

01149  
150



**FACULTAD DE INGENIERIA U N A M**  
DIVISION DE ESTUDIOS SUPERIORES



# **COMPORTAMIENTO ESTRUCTURAL DE PERFILES DE ACERO DOBLADOS EN FRIO**

**T E S I S**

Que para obtener el grado de  
MAESTRO EN INGENIERIA (Estructuras)  
p r e s e n t a  
GUILLERMO VILLARREAL GARZA

México, D.F. 1968

**TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN**

011500



Universidad Nacional  
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

**Biblioteca Central**



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

A mis abnegados padres,  
puntos de apoyo de la  
vida mía.

A mis hermanos

Rodolfo  
Fernando  
Jorge  
Agustín

A mi abuelita

**A mis maestros**

**A la Universidad de Nuevo León**

**A la Universidad Nacional  
Autónoma de México**

**MI reconocimiento  
a los Sres. Ings.**

**Oscar de Buen L. de H.  
Enrique del Valle C.  
Nefalí Rodríguez C.**

**Quienes aportaron valiosas opiniones  
para la ejecución del presente trabajo**

**Así mismo agradezco a todas  
las personas que amablemente  
brindaron su colaboración para  
el desarrollo de esta tesis**

**MI sincero agradecimiento.**

**Para la Compañía Fundidora  
de Hierro y Acero de Monterrey**

**Y para la Fundación Ford**

## NOTACION

A	área de la sección transversal
b	longitud de la línea media de la sección transversal
b'	ancho efectivo del patín
C	rigidez torsional
$C_0$	distancia desde el eje principal normal al plano de cargas a la fibra más alejada
$C_1$	rigidez al alabeo
$C_2$	constante que toma en cuenta la ley de variación de los momentos flexionantes
$C_3$	constante que toma en cuenta la posición de la carga respecto del eje de simetría
$C_C$	relación de esbeltez que define los intervalos elástico e inelástico del pandeo
C.S	factor de seguridad
C.G	centro de gravedad
$C_w$	constante de alabeo
E	módulo de elasticidad
$E_t$	módulo tangente
e	distancia de la línea media del alma al centro de cortante
G	módulo de elasticidad al cortante
$h_1$	distancia entre bordes exteriores de patines
I	momento de inercia
$I_p$	momento polar de inercia con respecto al centro de cortante O'
$I_x$	momento de inercia máximo (respecto eje X)
$I_y$	momento de inercia mínimo (respecto eje Y)
Jef	constante de torsión

$K$  coeficiente de la longitud efectiva  
 $l$  longitud entre apoyos  
 $l_{LIM}$  longitud límite entre los intervalos de flexión y flexotorsión  
 $(M_1)_{CR}$  momento que no toma en cuenta la variación del diagrama de momentos, posición de cargas, etc.  
 $(M_{CR})$  momento que toma en cuenta variación del diagrama de momentos, posición de cargas, etc.  
 $M$  momento flexionante  
 $M_t$  momento torsionante  
 $O'$  centro de cortante  
 $P$  carga aplicada en el centro de gravedad  
 $P_{crit}$  carga crítica  
 $P_Y$  carga crítica en el pandeo por flexión  
 $P_{X,T}$  carga crítica en el pandeo por flexotorsión  
 $r_T$  radio de giro de torsión  
 $r_X$  radio de giro máximo  
 $r_{X,T}$  radio de giro de flexotorsión  
 $r_Y$  radio de giro mínimo  
 $t$  espesor  
 $u$  desplazamiento en la dirección del eje X  
 $v$  desplazamiento en la dirección del eje Y  
 $X_o$  distancia del centro de gravedad al centro de cortante en la dirección del eje X  
 $Y_o$  distancia del centro de gravedad al centro de cortante en la dirección del eje Y  
 $\beta$  rotación de la sección transversal alrededor del centro de cortante  $O'$



$\gamma$  deformación angular unitaria  
 $\Delta$  desplazamiento en el centro de las vigas sujetas a flexión  
 $\epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_3$  deformaciones unitarias en las direcciones de los tres brazos de la roseta  
 $\theta$  giro por unidad de longitud provocado por la torsión  
 $\nu$  relación de Poisson  
 $\sigma_{cr}$  esfuerzo crítico  
 $\sigma_{P. Local}$  esfuerzo correspondiente al pandeo local  
 $\sigma_T$  esfuerzo de torsión  
 $\sigma_X$  esfuerzo que se presentaría si el pandeo ocurriese alrededor del eje X  
 $\sigma_{X,T}$  esfuerzo correspondiente al pandeo por flexotorsión  
 $\sigma_Y$  esfuerzo crítico alrededor del eje Y  
 $\sigma_y$  esfuerzo de fluencia  
 $\tau$  relación del módulo tangente al módulo de elasticidad  
 $\tau_{L.P.}$  esfuerzo cortante en el límite de proporcionalidad  
 $\tau_T$  esfuerzo cortante provocado por la torsión  
 $\tau_Y$  esfuerzo cortante de fluencia

## RESUMEN

1.	INTRODUCCION	1
2.	TENSION	1
	2.1 <u>Descripción general de los ensayos</u>	1
	2.2 <u>Ensayo de probetas</u>	2
	2.3 <u>Estudio de los datos de los experimentos</u>	3
	2.3.1 Gráficas esfuerzo-deformación	3
	2.3.2 Determinación del módulo de elasticidad, límite de proporcionalidad y esfuerzo de fluencia	4
	2.3.3 Esfuerzos máximo y de ruptura, en porcentaje de elongación y de reducción de área	5
	2.3.4 Efectos del doblado	5
3.	COMPRESION	6
	3.1 <u>Estudio teórico</u>	6
	3.1.1 Ecuaciones fundamentales de equilibrio de pandeo por flexión o por flexotorsión	7

3.1.2	Pandeo por flexión	9
3.1.3	Pandeo por flexotorsión	9
3.1.4	Intervalos de pandeo por flexión y por flexotorsión	11
3.2	<u>Estudio experimental</u>	13
3.2.1	Descripción general de ensayos	13
3.2.2	Ensayo de especímenes cortos	14
3.2.3	Ensayo de especímenes largos	14
3.2.4	Estudio de los datos experimentales	16
4.	FLEXION	23
4.1	<u>Estudio teórico</u>	24
4.2	<u>Estudio experimental</u>	27
4.2.1	Descripción general de ensayos	27
4.2.2	Ensayo de canales	28
4.2.3	Estudios de los resultados de las pruebas	28
5.	TORSION	30
5.1	<u>Estudio teórico</u>	30
5.2	<u>Estudio experimental</u>	32
5.2.1	Descripción general de ensayos	32
5.2.2	Estudios de los resultados de las pruebas	33
6.	RECOMENDACIONES DE DISEÑO	35
6.1	<u>Angulos sujetos a tensión</u>	35
6.2	<u>Angulos sujetos a compresión</u>	36
6.3	<u>Canales sujetos a flexión</u>	39
6.4	<u>Propiedades estructurales recomendables</u>	41
7.	REFERENCIAS	41
	TABLAS	43
	FIGURAS	49

## 1. INTRODUCCION

La compañía Torres Mexicanas, S. A. fabrica estructuras de diversos tipos, empleando ángulos de  $1\frac{1}{2}$ " a 8" y canales de acero de 4" a 12" hechos con placa doblada en frío, de espesor variable entre  $1/8$ " y  $7/8$ ". Los canales se fabrican con patines atiesados y sin ellos.

El efecto de doblado en frío puede alterar notablemente las propiedades estructurales de los perfiles; para estudiar este problema, se le encomendó al Instituto de Ingeniería una investigación. Para ello se hicieron ensayos de tensión, compresión, flexión y torsión en perfiles representativos. Los resultados de los ensayos se presentan en este trabajo y se comparan con los valores que deberían obtenerse teóricamente.

## 2. TENSION

### 2.1 Descripción general de los ensayos

El estudio de tensión fue enfocado hacia la determinación

del efecto del doblado.

Se ensayaron probetas de tensión obtenidas de placa plana, con la que se fabrican los perfiles; de los extremos de las alas de ángulos; y de la zona donde se hace el doblado en los ángulos.

Se ensayaron también ángulos en sección completa, soldando en sus extremos placas ranuradas (figs 1 y 2)

Las probetas se fabricaron según especificación A 370-65 de la ASTM (American Society for Testing and Materials).

Los especímenes fueron equipados con deformímetros eléctricos marca Baldwin tipo SR-4 y con la ayuda de un puente de Wheatstone se determinaron las deformaciones longitudinales unitarias.

Las dimensiones de la sección transversal de cada espécimen se midieron con aproximación de 0.1 de milímetro, con objeto de determinar las áreas con la mayor precisión posible.

## 2.2 Ensayo de probetas

Probetas extraídas de placa plana. Se ensayaron probetas de placa de 1/4", 3/8" y 1/2" de espesor.

Probetas extraídas de ángulo. Las probetas se tomaron de la parte extrema de las alas del ángulo (zona recta) y de la unión de las alas de ángulo (zona curva), de acuerdo con especificaciones de la ASTM. Se ensayaron espesores de 1/4" y 3/8". Los extremos de las probetas de la zona curva se enderezaron antes de colocarlas en la máquina de ensayo, y se verificó que no alteraba la parte central de la probeta.

Probetas de ángulo completo. Se ensayó la sección completa de ángulos de 2" x 1/4", soldando en los extremos placas planas para suje

tarlas a las mordazas y poder aplicar la tensión. La longitud de los especímenes fue tal que la soldadura no afectó las propiedades mecánicas en la sección de prueba.

Las pruebas se hicieron en una máquina universal, marca Lossenhausen de 100 ton, aplicando cargas hasta que el espécimen empezaba a fluir; a partir de este momento se controlaba la prueba con el puente de Wheatstone, para definir mejor la forma de la curva esfuerzo-deformación. La prueba se continuaba hasta la ruptura de los especímenes.

### 2.3 Estudio de los datos obtenidos de los experimentos

#### 2.3.1 Gráficas esfuerzo-deformación

Las gráficas esfuerzo-deformación longitudinal unitaria mostradas en las figs 3 a 7 resumen en forma gráfica los resultados de las pruebas de tensión.

En las figs 3 y 4, que corresponden a probetas cortadas de placa plana, puede observarse que los esfuerzos residuales inducidos por el proceso de laminado son relativamente bajos, del orden del 20 por ciento del esfuerzo de fluencia. Las curvas son típicas de acero de alta resistencia, sin mostrar una zona de fluencia bien definida.

Las gráficas esfuerzo-deformación para probetas extraídas de ángulo se muestran en las figs 5 y 6, que corresponden a probetas cortadas de ángulos de 1/4" y 3/8" de espesor, respectivamente; dos de las curvas que aparecen en cada figura (que corresponden a probetas tomadas de los extremos de los lados del ángulo) indican que el efecto del doblado de la placa no modifica las propiedades mecánicas de la parte recta de los lados del ángulo; la otra curva que aparece en cada figura señala

que, debido al efecto del doblado, las propiedades mecánicas sufren modificación en la parte curva; los esfuerzos máximo y de fluencia aumentan con respecto a los de la placa plana, lo que hace que mejore la resistencia de los ángulos a la tensión.

Las gráficas esfuerzo-deformación de las pruebas de ángulos completos (fig 7) muestran que, debido al efecto del doblado en frío, se elevaron los esfuerzos de máximo y de fluencia con respecto a los de la placa plana en 5 y 10 por ciento respectivamente.

### 2.3.2 Determinación del módulo de elasticidad, límite de proporcionalidad y esfuerzo de fluencia

El módulo de elasticidad se consideró como la pendiente del tramo recto inicial de la curva esfuerzo-deformación. El esfuerzo en el límite de proporcionalidad para cada prueba quedó definido por el punto en que se presenta la transición entre el tramo recto inicial y la curva correspondiente a la fluencia. El esfuerzo de fluencia para cada prueba se consideró como la ordenada al tramo recto horizontal que presenta la curva después de empezar a fluir ; si la curva que se presenta es redondeada, o sea que no tiene tramo recto horizontal, se procede como especifican las normas de la ASTM, según las cuales se traza una recta paralela al tramo recto elástico por el 0.2 por ciento de la deformación unitaria hasta cortar la curva, y se acepta la ordenada del punto de intersección como valor del esfuerzo de fluencia; los valores promedio de estas propiedades para ángulos completos, y probetas extraídas de placa y de ángulo, aparecen en la tabla 1.

### 2.3.3 Esfuerzos máximo y de ruptura, porcentaje de elongación y de reducción de área

Los esfuerzos máximo y de ruptura fueron obtenidos dividiendo la carga máxima y de ruptura proporcionada por la máquina entre el área de la sección transversal inicial. El porcentaje de elongación fue determinado en 2" de separación entre marcas de prueba. El porcentaje de reducción del área de la sección transversal se determinó como la diferencia de áreas inicial y final dividida entre el área inicial y multiplicada por 100. Los valores promedio de los esfuerzos máximo y de ruptura y de los porcentajes de elongación y reducción de área para cada uno de los tres tipos de ensaye efectuados en tensión se consignan en la tabla 1.

### 2.3.4 Efectos del doblado

El doblado en frío de la placa para obtener el ángulo produce deformaciones plásticas que originan un incremento en los esfuerzos de fluencia, máximo y de ruptura, lo que conduce a un mejor comportamiento del ángulo para trabajar a tensión<sup>1</sup>. Ese aumento de resistencia es función de la orientación de los cristales que componen al material respecto a la dirección de las cargas aplicadas<sup>2,3</sup>.

El efecto del doblado en frío se manifiesta principalmente en la parte curva del ángulo, o sea, precisamente en la parte que se ha doblado.

El efecto de Bauschinger, que consiste en una disminución de la resistencia a la fluencia cuando un material es deformado inelásticamente en una dirección y sometido a cargas en una dirección perpendicular a aquella, no está presente en estos perfiles doblados en frío.



El aumento de resistencia a la fluencia se debe principalmente al endurecimiento por deformación<sup>1,2</sup>.

Si se quiere considerar, para fines de diseño, este aumento de resistencia debido al endurecimiento por deformación, debe tenerse en cuenta que dicho fenómeno desaparece al presentarse temperaturas de recocido, procesos de soldadura, o algún otro tipo de calentamiento, por lo que deben evitarse tales situaciones.

### 3. COMPRESION

#### 3.1 Estudio teórico

Las teorías tradicionales de pandeo establecen que cuando una pieza se somete a compresión axial, el pandeo se presenta en la dirección de un plano de simetría de la sección sin rotación de la misma (pandeo por flexión). Pero los miembros de sección transversal abierta sujetos a compresión con un eje de simetría o sin ejes de simetría pueden pandearse por flexión con rotaciones de las secciones transversales (pandeo por flexotorsión). La importancia de estudiar este fenómeno de flexotorsión en secciones abiertas, como es el caso de columnas cuya sección transversal es un ángulo, se debe al hecho de que cuando una columna se pandea por flexotorsión, su carga crítica es menor que la que establece la fórmula generalizada de Euler, también conocida como de pandeo por flexión

$$P_{\text{crit.}} = \frac{\pi^2 E I_T}{(K L)^2}$$

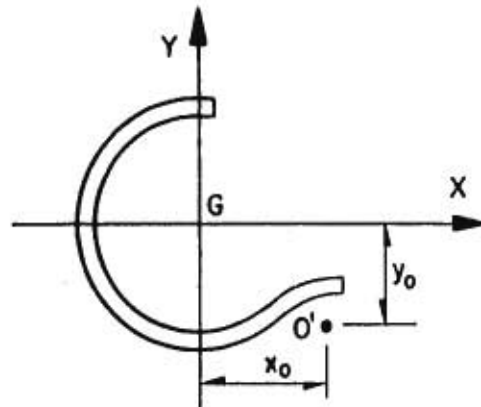
Los factores principales que influyen para que una pieza se pandee por flexotorsión son:

a) que la sección presente poca rigidez a la torsión, comparada con la rigidez a la flexión

b) que la columna tenga una longitud relativamente pequeña, y que la sección sea o no simétrica alrededor de un eje.

Como se establecerá más adelante, siempre será posible para una columna de sección transversal dada, definir el valor de la longitud que establece los intervalos de pandeo por flexotorsión. Una de las maneras de hacerlo, y que será la que aparecerá en el presente escrito, es fijando una longitud límite para cada sección en particular, de modo que para longitudes menores que aquella, se presenta pandeo por flexotorsión, y para longitudes mayores que la longitud límite ocurre pandeo por flexión.

### 3.1.1 Ecuaciones fundamentales de equilibrio de pandeo por flexión o por flexotorsión



donde

$u$  y  $v$  desplazamientos en la dirección de los ejes centroidales y principales  $X$  y  $Y$ , respectivamente

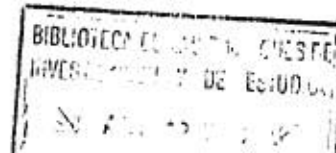
$\beta$  rotación de la sección transversal alrededor del centro de cortante  $O'$

Para una sección que no tiene ejes de simetría, como la que se muestra en la figura, el sistema de ecuaciones de equilibrio resulta ser<sup>4,5</sup>.

$$E\tau I_x v'' + Pv'' - Px_0 \beta'' = 0 \dots (1-a)$$

$$E\tau I_y u'' + Pu'' + Py_0 \beta'' = 0 \dots (1-b)$$

$$Pu'' y_0 - Pv'' x_0 + C_1 \tau \beta'' - \beta'' (C\tau - \sigma I_p) = 0 \dots (1-c)$$



$I_X, I_Y$  momentos de inercia principales alrededor de los ejes X y Y respectivamente

$I_p$  momento polar de inercia con respecto al centro de cortante  $O'$

E módulo de elasticidad del material

P carga axial aplicada en el centroide C

$x_0$  y  $y_0$  coordenadas del centro de cortante  $O'$ , con respecto al centroide G

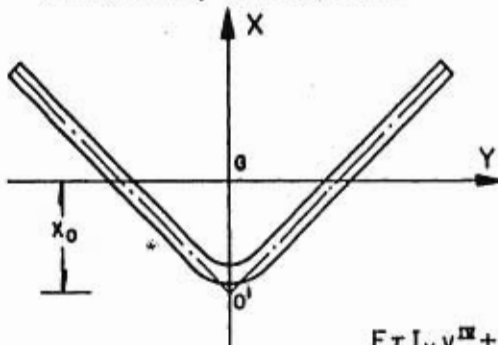
$\tau = E_t/E$  siendo  $E_t$  el módulo tangente

$C_1$  rigidez al alabeo, y se expresa como

$$C_1 = E \int_0^m \int_{-t/2}^{t/2} (\bar{w} - \omega_1 - \omega_n)^2 dn ds$$

El valor de  $C_1$  para el caso del ángulo se presentará posteriormente.

C es la rigidez a la torsión de la sección transversal y se expresa como  $C = G J_{ef}$  siendo G el módulo de elasticidad al cortante y  $J_{ef}$  una constante de torsión que para una sección abierta se define como  $J_{ef} = bt^3/3$  siendo b la longitud de la línea media de la sección transversal y t el espesor.



Para una sección que tiene un eje de simetría como es el caso del ángulo mostrado en la figura, en el cual  $y_0 = 0$ , el sistema de ecuaciones 1 adquiere la siguiente forma

$$E\tau I_X v^{IV} + P v'' - P x_0 \beta'' = 0 \quad (2-a)$$

$$E\tau I_Y u^{IV} + P u'' = 0 \quad (2-b)$$

$$-P v'' x_0 + C_1 \tau \beta^{IV} - \beta'' (C\tau - \sigma I_p) = 0 \quad (2-c)$$

El sistema de ecuaciones anterior está desacoplado en  $U$  y acoplado en  $v$  y  $\beta$  por medio de las ecuaciones 2a y 2c, lo que indica dos posibles formas de pandeo, una según la ecuación 2b y otra con las ecuaciones acopladas 2a y 2c.

### 3.1.2 Pandeo por flexión

La ecuación 2b contiene solo desplazamientos  $U$  y es la ecuación diferencial usual de pandeo por flexión en la dirección del eje  $X$  (alrededor del eje débil  $Y$ ); su solución para una columna con extremos articulados establece que la carga crítica se puede escribir como

$$P_Y = \frac{\pi^2 E I_Y \tau}{l^2} \quad (3)$$

Si  $\tau = 1$  (pandeo elástico), la carga anterior resulta ser la carga de Euler.

Si en la ecuación 3 dividimos ambos miembros entre el área y sustituimos  $I_Y = A r_Y^2$ , se obtiene el esfuerzo crítico debido al pandeo por flexión

$$\sigma_Y = \frac{\pi^2 E \tau}{(l / r_Y)^2} \quad (4)$$

### 3.1.3 Pandeo por flexotorsión

Las ecuaciones 2a y 2c son función de los desplazamientos  $v$  y  $\beta$ , lo que indica flexión en la dirección del eje  $Y$  con torsión de las secciones alrededor del centro de cortante (pandeo con flexión y torsión).

La solución de las dos ecuaciones diferenciales simultáneas 2a y 2c contiene ocho constantes arbitrarias; al satisfacer las

condiciones de frontera de los extremos de una columna doblemente articulada, seis de ellas se anulan y la solución adquiere la forma

$$v = a_1 \operatorname{sen} \frac{n\pi}{l} z \quad \text{y} \quad \beta = a_2 \operatorname{sen} \frac{n\pi}{l} z$$

Substituyendo estas expresiones en las ecuaciones diferenciales, se obtienen las siguientes ecuaciones homogéneas para  $a_1$  y  $a_2$

$$\begin{aligned} (E\tau I_x \frac{n^2 \pi^2}{l^2} - P) a_1 + (P x_0) a_2 &= 0 \\ (P x_0) a_1 + (C_1 \tau \frac{n^2 \pi^2}{l^2} + C\tau - \sigma I_p) a_2 &= 0 \end{aligned}$$

Para que este sistema de ecuaciones homogéneas tenga solución diferente a la trivial, el determinante de los coeficientes debe ser nulo. Para satisfacer esta condición, y considerando que la menor carga crítica se presentará para  $n = 1$ , se debe cumplir que

$$\begin{vmatrix} E\tau I \frac{\pi^2}{l^2} - P & P x_0 \\ P x_0 & C_1 \tau \frac{\pi^2}{l^2} + C\tau - \sigma I_p \end{vmatrix} = 0$$

Usando la notación

$$\sigma_x = \frac{\pi^2 E \tau}{(l/r_x)^2} \quad ; \quad \sigma_{x,T} = \frac{P}{A}$$

$$\sigma_{x,T} = \frac{\pi^2 E \tau}{(l/r_{x,T})^2} \quad ; \quad \sigma_T = \frac{\pi^2 E \tau}{(l/r_T)^2}$$

donde

$$r_T = \sqrt{\frac{C_1}{I_p E} + \frac{C l^2}{\pi^2 I_p E}}$$

el determinante anterior se reduce a

$$\begin{vmatrix} r_x^2 - r_{x,T}^2 & r_{x,T}^2 x_0 \\ r_{x,T}^2 x_0 & I_p/A (r_T^2 - r_{x,T}^2) \end{vmatrix} = 0$$

Desarrollando el determinante, resulta la siguiente ecuación característica

$$\frac{I_p}{A} (r_x^2 - r_{x,T}^2) (r_T^2 - r_{x,T}^2) - r_{x,T}^4 x_0^2 = 0 \quad (5)$$

Hay dos valores de  $r_{x,T}^2$  que satisfacen esta ecuación, pudiéndose expresar al menor de los dos como

$$r_{x,T}^2 = \frac{1}{\left(1 - \frac{A x_0^2}{I_p}\right)} \left[ \frac{r_x^2 + r_T^2}{2} - \sqrt{\left(\frac{r_x^2 - r_T^2}{2}\right)^2 + \frac{A}{I_p} r_x^2 r_T^2 x_0^2} \right] \quad (6)$$

Se puede demostrar que para cualquier sección transversal de un ángulo,  $r_{x,T}^2$ , dado por la ecuación 6, es siempre menor que  $r_x^2$  y  $r_T^2$ .

Finalmente, el esfuerzo que corresponde al pandeo por flexotorsión, queda expresado por la siguiente ecuación:

$$\sigma_{x,T} = \frac{\pi^2 E \tau}{(l/r_{x,T})^2} \quad (7a)$$

y la carga

$$P_{x,T} = A \sigma_{x,T} \quad (7b)$$

### 3.1.4 Intervalos de pandeo por flexión y flexotorsión

De la ecuación 5 se puede escribir que

$$(r_x^2 - r_{x,T}^2) (r_T^2 - r_{x,T}^2) - \frac{r_{x,T}^4 A x_0^2}{I_p} = 0$$

dividiendo entre  $r_{x,T}^4$  nos queda que

$$\left[ \left( \frac{r_x}{r_{x,T}} \right)^2 - 1.0 \right] \left[ \left( \frac{r_T}{r_{x,T}} \right)^2 - 1.0 \right] = \frac{A x_0^2}{I_p} \quad (8)$$

Si se substituye en la ecuación 8  $r_{X,T}$  por  $r_Y$  para que se presente cualquiera de las dos posibilidades de pandeo (flexión o flexotorsión), se tiene

$$\left[ \left( \frac{r_X}{r_Y} \right)^2 - 1.0 \right] \left[ \left( \frac{r_T}{r_Y} \right)^2 - 1.0 \right] = \frac{A x_0^2}{I_p}$$

de la cual se puede obtener que

$$r_T^2 = r_Y^2 \left[ \frac{A x_0^2}{I_p \left[ \left( \frac{r_X}{r_Y} \right)^2 - 1.0 \right]} + 1.0 \right] \quad (9)$$

pero  $r_T^2$  previamente fue definido como

$$r_T^2 = \frac{C_1}{I_p E} + \frac{C l^2}{\pi^2 E I_p} \quad (10)$$

Igualando este valor de  $r_T^2$  con el valor expresado por la ecuación 9 se llega a obtener

$$l^2 = \frac{(r_Y^2 M - C_1 / I_p E) \pi^2 I_p E}{C}$$

donde

$$M = \frac{A x_0^2}{I_p \left[ \left( \frac{r_X}{r_Y} \right)^2 - 1.0 \right]} + 1.0$$

Si se extrae raíz a ambos miembros de la ecuación anterior se obtiene

$$l = \sqrt{\frac{(r_Y^2 M - C_1 / I_p E) \pi^2 I_p E}{C}} \quad (11)$$

Para el valor de  $l$  expresado por la ecuación 11 son posibles las dos formas de pandeo, por flexión y por flexotorsión.

Si  $r_Y$  es mayor que  $r_{X,T}$ , la relación de esbeltez

$$\frac{l}{r_{X,T}} > \frac{l}{r_Y}$$

y necesariamente se presenta flexotorsión; luego, si en la ecuación 8 se

substituye  $r_{x,T}$  por un valor de  $r_y$  mayor que  $r_{x,T}$ , la ecuación 11 resulta

$$l \leq \sqrt{\frac{(r_y^2 M - C_1 / I_p E) \pi^2 I_p E}{C}} \quad (12)$$

lo que nos indica que especificada una sección transversal y una longitud, se presentará pandeo por flexotorsión si la longitud es menor que la longitud límite definida por la ecuación 11, ya que la longitud límite depende de la geometría de la sección transversal; si la longitud es mayor que la límite, se presenta el pandeo por flexión.

Como se mencionó anteriormente, siempre que haya pandeo por flexotorsión, la carga de pandeo es menor que la de Euler o de pandeo por flexión, y de aquí que tenga importancia especial el estudio del fenómeno de flexotorsión.

### 3.2 Estudio experimental

#### 3.2.1 Descripción general de los ensayos

Esta etapa experimental es la más importante del estudio debido a que comprueba la proposición del diseño de ángulos de cualquier relación de esbeltez sujetos a compresión, establecida anteriormente.

Se prepararon especímenes de ángulos de 2", 4" y 6", con espesores variables entre 3/16" y 3/4"; cuyas relaciones de esbeltez quedaron comprendidas aproximadamente entre 30 y 200.

Para la selección de las dimensiones de los especímenes, se buscó que se presentaran, de acuerdo con la proposición teórica, los diferentes tipos de pandeo posibles.



En todos los especímenes, la sección transversal se consideró con dos tramos rectos y uno curvo; se tomaron las dimensiones de estos tramos con 0.1 mm de aproximación para calcular las propiedades geométricas necesarias.

Se elaboró un programa para computadora electrónica que calculó todas las propiedades geométricas con fórmulas obtenidas para la forma de la sección, lo que hizo que se redujeran los errores al calcular las propiedades geométricas.

### 3.2.2 Ensaye de especímenes cortos

Para el conocimiento de las propiedades mecánicas de compresión del material doblado en frío, se efectuaron pruebas de especímenes cortos de ángulos de 2", 4" y 6" de lado con diferentes espesores. Estos especímenes fueron debidamente instrumentados con celdas para obtener lecturas de deformación durante el proceso de carga de la prueba.

En la mayoría de estos especímenes, se presentó pandeo por flexotorsión cuando la fluencia se acentuaba (fig 8). Las curvas esfuerzo-deformación longitudinal se muestran en las figs 9 a 11, las que acusen una ligera mejoría en las propiedades mecánicas, respecto a las obtenidas en tensión de placa plana; debido al endurecimiento por deformación que produjo el proceso de doblado en frío; esta acción, aunque favorable, es mucho menor que la que se obtuvo en las propiedades de tensión.

Las propiedades mecánicas a compresión se presentan en la tabla 1 junto con las propiedades de tensión.

### 3.2.3 Ensaye de especímenes largos

De los 108 especímenes probados, aproximadamente la mitad

de ellos fueron probados en la máquina universal del Instituto de Ingeniería, cuya capacidad de carga es de 100 ton con separación máxima entre la platina y el cabezal de 190 cm; el resto de los especímenes (aquellos cuyas longitudes fueron mayores de 158 cm sin rótulas, o de 190 cm con rótulas y aquellos cuya capacidad de carga excedió de 100 ton) fueron probados en la máquina universal de la Secretaría de Obras Públicas.

Todos los especímenes fueron probados con los dos extremos articulados e impedidos de girar alrededor del eje longitudinal para que pudiera originarse el pandeo por flexotorsión. Para lograr lo anterior, se diseñaron unas rótulas de acero que permitieran giro alrededor de cualquier eje contenido en un plano perpendicular al eje longitudinal, pero evitando la rotación de los extremos de las piezas alrededor del mismo (fig 12), de manera que cuando se presentara un giro en las secciones transversales la pieza se torciera.

Cada uno de los especímenes fue colocado con las rótulas en posición de carga en la máquina universal, y se instaló un micrómetro de 0.01 mm de aproximación a la mitad de la altura, orientado en la dirección en que ocurría el pandeo, para medir los desplazamientos transversales durante el transcurso de la prueba (fig 13).

Se le dió especial atención al centrado de las piezas, el cual era comprobado para cada pieza por el micrómetro instalado, que debía registrar deformaciones muy pequeñas (máximo 0.1 mm) cuando se aplicaban cargas hasta de la mitad de la carga teórica de pandeo de la pieza correspondiente.

La carga se aplicó a velocidad constante desde cero hasta la de pandeo, efectuándose lecturas en el micrómetro a valores de carga convenientes, para conocer el comportamiento al pandeo de los especímenes.

Los ángulos antes de la prueba presentaron deformaciones iniciales muy pequeñas que se despreciaron. Sin embargo, en la unión de los lados de los ángulos, de 4" x 1/2" principalmente, había en cada espécimen roturas intermitentes en su longitud (fig 14), debidas al doblado en frío; este efecto mereció un estudio experimental especial que más adelante se describirá. En la mayoría de las piezas se presentó pandeo por flexión (fig 15) y en las que poseían poca rigidez a la torsión comparada con la de flexión, se presentó pandeo por flexotorsión (figs 16, 17 y 18); se tomó nota de la forma de pandeo de cada espécimen.

#### 3.2.4 Estudio de los datos experimentales

Se prepararon las siguientes gráficas:

- a) carga-desplazamiento transversal
- b) esfuerzo crítico-longitud de la pieza
- c) relación de esbeltez-longitud
- d) carga-desplazamiento transversal (para conocer el efecto en la capacidad de carga de las roturas debidas al doblado en frío.

Gráficas carga-desplazamiento transversal. Con las lecturas obtenidas del micrómetro durante el proceso de carga, se calcularon los desplazamientos correspondientes a cada intervalo de carga; los desplazamiento fueron considerados como abscisas y sus correspondientes cargas como ordenadas.

Cada gráfica contiene curvas que corresponden a ángulos de la misma sección transversal, pero de diferentes longitudes (figs 19 a 27).

En las gráficas se muestran grupos de tres curvas; dos de ellas representan los resultados obtenidos de los experimentos para dos especímenes de la misma longitud, y la otra curva, marcada con línea de

trazas, corresponde a la teoría propuesta.

La finalidad de probar dos especímenes de una misma longitud e igual sección transversal, fue dar confianza a los resultados experimentales. Las figs 19 a 27 indican, en cada grupo de curvas correspondientes a pandeo por flexión, una satisfactoria concordancia entre las curvas que corresponden a los experimentos y la curva teórica establecida por la ecuación 3, aplicable al rango elástico y al inelástico.

En algunos casos, las curvas experimentales quedaron ligeramente arriba de la teórica, acusando la presencia de pequeñas fuerzas de fricción en los apoyos. Estos grupos de curvas muestran que el pandeo se presenta en forma más o menos súbita como lo predice la teoría. Se puede agregar que en estos ángulos hay bajos niveles de esfuerzos residuales.

Observando el comportamiento de pandeo por flexión en los grupos de curvas de las figs 23 a 27, que corresponden a ángulos de 4" y 6", se distinguen mayores desplazamientos que en los ángulos de 2" para valores de carga abajo de la crítica; esto se debe a que en los ángulos de 4" y 6" se dificultó más el centrado de los especímenes. Sin embargo, entre los valores críticos de carga teóricos y experimentales existen diferencias mínimas, del orden del uno a diez por ciento de la carga crítica teórica.

La fig 25 presenta los resultados de seis especímenes en los que a medida que se aplicó carga apareció flexión, pero al llegar a su carga crítica, que predice la ecuación 7b, se presentó torsión súbita en las secciones transversales alrededor de un centro de rotación muy próximo al supuesto al obtener la ecuación 7a (localizado en la intersección de las líneas medias de los lados). En la misma figura se hace ver

que a medida que la pieza tiene menos longitud, la torsión se presenta con menos flexión. Las piezas de 177 cm de longitud se torcieron prácticamente sin flexión, mientras que las de 282 cm de longitud se torcieron después de una flexión importante. Desde el punto de vista de las curvas carga-desplazamiento transversal, el comportamiento de estos ángulos resulta muy apogado a la teoría.

Gráficas esfuerzos críticos-longitud de la pieza. Se construyeron nueve gráficas con curvas esfuerzo crítico-longitud de la pieza, correspondientes a las nueve secciones transversales estudiadas. En cada gráfica aparecen cuatro curvas (figs 28 a 36), que corresponden a las ecuaciones de pandeo, las que se repiten a continuación para facilitar el entendimiento de este punto.

$$\sigma_{x,T} = \frac{\pi^2 E \tau}{(l/r_{x,T})^2} \quad (\text{flexotorsión})$$

$$\sigma_Y = \frac{\pi^2 E}{(l/r_Y)^2} \quad (\text{flexión elástica}) \quad (13)$$

$$\sigma_Y = \frac{\pi^2 E \tau}{(l/r_Y)^2} \quad (\text{flexión inelástica}) \quad (14)$$

$$\text{donde } \tau = \frac{(\sigma_Y - \sigma_{cr}) \sigma_{cr}}{(\sigma_Y - \sigma_{LP}) \sigma_{LP}}$$

$$\sigma_{P,local} = \frac{\pi^2 E \sqrt{\tau}}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{t}{b}\right)^2 \left[ \frac{b^2}{\lambda^2} \sqrt{\tau} + 0.425 \right] \quad (\text{Pandeo local})^5 \quad (15)$$

Además se incluyen los resultados experimentales (figs 23 a 36).

En las gráficas anteriores se ha trazado una envolvente de las cuatro ecuaciones (trazo de línea llena), la que define el esfuerzo crítico para cualquier longitud del espécimen; algunas de estas gráficas

cas están preparadas para longitudes de columna comprendidas entre 0 y 200 cm, y las demás entre 0 y 400 cm, pero la variación de la relación de esbeltez es aproximadamente la misma para todas las gráficas, es decir, de 0 a 200. Los experimentos que están comprendidos en la parte de flexión elástica regida por la ecuación 13 coinciden perfectamente con la envolvente, se puede ver que la diferencia entre los valores teóricos y los experimentales es del orden de un dos por ciento. Para estudiar la ecuación de flexotorsión, obsérvese la fig 34, que es donde está vaciada la mayor cantidad de resultados que tuvieron pandeo por flexotorsión; allí se confirma que la ecuación propuesta para el fenómeno de flexotorsión representa muy cercanamente lo que sucede en la realidad.

Cuando las piezas se pandean con flexión inelástica, los valores de esfuerzo experimentales difieren de la ecuación 14 más que para el caso de flexión elástica, pero esta diferencia a lo sumo es del orden de un diez por ciento, por lo que esta ecuación se acepta para regir el fenómeno de flexión inelástica. Además, los valores de  $\tau$  teóricos coinciden con los experimentales obtenidos de las curvas esfuerzo-deformación longitudinal, o sea que la relación entre el módulo tangente y el módulo de elasticidad puede ser representada por la expresión que se propone para  $\tau$ , y por tanto, la ecuación 14 es perfectamente aplicable. En la fig 37 se presenta una comparación entre los valores teóricos y los experimentales de  $\tau$ .

La ecuación 15, que define el pandeo local, tiene muy poca importancia debido a que en estos ángulos en particular, solo en un intervalo de pequeñas longitudes se presenta este tipo de efecto.

La razón fundamental para que este fenómeno tenga tan poca importancia en los perfiles que se estudiaron, es que por ser curva la

unión de los lados debido al proceso de doblado, se disminuye la relación ancho del patín a espesor del mismo, conduciendo estas características geométricas a una disminución de la relación  $b/t$  que es el parámetro principal en el fenómeno de pandeo local, y es bien sabido que a menor relación  $b/t$  será menos probable la presencia de esta forma de inestabilidad.

Como consecuencia, los ángulos estudiados en el trabajo están expuestos principalmente a dos formas de inestabilidad, pandeo por flexión y pandeo por flexotorsión; esto lo predice la teoría y lo comprobaron los experimentos; por tanto, en lo que sigue solo se hablará de las dos formas de inestabilidad mencionadas.

Gráficas relación de esbeltez-longitud. En las figs 38 a 43 se muestran gráficas relación de esbeltez-longitud construidas de la siguiente manera: basándose en las ecuaciones 6 y 10, se obtuvieron valores para  $r_{x,T}$  y  $r_T$ , respectivamente; el valor de  $r_y$  es constante y conocido de antemano para cada sección. Las expresiones de  $r_{x,T}$  y  $r_T$  se muestran a continuación:

$$r_{x,T} = \sqrt{\frac{1}{\left(1 - \frac{A x_0^2}{I_p}\right)} \left[ \frac{r_x^2 + r_T^2}{2} - \sqrt{\left(\frac{r_x^2 - r_T^2}{2}\right)^2 + \frac{r_x^2 r_T^2 A x_0^2}{I_p}} \right]}$$

$$r_T = \sqrt{\frac{C_1}{I_p E} + \frac{C l^2}{\pi^2 E I_p}}$$

donde

- $r_y$  radio de giro mínimo de la sección
- $r_x$  radio de giro máximo de la sección
- $l$  longitud efectiva entre apoyos
- $I_p$   $I_x + I_y + A x_0^2$
- $x_0$  distancia del centro de gravedad al centro de cortante  
(fig de la pág 8)

$$C = GJ_{ef} = \frac{Gbl^3}{3}$$

siendo  $b$  la longitud de la línea media de la sección transversal y  $t$  el espesor

$$C_1 = E \int_0^M \int_{-l/2}^{l/2} (\bar{w}_s - w_1 - w_n)^2 dnds$$

que para el caso de la sección en ángulo se reduce a

$$C_1 = \frac{EA^3}{144}$$

- $E$  módulo de elasticidad  
 $A$  área de la sección transversal

Para diferentes valores de  $l$  se calcularon los valores de  $r_{x,T}$  y  $r_T$  y las relaciones de esbeltez  $l/r_{x,T}$ ,  $l/r_T$  y  $l/r_y$

Como se puede ver en las figs 39 e 43, puesto que  $r_y$  es constante,  $\frac{l}{r_y}$  contra  $l$  de una recta, mientras que las parejas de valores de  $(l, \frac{l}{r_{x,T}})$  y  $(l, \frac{l}{r_T})$  producen dos curvas por no ser  $r_{x,T}$  y  $r_T$  función lineal de la longitud.

La curva que contiene valores de  $(l/r_{x,T})$  y la recta se cruzan cuando  $r_{x,T}$  y  $r_y$  son iguales, o sea que para esta longitud, las dos formas de pendeo son posibles, ya sea por flexión o por flexotorsión. En estas gráficas se puede notar que para longitudes menores que la correspondiente al caso en que  $r_{x,T}$  es igual a  $r_y$ , la relación  $l/r_{x,T}$  es mayor que  $l/r_y$  y, por tanto, se presenta la inestabilidad por flexotorsión, mientras que para longitudes mayores,  $l/r_y$  es mayor que  $l/r_{x,T}$ , apareciendo primero el pendeo debido a flexión.

Si se comperan los valores de  $l/r_{x,T}$  con los valores de  $l/r_T$  en el intervalo de flexotorsión, se encuentre que la máxima diferen



cia se localiza donde son posibles el pandeo por flexión y por flexotorsión, siendo en este punto  $l/r_{X,T}$  aproximadamente un cinco por ciento mayor que  $l/r_T$

Tomando en cuenta que  $r_{X,T}$  y  $r_T$  son prácticamente iguales en el intervalo de flexotorsión, se convino en simplificar la proposición teórica, usando la expresión de  $r_T$  que es mucho más sencilla que la expresión de  $r_{X,T}$  para establecer el fenómeno de flexotorsión; naturalmente que esta aproximación implica un error del lado de la inseguridad, pero muy pequeño.

Para establecer los nuevos intervalos que definen el pandeo por flexión o por flexotorsión, se recurre a la igualdad  $r_T = r_Y$

Elevando al cuadrado en ambos lados, y substituyendo el valor de  $r_T$  definido anteriormente, se puede escribir que

$$\frac{C_1}{I_p E} + \frac{C l^2}{\pi^2 E I_p} = r_Y^2 \quad (16)$$

por lo cual

$$l^2 = \frac{\pi^2 E I_p \left( r_Y^2 - \frac{C_1}{I_p E} \right)}{C}$$

Substituyendo los valores de C y  $C_1$ , y sacando raíz cuadrada, queda

$$l_{LIM} = \sqrt{\frac{6 \pi^2 (1 + \nu)}{b t^3} I_p \left( r_Y^2 - \frac{A^3}{144 I_p} \right)} \quad (17)$$

siendo esta ecuación la que define los intervalos de pandeo por flexión y por flexotorsión.

Gráficas para conocer el efecto de las roturas producidas por el doblado. Con objeto de conocer el efecto en la capacidad de carga de compresión, que producen las roturas debidas al doblado en frío para

formar el ángulo, se efectuaron pruebas a ocho ciclos de carga en ángulos de 4" x 1/2", que mostraron ser los más afectados por tal proceso, ya que contienen roturas intermitentes en la unión de los lados en toda la longitud (Fig 14)

Antes de probar el espécimen, se identificaron todas sus roturas, anotando forma y dimensiones de las mismas. Se aplicó carga hasta producir pandeo, y se registraron las lecturas de deformación en instantes convenientes. Para completar el primer ciclo, se descargó el espécimen aproximadamente con la misma velocidad de carga.

Los otros siete ciclos se ejecutaron de manera semejante y entre cada dos ciclos se observaron las grietas o roturas. Después del octavo ciclo, las roturas no mostraron ninguna alteración con respecto al momento de iniciarse el primer ciclo.

Las gráficas de las figs 44 a 46 muestran el comportamiento en los ocho ciclos de carga; en ellas se ve que la carga crítica fue prácticamente la misma en todos los ciclos. Las curvas en todos los casos son parecidas, y el hecho de que no coincidan se debe a que en la descarga de cada ciclo la pieza sufrió ligeros acomodamientos, lo que originó modificación no visible, en algunos casos a favor y en otros en contra del centrado. La carga experimental en cualquiera de los ocho ciclos no difiere en más de un cinco por ciento de la carga teórica.

Se concluye que en las piezas cuya inestabilidad se presenta dentro del rango elástico (ecuación 13), las roturas longitudinales no tienen ninguna importancia práctica en la capacidad de carga.

Sin embargo si la sollicitación de carga no es longitudinal o si se está fuera del rango elástico o bien si se presenta corrosión fatiga; las roturas pueden tener importancia en la capacidad de la pieza.

## 4. FLEXION

4.1 Estudio teórico

Ecuaciones de la teoría de la flexión. Cuando una viga se somete a la acción de momentos en sus extremos provocando flexión y su sección transversal presenta un eje de simetría perpendicular al plano donde actúan los momentos (caso de los perfiles que se estudian), el momento crítico que produce inestabilidad se puede expresar como<sup>4,5</sup>

$$(M_1)_{cr} = \frac{\pi}{l} \sqrt{EI_Y C + EI_Y C_1 \pi^2 / l^2} \quad (18)$$

donde

E	módulo de elasticidad
$I_Y$	momento de inercia mínimo
C	constante de torsión, definida en el capítulo anterior
$C_1$	rigidez al alabeo, definida por la ecuación 20
$l$	longitud entre apoyos

El primer término dentro del radical representa la oposición de la pieza al pandeo por medio de su resistencia a la torsión, y el segundo, la oposición de los patines a flexionarse lateralmente.

Los especímenes con que se estudió el comportamiento de las canales a flexión tenían cargas concentradas a  $l/5$  de sus extremos, las que producen un tramo central sometido a flexión pura; la ley de variación de momentos en este caso no es la que se obtiene al aplicar los momentos en los extremos, siendo necesario modificar la ecuación 18. Incorporando en ella los cambios para tomar en cuenta la diferencia de la ley de variación de los momentos, el efecto desfavorable de la carga aplicada en el patín superior o la acción aliviadora de las cargas aplicadas en el patín inferior, y las condiciones de apoyo, la ecuación a que se

llega se expresa como

$$M_{cr} = \frac{C_4}{\ell} \sqrt{EI_Y C} \quad (19)$$

donde  $C_4$  representa una constante igual a

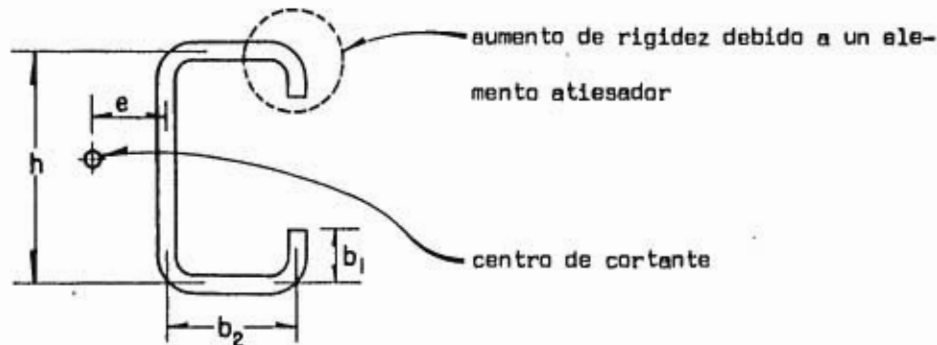
$$C_4 = \frac{C_2 \pi}{K} \left[ \sqrt{1 + \frac{\pi^2}{(K \ell)^2} \frac{C_1}{C} (C_3^2 + 1)} \pm \frac{C_3 \pi}{K \ell} \sqrt{\frac{C_1}{C}} \right]$$

El signo menos corresponde al caso en que las cargas se aplican en el patín superior, que fue precisamente la forma en que se desarrollaron las pruebas. Para una viga simplemente apoyada con cargas aplicadas a los quintos del claro, las constantes  $C_2$ ,  $C_3$  y  $k$  toman los valores siguientes

$$K = 1.0; C_2 = 1.03; C_3 = 0.42$$

Finalmente, para conocer el esfuerzo crítico teórico basta dividir la expresión de  $M_{cr}$  dada por la ecuación 19 entre el módulo de sección respecto al eje de simetría.

Efecto de atiesar el patín en compresión. El patín de compresión puede atiesarse como indica esta figura:



Obviamente, al aumentar la rigidez del patín aumenta la resistencia de la sección a torcerse, también crece su resistencia a la flexión lateral proporcionada por los patines, siendo el efecto de esta última mucho más notable. En los perfiles ensayados se encontraron valo-

res de  $C_1$  para las canales con los dos patines atiesados de 2 a 10 veces mayores que los de canales con patines sin atiesar, confirmando el importante aumento en capacidad que se obtiene cuando los patines se atiesan.

El valor de  $C_1$  de acuerdo con las dimensiones de la figura de arriba se puede expresar como

$$C_1 = EC\omega \quad (20)$$

donde

$$\begin{aligned} C\omega = & \int_0^{b_1} \left[ \bar{\omega}_s - (b_2 + e)S \right]^2 t dS + \int_{b_1}^{b_1+b_2} \left( \bar{\omega}_s + \frac{h}{2} b_1 - b_2 b_1 - e b_1 - \frac{h}{2} S \right)^2 t dS + \\ & + \int_{b_1+b_2}^{b_1+b_2+h} \left( \bar{\omega}_s - b_2 b_1 - 2eb_1 - \frac{h}{2} b_2 - eb_2 + Se \right)^2 t dS + \\ & + \int_{b_1+b_2+h}^{b_1+2b_2+h} \left[ \bar{\omega}_s - b_2 b_1 - e(b_1 - h) - \frac{h}{2} b_1 + \frac{h^2}{2} - \frac{h}{2} S \right]^2 t dS + \\ & + \int_{b_1+2b_2+h}^{2b_1+2b_2+h} \left[ \bar{\omega}_s + e(2h + 2b_2) + 2b_2^2 - (b_2 + e)S \right]^2 t dS \end{aligned}$$

la constante  $\bar{\omega}_s$  puede ser expresada en la forma siguiente:

$$\bar{\omega}_s = \frac{1}{2b_1 + 2b_2 + h} \left[ hb_2^2 + 2b_2^2 b_1 + 2b_2 b_1 h - 2b_2 b_1^2 - e h b_1 + \frac{e b_1^2}{2} + \frac{h^2}{2} b_2 - \right. \\ \left. - e b_2 h - \frac{e h^2}{2} \right]$$

$$e = \frac{b_2 (2h^2 b_1 + h^2 b_2 - 2b_1^3)}{4I} \quad (21)$$

## 4.2 Estudio experimental

### 4.2.1 Descripción general de ensayos

Para conocer el comportamiento a flexión, se realizaron pruebas en canales de tres peraltes distintos, con patines atiesados y sin ellos.

El sistema de prueba consistió en una viga (cuya sección transversal es un canal), simplemente apoyada en los extremos, con dos cargas concentradas aplicadas a un quinto del claro desde cada extremo (figa 47 y 48). Las vigas tienen unas placas transversales en los extremos y en los puntos de aplicación de las cargas, que sobresalen respecto a la espalda del canal, con la finalidad de aplicar las cargas en el plano que contiene al centro de cortante, provocando flexión simple. Las dimensiones de los canales ensayados aparecen en la tabla 2. Todos los canales probados fueron instrumentados con siete medidores eléctricos de deformación, tres de ellos localizados en el centro del claro y cuatro en una sección intermedia entre el centro del claro y una de las cargas concentradas; además se instaló un micrómetro de 0.01 mm de aproximación a la mitad del claro para registrar los desplazamientos correspondientes a los valores de carga.

Las cargas se aplicaron por medio de gatos hidráulicos, a través de unas cápsulas previamente calibradas, fijas a un marco de carga (figs 47 y 48). Para localizar el punto de aplicación de las cargas, se determinó el centro de cortante, considerando la forma precisa de estos canales doblados en frío, por medio de la ecuación 21.

Con los gatos se aplicó carga a intervalos convenientes, y se hicieron lecturas del puente de Wheatstone para los siete medidores

eléctricos, y del micrómetro.

#### 4.2.2 Ensayo de canales con patín de compresión atiesado y sin él

En todas las canales se alcanzó la inestabilidad como combinación de flexión en el plano de la viga y flexión fuera de este plano (pandeo lateral).

Siempre se presentó primero flexión en el plano de la viga y después el pandeo lateral; este último, para esfuerzos menores que el límite elástico cuando la relación entre la longitud de la pieza y el ancho del patín ( $l/b'$ ) fue grande; para relaciones ( $l/b'$ ) bajas, el pandeo lateral se presentó una vez iniciada la fluencia. En las canales con los patines atiesados se encontró una mayor resistencia al fenómeno del pandeo lateral, como era de esperarse.

La conclusión más importante obtenida de estas pruebas es el hecho de que si al plano de cargas se le da un pequeño desplazamiento con respecto al plano que contiene el centro de cortante, la capacidad de la pieza baja notablemente y solo para pequeñas relaciones de ( $l/b'$ ) este hecho careció de importancia.

#### 4.2.3 Estudios de los resultados de las pruebas de flexión

Se llevaron a cabo los siguientes:

- a) Determinación del módulo de elasticidad
- b) Gráficas momento-deflexión en el centro del claro
- c) Comparación de esfuerzos y momentos teóricos con los experimentales

Determinación del módulo de elasticidad. La teoría de la

flexión simple en vigas establece que el desplazamiento en el centro de una viga libremente apoyada y con cargas aplicadas a los quintos del claro, está dada por

$$\Delta = \frac{71}{3000} \frac{Pl^3}{EI}$$

despejando el módulo de elasticidad, se puede escribir que

$$E = \frac{71}{3000} \frac{Pl^3}{\Delta I}$$

Utilizando en la ecuación anterior los valores de los desplazamientos obtenidos con las lecturas del micrómetro y sus correspondientes cargas, se calculó el módulo de elasticidad para cada espécimen ensayado.

El promedio obtenido de los módulos de elasticidad de cada espécimen determinó el módulo de elasticidad en flexión. La magnitud de este módulo resultó ser aproximadamente  $2.0 \times 10^6$  kg/cm<sup>2</sup>, valor muy cercano a los obtenidos en tensión y compresión.

Gráficas momento-deflexión en el centro del claro. Los desplazamientos fueron determinados de acuerdo con las lecturas obtenidas del micrómetro; asociando estos valores a sus momentos correspondientes producidos por la aplicación de la carga, se formaron parejas de valores que definieron las curvas mostradas en las figs 49 a 51.

La capacidad de las canales con patines atiesados es mucho mayor respecto a las canales sin patines atiesados, como se muestra en la fig 50, en la que aparecen unas curvas para canales de 6" con 475 cm de longitud con patines atiesados y sin ellos; se ve que la capacidad de la canal con patines atiesados es aproximadamente el doble de la de la canal sin patines atiesados. Aun considerando lo anterior, no se recomienda usar estos perfiles a flexión sin un buen sistema de contrapandeo lateral.



Comparación de esfuerzos y momentos teóricos con los experimentales. En la tabla 3, están anotados los esfuerzos y momentos teóricos obtenidos a partir de la ecuación 19, y los esfuerzos y momentos proporcionados por los experimentos, incluyendo canales con patines atiesados y sin ellos.

De la misma tabla se puede concluir que la ecuación 19 es perfectamente aplicable a este tipo de perfiles doblados en frío, considerando que algunas constantes, como  $C_w$ , toman diferentes valores según que los patines estén atiesados o no; el hecho de atiesar los patines implica aumentar principalmente la constante  $C_w$ , o sea dar más resistencia a la flexión de los patines.

La tabla 4 muestra que existe distribución uniforme de esfuerzos en todo el patín de compresión, así como en el de tensión, confirmando además la flexión pura entre las cargas, tal como lo establece la estática; también están allí anotados los esfuerzos dados por

$$\sigma = \frac{MC_o}{I}$$

Aunque esta fórmula no es muy aplicable por invalidarse algunas de sus hipótesis de partida, concuerda bastante bien con los experimentos hasta antes de la iniciación del pandeo lateral.

## 5. TORSION

### 5.1 Estudio teórico

Ecuaciones de la teoría de la torsión. Cuando una pieza queda sujeta a momentos en los extremos, contenidos en planos perpendiculares al eje de la misma, y además sus secciones extremas están libres

para desplazarse longitudinalmente permitiéndose alabeo libre, se presenta el caso de torsión pura.

De acuerdo con la teoría de Saint-Venant, que supone que el plano de la sección transversal permanece sin distorsión en su mismo plano, y que todas las secciones transversales se alabean de la misma manera, o sea que la distancia entre dos secciones cualquiera es la misma para todos los puntos de la sección, el ángulo de torsión por unidad de longitud puede ser expresado como<sup>4,7</sup>

$$\theta = \frac{M_t}{C} \quad (22)$$

donde

$M_t$  momento torsionante aplicado  
 $C$  rigidez torsional de la pieza

Para una sección transversal abierta de pared delgada, la rigidez torsional  $C$  puede ser expresada como

$$C = GJ_{ef}$$

siendo, como antes,  $G$  el módulo de elasticidad al cortante,  $J = 1/3 bt^3$  en la que  $b$  es la longitud de la línea media de la sección transversal y  $t$  es el espesor.

En secciones transversales abiertas de pared delgada, se puede suponer, con suficiente aproximación, que los esfuerzos cortantes en cualquier punto son paralelos a la correspondiente tangente a la línea media, y son proporcionales a la distancia desde esta línea; estos esfuerzos pueden expresarse como<sup>7</sup>

$$\tau_t = \frac{3M_t}{bt^2} \quad (23)$$

en las que  $M_t$ ,  $b$  y  $t$  tienen el mismo significado recién mencionado.

## 5.2 Estudio experimental

### 5.2.1 Descripción general de ensayos

Se ensayaron a torsión pura ángulos de 4" x 1/4" de diferentes longitudes; estos ángulos fueron instrumentados con deformímetros eléctricos del tipo roseta para medir deformaciones unitarias.

Las rosetas consisten en tres brazos con una resistencia eléctrica en cada uno de ellos, capaces de registrar en el puente de Wheatstone las deformaciones lineales unitarias de cada dirección. Para las rosetas utilizadas en estos ensayos los ángulos entre los brazos son de 45°; las rosetas fueron adheridas a la sección, de manera que el brazo central quedara contenido en un plano perpendicular al eje longitudinal, para que los otros dos brazos resultaran orientados en las direcciones principales de deformación lineal unitaria (fig 52).

Para aplicar torsión pura se diseñó para estos perfiles un dispositivo constituido como sigue:

Una barra circular hueca es acoplada en una chumacera que está fija en una losa (fig 53); se hace girar la barra mediante un marco de carga que le aplica un momento torsionante; esta barra tiene soldada en un extremo una placa circular, la cual es atornillada a otra placa circular ranurada, de dimensiones un poco mayores que las de la sección transversal del ángulo, y que sirve para apoyar un extremo; el otro extremo del ángulo también entra en una placa ranurada fija, de manera que las dos secciones extremas quedan en libertad de desplazarse longitudinalmente; el eje de la barra hueca se hace coincidir con el centro de cortante de-

finido anteriormente como la intersección de las líneas media de los lados; además el dispositivo contó con medidores para registrar los giros de algunas secciones.

El momento torsionante fue aplicado por el marco de carga en forma discontinua, pero a intervalos adecuados para definir la fluencia; para cada intervalo se efectuaron lecturas en los tres brazos de la roseta y en los medidores que registren los giros. Las figs 54 y 55 indican algunos estados de deformación presentados en las pruebas.

#### 5.2.2 Estudios de los resultados de las pruebas

Se hicieron los siguientes:

- a) Gráficas esfuerzo cortante-deformación angular unitaria
- b) Comparación entre giros teóricos y experimentales

Gráficas esfuerzo cortante-deformación angular unitaria.

De las lecturas de deformación lineal unitaria que proporcionó el puente de Wheatstone, se vio que el brazo central contenido en un plano perpendicular el eje longitudinal no tuvo deformaciones, solo hubo deformaciones iguales y de signo contrario, en los otros dos brazos. Al construir el círculo de Mohr para deformaciones con roseta, tomando en cuenta que en el brazo central  $\epsilon_3 = 0$  y que en los otros dos brazos  $\epsilon_1 = -\epsilon_2$ , se encontró que la deformación angular unitaria máxima puede ser expresada como<sup>B</sup>

$$\gamma = \epsilon_1 - \epsilon_2$$

y considerando que  $\epsilon_1 = -\epsilon_2$

$$\gamma = 2|\epsilon_1| = 2|\epsilon_2|$$

Esta deformación angular unitaria máxima fue tomada como abscisa en las curvas. Los esfuerzos cortantes fueron calculados por medio de la ecuación 23, substituyendo los valores de  $M_t$  aplicados durante el ensaye; estos esfuerzos se consideraron como ordenadas, las gráficas se muestran en las figs 56, 57 y 58, que corresponden a ángulos de  $4" \times 1/4"$  de 22, 32 y 70 cm de longitud, respectivamente.

Todas las curvas esfuerzo cortante-deformación angular presentan un tramo recto elástico y luego un tramo de fluencia redondeada; la relación entre el esfuerzo cortante en el límite de proporcionalidad y el esfuerzo de fluencia se redujo respecto a las correspondientes relaciones encontradas en las pruebas de tensión y compresión, lo que indica que las propiedades mecánicas del material sufren modificación en el plano del doblado en frío, es decir, que el comportamiento a torsión de los ángulos resulta afectado por dicha operación. Por concepto del doblado en frío y del laminado de la placa, los esfuerzos residuales en torsión son del orden del 35 por ciento del esfuerzo cortante de fluencia.

El valor del módulo de elasticidad al cortante, encontrado con las curvas esfuerzo cortante-deformación angular unitaria, está de acuerdo con los módulos de elasticidad en tensión y compresión por medio de la siguiente ecuación:

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)}$$

En la tabla 6 se consignan los valores del módulo de elasticidad al cortante, esfuerzo cortante de proporcionalidad y esfuerzo cortante de fluencia para  $\nu$  igual a 0.3.

Comparación entre giros teóricos y experimentales. La ta-

bla 5 muestra una comparación entre los giros teóricos obtenidos mediante la ecuación 22 y los giros medidos directamente en los experimentos. La comparación se muestra para ángulos de 4" x 1/4" de 22, 32 y 70 cm de longitud. En los ángulos de 70 cm el porcentaje de error es pequeño, lo que implica una buena concordancia entre la teoría y los experimentos; en los ángulos de 22 y 32 cm, el porcentaje de error es mayor que en los de 70, lo que se debe posiblemente a que para estas longitudes las condiciones de apoyo presentan una tendencia mayor a modificar los resultados. Sin embargo, se puede concluir que las ecuaciones 22 y 23 pueden perfectamente regir el comportamiento a torsión en estos perfiles doblados en frío.

## 6. RECOMENDACIONES DE DISEÑO

### 6.1 Ángulos sujetos a tensión

El esfuerzo que se presenta en un ángulo sujeto a una carga de tensión, se expresará como

$$\sigma = \frac{P}{A}$$

donde P es la carga total que actúa en la sección transversal y A es el área de la misma.

El esfuerzo permisible estará dado por

$$\sigma_{perm} = 0.6 \sigma_y$$

donde  $\sigma_y$  es el esfuerzo de fluencia promedio obtenido de las gráficas esfuerzo-deformación, consignado en la tabla 6.

Para que una pieza esté adecuadamente diseñada para ten-

sión, es necesario que el esfuerzo actuante sea menor o cuando mucho igual que el permisible, lo que se representa como

$$\sigma \leq \sigma_{perm}$$

### 6.2 Angulos sujetos a compresión

Cuando una sección transversal determinada va a quedar sujeta a compresión, se procederá en la forma siguiente:

Se calculará la longitud límite por medio de la expresión

$$l_{LIM} = \sqrt{\frac{r_Y^2 - \frac{C_1}{EI_p}}{C} \pi^2 I_p E}$$

donde

$r_Y$  = radio de giro mínimo

$C_1 = EA^3/144$

$I_p = I_x + I_y + A X_o^2$

$C = G J_{ef}$

$E$  = módulo de elasticidad

$A$  = área de la sección transversal

$I_x$  = momento de inercia máximo

$I_y$  = Momento de inercia mínimo

$X_o$  = distancia del centro de gravedad al centro de cortante

$J_{ef} = bt^3/3$

$b$  = longitud de la línea media de la sección transversal

$t$  = espesor

$G = E/2 (1 + \nu)$

$\nu$  = relación de Poisson, cuyo valor para estos perfiles es aproximadamente 0.3

sustituyendo algunas de las variables

$$l_{LIM} = \sqrt{\frac{6 \pi^2 (1+\nu)}{b t^3} I_p \left( r_y^2 - \frac{A^3}{144 I_p} \right)}$$

La ecuación anterior establece que mientras no se modifiquen los lados y el espesor de la sección transversal, no cambie  $l_{LIM}$ ; entonces, si se tiene un grupo de columnas de las mismas dimensiones de sección transversal, todas tendrán la misma longitud límite y bastará con aplicar la ecuación anterior una sola vez.

Si la longitud efectiva de pandeo ( $Kl$ ) de la pieza que se está diseñando es mayor que  $l_{LIM}$ , se presentará pandeo por flexión (elástico o inelástico), y se obtendrá el esfuerzo permisible por medio de las siguientes expresiones:

$$\text{Si } \frac{l < Kl}{r_y} \geq C_c \quad (\text{pandeo por flexión elástica})$$

$$\text{se usará } \sigma_{perm} = \frac{\pi^2 E}{1.92 \left( \frac{Kl}{r_y} \right)^2}$$

$$\text{Si } \frac{Kl}{r_y} < C_c \quad (\text{pandeo por flexión inelástica})$$

$$\sigma_{perm} = \frac{1}{CS} \left[ \sigma_y - \frac{(\sigma_y - \sigma_{LP}) \sigma_{LP}}{\pi^2 E} \left( \frac{Kl}{r_y} \right)^2 \right]$$

o si se toma en cuenta que el esfuerzo en el límite de proporcionalidad es aproximadamente el 75 por ciento del esfuerzo de fluencia, es decir,  $\sigma_{LP} = 0.75 \sigma_y$ , la ecuación del esfuerzo permisible se reduce a lo siguiente:

$$\sigma_{perm} = \frac{\sigma_y}{CS} \left[ 1 - \frac{(Kl / r_y)^2}{4.0 C_c^2} \right]$$

donde  $C_c$ , que define los intervalos elástico e inelástico del pandeo,



está dada por

$$C_c = \sqrt{\frac{\pi^2 E}{\sigma_{LP}}}$$

o en función del esfuerzo de fluencia

$$C_c = \sqrt{\frac{\pi^2 E}{0.75 \sigma_y}}$$

El coeficiente de seguridad  $C_S$  se expresa como

$$C_S = \frac{5}{3} + \frac{3(Kl/r_y)}{8C_c} - \frac{(Kl/r_y)^3}{8C_c^3}$$

Si la longitud efectiva de pandeo ( $Kl$ ) de la pieza que se está diseñando es menor que  $l_{LIM}$ , se presentará pandeo por flexotorsión (elástico o inelástico), y se obtendrá el esfuerzo permisible por medio de las siguientes ecuaciones:

$$\text{Si } \frac{Kl}{r_T} \geq C_c \quad (\text{pandeo por flexotorsión elástico})$$

$$\sigma_{perm} = \frac{\pi^2 E}{1.92 (l/r_T)^2}$$

donde

$$r_T^2 = \frac{A^3}{144 I_p} + \frac{b' t^3 (Kl)^2}{6(1+\nu) \pi^2 I_p}$$

$$\text{Si } \frac{Kl}{r_T} \leq C_c \quad (\text{pandeo por flexotorsión inelástica})$$

$$\sigma_{perm} = \frac{1}{C_S} \left[ \sigma_y - \frac{(\sigma_y - \sigma_{LP}) \sigma_{LP}}{\pi^2 E} \left( \frac{Kl}{r_T} \right)^2 \right]$$

Como en el caso de pandeo por flexión en el rango inelástico, si se toma en cuenta que el esfuerzo en el límite de proporcionalidad de acuerdo con los resultados experimentales, es aproximadamente el 75 por ciento del es fuerzo de fluencia, la ecuación del esfuerzo permisible se reduce a

$$\sigma_{\text{perm.}} = \frac{\sigma_y}{CS} \left[ 1.0 - \frac{(Kl/r_T)^2}{4.0 C_c^2} \right]$$

donde  $C_c$  y  $CS$  están dadas por las expresiones definidas anteriormente.

En los miembros que forman parte de armaduras y torres se puede tomar conservadoramente  $K = 1.0$ ; para otros casos, deberán determinarse las longitudes efectivas<sup>1,9</sup>.

Las recomendaciones anteriores son aplicables si las relaciones ancho efectivo-espesor de las placas que constituyen los perfiles no exceden de 20. Para valores de esta relación mayores deberá hacerse un estudio especial o usar las especificaciones del American Iron and Steel Institute (AISI) para perfiles de láminas delgadas dobladas en frío.

### 6.3 Canales sujetas a flexión

Se mencionó en el capítulo de flexión que para que las canales de placa doblada con patinas atiesados y sin ellos sean efectivas para trabajar a flexión, se necesita un adecuado sistema de contrapandeo lateral.

El sistema de contrapandeo tiene por objeto hacer que en las canales se presente flexión sin torsión.

Si el sistema de contrapandeo lateral, es ciento por ciento eficiente el esfuerzo máximo permisible en las fibras extremas de los patines puede aceptarse como el 60 por ciento del esfuerzo de fluencia.

En canales con patines atiesados y sin atiesar que tengan un eje principal normal al plano de cargas, el esfuerzo actuante, que se produce en las fibras extremas, puede ser obtenido como

$$\sigma = \frac{MC_o}{I}$$

donde

- M momento flexionante en la sección
- $C_0$  distancia del eje principal a la fibra más alejada de este eje
- I momento de inercia alrededor del eje principal normal al plano de cargas

Si uno de los ejes principales no es normal al plano de cargas, deberá considerarse flexión alrededor de los dos ejes principales para obtener el esfuerzo que se produce.

Para que la pieza quede diseñada para trabajar a flexión, se debe cumplir que

$$\sigma_{actuante} \leq \sigma_{perm.}$$

El sistema de contrapandeo lateral propuesto tentativamente debe reducir las longitudes efectivas de pandeo de la manera siguiente:

Para canales con dos patines atiesados o únicamente con el patín de compresión atiesado

$$\text{Si } h_1 \leq 6'' \quad \frac{l}{b'} \leq 60$$

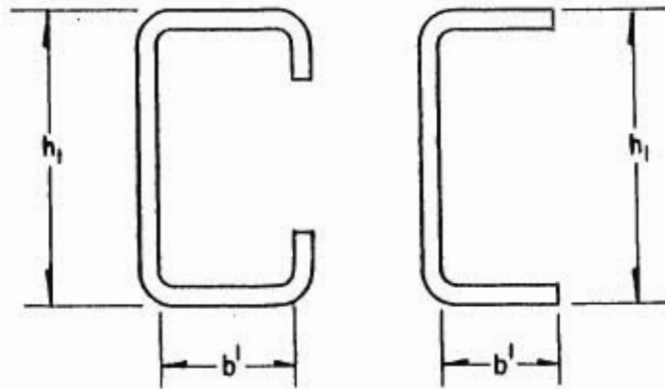
$$\text{Si } h_1 > 6'' \quad \frac{l}{b'} \leq 30$$

Para canales sin patines atiesados

$$\frac{l}{b'} \leq 20 \text{ para cualquier peralte } h_1$$

donde  $l$  es la longitud entre soportes laterales o soportes que impiden el

desplazamiento lateral;  $b'$  y  $h_1$  se indican en la siguiente figura



$b'$  se considera como ancho efectivo del patín

#### 6.4 Propiedades estructurales recomendables

La tabla 6 resume las propiedades estructurales que se recomiendan para tensión, compresión, flexión y torsión, para los perfiles estudiados.

#### 7. REFERENCIAS

1. McGuire, W., "Steel Structures", Prentice Hall, Inc. (1963)
2. Karren, K. W. y Winter, G., "Effects of cold forming light-gage steel members". Informe n° 318, Department of Structural Engineering School of Civil Engineering, Cornell University, Nueva York (Jun, 1965)
3. Timoshenko, S. P., "Resistencia de materiales", Vol II, Espasa-Calpe, S. A., Madrid (1945)
4. Timoshenko, S. P. y Gere, J. M., "Theory of elastic stability", 2a ed. McGraw Hill Book Co., Nueva York (1961)

5. Bleich, F., "Buckling strength of metal structures", McGraw Hill Book Co., Nueva York (1952)
6. De Buen, D., "Pandeo lateral de vigas de acero", Revista Ingeniería, Vol XXXIII, México (oct, 1963)
7. Den Hartog, J. P., "Advanced strength of materials", McGraw Hill Book Co., Nueva York (1952)
8. Timoshenko, S. P. y Goodier, J. N., "Theory of elasticity" 2a ed. McGraw Hill Book Co., Nueva York (1951)
9. De Buen, D., "Columnas de acero cargadas axialmente", Revista Ingeniería, Vol XXXIII, México (abr, 1963)

Tabla 1. Propiedades estructurales. Tensión y compresión

TIPO DE PRUEBA	Módulo de Elasticidad E (kg/cm <sup>2</sup> )	Límite de proporcionalidad	Esfuerzo de Fluencia (kg/cm <sup>2</sup> )	Esfuerzo Máximo	Esfuerzo de Ruptura	% de Elongación en 2"	% de reducción en la sección transversal
Tensión (en probetas extraídas de placa)	1,934,469	3170	3973	5897	5423	24.53	40.77
Tensión (en probetas extraídas de los extremos del ángulo)	1,999,500	4003	4205	6000	----	25.93	50.18
Tensión (en probetas extraídas de la curva del ángulo)	2,042,500	3450	5175	7225	----	26.96	35.62
Tensión (en ángulos completos)	2,317,000	3200	4410	6031	4052	30.75	24.16
Compresión (en ángulos completos)	2,110,359	3136	4002	----	----	----	----

Tabla 2. Dimensiones en canales. Flexión

ESPECIMEN *	PERALTE NOMINAL (pulgadas)	$h_o$ ( cm )	$b_o$ ( cm )	$a_1$ ( cm )	$t$ ( cm )	RADIO INTERIOR ( cm )
C 4 - 235	4	6.450	2.500	0	0.715	0.4003
C 4 - 355	4	6.400	2.450	0	0.692	0.4944
C 6 - 235	6	11.450	3.000	0	0.685	0.6672
C 6 - 475	6	11.400	2.975	0	0.640	0.5499
C 8 - 235	8	15.400	3.425	0	0.818	0.8627
C 8 - 355	8	15.550	3.275	0	0.818	0.9423
C 4 - 475	4	11.140	3.415	2.1710	0.355	0.4948
C 6 - 475	6	13.112	4.370	2.1310	0.476	0.4216
C 8 - 475	8	13.322	5.742	3.2605	0.529	0.4046

\* Las dimensiones mostradas en la tabla corresponden a las indicadas en la figura

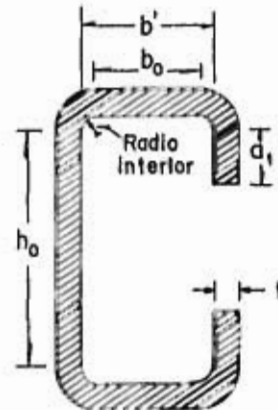


Tabla 3. Flexión en canales

SECCION			ESFUERZOS		MOMENTOS	
PERALTE (pulg)	LONGITUD (cm)	MODULO (cm <sup>3</sup> )	CRITICO- TEORICO (kg/cm <sup>2</sup> )	CRITICO- EXPERIMENTAL (kg/cm <sup>2</sup> )	CRITICO TEORICO ec 19 (kg-m)	EXPERIMENTAL (kg-m)
4	235	30.9908	3501.002	3017.616	1007.430	940.000
4	355	30.2758	2206.576	1970.090	692.261	560.000
6	235	62.7553	2469.905	2657.176	1550.046	1000.000
6	475	59.5927	1220.050	1307.040	727.536	760.000
8	235	121.3914	2702.597	3391.111	3200.450	4230.000
8	355	122.5737	1700.311	2297.760	2145.420	2343.000
CON PATINES ATIESADOS						
4	475	24.314	1336.104	1790.455	324.079	300.000
6	475	63.540	1415.214	2221.290	099.239	1425.000
8	475	120.464	2490.626	2425.522	3199.562	2050.000



Tabla 4. Flexión en canales

Carga P (kg)	Esfuerzo Teórico, $\frac{MC_o}{I}$ (kg/cm <sup>2</sup> )	* ESFUERZOS EXPERIMENTALES (kg/cm <sup>2</sup> )						
		1	2	3	4	5	6	7
C A N A L D E 4" x 235 cm								
500	750.209	917.96	954.76	891.90	057.34	055.17	859.50	300.93
1000	1516.579	1812.10	1931.10	1760.00	1630.00	1690.06	1701.69	597.54
1500	2274.060	2727.90	2953.06	2682.43	2487.58	2474.59	2507.07	863.83
2000	3033.150	3702.15	4091.05	3650.05	3204.30	3234.51	3275.64	1095.49
C A N A L D E 4" x 355 cm								
200	469.021	545.60	552.07	547.74	545.53	543.41	545.17	220.83
400	938.042	1070.20	1036.83	1069.51	1067.34	1076.00	1067.34	450.32
600	1407.064	1571.00	1556.63	1532.02	1563.13	1595.60	1606.43	909.30
800	1876.085	2056.00	1970.15	1805.71	2120.19	2219.12	2290.57	1034.87
C A N A L D E 6" x 235 cm								
1000	740.940	792.39	816.20	749.09	796.72	801.05	803.21	536.92
2000	1497.881	1602.10	1609.59	1485.19	1536.94	1506.43	1625.91	1095.49
3000	2246.822	2396.65	2325.21	2130.36	2409.64	2483.25	2511.40	1721.17
4000	2995.762	3011.51	2643.46	2316.55	3373.07	3503.07	3620.54	2600.16
C A N A L D E 6" x 475 cm								
200	310.830	361.50	346.40	350.73	357.22	370.21	359.39	227.32
400	637.661	712.30	705.79	710.12	714.55	729.60	712.20	441.66
600	956.492	1039.20	1020.37	1039.20	1039.20	1065.10	1032.70	630.67
800	1275.323	1385.60	1374.77	1400.75	1392.09	1415.91	1369.20	837.85
C A N A L D E 8" x 235 cm								
1000	307.177	634.34	740.43	703.73	339.90	257.63	222.99	322.50
2000	774.354	1017.55	1127.96	1175.59	705.79	610.53	591.04	591.04
3000	1161.532	1411.50	1513.33	1509.11	1093.32	976.41	967.75	876.02
4000	1548.709	1816.43	1903.03	1990.29	1476.53	1355.29	1359.62	1150.27
6000	1935.886	2210.46	2201.91	2407.48	1864.06	1732.00	1730.49	1454.80
6000	2323.064	2595.83	2645.63	2799.34	2240.77	2106.54	2106.54	1742.82
7000	2710.241	2907.70	2992.03	3202.03	2628.31	2500.57	2490.41	2039.43
8000	3097.418	3342.76	3279.97	3550.60	3033.16	2914.09	2907.59	2355.52
C A N A L D E 8" x 355 cm								
500	209.621	307.50	440.15	274.95	359.39	355.06	409.10	207.84
1000	579.243	723.10	844.35	630.67	692.00	697.13	744.76	433.00
1500	868.065	1037.00	1160.44	917.96	1015.30	1019.71	1006.83	651.61
2000	1150.486	1350.90	1480.86	1214.56	1331.47	1353.12	1405.08	878.99
2500	1440.108	1697.30	1860.39	1545.01	1625.91	1630.90	1703.85	1098.99
3000	1737.729	2190.90	2537.30	2165.00	1833.00	1777.46	1866.23	1160.44

Tabla 4. (continuación)

Carga P (kg)	Esfuerzo Teórico, $MC_o/I$ (kg/cm <sup>2</sup> )	* ESFUERZOS EXPERIMENTALES (kg/cm <sup>2</sup> )						
		1	2	3	4	5	6	7
<b>CANALES CON PATINES ATIESADOS</b>								
DE 4" x 475 cm								
200	701.442	961.26	861.67	859.50	952.60	1000.09	939.61	688.47
400	1562.884	1926.05	1710.35	1734.16	1907.36	2026.44	1905.20	1437.56
600	2344.326	3104.61	2576.35	2717.07	3035.33	3273.40	3124.09	2561.19
599	2344.326	3500.91	2684.60	3134.92	3472.66	3916.40	3767.10	3520.95
DE 5" x 475 cm								
500	747.550	777.23	762.00	768.57	759.91	792.39	775.07	591.04
1000	1495.100	1586.94	1547.97	1550.80	1539.31	1612.92	1570.20	1201.57
1500	2242.650	2490.41	2020.60	2136.05	2500.57	2060.62	2695.42	2468.10
DE 8" x 475 cm								
1000	739.505	835.69	844.35	835.69	811.87	814.04	801.05	571.56
2000	1479.011	1706.02	1721.17	1734.16	1643.23	1630.90	1625.91	1147.45
2500	1848.764	2121.70	2015.61	2037.26	2076.23	2145.51	2121.70	1677.87
3000	2218.516	2535.21	2362.01	2379.33	2524.39	2621.81	2537.17	2093.55

\* Los 7 esfuerzos experimentales corresponden a los puntos indicados en la figura

■ Celdas eléctricas de deformación en dirección del eje de la canal

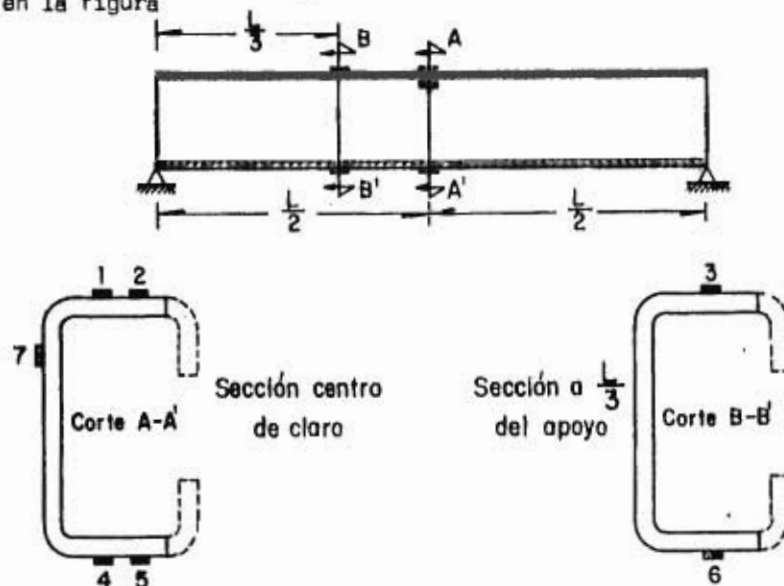


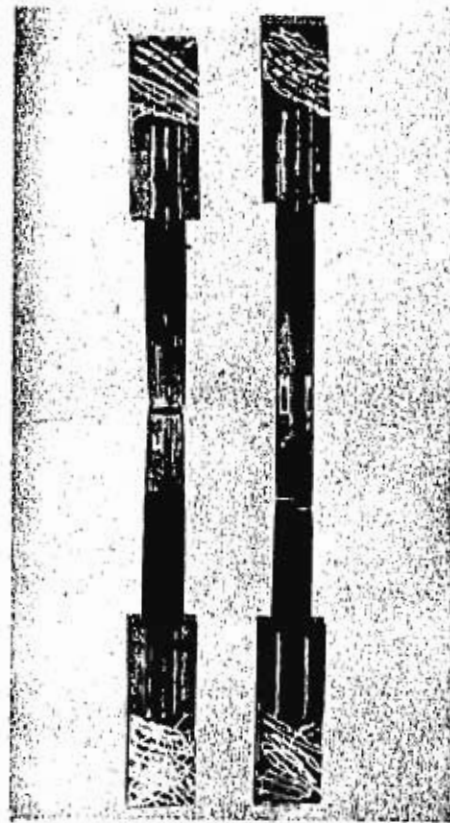
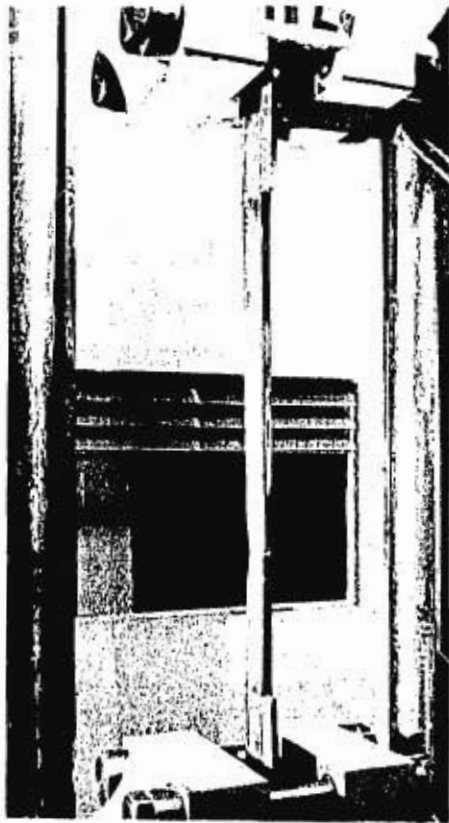
Tabla 5. Giros debidos a la torsión

Angulos de 4" x 1/4 x 22cm			Angulos de 4" x 1/4 x 32 cm			Angulos de 4" x 1/4 x 70 cm		
Giro Teórico	Giro Exp.	% de Error	Giro Teórico	Giro Exp.	% de Error	Giro Teórico	Giro Exp.	% de Error
0° 50'	1° 10'	17	2° 51'	3° 25'	16	1° 01'	0° 50'	22
1° 36'	2° 03'	22	4° 00'	4° 55'	19	3° 06'	3° 07'	0.5
2° 14'	2° 50'	21	5° 09'	6° 17'	18	5° 12'	5° 15'	0.95
2° 56'	3° 35'	18	6° 18'	7° 26'	15	7° 20'	7° 55'	7.5
3° 33'	4° 25'	19.5	7° 27'	8° 55'	16	9° 27'	11° 00'	14
4° 13'	5° 16'	20				11° 30'	13° 40'	16
						13° 35'	15° 57'	14.8
Error Promedio 19.5 %			Error Promedio 17 %			Error Promedio 10.5 %		

Tabla 6. Propiedades estructurales recomendables para tensión, compresión, flexión y torsión, ( $\text{kg/cm}^2$ )

Módulo de elasticidad	Esfuerzo en el límite elástico	Esfuerzo de fluencia	Módulo de elasticidad en cortante	Esfuerzo en el límite elástico en cortante	Esfuerzo de fluencia en cortante
E	$\sigma_{LP}$	$\sigma_y$	G	$\tau_{LP}$	$\tau_y$
2,145 000	3 170	4 200	774 000	2 240	3 000

La tabla anterior es válida para acero doblado en frío, si el acero es AH 55 que fabrica Altos Hornos de México y es doblado de acuerdo a los radios de curvatura de Torres Mexicanas



Angulos de 2" x 1/4"



Probetas extraídas de ángulos de diferentes tamaños

Fig 1 Angulos y probetas sujetas a tensión

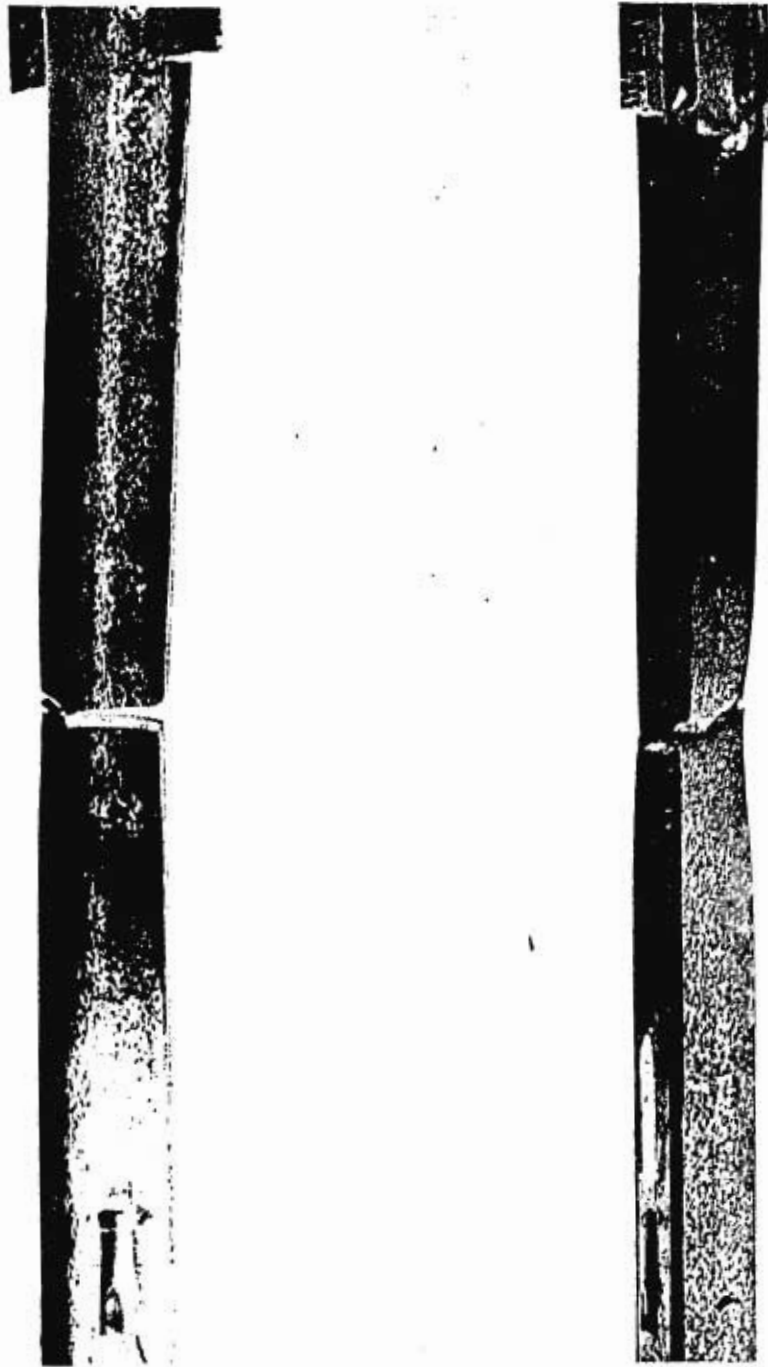


Fig 2 Probetas de ángulos sujetas a tensión

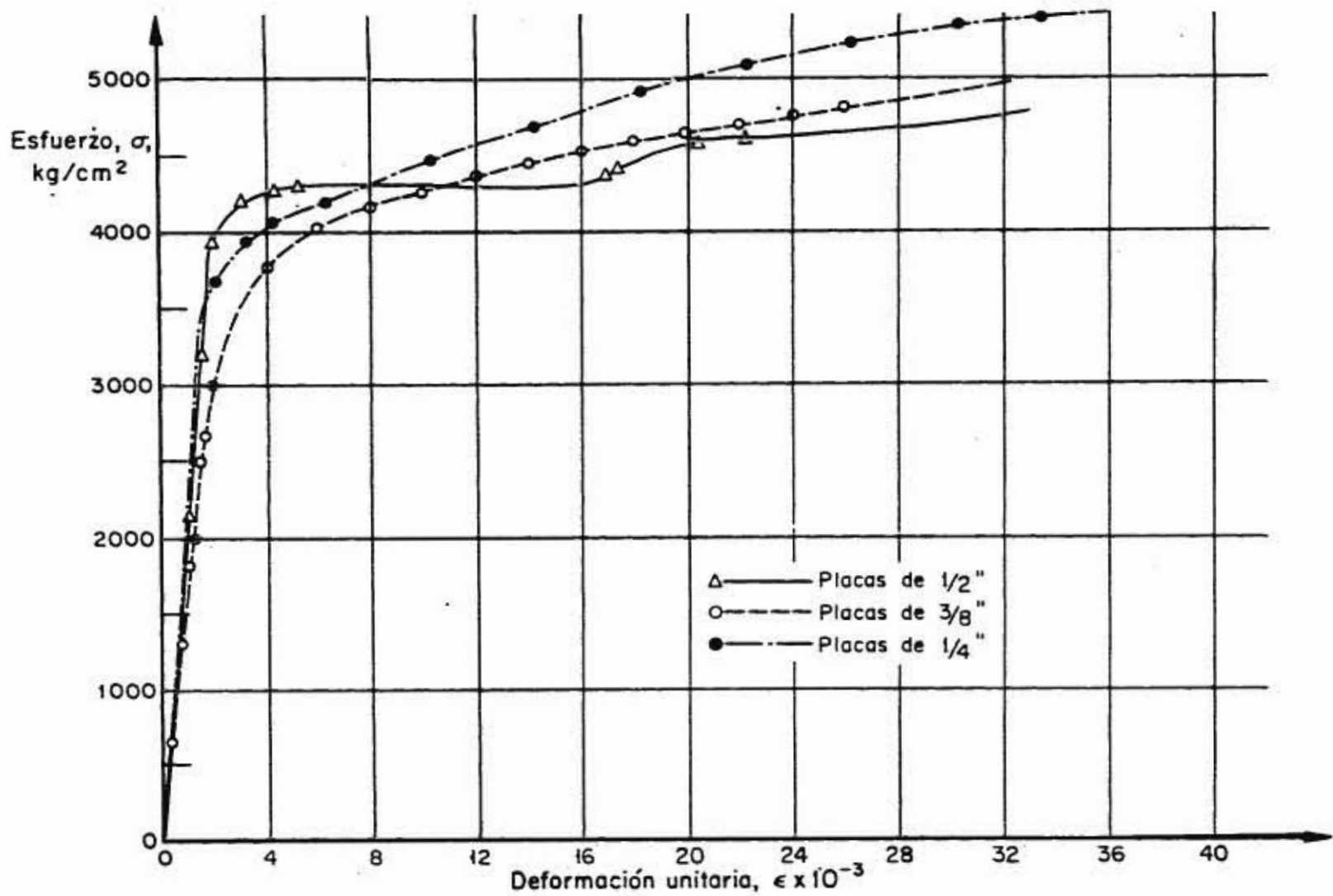


Fig 3 Curvas esfuerzo-deformación longitudinal, en probetas cortadas de placas de diferente espesor, sujetas a tensión

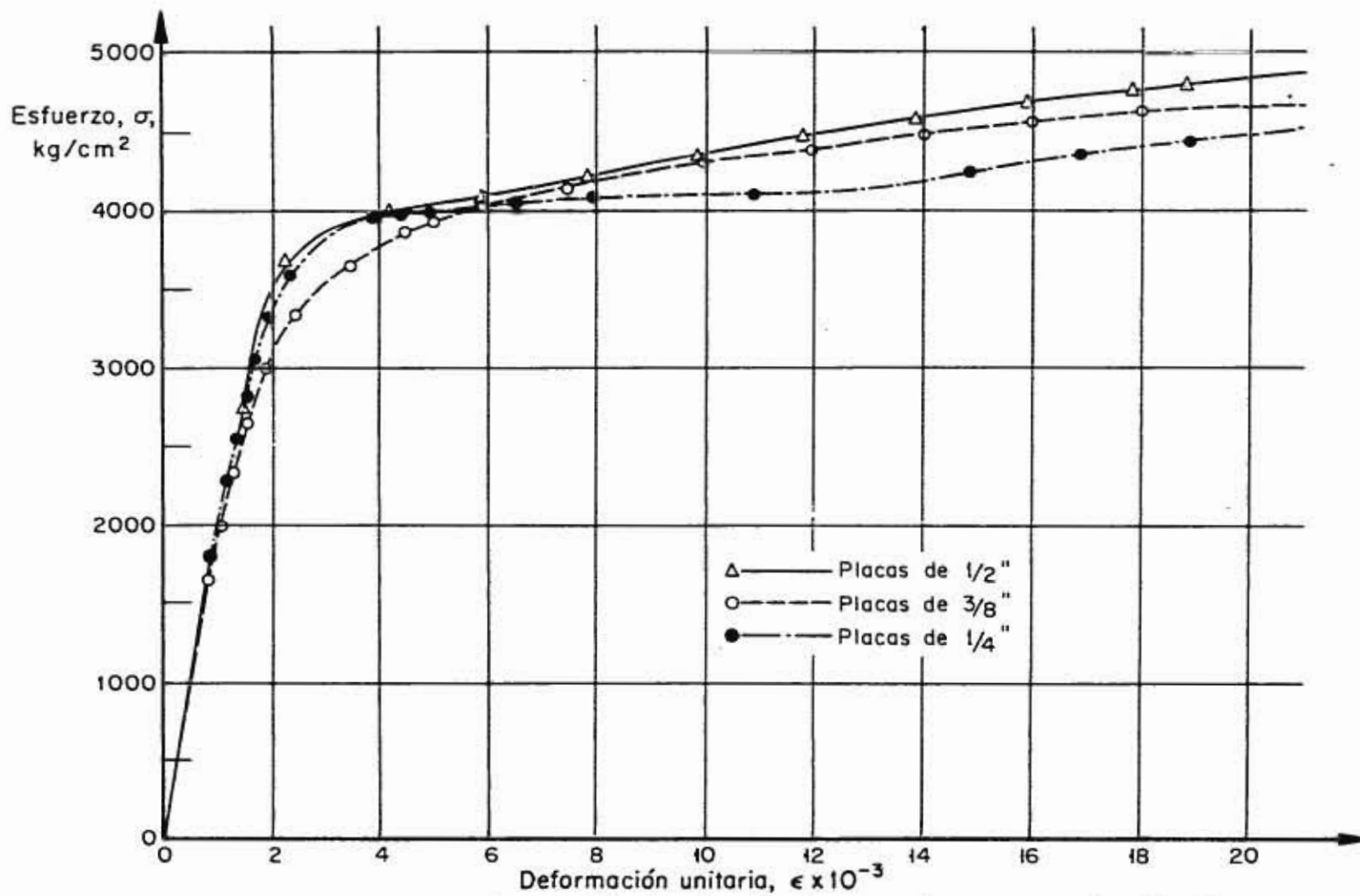


Fig 4 Curvas esfuerzo-deformación longitudinal, en probetas cortadas de placas de diferente espesor, sujetas a tensión

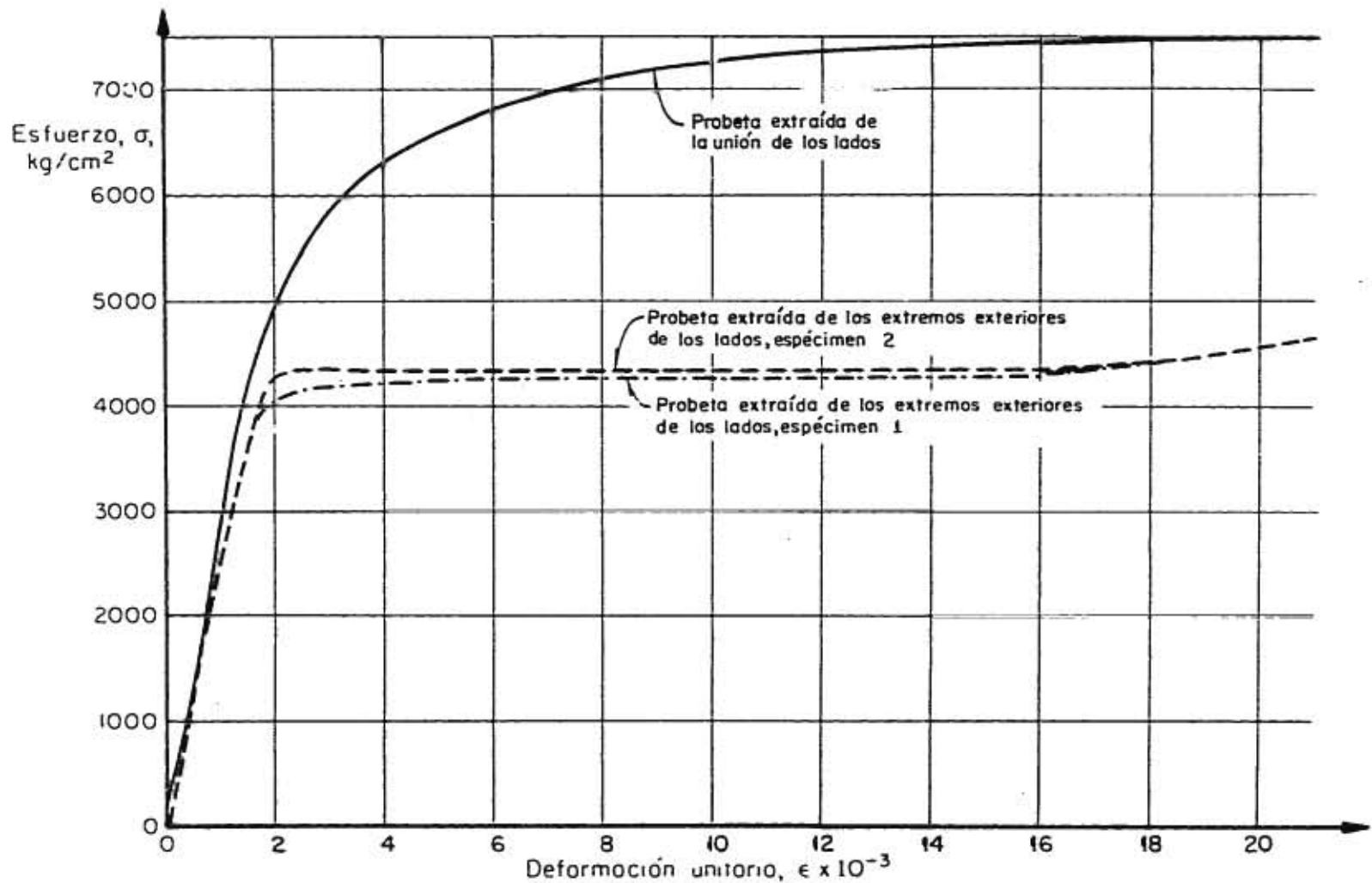


Fig 5 Curvas esfuerzo deformación longitudinal en probetas cortadas de ángulos de 4" x 1/4", sujetas a tensión



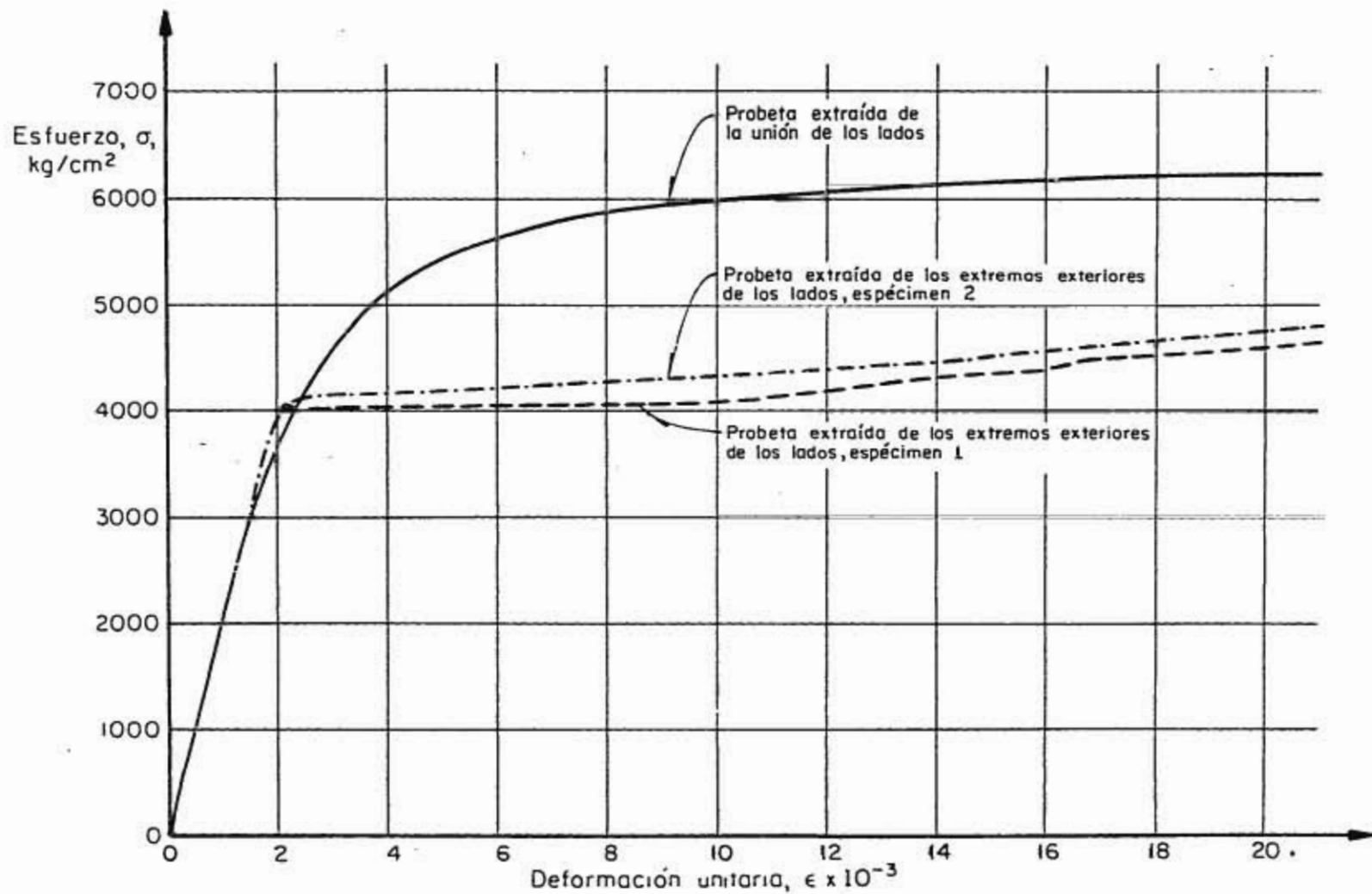


Fig 6 Curvas esfuerzo deformación longitudinal en probetas cortadas de ángulos de 4"x3/8", sujetas a tensión

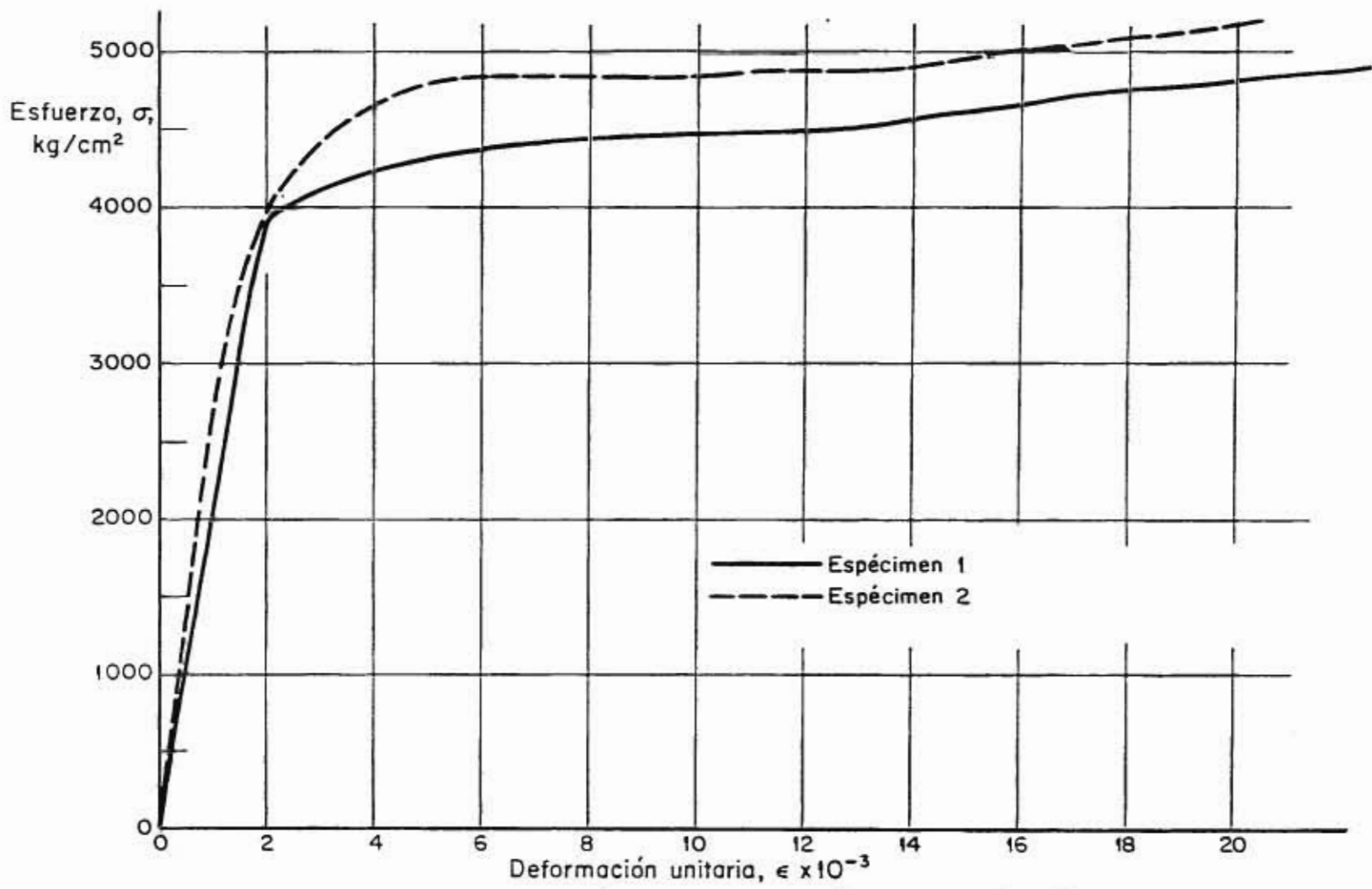


Fig 7 Curvas esfuerzo-deformación longitudinal en ángulos de 2"x1/4" sujetos a tensión

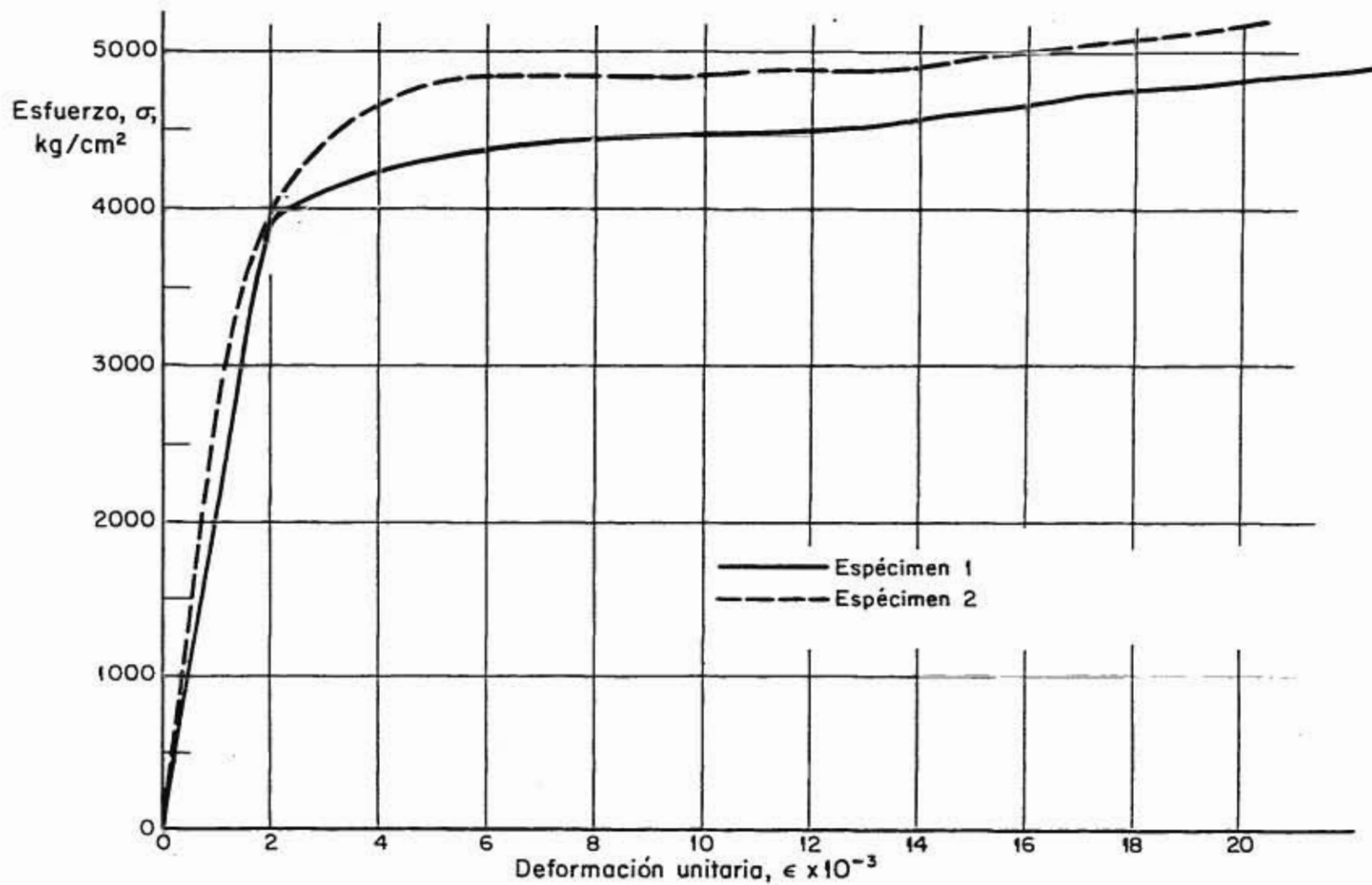


Fig 7 Curvas esfuerzo-deformación longitudinal en ángulos de 2"x1/4" sujetos a tensión

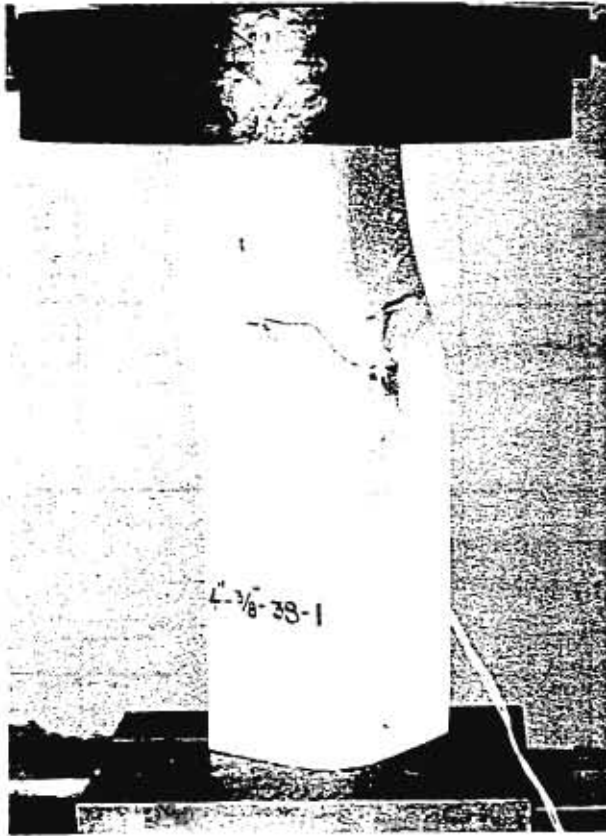


Fig 8 Angulos cortos de 4" sujetos a compresión con pandeo por flexotorsión

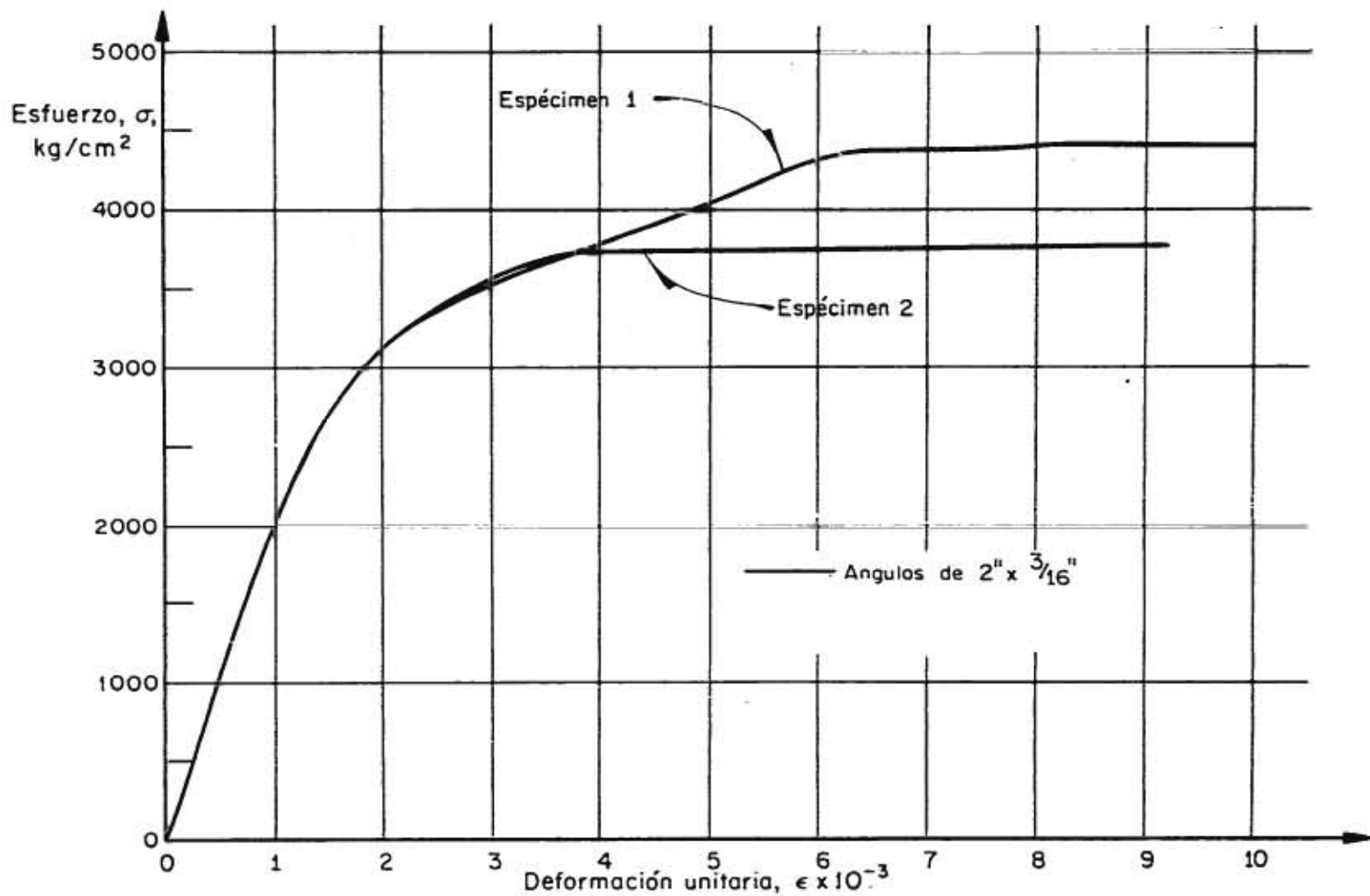


Fig 9 Curvas esfuerzo-deformación longitudinal en ángulos de 2" sujetos a compresión

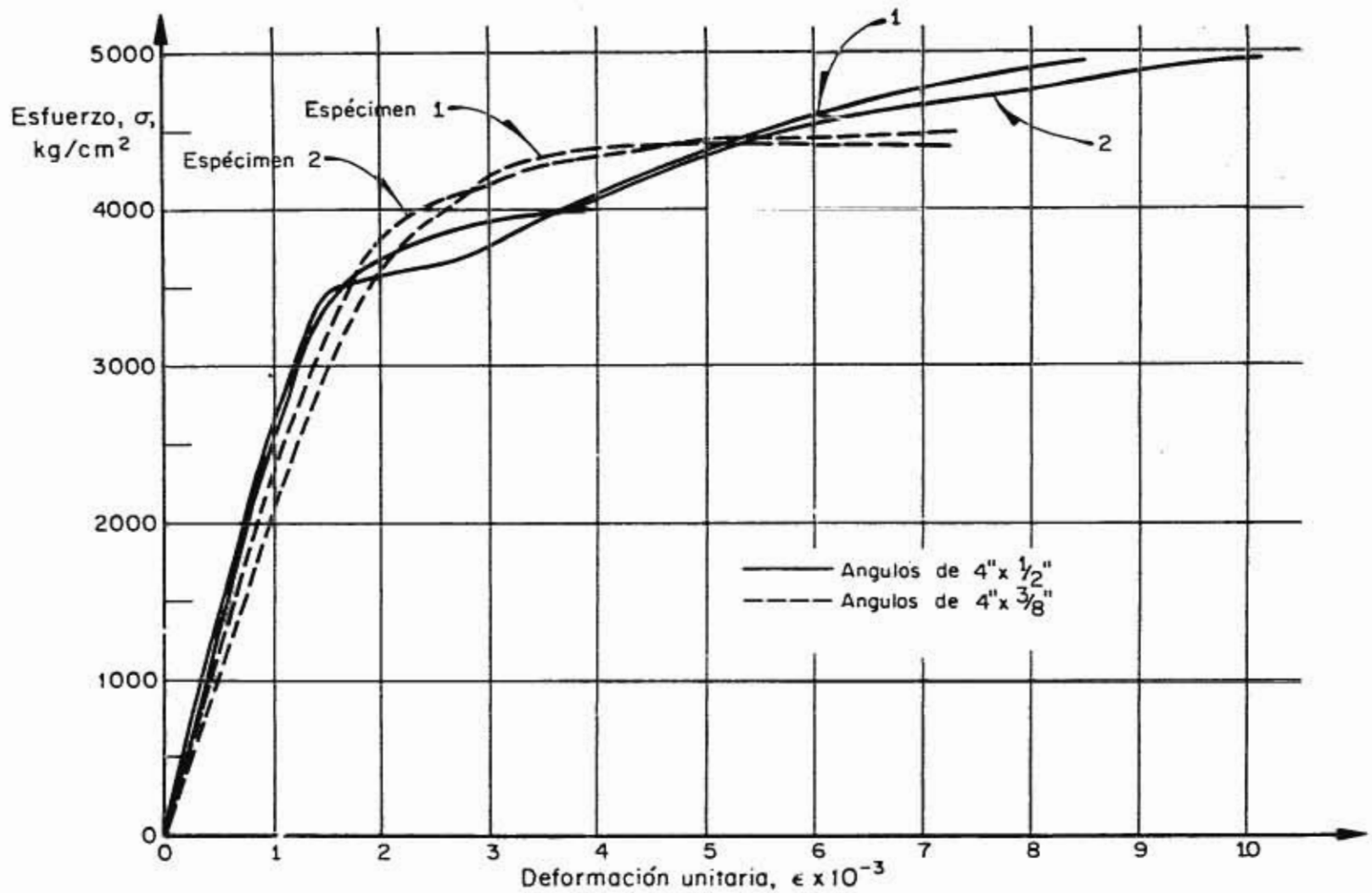


Fig 10 Curvas esfuerzo-deformación longitudinal en ángulos de 4" sujetos a compresión

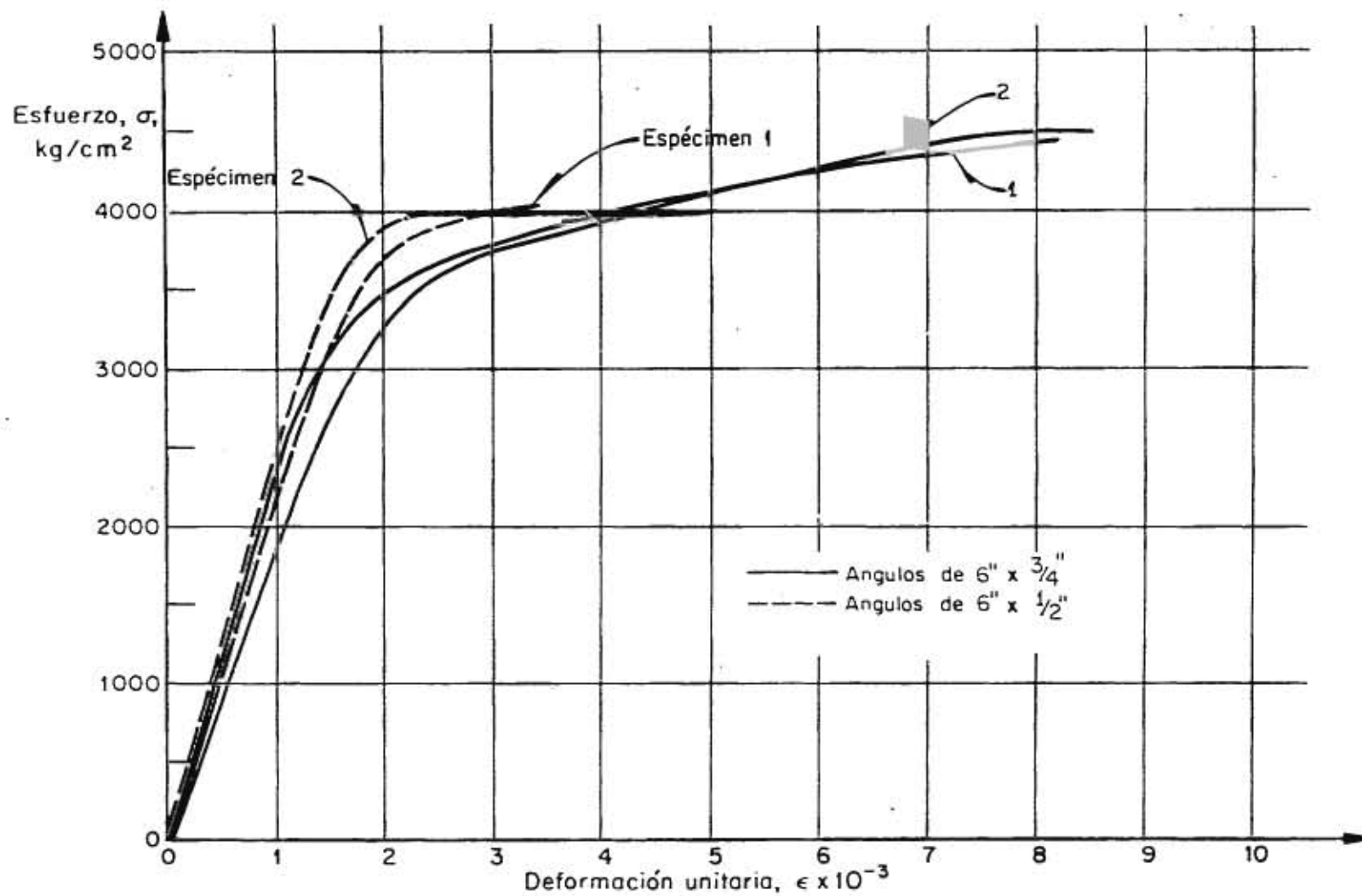
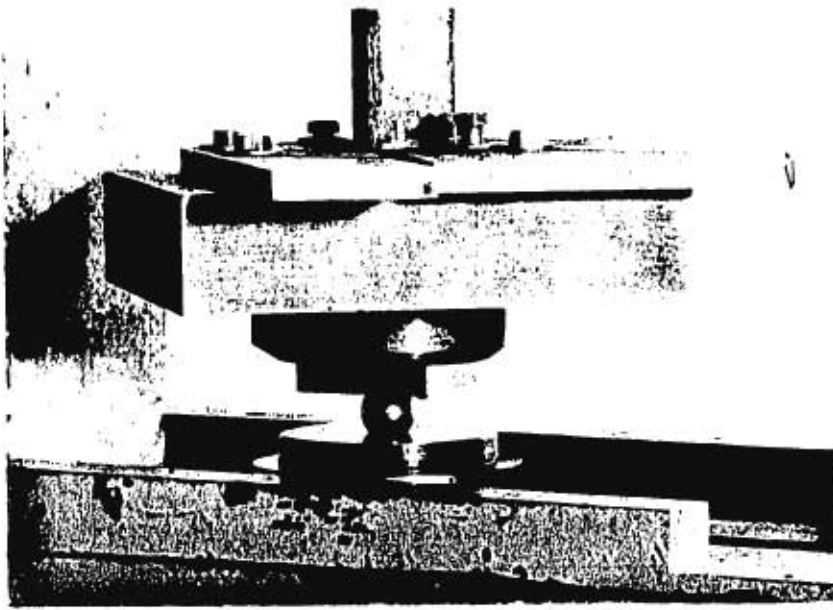


Fig 11 Curvas esfuerzo-deformación longitudinal en ángulos de 6" sujetos a compresión



Detalle de la rótula con  
preparación para impedir  
el giro de la sección

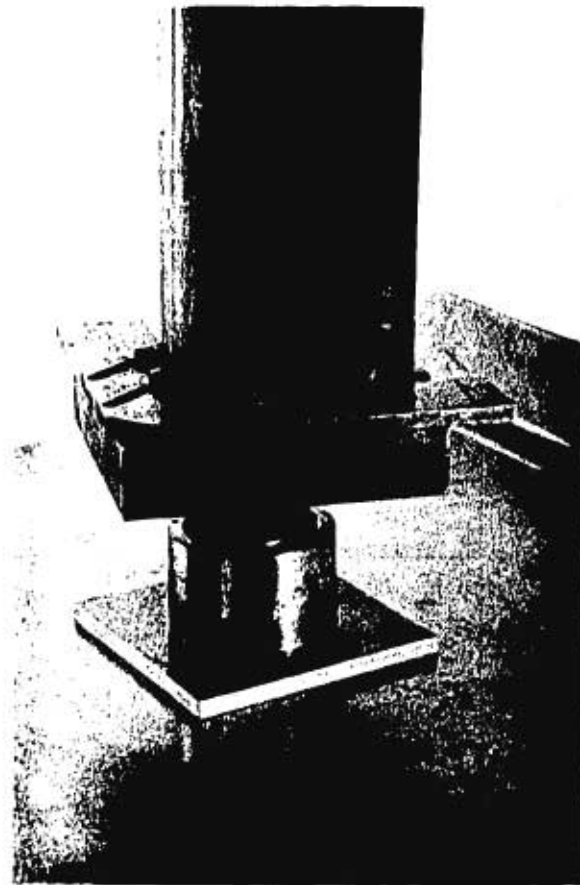


Fig 12 Rótulas usadas en las pruebas  
de compresión



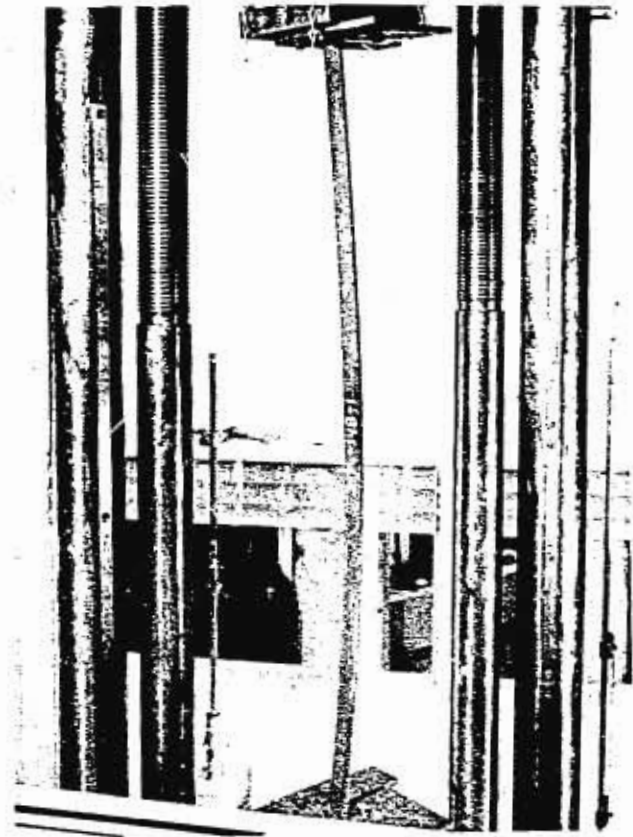
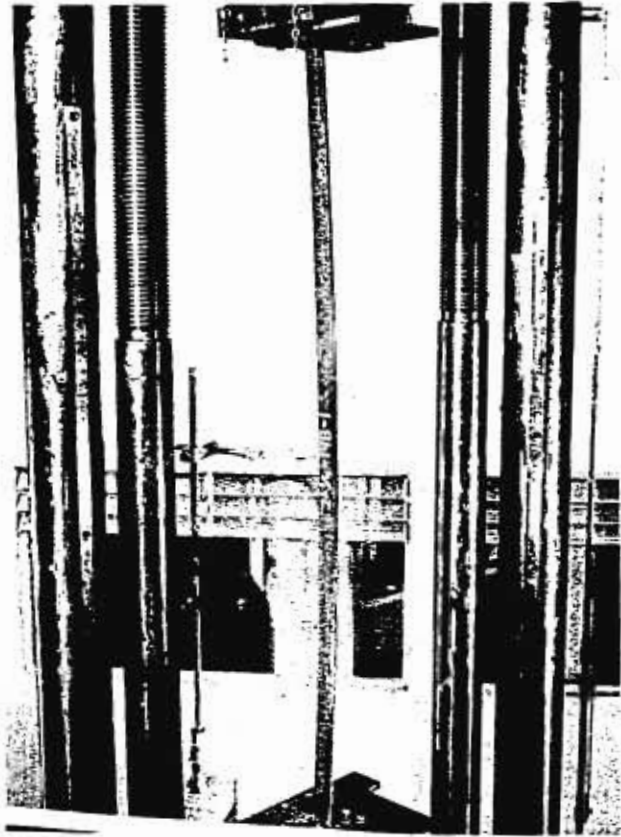


Fig 13 Angulos de 2" sujetos a compresión con pandeo por flexión



Fig 14 Roturas que se producen en el ángulo por el doblado en frío

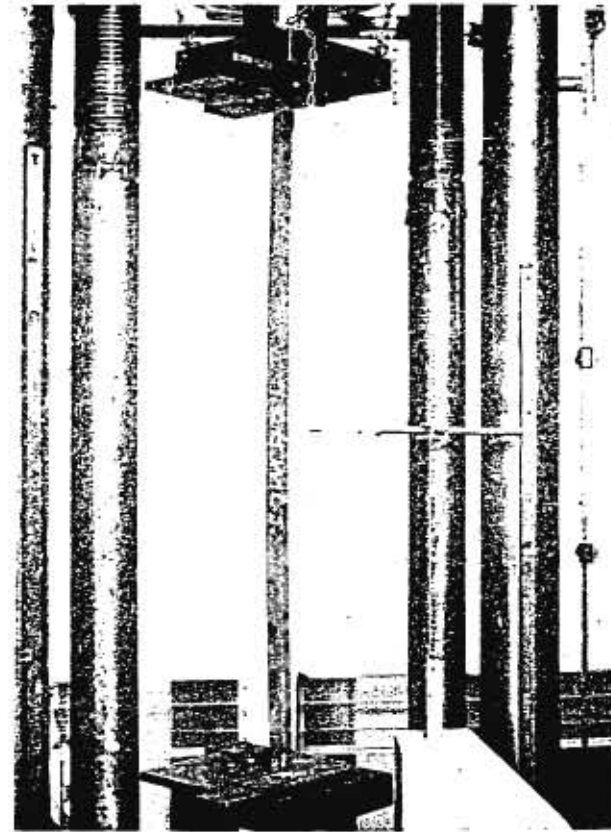
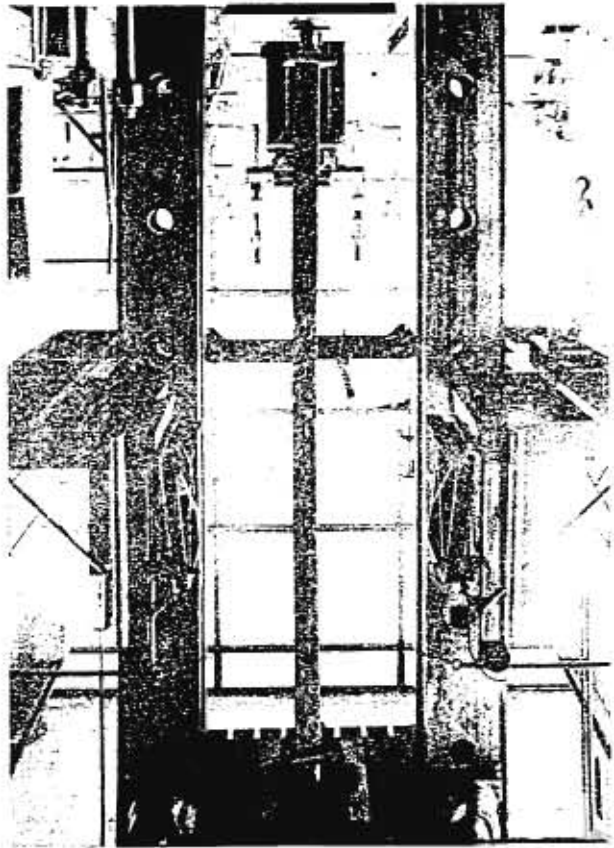


Fig 15 Angulos sujetos a compresión con pandeo por flexión

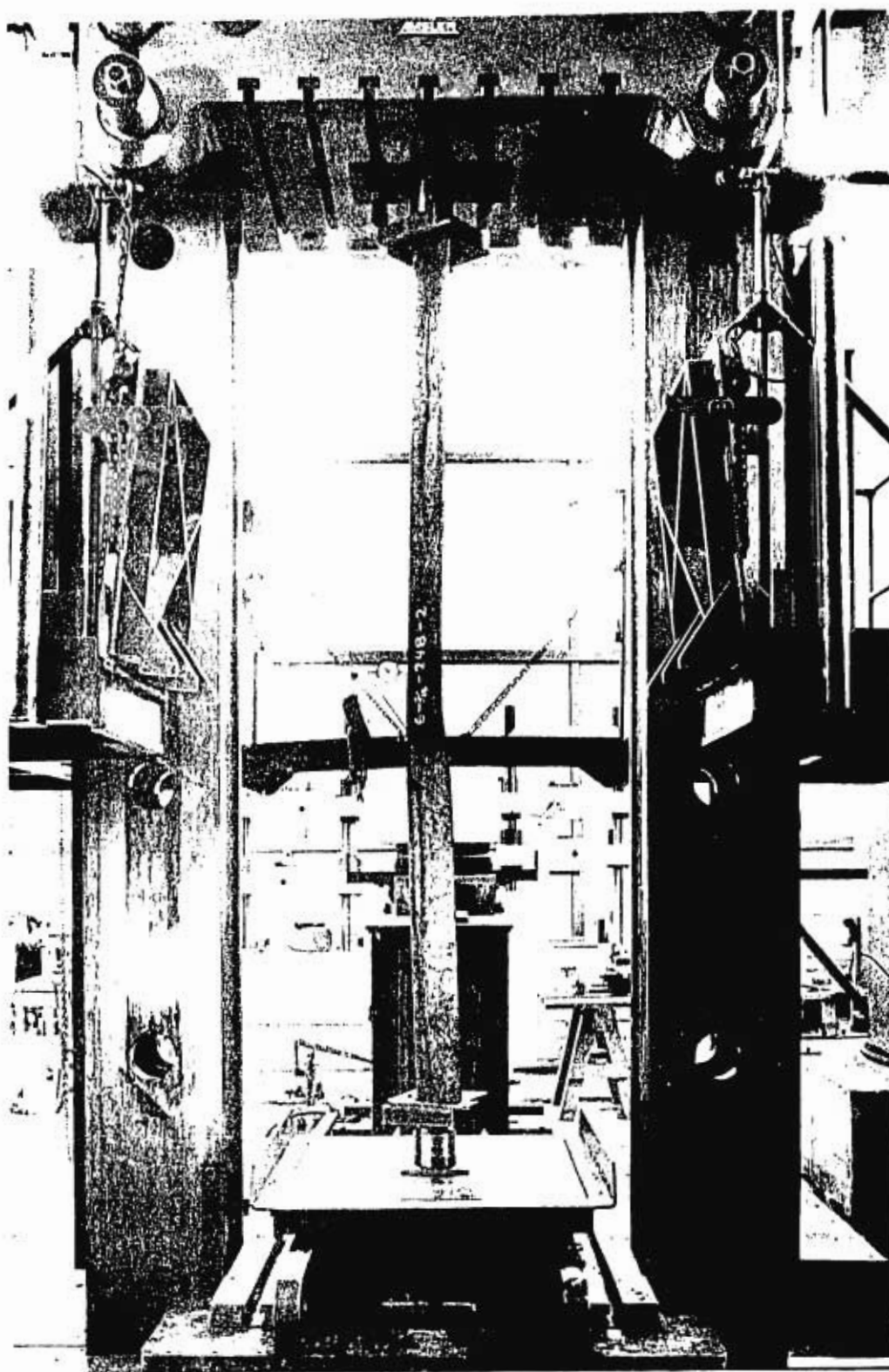


Fig 16 Vista general de un ángulo de 6" x 248cm en el momento en que se inició la flexotorsión

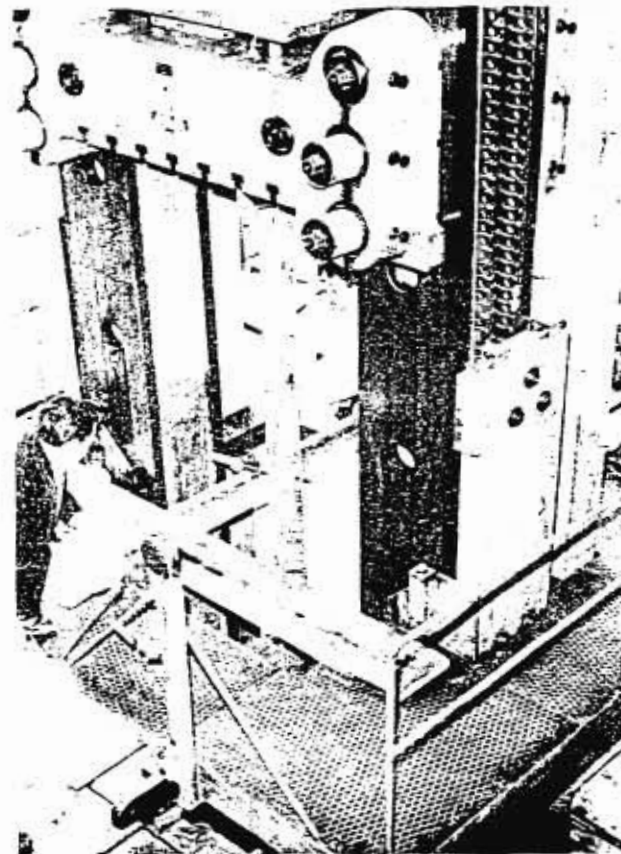
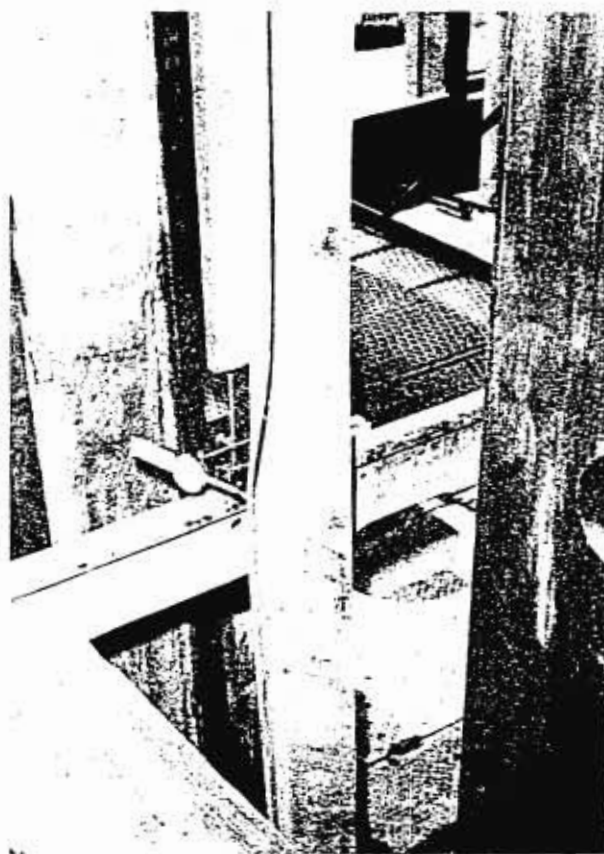


Fig 17 Angulos de 6" sujetos a compresión con pandeo por flexotorsión

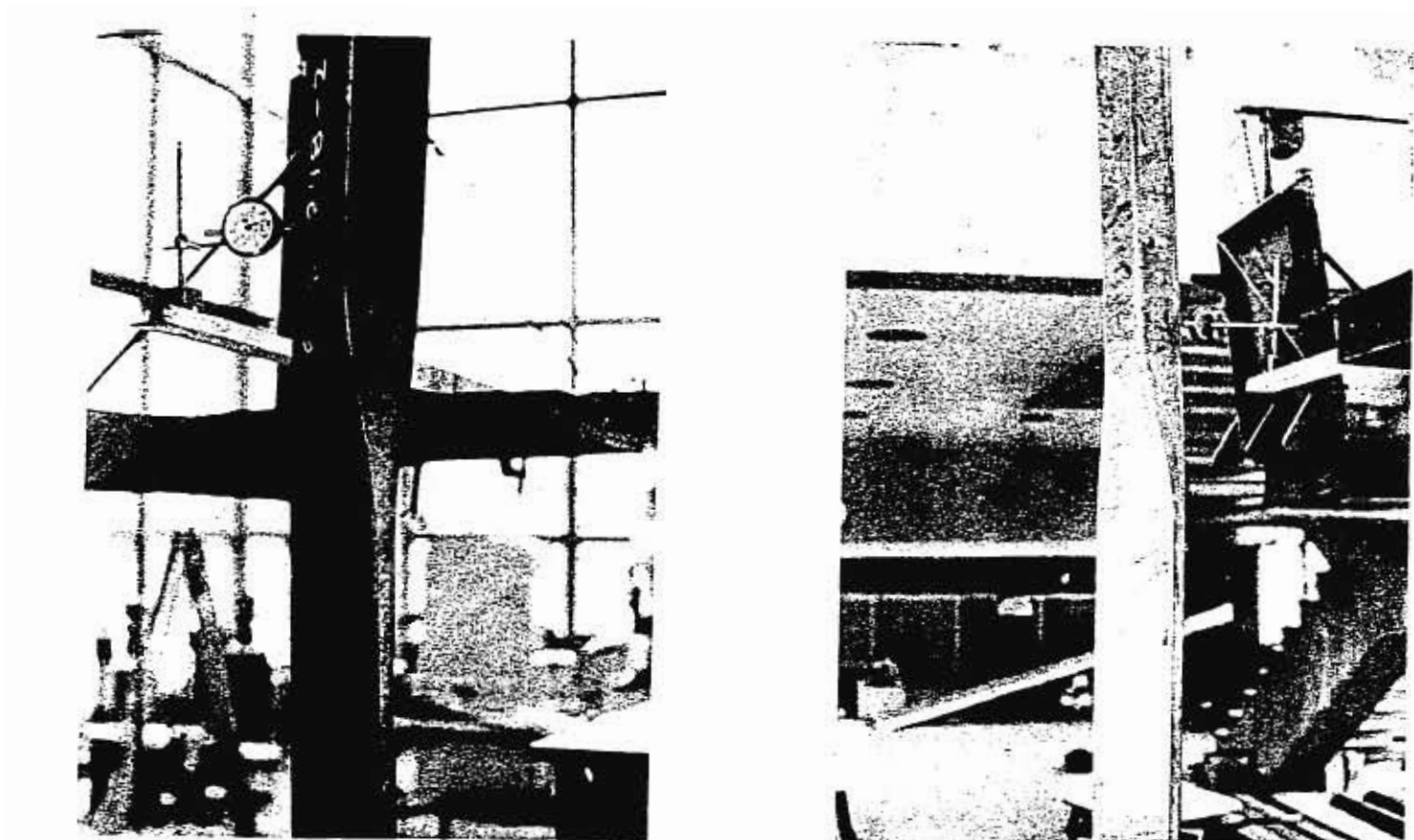


Fig 18 Angulos de 6" sujetos a compresión con pandeo por flexotorsión

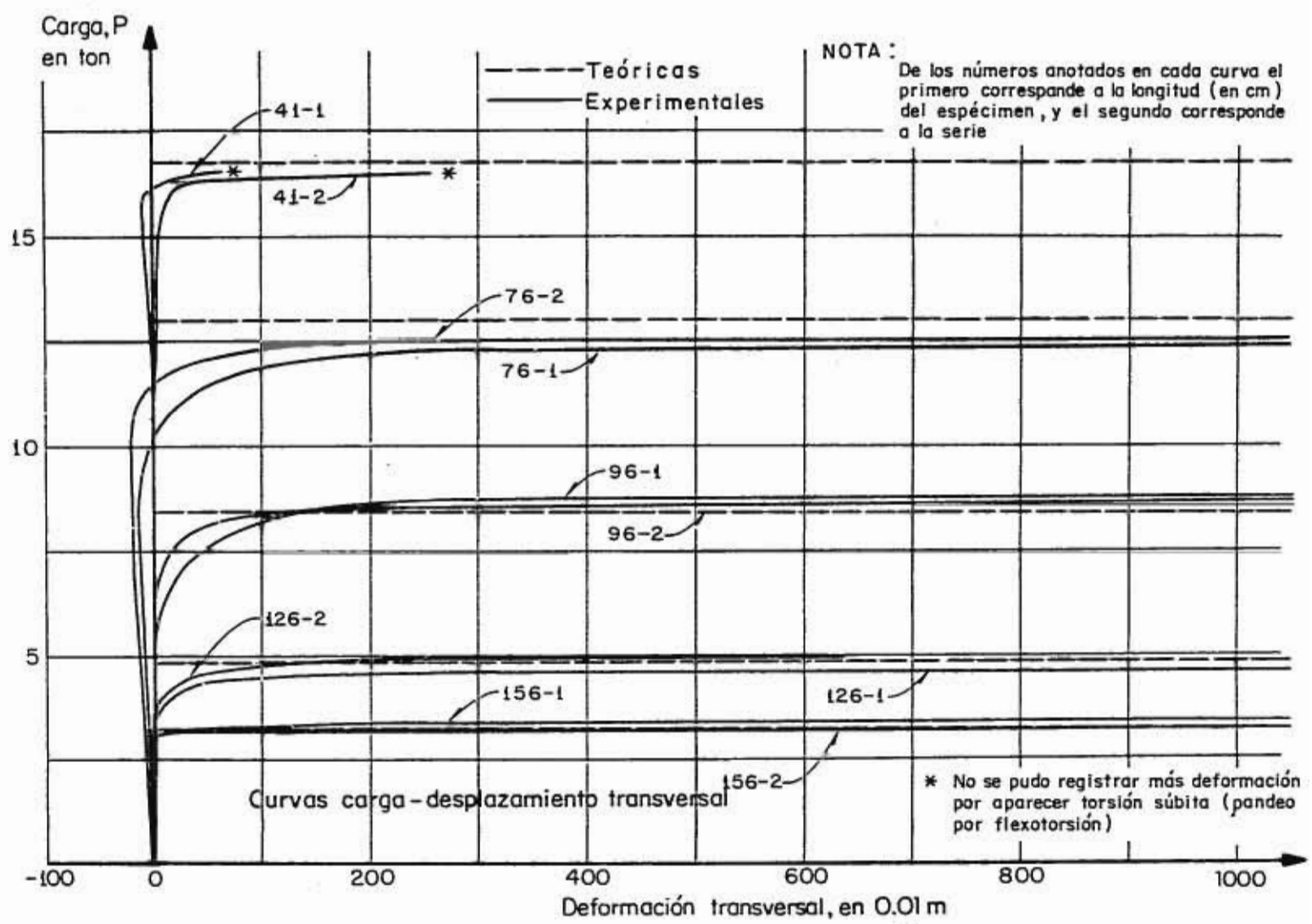


Fig 19 Comportamiento de ángulos de 2" x 3/16", sujetos a compresión

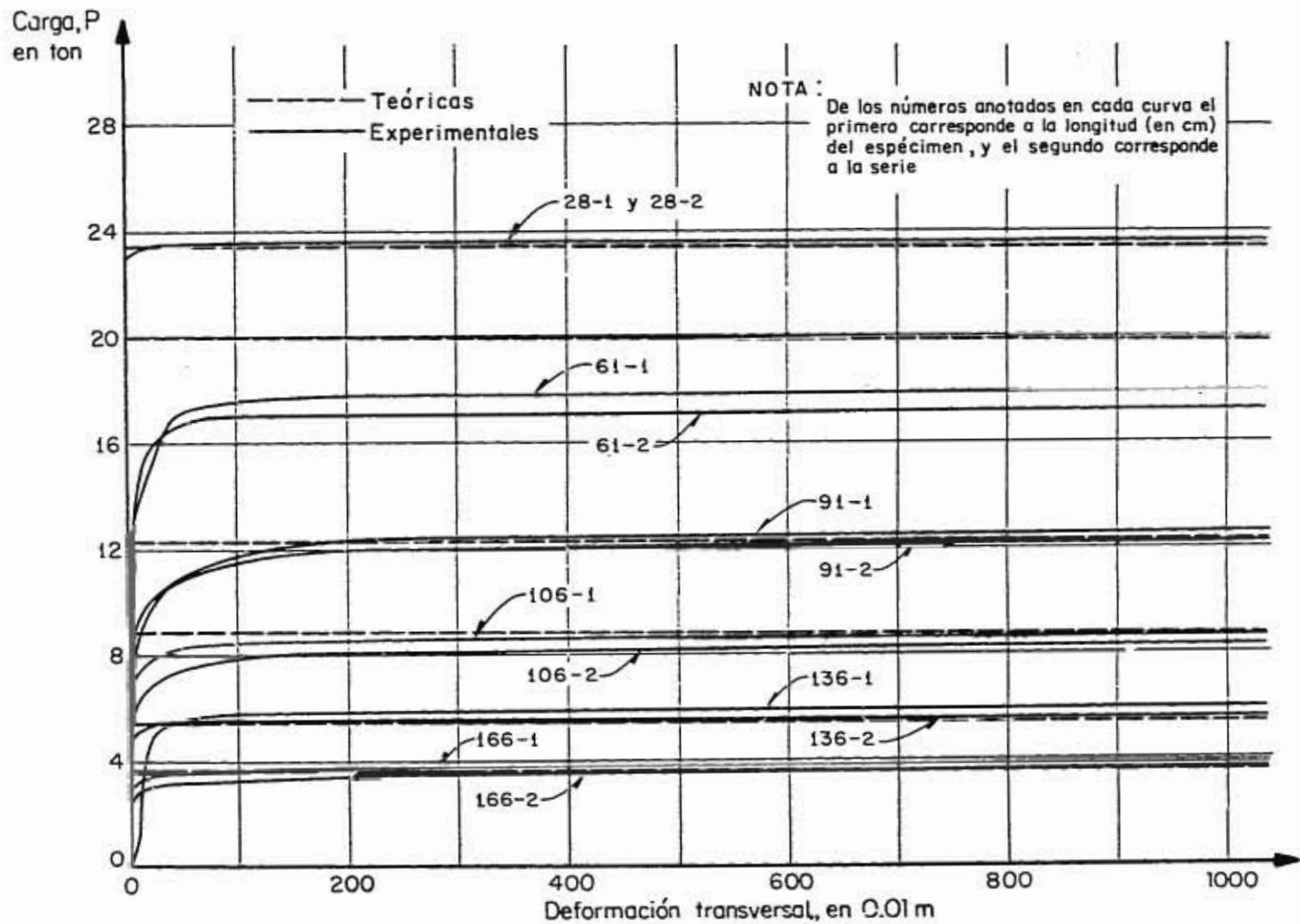


Fig 20 Comportamiento de ángulos de 2" x 1/4" , sujetos a compresión



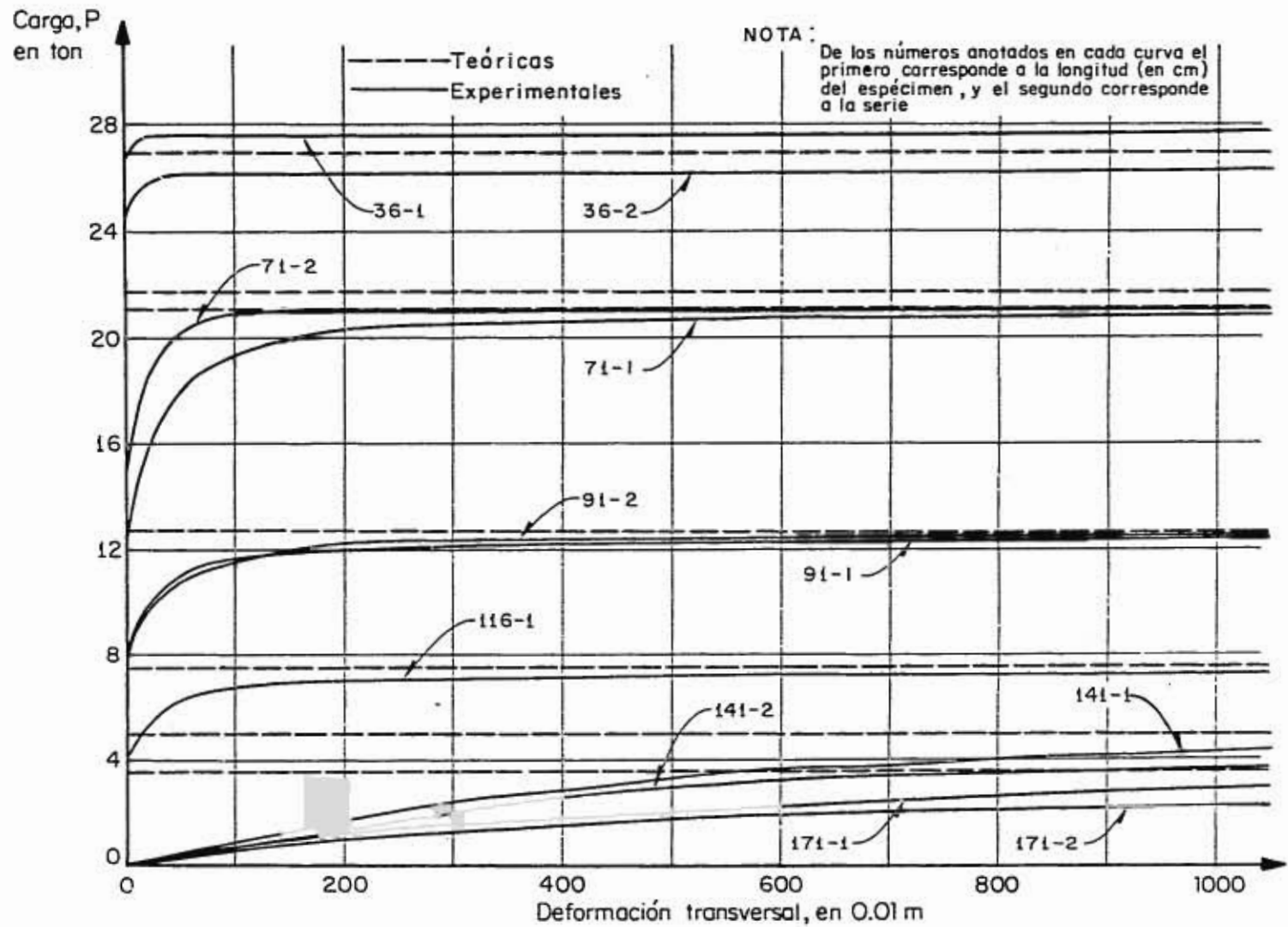


Fig 21 Comportamiento de ángulos de  $2'' \times \frac{5}{16}''$ , sujetos a compresión

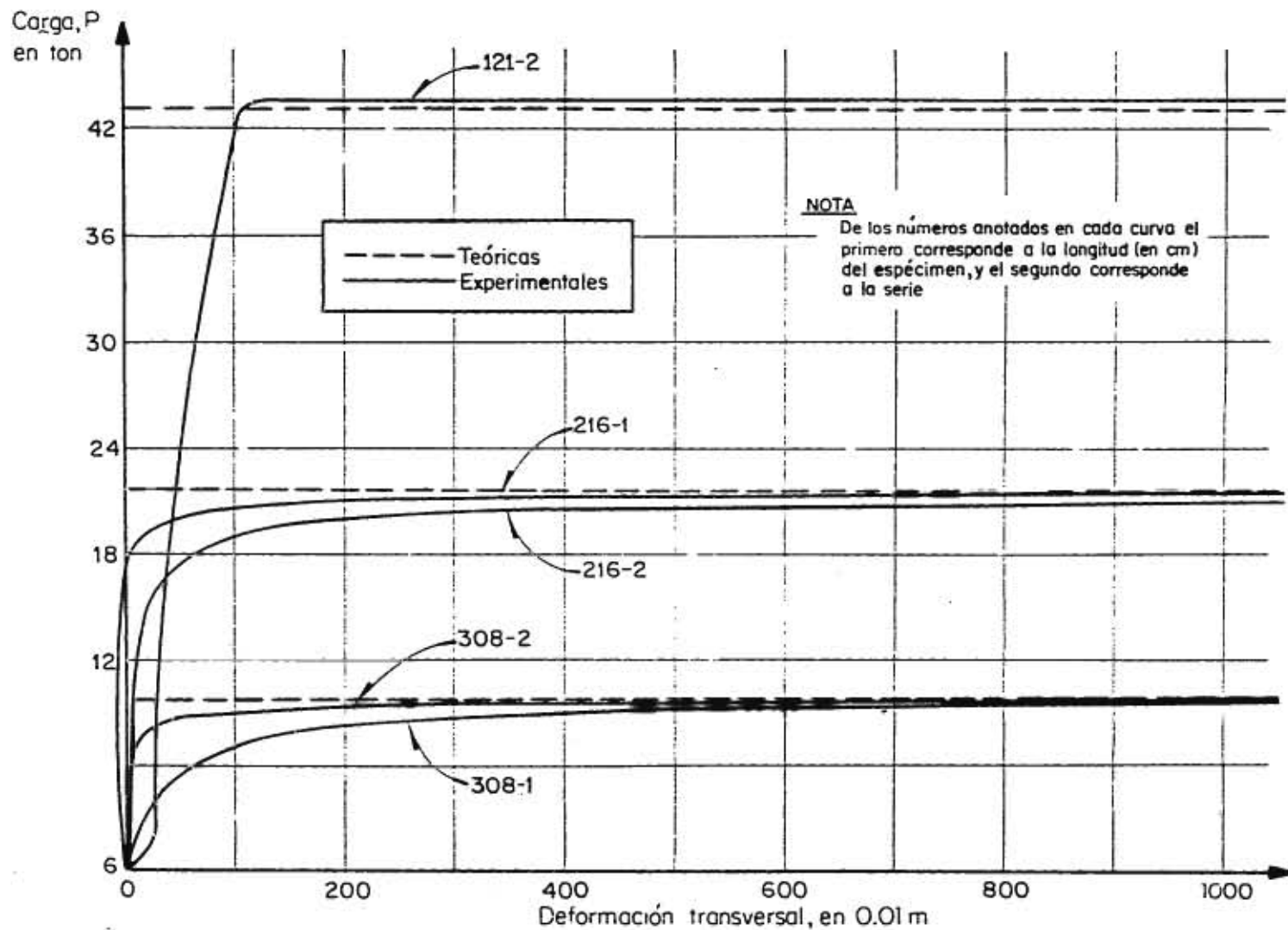


Fig 22 Comportamiento de ángulos de 4" x 1/4", sujetos a compresión

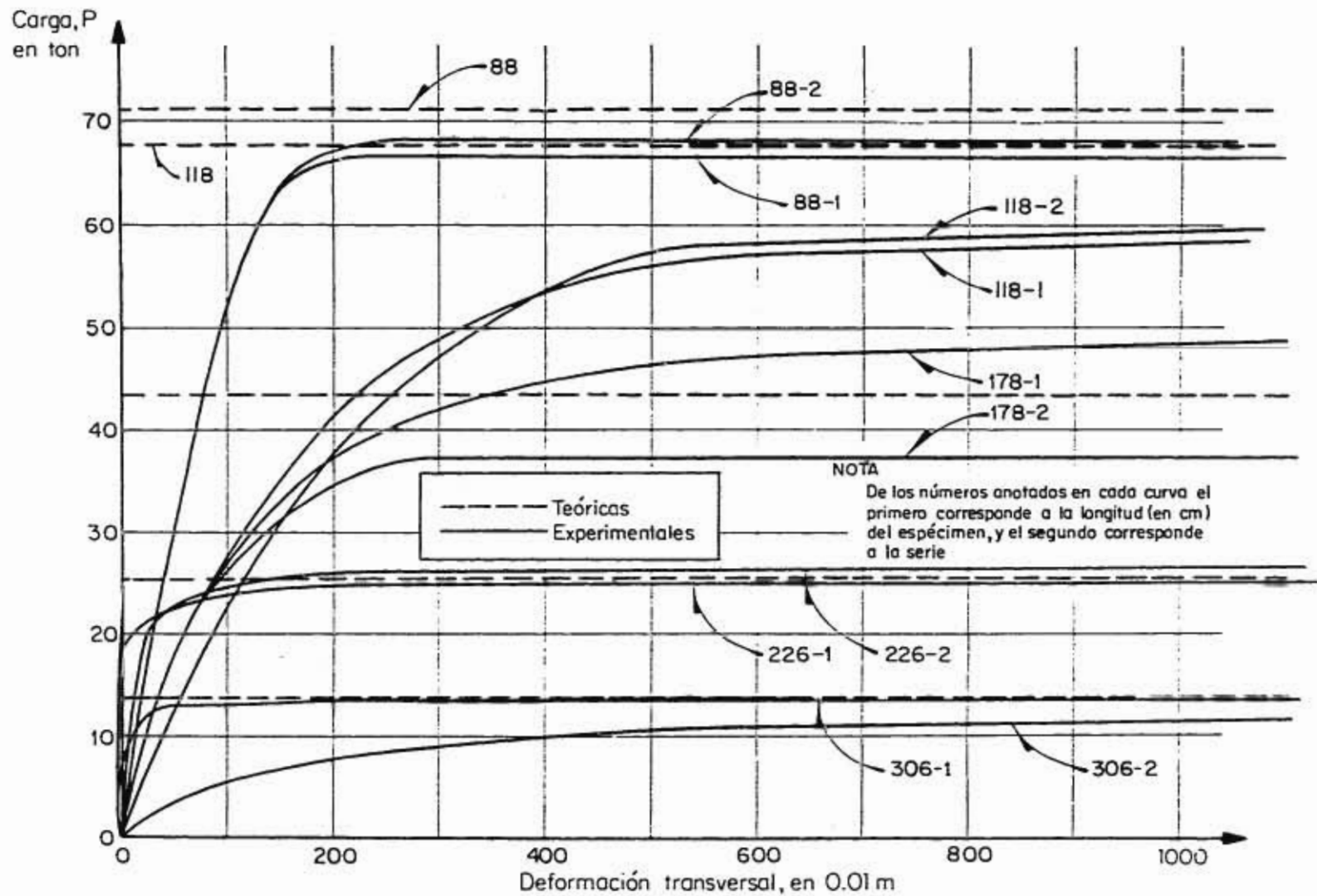


Fig 23 Comportamiento de ángulos de 4" x  $\frac{3}{8}$ ", sujetos a compresión

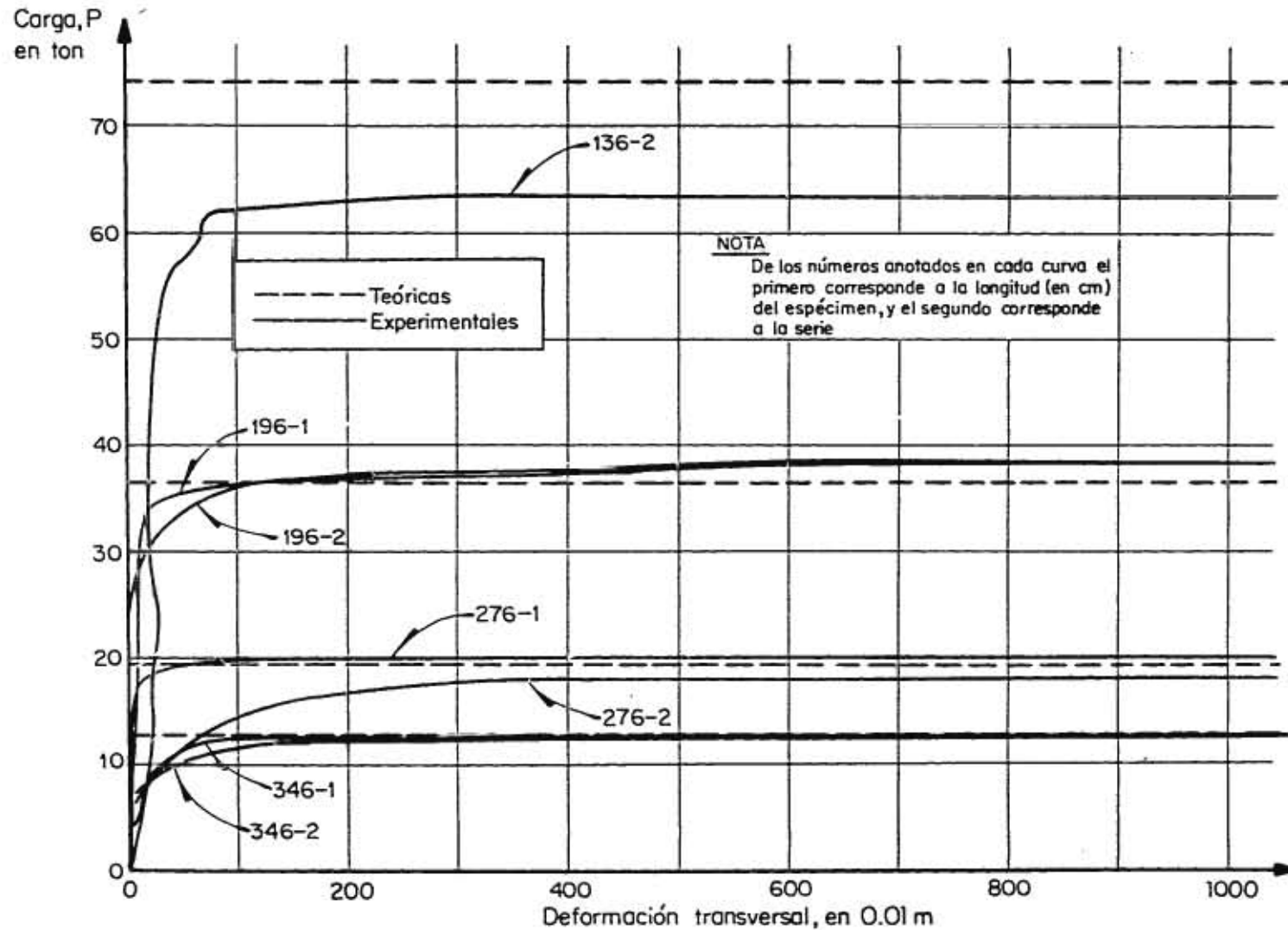


Fig 24 Comportamiento de ángulos de 4" x 1/2", sujetos a compresión

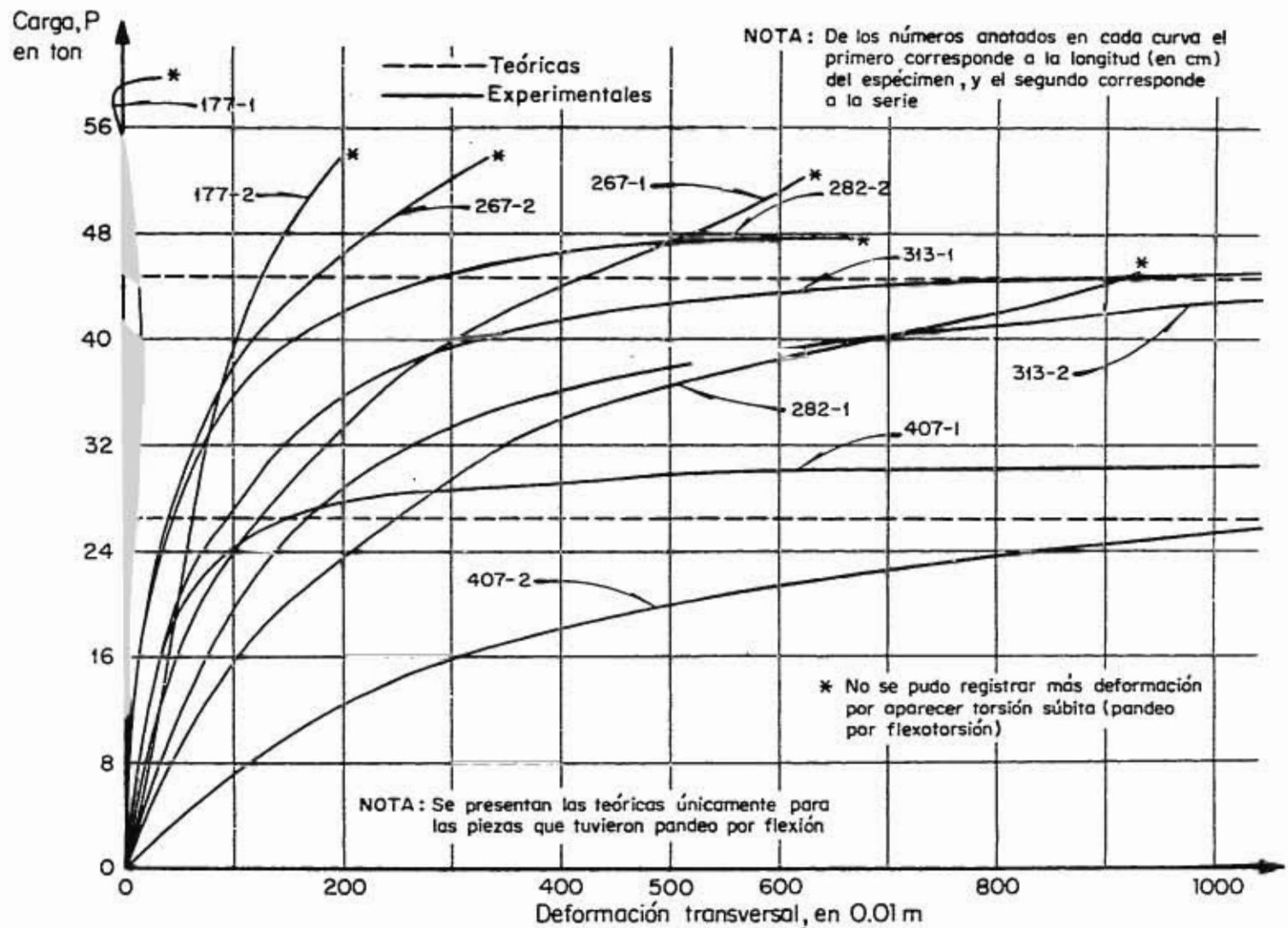


Fig 25 Comportamiento de ángulos de 6" x 5/16", sujetos a compresión

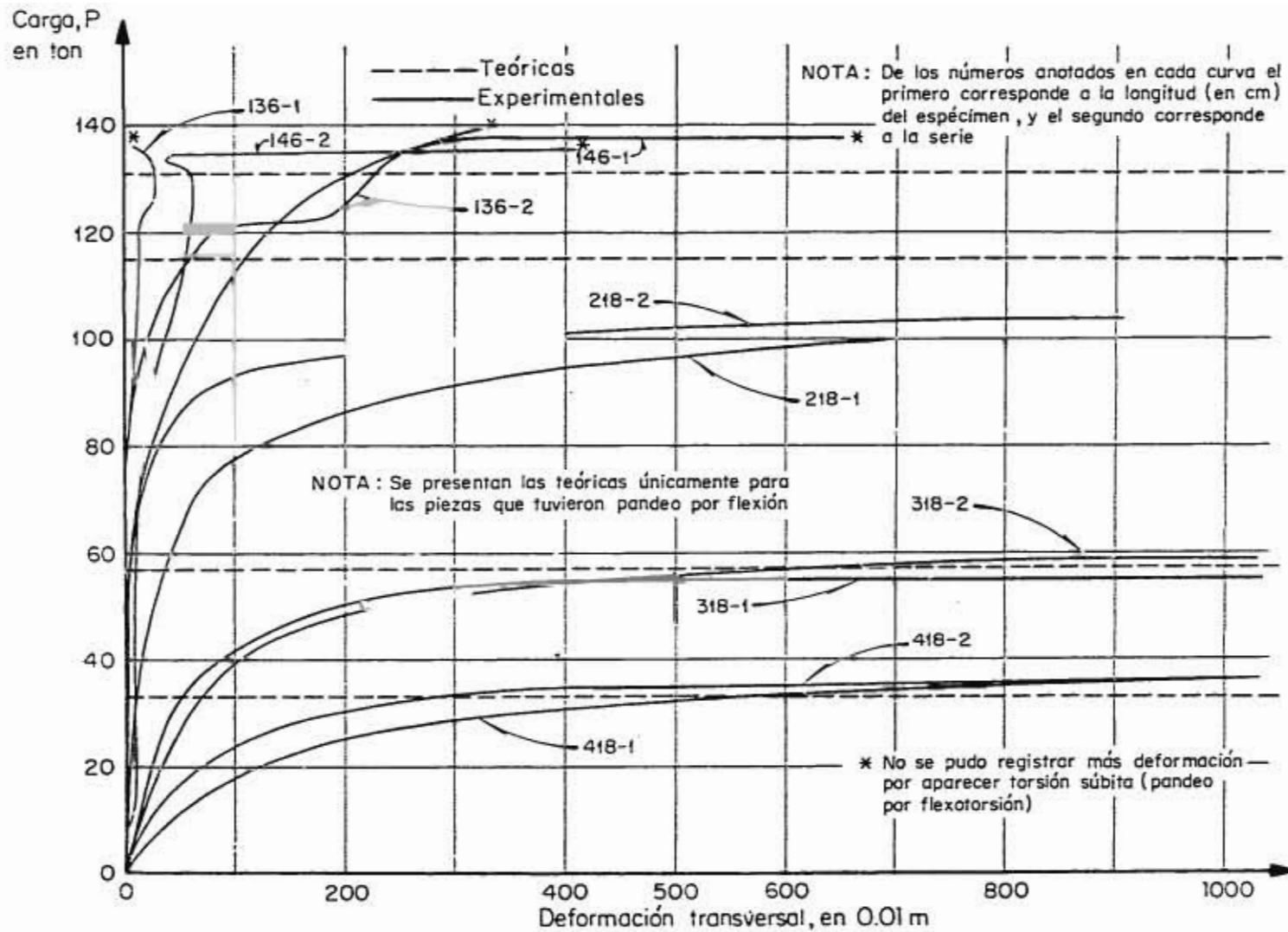


Fig 26 Comportamiento de ángulos de 6" x 1/2", sujetos a compresión

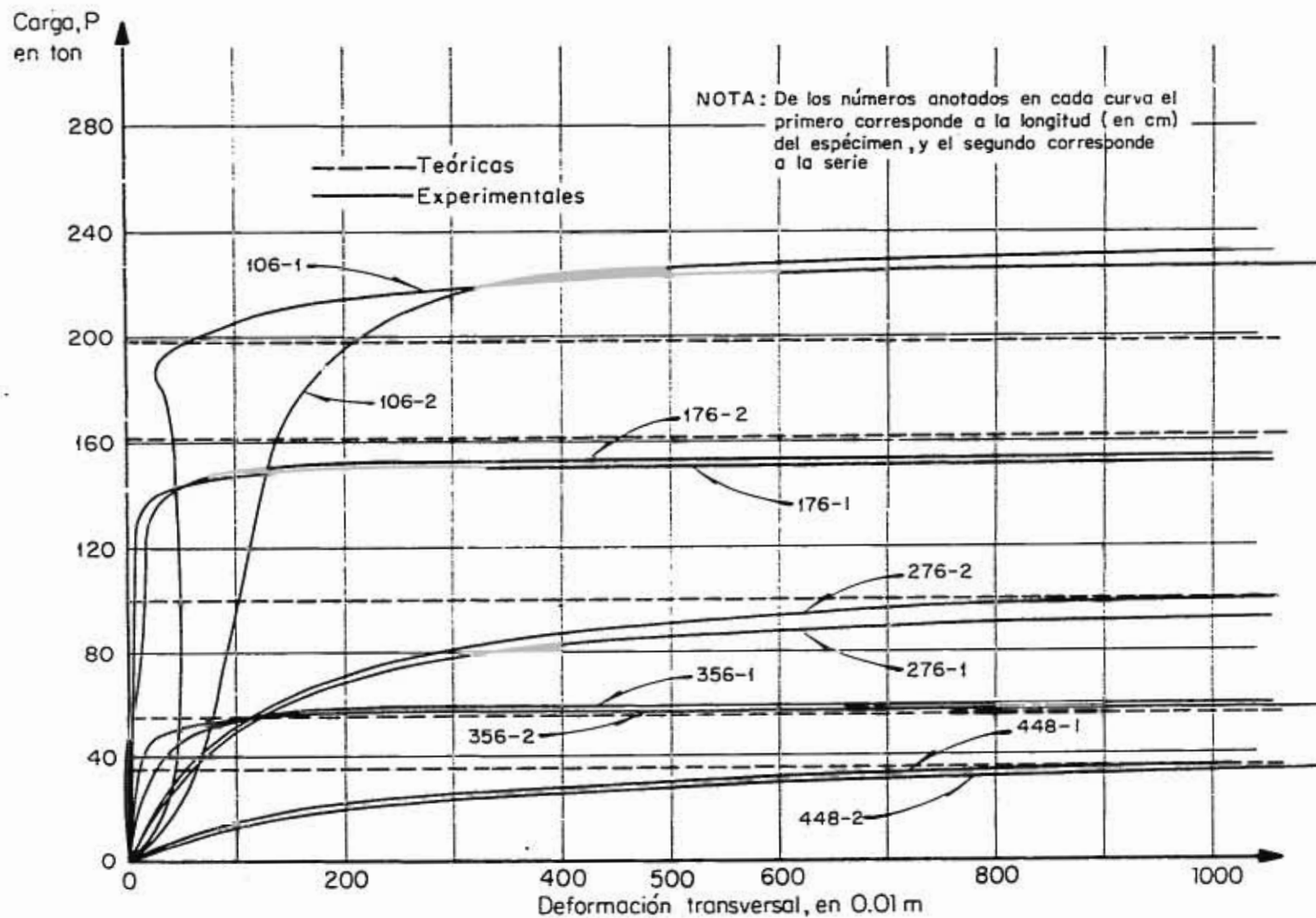


Fig 27 Comportamiento de ángulos de 6" x 3/4", sujetos a compresión

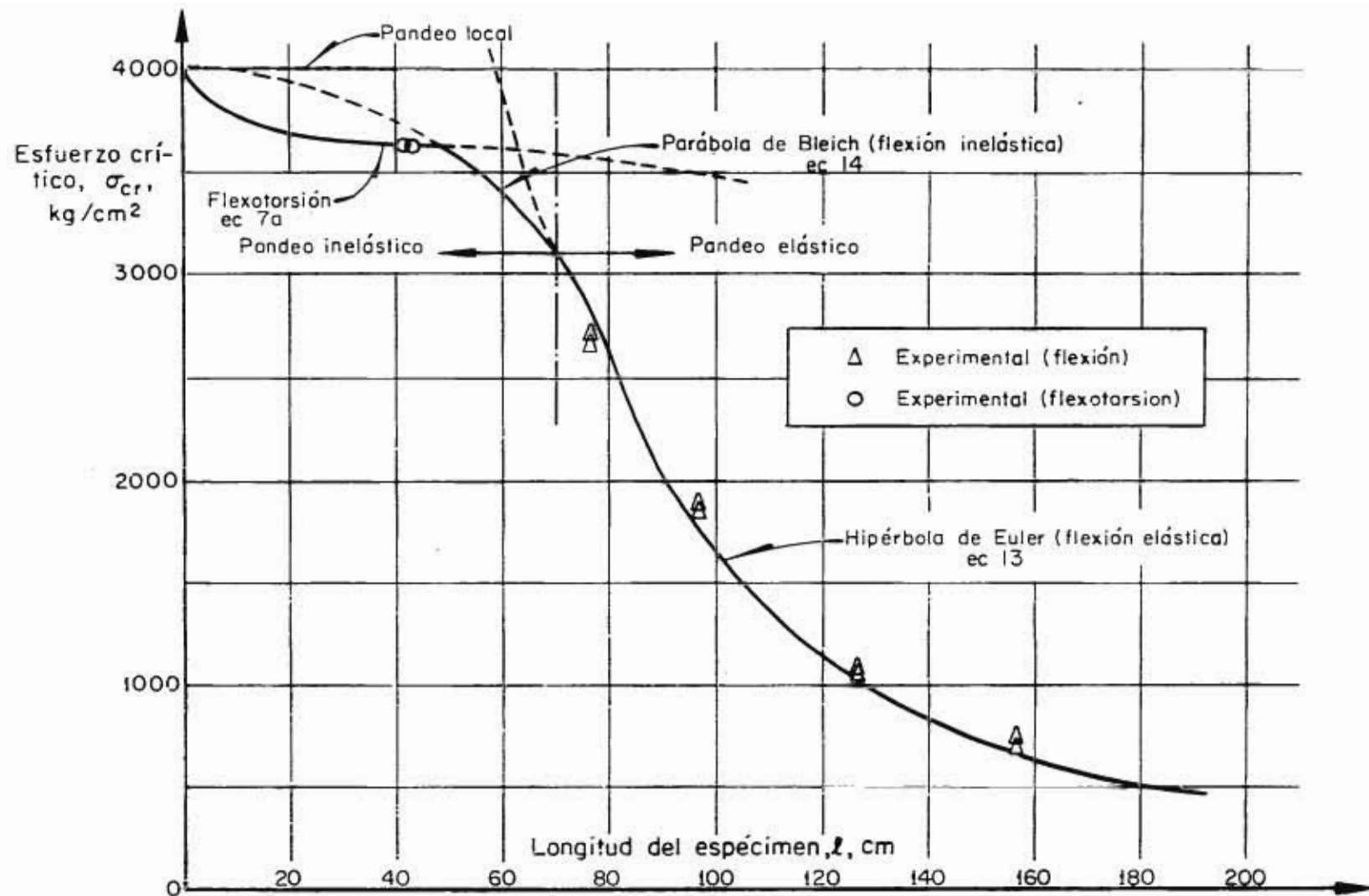


Fig 28 Curvas de esfuerzos críticos de los tipos de pandeo posible vs. la longitud de los ángulos de  $2" \times \frac{3}{16}"$ , sujetos a compresión



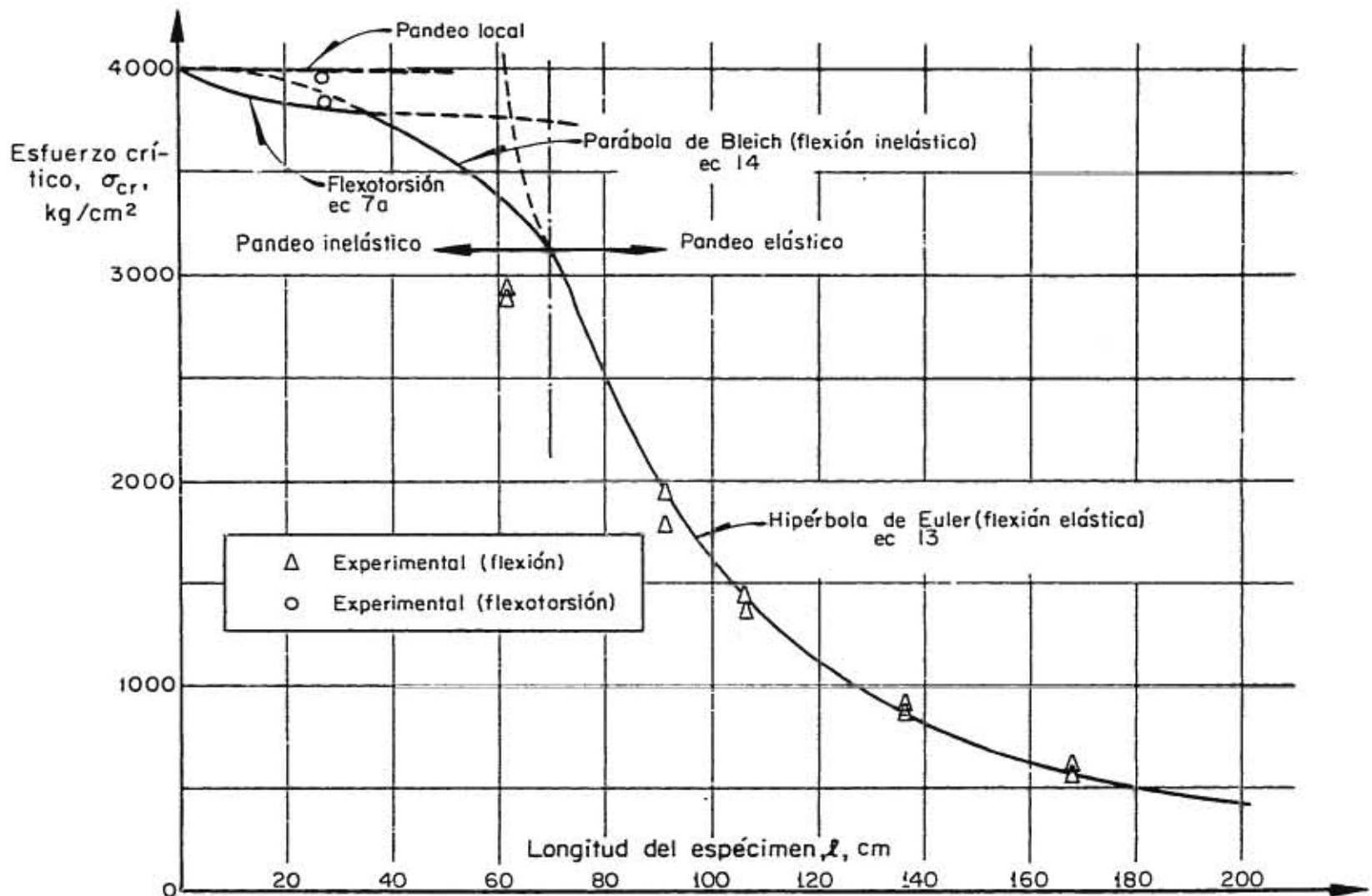


Fig 29 Curvas de esfuerzos críticos de los tipos de pandeo posible vs. la longitud de los ángulos de 2" x 1/4", sujetos a compresión

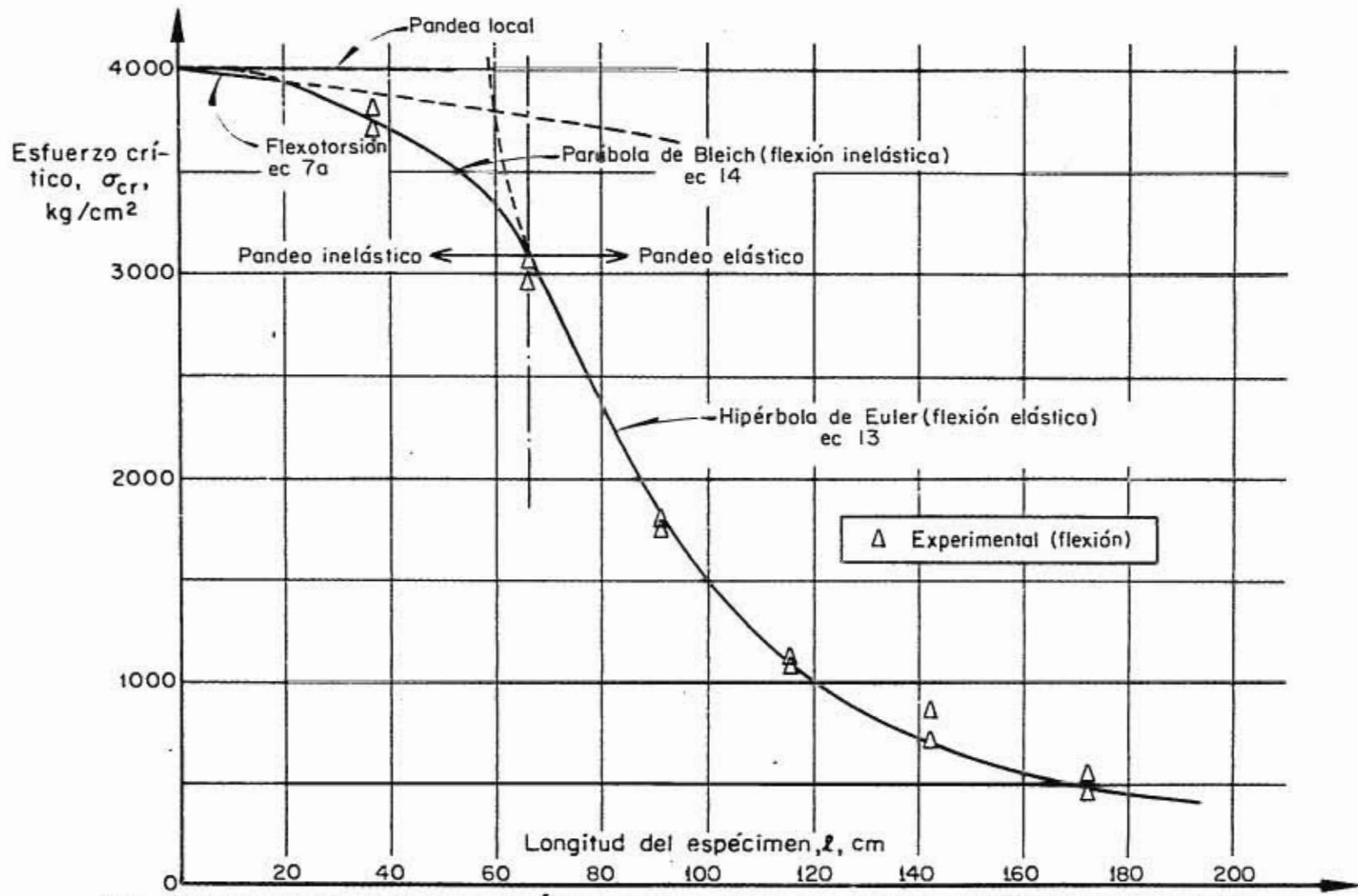


Fig 30 Curvas de esfuerzos críticos de los tipos de pandeo posible vs. la longitud de los ángulos de 2" x 5/16", sujetos a compresión

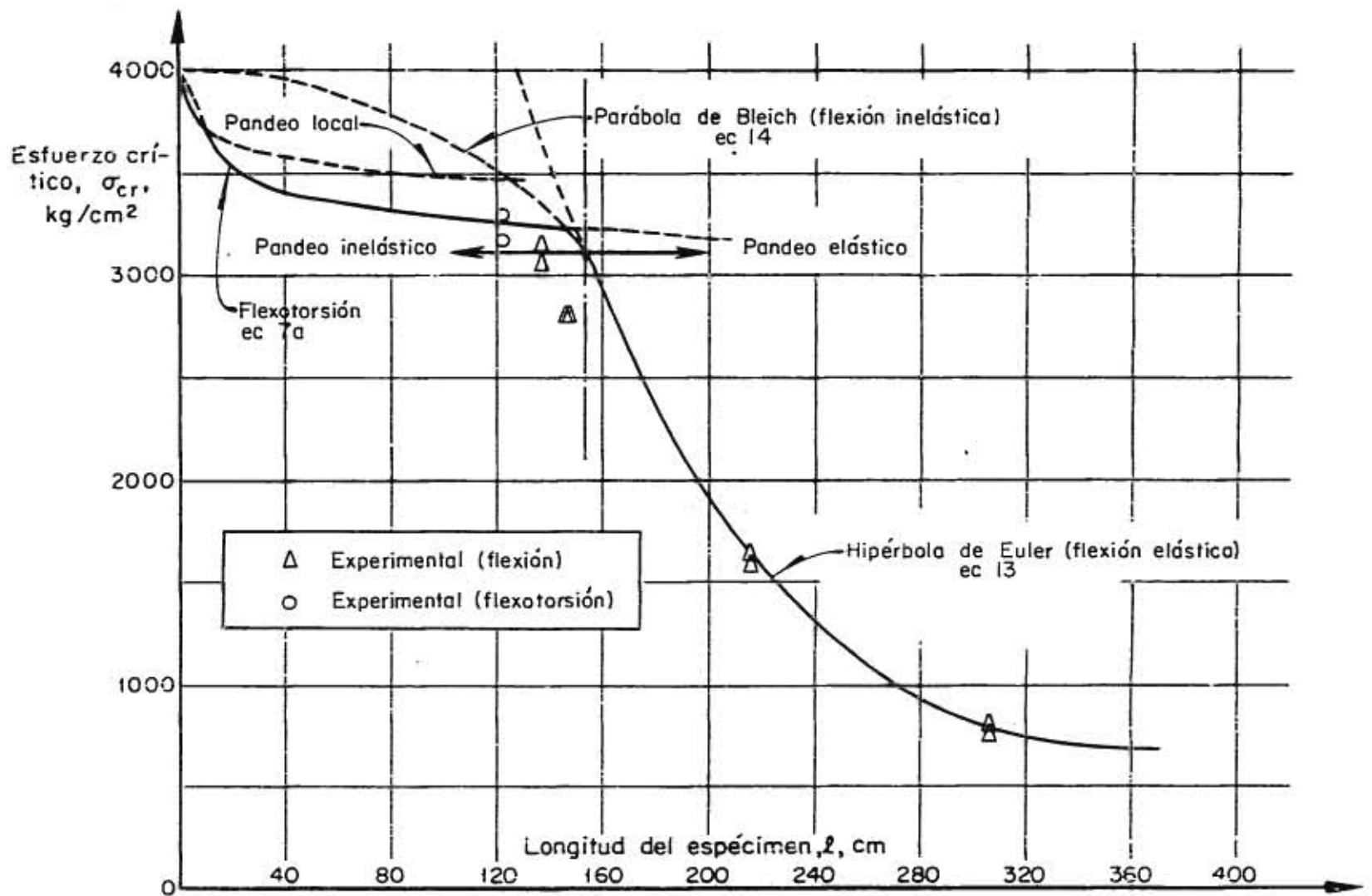


Fig 31 Curvas de esfuerzos críticos de los tipos de pandeo posible vs. la longitud de los ángulos de 4" x 1/4", sujetos a compresión

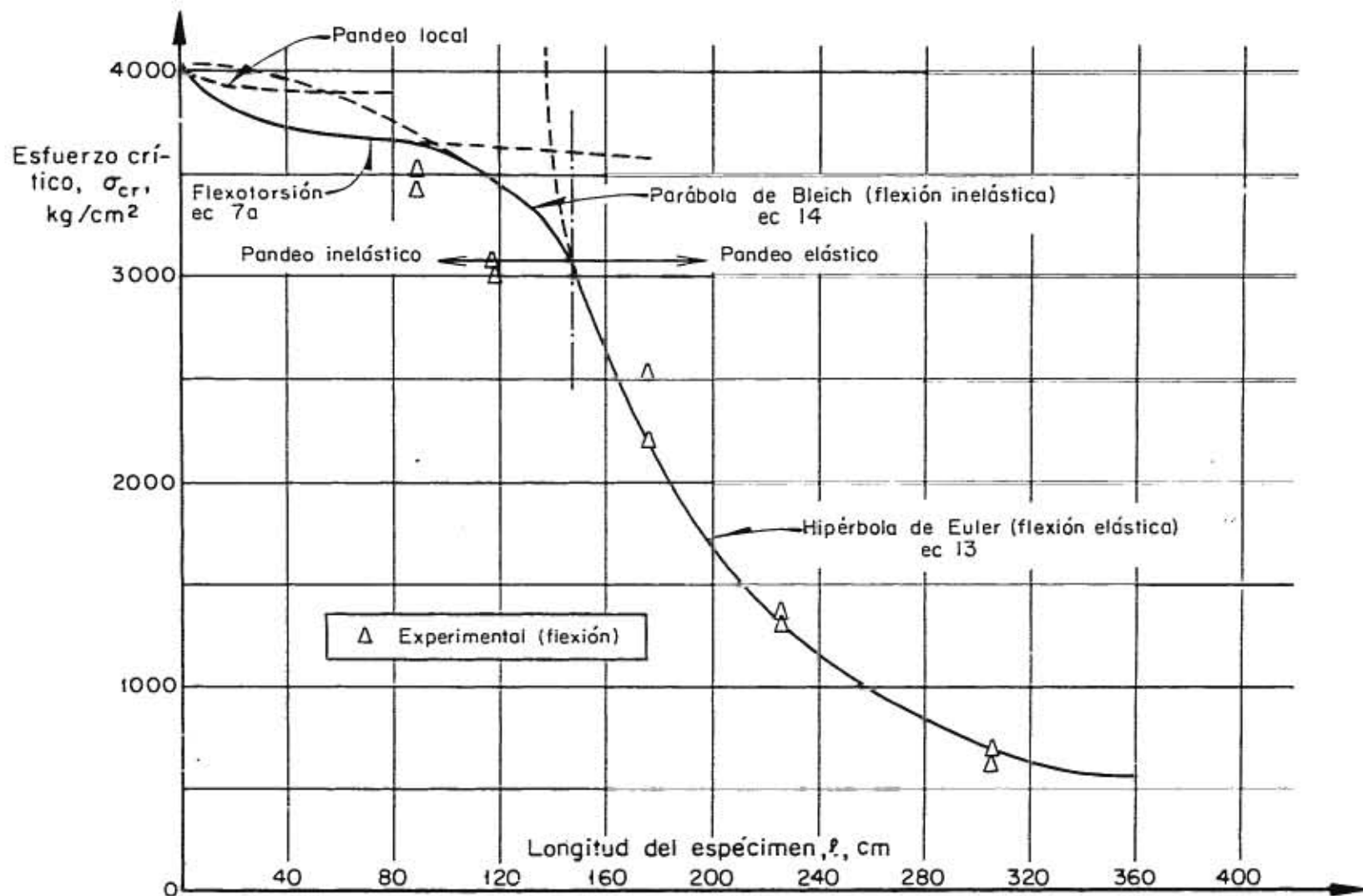


Fig 32 Curvas de esfuerzos críticos de los tipos de pandeo posible vs. la longitud de los ángulos de 4" x 3/8", sujetos a compresión

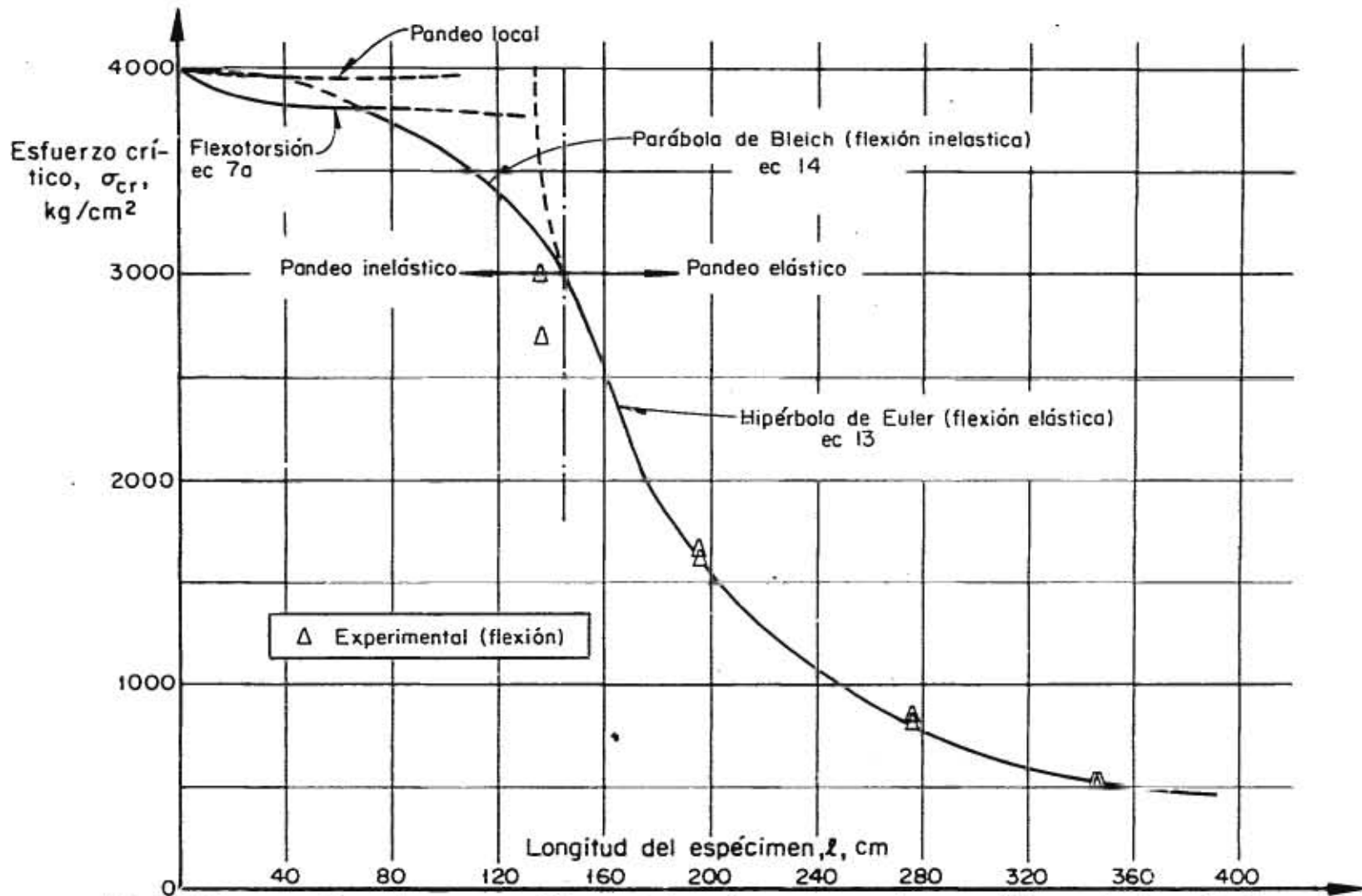


Fig 33 Curvas de esfuerzos críticos de los tipos de pandeo posible vs. la longitud de los ángulos de 4" x 1/2", sujetos a compresión

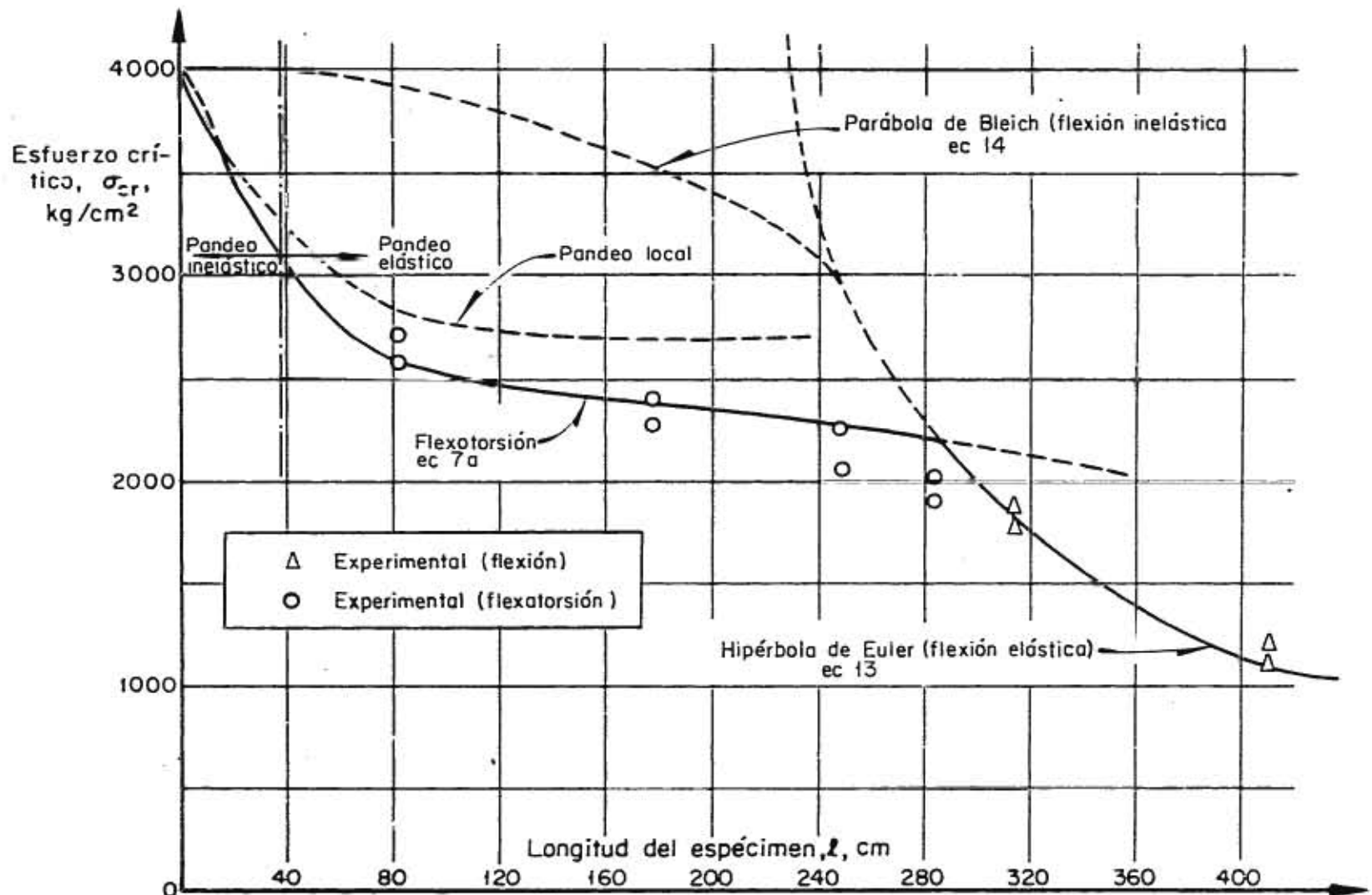


Fig 34 Curvas de esfuerzos críticos de los tipos de pandeo posible vs. la longitud de los ángulos de 6" x 5/16", sujetos a compresión

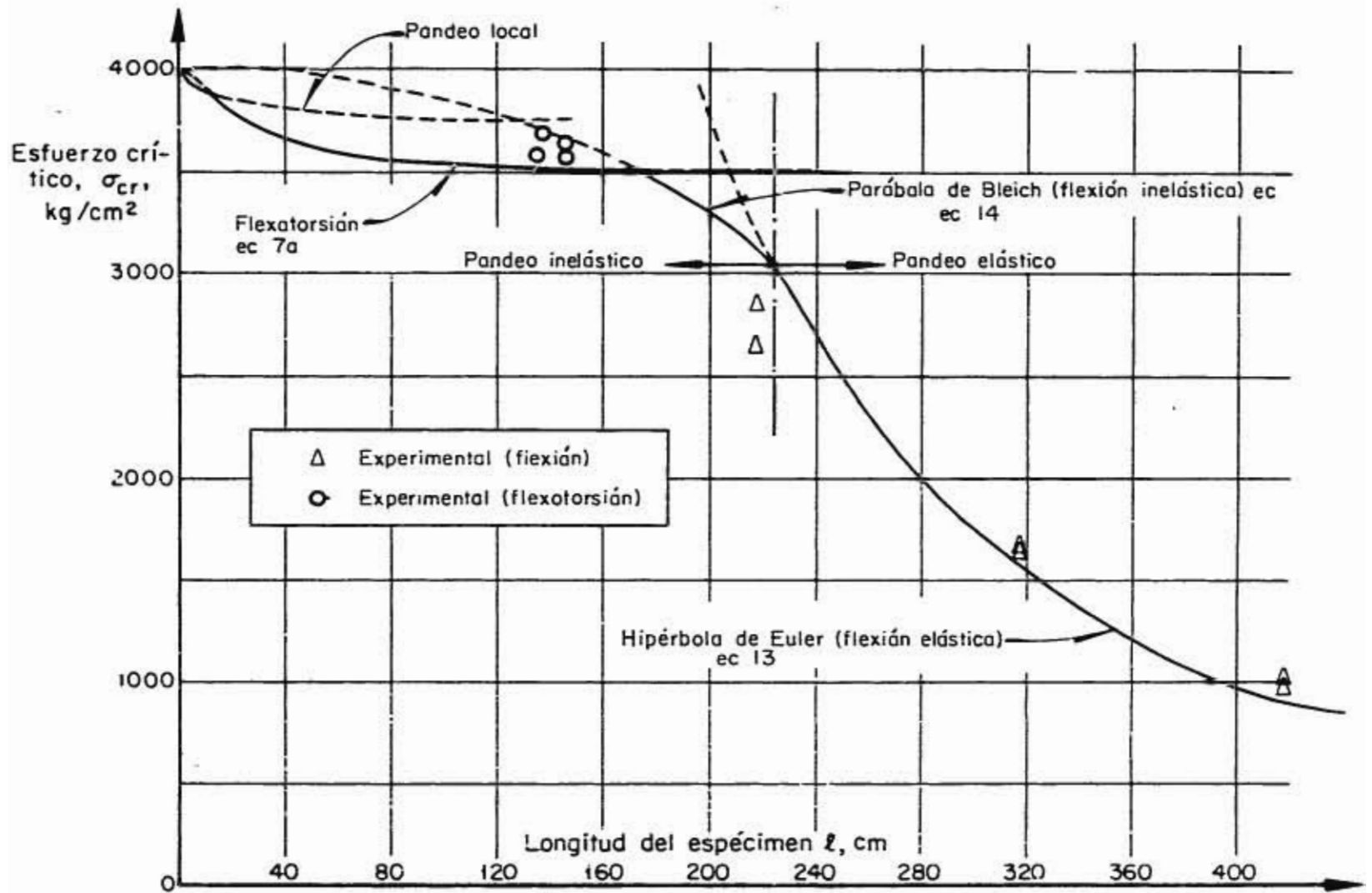


Fig 35 Curvas de esfuerzos críticos de los tipos de pandeo posible vs. la longitud de los ángulos de 6" x 1/2", sujetos a compresión

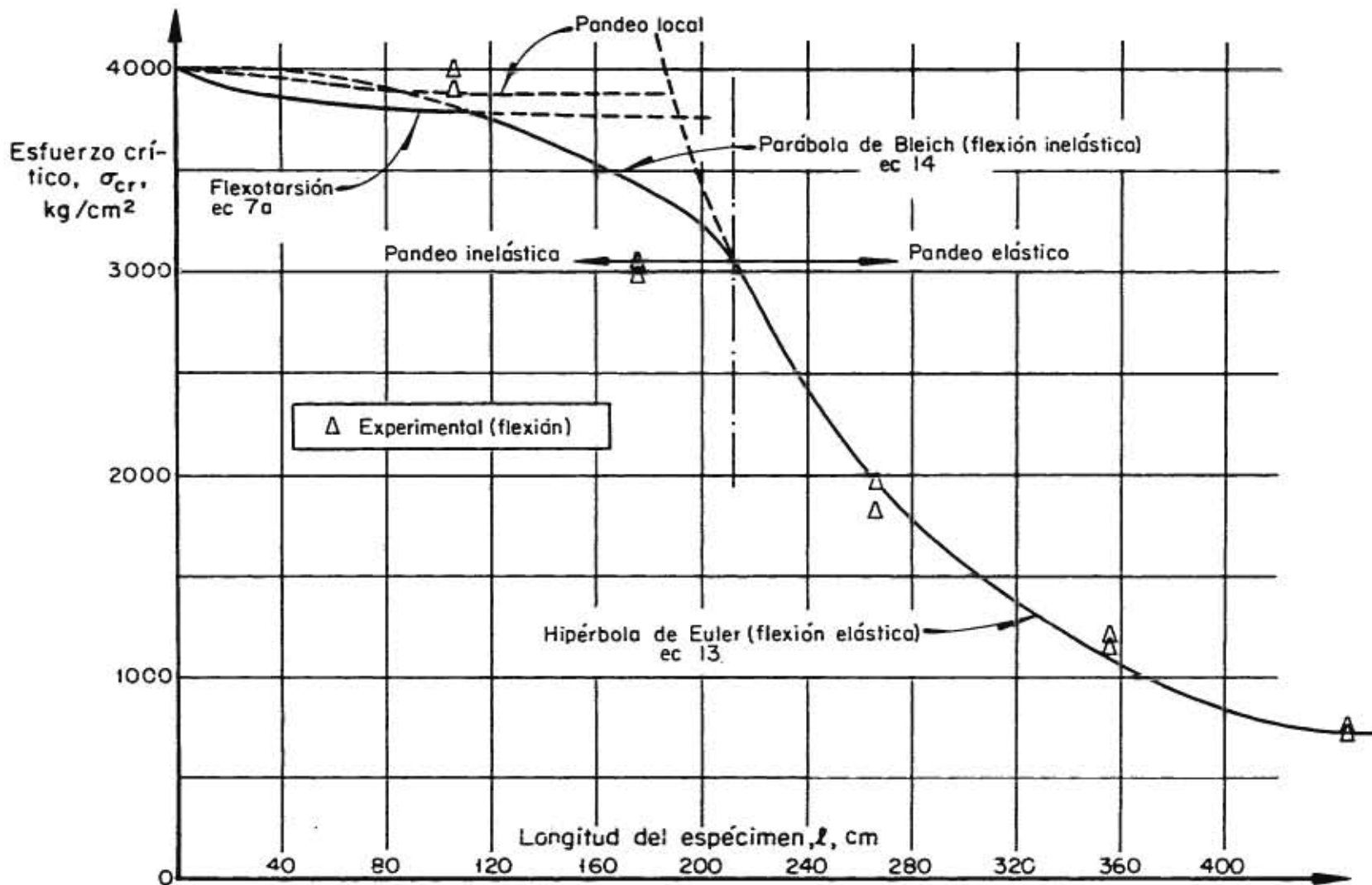


Fig 36 Curvas de esfuerzos críticos de los tipos de pandeo posible vs. la longitud de los ángulos de 6" x 3/4", sujetos a compresión



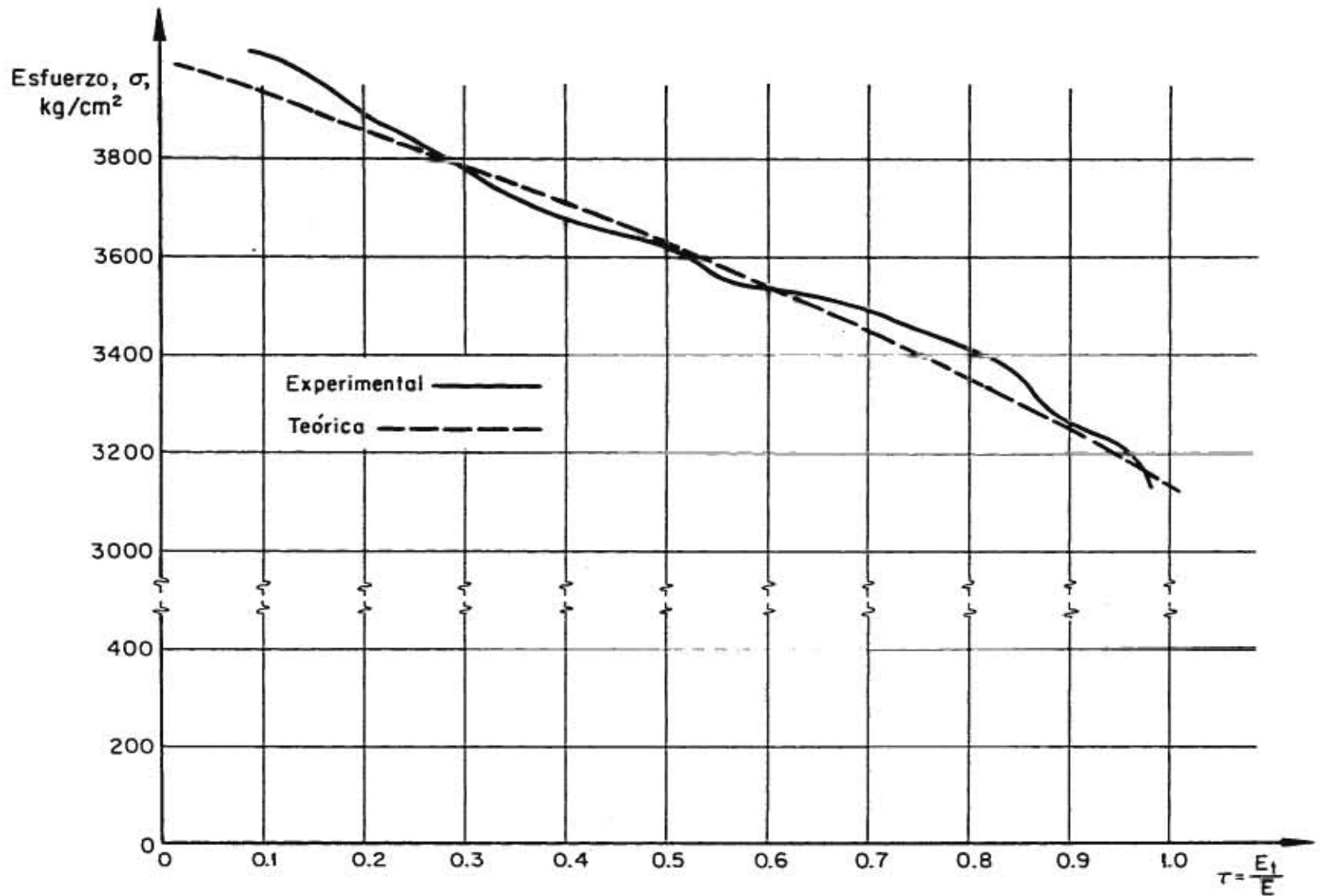


Fig 37 Gráfica esfuerzo-relación de módulos de elasticidad para ángulos sujetos a compresión

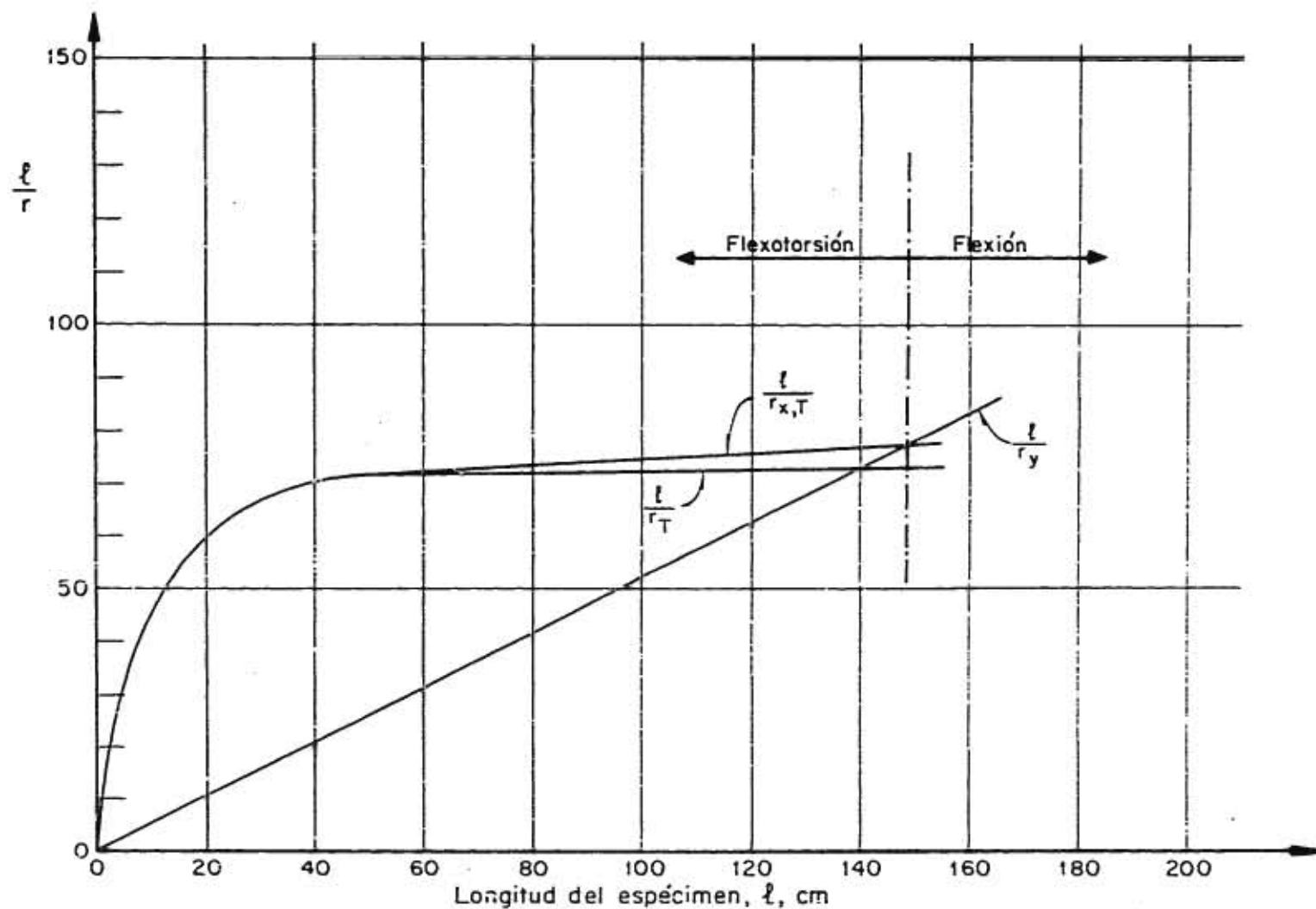


Fig 38 Curvas relación de esbeltez vs. longitud para pandeo por flexión y flexotorsión de ángulos de 4" x 1/4"

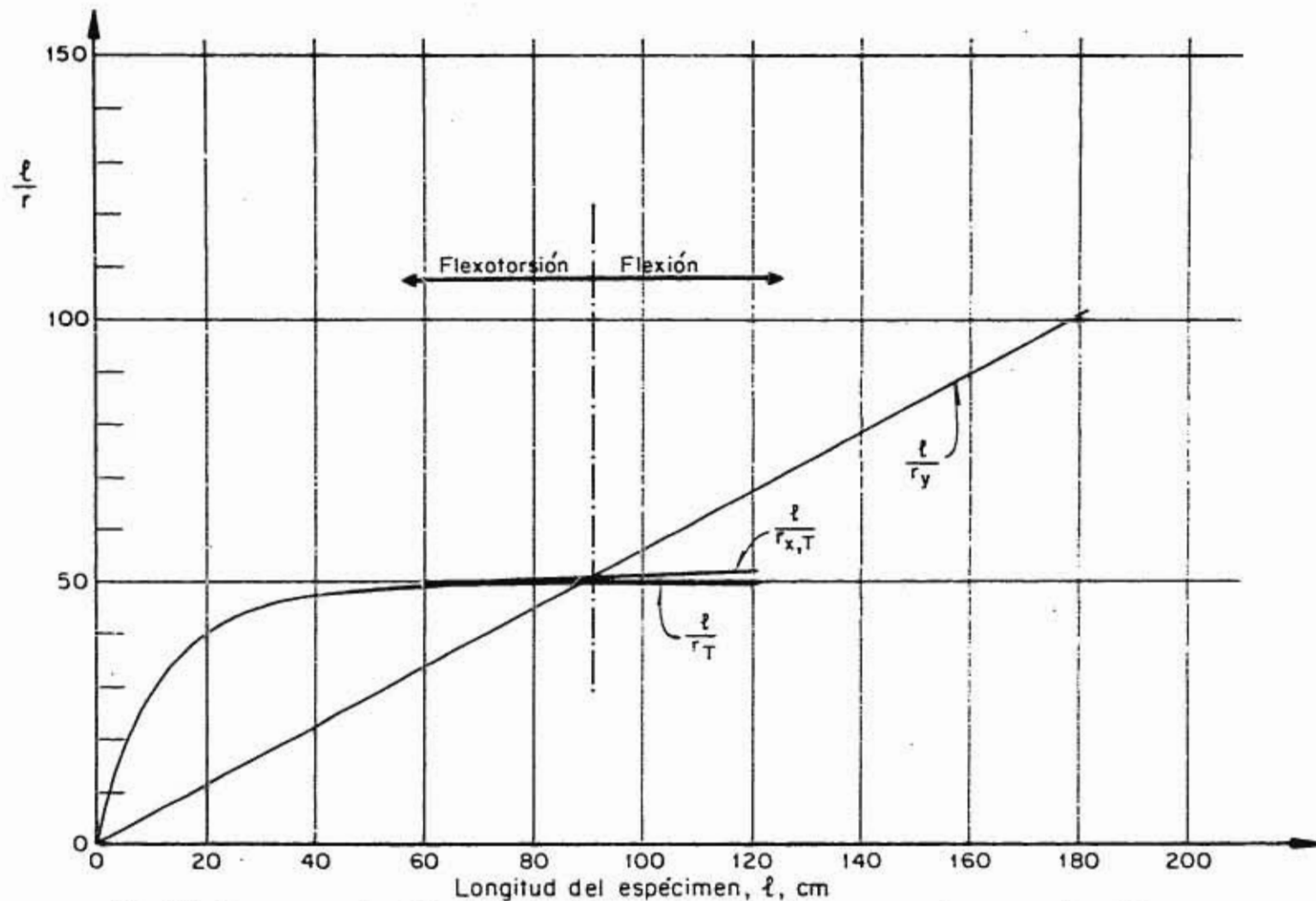


Fig 39 Curvas relación de esbeltez vs. longitud para pandeo por flexión y flexotorsión de ángulos de 4" x 3/8"

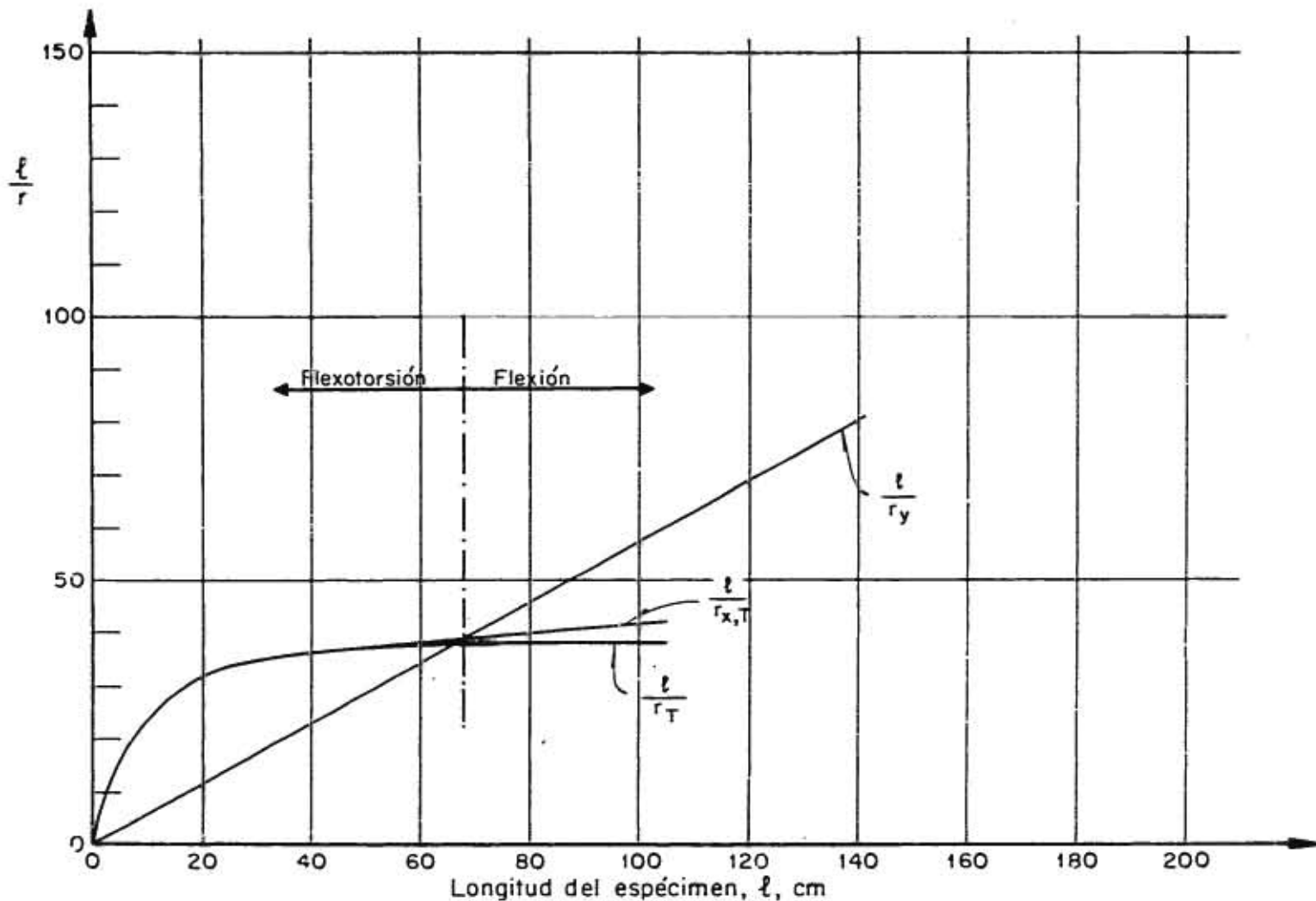


Fig 40 Curvas relación de esbeltez vs. longitud para pandeo por flexión y flexotorsión de ángulos de 4" x 1/2"

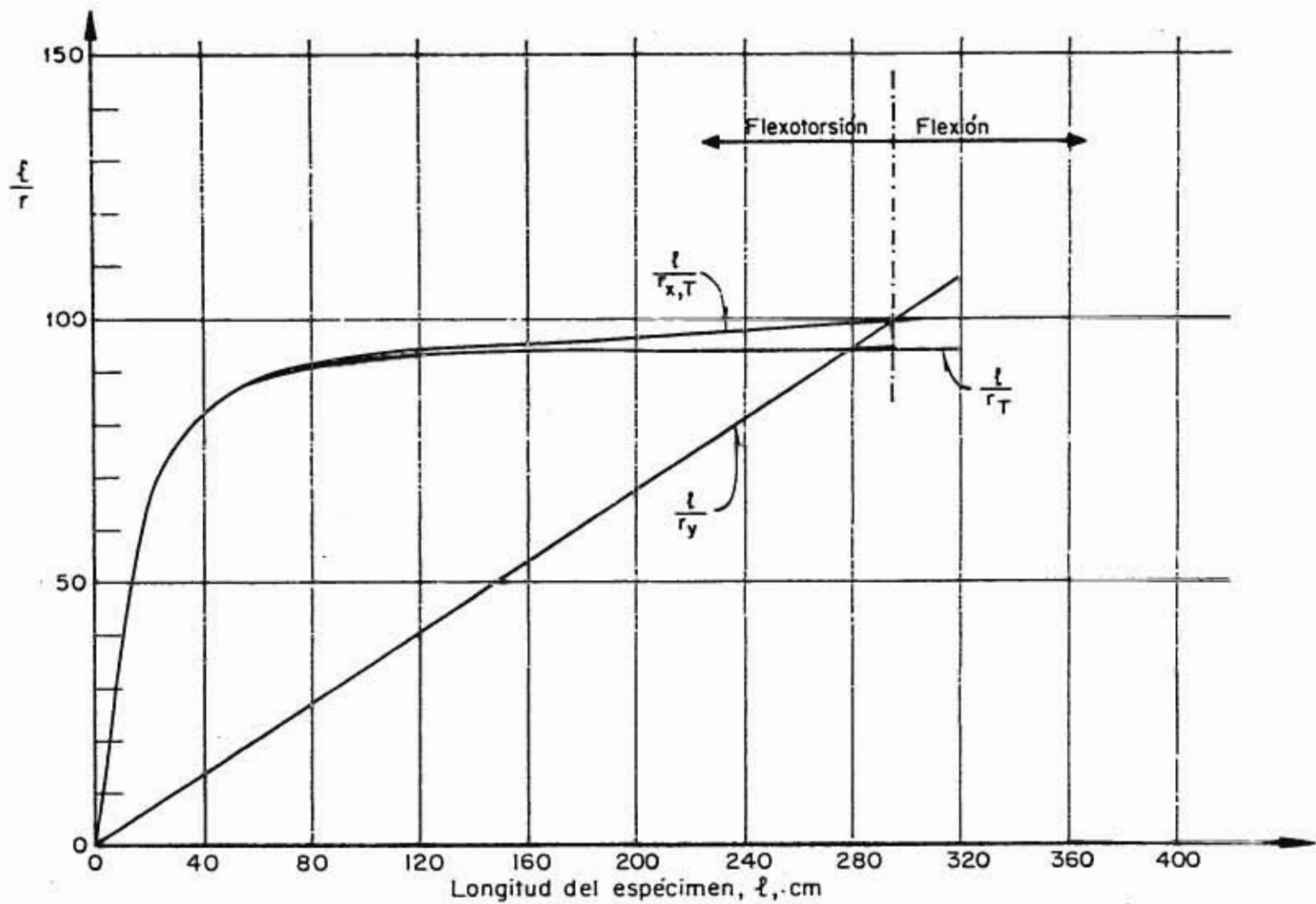


Fig 41 Curvas relación de esbeltez vs. longitud para pandeo por flexión y flexotorsión de ángulos de 6" x 5/16"

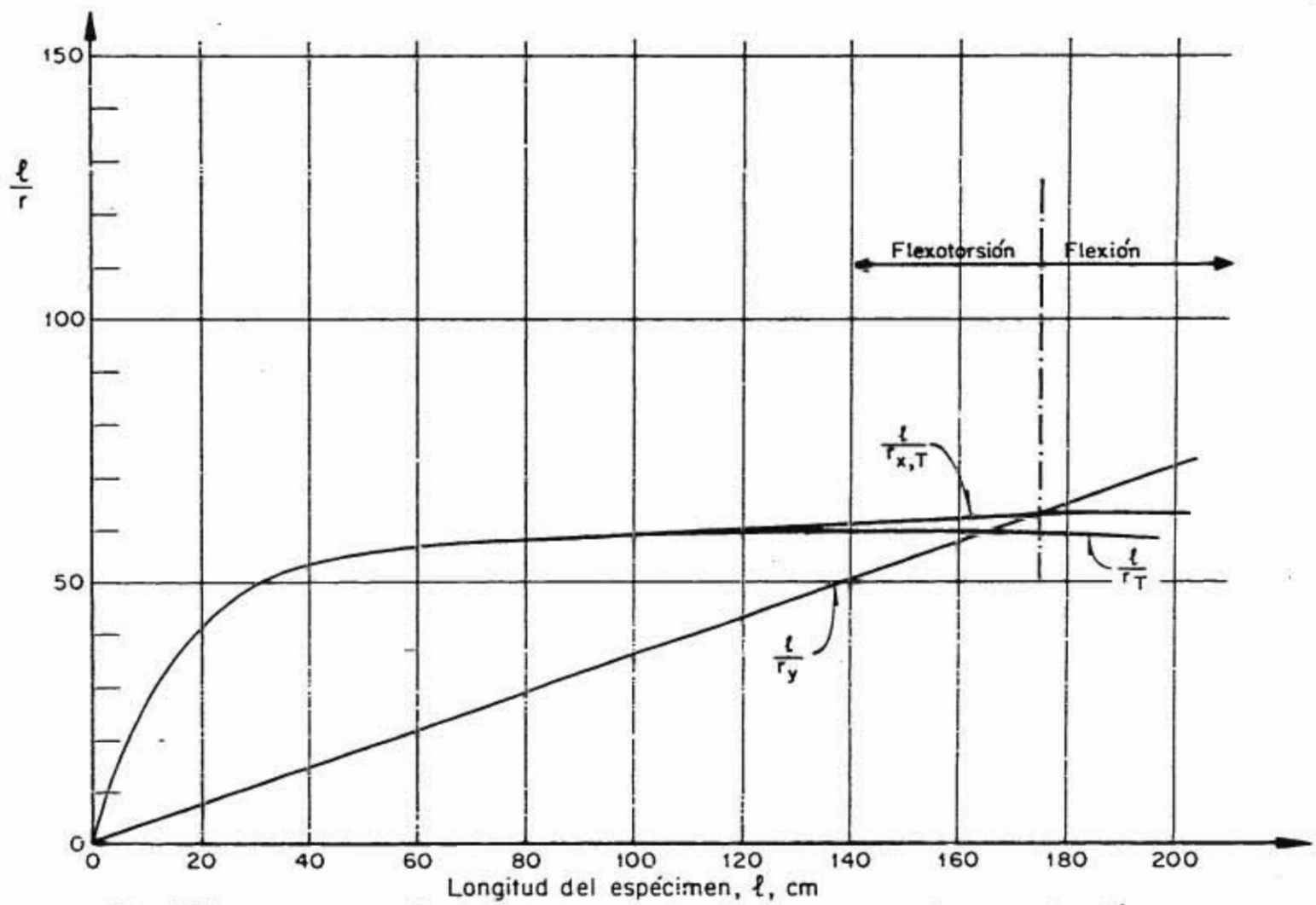


Fig 42 Curvas relación de esbeltez vs. longitud para pandeo por flexión y flexotorsión de ángulos de 6" x 1/2"

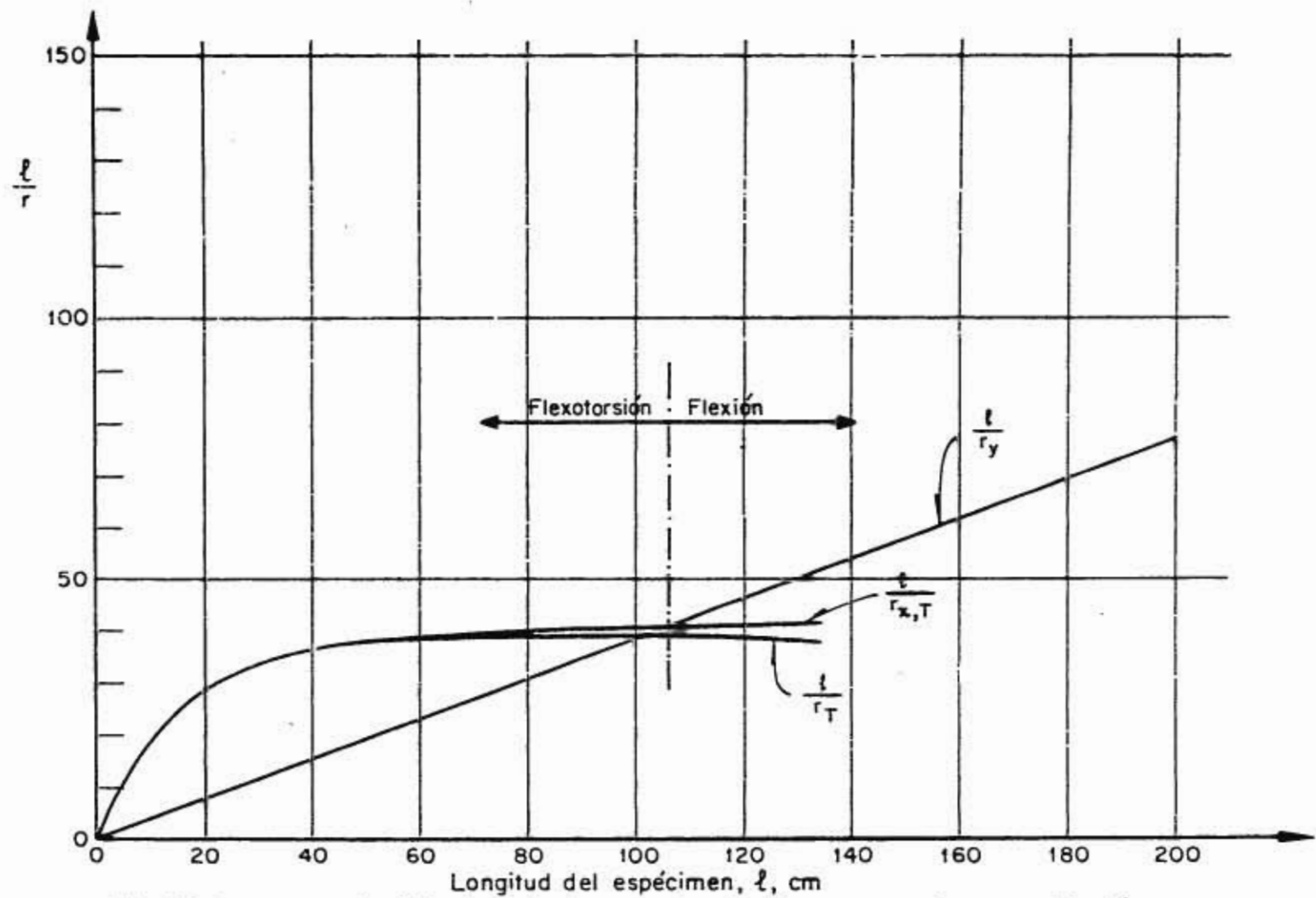


Fig 43 Curvas relación de esbeltez vs. longitud para pandeo por flexión y flexotorsión de ángulos de 6" x 3/4"

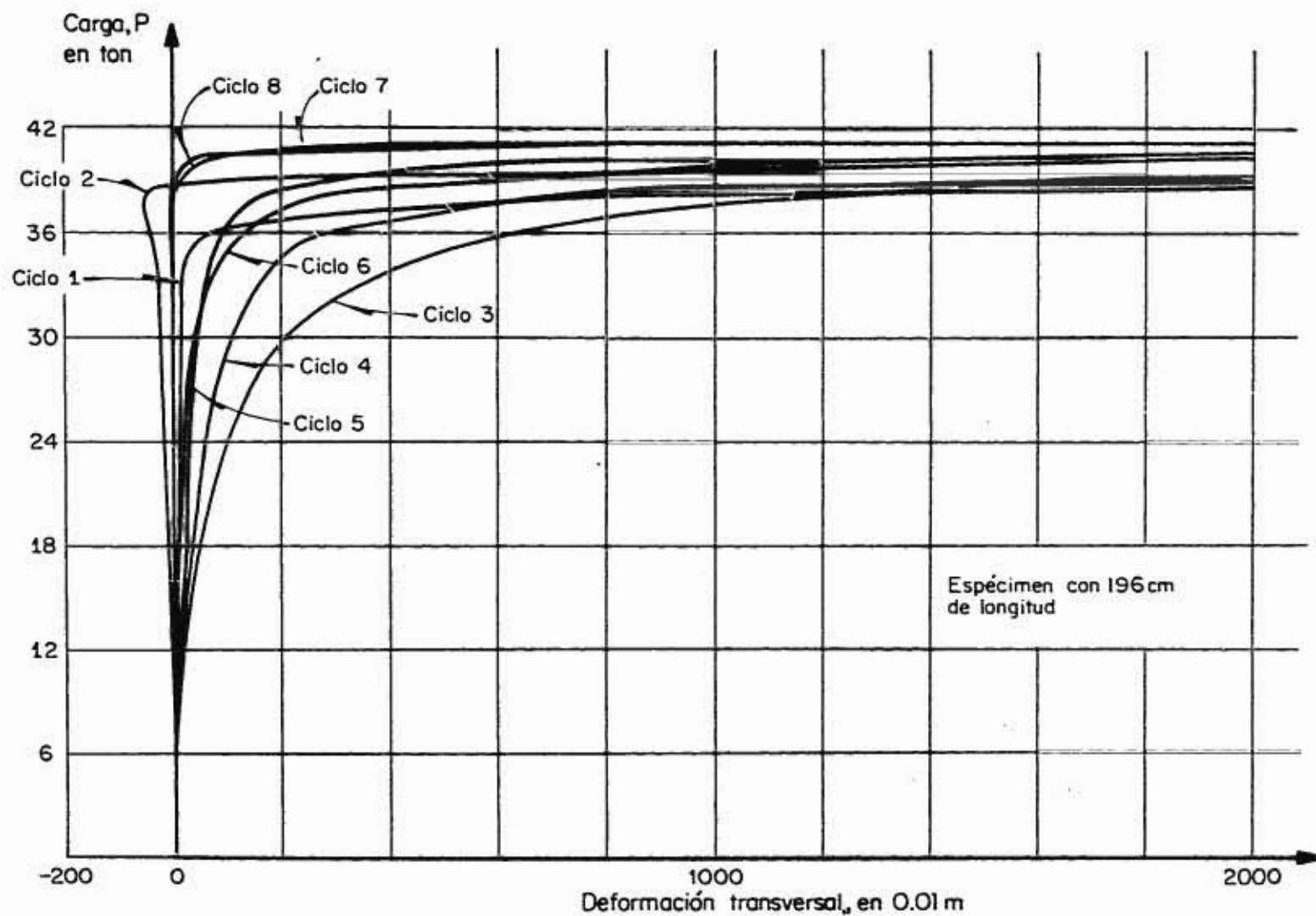


Fig 44 Comportamiento de ángulos de  $4'' \times \frac{1}{2}''$ , sujetos a ocho ciclos de carga de compresión



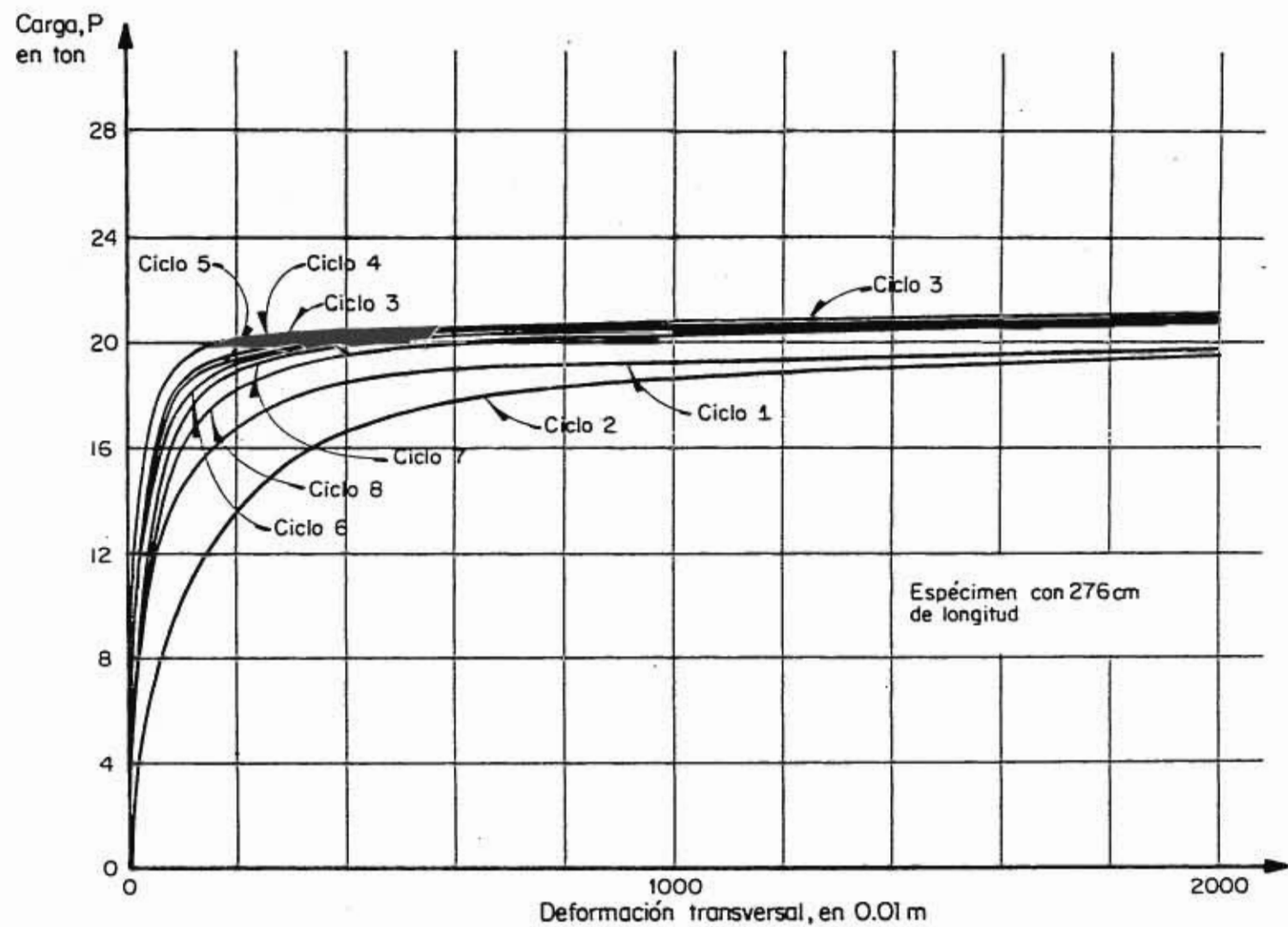


Fig 45 Comportamiento de ángulos de 4" x 1/2" , sujetos a ocho ciclos de carga de compresión

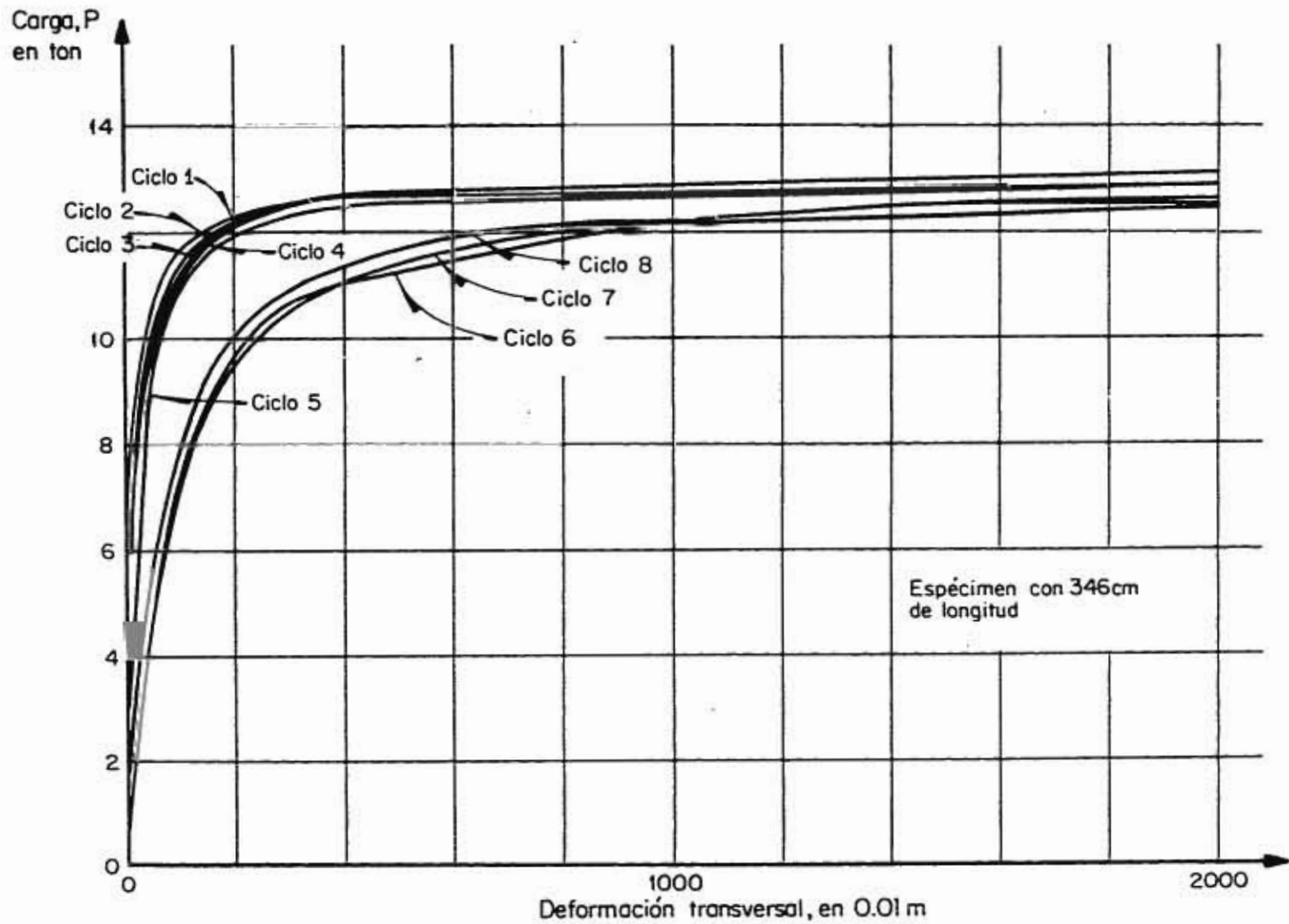


Fig 46 Comportamiento de ángulos de 4" x 1/2" , sujetos a ocho ciclos de carga de compresión

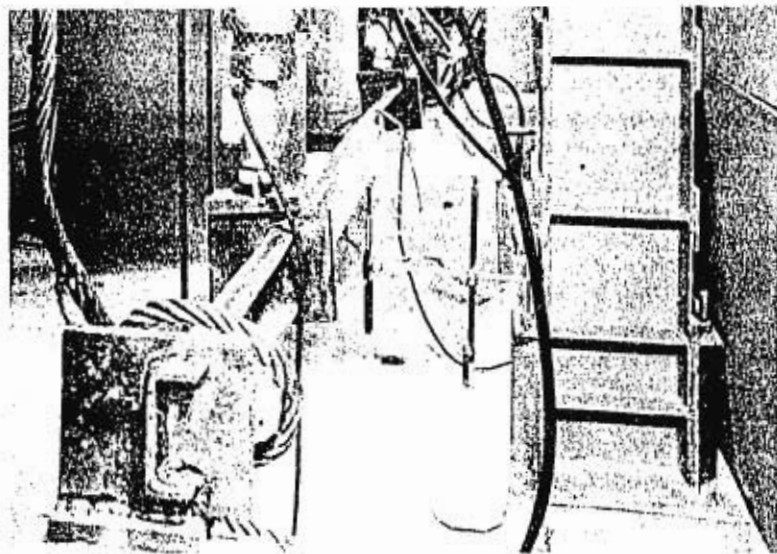
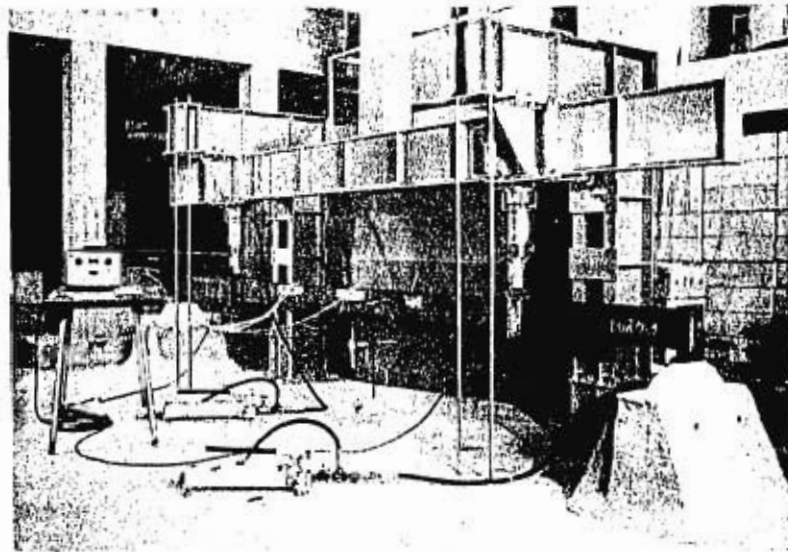


Fig 47 Modelo de flexión

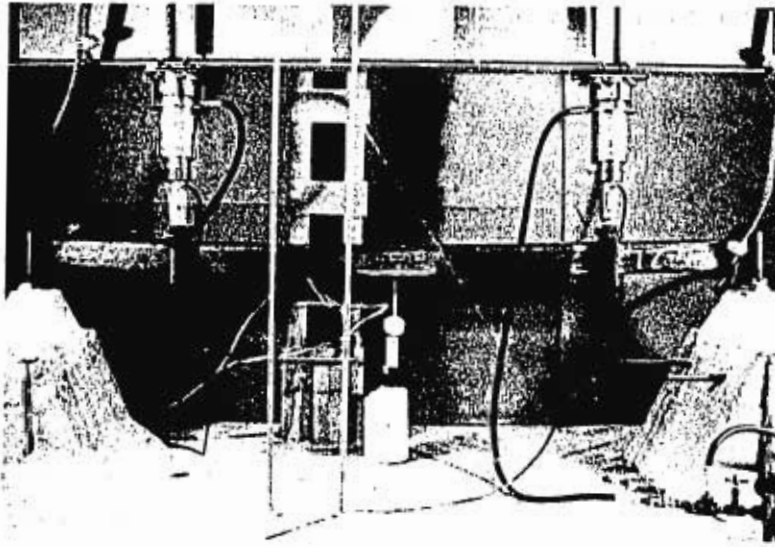
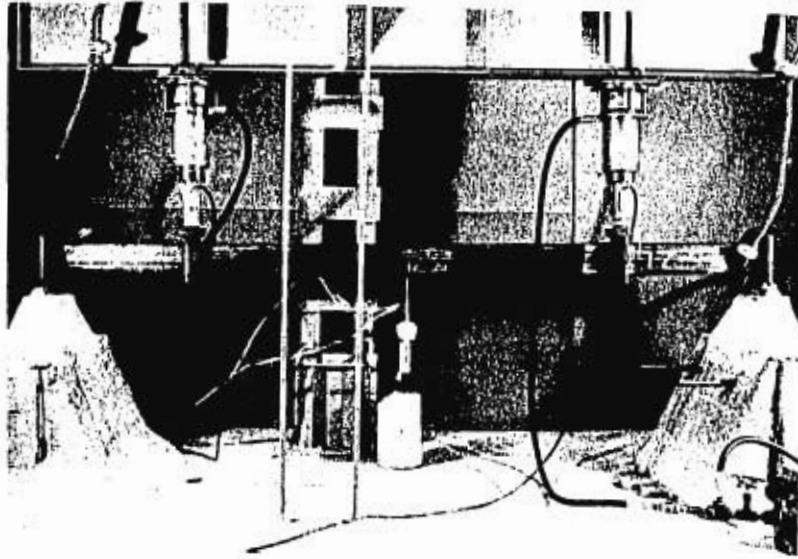


Fig 48 Canales sujetas a flexión

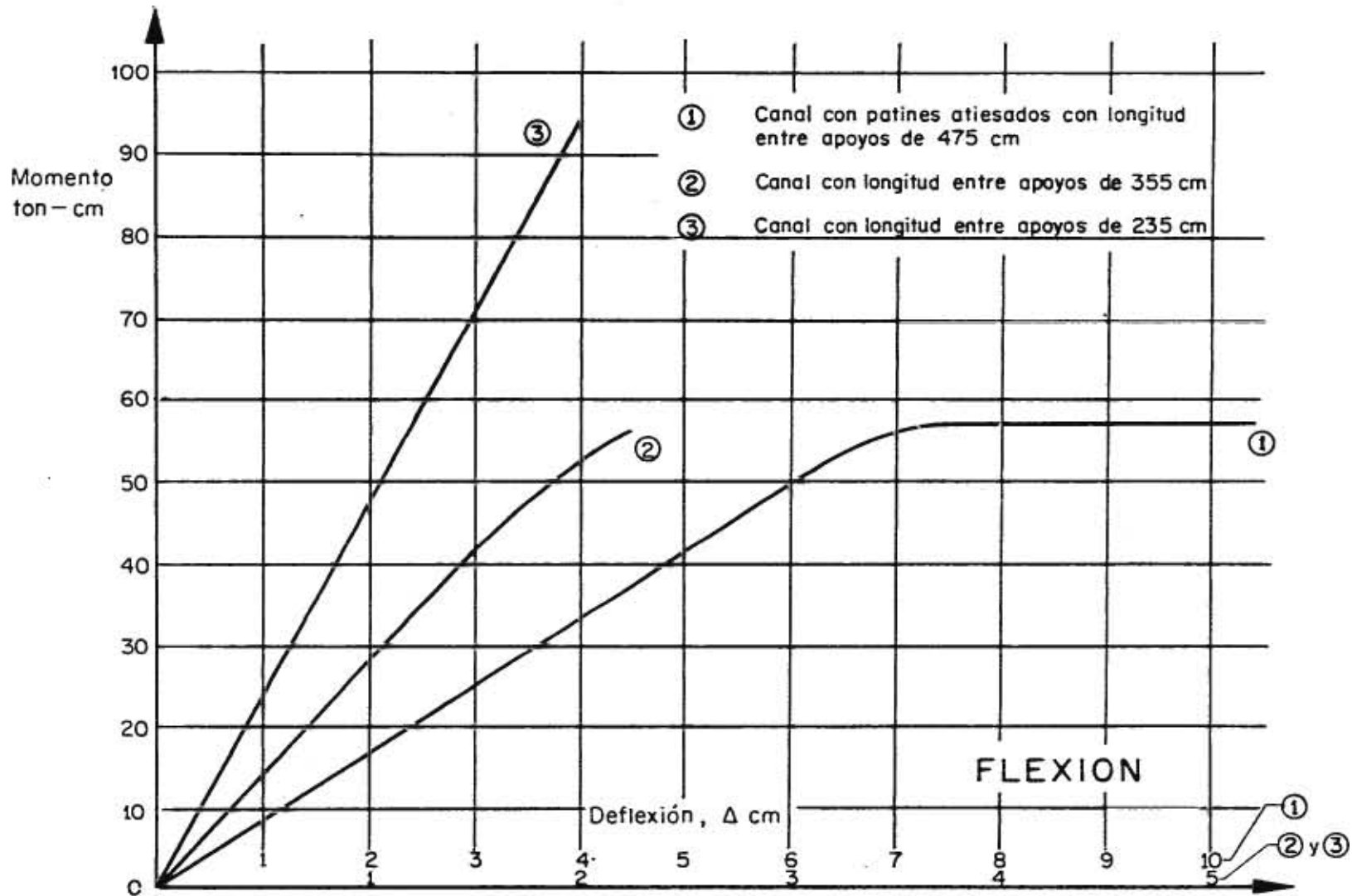


Fig 49' Curvas momento contra deflexión en el centro del claro para canales de 4" con y sin patines atiesados

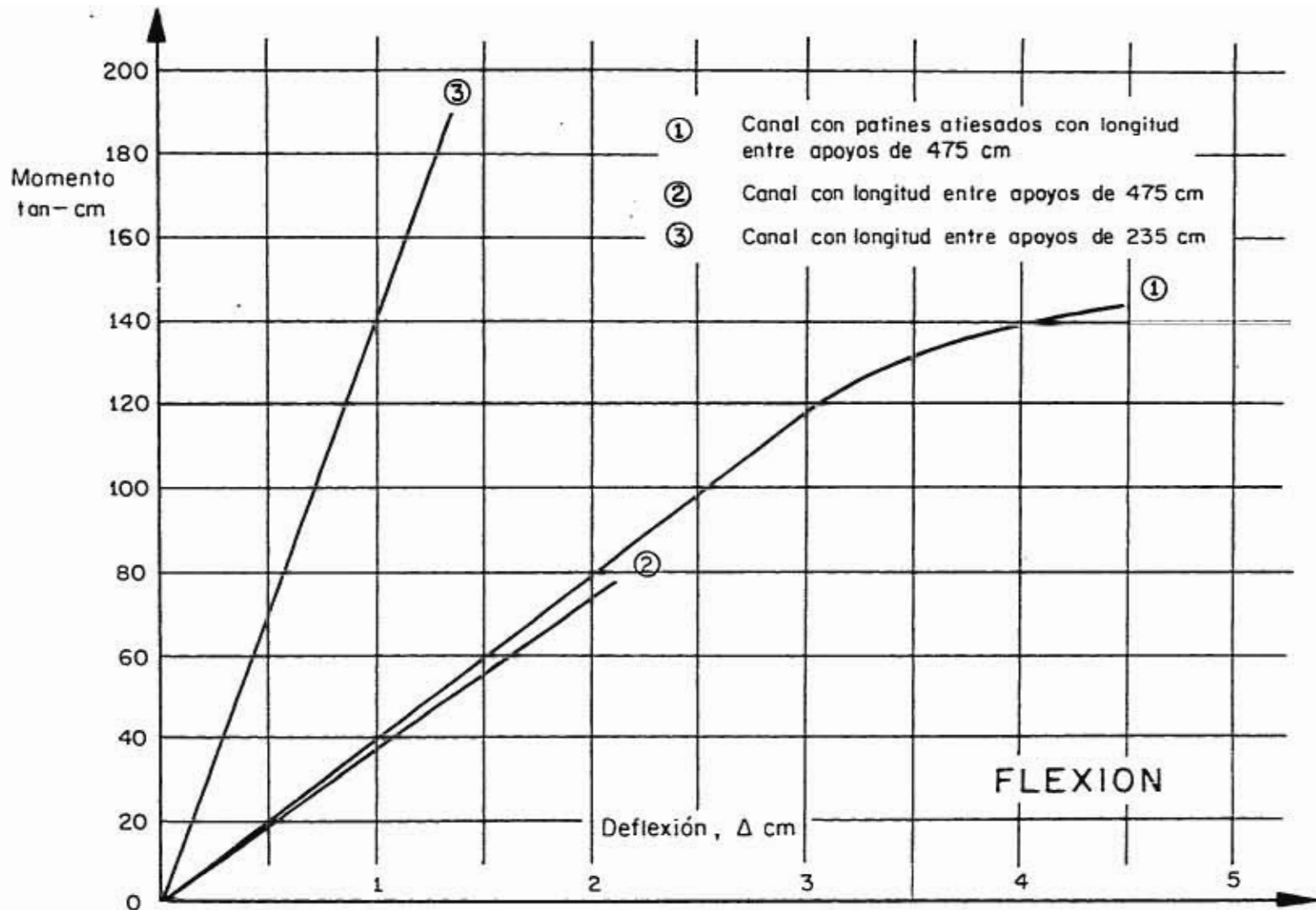


Fig 50 Curvas momento contra deflexión en el centro del claro para canales de 6" con y sin patines atiesados

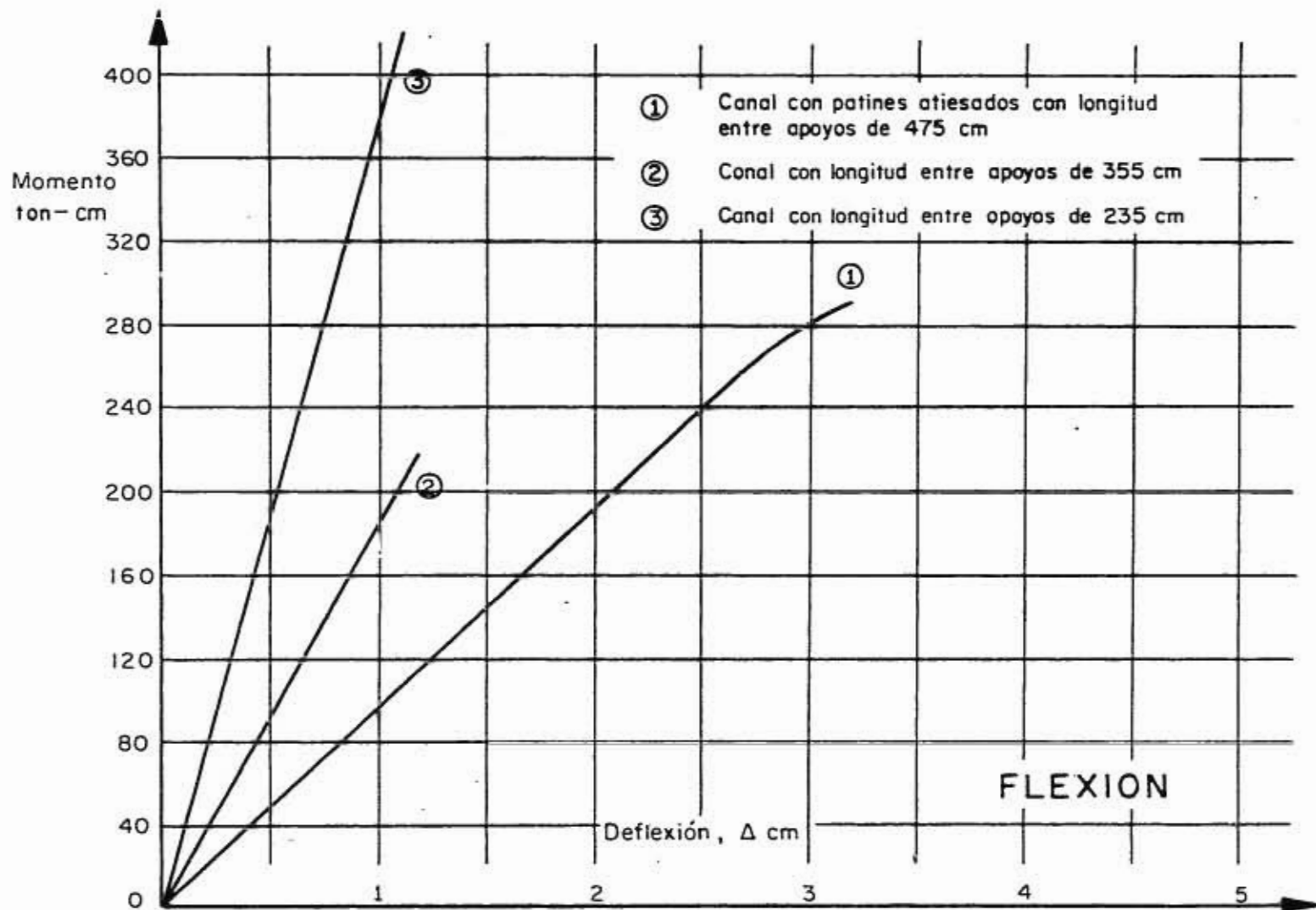


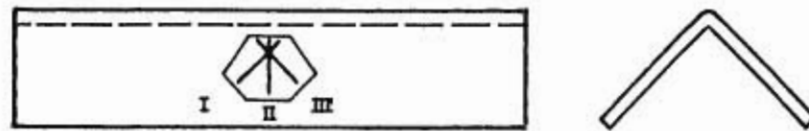
Fig 5l Curvas momento contra deflexión en el centro del claro para canales de 8" con y sin patines atiesados

MEDIDOR DE DEFORMACION SR-4

Tipo: AR-2-S6

Resistencia:  $120.5 \pm 0.5$  ohms

Factor de calibración:  $2.05 \pm 1\%$



I, II y III (brazos de la roseta)

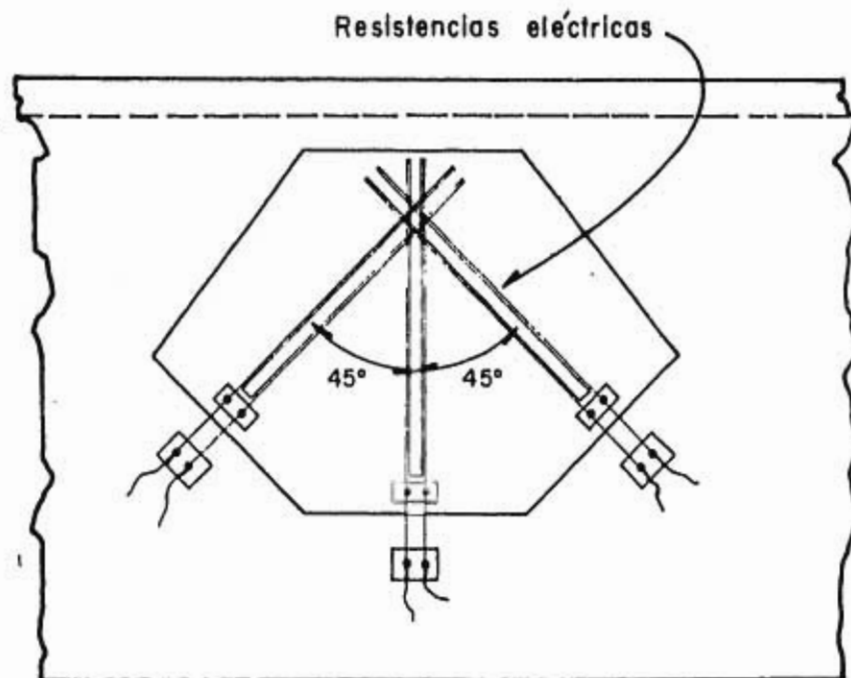


Fig 52 Esquema de la roseta para obtener deformaciones



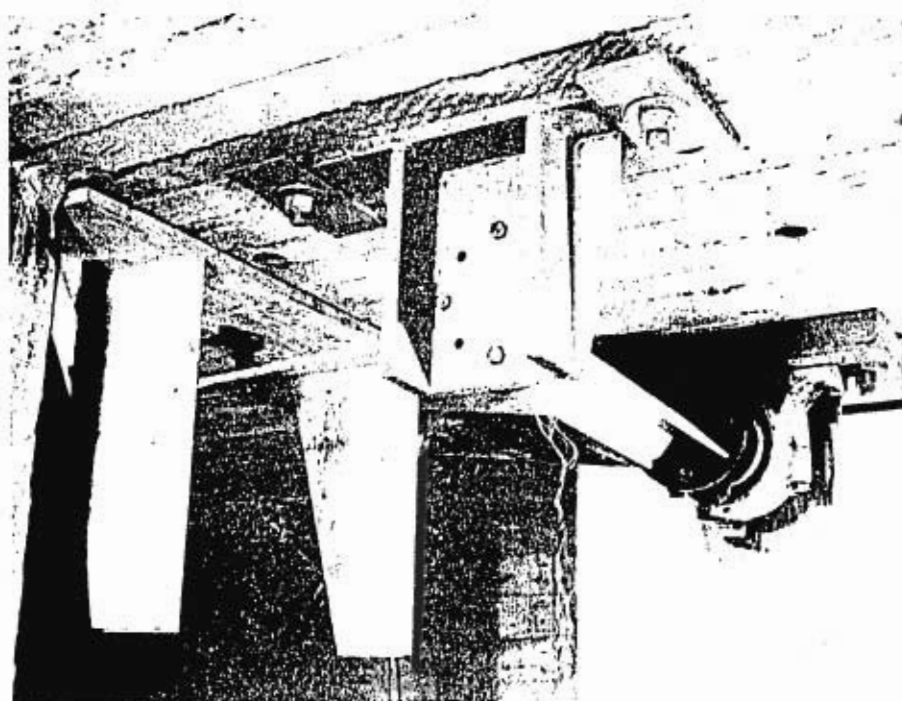
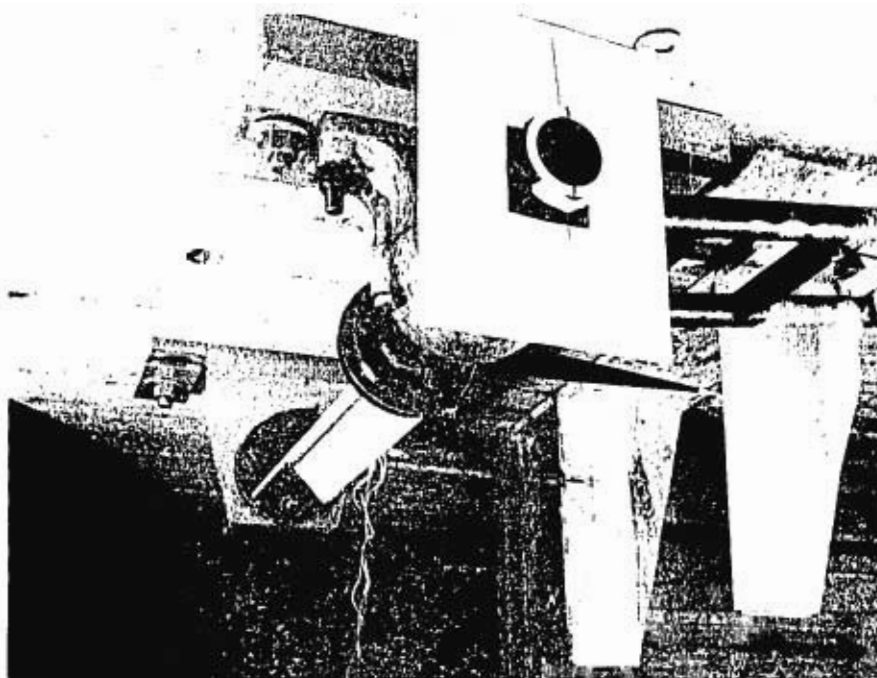


Fig 53 Modelo de torsión

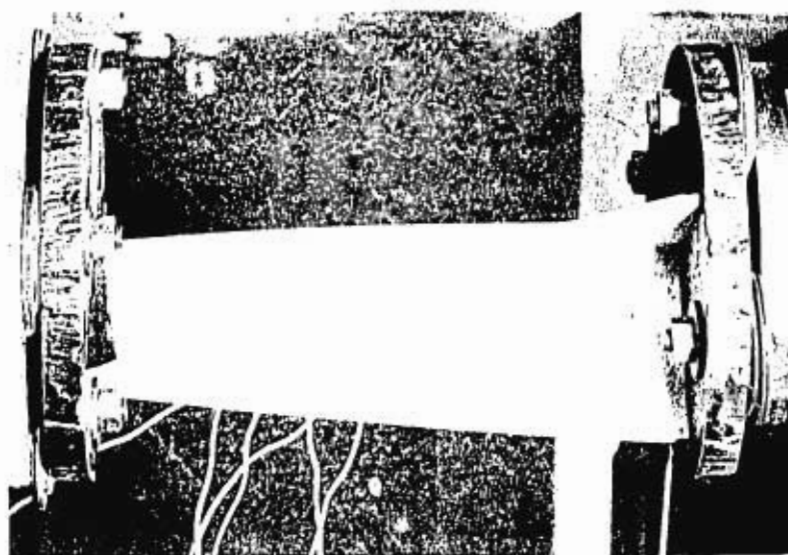
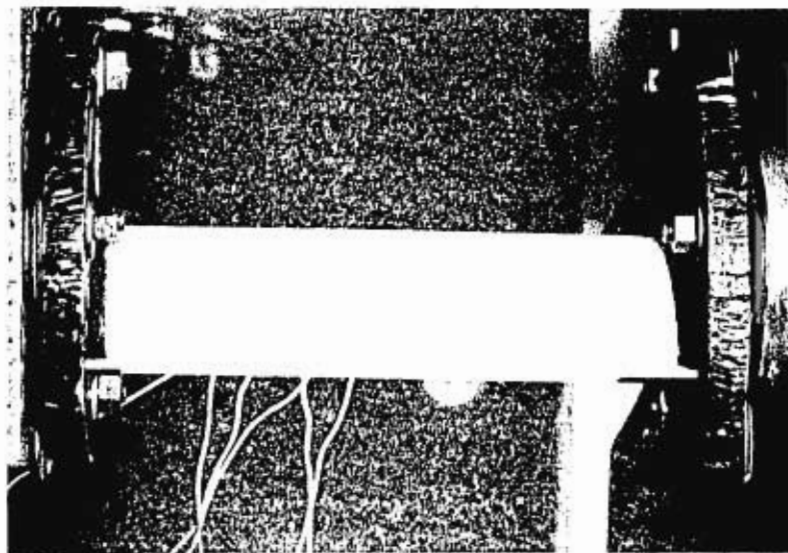


Fig 54 Angulo de  $4'' \times \frac{1}{4}'' \times 32$  cm antes y después de aplicar la torsión

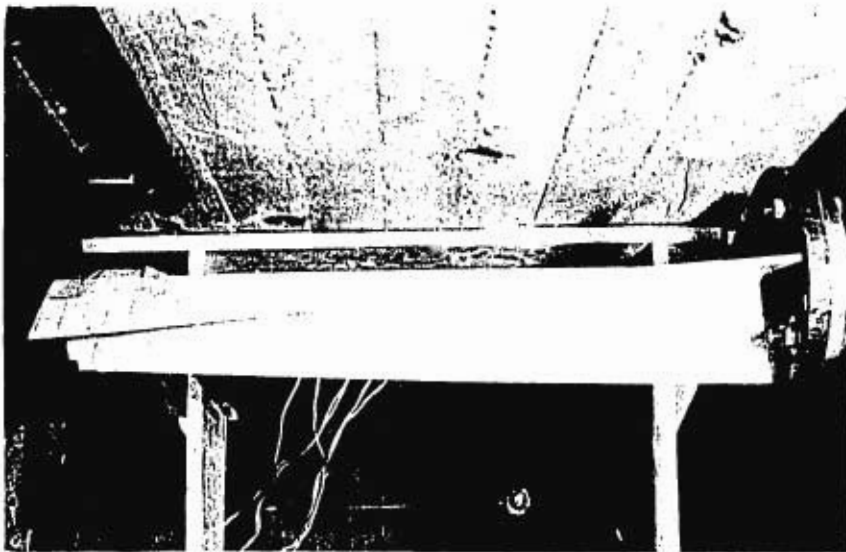
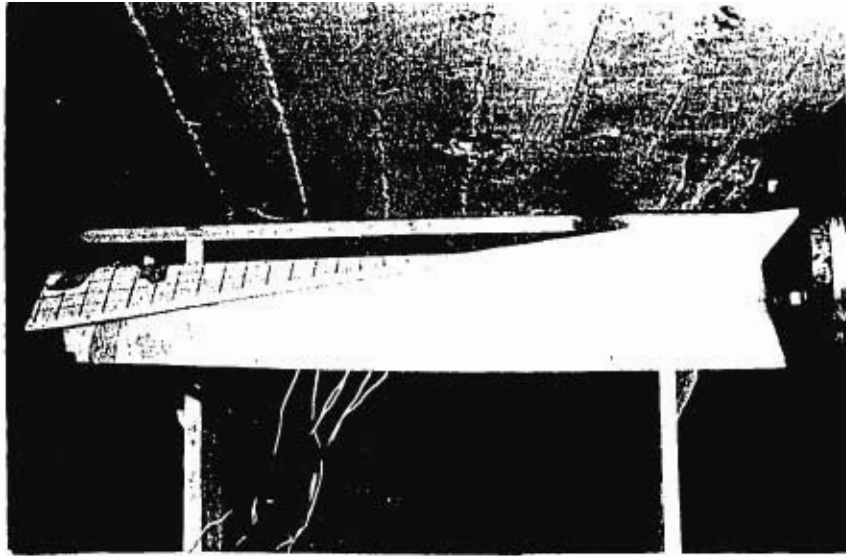


Fig 55 Angulo de 4" x 1/4" x 70cm  
sujetos a torsión

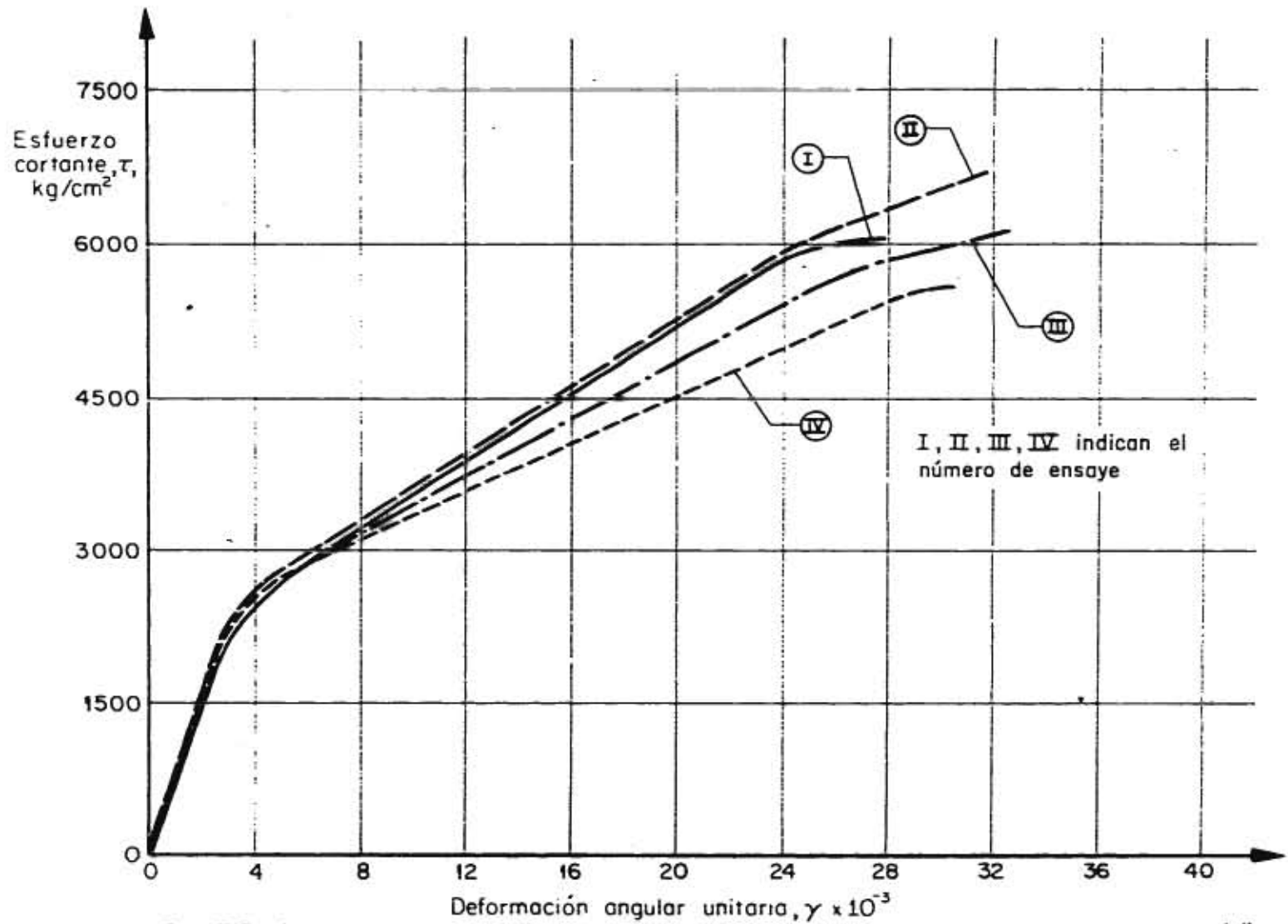


Fig 56 Curvas esfuerzo cortante – deformación angular en ángulos de  $4'' \times \frac{1}{4}'' \times 22$  sujetos a torsión

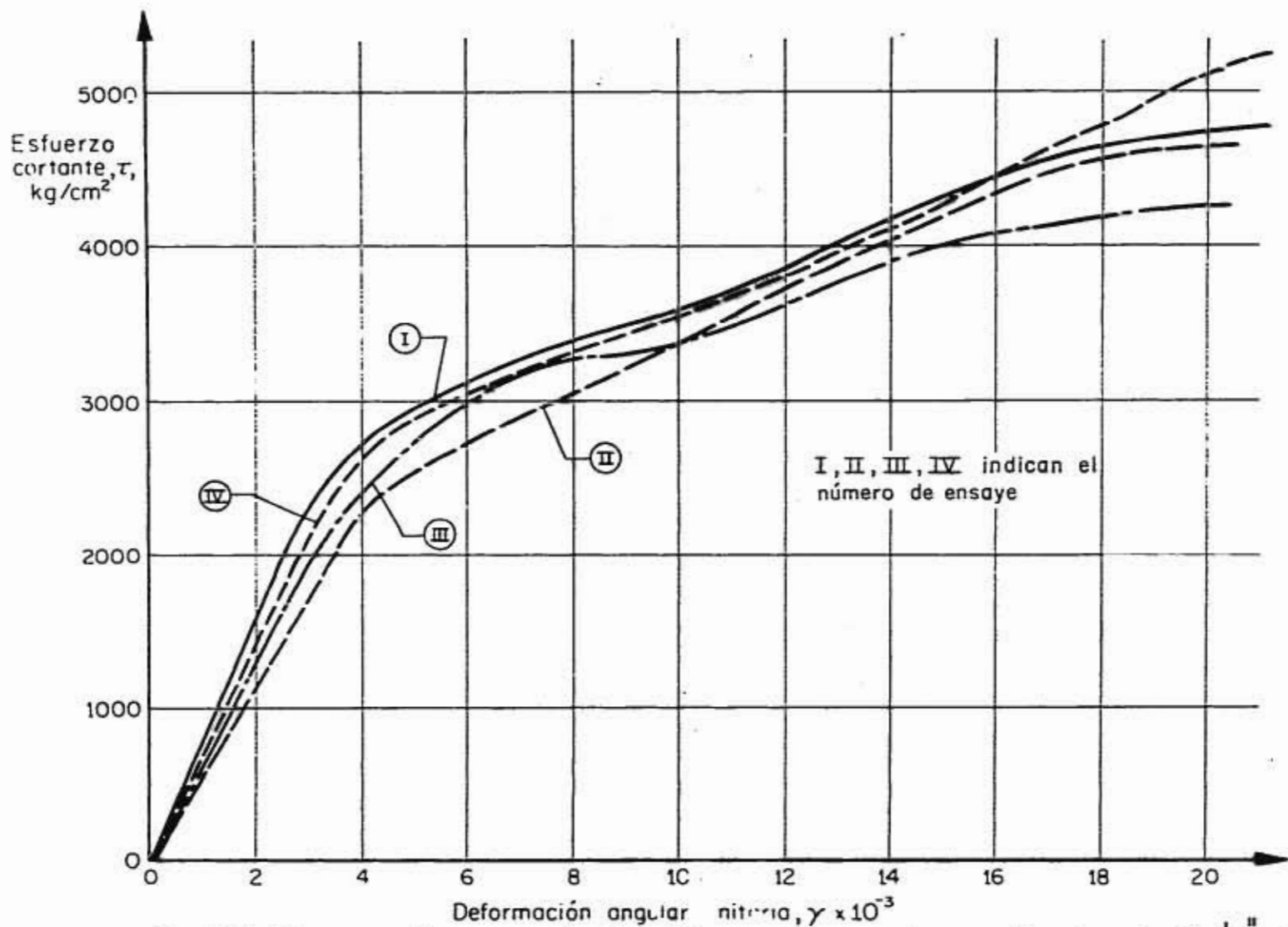


Fig 57 Curvas esfuerzo cortante-deformación angular en ángulos de  $4'' \times \frac{1}{4}'' \times 32$  sujetos a torsión

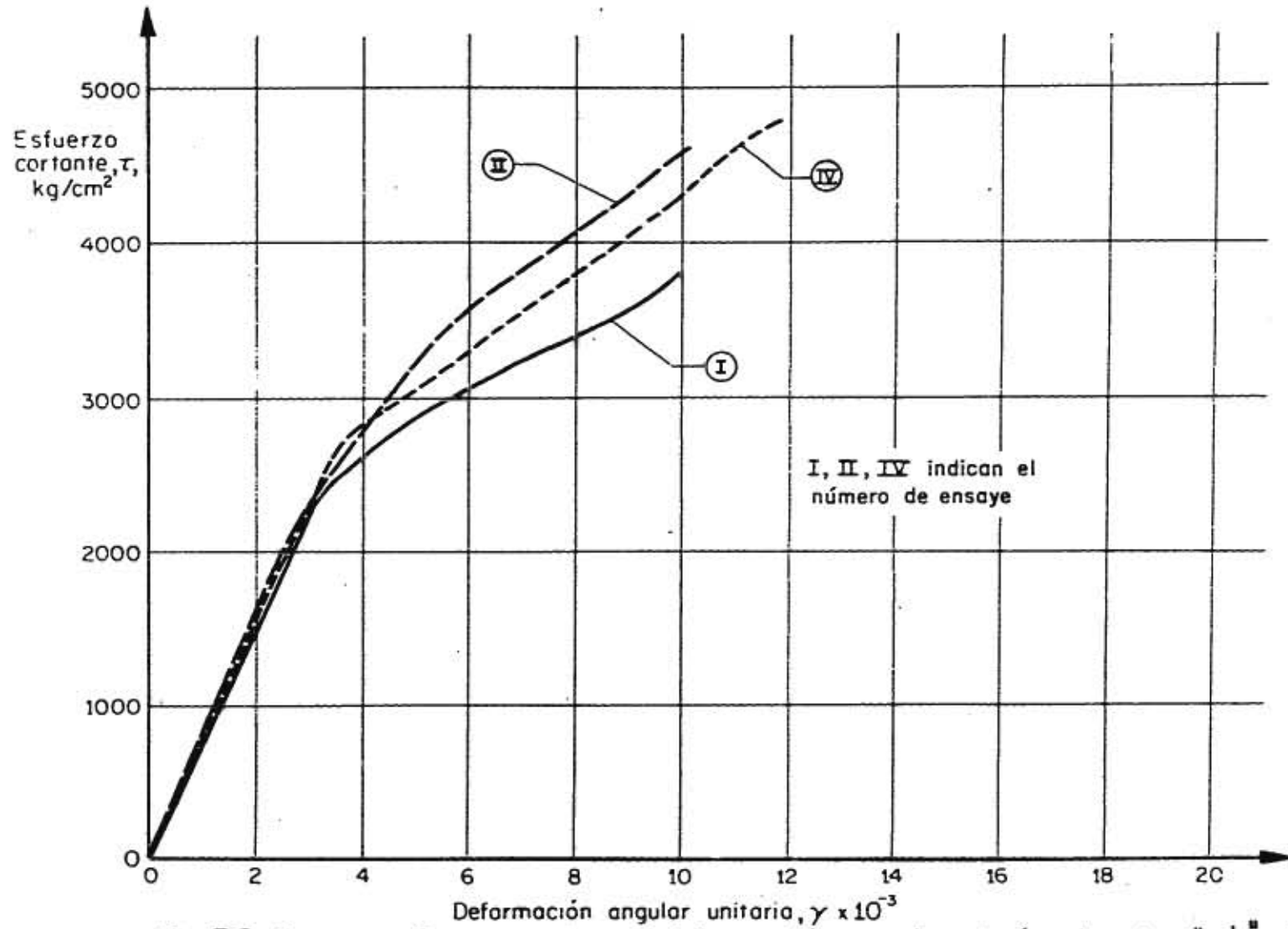


Fig 58 Curvas esfuerzo cortante-deformación angular en ángulos de  $4'' \times \frac{1}{4}'' \times 72$  sujetos a torsión