 + dn^2)^{1/2}$

$$\lambda n = \tan^{-1} \frac{an}{bn} \quad ; \quad \mu n = \tan^{-1} \frac{cn}{dn}$$

las expresiones (17) y (18) se pueden escribir como:

$$Q(t)_{sal} = \sum_{n=1}^{\infty} Asn \text{ sen } \left(\frac{2\pi nt}{\theta} + \lambda n\right)$$

$$P(t)_{sal} = \sum_{n=1}^{\infty} B_{sn} \text{ sen } \left(\frac{2\pi nt}{\theta} + \mu n\right)$$

Ahora si i $Q(t)_{sal}$ es simplemente la parte imaginaria de

$$\sum_{n=1}^{\infty} Asn\, e^{i\left(\frac{2\pi nt}{\theta} + \lambda n\right)}$$

$$i\, Q(t)_{sal} = I \left[\sum_{n=1}^{\infty} Asne^{i\left(\frac{2\pi nt}{\theta} + \lambda n\right)} \right] \qquad (19)$$

de igual manera

$$i\ P(t)_{sal} = I\left[\sum_{n=1}^{\infty} B_{sn}\ e^{i\left(\frac{2\pi nt}{\theta} + \mu n\right)}\right] \qquad (20)$$

Sustituyendo las ecuaciones (19) y (20) en la ecuación I

$$i\ Q(t)_{ent} = I\left\{\sum_{n=1}^{\infty}\left[Y_{11}\ A_{sn}\ e^{i\left(\frac{2\pi nt}{\theta} + \lambda n\right)} + Y_{12n} B_{sn}\ e^{i\left(\frac{2\pi nt}{\theta} + \mu n\right)}\right]\right\}$$

y considerando la ecuación (16)

$$i\ Q(t)_{ent} = I\left\{\sum_{n=1}^{\infty}\left[\left|Y_{11}\right| A_{sn}\ e^{i\left(\frac{2\pi nt}{\theta} + \phi_{11n} + \lambda n\right)}\right.\right.$$

$$\left.\left. + \left|Y_{12}\right| B_{sn}\ e^{i\left(\frac{2\pi nt}{\theta} + \phi_{12n} + \mu n\right)}\right]\right\} \qquad (21)$$

Si se hace

$$N_n = \left|Y_{11n}\right| A_{sn} \quad ; \quad M_n = \left|Y_{12}\right| B_{sn}$$

$$\gamma n = \phi_{11n} + \lambda n \quad ; \quad \varepsilon_n = \phi_{12n} + \mu_n$$

sustituyendo y transformando la ecuación (21)

$$Q(t)_{ent} = \sum_{n=1}^{\infty}\left[N_n\ \operatorname{sen}\left(\frac{2\pi nt}{\theta} + \gamma n\right) + M_n\ \operatorname{sen}\left(\frac{2\pi nt}{\theta} + \varepsilon n\right)\right]$$

$$Q(t)_{ent} = \sum_{n=1}^{\infty} \left[N_n (\mathrm{sen}\ \frac{2\pi nt}{\theta} \cos \gamma n + \cos \frac{2\pi nt}{\theta} \mathrm{sen}\ \gamma n) \right.$$

$$\left. + M_n (\mathrm{sen}\ \frac{2\pi nt}{\theta} \cos \varepsilon n + \cos \frac{2\pi nt}{\theta} \mathrm{sen}\ \varepsilon n) \right]$$

$$Q(t)_{ent} = \sum_{n=1}^{\infty} \left[(N_n \cos \gamma n + M_n \cos \varepsilon_n) \mathrm{sen}\ \frac{2\pi nt}{\theta} \right.$$

$$\left. + (N_n \mathrm{sen}\ \gamma n + M_n \mathrm{sen}\ \varepsilon n) \cos \frac{2\pi nt}{\theta} \right]$$

si se hace

$$H_n = N_n \cos \gamma n + M_n \cos \varepsilon n$$

$$J_n = N_n \mathrm{sen}\ \gamma n + \ n \mathrm{sen}\ \varepsilon n$$

$$Q(t)_{ent} = \sum_{n=1}^{\infty} (H_n^2 + J_n^2)^{1/2} \mathrm{sen}\ (\frac{2\pi nt}{\theta} + \tan^{-1} \frac{Jn}{Hn})$$

$P(t)_{ent}$ es determinado por un procedimiento análogo.

"Parámetros dependientes de las funciones de transferencia.

1.- Características de la línea.

a) Longitud. Fuertemente dependiente

b) Diámetro. Moderadamente dependiente

c) Factor de fricción. Moderadamente dependiente.

2.- Características del medio ambiente.

a) Temperatura del gas. Debilmente dependiente

b) Perfil de elevación. Debilmente dependiente

3.- Características del gas.

a) Gravedad o peso molecular. Debilmente dependiente

4.- Condiciones medias de flujo.

a) Presión. Fuertemente dependiente

b) Gasto. Fuertemente dependiente

5.- Período transitorio. Fuertemente dependiente.

3.- METODO DE LAS CARACTERISTICAS.

El método consiste en expresar las ecuaciones diferenciales, en forma de diferencias finitas, para establecer un conjunto de dos ecuaciones con dos incógnitas y resolverlas simultaneamente

DESARROLLO:

La ecuación de cantidad de movimiento quedó expresada como:

$$\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{A}\frac{\partial w}{\partial t} + \frac{Pg}{V_s^2}\operatorname{sen}\alpha + \frac{f\,V_s^2\,w^2}{2D\,A^2\,P} = 0 \qquad (2)$$

la ecuación anterior en régimen permanente

$$\frac{dP}{dx} + \frac{Pg}{V_s^2}\operatorname{sen}\alpha + \frac{f\,V_s^2\,w^2}{2D\,A^2\,P} = 0$$

$$dP + \left(\frac{Pg}{V_s^2}\operatorname{sen}\alpha + \frac{f\,V_s^2\,w^2}{2D\,A^2\,P}\right) dx = 0 \qquad \text{integrando}$$

$$\int_{P_1}^{P_2} \frac{P\,d\,P}{\frac{P_g^2}{V_s^2}\operatorname{sen}\alpha + \frac{f\,V_s^2\,w^2}{2D\,A^2}} = -\int_{x_1}^{x_2} dx$$

$$u = \frac{P^2 g \text{ sen } \alpha}{V_s^2} + \frac{f\ Vs^2\ w^2}{2D\ A^2}$$

$$du = \frac{2\ P\ dP\ g\ \text{sen } \alpha}{V_s^2}$$

$$\frac{Vs^2}{2g\ \text{sen } \alpha} \int_{P1}^{P2} \frac{\dfrac{2\ P\ dP\ g\ \text{sen } \alpha}{Vs^2}}{\dfrac{P^2 g\ \text{sen}\alpha}{Vs^2} + \dfrac{f\ Vs^2\ w^2}{2D\ A^2}} = -\ \Delta x$$

$$\left[\text{Ln} \left(\frac{P^2 g \text{ sen } \alpha}{V_s^2} + \frac{f\ Vs^2\ w^2}{2D\ A^2}\right) \right]_{P_1}^{P2} = \frac{-\ 2g\ \text{sen}\alpha}{V_s^2}\ \Delta x$$

$$\text{Ln} \left[\frac{\dfrac{P2^2 g\ \text{sen } \alpha}{Vs^2} + \dfrac{f\ Vs^2\ w^2}{2D\ A^2}}{\dfrac{P1^2 g\ \text{sen}\alpha}{V_s^2} + \dfrac{f\ Vs^2\ w^2}{2D\ A^2}} \right] = -\ \frac{2g\ \text{sen } \alpha}{Vs^2}\ \Delta x$$

Si $\qquad S = \dfrac{2\,\Delta\,x\ g\ \text{sen } \alpha}{V_s^2}$

$$\frac{\dfrac{P_2^2 g \text{ sen } \alpha}{V_s^2} + \dfrac{f\, V_s^2\, w^2}{2D\, A^2}}{\dfrac{P_1^2 g \text{ sen } \alpha}{V_s^2} + \dfrac{f\, V_s^2\, w^2}{2D\, A^2}} = e^{-s}$$

$$e^s = \frac{\dfrac{P_1^2 g \text{sen } \alpha}{V_s^2} + \dfrac{f\, V_s^2\, w^2}{2D\, A^2}}{\dfrac{P_2^2 g \text{ sen } \alpha}{V_s^2} + \dfrac{f\, V_s^2\, w^2}{2D\, A^2}}$$

$$\frac{P_2^2 g \text{ sen } \alpha}{V_s^2}\, e^s + \frac{f\, V_s^2\, w^2}{2D\, A^2}\, e^s = \frac{P_1^2 g \text{ sen } \alpha}{V_s^2} + \frac{f\, V_s^2\, w^2}{2D\, A^2}$$

$$P_2^2\, e^s + (e^s - 1)\, \frac{f\, V_s^2\, w^2}{DA^2} \cdot \frac{V_s^2\, \Delta x}{2g \text{ sen } \alpha\, \Delta x} = P_1^2$$

$$P_2^2\, (e^s - 1) + \left(\frac{e^s - 1}{s}\right) \frac{f\, V_s^2\, w^2\, \Delta x}{A^2 D} = P_1^2 - P_2^2$$

$$\frac{P_2^2}{P_1 + P_2}\, (e^s - 1) + \left(\frac{e^s - 1}{s}\right) \frac{f\, V_s^2\, w^2\, \Delta x}{(P_1 + P_2)\, DA^2} = P_1 - P_2 \qquad (22)$$

Donde el término de la izquierda es el valor de la integral de

$$\left(\frac{Pg}{V_s^2}\ \text{sen}\ \alpha + \frac{f\ V_s^2\ w^2}{2D\ A^2\ P}\right) dx$$ y el

segundo miembro la integral de dP

Por otra parte reordenando las ecuaciones de continuidad y movimiento

$$L_2 = \frac{Vs^2}{A}\ \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial P}{\partial t} = 0$$

$$L_1 = \frac{1}{A}\ \frac{\partial w}{\partial t} + \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{Pg}{V_s^2}\ \text{sen}\ \alpha + \frac{f\ Vs^2\ w^2}{2D\ A^2\ P} = 0$$

combinando las ecuaciones anteriores en la siguiente forma:

$$L = L_1 + \lambda' L_2 = \frac{1}{A}\left[\frac{\partial w}{\partial t} + \lambda'\ Vs^2\ \frac{\partial w}{\partial x}\right] + \lambda'\left[\frac{\partial P}{\partial t} + \frac{1}{\lambda'}\ \frac{\partial P}{\partial x}\right]$$

$$+ \frac{Pg}{V_s^2}\ \text{sen}\ \alpha + \frac{f\ Vs^2\ w^2}{2D\ A^2\ P} = 0$$

si se asigna a λ' los siguientes valores

$$\frac{dx}{dt} = \lambda'\ V_s^2 = \frac{1}{\lambda'}$$ sustituyendo en

la ecuación anterior

$$L = \frac{1}{A}\left[\frac{\partial w}{\partial t} + \frac{dx}{dt}\frac{\partial w}{\partial x}\right] + \lambda'\left[\frac{\partial P}{\partial t} + \frac{\partial P}{\partial x}\frac{dx}{dt}\right]$$

$$+ \frac{Pg}{V_s^2}\,\text{sen}\,\alpha + \frac{f\,Vs^2\,w^2}{2\,D\,A^2 P} = 0 \qquad (23)$$

recordando que:

$$dw = \frac{\partial w}{\partial x}dx + \frac{\partial w}{\partial t}dt \Rightarrow \frac{dw}{dt} = \frac{\partial w}{\partial x}\frac{dx}{dt} + \frac{\partial w}{\partial t} = V_s\frac{\partial w}{\partial X} + \frac{\partial w}{\partial t}$$

$$dp = \frac{\partial P}{\partial x}dx + \frac{\partial P}{\partial t}dt \Rightarrow \frac{dp}{dt} = \frac{\partial P}{\partial x}\frac{dx}{dt} + \frac{\partial P}{\partial t} = V_s\frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial P}{\partial t}$$

sustituyendo en la ecuación (23)

$$L = \frac{1}{A}\frac{dw}{dt} + \lambda'\frac{dP}{dt} + \frac{Pg}{V_s^2}\,\text{sen}\,\alpha + \frac{f\,Vs^2\,w^2}{2D\,A^2\,P} = 0 \qquad (24)$$

como

$$\lambda' V_s^2 = \frac{1}{\lambda'} \Rightarrow \lambda'^2 = \frac{1}{V_s^2} \Rightarrow \lambda' = \pm\frac{1}{V_s}$$

y

$$\frac{dx}{dt} = \frac{1}{\lambda'} \Rightarrow \frac{dx}{dt} = \pm\,Vs$$

sustituyendo el valor de λ' se obtiene para $$\frac{dx}{dt} = V_s$$

$$\frac{1}{A}\frac{dw}{dt} + \frac{1}{Vs}\frac{dP}{dt} + \frac{Pg}{V_s^2}\operatorname{sen}\alpha + \frac{f\,Vs^2\,w^2}{2D\,A^2\,P} = 0 \qquad (25)$$

para $$\frac{dx}{dt} = -V_s$$

$$\frac{1}{A}\frac{dw}{dt} - \frac{1}{Vs}\frac{dp}{dt} + \frac{Pg}{V_s^2}\operatorname{sen}\alpha + \frac{f\,V_s^2\,w^2}{2D\,A^2\,P} = 0 \qquad (26)$$

Las ecuaciones (25)y (26) se pueden expresar como:

$$\frac{1}{A}\frac{dx}{dt}\,dw + \frac{1}{Vs}\frac{dx}{dt}\,dP + \left(\frac{Pg}{V_s^2}\operatorname{sen}\alpha + \frac{f\,V_s^2\,w^2}{2D\,A^2\,P}\right)dx = 0$$

$$\frac{Vs}{A}\,dw + dP + \left(\frac{Pg}{V_s^2}\operatorname{sen}\alpha + \frac{f\,Vs^2\,w^2}{2D\,A^2\,P}\right)dx = 0$$

de acuerdo con la ecución (22) y aplicando diferencias fini-- tas entre los puntos 1 y 3 se obtiene:

$$P_3 - P_1 + \frac{Vs}{A}(w_3 - w_1) + \frac{f\,Vs^2\,w^2\,\Delta x}{(P_1 + P_3)DA^2}\left(\frac{e^s - 1}{s}\right) + \frac{P_3^2}{P_3+P_1}(e^s-1) = 0 \qquad (27)$$

donde P_3 y w_3 son la presión y el gasto en el tiempo $t + \Delta t$

$$w^2 = w.\left| w \right| = \frac{w_3 \left| w_3 \right| + w_1 \left| w_1 \right|}{2}$$

de igual forma la ecuación (26) para los puntos 3 y 2

$$P_3 - P_2 - \frac{Vs}{A}(w_3 - w_2) + \frac{f\ Vs^2\ w^2\ \Delta\ x}{(P_2 + P_3)DA^2}\ (\frac{e^s - 1}{s})$$

$$+ \frac{P_3^2}{P_3 + P_2}(e^s - 1) = 0 \qquad (28)$$

Finalmente las ecuaciones del modelo quedan

$$C^+ \left.\right\} P_3^2 - P_1^2 + \frac{Vs}{A}(w_3 - w_1)(P_3 + P_1) + \frac{f\ Vs^2\ \Delta x}{2D\ A^2}\ (\frac{e^s - 1}{s})(w_3\left|w_3\right| + w_1\left|w_1\right|)$$

$$+ P_3^2\ (e^s - 1) = 0 \qquad (29)$$

$$C^- \left.\right\} P_3^3 - P_2^2 - \frac{Vs}{A}(w_3 - w_2)(P_3 + P_2) + \frac{f\ Vs^2\ \Delta\ x}{2D\ A^2}\ (\frac{e^s - 1}{s})(w_3\left|w_3\right| + w_2\left|w_2\right|)$$

$$+ P_2^2\ (e^s - 1) = 0 \qquad (30)$$

En la figura (6a) se considera que w y p son conocidos en los puntos 1 y 2. Por construcción la línea -- característica C^+ a traves del punto 1 y la línea caracterís tica C^- a través del punto 2 intersectan el punto 3 en el tiempo $t_o + \Delta t$ y otra x.

Las ecuaciones (29) y (30) pueden resolverse simultáneamente por métodos interativos por ejemplo: el de Newton Raphson para determinar los valores de w y P en el punto 3.

En la figura (6b) se construyen celdas de -- igual longitud de tubería Δx y tiempos iguales Δt. Si N es el número de intervalos de tubería.

$$\Delta t = \frac{L}{V_s\ N} \qquad y \qquad \Delta x = \frac{L}{N}$$

Al principio del cálculo se conocen P y w en el tiempo to para las secciones 1, 2, 3...N + 1 . P , w pueden ser calculadas para las secciones internas 2, 3, 4...N. En las secciones de frontera 1 y N + 1 se debe conocer un gasto o una presión.

El método de las características proporciona una solución exacta de las ecuaciones, pero tiene la desventaja de alto costo de computación para tiempos mayores de 20 hrs. y sistemas complicados. Por razones de estabilidad el incremento de tiempo no debe exceder el valor de la relación longitud de la tubería entre la velocidad acústica isotérmica.

METODO DE LAS CARACTERISTICAS

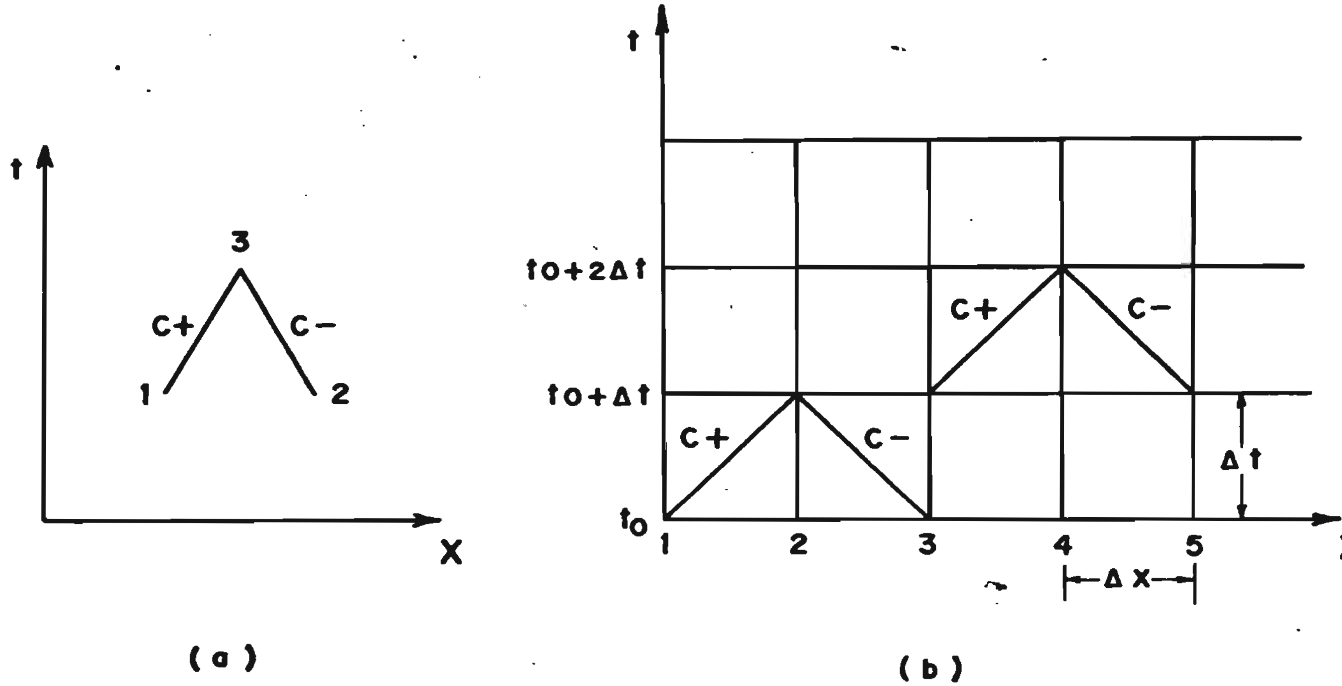


Fig. 6

4.- METODO EXPLICITO.

El método consiste en aproximar las ecuaciones generales de flujo mediante diferencias finitas aplicando la serie de Taylor.

$$P(x,\ t + \Delta t) = P(x,\ t) + \Delta t\ \frac{\partial P}{\partial t} + \frac{\Delta t^2}{2!}\ \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} + \cdots\cdot$$

despreciando los términos de la segunda derivada

$$\frac{\partial P}{\partial t} = \frac{P(x,\ t + \Delta t) - P(x,\ t)}{\Delta t} \qquad (31)$$

de igual forma

$$\frac{\partial w}{\partial x} = \frac{w(x + \Delta x,\ t) - w(x,\ t)}{\Delta x} \qquad (32)$$

sustituyendo (31) y (32) en la ecuación de continuidad

$$\frac{P(x,\ t + \Delta t) - P(x,\ t)}{\Delta t} + \frac{Vs^2}{A}\left[\frac{w(x + \Delta x,\ t) - w(x,\ t)}{\Delta x}\right] = 0$$

en la ecuación anterior únicamente se tiene una incógnita, que es la presión en el tiempo $t + \Delta t$ así despejando -- $P(x,\ t + \Delta t)$ se obtiene:

$$P(x,\ t+\Delta t) = P(x,t) - \frac{V_s^2}{A}\frac{\Delta t}{\Delta x}\left[w(x+\Delta x,\ t) - w(x,t)\right] \quad (33)$$

Así mismo para los términos de la ecuación de cantidad de movimiento se tiene:

$$P(x+\Delta x,\ t) = P(x,t) + \Delta x\,\frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\Delta x^2}{2!}\,\frac{\partial^2 P}{\partial x^2} + \dots\dots$$

$$\frac{\partial P}{\partial x} = \frac{P(x+\Delta x,\ t) - P(x,\ t)}{\Delta x}$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} = \frac{w(x\ ,t+\Delta t) - w(x,\ t)}{\Delta t}$$

además si $\quad P = \dfrac{P(x+\Delta x,\ t) + p(x,t)}{2}$

$$w^2 = w.\left|w\right| = \left[\frac{w(x+\Delta x,t) + w(x,t)}{2}\right]\left|\left[\frac{w(x+\Delta x,\ t)+w(x,\ t)}{2}\right]\right|$$

sustituyendo las ecuaciones anteriores en la ecuación (2) de la conservación de cantidad de movimiento

$$\frac{P(x+\Delta x,\ t)-P(x,t)}{\Delta x} + \frac{1}{A}\left[\frac{w(x,\ t+\Delta t) - w(x,\ t)}{\Delta t}\right]$$

$$+ \frac{g}{V_s^2}\ \text{sen}\ \alpha\left[\frac{P(x+\Delta x,\ t)+P(x,t)}{2}\right]$$

$$\frac{fVs^2}{2DA^2}\left\{\frac{[w(x+\Delta x,t)+(w(x,t)] \mid [w(x+\Delta x,t)+w(x,t)]|}{\frac{4[p(x+\Delta x,\ t)+p(x,\ t)]}{2}}\right\}= 0$$

de igual manera que en la ec. de continuidad, en la expre -- sión anterior únicamente se tiene una incógnita, que es w en el tiempo $t + \Delta t$

así despejando $w(x,\ t + \Delta t)$

$$w(x,\ t+\Delta t) - w(x,\ t) + \frac{A\Delta t}{\Delta x}\left[p(x+\Delta x,\ t) - P(x,\ t)\right]$$

$$+ \frac{A\ \ \Delta t\ g\ sen\ \alpha}{2\ V_s^2}\left[P(x+\Delta x,\ t) + P(x,\ t)\right] +$$

$$+ \frac{f\ Vs^2\ \Delta t}{4\ DA}\left\{\frac{[w(x+\Delta x,\ t) + w(x,\ t)] \mid [w(x+\Delta x,\ t)+w(x,\ t)]|}{P(x+\Delta x,\ t) + P(x,\ t)}\right\}=0$$

finalmente

$$w(x,\ t+\Delta t) = w(x,\ t) - A\frac{\Delta t}{\Delta x}\left[P(x+\Delta x,\ t) - P(x,\ t)\right]$$

$$- \frac{g\ A\ \Delta t\ sen\ \alpha}{2\ V_s^2}\left[P(x+\Delta x,\ t) + P(x,\ t)\right]$$

$$- \frac{f\ Vs^2\ \Delta t}{4\ DA}\left\{\frac{[w(x+\Delta x,\ t)+w(x,\ t)] \mid [w(x+\Delta x,\ t)+w(x,\ t)]|}{P(x+\Delta x,\ t) + P(x,\ t)}\right\}=0 \quad (34)$$

Con este procedimiento se calculan todas las incógnitas en el tiempo t + Δt, posteriormente estas pasan a ser los datos para la siguiente etapa de tiempo.

5.- METODO IMPLICITO.

En este método también se aproxima la solución de las ecuaciones de flujo, mediante diferencias finitas de acuerdo al esquema siguiente:

$$P(x + \Delta x,\ t+\Delta t) = P(x,\ t) + \Delta x \frac{\partial P}{\partial x} + \Delta t\ \frac{\partial P}{\partial t} + \frac{\Delta x^2}{2!}\ \frac{\partial^2 P}{\partial x^2} + \frac{\Delta t^2}{2!}\ \frac{\partial^2 P}{\partial t^2} + \quad (35)$$

$$P(x + \Delta x,\ t) = P(x,\ t) + \Delta x\ \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\Delta x^2}{2!}\ \frac{\partial^2 P}{\partial x^2} + \ldots \quad (36)$$

$$P(x,\ t + \Delta t) = P(x,\ t) + \Delta t\ \frac{\partial P}{\partial t} + \frac{\Delta t^2}{2!}\ \frac{\partial^2 P}{\partial t^2} + \cdots \quad (37)$$

sumando las ecuaciones (35) y (37), restando la ecuación (36) y despreciando los términos de la segunda derivada se obtiene:

$$P(x + \Delta x,\ t + \Delta t) + P(x,\ t + \Delta t) - P(x + \Delta x,\ t) = P(x,t) + 2\Delta t\ \frac{\partial P}{\partial t}$$

$$\frac{\partial P}{\partial t} = \frac{P(x + \Delta x,\ t + \Delta t) + P(x, t + \Delta t) - P(x+\Delta x, t) - P(x,\ t)}{2\ \Delta t}$$

de igual forma

$$\frac{\partial w}{\partial x} = \frac{w(x + \Delta x,\ t + \Delta t) + w(x + \Delta x, t) - w(x, t + \Delta t) - w(x,t)}{2\ \Delta x}$$

$$\frac{\partial P}{\partial x} = \frac{P(x + \Delta x,\ t + \Delta t) + P(x + \Delta x, t) - P(x,\ t + \Delta t) - P(x,\ t)}{2\ \Delta x}$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} = \frac{w(x+\Delta x,\ t+\Delta t)+w(x,\ t+\Delta t)-w(x+\Delta x,\ t)-w(x,\ t)}{2\ \Delta t}$$

y se tiene que

$$w = \frac{w(x+\Delta x,\ t+\Delta t)+w(x,\ t+\Delta t)+w(x+\Delta x,\ t)+w(x,\ t)}{4}$$

$$p = \frac{P(x+\Delta x,\ t+\Delta t)+P(x+\Delta x,\ t)+P(x,\ t+\Delta t)+P(x,\ t)}{4}$$

sustituyendo las ecuaciones anteriores en las ecuaciones de continuidad y movimiento se obtiene:

ECUACION DE CONTINUIDAD.

$$\frac{P(x+\Delta x,t+\Delta t)+P(x,t+\Delta t)-P(x+\Delta x,t)-P(x,t)}{2\ \Delta t}+\frac{Vs^2}{A}\left[\frac{w(x+\Delta x,t+\Delta t)+w(x+\Delta x,t)-w(x,t+\Delta t)-w(x,t)}{2\ \Delta x}\right]=0$$

$$P(x+\Delta x,t+\Delta t)+P(x,t+\Delta t)-P(x+\Delta x,t)-P(x,t)+\frac{Vs^2\ \Delta t}{A\ \Delta x}\left[w(x+\Delta x,t+\Delta t)+w(x+\Delta x,t)-w(x,t+\Delta t)-w(x,t)\right]=0 \quad (38)$$

ECUACION DE MOVIMIENTO.

$$\frac{p(x+\Delta x,t+\Delta t)+p(x+\Delta x,t)-p(x,t+\Delta t)-p(x,t)}{2\ \Delta x}$$

$$+\ \frac{1}{A}\left[\frac{w(x+\Delta x,t+\Delta t)+w(x,t+\Delta t)-w(x+\Delta x,t)-w(x,t)}{2\Delta t}\right] +$$

$$\left[+\frac{P(x+\Delta x,t+\Delta t)+P(x,t+\Delta t)+P(x+\Delta x,t)+P(x,t)}{4}\right]\frac{g}{V_s^2}\ \text{sen}\ \alpha$$

$$+\frac{f\ V_s^2}{2\ A^2 D}\ \frac{\left[w(x+\Delta x,t+\Delta t)+w(x+\Delta x,t)+w(x,t+\Delta t)+w(x,t)\right]^2}{16\left[\dfrac{P(x+\Delta x,t+\Delta t)+P(x,t+\Delta t)+P(x+\Delta x,t)+P(x,t)}{4}\right]} = 0$$

$$32.17\ P(x+\Delta x,t+\Delta t)+P(x+\Delta x,t)-P(x,t+\Delta t)-P(x,t)$$

$$+\ \frac{\Delta x}{\Delta t A}\left[w(x+\Delta x,t+\Delta t)+w(x,t+\Delta t)-w(x+\Delta x,t)-w(x,t)\right]$$

$$+\ \frac{g\Delta x}{2\ V_s^2}\left[P(x+\Delta x,t+\Delta t)+P(x,t+\Delta t)+P(x+\Delta x,t)+P(x,t)\right]\ \text{sen}\ \alpha$$

$$+\ \frac{fV_s^2\Delta x}{4\ A^2 D}\left\{\frac{\left[w(x+\Delta x,t+\Delta t)+w(x+\Delta x,t)+w(x,t+\Delta t)+w(x,t)\right]\left|\left[w(x+\Delta x,t+\Delta t)\right.\right.}{P(x+\Delta x,t+\Delta t)+P(x+\Delta x,t)+P(x,t)+P(x,t\ +\Delta t)}\right.$$

$$\left.\left.\left.+w(x,t+\Delta t)+w(x+\Delta x,t)+w(x,t)\right]\right|\right\} = 0 \qquad (39)$$

Tanto la ecuación (38) como la ecuación (39) contienen 4 incógnitas $P(x+\Delta x,t+\Delta t)$, $P(x,t+\Delta t)$, $w(x+\Delta x,t+\Delta t)$ y $w(x,t+\Delta t)$.

La aplicación de las ecuaciones anteriores a una red de tuberías triangular se detalla a continuación:

En la figura 7 contigua , se tiene un sistema de 3 tubos conectados entre si por 3 nodos; en el nodo 1 se está inyectando gas al sistema y en los nodos 2 y 3 son salidas de gas. Hay dos variables por cada tubería ($w_{ki,j+1}$) y ($wk_{i+1,j+1}$) y dos variables por cada nodo ($P_{i,j+1}$) y ($q_{i,j+1}$). Entonces para un sistema de n nodos y m tuberías se tendrá 2(m + n) variables y 2m + n ecuaciones no lineales, por lo que es necesario fijar n variables para poder obtener una solución.

Así la aplicación de las ecuaciones (38) y (39) se lleva a cabo fijando las presiones o los gastos en los nodos 1, 2 y 3.

SUSTITUCION EN LAS ECUACIONES DE CONTINUIDAD Y MOVIMIENTO.

<u>Tubería entre los nodos 1 y 2</u>

$$P_{22}+P_{12}-P_{21}-P_{11}+\frac{V_{1s}^2}{A_1}\frac{\Delta t}{\Delta x_1}(w1_{22}+w1_{21}-w1_{12}-w1_{11}) = 0 \checkmark$$

$$P_{22}+P_{21}-P_{12}-P_{11}+\frac{\Delta x_1}{\Delta t}\frac{1}{A_1}(w1_{22}+w1_{12}-w1_{21}-w1_{11})$$

$$+\frac{g\Delta x_1}{2\,V_{1s}^2}(P_{22}+P_{21}+P_{12}+P_{11})\ \text{sen}\ \alpha$$

+

$$+ \frac{f_1 \, V_{1s}^2}{4 \, A_1^2 \, D_1} \, \frac{\Delta x_1 (w1_{22}+w1_{21}+w1_{12}+w1_{11}) \left| (w1_{22}+w1_{21}+w1_{12}+w1_{11}) \right|}{(P_{22}+P_{21}+P_{12}+P_{11})} = 0$$

ECUACION EN EL NODO 2

$$- q_{22} + w1_{22} - w2_{12} = 0$$

y así sucesivamente para cada tubería y nodo hasta establecer un sistema de 2m + n ecuaciones. El sistema se puede resolver por el método de Newton-Raphson que es un procedimiento iterativo consistente en obtener un conjunto de valores 'x' que satisfagan las ecuaciones a partir de valores supuestos de x' es decir

$$x = x' + \Delta x'$$

donde X' son los valores supuestos y $\Delta x'$ son cantidades calculadas mediante un sistema de ecuaciones.

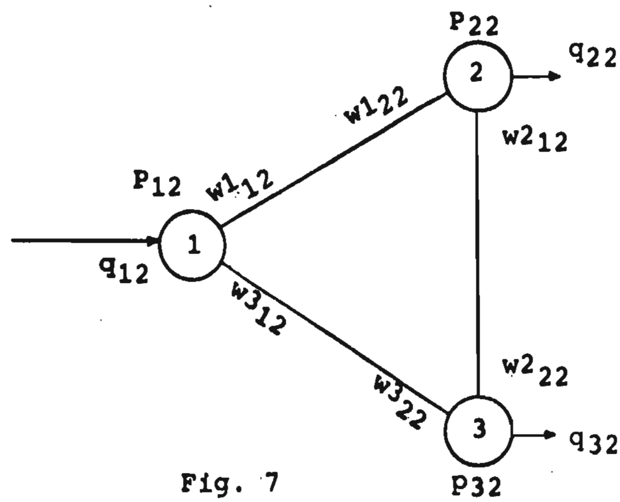


Fig. 7

El cálculo puede resumirse en los siguientes puntos:

1) Suponer valores a las incógnitas.

2) Calcular F_1, F_2 y F_3 con los valores supuestos .

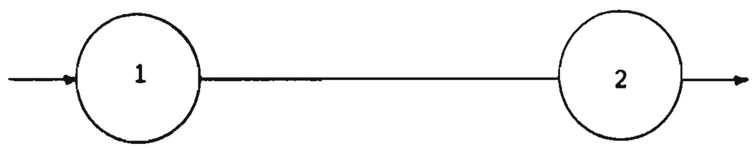
3) Calcular las parciales de F_1, F_2 y F_3 con respecto a las incógnitas.

4) Calcular las cantidades $\Delta x'$ de cada incógnita.

5) Calcular $x = X' + \Delta x'$ para cada incógnita

6) Calcular F_1, F_2 y F_3. Si cualquiera de F_1 F_2 y F_3 es mayor que la tolerancia fijada, se repite el procedimiento a partir del punto 3.

EJEMPLO NUMERICO METODO IMPLICITO



DATOS:

DIAMETRO = 6 ρg

LONGITUD = 59040 pies

P_{11} = 719 Psia

P_{21} = 676 Psia

P_{22} = 625 Psia

Q_{12} = 7 x 10^6pies^3/dia

ρ_{rg} = 0.65

T = 30°C = 546°R

Δt = 600 seg.

f = 0.0119

α = 0

Calcular la presión y gasto a los 600 segundos de P_{12} y Q_{22} aplicando el método implícito

DESARROLLO:

ECUACION DE CONTINUIDAD

$$P(x+\Delta x,\ t+\Delta t)+P(x,t+\Delta t)-P(x+\Delta x,t)-P(x,t)+\frac{V_s^2}{A}\frac{\Delta t}{\Delta x}\Big[w(x+\Delta x,t+\Delta t)+$$

$$w(x+\Delta x,t)-w(x,t+\Delta t)-w(x,t)\Big]=0$$

ECUACION DE MOVIMIENTO

$$P(x+\Delta x,t+\Delta t))+P(x+\Delta x,t)-P(x,t+\Delta t)-P(x,t)+\frac{\Delta x}{\Delta tA}\Big[w(x+\Delta x,t+\Delta t)+w(x,t+\Delta t)$$

$$-w(x+\Delta x,t)-w(x,t)\Big]+\frac{g\Delta x}{2V_s^2}\Big[P(x+\Delta x,t+\Delta t)+P(x,t+\Delta t)+P(x+\Delta x,t)+P(x,t)\Big]\ \text{sen}\ \alpha\ +$$

$$\frac{fV_s^2\Delta x\,[w(x+\Delta x,t+\Delta t)+w(x+\Delta x,t)+w(x,t+\Delta t)+w(x,t)]\,\big|[w(x+\Delta x,t+\Delta t)+w(x+\Delta x,t)+w(x,t+\Delta t)+w(x,t)]\big|}{4\ A^2d\,[P(x+\Delta x,t+\Delta t)+P(x+\Delta x,t)+P(x,t+\Delta t)+P(x,t)]}=$$

PARA EL PROBLEMA ESPECIFICO

ECUACION DE CONTINUIDAD

$$F_{11}=4632.48(P_{22}+P_{12}-P_{21}-P_{11})+\frac{V_1^2\Delta t}{A_1\Delta x}(w_{22}+w_{21}-w_{12}-w_{11})$$

CALCULO DE DERIVADAS PARCIALES CON RESPECTO A LAS INCOGNITAS P_{12}, Q_{22}, w_{12}, w_{22}

$$\frac{\partial F_{11}}{\partial P_{12}}=4632.48\quad ;\quad \frac{\partial F_{11}}{\partial w_{12}}=-\frac{V_1^2\Delta t}{A_1\Delta x}\quad ;\quad \frac{\partial F_{11}}{\partial w_{22}}=\frac{V_1^2\Delta t}{A_1\Delta x}$$

ECUACION DE MOVIMIENTO PARA $\alpha = 0$

$$F_{12} = 4632.48(P_{22}+P_{21}-P_{12}-P_{11})+\frac{\Delta x_1}{\Delta tA_1}(w_{22}+w_{12}-w_{21}-w_{11})$$

$$+\frac{f_1V_1^2\Delta x_1(w_{22}+w_{21}+w_{12}+w_{11})\,|(w_{22}+w_{21}+w_{12}+w_{11})|}{4632.48x4\ xA_1^2\ d_1(P_{22}+P_{21}+P_{12}+P_{11})}$$

CALCULO DE LAS DERIVADAS PARCIALES

$$\frac{\partial F_{12}}{\partial P_{12}} = -4632.48-\frac{f_1V_1^2\ \Delta x_1(w_{22}+w_{21}+w_{12}+w_{11})\,|(w_{22}+w_{21}+w_{12}+w_{11})|}{4632.48x4\ xA_1^2\ d_1(P_{22}+P_{21}+P_{12}+P_{11})^2}$$

$$\frac{\partial F_{12}}{\partial w_{12}} = \frac{\Delta x_1}{\Delta tA_1} \pm \frac{f_1V_1^2\Delta x_1(w_{12}+w_{22}+w_{21}+w_{11})}{4632.48x4xA_1^2\ d_1(P_{22}+P_{21}+P_{12}+P_{11})} +$$

$$+\frac{f_1V_1^2\ \Delta x_1|(w_{12}+w_{22}+w_{21}+w_{11})|}{4632.48x4xA_1^2\ d_1(P_{22}+P_{21}+P_{12}+P_{11})}$$

$$\frac{\partial F_{12}}{\partial w_{22}} = \frac{\Delta x_1}{\Delta tA_1} \pm \frac{f_1V_1^2\ \Delta x_1(w_{12}+w_{22}+w_{21}+w_{11})}{4632.48x4xA_1^2\ d_1(P_{22}+P_{21}+P_{12}+P_{11})} +$$

$$+\frac{f_1V_1^2\ \Delta x_1|(w_{12}+w_{22}+w_{21}+w_{11})|}{4632.48x4xA_1^2\ d_1(P_{22}+P_{21}+P_{12}+P_{11})}$$

ECUACION DE NODOS

$$F_{13} = Q_{12} - w_{12}$$

$$F_{23} = w_{22} - Q_{22}$$

CALCULO DE DERIVADAS PARCIALES

$$\frac{\partial F_{13}}{\partial w_{12}} = -1 \quad ; \quad \frac{\partial F_{23}}{\partial w_{22}} = 1 \quad , \quad \frac{\partial F_{23}}{\partial Q_{22}} = -1$$

SISTEMA DE ECUACIONES

$$\frac{\partial F_{11}}{\partial w_{12}} \Delta w_{12} + \frac{\partial F_{11}}{\partial w_{22}} \Delta w_{22} + \frac{\partial F_{11}}{\partial P_{12}} \Delta P_{12} + 0 \ \Delta Q_{22} + F_{11} = 0 \qquad \text{I}$$

$$\frac{\partial F_{12}}{\partial w_{12}} \Delta w_{12} + \frac{\partial F_{12}}{\partial w_{22}} \Delta w_{22} + \frac{\partial F_{12}}{\partial P_{12}} \Delta P_{12} + 0 \ \Delta Q_{22} + F_{12} = 0 \qquad \text{II}$$

$$\frac{\partial F_{13}}{\partial w_{12}} \Delta w_{12} + 0 \ \Delta w_{22} + 0 \Delta P_{12} + 0 \Delta Q_{22} + F_{13} = 0 \qquad \text{III}$$

$$0 \ \Delta w_{12} + \frac{\partial F_{23}}{\partial w_{22}} \Delta w_{22} + 0 \Delta P_{12} + \frac{\partial F_{23}}{\partial Q_{22}} \Delta Q_{22} + F_{23} = 0 \qquad \text{IV}$$

CALCULO DE LA VELOCIDAD DEL SONIDO.

$$\rho = \frac{p \quad M}{ZRT} \qquad \text{(A)}$$

$$M = \rho_{rg} \times 28.97 = 18.83 \frac{Lb}{Lb\text{-}mol}$$

$$pTc = 375°R \quad , \quad pPc = 672 \text{ Psia}$$

$$PPr = \frac{697.6}{672} = 1.038$$

$$Z = 0.880$$

$$pTr = \frac{546}{375} = 1.456 \qquad \text{sustituyendo en la ec.(A)}$$

$$\rho = \frac{697.6 \times 18.83}{0.88 \times 10.73 \times 546} = 2.547 \text{ Lb/pies}^3$$

$$V_s^2 = 32.17 \frac{P}{\rho} \frac{\vec{Lb}}{pies^2} \frac{Lb\text{-}pies}{\vec{Lb}\text{-}seg^2} \frac{pies^3}{Lb} = x\frac{pies^2}{seg^2}$$

$$V_s^2 = \frac{32.17 \times 144 \times 697.6}{2.547} = 1,268,794 \frac{pies^2}{seg^2}$$

DATOS SUPUESTOS

P_{12} = 668 Psia

Q_{22} = 3.899 Lb/seg.

w_{12} = 4.022 Lb/seg.

w_{22} = 3.899 Lb/seg

Los cálculos iterativos se llevaron a cabo mediante un programa de computación, ver apendice"C",utilizando el método de GAUSS en la solución del sistema de ecuaciones. El arreglo de los coeficientes de la matriz y de los términos independientes para completar la matriz aumentada son como sigue:

$$C(1,1)=\frac{\partial F_{11}}{\partial w_{12}}\ ,\ C(1,2)=\frac{\partial F_{11}}{\partial w_{22}}\ ;\ C(1,3)=\frac{\partial F_{11}}{\partial P_{12}}\ ;\ C(1,4)=0\ ,\ C(1,5)=-F_{11}$$

$$C(2,1)=\frac{\partial F_{12}}{\partial w_{12}}\ ,\ C(2,2)=\frac{\partial F_{12}}{\partial w_{22}}\ ;\ C(2,3)=\frac{\partial F_{12}}{\partial P_{12}}\ ;\ C(2,4)=0\ ,\ C(2,5)=-F_{12}$$

$$C(3,1)=\frac{\partial F_{13}}{\partial w_{12}}\ ;\ C(3,2)=0\ ,\ C(3,3)=0\ ,\ C(3,4)=0\ ,\ C(3,5)=-F_{13}$$

$$C(4,1)=0\ ;\ C(4,2)=\frac{\partial F_{23}}{\partial w_{22}}\ ,\ C(4,3)=0\ ,\ C(4,4)=\frac{\partial F_{23}}{\partial Q_{22}}\ ,\ C(4,5)=-F_{23}$$

6.- METODO VARIACIONAL.

A partir del balance de cantidad de movimiento, sobre un elemento de gas en una tubería de área constante se obtiene la siguiente ecuación

$$\frac{g_{cR}}{M}\frac{\partial \rho z T}{\partial x} + \frac{\partial G^2/\rho}{\partial x} + \frac{f\ G|G|}{2D\rho} + g\ \rho\ \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{\partial G}{\partial t} = 0 \tag{40}$$

Y en el balance de masa se obtiene

$$\frac{\partial G}{\partial x} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \tag{41}$$

en el presente desarrollo T se asume constante

A.- CONDICIONES INICIALES Y DE FRONTERA.

En un instante, digamos para $t_o = 0$, se deberá conocer una distribución de gasto y densidad a lo largo de la tubería es decir:

$$G_o\ (x)\quad ,\quad 0 \leq x \leq L$$
$$\rho_o\ (x)\quad ,\quad 0 \leq x \leq L$$

donde G_o y ρ_o son las funciones conocidas en el tiempo $t_o=0$. Será el objetivo conocer $G(x,t)$ y $\rho(x,t)$ para $0 < t \leq \theta$

que satisfagan las ecuaciones (40) y (41) y las siguientes relaciones:

$$G(x,0) = G_O(x) \quad , \quad 0 \leq x \leq L$$

y (42)

$$\rho(x,0) = \rho_O(x) \quad , \quad 0 \leq x \leq L$$

sujeto a las condiciones de frontera

$$G(0,t) = \phi_O(t) \quad , \quad 0 < t \leq \theta$$

y (43)

$$G(L,t) = \phi_L(t) \qquad 0 < t \leq \theta$$

donde ϕ_O y ϕ_L son las funciones conocidas del tiempo para $0 < t \leq \theta$.

B.- SOLUCION DE LAS ECUACIONES MEDIANTE EL METODO DE GALERKIN

Este método consiste en aproximar una solu -- ción a ecuaciones de tipo parabólico, elíptico e hiperbólico etc. y fué desarrollado por B.G. GALERKIN en el año de 1915. Rachford y Todd[10] en el año de 1972 aplican el método de Galerkin para resolver el sistema de ecuaciones diferenciales representativas del flujo de gas en tuberías, el cual consiste en aproximar una solución en la forma siguiente:

Multiplicando las ecuaciones (40) y (41) por una función continua w(x) para $0 \leq x \leq L$ e integrando a lo largo de la tubería

$$\int_0^L \left[V_s^2 \frac{\partial \rho}{\partial x} + \frac{\partial \frac{G^2}{\rho}}{\partial x} + \frac{f|G|G}{2D\rho} + g\rho\frac{\partial h}{\partial x} + \frac{\partial G}{\partial t} \right] w(x)dx=0 \quad (44)$$

$$\int_0^L \left[\frac{\partial G}{\partial x} + \frac{\partial \rho}{\partial t} \right] w(x)dx = 0 \quad (45)$$

donde

$$V_s^2 = \frac{g_c RT}{M} (Z + \rho\frac{dZ}{d\rho})$$

Si $\rho(x,t)$ y $G(x,t)$ satisfacen las ecuaciones (40) y (41) sujetas a las condiciones iniciales y de frontera, también satisfarán a las ecuaciones (44) y (45) para una adecuada función w(x)

Sin embargo la aproximación de Galerkin supone que $\hat{\rho}(x,t)$ y $\hat{G}(x,t)$ que satisfacen las ecuaciones (44) y (45) para ciertas funciones w(x), restringidas al espacio de Hermite en el intervalo $[0, L]$ y sujetas a

$$\int_0^L \hat{\rho}\ (x,o)\ w(x)dx = \int_0^L \rho o(x) w(x)dx \qquad y$$

$$\int_0^L \hat{G}(x,o)\ w(x)dx = \int_0^L G_o(x)\ w(x)dx$$

Las funciones forman una base para el espacio de los polinomios cúbicos de Hermite. El hecho de que un -- conjunto de funciones $\{w_i\}$ formen una base para el espacio, significa que cualquier función F puede ser escrita como

$$F = \sum_{i=1}^{n} C_i \; w_i$$

por lo tanto

$$\left.\begin{aligned} \beta(x,t) &= \sum_{i=1}^{n} \alpha i(t) \; w_i(x) \\ \hat{G}(x,t) &= \sum_{i=1}^{n} \beta_i(t) \; w_i(x) \end{aligned}\right\} \qquad \text{y} \quad (46) \quad \text{donde}$$

n es el número de nodos usados en la partición $\left[o,L\right]$,$\{\alpha(t)\}$, y $\{\beta_i(t)\}$son funciones diferenciables de(t) y $\{w_i\}$, es la base del espacio.

De acuerdo a la notación Matriz-Vector y siendo w_j también funciones de Hermite se define:

$$A_{ij} = \int_{o}^{L} \left\{ \left[V_s^2 \;(\beta) - (\frac{\hat{G}}{\beta})^2 \right] \frac{dw_j}{dx} + g\frac{\partial h}{\partial x} \; w_j \right\} w_i \; dx$$

$$B_{ij} = \int_0^L \left(\frac{\hat{G}}{\hat{\rho}}\right) \frac{dwj}{dx} wi \; dx$$

$$Cij = \int_0^L w_j \; w_i \; dx$$

$$Eij = \int_0^L \frac{dwj}{dx} wi \; dx$$

$$d_i = \frac{1}{2D} \int_0^L \frac{f(\hat{G})\,|\hat{G}|\,\hat{G}}{\hat{\rho}} w_i \; dx$$

usando la notación anterior y representando el vector de las derivadas del tiempo $\alpha i(t)$ y $\beta i(t)$ como $\alpha'(t)$ y $\beta'(t)$ se obtiene la equivalencia de (44) y (45)

$$A\,\alpha + 2\,B\,\beta + C\,\beta' + d = 0 \qquad (47)$$

y

$$E\,\beta + C\,\alpha' = 0 \qquad (48)$$

Las ecuaciones anteriores forman un sistema no lineal de ecuaciones diferenciales ordinarias en α y β.

Puesto que estas funciones dependen del tiempo se pueden discretizar de la siguiente manera:

Sean α_n y β_n vectores de coeficientes $\alpha_{i,n}$, $\beta_{i,n}$ para el sistema de ecuaciones (46) correspondiendo al tiempo $t_n \equiv n\Delta t$.

Evaluación de Términos en (n+ 1/2)

$$\alpha_{n+1/2} = \frac{\alpha_n + \alpha_{n+1}}{2}, \quad \beta_{n+1/2} = \frac{\beta_n + \beta_{n+1}}{2}$$

y la solución aproximada para $\rho(x,t_n)$ y $G(x,t_n)$

$$\hat{\rho}_n = \sum_{i=1}^{n} \alpha_{i,n} w_i$$

$$\hat{G}_n = \sum_{i=1}^{n} \beta_{i,n} w_i \qquad (49)$$

$$\hat{\rho}_{n+1/2} = 1/2\ (\hat{\rho}_n + \hat{\rho}_{n+1}) \qquad \text{y}$$

$$\hat{G}_{n+1/2} = 1/2\ (\hat{G}_n + \hat{G}_{n+1})$$

Se define:

$$(A_{n+1/2})_{i,j} = \int_0^L \left\{ \left[V_s^2\ (\hat{\rho}) - (\frac{\hat{G}}{\hat{\rho}})^2 \right]_{n+1/2} \frac{dw_j}{dx} + g\frac{\partial h}{\partial x}\, w_j \right\} w_i\, dx$$

$$(B_n + 1/2)_{i,j} = \int_0^L \left(\frac{\hat{G}}{\hat{\rho}}\right)_{n+1/2} \frac{dw_j}{dx}\, w_i\, d_x$$

$$(d_n + 1/2)_i = \frac{1}{2D}\int_0^L \left(\frac{f(\hat{G})\,|\hat{G}|\hat{G}}{\hat{\rho}}\right)_{n+1/2} w_i\, d_x$$

Entonces el sistema queda como sigue:

$$(A\alpha)_{n+1/2} + (2\,B\beta)_{n+1/2} + C\frac{\beta_{n+1}-\beta_n}{\Delta t} + d_{n+1/2} = 0$$

y

$$(E\beta)_{n+1/2} + C\,\frac{\alpha_{n+1} - \alpha_n}{\Delta t} = 0 \qquad (50)$$

Así se tiene un sistema de ecuaciones simultá neas lineales con incógnitas α_{n+1} y β_{n+1}..

IV.- SOLUCION A LAS ECUACIONES DE FLUJO TRANSITORIO, MEDIANTE EL METODO DE GALERKIN, EN TERMINOS DE PRESIONES Y GASTOS.

1.- EJEMPLO ILUSTRATIVO DEL METODO DE GALERKIN

El método de aproximación introducido en 1915 por B.G. Galerkin[1] para resolver ecuaciones de tipo elíptico, hiperbólico y parábolico ha tenido amplia aplicación en recientes años.

Con el fin de ilustrar el método de Galerkin se presenta una aplicación en problemas de conducción de calor para regiones finitas bidimensionales.

$$T(x,y) \equiv \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{g_m}{k} = 0 \qquad (51)$$

ε a una región cerrada Rc y sujeta a

$$T = 0 \quad ó \quad \frac{\partial T}{\partial \eta} = 0 \quad ó \quad \frac{\partial T}{\partial \eta} + HT = 0 \qquad (52)$$

sobre la frontera S de la región. Donde $\frac{\partial}{\partial \eta}$ = diferenciación a lo largo de la frontera exterior. La base del método de Galerkin a la solución de la ecuación (51) es buscar una solución aproximada en la forma siguiente:

$$T_n(x,y) = \sum_{i=1}^{n} C_i \, \phi_i(x,y) \qquad (53)$$ donde

$T_n(x,y)$ = Función de aproximación.

$\phi_i(x,y)$ = Conjunto de funciones conocidas que se escogen y deben satisfacer las condiciones de frontera (52).

C_i = Coeficientes incógnitas que se determinan en el método de Galerkin, los cuales satisfacen la ecuación (51) dentro de cierta tolerancia.

$i = 1, 2, 3 \ldots n$

A fin de que $T_n(x,y)$ sea solución de la ecuación diferencial (51) es necesario que la función sea igual a cero. Si $T_n(x,y)$ es considerada como contínüa es entonces -- equivalente a requerir la ortogonalidad a todas las funciones del sistema

$$\phi_i(x,y)\ , \quad i = 1, 2, \ldots n$$

se obtiene por lo tanto n condiciones de ortogonalidad de donde n ecuaciones algebráicas son obtenidas para determinar n coeficientes como incógnitas $C_1, C_2 \ldots C_n$. Una vez determinados estos coeficientes se sustituyen en (53) y una solución aproximada es obtenida para distribución de temperatura en la región.

La declaración anterior es demostrada como sigue:

$$\sum_{i=1}^{n} C_i \, \phi_i(x,y) = 0$$

multiplicando la ecuación anterior por $\phi_j(x,y)$ e integrando sobre la región R_c

$$\iint_{R_c} \sum_{i=1}^{n} \left[C_i \, \phi_i(x,y) \right] \phi_j(x,y)\,dx\,dy=0 \qquad \text{para } j=1,2\ldots n \tag{54}$$

El sistema (54) conduce a un sistema de n ecuaciones algebráicas para determinar n coeficientes $C_1, C_2 \ldots C_n$ como incógnitas. Una vez obtenidos se sustituyen en (53) para dar una solución aproximada al problema.

CONSTRUCCION DE FUNCIONES $\phi_i(x,y)$.

La construcción de las funciones $\phi_i(x,y)$ para aproximar la solución de la ecuación (51) sujeta a las condiciones de frontera (52), se lleva a cabo escogiendo diferentes combinaciones de polinomios o funciones trigonométricas .

Escogiendo la condición frontera de primera clase.

$T(x,y)=0$ sobre la frontera s de la región. Supóngase que se escoge una función $w(x,y)$ la cual es continua en la región cerrada R_c, teniendo derivadas contínuas $\frac{\partial w}{\partial x}$ y $\frac{\partial w}{\partial y}$

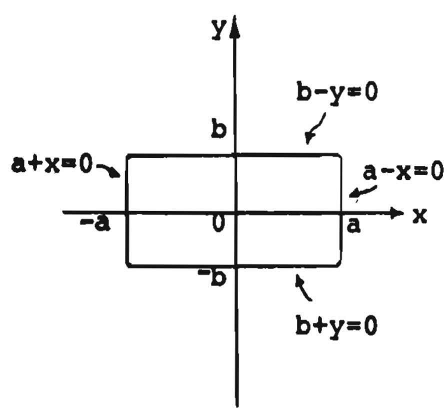
y satisfaciendo la condición frontera $T(x,y) = 0$

$$w(x,y) = 0$$

Entonces el sistema de funciones $\phi_i(x,y)$ puede ser escogido como el sistema que consiste de los productos de $w(x,y)$ y varias potencias de x e y en la forma

$$\phi_1(x,y) = w(x,y)$$
$$\phi_2(x,y) = x.w(x,y)$$
$$\phi_3(x,y) = y.w(x,y)$$
$$\phi_4(x,y) = x^2.w(x,y)$$
$$\phi_5(x,y) = x.y.w(x,y)$$

Si se considera una región rectángular (-a, a, -b, b) como se muestra en la figura siguiente:



sujeto a la temperatura cero en la frontera y con generación de calor dentro del sólido en un gasto uniforme de g_m --- BTU/hr-pies^2. La distribución de la temperatura estacionaria en la región satisface.

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{g_m}{k} = 0$$

sujeta a

$$T = 0 \quad \text{en} \quad x = \pm a$$
$$T = 0 \quad \text{en} \quad y = \pm b$$

la función para la condición de frontera de 1ª clase

$$w(x,y) = (a^2 - x^2)(b^2 - y^2)$$

y el sistema es escogido como el producto de w(x,y) y poten -- cias pares de x y y

$$\begin{aligned}
\phi_1(x,y) &= (a^2 - x^2)(b^2 - y^2)\\
\phi_2(x,y) &= x^2(a^2 - x^2)(b^2 - y^2)\\
\phi_3(x,y) &= y^2(a^2 - x^2)(b^2 - y^2)\\
\phi_4(x,y) &= x^2y^2(a^2 - x^2)(b^2 - y^2)\\
&\vdots\\
\phi_n(x,y) &= x^{2i}\, y^{2j}(a^2-x^2)(b^2-y^2) \qquad i \text{ y } j = 1,2..n
\end{aligned}$$

de aquí la forma de aproximar el perfil de temperatura

$$T_n(x,y)=(a^2-x^2)(b^2-y^2)\left[C_1+C_2x^2+C_3y^2+C_4x^2y^2+\ldots C_n\ x^{2i}\ y^{2j}\right]$$

Si se aproxima la función con un solo término

n=1

$$T_1(x,y)=\ C_1.(a^2-x^2)(b^2-y^2)\ \equiv\ C_1.\ \phi_1(x,y)$$

y se desea determinar C_1 por el método de Galerkin

$$\int_{x=-a}^{x=a}\int_{y=-b}^{y=b}\left[C_1\ \frac{\partial^2\phi_1}{\partial x^2}+C_1\ \frac{\partial^2\phi_1}{\partial y^2}+\frac{gm}{k}\right]\phi_1 dx.\ dy\ =\ 0$$

$$\phi_1\ =\ (a^2\ -\ x^2)(b^2\ -\ y^2)$$

efectuando las derivadas parciales se obtiene

$$4\int_{x=0}^{a}\int_{y=0}^{b}\left[-2C_1(a^2-x^2)(b^2-y^2)^2-\ 2C_1(b^2-y^2)(a^2-x^2)^2\right.$$

$$\left.+\ \frac{gm}{k}\ (a^2-x^2)(b^2-y^2)\right]dx\ dy\ =\ 0$$

resolviendo la doble integración para C_1

$$C_1\ =\ \frac{5}{8}\ \frac{gm/k}{a^2+b^2}$$ por lo tanto

la aproximación para la distribución de temperatura esta dada por la forma

$$T_1(x,y) = \frac{5}{8}\,\frac{gm/k}{a^2+b^2}\,(a^2-x^2)(b^2-y^2) \qquad (55)$$

Comparando esta solución aproximada con la solución exacta por series de Fourier

$$T(x,y) = \frac{gm}{k}\left[\left(\frac{a^2-x^2}{2}\right) - 2a^2 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\beta_n^3}\,\frac{\cosh(\beta_n \frac{y}{b})\cos(\beta_n \frac{x}{a})}{\cosh(\beta_n \frac{b}{a})}\right]$$

donde

$$\beta_n = \frac{(2n+1)\pi}{2}$$

La temperatura en el centro x = 0 , y = 0 para el caso partícular de una región a = b

$$T_1(0,0) = \frac{5}{16}\,\frac{gma^2}{k} = 0.3125\,\frac{gma^2}{k}$$

$$T(0,0) = \frac{gma^2}{k}\left[\frac{1}{2} - 2\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\beta^3 n \cosh \beta_n}\right] = 0.293\,\frac{gma^2}{k}$$

el error involucrado para la aproximación con un solo término es menor que 7%. La exactitud se mejora conforme aumenta el número de términos, con que se aproxima la función $t_n(x,y)$.

2.- APROXIMACION DE LA SOLUCION A LAS ECUACIONES DE FLUJO TRANSITORIO, POR EL METODO DE GALERKIN EN TERMINOS DE PRESIONES Y GASTOS.

Las ecuaciones generales de flujo están expresadas como sigue:

$$\frac{\partial(\rho V x)}{\partial x} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \tag{56}$$

$$g\rho \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{R}{M}\left[\rho Z \frac{\partial T}{\partial x} + T\frac{\partial \rho Z}{\partial x}\right] + \frac{\partial \rho V x}{\partial t} + \frac{f \rho V x^2}{2D} = 0 \tag{57}$$

Es común en los problemas de flujo transitorio en sistemas de gas, el despreciar algunos términos de la ecuación (57), como son, los correspondientes al perfil de elevación, al gradiente de temperatura y al de energía cinética.

Por lo tanto se obtiene:

$$\frac{\partial \rho Z}{\partial x} + \frac{Mf}{2DRT} \quad \rho V_x^2 = 0 \tag{58}$$

efectuando el siguiente cambio de variables, con el fin de normalizar

$X = Ly$ donde L es la

longitud de la tubería y "y" varía entre 0 y 1 las ecuaciones (56) y (58) llegan a ser

$$\frac{\partial \rho V_x}{\partial y} + L \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \qquad (59)$$

$$\frac{Z}{2} \frac{\partial \rho^2}{\partial y} + \frac{MfL}{2DRT} (\rho V_x)^2 = 0 \qquad (60)$$

La relación entre (ρV_x) y el gasto en millones de pies[3] por día a condiciones estandar esta dada como sigue:

$$\rho V_x = \frac{1667 \; M \cdot P_B}{RT_B \; A \; Z_B} Q$$ sustituyendo esta relación

en las ecuaciones (59) y (60) se obtiene

$$\frac{\partial Q}{\partial y} + \frac{A \quad LRT_B Z_B}{1667 \; M \; P_B} \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \qquad (61)$$

$$Z \frac{\partial \rho^2}{\partial y} + \frac{M^3 fL \; P_B^2 \; 1667^2 \; Q^2}{D \quad R^3 \; T \; A^2 T_B^2} = 0 \qquad (62)$$

mediante la ecuación de estado se pueden expresar las ecuaciones anteriores en términos de P y Q

$$\frac{\partial Q}{\partial y} + \frac{0.0863 \; AL \; Z_B T_B}{T \; P_B Z} \frac{\partial p}{\partial t} = 0 \qquad (63)$$

$$\frac{\partial P^2}{\partial\, y} + \frac{ZfL\ P_B^2\ M \quad 134}{DA^2\ T_B^2\ Z_B^2\ R}\, Q^2 = 0 \qquad (64)$$

Si $$K_1 = \frac{0.0863\Lambda\ Z_B\ T_B L}{T\ P_B\ Z} \quad y \quad K_2 = \frac{ZfL\ P_B^2\ M \quad 134}{DA^2\ T_B^2\ Z_B^2\ R}$$

las ecuaciones (63) y (64) se reducen a

$$\frac{\partial Q}{\partial y} + K_1 \frac{\partial P}{\partial t} = 0 \qquad (65)$$

$$\frac{\partial P^2}{\partial y} + K_2\, Q^2 = 0 \qquad (66)$$

CONDICIONES INICIALES Y DE FRONTERA.

CONDICIONES INICIALES.- En algún instante se deberá conocer la distribución de presiones y gastos, digamos a $t_o = 0$

$Q_o(y)$, $0 \leq y \leq 1$

$P_o(y)$, $0 \leq y \leq 1$

o bien

$Q(y,0) = Q_o(y)$, $0 \leq y \leq 1$ y

$P(y,0) = P_o(y)$, $0 \leq y \leq 1$

CONDICIONES DE FRONTERA.

$$Q(o,t) = \phi_O(t) \ , \ o < t \leq \theta \qquad y$$

$$Q(1,t) = \phi_L(t) \quad o < t \leq \theta \qquad \text{donde}$$

ϕ_O y ϕ_L son dos funciones conocidas del tiempo

Se usan las siguientes funciones de aproximación para el método de Galerkin

$$\hat{P}(y,t) = \sum_{i=1}^{n} \alpha_i(t)\ w_i(y) \tag{67}$$

$$\hat{Q}(Y,t) = \sum_{i=1}^{n} \beta_i(t)\ w_i(y) \tag{68}$$

Si Q y P son soluciones exactas, la función error

$$\xi(Q,P) \equiv 0$$

Para la ecuación (65)

$$\xi(\hat{Q},\hat{P}) = \sum_{i=1}^{n} \beta_i(t)\ \frac{dw_i(y)}{dy} + k_1 \sum_{i=1}^{n} \frac{d\alpha_i(t)}{dt}\ w_i(y) \tag{69}$$

Bajo condición de Ortogonalidad y para K=1,2..n

$$\int_0^1 \xi(\hat{Q},\hat{P})\ W_k(y)\ dy = 0$$

sustituyendo la ecuación (69)

$$\int_0^1 \left[\sum_{i=1}^{n} \beta_i(t) \frac{dw_i(y)}{dy} + k_1 \sum_{i=1}^{n} \frac{d\alpha i}{dt} w_i(y)\right] w_k(y)\ dy = 0$$

$$\int_0^1 \left[\sum_{i=1}^{n} \beta_i(t) \frac{dw_i(y)}{dy} w_k(y)\right] dy + k_1 \int_0^1 \left[\sum_{i=1}^{n} \frac{d\alpha i}{dt} w_i(y) w_k(y)\right] dy$$

$$\sum_{i=1}^{n} \beta_i(t) \int_0^1 \frac{dw_i(y)}{dy} w_k(y) dy + k_1 \sum_{i=1}^{n} \frac{d\alpha_i}{dt} \int_0^1 w_i(y) w_k(y) dy \quad (70)$$

Para la ecuación (66)

$$\hat{P}(y,t) = \sum_{i=1}^{n} \alpha_i(t)\ w_i(y)$$

$$\hat{P}^2(y,t) = \sum_{j=1}^{n} \sum_{i=1}^{n} \alpha_i(t)\ \alpha_j(t)\ w_i(y)\ w_j(y)$$

$$\frac{\partial \hat{P}^2}{\partial y} = \sum_{j=1}^{n} \sum_{i=1}^{n} \alpha_i(t) \alpha_j(t) \left[w_i(y) \frac{dw_j}{dy} + \frac{dw_i}{dy} w_j \right] \quad (71)$$

$$\left.\begin{aligned} \hat{Q}(y,t) &= \sum_{i=1}^{n} \beta_i(t)\ w_i(y) \\ \hat{Q}^2(y,t) &= \sum_{j=1}^{n} \sum_{i=1}^{n} \beta_i(t)\ \beta_j(t)\ w_i\ w_j \end{aligned}\right\} \quad (72)$$

Para w_i y w_j como funciones de y

Si Q y p son soluciones exactas la función error

$$\xi(Q,P) \equiv 0$$

La aproximación por el método de Galerkin y la sustitución de (71) y (72) en la ecuación (69)

$$\xi(\hat{q},\hat{P}) = \sum_{j=1}^{n}\sum_{i=1}^{n} \alpha_i(t)\alpha_j(t)\left[w_i \frac{dw_j}{dy} + \frac{dw_i}{dy} w_j\right] +$$

$$k_2\left[\sum_{j=1}^{n}\sum_{i=1}^{n} \beta_i(t)\beta_j(t)\; w_i\; w_j\right]$$

$$\int_0^1 \xi(\hat{Q},\hat{P})\; w_k\; dy = 0$$ condición de ortogonalidad

$$\int_0^1\left\{\sum_{j=1}^{n}\sum_{i=1}^{n} \alpha_i(t)\alpha_j(t)\left[w_i(y)\frac{dw_j}{dy} + \frac{dw_i}{dy} w_j\right]\right.$$

$$\left. + k_2\left[\sum_{j=1}^{n}\sum_{i=1}^{n} \beta_i(t)\beta_j(t) w_i\; w_j\right]\right\} w_k\; dy = 0$$

$$\sum_{j=1}^{n}\sum_{i=1}^{n} \alpha_i(t)\alpha_j(t)\left\{\int_0^1\left[w_i \frac{dw_j}{dy} + \frac{dw_i}{dy} w_j\right] w_k\; dy\right\}$$

$$+ k_2\left\{\sum_{j=1}^{n}\sum_{i=1}^{n} \beta_i(t)\,\beta_j(t)\left[\int_0^1 w_i\; w_j\; w_k\; dy\right]\right\}=0 \quad (73)$$

Haciendo en las ecuaciones (70) y (73)

$$A_{ki} = \int_0^1 w_k \frac{dw_i}{dy} dy \qquad (74)$$

$$B_{ki} = k_1 \int_0^1 w_i \, w_k \, dy \qquad (75)$$

$$C_{ijk} = \int_0^1 \left[w_i \frac{dw_j}{dy} + \frac{dw_i}{dy} w_j \right] w_k \, dy \qquad (76)$$

$$D_{ijk} = k_2 \int_0^1 w_i \, w_j \, w_k \, dy \qquad (77)$$

las ecuaciones (70) y (73) se transforman en:

$$\sum_{i=1}^{n} A_{ki} \, \beta_i(t) + \sum_{i=1}^{n} B_{ki} \frac{d\alpha_i}{dt} = 0 \qquad (78)$$

$$\sum_{j=1}^{n} \sum_{i=1}^{n} \alpha_i \, \alpha_j \, C_{ijk} + \sum_{j=1}^{n} \sum_{i=1}^{n} \beta_i \quad \beta_j \, D_{ijk} = 0 \qquad (79)$$

$$k = 1, 2, \ldots, n$$

El sistema anterior se puede expresar en forma matricial, vectores columna y vector renglón de la manera siguiente:

$$A \; \beta + B \frac{d\alpha}{dt} = 0 \qquad (80)$$

$\rightarrow$

$$\alpha^T C\alpha + \beta^T D\beta = 0 \tag{81}$$

Donde T significa que se esta hablando de la matriz transpuesta.

Este sistema en forma desarrollada puede escribirse en la forma siguiente:

$$\begin{bmatrix} A_{11} & + & A_{12} & \cdots & A_{1n} \\ \cdot & & & & \cdot \\ \cdot & & & & \cdot \\ \cdot & & & & \cdot \\ \cdot & & & & \cdot \\ A_{n1} & \cdots & & & A_{n,n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \beta_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_{1,1} & \cdots B_{1,2} & \cdots B_{1n} \\ \cdot & & \cdot \\ \cdot & & \cdot \\ \cdot & & \cdot \\ \cdot & & \cdot \\ B_{n1} & \cdots & B_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (\frac{d\alpha}{dt})_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ (\frac{d\alpha}{dt})_n \end{bmatrix} = 0$$

$$\begin{bmatrix} \alpha_1, & \alpha_2 \cdots \alpha_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_{11} \cdots\cdots C_{1n} \\ \cdots\cdots \\ \cdots\cdots \\ C_{n1} \cdots\cdots C_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \alpha_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \beta_1 & \beta_2 \cdots \beta_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} D_{11} \cdots D_{1n} \\ \cdots\cdots \\ \cdots\cdots \\ D_{n1} \cdots D_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \beta_n \end{bmatrix} = 0$$

Como puede observarse este sistema de ecuaciones es mucho más sencillo que el presentado por H.H.Rachford Jr.[10] el cual se expresa en las ecuaciones (47) y (48).

V.- REPRESENTACION DEL FLUJO DE GAS TRANSITORIO, MEDIANTE CONDICIONES DE FLUJO EN REGIMEN PERMANENTE, APLICADO AL SISTEMA DE DISTRIBUCION DE GAS DEL D.F.N.E.

1.- ANTECEDENTES.-

Petróleos Mexicanos tiene en operación un sistema de ductos denominados "GASODUCTOS REYNOSA-MONTERREY-TORREON-CHIHUAHUA", con el cual se abastece de gas natural a usuarios de tipo doméstico e industrial que se localizan en la zona de influencia de este sistema (ver plano No.1). Los ductos principales son los siguientes:

a) Gasoducto Reynosa-Monterrey de 22"ø y 249 Km. de longitud.

b) Loop Reynosa-Monterrey de 24"ø y 172 Km. de longitud, el cual se fué construyendo y poniendo en operación por tramos, según las necesidades.

c) Gasoducto Ojo Caliente-Chávez de 16"ø y 250 Km. de longitud.

d) Gasoducto Chávez-Chihuahua de 12"ø y 434 Km. de longitud.

e) Gasoducto Escobedo-Monclova de 10"ø y 172 Km. de longitud Loop de 10" ø y misma -- longitud

Con el objeto de incrementar la capacidad de transporte de este sistema, se encargó a la Hudson Engineering Corporation elaborar un estudio, para determinar la localización y capacidad de estaciones de compresión, basándose en estimaciones de consumo para la zona. Se llegó a la conclusión de instalar por etapas diez estaciones de compresión. Hasta la fecha únicamente se instalaron seis de las diez estaciones proyectadas las cuales se mencionan a continuación:

Estación Número	Número de Compresoras	Potencia Hp/Unidad	Potencia total Hp	Modelo
1	4	1800	7200	Cooper-Bessemer
2	4	1100	4400	Cooper-Bessemer
4	3	2400	7200	Copper-Bessemer
5	3	1440	4320	Cooper-Bessemer
8	3	1100	3300	Cooper-Bessemer
9	3	1100	3300	Cooper-Bessemer

Dadas las condiciones de flujo de este sistema de distribución, es obvio su régimen transitorio, debido principalmente a las variaciones de la demanda. Bajo estas circunstancias, se hace necesario establecer normas específicas de operación con el fin de mantener un balance adecuado de presiones y gastos en todo el sistema. Para lograr el objetivo anterior, se elaboró un procedimiento de cálculo bajo régimen permanente, que permite representar el flujo variable, aún en las condiciones más críticas de variación en la demanda del consumo de gas.

2.- TEORIA Y FORMULACION DEL MODELO EN REGIMEN PERMANENTE.

La teoría está basada en un modelo presentado por M. Stoner en Febrero de 1970 el cual a su vez es una extensión del trabajo efectuado con anterioridad sobre el análisis de sistemas de distribución de agua realizado por Shamir U. y Howard en Enero de 1968. En el año de 1974 el I.M.P.[6] presentó un modelo matemático que simula el flujo de gas natural bajo régimen permanente a través de sistemas de recolección o distribución de gas. El modelo anterior se consideró factible para aplicarlo al sistema de distribución del D.F.N.E., con el fin de representar el régimen variable.

Cualquier red de tuberías de este tipo puede ser descrita en términos de "nodos" y "conectores de nodos". Los nodos representan físicamente puntos donde convergen dos o más tuberías o donde se desea determinar la presión como en la succión o descarga de una compresora. Los conectores de los nodos representan elementos a través de los cuales hay intercambios de masa de un nodo a otro. Al conjunto de conectores se le denominará con "C" y el de nodos con "N".

En un sistema como el descrito, pero con flujo de de gas en régimen permanente, se debe satisfacer la ley de la conservación de masa en cada uno de los nodos; por lo tanto se debe cumplir la ecuación siguiente:

$$F_i = \sum_{j/(i,j)\varepsilon C} S_{ij}\, q_{ij} + Q_i = 0 \qquad (82)$$ en donde

S_{ij} es una variable que indica el sentido del flujo

S_{ij} = 1 cuando el flujo es del nodo i al nodo j

y S_{ij} =-1 cuando el flujo es del nodo j al nodo i

q_{ij} es el gasto de gas que pasa a través del conector.

Q_i es un término que índica la adición o extracción de masa al sistema a través del nodo i.

Estas ecuaciones establecen simplemente que la masa que entra al nodo es igual a la que sale y describen convenientemente la interación de los diferentes elementos del sistema.

También para cada tipo de conector existe una ecuación característica que relaciona el gasto q_{ij} con la presión del fluído en sus extremos. Para tuberías existen diferentes ecuaciones, tales como la de Weymouth, Pandhandle etc. pero en general, éstas se pueden reducir algebráicamente a la forma:

$$q_{ij} = K_{ij} \left| P_i^2 - P_j^2 \right|^n \qquad (83)$$ en donde

k_{ij} es un coeficiente de transmisión de la tubería que depende de la geometría, de las condiciones de flujo y de la composición del gas.

P_i y P_j es la presión del fluído en el nodo i y j respectivamente.

n es un exponente que depende de la forma de la ecuación

Para otros tipos de conectores, tales como compresoras, se pueden establecer ecuaciones semejantes a la ecuación (83).

Sustituyendo la ecuación (83) en la (82) se obtiene:

$$F_i = \sum_{j/(i,j)\varepsilon C} S_{ij}\ K_{ij} \left| P_i^2 - P_j^2 \right|^n + Q_i = 0 \qquad (84)$$

Cuando el sistema esta balanceado, F_i será ce̲ro. Los gastos entrando y saliendo de los nodos también se pueden expresar como:

$$\sum_{i=1}^{N} Q_i = 0 \qquad (85)$$

Entonces el problema consiste en determinar un conjunto de valores Q_i y P_i para toda i en N que satisfaga las ecuaciones (84) y (85).

En este caso se tienen N ecuaciones con 2N incógnitas (N valores de P y N valores de Q), por lo que se requiere asignar valores a N variables, siendo las N variables restantes las incógnitas. La asignación de valores debe hacerse de tal modo que las ecuaciones resultantes sean linealmente independientes. Como la suma algebráica de los gastos exteriores debe ser igual a cero, solamente se pueden asignar gastos a N-1 nodos, quedando al menos un gasto como incógnita.

SOLUCION AL SISTEMA DE ECUACIONES.

Las ecuaciones que resultan de aplicar la ecuación (84) a cada uno de los nodos son no lineales. Actualmente el mejor método para resolver este sistema es el procedimiento iterativo de Newton Raphson. Para su aplicación se requiere asignar valores iniciales a las incógnitas. Usando estos valores como base, el método proporciona un conjunto de correciones que, sumadas algebráicamente a los valores anteriores harán que estos se acerquen a la solución del sistema. Las iteraciones se continúan hasta que los valores calculados de las incógnitas satisfagan las -- ecuaciones (84) dentro de cierta tolerancia.

Para un sistema de N ecuaciones no lineales del tipo $F_i(x_1\ x_2\ \ldots x_N) = 0$ para $i = 1, 2, \ldots N$ con incóg nitas $x_1, x_2, \ldots x_N$, el valor de las incógnitas al nivel de la iteración $k + 1$ esta dado por

$$X_i^{k+1} = X_i^k + \Delta X_i^{k+1} \qquad (86)$$

de acuerdo con Newton

$$X_i^{k+1} = X_i^k - \frac{F_i\ (X_i^k)}{F_i'\ (X_i^k)}$$

$$\Delta X_i^{k+1}\ F_i'\ (X_i^k) = -\ F_i(X_i^k)$$ o bien

$$\sum_{j=1}^{N} \left(\frac{\partial F_i}{X_j^k}\ \Delta X_j^{k+1}\right) = -\ F_i'(X_1^k\ ,\ X_2^k \ldots X_n^k),\ i = 1, 2 \ldots N \qquad (87)$$

Este sistema de ecuaciones se puede expresar en forma matricial y vectores columna como:

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial F1}{\partial x_1} & \frac{\partial F1}{\partial x_2} \cdots\cdots & \frac{\partial F1}{\partial x_N} \\ \\ \frac{\partial F2}{\partial x_1} & \frac{\partial F2}{\partial x_2} \cdots\cdots & \frac{\partial F2}{\partial x_n} \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \frac{\partial FN}{\partial x_1} & \frac{\partial FN}{\partial x_2} \cdots\cdots & \frac{\partial F_N}{\partial x_N} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta X_1^{k+1} \\ \\ \Delta X_2^{k+1} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \Delta X_N^{k+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -F_1 \\ \\ -F_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ -F_N \end{bmatrix}$$

Y se puede resolver usando el método de eliminación de Gauss.

3.- APLICACION AL SISTEMA DE DISTRIBUCION "REYNOSA MONTERREY TORREON CHIHUAHUA".

En los sistemas complejos de distribución de gas el régimen transitorio se presenta debido a las variaciones en el consumo de gas. La aseveración anterior se comprueba en usuarios que por sus condiciones de operación, consumen gastos constantes, mantienen el flujo bajo régimen permanente, tal es el caso del gasoducto Reynosa Monterrey de 14" ø propiedad de la Cía. Gas Industrial de Monterrey, que mantienen un gasto constante de 75 MMSCFD el cual permanece inalterable por transcurso de meses. Si se observan las gráficas de manógrafos a la entrada y salida del gasoducto se puede ver la presión constante con respecto al tiempo.

Es más conveniente la operación en sistemas de régimen permanente, pero en el sistema de distribución del D.F.N.E. se observan variaciones de demanda en diferentes consumidores. Para desarrollar el procedimiento tendiente a representar el régimen transitorio a partir de condiciones permanentes, se hicieron variar en forma crítica los gastos a -- consumidores de importancia, como son Monterrey, Monclova, Chihuahua en periódo de 24 horas, quedando la distribución de gastos en todo el sistema en la forma vista en la tabla 1

TABLA 1 EJEMPLO: DE VARIACION DE LOS GASTOS DE GAS EN EL SISTEMA DE DISTRIBUCION D.F.N.E.

TIEMPO EN HORAS	MONTERREY MMSCFD	MONCLOVA MMSCFD	SALTILLO MMSCFD	PARRAS MMSCFD	TORREON MMSCFD	LAGUNA DEL REY MMSCFD	CAMARGO MMSCFD	DELICIAS MMSCFD	CHIHUAHUA MMSCFD	TOTAL MMSCFD
1	127.5	31.5	15.0	1.0	6.0	7.0	23.0	1.0	11.6	223.6
2	130.0	33.0	15.0	1.0	6.0	7.0	23.0	1.0	13.0	229.0
3	135.0	34.4	15.0	1.0	6.0	7.0	23.0	1.0	15.0	237.4
4	139.0	35.9	15.0	1.0	6.0	7.0	23.0	1.0	16.8	244.7
5	143.0	37.3	15.0	1.0	6.0	7.0	23.0	1.0	18.0	251.3
6	148.0	39.0	15.0	1.0	6.0	7.0	23.0	1.0	19.4	259.4
7	152.5	41.0	15.0	1.0	6.0	7.0	23.0	1.0	20.6	267.1
8	157.0	43.2	15.0	1.0	6.0	7.0	23.0	1.0	21.8	275.0
9	161.5	44.8	15.0	1.0	6.0	7.0	23.0	1.0	22.6	281.9
10	165.5	46.5	15.0	1.0	6.0	7.0	23.0	1.0	23.4	288.4
11	170.0	48.3	15.0	1.0	6.0	7.0	23.0	1.0	23.8	295.1
12	175.5	50.3	15.0	1.0	6.0	7.0	23.0	1.0	21.4	300.2
13	179.5	51.5	15.0	1.0	6.0	7.0	23.0	1.0	21.9	305.9
14	187.5	52.8	15.0	1.0	6.0	7.0	23.0	1.0	29.1	315.4
15	185.0	54.0	15.0	1.0	6.0	7.0	23.0	1.0	21.5	313.5
16	184.0	55.1	15.0	1.0	6.0	7.0	23.0	1.0	20.7	312.8
17	182.0	54.8	15.0	1.0	6.0	7.0	23.0	1.0	19.7	309.5
18	179.0	54.4	15.0	1.0	6.0	7.0	23.0	1.0	18.3	304.7
19	176.0	54.0	15.0	1.0	6.0	7.0	23.0	1.0	16.8	299.8
20	173.0	52.5	15.0	1.0	6.0	7.0	23.0	1.0	15.3	293.8
21	168.0	50.7	15.0	1.0	6.0	7.0	23.0	1.0	14.0	285.7
22	163.0	48.6	15.0	1.0	6.0	7.0	23.0	1.0	12.7	277.3
23	158.0	46.2	15.0	1.0	6.0	7.0	23.0	1.0	11.3	268.5
24	151.0	43.2	15.0	1.0	6.0	7.0	23.0	1.0	19.6	256.8

A partir de esta información se generaron 24 distribuciones de presiones, gastos y potencias las cuales fueron delimitadas a ciertos rangos de operación. Parte de los resultados se puede ver en los esquemas del 1 al 8 para distribuciones cada 3 horas.

Con el fin de observar la tendencia de variación de las presiones y gastos contra el tiempo, se construyeron, mediante un programa de computación, una serie de gráficas para los puntos de mayor importancia, las cuales se pueden ver en el esquema núm. 9. Este conjunto de gráficas nos indica, que es posible predecir qué condiciones de operación se obtendrían al efectuarse cualquier variación en el consumo de gas, para cortos o largos períodos. De lo anterior se formuló un procedimiento para obtener este tipo de resultados, el cual se detalla en el diagrama de flujo No.1

Por otra parte, es bien conocido que en todos los grandes sistemas de distribución de gas como es el caso de los gasoductos "Reynosa, Monterrey, Torreón, Chihuahua", el volumen de gas almacenado participa en el consumo de la demanda de gas, principalmente cuando la variación es máxima.

Mediante el procedimiento que se plantea, es factible conocer la tendencia de variación del volumen de gas almacenado con respecto al tiempo. Dado que $V = F(\overline{P}, \overline{Z})$ y de

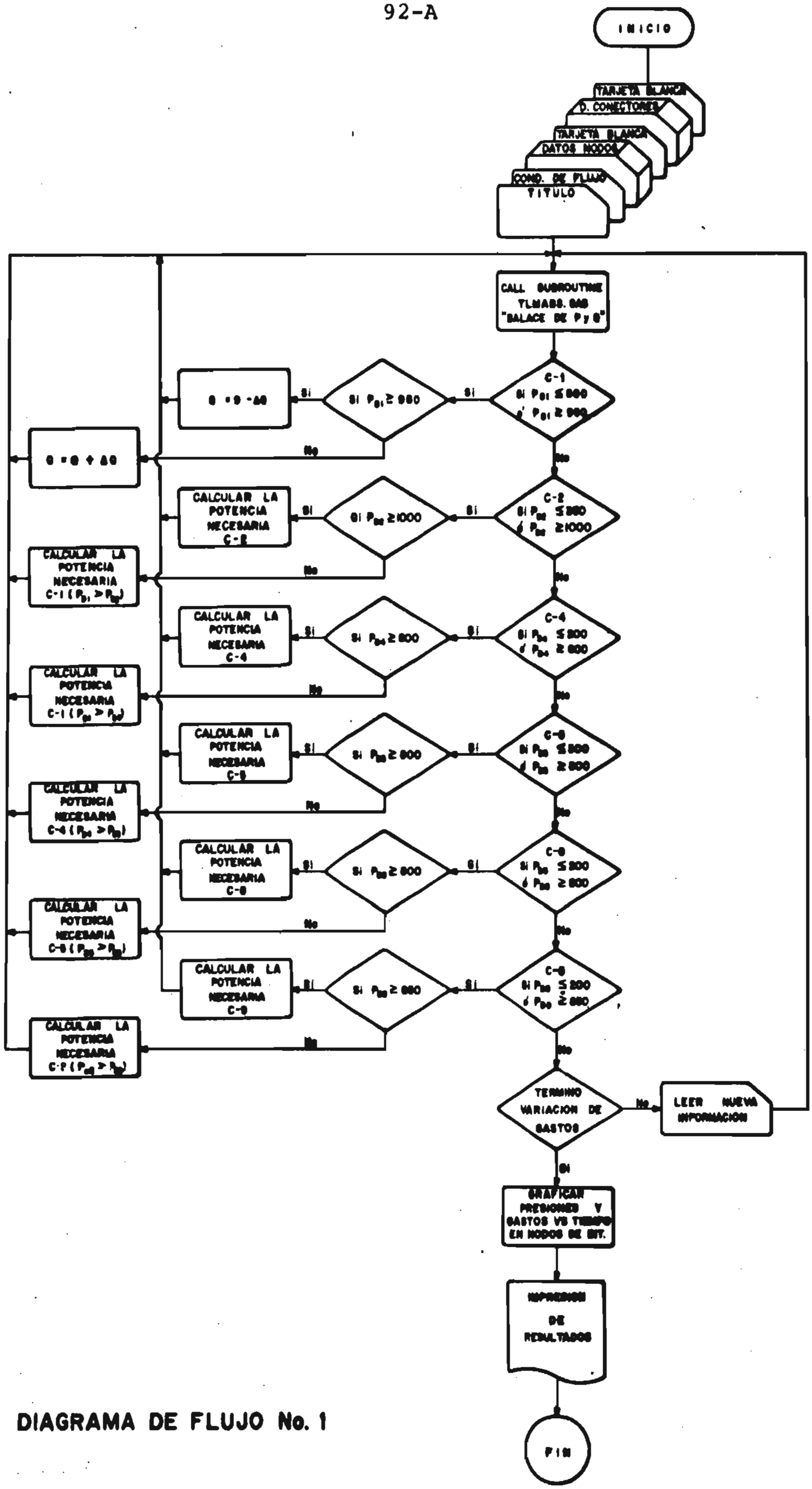


DIAGRAMA DE FLUJO No. 1

quesе conoce la distribución de presiones en cada intervalo de tiempo, se puede calcular el volumen de gas almacenado utilizando las ecuaciones siguientes:

$$\bar{Z} = 1 + (0.257 - \frac{0.533\ T_C}{T}) \frac{\bar{P}}{P_C}$$

$$V = 1.9\ d^2\ L_m\ \bar{P}\ (\frac{1}{\bar{Z}})$$

Si se consideran nodos ficticios de inyección de gas en el sistema de distribución para determinada -- sección que se quiera analizar, se obtiene la entrada total de gas constante y el gasto consumido en forma adicional debido al nodo ficticio de inyección procederá del volumen de gas almacenado.

El ejemplo ilustrativo del procedimiento anterior se llevó a cabo haciendo variar en forma ascendente el consumo de gas en Camargo, correspondiendo estos incrementos de gasto al nodo ficticio. Los resultados se pueden ver en los esquemas 10 y 11, donde se encuentra la distribución de presiones, gastos y potencias como parte de un periódo de 4 hrs. En el esquema 12 se ven las variaciones de presión, gasto, volumen almacenado contra el tiempo para puntos de interés.

Así es posible colocar diferentes nodos ficti-- cios de inyección en secciones de interés. Otro ejemplo ilustrativo se muestra en el esquema número 13 para el mismo nodo ficticio colocado en el gasoducto de Camargo y otro situado en el nodo número 22. El gas inyectado mediante los nodos ficticios es extraído en Camargo y Delicias.

VI.- CONCLUSIONES.

De los métodos expuestos, tendientes a aproximar una solución a las ecuaciones generales de flujo transitorio, según los autores de los mismos, presentan una serie de desventajas que los limitan en su aplicación a problemas generales. Con el fín de poder aplicar estas soluciones en forma más extensa, los mismos investigadores han relacionado algunos de estos métodos; tal es el caso de una solución combinada entre los métodos de las Características e Implícito. ([7]) Aún más, por otra parte se ha incluído una modificación a la ecuación general de "Conservación de la Cantidad de Movimiento", consistente en introducir un factor al término de la aceleración con el fin de ampliar la aplicación del método de las Características. ([9]).

Dentro de las principales desventajas que se tiene en estos métodos de solución, se pueden enumerar las siguientes:

1.- Los métodos por integración numérica y funciones de transferencia no son aplicables a ningún sistema de recolección o distribución de gas debido al inmenso trabajo que generan.

2.- Método de las Características.- Debido a los pequeños incrementos de tiempo que se aplican en este método, los cuales no deben exceder por razones de estabilidad al valor $\Delta x/Vs$, se genera un alto costo en cálculos por computadora, principalmente para tiempos grandes y sistemas complejos. La referencia de estos índices queda comprendida entre tiempos mayores de 20 Hrs. y un sistema complejo puede ser el "Sistema de Distribución de Gas del D.F.N.E."

3.- Método Explícito.- Presenta análoga desventaja que el método de las Características, sin embargo se han podido aumentar los incrementos de tiempo sujeto a ciertas restricciones empíricas, las cuales han sido impuestas con el fin de mantener la estabilidad del sistema.

4.- Método Implícito.- Se logra cierta estabilidad dependiente del sistema para valores mayores de $\frac{\Delta x}{Vs}$, pero presenta una seria desventaja debido a que su solución requiere de un sistema de ecuaciones simultáneas no lineales, que deben resolverse por métodos iterativos para cada incremento de tiempo. Para sistemas complejos se incrementa notablemente el costo por computadora.

5.- Método Variacional.- Su modelo de simulación es el más reciente y el de menor divulgación, pero se considera que para sistemas complejos presentará la misma anomalía que el método implícito, ya que también se genera en su solución un sistema de ecuaciones no lineales y de solución matemática aún más complicada.

En el estudio de los diferentes modelos -

para régimen variable aplicados a sistemas de recolección o distribución de gas, se observan períodos comprendidos entre 12 a 27 Hrs. con incrementos de tiempo desde 0.5 a 5 min. Puede concluirse que es completamente impráctico aplicar algunos de los métodos anteriores, para fijar condiciones de operación en sistemas como el de los gasoductos "Reynosa-Monterrey, Torreón, Chihuahua", en virtud de no poderse realizar en forma simultánea los cálculos con esos incrementos de tiempo tan pequeños y las variaciones de gasto correspondientes. Por lo tanto, se considera que los estudios realizados sobre flujo de gas en régimen variable y su aplicación a sistemas complejos, únicamente pueden ser utilizados para predecir un comportamiento aproximado del sistema a partir de datos estadísticos en la variación de demanda. La afirmación anterior es obvia, si se considera que para aplicar alguno de los métodos descritos al "Sistema de Distribución de Gas del D.F.N.E." se tendría que instalar equipo de telemedición y señales a control remoto en puntos de variación de demanda y estaciones de compresión respectivamente; y conectarlos a un centro de computación para desarrollar continuamente los cálculos por medio del método escogido en forma simultánea, para que una vez obtenidos los resultados se enviarán a un centro de control de operación.

Por otra parte el procedimiento planteado -

mediante régimen permanente es de carácter predictivo exclusivamente con apoyo en datos estadísticos y se pueden obtener:

a) Aproximación de las condiciones de operación diaria del - gasoducto "Reynosa-Monterrey-Torreón-Chihuahua".

b) Predicciones futuras para diseño basadas en producción y demanda.

La justificación para aplicar este procedimiento se basa en los conceptos siguientes:

1.- En todos los métodos expuestos para flujo variable el factor de fricción es el mismo que se utiliza en régimen permanente.

2.- El método de las Características, de amplia divulgación, utiliza en el desarrollo de sus ecuaciones el régimen permanente como base.

3.- Sólamente en las variaciones bruscas de demanda difiere el comportamiento de régimen transitorio y - régimen permanente, lo cual generalmente no ocurre en el "Sistema de distribución de gas del D. F.N.E."

4.- Mediante este procedimiento se pueden lograr ajustes muy exactos con las condiciones de flujo reales, en virtud de que el modelo matemático en régimen permanente desarrollado en el I.M.P., involucra factores de eficiencia por cada tubería y para cada cálculo de potencia.

N O M E N C L A T U R A .

D- Diámetro de la Tubería en pies.

d- Diámetro de la Tubería en pulgadas.

E- Voltaje.

f- Factor de Fricción el cual se ajusta por ensaye y error a las condiciones de flujo real.

g_c- Factor de Conversión $\frac{\text{Lb-pies}}{\text{Lb-seg.}^2}$

g- Aceleración de la Gravedad pies/seg.^{2}

h- Elevación de la Tubería en pies.

I- Corriente Eléctrica

L- Longitud de la Tubería en pies

L_m- Longitud de la Tubería en millas

Δx- Incremento de Longitud en pies

n- Un multiplicador que denota el componente de enésima frecuencia en una serie armónica.

P- Presión Absoluta del gas en Lb/pg^2.

P_b- Presión Base en Psia.

P_c- Presión Crítica en Psia.

Q- Gasto de gas MM pies^{3}st./día.

R- Constante Universal de los gases. $\frac{\text{Lb-pie}}{\text{mol-°R}}$

t- Tiempo en segundos trabajando con ecuaciones diferenciales. Tiempo en horas en funciones de transferencia.

Δt- Incremento de tiempo en segundos.

θ- El período de variación en segundos cuando se trabaja con ecuaciones diferenciales. En horas en funciones de transferencia .

V_x- Velocidad de transporte del gas en pies/seg.

V_p- Velocidad de propagación en pies/seg.

V_c- Una constante igual o menor que V_p en pies/seg.

V_s- Velocidad del sonido en el gas en pies/seg.

V- Volumen de gas en $pies^3$.

ρ- Densidad de gas $Lb/pies^3$

M- Peso molecular del gas en Lb/Lb-mol.

A- Area de la sección transversal en $pies^2$

T- Temperatura del gas °R.

T_c- Temperatura crítica del gas °R.

Z- Factor de supercompresibilidad

Z- Impedancia

G- Gasto másico masa/$(t-L^2)$.

g_m- Gasto calorífico BTU/$(hora-pie^3)$

K- Conductividad Térmica BTU/(hora-pies-°F)

τ- Esfuerzo Cortante

BIBLIOGRAFIA

1. L.V. Kantorovich y V.I. Krylov 1964
APROXIMATE METHODS OF HIGHER ANALYS

2. J.F. Wilkinson D.V. Holliday, E.H. Batey
K.W. Hannah 1965
TRANSIENT FLOW IN NATURAL GAS TRANSMISSION SYSTEMS

3. Ralph M. Rotly 1968
INTRODUCTION TO GAS DYNAMICS

4. M. Necati Ozisik 1972
BOUNDARY VALUE PROBLEMS OF HEAT CONDUCTION

5. R.Byron Bird, Warren E Stewart
Edwin N. Lightfoot 1973
TRANSPORT PHENOMENA

6. Tomás Limón Hernández 1975
TRANSPORTE DE GAS EN REGIMEN PERMANENTE
(PROYECTOS I.M.P.)

7. V.L. Streeter y E.B. Wylie
Transcations Vol 249 Dic 1970
"NATURAL GAS PIPELINE TRANSIENTS"

8. E.B. Wylie, M.A. Stoner, V.L. Streeter
Soc. Pet. Eng. Dic 1971
"NETWORK SYSTEM TRANSIENT CALCULATIONS BY IMPLICIT METHODS"

9. E.B. Wylie, V.L. Streeter, M.A. Stoner

Soc. Pet. Eng. 1972

"UNSTEADY NATURAL GAS CALCULATIONS IN COMPLEX PIPING SYSTEMS"

10. H.H. Rachford Jr. y Todd Dupont

Transactions Vol 257 Abril 1974

"A FAST HIGHLY ACCURATE MEANS OF MODELING TRANSIENT FLOW IN GAS PIPELINE SYSTEMS BY VARIATIONAL METHODS"

11. Francisco Sánchez Arredondo 1975

"APUNTES" OPTIMIZACION DE REDES DE RECOLECCION.

12. Angel Quintero Romo 1975

"APUNTES" DEL METODO DE GALERKIN

APENDICE A

CONSERVACION DE MASA

$$\left\{\begin{array}{l}\text{Gasto de masa}\\ \text{acumulado}\end{array}\right\} = \left\{\begin{array}{l}\text{Gasto de masa}\\ \text{entrando}\end{array}\right\} - \left\{\begin{array}{l}\text{Gasto de masa}\\ \text{saliendo}\end{array}\right\} \quad \text{(A-1)}$$

Gasto de masa entrando $= \Delta t \rho V_x \; \pi \; \Delta r^2 \Big|_{x}$

Gasto de masa saliendo $= \Delta t \rho V_x \; \pi \; \Delta r^2 \Big|_{x+\Delta x}$

Acumulación de masa $= \pi \; \Delta r^2 \; \Delta x \; \rho \Big|_{t+\Delta t} - \pi \Delta r^2 \Delta x \rho \Big|_{t}$

Sustituyendo en la ecuación (A-1)

$$\pi \Delta r^2 \; \Delta x \rho \Big|_{t+\Delta t} - \pi \; \Delta r^2 \Delta x \rho \Big|_{t} = \Delta t \rho V_x \; \pi \; \Delta r^2 \Big|_{x} - \Delta t \rho V_x \pi \Delta r^2 \Big|_{x+\Delta x}$$

dividiendo por $\pi \Delta r^2 \; \Delta x \; \; \Delta t$

$$\frac{\rho\big|_{t+\Delta t} - \rho\big|_{t}}{\Delta t} = - \frac{\rho Vx\big|_{x+\Delta x} - \rho Vx\big|_{x}}{\Delta x}$$

Tomando límites cuando Δt y $\Delta x \Rightarrow$ a cero

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = - \frac{\partial \rho Vx}{\partial x}$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho Vx}{\partial x} = 0 \qquad \text{(A-2)}$$

de la ecuación de estado gaseoso

$$PV = n\ Z\ R\ T$$

$n = \dfrac{MASA}{M}$, $\rho = \dfrac{MASA}{V}$ sustituyendo en la ecuación anterior

$\dfrac{P}{\rho} = \dfrac{Z\ R\ T}{M} = V_s^2$ sustituyendo en la ecuación (A-2)

$$\frac{\partial \dfrac{P}{V_s^2}}{\partial t} + \frac{A}{A}\frac{\partial \rho V_x}{\partial x} = 0$$

$$\frac{p\ \partial \dfrac{1}{V_s^2}}{\partial t} + \frac{1}{V_s^2}\frac{\partial p}{\partial t} + \frac{1}{A}\frac{\partial A\rho V_x}{\partial x} = 0 \qquad \text{(A-3)}$$

como

$$\frac{\partial \dfrac{1}{V_s^2}}{\partial t} = \frac{\partial \dfrac{M}{ZRT}}{\partial t} = \frac{M}{RT}\frac{\partial \dfrac{1}{Z}}{\partial t} = -\frac{M}{Z^2RT}\frac{\partial Z}{\partial t}$$

ya que $\dfrac{\partial Z}{\partial t} = 0$ entonces

$$\frac{p\,\partial \frac{1}{V_s^2}}{\partial t} = 0 \text{ y } w = A\rho V_x$$

sustituyendo en la ecuación (A-3)

$$\frac{1}{V_s^2}\frac{\partial p}{\partial t} + \frac{1}{A}\frac{\partial w}{\partial x} = 0$$

finalmente

$$\frac{\partial p}{\partial t} + \frac{V_s^2}{A}\frac{\partial w}{\partial x} = 0$$

APENDICE B

CONSERVACION DE CANTIDAD DE MOVIMIENTO

A partir de la figura (1-B), la cantidad de movimiento entra y sale del elemento de volumen en virtud de dos mecanismos:

a) Por convección, debido al flujo global del fluído

b) Por transporte molecular a causa de los gradientes de velocidad

Se puede establecer un balance de gasto de cantidad de movimiento.

$$\left\{\begin{array}{l}\text{velocidad}\\ \text{de canti-}\\ \text{dad de mo}\\ \text{vimiento}\\ \text{acumulado}\end{array}\right\} = \left\{\begin{array}{l}\text{velocidad}\\ \text{de canti-}\\ \text{dad de mo}\\ \text{vimiento}\\ \text{entrando}\end{array}\right\} - \left\{\begin{array}{l}\text{velocidad}\\ \text{de canti-}\\ \text{dad de mo}\\ \text{vimiento}\\ \text{saliendo}\end{array}\right\} + \left\{\begin{array}{l}\text{suma de}\\ \text{fuerzas que}\\ \text{actuan so--}\\ \text{bre el sis-}\\ \text{tema}\end{array}\right\} \quad \text{(B-1)}$$

a) Mecanismo de convección

$$\text{Velocidad de cantidad de movimiento} \left\{\begin{array}{l}\text{Entrando} = \Delta t \pi \ \Delta r^2 \rho V_x^2 \Big|_x \\ \text{Saliendo} = \Delta t \pi \ \Delta r^2 \rho V_x^2 \Big|_{x + \Delta x}\end{array}\right.$$

VOLUMEN DE CONTROL

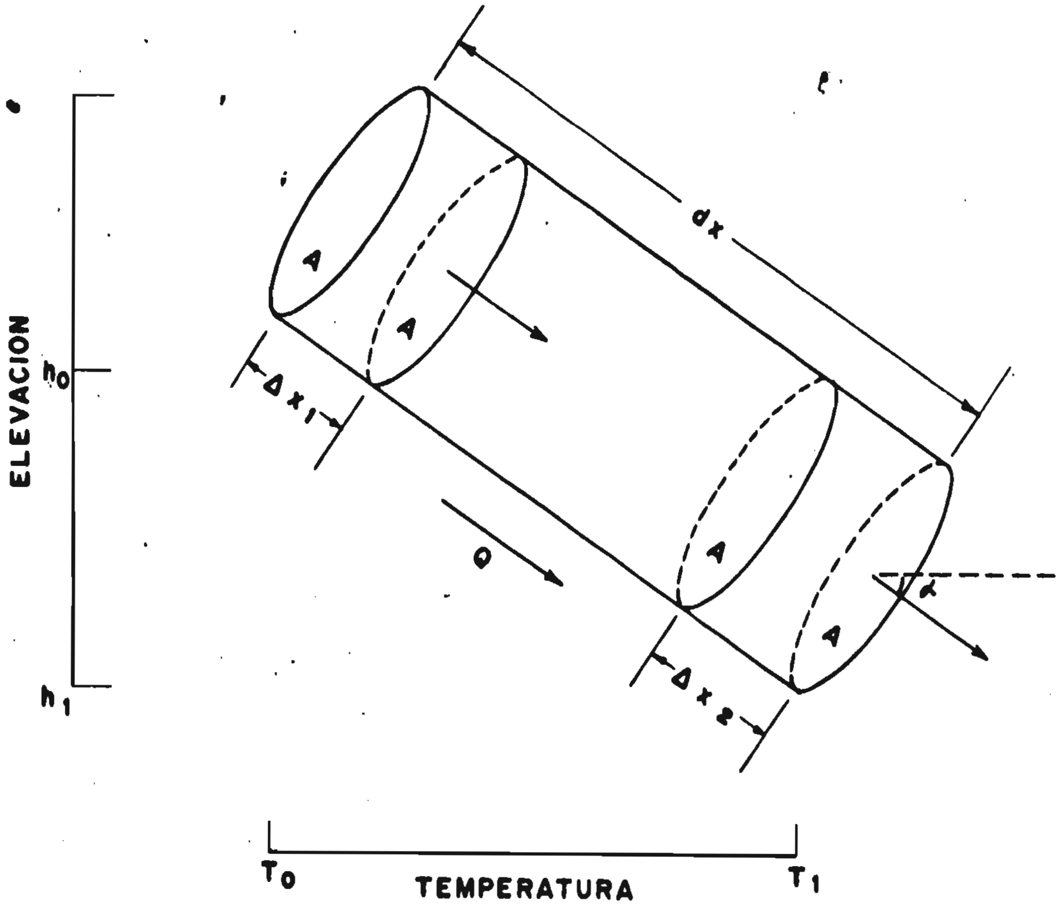


Fig.1—B

b) Mecanismo por transporte molecular

$$\text{Velocidad de cantidad de movimiento}\left\{\begin{array}{l}\text{Entrando} = \Delta t 2\pi\ \Delta r \Delta x\ \tau rx \Big|_{r} \\ \text{Saliendo} = \Delta t 2\pi\ \Delta r \Delta x\ \tau rx \Big|_{r+\Delta r}\end{array}\right.$$

Fuerzas que actuan sobre el sistema

$$\textbf{a) Presión}\left\{\begin{array}{l}\text{Entrando} = \Delta t \pi\ \Delta r^2\ P \Big|_{x} \\ \text{Saliendo} = \Delta t \pi\ \Delta r^2\ P \Big|_{x+\Delta x}\end{array}\right.$$

b) Gravedad $= \Delta t \rho \pi g \Delta r^2\ \Delta x \text{ sen } \alpha$

La acumulación de cantidad de movimiento es:

$$\pi \Delta r^2\ \Delta x \rho V_x \Big|_{t+\Delta t} - \pi \Delta r^2\ \Delta x \rho V_x \Big|_{t}$$

sustituyendo en la ecuación (B-1) y ordenando

$$\pi \Delta r^2 \Delta x\ (\rho V_x \Big|_{t+\Delta t} - \rho V_x \Big|_{t}) = \Delta t\ \Delta r^2 \pi (\rho V_x^2 \Big|_{x} - \rho V_x^2 \Big|_{x+\Delta x})$$

$$+ \Delta t\ 2\pi\ \Delta r\ \Delta x\ (\tau rx \Big|_{r} - \tau rx \Big|_{r+\Delta r})$$

$$+ \Delta t \pi\ \Delta r^2\ (P \Big|_{x} - P \Big|_{x+\Delta x}) - \Delta t g \rho \pi\ \Delta r^2\ \Delta x \text{ sen } \alpha$$

$$\frac{\rho V_x\Big|_{t+\Delta t} - \rho V_x\Big|_{t}}{\Delta t} = - \frac{\rho V_x^2\Big|_{x+\Delta x} - \rho V_x^2\Big|_{x}}{\Delta x}$$

$$- \frac{2(\tau rx\big|_{r+\Delta r} - \tau rx\big|_{r})}{\Delta r} - \frac{P\big|_{x+\Delta x} - P\big|_{x}}{\Delta x}$$

$$- g\rho \text{ sen } \alpha$$

tomando límites cuando $\Delta t, \Delta x, \Delta r \rightarrow 0$

$$\frac{\partial \rho V_x}{\partial t} = - \frac{\partial \rho V_x^2}{\partial x} - 2 \frac{\partial \tau rx}{\partial r} - \frac{\partial P}{\partial x} - g^{\rho} \text{ sen } \alpha$$

$$\frac{\partial \rho Vx}{\partial t} + \frac{\partial \rho V_x^2}{\partial x} + \frac{2 \, \partial \tau rx}{\partial r} + \frac{\partial P}{\partial x} + g\rho \text{ sen } \alpha = 0 \qquad \text{(B-2)}$$

Por otra parte de la ecuación de estado de los gases

$$PV = n \; Z \; R \; T \qquad \text{(B-3)}$$

$n = \frac{MASA}{M}$, $\rho = \frac{MASA}{V}$ sustituyendo en

(B-3)

$$\frac{PV}{M} = \frac{Z \; R \; T}{M} = \frac{P}{\rho}$$

$$V_s^2 = \frac{P}{\rho} = \frac{Z\ R\ T}{M} \qquad \text{(B-4)}$$

haciendo $w = A\ V_x \rho$ la ecuación (B-2) se transforma

$$\frac{1}{A}\frac{\partial w}{\partial t} + \frac{\partial \rho V_x^2}{\partial x} + \frac{2\ \partial \pi r x}{\partial r} + \frac{\partial P}{\partial x} + g\rho \text{ sen } \alpha = 0 \qquad \text{(B-5)}$$

$$\frac{\partial \rho V_x^2}{\partial x} = 2\ \rho V_x \frac{\partial Vx}{\partial x} + V_x^2 \frac{\partial \rho}{\partial x} \qquad \text{(B-6)}$$

$$\frac{\partial \rho Vx}{\partial x} = \rho \frac{\partial Vx}{\partial x} + V_x \frac{\partial \rho}{\partial x}$$ de donde

$$\frac{\partial V_x}{\partial x} = \frac{1}{\rho}\frac{\partial \rho Vx}{\partial x} - \frac{Vx}{\rho}\frac{\partial \rho}{x}$$ sustituyendo en (B-6)

$$\frac{\partial \rho V_x^2}{\partial x} = 2\rho Vx \left(\frac{1}{\rho}\frac{\partial \rho Vx}{\partial x} - \frac{Vx}{\rho}\frac{\partial \rho}{\partial x}\right) + V_x^2 \frac{\partial \rho}{\partial x}$$

$$\frac{\partial \rho V_x^2}{\partial x} = 2\ V_x \frac{\partial \rho Vx}{\partial x} - 2\ V_x^2 \frac{\partial \rho}{\partial x} + V_x^2 \frac{\partial \rho}{\partial x}$$

$$\frac{\partial \rho V_x^2}{\partial x} = 2\ V_x \frac{\partial \rho V_x}{\partial x} - V_x^2 \frac{\partial \rho}{\partial x}$$. sustituyendo en la

ecuación (B-5)

$$\frac{1}{A}\frac{\partial w}{\partial t} + 2\, V_x \frac{\partial \rho V_x}{\partial x} - V_x^2 \frac{\partial \rho}{\partial x} + 2 \frac{\partial \tau rx}{\partial r} + \frac{\partial P}{\partial x} + g\rho \text{ sen } \alpha = 0 \qquad \text{(B-7)}$$

sustituyendo la ec.(B-4) en la ec.(B-7)

$$\frac{1}{A}\frac{\partial w}{\partial t} + \frac{2\, V_x}{A}\frac{\partial w}{\partial x} - V_x^2 \frac{\partial\, P/V_s^2}{\partial x} + 2 \frac{\partial \tau rx}{\partial r} + \frac{\partial p}{\partial x} + g\rho \quad \text{sen } \alpha = 0$$

como V_s es practicamente constante

$$\frac{\partial \frac{p}{V_s^2}}{\partial x} = \frac{1}{V_s^2}\;\frac{\partial p}{\partial x}$$ por lo tanto la ecuación

anterior se reduce

$$\frac{\partial p}{\partial x}\left(1 - \frac{V_x^2}{V_s^2}\right) + \frac{1}{A}\left(\frac{\partial w}{\partial t} + 2\, V_x \frac{\partial w}{\partial x}\right) + 2\frac{\partial \tau rx}{\partial r} + g\rho \quad \text{sen } \alpha = 0$$

como

$$\frac{V_x^2}{V_s^2} = 0 \qquad y \qquad \frac{\partial w}{\partial x}$$ es muy pequeño

comparado con $\frac{\partial w}{\partial t}$ y se puede despreciar, la ecuación anterior se reduce a:

$$\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{A}\frac{\partial w}{\partial t} + \frac{2\ \partial \tau rx}{\partial r} + g\rho \text{ sen } \alpha = 0 \qquad \text{(B-8)}$$

Para establecer τrx en función de la presión se utilizan las siguientes ecuaciones.

La densidad de flujo de cantidad de movimiento en una tubería queda expresado por

$$\tau rx = \frac{(P_1 - P_2)r}{2L}$$ derivando con respecto a r

$$\frac{\partial\ \tau rx}{\partial r} = \frac{(P_1 - P_2)}{2L}$$ sustituyendo la fórmula

de DARCY WEISBACH

$$(P_1 - P_2) = \frac{f\ \rho\ L\ V_x^2}{2D}$$

$$\frac{\partial\ \tau rx}{\partial r} = \frac{f\ \rho\ L\ V_x^2}{4\ DL} \qquad \text{(B-9)}$$

como

$$V_x = \frac{q}{A}\ ,\quad q = \frac{w}{\rho} = \ ,\quad V_x = \frac{w}{A\rho}$$

$$V_x^2 = \frac{w^2}{A^2\rho^2}$$ sustituyendo en la ecuación (B-9)

$$\frac{\partial \tau rx}{\partial r} = \frac{f\,w^2}{4\,DA^2\rho} \Rightarrow \frac{\partial \tau rx}{\partial r} = \frac{fw^2\,V_s^2}{4\,DA^2 p}$$ sustituyendo en la ecuación (B-8)

$$\frac{\partial P}{\partial x} + \frac{1}{A}\;\frac{\partial w}{\partial t} + \frac{g\rho}{V_s^2}\,\text{sen}\,\alpha \;+ \frac{fw^2\,V_s^2}{2\,D\,A^2 P} = 0 \qquad \text{(B-10)}$$

Otra forma de escribir esta ec. (B-10) se ob -- tiene partiendo de la ec. (B-2):

$$\frac{\partial\rho Vx}{\partial t} + \frac{\partial\rho V_x^2}{\partial x} + \frac{2\;\partial\tau rx}{\partial r} + \frac{\partial P}{\partial x} + g\rho\;\text{sen}\;\alpha = 0$$

$$\frac{2\;\partial\tau rx}{\partial r} = \frac{f\rho\;V_x^2}{2D}$$

y $\text{sen}\;\alpha = \dfrac{\partial h}{\partial x}$ por lo que la ecuación (B-2) se reduce a

$$g\rho\;\frac{\partial h}{\partial x} + \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial\rho\;Vx}{\partial t} + \frac{\partial\rho\;V_x^2}{\partial x} + \frac{f\rho\;V_x^2}{2D} = 0$$

PROGRAM FCDOS

APENDICE C

EJEMPLO NUMERICO METODO IMPLICITO

```
      PROGRAM FCDOS(INPUT,OUTPUT,TAPE5=INPUT,TAPE6=OUTPUT)
      DIMENSION F(20)
      COMMON C(20,21),X(20)
      READ(5,1)N,M
    1 FORMAT(2I2)
      TOL=0.5
      SAM=0.0
      VCG=1265794.0
      VC=38440.0
      P11=719.05 - DATO
      P21=670.2 -> DATO
      P22=625.0 -> DATO
      P12=662.0  SUP
      Q12=4.022 - DATO
      Q22=3.555  SUP
      W11=3.375  DATO
      W12=4.022  SUP.
      W21=3.378  DATO
      W22=3.555 - SUP
      DEX=55040.0 - DATO LONG
      DFT=600.0 - DATO TIEMPO
      DI=0.5104 - DATO
      A=0.2046 - DATO
      FR=0.0115 - DATO
      WRITE(6,16)
   16 FORMAT(1H1,///,41X,*MATRIZ*,///)
   90 CP=32.17*(P22+P12-P21-P11)*144.0
      CW=W22+W21-W12-W11
      F(1)=CP+VCG/A*DFT/DEX*CW
      CP1=32.17*(P22+P21-P12-P11)*144.0
      CW1=W22+W12-W21-W11
      CP2=P22+P12+P21+P11
      CW2=W22+W21+W12+W11
      F(2)=CP1+DEX/(DFT*A)*CW1+FR*VC*DEX*CW2*ABS(CW2)/(4.0*A*A*DI*CP2)*
     132.17/4632.48
      F(3)=Q12-W12
      F(4)=Q22-W22
      IF(ABS(F(1)).LT.TOL.AND.ABS(F(2)).LT.TOL.AND.ABS(F(3)).LT.TOL.AND.
     1ABS(F(4)).LT.TOL)GO TO 90
      C(1,1)=-VCG*DFT/(A*DEX)
      C(1,2)=VCG*DFT/(A*DEX)
      C(1,3)=4632.48
      C(1,4)=0.0
      CC=W22+W21+W11
      IF(W12.GE.CC)GO TO 11
      C(2,1)=DEX/(DFT*A)-FR*VCG*DEX*CW2/(18530.0*A*A*CP2*DI)+FR*VCG*DEX
     1*ABS(CW2)/(18530.0*A*A*CP2*DI)
      GO TO 13
   11 C(2,1)=DEX/(DFT*A)+FR*VCG*DEX*CW2/(18530.0*A*A*CP2*DI)+FR*VCG*DEX
     1*ABS(CW2)/(18530.0*A*A*CP2*DI)
   13 CC1=W21+W12+W11
      IF(W22.GE.CC1)GO TO 12
      C(2,2)=DEX/(DFT*A)-FR*VCG*DEX*CW2/(18530.0*A*A*CP2*DI)+FR*VCG*DEX
     1*ABS(CW2)/(18530.0*A*A*CP2*DI)
      GO TO 14
   12 C(2,2)=DEX/(DFT*A)+FR*VCG*DEX*CW2/(18530.0*A*A*CP2*DI)+FR*VCG*DEX
     1*ABS(CW2)/(18530.0*A*A*CP2*DI)
```

```
   14 C(2,3)=-4632.48-F8*VCG*DEX*CN2*ABS(CM2)/(18530.0*A*A*DI*CP2*CP2)
      C(2,4)=0.0
      C(3,1)=-1.0
      C(3,2)=0.0
      C(3,3)=0.0
      C(3,4)=0.0
      C(4,1)=0.0
      C(4,2)=1.0
      C(4,3)=0.0
      C(4,4)=-1.0
      DO 40 I=1,4
      C(I,M)=-F(I)
   40 CONTINUE
      WRITE(6,17)((C(I,J),J=1,M),I=1,N)
   17 FORMAT(5F16.3)
      WRITE(6,10)
   10 FORMAT(//,3X,80(1H*),//)
      CALL CHAPP(N,M)
      SAM=SAM+1.0
      IF(SAM.GT.30.0)GO TO 15
      W12=W12+X(1)
      W22=W22+X(2)
      P12=P12+X(3)
      Q22=Q22+X(4)
      GO TO 60
   30 Q22=Q22*86400.0/0.04566
      WRITE(6,13)
   13 FORMAT(1H1,/////,50X,*RESULTADOS*,///)
      WRITE(6,19)P12,Q22,W12,W22
   19 FORMAT(10X,* P12 =*,F7.2,* RSTA *,///,23X,* Q22 = *,F12.0,* PIES
     1*3/DIA *,///,62X,* W12 = *,F7.2,* LBS/SEG *,///,83X,* W22 =*,F7.2
     2* LBS/SEG *,/////)
      WRITE(6,300)
  300 FORMAT(//,5X,52(1H*),//,12X,*PROGRAMA EFECTUADO POR IGNACIO OSORI
     1 *,//,5X,52(1H*))
   15 CALL EXIT
      END
```

```
      SUBROUTINE CHARP(N,M)
      COMMON C(20,21),X(20)
C     SOLUCION DE ECUACIONES SIMULTANEAS
C     POR EL METODO DE ELIMINACION DE GAUSS
C
C     CONSIDERANDO PIVOTEO
C
      REAL MER,ME
C
C     NUMERO DE CAMBIOS PARA ENCONTRAR
C     EL ELEMENTO DE LA COLUMNA (1)
C
      L=N-1
      DO 10 I=1,L
      IK=I
      MER=ABS(C(I,I))
C
C     VALOR DEL PUNTO DE PARTIDA (MIN)
      MIN=I+1
C
C     BUSQUEDA DEL MAYOR ELEMENTO PIVOTE
C
      DO 20 K=MIN,N
      ME=ABS(C(K,I))
      IF(MER-ME)3,20,20
    3 MER=ME
      IK=K
   20 CONTINUE
C
C     DECISION SOBRE EL INTERCAMBIO DE FILAS
C
      IF(IK-I)5,6,5
C
C     INTERCAMBIO DE FILAS
C
    5 DO 30 J=I,M
      FIM=C(IK,J)
      C(IK,J)=C(I,J)
   30 C(I,J)=FIM
C
C     CALCULO DE LOS NUEVOS ELEMENTOS
C
    6 DO 40 K=MIN,N
      COC=C(K,I)/C(I,I)
      DO 40 J=MIN,M
   40 C(K,J)=C(K,J)-COC* C(I,J)
      DO 10 K=MIN,N
   10 C(K,I)=0.
C
C     CALCULO
      X(N)=C(N,M)/C(N,N)
      DO 50 NN=1,L
      SUM=0.
      I=N-NN
      IM=I+1
      DO 60 J=IM,N
   60 SUM=SUM+C(I,J)*X(J)
```

$$\begin{matrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{matrix}$$

```
   50 X(I)=(C(I,M)-SUM)/C(I,I)
      RETURN
      END
```

MATRIZ

-63021.740	63021.740	4632.480	0.000	481422.754
25066.760	25066.760	-4659.595	0.000	216715.596
-1.000	0.000	0.000	0.000	-0.000
0.000	1.000	0.000	-1.000	-0.000

****

-63021.740	63021.740	4632.480	0.000	.000
38292.391	38292.391	-4792.065	0.000	-52925.244
-1.000	0.000	0.000	0.000	-0.000
0.000	1.000	0.000	-1.000	-.000

****

-63021.740	63021.740	4632.480	0.000	.000
37439.492	37439.492	-4784.144	0.000	-271.350
-1.000	0.000	0.000	0.000	-.000
0.000	1.000	0.000	-1.000	-0.000

****

RESULTADOS

P12 = 671.13 PSIA

Q22 = 19673833. PIES 3/DIA

W12 = 4.02 LBS/SEG

W22 = 11.31 LBS/SEG

****

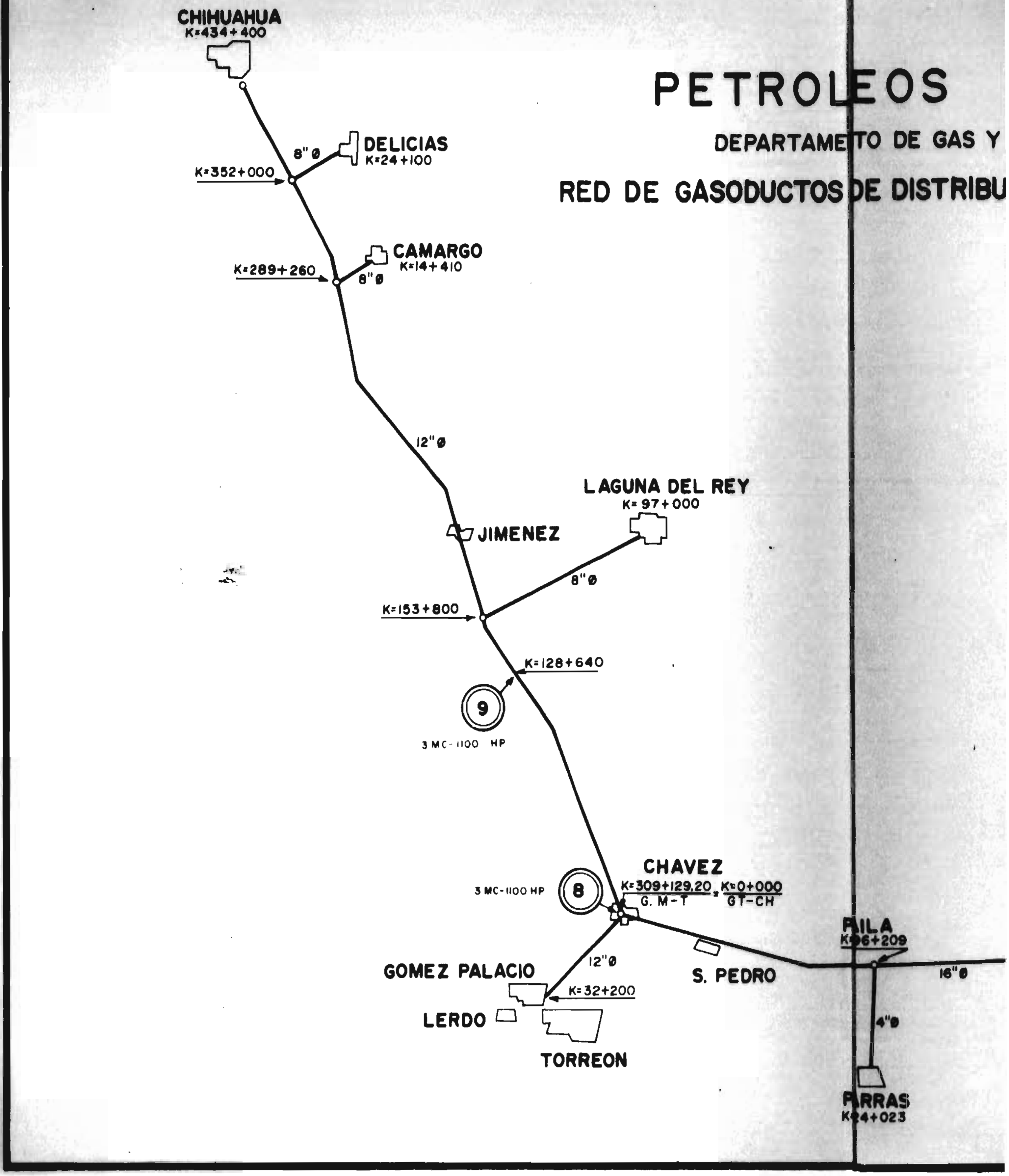
PROGRAMA EFECTUADO POR IGNACIO OSORIO

****

PETROLEOS

DEPARTAMENTO DE GAS Y

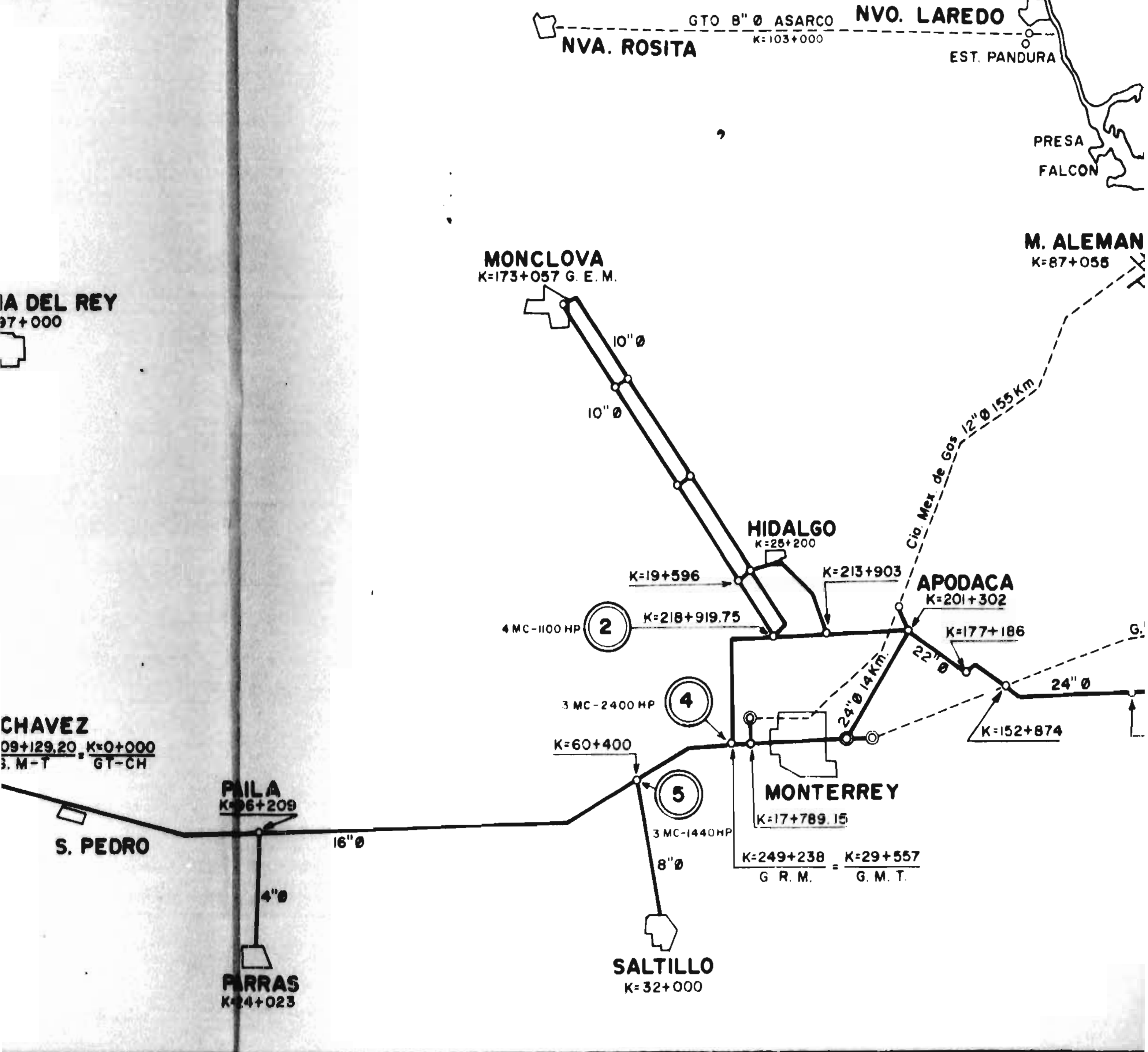
RED DE GASODUCTOS DE DISTRIBU

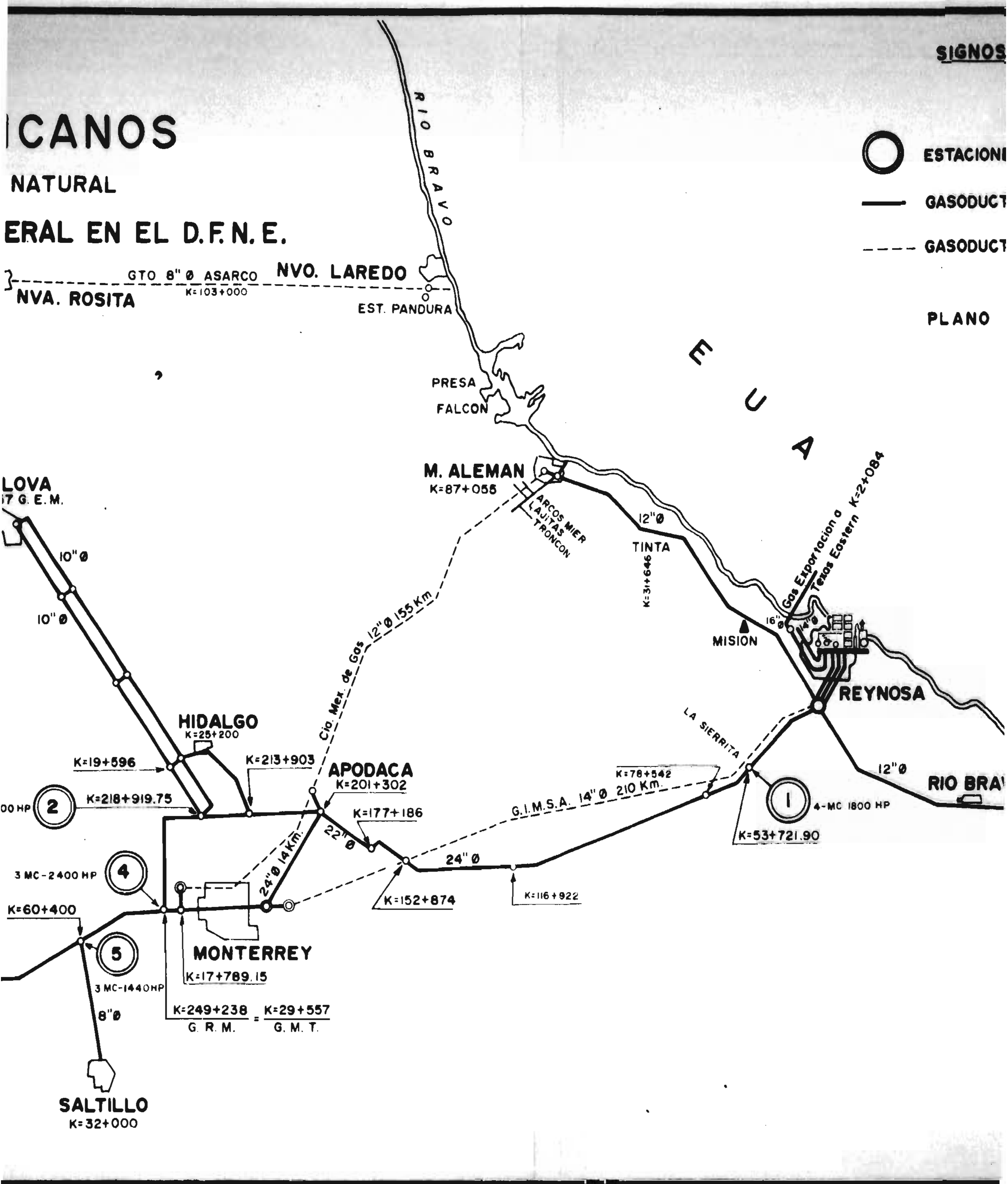


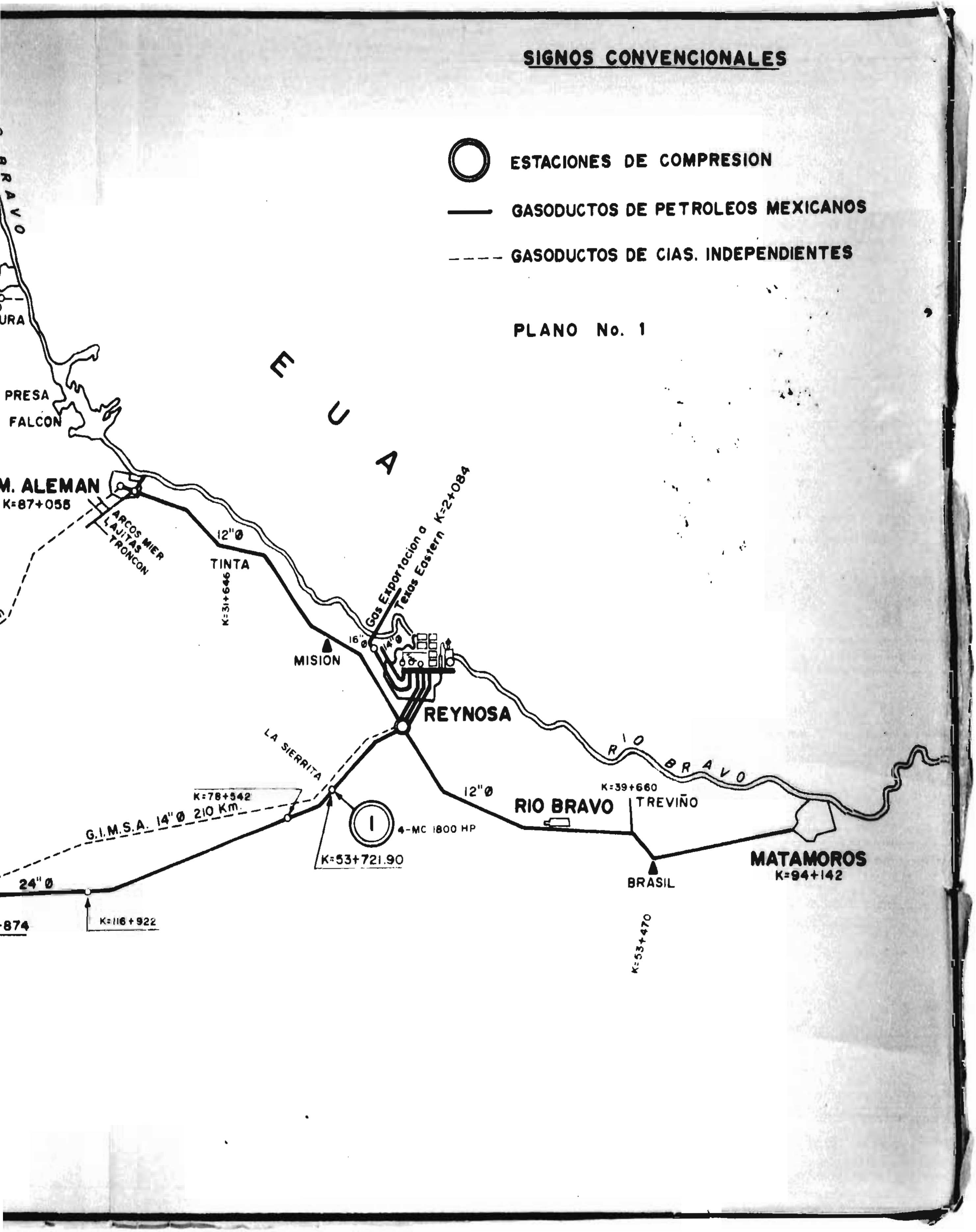
PETROLEOS MEXICANOS

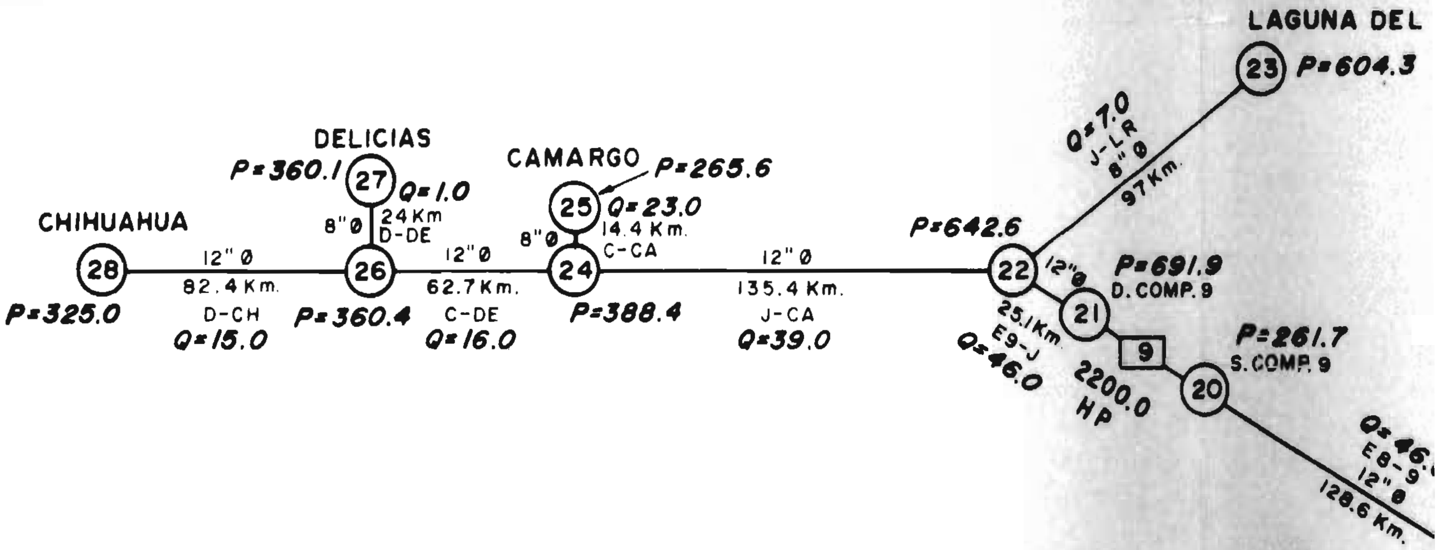
DEPARTAMENTO DE GAS Y GASOLINA NATURAL

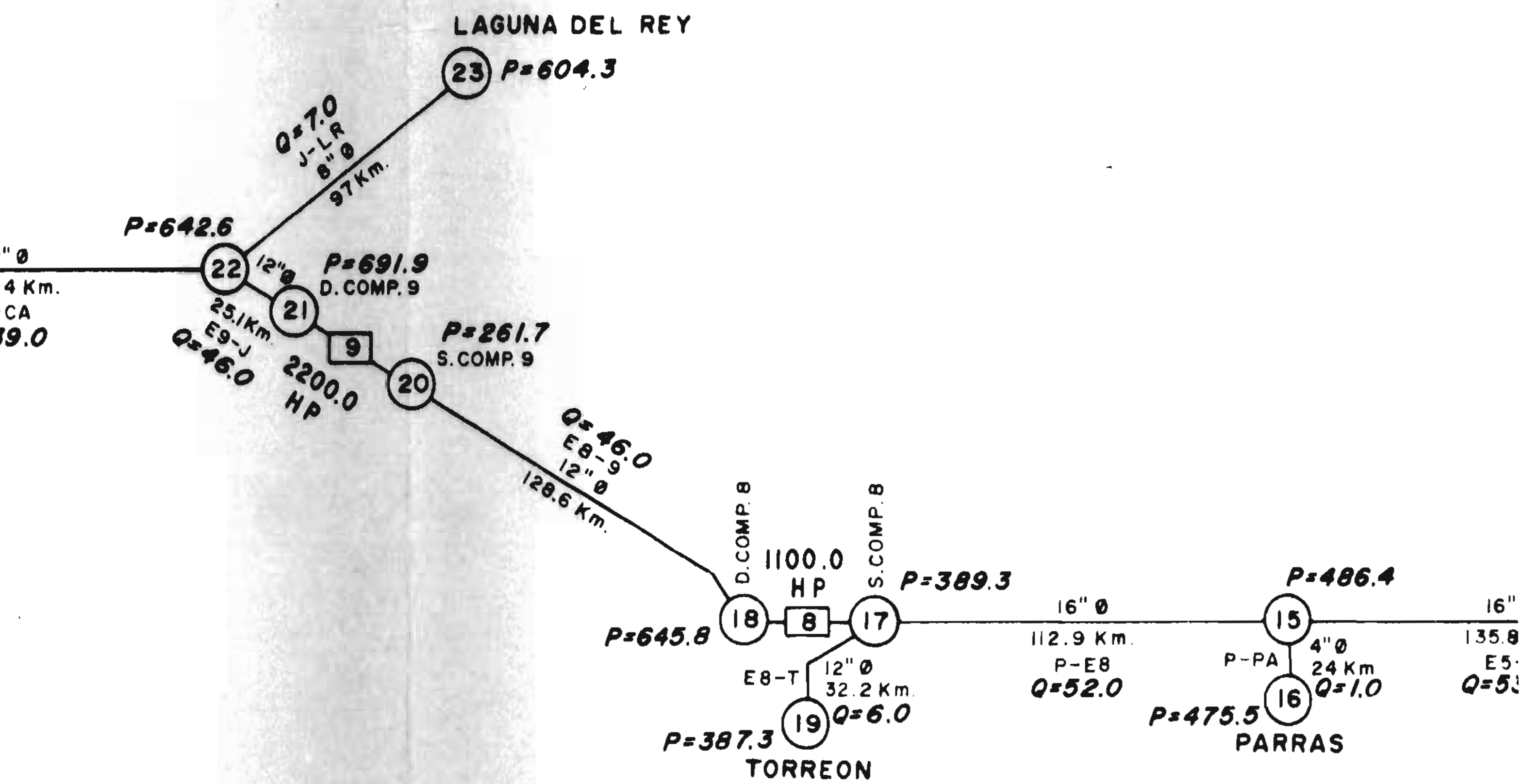
E GASODUCTOS DE DISTRIBUCION GENERAL EN EL D.F.N.E.



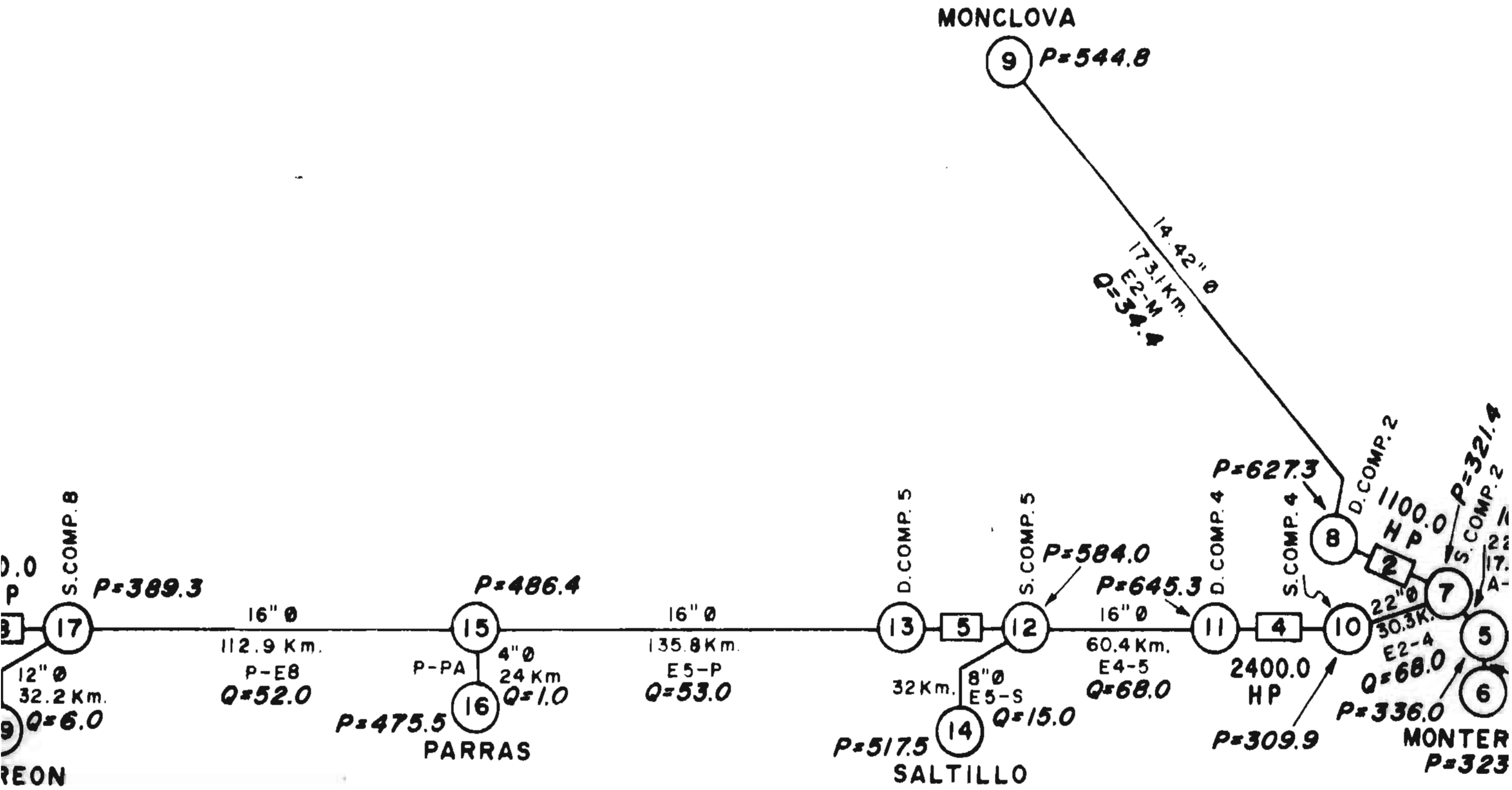

ICANOS
NATURAL
ERAL EN EL D.F.N.E.
SIGNOS
ESTACIONI
GASODUCT
GASODUCT
PLANO
GTO 8" Ø ASARCO
K=103+000
NVO. LAREDO
NVA. ROSITA
EST. PANDURA
RIO BRAVO
PRESA
FALCON
E U A
M. ALEMAN
K=87+056
ARCOS MIER
LAJITAS
TRONCON
12" Ø
TINTA
K=31+646
MISION
Gas Exportacion a Texas Eastern K=2+084
16" Ø
14" Ø
REYNOSA
LA SIERRITA
12" Ø
RIO BRA
4-MC 1800 HP
K=53+721.90
K=78+542
G.I.M.S.A. 14" Ø 210 Km.
24" Ø
K=116+922
K=152+874
K=177+186
22" Ø
APODACA
K=201+302
K=213+903
Cia. Mex. de Gas 12" Ø 155 Km.
24" Ø 14 Km.
HIDALGO
K=25+200
K=19+596
K=218+919.75
00 HP
LOVA
7 G. E. M.
10" Ø
10" Ø
3 MC-2400 HP
K=60+400
MONTERREY
K=17+789.15
3 MC-1440 HP
8" Ø
K=249+238
G. R. M.
K=29+557
G. M. T.
SALTILLO
K=32+000

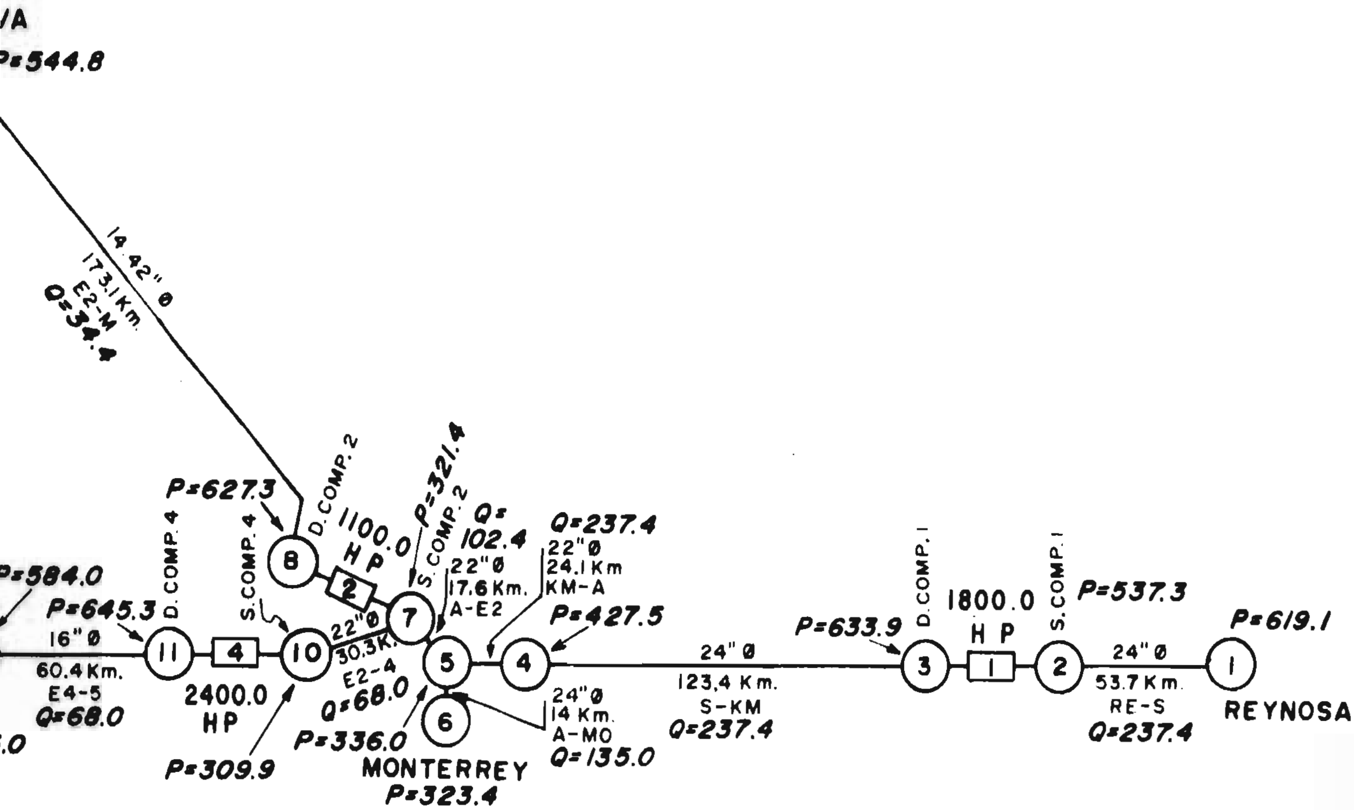

SIGNOS CONVENCIONALES
ESTACIONES DE COMPRESION
GASODUCTOS DE PETROLEOS MEXICANOS
GASODUCTOS DE CIAS. INDEPENDIENTES
PLANO No. 1
E U A
PRESA
FALCON
M. ALEMAN
K=87+058
ARCOS MIER
LAJITAS
TRONCON
12"Ø
TINTA
K=31+646
Gas Exportacion a Texas Eastern K=2+084
16"Ø
14"Ø
MISION
REYNOSA
LA SIERRITA
RIO BRAVO
K=78+542
G.I.M.S.A. 14"Ø 210 Km.
K=53+721.90
4-MC 1800 HP
24"Ø
K=116+922
12"Ø
RIO BRAVO
K=39+660
TREVIÑO
BRASIL
K=53+470
MATAMOROS
K=94+142


LAGUNA DEL
23
P=604.3
Q=7.0
J-LR
8" Ø
97 Km.
DELICIAS
P=360.1
27
Q=1.0
CAMARGO
P=265.6
25
Q=23.0
CHIHUAHUA
8" Ø
24 Km
D-DE
8" Ø
14.4 Km.
C-CA
P=642.6
28
12" Ø
82.4 Km.
D-CH
Q=15.0
P=325.0
26
P=360.4
12" Ø
62.7 Km.
C-DE
Q=16.0
24
P=388.4
12" Ø
135.4 Km.
J-CA
Q=39.0
22
12" Ø
25.1 Km.
E9-J
Q=46.0
21
P=691.9
D. COMP. 9
9
2200.0
HP
20
P=261.7
S. COMP. 9
E8-9
12" Ø
128.6 Km.



LAGUNA DEL REY
23
P=604.3
Q=7.0
J-LR
8" Ø
97 Km.
P=642.6
22
"Ø
4 Km.
CA
9.0
12" Ø
P=691.9
D. COMP. 9
21
25.1 Km.
E9-J
Q=46.0
9
2200.0
HP
P=261.7
S. COMP. 9
20
Q=46.0
E8-9
12" Ø
128.6 Km.
D. COMP. 8
1100.0
HP
S. COMP. 8
P=389.3
18
8
17
P=645.8
E8-T
12" Ø
32.2 Km.
19
Q=6.0
P=387.3
TORREON
16" Ø
112.9 Km.
P-E8
Q=52.0
P=486.4
15
P-PA
4" Ø
24 Km
16
Q=1.0
P=475.5
PARRAS
16"
135.8
E5-
Q=5


MONCLOVA
P=544.8
14.42" Ø
173.1 Km.
E2-M
Q=34.4
P=627.3
D.COMP.2
1100.0
HP
P=321.4
S.COMP.2
S.COMP.8
P=389.3
16" Ø
112.9 Km.
P-E8
Q=52.0
12" Ø
32.2 Km.
Q=6.0
REON
P=486.4
P-PA
4" Ø
24 Km
Q=1.0
P=475.5
PARRAS
16" Ø
135.8 Km.
E5-P
Q=53.0
D.COMP.5
S.COMP.5
P=584.0
32 Km.
8" Ø
E5-S
Q=15.0
P=517.5
SALTILLO
P=645.3
16" Ø
60.4 Km.
E4-5
Q=68.0
D.COMP.4
S.COMP.4
2400.0
HP
P=309.9
22" Ø
30.3 K.
E2-4
Q=68.0
P=336.0
MONTER
P=323

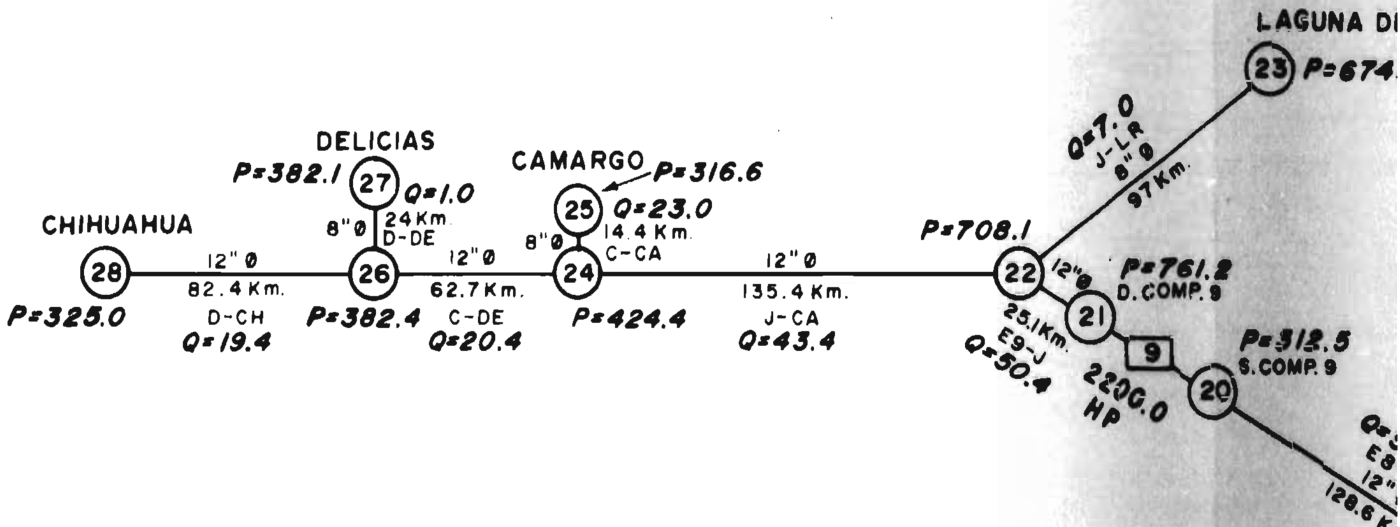


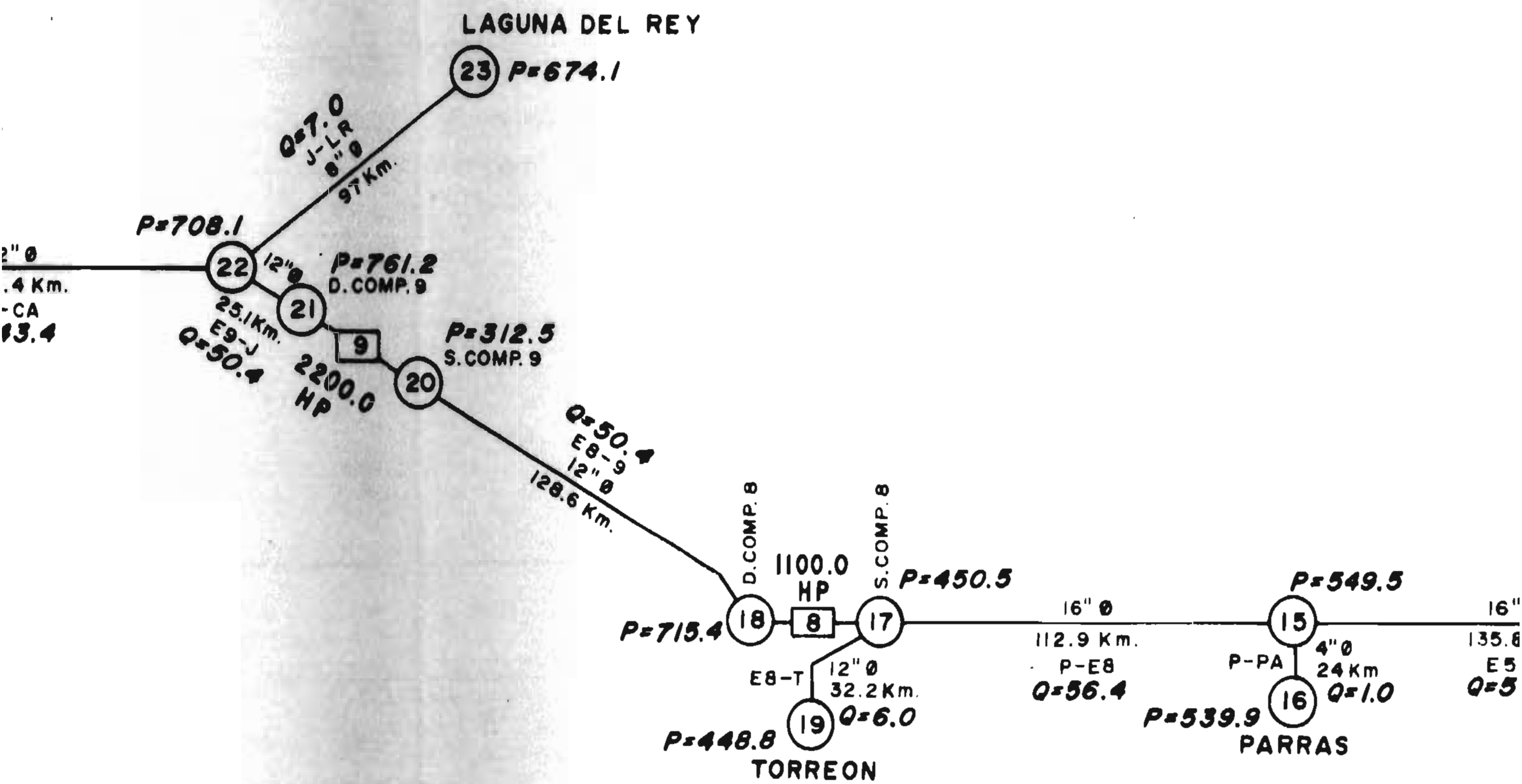
SISTEMA DE DISTRIBUCION DE GAS D.F.N.E.

(BALANCE DE PRESIONES, GASTOS Y POTENCIA)

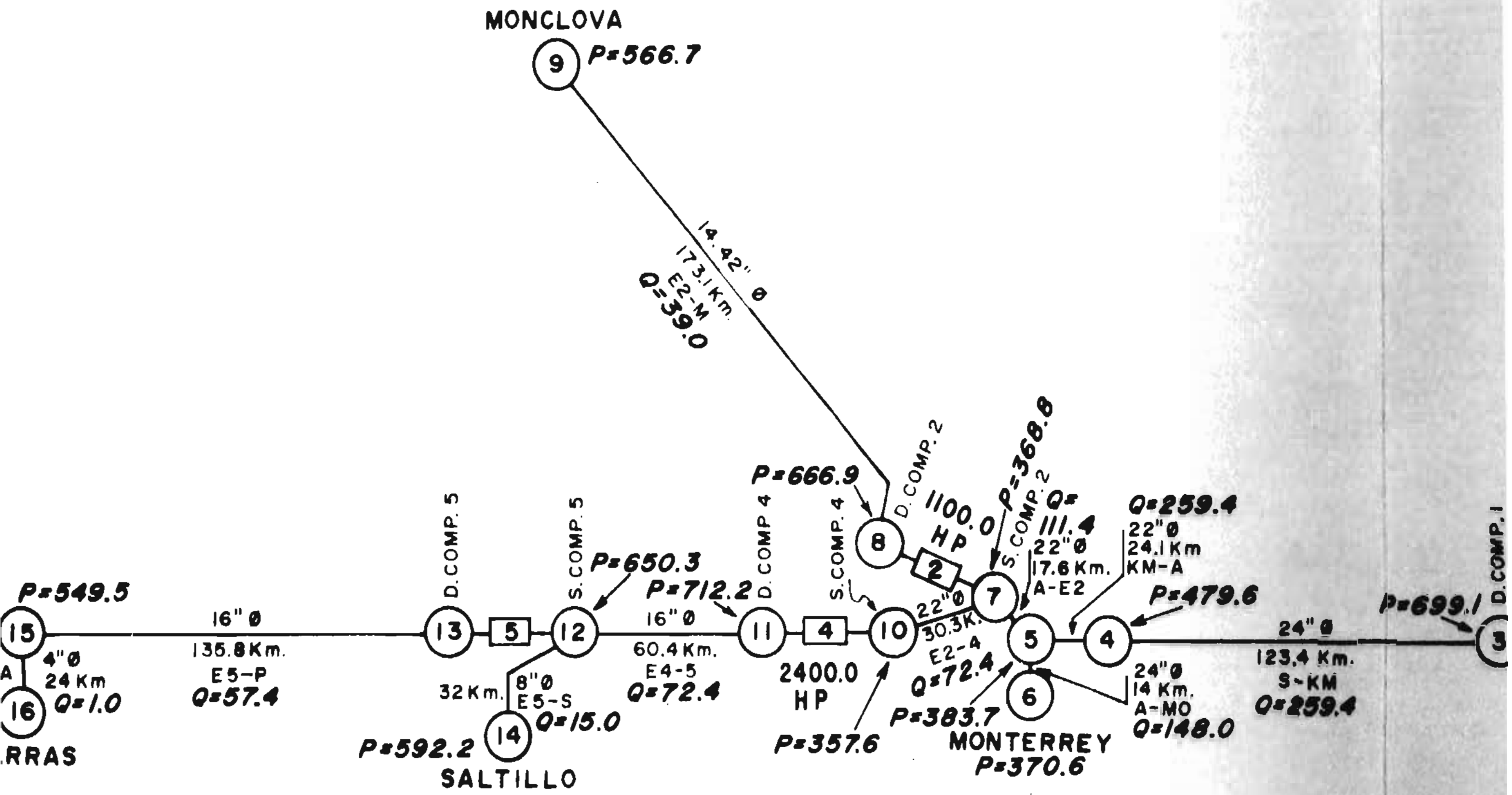
Q-EN MMSCFD P-EN PSI

FECHA MARZO 1976	ESQUEMA No. 1

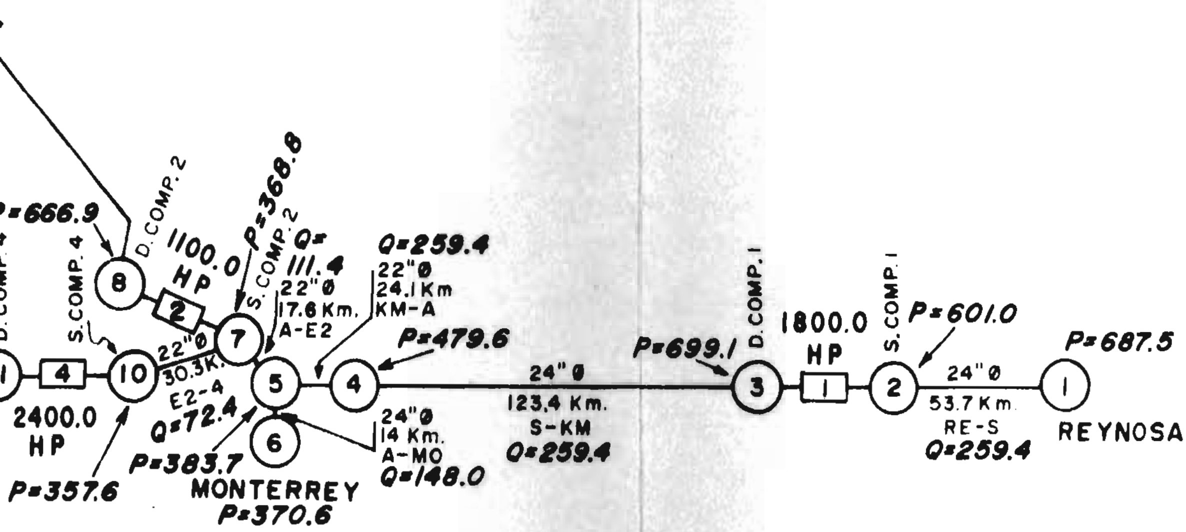

LAGUNA D
23
P=674.
DELICIAS
P=382.1
27
Q=1.0
8"Ø
24 Km.
D-DE
CAMARGO
P=316.6
25
Q=23.0
8"Ø
14.4 Km.
C-CA
CHIHUAHUA
28
12"Ø
82.4 Km.
D-CH
Q=19.4
P=325.0
26
P=382.4
12"Ø
62.7 Km.
C-DE
Q=20.4
24
P=424.4
12"Ø
135.4 Km.
J-CA
Q=43.4
P=708.1
22
Q=7.0
J-LR
8"Ø
97 Km.
12"Ø
P=761.2
D. COMP. 9
21
25.1 Km.
E9-J
Q=50.4
9
2200.0
HP
P=312.5
S. COMP. 9
20
E9
12"
128.6 Km.



LAGUNA DEL REY
23
P=674.1
Q=7.0
J-LR
8"Ø
97 Km.
P=708.1
2"Ø
.4 Km.
-CA
13.4
22
12"Ø
P=761.2
D. COMP. 9
21
25.1 Km.
E9-J
Q=50.4
9
2200.0
HP
P=312.5
S. COMP. 9
20
Q=50.4
E8-9
12"Ø
128.6 Km.
D. COMP. 8
1100.0
HP
S. COMP. 8
P=450.5
P=715.4
18
8
17
E8-T
12"Ø
32.2 Km.
19
Q=6.0
P=448.8
TORREON
16"Ø
112.9 Km.
P-E8
Q=56.4
P=549.5
15
P-PA
4"Ø
24 Km
16
Q=1.0
P=539.9
PARRAS
16"
135.8
E5
Q=5



MONCLOVA
9
P=566.7
14.42" Ø
173.1 Km.
E2-M
Q=39.0
P=666.9
8
D. COMP. 2
1100.0
HP
2
P=368.8
S. COMP. 2
Q=
111.4
22" Ø
17.6 Km.
A-E2
Q=259.4
22" Ø
24.1 Km
KM-A
P=479.6
P=699.1
D. COMP. 1
3
24" Ø
123.4 Km.
S-KM
Q=259.4
7
5
4
6
22" Ø
30.3 K.
E2-4
Q=72.4
P=383.7
MONTERREY
P=370.6
24" Ø
14 Km.
A-MO
Q=148.0
10
S. COMP. 4
P=357.6
4
2400.0
HP
11
D. COMP 4
P=712.2
16" Ø
60.4 Km.
E4-5
Q=72.4
12
S. COMP. 5
P=650.3
5
13
D. COMP. 5
8" Ø
E5-S
32 Km.
14
Q=15.0
P=592.2
SALTILLO
16" Ø
135.8 Km.
E5-P
Q=57.4
15
P=549.5
4" Ø
24 Km
Q=1.0
16
A
.RRAS
Q-
FEC

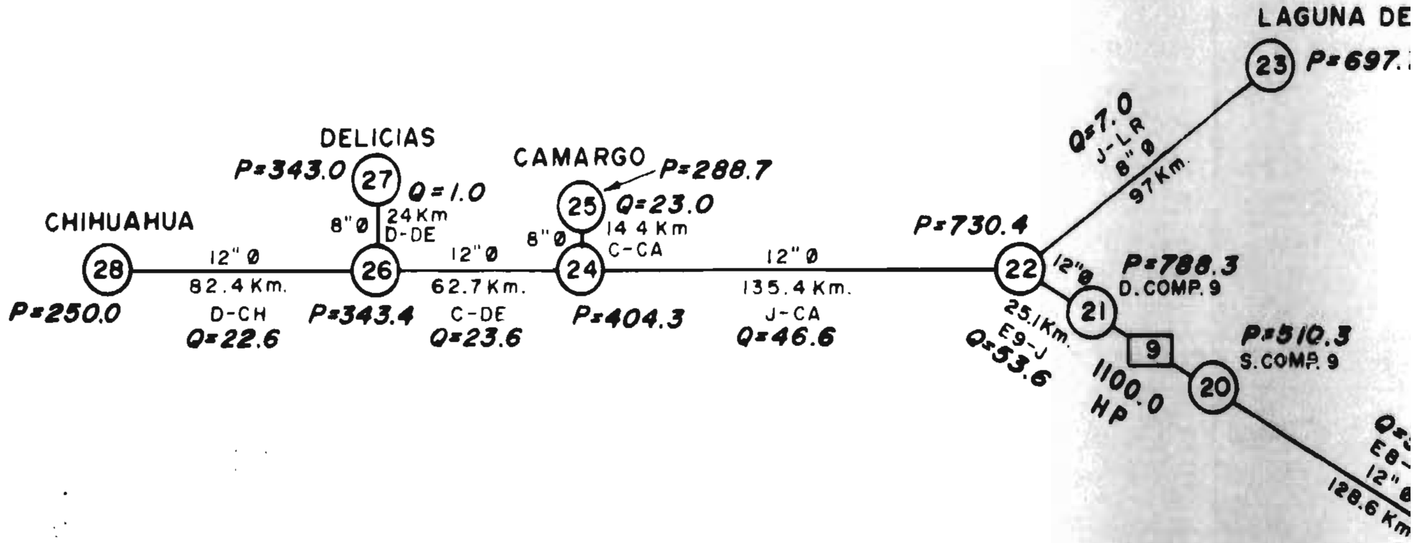


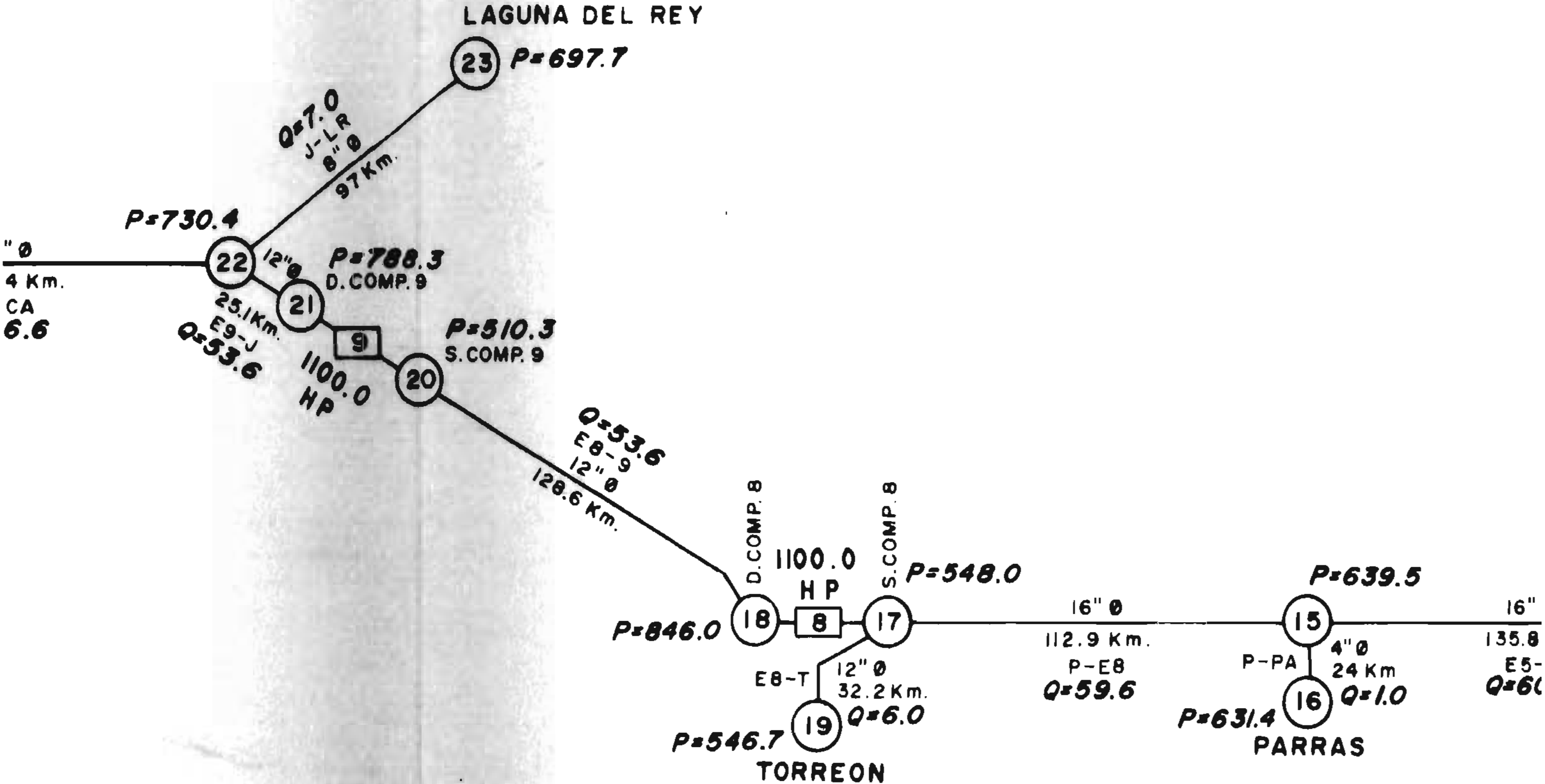
SISTEMA DE DISTRIBUCION DE GAS D. F. N. E.

(BALANCE DE PRESIONES, GASTOS Y POTENCIA)

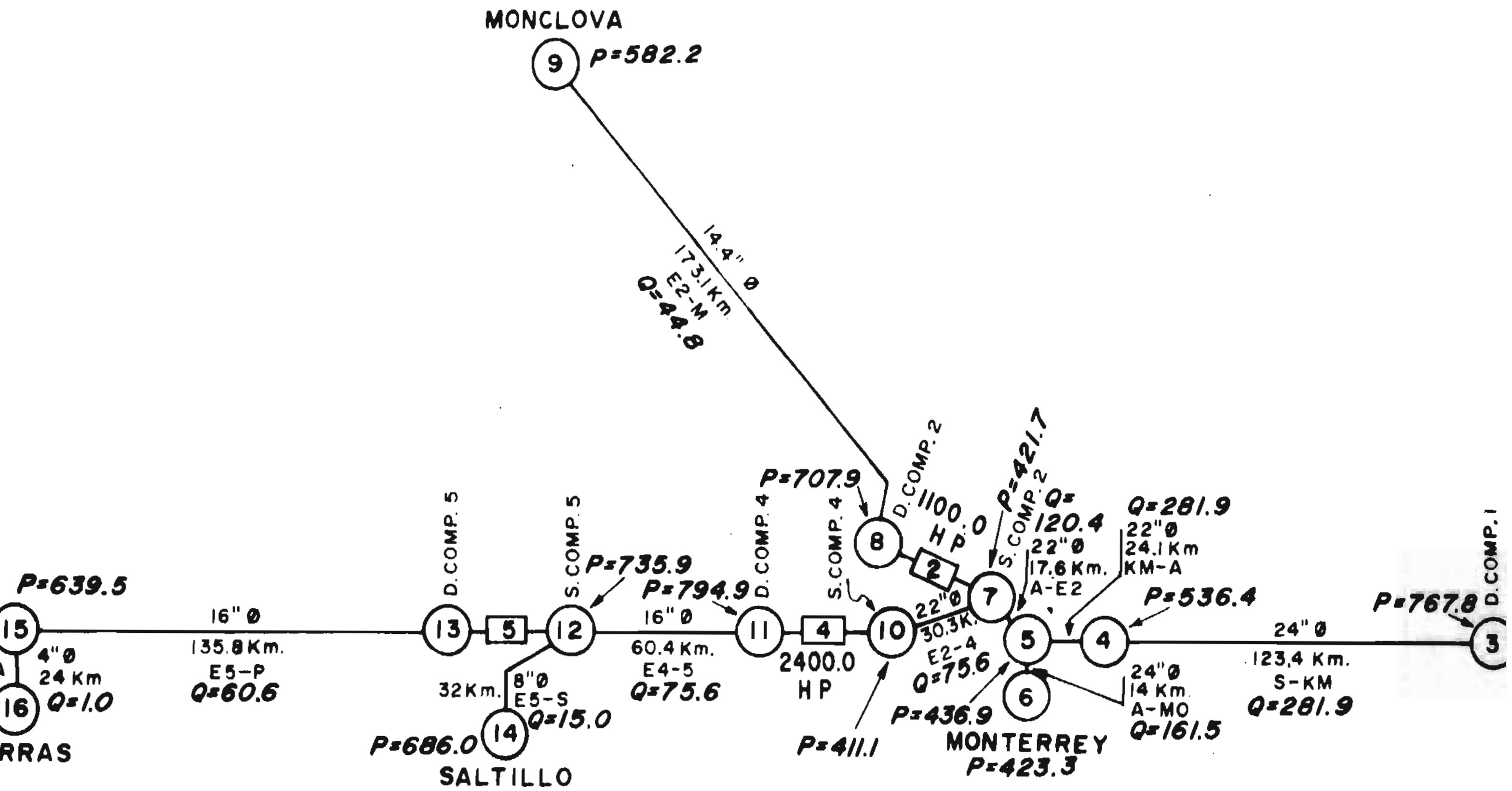
Q-EN MMSCFD   P-EN PSI

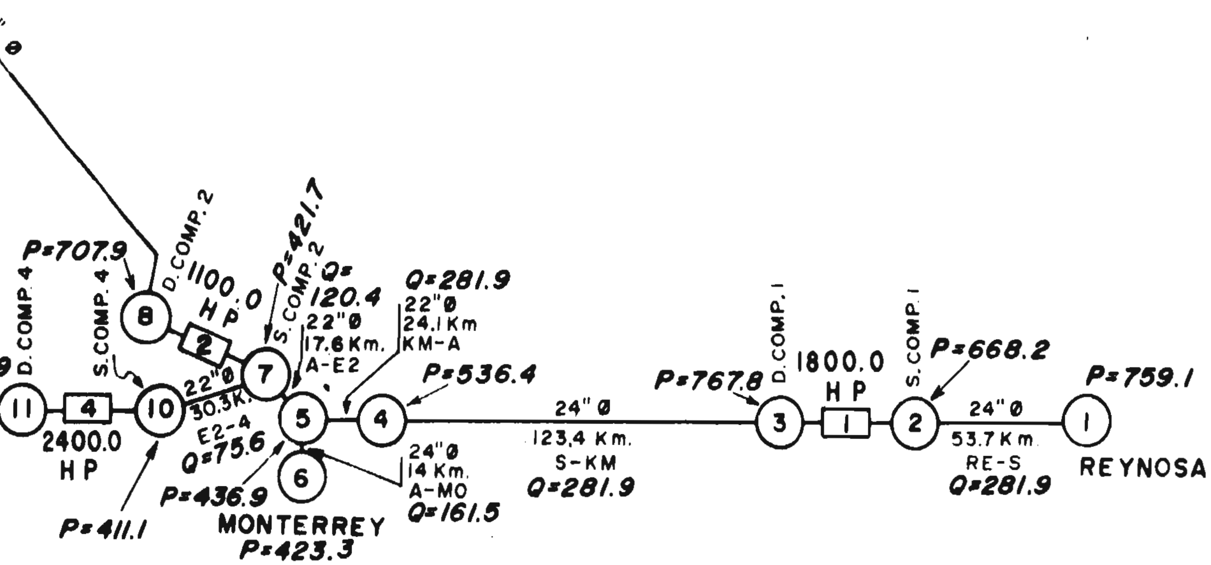
FECHA MARZO 1976	ESQUEMA No. 2


LAGUNA DE
P=697.
Q=7.0
J-LR
8" Ø
97 Km.
DELICIAS
P=343.0
27
Q=1.0
24 Km
D-DE
8" Ø
CAMARGO
P=288.7
25
Q=23.0
14.4 Km
C-CA
8" Ø
CHIHUAHUA
28
12" Ø
82.4 Km.
D-CH
Q=22.6
P=250.0
26
P=343.4
12" Ø
62.7 Km.
C-DE
Q=23.6
24
P=404.3
12" Ø
135.4 Km.
J-CA
Q=46.6
P=730.4
22
12" Ø
25.1 Km.
E9-J
Q=53.6
21
P=788.3
D. COMP. 9
9
1100.0
HP
P=510.3
S. COMP. 9
20
E8-
12"
128.6 Km



LAGUNA DEL REY
23
P=697.7
Q=7.0
J-LR
8"Ø
97 Km.
P=730.4
"Ø
4 Km.
CA
6.6
22
12"Ø
P=788.3
D. COMP. 9
21
25.1 Km.
E9-J
Q=53.6
9
1100.0
HP
P=510.3
S. COMP. 9
20
Q=53.6
E8-9
12"Ø
128.6 Km.
D. COMP. 8
1100.0
HP
S. COMP. 8
P=548.0
P=846.0
18
8
17
E8-T
12"Ø
32.2 Km.
19
Q=6.0
P=546.7
TORREON
16"Ø
112.9 Km.
P-E8
Q=59.6
P=639.5
15
P-PA
4"Ø
24 Km
16
Q=1.0
P=631.4
PARRAS
16"
135.8
E5-
Q=60


MONCLOVA
9
P=582.2
14.4" Ø
173.1 Km.
E2-M
Q=44.8
P=707.9
8
D.COMP. 2
1100.0
HP
2
P=421.7
S.COMP. 2
7
Q=
120.4
22" Ø
17.6 Km.
A-E2
Q=281.9
22" Ø
24.1 Km
KM-A
P=536.4
4
5
6
24" Ø
14 Km.
A-MO
Q=161.5
MONTERREY
P=423.3
P=436.9
22" Ø
30.3 Km.
E2-4
Q=75.6
10
S.COMP. 4
P=411.1
4
2400.0
HP
11
D.COMP. 4
P=794.9
16" Ø
60.4 Km.
E4-5
Q=75.6
12
S.COMP. 5
P=735.9
5
13
D.COMP. 5
8" Ø
32 Km.
E5-S
Q=15.0
14
P=686.0
SALTILLO
16" Ø
135.8 Km.
E5-P
Q=60.6
15
P=639.5
4" Ø
24 Km
Q=1.0
16
RRAS
P=767.8
D.COMP. 1
3
24" Ø
123.4 Km.
S-KM
Q=281.9
Q-E
FEC

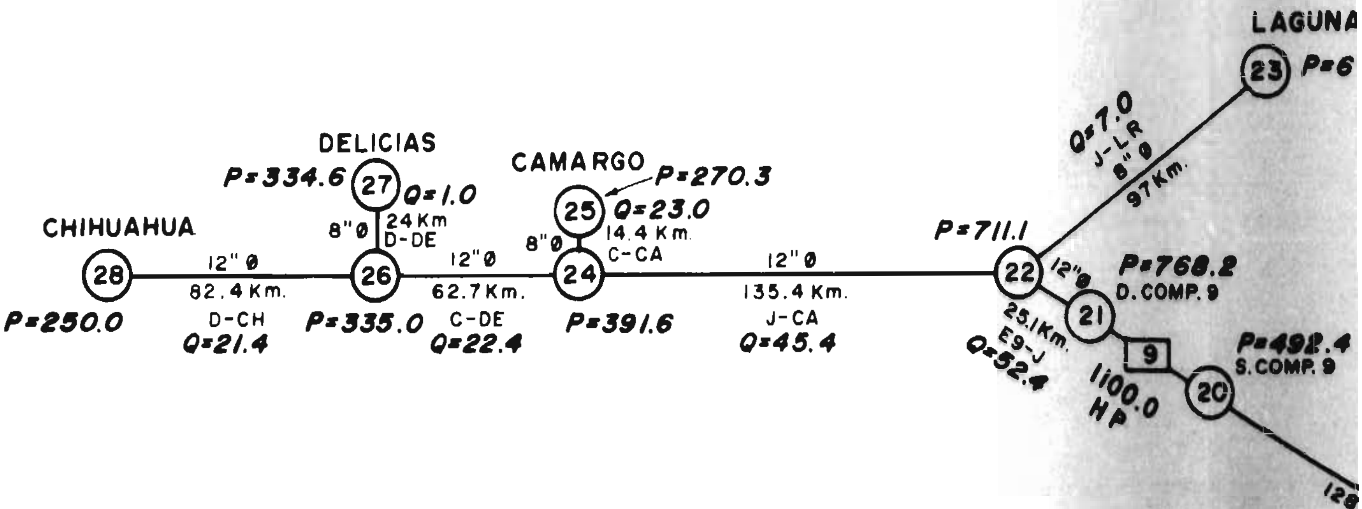


SISTEMA DE DISTRIBUCION DE GAS D.F.N.E.

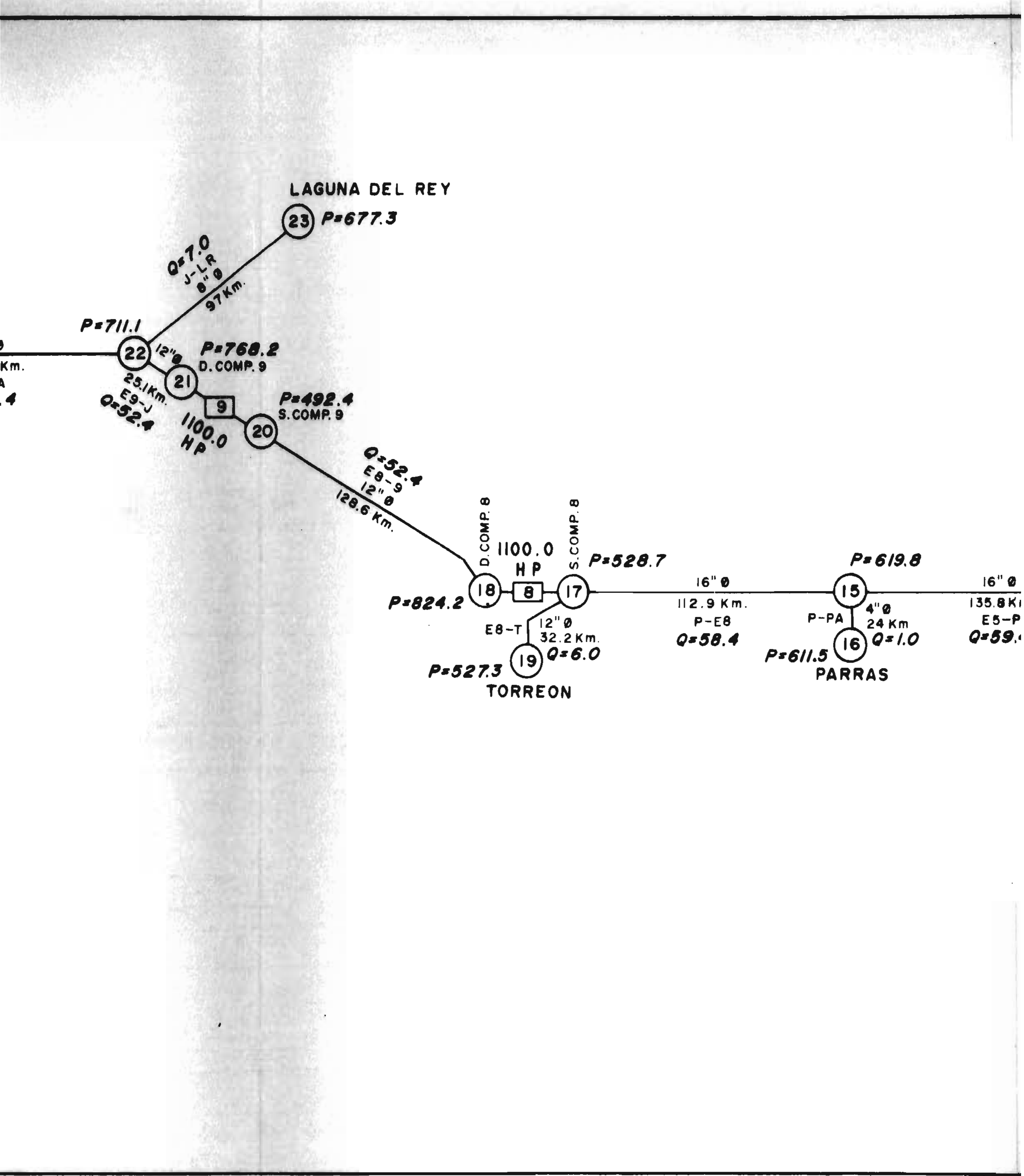
(BALANCE DE PRESIONES, GASTOS Y POTENCIA)

Q-EN MMSCFD P-EN PSI

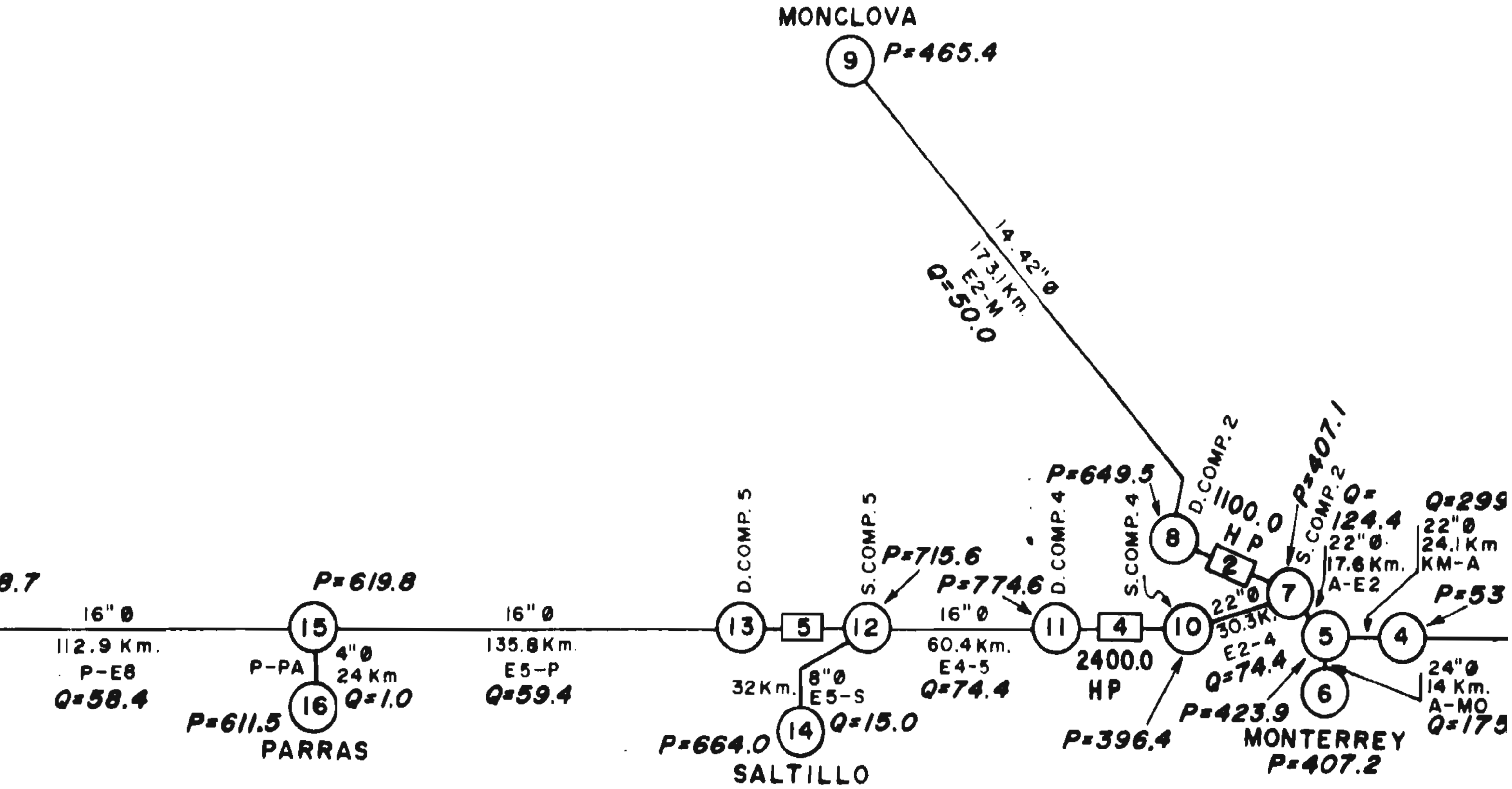
FECHA MARZO 1976	ESQUEMA No. 3



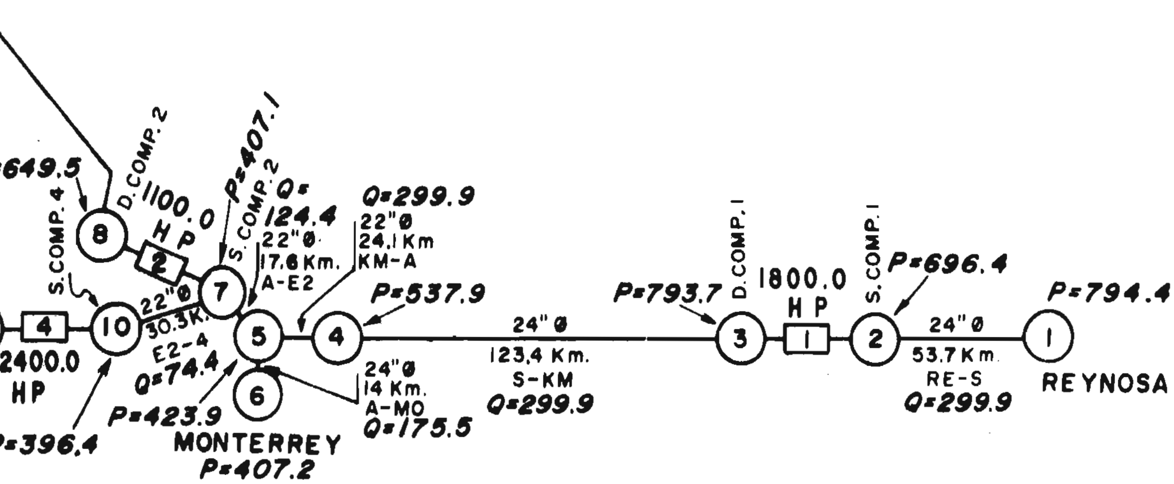
LAGUNA
P=6
Q=7.0
J-LR
8"Ø
97Km.
DELICIAS
P=334.6
Q=1.0
24 Km
8"Ø
D-DE
CAMARGO
P=270.3
Q=23.0
14.4 Km.
C-CA
8"Ø
CHIHUAHUA
12"Ø
82.4 Km.
D-CH
Q=21.4
P=250.0
P=335.0
12"Ø
62.7 Km.
C-DE
Q=22.4
P=391.6
12"Ø
135.4 Km.
J-CA
Q=45.4
P=711.1
12"Ø
25.1 Km.
E9-J
Q=52.4
P=768.2
D. COMP. 9
1100.0
HP
P=492.4
S. COMP. 9
128.



LAGUNA DEL REY
P=677.3
Q=7.0
J-LR
8"Ø
97Km.
P=711.1
12"Ø
P=768.2
D. COMP. 9
25.1Km.
E9-J
Q=52.4
9
1100.0
HP
P=492.4
S. COMP. 9
Q=52.4
E8-9
12"Ø
128.6 Km.
D. COMP. 8
1100.0
HP
S. COMP. 8
8
P=528.7
P=824.2
E8-T
12"Ø
32.2 Km.
Q=6.0
P=527.3
TORREON
16"Ø
112.9 Km.
P-E8
Q=58.4
P=619.8
P-PA
4"Ø
24 Km
Q=1.0
P=611.5
PARRAS
16"Ø
135.8 Km
E5-P
Q=59.
Km.
.4



MONCLOVA
P=465.4
14.42" Ø
173.1 Km.
E2-M
Q=50.0
D.COMP.2
P=649.5
1100.0
H P
P=407.1
S.COMP.2
Q=
124.4
22" Ø
17.6 Km.
A-E2
Q=299
22" Ø
24.1 Km
KM-A
P=53
D.COMP.5
S.COMP.5
P=715.6
D.COMP.4
S.COMP.4
P=774.6
P=619.8
16" Ø
112.9 Km.
P-E8
Q=58.4
P-PA
4" Ø
24 Km
Q=1.0
P=611.5
PARRAS
16" Ø
135.8 Km.
E5-P
Q=59.4
32 Km.
8" Ø
E5-S
Q=15.0
P=664.0
SALTILLO
16" Ø
60.4 Km.
E4-5
Q=74.4
2400.0
HP
22" Ø
30.3 Km.
E2-4
Q=74.4
P=396.4
P=423.9
MONTERREY
P=407.2
24" Ø
14 Km.
A-MO
Q=175

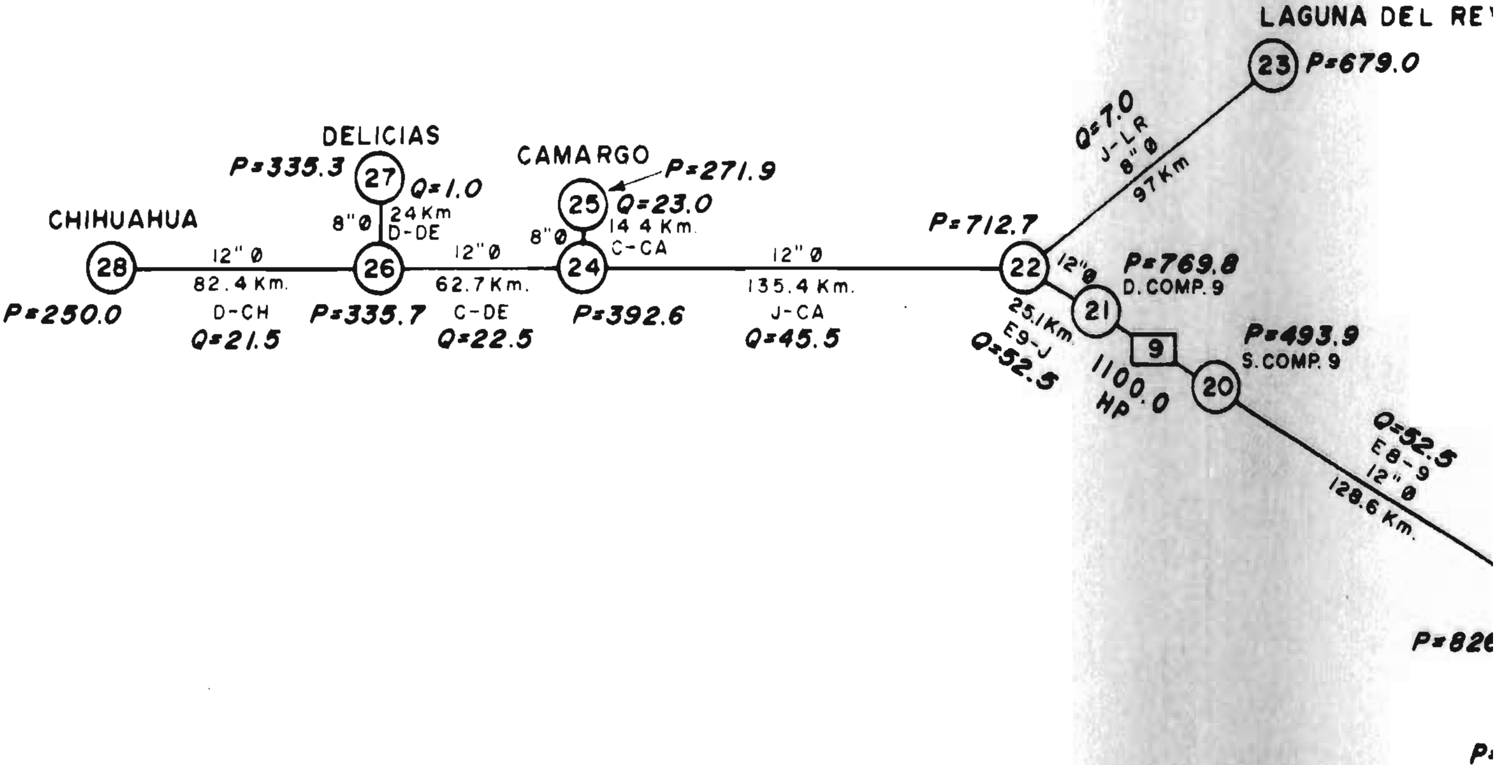


SISTEMA DE DISTRIBUCION DE GAS D.F.N.E.

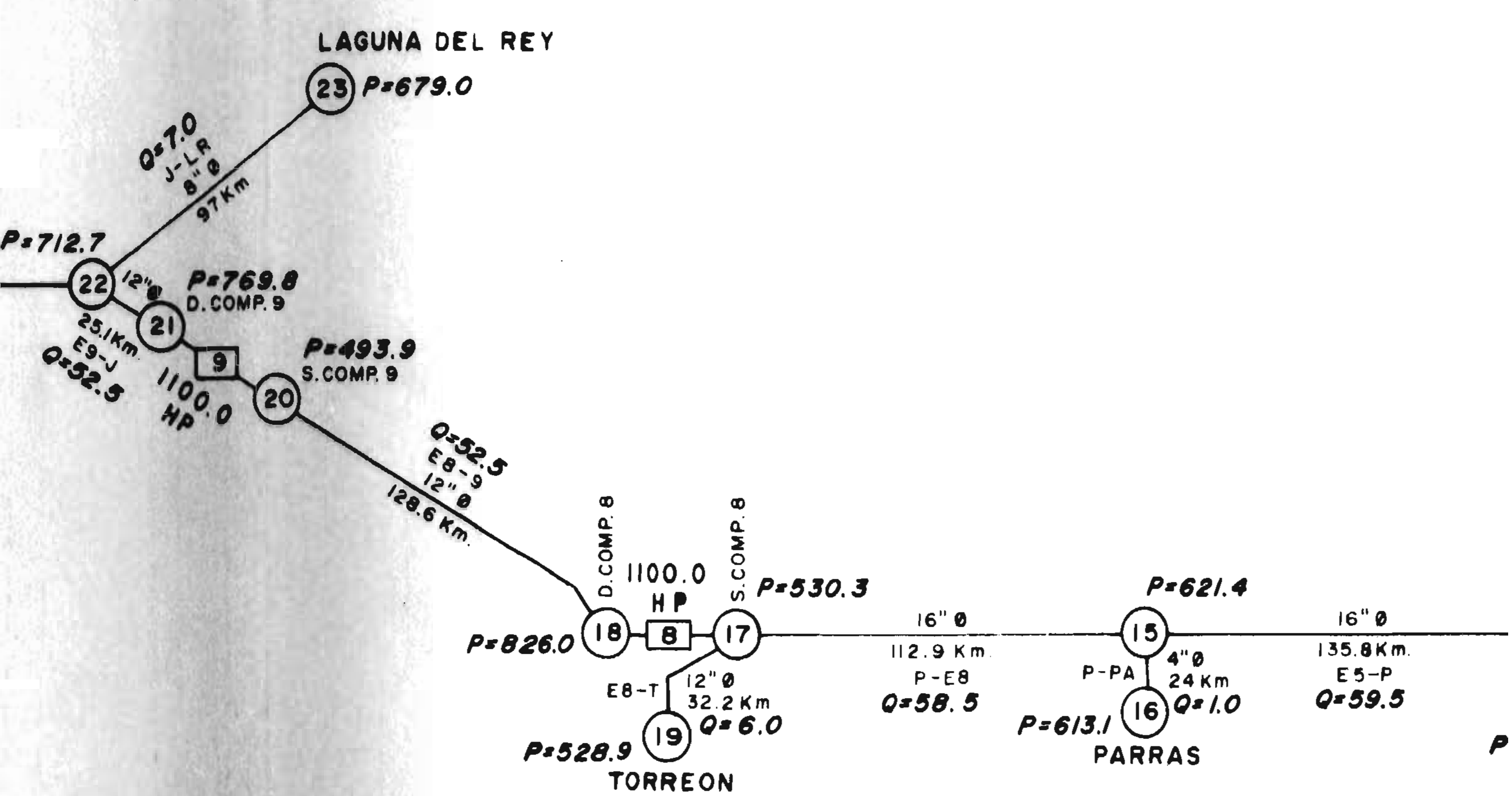
(BALANCE DE PRESIONES, GASTOS Y POTENCIA)

Q-EN MMSCFD P-EN PSI

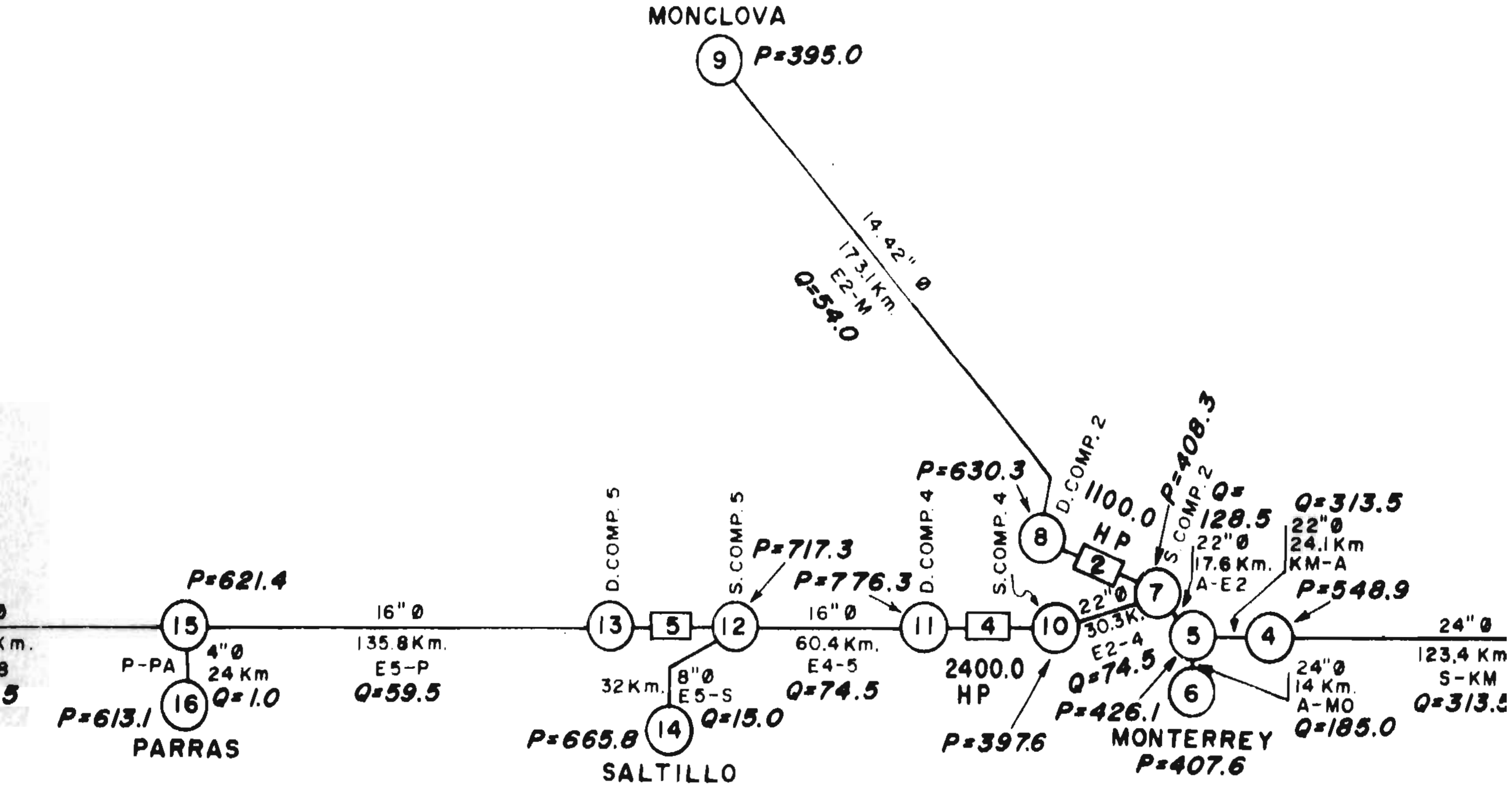
FECHA MARZO 1976	ESQUEMA No. 4



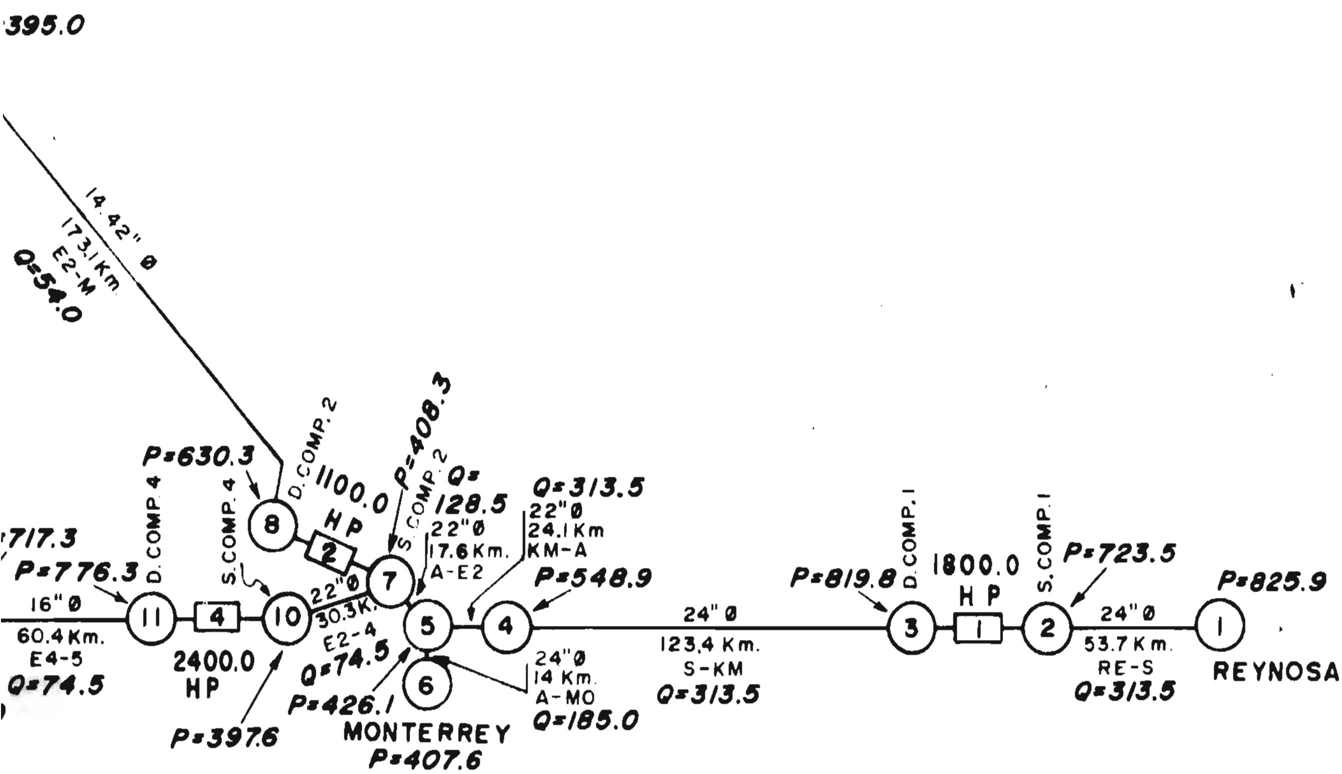
LAGUNA DEL RE
23 P=679.0
Q=7.0
J-LR
8" Ø
97 Km
DELICIAS
P=335.3
27
Q=1.0
8" Ø
24 Km
D-DE
CAMARGO
P=271.9
25
Q=23.0
8" Ø
14 4 Km.
C-CA
CHIHUAHUA
28
P=250.0
12" Ø
82.4 Km.
D-CH
Q=21.5
26
P=335.7
12" Ø
62.7 Km.
C-DE
Q=22.5
24
P=392.6
12" Ø
135.4 Km.
J-CA
Q=45.5
P=712.7
22
12" Ø
25.1 Km
E9-J
Q=52.5
21
P=769.8
D. COMP. 9
9
1100.0
HP
P=493.9
S. COMP. 9
20
Q=52.5
E8-9
12" Ø
128.6 Km.



LAGUNA DEL REY
P=679.0
Q=7.0
J-LR
8" Ø
97 Km
P=712.7
12" Ø
P=769.8
D. COMP. 9
25.1 Km
E9-J
Q=52.5
1100.0
HP
P=493.9
S. COMP. 9
Q=52.5
E8-9
12" Ø
128.6 Km
D. COMP. 8
1100.0
HP
S. COMP. 8
P=530.3
P=826.0
E8-T
12" Ø
32.2 Km
Q=6.0
P=528.9
TORREON
16" Ø
112.9 Km
P-E8
Q=58.5
P=621.4
P-PA
4" Ø
24 Km
Q=1.0
P=613.1
PARRAS
16" Ø
135.8 Km
E5-P
Q=59.5



MONCLOVA
P=395.0
14.42" Ø
173.1 Km.
E2-M
Q=54.0
P=630.3
D.COMP. 2
1100.0 HP
P=408.3
S.COMP. 2
Q= 128.5
22"Ø
17.6 Km.
A-E2
Q=313.5
22"Ø
24.1 Km
KM-A
P=548.9
24"Ø
123.4 Km
S-KM
Q=313.5
P=621.4
16"Ø
135.8 Km.
E5-P
Q=59.5
P-PA
4"Ø
24 Km
Q=1.0
P=613.1
PARRAS
D.COMP. 5
S.COMP. 5
P=717.3
P=776.3
D.COMP. 4
S.COMP. 4
16"Ø
60.4 Km.
E4-5
Q=74.5
32 Km.
8"Ø
E5-S
Q=15.0
P=665.8
SALTILLO
2400.0 HP
P=397.6
22"Ø
30.3 Km.
E2-4
Q=74.5
P=426.1
MONTERREY
P=407.6
24"Ø
14 Km.
A-MO
Q=185.0

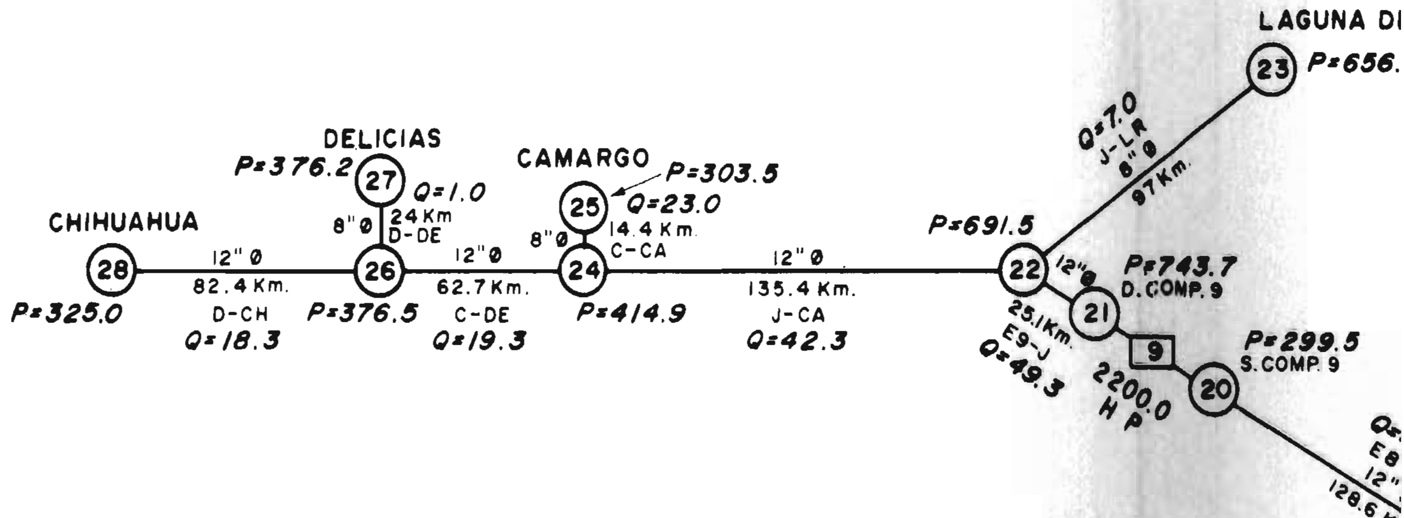


SISTEMA DE DISTRIBUCION DE GAS D.F.N.E.

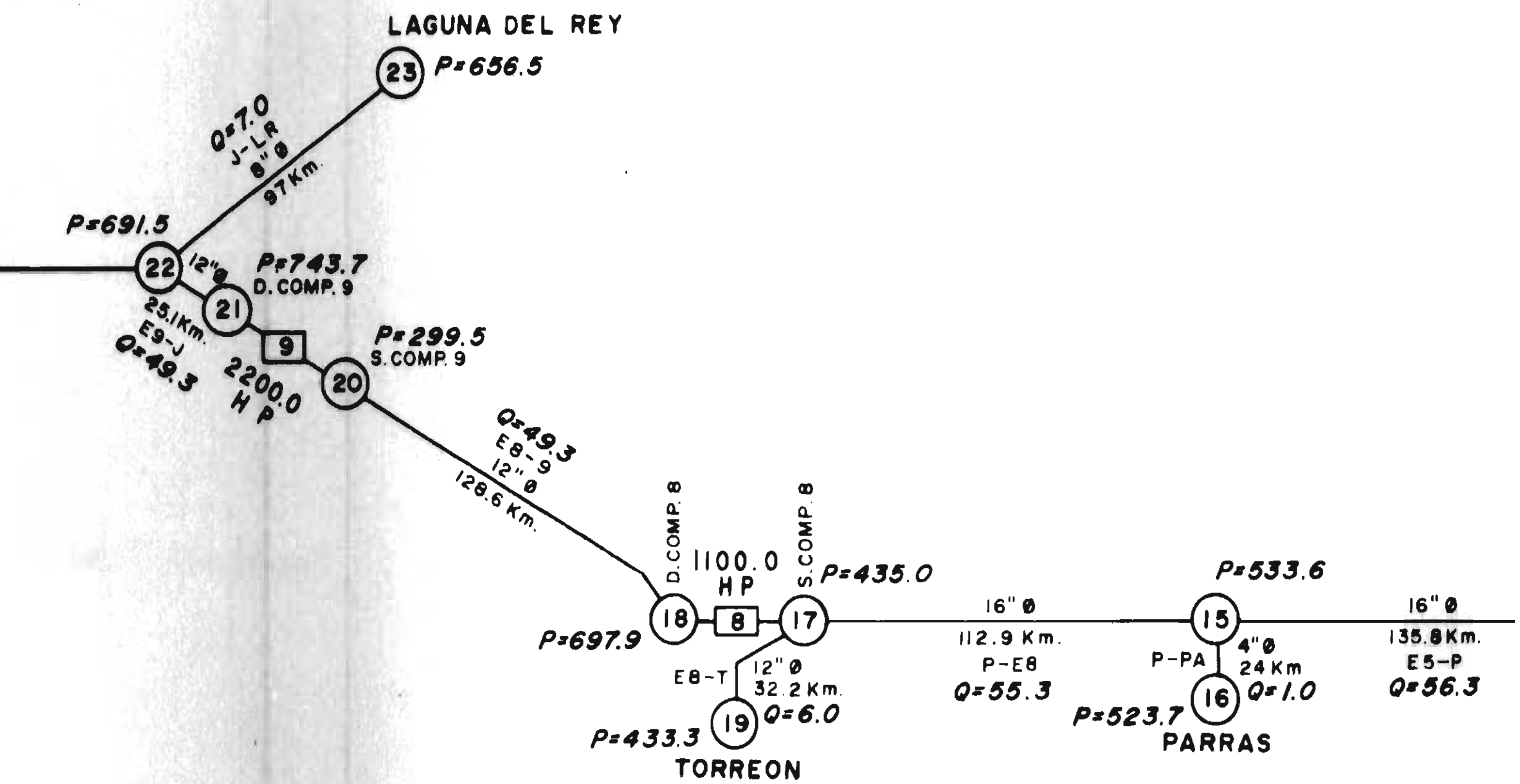
(BALANCE DE PRESIONES, GASTOS Y POTENCIA)

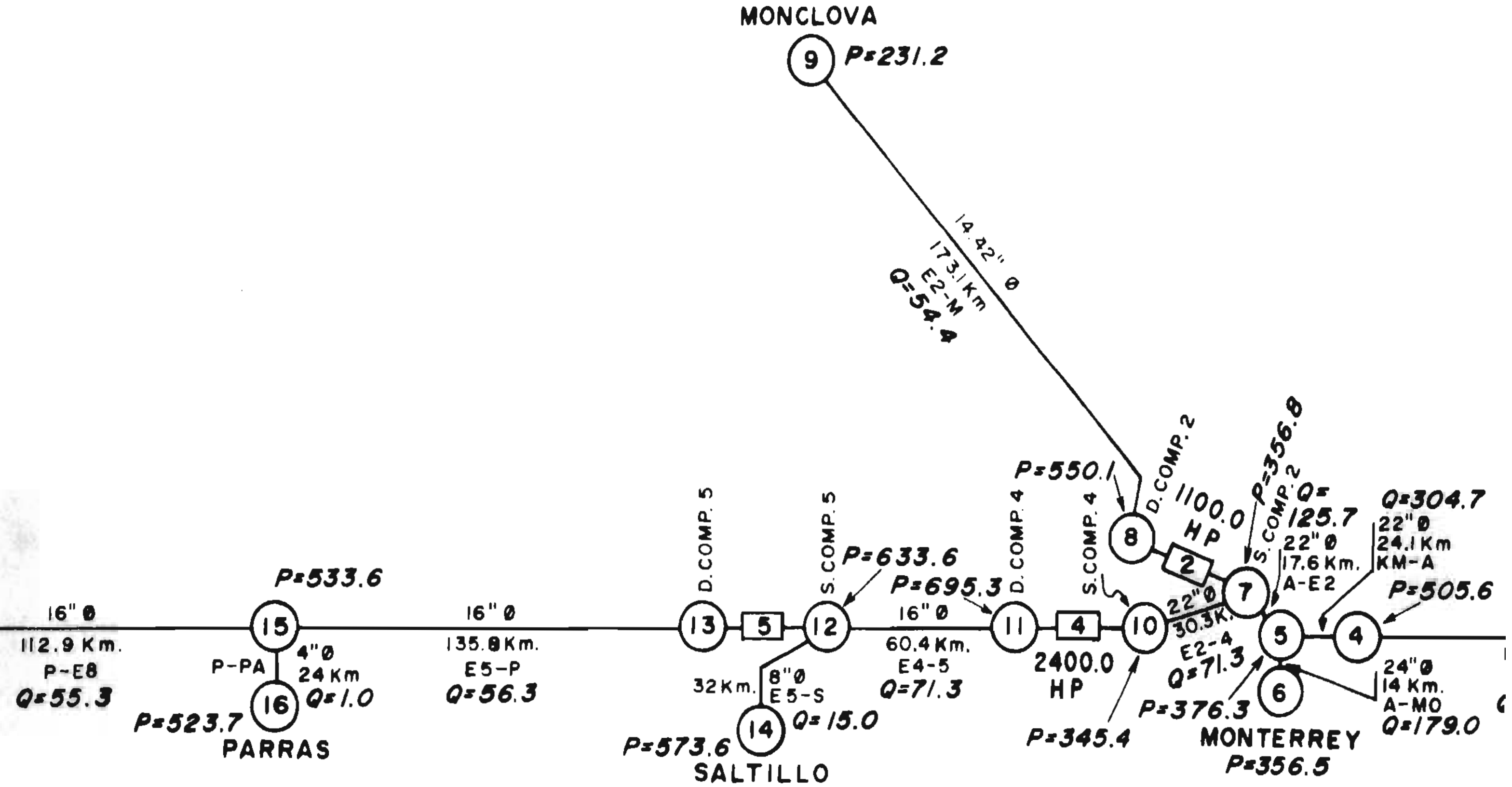
Q-EN MMSCFD P-EN PSI

FECHA MARZO 1976	ESQUEMA No. 5

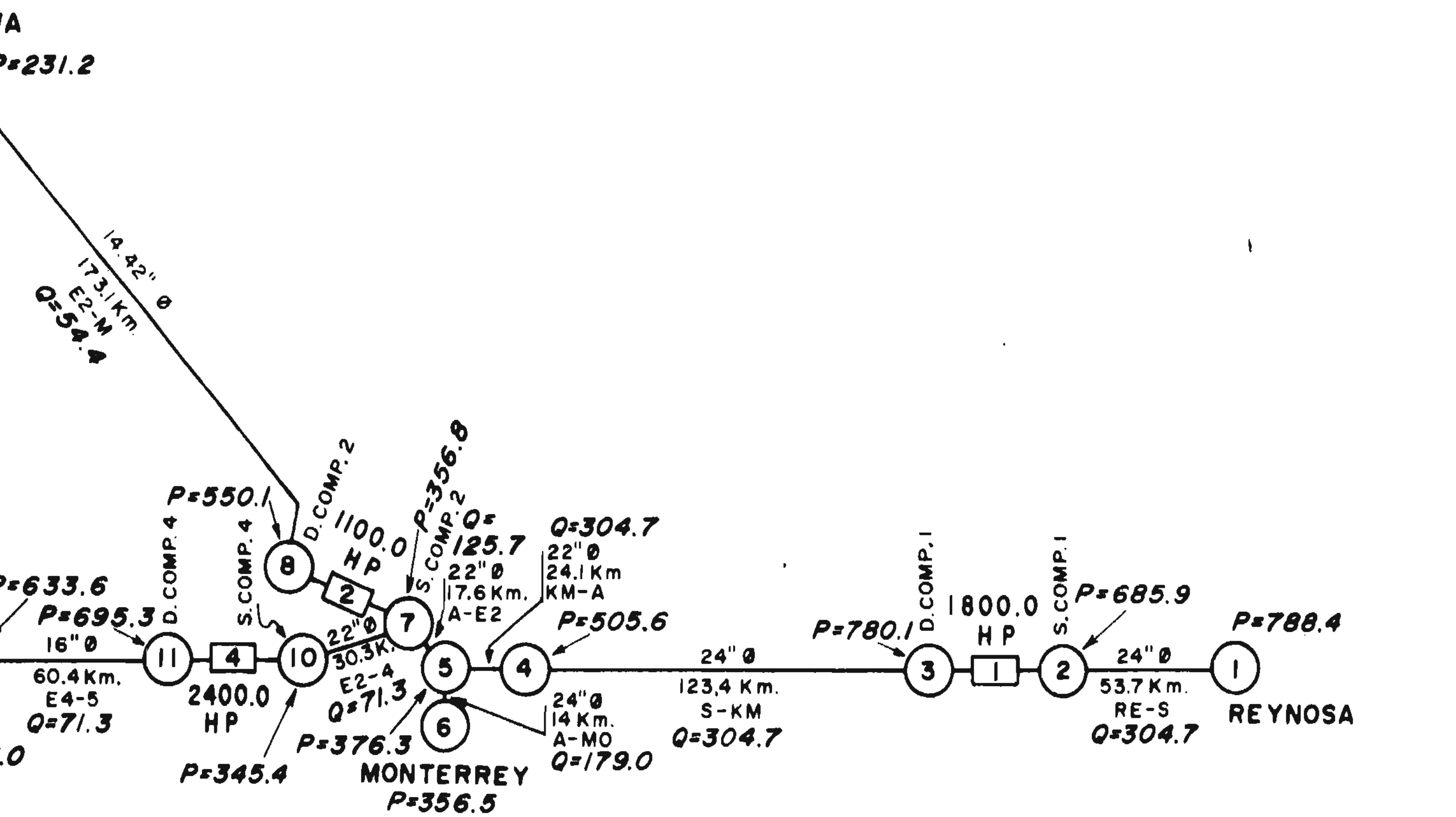


LAGUNA DI
P=656.
Q=7.0
J-LR
8"Ø
97 Km.
DELICIAS
P=376.2
27
Q=1.0
8"Ø
24 Km
D-DE
CAMARGO
P=303.5
25
Q=23.0
8"Ø
14.4 Km.
C-CA
CHIHUAHUA
28
12"Ø
82.4 Km.
D-CH
Q=18.3
P=325.0
26
P=376.5
12"Ø
62.7 Km.
C-DE
Q=19.3
24
P=414.9
12"Ø
135.4 Km.
J-CA
Q=42.3
P=691.5
22
12"Ø
25.1 Km.
E9-J
Q=49.3
21
P=743.7
D. COMP. 9
9
2200.0
HP
20
P=299.5
S. COMP. 9
E8
12"
128.6 Km


LAGUNA DEL REY
23
P=656.5
Q=7.0
J-LR
8"Ø
97Km.
P=691.5
22
12"Ø
21
P=743.7
D. COMP. 9
25.1Km.
E9-J
Q=49.3
9
2200.0
H P
P=299.5
S. COMP. 9
20
Q=49.3
E8-9
12"Ø
128.6 Km.
D. COMP. 8
1100.0
H P
S. COMP. 8
P=435.0
18
8
17
P=697.9
E8-T
12"Ø
32.2 Km.
19
Q=6.0
P=433.3
TORREON
16"Ø
112.9 Km.
P-E8
Q=55.3
P=533.6
15
P-PA
4"Ø
24 Km
16
Q=1.0
P=523.7
PARRAS
16"Ø
135.8Km.
E5-P
Q=56.3



MONCLOVA
P=231.2
14.42" Ø
173.1 Km
E2-M
Q=54.4
P=550.1
D.COMP.2
1100.0
HP
P=356.8
S.COMP.2
Q=
125.7
22" Ø
17.6 Km.
A-E2
Q=304.7
22" Ø
24.1 Km
KM-A
P=505.6
D.COMP.5
S.COMP.5
P=633.6
D.COMP.4
S.COMP.4
P=695.3
16" Ø
112.9 Km.
P-E8
Q=55.3
P=533.6
P-PA
4" Ø
24 Km
Q=1.0
P=523.7
PARRAS
16" Ø
135.8 Km.
E5-P
Q=56.3
32 Km.
8" Ø
E5-S
Q=15.0
P=573.6
SALTILLO
16" Ø
60.4 Km.
E4-5
Q=71.3
2400.0
HP
P=345.4
22" Ø
30.3 K.
E2-4
Q=71.3
P=376.3
MONTERREY
P=356.5
24" Ø
14 Km.
A-MO
Q=179.0

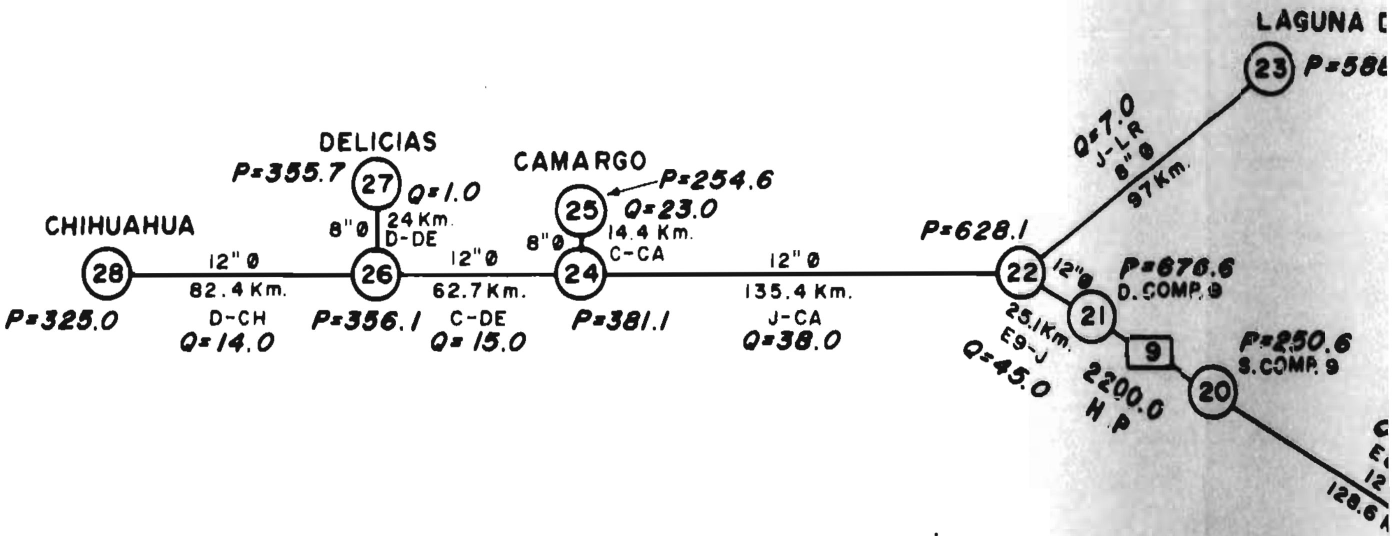


SISTEMA DE DISTRIBUCION DE GAS D. F. N. E.

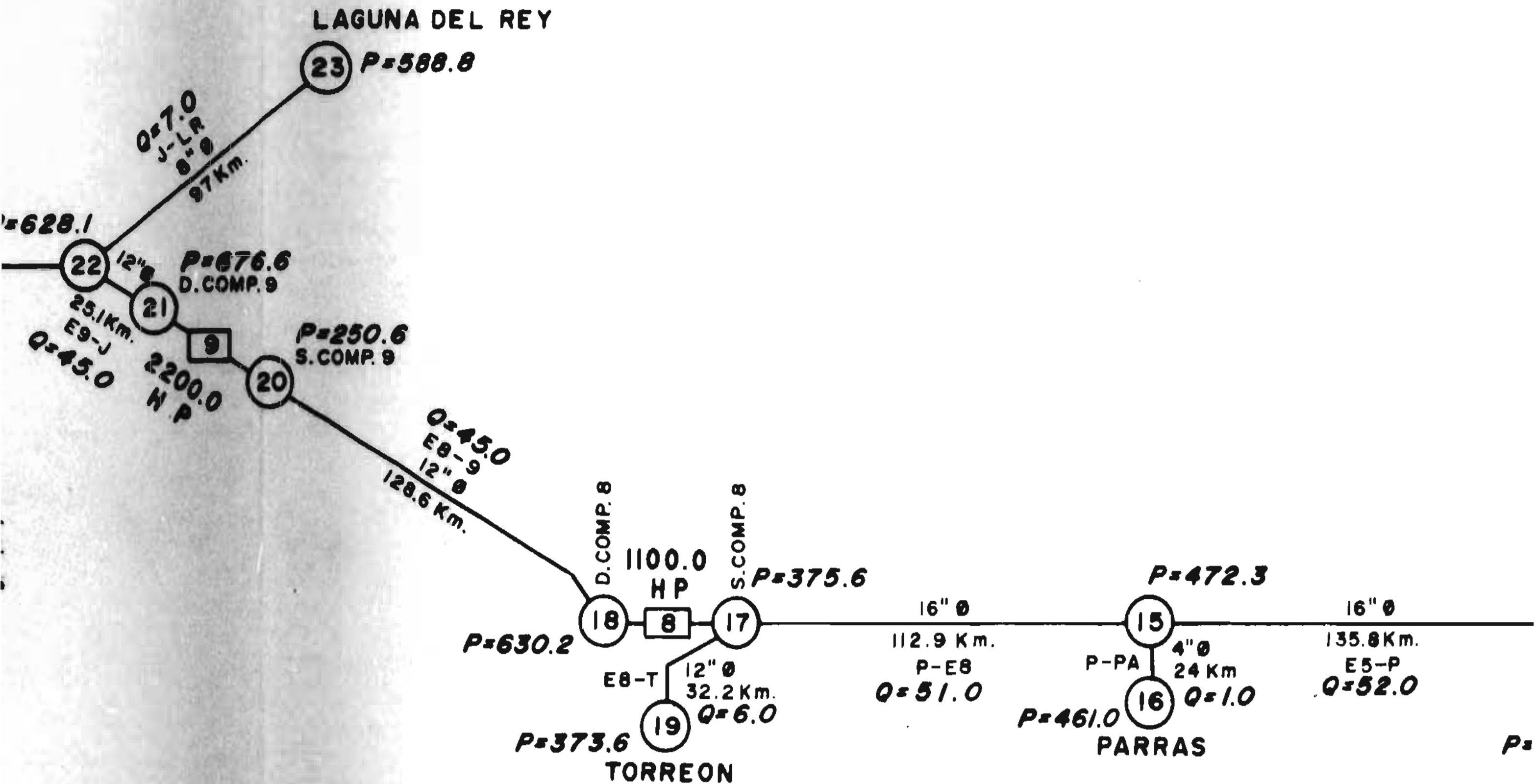
(BALANCE DE PRESIONES, GASTOS Y POTENCIA)

Q-EN MMSCFD P-EN PSI

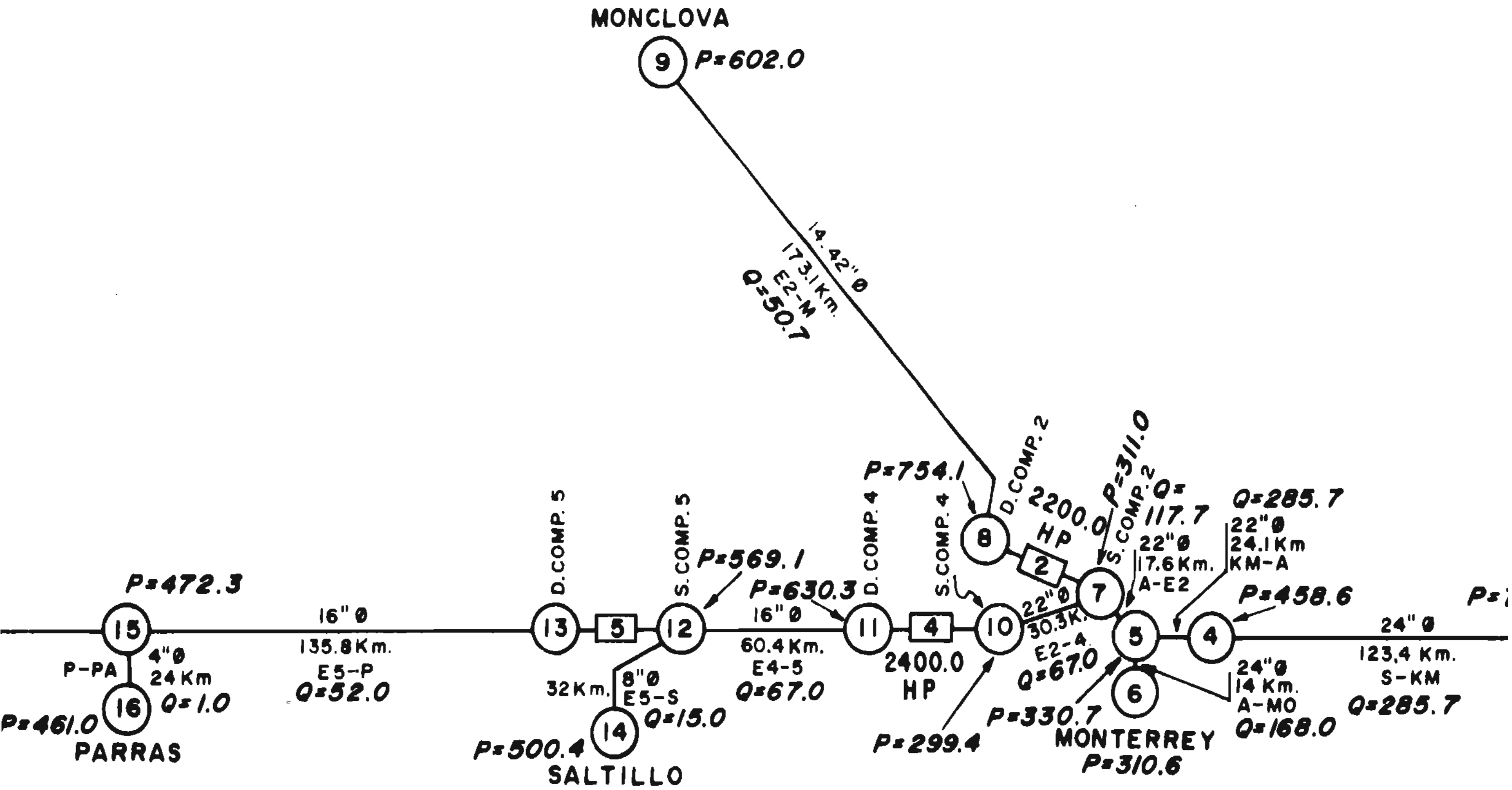
FECHA MARZO 1976	ESQUEMA No. 6



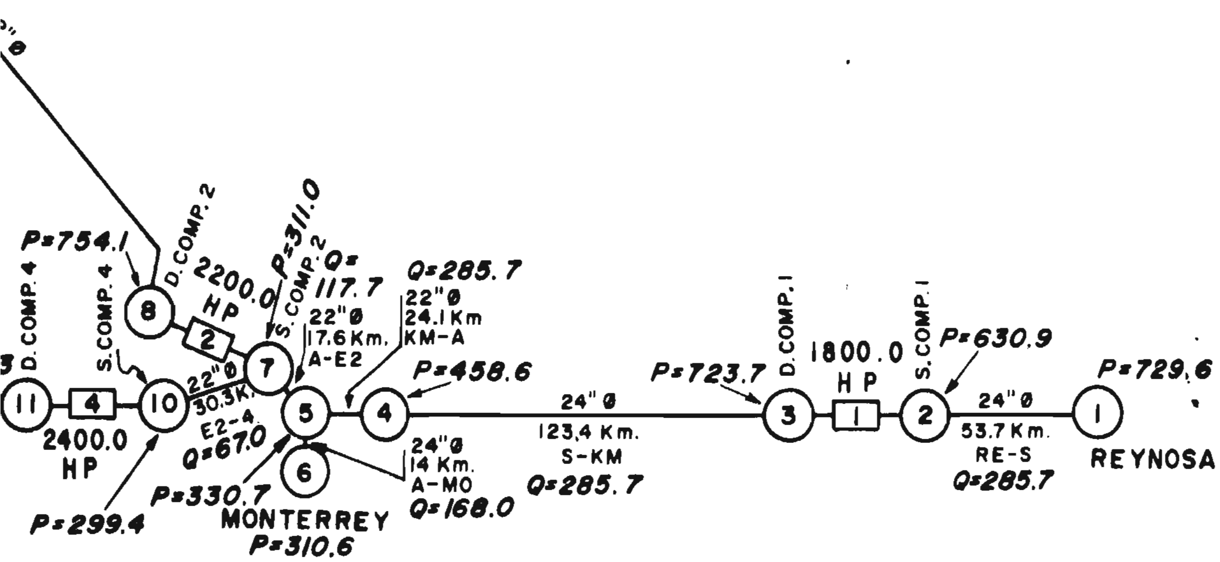
LAGUNA D
23 P=58
Q=7.0
J-LR
8"Ø
97 Km.
DELICIAS
P=355.7
27
Q=1.0
CAMARGO
P=254.6
25
Q=23.0
CHIHUAHUA
8"Ø
24 Km.
D-DE
8"Ø
14.4 Km.
C-CA
P=628.1
28
12"Ø
82.4 Km.
D-CH
Q=14.0
P=325.0
26
12"Ø
62.7 Km.
C-DE
Q=15.0
P=356.1
24
P=381.1
12"Ø
135.4 Km.
J-CA
Q=38.0
22
12"Ø
P=676.6
D. COMP. 9
21
25.1 Km.
E9-J
Q=45.0
9
2200.0
H.P
P=250.6
S. COMP. 9
20
128.6



LAGUNA DEL REY
23 P=588.8
Q=7.0
J-LR
8"Ø
97 Km.
P=628.1
22
12"Ø
P=676.6
D.COMP. 9
21
25.1 Km.
E9-J
Q=45.0
9
2200.0
H.P
P=250.6
S.COMP. 9
20
Q=45.0
E8-9
12"Ø
128.6 Km.
D.COMP. 8
1100.0
HP
S.COMP. 8
P=375.6
18
8
17
P=630.2
E8-T
12"Ø
32.2 Km.
Q=6.0
19
P=373.6
TORREON
16"Ø
112.9 Km.
P-E8
Q=51.0
P=472.3
15
P-PA
4"Ø
24 Km
16
Q=1.0
P=461.0
PARRAS
16"Ø
135.8 Km.
E5-P
Q=52.0



MONCLOVA
P=602.0
14.42" Ø
173.1 Km.
E2-M
Q=50.7
P=754.1
D.COMP.2
2200.0
HP
P=311.0
S.COMP.2
Q=
117.7
Q=285.7
22" Ø
24.1 Km
KM-A
22" Ø
17.6 Km.
A-E2
P=458.6
D.COMP.5
S.COMP.5
P=569.1
D.COMP.4
S.COMP.4
P=630.3
P=472.3
16" Ø
135.8 Km.
E5-P
Q=52.0
16" Ø
60.4 Km.
E4-5
Q=67.0
2400.0
HP
22" Ø
30.3 K.
E2-4
Q=67.0
24" Ø
123.4 Km.
S-KM
Q=285.7
P-PA
4" Ø
24 Km
Q=1.0
P=461.0
PARRAS
32 Km.
8" Ø
E5-S
Q=15.0
P=500.4
SALTILLO
P=299.4
P=330.7
MONTERREY
P=310.6
24" Ø
14 Km.
A-MO
Q=168.0

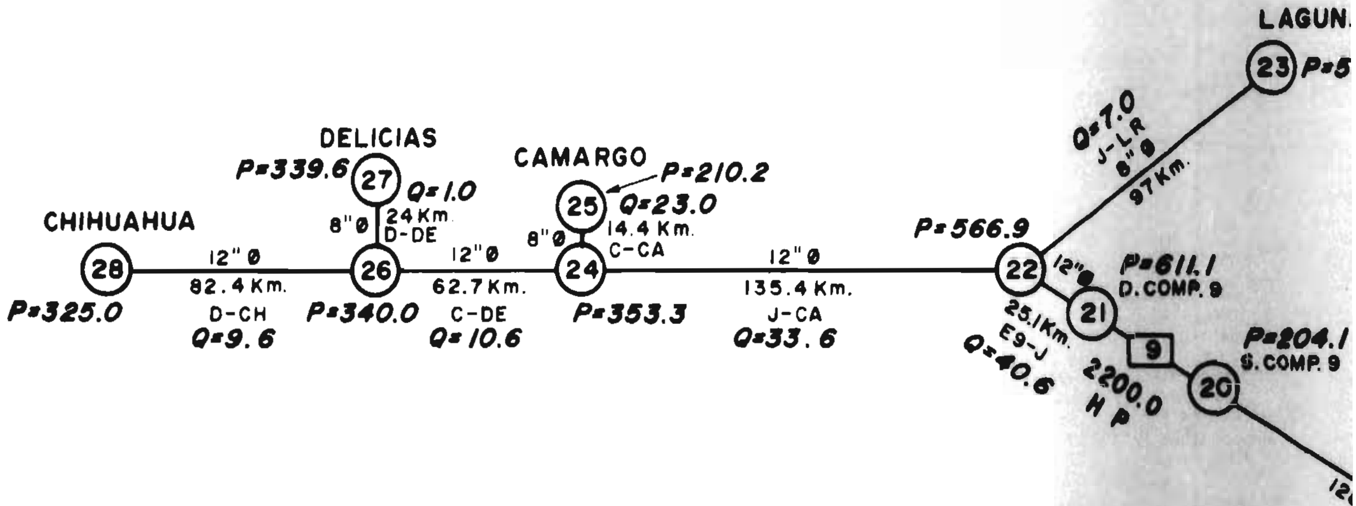


SISTEMA DE DISTRIBUCION DE GAS D. F. N. E.

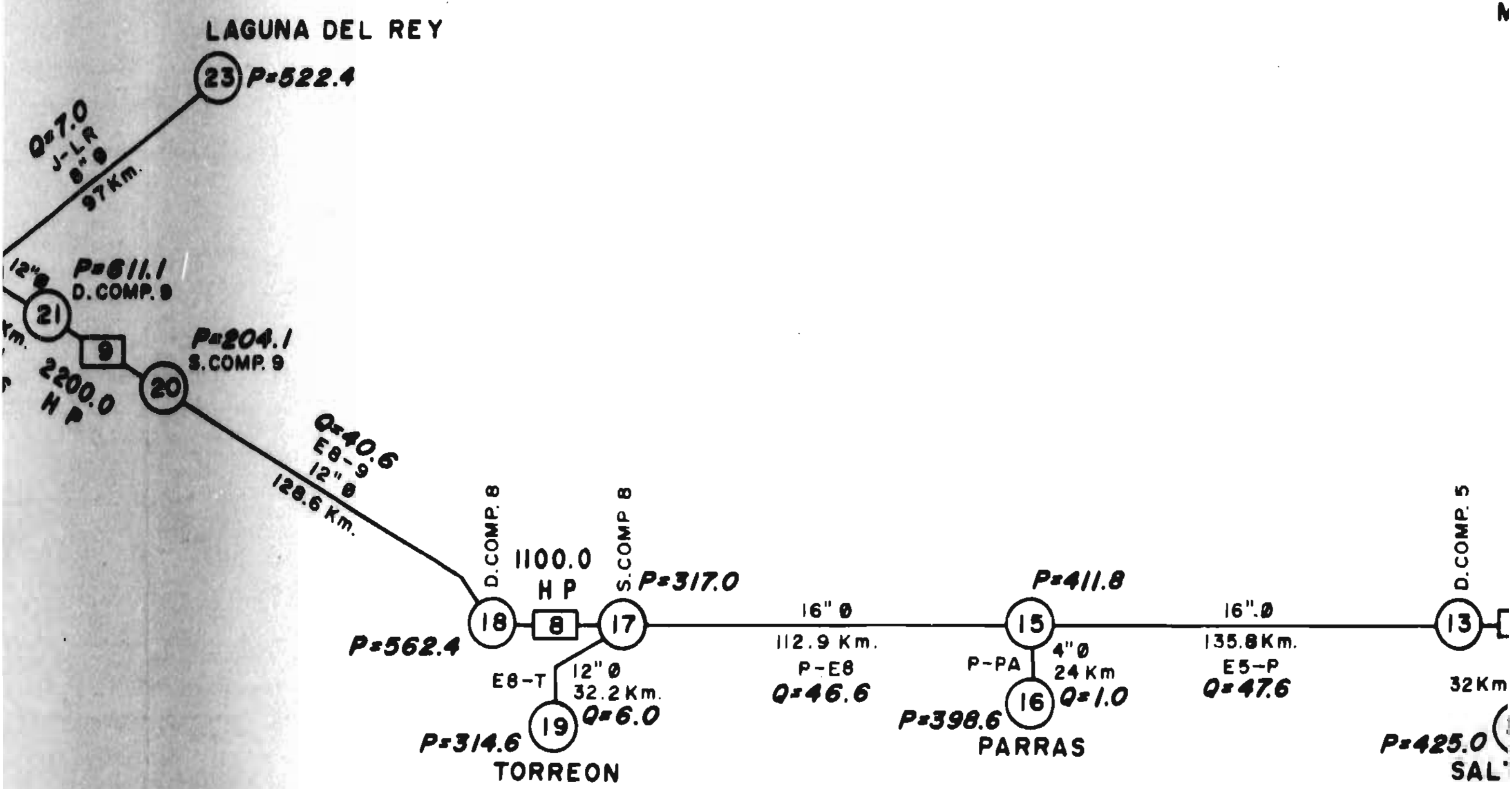
(BALANCE DE PRESIONES, GASTOS Y POTENCIA)

Q-EN MMSCFD P-EN PSI

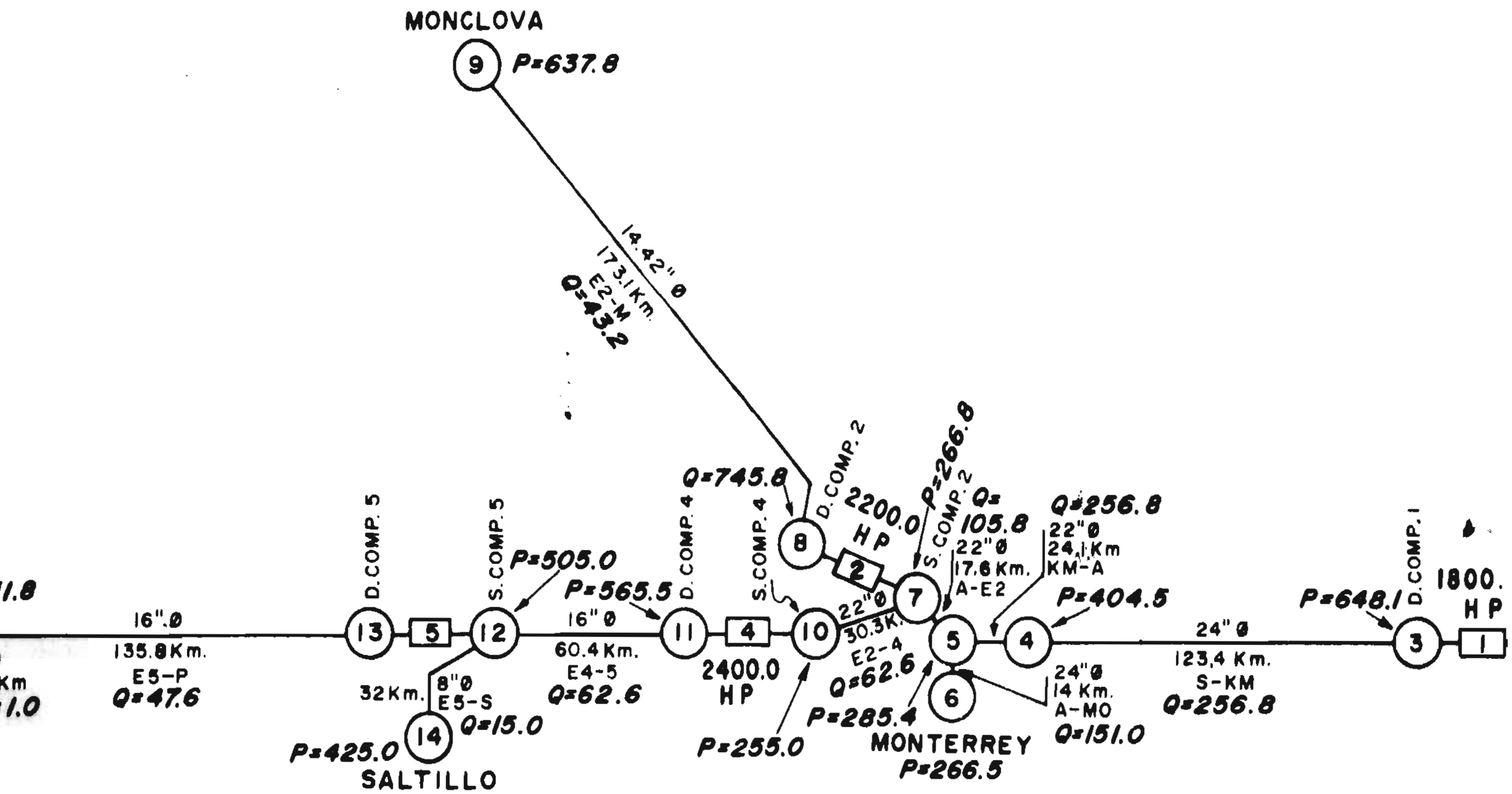
FECHA MARZO 1976	ESQUEMA No. 7



CHIHUAHUA
DELICIAS
CAMARGO
LAGUN
28
27
26
25
24
23
22
21
9
20
P=325.0
12" Ø
82.4 Km.
D-CH
Q=9.6
P=339.6
Q=1.0
8" Ø
24 Km.
D-DE
P=340.0
12" Ø
62.7 Km.
C-DE
Q=10.6
P=210.2
Q=23.0
8" Ø
14.4 Km.
C-CA
P=353.3
12" Ø
135.4 Km.
J-CA
Q=33.6
P=566.9
Q=7.0
J-LR
8" Ø
97 Km.
12" Ø
25.1 Km.
E9-J
Q=40.6
P=611.1
D. COMP. 9
2200.0
H P
P=204.1
S. COMP. 9



LAGUNA DEL REY
23
P=522.4
Q=7.0
J-LR
8"Ø
97 Km.
P=611.1
D. COMP. 9
21
9
2200.0
H P
P=204.1
S. COMP. 9
20
Q=40.6
E8-9
12"Ø
128.6 Km.
D.COMP. 8
1100.0
H P
S.COMP 8
P=317.0
18
8
17
P=562.4
E8-T
12"Ø
32.2 Km.
19
Q=6.0
P=314.6
TORREON
16"Ø
112.9 Km.
P-E8
Q=46.6
P=411.8
15
P-PA
4"Ø
24 Km
16
Q=1.0
P=398.6
PARRAS
16".Ø
135.8 Km.
E5-P
Q=47.6
D.COMP. 5
13
32 Km
P=425.0



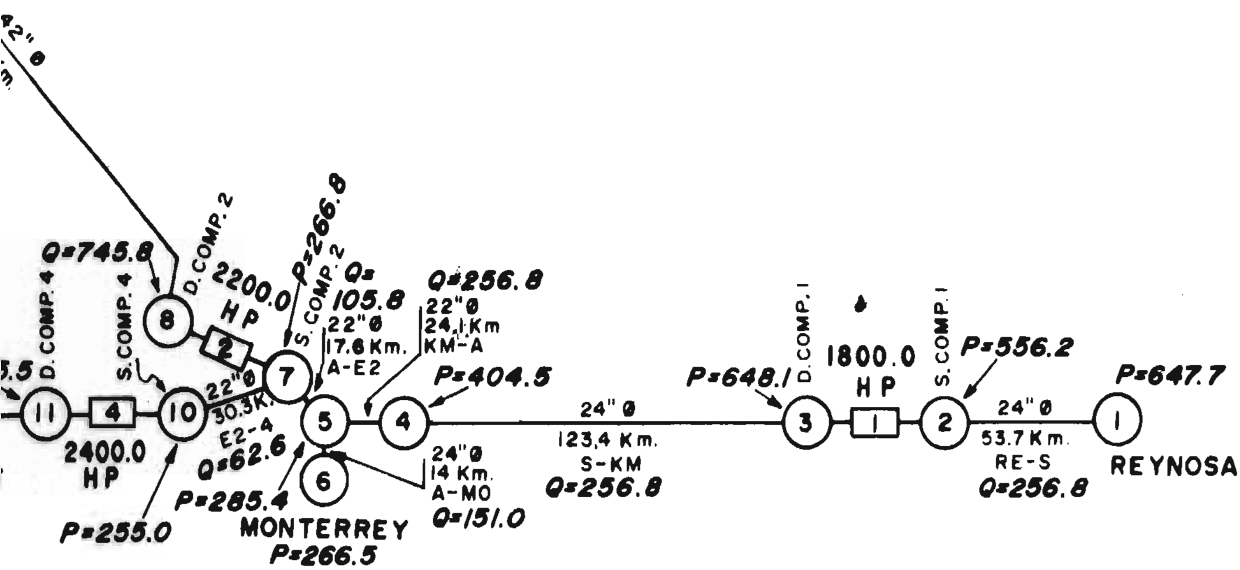
SISTI

(BA

G

Q-EN MM

FECHA M

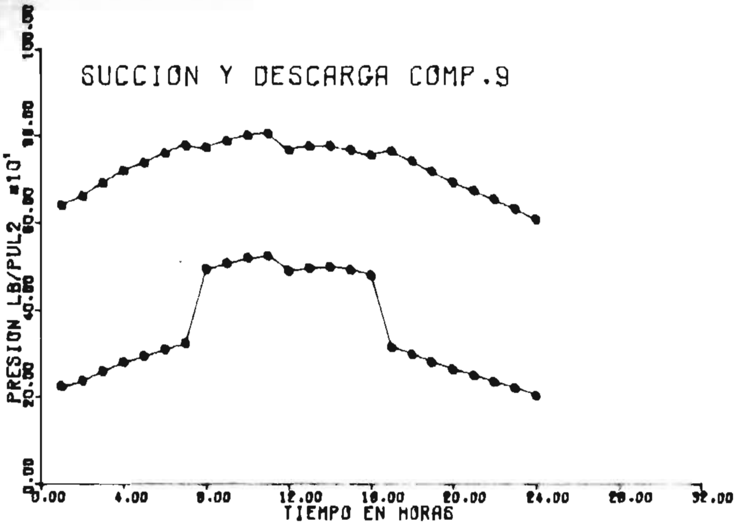


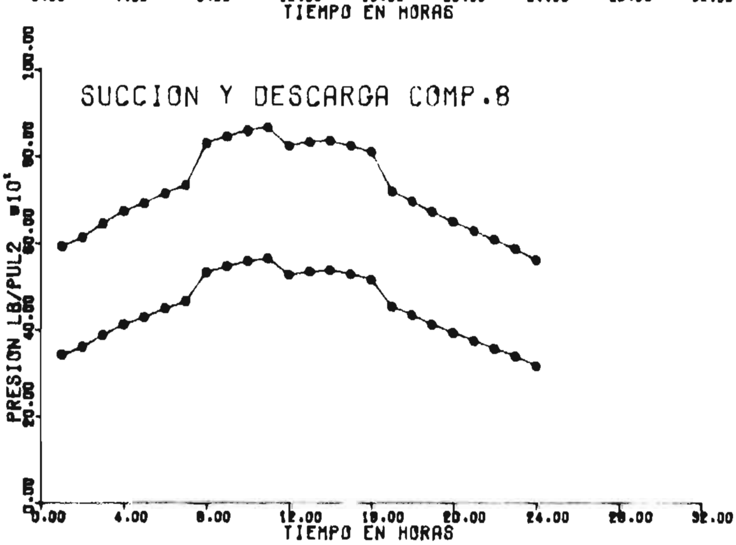
SISTEMA DE DISTRIBUCION DE GAS D. F. N. E.

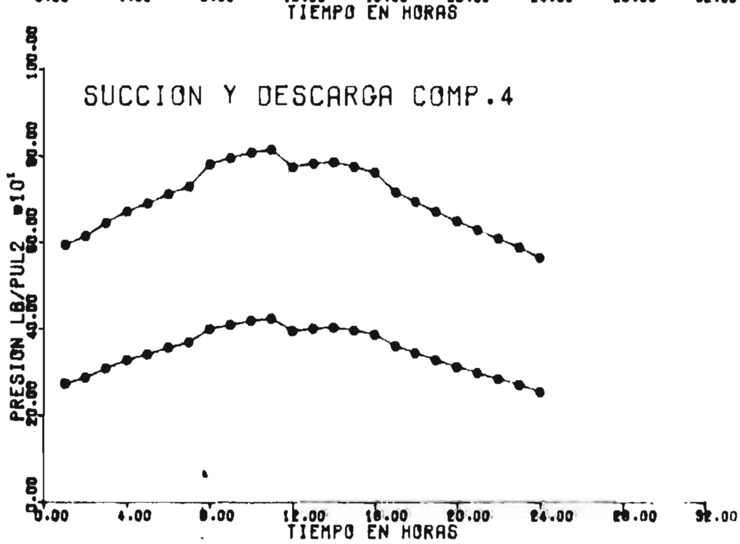
(BALANCE DE PRESIONES, GASTOS Y POTENCIA)

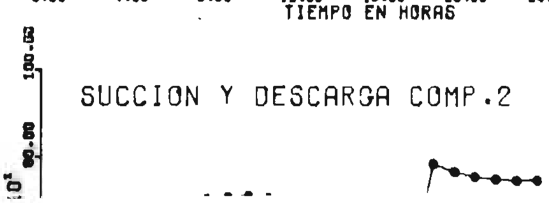
Q-EN MMSCFD P-EN PSI

FECHA MARZO 1976	ESQUEMA No. 8



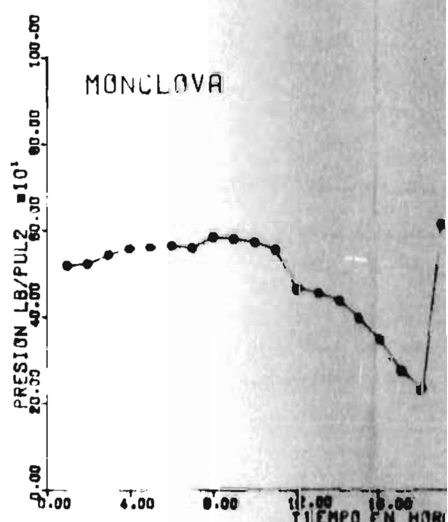






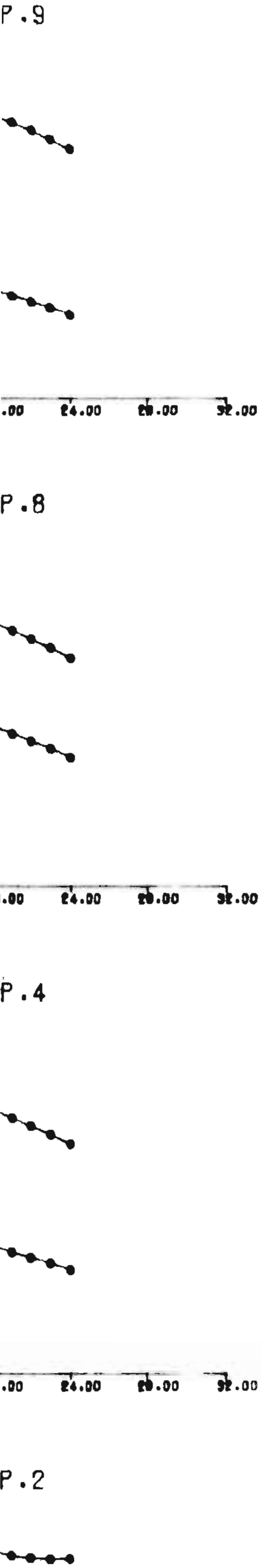
SISTEMA DE DISTRIB

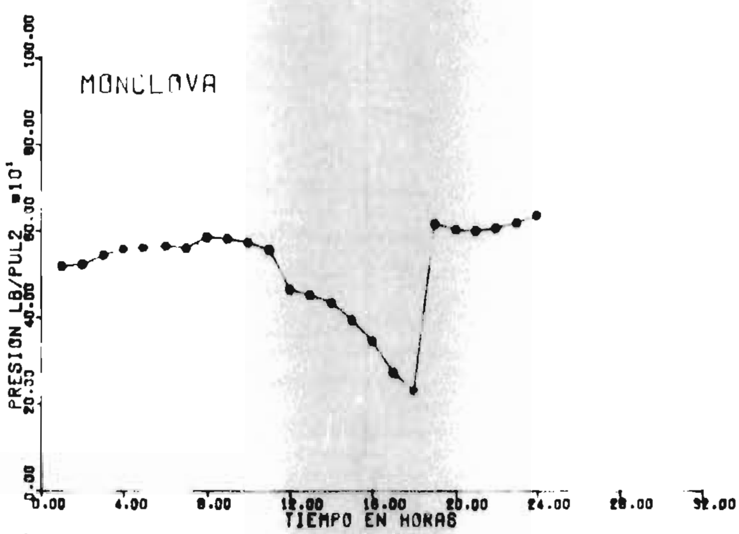
(ESQUE

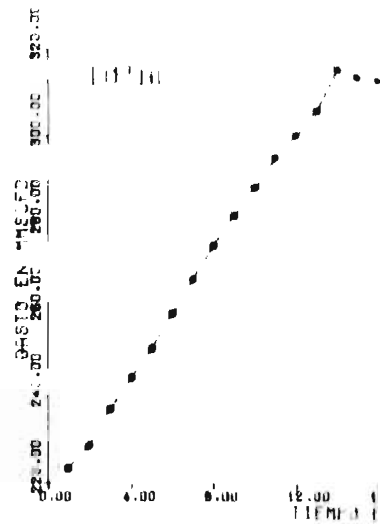


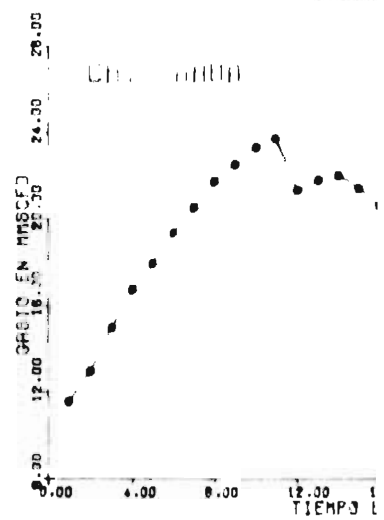
SISTEMA DE DISTRIBUCION DE GAS D. F. N. E.

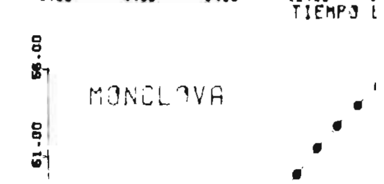
(ESQUEMA No. 9)





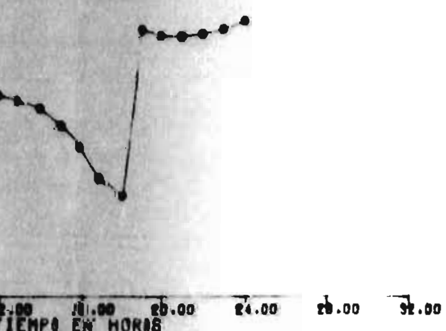


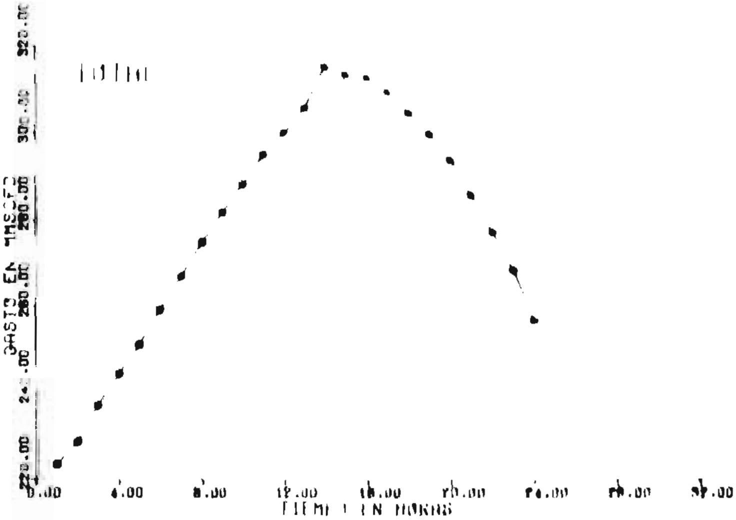


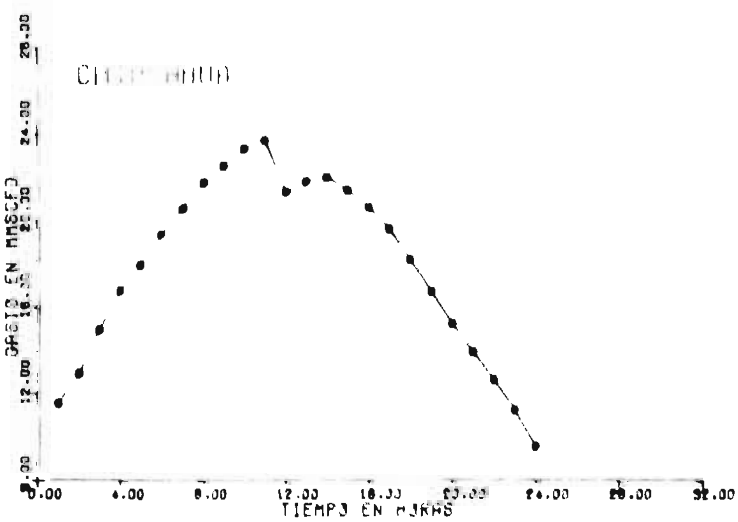


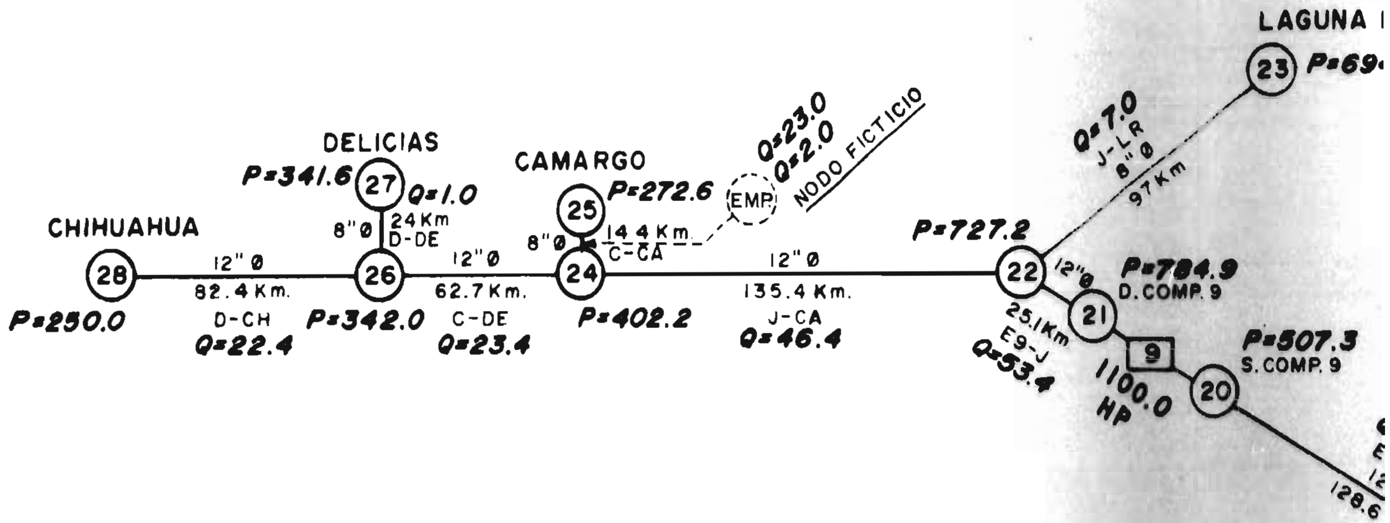
STRIBUCION DE GAS D. F. N. E.

ESQUEMA No. 9)

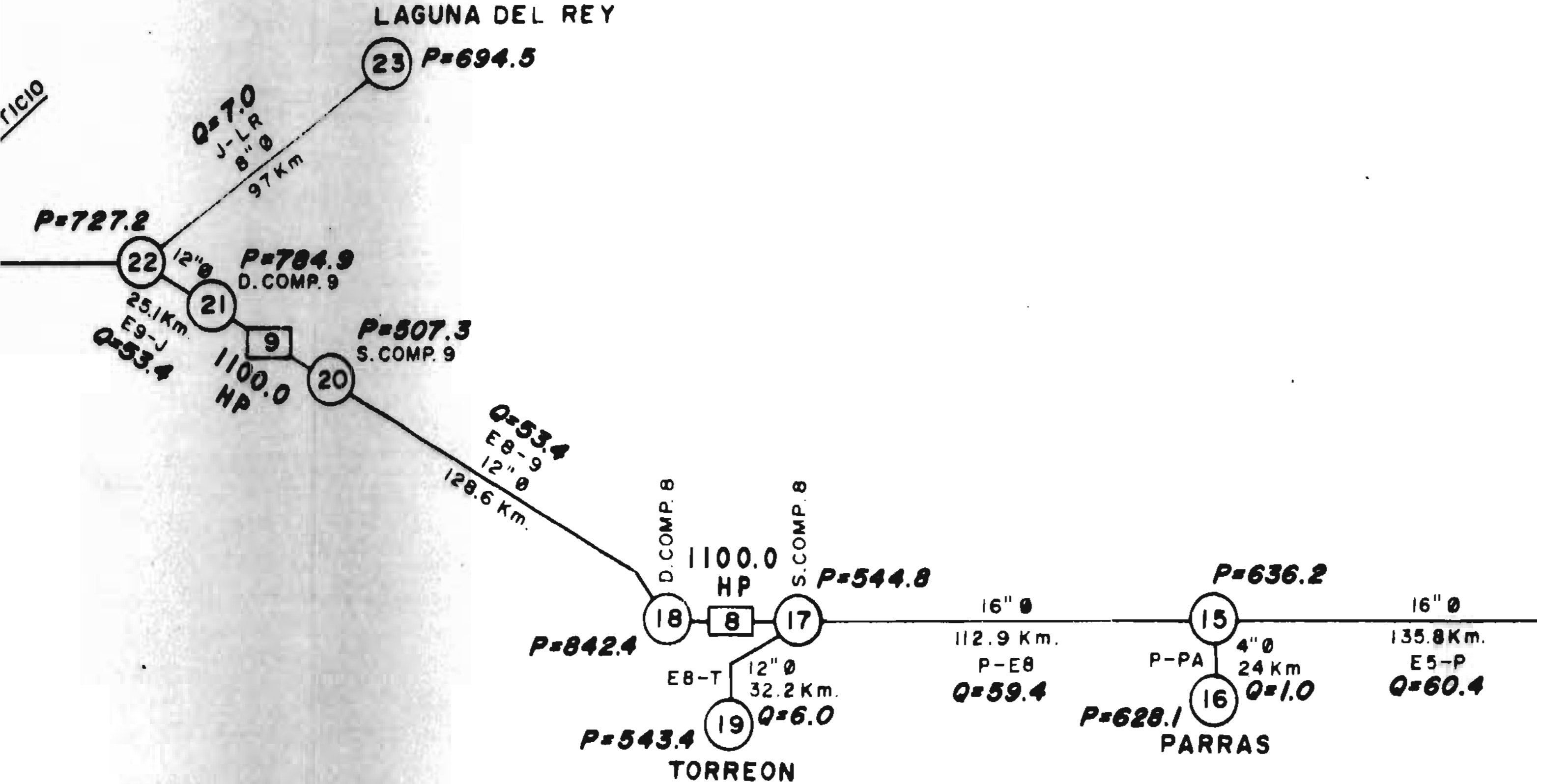




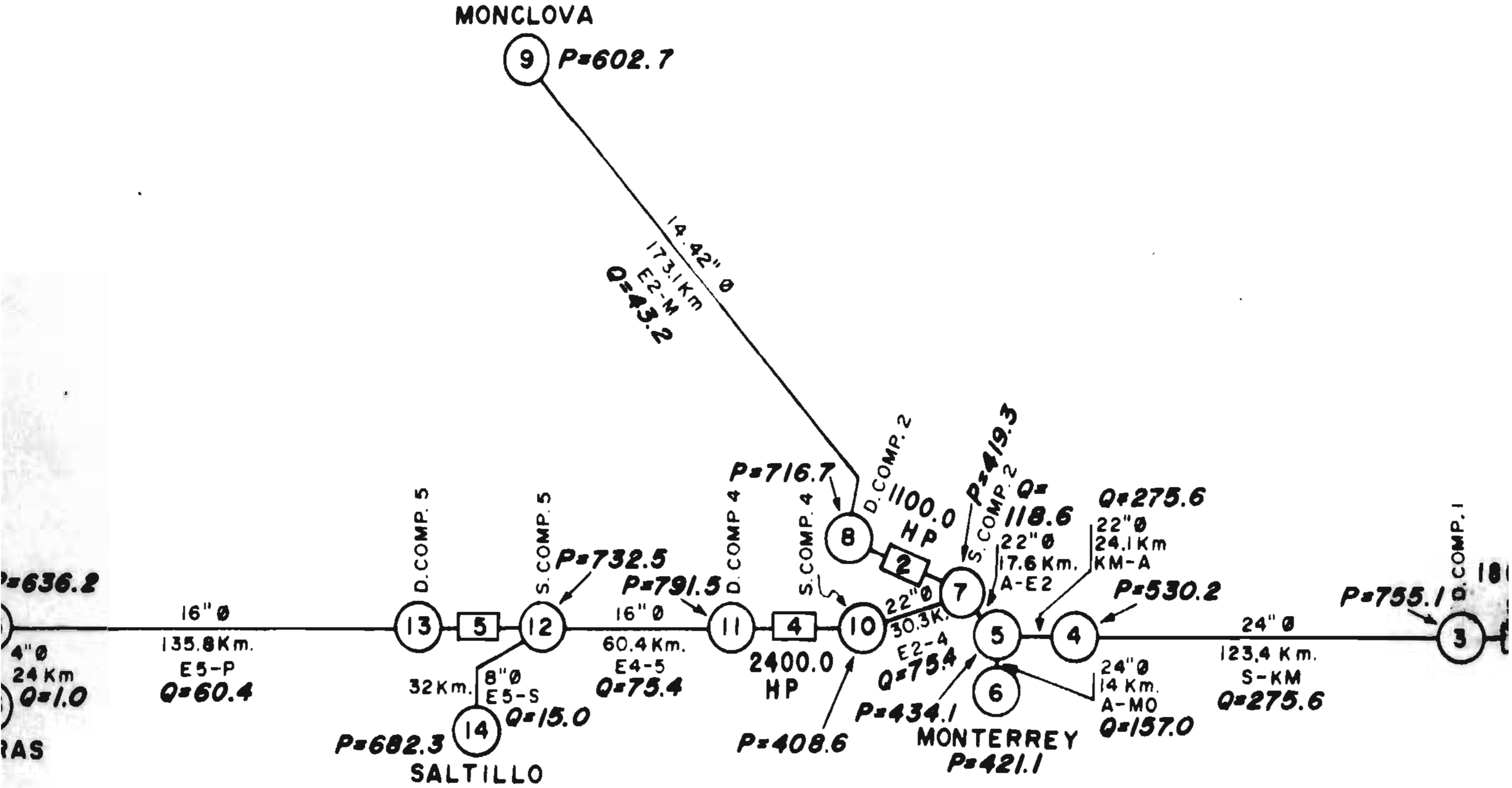




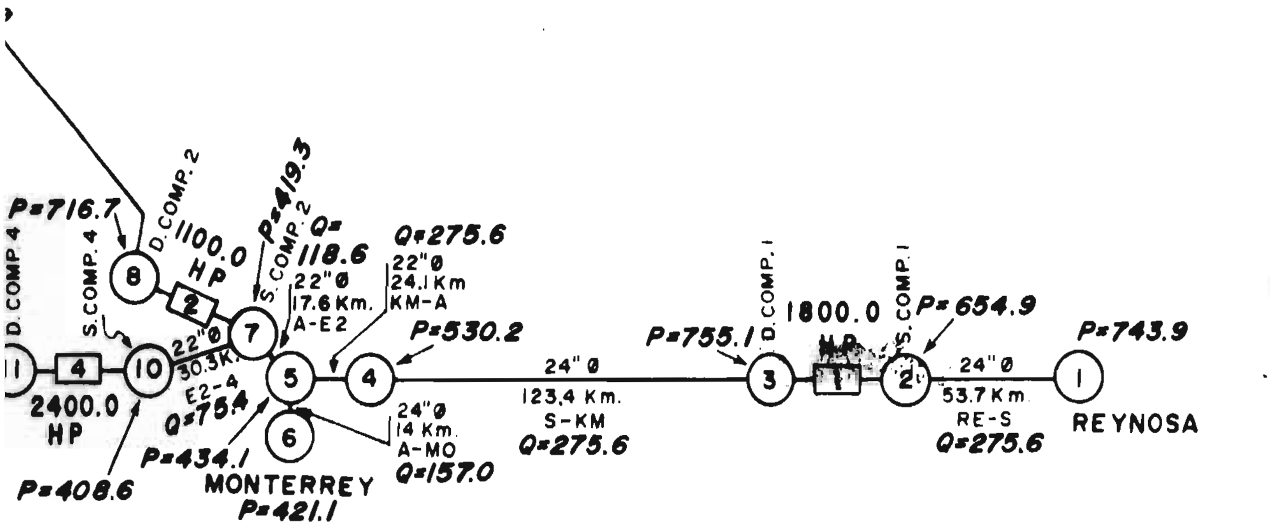
LAGUNA
P=69
CHIHUAHUA
DELICIAS
CAMARGO
P=341.6
27
Q=1.0
24 Km
D-DE
8"Ø
28
26
24
25
P=272.6
EMP.
Q=23.0
Q=2.0
NODO FICTICIO
14.4 Km.
C-CA
12"Ø
82.4 Km.
D-CH
P=250.0
Q=22.4
62.7 Km.
C-DE
P=342.0
Q=23.4
P=402.2
135.4 Km.
J-CA
Q=46.4
P=727.2
22
23
Q=7.0
J-LR
97 Km
21
P=784.9
D.COMP. 9
25.1 Km
E9-J
Q=53.4
9
1100.0
HP
P=507.3
S.COMP. 9
20
128.6



TICIO
LAGUNA DEL REY
23
P=694.5
Q=7.0
J-LR
8" Ø
97 Km
P=727.2
22
12" Ø
25.1 Km
E9-J
Q=53.4
21
P=784.9
D. COMP. 9
9
1100.0
HP
20
P=507.3
S. COMP. 9
Q=53.4
E8-9
12" Ø
128.6 Km.
D. COMP. 8
1100.0
HP
S. COMP. 8
18
8
17
P=544.8
P=842.4
E8-T
12" Ø
32.2 Km.
19
Q=6.0
P=543.4
TORREON
16" Ø
112.9 Km.
P-E8
Q=59.4
15
P=636.2
P-PA
4" Ø
24 Km
16
Q=1.0
P=628.1
PARRAS
16" Ø
135.8 Km.
E5-P
Q=60.4



MONCLOVA
P=602.7
14.42" Ø
173.1 Km
E2-M
Q=43.2
D.COMP.2
P=716.7
1100.0
HP
P=419.3
S.COMP.2
Q=
118.6
Q=275.6
22" Ø
24.1 Km
KM-A
22" Ø
17.6 Km.
A-E2
P=530.2
D.COMP.1
P=755.1
P=636.2
16" Ø
135.8 Km.
E5-P
Q=60.4
4" Ø
24 Km
Q=1.0
RAS
D.COMP.5
S.COMP.5
P=732.5
P=791.5
D.COMP.4
S.COMP.4
16" Ø
60.4 Km.
E4-5
Q=75.4
32 Km.
8" Ø
E5-S
Q=15.0
P=682.3
SALTILLO
2400.0
HP
P=408.6
22" Ø
30.3 K.
E2-4
Q=75.4
P=434.1
MONTERREY
P=421.1
24" Ø
14 Km.
A-MO
Q=157.0
24" Ø
123.4 Km.
S-KM
Q=275.6
SIS
(
Q-EN
FECHA

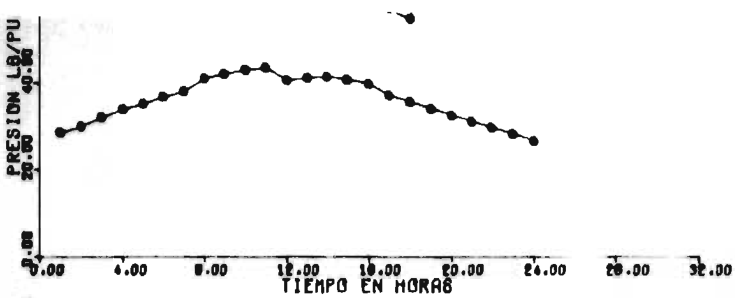


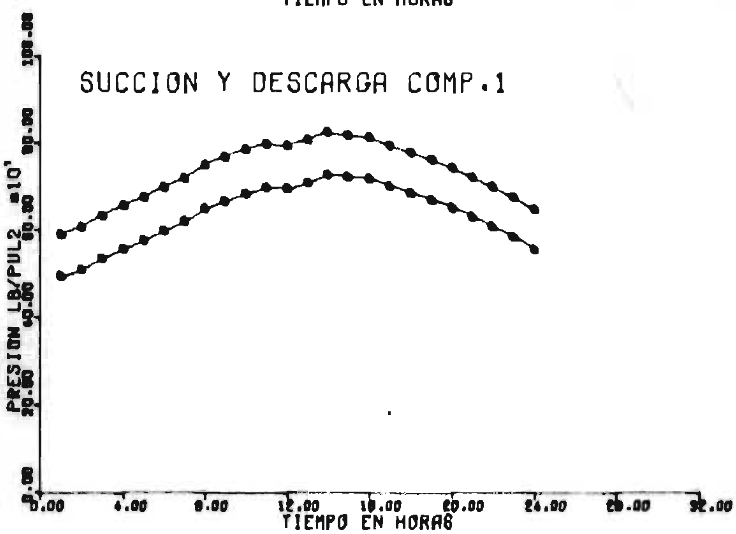
SISTEMA DE DISTRIBUCION DE GAS D.F.N.E.

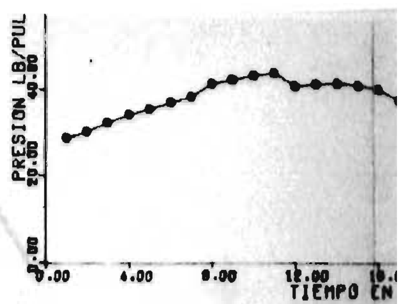
(BALANCE DE PRESIONES, GASTOS Y POTENCIA)

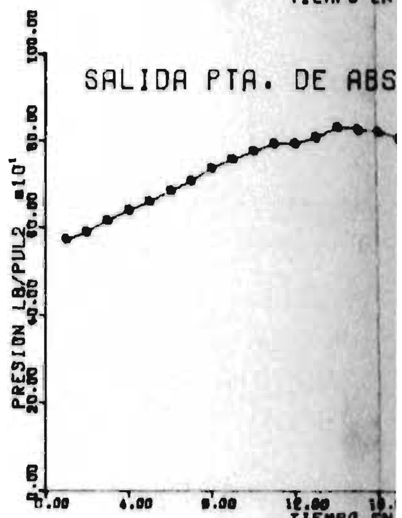
Q-EN MMSCFD P-EN PSI 8 hrs.

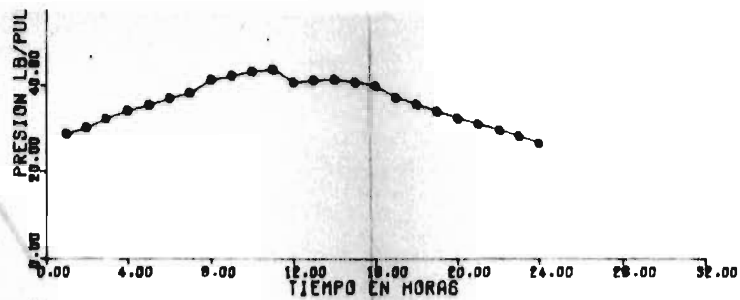
FECHA MARZO 1976	ESQUEMA No. 10

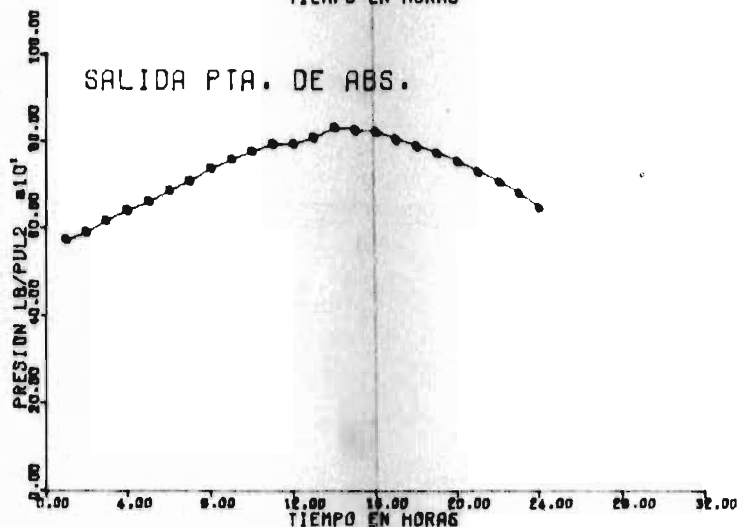

PRESION LB/PU
0.00
20.00
40.00
0.00
4.00
8.00
12.00
16.00
20.00
24.00
28.00
32.00
TIEMPO EN HORAS

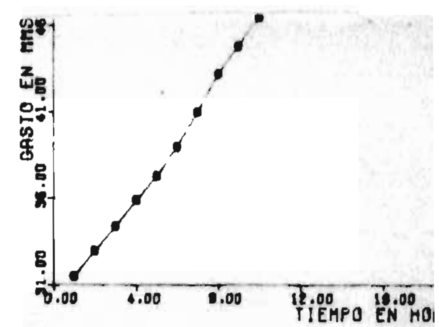

SUCCION Y DESCARGA COMP.1
PRESION LB/PUL2 *10'
0.00
20.00
40.00
60.00
80.00
100.00
0.00
4.00
8.00
12.00
16.00
20.00
24.00
28.00
32.00
TIEMPO EN HORAS

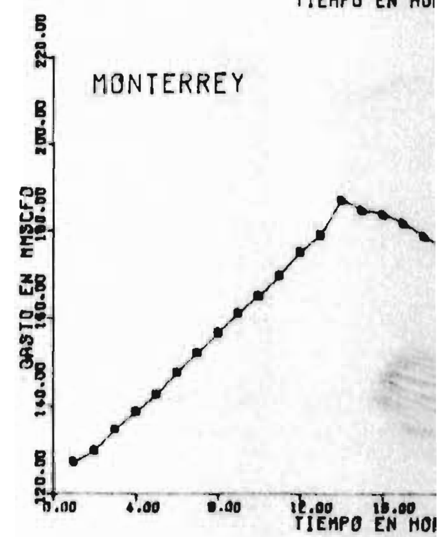

PRESION LB/PUL
0.00
20.00
40.00
0.00
4.00
8.00
12.00
TIEMPO EN

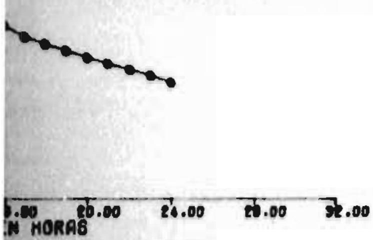

SALIDA PTA. DE ABS
PRESION LB/PUL2 *10'
0.00
20.00
40.00
60.00
80.00
100.00
0.00
4.00
8.00
12.00
TIEMPO EN


PRESION LB/PUL
TIEMPO EN HORAS

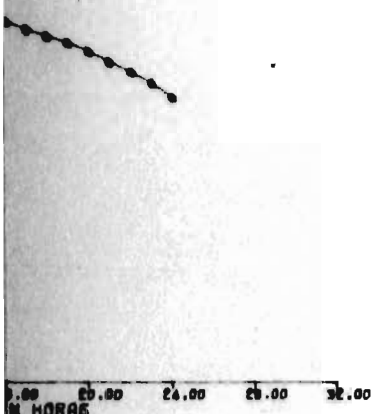

SALIDA PTA. DE ABS.
PRESION LB/PUL2 *10'
TIEMPO EN HORAS

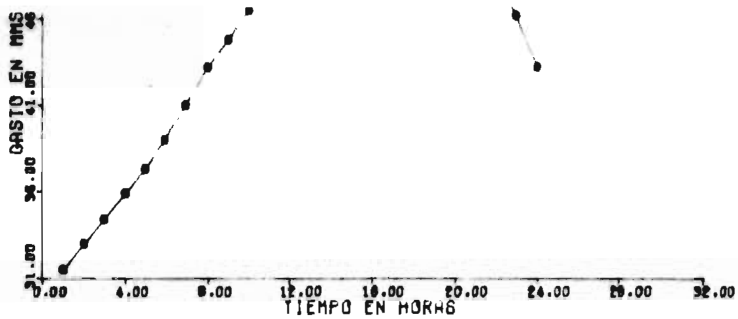

GASTO EN MMS

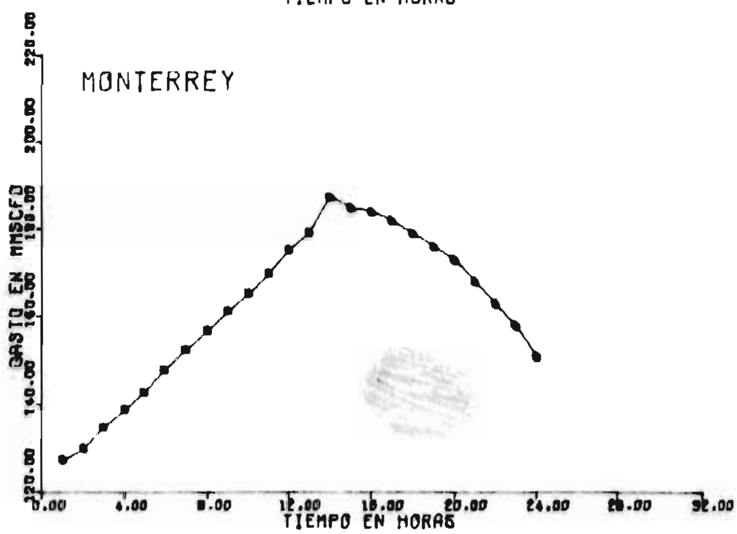

MONTERREY
GASTO EN MMSCFD


20.00
24.00
28.00
32.00
N HORAS

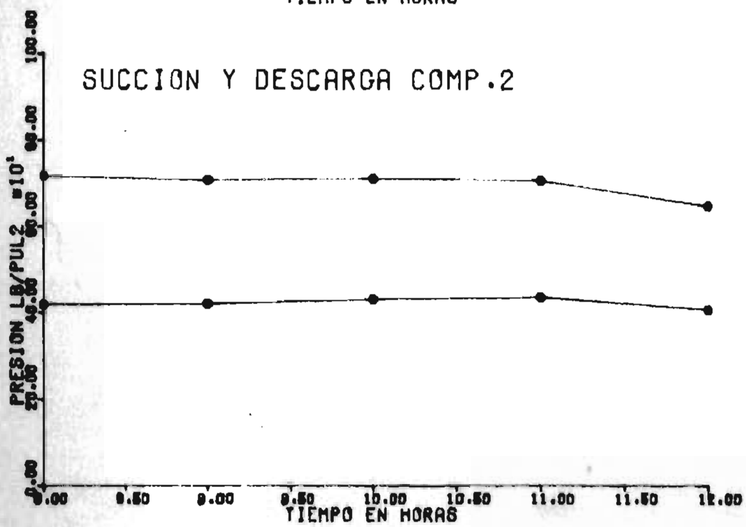
S.

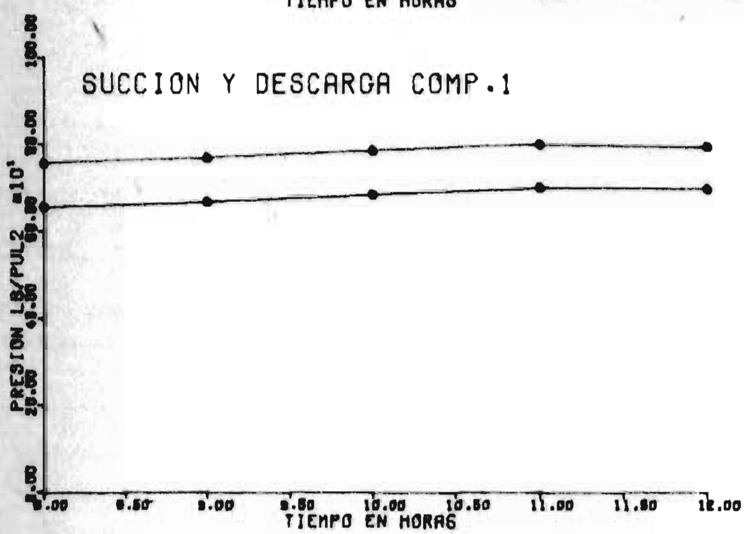

20.00
24.00
28.00
32.00
N HORAS


GASTO EN MMS
31.00
36.00
41.00
0.00
4.00
8.00
12.00
16.00
20.00
24.00
28.00
32.00
TIEMPO EN HORAS

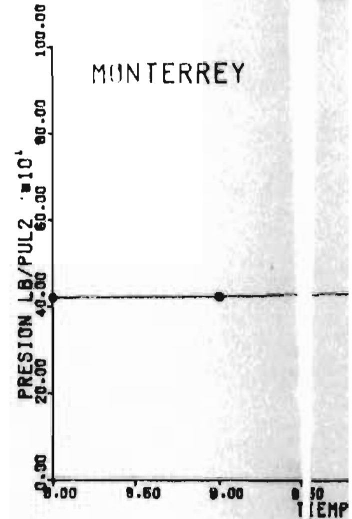

MONTERREY
GASTO EN MMSCFD
120.00
140.00
160.00
180.00
200.00
220.00
0.00
4.00
8.00
12.00
16.00
20.00
24.00
28.00
32.00
TIEMPO EN HORAS

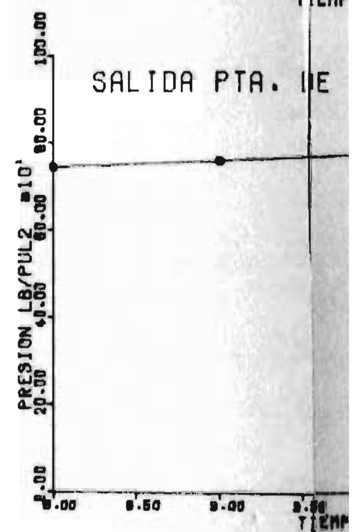

0.00
8.00 8.50 9.00 9.50 10.00 10.50 11.00 11.50 12.00
TIEMPO EN HORAS

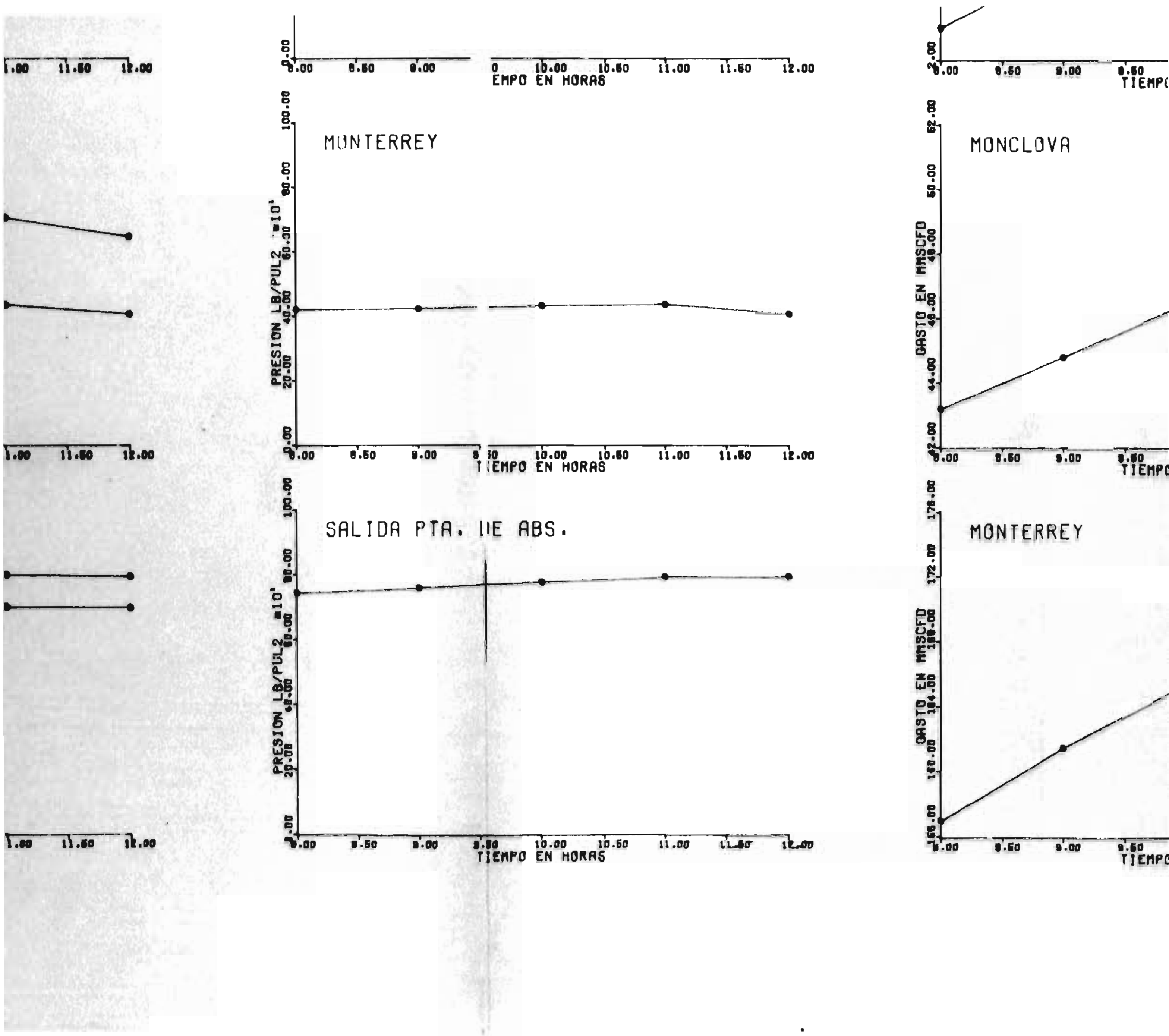

SUCCION Y DESCARGA COMP.2
PRESION LB/PUL2 *10'
0.00 20.00 40.00 60.00 80.00 100.00
8.00 8.50 9.00 9.50 10.00 10.50 11.00 11.50 12.00
TIEMPO EN HORAS

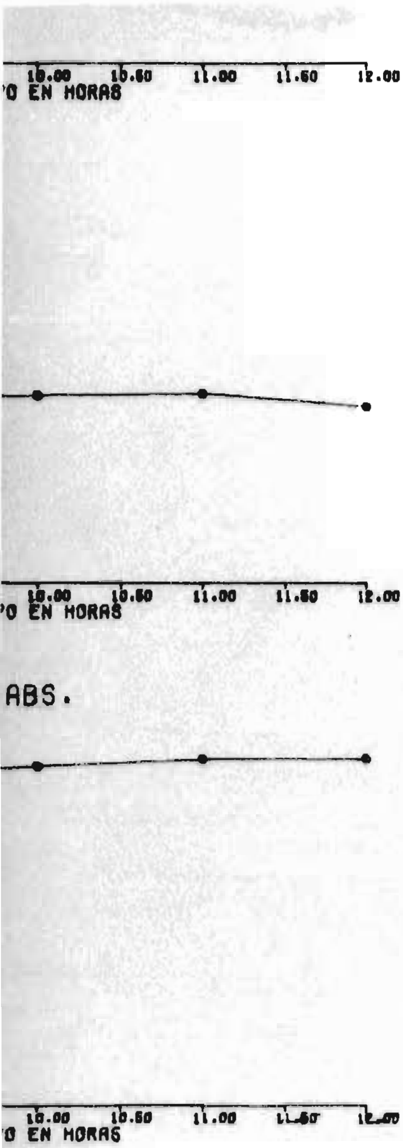

SUCCION Y DESCARGA COMP.1
PRESION LB/PUL2 *10'
0.00 20.00 40.00 60.00 80.00 100.00
8.00 8.50 9.00 9.50 10.00 10.50 11.00 11.50 12.00
TIEMPO EN HORAS


0.00
8.00 8.50 9.00

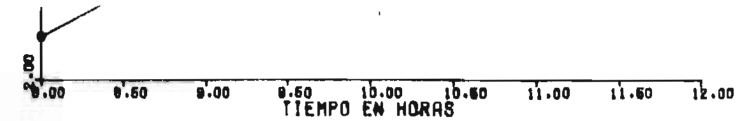

MONTERREY
PRESION LB/PUL2 *10'
0.00 20.00 40.00 60.00 80.00 100.00
8.00 8.50 9.00


SALIDA PTA.
PRESION LB/PUL2 *10'
0.00 20.00 40.00 60.00 80.00 100.00
8.00 8.50 9.00

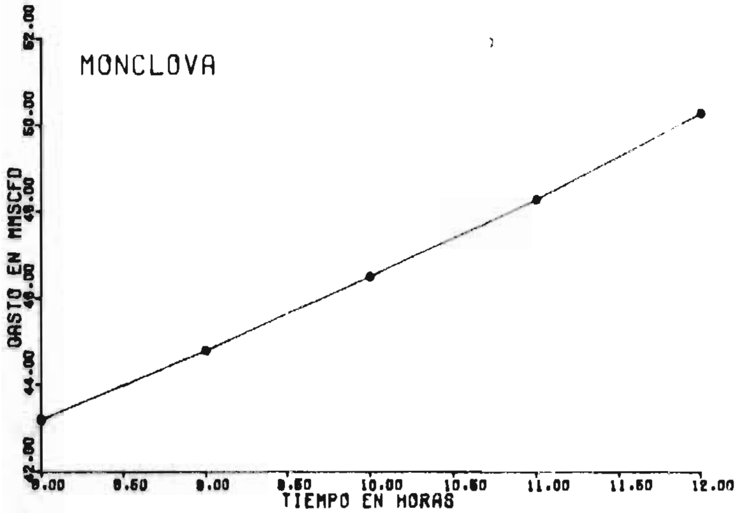

MONTERREY
PRESION LB/PUL2 *10'
TIEMPO EN HORAS
SALIDA PTA. DE ABS.
PRESION LB/PUL2 *10'
TIEMPO EN HORAS
MONCLOVA
GASTO EN MMSCFD
MONTERREY
GASTO EN MMSCFD



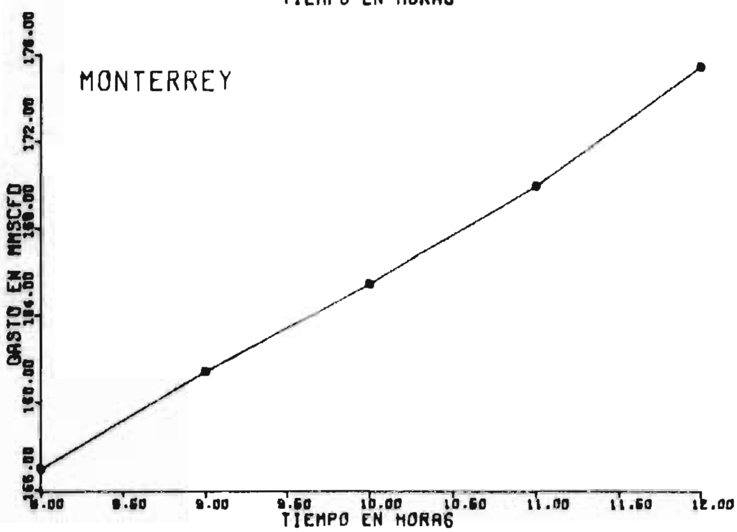
ABS.
10.00 10.50 11.00 11.50 12.00
TIEMPO EN HORAS



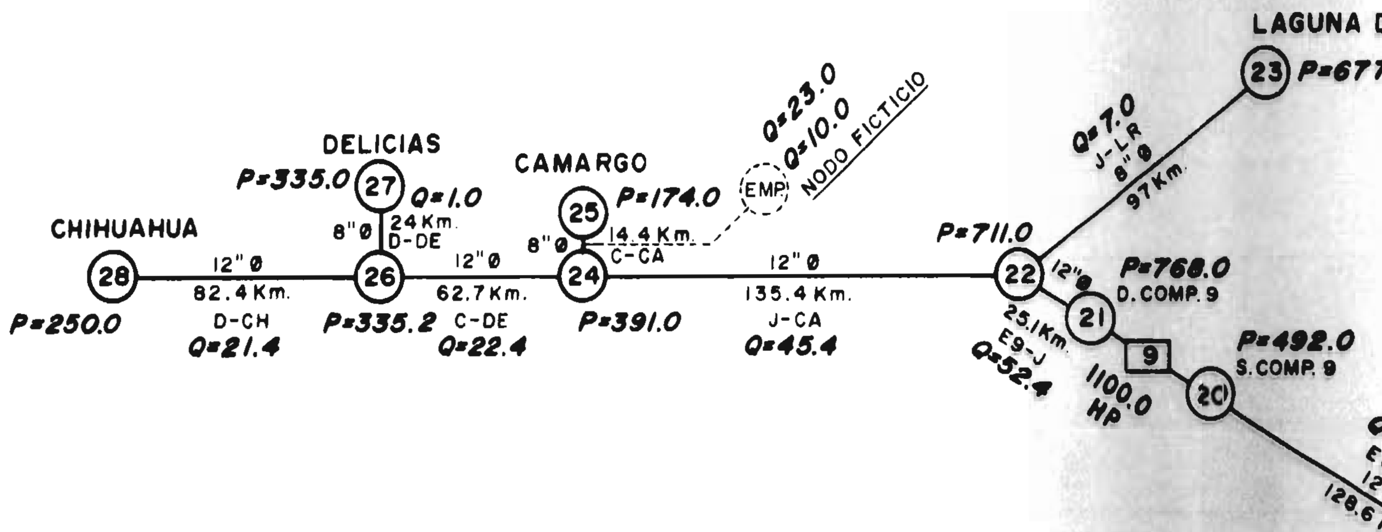
10.00 10.50 11.00 11.50 12.00
TIEMPO EN HORAS



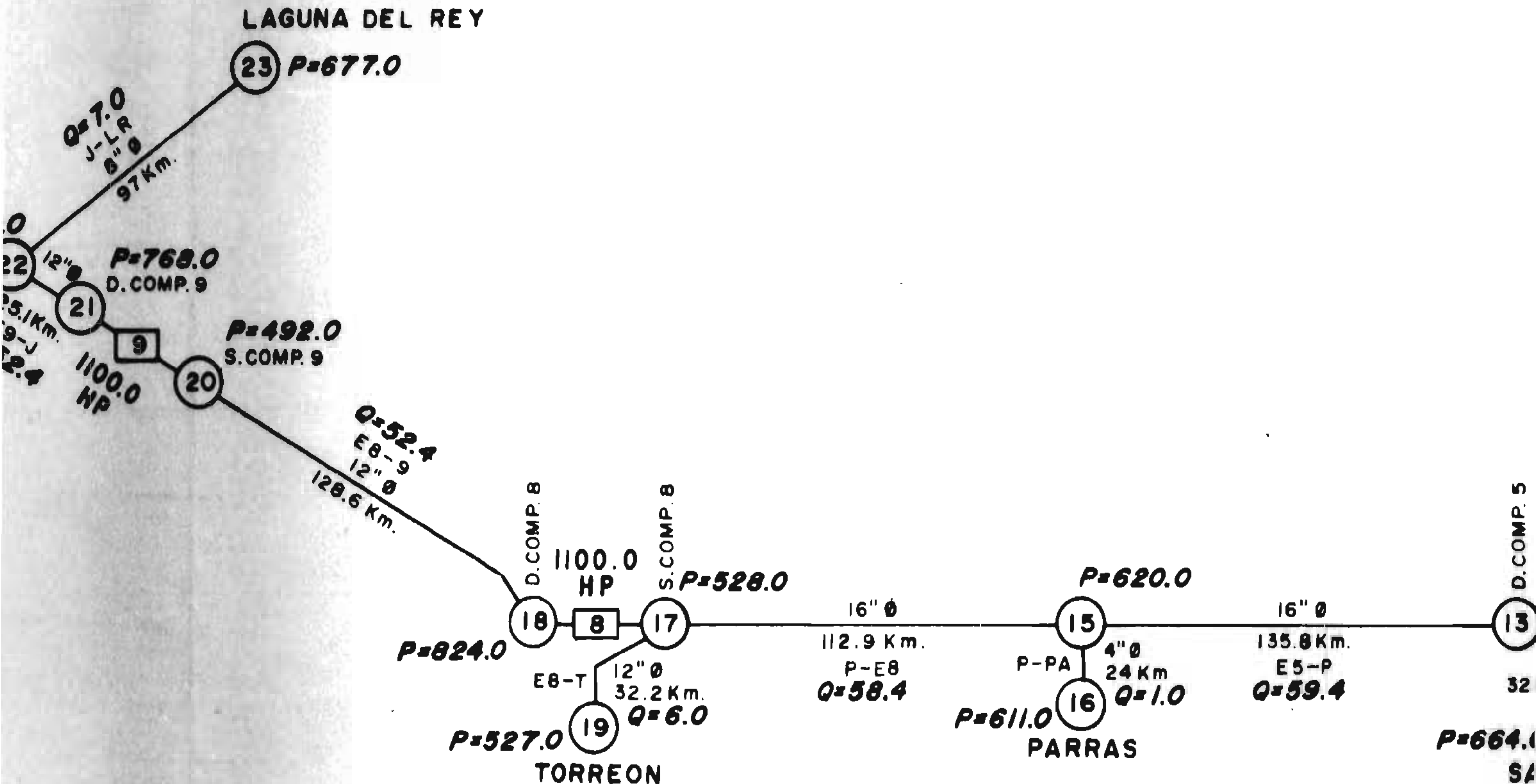
MONCLOVA
GASTO EN MMSCFD
44.00
50.00
10.00 10.50 11.00 11.50 12.00
TIEMPO EN HORAS



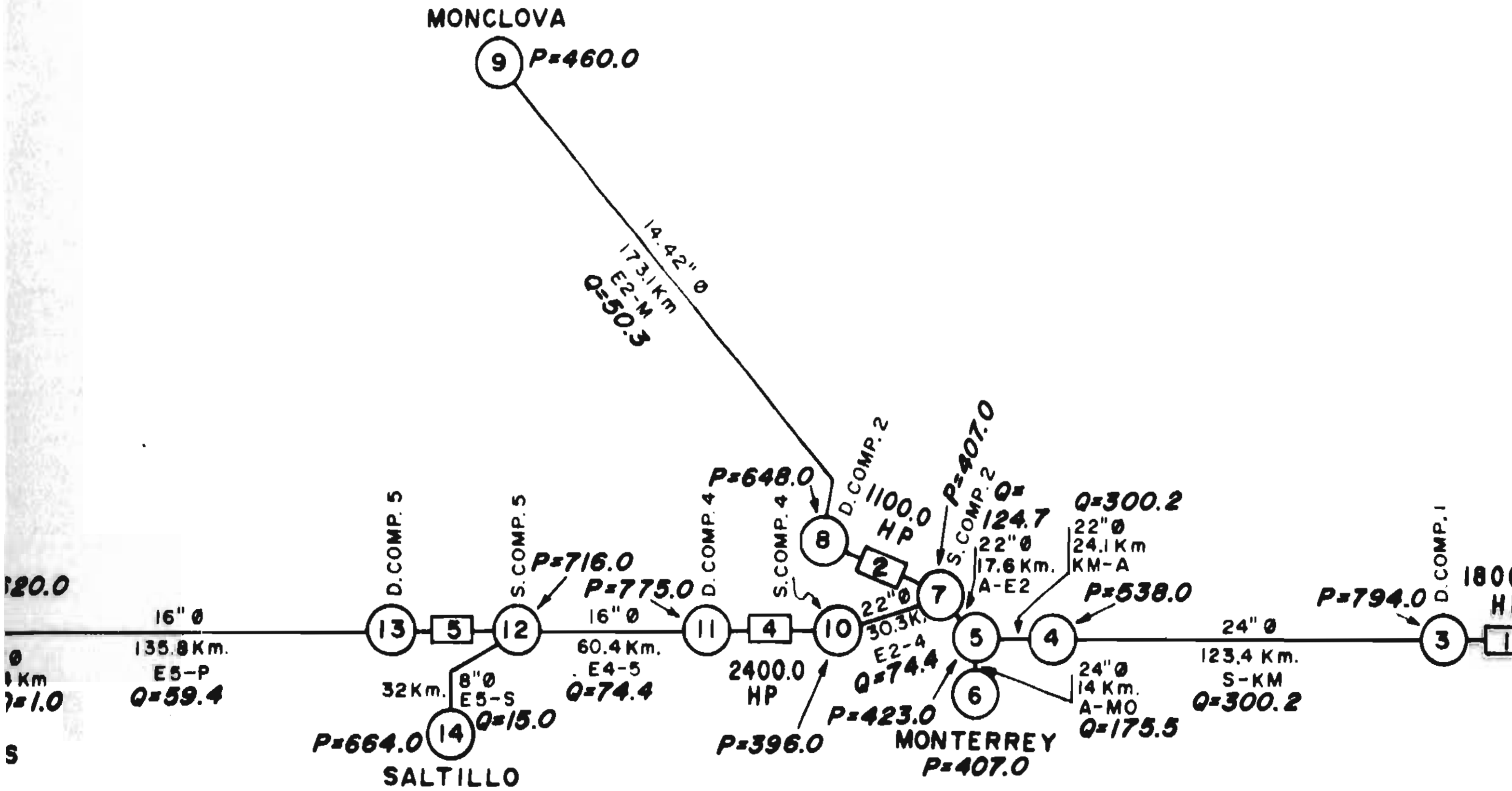
MONTERREY
GASTO EN MMSCFD
172.00
10.00 10.50 11.00 11.50 12.00
TIEMPO EN HORAS



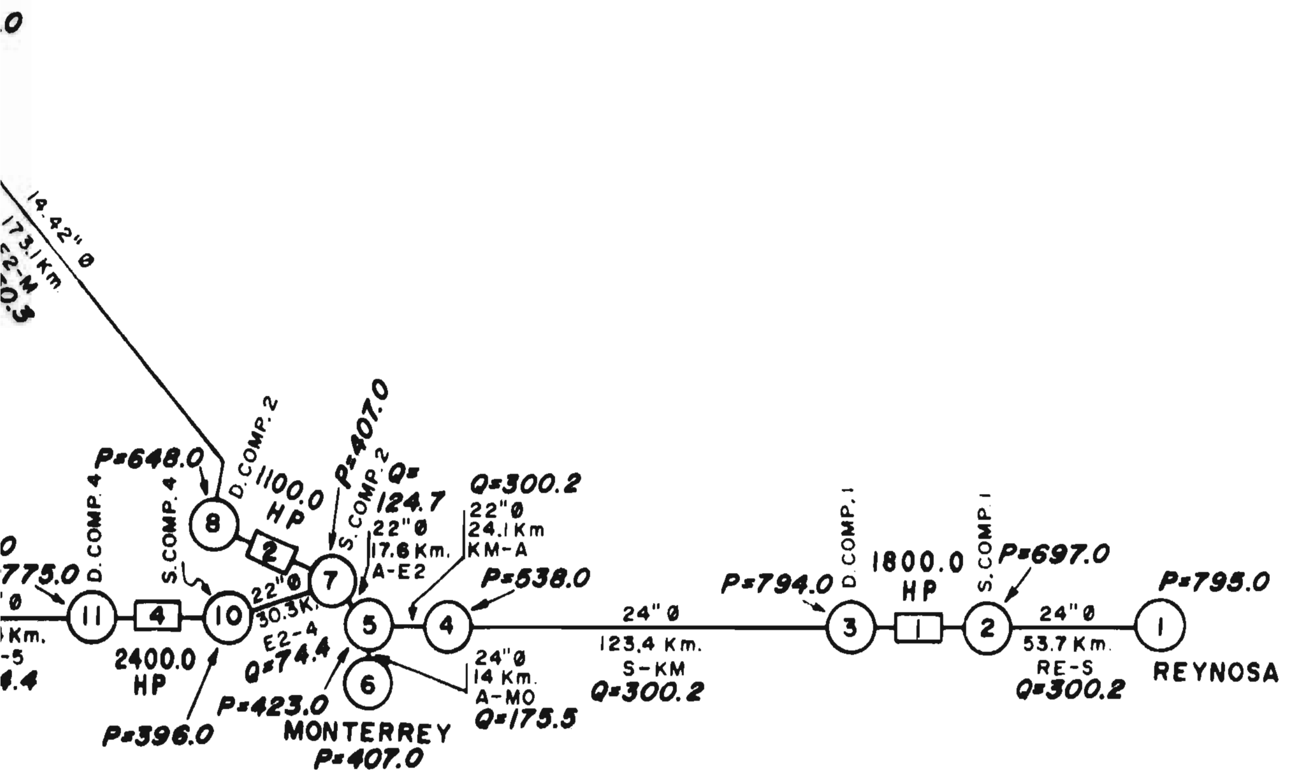
LAGUNA D
23 P=677
Q=23.0
Q=10.0
NODO FICTICIO
EMP.
DELICIAS
P=335.0
27
Q=1.0
24 Km.
D-DE
8" Ø
CAMARGO
25
P=174.0
14.4 Km.
C-CA
8" Ø
Q=7.0
J-LR
8" Ø
97 Km.
CHIHUAHUA
28
12" Ø
82.4 Km.
D-CH
P=250.0
Q=21.4
26
12" Ø
62.7 Km.
C-DE
P=335.2
Q=22.4
24
P=391.0
12" Ø
135.4 Km.
J-CA
Q=45.4
P=711.0
22
12" Ø
25.1 Km.
E9-J
Q=52.4
21
P=768.0
D. COMP. 9
9
1100.0
HP
201
P=492.0
S. COMP. 9
128.6 K



LAGUNA DEL REY
23 P=677.0
Q=7.0
J-LR
8" Ø
97 Km.
22
12" Ø
P=768.0
D. COMP. 9
21
9
1100.0
HP
P=492.0
S. COMP. 9
20
Q=52.4
E8-9
12" Ø
128.6 Km.
D.COMP. 8
1100.0
HP
S.COMP. 8
P=528.0
18
8
17
P=824.0
E8-T
12" Ø
32.2 Km.
Q=6.0
P=527.0
19
TORREON
16" Ø
112.9 Km.
P-E8
Q=58.4
P=620.0
15
P-PA
4" Ø
24 Km
16
Q=1.0
P=611.0
PARRAS
16" Ø
135.8 Km.
E5-P
Q=59.4
D.COMP. 5
13



SIST
(B
Q-EN M
FECHA



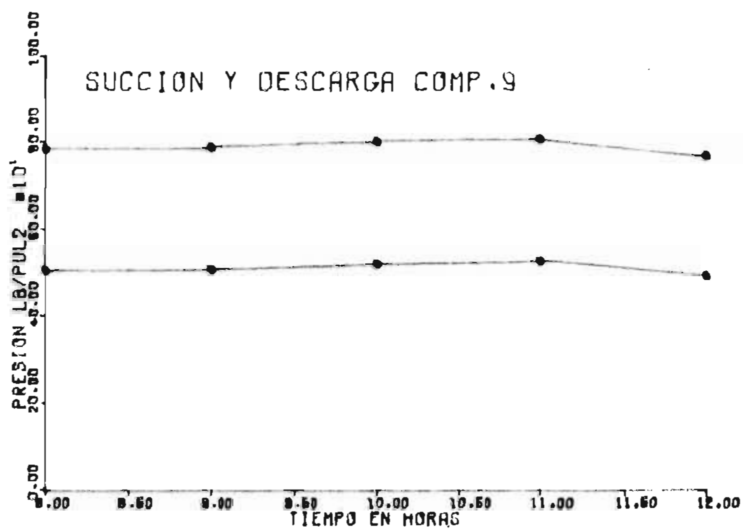
SISTEMA DE DISTRIBUCION DE GAS D. F. N. E.

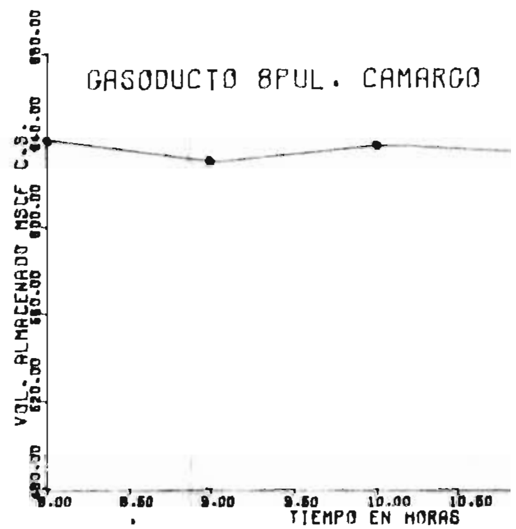
(BALANCE DE PRESIONES, GASTOS Y POTENCIA)

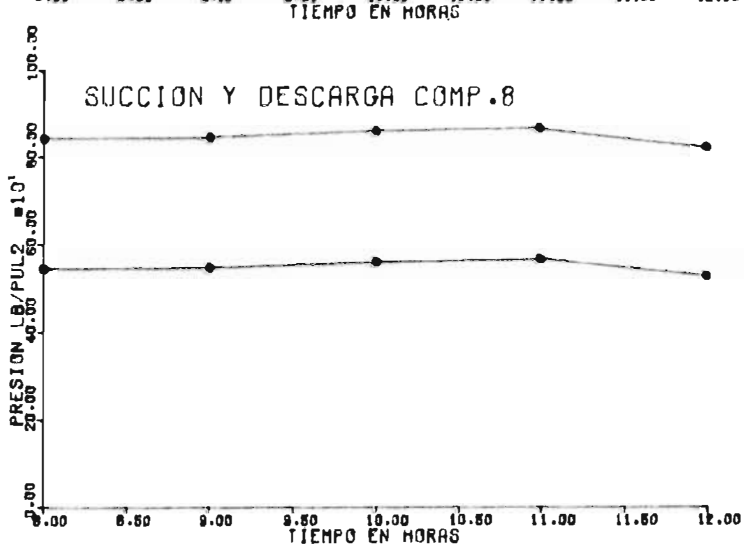
Q-EN MMSCFD *P-EN PSI* 12 hrs.

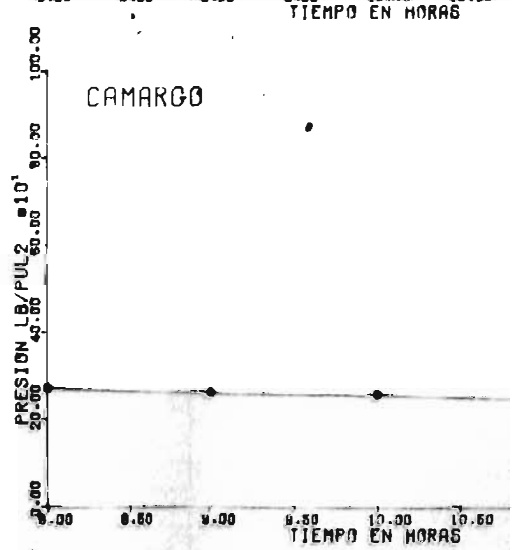
FECHA MARZO 1976	ESQUEMA No. 11

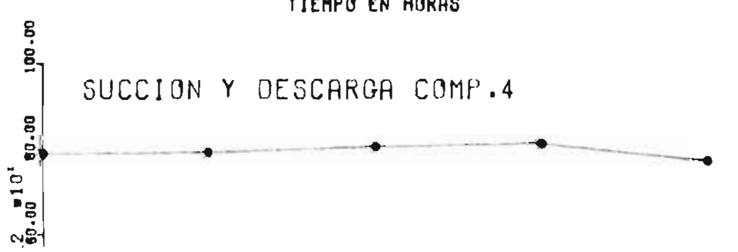
SISTEMA DE DISTRIBUCIO
(ESQUEMA I

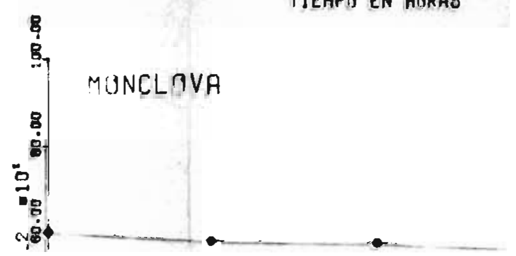






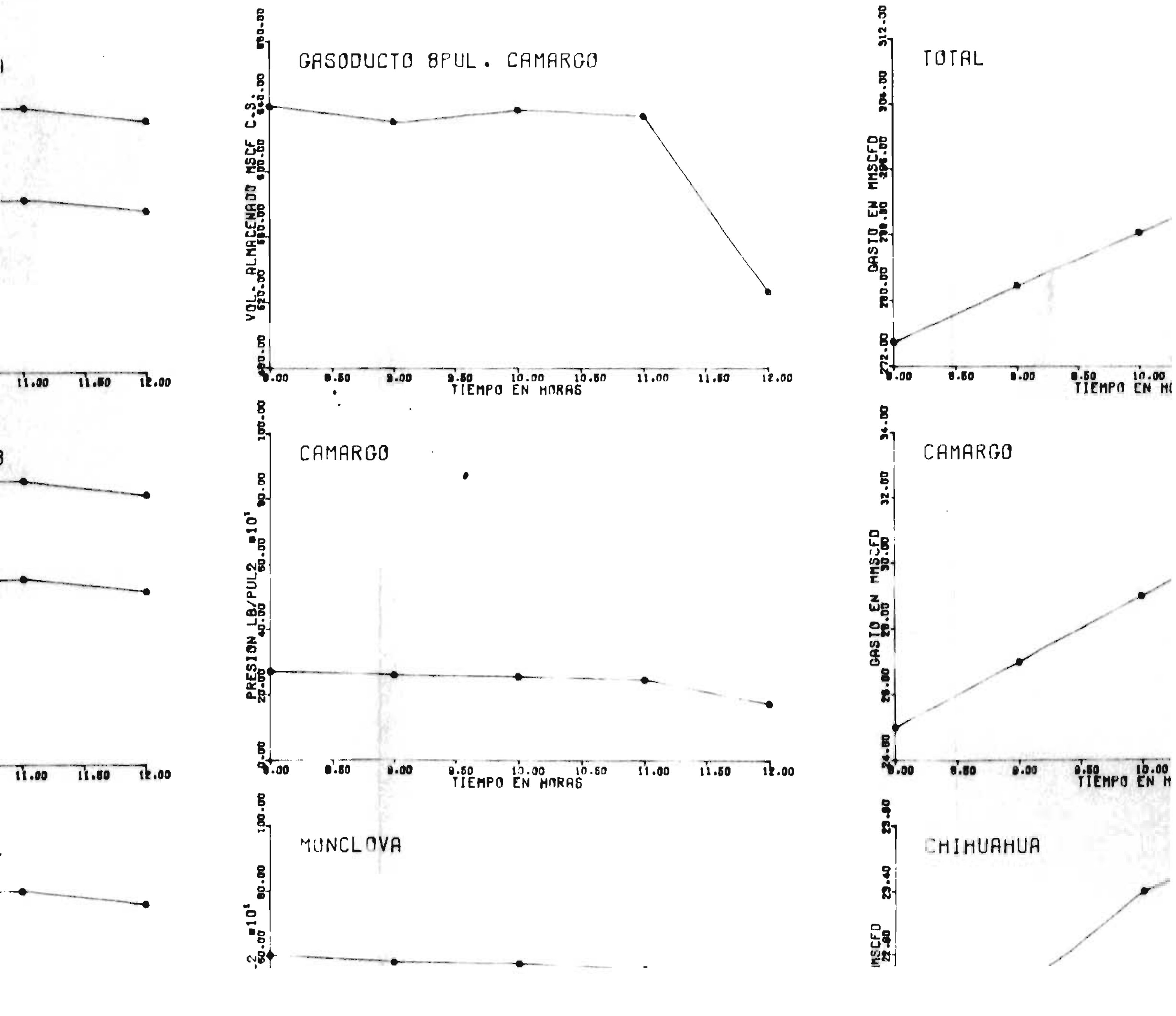




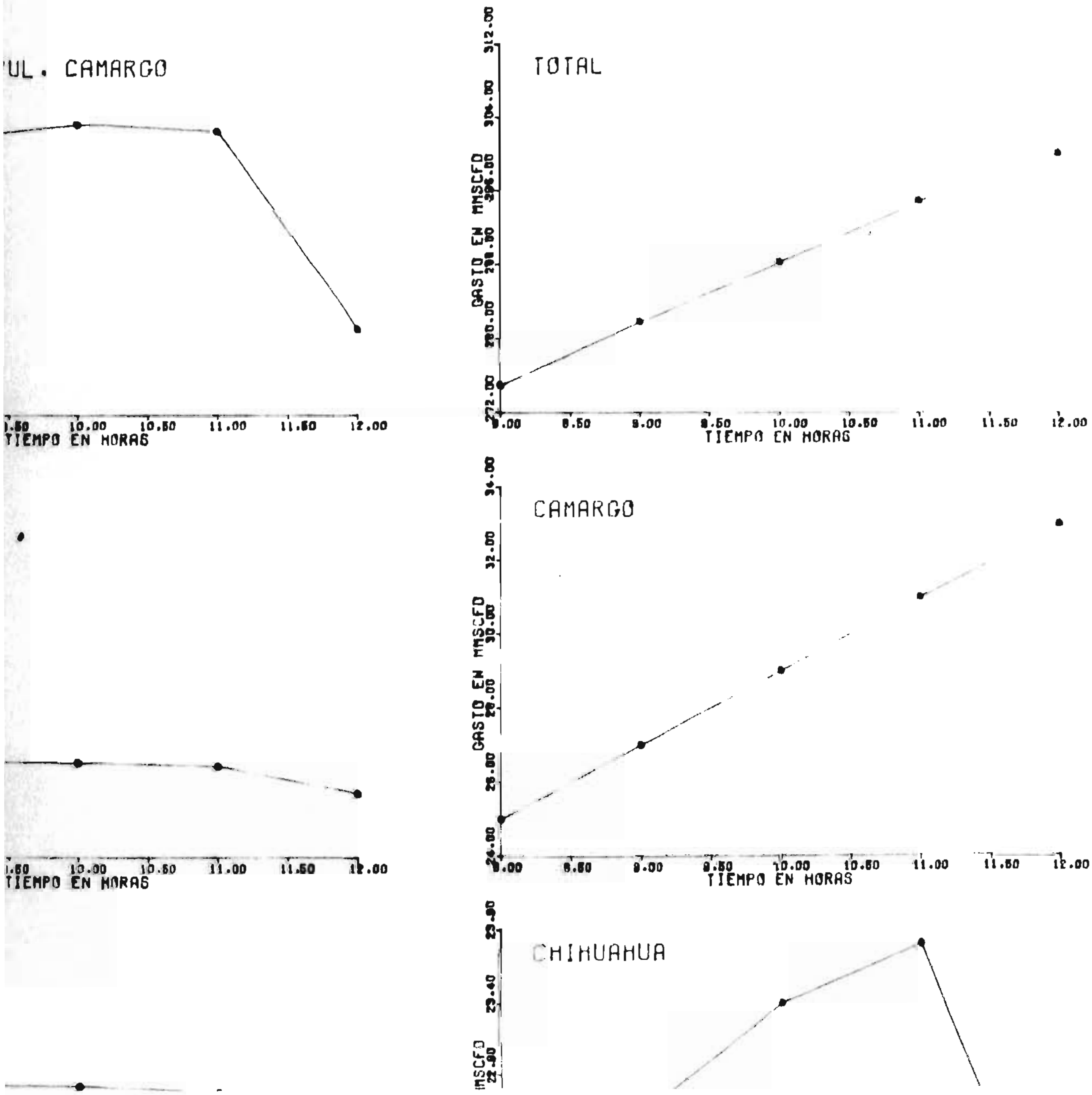


SISTEMA DE DISTRIBUCION DE GAS D. F. N. E.

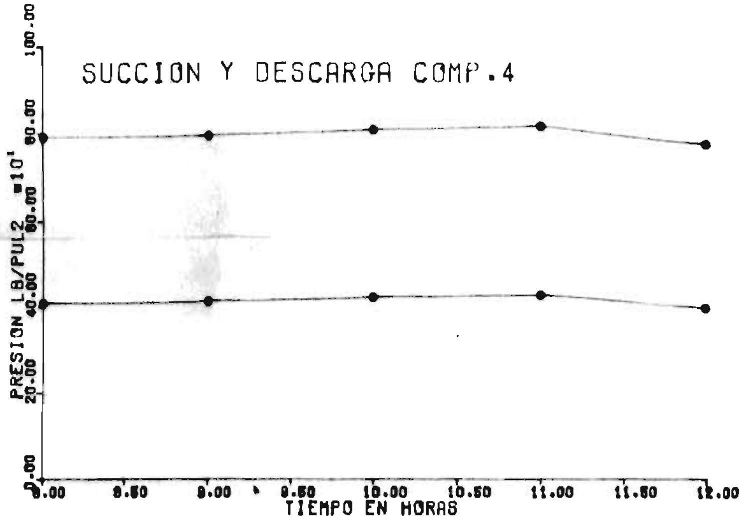
(ESQUEMA No. 12)



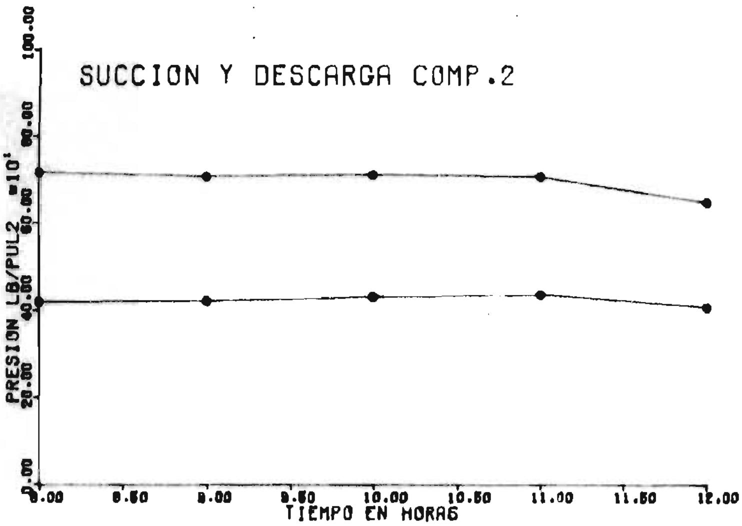
STRIBUCION DE GAS D. F. N. E.
ESQUEMA No. 12)



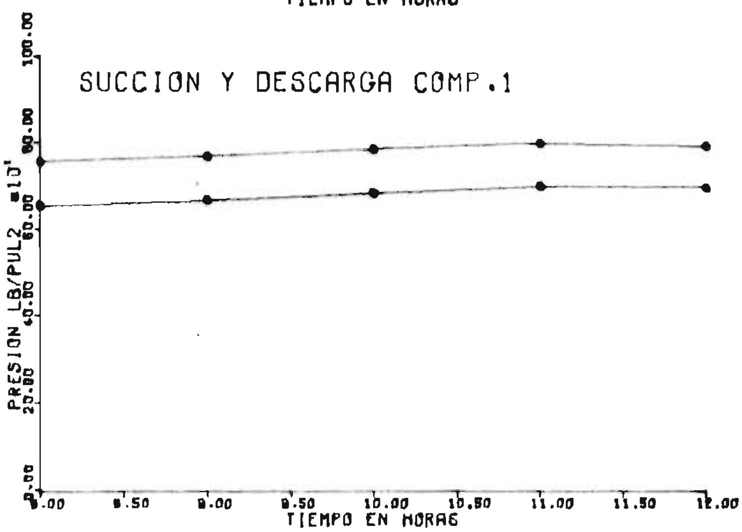
TIEMPO EN HORAS



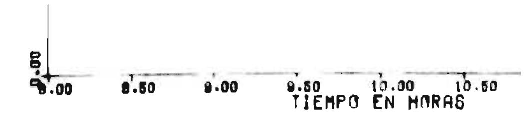
SUCCION Y DESCARGA COMP.4
PRESION LB/PUL2 *10'
TIEMPO EN HORAS



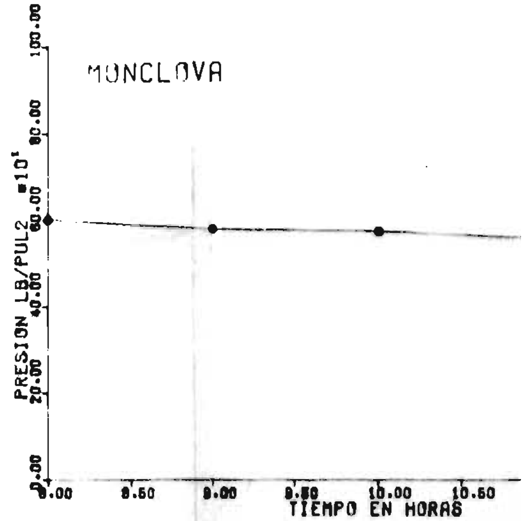
SUCCION Y DESCARGA COMP.2
PRESION LB/PUL2 *10'
TIEMPO EN HORAS



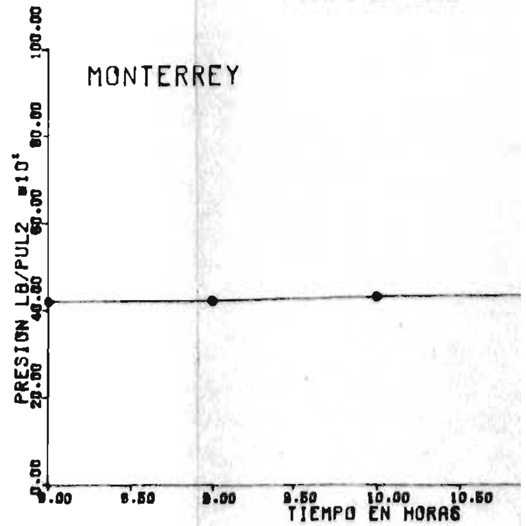
SUCCION Y DESCARGA COMP.1
PRESION LB/PUL2 *10'
TIEMPO EN HORAS



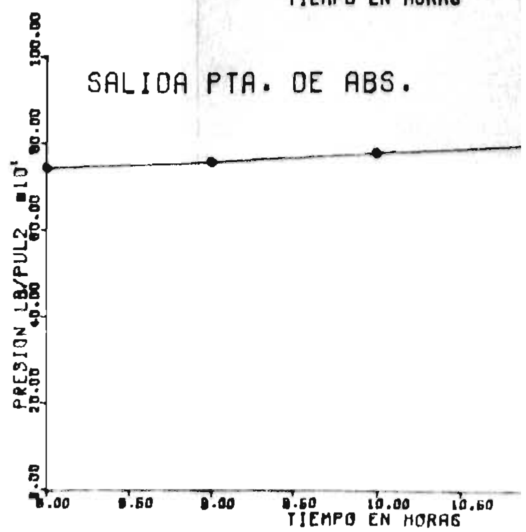
TIEMPO EN HORAS



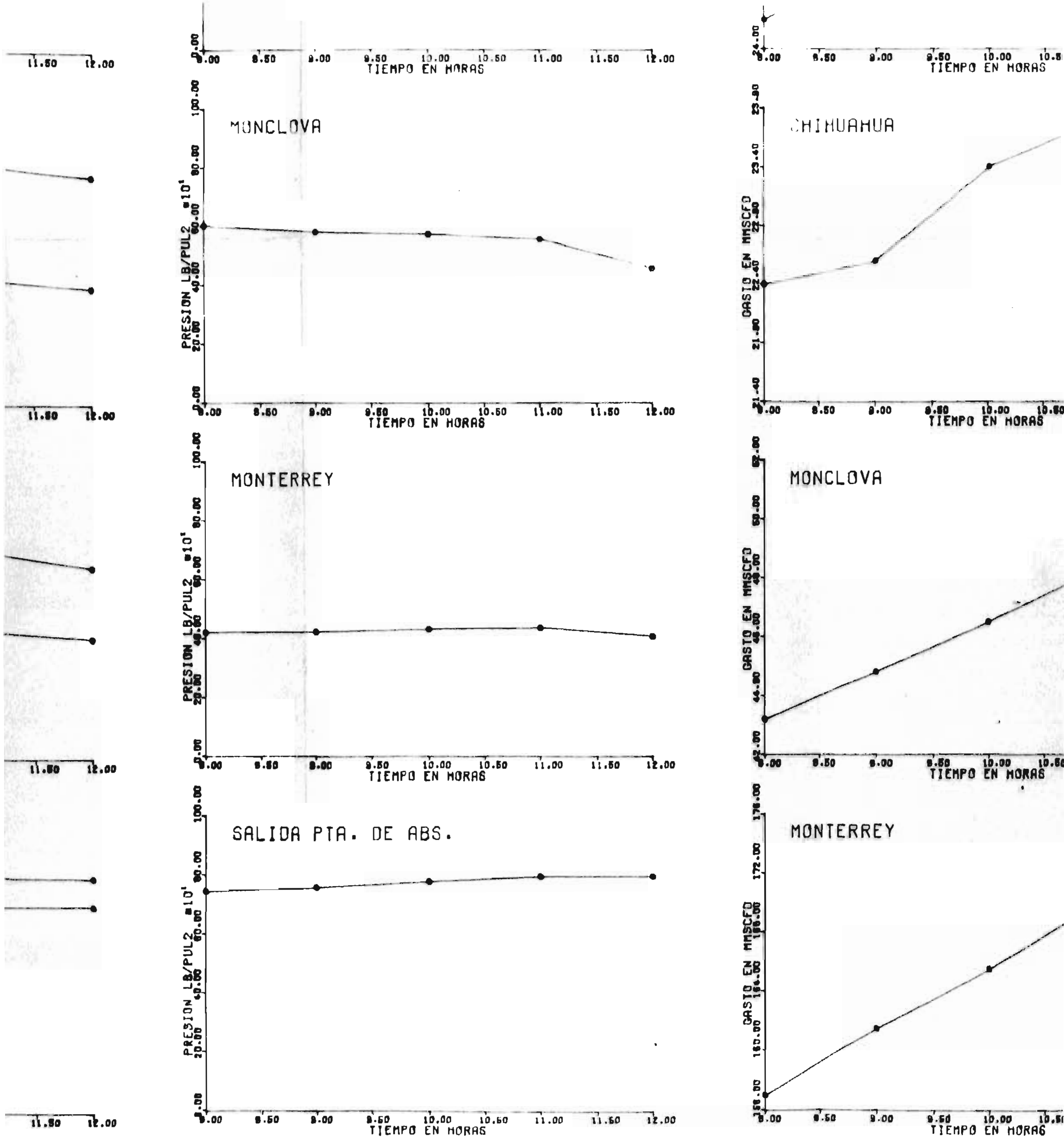
MONCLOVA
PRESION LB/PUL2 *10'
TIEMPO EN HORAS



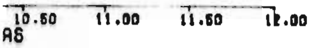
MONTERREY
PRESION LB/PUL2 *10'
TIEMPO EN HORAS



SALIDA PTA. DE ABS.
PRESION LB/PUL2 *10'
TIEMPO EN HORAS

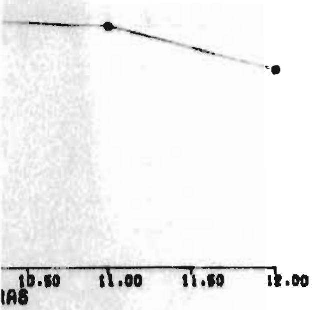


MONCLOVA
MONTERREY
SALIDA PTA. DE ABS.
PRESION LB/PUL2 *10'
TIEMPO EN HORAS
CHIHUAHUA
MONCLOVA
MONTERREY
GASTO EN MMSCFD
TIEMPO EN HORAS

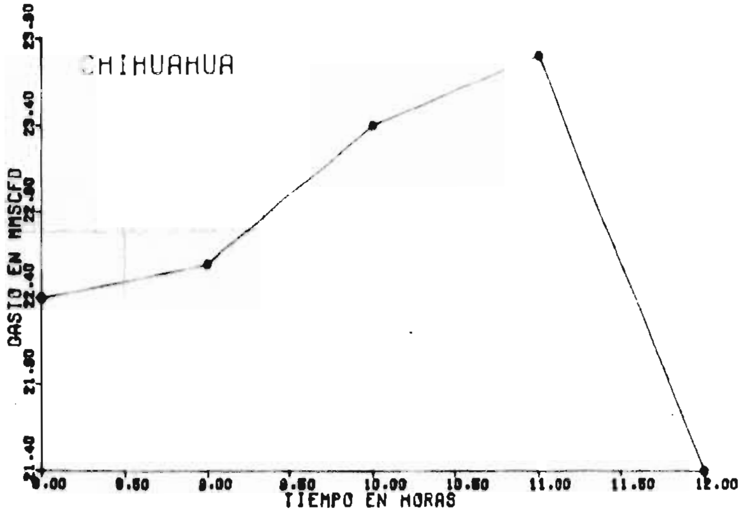


10.50 11.00 11.50 12.00
AS

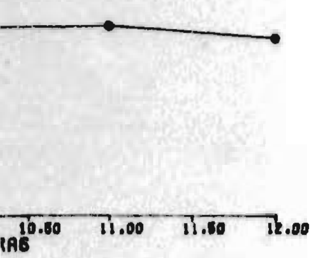
24.00
8.00 8.50 9.00 9.50 10.00 10.50 11.00 11.50 12.00
TIEMPO EN HORAS



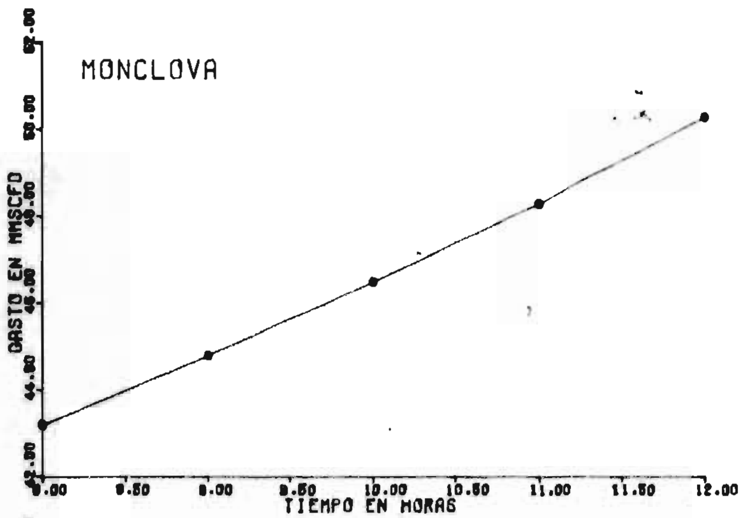
10.50 11.00 11.50 12.00
RAS



CHIHUAHUA
GASTO EN MMSCFD
21.40 21.80 22.40 22.90 23.40 23.90
8.00 8.50 9.00 9.50 10.00 10.50 11.00 11.50 12.00
TIEMPO EN HORAS

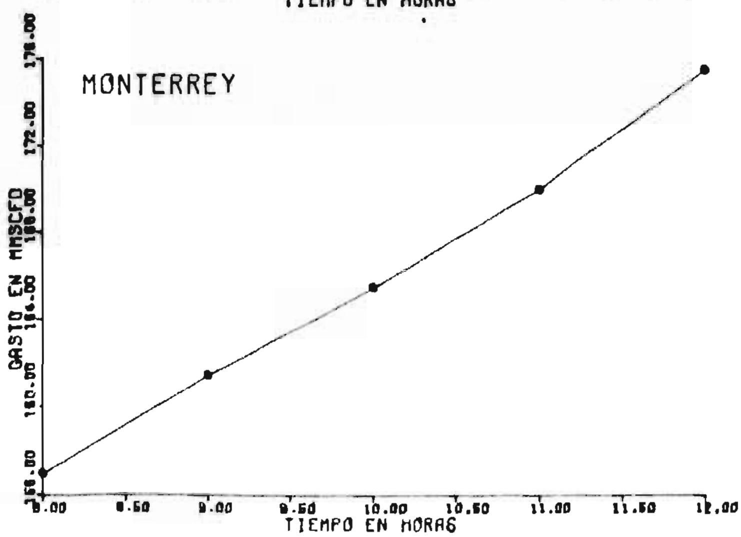


10.50 11.00 11.50 12.00
RAS



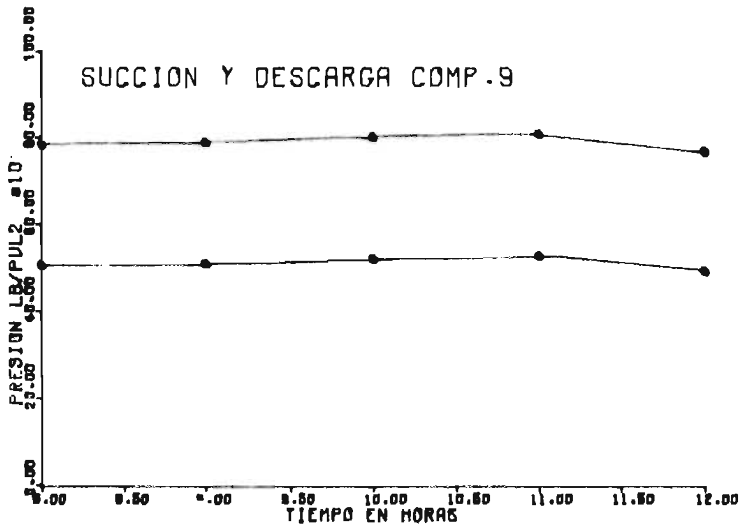
MONCLOVA
GASTO EN MMSCFD
8.00 8.50 9.00 9.50 10.00 10.50 11.00 11.50 12.00
TIEMPO EN HORAS

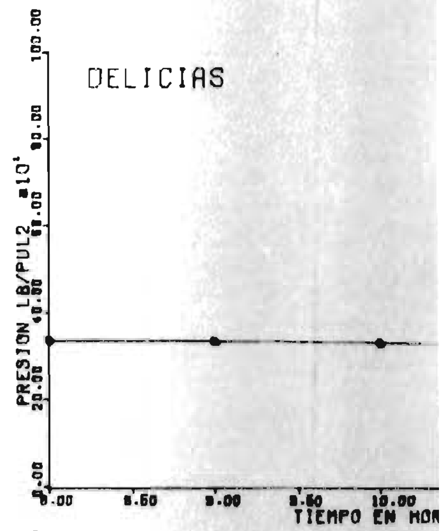
10.50 11.00 11.50 12.00
RAS

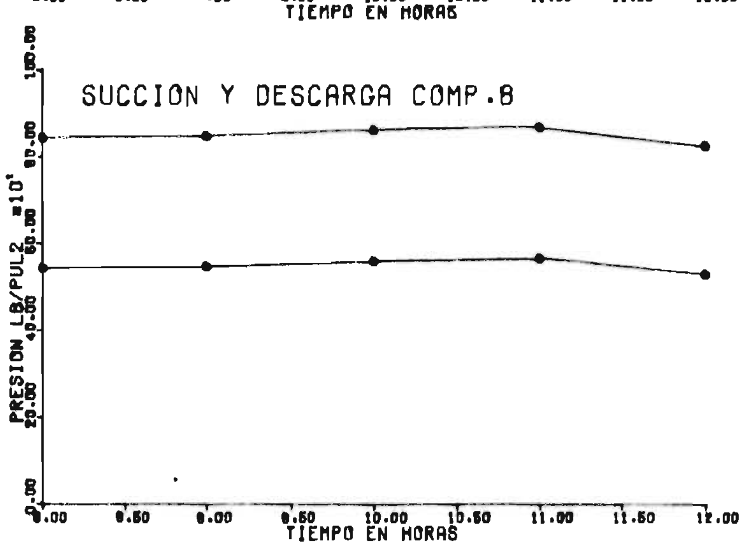


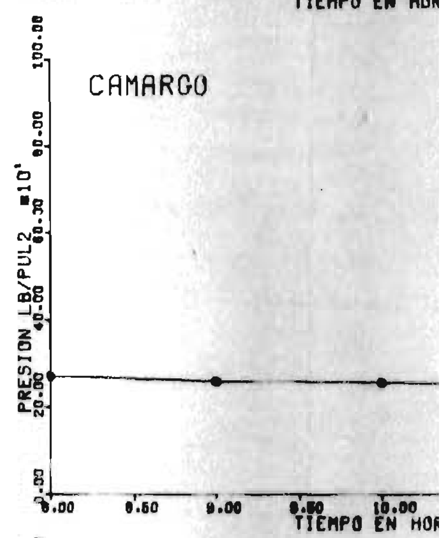
MONTERREY
GASTO EN MMSCFD
172.00 176.00
8.00 8.50 9.00 9.50 10.00 10.50 11.00 11.50 12.00
TIEMPO EN HORAS

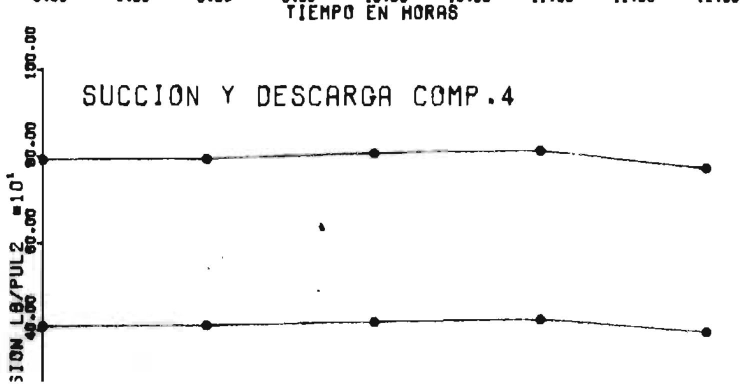
SISTEMA DE DISTRI
(ESQU

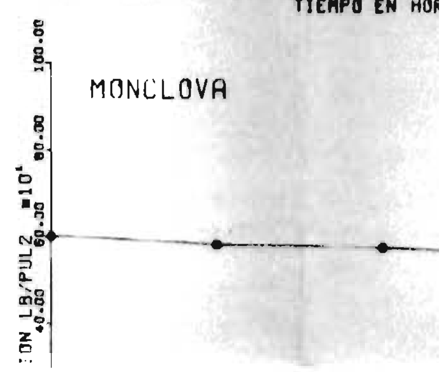




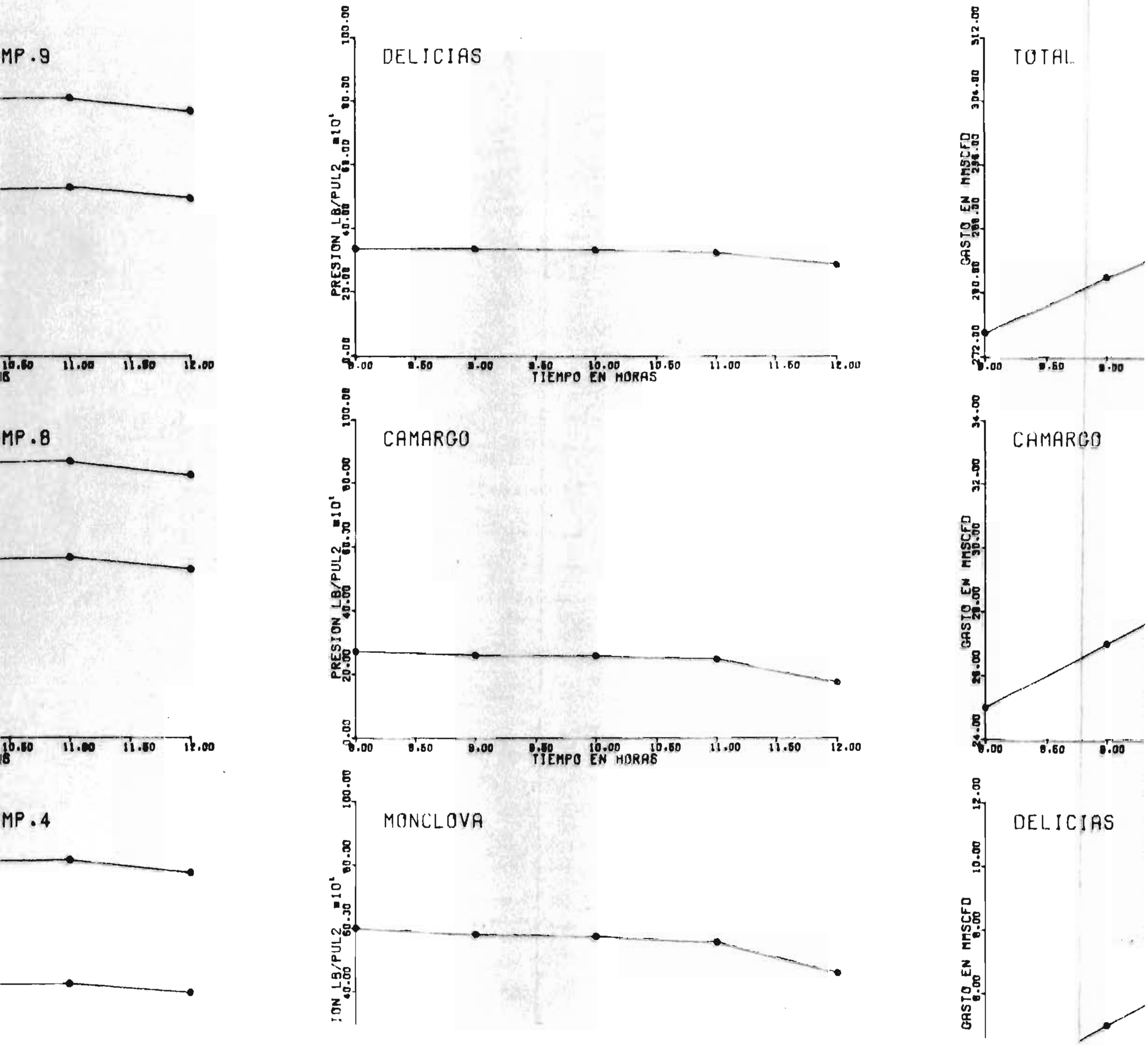








SISTEMA DE DISTRIBUCION DE GAS D. F. N. E.
(ESQUEMA No. 13)



DISTRIBUCION DE GAS D. F. N. E.
(ESQUEMA No. 13)