

0354

4/6

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

13/5

EMPLEO DE MODELOS AERODINAMICOS

PARA

EL ESTUDIO DE PROBLEMAS HIDRAULICOS

Tesis que para obtener
el grado de Maestro en
Ingeniería, presenta el
Ing. Humberto Gardea
Villegas

-1965-

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

294594



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

EMPLEO DE MODELOS AERODINAMICOS PARA EL ESTUDIO DE
PROBLEMAS HIDRAULICOS

<u>INDICE</u>	Pág.
Introducción	i
Símbolos utilizados	3
<u>Capítulo I.</u> Propiedades físicas del aire que interesan al estudio	6
1. Viscosidad	6
2. Masa específica	8
3. Principio de continuidad aplicado a corrientes de aire	11
Velocidades máximas permitidas	13
4. Experiencias de Zegzda. Régimen turbulento en canales y su equivalente cuando el fluido es el aire	14
<u>Capítulo II.</u> Similitud mecánica y posibilidades de estudiar problemas hidráulicos en modelos aerodinámicos	19
1. Consideraciones generales	19
2. Condiciones básicas para el estudio de escurrimientos a superficie libre, utilizando aire en vez de agua	20
3. Similitud de la superficie libre	27
<u>Capítulo III.</u> Diseño de modelos aerodinámicos	31
1. Algunas investigaciones fundamentales para fijar criterios de selección de escalas	31
a) Ampliación brusca	32
b) Consideraciones sobre la distribución de velocidades	36
2. Selección de escalas según diferentes autores	38
a) Diseño según Averkiev	38
b) Diseño según Lyajter y Prudovsky	39
c) Diseño según Giliarov	40
<u>Capítulo IV.</u> Equipo para estudios en modelos aerodinámicos	43
1. Instalación básica	43
2. Instrumentos de medición	45
a) Medición de presiones	45
b) Medición de velocidades	50
c) Medición de gastos	63
3. Equipo de la División del Doctorado de la Facultad de Ingeniería de la U.N.A.M.	65
<u>Capítulo V.</u> Descripción de un estudio y resultados obtenidos	68
Conclusiones	74
Bibliografía	77

INTRODUCCION

Desde principios de siglo se ha utilizado con ventaja el aire en la solución de problemas hidráulicos, pero siempre para casos de conductos sometidos a presión, como problemas de tuberías, turbinas, etc. Fue hasta hace unos 20 años cuando Makaveyev, en la URSS, pensó en la posibilidad de utilizar corrientes de aire para estudiar problemas de escurrimientos a superficie libre. La dificultad que salta a la vista en este caso, es el hecho de que para confinar la corriente de aire en el modelo, es necesario cubrir éste con un cristal, mismo que representa la superficie libre del prototipo; esto significa que el modelo funciona como tubo forzado, lo que lo hace diferente de los modelos hidráulicos comunes que siempre trabajan bajo condiciones enteramente semejantes al prototipo.

Sin embargo, la idea tenía grandes atractivos, principalmente el económico, ya que, de ser factible, sólo se necesitaría un cajón para colocar el modelo y un ventilador que generaría la corriente de aire fácilmente controlable, y sin problemas de regularización de gastos; además, un dispositivo de este tipo permitiría tener una completa visibilidad del fenómeno en estudio, aunada a la facilidad de obtener mediciones precisas, con aparatos que, gracias al avance de la aeronáutica, están altamente desarrollados.

Pronto hubo seguidores de la idea y entre ellos tienen lugar preponderante, Averkiev, que trabajó bajo la dirección de

Makaveyev, Giliarov, Lyatjer y Prudovsky en la URSS, Kahan y Hancu en Rumanía y Thomas, Sumbal y Skalička en Checoslovaquia. Estos investigadores han creado la actual técnica de trabajo e investigación en modelos aerodinámicos representando escurrimientos a superficie libre.

En este trabajo se presentan las leyes de similitud para el tipo de estudios de que hablamos, así como algo sobre instrumentos y técnica de medición e investigaciones hechas por los diferentes autores mencionados anteriormente. En el Capítulo V se describe una investigación de erosión al pie de una toma; aunque este estudio no está terminado, pueden verse allí las condiciones favorables en que es posible hacerlo y su valor cualitativo.

Símbolos utilizados:

- A - área de la sección transversal de un escurrimiento (m^2)
- B - ancho de plantilla de un canal (m)
- C - coeficiente de la fórmula de Chezy ($m^{1/2}/s$)
- E - energía cinética por unidad de masa (kg/ms^2)
- H - profundidad de un canal (m)
- J - pendiente hidráulica
- $^{\circ}K$ - grados Kelvin (absolutos)
- K - constante de un gas ($m/^{\circ}K$)
- P - presión absoluta (Kg/m^2)
- Q - gasto (m^3/s)
- R - radio hidráulico (m)
- R_e - número de Reynolds
- S - abscisa curvilínea medida sobre la trayectoria de una
partícula (m)
- T - temperatura absoluta. ($273.2 + ^{\circ}C$)
- V - volumen (m^3)
-
- d - diámetro del grano (cm)
- ρ - relación de la masa específica del aire a la de un fluido
- l - longitud (m)
- n - coeficiente de la fórmula de Manning ($/m^3$)
- p - presión manométrica (Kg/m^2)

t - tiempo (s)

v - velocidad (m/s)

γ - peso específico (Kg/m³)

Δ - diámetro representativo del grano (cm)

λ - coeficiente de fricción de la fórmula de Darcy

μ - coeficiente de viscosidad dinámica (gr/cm²)

ν - coeficiente de viscosidad cinemática (cm²/s)

ϕ - humedad relativa de un gas (relación entre el peso del vapor de agua contenido en un cierto volumen de aire y el del mismo cuando está totalmente saturado)

ρ - masa específica (gr/cm³)

Subíndices:

ag - agua

ai - aire

al - alcohol

ah - aire húmedo

atm - atmosférico

e - escala (prototipo/modelo)

h - húmedo

l - líquido

m - modelo

man - manométrico

p - prototipo

par - parcial

CAPITULO I

PROPIEDADES FISICAS DEL AIRE QUE INTERESAN AL ESTUDIO

Antes de entrar de lleno en el tema de esta tesis, es necesario hacer un análisis comparativo de las propiedades del aire y del agua, con el objeto de definir con claridad el campo de aplicabilidad de este tipo de estudios en modelos que representan estructuras hidráulicas.

Las propiedades físicas del aire que nos interesan son las siguientes:

1. Viscosidad.

El coeficiente de viscosidad dinámica " μ " de los gases, prácticamente no varía con la presión y sí con la temperatura aunque en forma inversa al caso del agua. Es decir, en los gases " μ " aumenta la temperatura según una ley:

$$\frac{\mu}{\mu_0} = \left(\frac{T}{T_0} \right)^n$$

en que para aire:

$$\text{si } T_0 = 273^\circ\text{K} = 0^\circ\text{C}, \mu_0 = 1.743 \times 10^{-6} \text{ Kg. s/m}^2$$

$$\text{y para } 18^\circ\text{C}, \mu = 1.85 \times 10^{-6} \text{ Kg. s/m}^2$$

Si el " μ " no varía con la presión, quiere decir que a temperatura constante, $\nu = \mu/\rho$ varía únicamente con la masa específica " ρ " e inversamente a ella.

Siendo que evidentemente " ρ " sí varía con la presión, la propiedad anterior puede utilizarse en modelos sometidos a presión cuando se requiera utilizar diferentes " ν " con el mismo gas, lo que puede lograrse solamente variando las presiones. Por ejemplo, el aire sometido a 15 atmósferas y a 20°C tiene una " ν " aproximadamente igual a la del agua. Esto significaría que en un modelo a base de aire podríamos dar los mismos Re bajo idénticas características dinámicas y geométricas.

Al nivel del mar y a una temperatura de 20°C el coeficiente de viscosidad cinemática del aire es $\nu_{ai} = 15 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{S}$. Siendo el de el agua para iguales condiciones $\nu_{ag} = 1.01 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{S}$, es decir ν_{ai} es aproximadamente 15 veces mayor que ν_{ag} .

Esta propiedad tiene una importancia fundamental en la utilización de modelos de aire, ya que al trabajar, por ejemplo, con la condición de Reynolds para estudiar con aire una estructura hidráulica ~~ca~~ ^{tendríamos que} hacer el modelo aerodinámico a una escala 15 veces menor que si se tratara de un modelo ordinario en el que se usara agua, es decir:

Si $\nu_{ai} = \nu_{ag}$, la condición de Reynolds, sería:

$$\left(\frac{VL}{\nu_{ag}} \right)_p = \left(\frac{VL}{15\nu_{ag}} \right)_m \quad \therefore 15 \nu_e L_e = 1$$

$$\nu_e L_e = \frac{1}{15 \nu_e}$$

la escala para agua - agua, es, como se sabe, $L_e = \frac{1}{ve}$, es decir, implica un modelo 15 veces ~~menor~~ ^{menor} que en agua - aire. Esto nos ~~obligaría a~~ ^{obligaría a} trabajar con modelos mucho más ~~grandes~~ ^{grandes} que los hidráulicos, lo cual nos trae una serie ^{de} desventajas principalmente de carácter económico y de comodidad en el trabajo. Si bien la condición anterior implica la necesidad de utilizar en el modelo de aire velocidades mayores que las que se necesitarían en uno hidráulico, esto, lejos de ser una complicación es una ventaja adicional ya que en aire es muy fácil obtener velocidades altas que se pueden medir fácilmente con instrumentos sencillos (aunque la técnica actual de medición de velocidades en aire está lo suficientemente desarrollada para poder contar con mediciones muy precisas en cualquier rango que se desee).

Para calcular ρ y μ del aire pueden utilizarse las fórmulas siguientes:

$$I.1. \dots \rho = \rho_0 \frac{P}{P_0} \frac{T_0}{T} \quad ; \quad \mu = \mu_0 \left(\frac{T}{T_0} \right)^{0.76} \dots \dots \dots I.2$$

Los subíndices "0" indican valores para condiciones conocidas.

2. Masa específica.

En los gases, la masa específica varía con la presión y la temperatura según la ley de Boyle- Gay- Lussac:

$$\frac{\rho}{T} = K \dots \dots \dots I.3$$

K vale para aire 29.27 m/°K, para presiones menores de 10 atmósferas.

Si llamamos "F" al peso del gas, la presión I.3 puede relacionarse con la masa específica " ρ " en la forma siguiente:

Dicha expresión la podemos escribir:

$$\frac{P_1 V_1}{F T_1} = \frac{P_2 V_2}{F T_2} = K \dots\dots\dots I.4$$

refiriéndose los índices a cambios en el mismo gas, de las condiciones "1" a "2". Utilizando ahora la definición de " ρ " y la 2a. Ley de Newton, I.4, queda:

$$\frac{P_1}{g T_1 \rho_1} = \frac{P_2}{g T_2 \rho_2} = K$$

Luego, podemos determinar " ρ " para condiciones cualesquiera, con la fórmula:

$$\rho = \frac{P}{g K T} \dots\dots\dots I.5$$

sin necesidad de conocer condiciones previas, como en el caso de la fórmula I.1.

La masa específica del aire también varía con la humedad; tomando en cuenta este factor, puede calcularse con la fórmula:

$$\rho_{ah} = \frac{P_{ah}}{g K T} \left(1 - 0.378 \frac{\phi P_{par}}{P_{ah}} \right) \dots\dots\dots I.6$$

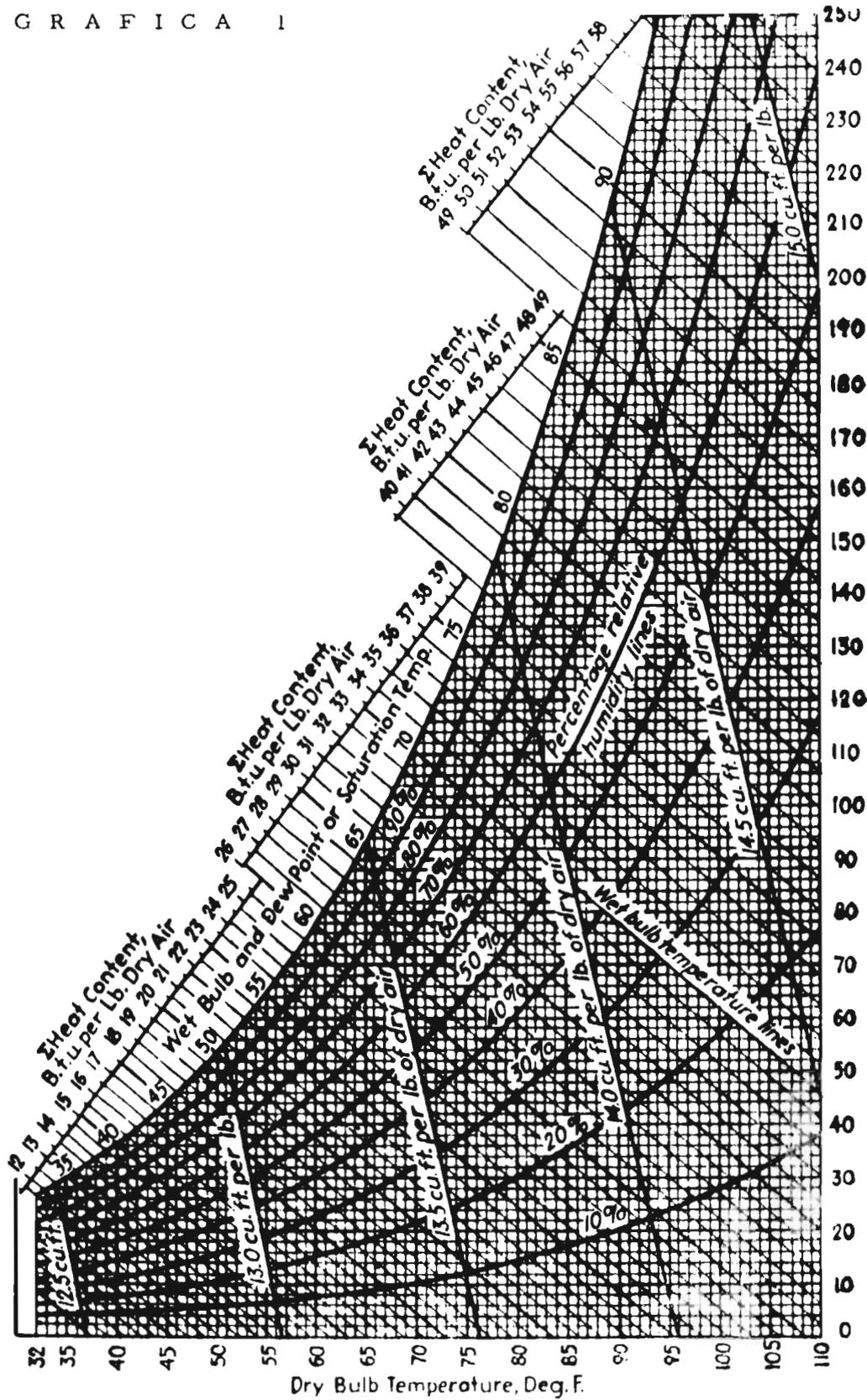
la humedad relativa " ϕ " del medio ambiente se mide con un higrómetro. La presión parcial " p_{par} " es la presión que tendría el vapor de agua contenido en un cierto volumen de aire si se extrajera todo el aire seco de dicho volumen. Esta presión está ya tabulada en función de la temperatura de "bulbo húmedo" que a su vez se obtiene en

función de la temperatura de "bulbo seco", (la del medio ambiente medida con un termómetro común) y de la humedad relativa con la ayuda de una tabla psicrométrica (gráf. 1). En la tabla 1 anotamos las presiones parciales para algunas de las temperaturas más comunes en México (de 10°C a 40°C), (ref. XI).

temp. bulbo húmedo (°F)	Presión parcial (pulg. de Hg)
50	0.3624
52	0.3903
54	0.4200
56	0.4517
58	0.4855
60	0.5214
62	0.5597
64	0.6005
66	0.6438
68	0.6898
70	0.7386
72	0.7906
74	0.8456
76	0.9040

temp. bulbo húmedo (°F)	Presión parcial (pulg. de Hg)
78	0.9658
80	1.0314
82	1.1010
84	1.1740
86	1.2510
88	1.3340
90	1.4210
92	1.5120
94	1.6090
96	1.7100
98	1.8180
100	1.9310
105	2.2410

TABLA 1



T A B L A P S I C R O M E T R I C A

3. Principio de continuidad aplicado a corrientes de aire.

Como se va a trabajar con un fluido compresible, es necesario saber si es posible deducir velocidades en una sección conociendo las características de otra, para un mismo gasto. Es decir, cómo y con qué limitaciones podrá aplicarse el principio de continuidad tal como se hace con fluidos incompresibles para el caso de un gas y específicamente para una corriente de aire.

Partiremos del principio de continuidad en su forma general, que nos dice que la masa de un fluido que entra a un tubo de flujo en un tiempo "dt", es la misma que la que sale de dicho tubo en el mismo incremento de tiempo.

Esto puede expresarse para flujos permanentes en la forma:

$$\frac{d(\rho v A)}{ds} = 0$$

lo que significa:

$$\rho v A = \text{cte.}$$

que aplicado a dos secciones A_1 y A_2 de un escurrimiento:

$$\rho_1 v_1 A_1 = \rho_2 v_2 A_2 = \text{cte.} \dots \dots \dots \text{I.7}$$

Siendo que la masa específica ρ de un gas, solo cambia con la presión absoluta si la temperatura es constante, que es el caso que se tiene en modelos de aire, (suponiendo en tiempos de experimentos no excesivamente largos), deberemos analizar únicamente los efectos del cambio de presión sobre ρ , en la ecuación I.7.

La presión absoluta en cualquier parte del modelo es $P = p_{atm} \pm p_{man}$. El signo "+" se refiere al caso en que el modelo trabaja "a presión"; es decir, cuando el aire se inyecte a él y, en caso contrario (succión), será aplicable el signo "-".

Supongamos que vamos a trabajar en las condiciones atmosféricas medias de la ciudad de México, que son $p_{atm} = 583 \text{ mm Hg}$ a 20°C y que usaremos cargas $(\frac{p}{\rho} + \frac{v^2}{2g})$ máximas de 250 mm de columna de mercurio $h_{Hg} = \frac{1}{13.6} \times 250 = 18.4 \text{ mm Hg}$.

Las presiones en el modelo serán, según el sistema utilizado:

- a) inyección $583 + 18.4 = 601.4 \text{ mm Hg}$
- b) succión..... $583 - 18.4 = 564.6 \text{ "}$

Apliquemos el principio de continuidad en su forma I.7 para $A_1 = A_2$. La velocidad en la sección "2", será:

$$v_2 = \frac{\rho_1}{\rho_2} v_1 \dots\dots\dots I.8$$

Calculamos el valor de ρ_1 (atmósfera) con la ecuación de estado (I.5) y para las condiciones impuestas es:

$$\rho_1 = 0.0948 \text{ Kgs}^2/\text{m}^4$$

así mismo, dentro del modelo:

para el caso a):

$$\rho_2 = 0.0977 \text{ Kgs}^2/\text{m}^4$$

y para el caso b):

$$\rho_2 = 0.0916 \text{ Kgs}^2/\text{m}^4$$

Volviendo ahora a la ecuación I.8, tenemos para inyección y succión, respectivamente:

$$v_2 = 0.973 v_1$$

$$y \quad v_2 = 1.037 v_1$$

Vemos que en ambos casos, el hecho de aplicar el principio de continuidad suponiendo $\rho_1 = \rho_2$ trae un error que no sobrepasa el 4%, al usar cargas no mayores de 250 mm. Diferentes autores (refs. I, II, III) recomiendan no sobrepasar esta carga, criterio al que nos limitaremos en adelante.

Velocidades máximas permitidas.

Para una carga máxima de ± 250 mm H₂O, en el caso extremo del lado de la seguridad, la velocidad máxima posible sería la correspondiente a igual carga. Esta velocidad puede calcularse con la fórmula IV.7 que para las condiciones dadas, resulta para:

$$\text{inyección} \quad v_{ai} = 71.7 \text{ m/s}$$

$$\text{succión} \quad v_{ai} = 73.8 \text{ m/s}$$

En general, el criterio anterior puede traducirse a otro que nos dirá que, si deseamos aplicar el principio de continuidad suponiendo $\rho = \text{cte.}$, no debemos sobrepasar la velocidad de 70 m/s en ninguna parte del modelo.

4. Experiencias de Zegzda. Régimen turbulento en canales y su equivalente cuando el fluido es el aire.

Zegzda (URSS), en 1938 publicó sus experimentos en los que estudió la variación del R_e con la fricción en forma enteramente análoga a las experiencias de Nikuradse, solamente que refiriéndose a flujo en canales rectangulares.

Los resultados obtenidos por Zegzda muestran también claramente la separación de los 3 tipos de regímenes que su antecesor había verificado para el caso de tuberías circulares.

Zegzda obtuvo como límite inferior de la zona en que λ es independiente del R_e :

$$R_e = \frac{126 R}{\Delta \sqrt{f}}$$

en que f es el coeficiente de la fórmula de Darcy ($=4\lambda$). Asimismo, obtuvo la siguiente fórmula para la zona turbulenta:

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 4.25 + 4 \log \frac{R}{D}$$

Estas experiencias sirvieron posteriormente a los investigadores que se interesaron en modelos de aire como base para efectuar los mismos ensayos en canales trabajando con aire, y poder así relacionar su funcionamiento con el del prototipo.

Entre las principales investigaciones a este respecto, se encuentran las de Giliarov (URSS) y Thomas (Checoslovaquia) de cuyos resultados haremos un resumen:

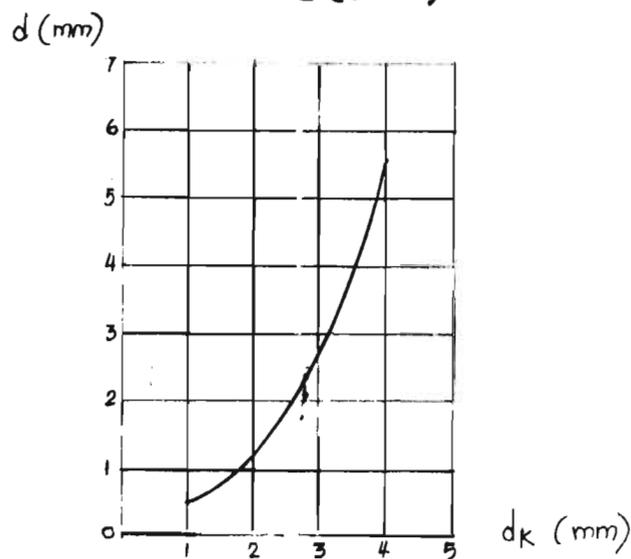
Giliarov trabajó con un canal de 6m de longitud por 0.5m de ancho y 0.025 a 0.075m de profundidad.

Representó la superficie con lucita y el fondo con plastilina. También hizo pruebas con fondo rugoso pegando granos de 0.5 a 1mm de diámetro. Como límite inferior del régimen turbulento, obtuvo:

$$R_e = 3.47 \times 10^3 \left(\frac{R}{d_k} \right)^{0.52}$$

Siendo d_k obtenida en función del diámetro de grano utilizado según la gráfica 2 (Zegzda) y:

$$R = \frac{A}{2(B+H)}$$



GRAFICA 2

Giliarov observó que, si el fondo es solamente de plastilina, la zona crítica empieza a partir de $R_e = 30\ 000$.

Thomas efectuó una serie muy completa de experimentos llegando a establecer claramente la zona en que R_e es independiente de λ . Este investigador trabajó en un canal rectangular haciendo variar las alturas para cada rugosidad utilizada. Las rugosidades usadas fueron lucita (techo) -arena (fondo) arena-arena, lucita -marmaja de cristal, y marmaja de cristal pegada tanto al fondo como al techo. Para cada uno de sus estudios, Thomas elaboró 3 gráficas cuyos ejes coordenados fueron:

$$\begin{aligned} \log R_e & \text{ — } \log \lambda \times 10^3 \\ \log H/\kappa & \text{ — } 1/\sqrt{\lambda_H} \\ \log R_{e*} & \text{ — } \frac{1}{\sqrt{\lambda_H}} - A \log H/\kappa \end{aligned}$$

en que:

$$R_e = \frac{\bar{v}H}{\nu}, \quad R_{e*} = \frac{\bar{v}d}{\nu} \sqrt{\frac{\lambda}{2}}$$

\bar{v} - velocidad media de la sección.

Thomas obtuvo una variación $\lambda - R_e$ análoga a la de Zegzda, pero sólo se interesó en la zona turbulenta, que es la que se busca siempre tener en modelos de aire, como se verá más adelante. La fórmula obtenida para este régimen en el caso más común, fue:

TECHO	FONDO	ZONA TURBULENTA	R_e LIMITE
LUCITA	ARENA	$\frac{1}{\sqrt{\lambda_{R'}}} = 3.60 \log \frac{R'}{\kappa} + 1.55$	$R_e \geq (19.6 \log \frac{R'}{\kappa} + 9.81) \frac{R'}{\kappa}$

en que $R' = \frac{H \cdot B}{2H + B}$; $k = \frac{1}{2} d$, $Re = \frac{\bar{U} R'}{\nu}$

fórmula válida para $\frac{R'}{k} < 126.46$

Para flujos en que $\frac{R'}{k} > 126.46$ se observa en las curvas obtenidas por Thomas que ya hay puntos dentro de la zona de tubo liso, por eso se especifica ese valor como máximo permisible para la aplicación de la fórmula.

Para tener una idea clara del Re_{lim} en un modelo de aire, resolveremos un ejemplo según los criterios de Giliarov y Thomas.

Ejemplo:

$$d = 0.0003 \text{ m}$$

$$H = 0.050 \text{ m}$$

$$B = 0.150 \text{ m}$$

Giliarov

Utilizando la gráfica 1 y las fórmulas correspondientes:

$$Re_{lim} = 17900$$

Thomas

$$Re_{lim} = 10950$$

Analizando la información que pudimos obtener sobre experiencias de estos investigadores, creemos que los trabajos de Thomas son mucho más completos y claros. Por tal razón, recomendamos el uso de sus fórmulas.

Veamos ahora cuál sería la velocidad mínima permisible en el modelo para que el flujo de aire quede dentro de la zona turbulenta ($\nu_{ai} = 15 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ a 20°C) en este caso ($Re = 10950$):

$$v = 5.48 \text{ m/s}$$

Si bien, esta es una velocidad bastante alta en un modelo trabajando con agua, no lo es cuando se usa aire, en donde pueden darse velocidades bastante mayores con mucha facilidad.

CAPITULO II

SIMILITUD MECANICA Y POSIBILIDADES DE ESTUDIAR PROBLEMAS HIDRAULICOS EN MODELOS AERODINAMICOS

1. Consideraciones generales.

Si trabajamos en forma tal que el aire pueda considerarse como incompresible (ver cap. I), las leyes de similitud podrán ser deducidas de las ecuaciones de Navier-Stokes exactamente en la misma forma en que se hace para modelos hidráulicos. Así tendremos las mismas condiciones de similitud, a saber:

$$\text{II.1} \dots\dots\dots \begin{array}{l} \frac{l_e}{t_e v_e} = 1 \quad (\text{Strouhal}) \\ \frac{v_e l_e}{\nu_e} = 1 \quad (\text{Reynolds}) \end{array} \quad \begin{array}{l} \frac{v_e}{\sqrt{g_e l_e}} = 1 \quad (\text{Froude}) \\ \frac{P_e}{\rho_e v_e^2} = 1 \quad (\text{Euler}) \end{array}$$

La condición de Strouhal es solo para flujos no permanentes. Las de Fr, Re, Eu implican respectivamente que las fuerzas de inercia (gravedad), viscosidad y presión, sean equivalentes en modelo y proto tipo.

La existencia de similitud mecánica completa exige el cumplimiento simultáneo de todas las condiciones mencionadas, lo cual, como se sabe, solo es posible con la solución inaceptable $l_e = 1$. Si se utiliza un mismo fluido se tiene $v_e = 1$. Si $v_e \neq 1$ (en todos los casos $\rho_e = 1$), la solución de las ecuaciones II.1, será:

$$l_e = v_e^{2/3}, \quad P_e = \rho_e v_e^{2/3}, \quad t_e = v_e^{1/3}$$

Podría pensarse en una aplicación ventajosa si se usara un coeficiente de viscosidad cinemática " ν ", en el modelo, mucho más bajo que el del agua. Desde este punto de vista, la utilización de un modelo aerodinámico, sería aún menos aceptable, ya que la " ν " del aire es unas 15 veces mayor que la del agua. Dado que es imposible obtener una similitud completa con un modelo reducido, como es sabido, lo que acostumbra hacerse es reducir las condiciones del fenómeno, despreciando aquéllas que no tengan carácter preponderante en él y dejar solamente la que se considere que lo gobierna.

Para hacer esta separación, no sólo es necesario conocer muy bien las leyes que rigen el problema en estudio, sino también las propiedades del fluido que se vaya a utilizar en el modelo. Teniendo esto en mente, al utilizar aire en el modelo, será necesario saber cuál es su comportamiento para cada tipo diferente de problema que desee estudiarse.

2. Condiciones básicas para el estudio de escurrimientos a superficie libre, utilizando aire en vez de agua. (Desarrollos debidos a Thomas, ref. I).

En un modelo aerodinámico para el estudio de una estructura a superficie libre, debe representarse dicha superficie por una cubierta plana (por ejemplo, lucita). Esto convierte al modelo en un "tubo forzado". Es decir, queremos estudiar un escurrimiento afec

tado directamente por la acción de la gravedad con otro (modelo) en el que el fluido se mueve a base de diferencia de presiones. Esto trae una complicación que no existe, por ejemplo, en los modelos de aire que representan tuberías reales forzadas.

El problema consiste en que dadas las leyes que rigen al fenómeno en prototipo, debería usarse la ley de Froude para el modelo; por otra parte, ya que el modelo es en realidad un "tubo", tendríamos que exigir simultáneamente el cumplimiento de la ley de Reynolds, debido a que en dicho modelo, las fuerzas viscosas son comparables a las máxicas. Sabemos que las condiciones de Fr y Re no pueden cumplirse simultáneamente en condiciones prácticas, (ver cap. I - inciso 4), pero si trabajamos con números de Reynolds suficientemente grandes (cap. I - inciso 4) de tal manera que garanticen un escurrimiento turbulento tanto en modelo como en prototipo, podre mos desentendernos de la condición de Reynolds y tener como única la de Froude.

Sin embargo, si bien el número de Froude gobierna el movimiento en un escurrimiento a superficie libre (prototipo), no es así en el modelo, en que el flujo es debido a diferencias de presiones, es decir, ligado al Eu. Pero, si consideramos el Fr en la forma (prototipo):

$$F_r = \frac{v^2}{gh}$$

y en el modelo

$$E_u = \frac{p}{\rho v^2}$$

y siendo que " ρ " en el modelo es representativa de " ρ " en el prototipo ($\rho = \rho$), si existe similitud mecánica, el Eu en el modelo valdrá:

$$Eu = \frac{\rho h}{\rho v^2} = \frac{\rho h}{\rho v^2} = \frac{1}{Fr} \dots\dots\dots II.2$$

Lo que significa que, para efectos de similitud, podemos considerar $Eu_m = f(Fr_p)$ y hacer el análisis en base al Eu. Debido a que en las ecuaciones de Navier-Stokes, tanto el término de presión como el de potencial de fuerzas másicas aparecen siempre bajo el signo de derivación, deben escribirse en los Fr y Eu en lugar de presiones y cotas absolutas, diferencias de estos valores entre dos secciones del movimiento, es decir:

$$Eu = \frac{\Delta p}{\rho v^2} \quad \text{y} \quad Fr = \frac{v^2}{g \Delta z}$$

y de II.2:

$$Eu = \frac{g \Delta z}{v^2} \dots\dots\dots II.3$$

Tanto el Fr como el Eu dependen no sólo del gasto, sino de la "forma" de la estructura, ya que sus componentes quedan afectados por ella. Luego, en el caso más general, podemos decir que un escurrimiento de este tipo está supeditado a "Fr, Re, Eu, forma" lo que, según el análisis dimensional significa:

$$Eu = f_1 (Re, Fr, forma)$$

y utilizando II.2:

$$Eu = f_1 (Re, \frac{1}{Eu}, forma)$$

ó $Eu = f_2 (Re, forma) \dots\dots\dots II.4$

Tomando en cuenta II.3, puede escribirse:

$$Eu = \frac{8Q}{V^2} s$$

en que "s" es la pendiente hidráulica. Si hacemos $k = \frac{1}{h}$, siendo "h" el tirante:

$$Eu = \frac{8Q}{V^2} k s \dots\dots\dots II.5$$

recordando ahora la fórmula de Darcy aplicada a canales, tendremos:

$$s = \lambda \frac{1}{R} \frac{V^2}{2g}$$

$$\lambda = \frac{2gRs}{V^2}$$

Si la estructura que deseamos estudiar es tal que pueda suponerse $R \doteq H$ (caso frecuente), puede escribirse la expresión anterior en la forma:

$$\lambda = \frac{2gHs}{V^2} \dots\dots\dots II.6$$

Ahora podemos observar que II.5 y II.6 solo se diferencian en una constante, o lo que es lo mismo, se cumple:

$$Eu = f(\lambda) \dots\dots\dots II.7$$

utilizando II.7 y II.4, podemos escribir:

$$\lambda = f_3(\text{Re, forma}) \dots\dots\dots II.8$$

que es la ley válida en el modelo de aire (sometido a presión).

Si, como se dijo antes, nos aseguramos que tanto en modelo como en prototipo estemos en la zona en que λ es independiente del Re, vemos que la expresión original para prototipo (escurrimiento a superficie libre, permanente y de un líquido incompresible) queda:

$$Eu = f(\text{Fr, forma}) \dots\dots\dots II.9$$

y su equivalente para estudiar el mismo fenómeno en el modelo aerodinámico, será:

$$\lambda = f(\text{forma}) \dots\dots\dots\text{II.10}$$

Esta expresión es el fundamento de la similitud de escurrimientos a superficie libre analizados en un modelo a presión.

Enseguida haremos una discusión un poco más amplia sobre ella:

La relación II.10, nos dice que si trabajamos de tal manera que tanto en modelo como en prototipo el flujo sea independiente del Re (zona turbulenta) existe similitud mecánica bajo la única condición de que en ambas estructuras se cumpla la condición de "forma". Veamos qué significado debemos darle a este concepto.

Al hablar de "forma" en un escurrimiento, no nos referimos exclusivamente a la forma geométrica de la estructura, sino también a las consecuencias que ésta ocasiona en el flujo, motivo de nuestro estudio. Dicho flujo podemos caracterizarlo según la ley de distribución de velocidades en cada sección. Es decir, tomar la condición de "forma" como base a la similitud, implica que se cumplan simultáneamente dos condiciones: similitud geométrica y si militud de distribución de velocidades en secciones homólogas.

Aquí se presenta una dificultad que hace excluyentes las 2 anteriores. Dicha dificultad consiste en que, en un modelo a base de aire, la superficie se representa por un cristal que evidentemente altera las velocidades en su proximidad, cosa que no suce-

de en un escurrimiento real a superficie libre. Para compensar es te error, Giliarov (cap. III, fig 2) propone distorsionar ligeramente el modelo en sentido vertical, de tal manera que la superficie no quede representada por el paño inferior del cristal, sino por la superficie de velocidad máxima. Evidentemente este arreglo es a costa de la similitud geométrica, lo que nos lleva a concluir que la similitud mecánica entre escurrimientos a superficie libre y modelos aerodinámicos no es absolutamente rigurosa, aun dentro de las condiciones exigidas anteriormente.

Sin embargo, se ha observado que las discrepancias por esta distorsión vertical no son en general de consideración. Cuando se trate de estudios en que se altere notablemente la uniformidad del flujo, es conveniente hacer análisis comparativos con un modelo hidráulico, para investigar hasta qué grado la distorsión necesaria es perjudicial.

Otra conclusión básica que podemos obtener de la expresión II.10, es que no hay ninguna limitación para escoger el gas, excepto claro está, las impuestas para la obtención de dicha expresión. Igualmente la expresión II.10 no incluye el Re ni ningún término que nos condicionara el tipo definido que deba utilizarse.

Finalmente, las condiciones de similitud pueden resumirse en las siguientes:

Existe similitud mecánica entre un escurrimiento permanente o "cuasi-permanente" a superficie libre y un modelo aerodinámico cuando:

a) En ambos, modelo y prototipo, el flujo se encuentra en la fase turbulenta.

b) Hay semejanza geométrica y de distribución de velocidades. La primera condición no puede cumplirse rigurosamente por la necesidad de mayor importancia, según muestra la experiencia, de cumplir la segunda, distorsionando el modelo verticalmente para que el plano de velocidades máximas en el modelo sea el representativo de la superficie libre (Giliarov).

No quedan obligados:

c) El gasto. La similitud existe para cualquier gasto que se dé al modelo, siempre que se cumpla la condición de similitud "1" y que las velocidades no sobrepasen el límite hasta donde se pueda considerar que el aire es incompresible (ver cap. I - 3).

Esto quiere decir que la escala de gastos no se fija de antemano como en los modelos hidráulicos, sino que se deduce ya en el modelo construído según las posibilidades de la instalación. En el caso de ser de fondo móvil, la escala de gastos no depende sólo del gasto que pueda darse al modelo (capacidad del ventilador)

sino también y principalmente, del material que se use; para tales casos un buen criterio para definir esa escala es el método de Lyajter y Prudovsky que llamaron de "erosiones sucesivas" (ref. X). Este se aplica cuando se conoce la erosión en cierta parte del prototipo buscando la forma de lograr otra idéntica en la correspondiente del modelo, así podrán obtenerse las escalas básicas de gastos y tiempos. Otro criterio podría ser a partir de las velocidades críticas del material en modelo y prototipo.

d) El fluido que se use en el modelo puede ser cualquiera, ya sea gas, o inclusive el agua (sometida a presión).

3. Similitud de la superficie libre.

El hecho de usar cristal para substituir la superficie libre, implica un cambio en la condición de frontera; sin embargo, precisamente puede ser la forma de esta superficie libre la que nos interese estudiar en un modelo aerodinámico. Lyajter y Prudovsky (URSS) y posteriormente Sumbal (Checoslovaquia), obtuvieron la condición necesaria para obtener similitud en la superficie. Todos ellos llegaron al mismo resultado que coincide con la condición para el mismo tipo de estudio en modelos hidráulicos de ríos, (ver ref. II) condición que exige como característica primordial que si no puede lograrse en ambos la misma rugosidad ($\lambda_e = 1$), el modelo sea distorsionado. Enseguida mostraremos la forma en que Sumbal llegó a esta condición (ref. II).

El Teorema de Bernouilli aplicado entre 2 secciones de un escurrimiento en prototipo, tiene la forma:

$$z_{1p} + \frac{v_{1p}^2}{2g} = z_{2p} + \frac{v_{2p}^2}{2g} + \Delta z_{fp} \dots \dots \dots (II.11)$$

y en las secciones correspondientes en un modelo de aire:

$$\frac{p_{1m}}{\rho} + \frac{v_{1m}^2}{2g} = \frac{p_{2m}}{\rho} + \frac{v_{2m}^2}{2g} + \Delta z_{fm} \dots \dots \dots (II.12)$$

Δz_f — pérdida de carga entre las 2 secciones consideradas.

Despejando en II.11 y haciendo $\Delta z = z_1 - z_2$ y análogas, tendremos:

$$\Delta z_p = \Delta z_{fp} - \frac{\Delta v_p^2}{2g} \dots \dots \dots (II.11')$$

y en II.12:

$$\frac{\Delta p_m}{\rho_m} = \Delta z_{fm} - \frac{\Delta v_m^2}{2g} \dots \dots \dots (II.12')$$

definiendo ahora las escalas en la forma:

$$\Delta z_{fe} = \frac{\Delta z_{fp}}{\Delta z_{fm}}, \quad v_e = \frac{\Delta v_p}{\Delta v_m}, \quad z_e = \frac{\Delta z_p}{\frac{\Delta p_m}{\rho_m}}$$

la ecuación II.12' (modelo) será equivalente a la II.11' si multiplicamos cada uno de sus términos por la escala correspondiente; es decir:

$$z_e \frac{\Delta p_m}{\rho_m} = \Delta z_{fe} \Delta z_{fm} - v_e^2 \frac{\Delta v_m^2}{2g} \dots \dots \dots (II.13)$$

Siendo II.13 homogénea, deberán ser válidas las relaciones

$$z_e = \Delta z_{fe} = v_e^2$$

$$\text{o' } \frac{\Delta z_p}{\Delta p_m} = \frac{\Delta z_{fe}}{\rho_m} = \frac{v_e^2}{\rho_m} \dots \dots \dots (II.14)$$

que deberán cumplirse si deseamos interpretar variaciones " Δz " en el prototipo con diferencias de presión $\frac{\Delta p_m}{\rho_m}$ en el modelo. De

II.14, podemos deducir:

$$\Delta z_{fe} = v_e^2 \dots \dots \dots (II.14')$$

recordando ahora que dentro de la zona turbulenta en un escurrimiento, se cumple:

$$\Delta z_f = \xi \frac{v^2}{2g} \dots\dots\dots(\text{II.15})$$

relacionando II.14' y II.15, se obtendrá:

$$\xi_e = 1 \dots\dots\dots(\text{II.16})$$

que se cumple para pérdidas geométricas habiendo similitud de forma.

Si se quiere estudiar la forma de la superficie libre, en el micromanómetro utilizado se leerá un valor $z' = \frac{p_m}{\gamma_e}$ (γ_e del líquido utilizado para medir en el modelo) y podrá tenerse una escala:

$$z_e = \frac{z_p}{z_m}$$

en este caso habrá que considerar las caídas de presión tomando en cuenta la longitud del modelo. Según esto, el coeficiente ξ , valdrá (fórmula de Darcy):

$$\xi = \frac{\lambda l}{4R} \dots\dots\dots(\text{II.17})$$

utilizando la condición (II.16) y pasando a escalas, se tendrá:

$$\frac{\lambda_e l_e}{R_e} = 1 \dots\dots\dots(\text{II.18})$$

despreciando la profundidad "H" del canal, en comparación con el ancho "B". Al referirnos al modelo, deberemos tomar en cuenta el cristal en el cálculo del radio hidráulico, luego tendremos: para el modelo:

$$R_m = \frac{A}{2B} = \frac{H_m}{2}$$

y para el prototipo:

$$R_p = \frac{A}{B} = H_p$$

es decir,

$$R_e = \frac{R_p}{R_m} = 2 \frac{H_p}{H_m} = 2 H_e$$

substituyendo en II.18, se tendrá:

$$\frac{\lambda a l_e}{2 H_e} = 1 \dots\dots\dots(\text{II.18'})$$

la condición II.18' nos da un criterio de similitud cuando deseemos estudiar la forma de la superficie libre. Se recomienda no utilizar distorsiones mayores de 3 ó 4 para evitar corrientes secundarias que alteren el fenómeno principal.

CAPITULO III

DISEÑO DE MODELOS AERODINAMICOS

1. Algunas investigaciones fundamentales para fijar criterios de selección de escalas.

El panorama actual de la investigación en el tema que nos ocupa, es tal, que aún no es posible diseñar modelos aerodinámicos con criterios completamente generales, sino, más bien, se presentan casos en que las irregularidades de las estructuras (condición de "forma") no nos permiten a priori asegurar la existencia de similitud mecánica. Esto nos obliga a efectuar estudios que circunscriben cada caso particular que desee estudiarse y deducir las condiciones de similitud, de los parámetros que rijan el fenómeno que nos interesa.

Los primeros investigadores que se interesaron en el diseño de modelos aerodinámicos, escogieron algunos problemas hidráulicos particulares y buscaron la forma de limitar sus zonas de aplicabilidad. En este capítulo, veremos, en forma breve, las principales de estas investigaciones que han estado a nuestro alcance, y de sus conclusiones fijaremos criterios de diseño.

a) Ampliación brusca.

Averkiev (ref. VI y VII) hizo estudios para el caso de una ampliación brusca en un modelo como el mostrado en la fig. 1 (planta).

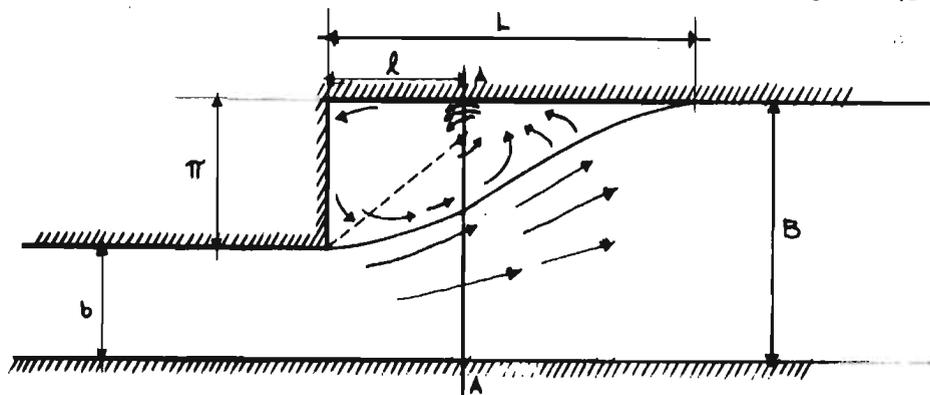


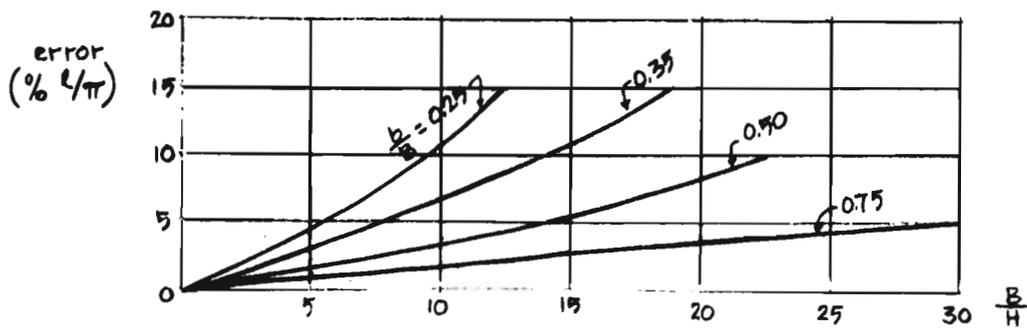
Fig. 1

El fondo del modelo estaba hecho de plastilina con una rugosidad absoluta $k=0.2\text{mm}$. y la superficie representada con un cristal plano. Este investigador utilizó el mismo modelo ($\lambda_e=1$), primero con una corriente de agua y después, cubriéndolo con un cristal y haciéndolo funcionar con aire. Como se ha dicho, el solo hecho de utilizar aire en vez de agua no implica ningún obstáculo para un comportamiento análogo del fenómeno; luego, lo que interesa es conocer las posibles diferencias ocasionadas por las irregularidades geométricas. Para poder comparar, Averkiev utilizó como parámetro la longitud " l ", que era la distancia del principio de la ampliación al eje del remolino formado.

Primero observó que la relación $\frac{l}{\pi}$ depende fundamentalmente de las relaciones b/B y b/H . Haciendo estudios con agua obtuvo la siguiente fórmula:

$$\frac{l}{\pi} = 1.8 \frac{\pi}{R} \left\{ \sqrt{\lambda^2 + 4.3 \left[1 - \left(\frac{b}{B} \right)^2 \right] \frac{R^2}{\pi^2}} - \lambda \right\}$$

comparando ambos funcionamientos (agua y aire) el autor cuantificó el error para diferentes casos, conservando solo como característica invariable $\lambda_m = \lambda_p$. Dicho error se muestra en la gráf. 3 para diferentes valores b/H .



GRAFICA 3

En el caso de ríos, es poco común encontrar relaciones $b/B < 0.75$ y aunque las B/H podrían ser grandes, la gráfica 3 nos indica que tendríamos errores no mayores de un 5%, lo que es bastante alentador para emprender estudios de este tipo. No podremos tener la misma confianza, según estos resultados, al estudiar ampliaciones en canales, por ejemplo al pie de una rápida en que fácilmente b/B puede llegar a ser del orden de 0.25, teniéndose distorsiones en los resultados hasta de un 15% o más.

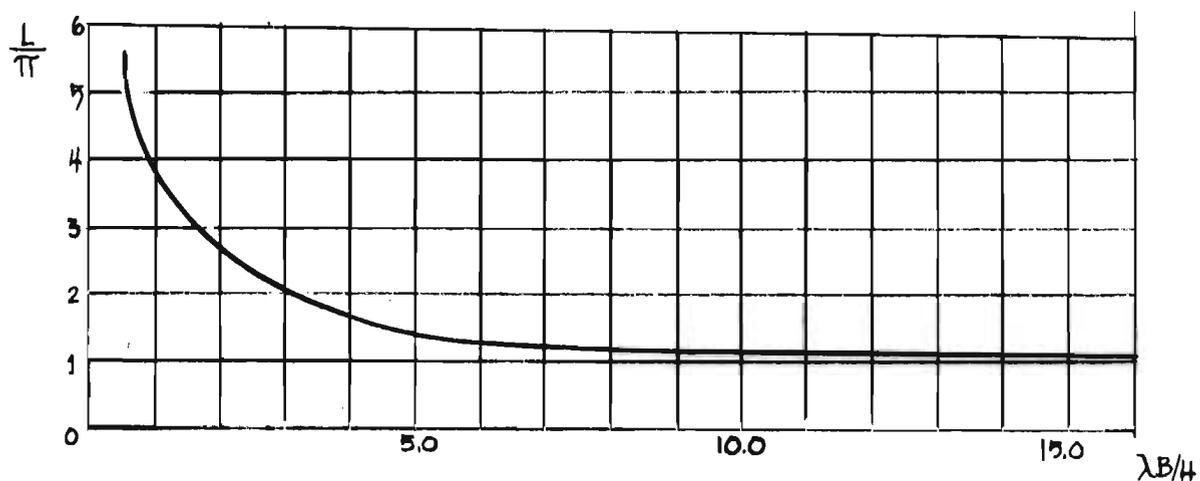
Lyafter y Prudovsky critican los estudios de Averkiev haciendo ver que él no toma en cuenta el efecto del cristal representativo de la superficie libre, que indudablemente provoca una cierta distorsión en el perfil de velocidades. Según estos investigadores, los resultados de Averkiev se pueden aprovechar considerando el efecto del cristal, lo que ellos hicieron al calcular el radio hidráulico en la forma:

$$R = \frac{BH}{B+2H}$$

(en el perímetro mojado no tomaron en cuenta el cristal). Determinaron el valor de λ , haciendo la analogía a un tubo circular como si fuera $R = D$, quedando la fórmula:

$$\lambda = \frac{2BRJ}{v^2}$$

Lyafter y Prudovsky, efectuaron experimentos análogos a los de Averkiev, solo que, aun cuando para cada serie mantenían $\lambda_e = 1$ (comparación "agua-aire"), variaron éste y todos los demás parámetros en un número mayor de pruebas, buscando relacionar " λ " con "L", "B/H" y " π ". De los resultados de Lyafter y Prudovsky, Thomas y Sumbal, observaron que la relación $\lambda_{B/H}$ puede tomarse, dentro de ciertos límites, como un criterio de similitud para este tipo de estudios; así, Thomas elaboró la gráfica 4 para la relación $\pi/B = 0.5$, en ella puede verse que para diferentes relaciones de B/H y λ , su producto $\lambda_{B/H}$ quedó bastante bien sobre una línea continua. (valores de λ utilizados: 0.005, 0.02, 0.01, 0.03, 0.04).



GRAFICA 4

En la misma gráfica se ve que la condición $\lambda_{Be/He}=1$, puede ser de similitud cuando se trabaje con valores de $\lambda_B/H < 7$ ya que para valores superiores a éste, el fenómeno es independiente de él.

Posteriormente, Averkiev estudió el error que indudablemente cometía al substituir la superficie libre del agua por un cristal, no sólo por la fricción, ajena al flujo, que dicho cristal provoca, sino por el hecho de representar una superficie no plana por otra (cristal) que sí lo es. Analizó, este investigador, el mismo caso de la ampliación brusca y concluyó que para que el efecto del cristal sea despreciable debe cumplirse la condición para el número de Froude en el prototipo.

$$F_{r_p} < 0.03 \frac{B}{b}$$

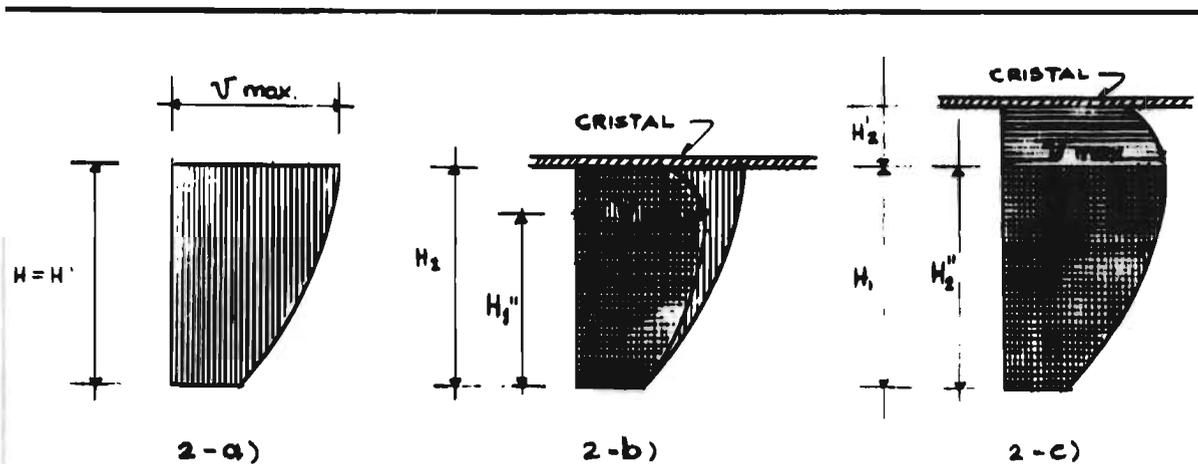
b). Consideraciones sobre la distribución de velocidades.

Según se ha visto, la distribución del perfil de velocidades, está incluida en la condición que hemos llamado de "forma" y cuya semejanza en modelo y prototipo es necesaria para que exista similitud mecánica.

Varios autores han estudiado el perfil vertical de una corriente de aire en un canal cuya superficie estaba cubierta con un cristal plano. Entre los resultados más importantes se encuentran los siguientes:

Kahan y Hancu (ref. VIII), trabajando con un canal de 400 x 20 x 2 cm, y rugosidades de 0.15 a 4mm, observaron que para los valores de $33500 < Re < 52150$, los perfiles de velocidades prácticamente no variaban. Al aumentar el Re, el punto de velocidad máxima sube ligeramente habiendo diferencias no mayores del 4%; por otra parte, el hecho de variar fuertemente la rugosidad relativa con el fondo (de 1/44 a 1/220) solo alteraba ligeramente el perfil en la cercanía del fondo, manteniendo prácticamente constante la posición del plano de velocidades máximas. Esto refuerza la validez del criterio de similitud de que hemos hablado (cap. II). Seguramente Kahan y Hancu trabajaron en la zona turbulenta, cuyo límite inferior no determinaron; sin embargo, según Lyatjer y Prudovsky, este límite es $Re = 16000$, es decir, aun inferior a los valores utilizados por los investigadores mencionados.

Pensando una vez más en el efecto que causa el cristal sobre el perfil de velocidades, Giliarov propone distorsionar ligeramente el modelo verticalmente, de tal manera que la superficie libre del escurrimiento real, sea representada en el modelo, no por el cristal, sino por el plano de velocidades máximas, en el que el esfuerzo tangencial es nulo, tal como sucede en la superficie del escurrimiento en prototipo. El autor ilustra su idea con la figura 2.



Distribución vertical de velocidades

- 2-a) modelo hidráulico
- 2-b) distorsión del perfil de velocidades en un modelo aerodinámico geoméricamente semejante
- 2-c) modelo aerodinámico distorsionado de tal manera que el perfil de velocidades coincida con el del caso "a", abajo del plano de velocidades máximas.

Fig. 2

2. Selección de escalas según diferentes autores.

En todos los casos debe cumplirse que tanto el prototipo como el modelo trabajen dentro de la zona turbulenta. Para el modelo aerodinámico el valor mínimo de Re podrá determinarse según lo visto en el cap. I.

a) Diseño según Averkiev (ref. I).

Averkiev exige en primer lugar que la rugosidad en el prototipo sea igual a la del modelo, es decir $\lambda_e = 1$.

El ancho del modelo no debe ser mayor de 2m y la altura no menor de 2cm. Condiciones deducidas de las rugosidades que generalmente se pueden obtener en un modelo de este tipo y de la facilidad de efectuar las mediciones verticales, que, según el autor, deben hacerse con una precisión tal, que no admita un error mayor del 3%.

Si se trata de una ampliación brusca, el problema puede estudiarse en un modelo aerodinámico, sólo si en el prototipo se cumple la condición:

$$Fr_p < 0.03 \frac{B}{b}$$

bajo la cual la consideración, obligada en el modelo, de que la superficie es plana, no causa errores de importancia.

La escala de velocidades se determina en la siguiente forma:

$$\frac{Q_p}{Q_m} = \frac{V_p A_p}{V_m A_m} \quad \therefore V_p = \frac{Q_p}{Q_m} \frac{A_m}{A_p} V_m$$

para una prueba determinada, en una sección del modelo se tendrá:

$$\frac{Q_p}{Q_m} \frac{A_m}{A_p} = K_1$$

lo que significa que la velocidad en el modelo equivale en prototipo a:

$$V_p = K_1 V_m$$

en que K_1 toma un valor diferente para cada gasto que se use.

b). Diseño según Lyajter y Prudovsky.

Estos autores recomiendan como primer paso para averiguar si puede atacarse el problema con un modelo aerodinámico, cerciorarse que, en el prototipo, el Fr cumple con la condición:

$$Fr_p \leq 1.2 \alpha_E \frac{B}{B-b}$$

siendo B y b los anchos mayor y menor en un cambio brusco de sección y α_E el porcentaje de error en el coeficiente de contracción, cuyo valor, según el autor, puede ser de 1% a 3%. Fr_p es el número de Froude en la zona de ancho "B". Una vez cumplida la condición anterior debe asegurarse que Re tanto en prototipo como en modelo sea mayor de 16000, que, según Lyajter y Prudovsky, es el límite inferior de la zona turbulenta.

Debe haber similitud geométrica e igualdad de rugosidades ($\lambda_e = 1$), aunque esta última condición no es necesario cumplirla siempre rigurosamente. Los autores recalcan que debe respetarse la similitud geométrica, sobre todo en los casos donde haya vórtices o corrientes secundarias importantes.

El cumplimiento de la condición $\lambda_e = 1$, exige escalas geométricas muy grandes, de tal manera que no se justifica un modelo de aire, pero esta condición no es necesario guardarla si en modelo y prototipo se trabaja en la zona en que $\lambda_{B/H}$ no afecta el fenómeno ($\lambda_{B/H} > 7$, ver gráf. 3), caso en que podrá usarse cualquier valor de λ_e .

Solamente que se tengan λ_p y $(\frac{B}{H})_p$ bastante grandes (alejados de $\lambda_{B/H} = 7$) se permitirán distorsiones de 1.5 a 2 y en casos en que se vea claramente la ausencia de zonas vorticosas o de corrientes secundarias, los autores consideran permisible una distorsión máxima de 3.

Las escalas se calcularán como en el inciso anterior.

c) Diseño según Giliarov.

La dimensión vertical del modelo (correspondiente al tirante en prototipo), está medida desde el fondo hasta la zona de velocidades máximas considerada como representativa de la superficie libre en el escurrimiento en prototipo. Dicha zona se determina pa

ra cada modelo, con la ayuda de un tubo de Pitot y una vez localizada se puede, o bien definir la escala vertical, o si ésta fue propuesta anteriormente, ir variando la altura del modelo hasta obtener la coincidencia con dicha escala propuesta.

Desde luego, acordes con este criterio, el gasto en el modelo que debemos considerar en el cálculo es el que está en la zona de altura H''_2 de la fig. 2-C; pero hacer la medición de este gasto parcial (que sería " Q_m ") es muy difícil. Giliarov hizo esta observación y experimentalmente concluyó que no se comete error de importancia si para efectos del gasto se considera todo el que realmente pasa por el modelo. Cabe hacer notar aquí que no se han publicado los resultados experimentales que comprueban esta conclusión y que podría ser conveniente verificarla en el laboratorio, así como construir curvas experimentales de distribución de velocidades para diferentes rugosidades (fondo y techo) que nos ayudaran en el diseño del modelo.

Enseguida mostraremos la forma de determinar las escalas según Giliarov: en la fig. 2-C, llamaremos " H_m " a la altura indicada allí como H''_2 , H a la distancia vertical, $(H''_2 + H'_2)$ del fondo al paño inferior del cristal, y η a la relación de ambas ($\eta = H_m/H$).

Para que haya similitud cinemática, el autor de este criterio utiliza la condición debida a Makaveyev que exige similitud

en pendientes longitudinales y transversales (ref. X), es decir:

$$\frac{J_P}{J_m} = \frac{I_P}{I_m} \dots\dots\dots(III.1)$$

en que designamos con "J" a las pendientes longitudinales y con "I" a las transversales. Considera el caso de una partícula que se mueve en trayectoria curva con radio de giro "r" y a velocidad tangencial "v", luego utilizando la fórmula de la fuerza centrífuga, la pendiente transversal del escurrimiento debiera ser:

$$I = \frac{v^2}{g r} \dots\dots\dots(III.2)$$

Asimismo, suponiendo $H \approx R$, la pendiente longitudinal según la fórmula de Chézy es:

$$J = \frac{v^2}{C^2 H} \dots\dots\dots(III.2')$$

con la definición de escala y utilizando III.2 y III.2', podemos escribir:

$$H_e = \frac{H_P}{H_m} = \frac{H_P}{\eta H} = \frac{H_e'}{\eta} \dots\dots\dots(III.3)$$

en donde H_e' es la escala vertical (relacionada directamente con las dimensiones del modelo). Ahora bien, de la definición de "C" de la fórmula de Chézy (en su adaptación a la de Manning), tendremos:

$$C_e = \frac{H_e'^{1/6}}{n_e} = \frac{H_e'^{1/6}}{\eta^{1/6} n_e} \dots\dots\dots(III.4)$$

tomando en cuenta (III.2), (III.2'), (III.3) y (III.4) en (III.1) y despejando, se tiene:

$$H_e' = L_e^{3/4} n_e^{3/2} \eta \dots\dots\dots(III.5)$$

que es la ecuación fundamental que utiliza Giliarov para calcular las escalas. Este investigador dice que con este criterio pueden aceptarse distorsiones, aunque recomienda que sean pequeñas y su valor nunca pase de "3".

CAPITULO IV

EQUIPO PARA ESTUDIOS EN MODELOS AERODINAMICOS

1. Instalación básica.

La corriente de aire en el modelo puede ser provocada en dos formas: succión o inyección de aire. El primer método es, a nuestro parecer, el más ventajoso, principalmente porque es mucho más fácil y eficiente el sellado del modelo.

En la figura 3 puede verse en forma esquemática, un equipo para estudios en modelos de aire. (Sistema a succión).

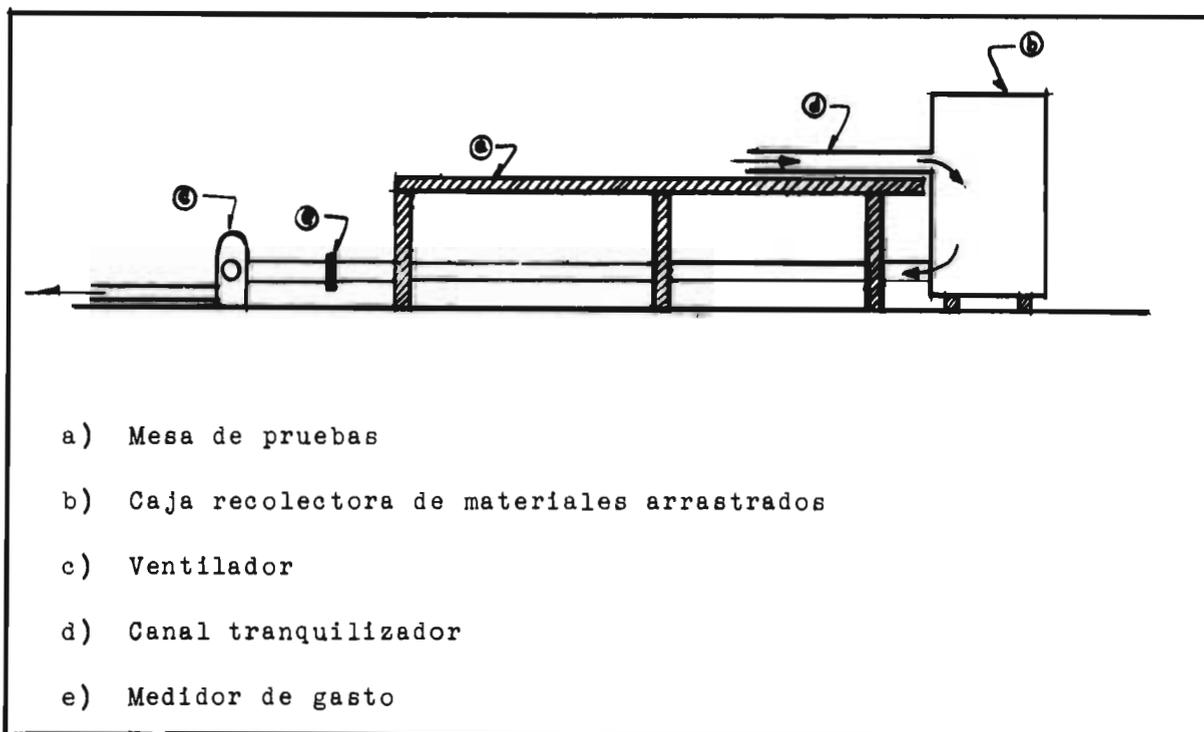


Fig. 3

Una vez determinadas las escalas que deberá tener el modelo, éste se construye dentro de un cajón que tiene una tapa de lucita y dos aberturas transversales al flujo (en los extremos del canal) para permitir el paso del aire. El modelo se conecta a la caja recolectora por medio del canal "d" que tiene por objeto uniformizar la corriente en esa zona próxima a un cambio de dirección. En la figura 4 se representa esquemáticamente una caja para colocar el modelo.

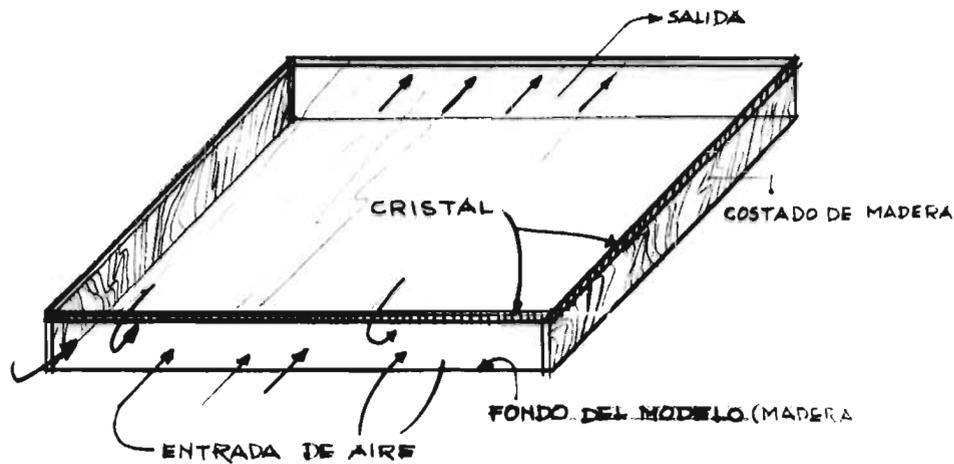


Fig. 4

Si el modelo es de fondo fijo el material más conveniente es la plastilina, por su gran facilidad de manejo, ya que en ocasiones es necesario variar la forma del fondo durante el estudio.

La potencia del motor que acciona al ventilador se determina según las necesidades de cada caso aplicando la fórmula:

$$P = \frac{\rho_{ai} Q h_{ai}}{\eta} \dots \dots \dots \text{IV.1}$$

en que " h_{ai} " es la carga total (en columna de aire), δ_{ai} el peso específico del aire para las condiciones medias de trabajo, Q el gasto máximo deseado y " η " la eficiencia del ventilador (generalmente $\eta \approx 0,5$). Fijamos el gasto máximo de acuerdo con las medidas del modelo de manera que en éste no se sobrepase la velocidad máxima permisible de 70m/s o el equivalente a una columna de agua máxima de 250 mm. (cap. I-3).

2. Instrumentos de medición.

a). Medición de presiones.

Dado que las presiones debidas a un flujo de aire son muy pequeñas en comparación con las del agua, la importancia de medir la presión en un modelo aerodinámico no radica en conocer la presión en sí, sino en determinar la velocidad media en una sección a partir de las presiones tanto cinéticas como estáticas (tubo de Prandtl). Debido a la magnitud de las presiones que se presentan en este tipo de estudios, es de mucha importancia disponer de aparatos capaces de medir presiones pequeñas con un alto grado de precisión. Existen diversos tipos de dispositivos que llenan estas exigencias, llamados "micromanómetros diferenciales". Estos aparatos, como su nombre lo indica, miden diferencias de presiones entre 2 zonas, ya sea en las secciones contiguas a un orificio insertado en un tubo (dispositivo para medir gastos) o simplemente la presión relativa a la atmosférica en cualquier punto de un modelo.

El aparato consiste esencialmente de 2 partes: Un recipiente cerrado y un tubo graduado de vidrio. La única condición que se exige es que la sección transversal horizontal del recipiente (generalmente cilíndrico) sea mucho mayor que la del tubo de vidrio, como se verá enseguida. La fig. 5, muestra esquemáticamente uno de estos dispositivos.

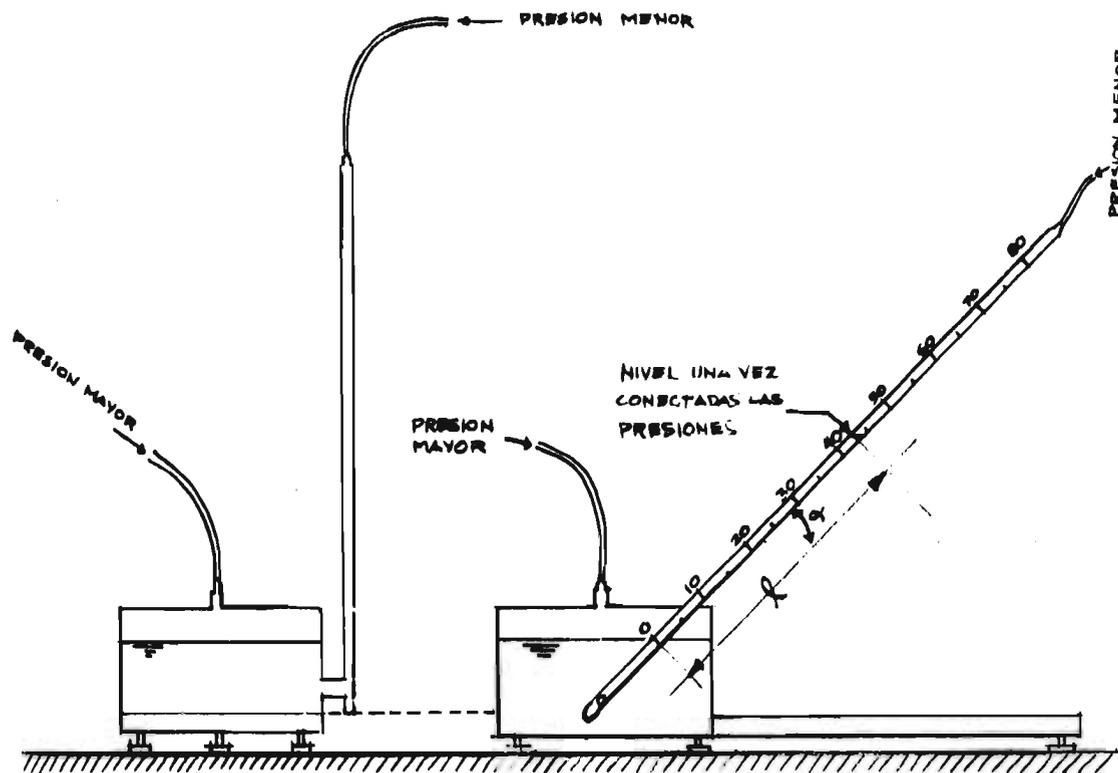


Fig. 5

Al conectar con tubos flexibles las presiones mayor y menor tal como se indica en la figura 5, la columna de líquido subirá

por el tubo graduado (α variable) y la diferencia de presión buscada corresponde a la columna vertical medida desde el "0" que previamente se fijó antes de aplicar las presiones. Si solamente se desea medir la presión relativa a la atmosférica, el extremo superior del tubo se deja desconectado.

La diferencia de presiones se mide con la fórmula:

$$\Delta P = \rho_{ag} l \left(1 + \frac{a}{A \text{Sen} \alpha - a} \right) \text{Sen} \alpha \dots\dots\dots \text{IV.2}$$

en que "l" es la distancia, medida sobre el tubo, desde el "cero" (fijado previamente por su nivel en el tubo antes de aplicar las presiones) hasta el nivel del líquido en el tubo una vez conectadas las presiones (fig. 5); " α " es el ángulo de inclinación del tubo, y "a" y "A" las áreas transversales del tubo y del recipiente, respectivamente. El término " ~~$\rho_{ag} l \text{Sen} \alpha / A \text{Sen} \alpha - A$~~ ", es una corrección debida al desplazamiento del "cero" (hacia abajo) en el recipiente antes y después de la conexión. En efecto, si a este desplazamiento lo llamamos " Δl " (medido sobre el tubo), en el recipiente será $\Delta l \text{Sen} \alpha$ y de éste habrá salido al tubo un volumen $A \Delta l \text{Sen} \alpha$, mismo que debe haber entrado en el tubo, lo que significa:

$$A \Delta l \text{Sen} \alpha = (l + \Delta l) a$$

$$\therefore \Delta l = \frac{la}{A \text{Sen} \alpha - a}$$

Evidentemente este término es despreciable en la mayoría de los casos.

Este dispositivo es inadecuado para medir bajas velocidades en aire; por ejemplo, utilizando la fórmula IV.7 se ve que si deseamos medir una velocidad de 5 m/s, tendremos una columna de agua de 1.5mm ó de 1.94mm si utilizamos alcohol, así como para la velocidad máxima permitida (ver. cap. I) de 70 m/s, tendremos 30.5 cm y 38 cm para los líquidos mencionados. Esto nos hace ver la gran dificultad y probabilidad de error que tienen estas mediciones en un aparato como el mostrado. Desde luego, que la inclinación del tubo ayuda a la lectura pero dicha inclinación no puede ser menor de unos 30° , (con la horizontal), ya que en esas condiciones los efectos de tensión superficial dificultarían aún más la medición. Por estas razones se han construído comercialmente micromanómetros que pueden dar lecturas hasta de 0.02 mm (tipo "BETZ"). Enseguida se hablará brevemente de algunos de estos aparatos.

En la fig. 6 se muestra esquemáticamente un micromanómetro diferencial tipo "CHATOK", (ref. IX).

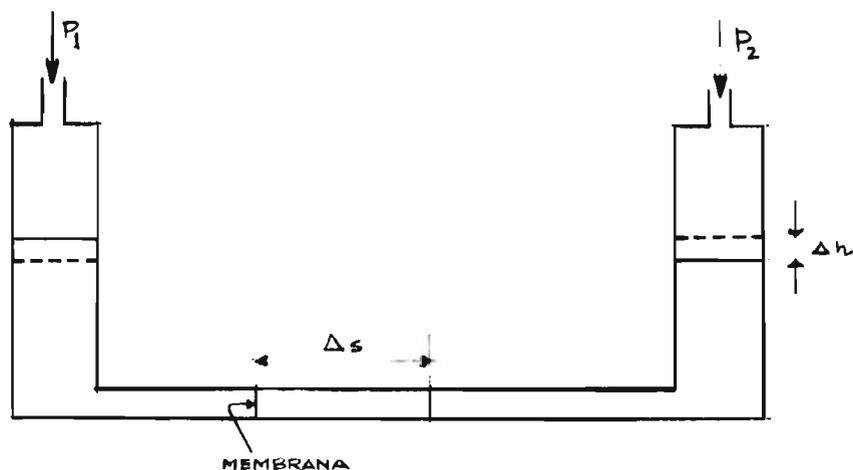


Fig. 6

Llamando "A" y "a" a las áreas transversales de las ramas verticales y horizontal respectivamente, vemos que al aplicar la presión P_1 se desplaza un volumen "A Δh " y la membrana móvil de la rama inferior se desplaza una distancia mucho mayor que Δh , ésta será $\Delta s = A \Delta h / a$, representativa de la diferencia de presiones $(P_1 - P_2 / \delta)$. Este aparato, en principio muy sencillo, ofrece grandes dificultades en su construcción debido al hecho de que la membrana no debe dejar pasar agua y debe soportar una fricción pequeña y, sobre todo, constante de manera que pueda tomarse en cuenta en un coeficiente de corrección; en la ref. IX puede verse el esquema completo de un medidor de este tipo ya construido.

Creemos que los micromanómetros diferenciales que se fabrican comercialmente, los más precisos son los tipo "BETZ", cuya representación esquemática se muestra en la fig. 7.

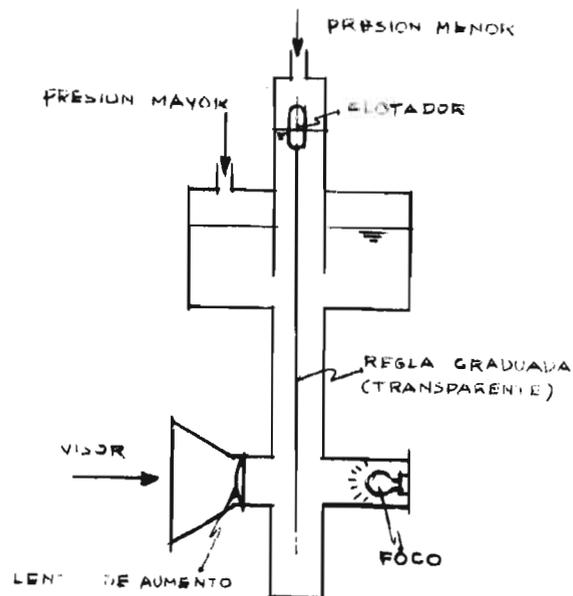


Fig. 7

En este tipo de aparatos, hemos utilizado el de fabricación suiza marca Schiltknecht (Zurich), que dá una precisión leída de 0.2 mm y deducida de 0.02 mm. Este micromanómetro se fabrica para mediciones en 3 rangos: 0-300, 0-600 y 0-1000 mm de columna de agua.

b) Medición de velocidades

Las velocidades de una corriente de aire pueden medirse con diferentes dispositivos, como es, el tubo de Prandtl, el anemómetro de hilo caliente, un micromanómetro convenientemente calibrado o, si no se requiere mucha precisión, podrá usarse el método fotográfico utilizando partículas que sean arrastradas fácilmente por la corriente. Veremos enseguida los fundamentos para la interpretación de lecturas con los dispositivos que hemos mencionado.

Tubo de Prandtl.

La forma clásica de medir velocidades es utilizando un tubo de Prandtl, aunque la apreciación de la diferencia de columnas de líquido en los piezómetros no es fácil para el caso de corrientes de aire, debido a que cualquier líquido que se emplee será mucho más pesado que el aire.

Podemos hacer la interpretación de la lectura atendiendo al siguiente desarrollo:

La energía cinética del chorro de aire por unidad de volumen es:

$$E_{ai} = \frac{1}{2} \rho_{ai} v_{ai}^2 \dots\dots\dots IV.3$$

Si deseamos representar esta misma energía en el líquido, tendríamos que buscar una equivalente que sería:

$$E_l = \frac{1}{2} \rho_l v_l^2 \dots\dots\dots IV.4$$

de acuerdo con lo dicho, haremos $E_{ai} = E_l$, luego

$$\rho_{ai} v_{ai}^2 = \rho_l v_l^2$$

$$\therefore v_{ai} = \sqrt{v_l \frac{\rho_l}{\rho_{ai}}} \dots\dots\dots IV.5$$

y siendo que

$$v_l = \sqrt{2g \Delta h_l} \dots\dots\dots IV.6$$

podrá escribirse de IV.5 y IV.6:

$$v_{ai} = \sqrt{2g \frac{\rho_l}{\rho_{ai}} \Delta h_l} \dots\dots\dots IV.7$$

con esta fórmula podemos calcular la velocidad de una corriente de aire que ha provocado una diferencia (entre las 2 columnas de los piezómetros conectados al tubo de Prandtl) de " Δh_l ", del líquido que se esté utilizando.

Llamando " \mathcal{K} " a la relación " ρ_{ai}/ρ_l ", puede escribirse:

$$\Delta h_l = \mathcal{K} \frac{v_{ai}^2}{2g} \dots\dots\dots IV.7$$

Evidentemente " \mathcal{K} " será siempre mucho menor que la unidad; por ejemplo, si el líquido utilizado es agua, su valor es, para 20°C al nivel del mar:

$$\mathcal{K}_{lag} = \frac{0.123 \text{ Kg s}^2/\text{m}^4}{101.7 \text{ Kg s}^2/\text{m}^4} = 0.00122$$

y para el alcohol:

$$h_{ae} = \frac{0.123}{81.1} = 0.00152$$

supongamos que deseamos medir en aire una velocidad de 1m/s, utilizando alcohol, tendremos:

$$\Delta h_{ae} = 0.00152 \times 0.051 = 0.0000775 \text{ m}$$

es decir, 8 centésimos de milímetros, lo que es absolutamente imposible de leer a simple vista. Vemos que aun inclinando mucho el tubo, sería imposible leer datos para velocidades pequeñas. Si la máxima diferencia de presiones que creemos poder leer a simple vista es, por ejemplo, de 2 mm, esto corresponde a una velocidad (fórmula IV.7) de:

$$V_{ai} = 4.43 \sqrt{\frac{0.002}{0.00152}} = 5.11 \text{ m/s}$$

Si bien es cierto que, en modelos aerodinámicos se trabaja con velocidades notablemente mayores que las comunes en modelos hidráulicos, hay casos en los que puede ser necesario utilizar velocidades muy pequeñas; por ejemplo, al utilizar humo para visualizar las trayectorias del flujo, o simplemente cuando se deseen registrar pequeñas variaciones de velocidad en una sección, medir Re en un rango amplio, etc., casos todos ellos que fácilmente pueden presentarse en investigación.

Si la velocidad que deseamos medir es únicamente para determinar gastos, no la mediremos en el modelo sino en el tubo que conecta a éste con el ventilador; asimismo, podemos decir que si sólo nos

interesa la velocidad media en una sección transversal conocida del modelo, podremos deducirla aplicando el principio de continuidad una vez medido el gasto en el tubo de alimentación (o succión).

El tubo de Prandtl no es útil cuando se desee medir direcciones de velocidad, ya que se ha comprobado que al girarlo de 10° a 15° la diferencia en lecturas no es apreciable. Esto, que para tal fin es un defecto, constituye una gran ventaja cuando se desea utilizar el dispositivo para tarar, en cuyo caso tal vez sea el tubo de Prandtl el más eficaz auxiliar.

Sonda cilíndrica.

Cuando se desee medir velocidades en magnitud y dirección, en flujos planos, puede usarse la "sonda cilíndrica" (fig. 8) con muy buenos resultados. Este dispositivo consta de un tubo hueco que en su parte inferior tiene 3 orificios, uno al centro y 2 laterales simétricos con respecto a éste; (fig. 8 - detalle "A") cada orificio está conectado a un tubo que sirve como piezómetro. Para medir la velocidad máxima, la sonda se gira sobre su eje hasta que las presiones en los piezómetros B y C sean iguales, en ese momento la entrada "D" está exactamente en la dirección del vector velocidad. El ángulo α , está diseñado de acuerdo con resultados experimentales que indican que para $Re > 10^5$ (tomando como dimensión lineal el diámetro del cilindro) la presión debida a la energía cinética es nula para valores de ángulos " α " entre 66° y 80° , (ref. I), es decir, en esa zona los ori-

ficios B y C solo miden la presión hidrostática, y una vez colocada la sonda en su posición correcta la carga de velocidad será la diferencia entre la columna del tubo conectado a "D" y cualquiera de los otros dos.

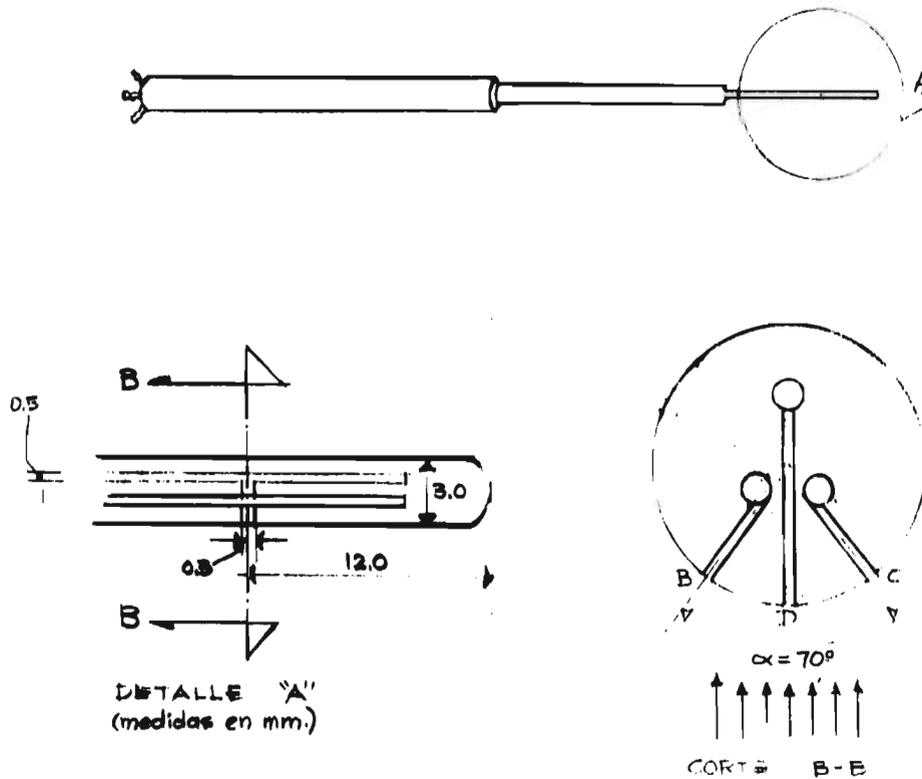
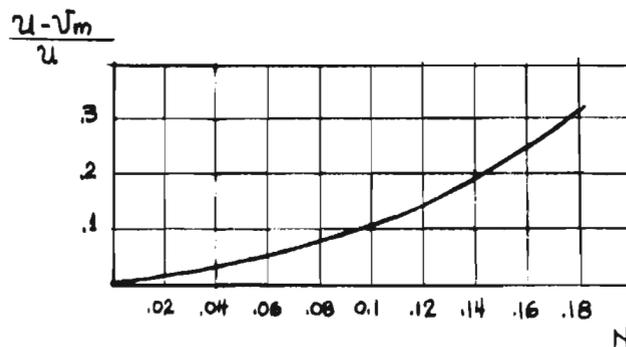


Fig. 8

Según Giliarov, las aberturas deben estar cuando menos a una distancia $3D$ del extremo de la sonda y su diámetro debe ser de $0.3D$. Además, el dispositivo no debe utilizarse a una distancia de la pared menor de $1.5D$. Las dimensiones de la fig. 8 son las de la sonda construida por el Instituto de Investigaciones Hidráulicas de Praga (VÚV).

La medición, como se ha explicado antes, es para el caso en que el flujo sea simétrico; esta característica debe comprobarse con cada medición y en caso contrario hacer una corrección como se señala enseguida. Si una vez igualadas las presiones de los conductos B y C, giramos ligeramente la sonda y la velocidad aumenta, quiere decir que el flujo es asimétrico. En este caso los piezómetros de B y C se desequilibran y no hay nivel de comparación para medir la velocidad máxima, luego, lo que se hace es registrar la primera velocidad medida cuando hubo equilibrio en los piezómetros de A y B (la llamaremos " V_m ") y el ángulo " θ " que fue necesario girar la sonda hasta que la columna del orificio "D" no ascienda, con estos datos podemos encontrar la velocidad buscada " U ", utilizando la gráfica 5 en función de un número adimensional $N=B/80$. (ref.I).



GRAFICA 5

En el caso de que, por tratarse de tirantes muy pequeños, no sea posible utilizar una sonda cuyas aberturas estén a " $3D$ " del

extremo, puede reducirse esta distancia a un mínimo de $0.3D$, corrigiendo (Giliarov) la velocidad medida con un coeficiente " C_v " según la tabla 2

z/H	C_v
0.90	1.18
0.80	1.09
0.70	1.06

z - distancia medida desde el punto inferior del cristal hasta el punto deseado.
 H - profundidad total (tirante)

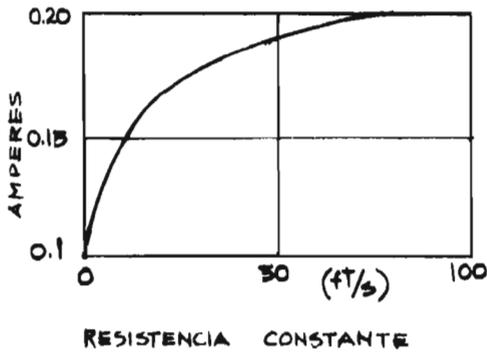
Tabla 2

Anemómetro de hilo caliente (refs. I, II y IX).

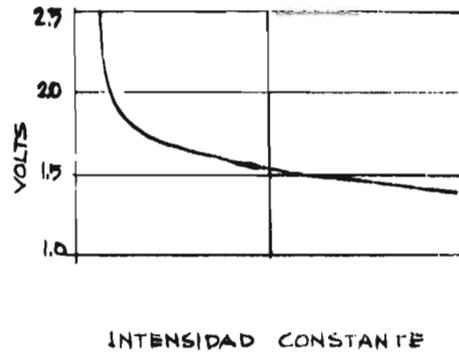
Este aparato se basa en la propiedad que tienen los cuerpos conductores consistente en que la cantidad de calor que les es absorbida por un fluido que pasa a su alrededor, depende de la velocidad de que el fluido esté animado.

Las mediciones pueden hacerse en base a no permitir que varíe la resistencia del alambre (es decir, su temperatura) al variar la velocidad del fluido, lo que se logra alterando la intensidad de la corriente o trabajar con una intensidad constante y medir el cambio de resistencia (cambio de temperatura) ocasionado por el enfriamiento experimentado en el alambre por el aire (que sensiblemente se encuentra a la temperatura ambiente). Con ambos sistemas de lectura, se observa que las mediciones con este aparato son tanto más precisas cuanto menor es la velocidad, según puede verse en las gráficas 6 y 7. (ref. IX) (obtenidas de un anemómetro cuyo hilo era de platino de

0.127mm y longitud de 1.6 cm). Esta característica le da una gran originalidad sobre todos los demás instrumentos de medición de velocidades y lo hace el aparato ideal para medir velocidades pequeñas.



GRAFICA 6



GRAFICA 7

Como se ve en las gráficas 6 y 7 la sensibilidad del aparato disminuye al aumentar la velocidad; por esta razón, no es posible utilizarlo para velocidades mayores de unos 40m/s. Pero tiene además una gran capacidad para registrar fluctuaciones instantáneas de la velocidad y existen anemómetros que con la ayuda de un oscilógrafo, registran las pulsaciones de dicha velocidad lo que es muy útil en estudios de turbulencia. Es también posible (ref. I) medir direcciones de velocidades máximas si al hilo se le da forma de "V" y su vértice se apunta contra la corriente.

Como algunos datos constructivos, puede decirse que el hilo no debe ser muy grande debido a que la velocidad registrada es en realidad el promedio de las velocidades en toda su extensión; sin

embargo, tampoco deben utilizarse alambres demasiado cortos porque causarían inducciones o interferencias que alterarían seriamente los resultados. Las longitudes usuales varían de 0.4 a 1.5 cm. El diámetro del alambre se limita según la temperatura deseada para las intensidades de corriente, que oscilan alrededor de los 2 amperes. Diámetros usuales en hilos de platino son de 0.02 a 0.10mm. Se ha visto que, sin bien, para temperaturas altas aumenta la sensibilidad del aparato, es muy fácil que se descalibre o que se funda el hilo; por esa razón se recomienda no trabajar con temperaturas mayores de unos 300°C. La causa más común de que el aparato se descalibre, es el hecho de que se adhieran partículas de polvo al hilo.

El anemómetro de hilo caliente se debe calibrar frecuentemente. Esto puede hacerse utilizando un tubo de Prandtl si las velocidades son más bien grandes, o si éstas son muy pequeñas puede hacerse girar el hilo caliente o simplemente desplazarlo a velocidad conocida en un medio de aire en reposo.

Medición de velocidades con micromolinete.

Prácticamente puede decirse que el molinete no es ventajoso para medir velocidades en modelos aerodinámicos, debido a la dificultad técnica de su construcción para que sea lo suficientemente pequeño como lo requeriría un modelo de este tipo cuyas profundidades son de unos cuantos centímetros. Es decir, el molinete mide veloci-

dades en zonas excesivamente grandes para los requerimientos de un modelo del tipo que nos ocupa. Sin embargo, se han hecho tentativas para hacer mediciones con molinete. Averkiev propuso utilizar un micro-molinete que estuviera unido al cristal con un imán, (colocado desde afuera) de tal manera que pudiera variarse su posición fácilmente; el número de revoluciones puede medirse con un estroboscopio. L. Escande y L.Castex (ref.XII) hicieron investigaciones para analizar la posibilidad de utilizar molinetes comunes (construídos para mediciones en agua) en aire. Sus estudios pueden resumirse en la siguiente forma:

En molinetes geoméricamente semejantes la relación entre la velocidad de ataque del fluido "v" y la velocidad tangencial del molinete es constante, lo que significa:

$$\frac{v}{nD} = \frac{v'}{n'D'} = \text{cte.}$$

en que v es la velocidad del fluido y n y D el número de revoluciones por minuto y el diámetro del molinete, respectivamente.

Si nos referimos al mismo molinete la relación anterior puede escribirse en la forma:

$$\frac{v}{n} = \frac{v'}{n'} \dots\dots\dots\text{IV.8}$$

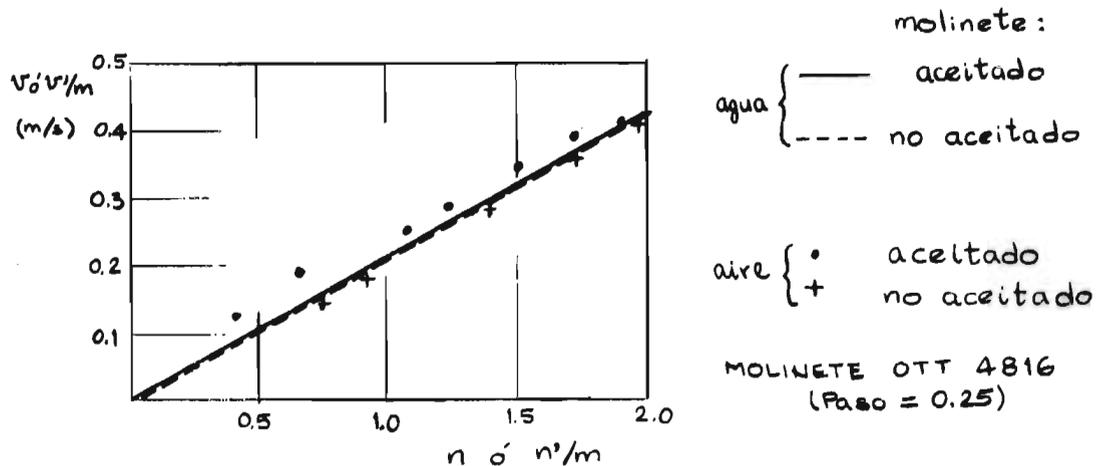
Ahora bien, la relación entre velocidades de diferentes fluidos, necesaria para que proporcionen la misma energía cinética es (ver IV.4):

$$\frac{v^2}{v'^2} = \frac{\rho'}{\rho} \dots\dots\dots IV.9$$

de IV.8 y IV.9, podemos escribir:

$$\frac{v'}{v} = \frac{n'}{n} = \sqrt{\frac{\rho}{\rho'}} \dots\dots\dots IV.10$$

llamando $m = \sqrt{\frac{\rho}{\rho'}}$ Si ρ' se refiere a aire y ρ a agua, $m = 28.5$, esto quiere decir que si el molinete trabaja en forma semejante para agua y aire, la relación de velocidades debería ser: $v' = 28.5 v$ o $n' = 28.5 n$. Escande y Castex probaron distintos tipos de molinetes sometiéndolos a diversas corrientes de agua y aire, sus resultados indicaron que si el molinete gira sobre baleros, la corriente de aire equivalente lo hace girar más lentamente que en el agua ($n' < 28.5n$). Sin embargo, observaron después que si el molinete es del tipo apoyado en pivote, funciona prácticamente igual en aire y en agua, aunque en la mayoría de los tipos estudiados (Dumas 82 de paso 0.5 a 0.25; OTT 5045 de paso 0.5 y OTT 4816 de paso 0.25) se observó que las mediciones en aire son análogas a las hechas en agua, solamente si el molinete no está aceitado, sus resultados pueden verse en la gráf. 8



GRAFICA 8

La conclusión es que sí es factible medir velocidades de aire con molinete, sobre todo si se toman en secciones más o menos grandes, como son, por ejemplo, las utilizadas para tarar un modelo. Los molinetes deberán ser del tipo de pivote y no estar aceitados.

Método fotográfico.

Esta forma de medir velocidades es enteramente análoga a la utilizada en agua al fotografiar cuerpos flotantes en movimiento. En modelos aerodinámicos se han hecho mediciones utilizando partículas de aserrín encendidas (chispas) con tamaños menores de 0.5mm (ref. II), dimensión deducida de la experiencia para que la inercia de la partícula sea despreciable. La medición requiere oscurecer el laboratorio y se obtendrán las velocidades dividiendo las longitudes de las rayas que aparezcan en la fotografía (sobre el cristal debe colocarse una regla graduada) entre los tiempos que indique el obturador de la cámara. Los tiempos de exposición pueden medirse también con una placa giratoria colocada delante del objetivo; la velocidad de giro de la placa se puede medir, por ejemplo, con un estroboscopio. Este sistema es bastante rápido y preciso si se emplean partículas de las dimensiones indicadas, aunque las velocidades medidas sean valores medios del tramo recorrido por la partícula durante la exposición, y no es posible ligarlas a las profundidades; el método se presta a los modelos sometidos a depresiones (succión) ya que en tal caso es muy fácil introducir las chispas.

Si solo se desea conocer las direcciones de las velocidades, pueden utilizarse (ref. II) hilos de aluminio sostenidos por pedacitos de acero que a su vez se fijan al cristal con un imán. Las direcciones de las velocidades pueden dibujarse directamente sobre el cristal. Otro método recomendable para visualizar el movimiento del fluido, es el de emplear humo, que introducido al modelo nos muestra con toda claridad, las zonas vorticosas, contracciones, zonas muertas y en general el comportamiento del conjunto; aunque habrá que pensar al usar humo que las velocidades necesarias son pequeñas y podremos estar en un régimen distinto al real, el método resulta recomendable, por ejemplo, al empezar un estudio en el que, de hecho, las velocidades sean pequeñas en el prototipo, (sedimentación, vasos de almacenamiento) caso en que el humo, nos puede orientar sobre el camino más conveniente a seguir. El humo puede producirse quemando aceite o tabaco, se inyecta al modelo por medio de una serie de tubos de diámetro pequeño (máximo unos 4mm) ya sea con una compresora (modelo a presión) o simplemente se libera en la entrada del modelo (a succión) para que sea absorbido. Las velocidades requeridas por el humo será necesario determinarlas experimentalmente para cada caso.

c) Medición de gastos.

Como se ha dicho, la forma más práctica de medir el gasto es en el tubo de conexión modelo-ventilador. El dispositivo comúnmente utilizado es un diafragma u orificio insertado en dicho tubo; la diferencia de presiones antes y después del orificio depende del gasto que se tenga; dichas presiones pueden medirse con alguno de los dispositivos señalados.

En cuanto a las especificaciones para el diseño del orificio hay diferentes criterios, daremos aquí el de las especificaciones alemanas "VDI" (ref. IX). Para cualquier orificio, el gasto se mide evidentemente con una fórmula del tipo:

$$Q = \xi a \sqrt{\frac{2 \rho \Delta p}{1 - a/A}} \dots \dots \dots \text{IV.11}$$

en que:

- ξ - coeficiente experimental
- a - área del orificio
- A - área del tubo
- Δp - diferencia de presiones entre una zona inmediatamente anterior al orificio y el mismo orificio.

En la fig. 9 se muestran dos de los tipos de orificio que propone "VDI" (Berlín 1932).

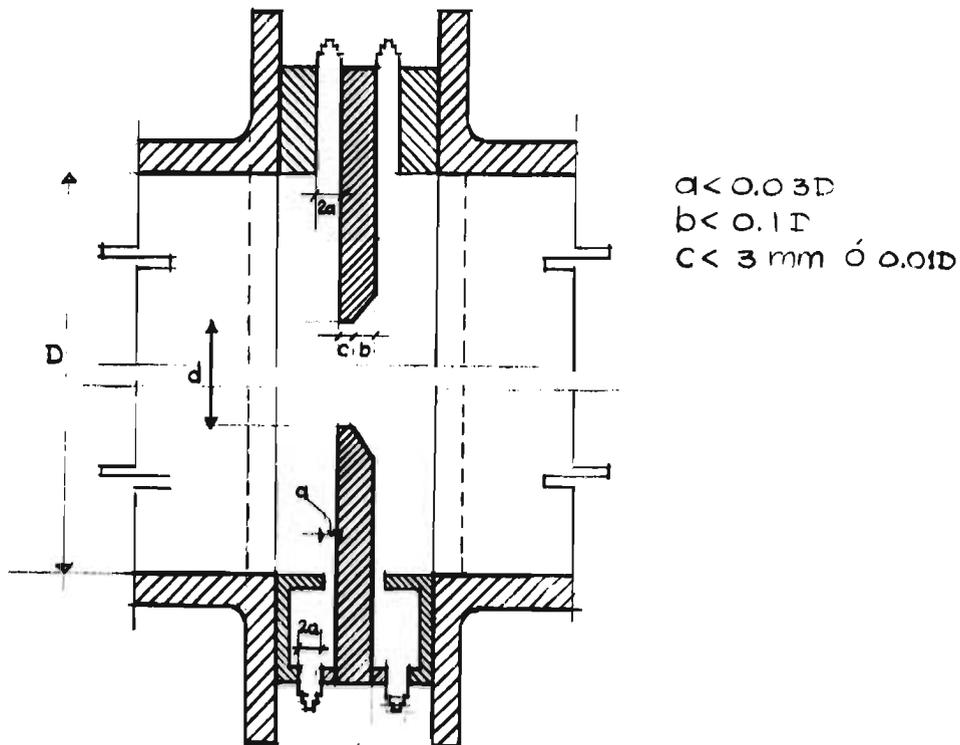


Fig. 9

En el orificio correspondiente al corte superior se miden las presiones en 2 agujeros conectados directamente al tubo principal, mientras que en el 2o. tipo (corte inferior) las presiones se toman de 2 cavidades anulares; desde luego, en ambos casos las presiones a que nos referimos son la anterior y posterior al orificio.

El valor del coeficiente ξ de la fórmula IV.11 es:

$$\xi = \left[0.598 + 0.395 \left(\frac{a}{A} \right)^2 \right] \sqrt{1 - \left(\frac{a}{A} \right)^2}$$

válido cuando $Re > 250\,000 \sqrt{\frac{a}{A}}$

A - área del tubo a- área del orificio

Antes y después del orificio debe haber tramos rectos cuya longitud mínima también está especificada de acuerdo con las características de la instalación. Las especificaciones mencionadas pueden ser de utilidad para un diseño, pero es recomendable no confiar ciegamente en las fórmulas y mejor tarar el medidor antes de considerarlo listo para el servicio. En el Laboratorio de la División del Doctorado hemos construido un medidor de este tipo y encontramos serias incongruencias con la fórmula, lo que nos ha obligado a efectuar otras medidas tendientes a tararlo.

El diámetro del orificio será de acuerdo con los gastos que deseen emplearse y podrá inclusive tenerse una colección de dichos orificios e intercambiarlos según sea el caso, logrando así lecturas más cómodas.

3. Equipo de la División del Doctorado de la Facultad de Ingeniería de la U.N.A.M.

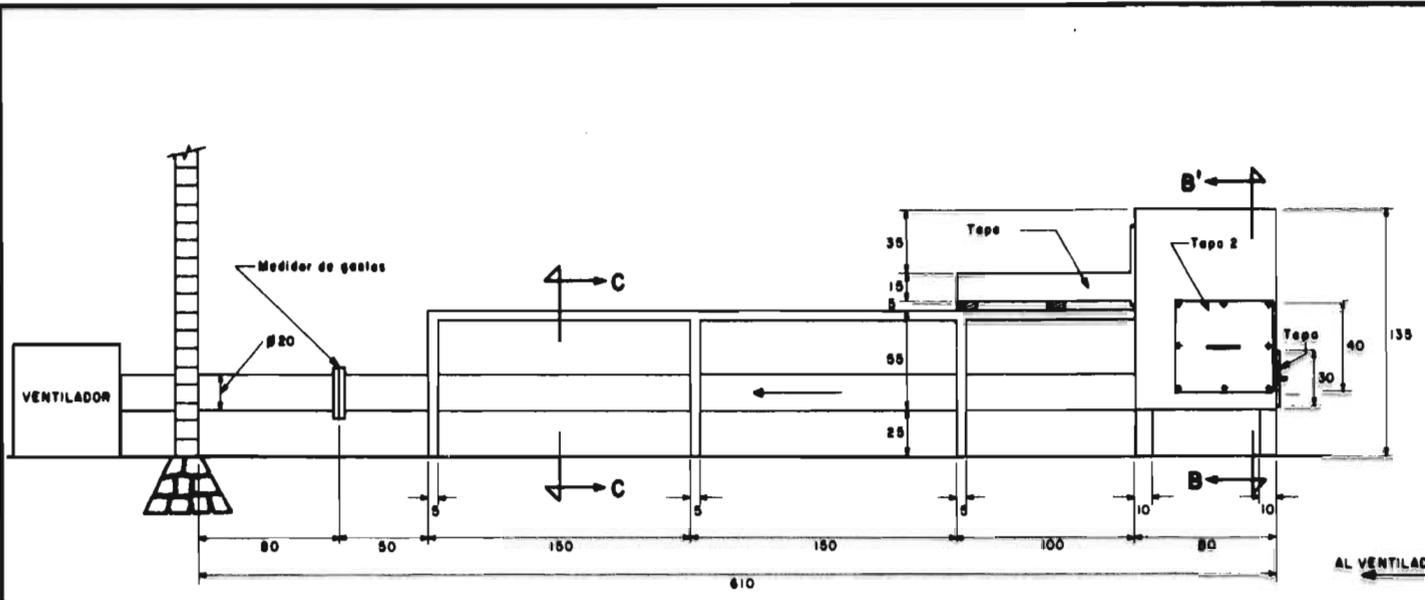
En el laboratorio de hidráulica de la División del Doctorado de la Facultad de Ingeniería, se ha construido el equipo básico para estudios en modelos aerodinámicos.

El sistema proyectado es a base de succión, con un ventilador de 3 HP y 1800 r.p.m. que pueda dar un gasto de $0.5\text{m}^3/\text{s}$. La mesa de pruebas mide 4 x 1 metros, de los cuales 1m se emplea en el

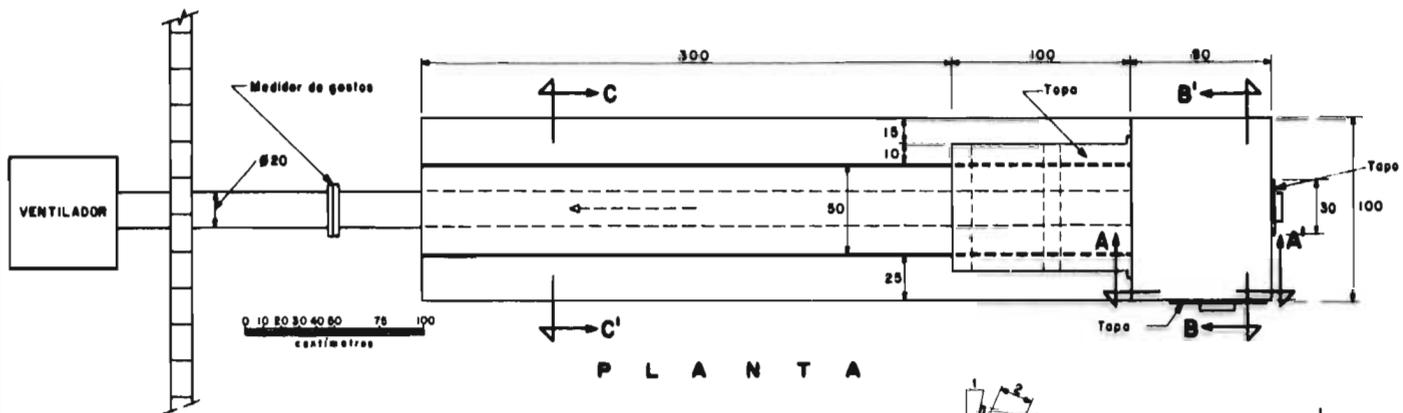
canal para uniformizar el flujo en su entrada a la caja recolectora de materiales arrastrados. El tubo de succión es de 8" y el orificio de 14 cm de diámetro. Como dispositivo medidor de presiones construimos con lucita uno del mismo tipo mostrado en la fig. 5, que utilizamos por lo pronto aunque solo sea para los gastos mayores. El motor y el ventilador están fuera del salón donde se ha hecho la instalación; este detalle es importante porque esta solución tuvo por objeto evitar al máximo el ruido que es muy molesto para la persona que trabaja en el laboratorio y que debe a veces durar varias horas con una prueba. Otra característica importante es el hecho de que toda la instalación debe estar en un lugar cubierto, a salvo de corrientes de aire y de la incidencia directa de los rayos del sol, para evitar al máximo la presencia de factores que puedan alterar las propiedades del aire durante el experimento.

Para variar los gastos lo mejor es utilizar un rectificador que permita usar un motor de corriente continua, pero como esta solución es muy cara, por lo pronto resolvimos el problema con una polea de paso variable que puede reducir la velocidad hasta $1/3$ de la máxima. Para lograr gastos aun menores o afinar simplemente hasta obtener un gasto determinado, colocamos una compuerta en el tubo de succión casi inmediatamente después de su salida del ventilador.

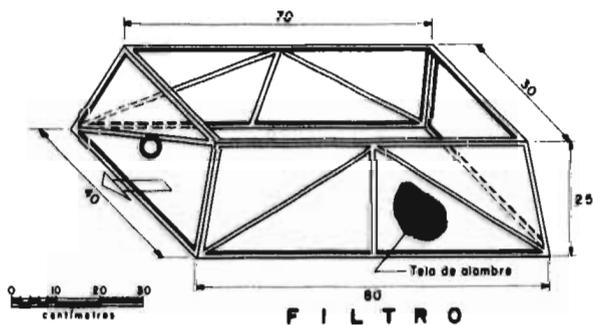
En los planos 1 y 2 se muestra la instalación y el dispositivo para colocar el modelo, tal como fue diseñado para el laboratorio de la División del Doctorado. En las fotografías 1, 2 y 3 se ven estas instalaciones.



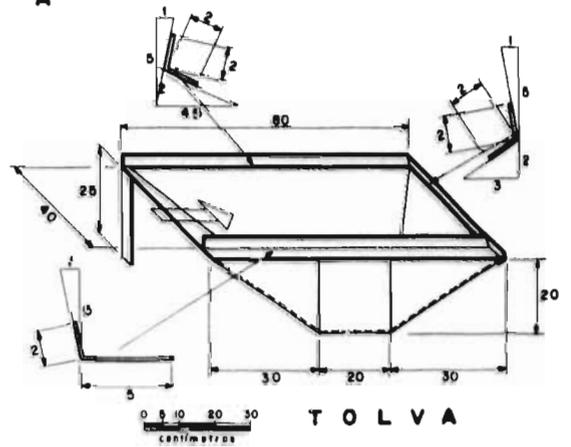
P E R F I L



P L A N T A

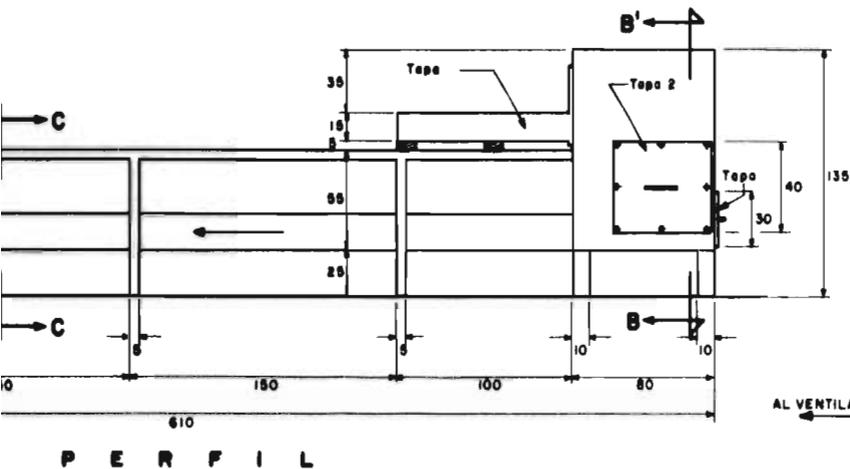


F I L T R O

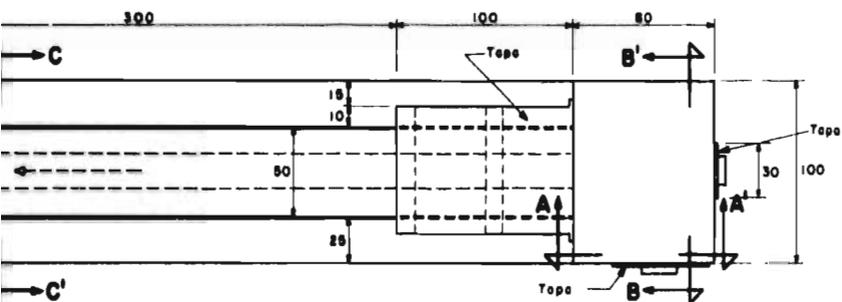


T O L V A

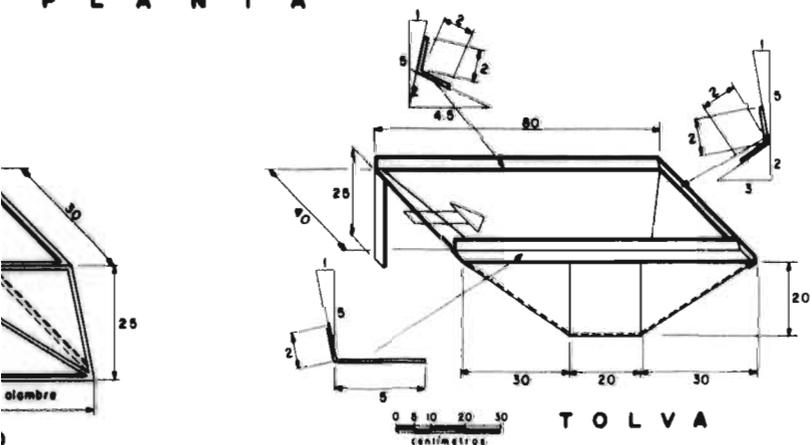
NOTA: -Anotaciones en centímetros.



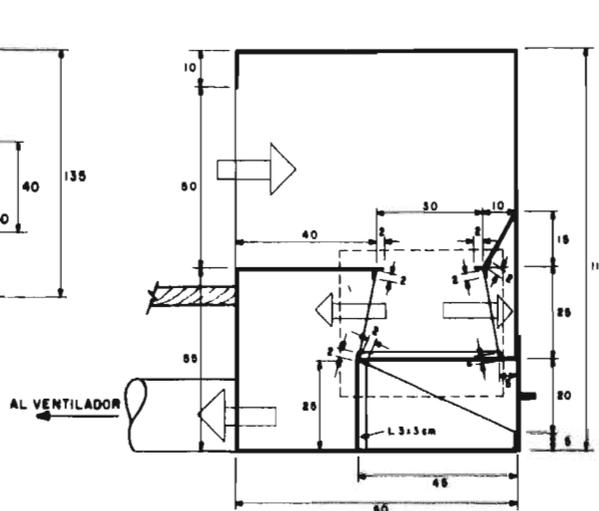
PERFIL



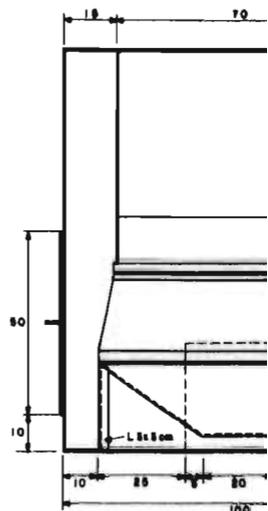
PLANTA



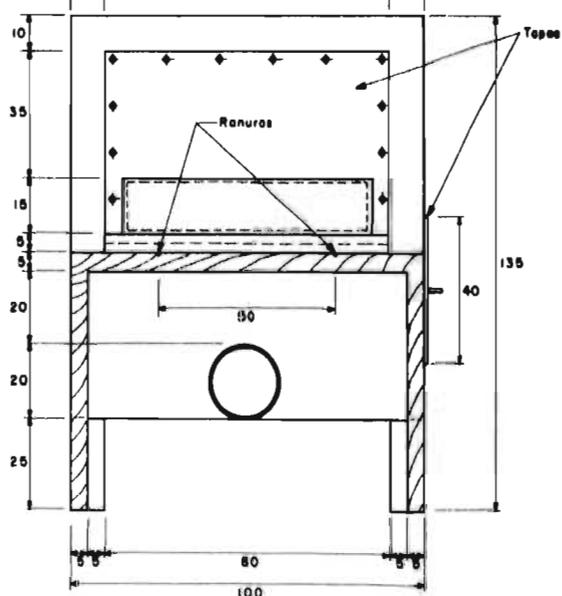
TOLVA



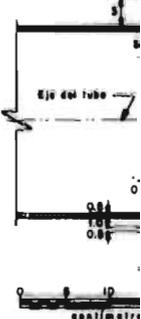
CORTE A-A'



CORTE B-B'



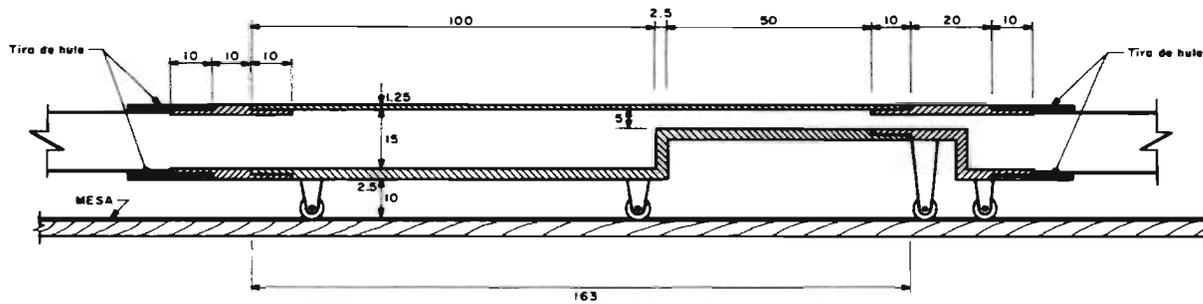
CORTE C-C'



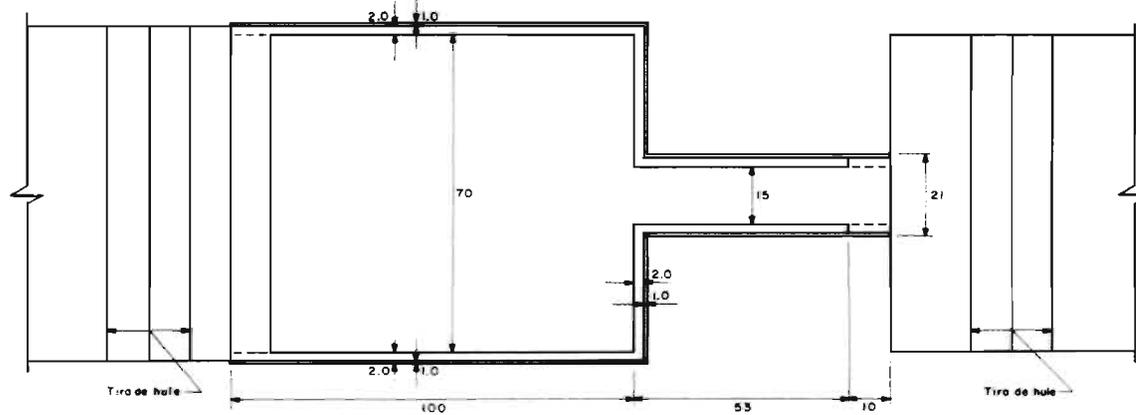
DETALLE DE

NOTA: -Anotaciones en centímetros.

U · N
 INSTITUTO D
 MECANICA,
 INSTALACION F
 EN MODELOS A
 PLANC



P E R F I L



P L A N T A



NOTA. - Acotaciones en centímetros

U · N · A · M
 INSTITUTO DE INGENIERIA
 MECANICA DE FLUIDOS

MODELO A BASE DE AIRE PARA ESTUDIO
 DE LA EROSION EN AMPLIACIONES
 Y CONTRACCIONES

PLANO N° 2

CAPITULO V

DESCRIPCION DE UN ESTUDIO Y RESULTADOS OBTENIDOS

Durante una estancia de 2 años en Checoslovaquia trabajamos en el Instituto de Investigaciones Hidráulicas de Praga bajo la dirección del Ing. Zdenek Thomas, encargado del "Laboratorio aerodinámico" de ese Instituto. Allí hicimos un estudio en modelo aerodinámico de un problema hidráulico, que esbozaremos enseguida.

El tema escogido fue el estudio del comportamiento del fondo móvil en una reducción brusca (toma) en un canal. El modelo se construyó de madera dejando un espacio en la parte ancha del canal, para rellenar de arena en la zona donde deseaba observarse la erosión, (fig. 10).

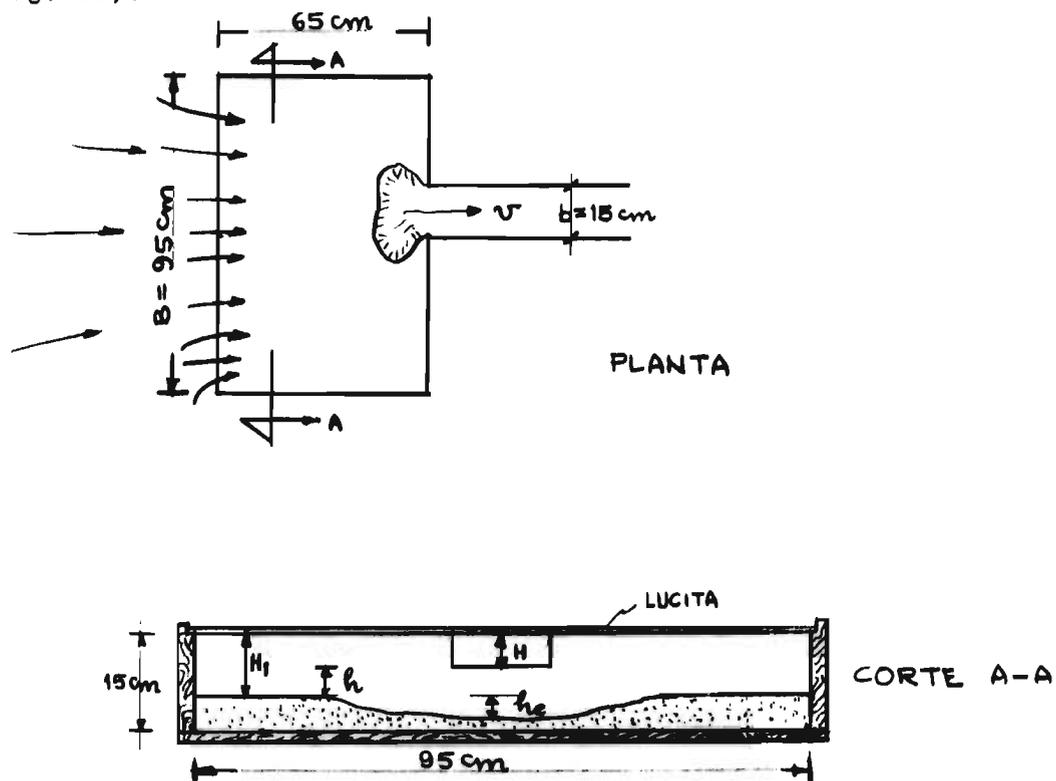


Fig. 10



El programa y forma de trabajo, fue el siguiente:

- a) Determinar las variables que rigen al fenómeno con el objeto de buscar posteriormente la relación que las liga.
- b) Dada la potencia disponible, encontrar el material más apropiado para el estudio. Este debiera ser tal que aun para gastos pequeños pudieran registrarse erosiones.
- c) Durante cada experimento fotografiar las erosiones a intervalos escogidos de tal manera que cada fotografía muestre alguna característica diferente de la anterior. En las fotos deberían quedar registrados, el tiempo (con un cronómetro colocado sobre el cristal), el número de la prueba y el gasto usado. El tiempo de duración de cada experimento debía definirse antes de empezar el estudio, haciendo pruebas hasta que la erosión alcanzara una situación más o menos estable.

Resolvimos los incisos anteriores en la forma siguiente:

- a) Para fijar las variables que regían el fenómeno era necesario observar primero haciendo funcionar el modelo para distintos gastos y alturas de escalón "h" (fig. 10). Después de varias pruebas se concluyó que la ley de variación de nuestro estudio, podría representarse en la forma:

$$f\left(\frac{v_H}{v}, \frac{B}{b}, \frac{H}{h}, \frac{XY}{h_0^2}, \frac{v}{v_{kr}}\right) = 0 \dots\dots\dots V.1$$

siendo " v_{cr} " la velocidad crítica del material, dado que no teníamos medios para determinar este parámetro, lo supusimos sustituible por el diámetro medio del grano " d_{50} ".

Como pensábamos no cambiar en el modelo la relación B/b ni el material, la ecuación (V.1) podíamos reducirla a la forma:

$$\frac{XY}{h_c^2} = f_1(Ro_h, \frac{H}{h}) \dots\dots\dots V.2$$

Nuestro problema consistiría en encontrar la función f_1 .

b) Una vez probados diferentes materiales (harina, arena, marmaja de vidrio y arenas de distintas granulometrías), encontramos que el más apropiado no sólo desde el punto de vista de la capacidad del ventilador disponible sino el que mostraba unas erosiones más graduales y claras era la arena con diámetro medio de 0.3mm (nuestro ventilador daba un gasto máximo de 55 lts/s).

c) El tiempo en el que la erosión alcanzaba una situación estable era como máximo de unos 30 minutos y decidimos tomar este valor como tiempo para cada prueba. Hicimos experimentos para las siguientes alturas de "h": 0, 0.5, 1.0 y 1.5cm y en cada caso con 4 gastos diferentes.

Sobre el cristal que representaba la superficie libre y en la zona de la toma, colocamos otro con una cuadrícula grabada en cm y un cronómetro (foto 4). Los parámetros "X" y "Y", así como el

tiempo, quedaban registrados en una serie de fotografías tomadas verticalmente (foto 5). La profundidad de erosión h_e se midió sobre una escala graduada pegada en la pared del escalón.

Al principio y fin de cada experimento, medíamos la temperatura y humedad ambiente, datos que son complementarios para la determinación del gasto (cap. IV). Una vez determinado el gasto podíamos calcular el resto de los parámetros necesarios para la ecuación V.2.

Con los datos obtenidos, y como primera parte de la ordenación de resultados, dibujamos una serie de gráficas que nos permitieron observar ciertas características fundamentales del fenómeno. Los resultados a que nos referimos se encuentran en las gráficas 1, 2 y 3, (en todos los casos la duración de cada experimento fue de 30 minutos).

Gráfica 9. "profundidad de erosión-tiempo" (h_e -tiempo). En relación a estos parámetros observamos un comportamiento muy parecido en las cuatro profundidades de erosión estudiadas. En la gráfica puede verse que "h" aumenta bruscamente hasta alcanzar su máximo estable aproximadamente a los 10 minutos de duración del experimento. Además, la cota final de la erosión es aproximadamente la misma en todos los casos, lo que puede verse en la gráfica del hecho de que la separación entre curvas corresponde aproximadamente a la diferencia de altu



Foto 1

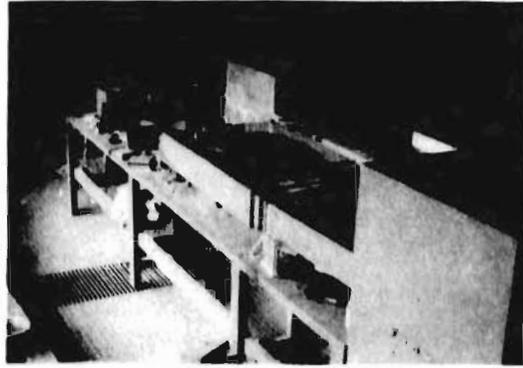


Foto 2



Foto 3

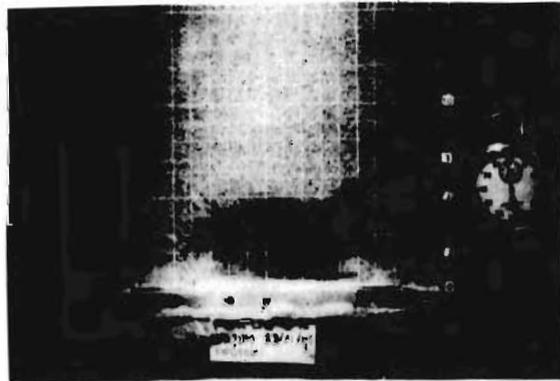


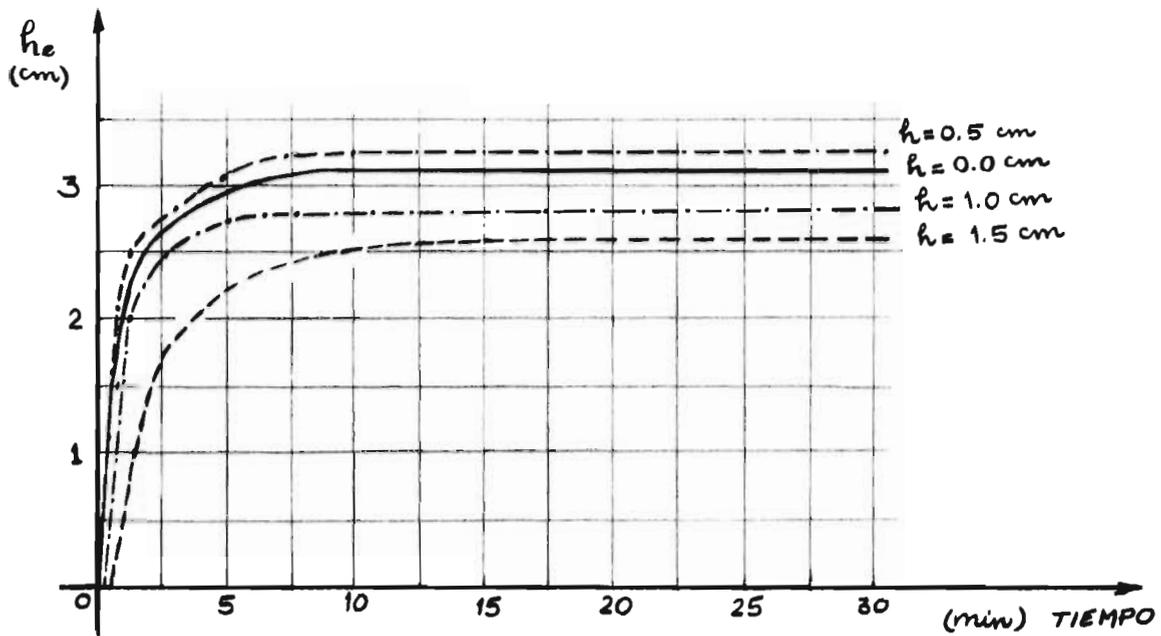
Foto 4

ras usadas. Observamos también en la gráfica 9 que la curva de $h = 0.5\text{cm}$ es más alta que la de $h = 0.0\text{cm}$; esto nos hace pensar en la posibilidad de derrumbes que alteren el funcionamiento para "h" cercanas a cero, o quizá hubo errores en esas mediciones. Este detalle se considera motivo de investigaciones posteriores.

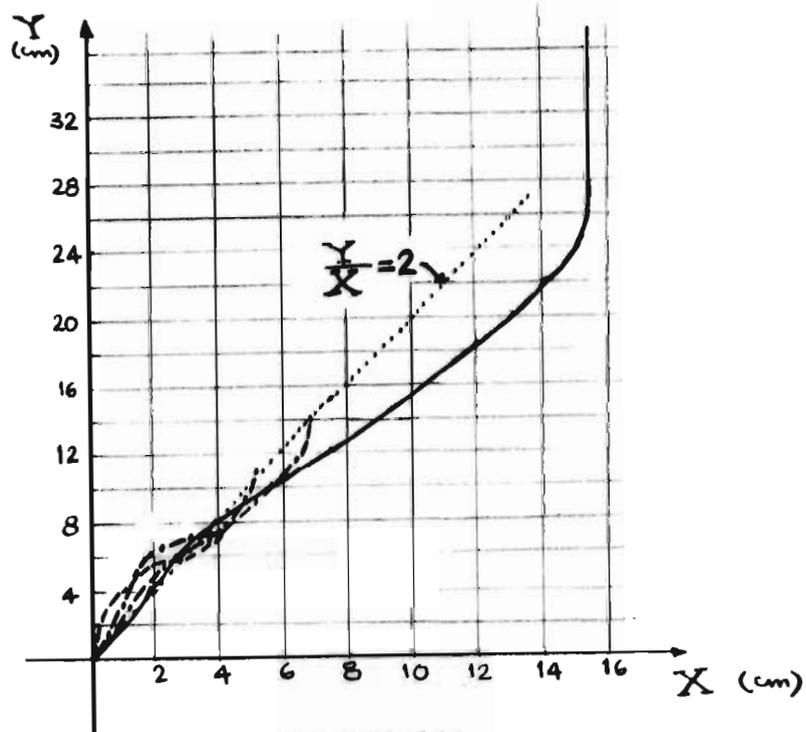
Gráfica 10. "Ancho-largo de la erosión "(X-Y)".

Aquí observamos una marcada diferencia entre los casos en que sí hay escalón y aquél en que no lo hay. Vemos en la gráfica que en los casos en que $h > 0$, las dimensiones "X" y "Y" encuentran rápidamente un equilibrio (observamos que esto coincidía aproximadamente con el tiempo en que " h_e " alcanzó su posición máxima) lo que no sucede cuando no hay escalón ($h = 0$), en que, si bien, la dimensión "X" alcanza su posición estable alrededor de los 20 minutos, "Y" aumenta, aparentemente, indefinidamente, debido a los vórtices generados por las 2 corrientes. En esta etapa prolongamos el experimento hasta 45 minutos y "Y" seguía aumentando. Observamos también que para los casos en que existía escalón, la relación "Y/X" era aproximadamente "2" (ver gráfica 10).

De estas observaciones, se obtiene la conclusión aparentemente paradójica de que es más conveniente utilizar escalones en tomas, que no hacerlo, ya que en este último caso, la erosión aumenta precisamente en la zona más peligrosa para la estabilidad de la estructura.



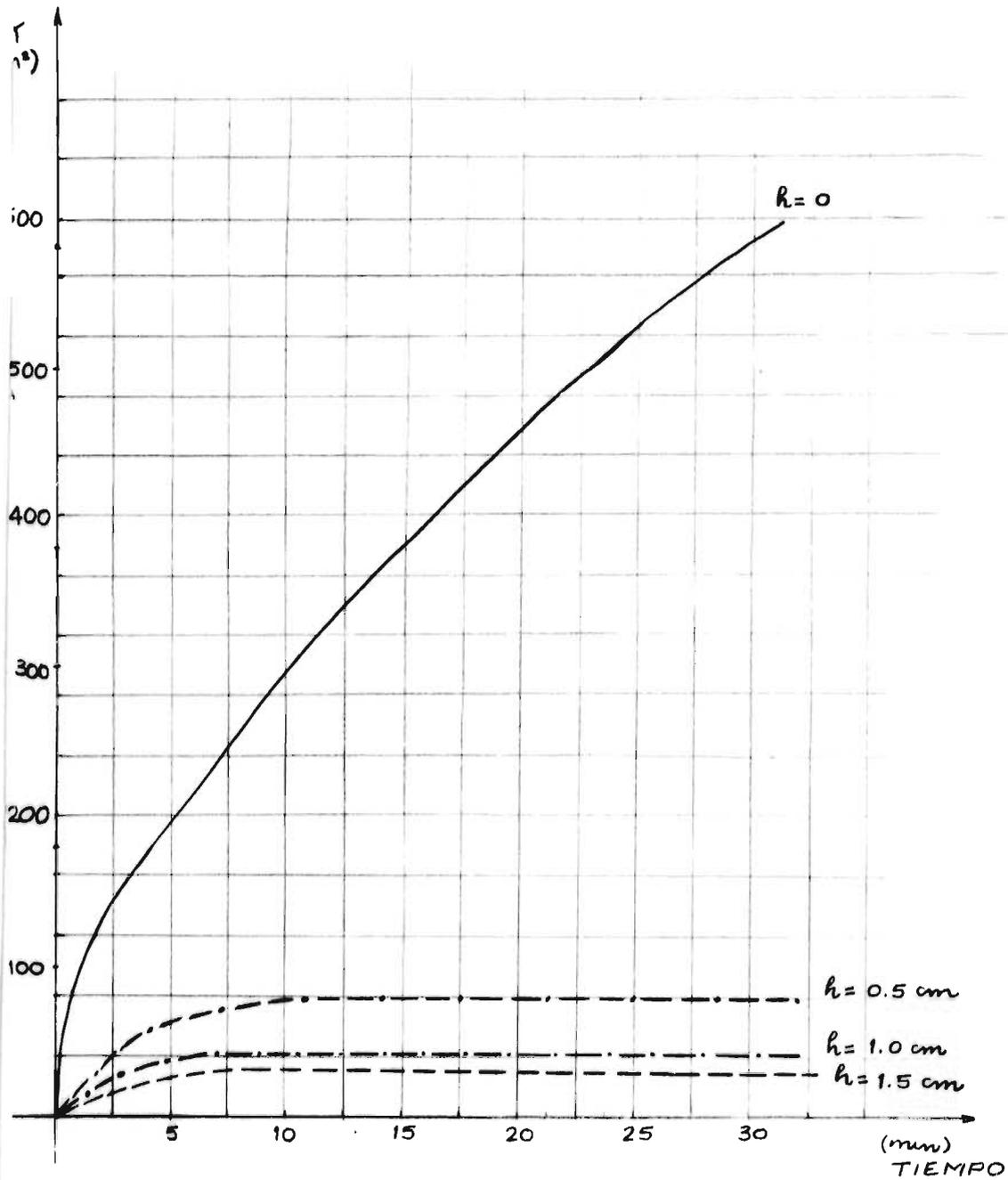
GRAFICA 9



GRAFICA 10

Gráfica 11. "Area en planta de la zona erosionada-tiempo" (XY-T).
Esta es complementaria de la gráfica 10 y de ella pueden desprenderse las mismas conclusiones.

El estudio llegó hasta esta etapa. Para completarlo será necesario efectuar pruebas en un rango de R_e más amplio para obtener resultados más generales que permitan definir la función f_1 en la ecuación V.2. Aquí hace falta anotar que es muy importante tener dispositivos precisos para medir gastos ya que las presiones medidas son pequeñas y es fácil cometer un error de apreciación. Por último, como en cualquier estudio de este tipo, por ahora, es necesario hacer las mismas pruebas en un modelo hidráulico con el objeto de comparar los resultados y tratar de definir con exactitud las leyes de similitud entre modelos hidráulicos y aerodinámicos para fenómenos no permanentes. Estas es una labor de investigación que por ahora puede decirse está en sus principios.



GRAFICA 11

CONCLUSIONES

El desarrollo de la teoría de similitud para modelos aerodinámicos representando escurrimientos a superficie libre, permite recomendar su uso ampliamente tanto en escurrimientos estacionarios o "cuasi-estacionarios" en que podemos determinar las escalas con confianza (algunos casos de sedimentación y arrastre, zonas muertas, dirección del flujo, etc.) como en estudios de socavaciones en donde se ha comprobado la existencia de un comportamiento semejante al de estos fenómenos ocurriendo en agua. En este último caso, el modelo aerodinámico puede no substituir completamente al hidráulico, pero sí dar una orientación cualitativa rápida sobre qué zona debe representarse o cuál es el mejor camino a seguir en el modelo hidráulico (ref. XIII).

Debe recalcar que la ventaja principal de los modelos aerodinámicos es su gran economía, no sólo por lo elemental de la instalación y facilidad de operación, sino por el hecho de que es posible construir este tipo de modelos a escalas 10 o 15 veces (ver cap. I) menores que las comunes en modelos hidráulicos. Por ejemplo, un estudio hecho en Checoslovaquia de sedimentación y arrastres en el vaso de la Presa de Samarra, en Irak, (ref. V), requirió un modelo hidráulico con escalas horizontales y verticales de 200 y 100, respectivamente; el estudio se hizo simultáneamente en un modelo aerodi-

námico cuyas escalas fueron 4000 y 1000 (en el mismo orden mencionado), quedando dicho modelo de un tamaño tal que se pudo colocar en una mesa de 4.00 x 1.40m.

En lo que se refiere a modelos de fondo móvil, al igual que en los modelos hidráulicos, no se ha desarrollado aún una teoría de similitud, aunque, no hay duda de que el movimiento de un grano en el seno de una corriente de aire debe comportarse en forma semejante a como lo haría en cualquier otro fluido. Por ahora, sin embargo, tendremos que conformarnos con resultados cualitativos, aunque sin olvidar la posibilidad de investigar el problema y de profundizar en este tipo de estudios.

En la instalación para modelos aerodinámicos de la División del Doctorado de la Facultad de Ingeniería, hemos hecho pruebas de erosión en pilas (fotos 6, 7 y 8) y observamos que el mecanismo del fenómeno es exactamente igual al que sucede en agua, además, del hecho interesante de que si aumentamos el gasto, obtenemos el mismo tipo de erosión, pero en mucho menos tiempo. Resulta obvio señalar el interés que pudiera tener encontrar una ley de similitud que nos permitiera definir la escala de tiempos y obtener resultados cuantitativos en un tiempo muchísimo menor que el que se necesitaría para el mismo experimento en agua.



Foto 5



Erosión en 3 tipos diferentes de pilas (modelo aerodinámico).

Foto 6



Detalle de erosión en una pila formada por columnas.

Foto 7



Detalle de la erosión en una pila común (igual gasto y duración del experimento que en la pila de la foto 6).

Foto 8

Otra posibilidad importante de los modelos aerodinámicos es el valor pedagógico que pueden tener, ya que, con una visibilidad completa, puede mostrarse al alumno con todo detalle, el mecanismo de un fenómeno, utilizando fondo móvil o visualizando las trayectorias con humo, hilos de colores, etc.

Creemos que los estudios en modelos aerodinámicos son algo de grandes perspectivas en la investigación hidráulica en general y de mucho interés para México, que requiere de soluciones rápidas y económicas.

BIBLIOGRAFIA

- I) Z. Thomas. Aerodynamická Analógie V Hydraulickém Výzkumu. Vúv, Praga, Českoslovaquia.
- II) J. Sumbal. Priprava K Teoreticko-Experimentálnej Studii Metodiky Výskumu Riecných Procesov Vo Vzduchovom Prúde. Vúv, Bratislava, Českoslovaquia.
- III) P. Novák-J. Čábelka-Hyrotechnický Výzkum, Sntl. Praha, Českoslovaquia, 1964.
- IV) I.I Agroskin-Gidravlika. Gosudarstvenoye Energeticheskoye Yzdatelstvo. Moscú, Leningrado, 1950.
- V) Grund, Komora, Rohan, Stich. Hydraulický Výskum Nizkotlakovej Vodnej Elektrarne Samarra Na Rieke Tigris - Práce a Studia - Výskumny Ústav - Bratislava, Českoslovaquia, 1964.
- VI) Averkiev - Novy Metod Gidravlichesky Modelny Isledovany. Izv. Vniig, T. 47, 1952.
- VII) Averkiev - Metodika Isledovany Beznaporny Potokov Na Naporny Modelay. Moscú - Leningrado, 1957.
- VIII) Kahan y Hancu - Etude Des Ecoulements Hydrauliques. à Surface Libre Sur Des Modeles Aerodynamiques. Airh, Lisboa, 1957.
- IX) R. C. Pankhurst - Wind Tunnel Technique. Londres - Ed. Pitman & Sons, Ltd.
- X) Novy Metody y Aparatura Dlia Issledovany Russlovyj Procesov. Moscú - 1959.
- XI) John H. Perry. Chemical Engineers' Handbook. McGraw-Hill-New York-London.
- XII) L. Escande y L. Castex. Sur L'emploi Des Movlinets Hydrometriques Dans L'air. Comptes Rendus De L'Academie Des Schiences De Paris, 1953, 236, No. 2.
- XIII) J. Sumbal-Použitie Aerodynamického Modelu Pre Výskum Prudenia a Miestnych Výmolov Pred Vtokovym Objektom Do Poldra Pri Besi. Výskumny Ústav Vodohospodarsky, Bratislava, Českoslovaquia, 1964.