Universidad Nacional Autónoma de México

FACULTAD DE INGENIERIA

DIVISION DE ESTUDIOS DE POSTGRADO

Análisis de Pruebas de Variación de Presión en Yacimientos Fracturados.

Trabajo Escrito

QUE PRESENTA:

Raúl León Ventura

PARA OBTENER EL GRADO DE:

MAESTRO EN INGENIERIA

MEXICO, D. F., 1980

R E C O N O C I M I E N T O S

Deseo expresar mi más profundo reconocimiento al apoyo insubstituible de mi esposa, Ma. Irma; así como al estímulo de mis hijas, durante la realización de esta etapa de mi vida.

Además, deseo manifestar mi gratitud al Sr. Ing. Manuel Villamar V. por su apoyo constante, así como al Dr. Jesús Rivera Rodríguez por su valiosa colaboración en el desarrollo de este trabajo.

También vaya mi agradecimiento para Elsa Hernández R. por su participación.

Raúl León Ventura.

C O N T E N I D O

1. I N T R O D U C C I O N

Muchos investigadores se han dedicado en - los últimos años a estudiar las técnicas de análisis de va riación de presión y se han desarrollado varios métodos - para determinar las propiedades de las rocas (permeabili- dad, porosidad, presión media y las condiciones del pozo), muy importantes en la ingeniería de yacimientos.

Básicamente, esos métodos están basados en soluciones de problemas de flujo transitorio de fluidos - que fluyen hacia pozos que penetran total o parcialmente y en forma perpendicular a las fronteras del yacimiento, así como también en pozos inclinados[1] un cierto ángulo con - respecto al plano normal de la formación. Debido al mejor entendimiento sobre el flujo transitorio de fluidos, ahora es posible analizar la historia total de presión de una - prueba de presión, no solamente por el método convencional para datos de tiempos largos, sino también es posible defi nir previamente el tiempo de inicio de la porción de la lí nea recta correcta semilogarítmica. Esto se logra a tra-- vés del comportamiento de presión para tiempos cortos con-

[1] Referencias.

lo cual se determinan además, los efectos de almacenamiento en el agujero y la naturaleza de la estimulación o del fracturamiento realizado para mejorar la permeabilidad de la formación.

Una prueba de variación de presión ofrece varias ventajas sobre otras técnicas, principalmente en que puede ser registrada en cualquier momento durante la vida productiva de un pozo, con una sola prueba es posible obtener la información deseada del yacimiento y en que todas las propiedades calculadas representan valores en el lugar(2). Además, los métodos de análisis pueden aplicarse a pozos de aceite, gas o agua, pozos de inyección y en pozos geotérmicos.

En diferentes estudios se ha tratado el comportamiento de presión en yacimientos naturalmente fracturados(3, 4) donde se considera un flujo transitorio a través de las fracturas y una gráfica de incremento de presión presenta dos líneas rectas paralelas cuyas pendientes están relacionadas con la capacidad de flujo de la formación. Estos trabajos han sido extendidos también al análisis de pruebas de interferencia(5).

El comportamiento de presión de pozos fracturados es de considerable interés debido a que frecuentemente se encuentran pozos que penetran formaciones fractura das. Aunque la forma de las fracturas reales es bastante-complicada, la mayoría de los estudios consideran que pueden ser idealizadas como planos que intersectan a la formación. Generalmente se piensa que el fracturamiento hidráulico produce una fractura vertical; sin embargo, si las -formaciones son someras es posible que resulten fracturas-horizontales.

Es muy útil realizar una integración concisa de los principales conceptos y técnicas de análisis que existen en la literatura, para la adecuada interpretación-de los datos de variación de presión en yacimientos fracturados. Los métodos convencionales de análisis requieren -que los datos sean elegidos de tal manera que definan una-línea recta en una gráfica semilogarítmica. La principal-dificultad consiste en asegurar si la línea recta es ade--cuadamente elegida. Este aspecto se ha tratado a partir -del análisis[6] de pruebas de pozos con el manejo de datos para tiempos cortos, es decir tomados antes de alcanzar la línea recta tradicional.

Dos estudios recientes[7, 8] proporcionan -información por medio de la cual pueden aplicarse métodos-de ajuste con curvas tipo a datos de presión obtenidos a -partir de pozos fracturados. El análisis a través de es--tos métodos puede proporcionar información sobre permeabilidades, longitud de la fractura y distancia a una área de drene simétrica. La combinación de análisis de tiempos - cortos con los métodos semilogarítmicos convencionales, - permite lograr un extraordinario nivel de confianza en la- interpretación de los datos.

Este trabajo trata de comparar y combinar- los métodos de curvas tipo con los similogarítmicos convencionales, para el mejor análisis de datos de presión para- pozos fracturados, donde se incluyen los efectos de almacenamiento y daño. De esta manera se puede conseguir una -- apropiada descripción del yacimiento, con el objeto de diseñar un buen programa de explotación o un proyecto útil - de recuperación secundaria.

2. FUNDAMENTOS PARA EL ANALISIS DE DATOS DE PRESION

Para lograr una mejor comprensión de los conceptos teóricos del análisis de datos de presión es necesario conocer las soluciones de las ecuaciones diferenciales en derivadas parciales que representan el flujo de fluidos a través de medios porosos para varias condiciones de flujo.

2.1. Ecuación Diferencial de Flujo Radial.

Una descripción matemática del flujo de fluidos en un medio poroso puede obtenerse con la combinación de los principios siguientes:

(1) Ley de Conservación de Masa,

(2) Ley de Flujo o de Darcy y

(3) Una Ecuación de Estado.

Aplicando el principio de la Ley de Conservación de masa a un volumen elemental, se tiene para flujo radial en un intervalo de tiempo Δt:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \rho u_r) = - \frac{\partial}{\partial t} (\phi \rho) \qquad (2.1)$$

Esta es la ecuación de continuidad para el flujo radial de un fluido a través de un medio poroso. El desarrollo matemático de las ecuaciones se presenta en el Apéndice A.

Despreciando los efectos de la gravedad, la Ley de Darcy para flujo radial es:

$$u_r = -\frac{k_r}{\mu}\frac{\partial p}{\partial r} \tag{2.2}$$

donde el signo menos indica que el flujo ocurre en la dirección opuesta a la disminución de la presión.

Si se considera que el flujo es isotérmico, entonces la densidad del fluido depende exclusivamente de la presión. La ecuación de estado para un fluido con compresibilidad pequeña y constante es:

$$\rho = \rho_o e^{c(p-p_o)} \tag{2.3}$$

Combinando las ecuaciones (2.1), (2.2) y (2.3), como se muestra en el Apéndice A, donde se considera que la viscosidad del fluido es constante, que la permeabilidad es constante e isotrópica y se desprecian los efectos gravitacionales y los gradientes de presión al cuadrado, se obtiene:

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial p}{\partial r}\right) = \frac{1}{r}\frac{\partial p}{\partial r} + \frac{\partial^2 p}{\partial r^2} = \frac{\phi\mu c_t}{k}\frac{\partial p}{\partial t} \tag{2.4}$$

que es la ecuación de difusividad para el flujo radial de un fluido de compresibilidad pequeña y constante en un medio poroso homogéneo e isotrópico.

2.2. Soluciones de la Ecuación de Difusividad.

Para resolver la ecuación de difusividad para el flujo de un fluido a través de medios porosos es necesario conocer las condiciones iniciales (en el tiempo) y las condiciones de frontera. Se consideran tres casos:

a) Solución de Línea Fuente para un Yacimiento Infinito.

Considerando un pozo situado en el centro de un medio poroso de extensión radial infinita, que produce a gasto constante y que la formación tiene un espesor uniforme y completamente abierto al flujo, se pueden tener las siguientes condiciones[9]:

a).- $p(r, o) = p_i$ a $t = o$ para toda r.

b).- $\left(r \frac{\partial p}{\partial r}\right)_{r_w} = \frac{q \mu}{2\pi k h}$ para $t > o$.

c).- $\lim_{r \to \infty} p(r, t) = p_i$ para cualquier tiempo.

Para obtener la solución de la ecuación diferencial (2.4), se considera que el yacimiento produce a través de una línea en el centro del pozo (r_w=0), es decir que se reemplaza la condición b) por:

$$\lim_{r \to 0} \left(r \frac{\partial p}{\partial r}\right) = \frac{q\,\mu}{2\pi kh} \quad \text{, para} \quad t > 0 \tag{2.5}$$

Esta condición de frontera establece la "solución de línea fuente" aproximada a las condiciones originales[10]. De - acuerdo al desarrollo indicado en el Apéndice B se obtiene:

$$p(r, t) = p_i - \frac{q\,\mu}{4\pi kh} E_i\left(\frac{\phi\mu c_t r^2}{4kt}\right) \tag{2.6}$$

Esta ecuación es la "solución de línea -- fuente" de la ecuación diferencial, que representa el flujo de un sólo fluido a través de un medio poroso homogéneo, isotrópico y de extensión infinita. De aquí puede determinarse el valor de la presión en función del radio y del -- tiempo.

Partiendo de la ecuación (2.6) se pueden - definir las siguientes variables adimensionales[11]:

$$p_D(r_D, t_D) = \frac{2\pi kh\,(p_i - p(r, t))}{q\,\mu} \tag{2.7}$$

$$t_D = \frac{kt}{\phi\mu c_t r_w^2} \tag{2.8}$$

$$r_D = \frac{r}{r_w} \tag{2.9}$$

que indican una caída de presión adimensional, un tiempo - adimensional y una distancia radial adimensional, respectivamente.

Arreglando la ecuación (2.6) de la siguiente manera:

$$\frac{2\pi kh\,(p_i - p_{r,t})}{q\,\mu} = \frac{1}{2}\,E_i\,\left(\frac{\phi\,\mu\,c_t\,r^2}{4\,kt}\right) \qquad (2.10)$$

y utilizando las variables adimensionales, la solución de- la línea fuente puede expresarse como:

$$p_D\,(r_D\,,\,t_D) = \frac{1}{2}\,E_i\,\left(\frac{r_D^2}{4\,t_D}\right) \qquad (2.11)$$

Esta solución está representada en la gráfica de la Fig. - No. 1 y es válida en los siguientes casos (Fig. No. 2):

1.- Para todo valor de r_D si $\frac{t_D}{r_D^2} \geq 25$

2.- Para todo valor de $\frac{t_D}{r_D^2}$ si $r_D \geq 20$

3.- Para $\frac{t_D}{r_D^2} \geq 70$, la solución puede aproximarse a:

$$p_D\,(r_D\,,\,t_D) = \frac{1}{2}\,[\ln\left(\frac{t_D}{r_D^2}\right) + 0.80907] \qquad (2.12)$$

4.- Si $\frac{t_D}{r_D^2} < 25$, entonces la solución de línea fuente no es válida.

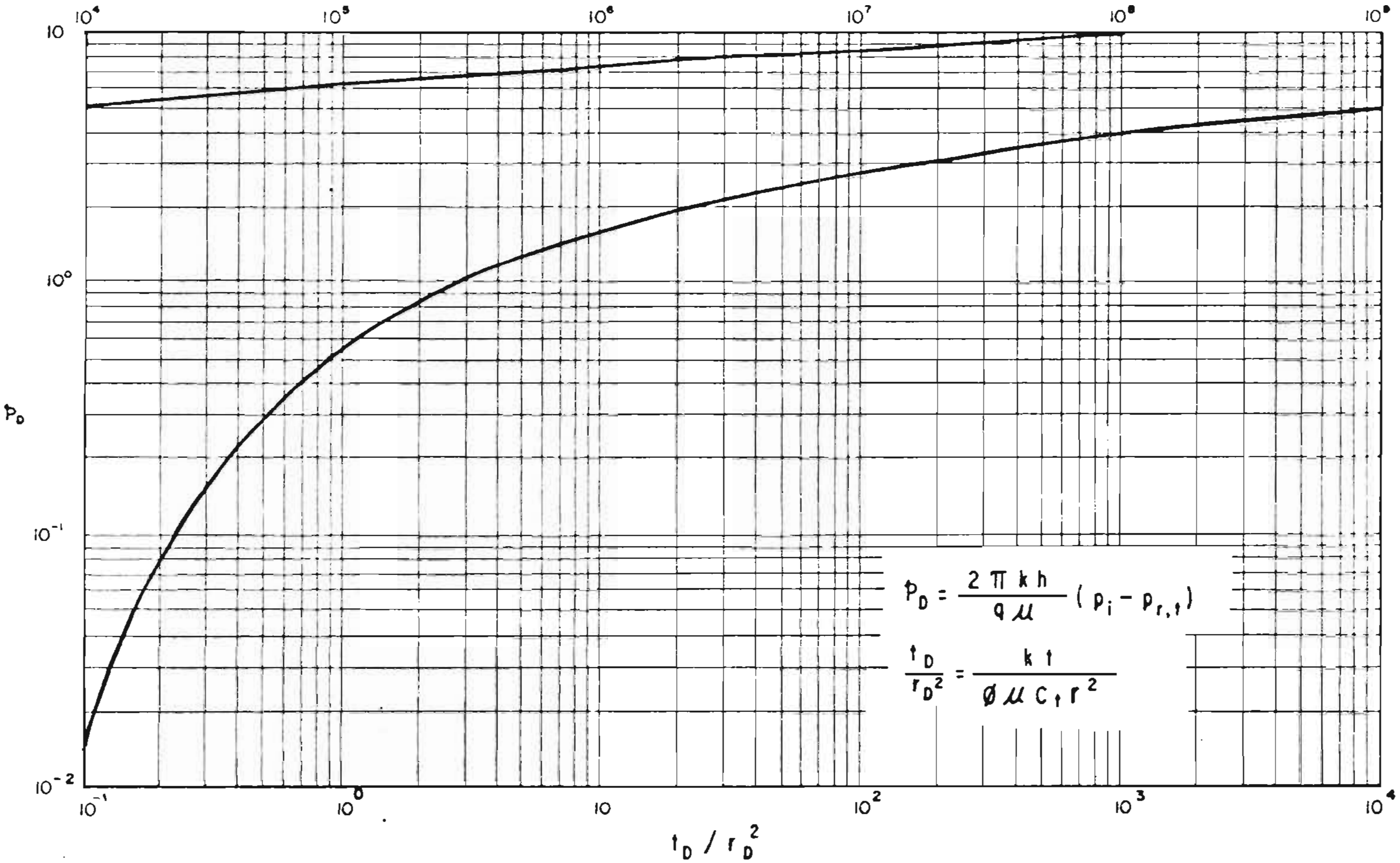


FIG. Nº 1: PRESION ADIMENSIONAL PARA UN SOLO POZO EN UN YACIMIENTO INFINITO. SOLUCION DE LINEA FUENTE[12].

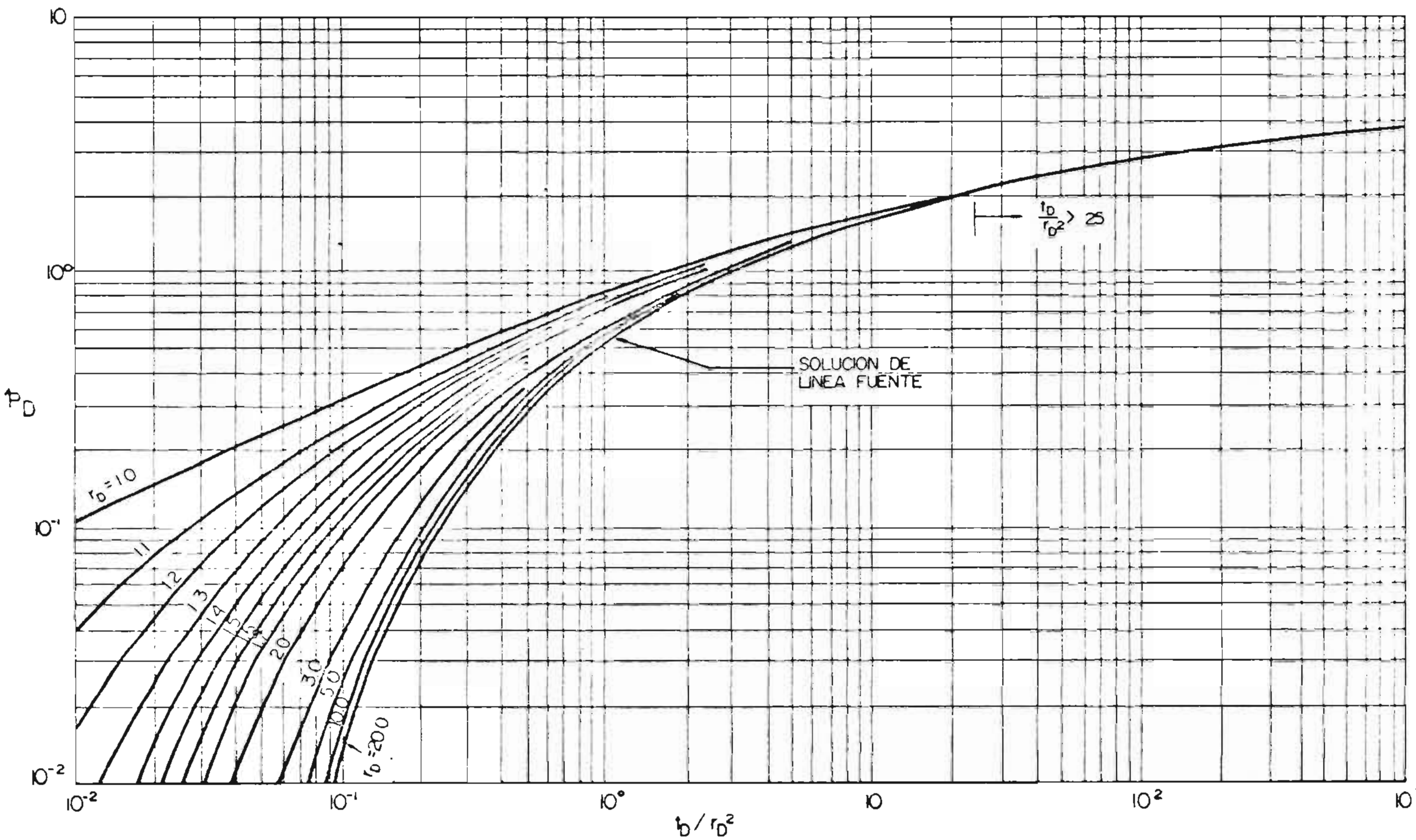


FIG. No: 2.- RANGO DE VALIDEZ DE LA SOLUCION DE LINEA FUENTE [12].

b) Solución para un Yacimiento Limitado.

Cuando se tiene un pozo situado en el centro de un yacimiento circular, en cuya frontera exterior - no existe flujo, puede encontrarse la solución de la ecuación (2.4) aplicando las siguientes condiciones iniciales- y de frontera:

a).- $p(r, o) = p_i$, a $t = o$ para toda r.

b).- $\left(r \frac{\partial p}{\partial r}\right)_{r_w} = \frac{q\mu}{2\pi kh}$, para $t > o$.

c).- $\left(\frac{\partial p}{\partial r}\right)_{r_e} = o$, para todo tiempo.

Con el uso de la transformada de Laplace(11) y tomando en cuenta la definición de la presión adimensional, Apéndice C, se tiene la solución para este caso:

$$p(r,t) = p_i - \frac{q\mu}{2\pi kh} \left\{ \frac{2}{r_{eD}^2 - 1}\left(\frac{r_D^2}{4} + t_D\right) - \frac{r_{eD}^2 \ln r_D}{r_{eD}^2 - 1} - \frac{(3 r_{eD}^4 - 4 r_{eD}^4 \ln r_{eD} - 2 r_{eD}^2 - 1)}{4 (r_{eD}^2 - 1)^2} + \pi \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{-\alpha_n^2 t_D} J_1^2(\alpha_n r_{eD}) [J_1(\alpha_n) Y_o(\alpha_n r_D) - Y_1(\alpha_n) J_o(\alpha_n r_D)]}{\alpha_n [J_1^2(\alpha_n r_{eD}) - J_1^2(\alpha_n)]} \right\} \tag{2.13}$$

donde α_n son las raíces de:

$$J_1(\alpha_n r_{eD}) Y_1(\alpha_n) - J_1(\alpha_n) Y_1(\alpha_n r_{eD}) = 0 \tag{2.14}$$

Para la presión en el pozo, p_{wf}, la ecuación (2.13) puede escribirse:

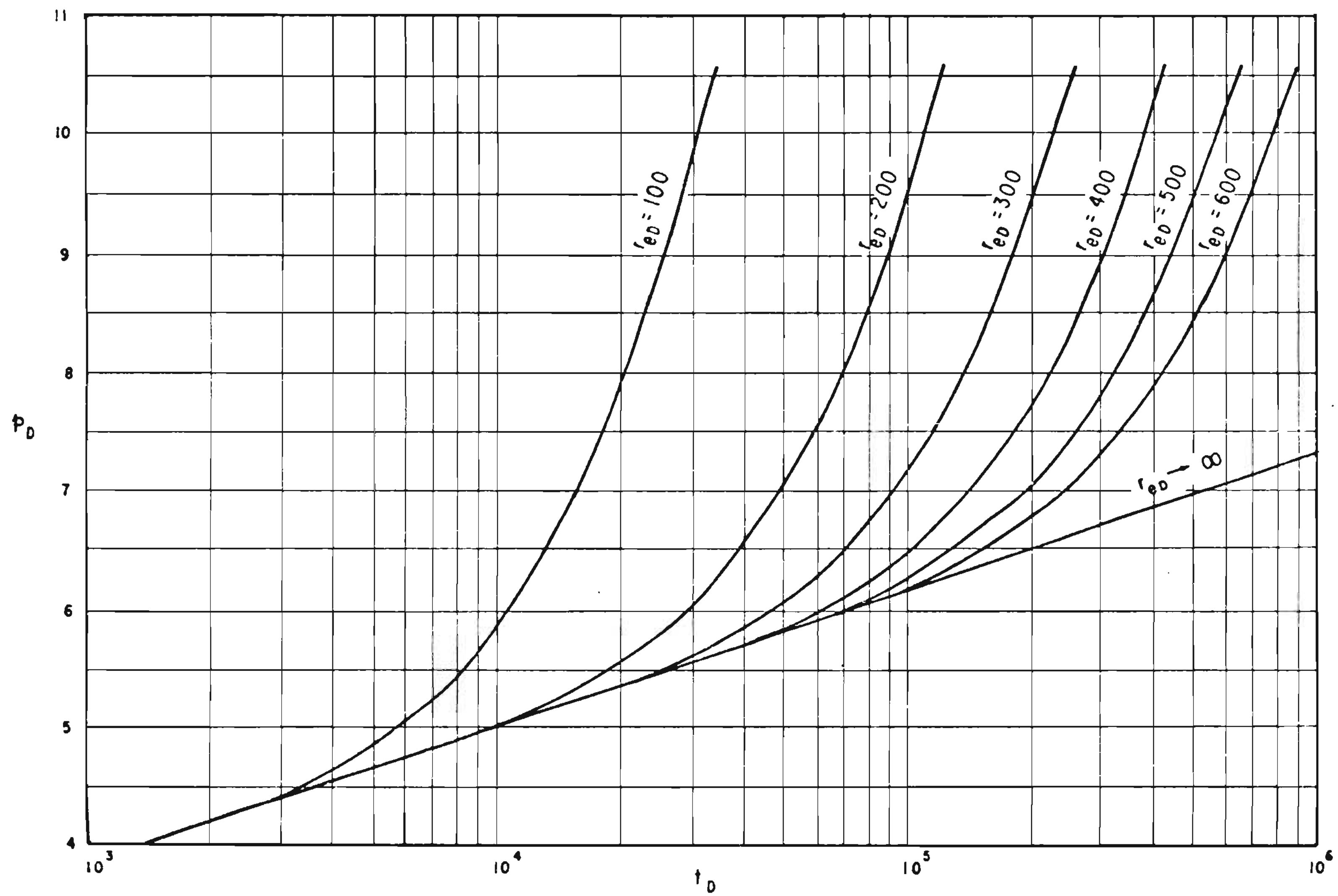


FIG. Nº 3.- SOLUCION PARA UN YACIMIENTO CIRCULAR LIMITADO[13].

$$p_{wf} = p_i - \frac{q\mu}{2\pi kh} [\frac{2t_D}{r_{eD}^2} + \ln r_{eD} - \frac{3}{4}$$

$$+ 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{-\alpha_n^2 t_D} J_1^2(\alpha_n r_{eD})}{\alpha_n^2 [J_1^2(\alpha_n r_{eD}) - J_1^2(\alpha_n)]}] \qquad (2.15)$$

Cuando los valores de t_D son grandes, puede aproximarse a:

$$p_{wf} = p_i - \frac{q\mu}{2\pi kh} (\frac{2t_D}{r_{eD}^2} + \ln r_{eD} - \frac{3}{4}) \qquad (2.16)$$

La Fig. No. 3 es una gráfica de la ecuación (2.15) para varios valores de r_{eD}, donde se observa que - para tiempos cortos la solución corresponde a la línea de- $r_D=1$ de un yacimiento infinito y para tiempos largos la solución está representada por la ecuación (2.16). La transición del comportamiento infinito al finito[13] ocurre -- aproximadamente en $t_D=0.25\ r_{eD}^2$.

c) Solución para un Yacimiento con Presión Constante.

En este caso se supone que la presión permanece constante en la frontera exterior del yacimiento. - Las condiciones inicial y de frontera que se requieren para resolver la ecuación de flujo (2.4) son:

a).- $p(r, 0)$ p_i , a $t = 0$ para toda r .

b).- $\left(r \dfrac{\partial p}{\partial r}\right)_{r_w} = \dfrac{q\mu}{2\pi kh}$, para $t > 0$.

c).- $p(r_e, t) = p_i$, en la frontera exterior para todo t.

De nuevo, con el uso de la transformada de Laplace como en el caso anterior, Apêndice D, se tiene:

$$p_D = \ln\left(\frac{r_{eD}}{r_D}\right) + \pi \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{-\beta_n^2 t_D} J_o^2(\beta_n r_{eD})[J_o(r_D \beta_n) Y_1(\beta_n) - Y_o(\beta_n r_D) J_1(\beta_n)]}{\beta_n [J_1^2(\beta_n) - J_o^2(\beta_n r_{eD}^2)]} \tag{2.17}$$

donde β_n son las raîces de:

$$J_1(\beta_n) Y_o(\beta_n r_{eD}) - Y_1(\beta_n) J_o(\beta_n r_{eD}) = 0 \tag{2.18}$$

Evaluando la ecuación (2.17) en $r_D=1$, se- obtiene el comportamiento de la presión en el pozo:

$$p_{wf} = p_i - \frac{q\mu}{2\pi kh} \left[\ln r_{eD} - 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{-\beta_n^2 t_D} J_o^2(\beta_n r_{eD})}{\beta_n^2 [J_1^2(\beta_n) - J_o^2(\beta_n r_{eD})]}\right] \tag{2.19}$$

Cuando t_D aumenta esta ecuación se reduce a:

$$p_{wf} = p_i - \frac{q\mu}{2\pi kh} \ln r_{eD} \tag{2.20}$$

que se cumple para $t_D > 1.0\ r_{eD}^2$, aproximadamente[13].

Una gráfica de la ecuación (2.19) para varios valores de r_{eD} se muestra en la Fig. No. 4 donde se- observa que en la porción inicial del período de produc--- ción, el pozo actúa como si estuviera en un yacimiento in-

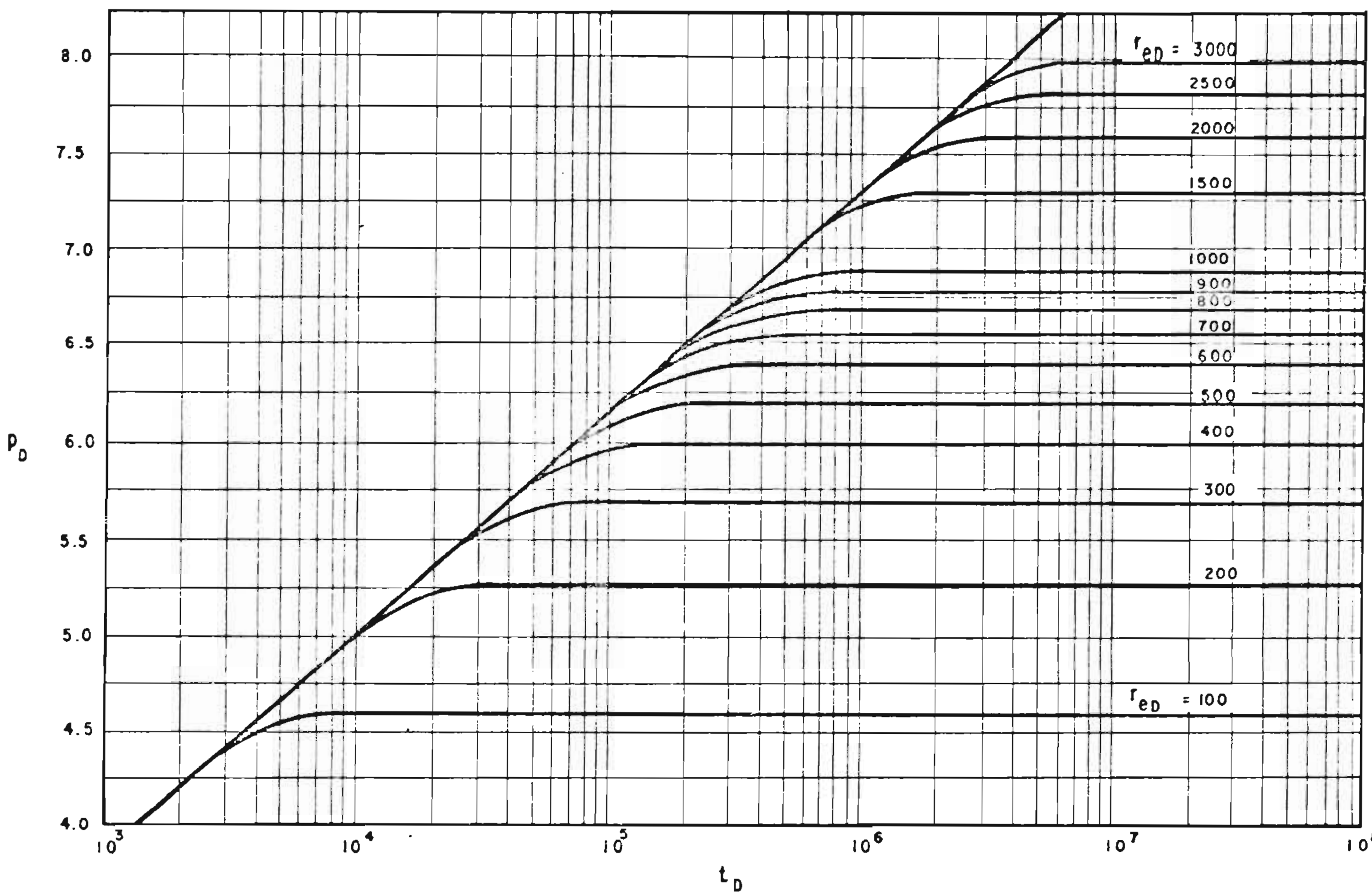


FIG. Nº 4 - SOLUCION PARA UN YACIMIENTO CON PRESION CONSTANTE EN LA FRONTERA EXTERIOR(13).

finito. Sin embargo, después de un cierto tiempo, $t_D > 0.25\ r^2_{eD}$, se notan los efectos de frontera y un período de transición precede a las condiciones de flujo estacionario, representado por la ecuación (2.20).

2.3. Flujo Transitorio, Pseudoestacionario y Estacionario.

Si se cumplen todas las consideraciones -- hechas, tanto de la formación como del fluido, para la derivación de las soluciones anteriores, entonces el comportamiento de la presión del pozo con un gasto constante es- como se ilustra en la Fig. No. 5.

Durante el tiempo inicial de producción el comportamiento de presión es esencialmente el mismo que en un yacimiento infinito[9], denominado período de flujo - - transitorio y descrito por la ecuación (2.6). Al final -- del período transitorio empiezan a sentirse los efectos - de frontera, lo cual da origen a un período de transición- o transitorio tardío.

Cuando se han sentido todos los efectos de frontera se inicia un período de flujo llamado pseudoestacionario, la presión declina por todo el yacimiento y el - comportamiento es una función lineal del tiempo;

$$\frac{\partial p_{wf}}{\partial t} = - \frac{q}{\phi c_t h \pi r_e^2} \qquad (2.21)$$

donde $\pi r^2 \phi h$=volumen poroso, de tal manera que la pendiente de la línea recta es inversamente proporcional al volumen poroso lleno de fluido.

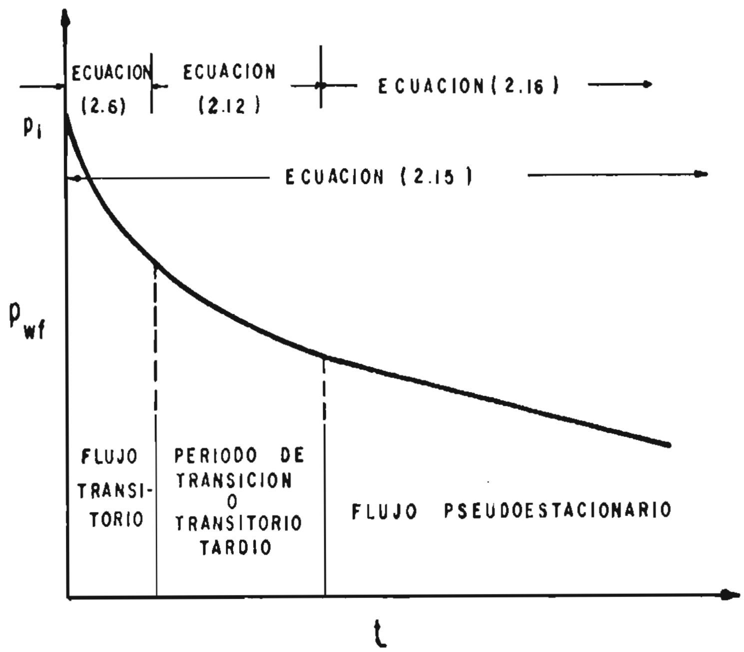


FIG. Nº 5.- COMPORTAMIENTO DE LA PRESION DE UN POZO CON GASTO CONSTANTE (9).

A partir de las ecuaciones (2.16) y (2.21), puede demostrarse que la diferencia entre la presión media del yacimiento y la p_{wf} es constante durante el flujo pseudoestacionario:

$$\bar{p} - p_{wf} = \frac{q\mu}{2\pi kh} \left(\ln r_{eD} - \frac{3}{4} \right) \qquad (2.22)$$

Es decir que $\bar{p}-p_{wf}$=constante.

La extensión del período de transición depende de la relación de la forma pozo-yacimiento. Para un pozo en el centro de un yacimiento circular o cuadrado, sin flujo a través de sus fronteras y donde la distancia del pozo a las fronteras es mayor de 100 r_w [13], no existe período de transición apreciable entre los períodos transitorio y pseudoestacionario.

Estos períodos de flujo se observan en la gráfica semilogarítmica de la Fig. No. 3, correspondiente a un yacimiento finito sin flujo en sus fronteras. Si la presión es constante en las fronteras del yacimiento, Fig. No. 4, se presenta inicialmente el período de flujo transitorio, luego el transitorio tardío (transición) y cuando se han sentido los efectos de frontera (la presión se mantiene constante) se tiene el flujo pseudoestacionario.

Cuando la presión en todos los puntos del yacimiento no varía con el tiempo, es decir que el lado derecho de la ecuación (2.4) es igual a cero, entonces se dice que el flujo es estacionario [14]. Para tiempos largos la ecuación (2.17) se reduce a la expresión logarítmica (2.20).

El flujo estacionario solamente puede ocurrir cuando el yacimiento tiene una gran entrada de agua - por la existencia de un acuífero o cuando se tienen gastos balanceados de producción e inyección.

2.4. Principio de Superposición.

Como la ecuación diferencial y las condiciones de frontera que describen el flujo son lineales, -- puede utilizarse el principio de superposición para resolver problemas de yacimientos con varios pozos o de éstos - con varios gastos de producción.

Cuando las condiciones de frontera son independientes del tiempo (o sea que se tiene gasto constante), el principio de superposición demuestra que la presencia de una condición de frontera no afecta la respuesta debida a otras condiciones, es decir, no hay interacciones entre las respuestas(13). Por tanto, el efecto total es - la suma de todos los efectos individuales. Si las condiciones de frontera dependen del tiempo (gasto variable), - entonces se emplea el teorema de Duhamel, que es una extensión del principio.

a) Superposición en el Espacio.

Cuando en un mismo yacimiento están produciendo más de un pozo, la presión en cualquier punto es -- afectada por cada uno de los pozos productores. Si se --- tienen dos pozos que producen a gastos q_1 y q_2 , entonces la presión en un punto P en el yacimiento se obtiene superponiendo las caídas de presión debidas a los efectos de -- ambos pozos. Para obtener el comportamiento de presión -- en cualquier punto del yacimiento se requiere conocer la - distancia r de ese punto a cada pozo. Esto puede indicarse como:

$$(\Delta p)_P = \Delta p_1 \text{ (evaluada en P debido al gasto } q_1) + \Delta p_2 \text{ (evaluada en P debido al gasto } q_2)$$

y según las expresiones (2.6) y (2.11):

$$(\Delta p)_P = -\frac{q_1 \mu}{4 \pi kh} E_i\left(-\frac{r_{D1}^2}{4 t_D}\right) + \frac{q_2 \mu}{4 \pi kh} E_i\left(-\frac{r_{D2}^2}{4 t_D}\right) \qquad (2.23)$$

El comportamiento de la presión en este - caso puede ilustrarse esquemáticamente por medio de la --- Fig. No. 6, donde se observa la distribución de presión -- causada por cada uno de los pozos en forma independiente y total.

Si existen n pozos productores en un yacimiento y si el inicio de producción fue simultáneo, entonces la caída de presión en un punto cualquiera del yaci--- miento es:

$$(\Delta p)_P = \frac{\mu}{4\pi kh} \sum_{i=1}^{n} q_i E_i \left(\frac{\phi \mu c_t r_i^2}{4kt}\right) \qquad (2.24)$$

Esta es la base en las pruebas de interferencia utilizadas para determinar características del yacimiento, donde el punto P es, en realidad, un pozo de observación, en el cual se mide la interferencia de otro u otros pozos productores.

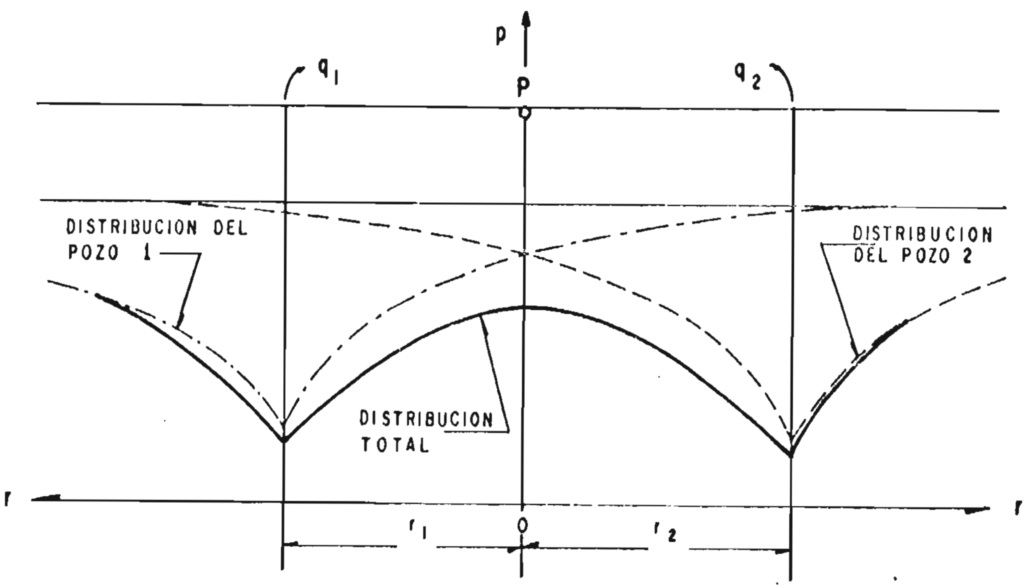


FIG. Nº 6.- PRINCIPIO DE SUPERPOSICION EN EL ESPACIO.

Cuando dos pozos están produciendo al mismo gasto en un yacimiento infinito, existe una frontera equidistante entre ellos donde no hay flujo. Si un pozo es productor y el otro inyector se tiene una frontera a presión constante entre ellos. Por tal motivo, el efecto de una frontera puede simularse con un pozo "imagen". El método de imágenes, ilustrado en el Apéndice E, es una aplicación muy útil del principio de superposición, para el caso de un pozo localizado cerca de una frontera(15).

b) Superposición en el Tiempo.

Considerando el caso de un pozo que fluye a un gasto constante q_1 durante el tiempo t_1, después a un gasto q_2 durante el tiempo t_2 y así sucesivamente, a distintos gastos para varios tiempos. El comportamiento de la presión se obtiene por superposición de las soluciones básicas para cada gasto que opera en cada intervalo de tiempo.

Para una secuencia de n gastos, la caída de presión en el último período de tiempo (Apéndice F) está dada por:

$$\Delta p(t) = \frac{q_1 \mu}{2 \pi kh} \left[p_D(t) + \sum_{i=2}^{n} \frac{q_i - q_{i-1}}{q_1} p_D (t - t_{i-1}) \right] \qquad (2.25)$$

La ecuación (2.25) es la forma general del principio de superposición para el caso de historias de gastos variables. También es completamente válida si uno o más gastos de producción es igual a cero (pozo cerrado).

Este principio de superposición también puede expresarse en forma contínua, si en la ecuación (2.25) los gastos y los intervalos de tiempo se toman infinitamente pequeños, entonces la sumatoria puede escribirse como una integral:

$$\Delta p(t) = \frac{q_1 \mu}{2\pi kh} \left[p_D(t) + \frac{1}{q_1} \int_0^t \frac{dq(\tau)}{d\tau} p_D(t-\tau)\, d\tau \right] \qquad (2.26)$$

donde τ es la variable de integración correspondiente a t_{i-1} de la ecuación (2.25). La ecuación (2.26) representa la forma contínua del principio de superposición en el tiempo. También se conoce como Principio de Duhamel o de la Integral de Faltung.

c) Superposición en el Tiempo y el Espacio(16).

Las soluciones pueden ser superpuestas simultâneamente en el espacio y en el tiempo. Considerando dos pozos en un mismo yacimiento, que tienen diferentes historias de gastos variables; entonces la presión en un punto del yacimiento en el tiempo t es:

$$\Delta p(r, t) = \Delta p'(r_1, t) + \Delta p''(r_2, t) \qquad (2.27)$$

Los términos de esta expresión se describen en el Apéndice G.

Por tanto, puede apreciarse que con el

principio de superposición en espacio y tiempo (suma de efectos individuales debidos a la localización y a la historia de gastos) se obtiene el comportamiento resultante en el punto considerado del yacimiento.

2.5. Efectos de Daño y Almacenamiento.

a) Factor de Daño.

La permeabilidad de la formación inmediatamente cercana al pozo puede ser dañada durante los procesos de perforación, o mejorada por las operaciones de estimulación (fracturamiento o acidificación). La invasión de los fluidos de perforación, la dispersión de arcillas, la presencia de enjarre de lodo, una alta saturación de gas alrededor del pozo, la penetración parcial, etc. son factores que pueden provocar una reducción en la permeabilidad. La zona de permeabilidad reducida se ha denominado "dañada" y el efecto resultante, efecto de daño.

Cuantitativamente[17] se ha demostrado que la caída de presión dentro de un pozo que produce a un gasto constante q durante un tiempo t, es:

$$\Delta p = \frac{q\mu}{4\pi kh}\left[\ln\left(\frac{kt}{\phi\mu c_t r_w^2}\right) + 0.8090\right] \qquad (2.28)$$

Sin embargo, los análisis de datos de presión indican que la caída de presión en la vecindad del agujero es mayor -- que la calculada a partir de la expresión (2.28). Esto se debe a que la permeabilidad de la formación cerca del agujero se reduce substancialmente como resultado de la perforación, terminación y producción de los pozos.

Esta caída de presión adicional fue explicada por Van Everdingen[17], quien introdujo el concepto de factor de daño (s) como una cantidad adimensional y por -- Hawkins[18], quien consideró una permeabilidad alterada -- (k_s) cercana al agujero hasta un radio (r_s). Según se indica en el Apéndice H, se encuentra que el factor de daño puede definirse como:

$$s = \left(\frac{k}{k_s} - 1\right) \ln (r_s / r_w) \tag{2.29}$$

Un daño positivo indica que la permeabilidad cercana al agujero se redujo, mientras que un daño negativo indica un aumento de la permeabilidad. Un daño -- igual a cero indica que no hay cambio en la permeabilidad. Cualquier restricción que ocasiona una caída de presión -- adicional en la cercanía del pozo, por ejemplo un intervalo parcialmente terminado o disparado se considera un daño[2]. La caída de presión en un pozo debida al efecto de daño es directamente proporcional al gasto de producción.

Así pues, el efecto de daño ha sido interpretado en términos de reducción o mejoramiento de la permeabilidad de la formación y es un concepto que incluye -- varios efectos relacionados con el comportamiento del pozo, tales como: penetración parcial de la formación, distribución de dispáros, saturación alta de gas alrededor del agujero, inclinación del agujero, etc.

b) Efecto de Almacenamiento.

El almacenamiento del pozo ha sido considerado como un efecto sobre el comportamiento de la variación de presión en los tiempos cortos. Cuando se cierra - un pozo en la superficie, el fluido continúa fluyendo hacia él durante algún tiempo y solamente después de que una suficiente cantidad de fluido se acumula, se transmite el efecto de cierre en la superficie a la formación. Por esta razón, hay un retraso en el incremento de la presión a tiempos cortos.

Básicamente, el almacenamiento puede ocurrir de varias maneras: el fluido puede ser almacenado por compresión en un agujero completamente lleno o por movimiento de una interfase gas-líquido. Esto es cierto, ya - que el pozo actúa como un tanque de almacenamiento, donde los fluidos entran al pozo levantando el nivel de líquido, o si el pozo está lleno, los fluidos se comprimen. El almacenamiento del pozo continúa después del cierre hasta que la presión provocada por los fluidos almacenados es lo suficientemente grande para detener el flujo de la formación[2], es decir que durante el cierre del pozo ese flujo disminuye contínuamente hasta llegar a cero.

Para el caso de pruebas de decremento de presión, al abrir el pozo en la superficie, el flujo inicial se debe al almacenamiento de fluido existente en el agujero. De hecho el gasto constante mantenido en la superficie es la suma de dos gastos que varían en dos direcciones: el gasto debido al almacenamiento que va disminuyendo, más el gasto de la formación que aumenta desde cero hasta q. Esto indica que el efecto de almacenamiento está asociado con una variación contínua del gasto en la formación[13].

Los datos de presión obtenidos durante el período de almacenamiento no representan un comportamiento verdadero y consecuentemente, no pueden analizarse para evaluar la capacidad de flujo o el daño de la formación. Afortunadamente los efectos de almacenamiento solamente tardan un corto período de tiempo en la mayoría de los pozos, de tal manera que los datos obtenidos después de este tiempo pueden ser representativos del comportamiento de la presión.

Se ha demostrado[19] que es posible predecir la duración del período inicial de flujo controlado -- por el almacenamiento. Durante este tiempo es posible encontrar la constante de almacenamiento a partir de los datos de variación de presión, pero no pueden encontrarse la capacidad de flujo de la formación y el factor de daño.

Con base en la referencia (20), Apéndice I, se tiene:

$$C_D = \frac{C}{2\pi r_w^2 h \phi c_t} \qquad (2.30)$$

siendo C, la constante de almacenamiento y C_D, la constante de almacenamiento adimensional.

Para tiempos muy pequeños el gasto de producción se debe principalmente al proporcionado por los -- fluidos almacenados, de tal manera que se tiene:

$$p_D = t_D/C_D \qquad (2.31)$$

Recientemente[21] se presentaron gráficas de presión adimensional contra tiempo adimensional para el caso de un pozo en un yacimiento infinito, que produce a - gasto constante y que tiene efectos de almacenamiento y -- daño, Fig. No. 7.

En general, el almacenamiento del pozo origina dos períodos de flujo[6]. El primero está caracterizado por una línea recta de pendiente unitaria como se observa en la Fig. No. 7. Durante este período de flujo no puede conocerse la capacidad de flujo de la formación ni el factor de daño, puesto que toda la producción proviene esencialmente del agujero. El segundo período de flujo corresponde a una zona de transición que depende del radio de influencia del daño a la formación y de las características de la formación, donde se tiene una curva por abajo de la línea de pendiente unitaria y alcanza finalmente una línea para $C_D=0$.

Para propósitos prácticos se ha encontrado que la duración de los efectos de almacenamiento puede determinarse por medio de la expresión:

$$t_D = C_D(60 + 3.5s) \qquad (2.32)$$

que corresponde aproximadamente a un ciclo y medio después de que termina la línea de pendiente unitaria[19].

También puede verse fácilmente en la Fig. No. 7, que a medida que C_D aumenta, es mayor el tiempo de duración del efecto de almacenamiento. Cuando cesa el efecto de almacenamiento, se aprecia la influencia del daño sobre el comportamiento de la presión.

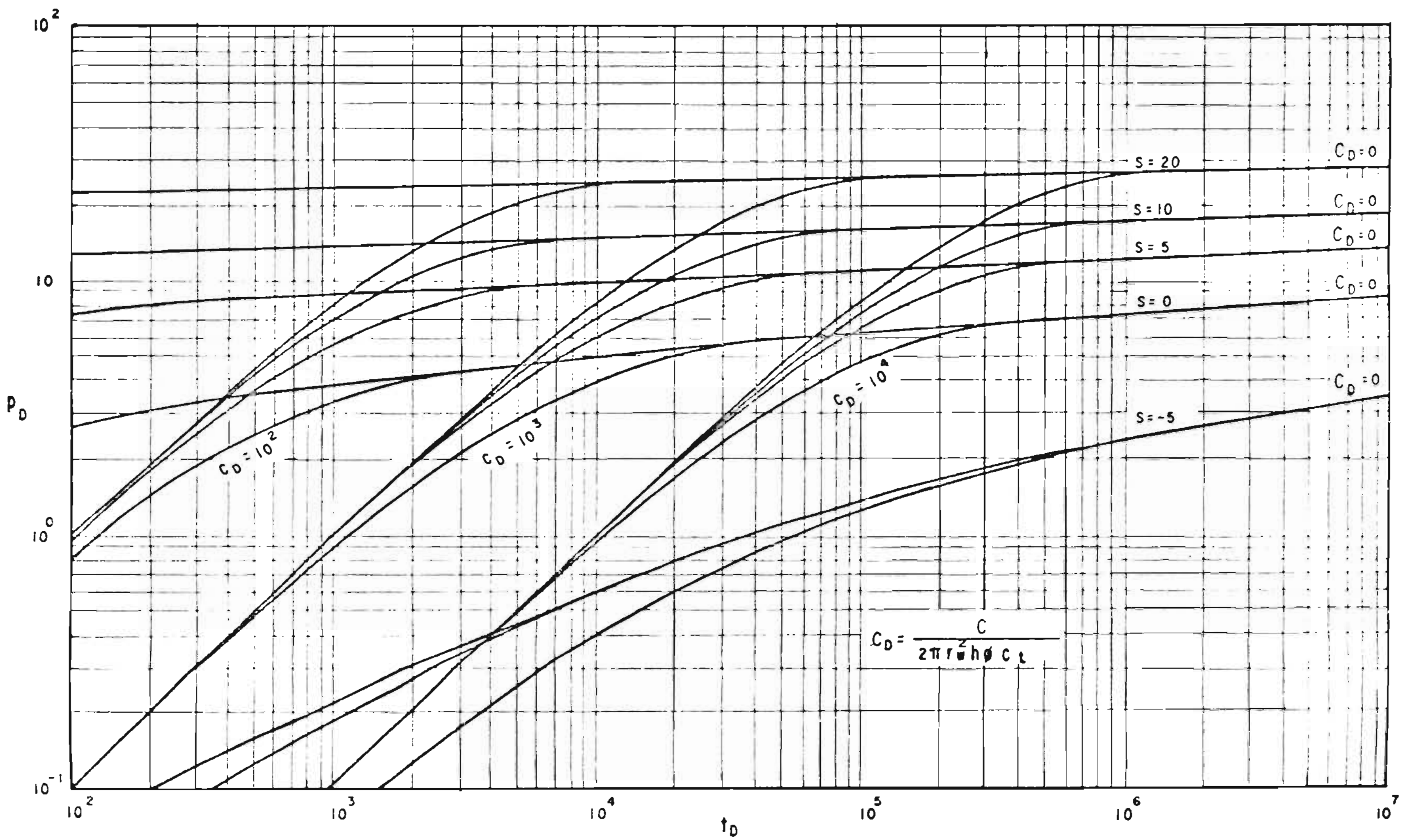


FIG. Nº 7 - p_D CONTRA t_D PARA UN SOLO POZO EN UN YACIMIENTO INFINITO CON ALMACENAMIENTO Y DAÑO[21]

3. CARACTERISTICAS DE LOS YACIMIENTOS FRACTURADOS

3.1. Los Sistemas de Yacimientos Fracturados.

Para describir el comportamiento de una --formación productora con flujo de una sola fase es necesario considerar la permeabilidad y la porosidad efectiva, -así como también la anisotropía del medio poroso. Además, es importante considerar que el sistema poroso contiene regiones que contribuyen significativamente al volumen poroso, tales como fracturas naturales que se combinan con volúmenes de matriz rocosa de baja permeabilidad.

Una distribución de los espacios porosos -sugiere la presencia de una porosidad primaria o intergranular en la matriz de la roca y una porosidad secundaria -en las regiones de fracturas. Generalmente, en los yaci--mientos se encuentran ambas clases de porosidad y para ---ilustrar estos sistemas heterogéneos se ha utilizado un --modelo que comprende volúmenes elementales con porosidad -primaria conectados anisotrópicamente con espacios porosos secundarios[4]. Las calizas y las dolomías son rocas se--

dimentarias que comúnmente presentan estas características.

A través de análisis de núcleos, de láminas delgadas y de registros de pozos se obtiene información limitada que únicamente describe en forma cualitativa las --- características de los yacimientos heterogéneos, es decir - que solamente dan una indicación sobre la presencia de un - sistema de doble porosidad (primaria y secundaria). Una -- evaluación de las características de estos yacimientos puede lograrse a través de los análisis de datos de presión.

El modelo[4] que representa físicamente --- el comportamiento de un yacimiento heterogéneo considera -- que el material con porosidad primaria es homogéneo e isotrópico constituido por un arreglo de paralelepípedos rectangulares e idénticos y que la porosidad secundaria existe en un sistema ortogonal de fracturas uniformes, contínuas y paralelas a los ejes principales de permeabilidad, Fig. No. 8. También considera que el flujo puede ocurrir a través - de los elementos de porosidad primaria y secundaria, pero - puede no ocurrir por los elementos de la primera y supone - que el fluido de la formación fluye de los bloques de matriz hacia las fracturas bajo condiciones de flujo pseudo-- estacionario.

Las fracturas se forman principalmente en - aquellas rocas que son frágiles y son importantes en las -- rocas que tienen matrices muy densas, donde constituyen --- conductos de permeabilidad aproximadamente infinita. En --

algunas ocasiones, las fracturas también juegan un papel - muy importante en la capacidad de acumulación del yaci---- miento[22]. Importantes yacimientos fracturados se pueden encontrar en lutitas, calizas, dolomías, areniscas y en -- rocas ígneas y metamórficas.

El origen de las fracturas puede atribuirse a tres causas principales:

(a) El Diastrofismo, como en el caso de plega-- mientos y fallas. Las fallas tienden a generar grietas a lo largo de la línea de falla, que a su vez producen una zona de di-- latación. El efecto de dilatación[22] pro-

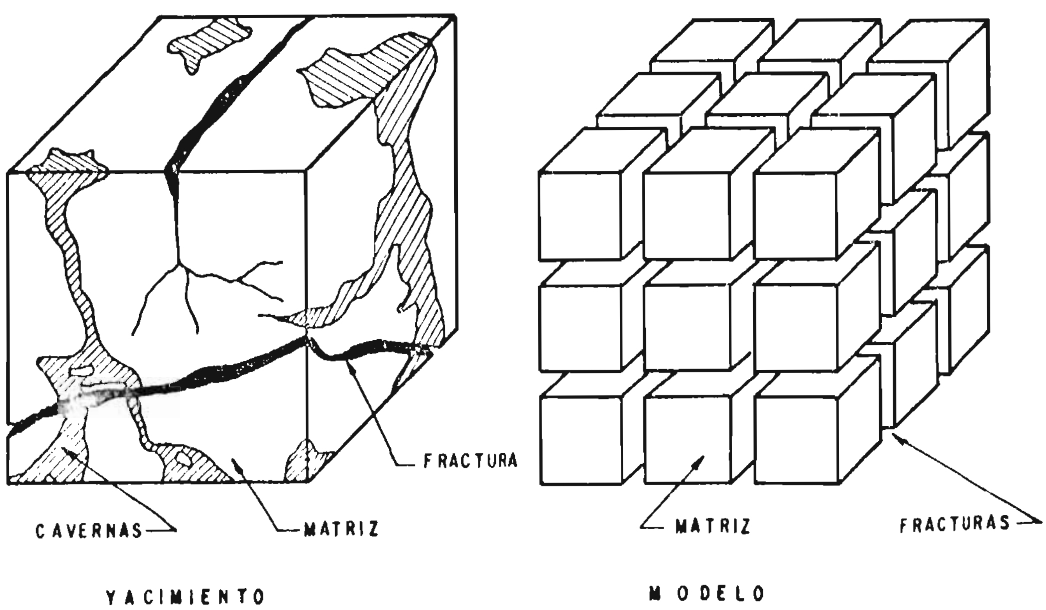


FIG. Nº 8 - REPRESENTACION DE UN YACIMIENTO NATURALMENTE FRACTURADO[4] bablemente sea responsable de una gran parte de la migración y acumulación de aceite en los yacimientos fracturados.

(b) La Erosión Profunda de las formaciones sobreyacentes, lo que permite la expansión, la elevación y el fracturamiento a través de los planos de debilidad.

(c) El Encogimiento del Volumen, como en el caso de las lutitas que pierden agua, el enfriamiento de rocas ígneas y la desecación de rocas sedimentarias.

La capacidad de acumulación de los yacimientos fracturados es muy variable, dependiendo del grado de fracturamiento de la formación y de la porosidad primaria de la matriz. Cuando la porosidad de las fracturas es una mínima parte de la total, la capacidad de acumulación es mayor en la matriz. Una roca con capacidad de acumulación aproximadamente igual en la matriz y en las fracturas tiene una matriz más bien, densa y las fracturas son conductos de permeabilidad aproximadamente infinita. También puede tenerse el caso donde no se tenga porosidad en la matriz; por tanto, la capacidad de acumulación se debe totalmente a las fracturas. En general, los yacimientos de este último tipo están caracterizados por gastos iniciales de producción muy altos que declinan a límites antieconómicos en tiempos relativamente cortos[22].

Las lutitas fracturadas pueden presentar - sistemas de doble porosidad; sin embargo, aunque exista -- acumulación en la matriz, en general la producción proviene principalmente de las fracturas, debido a la falta de - permeabilidad de la matriz.

Los sistemas fracturados pueden ser detectados y evaluados por medio de análisis directos (análisis de núcleos, por ejemplo) e indirectos (análisis de registros, pruebas en pozos, historia de producción, etc.). Es muy importante poder distinguir si las fracturas son naturales o artificiales.

En la práctica se encuentran muchas clases de sistemas fracturados que incluyen:

(1) Pozos que atraviezan fracturas naturales.

(2) Pozos fracturados hidráulicamente con fracturas de conductividad infinita.

(3) Pozos fracturados hidráulicamente con fracturas de conductividad finita.

(4) Pozos que producen de sistemas fracturados naturalmente, pero no penetran directamente al sistema de alta permeabilidad, de porosidad secundaria.

Un método común de aumentar la capacidad - de producción de los pozos es el de fracturamiento hidráulico. Aunque las formas de estas fracturas indudablemente son complicadas, las fracturas reales son a menudo idealizadas como planos verticales, horizontales o inclinados -- que intersectan al pozo.

3.2. Pozos Naturalmente Fracturados.

Los yacimientos naturalmente fracturados - son los más comúnmente encontrados en los sistemas heterogéneos, donde ocurren dos regiones de distinta porosidad - en una misma formación, según se indicó anteriormente. Comúnmente se desea obtener la permeabilidad y la porosidad de cada región, así como el daño de la formación. Se han propuesto muchos métodos para evaluar las características de un yacimiento fracturado naturalmente.

Se ha considerado que un yacimiento naturalmente fracturado contiene tres regiones distintas: una dañada o mejorada alrededor del pozo, una en el sistema -- fracturado y una en la matriz[23]. El flujo de los fluidos parte de la matriz densa hacia las fracturas de alta - conductividad y finalmente llega al agujero.

Como se indicó anteriormente los yacimientos naturalmente fracturados se han estudiado por medio -- del modelo de la Fig. No. 8. Graficando datos de incre---

mento de presión como en la Fig. No. 9, se obtienen dos -- porciones rectas paralelas cuyas pendientes pueden rela--- cionarse con la capacidad de flujo de la formación y la -- separación de las dos líneas, con la capacidad de acumulación de la fracturas[4].

Los núcleos de roca proporcionan una he--- rramienta muy útil para el análisis directo de las fracturas. Como se dijo previamente, es muy importante distin-- guir si las fracturas son naturales o artificiales. Existen varios criterios para diferenciarlas con base en el -- análisis de núcleos[22]. Las fracturas probablemente son-

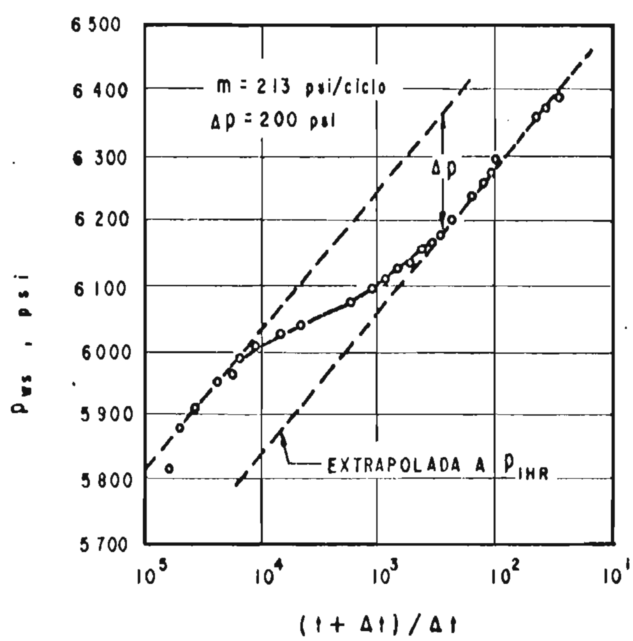


FIG. Nº 9 : CURVA DE INCREMENTO EN UN YACIMIENTO FRACTURADO.[4]

naturales si se observa en los núcleos, la cementación a - lo largo de la superficie de las fracturas, si las fracturas están incluidas en el núcleo (es decir que uno o ambos extremos ocurren en el núcleo) y/o se observan series de - fracturas paralelas en un mismo núcleo.

Puede analizarse un caso especial en el -- cual todas las fracturas son horizontales o que todas las_ fracturas son reemplazadas por un conjunto de fracturas -- horizontales(5). Se eligen fracturas horizontales de tal - manera que el flujo equivalente en ellas sea radial y sea_ convergente hacia el agujero, es decir que si un pozo pe-- netra la formación fracturada, entonces el fluido entra al agujero a través de las fracturas de alta capacidad de --- flujo, puesto que la capacidad de la matriz es extremada-- mente baja en comparación con aquella.

El modelo utilizado para representar estas fracturas horizontales(5) se indica en la Fig. No. 10, --- donde se incluyen las siguientes consideraciones:

1. El flujo es de una sóla fase.
2. La matriz con alta acumulación y baja capacidad de flujo produce hacia la fractura y_ ésta a su vez, produce hacia el agujero. - Las fracturas tienen baja acumulación y alta capacidad de flujo.
3. El flujo ocurre en las direcciones radial y vertical.

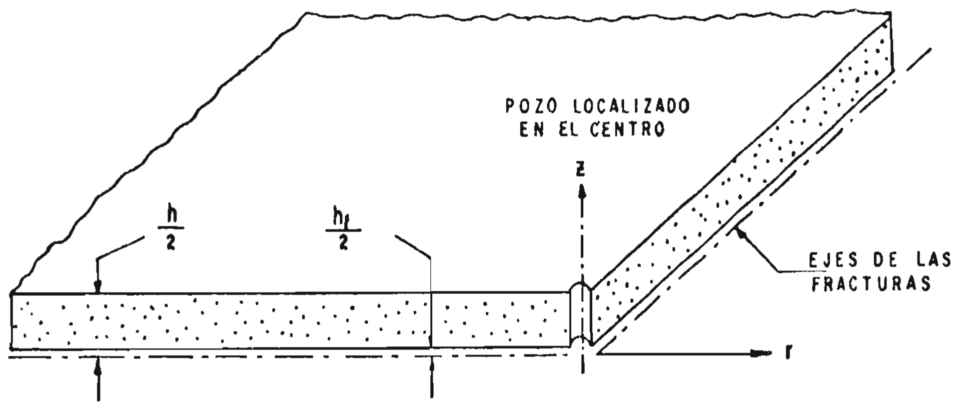


FIG.Nº 10: MODELO DE YACIMIENTO CON FRACTURA HORIZONTAL[5]

4. Se tiene flujo transitorio.
5. El yacimiento es horizontal y tanto la matriz como la fractura son homogéneas e isotrópicas.
6. El pozo está localizado en el centro de un yacimiento circular finito.

En general, el análisis de un yacimiento naturalmente fracturado a partir de datos de presión depende considerablemente del grado y tipo de heterogeneidad del sistema. Bajo condiciones favorables pueden calcularse las características del sistema matriz-fractura, tales como relación de volumen poroso, capacidad total de flujo de la formación, capacidad de acumulación de la matriz porosa y alguna medida de la permeabilidad de la matriz.

3.3. Pozos Artificialmente Fracturados.

Aunque las fracturas pueden ser inducidas artificialmente mediante el proceso de fracturamiento hidráulico, esencialmente todas las fracturas artificiales a profundidades mayores de 3000 pies son verticales(14). Por tanto, la mayoría de estudios de transmisión de presión en pozos fracturados se han dedicado a pozos fracturados verticalmente, mientras que los fracturados horizontalmente no se han estudiado con mucho detalle.

Se ha indicado que la estimulación de pozos a través de fracturamientos da como resultado una fractura esencialmente vertical, cuyo plano coincide justamente con el eje del agujero(25). Consideraciones teóricas indican que las fracturas son paralelas a la dirección de máximo esfuerzo en la formación, de tal manera que si el mínimo esfuerzo principal en la formación es horizontal se tendrá una fractura vertical, y si el mínimo esfuerzo es vertical, entonces se tendrá una horizontal.

a) Fracturas Horizontales.

El estudio sobre el comportamiento de los pozos con fracturas horizontalmente inducidas se ha basado en un modelo[8], cuya solución puede ser aplicable a fracturas horizontales y a pozos con penetración parcial o entrada limitada al flujo. En este modelo yacimiento-fractura, Fig. No. 11, se hacen las siguientes consideraciones:

1. El yacimiento es horizontal, homogéneo y tiene permeabilidad radial y vertical anisotrópicas, k_r y k_z, respectivamente. Es de espesor h, porosidad ϕ, de extensión infinita y penetrado totalmente por un pozo de radio r_w.
2. Se tiene una sóla fractura horizontal y simétrica de radio r_f y espesor h_f. El plano horizontal de simetría de la fractura está a una altura de z_f.

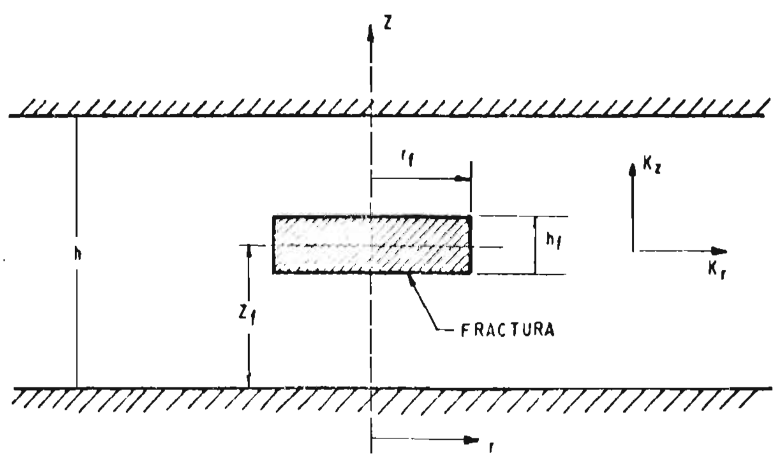


FIG. Nº 11.- MODELO DE FRACTURA HORIZONTAL[8].

3. Se tiene flujo monofásico de un líquido --- ligeramente compresible del yacimiento ha-- cia la fractura.

4. No hay flujo a través de las fronteras su-- perior e inferior del yacimiento.

Del análisis de la solución analítica para una fractura horizontal se definió la existencia de cuatro períodos de flujo diferentes[8]. Durante el primer período toda la producción proviene de la fractura, causando -- una etapa controlada por el almacenamiento. Este período es seguido por uno de flujo lineal y vertical que ocurre - del yacimiento hacia la fractura; su duración está limitada por la distancia vertical más corta de la fractura a -- las fronteras del yacimiento y por la distancia radial --- desde el pozo hasta el límite exterior de la fractura. A continuación se tiene un período de transición y luego, un período de flujo pseudorradial, cuyo inicio depende de la distancia radial del punto de medición hasta el eje del -- pozo y del espesor del yacimiento. Estos períodos de flujo pueden observarse en la Fig. No. 12.

Si el espesor de la fractura es pequeño -- comparado con el espesor de la formación, se comporta como una fractura horizontal de un sólo plano. Para este caso, el período de flujo inicial debido al almacenamiento no -- aparece y solamente están presentes los tres últimos períodos de flujo con los mismos límites de tiempo.

La Fig. No. 13 ilustra el comportamiento de presión para un sistema infinito con una sola fractura horizontal localizada a la mitad de la formación[14]. El tiempo adimensional es:

$$t_{Df} = \frac{0.0002637\ kt}{\phi \mu c_t r_f^2} = t_D \left(\frac{r_w^2}{r_f^2}\right) \qquad (3.1)$$

que está basado en el radio de la fractura, r_f, y a cada curva le corresponde un parámetro adimensional:

$$h_D = \frac{h}{r_f} (k_r/k_z)^{1/2} \qquad (3.2)$$

A tiempos cortos y para h_D grandes las curvas tienen una porción recta de pendiente igual a 1/2.

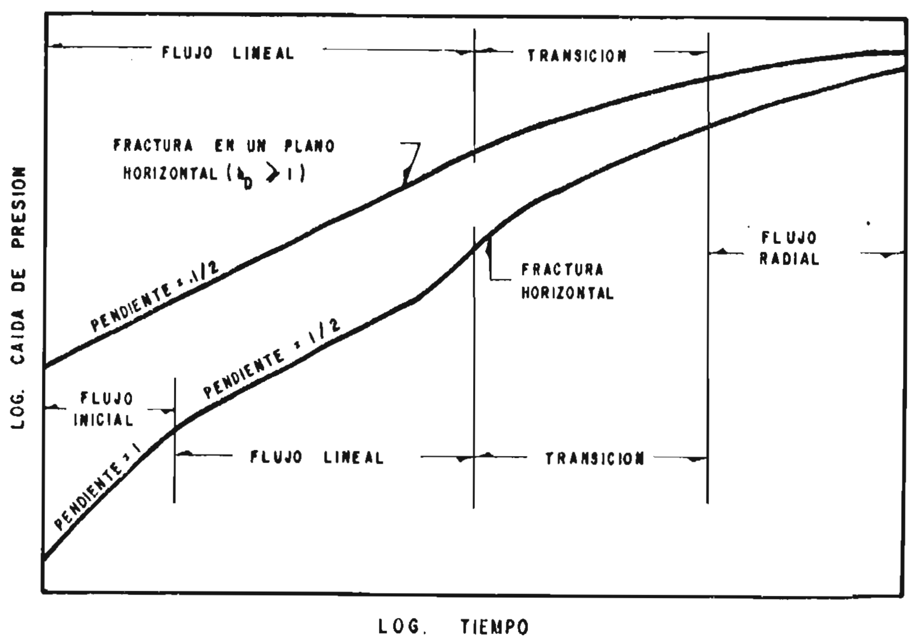
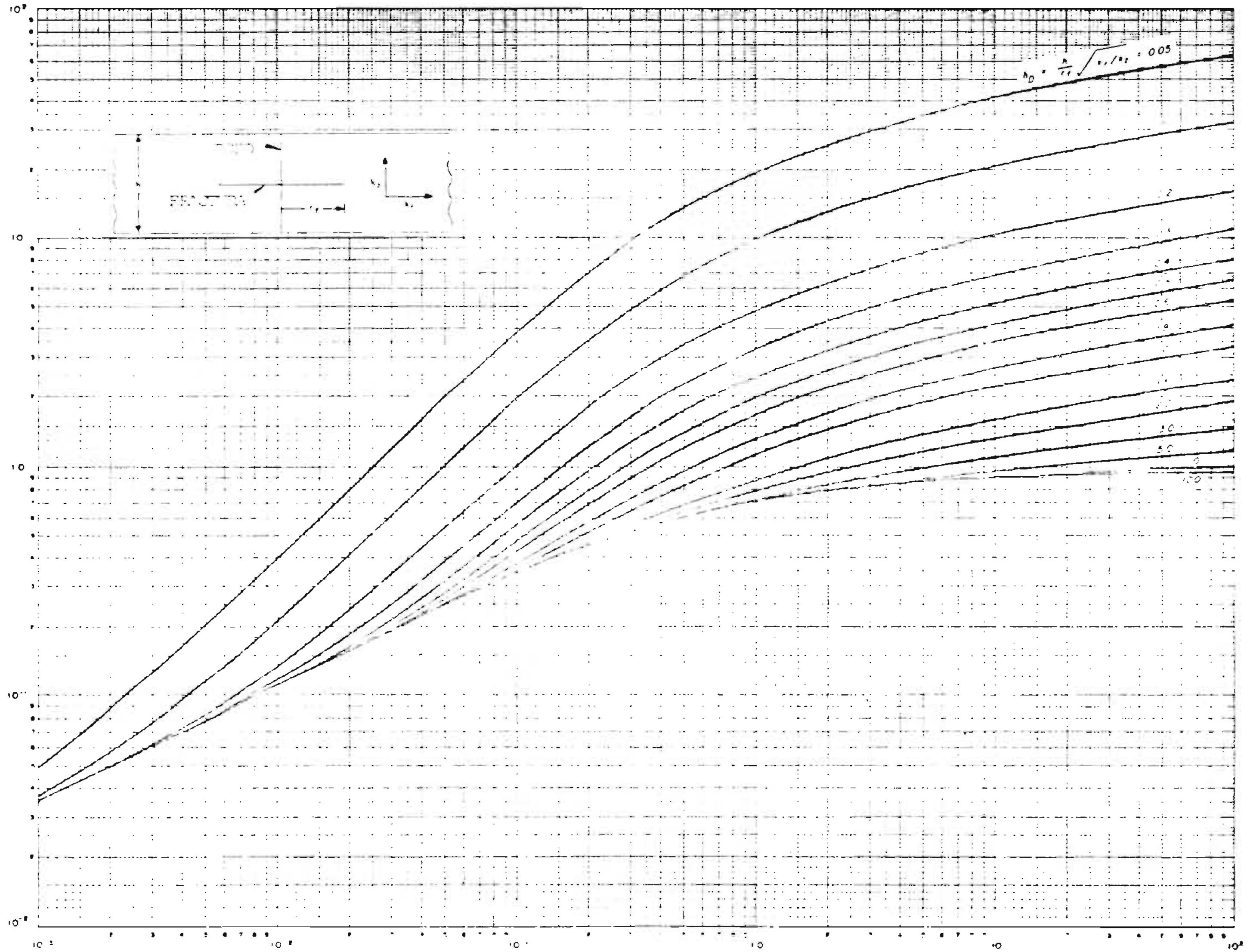


FIG. No.12.- PERIODOS DE FLUJO PARA FRACTURAS HORIZONTALES[8]



$$t_{Df} = \frac{0.0002637\,kt}{\phi\mu c_t x_f^2}$$

FIG. No. 13.- p_D CONTRA t_{Df} PARA UNA FRACTURA HORIZONTAL DE FLUJO UNIFORME EN UN

Para valores bajos de h_D, las curvas tienen pendiente unitaria, como aquella causada por el período de flujo afectado por el almacenamiento, pero este almacenamiento es resultado de la fractura y no del pozo.

La solución para una fractura de conductividad infinita puede obtenerse dividiendo la fractura en un número de elementos[26], cada uno con flujo uniforme y obtenido como la intersección de un cilindro elemental con una capa fuente elemental. La condición de conductividad infinita y la distribución de flujo se obtienen a partir de las condiciones de iguales caídas de presión en los elementos y gastos constantes de producción en todos los tiempos.

La solución para una fractura horizontal de flujo uniforme en un yacimiento infinito, en función del tiempo adimensional para varios valores del espesor adimensional de la formación (h_D) es la que representa la Fig. No. 13, donde se observa el comportamiento de presión para tiempos cortos. En el yacimiento, lejos de la fractura, hay una pequeña diferencia entre el comportamiento de una fractura de conductividad infinita y aquél de una fractura de flujo uniforme.

b) Fracturas Verticales.

Se ha considerado que estas fracturas po--

seen una capacidad de flujo infinita, que son de extensión radial limitada y que penetran la formación productora en la dirección vertical.

En la Fig. No. 14 se representa un yacimiento horizontal, homogéneo, isotrópico y con una área cuadrada de drene del pozo. Se supone que una fractura vertical se tiene a través del espesor h de la formación, que es paralela a una frontera de drene y está localizada simétricamente dentro de una área cuadrada[27]. Debido a que la fractura se extiende desde la cima hasta el fondo de la formación, y si se desprecian los efectos de la gravedad, puede tenerse una representación en dos dimensiones como se muestra en la Fig. No. 15. Para caracterizar este sistema con un pozo fracturado verticalmente en su centro,

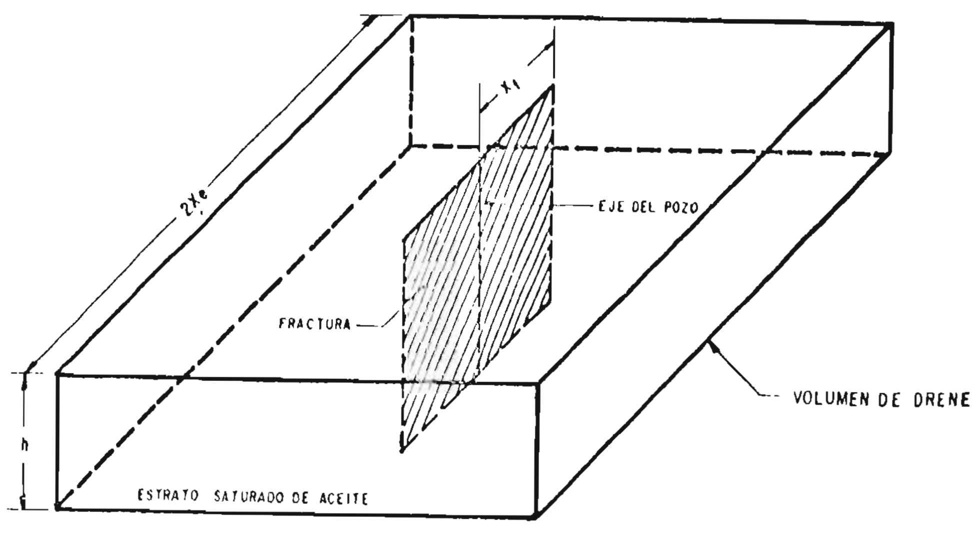


FIG. Nº 14 : ESQUEMA DE UN POZO FRACTURADO VERTICALMENTE[27]

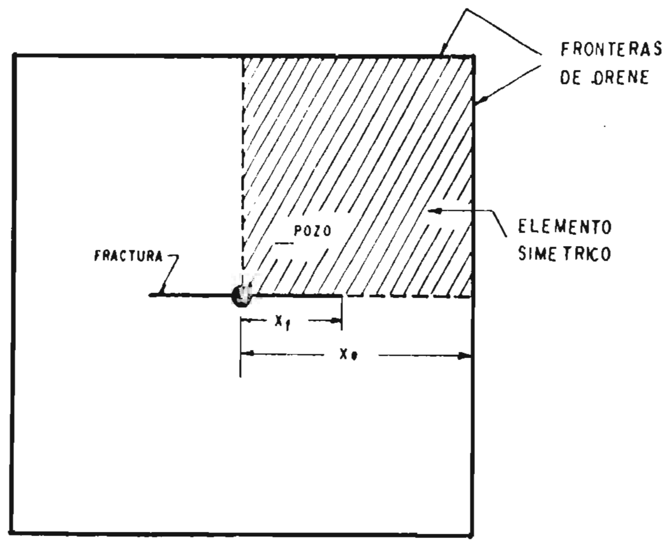


FIG. Nº 15.- PLANTA DE UN SISTEMA FRACTURADO VERTICALMENTE[27].

comúnmente se utiliza la longitud de media fractura, x_f, y la media longitud del cuadrado de drene, x_e.

Para un pozo fracturado verticalmente en un sistema infinito, puede tenerse el caso de una fractura vertical con flujo uniforme[7]. Para el comportamiento de un pozo fracturado verticalmente en los tiempos cortos, la solución es exacta. El fluido entra a la fractura a un gasto uniforme por unidad de área de la cara de la fractura, de tal manera que hay una caída de presión en la fractura. La caída de presión adimensional en el pozo, calculada en los ejes de una fractura con flujo uniforme, (x_D=0,- y_D=0), se obtiene con la expresión:

$$p_D = \sqrt{\pi t_{D_f}}\ \mathrm{erf}\left(\frac{1}{2\sqrt{t_{D_f}}}\right) - \frac{1}{2}\ \mathrm{Ei}\left(-\frac{1}{4t_{D_f}}\right) \qquad (3.3)$$

donde las variables adimensionales, basadas en la longitud - de media fractura se definen como:

$$t_{D_f} = t_D(r_w/x_f)^2 \qquad (3.4)$$

$$x_D = \frac{x}{x_f}\ ,\ y_D = \frac{y}{x_f} \qquad (3.5)$$

Para tiempos largos, cuando t_{D_f}>10, la -- ecuación (3.3) puede aproximarse con errores menores del 1% por medio de la expresión:

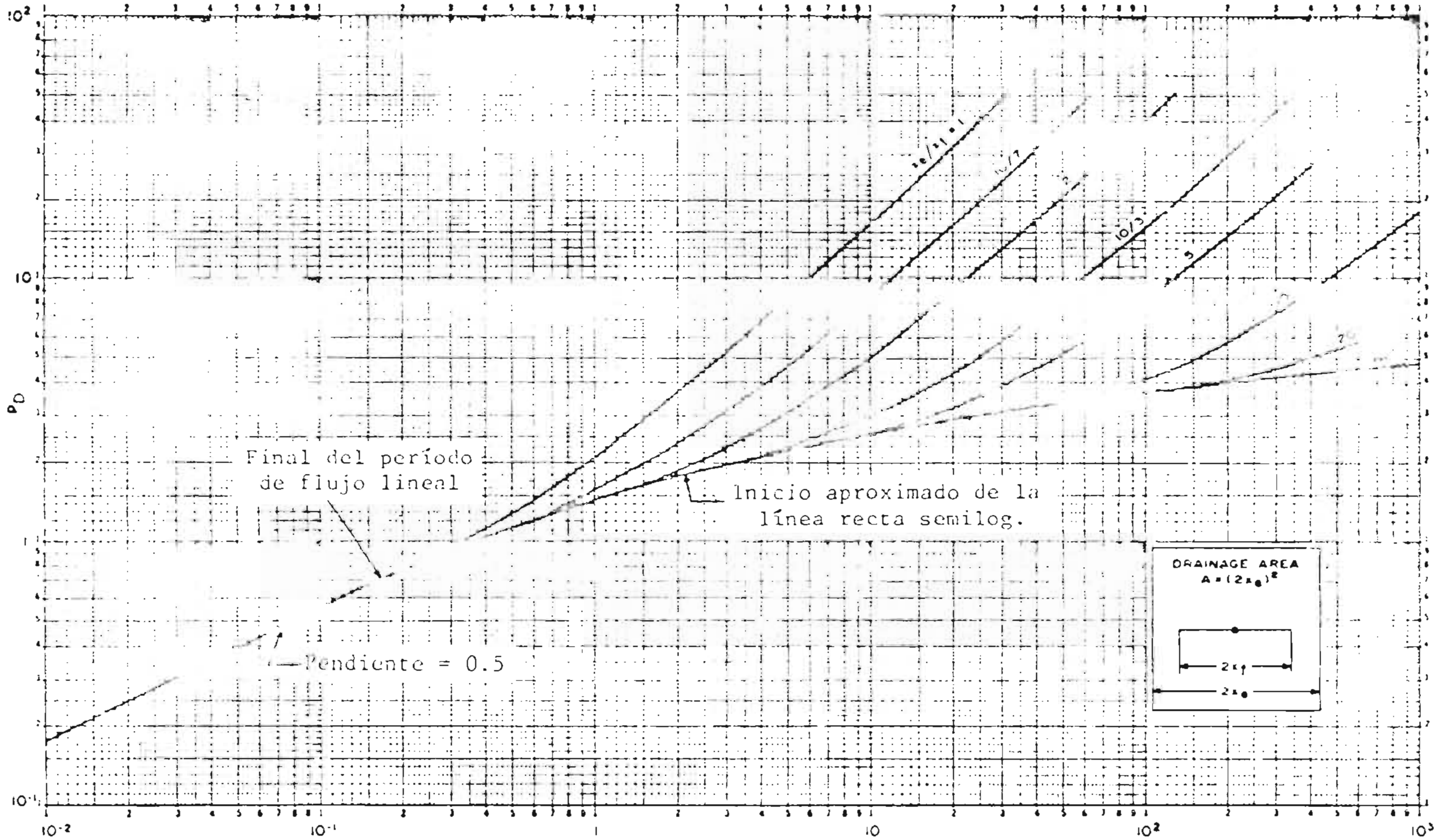
$$p_D = \frac{1}{2}(\ln t_{D_f} + 2.80907) \qquad (3.6)$$

Para tiempos cortos, t_{D_f}< 0.1, la caída - de presión a lo largo de la fractura puede aproximarse a :

$$p_D = \sqrt{\pi t_{D_f}} \qquad (3.7)$$

lo cual indica que para tiempos cortos el flujo dentro - -- de la fractura es lineal(28). En este caso el flujo ocurre en ambos lados de la fractura.

Graficando los valores de $p_D(t_D)$, la ---- ecuación (3.3) corresponde a la curva de x_e/x_f = ∞ de la ---



$$t_{Df} = \frac{0.0002637\ kt}{\phi \mu c_t x_f^2}$$

FIG. No. 16.- P_D CONTRA t_{Df} PARA UNA FRACTURA VERTICAL CON FLUJO UNIFORME EN UN POZO EN EL CENTRO DE UN CUADRADO CERRADO[28].

Fig. No. 16.

También puede presentarse el caso de -- una fractura vertical con conductividad infinita que tiene permeabilidad infinita y por lo tanto, presión uniforme -- por todas partes. La caída de presión adimensional para - tiempos largos en la fractura es:

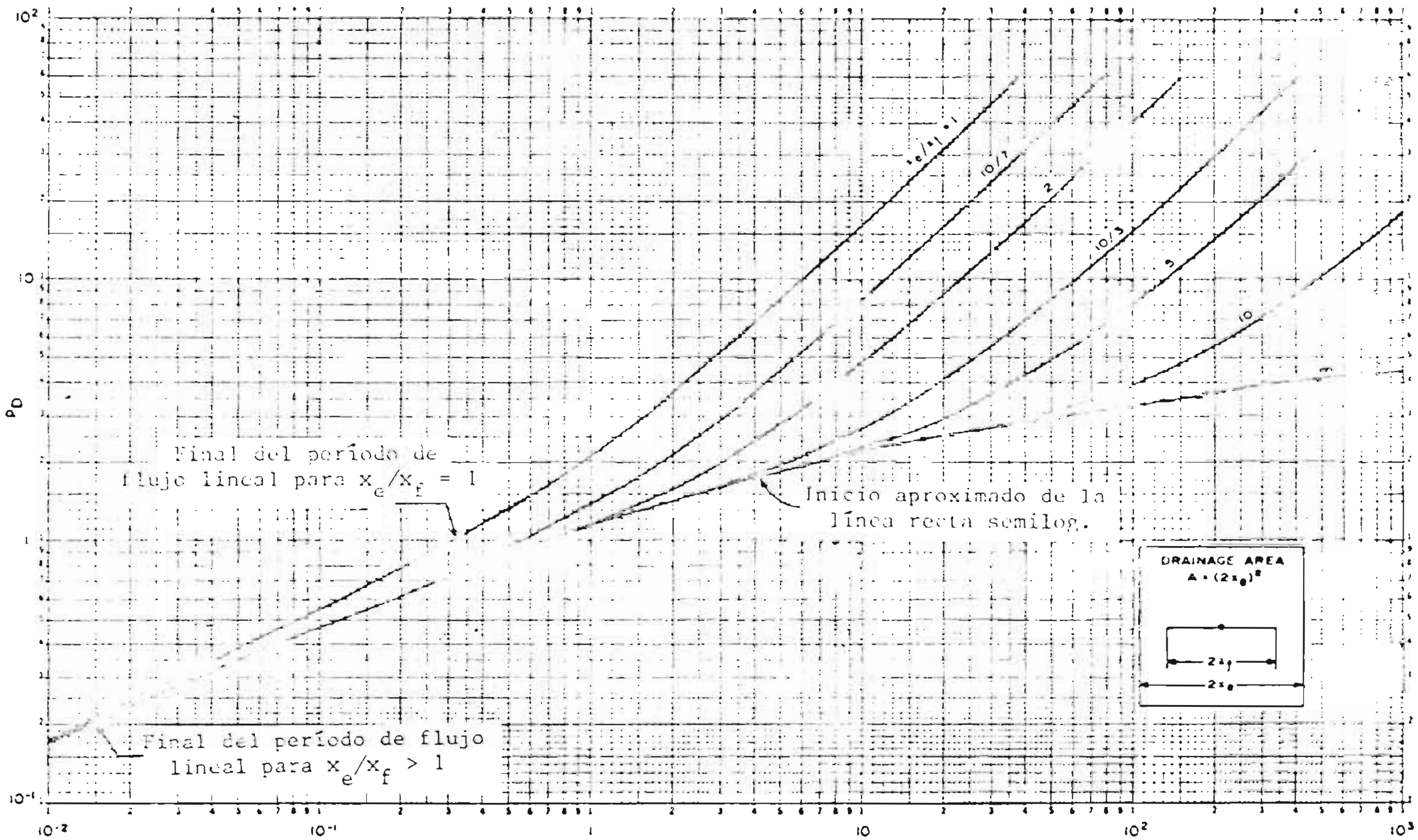
$$p_D = \frac{1}{2} \ln t_{D_f} + 1.100 \qquad (3.8)$$

Este mismo resultado puede obtenerse -- en el caso de la fractura de flujo uniforme, midiendo la - caída de presión en $x_D = 0.732$ en la fractura[7,28]. Esto sugiere que la caída de presión en la fractura de conduc-- tividad infinita puede obtenerse a partir de aquella en la fractura de flujo uniforme con la siguiente expresión:

$$p_D = \frac{1}{2} \sqrt{\pi t_{D_f}} \left(\mathrm{erf}\frac{0.134}{\sqrt{t_{D_f}}} + \mathrm{erf}\frac{0.866}{\sqrt{t_{D_f}}}\right)$$

$$-0.067\ \mathrm{Ei}\left(-\frac{0.018}{t_{D_f}}\right) - 0.433\ \mathrm{E_i}\left(-\frac{0.750}{t_{D_f}}\right) \qquad \ldots(3.9)$$

Entonces, la presión en la fractura es estrictamente uniforme en los tiempos cortos y largos, y - se puede considerar uniforme durante el período de transición. La ecuación (3.9) está representada por la curva --- $x_e/x_f = \infty$ de la Fig. No. 17.



$$t_{Df} = \frac{0.0002637\ kt}{\phi \mu c_t x_f^2}$$

FIG. No. 17.- P_D CONTRA t_{Df} PARA UNA FRACTURA VERTICAL DE CONDUCTIVIDAD INFINITA EN UN POZO EN EL CENTRO DE UN CUADRADO CERRADO[28].

Cuando un yacimiento está en una etapa inicial de desarrollo, la producción de un pozo no es alterada por la existencia de otros pozos o por los efectos de frontera. Sin embargo, después de un tiempo, ésto no es muy cierto y debe desarrollarse una solución que considere las fronteras del yacimiento o la influencia de otros pozos.

También se consideran dos tipos de fracturas, flujo uniforme y conductividad infinita, pero solamente se requiere derivar la caída de presión adimensional para el caso de la fractura de flujo uniforme[7]. La caída de presión para una fractura vertical en el centro de un cuadrado se obtiene con la expresión[28]:

$$p_D = 2\pi \int_0^{t_{D_A}} \{1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \exp(-4n^2\pi^2 t'_{D_A})\}$$

$$\{1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \exp(-4n^2 \pi^2 t'_{D_A}) \frac{\text{sen}\ n\pi x_f/x_e}{n\pi x_f/x_e} \cdot$$

$$\cos n\pi x_D\ x_f/x_e\}\ dt'_{D_A} \qquad (3.10)$$

donde t_{D_A} representa el tiempo adimensional basado en el área de drene:

$$t_{D_A} = \frac{0.0002637\ kt}{4\phi\mu c_t A} = t_D(r_w^2/A) \qquad (3.11)$$

Las caídas de presión en una fractura --

de flujo uniforme y en una de conductividad infinita[28],- se obtienen evaluando la ecuación (3.10) en x_D =0 y x_D = 0.732, respectivamente. Los valores de la caída de presión adimensional, de la ecuación (3.10), están graficados contra t_{D_f} en las Figs. Nos. 16 y 17, respectivamente, para varios valores de la relación x_e/x_f.

Generalmente se cree que la solución para una fractura de flujo uniforme se acerca más a los sistemas de fracturas reales, que la solución para fracturas de conductividad infinita[14]. En un pozo fracturado, durante el período de comportamiento infinito, la presión adimensional está dada por las ecuaciones (3.3), (3.6) y (3.7) para el caso de una fractura de flujo uniforme, y por las ecuaciones (3.8) y (3.9) para una fractura de conductividad infinita.

Para ambos tipos de fracturas pueden caracterizarse tres diferentes períodos de flujo: a tiempos cortos ocurre un período de flujo lineal y corresponde a una línea recta de pendiente igual a 0.5 en las coordenadas log-log, Figs. Nos. 16 y 17. Después de un período de transición, hay un período de flujo pseudorradial que corresponde a una línea recta en una gráfica semilog, que tiene una pendiente característica de 1.151/ciclo. Después de un segundo período de transición, ocurre flujo pseudoestacionario, que es caracterizado por una línea recta de pendiente aproximadamente unitaria, en coordenadas log-log. Dependiendo de x_e/x_f, pueden faltar uno o más de estos períodos de flujo[6]; por ejemplo, en el caso de penetración total de la fractura ($x_e/x_f = 1$), el primer período de transición y el período de flujo pseudorradial no aparecen; mientras que para valores de x_e/x_f entre 1 y 3 (flujo uniforme) o entre 1 y 5 (conductividad infinita), no ocurre el período pseudorradial.

Cuando se estudia un pozo fracturado con una área de drene con fronteras a presión constante, se necesita considerar un sistema de pozos de inyección fracturados o bien un pozo fracturado en un yacimiento con entrada de agua[29]. Para el desarrollo de este caso se utiliza un modelo de yacimiento homogéneo e isotrópico, cuyas fronteras externas están a presión constante e igual a la presión inicial del sistema, según se indica en la Fig. No. 18.

Se consideraron las soluciones para fracturas de flujo uniforme y de conductividad infinita, ambas para una área de drene cuadrada con un pozo en su centro. Las Figs. Nos. 19 y 20 son gráficas log-log que presentan la caída de presión adimensional en el pozo contra el tiempo adimensional, obtenidas matemáticamente[26], para los casos de conductividad infinita y flujo uniforme, respectivamente.

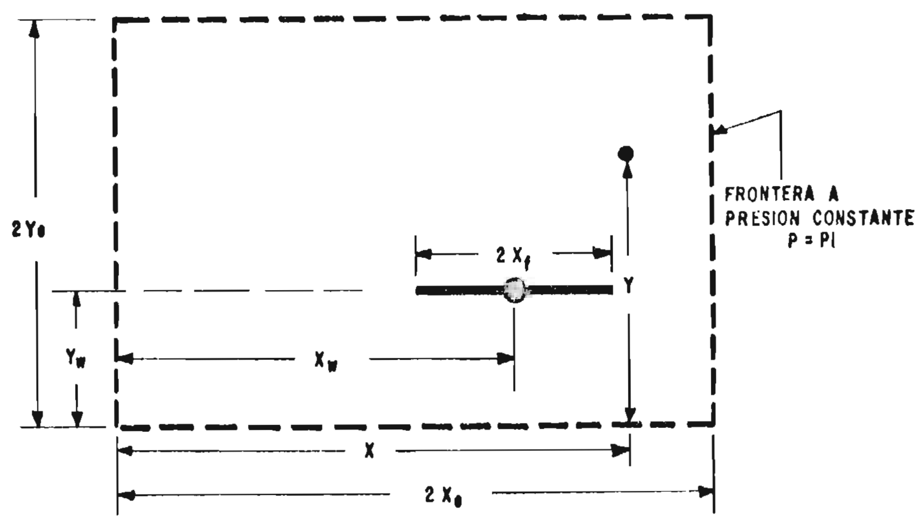


FIG. Nº 18.- FRACTURA VERTICAL EN UN YACIMIENTO RECTANGULAR CON FRONTERAS A PRESION CONSTANTE(29).

La línea $x_e/x_f = \infty$, en las Figs. Nos. 19 y 20, representa a un pozo fracturado verticalmente en un yacimiento infinito(7). Aquí también se presentan tres -- periodos característicos de flujo. El período de flujo -- lineal para tiempos cortos, cuando la fractura controla -- el comportamiento del flujo y se tiene una línea recta --- de pendiente igual a 0.5 en coordenadas log-log. Después de un período de transición ocurre flujo pseudorradial --- con una pendiente de 1.151/ciclo en coordenadas semilogarítmicas y con las mismas características indicadas anteriormente. Después de un segundo período de transición -- ocurre flujo estacionario para toda x_e/x_f, similar a aquel de un pozo no fracturado en un cuadrado a presión constante. Este período es análogo al comportamiento de flujo -- pseudoestacionario de los pozos en sistemas cerrados. Durante el estado estacionario la presión en cada punto en - el sistema, es invariable con el tiempo, ésto se alcanza a una t_{D_A} aproximadamente de 0.4 para toda x_e/x_f (29).

Si el sistema está localizado en un cuadrado a presión constante, entonces los datos caen abajo - de la curva de $x_e/x_f = \infty$, y siguen la apropiada línea x_e/x_f. Por otro lado, si las fronteras del sistema son cerradas, entonces los datos se levantan arriba de la curva $x_e/x_f = \infty$ y siguen la línea x_e/x_f correspondiente.

Las fronteras del sistema (cerrado o a - presión constante) afectan al comportamiento de presión a partir del mismo tiempo, es decir que las curvas influenciadas por las condiciones de frontera exterior, se desvían simultáneamente de la curva de un yacimiento infinito, de acuerdo a la naturaleza de la frontera [29].

Para propósitos prácticos, las Figs. --- Nos. 19 y 20 pueden usarse para el análisis de datos de -- variación de presión, según el apropiado tipo de fractura.

También es importante mencionar que recientemente se ha estudiado [30] el comportamiento de la -- variación de presión de un pozo con una fractura vertical de conductividad infinita, donde se incluyen varios períodos de flujo. Inicialmente hay un período de flujo lineal

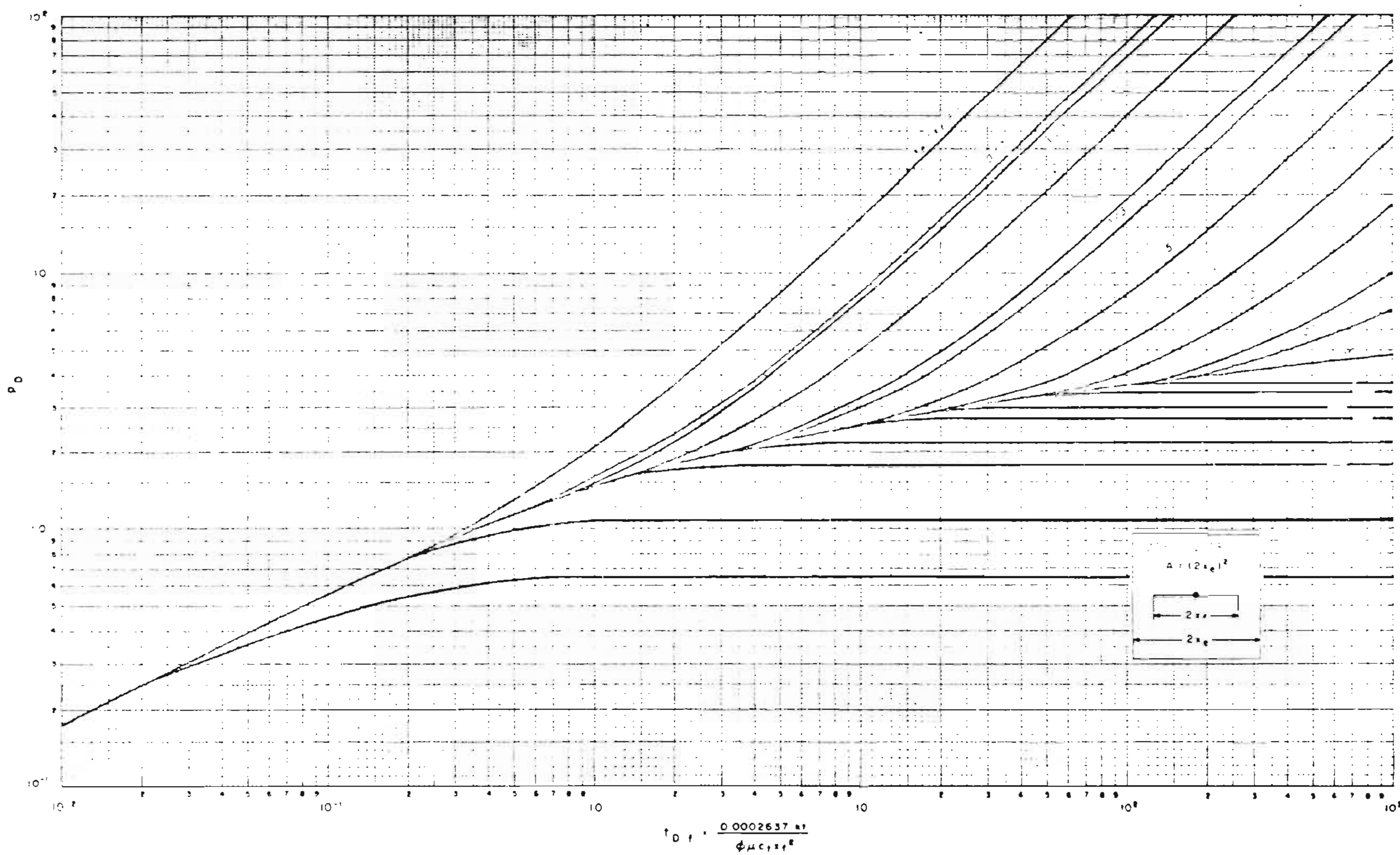


FIG. No. 19.- PRESION ADIMENSIONAL PARA UNA FRACTURA VERTICAL CON FLUJO UNIFORME EN UN POZO EN EL CENTRO DE UN CUADRADO CON FRONTERAS CERRADAS Y A

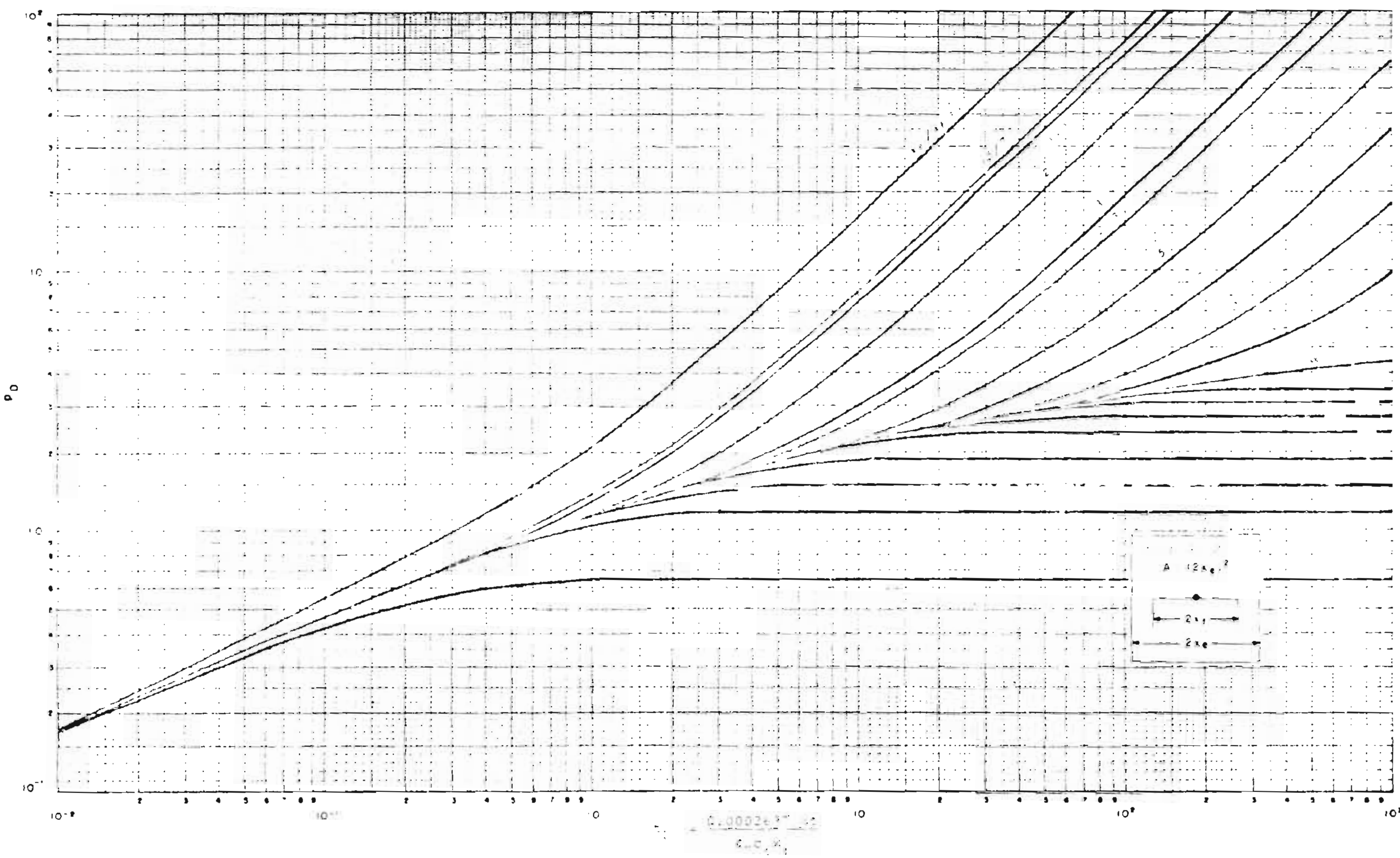


FIG. No. 20.- PRESION ADIMENSIONAL PARA UNA FRACTURA VERTICAL DE CONDUCTIVIDAD INFINITA EN UN POZO EN EL CENTRO DE UN CUADRADO CON FRONTERAS en la fractura y después de un período de transición, el - sistema puede o no presentar un flujo bilineal. A medida que aumenta el tiempo adimensional, puede o no ocurrir --- un período de flujo lineal en la formación. Posteriormente, el sistema alcanza el período de flujo pseudorradial.

Para valores muy pequeños del tiempo --- adimensional ocurre el comportamiento de la presión correspondiente al período de flujo lineal en la fractura[30], - durante el cual la mayor parte del fluido que entra al --- agujero proviene de la expansión del sistema dentro de la fractura, Fig. No. 21a. Una gráfica log-log de p_D contra t_{D_f} da una línea recta cuya pendiente es igual a 0.5; de-- safortunadamente este período de flujo ocurre en tiempos - demasiado cortos para ser de uso práctico.

Se llama flujo bilineal[30] aquel donde ocurren simultáneamente dos flujos lineales: un flujo --- lineal incompresible dentro de la fractura y otro, lineal compresible en la formación, como se muestra en la Fig. -- No. 21b. El modelo de flujo bilineal es apropiado para -- analizar datos de presión si la permeabilidad de la formación es muy baja y la longitud de la fractura es grande; - debido a que bajo estas condiciones, la conductividad --- adimensional de la fractura y el tiempo adimensional, correspondiente a valores reales de tiempo, están en el rango de aplicación de esta técnica.

Cuando la conductividad de la fractura es mayor o igual a 50 se presenta el período de flujo lineal en la formación[30] cuya duración depende de las características de la fractura y es perpendicular al plano de la fractura, Fig. No. 21c. Para que se presente este período de flujo es necesario tener una distribución de flujo uniforme a lo largo de la fractura, lo cual solamente es posible para fracturas de conductividad infinita en tiempos cortos. En una gráfica log-log, este comportamiento muestra una línea recta con pendiente igual a 0.5.

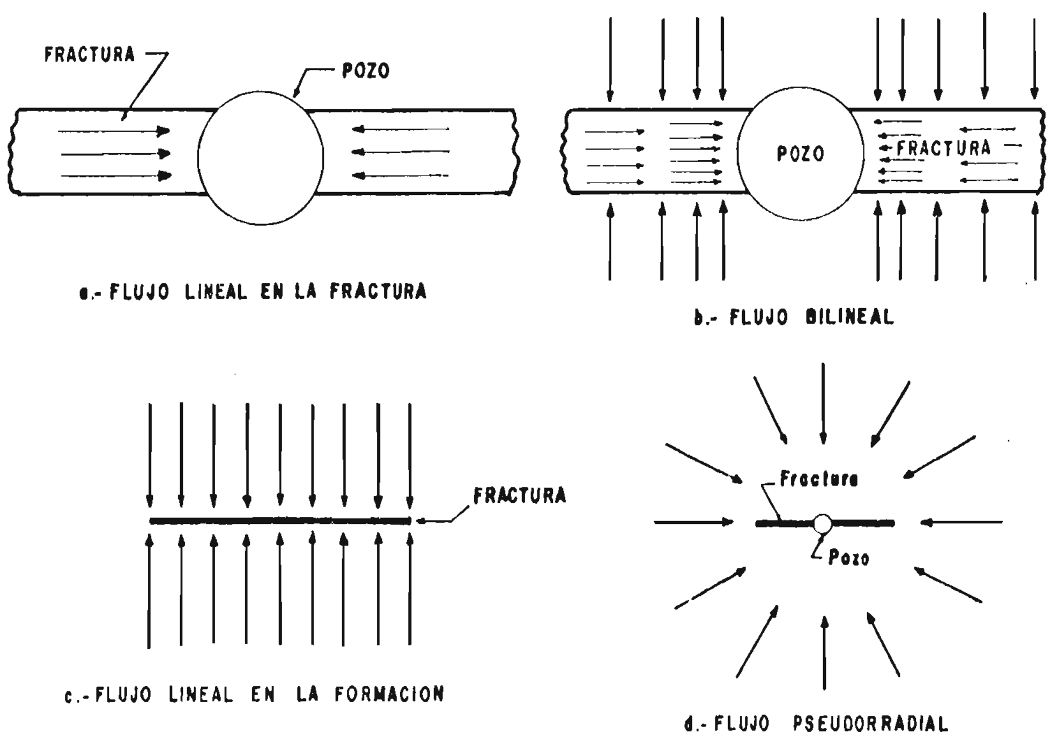


FIG. Nº 21.- PERIODOS DE FLUJO PARA UN POZO FRACTURADO VERTICALMENTE[30].

Durante el período de flujo pseudorradial la mayor parte del gasto de producción es originado por la expansión del sistema, en regiones alejadas de la fractura como se muestra en la Fig. No. 21d. En una gráfica de p_D-contra el logarítmo de t_{Df} se tiene una línea recta de ---pendiente igual a 1.151, representativa de este período.

3.4. El Efecto de Daño.

En muchos casos, especialmente en pozos de inyección, hay un daño asociado con los sistemas fracturados[31]. La interpretación de estos datos puede ser difícil. Un comportamiento típico de la presión en una gráfica log-log se ilustra en la curva A de la Fig. No. 22. Si los datos de presión, graficados como log Δp contra log t (o contra log Δt), alcanzan la línea recta de pendiente igual a 0.5, entonces existe daño. Si el efecto de daño es ligeramente grande, entonces la línea de pendiente igual a 0.5 no puede apreciarse (curva B). En este caso es difícil identificar un sistema fracturado usando gráficas log-log, pues resulta una curva plana; sin embargo, esta curva se convierte en una línea recta cuando se grafican los datos en coordenadas cartesianas (p contra $\sqrt{\Delta t}$), como la Fig. No. 23, por ejemplo. Esto está basa__

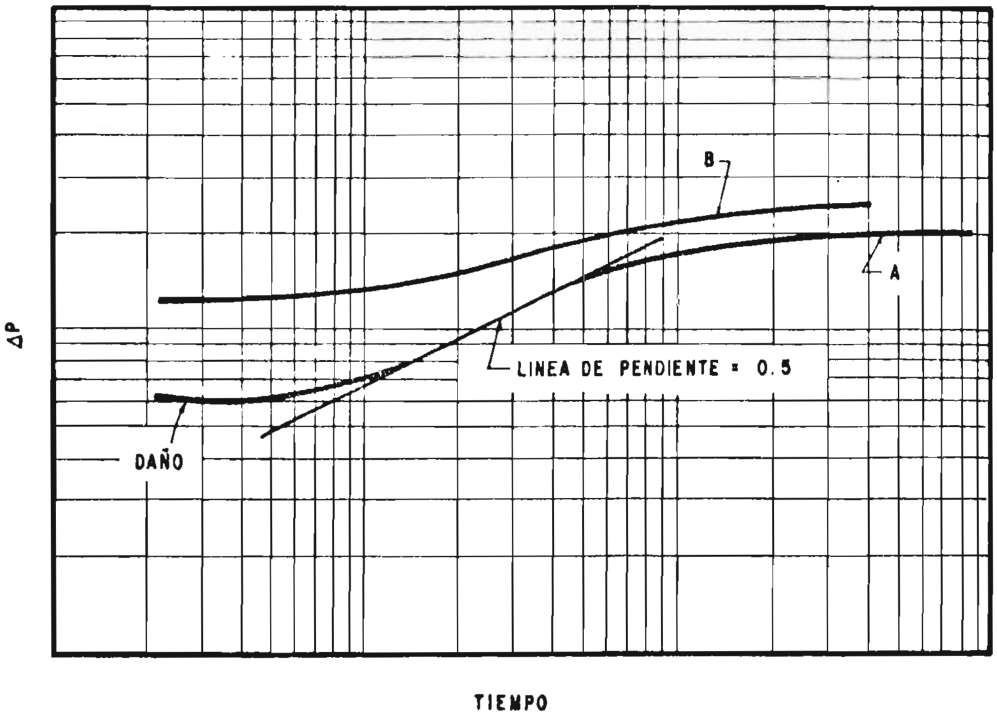


FIG. Nº 22.- TENDENCIA GENERAL DE LOS DATOS DE PRESION DE UN POZO FRACTURADO CON EFECTO DE DAÑO[31].

do en la solución para la presión de producción a tiempos pequeños de un pozo fracturado con efecto de daño, que puede escribirse como:

$$\frac{kh}{141.2\ qB\mu}(p_i - p_{wf}) = \sqrt{\pi t_D} + s \qquad (3.12)$$

donde s es el factor de daño. Esta ecuación indica que pa ra tiempos pequeños el primer término es pequeño y no se aprecia la línea de pendiente igual a 0.5. Por lo tanto, una gráfica log-log de $p_i - p_{wf}$ contra el tiempo sería una curva plana; sin embargo, con una gráfica de p_{ws} contra $\sqrt{\Delta t}$ en coordenadas cartesianas se tiene una línea recta[31].

La presencia de una fractura puede ser considerada como un efecto de daño negativo, pero siempre es conveniente analizar rigurosamente los datos de tiempos cortos.

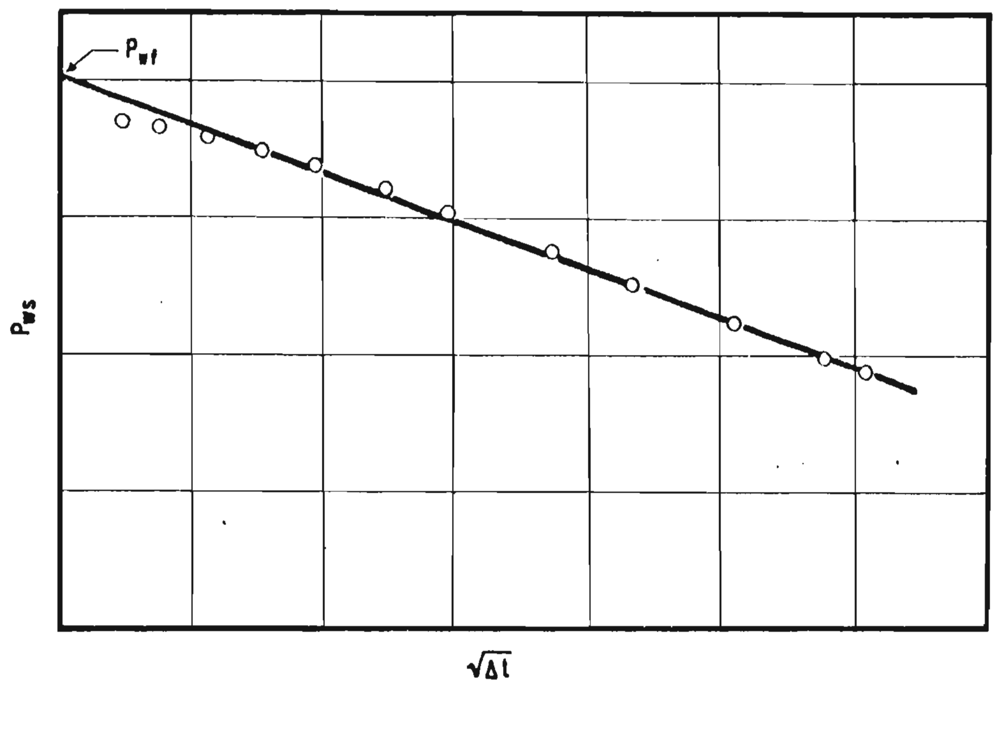


FIG. Nº 23.-ANALISIS DE DATOS DE PRESION PARA TIEMPOS CORTOS DE UN POZO FRACTURADO CON EFECTO DE DAÑO[31].

Al graficar el cambio de presión contra el tiempo, debe tenerse seguridad de que la presión, en el momento de cerrar el pozo, esté medida exactamente. Además, las mediciones de presión no deben estar afectadas por factores como la fricción en la tubería, fluctuaciones de gastos, etc.

Si en las pruebas no es medida la presión de fondo fluyendo en el tiempo de cierre, entonces puede usarse una gráfica cartesiana de p_{ws} contra $\sqrt{\Delta t}$ para extrapolar la línea recta a $\Delta t = 0$ para obtener la p_{wf} correcta (Fig. No. 23). El efecto de daño no afecta la extrapolación(31).

3.5. El Efecto de Almacenamiento.

Puesto que los sistemas fracturados normalmente tienen altas capacidades de flujo, entonces no es importante el almacenamiento del agujero(6,31). Sin embargo, se ha demostrado(21) que los efectos de almacenamiento pueden ser importantes en algunos casos donde se tiene una línea de pendiente unitaria seguida por una línea de pendiente igual a 0.5 con una región de transición entre ambas líneas, Fig. No. 24 (curva A). Este tipo de comportamiento identifica al almacenamiento en un pozo fracturado.

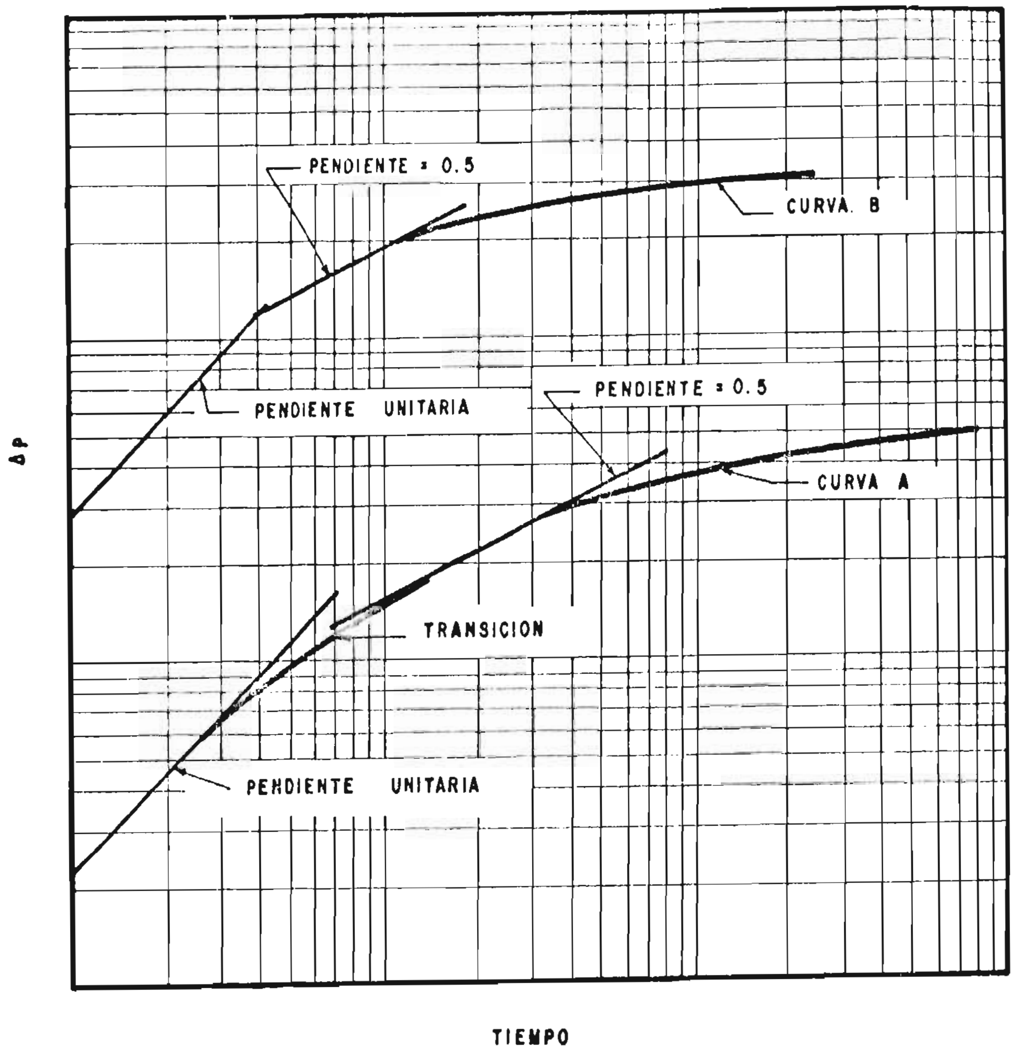


FIG. Nº 24.- COMPORTAMIENTO GENERAL DE DATOS DE PRESION DE UN POZO FRACTURADO CON ALMACENAMIENTO(6).

El parámetro que representa la constante de almacenamiento adimensional está definido por la relación:

$$C_{D_f} = \frac{C}{2\pi\phi c_t h\, x_f^2} \qquad (3.13)$$

donde C es el factor de almacenamiento unitario, que re--- presenta el volumen de fluido almacenado en el agujero. - El valor de C_{D_f} corresponde a un pozo fracturado en un yacimiento infinito. Para tiempos cortos se obtiene una línea de pendiente unitaria, similar a la de un pozo no fracturado. A medida que aumenta el tiempo, las curvas se desvían de la línea de pendiente unitaria y a tiempos largos se hacen asintóticas a la línea de pendiente igual a 0.5; la región de transición entre las dos pendientes es una -- función de C_{D_f} y es uno de los puntos más importantes en - aplicaciones prácticas.

En algunos casos no hay región de tran-- sición como se observa en la curva B de la Fig. No. 24. Un ejemplo típico de este comportamiento en un pozo de acei-- te[32] es la gráfica log-log de la Fig. No. 25. Una grá-- fica de los datos de incremento de presión en coordenadas cartesianas, p_{ws} contra $\sqrt{\Delta t}$, indica que no existen efectos de almacenamiento en el agujero y todos los puntos caen -- sobre una línea recta bien definida, como puede verse en - la Fig. No. 26. Este es un ejemplo característico de las ventajas y desventajas de los métodos comunes de grafica-- ción. La fuente principal de error en la Fig. No. 25 es - la presión de referencia en el tiempo de cierre. Si se --

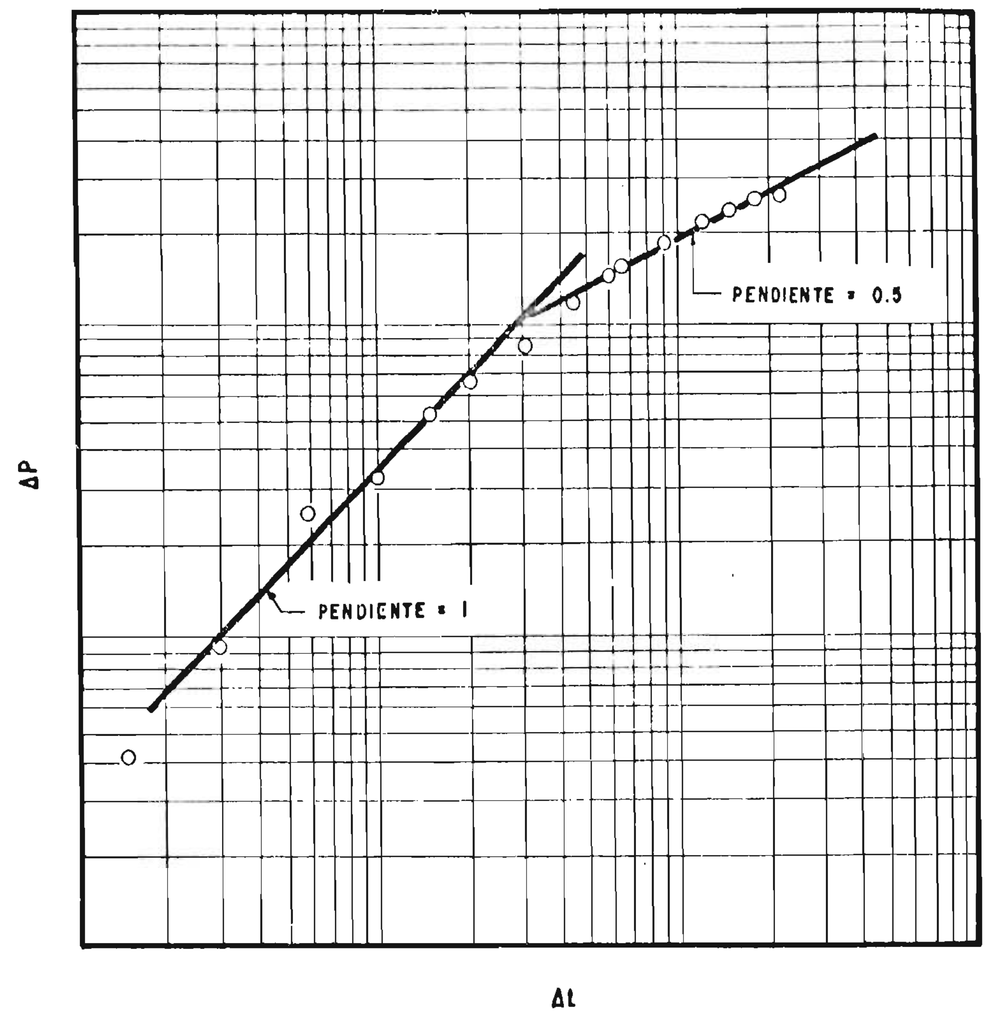


FIG. Nº 25.- GRAFICA LOG-LOG DE DATOS DE INCREMENTO DE PRESION DE UN POZO FRACTURADO CON ALMACENAMIENTO[31].

obtiene la correcta presión de fondo fluyendo por extrapolación de la línea recta hasta $\sqrt{\Delta t} = 0$, de la Fig. No. 26, entonces se grafica la diferencia de presión resultante -- contra el tiempo en papel log-log.

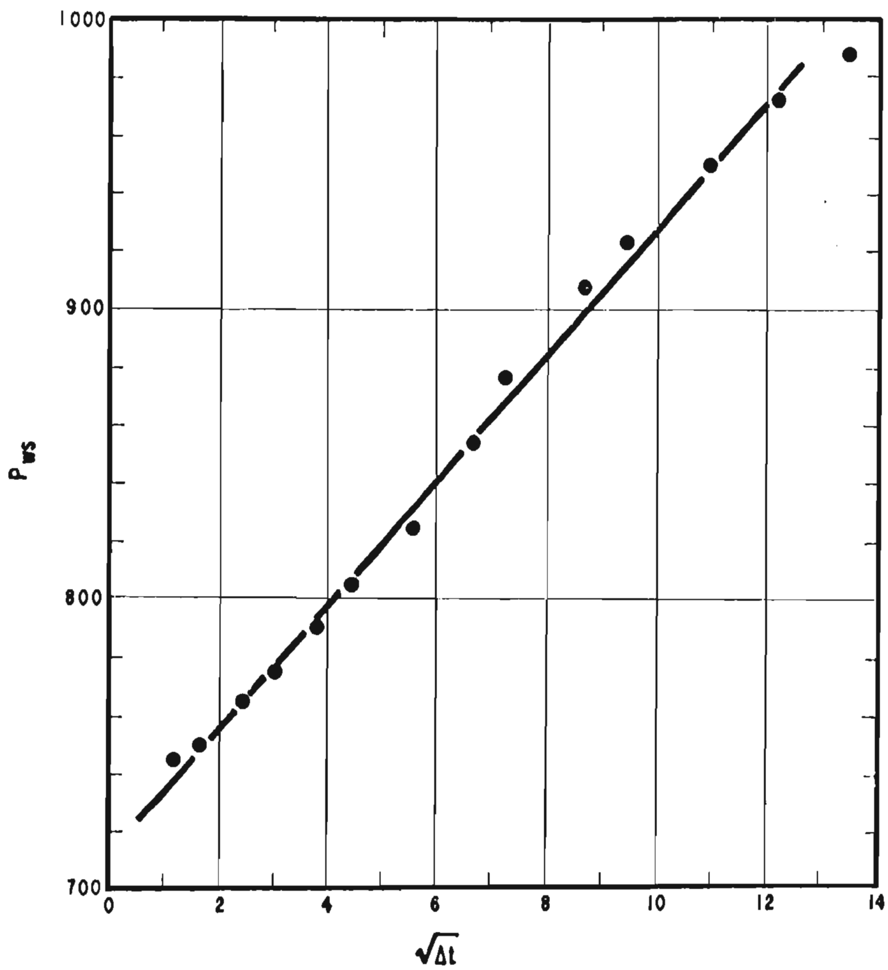


FIG. Nº 26.- COMPORTAMIENTO DE DATOS DE PRESION PARA TIEMPOS CORTOS DE UN POZO FRACTURADO(31).

Los efectos de almacenamiento y daño(31) en pozos fracturados verticalmente con flujo constante en una gráfica log-log de p_D contra t_D se muestran en la Fig. No. 27. Como puede verse en esta figura, todas las líneas principian con una recta de pendiente unitaria y para tiempos pequeños, todos y cada uno de los valores de C_{D_f} son -independientes de s, según lo indica la expresión:

$$P_D(t_D) = \frac{t_D}{C_D} - \frac{t_D^2}{\pi C_D^2 s} + \frac{2t_D^3}{3\pi^2 C_D^3 s^2} + \ldots \qquad (3.14)$$

Por tanto, para tiempos cortos, el comportamiento de un --pozo fracturado es similar a aquel de un pozo no fracturado.

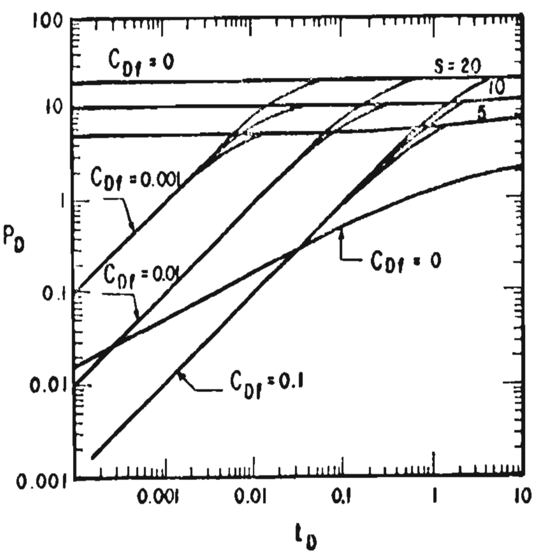


FIG. Nº 27.- P_D CONTRA t_D PARA UN POZO FRACTURADO VERTICALMENTE CON ALMACENAMIENTO Y DAÑO[31].

Esta figura muestra varias características interesantes e ilustrativas. Por ejemplo, si el período de pendiente unitaria es seguido por un período de pendiente igual a 0.5 y los datos no alcanzan este último período, entonces el daño es despreciable. Esta observación puede ser útil.

4. METODOS DE ANALISIS DE PRUEBAS DE VARIACION DE PRESION EN LOS YACIMIENTOS FRACTURADOS

La mayoría de los métodos de análisis de presión requieren que los datos sigan una línea recta bien definida ya sea en una gráfica semilogarítmica o cartesiana. La principal dificultad en estos métodos consiste en elegir la línea recta correcta al realizar la interpretación de una prueba de presión en la que pueden aparecen más de una recta probable.

A través del análisis moderno de pruebas de pozos[6] se han podido manejar datos de tiempos cortos en el análisis de pruebas de variación de presión. La principal técnica en la interpretación de estos datos es el procedimiento de ajuste utilizando curvas tipo log-log, que integrado con los métodos convencionales de análisis puede proporcionar un extraordinario nivel de confianza en la interpretación de datos de presión en los sistemas fracturados.

4.1. Método Convencional o Semilogarítmico.

a) Método de Horner.

Sea un yacimiento infinito donde se tiene un sólo pozo que empieza a producir en el tiempo cero a un gasto constante q hasta el tiempo t y luego se cierra para registrar una prueba de incremento de presión. Luego, ignorando los efectos de llenado del pozo, la presión de fondo estática, p_{ws}, en el tiempo $t+\Delta t$ (es decir, Δt después del cierre) puede obtenerse por superposición de dos soluciones de la ecuación (2.6):

$p_i - p_{ws}$ = (caída de presión al tiempo $t+\Delta t$, causada por el gasto q) + (caída de presión al tiempo Δt, causada por el gasto $q=0$) (4.1)

$$p_{ws} = p_i - \frac{q\mu}{4\pi kh} E_i\left(\frac{\phi\mu c_t r_w^2}{4k(t+\Delta t)}\right) - \frac{(0-q)\mu}{4\pi kh} E_i\left(\frac{\phi\mu c_t r_w^2}{4k\Delta t}\right) \qquad (4.2)$$

o bien:

$$p_{ws} = p_i + \frac{q\mu}{4\pi kh} \ln\left(\frac{\gamma\phi\mu c_t r_w^2}{4k(t+\Delta t)}\right) - \frac{q\mu}{4\pi kh} \ln\left(\frac{\gamma\phi\mu c_t r_w^2}{4k\Delta t}\right) \qquad (4.3)$$

de donde se obtiene finalmente:

$$p_{ws} = p_i - \frac{q\mu}{4\pi kh} \ln(\frac{t+\Delta t}{\Delta t}) \qquad (4.4)$$

que es la ecuación básica de incremento de presión para -- un pozo en un yacimiento infinito[34]. Es decir que un -- pozo que ha producido uniformemente a un gasto q desde su_ terminación, puede esperarse que la presión de fondo estática se incremente de acuerdo con la ecuación (4.4).

Cuando se manejan unidades prácticas --- de campo: p en psi, q en brl/día, μ en cp, k en md y h en pies, se tiene:

$$p_{ws} = p_i - 162.6 \frac{q\mu B}{kh} \log(\frac{t+\Delta t}{\Delta t}) \qquad (4.5)$$

Por otro lado, si el pozo ha producido - a un gasto variable de producción antes del cierre, es necesario efectuar alguna corrección para tomar en cuenta -- los diferentes gastos. Para ésto puede efectuarse una --- aproximación[34] y la ecuación (4.4) se modifica de la siguiente manera:

$$p_{ws} = p_i - \frac{\mu}{4\pi kh} \{q_o \ln(\frac{t+\Delta t}{t+\Delta t-t_1}) + q_1 \ln(\frac{t+\Delta t-t_1}{t+\Delta t-t_2})$$

$$+ q_2 \ln(\frac{t+\Delta t-t_2}{t+\Delta t-t_3}) + q_3 \ln(\frac{t+\Delta t-t_3}{\Delta t})\} \qquad (4.6)$$

Sin embargo, la aplicación de esta expre sión es muy complicada y laboriosa, por lo que es preferible utilizar una aproximación aceptable que consiste en -- usar la expresión (4.5), donde q se toma como el último -- gasto existente antes del cierre y el tiempo de producción, t, se calcula a partir de:

$$t = \frac{\text{Producción acumulada del pozo (Q)}}{\text{gasto antes del cierre (q)}} \qquad (4.7)$$

Si se grafica p_{ws} contra $\log(t+\Delta t)/\Delta t$ -- puede esperarse que los puntos caigan sobre una línea recta, al menos después de que desaparecen los efectos de llenado del agujero. Extrapolando esta línea recta hasta

$$\log\left(\frac{t + \Delta t}{\Delta t} \right) = 0 \qquad (4.8)$$

que es equivalente al valor de Δt infinita, se obtiene el valor de la presión total de incremento del pozo, que como se trata de un yacimiento infinito, es igual a la presión inicial, p_i. Por otro lado, la pendiente de la línea recta es igual a:

$$m = 162.6 \frac{q\mu B}{kh} \qquad (4.9)$$

de tal manera que conociendo los valores de q, μ y h, es - posible determinar el valor medio de la permeabilidad existente en el área de drene del pozo:

$$k = 162.6 \frac{q\mu B}{mh} \tag{4.10}$$

Sin embargo, ésto es estrictamente aplicable a un yacimiento infinito. Esas ecuaciones pueden ser buenas aproximaciones para yacimientos finitos si el tiempo de producción no es grande.

El comportamiento de presión de un pozo en un yacimiento cilíndrico limitado está representado por la expresión (2.15). Una forma conveniente de esta ecuación para utilizarla en el análisis de incremento de presión y la determinación de la presión media del yacimiento, se obtiene sumando y restando el término $\ln(\gamma\phi\mu c_t r_w^2/4kt)$:

$$p_{wf} = p_i + \frac{q\mu}{4\pi kh} \{\ln\frac{\gamma\phi\mu c_t r_w^2}{4kt} - Y(t)\} \tag{4.11}$$

donde:

$$Y(t) = \ln(\frac{\gamma\phi\mu c_t r_w^2}{4kt}) + \frac{4\ t_D}{r_{eD}^2} + 2(\ln r_{eD} - 3/4)$$

$$+ 4 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{-\alpha_n^2 t_D} J_1^2(\alpha_n r_{eD})}{\alpha_n^2\{J_1^2(\alpha_n r_{eD}) - J_1^2(\alpha_n)\}} \tag{4.12}$$

El término $(q\mu/4\pi kh)Y(t)$ de la ecuación (4.11) puede considerarse como una caída de presión adicional a aquella de un yacimiento infinito, originada por el hecho de que ningún fluido fluye a través de la frontera exterior.

Para obtener la presión de cierre en un yacimiento limitado, se superpone la caída de presión dada por la ecuación (4.11) como se hizo para el caso de un yacimiento infinito, obteniéndose:

$$p_{ws} = p_i - \frac{q\mu}{4\pi kh} \{\ln (\frac{t+\Delta t}{\Delta t}) + Y(t+\Delta t) - Y(\Delta t)\} \quad (4.13)$$

Para Δt pequeños, $Y(\Delta t) \simeq 0$ y $Y(t+\Delta t) \simeq Y(t)$, de tal manera que se tiene:

$$p_{ws} = p_i - \frac{q\mu}{4\pi kh} \{\ln (\frac{t+\Delta t}{\Delta t}) + Y(t)\} \quad (4.14)$$

Luego, cuando se grafica p_{ws} contra $\ln\{(t+\Delta t)/\Delta t\}$ y se extrapola la línea recta hasta $\{(t+\Delta t)/\Delta t\}=1$, se encuentra el valor de p^*:

$$p^* = p_i - \frac{q\mu}{4\pi kh} Y(t) \quad (4.15)$$

Donde se aprecia que p^* es menor que p_i y la diferencia cambia directamente proporcional con el tiempo de producción. Substituyendo el valor de p_i, según la ecuación (4.15), en la ecuación (4.11) se obtiene:

$$p_{wf} = p^* + \frac{q\mu}{4\pi kh} \ln (\frac{\gamma \phi \mu c_t r^2_w}{4kt}) \quad (4.16)$$

Esta ecuación es semejante a la expresión (2.6) para un yacimiento infinito. Por lo tanto, puede escribirse una expresión semejante a la (4.5) para yacimientos finitos, - utilizando el concepto de la presión aparente, p*:

$$p_{ws} = p^* - 162.6 \frac{q\mu B}{kh} \log \left(\frac{t+\Delta t}{\Delta t}\right) \qquad (4.17)$$

Volviendo a la ecuación (4.13), se observa- que difiere de la (4.4) por los dos términos de Y(t), los- cuales provocan que la curva de incremento de presión se - estabilice para tiempos largos. La curva aplanada alcanzará la presión media, $\bar{p}$, en los yacimientos finitos[9].

b).- Método de Miller-Dyes-Hutchinson o MDH.

Este método de análisis de curvas de incremento de presión se basa en la solución matemática de las- ecuaciones diferenciales de comportamiento de presión en - un yacimiento finito.

Cuando el tiempo de cierre del pozo es muy pequeño comparado con el tiempo que ha estado produciendo- anteriormente a la prueba, es decir, $\Delta t <<< t$, entonces puede simplificarse la gráfica de Horner, de tal manera que:

$$t+\Delta t \simeq t$$

$$\log \left(\frac{t+\Delta t}{\Delta t}\right) \simeq \log t - \log \Delta t \qquad (4.18)$$

entonces la ecuación (4.17) quedará:

$$p_{ws} = p^* - m\ (\log t - \log \Delta t) \qquad (4.19)$$

Considerando un tiempo de cierre $\Delta t = 1$ hora, se tiene:

$$p_{1HR} = p^* - m \log t \qquad (4.20)$$

Substituyendo (4.20) en la ecuación (4.19):

$$p_{ws} = p_{1HR} + m \log \Delta t \qquad (4.21)$$

que indica que una gráfica de p_{ws} contra $\log \Delta t$ sería una línea recta con pendiente m, dada por la ecuación (4.9). A esta gráfica de p_{ws} contra $\log \Delta t$, comúnmente se le denomina gráfica de MDH. La permeabilidad de la formación puede estimarse a partir de la ecuación (4.10).

Como se ilustra en las gráficas de los ejemplos presentados más adelante, se requiere de algún tiempo mínimo de cierre antes de que los datos de presión caigan sobre la línea recta, tanto en el método de Horner como en el de MDH. Ambos métodos son igualmente buenos en su aplicación; sin embargo, la gráfica de MDH es más fácil de preparar y además no se requiere conocer el tiempo de producción como en el caso de Horner.

El factor de daño, s, no aparece en las -- ecuaciones simplificadas de Horner y MDH. Esto significa- que la pendiente de la línea recta semilogarítmica no está afectada por el factor de daño. Sin embargo, para tiempos cortos se presenta una desviación de la línea recta de los datos de presión, la cual puede ser ocasionada por el factor de daño y por el almacenamiento del pozo[(14)]. La desviación puede ser importante para los grandes daños negativos que ocurren en pozos fracturados hidráulicamente.

Combinando las ecuaciones (2.6) y (H.3) se encuentra la presión del pozo después de un tiempo de producción:

$$p_{wf} = p_i + \frac{q\mu}{4\pi kh} \{\ln (\frac{\gamma\phi\mu c_t r_w^2}{4kt}) - 2\ s\} \qquad (4.22)$$

donde la presión de fondo fluyendo, p_{wf}, es menor por el - factor $sq\mu/2\pi kh$ que la presión en la ausencia de un daño.- Para calcular el factor de daño, es necesario medir la presión del pozo antes y después del cierre. Restando la -- ecuación (4.22) de la (4.4) se tiene:

$$p_{ws} - p_{wf} = - \frac{q\mu}{4\pi kh} \{\ln((\frac{t+\Delta t}{\Delta t})\ \frac{\gamma\phi\mu c_t r_w^2}{4kt}) - 2s\} \quad (4.23)$$

Para Δt pequeños puede hacerse $(t+\Delta t)/\ t$ aproximadamente - igual a 1. Rearreglando esta última expresión, eligiendo- $\Delta t=1$ hora, tal que $p_{ws}=p_{1HR}$ e introduciendo unidades prácticas, se obtiene:

$$s = 1.151\left\{\frac{p_{1HR} - p_{wf}}{m} - \log\left(\frac{k}{\phi \mu c_t r_w^2}\right) + 3.23\right\} \quad (4.24)$$

La presión p_{wf} es aquella que se mide antes del cierre, -- cuando $\Delta t = 0$; la presión p_{1HR} se obtiene de la porción -- de la línea recta de la curva de incremento de presión, -- una hora después del cierre. Si la curva de incremento no es recta a una hora, entonces es necesario extrapolar la - curva hacia atrás, como se muestra en los ejemplos de aplicación. Esto es necesario porque la ecuación (4.4) solamente es aplicable a la línea recta de la curva, ya que -- para tiempos cortos, comúnmente la curva se desvía de la - porción recta debido al flujo en el agujero después del -- cierre en la superficie. Esto no se toma en cuenta en la teoría; por lo tanto, para compensar este efecto de llenado del pozo, es necesario extrapolar la línea recta hacia atrás para tiempos cortos(9).

4.2. Método de Curvas Tipo.

Una característica importante del análisis moderno de pruebas de pozos es la habilidad que existe --- para manejar datos de tiempos cortos, antes de alcanzar la tradicional línea recta comúnmente utilizada en el análisis de pozos de aceite y gas. Durante los pasados veinticinco años se han presentado varios métodos para ayudar -- en la interpretación de los datos antes del inicio de la - línea recta convencional; sin embargo, el uso de los datos de tiempos cortos ha sido reciente(6). La principal herramienta en la interpretación de estos datos es el procedimiento de ajuste de curvas tipo log-log(28,29). Esta técnica utiliza una gráfica log-log del cambio de presión --- contra el tiempo de cierre (o tiempo de flujo) de un pozo.

En análisis de pruebas de variación de --- presión comúnmente se usa una gráfica log-log de presión - adimensional contra tiempo adimensional. Los datos reales de campo (incremento, decremento, etc.) pueden graficarse sobre papel log-log (a la misma escala de la curva tipo -- adimensional) como la diferencia entre la presión en el -- inicio y al final de un cambio, contra el tiempo. La forma de la curva tipo y la curva de datos de campo son similares si se ha elegido la curva tipo correspondiente al -- modelo matemático apropiado. Comparando las formas de las curvas, los datos de campo pueden ajustarse con la solución teórica y pueden calcularse los parámetros del sistema. Este procedimiento de ajuste se conoce como "un ajuste con curvas tipo".

De la comparación de la curva de datos - con la apropiada curva tipo, se elige un "punto de ajuste" determinando sus valores de Δt (o bien, t) y Δp, así como sus correspondientes t_D y p_D. En caso de tratarse de un - pozo fracturado, también se encuentra el valor de la relación x_e/x_f perteneciente a la curva teórica ajustada. Para pozos que intersectan fracturas verticales pueden aplicarse las siguientes relaciones para calcular la permeabilidad del sistema y la media longitud de la fractura:

$$k = \left(\frac{141.2\ q\mu B p_D}{h\Delta p}\right) \qquad (4.25)$$

$$x_f = \left(\frac{0.0002637\ k\Delta t}{\phi\mu c_t t_D}\right)^{1/2} \qquad (4.26)$$

donde Δt es el tiempo de cierre o de producción, en horas, correspondiente al "punto de ajuste" elegido.

El análisis de datos de variación de presión en sistemas fracturados por medio de curvas tipo, --- puede ayudar también en la selección de la línea recta --- correcta necesaria en los métodos semilogarítmicos. La -- gráfica log-log del cambio de presión, Δp, contra el tiempo, presenta una línea recta inicial que tiene una pendiente característica igual a 0.5, Fig. No. 28, resultado de - un flujo lineal como se indicó anteriormente, a través de la cara de la fractura que comunica con el pozo. Si se -- puede identificar la línea recta con pendiente de 0.5, --- pueden seguirse las siguientes reglas empíricas[6] para -- encontrar la línea recta correcta semilogarítmica:

1.- Determinar el cambio de presión al final --- de la línea de pendiente igual a 0.5. Multiplicar por 2 este cambio de presión y encontrar el tiempo requerido para el nuevo -- valor. La línea recta semilog se inicia --- después de este tiempo.

2.- La línea recta correcta se puede iniciar --- aproximadamente un ciclo después, a partir - del final de la línea de pendiente igual a - 0.5.

En algunas ocasiones no es posible identificar la línea recta de pendiente 0.5, según se comentó en la Sección 3.4. En estos casos puede ser de gran ayuda -- graficar los datos en coordenadas cartesianas (p_{ws} contra $\sqrt{\Delta t}$), Figs. Nos. 23 y 26, para corregir la p_{wf} (o p_{ws}) por extrapolación de la línea recta definida hasta el valor de $\sqrt{\Delta t} = 0$ y graficar nuevamente la diferencia de presión en papel log-log. De esta manera, en algunos casos puede -- ser posible definir la línea de pendiente igual a 0.5.

4.3. Procedimiento de Análisis.

De acuerdo con las características de los diferentes métodos de análisis discutidos anteriormente, -

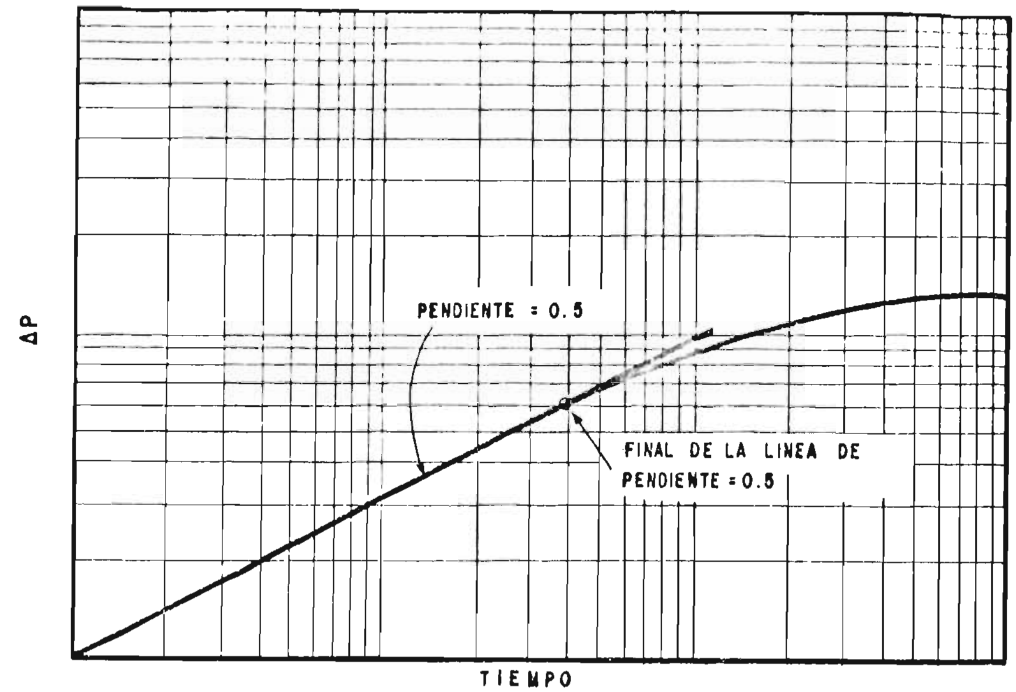


FIG. Nº 28.- TENDENCIA GENERAL DE LOS DATOS DE PRESION DE UN POZO QUE INTERSECTA UNA FRACTURA VERTICAL[6].

se propone un procedimiento de análisis de los datos de -- presión para pozos que penetran fracturas verticales. Como se ha indicado, el uso de la técnica de "curvas tipo" - log-log en combinación con las técnicas convencionales es de gran utilidad para realizar una interpretación confiable de datos de presión. Los pasos básicos del procedimiento de análisis son los siguientes:

1.- Graficar los datos de presión en coordenadas cartesianas, p_{ws} contra $\sqrt{\Delta t}$. Extrapolando la línea recta que une a los puntos iniciales hasta el valor de $\sqrt{\Delta t} = 0$ se verifica el valor de la p_{wf} o bien, se corrige.

2.- En un papel transparente, construir escalas logarítmicas con ciclos de igual magnitud a los de la curva tipo elegida.

3.- Graficar los valores de Δp, en psi, contra el tiempo en horas, utilizando como base el enrejado de la curva tipo, lo cual garantiza que los datos graficados y la curva tipo tengan la misma escala. La gráfica log-log obtenida se denomina "curva de datos".

4.- Trazar una línea recta a través de los puntos iniciales o datos de tiempos cortos. Si la pendiente de esa línea recta es igual a 0.5 se tiene un flujo lineal y por tanto, la existencia de un yacimiento fracturado.

5.- Deslizar la "curva de datos" sobre las curvas tipo para yacimientos fracturados, Figs. Nos. 19 ó 20, conservando paralelos los enrejados, hasta que los puntos de los datos se ajusten con una de las curvas tipo.

6.- Una vez lograda la correspondencia entre las dos curvas, elegir un conveniente "punto de ajuste" sobre la curva de datos y registrar los valores de Δt y Δp de ese punto en la gráfica de datos y los correspondientes valores de t_D y p_D en la curva tipo.

7.- Con base en las reglas indicadas en la Sección 4.2, definir la posición correcta de la línea recta semilogarítmica para la aplicación de los métodos convencionales.

8.- Utilizando las ecuaciones (4.25) y (4.26) con los datos del punto de ajuste, es posible calcular la permeabilidad efectiva de la formación y la longitud de la fractura, respectivamente.

9.- Graficar los valores de p_{ws} contra el logarítmo de $(t + \Delta t)/\Delta t$ para obtener la curva de Horner, y/o contra el logarítmo de Δt para la curva de MDH.

10.- De acuerdo con el tiempo definido en el paso 7, trazar la línea recta correcta semilogarítmica y medir su pendiente en psi/ciclo.

11.- Extrapolando las líneas rectas hasta el tiempo de prueba Δt = 1 hora, obtener el valor de la presión, p_{1HR}.

12.- Calcular la permeabilidad del sistema y el factor de daño, utilizando las ecuaciones (4.10) y (4.24), respectivamente.

Si el análisis es bien realizado, entonces los resultados obtenidos, tanto con el método de curvas tipo como con los métodos convencionales (Horner y/o MDH), deben ser lo suficientemente concordantes.

Este procedimiento de análisis para la evaluación de yacimientos fracturados puede utilizarse, en términos generales, para pruebas de incremento, decremento o aquellas registradas en pozos de inyección.

4.4. Otras Técnicas de Análisis.

Puesto que no todos los yacimientos fracturados son iguales ni se comportan de la misma manera y dependiendo de las características que se desean determinar, o del objetivo específico del estudio, se pueden aplicar para diferentes casos algunas de las técnicas de análisis que se describen a continuación.

a) Método de Pollard-Pirson.

Como se indicó anteriormente, Pollard[23] consideró que un yacimiento puede estar constituido por -- tres regiones: una cercana al agujero, una en el sistema de fracturas y una en la matriz; y supone que existe flujo de fluidos de la matriz hacia las fracturas y luego hacia el agujero. Una fórmula que expresa el incremento de ---- presión como una función del tiempo de cierre es:

$$p_{ws} - p_{wf} = T\,e^{-a_1\theta} + D\,e^{-a_2\theta} + (p_{ws} - p_{wf} - T - D)\,e^{-a_3\theta} \qquad (4.27)$$

donde θ es el tiempo de cierre.

Cada uno de los tres términos exponenciales está relacionado a un fenómeno físico y una gráfica -- del logarítmo de la presión diferencial (de cualquier región) contra el tiempo da una línea recta, Fig. No. 29, -- a partir de la cual se pueden determinar propiedades tales como el volumen poroso del sistema de fracturas y el efecto de daño.

La porción recta $\overline{RS}$ indica la porosidad de la matriz que represiona al sistema de fracturas, después

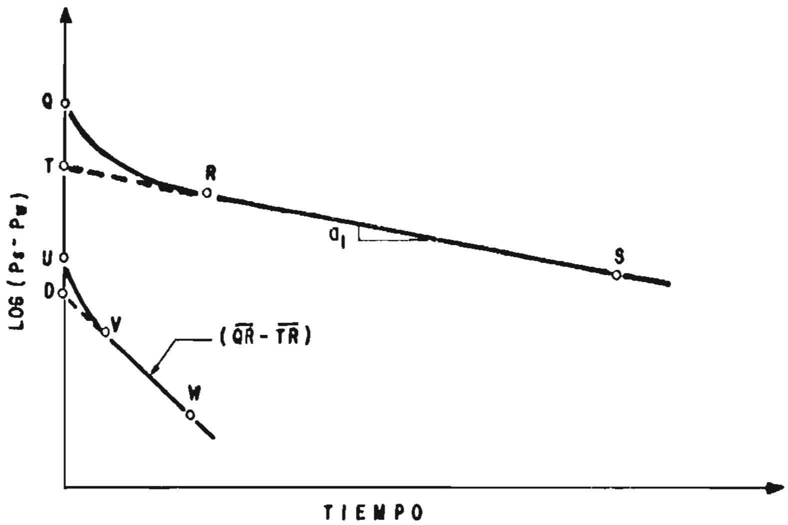


FIG. Nº 29.- REPRESENTACION GRAFICA DE LA ECUACION DE POLLARD[23].

que el segundo y tercer términos de la ecuación (4.27) llegan a ser despreciables. La pendiente de la línea recta $\overline{RS}$ es a_1.

Graficando la diferencia entre la curva $\overline{QR}$ y la línea $\overline{TR}$, se elimina el primer término de la ecuación, obteniéndose la línea recta $\overline{VW}$ cuando la caída de presión debida al daño llega a ser despreciable. Esta línea recta es equivalente al segundo término de la ecuación (4.27), cuya ordenada al origen da el punto D. Este valor es aproximadamente la diferencia entre la presión de las fracturas cercanas al pozo y la presión media de flujo en las fracturas en el momento del cierre.

Finalmente, la diferencia UD es la presión diferencial a través del daño, representada por el último término en la ecuación (4.27) y puede llegar a reducirse o eliminarse por medio de tratamientos de estimulación de pozos[23].

Con gráficas del tipo de la Fig. No. 29, es posible calcular el volumen de fracturas involucrado en el sistema, V_f, a partir de la relación:

$$V_f = \frac{q\ a_2}{D\ c} \tag{4.28}$$

Pirson[36] extendió el método para estimar el volumen poroso de la matriz, V_b, a partir de la ecuación:

$$V_b = \frac{q\ a_1}{\phi_b (T + D) c} \tag{4.29}$$

donde c es la compresibilidad del fluido que fluye.

Este análisis permite una estimación del coeficiente de partición:

$$\frac{V_f}{V_t} = \frac{V_f}{V_f + V_b \phi_b} = \frac{1}{1 + \frac{a_1}{a_2}\left(\frac{D}{T + D}\right)} \tag{4.30}$$

Se ha demostrado que estos métodos tienen algunas deficiencias teóricas[4,5]; sin embargo, son útiles en la evaluación de calizas fracturadas y se han empleado frecuentemente y con éxito en Venezuela, Italia y Canadá[37].

b) Método de Warren y Root-Kazemi-De Swaan.

Anteriormente se mencionó el modelo utilizado por Warren y Root[4], Fig. No. 8, para representar un sistema de doble porosidad. Ellos consideraron que el flujo en las fracturas es en estado estacionario y encontraron que una gráfica convencional de incremento de presión puede presentar dos líneas rectas paralelas, Fig. No. 9.

Se ha concluido[37] que dos parámetros son suficientes para caracterizar el comportamiento de un sistema de doble porosidad. Un parámetro ω que representa una medida de la capacitancia del fluido y el otro, λ, relacionado al grado de heterogeneidad del yacimiento. Matemáticamente, λ y ω pueden escribirse de la siguiente manera:

$$\lambda = \alpha \frac{k_1}{k_2} r_w^2 \qquad (4.31)$$

y $$\omega = \phi_2 c_2/(\phi_1 c_1 + \phi_2 c_2) \tag{4.32}$$

Estos parâmetros no son muy prácticos, --- puesto que no tienen un significado físico directo y los - factores de forma no son necesarios para determinar las -- propiedades de interés del yacimiento(24).

Kazemi(5) usó un modelo con una distribu-- ción uniforme de fracturas y concluyó que las caracterís-- ticas de los yacimientos fracturados, expuestas por Warren y Root, pueden aplicarse en los casos donde se tiene una - distribución uniforme de fracturas y una diferencia grande entre el flujo en las fracturas y en la matriz. Cuando -- esta diferencia es pequeña, solamente se nota una sóla --- línea recta.

De Swaan(38) presentó soluciones analíti-- cas para este mismo problema y logró determinar la permea- bilidad de la fractura y el producto de la porosidad de la matriz por la dimensión de los bloques de matriz, $x_{ma}\phi_{ma}$. - Aunque estas soluciones no dan una descripción analítica - de la transición entre las dos líneas rectas, parece ser - una técnica más práctica que los parâmetros λ y ω de Wa--- rren y Root(37).

De Swaan considera que a tiempos cortos, - el flujo toma lugar solamente en las fracturas y es descri to por la solución aproximada de un yacimiento radial infinito:

$$\Delta p_f = \frac{q\mu}{4\pi k_f h_f} \ln\left(\frac{4\,\eta_f\,t}{\gamma\,r_w^2}\right) \qquad (4.33)$$

Para tiempos largos, también puede aplicarse la ecuación anterior, pero considerando los cambios en la constante de difusividad, η_f, correspondientes a capas infinitas separadas por fracturas, a bloques de matriz similares a bloques esféricos y a bloques de otra forma con dimensiones y porosidades variables[37].

Para tiempos largos, la ecuación (4.33) también se cumple, pero considerando el siguiente cambio en la constante de difusividad:

$$\eta_{s_1} = 1/\left(\frac{1}{\eta_f} + \frac{2}{3}\,\frac{k_{ma}}{k_f}\,\frac{h_{ma}}{h_f}\,\frac{1}{\eta_{ma}}\right) \qquad (4.34)$$

Para capas horizontales infinitas separadas por fracturas:

$$\eta_{sp} = 1/\left(\frac{1}{\eta_f} + \frac{2}{3}\,\frac{k_{ma}}{k_f}\,\frac{r_{ma}}{h_f}\,\frac{1}{\eta_{ma}}\right) \qquad (4.35)$$

Y para el caso de la matriz conjuntamente con el sistema de fracturas:

$$\eta_{comp.} = 1/ \left(\frac{1}{\eta_f} + \frac{\mu c_t}{k_f h_f} (x_{ma}\ \phi_{ma})\right) \qquad (4.36)$$

De acuerdo con la ecuación (4.33), la permeabilidad de las fracturas puede calcularse a partir de:

$$k_f = \frac{2.303\ q\mu}{4\pi\ h_f\ m} \qquad (4.37)$$

A partir de la misma ecuación (4.33) se -- tiene:

$$\eta_f = \frac{\gamma\ r^2_w}{4t} \exp\left(\frac{4\pi\ k_f\ h_f\ \Delta p_f}{q\mu}\right) = \frac{k_f}{\phi_f \mu c_t} \qquad (4.38)$$

Y por tanto, la porosidad del sistema de- fracturas es:

$$\phi_f = \frac{k_f}{\eta_f \mu c_t} \qquad (4.39)$$

Esta misma porosidad, pero considerando también el espesor total de la matriz se obtiene con la siguiente expresión:

$$\phi_2 = \frac{h_f \phi_f}{h_{ma}} \qquad (4.40)$$

La porosidad promedio de todo el sistema - puede determinarse con:

$$\overline{\phi} = \frac{h_f\ \phi_f + (h_{ma} - h_f)\,\phi_{ma}}{h_{ma}} \qquad (4.41)$$

Para determinar la porosidad de las fracturas como una función del parámetro ω de Warren y Root[4], este parámetro puede calcularse con:

$$\omega = \exp(-2.303\ \Delta p/m) \qquad (4.42)$$

donde Δp es la separación vertical de la presión entre las dos líneas rectas paralelas de los datos de presión, Fig.- No. 9.

También ω se define de la siguiente manera:

$$\omega = \frac{h_f\ \phi_f\ c_f}{(h_{ma}-h_f)\phi_{ma}c_{ma}+h_f\phi_f c_f} \qquad (4.43)$$

de donde:

$$\phi_f = \frac{\omega(h_{ma}-h_f)\phi_{ma}c_{ma}}{h_f c_f(1-\omega)} \qquad (4.44)$$

La permeabilidad promedio del sistema de doble porosidad puede calcularse de la siguiente manera:

$$\overline{k} = \frac{k_f h_f + k_{ma}(h_{ma} - h_f)}{h_{ma}} \qquad (4.45)$$

El producto $x_{ma}\phi_{ma}$ puede calcularse a partir de la ecuación (4.36), pero la difusividad hidráulica compuesta, η_{comp}, debe obtenerse utilizando la última porción recta con la ecuación (4.38).

4.5. Ejemplos de Aplicación.

Con el propósito de lograr una mejor ilustración de las distintas técnicas de análisis de datos de presión, discutidas anteriormente, se presentan a continuación tres casos donde se aplican los métodos de curvas tipo, Horner y MDH, de acuerdo al procedimiento de análisis propuesto y además, otros dos casos en los cuales se aplican las técnicas de Pollard-Pirson y de Warren-Root-Kazemi-De Swaan, respectivamente.

EJEMPLO 1.- La Tabla I muestra los datos de incremento de presión de un pozo con fractura vertical, así como datos adicionales del pozo y del yacimiento(35).

En primer lugar, se preparó una gráfica cartesiana de p_{ws} contra $\sqrt{\Delta t}$, Fig. No. 30, con la cual se corrigió el valor de la presión de fondo fluyendo, p_{wf} = 3423.0 psi, con la extrapolación de la línea recta, que une a los puntos iniciales, hasta el valor de $\sqrt{\Delta t}$ = 0. Con el nuevo valor de p_{wf} se calcularon los cambios de presión ($\Delta p = p_{ws} - p_{wf}$) para todos los tiempos y se construyó la "curva de datos" en papel transparente y en escalas logarítmicas, Fig. No. 31, en la cual se determinó

TABLA I.- DATOS DE INCREMENTO DE PRESION DE UN POZO CON UNA FRACTURA VERTICAL, EJEMPLO 1.

p_i = 3770 psi.	c_t = 21 x 10^{-6} psi^{-1}
A = 1600 acres.	μ_o = 0.65 cp.
r_w = 0.28 ft.	B_o = 1.26 brl/brl.
ϕ = 0.12	q_o = 419 brl/día.
h = 82 ft.	t = 7800 horas.

Δt (horas)	p_{ws} (psi)	$(t+\Delta t)/\Delta t$	Δp (psi)
0	3420.0	-	-
0.083	3431.0	93600.0	8.0
0.167	3435.0	46700.0	12.0
0.25	3438.0	31200.0	15.0
0.50	3444.5	15600.0	21.5
0.75	3449.0	10400.0	26.0
1.0	3452.0	7800.0	29.0
2.0	3463.0	3900.0	40.0
3.0	3471.0	2600.0	48.0
4.0	3477.0	1950.0	54.0
5.0	3482.0	1560.0	59.0
6.0	3486.0	1300.0	63.0
7.0	3490.0	1120.0	67.0
8.0	3495.0	976.0	72.0
9.0	3498.0	868.0	75.0
10.0	3500.0	781.0	77.0
12.0	3506.0	651.0	83.0
24.0	3528.0	326.0	105.0
36.0	3544.0	218.0	121.0
48.0	3555.0	164.0	132.0
60.0	3563.0	131.0	140.0
72.0	3570.0	109.0	147.0
96.0	3582.0	82.3	159.0
120.0	3590.0	66.0	167.0
144.0	3600.0	55.2	177.0
192.0	3610.0	41.6	187.0
240.0	3620.0	33.5	197.0

la pendiente igual a 0.5 de la línea recta que une a los puntos iniciales. Esto dió una indicación de la presencia de una fractura.

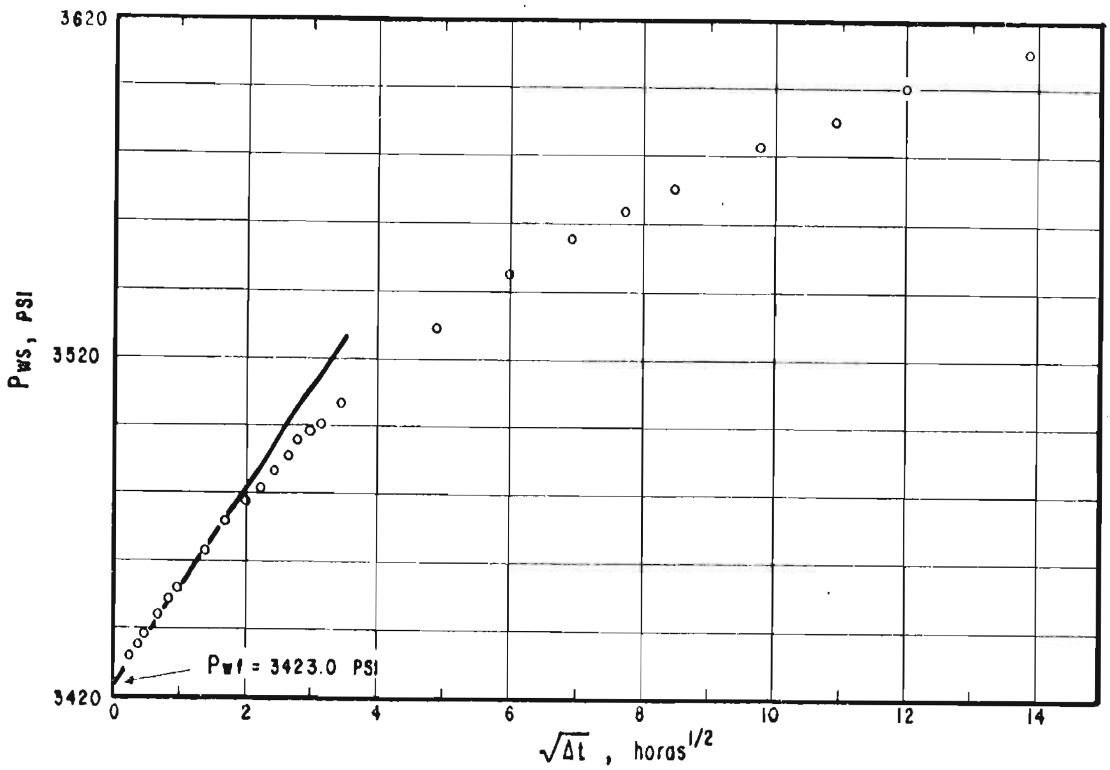


FIG. Nº 30.- GRAFICA CARTESIANA DE LOS DATOS DE PRESION DEL EJEMPLO I.

Esta "curva de datos" se ajustó con la --- curva tipo para sistemas con una fractura de flujo uniforme, Fig. No. 19, lográndose un ajuste aproximadamente perfecto con la curva de $x_e/x_f = \infty$. Se observa que el inicio de la línea recta semilog ocurre en $\Delta t \simeq 24$ horas, Fig. -- No. 31.

A partir de los datos del punto de ajuste (p$_D$ = 1.4 y Δp = 100 psi) se obtiene la permeabilidad efec-

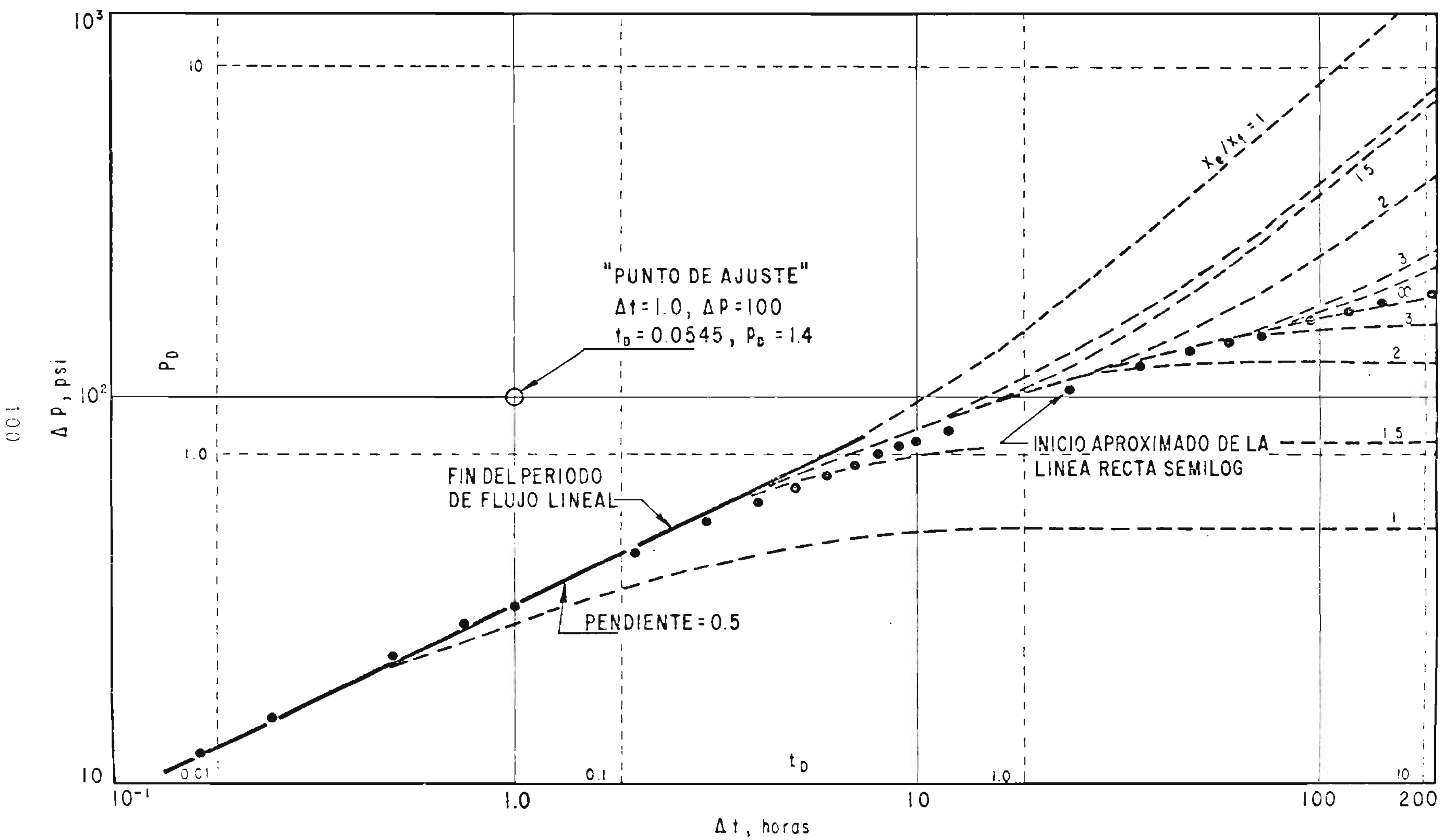


Fig. Nº 31.- CURVA DE DATOS EN PAPEL LOG-LOG DEL EJEMPLO 1.

tiva de la formación con la ecuación (4.25):

$$k = \frac{(141.2)(419)(0.65)(1.26)(1.4)}{(82)(100)}$$

$$k = 8.27 \text{ md.}$$

y la media longitud de la fractura, x_f, puede calcularse - a partir del tiempo de ajuste (t_D = 0.0545, Δt = 1 hora),- utilizando la ecuación (4.26):

$$x_f = \left(\frac{0.0002637 \times 8.27 \times 1}{0.12 \times 0.65 \times 21\times10^{-6} \times 0.0545} \right)^{1/2}$$

$$x_f = 156.39 \text{ ft.}$$

A continuación se construyeron las gráficas de Horner y MDH, Fig. No. 32, donde se trazó la línea recta, cuya pendiente (m = 92.91 psi/ciclo) y el valor de la presión p_{1HR} = 3398.0 psi se utilizaron para calcular la permeabilidad de la formación y el factor de daño, con las ecuaciones (4.10) y (4.24), respectivamente:

$$k = \frac{(162.6)(419)(0.65)(1.26)}{(92.91)(82)}$$

$$k = 7.32 \text{ md.}$$

$$s = 1.151 \left(\frac{3398.0-3423.0}{92.91} - \log \frac{7.32}{0.12\times0.65\times21\times10^{-6}\times0.0784} + 3.23\right)$$

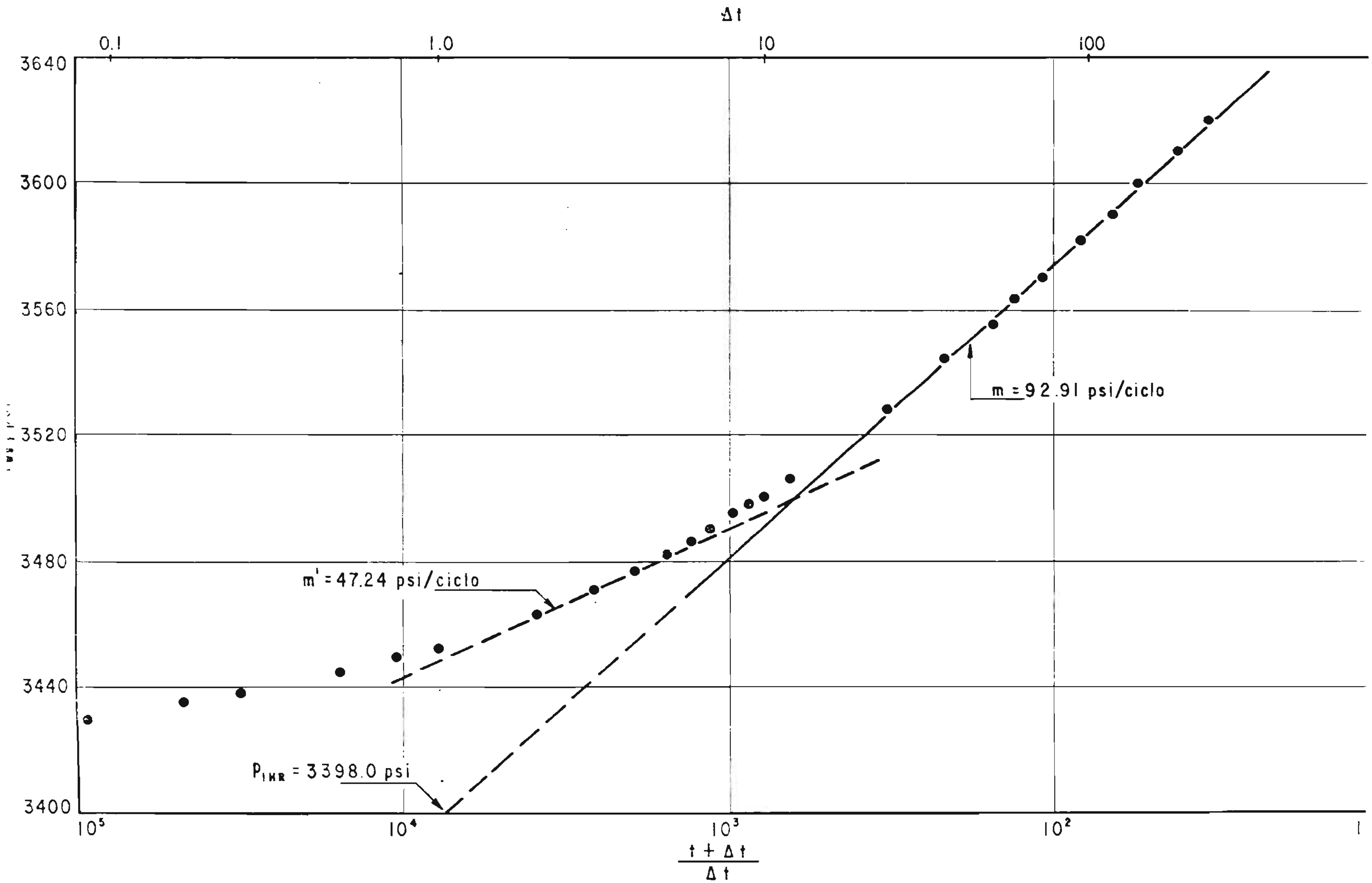


Fig. Nº 32.– GRAFICA SEMILOG (HORNER y MDH) DE LOS DATOS DE INCREMENTO DE PRESION DEL EJEMPLO 1.

$s = - 5.52$

Como puede verse, los resultados obtenidos con ambos métodos de análisis (curvas tipo y semilog) son relativamente bien concordantes.

De no haberse utilizado la gráfica log-log en el método de curvas tipo, pudo caerse en una conclusión errónea. Como se muestra en la Fig. No. 32, los datos iniciales de la curva de incremento caen en una línea recta con una pendiente, m'= 47.24 psi/ciclo, aproximadamente igual a un medio de la pendiente de la otra línea recta. Es bien conocido[34] que esta característica es indicativa de la presencia de una barrera que limita al yacimiento. Sin embargo, con el método de ajuste de curvas tipo, se definió adecuadamente el inicio de la correcta línea recta.

EJEMPLO 2.- En la Tabla II se presentan los datos de incremento de presión registradas el 9 de noviembre de 1976 en el pozo Cactus No. 45, en el área de Reforma, Chiapas.

Las Figs. Nos. 33, 34 y 35 muestran los datos en coordenadas cartesianas (p_{ws} contra $\sqrt{\Delta t}$), la "curva de datos" (log Δp contra log Δt) y la semilog (Horner y

MDH), respectivamente.

TABLA II.- DATOS DE INCREMENTO DE PRESION DEL POZO CACTUS No. 45, REFORMA, CHIS., EJEMPLO 2.

q_o = 3170 brl/día. ϕ = 0.06

μ_o = 0.218 cp.   h = 344 ft.

B_o = 2.28 m^3/m^3. r_w = 0.1458 ft.

c_t = 1.64 x 10^{-5} psi.   t = 10472 horas.

Δt (horas)	p_{ws} (psi)	$(t+\Delta t)/\Delta t$	Δp (psi)
0.0	4614.39	-	-
0.02	4837.64	654500	29.64
0.08	4861.82	126170	53.82
0.17	4887.41	63085	79.41
0.25	4911.57	41889	103.59
0.50	4952.83	20945	144.83
1.0	4998.33	10473	190.33
2.0	5056.63	5237	248.63
4.0	5097.87	2619	289.87
6.0	5117.78	1746	309.78
10.0	5150.48	1048	342.68
14.0	5176.08	749	368.08
18.0	5200.25	583	392.25
22.0	5225.85	477	417.85
26.0	5245.76	404	437.76
30.0	5262.82	350	454.82
34.0	5278.46	309	470.46
38.0	5295.53	277	487.53
42.0	5311.17	250	503.17
46.0	5323.97	229	515.97
50.0	5336.77	210	528.77
54.0	5349.56	195	541.56
54.5	5352.41	193	544.41

Siguiendo el procedimiento establecido --- previamente e igual que en el Ejemplo 1, se corrigió el -- valor de la presión, p_{wf} = 4808.0 psi, y en la Fig. No. 34 se graficaron las caídas de presión obtenidas con la p_{wf} - original y con la corregida, definiéndose con ésta última_

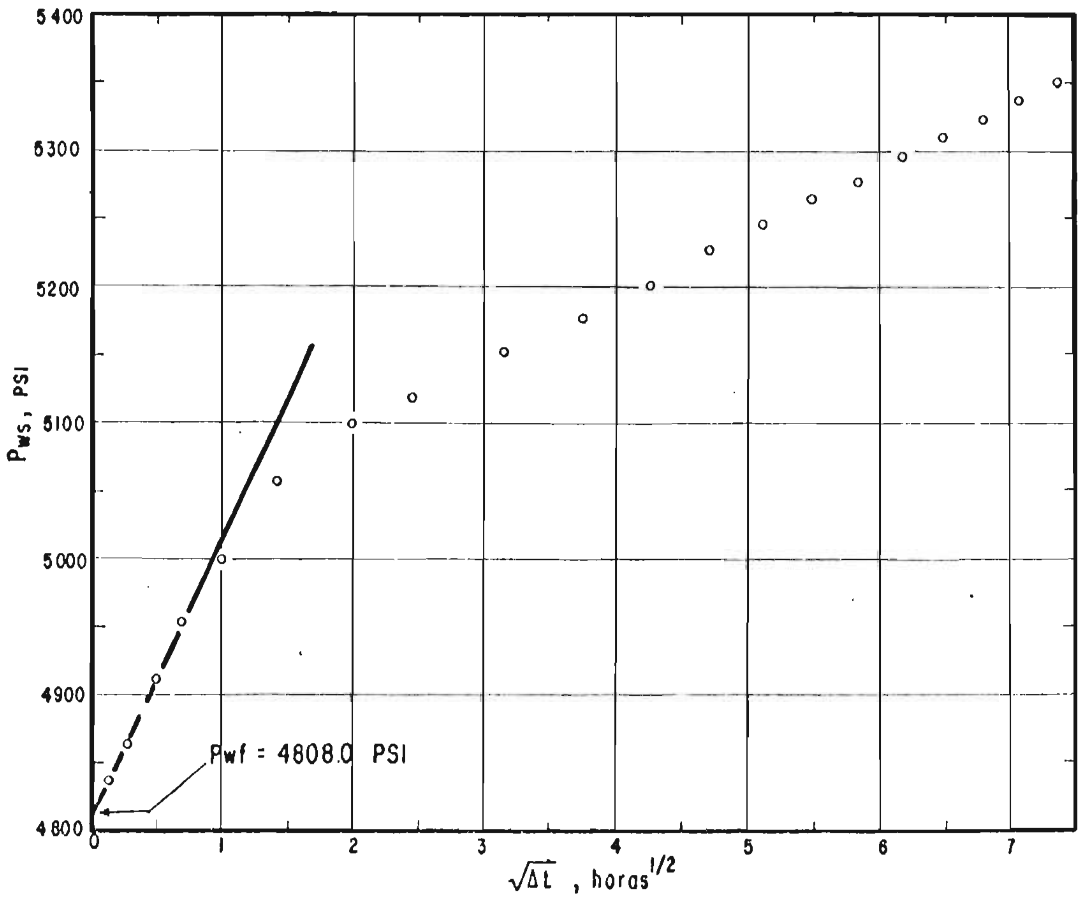


FIG. Nº 33.- GRAFICA CARTESIANA DE LOS DATOS DE PRESION DEL POZO CACTUS No. 45, EJEMPLO 2.

un sistema fracturado, a través de la pendiente de 0.5 con los datos iniciales.

Con la curva tipo (x_e/x_f = 5), Fig. No. 19, se realizó un buen ajuste, eligiéndose el punto que se indica en la Fig. No. 34. Además, se definió el inicio de la línea recta correcta semilog en un $\Delta t \simeq 6$ horas. Luego se obtuvo:

$$k = \frac{(141.2)(3170)(0.218)(2.28)(0.70)}{(344)(100)}$$

$$k = 4.53 \text{ md.}$$

con la ecuación (4.25), y:

$$x_f = \left(\frac{0.0002637 \times 4.53 \times 1}{0.06 \times 0.218 \times 1.64 \times 10^{-5} \times 0.0213} \right)^{1/2}$$

$$x_f = 511.60 \text{ ft.}$$

con la ecuación (4.26).

En la gráfica semilogarítmica (Horner y MDH), Fig. No. 35, se midió la pendiente m = 179.13 psi/ciclo y la p_{1HR} = 4978.0 psi, para el cálculo de la permeabilidad, ecuación (4.10), y el factor de daño, ecuación (4.24), de la siguiente manera:

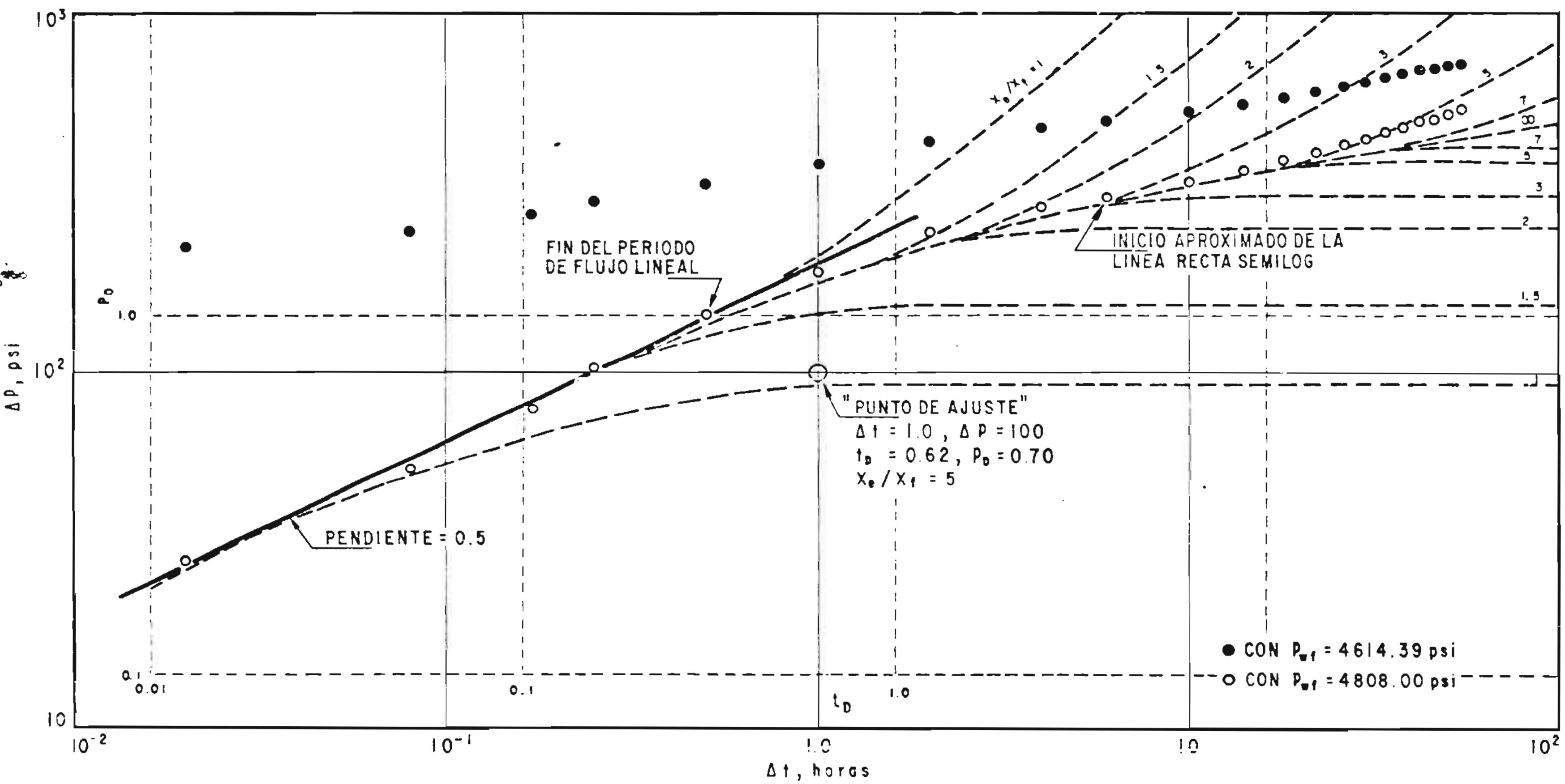
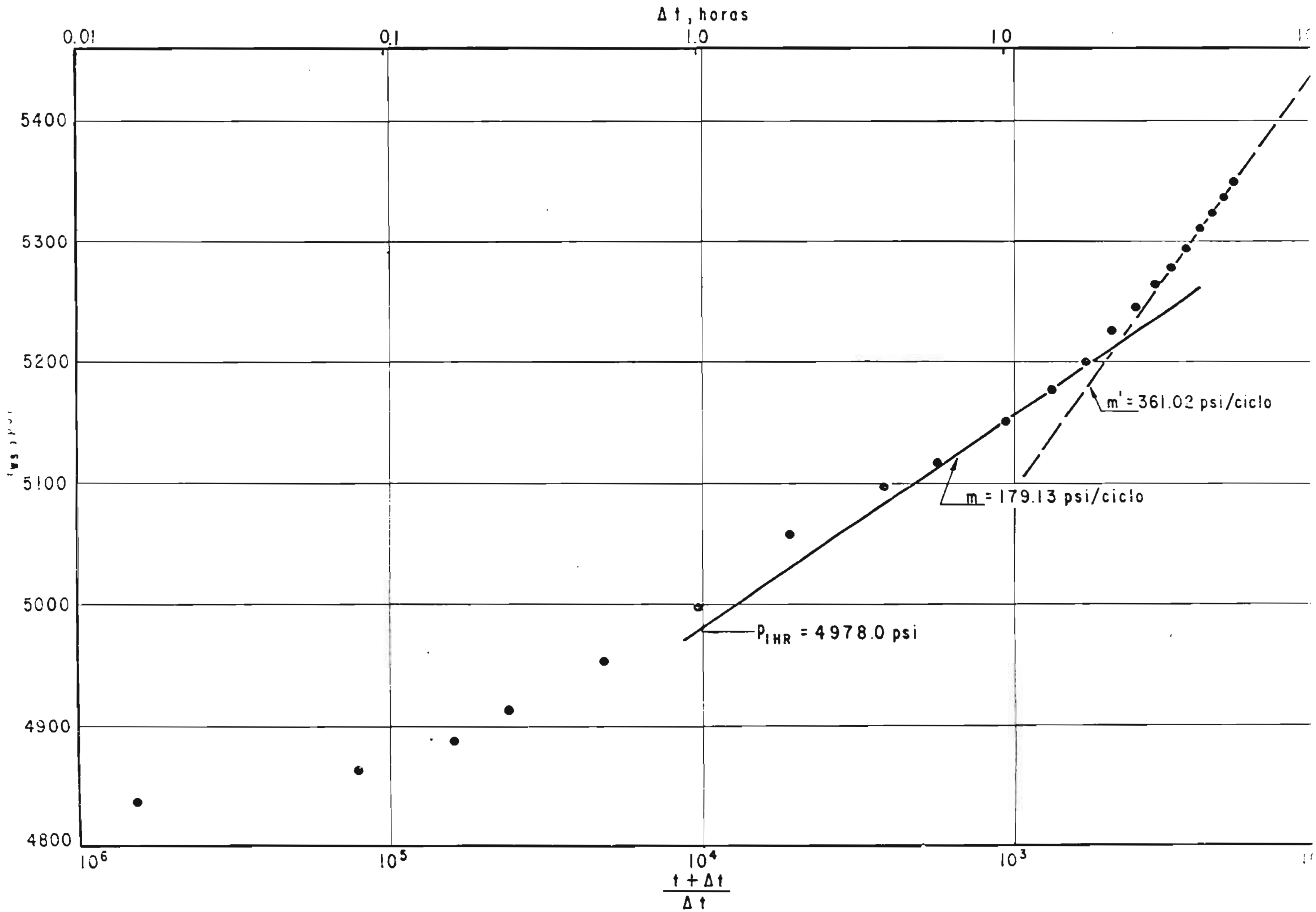


FIG Nº 34 – CURVA DE DATOS EN PAPEL LOG - LOG DEL POZO CACTUS Nº 45, EJEMPLO 2.


Δ t , horas
0.01
0.1
1.0
10
5400
5300
5200
5100
5000
4900
4800
m' = 361.02 psi/ciclo
m = 179.13 psi/ciclo
P_{1HR} = 4978.0 psi
10^6
10^5
10^4
10^3
$\frac{t + \Delta t}{\Delta t}$

$$k = \frac{(162.6)(3170)(0.218)(2.28)}{(179.13)(344)}$$

$$k = 4.16 \text{ md.}$$

$$s = 1.151\left(\frac{4978.0-4808.0}{179.13} - \log \frac{4.16}{0.06 \times 0.218 \times 1.64 \times 10^{-5} \times 0.0213} + 3.23\right)$$

$$s = -5.50$$

También en este caso, los valores de la permeabilidad obtenidos con ambos métodos de análisis fueron bastante similares.

Por otro lado, en la gráfica semilog, Fig. No. 35, se obtuvo además otra pendiente, m' = 361.02 psi/ciclo, aproximadamente igual al doble de la primera. De acuerdo con la técnica de Horner[34], se tiene la presencia de una barrera en la frontera del yacimiento, cuya distancia al pozo puede estimarse como se indica en la literatura.

EJEMPLO 3.- En la Tabla III se dan los datos de incremento de presión, 30 de agosto de 1978, del pozo Akal No. 3, localizado en el área marina de la Sonda de Campeche.

TABLA III.- DATOS DE INCREMENTO DE PRESION DEL POZO AKAL No. 3, SONDA DE CAMPECHE, EJEMPLO 3.

q_o = 408.8 brl/día. ϕ = 0.13

μ_o = 4.40 cp. h = 108 ft.

B_o = 1.264 m3/m3. r_w = 0.2952 ft.

c_t = 17.342×10^{-6} psi . t = 10 horas.

Δt (horas)	p_{ws} (psi)	$(t+\Delta t)/\Delta t$	Δp (psi)
0.0	4080.34	-	-
0.17	4107.36	61.24	13.36
0.33	4113.05	31.03	19.05
0.50	4116.60	21.00	22.60
0.67	4119.45	16.02	25.45
0.83	4122.29	13.00	28.29
1.00	4122.29	11.00	28.29
2.00	4122.29	6.00	28.29

Como se puede observar, se realizó la corrección al valor de la p_{wf} con la gráfica cartesiana, Fig. No. 36. La "curva de datos", Fig. No. 37, se ajustó a la curva de flujo uniforme (x_e/x_f = 1.5), pero no fué posible definir el inicio de la línea recta semilog. Con los datos del punto de ajuste y utilizando las ecuaciones (4.25) y (4.26) se obtuvo:

$$k = \frac{(141.2)(408.8)(4.40)(1.264)(0.325)}{(108)(10)}$$

$$k = 96.61 \text{ md.}$$

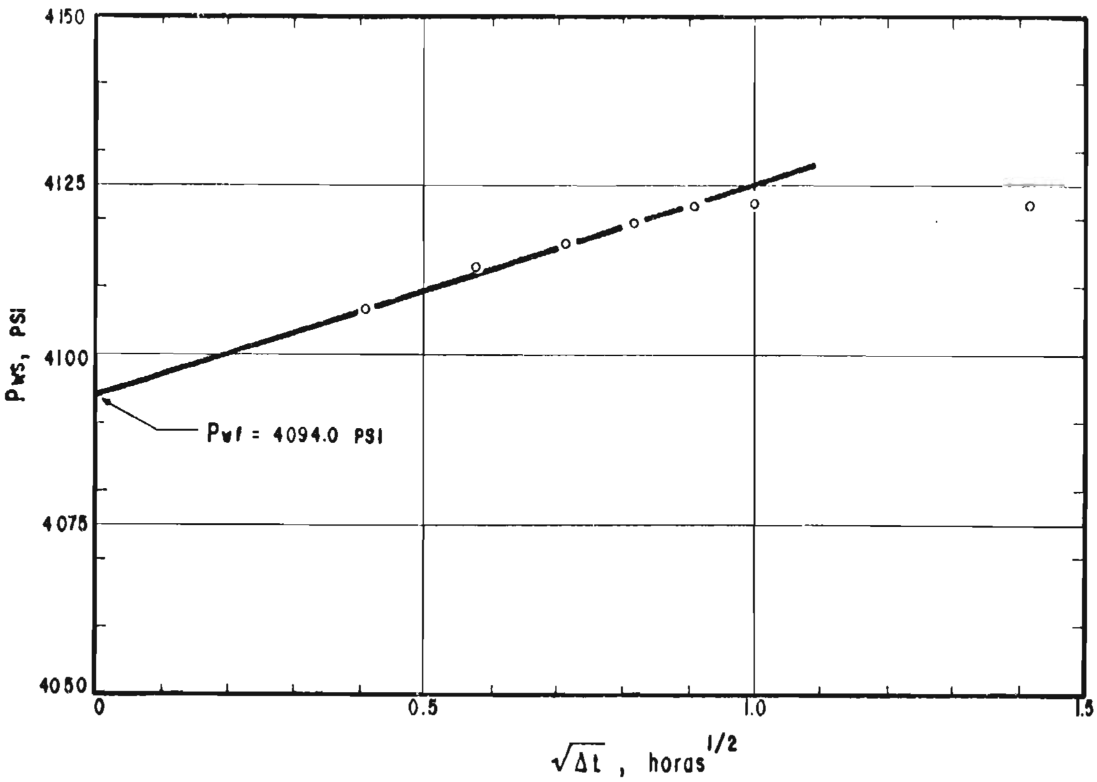


FIG. Nº 36.- GRAFICA CARTESIANA DE LOS DATOS DE PRESION DEL POZO AKAL No. 3, EJEMPLO 3.

$$x_f = \left(\frac{0.0002637 \times 96.61 \times 1}{0.13 \times 4.40 \times 17.34 \times 10^{-6} \times 0.37} \right)^{1/2}$$

$$x_f = 83.36 \text{ ft.}$$

que son la permeabilidad de la formación fracturada y la media longitud de la fractura, respectivamente.

En la Fig. No. 38 se trazó la línea recta

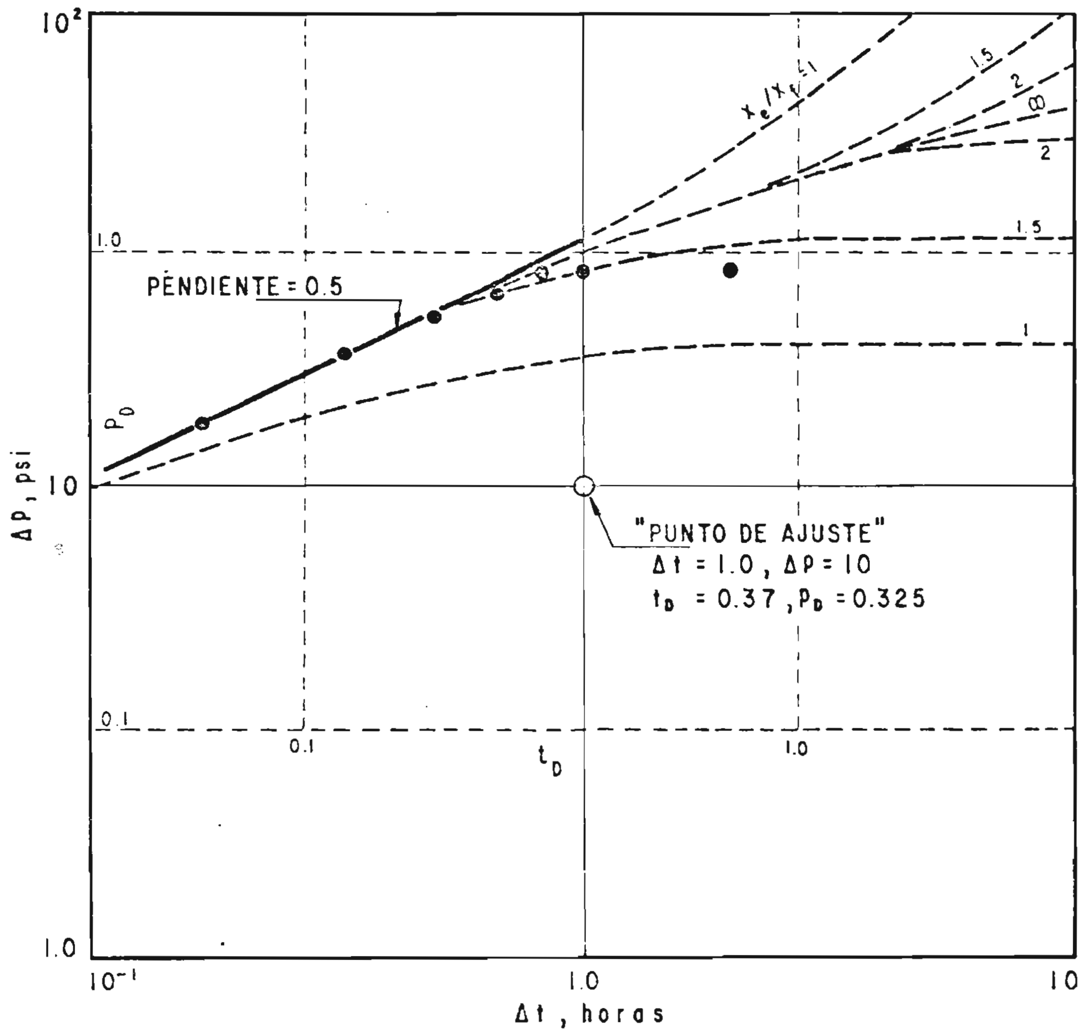


Fig. Nº 37.- CURVA DE DATOS EN PAPEL LOG-LOG DEL POZO AKAL Nº 3, EJEMPLO 3.

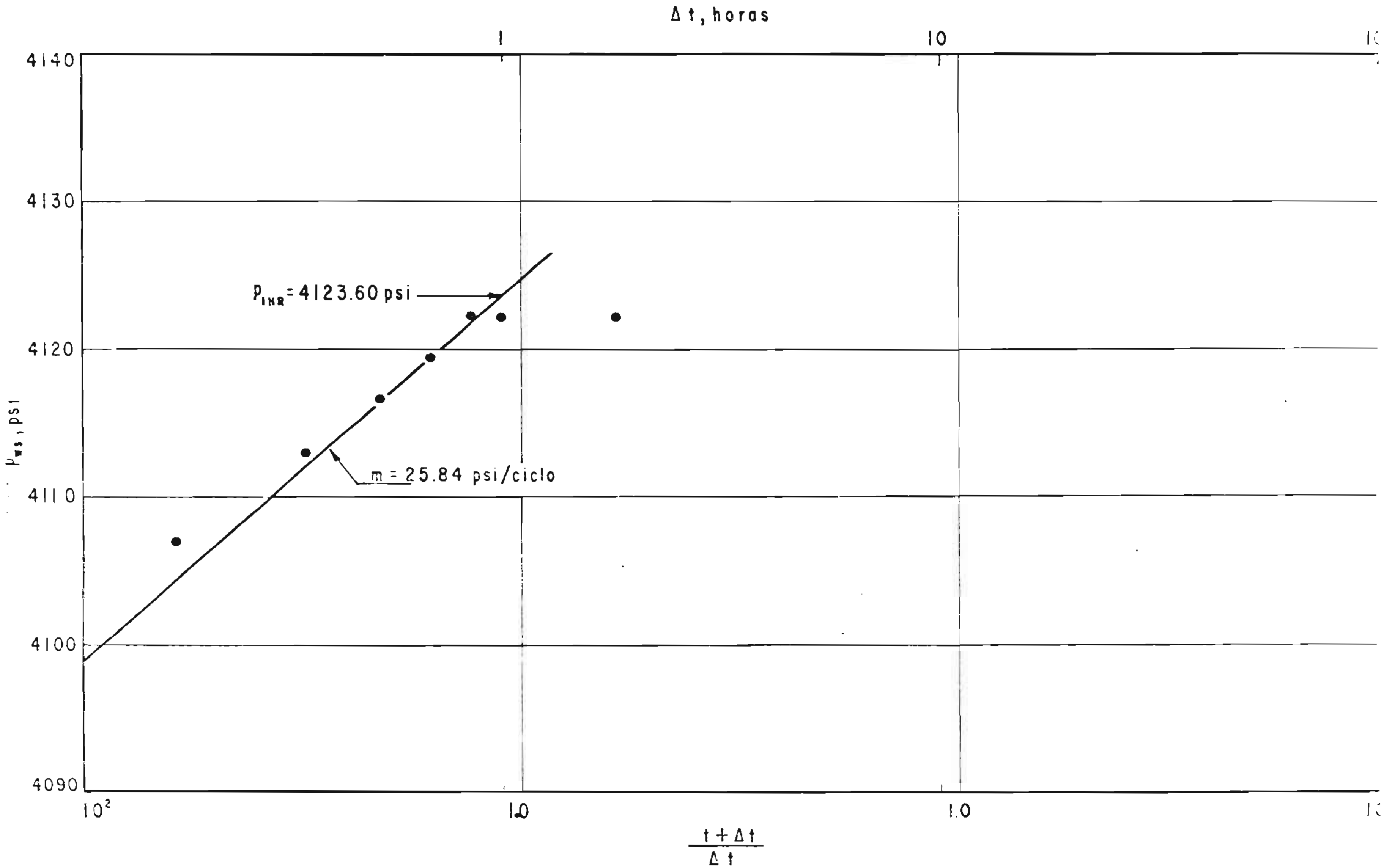


Fig. Nº 38 — GRAFICA SEMILOG (HORNER y MDH) DE LOS DATOS DE INCREMENTO DE PRESION DEL POZO AKAL Nº 3, EJEMPLO 3.

semilog, cuya pendiente ($m = 25.84$ psi/ciclo) se utilizó - en los cálculos siguientes:

$$k = \frac{(162.6)(408.8)(4.40)(1.264)}{(25.84)(108)}$$

$$k = 132.47 \text{ md.}$$

$$s = 1.151\left(\frac{4123.6-4094.0}{25.84} - \log \frac{132.47}{0.13\text{x}4.40\text{x}17.34\text{x}10^{-6}\text{x}0.087} + 3.23 \right)$$

$$s = -\ 4.40$$

Como puede verse en este caso, a pesar de que con el método de curvas tipo no se pudo identificar el inicio de la línea recta semilogarítmica, los resultados - son bastante aceptables. Sin embargo, en la mayoría de -- los casos puede trazarse equivocadamente la línea recta -- correcta.

EJEMPLO 4.- A continuación se presentan los da-- tos de presión de un pozo en el Lago de Maracaibo, Venezuela[37].

Usando una presión estática de 2258 psi se puede preparar la gráfica de la Fig. No. 39, $\log(p_s - p_w)$ contra Δt, donde se obtienen las curvas descritas en la --

TABLA IV.- DATOS DE PRESION REGISTRADOS EN UN POZO EN EL LAGO DE MARACAIBO, VEN., EJEMPLO 4.

Δt (horas)	p_{ws} (psi)	$(p_s - p_w)$
0.5	1348.0	910.0
1.0	1390.0	868.0
1.5	1423.0	835.0
2.0	1465.0	793.0
4.0	1548.0	710.0
6.0	1561.0	697.0
8.0	1570.0	688.0
10.0	1578.0	680.0
15.0	1595.0	663.0
20.0	1607.0	651.0
48.0	1688.0	570.0
95.0	1758.0	500.0
122.0	1808.0	450.0
144.0	1818.0	440.0
192.0	1918.0	340.0
263.0	1973.0	285.0

Fig. No. 29 y los valores de las pendientes, a_1 y a_2, de la ecuación (4.27), así como también la caída de presión debida al daño.

Estos valores permiten estimar el coeficiente de partición por medio de la expresión (4.30):

$$\frac{V_f}{V_t} = \frac{1}{1 + (\frac{676.38}{37.80})(\frac{50}{680 + 50})}$$

$$\frac{V_f}{V_t} = 0.45 = 45\ \%$$

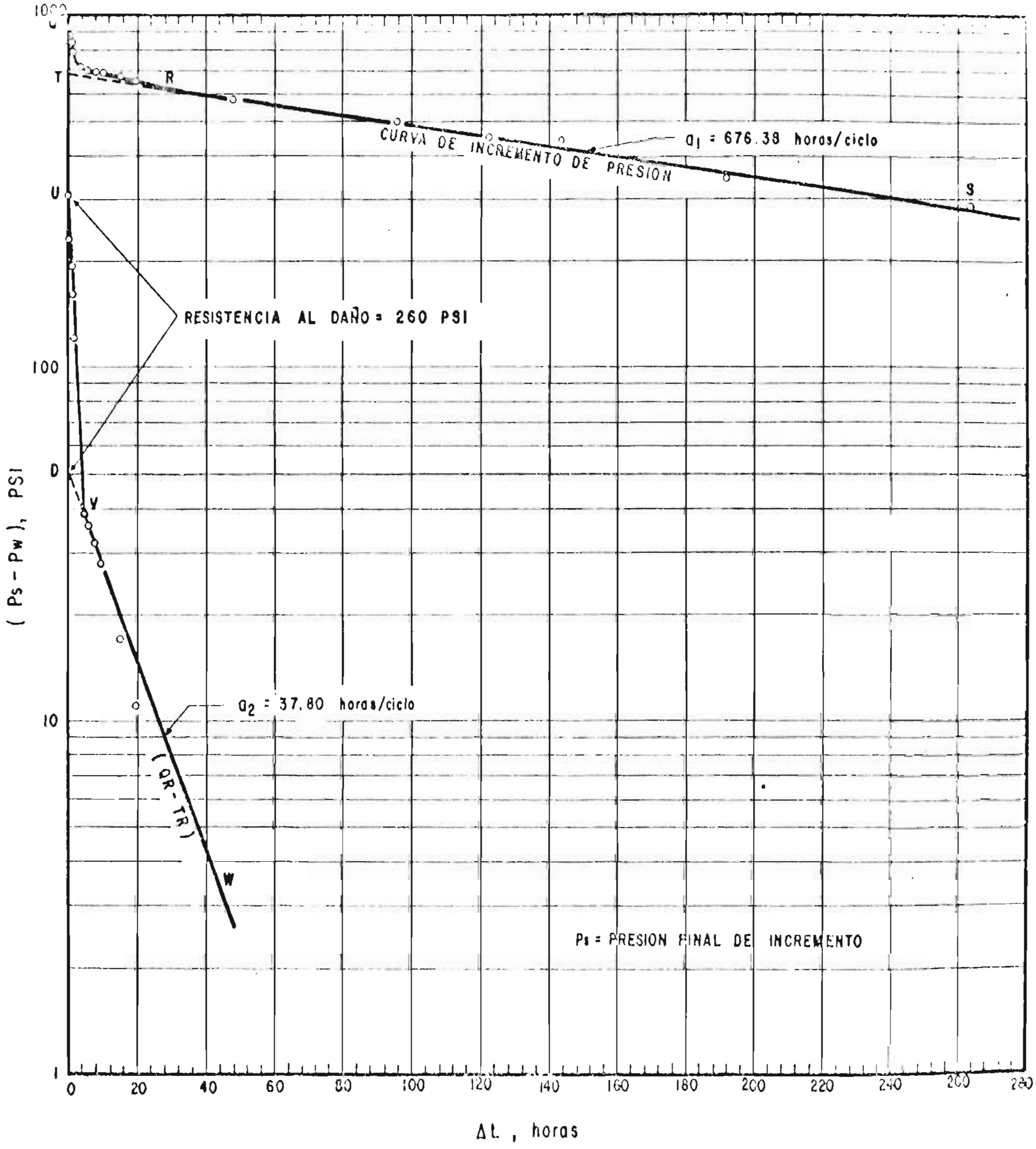


FIG. Nº 39.- GRAFICA DE LOS DATOS DE INCREMENTO DE PRESION UTILIZANDO LA TECNICA DE POLLARD, EJEMPLO 4.

Debe notarse que en caso de disponer de los valores del gasto de producción del pozo y de la compresibilidad del fluido, es posible determinar el volumen poroso tanto de la matriz como del sistema de fracturas, ecuaciones (4.28) y (4.29).

Por medio de este tipo de análisis de los datos de presión es posible deducir, cuando es conveniente realizar tratamientos de estimulación en los pozos[23].

EJEMPLO 5.- La Tabla V muestra los datos de una prueba teórica de decremento de presión, así como también los datos disponibles del pozo y del yacimiento[37]. Esta información se obtuvo de la prueba, de análisis de registros y de análisis de núcleos.

Los datos de presión se graficaron como se muestra en la Fig. No. 40, y se desea estimar la permeabilidad y la porosidad de la fractura y del sistema total, así como también el producto $x_{ma}\phi_{ma} = h_{ma}\phi_{ma}$.

La permeabilidad de la fractura puede calcularse a partir de la expresión (4.37) y con la pendiente de la primera línea recta encontrada en la Fig. No. 40:

TABLA V .- DATOS TEORICOS DE DECREMENTO DE PRESION PARA EL EJEMPLO 5.

p_i = 4000 psi = 272.11 atm.

q = 90.5 brl/D = 166.52 cm³/seg.

μ = 1 cp.

c_t = 10^{-5} psi^{-1} = 14.7 x 10^{-5} atm^{-1}.

r_w = 0.375 ft = 11.43 cm.

h_{ma} = 9.05 ft = 275.84 cm.

h_f = 0.025 ft = 0.762 cm.

ϕ_{ma} = 0.05

k_{ma} = 10^{-2} md = 10^{-5} Darcy.

η_{ma} = 20 md-psi/cp = 1.36 D-atm/cp.

t (horas)	p_{wf} (psi)	Δp_f (psi)
10^{-6}	3932.5	67.5
10^{-5}	3851.3	148.7
10^{-4}	3770.0	230.0
10^{-3}	3688.8	311.2
10^{-2}	3625.0	375.0
10^{-1}	3580.0	420.0
10^{0}	3540.0	460.0
10^{1}	3495.0	504.9
10^{2}	3413.8	586.2
10^{3}	3332.6	667.4

$$k_f = \frac{(2.303)(166.52)(1)}{(4\pi)(0.762)(5.53)}$$

k_f = 7.24 Darcies.

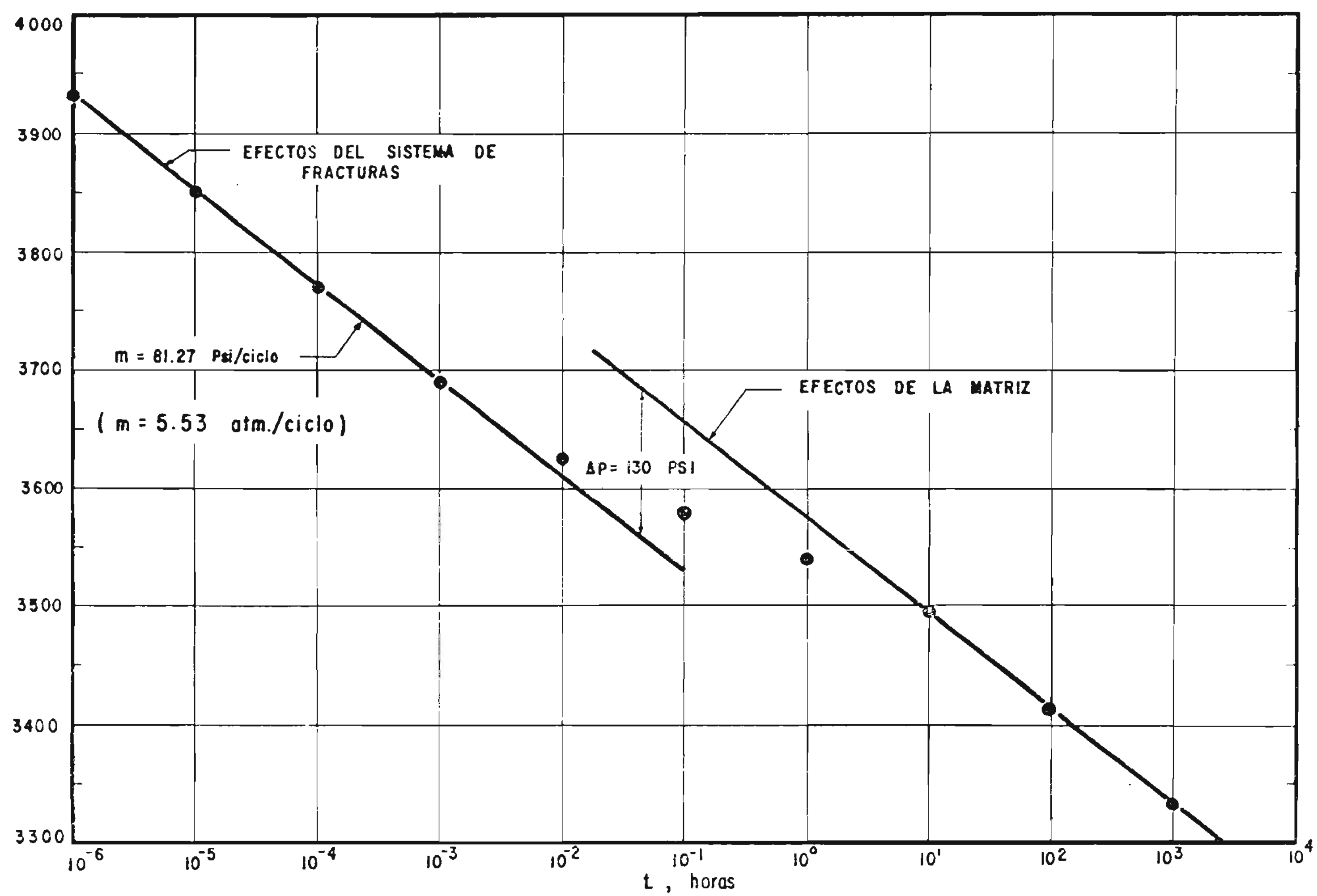


FIG. Nº 40.- GRAFICA DE LOS DATOS DE DECREMENTO DE PRESION DEL EJEMPLO 5.

Con la ecuación (4.39) puede determinarse la porosidad de las fracturas, para lo cual es necesario encontrar primero el valor de la difusividad hidráulica de las fracturas con la ecuación (4.38).

Para p_{wf} = 3851.3 psi = 262.0 atm se tiene Δp_f = 10.12 atm, correspondiente al tiempo t = 10^{-5} horas = 0.036 seg. En el cálculo puede usarse cualquier tiempo con su correspondiente Δp_f, siempre y cuando corresponda a un punto que caiga sobre la línea recta inicial[37].

$$\eta_f = \frac{(1.78)(11.43)^2}{(4)(0.036)} \exp\left\{\frac{(4\pi)(7.24)(5.53)(0.762)}{(166.52)(1)}\right\}$$

$$\eta_f = 1.09 \times 10^5$$

Entonces la porosidad del sistema de fracturas es:

$$\phi_f = \frac{7.24}{(1.09 \times 10^5)(1)(14.7 \times 10^{-5})}$$

$$\phi_f = 0.452$$

El valor de la porosidad del sistema de fracturas, considerando el espesor total de la matriz se obtiene con la ecuación (4.40):

$$\phi_2 = \frac{(0.762)(0.452)}{275.84}$$

$$\phi_2 = 0.00125$$

Luego, según la ecuación (4.41), la porosidad promedio del sistema total es:

$$\bar{\phi} = \frac{(0.762)(0.452) + (275.84 - 0.762)(0.05)}{275.84}$$

$$\bar{\phi} = 0.051$$

Se observa en la Fig. No. 40 que Δp = 130 psi = 8.84 atm, entonces de acuerdo con la ecuación (4.42):

$$\omega = \exp\{-2.303\ (8.84)/(5.53)\} = 0.025$$

y según la ecuación (4.44), se obtiene la porosidad de las fracturas a partir de ω:

$$\phi_f = \frac{(0.025)(275.84-0.762)(0.05)(14.7\times10^{-5})}{(0.762)(14.7\times10^{-5})(1-0.025)}$$

$$\phi_f = 0.46$$

Nuevamente, considerando el espesor de la matriz y utilizando la ecuación (4.40) se obtiene:

$$\phi_2 = \frac{(0.762)(0.46)}{275.84} = 0.00127$$

es decir, que aproximadamente se obtiene el mismo valor -- de la porosidad de las fracturas con el valor de ϕ_f calculado con cualquiera de las ecuaciones (4.39) ó (4.44).

Con la ecuación (4.45) se determina la permeabilidad promedio total:

$$\overline{k} = \frac{(7.24)(0.762) + (10^{-5})(275.84-0.762)}{275.84}$$

$$\overline{k} = 0.02 \text{ darcy.}$$

Por último, a partir de la ecuación (4.38) se calcula η_{comp}:

$$\eta_{comp} = \frac{(1.78)(11.43)^2}{(4)(3600000)} \exp\{\frac{(4\pi)(7.24)(0.762)(45.4)}{(166.52)(1)}\}$$

$$\eta_{comp} = 2612.65$$

donde Δp_f = 667.4 psi = 45.4 atm pertenece a un punto sobre la segunda porción recta de la Fig. No. 40, correspondiente al tiempo de flujo t = 1000 horas = 3600000 seg.

Entonces, el producto $x_{ma}\phi_{ma}$ se obtiene de la siguiente manera, ecuación (4.36):

$$x_{ma}\phi_{ma} = \frac{(7.24)(0.762)}{(1)(14.7\text{x}10^{-5})} \left(\frac{1}{2612.65} - \frac{1}{1.09\text{x}10^{5}} \right)$$

$$x_{ma}\phi_{ma} = 14.0$$

Si se compara ésto con los datos básicos de la Tabla V: $h_{ma}\phi_{ma}$ = (275.84)(0.05) = 13.8, que prácticamente son iguales.

5. C O N C L U S I O N E S

Las fracturas se forman principalmente en aquellas rocas que son frágiles y que tienen matrices muy densas, donde constituyen conductos de permeabilidad aproximadamente infinita. Las fracturas también juegan un papel muy importante en la capacidad de acumulación del yacimiento, dependiendo del grado de fracturamiento de la formación y de la porosidad de la matriz.

Los sistemas fracturados pueden ser detectados y evaluados en forma directa (análisis de núcleos) e indirectamente (análisis de registros, pruebas en pozos, etc.). Los yacimientos heterogéneos incluyen: pozos que atraviezan fracturas naturales, pozos fracturados hidráulicamente con fracturas de conductividad infinita o finita; o bien, que producen de sistemas fracturados naturalmente sin penetrar directamente a las fracturas.

Un yacimiento naturalmente fracturado contiene tres regiones distintas: una alterada alrededor del pozo, una en el sistema fracturado y una en la matriz. Los fluidos fluyen de la matriz hacia las fracturas y finalmente llegan al agujero[23].

Generalmente todas las fracturas inducidas artificialmente a profundidades mayores de 3000 pies son verticales, cuyos planos coinciden con el eje del agujero.

La distribución de presión para un yacimiento con una fractura horizontal de flujo uniforme presenta la existencia de cuatro períodos de flujo. Primero ocurre un período controlado por la producción proveniente de la fractura y afectado por el almacenamiento, la duración del cual depende del espesor de la fractura y de la distancia vertical más corta a las fronteras del yacimiento. Sigue un período de flujo lineal y vertical, cuya duración está limitada por la distancia vertical más corta de la fractura a las fronteras del yacimiento y de la distancia radial a la frontera exterior de la fractura. Después de un período de transición se inicia el flujo pseudorradial que depende de la distancia radial desde el punto de medición al eje del pozo y del espesor del yacimiento[8].

Las fracturas verticales poseen una capacidad de flujo infinita, son de extensión radial limitada y penetran verticalmente a la formación productora.

Se consideran dos tipos de fracturas, de - flujo uniforme y de conductividad infinita. Las fracturas de flujo uniforme ocurren en pozos donde la presión varía- a lo largo de la longitud de la fractura, excepto para -- tiempos cortos. Las otras se presentan en pozos donde la- presión es uniforme a través de la fractura; es decir, la- presión permanece constante e igual a la presión inicial a medida que la distancia desde el pozo llega a ser muy grande.

En general, parece ser que las fracturas - naturales se ajustan mejor a la solución de las fracturas- de flujo uniforme y las fracturas artificiales a la de -- fracturas de conductividad infinita[28].

Para ambos tipos de fracturas pueden ocu-- rrir tres períodos de flujo en una prueba de presión. Un- período de flujo lineal que ocurre a tiempos cortos y está caracterizado por una línea recta de pendiente igual a 0.5 en coordenadas log-log. Un período de flujo pseudorradial que corresponde a la línea recta en la gráfica semilog convencional. Luego, ocurre un período de flujo pseudoestacionario, caracterizado por una línea recta de pendiente - unitaria en coordenadas log-log. Este período de flujo -- ocurre cuando se alcanzan los efectos de las fronteras externas del yacimiento. Cuando se tiene un sistema con --

fronteras a presión constante, el último período es de flujo estacionario.

El comportamiento de la variación de presión para sistemas con fracturas de flujo uniforme y de conductividad infinita se representan por medio de curvas-tipo, Figs. Nos. 19 y 20, que son gráficas log-log de la caída de presión en el pozo contra el tiempo adimensional. Estas gráficas presentan las curvas tanto para sistemas limitados como para yacimientos con presión constante.

Una gráfica log-log de datos de un sistema fracturado, afectados por el factor de daño, presenta una curva plana y no se define una línea recta de pendiente igual a 0.5; entonces es conveniente graficar los datos en coordenadas cartesianas donde se obtiene una línea recta.

Los efectos de almacenamiento en el agujero comúnmente no son importantes en los sistemas fracturados, debido a que éstos pueden tener altas capacidades de flujo. Sin embargo, pueden ser importantes cuando se tiene una línea de pendiente unitaria seguida de otra con pendiente igual a 0.5, lo cual indica el almacenamiento en un yacimiento fracturado[21].

Como se ha indicado, al realizar el análisis de datos de presión debe utilizarse una curva log-log-de Δp contra t o Δt, la cual es una herramienta de gran -- utilidad. Además, es necesario utilizar varias técnicas - de análisis, basadas en la observación simultánea de los - datos graficados en diferentes sistemas coordenados. Portanto, una combinación de los métodos de análisis de datos de presión ofrece un extraordinario nivel de confianza en- la interpretación de las pruebas.

El procedimiento establecido en este trabajo puede ser útil en el análisis de los datos de variación de presión registrados en los pozos fracturados. Además,- ayuda claramente a observar la aplicabilidad del método de curvas tipo y los métodos semilogarítmicos convencionales.

A pesar de que se ha estudiado considera-- blemente la teoría sobre análisis de pruebas en pozos de - yacimientos fracturados, aún hace falta un mayor desarro-- llo porque en algunos casos, las técnicas conocidas actualmente no son capaces de proporcionar resultados precisos y únicos, sobre todo cuando se incluyen todos los factores - que afectan el comportamiento de la presión en sistemas -- fracturados.

Por tanto, es necesario desarrollar nuevas técnicas para analizar los datos de presión afectados por- algunos factores importantes.

6. NOMENCLATURA

A = Area de drene de un pozo.

a_1, a_2 = Pendiente de las líneas rectas $\overline{RS}$ y $\overline{VW}$, respectivamente[23].

B = Factor de volumen.

c = Compresibilidad.

c_f = Compresibilidad de la formación.

c_t = Compresibilidad total del sistema.

c_1 = Compresibilidad total en el sistema primario.

c_2 = Compresibilidad total en el sistema secundario.

C = Constante de almacenamiento.

C_D = Constante de almacenamiento adimensional.

C_{Df} = Constante de almacenamiento adimensional basada en la media longitud de una fractura.

D = Diferencia de presión en el sistema de fracturas.

d = Distancia a un pozo imagen o a una fractura.

E_i = Integral exponencial.

h = Espesor de la formación.

h_f = Espesor de la fractura.

h_D = Espesor adimensional de la formación basado en el radio de la fractura.

h_{ma} = Espesor de la matriz.

Jo, Yo = Funciones Bessel de primera y segunda clase, de orden 0.

J_1, Y_1 = Funciones Bessel de primera y segunda clase, de orden 1.

k = Permeabilidad de la formación.

k_f = Permeabilidad de la fractura.

k_1 = k_{2x}/k_{2y}, grado de anisotropía , adimensional.

k_2 = $k_{2x}k_{2y}$, permeabilidad efectiva del medio anisotrópico.

k_{2x} = Permeabilidad del sistema secundario en la dirección x.

k_{2y} = Permeabilidad del sistema secundario en la dirección y.

k_{ma} = Permeabilidad de la matriz.

k_r = Permeabilidad de la formación en la dirección r.

k_s = Permeabilidad en la zona de daño.

k_z = Permeabilidad en la dirección vertical.

$\bar{k}$ = Permeabilidad promedio en un sistema matriz-fractura.

M = Masa.

m = Pendiente de la línea recta semilogarítmica.

n = Relación adimensional de la media longitud de la fractura vertical al radio efectivo del pozo.

p = Presión.

p_D = Presión adimensional.

p_i = Presión inicial en el sistema.

p_o = Presión de referencia o atmosférica.

p_{wf} = Presión de fondo fluyendo.

p_{ws} = Presión de fondo estática durante el cierre.

$\bar{p}$ = Presión media del yacimiento.

p^* = presión aparente, obtenida cuando la línea recta - semilog se extrapola hasta un valor de $(t+\Delta t)/\Delta t=1$.

p_{1HR} = Presión sobre la línea recta semilog a 1 hora después del cierre del pozo.

q = Gasto de producción del pozo.

q_f = Gasto de flujo proveniente de la formación.

q_w = Gasto de flujo proveniente del pozo.

Q = Producción acumulada de un pozo desde su termina-- ción.

r = Distancia radial.

r_D = Distancia radial adimensional.

r_e = Radio exterior o de drene de un pozo.

r_{eD} = Distancia radial adimensional con base en el radio exterior del sistema.

r_f = Radio de una fractura horizontal.

r_{ma} = Coordenada radial de la matriz.

r_s = Radio de la zona de daño.

r_w = Radio del pozo.

s = Factor de daño.

T = Diferencia entre la presión estática del yacimiento y la presión en las fracturas[23].

t = Tiempo de producción.

t_D = Tiempo de producción adimensional.

t_{D_A} = Tiempo adimensional basado en el área de drene.

t_{D_f} = Tiempo adimensional para el caso de una fractura.

V = Volumen.

V_f = Volumen de las fracturas.

V_b = Volumen poroso de la matriz.

V_w = Volumen de fluidos almacenados en el pozo.

x_e = Distancia de un pozo centrado, al exterior de una área cuadrada de drene (media longitud del lado -- de un cuadrado).

x_f = Distancia de un pozo en el centro de una área cuadrada de drene al extremo de una fractura vertical paralela al eje x (media longitud de una fractura vertical).

x_D, y_D = Coordenadas adimensionales basadas en la media --- longitud de la fractura.

x_{ma} = Dimensión de los bloques de matriz.

z_f = Altura del plano horizontal de simetría de una --- fractura.

α = Parámetro geométrico para regiones heterogéneas, - $1/L^2$.

α_n, β_n = Raíces de funciones Bessel.

γ = 1.78, constante de Euler.

η_f = Difusividad hidráulica en la fractura.

η_{ma} = Difusividad hidráulica en la matriz.

$\eta_{comp.}$ = Difusividad hidráulica simultánea en la matriz y - en la fractura.

Δp = Caída de presión.

Δp_f = Caída de presión en el sistema de fracturas.

$(\Delta p)_s$ = Caída de presión en la zona de daño, cercana al -- agujero.

Δt = Tiempo de cierre durante una prueba.

λ = Parámetro adimensional de flujo interporoso.

μ = Viscosidad del fluido.

ρ = Densidad del fluido existente en el medio poroso.

ρ_o = Densidad del fluido a condiciones atmosféricas.

ϕ = Porosidad media del yacimiento.

$\overline{\phi}$ = Porosidad media de un sistema matriz-fractura.

ϕ_1 = Porosidad primaria.

ϕ_2 = Porosidad secundaria.

ϕ_b = Porosidad de la matriz.

ϕ_{ma} = Porosidad de la matriz.

ϕ_f = Porosidad de las fracturas.

τ = Variable de integración de Faltung.

ω = Parâmetro adimensional de porosidad secundaria.

7. R E F E R E N C I A S

1.- Cinco L. H.- "Unsteady-State Pressure Distributions Created by a Slanted Well, or a Well With an Inclined Fracture". Ph. D. Thesis, Stanford University (May, 1974).

2.- Smith J. T. and Cobb W. M.- "Formation Evaluation by Transient Pressure Testing". SPWLA Sixteenth Annual Logging Symposium (June, 4-7, 1975).

3.- Aguilera R. and Van Poollen H. K.- "Current Status on the Study of Naturally Fractured Reservoirs". The Log Analyst (May-June, 1977), 2-23.

4.- Warren J. E. and Root P. J.- "The Behavior of Naturally Fractured Reservoirs". Society of Petroleum Engineers Journal (September, 1963), 245-255.

5.- Kazemi H.- "Pressure Transient Analysis of Naturally Fractured Reservoirs with Uniform Fracture Distribution". Society of Petroleum Engineers Journal (December, 1969), 451-462.

6.- Raghavan R.- "Modern Well Test Analysis-The Log-Log Type Curve Approach". SPE of AIME, Continuing Education Course No. 9, (1975).

7.- Gringarten A. C., Ramey H. J., Jr. and Raghavan R.- "Unsteady-State Pressure Distributions Created by a Well with a Single Infinite-Conductivity Vertical Fracture". Society of Petroleum Engineers Journal (August, 1974), 347-360.

8.- Gringarten A. C. and Ramey H. J., Jr.- "Unsteady-State Pressure Distributions Created by a Well with a Single Horizontal Fracture, Partial Penetration, or Restricted Entry". Society of Petroleum Engineers Journal (August, 1974), 413-426.

9.- Matthews C. S. and Russell D. G.- "Pressure Buildup and Flow Test in Wells". Society of Petroleum Engineers of AIME, Monograph Series, Volume 1, Dallas (1967).

10.- Polubarinova-Kochina, P. Ya.- "Theory of Ground --- Water Movement". Translated from the Russian by -- J. M. R. DeWeist, Princeton University Press, Princeton, N. J. (1962), 549.

11.- Van Everdingen A. F. and Hurst W.- "The Application of the Laplace Transformation to Flow Problems in - Reservoirs". Trans. AIME, vol. 186 (December, 1949) 305-324.

12.- Mueller T. D. and Witherspoon P. A.- "Pressure In-- terference Effects Within Reservoirs and Aquifers". Journal Petroleum Technology (April, 1965), 471-474.

13.- "Theory and Practice of the Testing of Gas Wells". Third Edition. Energy Resources Conservation Board, Calgary, Alberta, Canada, (1975).

14.- Earlougher R. C. Jr.- "Advances in Well Test Analysis". Society of Petroleum Engineers of AIME, Mo-- nograph Series, Volume 5, Dallas (1977).

15.- Matthews C. S., Brons F. and Hazebroek.- "A Method for Determination of Average Pressure in a Bounded Reservoir". Trans. AIME, 201 (1954), 182-191.

16.- Cinco L. H.- "Curso de Mecânica de Yacimientos.-A-- puntes Generales". Impartido en la División de --- Estudios de Postgrado de la Facultad de Ingeniería, UNAM (1977).

17.- Van Everdingen A. F.- "The Skin Effect and its In-- fluence on the Productive Capacity of a Well". Petroleum Transactions, AIME, 198 (1953), 171-176.

18.- Hawkins M. F., Jr.- "A Note on the Skin Effect". - Petroleum Transactions, AIME, 207 (1956), 356-357.

19.- Agarwal R. G., Al-Hussainy R. and Ramey H. J., Jr.- "An Investigation of Wellbore Storage and Skin - -- Effect in Unsteady Liquid Flow: I. Analytical - -- Treatment". Society of Petroleum Engineers Journal (September,1979), 279-297.

20.- Samaniego V. F.- "Curso de Explotación Avanzada. -- Apuntes Generales". Impartido en la División de -- Estudios de Postgrado de la Facultad de Ingeniería, UNAM (1977).

21.- Ramey H. J., Jr.- "Short-Time Well Test Data Interpretation in the Presence of Skin Effect and Wellbore Storage". Journal of Petroleum Technology (January, 1970), 97-104.

22.- Aguilera R. and Van Poollen H. K.- "Geologic Aspects of Naturally Fractured Reservoirs Explained". The Oil and Gas Journal (Dec. 18, 1978), 47-51.

23.- Pollard T.- "Evaluation of Acid Treatments from Pressure Buildup Analysis". Trans. AIME, 216 (1959), 38-43.

24.- Aguilera R. and Van Poollen H. K.- "Several Techniques Evaluate Well Test Data". The Oil and Gas Journal (Jan. 22, 1979), 68-73.

25.- Van Everdingen A. F. and Joffre Meyer L.- "Analysis of Buildup Curves Obtained After Well Treatment". Journal of Petroleum Technology (April, 1971), 513-524.

26.- Gringarten A. C. and Ramey H. J., Jr.- "The Use of Source and Green's Functions in Solving Unsteady Flow Problems in Reservoirs". Society of Petroleum Engineers Journal (October, 1973), 285-296.

27.- Russell D. G. and Truitt N. E.- "Transient Pressure Behavior in Vertically Fractured Reservoirs". Journal of Petroleum Technology (October, 1964), 1159-1170.

28.- Gringarten A. C., Ramey H. J., Jr. and Raghavan R.- "Pressure Analysis for Fractured Wells". Paper SPE 4051 presented at the SPE-AIME 47th Annual Fall Meeting, San Antonio, Tex. (Oct. 8-11, 1972).

29.- Raghavan R. and Hadinoto N.- "Analysis of Pressure Data for Fractured Wells: The Constant-Pressure Outer Boundary". Society of Petroleum Engineers Journal (April, 1978), 139-150.

30.- Cinco L. H. and Samaniego V. F.- "Transient Pressure Analysis for Fractured Wells". Paper SPE7490 presented at the SPE-AIME 53rd Annual Fall Meeting, Houston, Tex. (Oct. 1-3, 1978).

31.- Raghavan R.- "Some Practical Considerations in the-Analysis of Pressure Data". Journal of Petroleum - Technology (October, 1976), 1256-1268.

32.- Cable E. D.- "Inexpensive Well Testing to Increase Production". The Oil and Gas Journal (Feb. 11, --- 1974), 64-66.

33.- Miller C. C., Dyes A. B. and Hutchinson C. A., Jr.- "The Estimation of Permeability and Reservoir Pre--ssure from Bottom-Hole Pressure Buildup Characteristics". Petroleum Transactions, AIME, vol. 189 ---- (1959), 91-104.

34.- Horner D. R.- "Pressure Buildup in Wells". Proc.,- Third World Pet. Cong., The Hague, Sec. II (1951),- 503-523.

35.- Gringarten A. C., Ramey H. J., Jr. and Raghavan R.- "Applied Pressure Analysis for Fractured Wells". - Journal of Petroleum Technology (July, 1975), 887-- 892.

36.- Pirson R. S. and Pirson S. J.- "An Extension of the Pollard Analysis Method of Well Pressure Buildup -- and Drawdown Tests". Paper SPE101 presented at the 36th Annual Fall Meeting of the SPE of AIME, Dallas, Tex. (October, 1961).

37.- Aguilera R.- "Naturally Fractured Reservoirs". Curso impartido en el Instituto Mexicano del Petróleo (December, 1979).

38.- DeSwann A. O.- "Analytic Solutions for Determining Naturally Fractured Reservoirs Properties by Well - Testing". Society of Petroleum Engineers Journal - (June, 1976), 117-122.

8. A P E N D I C E S

APENDICE A. Ecuación de difusividad para el Flujo Radial de un Fluido en un Medio Poroso.

Considerando un cierto volumen del medio - poroso, la Ley de Conservación de Masa establece que:

$$\begin{bmatrix}\text{cantidad}\\ \text{de masa}\\ \text{que entra}\end{bmatrix} - \begin{bmatrix}\text{cantidad}\\ \text{de masa}\\ \text{que sale}\end{bmatrix} \pm \begin{bmatrix}\text{cantidad de masa}\\ \text{neta introducida}\\ \text{por fuentes y/o-}\\ \text{sumideros.}\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}\text{cantidad}\\ \text{de masa}\\ \text{acumulada}\end{bmatrix} \qquad \text{(A-1)}$$

Aplicando este principio a un volumen elemental como el de la Fig. No. A-1, entonces el gasto másico que entra en la dirección del flujo es:

$$\rho\, U_r\, \theta\, (r + \Delta r)\, \Delta z$$

y en la salida del volumen elemental:

$$[\rho\, U_r + \Delta(\rho\, U_r)]\, \theta\, r\, \Delta z$$

De acuerdo con la expresión (A-1), se tiene para un intervalo de tiempo Δt:

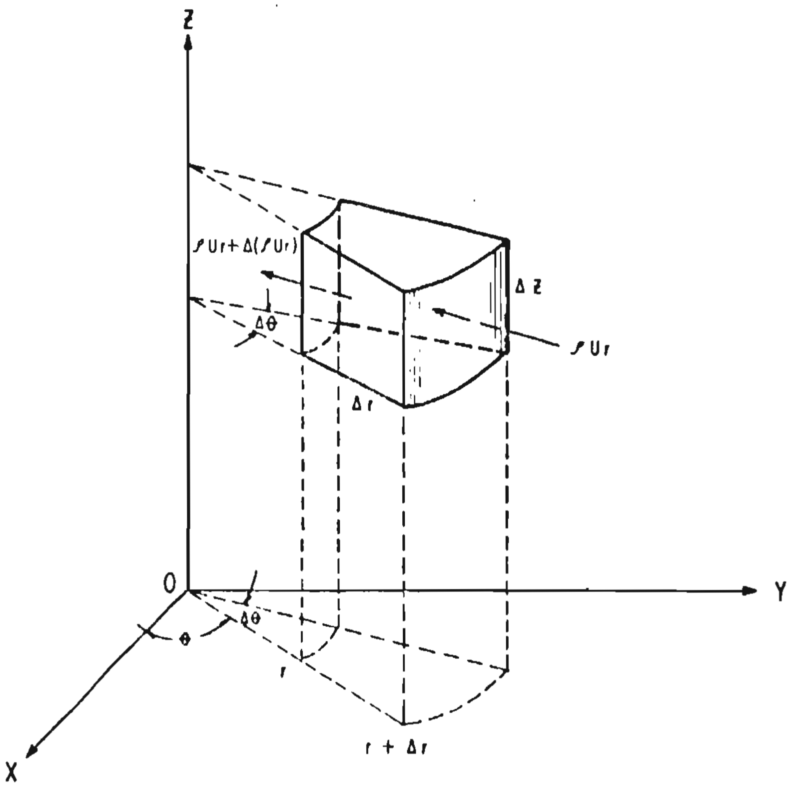


FIG. Nº A-1: VOLUMEN ELEMENTAL UTILIZADO EN LA DERIVACION DE LA ECUACION DE CONTINUIDAD PARA FLUJO RADIAL .

$$\{\rho U_r \Delta\theta (r+\Delta r)\Delta z - \{\rho U_r + \Delta(\rho U_r)\} \Delta\theta r \Delta z\}\Delta t = (\phi\rho\Delta\theta r \Delta r \Delta z)_{t+\Delta t} - (\phi\rho\Delta\theta r\Delta r\Delta z)_t \qquad (A-2)$$

dividiendo entre $r\Delta r\Delta\theta\Delta z\Delta t$:

$$\frac{1}{r\Delta r}\{\rho U_r \Delta r - r\Delta(\rho U_r)\} = \frac{(\phi\rho)_{t+\Delta t} - (\phi\rho)_t}{\Delta t} = - \frac{\Delta(\phi\rho)}{\Delta t}$$

$$\frac{1}{r}\{\rho U_r - r\frac{\Delta(\rho U_r)}{\Delta r}\} = - \frac{\Delta(\phi\rho)}{\Delta t}$$

como $\lim\limits_{\Delta r \to 0} \frac{\Delta(\rho U_r)}{\Delta r} = \frac{\partial(\rho U_r)}{\partial r}$ y $\lim\limits_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta(\phi \rho)}{\Delta t} = \frac{\partial(\phi \rho)}{\partial t}$

entonces: $$\frac{1}{r}\left[\rho U_r + r \frac{\partial(\rho U_r)}{\partial r}\right] = -\frac{\partial(\phi\rho)}{\partial t}$$

$$\frac{1}{r}\frac{\partial(r\,\rho\,U_r)}{\partial r} = -\frac{\partial(\phi\rho)}{\partial t} \qquad \text{(A-3)}$$

que es la ecuación de continuidad para flujo radial.

La Ley de Darcy para flujo radial, cuando- no se toman en cuenta los efectos de la gravedad:

$$U_r = -\frac{k_r}{\mu}\frac{\partial p}{\partial r} \qquad \text{(A-4)}$$

Para derivar la ecuación de flujo debe utilizarse una ecuación de estado que indique la variación de la densidad del fluido considerado con respecto a la pre-- sión y la temperatura.

La compresibilidad isotérmica de un fluido se define como el cambio relativo del volumen de fluido -- por un cambio unitario de presión:

$$c = -\frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial p}\right)_T \qquad \text{(A-5)}$$

Como el volumen de fluido es $V=M/\rho$:

$$c = -\frac{1}{M/\rho}\frac{\partial(M/\rho)}{\partial p} = -\frac{\rho}{M}\frac{M\left(-\frac{1}{\rho^2}\right)\partial\rho}{\partial p}$$

$$c = \frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial p} \tag{A-6}$$

Si se trata de un fluido con compresibilidad pequeña y constante:

$$c \int_{p_o}^{p} dp = \int_{\rho_o}^{\rho} \frac{d\rho}{\rho}$$

$$c(p - p_o) = \ln \rho / \rho_o$$

$$e^{c(p-p_o)} = \frac{\rho}{\rho_o}$$

entonces se tiene finalmente:

$$\rho = \rho_o e^{c(p-p_o)} \tag{A-7}$$

Combinando las ecuaciones (A-3), (A-4) y - (A-7) y considerando que la viscosidad del fluido es constante y despreciando los efectos gravitaciones:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} [r \rho_o e^{c(p-p_o)} (- \frac{k_r}{\mu} \frac{\partial p}{\partial r})] = - \frac{\partial}{\partial t} [\phi \rho_o e^{c(p-p_o)}]$$

Desarrollando:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r e^{c(p-p_o)} \frac{k_r}{\mu} \frac{\partial p}{\partial r}) = \frac{\partial}{\partial t} (\phi e^{c(p-p_o)})$$

$$\frac{1}{r} e^{c(p-p_o)} \frac{k_r}{\mu} \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{k_r}{\mu} \frac{\partial p}{\partial r} \frac{\partial}{\partial r} (e^{c(p-p_o)}) + \frac{k_r}{\mu} e^{c(p-p_o)} \frac{\partial^2 p}{\partial r^2} =$$

$$\phi \frac{\partial}{\partial t} e^{c(p-p_o)} + e^{c(p-p_o)} \frac{\partial \phi}{\partial t}$$

$$\frac{1}{r}\frac{k_r}{\mu}\frac{\partial p}{\partial r} + \frac{k_r}{\mu}\frac{\partial p}{\partial r}\, c\, \frac{\partial p}{\partial r}\frac{1}{e^{c(p-p_o)}} + \frac{k_r}{\mu}\frac{\partial^2 p}{\partial r^2} = \frac{\phi}{e^{c(p-p_o)}}\, c\, \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\partial \phi}{\partial t}$$

Suponiendo que la permeabilidad es constante e isotrópica- (k_r=k) y además, que la compresibilidad del fluido se defi ne como $c/e^{c(p-p_o)} = c'$:

$$\frac{k}{\mu}\frac{1}{r}\frac{\partial p}{\partial r} + \frac{k}{\mu}\left(\frac{\partial p}{\partial r}\right)^2 c' + \frac{k}{\mu}\frac{\partial^2 p}{\partial r^2} = c'\,\phi\,\frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\partial \phi}{\partial p}\frac{\partial p}{\partial t}$$

$$\frac{k}{\mu}\left[\frac{1}{r}\frac{\partial p}{\partial r} + c'\left(\frac{\partial p}{\partial r}\right)^2 + \frac{\partial^2 p}{\partial r^2}\right] = \phi\left(c' + \frac{1}{\phi}\frac{\partial \phi}{\partial p}\right)\frac{\partial p}{\partial t}$$

$$c' + \frac{1}{\phi}\frac{\partial \phi}{\partial p} = c' + c_f = c_t$$

Considerando que los gradientes de presión son muy pequeños, entonces se puede despreciar el término al cuadrado y la - ecuación se reduce a:

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial p}{\partial r}\right) = \frac{1}{r}\frac{\partial p}{\partial r} + \frac{\partial^2 p}{\partial r^2} = \frac{\phi\,\mu\,c_t}{k}\frac{\partial p}{\partial t} \qquad \text{(A-8)}$$

que es la ecuación de difusividad para el flujo radial de- un fluido de compresibilidad pequeña y constante a través- de un medio poroso homogéneo e isotrópico.

APENDICE B. Solución de la Ecuación de Difusividad para- un Yacimiento Infinito.

Considerando un pozo situado en el centro de un yacimiento infinito, que produce a gasto constante a partir de una formación completamente abierta al flujo y de espesor uniforme, Fig. No. B-1(a), se tiene las siguientes condiciones[9]:

a) $p(r,0) = p_i$ a $t=0$ para toda r.

b) $\left(r \frac{\partial p}{\partial r}\right)_{r_w} = \frac{q\mu}{2\pi kh}$ para toda $t>0$.

c) $\lim_{r \to \infty} p(r,t) = p_i$ para todo tiempo.

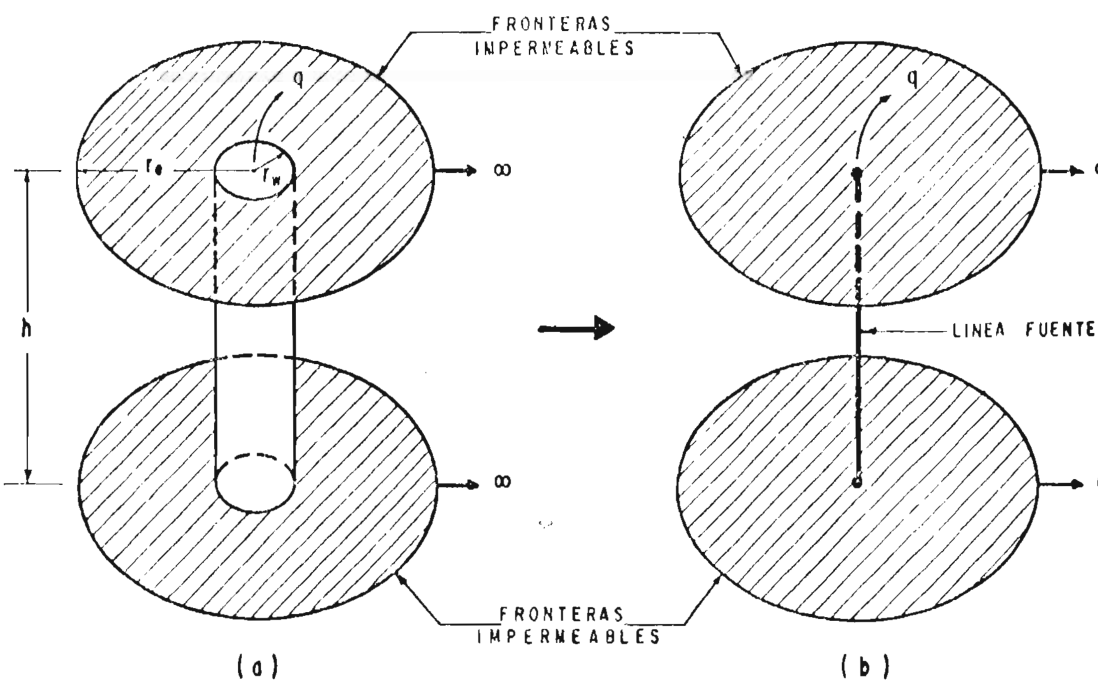


FIG. Nº B-1: REPRESENTACION ESQUEMATICA DE UN YACIMIENTO INFINITO PARA LA SOLUCION DE LINEA FUENTE[16].

Para resolver la ecuación diferencial (A-8) se considera que el pozo es una línea ($r_w=0$), Fig. No. B-1 (b), es decir que se reemplaza la segunda condición:

$$\lim_{r \to 0} \left(r \frac{\partial p}{\partial r}\right) = \frac{q\mu}{2\pi k h}, \text{ para } t>0 \tag{B-1}$$

que establece la definición de "línea fuente", aproximada a las condiciones originales (10).

Utilizando la transformada de Boltzman:

$$y = \frac{\phi \mu c_t r^2}{4 k_t} \tag{B-2}$$

y derivando esta expresión con respecto al radio:

$$\frac{\partial y}{\partial r} = \frac{\phi \mu c_t r}{2kt} \tag{B-3}$$

Haciendo:

$$\frac{\partial p}{\partial r} = \frac{\partial y}{\partial r} \frac{\partial p}{\partial y}$$

se tiene:

$$\frac{\partial p}{\partial r} = \frac{\phi \mu c_t r}{2kt} \frac{\partial p}{\partial y} \tag{B-4}$$

Además, $\frac{\partial^2 p}{\partial r^2} = \frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{\partial p}{\partial r}\right) = \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial p}{\partial r}\right) \frac{\partial y}{\partial r} = \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial p}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial r}\right) \frac{\partial y}{\partial r}$

Substituyendo el valor de $\frac{\partial y}{\partial r}$:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial r^2} = \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\phi \mu c_t r}{2kt} \frac{\partial p}{\partial y}\right)\left(\frac{\phi \mu c_t r}{2kt}\right)$$

$$\frac{\partial^2 p}{\partial r^2} = \frac{\phi \mu c_t r}{2kt}\left[\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\phi \mu c_t r}{2kt}\right)\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\phi \mu c_t r}{2kt}\frac{\partial^2 p}{\partial y^2}\right] \qquad \text{(B-5)}$$

Pero de la ecuación (B-2):

$$\frac{2y}{r} = \frac{\phi \mu c_t r}{2kt} \qquad \text{(B-6)}$$

De donde:

$$\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{2y}{r}\right) = \frac{1}{r} \qquad \text{(B-7)}$$

Substituyendo en la expresión (B-5)·

$$\frac{\partial^2 p}{\partial r^2} = \frac{2y}{r}\left[\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{2y}{r}\right)\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{2y}{r}\frac{\partial^2 p}{\partial y^2}\right] = \frac{2y}{r}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{2y}{r}\frac{\partial^2 p}{\partial y^2}\right)$$

$$\frac{\partial^2 p}{\partial r^2} = \frac{2y}{r^2}\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{4y^2}{r^2}\frac{\partial^2 p}{\partial y^2} \qquad \text{(B-8)}$$

La variación de la presión con respecto al tiempo es:

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \frac{\partial p}{\partial y}\frac{\partial y}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\phi \mu c_t r^2}{4kt}\right)\frac{\partial p}{\partial y}$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} = -\frac{\phi \mu c_t r^2}{4kt^2}\frac{\partial p}{\partial y} \qquad \text{(B-9)}$$

Substituyendo (B-4), (B-5) y (B-9) en la ecuación (A-8):

$$\frac{1}{r}\left(\frac{\phi \mu c_t r}{2kt}\frac{\partial p}{\partial y}\right) + \left(\frac{2y}{r^2}\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{4y^2}{r^2}\frac{\partial^2 p}{\partial y^2}\right) = \frac{\phi \mu c_t}{k}\left(-\frac{\phi \mu c_t r^2}{4kt^2}\right)\frac{\partial p}{\partial y}$$

De acuerdo con la expresión (B-6) y arreglando:

$$y \left(\frac{\partial p}{\partial y} + y \frac{\partial^2 p}{\partial y^2}\right) = \frac{\phi \mu c_t r^2}{4kt} \left(- \frac{\phi \mu c_t r^2}{4kt}\right) \frac{\partial p}{\partial y}$$

$$y \frac{\partial p}{\partial y} + y^2 \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} = - y^2 \frac{\partial p}{\partial y}$$

$$(y + 1) \frac{\partial p}{\partial y} + y \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} = 0 \qquad \text{(B-10)}$$

La expresión (B-10) es una ecuación diferencial de segundo orden, cuya solución requiere de dos condiciones de las mencionadas anteriormente.

Desarrollando la ecuación (B-10) se llega a:

$$y \frac{dp}{dy} = c_1 e^{-y} \qquad \text{(B-11)}$$

y según la condición de frontera (B-1):

$$\lim_{y \to o} \left(y \frac{dp}{dy}\right) = \lim_{y \to o} \left(c_1 e^{-y}\right) = \frac{q \mu}{4 \pi kh}$$

de donde:

$$c_1 = \frac{q \mu}{4 \pi kh} \qquad \text{(B-12)}$$

Substituyendo en la ecuación (B-11), separando variables e integrando:

$$p = - \frac{q \mu}{4 \pi kh} \int_y^\infty \frac{e^{-y}}{y} dy + c_2 \qquad \text{(B-13)}$$

y de acuerdo con la otra condición de frontera (c):

$$\lim_{y \to \infty} p = p_i$$

$$c_2 = p_i$$

Por tanto, se tiene:

$$p = p_i - \frac{q\mu}{4\pi kh} \int_y^{\infty} \frac{e^{-y}}{y} dy \qquad \text{(B-14)}$$

Resolviendo la integral exponencial y substituyendo el valor de la transformada de Boltzman, se obtiene finalmente:

$$p(r,t) = p_i - \frac{q\mu}{4\pi kh} E_i\left(\frac{\phi\mu c_t r^2}{4kt}\right) \qquad \text{(B-15)}$$

Esta ecuación es la solución de "línea fuente" de la ecuación de difusividad.

APENDICE C. Solución de la Ecuación de Difusividad para un Yacimiento Limitado.

Para este caso se toman en cuenta las siguientes condiciones:

a).- $p(r, o) = p_i$, a $t = o$ para toda r.

b).- $\left(r \frac{\partial p}{\partial r}\right)_{r_w} = \frac{q\mu}{2\pi k_h}$, para $t > o$.

c).- $\left(\frac{\partial p}{\partial r}\right)_{r_e} = o$, para todo tiempo.

Substituyendo las variables adimensionales en la ecuación de difusividad (A-8) se tiene:

$$\frac{\partial^2 p_D}{\partial r_D^2} + \frac{1}{r_D}\frac{\partial p_D}{\partial r_D} = \frac{\partial p_D}{\partial t_D} \qquad \text{(C-1)}$$

y las condiciones son también:

a).- $p_D(r_D, o) = o$, a $t_D = o$ para todo r_D.

b).- $\left(\frac{\partial p_D}{\partial r_D}\right)_{r_D = 1} = -1$, para $t_D > 0$

c).- $\left(\frac{\partial p_D}{\partial r_D}\right)_{r_{eD}} = 0$, para todo t_D.

Utilizando la transformada de Laplace[(11)], la ecuación (C-1) y las condiciones de frontera se pueden-expresar de la siguiente manera:

$$\frac{d^2\bar{p}}{dr_D^2} + \frac{1}{r_D}\frac{d\bar{p}}{dr_D} = \delta\bar{p} \qquad \text{(C-2)}$$

$$\left(\frac{d\bar{p}}{dr_D}\right)_{r_D = 1} = -\frac{1}{\delta} \qquad \text{(C-3)}$$

$$\left(\frac{d\bar{p}}{dr_D}\right)_{r_{eD}} = 0 \qquad \text{(C-4)}$$

donde δ es el operador de la transformada de Laplace y $\bar{P}$-es la transformada de p_D:

$$\bar{p}(r_D, \delta) = \int_o^\infty p_D(r_D, t_D)\, e^{-\delta t_D}\, dt_D$$

La ecuación (C-2) es una función de Bessel cuya solución general es:

$$\bar{p} = A\, I_o(r_D \sqrt{\mathcal{E}}) + B K_o(r_D \sqrt{\mathcal{E}}) \tag{C-5}$$

donde $I_o(r_D \sqrt{\mathcal{E}})$ y $K_o(r_D \sqrt{\mathcal{E}})$ son funciones modificadas - - Bessel de orden cero y de primera y segunda clase, respectivamente. Los coeficientes A y B son constantes que satisfacen una ecuación diferencial de segundo orden.

Derivando la ecuación (C-5) con respecto a r_D y aplicando las condiciones de frontera (C-3) y (C-4):

$$\frac{d\bar{p}}{dr_D} = A \sqrt{\mathcal{E}}\, I_1(\sqrt{\mathcal{E}}) - B \sqrt{\mathcal{E}}\, K_1(\sqrt{\mathcal{E}}) = -\frac{1}{\mathcal{E}}$$

$$\frac{d\bar{p}}{dr_D} = A \sqrt{\mathcal{E}}\, I_1(r_{eD} \sqrt{\mathcal{E}}) - B \sqrt{\mathcal{E}}\, K_1(r_{eD} \sqrt{\mathcal{E}}) = 0$$

Resolviendo estas ecuaciones para A y B y- substituyendo los valores en la ecuación (C-5):

$$\bar{p} = \frac{K_1(r_{eD}\sqrt{\mathcal{E}})\, I_o(r_D\sqrt{\mathcal{E}}) + I_1(r_{eD}\sqrt{\mathcal{E}})\, K_o(r_D\sqrt{\mathcal{E}})}{\mathcal{E}^{3/2}\,[I_1(r_{eD}\sqrt{\mathcal{E}})\, K_1(\sqrt{\mathcal{E}}) - K_1(r_{eD}\sqrt{\mathcal{E}})\, I_1(\sqrt{\mathcal{E}})]} \tag{C-6}$$

siendo esta expresión la transformada de Laplace de la solución general de la ecuación (C-1).

El comportamiento de $\bar{P}$ para valores pequeños de $\mathcal{E}$ se tiene con:

$$\lim_{\mathcal{E} \to 0} \bar{p} = \frac{1}{\mathcal{E}} \left[\frac{r_{eD}^2}{r_{eD}^2 - 1} \ln \frac{r_{eD}}{r_D} - \frac{r_{eD}^2 - r_D^2}{2(r_{eD}^2 - 1)} + \frac{r_{eD}^2 \ln r_{eD}}{(r_{eD}^2 - 1)^2} - \frac{(r_{eD}^2 + 1)}{4(r_{eD}^2 - 1)} \right] + \frac{1}{\mathcal{E}^2} \frac{2}{r_{eD}^2 - 1} \tag{C-7}$$

La inversa de esta última ecuación, obtenida aplicando el teorema de Cauchy a la fórmula de Mellin[11], indica el comportamiento de p_D para valores grandes de t_D:

$$p_D = \frac{2}{r_{eD}^2 - 1}\left(\frac{r_D^2}{4} + t_D\right) - \frac{r_{eD}^2}{r_{eD}^2 - 1}\ln r_D$$

$$- \frac{3 r_{eD}^4 - 4 r_{eD}^4 \ln r_{eD} - 2 r_{eD}^2 - 1}{4(r_{eD}^2 - 1)^2} \qquad \text{(C-8)}$$

Para encontrar el comportamiento para tiempos cortos debe aplicarse el teorema de los residuos:

$$\text{Res}\ |e^{t_D z}\,\bar{p}(z)| = \frac{1}{2\pi_i} \oint e^{z t_D}\,\bar{p}(z)\,dz$$

$$= \frac{1}{\pi_i} \oint_{\alpha_1, \alpha_2, \text{etc.}} \frac{e^{-u^2 t_D}[J_1(u\,r_{eD})\,Y_o(u\,r_D) - Y_1(u\,r_{eD})\,J_o(u\,r_D)]}{u^2[J_1(u\,r_{eD})\,Y_1(u) - J_1(u)\,Y_1(u\,r_{eD})]}\,du \qquad \text{(C-9)}$$

donde α_1, α_2, etc. son las raíces de:

$$J_1(\alpha_n r_{eD})\,Y_1(\alpha_n) - J_1(\alpha_n)\,Y_1(\alpha_n r_{eo}) = 0 \qquad \text{(C-10)}$$

Los residuos de los α_n en la ecuación (C-9) están dados por:

$$2\sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{-\alpha_n t_D}[J_1(\alpha_n r_{eD})\,Y_o(\alpha_n r_D) - Y_1(\alpha_n r_{eD})\,J_o(\alpha_n r_D)]}{\alpha_n^2 \lim\limits_{u \to \alpha_n} \frac{d}{du}|J_1(u\,r_{eD})\,Y_1(u) - J_1(u)\,Y_1(u\,r_{eD})|}$$

De acuerdo a las fórmulas de recurrencia[11] y a la ecuación (C-10), las series anteriores se simplifican a :

$$\pi \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{-\alpha_n^2 t_D} J_1^2(\alpha_n r_{eD}) [J_1(\alpha_n) Y_0(\alpha_n r_D) - Y_1(\alpha_n) J_0(\alpha_n r_D)]}{\alpha_n [J_1^2(\alpha_n r_{eD}) - J_1^2(\alpha_n)]} \qquad \text{(C-11)}$$

Por tanto, la suma de la ecuación (C-8) -- con los residuos (C-11) y considerando la definición de -- presión adimensional, se tiene finalmente:

$$p(r,t) = p_i - \frac{q\mu}{2\pi k_h} \left\{ \frac{2}{r_{eD}^2 - 1} \left(\frac{r_D^2}{4} + t_D\right) - \frac{r_{eD}^2 \ln r_D}{r_{eD}^2 - 1} \right.$$

$$- \frac{(3 r_{eD}^4 - 4 r_{eD}^4 \ln r_{eD} - 2 r_{eD}^2 - 1)}{4 (r_{eD}^2 - 1)^2} + \pi \sum_{n=1}^{\infty}$$

$$\left. \frac{e^{-\alpha_n^2 t_D} J_1^2(\alpha_n r_{eD}) [J_1(\alpha_n) Y_0(\alpha_n r_D) - Y_1(\alpha_n) J_0(\alpha_n r_D)]}{\alpha_n [J_1^2(\alpha_n r_{eD}) - J_1^2(\alpha_n)]} \right\} \qquad \text{(C-12)}$$

que es la solución de la ecuación de difusividad para el - caso de un yacimiento limitado.

Para la presión en el pozo, p_{wf}, donde -- $r_e >>> r_w$, puede escribirse:

$$p_{wf} = p_i - \frac{q\mu}{2\pi k_h} \left\{ \frac{2 t_D}{r_{eD}^2} + \ln r_{eD} - \frac{3}{4} \right.$$

$$\left. + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{-\alpha_n^2 t_D} J_1^2(\alpha_n r_{eD})}{\alpha_n^2 [J_1^2(\alpha_n r_{eD}) - J_1^2(\alpha_n)]} \right\} \qquad \text{(C-13)}$$

Los valores de α_n crecen monotónicamente:- $\alpha_1 < \alpha_2 < \alpha_3 \ldots$, entonces para un valor de t_D, los exponenciales de la ecuación (C-13) decrecen: $e^{-\alpha_1^2 t_D} > e^{-\alpha_2^2 t_D} > \ldots$. Para-valores de t_D grandes, los términos de la sumatoria pueden despreciarse, entonces:

$$p_{wf} = p_i - \frac{q\mu}{2\pi k_h}\left(\frac{2t_D}{r_{eD}^2} + \ln r_{eD} - \frac{3}{4}\right) \qquad (C-14)$$

Sumando y restando el término $\ln(\gamma\phi\mu c_t r_w^2/4kt)$ a la ecuación (C-13) se obtiene:

$$p_{wf} = p_i + \frac{q\mu}{4\pi kh}\left[\ln\frac{\gamma\phi\mu c_t r_w^2}{4kt} - Y(t)\right] \qquad (C-15)$$

donde:

$$Y_{(t)} = \ln\frac{\gamma\phi\mu c_t r_w^2}{4kt} + \frac{4t_D}{r_{eD}^2} + 2\left(\ln r_{eD} - \frac{3}{4}\right)$$

$$+ 4\sum_{n=1}^{\infty}\frac{e^{-\alpha_n^2 t_D}J_1^2(\alpha_n r_{eD})}{\alpha_n^2\left[J_1^2(\alpha_n r_{eD}) - J_1^2(\alpha_n)\right]} .$$

APENDICE D. Solución de la Ecuación de Difusividad para un Yacimiento con Presión Constante.

Para encontrar esta solución se requiere considerar las siguientes condiciones:

a).- $p(r, o) = p_i$, a t o para toda r.

b).- $\left(r\frac{\partial p}{\partial r}\right)_{r_w} = \frac{q\mu}{2\pi k_h}$, para $t > 0$.

c).- $p(r_e, t) = p_i$, en la frontera exterior para todo t.

las cuales expresadas en términos adimensionales son:

a).- $p_D(r_D, 0) = 0$, a $t_D = 0$ para toda r_D .

b).- $\left(\frac{\partial p_D}{\partial r_D}\right)_{r_D=1} = -1$, para $t_D > 0$.

c).- $p_D(r_{eD}, t_D) = 0$, en $r_D = r_{eD}$ para todo t_D .

Utilizando de nuevo la transformada de Laplace se tiene:

$$\frac{d^2\bar{p}}{dr_D^2} + \frac{1}{r_D}\frac{d\bar{p}}{dr_D} = \mathcal{E}\,\bar{p} \qquad \text{(D-1)}$$

cuya solución general es la misma ecuación (C-5). Las -- transformadas de las condiciones de frontera son a su vez:

$$\left(\frac{d\bar{p}}{dr_D}\right)_{r_{D=1}} = -\frac{1}{\mathcal{E}} \qquad \text{(D-2)}$$

$$(\bar{p})_{r_{eD}} = 0 \qquad \text{(D-3)}$$

Aplicando estas condiciones de frontera a- la ecuación (C-5), se obtiene respectivamente:

$$A\sqrt{\mathcal{E}}\,I_1(\sqrt{\mathcal{E}}) - B\sqrt{\mathcal{E}}\,K_1(\sqrt{\mathcal{E}}) = -\frac{1}{\mathcal{E}}$$

$$A\,I_o(r_{eD}\sqrt{\mathcal{E}}) + B\,K_o(r_{eD}\sqrt{\mathcal{E}}) = 0$$

y encontrando los valores de A y B, se determina con la -- ecuación (C-5) que la transformada de la solución de este- problema es:

$$\bar{p} = \frac{I_o(r_{eD}\sqrt{\mathcal{E}})\,K_o(r_D\sqrt{\mathcal{E}}) - K_o(r_{eD}\sqrt{\mathcal{E}})\,I_o(r_D\sqrt{\mathcal{E}})}{\mathcal{E}^{3/2}[I_1(\sqrt{\mathcal{E}})\,K_o(r_{eD}\sqrt{\mathcal{E}}) + K_1(\sqrt{\mathcal{E}})\,I_o(r_{eD}\sqrt{\mathcal{E}})]} \qquad \text{(D-4)}$$

Procediendo como en el caso del yacimiento circular limitado se encuentra que para valores pequeños de ε, el comportamiento de $\bar{P}$ está representado por:

$$\bar{p} = \frac{1}{\varepsilon}(\ln r_{eD} - \ln r_D) \tag{D-5}$$

Por tanto, para tiempos largos se tiene:

$$p_D = \ln r_{eD} - \ln r_D \tag{D-6}$$

Para obtener la solución completa es necesario encontrar el comportamiento de $\bar{P}$ para tiempos cortos y sumarlo a la expresión (D-6):

$$p_D = \ln\left(\frac{r_{eD}}{r_D}\right) + \pi \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{-\beta_n^2 t_D} J_o^2(\beta_n r_{eD})[J_o(r_D\beta_n)Y_1(\beta_n) - Y_o(\beta_n r_D)J_1(\beta_n)]}{\beta_n[J_1^2(\beta_n) - J_o^2(\beta_n r_{eD}^2)]} \tag{D-7}$$

donde β_n son las raíces de:

$$J_1(\beta_n)Y_o(\beta_n r_{eD}) - Y_1(\beta_n)J_o(\beta_n r_{eD}) = 0 \tag{D-8}$$

Finalmente se obtiene la expresión para el comportamiento de la presión en el pozo, evaluando la ecuación (D-7) en $r_D=1$ y de acuerdo a la definición de presión adimensional:

$$p_{wf} = p_i - \frac{q\mu}{2\pi k_h}\left[\ln r_{eD} - 2\sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{-\beta_n^2 t_D} J_o^2(\beta_n r_{eD})}{\beta_n^2[J_1^2(\beta_n) - J_o^2(\beta_n r_{eD})]}\right] \tag{D-9}$$

A medida que t_D aumenta, los términos de la sumatoria disminuye (por e^{-t_D}) y la ecuación (D-9) se reduce a:

$$p_{wf} = p_i - \frac{q\mu}{2\pi kh} \ln r_{e_D} \qquad \text{(D-10)}$$

que se cumple para $t_D > 1.0\ r^2_{e_D}$, aproximadamente[13]. Esta ecuación también puede obtenerse directamente con la integración de la Ley de Darcy para un sistema de flujo radial.

APENDICE E. Ilustración del Método de Imágenes.

Cuando se tiene un pozo productor cercano a una frontera sin flujo (yacimiento semi-infinito) puede tratarse simplemente por superposición de un pozo productor imagen de igual gasto, al otro lado de la frontera y a una distancia igual hasta la frontera impermeable, como se muestra en la Fig. No. E-1. La caída de presión en el punto P a un tiempo t, es la suma de la caída de presión ocasionada por el pozo real más la del pozo imagen:

$$(\Delta p)_P = \frac{q\mu}{4\pi kh} E_i\left(\frac{\phi\mu c_t r_1^2}{4kt}\right) + \frac{q\mu}{4\pi kh} E_i\left(\frac{\phi\mu c_t r'^2}{4kt}\right) \qquad \text{(E-1)}$$

Si el pozo está en un yacimiento semi-infinito que tiene una frontera a presión constante, entonces la superposición se realiza con un pozo inyector imagen, Fig. No. E-2.

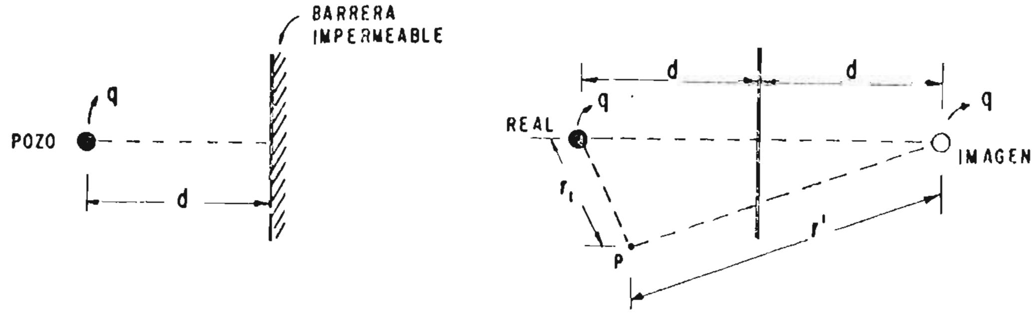


FIG. Nº E-1: POZO IMAGEN EN UN YACIMIENTO CON UNA FRONTERA IMPERMEABLE.

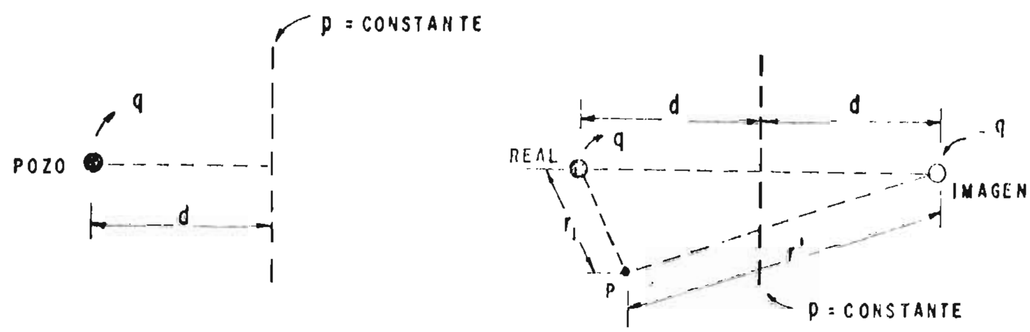


FIG. Nº E-2: POZO IMAGEN EN UN YACIMIENTO CON UNA FRONTERA A PRESION CONSTANTE.

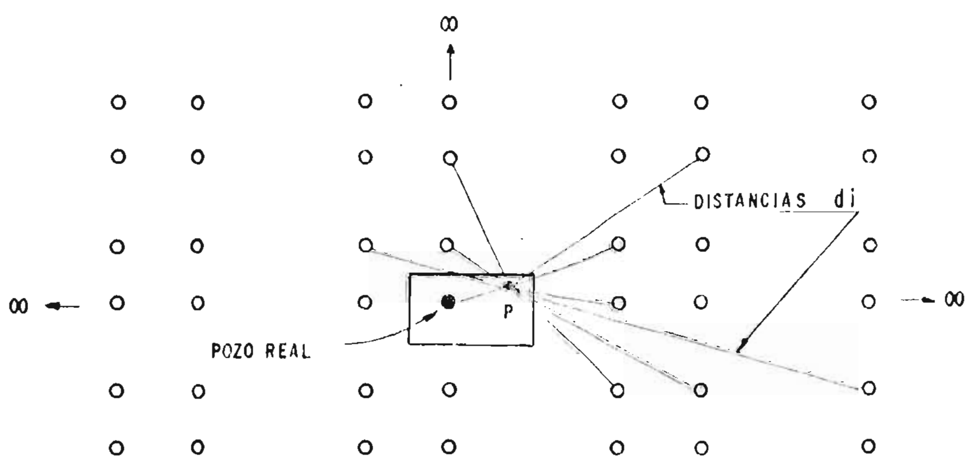


FIG. Nº E-3: IMAGENES DE UN POZO EN UN YACIMIENTO RECTANGULAR CON FRONTÈRAS IMPERMEABLES.

$$(\Delta p)_P = \frac{q\mu}{4\pi kh} E_i(-\frac{\phi\mu c_t r_1^2}{4kt}) - \frac{q\mu}{4\pi kh} E_i(-\frac{\phi\mu c_t r'^2}{4kt}) \qquad (E-2)$$

Para un pozo con gasto constante, encerrado en un yacimiento rectangular con fronteras impermeables como se indica en la Fig. No. E-3, se tiene un número infinito de imágenes, ya que cada imagen se refleja sucesivamente en todas y cada una de las otras fronteras(15). La caída de presión en el punto P está dada por la superposición del efecto del pozo real y de todos los pozos imagen:

$$(\Delta p)_P = \frac{q\mu}{4\pi kh} \sum_{i=1}^{\infty} E_i(-\frac{\phi\mu c_t d_i^2}{4kt}) \qquad (E-3)$$

donde d_i es la distancia del pozo i al punto P.

APENDICE F. Superposición en el Tiempo.

En la Fig. No. F-1 se ilustra que la caída de presión en el pozo durante el primer intervalo de tiempo se debe al gasto q_1. En el tiempo t_1 el gasto es incrementado por una cantidad $(q_2 - q_1)$ lo cual origina una caída de presión adicional; por tanto, el comportamiento de la presión durante el período de tiempo $(t_2 - t_1)$ se obtiene agregando a la caída de presión causada por q_1 la adicional dada por $(q_2 - q_1)$ y así sucesivamente; de tal manera que matemáticamente se tiene de acuerdo a las ecuaciones (2.6) y (2.11):

Para $0 < t < t_1$:

$$\Delta p(t) = p_i - p_{wf} = \frac{q_1 \mu}{2 \pi k h} p_D(t)$$

Para $t_1 < t < t_2$:

$$\Delta p(t) = \frac{q_1 \mu}{2 \pi k h} p_D(t) + \frac{(q_2 - q_1)}{2 \pi k h} p_D(t - t_1)$$

Para $t_2 < t$:

$$\Delta p(t) = \frac{q_1 \mu}{2 \pi k h} p_D(t) + \frac{(q_2 - q_1)}{2 \pi k h} p_D(t - t_1) + \frac{(q_3 - q_2)}{2 \pi k h} p_D(t - t_2)$$

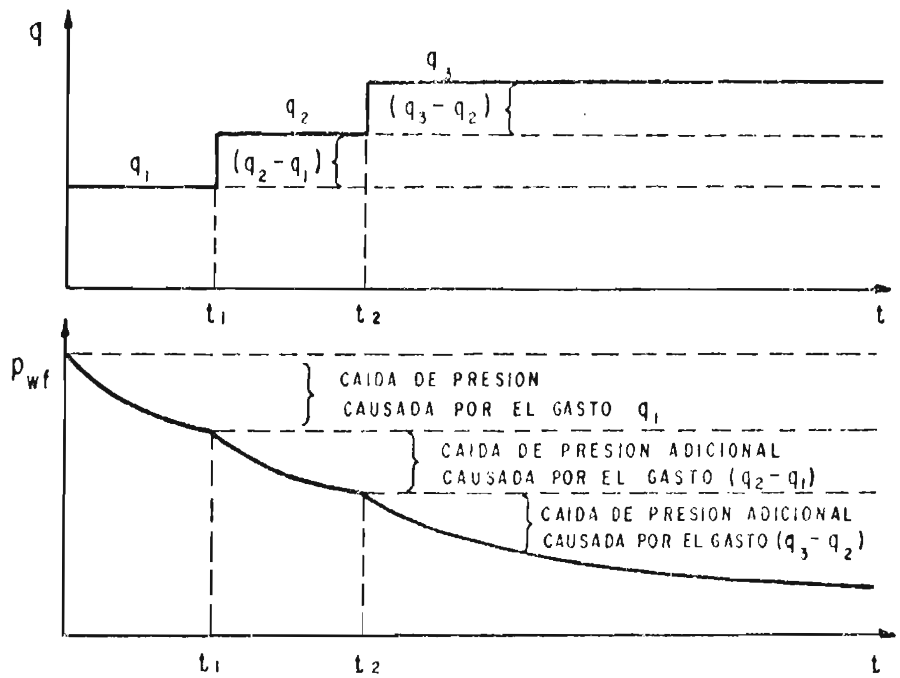


FIG. Nº F-1- HISTORIAS DE PRODUCCION Y PRESION DE UN POZO QUE PRODUCE A GASTOS VARIABLES[9].

El principio siempre es el mismo para cada cambio de gasto: siempre superponiendo (sumando) la caída de presión adicional causada por el último cambio de gasto, a la anterior. De esta manera para una historia de n gastos, la caída de presión en el último período de tiempo está dada por:

$$\Delta p(t) = \frac{q_1 \mu}{2\pi kh} p_D(t) + \frac{(q_2-q_1)}{2\pi kh} p_D(t-t_1) + \frac{(q_3-q_2)}{2\pi kh} p_D(t-t_2) + \ldots + \frac{(q_n-q_{n-1})\mu}{2\pi kh} p_D(t-t_{n-1}) \tag{F-1}$$

o en forma simplificada:

$$\Delta p(t) = \frac{q_1 \mu}{2\pi kh} [p_D(t) + \sum_{i=2}^{n} \frac{q_i - q_{i-1}}{q_1} p_D(t-t_{i-1})] \tag{F-2}$$

Esta ecuación es válida si uno o más gastos de producción es cero (pozo cerrado). Por ejemplo si el gasto durante el enésimo período de tiempo es cero, entonces el comportamiento de la presión durante este período está dado por:

$$p_i - p_{ws} = \frac{q_1 \mu}{2\pi kh} [p_D(t_{n-1} + \Delta t) + \sum_{i=2}^{n-1} \frac{q_i - q_{i-1}}{q_1} p_D(t_{n-1} - t_{i-1} + \Delta t)] - \frac{q_{n-1} \mu}{2\pi kh} p_D(\Delta t) \tag{F-3}$$

donde t_{n-1} es el tiempo total de producción antes del cierre y t es el tiempo de cierre medido desde t_{n-1}. La ecuación (F-3) indica el comportamiento de presión de un pozo cerrado (q = 0) que ha producido con gasto variable antes de efectuarse el cierre.

APENDICE G. Superposición en el Tiempo y el Espacio.

Considerando el caso de los pozos 1 y 2, - localizados en un mismo yacimiento. El pozo 1 produce a - los gastos $q'(t)$ y el pozo 2 a los gastos $q''(t)$ como se -- muestra en la Fig. No. G-1. La presión en el punto P del_ yacimiento, al tiempo t, está dada por:

$$\Delta p(r,t) = \Delta p'(r_1,t) + \Delta p''(r_2,t) \qquad \text{(G-1)}$$

donde:

$$\begin{aligned}
\Delta p'(r_1,t) = &\{(\Delta p)_p \text{ causada por } q'_1 \text{ durante el tiempo } t\} + \\
&\{(\Delta p)_p \text{ causada por } (q'_2 - q'_1) \text{ durante } (t-t'_1)\} + \\
&\{(\Delta p)_p \text{ causada por } (q'_3 - q'_2) \text{ durante } (t-t'_2)\}
\end{aligned} \qquad \text{(G-2)}$$

$$\begin{aligned}
\Delta p'(r_2,t) = &\{(\Delta p)_p \text{ causada por } q''_1 \text{ durante el tiempo } t\} + \\
&\{(\Delta p)_p \text{ causada por } (q''_2-q''_1) \text{ durante } (t-t''_1)\} + \\
&\{(\Delta p)_p \text{ causada por } (q''_3-q''_2) \text{ durante } (t-t''_2)\} + \\
&\{(\ p)_p \text{ causada por } (q''_4-q''_3) \text{ durante } (t-t''_3)\}
\end{aligned} \qquad \text{(G-3)}$$

que en forma desarrollada queda, respectivamente:

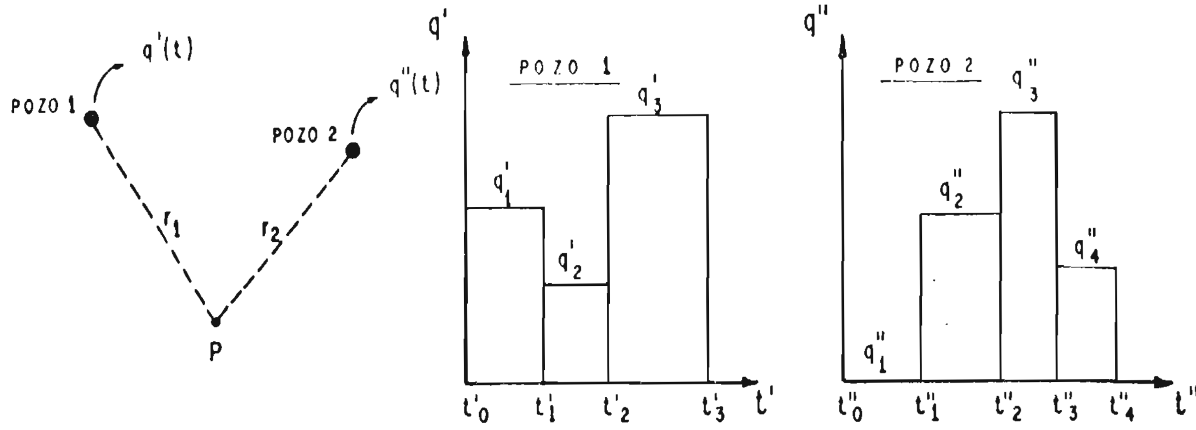


FIG. Nº G-I: SUPERPOSICION SIMULTANEA EN ESPACIO Y TIEMPO[16].

$$\Delta p'(r_1,t) = \frac{\mu}{4\pi kh}\{q'_1\, E_i(-\frac{\phi\mu c_t r_1^2}{4kh}) + (q'_2 - q'_1)\, E_i(-\frac{\phi\mu c_t r_1^2}{4k(t-t'_1)}) +$$

$$(q'_3 - q'_2)\, E_i(-\frac{\phi\mu c_t r_1^2}{4k(t-t'_2)})\}, \text{para } t>t'_2. \qquad (G-4)$$

$$\Delta p''(r_2,t) = \frac{\mu}{4\pi kh}\{q''_2 E_i(-\frac{\phi\mu c_t r_2^2}{4k(t-t''_1)}) + (q''_3 - q''_2)\, E_i(-\frac{\phi\mu c_t r_2^2}{4k(t-t''_2)})+$$

$$(q''_4 - q''_3)\, E_i(-\frac{\phi\mu c_t r_2^2}{4k(t-t''_3)})\}, \text{ para } t>t''_3 \qquad (G-5)$$

y de esta manera se obtiene el comportamiento resultante - en el punto considerado.

APENDICE H. Factor de Daño.

La caída de presión dentro de un pozo que produce a un gasto constante q durante un tiempo t, está dada por la expresión:

$$\Delta p = \frac{q\mu}{4\pi kh} \{\ln \left(\frac{kt}{\phi\mu c_t r_w^2}\right) + 0.80907\} \qquad (H-1)$$

Sin embargo, en las cercanías del agujero la caída de presión es mayor que la obtenida a partir de la ecuación (H-1).

Para explicar esta caída de presión adicional se introduce el concepto de factor de daño, s, como una cantidad adimensional(17):

$$(\Delta p)_s = s\left(\frac{q\mu}{2\pi kh}\right) \qquad (H-2)$$

Agregando esta caída de presión adicional a la ecuación (H-1):

$$(\Delta p)_t = \frac{q\mu}{4\pi kh} \{\ln\left(\frac{kt}{\phi\mu c_t r_w^2}\right) + 0.80907 + 2s\} \qquad (H-3)$$

Considerando una zona de permeabilidad alterada, k_s , como se muestra en la Fig. No. H-1, la caída de presión adicional causada por el efecto de daño, según Hawkins(18) es:

$$(\Delta p)_s = \frac{q\mu \ \ln(rs/rw)}{2\pi k_s h} - \frac{q\mu \ \ln(rs/rw)}{2\pi kh}$$

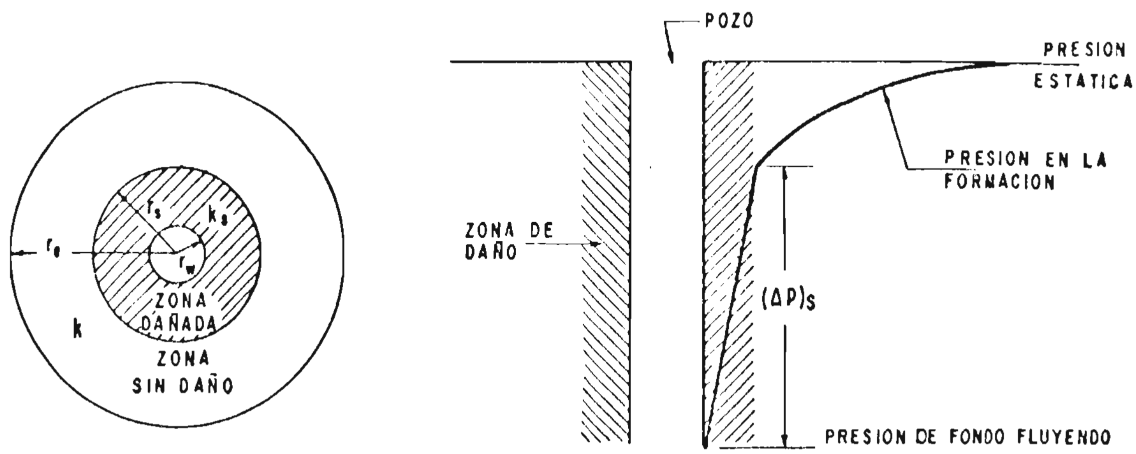


FIG. Nº H-1: DISTRIBUCION DE PRESION EN UN YACIMIENTO CON DAÑO [9].

$$(\Delta p)_s = \frac{q\mu}{2\pi h}\left\{\frac{k - k_s}{k\ k_s}\ln(r_s/r_w)\right\} \qquad (H\text{-}4)$$

El signo de esta caída de presión puede -- ser positivo o negativo, dependiendo de que si la permea-- bilidad alterada (k_s) es menor o mayor que la permeabili-- dad no alterada (k).

Sumando las ecuaciones (H-1) y (H-4) se -- obtiene la caída de presión total:

$$(\Delta p)_t = \frac{q\mu}{4\pi kh}\left\{\ln\left(\frac{kt}{\phi\mu c_t r_w^2}\right) + 0.80907\right\} + \frac{q\mu}{2\pi h}\left\{\frac{k-k_s}{kk_s}\ln(r_s/r_w)\right\}$$

$$(\Delta p)_t = \frac{q\mu}{4\pi kh}\left\{\ln\left(\frac{kt}{\phi\mu c_t r_w^2}\right) + 0.80907 + 2(k/k_s - 1)\ln(r_s/r_w)\right\} \qquad (H\text{-}5)$$

Igualando las ecuaciones (H-3) y (H-5) se encuentra que el factor de daño puede definirse de la siguiente manera:

$$s = \left(\frac{k}{k_s} - 1 \right) \ln(r_s/r_w) \qquad \text{(H-6)}$$

APENDICE I. Constante de Almacenamiento.

Fundamentalmente el gasto q de producción de un pozo, que se tiene en la superficie, está constituido por el gasto proporcionado por la formación (q_f) y por el gasto proporcionado por los fluidos almacenados en el mismo pozo (q_w):

$$q = q_f + q_w \qquad \text{(I-1)}$$

Por definición[20]:

$$q_w = - V_w c \left(\frac{\partial p}{\partial t} \right)_{r_w} \qquad \text{(I-2)}$$

donde V_w es el volumen del agujero ocupado por los fluidos y c es la compresibilidad de los fluidos almacenados en el pozo, y:

$$q_f = \frac{2\pi kh}{\mu} \left(r \frac{\partial p}{\partial r} \right)_{r_w} \qquad \text{(I-3)}$$

Entonces substituyendo en (I-1) y dividiendo por q, se obtiene:

$$1 = \frac{2\pi kh}{q\mu} \left(r\frac{\partial p}{\partial r} \right)_{r_w} - \frac{1}{q} V_w c \left(\frac{\partial p}{\partial t} \right)_{r_w} \qquad \text{(I-4)}$$

De acuerdo con la definición de presión, tiempo y radio adimensionales, se tiene:

$$\partial t = \frac{\phi\mu c_t r_w^2}{k} \partial t_D$$

$$\partial p = - \frac{q\mu}{2\pi kh} \partial p_D$$

$$\partial r = r_w \partial r_D$$

de tal manera que la expresión (I-4) queda de la siguiente manera:

$$1 = - \left(\frac{\partial p_D}{\partial r_D} \right)_{r_D=1} + C_D \left(\frac{\partial p_D}{\partial t_D} \right)_{r_D=1} \qquad \text{(I-5)}$$

donde:

$$C_D = \frac{V_w c}{2\pi r_w^2 h\phi c_t}$$

y haciendo $C \doteq V_w c$, se tiene:

$$C_D = \frac{C}{2\pi r_w^2 h\phi c_t} \qquad \text{(I-6)}$$

Siendo C la constante de almacenamiento y C_D, la constante de almacenamiento adimensional.

Para tiempos muy pequeños el gasto de producción se debe principalmente al proporcionado por los fluidos almacenados; por tanto, la ecuación (I-5) se convierte en:

$$1 \simeq C_D \left(\frac{\partial p_D}{\partial t_D} \right)_{r_D=1}$$

De donde, al integrar se obtiene:

$$p_D = t_D / C_D \qquad \text{(I-7)}$$

que representa una línea recta de pendiente unitaria, Fig. No. 7.