

Universidad Nacional Autónoma de
México

*Interpretación geoestadística de los
resultados de exploraciones geotécnicas*

Tesis

presentada por

Zenón Medina Cetina

a la División de Estudios de Posgrado de la Facultad de Ingeniería, de la
Universidad Nacional Autónoma de México, como requisito para obtener el
grado de

MAESTRO EN INGENIERÍA

(ESPECIALIDAD EN MECÁNICA DE SUELOS)

Director de Tesis: Dr. Gabriel Auvinet Guichard

México D.F., Ciudad Universitaria, Junio del 2001.



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

*Coincidences,
in general,
are great stumbling-blocks in the way
of that class of thinkers
who have been educated to know nothing
of the theory of probabilities
- that theory
to which the most glorious objects
of human research are indebted
for the most glorious of illustration.*

*Las coincidencias,
en general,
son grandes bloques tambaleantes en el camino
de esa clase de pensadores
quienes han sido educados para saber nada
acerca de las probabilidades
- esa teoría
a la cual los objetos más gloriosos
de la investigación humana le deben
lo más glorioso de la ilustración.*

*Edgar Allan Poe,
The Murders in the Rue Morgue¹*

¹ Tomado del libro de texto "Random Fields, Analysis and Syntesis" del Dr Erick VanMarcke.

AGRADECIMIENTOS

Al Dr. Gabriel Auvinet.

Mis más amplios y sinceros agradecimientos al Dr. Gabriel Auvinet, quien a lo largo de seis años, y un poco más, ha compartido conmigo muchos y muy gratos momentos de trabajo, de los cuales se ha desprendido el contenido de esta Tesis. Le agradezco su gratitud al compartir su conocimiento y la oportunidad que me ha dado de participar como su asistente de investigación en proyectos de ingeniería geotécnica, aunque siempre sujeto a severas correcciones, de las cuales me he permitido aprender.

Le agradezco que me haya enseñado la importancia del "buen hablar y el buen escribir" de un buen ingeniero.

Tendré siempre presente su sabia frase "no se autolimite". Aun no termino de comprender bien su significado, pero creo que comienzo a disfrutar su ejercicio.

Pero lo que hoy más le agradezco, es haberme inducido al mundo de lo indeterminado, de la no certeza, de la variabilidad.

Al los miembros del Sínodo.

A los Doctores Jaime García, Víctor Taboada, y Jesús Alberro por sus comentarios e ideas. Todas, como verán, han sido tomadas en cuenta para lograr un mejor trabajo de Tesis.

Al Doctor Efraín Ovando le agradezco su apoyo incondicional para la realización de esta Tesis, así como sus sabios consejos vertidos cuando discutimos mis planes a futuro. Pero especialmente le agradezco la oportunidad que me brindó al aceptarme como becario en el Instituto de Ingeniería, ya que gracias a su generosa ayuda, el trabajar en el Instituto me ha marcado profesionalmente para toda la vida.

A mis compañeros de la Maestría y del Instituto de Ingeniería.

A José Alfredo Espinoza, Alfonso Pérez y Roxana Vai, con quienes aprendí que disfrutar la vida, siempre será más importante que una Maestría. A Tizoc Calleja, Lupita Alfaro, Deneb Dávalos, Paty López, Juan Félix Rodríguez, Moises Juárez, y a todos los becarios del Instituto, gracias por estar ahí las 24 horas del día, los siete días de la semana, y todos estos años.

A mi buen amigo Paco Hernández.

DEDICATORIA

Dedico este trabajo...

A mi esposa María José, por compartir conmigo cada una de sus etapas, desde el principio hasta el fin, y todo lo que eso ha implicado.

A ti Papá, especialmente, porque siempre has estado conmigo a pesar de la distancia, y porque gracias a tu ejemplo he podido superar cuanta adversidad se ha presentado en el camino. Te dedico esta Tesis como reconocimiento a tu trabajo, lleno de esfuerzo, honestidad y respeto. Y claro, por haberme presentado poco a poco, hasta alcanzar el gusto, la Mecánica de Suelos.

A ti Mamá, porque borraste de mi vida el "no puedo". Te dedico esta Tesis como un tributo a tu amor incommensurable y a las largas horas que dedicas en tu oración a interceder por mí.

A ti Lucy, porque después de habernos reencontrado fuera de casa, me he dado cuenta que tengo una "hermana".

A la Familia Magallanes González. Particularmente a mis tíos Roberto y Maricruz, por extender amorosamente su paternidad y maternidad para conmigo desde el primer instante que llegué a esta Ciudad.

A ti Liz, por tu amistad y comprensión siempre fiel en las buenas y en las malas.

A mi tía Celita, por ser mi familia, gratuita y siempre generosa.

A mis abuelos, por haber iniciado este proyecto...

Y a cuantos están en el cielo, comenzando contigo, Dios Padre.

INDICE

PARTE I

Capítulo 1	Introducción	1
Capítulo 2	Fundamento teórico	3
<u>2.1</u>	Antecedentes	3
<u>2.2</u>	Teoría de la probabilidad	4
<u>2.2.1</u>	Definiciones	4
<u>2.2.1.1</u>	Escuela clásica	4
<u>2.2.1.2</u>	Escuela frecuencial	4
<u>2.2.1.3</u>	Escuela subjetiva	5
<u>2.2.2</u>	Probabilidad condicional	5
<u>2.2.3</u>	Teorema de Bayes	5
<u>2.3</u>	Variables aleatorias	6
<u>2.4</u>	Campos aleatorios	8
<u>2.4.1</u>	Definición	8
<u>2.4.2</u>	Parámetros que describen el comportamiento de un campo aleatorio	9
<u>2.5</u>	Campos aleatorios aparentes	12
<u>2.5.1</u>	Ensayes sin sesgo	12
<u>2.5.2</u>	Ensayes con sesgo aleatorio	13
<u>2.6</u>	Estimación estadística de los parámetros de un campo aleatorio	14
<u>2.7</u>	Efecto de escala	16
<u>2.8</u>	Estimación condicional	17
<u>2.8.1</u>	Estimación lineal bivariable	18
<u>2.8.2</u>	Estimación lineal multivariable	20
<u>2.8.3</u>	Kriging	22
<u>2.8.3.1</u>	Kriging simple	22
<u>2.8.3.2</u>	Kriging ordinario	23
<u>2.8.4</u>	Estimación lineal de la función de estimación condicional	25
<u>2.9</u>	Campos gaussianos	25
<u>2.10</u>	Simulación de campos aleatorios	26
<u>2.10.1</u>	Simulación incondicional	26
<u>2.10.2</u>	Simulación condicional	28

Capítulo 3	Metodología para la interpretación geoestadística de los resultados de una campaña de reconocimiento geotécnico	29
<u>3.1</u>	Planteamiento general	29
<u>3.2</u>	Revisión y clasificación de la información	29
<u>3.3</u>	Primera etapa. Adquisición de la información	30
<u>3.4</u>	Segunda etapa. Análisis estructural	31
<u>3.4.1</u>	Caracterización de la información	32
<u>3.4.1.1</u>	Descripción gráfica	32
<u>3.4.1.2</u>	Descripción numérica	33
<u>3.4.2</u>	Análisis de las propiedades del medio como variables aleatorias	33
<u>3.4.2.1</u>	Establecimiento de hipótesis	34
<u>3.4.2.2</u>	Modelado de las propiedades	34
<u>3.4.3</u>	Análisis de las propiedades del medio como campos aleatorios	34
<u>3.4.3.1</u>	Establecimiento de hipótesis	35
<u>3.4.3.2</u>	Análisis de la correlación	35
<u>3.4.3.3</u>	Modelado del campo	37
<u>3.5</u>	Tercera etapa. Inferencia estadística. Estimaciones y simulaciones	38
<u>3.5.1</u>	Estimación del campo	38
<u>3.5.2</u>	Simulación del campo	40
<u>3.6</u>	Cuarta etapa. Visualización, evaluación e interpretación de los resultados	40
<u>3.6.1</u>	Visualización de los resultados	40
<u>3.6.2</u>	Revisión de los resultados	41
<u>3.6.3</u>	Interpretación de los resultados	42
<u>3.7</u>	Quinta etapa. Implicaciones ingenieriles: Aplicación a casos de cimentaciones	42
<u>3.7.1</u>	Factores determinantes en el comportamiento de las cimentaciones	43
<u>3.7.2</u>	Evaluación de los estados límite de falla y de servicio a partir de los resultados del análisis geoestadístico	43
<u>3.8</u>	Productos	44
Capítulo 4	Casos de estudio	46
<u>4.1</u>	Caso introductorio: Perfil de contenido de agua de un sondeo ubicado en la zona centro de la Ciudad de México	46
<u>4.1.1</u>	Antecedentes	46
<u>4.1.2</u>	Alcances del análisis geoestadístico	47

<u>4.1.3</u>	Resultados	47
<u>4.1.3.1</u>	Definición de la variable de estudio y descripción de los perfiles considerados para análisis	47
<u>4.1.3.2</u>	Caracterización gráfica y numérica	48
<u>4.1.3.3</u>	Generación de un perfil continuo	48
<u>4.1.3.4</u>	Obtención de la función de autocorrelación estandarizada	49
<u>4.1.3.5</u>	Evaluación de la tendencia	49
<u>4.1.3.6</u>	Obtención del campo residual	50
<u>4.1.3.7</u>	Caracterización gráfica y numérica del campo residual	50
<u>4.1.3.8</u>	Obtención de la función de autocorrelación estandarizada en el campo residual del sondeo B (1986)	50
<u>4.1.3.9</u>	Estimación del contenido de agua en el perfil B (1986) antes y después de remover la tendencia	51
<u>4.1.3.10</u>	Simulación del contenido de agua en el perfil B (1986) antes de remover la tendencia	51
<u>4.1.4</u>	Implicaciones ingenieriles	
<u>4.2</u>	Caracterización del sitio Tecámac	52
<u>4.2.1</u>	Antecedentes	52
<u>4.2.1.1</u>	Campaña de exploración geotécnica	52
<u>4.2.1.2</u>	Topografía	53
<u>4.2.1.3</u>	Geología	53
<u>4.2.1.4</u>	Estratigrafía	54
<u>4.2.1.5</u>	Condiciones piezométricas	56
<u>4.2.2</u>	Alcances del análisis geoestadístico	56
<u>4.2.3</u>	Resultados	57
<u>4.2.3.1</u>	Definición de las variables de estudio y descripción de los perfiles considerados para análisis	57
<u>4.2.3.2</u>	Caracterización gráfica y numérica de la información, por sondeo y en conjunto	57
<u>4.2.3.3</u>	Generación de perfiles continuos	59
<u>4.2.3.4</u>	Evaluación de la deriva o tendencia del campo	59
<u>4.2.3.5</u>	Obtención de las funciones de autocorrelación estandarizadas de cada sondeo	60
<u>4.2.3.6</u>	Obtención de las funciones de correlación cruzada estandarizada entre sondeos	60
<u>4.2.3.7</u>	Estimación y simulación de perfiles virtuales, así como la evaluación de la incertidumbre asociada	62
<u>4.2.3.8</u>	Validación de los modelos de variación aleatoria	63
<u>4.2.3.9</u>	Análisis de las incertidumbres de las estimaciones	64
<u>4.2.3.10</u>	Definición de la estratigrafía del sitio a partir de las estimaciones obtenidas	65

<u>4.2.3.11</u>	Discusión de las principales implicaciones ingenieriles generadas a partir de los resultados obtenidos, y determinación preliminar de los sitios más adecuados para la ubicación de los edificios en planta, de los posibles sistemas de cimentaciones y de sus niveles de desplante	68
<u>4.3</u>	Caracterización del sitio Rion-Antirion	70
<u>4.3.1</u>	Antecedentes	70
<u>4.3.1.1</u>	Proyecto	70
<u>4.3.1.2</u>	Campañas de exploración geotécnica	72
<u>4.3.1.3</u>	Topografía y ubicación de las estructuras	73
<u>4.3.1.4</u>	Geología	73
<u>4.3.1.5</u>	Unidades de suelo y continuidad estratigráfica	73
<u>4.1.3.6</u>	Definición de parámetros	74
<u>4.3.2</u>	Alcances del análisis geoestadístico	75
<u>4.3.3</u>	Resultados	76
<u>4.3.3.1</u>	Definición de las variables de estudio	76
<u>4.3.3.2</u>	Caracterización gráfica y numérica	76
<u>4.3.3.3</u>	Evaluación de la deriva o tendencia	77
<u>4.3.3.4</u>	Obtención del modelo de variación aleatoria vertical	79
<u>4.3.3.5</u>	Obtención del modelo de variación aleatoria horizontal	81
<u>4.3.3.6</u>	Estimación de cortes virtuales y de sus incertidumbres asociadas	82
<u>4.3.3.7</u>	Descripción de la variabilidad espacial general de las propiedades del suelo	83
<u>4.3.3.8</u>	Evaluación del estado límite de servicio de cada pila ante diferentes configuraciones geométricas del sistema de cimentación y de carga, basada en las conclusiones generadas por el análisis geoestadístico	84
<u>Capítulo 5</u>	Conclusiones	89
	<u>Bibliografía</u>	91
	<u>Lista de Tablas</u>	98
	<u>Lista de Figuras</u>	100
<u>Anexo I</u>	Características de un buen estimador	110
<u>AI.1</u>	Antecedentes	110
<u>AI.2</u>	Error cuadrático medio	110
<u>AI.3</u>	Estimador insesgado	111

<u>AI.4</u>	Estimador consistente	111
<u>AI.5</u>	Estimador insesgado de mínima varianza	112
<u>AI.6</u>	Estimador suficiente	112
<u>Anexo II</u>	Obtención de las expresiones que permiten estimar sondeos y cortes virtuales	113
<u>AII.1</u>	Antecedentes	113
<u>AII.2</u>	Obtención de las expresiones propuestas para el caso bivariable	113
<u>AII.2.1</u>	Estimador insesgado de mínima varianza	113
<u>AII.2.2</u>	Varianza minimizada del estimador	116
<u>AII.2.3</u>	Varianza minimizada del error de estimación	117
<u>AII.3</u>	Obtención de las expresiones propuestas para el caso multivariable	118
<u>AII.3.1</u>	Estimador insesgado de mínima varianza	118
<u>AII.3.2</u>	Varianza minimizada del estimador	121
<u>AII.3.3</u>	Varianza minimizada del error de estimación	122

PARTE II

TABLAS
FIGURAS

CAPÍTULO I

INTRODUCCIÓN

Un problema recurrente en la geotecnia es la interpretación de los resultados de las campañas de reconocimiento geotécnico. Sin embargo, puede afirmarse que se carece de una metodología de análisis de aceptación general que permita evaluar de manera sistemática los resultados de una campaña de reconocimiento.

En el caso de la geotecnia, los datos recabados para caracterizar las propiedades de un medio son siempre “escasos”, por lo que existe el deseo permanente de conocer más o al menos, de interpretar mejor los resultados disponibles.

Usualmente, la caracterización del sitio se basa en el conocimiento de la geología del terreno, en la experiencia recabada en el área donde se ubica, y en la intuición ingenieril.

Sin embargo, en la realidad, un análisis subjetivo de la información introduce una gran incertidumbre en los modelos que pretenden predecir el comportamiento real de las obras geotécnicas, lo cual se traduce en un costo a través de los factores de seguridad.

El estado actual de las técnicas de interpretación de las exploraciones contrasta con los avances recientes de la geotecnia que se ha desarrollado basada en el uso de modelos matemáticos y pruebas de campo y de laboratorio cada vez más sofisticadas.

Es por tanto necesario desarrollar métodos que permitan una caracterización racional de las propiedades del sitio donde se pretende construir una obra. Lo anterior parece poder lograrse recurriendo a una disciplina que hoy se define como *Geoestadística*.

La geoestadística tuvo sus orígenes en la minería (Matheron, 1965, Journel, 1975), y fue enfocada al desarrollo de una herramienta que pudiera predecir la variabilidad espacial de las vetas de minerales en explotación; también ha sido aplicada en ingeniería petrolera para detectar posibles mantos petroleros a partir de campañas limitadas de exploración (Harbaugh, J., 1977). En la actualidad, las aplicaciones de la geoestadística son muy diversas. Ha sido de gran utilidad particularmente en la geohidrología, para establecer escenarios dinámicos virtuales de acuíferos y en la ingeniería ambiental, para establecer la variación espacial de la difusión de contaminantes (Shahrokh *et al.*, 1996). Se recurre entonces a la geoestadística en ingeniería, cuando es necesario considerar la variabilidad espacial de una propiedad, generar escenarios virtuales de ésta, y conocer la incertidumbre asociada a la información limitada disponible.

La geoestadística puede también emplearse en la geotecnia como herramienta para lograr la caracterización de las propiedades del subsuelo de un sitio de interés, considerando su variabilidad espacial. Dado que la geoestadística elabora inferencias basándose en

información limitada (algo común en la práctica profesional), resulta natural que recurra a la *teoría de la probabilidad*. La geoestadística ha tomado el lenguaje de la teoría de la probabilidad y describe la variabilidad espacial de las propiedades de un medio continuo a través de la *teoría de los campos aleatorios*. Por otra parte, la *estadística*, establece las técnicas y métodos que permiten obtener los parámetros en los que se sustenta el análisis geoestadístico. Los fundamentos teóricos de cada una de estas teorías y conceptos serán abordados en el capítulo dos de este trabajo.

En esta tesis, se explora la aplicación de la geoestadística a las situaciones comunes de la geotecnia en las que la información disponible fue obtenida mediante sondeos verticales. Se propone una metodología de análisis, como una forma de abordar la interpretación de los resultados, desde la captura de los datos, hasta su interpretación ingenieril (capítulo tres)

En el capítulo cuatro se presenta la aplicación de la geoestadística a tres casos de estudio, a saber: un sondeo en la zona centro de la Ciudad de México, el caso del sitio donde se construirá la Planta de tratamiento de aguas residuales de la Ciudad de México y por último el caso del sitio donde se construye el Puente Rion-Antirion en Grecia.

CAPÍTULO 2

FUNDAMENTO TEÓRICO

2.1 Antecedentes

Este capítulo presenta los conceptos teóricos necesarios para desarrollar un análisis geoestadístico.

Parte elemental de la teoría aquí expuesta, es el conocimiento y dominio de la *estadística*. La estadística es una ciencia que ha evolucionado significativamente en las últimas décadas. Tradicionalmente se le asocia con la elaboración de gráficas para representar de forma simple los resultados obtenidos en un “experimento”. Este concepto ha evolucionado significativamente, ya que en la actualidad la estadística se aplica desde el *diseño de un experimento*, la *sistematización de un muestreo* de datos, la *adquisición de información* y su *análisis*, hasta la *interpretación de sus propios resultados*.

Un requerimiento básico para aplicar la estadística es la necesidad de contar con datos para poder *inferir* o *deducir* el comportamiento de un fenómeno. Es posible inferir si se cuenta con poca información, y deducir si ésta es suficiente.

En el caso de la geotecnia, los datos recabados para caracterizar las propiedades de un medio son siempre escasos, por lo que existe el deseo permanente de conocer más o, al menos, de interpretar mejor los resultados disponibles.

La limitación en la información genera consecuentemente incertidumbre, pero la incertidumbre puede ser evaluada si se recurre a la aplicación de la *teoría de la probabilidad*. Además, ésta provee el lenguaje formal que adopta la estadística para definir *variables, estadísticas*, y para obtener *estimadores* y *parámetros*.

Adicionalmente es necesario considerar la dependencia espacial que guardan unos datos respecto a otros. La *teoría de los campos aleatorios* toma en cuenta este requerimiento, ya que permite obtener modelos que *estimen* la *esperanza* de las propiedades de un medio, e incluso que las *simulen* en una, dos y tres dimensiones.

La geoestadística entonces es la síntesis de la aplicación de la estadística a las ciencias de la tierra, y no abandona por ningún motivo, el conocimiento propio de la geotecnia, que permite su aplicabilidad a casos concretos de la ingeniería.

2.2 La teoría de la probabilidad

2.2.1 Definiciones (Auvinet, 1975)

Antes de evaluar una probabilidad, es requisito indispensable definir exhaustivamente el experimento E en estudio.

El conjunto S de los resultados posibles de un experimento E se llama *espacio muestral*. Los subconjuntos A y B de S se llaman *eventos*. Un evento A ocurre si el experimento da un resultado α , que pertenece a A . La probabilidad de ocurrencia de un evento se define axiomáticamente por:

- a) $P[A] \geq 0$ [2.1]
- b) $P[S] = 1$ [2.2]
- c) $P[A \cup B] = P[A] + P[B]$ si $A \cap B = \emptyset$ [2.3]

En la Figura 2.1 se presenta un diagrama de Venn, el cual permite una comprensión más simple de estos conceptos.

Si se desea evaluar la probabilidad de ocurrencia de un evento, se puede seguir uno de los criterios propuestos a continuación (incisos 2.2.1.1 al 2.1.1.3).

2.2.1.1 Escuela clásica

Si un evento puede ocurrir en n maneras mutuamente exclusivas e igualmente probables y si n_A es número de resultados que pertenecen al evento A , entonces la probabilidad de ocurrencia de A se obtiene con la relación $\frac{n_A}{n}$, es decir:

$$P[A] = \frac{n_A}{n} \quad [2.4]$$

Para el cálculo de $\frac{n_A}{n}$ se recurre frecuentemente al análisis combinatorio

2.2.1.2 Escuela frecuencial

Si se realiza el experimento E bajo las mismas condiciones n veces y n_A veces ocurre el evento A , la probabilidad de ocurrencia de A según esta escuela es:

$$P[A] = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n_A}{n} \quad [2.5]$$

En la práctica, el valor de $\frac{n_A}{n}$ obtenido para un número suficientemente grande de n se considera como una aproximación al valor de la probabilidad, sin embargo, su aplicación está supeditada a la convergencia de la función $\frac{n_A}{n}$ conforme n crece.

2.2.1.3 Escuela subjetiva

La probabilidad de ocurrencia de un evento A puede evaluarse a través de la opinión de un experto que exprese su “grado de creencia” (degree of belief) respecto a la posibilidad del mismo, si éste asigna un valor numérico a $P[A]$ que cumpla con la definición axiomática de probabilidad

Esta forma de evaluar la probabilidad de ocurrencia de un evento se consideró inicialmente como inaceptable por carecer de rigor matemático, sin embargo su utilidad en ingeniería ha sido ampliamente demostrada, especialmente en el marco de análisis bayesianos

2.2.2 Probabilidad condicional

Un concepto muy importante dentro de la teoría de la probabilidad, es la evaluación de la probabilidad de ocurrencia de un evento, condicionada a la ocurrencia de otros pertenecientes al mismo espacio muestral. Este el caso si se considera un experimento E con espacio de resultados S y un evento particular B , con probabilidad de ocurrencia diferente de cero, donde $B \in S$ (Figura 2.2). Si se desea evaluar la probabilidad de ocurrencia de un evento A que no es mutuamente excluyente con B , una vez que se sabe que B ya ocurrió, se evalúa la *probabilidad condicional* de A una vez que ha ocurrido B , y se define como (Canavos, 1988):

$$P[A|B] = \frac{P[A \cap B]}{P[B]} \quad [2.6]$$

Esta definición es compatible con la interpretación clásica y frecuencial de la probabilidad

Adicionalmente se definen dos eventos A y B como *estocásticamente independientes* si se cumple que:

$$P[A|B] = P[A] \quad [2.7]$$

Condición que se cumple siempre que $P[A \cap B] = P[A]P[B]$

2.2.3 Teorema de Bayes

La ventaja que se tiene al emplear el Teorema de Bayes, es que este permite evaluar la probabilidad de ocurrencia de un evento particular de S (A_k), donde $\sum_{i=1}^n A_i = S$, una vez que se conoce la probabilidad de ocurrencia de otro evento B , tal que $B \subset S$ (Figura 2.3).

Para evaluar la probabilidad de ocurrencia de un evento particular de una partición exhaustiva en n eventos A_1, A_2, \dots, A_n mutuamente excluyentes, dado que haya ocurrido otro evento B , es posible determinar la probabilidad condicional de ocurrencia de A_k una vez que ya ocurrió B , si se utiliza la siguiente expresión conocida como teorema de Bayes:

$$P[A_k|B] = \frac{P[B|A_k]P[A_k]}{\sum_{i=1}^n P[B|A_i]P[A_i]} = \frac{P[B \cap A_k]}{P[B]} \quad [2.8]$$

2.3 Variables aleatorias

Una variable aleatoria es una función de los resultados obtenidos al realizar un experimento aleatorio E . Esta función V asocia los resultados del experimento a elementos del conjunto de los enteros (variables aleatorias discretas), o al de los reales (variables aleatorias discretas o continuas) o bien, al de los complejos (variables aleatorias complejas). En el caso de los resultados obtenidos en una campaña de exploración geotécnica, el dominio de la variable aleatoria es generalmente el de los números reales o un subconjunto del mismo, por lo que se utilizan variables aleatorias continuas.

Las probabilidades asociadas a los intervalos en los que se define una variable aleatoria V pueden modelarse a través de una densidad de probabilidad $f_V(v)$ (Figura 2.4) tal que:

a) $f_V(v) \geq 0$ para toda v [2.9]

b) $\int_{-\infty}^{\infty} f_V(v) \cdot dv = 1$ [2.10]

c) $P[a \leq V \leq b] = \int_a^b f_V(v) \cdot dv$ [2.11]

La *esperanza* de una variable aleatoria V se define como:

$$E\{V\} = \int_{-\infty}^{+\infty} v \cdot f_V(v) \cdot dv = \mu_V \quad [2.12]$$

donde μ_V es la *media de la población* a la que representa.

La dispersión de los valores posibles de la variable aleatoria V se describe mediante la *varianza*:

$$Var[V] = \int_{-\infty}^{+\infty} (v - \mu_V)^2 \cdot f_V(v) \cdot dv = \sigma_V^2 \quad [2.13]$$

o mediante la *desviación estándar*.

$$\sigma_V = \sqrt{Var[V]} \quad [2.14]$$

La dispersión de una variable aleatoria V respecto a su valor medio se le *llama coeficiente de variación*, el cual se define como:

$$CV_V = \frac{\sigma_V}{\mu_V} \quad [2.15]$$

es una medida útil cuando se comparan los resultados de un mismo experimento bajo condiciones diferentes.

El comportamiento aleatorio de dos variables V_1 y V_2 , se puede modelar a través de su *densidad de probabilidad conjunta* $f_{V_1, V_2}(v_1, v_2)$. Con la densidad de probabilidad conjunta (Figuras 2.5 y 2.6) es posible evaluar la probabilidad de que ocurra un segmento del dominio de V_1 y V_2 como¹:

$$P[a_1 \leq V_1 \leq a_2, b_1 \leq V_2 \leq b_2] = \int_{b_1}^{b_2} \int_{a_1}^{a_2} f_{V_1, V_2}(v_1, v_2) \cdot dv_1 dv_2 \quad [2.16]$$

¹ En este caso el dominio de integración es de forma rectangular

El grado de dependencia lineal que existe entre dos variables o *covarianza*, puede ser evaluado una vez que se conoce la densidad de probabilidad conjunta de V_1 y V_2 como.

$$\text{Cov}[V_1, V_2] = \int_{b_1}^{a_1} \int_{b_2}^{a_2} (v_1 - \mu_{V_1})(v_2 - \mu_{V_2}) \cdot f_{V_1 V_2}(v_1, v_2) \cdot dv_1 dv_2 \quad [2.17]$$

Cuando se normaliza la covarianza con los valores de la desviación estándar de cada variable se obtiene el *coeficiente de correlación*:

$$\rho_V [V_1, V_2] = \frac{\text{Cov}[V_1, V_2]}{\sigma_{V_1} \sigma_{V_2}} \quad [2.18]$$

que resulta un parámetro acotado entre -1 y 1 .

2.4 Campos aleatorios

2.4.1 Definición

Sea $V(X)$ una variable geotécnica de interés de tipo físico (i.e. contenido de agua), mecánico (i.e. resistencia al corte) o geométrico (i.e. profundidad de algún estrato) definida en los puntos X del dominio estudiado R^p ($p = 1, 2, \text{ ó } 3$) En cada punto del dominio, esta variable puede considerarse como aleatoria debido al desconocimiento que se tiene de su valor (Figura 2.7). El conjunto de estas variables aleatorias constituye un *campo aleatorio*

Se entiende por *realización* (potencial) del campo aleatorio una de las posibles configuraciones de la variación espacial de la variable de interés, compatible con la información disponible. El campo aleatorio puede también considerarse como el conjunto de estas posibles realizaciones.

En la práctica, los campos se conocen a través de *realizaciones parciales* en el dominio R^p . Las realizaciones parciales surgen de la interpretación de los datos obtenidos en los muestreos, los cuales registran datos puntuales dentro de cierto subdominio (Figura 2.8).

En rigor, estos conocimientos adquiridos modifican a su vez el campo², puesto que incrementan la información disponible y conducen a la definición de un nuevo campo de tipo *condicional* que toma en cuenta dichos conocimientos.

² La percepción que tenemos de él, la cual era diferente antes de realizar los sondeos

Debido a la naturaleza de los registros obtenidos, las realizaciones observadas a lo largo de cada sondeo (en R^1) son generalmente discretas. Sin embargo, puede resultar conveniente considerar tales realizaciones como continuas para efecto de su tratamiento estadístico³, ya que esto facilita el procesamiento de los datos (Figuras 2.9 y 2.10). Este es el caso al inferir realizaciones en dos y tres dimensiones (R^2 y R^3) a partir de los registros originales (realizaciones continuas en R^1).

2.4.2 Parámetros que describen el comportamiento de un campo aleatorio

Los parámetros que describen un campo aleatorio son los mismos que se utilizan para describir el comportamiento de una variable aleatoria (inciso 2.3), considerando adicionalmente la dependencia espacial que guardan los datos entre sí. Los parámetros que describen un campo aleatorio son (Papoulis, 1984):

- Esperanza:
$$\mu_V(X) = E\{V(X)\} \quad [2.19]$$

- Varianza:
$$\sigma_V^2(X) = Var[V(X)] = E\{[V(X) - \mu_V(X)]^2\} \quad [2.20]$$

- Desviación estándar:
$$\sigma_V(X) = \sqrt{Var[V(X)]} \quad [2.21]$$

- Coeficiente de variación:
$$CV_V = \frac{\sigma_V(X)}{E\{V(X)\}} \quad [2.22]$$

- Función de autocorrelación, definida sobre $R^p \times R^p$:

$$R_V(X_1, X_2) = E\{V(X_1)V(X_2)\} \quad [2.23]$$

Esta función es un momento de segundo orden mixto que puede centrarse introduciendo el concepto de *función de autocovarianza*:

$$\begin{aligned} C_V(X_1, X_2) &= Cov[V(X_1), V(X_2)] = \\ &E\{[V(X_1) - \mu_V(X_1)][V(X_2) - \mu_V(X_2)]\} = \\ &E[V(X_1)V(X_2)] - \mu_V(X_1)\mu_V(X_2) \end{aligned} \quad [2.24]$$

La *autocovarianza* representa el grado de dependencia lineal entre los valores de la propiedad de interés en dos puntos diferentes del medio. Se puede escribir bajo la forma de un *coeficiente de autocorrelación* adimensional, cuyo valor queda siempre comprendido entre -1 y +1:

³ Esto es un artificio común en casos simples de variables aleatorias.

- Coeficiente de autocorrelación:

$$\rho_V(X_1, X_2) = \frac{C_V(X_1, X_2)}{\sigma_{V_1} \sigma_{V_2}} \quad [2.25]$$

También se puede describir a través del *variograma*:

$$2\gamma(X, h) = E\{[V(X) - V(X+h)]^2\} \quad [2.26]$$

Conviene subrayar que las funciones de correlación anteriores no son propiedades *intrínsecas* de los dos puntos X_1 y X_2 ya que dependen también de la población a la que pertenecen, es decir, del subdominio dentro del campo en el que se encuentran definidas. Así, para dos puntos pertenecientes a un mismo estrato puede existir una alta correlación entre las propiedades respectivas si se considera globalmente el subsuelo en el que se encuentran, sin embargo esta correlación puede desvanecerse si el estudio se enfoca a la variación espacial dentro del estrato.

La distribución aleatoria de un campo se define a través de sus funciones de distribución de probabilidad y de sus derivadas o funciones de densidad de probabilidad.

- Función de distribución de probabilidad:

$$F_{V_1, \dots, V_n}(v_1, \dots, v_n; X_1, \dots, X_n) = P[V(X_1) \leq v_1, \dots, V(X_n) \leq v_n] \quad [2.27]$$

En particular, la función de distribución de primer orden es:

$$F_V(v; X) = P[V(X) \leq v] \quad [2.28]$$

- En el caso multivariable, las funciones de densidad de probabilidad se definen como:

$$f_{V_1, \dots, V_n}(v_1, \dots, v_n; X_1, \dots, X_n) \text{ y } f_V(v; X) \quad [2.29]$$

Si estas funciones (y los momentos asociados) son invariantes por traslación en el espacio para cualquier valor de n y cualquier conjunto de puntos X_1, \dots, X_n , se dice que el campo aleatorio es *estrictamente estacionario*. Si lo anterior se cumple solamente para $n \leq N$, se dice que el campo es estacionario de orden N .

Si la esperanza, la varianza y los demás parámetros son constantes en el medio, se dice que este es *estadísticamente homogéneo*⁴. Si la esperanza y la varianza del campo no son constantes se dice que presentan cierta *tendencia* o *deriva*⁵. Sin embargo, la decisión de considerar estas derivas en forma explícita puede ser en cierta medida arbitraria. Si se opta por definir una deriva determinista, se trabaja en lo sucesivo con el campo aleatorio *residual* obtenido restando esta deriva de los valores de la variable de interés.

Cuando es posible aceptar la hipótesis de que el valor esperado de la variable de interés es constante en todo el dominio (eventualmente después de haber removido la tendencia) y que la autocovarianza espacial para una misma propiedad depende solamente de la distancia entre los puntos X_1 y X_2 , se dice que el campo es *estacionario en el sentido amplio* y se cumple:

$$\begin{aligned} C_V(X_1, X_2) &= \\ C_V(X_2 - X_1) &= \text{Cov}[V(X_1) - V(X_2)] = C_V(h) \end{aligned} \quad [2.30]$$

donde h es un escalar igual a la distancia entre los puntos X_1 y X_2

Cuando $h=0$ se observa en la ecuación [2.30], que la varianza de $V(X)$ es constante en todo el dominio.

Si se asume la hipótesis de estacionariedad en el sentido amplio, el coeficiente de correlación puede ser escrito como:

$$\rho_V(X_1, X_2) = \rho_V(h) \quad [2.31]$$

En muchas aplicaciones, sin embargo, será más realista admitir que la relación anterior solamente es válida a lo largo de una dirección determinada, es decir, cuando la estructura de correlación del medio es *anisótropa*. En este caso, se usarán las notaciones $C_V(h\mathbf{u})$ y $\rho_V(h\mathbf{u})$ donde \mathbf{u} es un vector unitario en la dirección considerada

Algunos autores, especialmente en las aplicaciones mineras, han preferido usar el concepto de variograma en lugar de la autocovarianza. Como se indica en la ec. [2.26], el variograma es el momento de segundo orden del incremento $V(X+h) - V(X)$.

$$2\gamma(h) = E\{[V(X+h) - V(X)]^2\} \quad [2.32]$$

⁴ Cabe la posibilidad de que en cada punto o región de puntos X_i , las funciones de densidad de probabilidad asociadas a cada variable sean diferentes

⁵ Que es función del tipo de proceso seguido en la formación del subsuelo. En las aplicaciones que se presentan más adelante, se evalúa la tendencia de un campo en 3D utilizando una regresión lineal que considera la posición de los valores muestreados en diferentes puntos $X(x,y,z)$.

Para un campo estacionario en el sentido amplio se define como:

$$2\gamma(h) = \text{Var}[V(X+h) - V(X)] \quad [2.33]$$

$$\gamma(h) = C_V(0) - C_V(h) \quad [2.34]$$

2.5 Campos aleatorios aparentes

En todo lo anterior, se supuso que las mediciones de campo proporcionaban valores exactos de las variables de interés. Los ensayos comunes arrojan resultados afectados por errores atribuibles a los operadores y a las imprecisiones implícitas en la técnica de prueba usada. En lo que sigue se examina el efecto de estos errores cuando pueden considerarse de tipo “aditivo”. Un planteamiento similar puede hacerse para errores de tipo multiplicativo (Auvinet, 1999).

2.5.1 Ensayes sin sesgo

Siendo $V(X)$ el valor real de una propiedad en el punto de medición, se considera que los resultados de los ensayos dan:

$$\tilde{V}(X) = V(X) + e \quad [2.35]$$

donde e es una variable aleatoria que representa el *error aleatorio*, de tipo aditivo, sobre los resultados de los ensayos. Este error se supondrá no correlacionado en el espacio e independiente del campo aleatorio.

Si el ensayo no presenta sesgo, o si el sesgo es conocido y ha sido corregido, se cumple que $E\{e\} = 0$ y la varianza $\text{Var}[e]$. Así, la ecuación [2.35] queda como:

$$E\left\{\tilde{V}\right\} = E\{V\} \quad [2.36]$$

La incertidumbre sobre los resultados de ensayos o estimaciones no sesgadas no afecta por tanto la percepción que el observador puede tener de la esperanza del campo. Por lo contrario, aumenta la incertidumbre global sobre los valores del campo, en efecto:

$$\text{Var}\left[\tilde{V}\right] = \text{Var}[V] + \text{Var}[e] \quad [2.37]$$

Por otra parte :

$$\begin{aligned} \text{Cov}\left[\tilde{V}_1, \tilde{V}_2\right] &= E\left\{\tilde{V}_1 \tilde{V}_2\right\} - E\left\{\tilde{V}_1\right\} E\left\{\tilde{V}_2\right\} \\ &= \text{Cov}\left[V_1, V_2\right] \end{aligned} \quad [2.38]$$

Si $\rho_V\left(\tilde{V}_1, \tilde{V}_2\right)$ es el coeficiente de correlación aparente de las propiedades aparentes \tilde{V} en los puntos X_1 y X_2 , es posible escribir:

$$\begin{aligned} \rho_V\left(\tilde{V}_1, \tilde{V}_2\right) &= \frac{\text{Cov}\left[\tilde{V}_1, \tilde{V}_2\right]}{\sqrt{\text{Var}\left[\tilde{V}_1\right] \text{Var}\left[\tilde{V}_2\right]}} \\ &= \frac{\text{Cov}\left[V_1, V_2\right]}{\sqrt{(\text{Var}\left[V_1\right] + \text{Var}\left[e\right]) (\text{Var}\left[V_2\right] + \text{Var}\left[e\right])}} \end{aligned} \quad [2.39]$$

y, puesto que $\text{Var}\left[e\right] \geq 0$:

$$\rho_V\left(\tilde{V}_1, \tilde{V}_2\right) \leq \rho_V\left(V_1, V_2\right) \quad [2.40]$$

La incertidumbre sobre los resultados de ensayos o estimaciones no sesgados reduce, por tanto, el grado de correlación aparente entre las propiedades en diferentes puntos del medio considerado. Esto en particular, introduce una reducción brusca del coeficiente de correlación entre valores medidos en puntos contiguos (efecto de *pepita*)

2.5.2 Ensayes con sesgo aleatorio

La situación es muy diferente cuando las mediciones presentan un error sistemático o sesgo aditivo β no conocido. Se tiene entonces:

$$\tilde{V}(X) = V(X) + \beta \quad [2.41]$$

donde β es el sesgo aleatorio, supuesto constante para todas las mediciones y definido por su valor esperado $E\{\beta\}$ y su varianza $Var[\beta]$. Si se admite que β es independiente del campo aleatorio, se tiene, usando una notación simplificada:

$$E\{\tilde{V}\} = E\{V\} + E\{\beta\} \quad [2.42]$$

$$Var[\tilde{V}] = Var[V] + Var[\beta] \quad [2.43]$$

$$Cov[\tilde{V}_1, \tilde{V}_2] = E[\tilde{V}_1 \tilde{V}_2] - E[\tilde{V}_1] E[\tilde{V}_2] = Cov[V_1, V_2] + Var[\beta] \quad [2.44]$$

$$\rho_V(\tilde{V}_1, \tilde{V}_2) = \frac{Cov[\tilde{V}_1, \tilde{V}_2]}{\sqrt{Var[\tilde{V}_1] Var[\tilde{V}_2]}} = \frac{Cov[V_1, V_2] + Var[\beta]}{\sqrt{(Var[V_1] + Var[\beta])(Var[V_2] + Var[\beta])}} \quad [2.45]$$

Los errores introducidos por la estimación de ciertas propiedades a partir de otras características del material mediante relaciones poco confiables son análogos a los introducidos por los ensayos y tienen las mismas consecuencias.

2.6 Estimación estadística de los parámetros de un campo aleatorio

La determinación de los parámetros del campo a partir de los datos disponibles recibe generalmente el nombre de *análisis estructural*.

Los parámetros descriptivos que permiten utilizar los modelos probabilistas pueden ser estimados a partir de los resultados “discretos” (muestreo puntual) o “continuos” (muestreo continuo, o muestreo puntual transformado a continuo) de las campañas de reconocimiento. En el primer caso, se tienen muestras aisladas y este análisis tiene que realizarse usando expresiones discretas (Deutsch and Journel, 1992). En el segundo caso, aceptando que el campo es *estadísticamente homogéneo y ergódico* (es decir, que sus parámetros pueden ser

estimados a partir de una sola realización del mismo), el valor esperado puede ser evaluado utilizando la aproximación:

$$\mu_V \cong \mu^* = \frac{1}{L} \int_0^L V(X) dX \quad [2.46]$$

donde L es la longitud del sondeo.

En la misma forma, es posible estimar la autocovarianza a lo largo de la dirección \mathbf{u} como

$$C_V(\lambda_{\mathbf{u}}) \cong \frac{1}{L} \int_0^L V(X)V(X+h\mathbf{u})dX - \mu^{*2} \quad [2.47]$$

Donde \mathbf{u} es el vector unitario en la dirección en la que se evalúa la covarianza y h es un escalar. En esta expresión, se puede apreciar, que la estimación de la autocovarianza presenta un ligero sesgo, como puede verificarse evaluando la esperanza del segundo miembro

Si se cuenta con sondeos verticales continuos, la expresión anterior, puede usarse a lo largo del sondeo con el vector vertical $\mathbf{u} = (0,0,1)$. A lo largo de otras direcciones no se contará con registros continuos y la función de autocovarianza deberá evaluarse por puntos para cada par de sondeos. Se utilizará la ecuación [2.47] pero con el entendimiento de que, en este caso, $V(X)$ pertenecerá a un primer sondeo y $V(X+h\mathbf{u})$ pertenecerá al segundo sondeo

Para una mejor evaluación de la homogeneidad del campo, los parámetros del mismo pueden ser estimados en diferentes subdominios. Así, en el caso de materiales estratificados, es posible realizar esta estimación en diferentes tramos verticales a lo largo de todo el sondeo (barrido vertical o *zcanning*; Medina y Auvinet, 2000).

Además, dentro de un dominio dado, es conveniente evaluar la contribución a la correlación de los diferentes horizontes. En el caso de sondeos verticales, es posible estudiar la variación de la expresión [2.47] dejando variar el límite superior de la integral de 0 a L . Esta función, y su derivada, ponen claramente en evidencia las concordancias y discordancias estratigráficas entre dos sondeos (Pantoja, 2001)

Por otra parte, si se introduce la función indicadora.

$$I_V(X, v) = \begin{cases} 1 & \text{si } V(X) \leq v \\ 0 & \text{si } V(X) > v \end{cases} \quad [2.48]$$

la función de distribución de probabilidad de primer orden del campo puede ser estimada a partir de los registros continuos con base en la relación:

$$F_V(v, X) = P[V(X) \leq v] \cong \frac{1}{L} \int_0^L I_V(x, v) dx \quad [2.49]$$

2.7 Efecto de escala

El conocimiento de los parámetros principales del campo aleatorio representativo de las variaciones de las propiedades permite evaluar la esperanza y dispersión de los valores medios de dichas propiedades en áreas o volúmenes contenidos dentro del medio. Así, en un campo estacionario, la esperanza del valor medio V_Ω de la propiedad de interés en un volumen Ω es (Papoulis, 1984):

$$E\{V_\Omega\} = E\left\{\frac{1}{\Omega} \int_\Omega V(X) dX\right\} = E\{V(X)\} \quad [2.50]$$

Y su varianza:

$$Var[V_\Omega] = E\{V_\Omega^2\} - E^2\{V_\Omega\} \quad [2.51]$$

Es decir:

$$Var[V_\Omega] = \frac{1}{\Omega^2} \left[E\left\{ \int_\Omega V(X) dX \int_\Omega V(X) dX \right\} - E\left\{ \int_\Omega V(X) dX \right\}^2 \right] \quad [2.52]$$

Lo que puede escribirse como:

$$Var[V_\Omega] = \frac{1}{\Omega^2} \iint_{\Omega\Omega} E\{V(X_1)V(X_2)\} dX_1 dX_2 - \iint_{\Omega\Omega} E\{V(X_1)\}E\{V(X_2)\} dX_1 dX_2 \quad [2.53]$$

Ordenando los términos, la varianza de la variable en el volumen Ω es:

$$Var[V_\Omega] = \frac{1}{\Omega^2} \iint_{\Omega\Omega} C_V(X_1, X_2) dX_1 dX_2 \quad [2.54]$$

En la misma forma, se muestra que la covarianza entre valores medios de la propiedad en dos dominios Ω_1 y Ω_2 , con o sin traslape, es.

$$\text{Cov}[V_{\Omega_1}, V_{\Omega_2}] = \frac{1}{\Omega_1 \Omega_2} \iint_{\Omega_1 \Omega_2} C_V(X_1, X_2) dX_1 dX_2 \quad [2.55]$$

La ecuación [2.53] puede escribirse también como

$$\text{Var}[V_{\Omega}] = \frac{\text{Var}[V(X)]}{\Omega^2} \iint_{\Omega \Omega} \rho_V(X_1, X_2) dX_1 dX_2 \quad [2.56]$$

Dado que el coeficiente de correlación es inferior o igual en valor absoluto a la unidad, se observa que la varianza del valor medio de una propiedad aleatoria estacionaria en un dominio dado tiende a disminuir cuando las dimensiones de dicho dominio crecen (excepto en el caso trivial de la correlación perfecta). Esta formulación fue utilizada por Auvinet (1988) para estudiar el efecto de escala geométrico en los medios granulares. En la literatura, este fenómeno se conoce también como “*reducción de varianza*”. Soulié *et al.* (1983) ha hecho notar que, debido a este efecto, es indispensable indicar las dimensiones de los especímenes cuando se proporciona el valor de la dispersión de los resultados de ensayos físicos o mecánicos sobre un material dado.

2.8 Estimación condicional

Un problema de gran interés que puede ser tratado recurriendo a la geoestadística es el de la estimación del valor de una propiedad de interés en un punto del medio en el que no se cuenta con medición. Contar con una solución a este problema permite estimar *sondeos* y *cortes virtuales* (Figura 2.11). El problema puede generalizarse a la estimación del valor medio de la misma propiedad en cualquier subdominio del medio estudiado, por ejemplo en un volumen dado o a lo largo de determinada superficie potencialmente crítica.

Una técnica que permite alcanzar este objetivo consiste en recurrir a *estimadores* estadísticos, es decir a funciones de los datos recabados en las campañas de exploración, que proporcionan los valores *virtuales* deseados. En el Anexo I, se discuten las características que debe tener un *buen* estimador, independientemente de la técnica de estimación seleccionada.

Entre los estimadores usuales, el más popular es el estimador lineal sin sesgo y con mínima varianza (*Best Linear Unbiased Estimator* o “*BLUE*”), conocido también como *filtro de Wiener* o, en geología matemática, como estimador de *Krige* (Krige, 1962, Matheron, 1965).

En los incisos 2.8.1 y 2.8.2 se presenta el concepto de estimación lineal bivariable y multivariable, que permite obtener tanto sondeos como cortes virtuales para una propiedad de interés del medio para cualquier tipo de campo, así como la varianza o incertidumbre asociada a tal estimación. La obtención de las ecuaciones que llevan a esta evaluación se presenta en el Anexo II.

2.8.1 Estimación lineal bivariable

El modelado mediante un campo aleatorio de una propiedad definida en un dominio Ω , permite evaluar el valor esperado condicional y la varianza condicional de V_{Ω_1} , propiedad puntual o media en un subdominio Ω_1 , a partir del valor V_{Ω_2} , también puntual o medio, obtenido por medición directa del subdominio Ω_2 (Figura 2.12).

Así, se propone un estimador lineal $V_{\Omega_1}^*$ tal que:

$$V_{\Omega_1}^* = aV_{\Omega_2} + b \quad [2.58]$$

El cual puede considerarse insesgado si se cumple que la esperanza del *error de estimación* ε sea igual a cero:

$$E\{\varepsilon\} = E\{V_{\Omega_1}^* - V_{\Omega_1}\} = 0 \quad [2.59]$$

Es posible obtener una expresión para los valores a y b , tal que se satisfagan simultáneamente las ecuaciones [2.58] y [2.59], y que se minimice a la vez, la *varianza del error de estimación*⁶:

$$Var[\varepsilon] = Var[V_{\Omega_1}^* - V_{\Omega_1}] = E\left\{\left(V_{\Omega_1}^* - V_{\Omega_1}\right)^2\right\} \quad [2.60]$$

De acuerdo con la ecuación [2.58], el valor de b es.

$$b = E\{V_{\Omega_1}\} - aE\{V_{\Omega_2}\} \quad [2.61]$$

Por otra parte, es fácil verificar que anulando la derivada de la expresión [2.60] respecto a la variable a para minimizar el error de estimación, se obtiene:

⁶ También llamado error cuadrático medio

$$\alpha = \frac{\text{Cov}[V_{\Omega_1}, V_{\Omega_2}]}{\sigma_{V_{\Omega_2}}^2} \quad [2.62]$$

Con los valores de α y β , se puede obtener el estimador $V_{\Omega_1}^*$:

$$V_{\Omega_1}^* = E\{V_{\Omega_1}\} + \rho_V(V_{\Omega_1}, V_{\Omega_2}) \frac{\sigma_{V_{\Omega_1}}}{\sigma_{V_{\Omega_2}}} [V_{\Omega_2} - E\{V_{\Omega_2}\}] \quad [2.63]$$

Donde $\rho_V(V_{\Omega_1}, V_{\Omega_2})$ es el coeficiente de correlación entre V_{Ω_1} y V_{Ω_2} :

$$\rho_V(V_{\Omega_1}, V_{\Omega_2}) = \frac{\text{Cov}[V_{\Omega_1}, V_{\Omega_2}]}{\sigma_{V_{\Omega_1}} \sigma_{V_{\Omega_2}}} \quad [2.64]$$

Una vez evaluado el estimador insesgado y de mínima varianza, es posible obtener la varianza del mismo estimador (Medina y Auvinet, 2000):

$$\text{Var}[V_{\Omega_1}^*] = \left[\frac{\rho_V(\Omega_1, \Omega_2) \sigma_{V_{\Omega_1}}}{\sigma_{V_{\Omega_2}}} \right]^2 \sigma_{V_{\Omega_2}}^2 = \rho_V^2(\Omega_1, \Omega_2) \sigma_{V_{\Omega_1}}^2 \quad [2.65]$$

La expresión definida como varianza del error de estimación queda como:

$$\begin{aligned} \text{Var}[\varepsilon] &= \\ \text{Var}[V_{\Omega_1}^* - V_{\Omega_1}] &= E\left\{ \left(V_{\Omega_1}^* - V_{\Omega_1} \right)^2 \right\} = \\ \text{Var}[V_{\Omega_1}] &\left\{ 1 - \rho_V^2(V_{\Omega_1}, V_{\Omega_2}) \right\} \end{aligned} \quad [2.66]$$

Si las dos variables tienen la misma esperanza y la misma varianza (caso del campo estacionario en el sentido amplio), dos situaciones extremas pueden presentarse en cuanto al coeficiente de correlación:

Si V_{Ω_1} y V_{Ω_2} están perfectamente correlacionadas, en este caso:

$$\rho_V(V_{\Omega_1}, V_{\Omega_2}) = 1 \text{ y } V_{\Omega_1}^* = V_{\Omega_2}$$

Si V_{Ω_1} y V_{Ω_2} no están correlacionadas, la información sobre Ω_2 no contribuye a reducir la incertidumbre sobre Ω_1

Se observa entonces que, en el caso general, el conocimiento del campo en un subdominio dado conduce a una corrección de la esperanza y a una reducción de la varianza del campo o de su valor medio en otros subdominios.

2.8.2 Estimación lineal multivariable

Sea \mathbb{V} un vector de dimensión p conteniendo las k variables por estimar y las $p-k$ variables conocidas, definido como:

$$\mathbb{V} = \begin{Bmatrix} \mathbb{V}_1 \\ \mathbb{V}_2 \end{Bmatrix} \text{ con } \mathbb{V}_1 = \begin{Bmatrix} V_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ V_k \end{Bmatrix} \text{ y } \mathbb{V}_2 = \begin{Bmatrix} V_{k+1} \\ \cdot \\ \cdot \\ V_p \end{Bmatrix} \quad [2.67]$$

\mathbb{V}_1 es el vector de las variables por estimar y \mathbb{V}_2 es el vector de las variables conocidas.

Sea \mathbb{U} el vector, también de dimensión p , de los valores esperados de las variables por estimar y de las variables conocidas definido como :

$$\mathbb{U} = \begin{Bmatrix} \mathbb{U}_1 \\ \mathbb{U}_2 \end{Bmatrix} \text{ con } \mathbb{U}_1 = \begin{Bmatrix} \mu_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \mu_k \end{Bmatrix} \text{ y } \mathbb{U}_2 = \begin{Bmatrix} \mu_{k+1} \\ \cdot \\ \cdot \\ \mu_p \end{Bmatrix} \quad [2.68]$$

Por otra parte, sea \mathbb{K} la matriz de covarianza para el conjunto de las variables conocidas y por estimar :

$$\mathbb{K} = \begin{pmatrix} \mathbb{K}_{11} & \mathbb{K}_{12} \\ \mathbb{K}_{21} & \mathbb{K}_{22} \end{pmatrix} \quad [2.69]$$

con :

\mathbf{K}_{11} sub-matriz de las covarianzas entre las variables asociadas a los diferentes puntos o dominios de estimación, de orden k ,

\mathbf{K}_{22} sub-matriz de las covarianzas entre las variables asociadas a los diferentes puntos o subdominios conocidos, de orden $p-k$;

\mathbf{K}_{12} y \mathbf{K}_{21} sub-matrices de las covarianzas entre los diferentes datos y las variables asociadas a los diferentes puntos o subdominios de estimación, respectivamente de orden k y $p-k$. Obsérvese que $\mathbf{K}_{12} = \mathbf{K}_{21}^T$

Es posible obtener un vector \mathbf{V}_1^* de estimación lineal insesgado y de mínima varianza del vector \mathbf{V}_1 , conociendo \mathbf{V}_2 .

Los elementos de este vector serán combinaciones lineales de los elementos de \mathbf{V}_2 :

$$\mathbf{V}_1^* = \mathbf{A}\mathbf{V}_2 + \mathbf{b} \quad [2.70]$$

La estimación será sin sesgo si:

$$E\{\mathbf{V}_1^* - \mathbf{V}_1\} = \mathbf{A}\mathbf{U}_2 + \mathbf{b} - \mathbf{U}_1 = 0 \quad [2.71]$$

La submatriz de las varianzas del error de estimación tendrá la forma:

$$\mathbf{K}_{\mathbf{V}_1^*, \mathbf{V}_1} = E\{(\mathbf{V}_1^* - \mathbf{V}_1)(\mathbf{V}_1^* - \mathbf{V}_1)^T\} \quad [2.72]$$

Es decir,

$$\mathbf{K}_{\mathbf{V}_1^*, \mathbf{V}_1} = \mathbf{A}\mathbf{K}_{22}\mathbf{A}^T + \mathbf{K}_{11} - \mathbf{A}\mathbf{K}_{12}^T - \mathbf{K}_{12}\mathbf{A}^T \quad [2.73]$$

Procediendo nuevamente por derivación para minimizar los elementos de esta matriz, se obtiene que la matriz de los coeficientes óptimos es,

$$\mathbf{A} = \mathbf{K}_{12}\mathbf{K}_{22}^{-1} \quad [2.74]$$

Combinando las ecuaciones anteriores, se obtiene el vector de los valores estimados:

$$\mathbf{V}_1^* = \mathbf{U}_1 + \mathbf{K}_{12}\mathbf{K}_{22}^{-1}(\mathbf{V}_2 - \mathbf{U}_2) \quad [2.75]$$

En la misma forma como se obtuvo la varianza del estimador en el caso univariable (ec. [2.65]) se obtienen en el caso multivariable, las varianzas de los elementos correspondientes al estimador \mathbf{V}_1^* (Medina y Auvinet, 2000):

$$\mathbf{K}_{\mathbf{V}_1^*} = \mathbf{K}_{12} \mathbf{K}_{22}^{-1} \mathbf{K}_{12}^T = \mathbf{K}_{12} \mathbf{K}_{22}^{-1} \mathbf{K}_{21} \quad [2.76]$$

Asimismo, la submatriz de varianza minimizada del error de estimación queda como:

$$\mathbf{K}_{\mathbf{V}_1^*, \mathbf{V}_1} = \mathbf{K}_{11} - \mathbf{K}_{12} \mathbf{K}_{22}^{-1} \mathbf{K}_{21} \quad [2.77]$$

Este método permite estimar valores puntuales o medios del campo aleatorio en subdominios del medio (por ejemplo elementos finitos o grupos de estos elementos) tomando en cuenta los resultados obtenidos en el muestreo. La técnica se vuelve laboriosa cuando las dimensiones de la matriz de covarianza \mathbf{K} son importantes, pero siempre es posible limitar el número de datos tomados en cuenta (tamaño del vector \mathbf{V}_2) en la estimación, conservando solamente los datos más correlacionados con las variables por estimar.

2.8.3 Kriging

La técnica del kriging, ampliamente usada en ingeniería minera, consiste al igual que la anterior en obtener estimadores lineales de mínima varianza. Sin embargo la técnica tiene algunas variantes que pueden ser de interés

2.8.3.1 Kriging simple (Deutsch and Journel, 1992)

El kriging *simple* es una técnica que puede usarse cuando $E\{X\}$ es una función conocida de X (eventualmente constante) y consiste en obtener los estimadores puntuales en el campo de media nula $V(X) - E\{V(X)\}$ en vez de hacerlo en el de $V(X)$. Los elementos del vector \mathbf{V}_1^* de la ecuación [2.63], se sustituyen entonces por:

$$V^*(X) - E\{V(X)\} = \sum_{i=1}^n \lambda_i (V_i - E\{V_i\}) \quad [2.78]$$

donde los V_i son los elementos conocidos del vector \mathbb{V}_2 y $E\{V_i\}$ los elementos correspondientes del vector de esperanzas \mathbb{U}_2 .

Los coeficientes λ_i y los estimadores buscados pueden obtenerse usando las mismas ecuaciones del inciso 2.8.1. El kriging *simple* es de hecho rigurosamente equivalente a la técnica de estimación planteada en 2.8.1 y 2.8.2.

2.8.3.2 Kriging ordinario

Cuando el campo es estacionario, la ecuación [2.78] del kriging simple puede escribirse.

$$V^*(X) = \sum_{i=1}^n \lambda_i V_i + \left[1 - \sum_{i=1}^n \lambda_i \right] \mu_V \quad [2.79]$$

donde μ_V es la esperanza constante del campo.

Es posible encontrar un estimador lineal, insesgado y de mínima varianza que no requiera el conocimiento de la media μ_V , si se impone la condición:

$$\sum_{i=1}^n \lambda_i = 1 \quad [2.80]$$

La varianza de estimación.

$$\sigma_E^2(X) = \text{Var}[V(X) - V^*(X)] = E\{[V(X) - V^*(X)]^2\} \quad [2.81]$$

Que también puede escribirse como.

$$\sigma_E^2(X) = \text{Var}[V^*(X)] + \text{Var}[V(X)] - 2\text{Cov}[V^*(X), V(X)] \quad [2.82]$$

Anteriormente se ha definido la varianza del estimador como:

$$\text{Var}[V^*(X)] = \text{Var}\left[\sum_{i=1}^n \lambda_i V_i\right] = \sum_{i,j=1}^n \lambda_i \lambda_j C_V(X_i, X_j) \quad [2.83]$$

La covarianza entre la variable por estimar y el valor real es entonces:

$$\begin{aligned} \text{Cov}[V^*(X), V(X)] &= \text{Cov}\left[\sum_{i=1}^n \lambda_i V_i, V(X)\right] = \\ &\sum_{i=1}^n \lambda_i C_V(X, X_i) \end{aligned} \quad [2.84]$$

La varianza de la estimación es:

$$\begin{aligned} \sigma_E^2(X) &= \\ \text{Var}[V(X)] &+ \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \lambda_i \lambda_j C_V(X_i, X_j) - 2 \sum_{i=1}^n \lambda_i C_V(X, X_i) \end{aligned} \quad [2.85]$$

Esta expresión $\sigma_E^2(X)$ es la que debe minimizarse, respetando la condición de insesgamiento. Lo anterior puede lograrse recurriendo a la técnica de los multiplicadores de Lagrange.

Así, se obtiene el siguiente sistema de ecuaciones lineales:

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j C_V(X_i, X_j) - \nu = C_V(X, X_i), \quad i = 1 \text{ a } n \quad [2.86]$$

Finalmente, se cuenta en total con $n+1$ ecuaciones que permiten determinar los n coeficientes λ y el multiplicador de Lagrange ν .

La varianza de estimación minimizada correspondiente es.

$$\sigma_E^2(X) = \text{Var}[V(X)] + \nu - \sum_{i=1}^n \lambda_i C_V(X, X_i) \quad [2.87]$$

El estimador proporcionado por el kriging *ordinario* (semejante al estimador presentado en los incisos 2.8.1 y 2.8.2) se considera más robusto que el del kriging *simple*. Sin embargo, la estimación con el kriging ordinario, que no requiere del conocimiento de la esperanza, éste obtenida, tiende a adaptarse mejor a variaciones locales, más no así a las variaciones globales.

Nota:

Al usar las técnicas de estimación anteriores debe tomarse en cuenta que la varianza del error de estimación minimizada (ecuaciones [2.77] y [2.87]) no es en el caso general, la varianza condicional del valor estimado, ya que no depende del valor de los datos disponibles. Rigurosamente, esta coincidencia se presenta únicamente en el caso de campos gaussianos (inciso 2.9).

2.8.4 Estimación lineal de la función de distribución condicional

Aplicando las técnicas de estimación lineal a la función indicadora $I_V(X, v)$ de un campo de interés $V(X)$, es posible obtener una estimación no paramétrica (es decir que no pase por la media y varianza) de la función de distribución de probabilidad de los valores del campo, en cualquier punto. En efecto, la estimación lineal aplicada a la función indicadora proporciona la esperanza condicional de esta función, $E\{I_V(X, v)|datos\}$ la cual, por tratarse de una función binaria en 0 y 1, es igual a la probabilidad:

$$P[V(X) \leq v | datos] = F_V|datos(v; X) \tag{2.88}$$

La función de distribución podrá ser obtenida por puntos para diferentes valores de la variable v . Esta posibilidad es muy valiosa, especialmente cuando se considera insuficiente caracterizar el campo por medio de una media y varianza y se requiere el uso de las funciones de densidad y/o de distribución de probabilidad.

2.9 Campos gaussianos

Un caso particular de gran importancia es el de los campos *gaussianos*. Conviene recordar que un campo aleatorio es *gaussiano* si su densidad de probabilidad conjunta de cualquier orden n está definida por la ecuación siguiente (Benjamin and Cornell, 1970).

$$f_{V_1, \dots, V_n}(v_1, \dots, v_n, X_1, \dots, X_n) = \frac{1}{|\mathbf{R}|^{\frac{1}{2}} (2\pi)^{\frac{n}{2}}} e^{-\frac{1}{2}(\mathbf{V} - \boldsymbol{\mu})^T \mathbf{R}^{-1}(\mathbf{V} - \boldsymbol{\mu})} \tag{2.89}$$

para $-\infty < v_i < +\infty$ e $i = 1, \dots, n$

donde \mathbb{V} es el vector de las variables aleatorias $V(X_1), \dots, V(X_n)$; μ , es un vector de valores reales tales que $\mu_i = E\{V(X_i)\}$ y \mathbb{R} es la matriz de covarianza de las variables aleatorias que contiene en la diagonal principal las varianzas respectivas de las diferentes variables y fuera de la diagonal sus covarianzas por pares.

El teorema del límite central hace que este tipo de campo surja naturalmente cuando el fenómeno analizado es el resultado de la suma de los efectos de múltiples campos. No hay razón particular para pensar que esto ocurre en el caso de las variables geotécnicas, sin embargo este tipo de campo puede también ser utilizado como una primera aproximación en el análisis de campos más complejos.

Los campos gaussianos, tienen la propiedad interesante de que los estimadores lineales de mínima varianza presentados en los incisos anteriores (2.8.1 y 2.8.2) son exactos. En otros términos, para un vector \mathbb{V} de dimensión p presentando una distribución p -gaussiana de vector esperanza \mathbb{U} y matriz de covarianza \mathbb{K} , la distribución condicional del vector \mathbb{V}_1 , de orden k , conociendo \mathbb{V}_2 es una distribución k -gaussiana de vector esperanza \mathbb{V}_1^* , definido por la ecuación [2.75] y con matriz de covarianza entre el valor estimado y el real (error de estimación), dada por la expresión [2.77] (Mood and Graybill, 1963)

2.10 Simulación de campos aleatorios

La *simulación* es el proceso por medio del cual se genera una posible configuración del campo aleatorio compatible con sus parámetros descriptivos (simulación incondicional) o con estos parámetros y, además, con los datos disponibles (simulación condicional). Se pueden generar así una serie de realizaciones o imágenes del campo que permiten apreciar en particular la posible existencia de valores extremos potencialmente problemáticos.

A continuación se presenta una introducción a las técnicas de simulación para el caso de campos aleatorios gaussianos.

2.10.1 Simulación incondicional

La simulación se realiza sobre una malla de n puntos X_1, X_2, \dots, X_n en el dominio de interés y se reduce por tanto a generar un cierto número de variables aleatorias $V(X_1), \dots, V(X_n)$ conjuntamente distribuidas con la estructura correcta del campo en cuanto a la media y la covarianza.

La simulación incondicional requiere inicialmente la generación de una secuencia de *variables aleatorias estándar independientes distribuidas normalmente* (con media cero y varianza unitaria). Es posible mostrar (Canavos, 1988) que este tipo de variable puede generarse en forma secuencial por pares Z_i y Z_{i+1} obtenidas a partir de dos variables aleatorias, U_i y U_{i+1} , distribuidas uniformemente entre 0 y 1.

$$Z_i = \sqrt{-2\ln(1-U_i)} \cos(2\pi U_{i+1}) \quad [2.90]$$

$$Z_{i+1} = \sqrt{-2\ln(1-U_i)} \text{sen}(2\pi U_{i+1})$$

Los elementos de la matriz de correlación $\underline{\rho}$ de las variables $V(X_1), \dots, V(X_n)$ son:

$$\rho_{ij} = \frac{\text{Cov}[V(X_i), V(X_j)]}{\sigma_V(X_i)\sigma_V(X_j)} \quad [2.91]$$

La matriz de correlación puede descomponerse en el producto de una matriz triangular inferior y de su traspuesta:

$$\underline{\underline{L}} \underline{\underline{L}}^T = \underline{\underline{\rho}} \quad [2.92]$$

esta descomposición, conocida como *descomposición de Cholesky*, presenta ciertas desventajas: no puede llevarse a cabo cuando algunas de las $V(X_i)$ están perfectamente correlacionadas, es difícil de calcular cuando el número de puntos en el campo es demasiado grande, y tiende a generar errores de redondeo numérico. Sin embargo, se han desarrollado algoritmos confiables para su cálculo (Burden and Faires, 1997).

A partir de la matriz $\underline{\underline{L}}$ de la ec. [2.92], se puede obtener un *campo aleatorio normal estándar correlacionado*, como una combinación lineal de las variables normales estándar independientes Z_j :

$$G(X_i) = \sum_{j=1}^i L_{ij} Z_j; \quad i = 1, 2, \dots, n \quad [2.93]$$

Finalmente, se puede introducir los valores conocidos de la media y la varianza para generar realizaciones de las variables $V(X_i)$, lo cual proporciona la simulación deseada del campo aleatorio:

$$V(X_i) = \mu_V(X_i) + \sigma_V(X_i)G(X_i) \quad [2.94]$$

Cuando la realización del campo aleatorio $V(X)$ ya haya sido generada, esta puede utilizarse como punto de partida para análisis deterministas, especialmente como parte de un estudio de Monte Carlo.

2.10.2 Simulación condicional

La simulación condicional puede hacerse directamente por el método indicado en 2.10.1, pero usando las esperanzas, varianzas y covarianzas condicionales. Se pueden generar varios puntos al mismo tiempo o generar uno a la vez e incorporar el punto generado a los datos. Esta última solución es generalmente la más eficiente (Shinozuka and Zhang, 1996).

CAPÍTULO 3

METODOLOGÍA PARA LA INTERPRETACIÓN GEOESTADÍSTICA DE LOS RESULTADOS DE UNA CAMPAÑA DE RECONOCIMIENTO GEOTÉCNICO

3.1 Planteamiento general

En este capítulo se propone una *metodología* que permite desarrollar el *análisis geoestadístico* de los resultados de una campaña de reconocimiento geotécnico. Esta se divide en cinco etapas: la *adquisición de información*, el *análisis estructural*, la *inferencia estadística*, la *visualización, evaluación e interpretación de los resultados* y, finalmente, el análisis de las *implicaciones ingenieriles*. Antes de describir en forma detallada estas etapas (incisos 3.3 a 3.7), se discute la importancia de revisar y clasificar la información disponible.

3.2 Revisión y clasificación de la información

La información del sitio de interés se obtiene a través de las campañas de reconocimiento geotécnico, en las cuales se obtienen *datos*, que corresponden a las propiedades en estudio, y son obtenidos empleando diferentes técnicas y métodos tanto de campo como de laboratorio. A este tipo de información se le denomina *información cuantitativa*. Adicionalmente, y en función de la magnitud de la obra, se realizan estudios complementarios tales como los estudios topográficos, geológicos, hidrológicos, etc., los cuales conforman la *información cualitativa*, la cual no se debe ignorar ya que aporta elementos relevantes sobre la formación general del medio.

Debe prestarse gran atención a la *calidad* de los datos recabados, ya que no es admisible introducir irregularidades o anomalías en la información por procesar debido a que podría modificar significativamente los resultados del análisis estructural, y por ende las inferencias. Por esto, se deben revisar exhaustivamente todos los registros y estudios complementarios antes de dar inicio al procesamiento de la información cualitativa. En algunas ocasiones se puede tomar en cuenta la influencia de estas irregularidades (incisos 2.5.1 y 2.5.2), y en otras es mejor eliminar los datos dudosos o por lo contrario introducir datos ficticios cuidadosamente seleccionados con base en la información cualitativa existente, con tal de aproximar la información con la “realidad” del medio.

La información disponible es relativa a una determinada *población*¹, ya que se asocia a un espacio o dominio delimitado en un sitio de estudio. Su *distribución espacial* dentro del medio puede conducir a la definición de *subpoblaciones*. Es decir, dentro del dominio puede establecerse la existencia de ciertas estructuras geotécnicas con características de homogeneidad estadística aparente (inciso 2.4.2) que justifiquen su proceso en forma separada. Esta clasificación puede detallarse si se recurre a un sistema coordenado, siendo éste de gran utilidad cuando se definen los modelos de variabilidad espacial, ya que permiten ubicar los límites o fronteras del dominio y de los subdominios de análisis, asociados a la información de un sitio común.

En rigor, los datos deben ser *representativos* de la población, es decir haber sido obtenidos mediante un proceso de muestreo sistemático, aleatorio o estratificado que cumpla con las condiciones marcadas por la teoría del muestreo (Weimer, 1996). En la práctica de la Geotecnia, es difícil que dichas condiciones se cumplan rigurosamente pero es indispensable que se verifique, aunque sea en forma cualitativa, que la muestra puede considerarse razonablemente representativa, o en caso contrario, solicitar muestreos adicionales.

La *utilidad* de la información, es decir, las implicaciones ingenieriles que se deriven de su análisis, define un criterio adicional de clasificación. Este criterio diferencia la información que se refiere a las propiedades físicas, de resistencia o de deformabilidad de los materiales encontrados en el sitio que servirán posteriormente para evaluar los posibles estados límite de servicio o de falla.

Por último, resulta útil elaborar un “catálogo de la información disponible”, que clasifique a la información según los criterios descritos anteriormente, y donde se ubique fácilmente los resultados de cada campaña, estudio, prueba, etc., a fin de referirse con precisión a la fuente de la información en cualquier momento que se requiera (Auvinet y Medina, 1999).

3.3 Primera etapa. Adquisición de la información

Una vez evaluada y clasificada la información, es posible aplicar la metodología de análisis. Para esto resulta necesario *digitalizar*² los datos recabados (de la información cuantitativa). Ya digitalizados los datos, resulta práctico interpolar los registros o perfiles para convertirlos de discretos a continuos (inciso 2.3). Sin embargo, esta tarea no siempre resulta simple, ya que la continuidad esperada en cada perfil se ve afectada por la

¹ La definición estadística de una *población* se refiere a la colección de toda la información que caracteriza a un medio (Canavos, 1988).

² Se transcriben los datos recabados (cuantitativos) a un formato que permita generar un archivo de computadora, el cual permita manipular los registros durante el análisis estructural.

posibilidad de encontrar *irregularidades en el muestreo o en el registro* o bien, por la *erraticidad espacial* de los datos.

Para evitar la inclusión de datos muestreados producto de una irregularidad se recomienda confrontar los perfiles ya digitalizados con la descripción física que se elabora al tomar las muestras³. En el caso de encontrar irregularidades en los perfiles, y como ya se mencionó, éstas pueden ser subsanadas de manera extraordinaria incluyendo o eliminando datos del perfil original cuando se considere necesario⁴.

De lo anterior, se concluye que se debe eliminar la posibilidad de describir el comportamiento de una propiedad de manera incompleta (segmentos significativos del perfil sin datos). Si a cierta distancia constante Δk se encuentra de manera sistemática un dato en las direcciones preferenciales de análisis, y los valores de la propiedad en estudio no varían significativamente de una muestra a otra, la hipótesis de continuidad resulta satisfactoria. En el caso contrario, se recurre a la interpolación, considerando que el paso de interpolación Δk tenderá a ser menor que el tamaño o paso medio en el que se distribuyen los datos antes de ser interpolados, con el objeto de optimizar la información disponible en cada sondeo.

La interpolación de datos puede cambiar la composición de la población original, por lo que debe verificarse que la configuración del perfil después de la interpolación no se modifique respecto a su estado original, sobre todo cuando se han eliminado o añadido datos.

Para llevar un control simple de cada perfil digitalizado e interpolado, se recomienda dar de alta a cada perfil utilizando un archivo diferente con el objeto de contar con un instrumento numérico y gráfico que describa el comportamiento de los datos muestreados. Además, es conveniente crear una “base de datos digital o archivo eje de consulta” donde se vincule a cada uno de los archivos (o perfiles) de manera que se puedan localizar fácilmente, y que sea posible consultar el contenido de cada perfil. La plataforma de Excel de Microsoft permite la administración de la información tal y como se ha descrito en este inciso haciendo uso de la herramienta “hipervínculo”.

3.4 Segunda etapa. Análisis estructural

Es necesario realizar un análisis *estructural* de los datos para evaluar la variabilidad espacial que guardan las diferentes propiedades de los materiales encontrados en el medio. El resultado de este análisis es la generación de los modelos de variación aleatoria en el

³ Debe considerarse como un procedimiento de rutina

⁴ Un caso típico de la inclusión de puntos a un perfil es cuando se carece de valores de contenido de agua (w,%) en zonas donde predominan materiales granulares.

espacio, es decir de los parámetros de los campos aleatorios representativos, los cuales servirán para estimar y simular el comportamiento aleatorio de las propiedades en estudio (tercera etapa).

3.4.1 Caracterización de la información

La estadística descriptiva permite la caracterización básica de cierta población, haciendo uso de la descripción gráfica (perfiles, histogramas, etc.) y de la descripción numérica (medidas de tendencia central, de dispersión, etc.).

3.4.1.1 Descripción gráfica

La graficación de los datos recabados a través de los *histogramas* permite comprender, de manera gráfica, el comportamiento aleatorio que guarda cada propiedad del medio. Para construir un histograma es necesario desarrollar primero una *distribución de frecuencias*, que agrupe siguiendo cierto orden, los datos extraídos de una muestra. La distribución de frecuencias presenta los valores observados de cierta propiedad agrupados en *intervalos o clases* disjuntos.

El histograma expone la variación aleatoria de una propiedad particular del medio sin considerar la dependencia espacial de los datos muestreados. Si se toman todos los datos recabados de una propiedad, de todos los sondeos y se obtiene el histograma correspondiente, se puede conocer la distribución aleatoria de la propiedad en interés para todo el terreno. Se puede hacer lo mismo para cada sondeo, de tal manera que en cada sondeo se encuentre un histograma de cada propiedad muestreada ahí mismo. Más aún, es posible dividir a cada sondeo en segmentos, para considerar la opción de obtener histogramas para subpoblaciones limitadas verticalmente u horizontalmente por fronteras predefinidas. De esta manera se puede observar la variación aleatoria de la misma propiedad en diferentes zonas del terreno (por sondeo) o en una secuencia con la profundidad (subpoblaciones segmentadas vertical u horizontalmente) con sólo comparar los histogramas resultantes.

Así, la aplicación del histograma como herramienta de análisis permite visualizar las diferencias entre subpoblaciones de cierta propiedad del medio según la zona o la dirección en la que se encuentren. Entonces, a pesar de que el histograma en sí mismo no permite distinguir la dependencia espacial entre los valores que representa, sí permite la comparación entre distintos histogramas correspondientes a subpoblaciones dentro del medio. Dependiendo de la similitud entre histogramas, se puede decir que éste es *homógeno* o *heterogéneo* (inciso 2.4.2).

En algunos casos es posible determinar la anisotropía que guarda la distribución espacial de los materiales encontrados en el medio. Esto se obtiene desarrollando un análisis direccional de la variación de las propiedades, que se aprecia en la similitud que guardan la

forma de ciertos histogramas que siguen una secuencia espacial, debida claro, a la distribución particular de las subpoblaciones analizadas.

Es necesario señalar, que no obstante que el histograma es una herramienta simple y útil para interpretar la composición de una población o subpoblación, carece de toda formalidad matemática. Su uso está restringido por las hipótesis que se consideran para su construcción, que distinguen entre la propiedad en análisis, el número de datos de la población o subpoblación, el tamaño del intervalo o clase considerado, etc.

3.4.1.2 Descripción numérica

Como un complemento a la elaboración de los histogramas, es necesario obtener los parámetros numéricos que ayuden a describir la composición y distribución de los materiales encontrados en el sitio de estudio. Para esto es común obtener las medidas de tendencia central: media, moda, mediana; y las de dispersión: varianza y desviación estándar.

La relación entre los histogramas y las medidas de tendencias central y de dispersión aporta una idea cualitativa de la variación aleatoria de las propiedades en estudio⁵. Con ambas descripciones, gráfica y numérica, se cuenta con elementos básicos para definir modelos y parámetros que describan el comportamiento de las propiedades del medio como *variables aleatorias*, y la relación que éstas guardan entre sí. También se tendrá ya, una primera impresión de las diferencias y similitudes locales entre las propiedades del medio asociadas a su ubicación en el espacio, hecho que no resulta suficiente para una descripción más racional de la distribución estratigráfica, y menos para la definición de los parámetros que definen el comportamiento de una obra geotécnica.

3.4.2 Análisis de las propiedades del medio como variables aleatorias

Las propiedades del medio pueden ser modeladas inicialmente como variables aleatorias sin considerar la dependencia espacial que guardan los datos muestreados entre sí. A partir de los resultados de la exploración se pueden obtener modelos para cada propiedad de interés, por lo que es necesario describir las características geométricas del terreno, el dominio del muestreo (profundidad de brocales, extensión del terreno, profundidad máxima de exploración), así como los métodos de exploración empleados. De esta forma, una vez definidos los modelos⁶ se pueden estimar valores *esperados* o *medios* así como su *incertidumbre*, ambos asociados al dominio de donde fueron tomados los datos.

⁵ Sin embargo, llegado a este nivel, aún no se obtiene inferencia alguna.

⁶ El modelo que describe el comportamiento aleatorio de una variable es la función de densidad de probabilidad $f_V(v)$ (inciso 2.3)

El análisis geoestadístico puede extenderse tanto como la cantidad de variables de interés se tenga (y sus datos asociados), por lo que es recomendable ubicar las variables de las que se pueda inferir más implicaciones ingenieriles. Con esto se evita realizar análisis innecesarios.

3.4.2.1 Establecimiento de hipótesis

Para modelar el medio a través de sus variables aleatorias se requiere aceptar *hipótesis* que establezcan el marco conceptual del análisis. Estas hipótesis están asociadas a la clasificación de la información, es decir, consideran la suficiencia de los datos, su calidad, utilidad, etc. Para desarrollar el análisis es necesario tomar en cuenta estas hipótesis, ya que permiten comparar el comportamiento aleatorio de diferentes variables. Por ejemplo, si se definen dos variables aleatorias en un mismo dominio, sólo será posible comparar el comportamiento que éstas guarden entre sí, si comparten las mismas hipótesis.

3.4.2.2 Modelado de las propiedades

Una vez definidas las hipótesis es posible establecer modelos que representen el comportamiento aleatorio de las variables de interés. La forma de los histogramas y los parámetros obtenidos utilizando los estimadores apropiados, son una primera aproximación para la definición de cada función de densidad de probabilidad (inciso 2.3). El paso entre la caracterización de la información y la definición de los parámetros de los modelos se hace aplicando el *método de momentos*, sin embargo, cuando se quiere desarrollar un análisis refinado de las funciones de densidad es recomendable desarrollar el análisis de las *distribuciones muestrales*.

Con los modelos que representan el comportamiento aleatorio de las variables, es posible obtener la probabilidad de ocurrencia de ciertos intervalos contenidos en su dominio, lo que expone la certidumbre que se tiene acerca de las variables en estudio. La evaluación de estas probabilidades es como se mencionó anteriormente, una primera aproximación para comprender el comportamiento de las variables, ya que éstas no incluyen por el momento la dependencia espacial que guardan entre sí.

Resulta muy interesante entonces, trabajar con las funciones de densidad de probabilidad, y comparar las que se obtienen para diferentes propiedades, las funciones entre sí tenderán a ser diferentes. El análisis de cada modelo y el de sus diferencias (para diferentes propiedades) da pie a una interpretación de los datos muestreados, es decir, a la obtención de las primeras inferencias.

3.4.3 Análisis de las propiedades del medio como campos aleatorios

Las propiedades del medio pueden ser analizadas más racionalmente como campos aleatorios al incluir la dependencia espacial que guardan los datos muestreados entre sí.

Esto es posible si a partir de los resultados de la exploración, se generan modelos de variabilidad aleatoria espacial para cada propiedad de interés. Una vez definidos los modelos, se pueden *estimar* y *simular* valores, y evaluar su correspondiente *incertidumbre* asociada en cualquier punto en el dominio.

El análisis de las propiedades del medio como campos aleatorios es un complemento al análisis desarrollado anteriormente de variables aleatorias, por lo que la información generada hasta el momento resulta de utilidad tan sólo por el hecho de inducir al geoestadístico en el proceso de sensibilización al comportamiento aleatorio de las propiedades. Además, se comparten las mismas hipótesis más otras, propias de la formulación de estos modelos.

3.4.3.1 Validación de hipótesis

Una hipótesis cómoda es la de *estacionareidad en el sentido amplio*, ya que permite la generación de modelos que permiten representar la variación aleatoria de las propiedades en direcciones específicas, siempre y cuando se considere la media constante para todo el medio y la autocovarianza, función únicamente de la distancia entre los puntos de interés (inciso 2.4.2). Sin embargo, es necesario verificar, por lo menos en forma aproximada, la validez de esta hipótesis

En ocasiones, para aproximarse a esta hipótesis es necesario trabajar con el campo residual, que puede obtenerse después de haber removido la tendencia⁷, sin olvidar que una vez estimados los valores del campo residual en los puntos deseados X es necesario “devolverle” la tendencia, para representar el campo en la escala original en la que fue muestreada la propiedad.

Basándose en la hipótesis de estacionareidad en el sentido amplio, utilizando los valores de las propiedades muestreadas, y aplicando el concepto del coeficiente de correlación (ecuaciones [2.24] y [2.25]) se pueden obtener las funciones que representen el comportamiento aleatorio del campo en la dirección vertical y horizontal.

3 4 3.2 Análisis de correlación

Para cada sondeo vertical se puede obtener su función de autocorrelación estandarizada (correlación vertical), es decir, de los n sondeos ubicados en un sitio se puede obtener n funciones que describan la dependencia vertical que guardan los datos de un sondeo consigo mismo. La dependencia entre los valores de un sondeo vertical separados a una

⁷ La tendencia considerada en los casos de estudio es de tipo lineal, y se obtiene a través de la expresión resultante del análisis de regresión múltiple. También puede eliminarse la tendencia resultante de la regresión simple aplicada sondeo por sondeo, con objeto de considerar con mayor detalle las variaciones locales de la propiedad de interés.

distancia δ_{ver} medida en términos del coeficiente de correlación ρ_V , cuando $\delta_{ver} = 0$ será $\rho_V(0) = 1$, ya que la correlación de los valores del sondeo al compararse consigo mismo es perfecta (un sondeo es igual a sí mismo). El valor de ρ_V tiende a disminuir cuando se comparan todos los datos que se encuentran a una distancia $\delta_V \neq 0$, es decir, cuando se comparan diferentes segmentos del mismo tamaño de un mismo sondeo entre sí.

También es posible evaluar la relación que guardan dos sondeos entre sí (correlación cruzada o correlación horizontal). De los n sondeos conocidos se obtienen un total de C_n^2 funciones que representan la dependencia vertical entre los datos de un sondeo “respecto a otro” separado una distancia horizontal δ_{hor} . La dependencia que se mide en términos del coeficiente de correlación entre dos valores separados una distancia δ_{ver} en la dirección vertical correspondientes a “dos sondeos diferentes” será generalmente menor a 1 cuando $\delta_{ver} = 0$, ya que la correlación entre los valores de dos sondeos verticales ubicados a la misma profundidad no tiene por que ser perfecta. En este caso, el valor de ρ cuando $\delta_{ver} = 0$ es una medida de la similitud entre ambos sondeos o más específicamente, de la dependencia lineal que guardan todos los valores de ambos sondeos entre sí. Conviene observar de paso que la presencia de un máximo en la función de correlación mixta para un valor específico de δ_{ver} sugiere la existencia de una estratificación inclinada.

Las correlaciones vertical y horizontal así obtenidas dan una idea *global* de la dependencia espacial que existe en el medio para cada propiedad en estudio, ya que se ha incluido en cada análisis la mayor cantidad de datos posibles presentes en cada sondeo. Sin embargo, para efecto del *modelado* del campo, en ocasiones resulta conveniente segmentar la población en subpoblaciones.

La división de una población en subpoblaciones se justifica cuando la variación espacial de la incertidumbre es importante en direcciones específicas. Para este efecto, y con la intención de contar con un análisis más detallado de la variación espacial de la incertidumbre se cuenta con un par de técnicas útiles que inducen a una reflexión al respecto: la técnica del *barrido vertical o zcanning* (Medina y Auvinet, 2000), y la de la *contribución de un estrato a la correlación entre sondeos* (Pantoja, 2001).

La técnica del *zcanning* consiste en obtener el grado de dependencia lineal entre dos sondeos pero considerando diferentes ventanas de análisis. Una primera ventana puede considerar los datos ubicados a una misma profundidad a lo largo de dos sondeos. Esta ventana, al disminuir su tamaño y moverse a lo largo de los sondeos, permite visualizar la correlación que existe entre los datos de nuevas subpoblaciones, y por tanto identificar los horizontes que presentan mayor o menor continuidad espacial. De esta forma, haciendo variar el tamaño de la ventana de análisis, se puede determinar la ubicación de estratos semejantes al comparar diferentes sondeos entre sí

Al aplicar la técnica del *zscanning*, debe tenerse el cuidado de no reducir indiscriminadamente el tamaño de la ventana de análisis, ya que se pueden generar resultados poco confiables cuando los tamaños de las subpoblaciones en análisis son muy pequeños.

Adicionalmente se puede determinar la contribución de un estrato a la correlación entre sondeos, es decir, la influencia que guardan los valores a lo largo de un sondeo al grado de correlación que tienen entre sí⁸. La importancia de conocer la influencia de un estrato a la contribución de la correlación sirve también, para evaluar la incertidumbre que aporta al medio cierto estrato o región, lo cual, como se verá en el modelado puede servir para acercarse más a una mejor segmentación de las poblaciones del campo.

3.4.3.3 Modelado del campo

Una vez realizado el análisis de correlación en el medio, es posible obtener los modelos de variación aleatoria de cada una de las propiedades en estudio. El *modelo global de variación aleatoria vertical* $\rho_V(\delta_{ver})$ puede obtenerse como el promedio de los valores del coeficiente de correlación de las n funciones de autocorrelación estandarizadas (cuando éstas son similares) para cada distancia vertical de análisis δ_{ver} . En cualquier otro caso, será recomendable segmentar el dominio de análisis en subdominios (vistos en planta).

En el caso de la correlación cruzada o correlación horizontal, con el promedio de los valores de $\rho_V(\delta_{ver})$ cuando $\delta_{ver} = 0$ para cada una de las combinaciones C_2^n , asociados a las distancias correspondientes δ_{hor} , se integra el *modelo global de variación aleatoria horizontal* $\rho_V(\delta_{hor})$. Se admite en este caso que la correlación es ortótropa.

Como se señaló en el inciso anterior, cuando la correlación varía significativamente en ciertas direcciones o de región a región (en planta), es recomendable segmentar la población, y generar para cada una de ellas, sus correspondientes modelos de variación aleatoria. La alternativa consiste en desarrollar un modelo que no sea ortótropo.

Con los modelos de variación aleatoria en la dirección vertical y horizontal, es posible obtener el grado de dependencia lineal entre dos puntos, es decir, la integración de ambos modelos en uno. Esto es posible para dos puntos cualesquiera en el dominio de análisis, ya que se puede obtener la correlación entre ambos evaluando la distancia geométrica entre sí, específicamente al utilizar el valor de sus componentes horizontal δ_{hor} y vertical δ_{ver} .

A continuación se presentan algunos modelos que permiten la integración de ambos modelos (VanMarcke, 1977; Li and Lumb, 1987).

⁸ Sólo cuando se comparan todos los datos de ambos sondeos

Tipo	Modelo de variación aleatoria, $\rho_1(\delta_{hor}, \delta_{ver})$
0. Exponencial	$\exp \left\{ \left(\frac{\delta_{hor}}{\Delta_{hor}} \right)^k + \left(\frac{\delta_{ver}}{\Delta_{ver}} \right)^k \right\}$
I. Exponencial simple	$\exp \left\{ -2 \left(\frac{\delta_{hor}}{\Delta_{hor}} + \frac{\delta_{ver}}{\Delta_{ver}} \right) \right\}$
II. Exponencial cuadrada	$\exp \left\{ -\pi \left(\frac{\delta_{hor}^2}{\Delta_{hor}^2} + \frac{\delta_{ver}^2}{\Delta_{ver}^2} \right) \right\}$
III. Modelo autoregresivo de segundo orden	$\exp \left\{ -4 \left(\frac{\delta_x}{\Delta_x} + \frac{\delta_z}{\Delta_z} \right) \right\} \left(1 + \frac{4\delta_x}{\Delta_x} \right) \left(1 + \frac{4\delta_y}{\Delta_y} \right)$
IV. Exponencial cosenoidal	$\exp \left\{ - \left(\frac{\delta_{hor}}{\Delta_{hor}} + \frac{\delta_{cer}}{\Delta_{ver}} \right) \right\} \cos \frac{\delta_{hor}}{\Delta_{hor}} \cos \frac{\delta_{ver}}{\Delta_{ver}}$
V. Propuesta	$\exp \left\{ \sqrt{\left(\frac{\delta_{hor}}{\Delta_{hor}} \right)^2 + \left(\frac{\delta_{ver}}{\Delta_{ver}} \right)^2} \right\}$

Δ_{hor} y Δ_{ver} son respectivamente las distancias de correlación obtenidas de los modelos de variación aleatoria horizontal y vertical.

$\delta_{hor} = \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2}$ y $\delta_{ver} = |z_i - z_j|$ son las componentes vertical y horizontal de la distancia entre dos puntos i y j

Para el tipo III, se supone la obtención de tres modelos en las direcciones x, y, z

3.5 Tercera etapa. Inferencia estadística. Estimaciones y simulaciones.

3.5.1 Estimación de los parámetros del campo

El análisis estructural permite al analista sensibilizarse con las características particulares de cada campo. El proceso para la obtención de los modelos de variación aleatoria vertical y horizontal proporciona una nueva visión de la distribución estratigráfica del medio, por lo que surgen algunas inferencias, tales como la evaluación de la periodicidad con que se encuentran ciertos valores de una propiedad con la profundidad, el grado de similitud de un perfil respecto a otro, las tendencias de cada propiedad en alguna dirección preferencial, la variación regional de la incertidumbre, etc.

Sin embargo, la actividad principal dentro del análisis geoestadístico es la estimación de las propiedades del subsuelo, las cuales son evaluadas en puntos específicos X , con objeto de visualizar el “continuo” de una estratigrafía “esperada” a través de cortes propuestos en direcciones preferenciales de análisis. En los casos de estudio dos y tres, expuestos en el capítulo cuatro, estos cortes no son más que la sucesión de *sondeos virtuales* (verticales).

Los sondeos virtuales se pueden obtener una vez que se cuenta con el modelo ortótropo (inciso 3.4) correspondiente a cada propiedad. Las estimaciones y simulaciones se obtienen utilizando el estimador propuesto (insesgado y de mínima varianza, ecuación [2.75]), y posteriormente se evalúa en los mismos puntos X , la varianza tanto del estimador como del error de estimación (ecuaciones [2.76] y [2.77])⁹.

En ocasiones es conveniente ajustar los modelos cuando se divide a la población en regiones u horizontes específicos, es decir, cuando la heterogeneidad del medio es significativa. El ajuste consiste en obtener para cada región u horizonte segmentado su propio modelo de variación aleatoria. La obtención de estos modelos se basa en el análisis de los resultados del *zcaning*, y sólo se puede apreciar la influencia de éstos en la estimación o simulación condicional hasta que se obtienen los cortes virtuales de la incertidumbre.

Por otro lado, al obtener cortes virtuales de diferentes propiedades, es común encontrar diferencias entre los modelos propuestos para cada una. Esto quiere decir, que a pesar de trabajar con datos provenientes de los mismos materiales, y eventualmente tomados en los mismos puntos en el espacio, las propiedades de los materiales se comportan de manera diferente. Por ejemplo, se espera que el comportamiento del modelo de variación aleatoria espacial del contenido de agua sea igual al de la resistencia de la penetración de cono, pero no es así, ya que ambas pruebas miden propiedades diferentes, que son sensibles a las técnicas propuestas de muestreo. De aquí que sea útil el análisis estructural entre propiedades diferentes para evaluar el grado de dependencia lineal que guardan entre sí cuando se requiera la estimación indirecta de alguna de ellas.

Adicionalmente, hay que tomar en cuenta que el vector tiempo representa un papel importante en algunos casos donde se pretende utilizar un modelo que fue obtenido con anterioridad en un mismo sitio, ya que las variaciones locales pueden hacer cambiar las propiedades de los materiales, y por ende, la distribución estratigráfica. Esto se comprueba en el caso de estudio introductorio expuesto en el capítulo cuatro.

⁹ Las características de un buen estimador se pueden consultar en el [Anexo I](#), y la obtención del estimador así como de la varianza del estimador y del error de estimación se pueden consultar en el [Anexo II](#).

3.5.2 Simulación del campo

La estimación condicional es una realización suavizada que pasa por los puntos muestreados y cuya incertidumbre disminuye espacialmente conforme aumenta la correlación, descrita por ρ_V (basado a su vez en los datos muestreados) en los modelos de variación aleatoria.

Sin embargo, es posible obtener una nueva realización (simulación condicional) basada en la estimación condicional, a la cual se le añade o subtrae una componente aleatoria de la varianza asociada al punto de estimación X_i , la cual es función de la variación aleatoria espacial que priva en el campo. Es decir, la simulación condicional del campo permite satisfacer la condición de no-sesgo en los puntos muestreados, y en los puntos no muestreados genera una aproximación aleatoria posible de la realización “real”, la cual es diferente a la estimación condicional ya que al añadir la componente de la varianza local se dice que ésta nueva realización oscila alrededor de la estimación condicional (inciso 2 10) siguiendo un patrón de comportamiento aleatorio, que debe coincidir con el de la propiedad en estudio. De esta forma, es posible visualizar los posibles accidentes o valores extremos que se observan en el campo.

Las condiciones extremas que se pueden presentar al realizar una simulación son:

- Si las variables se encuentran perfectamente correlacionadas, $\rho_V (X_i)=1$ para todo punto X_i del campo, la realización producto de la simulación será igual a la realización producto de la estimación condicional, la cual a su vez será igual a la realización de los datos muestreados o “real”.
- Si las variables no se encuentran perfectamente correlacionadas, la influencia de los valores muestreados será determinante en la distribución espacial de la incertidumbre, con lo que se observarán mayores variaciones alrededor de la estimación condicional en las zonas del campo donde se concentre significativamente la incertidumbre.

3.6 Cuarta etapa. Visualización, evaluación e interpretación de los resultados

3.6.1 Visualización de los resultados

Como se mencionó al principio de este capítulo, es recomendable “vincular” los archivos que contienen los diferentes resultados conforme se desarrolla el análisis. En un archivo correspondiente a un sondeo determinado, y para las diferentes propiedades que fueron

muestreadas en él, se pueden consultar: el histograma de la variable de la propiedad en estudio, la distribución de frecuencias acumuladas de la distancia de muestreo, el análisis de las tendencias por sondeo y global, las funciones de autocorrelación estandarizadas, las funciones de correlación cruzadas, los perfiles del *zscanning*, los perfiles de la influencia en la correlación global de los diferentes estratos identificados en un sondeo, las estimaciones y simulaciones de los perfiles y cortes, así como los de su incertidumbre asociada. Es decir, todos los análisis desarrollados para la generación de los modelos y para la obtención de las secuencias estratigráficas.

Paradójicamente, después de haber realizado esta serie de análisis minuciosos, cuando se obtienen los resultados de la estimación condicional o de la simulación de los cortes virtuales o bien la secuencia estratigráfica virtual de la propiedad en estudio, es difícil contar con una herramienta que permita su visualización. Los programas convencionales que ayudan en esta tarea como el "Surfer" inician la representación gráfica de los resultados obtenidos $V(X)$ considerando los parámetros de ubicación en el espacio X , y un criterio particular de estimación (interpolación lineal o kriging por ejemplo). De esta forma se está realizando una doble interpolación, y por lo mismo, a pesar de utilizar técnicas muy robustas para la obtención de las estimaciones condicionales y de la simulación, la visualización indica una doble "suavización" de los resultados, con lo que se pierde el significado original de los mismos.

Para evitar la doble interpolación, se recurrió a la herramienta de gráficos de "Excel" de Microsoft, ya que ésta asigna un color predeterminado a cada valor estimado. Así, se visualizan los resultados tal y como fueron obtenidos, y se evita una segunda interpolación. Además, en algunos casos, la cantidad de datos resulta excesiva, por lo que es necesario particionar los cortes y "pegar" sus impresiones a fin de ver la distribución estratigráfica de manera continua. Este es el caso de los modelos a escala que se han elaborado para visualizar la continuidad estratigráfica tridimensionalmente

3.6.2 Evaluación de los resultados

Los resultados obtenidos de la estimación o de la simulación condicional deben ser revisados para verificar que sean consistentes y para ajustar en su caso los modelos de variación aleatoria. Algunas técnicas utilizadas para la revisión de los resultados se describen a continuación.

Una primer técnica que evalúa la consistencia de los resultados obtenidos, consiste en ubicar sondeos virtuales que pasen cerca de o incluso en la misma posición (en planta) que algún o algunos sondeos conocidos, los cuales sí fueron incluidos en la generación del modelo y en la estimación o simulación condicionales. A ésta técnica se le denomina *validación completa*. La visualización de estos perfiles y del sondeo real en una misma secuencia debe permitir verificar su similitud, siendo ésta más precisa en el caso del sondeo virtual ubicado en la posición del sondeo conocido.

Otra técnica que evalúa la consistencia de los resultados, similar a la anterior, pero que no incluye a algún sondeo real o conocido al momento de formular el modelo ni de realizar la estimación o simulación, consiste en obtener un sondeo virtual en la misma posición que uno conocido, y compararlos entre sí. Se espera que los perfiles resultantes sean similares. A esta técnica se le conoce como *validación cruzada*.

3.6.3 Interpretación de los resultados

Mientras más cortes virtuales se obtengan se tendrán más elementos que permitan una mejor evaluación de la continuidad estratigráfica a través de diferentes propiedades, siempre que se calibren los modelos propuestos para cada propiedad.

De los cortes virtuales se puede obtener información muy valiosa, más, si éstos pueden representarse físicamente a través de algún modelo tridimensional. De la estimación de las propiedades es posible apreciar la continuidad y discontinuidad de ciertos estratos, sus rumbos y echados, la variación local de sus espesores, así como la variación espacial de la incertidumbre de los valores estimados.

Otra interpretación de los resultados de las propiedades estimadas y simuladas surge cuando se obtienen perfiles continuos indirectamente de otras propiedades; por ejemplo, cuando se toman los perfiles de contenido de agua y se obtienen a partir de ellos los de índices de compresibilidad, o cuando se toman los de la resistencia de la penetración de punta y se obtienen a partir de ellos los de OCR, etc..

3.7 Quinta etapa. Implicaciones ingenieriles: Aplicación a casos de cimentaciones

La evaluación de la continuidad estratigráfica permite definir algunas implicaciones ingenieriles que podrían presentarse en el sitio de estudio. Las repercusiones inmediatas de un análisis geoestadístico pueden ser la ejecución de más sondeos en las zonas de mayor incertidumbre o la suspensión de una campaña en zonas donde la incertidumbre es poco significativa.

Otros tipos de implicaciones ingenieriles son las que están relacionadas con el diseño o la revisión del comportamiento mecánico de las estructuras. Tal es el caso, de la determinación de las zonas más o menos compresibles, de las de mayor o menor permeabilidad, las de mayor o menor espesor, etc

3.7.1 Factores determinantes en el comportamiento de las cimentaciones

Un factor determinante en el análisis del comportamiento de las cimentaciones es la variabilidad espacial de los diferentes *espesores* de los estratos, que deben tomarse en cuenta para evaluar la fricción positiva y/o negativa en pilotes, la capacidad de carga, la capacidad de resistencia a la penetración por punta, los asentamientos, entre otros.

Otro aspecto relevante es la identificación de *echados y rumbos de estratos*, ya que éstos pueden inducir fallas por deslizamientos entre capas o bien asentamientos diferenciales debido a la no-uniformidad con que se transmiten los esfuerzos al medio.

La *discontinuidad* de los estratos así como la presencia de *lentes* o inclusiones de materiales son también factores importantes que pueden inducir fallas locales en el comportamiento de un sistema de cimentación.

Con la lectura de los perfiles de los sondeos de manera individual, las implicaciones aquí descritas serían difíciles de predecir, por lo que la generación del continuo estratigráfico según las estimaciones o simulaciones y la correspondiente incertidumbre asociada permiten contar con un criterio de análisis más racional comparado con los métodos de análisis tradicionales.

3.7.2 Evaluación de los estados límite de falla y de servicio a partir de los resultados del análisis geoestadístico

La evaluación de los estados límite de falla y de servicio se sustenta en las características estratigráficas del medio, y toma en cuenta los valores de las propiedades muestreadas, o el promedio de las mismas. Por otro lado, a partir de los resultados de un análisis geoestadístico es posible proponer no sólo perfiles unidimensionales sino continuos en un espacio.

Las propuestas de diferentes realizaciones correspondientes a las diferentes propiedades de interés se pueden acoplar a los modelos que evalúan los estados límite. Algunos de estos casos pueden ser

- a. *Estado límite de falla.* Tradicionalmente se aplica un valor medio o el más conservador de la propiedad resistencia de todo el medio, de modo que la relación que evalúa la capacidad de carga omite por completo la distribución y dependencia espacial de las propiedades. Sin embargo, con la virtud de poder establecer estimaciones o simulaciones en cualquier punto en el espacio dentro del dominio de interés, y aprovechando los últimos modelos que consideran las superficies potenciales de falla de las cimentaciones, se pueden obtener valores a lo largo de las mismas, generando superficies de valores de resistencia y sus correspondientes valores de incertidumbre.

- b. *Estado límite de servicio.* Es común que se usen valores medios por estrato de los índices de compresibilidad, que a su vez se obtienen de las pruebas de compresibilidad. Con el análisis geoestadístico se generan continuos estratigráficos de estos valores, ya sea directa o indirectamente, de modo que se puede evaluar el asentamiento bajo cada punto de la cimentación si así se desea, para contar con un continuo también de deformaciones (según el método de análisis que se defina previamente).

Es conveniente señalar, que en el caso de que los datos sean insuficientes o cuando la incertidumbre sea grande, que el acoplamiento de los escenarios posibles de los continuos estratigráficos a los modelos que evalúan los estados límite resulta inútil, ya que únicamente se especularía innecesariamente respecto al comportamiento geotécnico de las estructuras.

Sin embargo, en el caso en que el análisis geoestadístico considere un rango de la incertidumbre razonable se podrán incluso acoplar modelos de análisis de los estados límites más complejos, como el Método de Elementos Finitos (eventualmente estocásticos) e incluso análisis de confiabilidad.

3.8 Productos

La aplicación de la metodología ha requerido que se desarrollen diversas herramientas de análisis, como son las bases de datos para administrar la información de cada sitio, la elaboración de programas (software) y la elaboración de modelos tridimensionales de los continuos estratigráficos y de incertidumbre.

En cada uno de los casos de estudio propuestos en el capítulo cuatro, fue necesario crear una *base de datos* para administrar la información, en la cual se incluyen a los perfiles originales, las descripciones numérica y gráfica de los perfiles, los resultados del análisis estructural, los resultados de las estimaciones y simulaciones, e incluso, de las validaciones completa y cruzada.

Para la realización del análisis estructural, fue necesario actualizar y crear un conjunto de programas (software) que facilitaran la aplicación de algunas técnicas geoestadísticas. Estos fueron programados por módulos en lenguaje BASIC, y se describen brevemente a continuación:

Nombre	Descripción	Condición
<i>Creaarch</i>	Programa para la adquisición de datos (sondeos)	Nuevo ¹⁰
<i>Dizcacon</i>	Programa para convertir los sondeos de discretos a continuos	Actualización ¹¹
<i>Ergolin</i>	Programa para obtener las funciones de auto correlación estandarizadas y de correlación cruzada	Actualización
<i>Especaut</i>	Programa para obtener el espectro de potencia de cualquier realización	Nuevo
<i>Expo</i>	Programa para ajustar una función exponencial a los modelos de variación aleatoria	Actualización
<i>Zcaning</i>	Programa para aplicar la técnica del zcanning (inciso 3.4.3.2)	Nuevo
<i>Zimenta</i>	Programa para evaluar los estados límite de falla y de servicio de cualquier tipo de cimentación	Actualización
<i>Ezcondez</i>	Programa para evaluar la estimación y simulación condicional de cualquier sondeo o corte virtual en tres dimensiones	Nuevo

Como una consecuencia a la demanda del uso de los programas descritos anteriormente, el autor propuso la elaboración de un *Sistema de Apoyo al Análisis Geoestadístico*, con objeto de contar con una herramienta fácil de utilizar, que proveyera mayor versatilidad y robustez en el manejo de los datos. Este sistema se ha programado en "Borland C++ Builder" e incluye los programas elaborados previamente más otras herramientas estadísticas básicas (Dávalos, 2001; Dávalos *et al.*, 2001).

De esta forma, la obtención de continuos estratigráficos ha sido más sencilla, pero no así la visualización de éstos, por lo que se han construido modelos impresos tridimensionales en los cuales se estudia y analiza la distribución espacial de las diferentes propiedades. Estos modelos han sido de gran utilidad en los casos que se plantean en el siguiente capítulo.

¹⁰ Los programas "nuevos" fueron elaborados por el Autor.

¹¹ Los programas "actualizados" fueron elaborados previamente por el Dr. Gabriel Auvinet y actualizados por el Autor.

CAPÍTULO 4

CASOS DE ESTUDIO

En este capítulo se presentan tres casos de estudio para ejemplificar los alcances que tiene la realización de un análisis geoestadístico en la ingeniería geotécnica. Estos corresponden a sitios diferentes donde se realizaron exploraciones geotécnicas con diversas características. A continuación se presenta una descripción breve de cada uno de ellos:

- 4.1 El análisis de dos perfiles correspondientes a dos sondeos localizados en un mismo sitio en la zona centro de la Ciudad de México, realizados con 34 años de diferencia entre uno y otro.
- 4.2 La caracterización geotécnica del subsuelo en el sitio Tecámac en el Estado de México, donde se construirá la Planta de Tratamiento de Aguas Residuales de la Ciudad de México.
- 4.3 La caracterización geotécnica del subsuelo en la parte más angosta del estrecho del Golfo de Corinto en Grecia. En este sitio se construye actualmente un puente colgante que comunica a la Península de Peloponesio con Grecia Central, y que en su género es el más largo del mundo.

4.1 Caso introductorio: Perfil de contenido de agua de un sondeo ubicado en la zona centro de la Ciudad de México

4.1.1 Antecedentes

Este caso se presenta como una introducción al manejo y aplicación de un análisis geoestadístico, para ello se analizan dos perfiles de contenido de agua obtenidos en la Plaza Río de Janeiro, Colonia Roma, de la Ciudad de México (zona centro). El primer sondeo "A" se realizó en el año de 1952 (Marsal y Mazari, 1959) y el segundo "B" en 1986 (Jaime y Romo, 1987; Méndez, 1991).

El sitio se clasifica geotécnicamente dentro de la zona III según las Normas Técnicas Complementarias para el Diseño y Construcción de Cimentaciones del Distrito Federal (DDF, 1995). Esto indica que debido a las características generales de las propiedades del suelo, es decir, a la influencia de su formación lacustre y de los efectos de las erupciones volcánicas sobre la cuenca del Valle de México, es probable encontrar materiales interestratificados como gravas y arcillas altamente compresibles. También debe recordarse que en la zona en la que se ubica el sitio se han registrado varios fenómenos geotécnicos de interés, como el hundimiento regional, las emersiones relativas, así como la amplificación de las ondas sísmicas más altas registradas en la Ciudad.

4.1.2 Alcances del análisis geoestadístico

Los alcances de este análisis son:

- Definir las variables de estudio y describir los perfiles considerados para análisis.
- Caracterizar la información gráfica y numéricamente.
- Generar perfiles continuos interpolados a un paso constante.
- Obtener las funciones de autocorrelación estandarizadas de cada sondeo
- Evaluar la deriva o tendencia de los perfiles.
- Obtener los sondeos residuales.
- Caracterizar la información gráfica y numéricamente una vez removida la deriva del campo.
- Obtener la función de autocorrelación estandarizada en el campo residual del sondeo B (1986).
- Estimar el perfil B (1986) de la variable en estudio, tomando en consideración los modelos de correlación obtenidos, antes y después de remover la tendencia
- Simular el perfil B (1986) de la variable en estudio utilizando el modelo de correlación antes de remover la tendencia.
- Evaluar la utilidad ingenieril de la aplicación del análisis geoestadístico en este caso de estudio.

4.1.3 Resultados

4.1.3.1 Definición de la variable de estudio y descripción de los perfiles considerados para análisis

Se ha considerado el uso de los perfiles de contenido de agua, ya que estos son, por la cantidad de información recabada y por la correlación que existe entre sus valores y algunas propiedades mecánicas, los resultados más confiables y representativos del muestreo

En las Figuras [4.1](#) y [4.2](#) se presentan los perfiles A y B de contenido de agua correspondientes a las exploraciones realizadas en 1952 y en 1986, respectivamente. En ambos casos se ha omitido el segmento de datos correspondiente a los 5 primeros metros, ya que éste corresponde a una capa de material de relleno. En la Figura [4.1](#) se observa un claro comportamiento armónico a lo largo del perfil, lo que confirma la interestratificación de suelos granulares y compresibles. La Figura [4.2](#) presenta el perfil de la misma propiedad, en el mismo sitio, pero 34 años después. El cambio en la configuración del perfil original es significativo. El comportamiento armónico ya no es tan evidente, sin embargo se manifiesta claramente la disminución de espesores de ciertos estratos al identificar a simple vista los valores extremos en el perfil. Se observa también una disminución global en las magnitudes de contenido de agua, particularmente con la profundidad.

4.1.3.2 Caracterización gráfica y numérica

En las figuras 4.3 y 4.4 se presentan los histogramas correspondientes a los perfiles A y B de contenido de agua $W, \%$. Ambos histogramas tienden a tener un comportamiento normal, siendo notorio en el histograma del perfil A un comportamiento platicúrtico, el cual tiende a ser leptocúrtico en el histograma del sondeo B. El valor medio del contenido de agua en el perfil A es de 298.13 % y su desviación estándar 109.88%, mientras que la media asociada al perfil B es 278.18% y su desviación estándar 116.26, con coeficientes de variación de 0.3685 y 0.4179, respectivamente. Esto indica un cambio significativo en la conformación aleatoria del perfil B respecto al A, presentando una disminución global de los valores del contenido de agua (aproximadamente 20%) y una mayor dispersión o incertidumbre (aproximadamente 6%). La máxima frecuencia en el histograma del perfil A (400%) se recorre a la izquierda en el histograma del perfil B (aproximadamente 300%), lo cual confirma la disminución del contenido de agua con el paso del tiempo.

Analizando al detalle ambos histogramas se observa la presencia de subpoblaciones de datos. En la Figura 4.3 existe la presencia de tres subpoblaciones, la primera comprendida entre valores de 0 a 180 %, la segunda de 180 a 360 % y la tercera de 360 a 570 %. Los valores con mayores frecuencias se encuentran en la tercera población, siendo éstos los próximos a 400%. La Figura 4.4 muestra también una segmentación de la población en subpoblaciones, pero ahora entre cuatro rangos diferentes, el primero comprendido entre 0 y 170 %, el segundo entre 170 y 210 %, el tercero entre 210 y 330% y el cuarto entre 330% y 530%. La aparición clara de una subpoblación más, marca un cambio en el comportamiento primario de los datos del sondeo A respecto al B, tal y como se había mencionado anteriormente.

4.1.3.3 Generación de un perfil continuo

Debido a la simplicidad para realizar los cálculos del análisis estructural se interpolan linealmente las realizaciones originales a un paso constante. Este proceso puede eliminar algunos puntos importantes de la realización original, con el consecuente desperdicio de información. Esto sucede al interpolar los datos a un paso mayor a lo que fue muestreado en el sondeo.

En la Figura 4.5 se observa la realización del sondeo B y su interpolación (a cada 0.25m). En ésta se puede apreciar a simple vista la pérdida de información en algunos intervalos de la interpolación. Si se define la variable aleatoria D_m como la distancia de muestreo, se pueden construir los histogramas de ambos sondeos (Figuras 4.6 y 4.7) y observar que si bien la distancia media de muestreo es similar para ambas (0.3 m), lo importante es evaluar cuántos datos o qué porcentaje de éstos sobrepasan una distancia específica de interpolación. Esto se aprecia mucho mejor en las distribuciones de frecuencias de la variable D_m obtenidas también para ambos sondeos (Figuras 4.8 y 4.9). En estas distribuciones se aprecia que para una distancia de interpolación de 0.25m, en el sondeo A se pierde un 55% de la población muestreada, en tanto que en el caso del sondeo B, para la misma distancia de interpolación se pierde el 50%.

Sin embargo, al observar la señal tanto de la realización original del sondeo B como la de su interpolación, de manera global, se puede decir que los perfiles interpolados siguen el comportamiento de los sondeos originales, aunque después de la comprobación anterior, en realidad se compruebe que se han subestimado los datos muestreados (posible causa de sesgo). Para que esto no suceda, se deben obtener las distribuciones de frecuencias de las realizaciones originales y establecer una cota de interpolación. Por ejemplo, si tuviera que rehacerse el ejercicio de interpolación para el sondeo B, analizando la Figura 4.9, y fijando una cota de información perdida del 10%, se propondría una distancia de interpolación de 0.1 m o menor.

4.1.3.4 Obtención de la función de autocorrelación estandarizada

Tal y como se indica en el inciso 3.4.3.2, se obtiene la función de autocorrelación estandarizada tanto para el sondeo A como para el B (Figuras 4.10 y 4.11). La función del sondeo A presenta un comportamiento semiarmónico, lo cual confirma la periodicidad de las propiedades del suelo con la profundidad. En este caso se espera encontrar valores similares a una distancia vertical de 9m (periodo). La función B pierde este comportamiento semi-armónico, lo que indica la alteración del sondeo A con el tiempo. La función en este caso se abate rápidamente, lo que indica que en este sondeo se pierde rápidamente la dependencia lineal entre los datos conforme se alejan entre sí verticalmente.

4.1.3.5 Evaluación de la tendencia

La evaluación de la deriva o tendencia en cada realización tiene por objeto conocer si existe un patrón dominante en la dirección específica de análisis. Para los sondeos A y B se obtuvo la tendencia lineal (Figuras 4.12 y 4.13). En ambos se aprecia que el contenido de agua tiende a disminuir con la profundidad. La forma general de la ecuación de la tendencia es $Ax+By+Cz+D=0$. Las direcciones x,y se asocian a un plano horizontal, mientras que la dirección z se asocia a la profundidad. Los resultados de este análisis son:

Valores de los coeficientes	Sondeo A (1952)	Sondeo B (1986)
C	-2.53	-5.35
D	346	370

Comparando ambas ecuaciones se observa que la proporción de disminución del contenido de agua con la profundidad se duplicó de 1952 a 1986, y que el orden de magnitud de la intercepción para $z=0$ también disminuyó, en un orden del 24%. Este ejercicio permite evaluar cuantitativamente y cualitativamente el cambio entre ambos sondeos. Las causas y consecuencias de este cambio se comentan más adelante en las implicaciones ingenieriles.

4.1.3.6 Obtención del campo residual

Con el objeto de aproximarse a la hipótesis de estacionariedad (inciso 2.4.2) se propone la eliminación de la tendencia o deriva en cada sondeo. La realización resultante en cada caso es un campo residual. Los perfiles de los campos residuales se presentan en las Figuras 4.14 y 4.15.

Si se comparan ambos sondeos con sus realizaciones originales se observa que la configuración general de sus señales no cambia (máximos y mínimos), pero ahora se aprecian los campos sin tendencia, es decir, los coeficientes de la ecuación de la tendencia de los campos residuales son $C = 0$ y $D = 0$.

4.1.3.7 Caracterización gráfica y numérica del campo residual

En las Figuras 4.16 y 4.17 se presentan los histogramas de los campos residuales correspondientes a los sondeos A y B. Al comparar el comportamiento de los histogramas de la realización original y la residual, en el caso del sondeo A se observa que no hay un cambio significativo en la forma del histograma, no así en el sondeo B. De hecho esto se puede comprobar numéricamente calculando las desviaciones estándar. El sondeo A antes de remover su tendencia tiene una desviación estándar de 109.88% y en su campo residual de 107.63%. En tanto, el sondeo B presenta una desviación estándar de 116.26 % en su realización original y en su residual de 109.02 %. Se observa entonces que la configuración del histograma del sondeo A permanece casi constante, lo que no es así para el sondeo B, que presenta una reducción en la incertidumbre de 7%.

La comparación entre las configuraciones de los histogramas de los campos residuales del sondeo A y el B, guardan más similitud que cuando se compararon sin remover la tendencia (Figuras 4.14 y 4.15), de hecho, si se comparan los perfiles cuando ya se removió la tendencia se puede apreciar mayor similitud entre sí, pudiendo identificar más fácilmente los horizontes particulares de los materiales granulares y compresibles, que con el tiempo se han modificado.

4.1.3.8 Obtención de la función de autocorrelación estandarizada en el campo residual del sondeo B (1986)

Con el objeto de realizar una estimación y una simulación condicional en el sondeo B, se obtuvo previamente el modelo de correlación vertical a partir de la realización original. Complementariamente se evaluó el modelo de correlación vertical calculado a partir del campo residual, para también obtener una estimación condicional y poder comparar así las metodologías de análisis, esperando que este tipo de estimación, por aproximarse más a la hipótesis de estacionariedad, sea más precisa. Este modelo se presenta en la Figura 4.18

En la Figura 4.19 aparecen las funciones de correlación estandarizadas antes y después de haber removido la tendencia. Se observa una clara disminución en la correlación en el campo residual respecto a la realización original. La distancia de influencia antes de remover la tendencia es de 1.5m, y después de remover la tendencia es de 1.3m

4.1.3.9 Estimación de la variable en estudio en el perfil B (1986) antes y después de remover la tendencia

Con los modelos de correlación vertical para el sondeo B, es posible obtener una estimación condicional (inciso 2.8) a lo largo del mismo sondeo. Primero, considerando el modelo de correlación generado a partir de la realización original, se tomó una media constante de 278.8 % y una desviación estándar también constante de 116.26%. La estimación se presenta en la Figura 4.20 junto con el sondeo original. Para la estimación se consideró un intervalo de estimación de 0.25m. Segundo, se considera ahora el modelo de correlación para el sondeo generado después de haber removido la tendencia, en donde se considera un valor medio de 0% y una desviación estándar de 109.2%.

Ya se había mencionado anteriormente que la varianza antes de eliminar la tendencia es mayor que la que se encuentra en el campo residual, por lo que se espera tener una mejor estimación respecto a los valores conocidos. Sin embargo, el modelo de correlación para el campo residual se abate más rápidamente que el generado a partir de la realización original, contradiciendo la afirmación anterior. En la Figura 4.21 se presenta la estimación del sondeo utilizando el modelo generado a partir del campo residual.

Para evaluar ambas incidencias en el proceso de estimación, se comparan los valores del perfil interpolado (aproximado al real) contra el perfil estimado. Este análisis se presenta en la Figura 4.22, donde se aprecia que la mejor estimación es la que proviene de la realización original. Este resultado contradice la lógica de que, mientras más se aproxime el campo a las hipótesis de estacionariedad, las estimaciones serán mejores. Esto se puede observar también al comparar los perfiles de la incertidumbre asociada en cada caso (Figura 4.23).

Si bien es cierto que la estimación se realiza utilizando un modelo exponencial, la simplicidad del ejemplo permite apreciar las diferencias cualitativas y cuantitativas al seguir uno u otro procedimiento.

4.1.3.10 Simulación del contenido de agua en el perfil B (1986) antes de remover la tendencia

De lo anterior, y haciendo uso del modelo generado a partir de la realización original, se obtiene la simulación del sondeo B (1986) en los mismos puntos donde se realizó la estimación (inciso 2.10). En la Figura 4.24 se presenta el perfil simulado junto con el perfil original. Se observa que los resultados siguen a la señal original, con valores puntuales extremos, consecuencia de los valores propuestos en la matriz de variables no correlacionadas, que se generan siguiendo un comportamiento gaussiano.

En la Figura 4.25, se comparan los valores simulados contra los valores de la realización original interpolada en los mismos puntos donde se simularon valores. La simulación es una realización de las n que pueden resultar.

4.1.4 Implicaciones ingenieriles

Un análisis geoestadístico como el anterior es útil en varios aspectos

- El análisis ayuda a comprender la formación de los suelos y a apreciar mejor la periodicidad en la formación de diferentes estratos, que a su vez, corrobora el tipo de formación de suelo en el lugar.
- El análisis pone en evidencia el efecto de la extracción de agua que cambia la configuración de la estratigrafía. Lo anterior se corrobora al analizar el abatimiento del contenido de agua, tanto como variable aleatoria como campo aleatorio, lo que según los coeficientes de las tendencias lineales en cada caso, y su vinculación con el parámetro tiempo, permiten establecer un relación de decremento de $W, \%$ con la profundidad y con el tiempo. Esto resultaría útil para predecir el incremento en las propiedades de resistencia y deformación en el espacio y en el tiempo.
- Con los valores estimados o simulados en puntos donde no se tomaron muestras es posible generar perfiles continuos de propiedades mecánicas, que pueden ser útiles para fines de evaluación de estados límites de falla y de servicio. La incertidumbre calculada permite tener una idea de la precisión que se puede esperar en éstas evaluaciones.

4.2 Caracterización del sitio Tecámac

4.2.1 Antecedentes

La Comisión Nacional del Agua planea construir la Planta de Tratamiento de Aguas Residuales de la Ciudad de México. Se ha propuesto ubicar esta Planta en un terreno localizado al noreste de la Ciudad, en el municipio de Tecámac, Estado de México (Figura 4.26).

Para tal efecto, se realizó una campaña de exploración geotécnica, cuyos resultados se resumen en el Informe 98-74-GS elaborado por la Gerencia de Ingeniería Experimental y Control de la Comisión Federal de Electricidad (CFE, 1998).

4.2.1.1 Campaña de exploración geotécnica

Se realizó una campaña de exploración geotécnica que consistió en la obtención de los siguientes sondeos (Figura 4.27):

- a) Seis sondeos mixtos (SM). Cuatro alcanzan 30 m (SM1, SM3, SM4 y SM6) y dos 60 m de profundidad (SM2 y SM5).
- b) Cuatro sondeos de prueba de penetración estándar (SPT). Los cuatro alcanzan 30 m de profundidad

4.2.1.2 Topografía

Según se indica en el Apéndice B del informe de la CFE (1998), las cotas obtenidas en diferentes puntos del terreno por nivelación diferencial de precisión corrida desde un banco de nivel cercano (BN Caseta) son las siguientes (Figura 4.28):

Aparato	Cota en metros
<i>Bancos de nivel profundo</i>	
BNP-1 prof. 15m	2238.378
BNP-2 prof. 30m	2238.569
BNP-3 prof. 60m	2238.991
<i>Piezómetros abiertos</i>	
PZ-1	2239.077
PZ-2	2238.879
PZ-3	2238.970
PZ-4	2238.278
PZ-5	2238.313
PZ-6	2238.981
PZ-7	2239.007
PZ-8	2239.033
PZ-9	2239.089
<i>Pozos de observación</i>	
PO-1	2238.646
PO-2	2238.454
PO-3	2238.981
PO-4	2239.051

Se observa que la variación relativa entre cotas respecto al área total de estudio es pequeña (media de las cotas: 2238.8 m y desviación estándar: 0.30 m). Se puede considerar por tanto que el terreno tiene una topografía aproximadamente plana. Se acepta en lo que sigue que los brocales de los sondeos están localizados aproximadamente a la misma elevación que la superficie del terreno.

4.2.1.3 Geología

En la Figura 4.29 se presenta el mapa de la geología superficial de la Cuenca del Valle de México y la localización de la zona de estudio. El terreno forma parte del puerto geológico definido por la Sierra de Guadalupe al Suroeste, y por el cerro de Chiconautla al Noreste, encontrándose una zona de suelos lacustres y aluviales.

4.2.1.4 Estratigrafía

A partir de los resultados de la exploración geotécnica, el estudio elaborado por la CFE (1998) propone un perfil estratigráfico constituido por siete "formaciones"¹ que van de la superficie del terreno hasta 60 m de profundidad² (Tabla 4.1).

1. Costra desecada (CS). Profundidad: 0.0 – 1 a 1.5 m. Compuesta principalmente de arcilla de alta compresibilidad, de consistencia media a firme. La arcilla es de color café o gris con varias tonalidades. Su contenido natural de agua $W, \%$ fluctúa entre 30 y 80 %, y su consistencia va de media a firme ($5 < N_{SPE} < 17$). Los módulos de compresibilidad m_v (cm^2/kg) son del orden de 0.1.

Los valores de la relación de preconsolidación (OCR) tomados directamente de las pruebas odométricas indican que este estrato se encuentra fuertemente preconsolidado ($4 < \text{OCR} < 9$).

2. Formación arcillosa superior (FAS). Profundidad: 1 a 1.5 – 12 a 13 m (espesor de 10.5 a 12 m). Compuesta principalmente de arcilla de alta compresibilidad, de consistencia muy blanda a media en la parte superior y media a firme en los estratos inferiores. Dentro de esta formación se encuentran estratos de suelos granulares (arenas y limos) o limos arcillosos con compacidad variable.

En esta formación se distinguen básicamente tres estratos arcillosos:

- i) El primero, compuesto por arcilla gris o café con varias tonalidades con un espesor de 3 a 4.5 m, con pequeños lentes de arcilla fina y/o ceniza volcánica. El contenido de agua de estas arcillas varía generalmente entre 120 y 300 %, con máximos puntuales de 400 %. En varias ocasiones el contenido de agua resulta mayor que el límite líquido. El peso volumétrico de estas arcillas es del orden de 1.2 t/m^3 .

La resistencia al corte no drenada del suelo de este estrato tiene valores mínimos del orden de 0.3 kg/cm^2 y máximos de 0.6 kg/cm^2

Los valores de la relación de preconsolidación (OCR) obtenidos directamente de las pruebas odométricas indican que este estrato está preconsolidado, aunque en menor grado que la costra desecada ($1.8 < \text{OCR} < 4$). Se obtuvieron también valores de OCR utilizando la expresión propuesta por Schmertmann (1978) los cuales corroboraron la tendencia que éstos tienen con la profundidad y el orden de magnitud obtenido en las pruebas odométricas.

¹ Los nombres utilizados en esta interpretación estratigráfica no corresponden con los de la nomenclatura común para la Cuenca del Valle de México.

² Esta definición estratigráfica será confrontada más adelante, una vez desarrollado el análisis geoestadístico.

La compresibilidad de este estrato puede inferirse de los módulos de compresibilidad obtenidos de las pruebas odométricas y resulta de 0.15 a $0.2 \text{ cm}^2/\text{kg}$.

En este estrato, la resistencia de punta en la prueba de cono eléctrico, q_c es inferior a 8 kg/cm^2 .

El contenido de cloruro es alto (0.025 a 0.055 %) y el del sulfato es bajo (0.012 a 0.074 %).

- ii) Se localiza entre los 5.5 y los 8 m de profundidad. Su espesor varía de 1 a 3 m y su contenido de agua es menor que en el primer estrato de esta formación (entre 100 y 160 %), en tanto que su consistencia aumenta, presentando cohesiones comprendidas entre 0.4 y 0.8 kg/cm^2 . Su grado de preconsolidación (OCR) oscila entre 1.2 y 1.5 y el material es menos compresible que la arcilla del primer estrato de esta formación ($0.04 < m_v < 0.1 \text{ cm}^2/\text{kg}$)
- iii) Se localiza entre 9 y 11.5 m de profundidad. Su espesor varía de 1.5 a 3 m y su contenido de agua es menor que en el primer estrato de esta formación (entre 80 y 140 %), en tanto que su consistencia aumenta, presentando cohesiones mayores de 1.5 kg/cm^2 . Su grado de preconsolidación oscila entre 1.2 y 1.5 y es menos compresible que la arcilla del primer estrato de esta formación ($m_v = 0.03 \text{ cm}^2/\text{kg}$).

En la formación arcillosa superior se observan dos capas de suelos no cohesivos (limos o arenas finas) mezcladas con limos arcillosos:

- i) La primera se localiza de 4 a 6 m de profundidad y su espesor varía de 1 a 3.5 m aproximadamente. Su compacidad no es constante (mínimo $N_{SPE} = 1$, máximo $N_{SPE} > 40$). De una muestra obtenida en este estrato y probada triaxialmente (CU) se obtuvo un valor del ángulo de fricción interna efectivo de $\phi' = 25^\circ$ y una cohesión de 0.5 kg/cm^2 .
 - ii) La segunda se localiza aproximadamente entre 8 y 9.5 m de profundidad con un espesor de 1 a 2.5 m. Su compacidad varía de media a muy compacta ($N_{SPE} > 15$ a más de 50).
3. Primera capa dura (PCD). Profundidad: 12 a 13 – 14 a 16 m, con un espesor de 1.5 a 3 m. Compuesta principalmente por limos (y en menor proporción por arenas) altamente compactos ($N_{SPE} > 30$ a más de 50).
 4. Formación arcillosa inferior (FAI). Profundidad: 14 a 16 – 15.5 a 17 m, con un espesor de 1 a 1.25 m. Compuesta por arcilla gris verdosa de alta plasticidad y consistencia de firme a dura ($1.0 < c < 1.7 \text{ kg/cm}^2$; $1.7 < N_{SPE} < 50$), con contenidos

de agua entre 100 y 140 %. Tiene módulos de compresibilidad entre 0.02 y 0.04 cm^2/kg y se encuentra ligeramente preconsolidada ($\text{OCR} \approx 1$).

5. Serie estratificada superior (SES). Profundidad: 15.5 a 17 - 25.5 a 29.5 m, con un espesor de 8.5 a 13 m. Consiste principalmente de formaciones erráticas de suelos granulares (arenas o limos) con compacidad de media a muy compacta ($N_{\text{SPE}} > 30$ a más de 50) y contenido de agua comprendido entre 20 y 60 %. En esta formación se presentan, a diferentes profundidades, unas intercalaciones arcillosas de poco espesor (menor de 1.5m) de consistencia blanda a dura ($3 < N_{\text{SPE}} < 30$) con contenido de agua comprendido entre 60 y 80 % y poco compresibles
6. Formación arcillosa profunda (FAP). Profundidad: 25.5 a 29.5 – 27 a 30m, con un espesor de 2 a 3m. Consiste principalmente de arcilla gris verdosa de alta compresibilidad pero de consistencia firme a dura ($c > 2\text{kg}/\text{cm}^2$; $12 < N_{\text{SPE}} < 40$), con contenido de agua comprendido entre 80 y 120 %.
7. Serie estratificada inferior (SEI). Profundidad: 27 a 30 – 60m, con un espesor aproximado de 30m (definido únicamente con base a los dos sondeos que alcanzan la profundidad de 60 m: SM2 y SM5). Consiste de una serie errática de suelos tanto granulares como arcillosos, en el que el factor común es la alta consistencia ($N_{\text{SPE}} > 15$) o compacidad ($N_{\text{SPE}} > 30$), con contenido de agua comprendido entre 100 y 120 % para las arcillas y del 40% para los suelos no cohesivos.

4.2.1.5 Condiciones piezométricas

De la instrumentación colocada en el lugar y de la observación en los pozos de exploración, se concluye que el nivel freático se encuentra aproximadamente a 20m de profundidad. Los piezómetros colocados abajo del nivel freático muestran que el orden de magnitud del abatimiento piezométrico puede ser de 9.2t/m² a 30.4m de profundidad, y de 22.7t/m² a 58 3m.

4.2.2 Alcances del análisis geoestadístico

Los alcances de este análisis son:

- Definir las variables de estudio y describir los perfiles considerados para análisis.
- Caracterizar la información gráfica y numéricamente por sondeo y en conjunto.
- Generar perfiles continuos interpolados a un paso constante.
- Evaluar la deriva o tendencia del campo
- Obtener las funciones de autocorrelación estandarizadas de cada sondeo.
- Obtener la función de correlación cruzada estandarizada entre sondeos.

- Estimar y simular perfiles y cortes de la propiedad en análisis en cualquier dirección preferencial dentro del campo residual, así como la incertidumbre asociada en cada caso
- Calibrar el modelo de variación aleatoria.
- Análisis de la incertidumbre de las estimaciones.
- Definir la estratigrafía del sitio a partir de las estimaciones realizadas.
- Discutir las principales implicaciones ingenieriles generadas a partir de los resultados obtenidos y determinar preliminarmente los sitios más adecuados para la ubicación de los edificios de la planta, sus niveles de desplante y los posibles sistemas de cimentaciones.

4.2.3 Resultados

4.2.3.1 Definición de las variables de estudio y descripción de los perfiles considerados para análisis

Para una primera evaluación de la variabilidad espacial del subsuelo se estudia el contenido de agua ($W, \%$). Las razones por las que se seleccionó al contenido de agua $W, \%$ como variable de estudio son las mismas expuestas en el caso introductorio (4.1.3.1): la cantidad de datos, y la correlación que tiene con algunas de las propiedades mecánicas del suelo. Los perfiles del contenido de agua correspondientes a los diez sondeos efectuados se presentan en las Figuras 4.30 a 4.39. A simple vista se aprecia que el comportamiento de los sondeos cambia de uno a otro. Los valores extremos registrados en los perfiles, aunque casi constantes en todos los sondeos, cambian en las profundidades en las que se ubican, lo que muestra un primer indicio de adelgazamiento o engrosamiento de los mismos estratos en diferentes puntos del terreno. Un caso excepcional es el sondeo SPE-2, el cual es significativamente diferente de los demás.

En general se observa que el contenido de agua presenta valores máximos en los primeros metros (5m aproximadamente), los cuales tienden a desaparecer con la profundidad, mientras que los valores mínimos muestran un ligero incremento con la profundidad. También se aprecia en casi todos los sondeos, que los valores del contenido de agua son oscilantes, lo que indica la posible intercalación de suelos granulares y compresibles, característica propia de los suelos lacustres. A una profundidad de 25 a 30 metros aproximadamente, se observan patrones casi constantes del comportamiento de las señales de $W, \%$ en cada sondeo

4.2.3.2 Caracterización gráfica y numérica de la información, por sondeo y en conjunto

En la Figura 4.40 se presenta el histograma del contenido de agua para el conjunto de los diez sondeos. Este tiene una forma asimétrica y ligeramente bimodal. La media global (para todo el sitio, de 0 a 30m de profundidad) es 81.60% con una desviación estándar de 63.94%. De esto se observa que la mitad de los valores muestreados tienen contenidos de agua menores de 80%, y la otra mitad disminuye en frecuencia para valores mayores a la media.

En las Figuras 4.41 a 4.50 se presentan los histogramas del contenido de agua de cada sondeo. En ellos se puede observar que la variable aleatoria contenido de agua tiene un comportamiento aleatorio similar en los sondeos SM-3, SM-4, SM-5, SM-6, SPE-1, SPE-3, SPE-4, con una moda aproximada de 37.5%. Se observan también otras dos modas, aunque más pequeñas, que señalan la presencia de dos poblaciones, alrededor de 112.5% y 212.5% aproximadamente. En todos estos casos, la variable se extiende hasta valores pico mayores al 300 %.

Los histogramas de los sondeos SM-1, SM-2 muestran también la presencia de las tres poblaciones anteriores, pero los valores de sus frecuencias relativas son menores, ya que aparecen datos mayores de 350 %, lo que indica una mayor dispersión de valores de W,% y que la concentración alrededor de 37.5 % común a los otros sondeos en éstos no es significativa

El sondeo SPE-2 muestra un comportamiento atípico respecto a los demás. Su histograma muestra una disminución aún mayor respecto al valor de frecuencia relativa asociada a la moda registrada en los demás sondeos, tendiendo a un comportamiento uniforme.

Se evaluó para cada perfil vertical el valor medio y la desviación estándar del contenido de agua. Un resumen de estos parámetros estadísticos se presenta en la Tabla 4.2. De aquí se observa que el valor medio del contenido de agua por sondeo varía de 70% a 95%, y su desviación estándar de 40% a 84%. Una primera aproximación espacial de estas propiedades se presenta en las Figuras 4.51 y 4.52 al trazar las tendencias globales de la variación en planta del valor medio del contenido de agua W,% y de su desviación estándar. En estas figuras se observa que los sondeos SM-1, SM-2 y SPE-3 son los que presentan el mayor contenido de agua medio. Los valores de la desviación estándar no presentan grandes variaciones de un sondeo a otro, excepto en la zona de influencia del sondeo SPE-2, el cual difiere significativamente del resto, al presentar el valor de desviación estándar más bajo

La interpretación de estos resultados hace ver, que en la zona de por los sondeos SM-1, SM-2 y SPE-3 es probable encontrar espesores de suelos compresibles, por el contrario, en la zona de los sondeos SPE-1, SPE-2, SM-3 y SM-5 donde se observan los valores del contenido de agua más bajos. La interpretación de los valores bajos de desviación estándar encontrados en la zona comprendida por los sondeos SPE-2, SPE-1 y SM-3 se asocia a la homogeneidad de los estratos, en tanto que los valores altos ubicados en la zona comprendida por los sondeos SM-2, SM-6 y SM-1 se asocian a perfiles estratigráficos erráticos. Considerando lo expuesto previamente, se espera que éstos sondeos contengan intercalación de estratos tanto compresibles como no compresibles

4.2.3.3 Generación de perfiles continuos

En general se aprecia la continuidad en el muestreo de la variable, sin embargo, existen casos puntuales donde hay “saltos de información” o carencia de datos. Esto se encuentra asociado a la presencia de lentes de materiales arenosos, como se puede ver en el sondeo SM-1 (Figura 4.30) entre los 6 y 10 m de profundidad. De aquí resulta muy importante confrontar los valores de cada perfil con la descripción física de los materiales muestreados a fin de corroborar y en su caso introducir valores no muestreados. Esto, con tal de no perder la continuidad del perfil (inciso 3.3) y de no incluir datos espuriosos al momento de realizar la interpolación.

El número de muestras por metro para los diferentes sondeos se indica en la Figura 4.53 y da una idea de la representatividad del muestreo. El promedio general del número de muestras tomadas en cada sondeo es de 2.8 ± 0.033 muestras/metro (aproximadamente 1 muestra cada 34 cm). En este sitio, para efecto de continuar con el análisis estructural, y no subestimar la información al realizar la interpolación, se definió un paso de interpolación de 0.25m.

4.2.3.4 Evaluación de la deriva o tendencia del campo

Se obtuvo en cada una de las realizaciones originales una tendencia lineal y una polinómica de $W, \%$. Adicionalmente se obtuvo un hiperplano considerando toda la información contenida en todas las realizaciones originales, esto para determinar la tendencia global del sitio. Con el análisis en cada realización, se corroboró que efectivamente existe una deriva al disminuir el contenido de agua con la profundidad³, y globalmente se obtuvo también una medida de esta disminución, evaluando también la magnitud de la fluctuación de $W, \%$ en las direcciones horizontales de análisis x y y . Las ecuaciones de las rectas ajustadas y la ecuación del hiperplano se pueden encontrar en la Tabla 4.3, en tanto que las gráficas de cada realización donde se presentan las tendencias se muestran en las Figuras 4.54 a 4.63.

Los coeficientes de los parámetros de espacio x , y , y z correspondientes a la ecuación de la tendencia lineal global, muestran que la relación de decremento del contenido de agua con la profundidad z es de 2.75 % por metro, mientras que los coeficientes de los parámetros de espacio horizontales x , y son cercanos a cero (0.0046% y 0.0135% de decremento por metro, respectivamente). La variación del contenido de agua a una misma profundidad en diferentes puntos en planta es por tanto muy pequeña respecto a su variación vertical.

Una vez removida la tendencia global en cada sondeo, se obtiene una nueva configuración aleatoria del mismo. El histograma de la nueva población así definida (campo residual, considerando los diez sondeos) se presenta en la Figura 4.64. Este histograma es ligeramente asimétrico pero se aproxima mejor a una función de tipo gaussiano, con media cero % y desviación estándar 59.05%. De igual manera que como se comentó en el caso

³ Previamente se había observado esta tendencia al analizar los perfiles, pero no había sido cuantificada.

introdutorio (inciso 4.1) la desviación estándar del campo residual disminuye respecto al campo original.

4.2.3.5 Obtención de las funciones de autocorrelación estandarizadas de cada sondeo

Para evaluar el grado de relación lineal que existe entre los datos obtenidos en un mismo sondeo vertical se obtiene el *coeficiente de autocorrelación* vertical $\rho_{r,(\delta_{hor})}$. Los coeficientes de autocorrelación verticales en el sitio Tecámac fueron obtenidos usando tres tipos de registros: realizaciones continuas con datos interpolados linealmente a cada 1m, realizaciones continuas con datos interpolados linealmente a cada 0.25 m y finalmente, realizaciones continuas sin la tendencia lineal global, con datos interpolados linealmente a cada 0.25 m. Las funciones de correlación estandarizadas para los tres casos se presentan en las Figuras 4.65 a 4.74.

Al analizar las funciones anteriores, se observa que la diferencia entre los tres tipos de análisis, con respecto a la continuidad del muestreo de los datos es poca. También se concluye que al remover la tendencia de las señales, disminuye en general la correlación. Esto ya había sido expuesto al presentar el caso introductorio (inciso 4.1).

Para el caso de Tecámac y en general, en los medios estratificados, es poco común que se encuentren diferencias entre las funciones de autocorrelación estandarizadas. Las diez funciones de autocorrelación se abaten a una distancia de aproximadamente 2m, y después mantienen un comportamiento semi-armónico que refleja la existencia de estratos que inducen una pseudo-periodicidad en las realizaciones. El “modelo vertical de variación aleatoria del campo” se define como el promedio de las diez funciones de autocorrelación (Figura 4.75). Esta se modela a través de una función exponencial cuyo valor $\beta_{ver} \approx -0.70$

4.2.3.6 Obtención de las funciones de correlación cruzada estandarizada entre sondeos

La *función de correlación cruzada* se obtiene comparando dos sondeos diferentes (inciso 3.4.3.2). Para obtener el “modelo de correlación horizontal del campo aleatorio”, es necesario evaluar la correlación cruzada entre todos los sondeos uno contra otro. En este caso se obtiene un número total de valores de correlación “combinando” los diez sondeos tomados de dos en dos a la vez, o lo que es lo mismo $\binom{10}{2} = 45$, para los cuales se considera

la distancia de análisis entre uno y otro sondeo δ_{hor} . En la Figura 4.76 se presenta a título de ejemplo las combinaciones consideradas para obtener $\rho_{r,(\delta_{hor})}$ a partir del sondeo SM-3. La función de correlación cruzada “de ida”⁴ obtenida de esta forma en los cuarenta y cinco casos genera el “modelo de correlación horizontal del campo aleatorio”, el cual se presenta en la Figura 4.77. Al igual que en el caso del modelo vertical, se ajusta un modelo exponencial cuyo valor $\beta_{ver} \approx -0.0007$.

⁴ Se hace referencia a la correlación, por ejemplo, que existe entre los sondeos SM-1 y SM-2 (de ida), que es lo mismo que la correlación entre los sondeos SM-2 y SM-1, la cual no es necesaria obtener.

Para conocer si existe una dirección preferencial de correlación, se elaboró una “rosa de correlación”, considerando los datos obtenidos al desarrollar los 45 análisis de correlación cruzada. En la Figura 4.78 se presenta la rosa de correlación global (simétrica). En ésta se puede observar que no existe una dirección preferencial donde aumenten o disminuyan de manera sistemática los valores de correlación en alguna dirección específica, de lo cual se deduce que la aleatoriedad direccional (horizontal) que guardan los sondeos uno respecto a otro es isotropa

El modelo de correlación horizontal considera a toda la población de cada realización, reflejando así, la correlación horizontal existente a lo largo de los sondeos. Sin embargo, debido a la formación lacustre del sitio, es de esperarse que la incertidumbre propia de los valores cambie con la profundidad. De hecho, esto puede apreciarse someramente al comparar con detenimiento las realizaciones originales entre sí. Se establece entonces la posibilidad de evaluar la correlación horizontal existente entre diferentes subpoblaciones u horizontes con la profundidad. Esto se hace dividiendo a la población en “ventanas” o subpoblaciones de información, y evaluando la correlación existente entre los datos comprendidos en ellas.

Para evaluar esta correlación, se propone una técnica de barrido vertical que se ha denominado *zcanning*. Esta técnica permite obtener el grado de dependencia lineal horizontal, haciendo uso del coeficiente de correlación $\rho_v(X_1, X_2) = \rho_v(\delta_{hor})$, que guardan dos subpoblaciones o dos series de datos entre sí, ubicadas dentro de una “ventana” acotada por una profundidad límite, inferior y superior (rango)

El *zcanning* fue aplicado para las mismas combinaciones de sondeos tomados de dos en dos, a fin de encontrar ya no sólo un modelo de correlación global, sino los que fueran necesarios para describir los diferentes horizontes contiguos con la profundidad. Para ello se probó tres tamaños de “ventanas” o rangos: 2.5, 5 y 10 m. También se aplicó el *zcanning* a las realizaciones sin tendencia con ventanas de 2.5 y 5 m. En las Figuras 4.79 y 4.80 se presentan dos resultados del *zcanning* (entre los sondeos SM-3 y SPE-1, y entre SM-4 y SPE-4). En ellas cada punto, representa el centro de una ventana de análisis, a la cual se le asigna el correspondiente valor de correlación

Después de analizar los resultados del *zcanning*, se propuso la segmentación de la población en seis horizontes contiguos. Si bien pudieron haberse definido más o menos horizontes, se consideró adecuado definir seis, asociados a un tamaño de ventana de cinco metros a lo largo de los sondeos. Los seis modelos se presentan en las Figuras 4.81 a 4.86 y las distancias de influencia y varianzas asociadas a cada horizonte se presentan en la Tabla 4.4.

Al observar tanto los seis modelos como sus correspondientes distancias de influencia y varianzas, se concluye que la segmentación de la población es muy importante, ya que estos modelos permiten una mejor estimación y simulación de $W, \%$.

Otra forma de evaluar la variación de la correlación horizontal con la profundidad, es la que propone el concepto de *grado de correlación* g_c . Este se obtiene como el promedio de los diferentes coeficientes de correlación horizontal obtenidos de un sondeo respecto a los demás, evaluados en segmentos constantes y contiguos, y los cuales son leídos del *zcanning*. Así a cada sondeo se le asigna un valor de g_c a una profundidad específica.

La interpretación del grado de correlación resulta simple: si el segmento de la población de un sondeo (población asociada a un horizonte específico) cuenta con un alto grado de correlación, quiere decir que tiene gran parecido con las demás poblaciones asociadas al mismo horizonte de los demás sondeos, y si no es así, o sea, si el grado de correlación es bajo, se puede interpretar como que este sondeo guarda muy poca semejanza con las poblaciones del mismo horizonte de los demás sondeos, es decir, se puede considerar como una población diferente o una anomalía en el horizonte. Los grados de correlación para los seis horizontes definidos verticalmente en el terreno se presentan en las Figuras 4.87 a 4.92.

4.2.3.7 Estimación y simulación de perfiles virtuales, así como la evaluación de la incertidumbre asociada

Para la estimación y simulación condicional de perfiles y cortes se emplean las ecuaciones propuestas en el inciso 2.8 y la metodología propuesta en los incisos 3.5 y 3.6, tanto para la estimación y simulación como para la evaluación de la incertidumbre asociada.

Con estos elementos y los modelos de variación aleatoria horizontal y vertical, se establecen las posiciones y características donde se estimarán y simularán los sondeos virtuales. Para el sitio Tecámac, se propuso la siguiente configuración: Se definieron tres cortes longitudinales y tres transversales formados por sondeos virtuales verticales contiguos separados 5m entre sí (cortes "A" a "F", Figura 4.93).

Verticalmente, se estimó el valor esperado y la desviación estándar del contenido de agua a cada 0.25m, desde la superficie hasta una profundidad de 30m. Los cortes estimados A, B, C, D, E y F, se presentan en las Figuras 4.94, 4.95, 4.96, 4.97, 4.98 y 4.99, respectivamente. Los cortes correspondientes de incertidumbre se presentan en las Figuras 4.100, 4.101, 4.102, 4.103, 4.104 y 4.105.

Con los cortes longitudinales y transversales se puede apreciar el continuo estratigráfico a través del análisis de la propiedad contenido de agua $W\%$, así como la incertidumbre asociada a las estimaciones. Adicionalmente se preparó un modelo físico tridimensional, donde se integran los cortes estimados y los de incertidumbres. Estos modelos proveen información adicional respecto a la continuidad de los estratos, ya que es posible visualizar sus echados, la variación de sus espesores, la concentración de volúmenes de suelos gruesos, compresibles, etc.

4.2.3.8 Validación de los modelos de variación aleatoria

Se han propuesto dos métodos para verificar que los resultados de las estimaciones y simulaciones sean coherentes respecto a los valores que se muestrearon y a su distribución espacial. La primera es a través de la *validación cruzada* (inciso 3.6.2), que consiste en estimar y simular un sondeo virtual en donde se ubica un sondeo original, pero definiendo los modelos de variación aleatoria y considerando los valores que fueron muestreados sin incluir la información del sondeo donde se verifica la estimación y la simulación. Este ejercicio se efectuó en los sondeos SM-3 y SPE-1. El segundo método es a través de la *validación completa*, la cual evalúa una estimación y simulación en donde se ubica un sondeo conocido, pero ahora sí se considera la información contenida en éste al momento de definir los modelos de variación aleatoria, y de proponer los perfiles que se consideran como conocidos y que condicionan los resultados en ambos casos. Este ejercicio se realizó también en los sondeos SM-3 y SPE-1.

En la Figura 4.106 se presenta la estimación de un perfil exactamente donde se muestrearon los valores de contenido de agua del sondeo SPE-1. En la Figura 4.107 se presentan los perfiles de dos simulaciones. Los modelos de variación aleatoria vertical y horizontal utilizados tanto para la estimación como para la simulación se presentan en las Figuras 4.108 y 4.109

Este mismo experimento se realizó en la ubicación del sondeo SM-3. La estimación del perfil se presenta en la Figura 4.110 y se obtiene una simulación la cual se compara con el perfil original en la Figura 4.111. Los modelos de variación aleatoria empleados para su evaluación se presentan en las Figuras 4.112 y 4.113.

Como puede apreciarse, las estimaciones, a pesar de ser una representación “suavizada” de la realidad son las que más se aproximan al perfil conocido respecto a las simulaciones. Esto no significa que las simulaciones no sean una representación probable de la “realidad”, más bien, son una configuración propuesta dentro de muchas posibles.

No hay que olvidar que los modelos de variación aleatoria son diferentes a los empleados en la estimación de los cortes “A” a “F”, ya que en éstos no se considera la información de los sondeos donde se realiza la evaluación. Al comparar estos modelos se aprecia que la correlación en la validación cruzada es menor ($\beta_{\text{ver}} \approx -0.95$, $\beta_{\text{hor}} \approx -0.00095$ utilizando nueve sondeos, y $\beta_{\text{ver}} \approx -0.70$, $\beta_{\text{hor}} \approx -0.0007$ utilizando los diez sondeos), y que la varianza aumenta ($\text{Var}[W] \approx 3924$ con nueve sondeos y $\text{Var}[W] = 3826$ considerando diez sondeos) respecto a los modelos definidos para realizar una estimación global al inicio del análisis estructural.

La *validación completa*, dada la naturaleza “condicional” del estimador propuesto, debe dar como resultado que la estimación y simulación efectuados en un sondeo coincida con el perfil original, una vez que para la definición de los modelos y para la selección de los valores conocidos sí se considera la información contenida en los diez sondeos originales. Esto se comprueba al comparar los perfiles originales contra los estimados y simulados.

Este ejercicio se aplicó en los sondeos SPE-1 y SM-3 graficados en las Figuras 4.114 y 4.115

4.2.3.9 Análisis de la incertidumbre de las estimaciones

De manera global, se observan valores pequeños de la dispersión (desviación estándar) del contenido de agua asociados a las estimaciones cuando un sondeo se encuentra próximo al corte virtual, generando un “bulbo de luz” que indica la localización de la información conocida que ha condicionado la estimación de los sondeos virtuales. Por lo contrario, la mayor incertidumbre se presenta donde la distancia relativa a la información conocida es mayor (Figuras 4.100 a 4.105).

Se aprecia que la mayor incertidumbre en el área comprendida por segmento, se encuentra en los primeros dos horizontes, donde se presenta el mayor valor de la varianza (Figuras 4.100 a 4.105 y Tabla 4.4). Lo que más influye en la definición de este parámetro no es tanto la distancia al sondeo conocido más cercano, sino la varianza de las realizaciones por horizonte.

La desviación estándar para los primeros dos horizontes varía entre 0 y 50%. Para el tercer y cuarto horizonte la desviación estándar oscila entre 0 y 30%, siendo predominantes los valores comprendidos entre 10 y 30%. El quinto y sexto horizonte presentan también un valor de desviación estándar que oscila entre 0 y 30%, pero ahora, siendo predominantes los valores entre 10 y 20%.

Lo anterior permite ver (para este caso de estudio), por qué disminuye gradualmente la varianza con la profundidad. Así, la incertidumbre disminuye con la profundidad debido a que los estratos más profundos son más uniformes.

De este análisis, y de la impresión de los cortes de la incertidumbre asociada a cada valor estimado en los sondeos virtuales de $W, \%$, se han detectado las zonas que puntualmente presentan más incertidumbre en el medio. Estas son las que se ubican entre los sondeos SM-1 y SPE-1; SM-1 y SPE-2; SPE-2, SM-3, SM-4 y SPE-3; SM-2 y SPE-3; SPE-2 y SM-5, SPE-3 y SM-6, y entre SM-5 y SPE-4, así como todas las zonas colindantes. Los valores de la incertidumbre en estas zonas oscilan entre 50% y 60% de $W, \%$.

A pesar de contar con una aproximación más racional respecto a la variabilidad espacial que guardan las propiedades de los suelos en este sitio, para efecto de diseño, siempre será conveniente la realización de más sondeos en las zonas donde finalmente se determine la construcción de las estructuras. Pensar en “ahorrarse recursos para la elaboración de más sondeos una vez que se analizan los resultados” es atentar contra la filosofía misma del uso de la geoestadística

4.2.3.10 Definición de la estratigrafía del sitio a partir de las estimaciones realizadas

Para identificar de manera práctica las zonas más y menos convenientes para el asentamiento de los edificios de la planta en cuestión, se hará primero referencia únicamente a suelos “blandos” y “firmes”, correspondientes a contenidos de agua mayores de 100% y menores de 50%, respectivamente.

A continuación se describe la estratigrafía continua en las dimensiones x , y , z . Para esto se toman en cuenta los resultados del análisis geoestadístico del contenido de agua $W, \%$ y se han graficado cortes horizontales y contiguos del número de golpes N de la prueba de penetración estándar (CFE, 1996). Estos corresponden a la planta de valores del promedio móvil evaluado a cada metro considerando los diferentes sondeos. Las gráficas fueron obtenidas utilizando un programa de gráficos comercial (*Surfer*) como una aproximación a la interpolación y extrapolación de éstos valores (Figuras 4.116 a 4.144).

Se observa que desde la superficie y hasta los 20m de profundidad existe una estrecha relación entre ambos tipos de prueba. Los echados, las discontinuidades en los diferentes estratos, el orden de magnitud, y la erraticidad con que se presentan algunos estratos de $W, \%$ según el modelo impreso quedan corroborados en las curvas de isovalores de N obtenidas para diferentes cortes horizontales con la profundidad. Se observa en general que los valores estimados de $W, \%$ permiten visualizar la variabilidad entre suelos blandos, y los valores de N , en los suelos rígidos.

Debajo de los 20m de profundidad, existen algunas discrepancias en cuanto a la continuidad horizontal de los estratos, ya que los estratos de $W, \%$ bajo esta profundidad aparecen discontinuos y con características diferentes en los diferentes cortes del terreno, en tanto que aparecen continuos en las curvas de isovalores de N en los cortes horizontales a las mismas profundidades. Cabe señalar que bajo esta profundidad, las características del suelo son significativamente mejores en resistencia y deformabilidad respecto a los estratos que se ubican arriba de este nivel.

A fin de comprender la continuidad estratigráfica, se recurre a la descripción de suelos blandos y firmes considerada en la interpretación del análisis geoestadístico. Los suelos intermedios se omiten.

Secuencia estratigráfica

a) Primer estrato: estrato blando, continuo.

Se ubica entre 1.0-1.5 y 5m de profundidad, bajo una delgada costra desecada. Los valores esperados del contenido de agua están comprendidos entre 150 y 250% y los del valor de N entre 0 y 2. Se detecta un substrato entre 2 y 3m de profundidad con valores de $W, \%$ mayores a 250%, el suelo más blando encontrado en todo el medio. El nivel de incertidumbre (desviación estándar) de $W, \%$ en este estrato alcanza hasta 50% en las zonas más alejadas a un sondeo real.

b) Segundo estrato: estrato firme, semi-continuo.

Se ubica bajo el primer estrato blando. Su límite superior se ubica a 5m de profundidad. Se detecta con mayor claridad en la zona que incluye los sondeos SPE-1, SM-2, SM-3, SPE-3 y SPE-4 (zona oriente). Su espesor es variable (0.2 a 2m) y alcanza su mayor amplitud en la zona cercana al sondeo SM-2, donde se ubica su límite máximo inferior a 7m de profundidad. El valor esperado de contenido de agua para este estrato está comprendido entre 0 y 50%, en tanto que el valor de N oscila entre 20 y 40. El nivel de incertidumbre máximo de W,% en este estrato es de 50% en las zonas más alejadas a un sondeo real.

c) Tercer estrato: estrato blando, semi-continuo.

Presenta un echado de la zona poniente hacia el oriente. Su límite máximo superior se encuentra entre el sondeo SPE-2 y SM-5 a una profundidad de 5m, y su límite máximo inferior se ubica en la esquina oriente del terreno a una profundidad de 10m. Su espesor varía de 1 a 3m. En la proximidad del sondeo SM-5 y SPE-4, el estrato pierde continuidad. El valor esperado del contenido de agua en este estrato oscila entre 100 y 200% con algunos lentes interestratificados que presentan valores puntuales mayores de 200%, en tanto que los valores de N oscilan entre 2 y 6. El nivel de la incertidumbre de W,% en este estrato es inferior a 50% en las zonas más alejadas a un sondeo real.

d) Cuarto estrato: estrato firme, semi-continuo.

Presenta un echado de poniente a oriente y se extiende en la zona comprendida por los sondeos SM-1, SPE-1, SM-2, SPE-2, SM-5, SPE-4 y SM-6. Su límite máximo superior se encuentra a los 9.5m cerca del sondeo SM-5, y su límite máximo inferior se ubica en la esquina oriente del terreno a una profundidad de 12.0m. Su espesor es variable (0.2 a 1m), y tiene un valor esperado de contenido de agua entre 0 y 50%, con valores de N que oscilan entre 20 y 50. El nivel de incertidumbre de W,% en este estrato no rebasa 30% en las zonas más alejadas a un sondeo real.

e) Quinto estrato, estrato blando, semi-continuo

Presenta un echado de poniente a oriente, y se ubica zona comprendida por los sondeos SM-1, SPE-1, SM-2, SPE-2, SM-3, SPE-3, SM-4 y SM-6, a una profundidad promedio de 12.5m. Su espesor es pequeño (0.2 a 1m), y contiene un valor esperado del contenido de agua entre 100 y 150%, con valores de N que oscilan entre 6 y 20. El nivel máximo de la incertidumbre de W,% en este estrato es de 30% en las zonas más alejadas a un sondeo real.

f) Sexto estrato: estrato firme, continuo.

Presenta un echado de poniente a oriente. Su límite máximo superior se encuentra próximo al sondeo SM-5 a 12.5m de profundidad, y su límite máximo inferior en la cercanía al sondeo SPE-1 a 15m de profundidad. Su espesor medio es de 1.2m, y presenta un mayor engrosamiento (2m) en la zona comprendida por los sondeos SM-3 y SPE-1. El valor

esperado del contenido de agua para este estrato está comprendido entre 0 y 50%, en tanto que el valor esperado de N oscila entre 20 y 50. El nivel máximo de la incertidumbre de $W, \%$ en este estrato es 30% en las zonas más alejadas a un sondeo real.

g) Séptimo estrato: estrato blando, continuo.

Presenta un echado de poniente a oriente. Su límite superior se encuentra cerca del sondeo SPE-4 aproximadamente a 14.8m de profundidad, y su límite máximo inferior alcanza 17m de profundidad en la esquina poniente del terreno. Su espesor varía de 1 a 2.5m, siendo éste máximo en la zona cercana al sondeo SPE-3. El valor esperado del contenido de agua en este estrato se encuentra entre 100 y 150%, en tanto que el valor esperado de N oscila entre 8 y 20. El nivel máximo de la incertidumbre de $W, \%$ en este estrato es de 30% en las zonas más alejadas a un sondeo real.

h) Octavo estrato: estrato firme, continuo.

Su límite máximo superior se ubica a 16m de profundidad. Su espesor varía de 0.5 a 2.5m. En la zona delimitada por los sondeos SM-1, SPE-1, SM-2 y SPE-2, este estrato adquiere su mayor espesor, en tanto que cerca de los sondeos SPE-3, SM-5, SPE-4 y SM-6, presenta un adelgazamiento. El valor esperado del contenido de agua para este estrato está comprendido entre 0 y 50%, en tanto que el valor esperado de N oscila entre 20 y 50. El nivel máximo de la incertidumbre de $W, \%$ en este estrato es de 30% en las zonas más alejadas a un sondeo real.

i) Noveno estrato: estrato firme, semi-continuo.

En general se puede decir, que a más de 20m de profundidad, el suelo presenta una resistencia media a alta. Bajo este nivel es evidente la presencia de un estrato rígido con un espesor casi constante (8.5m) en la zona delimitada por los sondeos SM-5, SPE-4 y SM-6. De este se desprende un estrato uniforme de espesor aproximadamente constante (3m) que se extiende hacia el resto del terreno, con un límite máximo superior de 22m y un límite máximo inferior de 24m. El valor esperado del contenido de agua para este estrato irregular está comprendido entre 0 y 50%, en tanto que el valor esperado de N oscila entre 45 y 50. Bajo el nivel de 24m, y hasta aproximadamente 28.5m de profundidad, los valores de resistencia son en general altos, pero es evidente el cruce de un cauce de material de mediana resistencia en la franja central del terreno, en las cercanías de los sondeos SM-3, SPE-2, SPE-3 y SM-4, con un valor esperado del contenido de agua comprendido entre 0 y 50%, y un valor de N que oscila entre 15 y 40. El nivel máximo de la incertidumbre de $W, \%$ en el estrato firme es de 20% en las zonas más alejadas a un sondeo real.

Nota:

Al comparar el continuo estratigráfico propuesto (una vez realizado el análisis geoestadístico) contra la interpretación de la campaña de exploración geotécnica basada en representaciones en gran medida “artísticas” (cita textual encontrada en el inciso 8.1,

Figuras 48 y 49, del informe elaborado por CFE, 1998), si bien algunos rasgos estratigráficos coinciden, especialmente en cuanto a los cortes Suroeste-Noreste (eje y), por lo contrario, la interpretación estratigráfica difiere notablemente para los cortes en la dirección Noroeste-Sureste (eje x). En particular, la geoestadística pone claramente en evidencia las discontinuidades de los estratos, la variación de sus espesores y las direcciones de los echados, aspectos no considerados en el informe previo a éste análisis.

4.2.3.11 Discusión de las principales implicaciones ingenieriles generadas a partir de los resultados obtenidos, y determinación preliminar de los sitios más adecuados para la ubicación de los edificios en planta, de los posibles sistemas de cimentaciones y de sus niveles de desplante

La definición estratigráfica anterior puede ser útil para la determinación de una(s) zona(s), donde mejor convenga la ubicación de los edificios de la planta de tratamiento. Se observan cuatro características generales que afectan la selección de los sistemas de cimentación y los niveles de desplante correspondientes:

- 1) Se observa interestratificación de suelos blandos y rígidos.
- 2) Se observa la presencia de un echado con dirección poniente a oriente tanto en los estratos continuos como en los semi-continuos
- 3) Se observa una gran variabilidad en los espesores de los estratos, tanto en suelos blandos como firmes.
- 4) Se observa una gran erradicidad en la formación de los estratos. En algunas zonas los estratos pierden continuidad por adelgazamiento de su espesor, o simplemente por cambio brusco de propiedades (asociado a la presencia de lentes de diferentes materiales).

Tomando como base la estratigrafía propuesta, a continuación se discuten los probables sistemas de cimentación y su correspondiente ubicación en algunas zonas señaladas en planta. Como se mencionó anteriormente, los criterios generales aportados en esta discusión deberán corroborarse con la elaboración de más sondeos y pruebas adicionales, una vez que se definan las características principales de los edificios que se planean construir. También es recomendable que se revisen de nueva cuenta las observaciones que se han hecho en los estudios complementarios (geológicos, hidrológicos, piezométricos, etc)

Respecto a los posibles sistemas de cimentación de la planta, los resultados del estudio estratigráfico presentado sugieren los siguientes comentarios:

a) Cimentaciones someras.

Es posible que, al menos para algunas estructuras, sea aceptable recurrir a una cimentación superficial o semi-superficial.

Este tipo de cimentación no deberá desplantarse en el estrato arcilloso blando que se ubica prácticamente en la superficie (primer estrato), cuyas características podrían inducir un comportamiento inadecuado por escasa capacidad de carga y alta deformabilidad tanto instantánea como diferida

Una opción más viable podrá ser el desplante de este tipo de edificios en el segundo estrato (firme, semi-continuo), a través de zapatas o micropilotes. Deberá tomarse en cuenta que el espesor de este estrato es muy variable y puede resultar escaso y ocasionar problemas de punzonamiento, por lo que esta condición deberá verificarse, siguiendo por ejemplo, el criterio de las Normas Técnicas Complementarias (DDF, 1995).

Para este sistema de cimentación, la ubicación más favorable en planta es la zona próxima al sondeo SM-2 (oriente del predio) donde el segundo estrato presenta las mejores características.

b) Cimentaciones compensadas

El sistema de cimentación compensada presenta ciertas ventajas, ya que evita tanto asentamientos excesivos como emersiones relativas. Es recomendable adicionalmente, que se consideren los señalamientos hechos en las Normas Técnicas Complementarias (DDF, 1995). Por otra parte, deberán analizarse los problemas generados por la heterogeneidad del subsuelo en planta (dependiendo de las dimensiones de las estructuras), que implica considerar que el suelo en el que se desplanten las estructuras presente características similares en toda su área.

c) Cimentaciones basadas en pilotes de fricción.

Del estudio realizado se deduce que resulta indeseable el uso del sistema de cimentación basado en pilotes de fricción, debido a la erraticidad con la que se definen los diferentes estratos, así como a la gran variabilidad de los espesores de los mismos. En un grupo de pilotes de fricción existiría el peligro de que algunos se apoyaran en estratos o lentes resistentes y el resto en arcilla, lo que podría provocar asentamientos diferenciales muy importantes

d) Cimentaciones basadas en pilotes de punta.

Algunos estratos presentan características adecuadas para el apoyo de pilotes de punta. Sin embargo, el diseño deberá considerar la interacción de los pilotes con los suelos compresibles sobre yacientes a la capa de apoyo, que eventualmente podrían generar fricción negativa y provocar así una emersión relativa que afecte el comportamiento de las instalaciones hidráulicas, si este fuera el caso.

Si se recurre a pilotes de punta, existen tres posibilidades en cuanto a la profundidad de desplante: Primero, el sexto estrato (estrato firme, continuo), que presenta mejores condiciones en las proximidades a los sondeos SM-3 y SPE-1 debido a que, en esta zona,

este estrato presenta su mayor espesor, sin embargo, presenta el inconveniente de la presencia de un estrato blando bajo éste, que aunque es de espesor pequeño, podría causar desajustes en el comportamiento de la cimentación. La segunda opción es el noveno estrato (estrato firme, semi-continuo), en la zona en planta delimitada por los sondeos SM-5, SPE-4 y SM-6, la cual garantiza un buen comportamiento para cargas de gran magnitud debido a su espesor (8.5m bajo el nivel de 20m de profundidad) y a las características aparentemente bajas en compresibilidad y altas en resistencia. La tercera opción es en este mismo estrato, en la zona comprendida por los sondeos SM-1, SPE-1 y SM-2, pero a una profundidad de desplante mayor (por el adelgazamiento del estrato). Esta opción no garantiza el mismo orden de magnitud en cuanto a deformabilidad y resistencia que ofrece la opción dos, ya que el espesor del estrato es menor, y se cuenta con la presencia de suelos intermedios interstratificados.

4.3 Caracterización del sitio Rion-Antirion

4.3.1 Antecedentes

4.3.1.1 Proyecto

Planteamiento

Hace cien años el Primer Ministro de Grecia Harilaos Trikoupis soñó en poder construir un puente que cruzara los 3 km del estrecho del Golfo de Corinto (Figura 4.145). En el año 2004 este sueño será una realidad (Rion-Antirion Bridge, 2000)

El puente Rion-Antirion creará un vínculo permanente entre Grecia Sur y Central reduciendo el cruce de vehículos de 45 a 5 minutos, cubriendo altos estándares de confort y seguridad.

El puente Rion-Antirion responde además a la creciente demanda de tráfico, la cual actualmente es absorbida por un sistema de "ferrys" (Figura 4.146). También mejorará las comunicaciones terrestres entre Grecia e Europa Occidental, ya que éste se encuentra en la intersección de las carreteras de mayor importancia en el país: la vía Patras-Atenas-Tesalónica (las tres ciudades más importantes de Grecia) y la vía Kalamata-Patras-Igoumenitsa, que incluye los puertos que comunican a Grecia con Europa Occidental (Figura 4.147).

Diseño del puente

Una de las preocupaciones del Estado Griego es la definición de parámetros de diseño considerando las solicitaciones más desfavorables. Por esto, se impusieron ciertas restricciones, como una aceleración pico de campo de 0.48g y una aceleración espectral máxima igual a 1.20g entre 0.2 y 1.0 segundos (Figura 4.148). Como un parámetro de comparación, esta restricción es más severa que las aceleraciones registradas el 17 de

Agosto de 1999 durante el sismo de Izmit Turquía de 7.4 grados Richter. También se ha considerado un desplazamiento relativo entre las pilas del puente, tanto en la dirección horizontal como en la vertical de hasta 2 metros

Aunque el diseño crítico del puente recae en las solicitaciones sísmicas, también fueron consideradas la sollicitación del impacto de un tanque de 180,000 ton navegando a 18 nudos, la sollicitación de vientos de alta velocidad (250 km/h), y las sollicitaciones propias que corresponden al tránsito de vehículos.

El factor de mayor preocupación en el comportamiento de la estructura del puente fue la posible inclinación de las torres de sustentación ante una sollicitación sísmica. Para verificar este posible evento se realizaron análisis exhaustivos de la interacción sísmica de la estructura y el terreno (Figura 4.149). De los resultados de éstos se concluyó que las cimentaciones superficiales eran la mejor solución contra este problema, considerando el eventual refuerzo del subsuelo (Figura 4.150).

Adicionalmente, se investigó el comportamiento de elementos estructurales aislados con objeto de mitigar las fuerzas sísmicas. El resultado de éstos análisis es la propuesta de construir un viaducto suspendido con la posibilidad de moverse como un péndulo durante un sismo, y permitiendo a la vez desplazamientos relativos entre las pilas.

La estructura del puente consiste en 2252 metros de longitud de un viaducto suspendido por tensores, cuatro pilas de soporte, y cinco claros de viaducto de 286m, 560m, 560m, 560m, y 286m, respectivamente (Figura 4.151). Adicionalmente se construyen dos vías de acceso, una de 392 metros en el lado de Rion y otra de 239 metro en el de Antirion

La estructura de soporte de los tirantes del puente es de concreto reforzado, monolítica desde la base de la cimentación hasta su extremo superior. Los tirantes de sostén se anclan a cada costado de los paneles que forman el viaducto y en la cabeza de las estructuras de soporte (Figuras 4.152). Los tirantes son torones de acero galvanizado colocados en paralelo, donde el cable de mayor grosor está compuesto de setenta cables de 15mm de diámetro.

El viaducto tiene 27.2 metros de ancho con dos líneas de tráfico vehicular más dos líneas de tráfico para peatones. Su estructura consiste en dos travesaños paralelos de 2.2 metros de peralte, unidas por cuatro travesaños perpendiculares espaciadas cada cuatro metros, las cuales sirven de apoyo para los paneles de concreto prefabricado que forman el piso del viaducto (Figura 4.153).

La estructura del viaducto es continua y se encuentra totalmente suspendida a todo su largo. En los cuatro apoyos que sostienen los tirantes se colocarán amortiguadores para mitigar el efecto de péndulo durante un sismo (Figura 4.154). Los desplazamientos dinámicos relativos máximos esperados son de 1.30 metros, en tanto las velocidades de desplazamiento podrían exceder 1 metro por segundo.

Una estructura típica de apoyo mide 220 metros desde la base de la cimentación hasta su extremo superior. Los tirantes de agua a lo largo del canal oscilan entre 25 y 45 metros dejando un claro máximo de paso para embarcaciones entre el nivel medio del agua y la superficie inferior del viaducto de 52 metros (en la parte central del canal). Las estructuras de soporte se levantan de 115 a 160 metros sobre el nivel medio del agua (Figura 4.155).

El diseño del puente no se ha limitado exclusivamente a la estructura del puente, sino también a las estructuras complementarias necesarias para su construcción. Tal es el caso de las obras marinas. Se ha construido ex profeso una plataforma marina móvil con anclaje opcional fijo a la superficie del fondo del canal, con objeto de desarrollar las operaciones de construcción del puente. Esta servirá básicamente para el dragado de materiales en las zonas de excavación y para el hincado de los pilotes de refuerzo del suelo (Figura 4.156)

Comparación de las características del puente Rion-antirion con otros puentes importantes

El puente colgante Rion-Antirion se cataloga como el puente colgante más largo del mundo. El puente Tatara en Japón y el puente de Normandía en Francia son los puentes con mayor claro entre apoyos (890 y 856 metros, respectivamente). Con un claro de referencia de 560 m, el puente Rion-Antirion se ubica dentro de los diez puentes que cubren los claros entre apoyos más largos (colgantes). Sin embargo, con sus cuatro pilas (sólo dos en los otros puentes) suspende una estructura que sirve de viaducto de 2,252 metros. Esta longitud supera al récord establecido a la fecha por el bien conocido puente Golden Gate, que suspende un viaducto de 1966 metros (Figura 4.157).

4.3.1.2 Campañas de exploración geotécnica

Se realizaron dos campañas de exploración. Una en 1991 y otra en 1996. La de 1991 fue una campaña discreta, cuyo objetivo fue conocer las características generales del sitio. La campaña de 1996 fue exhaustiva, ya que pretendía definir los parámetros de diseño de las cimentaciones y describir la formación del subsuelo

En la Tabla 4.5 se presenta un concentrado de los sondeos efectuados en el sitio. Las técnicas que se utilizaron en cada pila fueron:

- a. 3 sondeos continuos, hasta 100m de profundidad (80m en la pila M4)
- b. 4 sondeos con piezocono, hasta 60m de profundidad (40m en la pila M4).
- c. 2 sondeos de cono sísmico, hasta 60m de profundidad (40m en la pila M4).
- d. 1 sondeo de penetración estándar y dilatómetro, hasta 60m de profundidad (40m en la pila M4).
- e. Pruebas de laboratorio en aproximadamente 150 muestras.
- f. Perfiles de reflexión sísmica bajo 100m aproximadamente

Dada la cantidad de información recabada fue necesario crear una base de datos digital⁵, donde se incluye desde los valores numéricos de los perfiles de todas las propiedades en estudio, hasta su representación gráfica y sus correspondientes análisis gráficos básicos (histogramas de las propiedades, distancias de muestreo, tendencias, etc.).

4.3.1.3 Topografía y ubicación de las estructuras

Se realizó un estudio topográfico cuyos resultados se presentan en la Figura 4.158 (Auvinet and Medina, 1998). La localización de las pilas M1 a M4 se presenta en la Figura 4.159 y la ubicación en planta de los sondeos efectuados en cada pila se presentan en las Figuras 4.160 a 4.163.

4.3.1.4 Geología

De acuerdo al estudio geológico complementario (Geodynamique et Structure, 1997) el sitio se localiza entre dos formaciones que se desarrollan aproximadamente de Norte a Sur. La del Sur, cargada ligeramente hacia el este presenta una fuerte configuración morfológica (batimetría profunda con un escalón en la orilla), y la otra, la del Norte, cargada ligeramente hacia el oeste, con una depresión morfológica que aumenta gradualmente hacia el sur. El puente une precisamente los extremos de ambas formaciones.

El patrón de sedimentación está controlado por las pendientes tectónicas y por la subsidencia asimétrica generada por el cambio del gradiente asociado al desplazamiento de las fallas encontradas en el lugar. Consecuentemente el patrón de sedimentación es gobernado por el desplazamiento de las fallas y por las constantes coladas de sedimento. Estas son depositadas en forma de abanicos y conos transversales al eje del canal, los cuales son aportados por el Río Mornos y por el río Boliviato, los cuales están encontrados, y que son las principales fuentes de sedimento.

De lo anterior, se espera que el espesor de los sedimentos ubicados a lo largo del canal, específicamente en la sección donde se ubica al puente sea mayor a 500m.

4.3.1.5 Unidades de suelo y continuidad estratigráfica

Se definen cinco unidades de suelo basadas en los límites de Atterberg y en la granulometría de los materiales (Geodynamique et Structure, 1997). En las Figuras 4.164 a 4.167 se presentan los perfiles granulométricos obtenidos al centro de cada pila. Esta definición es la que se utilizó en la interpretación de la estratigrafía antes de realizar el análisis geoestadístico.

⁵ Se utilizó la plataforma de Excel, creando un archivo eje (Auvinet and Medina, 1998) desde el cual se puede tener acceso a los archivos donde se concentra la información y análisis básicos de cada propiedad. Para esto se utiliza el recurso del Hipervínculo

Las cinco unidades son:

Unidad 1: Grava y grava arenosa

Unidad 2: Arena y arena limosa

Unidad 3: Limo arcilloso

Unidad 4: Arcilla limosa de baja plasticidad

Unidad 5: Arcilla limosa a arcilla de mediana plasticidad

La descripción de cada unidad se presenta en la Tabla 4.6. De ésta hay que señalar que tales definiciones no coinciden con las del Sistema Unificado de Clasificación de Suelos, ya que la grava se define a partir de 2mm (en vez de 5mm), y la clasificación de finos como los limos y las arcillas está basada en el tamaño de las partículas en vez de los límites de Atterberg.

Previo a la solicitud de la elaboración de este estudio, se desarrolló un perfil estratigráfico transversal al canal (Geodynamique et Structure, 1999a), en el cual se identifican algunas características generales:

- Se observan secuencias de materiales cohesivos y granulares diferentes entre las pilas, lo que refleja una importante discontinuidad estratigráfica a lo largo del puente.
- Disminución de la heterogeneidad de los materiales debajo de los 30m
- Inexistencia de estrato resistente en el fondo del canal (hasta las profundidades exploradas)

Como un ejemplo, se presenta en la Tabla 4.7 la descripción de la estratigrafía asociada a la pila MI, donde se utiliza la definición de las unidades descritas anteriormente.

4.3.1.6 Definición de parámetros

A partir de las pruebas de laboratorio ejecutadas en muestras inalteradas, se propusieron algunos parámetros de diseño para evaluar el comportamiento de las cimentaciones (Geodynamique et Structure, 1999a):

- + Compresibilidad
- + Resistencia al corte no drenada y comportamiento esfuerzo-deformación
- + Resistencia al corte drenada y comportamiento esfuerzo-deformación

- + Módulo de resistencia al corte dinámico
- + Resistencia al corte cíclica no drenada
- + Resistencia al corte no drenada post-cíclica

A partir de los resultados de las pruebas de campo también se propusieron algunos valores de diseño.

Del piezocono y del cono sísmico:

- + OCR
- + Resistencia al corte no drenada
- + Velocidad de ondas de cortante
- + Resistencia al corte cíclica

Del dilatometro:

- + OCR
- + Resistencia al corte no drenada

Del penetrómetro manual:

- + Resistencia al corte no drenada

Nota:

Se realizó una extensa campaña de reconocimiento geotécnico para definir los parámetros de diseño de las cimentaciones en las pilas M1 a M4. Sin embargo, tal y como lo mencionara el Profesor Ralph B. Peck en una de las reuniones de consultores (Geodynamique et Structure 1999a), la información del sitio no se encuentra uniformemente distribuida en planta. Más aún, el subsuelo parece tener propiedades no uniformes en el sentido vertical. Se identifica adicionalmente la presencia de lentes de arcilla, algunos de ellos con valores de OCR muy bajos. Así, se plantea el interés por describir la variabilidad espacial de las propiedades del suelo, para comprender mejor las aparentes heterogeneidades que pudieran inducir un comportamiento inadecuado en las cimentaciones.

Así, se propone realizar un análisis geoestadístico como un soporte, y no como un sustituto para la obtención de un juicio objetivo respecto a la distribución espacial de las propiedades del suelo

4.3.2 Alcances del análisis geoestadístico

Los alcances de este análisis son⁶:

- Definir las variables de estudio
- Caracterizar la información gráfica y numéricamente.
- Evaluar la deriva o tendencia
- Obtener el modelo de variación aleatoria vertical .
- Obtener el modelo de variación aleatoria horizontal.

⁶ Para efectos prácticos se considera el área de ubicación de los sondeos en cada pila, como un campo particular.

- Estimar cortes virtuales así como su incertidumbre asociada.
- Describir la variabilidad espacial general de las propiedades del subsuelo.
- Evaluar el estado límite de servicio de cada pila ante diferentes configuraciones geométricas del sistema de cimentación y de carga, basada en las conclusiones generadas por el análisis geoestadístico.

4.3.3 Resultados

4.3.3.1 Definición de las variables de estudio

En este caso, la descripción de la variabilidad espacial de las propiedades se hace basándose en el contenido de agua $W, \%$ y en la resistencia de penetración de la punta del cono, q_{na} . La selección de éstas propiedades está sustentada en su representatividad espacial y en su capacidad de correlación con algunas propiedades mecánicas.

4.3.3.2 Caracterización gráfica y numérica

Contenido de agua

En la Tabla 4.8 se presenta un concentrado de los valores medios y desviaciones estándar de cada sondeo considerado para éste análisis. En ésta, se observan algunas características comunes, tales como:

- El valor medio del contenido de agua varía en un intervalo de 23 a 31%⁷.
- La desviación estándar varía significativamente de un sondeo a otro (de 3.5 a 11.15%).
- El coeficiente de variación oscila entre 0.13 y 0.44.

Para conocer la variación del contenido de agua medio a lo largo del puente, se proyectan las coordenadas de cada sondeo a lo largo del eje del puente (Figura 4.168). De la misma forma se grafican los valores medios por pila (Figura 4.169). De ambas gráficas se concluye que el valor medio de $W, \%$ es prácticamente constante a lo largo del eje del puente. Las pilas M2 y M4 presentan valores mayores a la media global (26%).

Siguiendo el mismo criterio, se graficó la variación de las desviaciones estándar asociadas a cada sondeo y por pila (Figuras 4.170 y 4.171). De éstas se observa que la desviación estándar varía ligeramente de un sondeo a otro (de 3 a 11%). Es decir, la desviación estándar global resulta prácticamente constante en cada pila (5%), excepto en la pila M4, la cual presenta un valor mayor, asociado seguramente a la cantidad de datos muestreados, la cual es menor respecto a las otras pilas.

A modo de ejemplo se comentan los resultados obtenidos en una pila tipo (M1)⁸:

⁷ Véase la diferencia entre órdenes de magnitud con los dos primeros casos de estudio

Verticalmente se observa que los valores medios de los sondeos varían de 23 a 25% y el coeficiente de variación de 0.15 a 0.32. Un perfil típico de la pila y su histograma se presentan en las Figuras 4.172 y 4.173, respectivamente. El histograma tiene una forma leptocúrtica, común en los demás sondeos encontrados en esta pila. Todos los histogramas presentaron un sesgo positivo, lo que refleja la presencia de lentes de materiales con valores más altos que el promedio, embebidos en un medio estadísticamente homogéneo

Resistencia a la penetración (CPT)

A pesar de que los registros del cono son más cortos que los del contenido de agua, éstos son de gran utilidad para evaluar la variabilidad espacial de suelo, ya que su interpretación complementa el análisis de $W, \%$ ya que contraria a éste, el cono es sensible a la presencia de suelos no cohesivos, donde generalmente no se registran valores de contenido de agua.

Los histogramas de la resistencia de punta obtenidos por el cono son significativamente leptocúrticos y sesgados positivamente. Un perfil típico y su histograma se presentan en las Figuras 4.174 y 4.175. El valor de la media es mucho mayor que la moda y la mediana. Esto es una consecuencia de la respuesta contrastante de este instrumento al registrar materiales cohesivos y no cohesivos. Sin embargo, se puede apreciar una mejor distribución aleatoria de los valores si se cambia al dominio de la variable transformando los valores registrados a un dominio de logaritmo base diez (bien puede ser logaritmo natural también)

A modo de ejemplo se comentan los resultados obtenidos en una pila tipo (M1)⁹:

El histograma en base logaritmo presenta un comportamiento bimodal, pero aún sesgado positivamente, lo que marca la diferencia entre la subpoblación de los suelos compresibles (mayor) y los no compresibles (menor). En la Figura 4.176 se presenta el histograma del sondeo M1-C1 como representativo de esta pila.

4.3.3.3 Evaluación de la deriva o tendencia

Contenido de agua

Una primera aproximación para evaluar la variación espacial del contenido de agua es a través de la obtención de las tendencias. Esto es posible utilizando el concepto de regresión lineal (hiperplano) aplicado a todos los valores registrados de $W, \%$ dentro de cada pila. Los resultados de esta evaluación se presentan en la Tabla 4.9. En ésta se observa que la variación en las direcciones X , Y y Z son poco significativas. En la pila M2 se espera una disminución mayor de $W, \%$ con la profundidad respecto a las demás pilas, la cual resulta poco significativa dado los órdenes de magnitud registrados. La pila M4 presenta una

⁸ Ver *Geodynamique et Structure* (1999a).

⁹ Ver *Geodynamique et Structure* (1999a).

variación espacial mayor en las direcciones X y Y debido a un registro menor de datos (mayor coeficiente de variación) y también debido a la distribución espacial del suelo (Geodynamique et Structure, 1997d).

A modo de ejemplo se comentan los resultados obtenidos en una pila tipo (M1)¹⁰.

Se realizó un análisis de tendencia en cada sondeo, encontrando que el valor medio con la profundidad es prácticamente constante. El análisis del sondeo M1-S1 se presenta en la Figura 4.177. El sondeo M1-S3 presenta un ligero incremento de $W, \%$ cercano a la superficie debido a la presencia de lentes de material compresible, lo que introduce una tendencia negativa con la profundidad (que en realidad es local). Se observa también que después de los 15m, el contenido de agua se manifiesta prácticamente constante para los demás sondeos.

Resistencia a la penetración (CPT)

Al igual que el contenido de agua, se obtuvo el hiperplano de la resistencia a la penetración en cada pila. Las ecuaciones se presentan en la Tabla 4.10. De ésta se deduce que las tendencias están ampliamente influenciadas por valores extremos asociados a materiales no cohesivos ubicados a diferentes profundidades, lo que induce un sesgo importante en los coeficientes. Se espera que los valores de resistencia se incrementen con la profundidad, en tanto algunas de las ecuaciones demuestran lo contrario (pilas M1, M3 y M4).

El uso de los resultados del cono para definir parámetros de diseño que sirvan para evaluar los estados límite de las cimentaciones, es un problema difícil de resolver desde una aproximación estadística y mecánica. Sin embargo, el procesamiento estadístico adecuado y la aplicación de un criterio ingenieril objetivo, pueden llevar a la selección de valores razonables de diseño.

Una propuesta para comprender mejor la tenencia de los resultados del cono, fue definir un límite lineal variable con la profundidad considerando únicamente la población de datos asociados a los suelos cohesivos (filtro). Se propone entonces definir una tendencia para todos los valores de q_c mayores a $2.8 + 0.20Z$, donde Z es la profundidad bajo el brocal de perforación en el fondo del canal (Figura 4.178). Así es posible obtener una ecuación que defina la tendencia de los suelos blandos. Adicionalmente puede obtenerse una perfil aplicando la técnica de la media móvil (incluyendo 3 o 5 datos) con lo cual se eliminan los valores extremos sin asumir una postura conservadora. De este nuevo perfil se obtienen dos nuevas tendencias, una general y una definida a partir de los valores más pequeños (Figura 4.178).

En la Tabla 4.11 se presentan los valores de los coeficientes de las tendencias correspondientes a la tendencia general de los suelos blandos (datos filtrados), y a la tendencia delimitada por los valores más pequeños del perfil de media móvil.

¹⁰ Ver Geodynamique et Structure (1997a).

Las tendencias lineales de la pila M4 carecen de toda interpretación coherente, ya que la variabilidad espacial de ésta propiedad impide la obtención de una ecuación única que defina la tendencia global del medio.

A modo de ejemplo se comentan los resultados obtenidos en una pila tipo (M1)¹¹:

Las tendencias lineales y polinomiales evaluadas en cada sondeo varían entre sí. La única característica común es la tendencia global de la resistencia de punta a la penetración al disminuir con la profundidad. Esto es una consecuencia natural al encontrar altos valores de resistencia en los primeros metros, cerca de la superficie, (en todos los sondeos).

4.3.3.4. Obtención del modelo de variación aleatoria vertical

Contenido de agua

Una vez evaluadas las funciones de autocorrelación estandarizadas en cada sondeo, se observa que existen tres grupos o subpoblaciones de datos (asociados a materiales) los cuales cambian según la escala de observación.

- la escala de “matriz”, que evalúa la correlación entre dos subpoblaciones con un pseudo-periodo de unos cuantos metros, y que se asocia a materiales que se encuentran en un proceso de sedimentación constante.
- la escala de “eventos pequeños”, que evalúa la correlación entre dos subpoblaciones o lentes pequeños de materiales. La distancia de correlación es de decenas de metros, y se asocian a subpoblaciones de materiales que fueron depositados durante flujo bajo en el canal.
- la escala de “eventos grandes”, que evalúa la correlación de los materiales depositados debidos a cambios profundos y duraderos en el proceso de sedimentación. Estos cambios pueden tener su origen en las variaciones del flujo y/o en las variaciones del tipo de sedimento. Estos grandes eventos inducen cambios morfológicos tales como la erosión profunda del canal y el relleno de materiales granulares durante flujos de alta velocidad.

La pseudo-periodicidad presente en varias de las funciones de autocorrelación se pierde cuando se obtiene el modelo de variación aleatoria vertical de cada pila, ya que éstos se calculan como el promedio aritmético de cada función, asociada a cada sondeo dentro la pila.

Al igual que en los modelos de variación aleatoria obtenidos en los casos de estudio previos, expuestos en este capítulo, se utiliza también un modelo exponencial

¹¹ Ver Géodynamique et Structure (1999a).

A modo de ejemplo se comentan los resultados obtenidos en una pila tipo (M1)¹²:

En esta pila se obtienen dos tipos de funciones de autocorrelación estandarizada. Para los sondeos S1 y S2B el coeficiente de correlación se abate rápidamente, presentando una distancia de influencia aproximada de 4m (Figura 4.179). Por otro lado, las funciones de los sondeos S3 y C1 se abaten más lentamente, presentando distancias de influencia entre 7 y 16m (Figura 4.180). Esto se atribuye a la pseudo-periodicidad en la que se encuentran los lentes con alto contenido de agua.

En esta pila se encuentran dos escalas de fluctuación vertical: La “matriz” y la escala de “eventos pequeños”.

El modelo de variación aleatoria vertical de $W, \%$ se presenta en la Figura 4.181.

Resistencia a la penetración (CPT)

Las funciones de autocorrelación estandarizadas evaluadas en los sondeos de cono reflejan principalmente los cambios entre materiales cohesivos y friccionantes. Las funciones en general se abaten para distancias de influencia menores a 7m y algunas mantienen un comportamiento semi-harmónico hasta distancias mayores a 20m, a partir de la cual en algunos casos se incrementa la correlación.

Este comportamiento particular confirma la presencia de una escala de fluctuación tipo “matriz” y de “eventos pequeños”, asociados a segmentos similares de materiales blandos, y lentes de materiales granulares localizados prácticamente a distancias constantes. En este caso particular, esto puede interpretarse como un “evento grande” conformado por una secuencia de “matrices” y “eventos pequeños”.

Al igual que en el contenido de agua, el modelo de variación aleatoria vertical, absorbe las fluctuaciones semi-harmónicas y tiende a la forma de una función exponencial.

A modo de ejemplo se comentan los resultados obtenidos en una pila tipo (M1)¹³:

En esta pila, se observa que las funciones se abaten a una distancia de influencia menor al promedio (Figura 4.182). El comportamiento semi-harmónico se presenta significativamente en los sondeos M1-C2 y M1-C4 (Figura 4.183).

El modelo de variación aleatoria vertical en esta pila se presenta en la Figura 4.184.

¹² Ver *Geodynamique et Structure* (1997a).

¹³ Ver *Geodynamique et Structure* (1997a).

4.3.3.5. Obtención del modelo de variación aleatoria horizontal

Contenido de agua

Se obtienen las funciones de correlación cruzada estandarizadas para el número de combinaciones posibles entre sondeos. Los resultados muestran en general una baja correlación, lo que significa una discontinuidad de subpoblaciones de un estrato a otro. Las Figuras 4.185 y 4.186 muestran dos casos típicos de correlación cruzada, una en la pila M2 y otra en la M3, respectivamente

Con objeto de encontrar subpoblaciones comunes se aplicó la técnica del *zcanning*. En las Figuras 4.187 y 4.188 se muestran dos casos típicos de correlación cruzada, una en la pila M2 y otra en la M3.

De los análisis tanto de correlación cruzada como del *zcanning* se observa que las fluctuaciones de la escala “matriz” no se correlacionan de un sondeo a otro, y que para la escala de “eventos pequeños” es muy poco importante, debido a la gran distancia en que se encuentran los sondeos entre sí. Solamente las fluctuaciones identificadas con la escala de “eventos grandes” puede correlacionarse significativamente (esto se comprueba gracias al *zcanning*).

A modo de ejemplo se comentan los resultados obtenidos en una pila tipo (M1)¹⁴:

La correlación global entre los sondeos de la pila M1 es pobre. Esto muestra que las fluctuaciones a la escala de “matriz” no se pueden correlacionar entre los sondeos de la pila, debido a la distancia que tienen entre sí. Las fluctuaciones de materiales a la escala de “pequeños eventos” entre los sondeos de la pila son aún más difíciles de identificar.

El modelo de variación aleatoria horizontal se presenta en la Figura 4.189. Como se puede ver, la cantidad de puntos para definir el modelo horizontal es pequeña, por lo que se confía que la variabilidad espacial pueda modelarse con una función exponencial.

Resistencia a la penetración (CPT)

Con objeto de definir mejor la continuidad horizontal del subsuelo se evaluaron las funciones de correlación cruzada estandarizadas entre los sondeos de cono. En las Figuras 4.190 y 4.191 se presentan dos funciones tipo evaluadas en las pilas M2 y M3. También se aplicó la técnica del *zcanning* para definir posibles similitudes entre subpoblaciones de diferentes sondeos. En las Figuras 4.192 y 4.193 se presentan dos de estas funciones tipo evaluadas en las pilas M2 y M3.

¹⁴ Ver *Geodynamique et Structure* (1999a).

Los resultados de ésta evaluación refuerza la idea de la existencia de lentes y secuencias de lentes en diferentes “matrices” de suelo, correspondientes a pequeñas y grandes fluctuaciones en un proceso de sedimentación inversa (las formaciones inferiores son más uniformes que las superiores).

Al comparar los resultados entre el contenido de agua y la resistencia de cono se observa que la correlación horizontal es mejor entre perfiles del cono (especialmente en la pila M3). Esto es debido principalmente a que en los sondeos de contenido de agua, la presencia de suelos no cohesivos son difíciles de identificar como en los sondeos de resistencia del cono.

Además, la correlación cruzada entre sondeos de cono confirma la idea de que las fluctuaciones a la escala de “matriz” no pueden ser correlacionadas de un sondeo a otro, y que a la escala de “eventos pequeños” la correlación es generalmente más pobre. Solamente a una escala de “eventos grandes” se pueden obtener correlaciones significativas de un sondeo a otro (Pilas M2 y M4).

A modo de ejemplo se comentan los resultados obtenidos en una pila tipo (M1)¹⁵.

La correlación entre sondeos en esta pila es muy pobre. Esto corresponde al hecho de que en general, la profundidad en la que se localizan los valores extremos asociados a los suelos no cohesivos no coinciden. Sin embargo existe alguna continuidad, y esto lo comprueba el *zscanning* para zonas específicas donde existe una alta correlación (Figura 4.192 y 4.193).

El modelo de variación aleatoria horizontal se presenta en la Figura 4.194 a la cual se le ajusta también una función exponencial, que aparentemente sigue la distribución aleatoria original

Resumen del análisis estructural

En las Tablas 4.12 y 4.13 se presentan los parámetros del modelo exponencial ajustado al contenido de agua y a la resistencia de punta en cada pila. De éstas se observa que la pila con mayor correlación vertical y horizontal de contenido de agua (asociada a suelos blandos) es la M2, mientras que para la resistencia de cono, la pila M3 es la que manifiesta una mayor correlación vertical y horizontal (asociada a suelos friccionantes).

4.3.3.6 Estimación de cortes virtuales y de sus incertidumbres asociadas

Con objeto de visualizar la continuidad de los materiales ubicados en el sitio se obtuvieron cortes virtuales de contenido de agua y de resistencia a la penetración, así como sus incertidumbres asociadas (en las cuatro pilas).

¹⁵ Ver *Geodynamique et Structure* (1999a).

Como un ejemplo ilustrativo se presentan y discuten los resultados obtenidos en dos cortes longitudinales de la pila M1¹⁶, uno en la dirección Sur-Norte y otro en la dirección Oeste-Este (Figura 4.195) formados por sondeos virtuales separados 5m entre sí, tanto para el contenido de agua como para la resistencia de punta a la penetración:

En las Figuras 4.196 y 4.197 se presentan las estimaciones del contenido de agua correspondientes al corte Sur-Norte y el Oeste-Este, respectivamente. En ellos se observa que los valores más altos de $W, \%$ se localizan cerca de la superficie y en el costado sur de la cimentación, entre 60 y 80m¹⁷, y en el costado este, a una profundidad de aproximada de 145m.

Los cortes estimados de resistencia de punta se presentan en la Figura 4.198 (Sur-Norte) y en la Figura 4.199 (Oeste-Este). En estos se observa que los valores más altos de la resistencia de punta a la penetración se localizan en el centro y en el Norte de la cimentación entre los 90 y 100 m de profundidad.

Para apreciar la distribución espacial de la incertidumbre, se presenta a modo de ejemplo el corte de las desviaciones estándar del contenido de agua en la dirección Sur-Norte (Figura 4.200) y el corte de las desviaciones estándar de la resistencia de punta también en la dirección Sur-Norte (Figura 4.201). En ellos se observa ausencia de información de contenido de agua en el costado Norte de la cimentación, y de valores de resistencia de punta a la penetración en el costado Sur.

4.3.3.7 Descripción de la variabilidad espacial general de las propiedades del suelo

El análisis estructural y los resultados de la estimación tanto del contenido de agua como de la resistencia de punta a la penetración, muestran que el subsuelo del sitio es altamente heterogéneo. Sin embargo, si se evalúa el orden de magnitud de la incertidumbre (desviación estándar) respecto a sus valores esperados, se puede concluir que a pesar de existir una heterogeneidad debida a la presencia de volúmenes de materiales aislados, se puede decir que existe una homogeneidad estadística global, lo que da certidumbre respecto a la definición de parámetros de diseño. Por otro lado, se observa que la variación en un rango pequeño de los valores medios y de desviación estándar para ambas propiedades aproxima al “campo” a la hipótesis de estacionariedad, hipótesis básica para la estimación de un campo aleatorio.

A partir del análisis estructural se considera conveniente definir tres escalas de análisis (matriz, eventos pequeños, eventos grandes) lo que permite una mejor comprensión de la localización espacial de subpoblaciones de tamaño diferente y una mejor comprensión de los procesos de sedimentación debido a la evaluación de la pseudo-periodicidad en la que se encuentran algunos de ellos.

¹⁶ Es la pila con menor correlación espacial

¹⁷ El nivel de referencia es la superficie media del mar.

De la comparación de los diferentes resultados considerando estas tres escalas de fluctuación, se concluye que a una escala de “matriz” prácticamente no existe correlación entre los sondeos, a una escala de “eventos pequeños” si existe correlación entre sondeos separados entre sí cuando éstos se encuentran cerca, y finalmente, cuando se analizan los datos a una escala de “eventos grandes” es posible definir estructuras completas, tal y como fue el caso de las pilas M2 y M4.

4.3.3.8 Evaluación del estado límite de servicio de cada pila ante diferentes configuraciones geométricas del sistema de cimentación y de carga, basada en las conclusiones generadas por el análisis geoestadístico

Una de las principales preocupaciones de los diseñadores y consultores del proyecto era la evaluación del estado límite de servicio de las pilas. Dada la heterogeneidad aparente del subsuelo, percibida desde la evaluación de los primeros resultados de la exploración geotécnica, se temía que pudieran presentarse asentamientos diferenciales que se tradujeran en inclinaciones no permisibles de las torres de sustentación y en los correspondientes momentos excesivos en los diferentes elementos estructurales del viaducto.

Una vez finalizado el análisis geoestadístico de cada pila, y con la certeza de que existe de manera general una homogeneidad estadística revelada por las propiedades, y a pesar de existir volúmenes de materiales cohesivos y friccionantes discontinuos, se propuso analizar el comportamiento de las cimentaciones bajo dos condiciones:

- a) Para un caso “tipo” de geometría y cargas, con objeto de evaluar la influencia de las inclusiones (en las pilas M1 a M3).
- b) Para la evaluación de los asentamientos en cada pila de acuerdo a sus características propias de geometría, cargas, y propiedades del subsuelo.

Condiciones generales

El modelo de cimentación tipo consiste en una zapata circular con un diámetro de 95m con excepción de la pila M4 con un diámetro de 80m. El subsuelo sería precargado con una carga unitaria de 150 kPa durante seis meses y la carga unitaria final, considerando el empuje del agua sobre la estructura sería de 125 kPa.

El diseño considera el uso de inclusiones metálicas en las pilas M1 a M3, de 25m de longitud (eventualmente de 30m), de 2m de diámetro y con un grosor de pared de 2cm. Estas se localizan en los nodos de una “red” cuadrada, separados a una distancia de 7m (eventualmente a 5m).

En la pila M4 no se considera el uso de inclusiones.

La estimación de parámetros de compresibilidad, incluyendo la presión de preconsolidación se pueden estimar de diferentes maneras:

- i) Pruebas de odómetro. Se efectuaron pruebas de odómetro, las cuales son limitadas en número (1 perfil por pila) y poco confiables (pruebas incompletas). Un perfil tipo (pila M1) de los índices $C_c/(1+e)$ y $C_d/(1+e)$ se presenta en las Figura 4.202. Las presiones de preconsolidación están disponibles para cada uno de los puntos de estos perfiles.
- ii) Resistencia de punta a la penetración. Las correlaciones propuestas por Schmertmann (1978) pueden ser utilizadas para estimar la presión de preconsolidación y el parámetro de compresibilidad $C_c/(1+e)$ a partir de los valores de q_c . Esta correlación puede utilizarse de hecho para todo tipo de materiales ya que asigna una presión alta de preconsolidación y bajos índices de compresibilidad a materiales no cohesivos. Los parámetros obtenidos de manera indirecta a través de ésta correlación coincide razonablemente para “suelos blandos” con los valores del odómetro.
- iii) Contenido de agua. Es posible utilizar correlaciones lineales entre el contenido de agua y $C_c/(1+e)$. Algunas de éstas son:

- La de NavFac DM 7.1 (1982)

$$\frac{C_c}{1+e} = -0.05 + 0.006w_n \quad [4.1]$$

- La de Bowles (1984):

$$\frac{C_c}{1+e} = 0.156e + 0.0107 \quad [4.2]$$

donde e es la relación de vacíos.

Esta última correlación es la que se ajusta mejor a los valores de la prueba de odómetro

- iv) Límites de Atterberg e índice de liquidez. El límite líquido puede correlacionarse con el parámetro C_c utilizando la correlación clásica $C_c = 0.009 (w_L - 10\%)$, la cual no fue satisfactoria en este caso.

Por otro lado, el índice de liquidez puede ser correlacionado con la presión de preconsolidación para suelos con una sensibilidad conocida. Algunos valores del índice de liquidez están cercanos a cero en las pilas M2 y M3, lo que parece indicar una clara sobre-consolidación. Sin embargo, debido a la poca cantidad de datos de este índice no es posible establecer correlaciones más completas y confiables como para definir perfiles de OCR.

- v) Dilatómetro de Marchetti. Los resultados del dilatómetro de Marchetti indican valores más conservadores de OCR respecto a los obtenidos por el NGI.

De la obtención de los diferentes resultados descritos anteriormente se propone la correlación de Schmertmann para definir perfiles de OCR (Figura 4.203) y de los parámetros de compresibilidad, ambos en función de los valores de la resistencia del cono, hasta una profundidad de 45m. Bajo esta profundidad se utiliza la correlación de Bowles (Figuras 4.204 y 4.205). Los valores de OCR se consideran igual a uno bajo ésta profundidad.

a) Evaluación de la influencia de las inclusiones en las pilas M1 a M3

Para evaluar la influencia de las inclusiones se consideran dos casos:

I Una zapata rígida circular sobre un suelo reforzado con inclusiones

II Una zapata rígida circular sin inclusiones

En el Caso I se utilizó una distribución de esfuerzos verticales evaluada por *Geodynamique et Structure* (1999c), la cual se obtuvo al realizar un análisis 3D de elementos finitos considerando la rigidez de la estructura de cimentación y la presencia de las inclusiones. Debe señalarse que las inclusiones se consideraron de 17.5m de largo (en vez de 25m) y que se separaron a una distancia de 5m (en vez de 7m). La distribución de esfuerzos verticales así obtenida alcanza una profundidad de 45m bajo la superficie del fondo del canal. Sin embargo, siguiendo el principio de Saint Venant, la distribución de esfuerzos a mayores profundidades se espera que tienda asintóticamente al perfil de Boussinesq. Así se completaron los perfiles de esfuerzos verticales (Figura 4.206).

En el Caso II se desarrolló un análisis de elemento finito axisimétrico sin inclusiones y considerando a la estructura de cimentación como rígida (*Geodynamique et Structure*, 1999c, Figura 4.207). Estos resultados cumplen satisfactoriamente con los perfiles obtenidos al aplicar las relaciones analíticas (Poulos and Davis, 1973).

Los asentamientos se cuantifican en donde se localiza cada sondeo de cono utilizando las relaciones clásicas de consolidación, pero en este caso, se cuentan con índices de compresibilidad a un paso constante y pequeño (a cada 0.25 m), aprovechando la continuidad del perfil del cono y del contenido de agua.

De esta forma se evaluaron los asentamientos para el Caso I y II. Los resultados se presentan en la Tabla 4.14 y 4.15, respectivamente. En la Figura 4.208 se presentan los perfiles de los asentamientos acumulados obtenidos en una pila tipo (M2).

Otra forma de interpretar los asentamientos diferenciales es a través de la evaluación de los cosenos directores y de la dirección de inclinación de la torre de sustentación al ajustar los valores de los asentamientos a un plano, esto con objeto de considerar la rigidez de la estructura. De esta forma, dicho ajuste considera la variación promedio de las propiedades de los suelos debido al efecto de escala. Los resultados se presentan en las Tablas 4.16 y 4.17.

De los resultados tanto de los asentamientos totales como diferenciales, se concluye que la presencia de inclusiones no contribuye a disminuir los asentamientos ni totales ni diferenciales. Esto se debe al hecho de que las inclusiones en realidad, transfieren los esfuerzos a los materiales subyacentes al nivel de su punta, que en general presentan características de mayor compresibilidad que los de los materiales sobre yacentes a ese nivel.

Debe señalarse en general, que el orden de magnitud tanto de los asentamientos totales como diferenciales es pequeño y se encuentra dentro de los límites permisibles. Se evidencia entonces, que las inclusiones tienen el carácter de ayudar a mejorar las condiciones de capacidad de carga y no el del estado límite de servicio.

b) Evaluación de los asentamientos en cada pila de acuerdo a sus características propias de geometría, cargas, y propiedades del subsuelo

La descripción de las características geométricas y de carga de diseño correspondiente a cada pila se presentan en la Tabla 4.18. Como se puede ver cada pila es un caso particular.

Para obtener una distribución de esfuerzos verticales adecuada para cada pila *Geodynamique et Structure* (1999c) generó de nuevo una distribución de esfuerzos a través de un análisis de elementos finitos 3D (Figura 4.209) considerando una pila hipotética de 90m de diámetro, inclusiones de 25m de longitud, separadas 7m, colocadas verticalmente y separadas 1.5m de la superficie inferior de la zapata. La carga de diseño considerada para este análisis fue de 860 MN, y la profundidad máxima de análisis fue de 50m.

Esta configuración de esfuerzos fue modificada para ajustarse a los casos particulares de las pilas M1 a M3. Respecto a la carga, se utilizó el principio de proporcionalidad para ajustar las cargas inducidas. En la pila M1, donde las inclusiones se separan 8m entre sí, fue necesario ajustar las distribuciones de esfuerzos verticales tendiendo a una condición donde no se consideran las inclusiones. Para la pila M2 fue necesario aplicar el principio del producto escalar con objeto de alargar la distribución hasta coincidir con la punta de las inclusiones (30m). Adicionalmente, y dado que el registro de la distribución de esfuerzos “base” sólo alcanza los 30m, se utilizó el principio de Saint Venant descrito anteriormente.

Para la pila M4 (sin inclusiones y con una carga menor) se realizó un análisis de elemento finito 3D axisimétrico utilizando el programa *PLAXIS* (Geodynamique et Structure, 2000; Figura 4.210.) para una configuración sin inclusiones y considerando las características geométricas y de carga correspondientes. Adicionalmente se consideró la descarga debida a la excavación para obtener la profundidad de desplante (de 40.75m en promedio a 48m), con lo que se obtuvo la configuración de la distribución de esfuerzos “neta”.

Para determinar los parámetros de compresibilidad se utilizó el procedimiento propuesto en las *condiciones generales* del inciso 4.3.3.8. En la pila M4, se siguió el mismo procedimiento considerando valores de OCR tomados directamente de la interpretación de las pruebas de campo incluidas en el reporte “*Rion-Antirion Bridge, Soil investigation at pier M4*” (1997d) cuando se excedían la profundidad máxima de los sondeos de cono

Los asentamientos fueron calculados en los puntos donde existían sondeos de cono (Tabla 4.19). Cabe señalar que en la pila M4 se registran expansiones debido a la presencia de esfuerzos netos negativos debido a la condición de descarga mencionada anteriormente.

De igual manera que en el *análisis para evaluar la influencia de las inclusiones*, se analizó la inclinación de las torres de sustentación. Estos resultados se presentan en la Tabla 4.20.

Una vez concluida la segunda condición del estado límite de servicio se observa que el asentamiento máximo se localiza en la pila M2 (30 cm), y la inclinación máxima promedio¹⁸ entre las pilas M1 a M3 es de 0.001, siendo mayor la de la pila M4 (0.0018), aún así, dentro de los límites permisibles.

¹⁸ Se mide como la pendiente respecto a un eje vertical

CAPÍTULO 5

CONCLUSIONES

El objetivo planteado para este trabajo se ha cumplido. La evaluación del marco teórico existente para la realización de un análisis geoestadístico, así como la propuesta de una metodología de análisis y la revisión de tres casos de estudio, han sido suficientes para corroborar que la *geoestadística*, permite al ingeniero geotecnista contar con una herramienta poderosa de análisis que le ayude a interpretar de una manera más “racional” los resultados de exploraciones geotécnicas.

La revisión del *marco teórico* no se ha limitado únicamente a la exposición de las ecuaciones básicas para el desarrollo de un análisis geoestadístico (Capítulo 2), sino que incluye también su derivación, con objeto de conocer y entender su origen, y poder así, definir con precisión su correcta utilización e interpretación (Anexos I y II).

La *metodología de análisis* propuesta (Capítulo 3) ha sido el resultado de las diferentes aplicaciones prácticas en las que el autor ha participado, por lo que otras opciones podrían ser también útiles. Sin embargo, en esta metodología convergen los resultados de múltiples experiencias (algunas de ellas se presentan en el Capítulo 4), por lo que se recomienda su aplicación, una vez que ésta se ha refinado al emplearse en diferentes casos

La presentación de los *casos de estudio* permitió evaluar los alcances y las limitaciones de la *geoestadística*. Indiscutiblemente, el “proceso” es la parte más valiosa del análisis geoestadístico, ya que al trabajar individualmente con cada una de las propiedades muestreadas, es posible definir entre otras cosas, la periodicidad con la que se depositaron ciertos materiales, su distancia de influencia, el grado de dependencia que tienen los sondeos entre sí, así como las tendencias referenciadas en el espacio. Por otra parte, la obtención de sondeos y cortes virtuales, estimados y simulados, así como la evaluación de su incertidumbre (es decir, los resultados del análisis), permiten describir un continuo estratigráfico asociado a cada propiedad de estudio, lo cual es el objetivo último del análisis, debido a las implicaciones ingenieriles que se derivan de ellos.

Se encontraron también algunas limitaciones, en las posibilidades de aplicación de esta técnica, desde las deficiencias en el muestreo, el requerimiento de un conocimiento amplio de la teoría de la probabilidad, de la estadística y de la teoría de campos aleatorios, la escasez de fuentes bibliográficas, el tiempo invertido para la formulación de los modelos y la evaluación de las estimaciones, las mismas limitaciones de los modelos propuestos (exponencial), hasta la necesidad de contar con herramientas de cómputo robustas (software y hardware).

La formulación de las implicaciones es una consecuencia de la realización de un análisis geoestadístico. En los casos de estudio se dio un enfoque especial al caso de la ingeniería de cimentaciones. Algunas de las implicaciones formuladas incluyen: la definición de un continuo estratigráfico, la descripción de la variabilidad espacial de los estratos (continuidad, espesores, rumbos y echados), la localización de zonas óptimas para la utilización de ciertos sistemas de cimentación, la propuesta de los niveles de desplante, e incluso la descripción de los efectos asociados a los diferentes tipos de cimentación propuestos (emersiones relativas, asentamientos diferenciales, etc)

Finalmente, la *geoestadística* aplicada a la geotecnia servirá a corto plazo, como un instrumento para obtener de manera sistemática estratigrafías y perfiles de diseño, y así, eliminar las representaciones artísticas basadas en la experiencia del analista (subjetivas). La *geoestadística* sin embargo, aún tiene mucho por hacer a mediano y largo plazo, como podría ser el generar criterios óptimos para la ubicación de sondeos en planta, o el mejorar la modelación de la variación aleatoria considerando direcciones preferenciales de correlación, o el acoplar las estimaciones virtuales a modelos mecánicos tridimensionales, o bien utilizar los valores esperados y su incertidumbre asociada para la realización de análisis de confiabilidad.

BIBLIOGRAFÍA

Ang, A. and Tang, W., 1975, "*Probability concepts in engineering planning and design*", Vol. 1-Basic principles, John Wiley y Sons, New York, USA.

Ang, A. and Tang, W. , 1984, "*Probability concepts in engineering planning and design*", Vol. 2-Decision, risk and reliability, John Wiley y Sons, New York, USA.

ASCE, 1990. "*Task Committee on Geostatistical Techniques in Geohydrology of the Ground Water Hydrology Committee of the ASCE Hydraulics Division*", Special Report, USA.

Auvinet, G., 1975, "*Probabilidad y estadística*", Apuntes para estudiantes del curso, División de Estudios de Posgrado, Facultad de Ingeniería, UNAM, disponibles en la biblioteca de la DEPMI, México.

Auvinet, G., 1976, "*Utilidad y limitaciones del enfoque probabilista aplicado a la construcción en zonas minadas*", Memoria, Simposio sobre "*Cimentaciones en Zonas Minadas de la Ciudad de México*", Sociedad Mexicana de Mecánica de Suelos, pp. 171-175, México, D.F.

Auvinet, G., 1978, "*Procesos estocásticos*", Apuntes para estudiantes, División de Estudios de Posgrado, Facultad de Ingeniería, UNAM, disponibles en la biblioteca de la DEPMI, México.

Auvinet, G., 1984, "*Variabilidad de los depósitos de carbón. Un enfoque estocástico*", estudio realizado para Minera Carbonífera de Río Escondido, Coahuila, México.

Auvinet, G., 1991, "*Geotechnical properties*", General Report, Session B-2, VIth International Conference on Applications of Statistics and Probability in Civil Engineering, CERRA-ICASP 6, Mexico.

Auvinet, G., 1994, "*Modélisation stochastique de la répartition spatiale des propriétés des sols et des ouvrages en terre*", Actes des Journées Nationales sur les "*Applications des Statistiques et Probabilités en Analyse des Matériaux et des Ouvrages*", pp. 159-171, Cachan, Mar. 30-31, France.

Auvinet, G., 1999, "*Confiabilidad y análisis de riesgo en geotecnia*", Apuntes para estudiantes del curso, División de Estudios de Posgrado, Facultad de Ingeniería, UNAM, México.

Auvinet, G. and Abaziou, L., 1993, "*Application of random field theory to control of compaction of earth embankments*", CODATA Conference on Geomathematics and Geomechanics, Enschede, Holland, Sciences de la Terre, N°32, France.

Auvinet, G., Alberro, J. y Hernández, R., 1997, "*Planta de tratamiento de aguas residuales Texcoco Norte. Evaluación de soluciones basadas en cimentaciones compensadas*", Informe preparado para la Comisión Nacional del Agua, México

Auvinet, G. and Bouvard, D., 1988, "*Geometric scale effect in granular media*", Proceedings, "*Powders and grains*", International Conference on Micromechanics of Granular Media, September, Balkema, pp. 29-34, Clermont-Ferrand, France.

Auvinet G. and de Fouquet, C., 1996, "*Random Processes, Geostatistical Methods, Applications of Geostatistics*", Proceedings, ICASP7, International Conference on Applications of Statistics and Probability, Balkema, Rotterdam, Vol. 3, pp. 1477-1479.

Auvinet, G. and Medina, Z., 1998, "*Geostatistical analysis of the soil data on the site of the Rion-Antirion Bridge*", Final Report elaborated for Géodynamique et Structure, France.

Auvinet, G. y Medina, Z., 1999, "*Interpretación geoestadística de los resultados de la campaña de reconocimiento geotécnico del sitio Tecamac*", Informe preparado para la Comisión Nacional del Agua, México.

Auvinet, G., Medina, Z. y Juárez, M., 2001, "*Interpretación geoestadística de exploraciones geotécnicas*", Publicación Instituto de Ingeniería-SMMS, México (en preparación).

Auvinet, G. et Mrabet, Z., 1996, "*Fiabilité des remblais homogènes compactés*", GEO96, Aussois, France.

Auvinet, G. and Rossa, O., 1991, "*Reliability of Foundations on Soft Soils*", Proceedings, Sixth International Conference on Applications of Statistics and Probability in Civil Engineering, CERRA-ICASP-6, June, pp. 768-775, Mexico, D.F.

Auvinet, G. y Rossa, O., 1994, "*Análisis de riesgo en geotecnia*", Memoria, Reunión Nacional de Mecánica de Suelos, pp. 261-268, Jalapa, Veracruz, México.

Benjamin, J.R. and Cornell, C.A., 1970, "*Probability, statistics and decision for civil engineers*", McGraw-Hill, USA

Bolle, A., 1993, "*How to manage the spatial variability of natural soils*", Proceedings, PROBAMAT, Probabilités et Matériaux, Essais, Modèles et Applications, NATO ARW 930521, ENS Cachan, France

Bowles, J.E., 1984, "*Physical and Geotechnical Properties of Soils*", McGraw-Hill, USA.

Burden, R. and Faires, J.D., 1997, "Numerical Analysis", 6th ed, International Thompson Publishers Co., USA

Canavos, G., 1988, "*Probabilidad y estadística, aplicaciones y métodos*", McGraw Hill, México.

Cornell, C., 1969, "*A probability-based structural code*", Journal of the American Concrete Institute, title No. 66-85, December 1969, pp. 974-985, USA.

Cornell, C.A., 1971, "*First order uncertainty analysis of soils deformation and stability*", Proceedings, First International Conference of Applications of Statistics and Probability to Soil and Structural Engineering, Hong Kong.

Dávalos, D., 2001, "*Sistema de apoyo al análisis geoestadístico*", Tesis de Licenciatura, ENEP-Aragón UNAM, México.

Dávalos, D., Medina, Z. y Auvinet. G., 2001, "*Sistema de apoyo al análisis geoestadístico*", Manual, México (En elaboración).

Departamento del Distrito Federal, 1995, "*Normas Técnicas Complementarias para el Diseño y Construcción de Cimentaciones del Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal*", Gaceta Oficial, México.

Deutsch, C.V. and Journel, A.G., 1992, "*GSLIB, geostatistical software library and user's guide*", Oxford University Press, New York, USA

Esteva, L., 1976, "*Second Moment probabilistic analysis of statically loaded non linear structures*", Publicación E 19, Instituto de Ingeniería, UNAM, Mexico.

Favre, J. L. , 1984, "*Analyse de la sécurité: Fiabilité-risque*", Ecole Centrale des Arts et Manufactures, Paris, France.

Fenton, G.A., 1996, "*Probabilistic methods in Geotechnical Engineering*", ASCE Uncertainty'96, Madison, Wisconsin, USA.

Géodynamique et Structure, 1997a, "*Rion Antirion Bridge. Soil investigation at pier M1*", Report PED-P-RPT-M4-FOU-X-GDS00030-0, France.

Géodynamique et Structure, 1997b, "*Rion Antirion Bridge. Soil investigation at pier M2*", Report PED-P-RPT-M4-FOU-X-GDS00031-0, France.

Géodynamique et Structure, 1997c, "*Rion Antirion Bridge. Soil investigation at pier M3*", Report PED-P-RPT-M4-FOU-X-GDS00032-0, France.

Géodynamique et Structure, 1997d, "*Rion Antirion Bridge. Soil investigation at pier M4*", Report PED-P-RPT-M4-FOU-X-GDS00033-0, France.

Géodynamique et Structure, 1997e, “*Tectonic Framework of the Rion-Antirion Bridge*”, Report No. 22, France

Géodynamique et Structure, 1999a, “*Rion-Antirion Bridge. Geostatistical analysis of the soil data*”, Report PRE-P-RPT-MG-FOU-X-GDS00057-0, France.

Géodynamique et Structure, 1999b, “*Rion-Antirion Bridge. Geostatistical analysis of the soil data. Complementary report: Comparative analysis of settlements of piers foundation on soil with and without inclusions*”, Report FIN-P-RPT-MG-FOU-X-GDS00072-0, France.

Géodynamique et Structure., 1999c, “*3D Finite element analysis of a pier foundation*”, Report FIN-P-CLC-MG-FOU-X-GDS00079-0, France.

Géodynamique et Structure, 2000, “*Rion-Antirion Bridge. Geostatistical analysis of the soil data. Complementary report II: Analysis of settlements of piers foundation on soil for updated loading conditions and spacing and length of inclusions*”, Report FIN-P-RPT-MG-FOU-X-GDS00073-0, France.

Géodynamique et Structure, 2000, “*Rion-Antirion Bridge*”, <http://www.fdsweb.com/gefyra/English/Frameset2.htm>, Greece.

Gerencia de Ingeniería Experimental y Control, C.F.E., 1998, “*Planta de tratamiento de aguas residuales Texcoco Norte*”, Informe especial, México.

Harbaugh, J., Doveton, J and Davis, J., 1977, “*Probability Methods in Oil*”, John Wiley & Sons, USA.

Hasofer, A. M., 1974, “*Reliability index and failure probability*”, Journal of Structural Mechanics, Vol. 3, No. 1, pp. 25-27, USA.

Hasofer, A. M and Lind, N. C., 1974, “*Exact and invariant second-moment code format*”, Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE, Vol. 100, N° EM1, February, pp. 11-121, USA.

Jaime, A. y Romo, M., 1987, “*Características del suelo en el sitio Plaza Río de Janeiro*”, Informe elaborado para el Departamento del Distrito Federal, Instituto de Ingeniería, UNAM, México.

Journel, A.G. 1975, “*Guide pratique de géostatistique*”, Centre de Géostatistique, Fontainebleau, France.

Juárez, M., 2001, “*Aplicación de la Geoestadística a la Descripción del Subsuelo del Valle de México*”, Tesis de Maestría, ESIA-IPN, México.

Kapur, K. C. and Lamberson, L. R. , 1977, "*Reliability in engineering design*", John Wiley y Sons, New York, USA.

Krige, D. G., 1962, "*Statistical application in mine valuation*", J. Institute Mine Survey, South Africa.

Li K. S. and Lumb P., 1987, "*Probabilistic design of slopes*", *Canadian Geotechnical Journal*, No. 24, pp 520-535, Canada.

Marsal, R. y Mazari, M., 1959, "*El subsuelo de la Ciudad de México*", Facultad de Ingeniería, UNAM, México.

Matheron, G., 1965, "*Les variables généralisées et leur estimation*", Masson et Cie, France.

Medina, Z. y Auvinet, G., 2000, "*Aplicación del análisis geoestadístico a la interpretación de resultados de campañas de exploración geotécnica*", XX Congreso Nacional de la Sociedad Mexicana de Mecánica de Suelos, Oaxaca, Vol 2, 23-32, México.

Méndez, E., 1991, "*Evolución de las propiedades de la Arcilla de la Ciudad de México*", Tesis de Licenciatura, ESAI-IPN, México.

Mood A. and Graybill, F., 1963, "*Introduction to the theory of statistics*", McGraw Hill, USA.

Mrabet et Zouhaier, 1997, "*Fiabilité des remblais homogènes compactés*", Thèse doctorale, Laboratoire de Géomécanique ENSG, Institut National Polytechnique de Lorraine, Nancy, France, (dirigido por G.Auvinet)

NavFac DM-7. 1982, "*Soil Mechanics*", Design Manual 7.1, Department of the Navy, Naval Facilities Engineering Command, Alexandria, Va., USA.

Ochi, M.K., 1990, "*Applied probability and Stochastic processes*", Johns Wiley y Sons, USA

Pantoja, A., 2001, "*Interpretación geoestadística de la campaña de exploración geotécnica en el sitio Texcoco Norte*"; Tesis de Maestría, DEPEI-UNAM, México. (En proceso, dirigida por el Dr. Auvinet).

Papoulis, A., 1984, "*Probability, Random variables and Stochastic Processes*", McGrawHill, USA.

Papoulis, A., 1984, "*Signal Analysis*", McGraw Hill, USA

Poulos H. G. and Davis E.H., "*Elastic solutions for soil and rock mechanics*" John Wiley and Sons, Inc., 1973.

Rao, S , 1992, "*Reliability-based design*", McGraw-Hill Inc., USA.

Rascón, O., 1970, "*Introducción a la estadística descriptiva*", Textos programados, UNAM, México

Rétháti, L., 1985, "*Probabilistic solutions in geotechnics*", Developments in geotechnical engineering, Vol. 46, Elsevier, New York, USA.

Rion-Antirion Bridge, 2000, <http://www.fdsweb.com/gefyra/English/Frameset2.htm>, Greece

Rosenblatt, M. , 1952, "*Remarks on a multivariate transformation*", Annals of Math. Stat., Vol. 23, No. 3, September, pp. 470-472, USA.

Rosenblueth, E., 1970, "*Confiabilidad y utilidad en Ingeniería*", Publicación N^o 234, Instituto de Ingeniería, UNAM, México, D.F

Rosenblueth, E., 1975, "*Point estimates for probability moments*", Proc. Nat. Acad. Sciences, Vol 72, October, pp.3812-3814, USA.

Rubinstein, R. Y. , 1981, "*Simulation and the Monte Carlo Method*", John Wiley and Sons, New York, USA.

Schmertmann, J.H., 1978, "*Guidelines for CPT performance and Design*", prepared for Federal Highway Works Administration, Washington, D.C, USA.

Shahrokh R., Srivastava, M., Desbarats, A., Cromer, M. and Johnson, I., 1996 "*Geostatistics for Environmental and Geotechnical Applications*", ASTM STP 1283, USA

Shinozuka, M and Zhang, R., 1996, "*Equivalence between kriging and conditional probability methods for conditional simulation*", *Journal of Engineering Mechanics*, Vol. 122, No 6, june, ASCE, pp. 530-538, USA.

Shooman, M. L., 1968 , "*Probabilistic reliability: an engineering approach*", McGraw-Hill, New York, USA.

Soulié, M., Favre, M. et Konrad, J.M., 1983, "*Analyse géostatistique d'un noyau de barrage tel que construit*", Canadian Geotechnical Journal, Vol. 20, pp. 453-467, Canada.

VanMarcke E., 1977, "Probabilistic modeling of soil profiles", *Journal of the Geotechnical Engineering Division*. Vol 103, No. GT11, pp 1227-1246, USA.

VanMarcke, E., 1983, "*Random fields: Analysis and Synthesis*", MIT Press, Cambridge, Ma., USA.

Weimer, R., 1996, "*Estadística*", CECSA, México.

TABLAS

<u>4.1</u>	Definición estratigráfica del sitio <i>Tecámac</i> según campaña de exploración geotécnica.
<u>4.2</u>	Parámetros estadísticos básicos de los perfiles verticales del contenido de agua W, % en los diez sondeos. Sitio <i>Tecámac</i> , Estado de México.
<u>4.3</u>	Ecuaciones de la tendencia lineal del contenido de agua W, % por sondeo y global. Sitio <i>Tecámac</i> , Estado de México.
<u>4.4</u>	Incertidumbres y distancias de influencia del modelo de variabilidad espacial por horizonte. Sitio <i>Tecámac</i> , Estado de México.
<u>4.5.a</u>	Ubicación de los sondeos efectuados durante las campañas de exploración geotécnica. Pila M1. Puente Rion-Antirion, Grecia.
<u>4.5.b</u>	Ubicación de los sondeos efectuados durante las campañas de exploración geotécnica. Pila M2. Puente Rion-Antirion, Grecia.
<u>4.5.c</u>	Ubicación de los sondeos efectuados durante las campañas de exploración geotécnica. Pila M3. Puente Rion-Antirion, Grecia.
<u>4.5.d</u>	Ubicación de los sondeos efectuados durante las campañas de exploración geotécnica. Pila M4. Puente Rion-Antirion, Grecia.
<u>4.5.e</u>	Ubicación de los sondeos efectuados durante las campañas de exploración geotécnica. Serie especial R. Puente Rion-Antirion, Grecia.
<u>4.5.f</u>	Ubicación de los sondeos efectuados durante las campañas de exploración geotécnica. Serie especial N. Puente Rion-Antirion, Grecia.
<u>4.5.g</u>	Ubicación de los sondeos efectuados durante las campañas de exploración geotécnica. Serie especial A. Puente Rion-Antirion, Grecia.
<u>4.5.h</u>	Ubicación de los sondeos efectuados durante las campañas de exploración geotécnica. Serie especial C2. Puente Rion-Antirion, Grecia.
<u>4.5.i</u>	Ubicación de los sondeos efectuados durante las campañas de exploración geotécnica. Serie especial C3. Puente Rion-Antirion, Grecia.
<u>4.6</u>	Clasificación del suelo por unidades. Puente Rion-Antirion, Grecia.
<u>4.7</u>	Descripción del perfil estratigráfico en la pila M1. Puente Rion-Antirion, Grecia.
<u>4.8</u>	Concentrado de valores medios y desviación estándar del contenido de agua por sondeo. Puente Rion-Antirion, Grecia.
<u>4.9</u>	Coefficientes del ajuste de un hiperplano a los valores del contenido de agua en la pila M1. Puente Rion-Antirion, Grecia.
<u>4.10</u>	Coefficientes del ajuste de un hiperplano aplicado a los valores de la resistencia de punta a la penetración del cono en la pila M1. Puente Rion-Antirion, Grecia.
<u>4.11.a</u>	Ecuaciones de las tendencias lineales de la resistencia de punta a la penetración en suelos blandos. Pila M1. Puente Rion-Antirion, Grecia.
<u>4.11.b</u>	Ecuaciones de las tendencias lineales de la resistencia de punta a la penetración en suelos blandos. Pila M2. Puente Rion-Antirion, Grecia.

<u>4.11.c</u>	Ecuaciones de las tendencias lineales de la resistencia de punta a la penetración en suelos blandos. Pila M3. Puente Rion-Antirion, Grecia.
<u>4.12</u>	Resumen de parámetros de los modelos de variación aleatoria para el contenido de agua. Puente Rion-Antirion, Grecia.
<u>4.13</u>	Resumen de parámetros de los modelos de variación aleatoria para la resistencia de punta (CPT). Puente Rion-Antirion, Grecia.
<u>4.14</u>	Resultados de los asentamientos totales en la ubicación de los sondeos de cono en cada pila, caso I. Puente Rion-Antirion, Grecia.
<u>4.15</u>	Resultados de los asentamientos totales en la ubicación de los sondeos de cono en cada pila, caso II. Puente Rion-Antirion, Grecia.
<u>4.16</u>	Asentamientos diferenciales, vector de inclinación máxima en cada pila, caso I. Puente Rion-Antirion, Grecia.
<u>4.17</u>	Asentamientos diferenciales, vector de inclinación máxima en cada pila, caso II. Puente Rion-Antirion, Grecia.
<u>4.18</u>	Características de geometría y cargas en cada pila. Puente Rion-Antirion, Grecia.
<u>4.19</u>	Asentamientos totales en cada pila (diseño). Puente Rion-Antirion, Grecia.
<u>4.20</u>	Asentamientos diferenciales, vector de inclinación máxima en cada pila. Puente Rion-Antirion, Grecia.

FIGURAS

CAPITULO 2

- 2.1 Diagrama de Venn. Representación gráfica de dos eventos A y B mutuamente exclusivos.
- 2.2 Diagrama de Venn. Probabilidad condicional.
- 2.3 Teorema de Bayes.
- 2.4 Densidad de probabilidad "normal" de la variable aleatoria V .
- 2.5 Densidad de probabilidad "normal" conjunta de V_1 y V_2 .
- 2.6 Curvas de isovalores de la densidad de probabilidad "normal" conjunta de V_1 y V_2 .
- 2.7 Familia de variables aleatorias $V(X)$ en R^1 .
- 2.8 Muestreo puntual en R^3 .
- 2.9 Realización parcial discreta. Perfil vertical de la variable *contenido de agua*. Sondeo SM1, Sitio Tecámac, Estado de México
- 2.10 Realización parcial continua. Interpolación lineal de la realización discreta. Perfil vertical de la variable *contenido de agua*. Sondeo SM1, Sitio Tecámac, Estado de México.
- 2.11 Sondeo virtual en un campo aleatorio $V(X)$ (en R^3).
- 2.12 Estimación condicional en el campo aleatorio $V(X)$ (en R^3).

CAPITULO 4

- 4.1 Perfil de contenido de agua $W, \%$. Sondeo A (1952), sitio Plaza Río de Janeiro, México D.F.
- 4.2 Perfil de contenido de agua $W, \%$. Sondeo B (1986), sitio Plaza Río de Janeiro, México D.F.
- 4.3 Histograma del contenido de agua. Sondeo A (1952), sitio Plaza Río de Janeiro, México D.F.
- 4.4 Histograma del contenido de agua. Sondeo B (1986), sitio Plaza Río de Janeiro, México D.F.
- 4.5 Interpolación lineal del sondeo B (1986) a un paso constante de 0.25m, sitio Plaza Río de Janeiro, México D.F.
- 4.6 Histograma de la distancia de muestreo D_m del contenido de agua. Sondeo A (1952), sitio Plaza Río de Janeiro, México D.F.
- 4.7 Histograma de la distancia de muestreo D_m del contenido de agua, sitio Plaza Río de Janeiro, México D.F.
- 4.8 Distribución de frecuencias acumulada de la distancia de muestreo D_m del contenido de agua. Sondeo A (1952), sitio Plaza Río de Janeiro, México D.F.
- 4.9 Distribución de frecuencias acumulada de la distancia de muestreo D_m del contenido de agua. Sondeo B (1986), sitio Plaza Río de Janeiro, México D.F.

-
- 4.10 Variación del coeficiente de correlación del Sondeo A (1952), sitio Plaza Río de Janeiro, México D.F
 - 4.11 Variación del coeficiente de correlación del Sondeo B (1986), sitio Plaza Río de Janeiro, México D.F
 - 4.12 Tendencia lineal del contenido de agua W,%. Sondeo A (1952), sitio Plaza Río de Janeiro, México D.F.
 - 4.13 Tendencia lineal del contenido de agua W,%. Sondeo A (1952), sitio Plaza Río de Janeiro, México D.F.
 - 4.14 Realización de campo residual lineal del sondeo A (1952). Sitio Plaza Río de Janeiro, México D.F.
 - 4.15 Realización de campo residual lineal del sondeo B (1986). Sitio Plaza Río de Janeiro, México D.F.
 - 4.16 Histograma del contenido de agua correspondiente el campo residual. Sondeo A (1952), sitio Plaza Río de Janeiro, México D.F.
 - 4.17 Histograma del contenido de agua correspondiente el campo residual. Sondeo B (1986), sitio Plaza Río de Janeiro, México D.F.
 - 4.18 Variación del coeficiente de correlación del Sondeo B (1986) una vez removida la tendencia de la realización original. Sitio Plaza Río de Janeiro, México D.F.
 - 4.19 Comparación de la variación del coeficiente de correlación del Sondeo B (1986) antes y después de remover la tendencia. Sitio Plaza Río de Janeiro, México D.F.
 - 4.20 Estimación de contenido de agua W,% en el sondeo B (1986) y realización original Sitio Plaza Río de Janeiro, México D.F.
 - 4.21 Estimación de contenido de agua W,% en el sondeo B (1986) utilizando la realización residual y realización original. Sitio Plaza Río de Janeiro, México D.F.
 - 4.22 Diferencia entre los sondeos estimados utilizando el modelo del sondeo original y el del modelo del sondeo residual del contenido de agua W,% . Sondeo B (1986), sitio Plaza Río de Janeiro, México D.F.
 - 4.23 Incertidumbre (desviación estándar) de la estimación de contenido de agua W,% en el sondeo B (1986). Sitio Plaza Río de Janeiro, México D.F.
 - 4.24 Simulación del contenido de agua W,% y realización original. Sondeo B (1986), sitio Plaza Río de Janeiro, México D.F.
 - 4.25 Diferencia entre el sondeo simulado a través del modelo del sondeo original y el sondeo interpolado del original. Sondeo B (1986), sitio Plaza Río de Janeiro, México D.F.
 - 4.26 Localización del sitio Tecámac.
 - 4.27 Ubicación de sondeos en el sitio Tecámac, Estado de México.
 - 4.28 Ubicación en planta de los bancos de nivelación y de los sondeos. Sitio Tecámac, Estado de México.
 - 4.29 Mapa de la geología superficial, sitio Tecámac, Estado de México
 - 4.30 Perfil de contenido de agua W,%. Sondeo SM-1, sitio Tecámac, Estado de México.
 - 4.31 Perfil de contenido de agua W,%. Sondeo SM-2, sitio Tecámac, Estado de México.
-

-
- 4.32 Perfil de contenido de agua W,%. Sondeo SM-3, sitio Tecámac, Estado de México.
- 4.33 Perfil de contenido de agua W,%. Sondeo SM-4, sitio Tecámac, Estado de México.
- 4.34 Perfil de contenido de agua W,%. Sondeo SM-5, sitio Tecámac, Estado de México.
- 4.35 Perfil de contenido de agua W,%. Sondeo SM-6, sitio Tecámac, Estado de México.
- 4.36 Perfil de contenido de agua W,%. Sondeo SPE-1, sitio Tecámac, Estado de México.
- 4.37 Perfil de contenido de agua W,%. Sondeo SPE-2, sitio Tecámac, Estado de México.
- 4.38 Perfil de contenido de agua W,%. Sondeo SPE-3, sitio Tecámac, Estado de México.
- 4.39 Perfil de contenido de agua W,%. Sondeo SPE-4, sitio Tecámac, Estado de México.
- 4.40 Histograma de la población global del contenido de agua. Sitio Tecámac, Estado de México.
- 4.41 Histograma de contenido de agua. Sondeo SM-1, sitio Tecámac, Estado de México.
- 4.42 Histograma de contenido de agua. Sondeo SM-2, sitio Tecámac, Estado de México.
- 4.43 Histograma de contenido de agua. Sondeo SM-3, sitio Tecámac, Estado de México.
- 4.44 Histograma de contenido de agua. Sondeo SM-4, sitio Tecámac, Estado de México.
- 4.45 Histograma de contenido de agua. Sondeo SM-5, sitio Tecámac, Estado de México.
- 4.46 Histograma de contenido de agua. Sondeo SM-6, sitio Tecámac, Estado de México.
- 4.47 Histograma de contenido de agua. Sondeo SPE-1, sitio Tecámac, Estado de México.
- 4.48 Histograma de contenido de agua. Sondeo SPE-2, sitio Tecámac, Estado de México.
- 4.49 Histograma de contenido de agua. Sondeo SPE-3, sitio Tecámac, Estado de México.
- 4.50 Histograma de contenido de agua. Sondeo SPE-4, sitio Tecámac, Estado de México.
- 4.51 Variación en planta de la media del contenido de agua W, %. Sitio Tecámac, Estado de México.
- 4.52 Variación en planta de la desviación estándar del contenido de agua W, %. Sitio Tecámac, Estado de México.
- 4.53 Número de muestras de contenido de agua W, % tomadas por sondeo (cota inferior = 30 m). Sitio Tecámac, Estado de México.
-

<u>4.54</u>	Realización original y tendencias, sondeo SM-1. Sitio Tecámac, Estado de México.
<u>4.55</u>	Realización original y tendencias, sondeo SM-2. Sitio Tecámac, Estado de México.
<u>4.56</u>	Realización original y tendencias, sondeo SM-3. Sitio Tecámac, Estado de México.
<u>4.57</u>	Realización original y tendencias, sondeo SM-3. Sitio Tecámac, Estado de México.
<u>4.58</u>	Realización original y tendencias, sondeo SM-5. Sitio Tecámac, Estado de México.
<u>4.59</u>	Realización original y tendencias, sondeo SM-6. Sitio Tecámac, Estado de México.
<u>4.60</u>	Realización original y tendencias, sondeo SPE-1. Sitio Tecámac, Estado de México.
<u>4.61</u>	Realización original y tendencias, sondeo SPE-2. Sitio Tecámac, Estado de México.
<u>4.62</u>	Realización original y tendencias, sondeo SPE-3. Sitio Tecámac, Estado de México.
<u>4.63</u>	Realización original y tendencias, sondeo SPE-4. Sitio Tecámac, Estado de México.
<u>4.64</u>	Población global corregida (sin la tendencia lineal) del contenido de agua W,% Sitio Tecámac, Estado de México.
<u>4.65</u>	Variación del coeficiente de correlación, Sondeo SM-1. Sitio Tecámac, Estado de México.
<u>4.66</u>	Variación del coeficiente de correlación, Sondeo SM-2. Sitio Tecámac, Estado de México.
<u>4.67</u>	Variación del coeficiente de correlación, Sondeo SM-3. Sitio Tecámac, Estado de México.
<u>4.68</u>	Variación del coeficiente de correlación, Sondeo SM-4. Sitio Tecámac, Estado de México.
<u>4.69</u>	Variación del coeficiente de correlación, Sondeo SM-5. Sitio Tecámac, Estado de México.
<u>4.70</u>	Variación del coeficiente de correlación, Sondeo SM-6. Sitio Tecámac, Estado de México.
<u>4.71</u>	Variación del coeficiente de correlación, Sondeo SPE-1. Sitio Tecámac, Estado de México.
<u>4.72</u>	Variación del coeficiente de correlación, Sondeo SPE-2. Sitio Tecámac, Estado de México.
<u>4.73</u>	Variación del coeficiente de correlación, Sondeo SPE-3. Sitio Tecámac, Estado de México.
<u>4.74</u>	Variación del coeficiente de correlación, Sondeo SPE-4. Sitio Tecámac, Estado de México.
<u>4.75</u>	Modelo vertical de variación aleatoria del campo de W,%. Sitio Tecámac, Estado de México.

-
- 4.76 Coeficiente de correlación horizontal de SM-3 vs el resto de los sondeos. Sitio Tecámamac, Estado de México.
- 4.77 Modelo de correlación horizontal del campo aleatorio. Sitio Tecámamac, Estado de México.
- 4.78 Rosa de correlación global (simétrica) considerando los diez sondeos de contenido de agua W,%. Sitio Tecámamac, Estado de México.
- 4.79 Zcanning entre los sondeos SM-3 y SPE-1. Sitio Tecámamac, Estado de México.
- 4.80 Zcanning entre los sondeos SM-4 y SPE-4. Sitio Tecámamac, Estado de México.
- 4.81 Modelo de correlación horizontal para la primera población, con centro de "ventana" en $z=3\text{m}$. Sitio Tecámamac, Estado de México.
- 4.82 Modelo de correlación horizontal para la segunda población, con centro de "ventana" en $z=8\text{m}$. Sitio Tecámamac, Estado de México.
- 4.83 Modelo de correlación horizontal para la tercera población, con centro de "ventana" en $z=13\text{m}$. Sitio Tecámamac, Estado de México.
- 4.84 Modelo de correlación horizontal para la cuarta población, con centro de "ventana" en $z=18\text{m}$. Sitio Tecámamac, Estado de México.
- 4.85 Modelo de correlación horizontal para la quinta población, con centro de "ventana" en $z=23\text{m}$. Sitio Tecámamac, Estado de México.
- 4.86 Modelo de correlación horizontal para la sexta población, con centro de "ventana" en $z=27\text{m}$. Sitio Tecámamac, Estado de México.
- 4.87 Grado de correlación, primera población con centro de "ventana" en $z=3\text{m}$. Sitio Tecámamac, Estado de México.
- 4.88 Grado de correlación, primera población con centro de "ventana" en $z=8\text{m}$. Sitio Tecámamac, Estado de México.
- 4.89 Grado de correlación, primera población con centro de "ventana" en $z=13\text{m}$. Sitio Tecámamac, Estado de México.
- 4.90 Grado de correlación, primera población con centro de "ventana" en $z=18\text{m}$. Sitio Tecámamac, Estado de México.
- 4.91 Grado de correlación, primera población con centro de "ventana" en $z=23\text{m}$. Sitio Tecámamac, Estado de México.
- 4.92 Grado de correlación, primera población con centro de "ventana" en $z=28\text{m}$. Sitio Tecámamac, Estado de México.
- 4.93 Ubicación de sondeos reales y virtuales. Sitio Tecámamac, Estado de México.
- 4.94 Estimación condicional de contenido de agua, corte "A". Sitio Tecámamac, Estado de México.
- 4.95 Estimación condicional de contenido de agua, corte "B". Sitio Tecámamac, Estado de México.
- 4.96 Estimación condicional de contenido de agua, corte "C". Sitio Tecámamac, Estado de México.
- 4.97 Estimación condicional de contenido de agua, corte "D". Sitio Tecámamac, Estado de México.
- 4.98 Estimación condicional de contenido de agua, corte "E". Sitio Tecámamac, Estado de México.
-

-
- 4.99 Estimación condicional de contenido de agua, corte "F". Sitio Tecámamac, Estado de México.
- 4.100 Incertidumbre de la estimación (desviación estándar) del contenido de agua, corte "A". Sitio Tecámamac, Estado de México
- 4.101 Incertidumbre de la estimación (desviación estándar) del contenido de agua, corte "B". Sitio Tecámamac, Estado de México.
- 4.102 Incertidumbre de la estimación (desviación estándar) del contenido de agua, corte "C". Sitio Tecámamac, Estado de México.
- 4.103 Incertidumbre de la estimación (desviación estándar) del contenido de agua, corte "D". Sitio Tecámamac, Estado de México.
- 4.104 Incertidumbre de la estimación (desviación estándar) del contenido de agua, corte "E". Sitio Tecámamac, Estado de México.
- 4.105 Incertidumbre de la estimación (desviación estándar) del contenido de agua, corte "F". Sitio Tecámamac, Estado de México.
- 4.106 Validación cruzada en el sondeo SPE-1. Estimación del contenido de agua. Sitio Tecámamac, Estado de México.
- 4.107 Validación cruzada en el sondeo SPE-1. Simulación del contenido de agua. Sitio Tecámamac, Estado de México.
- 4.108 Modelo de variación aleatoria vertical en la validación cruzada para SPE-1. Sitio Tecámamac, Estado de México.
- 4.109 Modelo de variación aleatoria horizontal en la validación cruzada para SPE-1. Sitio Tecámamac, Estado de México.
- 4.110 Validación cruzada en el sondeo SM-3. Estimación del contenido de agua. Sitio Tecámamac, Estado de México.
- 4.111 Validación cruzada en el sondeo SM-3. Simulación del contenido de agua. Sitio Tecámamac, Estado de México.
- 4.112 Modelo de variación aleatoria vertical en la validación cruzada para SM-3. Sitio Tecámamac, Estado de México.
- 4.113 Modelo de variación aleatoria horizontal en la validación cruzada para SM-3. Sitio Tecámamac, Estado de México.
- 4.114 Validación completa en el sondeo SPE-1. Sondeo original, estimación y dos simulaciones. Sitio Tecámamac, Estado de México.
- 4.115 Validación completa en el sondeo SM-3-1. Sondeo original, estimación y dos simulaciones. Sitio Tecámamac, Estado de México.
- 4.116 Promedio móvil (rango=1m) del número de golpes N (SPT), $z=0.5m$. Sitio Tecámamac, Estado de México.
- 4.117 Promedio móvil (rango=1m) del número de golpes N (SPT), $z=1.5m$. Sitio Tecámamac, Estado de México.
- 4.118 Promedio móvil (rango=1m) del número de golpes N (SPT), $z=2.5m$. Sitio Tecámamac, Estado de México.
- 4.119 Promedio móvil (rango=1m) del número de golpes N (SPT), $z=3.5m$. Sitio Tecámamac, Estado de México.
- 4.120 Promedio móvil (rango=1m) del número de golpes N (SPT), $z=4.5m$. Sitio Tecámamac, Estado de México.
-

<u>4.121</u>	Promedio móvil (rango=1m) del número de golpes N (SPT), z=5.5m. Sitio Tecámac, Estado de México.
<u>4.122</u>	Promedio móvil (rango=1m) del número de golpes N (SPT), z=6.5m. Sitio Tecámac, Estado de México.
<u>4.123</u>	Promedio móvil (rango=1m) del número de golpes N (SPT), z=8.5m. Sitio Tecámac, Estado de México.
<u>4.124</u>	Promedio móvil (rango=1m) del número de golpes N (SPT), z=8.5m. Sitio Tecámac, Estado de México.
<u>4.125</u>	Promedio móvil (rango=1m) del número de golpes N (SPT), z=9.5m. Sitio Tecámac, Estado de México.
<u>4.126</u>	Promedio móvil (rango=1m) del número de golpes N (SPT), z=10.5m. Sitio Tecámac, Estado de México.
<u>4.127</u>	Promedio móvil (rango=1m) del número de golpes N (SPT), z=11.5m. Sitio Tecámac, Estado de México.
<u>4.128</u>	Promedio móvil (rango=1m) del número de golpes N (SPT), z=12.5m. Sitio Tecámac, Estado de México.
<u>4.129</u>	Promedio móvil (rango=1m) del número de golpes N (SPT), z=13.5m. Sitio Tecámac, Estado de México.
<u>4.130</u>	Promedio móvil (rango=1m) del número de golpes N (SPT), z=14.5m. Sitio Tecámac, Estado de México.
<u>4.131</u>	Promedio móvil (rango=1m) del número de golpes N (SPT), z=15.5m. Sitio Tecámac, Estado de México.
<u>4.132</u>	Promedio móvil (rango=1m) del número de golpes N (SPT), z=16.5m. Sitio Tecámac, Estado de México.
<u>4.133</u>	Promedio móvil (rango=1m) del número de golpes N (SPT), z=17.5m. Sitio Tecámac, Estado de México.
<u>4.134</u>	Promedio móvil (rango=1m) del número de golpes N (SPT), z=18.5m. Sitio Tecámac, Estado de México.
<u>4.135</u>	Promedio móvil (rango=1m) del número de golpes N (SPT), z=19.5m. Sitio Tecámac, Estado de México.
<u>4.136</u>	Promedio móvil (rango=1m) del número de golpes N (SPT), z=20.5m. Sitio Tecámac, Estado de México.
<u>4.137</u>	Promedio móvil (rango=1m) del número de golpes N (SPT), z=21.5m. Sitio Tecámac, Estado de México.
<u>4.138</u>	Promedio móvil (rango=1m) del número de golpes N (SPT), z=22.5m. Sitio Tecámac, Estado de México.
<u>4.139</u>	Promedio móvil (rango=1m) del número de golpes N (SPT), z=23.5m. Sitio Tecámac, Estado de México.
<u>4.140</u>	Promedio móvil (rango=1m) del número de golpes N (SPT), z=24.5m. Sitio Tecámac, Estado de México.
<u>4.141</u>	Promedio móvil (rango=1m) del número de golpes N (SPT), z=25.5m. Sitio Tecámac, Estado de México.
<u>4.142</u>	Promedio móvil (rango=1m) del número de golpes N (SPT), z=26.5m. Sitio Tecámac, Estado de México.

-
- 4.143 Promedio móvil (rango=1m) del número de golpes N (SPT), z=27.5m. Sitio Tecámac, Estado de México
- 4.144 Promedio móvil (rango=1m) del número de golpes N (SPT), z=28.5m. Sitio Tecámac, Estado de México.
- 4.145 Exministro de la República de Grecia Harilaos Trikoupis.
- 4.146 Sistema de "ferrys" que actualmente facilitan el cruce de vehículos entre Rion y Antirion, Grecia.
- 4.147 Principales ciudades de Grecia, y su comunicación con Europa Occidental.
- 4.148 Espectro de diseño. Puente Rion-Antirion, Grecia.
- 4.149 Diagrama para evaluar la interacción sísmica de la cimentación. Puente Rion-Antirion, Grecia.
- 4.150 Características de una zapata tipo. Puente Rion-Antirion, Grecia.
- 4.151 Descripción gráfica de los elementos del puente. Puente Rion-Antirion, Grecia.
- 4.152 Torres de soporte de los tirantes. Puente Rion-Antirion, Grecia
- 4.153 Viaducto. Puente Rion-Antirion, Grecia.
- 4.154 Detalle de los amortiguadores colocados en el viaducto que mitigarán los efectos sísmicos. Puente Rion-Antirion, Grecia.
- 4.155 Torre de sustentación. Puente Rion-Antirion Bridge, Grecia.
- 4.156 Estructura auxiliar para el dragado e hincado de pilotes. Puente Rion-Antirion, Grecia.
- 4.157 Los puentes colgantes más largos del mundo.
- 4.158 Topografía del sitio. Puente Rion-Antirion, Grecia.
- 4.159 Trazo del Puente y localización de las pilas. Puente Rion-Antirion, Grecia.
- 4.160 Ubicación de los sondeos, pila M1. Puente Rion-Antirion, Grecia.
- 4.161 Ubicación de los sondeos, pila M2. Puente Rion-Antirion, Grecia.
- 4.162 Ubicación de los sondeos, pila M3. Puente Rion-Antirion, Grecia.
- 4.163 Ubicación de los sondeos, pila M4. Puente Rion-Antirion, Grecia
- 4.164 Distribución estratigráfica en la pila M1. Puente Rion-Antirion, Grecia.
- 4.165 Distribución estratigráfica en la pila M2. Puente Rion-Antirion, Grecia
- 4.166 Distribución estratigráfica en la pila M3. Puente Rion-Antirion, Grecia
- 4.167 Distribución estratigráfica en la pila M4. Puente Rion-Antirion, Grecia
- 4.168 Contenido de agua promedio por sondeo, proyectados sobre el eje del Puente Puente Rion-Antirion, Grecia.
- 4.169 Contenido de agua promedio por pila, proyectados sobre el eje del Puente Puente Rion-Antirion, Grecia
- 4.170 Desviación estándar del contenido de agua por sondeo, proyectados sobre el eje del Puente. Puente Rion-Antirion, Grecia.
- 4.171 Desviación estándar del contenido de agua por pila, proyectados sobre el eje del Puente. Puente Rion-Antirion, Grecia.
- 4.172 Perfil típico de contenido de agua, pila M1. Puente Rion-Antirion, Grecia.
- 4.173 Histograma tipo de contenido de agua, pila M1. Puente Rion-Antirion, Grecia
- 4.174 Perfil tipo de la resistencia a la penetración del cono. Puente Rion-Antirion, Grecia
-

-
- 4.175 Histograma tipo de la resistencia a la penetración del cono, Pila M1 Puente Rion-Antirion, Grecia.
- 4.176 Histograma en escala logarítmica (base 10) de la resistencia a la penetración del cono, Pila M1. Puente Rion-Antirion, Grecia.
- 4.177 Tendencia del contenido de agua, pila M1. Puente Rion-Antirion, Grecia.
- 4.178 Tendencia de la resistencia de punta a la penetración en suelos cohesivos, pila M1. Puente Rion-Antirion, Grecia.
- 4.179 Función de autocorrelación estandarizada en el sondeo M1-S1. Puente Rion-Antirion, Grecia.
- 4.180 Función de autocorrelación estandarizada en el sondeo M1-S3. Puente Rion-Antirion, Grecia.
- 4.181 Modelo de variación aleatoria vertical del contenido de agua, pila M1. Puente Rion-Antirion, Grecia.
- 4.182 Función de autocorrelación estandarizada en el sondeo M1-C1 Puente Rion-Antirion, Grecia.
- 4.183 Función de autocorrelación estandarizada en el sondeo M1-C2. Puente Rion-Antirion, Grecia.
- 4.184 Modelo de variación aleatoria vertical de la resistencia de punta (CPT), pila M1. Puente Rion-Antirion, Grecia.
- 4.185 Función de correlación cruzada del contenido de agua entre los sondeos M2-S1 y M2-S3. Puente Rion-Antirion, Grecia.
- 4.186 Función de correlación cruzada del contenido de agua entre los sondeos M3-S1 y M3-S2. Puente Rion-Antirion, Grecia.
- 4.187 Zcanning entre sondeos de contenido de agua M2-S1 y M2-S3. Puente Rion-Antirion, Grecia.
- 4.188 Zcanning entre sondeos de contenido de agua M3-S1 y M3-S3. Puente Rion-Antirion, Grecia.
- 4.189 Modelo de variación aleatoria horizontal del contenido de agua, pila M1. Puente Rion-Antirion, Grecia.
- 4.190 Función de correlación cruzada de la resistencia de punta (CPT) entre los sondeos M2-C1 y M2-CS1. Puente Rion-Antirion, Grecia.
- 4.191 Función de correlación cruzada de la resistencia de punta (CPT) entre los sondeos M3-C2 y M2-C4. Puente Rion-Antirion, Grecia.
- 4.192 Zcanning entre sondeos de resistencia de punta (CPT) M2-C1 y M2-CS1 Puente Rion-Antirion, Grecia.
- 4.193 Zcanning entre sondeos de resistencia de punta (CPT) M3-C2 y M3-C4 Puente Rion-Antirion, Grecia.
- 4.194 Modelo de variación aleatoria horizontal de la resistencia de punta (CPT), pila M1. Puente Rion-Antirion, Grecia.
- 4.195 Cortes de estimación en la pila M1. Puente Rion-Antirion, Grecia.
- 4.196 Corte de estimación del contenido de agua en la dirección Sur-Norte, Pila M1. Puente Rion-Antirion, Grecia.
- 4.197 Corte de estimación del contenido de agua en la dirección Oeste-Este, Pila M1 Puente Rion-Antirion, Grecia.
-

<u>4.198</u>	Corte de estimación de la resistencia de punta (CPT) en la dirección Sur-Norte, Pila M1. Puente Rion-Antirion, Grecia.
<u>4.199</u>	Corte de estimación de la resistencia de punta (CPT) en la dirección Oeste-Este, Pila M1. Puente Rion-Antirion, Grecia.
<u>4.200</u>	Corte de la desviación estándar de la estimación del contenido de agua en la dirección Sur-Norte, Pila M1. Puente Rion-Antirion, Grecia.
<u>4.201</u>	Corte de la desviación estándar de la estimación de la resistencia de punta (CPT) en la dirección Sur-Norte, Pila M1. Puente Rion-Antirion, Grecia.
<u>4.202</u>	Perfil tipo de índices de compresibilidad, pila M1. Puente Rion-Antirion, Grecia.
<u>4.203</u>	Perfil propuesto para la determinación de los valores de OCR según la correlación de Schmertmann, pila M1. Puente Rion-Antirion, Grecia.
<u>4.204</u>	Perfil de compresibilidad C_c propuesto, pila M1. Puente Rion-Antirion, Grecia.
<u>4.205</u>	Perfil de compresibilidad C_d propuesto, pila M1. Puente Rion-Antirion, Grecia.
<u>4.206</u>	Distribución de esfuerzos según un análisis de elementos finitos 3D, caso I. Puente Rion-Antirion, Grecia.
<u>4.207</u>	Distribución de esfuerzos según un análisis de elementos finitos axisimétrico, caso II. Puente Rion-Antirion, Grecia.
<u>4.208</u>	Perfil de asentamientos totales en la pila M2 para el caso A. Puente Rion-Antirion, Grecia.
<u>4.209</u>	Distribución de esfuerzos según un análisis de elementos finitos 3D, diseño para las pilas M1 a M3. Puente Rion-Antirion, Grecia.
<u>4.210</u>	Distribución de esfuerzos según un análisis de elementos finitos axisimétrico, diseño para la pila M4. Puente Rion-Antirion, Grecia.

ANEXO I

Características de un buen estimador

AI.1 Antecedentes

Una vez que se han definido los parámetros del campo, y eventualmente, una vez que se ha caracterizado gráfica y numéricamente la información disponible, se procede a generar un modelo que permita representar el comportamiento aleatorio de las propiedades del medio (población) de interés. Para esto deben revisarse los procedimientos de muestreo seguidos durante la campaña de exploración, ya que las expresiones propuestas como *estimadores* (como lo son la media y la varianza) se fundamentan en hipótesis que hacen diferencia entre muestra y población, es decir, consideran la posibilidad o no, de elaborar un análisis refinado del comportamiento de los estimadores¹, a través de las correspondientes distribuciones muestrales. Esto implica un trabajo adicional a fin de definir los mejores *parámetros* posibles, que serán empleados en los modelos de variabilidad espacial, trabajo propio de análisis geoestadísticos que ameritan una discretización del medio en subpoblaciones debido a la erraticidad con la que se encuentran las propiedades en estudio.

De lo anterior, independientemente de la obtención del análisis correspondiente a las distribuciones muestrales, es importante considerar las propiedades "ideales" de un buen estimador. En el tipo de análisis que se presenta, los estimadores serán del tipo *puntual*, ya que el objeto del análisis se centra en evaluar la magnitud de una propiedad específica del medio, en un punto en el espacio (o medio).

Los estimadores puntuales que se consideran ideales son, *el estimador insesgado*, *el estimador consistente*, *el estimador insesgado de mínima varianza*, y finalmente, *el estimador suficiente*. A continuación se presentan las características básicas de cada uno de estos estimadores, pero antes, se presenta el concepto de error cuadrático medio, que da pie a la comprensión de las cualidades de los estimadores mencionados anteriormente

AI.2 Error cuadrático medio

Sea $V_{\Omega_1}^*$ cualquier estimador de un parámetro (puntual o medio de un dominio Ω_1) desconocido V_{Ω_1} (también puntual o medio), el cual será utilizado en el modelo de variación aleatoria espacial de una propiedad del medio V . Se define el *error cuadrático medio* de $V_{\Omega_1}^*$ como el valor esperado del cuadrado de la diferencia entre $V_{\Omega_1}^*$ y V_{Ω_1} (Canavos, 1988):

¹ Se supone la aplicación del *método de momentos* como el más apropiado para la estimación puntual, ya que se carece de los elementos necesarios para generar la función de verosimilitud

$$ECM(V_{\Omega_1}^*) = E\{(V_{\Omega_1}^* - V_{\Omega_1})^2\} \quad [AI.1]$$

La gran virtud de este concepto, es que se puede definir en función de la suma de dos términos positivos que dan idea respectivamente de un par de propiedades deseables para un estimador, la varianza y el sesgo respecto al valor real:

$$\begin{aligned} ECM(V_{\Omega_1}^*) &= E\{(V_{\Omega_1}^* - V_{\Omega_1})^2\} = E\{V_{\Omega_1}^{*2} - 2V_{\Omega_1}^*V_{\Omega_1} + V_{\Omega_1}^2\} = \\ &E\{V_{\Omega_1}^{*2}\} - 2V_{\Omega_1}E\{V_{\Omega_1}^*\} + V_{\Omega_1}^2 = \\ &Var[V_{\Omega_1}^*] + E^2\{V_{\Omega_1}^*\} - 2V_{\Omega_1}E\{V_{\Omega_1}^*\} + V_{\Omega_1}^2 = \\ &Var[V_{\Omega_1}^*] + E^2\{V_{\Omega_1}^* - V_{\Omega_1}\} \end{aligned} \quad [AI.2]$$

Si bien esta expresión muestra en los términos definidos dos de las propiedades buscadas para una estimador, es poco común encontrar una función de densidad de probabilidad $f(V, V_{\Omega_1})$ que minimice el error cuadrático medio para todos los valores de V_{Ω_1}

AI.3 Estimador insesgado

La primera característica deseable para un estimador puntual, *el no sesgo*, hace referencia a la posibilidad de obtener un estimador lineal del tipo (ec. [2.58]):

$$V_{\Omega_1}^* = aV_{\Omega_2} + b \quad [AI 3]$$

Si se garantiza que este estimador tenga una esperanza entre el valor estimado y el real igual a cero, es decir:

$$E\{V_{\Omega_1}^* - V_{\Omega_1}\} = E\{aV_{\Omega_2} + b - V_{\Omega_1}\} = 0 \quad [AI 4]$$

se dice que $V_{\Omega_1}^*$ es un estimador insesgado.

AI.4 Estimador consistente

Intuitivamente se espera que a mayor número de datos muestreados de una población se contará con una mejor estimación, es decir, mientras la información proveniente del muestreo de una población es más completa, la estimación será a la vez más *consistente*

Se dice entonces, que un estimador $V_{\Omega_1}^*$ es consistente para V_{Ω_1} si:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P\left(\left|V_{n\Omega_1}^* - V_{\Omega_1}\right| \leq \varepsilon\right) = 1 \quad [\text{AI.5}]$$

Esto se cumple si la probabilidad del límite anterior converge conforme aumenta el tamaño de la muestra. Las condiciones *suficientes* para que un estimador sea consistente (no necesarias) son, que el estimador sea insesgado y que su varianza tienda a cero conforme aumenta el tamaño de la muestra.

La cota establecida de ε marca el error de estimación aceptable para las condiciones particulares del caso donde se aplica el estimador.

AI.5 Estimador insesgado de mínima varianza

Si se cumple la condición de no sesgo, el error cuadrático medio del estimador (ec. [AI.2]) queda como:

$$ECM(V_{\Omega_1}^*) = Var[V_{\Omega_1}^*] = E\left\{\left(V_{\Omega_1}^*\right)^2\right\} = E\left\{\left(aV_{\Omega_2} + b\right)^2\right\} \quad [\text{AI.6}]$$

Bajo esta condición, es deseable que la varianza del estimador sea mínima para todos los valores posibles de V_{Ω_1} . La ecuación [AI.6] posee la virtud de descomponerse en una binomio al cuadrado, expresión cuadrática con término medio positivo, la cual puede ser derivada e igualada a cero con el objeto de encontrar su valor mínimo para una combinación específica de las constantes a y b (Ver Anexo II).

AI.6 Estimador suficiente

Sea $v_1, v_2, v_3, \dots, v_n$ una muestra aleatoria de la función de densidad $f_v(v; \theta)$ y sea $\hat{\theta} = d(v_1, \dots, v_n)$ una estadística función únicamente de v_i . Sea $\theta^* = d^*(v_1, \dots, v_n)$ otra estadística que no es función de $\hat{\theta}$. Si para cada estadística θ^* , la densidad de probabilidad condicional de θ^* dado $\hat{\theta}$ no considera a θ , entonces $\hat{\theta}$ es una estadística suficiente de θ (Mood and Graybill, 1963).

Esta definición no se refiere a la suficiencia de un estimador, sin embargo, si se cumple que una estadística $V_{\Omega_1}^* = u(\hat{\theta})$ entonces $V_{\Omega_1}^*$ también es suficiente, donde $V_{\Omega_1}^*$ puede ser un estimador.

ANEXO II

Obtención de las expresiones que permiten estimar sondeos y cortes virtuales

AII.1 Antecedentes

En el capítulo dos, donde se expone el fundamento teórico para la realización de un análisis geoestadístico se presentan tres conceptos que son importantes para la estimación de sondeos virtuales y de su correspondiente incertidumbre. Estos tres conceptos son: el *estimador insesgado de mínima varianza*, la *varianza mínima del estimador* y la *varianza mínima del error de estimación*.

A continuación se establecen las expresiones de estos tres conceptos, tanto para el caso univariable como para el caso multivariable.

AII.2 Obtención de las expresiones propuestas para el caso bivariable

AII.2.1 Estimador insesgado de mínima varianza

La estadística propuesta para realizar una estimación univariable de tipo lineal, insesgada y de mínima varianza¹ es (ec. [2.63]):

$$V_{\Omega_1}^* = E\{V_{\Omega_1}\} + \rho_V(V_{\Omega_1}, V_{\Omega_2}) \frac{\sigma_{V_{\Omega_1}}}{\sigma_{V_{\Omega_2}}} [V_{\Omega_2} - E\{V_{\Omega_2}\}] \quad [\text{AII.1}]$$

La demostración da inicio con la definición del estimador lineal (ec. [2.58]):

$$V_{\Omega_1}^* = aV_{\Omega_2} + b \quad [\text{AII.2}]$$

La primera característica del estimador es la condición de no sesgo, la cual se cumple si (ec. [2.59]):

$$E\{V_{\Omega_1}^* - V_{\Omega_1}\} = 0 \quad [\text{AII.3}]$$

¹ La definición de cada una de las variables y parámetros se presenta en el inciso 2.81 del capítulo dos

Sustituyendo el valor del estimador $V_{\Omega_1}^*$ (ec. AII.2) en esta esperanza:

$$E\left\{aV_{\Omega_2} + b - V_{\Omega_1}\right\} = 0$$

Evaluando la esperanza de los tres términos se obtiene:

$$aE\{V_{\Omega_2}\} + b - E\{V_{\Omega_1}\} = 0 \quad [\text{AII.4}]$$

La segunda condición del estimador es la mínima varianza. Para obtener la mínima varianza del estimador propuesto, se considera la definición de la varianza del *error de estimación o error cuadrático medio*:

$$\text{Var}\left[V_{\Omega_1}^* - V_{\Omega_1}\right] = E\left\{\left(V_{\Omega_1}^* - V_{\Omega_1}\right)^2\right\} \quad [\text{AII.5}]$$

Desarrollando el binomio al cuadrado se obtiene:

$$\text{Var}\left[V_{\Omega_1}^* - V_{\Omega_1}\right] = E\left\{V_{\Omega_1}^{*2} - 2V_{\Omega_1}^*V_{\Omega_1} + V_{\Omega_1}^2\right\}$$

Finalmente, si se sustituye el valor del estimador $V_{\Omega_1}^*$ y se evalúa la esperanza de cada término, la expresión [AII.5] queda de la forma.

$$\begin{aligned} \text{Var}\left[V_{\Omega_1}^* - V_{\Omega_1}\right] &= \\ E\left\{\left(aV_{\Omega_2} + b\right)^2 - 2\left(aV_{\Omega_2} + b\right)V_{\Omega_1} + V_{\Omega_1}^2\right\} &= \\ E\left\{a^2V_{\Omega_2}^2 + 2abV_{\Omega_2} + b^2 - 2aV_{\Omega_1}V_{\Omega_2} - 2bV_{\Omega_1} + V_{\Omega_1}^2\right\} &= \\ E\left\{a^2V_{\Omega_2}^2 + 2abV_{\Omega_2} + b^2 - 2aV_{\Omega_1}V_{\Omega_2} - 2bV_{\Omega_1} + V_{\Omega_1}^2\right\} &= \\ a^2E\left\{V_{\Omega_2}^2\right\} + 2abE\left\{V_{\Omega_2}\right\} + b^2 - 2aE\left\{V_{\Omega_1}V_{\Omega_2}\right\} & \\ - 2bE\left\{V_{\Omega_1}\right\} + E\left\{V_{\Omega_1}^2\right\} & \end{aligned} \quad [\text{AII.6}]$$

De la ecuación [AII.4] se toma el valor de b (así se garantiza la condición de no sesgo) y se substituye en la ecuación [AII.6]:

$$\begin{aligned} \text{Var}[V_{\Omega_1}^* - V_{\Omega_1}] = \\ a^2 E\{V_{\Omega_2}^2\} - a^2 E^2\{V_{\Omega_2}\} - E^2\{V_{\Omega_1}\} + E\{V_{\Omega_1}^2\} - 2aE\{V_{\Omega_1}V_{\Omega_2}\} \\ + 2aE\{V_{\Omega_1}\}E\{V_{\Omega_2}\} \end{aligned}$$

Asociando términos se obtiene:

$$\begin{aligned} \text{Var}[V_{\Omega_1}^* - V_{\Omega_1}] = \\ a^2 [E\{V_{\Omega_2}^2\} - E^2\{V_{\Omega_2}\}] + [E\{V_{\Omega_1}^2\} - E^2\{V_{\Omega_1}\}] \\ - 2a[E\{V_{\Omega_1}V_{\Omega_2}\} - 2aE\{V_{\Omega_1}\}E\{V_{\Omega_2}\}] = \\ a^2 \text{Var}[V_{\Omega_2}] + \text{Var}[V_{\Omega_1}] - 2a \text{Cov}[V_{\Omega_1}, V_{\Omega_2}] \end{aligned} \quad [\text{AII.7}]$$

Si se consideran los valores de las varianzas y de la covarianza como constantes, y se deriva la expresión [AII.7] con respecto a la "variable" a , se obtiene al valor de a que minimiza la varianza del error de estimación.

Así,

$$\begin{aligned} \frac{d}{da} \text{Var}[V_{\Omega_1}^* - V_{\Omega_1}] = \\ 2a \text{Var}[V_{\Omega_2}] - 2 \text{Cov}[V_{\Omega_1}, V_{\Omega_2}] \end{aligned} \quad [\text{AII.8}]$$

Adicionalmente, si la expresión [AII.8] se iguala a cero para obtener el valor mínimo de a se obtiene:

$$a_0 = \frac{\text{Cov}[V_{\Omega_1}, V_{\Omega_2}]}{\text{Var}[V_{\Omega_2}]} = \frac{\text{Cov}[V_{\Omega_1}, V_{\Omega_2}]}{\sigma_{V_{\Omega_2}}^2} \quad [\text{AII.9}]$$

De la definición del coeficiente de correlación (ec [2.64]), se despeja el valor de la covarianza y se sustituye en el numerador de la ecuación [AII.9], y se obtiene una nueva forma de a_0

$$a_0 = \frac{\rho_V(V_{\Omega_1}, V_{\Omega_2}) \sigma_{V_{\Omega_1}}}{\sigma_{V_{\Omega_2}}} \quad [\text{AII.10}]$$

Finalmente sustituyendo el valor de a_0 en la ecuación que garantiza el no sesgo (ec. [AII.4]) se obtiene el valor de la constante b . Una vez conocidos a y b , ambos se sustituyen en la definición del estimador $V_{\Omega_1}^*$ con lo que se obtiene, la definición del estimador insesgado de mínima varianza (ec [2.63]):

$$V_{\Omega_1}^* = aV_{\Omega_2} + b =$$

$$E\{V_{\Omega_1}\} + \frac{\rho_V(V_{\Omega_1}, V_{\Omega_2})\sigma_{V_{\Omega_1}}}{\sigma_{V_{\Omega_2}}} [V_{\Omega_2} - E\{V_{\Omega_2}\}]$$

AII.2.2 Varianza minimizada del estimador

Por definición, la varianza del estimador $V_{\Omega_1}^*$ es:

$$Var[V_{\Omega_1}^*] = E\{V_{\Omega_1}^{*2}\} - E^2\{V_{\Omega_1}^*\} \quad \text{[AII.11]}$$

Si sustituimos la expresión lineal que define al estimador se obtiene:

$$Var[V_{\Omega_1}^*] = E\{aV_{\Omega_2} + b\}^2 - E^2\{aV_{\Omega_2} + b\}$$

Desarrollando los términos cuadráticos, se obtiene:

$$Var[V_{\Omega_1}^*] =$$

$$E\{a^2V_{\Omega_2}^2 + 2abV_{\Omega_2} + b^2\} - E\{aV_{\Omega_2} + b\}E\{aV_{\Omega_2} + b\} =$$

$$a^2E\{V_{\Omega_2}^2\} + 2abE\{V_{\Omega_2}\} + b^2 - [aE\{V_{\Omega_2}\} + b]^2 =$$

$$a^2E\{V_{\Omega_2}^2\} + 2abE\{V_{\Omega_2}\} + b^2 - [a^2E^2\{V_{\Omega_2}\} + 2abE\{V_{\Omega_2}\} + b^2]$$

Finalmente, al simplificar los términos semejantes se obtiene:

$$Var[V_{\Omega_1}^*] =$$

$$a^2E\{V_{\Omega_2}^2\} - a^2E^2\{V_{\Omega_2}\} = a^2[E\{V_{\Omega_2}^2\} - E^2\{V_{\Omega_2}\}] =$$

$$a^2Var[V_{\Omega_2}] \quad \text{[AII.12]}$$

Utilizando el valor de la constante a (ec. [AII.10]) que garantiza las condiciones de no sesgo y de mínima varianza se obtiene:

$$Var[V_{\Omega_1}^*] = \left[\frac{\rho_V(V_{\Omega_1}, V_{\Omega_2}) \sigma_{V_{\Omega_1}}}{\sigma_{V_{\Omega_2}}} \right]^2 \sigma_{V_{\Omega_2}}^2 = \rho_V^2(V_{\Omega_1}, V_{\Omega_2}) \sigma_{V_{\Omega_1}}^2$$

Esta expresión es la ecuación [2.65] propuesta en el capítulo dos, y que define la varianza del “estimador insesgado y de mínima varianza”.

AII.2.3 Varianza minimizada del error de estimación

Si se define el error de estimación como la diferencia entre el estimador insesgado y de mínima varianza, y el valor “real” de la variable:

$$\varepsilon = V_{\Omega_1}^* - V_{\Omega_1} \quad \text{[AII.13]}$$

La varianza del error de estimación se define como (ec. [2.66]):

$$Var[\varepsilon] = Var[V_{\Omega_1}^* - V_{\Omega_1}] = E\left\{ \left(V_{\Omega_1}^* - V_{\Omega_1} \right)^2 \right\}$$

Al desarrollar el binomio al cuadrado y evaluar las esperanzas de cada término se obtiene (ec. [AII.6]):

$$\begin{aligned} Var[V_{\Omega_1}^* - V_{\Omega_1}] = & \\ & a^2 E\{V_{\Omega_2}^2\} + 2abE\{V_{\Omega_2}\} + b^2 - 2aE\{V_{\Omega_1}V_{\Omega_2}\} \\ & - 2bE\{V_{\Omega_1}\} + E\{V_{\Omega_1}^2\} \end{aligned}$$

Considerando la condición de no sesgo (ec. [AII.4]) se substituye el valor de la constante b y se obtiene (ec. [AII.7]):

$$\begin{aligned} Var[V_{\Omega_1}^* - V_{\Omega_1}] = & \\ & a^2 Var[V_{\Omega_2}] + Var[V_{\Omega_1}] - 2aCov[V_{\Omega_1}, V_{\Omega_2}] \end{aligned} \quad \text{[AII.14]}$$

Sustituyendo el valor de la constante a , que garantiza la condición de mínima varianza, se obtiene finalmente el valor de la varianza minimizada del error de estimación (ec. [2.66]):

$$\begin{aligned} \text{Var}[V_{\Omega_1}^* - V_{\Omega_1}] &= \\ \rho_V^2(V_{\Omega_1}, V_{\Omega_2}) \sigma_{V_{\Omega_1}}^2 + \sigma_{V_{\Omega_1}}^2 - 2\rho_V^2(V_{\Omega_1}, V_{\Omega_2}) \sigma_{V_{\Omega_1}}^2 &= \\ \sigma_{V_{\Omega_1}}^2 - \rho_V^2(V_{\Omega_1}, V_{\Omega_2}) \sigma_{V_{\Omega_1}}^2 &= \sigma_{V_{\Omega_1}}^2 [1 - \rho_V^2(V_{\Omega_1}, V_{\Omega_2})] \end{aligned}$$

AII.3 Obtención de las expresiones propuestas para el caso multivariable

AII.3.1 Estimador insesgado de mínima varianza

De la misma forma que en el caso univariable, se quiere demostrar la expresión que define la posibilidad de obtener un vector estimador lineal, insesgado y de mínima varianza² (ec. [2.70]):

$$V_1^* = AV_2 + b \quad \text{[AII.15]}$$

El orden de las matrices y vectores correspondientes a esta ecuación es:

$$\{k \times 1\} = [k \times (p - k)] \{(p - k) \times 1\} + \{k \times 1\} \quad \text{[AII.16]}$$

que se distribuyen de la siguiente manera:

el estimador V_1^* es un vector de orden	$k \times 1$
el coeficiente A es una matriz de orden	$[k \times (p - k)]$
la variable V_2 es un vector de orden	$\{(p - k) \times 1\}$
la constante b es un vector de orden	$\{k \times 1\}$

La condición de no sesgo se define de manera análoga a la expresión [2.59] como (ec. [2.71]):

$$E\{V_1^* - V_1\} = 0$$

²La definición de cada una de las matrices y vectores se presentan en el inciso 2.8.2 del capítulo dos.

Sustituyendo el valor del vector estimador V_1^* (ec. [AII.15]),

$$E\{V_1^* - V_1\} =$$

$$E\{AV_2 + b - V_1\} = 0$$

y evaluando la esperanza de cada término se obtiene:

$$E\{V_1^* - V_1\} =$$

$$AE\{V_2\} + E\{b\} - E\{V_1\} =$$

$$AU_2 + b - U_1 = 0$$

[AII.17]

que no es más que una expresión análoga a la expresión [AII.4] para el caso univariable.

La varianza del error de estimación en el caso multivariable es la matriz simétrica $K_{V_1^*, V_1}$ que se define como³ (ec [2.72]):

$$K_{V_1^*, V_1} =$$

$$E\{(V_1^* - V_1)(V_1^* - V_1)^T\}$$

El desarrollo de la esperanza, considerando al estimador insesgado (sustituyendo el valor de la consante b) da como resultado.

$$K_{V_1^*, V_1} =$$

$$AK_{22}A^T + K_{11} - [AK_{12}^T + K_{12}A^T]$$

[AII.18]

El orden de la matriz $K_{V_1^*, V_1}$ es de $[k \times k]$, y por definición es simétrica. Si se verifica el orden de las matrices resultantes de los tres términos de la ecuación [AII.18] se observa que también son de tamaño $[k \times k]$.

³ Su expresión análoga en el caso univariable es la ecuación [AII 5]

Se observa también que cada término de esta expresión se asocia a su expresión análoga en el caso univariable (ec. [AII.14]).

El primer término, que en el caso univariable representa $a^2 Var[V_{\Omega_2}]$ se expresa matricialmente como el producto cuadrático $AK_{22}A^T$, que a su vez representa una matriz simétrica. Esto es cierto ya que por definición K_{22} es simétrica y se cumple que siendo $M = AK_{22}A^T$, su transpuesta:

$$M^T = (AK_{22}A^T)^T = (A^T)^T(AK_{22})^T = AK_{22}A^T = M \quad [AII.19]$$

El segundo término de la ecuación [AII.18] se asocia según el caso univariable a la varianza de la variable en el dominio de estimación $Var[V_{\Omega_1}]$ (ec. [AII.14]), el cual se representa matricialmente como K_{11} , que por definición es una matriz simétrica.

Finalmente, el tercer término de la varianza del error de estimación $AK_{12}^T + K_{12}A^T$ asociado a $2aCov[V_{\Omega_1}, V_{\Omega_2}]$ en el caso univariable (ec. [AII.14]) deberá ser simétrico también, ya que si se resuelve la ecuación [AII.18] para éste último término se obtiene una adición de matrices simétricas:

$$[AK_{12}^T + K_{12}A^T] = K_{V_1^*, V_1} - AK_{22}A^T - K_{11}$$

El doble producto de la matriz de constantes A por la covarianza entre las variables de ambos dominios se expresa como $AK_{12}^T + K_{12}A^T$ ya que se cumple una propiedad de una matriz simétrica cualquiera X que puede expresarse como:

$$X = \frac{X + X^T}{2} \quad [AII.20]$$

Lo cual será cierto si se cumple la condición de simetría de X :

$$X^T = \left(\frac{X + X^T}{2} \right)^T = \frac{1}{2}(X + X^T)^T = \frac{1}{2}(X^T + X) = X \quad [AII.21]$$

Por lo tanto,

$$2X = X + X^T \quad [AII.22]$$

En el caso del tercer término de la ecuación [AII.18], la matriz simétrica $2X$ se escribe como,

$$2(\mathbf{AK}_{12}^T) = \mathbf{AK}_{12}^T + (\mathbf{AK}_{12}^T)^T = \mathbf{AK}_{12}^T + \mathbf{K}_{12}\mathbf{A}^T$$

que garantiza el orden de la matriz de la varianza del error de estimación.

Minimizando $\mathbf{K}_{V_1^*, V_1}$ como se hizo para el caso univariable (ec. [AII.9]) se obtiene el valor de la matriz de constantes \mathbf{A} (ec. [2.74]):

$$\mathbf{A} = \mathbf{K}_{12}\mathbf{K}_{22}^{-1} \quad [\text{AII.23}]$$

Sustituyendo el valor de la matriz \mathbf{A} y de la constante \mathbf{b} en la definición del estimador multivariable V_1^* (ec. [AII.15]) se obtiene (ec. [2.75]):

$$V_1^* = U_1 + \mathbf{K}_{12}\mathbf{K}_{22}^{-1}(V_2 - U_2)$$

AII.3.2 Varianza minimizada del estimador

La varianza minimizada del estimador multivariable puede expresarse de igual manera que en el caso univariable (ec. [2.76])

Esta ecuación, puede escribirse de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} \text{Var}[V_{\Omega_1}^*] &= \\ \rho_{V_1, V_2}^2 \text{Var}[V_{\Omega_1}, V_{\Omega_2}] \text{Var}[V_{\Omega_1}] &= \left(\frac{\text{Cov}[V_{\Omega_1}, V_{\Omega_2}]}{\sigma_{V_{\Omega_1}} \sigma_{V_{\Omega_2}}} \right)^2 \sigma_{V_{\Omega_1}}^2 = \\ \left(\frac{\text{Cov}[V_{\Omega_1}, V_{\Omega_2}]}{\sigma_{V_{\Omega_2}}} \right)^2 &= \frac{\text{Cov}^2[V_{\Omega_1}, V_{\Omega_2}]}{\sigma_{V_{\Omega_2}}^2} \end{aligned} \quad [\text{AII.24}]$$

Esta ecuación se escribe matricialmente como el producto cuadrático :

$$\text{Var}(V_1^*) = \mathbf{K}_{12} \mathbf{K}_{22}^{-1} \mathbf{K}_{12}^T = \mathbf{K}_{12} \mathbf{K}_{22}^{-1} \mathbf{K}_{21} \quad [\text{AII.25}]$$

AII.3.3 Varianza minimizada del error de estimación

En la obtención de la expresión que define al estimador vector insesgado y de mínima varianza, se presenta adicionalmente la ecuación que define la varianza del error de estimación (ec. [2.72]):

$$\begin{aligned} K_{V_1^*, V_1} &= \\ E\left\{ (V_1^* - V_1)(V_1^* - V_1)^T \right\} &= \\ AK_{22}A^T + K_{11} - [AK_{12}^T + K_{12}A^T] & \end{aligned}$$

Esta expresión ya incluye la condición de no sesgo. Sustituyendo el valor de la matriz de coeficientes A (ec. [2.74]), la varianza del error de estimación minimizada queda como⁴

$$K_{V_1^*, V_1} = K_{11} - K_{12}K_{22}^{-1}K_{21} \quad [AII.26]$$

Por definición, tanto la varianza del error de estimación como la matriz de autocovarianzas del dominio 1 son simétricas y de orden $[k \times k]$. Así el segundo término también es simétrico, que es un producto cuadrático entre la covarianza y la matriz inversa de autocovarianza del dominio 2 de datos conocidos.

⁴ La expresión análoga a la [AII.26] en el caso univariable es la ec. [2.77]

CASO II

UBICACION	COORDENADA X (m)	COORDENADA Y (m)	ASENTAMIENTO (m)
PILA 1			
M1-C1	567922.10	4240876.80	0.138
M1-C2	567913.10	4240850.20	0.142
M1-C3	567905.10	4240886.00	0.136
M1-C4	567938.02	4240912.02	0.154
M1-CS1	567943.60	4240892.40	0.159
M1-CS2	567963.60	4240900.30	0.167
		Media	0.149
PILA 2			
M2-C1	567697.00	4241388.00	0.231
M2-C2	567688.00	4241364.00	0.180
M2-C3	567678.50	4241398.10	0.201
M2-C4	567711.30	4241423.40	0.181
M2-CS1	567727.30	4241388.40	0.226
M2-CS1A	567724.00	4241396.30	0.188
M2-CS2	567736.90	4241411.60	0.207
		Media	0.202
PILA 3			
M1-C1	567474.60	4241911.90	0.185
M1-C2+	567445.80	4241864.60	0.105
M1-C3+	567425.70	4241900.00	0.064
M1-C4	567487.40	4241936.20	0.206
M1-CS1	567502.50	4241899.38	0.190
M1-CS2	567512.90	4241923.30	0.174
		Media	0.189

Tabla 4.15 Resultados de los asentamientos totales en la ubicación de los sondeos de cono en cada pila, caso II. Puente Rion-Antirion, Grecia

CASO I

VECTOR DE INCLINACIÓN MÁXIMO

	Pila M1	Pila M2	Pila M3
U'	0.001115	0.00095	-0.000796
V'	0.000607	-0.001197	-0.000849
Dirección de inclinación máxima	61.423 NE	38.533 SE	43.153 SW
Inclinación máxima	0.001270	0.0015302	0.0011642

Tabla 4.16 Asentamientos diferenciales, vector de inclinación máxima en cada pila, caso I. Puente Rion-Antirion, Grecia.

CASO II

VECTOR DE INCLINACIÓN MÁXIMO

	Pila M1	Pila M2	Pila M3
U'	0.00056	0.000246	-0.000344
V'	-0.00001	-0.000222	0.000289
Dirección de inclinación máxima	89.366 SE	47.865 SE	49.939 NW
Inclinación máxima	0.00056	0.000331	0.000450

Tabla 4.17 Asentamientos diferenciales, vector de inclinación máxima en cada pila, caso II. Puente Rion-Antirion, Grecia.

PILA	CARGA (MN)	DIÁMETRO ZAPATA (m)	DISTANCIA ENTRE INCLUSIONES (m)	LONGITUD INCLUSION ES (m)	NIVEL DE DESPLANTE (m)
M1	700	90	8	25	-58
M2	750	90	7	30	-61
M3	750	90	7	25	-61
M4	650	80	-	-	-48

Tabla 4.18. Características de geometría y cargas en cada pila.
Puente Rion-Antirion, Grecia.

ASENTAMIENTOS TOTALES

UBICACIÓN	COORDENADA X (m)	COORDENADA Y (m)	ASENTAMIENTO (m)
PILA 1			
M1-C1	567922.10	4240876.80	0.157
M1-C2	567913.10	4240850.20	0.157
M1-C3	567905.10	4240886.00	0.148
M1-C4	567938.02	4240912.02	0.178
M1-CS1	567943.60	4240892.40	0.197
M1-CS2	567963.60	4240900.30	0.184
		Media	0.170
PILA 2			
M2-C1	567697.00	4241388.00	0.360
M2-C2	567688.00	4241364.00	0.247
M2-C3	567678.50	4241398.10	0.270
M2-C4	567711.30	4241423.40	0.224
M2-CS1	567727.30	4241388.40	0.334
M2-CS1A	567724.00	4241396.30	0.279
M2-CS2	567736.90	4241411.60	0.246
		Media	0.280
PILA 3			
M3-C1	567474.60	4241911.90	0.207
M3-C4	567487.40	4241936.20	0.253
M3-CS1	567502.50	4241899.38	0.215
M3-CS2	567512.90	4241923.30	0.223
		Media	0.224
PILA 4			
M4-C1	567254.40	4242427.02	-0.014
M4-C2	567225.00	4242412.30	-0.003
M4-C3	567255.00	4242444.90	-0.017
M4-C4	567290.10	4242431.40	0.008
M4-CS1	567269.20	4242401.02	0.058
M4-CS2	567292.70	4242402.34	0.071
		Media	0.017

Tabla 4.19 Asentamientos totales en cada pila (diseño). Puente Rion-Antirion, Grecia.

VECTOR DE INCLINACIÓN MÁXIMO

	Pila M1	Pila M2	Pila M3	Pila M4
U'	0.000733	0.000429	0.000117	0.000754
V'	0.000043	-0.001190	0.001079	-0.001644
Dirección de la inclinación máxima	86.61 NE	19.81 SE	6.19 NE	24.64 SE
Inclinación máxima	0.00073	0.00126	0.00109	0.00181

Tabla 4.20 Asentamientos diferenciales, vector de inclinación máxima en cada pila
Puente Rion-Antirion, Grecia.

Espacio muestral= S

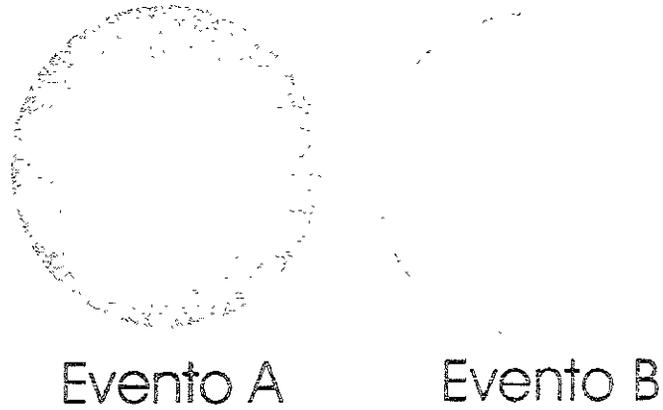


Figura 2.1 Diagrama de Venn. Representación gráfica de dos eventos A y B mutuamente exclusivos.

Espacio muestral= S

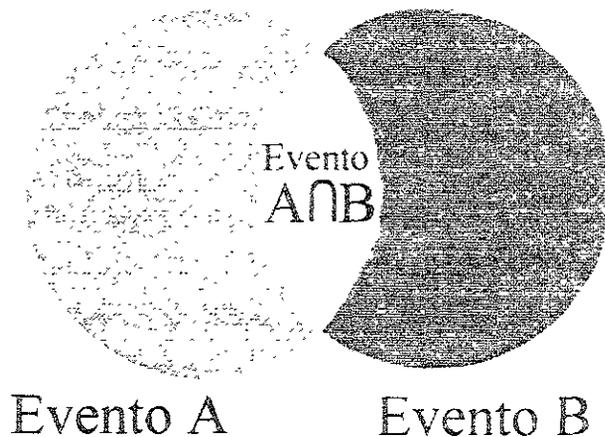


Figura 2.2 Diagrama de Venn. Probabilidad condicional. Eventos no mutuamente exclusivos.

Espacio muestral= S

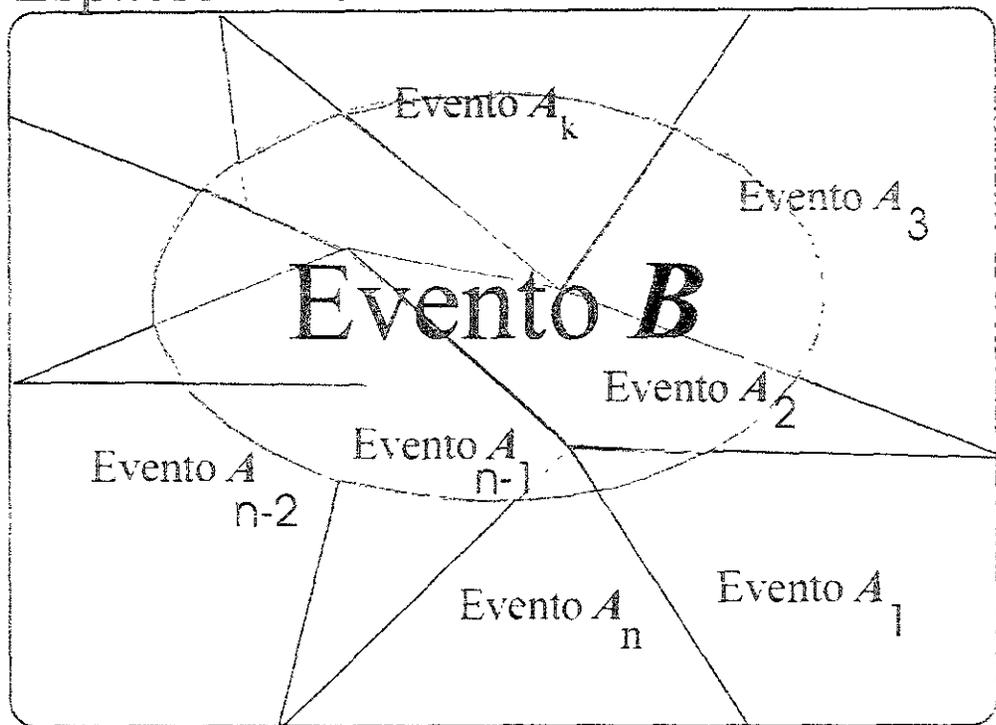


Figura 2.3 Teorema de Bayes.

Densidad de probabilidad $f_V(v)$

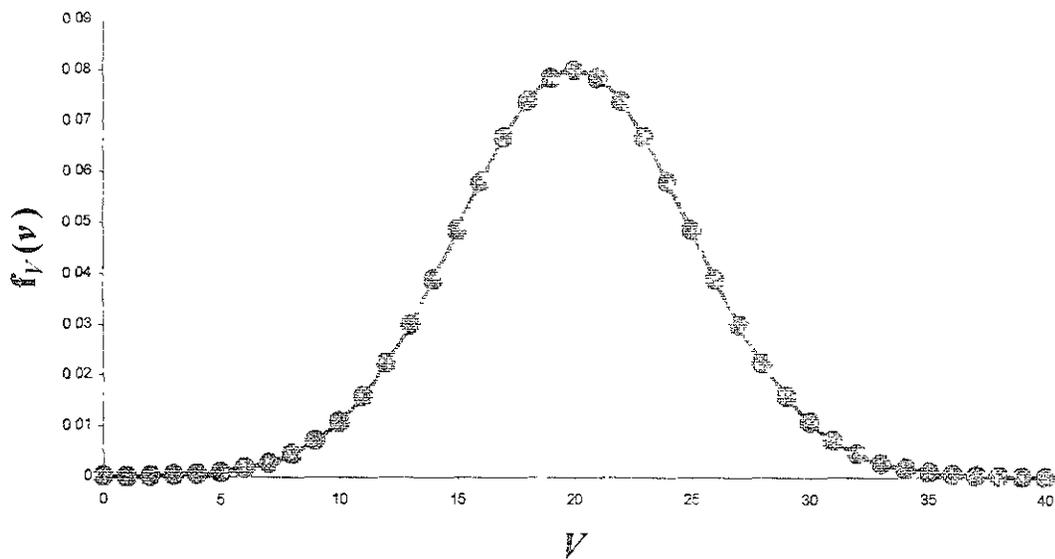


Figura 2.4 Densidad de probabilidad "normal" de la variable aleatoria V

Función de densidad de probabilidad $f_{V_1V_2}(v_1, v_2)$

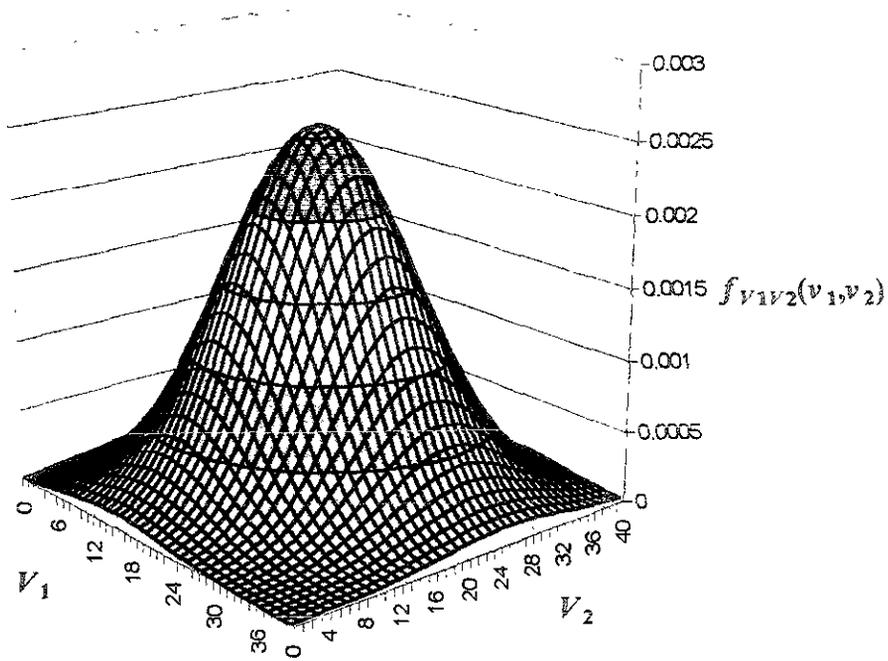


Figura 2.5 Densidad de probabilidad “normal” conjunta de V_1 y V_2 .

Función de densidad de probabilidad $f_{V_1V_2}(v_1, v_2)$

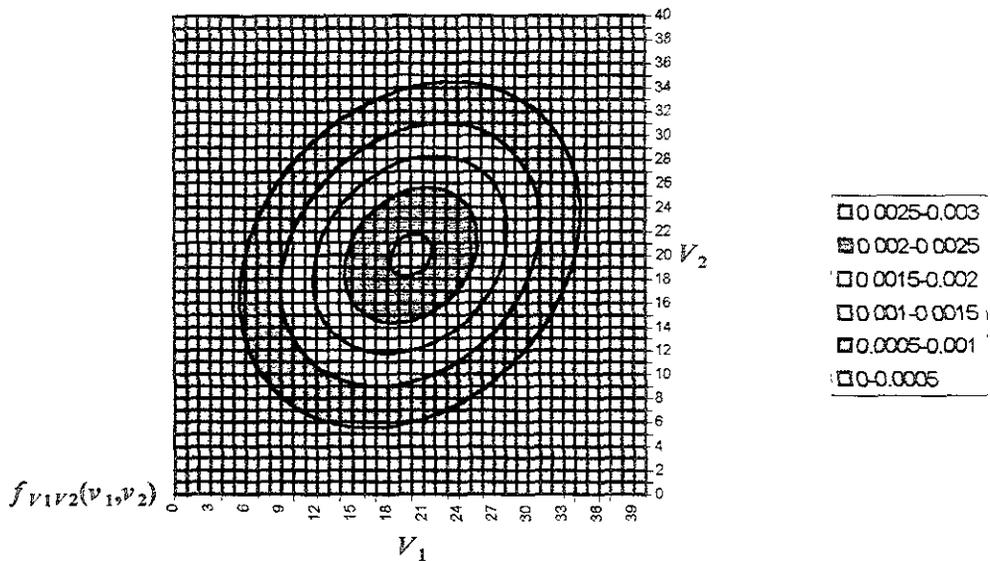


Figura 2.6 Curvas de isovalores de la densidad de probabilidad “normal” conjunta de V_1 y V_2 .

Variable aleatoria $V(X)$ en R^1

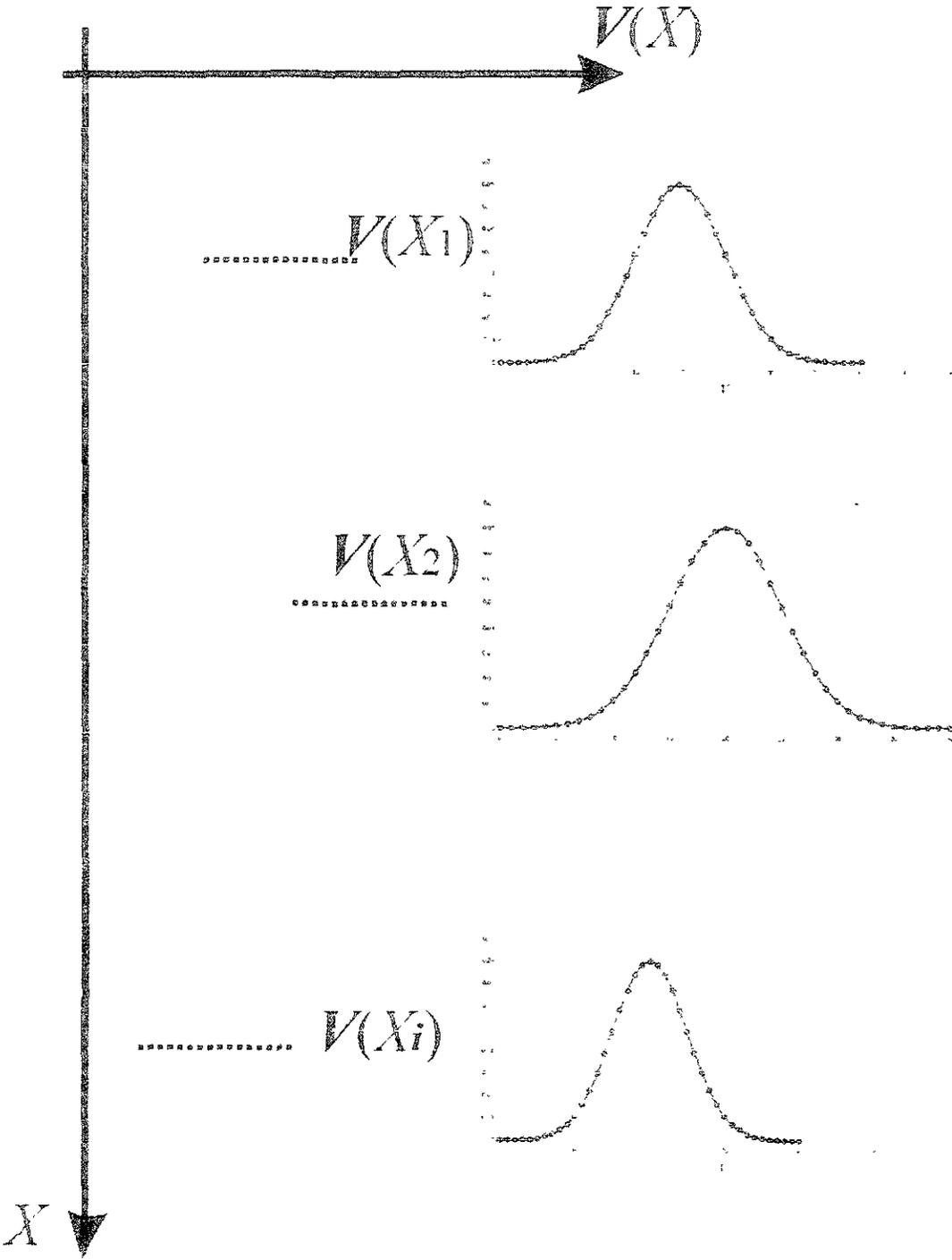


Figura 2.7 Familia de variables aleatorias $V(X)$ en R^1 .

Muestreo puntual en R^3

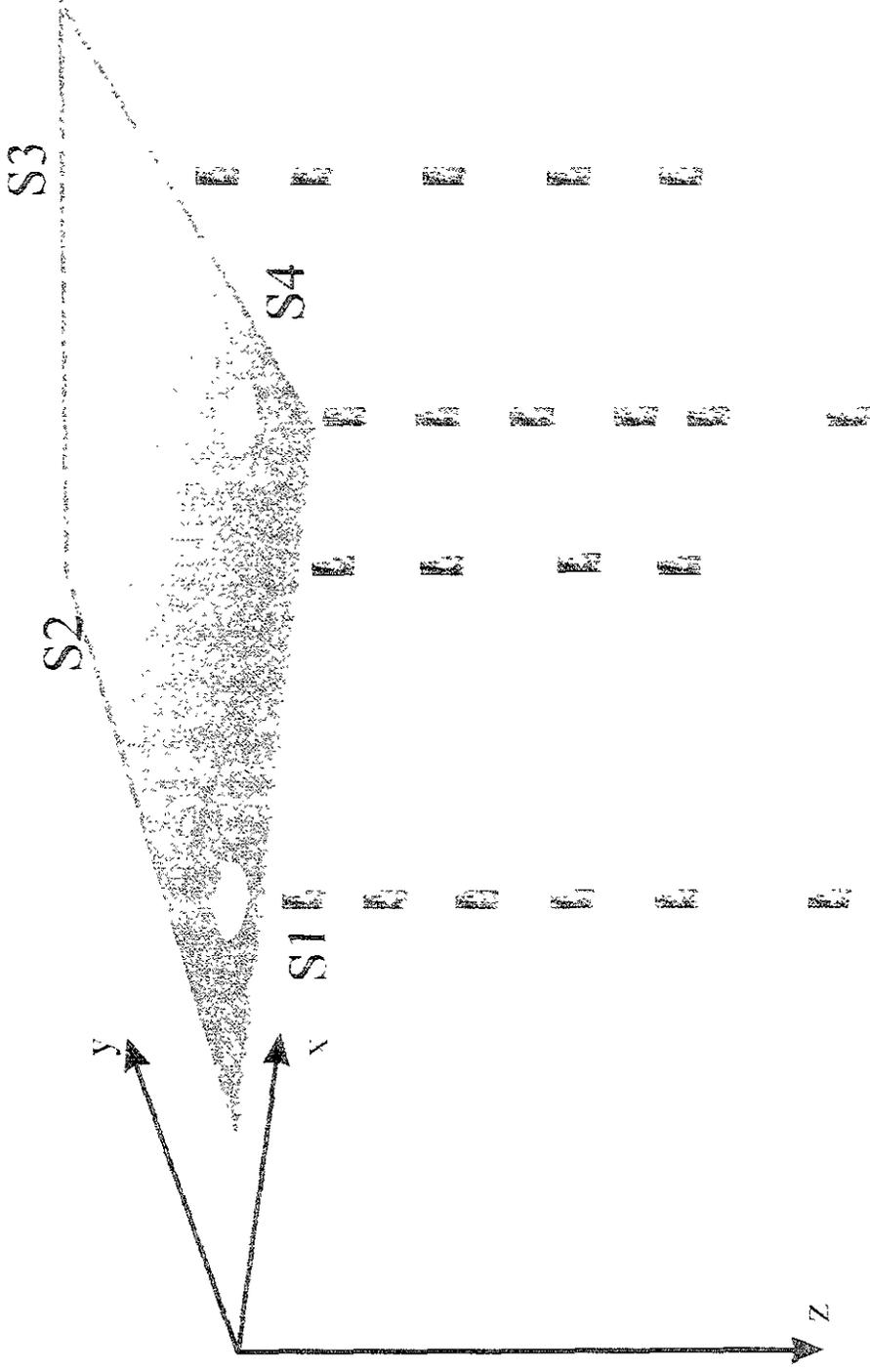


Figura 2.8 Muestreo puntual en R^3 .

Realización parcial discreta en R^1

Contenido de agua W, %

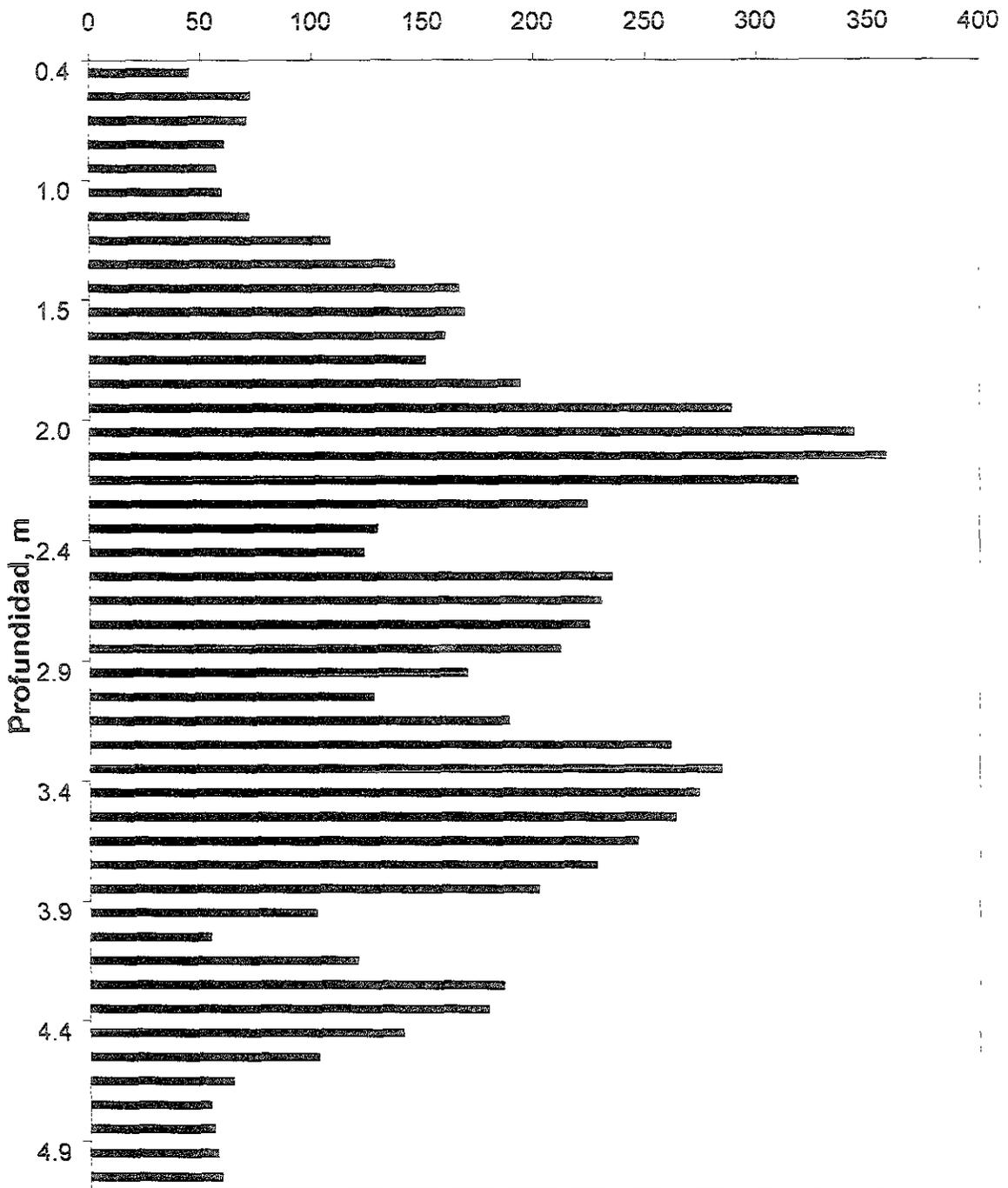


Figura 2.9 Realización parcial discreta. Perfil vertical de la variable *contenido de agua*. Sondeo SM1, Sitio Tecámac, Estado de México.

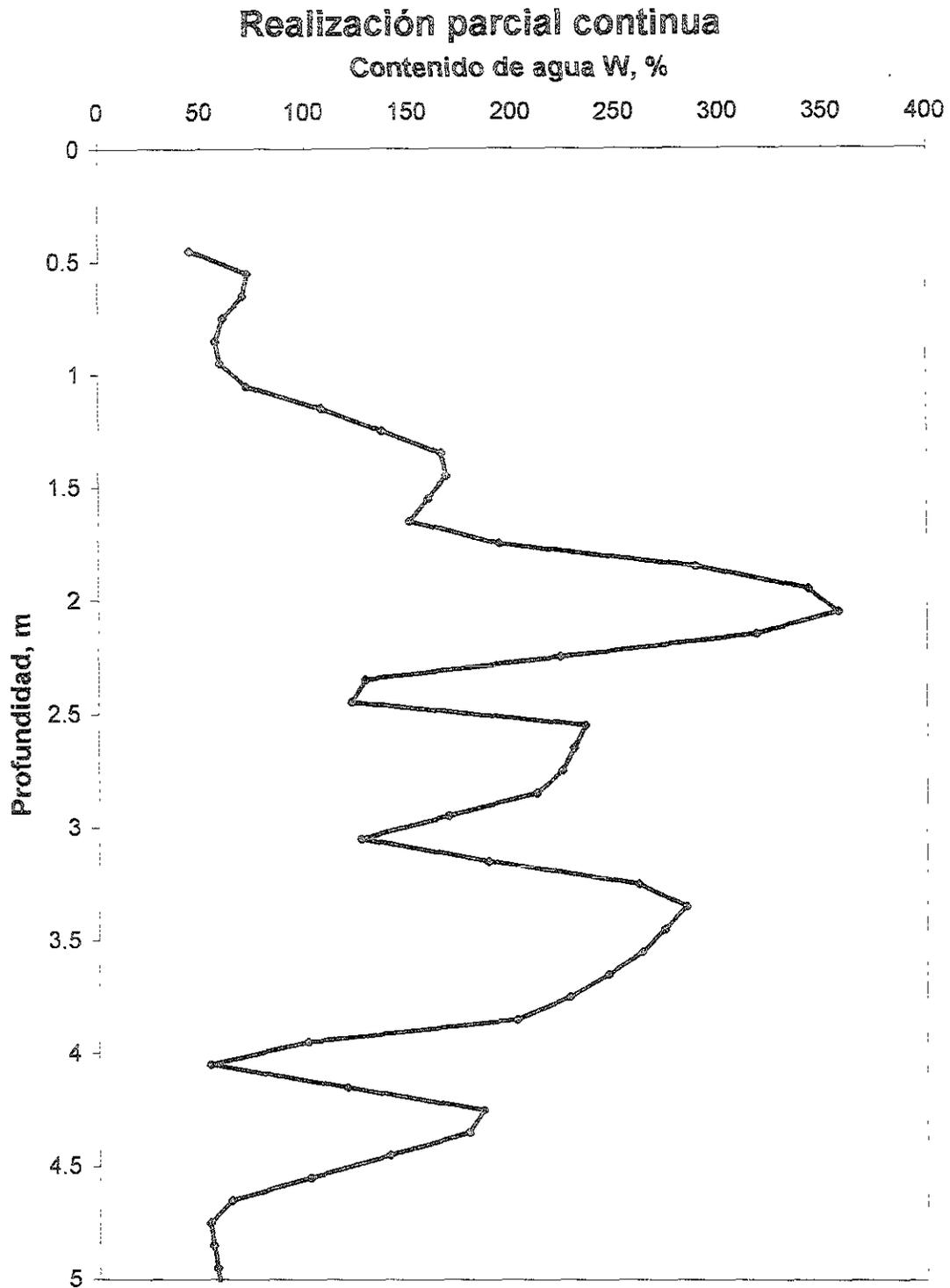


Figura 2.10 Realización parcial continua. Interpolación lineal de la realización discreta. Perfil vertical de la variable *contenido de agua*. Sondeo SM1, Sitio Tecámac, Estado de México

Campo aleatorio

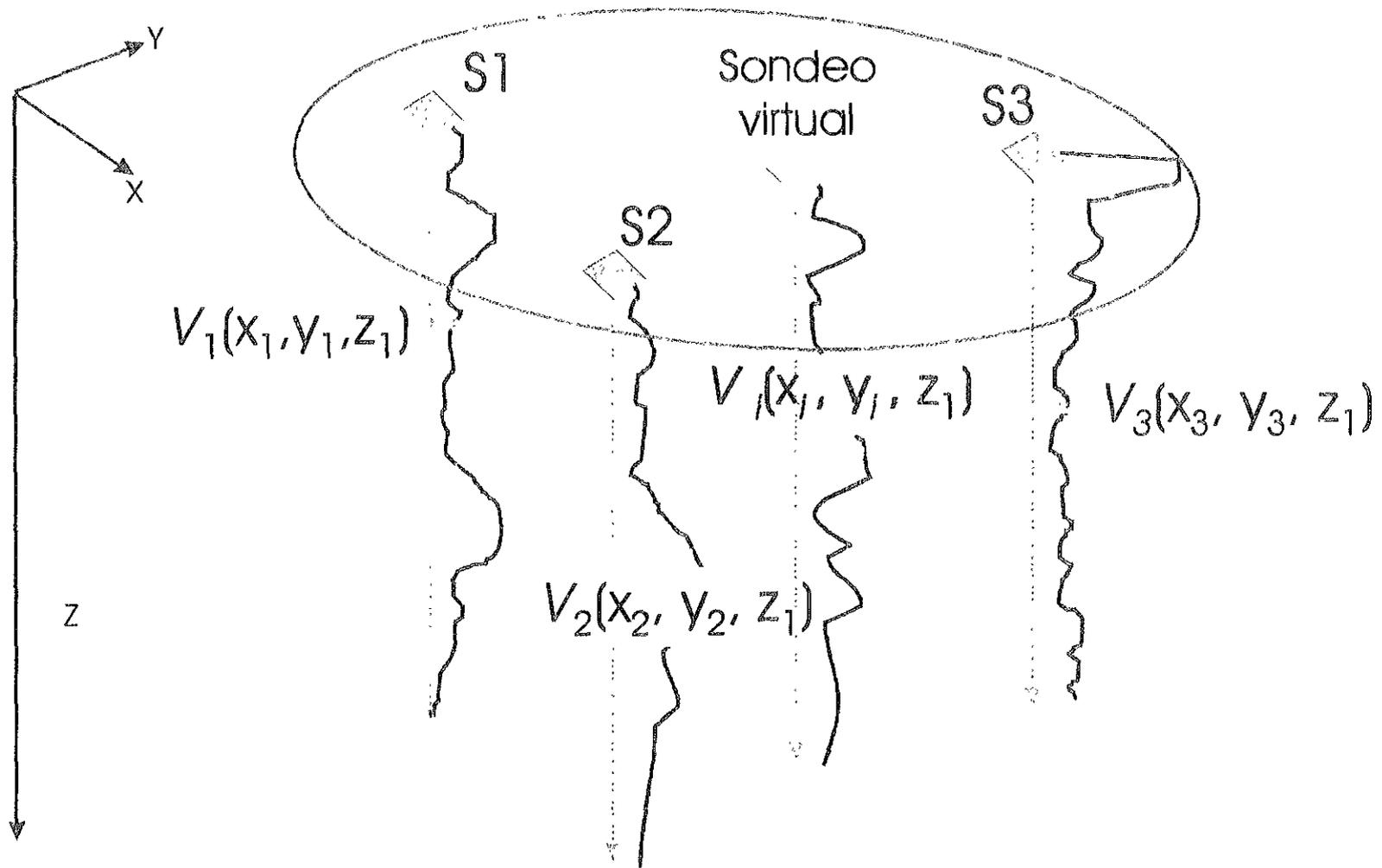


Figura 2.11 Sondeo virtual en un campo aleatorio $V(X)$ (en R^3).

Estimación condicional en un campo aleatorio

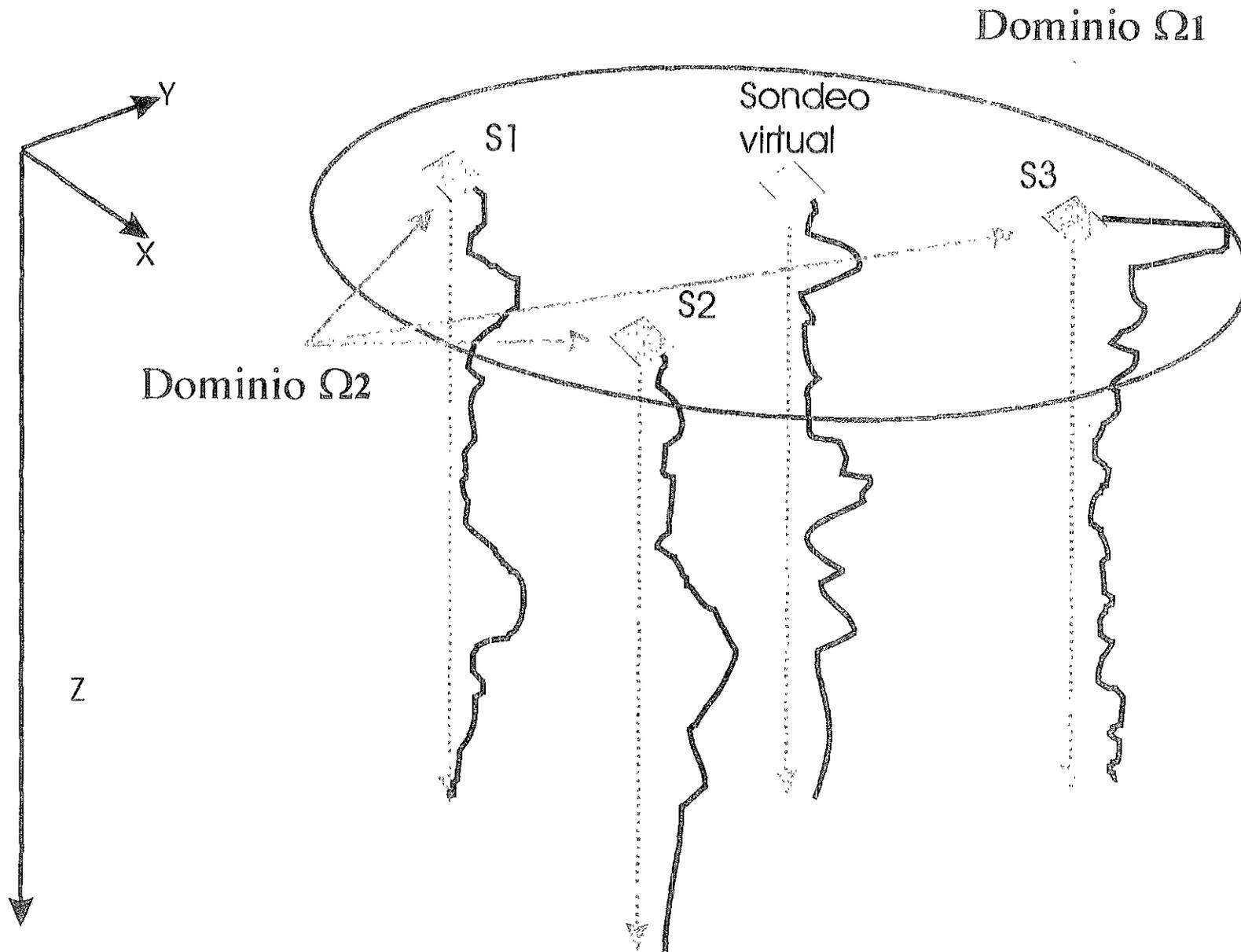


Figura 2.12 Estimación condicional en el campo aleatorio $V(X)$ (en \mathbb{R}^3).

Perfil A (1952)

Contenido de agua

w, %

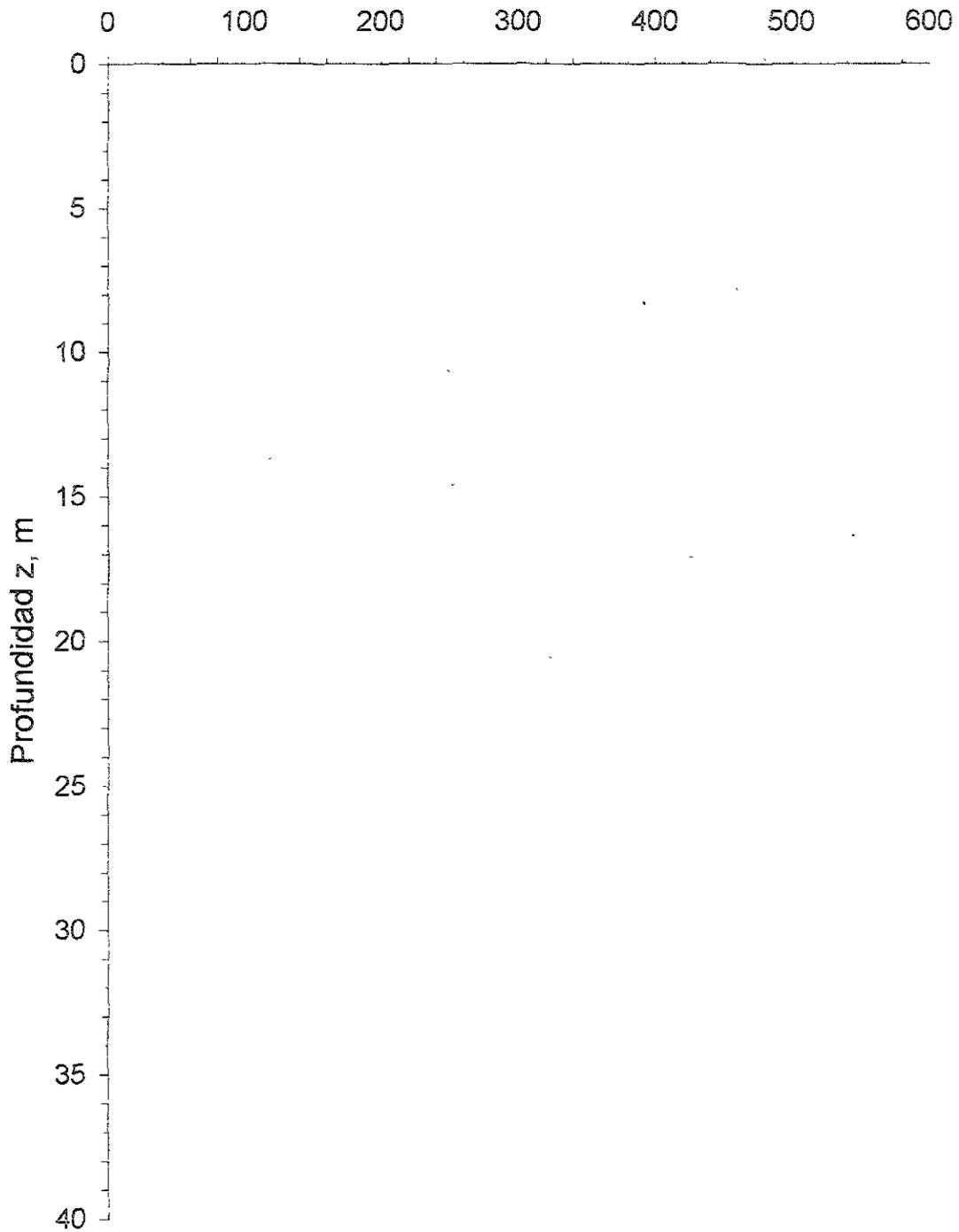


Figura 4.1 Perfil de contenido de agua W,%. Sondeo A (1952), sitio Plaza Río de Janeiro, México D.F.

Perfil B (1986)

Contenido de agua

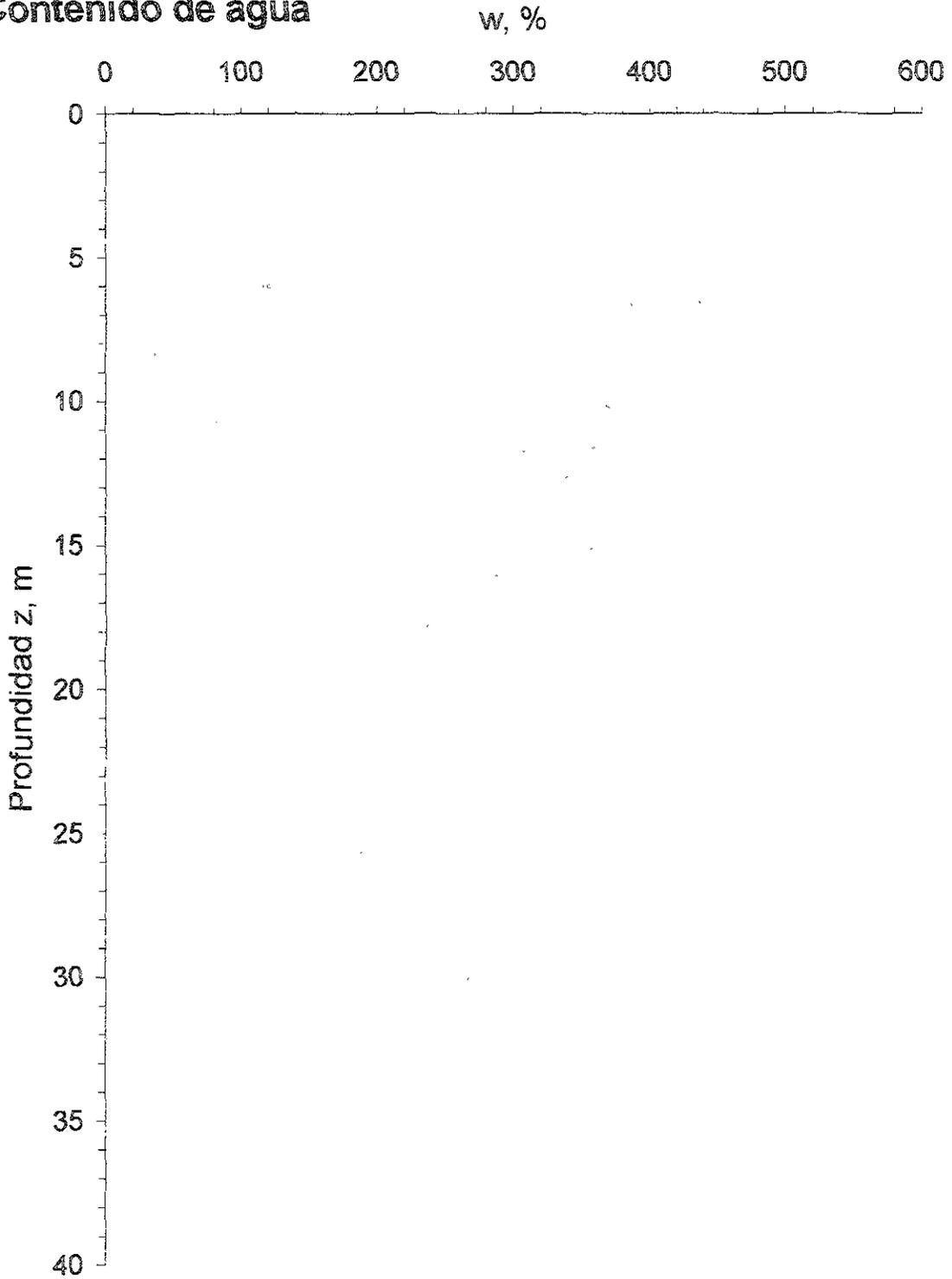


Figura 4.2 Perfil de contenido de agua W,%. Sondeo B (1986), sitio Plaza Río de Janeiro, México D.F.

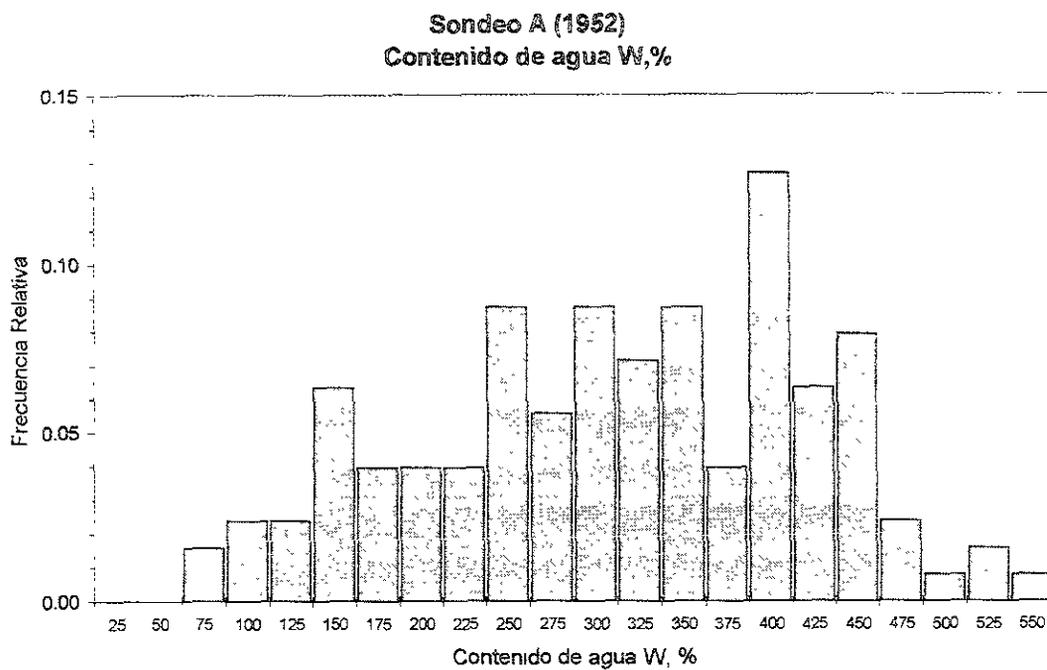


Figura 4.3 Histograma del contenido de agua. Sondeo A (1952), sitio Plaza Río de Janeiro, México D.F.

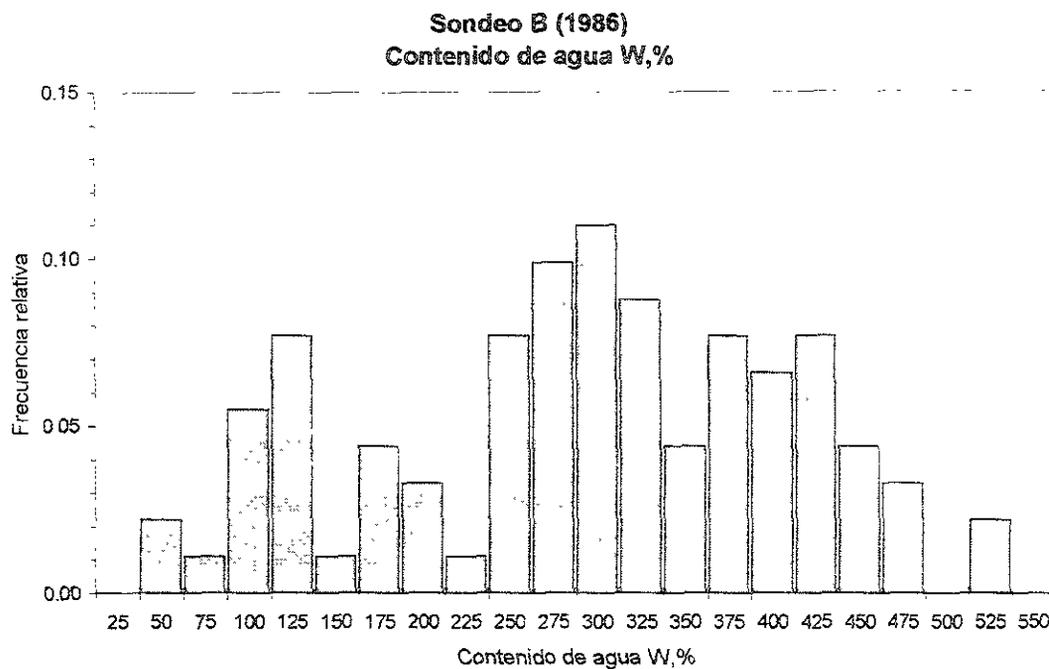


Figura 4.4 Histograma del contenido de agua. Sondeo B (1986), sitio Plaza Río de Janeiro, México D.F.

Perfil B (1986)
Contenido de agua

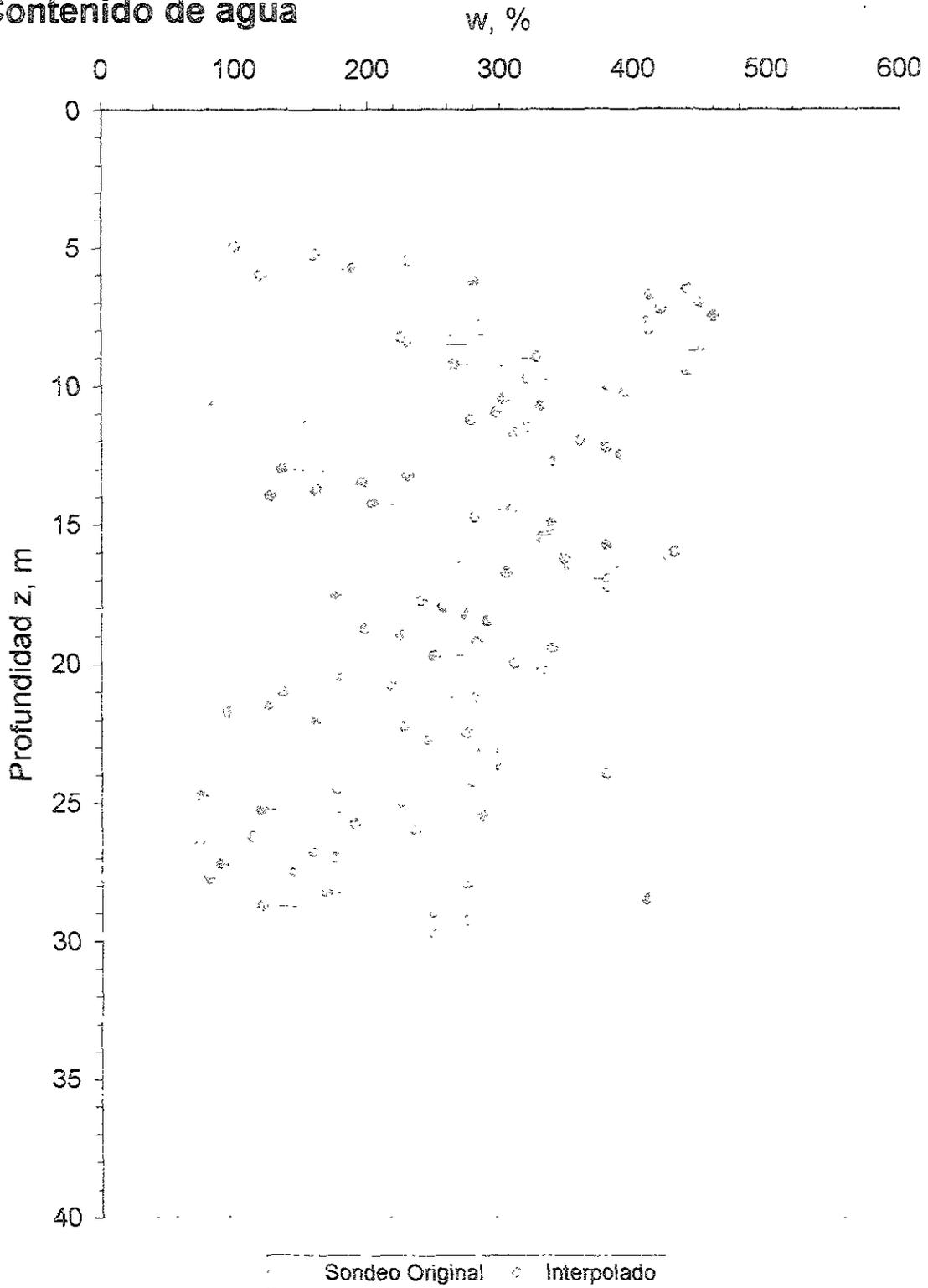


Figura 4.5 Interpolación lineal del sondeo B (1986) a un paso constante de 0.25m, sitio Plaza Río de Janeiro, México D.F.

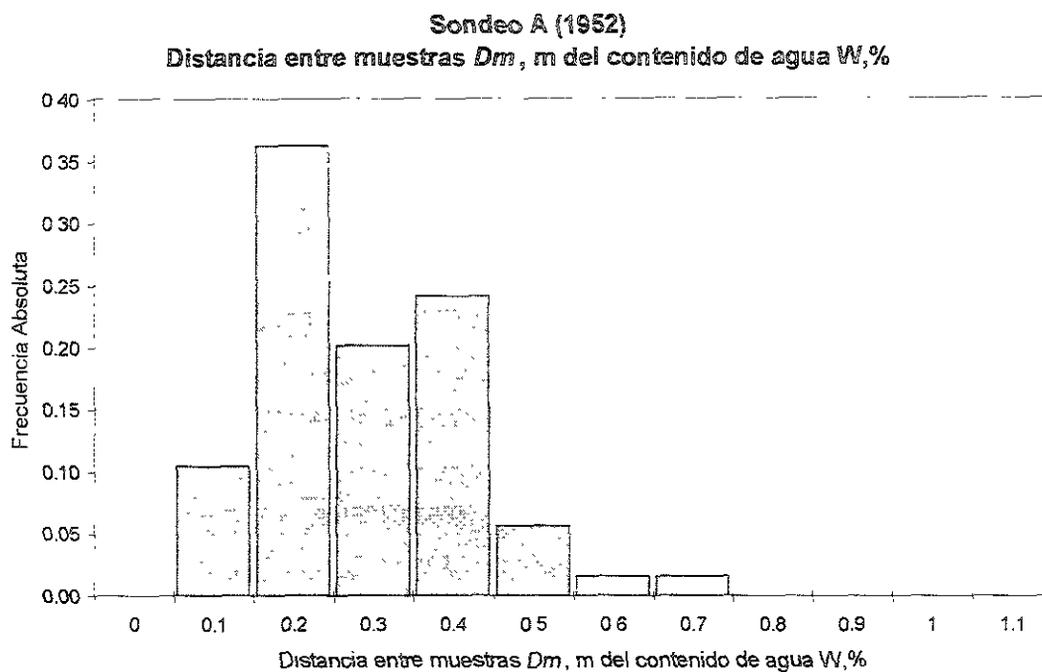


Figura 4.6 Histograma de la distancia de muestreo D_m del contenido de agua. Sondeo A (1952), sitio Plaza Río de Janeiro, México D.F.

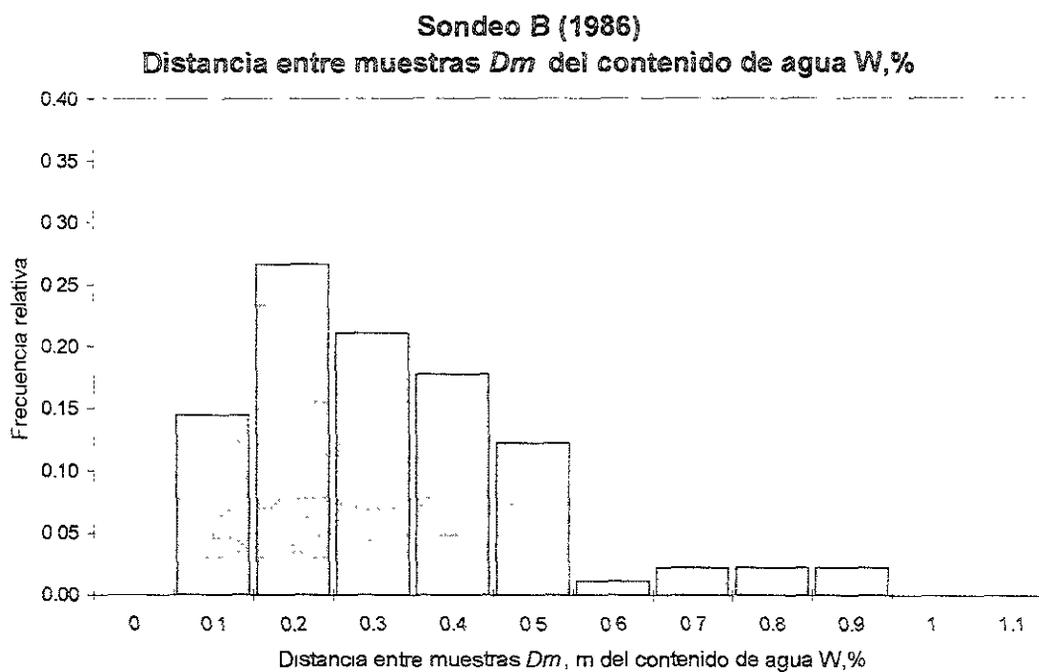


Figura 4.7 Histograma de la distancia de muestreo D_m del contenido de agua, sitio Plaza Río de Janeiro, México D.F.

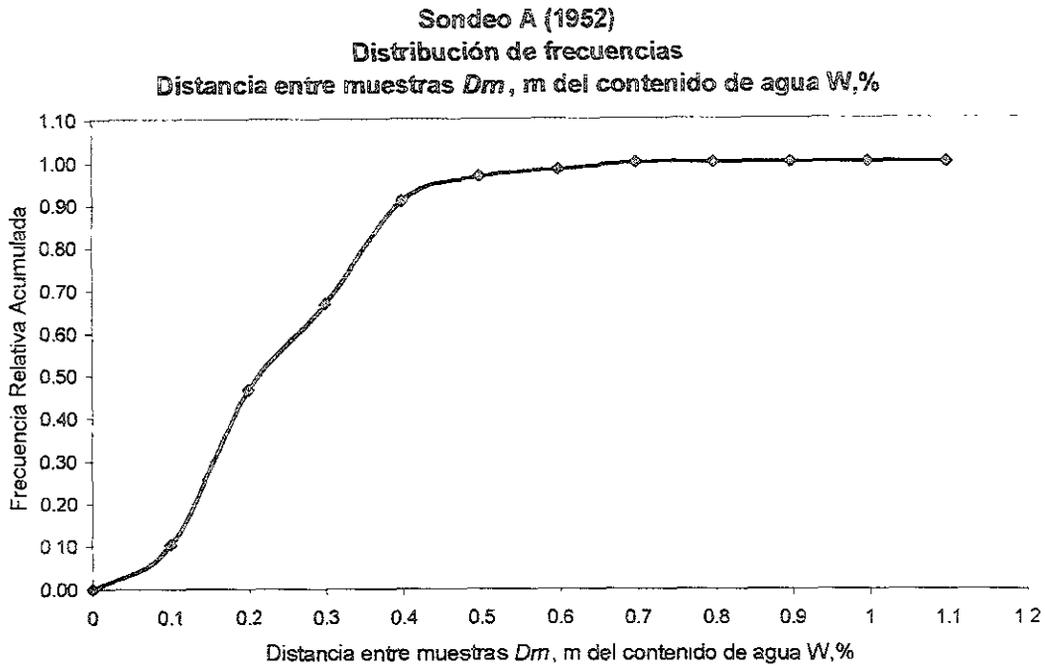


Figura 4.8 Distribución de frecuencias acumulada de la distancia de muestreo D_m del contenido de agua. Sondeo A (1952), sitio Plaza Río de Janeiro, México D.F.

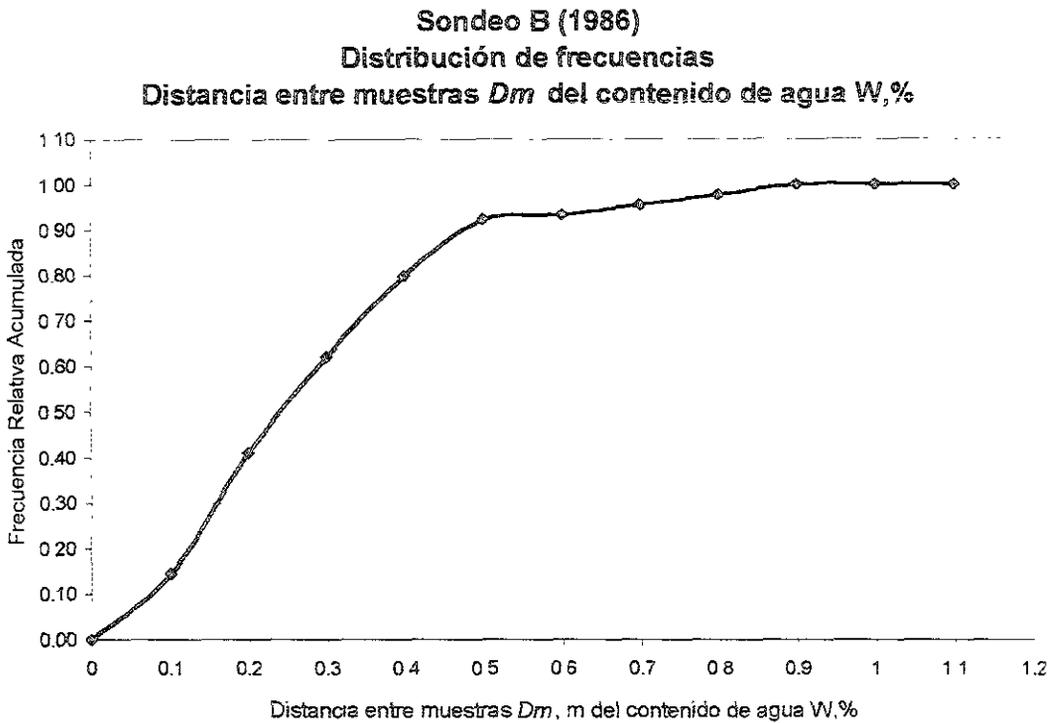


Figura 4.9 Distribución de frecuencias acumulada de la distancia de muestreo D_m del contenido de agua. Sondeo B (1986), sitio Plaza Río de Janeiro, México D.F.

Perfil A (1952)
Variación del coeficiente de correlación
Contenido de agua W, %

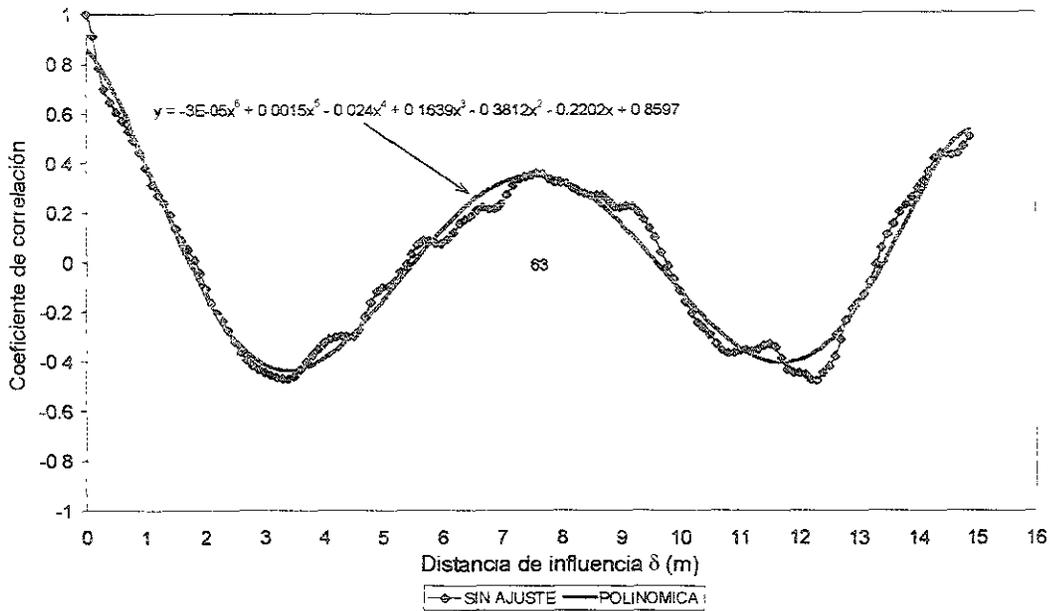


Figura 4.10 Variación del coeficiente de correlación del Sondeo A (1952), sitio Plaza Río de Janeiro, México D.F.

Perfil B (1986)
Variación del coeficiente de correlación
Contenido de agua

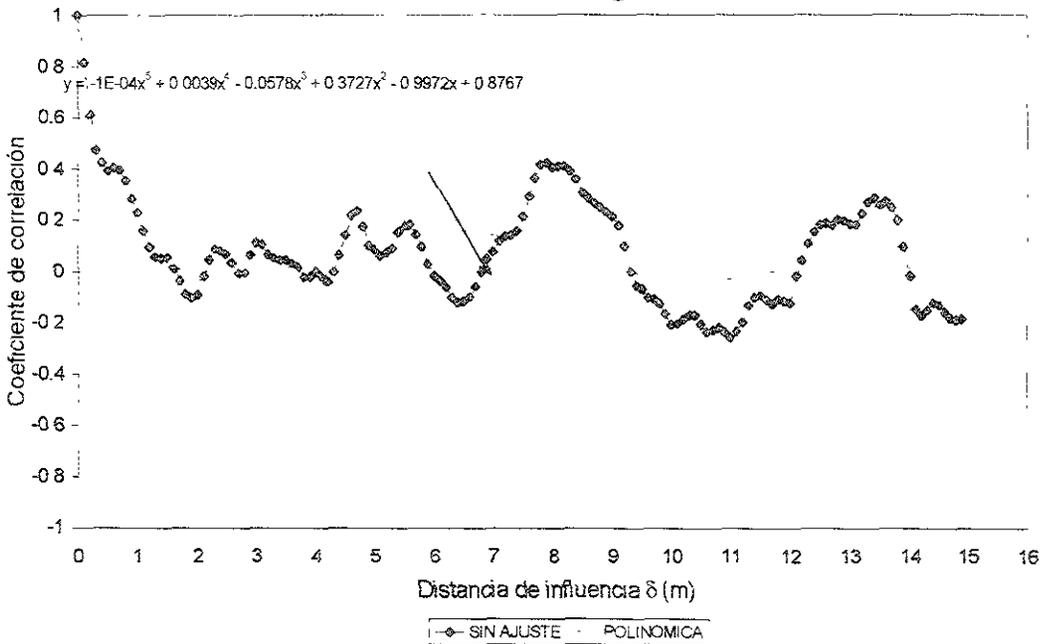


Figura 4.11 Variación del coeficiente de correlación del Sondeo B (1986), sitio Plaza Río de Janeiro, México D.F.

Perfil A (1952) con tendencia

Contenido de agua

w, %

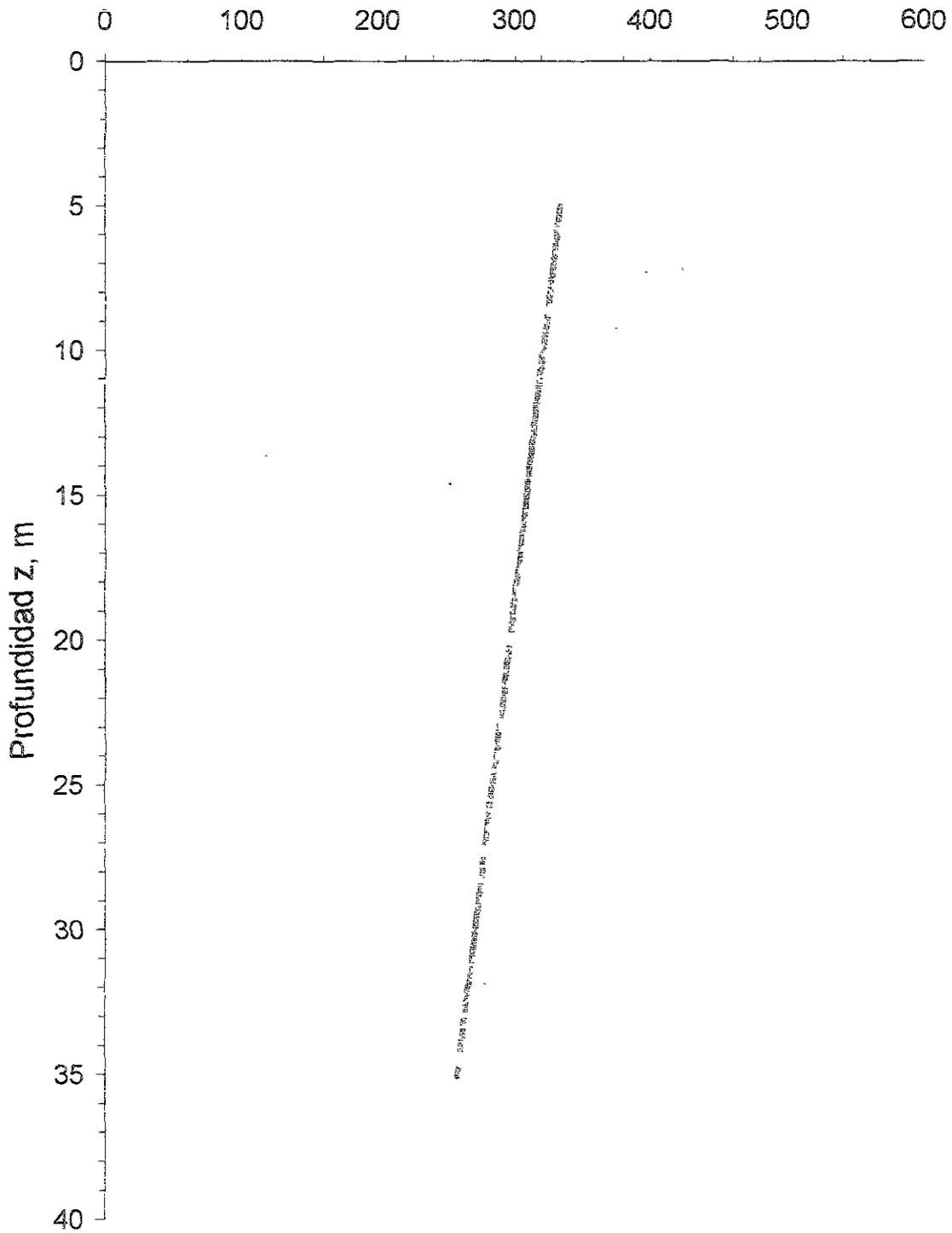


Figura 4.12 Tendencia lineal del contenido de agua W,%. Sondeo A (1952), sitio Plaza Rio de Janeiro, México D.F

Perfil B (1986) con tendencia

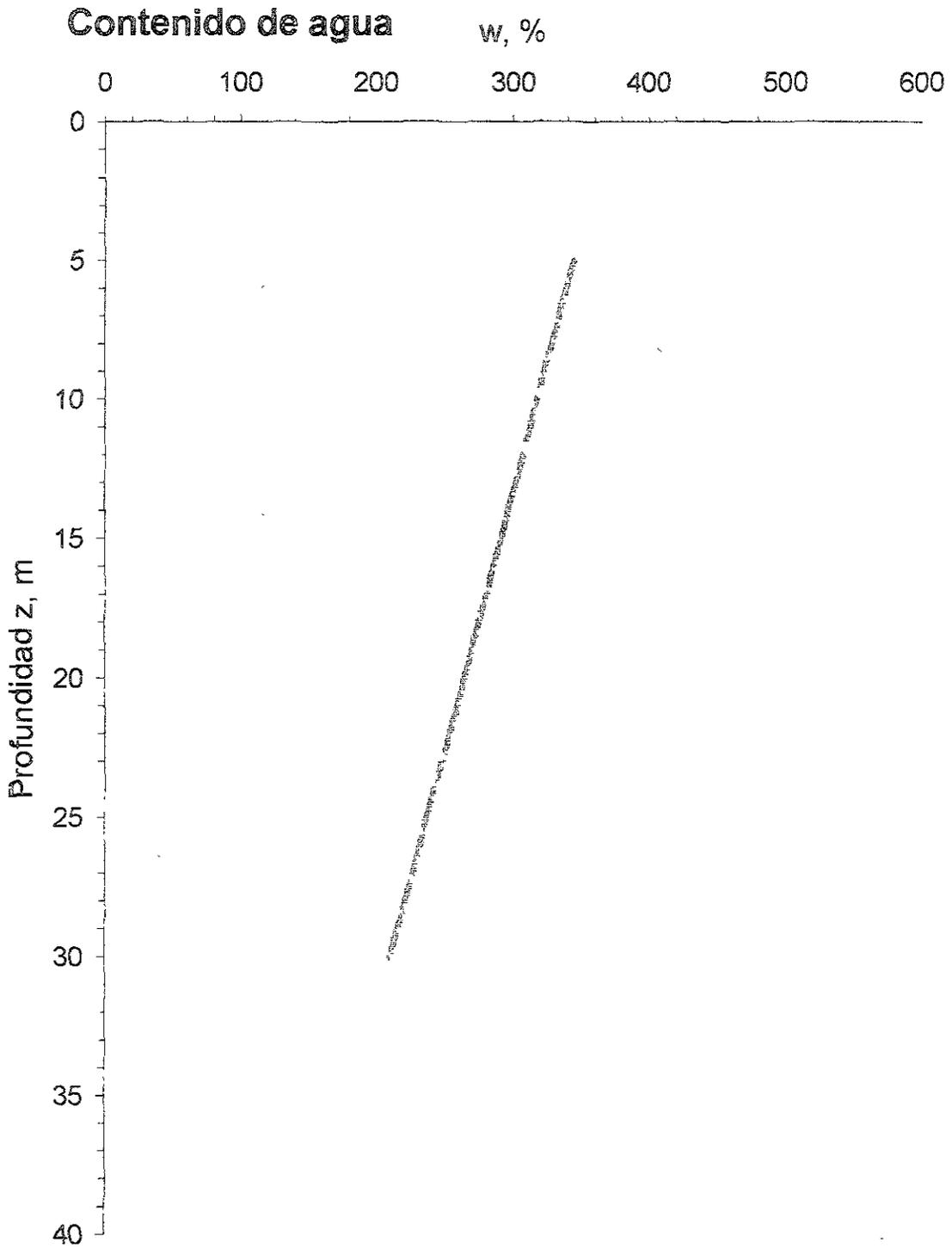


Figura 4.13 Tendencia lineal del contenido de agua $w, \%$ Sondeo A (1952), sitio Plaza Río de Janeiro, México D.F.

Perfil A (1952) residual

Contenido de agua

W, %

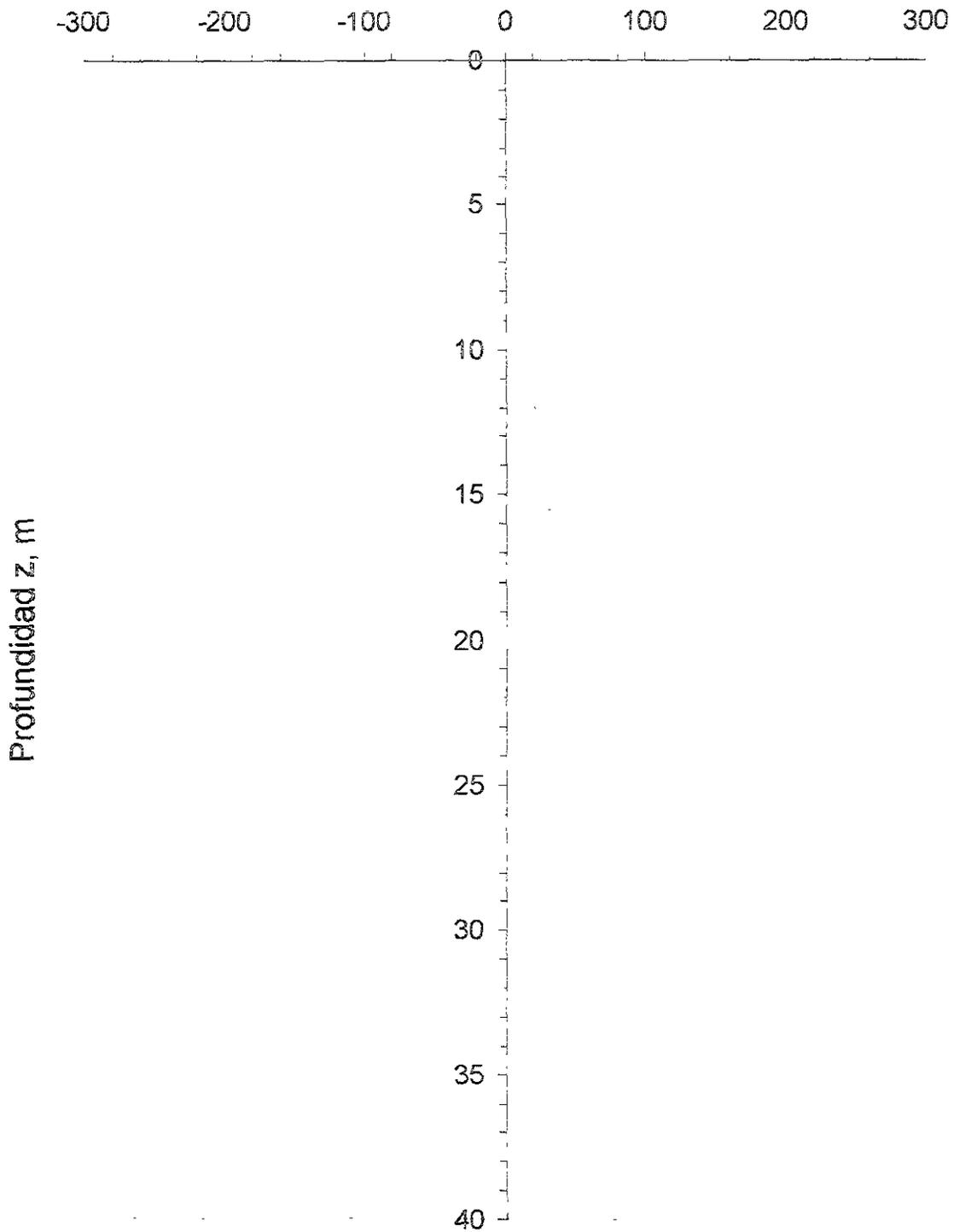


Figura 4.14 Realización de campo residual lineal del sondeo A (1952). Sitio Plaza Río de Janeiro, México D.F.

Perfil B (1986) residual

Contenido de agua

w, %

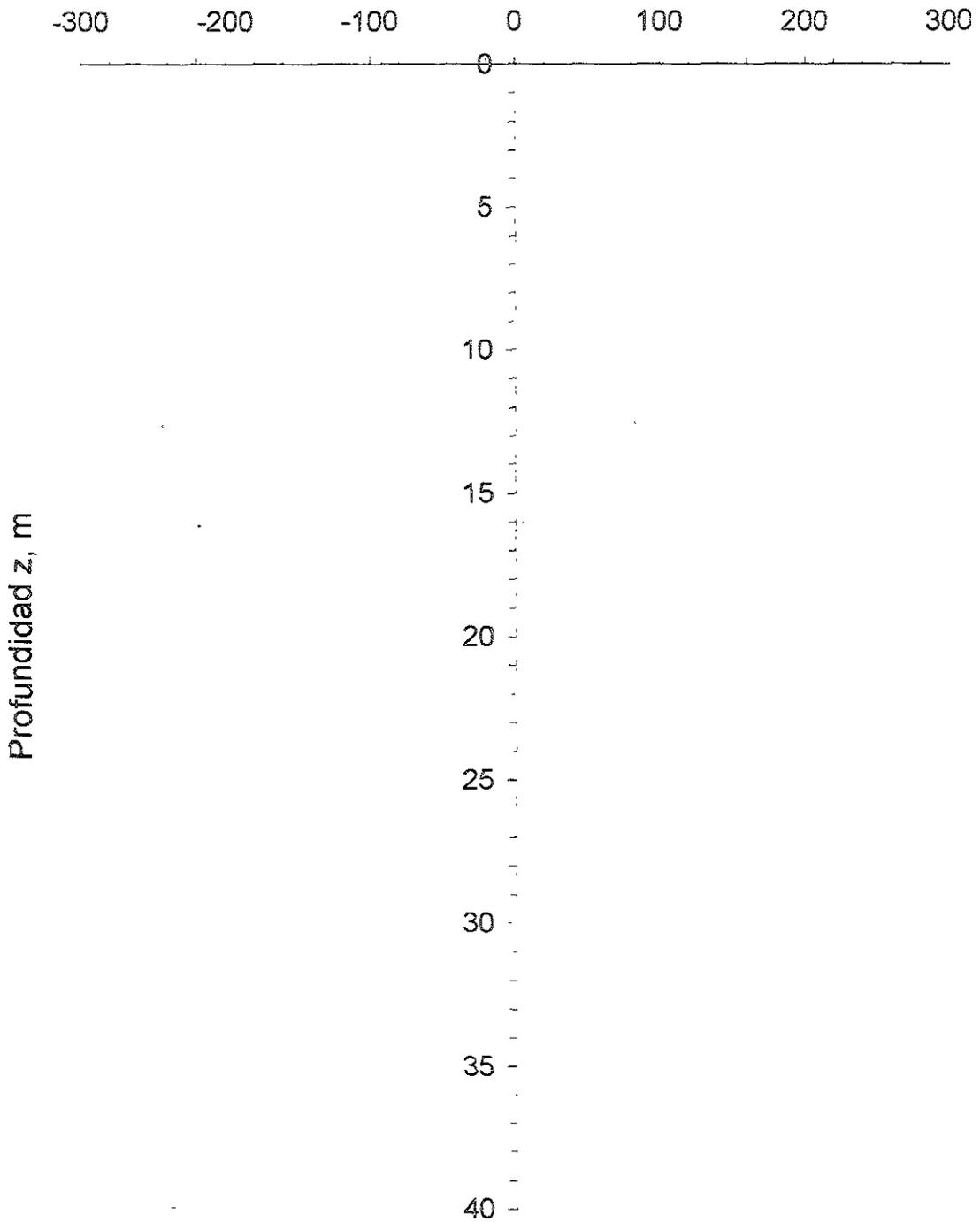


Figura 4.15 Realización de campo residual lineal del sondeo B (1986). Sitio Plaza Río de Janeiro, México D.F.

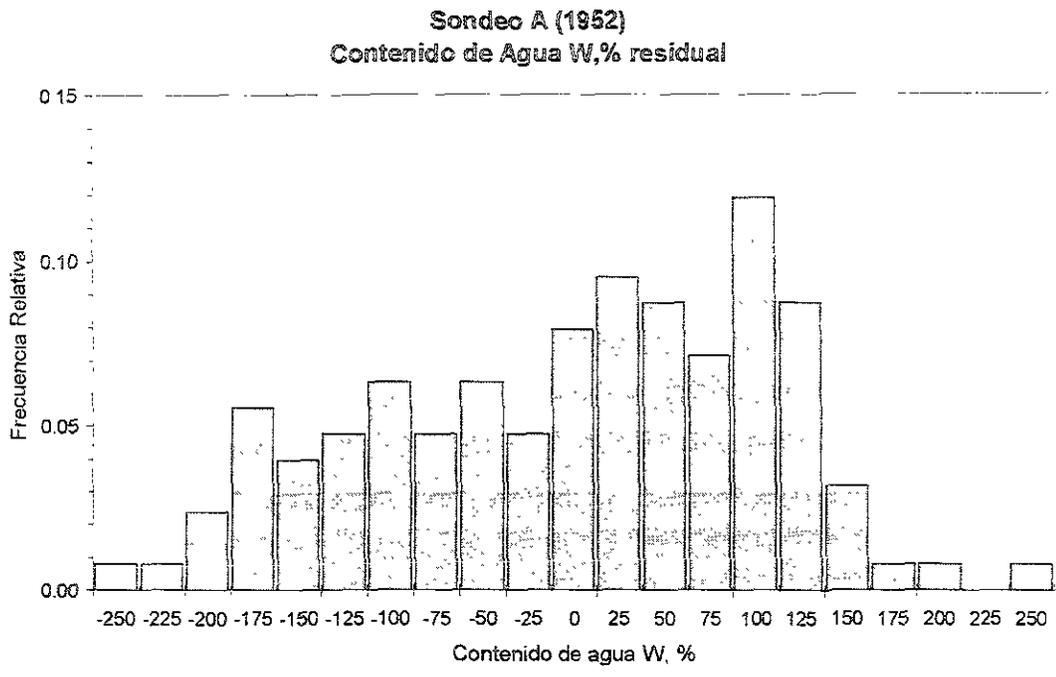
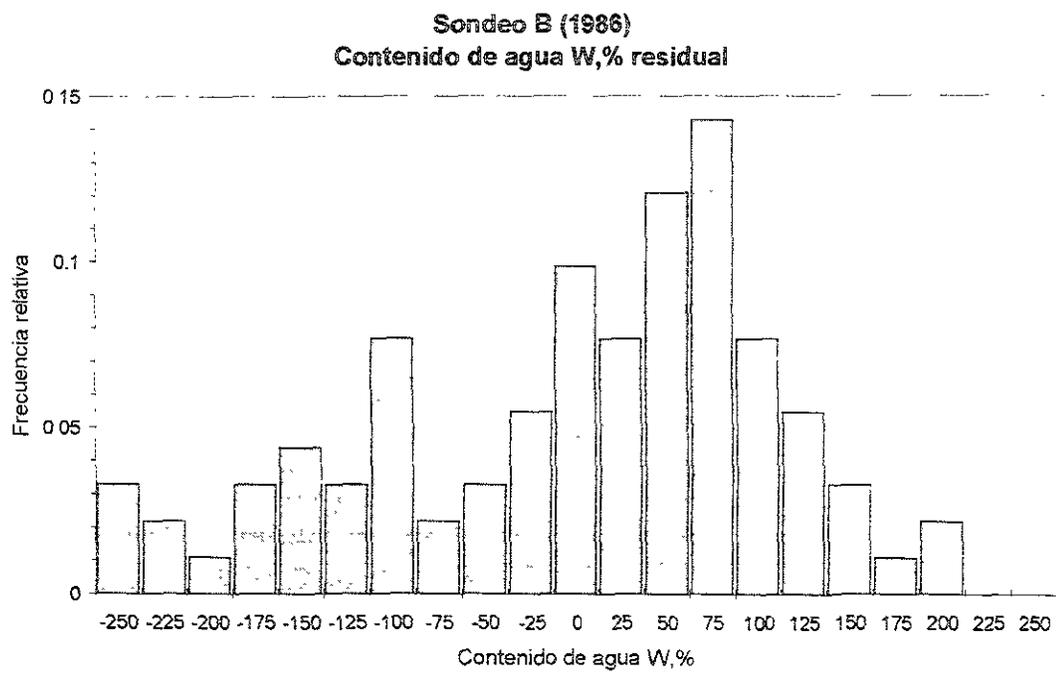


Figura 4.16 Histograma del contenido de agua correspondiente el campo residual. Sondeo A (1952), sitio Plaza Río de Janeiro, México D.F.



4.17 Histograma del contenido de agua correspondiente el campo residual. Sondeo B (1986), sitio Plaza Río de Janeiro, México D.F.

Perfil B (1986)
Variación del coeficiente de correlación
Contenido de agua residual

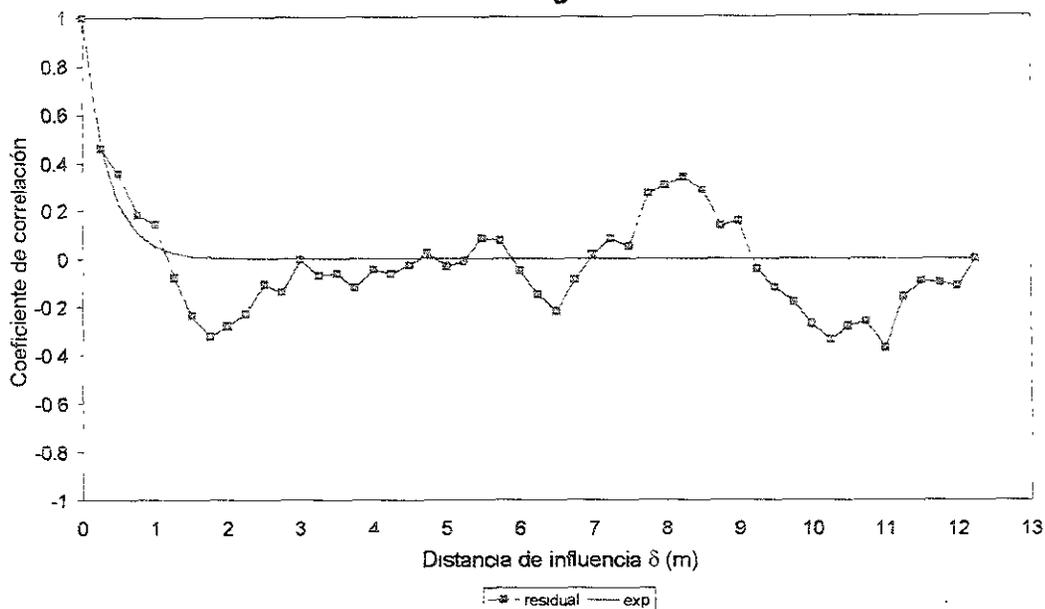


Figura 4.18 Variación del coeficiente de correlación del Sondeo B (1986) una vez removida la tendencia de la realización original. Sitio Plaza Río de Janeiro, México D.F.

Perfil B (1986)
Variación del coeficiente de correlación
Contenido de agua residual

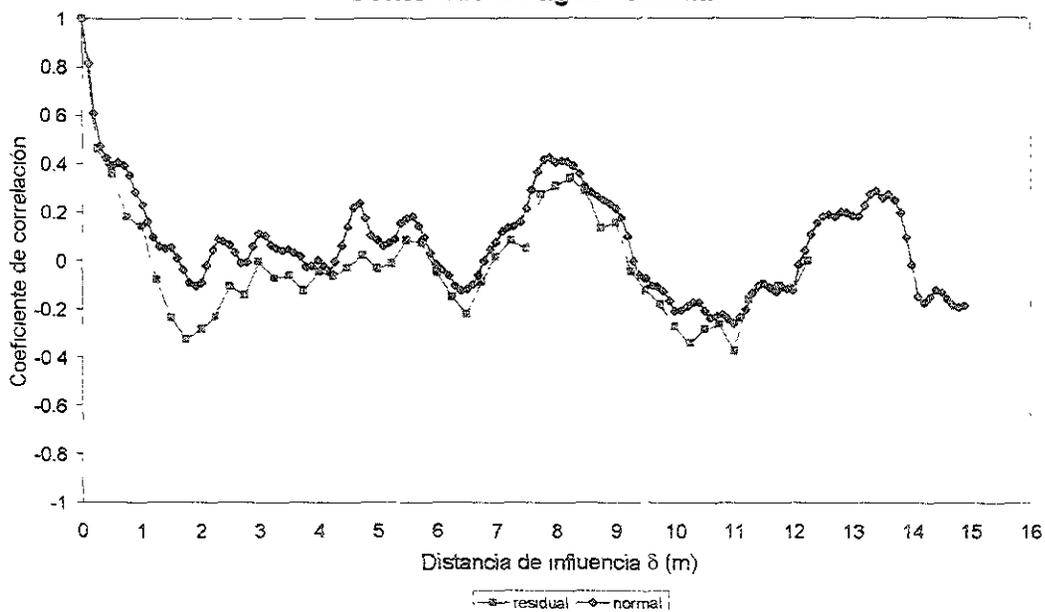


Figura 4.19 Comparación de la variación del coeficiente de correlación del Sondeo B (1986) antes y después de remover la tendencia. Sitio Plaza Río de Janeiro, México D.F.

Perfil B (1986)

Contenido de agua

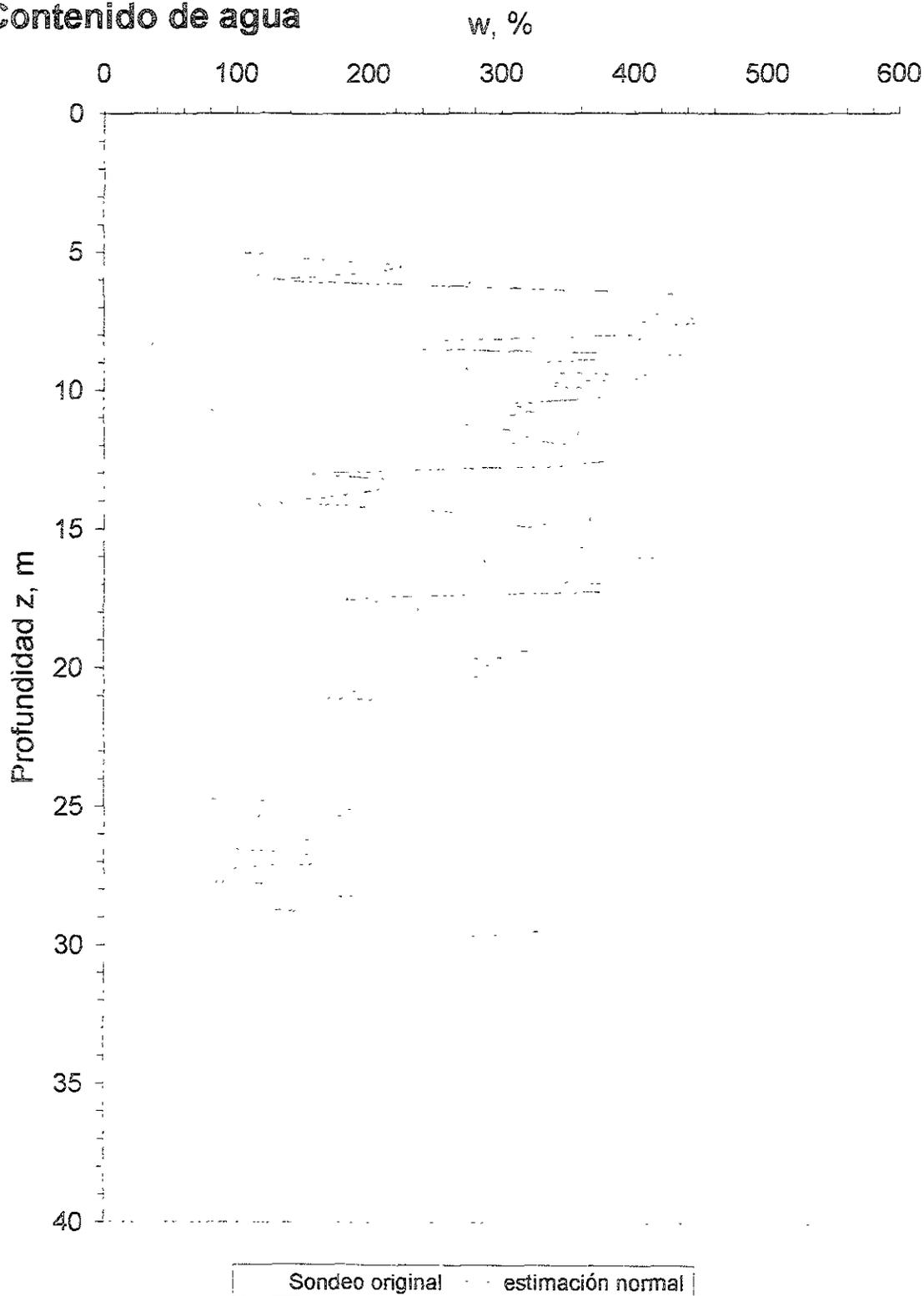


Figura 4.20 Estimación de contenido de agua W,% en el sondeo B (1986) y realización original Sitio Plaza Río de Janeiro, México D.F.

Perfil B (1986)
Contenido de agua

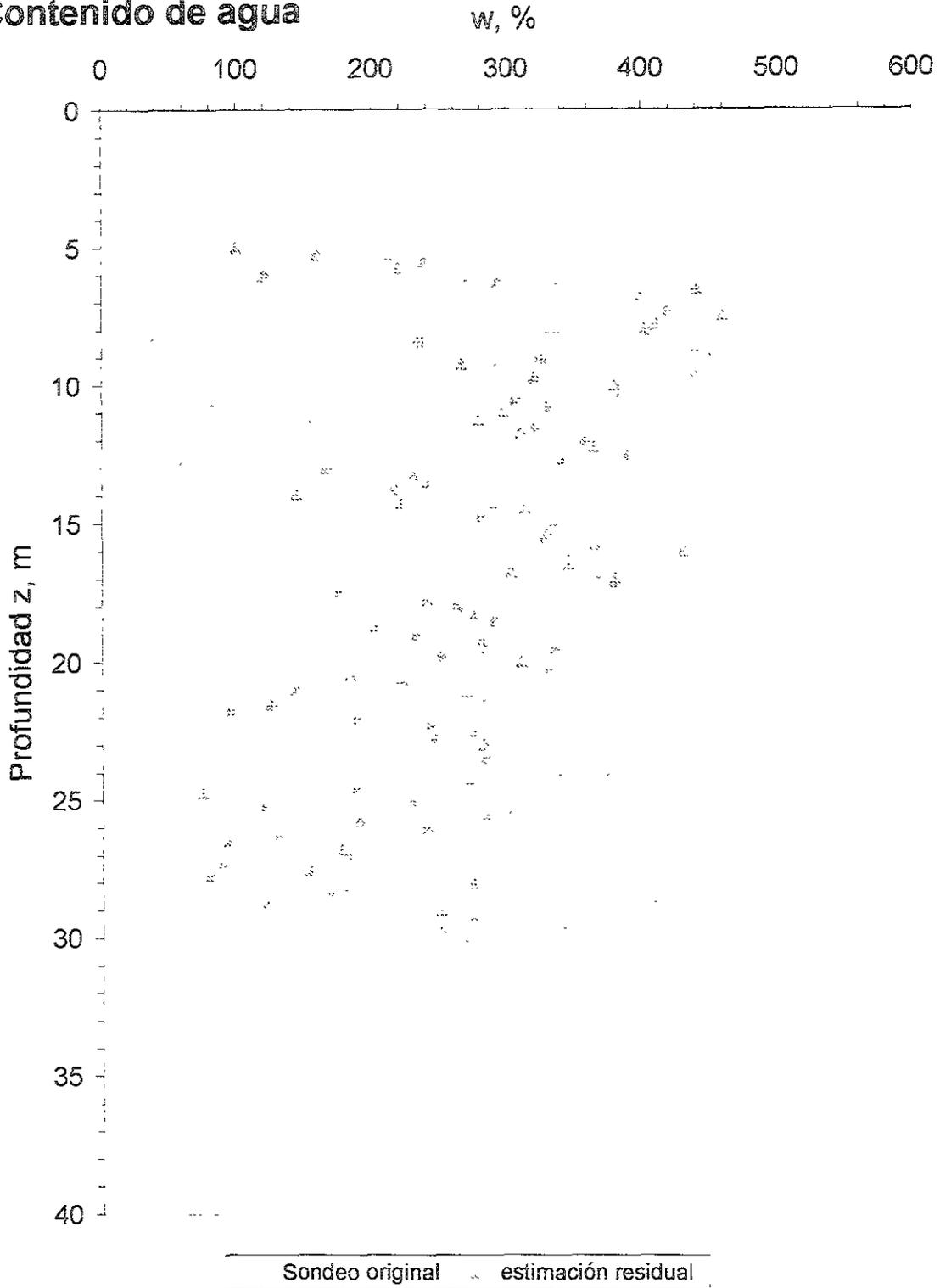


Figura 4.21 Estimación de contenido de agua W,% en el sondeo B (1986) utilizando la realización residual y realización original. Sitio Plaza Río de Janeiro, México D.F.

Perfil B (1986)
Contenido de agua

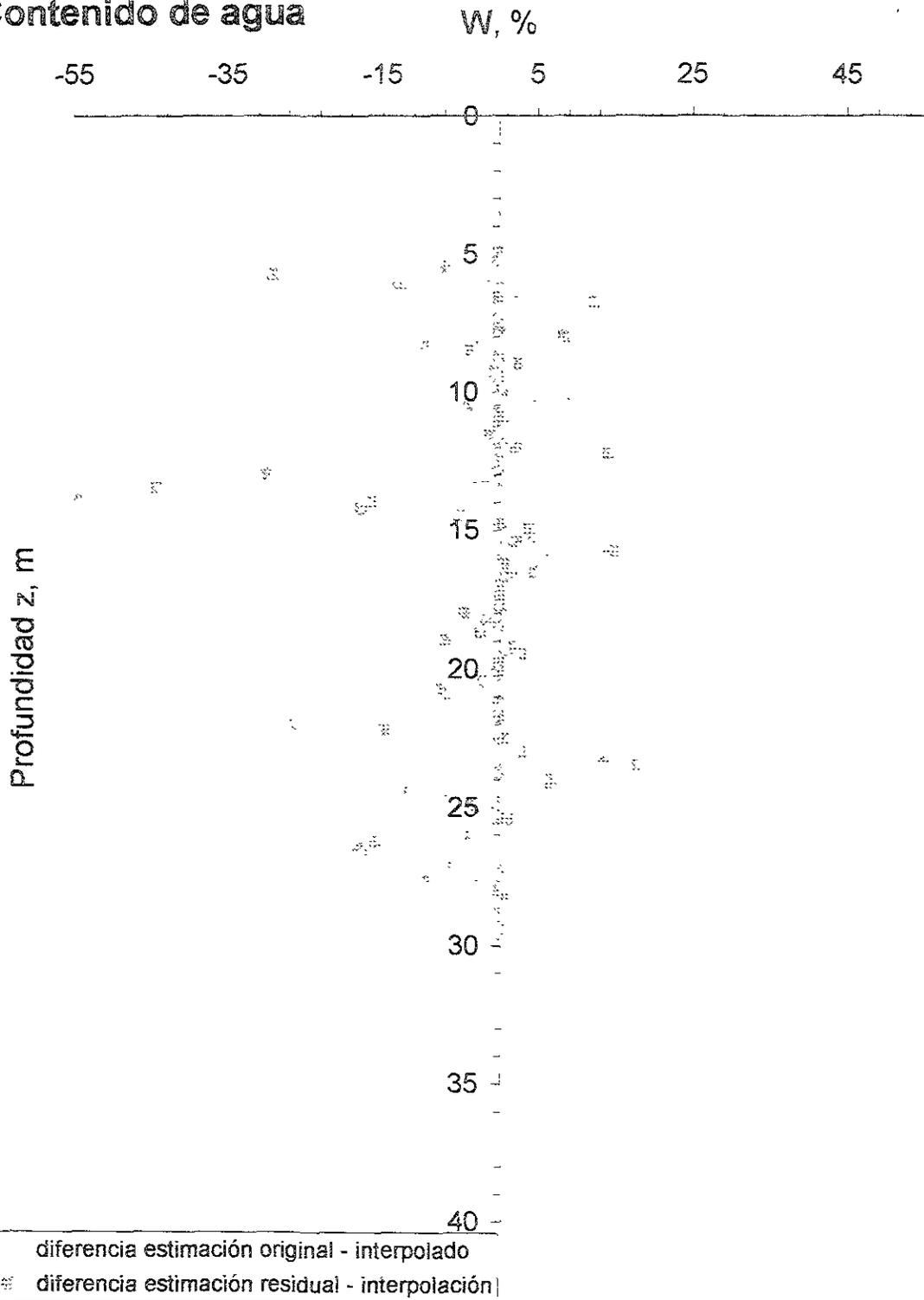


Figura 4.22 Diferencia entre los sondeos estimados utilizando el modelo del sondeo original y el del modelo del sondeo residual del contenido de agua W,% . Sondeo B (1986), sitio Plaza Río de Janeiro, México D.F.

Perfil B (1986)
Contenido de agua

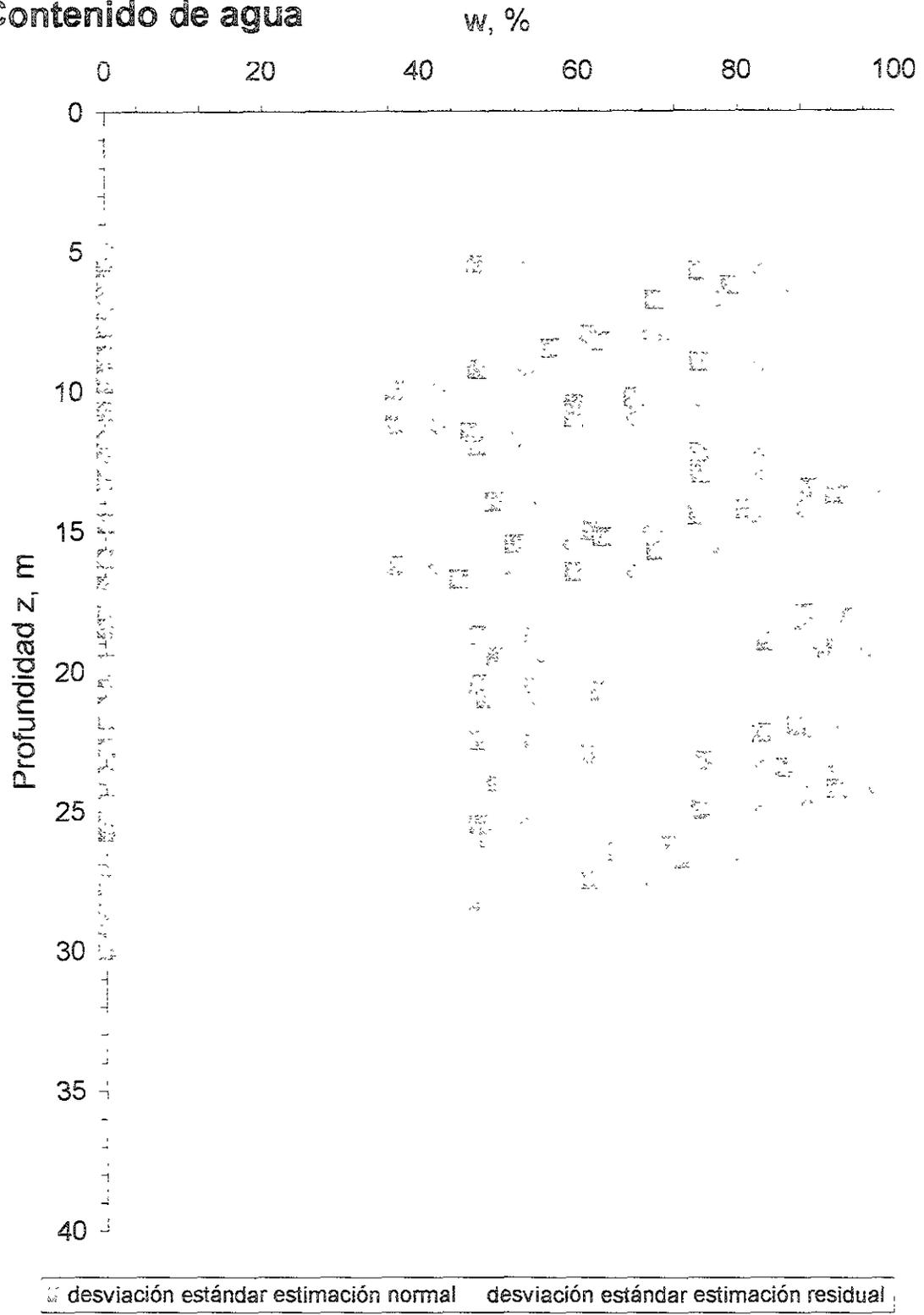


Figura 4.23 Incertidumbre (desviación estándar) de la estimación de contenido de agua W,% en el sondeo B (1986). Sitio Plaza Río de Janeiro, México D.F.

Perfil B (1986)
Contenido de agua

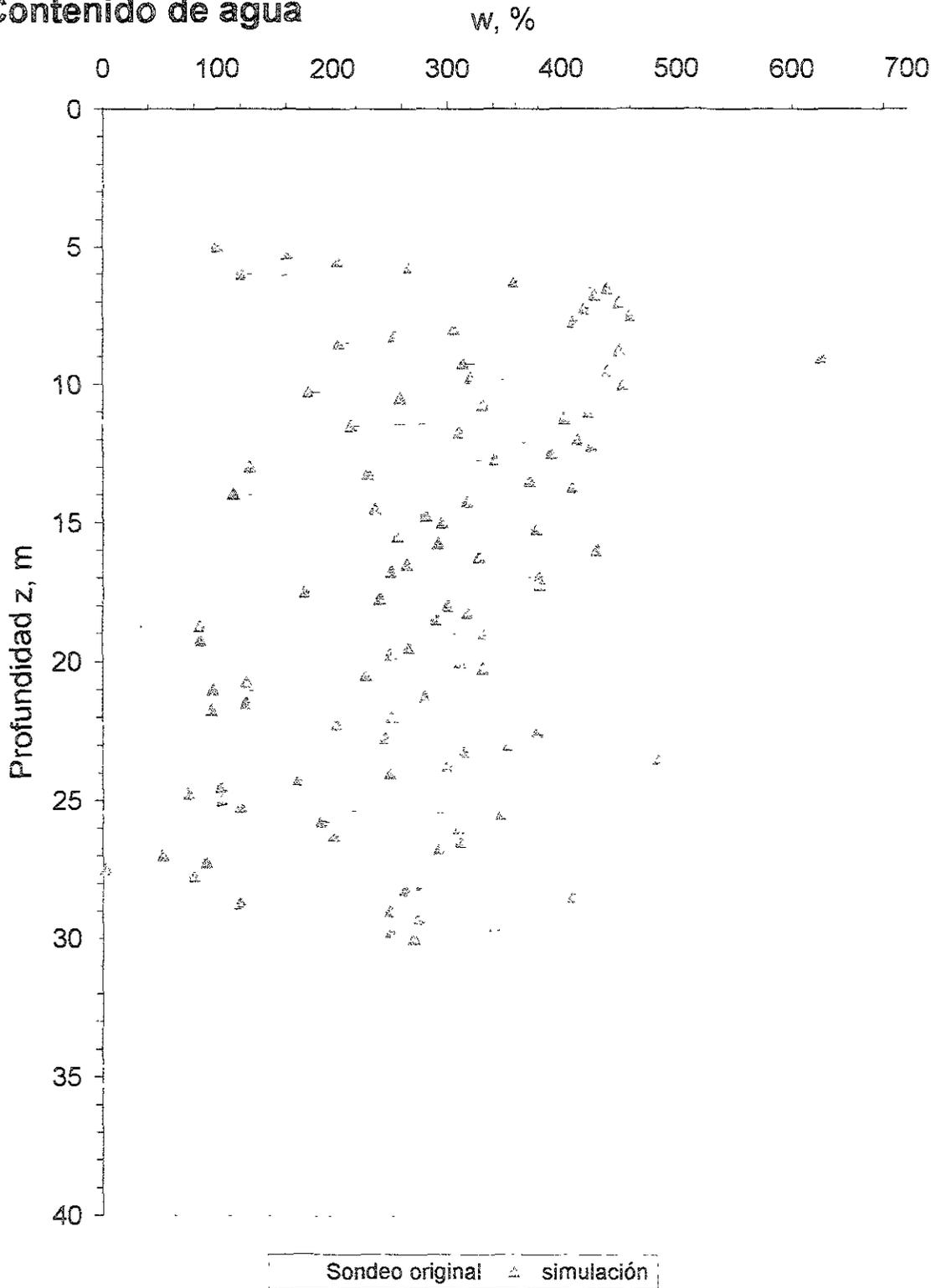


Figura 4.24 Simulación del contenido de agua W,% y realización original. Sondeo B (1986), sitio Plaza Río de Janeiro, México D.F.

Perfil B (1986) residual
Contenido de agua

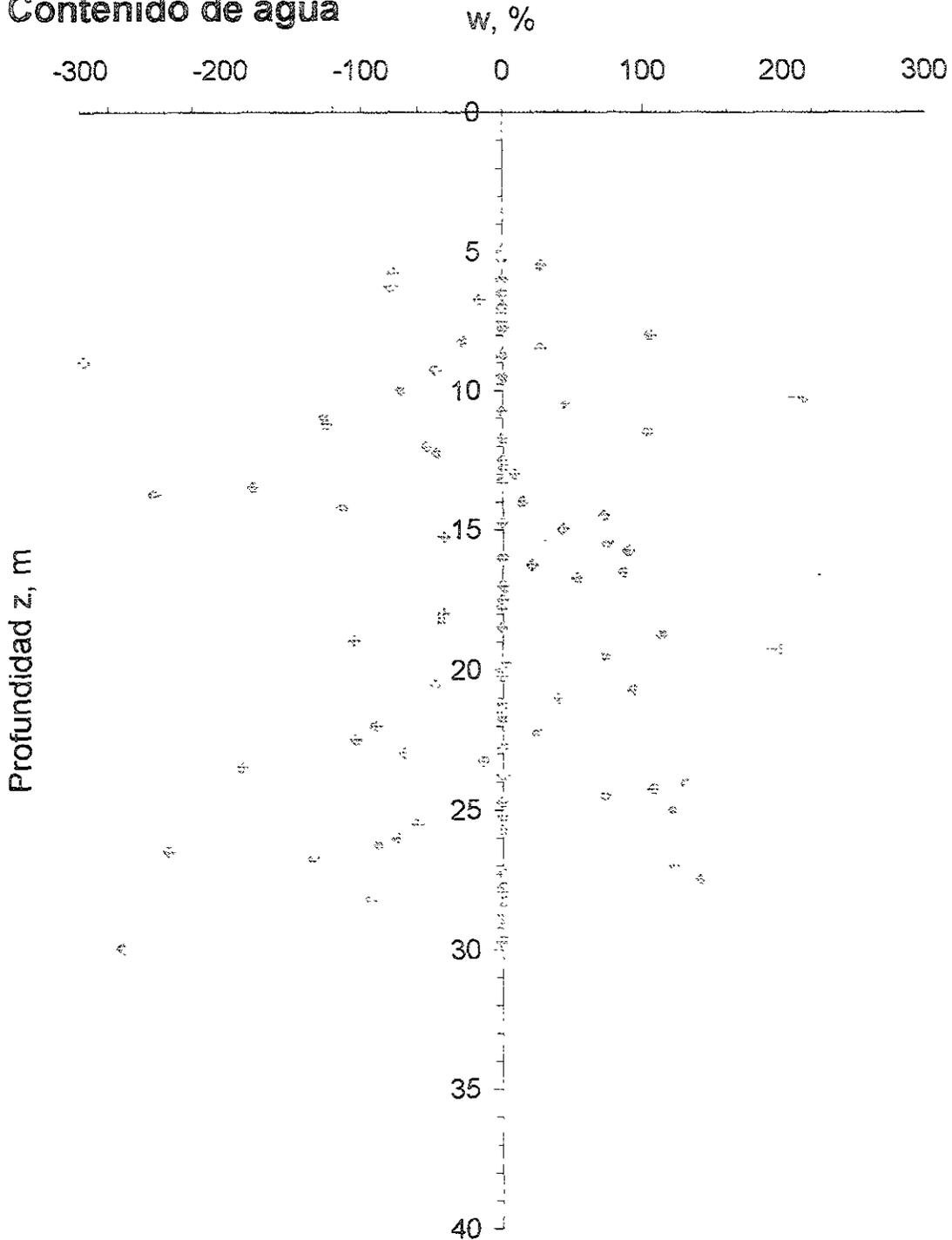


Figura 4.25 Diferencia entre el sondeo simulado a través del modelo del sondeo original y el sondeo interpolado del original. Sondeo B (1986), sitio Plaza Río de Janeiro, México D.F.

Sitio Tecámac Ubicación de sondeos

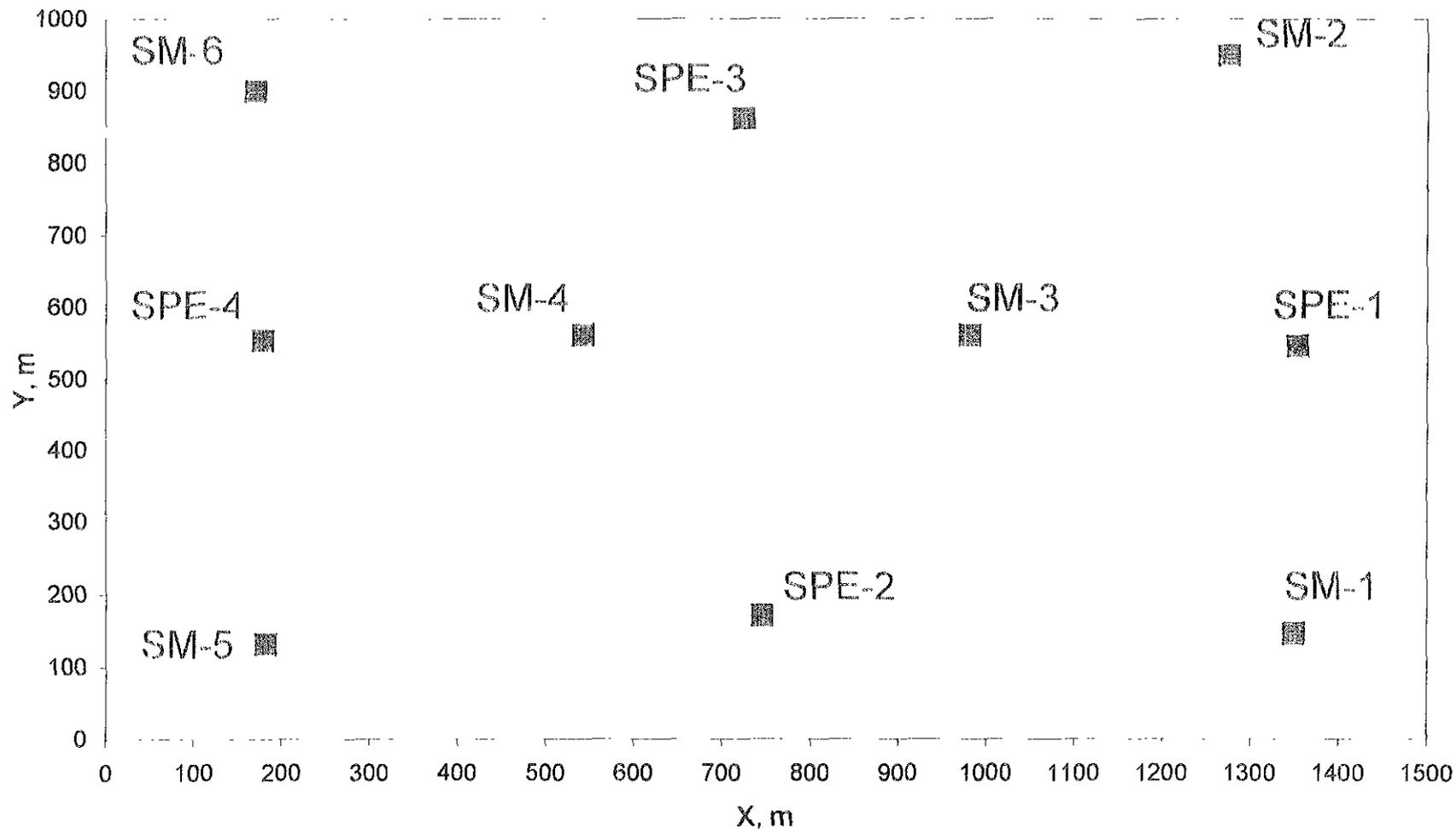


Figura 4 27 Ubicación de sondeos en el sitio Tecámac, Estado de México

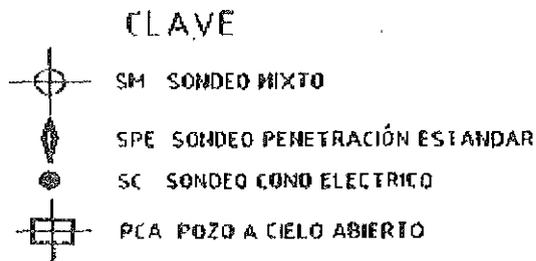
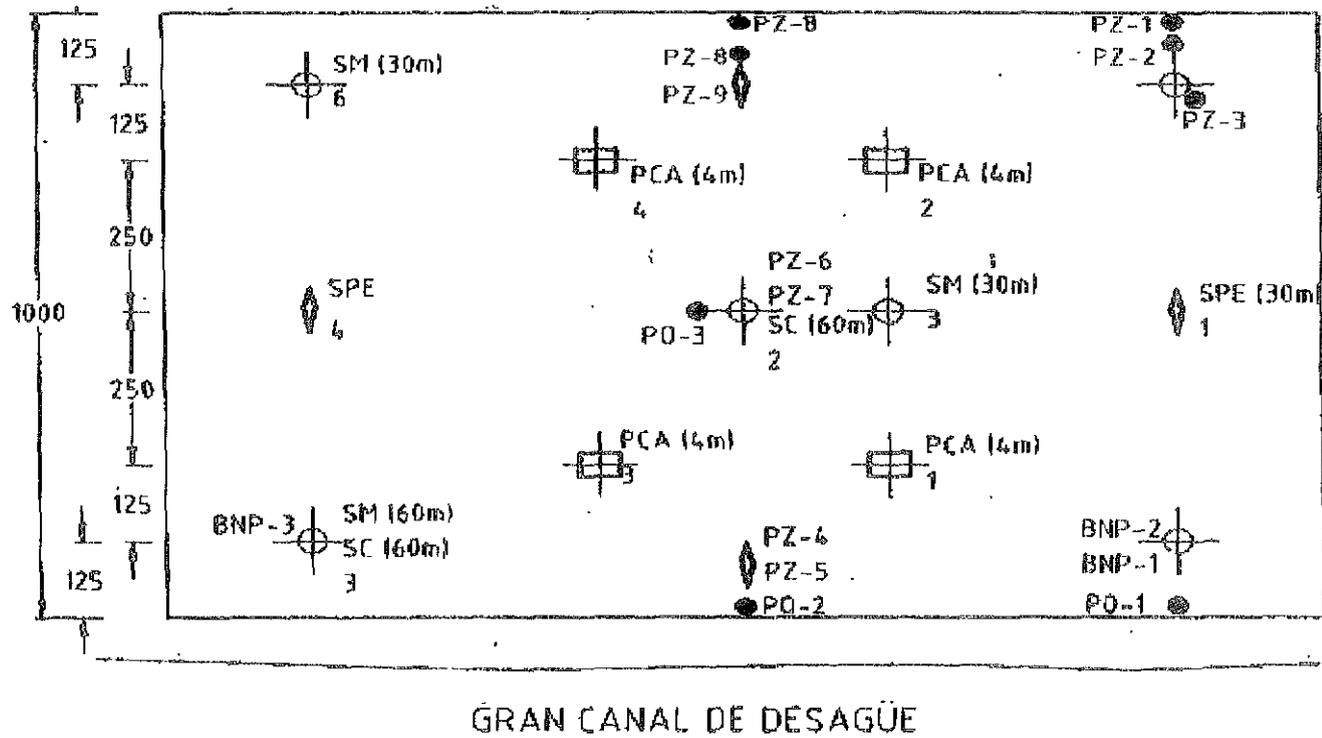


Figura 4.28 Ubicación en planta de los bancos de nivelación y de los sondeos. Sitio Tecámec, Estado de México

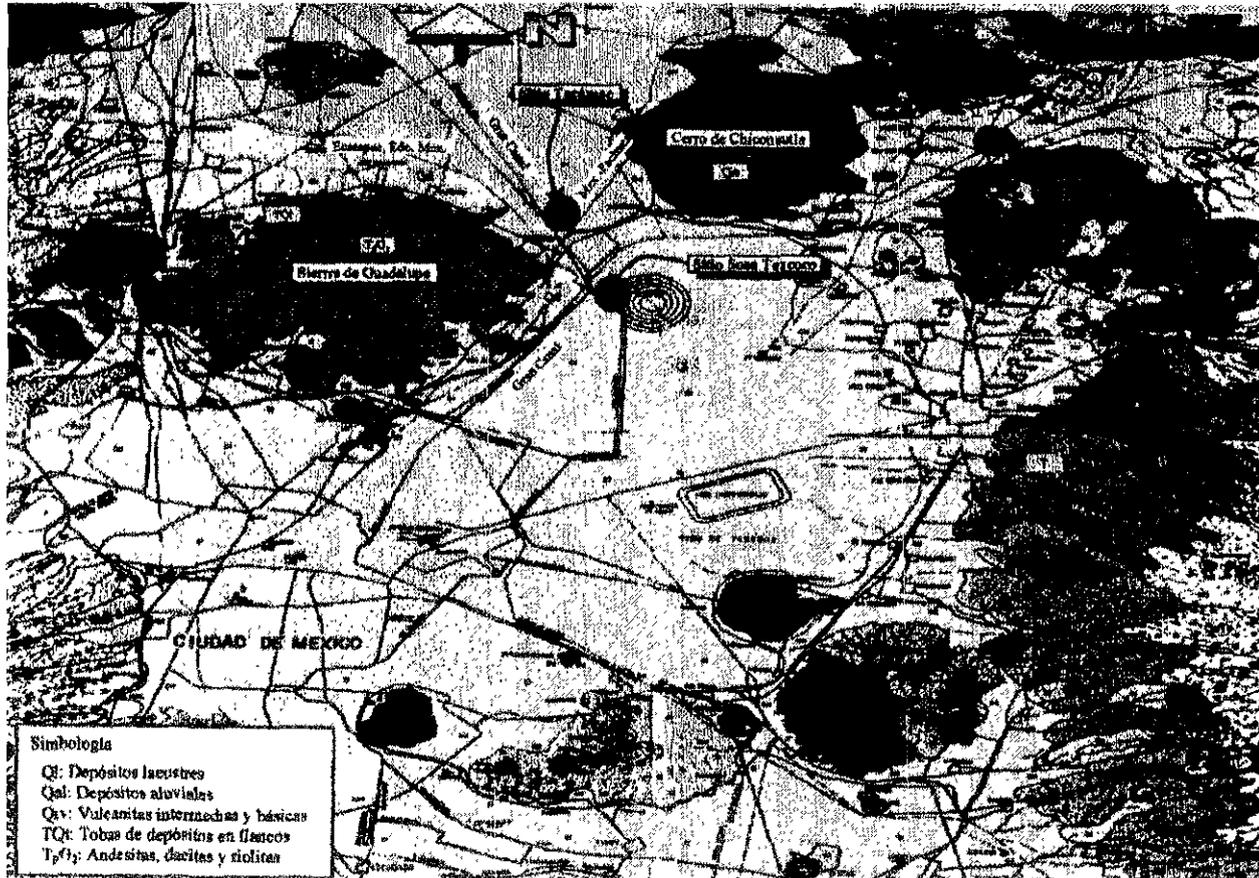


Figura 4.29 Mapa de la geología superficial, sitio Tecámec, Estado de México.

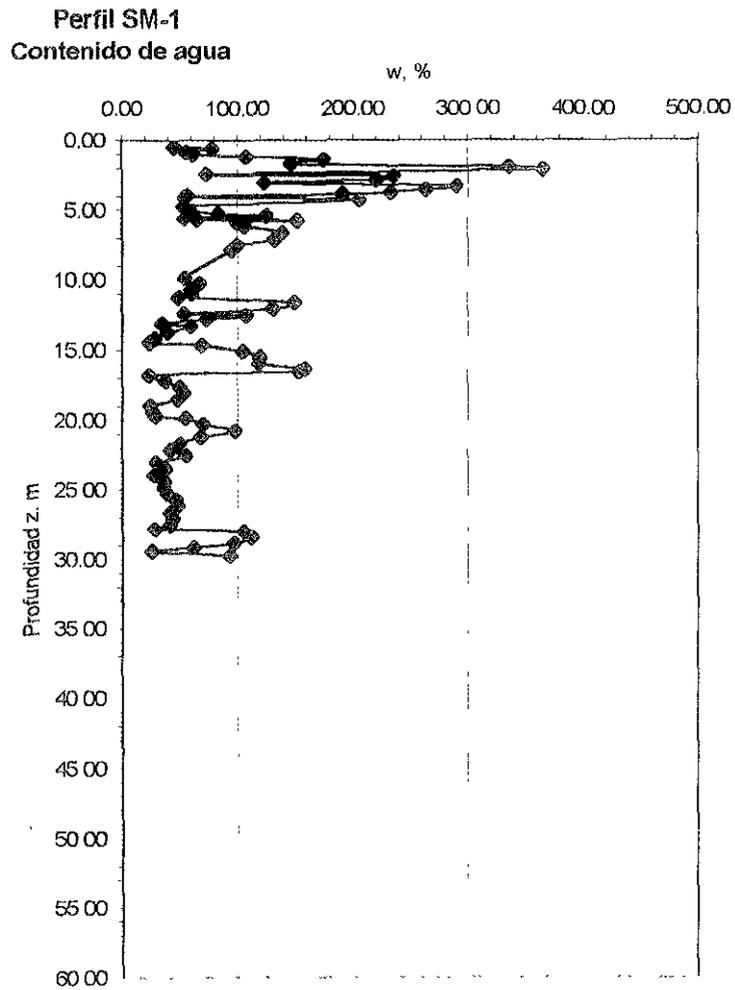


Figura 4.30 Perfil de contenido de agua W,% Sondeo SM-1, sitio Tecámac, Estado de México.

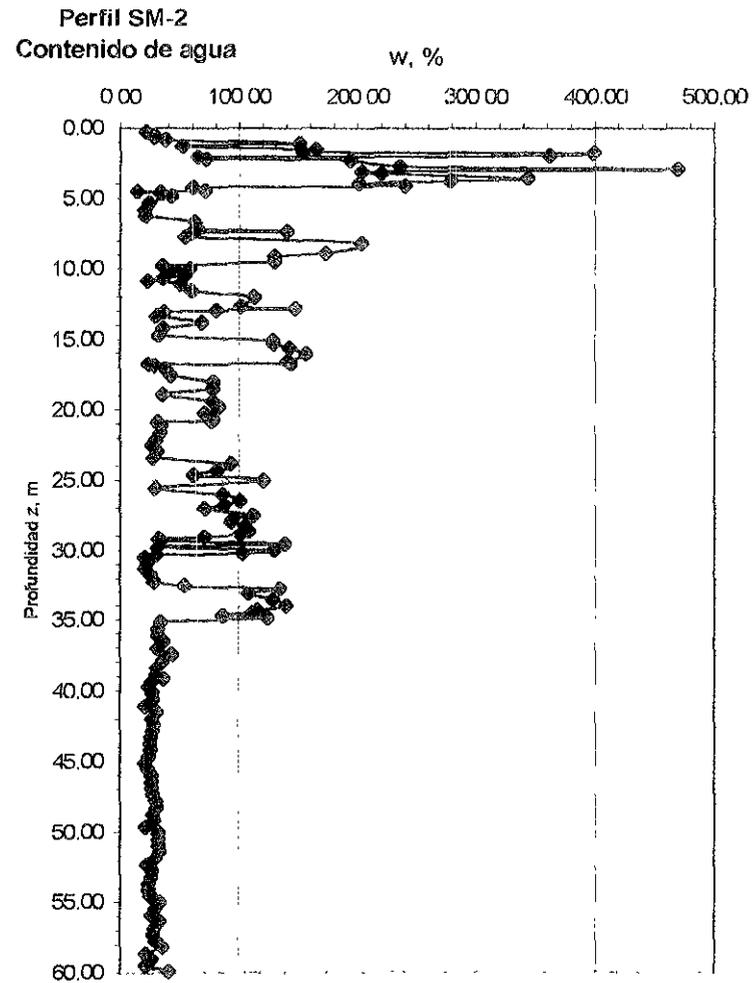


Figura 4.31 Perfil de contenido de agua W,% Sondeo SM-2, sitio Tecámac, Estado de México.

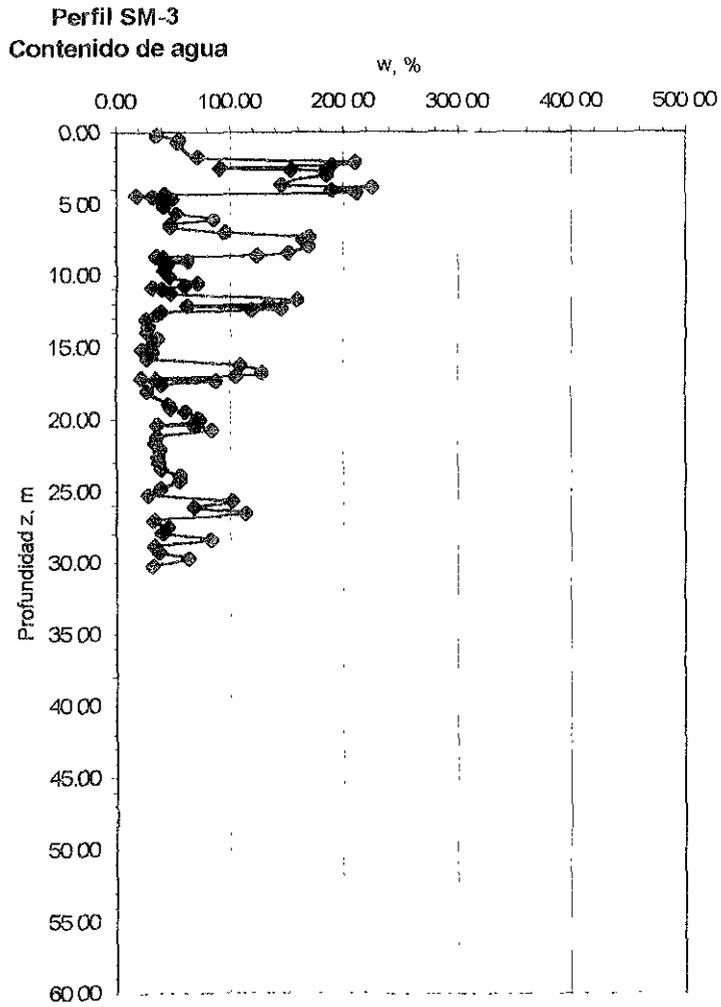


Figura 4.32 Perfil de contenido de agua W,%. Sondeo SM-3, sitio Tecámac, Estado de México.

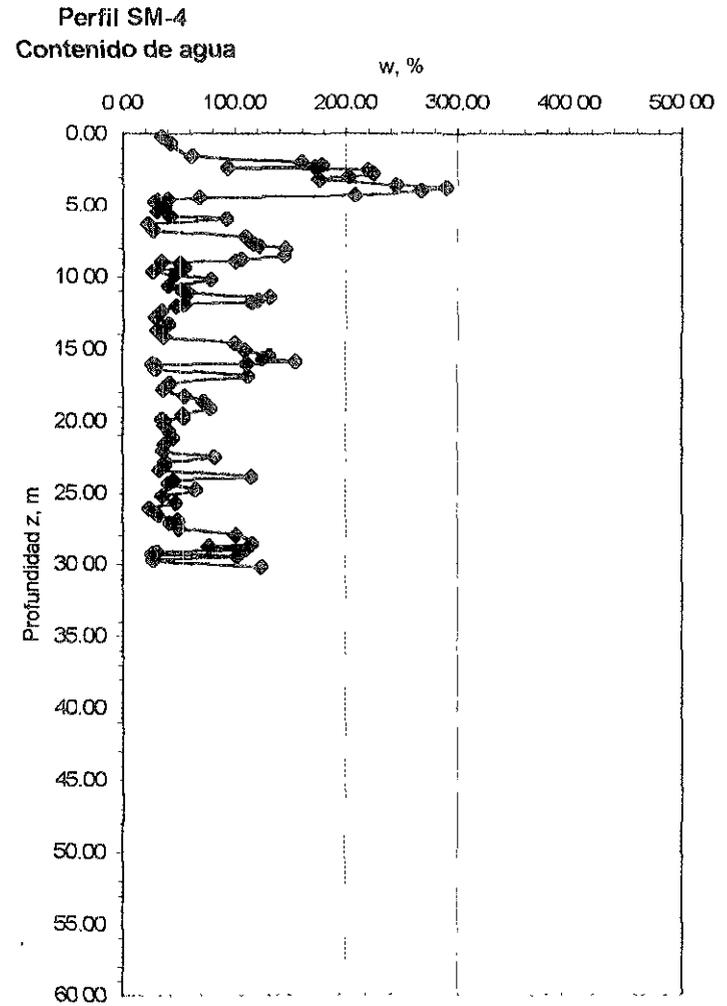


Figura 4.33 Perfil de contenido de agua W,%. Sondeo SM-4, sitio Tecámac, Estado de México

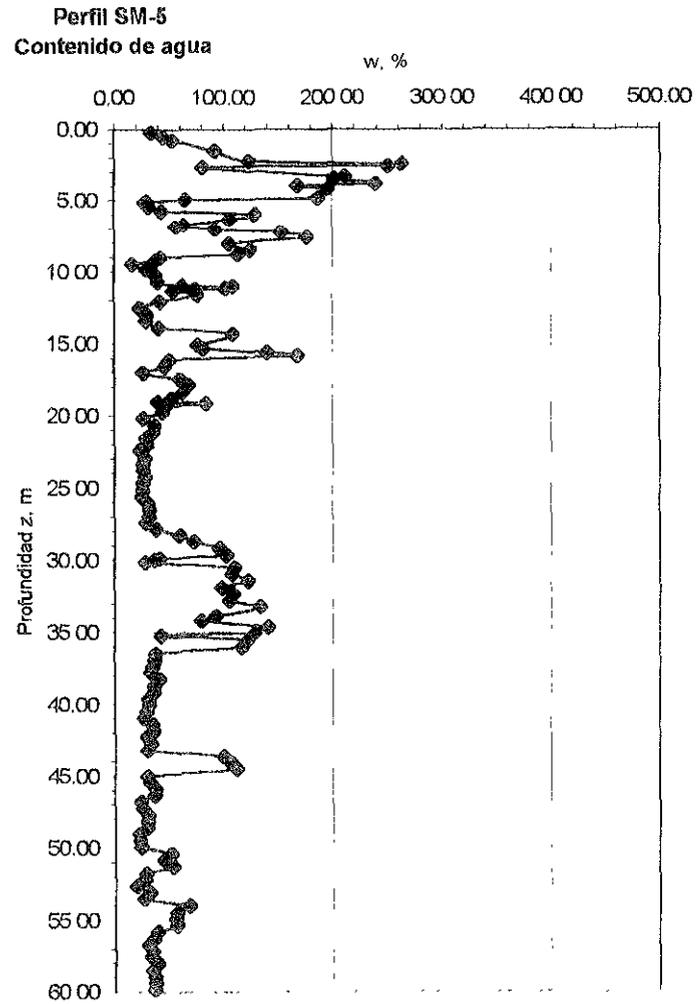


Figura 4.34 Perfil de contenido de agua W,%. Sondeo SM-5, sitio Tecámac, Estado de México

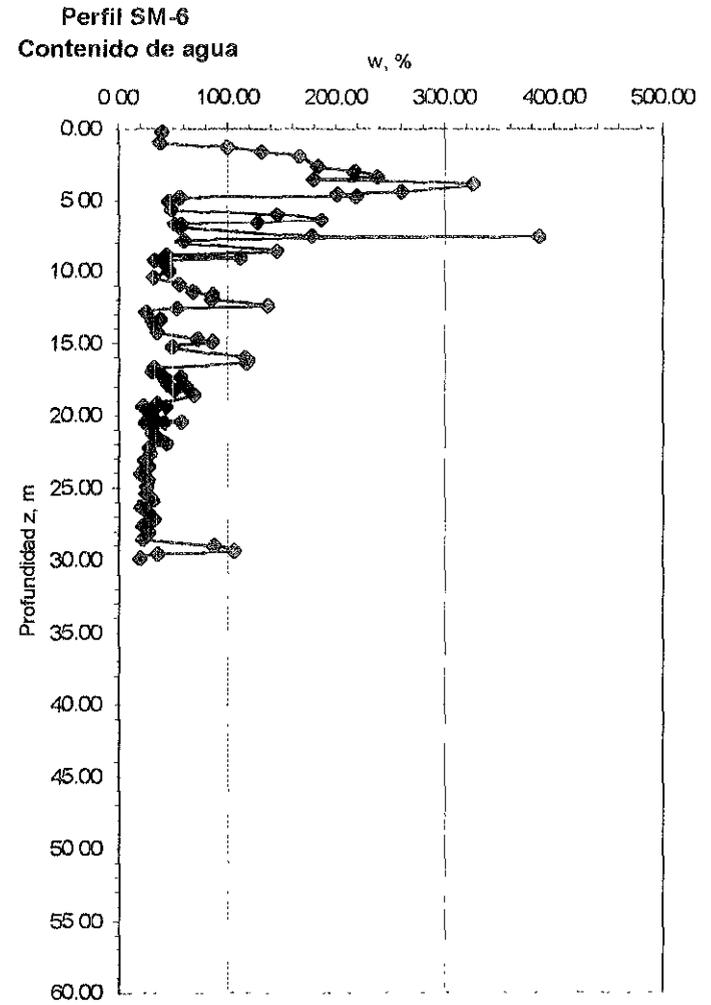


Figura 4.35 Perfil de contenido de agua W,%. Sondeo SM-6, sitio Tecámac, Estado de México.

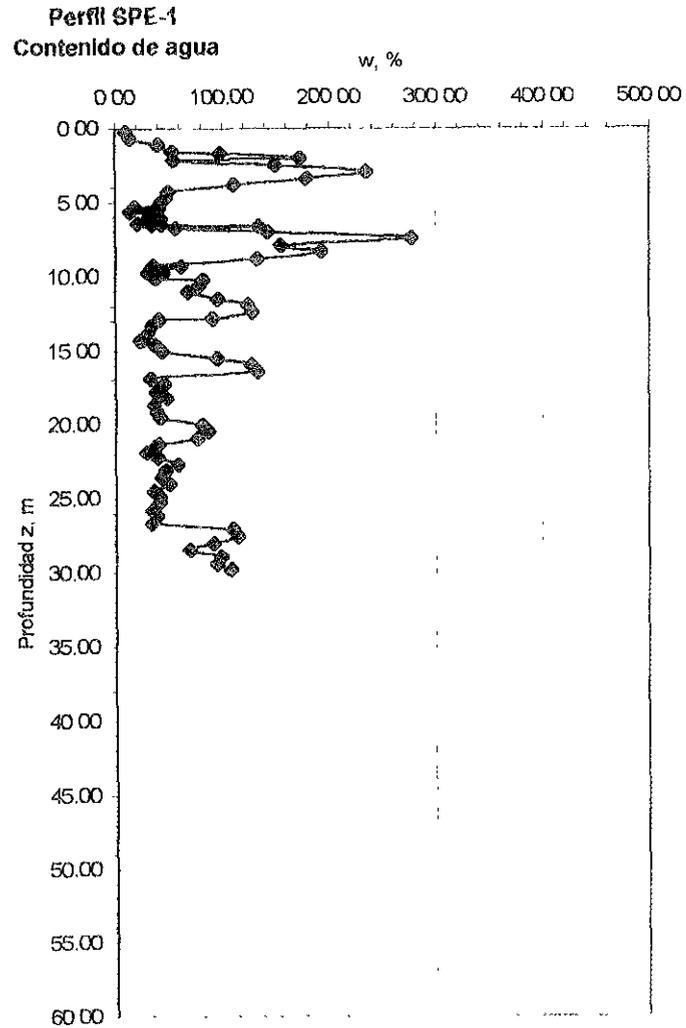


Figura 4.36 Perfil de contenido de agua W,%. Sondeo SPE-1, sitio Tecámac, Estado de México.

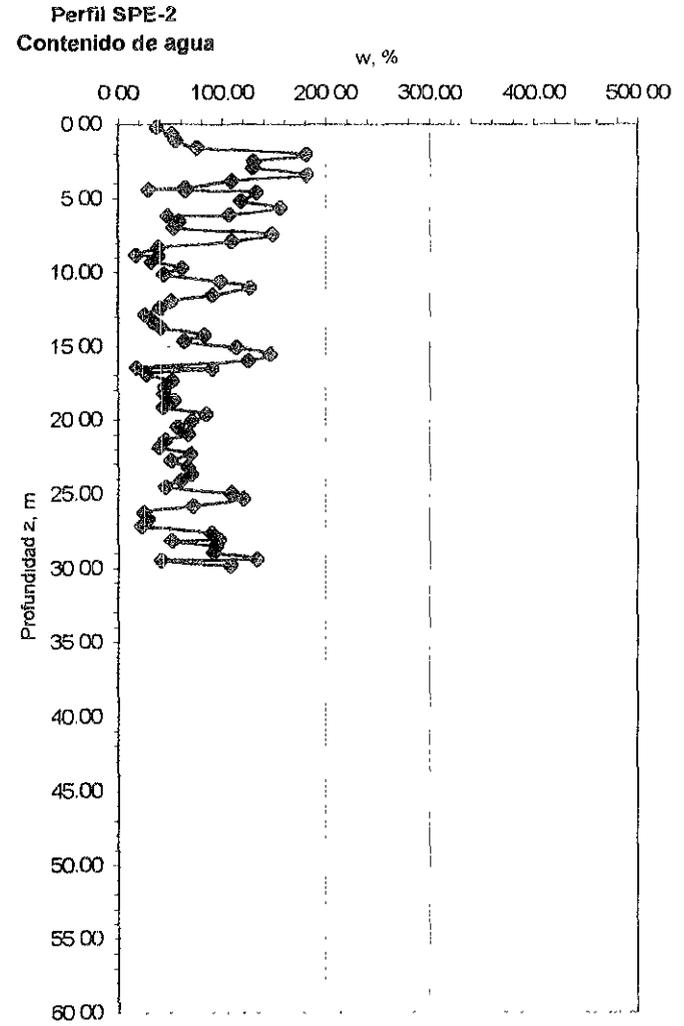


Figura 4.37 Perfil de contenido de agua W,%. Sondeo SPE-2, sitio Tecámac, Estado de México.

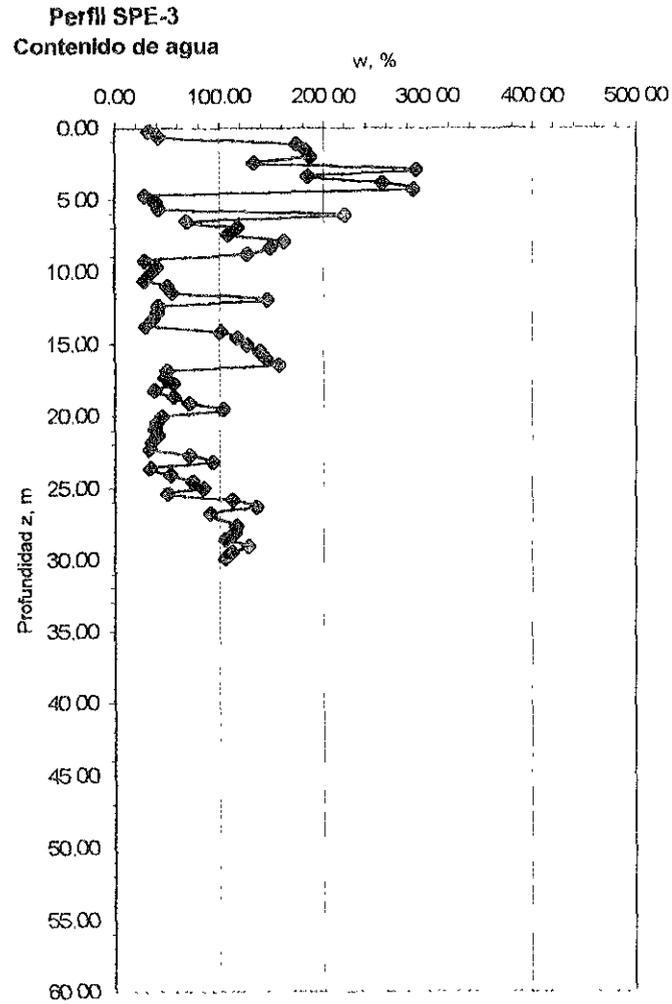


Figura 4.38 Perfil de contenido de agua W,%. Sondeo SPE-3, sitio Tecámac, Estado de México.

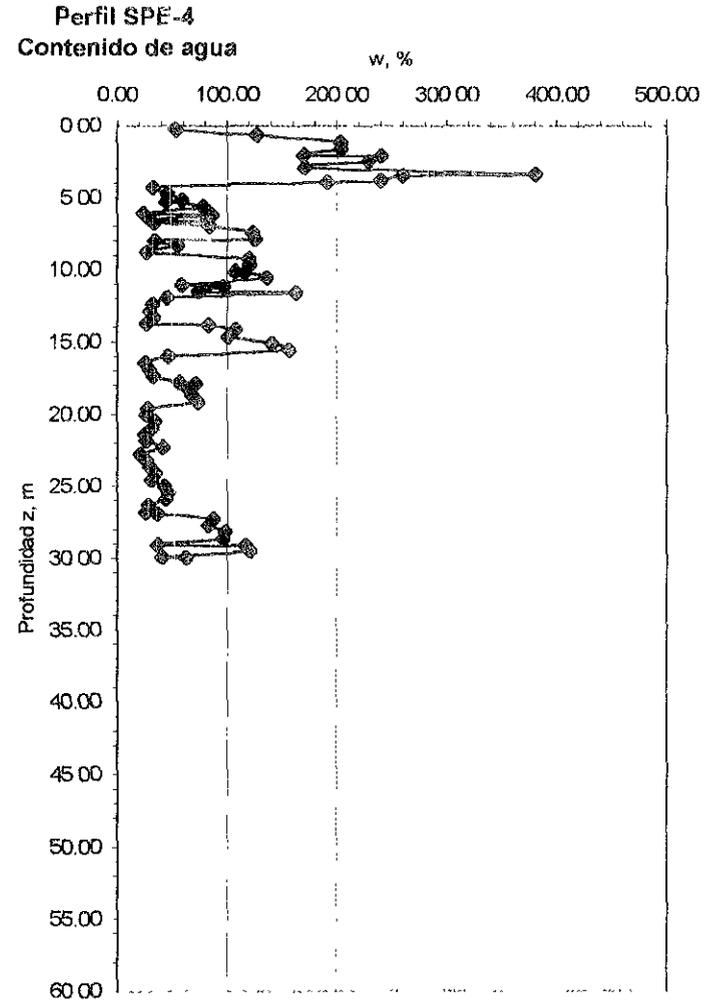


Figura 4.39 Perfil de contenido de agua W,%. Sondeo SPE-4, sitio Tecámac, Estado de México.

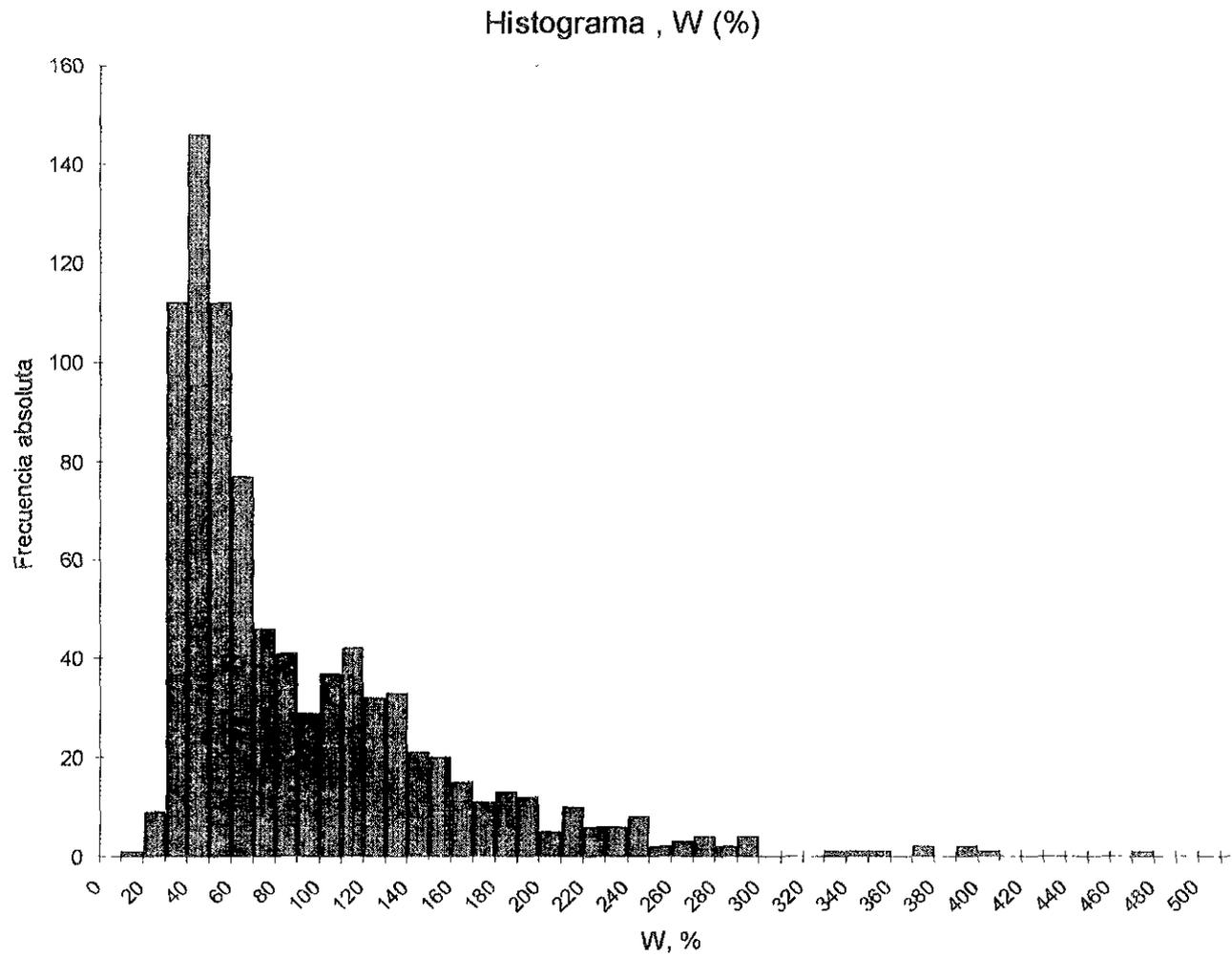


Figura 4 40 Histograma de la población global del contenido de agua. Sitio Tecámec, Estado de México.

Sondeo SM-1
Contenido de agua W, %

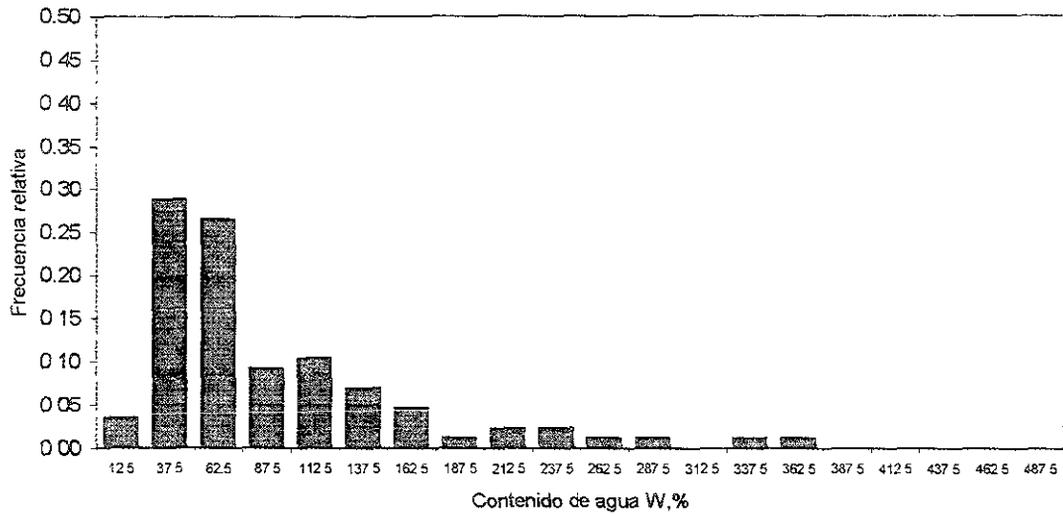


Figura 4.41 Histograma de contenido de agua. Sondeo SM-1, sitio Tecámec, Estado de México.

Sondeo SM-2
Contenido de agua W, %

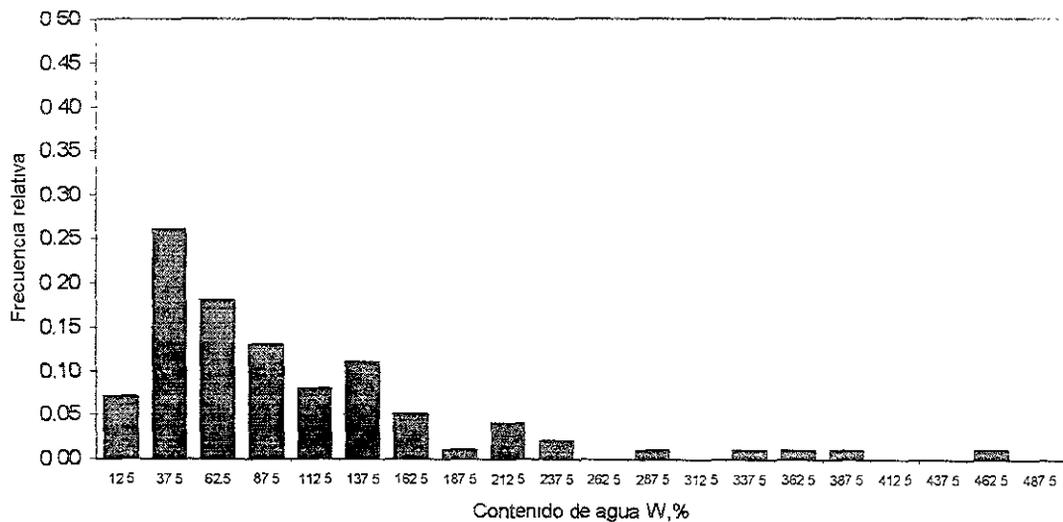


Figura 4.42 Histograma de contenido de agua. Sondeo SM-2, sitio Tecámec, Estado de México.

Sondeo SM-3
Contenido de agua W, %

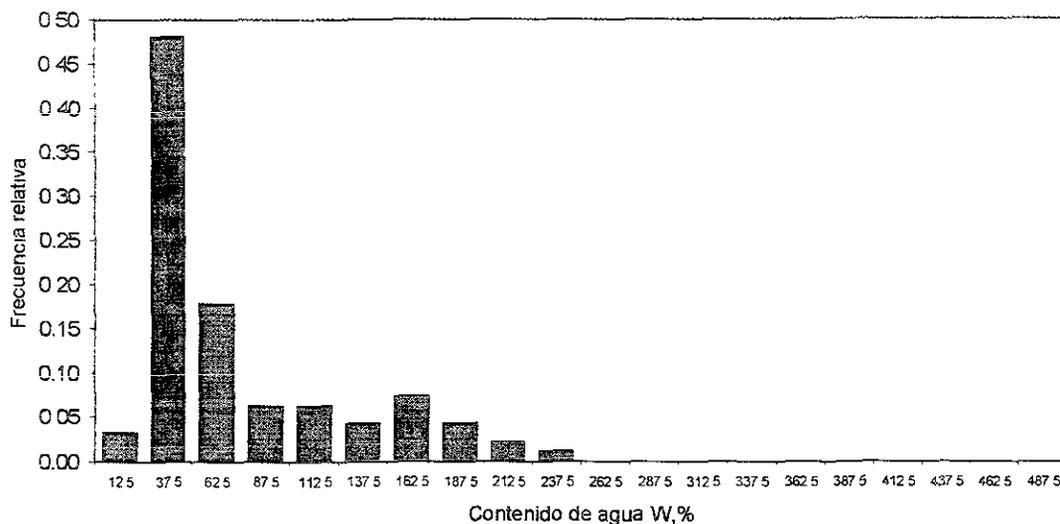


Figura 4.43 Histograma de contenido de agua. Sondeo SM-3, sitio Tecámec, Estado de México.

Sondeo SM-4
Contenido de agua W, %

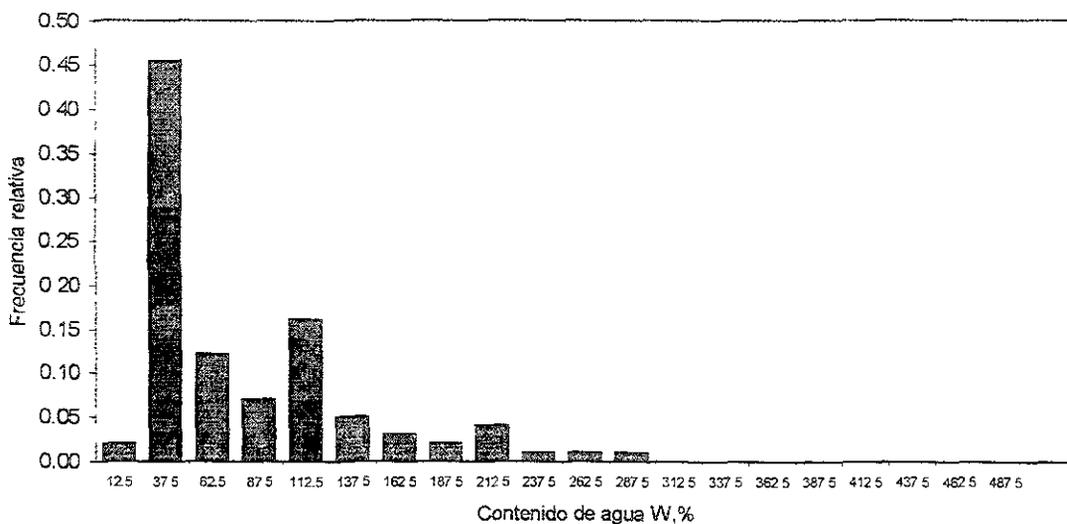


Figura 4.44 Histograma de contenido de agua. Sondeo SM-4, sitio Tecámec, Estado de México.

Sondeo SM-5
Contenido de agua W, %

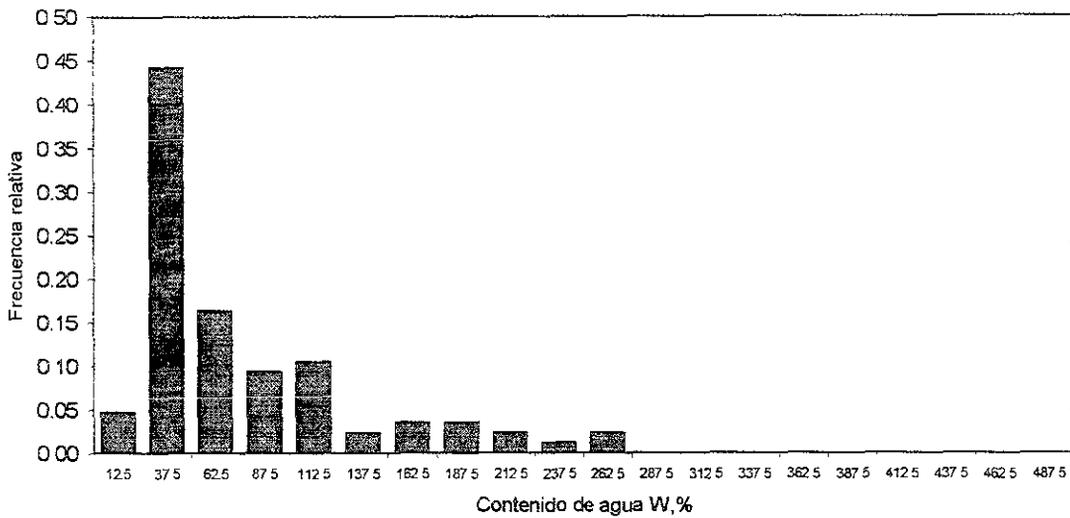


Figura 4.45 Histograma de contenido de agua. Sondeo SM-5, sitio Tecámac, Estado de México.

Sondeo SM-6
Contenido de agua W, %

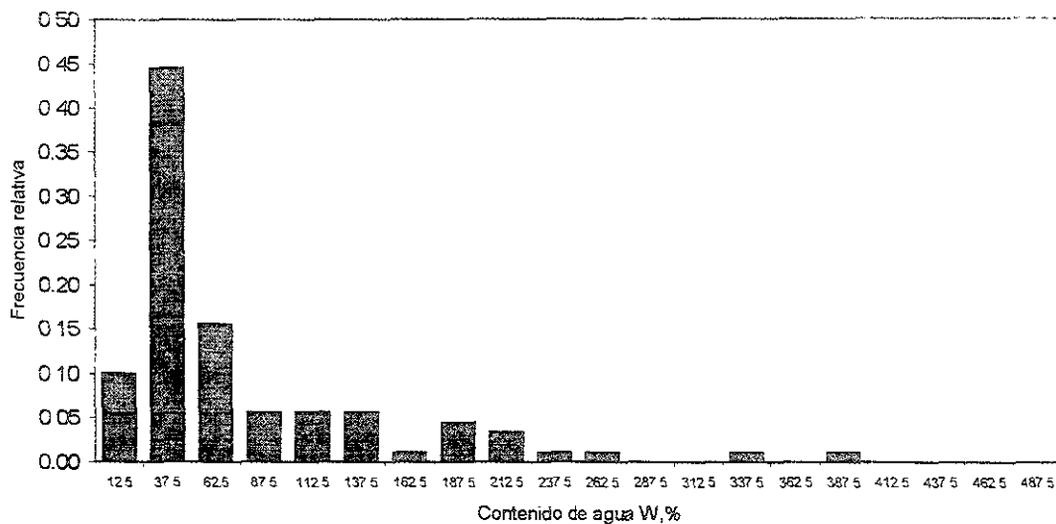


Figura 4.46 Histograma de contenido de agua. Sondeo SM-6, sitio Tecámac, Estado de México.

Sondeo SPE-1
Contenido de agua W, %

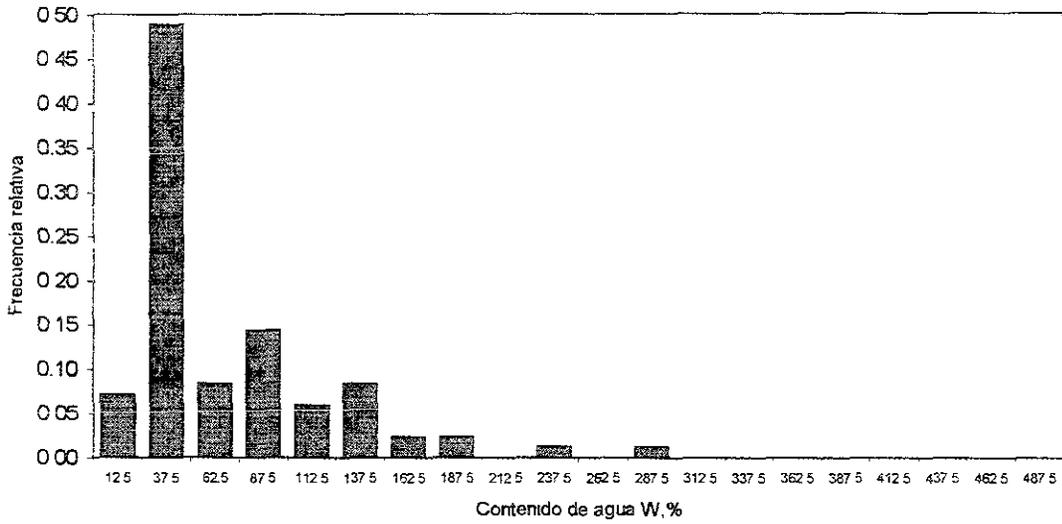


Figura 4.47 Histograma de contenido de agua. Sondeo SPE-1, sitio Tecámec, Estado de México.

Sondeo SPE-2
Contenido de agua W, %

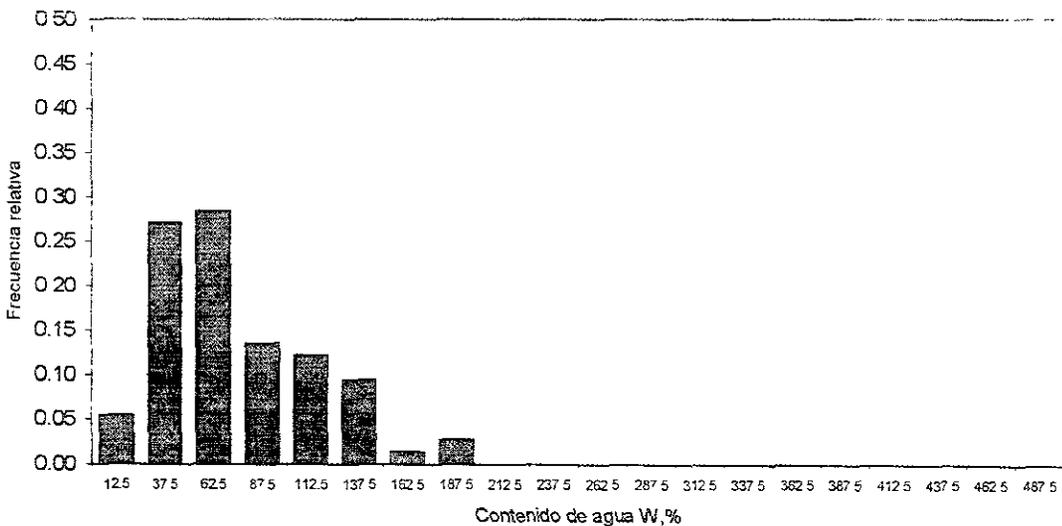


Figura 4.48 Histograma de contenido de agua. Sondeo SPE-2, sitio Tecámec, Estado de México.

Sondeo SPE-3
Contenido de agua W, %

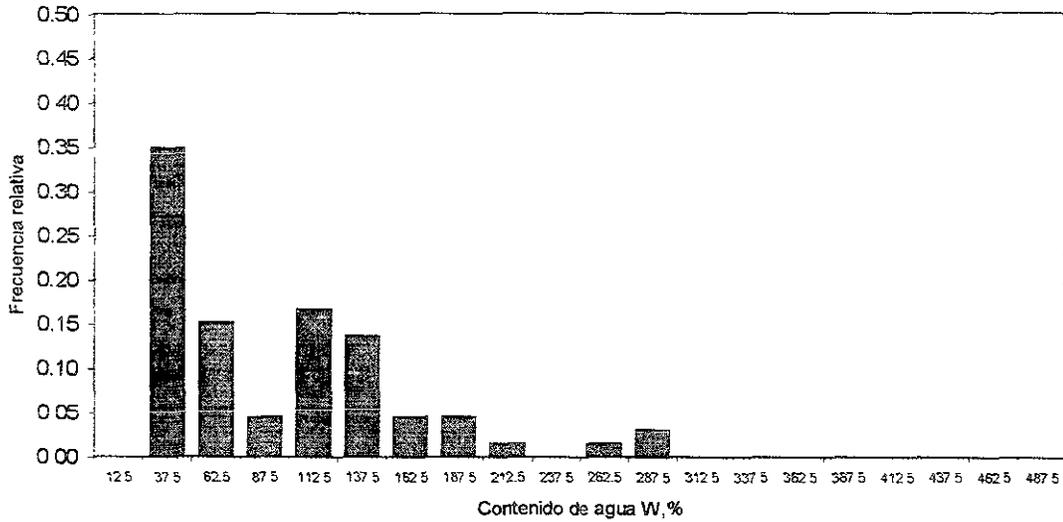


Figura 4.49 Histograma de contenido de agua. Sondeo SPE-3, sitio Tecámac, Estado de México.

Sondeo SPE-4
Contenido de agua W, %

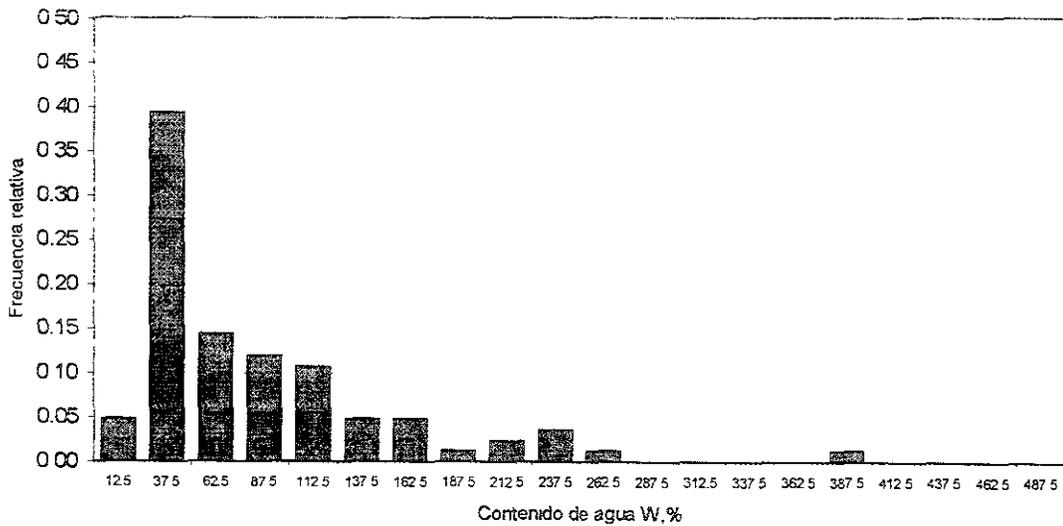


Figura 4.50 Histograma de contenido de agua. Sondeo SPE-4, sitio Tecámac, Estado de México

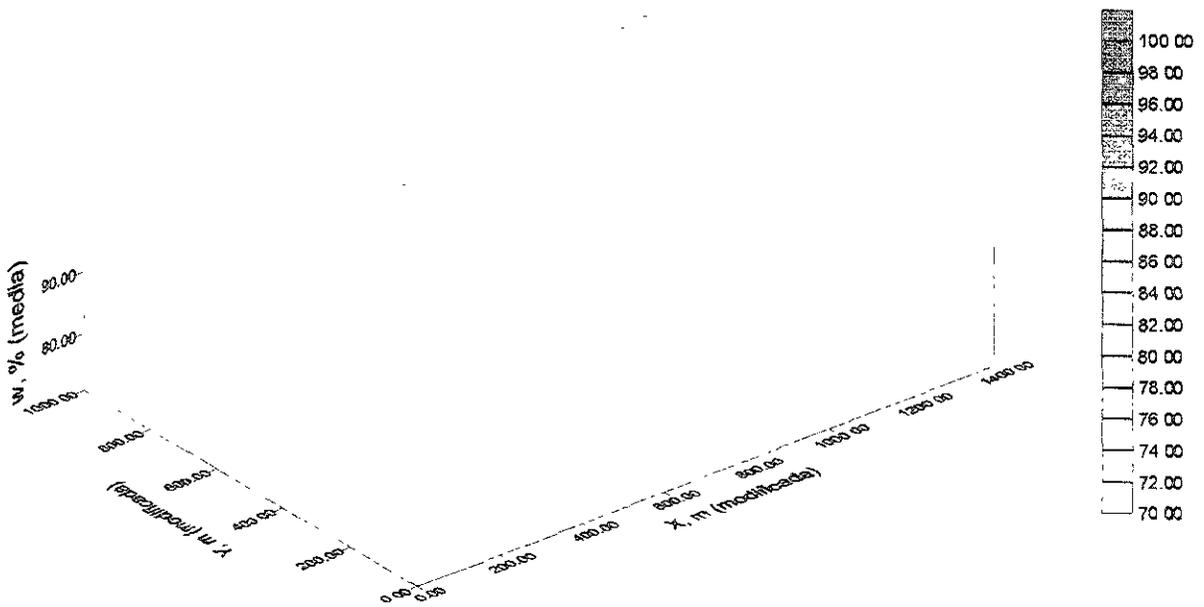
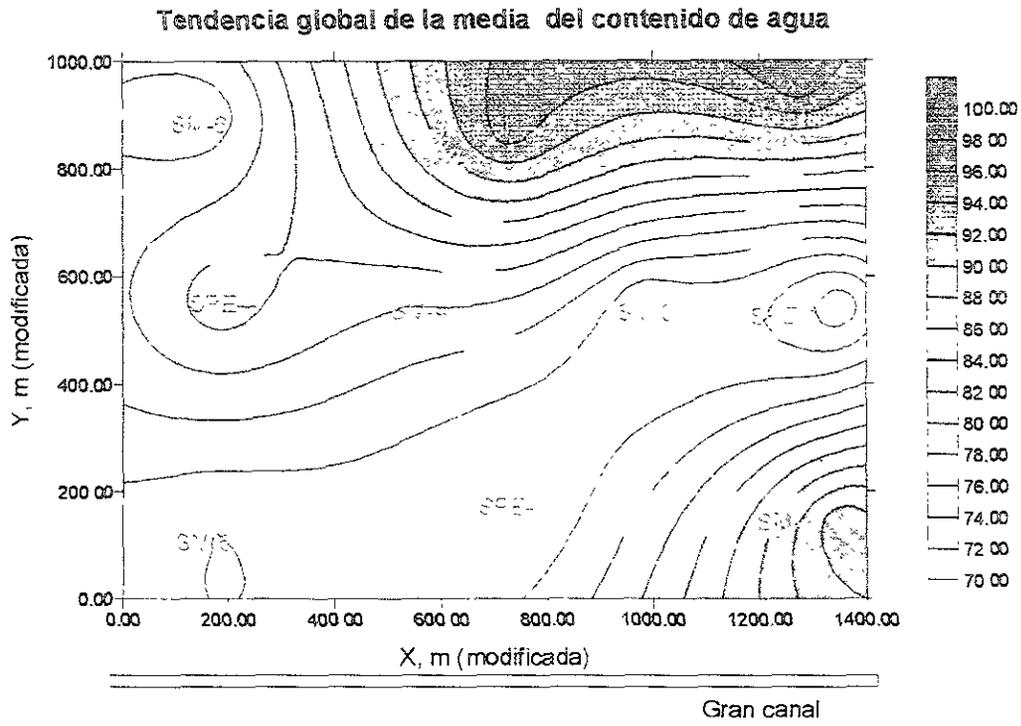


Figura 4.51 Variación en planta de la media del contenido de agua W, %. Sitio Tecámec, Estado de México.

Tendencia global de la desviación estándar del contenido de agua

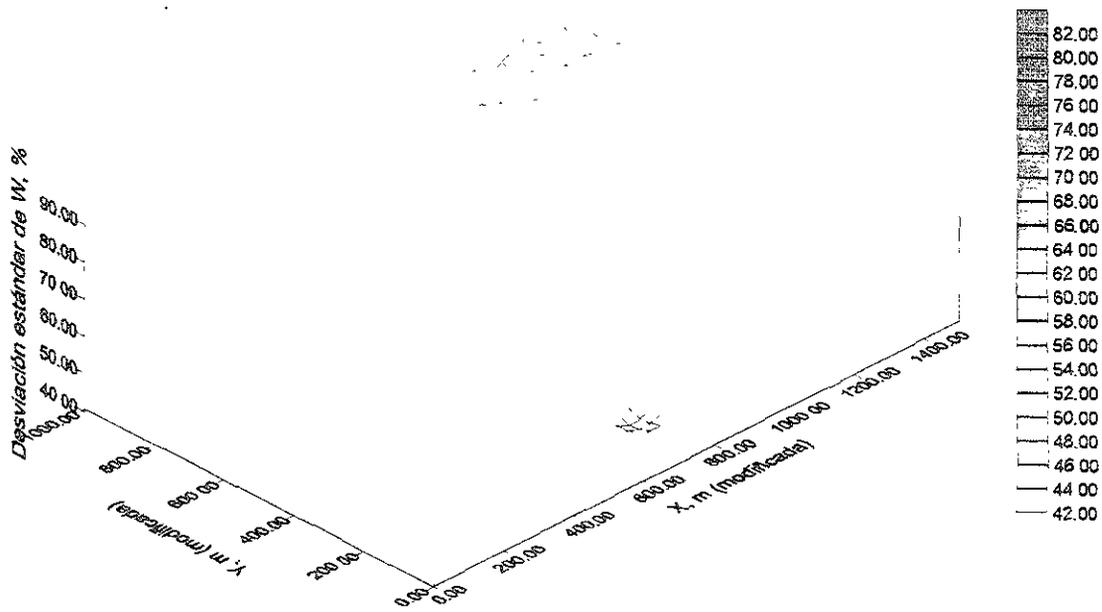
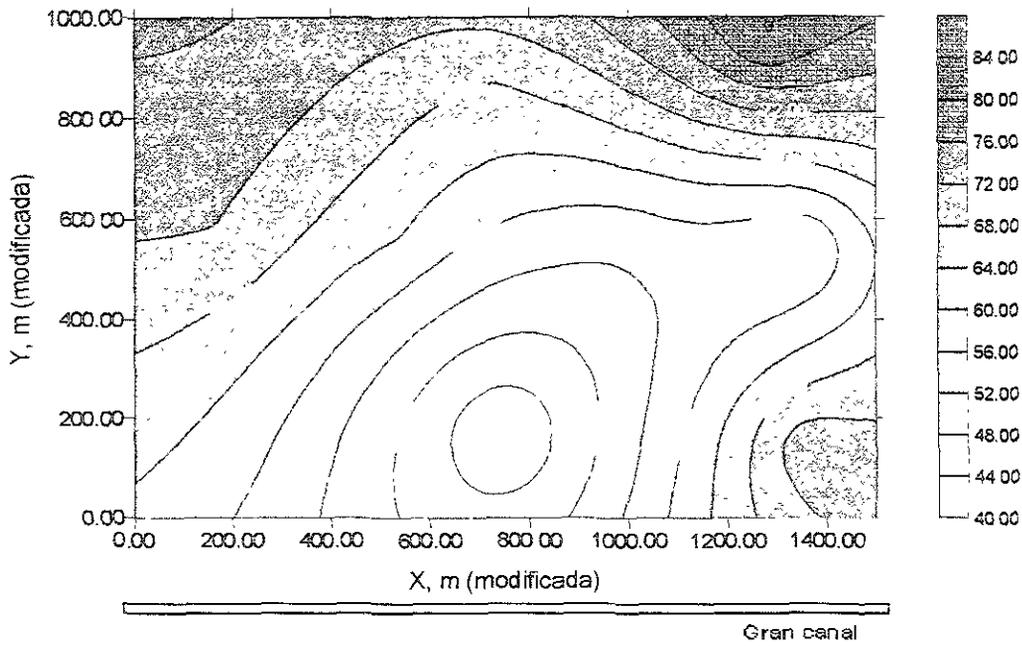


Figura 4.52 Variación en planta de la desviación estándar del contenido de agua W, %
Sitio Tecámac, Estado de México.

Número de muestras tomadas por metro, W (%)

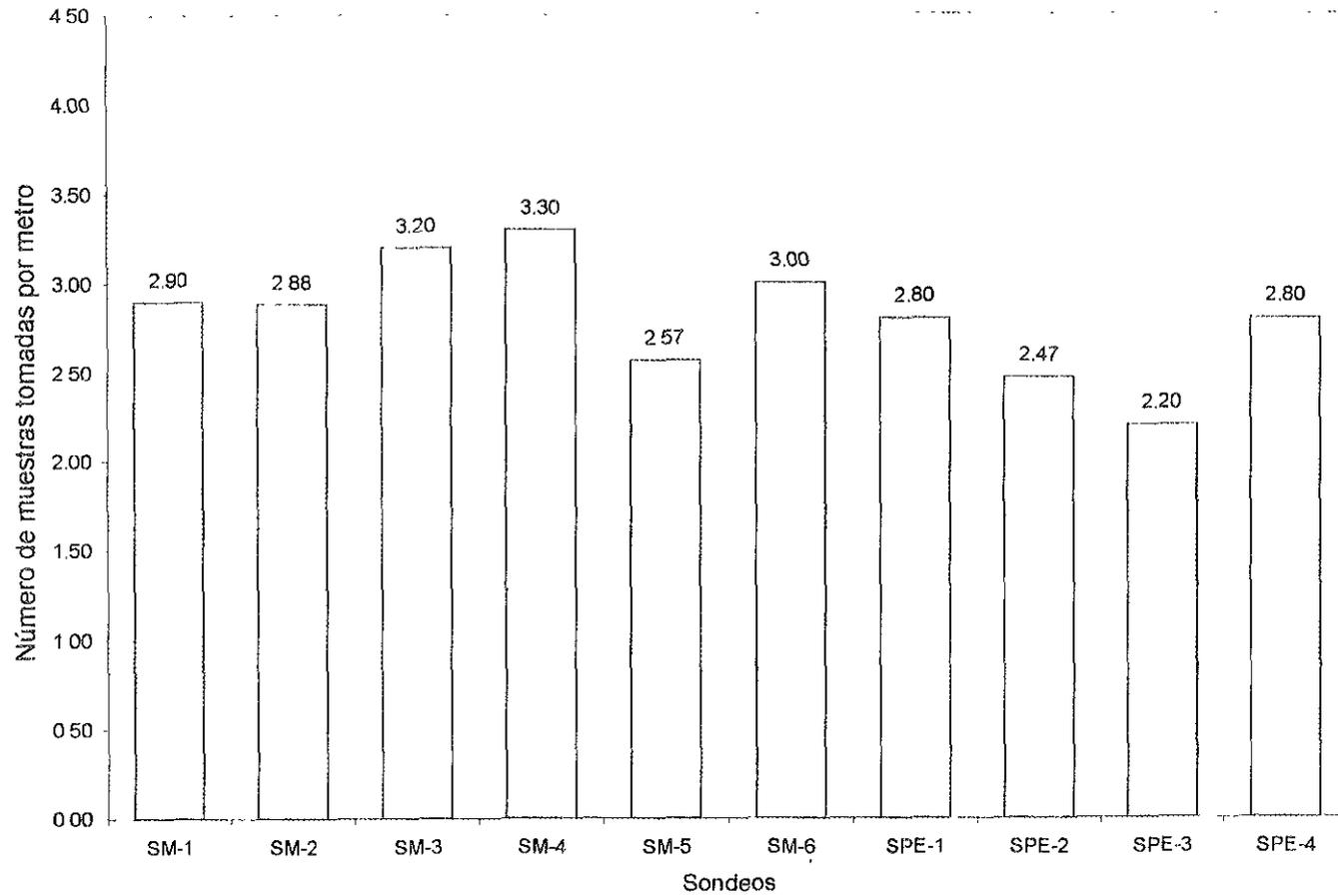


Figura 4 53 Número de muestras de contenido de agua W, % tomadas por sondeo (cota inferior = 30 m). Sitio Tecámac, Estado de México.

Tendencia W (%). SM-1

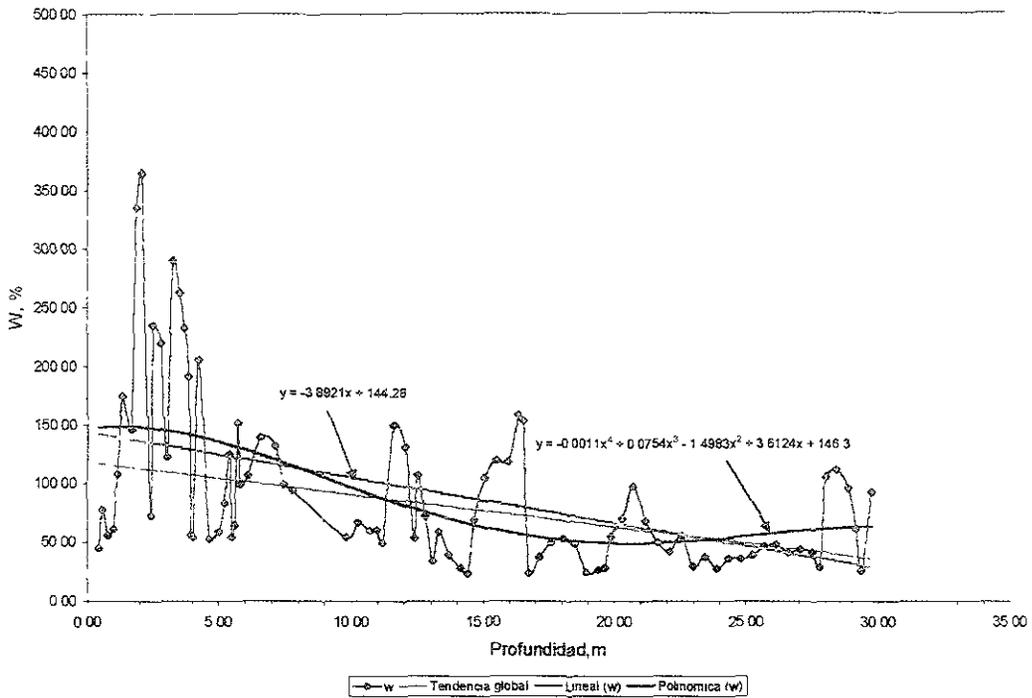


Figura 4.54 Realización original y tendencias, sondeo SM-1. Sitio Tecámac, Estado de México.

Tendencia W (%). SM-2

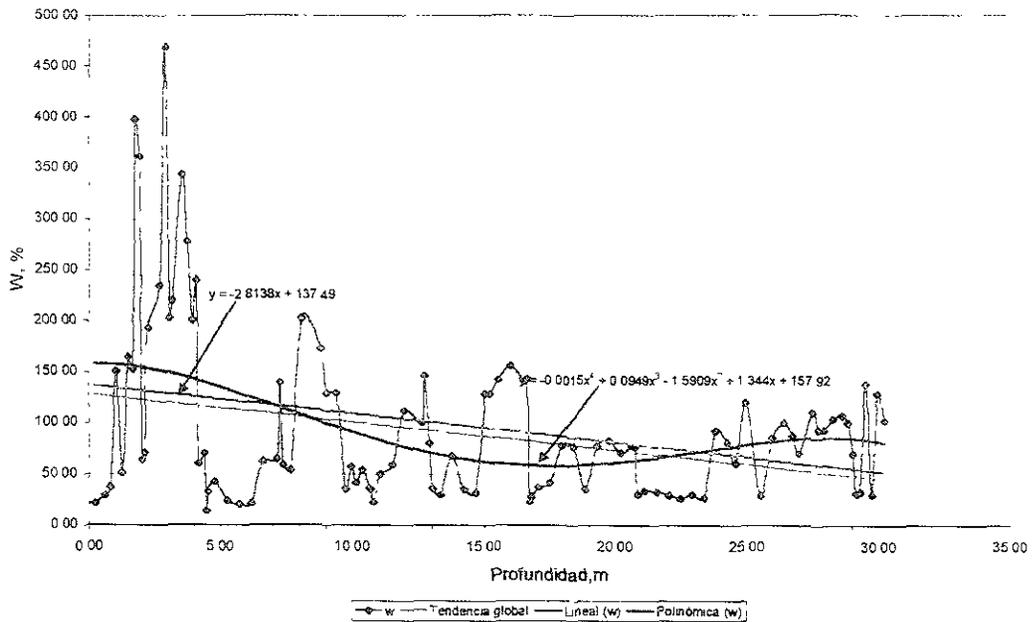


Figura 4.55 Realización original y tendencias, sondeo SM-2. Sitio Tecámac, Estado de México.

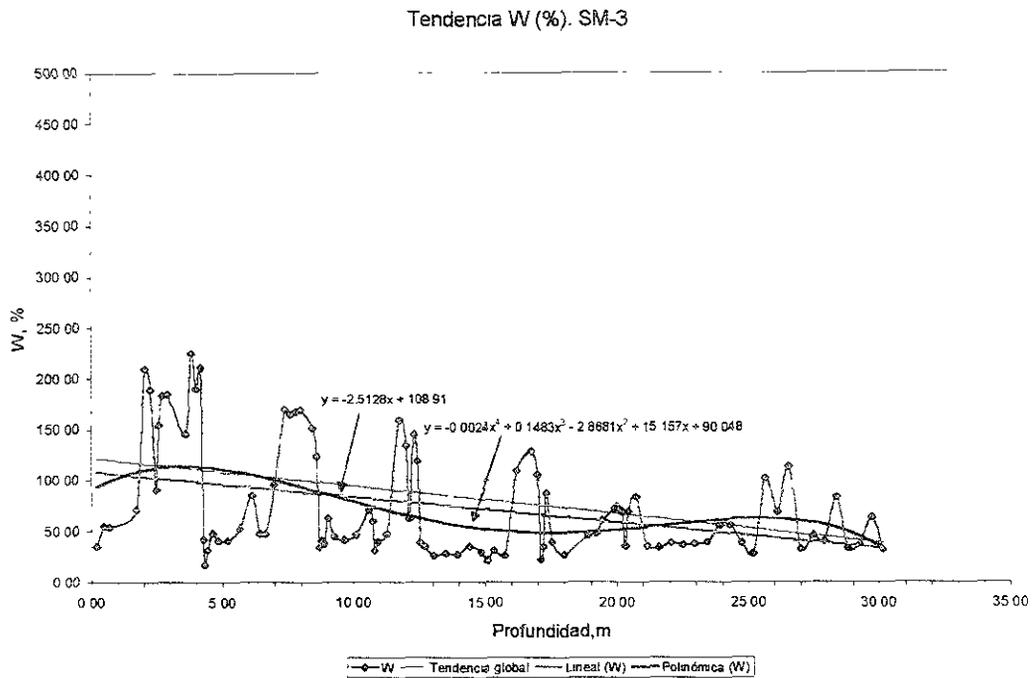


Figura 4.56 Realización original y tendencias, sondeo SM-3. Sitio Tecámac, Estado de México.

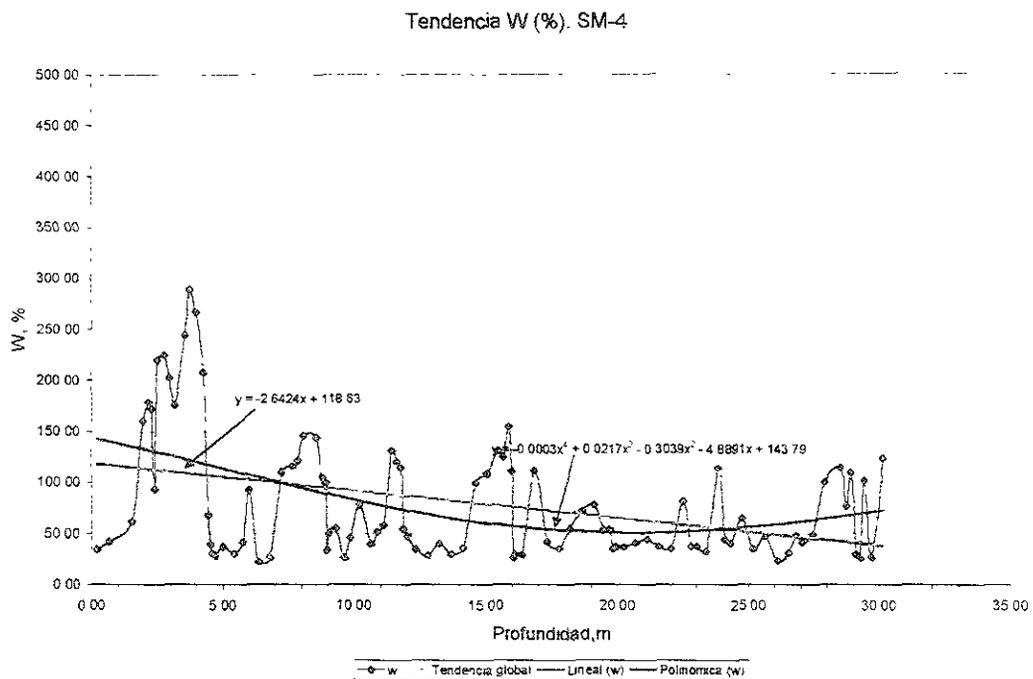


Figura 4.57 Realización original y tendencias, sondeo SM-3. Sitio Tecámac, Estado de México.

Tendencia W (%). SM-5

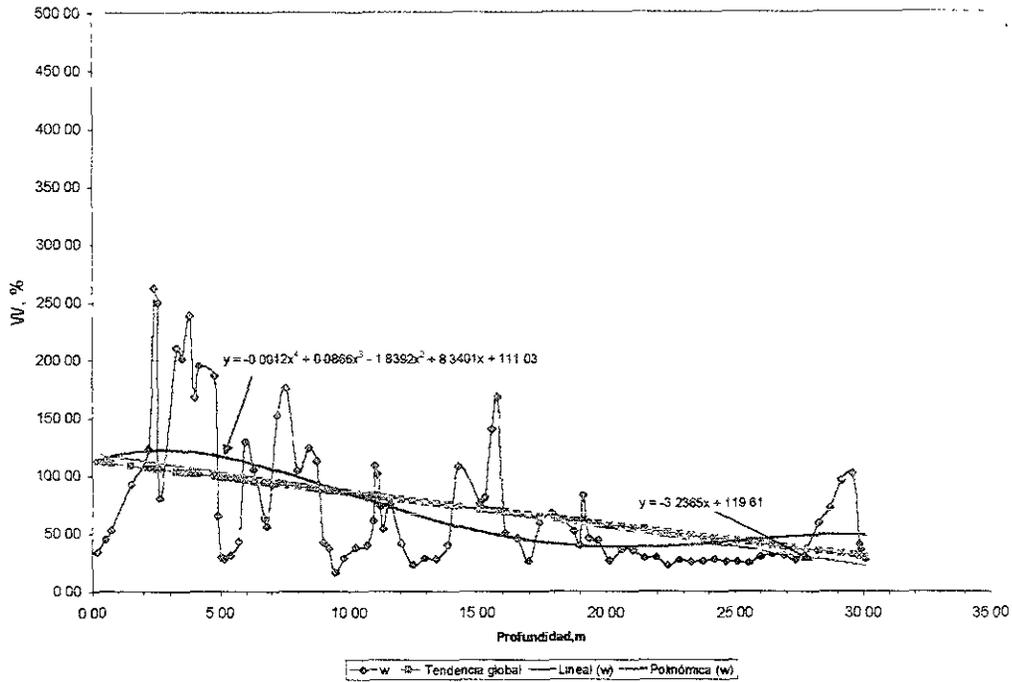


Figura 4.58 Realización original y tendencias, sondeo SM-5 Sitio Tecámec, Estado de México.

Tendencia W (%). SM-6

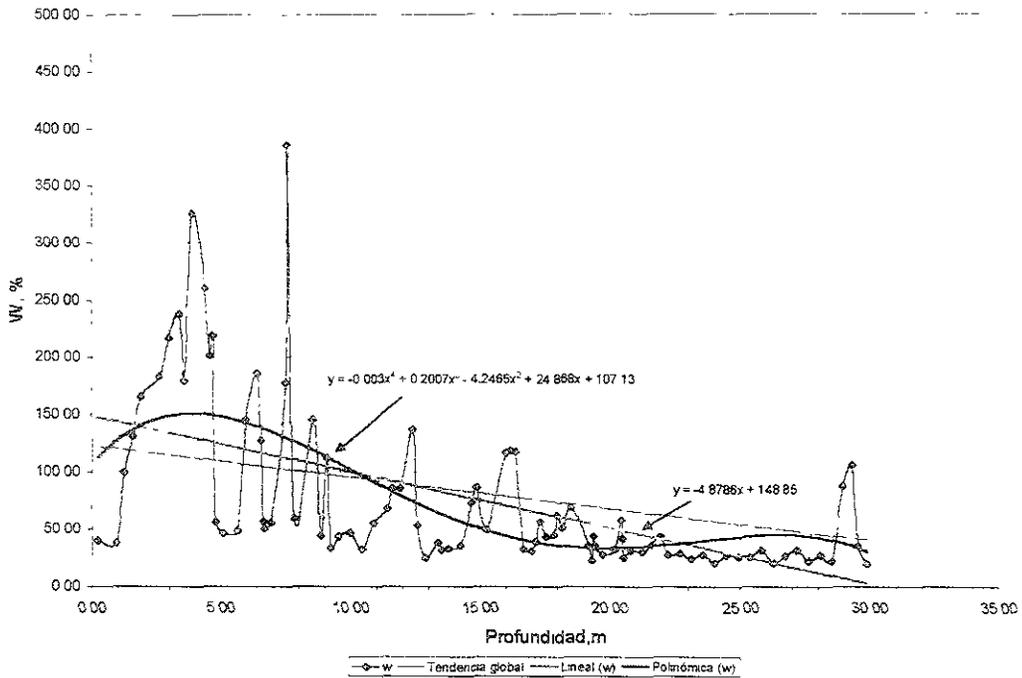


Figura 4.59 Realización original y tendencias, sondeo SM-6. Sitio Tecámec, Estado de México.

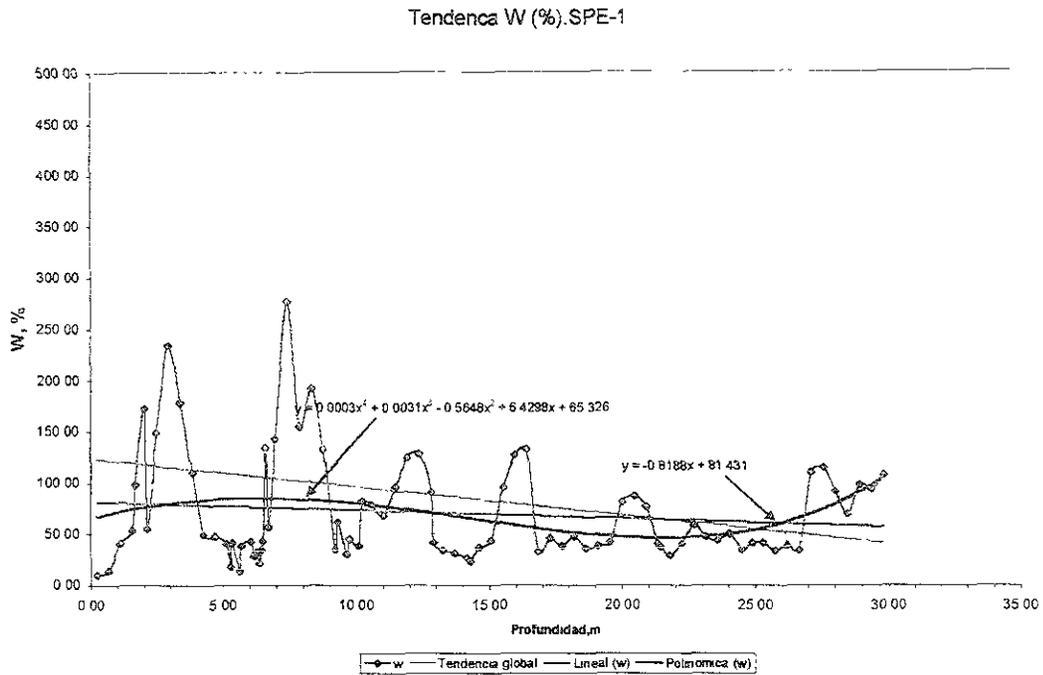


Figura 4.60 Realización original y tendencias, sondeo SPE-1. Sitio Tecámec, Estado de México.

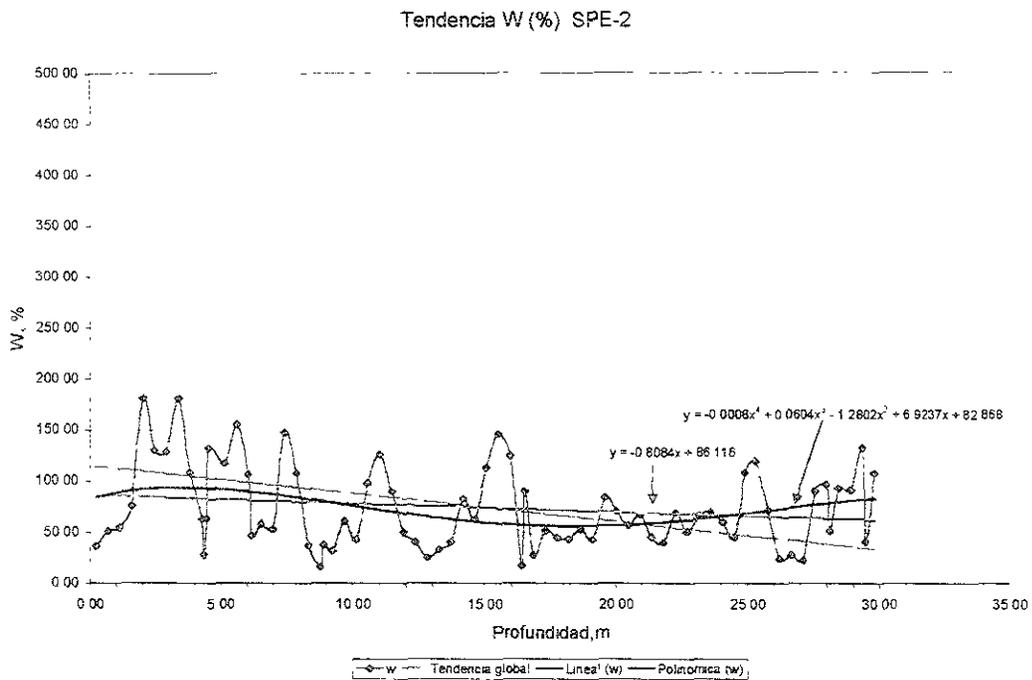


Figura 4.61 Realización original y tendencias, sondeo SPE-2. Sitio Tecámec, Estado de México.

Tendencia W (%). SPE-3

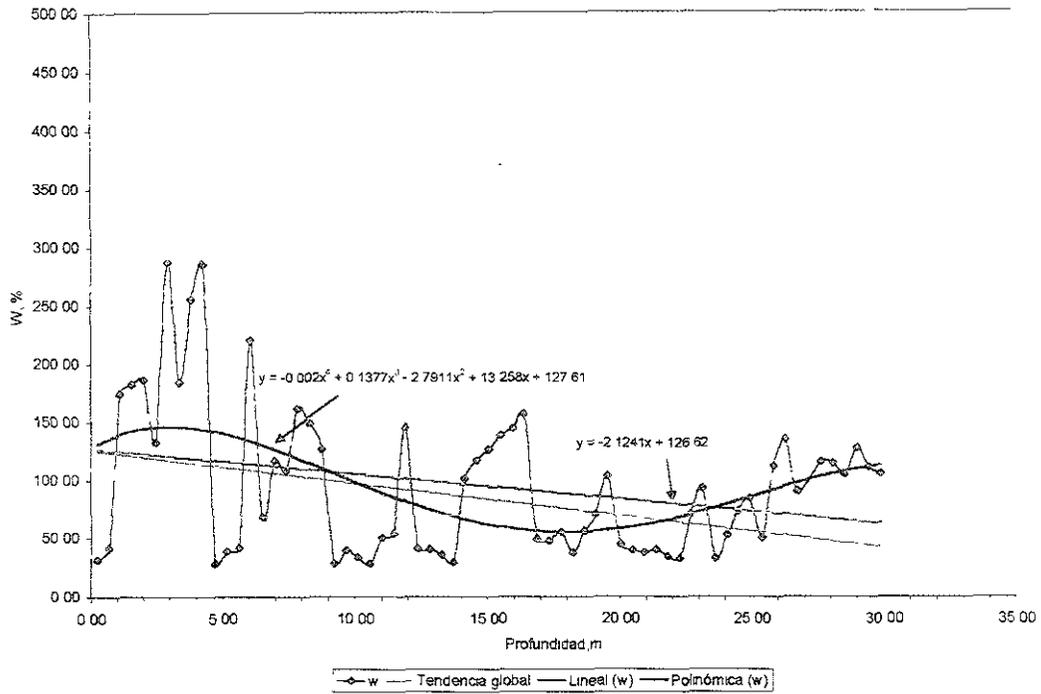


Figura 4.62 Realización original y tendencias, sondeo SPE-3. Sitio Tecámec, Estado de México.

Tendencia W (%).SPE-4

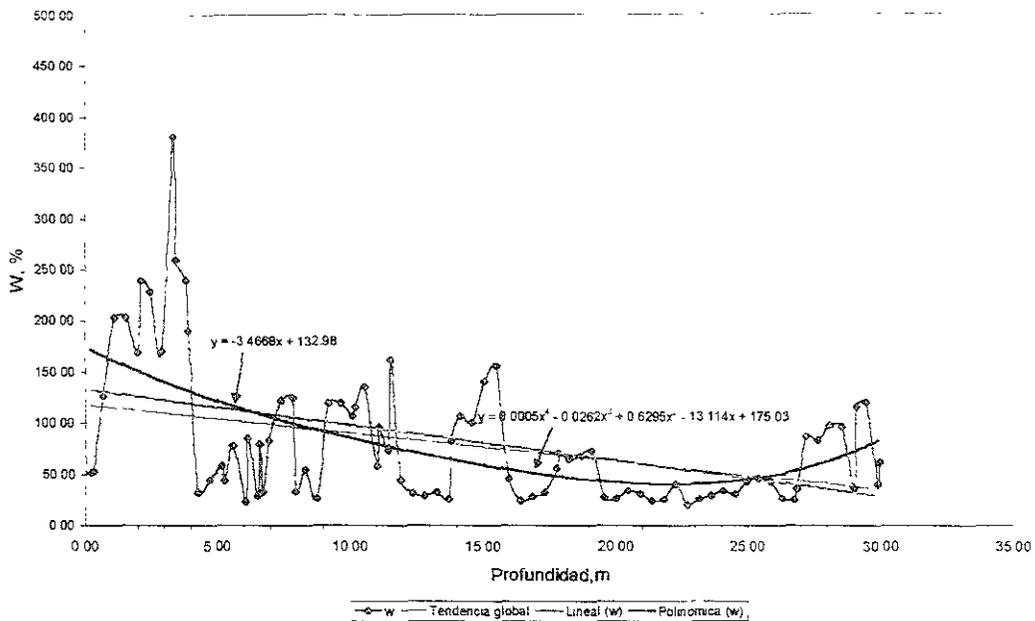


Figura 4.63 Realización original y tendencias, sondeo SPE-4. Sitio Tecámec, Estado de México.

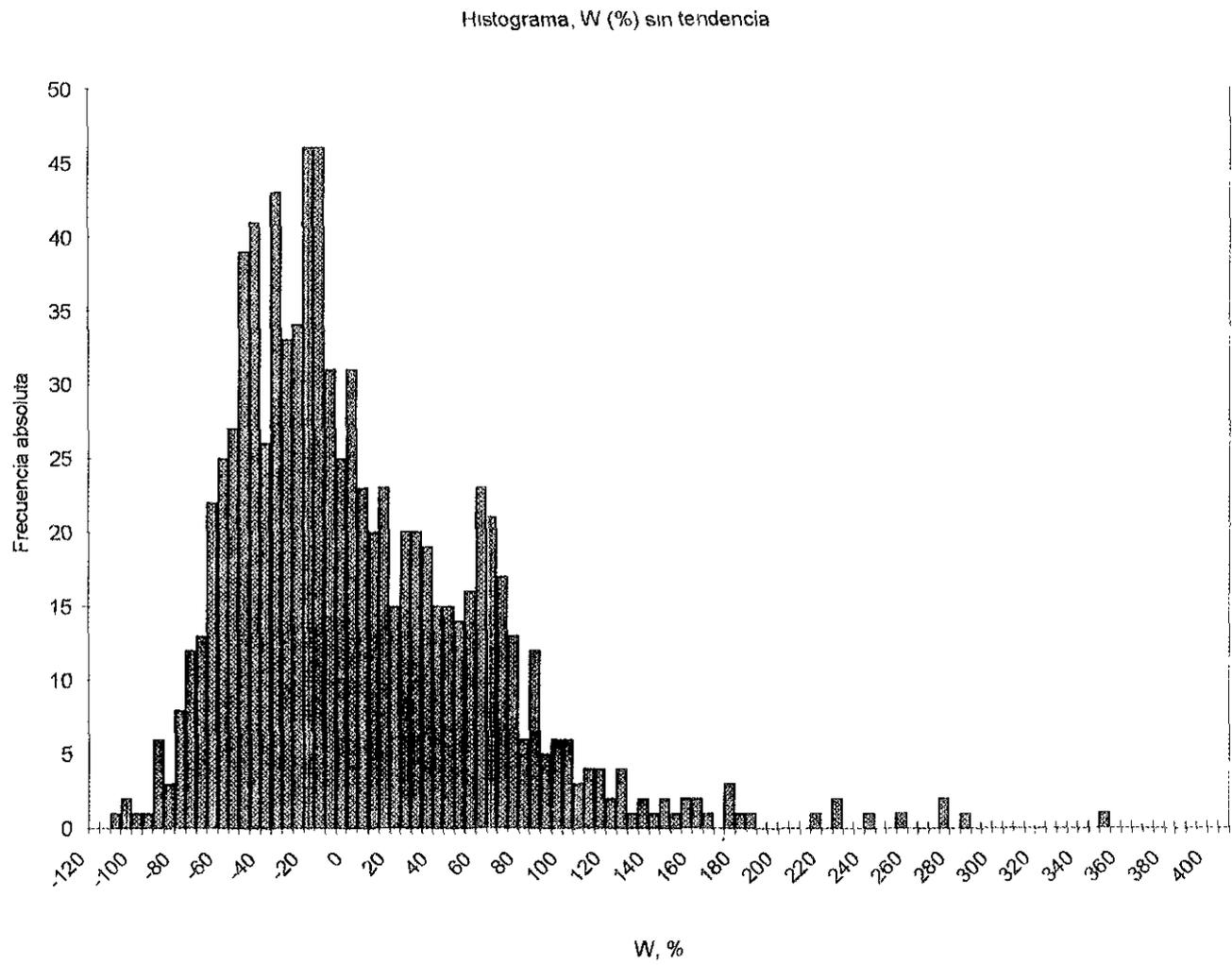


Figura 4.64 Población global corregida (sin la tendencia lineal) del contenido de agua W,% Sitio Tecámec, Estado de México

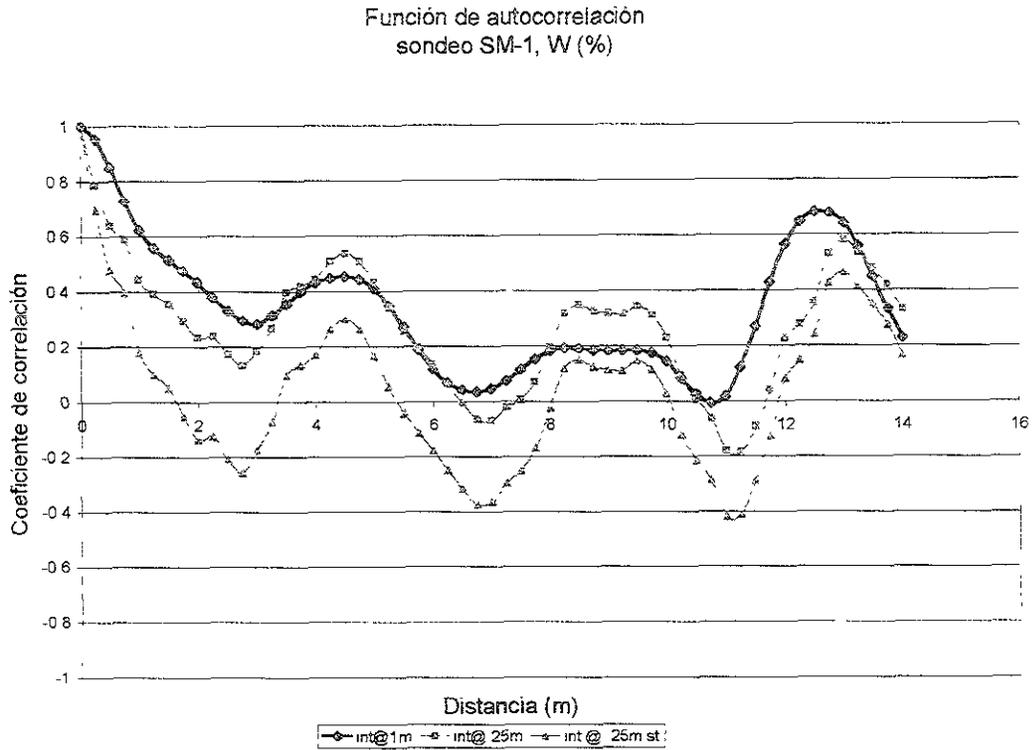


Figura 4.65 Variación del coeficiente de correlación, Sondeo SM-1. Sitio Tecámac, Estado de México.

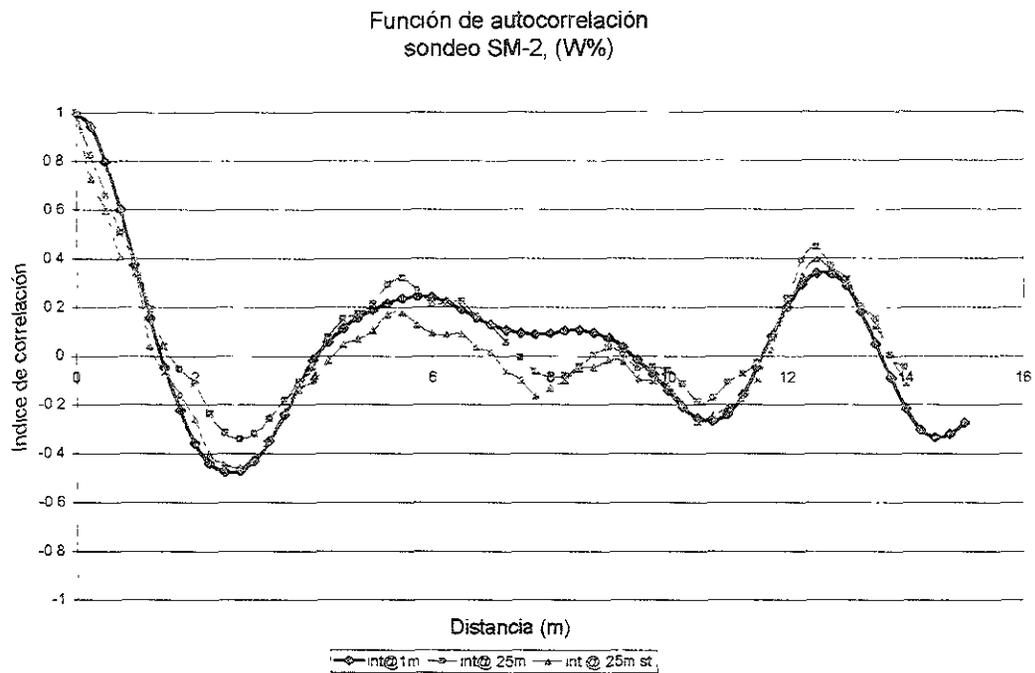


Figura 4.66 Variación del coeficiente de correlación, Sondeo SM-2. Sitio Tecámac, Estado de México.

Función de autocorrelación
sondeo SM-3, W (%)

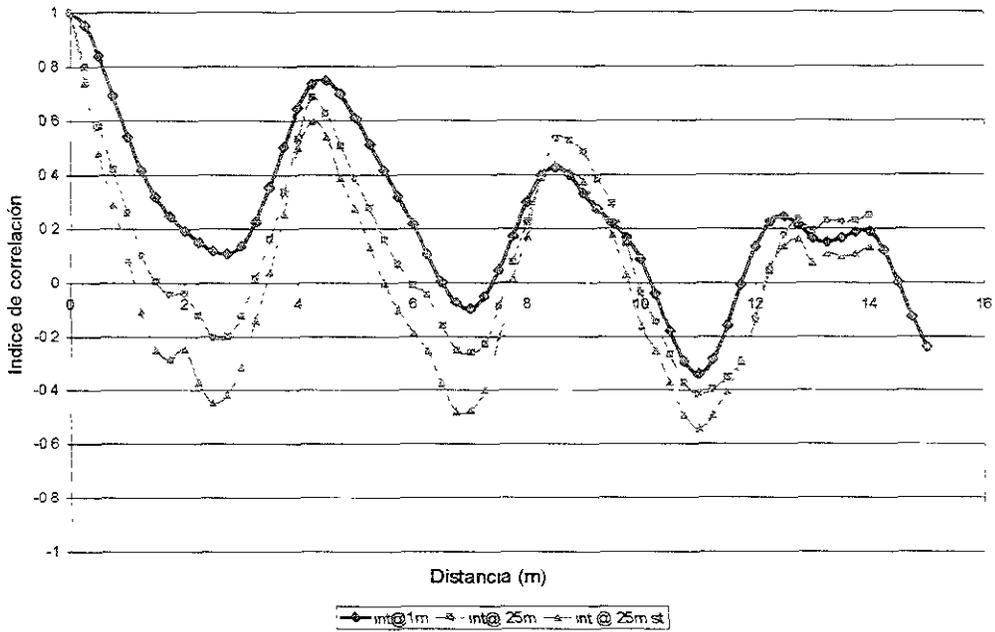


Figura 4.67 Variación del coeficiente de correlación, Sondeo SM-3. Sitio Tecámac, Estado de México.

Función de autocorrelación
sondeo SM-4, W (%)

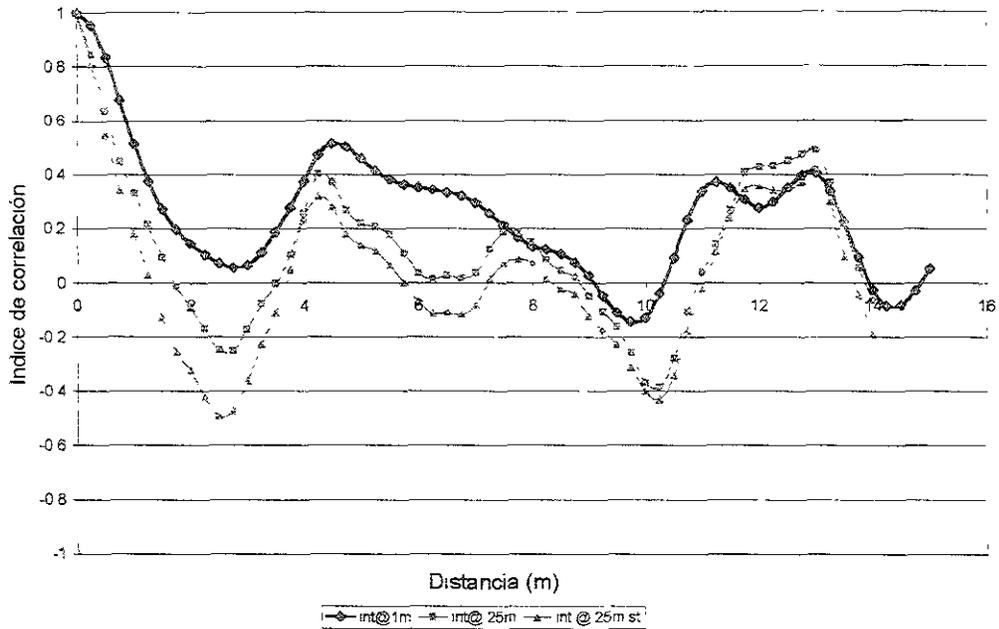


Figura 4.68 Variación del coeficiente de correlación, Sondeo SM-4. Sitio Tecámac, Estado de México.

Función de autocorrelación
sondeo SM-5, W (%)

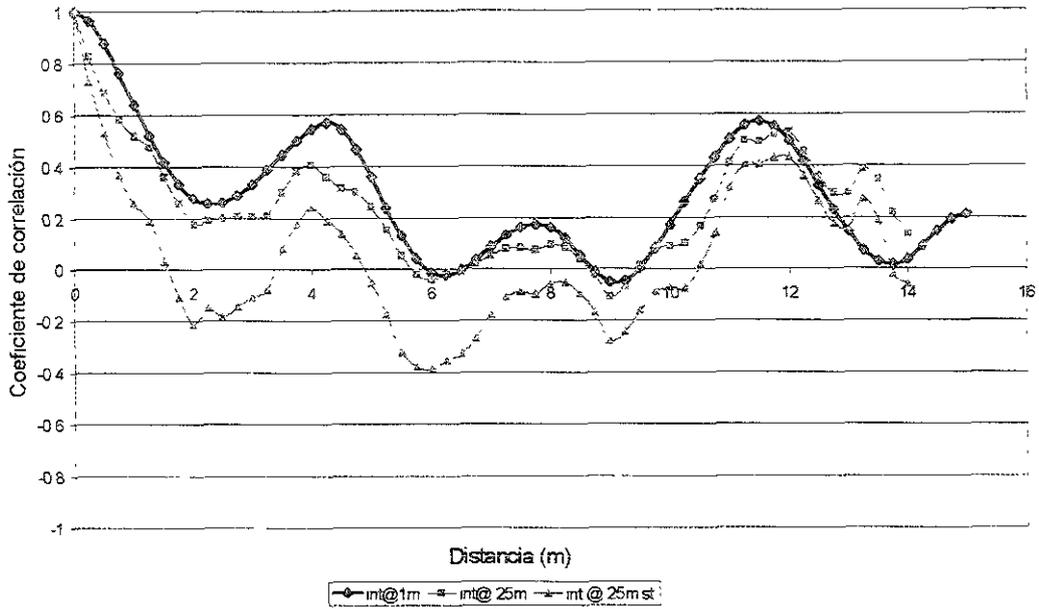


Figura 4.69 Variación del coeficiente de correlación, Sondeo SM-5. Sitio Tecámec, Estado de México

Función de autocorrelación
sondeo SM-6, W (%)

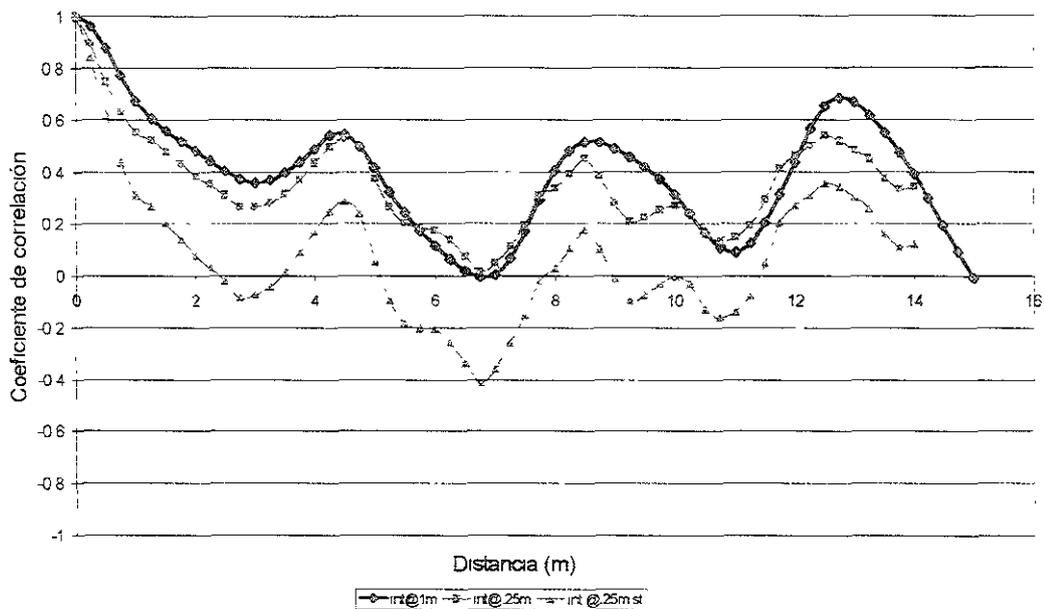


Figura 4.70 Variación del coeficiente de correlación, Sondeo SM-6. Sitio Tecámec, Estado de México.

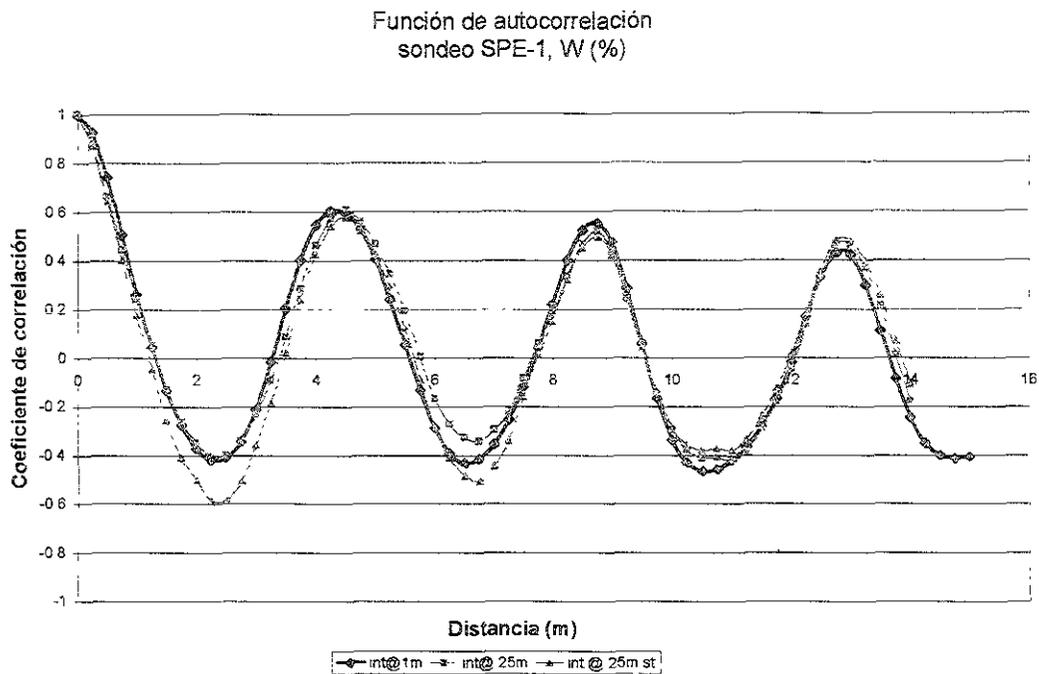


Figura 4.71 Variación del coeficiente de correlación, Sondeo SPE-1. Sitio Tecámec, Estado de México.

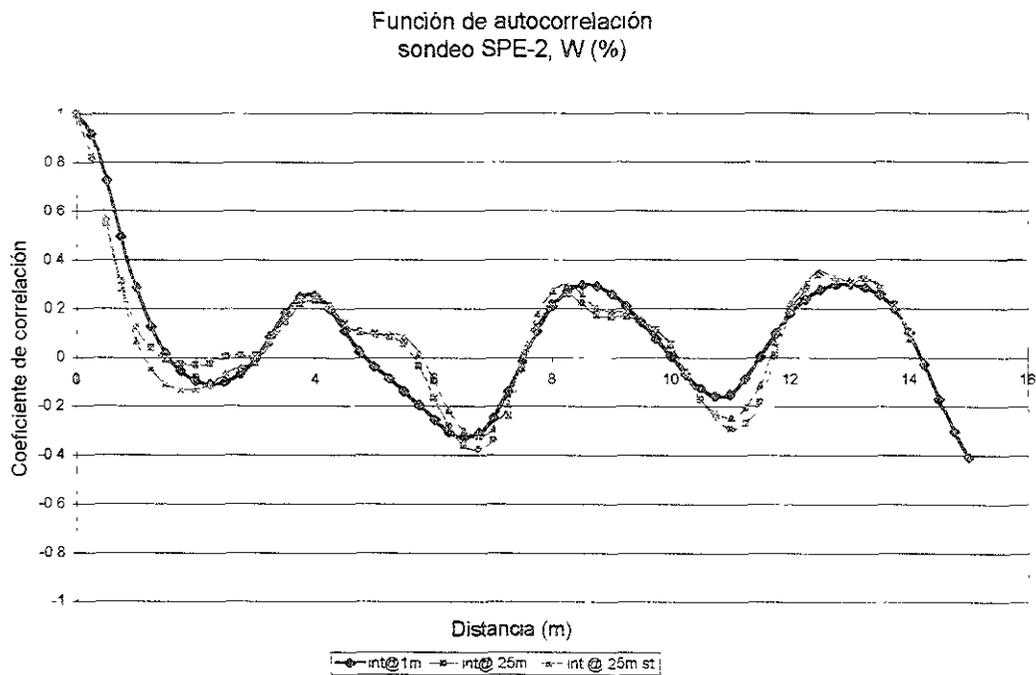


Figura 4.72 Variación del coeficiente de correlación, Sondeo SPE-2. Sitio Tecámec, Estado de México.

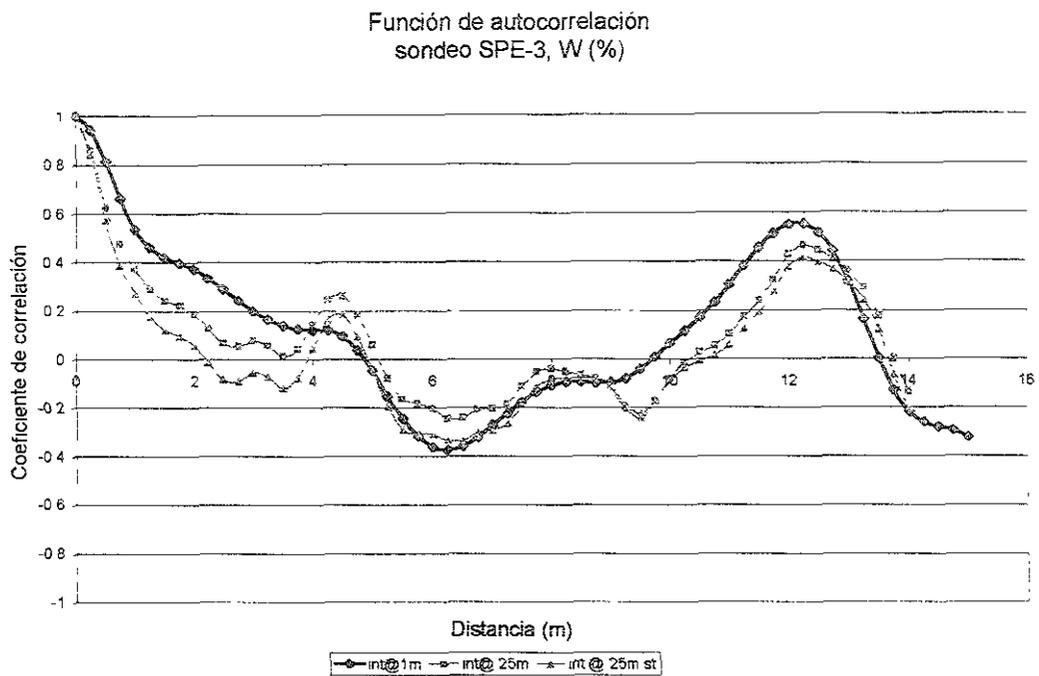


Figura 4.73 Variación del coeficiente de correlación, Sondeo SPE-3. Sitio Tecámec, Estado de México.

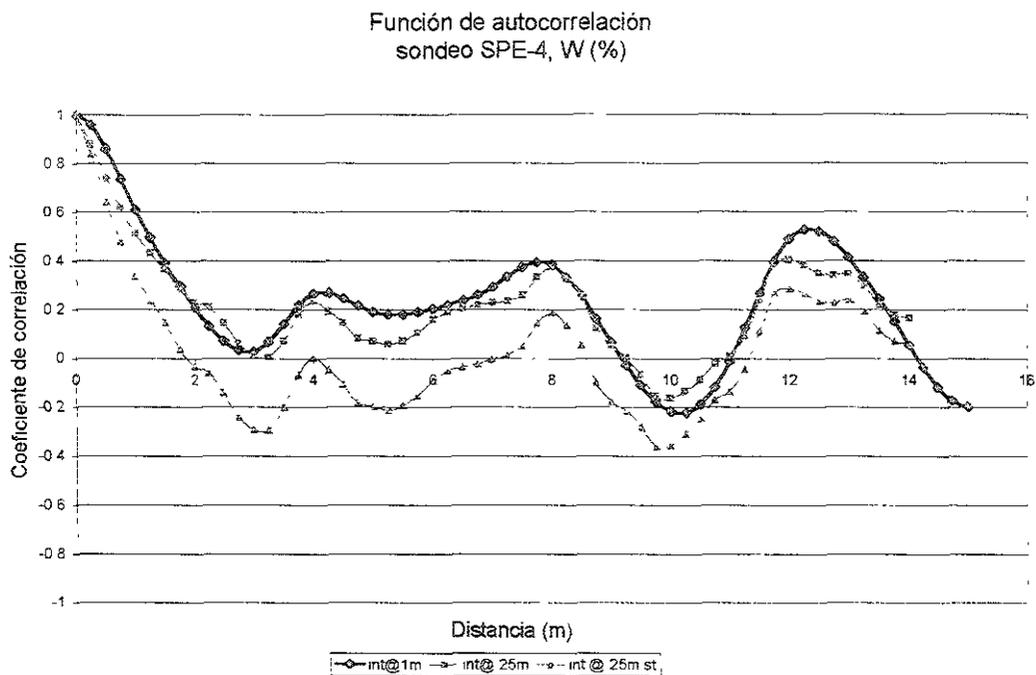


Figura 4.74 Variación del coeficiente de correlación, Sondeo SPE-4. Sitio Tecámec, Estado de México.

Función de correlación vertical

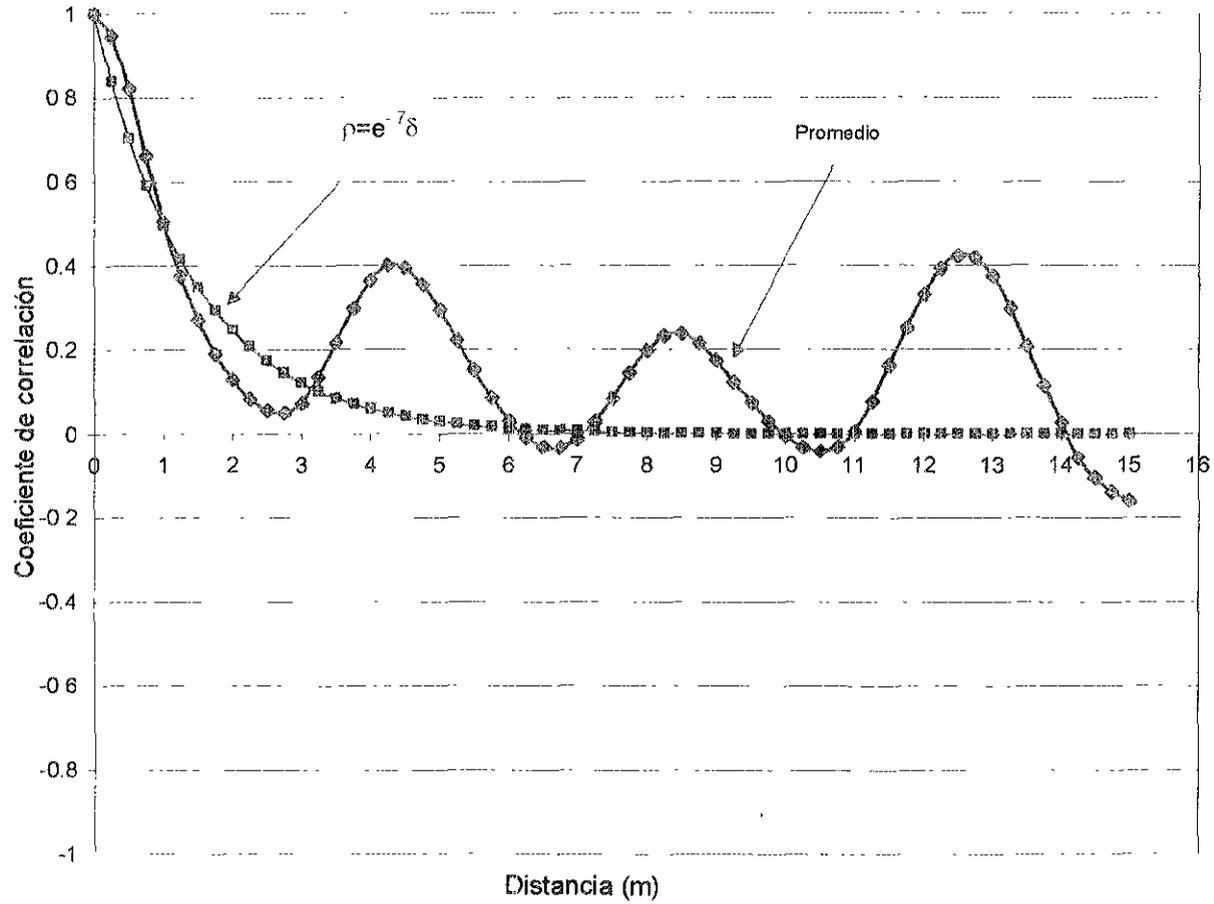


Figura 4 75 Modelo vertical de variación aleatoria del campo de W,%. Sitio Tecámec, Estado de México.

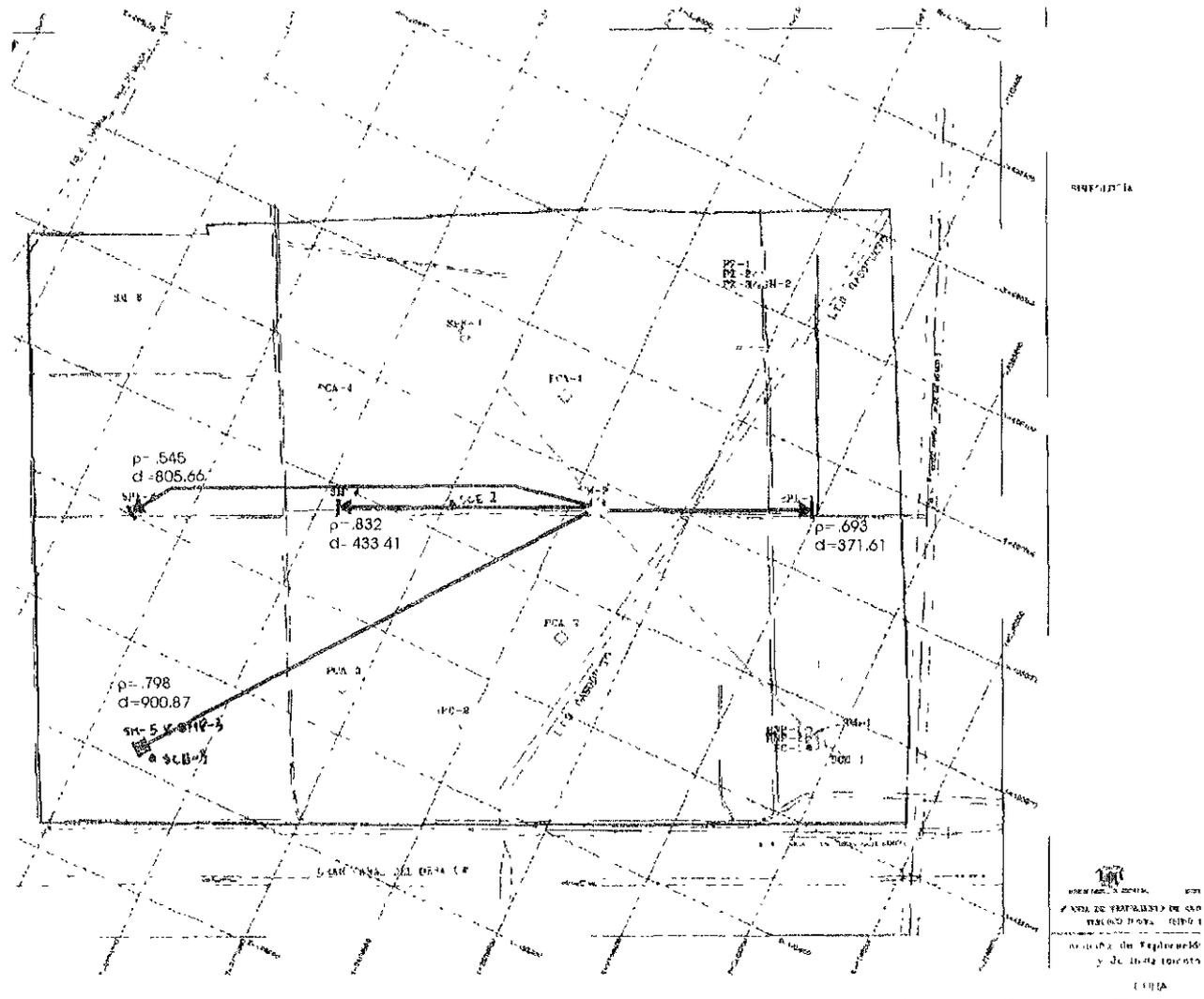


Figura 4 76 Coeficiente de correlación horizontal de SM-3 vs el resto de los sondeos. Sitio Tecámec, Estado de México

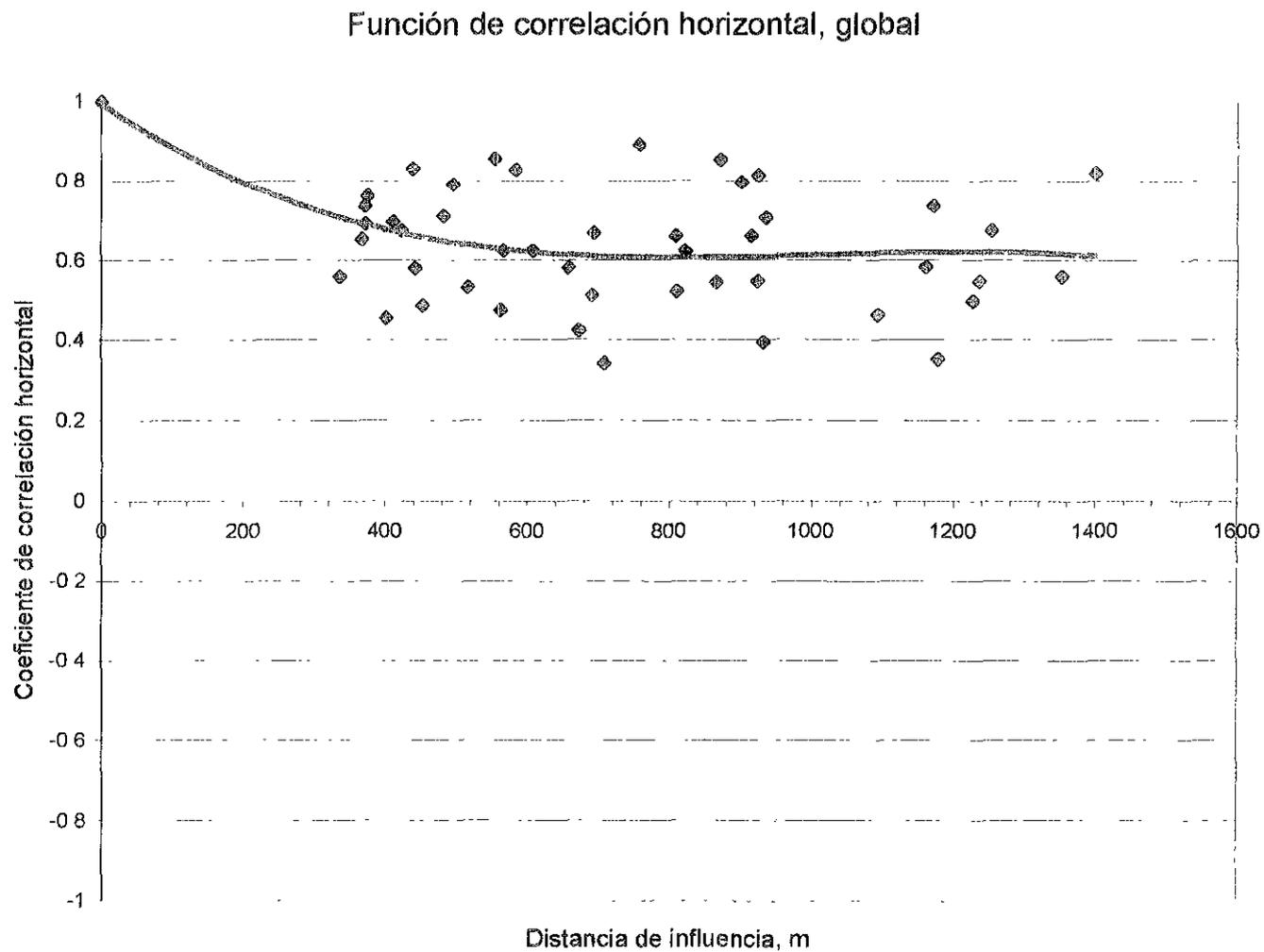


Figura 4.77 Modelo de correlación horizontal del campo aleatorio. Sitio Tecámec, Estado de México.

Rosa de coeficientes de correlación cruzados

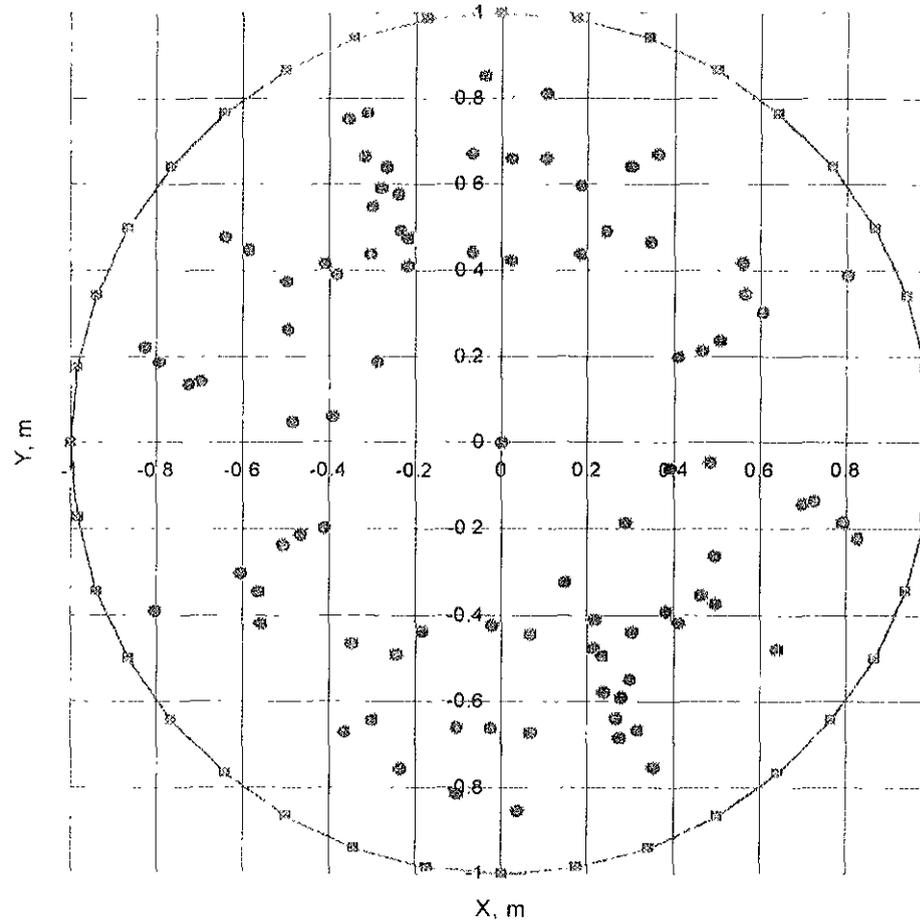


Figura 4 78 Rosa de correlación global (simétrica) considerando los diez sondeos de contenido de agua W,%. Sitio Tecámíac, Estado de México.

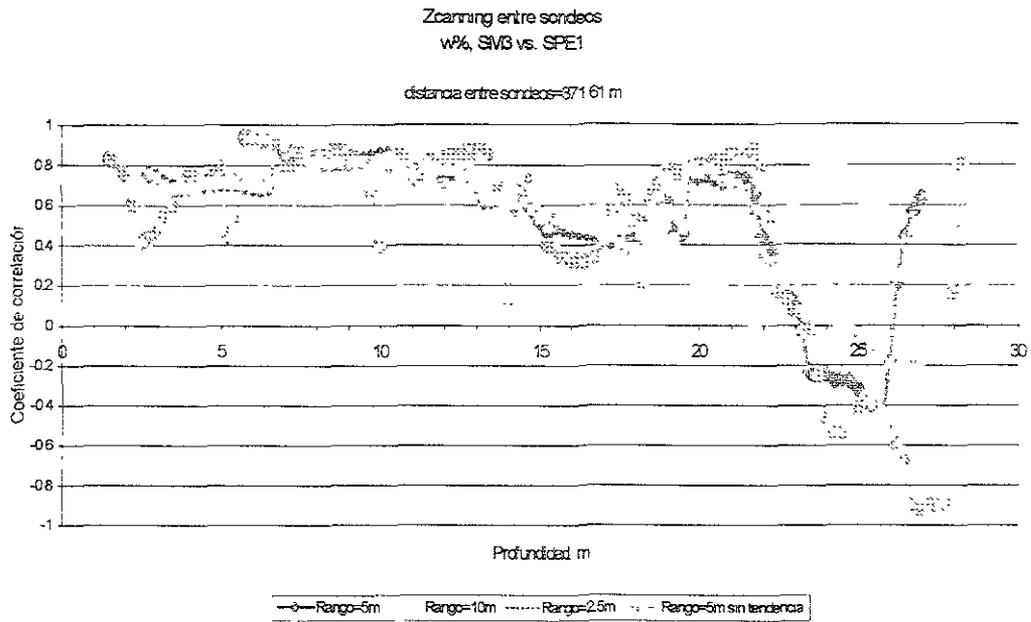


Figura 4.79 Zcanning entre los sondeos SM-3 y SPE-1. Sitio Tecamac,
Estado de México.

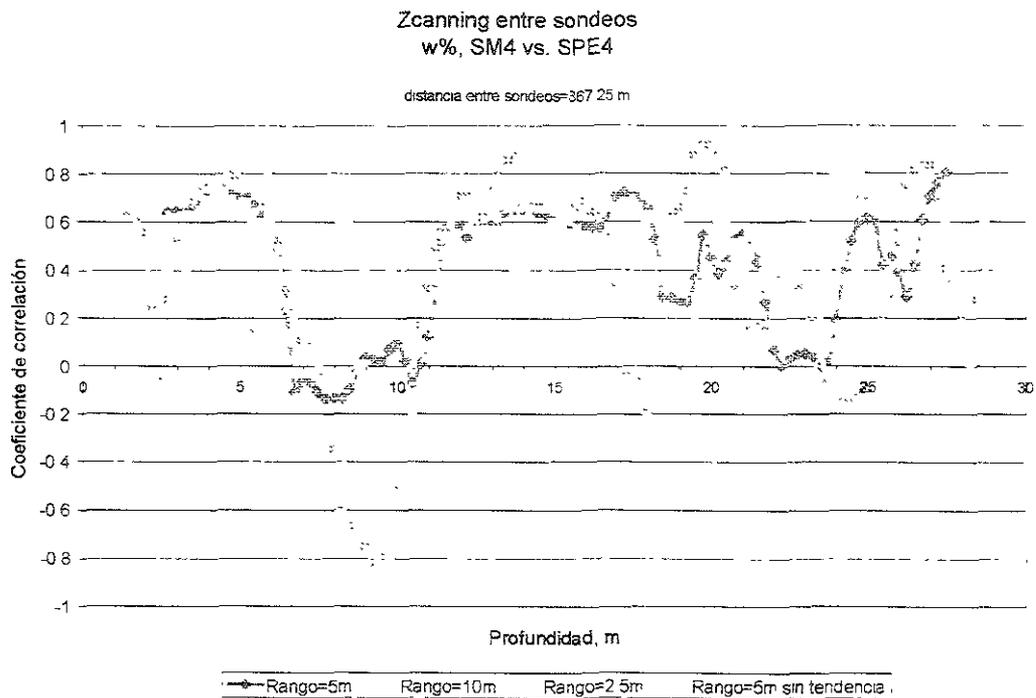


Figura 4.80 Zcanning entre los sondeos SM-4 y SPE-4. Sitio Tecamac,
Estado de México.

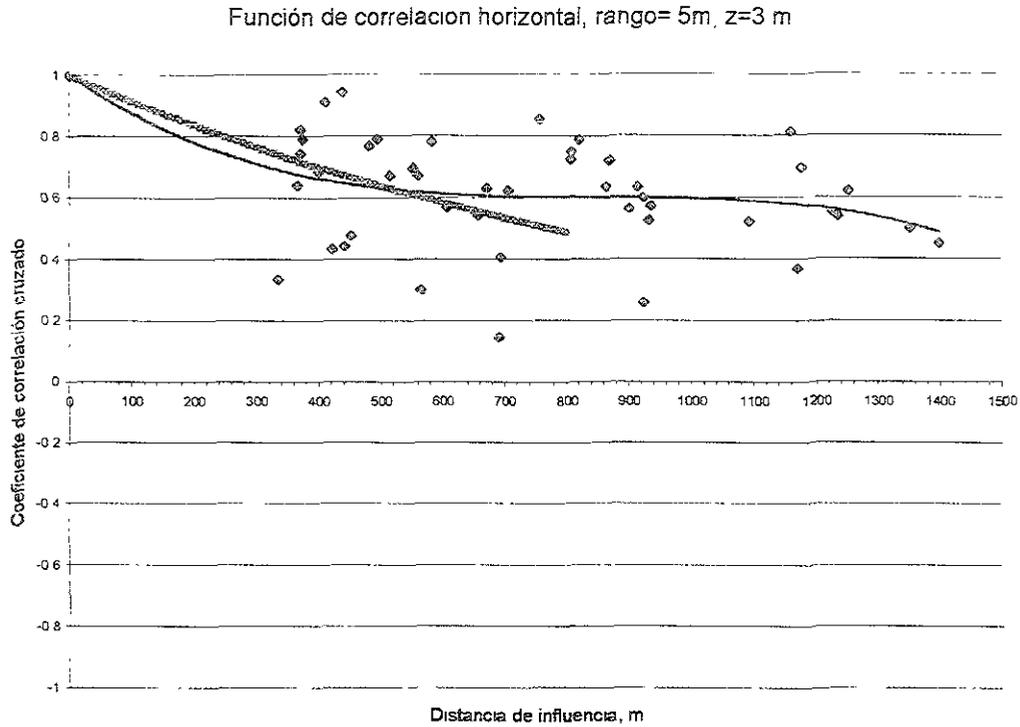


Figura 4.81 Modelo de correlación horizontal para la primera población, con centro de “ventana” en $z=3$ m. Sitio Tecámec, Estado de México.

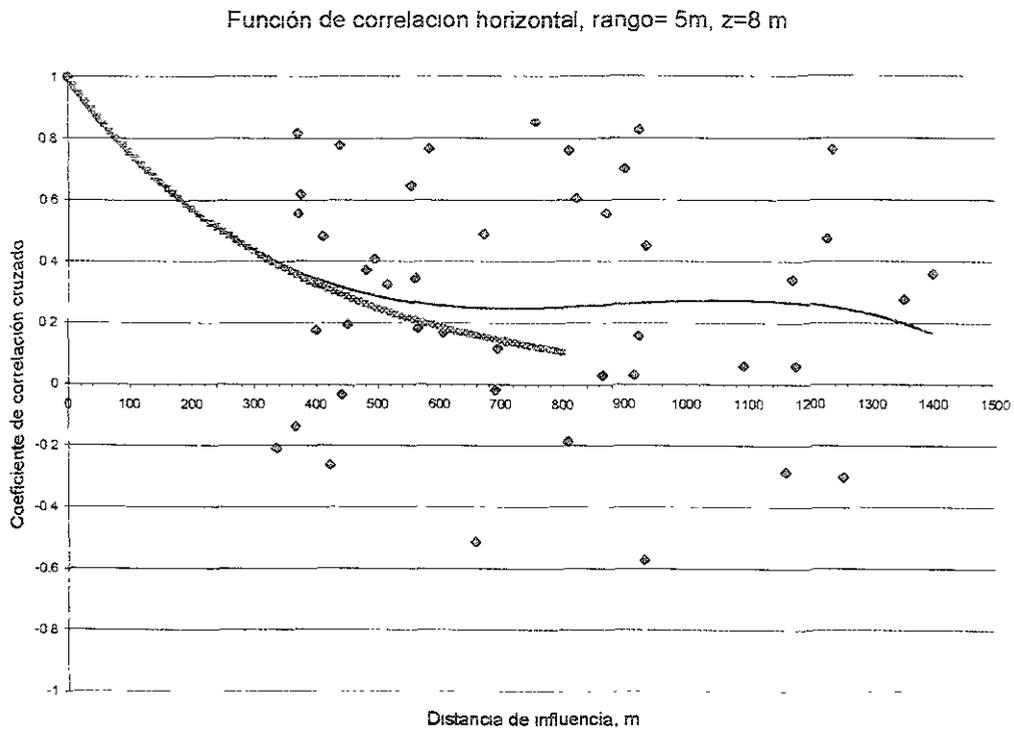


Figura 4.82 Modelo de correlación horizontal para la segunda población, con centro de “ventana” en $z=8$ m. Sitio Tecámec, Estado de México.

Función de correlacion horizontal, rango= 5m, z=13 m

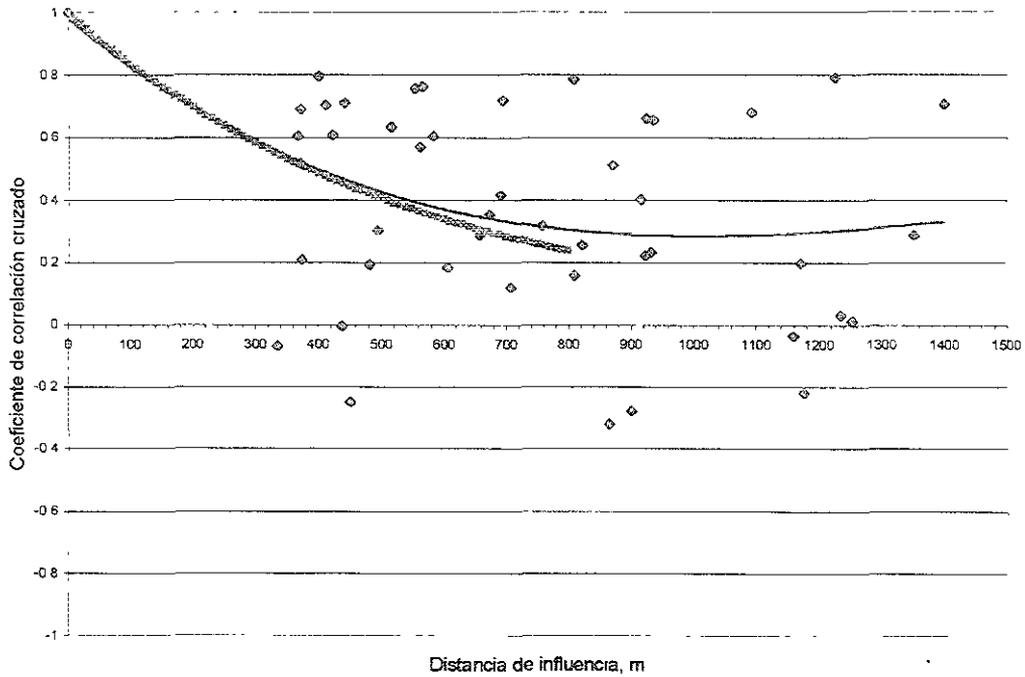


Figura 4.83 Modelo de correlación horizontal para la tercera población, con centro de “ventana” en $z= 13$ m. Sitio Tecámec, Estado de México.

Función de correlacion horizontal, rango= 5m, z=18 m

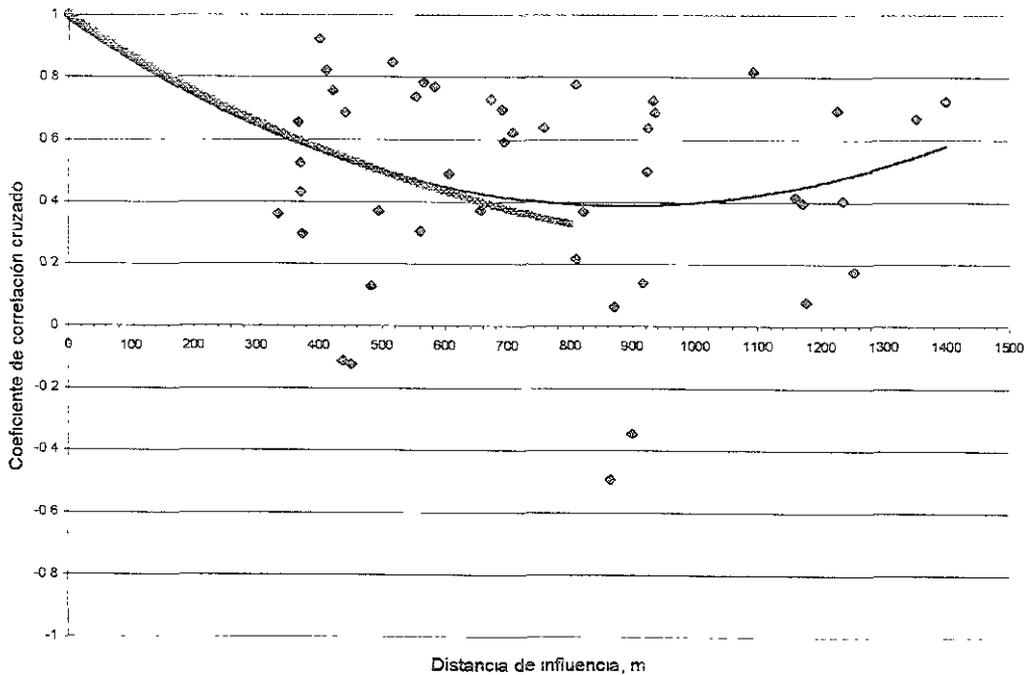


Figura 4.84 Modelo de correlación horizontal para la cuarta población, con centro de “ventana” en $z= 18$ m. Sitio Tecámec, Estado de México.

Función de correlacion horizontal, rango= 5m, z=23 m

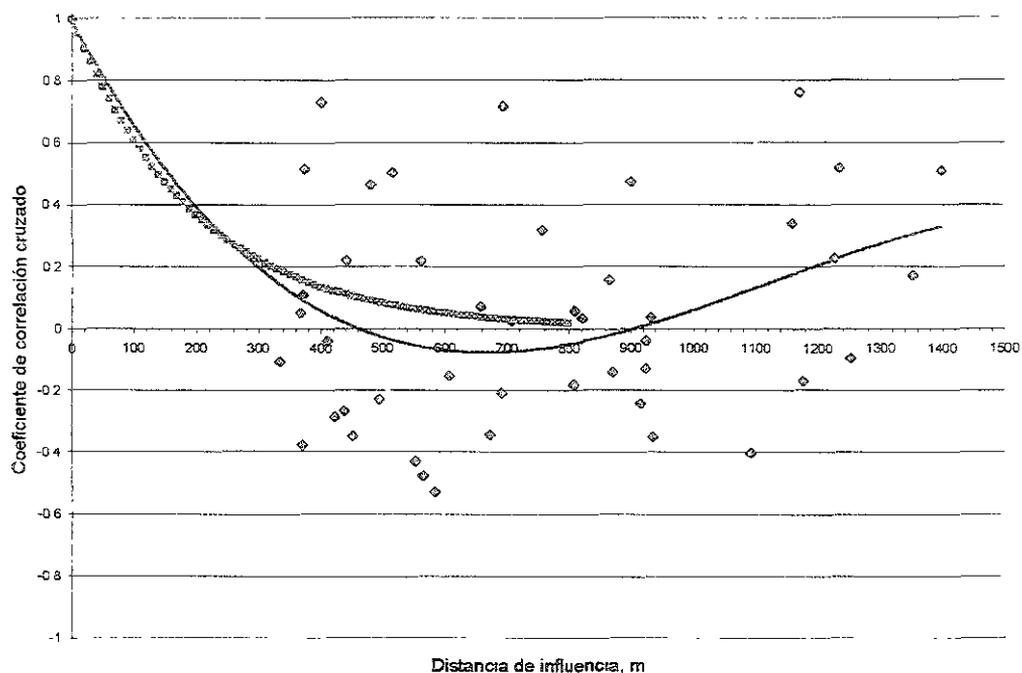


Figura 4.85 Modelo de correlación horizontal para la quinta población, con centro de “ventana” en $z= 23$ m. Sitio Tecámec, Estado de México.

Función de correlacion horizontal, rango= 5m, z=27 m

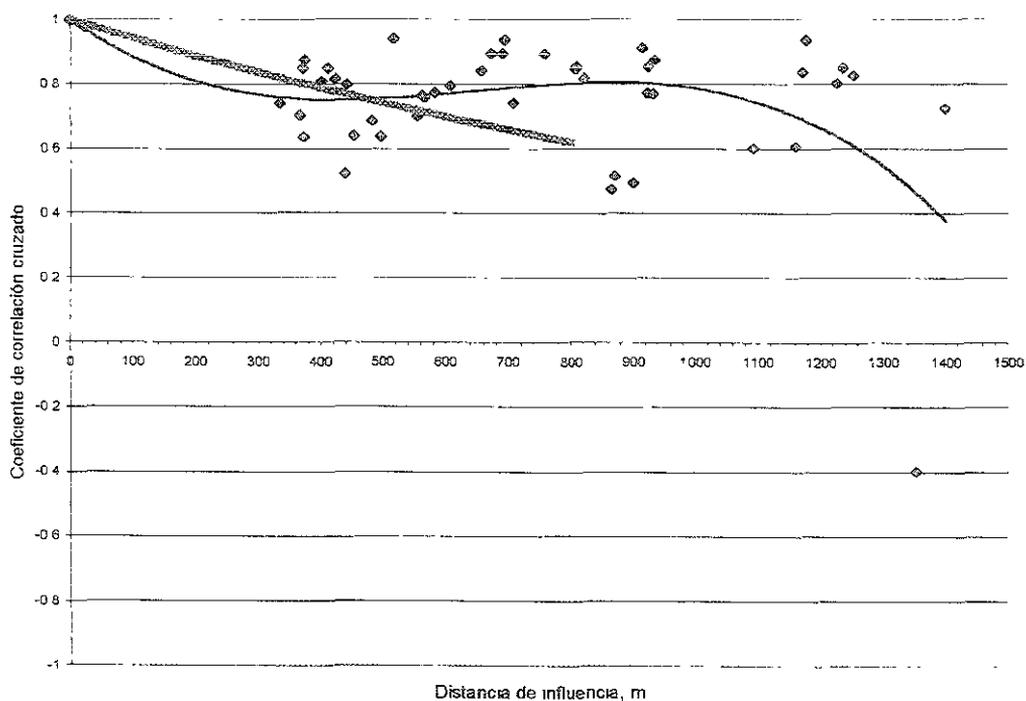


Figura 4.86 Modelo de correlación horizontal para la sexta población, con centro de “ventana” en $z= 27$ m. Sitio Tecámec, Estado de México.

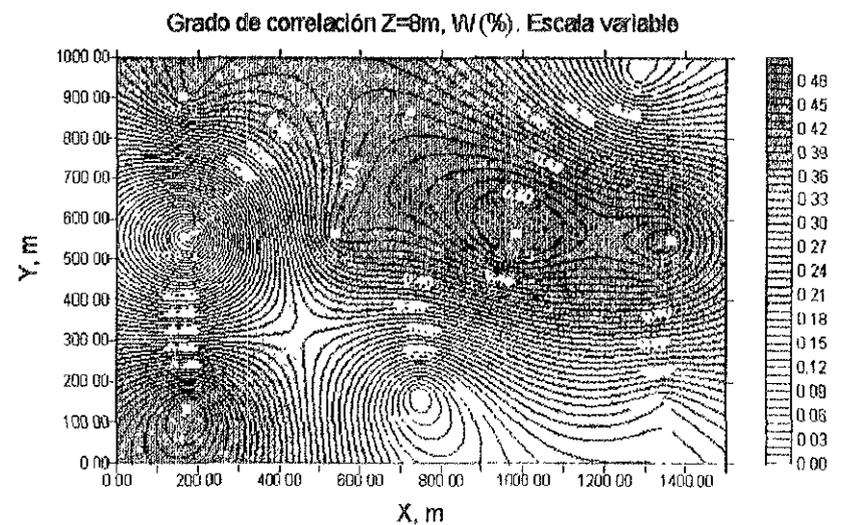
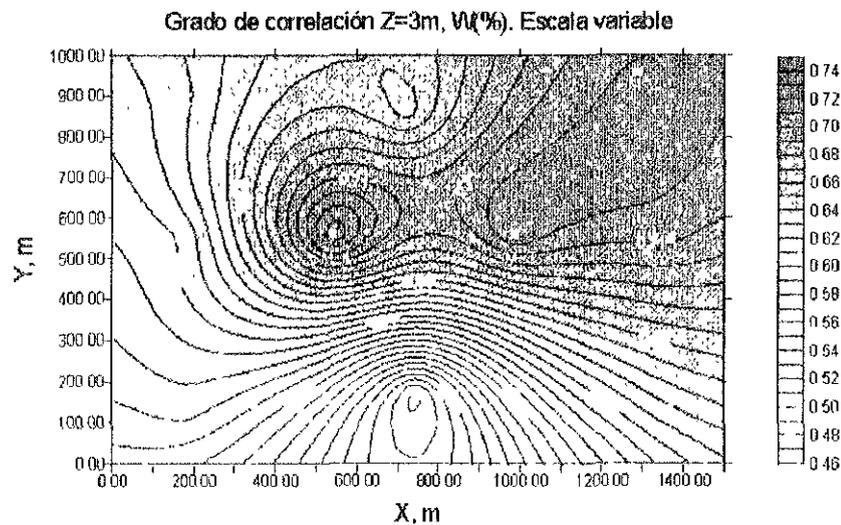
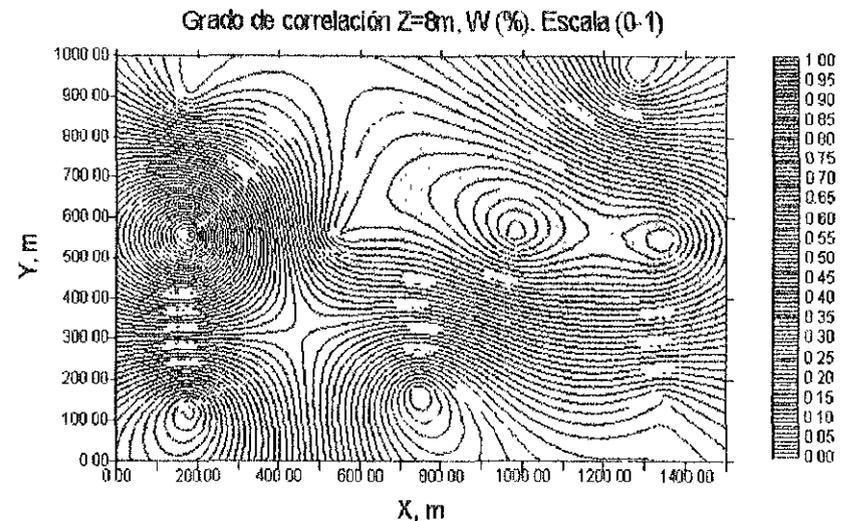
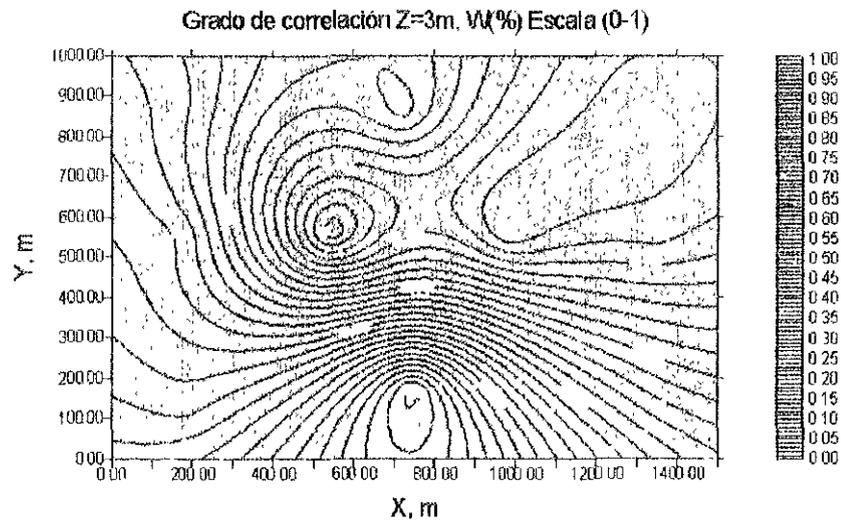


Figura 4.87 Grado de correlación, primera población con centro de "ventana" en $z=3m$. Sitio Tecámec, Estado de México.

Figura 4.88 Grado de correlación, primera población con centro de "ventana" en $z=8m$. Sitio Tecámec, Estado de México.

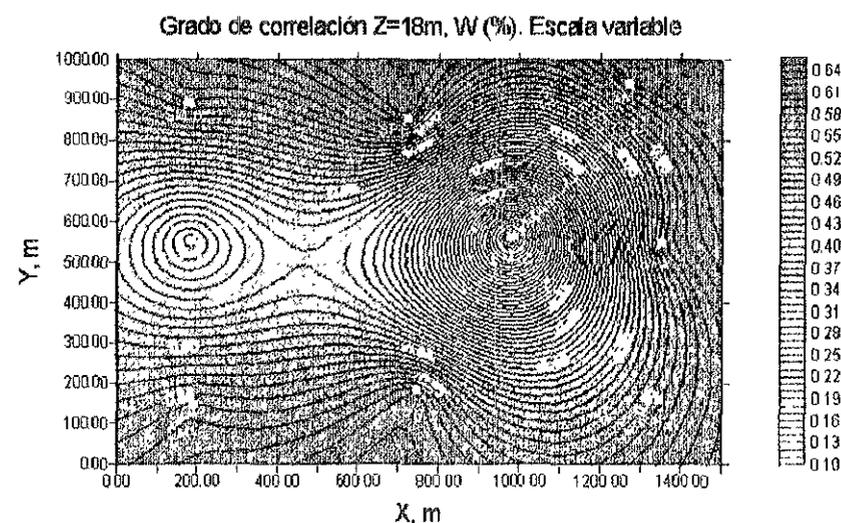
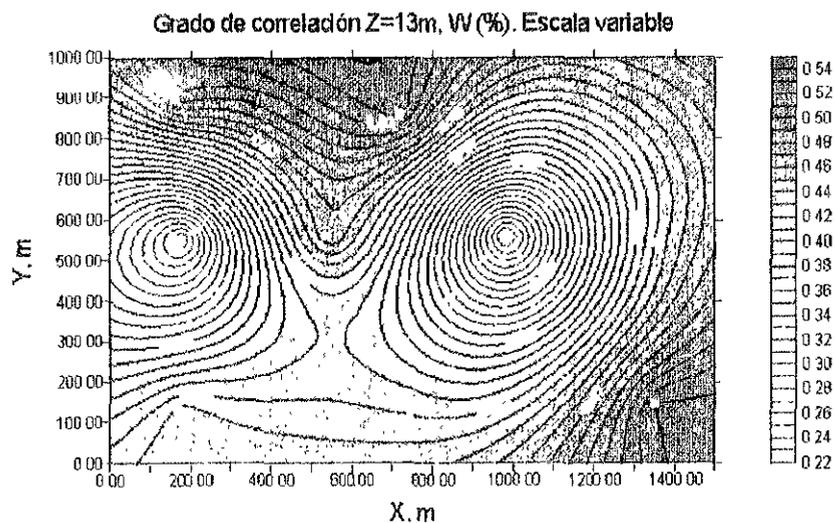
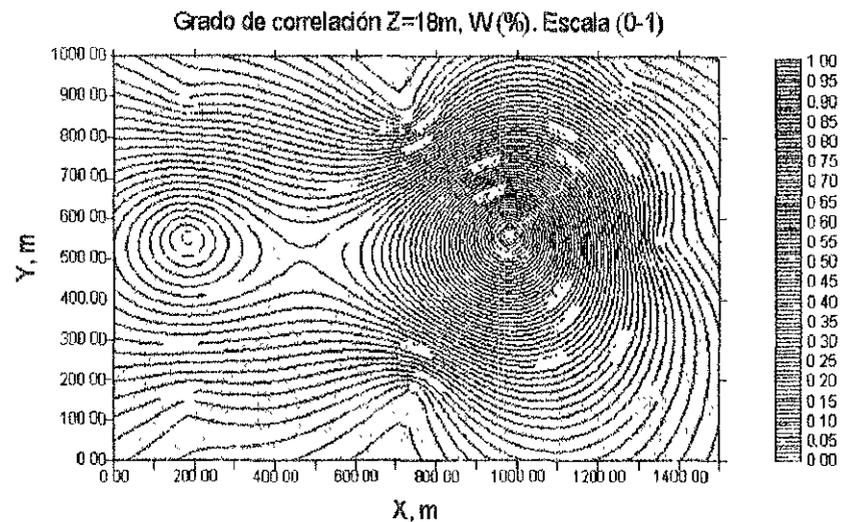
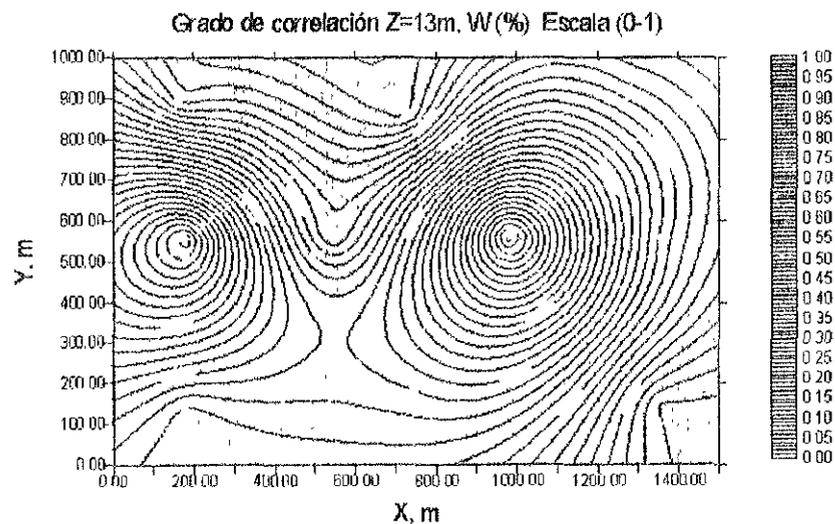


Figura 4.89 Grado de correlación, primera población con centro de "ventana" en $z=13\text{m}$ Sitio Tecámec, Estado de México.

Figura 4.90 Grado de correlación, primera población con centro de "ventana" en $z=18\text{m}$ Sitio Tecámec, Estado de México.

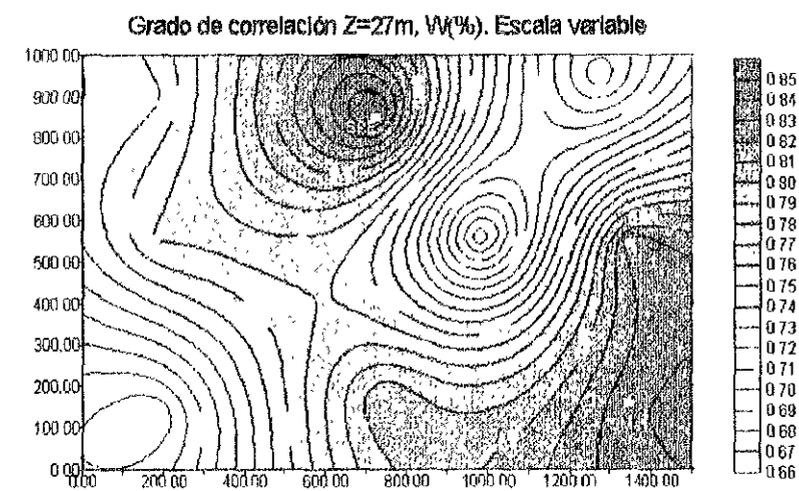
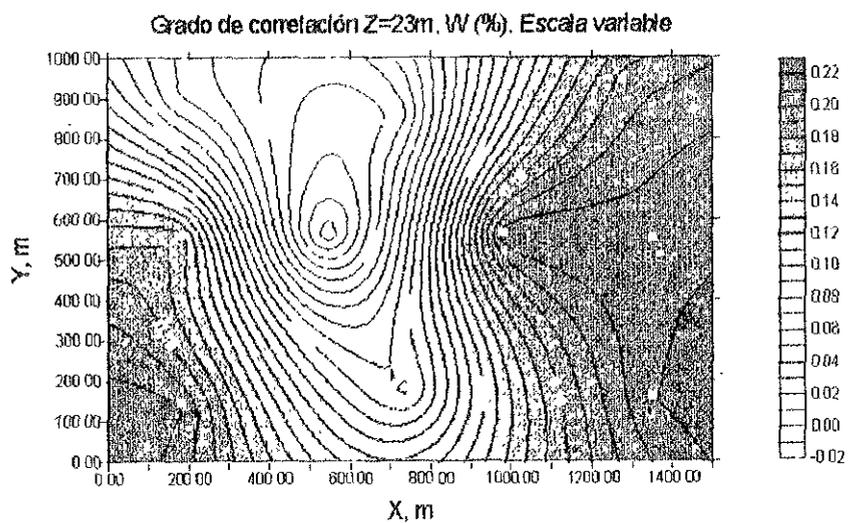
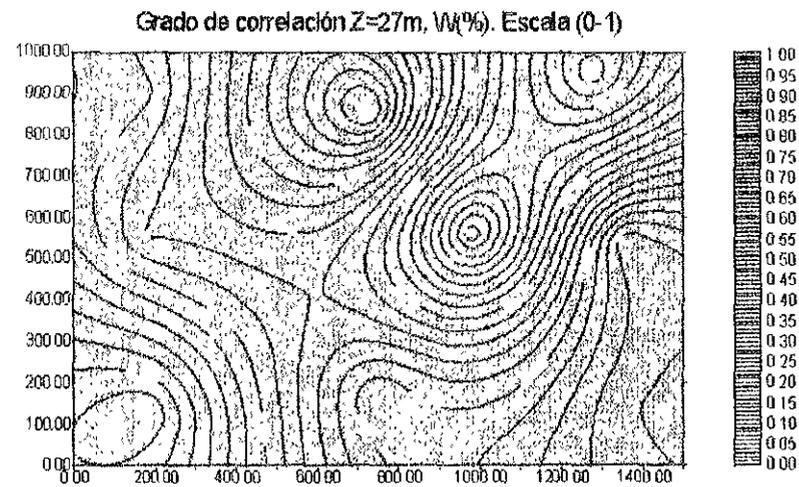
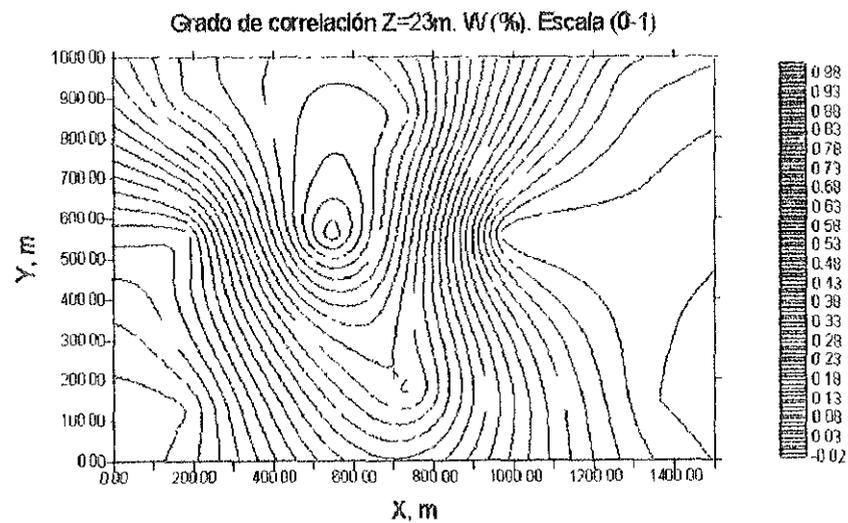


Figura 4.91 Grado de correlación, primera población con centro de "ventana" en $z=23m$. Sitio Tecámec, Estado de México.

Figura 4.92 Grado de correlación, primera población con centro de "ventana" en $z=28m$. Sitio Tecámec, Estado de México.

Ubicación de sondeos reales y virtuales

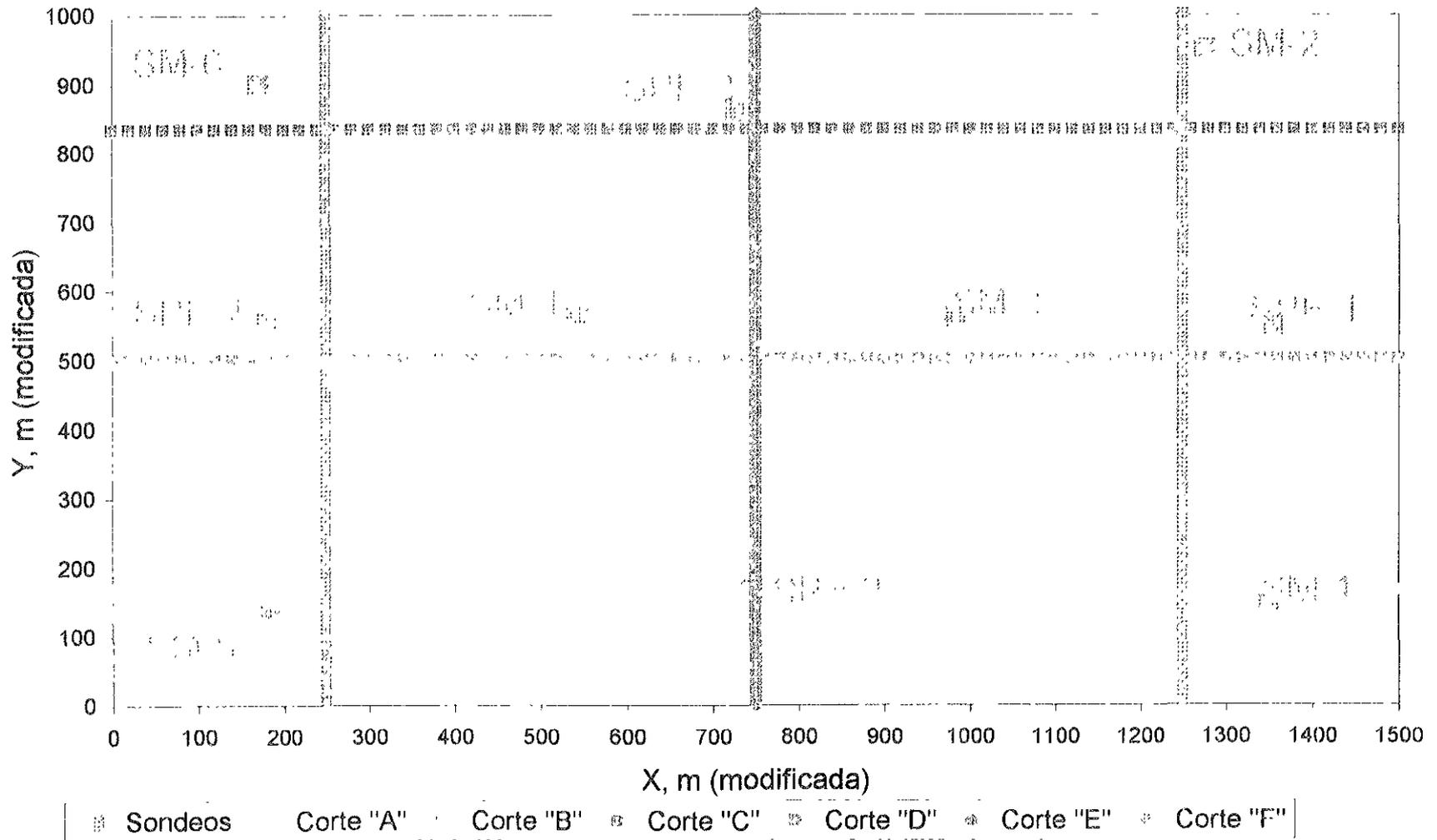


Figura 4.93 Ubicación de sondeos reales y virtuales. Sitio Tecámec, Estado de México

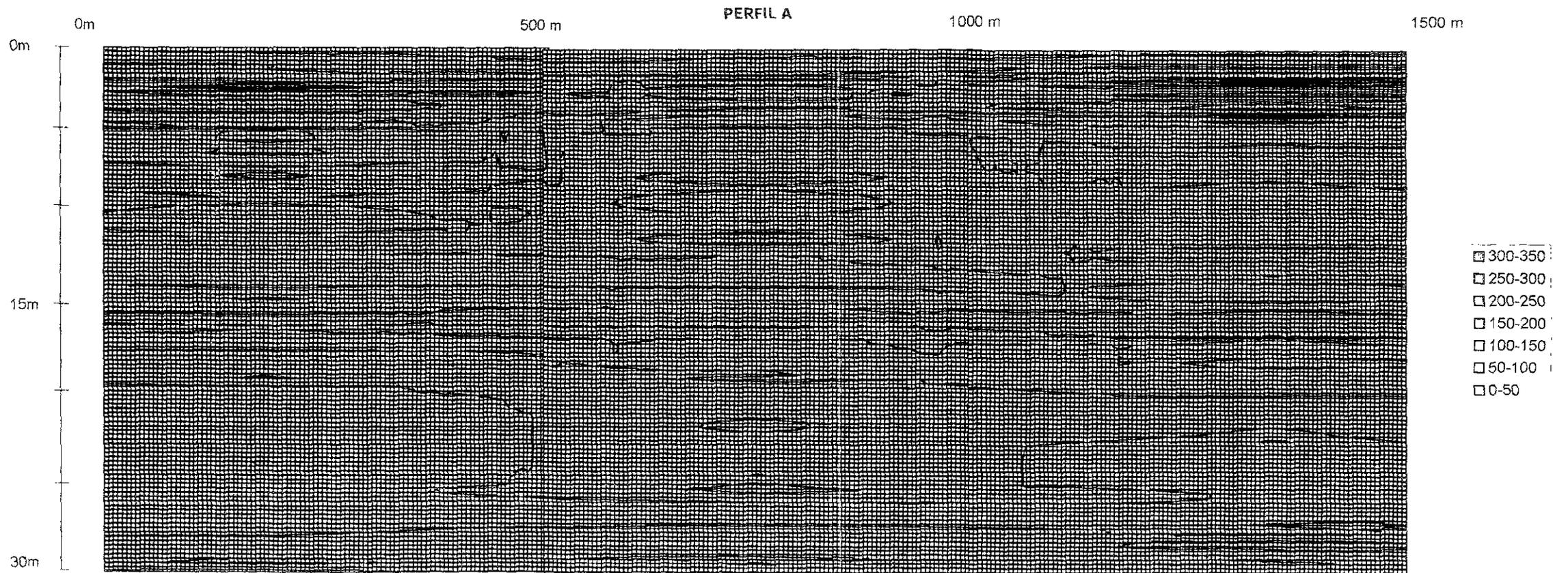


Figura 4 94 Estimación condicional de contenido de agua, corte "A" Sitio Tecámec, Estado de México

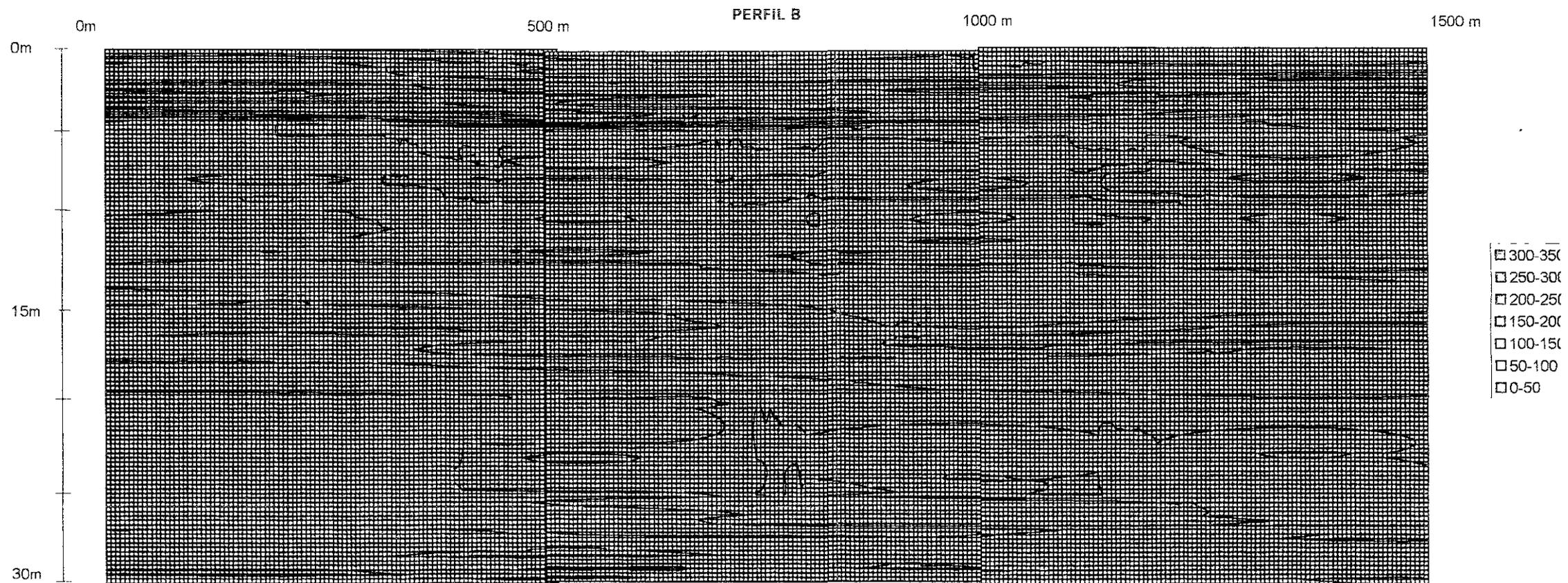


Figura 4.95 Estimación condicional de contenido de agua, corte "B". Sitio Tecámac, Estado de México

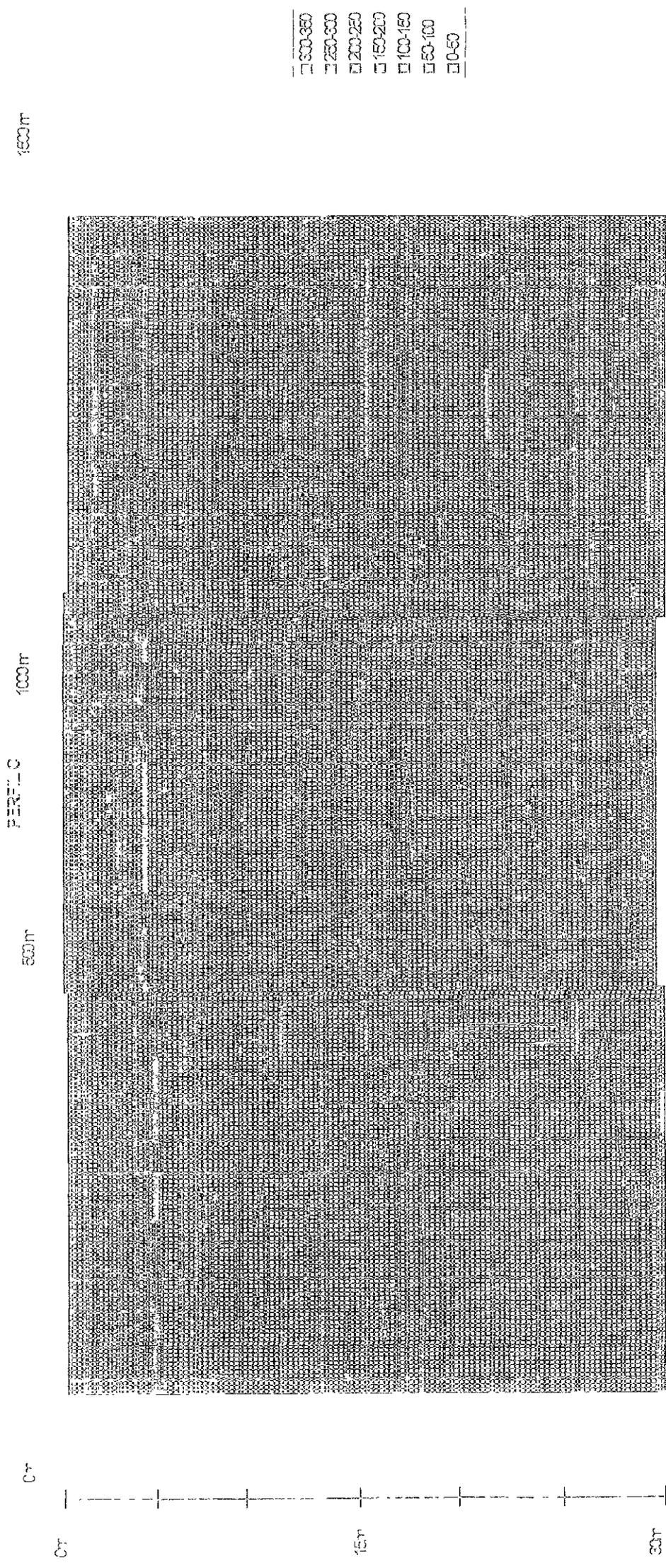


Figura 4-96 Estimación condicional de consumo de agua, corte "C" Sitio Tecámaco, Estado de México

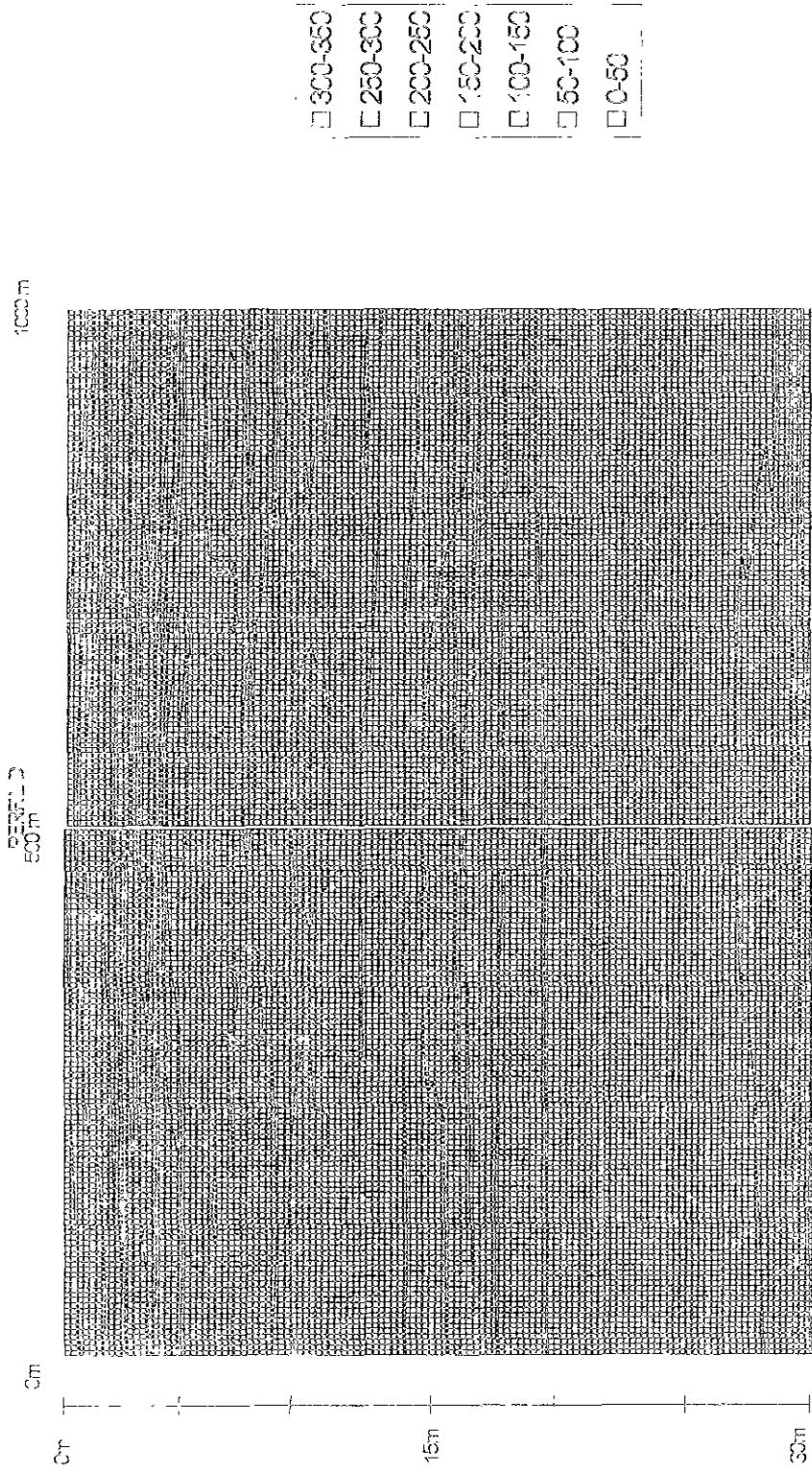


Figura 4-97 Estimación condicional de contenido de agua, corte "D", Sitio Tecámac, Estado de México

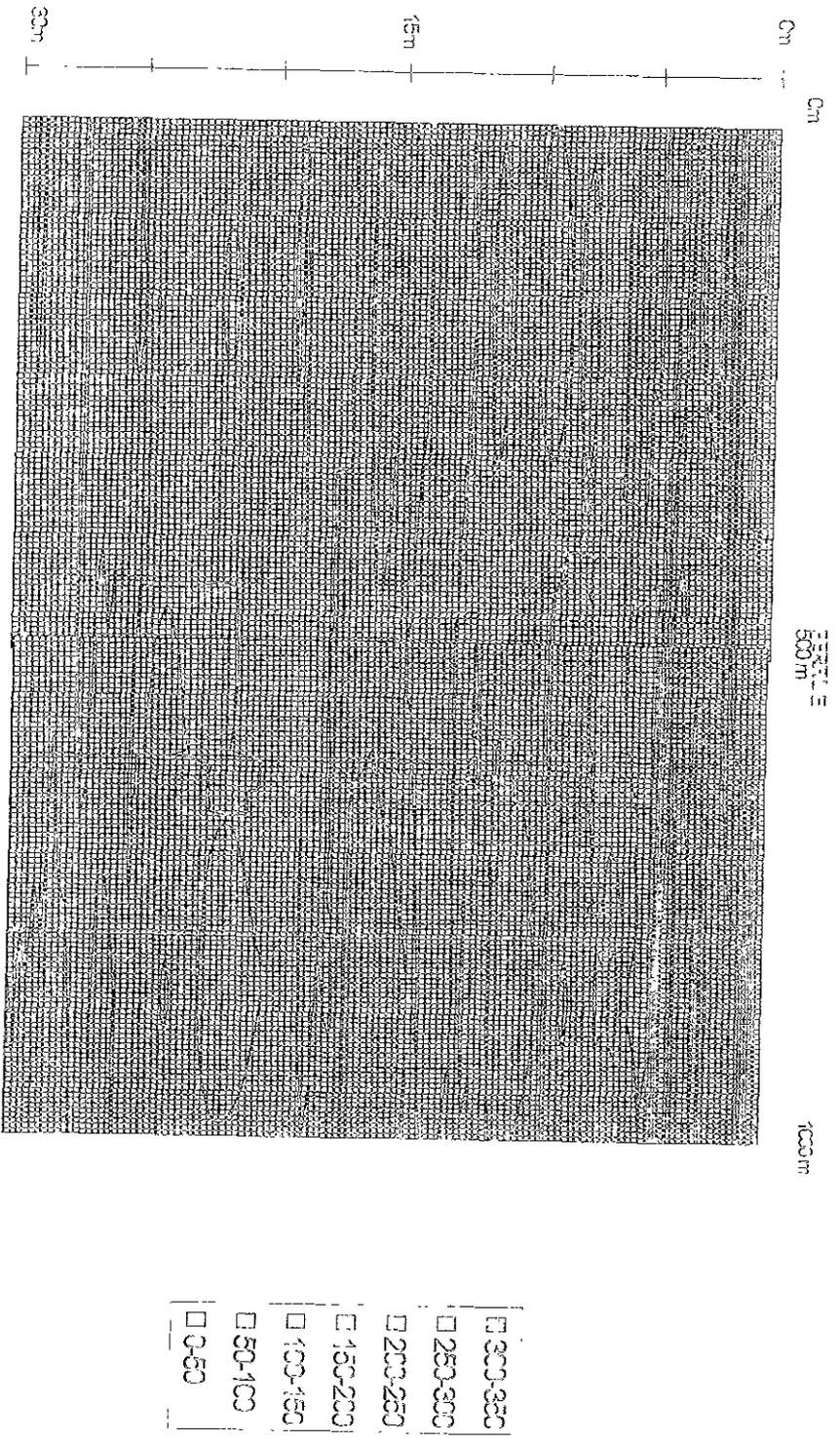


Figura 4 98 Estimación condicional de contenido de agua, corte "E", Sitio Teodámaco, Estado de México

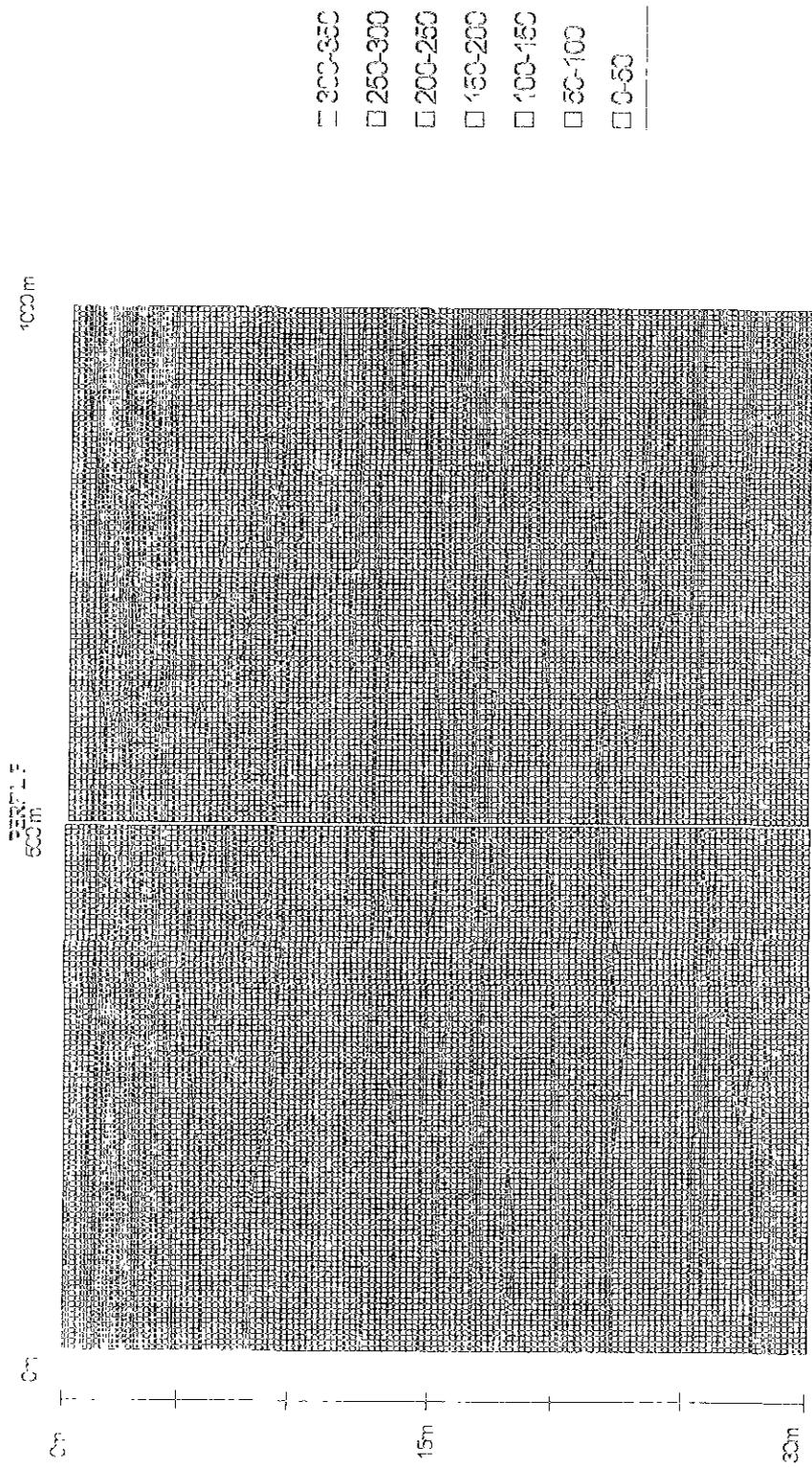


Figura 4-99 Estimación condicional de contenido de agua, corte "F" Sitio Tecámac, Estado de México

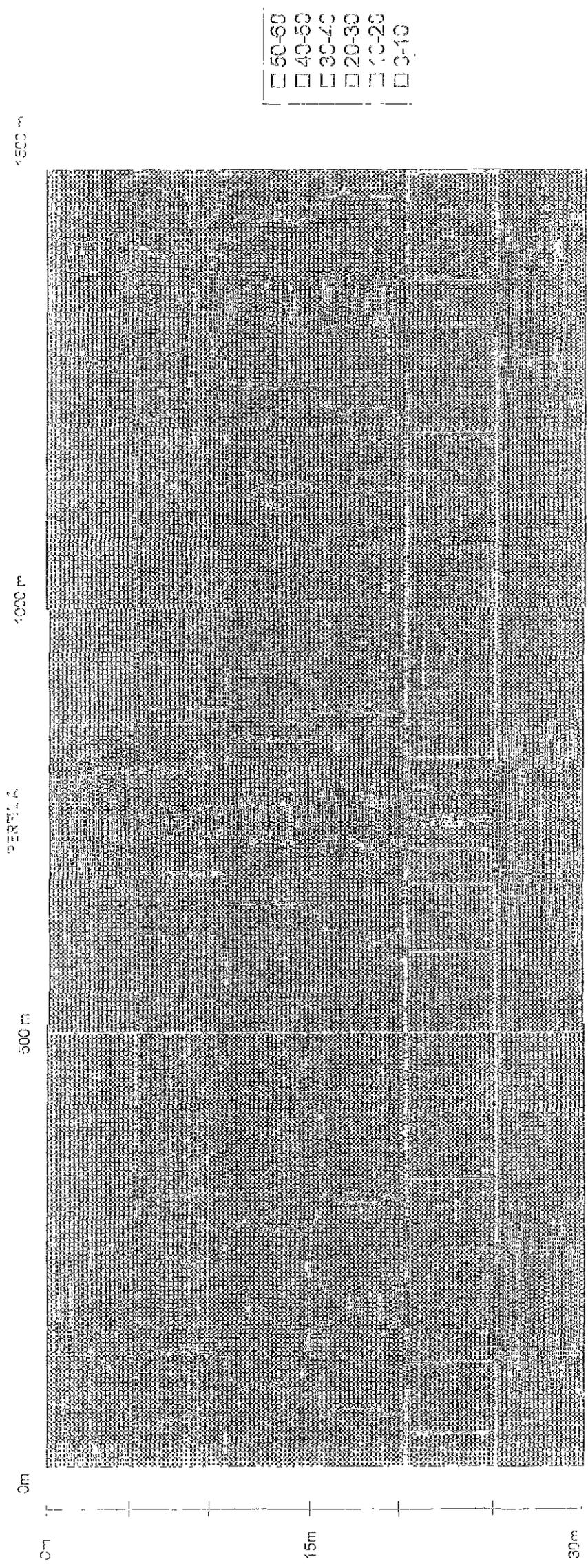


Figura 4 '00 Incentífumóre de la estimación (ésviación: estándar) deí conteníó de agua, corte "A" Sitio Tecámác, Estado de México

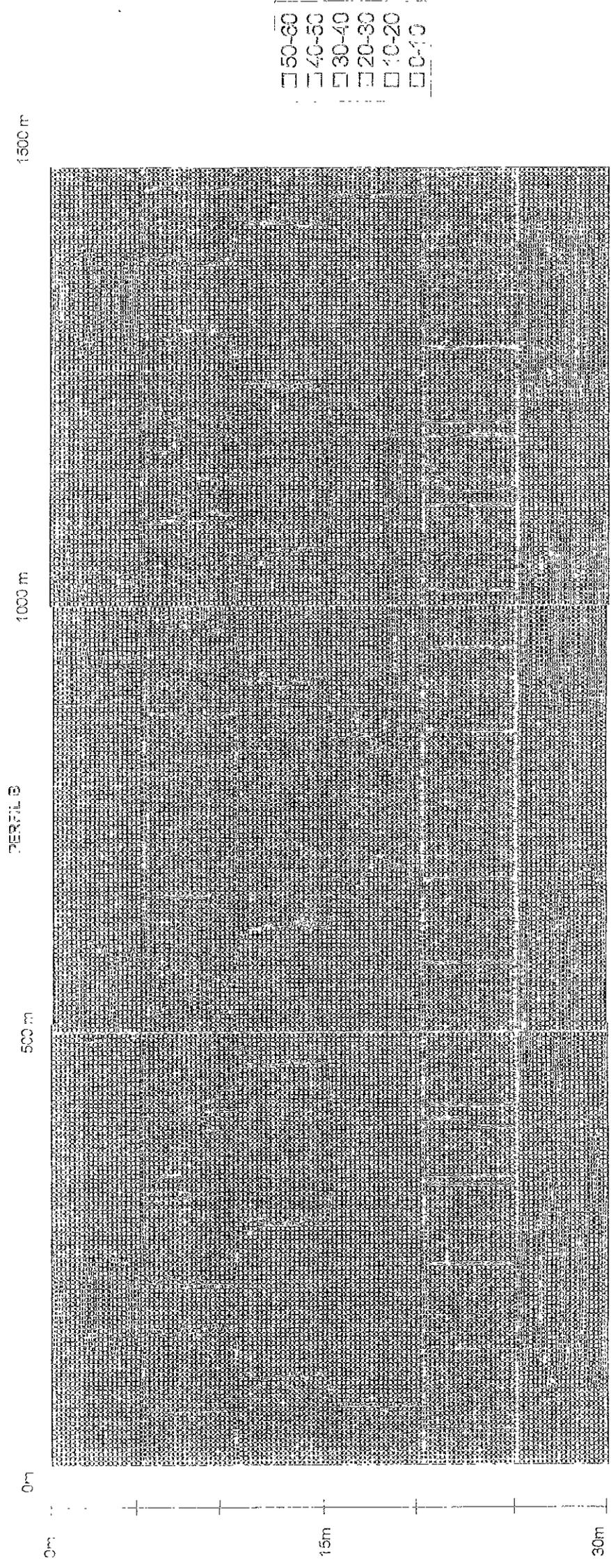


Figura 4.10: Incertidumbre de la estimación (desviación estándar) del contenido de agua, corte "B". Sitio Tecámaco, Estado de México

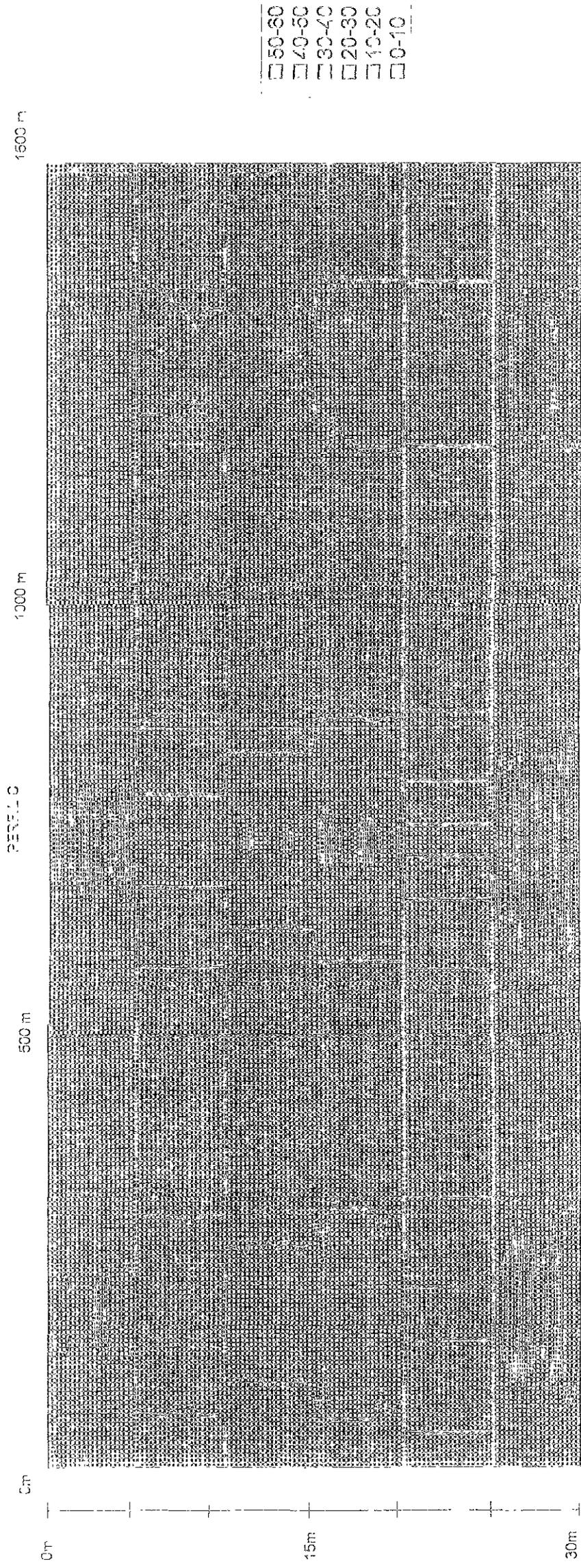


Figura 4.102 Incertidumbre de la estimación (desviación estándar) del contenido de agua, corte "C" Sifre Tecámac, Estado de México.

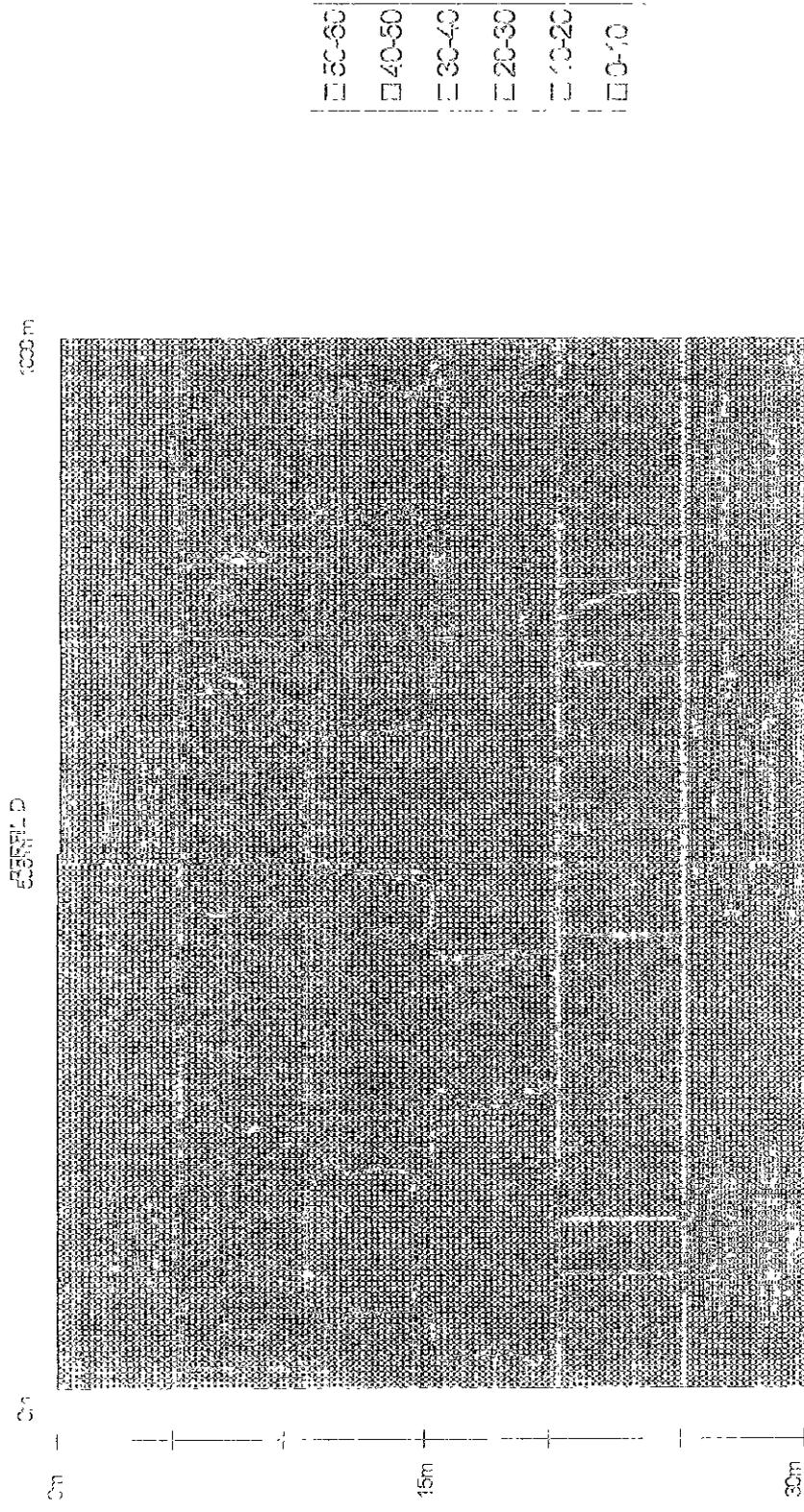


Figura 4.103 Incertidumbre de la estimación (desviación estándar) del contenido de agua, corte "D" Sitio Tecámac, Estado de México

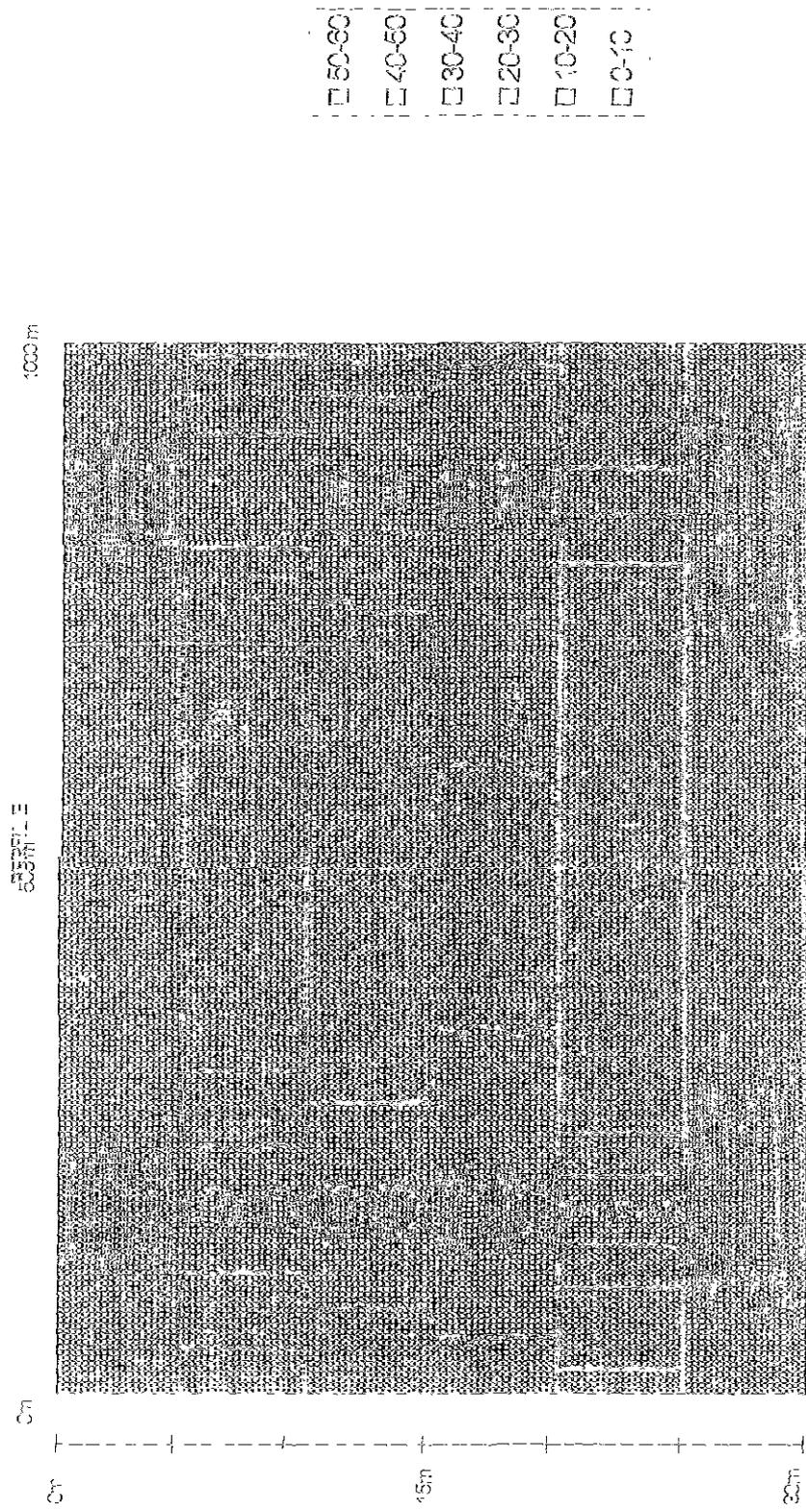


Figura 4.104 Incertidumbre de la estimación (desviación estándar) del contenido de agua, corte "E". Sitio Tecámac, Estado de México

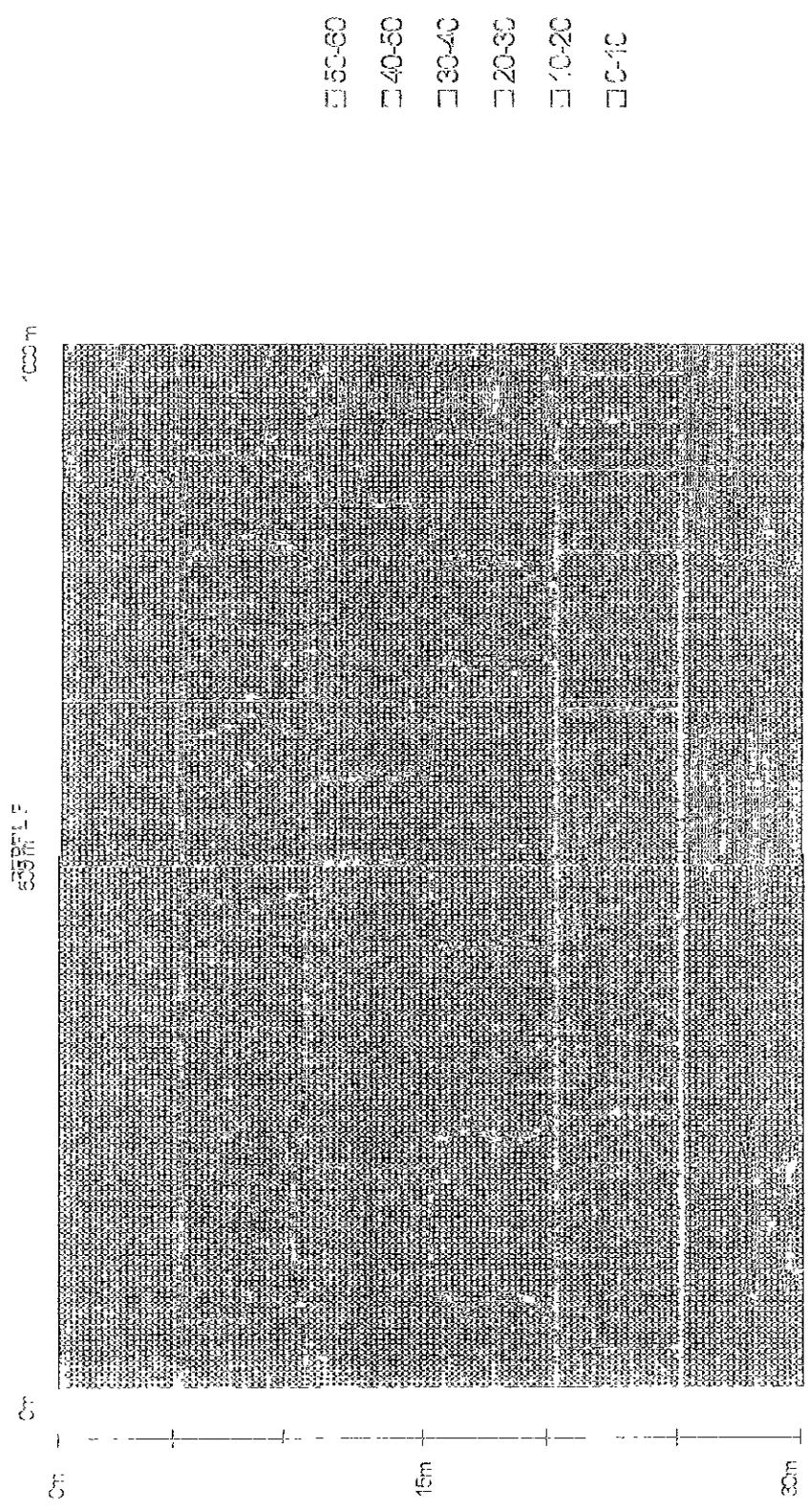


Figura 4.105 Incertidumbre de la estimación (desviación estándar) del contenido de agua, corte "F" Sitio Pesámac, Estado de México

Validación cruzada

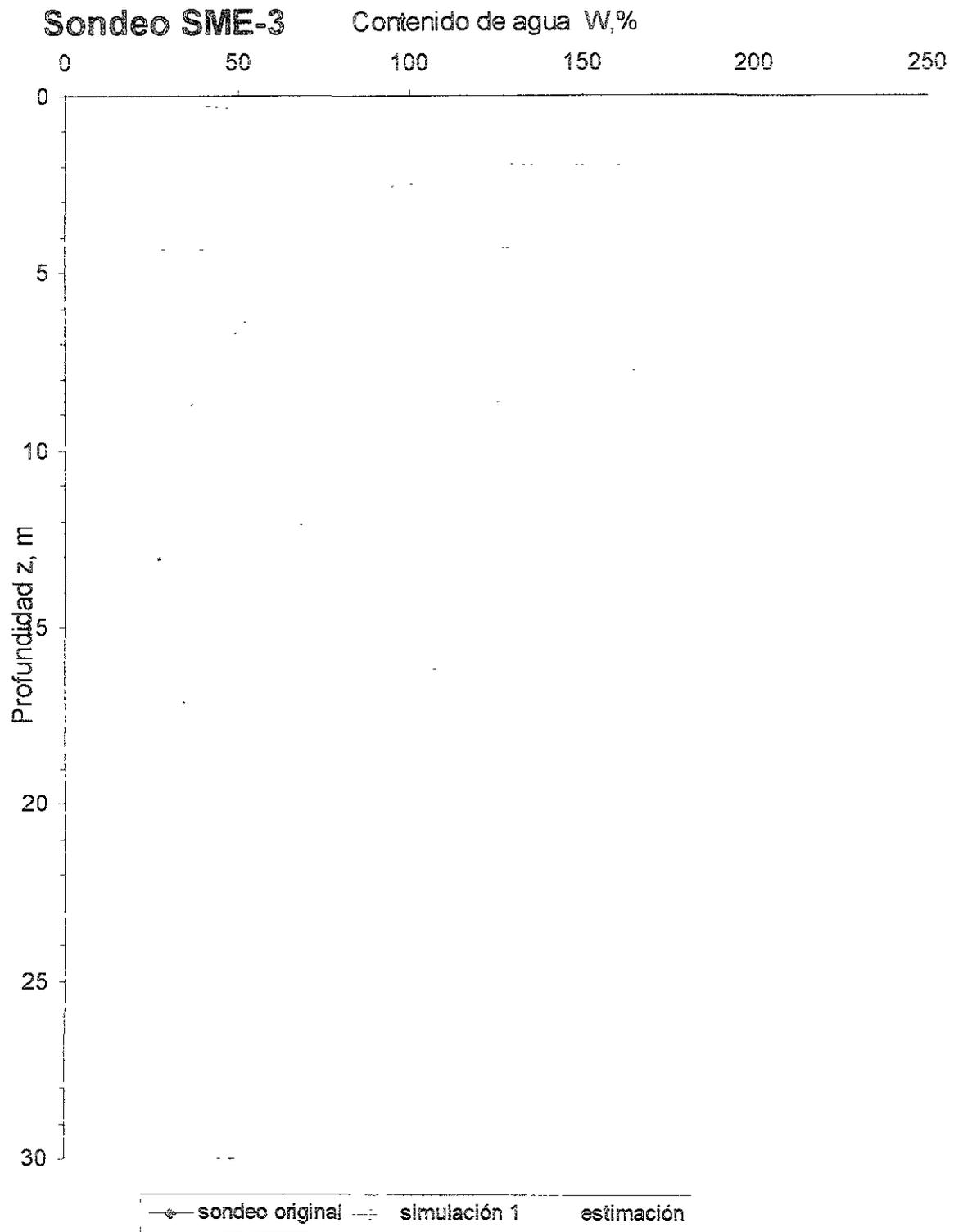


Figura 4.115 Validación completa en el sondeo SM-3-1. Sondeo original, estimación y dos simulaciones. Sitio Tecámec, Estado de México.

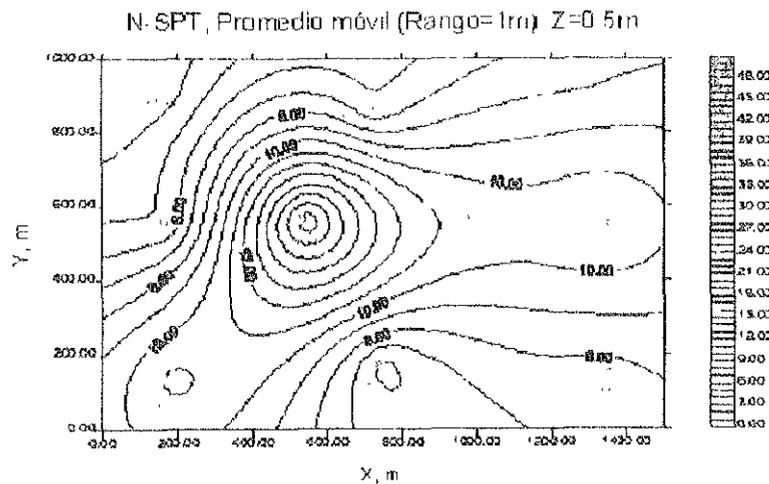


Figura 4.116 Promedio móvil (rango=1m) del número de golpes N (SPT), z=0.5m. Sitio Tecámec, Estado de México..

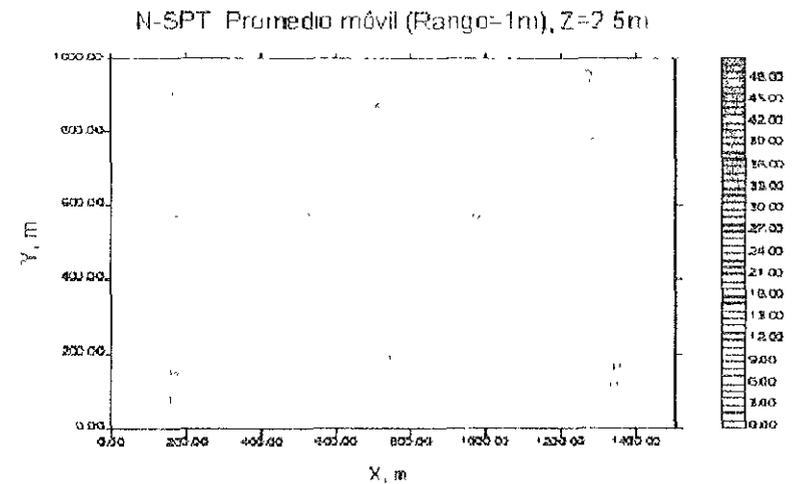


Figura 4.118 Promedio móvil (rango=1m) del número de golpes N (SPT), z=2.5m. Sitio Tecámec, Estado de México.

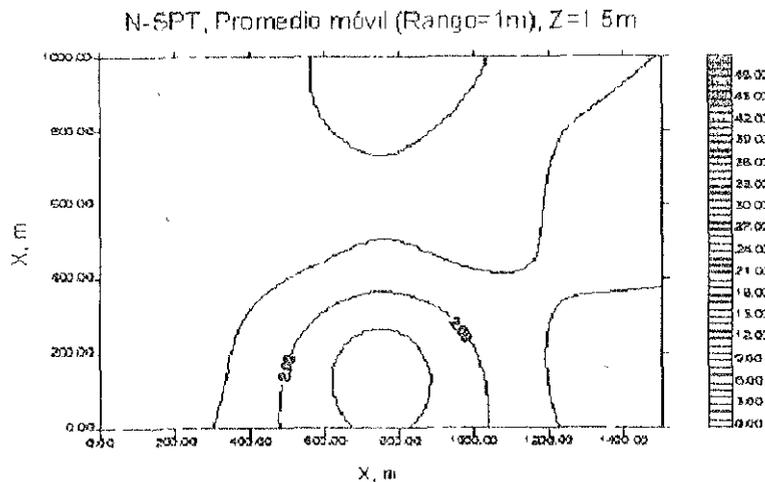


Figura 4.117 Promedio móvil (rango=1m) del número de golpes N (SPT), z=1.5m. Sitio Tecámec, Estado de México.

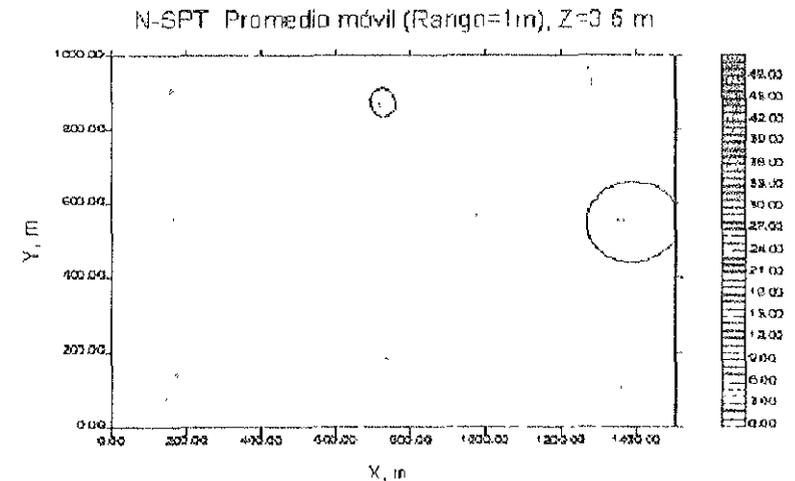


Figura 4.119 Promedio móvil (rango=1m) del número de golpes N (SPT), z=3.5m. Sitio Tecámec, Estado de México.

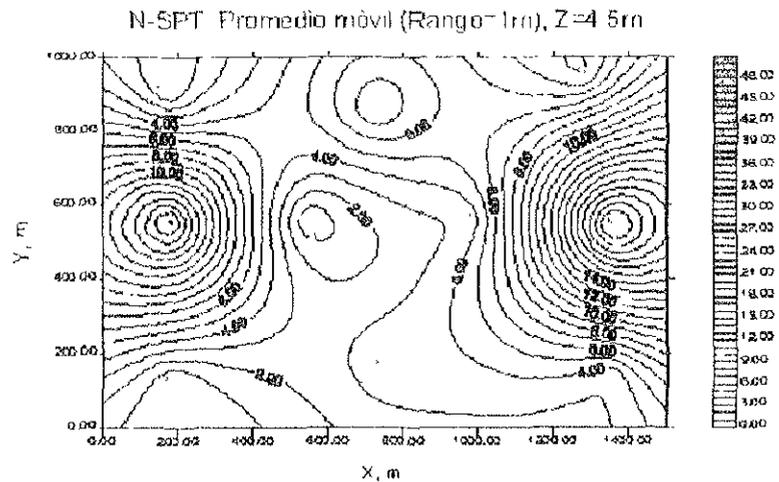


Figura 4.120 Promedio móvil (rango=1m) del número de golpes N (SPT), z=4.5m. Sitio Tecámec, Estado de México.

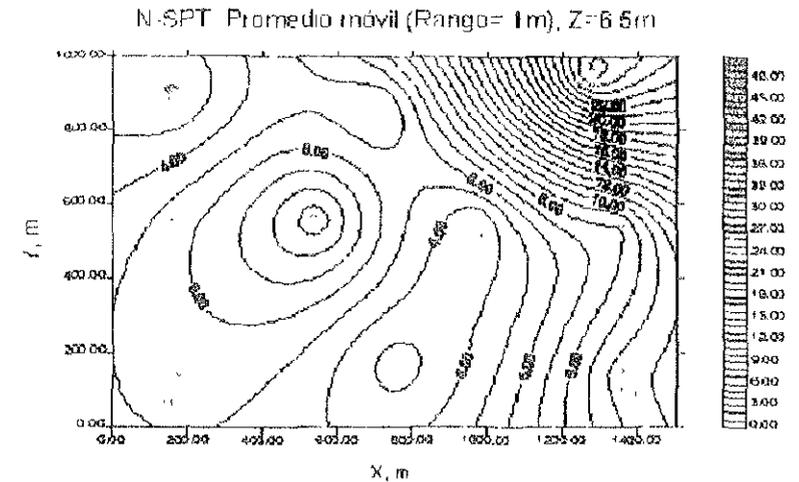


Figura 4.122 Promedio móvil (rango=1m) del número de golpes N (SPT), z=6.5m. Sitio Tecámec, Estado de México.

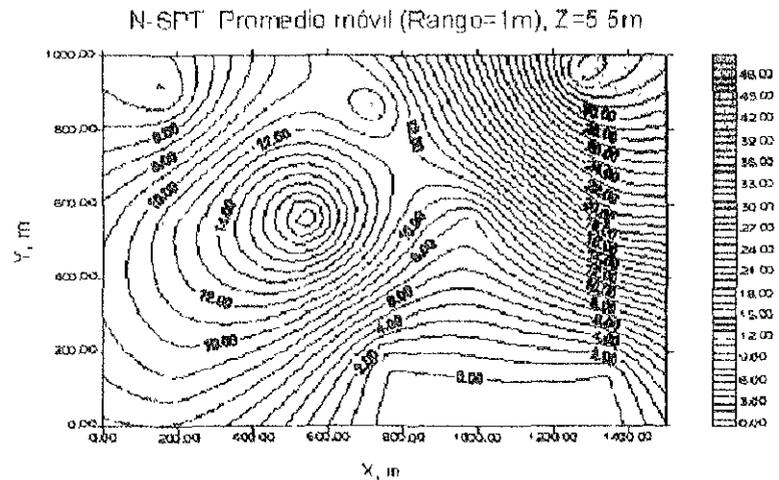


Figura 4.121 Promedio móvil (rango=1m) del número de golpes N (SPT), z=5.5m. Sitio Tecámec, Estado de México.

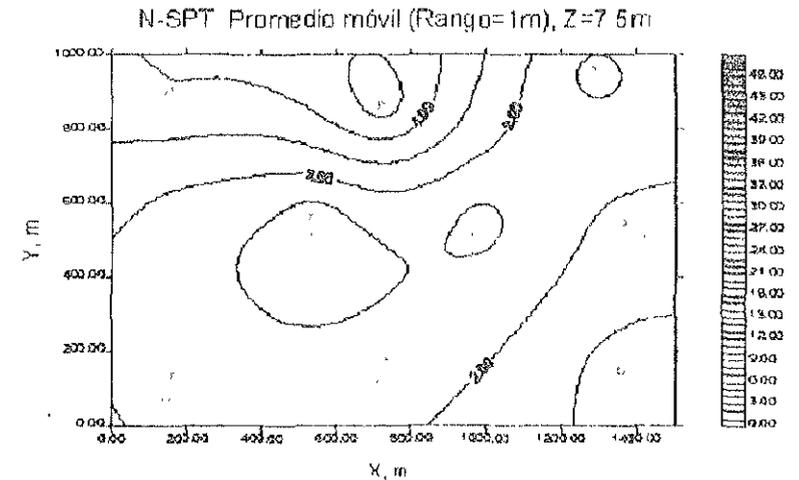


Figura 4.123 Promedio móvil (rango=1m) del número de golpes N (SPT), z=7.5m. Sitio Tecámec, Estado de México.

N-SPT Promedio móvil (Rango=1m), Z=8.5m

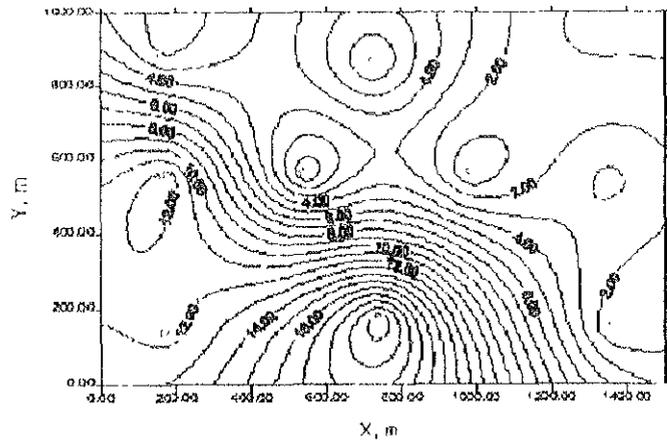


Figura 4.124 Promedio móvil (rango=1m) del número de golpes N (SPT), z=8.5m Sitio Tecámec, Estado de México.

N-SPT Promedio móvil (Rango=1m), Z=10.5m

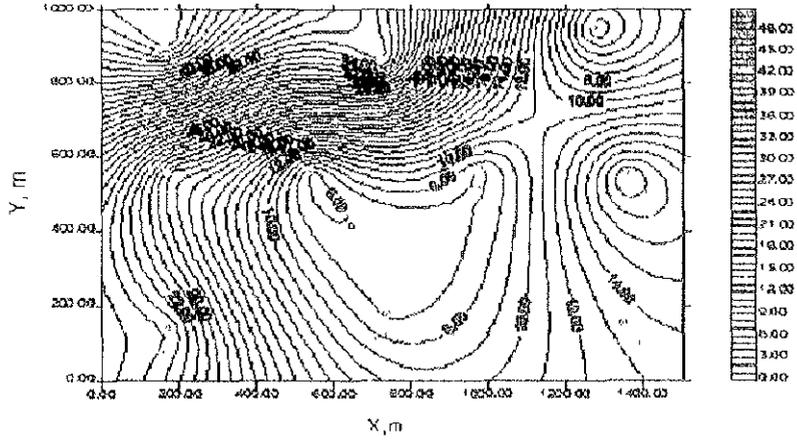


Figura 4.126 Promedio móvil (rango=1m) del número de golpes N (SPT), z=10.5m Sitio Tecámec, Estado de México.

N-SPT Promedio móvil (Rango=1m), Z=9.5m

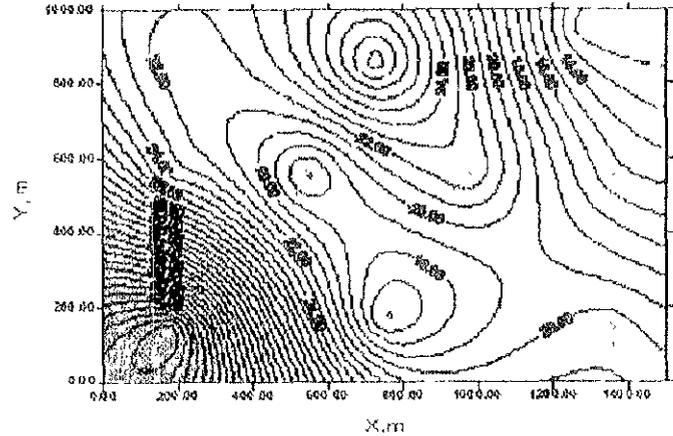


Figura 4.125 Promedio móvil (rango=1m) del número de golpes N (SPT), z=9.5m Sitio Tecámec, Estado de México.

N-SPT Promedio móvil (Rango=1m), Z=11.5m

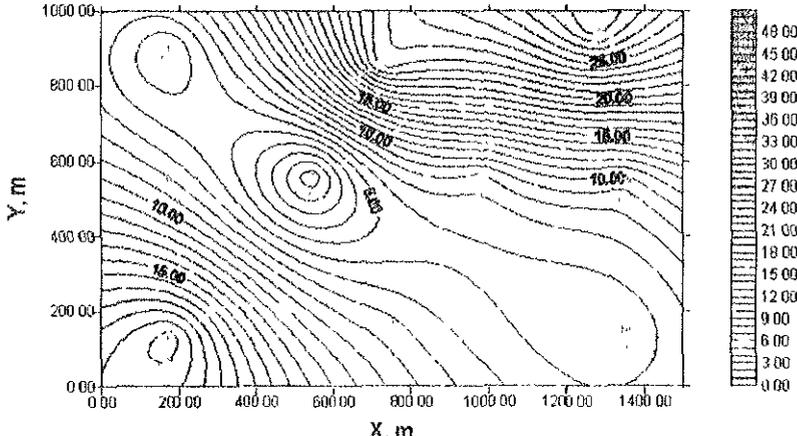


Figura 4.127 Promedio móvil (rango=1m) del número de golpes N (SPT), z=11.5m Sitio Tecámec, Estado de México.

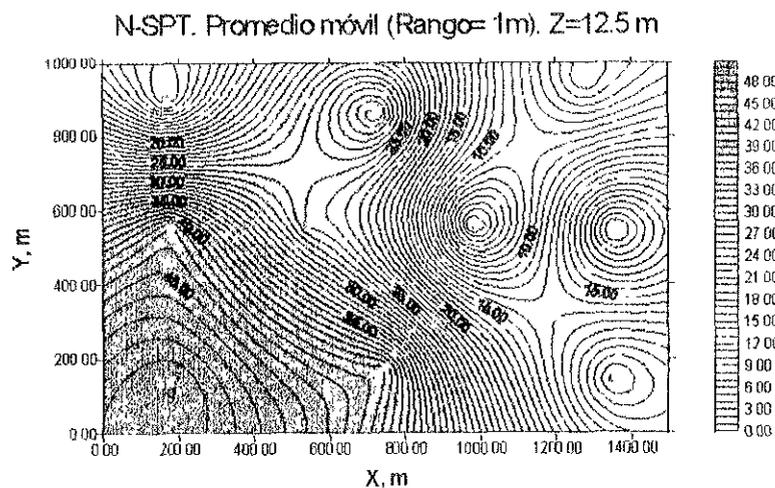


Figura 4.128 Promedio móvil (rango=1m) del número de golpes N (SPT), z=12.5m. Sitio Tecámac, Estado de México.

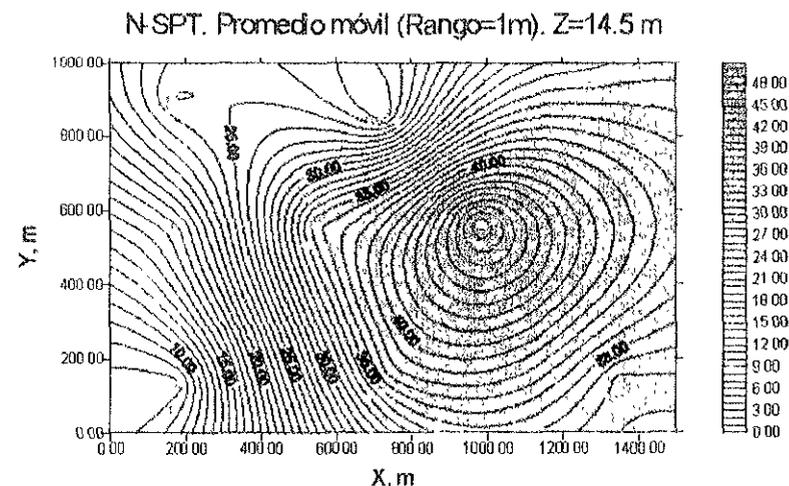


Figura 4.130 Promedio móvil (rango=1m) del número de golpes N (SPT), z=14.5m. Sitio Tecámac, Estado de México.

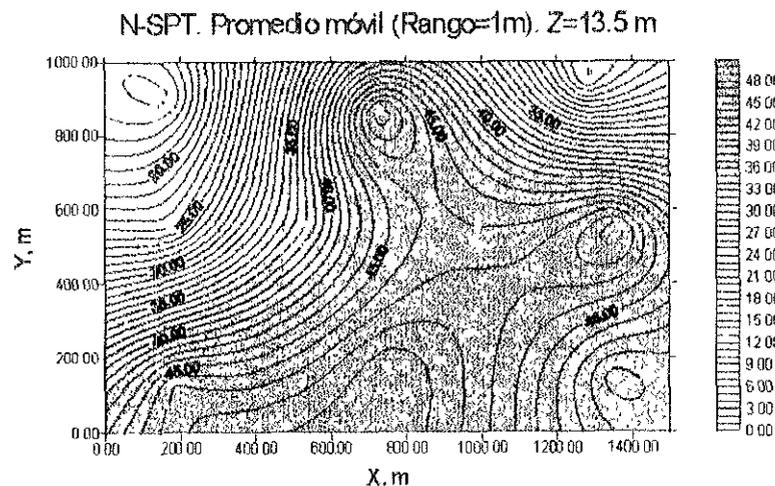


Figura 4.129 Promedio móvil (rango=1m) del número de golpes N (SPT), z=13.5m. Sitio Tecámac, Estado de México.

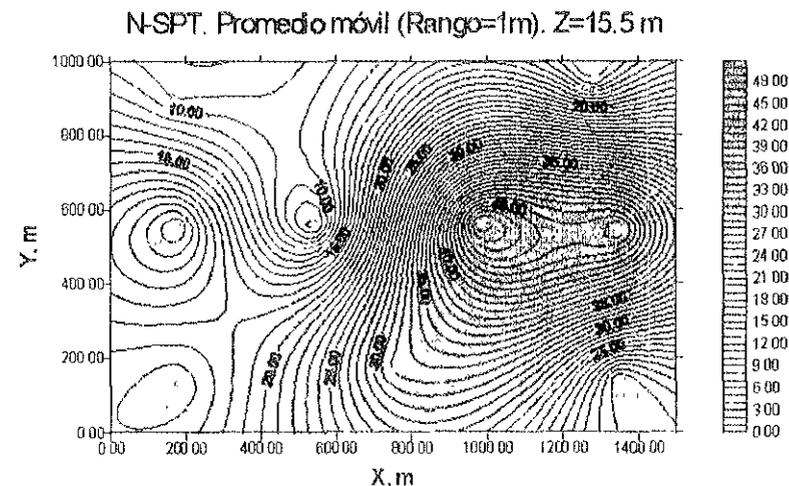


Figura 4.131 Promedio móvil (rango=1m) del número de golpes N (SPT), z=15.5m. Sitio Tecámac, Estado de México.

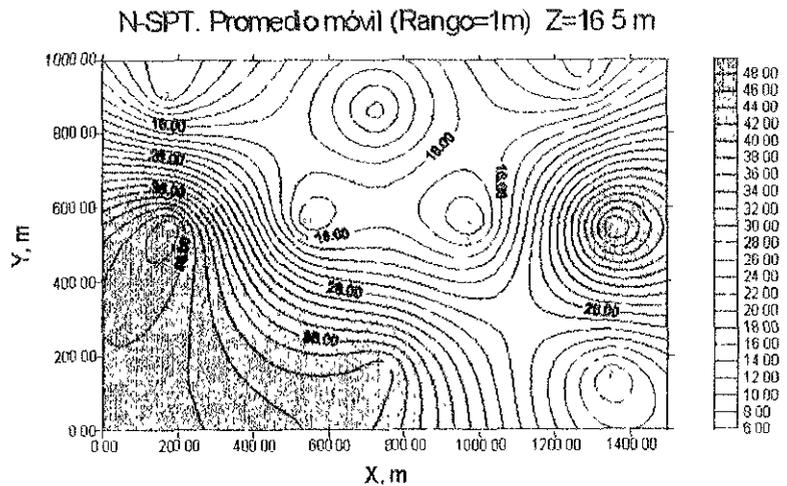


Figura 4.132 Promedio móvil (rango=1m) del número de golpes N (SPT), z=16.5m. Sitio Tecámec, Estado de México.

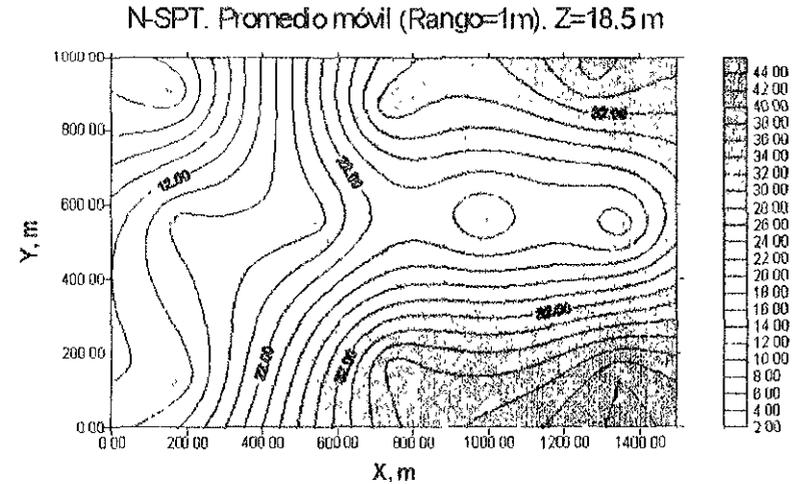


Figura 4.134 Promedio móvil (rango=1m) del número de golpes N (SPT), z=18.5m. Sitio Tecámec, Estado de México.

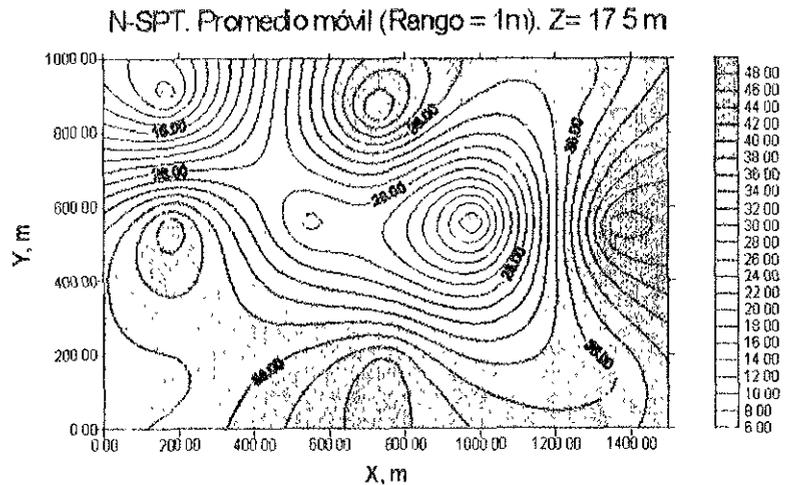


Figura 4.133 Promedio móvil (rango=1m) del número de golpes N (SPT), z=17.5m. Sitio Tecámec, Estado de México.

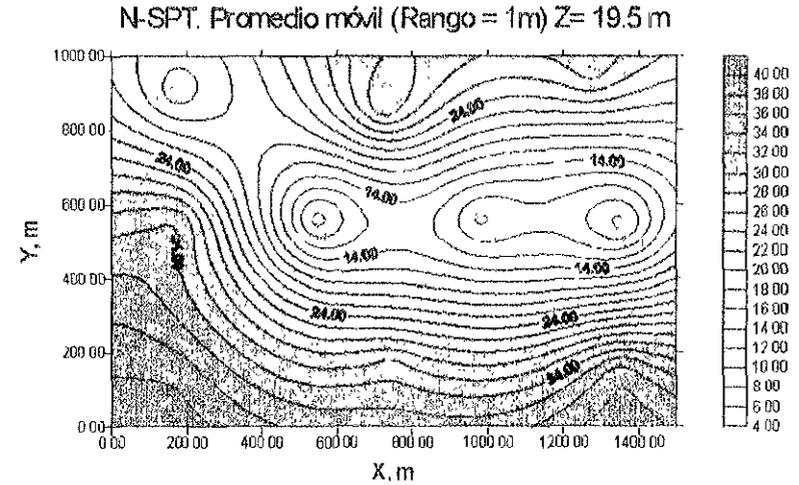


Figura 4.135 Promedio móvil (rango=1m) del número de golpes N (SPT), z=19.5m Sitio Tecámec, Estado de México.

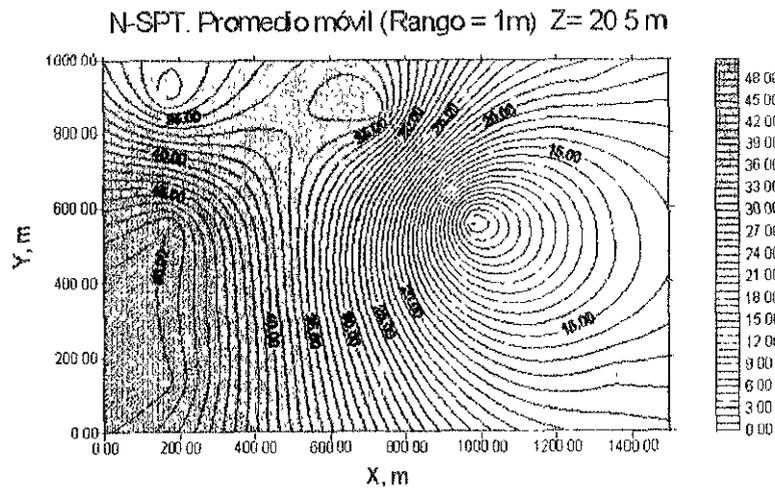


Figura 4.136 Promedio móvil (rango=1m) del número de golpes N (SPT), z=20.5m. Sitio Tecámac, Estado de México.

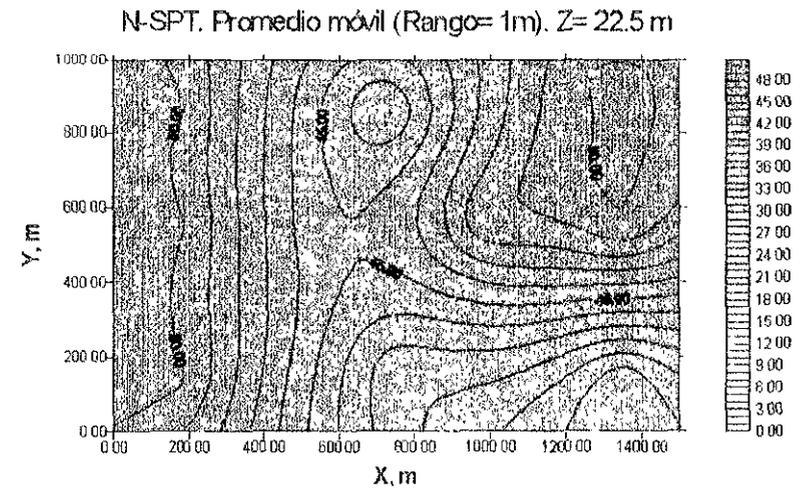


Figura 4.138 Promedio móvil (rango=1m) del número de golpes N (SPT), z=22.5m. Sitio Tecámac, Estado de México.

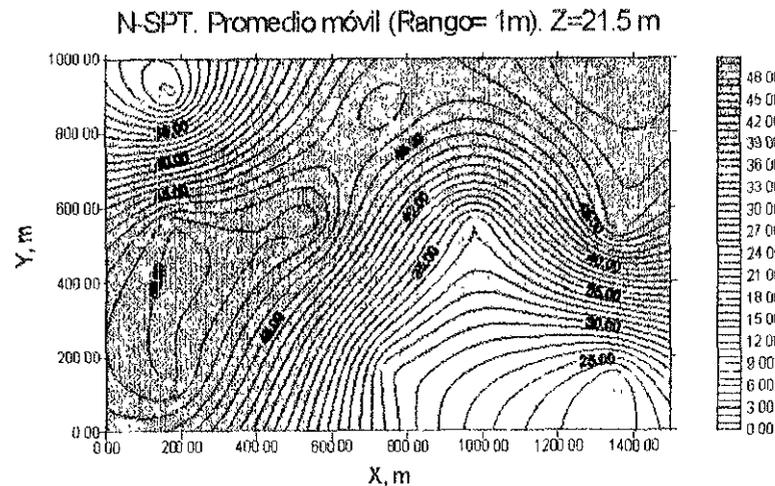


Figura 4.137 Promedio móvil (rango=1m) del número de golpes N (SPT), z=21.5m. Sitio Tecámac, Estado de México

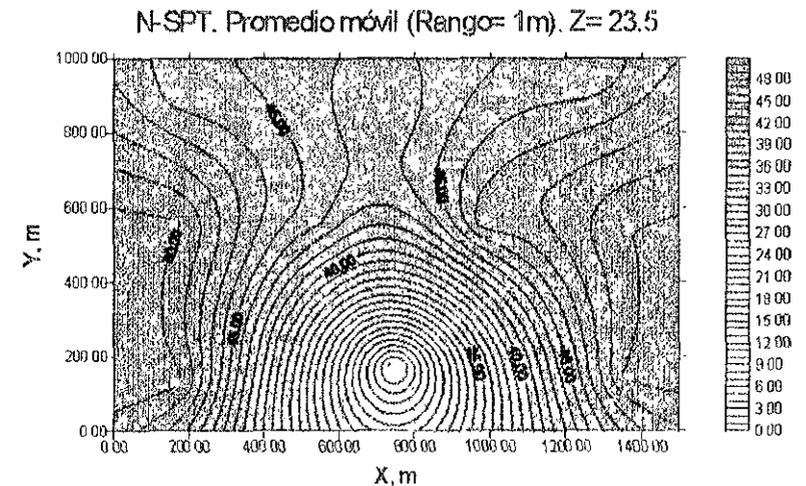


Figura 4.139 Promedio móvil (rango= 1m) del número de golpes N (SPT), z=23.5m. Sitio Tecámac, Estado de México.

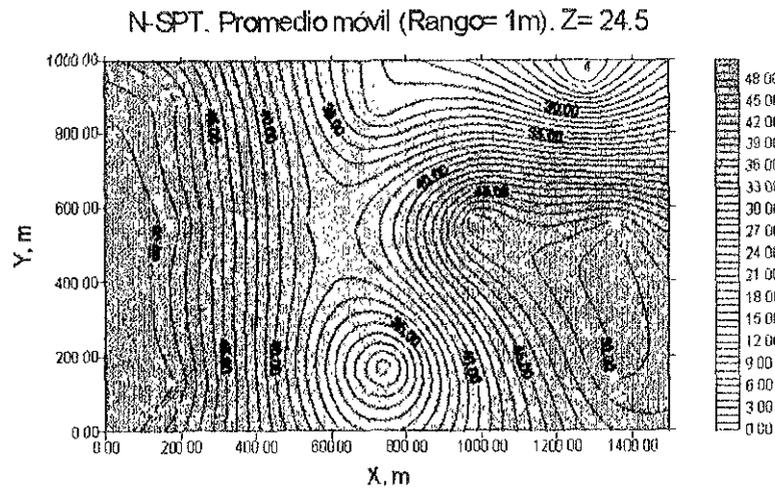


Figura 4.140 Promedio móvil (rango=1m) del número de golpes N (SPT), z=24.5m. Sitio Tecámac, Estado de México

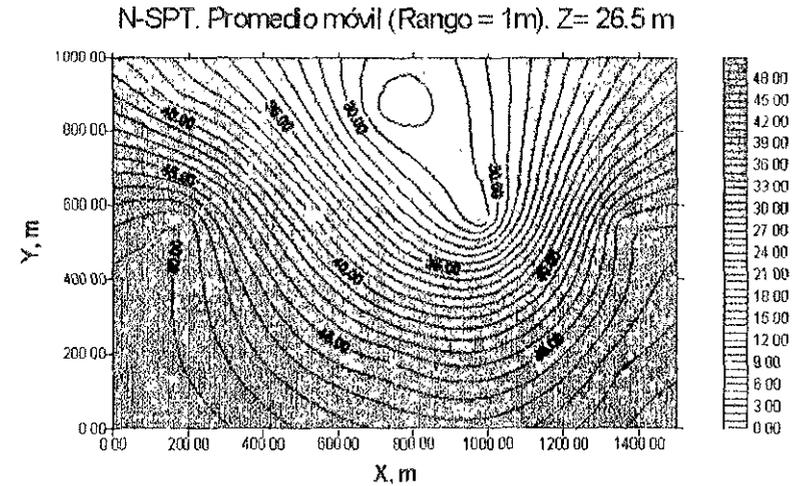


Figura 4.142 Promedio móvil (rango=1m) del número de golpes N (SPT), z=26.5m. Sitio Tecámac, Estado de México.

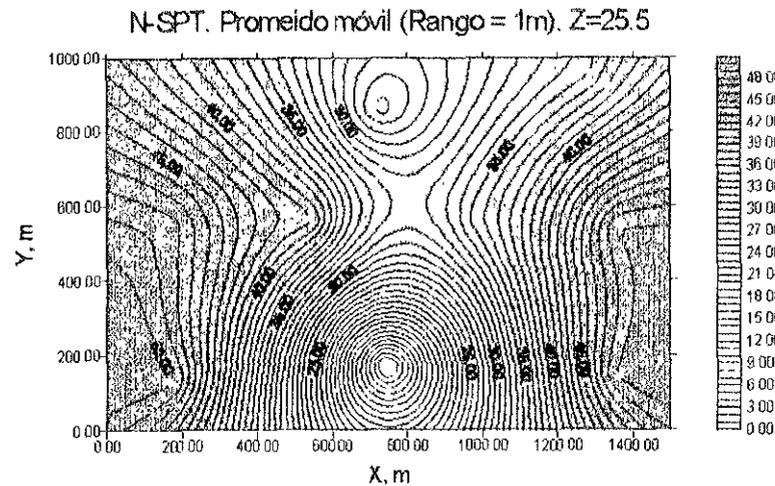


Figura 4.141 Promedio móvil (rango=1m) del número de golpes N (SPT), z=25.5m Sitio Tecámac, Estado de México.

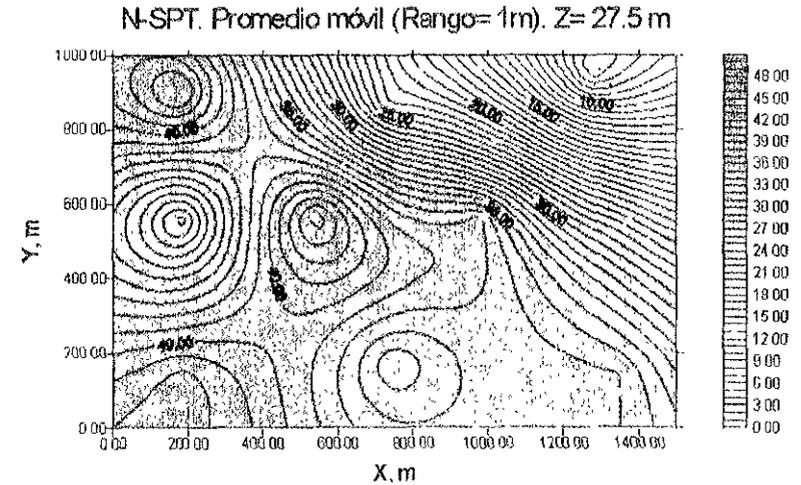


Figura 4.143 Promedio móvil (rango=1m) del número de golpes N (SPT), z=27.5m. Sitio Tecámac, Estado de México.

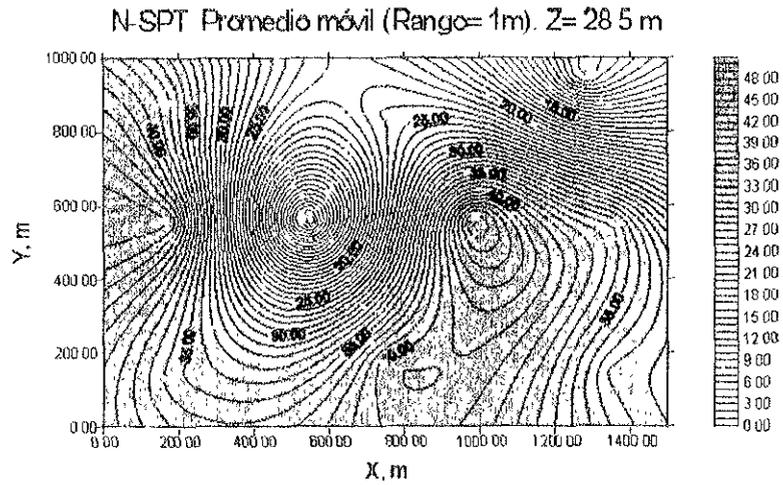


Figura 4.144 Promedio móvil (rango=1m) del número de golpes N (SPT), z=28.5m. Sitio Tecámec, Estado de México.



Figura 4.145 Exministro de la República de Grecia Harilaos Trikoupi.



Figura 4.146 Sistema de “ferrys” que actualmente facilitan el cruce de vehículos entre Rion y Antirion, Grecia.

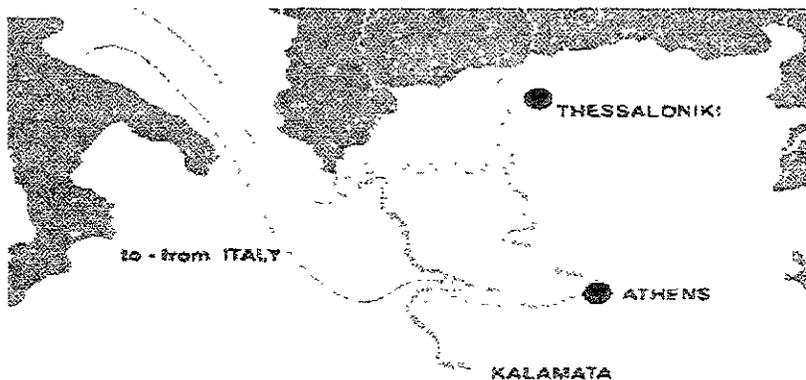


Figura 4.147 Principales ciudades de Grecia, y su comunicación con Europa Occidental.

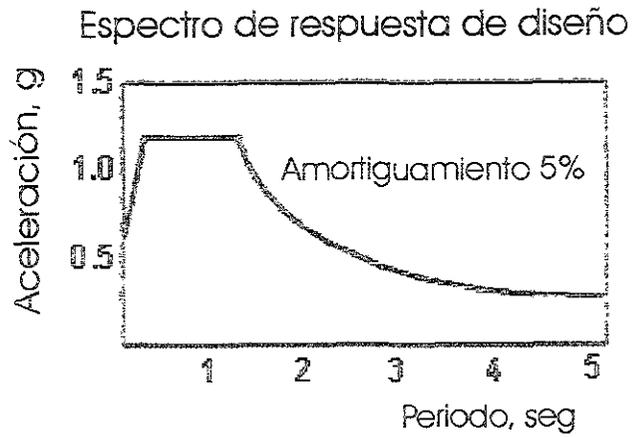


Figura 4.148 Espectro de diseño. Puente Rion-Antirion, Grecia.

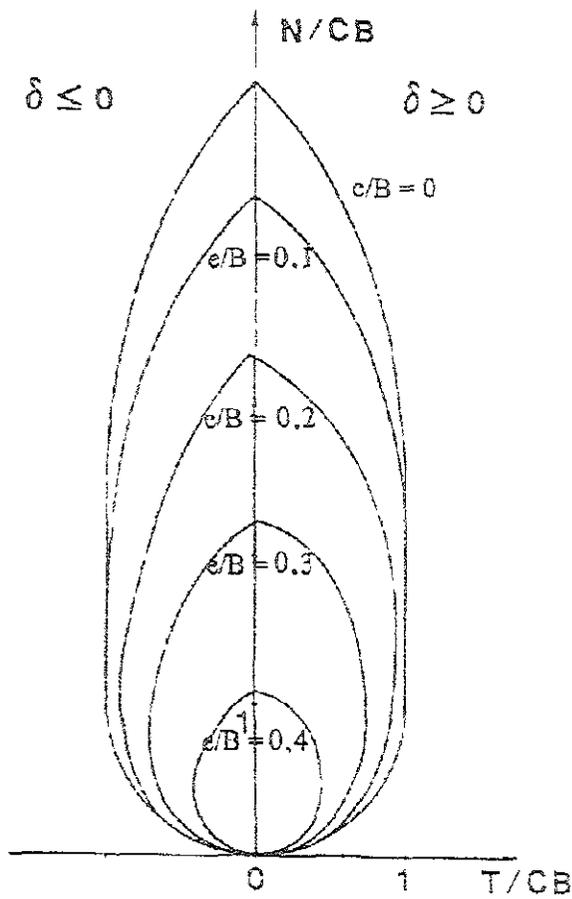


Figura 4.149 Diagrama para evaluar la interacción sísmica de la cimentación. Puente Rion-Antirion, Grecia

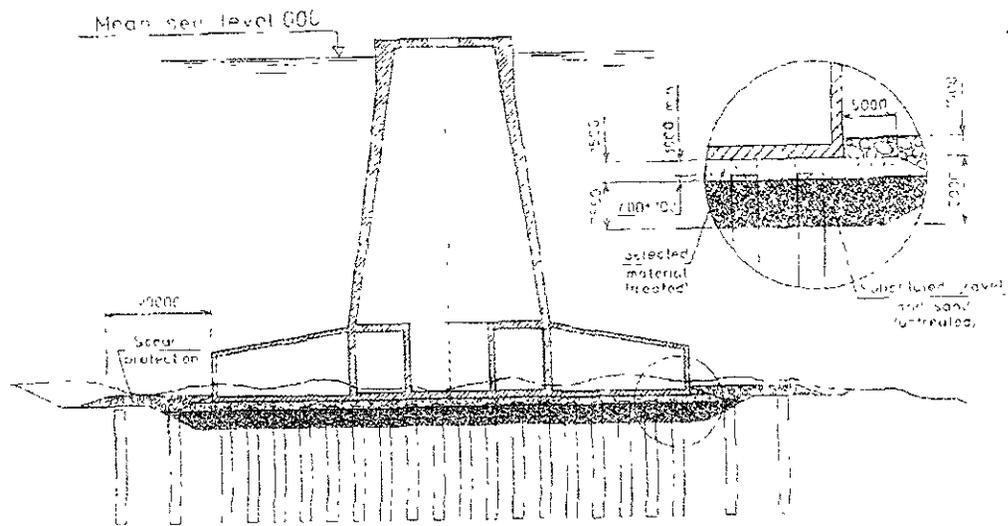


Figura 4.150 Características de una zapata tipo. Puente Rion-Antirion, Grecia.

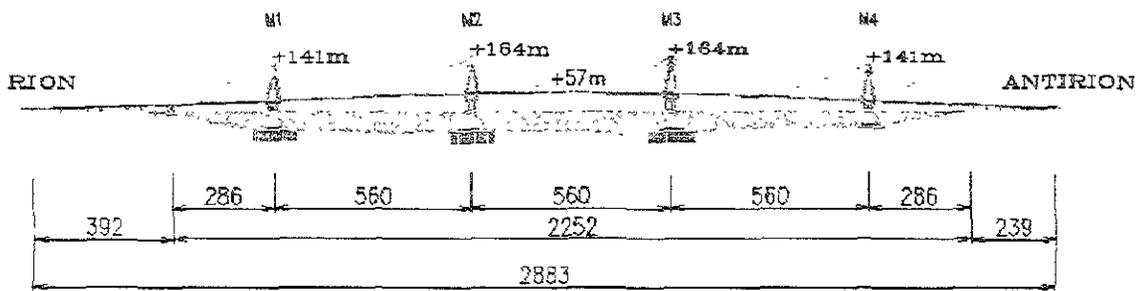


Figura 4.151 Descripción gráfica de los elementos del puente. Puente Rion-Antirion, Grecia.



Figura 4.152 Torres de soporte de los tirantes. Puente Rion-Antirion, Grecia.

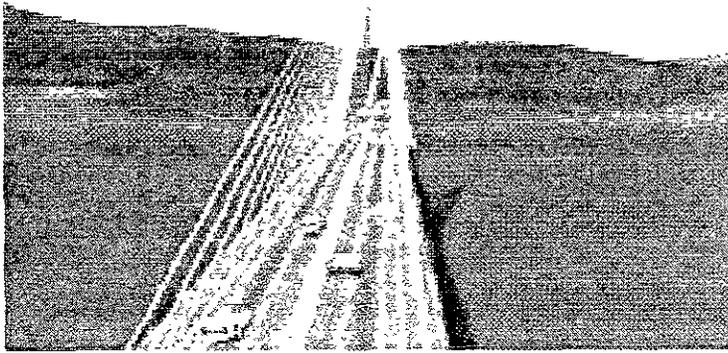


Figura 4.153. Viaducto. Puente Rion-Antirion, Grecia.



Figura 4.154 Detalle de los amortiguadores colocados en el viaducto que mitigarán los efectos sísmicos. Puente Rion-Antirion, Grecia.

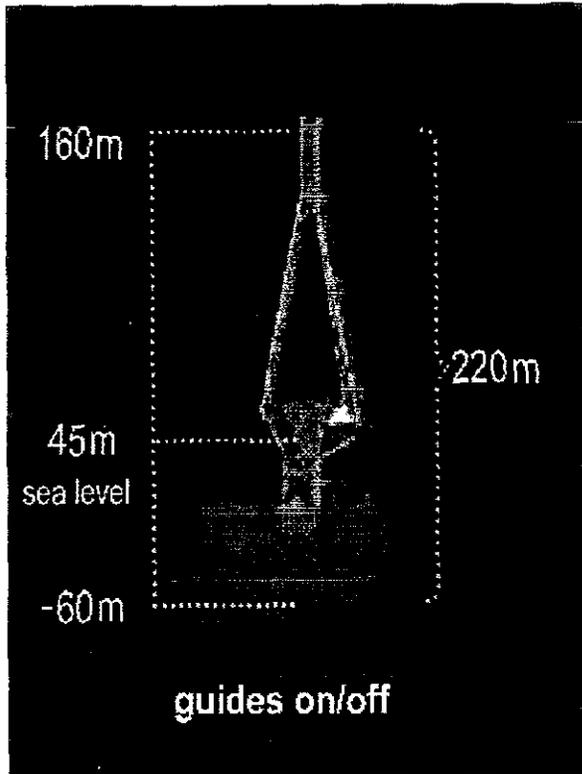


Figura 4.155 Torre de sustentación. Puente Rion-Antirion Bridge, Grecia.

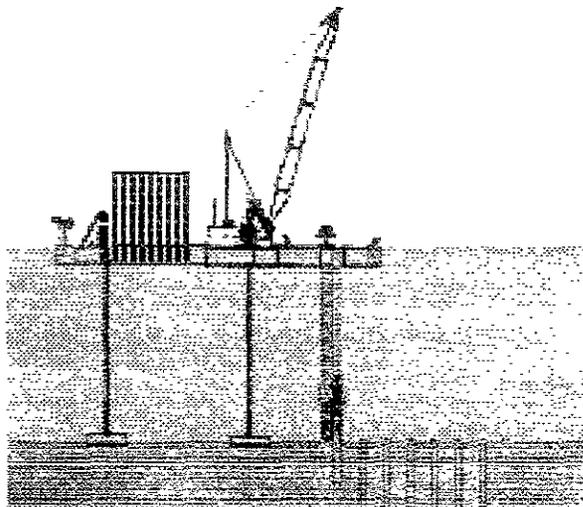


Figura 4.156 Estructura auxiliar para el dragado e hincado de pilotes. Puente Rion-Antirion, Grecia.

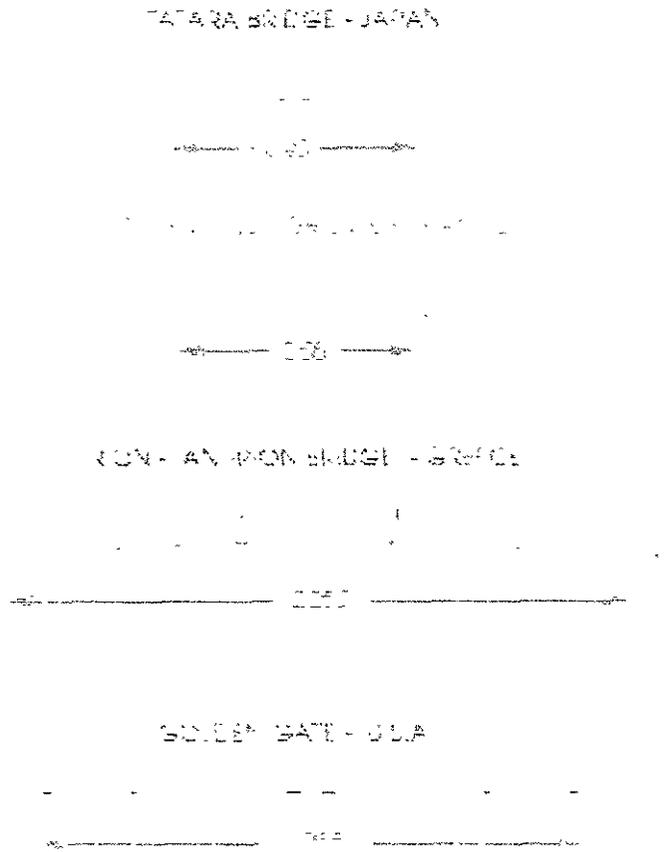


Figura 4.157 Los puentes colgantes más largos del mundo.

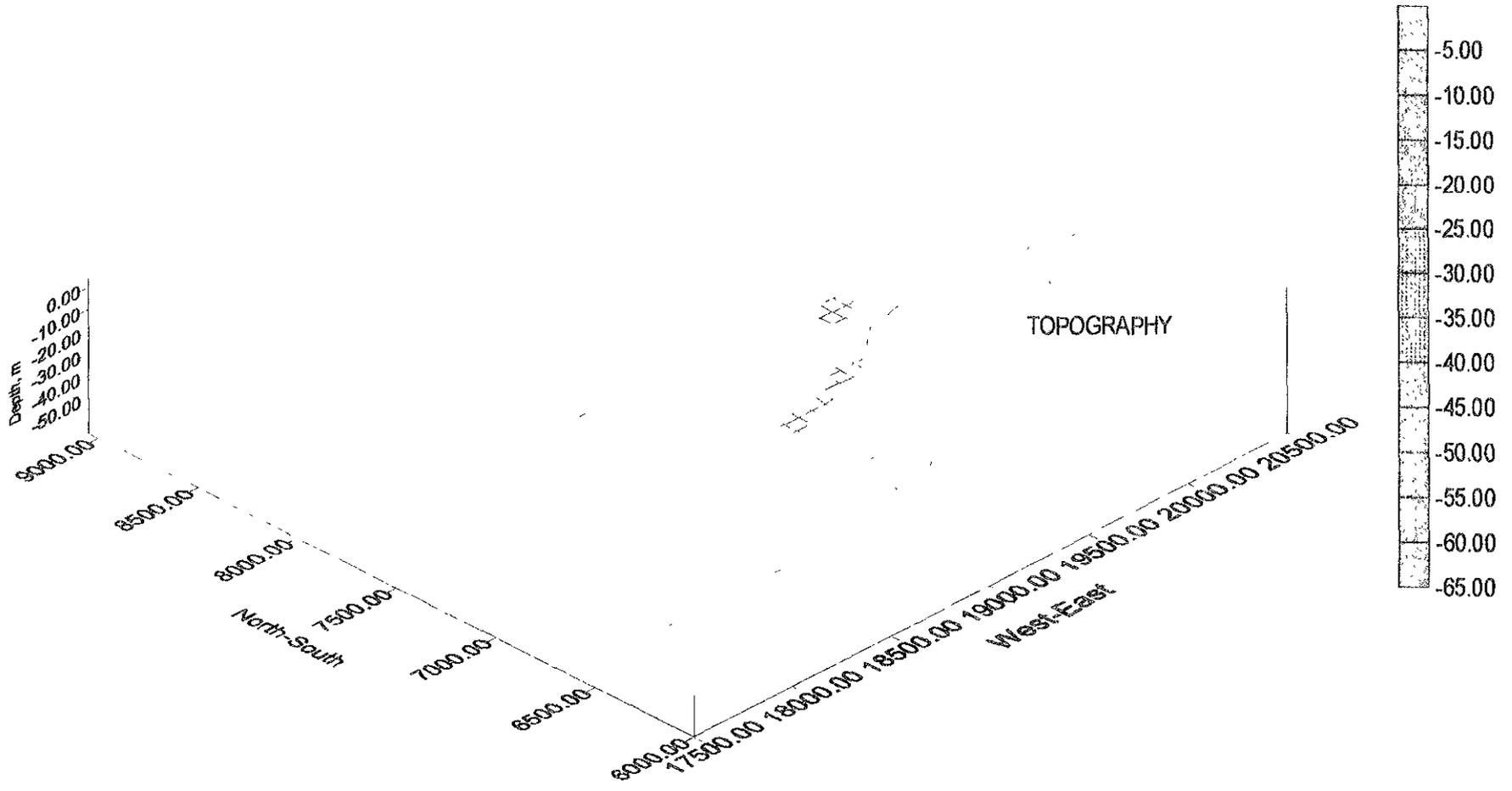


Figura 4.158 Topografía del sitio. Puente Rion-Antirion, Grecia.

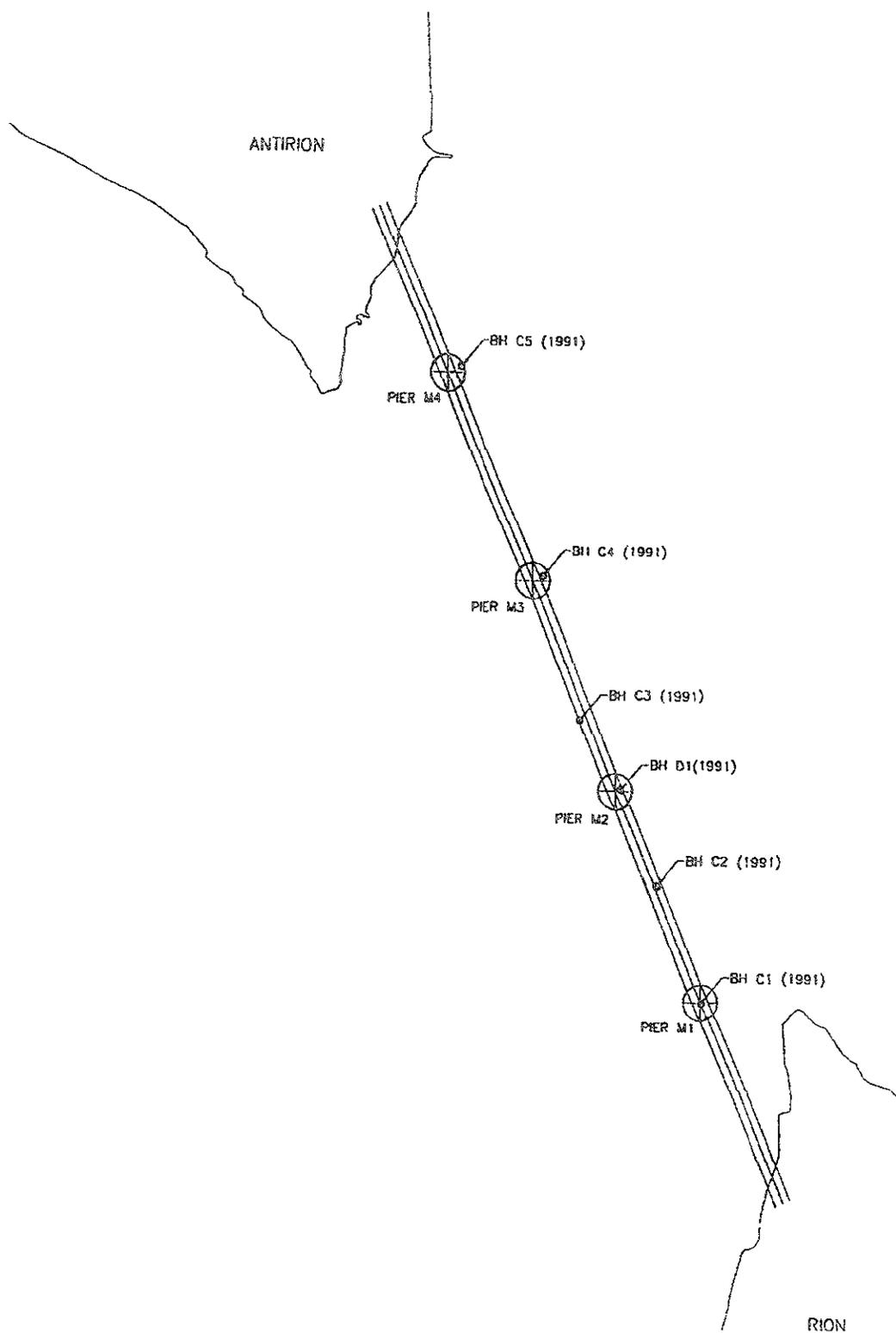


Figura 4.159 Trazo del Puente y localización de las pilas. Puente Rion-Antirion, Grecia.

Ubicación de sondas en la pila M1

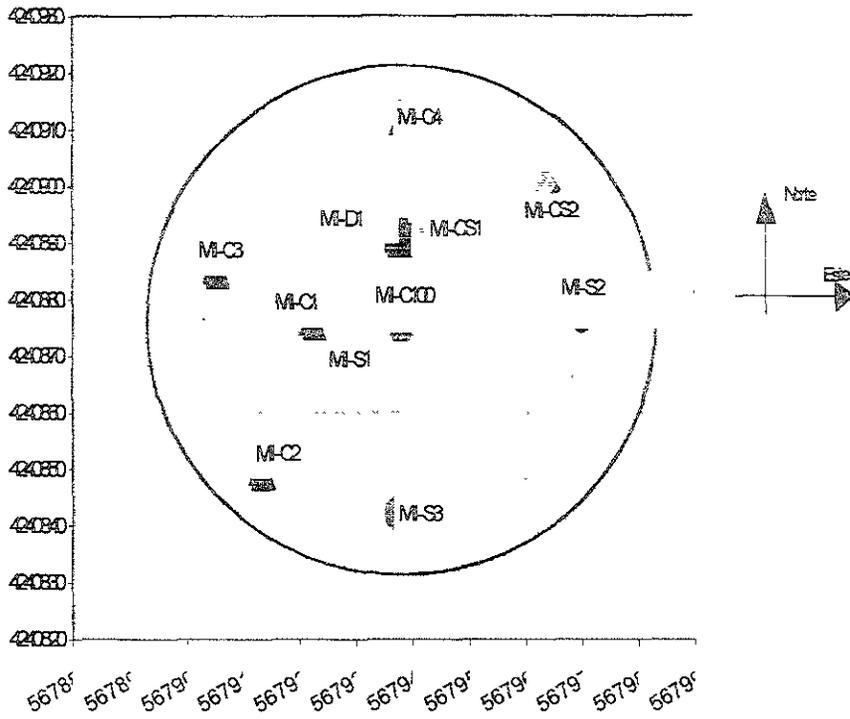


Figura 4.160 Ubicación de los sondes, pila M1. Puente Rion-Antirion, Grecia.

Ubicación de sondes en la pila M2

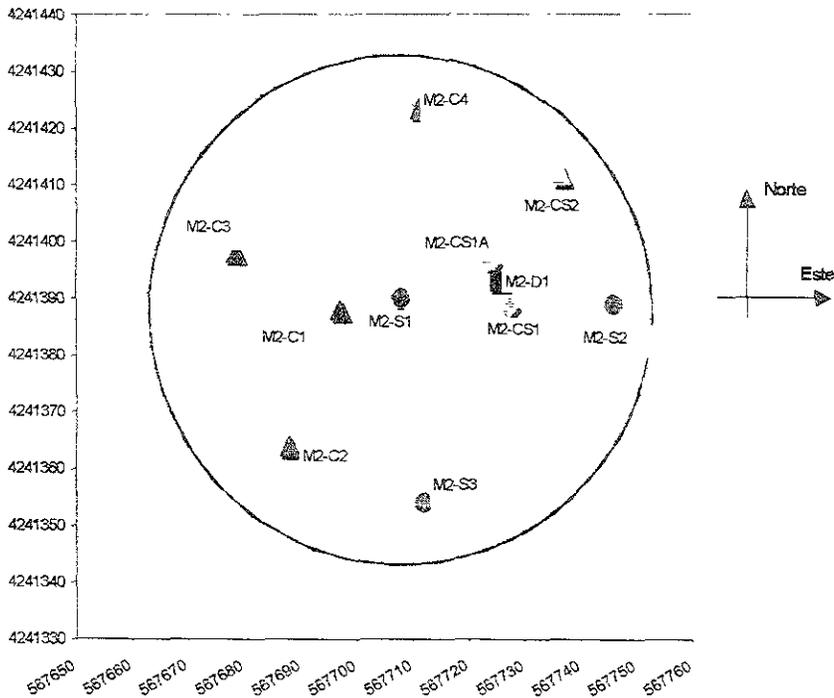


Figura 4.161 Ubicación de los sondes, pila M2. Puente Rion-Antirion, Grecia.

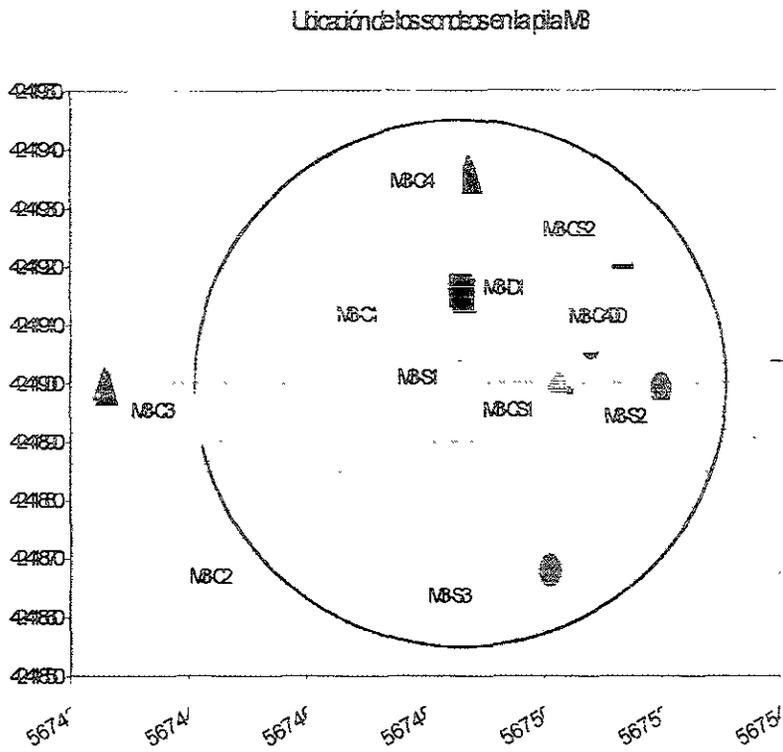


Figura 4.162 Ubicación de los sondes, pila M3. Puente Rion-Antirion, Grecia.

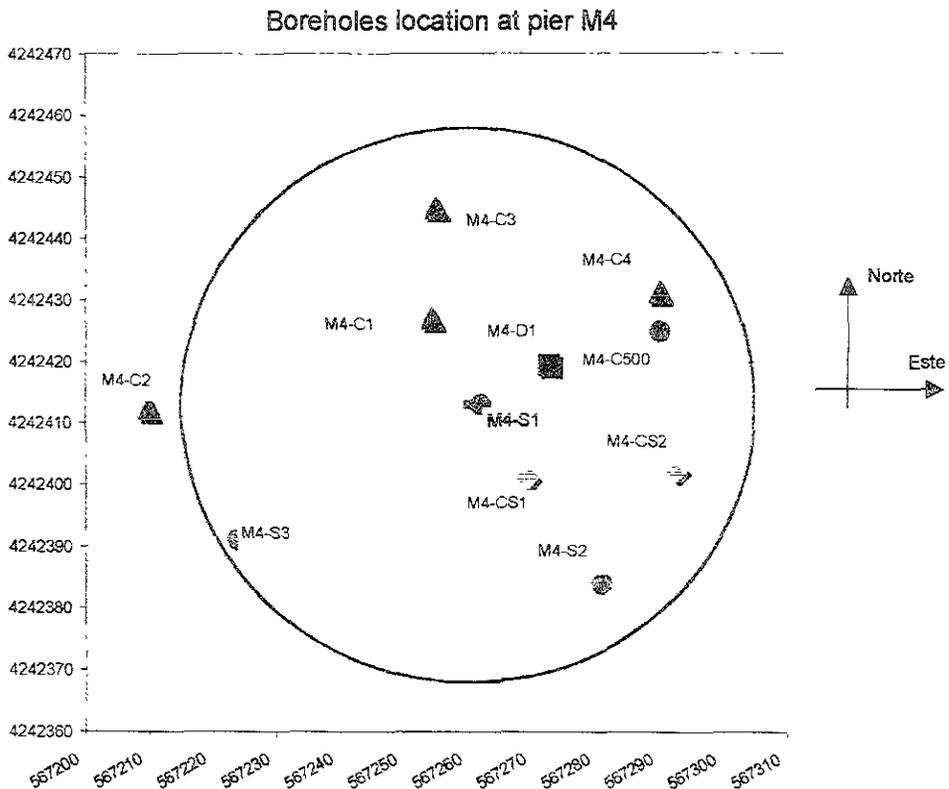


Figura 4.163 Ubicación de los sondes, pila M4. Puente Rion-Antirion, Grecia

Distribución granulométrica
 Sondeo M1-S1

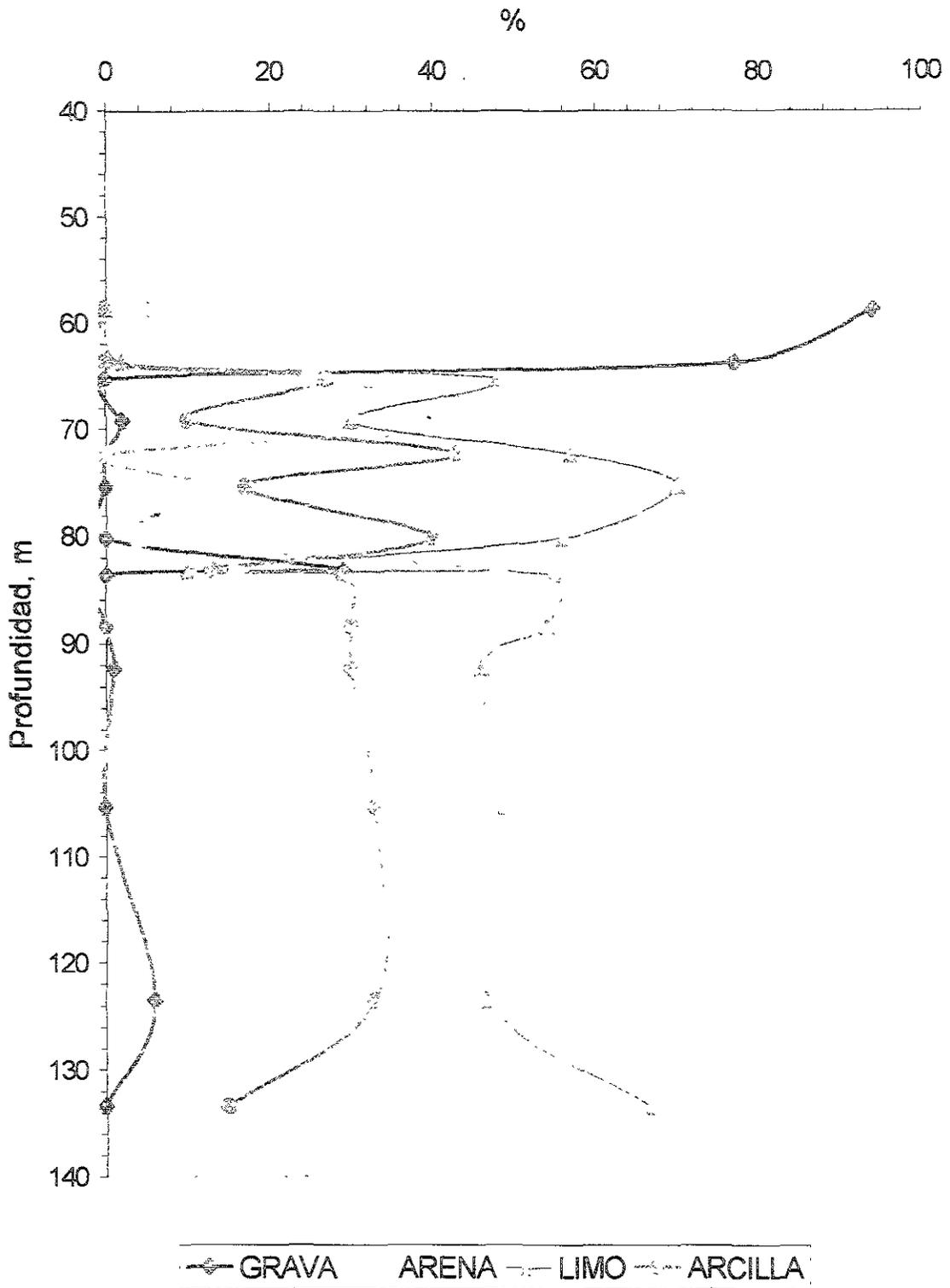


Figura 4.164 Distribución estratigráfica en la pila M1. Puente Rion-Antirion, Grecia.

Distribución granulométrica
 Sondeo M2-S1

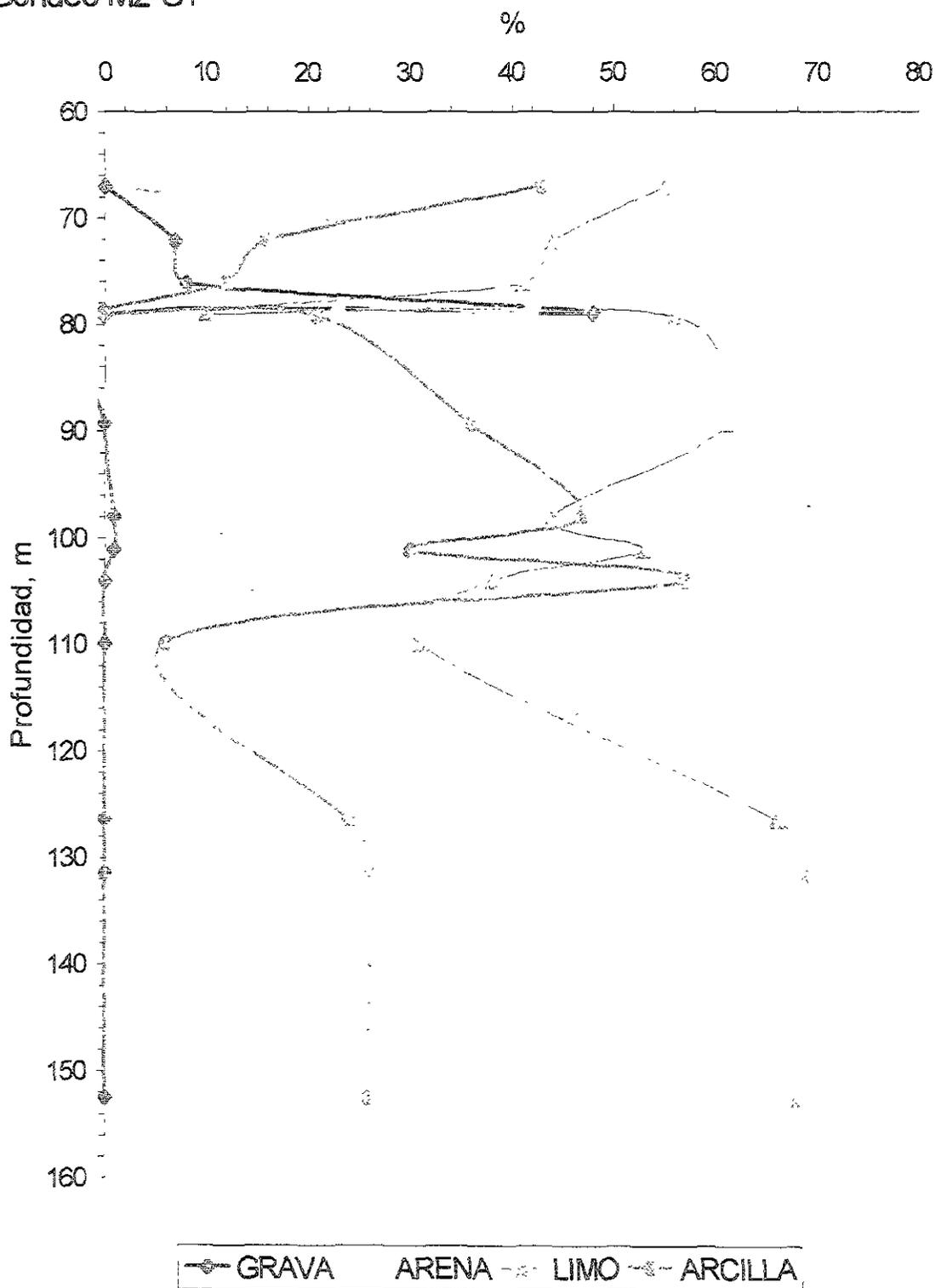


Figura 4.165 Distribución estratigráfica en la pila M2. Puente Rion-Antirion, Grecia.

Distribución granulométrica
 Sondeo M3-S1

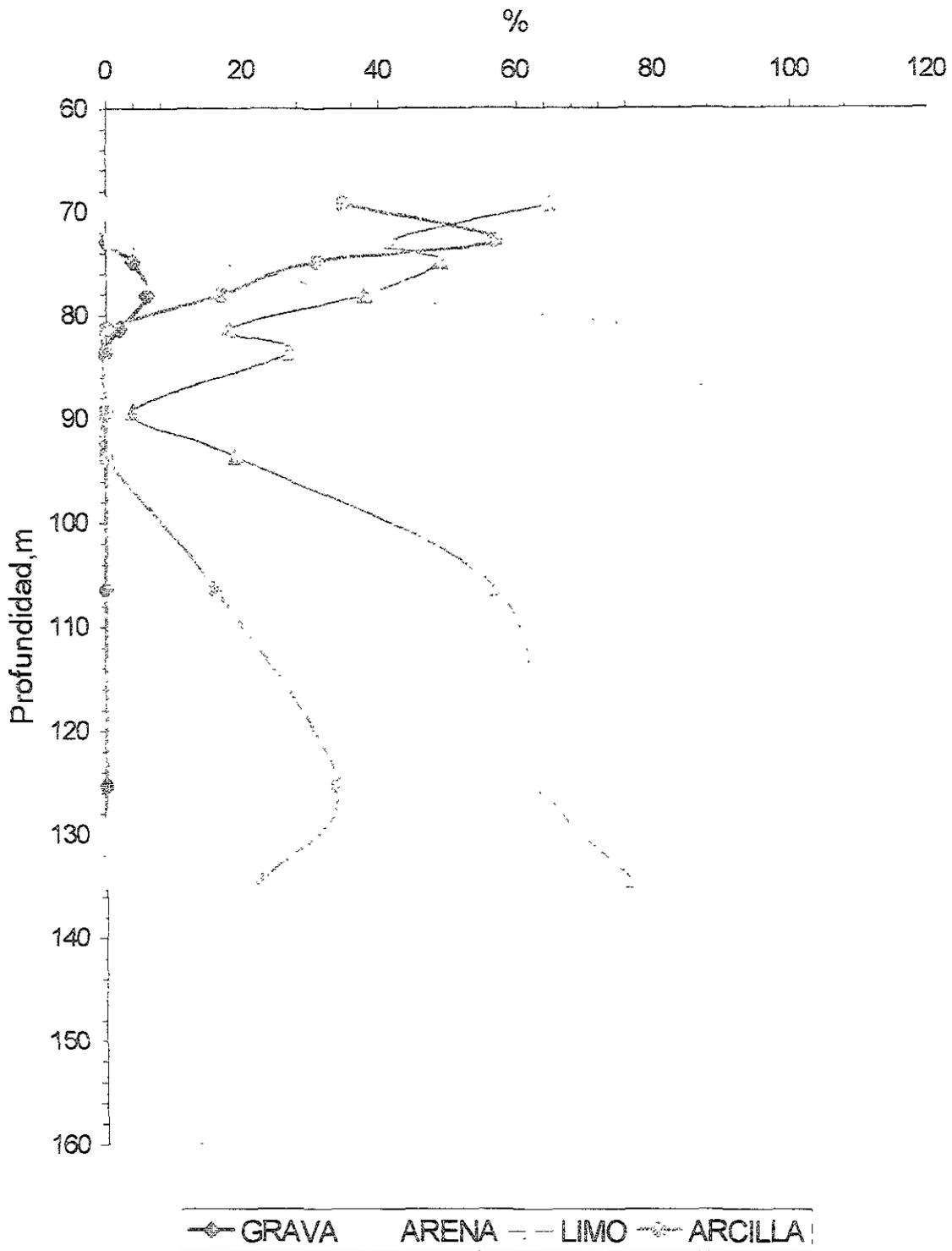


Figura 4.166 Distribución estratigráfica en la pila M3. Puente Rion-Antirion, Grecia

Distribución granulométrica
Sondeo M3-C400

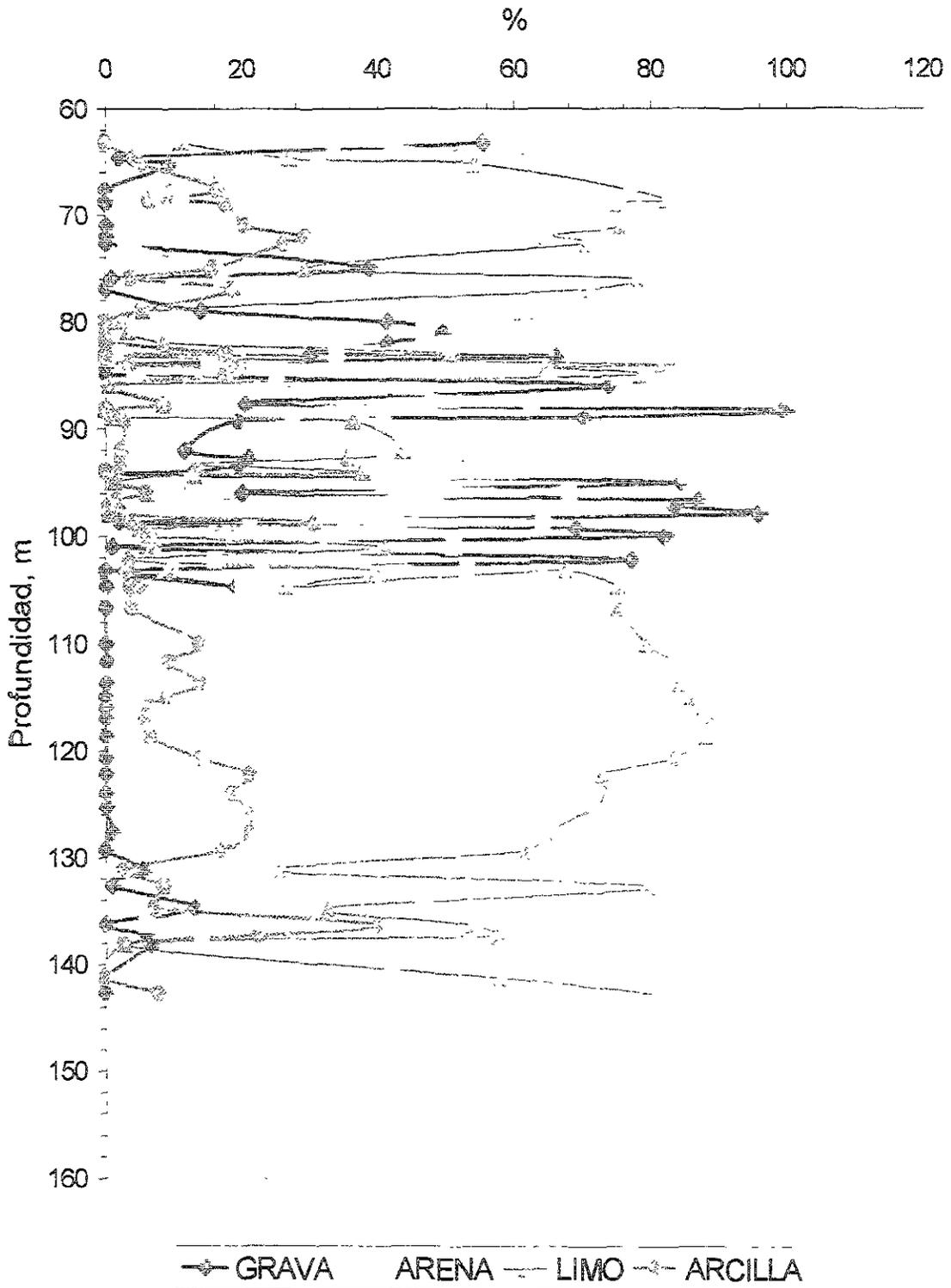


Figura 4.167 Distribución estratigráfica en la pila M4. Puente Rion-Antirion, Grecia.

Contenido de agua promedio en cada sondeo

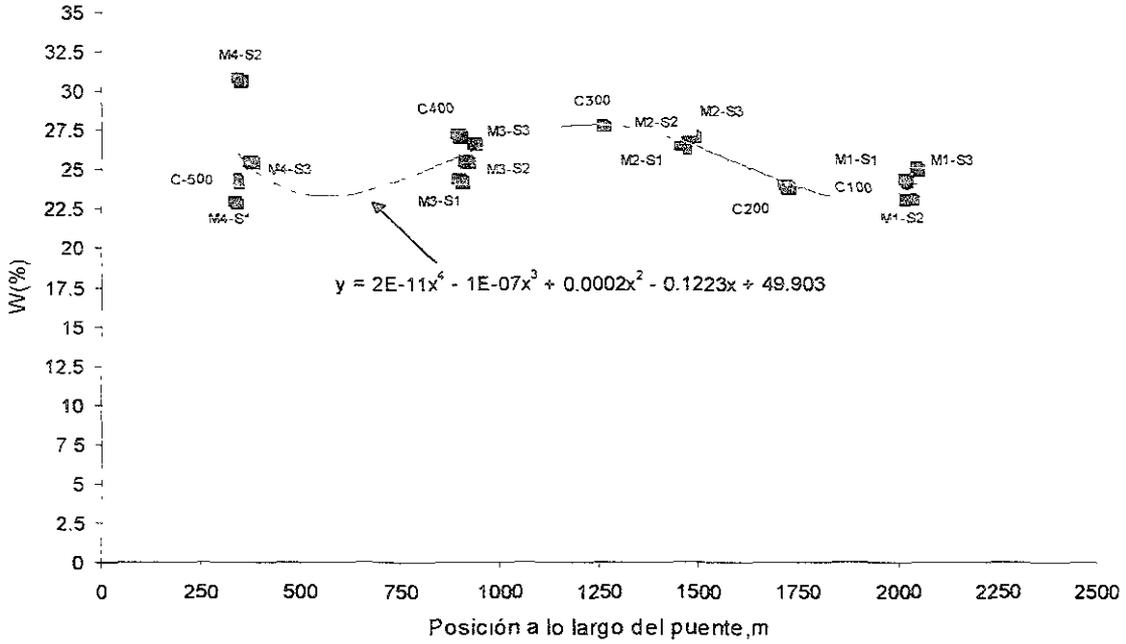


Figura 4.168 Contenido de agua promedio por sondeo, proyectados sobre el eje del Puente. Puente Rion-Antirion, Grecia.

Contenido de agua promedio por pila

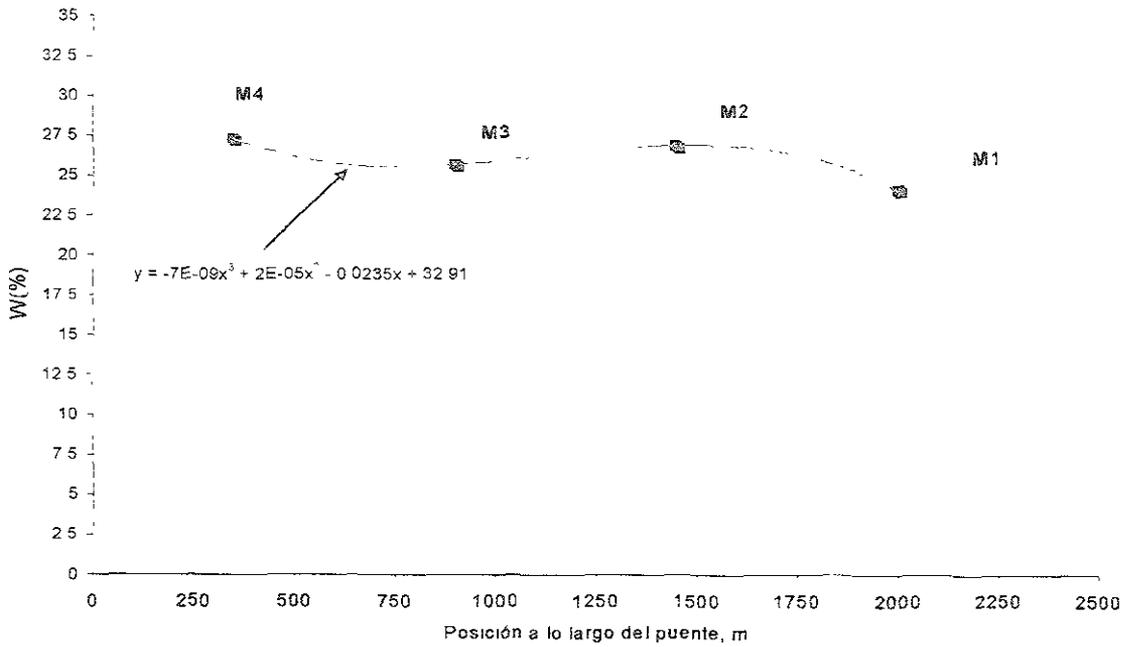


Figura 4.169 Contenido de agua promedio por pila, proyectados sobre el eje del Puente. Puente Rion-Antirion, Grecia

Desviación estándar del contenido de agua

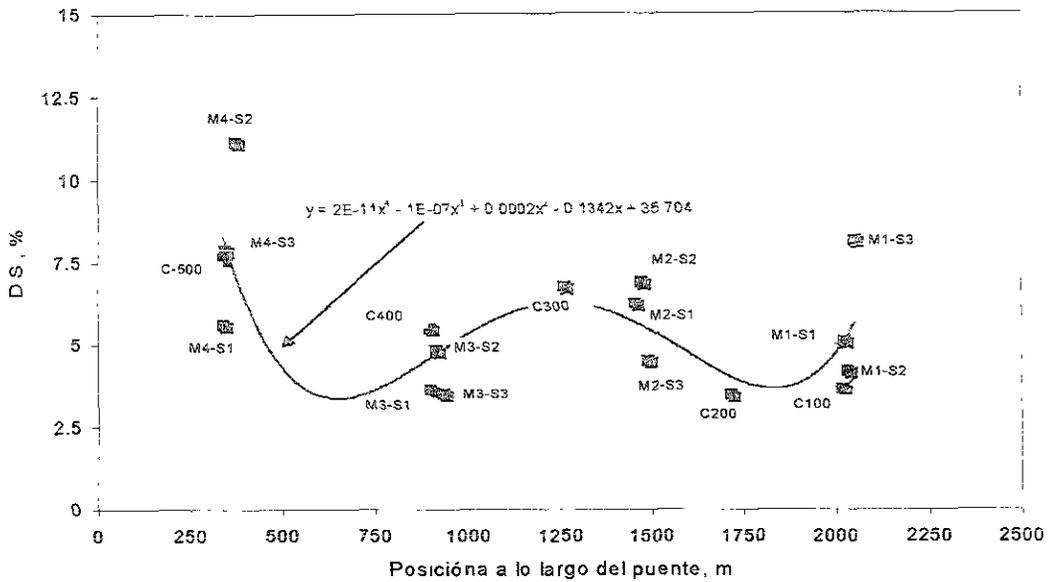


Figura 4.170 Desviación estándar del contenido de agua por sondeo, proyectados sobre el eje del Puente. Puente Rion-Antirion, Grecia.

Desviación estándar del contenido de agua

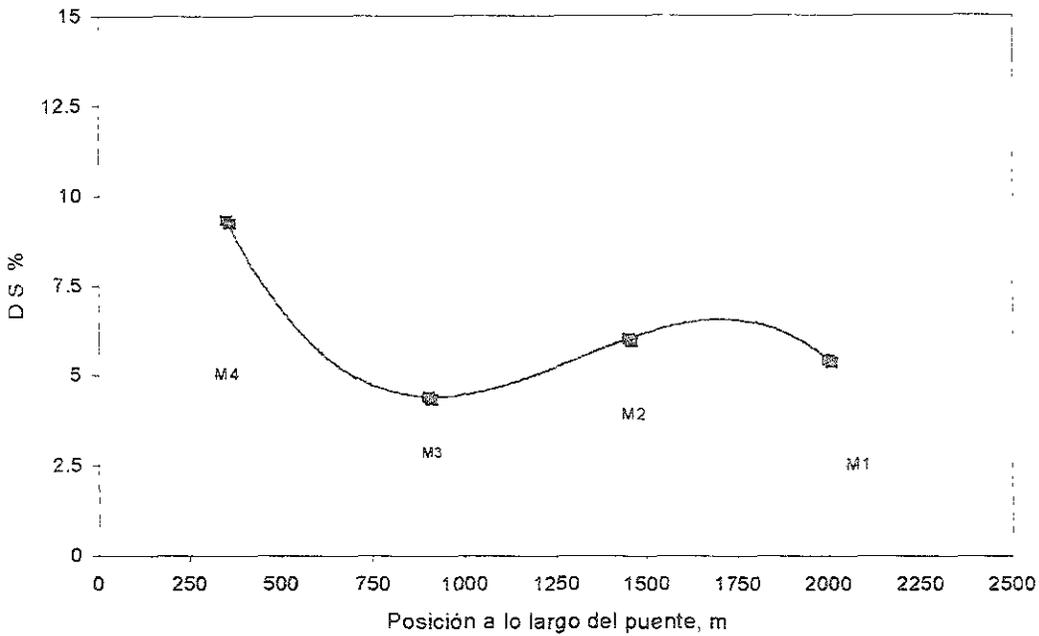


Figura 4.171 Desviación estándar del contenido de agua por pila, proyectados sobre el eje del Puente. Puente Rion-Antirion, Grecia

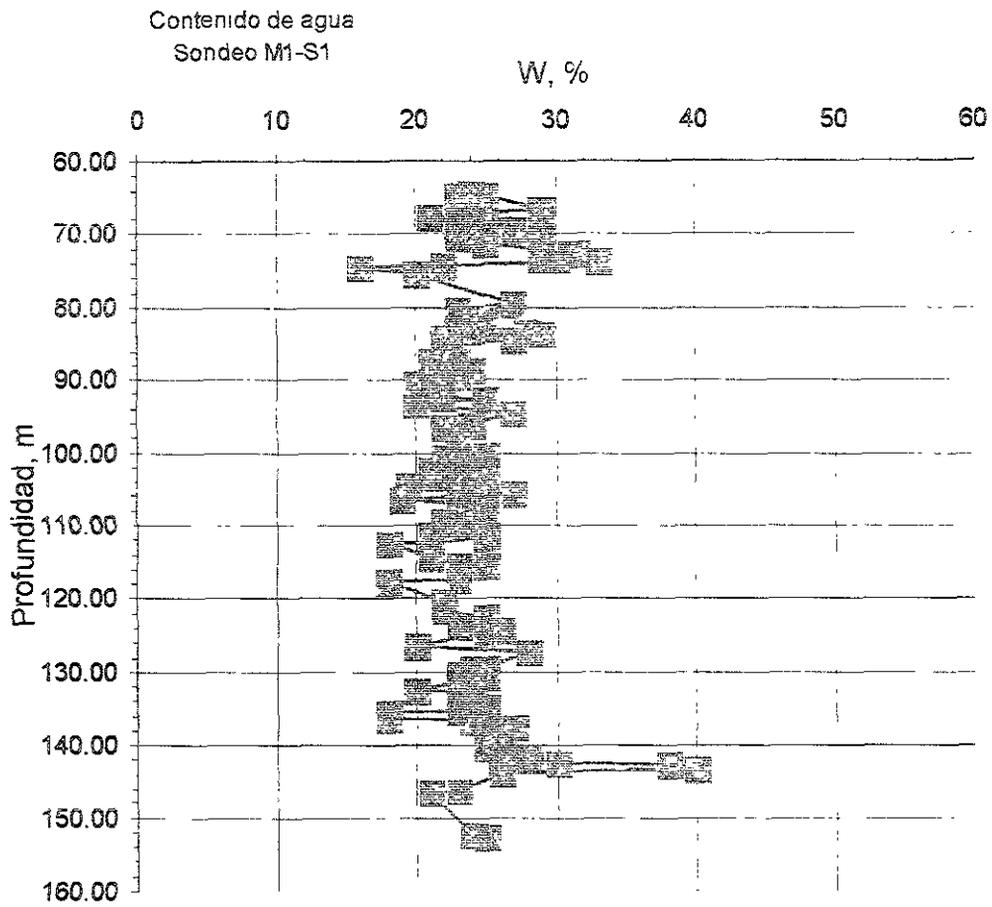


Figura 4.172 Perfil típico de contenido de agua, pila M1. Puente Rion-Antirion, Grecia.

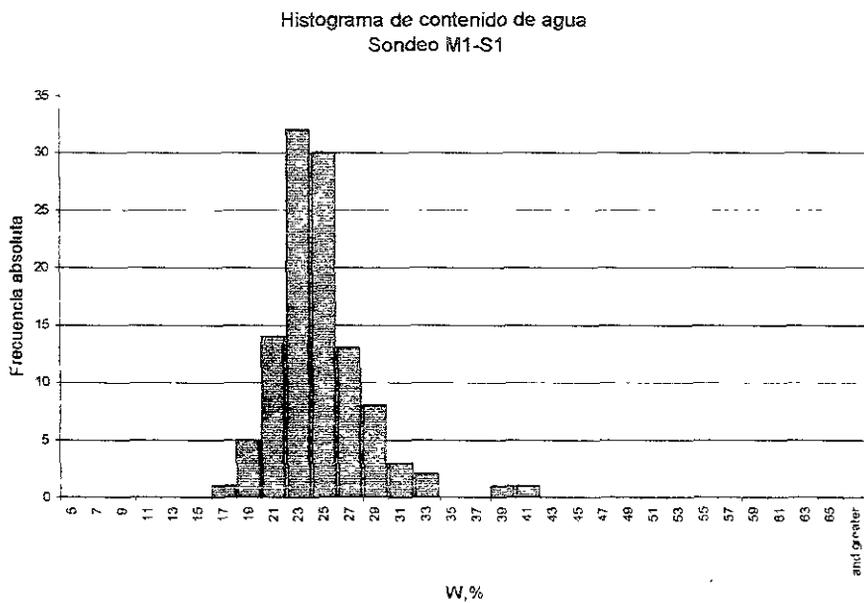


Figura 4.173 Histograma tipo de contenido de agua, pila M1. Puente Rion-Antirion, Grecia.

Resistencia a la penetración de cono
 Prueba de cono de penetración
 Sondeo M1-C1

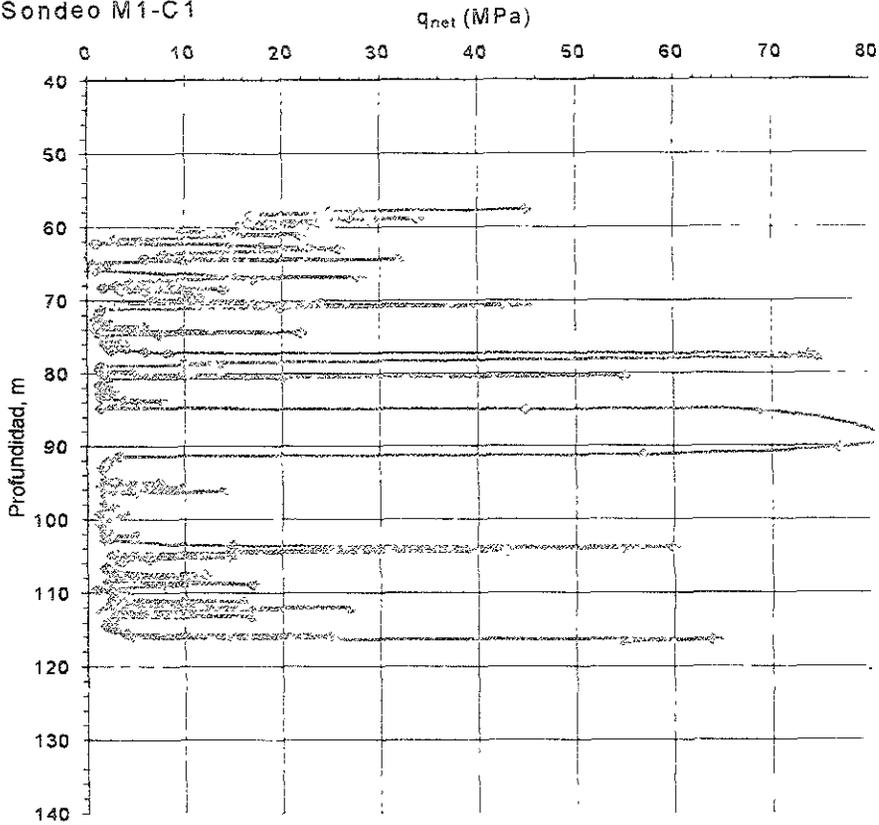


Figura 4.174 Perfil tipo de la resistencia a la penetración del cono
 Puente Rion-Antirion, Grecia

Histograma de la resistencia a la penetración del cono
 Sondeo M1-C1

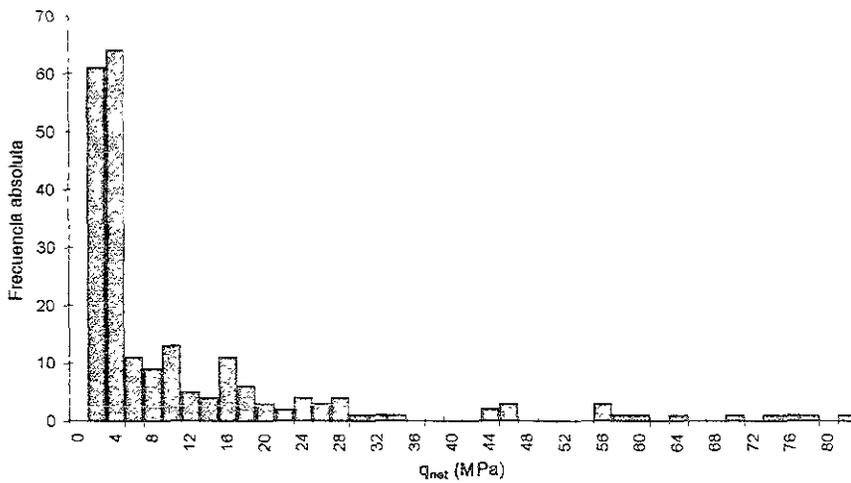


Figura 4.175 Histograma tipo de la resistencia a la penetración del cono, Pila M1.
 Puente Rion-Antirion, Grecia.

Histograma de la resistencia a la penetración del cono (logaritmo)
 Sondeo M1-C1

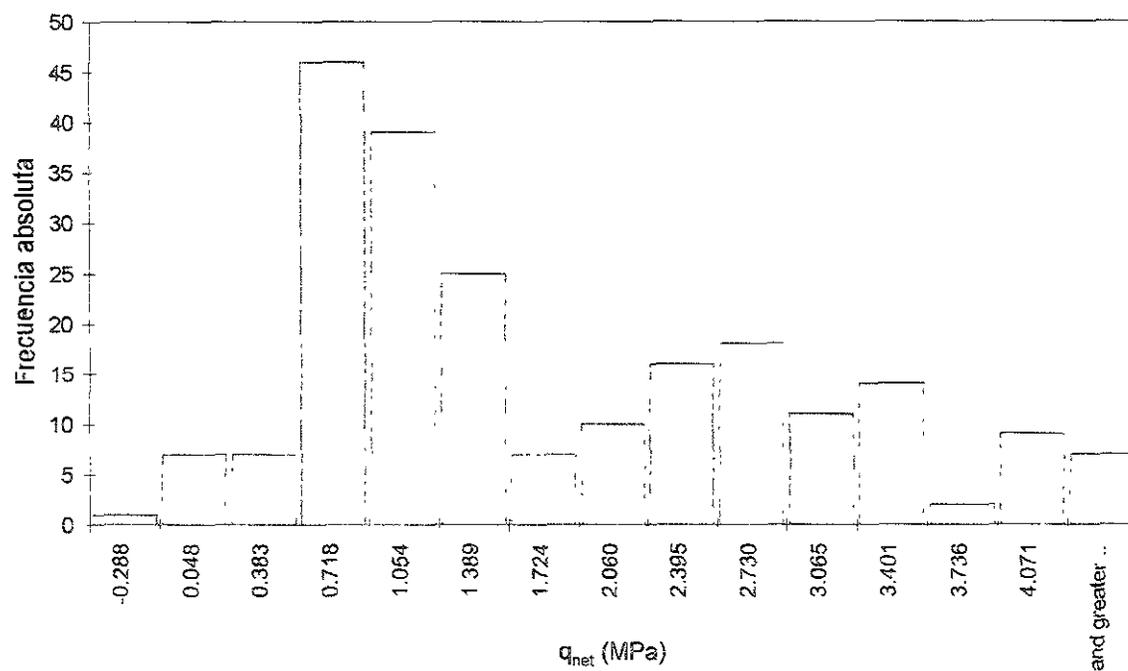


Figura 4.176 Histograma en escala logarítmica (base 10) de la resistencia a la penetración del cono, Pila M1. Puente Rion-Antirion, Grecia

Tendencias del contenido de agua
Sondeo M1-S1

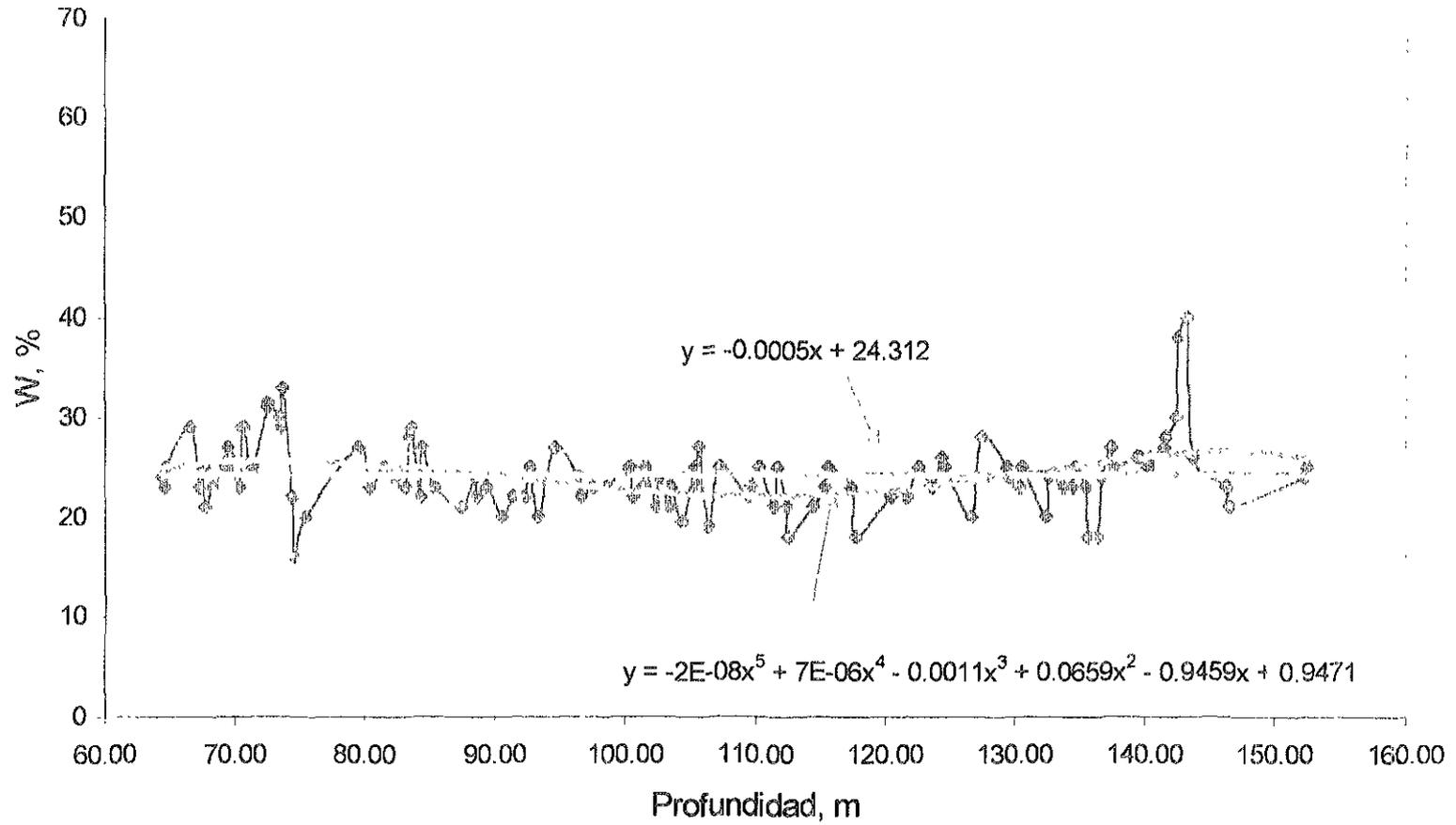


Figura 4.177 Tendencia del contenido de agua, pila M1. Puente Rion-Antirion, Grecia.

Tendencia de la resistencia de punta a la penetración en los suelos cohesivos Sondeo M1-C1

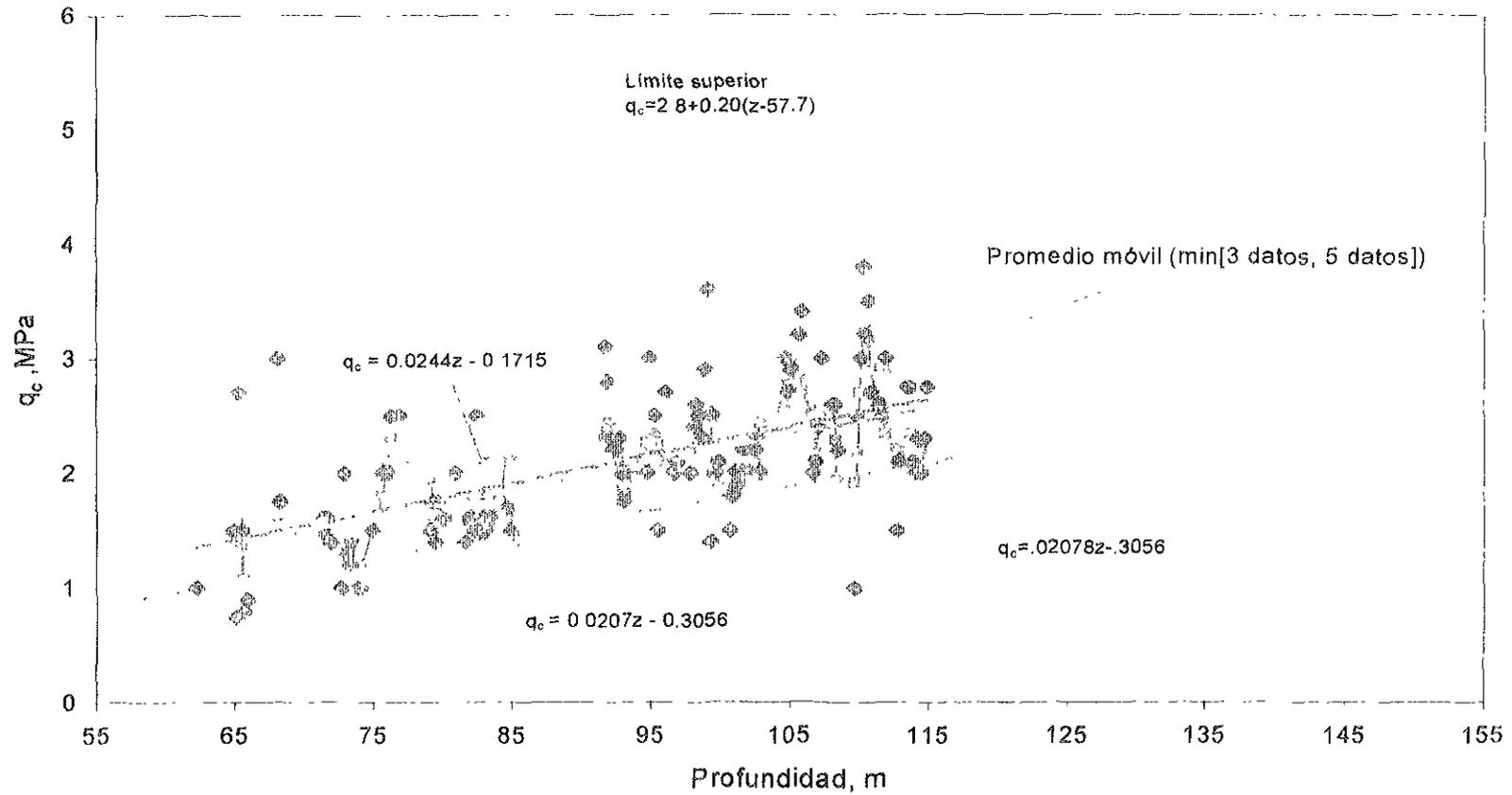


Figura 4.178 Tendencia de la resistencia de punta a la penetración en suelos cohesivos, pila M1. Puente Rion-Antirion, Grecia

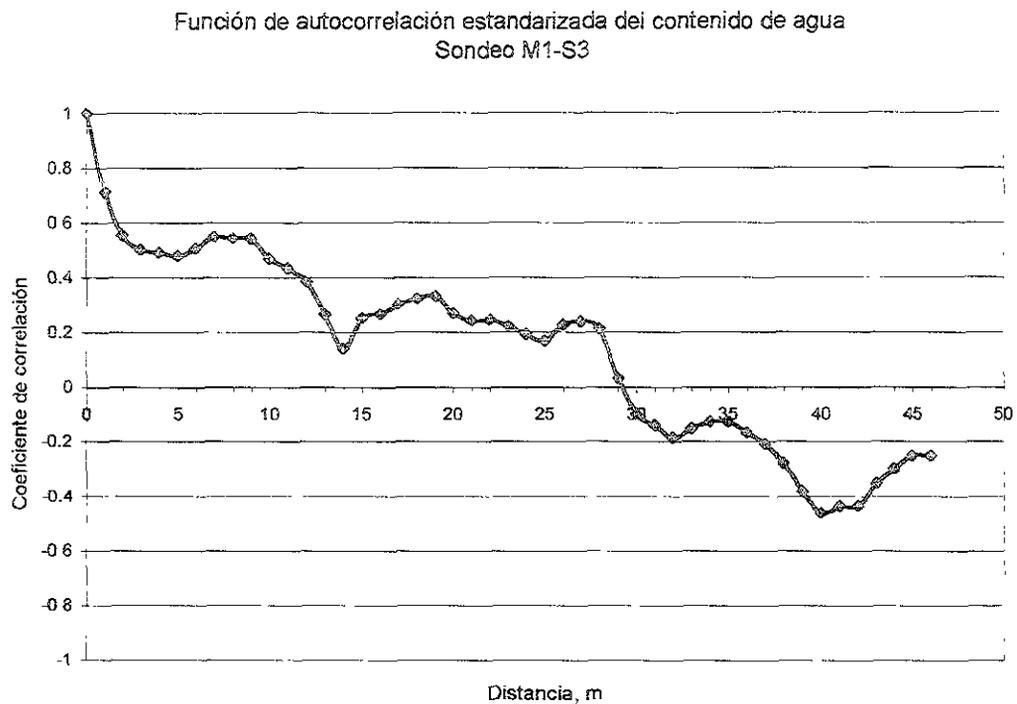


Figura 4.179 Función de autocorrelación estandarizada en el sondeo M1-S1. Puente Rion-Antirion, Grecia.

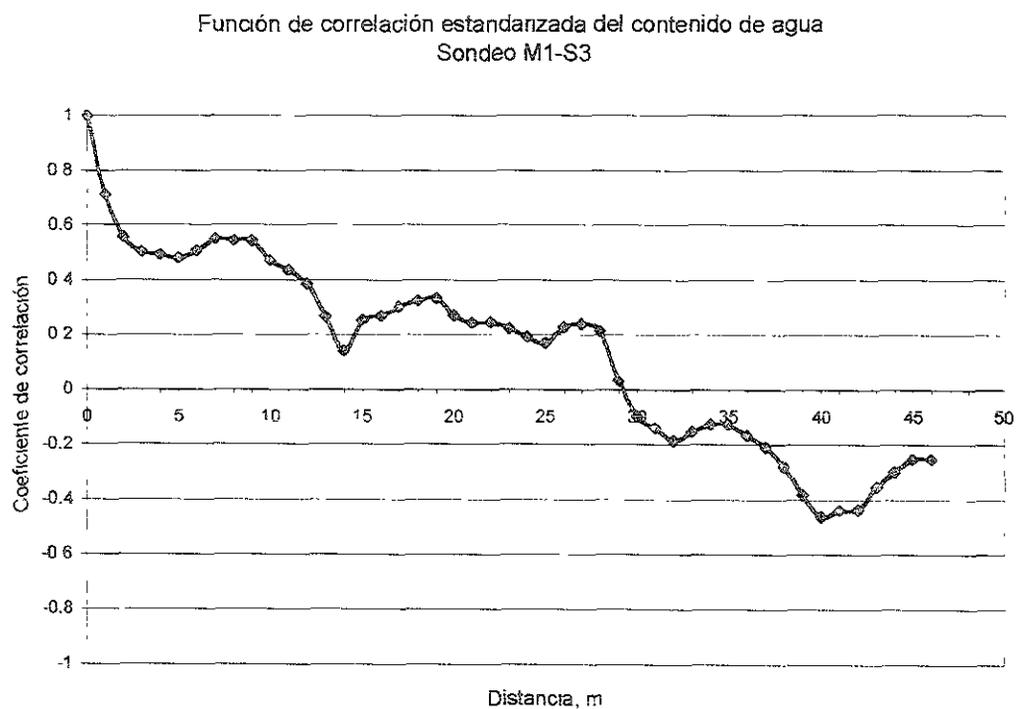


Figura 4.180 Función de autocorrelación estandarizada en el sondeo M1-S3. Puente Rion-Antirion, Grecia.

Modelo de variación aleatoria vertical del contenido de agua
Pila M1

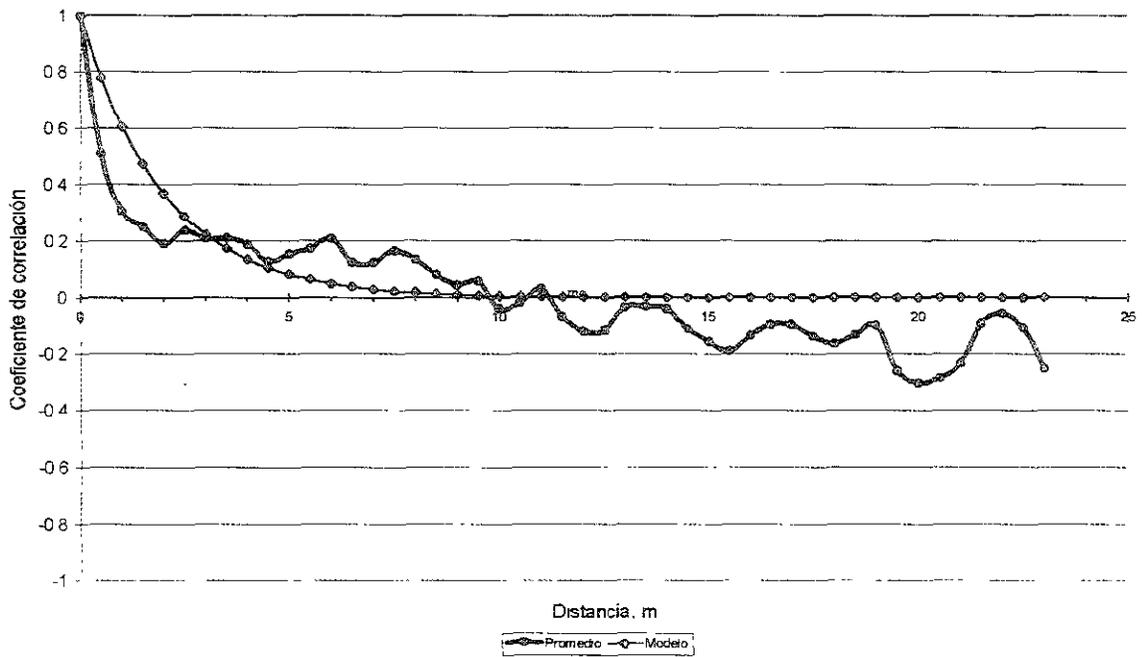


Figura 4.181 Modelo de variación aleatoria vertical del contenido de agua, pila M1. Puente Rion-Antirion, Grecia

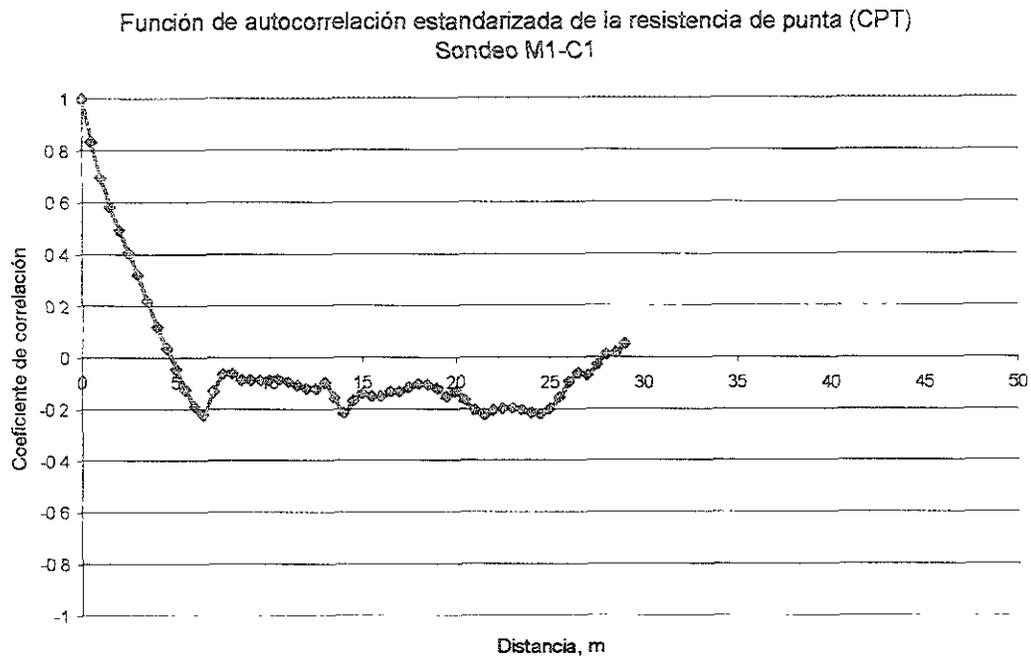


Figura 4.182 Función de autocorrelación estandarizada en el sondeo M1-C1. Puente Rion-Antirion, Grecia.

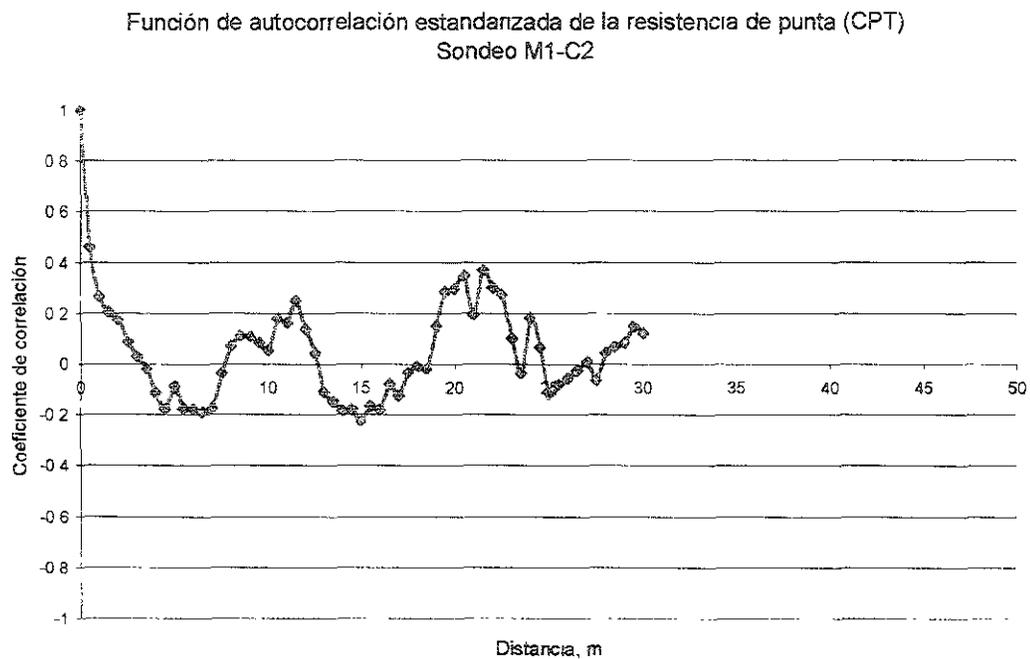


Figura 4.183 Función de autocorrelación estandarizada en el sondeo M1-C2. Puente Rion-Antirion, Grecia.

Modelo de variación aleatoria vertical de la resistencia de punta (CPT)
Pila M1

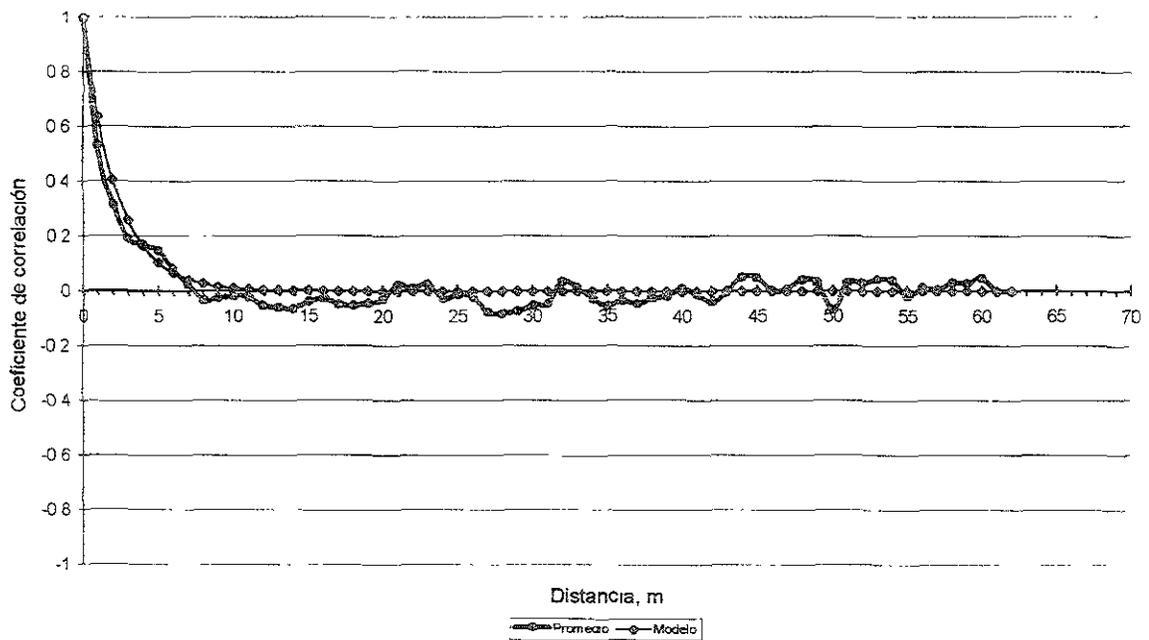


Figura 4.184 Modelo de variación aleatoria vertical de la resistencia de punta (CPT), pila M1. Puente Rion-Antirion, Grecia.

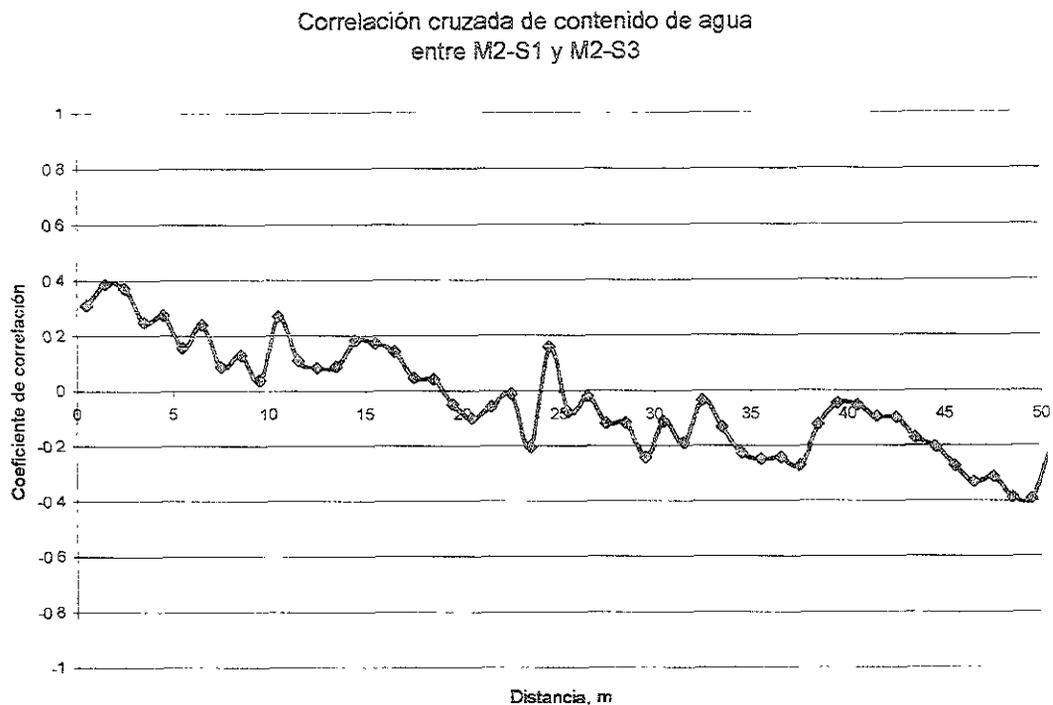


Figura 4.185 Función de correlación cruzada del contenido de agua entre los sondeos M2-S1 y M2-S3. Puente Rion-Antirion, Grecia.

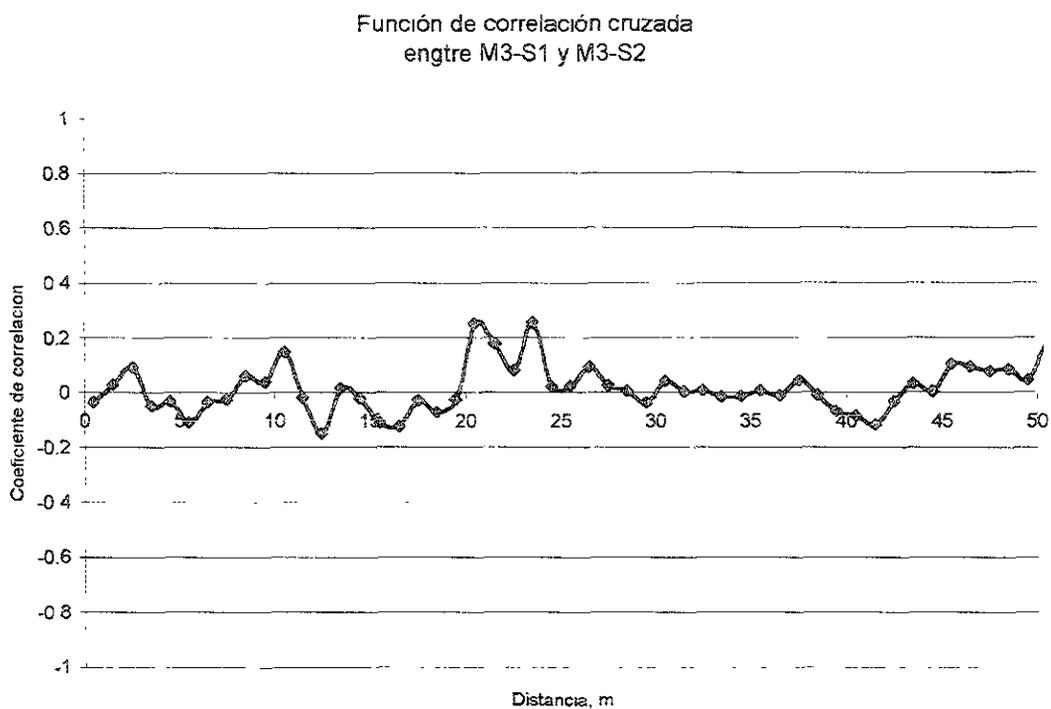


Figura 4.186 Función de correlación cruzada del contenido de agua entre los sondeos M3-S1 y M3-S2. Puente Rion-Antirion, Grecia.

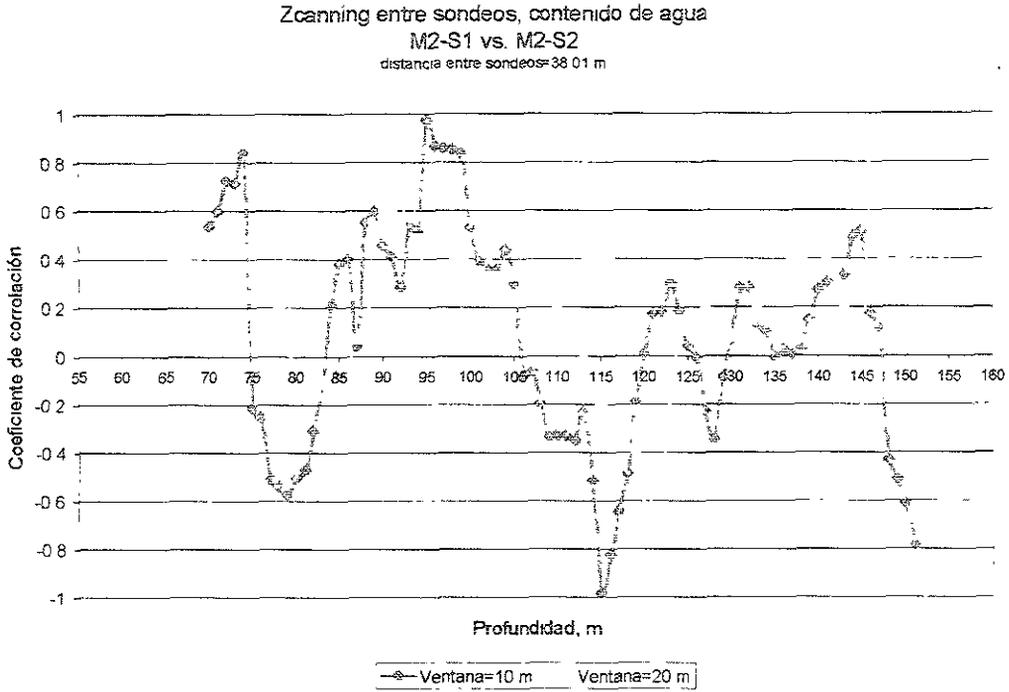


Figura 4.187 Zcanning entre sondeos de contenido de agua M2-S1 y M2-S3 Puente Rion-Antirion, Grecia.

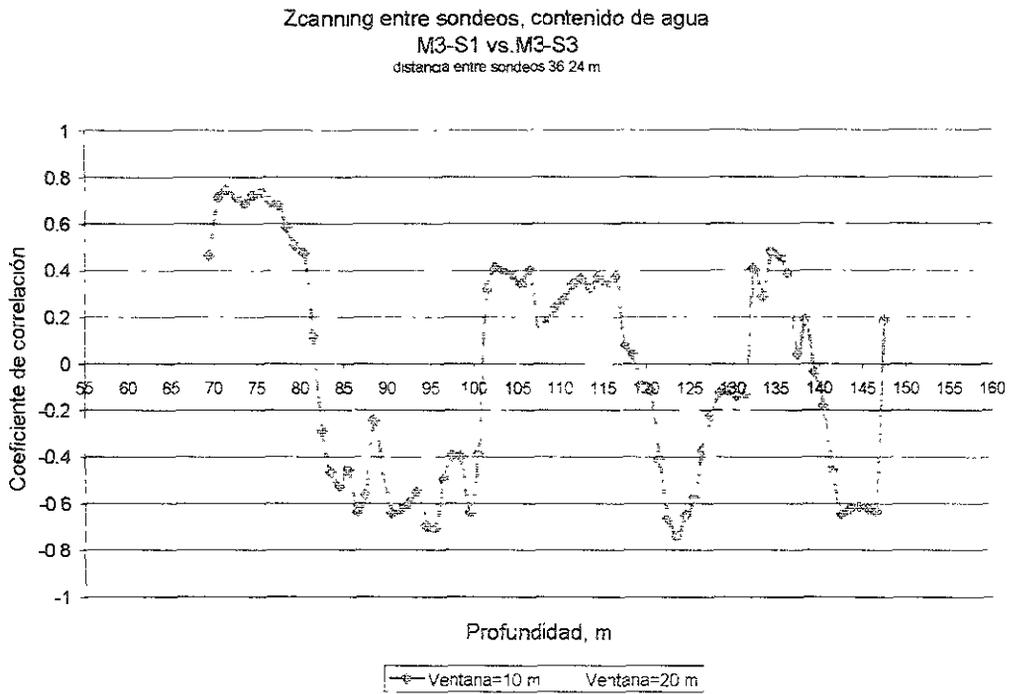


Figura 4.188 Zcanning entre sondeos de contenido de agua M3-S1 y M3-S3. Puente Rion-Antirion, Grecia.

Modelo de variación aleatoria horizontal, contenido de agua
Pila M1

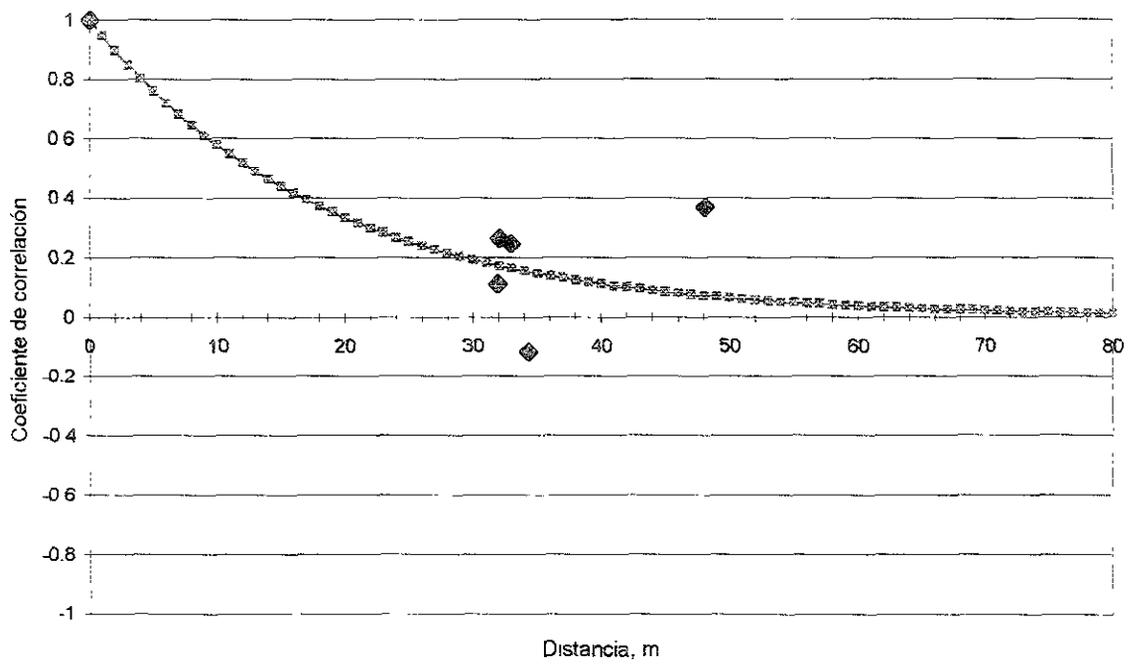


Figura 4 189 Modelo de variación aleatoria horizontal del contenido de agua, pila M1.
Puente Rion-Antirion, Grecia.

Correlación cruzada de la resistencia de punta (CPT)
entre M2-C1 y M2-CS1

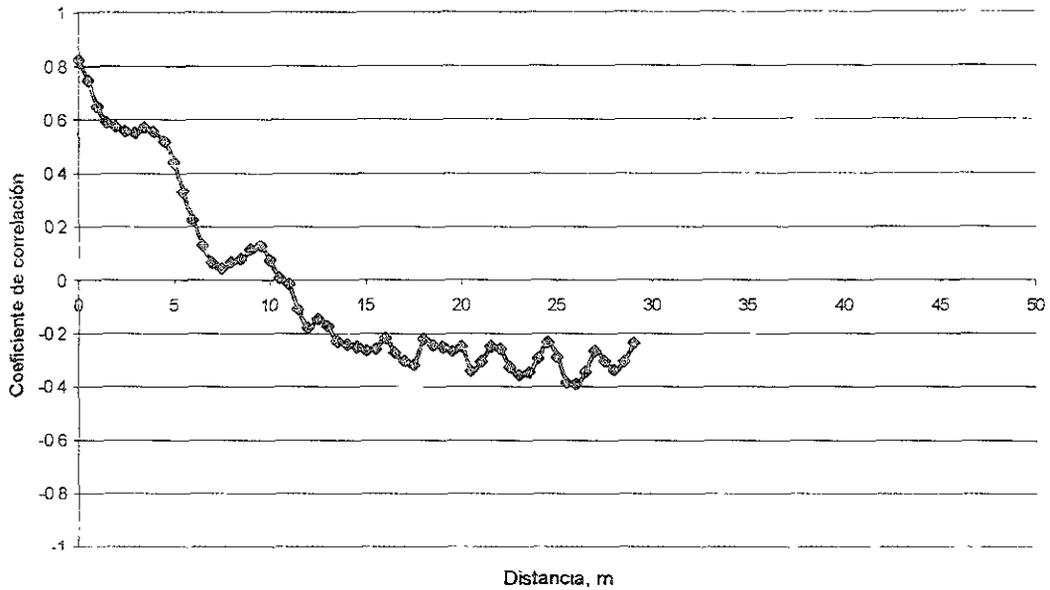


Figura 4.190 Función de correlación cruzada de la resistencia de punta (CPT) entre los
sondeos M2-C1 y M2-CS1. Puente Rion-Antirion, Grecia.

Correlación cruzada de la resistencia de punta (CPT)
entre M3-C2 y M3-C4

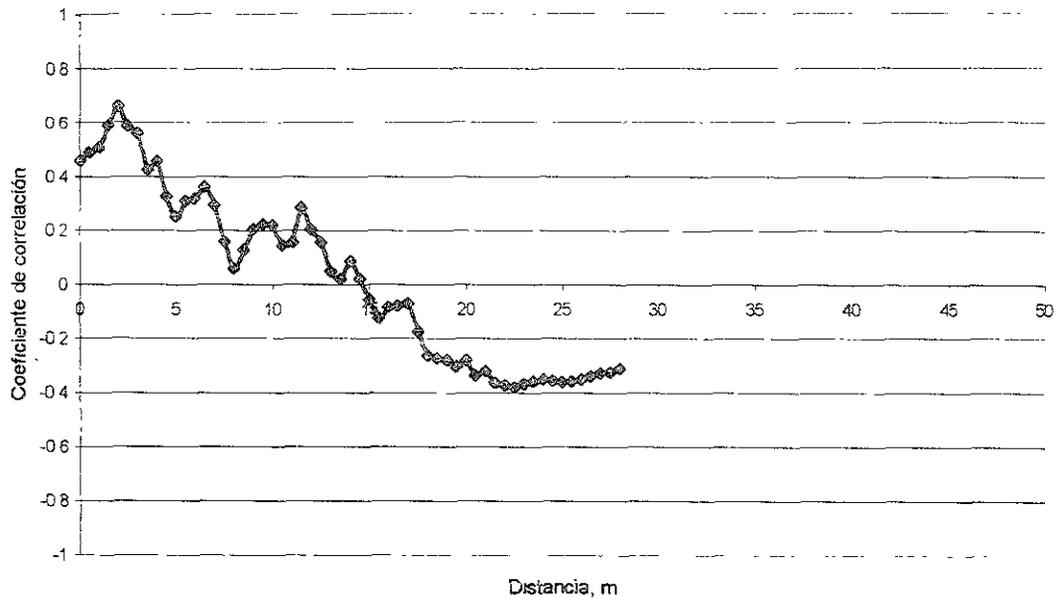


Figura 4.191 Función de correlación cruzada de la resistencia de punta (CPT) entre los
sondeos M3-C2 y M2-C4. Puente Rion-Antirion, Grecia.

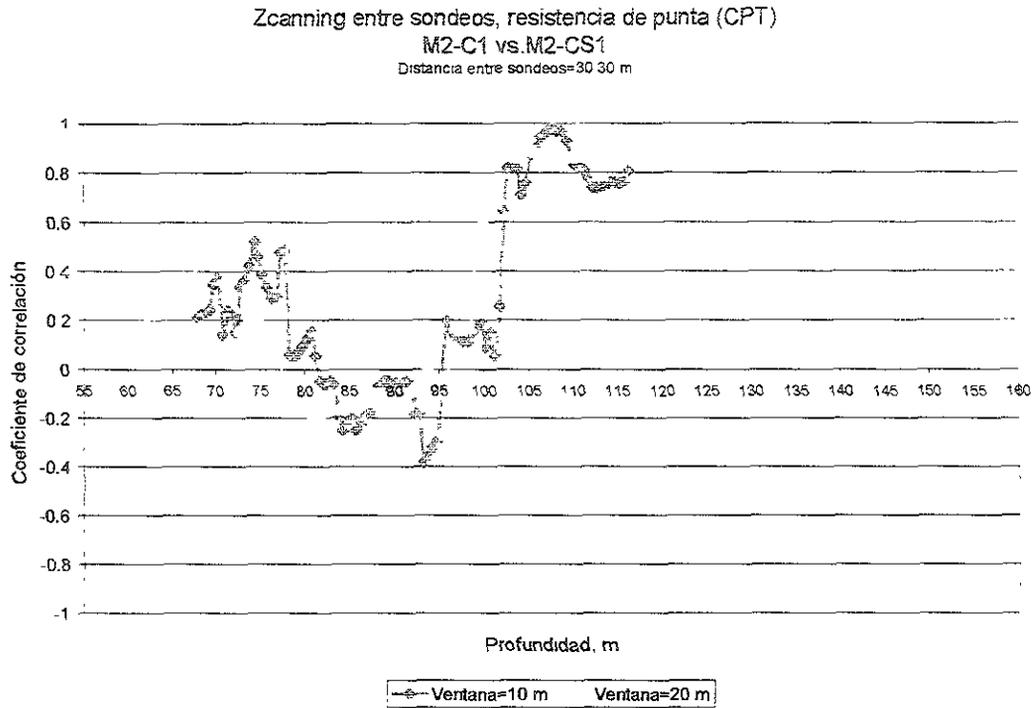


Figura 4.192 Zcanning entre sondeos de resistencia de punta (CPT) M2-C1 y M2-CS1. Puente Rion-Antirion, Grecia.

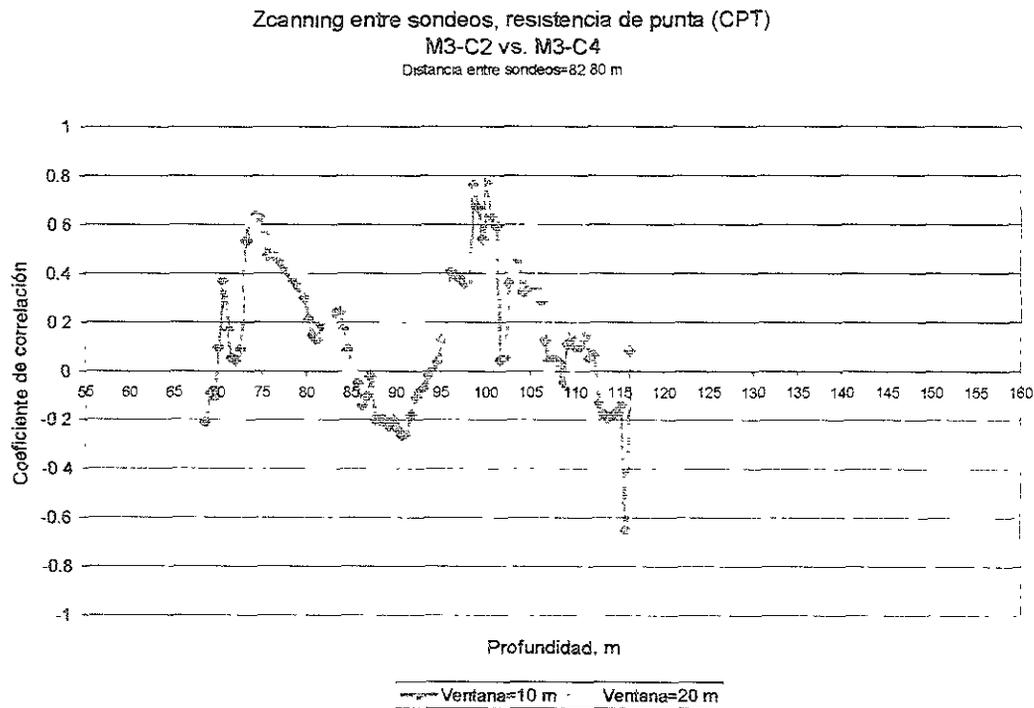


Figura 4.193 Zcanning entre sondeos de resistencia de punta (CPT) M3-C2 y M3-C4. Puente Rion-Antirion, Grecia.

Modelo de variación aleatoria horizontal, resistencia de punta (CPT)
Pila M1

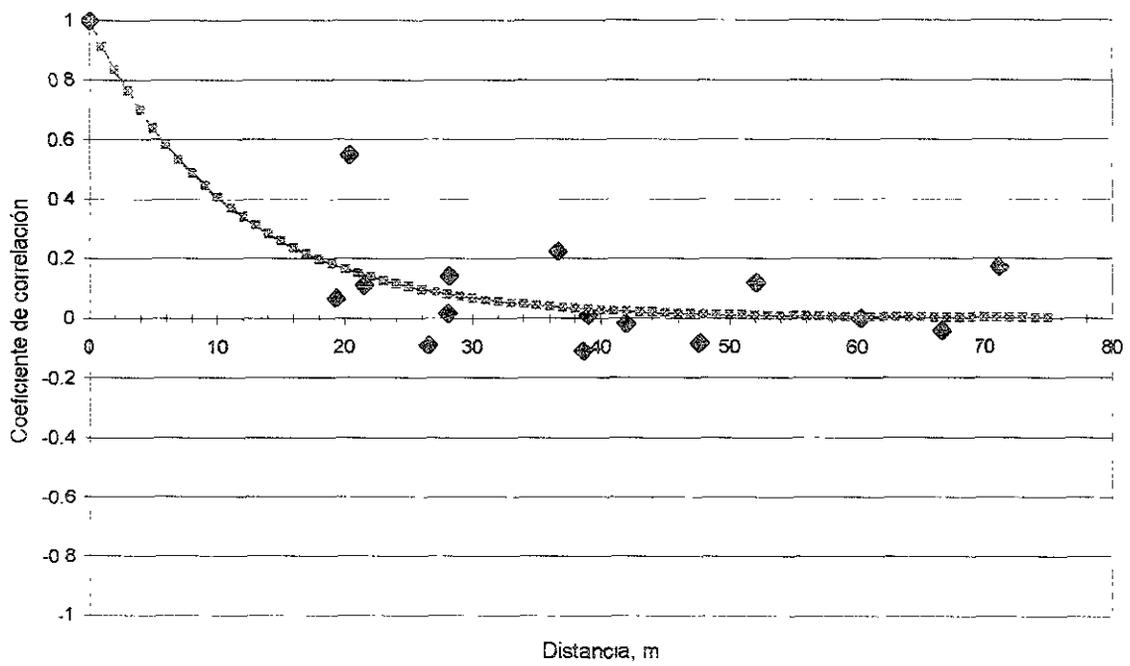


Figura 4.194 Modelo de variación aleatoria horizontal de la resistencia de punta (CPT), pila M1. Puente Rion-Antirion, Grecia.

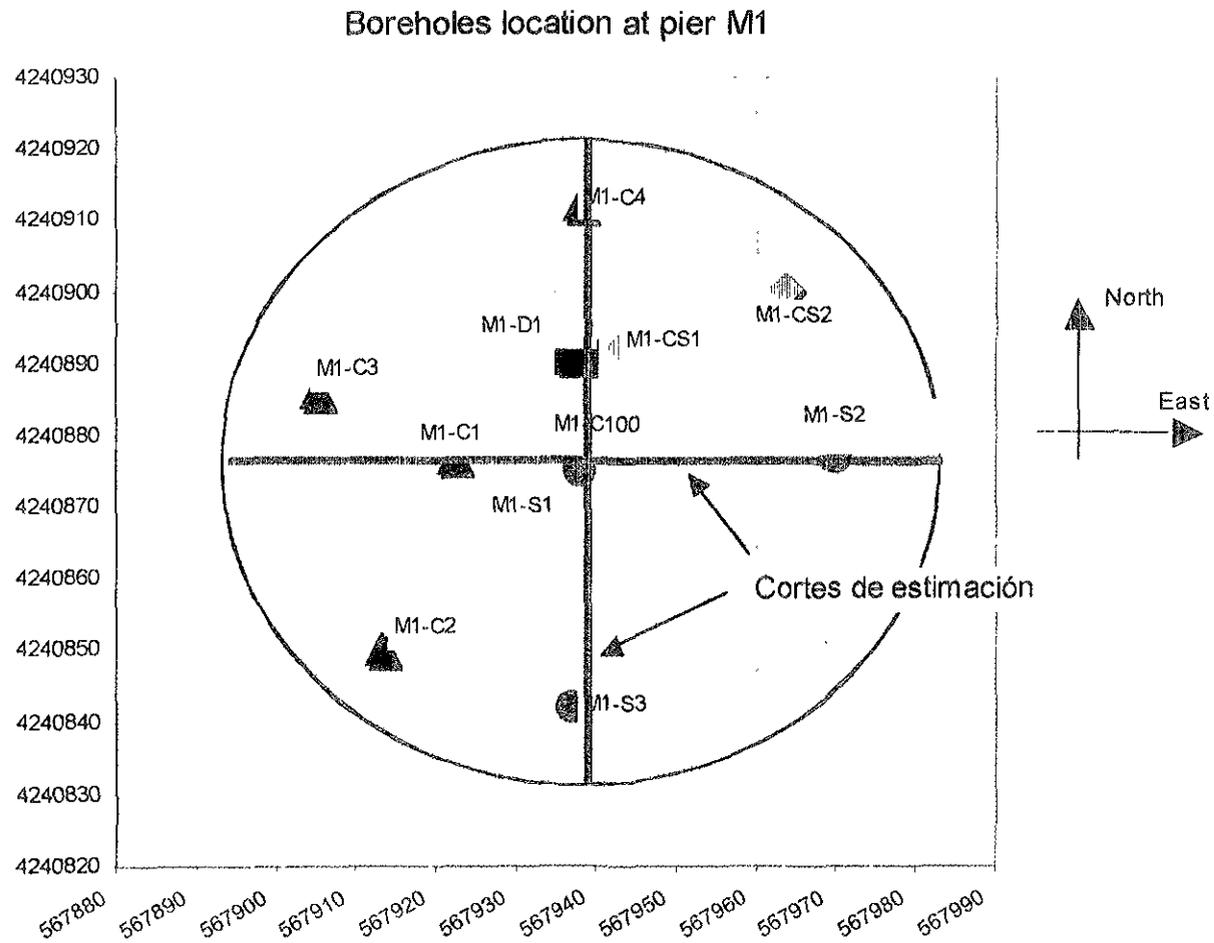


Figura 4.195 Cortes de estimación en la pila M1. Puente Rion-Antirion, Grecia.

Pila M1, contenido de agua

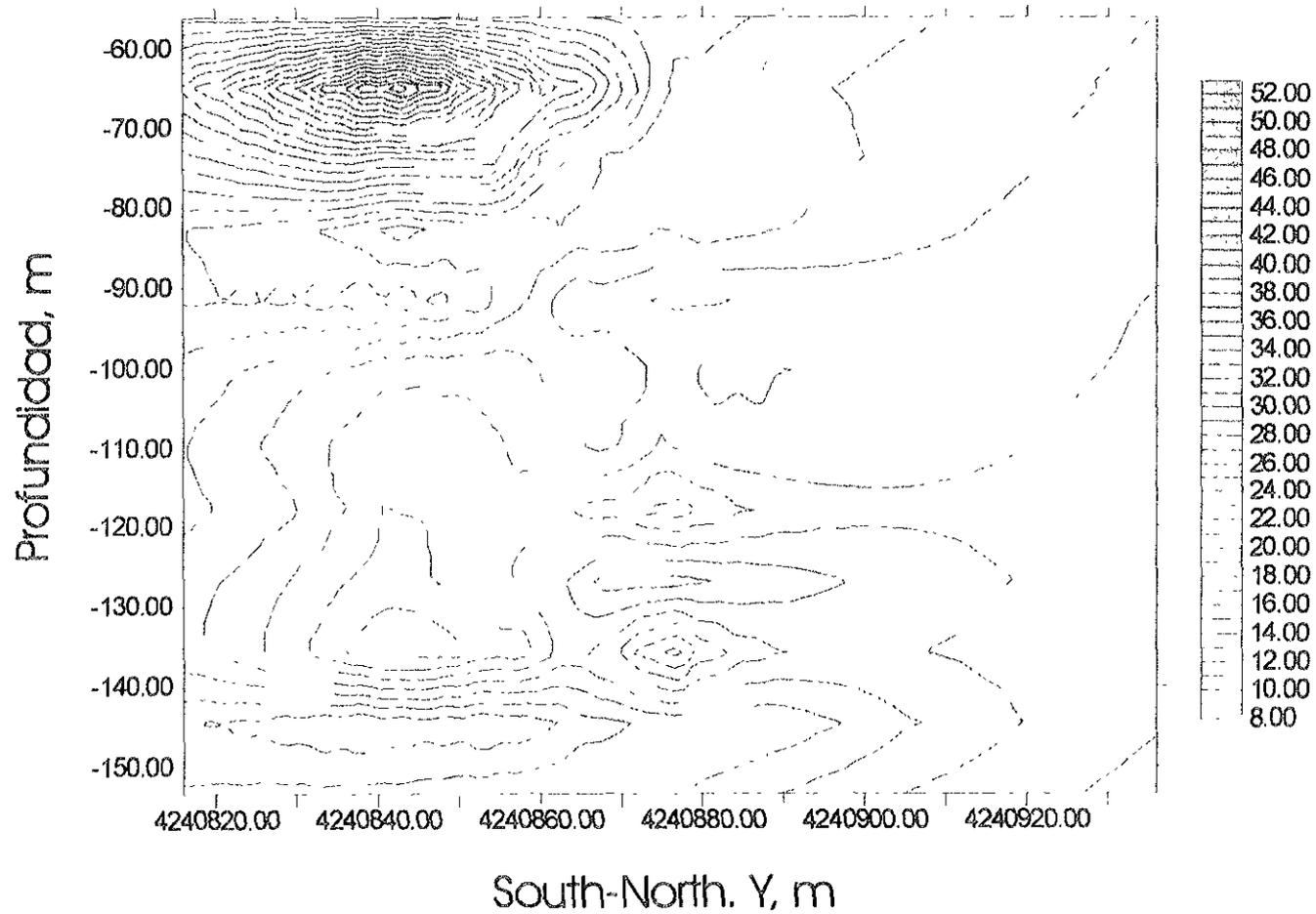


Figura 4.196 Corte de estimación del contenido de agua en la dirección Sur-Norte, Pila M1. Puente Rion-Antirion, Grecia.

Pila M1, contenido de agua

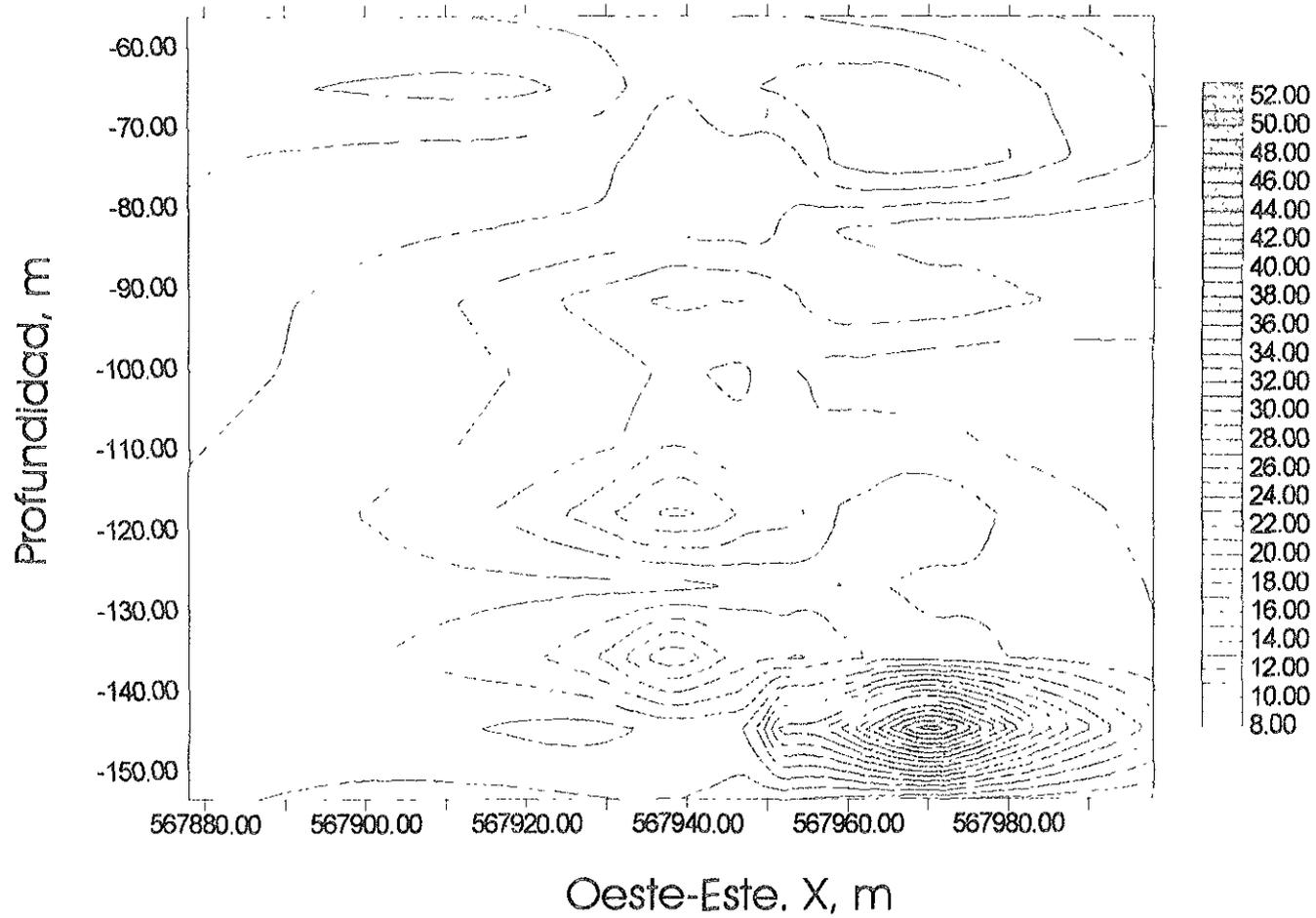


Figura 4 197 Corte de estimación del contenido de agua en la dirección Oeste-Este, Pila M1. Puente Rion-Antirion, Grecia.

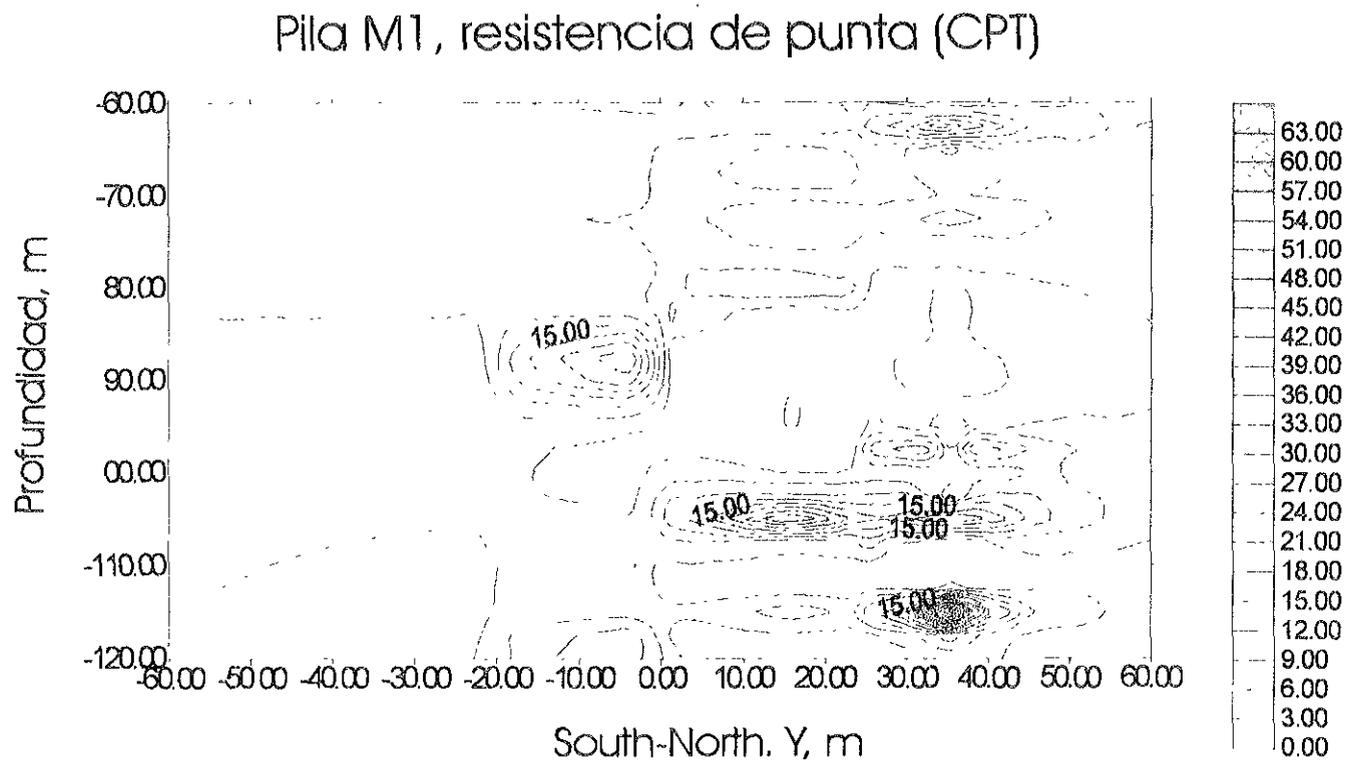


Figura 4.198 Corte de estimación de la resistencia de punta (CPT) en la dirección Sur-Norte, Pila M1. Puente Rion-Antirion, Grecia

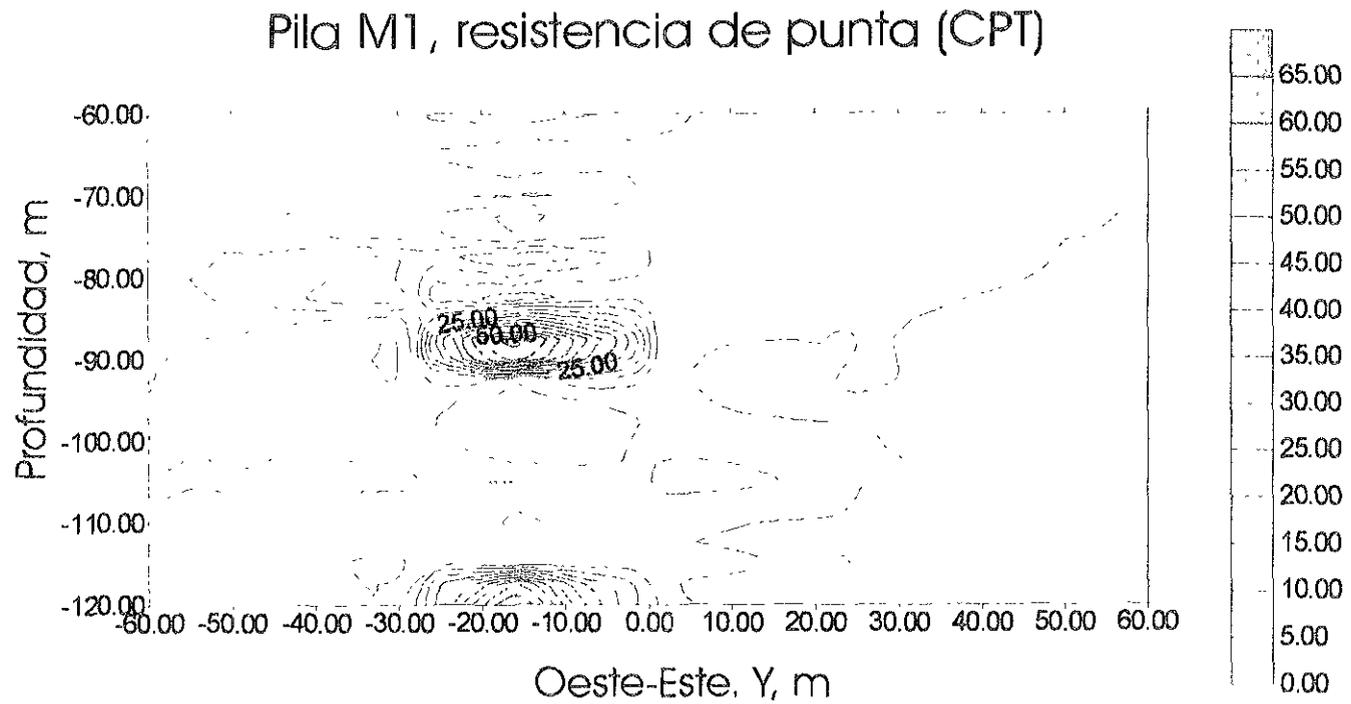


Figura 4 199 Corte de estimación de la resistencia de punta (CPT) en la dirección Oeste-Este, Pila M1. Puente Rion-Antirion, Grecia.

Pila M1, desviación estándar del contenido de agua

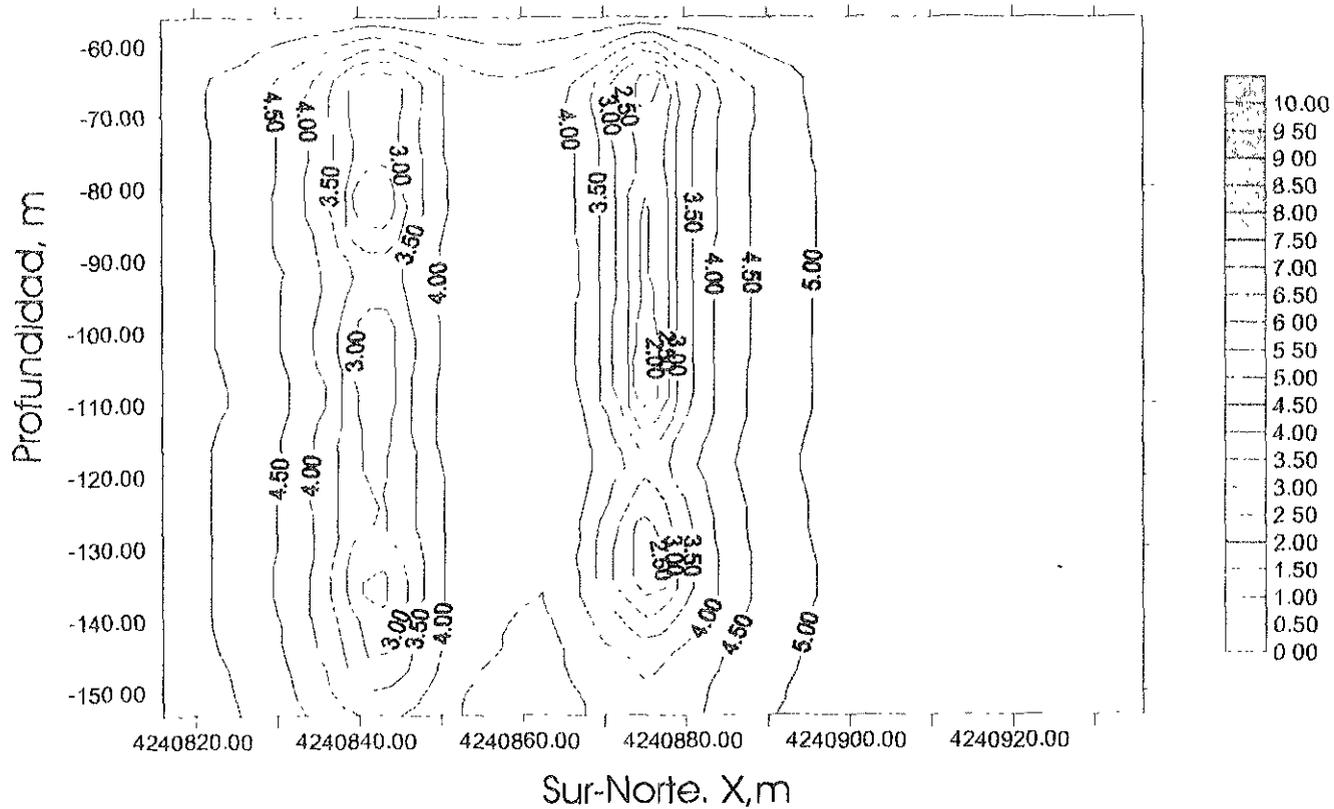


Figura 4.200 Corte de la desviación estándar de la estimación del contenido de agua en la dirección Sur-Norte, Pila M1. Puente Rion-Antirion, Grecia.

Pila M1, desviación estándar del contenido de agua

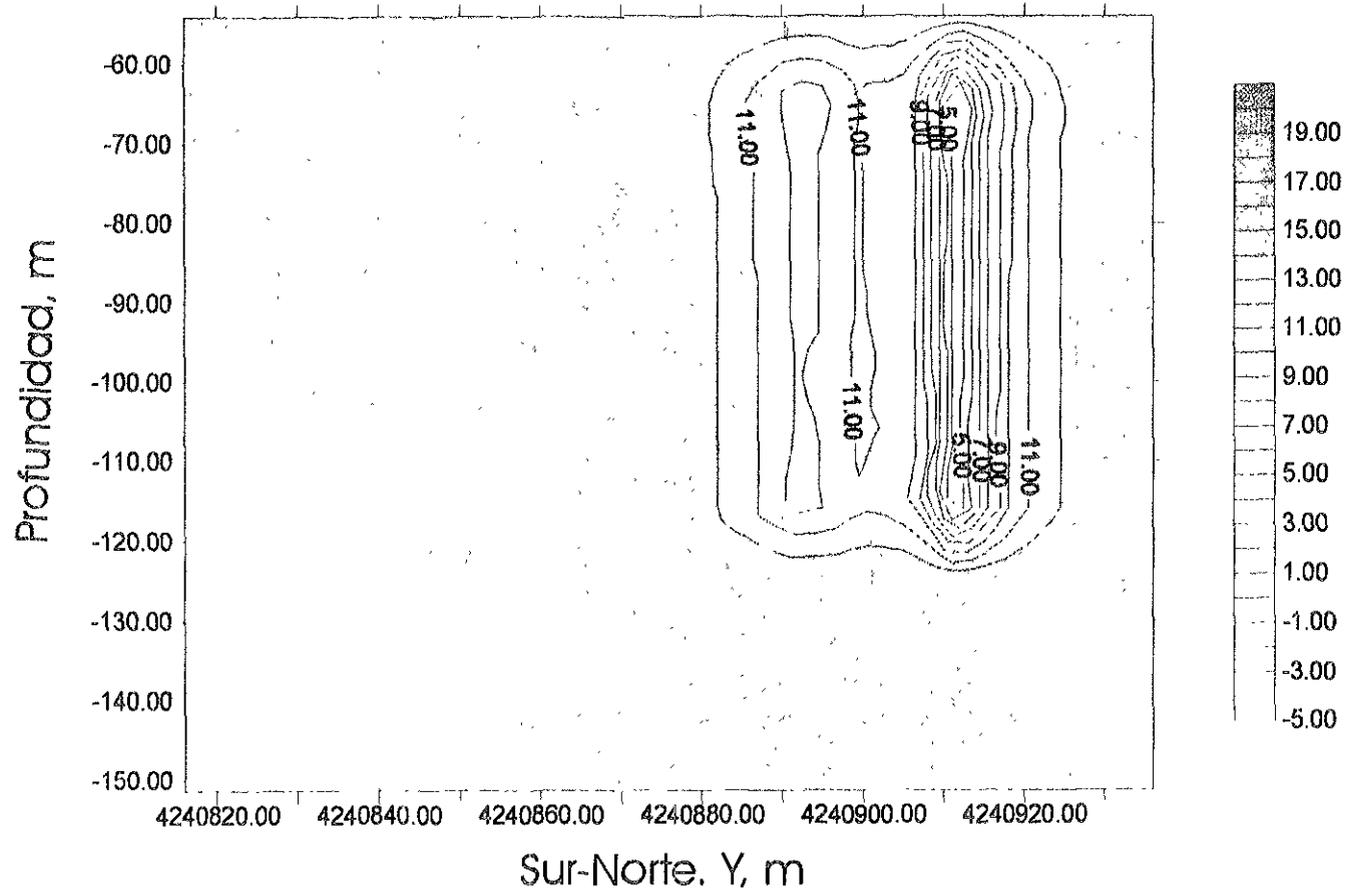


Figura 4.201 Corte de la desviación estándar de la estimación de la resistencia de punta (CPT) en la dirección Sur-Norte, Pila M1. Puente Rion-Antirion, Grecia.

Indices de compresibilidad
Sondeo M1-S1

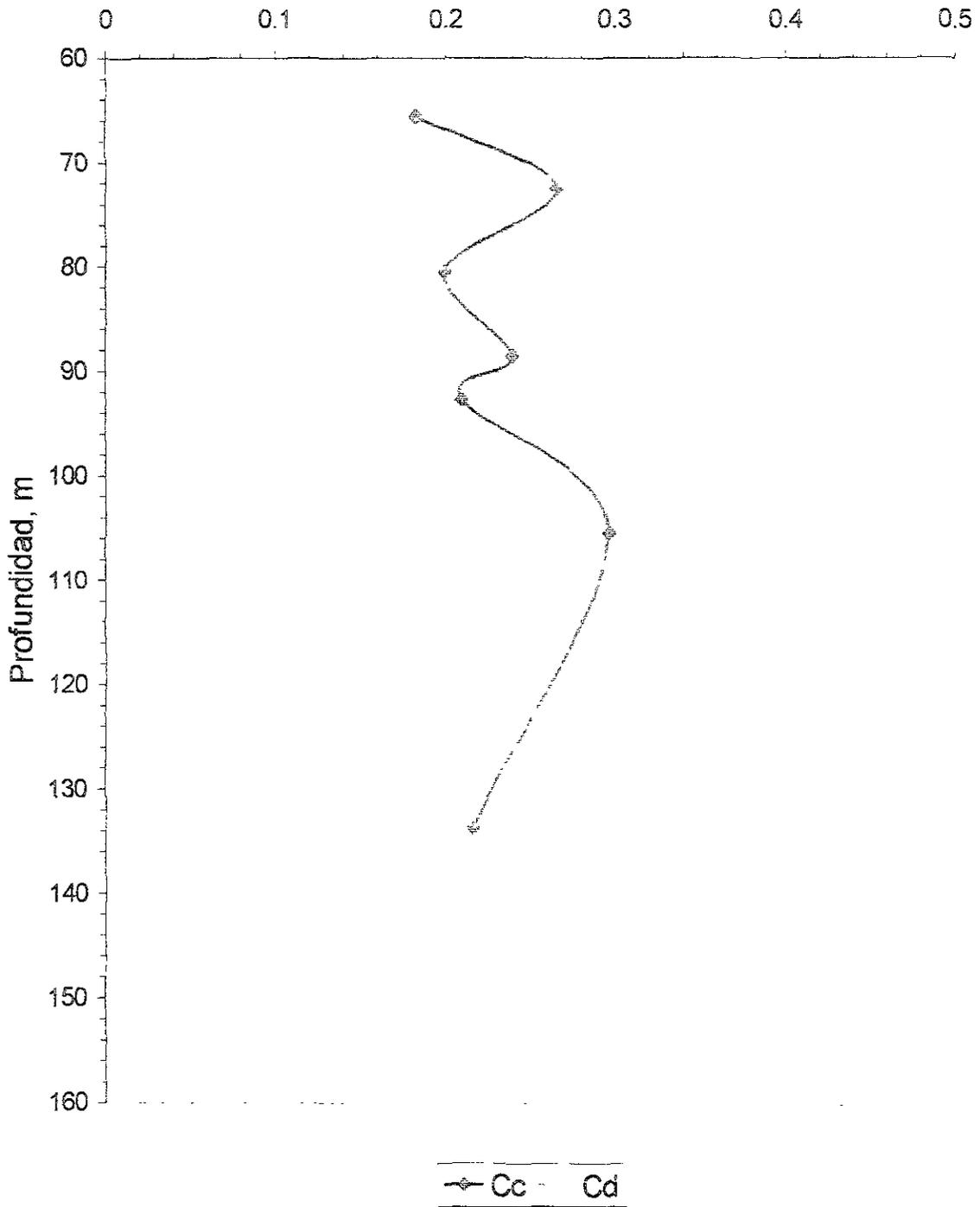
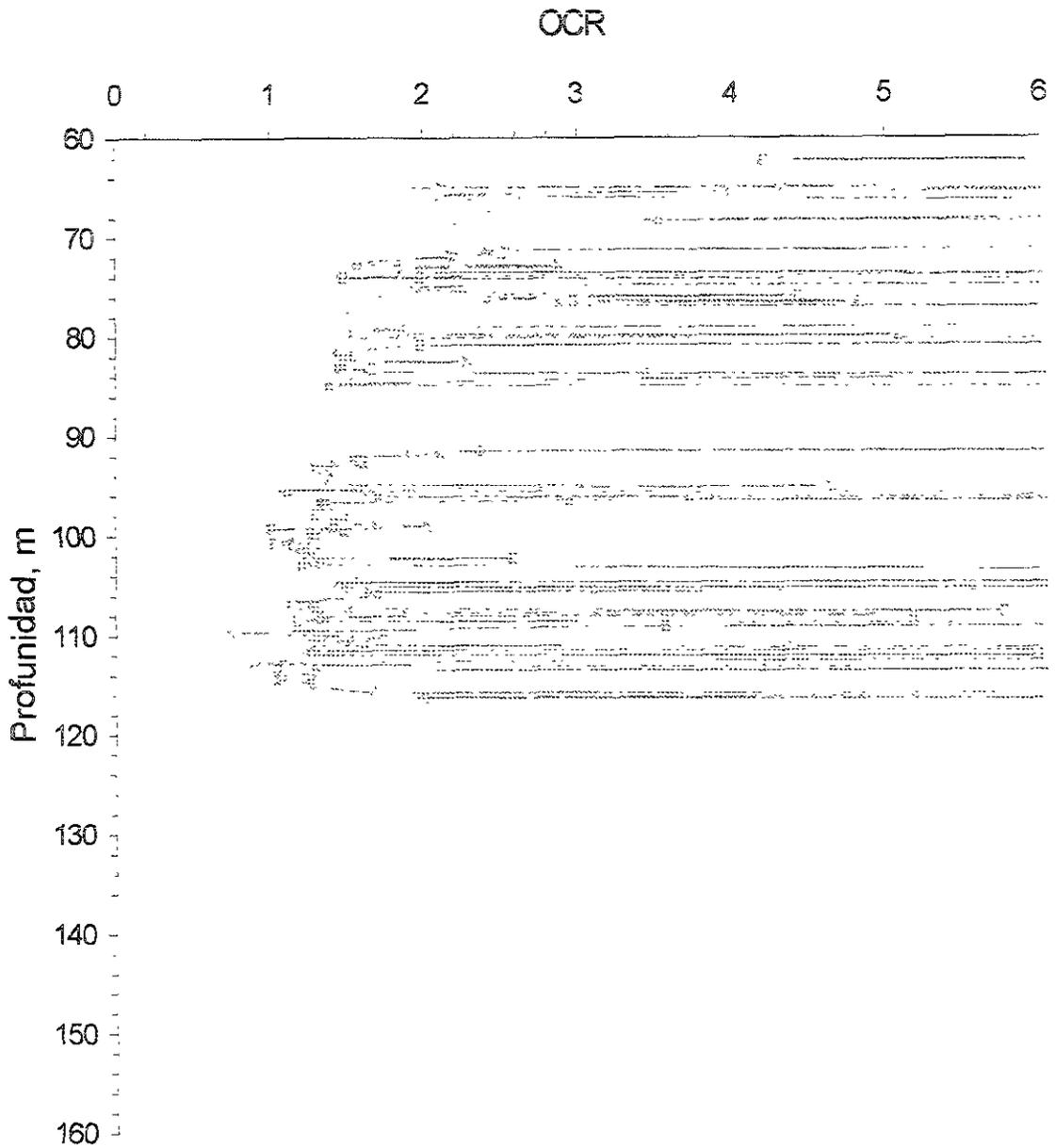


Figura 4.202 Perfil tipo de índices de compresibilidad, pila M1. Puente Rion-Antirion, Grecia.

Presión de preconsolidación
 Sondeo M1-S1



OCR (e-p) - Schmertmann OCR Pruebas de laboratorio (GES)

Figura 4.203 Perfil propuesto para la determinación de los valores de OCR según la correlación de Schmertmann, pila M1. Puente Rion-Antirion, Grecia.

Indices de compresibilidad
Sondeo M1-S1

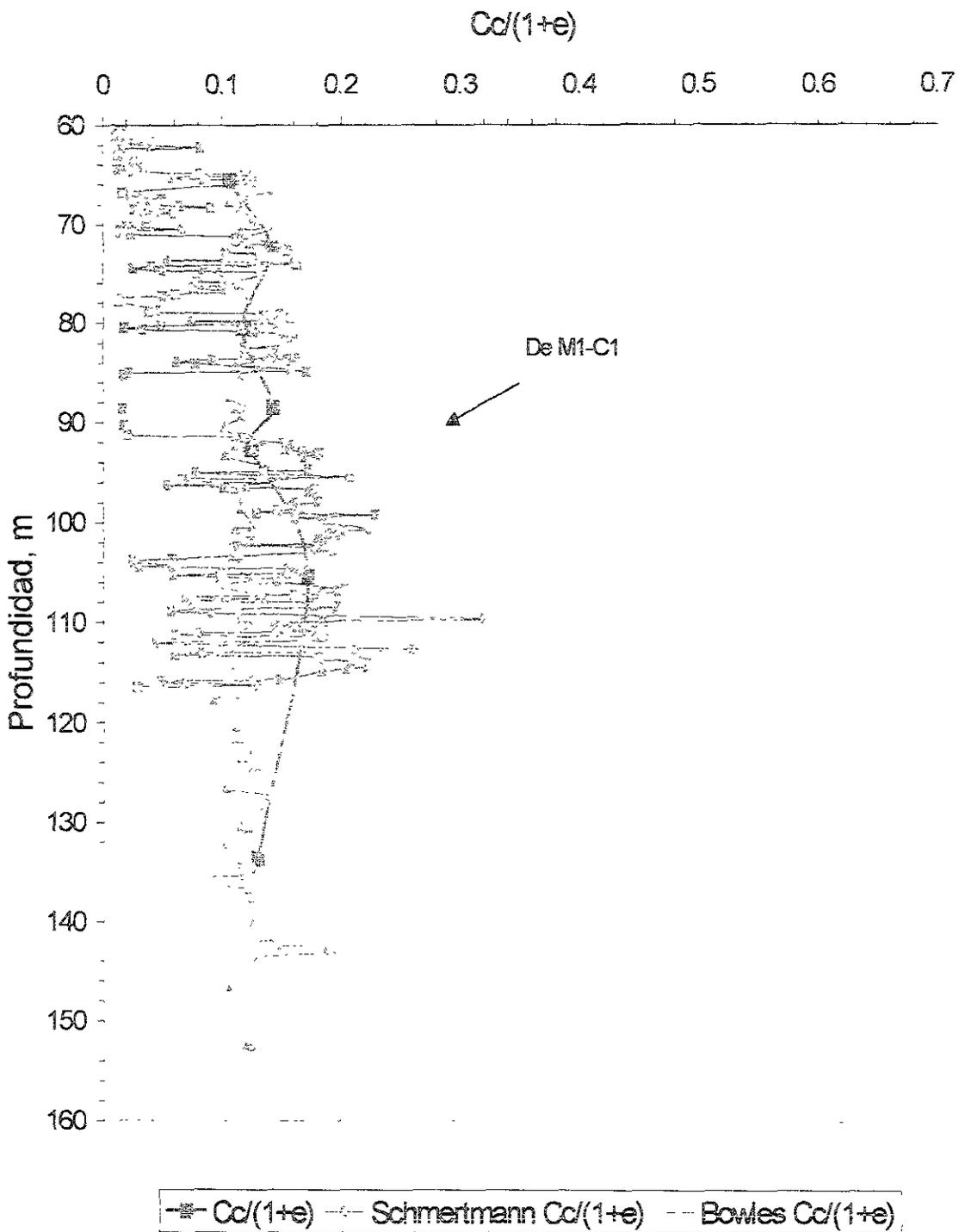


Figura 4.204 Perfil de compresibilidad C_c propuesto, pila M1. Puente Rion-Antirion, Grecia.

Indices de compresibilidad
Sondeo M1-S1

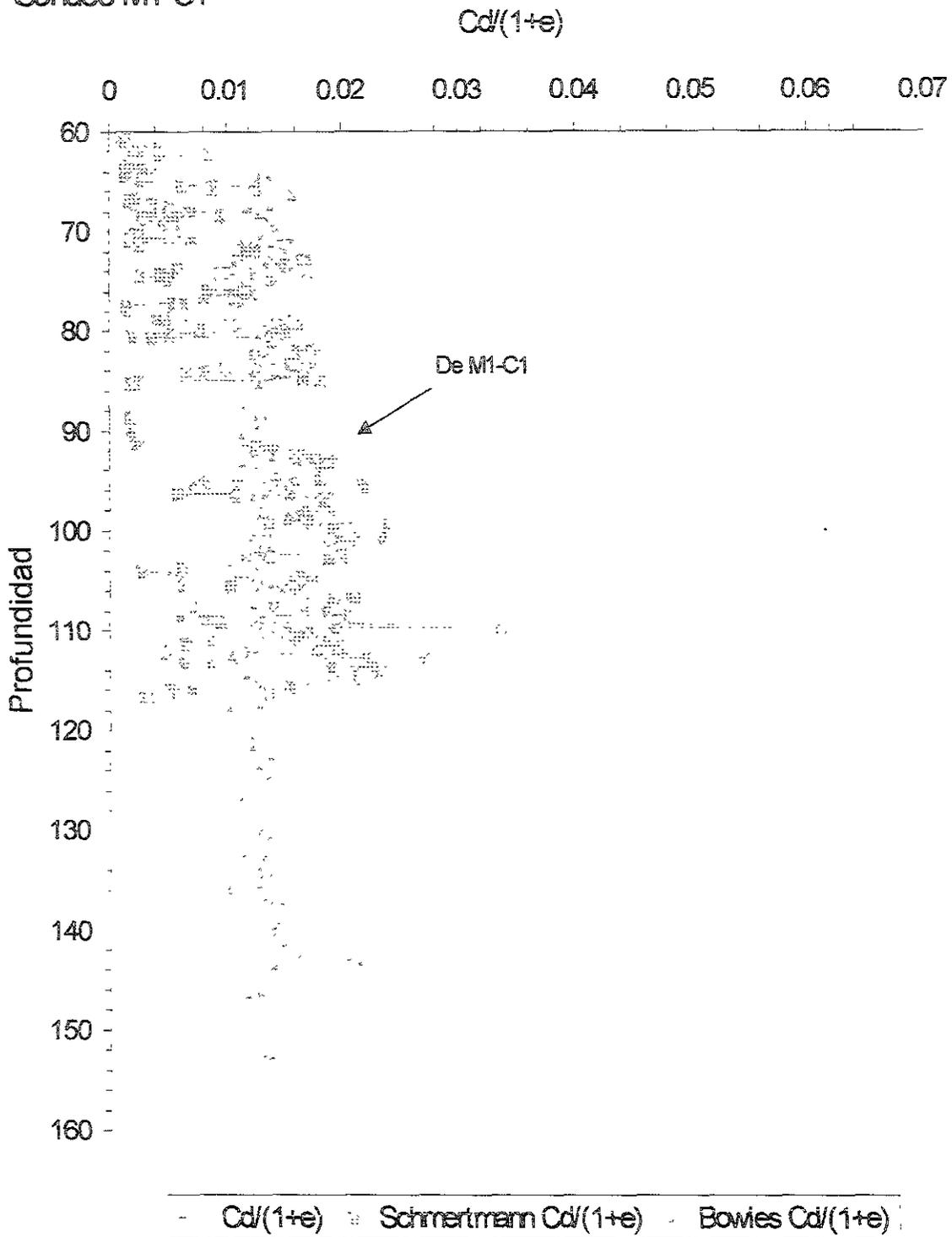


Figura 4.205 Perfil de compresibilidad C_d propuesto, pila M1. Puente Rion-Antirion, Grecia.

Distribución de esfuerzos según un análisis de elemento finito 3D
(zapa circular rígida con inclusiones)

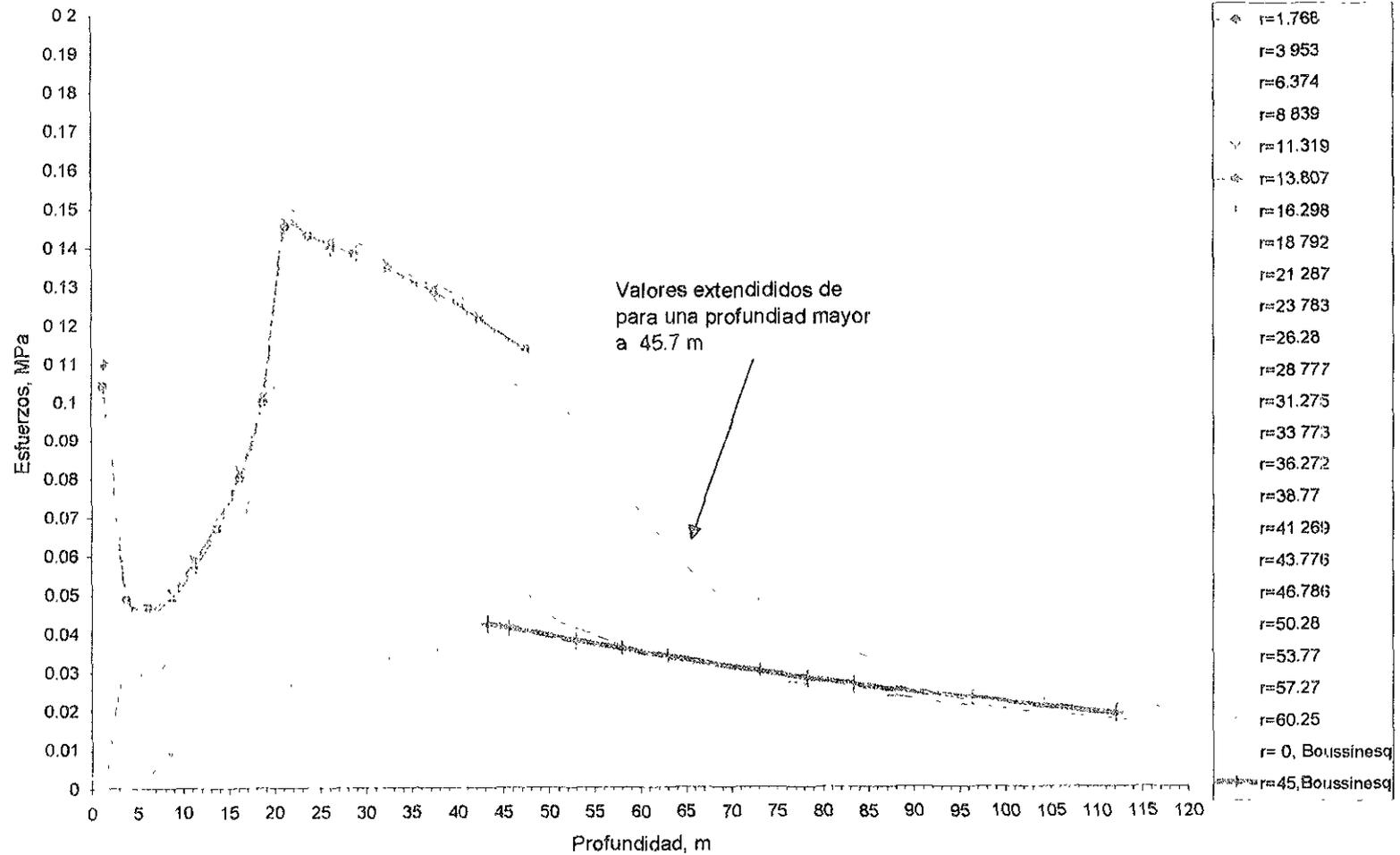


Figura 4.206 Distribución de esfuerzos según un análisis de elementos finitos 3D, caso I. Puente Rion-Antirion, Grecia.

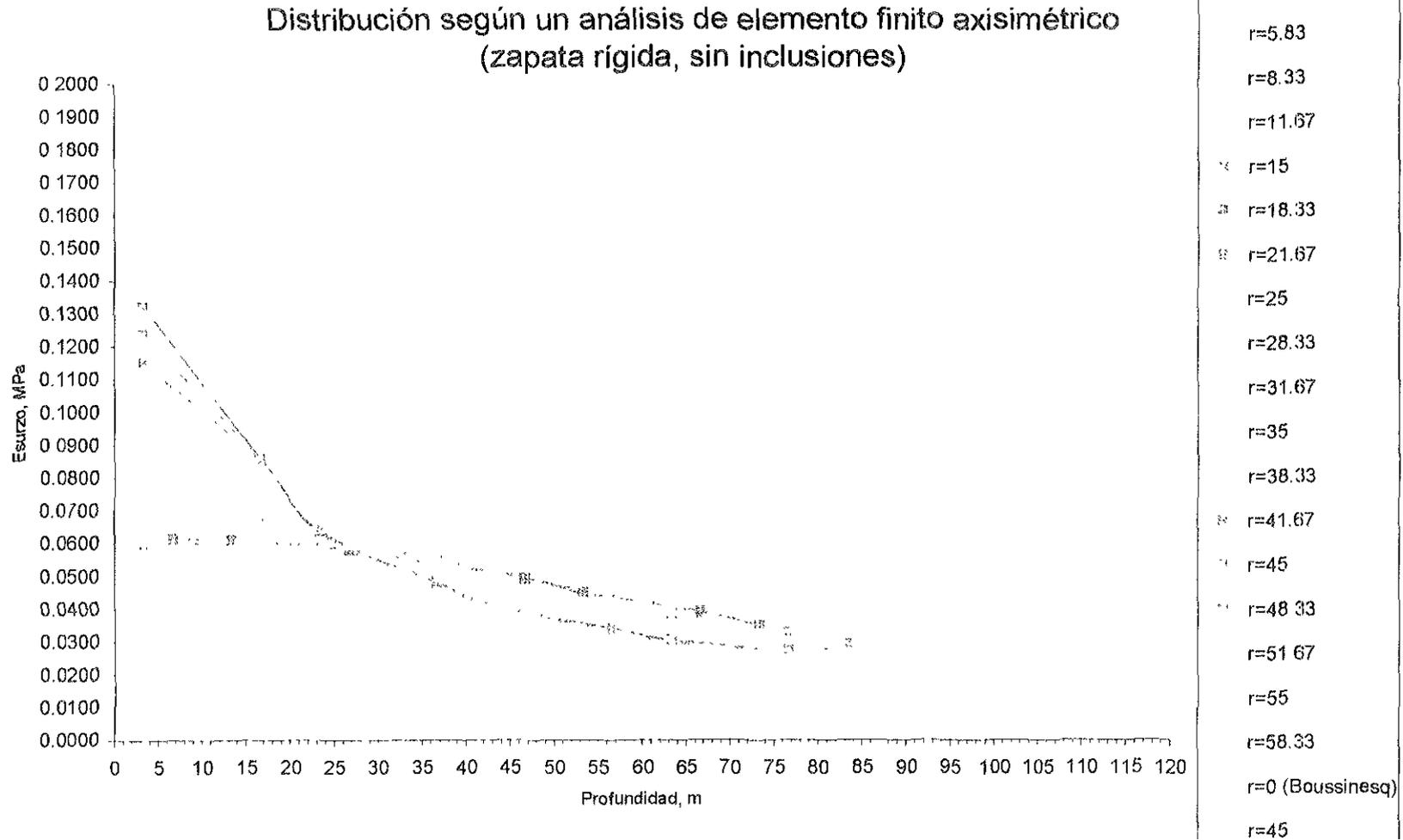


Figura 4.207 Distribución de esfuerzos según un análisis de elementos finitos axisimétrico, caso II Puente Rion-Antirion, Grecia.

Asentamientos totales, pilaM2
(zapata circualarrígida, con nclusiones)

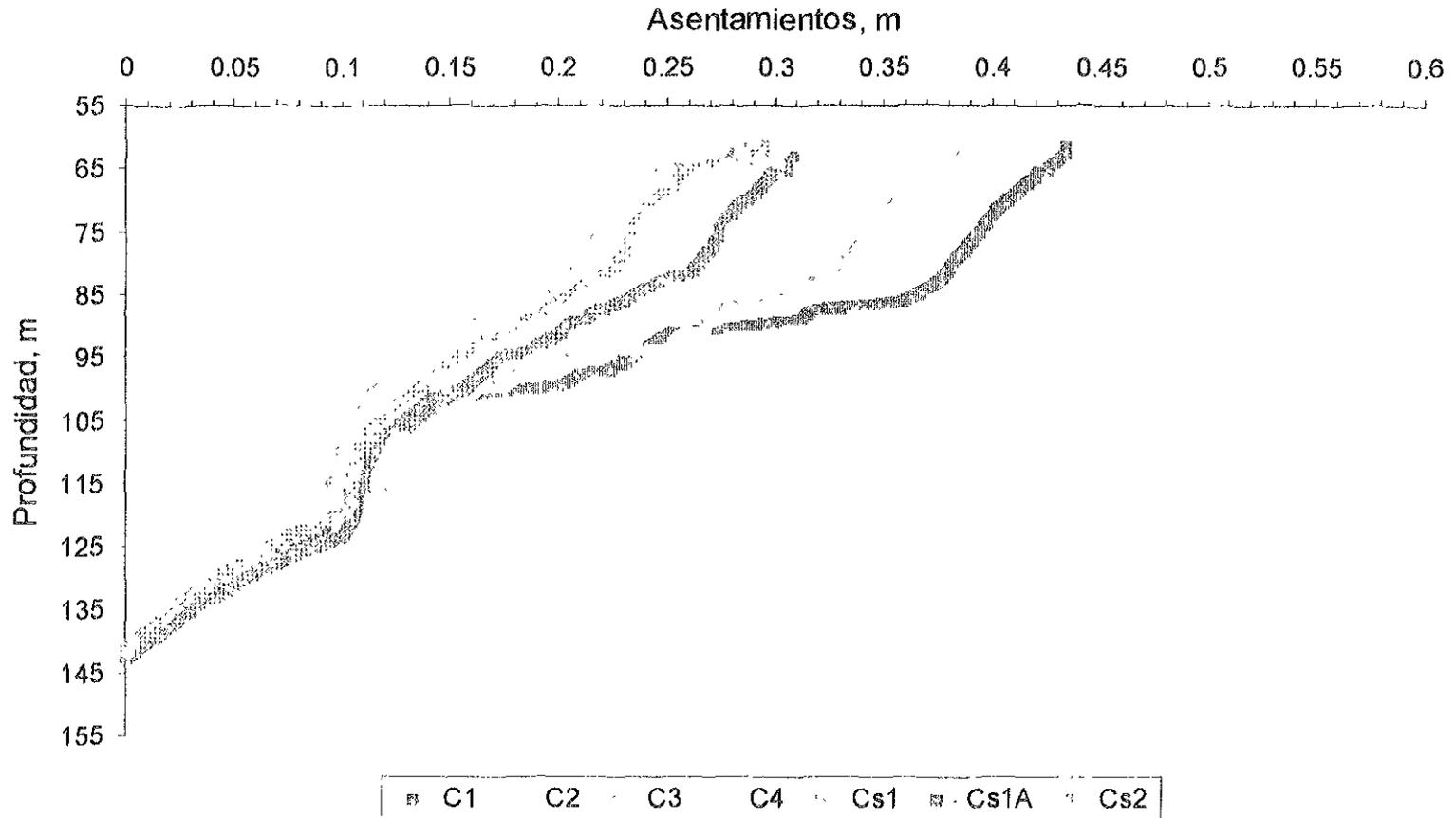


Figura 4.208 Perfil de asentamientos totales en la pila M2 para el caso A. Puente Rion-Antirion, Grecia.

Distribución de esfuerzos

$W=860\text{MN}$, $r=45\text{m}$, $d_{\text{incl}}=7\text{m}$, $l_{\text{incl}}=25\text{m}$

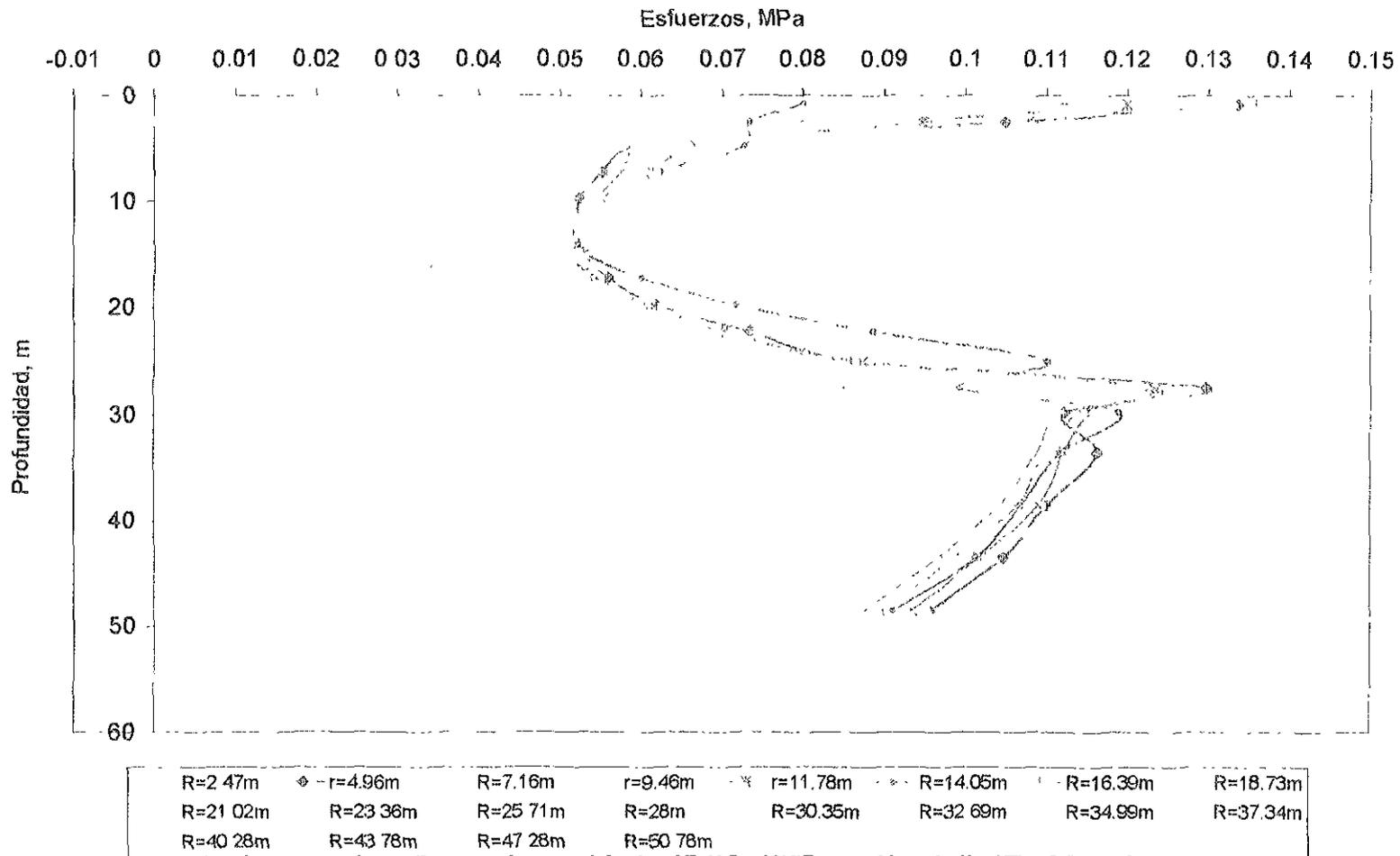


Figura 4.209 Distribución de esfuerzos según un análisis de elementos finitos 3D, diseño para las pilas M1 a M3. Puente Rion-Antirion, Grecia.

Distribución de esfuerzos
W=650MN, r=40m, sin inclusiones

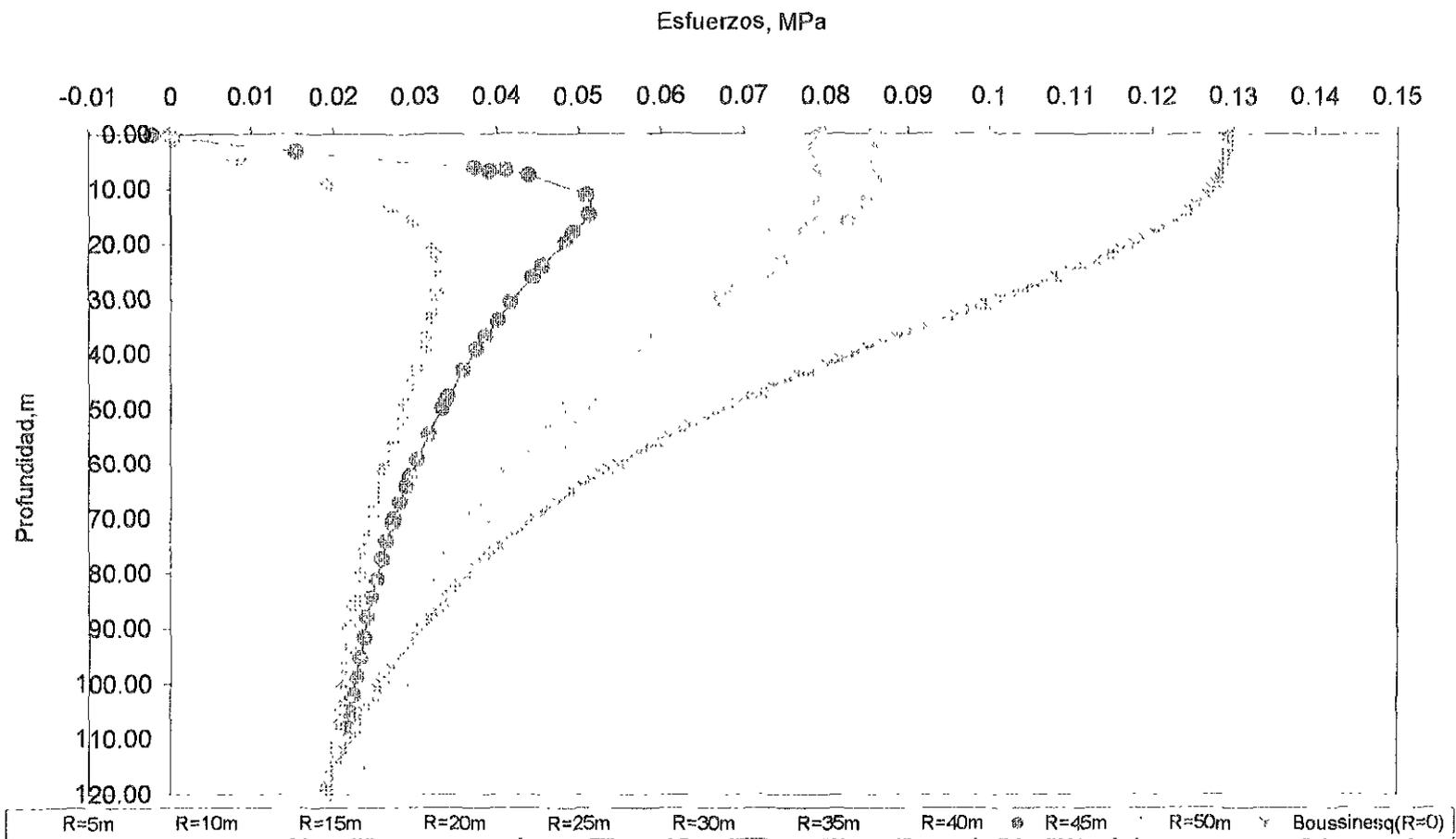


Figura 4.210 Distribución de esfuerzos según un análisis de elementos finitos axisimétrico, diseño para la pila M4. Puente Rion-Antirion, Grecia.