

124

14

# BASES PARA LA FORMULACION DE DECISIONES DE DISEÑO SISMICO



L. Esteva M.\*

\*Profesor Investigador, Facultad de Ingeniería, UNAM

[1968]

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN



Universidad Nacional  
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

**Biblioteca Central**

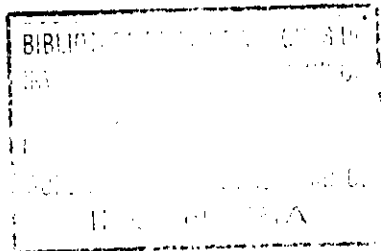


**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.



A mi esposa e hijos, cuya comprensión y  
paciencia me sostuvieron durante las  
horas de trabajo.

RESUMEN

1.	INTRODUCCION	1
1.1	<u>Naturaleza del diseño sísmico</u>	1
1.2	<u>Respuesta estructural y diseño sísmico</u>	4
1.3	<u>Sismicidad</u>	7
2.	EL DISEÑO SISMICO COMO PROBLEMA DE DECISIONES	12
2.1	<u>Fundamentos de la Teoría de Decisiones</u>	12
2.2	<u>Decisiones de diseño sísmico</u>	14
2.3	<u>Confiabilidad y optimización en diseño sísmico</u>	17
2.4	<u>Costo esperado de daños</u>	20
2.4.1	Un solo modo de falla; una sola ocurrencia de la falla	21
2.4.2	Un solo modo de falla; ocurrencia múltiple	22
2.4.3	Daño variable en cada temblor; posibilidad de ocurrencia múltiple	23
2.4.4	Daño variable en cada temblor; ocurrencia múltiple hasta el colapso	24
2.5	<u>Esperanza de los beneficios</u>	25
2.5.1	La estructura no se reconstruye después del colapso	25
2.5.2	La estructura se reconstruye después del colapso	26
2.6	<u>Optimización en diseño sísmico</u>	26
2.7	<u>Efecto de la incertidumbre en la descripción de la sismicidad</u>	27
3.	SISMICIDAD LOCAL	33
3.1	<u>Medida de la sismicidad local</u>	33
3.2	<u>Número medio anual de temblores</u>	35
3.3	<u>Distribución de magnitudes máximas</u>	38
3.4	<u>Correlación geográfica entre los procesos de ocurrencia de temblores</u>	39

cc/

4.	ESTADISTICA BAYESIANA EN LA ESTIMACION DE LA SISMICIDAD LOCAL	40
4.1	<u>Alcance</u>	40
4.2	<u>Teorema de Bayes</u>	43
4.3	<u>Bases para formular distribuciones a priori de sismicidad</u>	44
4.4	<u>Distribuciones iniciales de sismicidad en diversas zonas</u>	49
4.4.1	Sismicidad de macrozonas	51
4.4.2	Variabilidad espacial de la sismicidad	52
4.4.3	Aplicación	53
4.5	<u>Distribuciones posteriores de sismicidad</u>	54
4.6	<u>Subzonas geotectónicas</u>	55
4.7	<u>Observaciones complementarias</u>	61
4.7.1	Variación con la profundidad	61
4.7.2	Información incompleta	61
5.	DISTRIBUCION DE INTENSIDADES Y RESPUESTAS ESTRUCTURALES	63
5.1	<u>Relación entre las ordenadas de espectros elásticos y la amplitud del movimiento del terreno</u>	64
5.2	<u>Relación entre magnitud, distancia focal y movimiento del terreno en una estación</u>	69
5.3	<u>Influencia de la naturaleza del terreno de cimentación</u>	72
5.4	<u>Distribución de intensidades máximas</u>	75
5.4.1	Correlación determinística entre intensidad, magnitud y distancia	75
5.4.2	Correlación de intensidad con magnitud y distancia focal, definida probabilísticamente	77

cc/

5.4.3	Distribución marginal del número de temblores que en un cierto lapso exceden a una intensidad dada	78
5.4.4	Incorporación de información local	79
5.4.5	Aplicación	80
ceb - 6.	SOLICITACIONES DE DISEÑO	84
6.1	<u>Costos esperados de falla</u>	85
6.1.1	Caso 1a. Un solo modo de falla. Se reconstruye después de cada falla	85
6.1.2	Caso 1b. Un solo modo de falla. No se reconstruye después de cada falla	86
6.1.3	Caso 2a. Diversos niveles posibles de daño en cada temblor. Todos los daños se reparan, aun en caso de colapso	87
6.1.4	Caso 2b. Diversos niveles posibles de daño en cada temblor. Todos los daños se reparan, con excepción del colapso	88
6.2	<u>Esperanza de los beneficios actualizados</u>	88
6.3	<u>Probabilidades de falla</u>	89
6.4	<u>Solicitaciones para diseño óptimo</u>	93
6.4.1	Modo único de falla. Proceso de Poisson. Se reconstruye después de cada temblor	94
6.4.2	Modo único de falla (colapso). Proceso de Poisson. No se reconstruye después de la falla	94
7.	CONCLUSIONES	96
8.	RECONOCIMIENTO	101
	FIGURAS	103
dos -	APENDICES	135
101	REFERENCIAS	141

## RESUMEN

La formulación de criterios para diseño sísmico se basa en la información sobre sismicidad, respuesta estructural ante temblores específicos, estimación de las propiedades de las estructuras, y consideraciones económicas. La conexión de los conceptos anteriores se presenta en el marco de la Teoría de Decisiones. De estos conceptos, este trabajo trata en especial detalle el relativo a la estimación de la sismicidad regional, es decir, al cálculo de las distribuciones probabilísticas de las intensidades y ordenadas espectrales máximas que son de esperarse en lugares y durante lapsos especificados. En vista de la usual carencia de información estadística significativa, la sismicidad regional se estima en forma indirecta a partir de la sismicidad local, mediante el empleo de correlaciones semiempíricas entre magnitud, distancia focal, intensidad, características del movimiento del terreno, y respuesta estructural.

Puesto que la distribución de intensidades depende de la sismicidad local de volúmenes relativamente pequeños de la corteza terrestre, y el periodo para el cual se cuenta con datos sismológicos instrumentales es muy corto, se tiene que recurrir al empleo de información diferente de datos estadísticos.

Se presenta un criterio para la asimilación de la información disponible de tipo no estadístico, a fin de proponer una distribución inicial de sismicidad. A continuación se incorpora la información estadística mediante el empleo del teorema de Bayes. El procedimiento se aplica a la determinación de periodos de recurrencia para intensidades especificadas en lugares dados.

## ABSTRACT

Formulation of earthquake resistant design criteria is based on information concerning seismicity, structural response to specific earthquakes, estimation of structural properties, and economical considerations. The way in which the former concepts are connected is presented within the frame of Decision Theory. Of all those items special attention is given in this work to the evaluation of regional seismicity, that is the calculation of the probability distribution of maximum intensities and spectral ordinates to be expected at given locations and time intervals. Since lack of substantial statistical information is usual, regional seismicity is indirectly evaluated from local seismicity through use of semiempirical correlations between earthquake magnitude, focal distance, intensity, ground motion characteristics, and structural response.

As the distribution of intensities depends on the local seismicity of relatively small volumes of the earth's crust, and the period for which seismological data are available is very short, use has to be made of information other than statistical data.

A criterion is presented for assimilating available non statistical information in order to propose a prior distribution of seismicity. It then incorporates statistical data through use of Bayes' theorem. The procedure is applied to the determination of recurrence periods for specified intensities at given locations.



## 1. INTRODUCCION

### 1.1 Naturaleza del diseño sísmico

El objetivo del diseño sísmico es proporcionar a cada estructura las características que le permitan desarrollar el comportamiento óptimo, compatible con la economía de su diseño, ante los temblores que actúen sobre ella desde que se inicia su construcción hasta que se demuele o se abandona, intervalo que aquí se designará vida útil. Usualmente no puede predecirse la vida útil de una estructura dada y menos aun la historia y características de los temblores que la afectarán, o cuando menos la sollicitación sísmica más desfavorable a que pueda ser sometida. De ahí que el objetivo que menciona el primer párrafo no pueda enunciarse como el de

evitar daños, o aun colapso, y deba aceptarse que lo que logra el diseño sísmico es en todo caso acotar la probabilidad de que la estructura en cuestión falle por la acción de los temblores a que se vea sujeta durante un intervalo especificado. Para ser precisos, lo que se pretende es imponer límites a las probabilidades asociadas a la ocurrencia de diversos niveles o tipos posibles de daños, incluyendo eventualmente el colapso, durante el intervalo en cuestión. La determinación de dichos límites constituye un problema cuya solución implica un proceso de optimización que establezca un equilibrio entre el costo probable de dichos daños y el costo de tratar de evitarlos. Si se ignora el efecto de acumulación de daños, o sea la influencia que los daños causados por temblores o sollicitaciones previas puedan tener en el comportamiento estructural ante un nuevo temblor, el daño que sufre una estructura de características conocidas puede ligarse directamente a la máxima amplitud de la respuesta estructural. Para un temblor dado dicha amplitud máxima se tomaría igual a la ordenada del espectro de respuesta (aceleración, velocidad o desplazamiento) para dicho temblor y para propiedades (periodo natural, amortiguamiento, ley carga-deformación) de la estructura en estudio. Para fines de diseño sísmico no basta con calcular la respuesta de la estructura ante un solo temblor: es necesario predecir estadísticamente dicha respuesta ante temblores futuros. Cuando el problema no consiste en diseñar una estructura dada, sino en proponer espectros para diseño, deberán predecirse estadísticamente las respuestas de estructuras de diversas características, de tal manera que sea posible trazar gráficas cuyas ordenadas representen, para estructuras simples de periodo natural y amortiguamiento dados (o de manera más general, para características específicas de comportamiento no lineal), las respuestas estructurales ligadas a una probabilidad dada de ser excedidas durante un lapso especificado. Tales gráficas contienen la información fundamental, por lo que hace a las caracte-

terísticas de los temblores esperados, para trazar espectros de diseño. Es necesario contar con un juego de estas gráficas, cada una asociada a una probabilidad de falla. El valor que se asigne a esta es a su vez función de la importancia de la estructura y del costo de los daños probables.

Atendiendo al presente estado de conocimientos, el planteamiento descrito lleva a la conclusión de que la adopción de criterios racionales de diseño sísmico debe considerar de manera explícita las siguientes partes del problema.

a) Predicción estadística de las respuestas estructurales ante temblores definidos por uno o varios parámetros simples. Dichos parámetros pueden abarcar datos instrumentales directos, tales como máxima aceleración, velocidad o desplazamiento del terreno durante el temblor; datos subjetivos, tales como la intensidad en la escala de Mercalli modificada, o aun datos tan indirectos como magnitud y distancia focal.

b) Incertidumbres asociadas a las características de estructuras reales: masas, rigideces, amortiguamiento, resistencia, deterioro.

c) Predicción estadística de los parámetros mencionados en a). Esta se basa en el conjunto de información que en este trabajo se designará genéricamente como sismicidad.

Lo anotado en el punto a) ha recibido considerable atención durante varias décadas. A pesar de ello, los resultados obtenidos se refieren exclusivamente a respuestas de estructuras simples ante tipos restringidos de temblores. Un estudio riguroso del problema planteado en el punto b) conduce a modelos analíticos excesivamente complicados. Ello lleva a la elaboración de criterios simplificados para establecer cotas a la confiabilidad estructural. Por otra parte, se carece de la información estadística que permita implementar dichos modelos.

La tercera parte del problema, la descripción de la sismicidad, es sin embargo la que presenta las mayores incertidumbres, a tal grado que para muchos problemas prácticos resulta aceptable despreciar, en comparación con esta, las incertidumbres asociadas a los dos puntos anteriores. A pesar de la trascendencia de esta parte en la formulación de critérios de diseño sísmico, prácticamente no ha recibido atención de parte de ingenieros. El objeto primordial de este trabajo es establecer un procedimiento racional para procesar la información disponible sobre sismicidad e incorporarla a un modelo de decisiones que conduzca al criterio deseado de diseño. La formulación de dicho modelo debe incluir una descripción adecuada de los posibles niveles de la respuesta estructural, de las probabilidades asociadas a cada uno de ellos, así como de sus consecuencias referidas a una escala adecuada de valores. Las siguientes secciones se refieren en forma general a estos aspectos del problema.

## 1.2 Respuesta estructural y diseño sísmico

Varios son los objetivos que persigue simultáneamente el diseño sísmico. La ref 1, que se ocupa de edificios urbanos e industriales, menciona explícitamente los siguientes:

- a) Seguridad contra el colapso ante terremotos de intensidad excepcional.
- b) Protección contra daños materiales ante sismos de intensidad moderada.
- c) Facilidad de restauración, reposición o refuerzo en caso de que dichos daños se presenten.
- d) Protección contra la acumulación de daños estructurales ante series de sismos.

- e) Protección contra daños a otras construcciones.
- f) Protección contra daños a transeúntes.
- g) Tranquilidad de los ocupantes de la construcción durante sismos moderados e intensos, principalmente en edificios de frecuente aglomeración de personas.
- h) Comodidad de los ocupantes de la construcción durante sismos de leve y moderada intensidad.

Una vez definido el arreglo de los miembros de una estructura, en el logro de los objetivos anteriores intervienen consideraciones de diversos tipos. Algunas toman en cuenta las relaciones entre carga, deformación y daño de los miembros estructurales, así como la forma en que el diseño estructural es capaz de modificarlas. Otras relacionan deformaciones de la estructura con pérdidas materiales asociadas a los posibles niveles de comportamiento de elementos no estructurales. Estas últimas relaciones se modifican atendiendo al tipo de elementos no estructurales, a sus acabados y a los detalles constructivos de su liga con la estructura. A los daños materiales directos que las deformaciones estructurales causan en la propia estructura o en los elementos de relleno o acabado, deben sumarse los probables daños indirectos, entre los cuales se encuentran algunos tan difíciles de cuantificar como los asociados a deterioro del contenido de una estructura, tal como equipo de precisión sensible a las vibraciones, pérdida de distintos objetos causada por fugas en instalaciones, pánico de personas, o incluso daños a seres humanos o pérdida de vidas causadas por colapso total o parcial, o por el impacto de fragmentos de material desprendido de la construcción. Reconociendo las limitaciones asociadas al establecimiento de una escala de valores aplicable a la cuantificación de daños de índole tan variada, como los que se acaban de describir,

aceptaremos expresar la esperanza de los daños como función de la amplitud máxima de la respuesta estructural. Esta formulación es muy atractiva, principalmente para estructuras de un grado de libertad cuya curva carga-deformación no sufra alteraciones debidas a la aplicación de ciclos de deformaciones relativamente grandes. Para el número de ciclos que pueden producir los temblores en marcos estructurales de acero o de concreto reforzado, la acumulación de daños no parece ser muy importante; la mayor parte del deterioro se produce entre el primero y segundo ciclos de carga <sup>2,3</sup>. El fenómeno adquiere más importancia para otros elementos estructurales, tales como los sistemas de tirantes diagonales de contraventeo <sup>4</sup> o los tableros rigidizantes de mampostería construidos en los vanos de marcos de acero o de concreto reforzado <sup>5</sup>. Se han llevado a cabo estudios sobre la distribución de daños en estructuras cuyo comportamiento ante cargas repetidas sigue la ley de Palmgren-Miner <sup>6-8</sup>, y algunos para comportamiento más general. Tales estudios enfocan el problema de daño acumulado en estructuras con propiedades carga-deformación dadas, pero ignoran el aspecto muy importante de predecir la respuesta de un sistema para el cual las propiedades mencionadas cambian durante el temblor. La extensión de los resultados de estructuras simples a las de varios grados de libertad requiere considerable esfuerzo. Es razonable esperar un planteamiento en que para estructuras que cumplan ciertas limitaciones relativas a la ley de variación de sus masas, rigideces, resistencias y ductilidades, el daño esperado pueda expresarse en función de las respuestas de estructuras simples cuyas propiedades se definen directamente a partir de las estructuras de varios grados de libertad que sean de interés.

Las ideas anteriores, aplicadas al diseño sísmico de una estructura definida en forma determinística sujeta a un temblor definido por su acelerograma, conducirían a una formulación que consistiría en suponer

una estructura, calcular su respuesta máxima y por lo tanto el daño, y hacer otro tanto con diversas soluciones posibles. La solución que adoptaría el diseñador sería la que minimizase la suma de costo inicial más costo de daños. Usualmente el temblor de diseño está definido por uno o varios parámetros. Dada la irregularidad de los temblores, estas definiciones no bastan para expresar las características detalladas del movimiento del terreno, y la respuesta estructural máxima puede predecirse en estos términos únicamente como una variable aleatoria. Desde la representación original por Housner de los temblores como procesos casuales<sup>9</sup>, se ha dedicado considerable esfuerzo al cálculo de la distribución de la respuesta estructural a movimientos estocásticos. La mayor parte han tratado con estructuras simples de un grado de libertad sujetas a perturbaciones idealizadas como ruido blanco estacionario. Se cuenta con algunos estudios de respuesta de estructuras no lineales<sup>10</sup>, así como de estructuras de varios grados de libertad. Enfocados hacia la solución del problema para estructuras desplantadas sobre mantos blandos a distancias focales moderadas o grandes, son de actualidad los estudios que consideran perturbaciones no blancas<sup>11-14</sup>. De estos estudios se han obtenido las distribuciones de las respuestas máximas de diversas estructuras y se han establecido comparaciones que permiten extrapolar algunos resultados obtenidos con la hipótesis de ruido blanco estacionario a modelos analíticos más generales<sup>12-14</sup>.

Restan por estudiarse las incertidumbres asociadas a la relación entre amplitud de la respuesta y costo del daño, a las propiedades de la estructura, y a su variación durante el temblor.

1.3 Sismicidad

En vista de que la optimización de costos iniciales, beneficios y daños, así como los otros objetivos del diseño sísmico, se refieren al tiempo transcurrido desde la iniciación de su construcción (o proyecto)

hasta su eventual demolición, abandono o falla, no basta predecir probabilísticamente su comportamiento ante uno o varios temblores de características dadas. Es necesario formular la predicción en términos de la probable historia sísmica, en el lugar de interés, desde el principio de la construcción de la estructura. Ello implica predecir estadísticamente las características de los temblores intensos que son de esperarse en cada sitio. En última instancia, lo que interesa predecir son las ordenadas espectrales correspondientes a distintos periodos, grados de amortiguamiento, o niveles de comportamiento inelástico. Sólo en ocasiones excepcionales se cuenta con datos instrumentales suficientes que describan cuantitativamente el movimiento del terreno para los temblores ocurridos en el lugar de interés. Por ello resulta imposible basar la predicción estadística de la forma de los espectros exclusivamente en el análisis de espectros calculados a partir de registros locales de temblores. En la mayor parte de los casos ni siquiera se cuenta con información estadística sobre datos relativamente burdos, tales como las intensidades o las máximas aceleraciones del terreno durante los sismos ocurridos en lapsos de cuando menos varias décadas. En el mejor de los casos puede contarse con datos de magnitudes de temblores ocurridos en la vecindad del lugar para el cual se desea proponer espectros de diseño.

En este trabajo se aprovecharán las correlaciones que se han establecido entre las ordenadas espectrales y los máximos valores absolutos de la aceleración, la velocidad y el desplazamiento del terreno, y entre estos y la magnitud y distancia focal del temblor. El primer grupo de correlaciones proviene de información semiempírica<sup>15, 16, 18</sup> o de los estudios sobre representaciones estocásticas de los temblores, descritos en el art 1.2<sup>6, 11, 14, 17</sup>. Por lo que respecta al segundo grupo de correlaciones, se cuenta al presente con algunas de naturaleza empírica



18, 19 y se han iniciado estudios en modelos estocásticos que describen la generación y propagación de temblores<sup>20, 21</sup>. Las observaciones a que se ha acudido se ven afectadas por una multitud de variables, tales como la amplitud de la zona donde se libera la energía, la relación entre esta y el número que se asigna como magnitud al temblor, el mecanismo del movimiento, la naturalaleza del terreno local, las formaciones geológicas que deben atravesar las ondas sísmicas y muchas otras. Por eso las correlaciones mencionadas se caracterizan por una gran dispersión. Cuando menos la variabilidad debida a la naturaleza del terreno local puede controlarse parcialmente, restringiendo el alcance de los estudios en cuestión a lugares con terreno de dureza media, comparable a conglomerados compactos, e introduciendo correcciones cuando se trate de otro tipo de terrenos.

De mayor significación que la que se acaba de describir, es la incertidumbre asociada a la magnitud y localización de los temblores que pueden provocar respuestas importantes de las estructuras construidas en un lugar dado. A tal grado es importante esta última incertidumbre, que en comparación con ella las que provienen de la propagación de las ondas sísmicas, de las propiedades de la estructura, o de la descripción precisa del temblor en cada lugar, pueden ignorarse en muchos problemas prácticos de diseño<sup>6,22</sup>.

De lo anterior se deduce que la descripción de los valores máximos que pueden adquirir en el lugar de interés los parámetros significativos para diseño sísmico se basará en su correlación con las magnitudes y coordenadas focales de los temblores que puedan originarse en las cercanías. Dada la gran amplitud de la incertidumbre asociada a cualquier intento de predicción de las características de temblores futuros, es necesario describir la sismicidad de una zona como proceso estocástico. Describiremos la sismicidad local de una zona mediante un modelo probabilístico que represente las

posibles magnitudes y localizaciones de los temblores que puedan originarse en la zona. Para algunas zonas relativamente amplias es factible pensar en obtener la forma y los parámetros del proceso estocástico que representa a la sismicidad local, incluyendo cuando menos los temblores de magnitudes moderadas, aplicando las técnicas estadísticas tradicionales a los datos de observaciones. Algunos estudios significativos son los consignados en las refs 23-25. En algunas zonas de dimensiones reducidas, digamos de 600 a 800 km de diámetro, que es el orden de la dimensión de la zona cuya sismicidad puede afectar apreciablemente a las construcciones localizadas en su centro, los datos estadísticos pueden ser insuficientes para definir el modelo estocástico aplicable. Lo usual es que no basten siquiera para estimar los parámetros, una vez que se ha supuesto para dichos modelos una forma, arbitrariamente, o con base en otros conceptos. Esto puede ser particularmente cierto en zonas de relativamente baja sismicidad, para las que la observación de que en los últimos 50 o 100 años no ha ocurrido ningún temblor lleva frecuentemente a la conclusión errónea de que en dicha zona no es necesario diseñar por sismo. La adopción de un modelo que represente a la sismicidad en cualquier zona debe hacerse tomando en consideración, además de los datos estadísticos, si los hay, aspectos tales como las características geotectónicas de la zona y su similitud con zonas mejor estudiadas o para las que se posea un mayor acervo de datos estadísticos. La parte esencial de este trabajo aprovecha los conceptos de la Estadística Bayesiana y los presenta en la forma en que constituyen un procedimiento formal para asimilar la información que proviene de las diversas fuentes mencionadas <sup>26, 27</sup>. Como en la mayor parte de los casos en que la Estadística Bayesiana encuentra aplicación, esta no debe interpretarse como un sustituto de los datos estadísticos, ni cabe su empleo indiscriminado en relación con el problema de inferencia estadística; es, sin em

bargo, una herramienta poderosa en problemas de decisiones, cuando es indispensable aprovechar en forma unificada información de distintos géneros. La falla en reconocer las virtudes y limitaciones de estos conceptos ha sido causa de frecuentes objeciones a su aplicación. Sobre esto se hablará en detalle posteriormente.

## 2. EL DISEÑO SISMICO COMO PROBLEMA DE DECISIONES

### 2.1 Fundamentos de la Teoría de Decisiones

El objetivo de la Teoría de Decisiones consiste en la formulación de criterios para seleccionar la acción a seguir en situaciones de incertidumbre. Todo problema de decisiones supone la existencia de un responsable de la decisión, quien debe seleccionar, entre una serie de alternativas factibles, la acción o estrategia que deberá seguirse para tratar de alcanzar un conjunto de metas, especificadas en función de una escala de utilidades. La selección de la alternativa correspondiente se denomina decisión, y para llevarla a cabo, el responsable de la misma debe conocer el conjunto de condiciones del medio, o estados de la naturaleza, que puedan operar simultáneamente con la acción tomada, e influir sobre sus consecuencias.

Los datos que sirven de base para la decisión son las utilidades de cada acción que pueda tomarse, para cada posible estado de la naturaleza que ocurra en combinación con ella. Su conjunto constituye una tabla de utilidades, como la 2.1. Cada columna contiene las utilidades

de cada estrategia, supuesta la ocurrencia de un cierto estado de la naturaleza. Si este pudiera predecirse en forma determinística, la regla de decisión sería muy simple: se adoptaría la estrategia que diera lugar a la máxima utilidad para dicho estado de la naturaleza; se trata en este caso de decisión en condiciones de certeza.

Mucho más frecuente es el caso en que los estados de la naturaleza solo pueden definirse en forma probabilística. En tal caso es frecuente adoptar como criterio de decisión el de la máxima utilidad esperada. Esta última se define como la esperanza de la utilidad asociada a una estrategia, con respecto a todos los posibles estados (mutuamente excluyentes y colectivamente exhaustivos) de la naturaleza. Es decir, si  $p_j$  es la probabilidad de que ocurra el estado  $\theta_j$ , la utilidad esperada de la estrategia  $k$  vale

$$U_k = \sum_{j=1}^m p_j u_{kj}$$

En las secciones siguientes se plantea el diseño sísmico dentro del marco de la teoría de decisiones.

TABLA 2.1

Tabla de Utilidades

Acción	Estado de la naturaleza			
	$\theta_1$	$\theta_2$	· · ·	$\theta_m$
$A_1$	$u_{11}$	$u_{12}$	· · ·	$u_{1m}$
$A_2$	$u_{21}$	$u_{22}$	· · ·	$u_{2m}$
·	·	·		·
·	·	·		·
·	·	·		·
·	·	·		·
$A_n$	$u_{n1}$	$u_{n2}$	· · ·	$u_{nm}$

## 2.2 Decisiones de diseño sísmico

El diseño sísmico se tratará aquí como un problema de decisiones. Llamaremos diseñador a la persona o grupo que debe tomar las decisiones correspondientes. El diseñador propone un conjunto de estructuras alternativas o diseños. El comportamiento estructural de cada diseño es un evento aleatorio que depende de la ocurrencia de alguno de los posibles estados de la naturaleza. A fin de simplificar el tratamiento formal, estos deben estar asociados a un conjunto de eventos colectivamente exhaustivos y mutuamente excluyentes. Para nuestros fines la definición de cada estado de la naturaleza consta de dos partes: la sucesión de temblores que puede afectar a la estructura desde que se inicia su construcción y las características reales de la estructura que se construya, que son variables aleatorias que difieren en general de las características nominales o de diseño. Si las características reales se conocen por anticipado, estas pueden tomarse como parte de la posible acción del diseñador y cada estado de la naturaleza quedará definido mediante la mencionada sucesión de temblores.

A fin de formular la decisión, debe obtenerse la distribución de probabilidades que describe el universo de posibles estados de la naturaleza. En principio puede definirse una medida cuantitativa del comportamiento estructural (utilidad) para cada combinación de diseño y estado de la naturaleza. La esperanza de la utilidad con respecto a los posibles estados de la naturaleza puede emplearse como medida de la bondad de cada diseño. La decisión puede basarse por lo tanto en una comparación de utilidades esperadas y costos iniciales. Si las propiedades estructurales significativas de la estructura que resulte de un diseño dado se conocen de manera determinística, podrá predecirse en forma precisa su comportamiento cuando se vea sujeta a un temblor, siempre que se cuente con una historia detallada del movimiento del

terreno. Este no es el caso para los movimientos que ocurrirán en el futuro. Cuando mucho podremos aspirar a calcular las distribuciones de probabilidades de un número limitado de los parámetros de movimientos futuros. Tales parámetros pueden incluir, por ejemplo, la máxima velocidad del terreno, la duración del movimiento y la intensidad por unidad de tiempo <sup>17</sup>. Puesto que dichos parámetros definen un temblor sólo en parte, existe una familia completa de movimientos para cada juego de parámetros. Cada una de tales familias constituye un proceso estocástico. Dado un proceso, o una sucesión de tales procesos (un estado de la naturaleza), podrá calcularse la probabilidad de que una estructura de propiedades dadas falle o sufra una cantidad especificada de daños.

El estudio de los temblores como procesos estocásticos, así como la selección de las hipótesis simplificadoras, deben estar condicionadas por consideraciones sobre la bondad de predicción de las probabilidades de daño estructural, más que por supuestas "propiedades intrínsecas" de los temblores. La naturaleza de los modelos más comunes que idealizan a los temblores como procesos estocásticos, junto con sus virtudes y limitaciones, se discutió brevemente en la sección 1.2; la ref 6 se refiere en detalle al mismo asunto.

La decisión de diseño no se basa únicamente en la probabilidad de falla ante un solo temblor de características más o menos desfavorables, sino en la consideración de los efectos de todos los posibles temblores que pueden afectar a la estructura desde que se inicia su construcción hasta que eventualmente falla o deja de ser útil. La descripción de cada estado posible de la naturaleza debe incluir los instantes a los que ocurren los temblores, así como su descripción individual, es decir, los parámetros simples a los cuales pueden relacionarse las probabilidades de falla. Nuevamente, a fin de permitir la descripción de todos los estados

posibles de la naturaleza, debemos representar el proceso de ocurrencia de temblores, en el lugar donde se construirá la estructura, mediante un proceso estocástico congruente con las observaciones. En general supondremos que el modelo estocástico en cuestión consta de dos partes: un proceso de conteo que describe los instantes en que ocurren los temblores y una distribución probabilística de intensidades dada la ocurrencia del temblor. Más adelante veremos que usualmente no se cuenta con datos estadísticos suficientes para establecer el proceso estocástico que represente la sismicidad: resulta necesario considerar simultáneamente un conjunto de posibles procesos, a cada uno de los cuales debemos asignar una probabilidad a priori. En estas condiciones es más conveniente hacer corresponder el conjunto de estas dos posibles de la naturaleza al conjunto de posibles modelos del proceso compuesto. Este es el criterio que se adoptará en este trabajo; cualquiera de los estados se describirá por la forma y los parámetros del proceso de conteo y de la distribución condicional de intensidades. Este trabajo propone un procedimiento para determinar la distribución de los estados posibles de la naturaleza y formular el problema de decisiones.

Sólo de intensidad en la escala de Mercalli modificada (MM) se tiene un acervo relativamente amplio de datos estadísticos; por lo tanto, este parámetro se empleará en gran parte de lo que sigue como el parámetro individual que define cada movimiento, a pesar de su naturaleza subjetiva y su relación indirecta con las respuestas estructurales. Aun la información estadística sobre intensidades sísmicas es insuficiente para aquellos lugares donde no han existido comunidades importantes durante lapsos suficientemente largos. Debemos recurrir entonces a estimaciones indirectas de distribución de intensidades (sismicidad regional) partiendo de los datos disponibles sobre la distribución temporal y espacial de magnitudes de temblores



(sismicidad local). Como todo problema de decisiones, el de diseño sísmico buscará una solución óptima, donde el significado de este término depende de cada proyecto. Aquí se supondrá que los costos de construcción y diseño, los beneficios que se obtengan del funcionamiento de la estructura, y las posibles consecuencias de la falla, pueden medirse en una misma unidad, usualmente monetaria. En la práctica esto ofrece importantes complicaciones, dada la dificultad para medir en una misma escala pérdidas o beneficios de naturaleza tan variada como las pérdidas de vidas humanas o las de prestigio de quien diseña, por no mencionar las más indirectas, asociadas a las consecuencias socio-económicas de ciertas obras para promover el desarrollo regional; aun más, existen casos en que pudiendo medirse las consecuencias de la supervivencia o de la falla de una obra en unidades monetarias, las utilidades correspondientes no varían linealmente con el monto respectivo: en estos, como en la mayor parte de los casos, la valuación de utilidades tiene una importante componente subjetiva. La ref 28 analiza el problema de establecer una escala cuantitativa de utilidades que corresponda a las posibles respuestas de una estructura. Esta se basa en el tratamiento clásico de la ref 29.

### 2.3 Confiabilidad y optimización en diseño sísmico

Las secciones anteriores hacen ver las incertidumbres asociadas al cálculo de la respuesta máxima de una estructura de características definidas por sus especificaciones constructivas. Aquí se ignorarán la mayor parte de ellas y se prestará atención especial al problema de adoptar un proyecto estructural que represente la solución óptima, dados un conjunto de restricciones propias del proyecto y una descripción probabilística de los temblores a los que se verá sometida la estructura. Para ello supondremos que contamos con un modelo estocástico, de forma y parámetros conocidos, que representa el fenómeno de ocurrencia, en el lugar de interés,

de diversas intensidades sísmicas. Para ser más precisos, dada una cierta estructura, supondremos que puede calcularse la probabilidad de que se vea sometida a las diversas formas y grados de sollicitación que pueden ser significativas en su diseño sísmico. Por simplicidad se supondrá que para cada posible solución estructural que pudiera adoptarse existe un solo número (llámese intensidad, coeficiente sísmico, ordenada del espectro medio de aceleraciones, etc) que define la sollicitación de diseño. A este número lo designaremos genéricamente por intensidad. Cualquiera de los parámetros que se acaban de mencionar, y varios otros que ofrecen ventajas prácticas para definir la sollicitación de diseño, definen también la esperanza de la respuesta estructural máxima durante un temblor, así como su distribución probabilística, pero no su valor real.

Existen diversas maneras de medir la respuesta estructural. Aquí se hará por medio del costo de los daños\*. Dada una intensidad, quedará definida una distribución probabilística de daños. Dicha distribución engloba las incertidumbres que provienen de definir los temblores por parámetros simples, así como las que se deben a la naturaleza aleatoria de las propiedades de las estructuras.

Supondremos, por último, que para cualquier estructura de interés existe una intensidad por debajo de la cual la esperanza de los daños es despreciable. Por razones prácticas esta cota inferior para los temblores que pueden causar daños no se necesita escoger para cada estructura, sino que se puede escoger por adelantado un valor suficientemente

---

\* Aquí, como en el resto del trabajo, se entenderá por daños la suma de todas las utilidades negativas, medidas en una unidad común, asociadas a la respuesta estructural a un estado de la naturaleza (ver sec 2.2)

bajo. Por ejemplo, si la intensidad se expresa en grados de la escala de Mercalli modificada, tal valor podría ser III ó IV MM. Convendremos en designar como temblor en lo que sigue sólo aquellos movimientos cuyas intensidades en el lugar de interés exceden la cota inferior propuesta\*. La sección 3.2 trata el problema de obtener para un lugar la curva que represente el número medio anual de temblores cuya intensidad exceda a cualquier valor dado.

De dichas curvas puede calcularse la probabilidad condicional de que un temblor, del cual solo se sabe que ha ocurrido, haya tenido una intensidad mayor que dicho valor \*\*. Esta probabilidad se obtendría como la relación entre el número medio anual de temblores cuya intensidad excede el valor de interés y el número medio anual del total de los temblores. Designaremos a esta probabilidad por  $1 - F_{I|A}(i)$  donde  $A$  representa el evento de que ha ocurrido un temblor. Teniendo en cuenta los resultados de los estudios que representan a los temblores mediante procesos estocásticos es posible establecer la distribución condicional de los daños dada una cierta intensidad. A la función de densidad de probabilidad correspondiente la llamaremos  $g_{D|I}(d)$ . A partir de esta y de  $F_{I|A}(i)$

\* Esta restricción no es necesaria desde el punto de vista teórico; sin embargo, evita que los cálculos se vean influidos por la distribución de temblores muy débiles, vagamente definida, y de efecto despreciable en la probabilidad de cualquier tipo de falla.

\*\* Esta afirmación ignora la desviación, con respecto a la distribución general, que puede prevalecer inmediatamente después de un movimiento importante, debido a la posible ocurrencia de repeticiones (aftershocks). Si se ignoran estas desviaciones, es válido aceptar la existencia de la distribución condicional que se menciona, aunque esta no siempre puede calcularse a partir de los números medios anuales. El caso más simple en que tal criterio es adecuado se presenta cuando la ocurrencia de temblores que excedan a cualquier valor especificado constituye un proceso de Poisson. El apéndice A1 demuestra esta afirmación para el proceso de Poisson, así como la opuesta para otro caso.

puede obtenerse la función de densidad de probabilidad del daño, dada la ocurrencia de un temblor de intensidad aleatoria:

$$g_D(d) = \int_{i_0}^{\infty} g_{D|i}(d) f_{I|A}(i) di \quad (2.1)$$

donde

$$f(x) = \frac{d}{dx} F(x).$$

De esta ecuación puede obtenerse  $E(D|A)$ , la esperanza de los daños dada la ocurrencia de un temblor.

#### 2.4 Costo esperado de daños

Interesa la distribución de la suma de daños sufridos por la estructura como función del tiempo transcurrido desde la iniciación de su construcción. El costo de daños futuros se actualizará, es decir, en vez de su valor se tomará el de la cantidad presente que le sea equivalente, desde el punto de vista de quien toma la decisión. Si se supone que la capitalización de toda utilidad tiene lugar a una tasa constante de interés compuesto continuo, la utilidad actualizada que corresponde a una utilidad nominal futura  $u(t)$ , que se obtiene en el instante  $t$ , vale

$$u_0 = u(t) e^{-\gamma t} \quad (2.2)$$

donde  $\gamma$  es la tasa de interés.

Ahora debemos completar la descripción de los estados posibles de la naturaleza, refiriéndonos a la parte del modelo estocástico que predice el número de ocurrencias. Designaremos por  $\phi_N(t)$  a la función de densidad de probabilidad del tiempo de espera al  $n$ -ésimo temblor. Supóngase que  $p$  es la probabilidad condicional de que el daño ad-

quiera un valor específico, o se encuentre en un intervalo dado, cada vez que ocurre un temblor de intensidad aleatoria. La probabilidad de que el daño en cuestión ocurra por primera vez en el intervalo  $(t, t+dt)$  es la de que haya ocurrido cualquier número de temblores hasta el instante  $\underline{t}$ , de los cuales ninguno haya causado dicho daño, y a continuación uno en el intervalo  $(t, t+dt)$ , que da lugar al daño de interés. Si se supone que los efectos de cada temblor son independientes de los que hayan ocurrido antes, se obtiene

$$f(t) = \sum_{n=1}^{\infty} \phi_N(t) (1-p)^{n-1} p \quad (2.3)$$

donde  $f(t)$  es la función de densidad de probabilidad del tiempo de espera a la primera ocurrencia del daño que interesa. Caben varias posibilidades en cuanto a la diversidad de modos de falla que se consideren y a la posición que se adopte para la reparación o reconstrucción de la estructura en caso de dañarse. Algunas de ellas se analizan a continuación.

#### 2.4.1 Un solo modo de falla; una sola ocurrencia de la falla.

Este caso ocurre, por ejemplo, si se supone que el único daño posible es el colapso y se decide no reconstruir en caso de que este ocurra. Si  $D_0$  es el costo del colapso y  $f(t)$  la función de densidad de probabilidad del tiempo de espera correspondiente (ec 2.3), la esperanza del costo actualizado de los daños resulta

$$E[D_d] = \int_0^{\infty} D_0 f(t) e^{-\gamma t} dt \quad (2.4)$$

Si se adopta para el proceso de ocurrencia de temblores un modelo homogéneo de Poisson\* de valor medio  $\nu$  por unidad de tiempo, el tiempo de espera al  $n$ -ésimo temblor tiene distribución gamma<sup>30</sup>:

$$\phi_n(t) = \frac{(\nu t)^{n-1} e^{-\nu t} \nu}{(n-1)!}$$

de donde

$$f(t) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(\nu t)^{n-1} e^{-\nu t} \nu p(1-p)^{n-1}}{(n-1)!} = p\nu e^{-p\nu t} \quad (2.5)**$$

La esperanza del costo actualizado resulta entonces

$$E[D_d] = \int_0^{\infty} D_0 p \nu e^{-p\nu t} e^{-\gamma t} dt = \frac{D_0 p \nu}{p\nu + \gamma} \quad (2.6)$$

2.4.2 Un solo modo de falla; ocurrencia múltiple. Si la estructura se reconstruye cada vez que falla hasta dejarla en condiciones idénticas a las originales, la probabilidad de que ocurra alguna falla en el intervalo  $(t, t+dt)$  es

$$\sum_{n=1}^{\infty} \phi_n(t) p dt$$

\* Ya se discutieron las virtudes e inconvenientes de esta hipótesis. En el resto de este capítulo se acepta en general que el fenómeno puede representarse mediante una familia de procesos más amplia, constituida por los procesos de renovación. Estos son procesos de conteo en que el tiempo de espera entre dos eventos consecutivos cualesquiera es independiente de la historia previa. En los procesos de renovación retardados, se supone que el tiempo de espera al primer evento tiene distribución diferente a la de los tiempos de espera entre eventos consecutivos posteriores.

El proceso de Poisson es un caso particular de los de renovación, que implica además que el tiempo de espera a la siguiente ocurrencia no depende del lapso transcurrido desde el último evento. La ec 2.3 es válida para condiciones aun más amplias que las de procesos de renovación.

\*\* La ec 2.5 significa que si la ocurrencia de temblores constituye un proceso de Poisson, de intensidad  $\nu$ , y si cada vez que ocurre un temblor existe una probabilidad  $p$  de que ocurra un daño especificado, el tiempo de espera a la ocurrencia de dicho daño tiene distribución exponencial y la ocurrencia de dicho daño, si puede repetirse, es un proceso de Poisson de intensidad  $p\nu$ .

y la esperanza del costo actualizado, por lo tanto

$$E[D_0] = D_0 p \int_0^{\infty} e^{-\gamma t} \sum_{n=1}^{\infty} \phi_n(t) dt \quad (2.7)$$

Si se acepta el modelo de renovación\*,

$$\phi_n(t) = \int_0^t \phi_{n-1}(\tau) \phi_1(t-\tau) d\tau \quad (2.8)$$

que en el caso particular del proceso de Poisson conduce a

$$\sum_{n=1}^{\infty} \phi_n(t) dt = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(\nu t)^{n-1} e^{-\nu t}}{(n-1)!} \nu dt = \nu dt$$

$$E[D_0] = \frac{D_0 p \nu}{\gamma} \quad (2.9)$$

#### 2.4.3 Daño variable en cada temblor; posibilidad de ocurrencia

múltiple. Sea  $E(D | A)$  la esperanza condicional del daño cada vez que ocurra un temblor. Si cualquier daño que ocurre, incluyendo el colapso, se repara, restituyendo a la estructura sus características iniciales, se obtiene, razonando de manera semejante a lo que condujo a la ec 2.7

$$E[D_0] = E[D|A] \int_0^{\infty} e^{-\gamma t} \sum_{n=1}^{\infty} \phi_n(t) dt \quad (2.10)$$

Para el proceso de Poisson

$$E[D_0] = E[D|A] \frac{\nu}{\gamma} \quad (2.11)**$$

\* Para este caso, las refs 31 y 32 obtienen la siguiente expresión equivalente a la ec 2.7

$$E[D_0] = \frac{D_0 F}{1-F} \quad (2.7a)$$

aquí,

$$F = \int_0^{\infty} f(t) e^{-\gamma t} dt$$

Si se supone un proceso retardado de renovación, tal que  $f_0(t)$  sea la función de densidad de probabilidad del tiempo de espera al primer evento y  $f(t)$  la función correspondiente para el tiempo de espera entre eventos consecutivos posteriores, se obtiene

$$E[D_0] = \frac{D_0 F_0}{1-F} \quad (2.7b)$$

en donde,  $F_0 = \int_0^{\infty} e^{-\gamma t} f_0(t) dt$

\*\* Las ecs 2.7 y 2.9 son casos particulares de las ecs 2.10 y 2.11, respectivamente.

2.4.4 Daño variable en cada temblor; ocurrencia múltiple hasta el colapso. Aquí se supone que todos los daños se reparan cuando ocurren, exceptuando el caso en que se presenta el colapso. Si este se presenta en  $\underline{t}$ , la esperanza del costo actualizado es igual al costo actualizado del colapso más la esperanza de los costos de los daños que puedan haber ocurrido hasta  $\underline{t}$ :

$$E[D_0|\underline{t}] = D_0 e^{-\gamma \underline{t}} + E[D|D < D_0] \int_0^{\underline{t}} e^{-\gamma \tau} \sum_{n=1}^{\infty} \phi_n(\tau) d\tau \quad (2.12)$$

Designado por  $f_0(t)$  a la función de densidad de probabilidad del tiempo de espera al colapso, y obteniendo la esperanza marginal en la ec 2.12

$$E[D_0] = \int_0^{\infty} \left\{ D_0 e^{-\gamma t} + E[D|D < D_0] \int_0^t e^{-\gamma \tau} \sum_{n=1}^{\infty} \phi_n(\tau) d\tau \right\} f_0(t) dt \quad (2.13)$$

Si se acepta el modelo de Poisson, esta ecuación se convierte en la siguiente

$$\begin{aligned} E[D_0] &= \frac{D_0 p \nu}{\gamma + p \nu} + \frac{E[D|D < D_0] \nu}{\gamma + p \nu} \\ &= \frac{\nu}{\gamma + p \nu} [D_0 p + E(D|D < D_0)] \\ &= \frac{\nu}{\gamma + p \nu} E[D|A] \end{aligned} \quad (2.14)$$



## 2.5 Esperanza de los beneficios

Sean  $E(b(t))$  el valor esperado de los beneficios por unidad de tiempo para el instante  $t$ , suponiendo que la estructura se encuentre en servicio, y  $E(B_a)$  la esperanza de los beneficios actualizados. Se supondrá que la estructura está en servicio si no se ha presentado el daño  $D_0$  (colapso), o si, habiéndose presentado, se ha reconstruido. Las pérdidas de beneficios totales o parciales durante la reconstrucción o la reparación de daños menores se considerarán incluidas en los costos de los daños correspondientes. Igual que al valorar costos esperados, aquí caben dos criterios de acuerdo con la política que se adopte sobre reconstrucción.

### 2.5.1 La estructura no se reconstruye después del colapso.

Si el colapso ocurre en el instante  $t$

$$E[B_a|t] = \int_0^t E[b(\tau)] e^{-\gamma\tau} d\tau \quad (2.15)$$

de donde

$$E[B_a] = \int_0^{\infty} \int_0^t E[b(\tau)] e^{-\gamma\tau} d\tau f(t) dt \quad (2.16)$$

esta ecuación equivale a la siguiente

$$E[B_a] = \int_0^{\infty} E[b(\tau)] e^{-\gamma\tau} L(\tau) d\tau \quad (2.16a)$$

Aquí,  $L(\tau)$  es la confiabilidad de la estructura, es decir, su probabilidad de estar en servicio en el instante  $\tau$ .

En el caso particular en que  $E(b(t)) = b$  sea independiente del tiempo y sea válido el modelo de Poisson, de la ec 2.16 se

obtiene:

$$E[B_0] = \frac{b}{\gamma + \rho\nu} \quad (2.17)$$

2.5.2 La estructura se reconstruye después del colapso. La esperanza de los beneficios actualizados es entonces

$$E[B_0] = \int_0^{\infty} E[b(\tau)] e^{-\gamma\tau} d\tau \quad (2.18)$$

Si  $E(b(t)) = b$ , se obtiene lo siguiente, independientemente de la forma del proceso estocástico que represente la ocurrencia de temblores

$$E[B_0] = \frac{b}{\gamma} \quad (2.19)$$

## 2.6 Optimización en diseño sísmico

Supondremos que a cada posible respuesta estructural se le asigna una utilidad que puede expresarse mediante un número. El sentido que se dará al término optimización en este trabajo implica adoptar la solución que maximice la cantidad

$$E(U_a) = E(B_a) - E(C_a) - E(D_a) \quad (2.20)$$

en donde  $E(C_a)$  representa la esperanza del costo actualizado de construcción y los demás términos se definieron previamente. Existen otros criterios posibles de optimización; por ejemplo, pueden ser determinantes otras funciones de las distribuciones de las utilidades, y no necesariamente las esperanzas, o bien puede adoptarse el criterio que intenta lograr que la suma de los beneficios esperados sea igual al producto

de un cierto factor por el costo inicial, o el que acota el costo esperado de los daños como una fracción definida del costo de construcción<sup>33</sup>.

La esperanza del costo actualizado de construcción puede expresarse como sigue

$$E[C_0] = \int_0^{\infty} E[c(t)] e^{-\gamma t} L(t) dt \quad (2.21)$$

y debe incluir, para cada alternativa, el costo de los proyectos y estudios. En esta ecuación,  $c(t)$  es el costo de construcción por unidad de tiempo. En general la ec 2.21 puede reemplazarse por una estimación determinística del costo inicial, en que la actualización de costos se refiere a un intervalo tan pequeño que puede ignorarse.

La tabla 2.2 resume las expresiones que se dedujeron para valuar las esperanzas de los costos y beneficios actualizados en ciertos casos particulares frecuentes y que deben emplearse en el proceso de optimización descrito por la ec 2.20. Su aplicación se diferirá al Capítulo 6, después de que se hayan tratado los problemas asociados a la ley de variación de  $\underline{v}$  con las características nominales de la estructura, así como a la incertidumbre en la formulación de modelos estocásticos de la sismicidad.

## 2.7 Efecto de la incertidumbre en la descripción de la sismicidad

Un enfoque como el que se describe en la sección 2.3 supone que al efectuar la decisión de diseño sísmico se cuenta con un modelo estocástico, con forma y parámetros perfectamente definidos, que representa el proceso de ocurrencia de temblores de diversas intensidades en el lugar de interés. En general este no es el caso: aun si se supone la familia a la que pertenece el proceso, la información estadística disponible no basta en general para estimar, dentro de límites más o menos

estrechos, los parámetros correspondientes. Con frecuencia se acepta representar la ocurrencia de temblores como un proceso de Poisson. En tal caso, para definir  $\phi_n(t)$  bastará con conocer el valor de  $\nu$  (ec 2.5), el número medio de eventos por unidad de tiempo. Por otra parte, es necesario conocer la esperanza de los daños cada vez que ocurre un temblor. Esta es función de los parámetros que definen  $g_D(d)$ , la función de densidad de probabilidad condicional de los daños, dada la ocurrencia de un movimiento. Si no conocemos de manera precisa los parámetros en cuestión, supondremos diversos conjuntos de valores para ellos. Una vez que se suponen las familias a las cuales pertenecen el proceso de conteo y  $g_D(d)$ , cada uno de dichos conjuntos de parámetros representa una hipótesis del estado posible de la naturaleza.

Escojamos el conjunto de hipótesis de tal manera que sean colectivamente exhaustivas y mutuamente excluyentes. Estimemos para cada una de ellas ( $H_i$ ) la probabilidad de que sea cierta ( $p_i$ ). Entonces, la esperanza de la utilidad actualizada (ec 2.20) debe calcularse como sigue

$$E[U_0] = \sum_i E[U_0 | H_i] p_i \quad (2.22)$$

es decir

$$E[U_0] = \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} E[U_0 | \alpha_1, \dots, \alpha_k] f(\alpha_1, \dots, \alpha_k) d\alpha_1, \dots, d\alpha_k \quad (2.23)$$

En la ec 2.23,  $\alpha_1, \dots, \alpha_k$  representan los parámetros que definen  $\phi_n(t)$  y  $g_D(d)$  y  $f(\alpha_1, \dots, \alpha_k)$  su función conjunta de densidad de probabilidad. La esperanza condicional de la utilidad  $E[U_0 | \alpha_1, \dots, \alpha_k]$  se obtiene empleando las expresiones de la sección 2.3, sustituyendo los valores de los parámetros  $\alpha_1, \dots, \alpha_k$ . La cantidad por optimizar sigue siendo en este caso  $E[U_0]$ , aunque ahora se reflejará en ella las incertidumbres en la selección

del modelo estocástico sobre sismicidad.

Como ilustración de los conceptos anteriores, considérese el caso en que puede ocurrir un solo modo de falla y se adopta la política de reconstruir cada vez que este ocurra (tabla 2.2). De acuerdo con la ec 2.23, la hipótesis de proceso de Poisson, y la suposición de que  $p$  es conocida

$$E[D_0] = \int_0^{\infty} f(\nu) \frac{D_0 p \nu}{\gamma} d\nu = \frac{D_0 p E(\nu)}{\gamma}$$

En este caso, el costo esperado de los daños actualizados se calcula sustituyendo en la ec 2.9 a  $\nu$  por su esperanza. Para el caso de un solo modo de falla y política de no reconstrucción no se llega a ninguna expresión igual de simple

$$E[D_0] = \int_0^{\infty} f(\nu) \frac{D_0 p \nu}{p\nu + \gamma} d\nu$$

Los ejemplos anteriores podrían haberse resuelto como a continuación se indica para el primer caso, partiendo de la ec. 2.7

$$E[D_0] = \int_0^{\infty} f(\nu) D_0 p \int_0^{\infty} e^{-\gamma t} \sum_{n=1}^{\infty} \phi_n(t|\nu) dt d\nu$$

es decir

$$E[D_0] = D_0 p \int_0^{\infty} e^{-\gamma t} \sum_{n=1}^{\infty} \int_0^{\infty} \phi_n(t|\nu) f(\nu) d\nu dt \quad (2.24)$$

En las ecuaciones anteriores se ha supuesto  $p$  conocido. La ec. 2.24 significa que para el caso considerado pueden aprovecharse las conclusiones de los estudios que suponen conocida la distribución de los tiempos de ocurrencia de temblores, a condición de que se suponga en vez de esta la distribución marginal que se obtiene después de considerar la distribución de probabilidades de los estados posibles de la naturaleza. Esta conclusión es válida también para el caso de un solo modo de falla,

sin reconstrucción, pero no lo es para situaciones más generales tales como los casos en que pueden ocurrir diversos niveles de daño en cada temblor (casos 2a ó 2b de la tabla 2.2) o aun en casos como los que suponen un solo modo de falla, cuando no solo el tiempo de espera entre temblores, sino también el parámetro  $\underline{p}$  están definidos en forma probabilística. Para el caso de diversos niveles de daño, con reconstrucción, por ejemplo, se obtendría

$$E[D_d] = \int_0^{\infty} e^{-\gamma t} \sum_{n=1}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} E[D|A, a_1, \dots, a_k] \phi_n(t|a_1, \dots, a_k) f(a_1, \dots, a_k) da_1, \dots, da_k dt \quad (2.25)$$

A esta expresión no se aplica el comentario que se hizo a la ec 2.24\*. Su empleo en la práctica ofrece el problema de su complicación numérica, poco justificable si se tiene en cuenta la naturaleza de los razonamientos que conducen a la determinación de la densidad conjunta de probabilidad  $f(a_1, \dots, a_k)$ \*\*.

La determinación de esta función debe basarse en la información estadística y de cualquier otra índole (incluyendo conceptos tan subjetivos como el juicio ingenieril). El planteamiento teórico de este problema se presenta en la sec 4.3. En este trabajo se adopta un criterio menos riguroso teóricamente, pero más atractivo en sus aplicaciones prácticas. En esencia, el procedimiento teórico obtiene la función  $f(a_1, \dots, a_k)$ , que define la distribución de estados de la naturaleza, tratando simultáneamente los parámetros del proceso de conteo de temblores y de las frecuencias relativas de las diversas intensidades, mientras que el criterio que se adopta en la sección 4.4 se preo

\* Este resultado está ligado a las observaciones del apéndice A1.

\*\* Ver sección 4.3.

cupa por obtener, para diversas intensidades, la distribución de los parámetros que definen el proceso de ocurrencia de temblores cuyas intensidades excedan a cada valor dado\*. Después, por separado, pueden obtenerse las distribuciones de las respuestas máximas para cada intensidad. La integración de los dos pasos requiere algunas simplificaciones que son motivo de la sección 5.4.

---

\*Si el proceso es de Poisson, este paso implica obtener la distribución del número medio anual de temblores cuya intensidad excede al valor de interés.

ESPERANZA DE UTILIDADES ACTUALIZADAS

CASO	Costo de falla individual	Política de reconstrucción	Esperanza de costo actualizado de daños		Esperanza de beneficios actualizados	
			Modelo estocástico general	Proceso de Poisson	Modelo estocástico general	Proceso de Poisson
1a	fijo	se reconstruye	$D_0 p \int_0^{\infty} e^{-\gamma t} \sum_{n=1}^{\infty} \phi_n(t) dt$	$\frac{D_0 p \nu}{\gamma}$	$\int_0^{\infty} E[b(\tau)] e^{-\gamma \tau} d\tau$	$b/\gamma$
2a	variable	" "	$E[D A] \int_0^{\infty} e^{-\gamma t} \sum_{n=1}^{\infty} \phi_n(t) dt$	$E[D A] \frac{\nu}{\gamma}$		
1b	fijo	no se reconstruye	$D_0 \int_0^{\infty} f(t) e^{-\gamma t} dt$	$\frac{D_0 p \nu}{p \nu + \gamma}$		
2b	variable	se reconstruye en todos los casos menos en el de $c_0$ lapso.	$\int_0^{\infty} \{ D_0 e^{-\gamma t} + E[D D < D_0] G(t) \} \delta(t) dt$ $G(t) = \int_0^t e^{-\gamma \tau} \sum_{n=1}^{\infty} \phi_n(\tau) d\tau$	$\frac{\nu}{\gamma + p \nu} E[D A]$	$\int_0^{\infty} E[b(\tau)] e^{-\gamma \tau} L(\tau) d\tau$	$\frac{b}{\gamma + p \nu}$



### 3. SISMICIDAD LOCAL

#### 3.1 Medida de la sismicidad local

Siendo la generación de temblores en una zona dada de la corteza terrestre un proceso estocástico, la sismicidad deberá medirse por uno o varios valores estadísticos asociados al proceso. De primera intención podría pensarse que para fines de ingeniería la sismicidad debería medirse por un solo parámetro, tal como la esperanza de la energía liberada por unidad de volumen y por unidad de tiempo, pero se ha concluido que tal criterio no es adecuado, debido a que la proporción en que dicha energía está distribuida entre temblores de distintas magnitudes varía de una zona a otra: mientras algunas se distinguen por la abundancia de enjambres de temblores pequeños, en otras la proporción de temblores de magnitudes grandes es muy elevada en comparación con el promedio para toda la tierra. La escasa cantidad de datos estadísticos con que se cuenta para cada zona de la tierra, no justifica, por otra parte, la adopción de criterios muy refinados para definir la sismicidad. Aquí nos conformamos con proponer una descripción basada exclusivamente en la esperanza del número de temblores de cada magnitud generados en un volumen dado en la unidad de tiempo. Se supondrá, para completar la descripción, que la ocurrencia de temblores constituye un proceso generalizado de Poisson, de intensidad constante, es decir, la esperanza mencionada es independiente de la historia sísmica en el mundo entero. Para una zona dada, de volumen  $V$ , la esperanza del número de temblores, por unidad de tiempo, cuya magnitud exceda a  $M$ , se designará por  $\nu(M) = V \lambda(M)$ . Aquí,  $\lambda(M)$  es la esperanza del mismo nú-

mero cuando el volumen en cuestión es unitario. Los datos observados contradicen la hipótesis sobre la condición estacionaria<sup>53</sup> y sobre la independencia temporal<sup>54,55</sup> y espacial<sup>56,57</sup> de la sismicidad. La inexactitud de la hipótesis sobre el modelo de Poisson se ha comprobado<sup>54,55</sup> para movimientos con magnitud mayor que 6. Esto se ha hecho comparando histogramas que contienen datos de los números de temblores ocurridos en diversos intervalos de tiempo con la distribución de Poisson de igual media. En estos estudios se han omitido explícitamente los movimientos previos (premoniciones, foreshocks) y los posteriores (réplicas, aftershocks) a movimientos principales.

Los resultados de la ref 55 se muestran en la fig 3.1. En ella aparecen los histogramas y las ordenadas de la función de Poisson de masa de probabilidad que corresponden al experimento de observar los números de temblores, descartando premoniciones y réplicas, ocurridos durante intervalos de diez días. La fig 3.1a se refiere a todos los temblores con magnitud mayor que 3 ocurridos en el sur de California, la 3.1b se refiere a los movimientos de las mismas magnitudes, pero de los cuales se han descartado arbitrariamente los que corresponden a intervalos de diez días durante los cuales ocurrieron 14 movimientos o más, por considerarlos como enjambres. En cualquier caso, la distribución de Poisson predice menos periodos de tiempo sin temblores, que los que se observaron. Iguales conclusiones se obtienen para movimientos mayores.

No se ha establecido una conclusión semejante para rangos de magnitudes con límite inferior mayor que 6, ya que la escasez de información impide hacerlo.

A pesar de estas objeciones, se conservarán las hipótesis mencionadas, pensando que han de ser adecuadas para los problemas de decisión que nos interesan, para los cuales son significativos principalmente los periodos comparables a la vida esperada de las obras de ingeniería civil.

### 3.2 Número medio anual de temblores

Nos hemos basado en los datos de la ref 34. En ella se reportan coordenadas y profundidad del foco, así como magnitud, de cada uno de los movimientos más fuertes ocurridos desde principios de siglo. De acuerdo con los autores, la recopilación que presentan es completa para todos los movimientos cuya magnitud excedió 5.9 durante el intervalo 1932-1934, para  $M \geq 7.0$  en el intervalo 1918-1952 y para  $M > 7.75$  en el intervalo 1904-1918. Después de esta publicación, Richter presentó correcciones a las magnitudes de los temblores mayores, debido a la revisión de la relación entre las magnitudes de temblores con cualquier profundidad focal, determinadas con base en las ondas de cuerpo o en las superficiales<sup>58</sup>. Los valores corregidos son los que se emplearon en este trabajo, tanto para establecer las expresiones sobre estadísticas de temblores de este capítulo, como para las correlaciones entre magnitud y otras características, que aparecen en la sección 5.2.

Se adoptará la clasificación de Richter para los temblores, de acuerdo con la profundidad de su foco, en superficiales, intermedios y profundos, según que dicha profundidad sea menor que 60 km, esté comprendida entre dicho valor y 300 km, o exceda a este último. No se tie

nen noticias de temblores ocurridos a profundidades mayores de 700 km.<sup>58</sup> La proporción entre los números de temblores que ocurren a cada profundidad varía de acuerdo con la zona. Así, en la costa oeste de Estados Unidos la mayor parte de los movimientos ocurren a profundidades focales próximas a los 20 km; en la zona del istmo de Tehuantepec predominan los movimientos intermedios, con profundidades de 100 km, mientras que a lo largo del eje volcánico de Centro América no son raras las profundidades menores de 10 km.

En la fig 3.2 se presentan los datos estadísticos empleados para obtener expresiones empíricas para  $\nu(M)$ , para temblores ocurridos a diversas profundidades en todo el mundo. Los datos empleados son los de la ref 34, para los lapsos en que se asegura que no se ha omitido ningún evento en los intervalos correspondientes de magnitudes.

Se ajustaron dos tipos de curvas de las siguientes formas, respectivamente

$$\nu(M) = V\alpha e^{-\beta M} \quad (3.1)$$

$$\nu(M) = V\alpha \int_M^{\infty} e^{-\beta(m-m_0)^2} dm \quad (3.2)$$

La primera es una recta en el trazo semilogarítmico de la fig 3.2. En vista de su sencillez, es la que suele adoptarse, tanto para la totalidad de la Tierra, como para partes de ella. Sin embargo, predice frecuencias excesivas para magnitudes mayores que 8. Además, de acuerdo con la relación empírica de Gutenberg y Richter entre magnitud y energía, dicha expresión conduce a una cantidad infinita de

energía liberada en actividad sísmica por unidad de tiempo, si  $\beta$  no es mayor que  $1.5 \ln 10 = 3.46$ , mientras que los datos empíricos justifican valores de  $\beta$  menores que 3. La fig 3.2 muestra esto, así como el mal ajuste de la ec 3.1 a los datos para  $M > 8$ . Aun si una expresión de ese tipo fuera válida para todo el mundo, una semejante no podría serlo para zonas contenidas en él, puesto que la suma de términos como el segundo miembro de dicha ecuación no da lugar a una función de la misma forma, a menos que  $\beta$  sea igual en todos los sumandos. A pesar de estas objeciones, la expresión en cuestión se empleará en algunas partes de este trabajo, para ilustrar los conceptos fundamentales de los métodos propuestos para valuar riesgos por sismo.

La ec 3.2 es semejante a la distribución normal de proabilidades. Su ventaja sobre la ec 3.1 radica en que no conduce a cantidades infinitas de energía liberada por unidad de tiempo, y en que mejora ligeramente el ajuste con los datos estadísticos para grandes magnitudes. La última objeción que se hizo a la ec 3.1, se aplica también en este caso.

El parámetro  $m_0$  que aparece en la ec 3.2 es bastante menor que cualquiera de las magnitudes comprendidas en el rango que interesa. Si se emplean, como se hizo en este trabajo, únicamente datos estadísticos de magnitudes mayores que 6, el error cuadrático es prácticamente insensible a variaciones simultáneas de  $\alpha$  y  $m_0$ .

Una ligera mejoría en la precisión se obtiene si se emplea una función semejante a la distribución logarítmico-normal<sup>6</sup>.

Algunas expresiones empíricas propuestas para describir la frecuencia de temblores de diversas magnitudes en California, asignan valor nulo a la probabilidad de que ocurran temblores cuya magnitud exceda

a un cierto valor. Sería difícil ponerse de acuerdo sobre la cota superior a las magnitudes posibles de temblores. Lo que sí parece evidente es que esta resultaría bastante superior a aquellas que son capaces de ocasionar eventos catastróficos. Por ello, y en vista de las dudas relativas al mecanismo de generación de temblores y a las cantidades disponibles de energía, no es aceptable tratar de fijar dicha cota.

En la fig 3.3 se divide a la corteza terrestre en tres macrozonas, definidas por las áreas que corresponden al Cinturón Circumpacífico, al Cinturón Alpino, y al resto del mundo, o zona de baja sismicidad. Los datos estadísticos respectivos se resumen en las figs 3.4 a 3.6.

En la fig 3.7 se presenta el mapa geotectónico de la República Mexicana, preparado por F. Mooser. Parte del país pertenece al Cinturón Circumpacífico, mientras que el resto se encuentra en la zona de baja sismicidad.

### 3.3 Distribución de magnitudes máximas

De acuerdo con la hipótesis de que la generación de temblores cuya magnitud excede a un valor dado, en una zona de la corteza terrestre, es un proceso de Poisson con valor medio  $\nu = \alpha e^{-\beta M}$  por unidad de tiempo, la distribución de la magnitud máxima ocurrida durante el lapso  $t$  se obtiene teniendo en cuenta que dicha función es igual a la probabilidad de que en dicho lapso no ocurra ningún movimiento cuya magnitud exceda al valor en cuestión. Es decir:

$$F_{M_{\text{máx}}}(M) = P[M_{\text{máx}} \leq M] = e^{-\nu(M)t} = e^{-\alpha e^{-\beta M} t}$$

Esta ecuación puede expresarse en la forma

$$F_{M_{\text{máx}}}(M) = e^{-e^{-\beta(M-u)}} \quad (3.3)$$

que es la correspondiente a la distribución extrema  $I^{59}$ . En esta ecuación,  $u$  es función de  $t$ , el lapso para el cual se determina la función de distribución de la máxima magnitud. La concordancia entre esta hipótesis y los datos estadísticos para diversas zonas de la tierra es muy satisfactoria<sup>23,25</sup>, a pesar de que tanto la hipótesis de proceso de Poisson como la de la ley de variación lineal de  $\nu$  con el logaritmo de  $M$  se hayan desmentido a partir de datos estadísticos y de consideraciones teóricas.

#### 3.4 Correlación geográfica entre los procesos de ocurrencia de temblores

En 1958, Tsuboi introdujo el concepto de provincia sísmica<sup>56</sup>, que es la extensión de la corteza terrestre dentro de la cual existe dependencia acentuada entre los temblores que se originan en ella.

Con objeto de definir las provincias sísmicas que se encuentran dentro de una zona dada, mediante el empleo de los datos estadísticos, la ref 56 propone dividir dicha zona en un conjunto de celdas, o subzonas elementales, y calcular los coeficientes de correlación estadística entre los números de temblores que ocurren cada año en cada celda. Al aplicar el procedimiento a Japón se concluyó que en ciertas zonas con ancho del orden de 100 a 150 km existe fuerte correlación positiva entre dichos números de temblores<sup>56</sup>, mientras que para distancias mayores la correlación puede ignorarse. La misma idea fue aplicada posteriormente a las zonas sísmicas de Chile<sup>57</sup>, y se obtuvieron conclusiones semejantes, excepto que la amplitud de las zonas dentro de las cuales la correlación es importante resultó igual a 300 km. Esto implica que los movimientos en Japón corresponden a un mecanismo más local que los que se originan en Chile. Los estudios geológicos concuerdan con estas conclusiones.

que es la correspondiente a la distribución extrema  $I^{59}$ . En esta ecuación,  $u$  es función de  $t$ , el lapso para el cual se determina la función de distribución de la máxima magnitud. La concordancia entre esta hipótesis y los datos estadísticos para diversas zonas de la tierra es muy satisfactoria<sup>23,25</sup>, a pesar de que tanto la hipótesis de proceso de Poisson como la de la ley de variación lineal de  $\nu$  con el logaritmo de  $M$  se hayan desmentido a partir de datos estadísticos y de consideraciones teóricas.

#### 3.4 Correlación geográfica entre los procesos de ocurrencia de temblores

En 1958, Tsuboi introdujo el concepto de provincia sísmica<sup>56</sup>, que es la extensión de la corteza terrestre dentro de la cual existe dependencia acentuada entre los temblores que se originan en ella.

Con objeto de definir las provincias sísmicas que se encuentran dentro de una zona dada, mediante el empleo de los datos estadísticos, la ref 56 propone dividir dicha zona en un conjunto de celdas, o subzonas elementales, y calcular los coeficientes de correlación estadística entre los números de temblores que ocurren cada año en cada celda. Al aplicar el procedimiento a Japón se concluyó que en ciertas zonas con ancho del orden de 100 a 150 km existe fuerte correlación positiva entre dichos números de temblores<sup>56</sup>, mientras que para distancias mayores la correlación puede ignorarse. La misma idea fue aplicada posteriormente a las zonas sísmicas de Chile<sup>57</sup>, y se obtuvieron conclusiones semejantes, excepto que la amplitud de las zonas dentro de las cuales la correlación es importante resultó igual a 300 km. Esto implica que los movimientos en Japón corresponden a un mecanismo más local que los que se originan en Chile. Los estudios geológicos concuerdan con estas conclusiones.



#### 4. ESTADISTICA BAYESIANA EN LA ESTIMACION DE LA SISMICIDAD LOCAL

##### 4.1 Alcance

La sección 1.3 describe las causas que motivan la necesidad de acudir a la estadística bayesiana al intentar estimar la sismicidad de zonas reducidas, con fines de diseño sísmico. En este capítulo se mencionan los conceptos de información, aparte de los datos estadísticos, que pueden considerarse al formular un criterio bayesiano para estimar la sismicidad local. Posteriormente se formula uno de tales criterios y se discuten sus consecuencias. El modelo propuesto permite la incorporación global de información estadística acumulada hasta el presente, así como la asimilación gradual y sucesiva de los datos que se recopilen en el futuro.

A pesar de que se ha tratado de ser objetivo, es fácil darse cuenta de la imposibilidad de eliminar una importante componente subjetiva\*. Por ello, el criterio no es único y en general no conduce a los mismos resultados que provendrían de criterios alternativos. Son estas discrepancias las que han motivado severas críticas por parte de aquellos que opinan que en la interpretación de datos estadísticos debe obrarse de manera plenamente objetiva. Tal proceder es muy recomendable siempre que sea factible, aunque en rigor buena parte de los procedimientos de la estadística clásica (citemos por ejemplo los de bondad de ajuste o los de

---

\* Basta recordar que existen diversidad de teorías contradictorias para explicar el origen de los temblores. No extraña, pues, que no exista uniformidad de criterios para predecir la sismicidad a partir de la tectonofísica, de su comparación con la de zonas semejantes, o con fenómenos mejor estudiados.

estimación) se basan en criterios que también pecan de subjetivos, ya que las hipótesis previas no dejan de ser arbitrarias.

En relación con el problema que nos ocupa, la necesidad de emplear una importante componente subjetiva, a través del juicio ingenieril, se hace manifiesta ante el problema de tomar decisiones de diseño sísmico. Por ello se sustentará la tesis de que, si bien para el especialista en sismología o en geofísica, interesado en conocer los fenómenos naturales o la evolución de nuestro planeta, el enfoque que se propone puede carecer de sentido, para el ingeniero constituye el planteamiento que necesita adoptar para aprovechar de la manera más eficiente la poca o mucha información con que cuente en la solución de su más trascendental problema: el de tomar decisiones en situaciones de incertidumbre.

En las aplicaciones de la estadística bayesiana a los problemas de decisiones en ingeniería es un requisito el emplear toda la información significativa disponible. En el estudio de la sismología, dicha información puede agruparse como sigue

- a) Semejanza con otros fenómenos físicos
- b) Características geotectónicas
- c) Datos estadísticos que incluyen fechas, coordenadas focales y energías liberadas, para los temblores, para los temblores ocurridos durante este siglo en el mundo entero
- d) Información casi cualitativa sobre las mismas variables del grupo anterior, pero incluyendo lapsos de hasta cerca de cuatro mil años en algunas regiones
- e) Cotas a la energía liberable en todo el planeta o en zonas pequeñas de él

- f) Teorías y observaciones sobre la transmisión de ondas sísmicas
- g) Mapas geológicos y datos sobre las propiedades dinámicas de rocas y suelos
- h) Datos estadísticos de intensidades; registros instrumentales.

Los cinco primeros grupos de datos conducen a la construcción de mapas de sismicidad local, es decir, proposiciones sobre las probabilidades de ocurrencia de temblores de diversas magnitudes en zonas dadas de la corteza terrestre. Los tres últimos grupos permiten el trazo de mapas de sismicidad regional: proposiciones relativas a las probabilidades de que una zona dada de la corteza terrestre se vea sujeta a temblores de intensidades diversas. Si estos mapas se llevan a mucho detalle, atendiendo a la información geológica, reciben el nombre de mapas de microrregionalización sísmica. Son los mapas de sismicidad regional los que más interesan en ingeniería. Su construcción tiene que hacerse, en general, basándose en información indirecta, a partir de los datos de sismicidad local, y empleando expresiones empíricas o semiempíricas que liguen magnitudes de temblores con el movimiento del terreno en la zona próxima al epifoco. Es por ello que en este capítulo concentraremos nuestra atención en la elaboración de mapas de sismicidad local.

La influencia de las características geotectónicas en la sismicidad local dista mucho de estar comprendida. Se ha pretendido relacionar cualitativamente algunas de ellas, principalmente las fallas geológicas, con la sismicidad local. Con el mismo fin se han analizado los desplazamientos relativos en fallas y las deformaciones de la corteza terrestre, pero los resultados parecen tener únicamente significado local. Al presente, lo único que puede afirmarse en este aspecto es que

a características geotectónicas cualitativamente semejantes corresponden sismicidades de aproximadamente el mismo orden de magnitud. Por lo tanto, la información geotectónica se aplicará aquí con el fin de dividir la corteza en regiones, pero no bastará para hacer proposiciones a priori sobre sismicidad local. En las siguientes secciones se aclara la forma en que puede incluirse el resto de la información.

#### 4.2 Teorema de Bayes

La determinación de la distribución de los estados de la naturaleza, en lo que se refiere a sismicidad, requiere, como se ha mencionado, la incorporación de datos estadísticos y de otra índole. A estos últimos no es posible asociar el concepto de probabilidad objetiva, obtenida a partir de datos sobre frecuencia relativa. Sin embargo, permiten generar una distribución de probabilidades de los estados de la naturaleza, que representa la opinión del diseñador, antes de contar con datos estadísticos suficientes. Como en problemas de diseño sísmico lo usual es que los datos sean escasos, el planteamiento de la distribución de los estados de la naturaleza requiere un mecanismo formal simple que permita la asimilación de todo tipo de información. Tal mecanismo lo proporciona el teorema de Bayes<sup>26</sup>, que dice que si se tiene un conjunto de hipótesis  $H_j$ , mutuamente excluyentes y colectivamente exhaustivas, a cada una de las cuales corresponde una probabilidad  $p'(H_j)$  de ser correcta, es posible modificar estas probabilidades a la luz de los resultados de experimentos pertinentes. En efecto, si el resultado del experimento es el evento  $A$ , y si se cuenta con las probabilidades de que dicho evento ocurra, supuesta la validez de cada una de las hipótesis, se demuestra la siguiente relación

$$p''(H_i|A) = \frac{p'(H_i)p(A|H_i)}{\sum_j p'(H_j)p(A|H_j)} \quad (4.1)$$

En esta ecuación,  $p(A|H_i)$  representa la probabilidad de obtener el resultado  $A$  en caso de ser cierta la hipótesis  $H_i$ , y  $p''(H_i|A)$  es la nueva probabilidad que asignaremos a la hipótesis  $H_i$  en vista de que se observó el evento  $A$ . Por lo anterior,  $p'(H_i)$  recibe los nombres de probabilidad inicial o a priori y  $p''(H_i|A)$  los de probabilidad posterior o a posteriori.

Una breve reflexión sobre el significado de la ec 4.1 lleva a la conclusión de que se trata de una formulación analítica y rigurosa del procesamiento de información que intuitivamente se lleva a cabo, al menos en forma gruesa, al tomar cualquier decisión en ingeniería.

#### 4.3 Bases para formular distribuciones a priori de sismicidad

En las aplicaciones del teorema de Bayes a los problemas de decisiones en ingeniería, la selección de la distribución inicial debe cumplir ciertos requisitos, los más importantes de los cuales se resumen a continuación.

a) La distribución inicial debe representar la opinión del que toma la decisión respecto a las hipótesis que considere más probables y al grado de certeza que posea. Este último puede medirse por la cantidad de información estadística que es necesario incorporar para modificar apreciablemente la distribución inicial\*

---

\* La ref 26 contiene una interesante discusión sobre la medida de la vaguedad o precisión de la distribución inicial.

b) La distribución posterior que resulte de incorporar datos estadísticos a una distribución inicial debe poderse considerar como distribución inicial de nuevos datos estadísticos.

c) Si un conjunto de datos estadísticos se emplea para modificar una distribución inicial dada, la distribución posterior que se obtenga debe ser independiente del orden en que se incorporen dichos datos. Como condición particular, si los datos estadísticos se recopilan anualmente, por ejemplo, y si se parte de una distribución inicial, la distribución posterior al cabo de  $n$  años de observaciones debe ser la misma si se aplica el teorema de Bayes sucesivamente  $n$  veces, incorporando cada vez los datos estadísticos del año correspondiente, que si se aplica una sola vez, incorporando los resultados de los  $n$  años.

Por razones prácticas conviene que la distribución a priori sea fácilmente manejable. Ello implica, entre otras propiedades, que sea fácil obtener a partir de ella la distribución posterior, que puedan expresarse de manera simple ciertas esperanzas y momentos, y que las distribuciones inicial y posterior pertenezcan a la misma familia. Además, una y otra deben ser fácilmente interpretables. Si las hipótesis en cuestión se refieren a los posibles valores de un parámetro de un proceso estocástico de forma dada, la familia de distribuciones de dicho parámetro que satisface los requisitos anteriores se designa genéricamente como distribución conjugada del proceso correspondiente. Así por ejemplo, si el número de temblores que ocurren en una zona y cuyas magnitudes exceden al valor  $M$ , se representa como proceso de Poisson de parámetro  $\nu_M$  desconocido, la distribución conjugada es gamma. Esto significa lo siguiente

a) La distribución inicial de  $\nu_M$  puede expresarse en la forma

$$f'(\nu_M) = \frac{e^{-\nu_M t'} (\nu_M t')^{r'-1} t'}{\Gamma(r')} \quad (4.2)$$

en donde,  $r'$ ,  $t'$ , son los parámetros de la distribución inicial. En esta distribución, la esperanza y el coeficiente de variación de  $\nu_M$  valen respectivamente  $r' / t'$  y  $(r')^{-\frac{1}{2}}$ .

b) Si en  $t$  años se observan  $r$  temblores, la distribución posterior que resulta de aplicar la ec 4.1 es la siguiente

$$f''(\nu_M | r, t) = \frac{e^{-\nu_M t''} (\nu_M t'')^{r''-1} t''}{\Gamma(r'')} \quad (4.3)$$

en donde,  $r'' = r + r'$ ,  $t'' = t + t'$ .

La familia de distribuciones que incluye a las dadas por las ecs 4.2 y 4.3 posee las propiedades requeridas al principio de esta sección. Su aplicación permite determinar en pasos separados la distribución (unidimensional) de  $\nu_M$  para cada  $M$  de interés. Cada aplicación sucesiva del teorema de Bayes se refiere a una  $M$  dada y emplea sólo la información estadística que proviene de eventos cuya magnitud la excede. Si los datos estadísticos son escasos, esta manera de proceder deja de incorporar buena parte de la información significativa. En efecto, considérense las discontinuidades que resultarían, entre otros casos, en la esperanza posterior de  $\nu_M$  para el valor de la magnitud arriba de la cual no se hubieran observado eventos; serían inaceptables, puesto que, por ejemplo, toda información relativa al número medio de temblores con magnitud mayor que 8 proporciona información adicional, aunque algo más vaga, para la magnitud 8.5.

Una formulación más adecuada supone que  $\nu_M$  puede expresar

se como una función de forma dada y parámetros desconocidos,  $\nu_M = \nu_M(z_1, \dots, z_m)$ . Sea  $f'(z_1, \dots, z_m)$  la función inicial conjunta de densidad de probabilidad de los parámetros, y  $\underline{A}$  el evento de que durante el intervalo  $\underline{t}$  ocurran  $n_1, \dots, n_k$  temblores con magnitudes en los intervalos  $(M_0, M_1), \dots, (M_{k-1}, M_k)$ , respectivamente. Entonces, si  $\Delta_i \nu = \nu_{M_i} - \nu_{M_{i-1}}$  la probabilidad de  $\underline{A}$ , dada la hipótesis  $(Z_j = z_j, j=1, \dots, m)$  es la siguiente:

$$p(\underline{A}|z_1, \dots, z_m) = \prod_{i=1}^k \frac{e^{-\Delta_i \nu t} (\Delta_i \nu t)^{n_i}}{n_i!} \quad (4.4)$$

De aquí, la distribución posterior de los parámetros sería

$$f''(z_1, \dots, z_m | \underline{A}) = K f'(z_1, \dots, z_m) \prod_{i=1}^k \frac{e^{-\Delta_i \nu t} (\Delta_i \nu t)^{n_i}}{n_i!} \quad (4.5)$$

donde  $K$  es una constante normalizadora. Esta expresión permite el uso simultáneo de los datos estadísticos relativos a todos los intervalos de magnitudes para modificar la información inicial, también para todos los intervalos de magnitudes. Su empleo en la práctica es poco justificable si se consideran el grado de refinamiento que implica la elección de las distribuciones previas y la complejidad de las distribuciones posteriores que resultan. De ahí que tenga sentido proponer un tercer procedimiento aproximado, que consiste en la adopción de una envolvente conservadora de los resultados del doble criterio que sigue. La primera alternativa corresponde al procedimiento, que trata magnitud por magnitud, de las ecs 4.2 y 4.3. Para obtener la segunda, sea  $M_0$  una magnitud de referencia para la cual pueda estimarse  $\nu_{M_0}$  con relativamente poca incertidumbre, y para  $M = M_0 + \Delta M$  una magnitud, la estimación de cuya  $\nu_M$  puede mejorarse en



pleando la información relativa a  $\nu_{M_0}$ . Aceptando en este caso para  $\nu_M$  una expresión de la forma de la ec 3.1,

$$\nu_M / \nu_{M_0} = e^{-\beta(M-M_0)} \quad (4.6)$$

De aquí, una vez que se conoce  $\nu_{M_0}$ , la incertidumbre en  $\nu_M$  vendrá exclusivamente de la de  $\beta$ . Si se supone que esta variable tiene distribución normal, el coeficiente de variación de  $\nu_M$  está dado por la ec 4.8. En el tratamiento bayesiano, se asignan distribuciones iniciales a  $\nu_M$  y a  $\beta$ . Si no se obtiene información estadística para  $M > M_0$ , resulta conservador, para la estimación de  $\nu_M$  en dicho rango, el suponer que la distribución de  $\beta$  no se modifica, a la par que la de  $\nu_M$  puede variar. Así se obtienen los siguientes valores iniciales y posteriores de las esperanzas y coeficientes de variación de  $\nu_M$

$$E'(\nu_M) = E'(\nu_{M_0}) e^{-\beta_0(M-M_0)} \quad (4.7)$$

$$c'^2(\nu_M) = c'^2(\nu_{M_0}) c_1'^2 + c'^2(\nu_{M_0}) + c_1'^2 \quad (4.8)$$

$$E''(\nu_M) = E''(\nu_{M_0}) e^{-\beta_0(M-M_0)} \quad (4.9)$$

$$c''^2(\nu_M) = c''^2(\nu_{M_0}) c_1''^2 + c''^2(\nu_{M_0}) + c_1''^2 \quad (4.10)$$

en donde,

$$c_1'^2 = \exp\left[(M-M_0)^2 \sigma_\beta'^2\right] - 1 \quad (4.11)$$

y  $\beta_0$  es un parámetro cuya proposición forma parte de la proposición de la distribución inicial de  $\nu_M$ .

En estas ecuaciones, los símbolos ' y " identifican parámetros de las distribuciones inicial y posterior, respectivamente.

Cabe pensar en versiones mejoradas del procedimiento aproximado, que tomen en cuenta expresiones más generales para  $\nu_M$  y que consideren en forma más precisa la influencia de las observaciones en la distribución posterior. Tales versiones no se desarrollan en el presente trabajo.

En lo que sigue, los tres criterios descritos para la aplicación del teorema de Bayes se designarán como el método paso a paso (ecs 4.2 y 4.3), el exacto (ecs 4.4 y 4.5), y el modificado (ecs 4.7 a 4.11).

#### 4.4 Distribuciones iniciales de sismicidad en diversas zonas

En lo que resta de este trabajo se supondrá que la ocurrencia de temblores cuya magnitud excede un valor prefijado, en una zona dada de la corteza, constituye un proceso de Poisson. Se adoptará también la hipótesis de independencia entre los procesos correspondientes a dos zonas cualesquiera. En consecuencia, la sismicidad de cada zona de la corteza terrestre quedará definida por la función  $\lambda(M)$ , es decir, el número medio anual, por unidad de área (o de volumen), de temblores cuya magnitud excede a  $M$ . Si  $\lambda(M)$  es una función de forma conocida de los parámetros  $z_1, \dots, z_n$  la sismicidad quedará definida por los valores de estos parámetros. El empleo de la estadística bayesiana para estimar la sismicidad local de una zona, en función de estos parámetros, implicaría la proposición de la distribución inicial simultánea de los mismos, la incorporación global de los

datos sobre ocurrencia de temblores de diversas magnitudes, y la obtención de la distribución posterior simultánea mediante una generalización de la ec 4.1. A fin de evitar las complicaciones numéricas que provendrían de adoptar este enfoque, se optó por determinar por separado la distribución marginal de  $\lambda(M)$  para diversos valores del argumento. Un defecto implícito de esta manera de proceder es que supone independencia de los valores de  $\lambda$  para diversas magnitudes. Para corregir parcialmente esto, se ajustarán expresiones continuas a la esperanza y al coeficiente de variación inicial y posterior de  $\lambda(M)$  en las diversas zonas en estudio.

Para proponer la distribución inicial de  $\lambda(M)$  en zonas relativamente extensas, comparables a las tres que se marcan en la fig 3.2, y tratándose de magnitudes que no sean excesivamente grandes, la parte más importante de la información disponible se encuentra en los datos estadísticos recopilados desde principios de este siglo. En cambio, para zonas comparables a las de la fig 3.7, los datos estadísticos son escasos y en ocasiones inexistentes, principalmente cuando interesan las magnitudes elevadas o cuando se trata de zonas de sismicidad relativamente baja. En la mayor parte de estos casos, no parece haber una fuente de información más satisfactoria que la que se genera de la hipótesis de que la sismicidad por unidad de volumen de cualquiera de estas zonas es de aproximadamente el mismo orden de magnitud que la media de zonas más extensas de características geotectónicas comparables, para las que exista suficiente información estadística. Así pues, al proponer la distribución inicial de sismicidad de zonas pequeñas, se supuso su esperanza igual a la de la macrozona de la fig 3.2 que la incluye, y se le asoció un grado de incertidumbre congruente con las variaciones espaciales de sismicidad deducidas de los da-

tos estadísticos.

4.4.1 Sismicidad de macrozonas. Considérense las tres macrozonas en que se ha dividido la tierra, según la fig 3.3: cinturón circumpacífico, cinturón alpino y zona de baja sismicidad. Esta zonificación es la propuesta por Gutenberg y Richter<sup>34</sup>, toma en cuenta las características geotectónicas, y refleja la sismicidad local. Para evitar las dificultades que provendrían de la consideración de probabilidades simultáneas, trataremos la sismicidad de cada macrozona como independiente de las otras dos. Supondremos para cada  $\lambda(M)$  una distribución inicial gamma y, por tanto, que se aplican las ecs 4.2 y 4.3. Ignoraremos la evidencia histórica previa al periodo de registros instrumentales, lo cual equivale a tomar  $r' = t' = 0$ , es decir, la esperanza de  $\nu(M)$  se tomará igual al número medio anual de temblores con magnitud mayor que  $M$  que han ocurrido durante el intervalo instrumental, y el coeficiente de variación resultaría igual al recíproco de la raíz cuadrada del número de eventos observados. En este caso, la incorporación de la evidencia histórica no modificaría radicalmente nuestros resultados, a excepción de que reduciría la dispersión asociada a grandes magnitudes y cambiaría ligeramente las esperanzas correspondientes, ya que nos referimos a zonas muy extensas, para las cuales  $r \gg 0$ . Sin embargo, la ignorancia de esta evidencia no es una premisa en el procedimiento que se propone.

Se mencionó que sería objetable tratar los  $\lambda$  para diversas magnitudes como variables independientes entre sí, y que para evitarlo debería obligarse a que  $E[\lambda(M)]$  pueda representarse en cualquier zona como una función continua de  $M$ . Así pues, en las macrozonas en estudio,  $E[\lambda(M)]$  estará dada por alguna de las curvas de las figs 3.3 a 3.5.

Los coeficientes de variación de  $\lambda ( M )$ , obtenidos como  $1/\sqrt{r}$  sufren discontinuidades importantes en las magnitudes para las que cambia el periodo de observación. En la fig 4.1 se presentan valores de  $1/\sqrt{r}$  contra magnitudes y se señala el periodo durante el cual se observaron los temblores. Es evidente que la incertidumbre que se tenga en  $\lambda (6.9)$ , por ejemplo, no debe ser mucho mayor que la correspondiente a  $\lambda (7.0)$ . Esto sugiere adoptar para  $c[\lambda ( M )] = 1/\sqrt{r}$  envolventes inferiores a  $1/\sqrt{r}$ , tales como las curvas continuas de la figura.

4.4.2 Variabilidad espacial de la sismicidad. Considérese una zona de volumen  $V'$  y sismicidad  $\lambda' ( M )$ , que se encuentra incluida dentro del cinturón circumpacífico, de volumen  $V$  y sismicidad  $\lambda ( M )$ . En la distribución inicial de  $\lambda' ( M )$  tomaremos  $E[\lambda'(M)] = E[\lambda(M)]$ . Si estuviéramos convencidos de que la sismicidad del cinturón circumpacífico es uniforme en toda su extensión, tomaríamos  $\lambda' = \lambda$ . Como no es así, haremos  $\lambda' = \alpha \lambda$ , siendo  $\alpha = \lambda' / \lambda$  una variable aleatoria independiente de  $\lambda$ . En consecuencia,

$$c^2(\lambda') = c^2(\lambda'/\lambda) + c^2(\lambda) + c^2(\lambda'/\lambda)c^2(\lambda) \quad (4.12)$$

donde  $c(\cdot)$  denota coeficiente de variación. Si se supone que la distribución de  $\alpha$  depende solo de  $V/V'$ , se concluye

$$c^2(\lambda'/\lambda) = (V/V')^\gamma - 1 \quad (4.13)$$

siendo  $\gamma ( M )$  un parámetro que caracteriza la macrozona en cuestión.

El valor de  $c^2 ( \lambda' / \lambda )$  para diversos valores de  $M$  y de  $V/V'$  se calculó para el cinturón circumpacífico y para la zona de baja sismicidad.

dad, estimando  $\lambda'$  y  $\lambda$  a partir exclusivamente de los datos estadísticos en las zonas correspondientes. Así se trazaron las figs 4.2 y 4.3. Para que la ec 4.13 fuera válida, las gráficas deberían ser rectas. Las discrepancias que se observan son pequeñas. La ligera curvatura hacia arriba se debe probablemente a que, conforme se toman zonas cada vez de menores dimensiones, la dispersión en la estimación de  $\lambda'/\lambda$  se ve incrementada en vista del menor número de datos estadísticos que corresponden a cada zona.

4.4.3 Aplicación. Considérese la región 5 del mapa de la fig 3.6. Si se atiende exclusivamente a la estructura geológica, no se encuentra razón para suponer variaciones importantes de la sismicidad dentro de ella; por consiguiente, se adoptará la hipótesis inicial de que la sismicidad es constante en toda ella. Su área es  $129 \times 10^3 \text{ km}^2$ , mientras que el cinturón circumpacífico, dentro del cual se encuentra, tiene un área de  $94 \times 10^6 \text{ km}^2$ . Gutenberg y Richter<sup>34</sup> no reportan ningún temblor durante el periodo de tres años para el que se cuenta con información completa para magnitudes en el intervalo  $6 \leq M < 7$ . Reportan solo un temblor de magnitud 7.5 durante el periodo de 35 años válido para el intervalo correspondiente. La información inicial se muestra en las figs 4.4 y 4.5 por medio de las curvas para  $E'(\nu'_M)$  y  $c^2(\nu'_M)$ . La primera se obtuvo simplemente multiplicando los valores de  $E(\nu_M)$  para el cinturón circumpacífico por  $\nu'/\nu = 129 / (94 \times 10^3) = 0.00137$ .

Con respecto al coeficiente de variación, considérese por ejemplo, la magnitud 7.5. De la fig 4.1,  $c^2(\nu_{7.5}) = 0.0034$ , mientras que de la fig 4.2,  $c^2(\nu'/\nu) = 9.6$ .

De lo anterior,

$$c^2(\nu'_{7.5}) = 0.0034 \times 9.6 + 0.0034 + 9.6 = 9.63$$

De nuevo, se ajustó una envolvente inferior a los valores de  $c^2(\nu'_M)$  así calculados, pero esto no basta para reflejar toda la información disponible.

Para aplicación del procedimiento modificado,  $M_0$  se tomó como 7.0,  $\beta_0$  como 2.16 (el valor global para el cinturón circumpacífico) y  $c^2(\beta) = 0.10$ . De las figs 4.4 y 4.5, los valores iniciales de la esperanza y el coeficiente de variación de  $\nu'_7$  son

$$E'(\nu'_7) = 0.0208$$

$$c^2(\nu'_7) = 5.11$$

Para  $M = 8$ , por ejemplo, las ecs 4.7 a 4.11 conducen a lo siguiente

$$E'(\nu'_8) = 0.0208 e^{-2.16(8-7)} = 0.0024$$

$$c^2(\nu'_8/\nu'_7) = \exp[0.10 \times 2.16^2(8-7)^2] - 1 = 0.6$$

$$c^2(\nu'_8) = 0.6 \times 5.11 + 0.6 + 5.11 = 8.79$$

En la fig 4.5 se presentan los coeficientes de variación de  $\nu'_M$  calculados de acuerdo con los dos métodos descritos.

#### 4.5 Distribuciones posteriores de sismicidad

Las diversas maneras en que puede definirse la distribución inicial de sismicidad local llevan a diferentes formulaciones del teorema de Bayes. Cada una emplea en diferente grado la información inicial y estadística disponibles, y da lugar a resultados no equivalentes, expresados en varias formas. Cualquiera que sea la forma inicial en que se presentan estos resultados inicialmente, siempre pueden convertirse en distribuciones de  $\nu'_M$  para todas las  $M$  de interés. Esta no siempre es la manera más

sobre la variabilidad de las sismicidades de zonas más chicas contenidas en ellas. En el caso extremo podríamos aceptar, por ejemplo, que una zona cualquiera, digamos la 1 de la fig 3.6, es uniforme en su sismicidad, es decir,  $\lambda$  es constante en toda la zona. Este criterio no daría ningún peso al hecho, visible en la figura, de que durante el intervalo de observación ha habido una marcada tendencia a la ocurrencia de temblores en el extremo oriental de la zona. A la vez, afirmaremos que pueden definirse las dimensiones límite de una zona que, para toda aplicación práctica, en vista de todas las incertidumbres en juego, de las dimensiones del volumen donde se genera la energía de un temblor, de la poca probabilidad de variaciones abruptas de sismicidad, y aun de la imprecisión en la localización instrumental de los movimientos, aceptemos como de sismicidad necesariamente constante. Si dividimos una zona tal como la 1 en varias menores, que satisfagan los requisitos que se acaban de describir, el problema que restará será definir la variabilidad de la sismicidad de cada subzona con respecto a la media de la zona geológica correspondiente. Tal definición se deberá basar en los datos estadísticos y en un juicio previo. Este último depende de la medida de la semejanza geológica y de los tamaños relativos de la zona completa y de aquellas en que se dividió.

Ello llevaría a repetir a este nivel el tipo de cálculos que hicimos para utilizar la información que teníamos sobre sismicidad del cinturón circumpacífico para proponer la distribución inicial de la de la zona 1. Los criterios diferirían en que ahora la incertidumbre asociada a  $\alpha$ , la relación entre la sismicidad de una subzona y la media de la zona geotectónica que incluye a la primera, no la estimaremos a partir de las observaciones. Ahora el coeficiente de variación de  $\alpha$  lo propondremos atendiendo a nuestro grado de incertidumbre sobre la similaridad geotectónica.



A continuación se mencionan algunos aspectos que deben considerarse a fin de orientar y hacer congruente la valuación de dicha incertidumbre. Esta puede expresarse, para un tamaño dado de la subzona, en términos de la probabilidad de que su sismicidad difiera de la media de la zona a la cual pertenece. Esta apreciación puede convertirse en coeficiente de variación mediante la aplicación de la desigualdad de Tchebychev.

En segundo término, ser congruentes en la valuación de la incertidumbre implica, de acuerdo con nuestras hipótesis, que si asignamos coeficientes de variación a  $\lambda'/\lambda$ , para diversos valores de  $V'/V$ , los respectivos coeficientes de variación deben poderse expresar mediante una ley de la forma de la ec 4.13, salvo quizá en el intervalo de valores muy pequeños de  $V'$ , en los cuales se acentúa la correlación espacial de sismicidades

Aquí resulta oportuno mencionar que la hipótesis que lleva a la ec 4.13 no implica independencia entre las sismicidades de los volúmenes  $V'$ , sino únicamente entre  $\lambda''/\lambda'$  y  $\lambda'/\lambda$ , donde  $\lambda$ ,  $\lambda'$  y  $\lambda''$  son las sismicidades de volúmenes de distintos tamaños, correspondientes a los volúmenes  $V$ ,  $V'$ ,  $V''$ , tales que  $V$  incluye  $V'$  y este a  $V''$ . Como se ha mencionado, la introducción de la variable aleatoria  $\alpha = \lambda'/\lambda$  obedece a la conveniencia de estimar que tan variable puede ser la sismicidad de una zona de reducidas dimensiones en comparación con la de una zona mayor que la contiene, o en otras palabras, cuanta beligerancia puede atribuirse a la sismicidad de la última, como base para estimar la de la primera. El parámetro  $\gamma$  proporciona una medida de la correlación entre las sismicidades de las diversas zonas, como se verá en los siguientes párrafos.

Una vez que se ha establecido la distribución de  $\lambda$  para una zona dada, nuestro juicio sobre la semejanza de las sismicidades de zonas menores contenidas en la primera puede medirse por el coeficiente de correlación entre las sismicidades de dos cualesquiera de ellas, dada la hipótesis de que ambas tienen la misma esperanza. En efecto, supóngase una zona de volumen  $V$ , cuya sismicidad por unidad de volumen,  $\lambda$ , es una variable aleatoria con dispersión  $\sigma_\lambda$  y esperanza  $E(\lambda)$ . Dividamos dicho volumen en  $n$  volúmenes iguales  $V_i$ , a cada uno de los cuales corresponde una sismicidad  $\lambda'_i$  con dispersión  $\sigma$  y esperanza  $E(\lambda'_i)$ . Sea  $\rho_{ij}$  el coeficiente de correlación entre las sismicidades de las subzonas  $i$  y  $j$ , y supongamos

$$\rho_{ij} = 1, \quad i = j$$

$$\rho_{ij} = \rho, \quad i \neq j$$

De acuerdo con nuestras hipótesis,

$$\lambda = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \lambda'_i$$

$$E[\lambda'_i] = E[\lambda]$$

De donde

$$\sigma^2 = n\sigma_\lambda^2 / [1 + (n-1)\rho] \quad (4.14)$$

En la ec 4.14,  $\sigma^2$  adquiere los valores  $n\sigma_\lambda^2$  y  $\sigma_\lambda^2$  para los casos de correlación nula ( $\rho = 0$ ) y correlación perfecta ( $\rho = 1$ ), respectivamente.

Puesto que  $\lambda$  y  $\lambda'_i$  tienen la misma esperanza, la ec 4.14 se convierte en la siguiente

$$c^2(\lambda') = \frac{nc^2(\lambda)}{1+(n-1)\rho} \quad (4.15)$$

o alternativamente

$$\rho = \frac{\frac{nc^2(\lambda)}{c^2(\lambda')} - 1}{n-1} \quad (4.16)$$

En la ec 4.15 se observa que si  $\rho > 0$ ,  $c^2(\lambda') < nc^2(\lambda)$ , y que el máximo valor negativo que puede tener  $\rho$  es  $-1/(n-1)$ , en cuyo caso  $c^2(\lambda') \rightarrow \infty$ .

Combinando las ecs 4.13 y 4.15, se obtiene la siguiente relación entre  $\gamma$  y  $\rho$

$$n\gamma = \frac{\frac{c^2(\lambda)n}{1+(n-1)\rho} + 1}{1+c^2(\lambda)} \quad (4.17)$$

si  $\rho = 1$ ,  $\gamma = 0$ ; si  $\rho = 0$ ,  $n\gamma = \frac{c^2(\lambda)n + 1}{c^2(\lambda) + 1}$ ,

$$\gamma c^2(\lambda' / \lambda) = \frac{(n-1)c^2(\lambda)}{1+c^2(\lambda)}$$

Aplicación. Considérese, por ejemplo, la zona 1 de la fig 3.7. Su extensión es 350 000 km<sup>2</sup>. Dividámosla en 10 zonas de 35,000 km<sup>2</sup> cada una. Después de observar sus características geológicas deducimos que, para cualquier magnitud, la probabilidad de que la sismicidad de cualquiera de ellas sea, digamos mayor del doble o menor que la mitad de la media de la zona 1, es cuando mucho igual a 0.5. En vista de que no tenemos una base razonable para asignar a  $\alpha$  una distribución de probabilidades, haremos una estimación basada en la desigualdad de Tchebychev, que en este caso se expresaría así:

$$P[|a-1| > \epsilon c(a)] \leq \frac{1}{\epsilon^2}$$

Donde  $\epsilon$  es un número positivo. De acuerdo con lo especificado en nuestro problema,

$$\epsilon c(a) = 1$$

$$\frac{1}{\epsilon^2} = 0.5$$

De donde,

$$\epsilon = \sqrt{2} \quad c(a) \leq 1/\sqrt{2} = 0.71$$

Supongamos ahora que interesan las magnitudes superiores a

Teniendo en cuenta la ec 4.12 y el hecho de que para la zona 1 se obtuvo  $c^2(\lambda(7))$  igual a 0.0743, se obtiene

$$c^2(\lambda(7)) = 0.71^2 + 0.0743 + 0.71^2 \times 0.0743 = 0.611$$

Empleando las ecs 4.16 y 4.17 se obtienen respectivamente los siguientes valores de  $\rho$  y  $\gamma$ :

$$\rho = \frac{10 \frac{0.0743}{0.611} - 1}{10 - 1} = 0.0234$$

$$\gamma = \log_{10} \frac{1 + 0.0743 \left( \frac{10}{1 + 9 \times 0.0234} \right)}{1 + 0.0743} = 0.176$$

El criterio de congruencia que se mencionó conduce a que en el caso de dividir la zona 1 en dos partes, deberíamos suponer como coeficiente de variación de  $a$  el siguiente

$$c^2(a) = 2^{0.176} - 1 = 0.13$$

Por tanto, el coeficiente de variación de la sismicidad de

la subzona en cuestión debería ser

$$c^2(\lambda'(7)) = 0.13 + 0.13 \times 0.0743 + 0.0743 = 0.213$$

Si esto contradijese nuestra opinión inicial, debería proceder a ajustar  $\gamma$ , y nuevamente revisar sus implicaciones para zonas de distintos tamaños.

#### 4.7 Observaciones complementarias

4.7.1 Variación con la profundidad. En la presentación anterior se ha hecho caso omiso de la variación de la sismicidad con la profundidad, a pesar de ser bien conocido que existe una variación sistemática pronunciada en términos de ella. Este concepto podría incorporarse subdividiendo cada macrozona de acuerdo con la profundidad. En ausencia de esta subdivisión, la variación sistemática puede incorporarse empleando los métodos estadísticos tradicionales, ajustando curvas empíricas a los datos correspondientes. La fig 4.5 muestra, para el cinturón circumpacífico, la variación, con la profundidad, del número medio anual de temblores cuya magnitud excede a 5.9. Existen datos estadísticos que permiten deducir curvas correspondientes para zonas de menores dimensiones. En algunos casos se sabe que la mayor parte de los temblores se originan en la vecindad de una superficie inclinada que puede o no coincidir con una falla geológica. Este tipo de información debe tomarse en cuenta, al menos cualitativamente para estimar las variaciones de la sismicidad con la profundidad.

4.7.2 Información incompleta. En la que precede, se ha señalado la forma de incorporar, al aplicar el teorema de Bayes, únicamente la información estadística sobre temblores cuyas magnitudes exceden a valores dados, du-

rante el intervalo de observación para el cual existe la certeza de que se han incluido en el recuento todos los eventos ocurridos. Con frecuencia, principalmente para magnitudes pequeñas, se cuenta con un acervo amplio de datos estadísticos, pero no se puede garantizar que estén completos. En tal caso, los resultados de las observaciones se expresan afirmando que en  $\underline{t}$  años han ocurrido cuando menos  $\underline{r}$  temblores en el intervalo de interés, y la ec 4.1 adquiere la siguiente forma.

$$f''(\nu | N \geq r) = \frac{f'(\nu) P[N \geq r | \nu]}{\int f'(\nu) P[N \geq r | \nu] d\nu}$$

Aquí,  $N$  es el número de temblores ocurridos, y bajo la hipótesis del proceso de Poisson,

$$P[N \geq r | \nu] = \sum_{n=r}^{\infty} \frac{e^{-\nu t} (\nu t)^n}{n!}$$

Es fácil obtener la forma que adoptaría la expresión del teorema de Bayes en el caso frecuente en que se cuenta, durante un lapso  $\underline{t}_1$ , con datos completos, y durante otro,  $\underline{t}_2$ , con información incompleta.

## 5. DISTRIBUCION DE INTENSIDADES Y RESPUESTAS ESTRUCTURALES

Se designará genéricamente por intensidad a cualquier característica del movimiento del terreno, en un lugar dado, que sea relevante para definir, determinística o estadísticamente, la respuesta estructural de interés\*. Se limitarán nuestras predicciones a las distribuciones de probabilidades de la máxima intensidad o respuesta estructural durante intervalos prefijados de tiempo. Si la ocurrencia de temblores de diversas magnitudes, en las diferentes zonas cercanas a un punto dado, constituyen procesos independientes de Poisson, el proceso de las excedencias de una cierta intensidad o de un valor especificado de la respuesta de una estructura dada, constituye también un proceso de Poisson, y bastará con conocer su esperanza por unidad de tiempo para que queden definidas las distribuciones mencionadas. Su cálculo a partir de los datos relativos a sismicidad local implica el empleo de correlaciones entre magnitudes e intensidades y entre estas y las respuestas estructurales. Estas correlaciones son función de la distancia focal y poseen dispersiones apreciables, a las que contribuyen multitud de variables no controladas, tales como el terreno local, las formaciones geológicas que deben atravesar las ondas sísmicas, el mecanismo del movimiento y muchas otras, amén de las que provienen de la incertidumbre sobre las características estructurales. En este capítulo se describen algunas de las correlaciones existentes y se emplean para la determinación de distribuciones de intensidades en puntos situados en zonas de sismicidad imperfectamente conocida.

---

\* De acuerdo con esta definición, intensidad puede designar lo mismo a la aceleración máxima del terreno, a una ordenada espectral para un periodo dado, o a la intensidad MMI, por ejemplo.

### 5.1 Relación entre las ordenadas de espectros elásticos y la amplitud del movimiento del terreno

Se han propuesto diversos criterios para predecir la esperanza de las ordenadas espectrales si se conocen los valores máximos absolutos de la aceleración, velocidad y desplazamiento del terreno durante un temblor<sup>17, 18, 35, 36</sup>. Algunos<sup>36</sup> se refieren a diversos tipos de temblores, atenuando a la regularidad y duración del movimiento en la estación. En este trabajo concentraremos nuestra atención en los temblores de duración moderada (varias decenas de segundos), registrados sobre terreno intermedio, a distancias epicentrales menores de 600 km, que son las condiciones que con mayor frecuencia ocurren en los casos de interés práctico. Los acelerogramas de dichos movimientos son más o menos caóticos y justifican el empleo de resultados teóricos que provienen de estudiar a los temblores como procesos estocásticos.

Impondremos también la restricción de comportamiento lineal. Cuando existan efectos no lineales importantes se adoptarán criterios aproximados que permitan su estimación a partir de la respuesta de una estructura lineal equivalente<sup>36</sup>.

En los casos que nos interesan, ofrece ventajas representar los espectros en el trazo logarítmico en cuatro direcciones (fig 5.1). Debido a la relación entre los espectros de aceleraciones ( $A(\tau)$ ,  $\tau$  = período natural), pseudovelocidades ( $V(\tau) = A(\tau)/p$ ,  $p = 2\pi/\tau$ ) y pseudodesplazamientos ( $D(\tau) = A(\tau)/p^2$ ) es posible leer las ordenadas de cualquiera de ellos en la misma figura, empleando las líneas de referencia que corresponden al espectro de interés. En la fig 5.1 se trazaron tres líneas



paralelas a las referencias correspondientes, que representan los máximos valores absolutos de la aceleración, velocidad y desplazamiento del terreno. Al conjunto de estas tres líneas lo designaremos envolvente del movimiento del terreno. De acuerdo con la ref 16 es posible acotar las ordenadas del espectro medio con amortiguamiento menor de 0.02 mediante tres líneas, paralelas a las que se acaban de describir, y tales que la máxima aceleración espectral resulte igual a 4 veces la aceleración máxima del terreno, la máxima velocidad espectral igual a 3 veces la máxima velocidad del terreno y el máximo desplazamiento espectral igual a 2 veces el máximo desplazamiento del terreno. Para amortiguamientos del orden de 0.03 a 0.10 del crítico los factores anteriores se vuelven 2, 1.5 y 1, y para amortiguamientos de 0.20 a 0.25 del crítico resultan prácticamente iguales a la unidad. Para amortiguamiento nulo, las ordenadas máximas de los espectros medios, principalmente de los de aceleración, toman valores muy superiores a los que se citaron para amortiguamiento de 0.02 del crítico, y ofrecen dispersiones más pronunciadas. Además, la relación entre la máxima ordenada del espectro medio de aceleraciones y la aceleración máxima del terreno parece crecer sistemáticamente con la distancia focal (fig 5.2). Para amortiguamientos superiores a 0.02, las conclusiones de la ref 16 permanecen válidas para distancias focales del orden de varias centenas de kilómetros. Tales distancias incluyen los límites a los que temblores de magnitudes superiores a 6 dan lugar a intensidades mayores que 4 ó 5. Los datos que sirvieron de base a la fig 5.2 se tomaron de la ref 37.

Del análisis de algunos espectros de temblores registrados en la costa occidental de Estados Unidos se concluye que la esperanza de  $U(T, \xi)$ , ordenada del espectro de desplazamientos para el periodo natu

ral  $\Gamma$  y amortiguamiento  $\zeta$  expresado como fracción del crítico, es proporcional a  $\zeta^{-0.4}$ , siempre que  $\zeta \geq 0.02$ . Esta ley, obtenida en forma casi empírica, concuerda de manera muy satisfactoria con la que se deduce teóricamente de un análisis probabilístico de las respuestas a movimientos estocásticos de intensidad uniforme por unidad de tiempo (ruido blanco uniforme). La ec 5.1 es una aproximación a la relación teórica que se menciona<sup>17</sup>.

$$\frac{D(T, \zeta)}{D(T, 0)} = (1 + 0.6 h s)^{-0.45} \quad (5.1)$$

En esta ecuación,  $D(T, 0)$  es la esperanza del espectro sin amortiguar,  $h = 2\pi\zeta/T$ , y  $s$  es la duración del movimiento uniforme. Comparando con los espectros de temblores registrados en la costa occidental de Estados Unidos, se encuentra una coincidencia sumamente satisfactoria para periodos que no sean excesivamente cortos, si se toma una duración de movimiento uniforme, equivalente a los sismos reales, igual a 12.5 seg, que es del orden de la mitad de la fase sensible de dichos temblores.

Las relaciones mencionadas se han propuesto para la esperanza o valor medio de las respuestas. Las envolventes de los espectros de desplazamiento son más sensibles al grado de amortiguamiento que lo que indica la ec 5.1. Las relaciones en estudio son también válidas con referencia a las ordenadas de los espectros de aceleraciones para diversos amortiguamientos, salvo en el intervalo de periodos muy breves, ya que la aceleración espectral para cualquier valor de  $\zeta$  tiende a la máxima aceleración del terreno cuando  $\Gamma$  tiende a cero. La validez de la ec 5.1, y por tanto de la proporcionalidad inversa entre la respuesta y la potencia 0.4 del grado de amortiguamiento, está limitada a movimientos sísmicos de naturaleza caótica,

tales como los que se registran en terreno duro a distancias focales no mayores de unos cuantos cientos de kilómetros. Para estos casos, la mayoría de los que son de interés, la ref 18 propone el criterio que a continuación se describe. Supóngase en la fig 5.1 que la envolvente del movimiento del terreno representa el espectro de aceleraciones para  $\zeta = 0.25$ . Para periodos mayores que  $T = 2\pi v/a$ , donde  $v$  y  $a$  son respectivamente la máxima velocidad y aceleración del terreno, las aceleraciones espectrales para diversos grados de amortiguamiento pueden tomarse iguales a las pseudoaceleraciones  $p^2 D(T, \zeta)$ , siendo  $p = 2\pi/T$ . En este rango,  $D(T, \zeta)$  puede obtenerse a partir de la ec 5.10, aprovechando la proporcionalidad inversa entre los desplazamientos espectrales y la potencia 0.4 del grado de amortiguamiento. El periodo  $T_1$  es el definido por la intersección de las líneas que representan la máxima aceleración y velocidad del terreno. A la izquierda de este valor, la diferencia entre los espectros de aceleración y pseudoaceleración impide el empleo de la ec 5.1. Un análisis aproximado de los espectros disponibles lleva a la conclusión de que, cualquiera que sea el valor de  $\zeta$ , el espectro de aceleraciones alcanza su máximo para un periodo,  $T_0$ , que vale en promedio 0.4  $T_1$ , con un coeficiente de variación de 0.3<sup>25</sup>. A la izquierda de este valor, solo se sabe que la aceleración espectral debe aproximarse a la máxima del terreno, al tender  $T$  a cero. Adoptando una posición conservadora, justificable por las grandes variaciones del espectro en la zona de periodos muy cortos, puede suponerse aceleración espectral constante para todos los periodos menores que  $T_0$ . En la fig 5.1 se comparan los espectros medios calculados con este criterio, y sus envolventes, de acuerdo con el criterio de la ref 10, con los espectros correspondientes para la componente NS del temblor de El Centro (1940). Se supuso para la comparación  $s = 20$  seg, ya que el temblor

en cuestión tuvo una duración apreciablemente mayor que los que se analizaron con  $s = 12.5 \text{ seg}^*$

La distribución del valor máximo de cualquier respuesta estructural que pueda expresarse (al menos aproximadamente) como función lineal de la velocidad espectral, ha sido obtenida, tras algunas simplificaciones, por Rosenblueth y Bustamante<sup>17</sup>. Designando por  $R$  el valor máximo de la respuesta de interés, sujeta a las limitaciones del párrafo anterior, y por  $R_0$  el valor correspondiente para amortiguamiento nulo, obtienen las figs 5.3 y 5.4, para temblores idealizados como segmentos de ruido blanco estacionario. Las abscisas representan el valor máximo de la respuesta de interés, normalizada con respecto a su esperanza para amortiguamiento nulo. Las ordenadas representan la probabilidad de que dichas respuestas se excedan durante un temblor dado. En ambas figuras se comparan las distribuciones teóricas con las que se obtuvieron empíricamente para temblores reales y ficticios. En el trazo aritmético la concordancia parece excelente, y lo es si se juzga por el criterio de  $\chi^2$ . En la fig 5.4 se observan divergencias importantes para respuestas con probabilidad menor de 0.05 de ser excedidas. A este respecto, Borges<sup>22</sup> afirma que el hecho de que las intensidades de temblores futuros son aún más inciertas que las respuestas a un temblor de intensidad conocida, ocasiona que las respuestas excepcionalmente grandes a un temblor sean menos significativas que las esperanzas correspondientes. Según esto, es aceptable la precisión de las distribuciones teóricas.

Llegando aún más lejos, Caughey y Gray<sup>39</sup> han hecho ver que estas distribuciones son adecuadas, en general, para movimientos gaussianos

---

\* Sobre la duración efectiva de temblores en función de magnitud y distancia focal, ver la ref 18.

no blancos, siempre que la densidad espectral no varíe bruscamente, y no estacionarios, siempre que la intensidad varíe lentamente con respecto al tiempo.

Los resultados de las figs 5.3 y 5.4 se presentan por razones prácticas por medio de los parámetros  $\beta$  y  $\beta_E$ , que a continuación se definen.

$$\beta = R(Q)/E(R_0)$$

$$\beta_E = E(R)/E(R_0)$$

Aquí,  $Q$  es la probabilidad de que  $R$  se exceda durante el temblor, y  $\beta_E$  es la misma cantidad dada por la ec 5.1. Los valores que adquieren estos parámetros se presentan en la fig 5.5. Es notable en ella la rápida variación de las respuestas máximas en la vecindad de amortiguamiento nulo.

## 5.2 Relación entre magnitud, distancia focal y movimiento del terreno en una estación

La construcción de espectros según el criterio que se propone requiere el planteamiento de expresiones para el cálculo de la aceleración, velocidad y desplazamiento máximos del terreno en función de la magnitud y la distancia focal, que son las variables que se tomarán como significativas. Para temblores registrados sobre terreno medio, comparable a conglomerados compactos, dichas expresiones han sido objeto de estudios previos<sup>18, 40</sup> y se resumen a continuación

$$a = 2000 e^{0.8M} R^{-2} \quad (5.2)$$

$$v = 16 e^M R^{-1.7} \quad (5.3)$$

$$d = 0.128 e^{1.2M} (R^{-1.4} + 150R^{-2}) \quad (5.4)$$

Para un amplio intervalo de valores de R, que incluye los de interés práctico, la ec 5.4 puede sustituirse por la siguiente, que es de la misma forma que la 5.2 y 5.3.

$$d = 7e^{1.2M} R^{-1.6} \quad (5.4a)$$

En las ecuaciones anteriores:

- a máxima aceleración del terreno en la estación de interés, en  $\text{cm}/\text{seg}^2$
- v máxima velocidad del terreno, en  $\text{cm}/\text{seg}$
- d máximo desplazamiento del terreno, en cm
- M magnitud del temblor
- R  $(x^2 + h^2 + r^2)^{1/2}$  = distancia focal efectiva
- x distancia epicentral, en km
- h profundidad focal, en km
- r constante empírica igual a 20 km.

Las ecs 5.2 a 5.4-a se dedujeron a partir de los siguientes grupos de datos:

- a) Un grupo de temblores en la costa occidental de Estados Unidos, registrados por estaciones del United States Coast and Geodetic Survey, empleando acelerómetros estándar de torsión, con periodos naturales de alrededor de 0.05 seg. Las aceleraciones máximas se obtuvieron directamente de la ref 19.

Las velocidades máximas se estimaron a partir de los datos de

intensidades en grados de la escala de Mercalli modificada (MM) ahí consignados. Se aceptó para ello la relación entre la velocidad máxima del terreno y la intensidad MM que a continuación se propone, con base en las conclusiones de la ref 4.1.

$$I = 3.84 + 3.32 \log_{10} v \quad (5.5)$$

o aproximadamente,

$$I = \log 14 v / \log 2 \quad (5.6)$$

- b) Un grupo de temblores en la costa occidental de Estados Unidos, registrados por estaciones del laboratorio sismológico del Instituto Tecnológico de California, con acelerómetros estándar USCGS. Las aceleraciones máximas del terreno se obtuvieron directamente de la ref 4.2. Las velocidades máximas se dedujeron a partir de las intensidades espectrales con amortiguamiento igual a 0.2 del crítico consignadas en la misma publicación, suponiendo que entre los periodos 0.1 y 2.5 seg la velocidad media del espectro con el amortiguamiento citado es igual a la velocidad máxima del terreno.

- c) Datos sobre intensidades MM de temblores registrados en la República Mexicana<sup>43</sup>. A partir de ellos se estimaron las velocidades máximas del terreno, empleando la ec 5.5.

Teniendo en cuenta las ecs 5.3 y 5.5, se obtiene

$$I = 1.45 M - 5.66 \log_{10} R + 7.90 \quad (5.7)$$

Debido a la multitud de variables que no se consideraron explícitamente al establecer las correlaciones descritas, estas se caracterizan por una gran dispersión, aun después de restringir su validez a temblores registrados sobre terrenos de dureza media. Por ello se estudió la dispersión de cada medida de intensidad, con respecto a su valor calculado a partir de la magnitud.

Los valores de la relación entre los valores observados y calculados de intensidades  $MM$ , máximas aceleraciones y máximas velocidades del terreno, se representaron en papel de distribución normal, según el método de Gumbel; los resultados se muestran en las figs 5.6 a 5.8. La siguiente tabla resume los parámetros de las distribuciones obtenidas.

Variable	Desviación estándar
$I - I_c$	2.04
$\ln v - \ln v_c$	1.0
$\ln a - \ln a_c$	1.5

En esta tabla,  $\ln$  significa logaritmo natural y el subíndice c denota el valor calculado de la variable correspondiente.

### 5.3 Influencia de la naturaleza del terreno de cimentación

La influencia decisiva de la naturaleza del terreno de cimentación sobre las intensidades sísmicas es un hecho que la teoría predice y que la experiencia comprueba, tanto con base en los registros instrumentales de movimientos fuertes y de microsismos, como en la observación de la distribución de daños causados por temblores. En ciertos casos, de



los cuales los más representativos se refieren a temblores en la formación compresible del valle de México, los espectros sobre el manto de terreno compresible pueden predecirse estadísticamente si se conocen los que corresponden a la roca basal, empleando los conceptos fundamentales sobre propagación de ondas elásticas, gracias a que los materiales como el descrito se caracterizan por comportamiento lineal aun para temblores de intensidad elevada. Las refs 12, 44 y 45, tratan el problema de la predicción de espectros de temblores en mantos blandos de comportamiento lineal. En otros terrenos, principalmente en arcillas muy blandas o en materiales granulares o con escasa cohesión, la preponderancia del comportamiento no lineal impide emplear las teorías mencionadas. Como no se han desarrollado teorías aplicables en estas condiciones, las correlaciones entre intensidades (en su sentido general), magnitudes y distancias focales deben basarse en expresiones empíricas o semiempíricas que utilicen los datos de observaciones sobre efectos de movimientos intensos en el lugar de interés o en formaciones semejantes. En los casos extremos, cuando se trata de terreno granular suelto, los problemas principales de comportamiento estructural no se asocian a su respuesta dinámica a las oscilaciones del terreno, sino a las fallas repentinas de cimentación causadas por compactación del material granular<sup>46, 47</sup>.

Una gran mayoría de las poblaciones medianas y grandes, en donde se construyen gran parte de las estructuras importantes, se desplazan sobre rellenos aluviales más o menos compactos. A cualquier tipo de formación que se encuentre entre lo que podríamos designar como roca sana y terreno suelto o compresible, lo designaremos aquí como terreno de tipo intermedio. A este terreno se refieren las correlaciones que se presentan en las secciones 5.1 y 5.2. Se estudió la influencia que podrían te-

ner en las intensidades sísmicas las variaciones en las propiedades de terrenos que pudieran caber en la definición burda propuesta para terreno intermedio. Para ello seleccionaron 23 poblaciones de la República, para las cuales se cuenta con datos de intensidades de varios temblores, y donde el terreno es de tipo intermedio. Se compararon las intensidades observadas con las predichas por la ec 5.7, que se obtuvo procesando juntos los datos de un gran número de poblaciones en México y en la costa occidental de Estados Unidos. Tales comparaciones se presentan gráficamente en la fig 5.9. De ella se deduce que a excepción de tres lugares (Chilpancingo, Tehuantepec, Teziutlán), no existen desviaciones sistemáticas significativas de los datos observados respecto a los predichos. Esto significa que las correlaciones que se han obtenido para terreno intermedio son aplicables dentro de rangos muy amplios para terrenos vagamente definidos de dicha manera.

La comparación de los efectos de temblores en lugares poco distantes constituye una información valiosa para precisar la posible influencia del terreno. Antes de aceptar para un lugar dado las conclusiones de este estudio, debe tenerse presente la reciente experiencia del temblor de Caracas de julio de 1967, en que el terreno local ejerció una notable influencia en la concentración de daños en una región reducida. La información de los sondeos de penetración no permitía prever efectos especiales para la zona en cuestión, que indiscutiblemente se podía haber clasificado, como el resto del valle de Caracas, como de tipo intermedio. Sin embargo, estudios geosísmicos posteriores al temblor, hicieron notar periodos anormalmente largos del terreno, 0.7 a 2 seg, que son congruentes con los daños observados, que afectaron especialmente edificios flexibles de 10 a 20 pisos. Buena parte de los datos de intensidades que se emplea-

ron en el estudio que se acaba de describir provienen de poblaciones donde no existen estructuras de periodo largo, y debido a ello no debe ignorarse la posibilidad de respuestas más importantes en los periodos largos, que la naturaleza de los datos aprovechados impide descubrir.

En las aplicaciones que siguen se aceptarán las correlaciones obtenidas para terreno intermedio. Los criterios que se proponen tienen uso más general, a condición de modificar las expresiones empleadas.

#### 5.4 Distribución de intensidades máximas

Sea  $\underline{B}$  una zona donde pueden generarse temblores, y  $\underline{A}$  una estación donde se proyecta construir una estructura (fig 5.10). Dado el modelo probabilístico que representa la ocurrencia de temblores en  $\underline{B}$ , interesa deducir el que represente lo que ocurre en  $\underline{A}$ , considerando el efecto de todas las zonas semejantes a  $\underline{B}$  cercanas a  $\underline{A}$ . Se supondrá que la ocurrencia de temblores con foco en  $\underline{B}$  es un proceso de Poisson, independiente del que corresponde a cualquier otra zona. Designaremos por  $\underline{Y}$  a la intensidad, en el sentido definido en el primer párrafo de este capítulo, y valuaremos la distribución de su valor máximo en  $\underline{A}$ , durante lapsos especificados, bajo dos diferentes hipótesis: ignorando la desviación estadística en las correlaciones entre magnitud, intensidad y distancia focal, y tomándola en cuenta explícitamente.

##### 5.4.1 Correlación determinística entre intensidad, magnitud y distancia.

Sea  $m = m(y_c, R)$  la magnitud de un temblor que a la distancia efectiva  $R$  ocasiona una intensidad  $y_c$ ;  $\lambda_M(m)$  el número medio anual de temblores cuya magnitud excede a  $m$ , por unidad de volumen de la corteza terrestre, y  $N_{y_c}(t)$  el número de temblores cuya intensidad (calculada a partir de  $m$  y  $R$ ) en  $\underline{A}$  excede a  $y_c$ , durante el lapso  $t$ .

Se demuestra <sup>49</sup> que si la ocurrencia de temblores con magnitud en exceso de  $\underline{M}$  en cada una de las zonas elementales vecinas de la estación se puede representar mediante procesos de Poisson mutuamente independientes\*,  $N_{Y_C}(t)$  constituye un proceso de Poisson con esperanza  $\nu_{Y_C}(y_C) t$ , donde

$$\nu_{Y_C}(y_C) = \int_V \lambda_M[m(y_C, R)] dV \quad (5.8)$$

De acuerdo con el Cap 4,  $\lambda_M(m)$  se define como variable aleatoria. Lo mismo sucederá con  $\nu_{Y_C}(y_C)$ . Su esperanza y su variancia se obtienen como sigue <sup>49</sup>.

$$E[\nu_{Y_C}(y_C)] = \int_V E[\lambda_M(m)] dV \quad (5.9)$$

$$\text{var}[\nu_{Y_C}(y_C)] = \int_V \int_V K(m_1, m_2) dV_1 dV_2 \quad (5.10)$$

en donde

$$K(m_1, m_2) = \text{cov}[\lambda_M(m_1), \lambda_M(m_2)] \quad (5.10a)$$

En el apéndice A2 se obtienen expresiones desarrolladas para evaluar los segundos miembros de las ecs 5.9 y 5.10.

---

\* La independencia a que hace mención este párrafo implica que la generación de temblores en un volumen no afecta la probabilidad de que se genere un temblor en cualquier otro. Esto no contradice la hipótesis previa de que las sismicidades pueden estar correlacionadas. Obsérvese, por otra parte, que si aceptamos que las sismicidades de dos elementos de volumen son iguales entre sí, esto no implica correlación perfecta entre  $\lambda_M(m_1)$  y  $\lambda_M(m_2)$  de la ec 5.10. Esto se debe a que las relaciones entre los números medios de temblores con magnitudes incluidas en diversos intervalos son variables aleatorias. Véase, por ejemplo, la ec 4.6.

5.4.2 Correlación de intensidad con magnitud y distancia focal, definida probabilísticamente. Las expresiones propuestas en este capítulo para ligar intensidades sísmicas, respuestas estructurales y magnitudes, poseen dispersiones significativas. En este inciso se empleará  $Y$  para designar el valor real de una intensidad o respuesta estructural cuando ocurre, en la cercanía de la estación de que se trata, un temblor de magnitud  $M$ , y  $Y_c$  para designar valores calculados de dichas variables. Las expresiones del inciso 5.4.1 permiten calcular precisamente la media y la variancia del número medio anual de temblores cuya intensidad calculada, en función de magnitud y distancia focal, excede a algún valor especificado. Aquí partiremos de dichas expresiones y supondremos conocida la distribución condicional de  $Y$  dada  $Y_c$ . En lo que sigue,  $Y$  y  $Y_c$  no están restringidas a representar los valores real y calculado de una misma variable. El único requisito es que el valor real  $Y$  tenga una distribución definida cuando se conoce el valor calculado  $Y_c = y_c$ . Por ejemplo,  $Y$  podría ser el máximo desplazamiento espectral durante un temblor de magnitud  $M$ , distancia focal efectiva  $R$  e intensidad  $MM$  calculada  $Y_c$ . \*

Restringiremos nuestra atención al caso en que el proceso de eventos tales que  $Y_c \geq y_c$ , para cualquier  $y_c$  especificado, es de Poisson. Bastará calcular la esperanza y la variancia de  $\nu_Y(y)$ , dados los valores correspondientes para  $\nu_{Y_c}(y_c)$ . Ambas variables están ligadas por la ecuación

$$\nu_Y(y) = -\int_0^{\infty} \nu'_{Y_c}(\eta) P[Y > y | Y_c = \eta] d\eta \quad (5.11)$$

---

\* Llegando más lejos,  $Y$  podría ser el costo real de los daños o el factor de seguridad contra colapso de una estructura de características imperfectamente conocidas.

3)

en donde

$$\nu'_{Y_c}(\eta) = \frac{d}{d\eta} \nu_{Y_c}(\eta) \quad (5.11a)$$

y  $\nu_Y(y)$ ,  $\nu_{Y_c}(\eta)$ , son respectivamente los números medios anuales de temblores cuyas intensidades reales y calculadas exceden a  $y$  y a  $\eta$ .

La esperanza y la variancia de  $\nu_Y(y)$  son, respectivamente,

$$E[\nu_Y(y)] = \int_0^{\infty} E[\nu'_{Y_c}(\eta)] P[Y > y | Y_c = \eta] d\eta \quad (5.12)$$

$$\text{var}[\nu_Y(y)] = \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} \text{cov}[\mu(\eta_1), \mu(\eta_2)] d\eta_1 d\eta_2 \quad (5.13)$$

en donde

$$\mu(\eta_i) = \nu'_{Y_c}(\eta_i) P[Y > y | Y_c = \eta_i] \quad (5.13a)$$

El apéndice A2 contiene expresiones desarrolladas para evaluar los segundos miembros de las ecs 5.12 y 5.13.

5.4.3. Distribución marginal del número de temblores que en un cierto lapso exceden a una intensidad dada. Conocida la distribución de

$\nu = \nu_Y(y)$ , y aceptada la hipótesis de proceso de Poisson, se obtiene que  $N(y, t)$ , el número de temblores de intensidad mayor que  $y$ , ocurridos en el lapso  $(0, t)$ , tiene la siguiente distribución marginal

$$p[N(y, t) = n] = \int_0^{\infty} \frac{e^{-\nu t} (\nu t)^n}{n!} f(\nu) d\nu \quad (5.14)$$

Suponiendo que  $f(\nu)$  es la función gamma de densidad de probabilidad, con la esperanza y variancia determinada en las secciones anteriores,  $N$  resulta con distribución negativa binominal<sup>26</sup>. En parti-

cular, haciendo  $n=0$ , se obtiene la probabilidad de que en  $(0, t)$  no se exceda la intensidad  $\underline{y}$ , que equivale a la probabilidad de que el tiempo de espera a la primera vez que se sobrepasa  $\underline{y}$  sea mayor o igual que  $t$ . Analíticamente,

$$P_{N(y,t)}(0) = \left[ \frac{t''}{t + t''} \right]^{r''} = F_{Y(t)}(y) = 1 - F_{T_y}(t) \quad (5.15)$$

donde

$$E[v_Y(y)] = r''/t'' \quad , \quad c^2[v_Y(y)] = 1/r''$$

$F_{Y(t)}(\cdot)$  es la función de distribución de la intensidad máxima durante el lapso  $(0, t)$ , y  $F_{T_y}(\cdot)$  es la función de distribución del tiempo de espera a la primera vez que ocurre una intensidad mayor o igual que  $\underline{y}$ .

5.4.4. Incorporación de información local. Es cada vez más frecuente el caso de que para una estación dada se cuenta no únicamente con datos de magnitudes en su vecindad, sino también con la historia completa de las intensidades durante un cierto lapso, en general menor que el de observación de magnitudes, e incluido en él. Lo usual es que el periodo de observación de intensidades coincida con la última parte del de observación de magnitudes. Si  $t$  denota a este último, y  $t_1$  al primero, la asimilación de la información estadística debería hacerse en el siguiente orden para evitar el empleo repetido de la información.

- a) Empleando los datos de magnitudes en el lapso  $t_0 = t - t_1$ , obténgase la distribución de intensidades en la estación
- b) Tómese dicha distribución como la inicial para aplicar el teorema de Bayes, incorporando a continuación los datos de intensidades observadas en el lapso  $t_1$ . Los datos sobre magnitudes

observadas en este último no se emplearán, porque la información que proporcionan se encuentra incluida y mejorada en los datos de las intensidades correspondientes.

5.4.5. Aplicación. Considérese la estación A en el mapa de la fig 3.7. Suponiendo que se localiza sobre terreno de tipo intermedio, se determinará la esperanza del número medio de temblores, por unidad de tiempo, cuya intensidad excede a cualquier valor especificado. Aplicando las ecs 5.10 y 5.13 es posible calcular también la variancia del mismo parámetro, aunque los cálculos correspondientes son bastante más complicados que los requeridos para determinar la esperanza. Por otra parte, es esta última la única significativa en buena parte de los problemas en que estos datos se emplean para seleccionar la sollicitación sísmica para diseño estructural.

Interesan principalmente la velocidad y la aceleración máximas del terreno; sus valores calculados, a partir de las magnitudes, se designarán por  $Y_c$ . El cálculo de  $E[v_{Y_c}(y)]$  se hizo de acuerdo con la ec 5.9. En la integral del segundo miembro se empleó el valor de la esperanza a posteriori (obtenida de manera semejante a la de la fig 4.4) de  $\lambda(M)$  para todas las zonas geotectónicas cercanas a la estación. Los resultados se muestran en las figs 5.11 y 5.12, para velocidades y aceleraciones máximas calculadas del terreno, respectivamente. Puesto que en todas las zonas cuya sismicidad contribuye apreciablemente a la ocurrencia de temblores intensos en la estación, se obtuvo la misma esperanza a posteriori de  $\beta$ , la esperanza de  $v_Y$  resultó, de acuerdo con el apéndice A2, de la forma  $Ky^{-r}$ . Los valores correspondientes de estos parámetros son  $K = 5.18, 7500$  y  $r = 2.11, 2.56$  para velocidad (cm/seg) y aceleración (cm/seg<sup>2</sup>) calculadas máximas del terreno, respectivamente. Para



valores de velocidades y aceleraciones mayores que los que aparecen en las figs 5.11 y 5.12 (y tal vez para los valores extremos incluidos en ellas), las ordenadas sobrestiman a los valores reales. Esta afirmación proviene de reconocer que la expresión propuesta para la esperanza a posteriori de  $\lambda (M)$  conduce a valores demasiado grandes de la frecuencia de temblores de magnitudes grandes, y a que las relaciones empleadas entre magnitud e intensidad dejan de ser aplicables para dichos temblores

La dispersión en las correlaciones entre magnitud e intensidad se toma en cuenta aplicando la ec 5.12. Si, como en el caso en estudio,  $E[v_{Y_C}]$  tiene la forma  $Ky^{-r}$ , y además la distribución de  $Y/Y_C$  es independiente de  $Y_C$ , la ec 5.12 puede convertirse en la siguiente, que exprese la relación  $y/y_C$  entre los valores reales y calculados de intensidades que tienen iguales periodos de recurrencia.

$$y/y_C = \left[ r \int_0^{\infty} z^{-r-1} P[Y/Y_C > 1/z] dz \right]^{1/r} \quad (5.16)$$

Esta relación depende de  $r$ , pero no de  $y$ ; es decir, bastará con desplazar las rectas de las figs 5.11 y 5.12, hacia la derecha, una cantidad igual al logaritmo de  $y/y_C$ . Esta variable adquiere los valores 1.9 y 2.4 para velocidades y aceleraciones del terreno, respectivamente. Las rectas correspondientes se presentan con trazo discontinuo en las figuras citadas. Los valores de las relaciones mencionadas para  $r$  comprendido entre 1 y 3, se calcularon empleando las distribuciones de las figs 5.6 y 5.7, y se presentan en la fig 5.13.

Una nueva aplicación de la ec 5.12 permite obtener expresiones semejantes, ahora en términos de las ordenadas espectrales. En efecto, désígnese ahora por  $Y$  a la ordenada espectral que corresponde a una respues

ta, periodo y amortiguamiento dados. Restringiremos nuestra atención a sistemas lineales, y designaremos por  $Y_0$  a la densidad espectral que corresponde al mismo tipo de respuesta, al mismo periodo y un amortiguamiento nulo.  $Y_c$  será en este caso el valor real de la amplitud (velocidad o aceleración) real máxima del movimiento del terreno. La esperanza condicional de  $Y_0$  dada  $Y_c$  se expresará como  $G Y_c$ , en donde  $G$  depende del periodo natural y del tipo de respuesta que se considere. A fin de ilustrar el procedimiento, se tomará  $G$  independiente del periodo natural de la estructura, e igual a 3 ó 4, según se trate de velocidades o aceleraciones, respectivamente<sup>16</sup>.

De lo anterior,

$$Y = \frac{Y}{\bar{Y}_0} G Y_c \quad (5.17)$$

en donde,  $Y/\bar{Y}_0$  es precisamente  $R/E (R_0)$ , de acuerdo con la notación de las figs 5.3 y 5.4. A su función de distribución se le llamará  $\Phi(\cdot)$ . De acuerdo con nuestras hipótesis, y la ec 5.12,

$$E[\nu_Y(y)] = Kr \int_0^{\infty} \eta^{-r-1} P[Y > y | Y_c = \eta] d\eta \quad (5.18a)$$

es decir,

$$E[\nu_Y(y)] = Kr \int_0^{\infty} \eta^{-r-1} [1 - \Phi(y/G\eta)] d\eta \quad (5.18b)$$

Si se toma  $E[\nu_{Y_c}(y_c)] = K y_c^{-r}$ , se iguala su valor al dado por la ec 5.18b, y se hace  $\eta/y = z$ , se obtiene

$$y/y_c = \left[ r \int_0^{\infty} z^{-r-1} [1 - \Phi(z/G)] dz \right]^{1/r} \quad (5.19)$$

donde  $y/y_c$  es el factor por el que deben multiplicarse las amplitudes del movimiento del terreno para obtener las ordenadas espectrales que corresponden al mismo periodo de recurrencia. Sus valores se representan en la

fig 5.14 en términos de  $\underline{hs}$  (ver ec 5.1) y se aplican para obtener las curvas que en las figs 5.11 y 5.12 se refieren a diversos valores de  $\underline{hs}$ . La aplicabilidad de este procedimiento implica la hipótesis de que  $\underline{s}$  es igual para todos los movimientos considerados.

La extensión del criterio para considerar los efectos de comportamiento inelástico puede hacerse siguiendo el mismo procedimiento, siempre que se cuente con las distribuciones probabilísticas de las relaciones entre respuestas de sistemas no lineales y alguna de las intensidades con que se ha tratado. Si se desea tomar en cuenta la incertidumbre en la resistencia estructural puede recurrirse a una nueva aplicación de la ec 5.18a, para valuar la esperanza de  $\nu_F$ , el número de veces que la estructura falla por unidad de tiempo, tomando ahora a  $Y_c$  como la ordenada espectral. La probabilidad que aparece en la integral de la ec 5.18a sería la de falla, dado  $Y_c = \eta$ . Para incluir simultáneamente la incertidumbre en varias propiedades estructurales (periodos, amortiguamientos, centros de torsión), parece obligado recurrir a métodos de Monte Carlo<sup>50</sup>.

## 6. SOLICITACIONES DE DISEÑO

En el Cap 2 se formuló un criterio, basado en costos y beneficios esperados, para la elección de la solución estructural óptima ante una solicitud aleatoria, que en general puede variar con el tiempo. Dicho criterio supone un conjunto de diseños alternativos, cada uno asociado a un costo de construcción, a un valor de beneficios esperados por unidad de tiempo, y a una distribución de tiempo a la falla. Esta depende de las características de la solicitud, y del diseño considerado. Definidos la distribución de resistencias estructurales y el proceso estocástico que describe a las solicitudes, puede obtenerse la distribución de tiempo de espera a la falla. En este capítulo, a diferencia del 2, se supondrá que el mencionado proceso estocástico, es decir, la sismicidad regional, está imperfectamente descrito. Esto es una consecuencia de las incertidumbres ligadas a la estimación de la sismicidad, estudiadas en el Cap 4. En este capítulo se establecen fórmulas generales para los beneficios y costos esperados de daños para estructuras cuya probabilidad de falla se exprese en función de un proceso estocástico imperfectamente definido. En función de los datos del Cap 5, se plantean expresiones para obtener las solicitudes óptimas de diseño, y se ejemplifican para varias condiciones. Las variables que aparecen incluyen el nivel de sismicidad y las incertidumbres en su predicción, las características estructurales (periodos, resistencias, ductilidades), relación de costo de falla a costo inicial, y cantidades asociadas. Se estudiarán los casos tratados en el Cap 2, relativos a la consideración de uno o varios niveles posibles de daños, o a los diversos criterios de reparación o reconstrucción.

En las secciones que siguen se supondrá que el proceso estocástico, que describe a las sollicitaciones de interés en la estación, pertenece a una familia dada y posee los parámetros  $\nu_1, \dots, \nu_n$ , desconocidos. Se designará por  $g(\nu_1, \dots, \nu_n)$  a la densidad de probabilidad de dichos parámetros. Por ejemplo, si la sismicidad se trata como un proceso de Poisson, y este a su vez se define en términos de  $\nu_Y(y)$ , el número medio de veces, por unidad de tiempo, en que se excede una cierta ordenada espectral, los parámetros en cuestión son aquellos que expresan a dicho número medio como función de la ordenada de interés:

$\nu_Y(y) = \nu_Y(y; \nu_1, \dots, \nu_n)$ . En última instancia, estos parámetros son función de los que definen la sismicidad local en las zonas próximas a la estación. Estos últimos son los parámetros  $Z_1, \dots, Z_m$ , que aparecen en las ecs 4.4 y 4.5. A su densidad de probabilidad simultánea se le designará por  $g(z_1, \dots, z_n)$ . Por simplicidad, las expresiones posteriores se han escrito en términos de un solo parámetro,  $Z$ , y de una densidad de probabilidades,  $g(z)$ ; en dichas expresiones,  $Z$  debe interpretarse como el vector  $(Z_1, \dots, Z_n)$ , y  $g_Z(z)$  como la función de densidad de probabilidad simultánea correspondiente.

## 6.1 Costos esperados de falla

### 6.1.1 Caso 1a. Un solo modo de falla. Se reconstruye después de cada falla.

A partir de la ec 2.7 la esperanza del costo actualizado de falla resulta, para el caso general del modelo de renovación

$$E[D_0] = \int_Z \int_0^{\infty} D_0 e^{-\gamma t} \sum_{n=1}^{\infty} f_n(t|z) dt g_Z(z) dz \quad (6.1)$$

donde  $f_n(t|z)$  es la función de densidad de probabilidad del tiempo de espera a la  $n$ -ésima ocurrencia de la falla, dado el vector de parámetros

que definen la sismicidad, y los demás términos se definieron en el Cap 2.

Invirtiendo el orden de las integraciones, se obtiene

$$E[D_a] = \int_0^{\infty} D_0 e^{-\gamma t} \sum_{n=1}^{\infty} f'_n(t) dt \quad (6.2)$$

en donde  $f'_n(t)$  es la distribución marginal (con respecto a Z) del tiempo de ocurrencia de la n-ésima falla. La ec 6.2 es idéntica a la ec 2.7, a condición de emplear dicha distribución marginal.

Si se considera el caso particular en que la ocurrencia de fallas se representa mediante un proceso de Poisson, de parámetro  $\nu_F$ , se obtiene, a partir de la ec 6.2,

$$E[D_a] = \int_0^{\infty} D_0 e^{-\gamma t} \int_0^{\infty} \nu_F g(\nu_F) d\nu_F dt = D_0 \frac{E(\nu_F)}{\gamma} \quad (6.3)$$

Esta ecuación coincide con la ec 2.9, a condición de emplear  $E(\nu_F)$  en vez de  $\nu_F$ .

6.1.2 Caso 1b. Un solo modo posible de falla. No se reconstruye después de ella. A partir de la ec 2.4, se obtiene

$$E[D_a] = \int_Z \int_0^{\infty} D_0 e^{-\gamma t} f_1(t|z) dt g_Z(z) dz \quad (6.4)$$

es decir

$$E[D_a] = \int_0^{\infty} D_0 e^{-\gamma t} f'_1(t) dt \quad (6.5)$$

que también equivale a la expresión que se obtiene en el Cap 2, siempre que se emplee la distribución marginal del tiempo a la falla. Si el proceso es de Poisson, se obtiene la expresión siguiente

$$E[D_a] = \int_0^{\infty} \frac{D_0 \nu_F}{\nu_F + \gamma} g(\nu_F) d\nu_F \quad (6.6)$$

6.1.3 Caso 2a. Diversos niveles posibles de daño en cada temblor. Todos los daños se reparan, aun en caso de colapso. Se partirá de la ec 2.10, limitando nuestra atención al caso en que  $F_D ( d | A )$ , la distribución del daño cada vez que ocurre un temblor, es independiente del instante en que ocurre el temblor, pero depende de la distribución de los parámetros que definen el modelo estocástico de la sismicidad (ver apéndice A1).

Con esta restricción, se obtiene

$$E[D_a] = \int_Z E(D|A; z) \int_0^{\infty} e^{-\gamma t} \sum_{n=1}^{\infty} \phi_n(t|z) dt g_Z(z) dz \quad (6.7)$$

Si la ocurrencia de temblores es un proceso de Poisson, de la ec 6.7 se obtiene

$$E[D_a] = \int_Z E(D|A; z) \int_0^{\infty} e^{-\gamma t} \nu(z) dt g_Z(z) dz \quad (6.8)$$

En este caso,  $\nu$  es el número medio anual de temblores.

La esperanza del costo actualizado de daños aparece en la ec 6.8 en función de la distribución simultánea de los parámetros de la sismicidad local. Se llega a una expresión más simple, que depende solo de la esperanza de  $\nu_Y (y)$ , si se obtiene una expresión para  $\nu_D (\delta)$ , es decir, el número medio de sismos, por unidad de tiempo, que causan en la construcción daños superiores a  $\delta$ . Esta esperanza se obtiene de la ecuación

$$E[\nu_D(\delta)] = \int_Y \left\{ -\frac{d}{dy} E[\nu_Y(y)] \right\} P[D > \delta | Y=y] dy$$

que constituye un caso particular de la ec 5.12.

La esperanza del número de temblores, por unidad de tiempo, que causan daños comprendidos en el intervalo  $(\delta, \delta + d\delta)$ , vale <sup>49</sup>

$$E \left[ -\frac{d\nu_D(\delta)}{d\delta} d\delta \right] = -\frac{d}{d\delta} E[\nu_D(\delta)] d\delta$$

La esperanza del costo actualizado de los daños correspondien

tes, de acuerdo con la ec 6.3, resulta

$$E[dD_0] = -\frac{\delta}{\gamma} \frac{d}{d\delta} E[\nu_D(\delta)] d\delta$$

La esperanza del costo actualizado de todos los daños es, por lo tanto

$$E[D_0] = \int_0^{\infty} -\frac{\delta}{\gamma} \frac{d}{d\delta} E[\nu_D(\delta)] d\delta \quad (6.8a)$$

6.1.4 Caso 2b. Diversos niveles posibles de daño en cada temblor. Todos los daños se reparan, con excepción del colapso. Aceptando las restricciones impuestas al caso anterior y la nomenclatura del Cap 2, de la ec 2.13 se obtiene la ec 6.9.

$$E[D_0] = \int_Z \int_0^{\infty} [D_0 e^{-\gamma t} + E(D|D < D_0; z) \int_0^t e^{-\gamma \tau} \sum_{n=1}^{\infty} \phi_n(\tau|z) d\tau] f_0(t|z) dt g_Z(z) dz \quad (6.9)$$

Para el proceso de Poisson

$$E[D_0] = \int_Z E(D|A; z) \frac{\nu(z)}{\gamma + \rho(z)\nu(z)} g_Z(z) dz \quad (6.10)$$

en donde, de acuerdo con el Cap 2,  $\underline{\rho}$  (ahora función del vector  $\underline{z}$ ) es la probabilidad de colapso cada vez que ocurre un temblor y  $\nu$  el número de ellos por unidad de tiempo.

## 6.2 Esperanza de los beneficios actualizados

Si la estructura se reconstruye después de cada falla, la esperanza de los beneficios no depende de la ocurrencia de fallas, siempre que los beneficios que dejan de recibirse durante reconstrucción o reparación se sumen al costo de las fallas correspondientes. En estas condicio-



nes, son aplicables las ecs 2.18 y 2.19. Si la estructura no se reconstruye después del colapso, se obtienen las siguientes ecuaciones para el modelo general de renovación.

$$E[B_0] = \int_0^{\infty} \int_0^t E[b(\tau)] e^{-\gamma\tau} f'(t) dt d\tau \quad (6.11)$$

$$E[B_0] = \int_0^{\infty} E[b(\tau)] e^{-\gamma\tau} L'(\tau) d\tau \quad (6.12)$$

en donde  $f'(t)$  y  $L'(t)$  son respectivamente la función de densidad de probabilidad del tiempo al colapso y la confiabilidad marginales (con respecto a la distribución de  $\nu_F$ ).

Para el proceso de Poisson, y beneficios constantes por unidad de tiempo, se obtiene, de la ec 2.17

$$E[B_0] = \int_0^{\infty} \frac{b}{\gamma + \nu_F} g(\nu_F) d\nu_F \quad (6.13)$$

### 6.3 Probabilidades de falla

Se simplificará el problema, suponiendo que la falla solo puede ocurrir por sismo. En rigor, la selección de la sollicitación sísmica para diseño óptimo no debería desligarse de la selección de otro tipo de sollicitaciones: debería optimizarse un proyecto simultáneamente ante todas las posibles acciones futuras.

Salvo en los casos en que se pretenda construir la estructura en una zona de baja sismicidad, su probabilidad de colapso por sismos es muy superior a la causada por otros efectos, por lo que resultan prácticamente las mismas sollicitaciones de diseño sísmico si se lleva a cabo una



tesis de capacidad constante, si al suponer la distribución de resistencias ante colapso se modifican estas por el posible deterioro debido a sollicitaciones previas, incluyendo temblores.

Dada una estructura definida por la distribución de su resistencia, y supuesta como un proceso de Poisson la ocurrencia de temblores en el sitio donde se construirá, las ocasiones en que la sollicitación exceda a la capacidad estructural constituyen también un proceso de Poisson, de valor medio  $\nu_F$  por unidad de tiempo. La esperanza y la variancia de  $\nu_F$  se pueden obtener a partir de las ecs 5.12 y 5.13, designando ahora por  $y$  al cociente entre resistencia y sollicitación, y definiendo como falla la condición  $y < 1$ .

Aquí se encuentra implícita la consideración de un solo modo de falla, en general el colapso. Sin embargo, la aplicación de las ecs 5.12 y 5.13 puede ampliarse para casos más generales. Entre estas se encuentran los de estructuras inelásticas, cuya condición de falla es la ocurrencia de deformaciones excesivas, o aquellos en los que se definen diversos niveles de falla.

Sea  $X$  la resistencia sísmica de una estructura,  $x_0$  su esperanza, y  $X/x_0$  la resistencia normalizada, con función de distribución  $F(\cdot)$ , media 1, y dispersión  $\sigma$ . La esperanza del número medio de veces, por unidad de tiempo, en que la sollicitación sísmica excede a la resistencia, está dada por la ecuación

$$E[\nu_F] = \int \left\{ -\frac{d}{dy} E[\nu_Y(y)] \right\} P[\text{falla} | Y=y] dy \quad (6.14)$$

Si  $E[\nu_Y(y)]$  puede expresarse como  $K y^{-r}$ , se obtiene

$$E[\nu_F] = Kr \int_Y y^{-r-1} F(y/x_0) dy$$

$$E[\nu_F] = K X_0^{-r} r \int_Z z^{-r-1} F(z) dz \quad (6.15)$$

es decir,

$$E[\nu_F] / E[\nu_Y(X_0)] = r \int_Z z^{-r-1} F(z) dz \quad (6.16)$$

donde  $Z = Y / X_0$ .

Para una estructura dada, la función de distribución  $F(\cdot)$  queda definida por la familia a la cual pertenece y por el coeficiente de variación de la resistencia normalizada,  $c$ . En las aplicaciones resulta conveniente establecer la resistencia media que requiere una estructura cuando el coeficiente de variación de dicho parámetro vale  $\underline{c}$ , y se impone la condición de que  $E[\nu_F]$  sea igual a la de una estructura determinística dada. La utilidad de este enfoque radica en que es posible aplicar las técnicas de optimización para determinar la resistencia óptima de una estructura, ignorando la incertidumbre en su resistencia, e incorporar esta a posteriori. Si  $\tilde{X}$  es la resistencia de la estructura determinística en cuestión, la esperanza de  $\nu_F$  resulta  $K \tilde{X}^{-r}$ , que igualado al segundo miembro de la ec 6.16 conduce a

$$X_0 / \tilde{X} = \left[ r \int z^{-r-1} F(z) dz \right]^{1/r} \quad (6.17)$$

Esta relación es función de  $r$  y del coeficiente de variación de la resistencia, y se presenta para dos distintas hipótesis sobre la forma de  $F(\cdot)$  en las figs 6.1 y 6.2.

#### 6.4 Solicitaciones para diseño óptimo

En el Cap 2 se estableció la expresión general para la esperanza de la utilidad actualizada en  $t^k$ -menos de las esperanzas de beneficios, costos de construcción y daños, todos actualizados (ec 2.20). En el mismo capítulo se obtuvieron expresiones para dichas esperanzas, suponiendo conocidos los parámetros que definen el proceso estocástico que representa a la sismicidad. A cada conjunto de valores de dichos parámetros hemos convenido en designarlo como un posible estado de la naturaleza. El estado real de la naturaleza es desconocido, y por tanto se le debe asignar una distribución probabilística, definida por la distribución simultánea de los parámetros correspondientes. Las esperanzas a que se refiere la ec 2.20 deben obtenerse con respecto a esta distribución.

De los criterios de optimización descritos se estudiará sólo el que supone definida la magnitud de una obra y se preocupa por hacer máximo el valor de la utilidad. Se considerarán únicamente los casos en que interesa un solo nivel de falla, y en que esta constituye un proceso de Poisson, por lo que podrá tomarse  $\nu_F$  para describir los estados de la naturaleza. La distribución de estos será pues la distribución de la variable  $\nu_F$ , para cada alternativa de diseño.

La relación entre costo inicial y sollicitación de diseño adopta formas diversas para diferentes estructuras y formas de definición de dicha sollicitación. Supondremos que en general contaremos con una estimación aproximada de la sollicitación de diseño óptimo, y que en el rango correspondiente podremos adoptar una expresión lineal para representar la ley que liga costos de construcción con sollicitaciones de diseño:

$$C = A_0 + A_1 y_0 \quad (6.18)$$

Aparte de la sismicidad de zona, influyen en la selección de la sollicitación para diseño óptimo, la tasa de interés ( $\gamma$ ), el cociente del costo de falla entre el costo inicial ( $D_0/A_0$ ) para una cierta intensidad de diseño ( $y_D$ ), y la pendiente de la ley de variación del costo inicial contra la intensidad de diseño ( $A_1$ ).

6.4.1 Modo único de falla. Proceso de Poisson. Se reconstruye después de cada temblor. Empleando la notación de la sec 2.3 y las expresiones de las ecs 6.1 y 6.2, resulta la siguiente utilidad esperada

$$E[U] = \frac{b}{\gamma} - D_0 \frac{E(\nu_F)}{\gamma} - A_0 - A_1 y_D$$

de donde

$$1 + \frac{E(U) - b/\gamma}{A_0} = - \frac{D_0}{A_0} \frac{E(\nu_F)}{\gamma} - \frac{A_1}{A_0} y_D \quad (6.19)$$

que es el valor que deberá hacerse máximo, si  $b$ ,  $\gamma$  y  $A_0$  son datos.

Cuando menos en los casos en que  $E(\nu_F)$  puede expresarse como  $K y^{-r}$ , puede despejarse la sollicitación para diseño óptimo

$$y_D = \left[ \frac{K r D_0}{\gamma A_1} \right]^{1/(r+1)} \quad (6.20)$$

Ni en el caso general 6.19, ni en la condición particular resuelta por 6.20, aparece  $\text{var}(\nu_F)$ . La sollicitación de diseño depende solo de  $E(\nu_F)$ . Se obtiene la misma cuando se conoce  $\nu_F$  que cuando existe incertidumbre respecto a ella y se trabaja con su esperanza.

6.4.2 Modo único de falla (colapso). Proceso de Poisson. No se reconstruye después de la falla. De las ecs 6.6 y 6.13,

$$E(U) = D_0 \int_0^{\infty} \frac{b/D_0 - \nu_F}{\gamma + \nu_F} g(\nu_F) d\nu_F - A_0 - A_1 y_D$$

que equivale a

$$1 + \frac{E(U)}{A_0} = \frac{D_0}{A_0} \int_0^{\infty} \frac{\frac{b}{D_0 E(\nu_F)} - u}{\frac{\gamma}{E(\nu_F)} + u} g_1(u) du - \frac{A_1}{A_0} y_D \quad (6.21)$$

donde  $u = \nu_F / E(\nu_F)$ , y  $g_1(\cdot)$  su función de densidad de probabilidad.

Para  $\nu_F$  conocida

$$1 + \frac{E(U)}{A_0} = \frac{D_0}{A_0} \frac{b/D_0 - \nu_F}{\gamma + \nu_F} - \frac{A_1}{A_0} y_D \quad (6.22)$$

Tanto en la ec 6.21 como en la 6.22 deberá obtenerse el valor de  $y_D$  que haga máximo al primer miembro. Para ello será necesario expresar a  $\nu_F$  o a su esperanza en función de  $y_D$ . En caso de que  $\gamma \gg E(\nu_F)$ , lo que es frecuente en estructuras usuales, estas ecuaciones conducen prácticamente al mismo valor de la resistencia de diseño que se obtiene de la ec 6.19.

## 7. CONCLUSIONES

La escasez de registros del movimiento del terreno durante temblores intensos obliga a acudir a datos indirectos para valuar el riesgo sísmico. Estos datos son los relacionados con la sismicidad local, es decir, con el proceso estocástico que describe la ocurrencia de temblores de distintas magnitudes y con diversas coordenadas focales, en la vecindad del sitio de interés. Puesto que las correlaciones que ligan las magnitudes de temblores y sus respectivas distancias focales con las características del movimiento del terreno incluyen una gran cantidad de variables, dichas correlaciones poseen dispersión considerable.

El proceso estocástico que se adopta para definir la sismicidad local posee una cierta forma, que frecuentemente puede tomarse como la de un proceso múltiple de Poisson, y por lo tanto está definido por los parámetros de la ley que representa al número medio de eventos por unidad de tiempo y de volumen de la corteza terrestre, cuya magnitud excede a cada valor dado. La estimación de estos parámetros no puede hacerse, en general, aprovechando únicamente los datos estadísticos. Por el contrario, con frecuencia la máxima cantidad de información es de tipo indirecto, asociada principalmente a las características geotectónicas de la zona en cuestión, a los estudios sobre la cantidad de energía que puede liberarse en temblores en una zona dada, y a la información estadística obtenida en zonas de características similares, para las que se posea un mayor acervo de datos estadísticos. Es pues necesario, para estimar los parámetros de la sismicidad local, el formular un método que permita asimilar información de los distintos tipos mencionados, y complementarla con los datos estadísticos. En esta formulación juega un papel importante la intuición y el juicio del



En este trabajo se propone un método para incluir información de distintos tipos, y para tomar en cuenta las incertidumbres correspondientes en el conocimiento que proporcionan. En él, se deja lugar para el uso de la intuición y del juicio subjetivo, que por necesidad han sido los elementos que más se han empleado al resolver problemas de estimación de riesgo sísmico. A diferencia del tratamiento tradicional, el método propuesto se ocupa de los criterios para expresar en forma cuantitativa la información de distintos tipos, así como la forma en que esta se modifica a la par que se añaden nuevos datos. En los dos extremos de su campo de aplicación se encuentran los dos tratamientos tradicionales: el puramente intuitivo y el puramente estadístico. Puesto que la adquisición de datos estadísticos directos es por necesidad un proceso lento, la predicción del riesgo sísmico debe basarse en el enfoque intermedio propuesto; este es el campo de la estadística bayesiana.

La valuación de la sismicidad local se basa, de acuerdo con lo anterior, en proponer una distribución previa de los parámetros de la sismicidad local, incorporar a continuación la información estadística, y obtener una distribución posterior de los parámetros mencionados, mediante la aplicación del teorema de Bayes, o de las probabilidades de las hipótesis. Se presentan dos alternativas para la formulación analítica de dicho teorema. En la primera, se trabaja paso a paso con el valor medio del número de temblores que exceden a cada magnitud dada, utilizando en cada paso los datos estadísticos de los movimientos cuyo magnitud excede al valor de interés. En el segundo tratamiento se trabaja con la distribución simultánea de los parámetros, en función de los cuales se expresa el número medio de temblores comprendidos en cada intervalo de magnitudes. En ese tratamiento la aplicación del teorema de Bayes supone la in-

corporación simultánea de la información estadística sobre temblores de magnitudes en todos los rangos, y conduce a la distribución posterior simultánea de los parámetros mencionados. El primer tratamiento es de forma más simple, pero no permite el uso eficiente de la información. El segundo, a pesar de su complicación analítica, es el único que permite el empleo racional de toda la información disponible, y es además el que debe aplicarse cuando se quieran valorar en una estación dada la distribución de los números de temblores cuyas intensidades exceden a valores dados.

En muchos problemas prácticos, solo influye en las decisiones relacionadas al riesgo sísmico la esperanza del número de temblores cuya intensidad excede a cada valor dado. En esos casos, cualquiera que sea la formulación del teorema de Bayes, será necesario obtener la esperanza posterior del número mencionado de temblores. En cualquier caso, puede incorporarse la dispersión en las correlaciones entre magnitud e intensidad.

En algunos casos existe, y debe incorporarse, importante información local directa en el sitio de interés. Entre estos datos se encuentran la información estadística sobre intensidades o sobre medidas cuantitativas del movimiento del terreno. Estos deben tomarse para afinar la distribución de intensidades, cuando esta se obtiene aplicando el teorema de Bayes para obtener la distribución de la sismicidad local, y traduciendo los valores a intensidades mediante la aplicación de las expresiones que la relacionan con magnitud y con distancia focal. Toda información disponible sobre las características del terreno debe emplearse para modificar las correlaciones citadas.

En los problemas de valuación de la esperanza de los beneficios actualizados, o de los costos actualizados de fallas de estructuras,

tiene importancia el tipo de política que se adopte al plantear la decisión de diseño. Así, si el criterio supone que cada daño que ocurra, aun el posible colapso, se reconstruirá, devolviendo a la estructura sus propiedades originales, todas las decisiones de diseño se basarán exclusivamente en la esperanza del número medio de temblores cuya intensidad exceda a cada valor dado. Esto simplifica el problema numérico. En otros casos, tales como aquellos en que se adopta la política de no reconstruir en caso de que ocurra un daño severo, la decisión de diseño resulta prácticamente definida por la esperanza mencionada, en los casos en que la tasa de capitalización es muy superior al número medio de fallas por unidad de tiempo.

Tratándose de estructuras determinísticas, su probabilidad de falla, en un lapso dado, es igual a la probabilidad de que en dicho lapso ocurra cuando menos un temblor cuya intensidad exceda a la que resiste la estructura. Si la resistencia de la estructura es una variable aleatoria, y se desea tomar en cuenta la incertidumbre correspondiente, es posible proceder mediante la obtención de la solución óptima para una estructura determinística de características semejantes, y encontrar la relación que debe tenerse entre la resistencia de la estructura determinística y la esperanza de la resistencia de una estructura aleatoria, tal que la esperanza del número medio de fallas por unidad de tiempo sea la misma para ambas estructuras.

Cada una de las estructuras que se determinen en estas condiciones constituye una solución óptima, dado el coeficiente de variación correspondiente. Aparte de este parámetro, la relación entre la resistencia media de la estructura aleatoria y la de la estructura determinística, depende de la rapidez de variación del número medio anual de

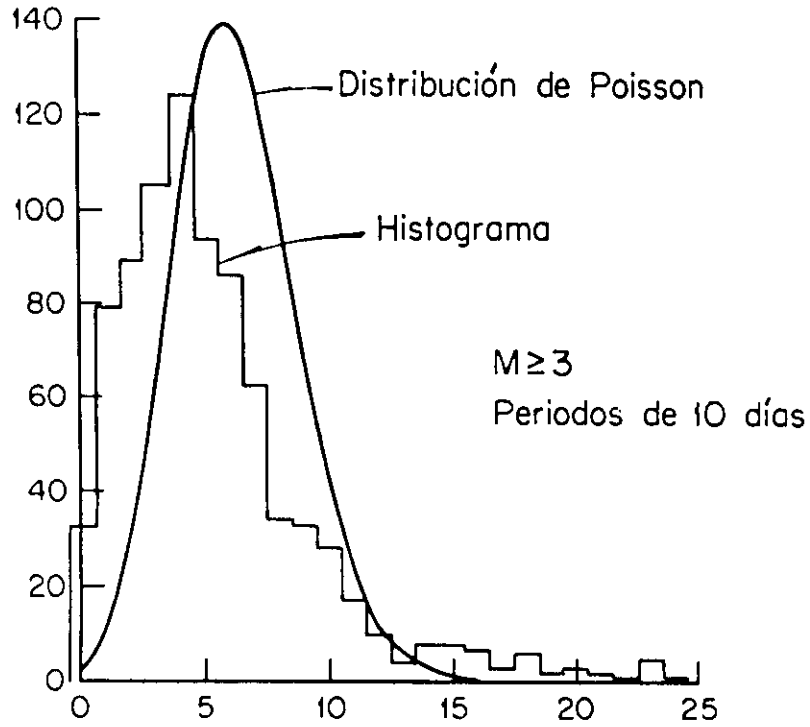
temblores cuya intensidad exceda a cada valor dado.

La aplicación del método, en la práctica, requiere que se aproveche la mayor cantidad de información de tipo no estadístico sobre sismicidad. La participación de geólogos y geofísicos para establecer la distribución inicial de la sismicidad local es muy recomendable.

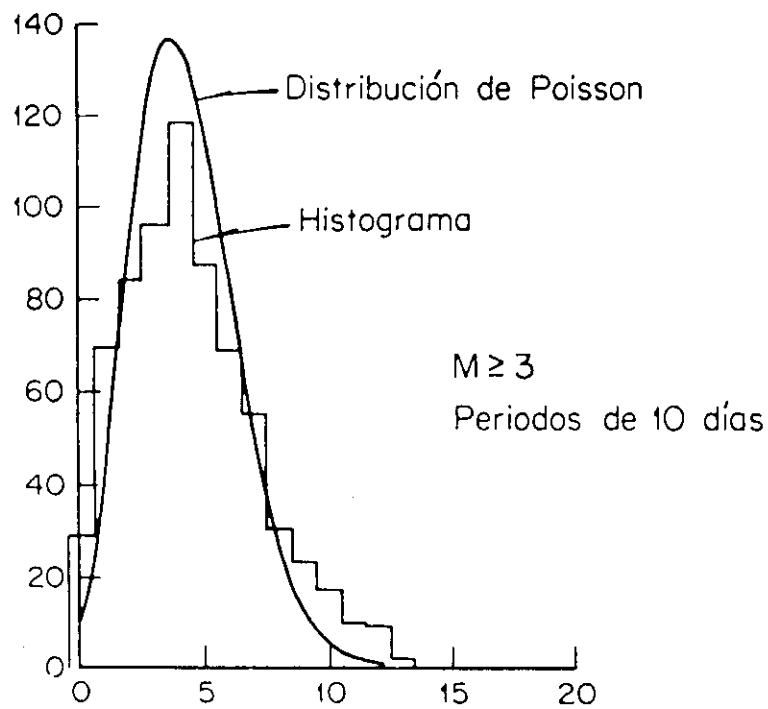
Entre los problemas relacionados con el comportamiento estructural, resalta la dificultad para predecir la respuesta de estructuras complejas y para estimar los daños en función de dicha respuesta. Por otra parte, los criterios de falla de ciertos miembros estructurales son poco conocidos, y la objeción se hace aún más seria si debe incluirse el posible deterioro causado por sollicitaciones previas. Esto confirma la conveniencia de obtener datos para implementar los modelos de confiabilidad, así como de tratar de recabar mayor información sobre la respuesta de estructuras reales ante vibraciones laterales importantes. Dada la complejidad de los estudios rigurosos analíticos sobre confiabilidad estructural, parece indispensable recurrir a métodos de Monte Carlo, así como el desarrollo de criterios aproximados, semiempíricos, en los que sin duda seguirá teniendo parte importante el juicio ingenieril.

## 8. RECONOCIMIENTO

Los problemas asociados a la estimación de la sismicidad local, y la necesidad de recurrir a planteamientos de estadística bayesiana, surgieron al iniciarse la elaboración de una carta de riesgo sísmico de la República Mexicana, y fueron señalados por E. Rosenblueth, cuya orientación y crítica contribuyó apreciablemente al contenido de este trabajo. El autor agradece también los comentarios de C.A. Cornell y C.J. Turkstra, así como la participación de J. Sandoval y F. Téllez en el trabajo numérico.

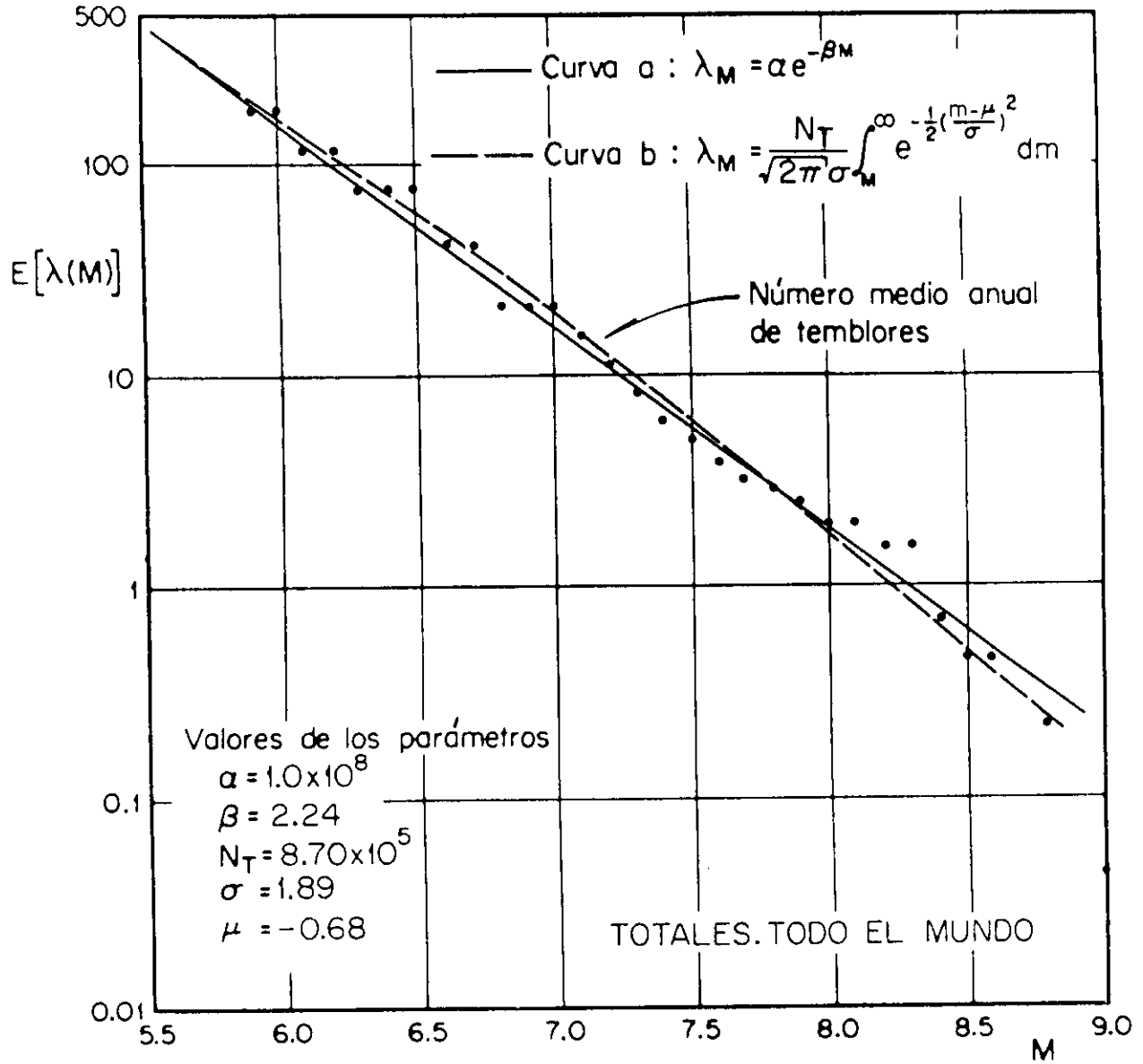


c) Incluyendo enjambres



b) Descartando enjambres

Fig. 3.1 Estudio de la hipótesis sobre proceso de Poisson (según L. Knopoff)



Superficiales	0.67
Intermedios	0.25
Profundos	0.08
Totales	1.00

Fig. 3.2 Números medios anuales de temblores con magnitud mayor que M

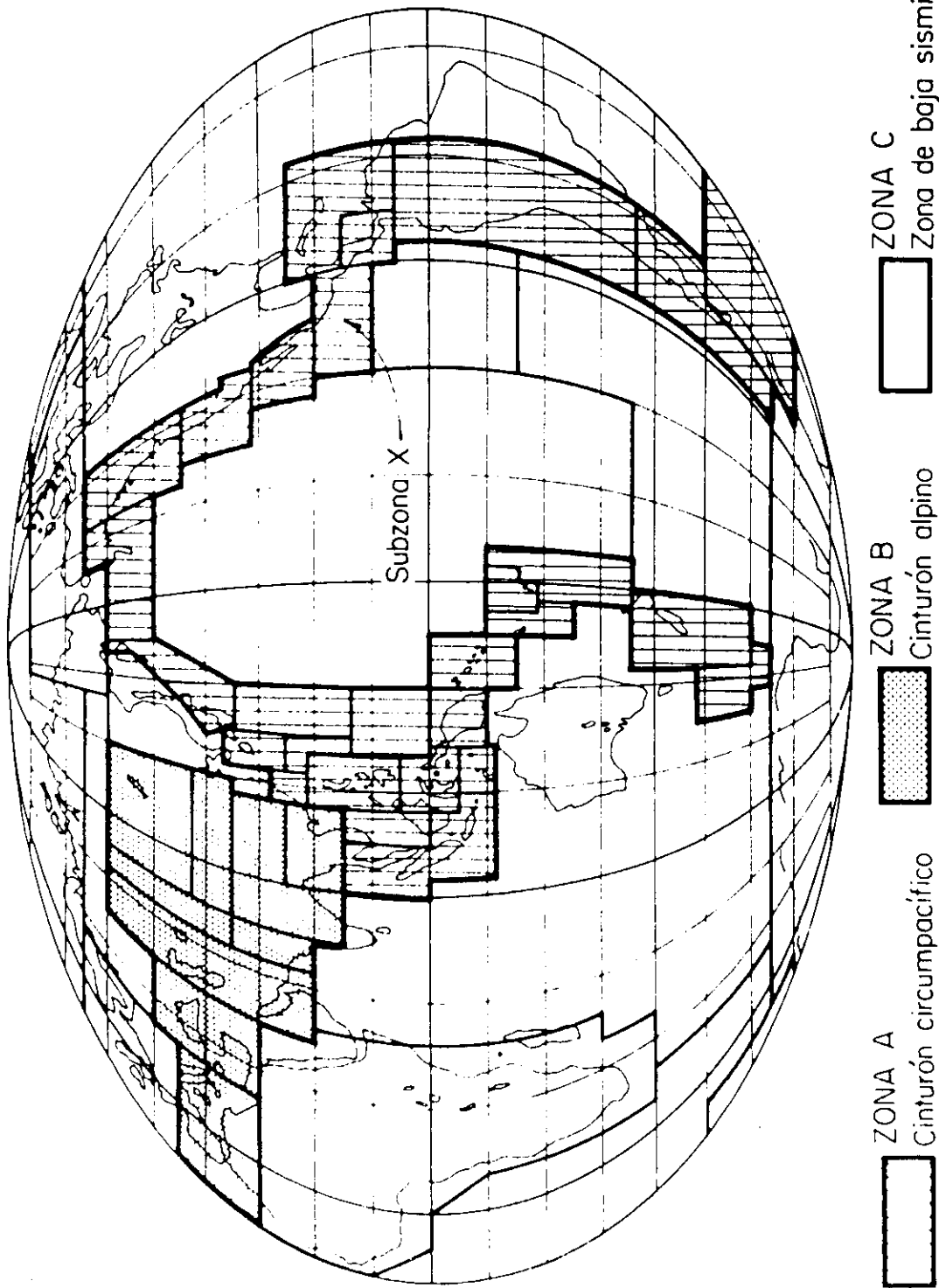
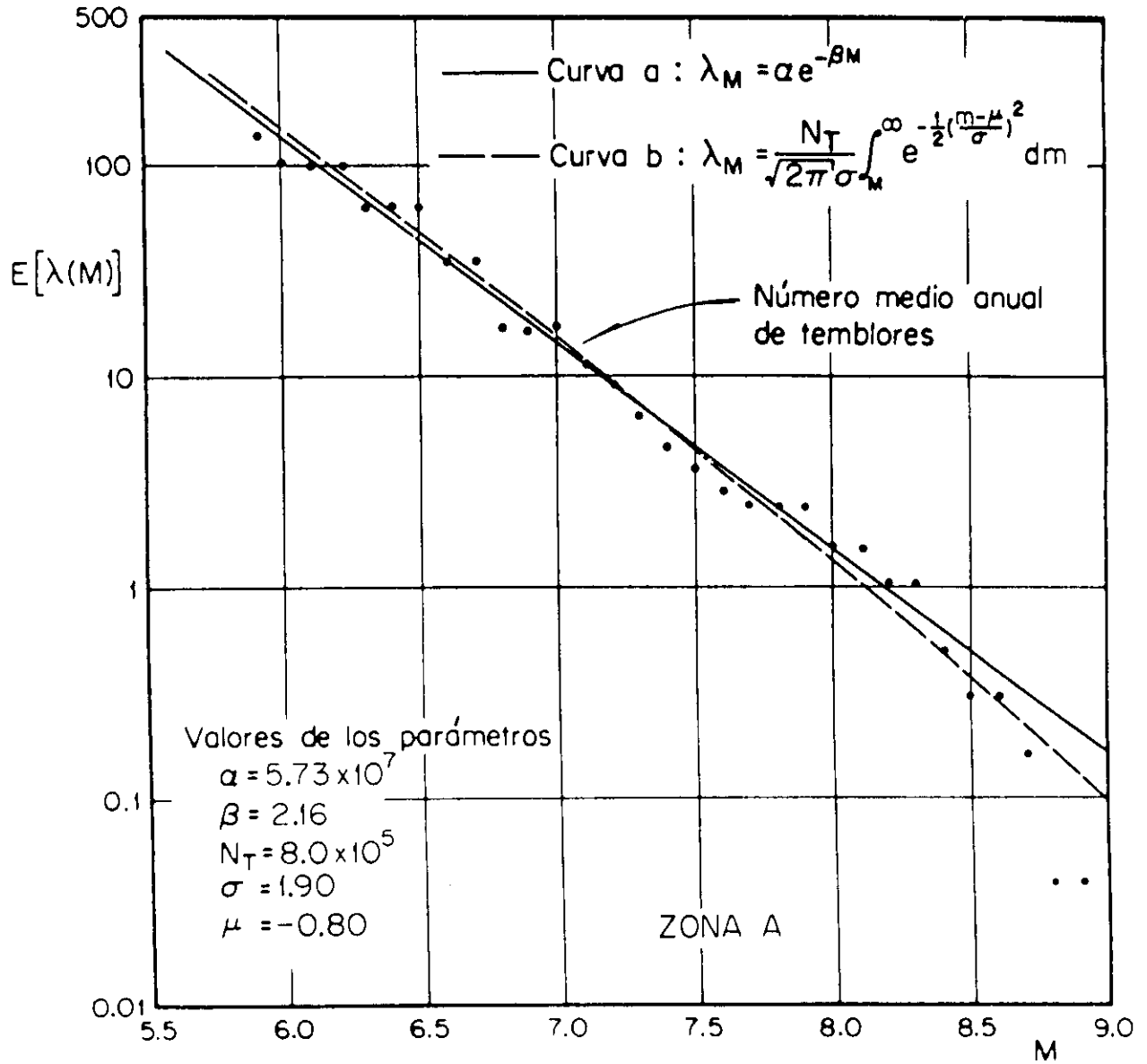


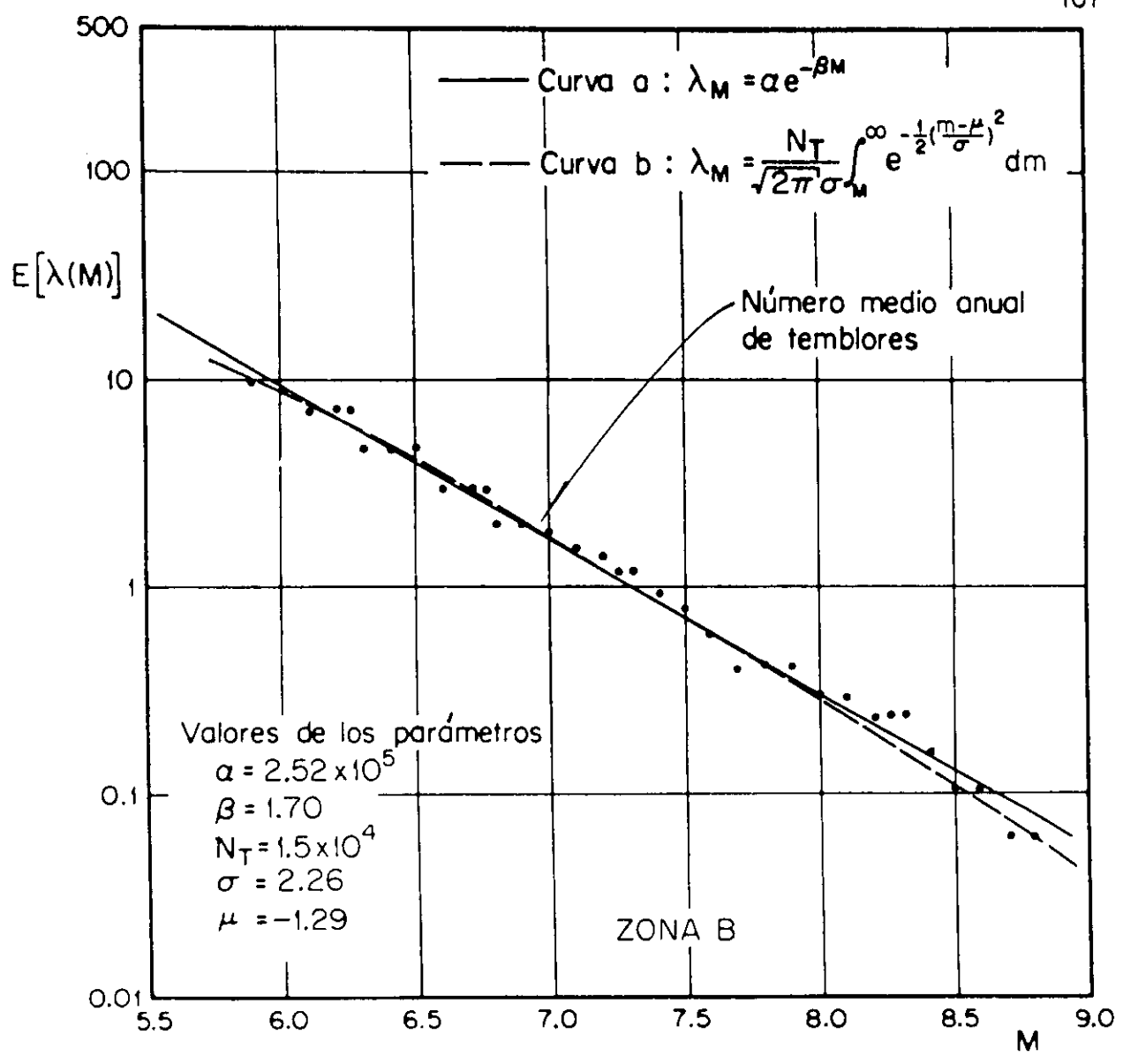
Fig. 3.3 Las tres macrozonas sísmicas del mundo





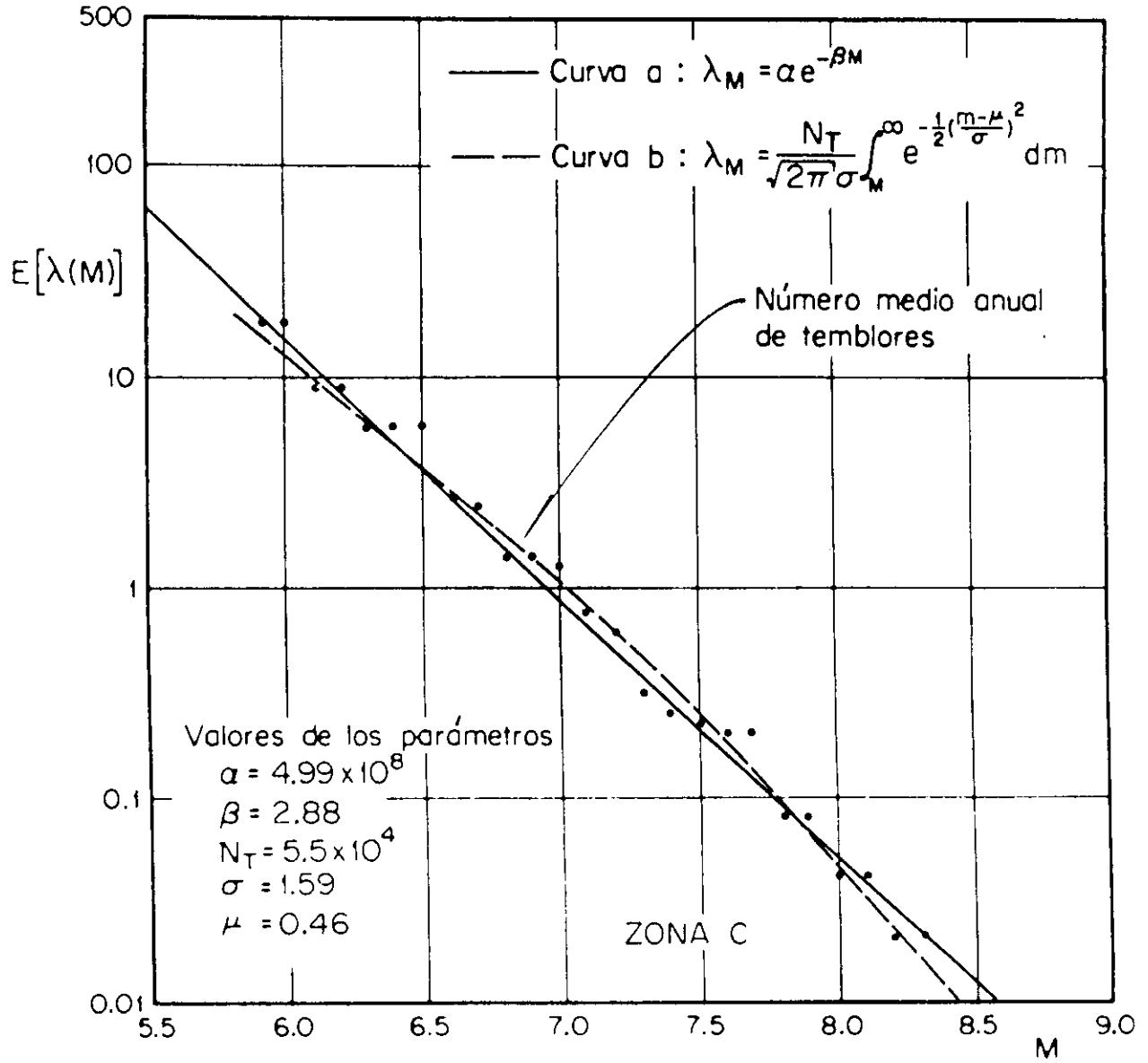
Superficiales	0.65
Intermedios	0.28
Profundos	0.07
Totales	1.00

Fig. 3.4 Números medios anuales de temblores con magnitud mayor que M Cinturón circumpacífico



Superficiales	0.70
Intermedios	0.30
Profundos	—
Totales	1.00

Fig. 3.5 Números medios anuales de temblores con magnitud mayor que M Cinturón alpino



Superficiales	0.85
Intermedios	—
Profundos	0.15
Totales	1.00

Fig. 3.6 Números medios anuales de temblores con magnitud mayor que M  
 Zona de baja sismicidad

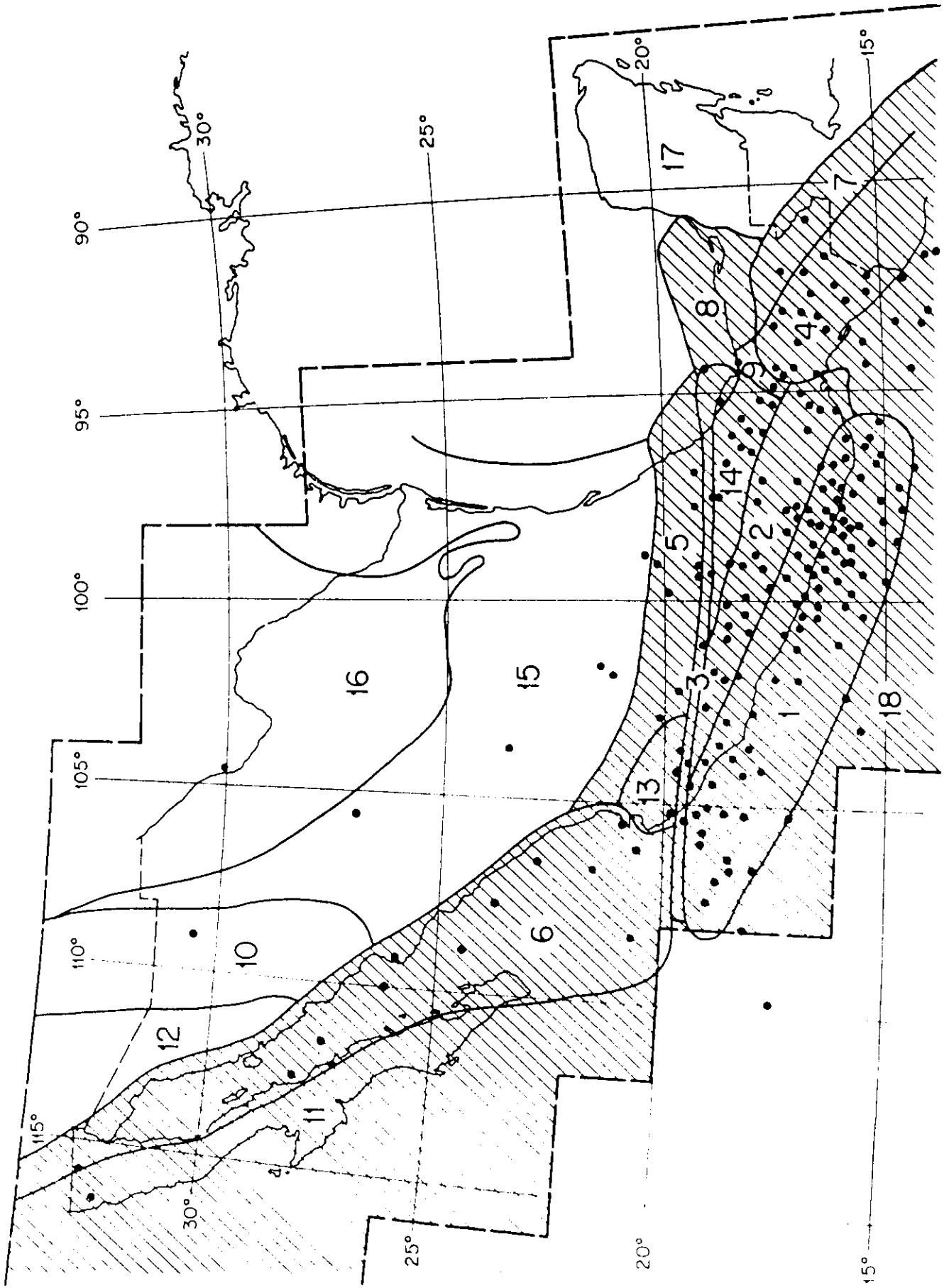


Fig 3.7 Zonas sísmicas de México

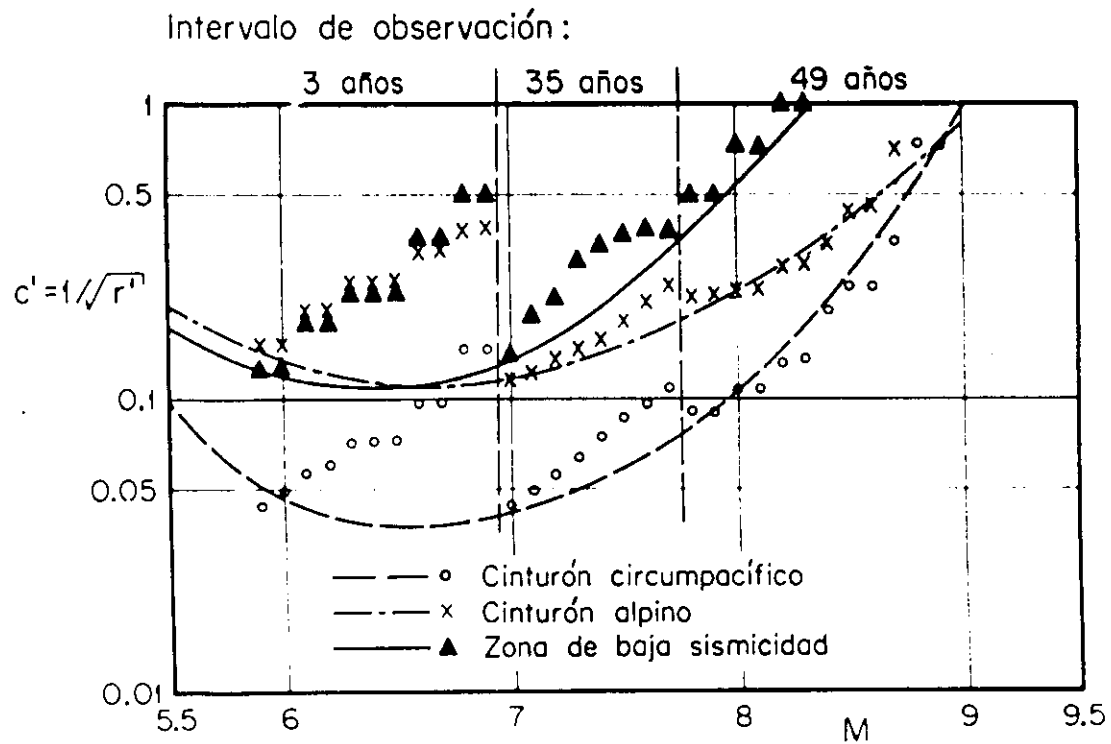


Fig. 4.1 Coeficiente de variación de  $\nu_M$  en cada una de las tres macrozonas de la tierra

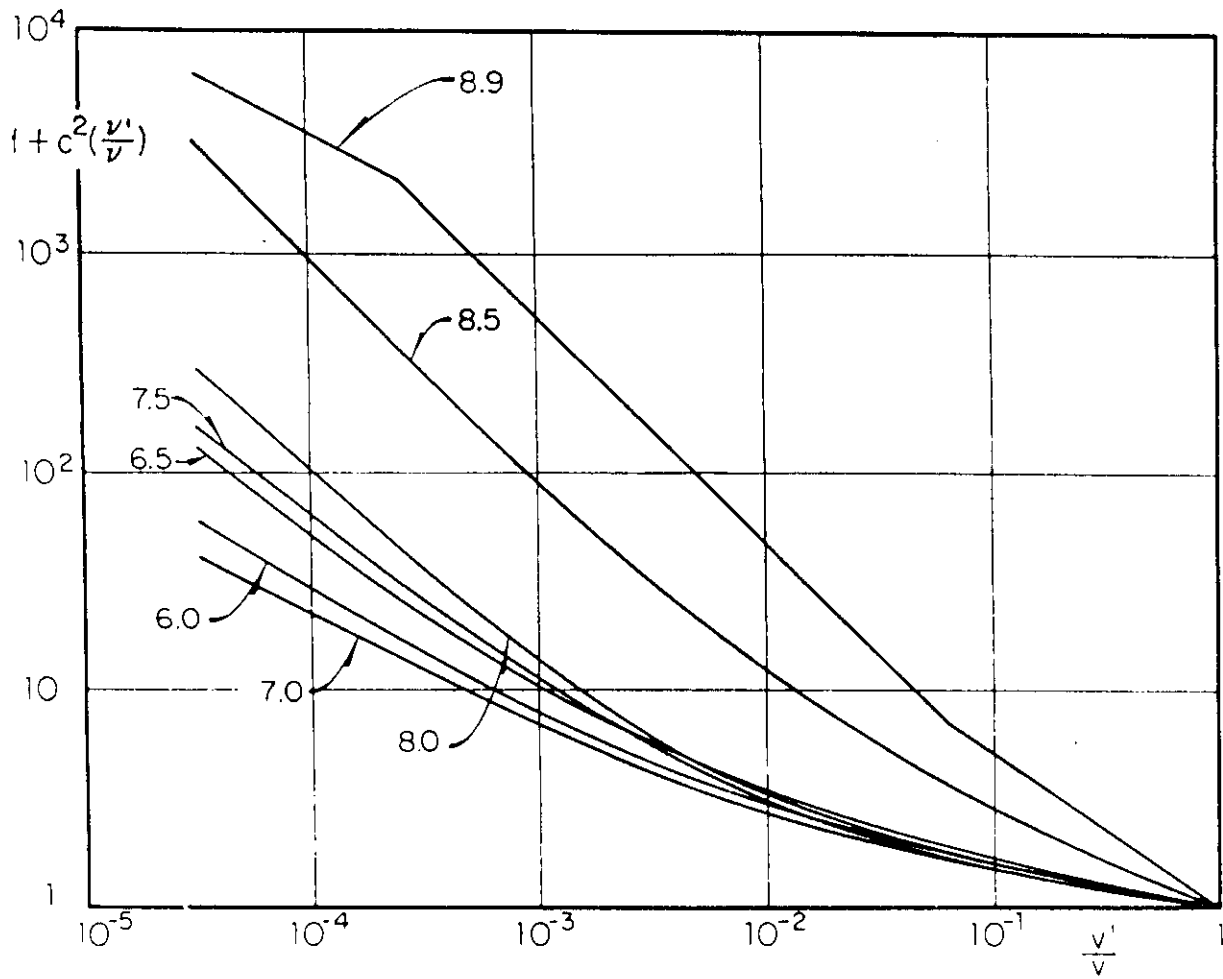


Fig. 4.2 Valores de  $c^2(\nu/\nu)$ , cinturón circumpacífico

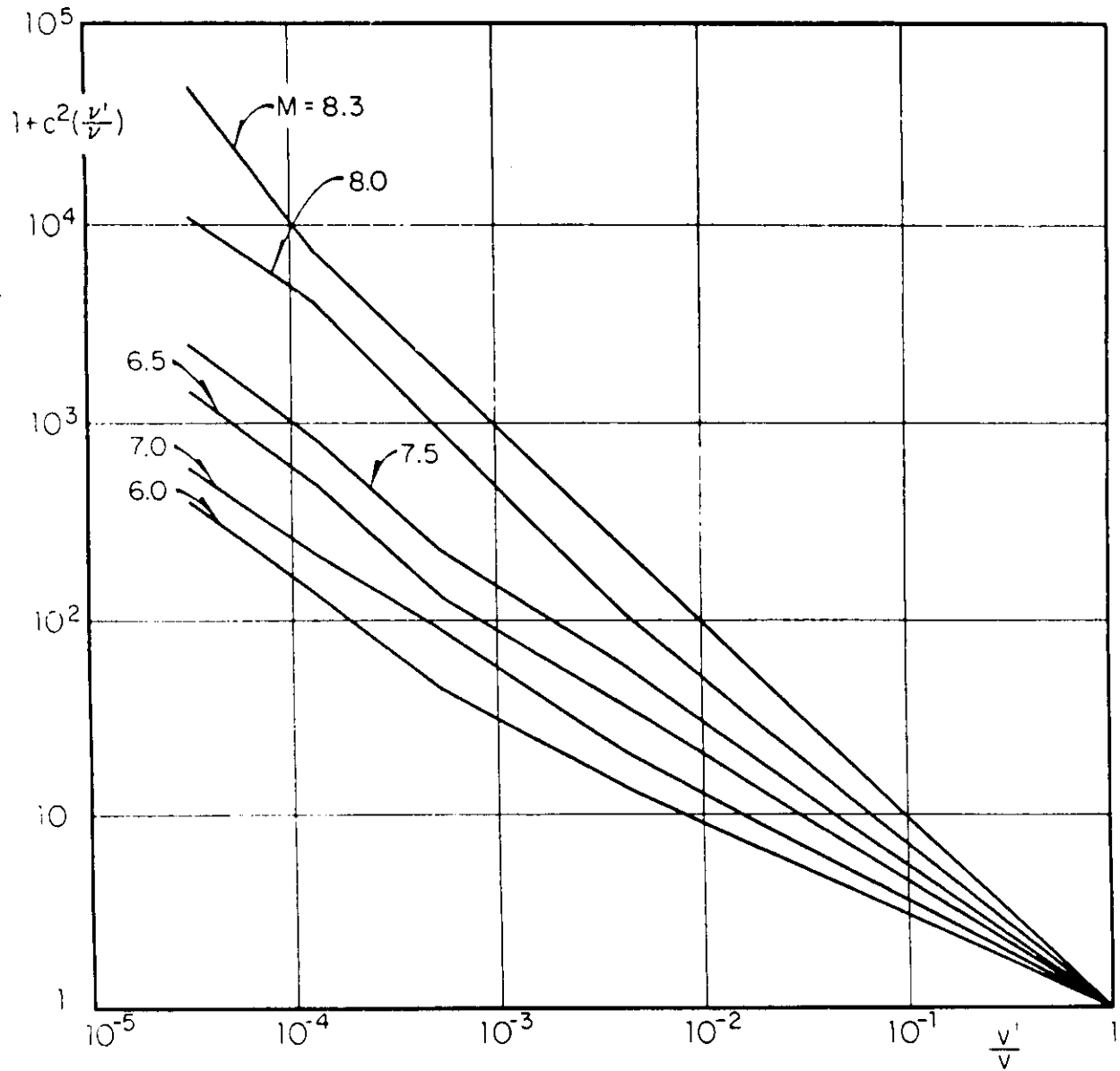


Fig.4.3 Valores de  $c^2(\nu'/\nu)$ , zona de baja sismicidad

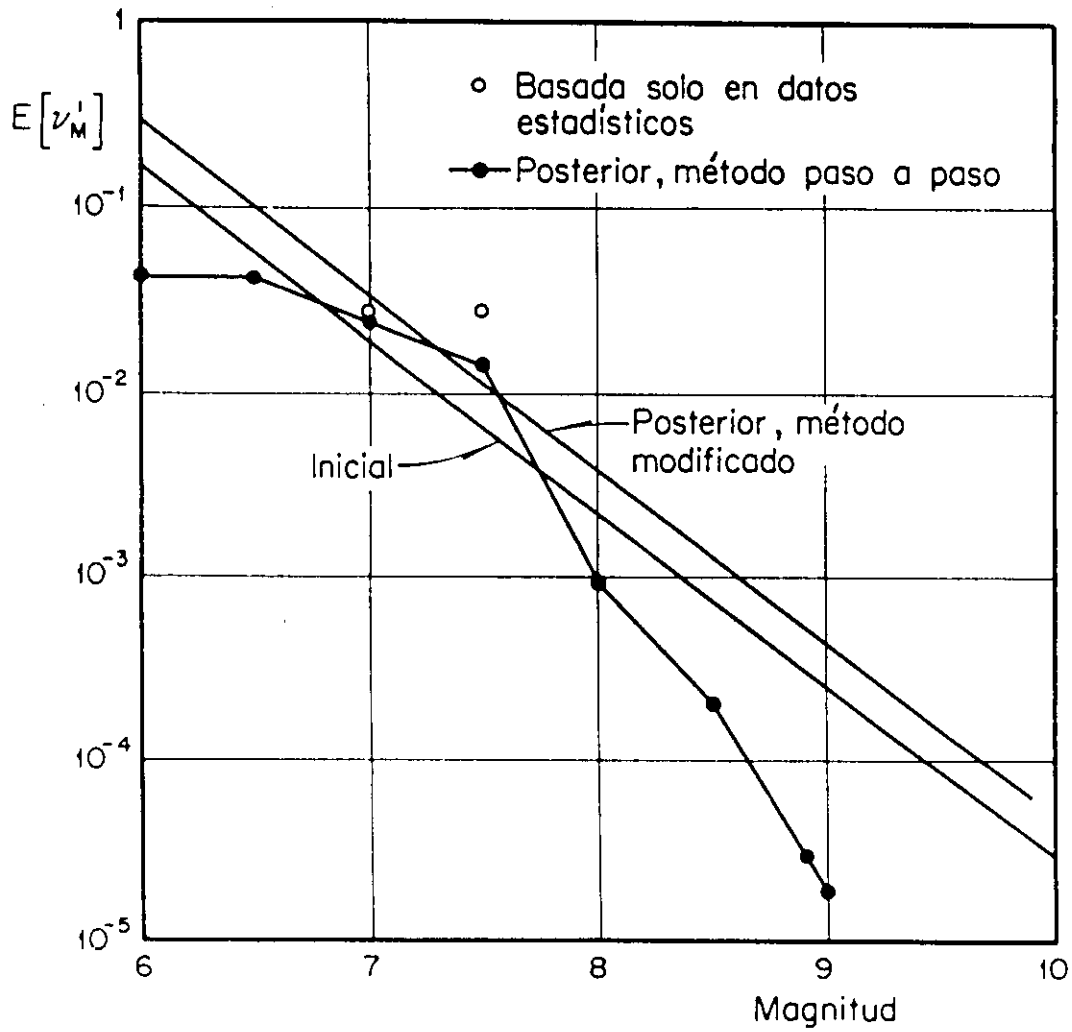


Fig. 4.4 Esperanzas inicial y posterior de  $\nu'_M$ . Zona 5



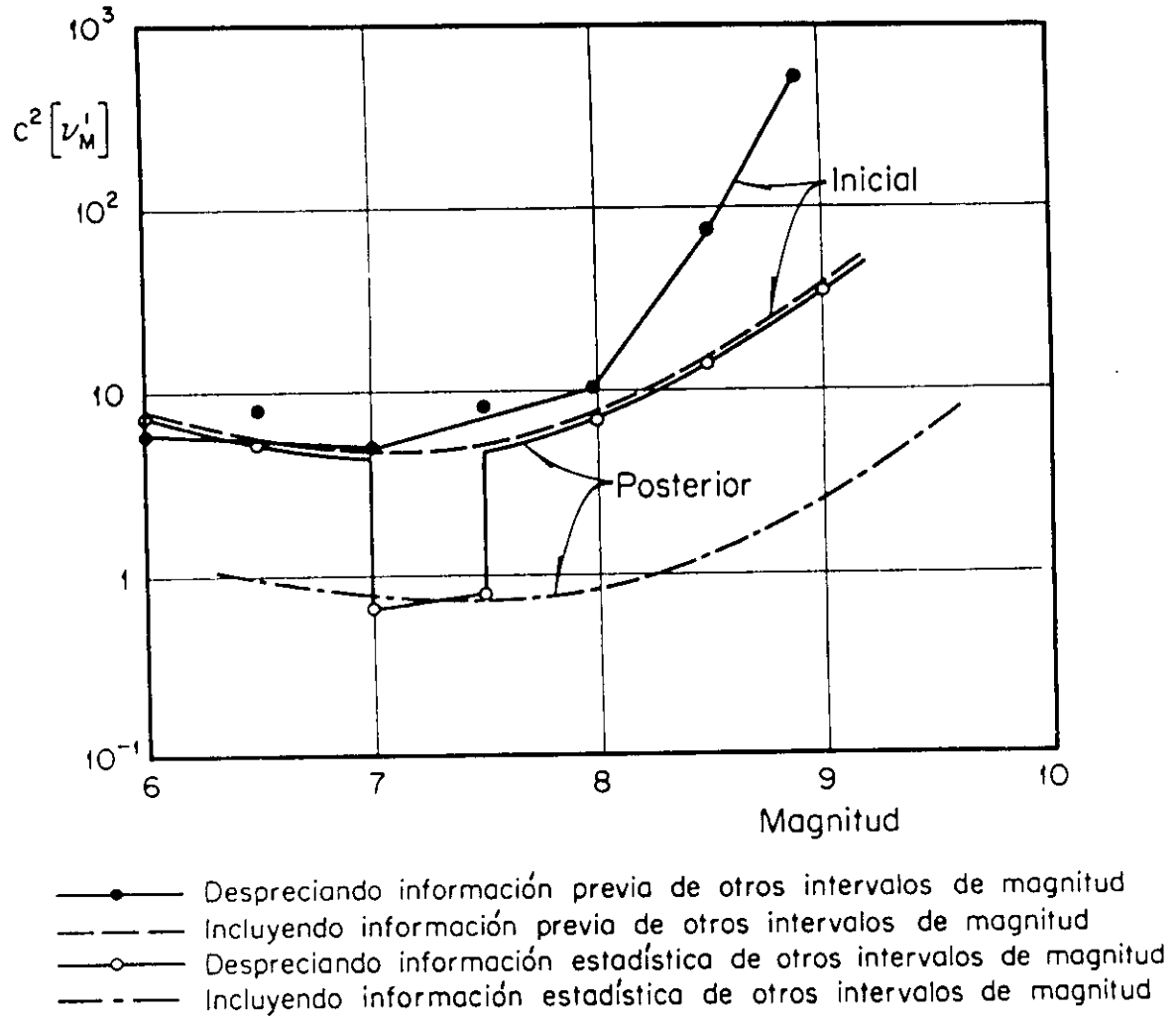


Fig. 4.5 Coeficientes de variación inicial y posterior de  $\nu'_M$ . Zona 5

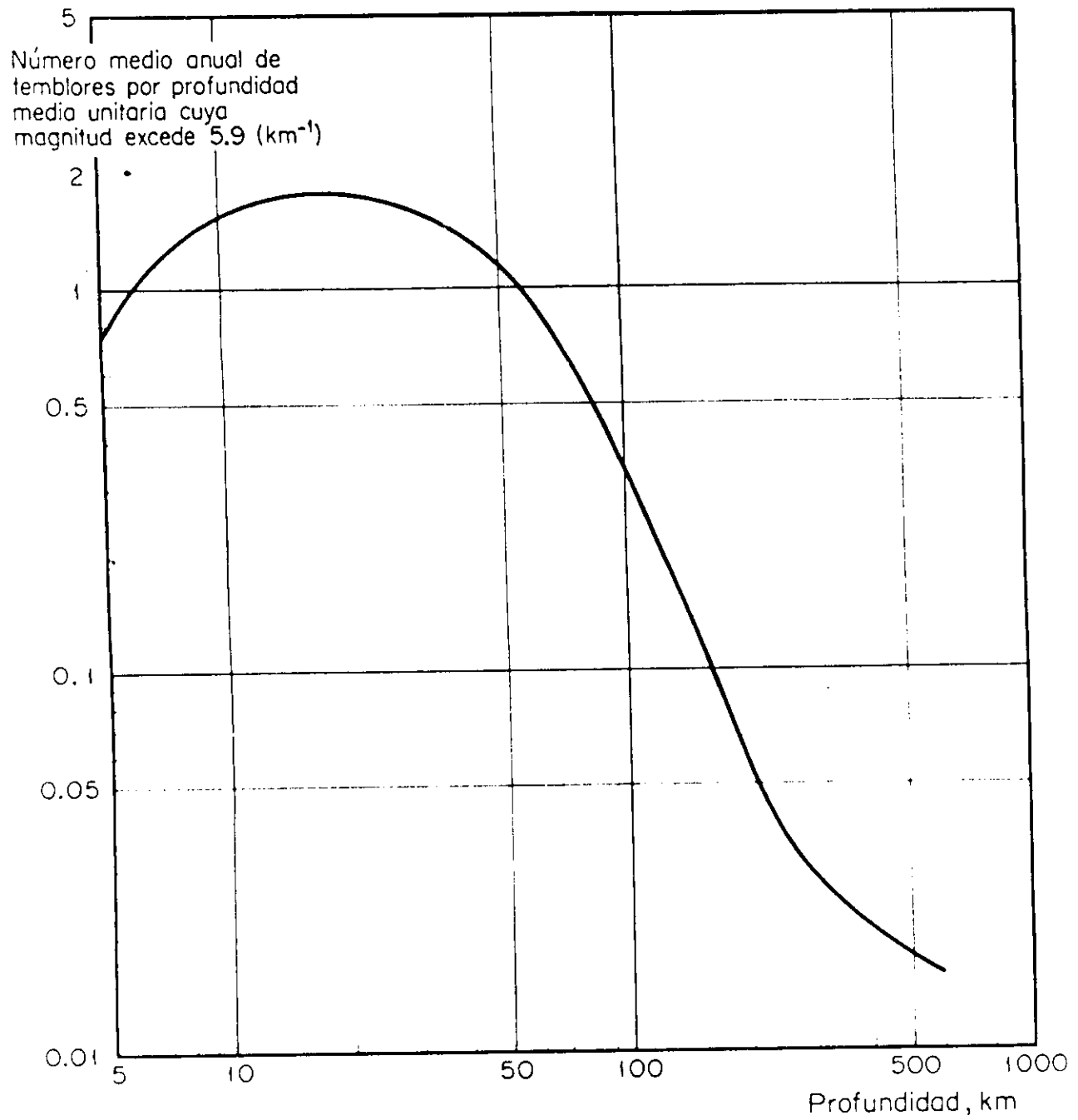


Fig.4.6 Variación de sismicidad con la profundidad en el cinturón circumpacífico

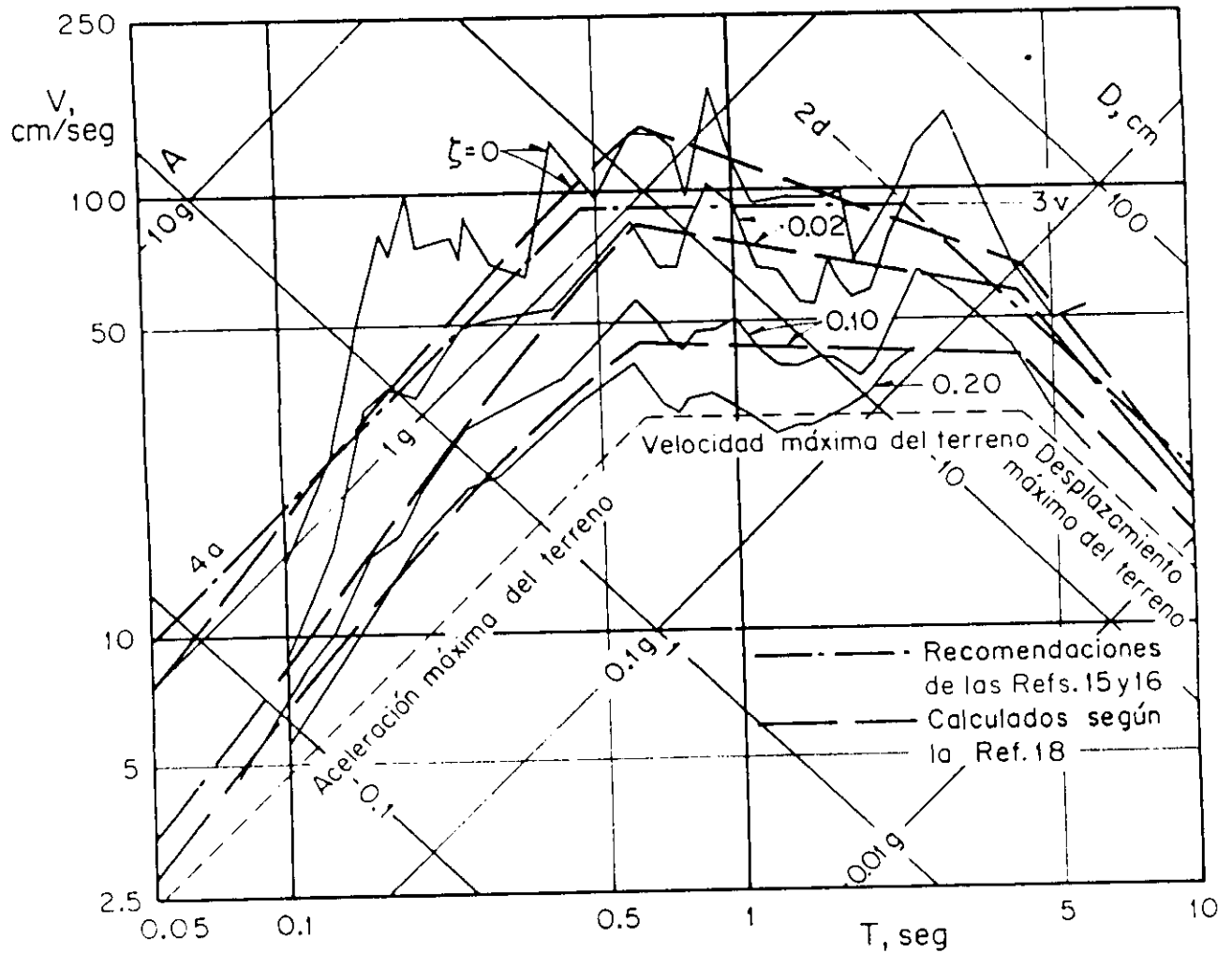


Fig 5.1 Comparación entre espectros reales y valores medios predichos

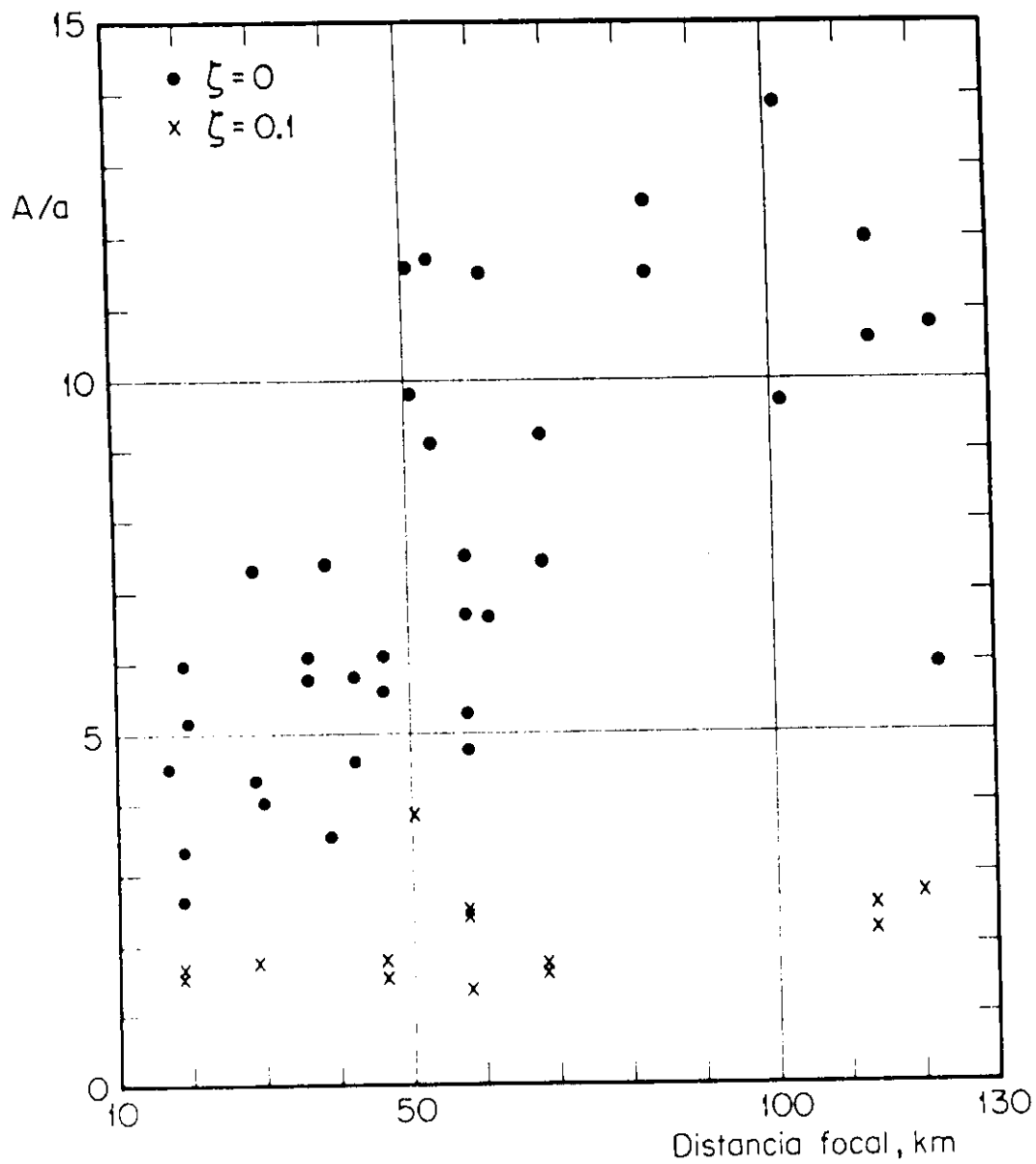


Fig 5.2 Relación entre los máximos del espectro medio de aceleraciones y la aceleración del terreno

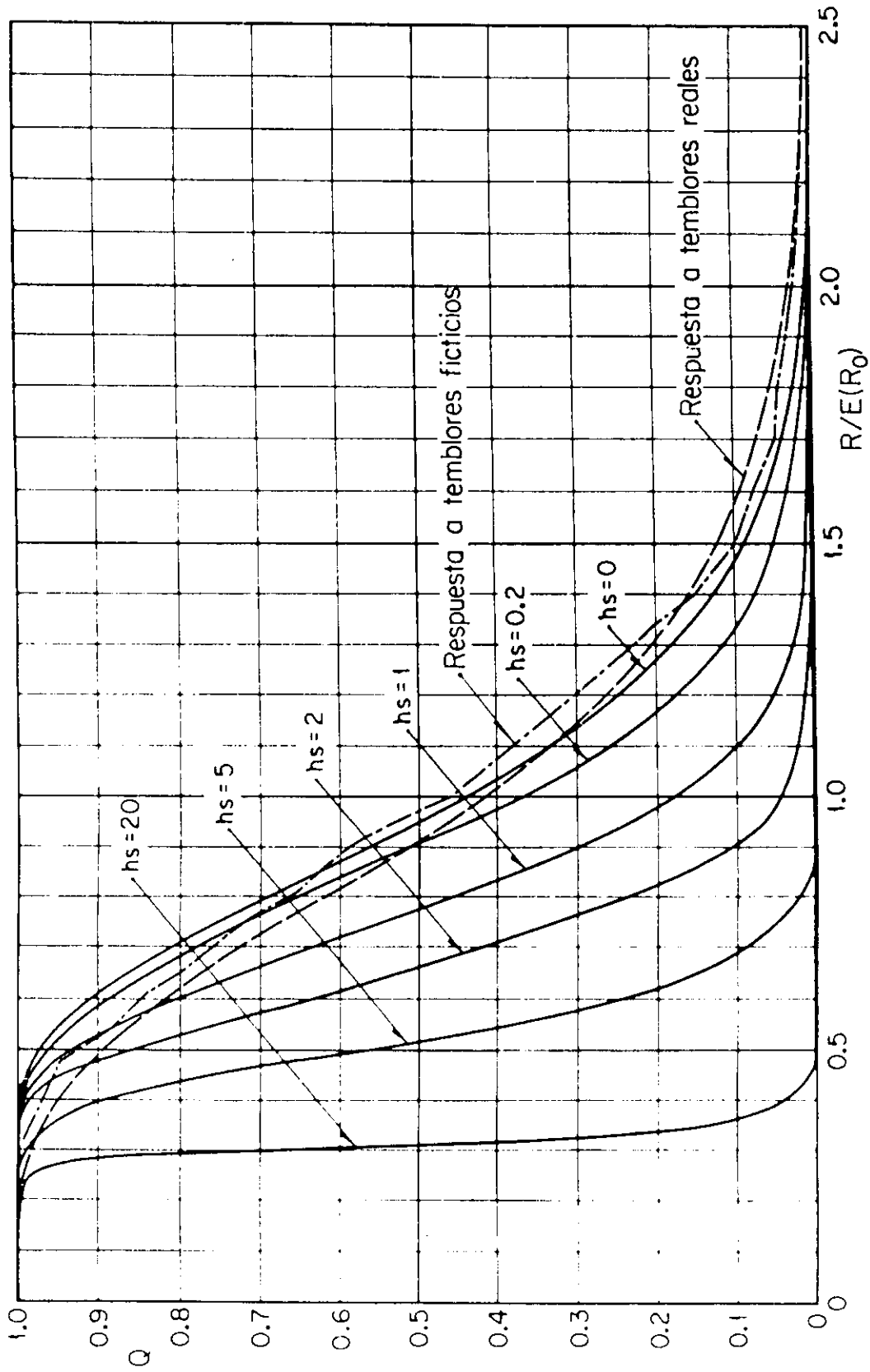


Fig 5.3 Distribución de respuestas máximas.  
Escala aritmética (según ref.17)

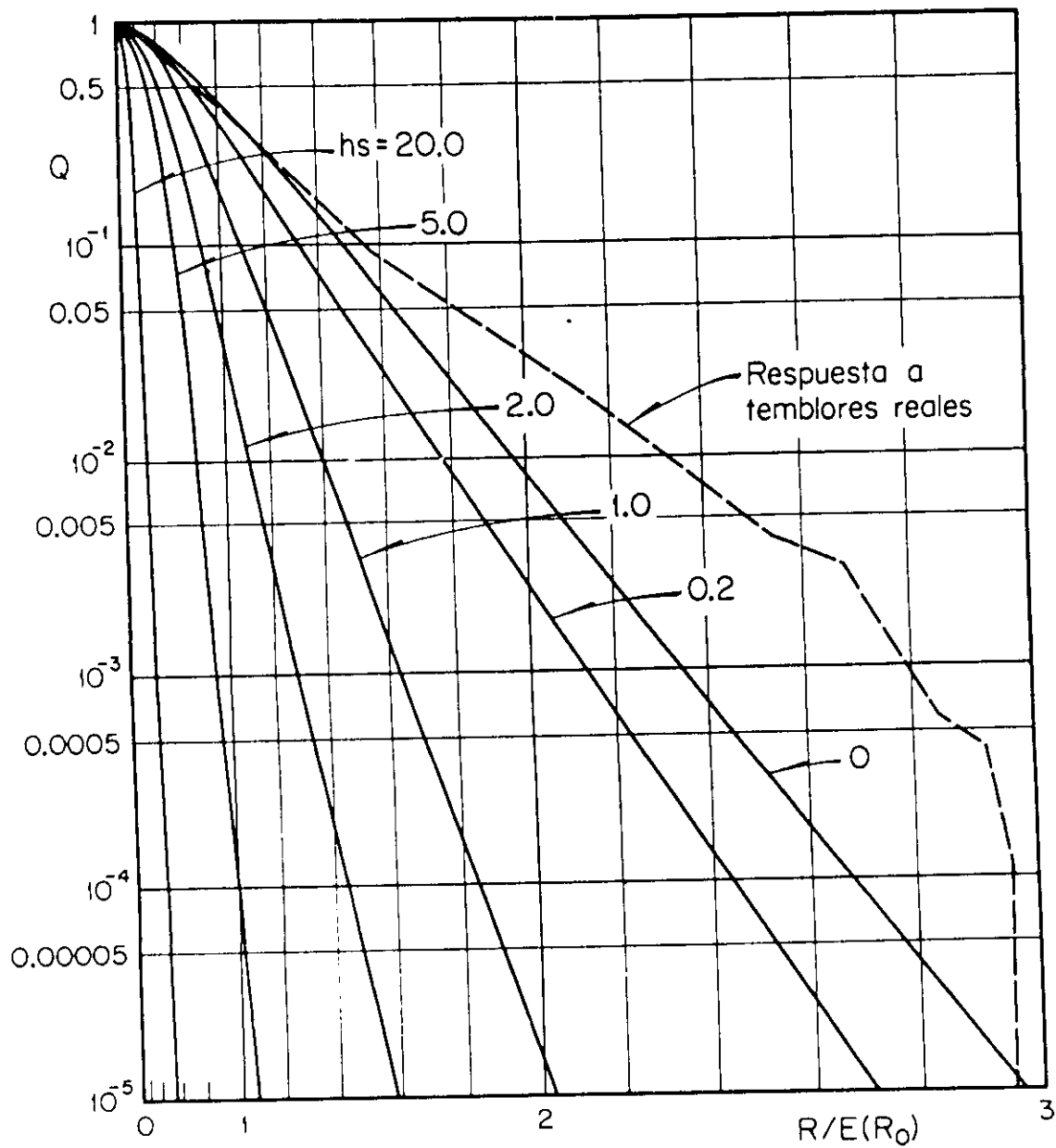


Fig 5.4 Distribución de respuestas máximas.  
Escala logarítmica y parabólica  
(según ref.17)

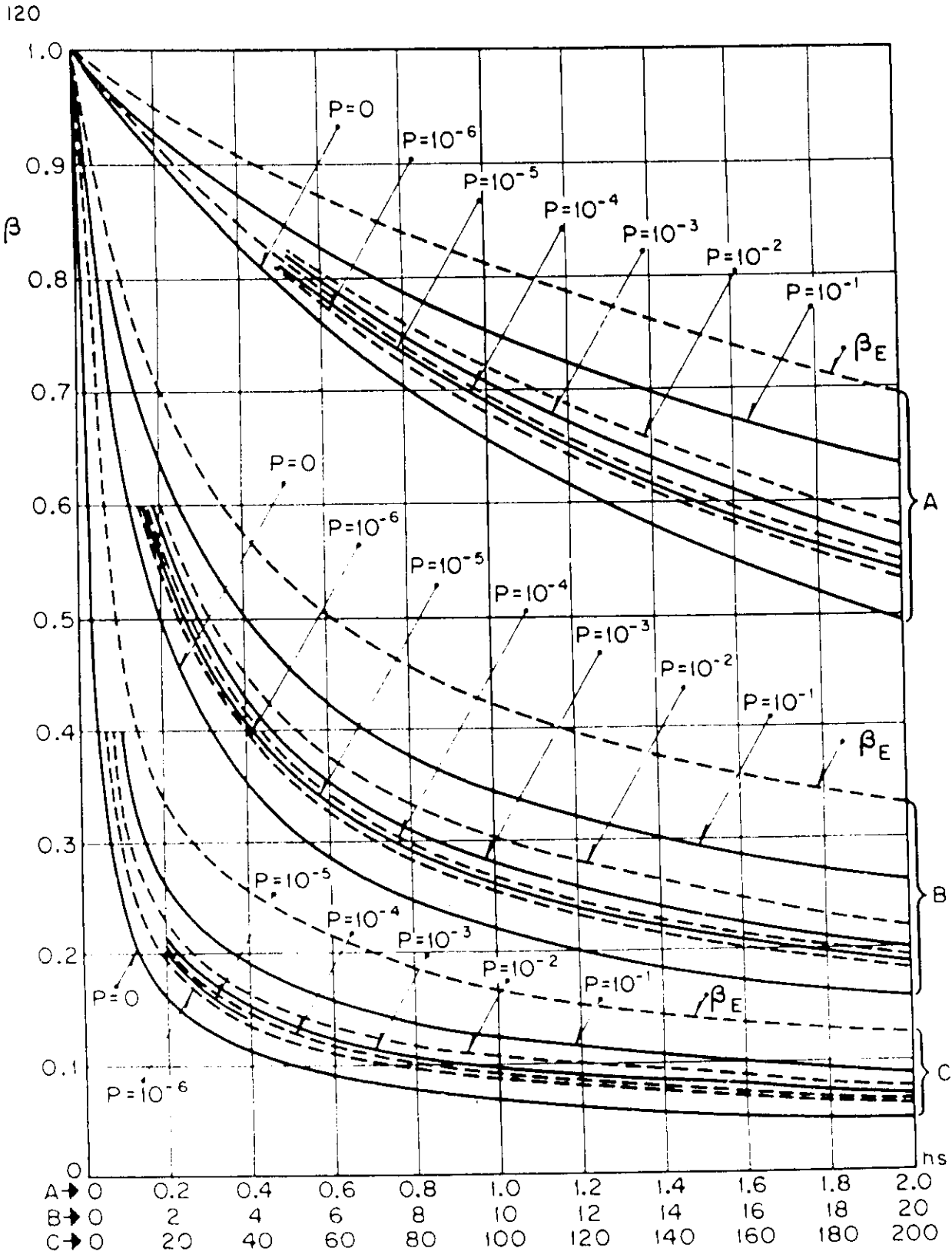


Fig 5.5 Factores reductivos por amortiguamiento (según ref. 17)

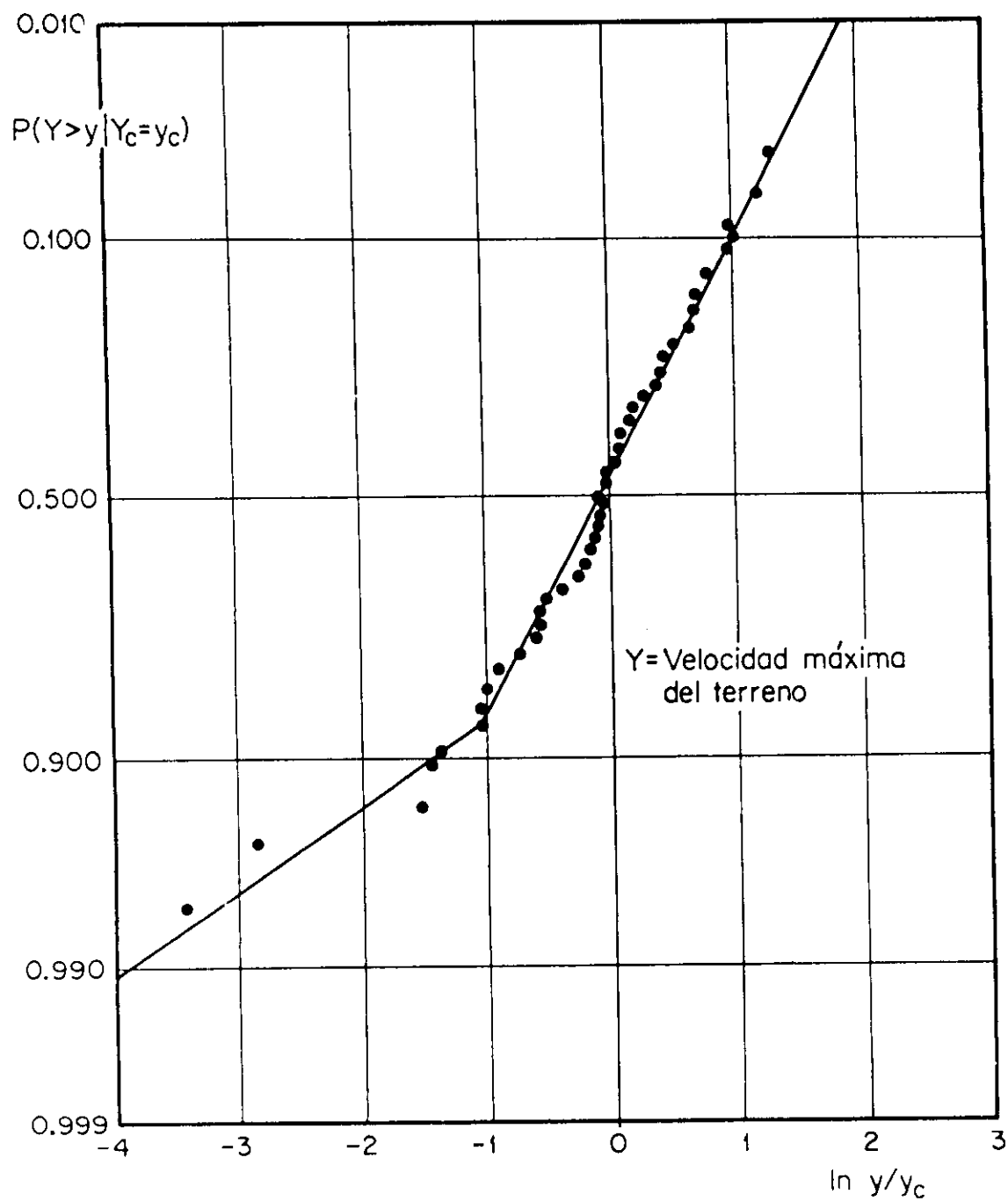


Fig 5.6 Incertidumbre en la correlación entre magnitud, distancia y velocidad máxima del terreno



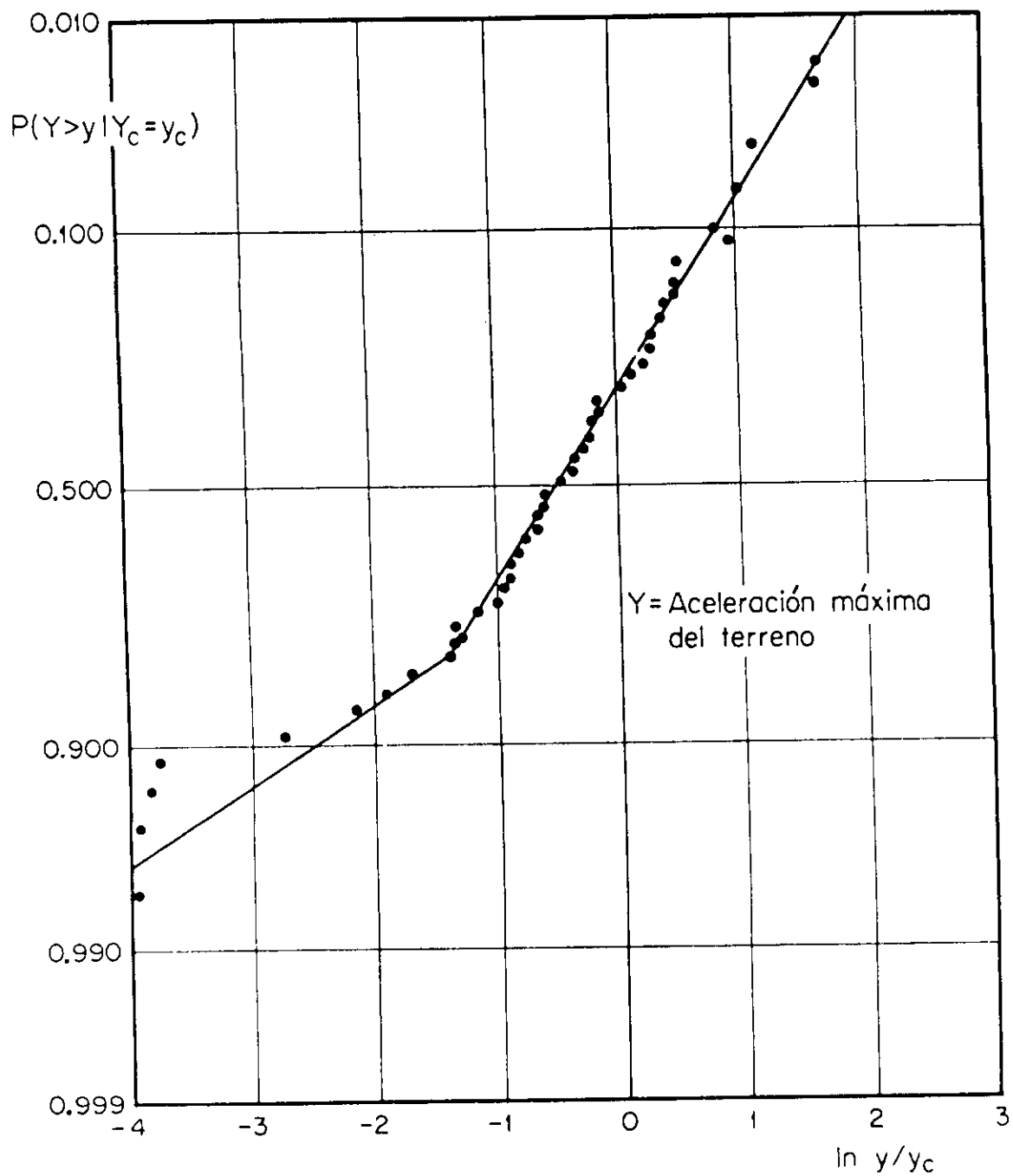


Fig 5.7 Incertidumbre en la correlación entre magnitud, distancia y aceleración máxima del terreno

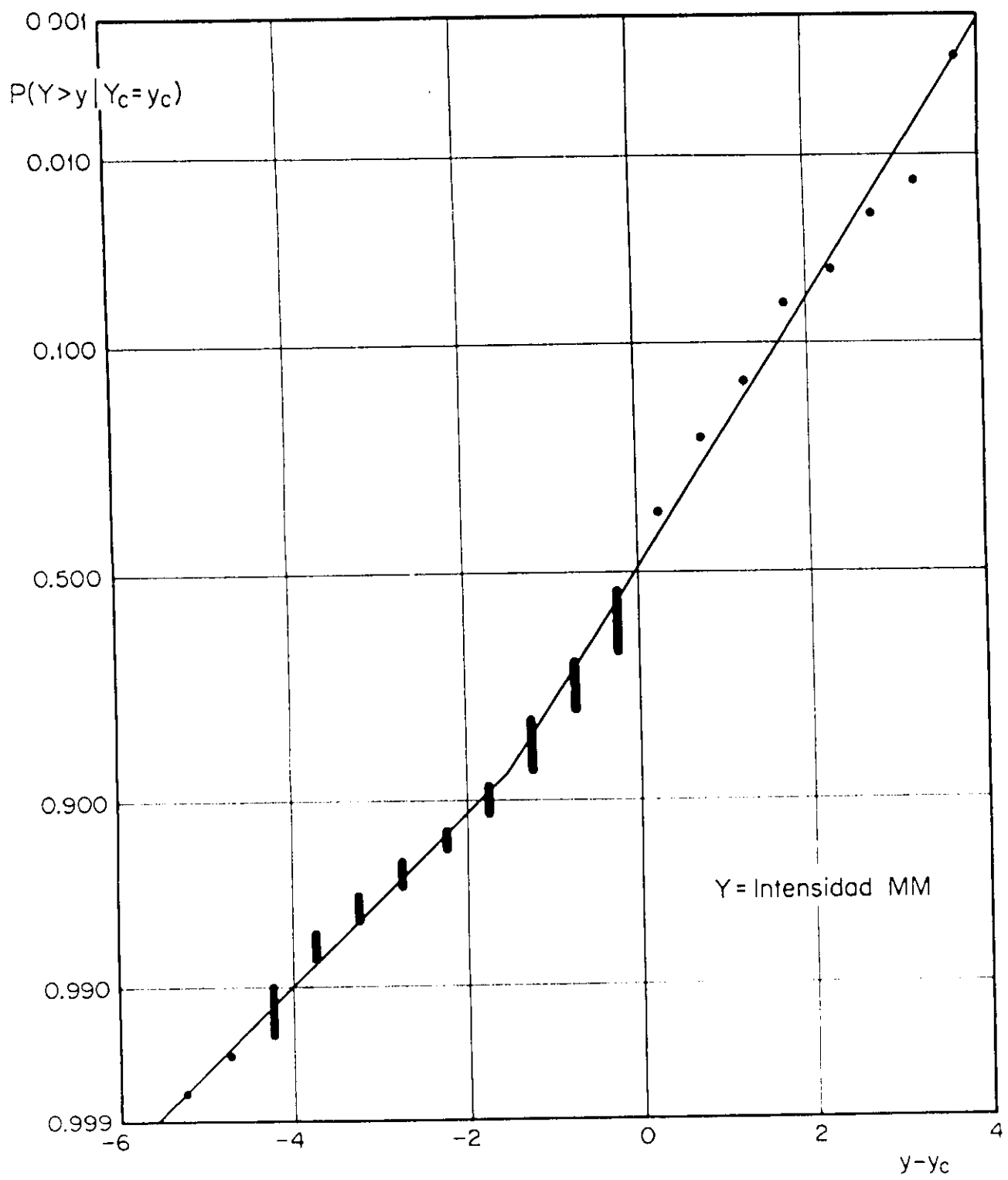


Fig 5.8 Incertidumbre en la correlación entre magnitud, distancia e intensidad

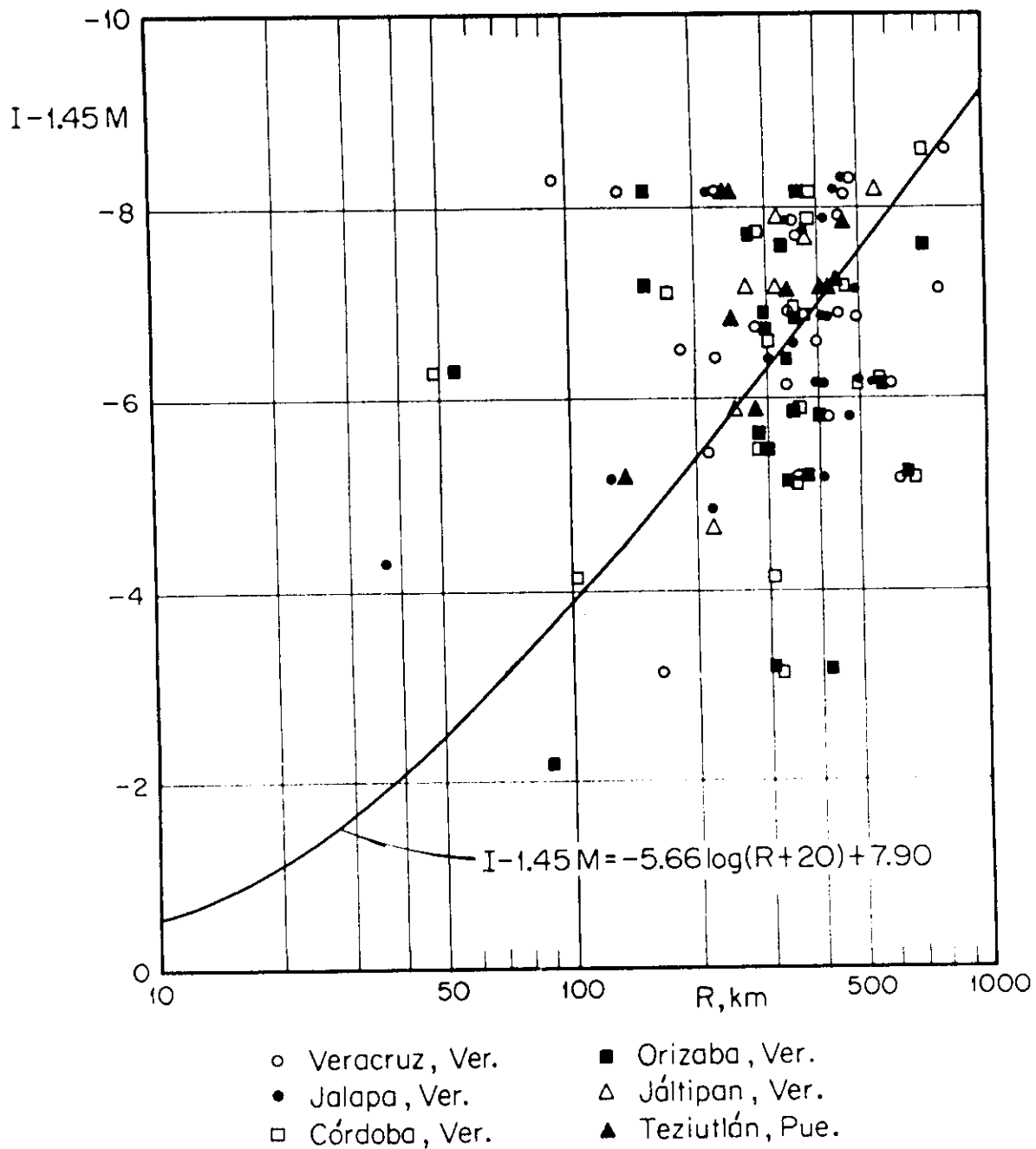


Fig 5.9 a Comparación de intensidades observadas y predichas para varias localidades con terreno intermedio

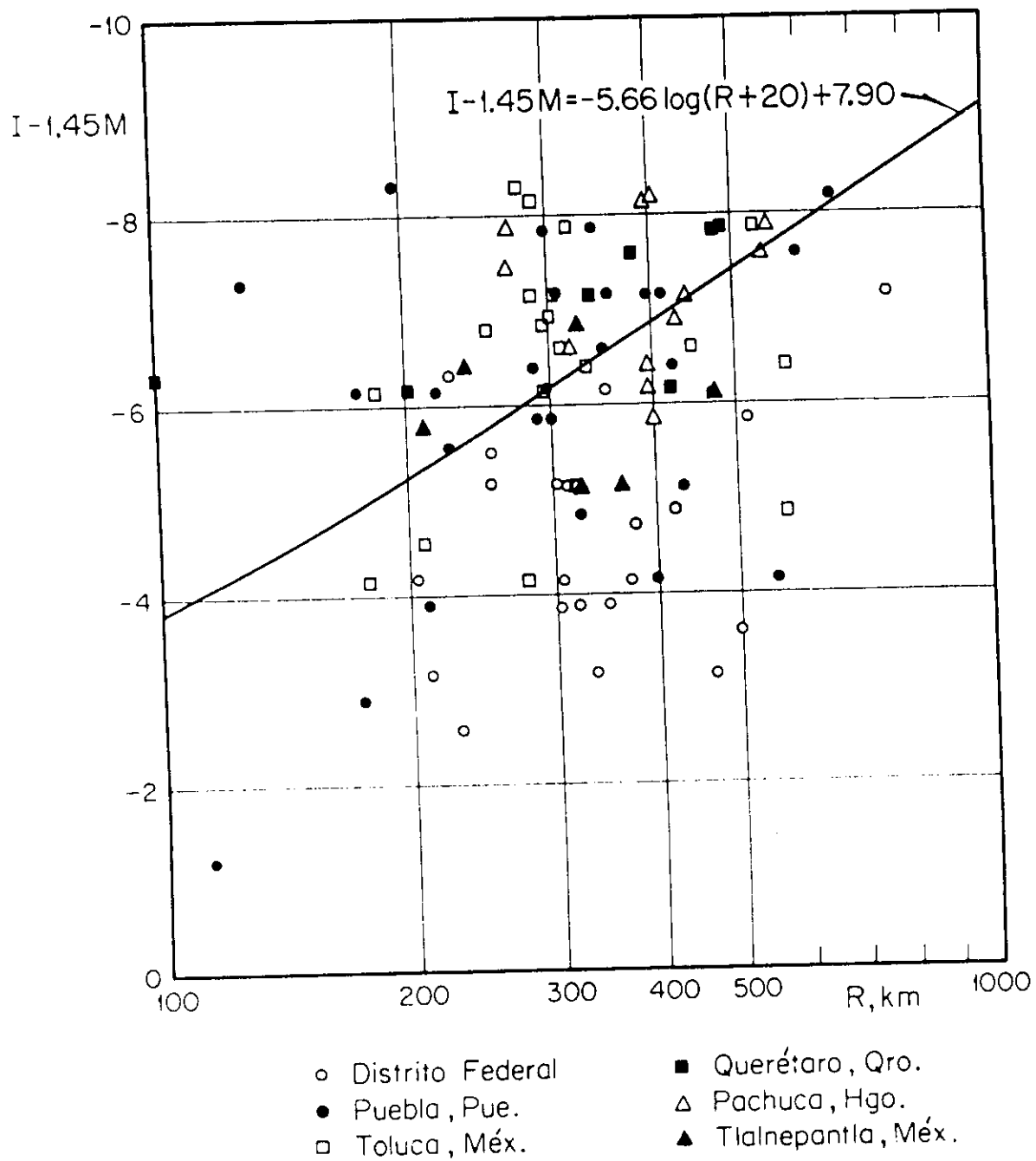


Fig 5.9 b Comparación de intensidades observadas y predichas para varias localidades con terreno intermedio

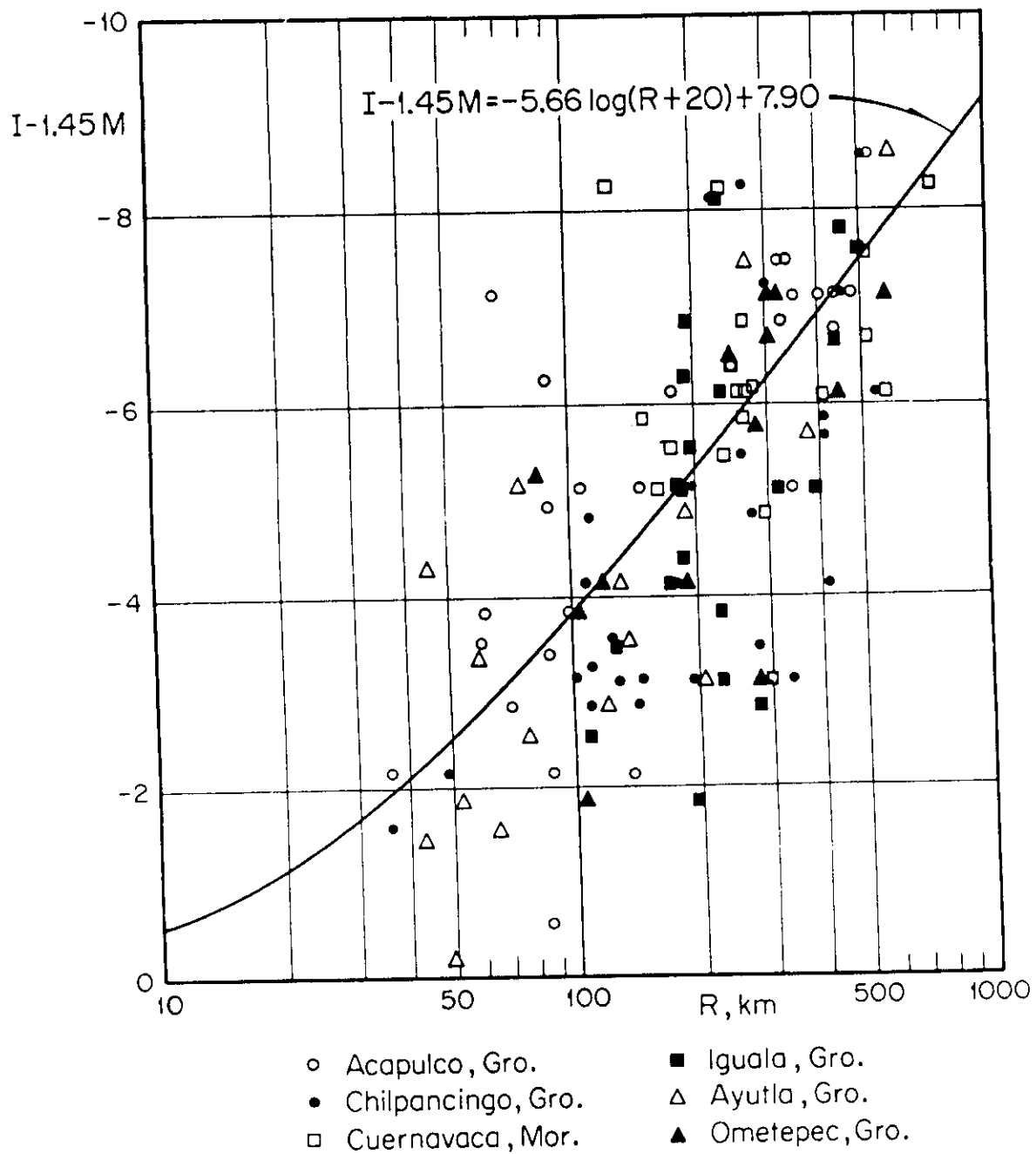


Fig 5.9 c Comparación de intensidades observadas y predichas para varias localidades con terreno intermedio

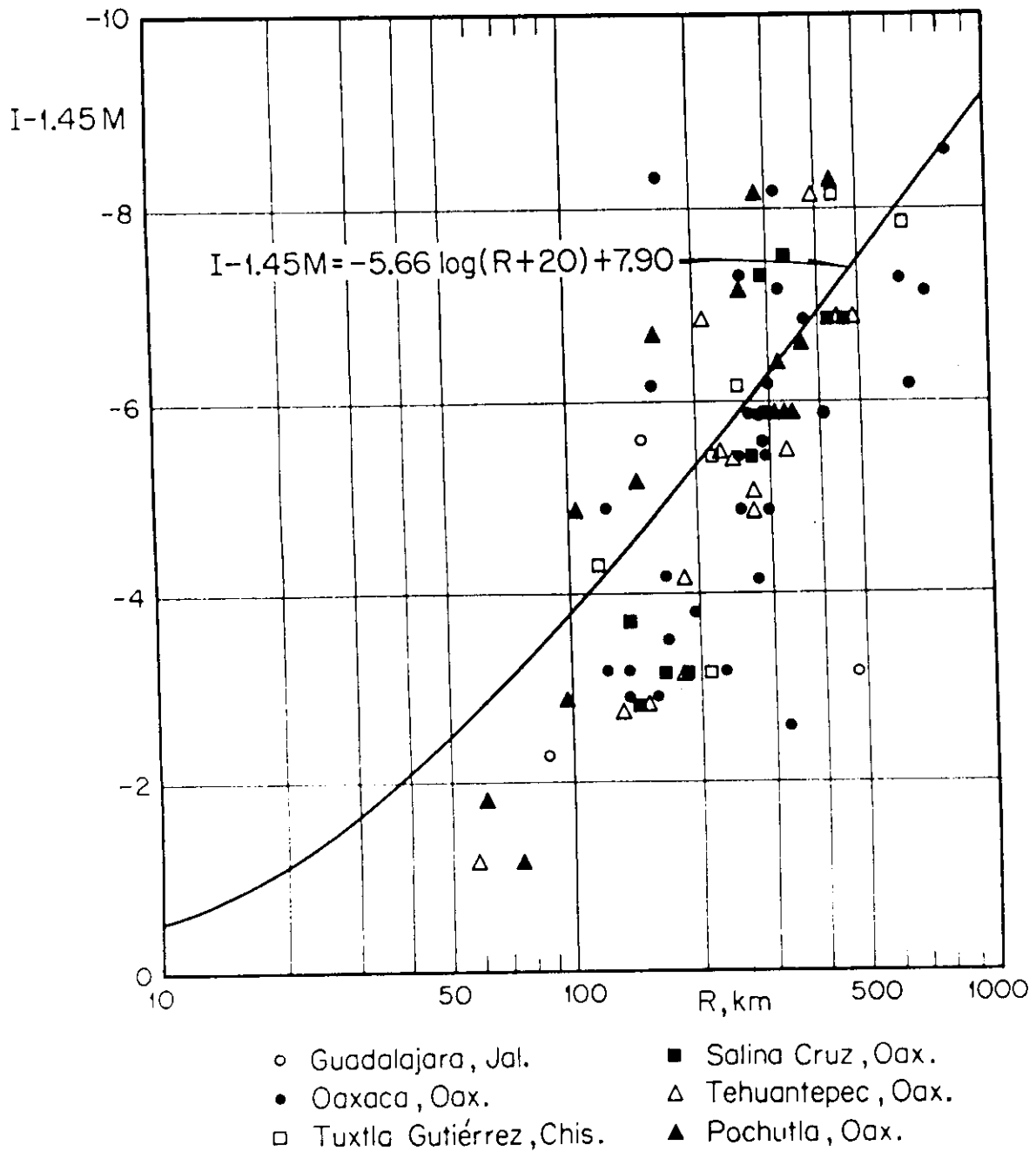


Fig 5.9 d Comparación de intensidades observadas y predichas para varias localidades con terreno intermedio

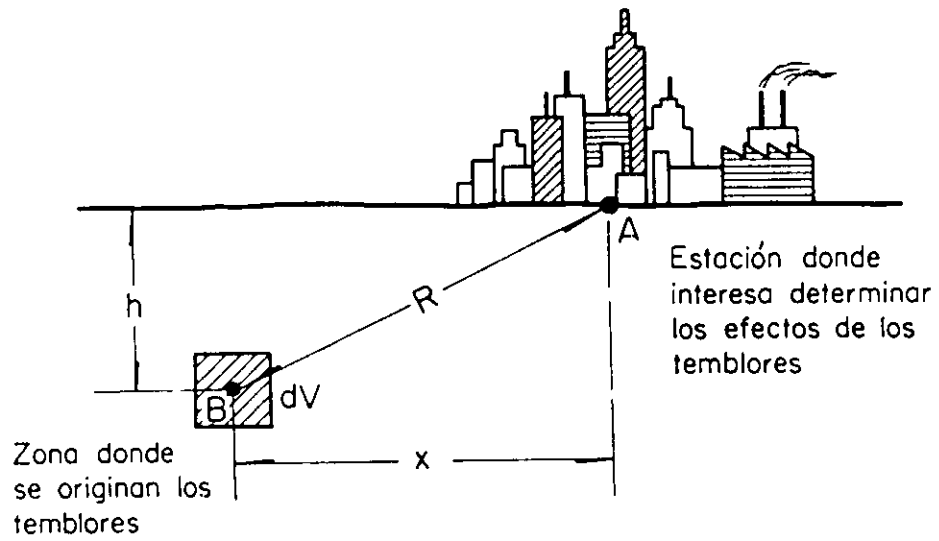


Fig 5.10 Estaciones y zonas sísmicas

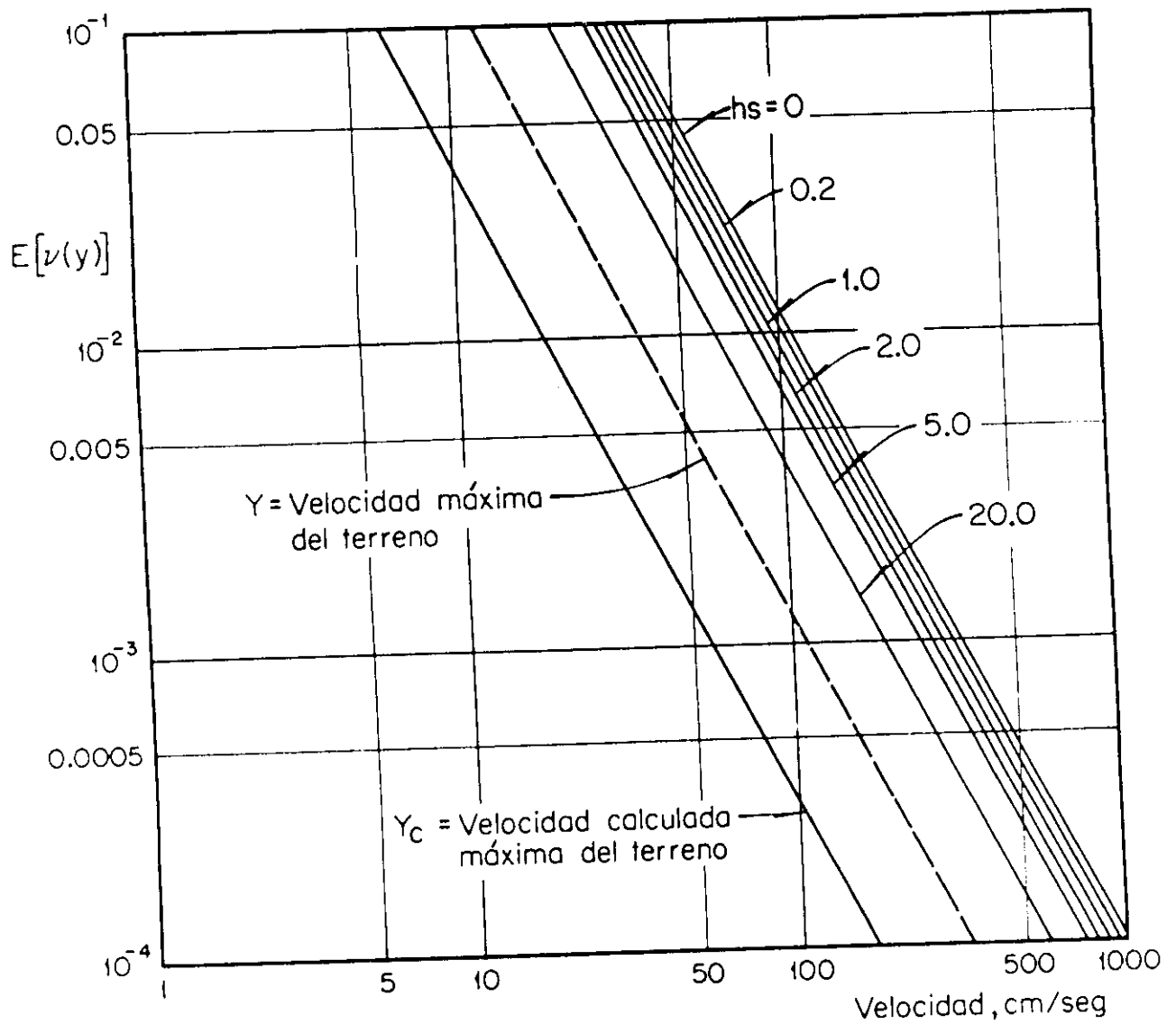


Fig 5.11 Esperanza de  $\nu_\gamma$ . Velocidades del terreno y espectrales



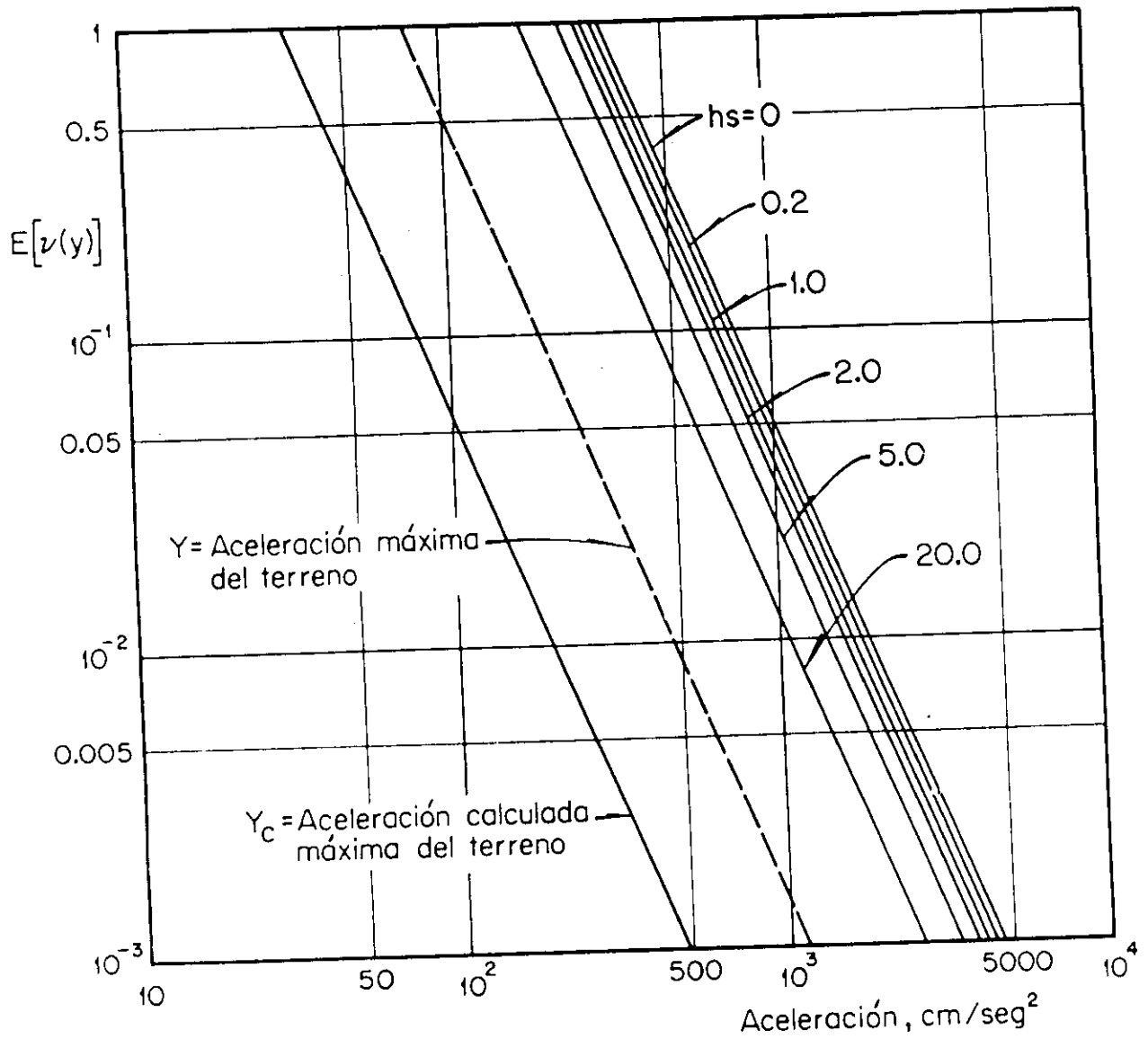


Fig 5.12 Esperanza de  $v_Y$ . Aceleraciones del terreno y espectrales

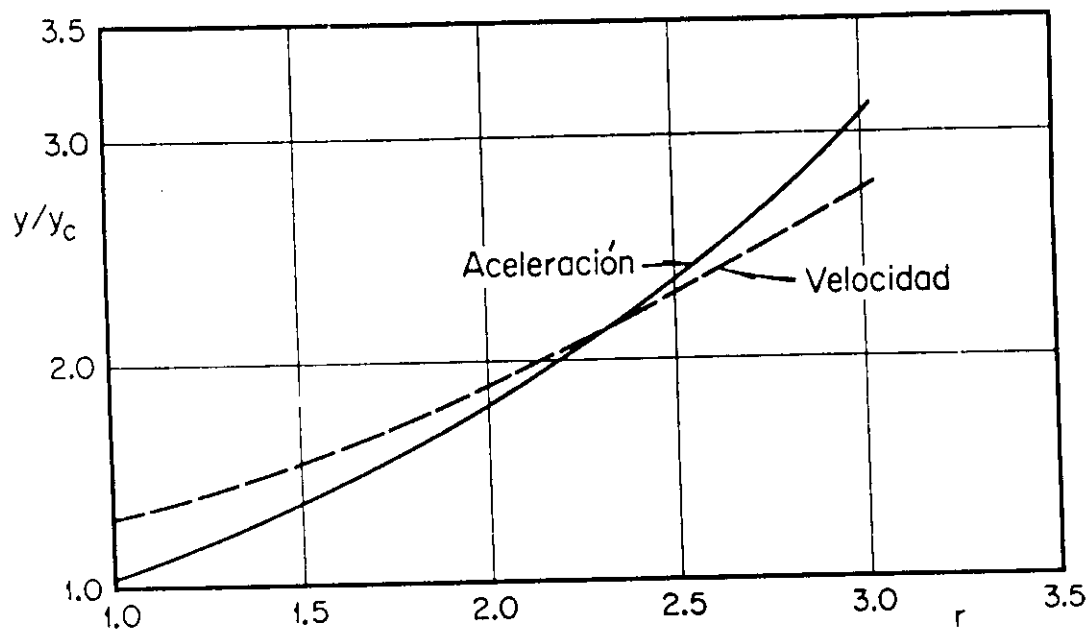


Fig 5.13 Relación entre valores reales y calculados de intensidades que corresponden al mismo periodo de recurrencia

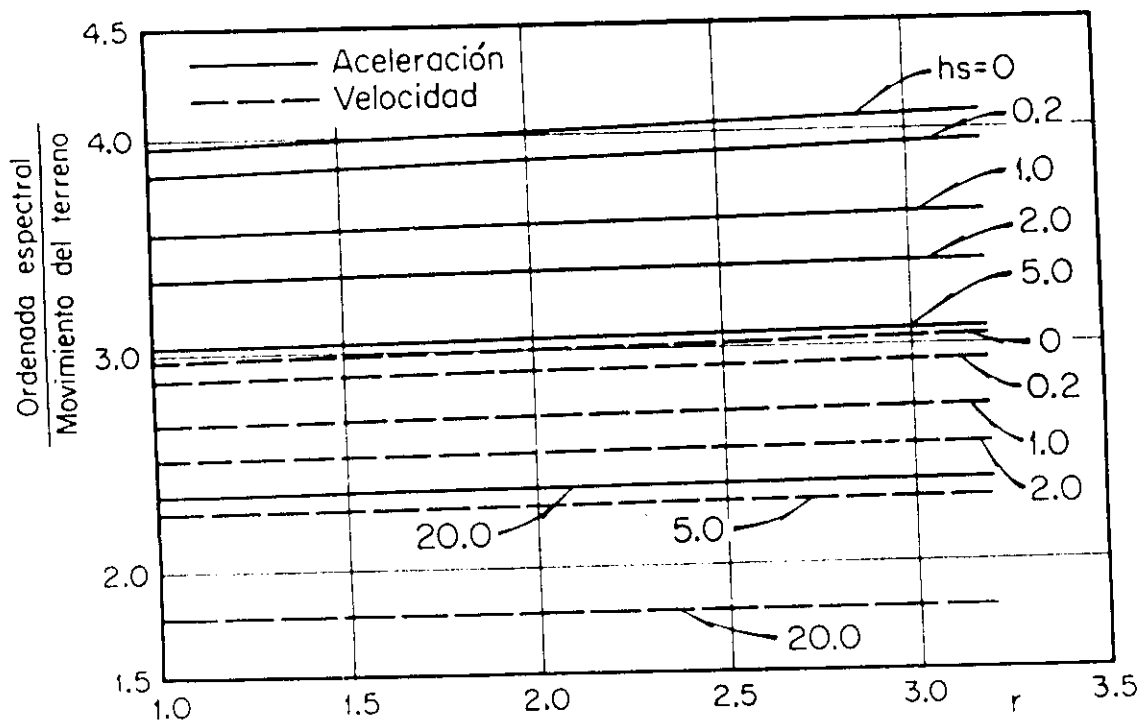


Fig 5.14 Relación entre ordenadas espectrales y amplitudes del movimiento del terreno con igual periodo de recurrencia

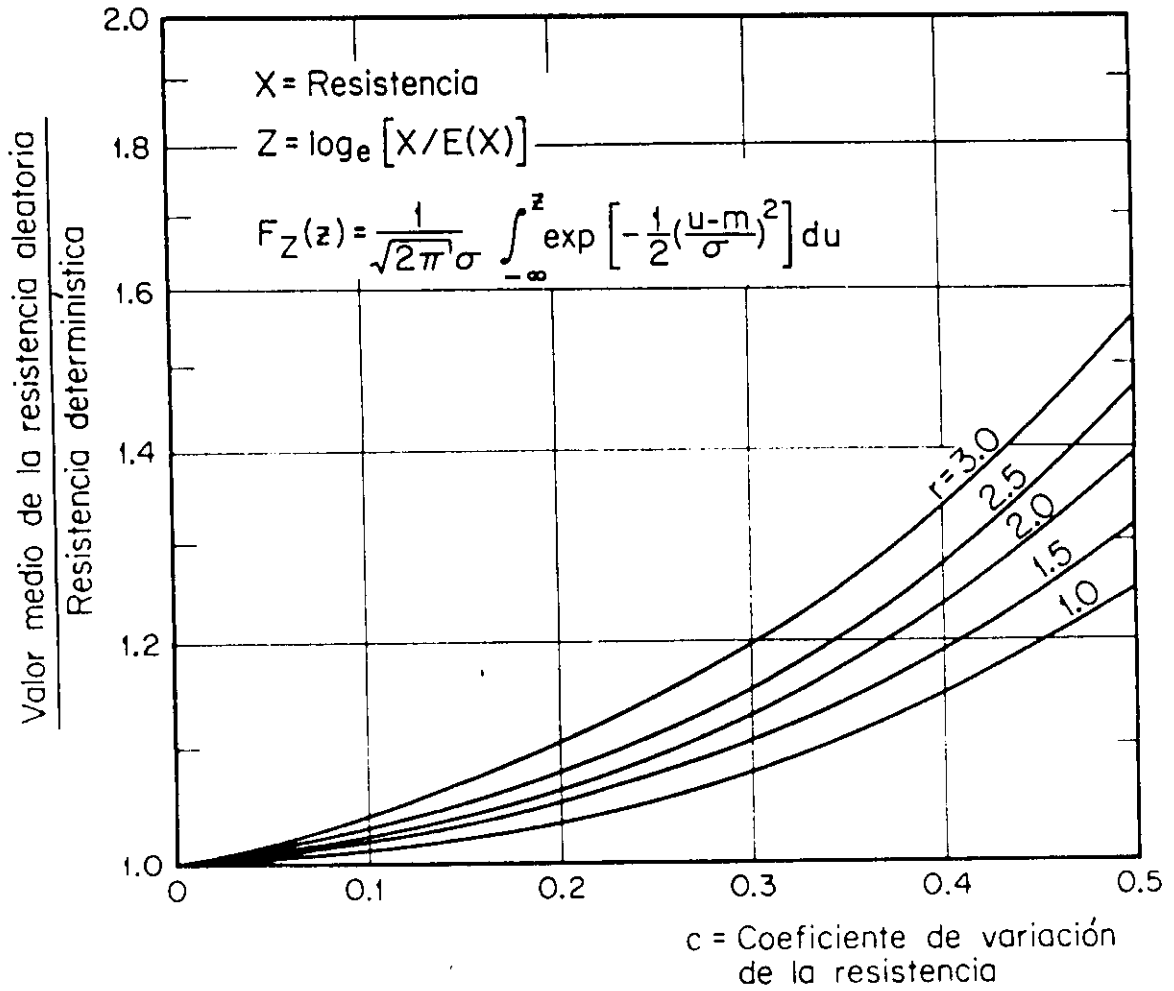


Fig 6.1 Relación requerida entre la resistencia media de una estructura aleatoria y la de una determinística. Distribución logarítmico-normal

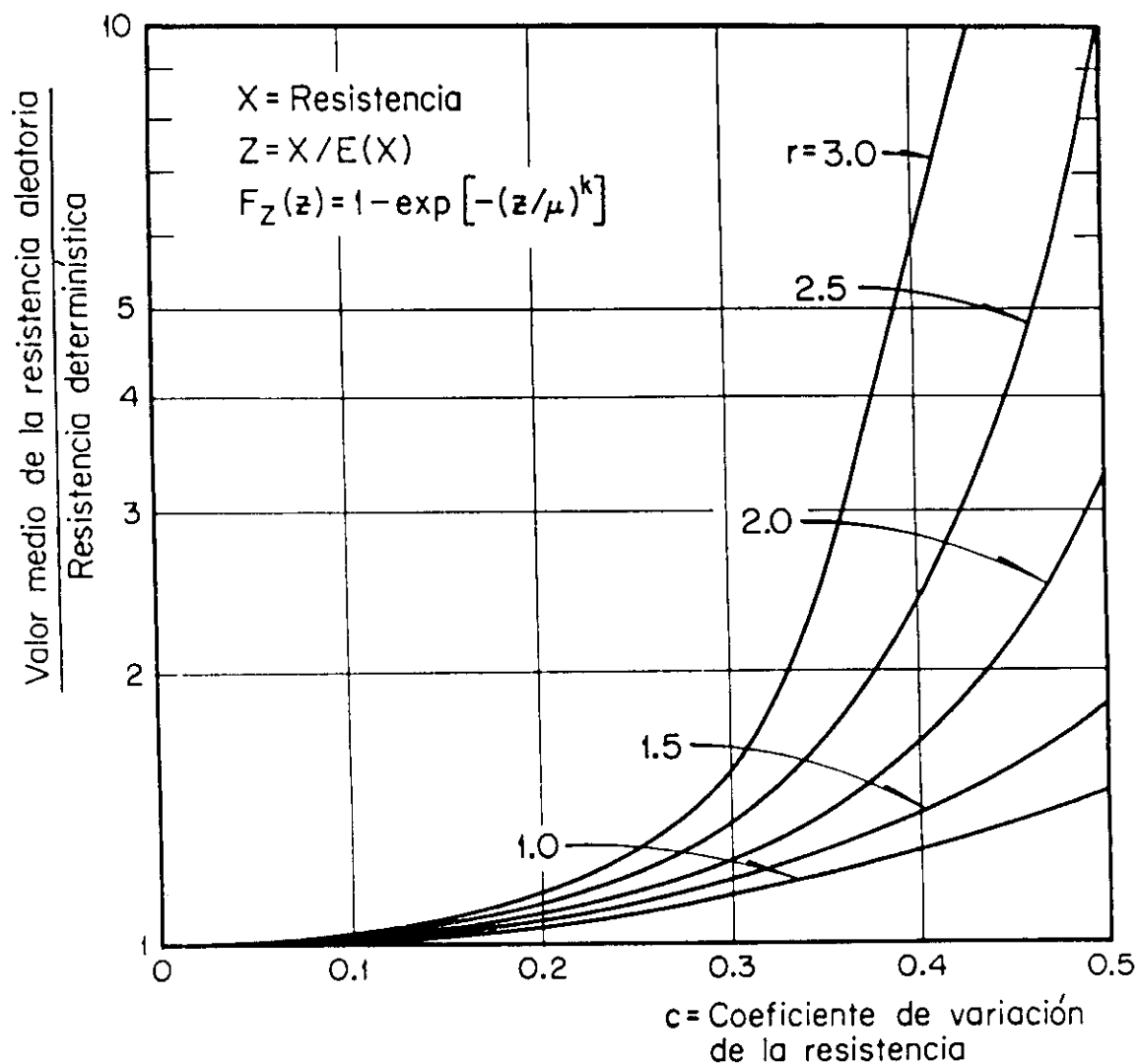


Fig 6.2 Relación requerida entre la resistencia media de una estructura aleatoria y la de una determinística. Distribución extrema II (de Weibull)

A1. RELACION ENTRE EL NUMERO MEDIO ANUAL DE TEMBLORES DE DIVERSAS INTENSIDADES Y LA DISTRIBUCION CONDICIONAL DE ESTAS

En la sec 2.3 se definió la distribución condicional de la intensidad de un temblor, dado el evento de la ocurrencia de este. También se mencionó que en algunos casos la probabilidad condicional de excedencia de una intensidad dada puede obtenerse como la relación entre el número medio anual de temblores cuya intensidad excede al valor de interés y el número medio anual del total de los temblores. Aquí se presentan dos ejemplos; en uno de ellos tal criterio es aplicable y en el otro no.

Sean  $N_0(t)$  y  $N_I(t)$  respectivamente, el número total de temblores y el de aquellos cuya intensidad excedió a  $I$ , ocurridos en el lapso  $(0, t)$ .

Supóngase que  $N_0(t)$  y  $N_I(t)$  tienen distribución de Poisson con valor medio  $\nu t$  y  $\nu_I t$ , respectivamente. Sea  $p_I$  la probabilidad condicional de que la intensidad de un temblor que ha ocurrido haya excedido al valor  $I$ . Sean  $f_{N_0(t)}(n)$  y  $f_{N_I(t)}(n)$  las funciones correspondientes de masa de probabilidad. La probabilidad de que en el lapso  $(0, t)$  ocurra un temblor cuya intensidad exceda a  $I$  es

$$\nu_I t e^{-\nu_I t} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(\nu t)^n e^{-\nu t}}{n!} \frac{n!}{(n-1)!!} p_I (1-p_I)^{n-1}$$

de donde  $p_I = \nu_I / \nu$ , que concuerda con el criterio propuesto en la sec 2.3.

Supóngase ahora que  $N_0(t)$  y  $N_I(t)$  tienen la distribución negativa binominal, es decir,

$$f(n) = \binom{r'' + n - 1}{n} \pi^{r''} (1 - \pi)^n$$

donde  $\pi = t''/t+t''$ , y  $r''$ ,  $t''$ , son los parámetros de la distribución marginal del número de eventos en un proceso de Poisson cuya intensidad tiene distribución gamma.

La probabilidad de que en el intervalo  $(0, t)$  no ocurra ningún temblor cuya intensidad exceda a  $I$  puede escribirse como sigue.

$$\pi_I^{r''} = \sum_1^{\infty} \left[ \begin{matrix} r''+n-1 \\ n \end{matrix} \right] \pi^{r''} (1-\pi)^n (1-p_I)^n$$

De esta ecuación se obtiene

$$\pi_I^{r''} = \frac{\pi^{r''}}{[1-(1-\pi)(1-p_I)]} r''$$

Despejando  $p_I$ , y expresando  $\pi$  y  $\pi_I$  en función de  $\underline{t}$ ,

$$p_I = \frac{t''}{t} \left[ \left[ \frac{t+t''}{t_I''} \right]^{r''/r''} - 1 \right]$$

Puesto que  $p$  depende de  $\underline{t}$ , su valor no puede determinarse según el criterio de la sec 2.3.

## A2. EXPRESIONES DESARROLLADAS PARA LOS PARAMETROS DE LA DISTRIBUCION DE INTENSIDADES MAXIMAS

### A2.1 Correlación determinística entre intensidad, magnitud y distancia

Esta sección se ocupa de obtener expresiones desarrolladas para las funciones que intervienen en las ecs 5.8 a 5.10. Se supone que  $\lambda_M(m)$  se expresa en función de los parámetros  $Z_1, \dots, Z_k$ , que son variables aleatorias con función conjunta de densidad de probabilidad  $f(z_1, \dots, z_k)$ :

$$\lambda_M(m) = \lambda_M(m; Z_1, \dots, Z_k) \quad (A2.1)$$

A2.1.1 Esperanza de  $\nu_{Y_C}(y_C)$ . Sustituyendo la ec A2.1 en la ec 5.9, se obtiene

$$E[\nu_{Y_C}(y_C)] = \int_Y \int_{Z_1} \dots \int_{Z_k} \lambda_M(m; z_1, \dots, z_k) f(z_1, \dots, z_k) dz_1, \dots, dz_k dV \quad (A2.2)$$

A2.1.2 Variación de  $\nu_{Y_C}(y_C)$ . De la definición de covariancia y de las ecs A2.1 y A2.2,

$$K(m_1, m_2) = E[\lambda_M(m_1)\lambda_M(m_2)] - E[\lambda_M(m_1)]E[\lambda_M(m_2)] \quad (A2.3)$$

En esta ecuación,

$$(A2.3a)$$

$$E[\lambda_M(m_1)\lambda_M(m_2)] = \int_{Z_1} \dots \int_{Z_k} \lambda_M(m_1; z_1, \dots, z_k) \lambda_M(m_2; z_1, \dots, z_k) f(z_1, \dots, z_k) dz_1, \dots, dz_k$$

$$E[\lambda_M(m_i)] = \int_{Z_1} \dots \int_{Z_k} \lambda_M(m_i; z_1, \dots, z_k) f(z_1, \dots, z_k) dz_1, \dots, dz_k \quad (A2.3b)$$

El valor que se obtiene para  $K(m_1, m_2)$ , después de sustituir las ecs A2.3a y b en la ec A2.3, es el que debe emplearse en la ec 5.10, para calcular la variancia de  $\nu_{Y_C}(y_C)$ . Véase la nota del pie de la p. 76

## A2.2 Correlación definida en forma probabilística entre intensidad, magnitud y distancia

Se supondrá que  $\nu_Y(y)$  proviene de las contribuciones de varias zonas, cuyas sismicidades son independientes entre sí. Dentro de cada zona, los parámetros  $Z_1, \dots, Z_k$  son constantes. Aquí se tratará de la contribución de una de dichas zonas a  $\nu_Y(y)$ .

A2.2.1 Esperanza de  $\nu_Y(y)$ . En la integral de la ec 5.12, aparece  $E[\nu_{Y_C}(\eta)]$ , que se obtiene como sigue

$$E[\nu'_{Y_C}(\eta)] = \int_{Z_1} \dots \int_{Z_k} \nu'_{Y_C}(\eta; z_1, \dots, z_k) f(z_1, \dots, z_k) dz_1, \dots, dz_k \quad (A2.4)$$

Alternativamente, si se conoce  $E[\nu_{Y_C}(\eta)]$ , puede aprovecharse la propiedad siguiente<sup>49</sup>

$$E\left[\frac{d\nu_{Y_C}(\eta)}{d\eta}\right] = \frac{d}{d\eta} E[\nu_{Y_C}(\eta)] \quad (A2.4a)$$

A2.2.2 Variancia de  $\nu_Y(y)$ . De la definición de covariancia,

$$\text{cov}[\mu(\eta_1), \mu(\eta_2)] = E[\mu(\eta_1)\mu(\eta_2)] - E[\mu(\eta_1)]E[\mu(\eta_2)] \quad (A2.5)$$

Aquí,

$$E[\mu(\eta_1)\mu(\eta_2)] = P_y(\eta_1)P_y(\eta_2)E[\nu'_{Y_C}(\eta_1)\nu'_{Y_C}(\eta_2)] \quad (A2.5a)$$



$$E[\mu(\eta_i)] = P_y(\eta_i) E[\nu'_{Y_c}(\eta_i)] \quad (A2.5b)$$

En estas ecuaciones,

$$P_y(\eta) = P[Y > y \mid Y_c = \eta]$$

y las esperanzas que aparecen se calculan, como en los casos anteriores, empleando  $f(z_1, \dots, z_k)$ .

### A2.3 Aplicación

Tiene interés obtener una expresión para  $E[\nu_{Y_c}(y_c)]$  para el caso particular en que se acepten las siguientes hipótesis.

- a)  $E[\lambda(M)]$  puede expresarse en la forma exponencial de la ec 3.1; es decir,  $E \lambda(M) = \alpha e^{-\beta M}$
- b)  $y_c = c e^{kM} R^{-q}$

Esta es de la forma de las ecs 5.2 a 5.4. Muchas respuestas de interés pueden expresarse como función simple de  $\underline{a}$ ,  $\underline{v}$  y  $\underline{d}$ .

Incorporando estas hipótesis a la ec A2.2, se obtiene

$$E[\nu_{Y_c}(y_c)] = K y_c^{-n} \quad (A3.5)$$

donde,

$$K = \pi a c^{\beta/k} \frac{(h^2 + r^2)^{(1-q\beta/2k)}}{\frac{q\beta}{2k} - 1} \quad (A3.5a)$$

$$n = \beta / k \quad (A3.5b)$$

## REFERENCIAS

1. E. Rosenblueth y L. Esteva, "Diseño sísmico de edificios", folleto complementario al reglamento de construcciones del Distrito Federal, Ingeniería, México (1962)
2. B.P. Sinha, K.H. Gerstle, y L.G. Tulin, "Response of singly reinforced beams to cyclic loading", Journal ACI, 62, 8 (ago 1964), 104-1038
3. W. Bertero, G. Mc Cluve y E.P. Popov, "Behavior of reinforced concrete frames subjected to repeated reversible loads", Institute of Engineering Research, Universidad de California, Berkeley (1962)
4. E. Rosenblueth, "Tratamiento inelástico", Ciclo de conferencias, Sociedad Mexicana de Ingeniería Sísmica (feb-mar 1964)
5. L. Esteva, "Behavior under alternating loads of masonry panels framed by reinforced concrete members", Simposio RILEM sobre los efectos de carga repetida en materiales y miembros estructurales, México, D.F. (1966)
6. E. Rosenblueth, "Probabilistic design to resist earthquakes", Proc ASCE, 90, EM5 (oct 1964), 189-49
7. J. W. Miles, "On structural fatigue under random loading", Journal of Aeronautical Science, 21 (1954), 753-762
8. S.H. Crandall, W.D. Mark y G.R. Kabbaz, "The variance in Palmgren Miner damage due to random vibration", Massachusetts Institute of Technology (ene 1962), 119-124
9. G.W. Housner, "Characteristics of strong ground motion earthquakes", Boletín Seismological Society of America, 37 (1947), 19-37

10. P.C. Jennings, "Response of simple yielding structures to earthquake excitation", Earthquake Engineering Research Laboratory, Instituto Tecnológico de California, Pasadena (1963)
11. G.W. Housner y P.C. Jennings, "Generation of artificial earthquakes", Proc ASCE, 90, EM1 (feb 1964), 113-150
12. I. Herrera y E. Rosenblueth, "Earthquake spectra on stratified soil", Tercer Congreso Mundial de Ingeniería Sísmica, Nueva Zelanda (1965)
13. J.I. Bustamante, Trabajo en proceso en el Instituto de Ingeniería de la UNAM
14. H. Tajimi, "A statistical method of determining the maximum response of a building structure during an earthquake", Segundo Congreso Mundial de Ingeniería Sísmica, Tokio (1960)
15. N.M. Newmark, "Current trends in the seismic analysis and design of high rise structures", Simposio de Ingeniería Sísmica, Universidad de Columbia Británica, Vancouver (1965)
16. J. A. Blume, N.M. Newmark y L.H. Corning, "Design of multistory reinforced concrete buildings for earthquake motions", Portland Cement Association (1960)
17. E. Rosenblueth y J.I. Bustamante, "Distribution of structural response to earthquakes", Proc ASCE, 88, EM3 (jun 1962), 76-106
18. L. Esteva y E. Rosenblueth, "Espectros de temblores a distancias moderadas y grandes", Boletín, Sociedad Mexicana de Ingeniería Sísmica, 2, 1 (mar 1964)
19. B. Gutenberg y C.F. Richter, "Earthquake magnitude, intensity, energy, and acceleration", Boletín, Seismological Society of America, 46, 2 (1956), 105-143

20. O.A. Rascón, "Modelo estocástico para simular registros de temblores en terreno duro", tesis doctoral, Facultad de Ingeniería, UNAM, México, D.F. (1968)
21. J.K. Bogdanoff, J.E. Goldberg y M.S. Bernard, "Response of a simple structure to a random earthquake-type disturbance", Boletín, Seismological Society of America, 51, 2 (1961), 293-310
22. J.F. Borges, "Statistical estimate of seismic loading", Fifth Congress of the International Association for Bridge and Structural Engineering, Lisboa (1956)
23. I.D. Dick, "Extreme value theory and earthquakes", Tercer Congreso Mundial de Ingeniería Sísmica, Nueva Zelandia (1965)
24. W.G. Milne y A.G. Davenport, "Statistical parameters applied to seismic regionalization", Tercer Congreso Mundial de Ingeniería Sísmica, Nueva Zelandia (1965)
25. J.M. Nordquist, "Theory of Largest values applied to earthquake magnitudes", Trans American Geophysical Union, 26, parte 1 (ago 1945)
26. H. Raiffa y R. Schlaifer, "Applied Statistical decision theory", Graduate School of Business Administration, Universidad de Harvard, Boston (1961)
27. E. Rosenblueth y L. Esteve, "On Seismicity", Seminario sobre las aplicaciones de la estadística a la mecánica estructural, Universidad de Pennsylvania, Filadelfia (1966)
28. C.J. Turkstra, "Formulation of structural design decisions", tesis doctoral, Universidad de Waterloo, Waterloo, Ontario (1962)
29. J. Von Neuman y A. Morgenstern, "Theory of games and economical behavior", Princeton University Press (1943)

30. E. Parzen, "Modern probability theory and its applications", Wiley - Toppan (1960)
31. E. Rosenblueth, "Safety and Structural design", Cap. 19 de "Reinforced concrete engineering", libro editado por B. Bresler, que publicará Mc Graw-Hill
32. A.I. Johnson, "Strength, safety and economical dimensions of structures", Division of Building Statics and Structural Engineering, Royal Institute of Technology, Estocolmo (1953)
33. C.J. Turkstra, "The choice of failure probabilities", Mc Gill University, Montreal (1966)
34. B. Gutenberg y C.F. Richter, "Seismicity of the earth", Princeton University Press, Princeton, N.J. (1954)
35. A. Arias y R. Husid, "Influencia del amortiguamiento sobre la respuesta de estructuras sometidas a temblor", Revista del IDIEM, 1, 3, Universidad de Chile, Santiago (1962), 219-228
36. N.M. Newmark y E. Rosenblueth, "Earthquake Engineering", libro que será publicado por Prentice Hall
37. G.W. Housner, R.R. Martel y J.L. Alford, "Spectrum Analysis of strong motion earthquakes", Boletín, Seismological Society of America, 43, 1 (1953)
38. O. A. Rascón, Comunicación personal
39. T.K. Caughey y A.H. Gray. Discusión a la ref 17, Proc ASCE, 89, EM2 (1963), 159-168
40. L. Esteva, "Criterio para la construcción de espectros para diseño sísmico", Reunión conjunta, XII Jornadas Sudamericanas de Ingeniería Estructural, III Simposio Panamericano de Estructuras, Caracas (1967)

41. F. Newman, "A broad formula for estimating earthquake forces on oscillators," Segundo Congreso Mundial de Ingeniería Sísmica, Tokio (1960)
42. G.W. Housner, "Fundamentos de Ingeniería Sísmica", Ingeniería, 32, 3 México, D.F. (jul 1962)
43. J. Figueroa, "Recopilación de datos de intensidades de temblores ocurridos en la República Mexicana" manuscrito inédito
44. J. Elorduy, "Espectros de temblores en el valle de México, despreciando el amortiguamiento del suelo", tesis de maestría, Facultad de Ingeniería, UNAM (1964)
45. O.A. Rascón, "Espectros de temblores en el Valle de México considerando la viscosidad del suelo", tesis de maestría, Facultad de Ingeniería, UNAM (1964)
46. R. Díaz de Cossío, "Foundation failures during the Coatzacoalcos (México) earthquake of 26 August 1959 ", Segundo Congreso Mundial de Ingeniería Sísmica, Tokio (1960)
47. L. Esteva "Los temblores de mayo de 1960 en Acapulco", Revista Sociedad Mexicana de Ingeniería Sísmica, 1, 2 (dic 1963)
48. L. Esteva, R. Díaz de Cossío y J. Elorduy, "El temblor de Caracas, Julio 29, 1967", Ingeniería, 38, 3, México, D.F. (jul 1968)
49. E. Parzen, "Stochastic processes", Holden Day, San Francisco (1964)
50. H. Sandi, "Earthquake simulation for the estimate of structural safety", Seminario RILEM sobre los efectos de carga repetida en materiales y miembros estructurales, México, D.F. (1966)
51. L. Esteva y J.A. Nieto, "El temblor de Lima, Octubre 17 de 1967", Ingeniería, 37, 1, México, D.F. (ene 1967)

52. E. del Valle y J. Prince, "Analytical and experimental Studies of vibration in two buildings", Tercer Congreso Mundial de Ingeniería Sísmica, Nueva Zelandia (1965)
53. G. Gzovsky, "Tectonophysics and earthquake forecasting", Boletín, Seismological Society of America, 52, 3 (jul 1962), 485-505
54. K. Aki, "Some problems in statistical seismology", Geophysical Institute, Universidad de Tokio (mar 1963)
55. L. Knopoff, "The statistics of earthquakes in Southern California", Institute of Geophysics and planetary Physics, Universidad de California, Los Angeles, Publicación 382
56. C. Tsuboi, "Earthquake province. Domain of sympathetic seismic activities", Journal of physics of the earth, VI, 1 (1958), 35-49
57. E. Gajardo y C. Lomnitz, "Seismic provinces of Chile", Memoria del Segundo Congreso Mundial de Ingeniería Sísmica, Tokio (1960)
58. C.F. Richter, "Elementary seismology," W.H. Freeman & Co., San Francisco (1958)
59. E.J. Gumbel, "Statistics of extremes", Columbia University Press, Nueva York (1958)