

01149
77
10026

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

DIVISION DE ESTUDIOS DE POSGRADO

FACULTAD DE INGENIERIA

SECCION INGENIERIA SANITARIA

CONTAMINACION DEL SUELO POR UN
CONTAMINANTE CONSERVATIVO

TRABAJO QUE PARA OBTENER
EL GRADO DE MAESTRO EN
INGENIERIA SANITARIA
PRESENTA :

ING. FELIPE LOPEZ SANCHEZ

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

CIUDAD UNIVERSITARIA, ABRIL DE 1980.



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

TESIS CON FALLA DE ORIGEN

TESIS SIN PAGINACION

I N D I C E

- 1.- Introducción.
 - 1.1. Generalidades.
 - 1.2. Casos históricos.

- 2.- Tratamiento matemático.
 - 2.1. Ecuación de balance de masa.
 - 2.2. Coeficiente de dispersión y difusión molecular.
 - 2.3. Solución analítica.
 - 2.4. Solución numérica.

- 3.- Aplicación de resultado.
 - 3.1. Ejemplo.

- 4.- Bibliografía.

R E S U M E N

Se indican las probables causas de contaminación del suelo y de las aguas subterráneas. Se describen las características y propiedades más importantes de los contaminantes conservativos.

Se establece la ecuación diferencial parcial básica que describe un sistema de dispersión con convección de un contaminante conservativo en un medio poroso, isotropo y homogéneo para un régimen de flujo establecido unidireccional y se proporciona un método analítico basado en las transformadas de Laplace para su solución.

Se presentan ejemplos numéricos de solución, así como un problema de aplicación, el cual fué resuelto mediante un programa de computadora elaborado en lenguaje "BASIC" para el sistema HP-9830.

CAPITULO I

INTRODUCCION

1.- INTRODUCCION

1.1.- Generalidades.

La contaminación del ambiente es producida por los efectos que ocasionan las actividades de un asentamiento humano y puede considerarse dividida en dos partes: La primera parte comprende la producción inevitable de desechos biológicos debido a las necesidades físicas y naturales (aguas negras, desechos sólidos municipales, etc.); Esta no puede ser evitada sin reducir el número de habitantes.

La segunda parte se refiere a la acumulación de residuos que comprenden a los desechos que se producen como un resultado de la actividad tecnológica del hombre, y depende también, aunque en menor medida del número de habitantes.

El ambiente físico se compone de los elementos: agua, aire y suelo, los cuales son susceptibles de contaminarse por cualquier materia que degrade su condición natural, existiendo una fuerte interrelación entre ellos, de tal manera que cuando se elimina algún contaminante en alguno de estos elementos, el-

contaminante en cuestión puede afectar a los dos restantes, si no es tratado acertadamente.

Las figuras 1.1.1 y 1.1.2 ilustran algunas de las interacciones de contaminantes que se presentan entre el suelo y el aire y el suelo y el agua respectivamente.

De los elementos que constituyen el ambiente, los más estudiados hasta ahora en lo que se refiere a contaminación, han sido el aire y el agua; sin embargo dada la importancia del suelo es conveniente anotar los siguientes puntos:

a) El suelo constituye una riqueza que es fundamental para el desarrollo tanto de la agricultura como de la ganadería y la silvicultura, por lo que su capacidad para producir recursos vitales renovables debe ser restaurada, mantenida ó mejorada.

b) Debido a las condiciones orográficas de nuestro país, no es posible incrementar en un alto porcentaje las superficies cultivadas, la cual es una razón más para conservar los suelos libres de contaminación.

c) Por efectos de la contaminación del suelo, el agua subterránea puede verse afectada en su calidad física, química y/o biológica, por lo que es necesario tratar de conservar este recurso, libre de toda posible contaminación, ya que es bien sabido que además de la escasez de recursos hidráulicos en nuestro país, las aguas subterráneas representan una de las mayores fuentes de captación de agua para diversos usos. Según se aprecia en la figura 1.1.3, las aguas subterráneas son una parte del ciclo hidrológico y resultan de la absorción de la humedad de la superficie de la tierra y de la recarga natural o artificial, siendo sus probables causas de contaminación las siguientes:

C.1.- Desechos sólidos domésticos.

Los elementos sin valor comercial o personal son descargados al ambiente acumulándolos sin ningún control sobre la superficie del suelo en determinados lugares creando de esta manera un tiradero a cielo abierto. Estos desechos aunque son manejados en forma sólida, llevan generalmente altos contenidos de agua, la cual se infiltra en el subsuelo por la acción de la grave -

dad, arrastrando una gran cantidad de impurezas que son incorporadas a los acuíferos; Asimismo son incorporadas impurezas al presentarse las lluvias sobre estos tiraderos.

Una forma de atenuar el peligro que lo anterior representa protegiendo además el ambiente atmosférico y evitando la proliferación de insectos y roedores, consiste en efectuar rellenos sanitarios para disponer los desechos sólidos en el suelo.

El agua subterránea o el agua superficial que se infiltra a través de un tiradero o un relleno sanitario, se mueve también dentro de la basura y puede producir un líquido percolado el cual es una solución que contiene materia sólida disuelta y suspendida y varios productos microbianos del desecho, ya que varios estudios han mostrado que un gramo de basura doméstica cruda, puede contener 10^6 ó más coliformes fecales y estreptococos fecales y además proporciona abrigo a salmonellas, virus entéricos y hongos patógenos.

La composición del líquido percolado es importante para determinar su efecto potencial sobre la calidad del agua subterránea. La tabla 1.1.1 muestra la composición inicial de un líquido percolado.

C.2.- Desechos animales.

La creciente necesidad de alimento para el hombre ha provocado el confinamiento de grandes cantidades de animales en pequeños espacios, incrementando el problema de la eliminación de sus desechos. Los contaminantes predominantes en los desechos animales son los nitratos, los fosfatos y en general todos los contaminantes biológicos que disminuyen su potencial contaminante a poca distancia de su lugar de origen por la alta degradabilidad a que son sujetos, aunque se ha encontrado que bacterias y virus pueden recorrer distancias mayores a los 250 m.

Una gran parte de los desechos animales producidos se eliminan utilizándolos frecuentemente como fertilizantes y debido a los efectos de las lluvias y el riego, éstos y todos -

los fertilizantes en general pueden penetrar en el subsuelo - provocando la contaminación de los acuíferos.

De los contaminantes contenidos en los desechos animales, el que mayores efectos nocivos representa es el nitrógeno; por su parte los fosfatos se mueven muy lentamente a través del subsuelo y pueden desaparecer por completo debido a que son adsorbidos ó reaccionan químicamente con los materiales del subsuelo.

La forma de controlar este tipo de contaminación es recubriendo adecuadamente el piso de las zonas en que se confine a los animales y tratar las aguas residuales que se produzcan.

c.3.- Filtración de aguas superficiales contaminadas.

Se ha encontrado que las lagunas de estabilización y los tanques sépticos pueden representar una fuente importante de contaminación de los acuíferos.

Para prevenir las filtraciones de las aguas residuales a través del fondo de las lagunas de estabilización debe recubrirse el fondo con algún material que obstruya el paso de los contaminantes ó establecer estas lagunas sobre formaciones geológicas que impidan la infiltración. No obstante lo anterior, se presentan infiltraciones de agua contaminada sobre todo durante los primeros meses de operación, cuando aún no se forma una capa suficiente de material inerte en el fondo que impida el paso del agua.

Los tanques sépticos presentan problemas similares a las lagunas de estabilización sobre todo cuando se tienen pozos de extracción de agua para abastecimientos relativamente cerca de ellos.

Es importante también anotar que muchas plantas de tratamiento de aguas que utilicen ó no reactivos químicos en sus procesos, producen lodos, que son dispuestos en lechos de secado donde sí se presentan problemas graves de infiltración, ya que las concentraciones de los elementos contaminantes son elevadas.

c.4.- Intrusión de agua salina.

La sobreexplotación de acuíferos cercanos a las zonas costeras provoca una diferencial de presión hidrostática entre el cuerpo marino y los acuíferos; contaminándose en gran escala éstos últimos por la penetración de agua salada proveniente del mar.

Los únicos métodos prácticos efectivos para contrarestar esta forma de contaminación es mediante la recarga o inyección de agua dulce a los acuíferos por medio de la extracción de grandes cantidades de agua contaminada para establecer una presión hidrostática negativa que permita al agua dulce ocupar el lugar que deja el agua salobre.

c.5.- Plaguicidas.

Los plaguicidas son todos los elementos que se utilizan para inhibir el crecimiento de organismos que afectan el crecimiento de los cultivos.

Estos elementos generalmente son tóxicos, y son es -
parcidos sobre los terrenos de siembra de donde pueden ser -
transportados a las aguas subterráneas o superficiales adya -
centes mediante un lavado de tierras, aguas de irrigación y -
por escurrimiento de aguas de lluvia.

c.6. Actividades industriales.

Debido a la gran variedad de actividades industriales, los -
desechos producidos presentan también una gran variedad de -
formas de contaminación.

Se puede simplificar la clasificación con fines de -
analizar la contaminación de los acuíferos en: desechos con -
altos contenidos de materia orgánica, material degradable y -
material tóxico.

Un gran número de industrias vierten sus residuos lí -
quidos sin tratamiento previo en los sistemas de alcantari -
llado urbanos; estas aguas pueden recibir tratamiento para -
disminuir las concentraciones de contaminantes, ser descarga -
dos directamente al ambiente, ó ser utilizadas para riego.

En cualquiera de los casos anteriores, si las aguas residuales industriales contienen altas concentraciones de elementos tóxicos, éstos inhibirán la reproducción de los microorganismos encargados de la estabilización de las materias degradables provocando con ello un peligro potencial mayor de contaminación de las aguas subterráneas, ya que la velocidad por dispersión de un contaminante a través del suelo es directamente proporcional a su concentración, consecuentemente el menor tiempo de tránsito hacia los acuíferos impediría posiblemente su degradación.

La velocidad de flujo de un contaminante en un medio poroso está afectada por los siguientes factores: concentración del contaminante, porosidad del suelo y solubilidad y condiciones físico-químicas del mismo contaminante. Como se ve de lo anterior el único factor que es posible variar notablemente es la concentración, por lo que la dilución del desecho juega un papel muy importante para aminorar la contaminación.

Otras formas de descarga de los desechos líquidos-

industriales son: en pozos de absorción, en lagunas de infiltración y evaporación y descargas directas en corrientes naturales ó en el mar.

El presente trabajo tratará el problema de la contaminación del suelo y específicamente de los acuíferos, por contaminantes conservativos, los cuales presentan la propiedad de carecer de biodegradabilidad y decaimiento en el tiempo.

Puede decirse que básicamente los contaminantes conservativos son los metales pesados, los cloruros, y los plaguicidas; ya que estos últimos tienen un decaimiento tan lento que prácticamente pueden considerarse conservativos.

A continuación se describen algunas de las propiedades y características más importantes de estos contaminantes.

1.1.1.- Metales pesados.

De los 103 elementos hasta ahora conocidos, 83 son metales; 68 de los cuales tienen una densidad cinco veces mayor que la del agua y son conocidos como metales pesados e incluyen a todos los metales con números atómicos mayores que 23 excepto el rubidio, estroncio, itrio, cesio, bario y francio.

Se encuentran en la naturaleza formando parte de la corteza terrestre, pudiendo encontrarse en el agua en estado soluble o suspendido, constituyendo una forma de contaminación difícil de eliminar de los ecosistemas debido a que son compuestos estables no susceptibles a los mecanismos de oxidación, precipitación u otro proceso natural. Los metales pesados son de gran importancia en estudios de calidad del agua debido a su toxicidad, llegando a anularse la utilización de los acuíferos por su presencia. Normalmente, estos elementos participan como catalizadores de reacciones bioquímicas en los procesos fisiológicos; pero, en altas concentraciones, puede afectar a la salud del hombre. La toxicidad de los metales pesados está asociada con sus siguientes propiedades fisicoquímicas: estados de oxidación, solubilidad en el agua y componentes biológicos y con la estabilidad de sus moléculas. Se describen a continuación los metales pesados de mayor importancia.

1.1.1.1. Cromo.

No existe libre en la naturaleza, su presencia en las aguas subterráneas está asociada normalmente a contaminación industrial. El cromo puede presentarse en varios estados de oxidación; de estos el trivalente (+3) y hexavalente (+6) son estables en agua. Las sales de cromo trivalente son poco tóxicas, sin embargo las de cromo hexavalente (cromatos y dicromatos) son fuertemente venenosas.

1.1.1.2. Arsénico.

Se encuentra libre en la naturaleza como un sólido de color gris acero, quebradizo; también se encuentra combinado en forma de diversos minerales. Es muy raro encontrar este elemento en las aguas superficiales o subterráneas teniendo un origen natural como en el caso del Estado de Coahuila, generalmente su presencia se debe a contaminación industrial, a explotaciones mineras ó a contaminación por plagulcidas.

1.1.1.3. Plomo.

Se encuentra en la naturaleza en forma de carbonato y sulfuro de plomo, presentándose solamente en concentraciones trazas en las aguas naturales.

Es un metal blando y pesado, todas sus sales son venenosas, producen una enfermedad conocida como saturnismo, la cual puede ser benigna; el plomo no es eliminado por el organismo sino que se acumula, llegando a ser entonces verdaderamente peligroso.

El extenso uso del plomo como aditivo en la gasolina y su consecuente emisión a la atmósfera en los gases de combustión ha incrementado la cantidad disponible de este elemento para su solución en las aguas superficiales y para su disposición en el suelo por efecto de las lluvias.

1.1.1.4. Cobre.

Se presenta muy raramente en agua dulce superficial; en dosis relativamente altas, es tóxico y dá al agua un sabor especial.

Se encuentra libre y combinado en la naturaleza formando numerosos compuestos. En la mayoría de las aguas subterráneas, sólo se detectan trazas de cobre, únicamente en aguas provenientes de minas ó en aquellas en contacto con minerales, contienen altas concentraciones de cobre. Este metal es esencial en la formación de la hemoglobina aunque no forma parte de ella, asimismo entra en la composición de las enzimas.

1.1.1.5. Fierro.

No se encuentra libre en la naturaleza, sino formando compuestos minerales en casi todos los suelos. Las sales de fierro se encuentran disueltas principalmente como bicarbonato ferroso y no son tóxicas en pequeñas cantidades, comunicándole al agua un sabor astringente. Es un constituyente normal del organismo ya que forma parte también de la hemoglobina.

1.1.1.6. Manganeso.

Cuando se ingiere este elemento en grandes dosis es un veneno que afecta principalmente al sistema nervioso, no se encuentra libre en la naturaleza sino formando varios tipos de minerales como óxidos y sulfuros. Se encuentra normalmente en el organismo ya que es un activador de ciertas enzimas. No es normal su presencia en las aguas naturales; solamente y en casos excepcionales en las aguas ácidas, generalmente asociado al fierro y en el caso de una contaminación industrial.

1.1.1.7 Mercurio.

Es el único metal que existe en fase líquida a temperatura ambiente. Muy pocas aguas naturales contienen trazas de mercurio, generalmente su presencia se debe a actividades de la minería, metalurgia y a desechos industriales.

Una buena parte del mercurio que se halla en el-

suelo proviene del aire que a su vez ha sido contaminado mediante el uso de sales de mercurio para fines agrícolas e industriales.

Las tablas 1.1.2 y 1.1.3 muestran respectivamente las concentraciones máximas permisibles para ciertos metales pesados, según las normas mexicanas, y los efectos tóxicos que causan la ingestión de algunos metales pesados.

1.1.2 Plaguicidas.

La definición propuesta por la Comisión Panamericana de Normas Técnicas es la siguiente: "Se entiende por plaguicida cualquier sustancia o mezcla de sustancias que se destinan a combatir, destruir, controlar, prevenir, atenuar ó repeler la acción de cualquier forma de vida animal, vegetal, insecto, roedor, nemátodo, hongo, mala hierba, etc., que afecte la salud y bienestar del hombre, animal o planta útiles. Por extensión, se incluyen también las sustancias o mezcla de sustancias

que se usen para regular el crecimiento de las plantas, defoliantes, desecantes."

Dentro de los plaguicidas nos encontramos con - productos de muy distinta composición química, predomi - nando enormemente los compuestos orgánicos sobre los - inorgánicos. Al diferir ampliamente las propiedades de los plaguicidas, varía también su potencial como conta - minantes del medio. El efecto tóxico de los residuos - de plaguicidas depende fundamentalmente de la toxicidad específica de cada plaguicida, la cual se mide por las - Dosis Letales 50, DL50 aguda, que es un estimador esta - dístico de la concentración del plaguicida en agua sufi - ciente para matar al 50% de los organismos de la prueba en un tiempo especificado y bajo condiciones estándar. La contaminación por plaguicidas puede ser oral, dérmica y por inhalación.

Como se vió en la definición, la primera clasi - ficación de los plaguicidas puede hacerse por el uso a - que están destinados, teniendo así que dentro de los pla

guicidas se consideran los insecticidas para combatir - insectos; los acaricidas para combatir ácaros; los fungicidas que previenen infestaciones de hongos; los rodenticidas que combaten a los roedores y los nematocidas que combaten a los nemátodos.

La tabla 1.1.4 muestra una clasificación más detallada de los plaguicidas.

Los insecticidas son el tipo de plaguicidas más conocidos por haber sido los que se desarrollaron primero. Actualmente pueden hallarse en el mercado productos que tienen a la vez, sustancias activas insecticidas, acaricidas y fungicidas.

Aunque la aplicación agrícola y doméstica de plaguicidas se dirige principalmente hacia el suelo, su aplicación en el aire crea aerosoles incontrolables que son arrastrados y depositados por los vientos y otras condiciones climáticas sobre terrenos y aguas superficiales adyacentes. Los residuos de plaguicidas sobre el suelo pueden ser transportados a las aguas subterráneas,

ó superficiales contiguas por medio de un lavado, agua-
de irrigación y por escurrimiento de agua de lluvia. Los
plaguicidas son altamente volátiles y se transfieren del
suelo al aire mediante evaporación de donde regresan -
eventualmente al suelo o a los cuerpos de agua a través
de la sedimentación natural y de la precipitación. La
persistencia de algunos de los plaguicidas más importante
tes en el suelo, se muestra en la tabla 1.1.5.

1.1.3. Cloruros.

El cloro, aunque es un componente menor de la -
corteza terrestre, se encuentra disuelto en forma de -
ión cloruro en la mayor parte de las aguas naturales, -
dependiendo su concentración de la calidad de los sue -
los drenados.

Todos los cloruros encontrados en las aguas na-
turales son altamente solubles por lo que no es posible
eliminarlos por precipitación, asimismo está relativa -
mente fuera de la influencia de los efectos de la - -

filtración, absorción, actividad biológica y de las reacciones de oxidoreducción, de tal manera que es difícil de eliminar por procesos naturales.

Como se dijo anteriormente, los acuíferos cercanos a las costas pueden ser contaminados por agua de mar, cuando el nivel piezométrico del acuífero baja en tal forma que se establece un flujo hacia él, además las heces de los mamíferos son otra fuente importante de contaminación de los acuíferos, pues por ejemplo las del hombre contienen unos 6gr de cloruros por persona y día.

1.2. Casos Históricos.

Se ilustrará con algunos ejemplos la peligrosidad que encierra la contaminación por contaminantes conservativos.

1.2.1. Plaguicidas.

Durante el ciclo agrícola de 1974 se tuvo conocimiento de 847 casos de intoxicación por plaguici

das entre personas dedicadas a las labores de labrador ó fumigador en la Comarca Lagunera, donde fallecieron 4 de estas personas, teniéndose las siguientes tasas: de morbilidad general 121/100000 habs., de mortalidad 0.56/100000 habs.; y de letalidad 0.47/100,000 hab.

La mayor parte de las incidencias quedaron comprendidas entre la segunda mitad del mes de Junio y la primera de Agosto, presentándose el primer caso de intoxicación en Mayo y el último en Septiembre.

El grupo de edad más afectado fué entre 15 y 24 años, le siguieron los de 25 y 34 años, siendo los mayores de 35 años los menos afectados.

El 92.5% de los casos se presentó por inhalación, el 5% por ingestión y el 2.5% por contacto. Los casos más graves fueron originados por ingestión y contacto.

Los casos leves presentaron varios síntomas y signos, pero todos se controlaron inmediatamente y no duraron hospitalizados más de un día. Los casos graves duraron más de 24 horas pero menos de 72 y los muy graves-

más de 72 horas.

Los insecticidas que originaron los casos fueron los siguientes:

Meldrin	27.8%
Paration	16.5%
Sevin	11.0%
Azodrin	8.9%
Lannate	6.6%
Gusation	2.3%
Todos los demás	
organofosforados	14.8%

Generalmente cuando se aplica un plaguicida, es inevitable una cierta cantidad de contaminación ambiental, que puede observarse por los efectos nocivos indirectos, tal como ha sucedido con la aplicación del D.D.T. En 1956, la zona palúdica en la República Mexicana comprendía una superficie de cerca de 10^6 Km²; desde 1957 a 1965 se efectuaron semestralmente rociados intradomiciliarios

de D.D.T., sobre las paredes, desde el nivel del piso hasta 2.50m de altura y sobre el mobiliario en sus superficies expuestas y cubiertas. Después de la primera aplicación del D.D.T. los insectos desaparecieron; posteriormente al segundo rociado el 70% de los niños en edad escolar presentaron conjuntivitis rebelde a tratamiento. A principios de 1958 los insectos habían formado defensas contra el insecticida y habían aumentado de tamaño; la producción de leche disminuyó notablemente y un porcentaje elevado de vacas abortaron o parieron productos teratológicos. La enterocolitis en la población infantil aumentó mejorando los pacientes al suprimirles de su dieta la leche de vaca. Se presentaron anemias marcadas e ictericias intra-hepáticas en campesinos.

En las aves la vacuna contra el New-Castle fue inefectiva.

En 1959, se reportaron los primeros 12 casos de anemia por insuficiencia medular.

En 1960 la zona palúdica había rebasado los 10^6 Km².

1.2.2. Metales pesados.

El 16 de Agosto de 1962, la unidad sanitaria de Torreón Coah., recibió el reporte de una comisión de vecinos de las colonias Miguel Alemán y Eduardo Guerra; = quienes denunciaban un brote epidémico grave, se reportaban 40 casos de enfermos y una defunción, y según decían, lo anterior se debía al mal estado del agua que - utilizaban para beber.

Las colonias antes citadas se encuentran aledañas a una compañía metalúrgica que tiene 60 años de establecida en el lugar y procesa 350,000 ton. mensuales de minerales ricos en plomo, azufre, arsénico, cadmio, selenio, talio y otros; sus procesos industriales deficientes arrojan al aire toneladas de óxidos metálicos de la mayoría de las sustancias señaladas. Esta indus

tria produce arsénico sublimado y cadmio metal que maneja a granel y al aire libre; sus sistemas de manejo de aguas están formados por lagunetas, pozos de absorción, drenajes y estanques y canales no impermeables que posiblemente han arrastrado el arsénico a más de 120m de profundidad, contaminando los acuíferos de sus pozos y los circunvecinos; el pozo de la colonia Miguel Alemán, clausurado actualmente, alcanzó una concentración de 3.9 mg/l de arsénico.

La contaminación se deja sentir también en el ejido Finisterre en el municipio de Francisco I. Madero localizado 67 Kms. por carretera al noreste de Torreón, donde las autoridades sanitarias seleccionaron al azar 35 personas mayores de 16 años, que fueron estudiadas clínicamente. Durante tres días consecutivos, cuatro nutricionistas se encargaron de cuantificar la ingestión de alimentos y agua en el hogar, lo mismo que de recolectar la orina y materia fecal en muestras de 24 hrs.

Las concentraciones de arsénico en el agua de bebida variaron de 0.63 a 0.95 mg/l., con un promedio de 0.78 mg/l. La ingestión de este metal fué de 0.85 a 1.72 mg en 24 horas, lo que dependió directamente de la cantidad de agua bebida.

La excreción de arsénico varió de persona a persona así como de día a día en una misma persona. La retención de arsénico fué muy importante, ya que fué de 68 al 96 % de la cantidad ingerida, lo cual representa una cantidad diaria retenida de 0.65 a 1.45 mg, que es bastante alarmante si se considera el tiempo de exposición a que estuvieron sometidos estas personas. De lo anterior se deduce que la principal fuente de contaminación de arsénico fué el agua subterránea; y por la distancia entre los focos de contaminación se presume una contaminación natural.

Otro caso parecido al anterior, fué el ocurrido en la zona de Lechería Estado de México, donde se produ

jo una contaminación del ambiente por efectos de los humos y polvos, desechos líquidos y sólidos, emitidos al-
aire, agua y suelo, por una industria que produce 11.7-
Ton. de cromato de sodio ($\text{Na}_2 \text{Cr}_2 \text{O}_7$) y 1.04 Ton. de -
cromato de potasio ($\text{K}_2 \text{Cr}_2 \text{O}_7$) al día.

Los efectos tóxicos de los gases se dejaron sentir sobre los 128 trabajadores que prestaban sus servi-
cios a la industria. Los compuestos de cromo depositadados en el suelo fueron arrastrados por el agua de llu-
via y se infiltraron al acuífero del que se capta el -
agua para abastecer a la zona; por efecto del movimien-
to del agua subterránea, se contaminó un pozo distante-
800m aproximadamente que hubo de ser clausurado, pues -
las concentraciones de cromo sobrepasaron las normas mexicanas.

CAPITULO II

TRATAMIENTO MATEMATICO

2.- TRATAMIENTO MATEMATICO.

2.1. Ecuación de balance de masa.

Para hallar un modelo matemático que defina la distribución de un contaminante en un medio dado, es indispensable conocer las ecuaciones de balance y transferencia del contaminante en dicho medio.

Para lo anterior nos auxiliaremos de la fig. 2.1.1. donde se muestra un cubo elemental y su diagrama de definiciones, con el fin de efectuar en este cubo elemental un balance de masa, el cual estará definido como sigue:

$$\left[\text{ENTRA} \right] - \left[\text{SALE} \right] = \left[\text{ACUMULACION} \right] + \left[\text{FUENTES O SUMIDEROS} \right] \quad \text{---(2.1.1)}$$

La expresión "fuente o sumidero", tiene que ver con las cargas o extracciones de contaminantes en el sistema. Esto puede ser debido a causas naturales ó a

modificaciones introducidas por el hombre como almacenamientos, consumos, descargas, etc. La desorción, solución, intercambio iónico y la oxidación de un contaminante por otro, son ejemplos de fuentes. Un sumidero puede presentarse por precipitación química, adsorción o intercambio iónico.

Nuestro balance de masa, tomará en cuenta la convección, la dispersión, la difusión molecular y además establecerá como sumidero el valor de la adsorción.

Los términos de la relación 2.1.1. se describirán para un flujo bidimensional paralelo a los ejes "x" "y" y estarán en función de las siguientes variables que intervienen en el fenómeno:

C : Concentración del contaminante en fase líquida.

t : Tiempo

n : Porosidad del acuífero.

- q : Concentración del contaminante en fase sólida.
- u : Velocidad de la solución en el sentido de las "x"
- v : Velocidad de la solución en el sentido de las "y"
- K : Coeficiente de decaimiento del contaminante.
- E_x : Coeficiente de dispersión en el sentido de las "x"
- E_y : Coeficiente de dispersión en el sentido de las "y"
- D_m : Coeficiente de difusión molecular.

Existen varios criterios para describir la adsorción; es decir la transferencia de masa del contaminante de la fase líquida "C" hacia la fase sólida - "q" del medio poroso. Funcionalmente este fenómeno - se puede expresar como:

$$\frac{\partial q}{\partial t} = f(C, q)$$

El criterio más sencillo implica un equilibrio entre la transferencia de masa de la fase líquida a la sólida que puede expresarse de la siguiente manera:

$$q = K_1 C \quad \text{--- (2.1.2.)}$$

donde K_1 es el coeficiente de distribución de concentración entre las fases líquida y sólida.

Por lo anterior puede escribirse que:

$$\frac{\partial q}{\partial t} = K_1 \frac{\partial C}{\partial t} \quad \text{--- (2.1.3.)}$$

Esta última expresión se empleará más adelante.

Otras relaciones para expresar la transferencia de masa en la interfase son:

a) Transferencia en desequilibrio.

$$\frac{\partial q}{\partial t} = K_1 C - K_2 q$$

b) Transferencia de Langmuir.

$$\frac{\partial q}{\partial t} = K_1 C (q_0 - C) - K_2 q$$

c) Transferencia de Freundlich.

$$q = K_1 C^n \quad ; \quad 0.1 \leq n \leq 1.0$$

Estas relaciones complican el tratamiento matemático, pero son válidas en ciertos casos.

Volviendo al cubo elemental de que se hablaba al principio, se tiene que la masa que entra menos la que sale a través de los planos $dydz$ y $dx dz$, o sea en las direcciones "x", "y" será:

$$\begin{aligned}
 & \left[\rho C + n dy dz \left(-E_x \frac{\partial C}{\partial x} \right) + n dy dz \left(-D_m \frac{\partial C}{\partial x} \right) \right] dx - \left[\rho C + n dy dz \right. \\
 & \left. \left(-E_x \frac{\partial C}{\partial x} \right) + n dy dz \left(-D_m \frac{\partial C}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left[\rho C + n dy dz \left(-E_x \frac{\partial C}{\partial x} \right) + \right. \right. \\
 & \left. \left. n dy dz \left(-D_m \frac{\partial C}{\partial x} \right) \right] \right] dx + \left[\rho C + n dx dz \left(-E_y \frac{\partial C}{\partial y} \right) + n dx dz \left(-D_m \frac{\partial C}{\partial y} \right) \right] dy \\
 & - \left[\rho C + n dx dz \left(-E_y \frac{\partial C}{\partial y} \right) + n dx dz \left(-D_m \frac{\partial C}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left[\rho C + n dx dz \right. \right. \\
 & \left. \left. \left(-E_y \frac{\partial C}{\partial y} \right) + n dx dz \left(-D_m \frac{\partial C}{\partial y} \right) \right] \right] dy \quad \text{--- (2.1.4)}
 \end{aligned}$$

El valor de la acumulación más las fuentes o sumideros, vendrá dado por las variaciones respecto al tiempo de las concentraciones del contaminante en fase líquida y sólida, más el decaimiento en ambas fases. Lo anterior puede expresarse como sigue:

$$\frac{\partial}{\partial t} [n dx dy dz C + (1-n) dx dy dz q] + n dx dy dz KC + dx dy dz K(1-n) q \quad (2.1.5)$$

La velocidad de la solución en el sentido de las "x" puede obtenerse por continuidad:

$$u = \frac{Q}{n dy dz} \quad (2.1.6.)$$

de la misma manera la velocidad en el eje de las "y" será:

$$v = \frac{Q}{n dx dz} \quad (2.1.7.)$$

Igualando la expresión (2.1.4) con la (2.1.5) y usando las relaciones (2.1.6.) y (2.1.7) se obtiene:

$$-u \frac{\partial C}{\partial x} - v \frac{\partial C}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x} (E_x \frac{\partial C}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y} (E_y \frac{\partial C}{\partial y}) + D_m \left[\frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} \right] = \frac{\partial C}{\partial t} + \frac{1-n}{n} \frac{\partial q}{\partial t} + KC + \frac{1-n}{n} Kq \quad (2.1.8.)$$

Arreglando esta última expresión, se obtiene la ecuación general del comportamiento de un contaminante no conservativo que se transfiere de la fase líquida a la fase sólida.

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \frac{1-n}{n} \frac{\partial q}{\partial t} + u \frac{\partial C}{\partial x} + v \frac{\partial C}{\partial y} + KC + \frac{1-n}{n} Kq = \frac{\partial}{\partial x} \left(E_x \frac{\partial C}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(E_y \frac{\partial C}{\partial y} \right) + D_m \left[\frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} \right] \quad (2.1.9.)$$

Sustituyendo en esta ecuación general la expresión (2.1.3) obtenida anteriormente y despreciando los efectos de la difusión y la dispersión se tendrá:

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \frac{1-n}{n} K_1 \frac{\partial C}{\partial t} + u \frac{\partial C}{\partial x} + v \frac{\partial C}{\partial y} + KC + \frac{1-n}{n} KK_1 C = 0 \quad (2.1.10)$$

Agrupando términos:

$$\left[1 + \left(\frac{1-n}{n} \right) K_1 \right] \frac{\partial C}{\partial t} + u \frac{\partial C}{\partial x} + v \frac{\partial C}{\partial y} + \left[1 + \left(\frac{1-n}{n} \right) K_1 \right] KC = 0 \quad (2.1.11)$$

Si hacemos $G = 1 + \left(\frac{1-n}{n} \right) K_1$ la ecuación (2.1.11) se reducirá a:

$$G \frac{\partial C}{\partial t} + u \frac{\partial C}{\partial x} + v \frac{\partial C}{\partial y} + G KC = 0 \quad (2.1.12)$$

Finalmente si de la ecuación general (2.1.9), particularizamos en una sola dimensión, despreciamos los efectos de la difusión molecular y la adsorción,

y consideramos nuestro caso particular de contaminante conservativo ($K=0$), llegaremos a la conocida ecuación diferencial básica que describe un sistema de dispersión con convección en un medio isótropo y homogéneo para un campo de flujo establecido unidireccional en "x", ó en una dirección paralela al flujo, según se muestra en la fig. 2.1.2.

$$E \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} - u \frac{\partial C}{\partial x} = \frac{\partial C}{\partial t} \quad \text{--- --- --- (2.1.13)}$$

El primero y segundo término de (2.1.13) representan el transporte del contaminante debido a la dispersión y la convección respectivamente. El miembro de la derecha indica el almacenamiento de soluto en la región ocupada por la solución (fase líquida).

2.2. COEFICIENTES DE DISPERSION Y DIFUSION MOLECULAR.

2.2.1. Coeficiente de difusión molecular.

La difusión de una sustancia en solución es el proceso por el cual los constituyentes iónicos o moleculares se mueven bajo la influencia de su actividad cinética en la dirección de su gradiente de concentración. La difusión ocurre en ausencia de cualquier movimiento de la solución. Si la solución fluye, la difusión es acompañada de dispersión mecánica, que causa un mezclado de los constituyentes iónicos ó moleculares. La difusión cesa únicamente cuando deja de existir un gradiente de concentración.

La masa de sustancia difundida que pasa a través de una sección dada por unidad de tiempo es proporcional al gradiente de concentración. Esto es conocido también como la primera ley de Fick; la cual puede expresarse como:

$$F = -D_m \frac{dC}{dx}$$

donde:

F ; Masa de soluto que se difunde en la unidad de

área por la unidad de tiempo $[M/L^2T]$

Dm: Coeficiente de difusión molecular. $[L^2/T]$

C : Concentración de soluto $[M/L^3]$

$\frac{dc}{dx}$: Gradiente de concentración.

El signo negativo enfatiza que la difusión ocurre en la dirección en que existe un déficit de concentración. Los valores de los coeficientes de difusión dependen de la temperatura. Por ejemplo a 5°C. los coeficientes son un 50% menores aproximadamente que a 25°C. Esto puede ser observado en las tablas 2.2.1.1 y 2.2.1.2 en las cuales se muestran los coeficientes de difusión para algunos iones de metales pesados a diferentes temperaturas; y los coeficientes de algunas sustancias a 20°C - respectivamente.

De la primera ley de Fick y de la ecuación de continuidad es posible derivar una ecuación diferencial que relacione la concentración de una sustancia en difusión con el espacio y el tiempo. En una dimensión esta ecuación es conocida como la segunda ley de Fick y está definida como:

$$\frac{\partial C}{\partial t} = D_m \frac{\partial^2 C}{\partial x^2}$$

Para obtener un índice de la velocidad a la que el soluto puede difundirse en un medio poroso, se ha supuesto una situación donde dos estratos saturados con agua que contienen diferentes concentraciones de soluto están en contacto y que su gradiente hidráulico es despreciable. Para un tiempo inicial común, uno de los estratos contiene sustancias "i" como soluto en concentración C_0 , y en el otro estrato la concentración inicial C es muy pequeña y puede tomarse como cero. Debido al gradiente de-

concentración a través de la interfase, el soluto se difundirá desde el estrato de concentración más alta hasta el de concentración más baja. También se ha supuesto que la concentración de soluto en el estrato de mayor concentración permanecerá constante con el tiempo por efecto de una "fuente" como podría ser el caso de una dilución mineral del estrato que mantuviera en equilibrio su concentración.

Para las condiciones anteriores varias investigaciones han determinado la siguiente expresión que define la concentración del soluto en función de la distancia y el tiempo.

$$C_i(x,t) = C_0 \operatorname{erfc} \left(\frac{x}{2\sqrt{Dt}} \right) \quad (2.2.1.1)$$

donde : erfc = complemento de la función error; el cual está definido por la relación siguiente:

$$\operatorname{erfc} x = 1 - \operatorname{erf} x$$

y en la cual erf está definido por la integral:

$$\operatorname{erf} x = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-y^2} dy$$

siendo "y" una variable y "x" un número positivo o negativo.

El erfc x puede calcularse empleando las siguientes series:

para $0 \leq x < 3$

$$\operatorname{erfc} x = \frac{1}{(1 + a_1 x + a_2 x^2 + a_3 x^3 + a_4 x^4 + a_5 x^5)^8} \quad (2.2.1.2)$$

para $x \geq 3$

$$\operatorname{erfc} x = \frac{e^{-x^2}}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{2x^3} + \frac{2}{2^2 x^5} - \frac{15}{2^3 x^7} + \frac{105}{2^4 x^9} - \frac{415}{2^5 x^{11}} + \frac{10365}{2^6 x^{13}} \right) \quad (2.2.1.3)$$

Las constantes a_i tienen los valores siguientes:

siguientes:

$$Q_1 = 0.14112821$$

$$Q_2 = 0.08864027$$

$$Q_3 = 0.002743349$$

$$Q_4 = -0.00039446$$

$$Q_5 = 0.00328975$$

En la tabla 2.2.1.3. pueden encontrarse para diferentes valores de x sus correspondientes valores de erfc . Un ejemplo de aplicación para la fórmula - (2.2.1.1.) se ilustra a continuación. Supongamos un valor para la difusión molecular de $5 \times 10^{-10} \text{ m}^2/\text{seg}$, - una distancia x de 10m , y se desea conocer el tiempo que tardará en recorrer la distancia x , la centésima parte de la concentración inicial; es decir se da la relación $c/C_0 = 0.01$.

Sustituyendo los valores dados en la fórmula (2.2.1.

1) tenemos:

$$0.01 = \text{erfc} \left(\frac{10}{2 \sqrt{5 \cdot 10^{-10} t}} \right) \quad \text{--- (2.2.1.4)}$$

Entrando a la tabla (2.2.1.3) obtendremos el argumento del complemento del error función de 0.01, el cual resultó de 1.82457. Igualando este valor con el argumento del miembro derecho de la expresión (2.2.1.4) se tiene:

$$1.82457 = \left(\frac{10}{2\sqrt{5 \times 10^{-10} t}} \right)$$

efectuando operaciones y despejando a

$$t = \frac{7.51}{5 \times 10^{-10}} = 1.50192 \times 10^{10} \text{ seg} = 173\,834.19 \text{ días.}$$

$$t = 476.26 \text{ años.}$$

Lo anterior significa que para conseguir la centésima parte de la concentración inicial, el contaminante tardará 476.26 años recorriendo una distancia de 10 metros.

Es evidente por lo tanto que la difusión es un proceso muy lento. En zonas de flujo subterráneo considerable, estos efectos están normalmente involu

crados en el transporte advectivo del soluto.

La fig. 2.2.1.1 muestra para períodos de difusión de 100 y 10,000 años, las distancias de difusión como una función de su concentración relativa. Estas distancias fueron obtenidas mediante la expresión -- (2.2.1.1.) con valores para el coeficiente de difusión de 1×10^{-10} y 1×10^{-11} m²/seg los cuales son representativos de un intervalo típico de sustancias químicas conservativas en depósitos geológicos arcillosos.

2.2.2. Coeficiente de dispersión.

El proceso mediante el cual los solutos son transferidos con la misma velocidad y dirección con que se mueve el agua subterránea que los transporta se conoce como advección. Hay una tendencia sin embargo por parte del soluto a difundirse fuera de la trayectoria del agua; este fenómeno de propalamiento-

es conocido como dispersión hidrodinámica o dispersión mecánica y ocurre por las variaciones de velocidad del fluido y por la difusión molecular debido a la energía térmica-cinética de las partículas del soluto. Se enfatiza que la dispersión es causada enteramente por el movimiento del fluido a diferencia de la difusión molecular, la cual es un proceso de importancia solamente a muy bajas velocidades. En una escala microscópica, la dispersión es causada por tres mecanismos. El primero ocurre en los tubos capilares debido a la viscosidad del fluido que ocasiona una velocidad nula en las fronteras creando un gradiente de velocidad en una sección de dichos tubos capilares. El segundo es causado por las variaciones en las dimensiones de los poros que propician discrepancias entre las velocidades a lo largo de los ejes de los poros. El tercer mecanismo dispersivo está relacionado con la tortuosidad, ramificaciones e interferencia de los tubos capilares que hacen

que las líneas de corrientes fluctúen con respecto a la dirección media del flujo.

La propagación del soluto en la dirección del flujo es conocida como dispersión longitudinal, y la propagación en dirección perpendicular al flujo es llamada dispersión transversal. La dispersión longitudinal es normalmente mucho más grande que la dispersión transversal.

Puede definirse la dispersión longitudinal como el proceso por el cual algunas de las moléculas del agua y del soluto viajan más rápidamente que la velocidad lineal promedio de la solución, aunque algunas viajan más lentamente. El soluto entonces se difunde fuera de la dirección del flujo y declina en concentración.

La dispersión depende de:

a) Las viscosidades (μ) y las densidades (ρ) de am-

bos fluídos; el agua de saturación y la solución del contaminante.

- b) La aceleración de la gravedad (g)
- c) La velocidad promedio en el poro (U)
- d) El coeficiente de difusión molecular (D_m)
- e) La permeabilidad, diámetro promedio del grano etc.
(K , d etc.)

Para el análisis dimensional del fenómeno de la dispersión con las variables anteriores se hacen las siguientes consideraciones.

- a) El mezclado ocurre sin disminución de volumen; la diferencia de las densidades debido a la acción de la gravedad puede expresarse mediante un sólo parámetro.

$$g(\rho - \rho_0) = g \Delta \rho$$

ρ = densidad de la solución del contaminante.

ρ_0 = densidad del agua pura.

b) El coeficiente de la difusión molecular D_m , se supone independiente de la concentración.

c) La dispersión depende solamente de las viscosidades de ambos fluidos antes de su mezclado.

Por lo que la dispersión será función de:

$$D = f(g \Delta \rho, \mu_1, \mu_2, U, D_m, R)$$

Aplicando el teorema π ó de Buckingham puede decirse que existe una relación funcional de "m" - cantidades dimensionales que pueden expresarse en términos de (m-n) grupos adimensionales donde "n" es el número de dimensiones fundamentales que intervienen en el fenómeno (3 en nuestro caso.) Se puede establecer entonces una segunda función:

$$\Phi(D, g \Delta \rho, \mu_1, \mu_2, U, D_m, R)$$

Luego $m-n = 7-3=4$ parámetros adimensionales.

Efectuando la tabla 2.2.2.1 y llevando a cabo el análisis dimensional tomando como variables independientes a $D, g\Delta\rho, R$, y como variables-dependientes a U, μ_1, μ_2, D_m , se obtienen los si-guientes números adimensionales.

$$\pi_1 = \frac{Ud}{D_m} \quad \text{NUMERO DE PECKET}$$

$$\pi_2 = \frac{D}{D_m}$$

$$\pi_3 = \frac{R^3 \mu_1}{(g\Delta\rho) D^2}$$

$$\pi_4 = \frac{R^3 \mu_2}{(g\Delta\rho) D^2}$$

Se observa que $\frac{\pi_3}{\pi_4} = \frac{\mu_1}{\mu_2} \approx 1$ pues la di-ferencia de viscosidades entre el agua de saturación y la solución del contaminante es mínima. Varios -investigadores han encontrado que el número de Pe-cket y la relación D/D_m son los parámetros adimen-

sionales más importantes del fenómeno de la dispersión. Experimentos de laboratorio con trazadores en materiales granulares homogéneos saturados han establecido las relaciones de ambos parámetros de - terminándose con ésto la influencia de la dispersión y la difusión molecular tal como lo muestra la figura 2.2.2.1 en la cual pueden distinguirse los siguientes tres regímenes:

I.- La difusión molecular es más significativa que la dispersión. En este caso:

$$D/D_m = 0.67 \quad - - - (2.2.1.5)$$

II. Es una zona de transición en la cual la dispersión y la difusión molecular son significativas.

$$D = D_m \quad - - - (2.2.1.6)$$

III.- La dispersión es mucho más significativa que la difusión molecular. En este caso:

$$D/D_m = \alpha_0 \left(\frac{Ud}{D_m} \right)^m \quad \text{--- --- --- (2.2.1.7)}$$

donde m es la pendiente de la curva. La línea punteada corresponde al valor $m = 1$. En este caso la ecuación (2.2.1.7) se convierte a:

$$D = \alpha_0 U d \quad \text{--- --- --- (2.2.1.8)}$$

donde α_0 es un número adimensional cuyo valor es aproximadamente 1.9.

El coeficiente de dispersión puede determinarse en función del coeficiente de difusión molecular - empleando la figura 2.2.2.1, como se puede ver en el ejemplo que a continuación se muestra.

Supongamos que tenemos una velocidad intersticial promedio $U = 16.7 \text{ m/día} = 1.93 \times 10^{-4} \text{ m/seg}$, un diámetro efectivo de las partículas del medio $d = 1.0 \text{ mm} = 1 \times 10^{-3} \text{ m}$, y que se trate de la solu

ción de amoníaco en agua a 20°C. Entrando a la tabla 2.2.1.2. se obtiene que $D_m = 1.76 \times 10^{-9}$ m²/seg con lo cual podemos calcular el número de Peclet.

$$\frac{Ud}{D_m} = \frac{(1.93 \times 10^{-4})(10^3)}{(1.76 \times 10^{-9})}$$

$$\frac{Ud}{D_m} = 1.10 \times 10^2$$

Con este valor y de la figura 2.2.2.1 encontramos que nuestro régimen de flujo es el III, y además se observa que nuestra pendiente $m=1$ por lo que emplearemos la expresión (2.2.1.8) para calcular el valor de la dispersión, por lo que:

$$D = \alpha_0 U d = (1.9)(1.93 \times 10^{-4})(10^3) = 3.67 \times 10^{-7} \frac{\text{m}^2}{\text{seg}}$$

$$D = 3.67 \times 10^{-3} \frac{\text{cm}^2}{\text{seg}} = 0.032 \frac{\text{m}^2}{\text{dia}}$$

2.3. Solución Analítica.

Se resolverá la ecuación diferencial parcial-
(2.3.1) obtenida en el inciso 2.1 de éste capítulo, la
cual describe un sistema de dispersión con advección -
de un contaminante en un medio isótropo y homogéneo pa
ra un campo de flujo establecido unidireccional. Para
lo anterior se empleará el método de la transformada de
Laplace. Este método permite reducir una ecuación dife
rencial parcial en "t" y "x" a una ecuación diferencial
ordinaria en "x" únicamente que contiene una variable-
transformada $\bar{C}(x)$ en lugar de una variable dependiente
 $C(t, x)$ y que puede resolverse por métodos muy conoci
dos. El resultado es una ecuación explícita para \bar{C} co
mo función de x y otros parámetros constantes. Para con
vertir la solución de \bar{C} en una función explícita de -
"t" y "x", se aplica la transformada inversa de Lapla
ce a la solución.

$$\frac{\partial C}{\partial t} = D \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} - U \frac{\partial C}{\partial x} \quad \text{--- (2.3.1)}$$

donde:

D: Coeficiente de dispersión.

C: Concentración del soluto en el fluido.

U: Velocidad promedio del fluido.

t : Tiempo

x : Coordenada paralela al flujo.

El modelo considera que inicialmente en el medio poroso saturado hay un flujo a una concentración $C=0$. A un tiempo $t = 0$, la concentración de un plano origen ($x=0$), se cambia y se mantiene a $C=C_0$. Entonces según lo anterior las condiciones apropiadas de frontera son:

$$C(0,t) = C_0 ; \quad t \geq 0 \quad \text{-----(2.3.2)}$$

$$C(x,0) = 0 ; \quad x \geq 0 \quad \text{-----(2.3.3)}$$

$$C(\infty,t) = 0 ; \quad t \geq 0 \quad \text{-----(2.3.4)}$$

Arreglando la expresión (2.3.1)

$$D \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} - U \frac{\partial C}{\partial x} - \frac{\partial C}{\partial t} = 0 \quad \text{-----(2.3.5)}$$

Multiplicando los términos de (2.3.5) por e^{-pt} e integrando con respecto a t desde 0 a ∞ obtenemos:

$$\int_0^{\infty} e^{-pt} \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} dt - v \int_0^{\infty} e^{-pt} \frac{\partial c}{\partial x} dt - \int_0^{\infty} e^{-pt} \frac{\partial c}{\partial t} dt = 0 \quad (2.3.6)$$

Intercambiando las disposiciones de las diferenciales e integrales en cada uno de los términos de (2.3.6) se tiene:

$$\int_0^{\infty} e^{-pt} \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} dt = \frac{\partial^2}{\partial x^2} \int_0^{\infty} c e^{-pt} dt \quad (2.3.7)$$

Por definición de transformada de Laplace " \mathcal{L} " de una función $f(t)$ se tiene:

$$\mathcal{L}\{f(t)\} = \int_0^{\infty} e^{-pt} f(t) dt \quad (2.3.8)$$

por lo que:

$$\mathcal{L}\{c\} = \bar{c} = \int_0^{\infty} c e^{-pt} dt \quad (2.3.9)$$

Sustituyendo (2.3.9) en el miembro derecho de (2.3.7)

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \int_0^{\infty} c e^{-pt} dt = \frac{\partial^2 \bar{c}}{\partial x^2} \quad (2.3.10)$$

De la misma forma para el segundo término del lado izquierdo de (2.3.6)

$$\int_0^{\infty} \bar{e}^{-pt} \frac{\partial c}{\partial x} dt = \frac{\partial}{\partial x} \int_0^{\infty} c \bar{e}^{-pt} dt = \frac{\partial \bar{c}}{\partial x} \quad \text{--- (2.3.11)}$$

Procediendo similarmente con el tercer término de (2.3.

6) se tiene:
$$\int_0^{\infty} \bar{e}^{-pt} \frac{\partial c}{\partial t} dt$$

Esta integral se resolverá por partes considerando:

$$u = \bar{e}^{-pt} \quad ; \quad du = -p \bar{e}^{-pt}$$

$$dv = dc \quad ; \quad v = c$$

por tanto:

$$\int_0^{\infty} \bar{e}^{-pt} \frac{\partial c}{\partial t} dt = [c \bar{e}^{-pt}]_0^{\infty} + p \int_0^{\infty} c \bar{e}^{-pt} dt = p \bar{c} \quad \text{--- (2.3.12)}$$

La expresión (2.3.12) se obtuvo aplicando la condición de frontera (2.3.3) al término del paréntesis, es decir $c=0$ cuando $t=0$, además cuando $t=\infty$ el mismo término desaparece.

Sustituyendo (2.3.10), (2.3.11), (2.3.12) en - -

(2.3.6)

$$D \frac{\partial^2 \bar{c}}{\partial x^2} - U \frac{\partial \bar{c}}{\partial x} - p \bar{c} = 0 \quad \text{--- (2.3.13)}$$

Ahora se aplicará la condición de frontera (2.3.2) que dice que la concentración en el plano origen ($x=0$) es siempre C_0 , a la definición de transformada de Laplace

$$\bar{c} = \int_0^{\infty} c e^{-pt} dt \quad c = C_0 ; x = 0$$

$$\bar{c} = C_0 \int_0^{\infty} e^{-pt} dt$$

pero sabemos que:

$$\int_0^{\infty} e^{-pt} dt = \int_0^{\infty} e^{-pt} (1) dt = \mathcal{L}\{1\} = \frac{1}{p}$$

$$\therefore \bar{c} = \frac{C_0}{p} \quad (\text{para } x=0) \quad \text{--- (2.3.14)}$$

De todo lo anterior se observa que las transformadas de Laplace reducen la ecuación diferencial parcial -

(2.3.1) a una ecuación diferencial ordinaria semejante a (2.3.13). O sea (2.3.1) puede escribirse como:

$$D \frac{d^2 \bar{c}}{dx^2} - U \frac{d\bar{c}}{dx} - p\bar{c} = 0 \quad \text{--- (2.3.15)}$$

Se resolverá esta ecuación aplicando la condición de que $c=0$ cuando $x=\infty$ y considerando (2.3.14) para hallar la solución particular.

La ecuación auxiliar de (2.3.15) es:

$$Dq^2 - Uq - p = 0$$

$$q_1 = \frac{U + (U^2 + 4pD)^{1/2}}{2D}$$

$$q_2 = \frac{U - (U^2 + 4pD)^{1/2}}{2D}$$

por lo que la solución general es:

$$\bar{c} = A \exp\left[\frac{U + (U^2 + 4pD)^{1/2}}{2D}(x)\right] + B \exp\left[\frac{U - (U^2 + 4pD)^{1/2}}{2D}(x)\right] \quad (2.3.16)$$

para la solución particular se aplicarán las condiciones antes mencionadas.

a) $C=0$; $x=\infty$

Con lo cual (2.3.16) se transforma a:

$$0 = A(\infty) + B(0) \quad \text{--- (2.3.17)}$$

para que (2.3.17) se cumpla $A=0$

por lo anterior (2.3.16) se reduce a:

$$\bar{C} = B \exp \left[\frac{u - (u^2 + 4\rho D)^{1/2}}{2D} (x) \right] \quad \text{--- (2.3.18)}$$

b) Aplicando (2.3.14) sabemos que $\bar{C} = \frac{C_0}{\rho}$ para $x=0$, por lo que (2.3.18) se reduce a:

$$\frac{C_0}{\rho} = B \quad \text{--- (2.3.19)}$$

que sustituido en (2.3.18) nos dá la solución particular:

$$\bar{C} = \frac{C_0}{\rho} \exp \left[\frac{u - (u^2 + 4\rho D)^{1/2}}{2D} (x) \right] \quad \text{--- (2.3.20)}$$

efectuando operaciones y separando términos.

$$\bar{c} = \frac{c_0}{p} \exp\left(\frac{UX}{2D}\right) \cdot \exp\left[-\frac{x}{2D} \left(U^2 + 4pD\right)^{1/2}\right]$$

$$\bar{c} = c_0 \exp\left(\frac{UX}{2D}\right) \cdot \frac{1}{p} \exp\left[-\frac{x}{D^{1/2}} \left(\frac{U^2 + 4pD}{4D}\right)^{1/2}\right]$$

$$\bar{c} = c_0 \exp\left(\frac{UX}{2D}\right) \cdot \frac{1}{p} \exp\left[-\frac{x}{D^{1/2}} \left(\frac{U^2}{4D} + p\right)^{1/2}\right] \dots$$

(2.3.21)

Tomando las transformadas inversas de (2.3.21), se tiene finalmente:

$$C = \frac{c_0}{2} \operatorname{erfc}\left[\frac{x - Ut}{2(Dt)^{1/2}}\right] + \frac{c_0}{2} \exp\left(\frac{UX}{D}\right) \operatorname{erfc}\left[\frac{x + Ut}{2(Dt)^{1/2}}\right]$$

(2.3.22)

La expresión anterior puede escribirse en términos de parámetros adimensionales haciendo $\xi = \frac{Ut}{x}$ y $\eta = \frac{D}{Ux}$ con lo cual (2.3.22) puede escribirse como:

$$\frac{C}{c_0} = \frac{1}{2} \left[\operatorname{erfc}\left(\frac{1 - \xi}{2\sqrt{\xi\eta}}\right) + \exp\left(-\frac{1}{\eta}\right) \operatorname{erfc}\left(\frac{1 + \xi}{2\sqrt{\xi\eta}}\right) \right]$$

(2.3.23)

2.4. Solución numérica

Se presenta a continuación un ejemplo numérico para la solución de la ecuación (2.3.22) con los siguientes datos:

$$\begin{aligned} \frac{C}{C_0} &= 0.5 \\ x &= 10 \text{ mts.} \\ U &= 2 \times 10^{-6} \frac{\text{m}}{\text{s}} \\ D &= 1 \times 10^{-6} \frac{\text{m}^2}{\text{s}} \end{aligned}$$

Esto es, se desea conocer el tiempo que tardará en presentarse un medio de la concentración inicial a la distancia de 10 mts.

Para poder efectuar aproximaciones con distintos valores de "t" se escribirá la ecuación (2.3.22) de la siguiente forma.

$$Z_1 - Z_2 = 0 \quad \text{--- (2.4.1)}$$

$$\text{DONDE: } Z_1 = 2 \frac{C}{C_0} - \operatorname{erfc} \left(\frac{x-ut}{2(Dt)^{1/2}} \right) \quad \text{--- (2.4.2)}$$

$$Z_2 = \left(\frac{Cx}{D} \right) \operatorname{erfc} \left(\frac{x+ut}{2(Dt)^{1/2}} \right) \quad \text{--- (2.4.3)}$$

En las dos últimas relaciones se observa que Z_1 disminuye conforme "t" aumenta, sucediendo lo contrario con Z_2 , por lo que se iniciarán los cálculos con un valor relativamente bajo de $t = 10 \text{ días} = 864\,000 \text{ seg}$, para que la relación (2.41) resulte positiva, dándose incrementos de 5 días (432 000 seg) si la diferencia $Z_1 - Z_2$ permanece positiva; en caso contrario los incrementos se reducirán a $t = 1 \text{ día} = 86\,400 \text{ seg}$, hasta que vuelva a cambiar de signo, pudiéndose llevar la aproximación hasta horas si se desea, repitiendo la misma operación.

Para el caso particular que nos ocupa, (2.4.1) puede escribirse como:

$$1 - \operatorname{erfc} \frac{x - vt}{2(bt)^{1/2}} = 4.95 \times 10^8 \operatorname{erfc} \frac{x + vt}{2(bt)^{1/2}} \quad (2.4.4)$$

Los valores de la función $\operatorname{erfc} x$ se calcularon con las relaciones (2.2.1.2) y (2.2.1.3) de acuerdo al valor del argumento x .

A continuación se presenta un cuadro con los cálculos efectuados, en el cual se observa que el resultado es 55.1 días (4 762 000 seg).

t (sec)	$\alpha_1 = \frac{x-ut}{2(Dt)^{1/2}}$	$\text{erfc } \alpha_1$	$Z_1 = 1 - \text{erfc } \alpha_1$	$\alpha_2 = \frac{x+ut}{2(Dt)^{1/2}}$	$\text{erfc } \alpha_2$	$Z_2 = 4.85 \times 10^8 \cdot \text{erfc } \alpha_2$	$Z_1 - Z_2$
984 000	4.44962	1.421×10^{-9}	1.00000	6.30865	2.930×10^{-18}	1.421×10^{-9}	1.00000
1 288 000	3.25363	1.425×10^{-5}	0.99999	5.53047	2.938×10^{-14}	1.425×10^{-5}	0.99998
1 728 000	2.43909	0.00141	0.99859	5.11816	4.546×10^{-13}	2.206×10^{-4}	0.99987
2 160 000	1.93237	0.01320	0.98680	4.87176	5.591×10^{-12}	0.00300	0.98380
2 592 000	1.49563	0.05256	0.94744	4.71561	2.578×10^{-11}	0.01300	0.93444
3 024 000	1.13630	0.13301	0.86699	4.61424	6.776×10^{-11}	0.03300	0.83399
3 456 000	0.82383	0.28330	0.71670	4.54860	1.254×10^{-10}	0.06100	0.65570
3 888 000	0.55335	0.43865	0.56135	4.50755	1.834×10^{-10}	0.08950	0.47185
4 320 000	0.32143	0.64762	0.35238	4.48408	2.276×10^{-10}	0.11000	0.24238
4 752 000	0.11473	0.87243	0.12757	4.47358	2.506×10^{-10}	0.12200	0.00557
5 184 000	-0.06082	1.09099	-0.09099	4.47286	2.523×10^{-10}	0.12200	-0.21299
5 616 000	0.11046	0.91731	0.08269	4.47273	2.526×10^{-10}	0.12300	-0.04031
6 048 000	0.11207	0.87430	0.12570	4.47354	2.508×10^{-10}	0.12200	0.00370
6 480 000	0.11037	0.843	0.15662	4.47350	2.508×10^{-10}	0.12200	0.03362
6 912 000	0.10868	0.8206	0.18194	4.47346	2.508×10^{-10}	0.12200	0.06025
7 344 000	0.10695	0.803	0.19805	4.47342	2.508×10^{-10}	0.12200	-0.02167

CAPITULO III

APLICACION DE RESULTADO

3.- PROBLEMA DE APLICACION.

3.1. Descripción del problema.

Como puede observarse en la fig. 3.1.1, se tiene una excavación especial como depósito de materiales que contienen un contaminante conservativo (Cromo hexavalente) y que por efecto de un mal drenado, produce un líquido percolado que se infiltra a una velocidad de 2×10^{-6} m/seg., con una concentración inicial de 5 mg/l del citado metal. El diámetro efectivo de las partículas del medio es de 1.0mm y el nivel freático se encuentra a 10 metros bajo la superficie. Como todos sabemos las normas mexicanas establecen un valor máximo de Cromo hexavalente de 0.05 mg/l, cuando las aguas se utilicen como fuente de abastecimiento para sistemas de agua potable con tratamiento convencional (coagulación, sedimentación, filtración y desinfección).

Nos interesa conocer:

a) El tiempo en el cual este valor máximo establecido se -

detectará en el nivel freático.

b) El espesor de la interfase para que este mismo valor máximo establecido se presente a los quince días.

3.2. Solución.

Para las condiciones anteriores y empleando la tabla 2.2.1.1 y la fig. 2.2.2.1, se procede similarmente al ejemplo dado en el inciso 2.2.2 del capítulo 2, para hallar el coeficiente de dispersión del Cromo, en función de su coeficiente de difusión molecular, con lo que se obtiene un valor aproximado de la dispersión de $D=1 \times 10^{-6}$ m²/seg.

Con esto pudo resolverse el problema mediante la elaboración de un programa de computadora en lenguaje "BASIC" para el sistema HP-9830, basado en las relaciones (2.3.22), (2.2.1.2) y (2.2.1.3), el cual se muestra en el anexo I.

Los resultados obtenidos al resolver con el programa los incisos "a" y "b", se presentan en los anexos-II y III, respectivamente.

El programa es susceptible de emplearse, cuando en flujo horizontal se tengan problemas de movimiento de un contaminante desde una fuente hasta un sumidero.

R E C O N O C I M I E N T O

Agradezco cumplidamente al M.I. Humberto Vidales Albarrán su gran ayuda y asesoramiento para la realización de este trabajo, así como las facilidades para el uso del sistema HP-9830 de su propiedad.

CAPITULO IV

BIBLIOGRAFIA

B I B L I O G R A F I A

1. Banks, R.B. y Ali, I "Dispersión and adsorption in porous media flow" Journal Hydraulics Division, ASCE. Sept. 1964
2. Banks, R.B. y Jonguitud V.F. "Mecanismos de contaminación de aguas subterráneas" Instituto de Ingeniería U.N.A.M. - 1974.
3. Castagnino, W.A. "Polución de agua modelos y control" Centro Panamericano de Ingeniería Sanitaria 1976.
4. Crank J. "The Mathematics of diffusion". Oxford University Press 1975.
5. Catalan, L.J. "Química del agua" Edit. Blume 1969.
6. Facultad de Ingeniería U.N.A.M. "Apuntes matematicos IV".
7. Freeze, R.A. y Cherry, J.A. "Grondwater" Prentice Hall - Inc. 1979.
8. Fried, J.J. "Groundwater Pollution". Elsevier Holanda - 1975.
9. Lerman A. "Geochemical processes water and sediment environments".
10. Marino, M.A. "Distribution of contaminants". Water Resources Research Vol. 10. Octubre 1974.
11. Murray, R.S. "Transformadas de Laplace" Mc. Graw Hill - - Book Company 1978.

12. Ogata, A. y Bank, R.B. "A solution of the differential equation of longitudinal dispersion in porous media" U. S. Geological Survey Professional Paper 411-A. Washington-1961.
13. Rich, L.G. "Operaciones unitarias de ingeniería sanitaria" Comp. Edit. Cont. S.A. 1963.
14. Sánchez Gómez J. "Estudio tipo para prevenir y controlar la contaminación de corrientes de agua" I.P.N. Tesis profesional 1976.
15. S.R.H., S.S.A. "Reglamento para la prevención y control de la contaminación de aguas" México, D. F. 1973.
16. Vidales Albarran H. "Contaminación de acuíferos en el área metropolitana" Instituto de Ingeniería U.N.A.M. - 1976.
17. Vidales, A.H. y Cobo, E.D. "Impacto de metales pesados y plaguicidas en el recurso hidráulico". Instituto de Ingeniería U.N.A.M.
18. Waton, W.C. "Groundwater resource evaluation" Mc.Graw - Hill Book Company 1970.

ANEXO I

Componente	Valor bajo	Valor Alto
pH	6	6.5
Dureza CaCO ₃	890	7,600
Alcalinidad CaCO ₃	730	9,500
Ca	240	2,330
Mg	64	410
Na	85	1,700
K	28	1,700
Fe (Total)	6.5	220
Ion ferroso	8.7	8.7
Cloruros	96	2,350
Sulfatos	84	730
Fosfatos	0.3	29
Nitrógeno orgánico	2.4	465
Nitrógeno amoniacal	0.22	480
DBO	21,700	30,300

TABLA 1.1.1.- Composición de un líquido percolado.

Límite máximo en miligramos por litro.

	DA	DI	D II	D III
Arsénico	0.05	0.05	1.00	5.00
Bario	1.00	1.00	5.00	--
Boro	1.00	1.00	--	2.00
Cadmio	0.01	0.01	0.01	0.005
Cobre	1.00	1.00	0.1	1.0
Cromo hexavalente	0.05	0.05	0.1	5.00
Mercurio	0.005	0.005	0.01	--
Plomo	0.05	0.05	0.10	5.0
Selenio	0.01	0.01	0.05	0.05
Cianuro	0.20	0.20	0.02	--
Fenoles	0.001	0.001	1.00	--

DA Abastecimiento para sistemas de agua potable e industria alimenticia con desinfección únicamente. Recreación (contacto primario) y libre para los usos DI, DII y DIII.

DI Abastecimiento de agua potable con tratamiento convencional (coagulación, sedimentación, filtración y desinfección) e industrial.

DII Agua adecuada para uso recreativo, conservación de flora, fauna y usos industriales.

DIII Agua para uso agrícola e industrial.

TABLA 1.1.2. VALORES MAXIMOS PERMISIBLES DE SUBSTANCIAS TOXICAS EN LOS CUERPOS RECEPTORES.



EFECTOS TOXICOS	S U S T A N C I A S					
	As	Ba	Cd	Cr+6	Pb	Se
Dolor abdominal	*		*	*	*	*
Aborto					*	
Anemia	*				*	*
Anorexia				*	*	*
Anuria				*		
Ansiedad		*				
Carcinogenesis	*			*		
Cirrosis Hepática	*					
Diarrea	*	*	*		*	*
Mareo		*	*		*	*
Disnea		*	*	*		
Irritación gastro intestinal			*			*
Dolor de cabeza			*	*		*
Lasitud				*		*
Náusea	*	*	*	*	*	*
Oliguria				*	*	
Palidéz					*	*
Salivación	*		*		*	*
Uremia				*		
Vértigo				*		
Vómito	*	*	*	*	*	*

TABLA 1.1.3.- Efectos tóxicos causados por la ingestión de -
algunos metales pesados presentes en las aguas.

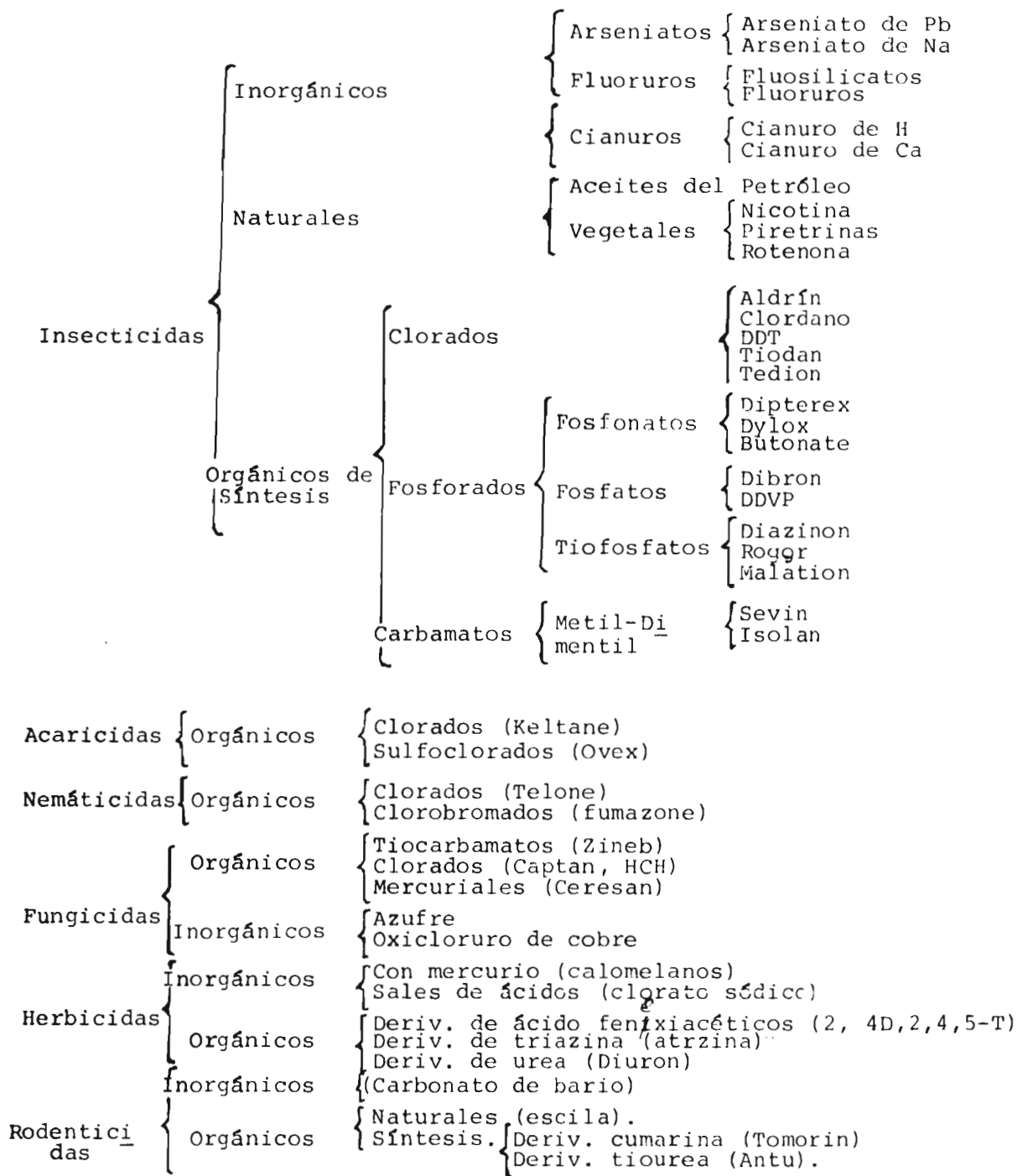


TABLA 1.1.4. CLASIFICACION DE LOS PLAGUICIDAS

	COMPUESTO QUIMICO	PERIODO DE PERSISTENCIA
I N S E C T I C I D A	ALDRIN	3 años
	CLORDANO	4 años
	D.D.T.	10 años
	DIELDRIN	8 años
	HEPTACLORO	35 años
	LINDANO	65 años
H E R B I C I D A	AMIBEN AMITROL 2, 4-D IPC	menos de 2 meses
	DALAPON NEBURON	
	MCPA TCA MONURON	de 2 a 4 meses
F U N G U C I D A	2, 4, 5-T 2, 3, 6-TBA TRIAZINAS	más de 6 meses
	CAPTAN	más de 65 días
	FERBAM	20 días
	NABAM ZIRAM	más de 20 días más de 35 días

TABLA 1.1.5 PERSISTENCIA DE PLAGUICIDAS EN EL SUELO

Cation	D (10^{-6} cm ² /seg)			Anion	D (10^{-6} cm ² /seg)		
	0°C	18°C	25°C		0°C	18°C	25°C
H ⁺	56.1	81.7	93.1	OH ⁻	25.6	44.9	52.7
Na ⁺	6.27	11.3	13.3	Cl ⁻	10.1	17.1	20.3
K ⁺	9.86	16.7	19.6	F ⁻	--	12.1	14.6
Mg ²⁺	3.56	5.94	7.05	Br ⁻	10.5	17.6	20.1
Ca ²⁺	3.73	6.73	7.93	I ⁻	10.3	17.2	20.0
Sr ²⁺	3.72	6.70	7.94	IO ₃ ⁻	5.05	8.79	10.6
Ba ²⁺	4.04	7.13	8.48	HS ⁻	9.75	14.8	17.3
Mn ²⁺	3.05	5.75	6.88	S ²⁻	--	6.95	--
Fe ²⁺	3.41	5.82	7.19	HSO ₄ ⁻	--	--	13.3
Co ²⁺	3.41	5.72	6.99	SO ₄ ²⁻	5.00	8.90	10.7
Ni ²⁺	3.11	5.81	6.79	NO ₂ ⁻	--	15.3	19.1
Cu ²⁺	3.41	5.88	7.33	HCO ₃ ⁻	--	--	11.8
Zn ²⁺	3.35	6.13	7.15	CO ₃ ²⁻	4.39	7.80	9.55
Cd ²⁺	3.41	6.03	7.17	H ₂ PO ₄ ⁻	--	7.15	8.46
Pb ²⁺	4.56	7.95	9.45	HPO ₄ ²⁻	--	--	7.34
Cr ³⁺	--	3.90	5.94	PO ₄ ³⁻	--	--	6.12
Fe ³⁺	--	5.28	6.07	NO ₃ ⁻	9.78	16.1	19.0
Al ³⁺	2.36	3.46	5.59	CrO ₄ ²⁻	5.12	9.36	11.2

TABLA 2.2.1.1. Coeficiente de difusión de algunos iones a diferentes temperaturas.

SUSTANCIAS	D x 10 ⁵ m Cm ² /seg.	D x 10 ⁹ m m ² /seg.
O ₂		1.80
CO ₂		1.50
NO ₂		1.51
NH ₃		1.76
Cl ₂		1.22
H ₂		5.13
N ₂		1.64
HCL		2.64
H ₂ S		1.41
H ₂ SO ₄		1.73
HNO ₃		2.60
Na OH		1.51

TABLA 2.2.1.2. COEFICIENTES DE DIFUSION MOLECULAR DE ALGUNAS SUSTANCIAS EN AGUA A 20° C.

x	erf x	erfc x	x	erf x	erfc x
$-\infty$	-1.0	2.0	0	0	1.0
-3.0	-1.0	2.0	0.1	0.1125	0.8875
-2.8	-0.9999	1.9999	0.2	0.2227	0.7773
-2.6	-0.9998	1.9998	0.3	0.3286	0.6714
-2.4	-0.9993	1.9993	0.4	0.4284	0.5716
-2.2	-0.9981	1.9981	0.5	0.5205	0.4795
-2.0	-0.9953	1.9953	0.6	0.6039	0.3961
-1.8	-0.9891	1.9891	0.7	0.6778	0.3222
-1.6	-0.9763	1.9763	0.8	0.7421	0.2579
-1.4	-0.9523	1.9523	0.9	0.7969	0.2031
-1.2	-0.9103	1.9103	1.0	0.8427	0.1573
-1.0	-0.8427	1.8427	1.2	0.9103	0.0897
-0.9	-0.7969	1.7969	1.4	0.9523	0.0477
-0.8	-0.7421	1.7421	1.6	0.9763	0.0237
-0.7	-0.6778	1.6778	1.8	0.9891	0.0109
-0.6	-0.6039	1.6039	2.0	0.9953	0.0047
-0.5	-0.5205	1.5205	2.2	0.9981	0.0019
-0.4	-0.4284	1.4284	2.4	0.9993	0.0007
-0.03	-0.3286	1.3286	2.6	0.9998	0.0002
-0.2	-0.2227	1.2227	2.8	0.9999	0.0001
-0.1	-0.1125	1.1125	3.0	1.0	0
0	0	1.0	∞	1.0	0

TABLA 2.2.1.3 Valores de la función error y del complemento de la función error para valores positivos y negativos del argumento x.

	$g \Delta \rho$	D	k	U	μ_1	μ_2	Dm
	a	b	c	1	2	3	4
F	1	0	0	0	1	1	0
L	-3	2	1	1	-2	-2	2
T	0	-1	-1	-1	1	1	-1

TABLA 2.2.2.1. Unidades fundamentales que intervienen para el análisis dimensional del fenómeno de la dispersión.

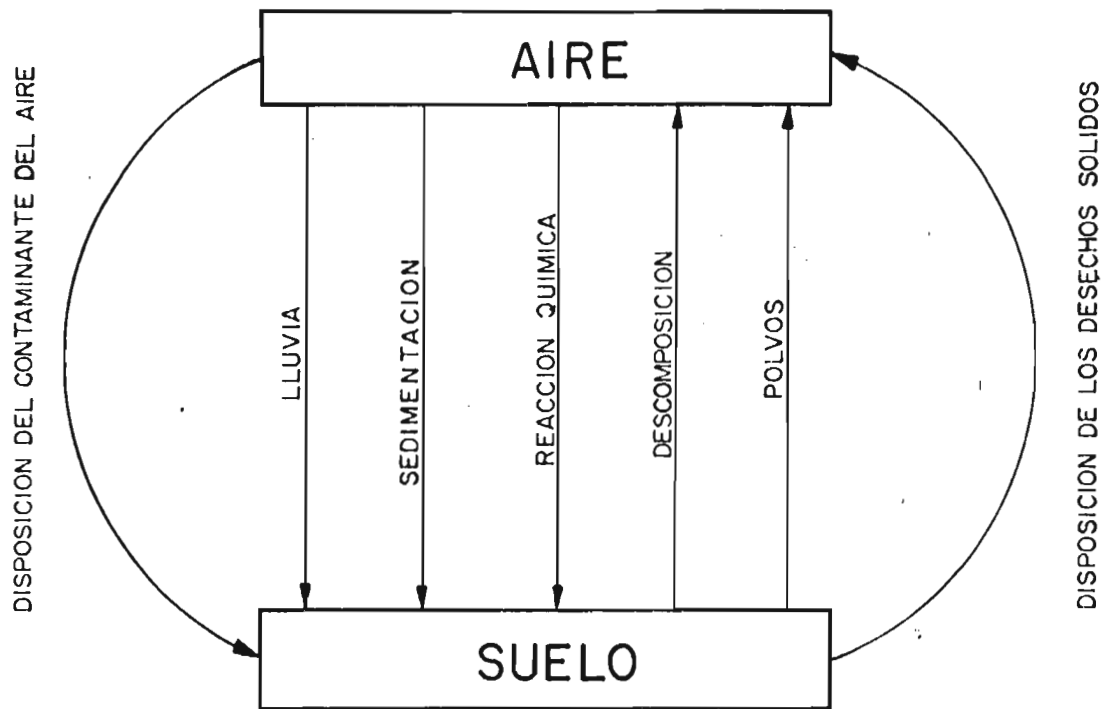


FIG. I.1.1 INTERACCIONES DE CONTAMINANTES ENTRE EL SUELO Y EL AIRE

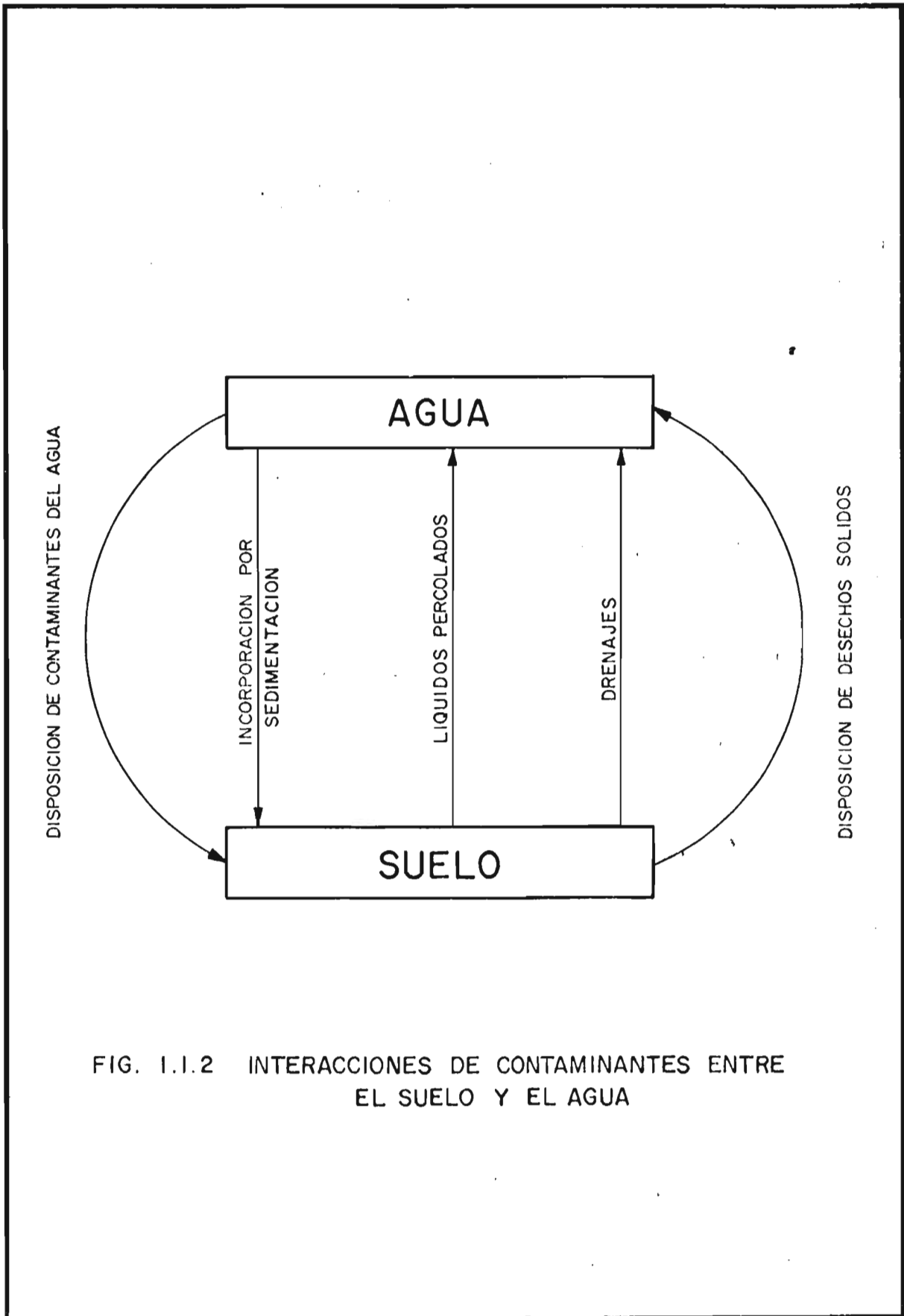


FIG. 1.1.2 INTERACCIONES DE CONTAMINANTES ENTRE EL SUELO Y EL AGUA

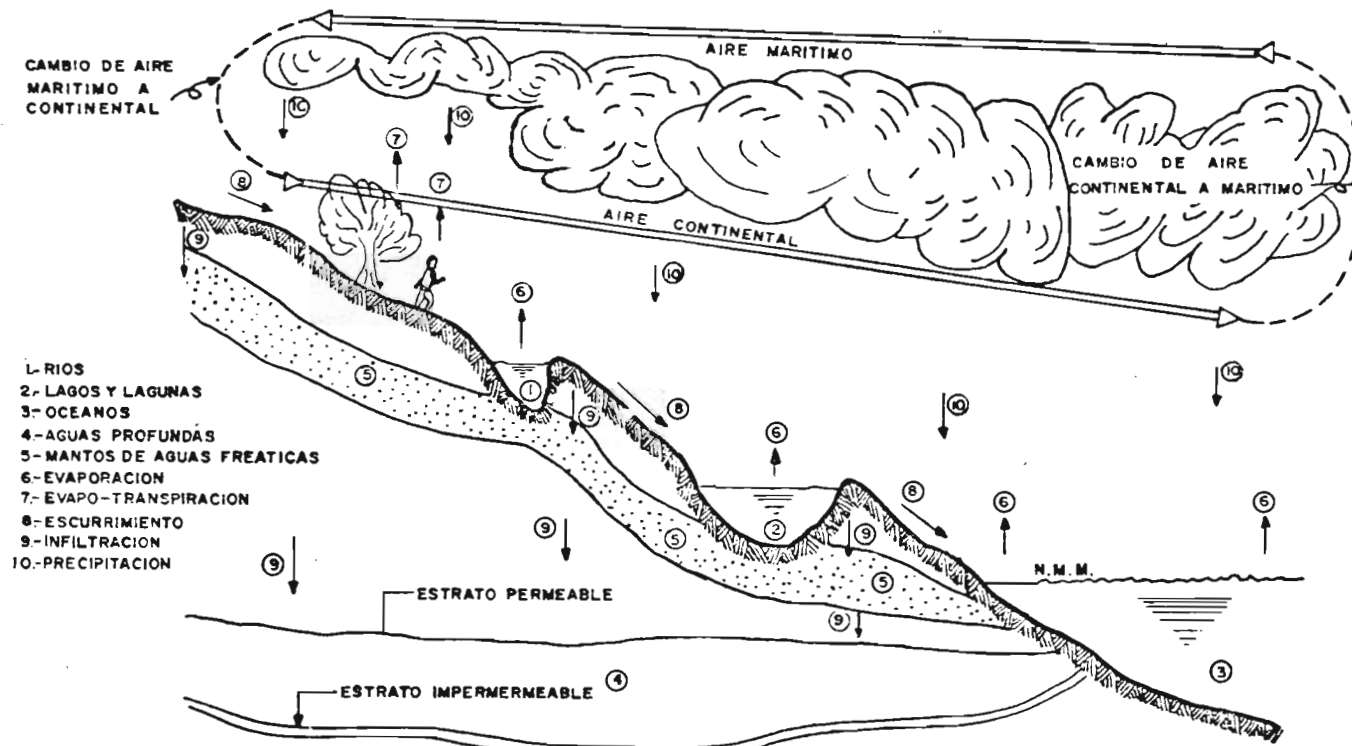


FIG. I.1.3 CICLO HIDROLOGICO

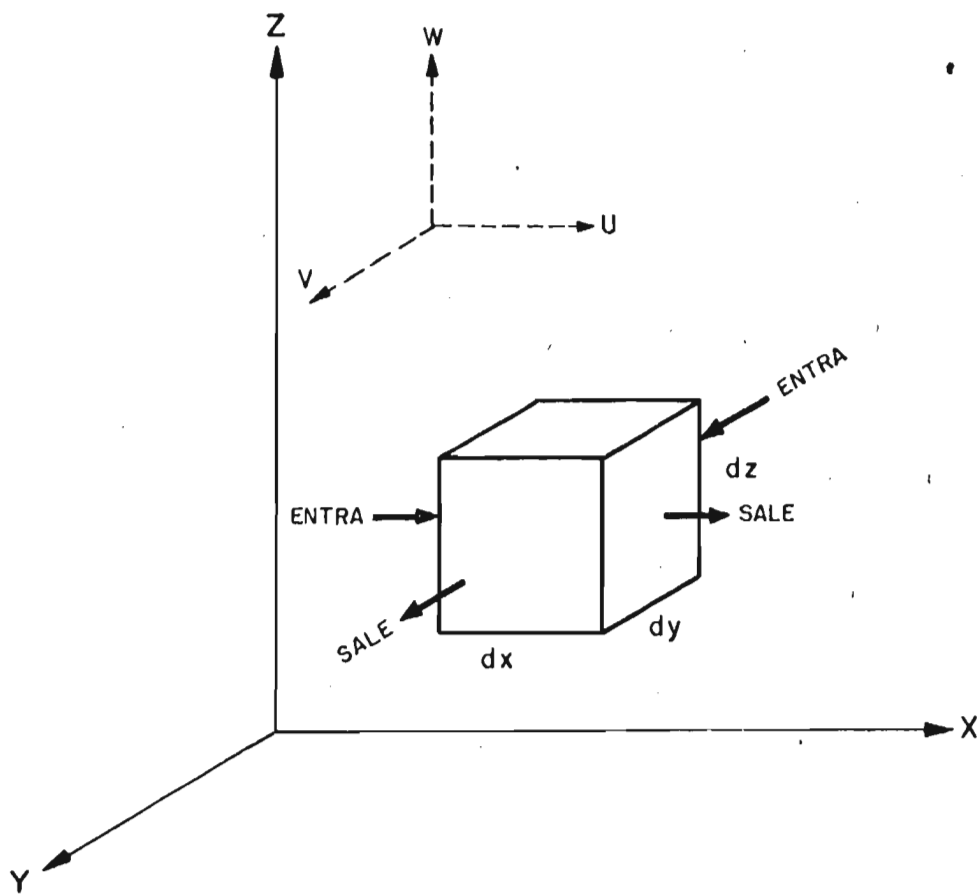


FIG. 2.1.1. DIAGRAMA DE DEFINICIONES

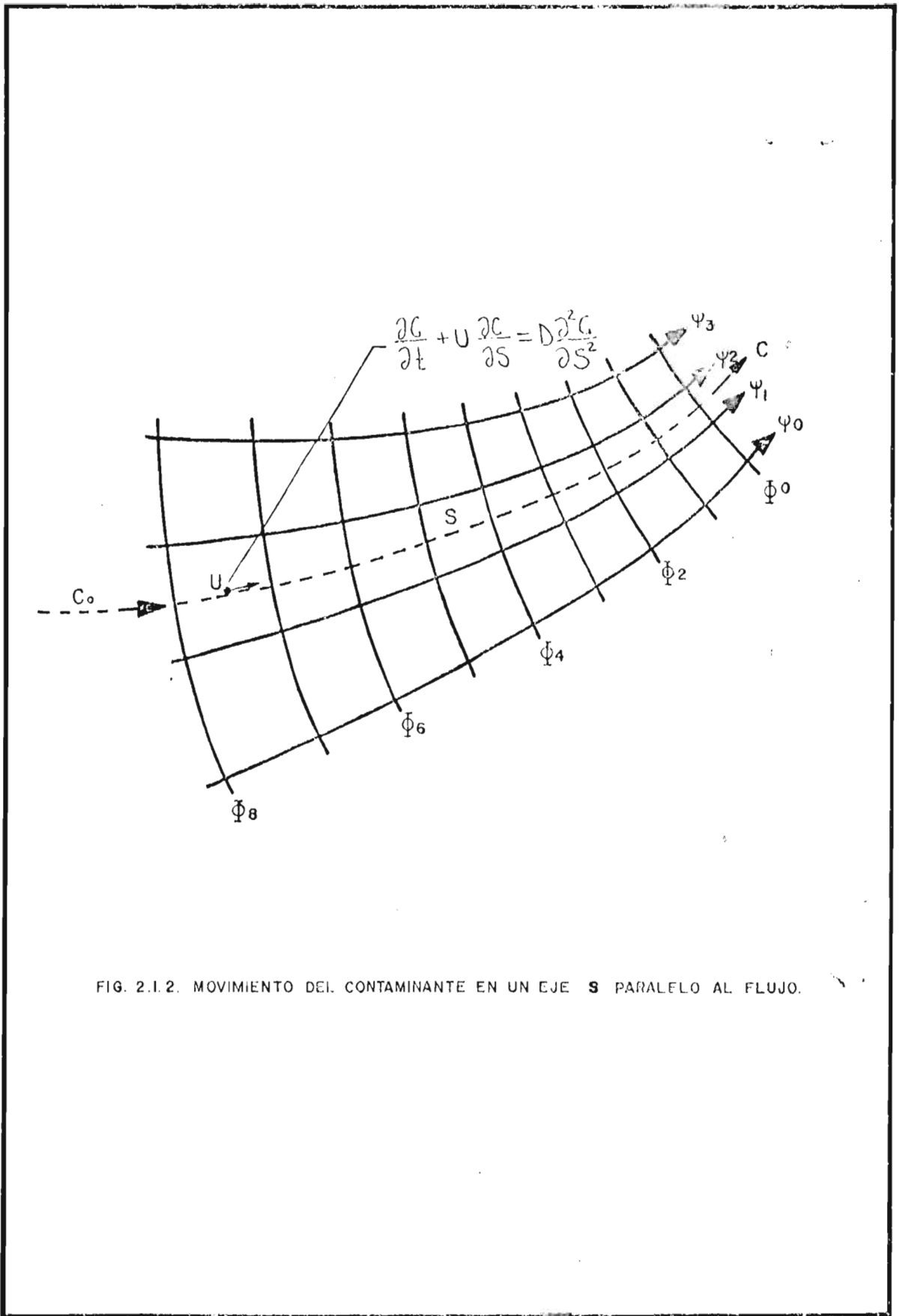


FIG. 2.1.2. MOVIMIENTO DEL CONTAMINANTE EN UN EJE S PARALELO AL FLUJO.

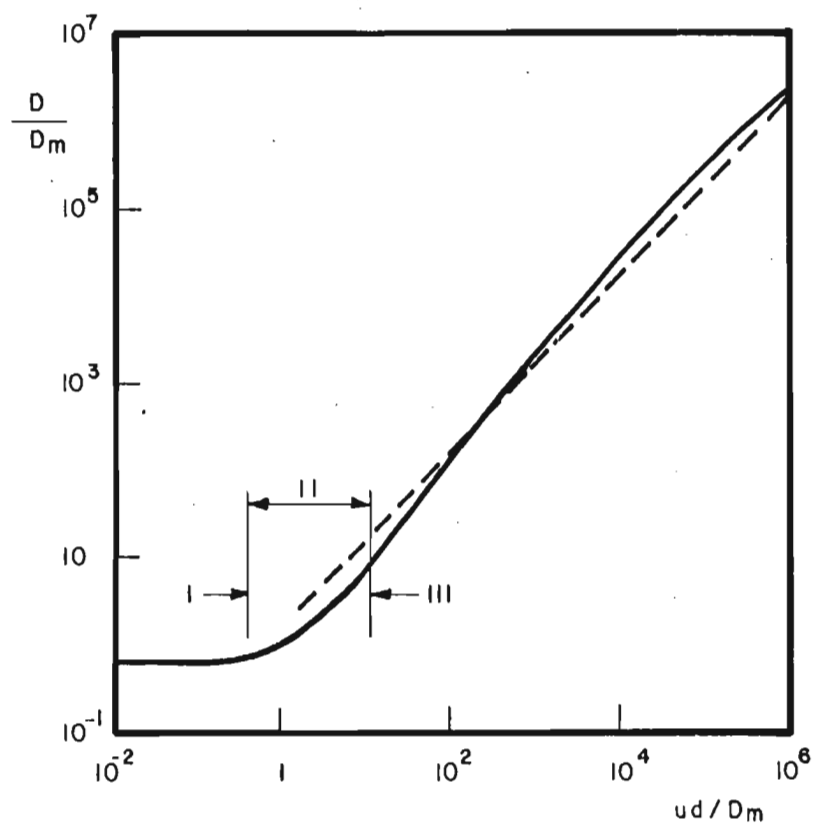


Fig. 2.2.2.1. Coeficiente de dispersión

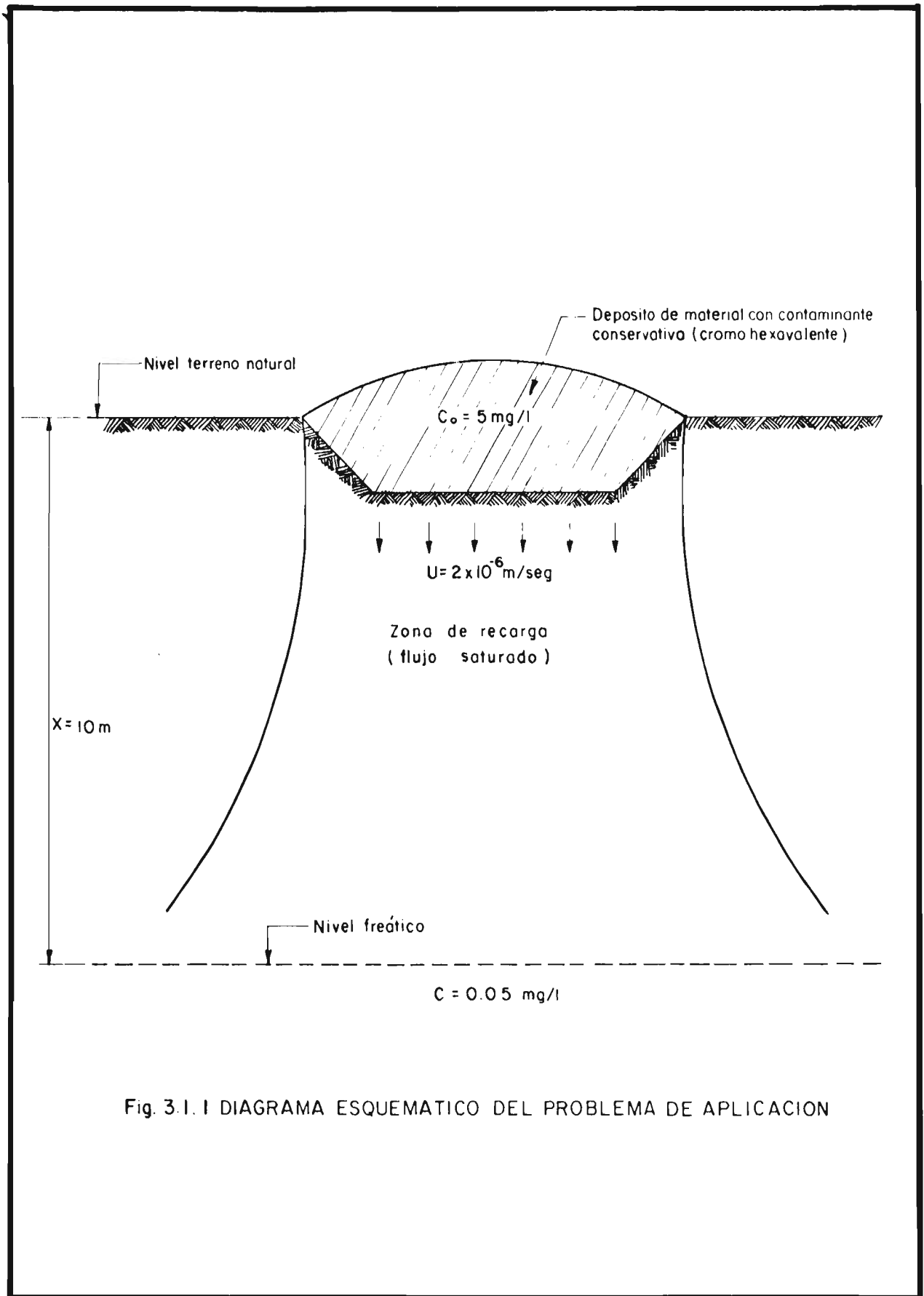
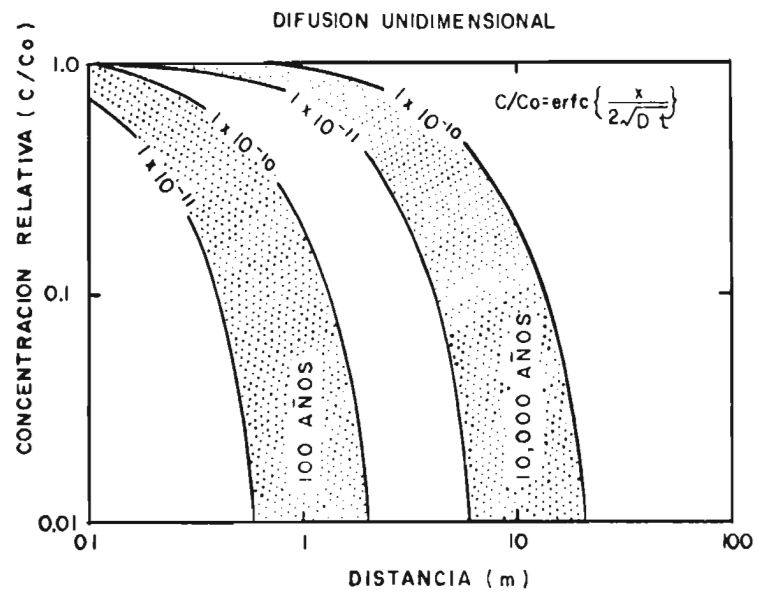


Fig. 3.1.1 DIAGRAMA ESQUEMATICO DEL PROBLEMA DE APLICACION



$10^{-10} \text{ m}^2/\text{s} > \text{COEFICIENTE DE DIFUSION (D)} > 10^{-11} \text{ m}^2/\text{s}$

FIG. 2.2.11 MOVIMIENTO DE UN CONTAMINANTE POR DIFUSION MOLECULAR UNICAMENTE, DESDE UN ORIGEN DONDE $C=C_0$ A UN TIEMPO $t > 0$

ANEXO II

```

5 FORMO 14.2,7.5,6.5
10 DIM P(4),Q(4)
20 PRINT "PROGRAMA DAME/TIEMPO"
30 PRINT "PROGRAMA PARA CALCULAR LA CONCENTRACION DE UN CONTAMINANTE CONSERVA-"
40 PRINT "TIVO , EN UN PUNTO POROSO SATURADO, EN FUNCION DE LA DISTANCIA, VELO-"
50 PRINT "CIDAD, TIEMPO Y LA DISPERSION LONGITUDINAL."
60 READ C,C1,U,D
70 GOSUB "DAME:1 ST (1); 2 ST (2)";
80 INPUT W
90 IF W=1 THEN 120
100 INPUT I
110 GOTO 150
120 INPUT X
130 PRINT "X: DISTANCIA (Mts)="X
140 GOTO 160
150 PRINT "T: TIEMPO (seg)=",I
160 PRINT "C: CONCENTRACION FINAL (mg/l)=",C
170 PRINT "C1: CONCENTRACION INICIAL (mg/l)=",C1
180 PRINT "D: COEFICIENTE DE DISPERSION (M2/seg)=",D
190 PRINT "U: VELOCIDAD DEL FLUIDO EN EL MEDIO (M/seg)=",U
200 I=1
210 IF W=2 THEN 870
220 DIM "DAME VALOR INICIAL DE (1), E INCREMENTOS";
230 INPUT T1
240 FOR I=1 TO 4
250 READ P(I)
260 NEXT I
270 PRINT
280 PRINT
290 PRINT
300 PRINT "          TIEMPO (SEC)          IGUALDAD"
310 PRINT
320 PRINT
330 J=0
340 Z3=2*SQRT(D*T1)
350 Z1=(X-U*T1)/Z3
360 Z2=(X+U*T1)/Z3
370 Y0=(2*C/C1)-FNA(Z1)
380 Y9=EXP(U*X/D)*FNA(Z2)
390 IF Y0 >= Y9 THEN 470
400 PRINT "CAMBIO DE SIGNO", "          T1,Y0-Y9"
410 T1=T1+P(I)
420 I=I+1
430 IF I>4 THEN 510
440 T1=T1+P(I)
450 J=J+1
460 GOTO 340
470 PRINT "INCREMENTA, NO HAY IGUALDAD" T1,Y0-Y9
480 T1=T1+P(I)

```

```

490 J3=J3+1
500 CONTI 340
510 PRINT
520 PRINT
530 PRINT
540 PRINT "
550 PRINT "
560 PRINT
570 PRINT
580 PRINT "EL TIEMPO DE EJECUCION DE LA CORR. (C) DEL CONTAM. ES";P1;"SEG"
590 PRINT
600 PRINT
610 PRINT "EL NUMERO DE ITERACIONES FUE DE:";J3
620 PRINT
630 PRINT
640 PRINT "LOS INCREMENTOS (EN SEG.) FUERON:";P[1];P[2];P[3];P[4]
650 CONTI 1330
660 DEF FNA(Y)
670 IF Y >= 3 THEN 750
680 K1=0.14112621
690 K2=0.06664027
700 K3=0.002743349
710 K4=-0.00035446
720 K5=0.00326575
730 S=1/(1+K1*Y+K2*Y*Y+K3*Y^3+K4*Y^4+K5*Y^5)^0.5
740 RETURN S
750 S=0
760 K=-1
770 FOR I=1 TO 7
780 K=K*(2*(I-1)-1)
790 S=S+(K*(-1)^(I+1))/(2^(I-1))*(Y^(2*I-1))
800 NEXT I
810 IF ABS(Y) <= 15 THEN 840
820 R0=5.910E+99
830 CONTI 800
840 R6=EXP(-Y^2)
850 S=R0*S/(PI^0.5)
860 RETURN S
870 DISP "DAME VALOR INICIAL DE (X), E INCREMENTOS";
880 INPUT X1
890 FOR I=1 TO 4
900 READ C[I]
910 NEXT I
920 PRINT
930 PRINT
940 PRINT
950 PRINT "
960 PRINT
970 PRINT
980 J3=0
990

```

DISP. (MIS.)

ICUALDAU"

PROGRAMA DATA/1111A

PROGRAMA PARA CALCULAR LA CONCENTRACION DE UN CONTAMINANTE CONSERVATIVO, EN UN MEDIO POROSO Y HETEROGENEO, EN FUNCION DE LA DISTANCIA, VOLUMEN, TIEMPO Y LA DISPERSION LONGITUDINAL.

ASISTENCIA (mts) = 10

C: CONCENTRACION INICIAL (mg/l) = 0.05

Cl: CONCENTRACION INICIAL (mg/l) = 0

D: COEFICIENTE DE DISPERSION (m²/seg) = 1.00000E-06

U: VELOCIDAD DEL FLUIDO EN EL MEDIO (m/seg) = 2.00000E-06

	TIEMPO (SEG)	CONCENTRACION
INCREMENTA, NO HAY CAMBIO DE SIGNO	432000	0.02
INCREMENTA, NO HAY CAMBIO DE SIGNO	504000	-0.147252522
INCREMENTA, NO HAY CAMBIO DE SIGNO	604000	0.019999999
INCREMENTA, NO HAY CAMBIO DE SIGNO	1296000	0.019999265
INCREMENTA, NO HAY CAMBIO DE SIGNO	1728000	0.016212007
INCREMENTA, NO HAY CAMBIO DE SIGNO	2160000	3.79210E-03
CAMBIO DE SIGNO	2592000	-0.046231737
CAMBIO DE SIGNO	2240400	-3.07525E-03
INCREMENTA, NO HAY CAMBIO DE SIGNO	2163600	3.15864E-03
INCREMENTA, NO HAY CAMBIO DE SIGNO	2197200	2.91705E-03
INCREMENTA, NO HAY CAMBIO DE SIGNO	2170800	2.30970E-03
INCREMENTA, NO HAY CAMBIO DE SIGNO	2174400	2.42462E-03
INCREMENTA, NO HAY CAMBIO DE SIGNO	2170800	2.17573E-03
INCREMENTA, NO HAY CAMBIO DE SIGNO	2161800	1.92496E-03
INCREMENTA, NO HAY CAMBIO DE SIGNO	2165200	1.67194E-03
INCREMENTA, NO HAY CAMBIO DE SIGNO	2168800	1.41577E-03
INCREMENTA, NO HAY CAMBIO DE SIGNO	2192400	1.15734E-03
INCREMENTA, NO HAY CAMBIO DE SIGNO	2196000	8.90730E-04
INCREMENTA, NO HAY CAMBIO DE SIGNO	2199600	6.32747E-04
INCREMENTA, NO HAY CAMBIO DE SIGNO	2203200	3.66556E-04
INCREMENTA, NO HAY CAMBIO DE SIGNO	2206800	9.77554E-05
CAMBIO DE SIGNO	2210400	-1.73073E-04

EL RESULTADO ES

El tiempo de recorrido de la conc. 0.05 del cortal, es 2206800 SEG

EL NÚMERO DE TRANSACCIONES POR SER:

21

LOS INCREMENTOS (EN SER.), FUERON: 255000

432000

50400

3000

ANEXO III

PROGRAMA SINDA/INTEC
 PROGRAMA PARA CALCULAR LA CONCENTRACION DE UN CONTAMINANTE CONSERVATIVO,
 EN UN TUBO POROSO CILINDRICO, EN FUNCION DE LA DISTANCIA, VOLUMEN,
 TIEMPO Y LA DISTINTION PORCENTUAL.
 P:LONG. (SEG)= 129000
 C:CONCENTRACION FINAL (MG/L)= 0.05
 CI:CONCENTRACION INICIAL (MG/L)= 0
 D:COEFICIENTE DE DIFUSION (CM²/SEG)= 1.00000E-06
 V:VELOCIDAD DEL FLUIDO EN EL MEDIO (MT/SEG)= 2.00000E-06

DIST. (MTS.)	CONCENTRACION
INCREMENTA, NO HAY TUBERIAS 2	-1.325255182
INCREMENTA, NO HAY TUBERIAS 5	-0.195052277
CAMBIO DE SIGNO 6	0.017016430
CAMBIO DE SIGNO 7	3.20421E-03
INCREMENTA, NO HAY TUBERIAS 8	-0.040559935
CAMBIO DE SIGNO 9	3.20421E-03
INCREMENTA, NO HAY TUBERIAS 0.1	-0.040559931
INCREMENTA, NO HAY TUBERIAS 0.2	-0.035211100
INCREMENTA, NO HAY TUBERIAS 0.3	-0.020545915
INCREMENTA, NO HAY TUBERIAS 0.4	-0.020599300
INCREMENTA, NO HAY TUBERIAS 0.5	-0.015309793
INCREMENTA, NO HAY TUBERIAS 0.6	-0.010019099
INCREMENTA, NO HAY TUBERIAS 0.7	-0.47225E-03
INCREMENTA, NO HAY TUBERIAS 0.8	-2.017E-03
CAMBIO DE SIGNO 0.9	3.9203E-04

EL RESULTADO ES

LA DIST. DE RECORRIDO DE LA CONC. (C) DEL CONTAM. ES: 0.8 MT

EL NUMERO DE ITERACIONES FUE DE: 14

LOS INCREMENTOS (EN DISTANCIAS) FUERON: 3 2 1 0.1