



03060
2
UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA
DE MEXICO

PROGRAMA DE POSGRADO EN CIENCIAS
DE LA TIERRA

ANISOTROPIA TRANSVERSAL EN
REGISTROS DE POZOS

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE
MAESTRO EN CIENCIAS (EXPLORACION)

P R E S E N T A :

AMBROSIO AQUINO LOPEZ

ASESORES: DR. PEDRO ANGUIANO ROJAS
DR. JAIME URRUTIA FUCUGAUCHI

MEXICO, D. F.

2001



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

Dedicatoria

Dedico el presente trabajo a las dos mujeres más importantes en mi vida. A mi madre por su ejemplo para reconocer que la vida tiene un gran valor si se comparte con la persona amada y a Araceli por su gran amor y por enseñarme que la verdadera felicidad se logra estando unidos.

A mi padre y hermanas (Silvia, Rosa, Alicia, Hermelinda, Rocio y Beatriz) dedico este trabajo por brindarme la confianza y apoyo para terminar mis estudios. A David, Laura y Jorge les dedico mi trabajo como una muestra de que cuando se quiere lograr algo, esto se realizará.

Agradecimientos

Agradezco profundamente a la Universidad Nacional Autónoma de México y al Posgrado en Ciencias de la Tierra por las facilidades otorgadas para mi formación académica.

Doy las gracias al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACyT) el apoyo económico brindado para la realización de mis estudios de Maestría. Asimismo al Instituto Mexicano del Petróleo por el financiamiento otorgado para la realización del presente trabajo.

Con respeto y admiración deseo agradecer al Dr. Pedro Anguiano Rojas por la asesoría brindada para llevar a buen término esta tesis. De igual forma, agradezco a los Dres. Jaime Urrutia Fucugauchi, Oscar Campos Enriquez, Elsa Leticia Flores Márquez y James H. Spurlin por la formación académica que me brindaron y por el tiempo invertido en la exhaustiva revisión de este escrito.

Quiero reconocer el apoyo y consejos, siempre útiles, de mis profesores, que me ayudaron a crecer como profesionista. A todos ellos con admiración les doy las gracias.

A mis amigos y compañeros de generación quiero agradecer por su ejemplo para seguir adelante. Asimismo quiero agradecer, de forma muy especial, el apoyo brindado por el personal del IMP, que siempre se mostró dispuesto para brindar ayuda cuando lo necesité

Resumen

Tradicionalmente la interpretación de Registros de pozos se ha realizado asumiendo que los estratos son homogéneos, isotropos y que no existe invasión. Bajo estas consideraciones, es posible hacer evaluaciones de la saturación de agua en zonas donde se presume la presencia de hidrocarburos. Sin embargo, la realidad es distinta, los estratos son anisótropos, no presentan homogeneidad, no son horizontales y los pozos casi nunca son verticales, por ello, el modelo anterior no siempre funciona de forma correcta.

El presente trabajo muestra los resultados de la modelación e inversión en 2D del problema de anisotropía transversal considerando el efecto de invasión del filtrado de lodo dentro de la formación. Los resultados obtenidos con los modelos muestran que existe equivalencia cuando se realiza la inversión de cada herramienta por separado, este problema puede ser resuelto cuando se aplica la inversión conjunta de las herramientas eléctricas.

Se logró mostrar que la anisotropía juega un papel muy importante en la correcta evaluación de las formaciones y que, en general, la resistividad vertical es mayor que la horizontal, pero las herramientas eléctricas son más sensibles a ésta. Por ello, zonas productoras de gas presentan, en secuencias de intercalaciones de arenas y lutitas, valores bajos de resistividad.

Las ecuaciones que se utilizan para la evaluación de volumen de arcilla (que es la que se asume como causante de la anisotropía) y saturación de agua de las formaciones deben ser diferentes a las que tradicionalmente se utilizan. Esta tesis presenta una evaluación considerando la resistividad propuesta por Klein, 1997, que utiliza las dos componentes del tensor de resistividad, logrando con ello, un cálculo de volumen de arcilla congruente con la información de registros.

INDICE

| | |
|--|-----------|
| INDICE DE FIGURAS | iv |
| Capítulo 1 INTRODUCCION | 1 |
| 1.1 PROPIEDADES DE LAS ROCAS | 5 |
| 1.1.1 Resistividad | 5 |
| 1.1.2 Fórmulas de Archie | 6 |
| 1.1.3 Porosidad | 7 |
| 1.1.4 Permeabilidad | 7 |
| 1.2 ANISOTROPIA EN LA TIERRA | 9 |
| 1.2.1 ANISOTROPIA ELECTRICA | 9 |
| 1.3 COEFICIENTE DE ANISOTROPIA Y RESISTIVIDAD PROMEDIO | 11 |
| 1.4 Estimación de la resistividad de la arena y saturación de agua usando R_v y R_h | 12 |
| Capítulo 2 CONCEPTOS BÁSICOS | 14 |
| 2.1 Equipos de Medición | 14 |
| 2.1.1 HERRAMIENTA LATERAL | 15 |
| 2.1.2 HERRAMIENTA NORMAL | 15 |
| 2.2 Reglas de campo | 19 |
| 2.3 Cálculo de la Porosidad | 21 |
| 2.4 Cálculo de R_t | 22 |
| 2.4.1 Lecturas de resistividad afectadas por el espesor del estrato y la resistividad del lodo | 23 |
| 2.5 Métodos de Interpretación en arenas arcillosas | 23 |
| 2.5.1 Método de las Montañas Rocallosas | 24 |
| 2.5.2 Método Schlumberger | 28 |
| 2.5.3 Método Halliburton | 30 |
| Capítulo 3 SISTEMA INVERLOG | 34 |
| 3.1 Modelación de las Herramientas Eléctricas | 34 |
| 3.1.1 Planteamiento del Problema de Valores a la Frontera | 35 |
| 3.1.2 Condiciones de Frontera para los Casos de Cilindros y Capas Planas | 36 |

| | | |
|-------------------|--|------------|
| 3.1.3 | Ecuaciones que Modelan las Herramientas Eléctricas en Medios Isótropos | 38 |
| 3.1.4 | Método de Diferencias Finitas | 40 |
| 3.1.5 | MODELACION DE LAS HERRAMIENTAS ELECTRICAS EN MEDIOS ANISOTROPOS | 50 |
| 3.2 | Proceso de Inversión | 52 |
| Capítulo 4 | DESCRIPCIÓN DE MODELOS | 54 |
| 4.1 | Inversión sencilla de las herramientas normal corta, normal larga y lateral para los casos con pozo y sin pozo | 56 |
| 4.2 | Inversión conjunta de las herramientas normal corta, normal larga y lateral para los casos con pozo y sin pozo | 64 |
| 4.3 | Análisis de ruido aleatorio con anisotropía | 71 |
| 4.3.1 | 2% de ruido aleatorio | 71 |
| 4.3.2 | 5% de ruido aleatorio | 73 |
| 4.3.3 | 10% de ruido aleatorio | 78 |
| 4.4 | Modelos con invasión | 80 |
| 4.5 | Inversión conjunta de las herramientas eléctricas considerando anisotropía, invasión y ruido aleatorio | 91 |
| Capítulo 5 | CASO REAL | 106 |
| 5.1 | Comparación con un ejemplo publicado (Hilchie) | 106 |
| 5.2 | Pozo A | 112 |
| 5.3 | Cálculo de S_w y Volumen de arcilla | 126 |
| Capítulo 6 | CONCLUSIONES. | 135 |
| Apéndice A | EXISTENCIA DE LA SOLUCIÓN | 137 |
| A.1 | Unicidad de la solución | 138 |
| A.2 | Inestabilidad de la solución | 138 |
| A.3 | Problemas mal condicionados y los métodos de su solución | 138 |
| A.3.1 | Espacio Euclidiano E_n | 139 |
| A.3.2 | Espacios vectoriales lineales | 140 |
| A.3.3 | Espacios lineales de norma | 141 |
| A.3.4 | Espacios de Hilbert | 141 |
| A.3.5 | Operadores en espacio métricos | 142 |
| A.3.6 | Operadores lineales | 142 |
| A.3.7 | Operadores inversos | 142 |
| A.3.8 | Formulación de problemas mal condicionados | 143 |

| | | |
|--------------------|---|------------|
| A.3.9 | Sensibilidad y resolución de los métodos geofísicos | 143 |
| A.3.10 | Inversión lineal discreta | 145 |
| A.3.11 | Descomposición de valores singulares (SVD) | 146 |
| A.3.12 | Método de mínimos cuadrados | 146 |
| A.4 | Método de Gradiente Conjugado | 148 |
| REFERENCIAS | | 151 |

INDICE DE FIGURAS

| | | |
|-----|---|----|
| 1.1 | Curvas de resistividad en las zonas cercanas al pozo debidas a la invasión. a) $R_t < R_{xo}$, b) $R_t > R_{xo}$ | 3 |
| 2.1 | Configuración de la herramienta lateral | 16 |
| 2.2 | Configuración de las herramientas normales | 17 |
| 2.3 | Posición relativa de los electrodos de corriente y de medición de las herramientas normales y lateral. | 18 |
| 3.1 | Representación de los modelos en 1D para la modelación de las herramientas eléctricas. | 37 |
| 3.2 | Esquema de diferencias finitas. | 42 |
| 3.3 | Malla propuesta para la solución de la modelación por el método de diferencias finitas. | 44 |
| 3.4 | Representación de los nodos para la malla de diferencias finitas. | 45 |
| 3.5 | Anillo conductor con resistividad R | 47 |
| 3.6 | Nodos vecinos de la malla en los sentidos radial y vertical. | 48 |
| 3.7 | Comportamiento del potencial en dos semiespacios anisótropos para el caso sin pozo de las herramientas normales. | 52 |
| 4.1 | Comportamiento de las herramientas normal corta, normal larga y lateral en un medio anisotrópico entre dos medios isotrópicos para los casos con pozo y sin pozo. | 55 |
| 4.2 | Inversión de la herramienta normal corta en un medio anisotrópico sin efecto de pozo. | 57 |
| 4.3 | Inversión de la herramienta normal larga en un medio anisotrópico sin efecto de pozo. | 58 |
| 4.4 | Inversión de la herramienta lateral en un medio anisotrópico sin efecto de pozo. | 60 |

| | | |
|------|---|----|
| 4.5 | Inversión de la herramienta normal corta en un medio anisotrópico con pozo. | 61 |
| 4.6 | Inversión de la herramienta normal larga en un medio anisotrópico con pozo. | 62 |
| 4.7 | Inversión de la herramienta lateral en un medio anisotrópico con pozo. | 63 |
| 4.8 | Inversión conjunta de las herramientas eléctricas considerando anisotropía y que no existe pozo. | 65 |
| 4.9 | Inversión conjunta de las herramientas eléctricas considerando anisotropía y el pozo. | 67 |
| 4.10 | Inversión conjunta de las herramientas normales en un medio anisotrópico sin considerar el efecto del pozo. | 69 |
| 4.11 | Inversión conjunta de las herramientas normales en un medio anisotrópico considerando el efecto del pozo. | 70 |
| 4.12 | Inversión conjunta de las herramientas eléctricas para el caso sin pozo con 2% de ruido aleatorio. | 72 |
| 4.13 | Inversión conjunta de las herramientas eléctricas para el caso con pozo con 2% de ruido aleatorio. | 74 |
| 4.14 | Inversión conjunta de las herramientas eléctricas para el caso sin pozo con 5% de ruido aleatorio. | 75 |
| 4.15 | Inversión conjunta de las herramientas eléctricas para el caso con pozo con 5% de ruido aleatorio. | 77 |
| 4.16 | Inversión conjunta de las herramientas eléctricas para el caso con pozo con 10% de ruido aleatorio. | 79 |
| 4.17 | Modelo inicial para cuatro estratos con anisotropía e invasión. Ejemplo 1 | 82 |
| 4.18 | Modelo final para cuatro estratos con anisotropía e invasión. Ejemplo 1. | 84 |
| 4.19 | Modelo inicial para cuatro estratos con anisotropía e invasión. Ejemplo 2. | 85 |
| 4.20 | Modelo final para cuatro estratos con anisotropía e invasión. Ejemplo 2. | 87 |

| | | |
|------|--|-----|
| 4.21 | Modelo inicial para cuatro medios con anisotropía e invasión (modelo alejado de la solución). | 88 |
| 4.22 | Modelo final para cuatro medios con anisotropía e invasión. (Modelo alejado de la solución). | 90 |
| 4.23 | Inversión de las herramientas eléctricas considerando 2% de ruido aleatorio. | 92 |
| 4.24 | Inversión de las herramientas eléctricas considerando 2% de ruido aleatorio. | 94 |
| 4.25 | Gráfica de error porcentual con invasión, anisotropía y 2% de ruido aleatorio. | 95 |
| 4.26 | Inversión de las herramientas eléctricas considerando 5% de ruido aleatorio. | 97 |
| 4.27 | Inversión de las herramientas eléctricas considerando 5% de ruido aleatorio. | 98 |
| 4.28 | Gráfica de error porcentual con invasión, anisotropía y 5% de ruido aleatorio. | 99 |
| 4.29 | Inversión de las herramientas eléctricas considerando 10% de ruido aleatorio. | 101 |
| 4.30 | Inversión de las herramientas eléctricas considerando 10% de ruido aleatorio. | 102 |
| 4.31 | Gráfica de error porcentual con invasión, anisotropía y 10% de ruido aleatorio. | 103 |
| 5.1 | Datos de campo tomados del Hilchie. | 107 |
| 5.2 | Cálculo de R_{xo} y R_t con el programa INVERLOG. | 109 |
| 5.3 | Cálculo de R_{th} , R_{tv} , R_{xo} y D_i para el ejemplo publicado por Hilchie. . . | 111 |
| 5.4 | Juego de curvas de campo del pozo A. | 113 |
| 5.5 | Modelos obtenidos de la inversión (tipo Reynosa) para los casos de las herramientas eléctricas del pozo A. | 115 |

| | | |
|------|---|-----|
| 5.6 | Modelo considerando un medio homogéneo y sintéticos de las herramientas eléctricas. | 118 |
| 5.7 | Modelo 'Reynosa corregido' para el pozo A. | 119 |
| 5.8 | Inversión conjunta de las herramientas eléctricas con anisotropía. . . . | 121 |
| 5.9 | Inversión con invasión y anisotropía | 124 |
| 5.10 | Cálculo de la R_t verdadera y del volumen de arcilla con los modelos de resistividad provenientes de anisotropía. | 125 |
| 5.11 | Cálculo de volumen de arcilla con los procedimientos descritos. | 129 |
| 5.12 | Cálculo de la saturación de agua | 131 |
| 5.13 | Cálculo de la porosidad efectiva. | 133 |

Capítulo 1

INTRODUCCION

Existen algunos campos petroleros en México, especialmente en la zona norte del país (Distrito Reynosa), que han sido explotados durante muchos años y que actualmente parecen agotados. Sin embargo, hay ciertos intervalos productores de gas en estratos delgados que registran valores bajos de resistividad. Calcular la saturación verdadera de agua de la formación es importante para explotar los hidrocarburos que originalmente no se habían estimado. Además, estos hidrocarburos adicionales pueden ser explotados económicamente ya que sólo se tiene que “disparar” el intervalo de interés.

El objetivo del presente trabajo es reevaluar la información de registros eléctricos, medida con las herramientas convencionales, que muestran valores bajos y que no habían sido considerados de interés para la explotación de hidrocarburos (alrededor de $4 [\Omega - m]$). Por ejemplo, existen en el Distrito petrolero Reynosa y en pozos localizados en Texas, secuencias delgadas de arenas y lutitas que presentan esta característica, siendo zonas productoras de gas natural.

Los registros de resistividad aparente son afectadas por las condiciones ambientales del pozo, como la resistividad del lodo de perforación, espesor del estrato de interés, influencia de las capas vecinas, diámetro del pozo y diámetro de invasión del filtrado de lodo. Estas condiciones, hacen que la resistividad aparente calculada con las herramientas sea diferente que la resistividad verdadera de la formación. En general, los valores altos de resistividad se pueden asociar a contenido de fluidos tales como gas, petróleo o agua dulce dentro de la formación.

Las herramientas eléctricas miden a diferentes profundidades de investigación, dependiendo de la distancia a la que se encuentran los electrodos de corriente y de potencial. A mayor espaciamento entre los electrodos de corriente y de potencial, mayor será la profundidad de investigación. La herramienta *normal corta* tiene un espaciamento de 0.40 [m], la *normal larga* tiene una distancia entre electrodos de 1.60 [m] y la *lateral* tiene una distancia entre electrodos de 5.69 [m]. Por tanto, la herramienta lateral medirá, teóricamente, la resistividad más profunda, teniendo, además, alta resolución vertical, a diferencia de las normales.

En formaciones arenosas que contienen hidrocarburos, la resistividad verdadera de la formación es mayor que en zonas de agua salada, sin embargo, pueden ser confundidas con zonas que contengan agua dulce y las mediciones de las herramientas *normal corta* y *normal larga* medirán diferentes valores debido a la separación de los electrodos y a la zona de influencia de cada una de ellas. Es importante mencionar que la interpretación del tipo de fluido dependerá de las características que presenten los otros registros disponibles (por ejemplo, *SP*, *GR*, *PHIN*, *PHID*, etc.).

El efecto de invasión enmascara la resistividad verdadera de la formación y su conocimiento es de suma importancia en la modelación de las herramientas en medios homogéneos isotropos y anisotropos. La figura 1.1a muestra el perfil de resistividad desde el eje del pozo hasta la zona virgen (zona en donde existe influencia del filtrado de lodo), dentro de la formación, cuando $R_t < R_{xo}$. La figura 1.1b muestra el caso contrario. La resistividad dentro del pozo es la del lodo de perforación R_m , en la pared del pozo se forma el enjarre y se tiene una resistividad R_{mc} mayor a la del lodo debido a que se tiene la parte sólida del lodo. El lodo que se localiza dentro del pozo (utilizado durante la perforación) tiene, en la práctica, una resistividad menor que la de los fluidos de la formación, por ello, la herramienta *normal corta*, que mide en la

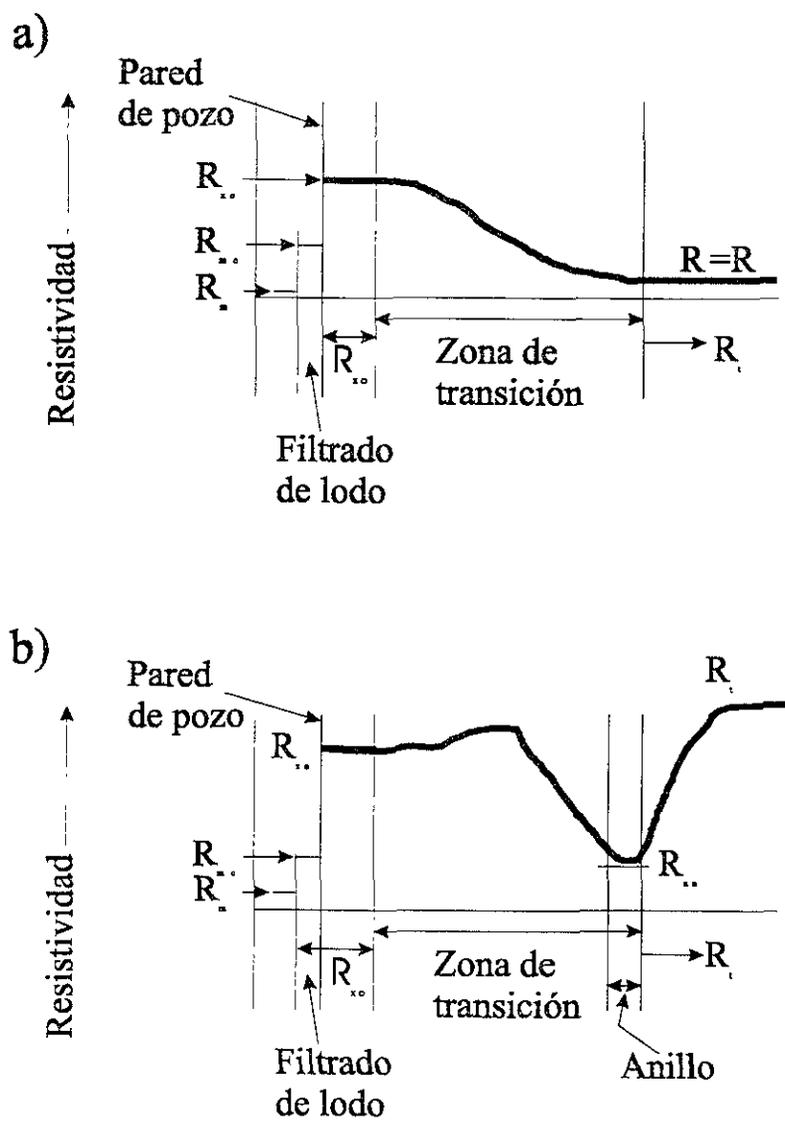


FIG. 1.1. Curvas de resistividad en las zonas cercanas al pozo debidas a la invasión.

a) $R_t < R_{xo}$, b) $R_t > R_{xo}$.

zona de influencia del filtrado de lodo, registra una resistividad aparente menor que la *normal larga*, que no está influenciada por la presencia de lodo. Sin embargo, esto no siempre es cierto y, en casos particulares, las mediciones de la herramienta normal corta son mayores a las obtenidas con la herramienta normal larga, la explicación física tiene que ver con el espesor del estrato y la distancia entre los electrodos.

El concepto de anisotropía ha sido estudiado desde los años 20's por los hermanos Schlumberger y se han desarrollado trabajos posteriores enfocados a este tema, pero hasta ahora no se ha logrado aplicar para explicar porqué las herramientas eléctricas marcan baja resistividad en zonas productoras de gas. La anisotropía es la variación de una propiedad física en un cuerpo respecto a diferentes direcciones.

La paradoja de anisotropía indica que cuando existe un pozo y los límites de los estratos son horizontales, las herramientas normales miden lo que se denomina resistividad horizontal (longitudinal). Se denomina paradoja porque la configuración electródica es vertical y las herramientas no miden la resistividad en ese sentido. Sin embargo, cuando se tiene el pozo, el cálculo de resistividad aparente de estas herramientas tiene las dos componentes del tensor de resistividad (horizontal y vertical), siendo el efecto de la resistividad horizontal (longitudinal) más grande en comparación con la otra.

Encontrar las resistividades longitudinal y transversal, permitirá, para el caso de las herramientas eléctricas evaluar de forma más precisa la saturación de agua contenida en el estrato en cuestión.

El problema planteado puede ser visto de dos formas diferentes dependiendo de la escala. la primera, es considerar que existe anisotropía en una secuencia de cierto espesor, por ello, la resistividad medida por las herramientas no refleja la resistividad real de la formación. La segunda es considerar una secuencia de capas de arena y

lutita más delgadas que la resolución vertical de las herramientas. Cualquiera que sea la forma de tratar el problema, la inversión de las herramientas eléctricas es de gran ayuda.

Si se considera el problema de anisotropía, al hacer la modelación con el método de diferencias finitas, se pueden separar los efectos de las resistividades horizontal y vertical. Como se verá más adelante, se espera que la resistividad vertical sea mayor que la horizontal debido a la disposición de los cristales en las capas de lutita, siendo éste el caso de un medio transversalmente anisótropo.

Al suponer que la zona productora es una secuencia de capas delgadas de arenas y lutitas, la modelación e inversión geofísicas, permiten eliminar los efectos ambientales y por ello, la resistividad medida es diferente a la calculada, que se espera, justifique el contenido de hidrocarburos en las zonas en donde inicialmente no se había inferido su presencia.

1.1 PROPIEDADES DE LAS ROCAS

1.1.1 Resistividad

Es la propiedad de un material que se opone al flujo de la corriente eléctrica. Sus unidades son $[\Omega - m]$. El recíproco de la resistividad es la conductividad.

- Resistividad aparente se define, en general, como la resistividad que tendría un medio uniforme que sustituiría a un medio arbitrario para leer el mismo valor de voltaje del medio arbitrario para la misma corriente inyectada.
- En un medio anisótropo, la resistividad puede ser dividida en dos componentes, la resistividad paralela, horizontal o longitudinal (medida cuando el flujo de corriente es paralelo a los límites de las capas) y la resistividad perpendicular.

vertical o transversal (medida cuando el flujo de corriente es perpendicular a los estratos) considerando un pozo vertical y estratos horizontales.

1.1.2 Fórmulas de Archie

Son las relaciones empíricas entre el factor de formación de la resistividad (F), porosidad (Φ), saturación de agua (S_w) y resistividad (R) en rocas granulares limpias (que no contienen cantidad apreciable de lutitas o arcillas, este término se aplica en areniscas o carbonatos).

$$F = \frac{1}{\Phi^m} \quad (1.1)$$

$$F = \frac{R_0}{R_w} \quad (1.2)$$

$$\frac{R_0}{R_t} = S_w^m \quad (1.3)$$

donde

m es llamado exponente de porosidad, factor de cementación o factor de forma (está afectado por aquellas propiedades de la roca rígida que influyen en la solución conductiva ocupando el volumen de poros),

R_0 resistividad de la formación cuando está saturada al 100% con agua que ocupa los intersticios o volumen de poros en la roca,

R_w resistividad del agua de la formación,

R_t resistividad verdadera de la formación (resistividad de la roca llena de un fluido donde la distribución de fluidos y saturación es representativo de la zona no invadida, es decir, de la parte de la roca no afectada por el filtrado de lodo),

n exponente de saturación.

1.1.3 Porosidad

La porosidad puede ser expresada como una fracción o porcentaje del volumen de poros en un volumen de roca.

- La porosidad primaria se refiere a la porosidad que permanece después de que los sedimentos han sido compactados, pero sin considerar cambios resultantes de la subsecuente acción química o flujo de agua a través de éstos.
- La porosidad secundaria es la porosidad adicional creada por cambios químicos, disolución, dolomitización, fisuras y fracturas.
- Porosidad efectiva es el volumen de poros interconectados disponibles para el movimiento de fluidos libres, excluyendo los poros aislados y el volumen poroso ocupado por agua.
- El término porosidad total se refiere a todo el espacio vacío en una roca. La porosidad total incluye la de los poros aislados, agua absorbida en los granos o en la superficie de las partículas y la asociada con las arcillas.

1.1.4 Permeabilidad

Es la capacidad de una roca para conducir un fluido a través de los poros interconectados cuando hay una saturación del 100% del fluido. Generalmente se mide en Darcies y se define que una roca tiene una permeabilidad de 1 Darcy si un centímetro cúbico de un fluido (viscosidad de 1 centipoise) fluye por un segundo a través de 1 centímetro cuadrado bajo un gradiente de presión de 1 atmósfera por centímetro. Para efecto de comparación, la viscosidad del agua a 20°C es 1.005 centipoise.

- Permeabilidad absoluta es la que se mide en la roca cuando sólo una fase del fluido está presente en ella.
- Permeabilidad efectiva es la capacidad de la roca de conducir un fluido en la presencia de otro inmisible con el primero. No depende solamente de la permeabilidad absoluta de la roca, también depende de la cantidad relativa de dos o más fluidos diferentes en los poros.
- Permeabilidad relativa es la relación entre la permeabilidad efectiva de un fluido determinado a una saturación parcial y la permeabilidad a una saturación del 100%.
- Existe una relación paradójica importante cuando se habla de un medio anisótropo que involucra la resistividad con la permeabilidad. La permeabilidad paralela es proporcional a la resistividad perpendicular y la permeabilidad perpendicular es proporcional a la resistividad paralela. *Klein, Martin y Allen (1997)* proponen, para formaciones anisótropas, las siguientes relaciones:

$$K_{\perp} = \frac{10^4 \Phi^6 R_{\parallel}}{R_w}$$

$$K_{\parallel} = \frac{10^4 \Phi^6 R_{\perp}}{R_w}$$

donde K es la permeabilidad, R es la resistividad y Φ la porosidad.

1.2 ANISOTROPIA EN LA TIERRA

La Tierra está caracterizada por muchas irregularidades en sus parámetros físicos. Para modelar las condiciones reales de la Tierra, no se pueden asumir condiciones isotrópicas ya que, por ejemplo:

- Los constituyentes individuales de las rocas son altamente anisótropos, debido principalmente a los alineamientos preferenciales de los minerales en las rocas.
- La anisotropía en sedimentos oceánicos es debido a la orientación preferencial de los granos durante el proceso de formación del suelo oceánico.
- Evidencias de estudios de elasticidad revelan anisotropía en las rocas del manto superior.

El problema de anisotropía, es un problema de escalas, ya que un cierto cuerpo rocoso puede ser visto como isotrópico a nivel microscópico, pero puede ser anisótropo a nivel macroscópico. Un ejemplo es una secuencia de arenas lutitas que, a escala macro es anisótropa, pero a escala micro es isotrópica por tramos en cada una de las capas.

1.2.1 ANISOTROPIA ELECTRICA

La resistividad de muchos minerales y, en consecuencia, la de las rocas que éstos constituyen, varían con la dirección considerada, es decir, que estos cuerpos son anisótropos. Entonces, la resistividad no puede expresarse por un escalar, sino por un tensor simétrico $\rho_{i,j}$, lo que exige el conocimiento de 6 componentes (en un sistema cartesiano). El problema se simplifica si se toman como eje de coordenadas las componentes principales del tensor, pues entonces la resistividad queda determinada por sólo tres componentes.

La anisotropía eléctrica en registros de pozos se origina por la existencia de capas delgadas alternadas de diferente resistividad, donde el espesor de las capas individuales es mucho menor que la resolución de cualquier equipo de medición de resistividad.

REPRESENTACION MATEMATICA Y PARAMETROS DE ANISOTROPIA

Para el caso del presente trabajo, sólo se tratará el tema de anisotropía de los registros eléctricos de pozos, sin embargo, la anisotropía también puede ser tratada desde el punto de vista de la propagación de las ondas sísmicas. La propiedad física que se trata en este trabajo es la conductividad eléctrica, que involucra el vector de campo eléctrico (\mathbf{E}_k), el vector densidad de corriente eléctrica \mathbf{J}_i y el mismo tensor de conductividad. La ecuación que define es $\mathbf{J}_i = \sigma_{ik}\mathbf{E}_k$ donde σ_{ik} es el tensor de conductividad de rango 2.

En estudios eléctricos de la anisotropía de un cristal, si un campo eléctrico \mathbf{E} es aplicado a lo largo de otras direcciones de las coordenadas x , y , y z la densidad de corriente \mathbf{J} es definida como lo indica la ecuación 1.4

$$\begin{bmatrix} J_x \\ J_y \\ J_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} & \sigma_{zy} & \sigma_{zz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{bmatrix} \quad (1.4)$$

donde $\sigma_{11} \dots \sigma_{33}$ son nueve componentes del tensor de conductividad que determina la magnitud y la dirección de \mathbf{J} . Al considerar que únicamente existen variaciones en las direcciones de x , y , y z , entonces,

$$\begin{bmatrix} J_x \\ J_y \\ J_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{zz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{bmatrix} \quad (1.5)$$

La anisotropía transversal considera que $\sigma_{xx} = \sigma_{yy} \neq \sigma_{zz}$. Hay que recordar que la conductividad es el recíproco de la resistividad y por definición de anisotropía transversal $\rho_{xx} = \rho_{xx}$ es llamada resistividad longitudinal y ρ_{yy} es la resistividad transversal.

1.3 COEFICIENTE DE ANISOTROPIA Y RESISTIVIDAD PROMEDIO

El coeficiente de anisotropía (λ) se define como la raíz cuadrada de la relación de la conductividad longitudinal (σ_l) y la conductividad transversal (σ_t), es decir,

$$\lambda = \left(\frac{\rho_t}{\rho_l} \right)^{\frac{1}{2}}, \quad (1.6)$$

y la resistividad promedio se define como:

$$\rho_m = (\rho_t * \rho_l)^{\frac{1}{2}}. \quad (1.7)$$

Los términos transversal y longitudinal son relativos a la posición de las capas y son sinónimos, en el caso de registros eléctricos, de resistividad vertical y horizontal respectivamente cuando el pozo es vertical.

1.4 Estimación de la resistividad de la arena y saturación de agua usando R_v y R_h .

El desarrollo siguiente asume que la resistividad del agua de la formación R_w controla la resistividad de la arcilla. Se asume que los valores para la ecuación de Archie son $a = 1$, $m = 2$ y $n = 2$. Por definición, las resistividades horizontal y vertical tienen las siguientes expresiones:

$$R_v = (1 - V_0) R_{sand} + V_0 R_0 \quad (1.8)$$

$$\frac{1}{R_h} = \frac{(1 - V_0)}{R_{sand}} + \frac{V_0}{R_0} \quad (1.9)$$

donde:

R_{sand} resistividad de una capa de arena limpia

V_0 fracción o volumen de arcilla

$1 - V_0$ Volumen de arena limpia

R_0 Resistividad de la capa de baja resistividad (lutita).

Si se asume que la porosidad de la arena sea la misma que la de las capas de baja resistividad, las ecuaciones 1.8 y 1.9 permiten calcular exactamente R_{sand} y V_0 mediante las siguientes ecuaciones:

$$R_{sand} = \frac{\left(\frac{R_w}{R_0} - \frac{R_0}{R_h}\right) + \sqrt{\left(\frac{R_w}{R_0} - \frac{R_0}{R_h}\right)^2 - 4(R_v - R_0)\left(\frac{1}{R_0} - \frac{1}{R_h}\right)}}{2\left(\frac{1}{R_0} - \frac{1}{R_h}\right)} \quad (1.10)$$

$$V_0 = \frac{\left(R_{sand} + \frac{1}{R_{sand}} - R_v - \frac{1}{R_w}\right)}{\left(R_{sand} + \frac{1}{R_{sand}} - R_0 - \frac{1}{R_0}\right)} \quad (1.11)$$

Para que las ecuaciones anteriores sean válidas es necesario que se cumplan las

siguientes condiciones:

- Las arenas deben ser limpias ($V_0 < 1\%$) para ser isotrópicas
- Cantidades menores al 10% de arcilla reducen significativamente R_h .
- R_h no es sensible a R_{sand} cuando $R_{sand}/R_0 > 10$.
- Cuando $V_0 \leq 30\%$, R_v provee una buena estimación de R_{sand} .
- Para un alto contenido de arcilla ($V_0 > 50\%$), R_v es mayormente afectado por R_{sand} al contrario de R_h .

El presente capítulo ha sido una pequeña introducción de las propiedades que pueden ser calculadas con la ayuda de los registros de pozos. Los problemas de invasión y de anisotropía afectan de forma importante el comportamiento de las curvas de resistividad. Un análisis detallado de esto será tratado en los capítulos siguientes.

Capítulo 2

CONCEPTOS BÁSICOS

En la actualidad los registros de resistividad obtenidos con las herramientas normal corta, normal larga y lateral no son registrados debido a los avances tecnológicos que permiten usar herramientas más sofisticadas, pero más costosas, para evaluar la información en pozos perforados actualmente.

La modelación de las herramientas eléctricas antiguas permite reevaluar intervalos que anteriormente, los analistas de registros, no habían considerado de interés. El presente capítulo da una explicación de los principios básicos de las herramientas mencionadas anteriormente.

2.1 Equipos de Medición

Existen diversos dispositivos de medición de la resistividad eléctrica para pozos, sin embargo, se considera conveniente hacer algunas aclaraciones. La resistividad no se mide directamente, esta propiedad se calcula con un valor de diferencia de potencial obtenida por la sonda que se introduce en el pozo. Cada dispositivo tiene una disposición electródica diferente y por tanto, la diferencia de potencial registrada (aun cuando el medio sea isótropo) es diferente, ya que el potencial eléctrico decae con la distancia.

Las herramientas que más se utilizaban son las normales (corta y larga) y lateral. La información obtenida mediante estas herramientas son las que se tratan en el presente trabajo.

2.1.1 HERRAMIENTA LATERAL

Se conoce como herramienta lateral a un dispositivo electródico como el mostrado en la figura 2.1 y que funciona de la siguiente manera: una corriente constante se hace pasar entre un electrodo de corriente A localizado en la sonda de medición y un electrodo B colocado a una distancia muy grande (en la superficie del terreno), mientras que la diferencia de potencial es medida a través de dos electrodos M y N localizados en la sonda. La distancia entre los electrodos M y N (MN) es pequeña comparada con el espaciamiento AO , el cual es la distancia entre el electrodo de corriente y el punto medio entre los electrodos de potencial, típicamente con una distancia de $18'8''$ ($224''$ ó 5.6896 m). El punto de asignación de la medición está en el punto medio entre los dos electrodos separados por la distancia más corta (electrodos MN).

La herramienta lateral tiene una profundidad de investigación mayor que los dispositivos normales con la cual es generalmente usada, pero tiene la desventaja que requiere capas gruesas homogéneas para una utilidad óptima y además produce una curva asimétrica. El sistema *INVERLOG* ayuda a eliminar los factores anteriores para tener un modelo correcto de la Tierra.

2.1.2 HERRAMIENTA NORMAL

Las herramientas normales registran una curva simétrica, su funcionamiento es el siguiente (figura 2.2): una corriente constante se hace para pasar entre un electrodo de corriente A localizado en la sonda y otro localizado en superficie B mientras la diferencia de potencial es medida entre los electrodos M y N , el primero localizado en la sonda y el último es el electrodo de referencia. Teóricamente, el electrodo de referencia debe estar en la superficie de la Tierra, sin embargo, en la realidad, se

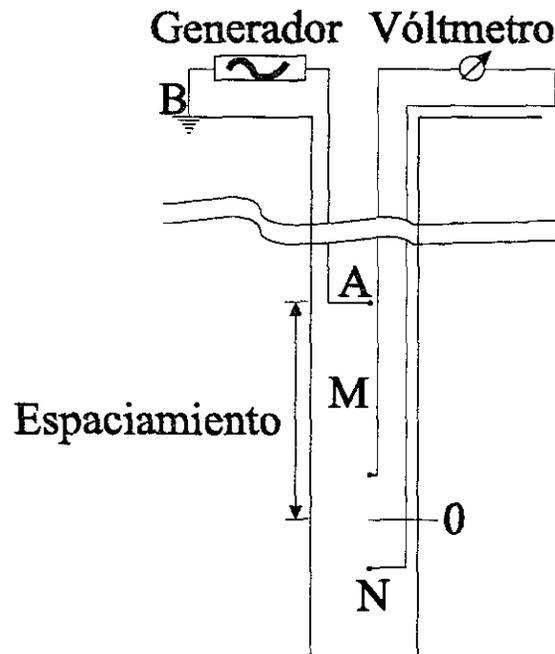


FIG. 2.1. Configuración de la herramienta lateral

localiza en la sonda a cierta distancia del electrodo de potencial M . El espaciamiento es la distancia entre los electrodos A y M , los más usuales son de 16" y 64" para las herramientas normales corta y larga respectivamente. El punto de medición está a la mitad de los electrodos de corriente A y de potencial M . Un dispositivo normal tiene una profundidad de investigación de alrededor de 2 veces el espaciamiento AM . La herramienta normal es un dispositivo no enfocado, el cual produce una curva simétrica que es particularmente útil en la correlación y la determinación de litología. El detalle en la formación puede ser incrementada si decrece el espaciamiento AM , pero también decrece en la profundidad de investigación.

Posición de las herramientas eléctricas en las sondas de medición de Registros Eléctricos de Pozos La figura 2.3 muestra la posición de los electrodos

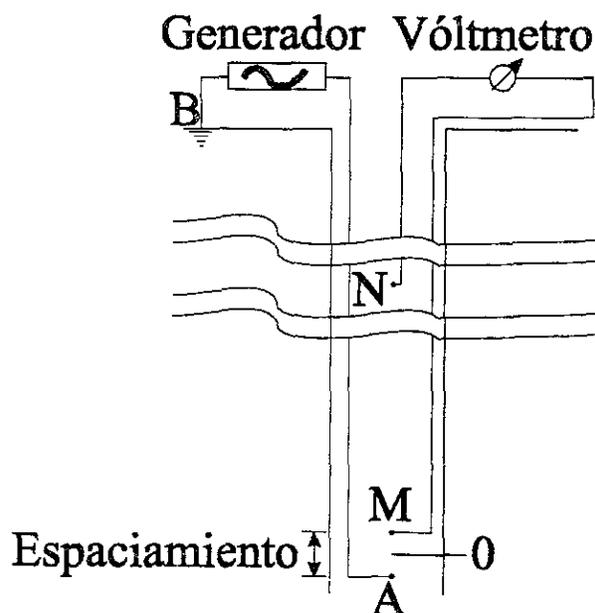


FIG. 2.2. Configuración de las herramientas normales

en una sonda que registra las curvas de las herramientas normal corta, normal larga y lateral. El electrodo A es el de corriente para las herramientas normales y los electrodos M_1 y M_2 son los puntos de potencial de la normal corta (16") y normal larga (64"). Es fácil observar, de la figura 2.3, que cuando la sonda que lleva los electrodos se localiza en una posición dentro del pozo, el punto de asignación de cada herramienta se encuentra en diferentes profundidades, por lo que las mediciones se encuentran desplazadas. Esto es un problema que se presenta al procesar las herramientas eléctricas, ya que se realizaba un corrimiento manual de los datos antes de digitizar. Este corrimiento no siempre es realizado de forma correcta, así que cuando se pretende realizar inversión conjunta se debe tomar en cuenta que las herramientas estén en profundidad.

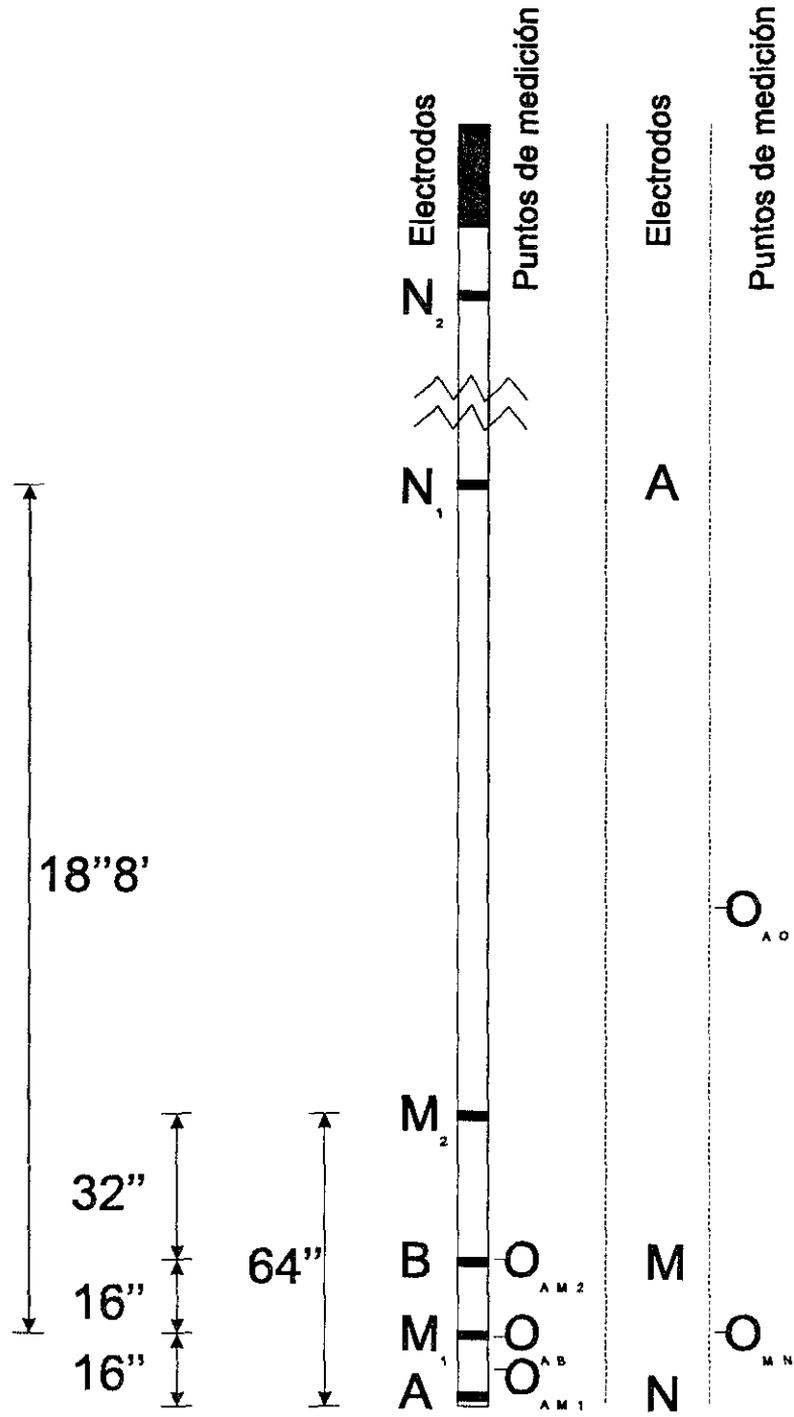


FIG. 2.3. Posición relativa de los electrodos de corriente y de medición de las herramientas normales y lateral.

2.2 Reglas de campo

Los registros eléctricos (o su abreviación en inglés *ES*) se refieren a las combinaciones de los registros de potencial natural (*SP*), normal corta (*SN*) y normal larga (*LN*) y lateral. Estos registros fueron ampliamente utilizados en el periodo de 1927 a 1958 y la interpretación que se hacía era, en muchos casos, cualitativa, debido a la dificultad de hacer correcciones y de correlacionar con otros tipos de registros. En el caso específico de la herramienta lateral, ésta no se utilizaba por la dificultad práctica para interpretarla debido a su asimetría y a que no fue completamente entendida.

En México, hay zonas petroleras que producen gas en zonas de baja resistividad, en donde sólo existen registros eléctricos y que han sido despreciados debido a que no se tenían técnicas de procesamiento como las actuales.

Es importante mencionar y mantener en mente que los registros antiguos eran interpretados sin la ayuda de computadoras y la interpretación prácticamente se hacía a mano. Esto implicaba que las interpretaciones no fueran muy precisas (sin embargo hubo éxitos que permitieron desarrollar algunas zonas petroleras importantes). El problema en estratos delgados nunca fue resuelto, ya que las interpretaciones se hacían con reglas de campo (no siempre muy precisas) que tomaban en cuenta ciertas condiciones no reales (p.ej. la porosidad deber ser menor a un cierto porcentaje, no debe haber arcillas, etc.).

Encontrar una forma de evaluar la resistividad verdadera de la formación en estratos delgados no era posible, debido a que lo que se hacía era aplicar las correcciones ambientales de forma manual, lo cual dificulta la posibilidad de encontrar resultados correctos. Afortunadamente, ahora se tienen herramientas de modelación e inversión geofísica totalmente computarizadas que permiten hacer correcciones simultáneas de las lecturas de las herramientas, con lo cual se obtienen resultados más confiables.

Hay que mencionar la dificultad para encontrar registros que contengan información digitalizada de la herramienta lateral debido a que los intérpretes no entendían bien el comportamiento de la curva y por ello no se consideraba de utilidad la información proveniente de ésta. A últimas fechas, se ha demostrado que la herramienta lateral contiene información de alta calidad en el sentido horizontal, es decir, tiene información de una herramienta normal con un espaciamiento grande y contiene una componente de derivada respecto al espaciamiento, lo cual es de gran utilidad para localizar límites de los estratos.

Actualmente existen gran cantidad de registros que son tomados para buscar información de alta calidad que permitan inferir estratos que pudieran contener hidrocarburos. Los registros antiguos se interpretaban con 'reglas de campo' (cuantitativas) que permitían o trataban de resolver preguntas como: ¿Es la formación permeable?, ¿Es constante la resistividad del agua?, ¿Cuál es la porosidad? y ¿Es el estrato lo suficientemente resistivo para contener hidrocarburos?. Las anteriores son el tipo de preguntas que intentan ser resueltas con los registros actuales, pero en ciertas zonas (como ya ha sido mencionado), no es costoso aplicar registros nuevos, lo mejor es reinterpretar la información de los registros antiguos.

Para responder a la pregunta referente a conocer si una capa es permeable se tienen las siguientes posibles respuestas, si el lodo es conductivo, el *SP* debería deflexionar hacia la izquierda (-), sin embargo, si la capa es muy delgada, el *SP* podría no deflexionar. Vale la pena reconocer que la cantidad de la deflexión del *SP* no es indicativo de la permeabilidad. Respecto a las herramientas eléctricas, si todas las curvas de resistividad marcan diferentes valores, esto puede deberse a la invasión, lo cual significa que la capa es permeable.

La pregunta ¿Es constante la resistividad del agua de la formación? puede con-

testarse viendo la forma y la amplitud de la curva *SP*, si la deflexión de la curva (amplitud) es constante en un intervalo grande, se puede inferir que la resistividad del agua de la formación no varía, es decir, se puede ver si la línea base de lutitas tiene una tendencia que cambie con la profundidad. Evaluar la resistividad del agua de la formación es importante para calcular la saturación de agua en un estrato de interés.

Evaluar la porosidad es un problema complicado que puede ser resuelto con núcleos tomados de la zona de interés. De forma cualitativa, las herramientas *normal corta*, *neutrón* o *Microlog* pueden brindar información de la porosidad.

El problema de conocer la resistividad verdadera de la formación puede ser resuelto con las curvas de resistividad obtenidas con las herramientas normales, laterales y de inducción. El cálculo aproximado de la resistividad se obtiene directamente de los registros de campo, para hacer la evaluación más precisa, es necesario hacer correcciones ambientales con las cartas de corrección publicadas por las compañías de servicio. El *IMP* ha desarrollado el software *INVERLOG* de modelación e inversión que permite hacer correcciones ambientales simultáneas para las herramientas eléctricas.

2.3 Cálculo de la Porosidad

El problema de calcular la porosidad puede ser resuelto con la ayuda de los registros *normal corta* y *SP* considerando que la invasión es 'normal' o 'grande' y funciona si la porosidad de la roca es menor al 25%. Las herramientas *micronormal* y *microinversa* pueden ser utilizadas para calcular la porosidad, el problema es que los registros antiguos con los que se pretende trabajar no contienen este tipo de registros. Además se debe decidir *a priori* si la formación contiene agua o hidrocarburos.

El procedimiento de cálculo de la porosidad con la herramienta normal y con el

SP es el siguiente:

- Corregir el valor de SP multiplicándolo con un factor C_{SSP} que se obtiene de cartas de corrección existentes y que son generadas por las compañías de servicios.
- Se debe conocer el valor de R_m y se calcula la relación $\frac{R_{sn}}{R_m}$, donde el numerador es la resistividad medida de la herramienta *normal corta* y el denominador es la resistividad del lodo.
- Se corrige la relación $\frac{R_{sn}}{R_m}$ por efecto de diámetro de pozo para obtener $\frac{R_{sn\text{corr}}}{R_m}$ que es asociada a la relación $\frac{R_t}{R_m}$. Existe una carta (nomograma) desarrollada por las compañías de servicios que permite obtener el valor de la porosidad, la ecuación que resuelve ésta carta es $\phi = C_{SSP} \sqrt{\frac{R_m}{R_i}} \phi$.
- Es importante mencionar que el procedimiento anterior es recomendado cuando existe invasión, los estratos no son arcillosos y la relación $\frac{R_t}{R_m} \geq 20$.

2.4 Cálculo de R_t .

La correcta evaluación de la resistividad verdadera de la formación (R_t) es de importancia fundamental por que es el parámetro que indica, en forma cualitativa, si la capa puede contener hidrocarburos. Existe una relación empírica que corrige la medición de resistividad de la herramienta *normal larga* por efecto de invasión, es utilizada cuando no existe información disponible de la herramienta *lateral*, no tiene una justificación teórica pero llega a funcionar (lo que hace es corregir la medición por efecto de invasión), la relación es la siguiente:

$$R_t = \frac{(R_{\text{normal larga}})^2}{R_{\text{normal corta}}}. \quad (2.1a)$$

Cuando no hay invasión, todas las herramientas eléctricas medirán lo mismo y no es necesario ningún tipo de correcciones, siempre y cuando, el espesor de la capa sea muy grande, lo suficiente, para que no exista efecto de las capas vecinas en la medición de la resistividad. Una buena forma de verificar la calidad de los registros de las herramientas normales es que se cumplan las siguientes relaciones empíricas:

$$R_{\text{somera}} > R_{\text{media}} > R_{\text{profunda}} \text{ o}$$

$$R_{\text{somera}} < R_{\text{media}} < R_{\text{profunda}} \text{ o}$$

$$R_{\text{somera}} = R_{\text{media}} = R_{\text{profunda}}.$$

Si alguna de las tres opciones anteriores no se cumplen, es posible que las lecturas no sean correctas debido a efecto de espesor del estrato (capas delgadas) o, a que las curvas no están bien calibradas.

2.4.1 Lecturas de resistividad afectadas por el espesor del estrato y la resistividad del lodo

Si el espesor de la capa se aproxima o es menor que el espaciamiento AO o AM la lectura de resistividad no es confiable.

Si el espesor de una capa es menor que $4 AM$ en una herramienta normal, la resistividad leída será demasiado baja.

Si la resistividad del lodo es mucho menor que $1 [\Omega - m]$ las lecturas no pueden considerarse correctas.

2.5 Métodos de Interpretación en arenas arcillosas

Existen tres métodos que permiten calcular la porosidad y saturación de agua en secuencias de arenas arcillosas, que fueron utilizados previamente a la invención de

los registros de índice de porosidad (*Torres, Navarro, et. al., 1990*). Estos métodos son los siguientes: a) Método de las Montañas Rocallosas, b) Método Schlumberger y c) Método Halliburton.

Es preciso aclarar que los métodos que se describen a continuación han sido programados, para realizar las evaluaciones de las formaciones de interés, por el Instituto Mexicano del Petróleo.

2.5.1 Método de las Montañas Rocallosas

Este método fue desarrollado por Tixer en 1949. Parte de las ecuaciones propuestas por Archie:

$$F = \frac{1}{\Phi^m} \quad (2.2)$$

y

$$S_w = \left(\frac{R_0}{R_t} \right)^{\frac{1}{n}} \quad (2.3)$$

en donde por definición:

$$F = \frac{R_0}{R_w} \quad (2.4)$$

El valor de R_w se puede conocer a través de una muestra de agua o por medio del SP a través de la relación siguiente:

$$SSP = -K \log \frac{R_{mf}}{R_w} \quad (2.5)$$

donde R_{mf} es la resistividad del filtrado de lodo y el SSP es la máxima deflexión de potencial natural.

La ecuación 2.3 puede ser expresada de la forma siguiente:

$$R_t = \frac{FR_w}{S_w^n}, \quad (2.6)$$

cuando esta última expresión se aplica a la zona invadida por el filtrado de lodo, en rocas con hidrocarburos:

$$R_{xo} = \frac{FR_z}{S_{xo}^n} \quad (2.7)$$

en donde R_z es la resistividad del agua en la zona invadida, y, S_{xo} es la saturación total de agua en esa zona. De las expresiones anteriores, se tiene,

$$\frac{R_{xo}}{R_t} = \frac{\frac{FR_z}{S_{xo}^n}}{\frac{FR_w}{S_w^n}} = \frac{R_z}{R_w} \frac{S_w^n}{S_{xo}^n} \quad (2.8)$$

o bien,

$$\frac{S_w^n}{S_{xo}^n} = \frac{\frac{R_{xo}}{R_t}}{\frac{R_z}{R_w}} \quad (2.9)$$

Si la litología de la formación y la resistividad del agua en la zona invadida se suponen uniformes, entonces:

$$S_{xo} = \left(\frac{R_{oxo}}{R_{xo}} \right)^{\frac{1}{n}} \quad (2.10)$$

donde R_{oxo} es la resistividad de la zona invadida en la parte 100% invadida con agua de la formación. Para el caso especial de la región de las montañas rocallosas, la relación entre S_w y la S_{xo} se encontró que el valor para n es igual a 2,

$$S_{xo} = (S_w)^{\frac{1}{2}}, \quad (2.11)$$

esta relación puede cambiar dependiendo del yacimiento, por tanto, en general, se

puede escribir:

$$S_{xo} = (S_w)^{\frac{1}{x}}, \quad (2.12)$$

substituyendo 2.10 en la ecuación 2.8:

$$\frac{S_w^n}{\left(S_w^{\frac{1}{x}}\right)^n} = \frac{\frac{R_{xo}}{R_t}}{\frac{R_z}{R_w}}, \quad (2.13)$$

para el caso del área de las montañas rocallosas, $x = n = 2$, se tiene,

$$S_w = \frac{\frac{R_{xo}}{R_t}}{\frac{R_z}{R_w}} \quad (2.14)$$

ésta sería la ecuación a usarse, pero se desconoce el valor de R_z .

Si se designa por z la relación del volumen de agua de formación al volumen total de agua en los poros, se puede establecer la siguiente relación empírica:

$$\frac{R_z}{R_w} = \frac{\frac{R_{mf}}{R_w}}{(1-z) + z\frac{R_{mf}}{R_w}}. \quad (2.15)$$

En esta expresión se puede notar que si $z = 0$, es decir, si no quedó agua de formación en la zona invadida, $R_z/R_w = R_{mf}/R_w$, en otras palabras, $R_z = R_{mf}$, substituyendo 2.15 en 2.14:

$$S_w = \frac{\frac{R_{xo}}{R_t} \left[(1-z) + z\frac{R_{mf}}{R_w} \right]}{\frac{R_{mf}}{R_w}} \quad (2.16)$$

que es la expresión de las Montañas Rocallosas. Una expresión más general es obtenida al sustituir 2.15 en 2.13, con lo cual se corrige a S_w por efecto de hidro-

carburos residuales en la zona invadida por el filtrado de lodo:

$$S_w = \left\{ \frac{\frac{R_{zo}}{R_t} \left[(1-z) + z \frac{R_{mf}}{R_w} \right]}{\frac{R_{mf}}{R_w}} \right\}^{\frac{z}{n\alpha - n}} \quad (2.17)$$

La porosidad puede ser calculada substituyendo R_o despejada de 2.3 en 2.4, se obtiene:

$$F = \frac{R_t S_w^n}{R_w} \quad (2.18)$$

De datos experimentales, se ha propuesto:

$$\Phi = a^{\frac{1}{m_H}} F^{-\left(\frac{1}{m_H}\right)} \quad (2.19)$$

Gómez Rivero (1976), propuso:

$$m_H = A - B \log a, \quad (2.20)$$

la ecuación 2.19 se convierte en:

$$\Phi = 10^{\frac{A-m_H}{B m_H}} F^{-\left(\frac{1}{m_H}\right)} \quad (2.21)$$

con los valores estadísticos de A y B siguientes (propuestos de datos experimentales):

| Tipo de Roca | A | B |
|--------------|-----|------|
| Arenas | 1.8 | 1.29 |
| Carbonatos | 2.0 | 0.87 |

Este método no considera corrección por efecto de lutita o arcilla, sólo se aplica en formaciones limpias. Como en su desarrollo no interviene el tipo de litología (la

condición es que la roca no contenga arcilla), se puede aplicar igualmente a rocas de yacimiento de arenas o carbonatos.

2.5.2 Método Schlumberger

Este método fue desarrollado por Poupon en 1954. El modelo de interpretación se basa en que la arena arcillosa está constituida por pequeñas capas alternadas de arena limpia y lutitas. En consecuencia, la saturación de agua congénita y la porosidad computadas con este modelo, se refieren a las que poseen las intercalaciones de arena limpia. Para el caso de rocas arenosas invadidas 100% con agua de formación, se tiene la relación empírica:

$$PSP = -K \log \frac{R_{oxo}}{R_o} \quad (2.22)$$

La ecuación de saturación de agua se basa, en una ecuación propuesta por Henry Doll en 1950 para arenas arcillosas con hidrocarburos:

$$\alpha = \frac{\log \frac{R_t}{R_{xo}}}{\log \frac{R_{m}}{R_{mf}} + n \log \frac{S_{xo}}{S_w}} \quad (2.23)$$

α se define como:

$$\alpha = \frac{PSP}{SSP} \quad (2.24)$$

donde SSP es la deflexión máxima de curva de SP en una arena limpia y el PSP es la máxima deflexión de la curva del potencial natural en una arena arcillosa. La ecuación 2.22 se puede convertir en:

$$PSP = -K \log_{10} \frac{R_{xo}}{R_t} - n\alpha K \log_{10} \frac{S_{xo}}{S_w} \quad (2.25)$$

de la cual se obtiene:

$$S_w = S_{xo} 10^{\frac{SSP}{nK}} \left(\frac{R_{xo}}{R_t} \right)^{\frac{SSP}{nPSF}}, \quad (2.26)$$

donde n , es el exponente de saturación de Archie. S_{xo} , está expresada por la ecuación 2.12. Introduciendo su valor en la ecuación 2.26, se obtiene la siguiente expresión más general:

$$S_w = \left[10^{\frac{SSP}{nK}} \left(\frac{R_{xo}}{R_t} \right)^{\frac{SSP}{nPSF}} \right]^{\frac{x}{x-1}} \quad (2.27)$$

que es la saturación de agua en las capas laminares de arena.

La expresión para el cálculo de la porosidad se obtiene a partir de la relación de Archie generalizada:

$$\Phi^m = a \frac{R_w}{R_o} = \frac{a}{F} \quad (2.28)$$

de las ecuaciones anteriores se tiene:

$$R_o = \frac{R_{oxo}}{10^{-\frac{PSF}{K}}} \quad (2.29)$$

y

$$R_w = \frac{R_{mf}}{10^{-\frac{SSP}{K}}} \quad (2.30)$$

sustituyendo en la ecuación 2.27:

$$\Phi = \frac{1}{S_{xo}} \left[a \frac{R_{mf}}{R_{xo}} 10^{\frac{SSP(1-\alpha)}{K}} \right]^{\frac{1}{mH}} \quad (2.31)$$

En la última expresión se ha sustituido a R_{oxo} de la arena 100% invadida de agua

salada por R_{xo} , de la arena con hidrocarburos. Sin embargo, S_{xo} corrige por efecto de hidrocarburos residuales en la zona invadida. Introduciendo en 2.30 la relación 2.19, se tiene finalmente:

$$\Phi = \frac{1}{S_{xo}} 10^{\frac{A-m_H}{B_m H}} \left[\frac{R_{mf}}{R_{xo}} 10^{\frac{SSP(1-\alpha)}{K}} \right]^{\frac{1}{m_H}} \quad (2.32)$$

las dos últimas expresiones dan la porosidad en capas laminares de arena.

El contenido de lutita y la porosidad efectiva puede ser calculado con el siguiente procedimiento. El valor de α en función del contenido de lutita p , es expresado,

$$\alpha = \frac{\log \frac{R_t}{R_{xo}}}{\log \left[\frac{\frac{R_t}{R_{xo}} - p \frac{R_t}{R_{sh}}}{1 - p \frac{R_t}{R_{sh}}} \right]} \quad (2.33)$$

de ésta se obtiene:

$$p = \frac{\left(\frac{R_t}{R_{xo}} \right)^{\frac{1}{\alpha} - 1} - 1}{\frac{R_{xo}}{R_{sh}} \left[\left(\frac{R_t}{R_{xo}} \right)^{\frac{1}{\alpha}} - 1 \right]} \quad (2.34)$$

Finalmente, la porosidad total efectiva, descontando la fracción p , que representan las intercalaciones de lutita, se obtiene por medio de:

$$\Phi_e = \Phi (1 - p) \quad (2.35)$$

2.5.3 Método Halliburton

Este método fue desarrollado por White en 1954. Es un modelo aplicable al caso de arenas que contienen arcilla en forma dispersa. Para la saturación de agua. se parte de la ecuación obtenida por Perkins en 1954, similar a la ecuación 2.22:

$$PSP = K \log \frac{R_{oxo}}{R_o}, \quad (2.36)$$

para arenas invadidas de agua salada se obtiene:

$$R_o = R_t S_w^n \quad (2.37)$$

$$R_{oxo} = R_{xo} S_{xo}^n. \quad (2.38)$$

Substituyendo 2.37 y 2.38 en 2.36 y despejando S_w , se obtiene:

$$S_w = \frac{S_{xo} \left(\frac{R_{xo}}{R_t} \right)^{\frac{1}{n}}}{10^{\frac{PSP}{nK}}} \quad (2.39)$$

al sustituir en la última ecuación a S_{xo} por el valor dado anteriormente queda finalmente

$$S_w = \left[\frac{\left(\frac{R_{xo}}{R_t} \right)^{\frac{1}{n}}}{10^{\frac{PSP}{nK}}} \right]^{\frac{n}{n-1}} \quad (2.40)$$

donde

$$K = 64 + 0.23T \quad (2.41)$$

con T dado en $^{\circ}C$.

El cálculo de la porosidad se realiza partiendo de la ecuación 2.4 aplicada a una arena arcillosa invadida de agua salada de la formación:

$$R_o = F_a R_w \quad (2.42)$$

donde F_a es un factor de resistividad aparente, puesto que se trata de una arena arcillosa. De la misma manera, para la zona invadida por el filtrado de lodo de la misma arena, se tiene:

$$R_{oxo} = F_{axo} R_{mf} \quad (2.43)$$

substituyendo las últimas dos expresiones en 2.36:

$$PSP = K \log \left(\frac{F_{axo} R_{mf}}{F_a R_w} \right) \quad (2.44)$$

restando la última expresión al potencial medido en la arena arcillosa queda:

$$SSP - PSP = K \log \frac{F_a}{F_{axo}}. \quad (2.45)$$

Por otra parte, de acuerdo a resultados experimentales:

$$\frac{F - F_{axo}}{F - F_a} = \left(\frac{R_{oxo}}{R_o} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (2.46)$$

eliminando a F_a de las ecuaciones anteriores:

$$F = \frac{F_{axo} - F_{axo} 10^{\frac{SSP - PSP}{K}} \left(\frac{R_{oxo}}{R_o} \right)^{\frac{1}{2}}}{1 - \left(\frac{R_{oxo}}{R_o} \right)^{\frac{1}{2}}} \quad (2.47)$$

por otra parte, de la expresión 2.36 se obtiene:

$$\frac{R_{oxo}}{R_o} = 10^{\frac{PSP}{K}}$$

de donde:

$$\left(\frac{R_{oxo}}{R_o}\right)^{\frac{1}{2}} = 10^{\frac{PSP}{2K}}. \quad (2.48)$$

Sustituyendo 2.48 en 2.47, para zonas invadidas de agua salada, queda:

$$F = F_{axo} \frac{1 - 10^{\frac{2SSP-PSP}{2K}}}{1 - 10^{\frac{PSP}{2K}}} \quad (2.49)$$

en zonas con hidrocarburos:

$$F = \frac{F_{xo}}{S_{xo}} \frac{1 - 10^{\frac{2SSP-PSP}{2K}}}{1 - 10^{\frac{PSP}{2K}}} \quad (2.50)$$

donde:

$$F_{xo} = \frac{R_{xo}}{R_{mf}} \quad (2.51)$$

S_{xo} , se obtiene de 2.12. Finalmente, se calcula ϕ de 2.21:

$$\Phi = 10^{\frac{a-m_H}{Bm_H}} F^{-\left(\frac{1}{m_H}\right)}. \quad (2.52)$$

Hay que notar que en el presente desarrollo no se toma en cuenta el signo del SP . En los cálculos debe tomarse el valor absoluto del potencial natural.

Capítulo 3

SISTEMA INVERLOG

El sistema *INVERLOG* fué desarrollado en el Instituto Mexicano del Petróleo por el Grupo Mexicano de Procesamiento de Registros de Pozos. Posteriormente, se ha trabajado para afinarlo, se han mejorado los tiempos de cálculo para la inversión y se han realizado otras aplicaciones a las originalmente planteadas, como la modelación de las herramientas de inducción. La finalidad del sistema es encontrar un modelo ‘correcto’ de tierra, basado en la medición de resistividad aparente proveniente de las herramientas eléctricas de pozo.

El presente trabajo aporta una nueva forma de procesamiento de las herramientas convencionales, lo que permite que el modelo sea lo más cercano a la realidad.

El sistema *INVERLOG* realiza la modelación de las herramientas y aplica el proceso de inversión para calcular los parámetros correctos del medio que permiten obtener la curva de campo. Para realizar la modelación de las herramientas eléctricas hay que obtener ciertas ecuaciones que sirvan como ‘modeladoras’ de las curvas sintéticas que se comparan con las de campo.

3.1 Modelación de las Herramientas Eléctricas

La modelación geofísica es el proceso en el cual se pretende obtener una curva de resistividad, conocidos los parámetros del subsuelo. Para el caso de las herramientas eléctricas del pozo, los parámetros que se deben conocer son la resistividad del medio, resistividad del lodo, espesor de los estratos, radio del pozo, diámetro de invasión del filtrado de lodo dentro de la formación, parámetros de anisotropía (resistividad

horizontal y vertical). Las ecuaciones se obtienen a partir de lo que se conoce como el planteamiento del problema de valores a la frontera.

3.1.1 Planteamiento del Problema de Valores a la Frontera

Supongamos que se tiene un electrodo puntual en un medio uniforme (homogéneo e isótropo) y que es el centro de un sistema de coordenadas esféricas (ρ, ϕ, θ) . El potencial eléctrico se define como:

$$E = -\nabla U \quad (3.1)$$

Al considerar el medio uniforme, se tiene simetría en todas direcciones, por tanto no hay variación del potencial en las direcciones de ϕ y θ . El potencial eléctrico obedece la ecuación de Laplace

$$\nabla^2 U = 0, \quad (3.2)$$

en coordenadas esféricas puede escribirse como:

$$\frac{d^2 U}{d\rho^2} + \frac{2}{\rho} \frac{dU}{d\rho} = 0 \quad (3.3)$$

para que la segunda derivada sea cero, la solución debe ser un polinomio de 1^{er} orden.

$$\rho U = C + \rho D \quad (3.4)$$

ó

$$U = \frac{C}{\rho} + D. \quad (3.5)$$

Existen dos fronteras muy claras, una se localiza en el infinito y la otra es muy cercana a la fuente. Para la primera de ellas se tiene,

$$\lim_{\rho \rightarrow \infty} U = D = 0,$$

por tanto,

$$U = \frac{C}{\rho} \quad (3.6)$$

entonces, de la definición de potencial eléctrico,

$$E = -\nabla U = \frac{C}{\rho^2} \quad (3.7)$$

pero muy cerca de la fuente,

$$E = \frac{RI}{4\pi\rho^2} \Rightarrow C = \frac{RI}{4\pi}, \quad (3.8)$$

por tanto, el potencial eléctrico para un medio uniforme es:

$$U = \frac{RI}{4\pi\rho} \quad (3.9)$$

3.1.2 Condiciones de Frontera para los Casos de Cilindros y Capas Planas

La figura 3.1 muestra las geometrías para el caso de cilindros (modelan el efecto de pozo y zonas de invasión) y para el caso de capas planas (simulan el efecto de los estratos horizontales).

Las condiciones de frontera para cada una de las configuraciones mostradas en

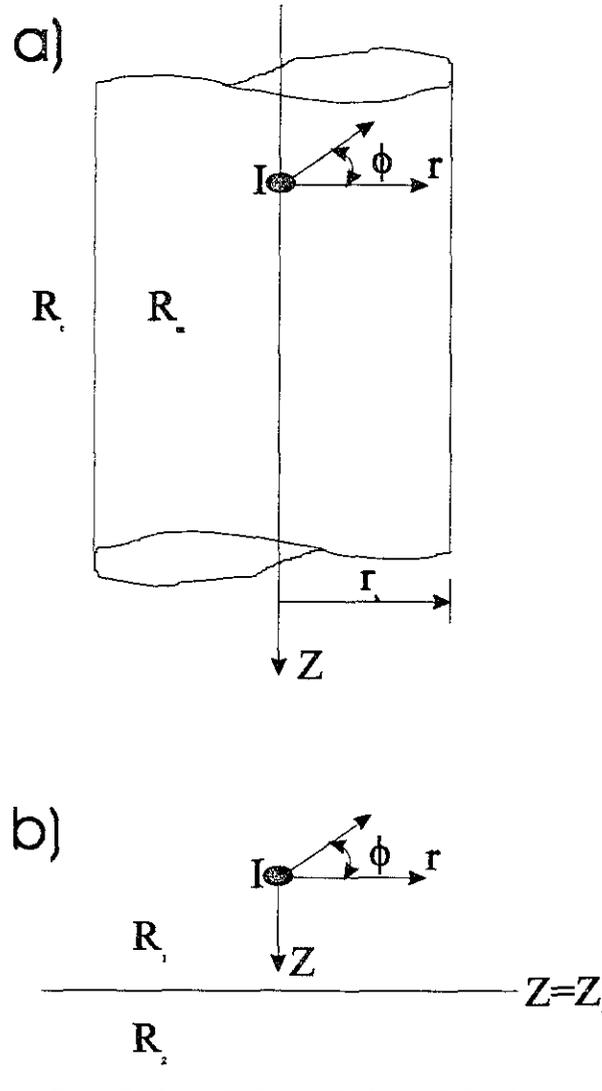


FIG. 3.1. Representación de los modelos en 1D para la modelación de las herramientas eléctricas.

la figura 3.1 son las que siguen (*Anguiano Rojas, 1998*):

| Cilindro | Capas planas |
|--|--|
| $\lim_{\sqrt{r^2+z^2} \rightarrow \infty} U = 0$ | $\lim_{\sqrt{r^2+z^2} \rightarrow \infty} U = 0$ |
| $\lim_{\sqrt{r^2+z^2} \rightarrow 0} U = \frac{R_m I}{4\pi\sqrt{r^2+z^2}}$ | $\lim_{\sqrt{r^2+z^2} \rightarrow 0} U = \frac{R_1 I}{4\pi\sqrt{r^2+z^2}}$ |
| $U_m = U_t$ para $r = r_h$ | $U_1 = U_2$ para $z = z_1$ |
| $\frac{1}{R_m} \frac{\partial U}{\partial r} = \frac{1}{R_t} \frac{\partial U}{\partial r}$ para $r = r_h$ | $\frac{1}{R_1} \frac{\partial U}{\partial z} = \frac{1}{R_2} \frac{\partial U}{\partial z}$ para $z = z_1$ |

3.1.3 Ecuaciones que Modelan las Herramientas Eléctricas en Medios Isótropos

Aplicando las condiciones de frontera a la ecuación de Laplace (ecuación 3.2), y resolviendo la ecuación diferencial usando coordenadas cilíndricas, mediante el método de separación de variables se obtienen las soluciones expresadas por las ecuaciones 3.10 y 3.11 para el caso de geometría cilíndrica para las herramientas normales y lateral.

Considerando una serie de cilindros coaxiales (que modelan el pozo y las zonas de invasión), se tiene que la resistividad aparente para las herramientas normal y lateral son, respectivamente (*Anguiano Rojas, 1998*):

$$R_a^u (R_m, \alpha, \mu) = R_m \left[1 + \frac{2}{\pi} \alpha \int_0^\infty \frac{(\mu - 1) x K_0(x) K_1(x)}{(\mu - 1) x K_0(x) I_1(x) + 1} \cos \alpha x dx \right], \quad (3.10)$$

$$R_a^E (R_m, \alpha, \mu) = R_m \left[1 + \frac{2}{\pi} \alpha^2 \int_0^\infty \frac{(\mu - 1) x^2 K_0(x) K_1(x)}{(\mu - 1) x K_0(x) I_1(x) + 1} \sin \alpha x dx \right] \quad (3.11)$$

donde,

$$\mu = \frac{R_t}{R_m}$$

$$\alpha = \frac{z}{r_h}$$

K_0, I_0 son las funciones modificadas de Bessel de orden cero y de primer y de segundo tipos

K_1, I_1 son las funciones modificadas de Bessel de orden uno y de primer y de segundo tipos

R_m es la resistividad del lodo

R_t es la resistividad verdadera de la formación

r_h es el radio del pozo

z es la distancia entre electrodos, los superíndices U y E significan potencial y gradientes respectivamente.

Para el caso de las capas planas, en medios isótropos, se tiene que las ecuaciones a resolver para las herramientas normal y lateral respectivamente, son:

$$R_a^u = R_0 \left\{ 1 + L \int_0^{\infty} [A_{i\lambda} \exp \lambda L + B_{i\lambda} \exp -\lambda L] d\lambda \right\} \quad (3.12)$$

$$R_a^E = R_0 \left\{ 1 + K \int_0^{\infty} \left[\begin{array}{l} A_{i\lambda} \exp \lambda AM + B_{i\lambda} \exp -\lambda AM + \\ -A_{j\lambda} \exp \lambda AN - B_{j\lambda} \exp -\lambda AN \end{array} \right] d\lambda \right\} \quad (3.13)$$

donde M está en la capa i y el electrodo N en la capa j .

Las ecuaciones a las que se hacen referencia fueron resueltas en el sistema *IN-VERLOG* para encontrar solución al problema en 1D. El caso más complejo de 2D ha sido tratado por el método de Diferencias Finitas.

3.1.4 Método de Diferencias Finitas

El modelo geoelectrico que se propone consiste de variaciones vertical y radial de la resistividad eléctrica. Las variaciones verticales representan capas horizontales, mientras que las variaciones radiales simulan las zonas invadida y virgen alrededor del pozo.

Supongamos que se rodea un electrodo de corriente con una superficie cerrada, entonces el flujo de corriente a través de esta superficie está dada por:

$$\oint_s \mathbf{J} \cdot d\mathbf{s} = - \int_v \frac{\partial \delta^{ext}}{\partial t} dv, \quad (3.14)$$

donde \mathbf{J} es el vector densidad de corriente, δ^{ext} es la densidad volumétrica de carga de la fuente, s es la superficie que rodea el electrodo de corriente y v es el volumen del electrodo.

Utilizando el teorema de Gauss,

$$\int_v \nabla \cdot \mathbf{J} dv = - \int_v \frac{\partial \delta^{ext}}{\partial t} dv \quad (3.15)$$

y debido a que la superficie que envuelve el electrodo puede ser arbitraria, entonces,

$$\nabla \cdot \mathbf{J} = - \frac{\partial \delta^{ext}}{\partial t}.$$

Usando la ley de Ohm,

$$\nabla \cdot (\sigma \mathbf{E}) = - \frac{\partial \delta^{ext}}{\partial t}$$

y partiendo de las ecuaciones de campo se tiene que

$$\nabla \times \mathbf{E} = 0,$$

implicando que:

$$\mathbf{E} = -\nabla U,$$

donde U es el potencial escalar. Entonces,

$$\nabla \cdot (\sigma \nabla U) = -\frac{\partial \delta^{ext}}{\partial t}, \quad (3.16)$$

la ecuación 3.16 es llamada *ecuación de continuidad* y puede ser expresada como

$$\nabla \cdot (\sigma \nabla U) + i^{ext} = 0 \quad (3.17)$$

donde σ es la conductividad del medio en $[\Omega^{-1}m^{-1}]$, U es el potencial eléctrico medido en $[V]$ y i^{ext} es la magnitud de la corriente eléctrica por unidad de volumen en $[A \cdot m^{-3}]$.

Dada la geometría y la simetría axial, la ecuación 3.17 puede ser expresada en coordenadas cilíndricas como:

$$\frac{\partial}{\partial r} \left(\sigma \frac{\partial U}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\sigma \frac{\partial U}{\partial z} \right) + \frac{\sigma}{r} \left(\frac{\partial U}{\partial r} \right) = \delta i^{ext} \quad (3.18)$$

donde $\sigma = \sigma(r, z)$ es la conductividad eléctrica y $U = U(r, z)$ es el potencial eléctrico.

La ecuación anterior debe satisfacer tres condiciones de frontera,

- Simetría axial alrededor del eje z .

$$\frac{\partial U}{\partial r} \Big|_{r=0} = 0 \quad (3.19)$$

excepto en la fuente.

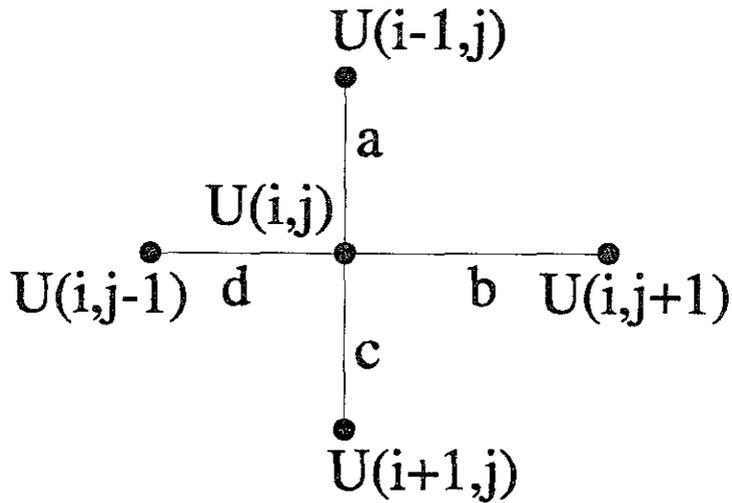


FIG. 3.2. Esquema de diferencias finitas.

- A grandes distancias de la fuente, el potencial se aproxima a cero,

$$\lim_{r,z \rightarrow \infty} U(r,z) = 0. \quad (3.20)$$

El tercer término de la ecuación 3.18 para $r = 0$ puede ser obtenido expandiendo en series de Taylor,

$$\left[\frac{1}{r} \left(\frac{\partial U}{\partial r} \right) \right]_{r=0} = \frac{\partial^2 U}{\partial r^2}. \quad (3.21)$$

El esquema de diferencias finitas de orden más bajo permite transformar la ecuación de continuidad en una red eléctrica análoga, que puede ser representada por fuentes eléctricas y resistores. La figura 3.2 muestra el esquema de diferencias usado.

Para utilizar el método de diferencias finitas, es necesario discretizar el medio de forma tal que la malla sea más cerrada cerca del eje del pozo y, más abierta cuando se aleja de éste.

Algunos autores han propuesto una progresión geométrica como la siguiente:

$$r(j) = \frac{\Delta r(1)(\alpha^j - 1)}{\alpha - 1}; j = 0, \dots, j_{\max}; \alpha > 1, \quad (3.22)$$

donde $\Delta r(1)$ es el primer incremento radial, y α es el coeficiente para la progresión geométrica (los valores que se utilizan en el sistema *INVERLOG* varía entre 1.05 y 1.21). Si $\alpha = 1.1$, $r(0) = 0$, $r(1) = \Delta r(1)$ y $r(2) = 2\Delta r(1)$.

Lo mismo aplica para la coordenada vertical,

$$z(i) = \text{sgn}(i - i_0) \frac{\Delta z(i_0)(\beta^{|i-i_0|} - 1)}{\beta - 1}; i = 1, \dots, i_{\max}; \beta > 1 \quad (3.23)$$

donde $\Delta z(i_0)$ es el incremento vertical más pequeño, β es la relación de expansión para la dirección axial. La figura 3.3 ilustra la malla usada donde hay que notar que, como el modelo tiene simetría axial, sólo se necesita discretizar la mitad y que la discretización es simétrica arriba y abajo del renglón i_0 .

El cálculo de las derivadas se realiza por medio de diferencias centrales,

$$\begin{aligned} \frac{\partial U}{\partial r} \Big|_{r(i)+\frac{b}{2}} &\approx \frac{U(i, j+1) - U(i, j)}{b} \\ \frac{\partial U}{\partial r} \Big|_{r(i)-\frac{d}{2}} &\approx \frac{U(i, j) - U(i, j-1)}{d} \\ \frac{\partial^2 U}{\partial r^2} \Big|_{r(i)} &\approx \frac{\frac{U(i, j+1) - U(i, j)}{b} - \frac{U(i, j) - U(i, j-1)}{d}}{\frac{b+d}{2}} \end{aligned}$$

siguiendo el razonamiento anterior, la ecuación 3.18 puede ser reescrita como:

$$\frac{2}{b+d} \left[\frac{U(i, j+1) - U(i, j)}{R(i, j + \frac{b}{2})b} - \frac{U(i, j) - U(i, j-1)}{R(i, j - \frac{d}{2})d} \right] + \quad (3.24)$$

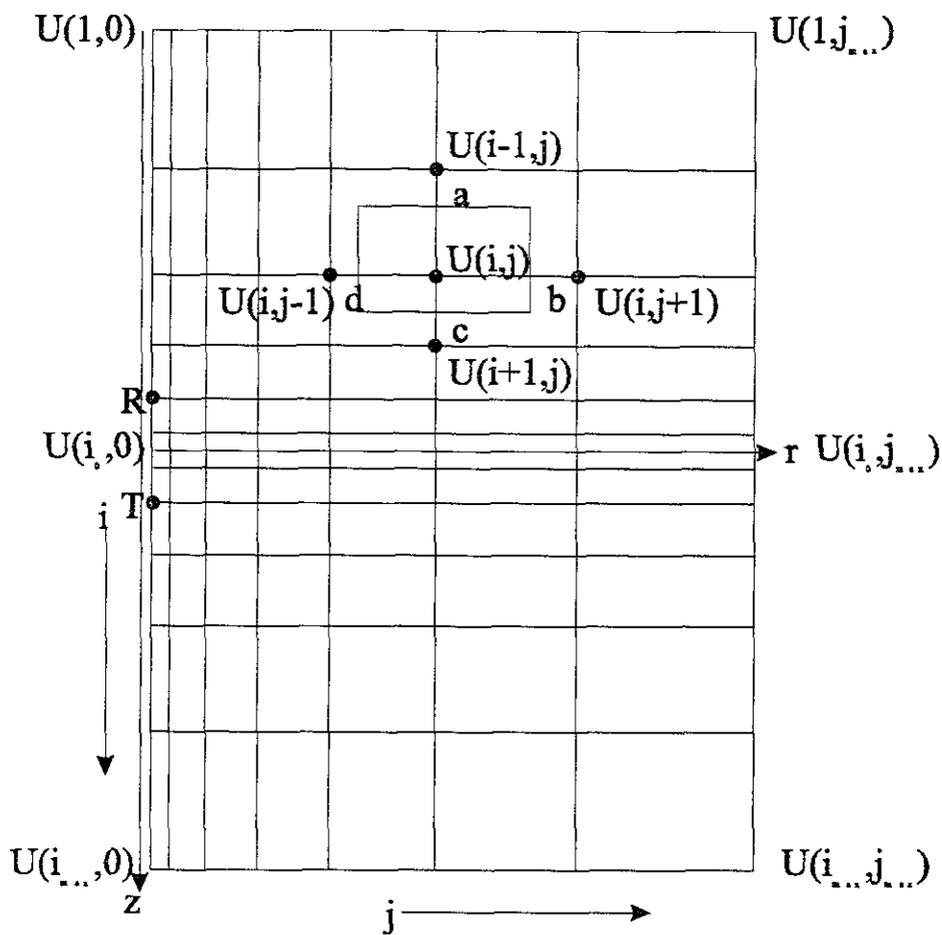


FIG. 3.3. Malla propuesta para la solución de la modelación por el método de diferencias finitas.

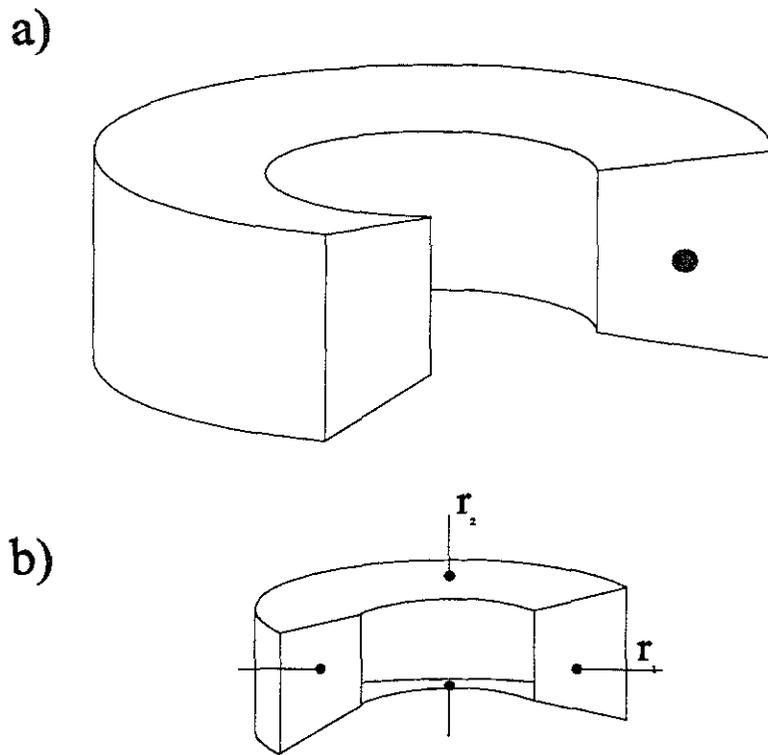


FIG. 3.4. Representación de los nodos para la malla de diferencias finitas.

$$\begin{aligned}
 & + \frac{2}{a+c} \left[\frac{U(i+1, j) - U(i, j)}{R(i + \frac{c}{2}, j)c} - \frac{U(i, j) - U(i-1, j)}{R(i - \frac{a}{2}, j)a} \right] + \\
 & + \frac{U(i, j+1) - U(i, j-1)}{r(i, j)R(i, j)(b+d)} \\
 & = \delta i^{ext}
 \end{aligned}$$

donde $\delta = \begin{cases} 0 & \text{donde no hay electrodo de corriente} \\ 1 & \text{donde se localiza el electrodo de corriente} \end{cases}$,

$R(i, j) = 1/\sigma(i, j)$ es la resistividad y el término

i^{ext} es la corriente por unidad de volumen que se inyecta por el electrodo (por eso se denomina externa).

En realidad, cada nodo de la malla es un toroide como el que se muestra en la

figura 3.4a. La figura 3.4b esquematiza que cada diferencial del toroide representa una resistencia. Los valores r_1 y r_2 son diferentes aunque la resistividad sea la misma, ésto es debido, a la geometría del problema.

El área rectangular bajo consideración (figura 3.4b) debe ser rotada un ángulo de 2π alrededor del eje de simetría. El volumen de este anillo es

$$V(i, j) = 2\pi r(i, j) \left(\frac{b+d}{2}\right) \left(\frac{a+c}{2}\right) = \frac{\pi r(i, j)}{2} (a+c)(b+d),$$

la ecuación 3.24 debe ser multiplicada por el volumen del anillo convirtiéndose en:

$$\begin{aligned} & \frac{U(i-1, j) - U(i, j)}{R_a} + \frac{U(i, j+1) - U(i, j)}{R_b} + \\ & + \frac{U(i+1, j) - U(i, j)}{R_c} + \frac{U(i, j-1) - U(i, j)}{R_d} + I^{ext}(i, j) \\ & = 0 \end{aligned} \quad (3.25)$$

donde

$$R_a = \frac{R(i-a/2, j)}{\pi r(i, j)} \frac{a}{b+d}, \quad (3.26)$$

$$R_b = \frac{1}{\pi(a+c)} \left[\frac{r(i, j)}{R(i, j+b/2)} \frac{1}{b} + \frac{1}{2R(i, j)} \right]^{-1}, \quad (3.27)$$

$$R_c = \frac{R(i+c/2, j)}{\pi r(i, j)} \frac{c}{b+d}, \quad (3.28)$$

$$R_d = \frac{1}{\pi(a+c)} \left[\frac{r(i, j)}{R(i, j-d/2)} \frac{1}{d} - \frac{1}{2R(i, j)} \right]^{-1}, \quad (3.29)$$

$$I^{ext}(i, j) \doteq 2\pi r(i, j) i^{ext}(i, j) \left(\frac{a+c}{2}\right) \left(\frac{b+d}{2}\right). \quad (3.30)$$

R_a , R_b , R_c y R_d están referidos a los coeficientes de resistencias y I^{ext} es la cantidad total de corriente que entra por el electrodo fuente.

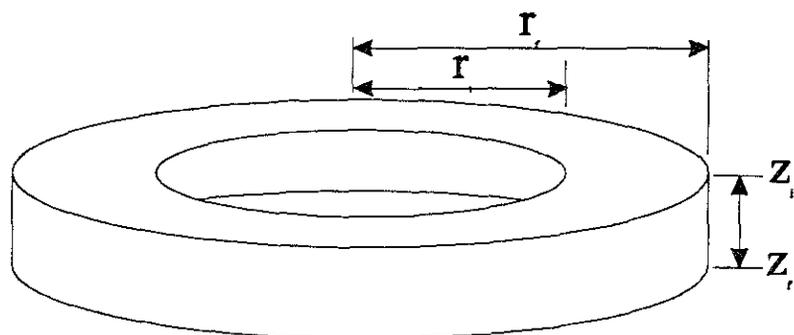


FIG. 3.5. Anillo conductor con resistividad R .

La expresión 3.25 es la primera Ley de Kirchoff para circuitos eléctricos que puede ser convertida en una malla de resistencias mediante el siguiente desarrollo. La figura 3.5 muestra un anillo conductor de cierto material con una resistividad R constante.

La resistencia del disco para flujo radial puede ser evaluado como:

$$R_r = \int_{r_i}^{r_f} \frac{Rdl}{A} = \int_{r_i}^{r_f} \frac{Rdr}{2\pi\Delta z r} = \frac{R}{2\pi(z_f - z_i)} \ln\left(\frac{r_f}{r_i}\right), \quad (3.31)$$

y para el flujo vertical de corriente es:

$$R_v = \int_{z_i}^{z_f} \frac{Rdl}{A} = \int_{z_i}^{z_f} \frac{Rdz}{\pi(r_f^2 - r_i^2)} = \frac{R(z_f - z_i)}{\pi(r_f^2 - r_i^2)}. \quad (3.32)$$

Usando las dos ecuaciones anteriores se puede calcular cualquier resistencia entre los nodos de la malla. La figura 3.6 muestra 5 punto vecinos en el sistema bajo

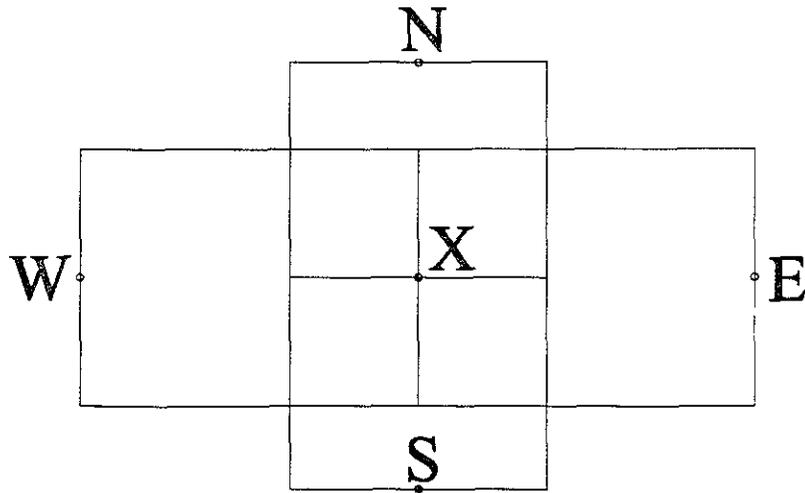


FIG. 3.6. Nodos vecinos de la malla en los sentidos radial y vertical.

consideración. La resistencia radial entre los nodos W y X es:

$$R_d = R_{r_{wx}} = \frac{R_w}{2\pi \left(\frac{a+c}{2}\right)} \ln \left(\frac{r_x}{r_w}\right), \quad (3.33)$$

para la resistencia entre los nodos X y E ,

$$R_b = R_{r_{xe}} = \frac{R_e}{2\pi \left(\frac{a+c}{2}\right)} \ln \left(\frac{r_e}{r_x}\right). \quad (3.34)$$

Para el caso vertical, la resistencia entre los nodos X y N es:

$$R_a = R_{v_{nx}} = \frac{aR_n}{2\pi \left[(r_x + b/2)^2 - (r_x - d/2)^2 \right]} \quad (3.35)$$

y la resistencia para el para el flujo eléctrico entre los nodos X y S puede ser obtenido

como:

$$R_c = R_{v_{zs}} = \frac{cR_s}{2\pi [(r_x + b/2)^2 - (r_x - d/2)^2]}. \quad (3.36)$$

La expresión 3.25 puede ser reescrita como lo indica la expresión 3.37. Diferencias finitas toma en cuenta la propiedad en puntos de la malla y el circuito eléctrico toma en cuenta la propiedad en el volumen total de la malla.

$$\begin{aligned} & U(i, j) \left[\frac{1}{R_a} + \frac{1}{R_b} + \frac{1}{R_c} + \frac{1}{R_d} \right] + \\ & - \frac{U(i-1, j)}{R_a} - \frac{U(i, j+1)}{R_b} + \\ & - \frac{U(i+1, j)}{R_c} - \frac{U(i, j-1)}{R_d} \\ & = I_{i,j} \end{aligned} \quad (3.37)$$

Esta última expresión genera un sistema de ecuaciones lineales del tipo:

$$Gu = i,$$

donde G es la matriz de coeficientes, u es el vector de potenciales y i es el vector que incluye a la fuente. El orden de la matriz G es $(j_{\max} + 1)(i_{\max}) \times (j_{\max} + 1)(i_{\max})$ y los vectores u y i son del orden $(1) \times (j_{\max} + 1)(i_{\max})$. La estructura de G es de una matriz pentadia-gonal.

Se ha demostrado que la matriz G es simétrica y todos los valores de la diagonal son positivas y se tiene que la matriz es diagonal dominante, por tanto, la matriz es positiva definida:

$$u^T Gu > 0. \quad (3.38)$$

Entonces, G es una matriz simétrica, pentadiagonal cuyos elementos dependen de

los parámetros de la formación (resistividades, espesor de las capas, radio de invasión, radio del pozo, etc.)

3.1.5 MODELACION DE LAS HERRAMIENTAS ELECTRICAS EN MEDIOS ANISOTROPOS

Cuando se modela la anisotropía, la ecuación de potencial en el pozo, expresado en términos de las funciones modificadas de Bessel, es la siguiente (*Kunz and Moran, 1958*):

$$V_m(\rho, z) = \frac{IR_m}{4\pi} \left[\frac{1}{R} + \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} A(x) I_0\left(\frac{xp}{a}\right) \cos\left(\frac{xp}{a}\right) \cos\left(\frac{xz}{a}\right) \frac{dx}{a} \right], \quad (3.39)$$

donde

$$A(x) = \frac{K_0\left(\frac{x}{\lambda}\right) K_1(x) - \frac{Rm}{\lambda} K_1\left(\frac{x}{\lambda}\right) K_0(x)}{K_0\left(\frac{x}{\lambda}\right) I_1(x) - \frac{Rm}{\lambda R} K_1\left(\frac{x}{\lambda}\right) I_0(x)}$$

ρ es la distancia dada en coordenadas cilíndricas

$$R = \sqrt{R_v * R_H}$$

$$\lambda = \sqrt{\frac{R_v}{R_H}}$$

La resistividad aparente para el dispositivo normal en un medio anisotrópico está dada por la siguiente ecuación:

$$R_a = \frac{4\pi z}{I} V(0, z).$$

Calcular el potencial entre dos semiespacios anisotrópicos, sin considerar el pozo. dependen de la posición de los electrodos (fig 3.7). El valor del potencial está dado

por las siguientes expresiones:

$$V = \frac{IR_1}{4\pi\lambda_1} \left[\frac{1}{|z|} + \frac{R_2 - R_1}{R_2 + R_1} \left(\frac{1}{|2L - z|} \right) \right] \quad (3.40)$$

para los electrodos A y M (figura 2.2) en el medio 1, donde L es la distancia del electrodo de corriente al límite de los semiespacios, z es el espaciamiento de las herramientas, R es la resistividad media en cada medio, λ es la anisotropía en cada medio e I es la corriente.

$$V = \frac{I}{4\pi} * \frac{2R_1R_2}{R_1 + R_2} \left[\frac{1}{|\lambda_1L + \lambda_2(z - l)|} \right] \quad (3.41)$$

para A en el medio 1 y M en el medio 2.

$$V = \frac{IR_2}{4\pi\lambda_2} \left[\frac{1}{|z|} + \frac{R_1 - R_2}{R_1 + R_2} \left(\frac{1}{|2L + z|} \right) \right] \quad (3.42)$$

para A y M en el medio 2.

La figura 3.7 muestra las curvas de potencial calculadas con las expresiones 3.40, 3.41 y 3.42. Se muestran tres curvas que tienen la misma forma, pero que en escala logarítmica están desplazadas una distancia constante (tmp , $tmp1$ y $tmp2$). El desplazamiento se debe a que se variaron los valores de las resistividades verticales una escala logarítmica, pero las resistividades horizontales para cada capa permanecieron fijas para cada curva.

El resultado anterior es de una gran importancia ya que si el valor de la resistividad horizontal permanece constante y R_v se encuentra desplazado de su posición original en escala logarítmica, entonces el valor del potencial también se desplazará una distancia constante.

Los casos anteriores son considerando 1 dimensión, cuando se requiere trabajar

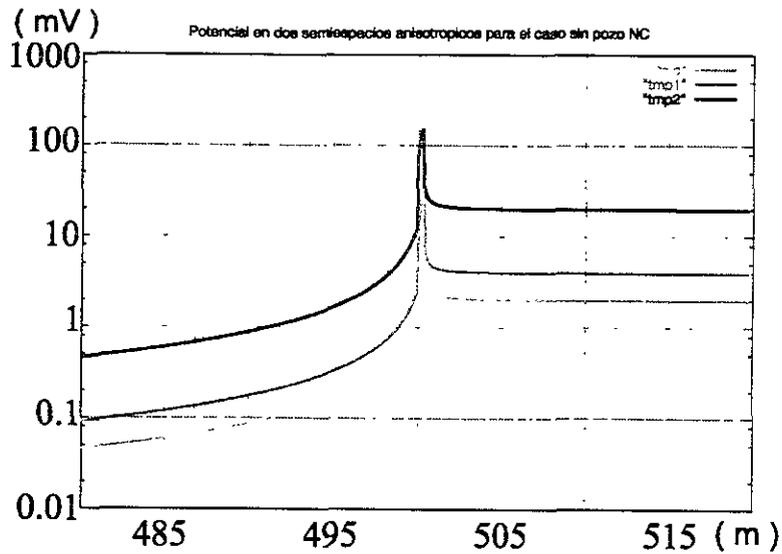


FIG. 3.7. Comportamiento del potencial en dos semiespacios anisótropos para el caso sin pozo de las herramientas normales.

con dos dimensiones, el método de diferencias finitas es una buena forma de resolver el problema ya que éste nos ayudará a separar las componentes de la resistividad.

3.2 Proceso de Inversión

En los apéndices, al final de la presente tesis, se menciona el proceso de inversión. No se harán demostraciones ya que caen fuera del objetivo del presente trabajo.

En geofísica, el proceso de modelado se realiza de la siguiente forma:

modelo: {parámetros del modelo m , fuentes s } \rightarrow datos d

$$d = A(m, s).$$

El proceso de inversión se esquematiza de la siguiente forma:

{datos d , fuentes s } \rightarrow modelo: {parámetros del modelo m }

$$m = A_s^{-1}(d).$$

En otras palabras, el proceso de inversión busca encontrar los parámetros del modelo propuesto al conocer los datos y las fuentes involucrados. Para asegurar que se puede resolver el problema inverso, se deben contestar las siguientes preguntas: ¿Existe solución?, ¿La solución es única? y ¿Es estable la solución?.

En geofísica, el problema de inversión, en general, es mal condicionado, es decir, la solución no es única ó no es continua (para perturbaciones pequeñas de los datos corresponde una perturbación arbitrariamente grande de la solución). Una descripción del proceso de inversión se da en los apéndices.

Capítulo 4

DESCRIPCIÓN DE MODELOS

El presente capítulo es la parte fundamental de esta tesis. Se muestran los resultados de inversión para modelos que tienen anisotropía con pozo y sin éste, invasión con pozo y con ruido aleatorio.

Entender el comportamiento de las curvas de resistividad para los casos mencionados, es de gran ayuda para poder realizar evaluaciones más precisas de saturación de agua y de resistividad de los fluidos en las formaciones geológicas.

La figura 4.1 muestra el comportamiento de las dos herramientas normales y la lateral para un medio anisótropo rodeado de dos capas isótropas. Las dos curvas que se muestran en cada carril se refieren a los casos con pozo y sin pozo.

El primer carril muestra el comportamiento de la herramienta normal corta, puede observarse que el efecto del pozo hace que la resistividad aparente sea mayor que en el caso sin pozo. Físicamente, se debe a que cuando el pozo es perforado, aparecen cargas en la pared de éste, ocasionando un incremento en el campo secundario. En el segundo carril se graficó el comportamiento de la curva normal larga para los casos con pozo y sin pozo observándose que la discrepancia entre las curvas no es tan grande como en el caso de la normal corta.

Para el caso de la herramienta lateral, se tiene que las curvas de resistividad aparente para los casos con pozo y sin pozo son prácticamente iguales. De lo anterior, se puede decir que el efecto de pozo hace que la resistividad aparente sea mayor que en el caso sin éste y que las herramientas normal larga y lateral no son muy sensibles a éste efecto, debido posiblemente, a la distancia entre los electrodos de potencial y

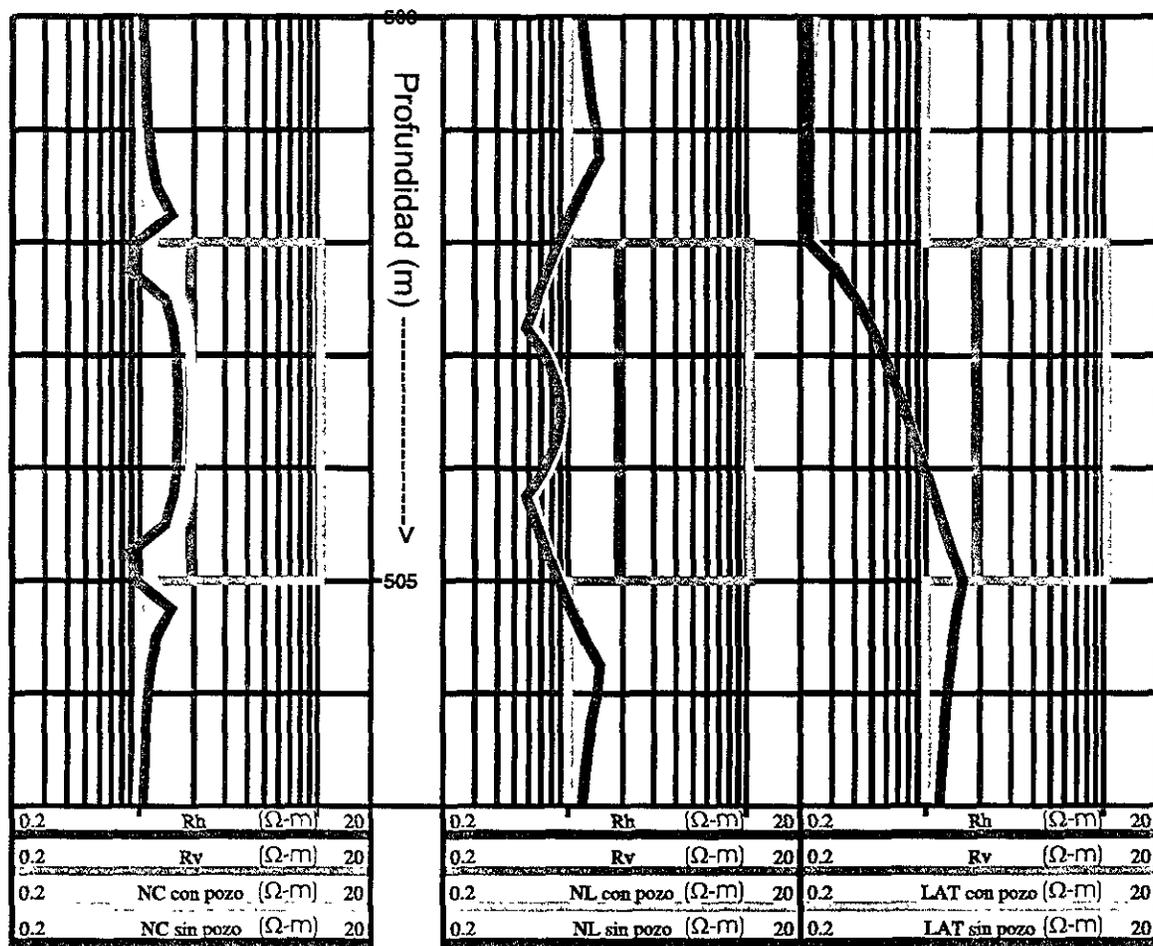


FIG. 4.1. Comportamiento de las herramientas normal corta, normal larga y lateral en un medio anisotrópico entre dos medios isotrópicos para los casos con pozo y sin pozo.

de corriente.

4.1 Inversión sencilla de las herramientas normal corta, normal larga y lateral para los casos con pozo y sin pozo

La inversión sencilla se refiere a la aplicación del método inverso para cada herramienta por separado. El objetivo es reconocer si con los datos que se tienen para cada herramienta, es posible determinar los parámetros reales del medio.

La figura 4.2 muestra la inversión de la herramienta normal corta sin pozo. Puede observarse que los parámetros de R_h y R_v se reproducen completamente, por lo que el sintético es prácticamente el mismo que la curva 'real'. El lograr reproducir los parámetros que generan la curva, es de importancia fundamental para poder asegurar que los programas utilizados están funcionando de una forma correcta. La gráfica de error mostrada en la misma figura indica que el nivel de éste en el sintético es del orden de 0.4% y que el parámetro que tiene el mayor error es la resistividad vertical.

La figuras 4.3 presenta el resultado de invertir la curva normal larga para el caso sin pozo. El resultado muestra que R_h obtenido de la inversión es aceptable al igual que el sintético, sin embargo, R_v se encuentra desplazada de su posición original, pero la amplitud (en escala logarítmica) se conserva. La explicación es que existe el problema de equivalencia para el caso de la resistividad transversal en el caso sin pozo, es decir, si R_v se encuentra desplazado, pero mantiene la misma amplitud en escala logarítmica y R_h es obtenido correctamente, entonces, el sintético obtenido es muy parecido a la curva de campo. El nivel de error de la resistividad transversal es del 180%, pero el sintético y la resistividad horizontal presentan valores menores al 1%.

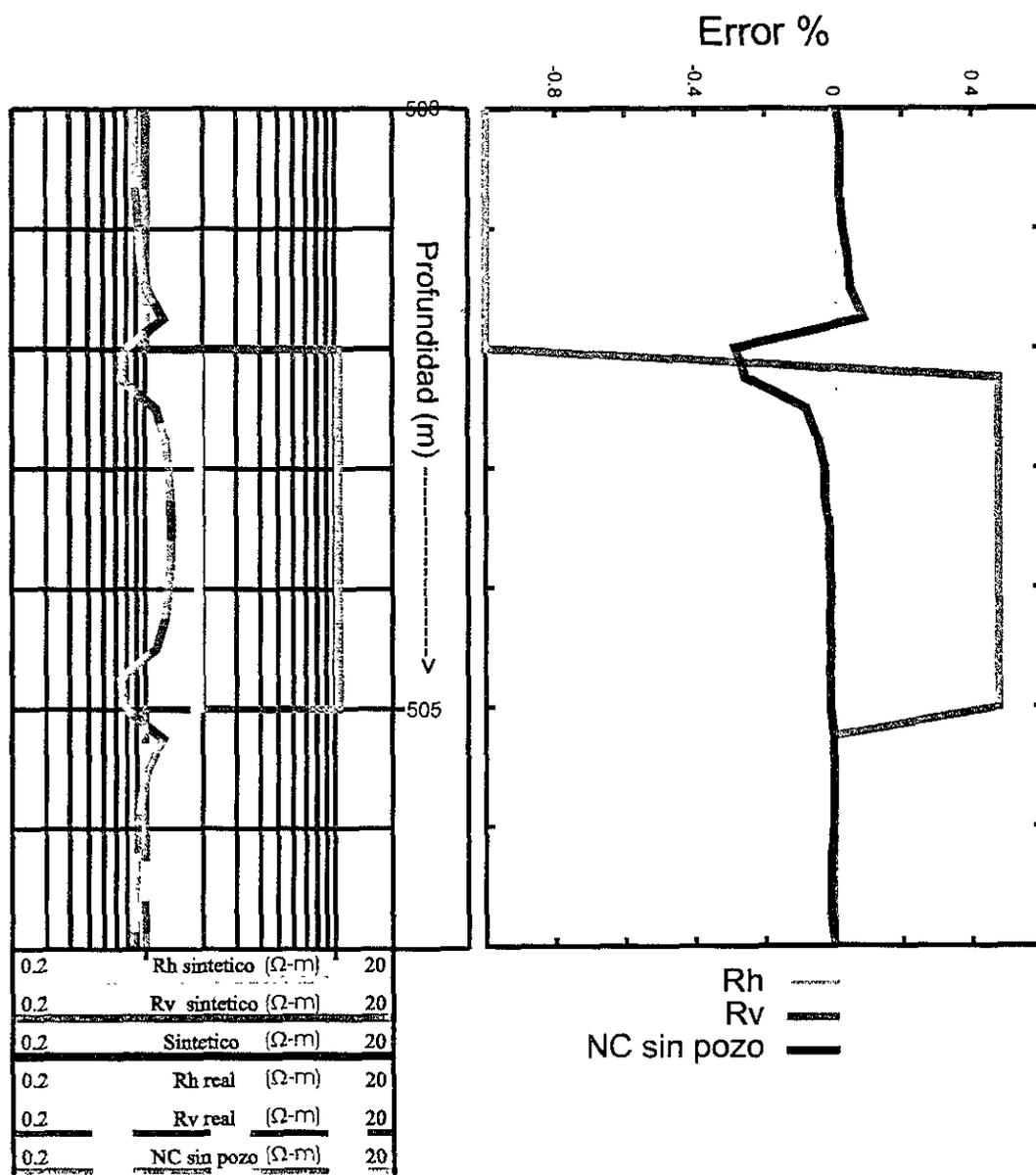


FIG. 4.2. Inversión de la herramienta normal corta en un medio anisotrópico sin efecto de pozo.

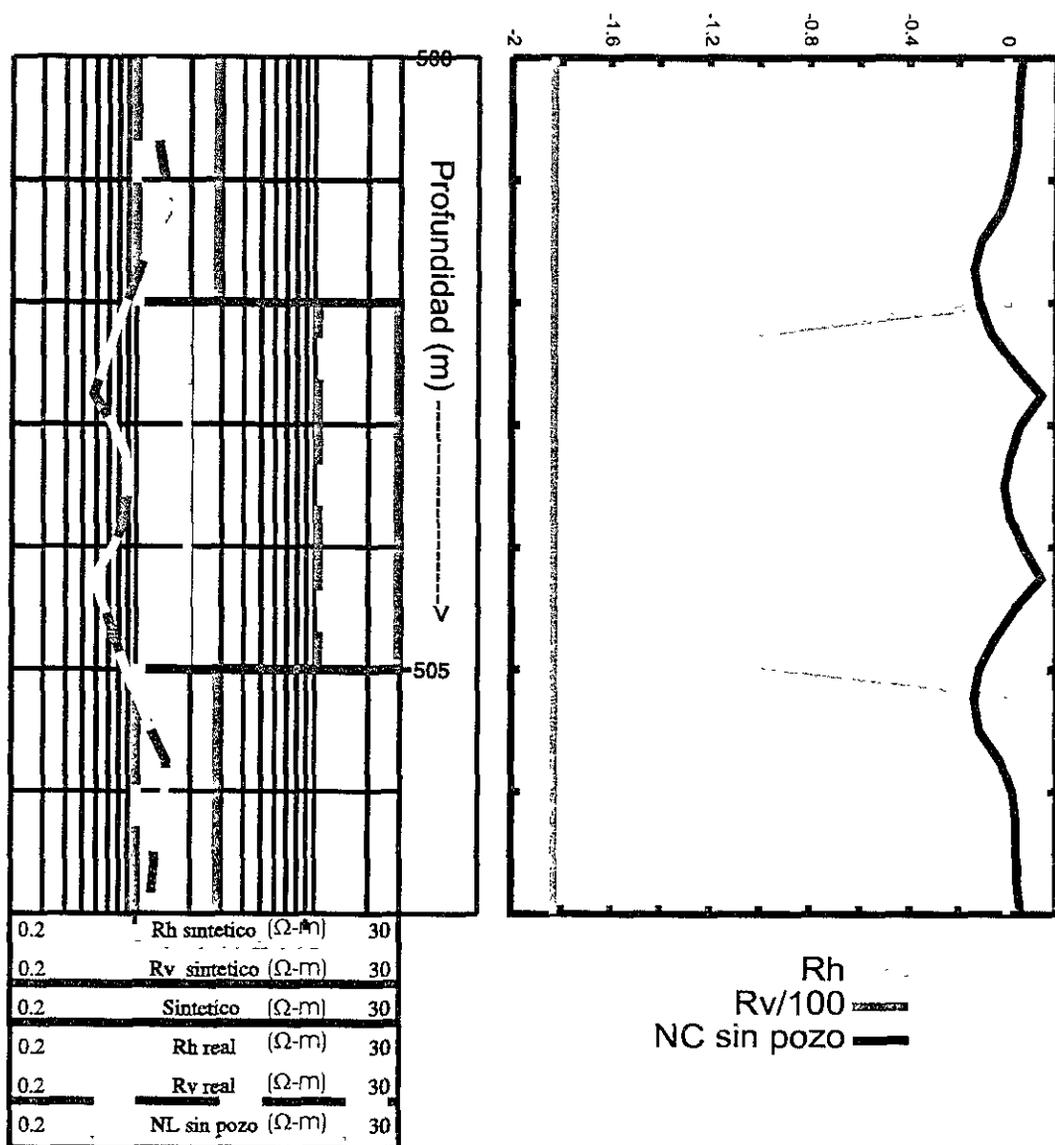


FIG. 4.3. Inversión de la herramienta normal larga en un medio anisotrópico sin efecto de pozo.

El resultado anterior corrobora el resultado obtenido en el capítulo 2 cuando se ha comprobado que el cálculo del potencial da el mismo valor para el caso de las herramientas normales, cuando, la resistividad vertical está desplazada un valor constante en escala logarítmica.

La gráfica 4.4 muestra resultados similares a los obtenidos para la herramienta normal larga. Obsérvese que la curva de resistividad vertical no se encuentra muy alejada de su posición original, pero conserva la amplitud del desplazamiento en escala logarítmica. El error máximo encontrado fue de 12%, pero en el sintético, fue de menos de 0.1%.

Las figuras 4.5, 4.6 y 4.7 muestran los resultados de hacer la inversión de las herramientas normal corta, normal larga y lateral respectivamente tomando en cuenta el efecto de pozo. En los tres casos puede observarse que el sintético obtenido para cada herramienta es prácticamente la respectiva curva de campo. Los errores, tanto de los parámetros utilizados en la inversión como del sintético presentan errores mucho menores a 1% respecto a los valores "verdaderos", excepto para el caso de la resistividad vertical para la normal larga.

La razón de que los errores sean bajos (comparados cuando no se tenía el efecto del pozo) se refiere a que el pozo hace que se tenga más sensibilidad en las mediciones de las componentes de la resistividad. Sin embargo, las figuras anteriores muestran que el error menor en el cálculo de la resistividad vertical se obtiene de la herramienta normal corta.

El gráfico 4.5 muestra la reproducción de los parámetros R_v y R_h en sus posiciones reales. Las figuras 4.6 y 4.7 muestran que la curva R_h se reproduce en su posición original, pero en el caso de la resistividad vertical, la curva se encuentra ligeramente desplazada de su posición real. El resultado de realizar la inversión de la herramienta

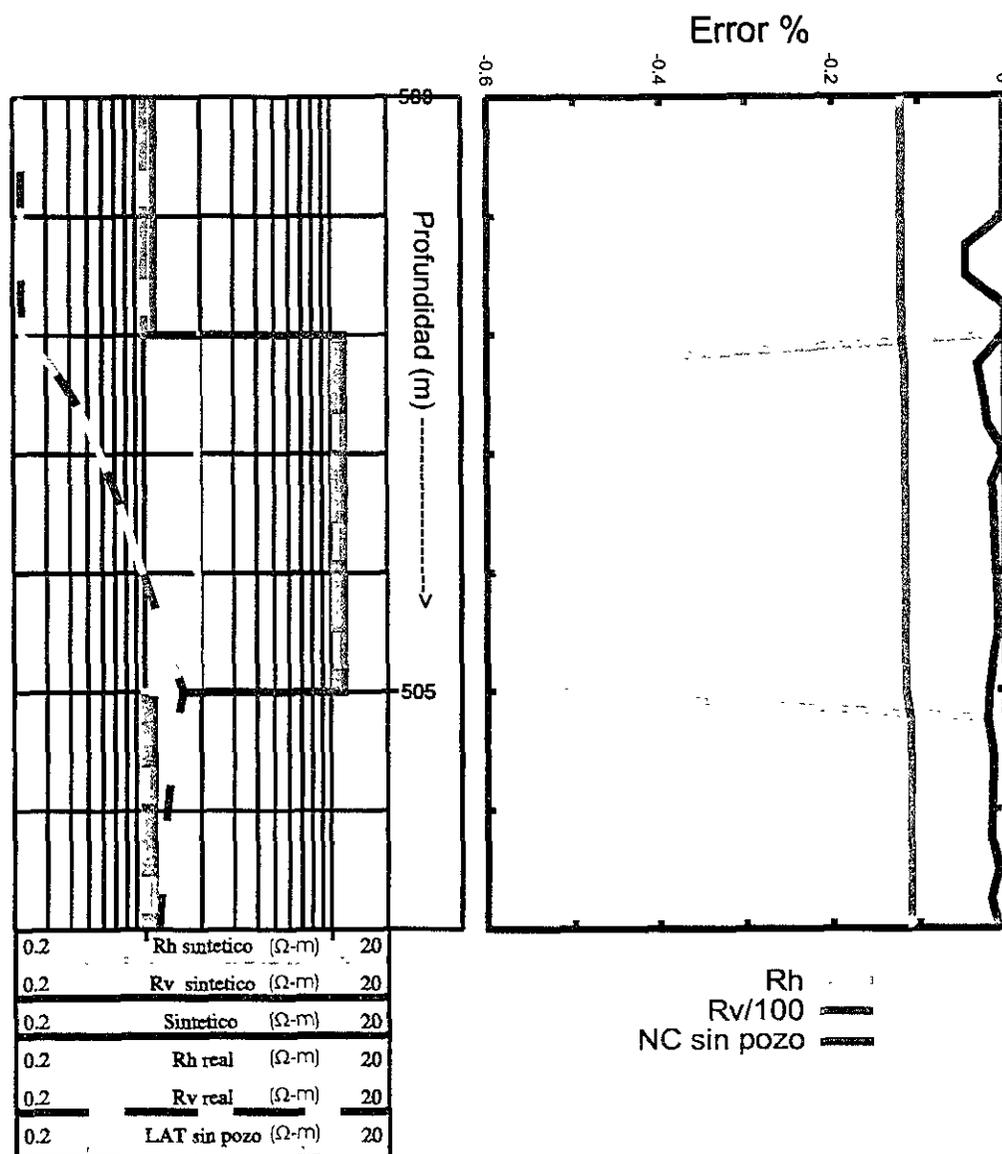


FIG. 4.4. Inversión de la herramienta lateral en un medio anisotrópico sin efecto de pozo.

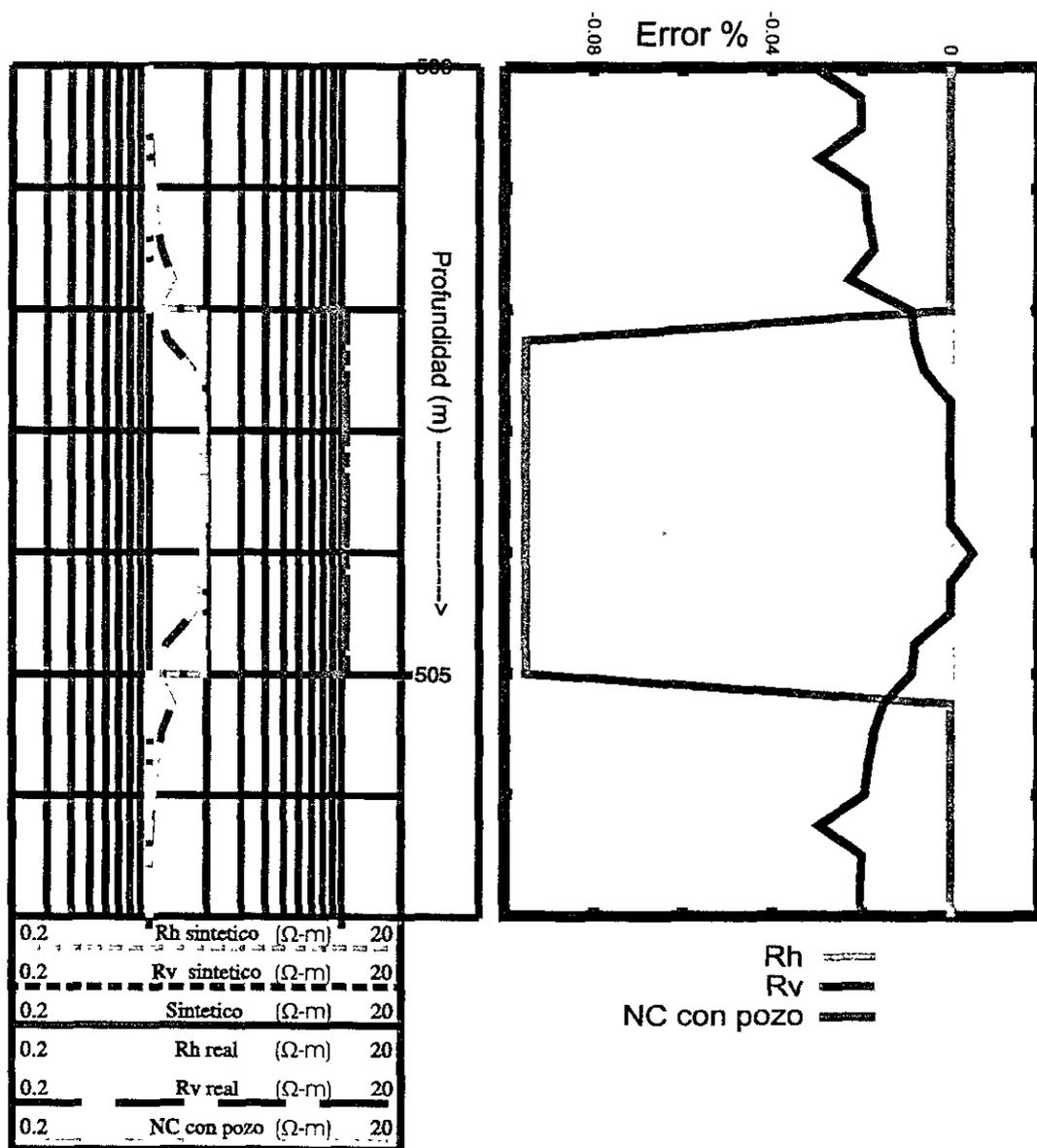


FIG. 4.5. Inversión de la herramienta normal corta en un medio anisotrópico con pozo.

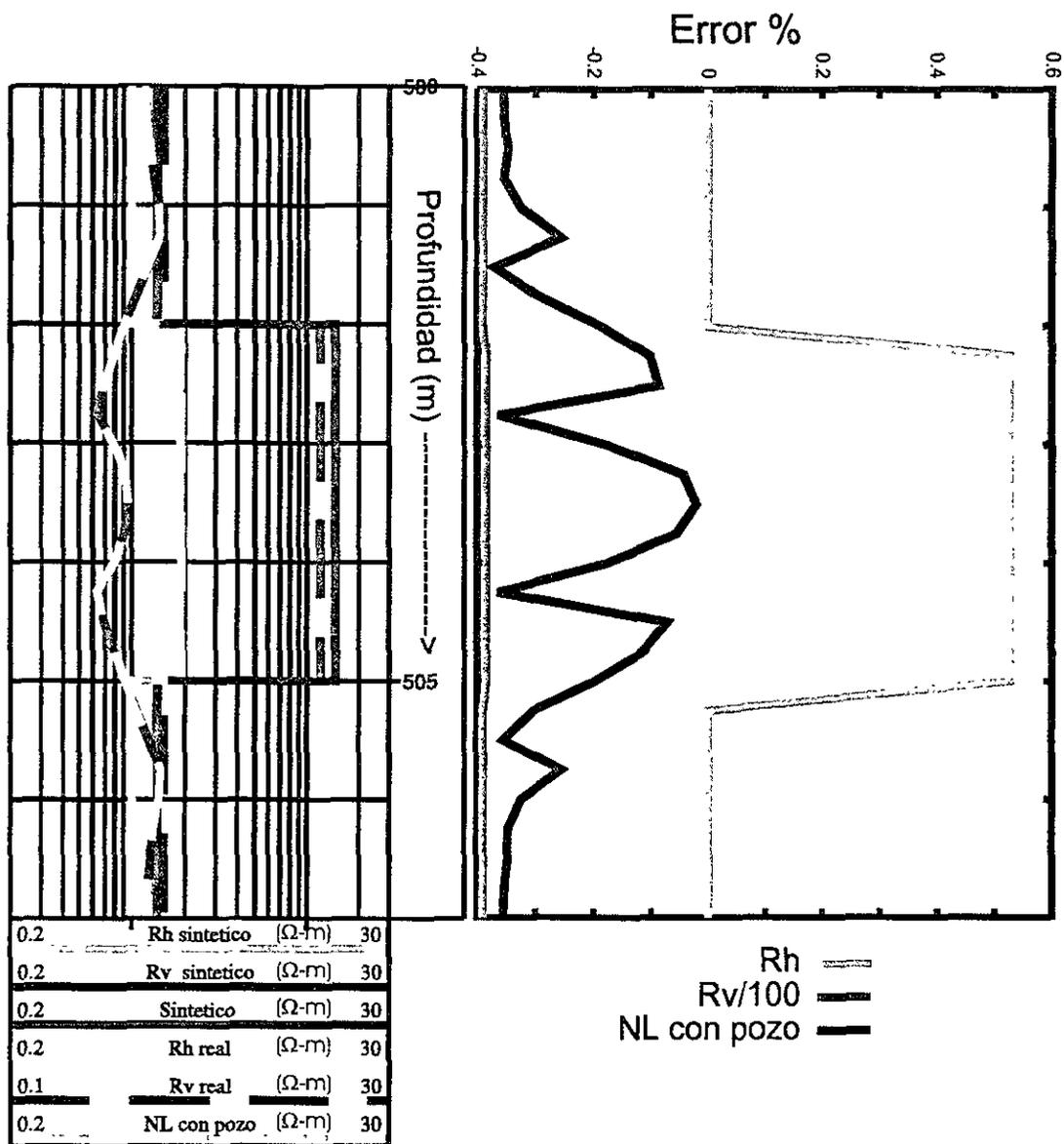


FIG. 4.6. Inversión de la herramienta normal larga en un medio anisotrópico con pozo.

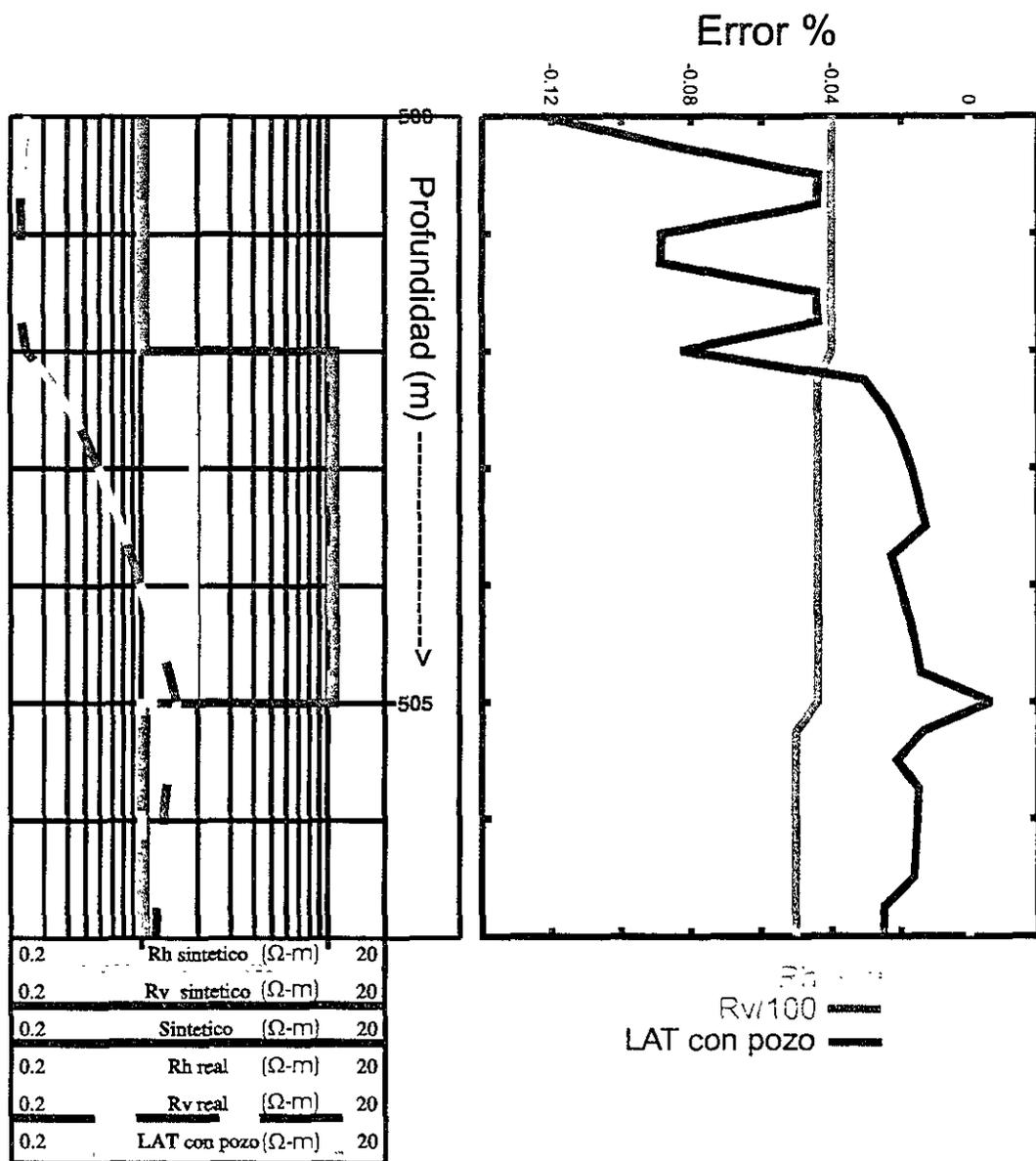


FIG. 4.7. Inversión de la herramienta lateral en un medio anisotrópico con pozo.

normal larga en un medio anisotrópico con pozo (fig 4.6) muestra que R_v no conserva la amplitud del desplazamiento, a diferencia de la herramienta lateral (fig. 4.7) donde si se conserva.

Los resultados anteriores muestran que existe equivalencia en el resultado del modelo obtenido. En métodos eléctricos esto es conocido, sin embargo es un problema fuerte para la interpretación. La forma de evitar la equivalencia es hacer la inversión conjunta, por que con ello, se tiene más información que puede ser utilizada para obtener el modelo real.

4.2 Inversión conjunta de las herramientas normal corta, normal larga y lateral para los casos con pozo y sin pozo

Los resultados obtenidos de la inversión sencilla son buenos en el caso de los sintéticos, pero desgraciadamente la resistividad vertical no fue obtenida correctamente. Se espera que con la inversión conjunta, donde se tienen tres veces más datos para el cálculo de cada parámetro ayude a mejorar la solución.

La figura 4.8 muestra la inversión conjunta con las tres herramientas eléctricas para el caso sin pozo. El primer carril muestra el caso de la herramienta normal corta, el segundo presenta el caso de la normal larga y el carril de la derecha muestra los datos de la herramienta lateral.

Cuando no existe pozo, el parámetro R_h y los sintéticos se reproducen correctamente, pero la resistividad vertical está ligeramente desplazada de su posición original, es decir, el problema de equivalencia se mantiene. El nivel de error para R_v es de aproximadamente 30%, pero el sintético muestra un error máximo, en los sintéticos, del 0.3%.

La figura 4.9 muestra la inversión conjunta con las tres herramientas eléctricas

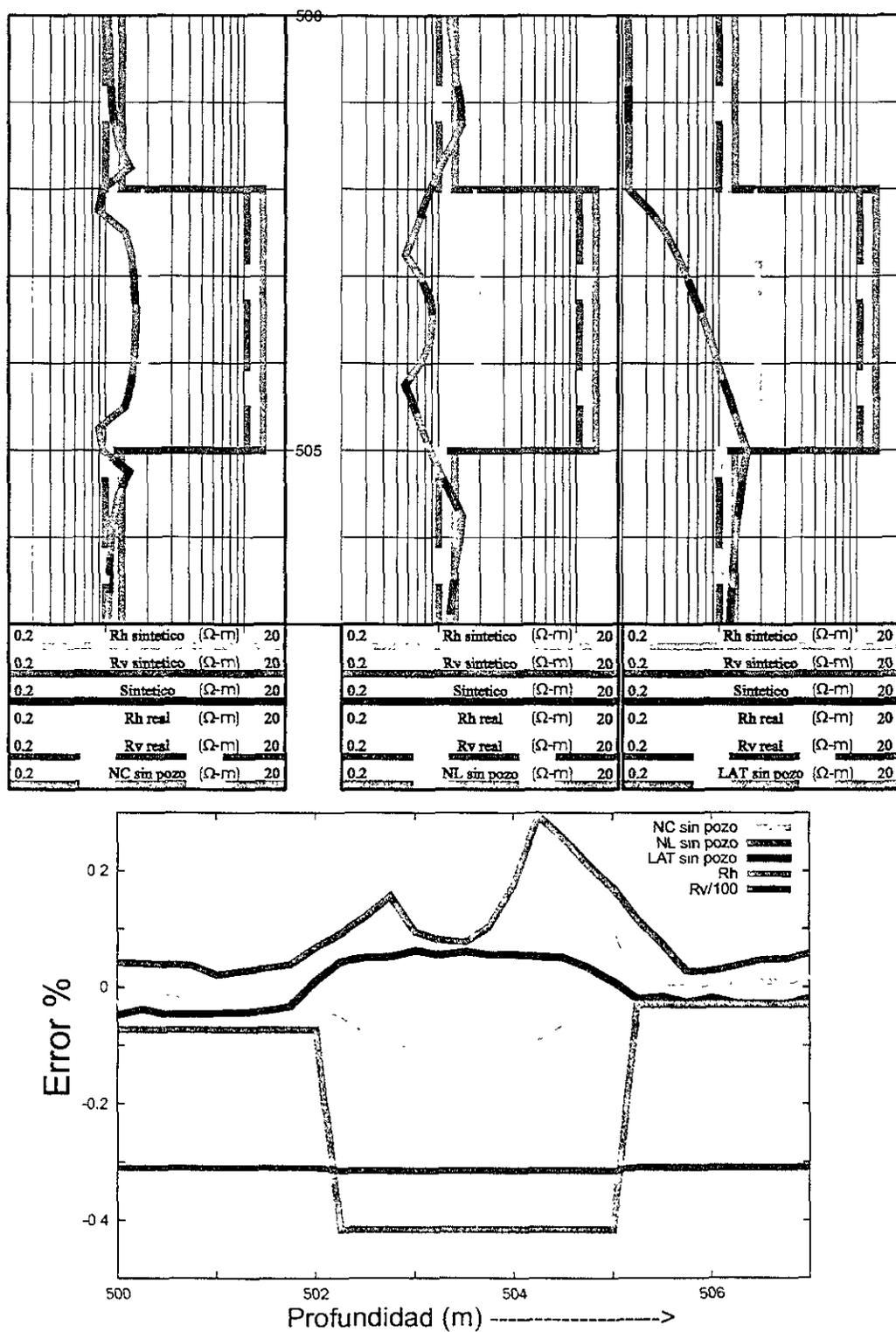


FIG. 4.8. Inversión conjunta de las herramientas eléctricas considerando anisotropía y que no existe pozo.

para el caso con pozo. El primer carril muestra el caso de la herramienta normal corta, el segundo presenta el caso de la normal larga y el carril de la derecha muestra los datos de la herramienta lateral.

Al ser una inversión conjunta, el modelo final de R_h y R_v , es el mismo, pero ahora, esos modelos fueron calculados con la información de las tres herramientas, es decir, para cada profundidad se tienen tres datos. Puede observarse claramente que se logró reproducir cada uno de los sintéticos para cada herramienta, además de que los parámetros de resistividad horizontal y vertical se lograron obtener en sus posiciones reales. Esto implica que el problema de equivalencia, para el caso con pozo, puede ser resuelto, en forma satisfactoria con mayor cantidad de datos. Los niveles de error fueron muy bajos (menores al 0.1%) para cada una de los parámetros invertidos y para cada uno de los sintéticos.

Los resultados obtenidos hasta el momento son de gran utilidad práctica, ya que, aunque existe equivalencia en el caso con pozo, ésta se 'corrige' al hacer la inversión conjunta. Lo anterior significa que para un caso real, se puede tener la certeza de que al hacer la inversión con tres herramientas, se llegará a la solución verdadera de las resistividades.

En México, al igual que en muchos de los países productores de petróleo, la interpretación cuantitativa de registros antiguos sólo se realizaba con las curvas de potencial natural (SP) y las dos herramientas eléctricas normales (corta y larga). Con el SP se definían los intervalos permeables y con las otras dos curvas se definían las resistividades de R_{xo} y R_t haciendo las correcciones ambientales que proponían las compañías de servicios con base en cartas generadas para ciertas condiciones (que difícilmente se presentan en la realidad).

La herramienta lateral, a pesar de su gran utilidad práctica, no era considerada

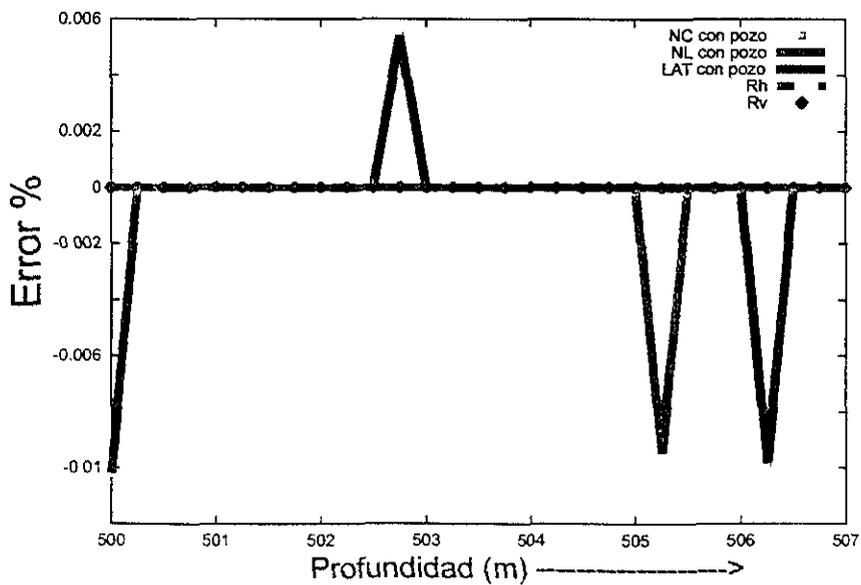
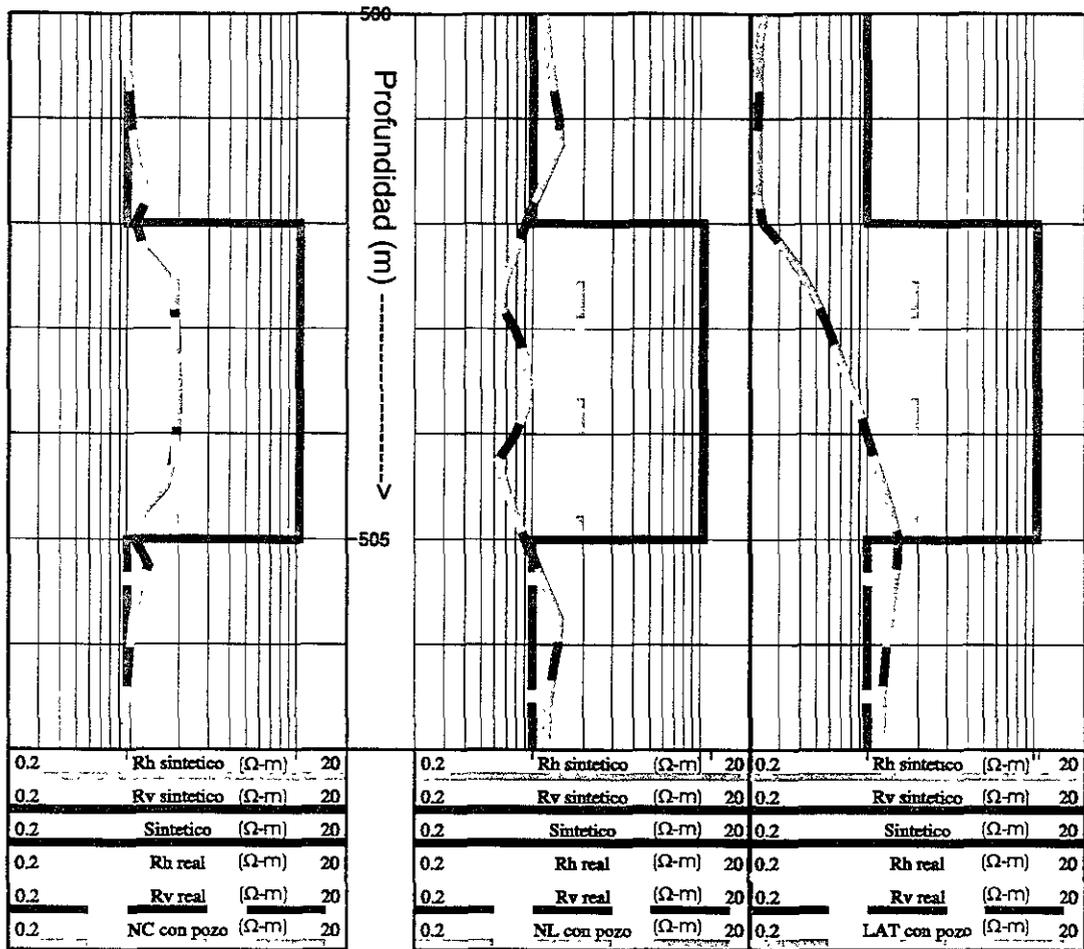


FIG. 4.9. Inversión conjunta de las herramientas eléctricas considerando anisotropía y el pozo.

en los cálculos de saturación de agua debido a que es una curva asimétrica que no fué bien entendida. En la actualidad, es difícil encontrar información de esta herramienta, debido a que la gente encargada de almacenar registros no la tomaba en cuenta y en ciertos casos fue desechada.

Cuando el pozo no se encuentra presente, entonces, se observó que la inversión conjunta de las tres herramientas generaba sintéticos muy parecidos a las curvas de campo, pero la resistividad vertical estaba desplazada de su posición real. Al hacer la inversión conjunta de dos herramientas para el caso sin pozo, se espera la misma situación.

La figura 4.10 muestra la inversión conjunta con las herramientas normal corta y normal larga sin pozo. Puede observarse que el resultado obtenido es bueno ya que el parámetros de resistividad R_h fue correctamente calculado y R_v se calculó desplazada de su posición real. Con este ejemplo, se puede comprobar que al hacer la inversión conjunta con dos herramientas para el caso sin pozo no evita el problema de equivalencia que se presenta en la inversión sencilla de la herramienta normal larga. El error promedio de la resistividad vertical es de 38%, pero de los sintéticos y de R_h son menores a 0.6%.

La figura 4.11 muestra la inversión conjunta con las herramientas normal corta y normal larga considerando el efecto del pozo. Puede observarse que el resultado obtenido es excelente ya que los parámetros de resistividad obtenidos (R_h y R_v) fueron los valores 'reales'. Con este ejemplo, se puede comprobar que al hacer la inversión conjunta con dos herramientas para el caso con pozo se reduce el problema de equivalencia que se presenta en la inversión sencilla de la herramienta normal larga. Los niveles de error calculados fueron menores al 0.012%, lo cual brinda una gran confianza en los métodos aplicados para la modelación y la inversión.

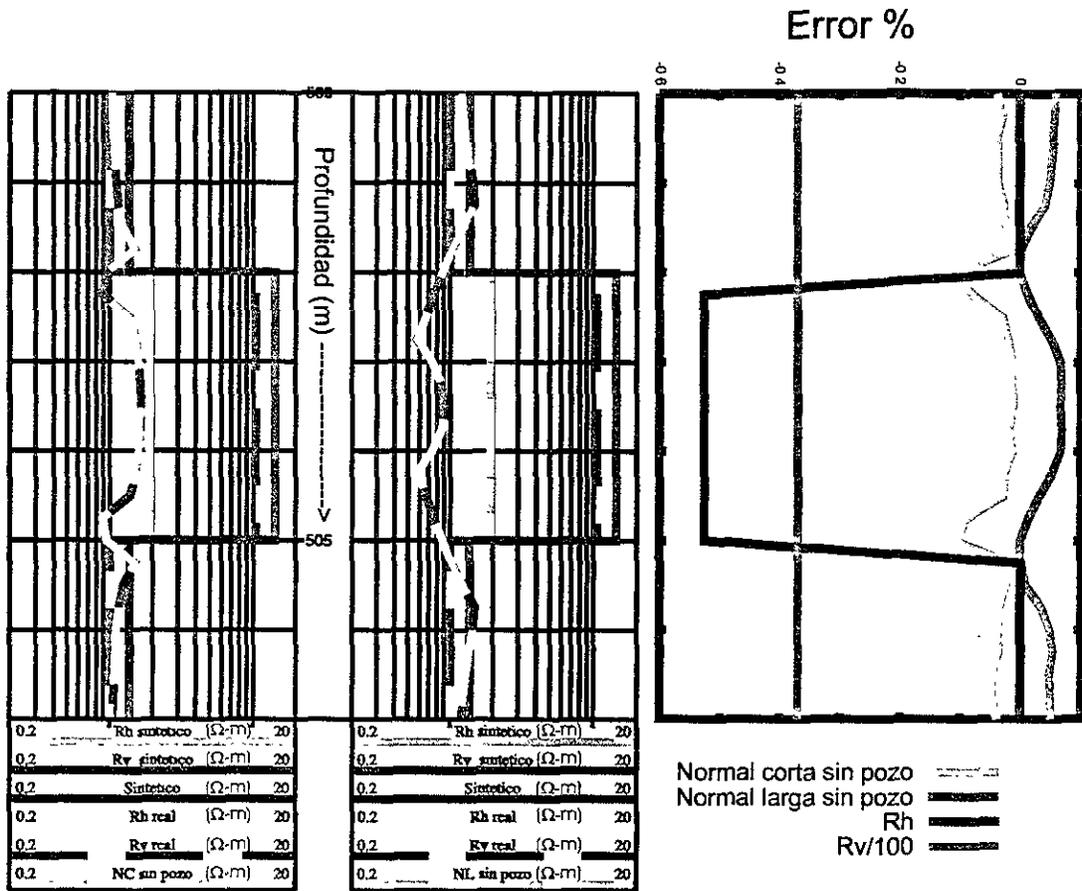


FIG. 4.10. Inversión conjunta de las herramientas normales en un medio anisotrópico sin considerar el efecto del pozo.

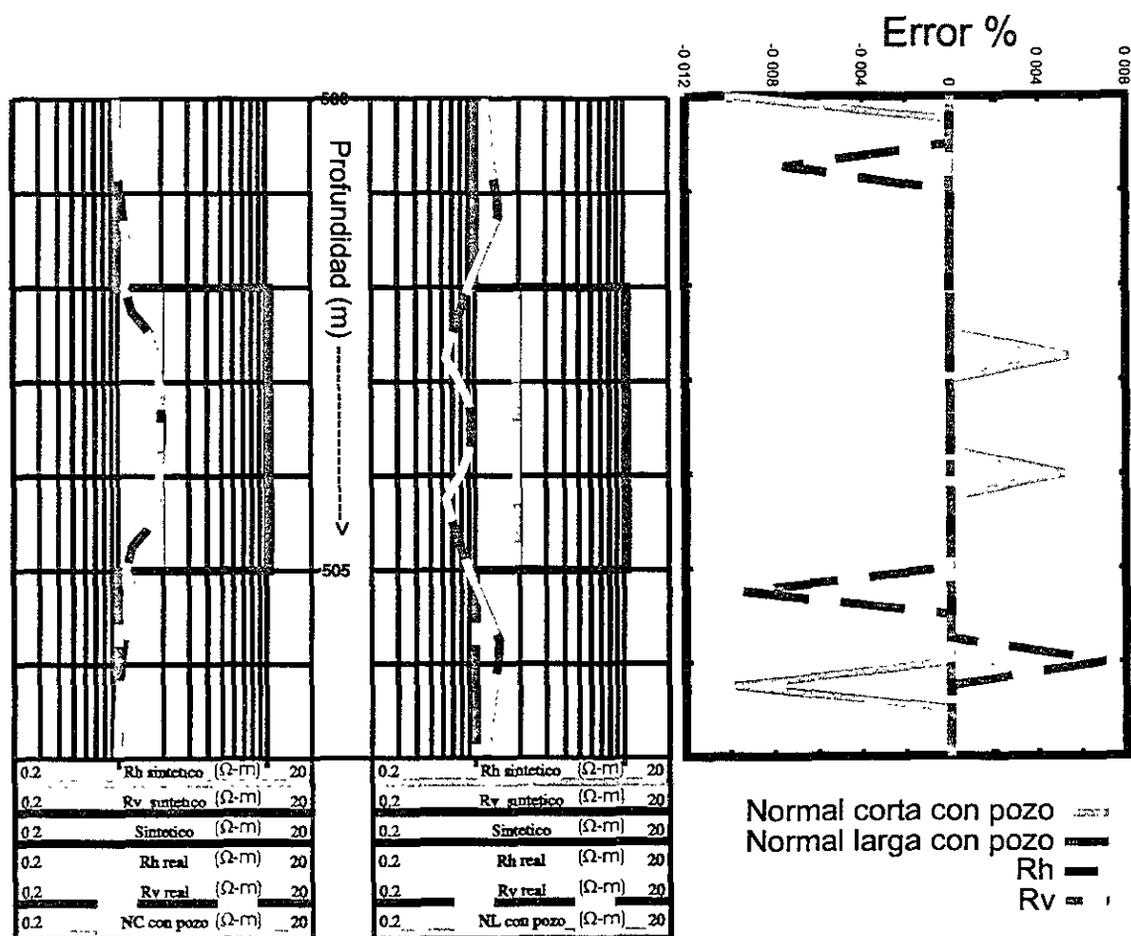


FIG. 4.11. Inversión conjunta de las herramientas normales en un medio anisotrópico considerando el efecto del pozo.

4.3 Análisis de ruido aleatorio con anisotropía

Los ejemplos mostrados hasta el momento han sido desarrollados con base en el conocimiento de los parámetros de resistividad y con base en el modelado de la respuesta de las herramientas eléctricas. En la realidad, los datos tomados con las sondas que se introducen dentro del pozo están afectadas por las condiciones físicas del medio, que no son modeladas, por ejemplo, inhomogeneidades del medio, desviación del pozo, no horizontalidad de las capas geológicas, etc.

4.3.1 2% de ruido aleatorio

El caso de análisis de ruido para el caso sin pozo presenta ciertas características especiales que se describen a continuación.

El carril de la izquierda de la figura 4.12 presenta las tres curvas de resistividad que se han analizado hasta ahora para el caso sin pozo junto con las correspondientes que presentan un 2% de ruido aleatorio. En el segundo carril se graficaron los resultados de la inversión conjunta con dos herramientas de resistividad resultando que el sintético no presenta una discrepancia grande respecto a la curva con ruido, la curva R_h se encontró sin problemas, sin embargo, R_v presenta la misma amplitud que la curva real, pero se encuentra desplazada de su posición real.

El tercer carril muestra los resultados obtenidos al realizar la inversión conjunta de las tres herramientas. Los resultados muestran las mismas características que en el caso de la inversión con dos herramientas, pero el desplazamiento de la resistividad vertical de su posición real es menor que el mostrado en el segundo carril, pero también se muestra que la amplitud de la curva no es la misma que la real.

El hecho de que la curva R_v se encuentre desplazada de su posición original hace suponer que la equivalencia para este parámetro no debe incluir el ruido aleatorio,

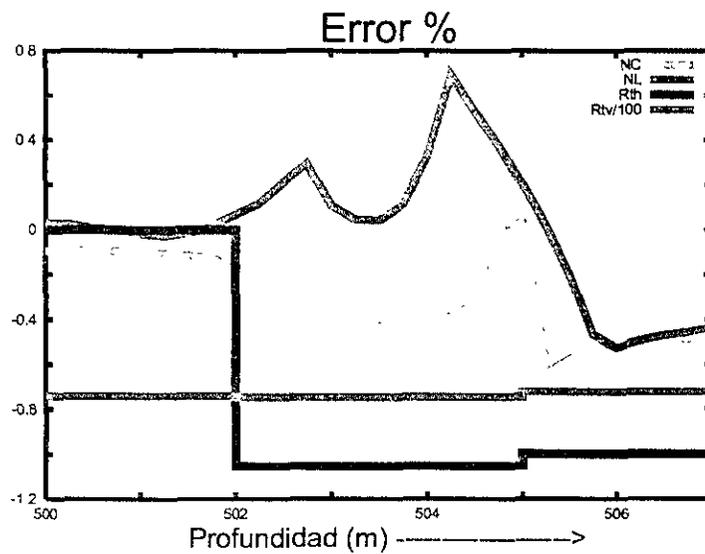
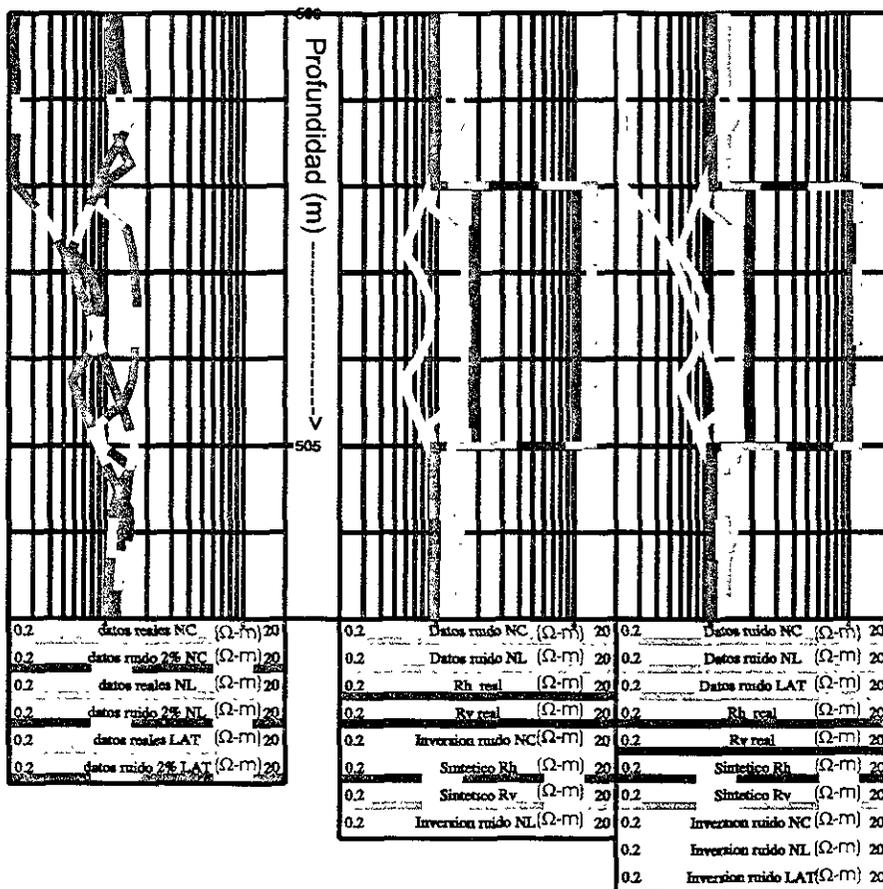


FIG. 4.12. Inversión conjunta de las herramientas eléctricas para el caso sin pozo con 2% de ruido aleatorio.

por que el resultado de la resistividad vertical es muy parecido a lo obtenido para la inversión conjunta sin considerar ruido. Tal como se puede inferir, el error porcentual para el parámetro de la resistividad vertical es del orden del 48%, pero para los demás parámetros, el error es menor a 1%.

La figura 4.13 muestra, en el primer carril, la comparación de las curvas normal corta, normal larga y lateral con las correspondientes al aplicar un ruido aleatorio de 2% a cada punto de cada herramienta para el caso con pozo. Es necesario resaltar que el ruido es aleatorio para cada uno de los puntos y para cada herramienta, por que es el que se presenta en la realidad.

El segundo carril de la figura que se analiza presenta el resultado de hacer la inversión conjunta con las dos herramientas normales, se observa que se reproducen correctamente los parámetros de resistividad (horizontal y vertical). Existen ligeras variaciones en los sintéticos debido a la componente de ruido y que será prácticamente imposible eliminar. La inversión conjunta con las tres herramientas se presenta en el tercer carril de la figura 4.13, se reproducen correctamente los parámetros de resistividad vertical y horizontal y se genera cierta discrepancia del sintético con la curva con ruido por lo expuesto anteriormente. El cálculo de error muestra valores de R_v mayores al 2%, pero los demás parámetros tienen errores menores al 1%.

4.3.2 5% de ruido aleatorio

El resultado del análisis de ruido del 5% para el caso sin pozo se muestra en la figura 4.14. El carril de la izquierda muestra los datos reales de las herramientas normal corta, normal larga y lateral con sus correspondientes curvas a las que se ha sumado el efecto de 5% de ruido aleatorio. El carril intermedio presenta la inversión conjunta de las dos herramientas normales en donde se observa que los sintéticos, al

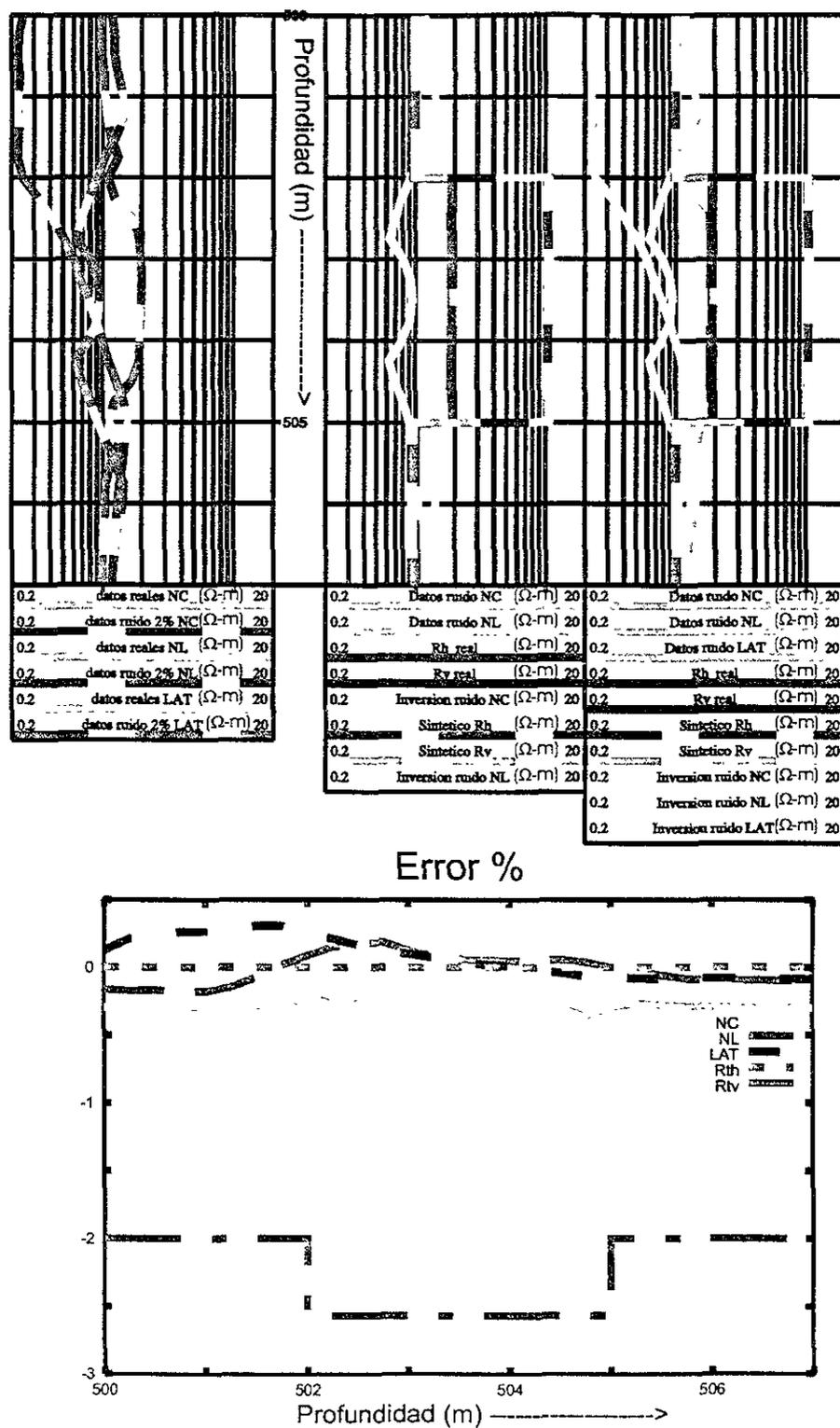


FIG. 4.13. Inversión conjunta de las herramientas eléctricas para el caso con pozo con 2% de ruido aleatorio.

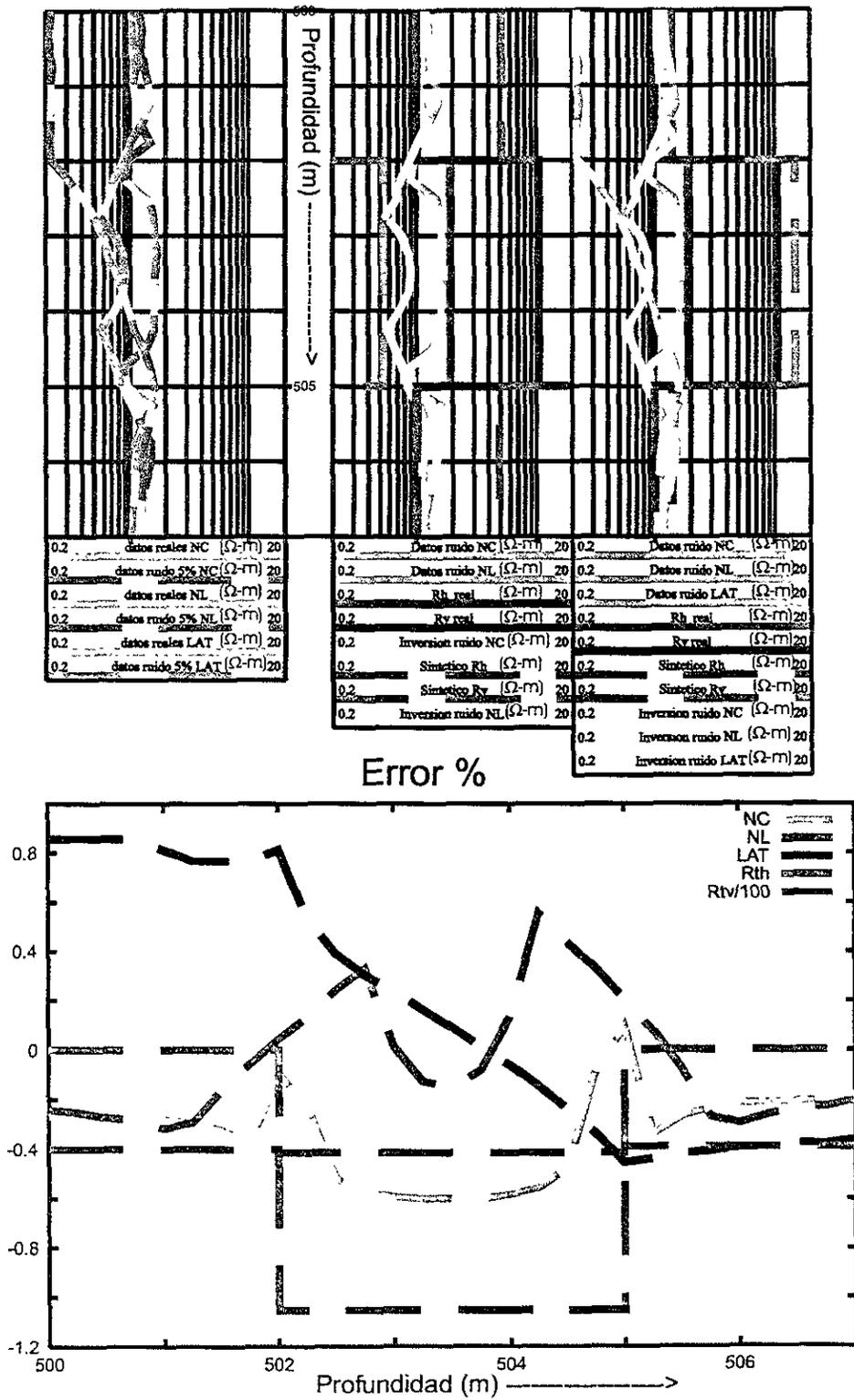


FIG. 4.14. Inversión conjunta de las herramientas eléctricas para el caso sin pozo con 5% de ruido aleatorio.

igual que R_h se reproducen de forma correcta, pero R_v se encuentra muy desplazada de su posición original, aunque mantiene la amplitud del desplazamiento en resistividad de la curva en escala logarítmica.

El tercer carril de la figura en cuestión presenta el resultado de invertir las tres curvas de resistividad. Puede observarse las mismas características mencionadas en el párrafo anterior para los sintéticos y para la resistividad horizontal, sin embargo, la curva de R_v se encuentra menos desplazada de su posición original. La diferencia observada en el valor obtenido de la resistividad vertical en la inversión con dos y tres herramientas se debe al hecho de que con mayor información el problema de equivalencia se reduce. El análisis de error se muestra en la parte inferior de la misma figura, donde se observa que el error en la resistividad vertical es del orden del 40%.

De acuerdo al resultado anterior, se puede considerar que el nivel máximo de ruido aleatorio aplicable al modelo, para poder reproducir los parámetros del mismo, es del 5%.

Los resultados del análisis de ruido del 5% se muestra, para el caso con pozo, en la figura 4.15. En el carril de la izquierda se graficaron las curvas 'reales' de las herramientas normal corta, normal larga y lateral con sus correspondientes con ruido aleatorio.

El carril intermedio muestra el resultado de realizar la inversión conjunta de las herramientas normales (corta y larga). La resistividad horizontal y los sintéticos obtenidos son prácticamente los mismos que los 'reales', pero, en el caso de la resistividad vertical, se tiene que la amplitud es ligeramente diferente de la real. En la profundidad de 500 a 502 [m] la R_v obtenida es ligeramente más grande que el valor real, en la capa media se reproduce la resistividad vertical, pero a partir de los 505

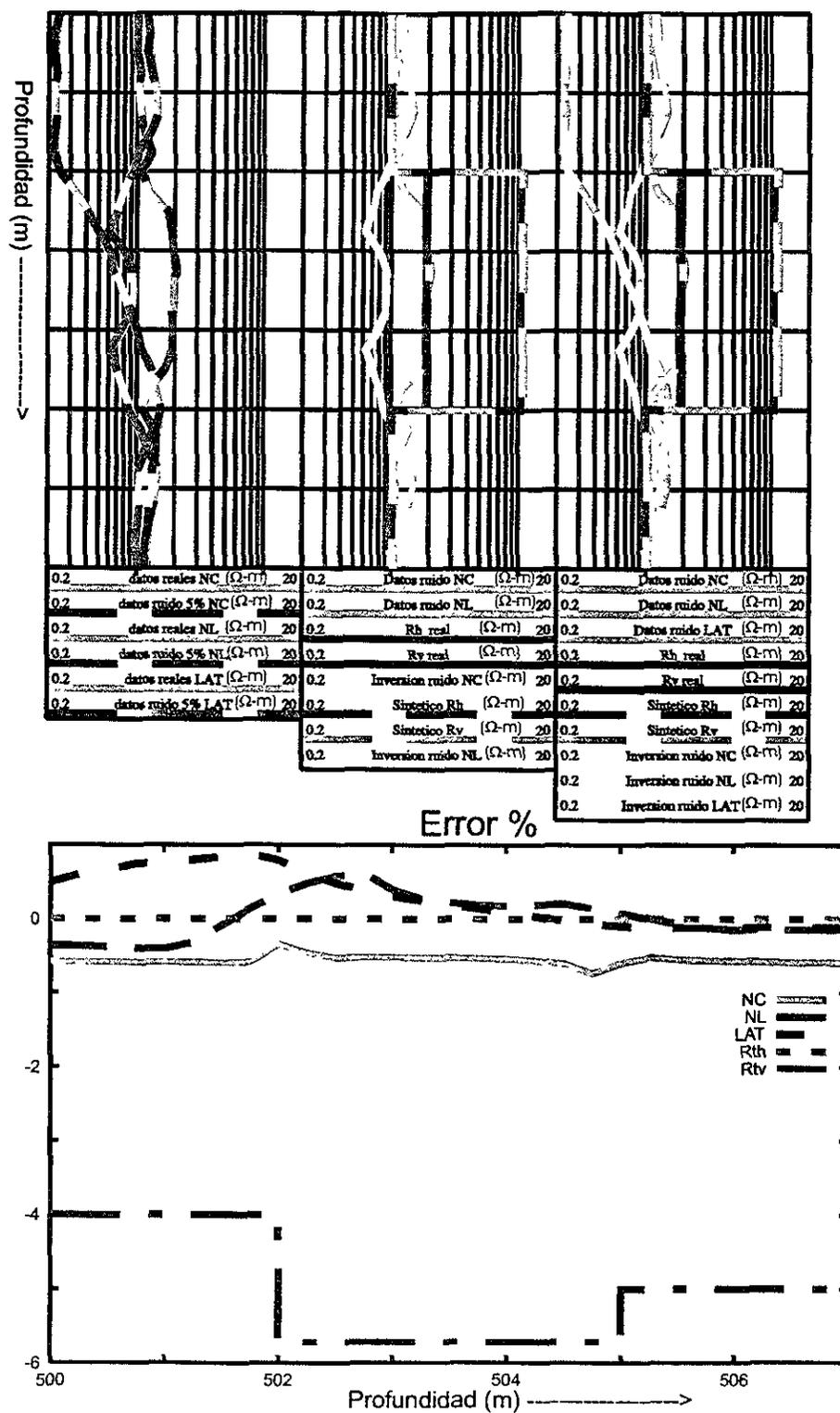


FIG. 4.15. Inversión conjunta de las herramientas eléctricas para el caso con pozo con 5% de ruido aleatorio.

[m], el valor obtenido es ligeramente menor a la resistividad vertical 'real'.

El carril de la derecha de la figura 4.15 muestra la inversión conjunta de las tres herramientas que se han discutido. Puede observarse que los sintéticos son prácticamente los mismos que las curvas 'reales'. La resistividad horizontal se reproduce completamente, pero R_v está ligeramente desplazada de su posición original y su amplitud no es la misma que tiene la curva real.

La gráfica de error se calculó para el caso en que se consideran las tres herramientas, obteniéndose que el error máximo en el cálculo de la resistividad vertical es del orden de 6% y los errores de los sintéticos están abajo del 2%. Por ello, se considera que puede existir un nivel de ruido aleatorio mayor al 5% en el caso con pozo.

4.3.3 10% de ruido aleatorio

Para el caso sin pozo, se ha mostrado que cuando el nivel de ruido es del 5%, la inversión conjunta muestra niveles de error considerables, que se verán incrementados si se analiza el caso del 10% de ruido aleatorio.

La figura 4.16 muestra, en el primer carril, las curvas de las herramientas eléctricas normal corta, normal larga y lateral para el caso con pozo con sus correspondientes que tienen un error aleatorio del 10%. La inversión de las dos herramientas normales se muestra en el carril del centro donde la resistividad horizontal obtenida de la inversión es igual a la real, la resistividad vertical presenta una amplitud ligeramente mayor que en la curva real. Cuando se hace la inversión conjunta se observa una amplitud ligeramente mayor de la curva R_v obtenida de la inversión; R_h se reproduce correctamente.

El nivel de error para los resultados de la inversión conjunta con las tres herramientas muestra que la resistividad vertical es el parámetro más difícil de repro-

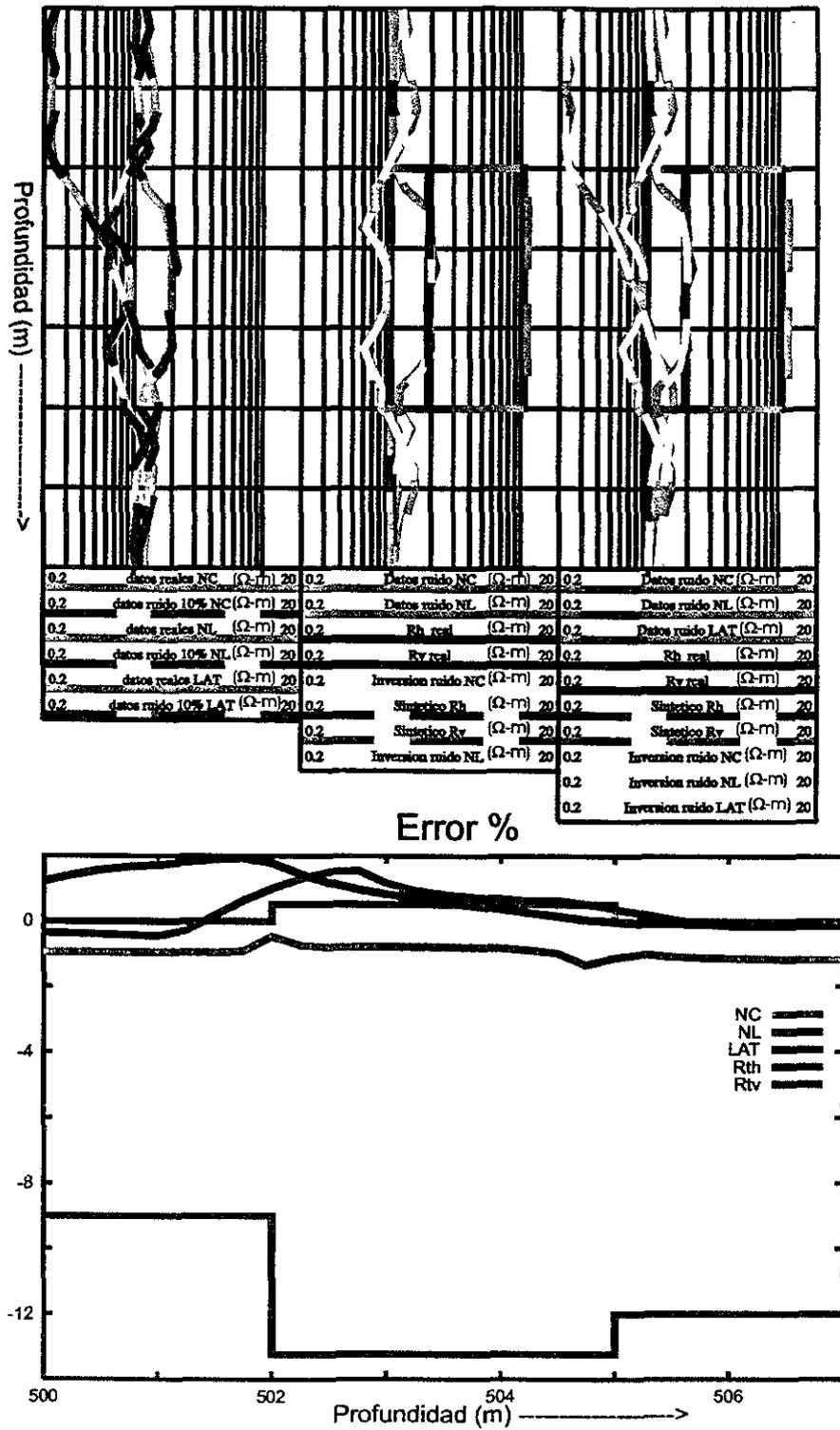


FIG. 4.16. Inversión conjunta de las herramientas eléctricas para el caso con pozo con 10% de ruido aleatorio.

ducir con 14% de error. Los sintéticos y la resistividad horizontal presentan un nivel de error máximo de 2%.

De las figuras anteriores se deduce que la inversión conjunta de las herramientas eléctricas arrojan muy buenas aproximaciones de los parámetros de resistividad cuando existen errores aleatorios de hasta el 5% para el caso con pozo y de menos del 5% para el caso sin pozo (caso no real).

El problema de ruido aleatorio, sin considerar invasión representa problemas para la correcta evaluación de los parámetros del medio, por ello, es necesario tener la mayor cantidad de información para poder reducir, en cierta medida, el problema de equivalencia.

4.4 Modelos con invasión

En la práctica de interpretación de registros de pozos, es necesario tomar en cuenta la mayor cantidad de variables que puedan afectar el cálculo de saturación de agua. Por ello, la descripción de los modelos discutidos hasta el momento no son realmente la mejor aproximación a un medio real.

La invasión es un problema de difícil solución ya que afecta de forma muy importante la resistividad aparente de las herramientas eléctricas. Por ello, encontrar la resistividad de la zona invadida (R_{xo}) y el diámetro de invasión (D_i) son elementos muy importantes que deben ser tomados en cuenta para la correcta evaluación de la saturación de agua.

Si se considera que las mediciones de resistividad tienen una distribución estadística χ^2 , entonces evaluar este estadígrafo permitirá valorar que tan bien son los resultados obtenidos al considerar invasión y anisotropía. La χ^2 se define, estadísti-

camente como:

$$\chi^2 = \sum_1^N \left(\frac{Y_i - f(x_i)}{\sigma_i} \right)^2$$

donde Y_i son los valores reales, $f(x_i)$ son los valores calculados y σ_i es la desviación estándar de los datos modelados respecto a los reales.

El valor estadístico anterior da una idea de que tan cerca es el valor calculado respecto a los valores reales. Cuando se aplica el concepto de grados de libertad (número de datos - número de parámetros), entonces es interesante conocer como varía χ^2 por que da una idea general muy buena de la discrepancia entre los datos calculados y los observados.

Se puede definir $\tilde{\chi}^2$ de la siguiente forma:

$$\tilde{\chi}^2 = \sum_1^N \left(\frac{Y_i - f(x_i)}{\sigma_i} \right)^2 \frac{1}{d}$$

donde d es el valor de grados de libertad. Cuando $\tilde{\chi}^2 \rightarrow 0$ implica que la discrepancia entre los datos calculados y los verdaderos es casi nula.

La figura 4.17 muestra en el primer carril las componentes del tensor de resistividad reales y los valores iniciales propuestos para la inversión. Puede observarse que el modelo inicial presenta una discrepancia apreciable en escala logarítmica en cada una de las resistividades. En el segundo carril se graficaron los valores reales de R_{xo} y D_i además de los correspondientes valores iniciales que presentan una discrepancia significativa con los valores reales.

En el tercer carril de la misma figura se muestran las curvas reales con los correspondientes sintéticos generados con los parámetros del modelo propuesto. Los sintéticos presentan grandes diferencias en resistividad (en escala logarítmica), para cada una de las herramientas.

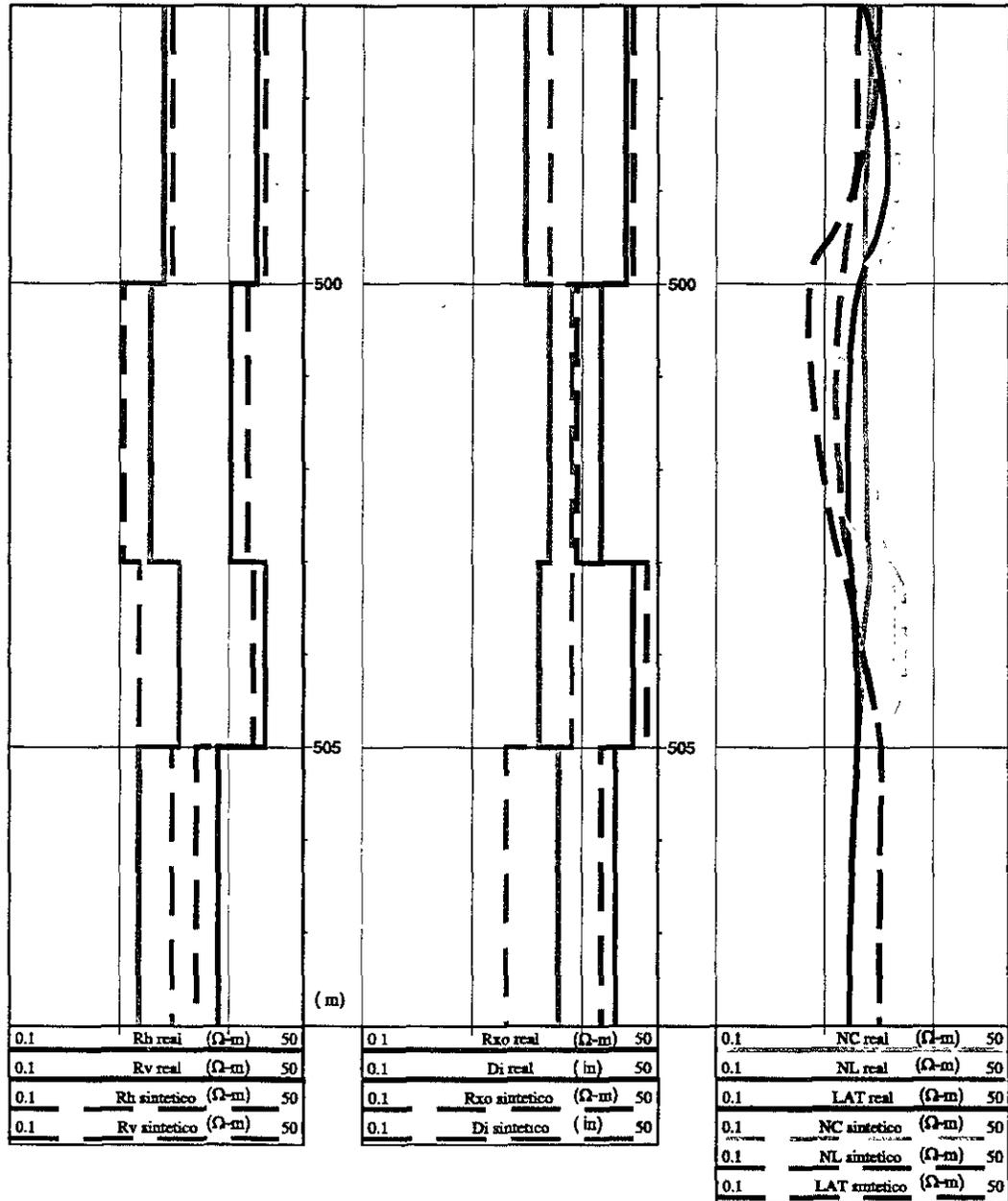


FIG. 4.17. Modelo inicial para cuatro estratos con anisotropía e invasión. Ejemplo 1

La figura 4.18 muestra en el primer carril las componentes del tensor de resistividad reales y los valores finales al realizar la inversión. Puede observarse que el modelo final no presenta discrepancia alguna en escala logarítmica con cada una de las resistividades. En el segundo carril se graficaron los valores reales de R_{xo} y D_i además de los correspondientes valores finales, los cuales, tampoco discrepan significativamente con los valores reales. El tercer carril muestra que las curvas reales de las herramientas normal corta, normal larga y lateral se reprodujeron completamente con el modelo final después de hacer la inversión conjunta de las tres herramientas de resistividad considerando invasión.

El análisis de error de la figura 4.18 muestra que los sintéticos y los parámetros del modelo (resistividades horizontal, vertical, diámetro de invasión y la resistividad de la zona lavada) son reproducidos correctamente (errores menores al 0.3%).

La siguiente tabla muestra los resultados del cálculo χ^2 y $\tilde{\chi}^2$ para cada herramienta a diferentes intervalos de muestreo:

| | 0.25 [m] | 0.50 [m] |
|--|--|--|
| | $\chi_{NC}^2 = 8.61705823e^{-06}$ | $\chi_{NC}^2 = 8.61742814e^{-06}$ |
| | $\chi_{NL}^2 = 9.39196686e^{-05}$ | $\chi_{NL}^2 = 6.79982417e^{-05}$ |
| | $\chi_{LAT}^2 = 2.86603354e^{-07}$ | $\chi_{LAT}^2 = 2.40753176e^{-07}$ |
| | $\tilde{\chi}_{NC}^2 = 2.971399939e^{-07}$ | $\tilde{\chi}_{NC}^2 = 1.23106116e^{-06}$ |
| | $\tilde{\chi}_{NL}^2 = 3.23860926e^{-07}$ | $\tilde{\chi}_{NL}^2 = 9.71403452e^{-06}$ |
| | $\tilde{\chi}_{LAT}^2 = 9.88287429e^{-09}$ | $\tilde{\chi}_{LAT}^2 = 3.43933108e^{-08}$ |

Los resultados muestran que la discrepancia entre las curvas modeladas y observadas para cada herramienta es realmente muy pequeña y aunque el muestreo no sea muy fino, estadísticamente, el ajuste entre las curvas es muy bueno.

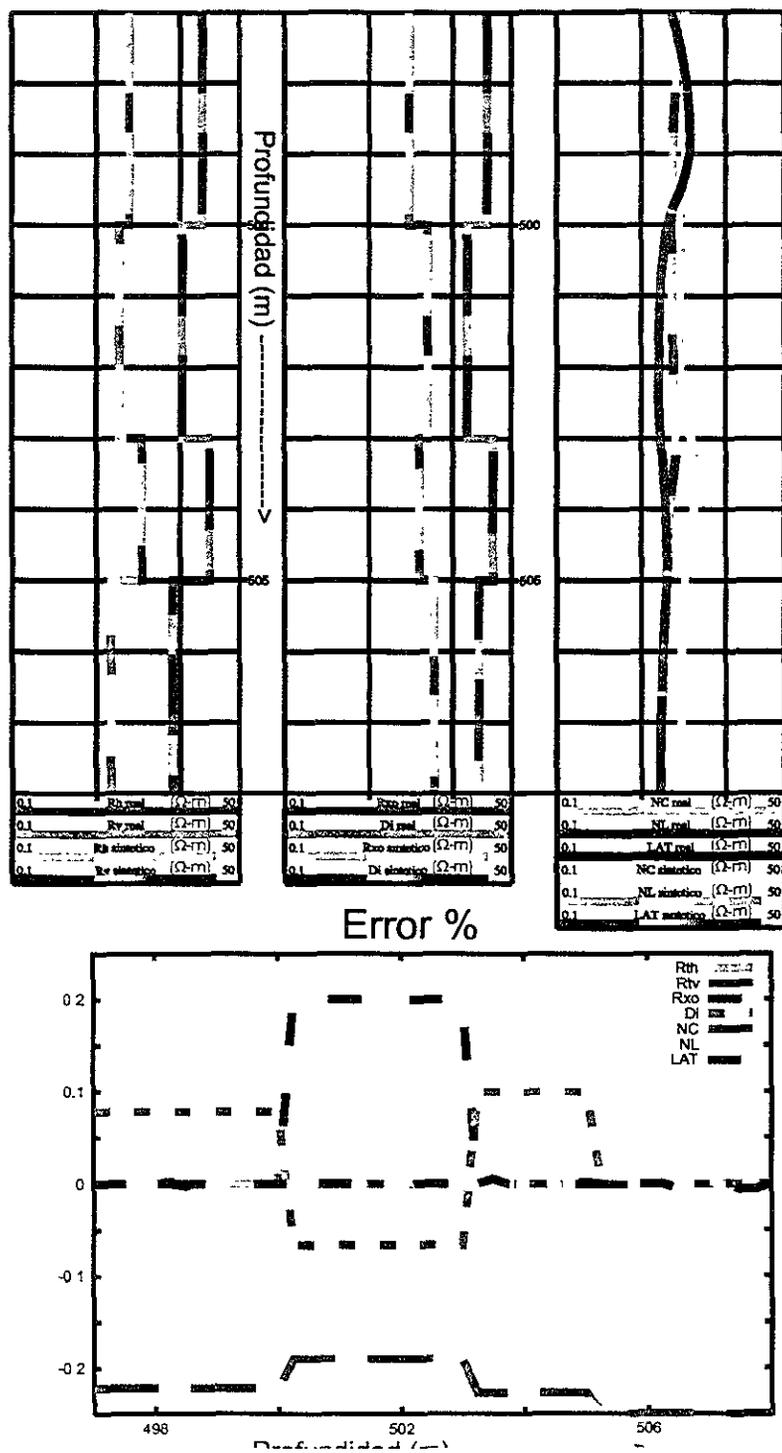


FIG. 4.18. Modelo final para cuatro estratos con anisotropía e invasión. Ejemplo 1.

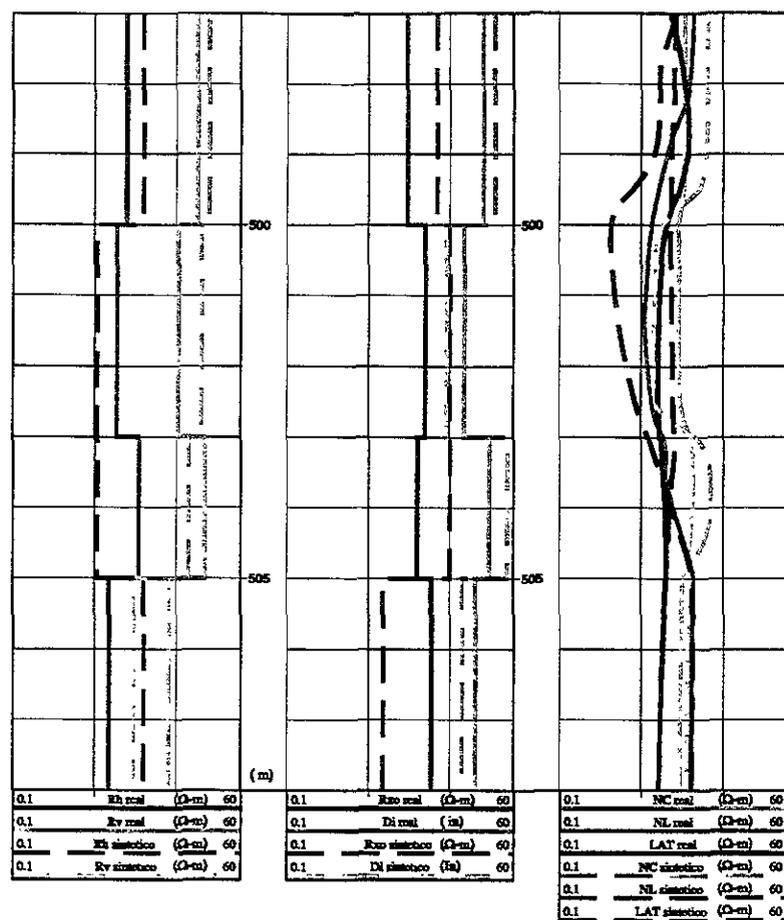


FIG. 4.19. Modelo inicial para cuatro estratos con anisotropía e invasión. Ejemplo 2.

Otro ejemplo que muestra que el programa es capaz de invertir correctamente los parámetros de resistividad y diámetro de invasión es mostrado en las figuras 4.19 y 4.20. La primera de ellas muestra, en sus dos primeros carriles, las curvas de los parámetros reales (R_h , R_v , R_{x0} y D_i) con sus respectivos parámetros iniciales propuestos para realizar la inversión.

Los parámetros iniciales están más alejados que en el caso propuesto por la figura 4.17. El resultado de la inversión conjunta considerando las tres herramientas

de resistividad arrojan resultados muy satisfactorios (figura 4.20) ya que todos los parámetros han sido correctamente calculados y por ende, los sintéticos son iguales a cada una de las curvas de resistividad aparente para cada herramienta.

Los errores máximos que se cometieron al calcular los parámetros del modelo y los sintéticos son menores al 0.3%, lo cual es una muy buena forma de mostrar que la inversión funciona correctamente, pero que además, el problema de equivalencia no es tan fuerte como en los casos anteriores. Los resultados del estadígrafo χ^2 se muestran en la siguiente tabla:

| 0.25 [m] | 0.50 [m] |
|--|--|
| $\chi_{NC}^2 = 1.225956e^{-08}$ | $\chi_{NC}^2 = 0.0$ |
| $\chi_{NL}^2 = 0.173248975$ | $\chi_{NL}^2 = 0.121258363$ |
| $\chi_{LAT}^2 = 1.04996877e^{-07}$ | $\chi_{LAT}^2 = 9.9520972e^{-08}$ |
| $\tilde{\chi}_{NC}^2 = 4.22743449e^{-10}$ | $\tilde{\chi}_{NC}^2 = 0.0$ |
| $\tilde{\chi}_{NL}^2 = 0.0059741026$ | $\tilde{\chi}_{NL}^2 = 0.0173226234$ |
| $\tilde{\chi}_{LAT}^2 = 3.62058196e^{-09}$ | $\tilde{\chi}_{LAT}^2 = 1.42172817e^{-08}$ |

Es interesante observar que los valores de la tabla anterior son muy cercanos a cero, pero en el caso de la herramienta normal larga, los valores son más grandes que para las otras dos.

Para que el proceso de inversión funcione correctamente es necesario proponer un modelo lo 'suficientemente' cercano a la solución, sin embargo, ese modelo inicial es difícil de obtener por que el modelo idóneo es precisamente lo que se busca. La figura 4.21 muestra un modelo inicial (primeros dos carriles) que está alejado de la solución. Los sintéticos, que se muestran el tercer carril, presentan una discrepancia apreciable con los datos reales.

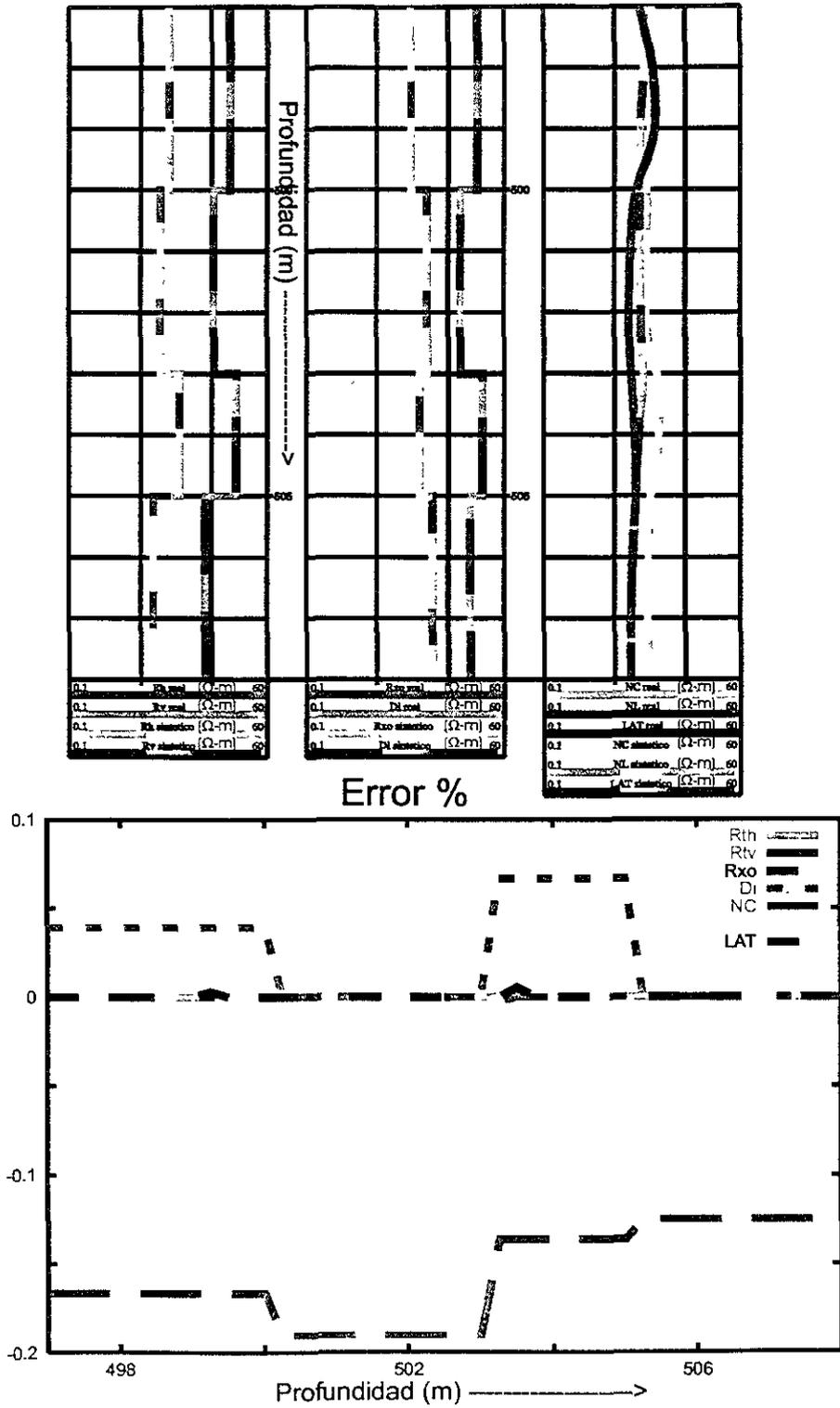


FIG. 4.20. Modelo final para cuatro estratos con anisotropía e invasión. Ejemplo 2.

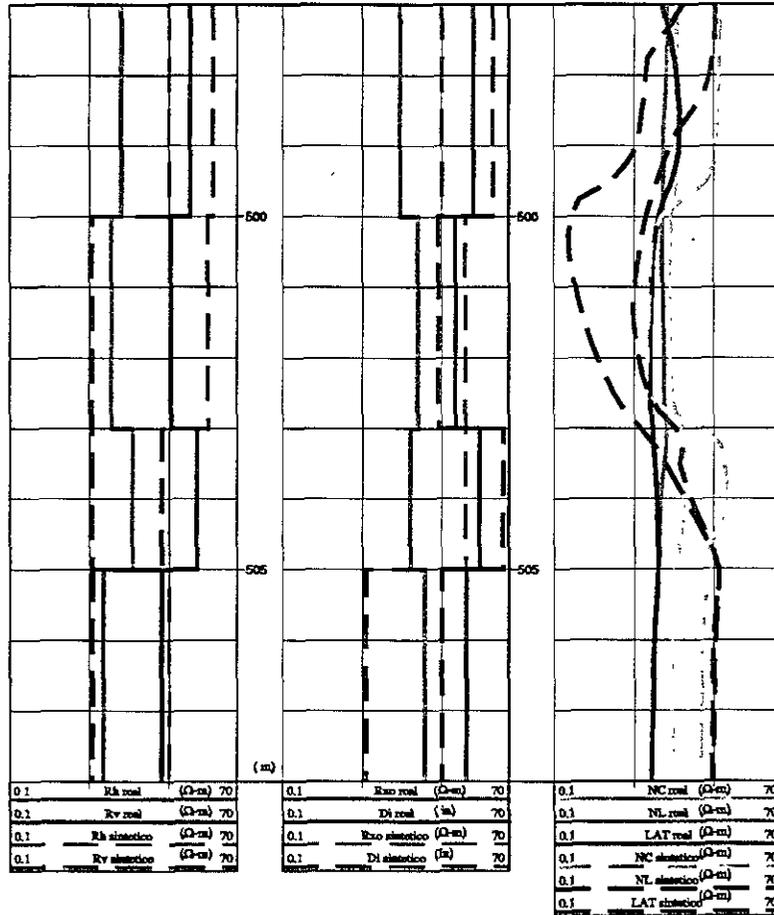


FIG. 4.21. Modelo inicial para cuatro medios con anisotropía e invasión (modelo alejado de la solución).

El resultado de la inversión (figura 4.22) muestra que los parámetros de resistividad no fueron encontrados correctamente, al igual que el diámetro de invasión. Sin embargo, mediante una comparación visual respecto a los modelos iniciales de los ejemplos anteriores, es posible observar que si se vuelve a invertir considerando como modelo inicial el mostrado en los dos primeros carriles de la figura 4.22, entonces se podrá llegar a la solución. Al volver a realizar la inversión conjunta se comprobó que se llega a la solución. Los niveles de error son extremadamente grandes (especialmente en el cálculo de R_{xo}).

Los valores de χ^2 que se muestran en la siguiente tabla son muy grandes, indicando que hay grandes errores entre los valores observados y los calculados.

| 0.25 [m] | 0.50 [m] |
|------------------------------------|-------------------------------------|
| $\chi_{NC}^2 = 1536.40032$ | $\chi_{NC}^2 = 1316.18295$ |
| $\chi_{NL}^2 = 36.1065111$ | $\chi_{NL}^2 = 18.9435402$ |
| $\chi_{LAT}^2 = 154.530238$ | $\chi_{LAT}^2 = 116.912505$ |
| $\tilde{\chi}_{NC}^2 = 52.9793213$ | $\tilde{\chi}_{NC}^2 = 188.026136$ |
| $\tilde{\chi}_{NL}^2 = 1.24505211$ | $\tilde{\chi}_{NL}^2 = 2.70622003$ |
| $\tilde{\chi}_{LAT}^2 = 532862889$ | $\tilde{\chi}_{LAT}^2 = 16.7017864$ |

La explicación física de lo anterior puede ser dada en forma intuitiva. Durante el proceso de inversión lo que se busca es minimizar el error entre dos vectores, uno que contiene los parámetros del modelo real y otro que contiene el modelo producto de inversión. Al no conocerse el modelo real, entonces se debe minimizar la diferencia entre los modelos de dos iteraciones consecutivas.

La función a minimizar puede ser visualizada como una superficie en tres dimensiones que tiene un mínimo global (la solución exacta) y diferentes mínimos locales.

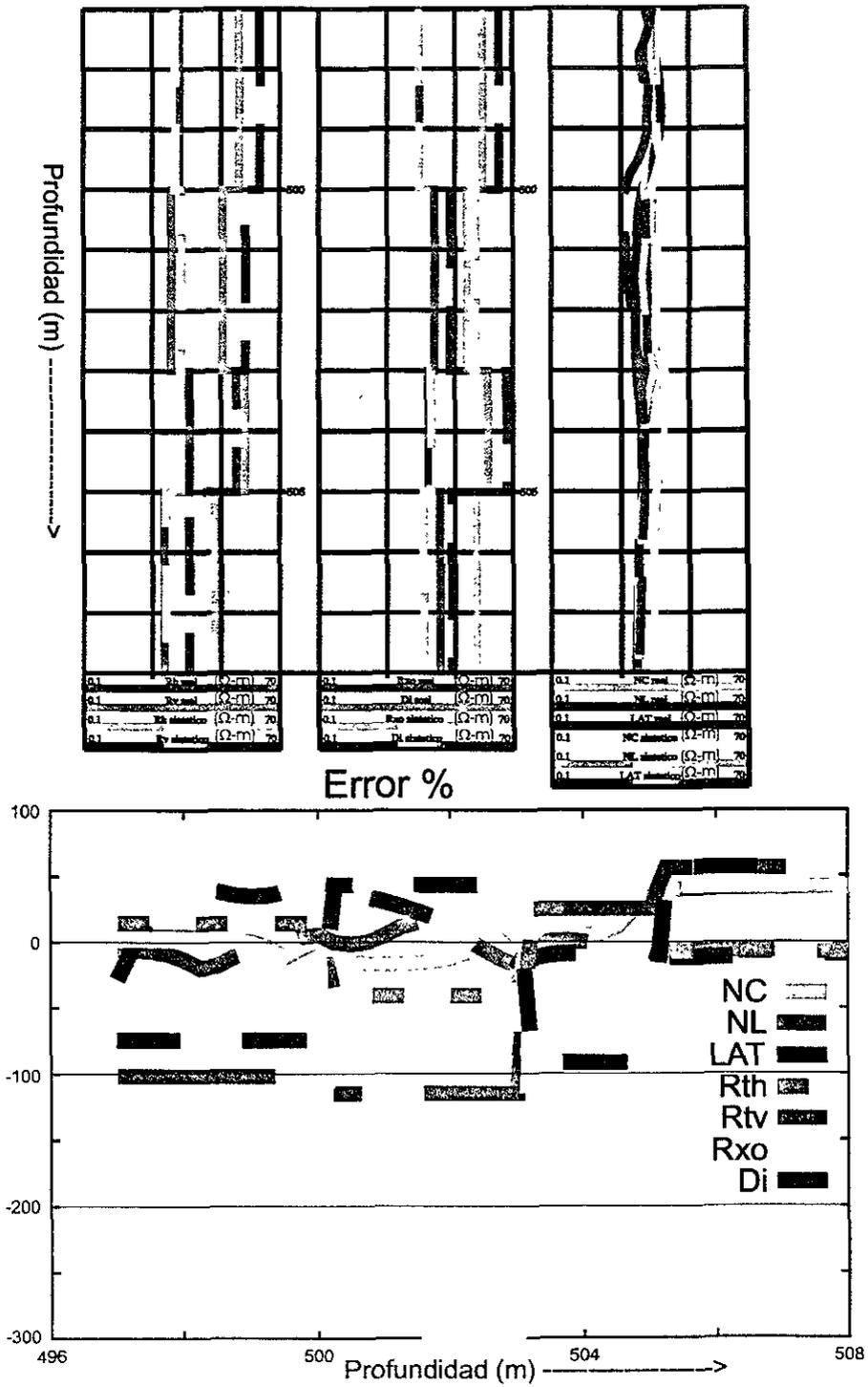


FIG. 4.22. Modelo final para cuatro medios con anisotropía e invasión. (Modelo alejado de la solución).

Cuando se minimiza el error, puede darse el caso en que la función calculada se encuentre cerca del mínimo local, por ello, los parámetros no son los reales (figura 4.22). Al iniciar nuevamente el proceso de inversión existe un parámetro de regularización que suaviza la función de error, es decir, trata de eliminar los mínimos locales, de forma que la minimización obligue a llegar a la solución dada por el mínimo global.

4.5 Inversión conjunta de las herramientas eléctricas considerando anisotropía, invasión y ruido aleatorio

En la realidad, la geología de una cierta zona es muy compleja, involucra estratos no homogéneos y que contienen anisotropía. Además de ello, el ruido (que ya se ha tratado) dificulta la interpretación de los registros eléctricos.

En la presente sección se realiza la inversión conjunta de registros eléctricos de pozos considerando el efecto de invasión y de anisotropía. El diámetro del pozo es de 8 [in] y la resistividad del lodo $R_m = 1$. La figura 4.23 presenta el resultado de la inversión de un modelo de 4 capas geológicas. Cada una de ellas presenta anisotropía y tiene ciertas condiciones de invasión, adicionalmente se le ha sumado 2% de ruido aleatorio.

La figura en cuestión muestra, en el primer carril, el resultado de invertir los parámetros de resistividad y el sintético de la normal corta con su curva de campo. Puede observarse que el sintético es muy parecido a la curva verdadera, además, R_h se reprodujo de forma satisfactoria en todo el intervalo. R_v se encuentra desplazada de su posición original, pero presenta el problema de equivalencia. El segundo carril muestra el sintético para la normal larga, que es muy semejante con la curva de campo.

La figura 4.24 muestra el comportamiento del sintético de la herramienta lateral

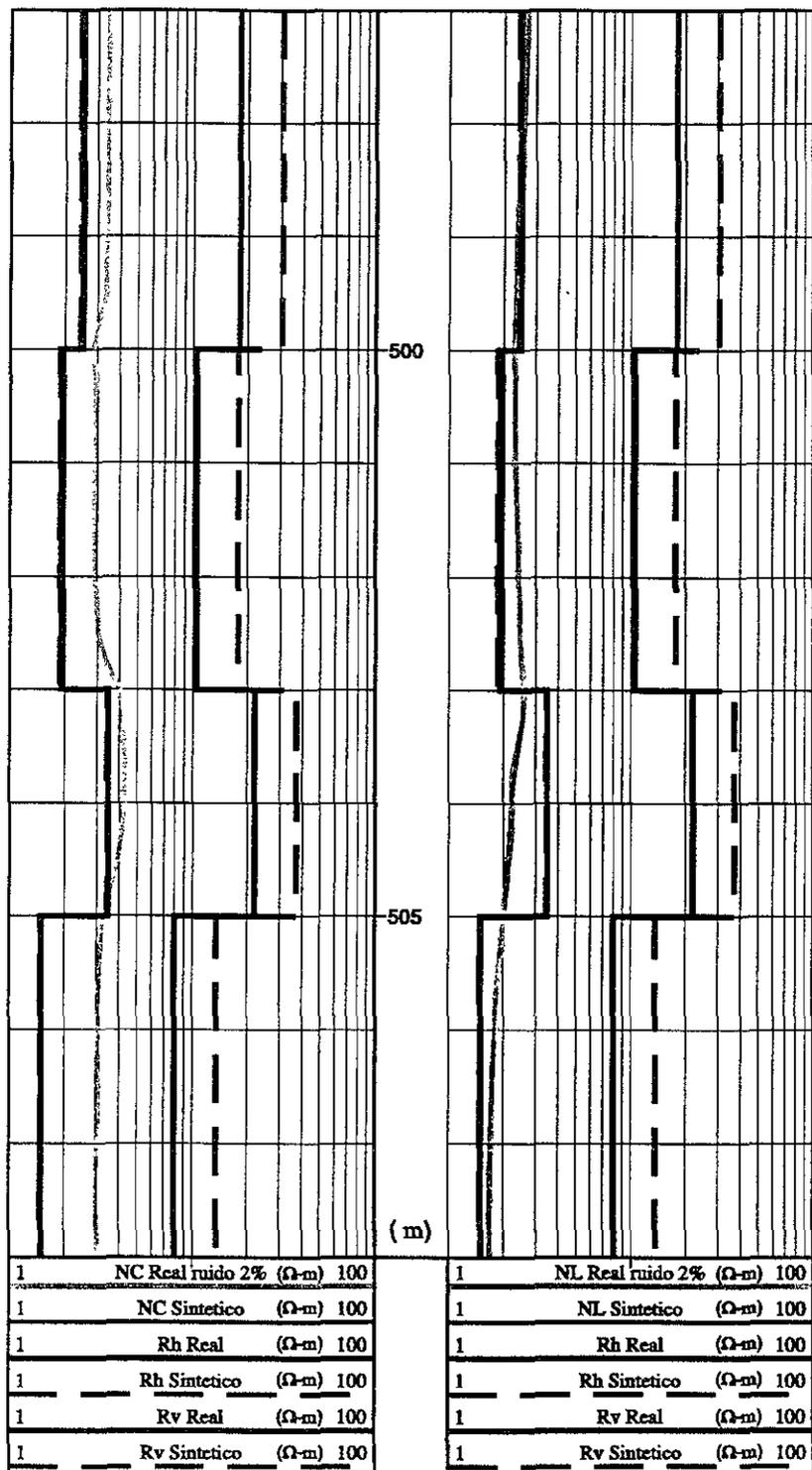


FIG. 4.23. Inversión de las herramientas eléctricas considerando 2% de ruido aleatorio.

respecto a su correspondiente de campo. Es muy importante observar con detalle el resultado de la inversión de los parámetros de invasión ya que presenta ciertas características muy interesantes.

El resultado obtenido para R_{xo} (segundo carril de la figura 4.24) muestra que los valores sintéticos están por debajo de los valores reales para cada estrato. En la capa más profunda se observa que la discrepancia es menor que en la capa inmediata superior. La curva de diámetro de invasión sintético es muy parecido a los valores reales, sin embargo, no presenta la característica de que todos los valores sean menores a la realidad. Existe mayor discrepancia a profundidades menores a 500 m y en la tercer capa.

La figura 4.25 muestra que la resistividad vertical es la que presenta mayor error de los parámetros del modelo, R_{xo} y D_i son parámetros que también presentan errores considerables respecto a los reales. Sin embargo, los sintéticos presentan errores menores al 2.5%, lo cual significa que se tiene el problema de equivalencia, que puede ser resuelto cuando se tiene información de la invasión a priori (sea con la ayuda de otros registros o núcleos) o cuando se tiene mayor cantidad de datos.

La tabla siguiente muestra los resultados estadísticos para cada una de las herramientas:

| 0.25 [m] | 0.50 [m] |
|---|--|
| $\chi_{NC}^2 = 1.4774754$ | $\chi_{NC}^2 = 1.26194059$ |
| $\chi_{NL}^2 = 0.231959632$ | $\chi_{NL}^2 = 0.191272174$ |
| $\chi_{LAT}^2 = 0.025190298$ | $\chi_{LAT}^2 = 0.0222188852$ |
| $\tilde{\chi}_{NC}^2 = 0.0509474275$ | $\tilde{\chi}_{NC}^2 = 0.180277227$ |
| $\tilde{\chi}_{NL}^2 = 0.007998608$ | $\tilde{\chi}_{NL}^2 = 0.0273245963$ |
| $\tilde{\chi}_{LAT}^2 = 0.000868630967$ | $\tilde{\chi}_{LAT}^2 = 0.00317412646$ |

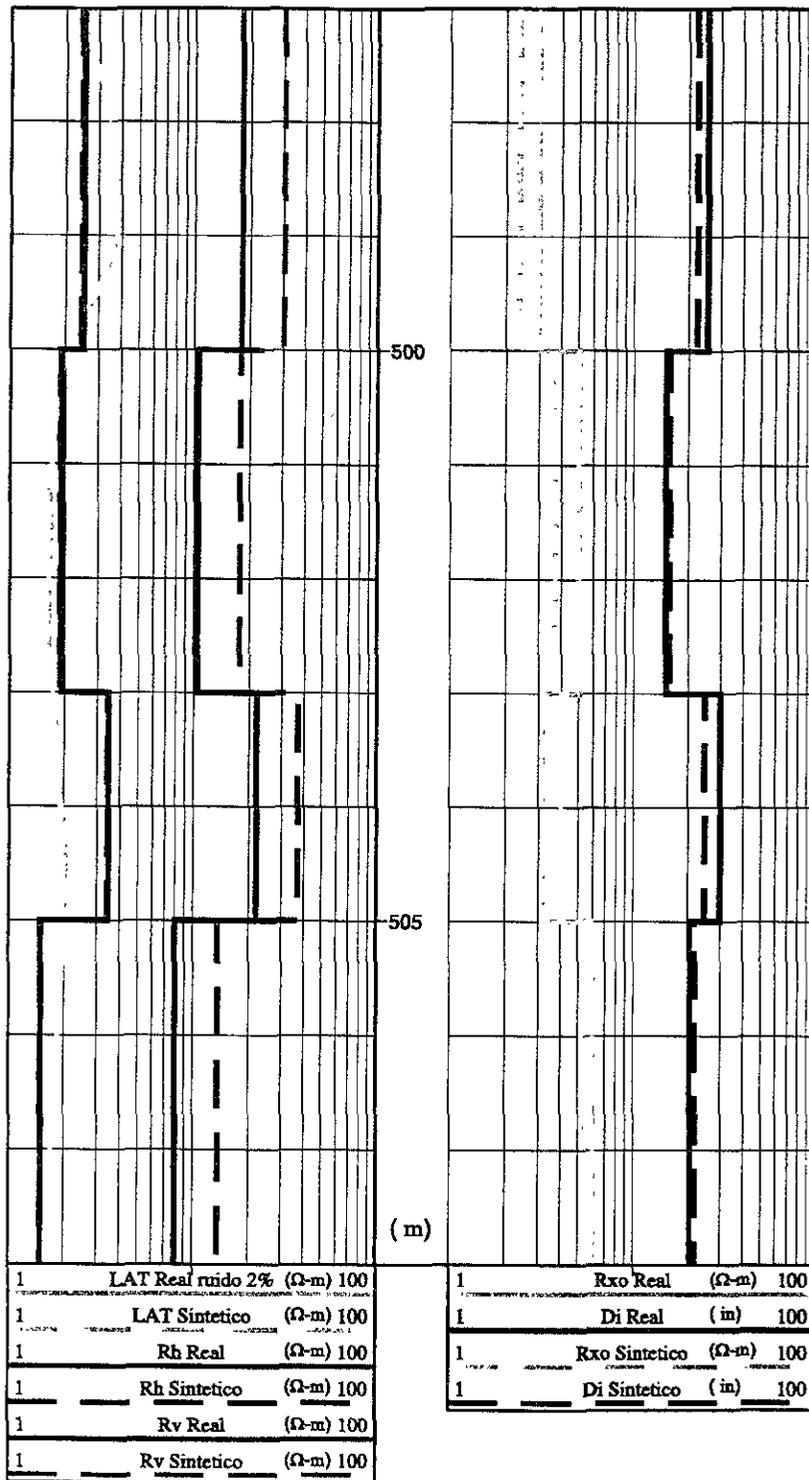


FIG. 4.24. Inversión de las herramientas eléctricas considerando 2% de ruido aleatorio.

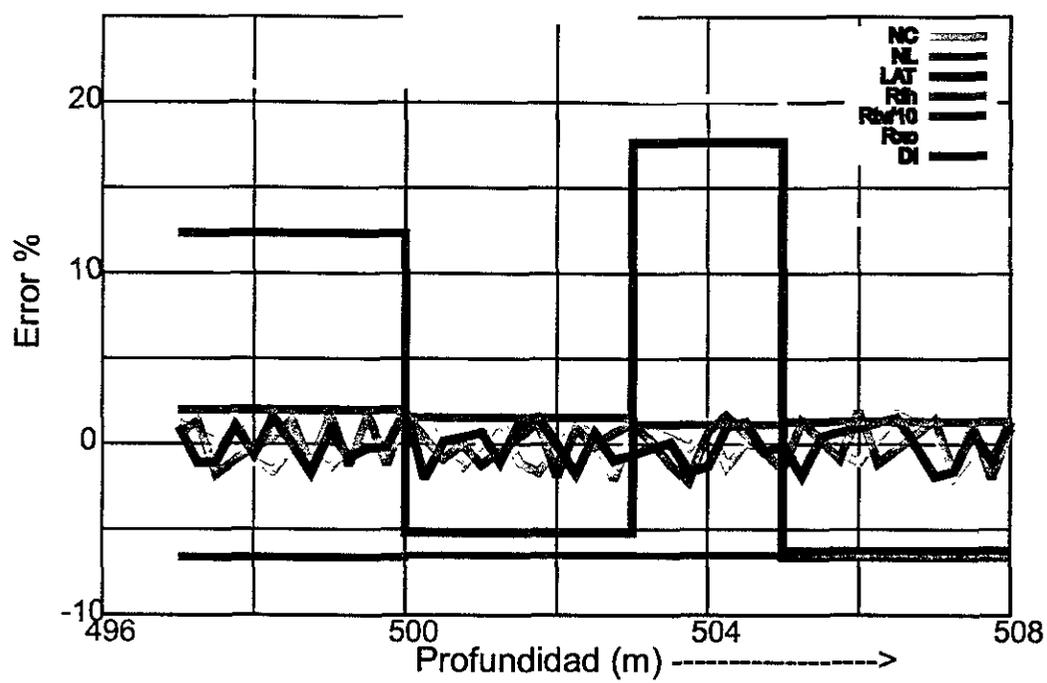


FIG. 4.25. Gráfica de error porcentual con invasión, anisotropía y 2% de ruido aleatorio.

Los resultados mostrados tienden a cero ($\tilde{\chi}^2$), pero en realidad, no son tan buenos como los encontrados cuando no se consideraba ruido aleatorio.

Cuando el porcentaje de ruido es del 5%, bajo las condiciones que se proponen en esta sección, se tienen los resultados que se muestran a continuación. La figura 4.26 muestra los sintéticos para las herramientas normal corta (carril izquierdo) y normal larga (carril derecho), observándose que las discrepancias entre los sintéticos y las curvas de campo correspondientes son muy pequeñas. La resistividad horizontal ha sido fielmente calculada, pero la resistividad vertical tiene la misma amplitud que la curva real, sólo que está desplazada de su posición real.

Es importante observar que el desplazamiento de la curva de resistividad vertical es mayor que en el caso cuando se consideró un 2% de ruido aleatorio. Esto es un efecto muy importante, ya que, cuando el nivel de ruido sea mayor, entonces el desplazamiento de R_v también lo será.

La figura 4.27 muestra, en el carril izquierdo, el comportamiento del sintético de la curva lateral y la de campo. Se puede observar que no hay discrepancia aparente entre las dos curvas, sin embargo, la resistividad de la zona invadida (carril derecho), marca valores más pequeños de los que deben ser y no existe una diferencia constante en cada una de las capas. El diámetro de invasión no fue correctamente calculado y se observa que los valores obtenidos pueden ser mayores o menores a los valores reales, pero siempre cercanos a ellos.

El error porcentual para el caso de 5% ruido (figura 4.28) para el modelo anterior es del orden de 5% para cada uno de los sintéticos. Los mayores errores se calcularon para la resistividad vertical y para la resistividad de la zona lavada además del diámetro de invasión.

El análisis estadístico del caso de 5% de ruido se muestra en la tabla siguiente:

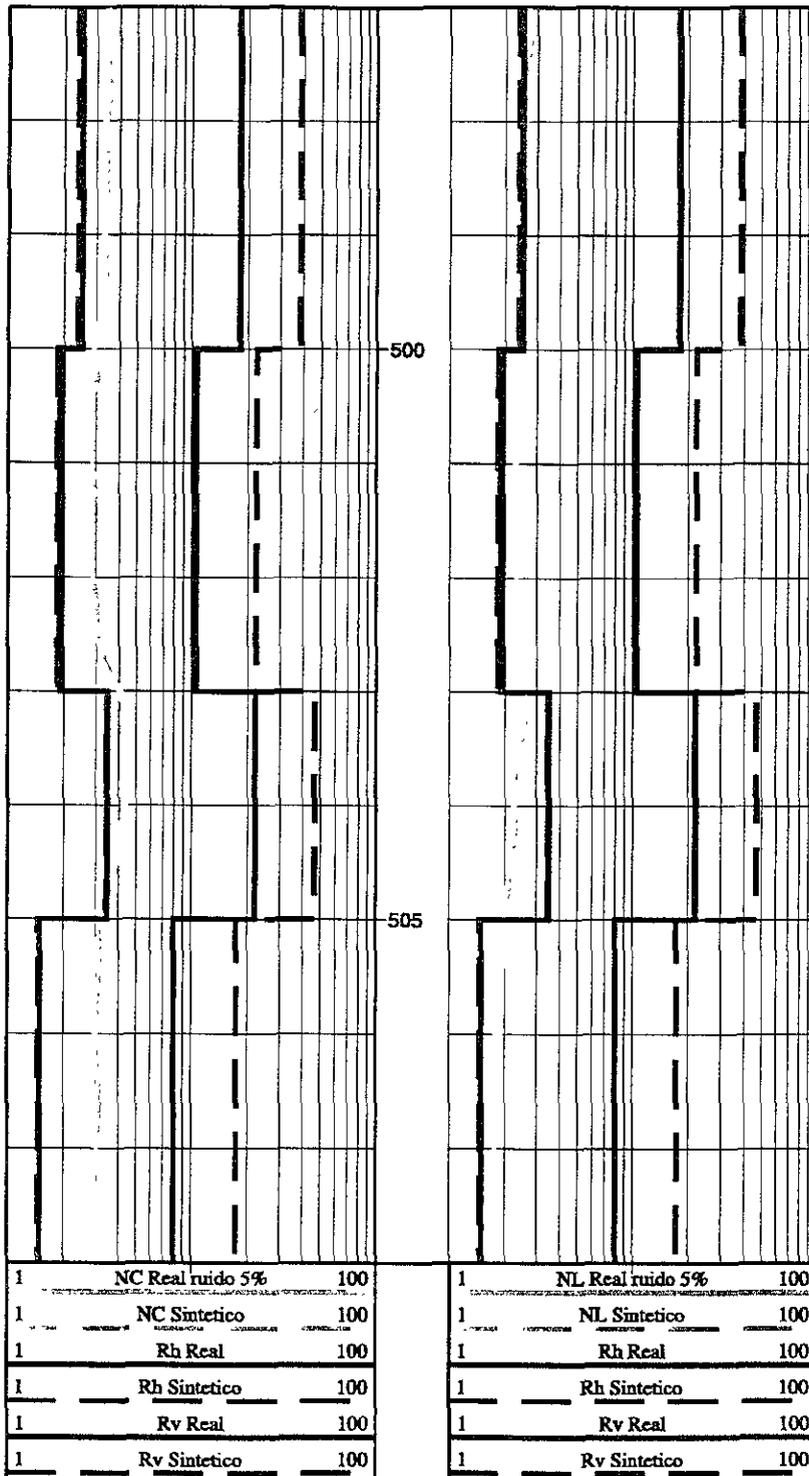


FIG. 4.26. Inversión de las herramientas eléctricas considerando 5% de ruido aleatorio.

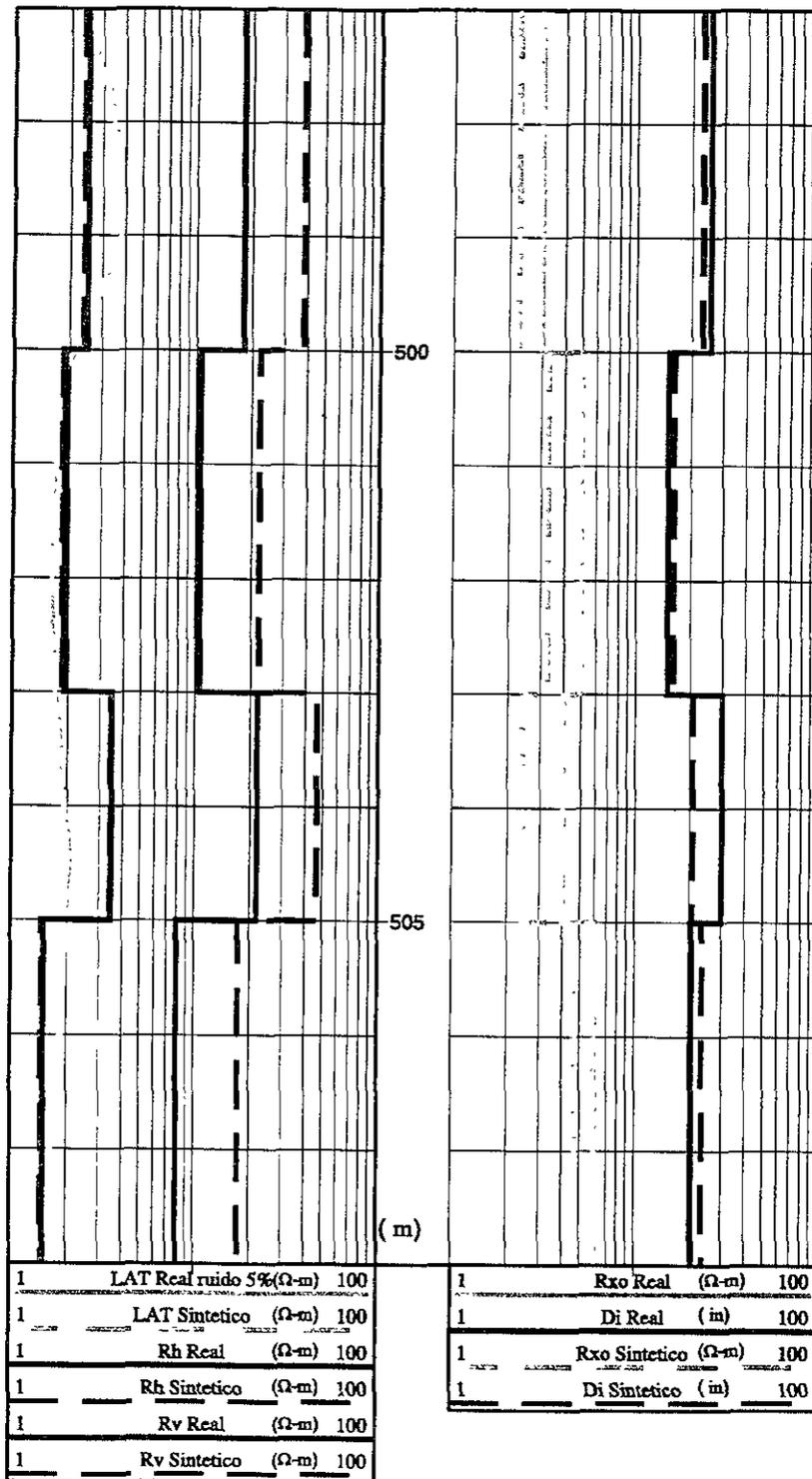


FIG. 4.27. Inversión de las herramientas eléctricas considerando 5% de ruido aleatorio.

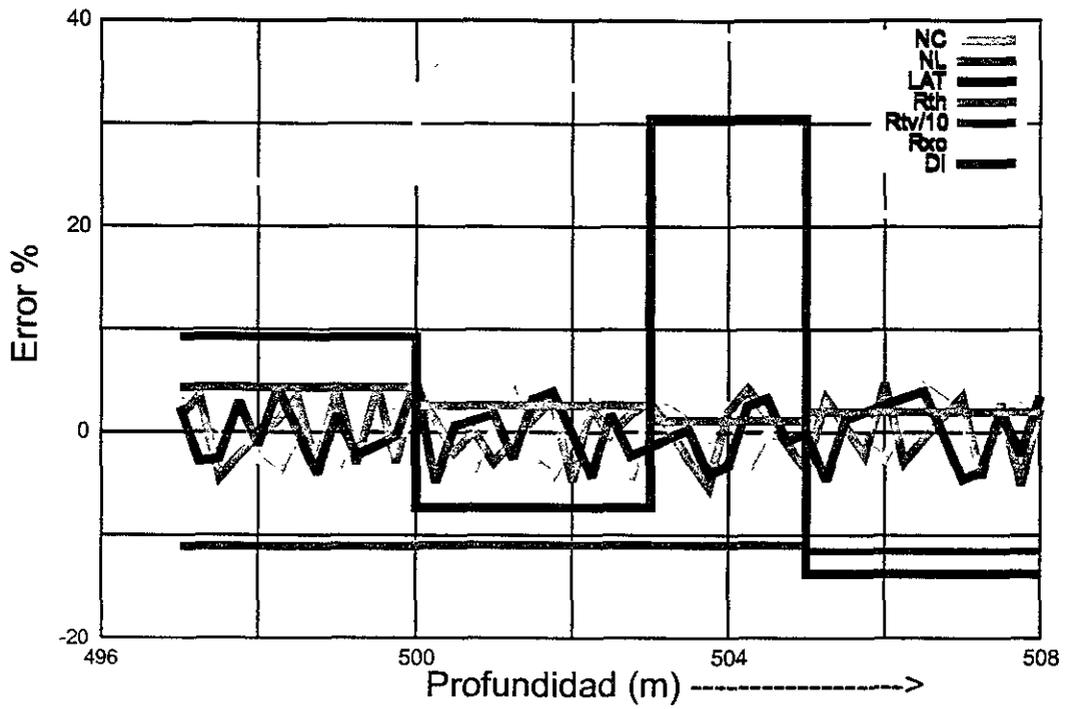


FIG. 4.28. Gráfica de error porcentual con invasión, anisotropía y 5% de ruido aleatorio.

| 0.25 [m] | 0.50 [m] |
|---------------------------------------|---------------------------------------|
| $\chi_{NC}^2 = 6.1546882$ | $\chi_{NC}^2 = 5.47803859$ |
| $\chi_{NL}^2 = 1.07749302$ | $\chi_{NL}^2 = 0.798962917$ |
| $\chi_{LAT}^2 = 0.157298427$ | $\chi_{LAT}^2 = 0.139419838$ |
| $\tilde{\chi}_{NC}^2 = 0.136770849$ | $\tilde{\chi}_{NC}^2 = 0.782576941$ |
| $\tilde{\chi}_{NL}^2 = 0.0239442893$ | $\tilde{\chi}_{NL}^2 = 0.11413756$ |
| $\tilde{\chi}_{LAT}^2 = 0.0034955206$ | $\tilde{\chi}_{LAT}^2 = 0.0199171198$ |

Los resultados de la última tabla muestran que ya existe dispersión apreciable entre los datos calculados y los muestreados.

La figura 4.29 muestra los resultados de invertir con ruido de 10%. La resistividad horizontal, en general, ha sido correctamente calculada, pero, por ejemplo en la primer capa, hay una ligera discrepancia respecto al valor real. R_v ha sido desplazada de su posición original, tal como se esperaba, de acuerdo a los resultados anteriores y los sintéticos para los casos de las curvas normal corta y normal larga han sido aproximados de forma correcta.

La figura 4.30 muestra que existe poca discrepancia entre la curva de campo y su sintético. Los valores de R_{xo} obtenidos con inversión son menores que los reales y el diámetro de invasión está muy alejado de sus valores reales en cada capa.

Las gráficas de error se muestran en la figura 4.31. Los parámetros menos sensibles son la resistividad vertical y la R_{xo} , el más sensible es la resistividad horizontal ya que presenta el menor error. Los sintéticos presentan errores menores al 10%.

La siguiente tabla indica los parámetros de χ^2 para cada una de las herramientas:

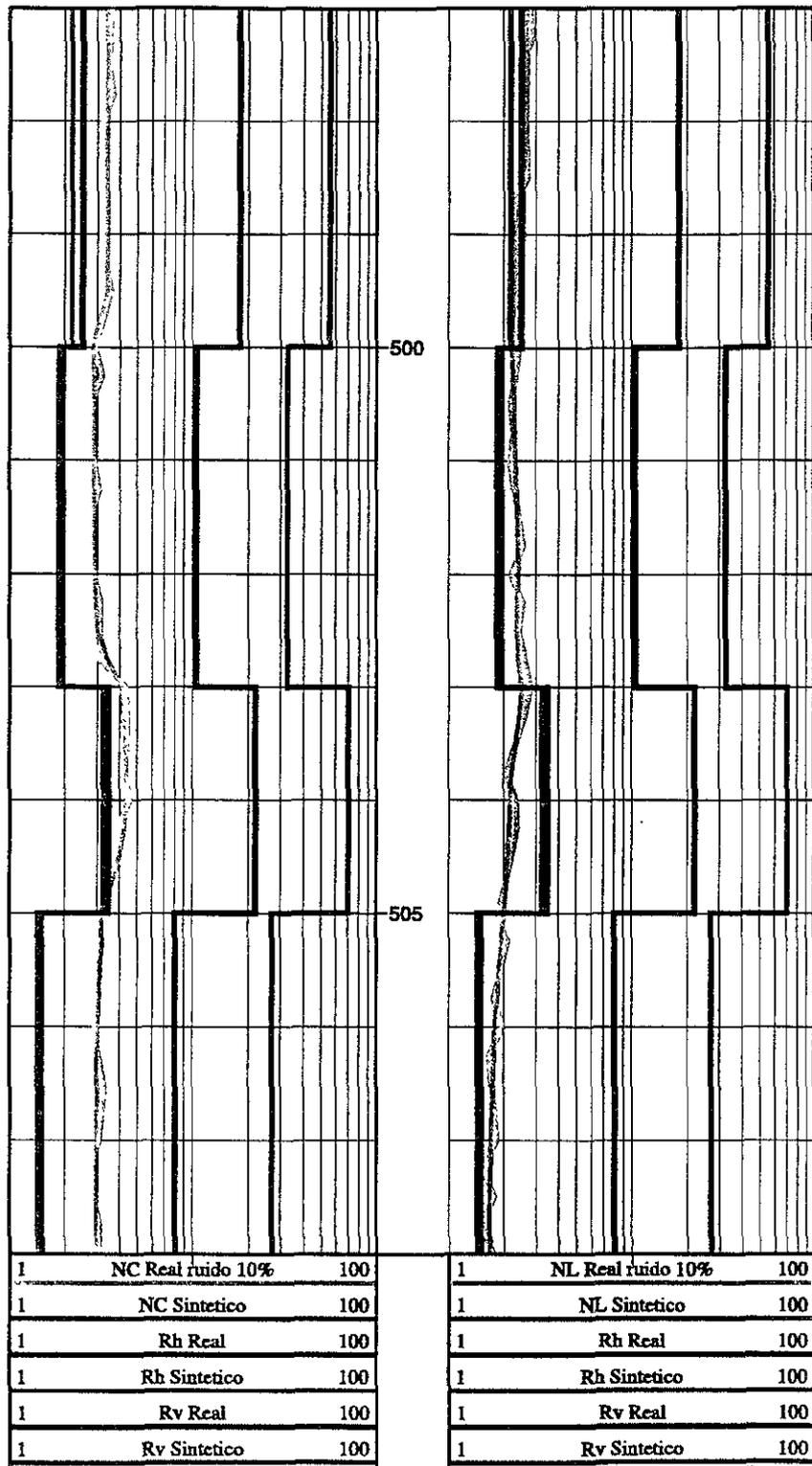


FIG. 4.29. Inversión de las herramientas eléctricas considerando 10% de ruido aleatorio.

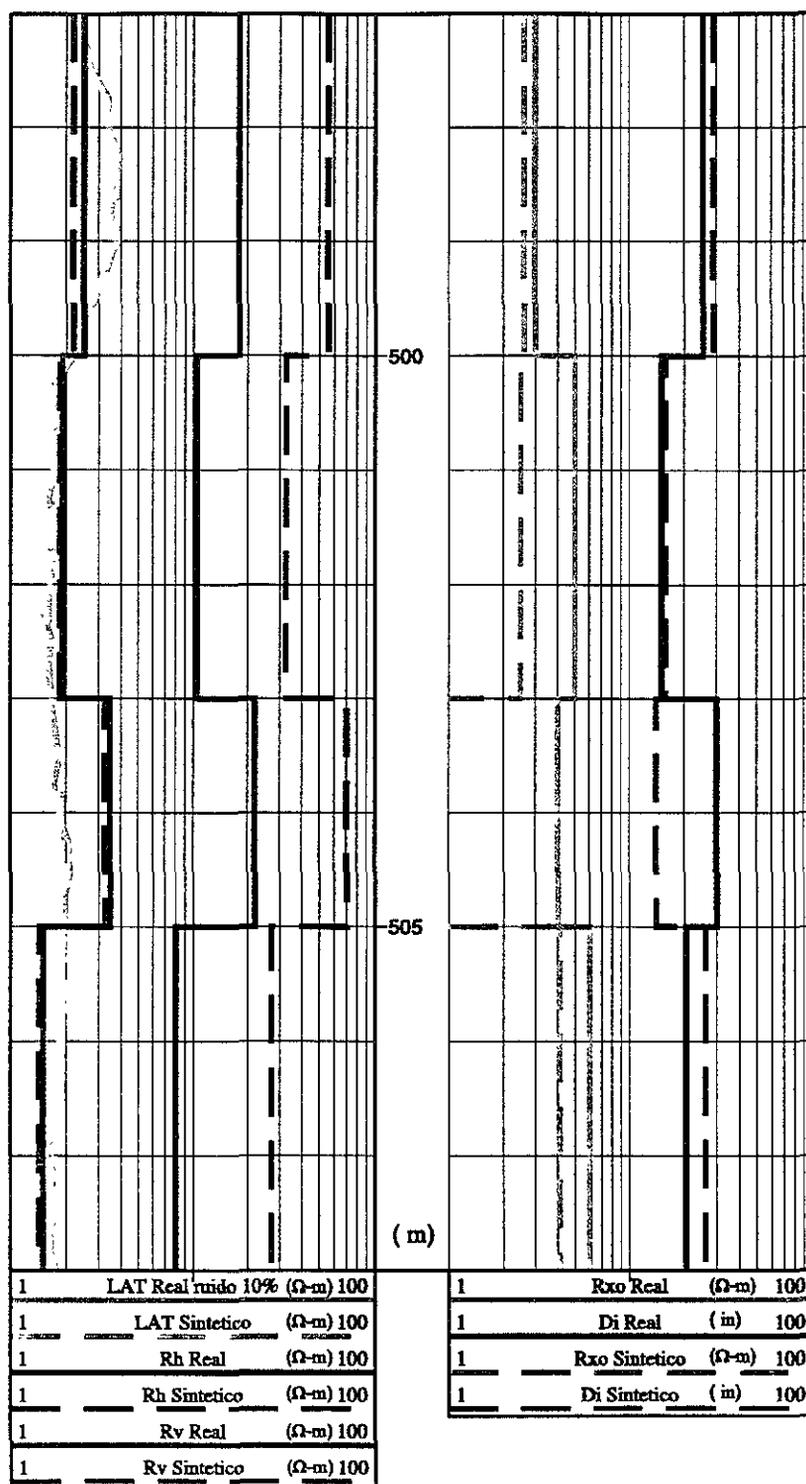


FIG. 4.30. Inversión de las herramientas eléctricas considerando 10% de ruido aleatorio.

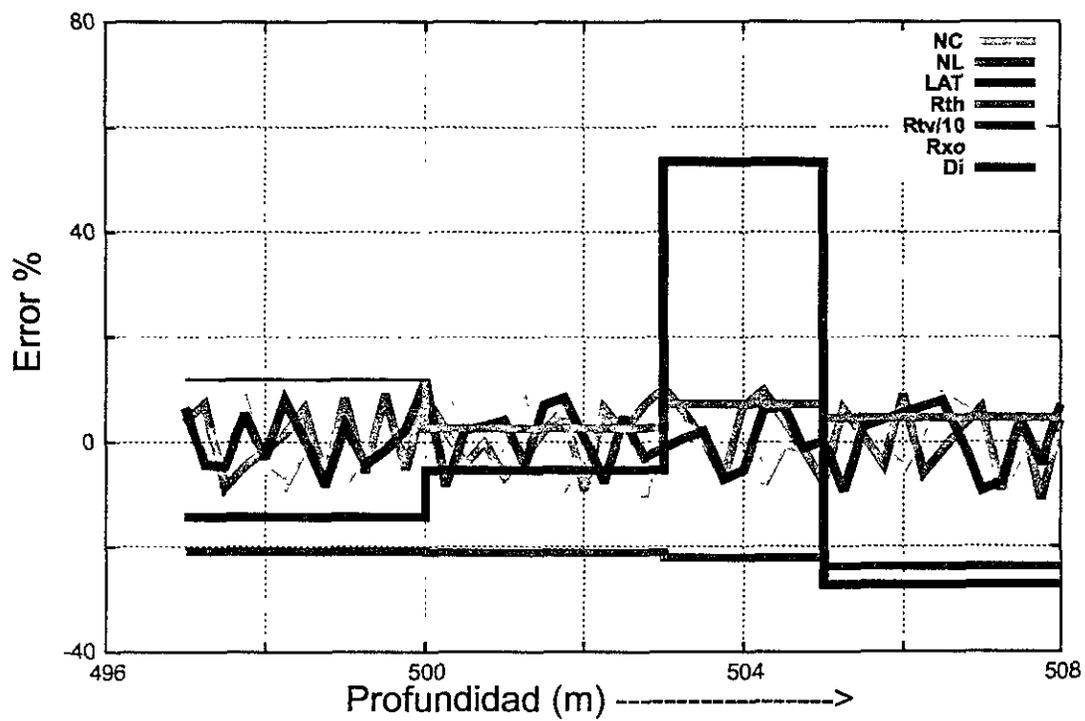


FIG. 4.31. Gráfica de error porcentual con invasión, anisotropía y 10% de ruido aleatorio.

| 0.25 [m] | 0.50 [m] |
|---------------------------------------|--------------------------------------|
| $\chi_{NC}^2 = 27.0597475$ | $\chi_{NC}^2 = 21.1875816$ |
| $\chi_{NL}^2 = 9.67896911$ | $\chi_{NL}^2 = 7.34394375$ |
| $\chi_{LAT}^2 = 1.91436359$ | $\chi_{LAT}^2 = 1.57497653$ |
| $\tilde{\chi}_{NC}^2 = 0.933094741$ | $\tilde{\chi}_{NC}^2 = 3.02679737$ |
| $\tilde{\chi}_{NL}^2 = 0.333759555$ | $\tilde{\chi}_{NL}^2 = 1.04913482$ |
| $\tilde{\chi}_{LAT}^2 = 0.0660125376$ | $\tilde{\chi}_{LAT}^2 = 0.224996648$ |

Los resultados mostrados indican una gran discrepancia entre los datos observados y los calculados. Por ello, se considera que un nivel de ruido del 10% es difícil de considerar, en términos prácticos, por que la discrepancia entre las curvas observada y calculada es grande.

Las conclusiones obtenidas en este capítulo se pueden resumir en las siguientes:

- Existe equivalencia en la resistividad vertical para el caso de modelación en donde no se tome en cuenta el pozo
- La inversión conjunta permite encontrar excelentes resultados en los parámetros de resistividad, permitiendo, para el caso con pozo disminuir el problema de equivalencia.
- Para el caso de la inversión con invasión se mostró que cuando el modelo inicial es lo ‘suficientemente’ cercano a la solución existe convergencia a ella.
- Cuando el modelo inicial está muy alejado de la solución, el modelo de salida no es muy bueno, sin embargo, si el vector ese vector de parámetros lo dejamos

como modelo inicial de otro proceso de inversión, el modelo final tenderá a ser más cercano al 'real'.

- Cuando se invierten los parámetros de invasión con anisotropía y con ruido aleatorio, el problema de equivalencia se acentúa conforme este ruido es mayor.
- La resistividad de la zona invadida obtenida con inversión (invasión, anisotropía y ruido) siempre fue menor que en la realidad, lo que puede afectar grandemente la evaluación de la saturación de agua.

Capítulo 5

CASO REAL

En el capítulo anterior se trabajó con modelos, cuyos resultados, permitieron conocer las características de la inversión para una variedad de casos que pueden presentarse en la realidad. Se observó que existe el problema de equivalencia que puede reducirse si se aplica la inversión conjunta siempre y cuando no exista invasión.

Cuando se presenta el fenómeno de anisotropía con invasión, los resultados son buenos ya que el problema de equivalencia puede ser reducido cuando se empieza a invertir con un modelo cercano al real. Sin embargo, cuando al modelo anterior se le aplica ruido aleatorio, entonces se pueden presentar problemas en la interpretación.

Se propuso que el nivel máximo de ruido aleatorio, bajo el cual la inversión se considera suficientemente buena está en alrededor del 5%.

A continuación se muestran los resultados de inversión para dos casos reales. Uno de ellos publicado (Hilchie) y el otro (pozo A) es una secuencia de arenas y lutitas.

5.1 Comparación con un ejemplo publicado (Hilchie)

La presente sección muestra la comparación entre los resultados obtenidos con el programa INVERLOG considerando los efectos de invasión y anisotropía y los resultados obtenidos al hacer correcciones ambientales a los datos de un pozo mediante nomogramas generados por la compañía de servicios Lane Wells (Hilchie, 1979).

La figura 5.1 muestra los datos de un pozo de la costa del golfo de México. El intervalo tiene información del registro de Potencial Natural que muestra una secuencia de arena con intercalaciones de lutita. En el intervalo de 845 a 850 [m] se

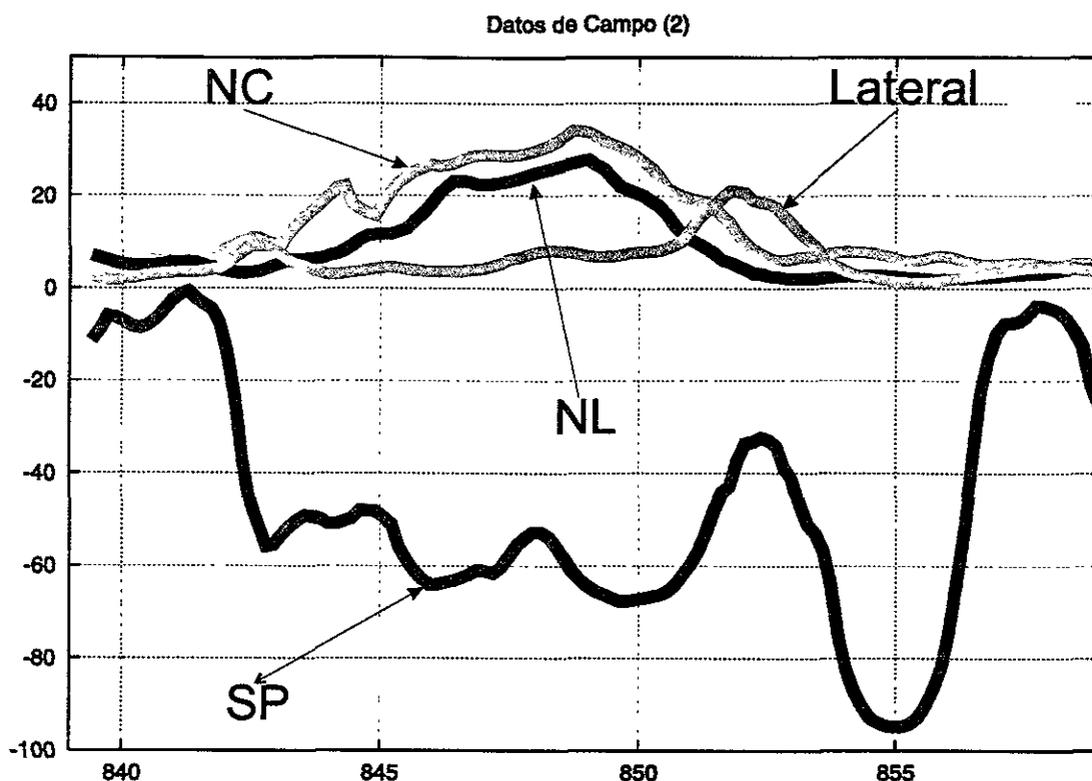


FIG. 5.1. Datos de campo tomados del Hilchie.

observa una separación entre las dos curvas normales, lo cual puede ser considerado como una posible zona de interés (por su alta resistividad). En la profundidad de 855 [m] existe una arena en donde las tres curvas (normal corta, normal larga y lateral) indican valores bajos de resistividad, lo cual puede ser interpretado como una zona de arena saturada con agua de alta salinidad.

En 1979, Hilchie realizó la corrección manual de las curvas de campo por efecto de espesor de las capas y calculó los parámetros de D_i , R_{xo} y R_t utilizando nomogramas. El cálculo de los parámetros fue realizado por Hilchie utilizando cartas de corrección que consideran un diámetro de pozo de 7.875 [in], cuando el valor real es de 8 [in].

Los nomogramas utilizados por Hilchie son cuatro series de cartas donde se suponen las relaciones $\frac{D_i}{d} = 2, 5, 10$ y 15 . El procedimiento de cálculo es utilizar dos cartas de corrección para cada uno de los valores mencionados de D_i/d . Los datos de entrada para cada una de las cartas son las relaciones de la resistividad corregida por efecto del espesor del estrato de la curva normal corta y normal larga divididos entre la resistividad del lodo para una carta, y para la otra, se pide de entrada la resistividad corregida de las herramientas normal corta y lateral divididas entre la resistividad del lodo. Es decir, se necesitan 8 cartas de corrección para la evaluación en cada punto donde se tienen datos de resistividad aparente.

Debido a la dificultad práctica que significa obtener las relaciones mencionadas para cada punto de las curvas de resistividad, Hilchie propone usar los valores 'representativos' en todo el intervalo de interés (843-457 [m]). De acuerdo a ello, utiliza el valor de la resistividad del lodo (0.7 [Ωm] a 853 [m]), después genera la siguiente tabla con los valores de resistividad (fig.5.1):

| | $R_{\text{del registro}}$ | $R_{\text{corregida}}$ | R_{corr}/R_m |
|-----------|---------------------------|------------------------|-----------------------|
| R_{nc} | 28 | 28 | 40 |
| R_{nl} | 23 | 26 | 37 |
| R_{lat} | 21 (pico) | 16 | 23 |

Aplicando los nomogramas generados por la compañía LaneWells (Hilchie, 1979, pags. 91-98) se llega a un cálculo de $R_t = 13$ [Ωm] y a un valor de diámetro de invasión de 21.6 [in]. El resultado anterior es muy cuestionable ya que el cálculo de las resistividad verdadera y el diámetro de invasión en todo el intervalo se genera usando la información 'promedio'. Sin embargo, estos cálculos pueden dar una idea general de los valores en todo el intervalo.

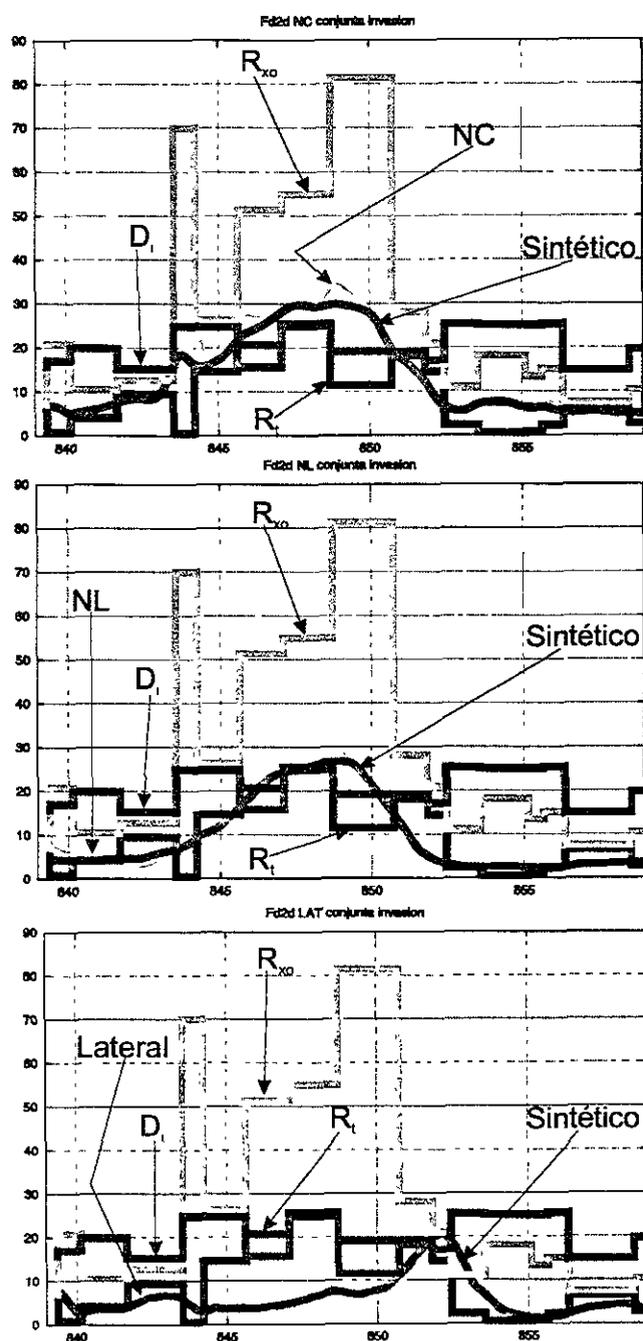


FIG. 5.2. Cálculo de R_{x0} y R_t con el programa INVERLOG.

La figura 5.2 muestra el resultado de invertir las curvas de resistividad mostradas en la figura 5.1. Los sintéticos obtenidos muestran una discrepancia respecto a las curvas de campo, pero, en general, siguen la misma tendencia de los datos para cada una de las herramientas eléctricas. Lo interesante es mostrar que el diámetro de invasión obtenido varía, dependiendo de la capa geoelectrica, entre los valores de 18 a 25 [in], lo cual es congruente con el resultado obtenido por Hilchie.

Es interesante analizar los resultados que se tienen en la zona de lutitas (841 [m]). El diámetro de invasión es aproximadamente de 20 [in], lo cual es lógico, ya que en general, en este tipo de zonas existen derrumbes debido a que las lutitas son muy deleznales. De acuerdo a lo anterior, se espera que el valor de R_{xo} se aproxime a R_t y por tanto, que el valor de resistividad sea muy cercano a la del agua de formación. En esta zona, el ajuste de los sintéticos con las curvas de campo respectivas no es muy bueno, debido a ello, se justifica la separación entre R_{xo} y R_t en este intervalo.

Otra zona donde existen derrumbes y el ajuste de los sintéticos con las curvas de campo respectivas es muy bueno, se localiza a la profundidad de 857 [m] aproximadamente. La litología es lutita, el diámetro de invasión es grande (alrededor de 15 [in]). Los valores de R_{xo} y R_t son muy parecidos y tienden al valor de la resistividad del agua de la formación.

El desarrollo anterior permite comparar los resultados obtenidos por Hilchie con los obtenidos al realizar la inversión conjunta de las curvas considerando invasión. Al invertir las curvas de campo tomando en cuenta invasión y anisotropía, se obtienen los resultados mostrados en la figura 5.3. Es importante verificar que los sintéticos se aproximan de forma 'aceptable' a las curvas de campo. Un resultado interesante es a la profundidad de 855 [m] donde el *SP* marca una zona de arenas, las resistividades horizontal y vertical marcan casi el mismo valor, lo cual puede ser considerado como

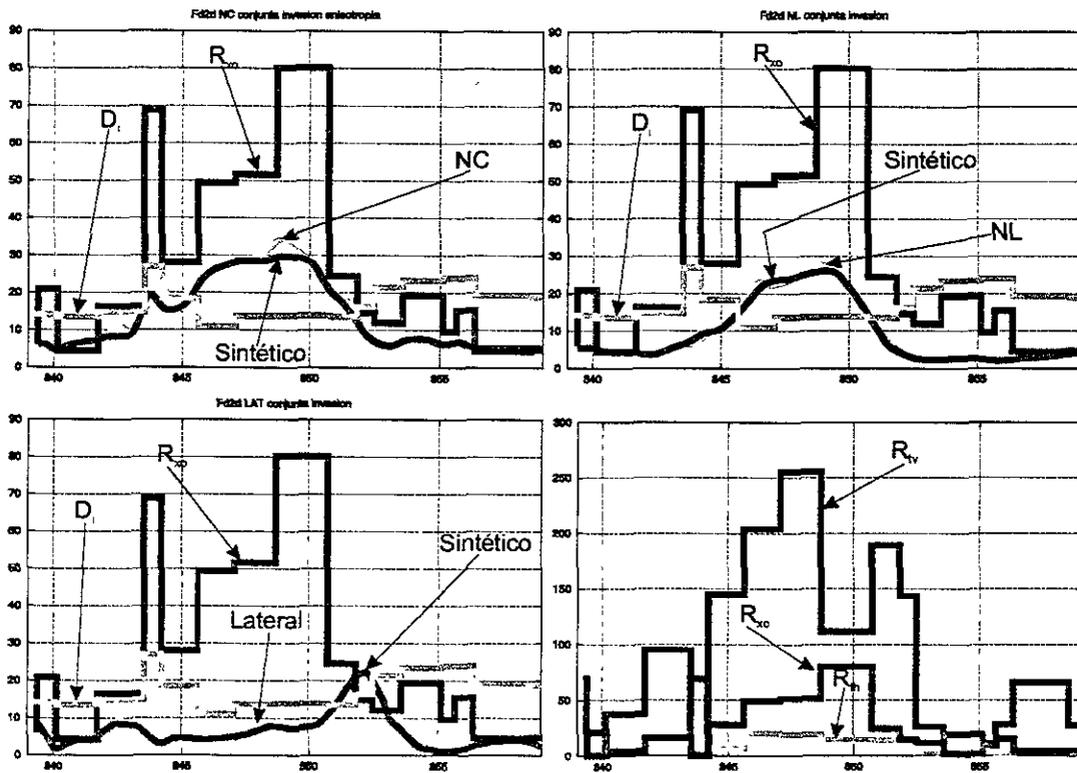


FIG. 5.3. Cálculo de R_{th} , R_{tv} , R_{xo} y D_t para el ejemplo publicado por Hilchie.

zona que tiende a ser isótropa.

5.2 Pozo A

Se escogió un pozo localizado al norte de la Ciudad de Reynosa, Tamps., en una secuencia de arena-lutitas. El intervalo a procesar fue identificado por los analistas de registros como posible zona de interés, sin embargo, nunca se probó.

La figura 5.4 muestra el comportamiento de las curvas de potencial natural (*SP*) en el primer carril, el segundo carril muestra las herramientas eléctricas (normal corta, normal larga y lateral) y en el carril de la derecha se tiene la curva de calibrador de pozo.

El diámetro del pozo es de 8.725 [in]. El primer comentario que se tiene es la gran cantidad de derrumbes que se existen. En la primera arena que se observa (2398 [m]) el calibrador no marca derrumbe al igual que en la arena inmediata (2402 [m]). En la lutita intermedia se tiene un derrumbe bien marcado. El sistema *INVER-LOG* no hace correcciones debidas al efecto del diámetro de agujero, lo cual puede ser considerado como una fuente probable de alteración de los resultados de inversión.

En el segundo carril de la figura 5.4 se muestra el comportamiento de las herramientas normales y lateral. En la arena, arriba de 2400 [m], la normal corta marca el valor más alto, a 2401 [m], la misma curva marca un valor ligeramente más bajo con un aumento de resistividad enseguida. La herramienta normal larga indica valores relativamente constantes un poco mayores que los obtenidos con la lateral.

Debido a las características de las herramientas que se discuten, el intervalo de 2395 [m] a 2405 [m] es considerado de interés para realizar el procesamiento.

Existe una zona interesante aproximadamente de 2407 a 2412 [m], donde el *SP* marca una ligera deflexión hacia la zona de arenas. Las tres herramientas eléctricas se

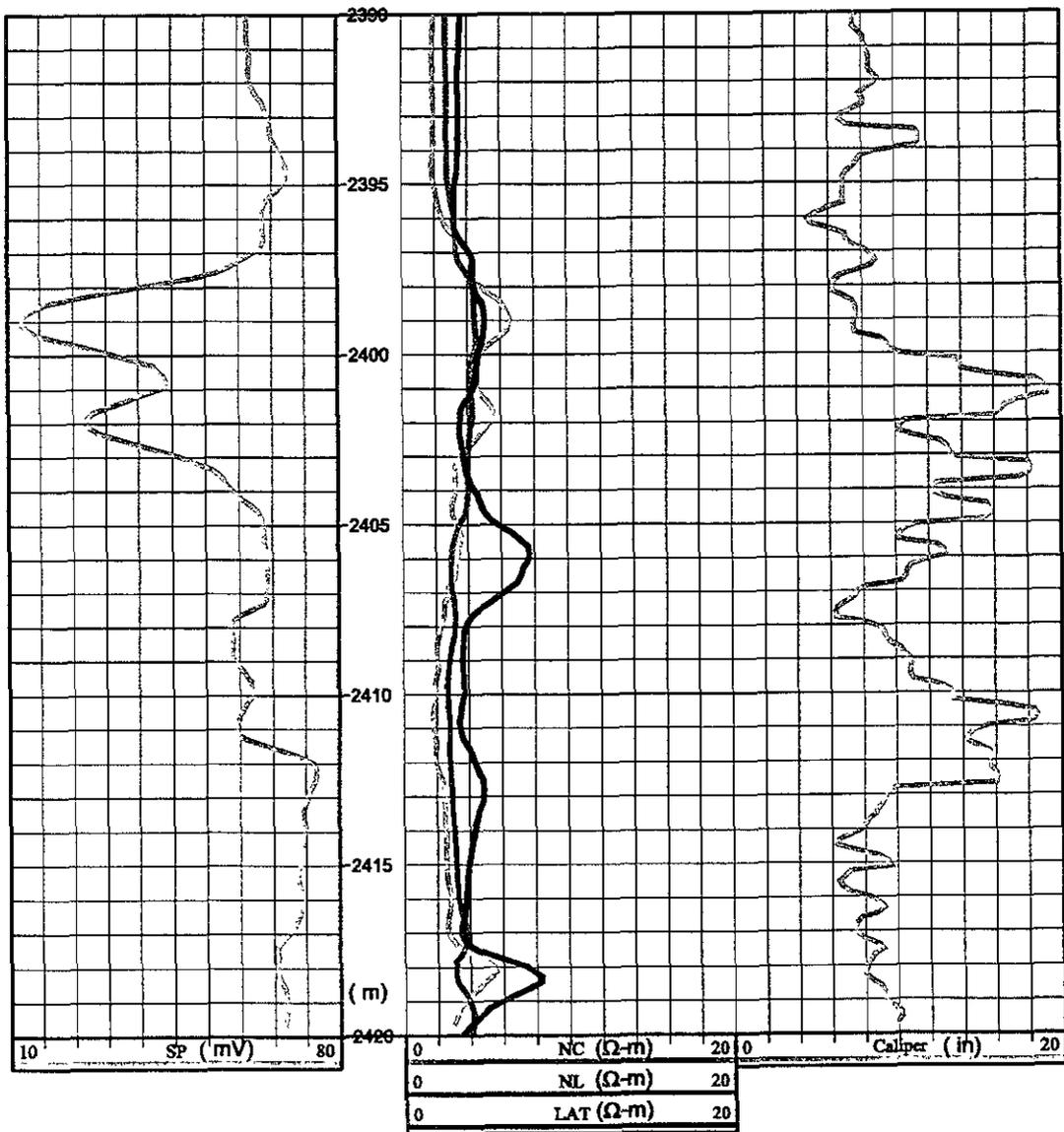


FIG. 5.4. Juego de curvas de campo del pozo A.

acercan mucho, lo cual puede ser interpretada como una lutita donde debiera existir alta anisotropía.

Otro intervalo interesante de posible interés es donde existe la reversión de la herramienta normal larga (2418 [m]), y las herramientas normal corta y lateral indican valores relativamente altos.

Hasta hace algunos años, la interpretación de registros eléctricos antiguos se realizaba aplicando correcciones ambientales a los juegos de registros para obtener, de la herramienta normal corta el valor de R_{xo} y de la normal larga, la información de R_t necesarios para la interpretación usando el modelo Schlumberger (Método antiguo).

Desde que se introdujo en México la inversión de registros, la interpretación se realiza aplicando inversión conjunta de las tres herramientas eléctricas, permitiendo tres modelos geoelectrónicos diferentes, uno para cada herramienta (Método Reynosa). Desde un punto de vista estricto, el modelo utilizado no es correcto ya que cada herramienta está afectada por cada una de las zonas del pozo, por tanto, la respuesta de la normal larga, por ejemplo, está afectada por la zona de invasión además de la resistividad de la zona virgen.

En esta tesis, se realizó la inversión conjunta de las tres herramientas eléctricas, permitiendo con ello, obtener un modelo de R_{xo} y de R_t para cada capa geoelectrónica utilizando información de todas las herramientas. El desarrollo descrito es mejor que el anterior debido a que considera que la información de cada herramienta está afectada por todo el medio no homogéneo (Método Reynosa modificado).

La anisotropía y la invasión juegan un papel muy importante en la respuesta de las herramientas eléctricas (como se vió en el capítulo anterior). Es por ello, que se realizará la interpretación tomando en cuenta las condiciones anteriores.

La figura 5.5 muestra, en el primer carril, el comportamiento de las herramientas

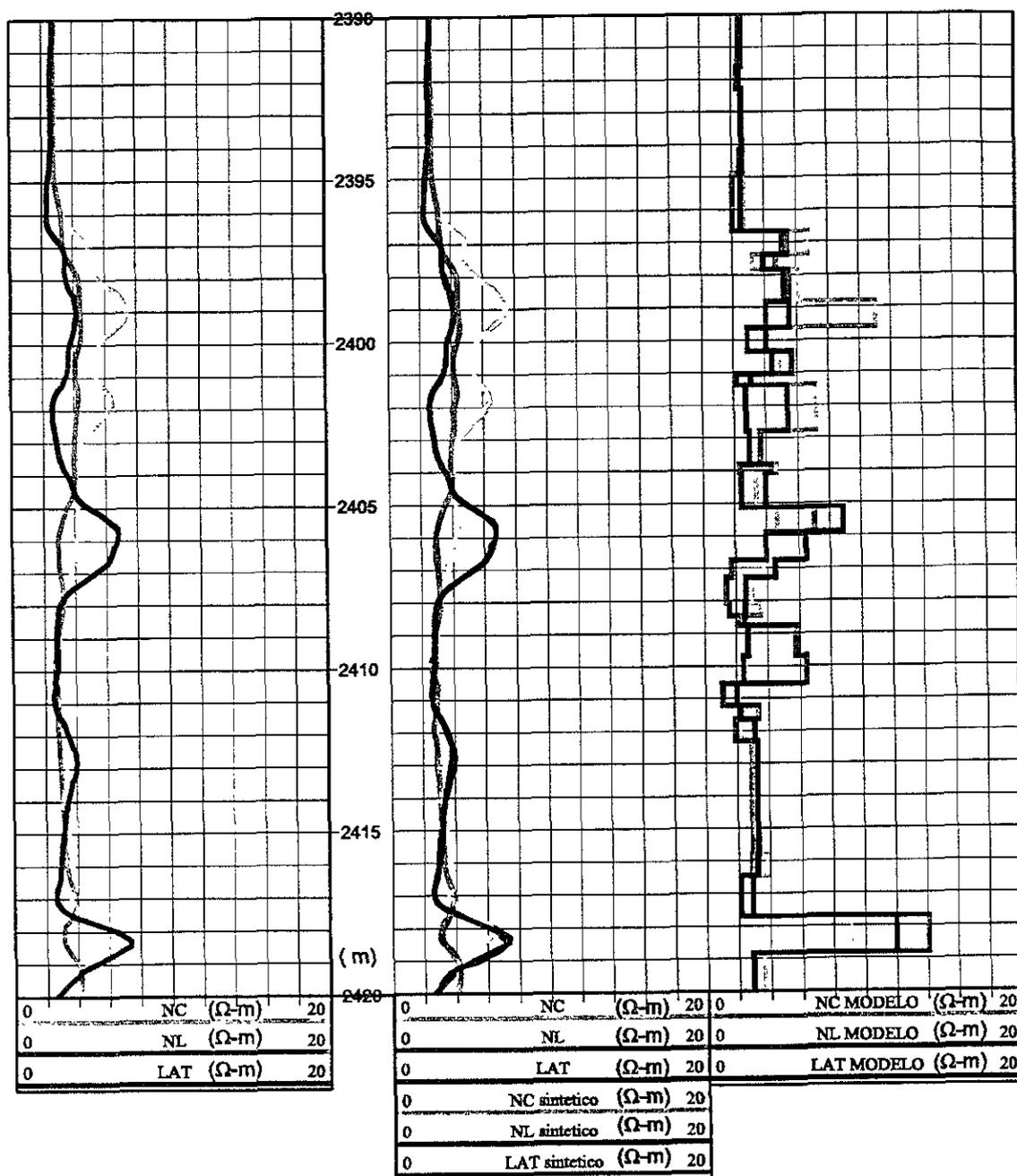


FIG. 5.5. Modelos obtenidos de la inversión (tipo Reynosa) para los casos de las herramientas eléctricas del pozo A.

normal corta, normal larga y lateral en un intervalo de 30 [m]. En la profundidad de 2399 [m], se tiene una arena donde la normal larga y lateral se unen y la normal corta marca un valor más alto, esto es un indicativo de que la resistividad del filtrado de lodo es mayor que la resistividad del agua de la formación. En la profundidad de 2400.5 [m], existe una arena más sucia que en el intervalo anterior. En este punto, hay una disminución de la lectura normal corta, lo cual es congruente, ya que el efecto de invasión del filtrado se debe reducir.

A la profundidad de 2407 [m] y hasta 2411.5 [m] las tres herramientas se juntan, lo cual podría considerarse como una lutita, sin embargo (figura 5.4), la curva de potencial natural indica una ligera deflexión hacia la derecha, lo cual es interpretado como una arena muy sucia (zona altamente anisotrópica).

El efecto de reversión de la herramienta normal larga se presenta, en general, cuando el estrato en cuestión tiene un espesor aproximado de 64 [in] (distancia entre electrodos de la herramienta normal larga) y cuando la resistividad es alta (figura 5.5). La resistividad alta puede deberse a la presencia de hidrocarburos o de agua con muy baja salinidad. La curva de potencial natural (figura 5.4) marca una ligera deflexión hacia la derecha, lo cual es interpretado como una arena excesivamente sucia.

El tercer carril de la figura 5.5 muestra el modelo resultante de la inversión tipo Reynosa. La primera inspección visual del resultado de la inversión permite suponerle correcto, ya que las zonas donde la curva de SP registra alto contenido de lutita, los tres modelos marcan valores muy cercanos (2390-2395 [m] y 2412.5-2416 [m]).

A la profundidad de 2399 [m], el modelo de la normal corta marca un valor de resistividad más alto que los otros modelos, lo cual podría indicar que $R_{xo} > R_t$. Una zona muy interesante de analizar es a la profundidad de 2418-2419 [m] donde los modelos de la normal larga y lateral marcan valores más altos que el de la normal corta,

lo cual indica una relación contraria de resistividades que la indicada anteriormente.

El comportamiento de las curvas de resistividad aparente, para las herramientas analizadas es realmente complicado en medios anisótropos (2408.5-2410 m). Los modelos de la herramientas lateral y normal corta se juntan casi completamente, lo cual podría parecer una lutita, sin embargo la separación del modelo de la normal larga indica que existe alta anisotropía y que es una zona realmente interesante para evaluar la saturación de agua.

Se pretende hacer hincapié en el hecho de que la interpretación con la técnica de inversión da mayores posibilidades de hacer una interpretación correcta que cuando no se aplica ésta. El autor del presente trabajo considera pertinente aclarar que, hasta este punto, no se han tomado en consideración los efectos que mayormente afectan las respuestas de las herramientas eléctricas (invasión y anisotropía).

Una mejora conceptual muy importante, es el considerar que las herramientas están siendo afectadas por un sólo medio homogéneo (sin invasión ni anisotropía). Esto implica considerar que sólo existirá un modelo de tierra. El resultado de tal mejora conceptual se presenta en la figura 5.6.

La figura 5.6 muestra, en cada carril el mismo modelo para cada una de las herramientas junto con los respectivos sintéticos con sus curvas de campo. En términos generales, existe una gran discrepancia entre los sintéticos con sus correspondientes curvas de campo. El presente resultado hace suponer que, aunque conceptualmente estemos mejor que en la figura 5.5, hace falta considerar, primero, el efecto de invasión y segundo, la anisotropía.

La figura 5.7 muestra, en el primer carril, las curvas de campo de las herramientas eléctricas junto con sus respectivos sintéticos. En el carril de la derecha, se muestran las curvas de diámetro de invasión, R_{xo} y R_t para todo el intervalo. Un primer

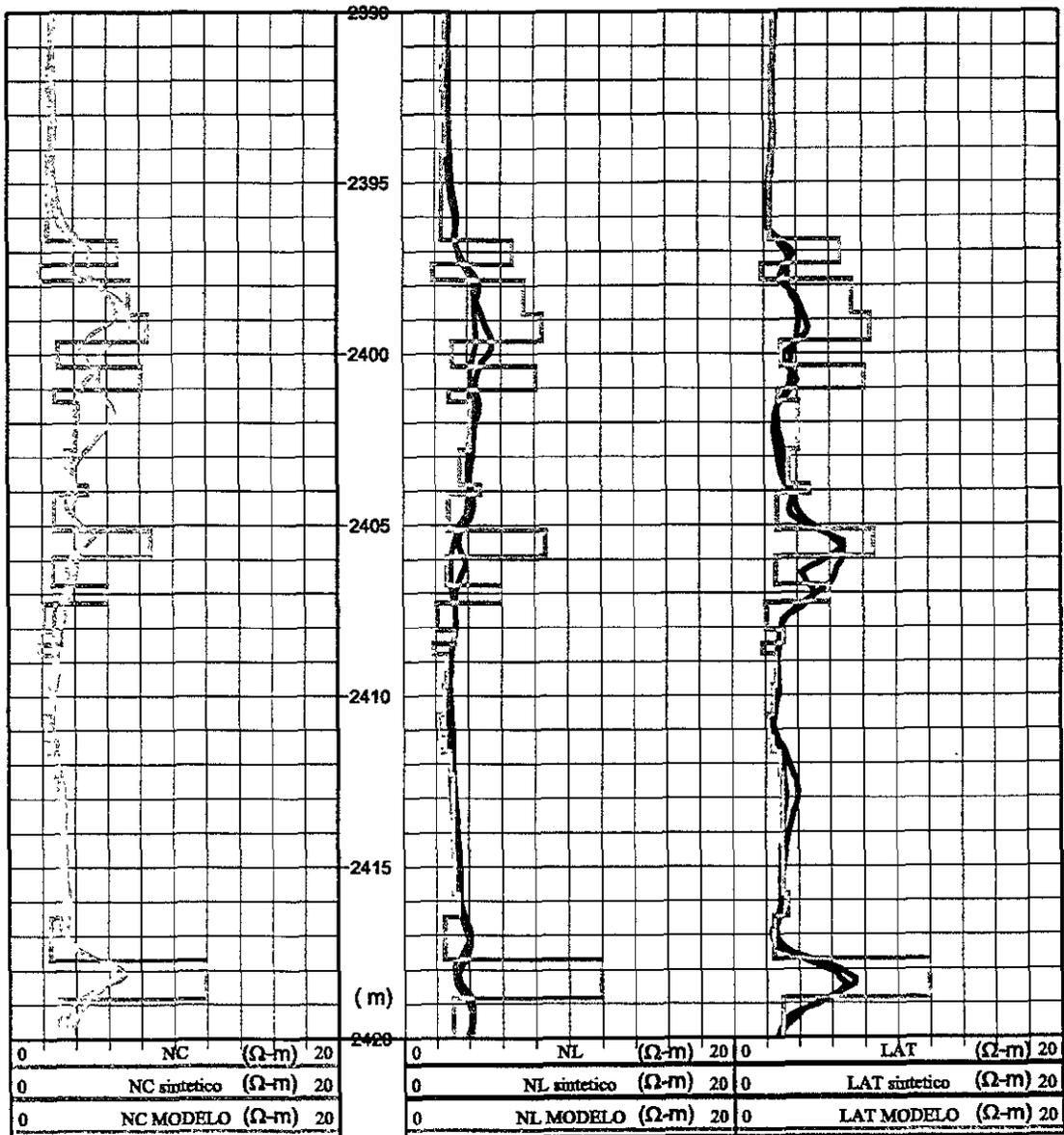


FIG. 5.6. Modelo considerando un medio homogéneo y sintéticos de las herramientas eléctricas.

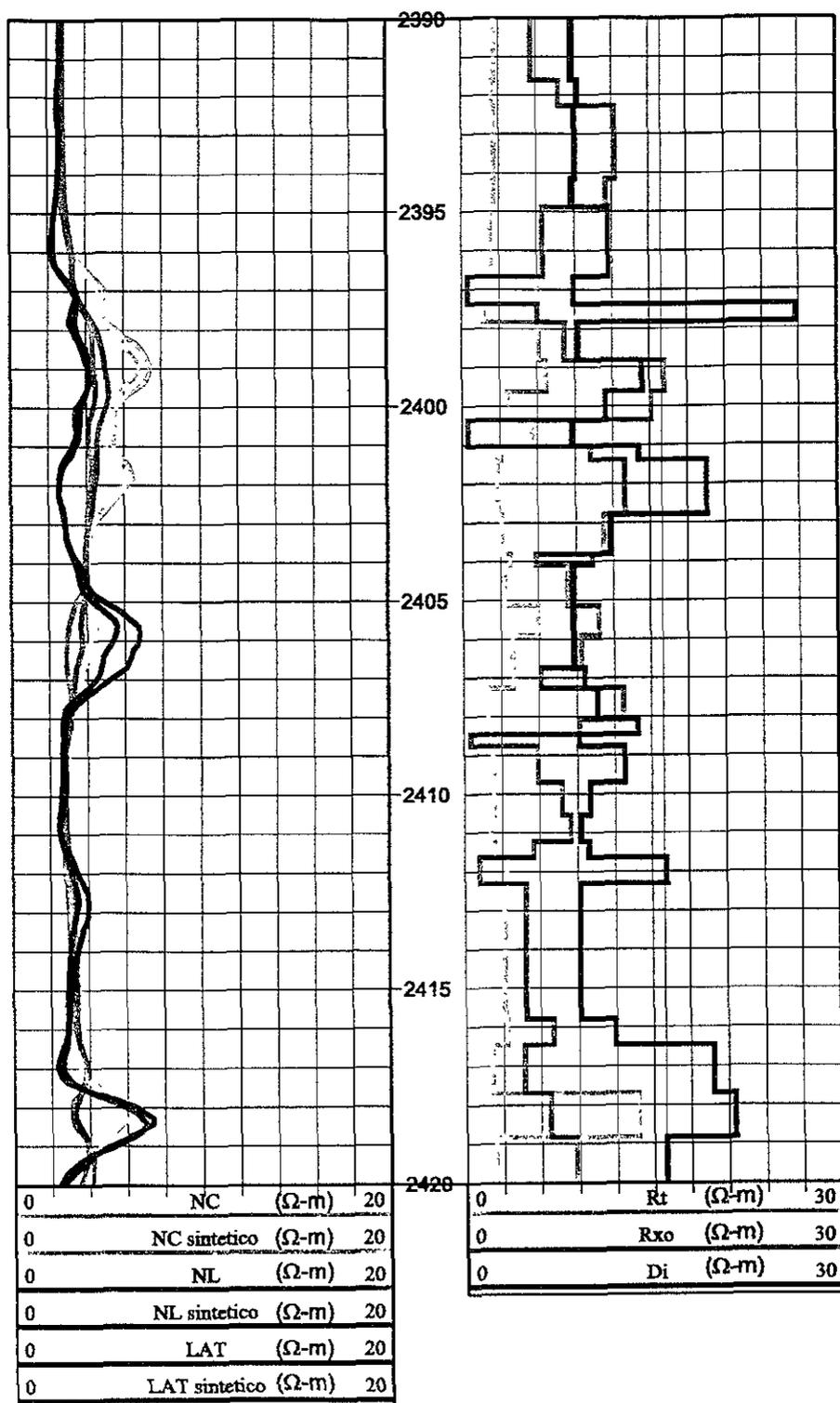


FIG. 5.7. Modelo 'Reynosa corregido' para el pozo A.

análisis debe hacerse para saber si el procesamiento fue correctamente llevado a cabo. El diámetro de invasión, donde el *SP* indica alta presencia de arcilla debe ser cercano al diámetro del pozo 8.75 in. (2405-2407m y 2412-2416m por ejemplo). En las zonas arenosas (por ejemplo 2402 m), el diámetro de invasión debe ser alto ya que se tiene roca permeable.

En casi todo el intervalo la $R_{xo} > R_t$, lo que es congruente ya que la resistividad verdadera del medio está afectada grandemente por la de los fluidos y, en general, la resistividad del filtrado de lodo es mayor que la resistividad del agua de la formación. Existen algunos intervalos pequeños, donde la característica anterior no se cumple, uno de ellos (entre 2400-2401 m), el diámetro de invasión es muy cercano al diámetro del pozo, con esto se tiene que la resistividad R_{xo} puede ser un valor cualquiera ya que prácticamente no existe invasión.

Para evitar problemas en el cálculo de la saturación de agua, cuando el diámetro de invasión es casi igual al diámetro del pozo, entonces se hace que $R_{xo} = R_t$. A la profundidad de 2418 [m], se observa que $R_t > R_{xo}$ y que el diámetro de invasión es grande, por tanto es muy importante hacer una correcta interpretación de lo que sucede a esa profundidad ya que podría tratarse de una posible zona con hidrocarburos o con agua de baja salinidad.

El primer carril de la figura 5.7 muestra un mejor ajuste entre los sintéticos y las correspondientes curvas de campo, lo cual, es para el autor, un signo de confianza de que poco a poco se está obteniendo un modelo más real de la zona estudiada.

El problema de anisotropía es muy complejo, por lo cual se mostrará el resultado de haber invertido considerando sólo este problema para poder evaluar de forma cualitativa cuál es el problema más fuerte (si el de la invasión o el de la anisotropía).

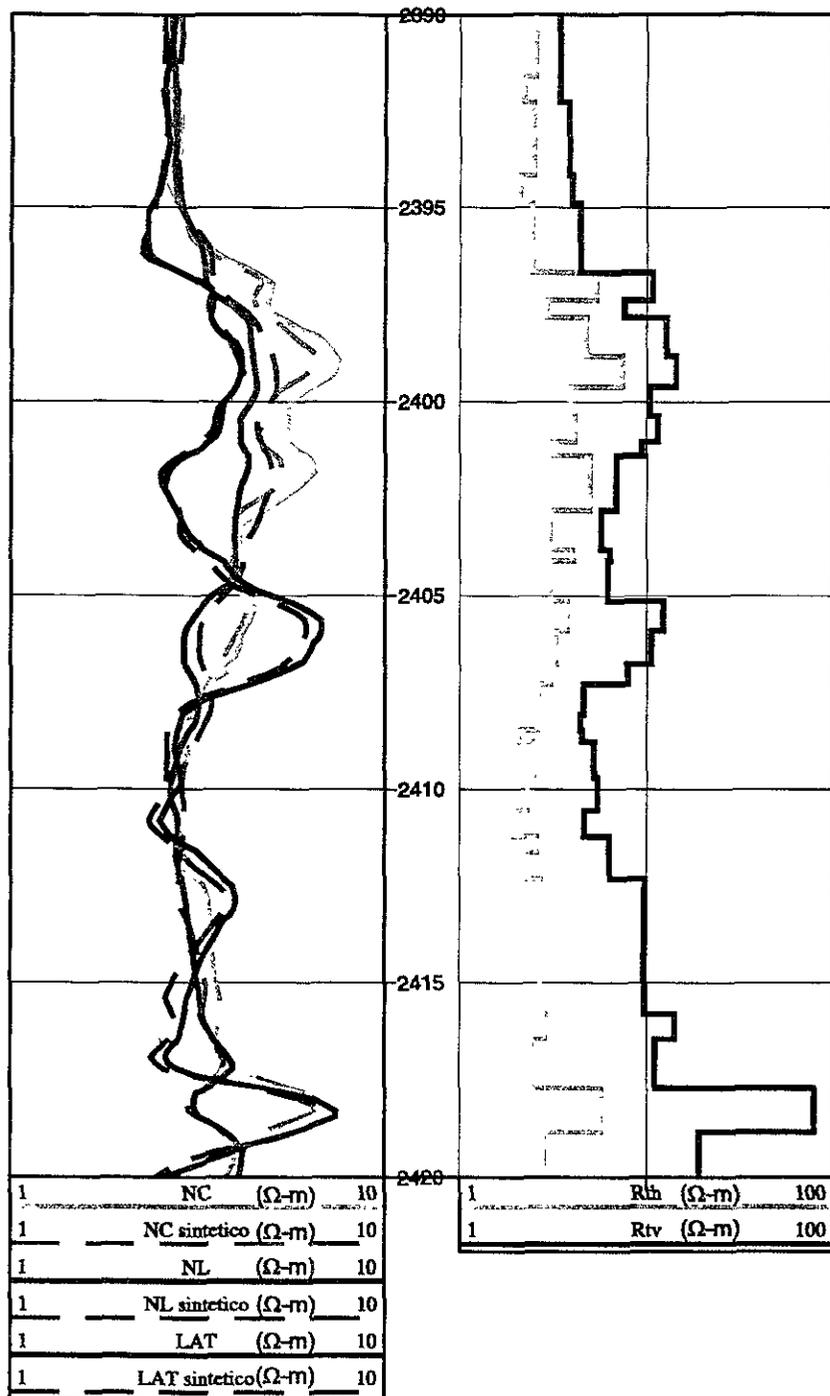


FIG. 5.8. Inversión conjunta de las herramientas eléctricas con anisotropía.

La figura 5.8 muestra en el primer carril los sintéticos, obtenidos considerando anisotropía, de las herramientas eléctricas con sus respectivas curvas de campo. Los ajustes son tan buenos, en general, como los obtenidos considerando invasión. El carril derecho de la misma figura muestra los valores de la resistividad verdadera horizontal y verdadera vertical (R_{th} y R_{tv} respectivamente).

Los modelos de resistividad que se observan son congruentes con la idea generalizada de que la resistividad horizontal siempre es menor que la vertical cuando existen capas planas sin fracturas. Una observación importante es considerar que en las zonas donde hay lutitas los modelos de resistividad tienden a juntarse, pero no lo hacen completamente, ya que por definición las capas de lutitas son anisotrópicas (por ejemplo 2413-2416 [m]).

En el intervalo de profundidad de 2396.5 a 2405 [m] se observa una separación de los modelos de resistividad lo cual indica que ésta puede ser mayor que la que fue obtenida anteriormente. A la profundidad de 2418 [m] se observa valores muy altos de la resistividad, lo cual hace suponer una zona realmente muy atractiva como posible productor, sin embargo, hasta el momento, es muy complicado aseverar en este sentido.

Las lutitas pueden tener niveles de anisotropía diferentes, dependiendo de la resistividad del agua que contengan, la cantidad de arena que contengan y la compactación de la roca, por ello, no debe ser extraño que en la profundidad de 2408-2411 [m] exista una mayor separación de los modelos de resistividad que el que existe hasta antes de los 2395 [m]. Además, las zonas de derrumbe que existen através del pozo puede afectar el cálculo de los modelos.

El mejor modelo posible es el que considera el efecto de invasión y anisotropía simultáneamente ya que toma en cuenta la mayor cantidad de variables reales. La

figura 5.9 muestra el resultado de la inversión considerando las características anteriores.

En el carril derecho se muestran los sintéticos con sus respectivas curvas de campo, puede observarse que, en general, la discrepancia entre las respectivas curvas no es demasiado grande para la herramienta lateral. La normal corta muestra la mayor discrepancia en las arenas que se localizan a los 2399 y 2402 [m].

En general, las zonas de derrumbes mostradas con la herramienta *CALIPER* (figura 5.4) coinciden con las zonas donde la curva de D_i (figura 5.9) indica valores cercanos al diámetro de invasión. El segundo carril de la misma figura muestra los modelos de resistividad horizontal y vertical junto con el modelo de R_{xo} . En gran parte del intervalo procesado se observa que $R_{xo} > R_{tv}$.

A la profundidad de 2418 [m], la resistividad vertical tiene un valor muy alto respecto a R_{xo} y el diámetro de invasión es también muy grande. lo cual es una característica muy interesante para una evaluación de posible presencia de hidrocarburos.

Existen tres zonas que causan problemas en la interpretación, tienen como característica común que la resistividad horizontal es mayor a la vertical (p.e. 2397 m). Para evitar problemas en esas zonas es necesario igualar la R_{xo} a la resistividad verdadera ya que no existe invasión o es muy pequeña.

A la profundidad de 2399 [m] se observa una separación entre las resistividades que provienen de la anisotropía y R_{xo} es más grande, lo cual puede ser considerado como que no hay atractivo de hidrocarburos. Sin embargo, hay que realizar la evaluación de todo el intervalo y comparar con las interpretaciones de resistividad que hasta el momento se han realizado.

La figura 5.10 muestra, en el segundo carril, el cálculo de R_{tsand} mediante la ecuación 1.10. Debe mantenerse en mente que la curva R_{tsand} indica la resistividad

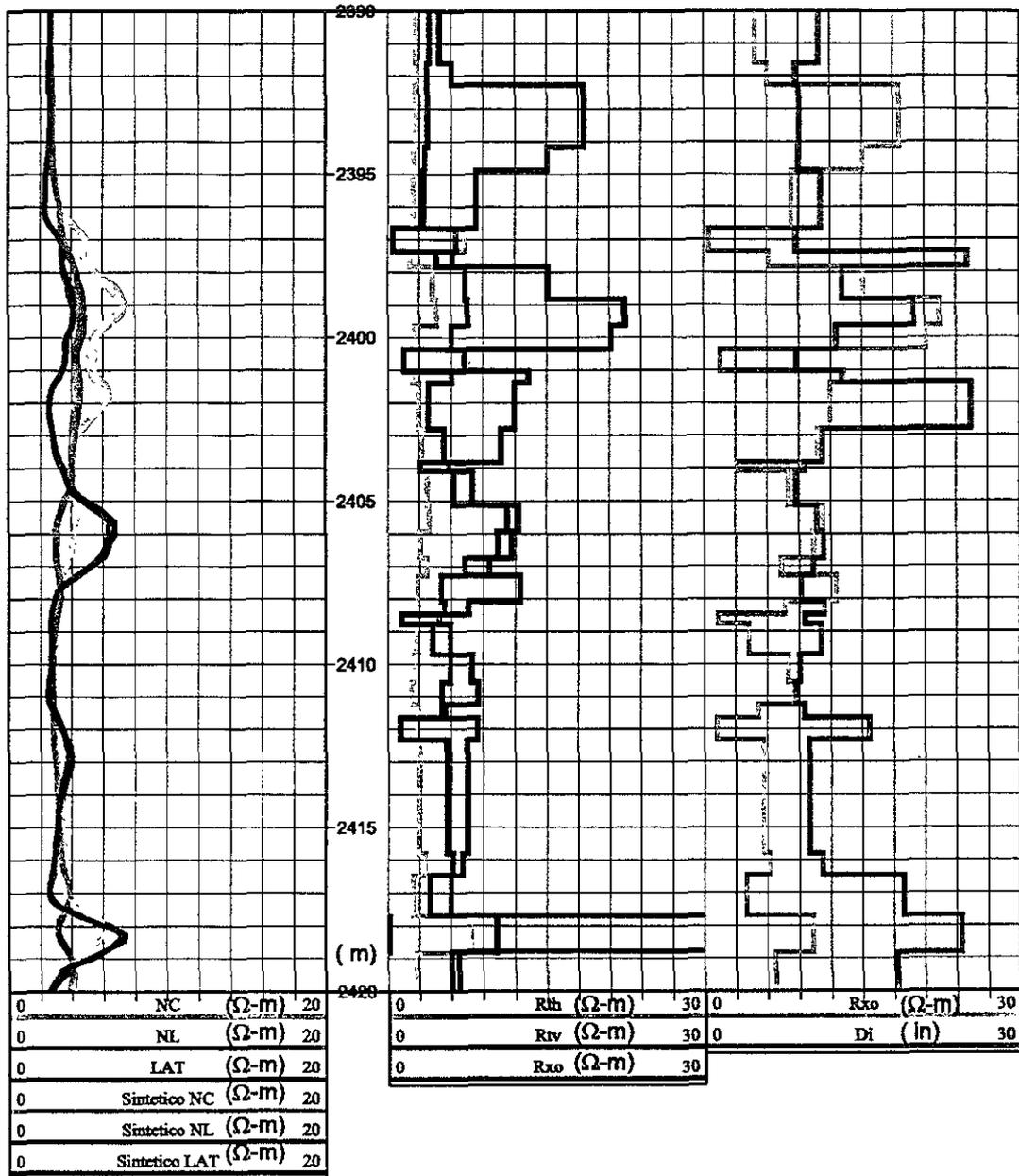


FIG. 5.9. Inversión con invasión y anisotropía

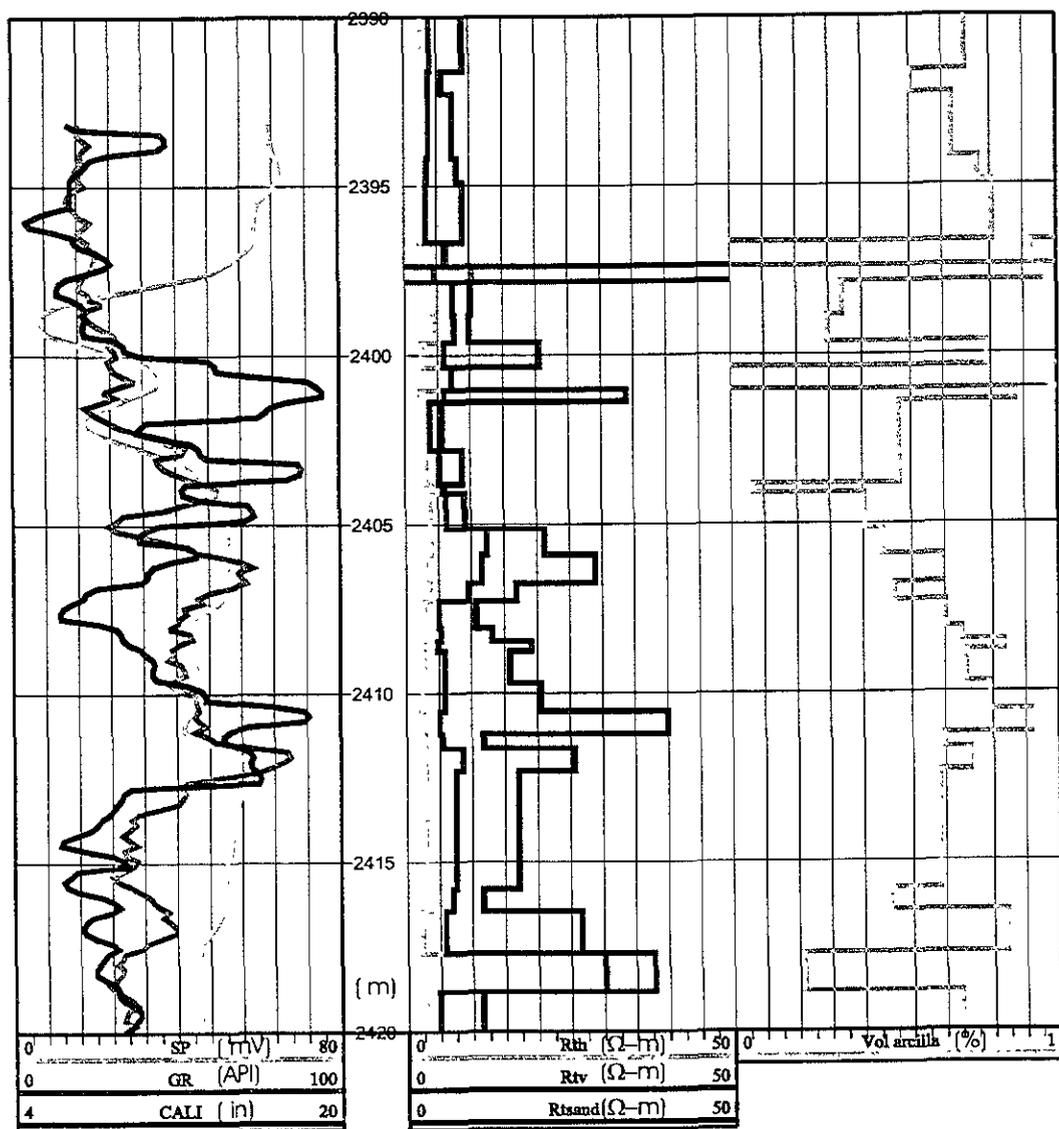


FIG. 5.10. Cálculo de la R_t verdadera y del volumen de arcilla con los modelos de resistividad provenientes de anisotropía.

de la formación considerando que el efecto de la lutita no existe, en otras palabras, es como decir que no hay arcilla dentro de la formación.

El mismo procedimiento permite encontrar el volumen de arcilla (ecuación 1.11) con la información de anisotropía. El resultado se muestra en el segundo carril de la figura 5.10.

Existen rasgos característicos del volumen de arcilla que no son correctos, por ejemplo a la profundidad de 2397 m, el volumen de arcilla es menor que cero, al igual que en la profundidad de 2400.8 m. La explicación tiene que ver con la suposición válida de que $R_{tv} > R_{th}$, al no cumplirse esa condición, entonces el cálculo del volumen de arcilla será incorrecto, al igual que el valor de R_{tsand} . En el rango de profundidad de 2408-2411 m, la curva de SP indica estratos con cierta cantidad de arena, sin embargo, las curvas de resistividad (fig. 5.4) se juntan lo cual puede ser interpretado como una lutita, el volumen de arcilla calculado es muy alto en esa parte lo cual es lógico.

A la profundidad de 2418 [m], donde existe la reversión de la herramienta normal larga, el volumen de arcilla calculado con anisotropía es bajo y el valor alto de la resistividad R_{tsand} sugiere que el fluido contenido en el estrato pudieran ser hidrocarburos.

5.3 Cálculo de S_w y Volumen de arcilla

Cuando se ha invertido con anisotropía e invasión, se ha podido calcular el volumen de arcilla con esa información y se ha podido obtener el valor de R_{tsand} . Los resultados suponen que se ha podido eliminar la cantidad de lutita dentro de cada una de las capas, por ello, la evaluación se tiene que realizar usando procedimientos para formaciones limpias.

Lo anterior no es objetivo del presente trabajo, sin embargo, se ha interpretado usando el método Schlumberger (explicado anteriormente) considerando los resultados obtenidos en la sección anterior. Los datos que se han utilizado para la interpretación son los siguientes:

$$R_m = 0.84 @ 16.1^\circ C; 0 \text{ m.}$$

$$R_m = 0.30 @ 77.7^\circ C; 2483.2 \text{ m.}$$

Profundidad de formación: 2392.7 m

Temperatura de formación: $75.0^\circ C$

$$R_{mfor} = 0.3077 @ 75.0^\circ C$$

$$R_m = 0.6525 @ 24.0^\circ C$$

$$\rho_m = 12.8 \text{ lb/gal}$$

$$K_m = 0.5072$$

$$R_{mffor} = 0.1514$$

$$R_{mcfor} = 0.683579$$

$$SSP = -48mV$$

$$R_{mfefor} = 0.13$$

$$R_{wefor} = 0.0325$$

$$R_{wfor} = 0.04$$

El cálculo de volumen de arcilla es un problema muy complicado que puede ser resuelto con la ayuda de los registros eléctricos, *SP*, Rayos Gamma o de porosidad. Cada uno de los registros puede dar resultados diferentes y algunos autores (por ejemplo Dewan) proponen tomar como el volumen de arcilla, el menor de los calculados con las herramientas *SP* ó *GR* ya que la herramienta de potencial natural responde mejor a la permeabilidad, pero la herramienta de rayos Gamma responde a la cantidad de uranio, torio y potasio, así que cualquiera que sea la evaluación de volumen de

arcilla, siempre existe un nivel alto de incertidumbre. Cuando el diámetro del pozo es mayor a 16 [in], el efecto del pozo afecta grandemente la medición de la curva Rayos Gamma y ya que en ciertos intervalos a procesar, hay grandes variaciones del diámetro del pozo, entonces se consideró que la mejor forma de evaluar el volumen de arcilla sería con la ayuda de la herramienta *SP*.

De acuerdo a lo anterior, se consideró que la mejor forma de realizar el cálculo del volumen de arcilla sería con la curva *SP* ya que muestra una muy buena definición entre los diferentes estratos. La figura 5.11 muestra el volumen de arcilla calculado con los métodos que se han descrito anteriormente.

El primer carril de la figura 5.11 muestra el comportamiento del Caliper, Rayos Gamma y Potencial Natural. Es importante observar que no existe una correlación muy buena, en todo el intervalo entre las curvas *SP* y *GR*. Por ejemplo, de 2412-2420 [m], el *SP* marca valores muy cercanos a la línea de lutita, pero el Rayos Gamma indica capas sin alto contenido de arcilla.

El volumen de arcilla calculado tomando los datos de resistividad es la curva roja del segundo carril de la figura 5.11, puede observarse que en las zonas donde el *SP* indica capas más permeables, el volumen de arcilla calculado es cero (2499 [m]). En 2395 [m], el volumen de arcilla es casi 100%, lo cual es congruente con la forma del *SP*. De 2415 a 2420 [m], se observa un decremento del volumen de arcilla, lo cual es reflejado por la curva *SP*.

La curva azul del mismo carril es el cálculo de la cantidad de arcilla considerando la inversión que se realiza en Reynosa. Puede observarse, en general, una correspondencia con la curva roja. En ciertos intervalos (2418 m) el volumen calculado por el método Reynosa es menor y a la profundidad de 2410 m, el cálculo arroja un valor mayor.

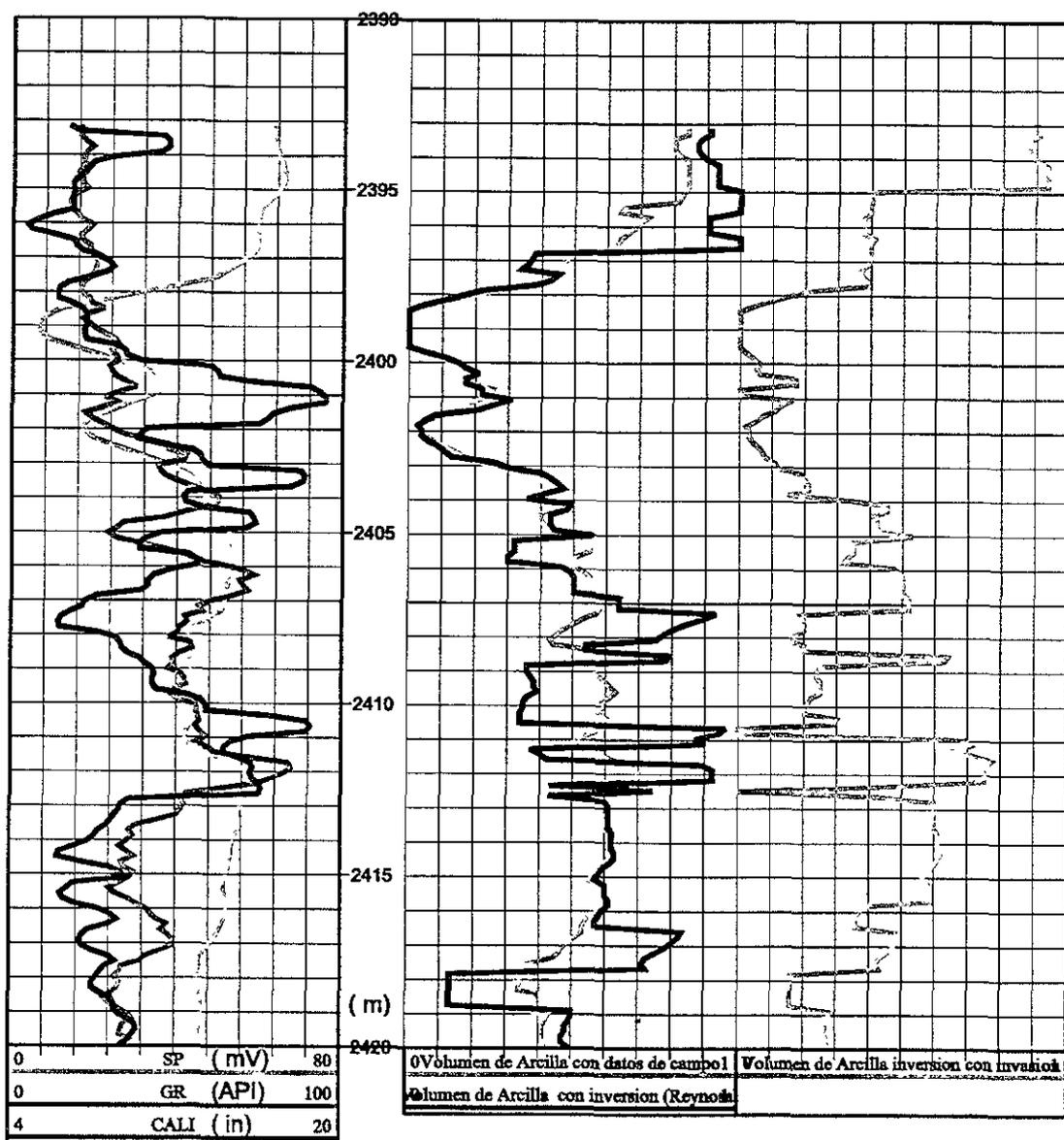


FIG. 5.11. Cálculo de volumen de arcilla con los procedimientos descritos.

El tercer carril de la misma figura muestra el cálculo del volumen de arcilla considerando los resultados de la inversión con invasión, puede observarse que en las zonas donde el *SP* marca capas permeables, el valor de la curva es cero. Un resultado muy interesante es a la profundidad de 2418 m, donde el volumen de arcilla obtenido con los métodos Reynosa y con invasión marcan valores de aproximadamente 18% de arcilla, cuando la interpretación sin inversión daría un valor de casi 45% de arcilla.

Cuando la evaluación de la cantidad de arcilla se realiza con base en los valores de resistividad horizontal y vertical (figura 5.10) se debería esperar congruencia con los resultados descritos en los párrafos anteriores. Sin embargo, hay que recalcar que la curva de Potencial Natural respode en mayor cantidad a la permeabilidad de las rocas y el rayos Gamma a la cantidad de uranio torio y potasio contenidos en las formaciones.

El volumen de arcilla calculado con anisotropía (fig. 5.10) comparado con los resultados anteriores (fig. 5.11) muestra congruencia en ciertos intervalos. Por ejemplo, a 2418 m, el volumen de arcilla es bajo (considerando inversión de las herramientas en sus diferentes modalidades).

El cálculo de la saturación de agua es de vital importancia para poder discernir entre una capa de interés petrolero y una que no lo sea. La figura 5.12 muestra en los carriles dos y tres el cálculo de la saturación de agua.

Con los datos de campo, el cálculo de la saturación de agua indica que todo el intervalo tiene al menos 40% de agua, con la interpretación tipo 'Reynosa' se observa una discrepancia apreciables entre ambas curvas. Por ejemplo, a 2418 [m], la inversión de las herramientas indica que el volumen de arcilla es bajo y la saturación de agua es baja (tercer carril de la misma figura que indica el resultado obtenido con la inversión con invasión). A la profundidad de 2410 [m], la inversión tipo 'Reynosa'

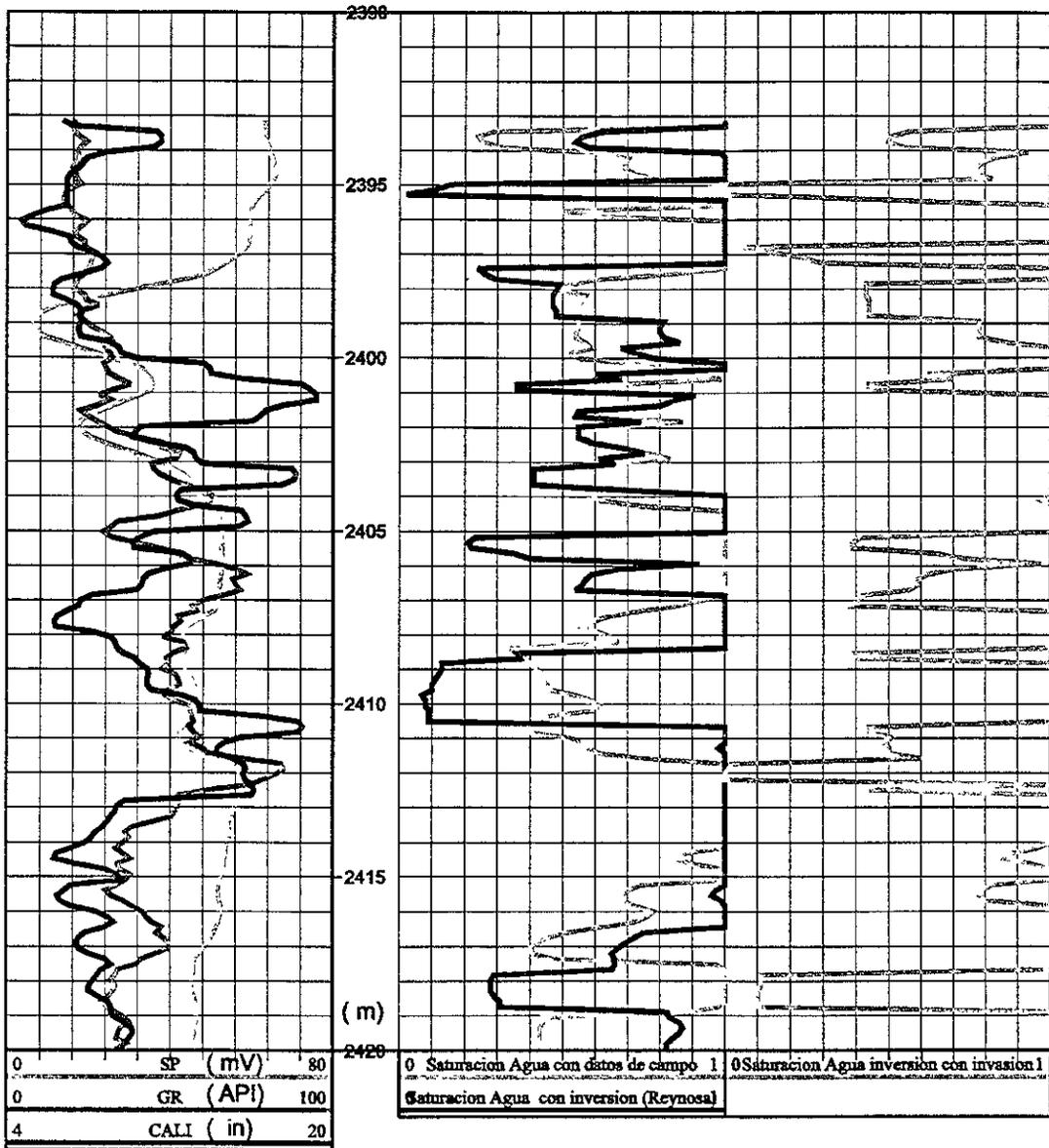


FIG. 5.12. Cálculo de la saturación de agua

muestra un valor muy bajo de saturación con un volumen de arcilla bajo, lo cual podría ser considerado como intervalo atractivo, pero la inversión con invasión indica una saturación de agua muy alta, lo que hace que el intervalo sea considerado como no productor.

El cálculo de la porosidad efectiva se muestra en la figura 5.13, obsérvese que las curvas (carriles dos y tres) tienen la misma tendencia general, y por ejemplo, a la profundidad de 2418 [m], arroja un valor que coincide con la posibilidad de que el intervalo sea productor ya que la porosidad no es muy baja (9-12%). A la profundidad comprendida entre los 2397-2398 [m], la porosidad es de orden de 18%, la saturación de agua es del orden de 35% y el volumen de arcilla es muy bajo, la posibilidad de que el intervalo sea de interés es muy grande.

Una pregunta muy importante es por qué no se ha procesado el resultado de anisotropía con el método Schlumberger, la respuesta tiene que ver con el hecho de que la evaluación de R_{tsand} se ha realizando bajo el supuesto de que se ha eliminado el efecto de la lutita, y por tanto, la evaluación se debe realizar con una técnica para arenas limpias. El desarrollo de programas que permitan realizar lo anterior queda fuera de los objetivos de la presente tesis.

De todo lo anterior, considero que los mejores resultados que se han obtenidos son considerando anisotropía e invasión por las siguientes razones:

- La discrepancia entre los sintéticos y las curvas de campo son las menores de los métodos que se han discutido
- Se ha obtenido sólo un modelo de tierra considerando las tres herramientas.
- El cálculo de arcilla coincide, en general, con el valor esperado tomando en cuenta el SP y cuando el diámetro del pozo no es muy grande (mayor de 16 in) coincide con la información del Rayos Gamma.

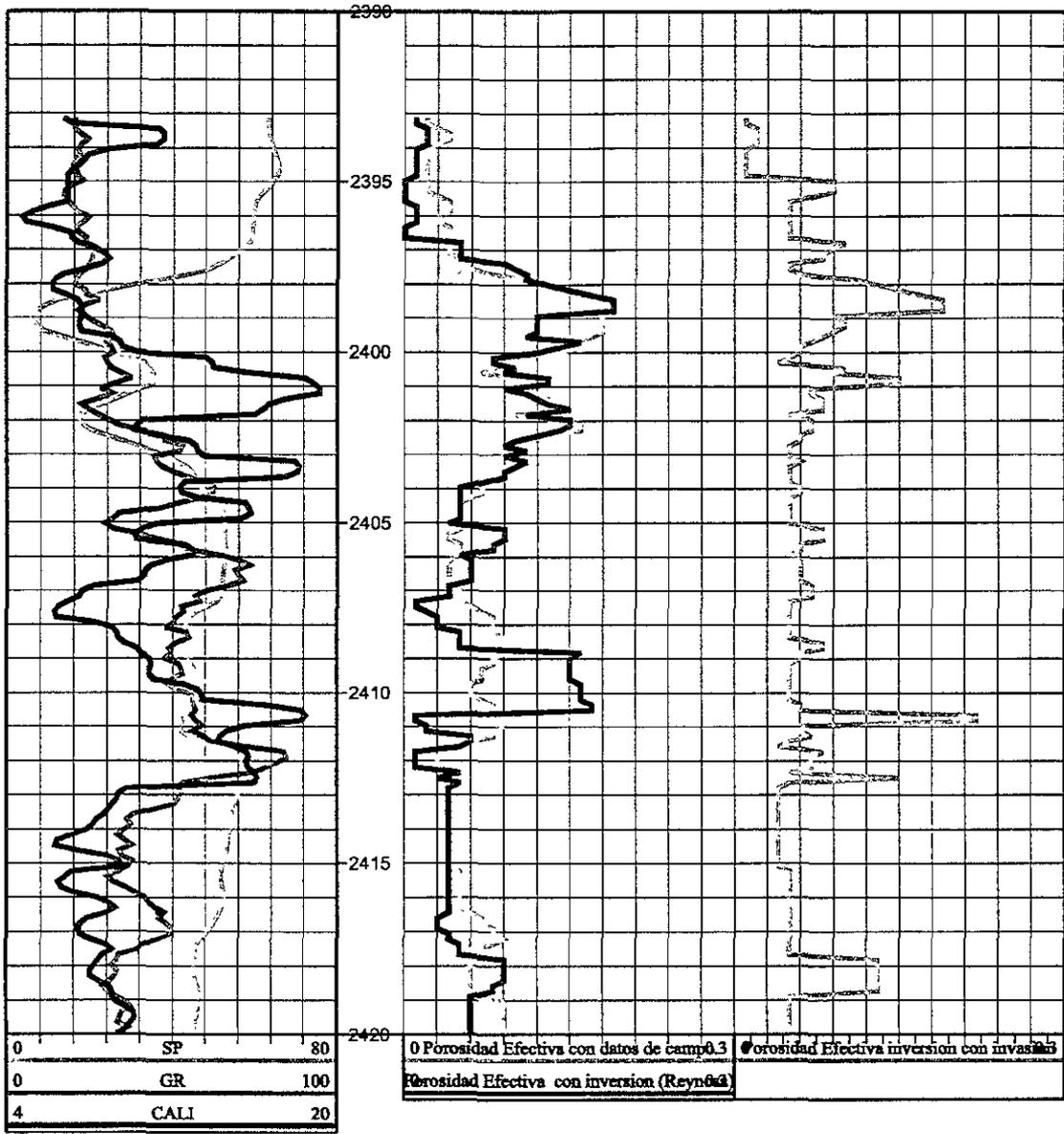


FIG. 5.13. Cálculo de la porosidad efectiva.

- El cálculo de la saturación de agua y la porosidad efectiva (considerando anisotropía e invasión), debe realizarse con algún método que tome en cuenta arenas limpias.

Capítulo 6

CONCLUSIONES.

Los dos últimos capítulos han mostrado, una idea muy general del problema de la anisotropía en los registros eléctricos. La mayoría de los trabajos que se han realizado por los diferentes investigadores de registros para el problema de anisotropía se han enfocado a las herramientas de inducción o a las eléctricas cuando el pozo no es vertical. Así que la primera conclusión es que el presente trabajo puede abrir el camino hacia la comprensión del problema de anisotropía para registros antiguos.

Las siguientes conclusiones son las que se consideran más importantes:

- El problema de equivalencia se presenta casi siempre en la inversión de los registros eléctricos. Cuando no hay pozo, el problema de equivalencia se presenta en el valor de la resistividad vertical.
- Cuando el problema de anisotropía con pozo se resuelve, el problema de equivalencia puede ser resuelto de forma convincente con inversión conjunta de las dos herramientas normales y de la lateral.
- Si existen niveles de ruido aleatorio mayores al 5%, los resultados obtenidos de la inversión conjunta pueden diverger de forma significativa de los valores reales.
- Considerar el efecto de anisotropía con invasión, aunado a la presencia de ruido aleatorio, es un problema muy complicado de resolver. Una forma de resolverlo es proponer un modelo lo suficientemente cercano a la solución, este modelo puede ser el obtenido de la inversión, que en el texto se denominó, tipo Reynosa.

- La inversión puede ser llevada a cabo de forma cíclica, lo cual es una buena forma de resolver el problema. Es decir, realizar una inversión durante 10 iteraciones y tomar el modelo final como el inicial en una segunda o más inversiones si fuese necesario.
- La inversión (tipo Reynosa), tal como se realiza hasta ahora es un gran adelanto sobre el trabajo que tradicionalmente se realiza en registros, pero a consideración del autor es mejorable, ya que conceptualmente tiene errores debido a que no consideran invasión ni anisotropía.
- La mejor forma de realizar un cálculo de saturación de agua y volumen de arcilla es considerar la mayor cantidad de efecto que se pueden presentar en la realidad. Por ello, es de importancia fundamental tomar en cuenta el efecto de la invasión, del diámetro del pozo y de la anisotropía para una evaluación correcta de la saturación de fluidos dentro de una formación de interés.
- Se debe realizar investigación sobre los métodos de cálculo de las propiedades petrofísicas considerando invasión y anisotropía para registros antiguos, ya que los que existen, a pesar de funcionar correctamente en algunos casos, asumen condiciones ideales que no se presentan en todas las formaciones.

Apéndice A

EXISTENCIA DE LA SOLUCIÓN

El problema directo puede ser representado de la forma:

$$d = A(m)$$

los datos medidos en geofísica siempre contienen errores

$$d_\delta = d + \delta d,$$

la pregunta es si existe una m_δ tal que:

$$d_\delta = A(m_\delta).$$

La existencia de la solución del problema inverso se obtiene si hay una m_δ tal que:

$$\|d_\delta - A(m_\delta)\| \leq \delta$$

donde δ es la medición del error:

$$\delta = \delta_d + \delta_m.$$

A.1 Unicidad de la solución

Conceptualmente, la no unicidad de la solución se presenta cuando dos modelos diferentes arrojan el mismo vector de datos.

$$A(m_1, s_1) = d_0, A(m_2, s_2) = d_0.$$

En el problema de registros eléctricos de pozos, la solución es única, sin embargo, debido a que los aparatos de medición no tienen precisión infinita, entonces, respuestas de modelos diferentes pueden dar la apariencia de ser muy cercanas al vector de datos.

A.2 Inestabilidad de la solución

Supongamos que dos vectores de datos diferentes son generados por modelos diferentes:

$$A(m_1, s_1) = d_1, A(m_2, s_2) = d_2,$$

si se cumple que

$$\delta m = m_1 - m_2 \gg 1, \delta s = s_1 - s_2 \gg 1, \delta d = d_1 - d_2 \ll 1$$

entonces se dice que la solución es inestable (problema mal condicionado).

A.3 Problemas mal condicionados y los métodos de su solución

Los problemas mal condicionados son los que con más frecuencia se presentan en geofísica. Sus condiciones se han mostrado en los párrafos anteriores. A continuación se darán algunas definiciones necesarias para entender la forma de su solución.

A.3.1 Espacio Euclidiano E_n .

Supongamos un vector $a = (a_1, a_2, \dots, a_n)$

- Norma del vector:

$$\|a\| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 + \dots + a_n^2}$$

- Producto interno

$$a \cdot b = \sum_{i=1}^n a_i b_i$$

$$\|a\| = \sqrt{a \cdot a}$$

- Bases

$$e_1 = (1, 0, 0, \dots, 0)$$

$$e_2 = (0, 1, 0, \dots, 0)$$

$$e_3 = (0, 0, 1, \dots, 0)$$

.....

$$e_n = (0, 0, 0, \dots, 1)$$

$$a = a_1 e_1 + a_2 e_2 + \dots + a_n e_n = \sum_{i=1}^n a_i e_i$$

- Transformación lineal (Operador)

$$a' = A(a) = A\left(\sum_{i=1}^n a_i e_i\right) = \sum_{i=1}^n a_i A(e_i)$$

$$A(e_i) = e'_i = \sum_{k=1}^n A_{ki} e_k$$

$$a' = A(a) = \sum_{i=1}^n a_i \sum_{k=1}^n A_{ki} e_k$$

$$a'_k = \sum_{i=1}^n A_{ki} a_i$$

- Norma del operador

$$\|a'\|^2 = \sum_{i=1}^n a_i'^2 = \sum_{i=1}^n \left(\sum_{k=1}^n A_{ik} a_k \right)^2$$

- Funcionales lineales. Supongamos $l_i = f(e_i)$, entonces:

$$f(a) = f\left(\sum_{i=1}^n a_i e_i\right) = \sum_{i=1}^n a_i f(e_i) = \sum_{i=1}^n a_i l_i = a \cdot l$$

A.3.2 Espacios vectoriales lineales

Un espacio vectorial lineal es una serie L que contiene elementos los cuales pueden ser relacionados por dos operaciones, suma y multiplicación por un escalar, satisfaciendo las siguientes condiciones:

$$\begin{aligned} f + g &= g + f \\ f + (g + h) &= (f + g) + h \\ 0 &\in L; f + 0 = f \\ (\alpha + \beta) f &= \alpha f + \beta f \\ \alpha(\beta f) &= (\alpha\beta) f \\ \alpha(f + g) &= \alpha f + \alpha g \end{aligned}$$

donde

$$\alpha, \beta \in E_1, f, g \in L.$$

A.3.3 Espacios lineales de norma

Un espacio lineal de norma es un espacio lineal N en el cual a cada vector f le corresponde un número real, denotado por $\|f\|$ y denominado norma de f de forma que cumple con:

$$\begin{aligned}\|f\| &\geq 0, \text{ y } \|f\| = 0 \Leftrightarrow f = 0 \\ \|f + g\| &\leq \|f\| + \|g\|, \\ \|\alpha f\| &= |\alpha| \|f\|.\end{aligned}$$

Un espacio lineal de norma puede ser un espacio métrico si se introduce una métrica mediante la fórmula

$$d(f, g) = \|f - g\|.$$

A.3.4 Espacios de Hilbert

Si se introduce un espacio vectorial lineal L' en el cual está definido para cualquier par de elementos f, g una funcional, el producto interno (f, g) con las propiedades:

$$\begin{aligned}(f, g) &= (g, f), \\ (f + g, h) &= (f, h) + (g, h), \\ (\alpha f, g) &= \alpha (f, g). \\ (f, f) &> 0, \text{ si } f \neq 0.\end{aligned}$$

El espacio L' tiene la norma:

$$\|f\| = \sqrt{(f, f)}$$

A.3.5 Operadores en espacio métricos

Supongamos que X y Y son espacios métricos y $D \subset X$. Si para cualquier $x \in X$ se puede asignar de acuerdo a una regla de correspondencia $y \in Y$ se dice que el operador A está dado en D con los valores en Y :

$$y = Ax, x \in D \subset X, y \in Y.$$

A.3.6 Operadores lineales

Supongamos que X y Y son espacios de norma, entonces, el operador $y = Lx$ es llamado lineal si para cualquier $x_i \in X$ y cualquier escalar α_i :

$$L(\alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2 + \dots + \alpha_n x_n) = \alpha_1 L(x_1) + \alpha_2 L(x_2) + \dots + \alpha_n L(x_n).$$

A.3.7 Operadores inversos

Consideremos la ecuación:

$$Ax = y, \tag{A.1}$$

si la solución de A.1 es única se puede determinar algún operador A^{-1} :

$$x = A^{-1}y,$$

el cual es llamado operador inverso.

A.3.8 Formulación de problemas mal condicionados

Consideremos el problema:

$$Am = d, m \in M, d \in D, \quad (\text{A.2})$$

donde M y D son espacios métricos.

El problema es mal condicionado si, al menos, una de las siguientes condiciones no se cumple:

- La solución m de la ecuación A.2 existe.
- La solución m de la ecuación A.2 es única.
- El operador inverso A^{-1} es definido en todo el espacio D y es continuo.

A.3.9 Sensibilidad y resolución de los métodos geofísicos

Cualquier problema directo en geofísica puede ser descrito por la expresión siguiente:

$$d = A(m) \quad (\text{A.3})$$

donde m representa los parámetros del modelo y d los datos geofísicos observados. Consideremos un modelo m_0 y su correspondiente vector de datos d_0 . Supongamos que en la vecindad del punto m_0 el operador $A = A_{m_0}$ es un operador lineal, entonces:

$$A_{m_0}(m - m_0) = A_{m_0}m - A_{m_0}m_0 = d - d_0,$$

o

$$A_{m_0}(\Delta m) = \Delta d \quad (\text{A.4})$$

donde

$$\Delta m = m - m_0, \Delta d = d - d_0$$

son las perturbaciones de los parámetros de los modelos y de los datos.

La sensibilidad de los métodos geofísicos es determinada por la relación de la norma de la perturbación de los datos y la norma de perturbación de los parámetros del modelo. La máxima sensibilidad es igual:

$$S_{m_0}^{\max} = \sup \left\{ \frac{\|\Delta d\|}{\|\Delta m\|} \right\} = \sup \left\{ \frac{\|A_{m_0}(\Delta m)\|}{\|\Delta m\|} \right\} = \|A_{m_0}\| \quad (\text{A.5})$$

Si se conoce $S_{m_0}^{\max}$ se pueden determinar las variaciones del modelo, las cuales producen las variaciones de los datos más grandes que los errores de observación δ :

$$\|m - m_0\| \geq \frac{\delta}{S_{m_0}^{\max}}.$$

Dos modelos m_1 y m_2 en la vecindad del punto m_0 pueden ser resueltos si se cumple la siguiente condición:

$$\|m_2 - m_1\| \geq \Delta_{\max} = \|A_{m_0}^{-1}\| \delta = \frac{\delta}{R_{m_0}}. \quad (\text{A.6})$$

El valor

$$R_{m_0} = \frac{1}{\|A_{m_0}^{-1}\|}$$

es la medición de resolución de un método geofísico dado, el cual cumple que $R_{m_0} \geq k$, donde $k > 0$. Lo anterior significa que mientras se tenga un modelo lo más cercano a la solución, el modelo de tierra puede ser resuelto.

Si la norma de $A_{m_0}^{-1}$ tiende a infinito la resolución es cero y el error máximo en

la determinación de m es infinitamente grande. Esto es lo que pasa para el caso de problemas mal condicionados.

A.3.10 Inversión lineal discreta

Consideremos el problema mostrado por la ecuación A.3. Supongamos que se han realizado N mediciones, por tanto el vector de datos d tiene una longitud N . El número de parámetros puede ser representado como las componentes del vector m de longitud L :

datos: $[d_1, d_2, d_3, \dots, d_N]^T$

parámetros del modelo: $[m_1, m_2, m_3, \dots, m_L]^T$ donde T significa transpuesta.

Si A es un operador lineal, la ecuación A.3 puede ser reescrita en notación matricial como:

$$\hat{d} = \hat{A}\hat{m}, \quad (\text{A.7})$$

donde \hat{d} es el vector columna de datos de longitud N , \hat{m} es un vector columna de los parámetros del modelo de longitud L y \hat{A} es una matriz de orden $N \times L$ del operador lineal A . La expresión A.7 describe el sistema de N ecuaciones lineales con respecto a L parámetros desconocidos $m_1, m_2, m_3, \dots, m_L$:

$$\begin{aligned} d_i &= \sum_{j=1}^L A_{ij}m_j. \\ i &= 1, 2, 3, \dots, N \end{aligned} \quad (\text{A.8})$$

El sistema A.8 es llamado sobredeterminado si $N > L$. Usualmente, en aplicaciones de geofísica se trabaja con sistemas sobredeterminados.

A continuación se hará una descripción de los métodos SVD y mínimos cuadrados utilizados en el proceso de inversión geofísica.

A.3.11 Descomposición de valores singulares (SVD)

Cualquier matriz A de orden $N \times L$ cuyo número de renglones sea mayor o igual al número de columnas, puede ser representado como el producto de una matriz ortogonal \hat{U} ($N \times L$), una matriz diagonal Q ($L \times L$) y una matriz ortogonal transpuesta V^T ($L \times L$).

La inversa de la matriz A se encuentra de la forma siguiente:

$$\begin{aligned}\hat{A}^{-1} &= (\hat{U}\hat{Q}\hat{V}^T)^{-1} = (\hat{V}^T)^{-1}\hat{Q}^{-1}\hat{U}^{-1} = \hat{V}\hat{Q}^{-1}\hat{U}^T \\ \hat{A}^{-1} &= \hat{V}\hat{Q}^{-1}\hat{U}^T\end{aligned}$$

A.3.12 Método de mínimos cuadrados

Consideremos el sistema de ecuaciones lineales que determinan la relación entre los datos observados $\{d_1, d_2, d_3, \dots, d_N\}$ y los parámetros del modelo $\{m_1, m_2, m_3, \dots, m_L\}$:

$$\begin{aligned}d_i &= \sum_{j=1}^L A_{ij}m_j \\ i &= 1, 2, 3, \dots, N\end{aligned}$$

donde $N > L$. El método presupone conocidos el vector de datos y la matriz A (operador lineal del problema directo). El problema consiste en encontrar el vector columna de los parámetros del modelo $\hat{m} = [m_1, m_2, m_3, \dots, m_L]^T$.

Denotemos el vector de valores de predicción como $\hat{d}^P = [d_1^P, d_2^P, d_3^P, \dots, d_L^P]^T$ que se obtienen de la forma siguiente:

$$\begin{aligned}d_i^P &= \sum_{j=1}^L A_{ij}m_j \\ i &= 1, 2, 3, \dots, N.\end{aligned}$$

Se puede obtener un vector columna denominado residual (error) entre los datos observados y los que se han logrado predecir $\hat{r} = [r_1, r_2, r_3, \dots, r_N]^T$ definido por

$$\hat{r} = \hat{d} - \hat{d}^P.$$

Al tener más datos que parámetros del modelo no se pueden ajustar todos aquéllos. La mejor forma de resolver el problema es minimizar la diferencia entre los datos observados y los calculados, lo cual en el espacio métrico Euclideo de datos puede ser calculado como la suma de los cuadrados de los errores:

$$f(m_1, m_2, m_3, \dots, m_L) = \|\hat{r}\|^2 = \sum_{i=1}^N r_i^2 = \text{mínimo}. \quad (\text{A.9})$$

expresión que puede ser escrita en la forma:

$$\begin{aligned} f(m) &= \|\hat{d} - \hat{d}^P\|^2 = \|\hat{A}\hat{m} - \hat{d}\| = \\ (\hat{A}\hat{m} - \hat{d}, \hat{A}\hat{m} - \hat{d}) &= \text{mínimo}. \end{aligned}$$

otra forma de expresar la última expresión es la siguiente:

$$f(m) = (\hat{A}\hat{m} - \hat{d})^T (\hat{A}\hat{m} - \hat{d}) = \text{mínimo}$$

Si $f(m_0) = 0$, entonces \hat{m}_0 es la solución convencional del sistema A.8. El problema de minimización de la funcional es equivalente a la solución del siguiente sistema de ecuaciones:

$$A^* A(m_0) = A^*(d)$$

donde el operador lineal A^* es la matriz transpuesta del operador A . Usando notación

matricial se tiene:

$$\widehat{A}^T \widehat{A} \widehat{m}_0 = \widehat{A}^T \widehat{d}.$$

La matriz $\widehat{A}^T \widehat{A}$ es una matriz cuadrada de orden $L \times L$, así que:

$$\widehat{m}_0 = (\widehat{A}^T \widehat{A})^{-1} \widehat{A}^T \widehat{d}$$

expresión buscada que permite encontrar el modelo que minimiza los errores. Se puede observar que el producto $\widehat{A}^T \widehat{A}$ puede ser resuelto mediante el método *SVD*.

A.4 Método de Gradiente Conjugado

Es un método iterativo para resolver sistemas de ecuaciones lineales, donde la matriz tenga muchos ceros (rala, p.e. funciona bien cuando la matriz es penta diagonal). El sistema a resolver es de la forma:

$$Ax = b, \tag{A.10}$$

donde la matriz A es cuadrada, x es el vector de valores desconocidos y b es una matriz de valores conocidos.

La forma cuadrática de un vector es un escalar definido por:

$$f(x) = \frac{1}{2} x^T A x - b^T x + c \tag{A.11}$$

donde, si el producto $x^T A x > 0$ (matriz positiva definida) y A es simétrica, entonces, $f(x)$ es minimizada por la solución a la ecuación A.10. el gradiente de la forma

cuadrática se define:

$$f'(x) = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x_1} f(x) \\ \frac{\partial}{\partial x_2} f(x) \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \frac{\partial}{\partial x_n} f(x) \end{bmatrix}. \quad (\text{A.12})$$

Sustituyendo A.12 en A.11 y realizando un poco de álgebra se tiene:

$$f'(x) = \frac{1}{2}A^T x + \frac{1}{2}Ax - b,$$

si A es simétrica la ecuación anterior se reduce:

$$f'(x) = Ax - b. \quad (\text{A.13})$$

La solución del sistema $Ax = b$ es un punto crítico de $f(x)$. Si A es positiva definida y simétrica, entonces la solución es un mínimo de $f(x)$.

Las ecuaciones completas que se utilizan para el método de gradiente conjugado son las siguientes:

$$d_{(0)} = r_{(0)} = b - Ax_{(0)},$$

$$\alpha_{(i)} = \frac{r_{(i)}^T r_{(i)}}{d_{(i)}^T A d_{(i)}}$$

$$x_{(i+1)} = x_{(i)} + \alpha_{(i)} d_{(i)}$$

$$r_{(i+1)} = r_{(i)} - \alpha_{(i)} A d_{(i)}$$

$$\beta_{(i+1)} = \frac{r_{(i+1)}^T r_{(i+1)}}{r_{(i)}^T r_{(i)}}$$

REFERENCIAS

- [1] Anguiano, Rojas P., *Inversion of Conventional Oil Well Petrophysical Logs*, Tesis de Maestría, Stanford, 1991.
- [2] Anguiano Rojas, P., *The Forward and Inverse Problems in Induction Logging*, Tesis de Doctorado, Colorado School of Mines, 1995.
- [3] Anguiano, Rojas P., *Apuntes de Teoría Electromagnética para Registros de Pozos*, Notas de Clase, Posgrado en Ciencias de la Tierra, UNAM., 1998.
- [4] Anguiano, Rojas P., *El Modelado directo en Registros de Inducción Utilizando Diferencias Finitas*, Revista del Instituto Mexicano del Petróleo, 1996.
- [5] Anguiano, Rojas P., *Inversión de Registros de Inducción Utilizando Teoría de Perturbación*, Revista del Instituto Mexicano del Petróleo, 1996.
- [6] Anguiano, Rojas P., *Numerical Modeling in Electrical Logging (GMARP-001)*, Reporte Interno, IMP, 1998.
- [7] Chemali, R., Gianzero S. y Su S. M., *The Effect of Shale Anisotropy on Focused Resistivity Devices*, SPWLA, art. H, 1987.
- [8] Compañía Schlumberger, *Principios/Aplicaciones de la Interpretación de Registros*, Schlumberger Educational Services.
- [9] Dakhnov, V. N., *Geophysical Well Logging*, Quaterly of the Colorado School of Mines, Vol. 57, No.2, 1962.
- [10] Daniels Jeffrey J., *Interpretation of Buried electrode Resistivity Data Using a Layered Earth Model*, Geophysics, Vol. 43, No. 5, 1978.

- [11] Dewan T. J., *Essentials of Modern Open-Hole Log Interpretation*, PennWell Publishing Co., Tulsa, 1983.
- [12] Doll, H. G., Dumanoir, J. L. y Martin M., *Suggestions for Better Electric Log Combinations and Improved Interpretations*. Geophysics, vol XXV, No.4, 1960.
- [13] Drahos, D., *Electrical Modeling of the Inhomogeneous Invaded Zone*, Geophysics, Vol. 49, No. 10, 1984.
- [14] Gianzero, S., *The Paradox of Anisotropy Revisited*, The Log Analyst, Vol.40, No.6, 1999.
- [15] Gómez Rivero, O., *Registros de Pozos Parte 1, Teoría e Interpretación*, México, 1975.
- [16] Hilchie, Douglas W., *Old Electrical Log Interpretation (Pre 1958)*, Douglas W. Hilchie Inc., Golden Colorado, 1979.
- [17] Hagiwara T., Zea, H., *Identifying and Quantifying Resistivity Anisotropy in Vertical Boreholes*, SPWLA, 40th Annual logging Symposium, 1999.
- [18] Kaufman, A. A., *Geophysical Field Theory and Methods, Part A*. Academic Press, Inc., San Diego, 1992.
- [19] Klein, J. D., *Saturation Effects on Electrical Anisotropy*, The Log Analyst, Technical note, Jun-Feb 1996.
- [20] Klein J. D., Martin P. R. and Allen R., *The Petrophysics of Electrically Anisotropy Reservoirs*, The Log Analyst, May-June 1997.
- [21] Kunz, K. S. y Moran J. H., *Some Effects of Formation anisotropy on Resistivity Measurements in Borehole*, Geophysics, Vol. 23, No. 4, 1958.

- [22] Menke, William, *Geophysical Data Analysis: Discrete Inverse Theory*, Academic Press, Inc., 1984.
- [23] Mufti, Irshad, R., *A Practical Approach to Finite-Difference Resistivity Modeling*, Geophysics, Vol. 43, No. 5, 1978.
- [24] Mufti, Irshad, R., *Finite-Difference Resistivity Modeling for Arbitrarily Shaped Two-Dimensional Structures*, Geophysics, Vol. 41, No. 1, 1976.
- [25] Negi J. G., *Anisotropy in Geoelectromagnetism*, Elsevier, 1989.
- [26] Shewchurk, J. R., *An Introduction to the Conjugate Gradient Method Without the Agonizing Pain*, School of computer Science Carnegie Mellon University, Pittsburgh, PA 15213, 1994, electronic copy.
- [27] SPWLA, *Glosario de Términos utilizados en Registros Geofísicos de Pozos*, <http://www.spwla.org/gloss/spwlafrm.htm>, 1997.
- [28] Tabanou J. R., Anderson B., Bruce S., Bornemann T., Hodenfield K. y Wu P., *Which Resistivity Should be Used to Evaluate Thinly Bedded Reservoirs in High-Angle Wells?*, SPWLA, 40th Annual logging Symposium, 1999.
- [29] Telford, W. M., Geldart, L. P. y Sheriff, R.E., *Applied Geophysics*, Cambridge University Press, 2nd ed., 1990.
- [30] Theys P., *Resistivity and Anisotropy*, The Log Analyst, Le Repeat, Nov-Dec 1999.
- [31] Torres N. R., Gómez R. O., Escamilla V. G., *Reporte Interno IMP*, 1990
- [32] Yang, Fang-Wei y Ward, Stanley H., *Inversion of Borehole Normal Resistivity Logs*, Geophysics, Vol. 49, No. 9, 1984.