

01149

14



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA
DE MÉXICO

FACULTAD DE INGENIERÍA

PREDICCIÓN DE CONDICIONES DE
ARENAMIENTO EN POZOS
PRODUCTORES DE GAS

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TITULO DE
MAESTRO EN INGENIERIA
P R E S E N T A
JOEL TREJO FUENTES

ASESOR: DR. DANIEL GARCÍA GAVITO



MÉXICO, D.F.

JUNIO 2001



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

A LA MEMORIA DE MI HIJO

IRVING DANIEL TREJO EWALD

(q.e.p.d.)

Y EL SEÑOR DIJO

Te prestaré por un tiempo un hijo mío
para que lo ames mientras viva.

Podrán ser seis, siete años
diez o quince hasta que lo llame.

¿PODRAS CUIDARLO?

Quiero que aprenda a vivir, he buscado
un maestro y te he elegido a ti.

¿LE ENSEÑARAS?

No te ofrezco que se quedará contigo
solo te lo presto.

Porque lo que va a la tierra a mi regresa.

El te dará la ternura, la alegría y
toda la comprensión de su juventud.

Y el día que lo llame tu no llorarás,
ni me odiaras por regresarlo conmigo.

Su ausencia corporal quedará compensada
con los muchos y agradables recuerdos.

Y con ello tu luto será más llevadero.

Y habrás de decir con agradecida humildad

“Señor, hágase tu voluntad.”

*A mis padres
Juan Frejo y Lucina Fuentes
por su gran enseñanza en la vida.*

*Con mucho amor para mi esposa Elizabeth
y mi hijo Jahir.*

*Un especial agradecimiento al
Dr. Daniel García Gavito por su
grán alluda en la elaboración
de esta Tesis.*

RESUMEN

La producción de arena puede presentarse al inicio de la producción, o en una etapa más avanzada de la vida productiva del yacimiento, debido a esto la mayoría de los casos se trata de resolver el problema por medios mecánicos (cedazos, inyección de resinas, empaques, etc.) teniendo por consecuencia una disminución drástica del gasto de producción.

En el presente trabajo se trata este problema desde el punto de vista de mecánica de rocas, analizando los esfuerzos in-situ a los que está sometido el yacimiento al inicio y durante la vida productiva del pozo, con la finalidad de poder determinar la causa probable de producción de arena para así evitar un desequilibrio de esfuerzos provocado por un alto gasto de producción, un depresionamiento del yacimiento o una caída de presión alta originada por métodos de inducción o producción.

En los primeros capítulos se establecen las bases para determinar esfuerzos in-situ, tanto de la formación como dentro de la cavidad de los disparos, ya que aquí es donde empieza la producción de arena, de esta manera se trata de evaluar cuales son las mejores condiciones de operación, tanto de gasto óptimo, diseño de disparos y tipo de terminación mas adecuada a la problemática.

Finalmente se plantea un modelo analítico donde se involucran esfuerzos in-situ, gastos, caídas de presión en el sistema, y otros elementos que pueden provocar la producción de arena. Este modelo analítico es evaluado y validado con datos de campo de la Región Norte.

**PREDICCIÓN DE CONDICIONES DE ARENAMIENTO
EN POZOS PRODUCTORES DE GAS**

CONTENIDO

CAPITULO		PAG.
I	INTRODUCCIÓN	6
II	DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA Y OBJETIVO	8
III	CONCEPTOS BÁSICOS	10
	3.1 Prueba uniaxial	10
	3.2 El tensor de esfuerzos	14
	3.3 Invariantes de los esfuerzos	14
	3.4 Ecuaciones de equilibrio	15
	3.5 Módulo de elasticidad	17
	3.6 Energía de deformación	19
	3.7 Criterio de falla	20
	3.8 La teoría de plasticidad	21
IV	ASPECTOS GEOLOGICOS	33
	4.1 Esfuerzos en el subsuelo	33
	4.1.1 Esfuerzos verticales y horizontales	33
	4.1.2 Esfuerzos en agujeros cilíndricos	36
	4.2 Pruebas de goteo (LOT)	42
	4.3 Compresibilidad de poro	43
	4.4 Relaciones esfuerzo-deformación en arenas	45

V	ARENAMIENTO	47
5.1	El control de arena activo	48
5.2	Factores a ser considerados en el estudio de Predicción de Arena.	49
5.2.1	La terminación del pozo	49
5.2.2	Disparos	50
5.2.2.1	Geometría de la Perforación del disparo	51
5.2.3	Carga cíclica	51
5.2.4	Buena presión en el momento del disparo	52
5.3	Mecanismos para la producción de arena	52
5.3.1	Falla por Esfuerzo de Corte	52
5.3.2	Falla por Tensión	53
5.4	Modelos Numéricos	54
VI	MODELO ANALITICO	56
6.1	Suposiciones	57
6.2	Endurecimiento o ablandamiento del material	64
VII	VALIDACIÓN Y DISCUSIÓN DE RESULTADOS	73
VIII	CONCLUSIONES	84
IX	RECOMENDACIONES	85
X	NOMECLATURA	87
XI	REFERENCIAS	91
Apéndice A	Programa de cómputo	95
Apéndice B	Ecuaciones para caídas de presión en flujo de gas	106

I.- INTRODUCCIÓN

En ultimas fechas la explotación de gas ha tenido un gran desarrollo debido a las necesidades de tener un hidrocarburo no contaminante. En México la Región Norte ha desarrollado diferentes Cuencas Productoras de Gas como son SABINAS, BURGOS, MISANTLA y VERACRUZ; en algunos campos de estas cuencas se presenta la presencia de arena de formación durante su vida productora, en estos casos la producción del pozo al inicio es muy alta, pero después de un cierto tiempo decrece y en ocasiones se deja de producir debido a la presencia de arena de formación que taponan las tuberías y accesorios, debido a esto se han buscado alternativas para la mejor explotación de estos campos como son soluciones mecánicas para evitar la presencia de arena de formación durante la vida productiva de estos pozos.

Varios problemas de interés actual en la industria de petróleo requieren del conocimiento de la evolución de estado de esfuerzos en el yacimiento, como son: depresionamiento y compactación superficial del yacimiento, reorientación de esfuerzos, y los cambios de permeabilidad por esfuerzos cambiantes. En consecuencia, es necesario acoplar la consideración de geomecánica del yacimiento, diseñando su operación esencialmente para este tipo de problemas. Específicamente, se necesita un modelo de flujo de fluido y consideraciones de geomecánica como, propiedades de los fluidos, propiedades mecánicas de la roca, presión de fluidos del yacimiento y nivel de tensión medidos por diferentes

tipos de técnicas como pruebas de núcleo, medidas de tensión in-situ, deben ser consideradas para prever el comportamiento del yacimiento.

La motivación principal de los orígenes de este trabajo está en la predicción de presencia de arena en pozos productores de gas; para esto debemos tener una estimación de las propiedades mecánicas del yacimiento y en nivel de tensión in-situ. Otros problemas prácticos que se relacionan y pueden obtener beneficios de los resultados de este estudio son: el efecto de orientación de las fracturas, el patrón o espaciamiento de pozos, alteración de esfuerzos y reorientación de esfuerzos en el yacimiento.

II.- DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA Y OBJETIVO

La producción de arena en pozos productores de gas, representa un gran problema, ya que el manejo de ésta representa erogaciones demasiado fuertes y en ocasiones produce la pérdida del pozo.

La producción de arena está asociada a un problema de inestabilidad del pozo, que es el resultado de la remoción de roca al ser perforada de su sitio original. La roca originalmente se encuentra sometida a un estado de esfuerzos compresivos, y en estado natural se encuentran en equilibrio mecánico. Al perforar el pozo ó durante su vida productiva se produce una redistribución de esfuerzos en su vecindad y los esfuerzos que estaban siendo soportados por la roca removida se distribuyen concentrándose en las paredes del pozo; estos esfuerzos tienen que guardar un equilibrio para evitar la producción de arena, derrumbes, fracturamiento, etc. Para mantener un equilibrio y evitar la producción de arena, se debe tener cuidado especial en el tipo de inducción que se va hacer al pozo, así como los cierres y aperturas abruptas del pozo, ya que estas también generan desequilibrio mecánico de la roca.

En el presente trabajo se elabora un modelo que conjunta los aspectos mecánicos asociados a las caídas de presión generadas por inducción, producción, aperturas y cierres súbitos que afectan la estabilidad del pozo. Se

espera que este modelo permita al usuario tener un mejor entendimiento de la estabilidad de las arenas durante la vida productiva del pozo.

Los objetivos del presente trabajo son los siguientes:

- Hacer un análisis del estado de esfuerzos que guardan las cavidades de los disparos en el pozo, y establecer un modelo constitutivo que represente ese estado de esfuerzos.
- Hacer un programa de cómputo que nos permita integrar por medio de las ecuaciones constitutivas el criterio de falla de la roca, para determinar los esfuerzos alrededor de los disparos y así poder determinar las caídas de presión máximas a manejar, o los criterios para la mejor operación del pozo durante su vida productiva.
- Elaborar gráficos tipo de las envolventes de falla para un campo de la Región Norte, que nos permita de una manera rápida y práctica observar los límites de seguridad al generar caídas de presión en el fondo del pozo, para de esta manera tener un mejor desempeño de la vida productiva del mismo.

III.- CONCEPTOS BASICOS¹

3.1 Prueba uniaxial.

La Fig. 3.1 muestra un resultado típico de una prueba uniaxial, donde la deformación axial de la muestra es una función del esfuerzo aplicado. Algunos conceptos importantes se definen en la figura 3.1, son los siguientes:

Región elástica: Cuando el esfuerzo es relevado, la muestra regresa a su estado original.

Punto de cedencia: El punto a partir del cual se presentan cambios permanentes. (La muestra no retorna a su estado original luego que el esfuerzo es descargado.)

Resistencia a la compresión uniaxial: El esfuerzo máximo.

Región dúctil: Una región en que la muestra sufre una deformación permanente sin perder la habilidad a soportar carga.

Región frágil: Una región en que la capacidad de la muestra a resistir el esfuerzo decrece rápidamente.

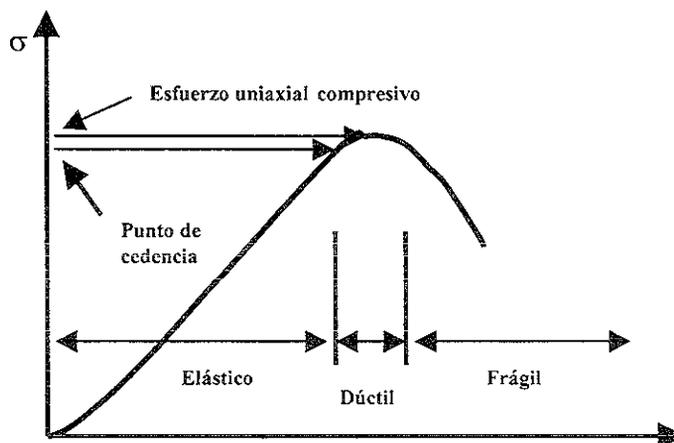


Figura 3.1 Bosquejo principal de esfuerzo contra deformación en una prueba de compresión uniaxial. En la práctica, la región dúctil puede ser muy pequeña.

3.1.2 Prueba Triaxial.

En una prueba triaxial, se mide el incremento de diferencia entre el esfuerzo principal contra la deformación axial, obteniéndose una curva que observamos en la Fig. 3.2; sin embargo, el comportamiento post-falla puede ser diferente. La Fig. 3.2 muestra resultados de pruebas triaxiales con varias presiones de confinamiento. Se ha comprobado que el comportamiento post-falla exhibe una variación considerable, y que para presiones de confinamiento altas la habilidad de las muestras a soportar cargas incrementándose uniformemente después de fallar. El comportamiento es llamado trabajo endurecido o deformación endurecida.

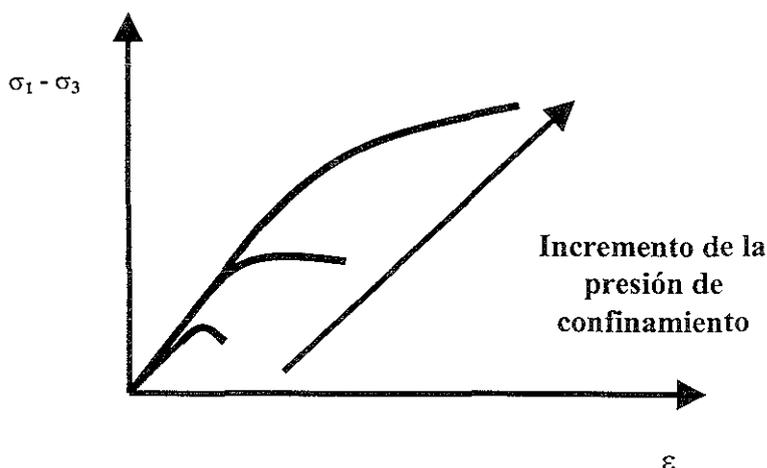


Fig. 3.2 Prueba triaxial: Influencia típica de la presión de confinamiento en la forma del esfuerzo diferencial (esfuerzo axial menos presión de confinamiento) contra curvas de deformación axial.

Para la prueba uniaxial mostrada en la Fig. 3.2, se puede establecer el concepto de falla correspondiendo al esfuerzo máximo. Para las presiones de confinamiento altas en la Fig. 3.3, uno puede definir fallas en el "punto" donde

cambia la pendiente en la curva esfuerzo-deformación. Esto puede no ser totalmente apropiado, ya que el material inmóvil soporta incremento de cargas después de haber fallado.

3.1.2 La falla superficial.

Ahora nosotros consideraremos una prueba a una muestra de material isotrópico, sujeto a un cierto estado de esfuerzo. Este estado de esfuerzos puede describirse por medio de los tres esfuerzos principales σ_1 , σ_2 , σ_3 y la orientación del esfuerzo principal de ejes relacionados a algún sistema coordenado escogido. Para un ejemplo isotrópico, esto es claro que la orientación de los esfuerzos principales no es significativa, y podemos describir completamente el estado de esfuerzos por σ_1 , σ_2 , σ_3 . Entonces, se puede dibujar gráficamente el estado de esfuerzos como un punto en el espacio σ_1 , σ_2 , σ_3 . Ahora, suponiendo que el ejemplo es llevado a falla por incremento del esfuerzo principal en algún modo, trazamos un punto en las coordenadas de la falla en el espacio $(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)$. Después, hacemos que el procedimiento sea repetitivo (un número infinito de veces) para tomar las muestras de falla en todas las formas posibles. Entonces volveremos a obtener un número infinito de puntos en el espacio $(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)$, suponiendo que formarán alguna superficie se obtiene la falla superficial, un diagrama general de este tipo de superficies se muestra en la Fig. 3.3. La falla superficial puede ser descrita por la ecuación:

$$f(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) = 0 \quad (3.1)$$

Es difícil dibujar una superficie en un espacio de tres dimensiones. En cambio, uno a veces dibuja secciones cruzadas de la superficie. La más común de las secciones es aquella que se obtiene en planos normales a los ejes $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$, por ejemplo el eje hidrostático (o hidróstato). Estos planos son los llamados planos π .

La existencia de la falla superficial es evidentemente significativa. Por ejemplo esta existencia implica que la falla es independiente del gradiente de esfuerzo y de la historia de esfuerzo para estados de esfuerzos en el lado de la superficie "segura".

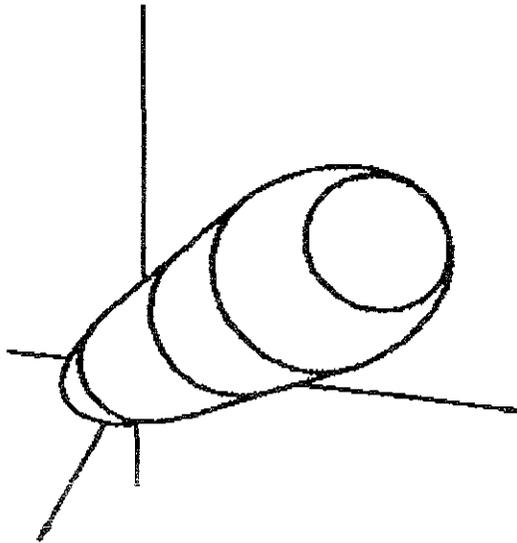


Fig. 3.3. Diagrama esquemático en que se muestra la falla superficial en un espacio de esfuerzo principal, esquemáticamente.

3.2 El tensor de esfuerzo.

Para el propósito de este trabajo se emplea la notación siguiente: ambos tipos de esfuerzos (normal y de corte) se denotan σ_{ij} . Los subíndices i y j pueden ser cualquier número 1, 2, 3, el cual representa los ejes x , y , z , respectivamente. El primer subíndice (i) identifica el eje normal en la superficie actual, mientras el segundo subíndice (j) identifica la dirección de la fuerza. Así, de la figura 3.4, podemos ver que $\sigma_{11} = \sigma_x$, $\sigma_{13} = \sigma_{xz}$, etc. En esta notación el tensor de esfuerzos (3.8) pueden expresarse:

$$\sigma_{i,j} = \begin{pmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33} \end{pmatrix} \quad (3.2)$$

Cuando el tensor de esfuerzos es coincidente con los ejes principales, la ecuación (3.2) se convierte en:

$$\sigma_{i,j} = \begin{pmatrix} \sigma_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{33} \end{pmatrix} \quad (3.3)$$

3.3 Invariantes de los Esfuerzos.

La ecuación (3.2) es una matriz que representa al tensor de esfuerzos. Cuando cambian para diferentes sistemas de ejes coordenados, la matriz (3.2) se transforma en una matriz ordinaria. De esta manera el esfuerzo normal promedio es:

$$\bar{\sigma} = (\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z)/3 \quad (3.4),$$

el cual es igual a 1/3 del trazo de la matriz, el resto queda inalterable durante cualquier cambio de ejes coordenados. El esfuerzo promedio normal es así, una invariable del esfuerzo.

Hay también otras combinaciones de esfuerzo, que son independientes de los ejes coordenados. Cualquier combinación de invariantes de esfuerzo será por supuesto una invariante de esfuerzo también. Las invariantes de esfuerzo más utilizadas son:

$$\begin{aligned} I_1 &= \sigma_x + \sigma_y + \sigma_z \\ I_2 &= -(\sigma_x\sigma_y + \sigma_y\sigma_z + \sigma_z\sigma_x) + \tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2 \\ I_3 &= \sigma_x\sigma_y\sigma_z + 2\tau_{xy}\tau_{yz}\tau_{zx} - \sigma_x\tau_{yz}^2 - \sigma_y\tau_{zx}^2 - \sigma_z\tau_{xy}^2 \end{aligned} \quad (3.5)$$

3.4 Ecuaciones de Equilibrio.

Para un cuerpo en equilibrio, se requiere que todas las fuerzas actuando sobre el se cancelen, y pueden ser expresadas por:

$$\begin{aligned} \text{Fuerza Normal} & \quad -\sigma_x \Delta y \Delta z + \left(\sigma_x + \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} \Delta x \right) \Delta y \Delta z \\ \text{Fuerza de Corte} & \quad -\tau_{yx} \Delta x \Delta z + \left(\tau_{yx} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} \Delta y \right) \Delta x \Delta z \\ & \quad -\tau_{zx} \Delta y \Delta x + \left(\tau_{zx} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} \Delta z \right) \Delta y \Delta x \\ \text{Equilibrio de Fuerzas} & \quad \rho X \Delta x \Delta y \Delta z \end{aligned} \quad (3.6)$$

Sumando todas las fuerzas expresadas en (3.6) y dividiendo por $\Delta x \Delta y \Delta z$, se obtiene la condición para las fuerzas en la dirección x:

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} + \rho X = 0 \quad (3.7)$$

Similarmente, para las fuerzas en las direcciones "y" y "z":

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} + \rho Y &= 0 \\ \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \rho Z &= 0 \end{aligned} \quad (3.8)$$

También, pueden expresarse las ecuaciones de equilibrio en coordenadas polares:

$$\begin{aligned} \sigma_{ij} &= 0 \\ \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} & \\ \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{xz}}{\partial z} &= 0 \\ \frac{\partial \sigma_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{yz}}{\partial z} &= 0 \\ \frac{\partial \sigma_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} &= 0 \end{aligned} \quad (3.9)$$

3.5 Módulo de Elasticidad.

Se considere una muestra de longitud L , y de sección transversal de área $A = D^2$ (Fig. 3.5). Cuando se aplica la fuerza F sobre esta superficie, la longitud de la muestra se reduce a L' . La fuerza aplicada es entonces $\sigma_x = F/A$ y la elongación es $\epsilon_x = (L-L')/L$, con base en lo anterior, si la muestra se comporta linealmente, entonces la relación lineal entre σ_x y ϵ_x , puede escribirse:

$$\epsilon_x = \frac{1}{E} \cdot \sigma_x \tag{3.10}$$

La ecuación (3.10) se conoce como la ley de Hooke's, mientras el coeficiente E es llamado Módulo de Young o simplemente el Módulo E . El Módulo de Young pertenece a un grupo de coeficientes llamados módulos elásticos. Esta es una medición de la rigidez de la muestra, p/ej. Las muestras son resistentes al estar contra compresión por un esfuerzo uniaxial.

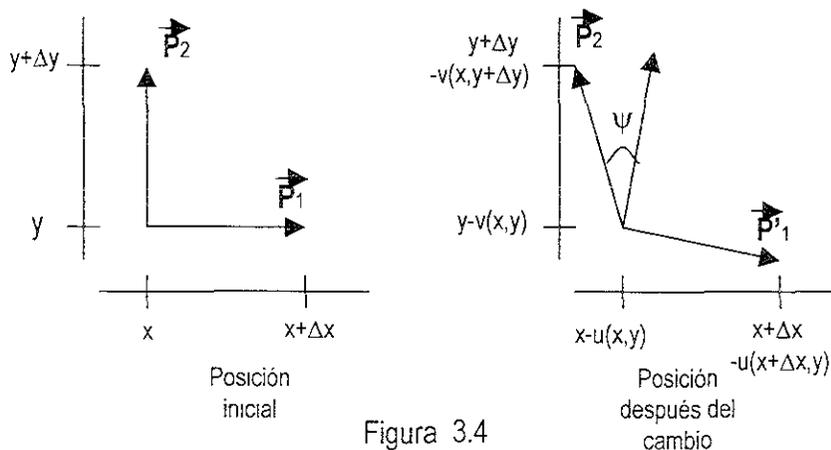


Figura 3.4

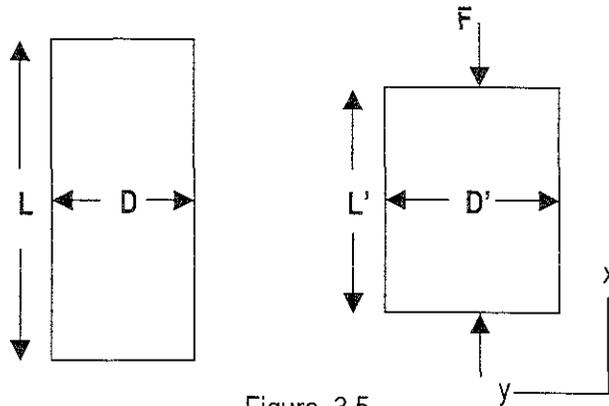


Figura 3.5

Otra consecuencia de la aplicación del esfuerzo σ_x (Fig. 3.4) es un incremento en la anchura D de la muestra. La elongación es $\varepsilon_y = \varepsilon_z = (D-D')/D$. En general $D' > D$, de esta manera ε_y y ε_z se vuelve negativo. La relación se define como:

$$\nu = -\frac{\varepsilon_y}{\varepsilon_x} \quad (3.11)$$

Este parámetro elástico, se conoce como relación de Poisson. Esta es una medida relativa de la expansión lateral con respecto a la contracción longitudinal. Las ecuaciones (3.9) y (3.10), las cuales relacionan un componente del esfuerzo o de la deformación con respecto al otro, están definidos por un estado específico de esfuerzo, es decir $\sigma_x \neq 0$, $\sigma_y = \sigma_z = 0$. En general, cada componente de esfuerzo es una función lineal de todo componente de esfuerzo.

3.6 Energía de deformación.

Un cuerpo deformado posee una energía potencial que puede liberarse durante una carga. Considere un cubo pequeño de un material, con lados iguales, cargado uniaxialmente con la tensión σ . El alargamiento resultante es $\varepsilon = \sigma/E$. El trabajo hecho aumentando la tensión de 0 a σ_1 es:

Trabajo = fuerza * distancia

$$\begin{aligned}
 &= \int_0^{\sigma_1} (a^2 \sigma) * (a * d\varepsilon) = a^3 \int_0^{\sigma_1} \sigma * \frac{d\sigma}{E} \\
 &= \frac{1}{2} a^3 \frac{\sigma_1^2}{E} = \frac{1}{2} a^3 E \varepsilon_1^2 \\
 &= \frac{1}{2} a^3 \sigma_1 \varepsilon_1
 \end{aligned}
 \tag{3.12}$$

donde $\varepsilon_1 = \sigma_1/E$.

El estado de tensión en este caso es uniaxial, σ_1 es una tensión principal, mientras ε_1 es un esfuerzo principal. Cuando las otras dos tensiones principales no son ceros, los términos correspondientes se agregarán a la expresión para el trabajo. El trabajo por volumen unitario (= la energía potencial por unidad de volumen) se expresa en la forma siguiente:

$$U = \frac{1}{2} (\sigma_1 \varepsilon_1 + \sigma_2 \varepsilon_2 + \sigma_3 \varepsilon_3)
 \tag{3.13}$$

U se llama la fuerza de energía.

3.7 Criterio de falla.

Existen diversos criterios de falla en la literatura, pero el que es usado en el presente trabajo es el criterio de Von Mises² en términos de esfuerzos principales ec. 3:

$$\sigma_{i,j} = \begin{pmatrix} \sigma_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{33} \end{pmatrix}$$

El tensor desviador de esfuerzos para este caso está dado por:

$$S_{i,j} S_{i,j} = \frac{2}{3} k^2 f \quad (3.14)$$

Donde:

$$S_{i,j} = \begin{pmatrix} (\sigma_1 - \sigma_m) & 0 & 0 \\ 0 & (\sigma_2 - \sigma_m) & 0 \\ 0 & 0 & (\sigma_3 - \sigma_m) \end{pmatrix}$$

$$\sigma_m = \frac{1}{3} (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) \quad (3.15)$$

Entonces

$$\begin{aligned} S_{i,j} S_{i,j} &= (\sigma_1 - \sigma_m)^2 + (\sigma_2 - \sigma_m)^2 + (\sigma_3 - \sigma_m)^2 \\ &= \sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 + 3\sigma_m^2 - 2\sigma_m(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) \\ &= \sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 + 3\left(\frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3}\right)^2 - \frac{2}{3}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)^2 \\ &= \sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - \frac{1}{3}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 S_{i,j}S_{i,j} &= \sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - \frac{1}{3}[\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 + 2\sigma_1\sigma_2 + 2\sigma_2\sigma_3 + 2\sigma_3\sigma_2] \\
 &= \frac{1}{3}[2\sigma_1^2 + 2\sigma_2^2 + 2\sigma_3^2 - 2\sigma_1\sigma_2 - 2\sigma_2\sigma_3 - 2\sigma_3\sigma_1] \\
 &= \frac{1}{3}[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 + \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_2)^2]
 \end{aligned}
 \tag{3.16}$$

Substituyendo la Ec. (3.16) en la Ec.(3.14) se reduce a.

$$\frac{1}{3}[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2] = \frac{2}{3}k_f^2
 \tag{3.17}$$

o también

$$\frac{1}{3}[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2] = k_f
 \tag{3.18}$$

Con este mismo criterio se obtienen las invariantes de la matriz, las cuales están dadas por:

$$J1 = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3
 \tag{3.19}$$

$$J2 = \sigma_1^2 = k^2 = \frac{1}{6}[(\sigma_2 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]
 \tag{3.20}$$

El criterio de Von Mises es comúnmente usado para describir la cedencia en metales.

3.8 La teoría de plasticidad.^{3,4}

Considerando que la plasticidad es aplicable a las rocas sólo para rangos limitados de los materiales, así como las condiciones de esfuerzo y temperatura,

se describirán algunos de los puntos principales de la teoría de plasticidad. Hay cuatro partes principales en esta teoría.

a) **Deformaciones plásticas.** La deformación total se supone que consiste de una parte elástica y una parte plástica de acuerdo a:

$$d\varepsilon_{ij} = d\varepsilon_{ij}^e + d\varepsilon_{ij}^p \quad (3.21)$$

Donde la deformación elástica esta relacionada al incremento del esfuerzo por la teoría de elasticidad convencional. Cuando una muestra es tomada fuera del límite elástico y se libera, la deformación plástica se aplica de acuerdo a la teoría de deformación fija.

b) **Un criterio de cedencia.** Se define la cedencia como el punto en el que ocurren cambios irreversibles en la roca. Claramente la cedencia puede definirse más precisamente que la falla. Un criterio de cedencia es similar al criterio de falla definido en la sección previa, y define la superficie en el espacio de esfuerzos al cual ocurre la cedencia.

c) **Una regla de flujo.** La regla de flujo describe las deformaciones plásticas desarrolladas para una situación de carga dada.

d) **Una regla de endurecimiento.** Anteriormente se mencionó como un material de roca para ciertas condiciones puede sostener un incremento de carga después de la falla inicial (o de acuerdo a la cedencia para la nomenclatura de plasticidad).

Esta está descrita por la regla de endurecimiento. El endurecimiento (o ablandamiento) puede ser interpretado como un cambio en la superficie de cedencia, en el espacio de esfuerzos principales. Esto puede ser descrito cambiando la ecuación (3.1) por:

$$f(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3, k) = 0 \quad (3.22)$$

Donde k es un parámetro que describe los efectos de endurecimiento. Un material idealmente plástico es un material que puede resistir una deformación plástica infinita, con cambios fuera dentro del nivel de esfuerzos. La Figura 3.6 muestra esquemáticamente el diagrama esfuerzo de formación de un material idealmente lineal-elástico plástico. Después de la fase inicial elástica, el material se deforma a un esfuerzo constante.

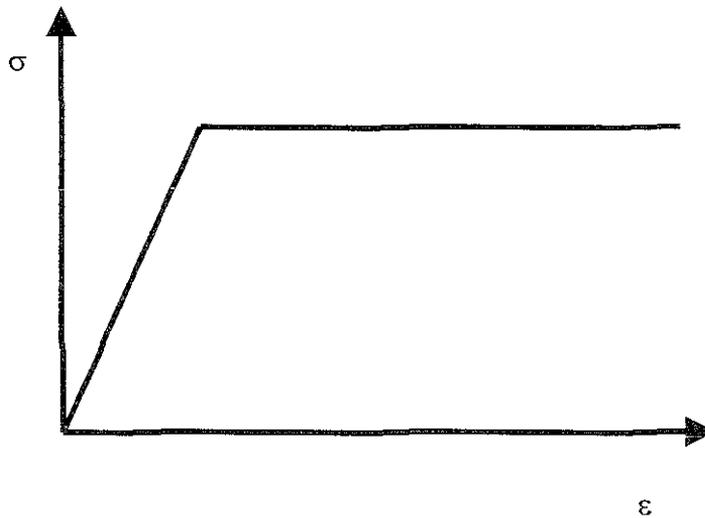


Figura 3.6. La curva esfuerzo deformación para un material idealmente plástico.

3.8.1 Flujo plástico.

La función de la regla de flujo es para describir el desarrollo de los incrementos de deformación plástica. La suposición básica de regreso concerniente a los datos de flujo plástico regresando a Saint-Venant ⁵. Estos estados.

$$d\varepsilon_{ij}^p = d\lambda h_{ij}(\sigma_{ke}) \tag{3.23}$$

Donde $d\lambda$ es un escalar no especificado por la regla de flujo. Es visto que las h_{ij} son funciones de los componentes de los esfuerzos. Hay dos implicaciones principales de la ecuación (3.23). Primero los estados de esa dirección de flujo plástico, están determinados por el estado de esfuerzos y no afectados por los incrementos de esfuerzos o por los gradientes de esfuerzo. Segundo la magnitud

de la deformación plástica no es única. Refiriéndonos a la Figura 3.6, ésta es muy trivial para un material idealmente elástico, por lo tanto los esfuerzos de cedencia son constantes para cualquier magnitud de la deformación plástica.

Aunque la ecuación (3.23) puso algunas restricciones sobre el comportamiento plástico, está muy lejos de dar una descripción completa, que podría incluir una especificación de las funciones $h_{ij}(\sigma_{ke})$.

Con el propósito de orientarse hacia una descripción completa del comportamiento plástico se emplea el hecho de que la deformación plástica es un proceso disipativo:

$$\sigma_{ij} d\varepsilon_{ij}^p \geq 0 \quad (3.24)$$

Lo anterior impone un requerimiento sobre las h_{ij} s. La simplificación de los resultados a partir de criterio de Von Mises (1928), suponiendo una plástica potencial, es decir que las h_{ij} son supuestamente derivadas como el gradiente de un espacio de esfuerzo potencial.

$$d\varepsilon_{ij}^p = d\lambda \frac{\partial g}{\partial \sigma_{ij}} \quad (3.25)$$

Claro que g puede ser escogida de tal forma que obedezca (3.25).

Sin embargo, la suposición de una reducción potencial plástica es necesaria para una especificación de las seis funciones h_{ij} de seis variables para una función g de seis variables, pero esto no es suficiente para especificar completamente el flujo plástico.

Una solución al problema, es la solución de Drucker⁵ (1950) para un material estable que trabaja el endurecimiento. Cada material está definido por una versión más estricta de la ecuación (3.23).

$$d\sigma_y d\varepsilon_y^p \geq 0 \quad (3.26)$$

Note que si bien (3.23) es una ley termodinámica, (3.26) no lo es, y en consecuencia la derivada de (3.26) no es aplicable a todos los materiales. De (3.26), Drucker encontró que el potencial plástico g es idéntico a la función f descrito por la cedencia de la superficie.

$$d\varepsilon_y^p = d\lambda \frac{\partial f}{\partial \sigma_y} \quad (3.27)$$

Así una vez especificada la cedencia de la superficie el flujo es plástico. De cualquier modo debemos ver que algunas de las consecuencias de (3.25) no se aplican completamente a los materiales de las rocas, por lo tanto uno puede regresar a una suposición más general como la expresada por la Ec. (3.25).

Así en la ecuación (3.27) la consideración se deriva a partir del criterio de cedencia y éste es una regla de flujo asociada; de la misma manera, la regla de flujo del potencial plástico más general g es llamada flujo no asociado.

3.8.2 Tensión efectiva y esfuerzo efectivo.

La definición de tensión efectiva simplemente se puede obtener en una prueba de tensión uniaxial, y es una cantidad que determinará si el flujo plástico tiene lugar o no, y debe ser una función positiva creciente de las tensiones durante el flujo plástico. Ahora la función de carga $f(\sigma_{i,j})$ también por definición, determina si el flujo plástico adicional tiene lugar.

La función de carga $f(\sigma_{i,j})$ por tanto debe ser constante para que la tensión efectiva tenga potencia, es decir:

$$f(\sigma_{i,j}) = C\sigma_e^n \quad (3.28)$$

Por ejemplo, si nosotros consideramos de nuevo

$$\begin{aligned} f &= J_2 \\ J_2 &= C\sigma_e^n \end{aligned}$$

$$\sigma_e = \left(\frac{J_2}{C}\right)^{\frac{1}{n}} = \left\{ \frac{1}{6C} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2] \right\}^{\frac{1}{n}} \quad (3.29)$$

y para la prueba de tensión uniaxial $\sigma_e = \sigma_1$, entonces:

$$n = 2$$

$$C = \frac{1}{3}$$

$$\sigma_e = \sqrt{3J_2}$$

La definición de esfuerzo de plástico eficaz, ε_p , realmente no es simple. Hay generalmente dos métodos usados. Uno define el incremento de esfuerzo efectivo en términos del trabajo plástico por volumen de la unidad; es decir:

$$dW^p = \sigma_e d\varepsilon_p \tag{3.30}$$

$$dW^p = S_{i,j} d\varepsilon_{ij}^p$$

y subsecuentemente

$$d\varepsilon_p = \frac{1}{\sigma_e} S_{ij} d\varepsilon_{ij}^p \tag{3.31}$$

Si $f = J_2$, a partir de las Ec. 3.29 se puede obtener:

$$d\varepsilon_p = \sqrt{\frac{2}{3} d\varepsilon_{ij}^p d\varepsilon_{ij}^p} \tag{3.32}$$

Y tomando el siguiente criterio $f = \sigma_1 - \sigma_3$ con $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$, entonces:

$$d\varepsilon_p = d\varepsilon_1^p \tag{3.33}$$

Expandiendo la Ec. (3.32)

$$d\varepsilon_p = \sqrt{\frac{2}{3} \left[(d\varepsilon_x^p)^2 + (d\varepsilon_y^p)^2 + (d\varepsilon_z^p)^2 + 2(d\varepsilon_{xy}^p)^2 + 2(d\varepsilon_{yx}^p)^2 + 2(d\varepsilon_{xz}^p)^2 + 2(d\varepsilon_{zx}^p)^2 \right]} \tag{3.34}$$

y en términos de incrementos de esfuerzos principales:

$$\begin{aligned}
 d\varepsilon_p &= \frac{2}{3} \left[(d\varepsilon_x^p)^2 + (d\varepsilon_y^p)^2 + (d\varepsilon_z^p)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \\
 &= \frac{2}{3} \left[(d\varepsilon_1^p)^2 + (d\varepsilon_2^p)^2 + d\varepsilon_1^p d\varepsilon_2^p \right]^{\frac{1}{2}}
 \end{aligned}
 \tag{3.35}$$

donde se ha empleado la condición de incompresibilidad $d\varepsilon_1^p + d\varepsilon_2^p + d\varepsilon_3^p = 0$.

Ahora para determinar la función G, debe comprenderse primero que para estar de acuerdo con la curva de tensión uniaxial, $d\sigma_\theta/d\varepsilon_p$, deben ser la cima de esa curva para la formulación anterior (en el rango plástico). Sustituyendo en la ecuación básica de Prandtl-Reuss:

$$d\varepsilon_{ij}^p = \frac{3}{2} \frac{d\varepsilon_p}{\sigma_T} S_{ij}$$

tenemos que a partir de la Ec. (3.34) se obtiene:

$$d\varepsilon_y^p = G \frac{\partial f}{\partial \sigma_y} df$$

Substituyendo en Ec. (3.32) tenemos:

$$d\varepsilon_p = \frac{2}{3} G \left[\frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} \right] df \tag{3.36}$$

o también

$$Gdf = d\lambda = \frac{3}{2} \frac{d\varepsilon_p}{\left(\frac{\partial f}{\partial \sigma_y} \right) \left(\frac{\partial f}{\partial \sigma_y} \right)} \tag{3.37}$$

y en general las relaciones tensión esfuerzo, están dadas por:

$$d\varepsilon_{ij}^p = \frac{\frac{3}{2} \left(\frac{\partial f}{\partial \sigma_y} \right) d\varepsilon_p}{\left(\frac{\partial f}{\partial \sigma_{mi}} \right) \left(\frac{\partial f}{\partial \sigma_{mi}} \right)} \quad (3.38)$$

La última ecuación constituye la regla de flujo (relación esfuerzo - tensión plástica) asociada con el criterio de Von Mises.

3.8.3 Endurecimiento.

El endurecimiento puede describirse por un cambio en la superficie de cedencia, como función de un parámetro K , que algunas veces está relacionado a la deformación plástica.

Esto se muestra esquemáticamente en la Figura 3.7, En que se define la superficie de cedencia inicial y la superficie de cedencia corriente, es decir, la superficie de cedencia después de alguna deformación plástica. También se muestra la superficie de falla, la cual está definida como la superficie que resulta a partir del estado de esfuerzos. Se puede observar que para un material plástico ideal, la superficie de cedencia inicial y la superficie de falla coinciden.

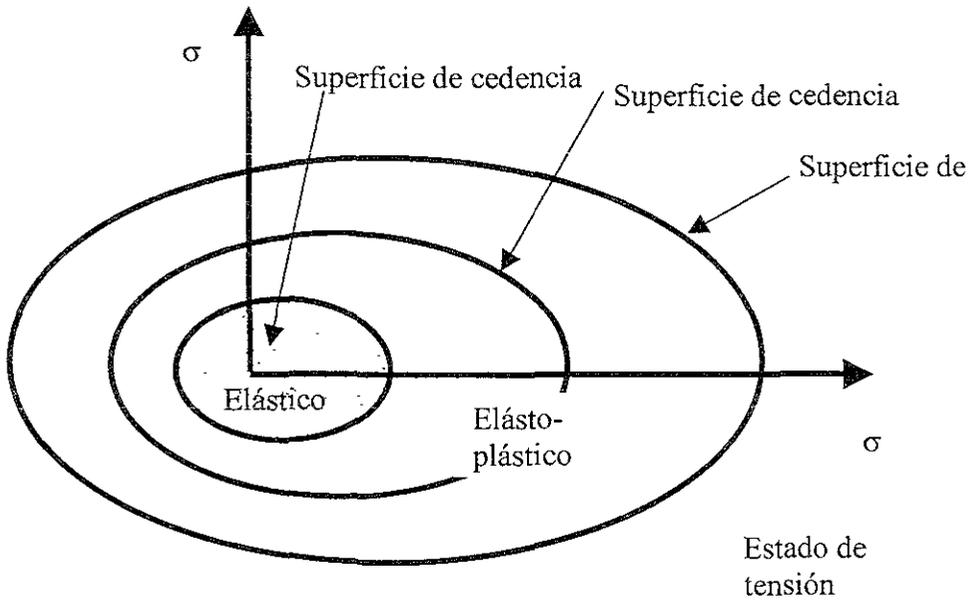


Figura 3.7 Esquema de endurecimiento en un espacio de esfuerzos.

El uso de un parámetro k para describir el endurecimiento, es por supuesto una simplificación, por lo tanto hay 6 componentes de deformación plástica. Hay dos formas comunes de relacionar k con las deformaciones plásticas. En un método k se supone como una función de la deformación plástica total.

$$k = k\left(\int d\varepsilon_j^p\right) \quad (3.39)$$

Frecuentemente el endurecimiento de la deformación se divide en dos modos principales, el endurecimiento isotrópico y el endurecimiento cinemático. El endurecimiento isotrópico quiere decir que la superficie de cedencia se expande (o se encoge) de una manera uniforme cercana a la hidrostática, Fig.3.8 El endurecimiento cinemático consiste en una traslación de la superficie de falla en el

espacio de esfuerzos. En la práctica el endurecimiento debe ser descrito por una combinación de modos, o a veces de comportamientos más complicados, en que la superficie de cedencia se deforma por diferentes caminos.

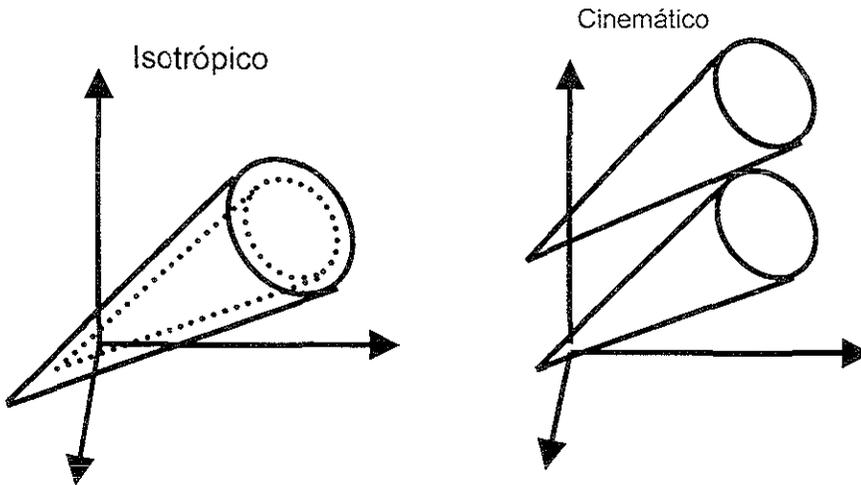


Figura 3.8 Endurecimiento isotrópico y cinemático en un espacio de esfuerzos principales.

Concluyendo mencionaremos una observación importante concerniente al endurecimiento. El efecto de estados Baushinger establece que si un material ésta sujeto a una deformación plástica dada en una dirección determinada, dado un esfuerzo de cedencia σ_1 , el esfuerzos de cedencia correspondiente cuando la muestra es cargada en dirección opuesta, que será más pequeño que σ_1 . Uno verá que el efecto Baushinger es obedecido por el endurecimiento cinemático pero no por el endurecimiento isotrópico.

IV ASPECTOS GEOLOGICOS⁶

4.1 Esfuerzos en el subsuelo.

4.1.1 Esfuerzos verticales y horizontales.

Normalmente, una formación subterránea ha sostenido el peso de las formaciones sobrepuestas. El esfuerzo vertical a una profundidad Z , provocado por una columna homogénea de materiales sobrepuestos, es $\sigma_z = \rho g z$, donde ρ es la densidad del material y g es la aceleración de la gravedad. Si la densidad varía con la profundidad, el esfuerzo vertical a una profundidad ésta dada por:

$$\sigma_z = \int_0^z \rho(z) g dz \quad (4.1)$$

Cuando los esfuerzos son hidrostáticos, es decir igual al esfuerzo vertical total (peso de sólidos más fluidos de poro) ellos son llamados litostáticos.

Suponiendo que los esfuerzos horizontales σ_x y σ_z son iguales, podemos escribir entonces:

$$\sigma'_x = \sigma'_v = K_0 \sigma'_z \quad (4.2)$$

Haciendo suposiciones acerca de la restricción en dirección horizontal experimentado por la formación, se pueden derivar expresiones para K_0 a partir de las ecuaciones de elasticidad (4.3) o (4.4). Si no existen restricciones, los esfuerzos horizontales desaparecen y $K_0=0$.

$$\begin{aligned}
 \sigma_x &= (\lambda + 2G)\varepsilon_x + \lambda\varepsilon_y + \lambda\varepsilon_z \\
 \sigma_y &= \lambda\varepsilon_x + (\lambda + 2G)\varepsilon_y + \lambda\varepsilon_z \\
 \sigma_z &= \lambda\varepsilon_x + \lambda\varepsilon_y + (\lambda + 2G)\varepsilon_z \\
 \tau_{xy} &= 2G\Gamma_{xy} \\
 \tau_{xz} &= 2G\Gamma_{xz} \\
 \tau_{yz} &= 2G\Gamma_{yz}
 \end{aligned} \tag{4.3}$$

$$\begin{aligned}
 \sigma_x &= C_{11}\varepsilon_x + C_{12}\varepsilon_y + C_{13}\varepsilon_z \\
 \sigma_y &= C_{12}\varepsilon_x + C_{22}\varepsilon_y + C_{23}\varepsilon_z \\
 \sigma_z &= C_{13}\varepsilon_x + C_{23}\varepsilon_y + C_{33}\varepsilon_z \\
 \tau_{yz} &= 2C_{44}\Gamma_{yz} \\
 \tau_{xz} &= 2C_{55}\Gamma_{xz} \\
 \tau_{xy} &= 2C_{66}\Gamma_{xy}
 \end{aligned} \tag{4.4}$$

Sin embargo, como ganancia de sedimentación, las capas a algunas profundidades serán confinadas, y el desplazamiento en la dirección será limitado. Otra situación es donde existe desplazamiento horizontal, $\varepsilon_x = \varepsilon_y = 0$. De la ecuación (4.3) encontramos que:

$$\sigma'_x = \sigma'_y = \frac{\lambda}{\lambda + 2G} \sigma'_z, \tag{4.5}$$

donde suponemos que la constante de Biot es igual a uno, así que el esfuerzo efectivo = esfuerzo total - presión de poro.

$E = 3K(1 - 2\nu)$	$K = \lambda \frac{1 + \nu}{3\nu}$	$\frac{\lambda}{\lambda + G} = 2\nu$
$E = 2G(1 + \nu)$		
$E = \frac{9KG}{3K + G}$	$K = \frac{2}{3}G \frac{1 + \nu}{1 - 2\nu}$	$\frac{G}{\lambda + G} = 1 - 2\nu$
$E = G \frac{3\lambda + 2G}{\lambda + G}$	$K = \lambda + \frac{2}{3}G$	$\frac{\lambda + 2G}{\lambda + G} = 2(1 - \nu)$
$E = \frac{\lambda}{\nu} (1 + \nu)(1 - 2\nu)$	$\nu = \frac{3K - 2G}{2(3K + G)}$	$\frac{3\lambda + 2G}{\lambda + G} = 2(1 + \nu)$
	$\frac{\lambda}{G} = \frac{2\nu}{1 - 2\nu}$	$\frac{3\lambda + 4G}{\lambda + G} = 2(2 - \nu)$

Tabla 4.1. Algunas relaciones entre el módulo de elasticidad

Aplicando las relaciones apropiadas de la tabla 4.1, la ecuación 4.5 puede ser expresada como:

$$\sigma'_x = \sigma'_y = \frac{\nu}{1 - \nu} \sigma'_z \quad (4.6)$$

De este modo $K = \nu / (1 - \nu)$. En un fluido $\nu = 0.5$, así $K_0 = 1$. Para una roca que tiene $\nu = 0.2$, $K_0 = 0.25$.

Los valores del esfuerzo horizontal son más difíciles de inferir. El método más directo de obtención del esfuerzo horizontal es llevar a cabo una prueba de fracturamiento de la formación. Esta operación común nos determina un número determinado de datos, los cuales muchas veces no son los suficientes para la evaluación del gradiente de esfuerzo horizontal.

Beckels y Van Eekelen⁷ (1982) usaron datos de una prueba de fracturamiento de una región completa, y derivaron las relaciones entre el esfuerzo horizontal total y la profundidad. Ellos también incluyeron en esas relaciones expresiones

tomando en cuenta la presión de poro anormal. Además, presentaron las siguientes relaciones para la Costa del Golfo de los Estados Unidos:

$$\begin{aligned} \sigma_h &= 0.0053D^{1.145} + 0.46(P_f - P_{fh}) \dots (D < 3500m) \\ \sigma_h &= 0.0264D - 31.7 + 0.46(P_f - P_{fh}) \dots (D > 3500m) \end{aligned} \quad (4.7),$$

donde D es la profundidad dada en metros, p_f es la presión de poro dada en Mpa, P_{fh} es la presión de poro anormal correspondiente a un gradiente de 0.0105 Mpa/m y σ_h es el esfuerzo horizontal total en Mpa.

4.1.2. Esfuerzos en agujeros cilíndricos.

Considérese un agujero vertical en una formación lineal elástica con esfuerzos horizontales iguales. Con un agujero cilíndrico con radio interior R_i y radio exterior R_o (Figura 4.1). La presión en la superficie interna es σ_{ri} , y en la superficie externa σ_{ro} . No existen fuerzas cortantes actuando sobre las superficies. Considerando que todas las cantidades son independientes de θ y z , y despreciando las fuerzas de gravedad, las ecuaciones de equilibrio se expresan en la forma siguiente:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \tau_{r\theta}}{\partial \theta} + \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial z} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} + \rho R &= 0 \\ \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial \tau_{r\theta}}{\partial r} + \frac{\partial \tau_{z\theta}}{\partial z} + \frac{2\tau_{r\theta}}{r} + \rho \theta &= 0 \\ \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \tau_{\theta z}}{\partial \theta} + \frac{\tau_{rz}}{r} + \rho z &= 0 \end{aligned} \quad (4.8),$$

la primera de las ecuaciones (4.8) se convierte en:

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} = 0 \quad (4.9)$$

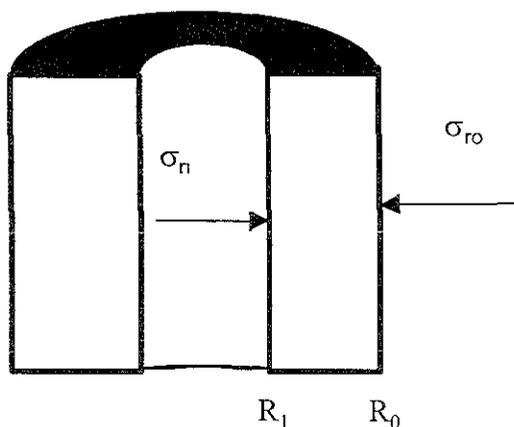


Figura 4.1. Sección transversal cilíndrica.

Las dos ecuaciones (4.8) restantes son satisfechas considerando $\tau_{r\theta} = \tau_{rz} = 0$, lo cual también es válido en las fronteras $r = R_i$ y $r = R_o$.

Si el desplazamiento en la dirección r se representa por u , en la dirección θ por v , y en la dirección z por w , entonces las deformaciones son:

$$\begin{aligned} \varepsilon_r &= \frac{\partial u}{\partial r} \\ \varepsilon_\theta &= \frac{1}{r} \left(u + \frac{\partial v}{\partial \theta} \right) \\ \varepsilon_z &= \frac{\partial w}{\partial z} \\ \Gamma_{r\theta} &= \frac{1}{2r} \left(\frac{\partial u}{\partial \theta} - v \right) + \frac{\partial v}{\partial r} \\ \Gamma_{rz} &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial r} + \frac{\partial u}{\partial z} \right) \\ \Gamma_{\theta z} &= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial \theta} + \frac{\partial v}{\partial z} \right) \end{aligned} \quad (4.10)$$

Éstas deformaciones se definen en función de los esfuerzos para coordenadas cartesianas como:

$$\begin{aligned}
 \varepsilon_r &= \varepsilon_x \cos^2 \theta + \varepsilon_y \sin^2 \theta + 2\Gamma_{xy} \sin \theta \cos \theta \\
 \varepsilon_\theta &= \varepsilon_x \sin^2 \theta + \varepsilon_y \cos^2 \theta - 2\Gamma_{xy} \sin \theta \cos \theta \\
 \varepsilon_z &= \varepsilon_z \\
 \Gamma_{r\theta} &= (\varepsilon_y - \varepsilon_x) \sin \theta \cos \theta + \Gamma_{xy} (\cos^2 \theta - \sin^2 \theta) \\
 \Gamma_{rz} &= \Gamma_{xy} \cos \theta + \Gamma_{yz} \sin \theta \\
 \Gamma_{\theta z} &= \Gamma_{yz} \cos \theta - \Gamma_{xz} \sin \theta
 \end{aligned} \tag{4.11}$$

Para un material isotrópico, las relaciones de esfuerzo - deformación (4.3) se expresan en coordenadas cilíndricas:

$$\begin{aligned}
 \sigma_r &= (\lambda + 2G)\varepsilon_r + \lambda\varepsilon_\theta + \lambda\varepsilon_z \\
 \sigma_\theta &= \lambda\varepsilon_r + (\lambda + 2G)\varepsilon_\theta + \lambda\varepsilon_z \\
 \sigma_z &= \lambda\varepsilon_r + \lambda\varepsilon_\theta + (\lambda + 2G)\varepsilon_z \\
 \tau_{r\theta} &= 2G\Gamma_{r\theta} \\
 \tau_{rz} &= 2G\Gamma_{rz} \\
 \tau_{\theta z} &= 2G\Gamma_{\theta z}
 \end{aligned} \tag{4.12}$$

De las ecuaciones (4.10) y (4.12) se encuentra:

$$\begin{aligned}
 \sigma_r &= (\lambda + 2G)\varepsilon_r + \lambda\varepsilon_\theta + \lambda\varepsilon_z \\
 \sigma_r &= (\lambda + 2G) \frac{\partial u}{\partial r} + \lambda \frac{u}{r} \\
 \sigma_\theta &= \lambda\varepsilon_r + (\lambda + 2G)\varepsilon_\theta + \lambda\varepsilon_z \\
 \sigma_\theta &= \lambda \frac{\partial u}{\partial r} + (\lambda + 2G) \frac{u}{r}
 \end{aligned} \tag{4.13}$$

Introduciendo los esfuerzos (4.13) en la ecuación (4.9) resulta la ecuación siguiente para el desplazamiento radial u :

$$\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} - \frac{u}{r^2} = \frac{\partial}{\partial r} \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (ru) \right] = 0 \quad (4.14)$$

La solución general de la ecuación (4.14) es:

$$u = Ar + \frac{B}{r} \quad (4.15)$$

Introduciendo el desplazamiento (4.15) en la ecuación (4.10), y el resultado en la ecuación (4.12), resulta para los esfuerzos radial y tangencial:

$$\begin{aligned} \sigma_r &= (\lambda + 2G) \left(A - \frac{B}{r^2} \right) + \lambda \left(A + \frac{B}{r^2} \right) \\ \sigma_\theta &= \lambda \left(A - \frac{B}{r^2} \right) + (\lambda + 2G) \left(A + \frac{B}{r^2} \right) \end{aligned} \quad (4.16)$$

Las condiciones de frontera para los esfuerzos radiales son:

$$\begin{aligned} \sigma_r &= \sigma_{ri} \quad \text{para} \quad r = R_i \\ \sigma_r &= \sigma_{ro} \quad \text{para} \quad r = R_o \end{aligned} \quad (4.17)$$

Aplicando la ecuación (4.17) en la ecuación (4.16), se pueden obtener los coeficientes **A** y **B** pueden ser determinados. Introduciendo los resultados en la ecuación (4.16) resulta:

$$\begin{aligned} \sigma_r &= \frac{\sigma_{ro} R_o^2 - \sigma_{ri} R_i^2}{R_o^2 - R_i^2} - (\sigma_{ro} - \sigma_{ri}) \frac{R_i^2}{r^2} \frac{R_o^2}{R_o^2 - R_i^2} \\ \sigma_\theta &= \frac{\sigma_{ro} R_o^2 - \sigma_{ri} R_i^2}{R_o^2 - R_i^2} + (\sigma_{ro} - \sigma_{ri}) \frac{R_i^2}{r^2} \frac{R_o^2}{R_o^2 - R_i^2} \end{aligned} \quad (4.18)$$

Las ecuaciones (4.18) expresan como los esfuerzos radial y tangencial en el agujero cilíndrico cambian con la distancia del eje del cilindro. Notamos que mientras menor sea la presión radial interior σ_{ri} , comparada con la presión radial exterior σ_{ro} , mayor es la diferencia entre σ_r y σ_θ en la pared interior del cilindro.

En una situación de la parte inferior del agujero, $\sigma_{ri} \rightarrow p_w =$ presión del pozo, $R_i \rightarrow R =$ radio del agujero, $R_o \rightarrow \infty$ y $\sigma_{ro} \rightarrow \sigma_h =$ esfuerzos horizontales. Las soluciones para los esfuerzos radial y tangencial entonces se convierten en:

$$\begin{aligned} \sigma_r &= \sigma_h - (\sigma_h - p_w) \frac{R^2}{r^2} \\ \sigma_\theta &= \sigma_h + (\sigma_h - p_w) \frac{R^2}{r^2} \end{aligned} \quad (4.19)$$

El esfuerzo axial σ_z no está determinado por la ecuación (4.9). Sin embargo, tomando la derivada con respecto a r de σ_z , expresada por la ecuación (4.12), usando las expresiones de (4.10) para ε_r y ε_θ , y haciendo uso de la ecuación (4.14), encontramos que $\frac{\partial \sigma_z}{\partial r} = 0$, por lo tanto σ_z es una constante, independiente de r . La magnitud de esta constante está dada por la condición de frontera para σ_z , la cual requiere que $\sigma_z = \sigma_v$ cuando $r \rightarrow \infty$. Así, tenemos que $\sigma_z = \sigma_v$ para todo $r > R$.

Se puede concluir de la ecuación (4.19) que una reducción en la presión del pozo p_w produce una reducción en el esfuerzo radial σ_r , e igualmente un gran incremento en el esfuerzo tangencial σ_θ .

La variación de los esfuerzos como una función del radio r puede observarse en la Figura 4.2. Se puede ver que las desviaciones más grandes del estado inicial de esfuerzos se encuentran en la pared del agujero.

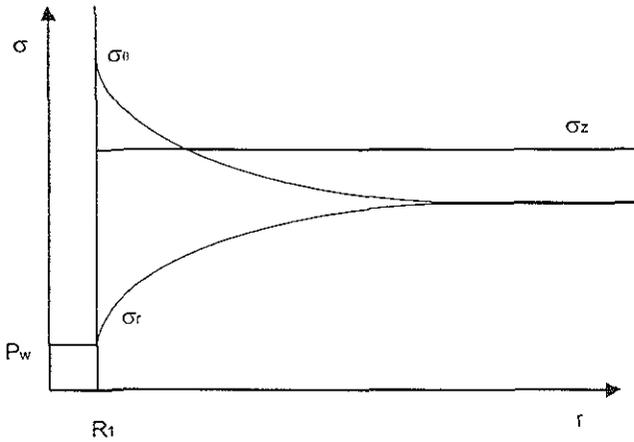


Figura 4.2. Esfuerzos alrededor del agujero para una formación lineal elástica.

Tomando el desplazamiento radial u de la ecuación (4.15) e introduciendo las expresiones para A y B , se obtiene para las condiciones de frontera:

$$u = \frac{\sigma_h}{2(\lambda + G)} r + \frac{\sigma_h - p_w}{2G} \frac{R^2}{r} \quad (4.20)$$

Sabemos que u como está dado en la ecuación (4.20) es el desplazamiento relativo para un estado donde $\sigma_h = p_w = 0$. Antes de la remoción del material de perforación, $p_w = \sigma_h$ y el desplazamiento u se expresa como $\frac{\sigma_h r}{2(\lambda + 2G)}$ de acuerdo a la ecuación (4.20). Ahora, restando este valor del desplazamiento total (4.20), encontramos que el desplazamiento radial causado por la remoción del material de perforación es:

$$u_d = \frac{\sigma_h - p_w}{2G} \frac{R^2}{r} \quad (4.21)$$

La ecuación (4.21) indica que una reducción en la presión del pozo resulta en un desplazamiento radial positivo, lo cual corresponde a una reducción del radio del agujero, como esperábamos.

4.2 Pruebas de goteo⁸ (LOT).

La función principal de las pruebas de goteo (LOT), es evaluar la máxima presión que la zapata puede resistir y consecuentemente la densidad máxima del lodo de perforación que puede emplearse en esta sección del pozo. La aplicación de este tipo de datos se ha extendido en la estimación de los esfuerzos in-situ de la formación.

La aproximación para estimar los esfuerzos in-situ de datos de pruebas de goteo es generalmente:

- a) La presión de goteo (p_{LO} figuras 4.3 y 4.4) se considera como el gradiente de iniciación de fractura representado por:

$$p_{LO} = 3\sigma_h - \sigma_H + T_0 - p_p \quad (4.22)$$

- b) Se supone una relación entre σ_h y σ_H y se obtiene p_{LO}
- c) P_{LO} es igual al esfuerzo horizontal mínimo.
- d) El empleo de la presión de cierre al momento en que se paran instantáneamente las bombas en la prueba de goteo, como una indicación del esfuerzo mínimo.

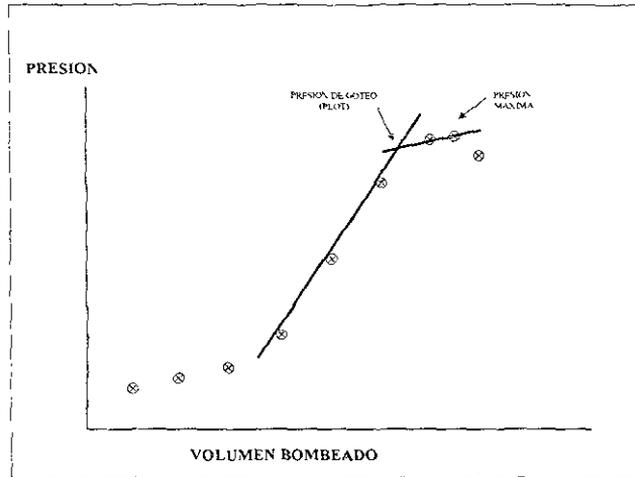


Figura 4.3 Gráfica de volumen contra presión para una prueba de goteo

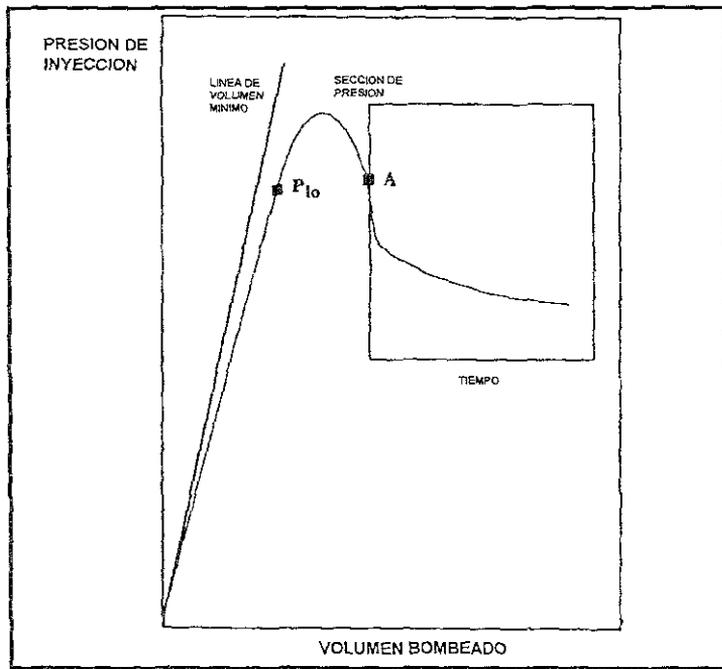


Figura 4.4. Prueba de goteo idealizada

4.3 Compresibilidad de poro⁹:

El parámetro de mecánica de rocas involucrado en la simulación de yacimientos es la compresibilidad de poro, éste simplemente se supone que es constante, ya que se considera que el yacimiento ésta bajo una condición de esfuerzo uniaxial y

que el cambio en la presión de poro es igual pero de sentido opuesto al cambio en el esfuerzo vertical efectivo. Esta condición de carga supone que la deformación del yacimiento es pequeña comparada con la dimensión horizontal. De aquí que el esfuerzo lateral sea cercano a cero. Por esto el comportamiento esfuerzo-deformación del yacimiento no es lineal y la compresibilidad es dependiente de la presión de poro por lo que:

$$c_r = c_r(p) \quad (4.23)$$

El comportamiento esfuerzo-deformación de la roca y la compresibilidad son funciones de la trayectoria del esfuerzo. Esto es obvio en términos de materiales linealmente elásticos. Para una condición de esfuerzo uniaxial la compresibilidad del poro es con respecto al módulo de confinamiento (M), en términos del módulo de Young (E) y de la relación de Poisson (ν):

$$c_r = \frac{1}{\phi^0 M} = \frac{(1-2\nu)(1+\nu)}{\phi^0 E} \quad (4.24)$$

Otra forma posible de deformación es donde los esfuerzos efectivos verticales y horizontales son iguales. En este caso se tiene una compresibilidad de poro totalmente diferente, el cual es el inverso del módulo volumétrico (K):

$$c_r = \frac{1}{\phi^0 K} = \frac{3(1-\nu)}{\phi^0 E} \quad (4.25)$$

Como ejemplo, la figura 4.5 muestra el efecto de la trayectoria del esfuerzo efectivo representado por la relación de esfuerzos horizontal y vertical.

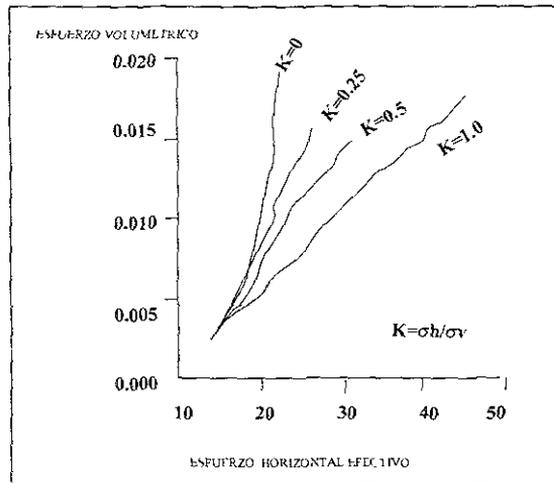


Figura 4.5 Cambio en la compresibilidad como función de la trayectoria del esfuerzo

4.4 Relaciones esfuerzo-deformación en arenas.¹⁰

Al igual que en las arcillas, tampoco existe para las arenas una teoría general que explique el comportamiento esfuerzo-deformación. Además, comparativamente al caso de las arcillas, la experimentación en arenas, gravas y enrocamientos es mucho más limitada y se refiere, casi sin excepción, a pruebas triaxiales de compresión hechas aumentando el esfuerzo axial, que por otra parte, es la más representativa de los fenómenos que ocurren más frecuentemente en la práctica.

Los conceptos más influyentes en el comportamiento esfuerzo-deformación de las arenas son la presión confinante y la compactación. La resistencia individual de las partículas, es un factor condicionante de todos los demás, en el sentido de que influye mucho en el comportamiento la relación que haya entre el nivel de los esfuerzos en la prueba y la resistencia de las partículas. Cuando el nivel de los esfuerzos aplicados alcanza la resistencia de las partículas sobrevienen fenómenos de ruptura de granos, que influyen en el comportamiento esfuerzo-deformación, pero por otra parte, la investigación actual prueba que dicho comportamiento se ve afectado por la resistencia de las partículas, aun a niveles de esfuerzo bastante por abajo de la ruptura masiva de granos. Por supuesto, el arenamiento tiene su mayor importancia a niveles de esfuerzo bajos y su importancia relativa disminuye cuando el nivel de esfuerzos crece.

V.- ARENAMIENTO^{11,12,13}

La producción de arena, es la producción de cantidades pequeñas o grandes de sólidos junto con el fluido del yacimiento. La cantidad puede variar de unos gramos o menos por tonelada de fluido del yacimiento, a cantidades catastróficas que llevan a terminar llenando el pozo hasta perderlo.

La producción de arena puede conducir a tres tipos de problemas:

1. El deterioro y corrosión del equipo de producción de fondo del pozo y en las instalaciones superficiales.
2. Los Problemas con la estabilidad de las paredes del pozo y las cavidades de producción que, en casos extremos, puede llevar al arenamiento y el abandono del pozo. El derrumbamiento de las paredes del pozo también puede ser el resultado de la producción de arena excesiva.
3. La necesidad de manejar cantidades significantes de arena al equipo, y como resultado los problemas medioambientales de no poder manejar arena sucia, además del incremento de los costos por manejo de arena.

El máximo gasto de arena permisible es de 3 gr/cm³ de acuerdo a experiencias en diferentes campos del mundo.

En relación a la producción de arena, se pueden clasificar las formaciones en tres grupos: suaves, intermedias y duras. Las formaciones suaves por lo general siempre producirán arena; en este caso se necesita un control activo de arena. En las formaciones intermedias y duras, es difícil predecir el momento en que aparecerá la arena y es en este tipo de formaciones al cual se enfoca este trabajo.

5.1 El control de arena activo.

Esté control se utiliza principalmente en formaciones suaves; sin embargo no implica que no pueda utilizarse en formaciones intermedias o duras. Las formas más importantes de control de arena activa son:

- Empacamiento con grava
- Mallas de arena
- Consolidación química
- Preconsolidación de la formación

El empacamiento con grava que probablemente es el método más usado, consistente en una arena gruesa para prevenir granos de arena de la formación. La arena gruesa se mantiene en su lugar por una malla de arena, se tienen reglas empíricas para la determinación del tamaño de grano de la arena gruesa para cierto rango de tamaño del grano de la formación.

La consolidación química consiste en la inyección de una sustancia química (una resina epóxica) en la formación cercana al agujero. Este tratamiento puede

fortalecer la formación suficientemente para prevenir producción de arena, pero necesariamente conlleva una disminución en la permeabilidad del pozo.

El control de arena de arco estable, consiste en la consolidación mecánica (preconsolidación) de la formación cercana al agujero por un empaque inflable. Se piensa que ésta consolidación mejora el mecanismo activo de la forma del grano de la formación.

Un rasgo común de los métodos de control de arena activo es que son caros, ambos en términos de costo inicial y mantenimiento. Además, generalmente se dice que estos métodos disminuyen la productividad del pozo. Una terminación natural, es por consiguiente preferible siempre que sea factible.

5.2. Factores a ser considerados en pozos productores de arena

5.2.1 La Terminación del pozo.

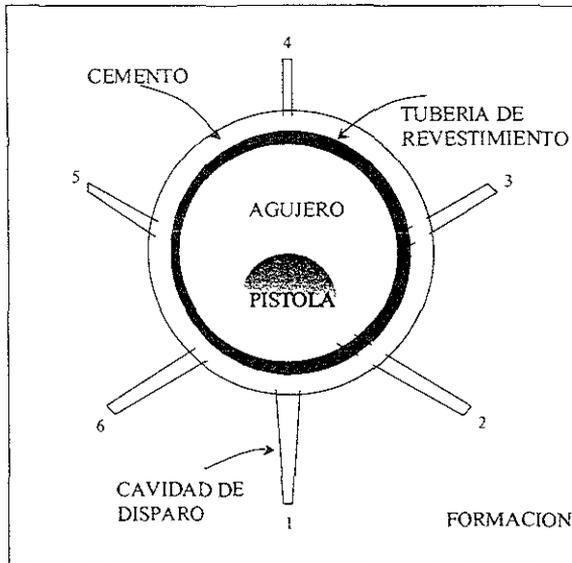
La terminación se hace con una tubería de revestimiento que se consolida a la formación, La penetración de los disparos depende del tipo y tamaño de carga, y de las propiedades de la roca; inicialmente, los disparos serán agujeros delgados. Durante la producción, ellos pueden crecer y pueden volverse cavidades esféricas. Se puede decir ahora que esa producción de arena se relaciona al crecimiento y la posible fusión de las cavidades de perforación.

5.2.2 Disparos.¹⁴

Los disparos desempeñan un factor preponderante en el arenamiento de un pozo, ya que dependiendo del número de disparos, así como el tipo de carga y penetración, fig. 5.1, tendremos una caída de presión correspondiente al gasto producido, es por ésta razón que en el problema de arenamiento se debe tener en cuenta las siguientes consideraciones:

- Se puede perforar selectivamente, esto es sólo en las capas que se espera sean las más productivas, y entonces se tiene un gasto deseado trabajando relativamente con una caída de presión baja en el pozo.
- Alternativamente, se puede escoger aumentar el número de cavidades de producción, esto disparando en zonas más débiles. Esto da como resultado el mismo gasto de producción con un abatimiento menor, presentándose una fuerza de arrastre pequeña y consecuentemente menores esfuerzos cortantes.

DESEMPEÑO DE UNA PISTOLA EN EL SISTEMA POZO FORMACION



CARGA: 25.0 gm HMX
 FASE: 60.0 Grados
 Den Disp. 4 Cgs/pie

Configuración Del Pozo
 T R O D PESO GRADO
 PG Lbm/pie
 7.625 39 00 N-80
 AGUJERO: 9 500 pg
 ARENA: 8857 lb/pg²
 DAÑO 8 000 pg

DESEMPEÑO DE PISTOLA		
PERF	PENET. EN ROCA	DIAMETRO DE CAVIDAD
1	19.003	0.358
2	18.864	0.342
3	16.620	0.282
4	15.901	0.239
5	16.620	0.282
6	18.864	0.342
PROM.	17.645	0.308

Fig. 5.1 Orientación, penetración y tipo de pistola

5.2.2.1 Geometría de la perforación del disparo .

Si se presentan condiciones de falla por tensión, la cavidad del disparo crecerá, probablemente sólo a un tamaño estable dado por las condiciones físicas existentes en el pozo. El tamaño estable dependerá de la profundidad inicial de las perforaciones. Por esto es importante que las perforaciones no crezcan demasiado. Es claro que la densidad y la profundidad inicial de las perforaciones son el criterio del diseño vital para las terminaciones naturales.

5.2.3 Carga cíclica.

Un pozo se cierra varias veces para su mantenimiento por tiempos largos. Lo cual induce cargas cíclicas en la formación, que tienden a reducir su resistencia.

Frecuentemente se observa un gasto de producción de arena creciente cuando se pone en producción un pozo después de estar cerrado. Es por consiguiente importante diseñar procedimientos de inducción adecuados a cada pozo para su buen funcionamiento. Uno debe dar énfasis a ese cuidado, ya que se necesita cerrar y abrir para ponerlo en producción.

5.2.4 Buena presión en el momento del disparo.

Normalmente se recomienda, para realizar el disparo tener el pozo sin peso de columna (la presión del pozo más baja que la presión del poro) para limpiar las perforaciones, y sin peso en columna (la presión en el pozo más baja que la presión del poro) para limpiar las perforaciones, de tal forma de evitar una *reducción demasiado grande en la permeabilidad cercana al pozo*. La presión del pozo no debe ser muy alta ya que en yacimientos con problemas de arenamiento, esto llevará a un crecimiento demasiado grande y rápido de las cavidades de producción.

5.3 Mecanismos para la producción de arena.

Hay dos mecanismos principales para la producción de arena de acuerdo a consideraciones hechas por N. Morita^{15,16,17,18,19}, son falla por esfuerzo de corte y falla por tensión.

5.3.1 Falla por esfuerzo de corte.

Básicamente relacionado a baja presión del pozo. Esto significa que algún plano en la vecindad del agujero se somete a un esfuerzo de corte al que puede

sostener. Esto puede llevar a un cambio de las propiedades de la formación cercanas al agujero, y cambiar las tensiones cerca del mismo. (Una manera de modelar la formación alterada es en términos de la teoría de plasticidad, la cual discute como un esfuerzo cortante relativamente pequeño del material puede llegar a romper o desequilibrar las propiedades de un material).

5.3.2 Falla por tensión.

Básicamente relacionado a un gasto demasiado alto de producción. La producción de arena se relaciona entonces a fuerzas de arrastre del fluido sobre los granos de la formación. De acuerdo a lo anterior, este es el mecanismo que influye en la producción de arena en pozos productores de gas; es por esta razón que éste mecanismo de falla será el que con más detalle será tratado en este trabajo.

En la práctica, los dos mecanismos trabajan juntos y actúan recíprocamente. Una formación alterada por falla del esfuerzo de corte puede ser muy susceptible al arrastre del fluido, de hecho, incluso en el caso del esfuerzo de corte como mecanismo, el flujo del fluido es importante trayendo el material en el pozo.

La relación entre la presión del pozo (en el fondo) y el gasto de producción no es uno a uno, esto debido a que se ha podido determinar el número de perforaciones óptimo para mejorar el flujo de producción por las cavidades. Aumentando el número de cavidades se reducirá la fuerza de arrastre del fluido en la cavidad para un gasto de producción dado.

La falla por esfuerzo de corte, es el mecanismo que puede resultar en producciones catastróficas de arena en formaciones suaves (del orden de toneladas).

Por otro lado, la producción de arena por falla a tensión en general se presenta en arenas consolidadas y se vuelve crítica en pozos productores de gas, donde el alto ritmo de producción genera una gran caída de presión en la vecindad del pozo.

Además de los mecanismos anteriores, se debe mencionar la migración de finos por erosión. Esto consiste en el movimiento de partículas finas en la formación, como es el caso de arcilla. Esto puede llevar a una reducción de la permeabilidad en la región cercana al agujero (un tipo de daño de la formación), como los finos aumentan, a su vez las fuerzas de arrastre pueden comenzar así la producción de arena.

5.4 Modelos numéricos.²⁰

Antes de escoger la estrategia de la terminación en una arena que presente resistencia intermedia o que varía de intermedia a débil, se deben tener datos provenientes de la experiencia del campo, así como datos de la roca. datos mecánicos y un modelo numérico para realizar el análisis, como se muestra en la Fig. 5.2.

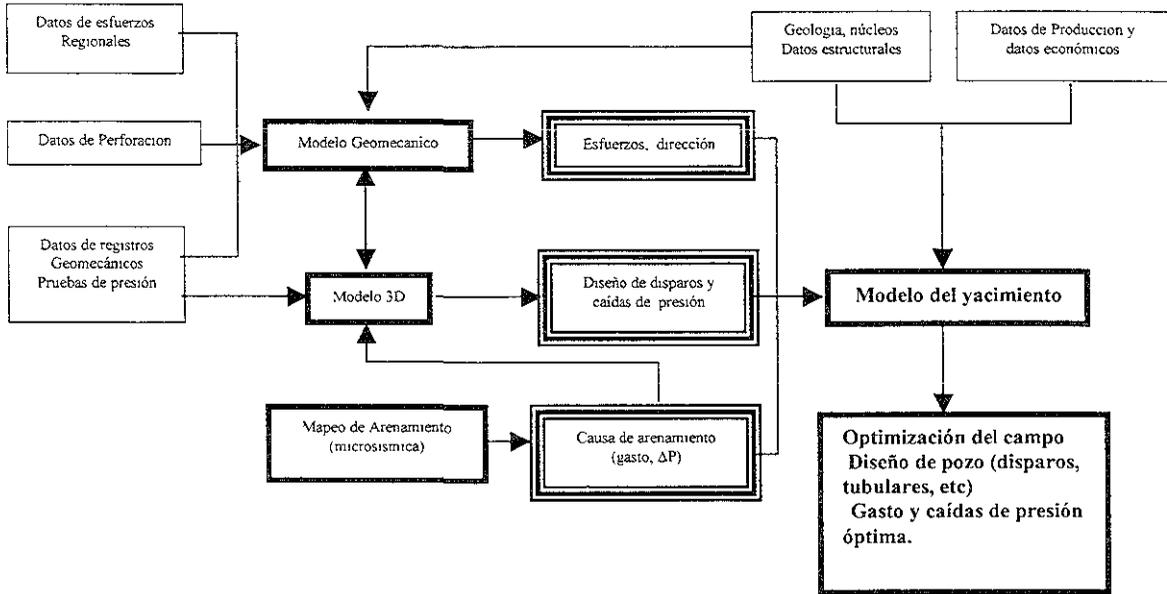


Fig 5.2 Modelo geomecánico para pozos productores de arena

Dusseault y Santarelli^{21,22}, argumentan que se requieren dos tipos de modelos numéricos. Uno es un modelo 3D de la partícula, el estudio de la micromecánica del medio de la partícula que se levanta después de las aristas después de borde el cual es roto por el esfuerzo mecánico de las rocas. Segundo, un modelo continuo FEM para evaluar macroscópicamente el esfuerzo y flujos de materiales como una función de los campos de tensión, gasto de flujo, etc.

Otros modelos estudian la estabilidad de las cavidades de los disparos de producción que usan un modelo elasto - plástico.

VI. MODELO ANALITICO^{15,16,17,18,19}

El problema de producción de arena puede tratarse tomando en cuenta que las cavidades de los disparos pueden modelarse en forma esférica y en forma cilíndrica, tomando en cuenta los factores que influyen en las cavidades de las perforaciones, las cuales son:

- Límites de presión de pozo y esfuerzos in-situ
- Gasto y esfuerzos ejercidos por los fluidos, permeabilidad, viscosidad del fluido, permeabilidad relativa, etc.
- Características de la formación
- Esfuerzos en la roca
- Geometría de las cavidades y densidad de disparos
- Producción cíclica

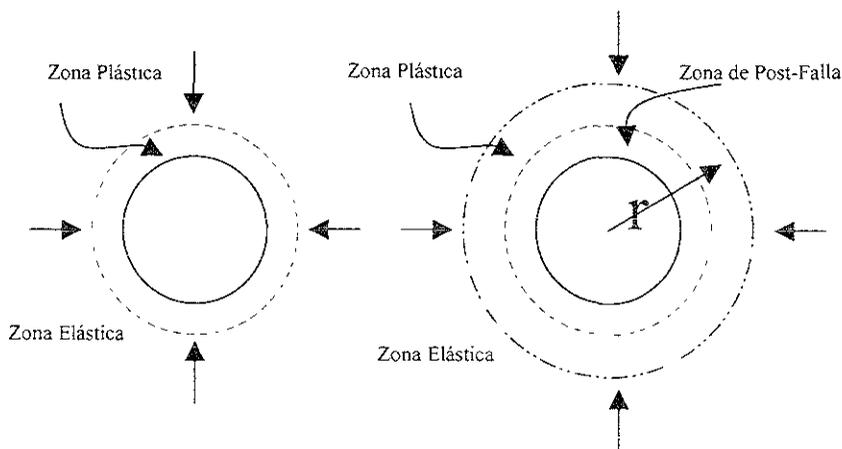


Fig. 6.1 Identificación de zonas alrededor de un disparo

De acuerdo a la figura 6.1 existen tres zonas alrededor de una cavidad de un disparo que son las zonas de post-falla, plástica y elástica.

6.1 Suposiciones.

6.1.1 Se hacen las siguientes suposiciones para derivar la solución general y envolventes de la cavidad.

- **FORMA DE LA CAVIDAD:** Después del disparo con una presión bajobalance, se forma una cavidad cilíndrica larg0a, posteriormente se produce el fluido y se remueve gradualmente cierta cantidad de arena de la geometría de la perforación haciendo más estable la cavidad (cavidad esférica).
- **ESFUERZOS DEL CAMPO:** Ambos $\Delta\sigma_H$ y $\Delta\sigma_v$ afectan la estabilidad; sin embargo la suposición para cavidad de disparo es $\Delta\sigma_H = \Delta\sigma_v$.
- **LA CARACTERÍSTICA DE DEFORMACIÓN** usada en este trabajo incluye, comportamiento elástico, poroelástico, y partes plásticas. Se emplea la relación $M=\varepsilon^p/\varepsilon^e$ para caracterizar el teorema lineal del trabajo de endurecimiento.
- **CARACTERÍSTICAS DEL ESFUERZO DE LAS ROCAS.** Ésta característica se aproxima por medio de la ecuación 6.21.

Además, de las consideraciones anteriores se tienen estas observaciones adicionales de acuerdo a fig. 6.1.

- a).- La extensión de la falla no ocurre en la región elástica.
- b).- La presión de poro para la cavidad permanece constante.

La estabilidad, es afectada por la magnitud de la presión en la interface plástica-elástica y también la distribución de presión en la región plástica, pero no por la distribución de presión en la región elástica. Adicionalmente el análisis que se hace es para flujo no Darciano, en especial para pozos productores de gas con una permeabilidad heterogénea.

Como se mencionó en el capítulo anterior para un análisis de este tipo se deben conocer las condiciones que gobiernan el problema de producción de arena. Para este desarrollo se hace uso de la ecuación de equilibrio, ecuación de compatibilidad, ecuación constitutiva y relación del tensión-esfuerzo, las cuales algunas de éstas fueron tratadas en el capítulo II y III de este trabajo y están dadas por :

$$\text{Equilibrio } \sigma_{ij,j} = 0 \tag{6.1}$$

$$\text{Compatibilidad } e_{psk} e_{rij} \varepsilon_{ik,js} = 0 \tag{6.2}$$

$$\text{Constitutiva } e_{ij} = \frac{1+\nu}{E} \sigma_{ij} - \frac{\nu}{E} \delta_{ij} \sigma_{kk} + \alpha_o p \delta_{ij} + \varepsilon_{ij}^p \tag{6.3}$$

$$\text{Donde } \alpha_o = \frac{1-2\nu}{E} - \frac{1-2\nu_i}{E_i}$$

La ecuación para la relación tensión esfuerzo en flujo plástico está dada por las ecuaciones vistas en sección (3.10.2)

$$d\varepsilon_{ij}^p = - \frac{\frac{3}{2} \left(\frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} \right)}{\left(\frac{\partial f}{\partial \sigma_{mn}} \right) \left(\frac{\partial f}{\partial \sigma_{mn}} \right)} d\varepsilon^p \quad (6.4)$$

Donde:

$$f(\bar{\sigma}_{ij}) = \frac{1}{6} \left\{ (\bar{\sigma}_1 - \bar{\sigma}_2)^2 + (\bar{\sigma}_2 - \bar{\sigma}_3)^2 + (\bar{\sigma}_3 - \bar{\sigma}_1)^2 \right\} + g(\bar{\sigma}_1 + \bar{\sigma}_2 + \bar{\sigma}_3) \quad (6.5)$$

$$\bar{\sigma}_{ij} = \sigma_{ij} + (p - p_{cap}) \delta_{ij} \quad (6.6)$$

$$d\varepsilon^p = \frac{2}{3} d\varepsilon_{ij}^p d\varepsilon_{ij}^p \quad (6.7)$$

La ley de Darcy está dada por:

$$q = A \frac{k}{\mu} \nabla P \quad (6.8)$$

Suponiendo permeabilidad uniforme y flujo de gas, la ecuación difusa se expresa después de sustituir $r=R/R_p$

$$\nabla^2 p = \frac{\phi\mu c R_p^2}{k} \frac{\partial p}{\partial t} \quad (6.9)$$

Tomando en cuenta un material elastoplástico tenemos de acuerdo a la Fig. 1 que la condición de frontera está dada por:

$$\sigma_{ij} n_j n_i \text{ a la superficie de la cavidad} = -\Delta P_w \quad (6.10)$$

La ecuación de equilibrio debe cumplir la condición de frontera siguiente:

$$\sigma_{ij} \text{ para la forma de cavidad} = \Delta\sigma_H \text{ o } \Delta\sigma_V \quad (6.11)$$

Por condición de equilibrio en un punto dado, la energía y los esfuerzos en el radio de la interface serán:

$$UR_c^+ = UR_c^- \quad (6.12)$$

$$\sigma_{ij} n_j n_i R_c^+ = \sigma_{ij} n_j n_i R_c^- \quad (6.13)$$

Donde R_c^+ y R_c^- son radios de la interface que se acercan a las zonas plástica y elásticas, respectivamente.

La presión en la cavidad del disparo se relaciona por medio de la ecuación de Forchheimer^{23,24} para flujo en medios poroso, por lo que las condición de frontera para el flujo está dada por:

$$\left. \frac{\partial p}{\partial r} \right|_{r=1} = \frac{1424\mu ZT}{kh} \left(\text{Ln} \left(\frac{0.472r_e}{r_w} \right) + s \right) q + \frac{1424\mu ZTD}{kh} q^2 \quad (6.14)$$

y

$$\Delta p \Big|_{r=\infty} = 0 \quad (6.15)$$

Donde r es la distancia normalizada con respecto al radio de la cavidad R_p .

La falla ocurre alrededor de la cavidad cuando se satisface una de las ecuaciones siguientes.

$$\tau_o = \frac{1}{6} \left\{ (\bar{\sigma}_1 - \bar{\sigma}_2)^2 + (\bar{\sigma}_2 - \bar{\sigma}_3)^2 + (\bar{\sigma}_3 - \bar{\sigma}_1)^2 \right\} + g(\bar{\sigma}_1 + \sigma_2 + \bar{\sigma}_3) \quad (6.16)$$

$$\sigma_{ij} + P\delta_{ij} = \sigma_t\delta_{ij} \quad (6.17)$$

De las ecuaciones elasto-plásticas (6.1) a (6.16) y con las condiciones de frontera dadas, podemos ver que los factores que afectan la falla de arena alrededor de una cavidad son:

$$v (\Delta p_w, \Delta\sigma_H, \Delta\sigma_v, \Delta p, L, F, D, S_p, p_{cap})=0 \quad (6.18)$$

De la ecuación (6.9) y (6.15) la presión esta en función de los términos siguientes:

$$\Delta p = \Delta p(\Delta p_w, \Delta p, p_{cap.}) \quad (6.19)$$

Puesto que Δp_w puede ser expresado por Δp y $P_{capilar}$, entonces la ecuación (6.18) se expresa.

$$u \left(\Delta p_w, \Delta \sigma_H, \Delta \sigma_v, \left. \frac{\partial p}{\partial r} \right|_{r=1} = \frac{1424 \mu Z T}{k h} \left(\ln \left(\frac{0.472 r_e}{r_w} \right) + s \right) q + \frac{1424 \mu Z T D}{k h} q^2, L, F, \right. \\ \left. D, Sp, P_{cap} \right) = 0 \quad (6.20)$$

La ecuación (6.20) indica que la presión del pozo, esfuerzos tectónicos horizontales y verticales, sobrecarga y presión capilar son las variables que afectan el crecimiento de la cavidad, además de las propiedades mecánicas de roca.

La distribución de presión alrededor de la superficie de la cavidad se representan por las funciones siguientes:

$$\Delta p = \Delta p_w + H \left(1 - \frac{1}{r} \right) \quad \text{para } r \leq \frac{H}{(\Delta p_w + H)} \quad (6.21)$$

$$\Delta p=0 \quad \text{para } r > \frac{H}{(\Delta p_w + H)}$$

El promedio físico de H es:

$$H = \frac{\partial p}{\partial \left(\frac{R}{R_p} \right)} ; \quad \text{para } R=R_p \quad (6.22)$$

Como la cantidad es igual al gradiente de presión en la superficie de la cavidad normalizada con respecto al tamaño de la cavidad, y esto tienen unidad de presión.

El concepto de aproximación por ecuación (6.22) es la presión alrededor de la cavidad puede ser aproximado expresado por la presión final, presión del pozo, y el gradiente a ese punto.

La aproximación puede justificarse simplemente como Δp que es usada solamente para la región plasticizada, que normalmente se extiende solo unas cuantas pulgadas hacia dentro de la superficie de la cavidad.

El flujo de gas para condiciones de flujo no laminar se expresa por medio de la ecuación de Forchheimer^{23,24}.

$$H = \frac{1424\mu ZT}{kh} \left[\text{Ln} \left(\frac{.472r_e}{r_w} \right) + s \right] q + \frac{1424\mu ZTD}{kh} q^2 \quad (6.23)$$

Los detalles para la obtención de los parámetros involucrados en esta ecuación como son Z y μ se describen en el Apéndice B.

6.2 Endurecimiento o ablandamiento del material.

Como se mencionó en el capítulo III, para un material de comportamiento elastoplástico se tiene una región de endurecimiento o ablandamiento, que es la que mayor influencia tiene en la estabilidad de la cavidad de un disparo.

La solución para una cavidad esférica y una cavidad cilíndrica de material con un esfuerzo de ablandamiento o endurecimiento lineal, se obtiene de acuerdo a lo siguiente:

Los signos de σ_r y σ_θ son negativos para el estado de esfuerzo compresivo.

Toda la tensión y términos de presión no son reales; pero $\sigma_{ij} = \sigma_{ij} + p_0 \delta_{ij}$ y $\Delta p = p - p_0$ donde p_0 es la presión inicial del yacimiento.

Las ecuaciones de equilibrio, compatibilidad, y la ecuación constitutiva para los materiales elastoplásticos expresan a través de las ecuaciones (6.1) a (6.4).

La plasticidad de las arenas se da a través de las ecuaciones (6.5) a (6.7) donde, por simplicidad se usa:

$$f = -C_0 + C_1 \bar{J}_1 + \bar{J}_2$$

$$\bar{J}_1 = \bar{\sigma}_{mn}, \bar{J}_2 = \frac{1}{2} (\bar{\sigma}_{ij} - \bar{\sigma}_m \delta_{ij}) (\bar{\sigma}_{ij} - \bar{\sigma}_m \delta_{ij}) \quad (6.24)$$

Suponiendo un material con esfuerzo de endurecimiento lineal, el esfuerzo plástico total contra tensión se expresa por :

$$\varepsilon^P = \frac{M}{E} \gamma_2 f \quad \text{para } f > 0$$

(6.25)

$$\varepsilon^P = 0, \quad \text{para } f < 0$$

Donde:

$$\gamma_2 = \frac{1}{\left(\frac{1}{3} - C_1\right)^2 \sqrt{6C_1^2 + 1}}$$

Donde M es la relación de esfuerzo plástico contra tensión durante una prueba de resistencia.

Empleando el criterio de Von Mises para la cavidad donde, $\sigma_1 = \sigma_r > \sigma_2 = \sigma_3 = \sigma_\theta$, las Ecs. (6.1), (6.24) y (6.25) pueden expresarse:

$$\varepsilon_r^P = \alpha \tilde{f}$$

$$\varepsilon_\theta^P = .5 \tilde{f} \quad \text{para } f > 0 \quad (6.26)$$

$$\text{Con } \tilde{f} = -f_o - \sigma_\theta + \alpha \sigma_r$$

Donde

$$\alpha = \left(\frac{1}{\sqrt{3}} + C_1 \right) / \left(\frac{1}{\sqrt{3}} - 2C_1 \right) \quad (6.27)$$

$$\gamma = \frac{M}{E} \left(\frac{1}{\sqrt{3}} - 2C_1 \right)^2 / \left(\frac{1}{\sqrt{3}} - C_1 \right)^2$$

$$f_o = C_o / \left(\frac{1}{\sqrt{3}} - 2C_1 \right)$$

El sistema de ecuaciones (6.1) y (6.8) con las condiciones de frontera siguientes proporcionan una solución para falla por tensión alrededor de una cavidad:

$$\sigma_r \Big|_{r=1} = -\Delta p_w, \sigma_r \Big|_{r \rightarrow \infty} = \Delta \sigma_H \quad (6.28)$$

$$\sigma_r \Big|_{r=rc^+} = \sigma_r \Big|_{r=rc^-}, u \Big|_{r=rc^+} = u \Big|_{r=rc^-}$$

Donde el rc^- y rc^+ son los radios de la interface entre las zonas plástica y elástica que se acercan de las direcciones interiores y externas.

La solución del sistema de ecuaciones para la región elástica esta dada por la ecuación (4.19) en la cual se han aplicado las condiciones de frontera para la cavidad, con lo cual obtenemos:

$$\sigma_r = \Delta\sigma_H - \left(-\sigma_r^c + \Delta\sigma_H\right) \frac{1}{\tilde{r}^3} \int_1^{\tilde{r}} \Delta p \tilde{r}^2 dr \tag{6.29}$$

$$\sigma_\theta = \Delta\sigma_H + \frac{1}{2} \left(-\sigma_r^c + \Delta\sigma_H\right) \frac{1}{\tilde{r}^3} \int_1^{\tilde{r}} \Delta p r^2 d\tilde{r} - \frac{\alpha_o E}{1-\nu} \Delta p$$

Donde r^c es una distancia adimensional expresada por $r=R/Rc$ y σ_r es la tensión radial en la interface.

Combinando las Ecs. (6.1) a (6.4) y la (6.27) se obtiene la siguiente ecuación diferencial para la región plástica:

$$\frac{d}{dr}(\sigma_\theta + \lambda\sigma_r) + \frac{a}{r}(\sigma_\theta + \lambda\sigma_r) + \frac{g(r)}{1+\beta} = 0 \tag{6.30}$$

La solución para la ecuación (6.30) se hace utilizando las constantes siguientes:

$$\lambda_1 = \frac{-(1+\beta)+D}{4(1+\beta)}, \lambda_2 = \frac{-(1+\beta)-D}{4(1+\beta)} \tag{6.31}$$

$$D^2 = (\beta+1)(\beta(4\alpha-1)^2 + 9) \tag{6.32}$$

$$A_1 = -(2\lambda_1 - 1), A_2 = -(2\lambda_2 - 1)$$

$$\beta = \frac{.5E}{1-\nu} \gamma \quad (6.33)$$

$$\sigma_r^c = \frac{2}{1+2\alpha} \left[f_o + \frac{2}{3} \Delta\sigma_H + \left(1 - \alpha - \frac{\alpha_o E}{1-\nu} \right) \Delta p^c \right] \quad (6.34)$$

$$C = \frac{1}{r_c^{-a1} - r_c^{-a2}} \left[\sigma_r^c + \Delta p_w r_c^{-a2} - \frac{r_c^{-a2}}{\lambda_1 - \lambda_2} \int_1^{r_c} r^{a2} \frac{g(r)}{1+\beta} dr + \frac{r_c^{-a1}}{\lambda_1 - \lambda_2} \int_1^{r_c} r^{a1} \frac{g}{1+\beta} dr \right] \quad (6.35)$$

$$\frac{3}{2} \Delta\sigma_H - \left(\frac{1}{2} - \alpha\beta \right) \sigma_r^c - \Delta p^c \left[\frac{\alpha_o E}{1-\nu} + \beta(1-\alpha) \right] - \beta f_o$$

$$= -C(1+\beta)\lambda_2 r_c^{-a1} + (1+\beta)(C + \Delta p_w) r_c^{-a2} + (1+\beta) \frac{\lambda_2}{\lambda_1 - \lambda_2} r_c^{-a1} \int_1^{r_c} r^{a1} \frac{g(r)}{1+\beta} dr$$

$$- (1+\beta) \frac{1}{\lambda_1 - \lambda_2} r_c^{-a2} \int_1^{r_c} r^{a2} \frac{g(r)}{(1+\beta)} dr \quad (6.36)$$

Donde p_c y r_c son la presión y radio en la interface plástica y elástica.

Un hecho importante derivado de las ecuaciones (6.30) es que la falla de la cavidad no depende de la distribución de presión del fluido en la región elástica, siempre que la presión del poro lejos de la cavidad permanezca inalterada. Sólo depende en la presión a la interface entre la región elástica y plástica.

Para obtener una solución de la forma cerrada para una cavidad, la resistencia de la forma de grano superficial se aproxima por un hexágono de forma de grano inscrito en el grano redondo. Además, sólo se considera un estado de tensión especial que satisface la ecuación siguiente:

$$0) \bar{\sigma}_r \geq \bar{\sigma}_z \geq \bar{\sigma}_\theta \quad (6.37)$$

Qué a menudo ocurre alrededor de una cavidad

En lugar de ecuación (6.24), se usa la siguiente expresión para resistencia superficial fluida para una cavidad:

$$\tilde{f} = -f_o + (-\bar{\sigma}_\theta + \alpha \bar{\sigma}_r) \quad (6.38)$$

Donde

$$\alpha = \left(\frac{1}{3} + C1 \right) / \left(\frac{1}{3} - 2C1 \right)$$

$$f_o = \left(\frac{1}{3} - 2C1 \right)^{C_o}$$

Considerando un esfuerzo de endureciendo lineal, entonces,

$$\varepsilon_p = \gamma f, \text{ para } f \geq 0 \quad (6.39)$$

$$\gamma = \frac{M}{E} \gamma_1$$

$$\gamma_1 = \frac{\left(\frac{1}{\sqrt{3}} - 2C_1\right)}{\left(\frac{1}{\sqrt{3}} - C_1\right)^2 \sqrt{\frac{3}{6C_1^2 + 1}}}$$

$$\varepsilon^p = 0 \quad \text{para } f < 0$$

Finalmente, el estado de esfuerzos alrededor de una cavidad está dada por la ecuación (6.40)

$$\sigma_r = Cr^{-a1} - (C + \Delta p_w)r^{-a2} + \frac{1}{\lambda_1 - \lambda_2} r^{-a2} \int_1^r r^{a2} \frac{g(r)}{1 + \beta} dr - \quad (6.40)$$

$$\frac{r^{-a1}}{\lambda_1 - \lambda_2} \int_1^r r^{a1} \frac{g(r)}{1 + \beta} dr$$

$$\sigma_\theta = -C\lambda_2 r^{-a1} + \lambda_1(C + \Delta p_w)r^{-a2} + \frac{\lambda_2}{\lambda_1 - \lambda_2} r^{-a2} \int_1^r r^{a1} \frac{g(r)}{1 + \beta} dr -$$

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_1 - \lambda_2} r^{-a2} \int_1^r r^{a2} \frac{g(r)}{1 + \beta} dr$$

La solución de la ecuación (6.40) fue hecha con el programa MATLAB²³ de solución de ecuaciones, utilizando las constantes antes mencionadas.

Donde: p y r son la presión y radio en la interface plástica y elástica, g(r) está dada por:

$$g(r) = \frac{\beta(1+2\alpha)(1-\alpha)}{r} \Delta p + \left[\beta(1-\alpha) + \frac{E\alpha\nu}{1-\nu} \right] \frac{dp}{dr} + \frac{f\beta(1+2\alpha)}{r} \quad (6.41)$$

$$\sigma_z = \nu(\sigma_r + \sigma_\theta) - E\alpha_o \Delta P + (1-2\nu)\Delta\sigma_H \quad (6.42)$$

De acuerdo al criterio de Von Mises las envolventes de falla están dadas por:

$$fs = A_0 + A_1 * J_1 + \sqrt{J_2} \quad (6.43)$$

Para la falla por corte y

$$\sigma_{ii} = \sigma_t \quad (6.44)$$

Para falla por tensión

Donde: A₀= .15, A₁=.2

$$\sigma_t = \sigma_\theta + \sigma_r + \sigma_z$$

$$J_2 = \sqrt{\frac{1}{6} * [(\sigma_r - \sigma_\theta)^2 + (\sigma_\theta - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_r)^2]}$$

Usando las ecuaciones (6.40) y (6.43) o (6.44), se obtienen las envolventes de falla para cavidades esféricas y cilíndricas.

Para facilitar las operaciones se procedió a elaborar un programa de cómputo en lenguaje fortran, con la finalidad de obtener las envolventes de falla. Las integrales que aparecen en la ecuación (6.40) se resuelven por medio de la subrutina SIMPSON tomada del Numerical Recipes²⁴. El programa principal tiene el nombre de ESFUERZO.FOR, el cual se muestra en el APÉNDICE A de este trabajo.

Como la ecuación para flujo de gas (Ec. 6.26) está en función de el factor z, μ_g , T y otras variables, éstas pueden calcularse con el programa de computo CAIDAS.FOR que también se incluye en el APÉNDICE A. Las ecuaciones involucradas en este programa se muestran en el APÉNDICE B; además este programa nos ayuda a determinar las caídas de presión en el sistema, para poder determinar la Δp generada en el fondo del pozo.

VII. VALIDACIÓN Y DISCUSIÓN DE RESULTADOS

7.1 Selección de los pozos^{25,26,27,28}

Para el análisis del modelo se seleccionaron dos pozos del campo Monterrey, los cuales presentaron problemas de arenamiento al iniciar la explotación de estos pozos ya que, debido al comportamiento del mismo, todo hacia suponer que se trataba de un campo con alta permeabilidad y por esta razón no se pensaba en realizar fracturamientos hidráulicos, pero durante la vida productiva de estos, se presentó arena de formación hasta el punto de obturar y matar el pozo. El primer pozo de este campo proporcionó la información necesaria que comprueba que este campo tiene una baja permeabilidad; esto se determinó a partir de pruebas de variación de presión donde la permeabilidad obtenida de esta es de 0.0109 md y un daño de formación (S) de 2.05. Además de esta prueba, durante la perforación del segundo pozo se cortaron dos núcleos, los cuales fueron enviados para su análisis a los laboratorios "Core-lab" Tabla 7.1 donde después del análisis petrofísico de los 2 núcleos, se obtuvieron los siguientes resultados:

Tabla 7.1 resultados obtenidos por los laboratorios "Core-lab"

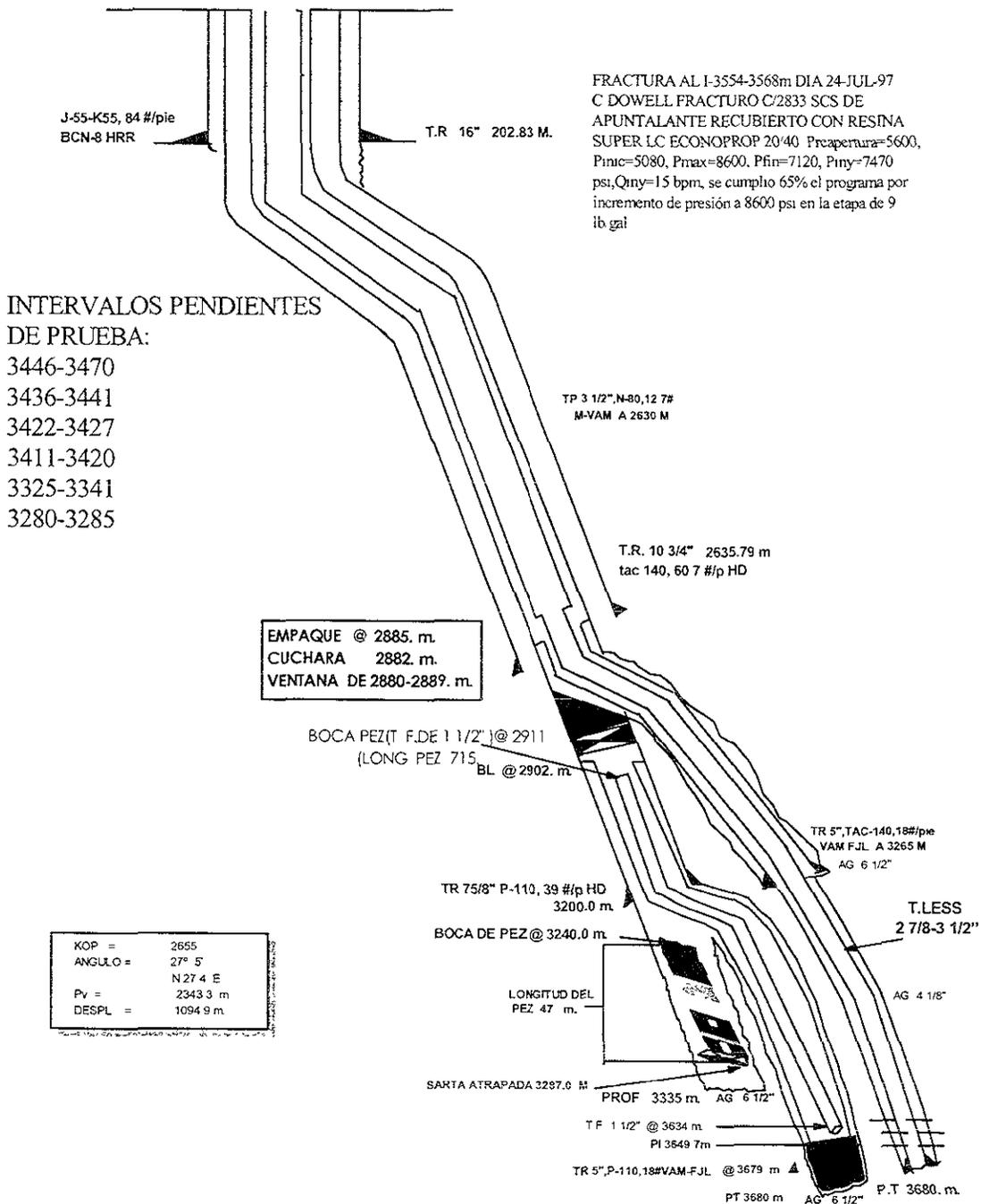
No. Muestra	Porosidad %	Permeabilidad (md)	Densidad del Grano	Saturación de fluidos		
				Agua	Petróleo	Gas
1-A	10.0	0.0038	2.67	66.1	6.1	27.8
1-B	11.2	0.0083	2.67			
2-A	12.0	0.1370	2.66	49.7	0.0	50.3
2-B	12.2	0.2620	2.65			

De los datos de la minifractura de estos pozos, se obtuvo la presión de formación que es de 9315 psi, una presión de cierre de formación o esfuerzo mínimo de 10509 psi y permeabilidades para los diferentes modelos de fractura; para el modelo GDK se obtuvo 0.018932 md, para el modelo PKN se obtuvo 0.0015685 y para el modelo ELLIPSOIDAL se obtuvo 0.03795 md.

Con los datos anteriores y los datos del estado mecánico del primer pozo se procedió a realizar el análisis del modelo (se anexa estado mecánico actual del pozo).

7.2.- ESTADO MECÁNICO:

ESTADO MECANICO



- Datos utilizados para el modelo.

7.3.1- Caso 1

Módulo de Young = 4357

Relación de Poisson= 0.17

Relación esfuerzo plástico y elástico = 20

Gradiente de esfuerzo horizontal =0 .77 psi/pie

Gradiente de esfuerzo vertical =0.95 psi/pie

Gradiente de presión de poro =0.6 psi/pie

Profundidad = 11745 pies (3580 m)

Permeabilidad = 0.065 md

Espesor de la formación = 46 pies

Viscosidad del gas = 0.02 cp

Diámetro de pistola = 2 1/8 pg.

Con los datos anteriores y con el programa ESFUERZO.FOR se obtuvieron las envolventes de falla para este pozo, las cuales se muestran en la fig. 7.1.

Usando el programa en FORTRAN llamado CAIDAS.FOR, se procedió a determinar las caídas de presión en el sistema basándonos en el estado mecánico del pozo mostrado en la primera parte de esta sección, con los datos adicionales siguientes para hacer un análisis del efecto del estrangulador.

Presión en la cabeza del pozo 7600 psi

Temperatura en la superficie 100 °F

Gasto de gas de acuerdo a tabla 7.2

Densidad relativa del gas 0.64

Tubería de 3 1/2" N-80, 12.7 # M-Vam a 2630m (diám. Int. 3")

Tubería de 2 7/8" a 3680m (diám. Int. 2.441")

Diámetro de estrangulador 10,12,14,16,18,20 y 22/64"

Viscosidad del gas = 0.24 cp.

Los resultados obtenidos se muestran en tabla 7.2

Tabla 7.2 Δp para diferentes diámetros de estrangulador

Qg MMpcg/día	Estrang. 64 avos. pg.	Presión en la cabeza psi	Presión sección 1 Tp 3 1/2" Long=8650 ft	Presión sección 2 Tp 2 7/8" Long=1040 ft	Δp psi (Pyac-Psecc2)
3.58	10	7000	7351	7470	1845
5.05	12	7150	7486	7601	1714
7.47	14	7500	7803	7931	1384
8.6	16	6700	7113	7267	2048
9.96	18	6250	6740	6924	2391
8.58	20	5500	6118	6328	2987
6.5	22	3500	4094	4409	4906

La Δp se obtiene considerando la profundidad del pozo, en este caso 11745ft (3680m), la presión del yacimiento que es de 9315 lb/pg² y las caídas de presión en el sistema; por ejemplo, para el estrangulador de 10" tenemos una Δp de (9315-7470)= 1845 psi.

Con los datos obtenidos de Δp , y la producción del pozo para los diferentes estranguladores, se construye la gráfica de estrangulador que también se indica en fig. 7.1.

Como se observa en fig. 7.1 al ir abriendo el estrangulador, se rebasa la zona de seguridad al pasar el límite de falla por tensión; también se puede verificar que la presión y la producción se reducen drásticamente al inducir la producción de arena.

7.3.2 Caso 2

Para este caso se tomaron los datos del caso 1, y se hizo un análisis de sensibilidad para la permeabilidad con valores de $k = 0.05\text{md}$, $k = 0.2\text{ md}$, $k = 0.8\text{ md.}$, con lo que se construyó la fig. 7.2.

Se puede observar en esta figura que a permeabilidades muy bajas, la envolvente de falla por tensión es la que más influencia tiene, y a medida que se incrementa la permeabilidad, se incrementa la zona de seguridad y las dos envolventes actúan (tensión y corte).

7.3.3 Caso 3

Mismos datos del caso 1, haciendo un análisis de sensibilidad de la relación de Poisson con valores de 0.10, 0.15 y 0.20, los resultados en este caso se muestran en fig. 7.3.

Puede observarse en esta figura es que la relación de Poisson influye en la Δp y las envolventes de falla, lo que significa decir que este parámetro es muy importante.

7.3.4. Caso 4

Mismos datos del caso 1, tomando como variable el espesor de la formación "H" con valores de 10,50 y 100 ft.; los resultados obtenidos se muestran en la fig. 7.4. En esta figura se observa que a mayor espesor de formación, mayor será la zona de seguridad y mayor será la producción.

ESTADÍSTICA Y CÁLCULO
DE LA SUBCUESTA

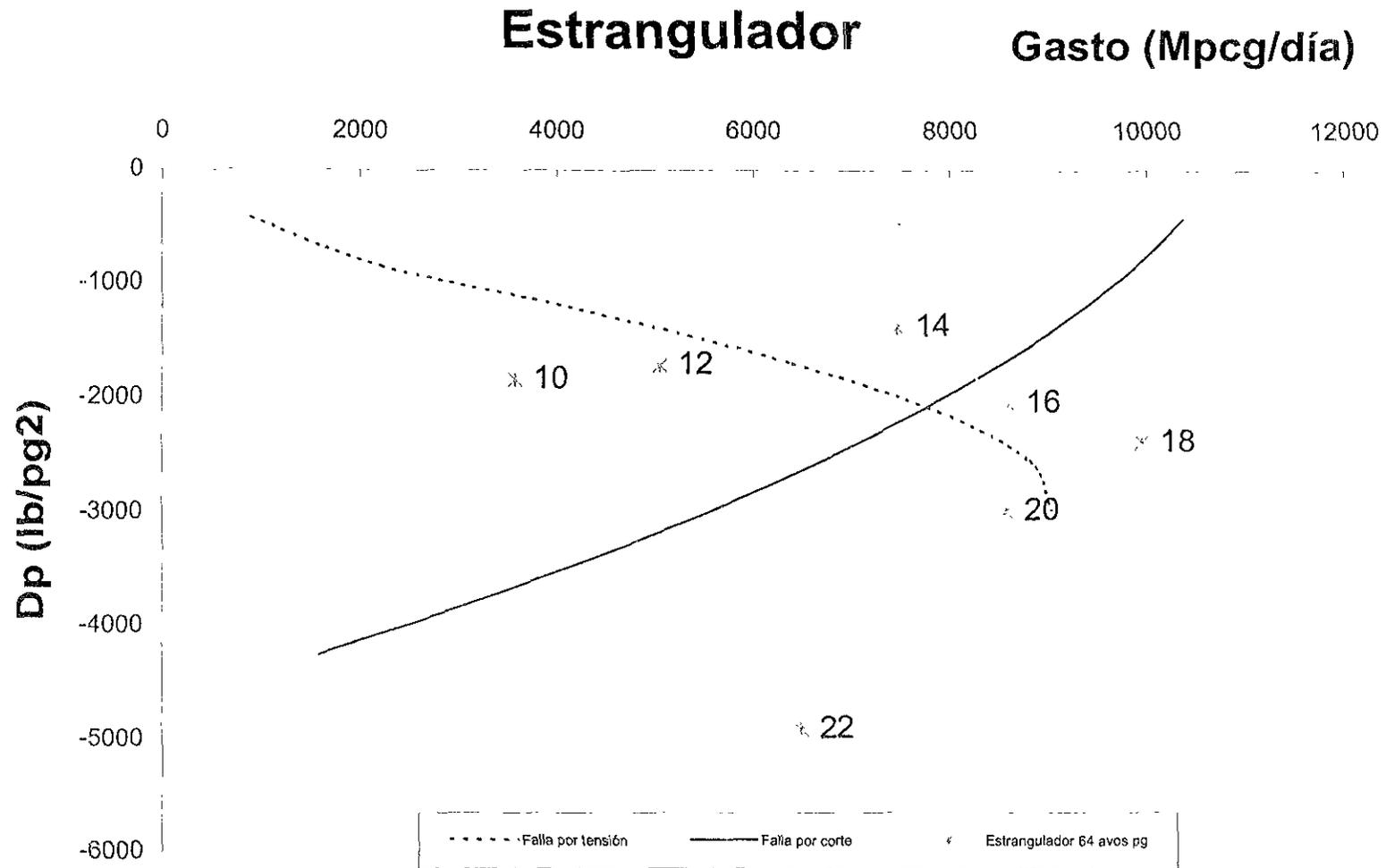


Fig. 7.1 Envoltente de falla y análisis de sensibilidad del estrangulador.

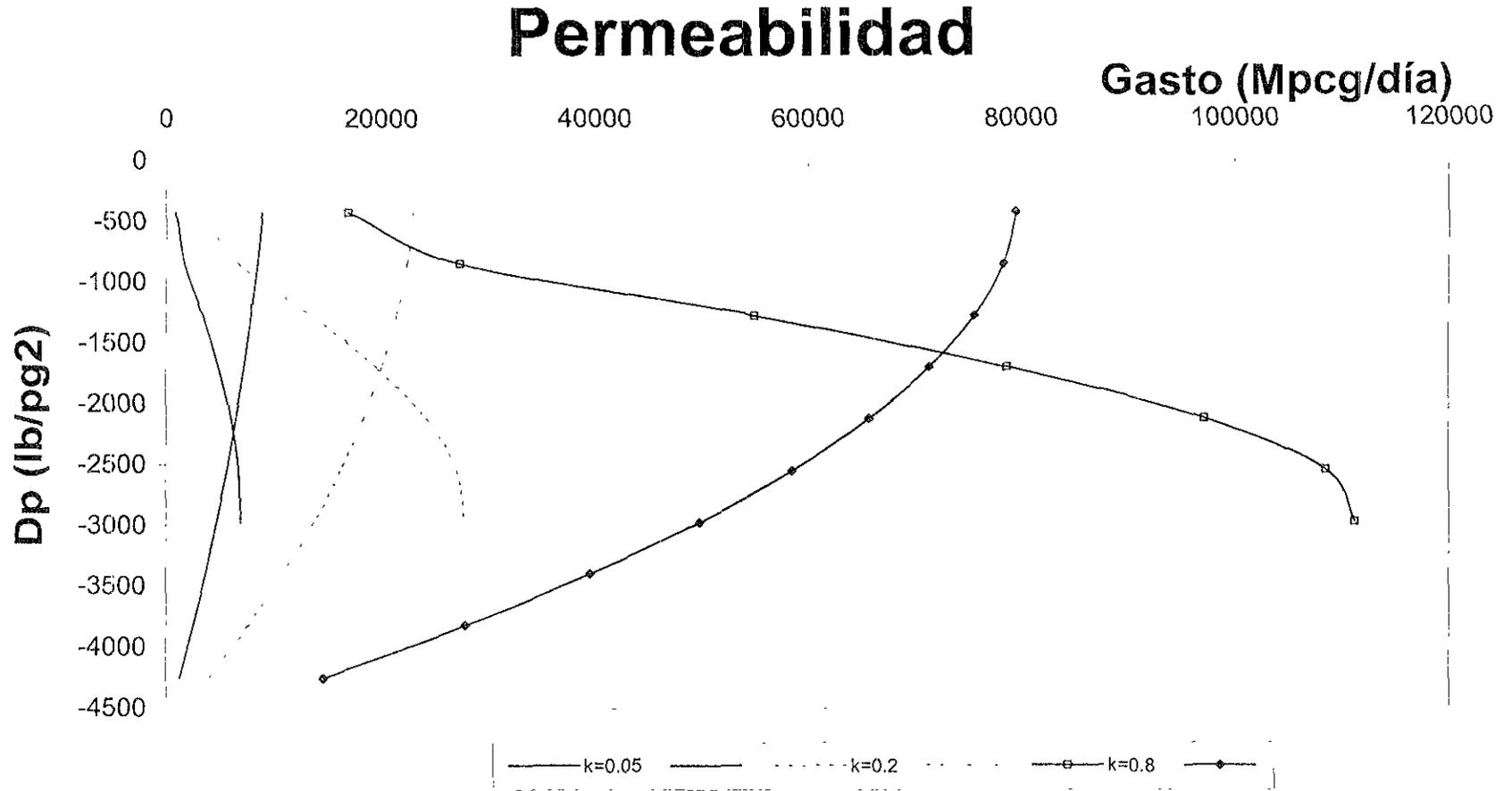


Fig. 7.2 Envoltentes de falla haciendo un análisis de sensibilidad de la permeabilidad.

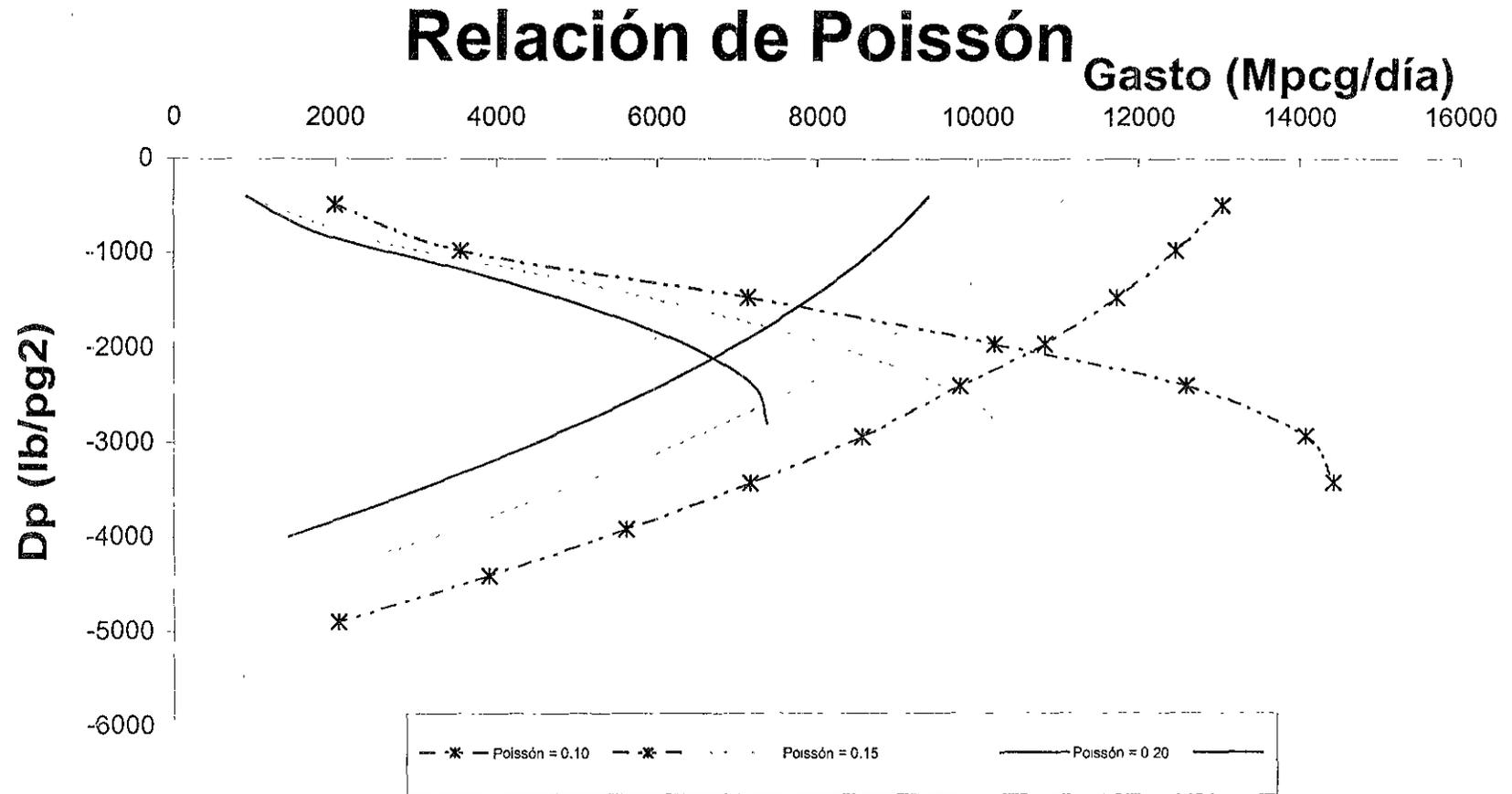


Fig. 7.3 Envolturas de falla para diferentes valores de relación de Poisson.

Espesor de Formación

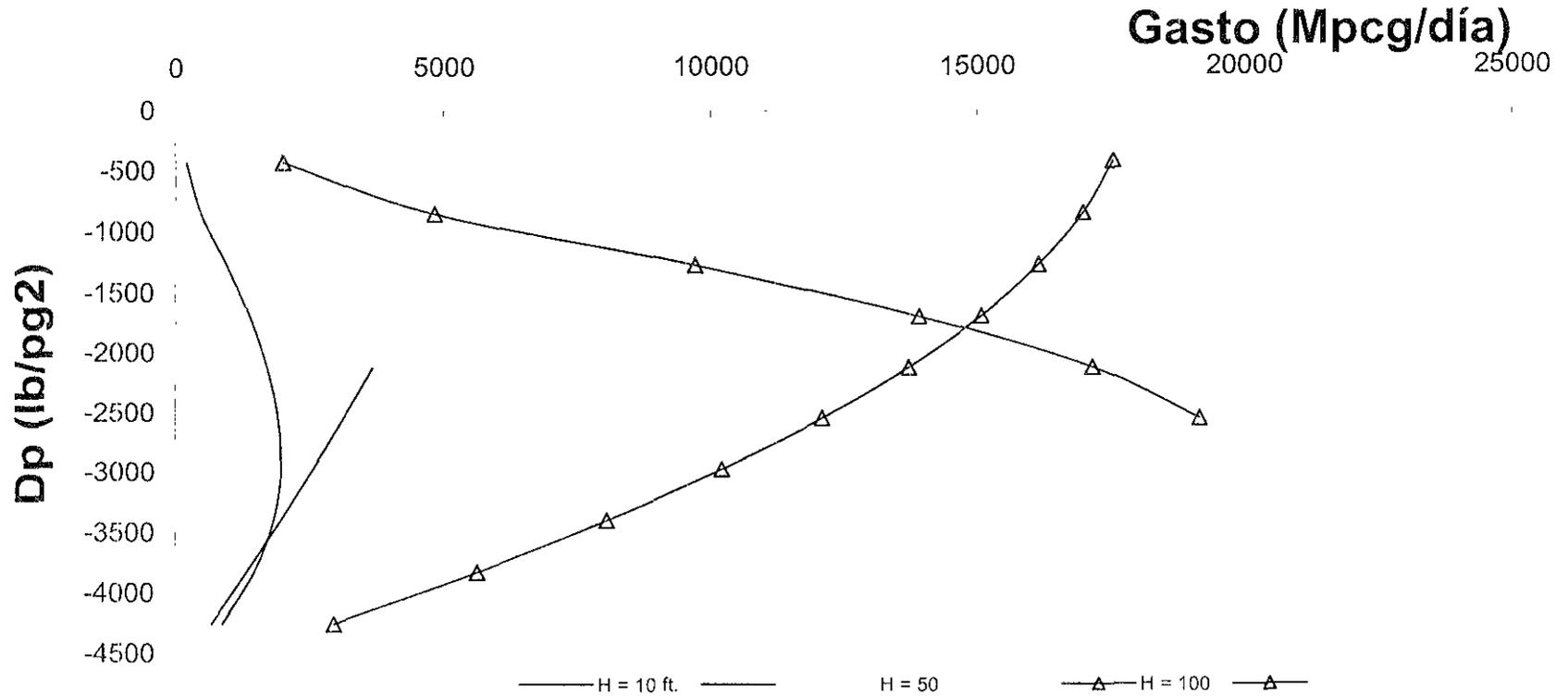


Fig. 7.4 Envoltentes de falla, variando el espesor de formación.

VIII CONCLUSIONES

1. Las envolventes de falla determinadas con este procedimiento, muestran los límites de seguridad para poder trabajar un estrangulador en un pozo de gas, sin riesgo de ser arenado.
2. Se observó que para pozos con permeabilidad baja, la falla dominante será por tensión; sin embargo, para pozos productores con alta permeabilidad, existe la posibilidad de que los dos mecanismos de falla actúen (falla por tensión y falla por corte). Además se simuló el efecto de un fracturamiento al incrementar la permeabilidad observando que las envolventes de falla incrementan su área de seguridad.
3. La relación de Poisson es el parámetro que puede variar la Δp y la forma de las envolventes de falla; esto quiere decir que la dureza de la roca constituye un factor importante en este análisis.
4. Debido al comportamiento de las curvas se observa que a medida que se va cerrando el pozo (Una Δp pequeña con un gasto pequeño), la zona de seguridad se restringe drásticamente.
5. El conocimiento de la Mecánica de Rocas para la predicción del arenamiento en pozos de gas es una buena herramienta que proporciona resultados acordes con la realidad.

XI RECOMENDACIONES

OPERATIVAS:

1. En los pozos de gas con baja permeabilidad se recomienda tener cuidado en el manejo del estrangulador, ya que este es el mecanismo que nosotros podemos controlar para generar una Δp apropiada, un mal manejo de este puede ocasionar la presencia de arena. En casos extremos se recomienda incrementar la permeabilidad de la formación, esto puede lograrse con un fracturamiento hidráulico.
2. Es necesario hacer pruebas de dureza de rocas en estos campos, ya que como se observó en el análisis de la relación de Poisson, esta es una variable que debe tenerse bien identificada para obtener datos correctos.
3. Se recomienda hacer las aperturas mínimas y cierres del pozo, ya que estas pueden rebasar los límites permitidos de diferencial de presión y por consiguiente tener un problema de arenamiento. En caso de ser necesario un cierre de pozo, este debe hacerse lo mas lento posible.
4. De la misma manera, cuando se repare un pozo, se recomienda que en la inducción del mismo no se generen grandes diferenciales de presión, ya que éstas también pueden influir en la presencia de arena o sólidos en la producción.
5. Generar una base de datos de esfuerzos in-situ de los diferentes campos de México, para así poder hacer una mejor planeación de la perforación,

terminación y vida productiva del pozo. Esto implica hacer pruebas de esfuerzos a los núcleos tomados en los pozos perforados.

ACADÉMICAS

1. El análisis mostrado fue realizado para pozos de gas seco, por lo que se recomienda hacer un análisis en pozos de gas y condensado y pozos de aceite.
2. La fase de los disparos no fue incluida en este trabajo, por lo que se recomienda hacer un análisis con este término adicional.

NOMENCLATURA

A_1, A_2	Constantes especificadas en la sección VI
B_g	Factor de volumen del gas
c_f	Compresibilidad del fluido
c_o	Esfuerzo axial compresivo, cohesión
c_r	Compresibilidad del volumen de poro
D	Profundidad
d_r, d_θ, d_z	Diferenciales de longitud del volumen de control
E	Módulo de elasticidad de Young
E_k	Término de aceleración
F	Característica de falla de la roca
F_s	Superficie de falla
g	Constante de gravedad
H	Gradiente de presión normalizada a la superficie de la cavidad
h	Espesor de la formación
h_{ij}	Funciones de los componentes de esfuerzo
J_1, J_2	Invariantes de esfuerzo
K	Módulo de volumétrico
K	Permeabilidad
k_{ij}	Tensor de permeabilidad

k_{r1}	Permeabilidad relativa
L	Sobrecarga
M	Módulo de confinamiento
Nre	Número de Reynolds
$p, \Delta p$	Presión de poro donde $\Delta p = p - p_o$
p_c	Presión entre la interface entre la región plástica y elástica
p_{lo}	Presión de goteo
p_o	Presión de poro inicial
p_{pc}	Presión pseudocrítica
p_{pr}	Presión pseudoreducida
q, q_g	Gasto, gasto de gas
R, R_p, r	Radio, radio de perforación, y R/R_p
R_c, r_c	Radio en la interface elástica y plástica, $r_c = R_c/R_p$
r_e	Radio de drene
r_w	Radio del pozo
S_i	Saturación
S_p	Fase de disparos
T	Temperatura
T_{pc}	Temperatura pseudocrítica °R
T_{pr}	Temperatura Psudoreducida °R
u	Velocidad del fluido
u_i	Desplazamiento de la roca
z	Factor de compresibilidad de los gases

Símbolos

$\alpha = 1 - K/K_s$	constante de proporcionalidad. Constante que depende de la roca.
α^*	coeficiente de expansión térmica
β	Constante definida en capítulo VI
ρ	Densidad
ρ	Densidad del gas
δ_{ij}	Delta de kronecker
$\Delta p/\Delta l$	Caída de presión por unidad de longitud
ε	Deformación
$d\lambda$	Escalar que define el flujo
$d\varepsilon_{ij}$	Deformación total = $d\varepsilon_{ij}^e + d\varepsilon_{ij}^p$
$d\varepsilon_{ij}^e$	Deformación elástica
$d\varepsilon_{ij}^p$	Deformación plástica
$d\varepsilon_v$	Deformación volumétrica
σ_t	Esfuerzos totales
$\sigma_x, \sigma_\theta, \sigma_z$	Esfuerzos normales en coordenadas cilíndricas
$\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$	Esfuerzos normales en coordenadas cartesianas
$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$	Esfuerzos principales
$\varepsilon_{rr}, \varepsilon_{r\theta}, \varepsilon_{rz}, \varepsilon_{\theta\theta},$ $\varepsilon_{\theta z}, \varepsilon_{zz}$	Componentes de deformación en coordenadas cilíndricas

$\varepsilon_{xx}, \varepsilon_{yy}, \varepsilon_{zz}, \varepsilon_{xy}$, Componentes de deformación en coordenadas cartesianas

$\varepsilon_{zy}, \varepsilon_{xz}$

f Factor de fricción

$\tau_{i,j}$ Tensor de esfuerzos

$\tau_{r\theta}, \tau_{rz}, \tau_{\theta z}$ Esfuerzos de corte en coordenadas cilíndricas

$\tau_{xy}, \tau_{xz}, \tau_{yz}$ Esfuerzos de corte en coordenadas cartesianas

σ_H Tensor de esfuerzos horizontal

$\sigma_{i,j}$ Tensor total de esfuerzos

$\sigma'_{i,j}$ Tensor de esfuerzos efectivos

σ_V Tensor de esfuerzos vertical

ϕ Porosidad

μ Viscosidad dinámica

μ_g Viscosidad del gas

ν Relación de Poisson

X REFERENCIAS

1. Erling Fjaer, Rune M, Holt, Raaen IKU, "Petroleum Related Rock Mechanics", N-7034 Trondheim, Norway.
2. Von Mises, R, "Mekanik der Plastischen Formaenderung von Kristallen. Z.Angew. Math Mech.
3. Alexander Mendelson "Plasticity Theory and Application", profesor of Civil Engineering Case Western Reserve University, Malabar Florida.
4. V. Gopinathan, "Plasticity Theory and its Application in Metal forming" , Central Metal Forming Institute, New York 1982.
5. Drucker, D.C. "Some Implications of Work Hardening and ideal Plasticity Quart. App. Maths. 1950.
6. Pavón Preve J.M., "Estabilidad Mecánica de Pozos en Lutitas" , Tesis, División de Estudios De Posgrado, Facultad de Ingeniería, UNAM, 1995.
7. Breckles, I.M. y Van Eclen, H.A.M., "Relationship Between Horizontal Stress and Depth in Sedimentary Basins. J. Petr. Tech. Septiembre 1982.
8. Daines, S. R. "Prediction of Fracture Pressure for Wildcat Wells", Journal Petroleum Technology, April 1982.
9. Vuckovic, V. "Prediction of Fracture Gradients Offshore Australia", Proc. SPE Asia Pacific Conf. Sydney, 1989
10. Juárez Badillo, Rico Rodríguez "Mecánica de Suelos Teoría y Aplicaciones", tomo II, editorial limusa 1989.

11. Van den Hoek P.J., "A New Concept of Sand Production Prediction: Theory and Laboratory Experiments". SPE-36418, , SPE, G.M.M. Hertogh. Annual Technical Conference and Exhibition, Denver Colorado October 1996.
12. Dees J.M., "Sand Control in Wells With Gas Generator and Resin", Oryx Energy Co, SPE 24841, 67th Annual technical Conference and Exhibition Washington, DC, October 4-7, 1992.
13. Santarelli F.J., "Similarities and Differences Between Wellbore Stability and Sand Production", North Sea Oil and Gas Reservoirs 1994, Norwegian Institute of Technology.
14. Owen Oil Tools, inc " Interactive CD", Owen API Data, Engineered Perforator Analysis, Perforating Systems, First Edition 1997.
15. Morita N. y Whitfill D.L, "Parametric Study of Sand Production Prediction: Analytical Approach". SPE-16990 Conoco Inc. 62nd Annual Technical Conference and Exhibition, Dallas Tx. September 27-30, 1987. p 561-575.
16. Wessenburger and N.Morita, "The Engineering Approach to Sand Production Prediction". SPE-16892 W. Conoco Production. 62nd Annual Technical Conference and Exhibition, Dallas Tx. September 27-30, 1987. p 151-158
17. Massier I. Y Morita N., "Gulf Subsea Wells: An Operator's Implementation of a New Sand Production Prediction Model".. SPE-16893, Conoco Production. 62nd Annual Technical Conference and Exhibition, Dallas Tx. September 27-30, 1987. p 159-166

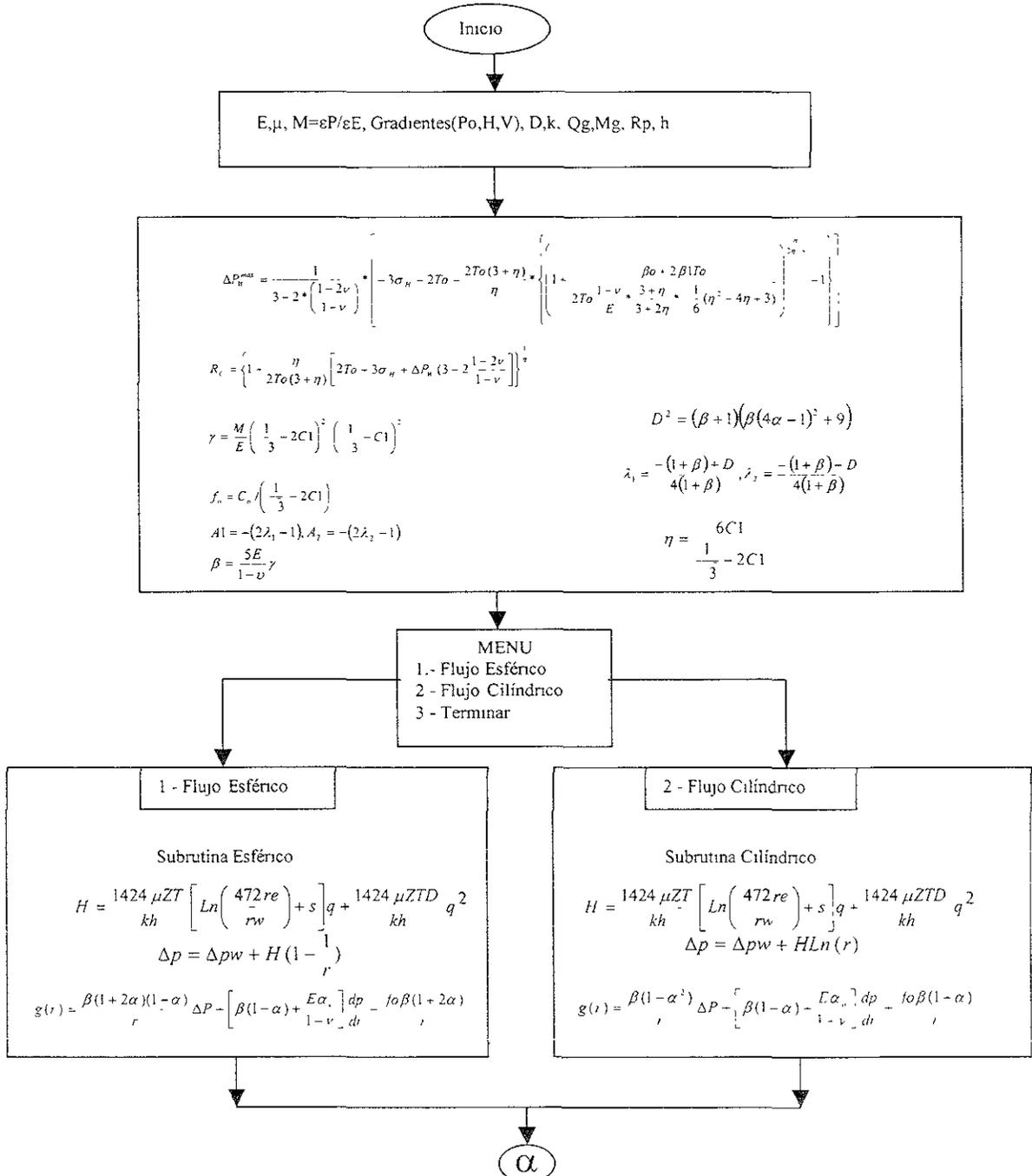
18. Morita y Whitfill D.L., " Realistic Sand Production Prediction: Numerical Approach", SPE-16989, Conoco Inc. 62nd Annual Technical Conference and Exhibition, Dallas Tx. September 27-30, 1987. p 547-559.
19. Morita y Gray K.E., " A Constitutive Equation For Nonlinear Stress-Strain Curves In Rocks and Its Application To Stress Analysis Around a Borehole During Drilling", SPE 9328, University of Texas 55th Annual Technical Conference and Exhibition, Dallas Tx. September 21-24 1980. p 1-15
20. Gas Research Institute, Geomechanics International, Inc. Branagan & associates, Inc. Pinnacle Technologies, Inc. "Geomechanical Model of the Arcabuz-Culebra Field".
21. Santarelli, F.J., Detienne, J.L. and Zundel.J.P. "Determination of the mechanical properties of deep reservoir sandstones to assess the likelihood of Sand sand Production, in Rock at Great Depth" ,V. Maury and D. Fourmaintraux (eds.), Balkema, Rotterdam, p 779-787.
22. Brati, R.K. y Risnes, R., "Stability and failure of sand arches. SPEJ, April 1981 p 236-248.
23. The Lenguaje of Technical Computing MATLAB VER 5.3. Enero 1999, the Math Works Inc.
24. Numerical Recipes
25. Michael j. Economides, A. Daniel Hill, Christine Ehlig-Economides, " Petroleum Production Systems", Pentrece Hall Petroleum Engineering Series 1993 p 57-81.
26. Francisco Garaicochea P. " Apuntes de la materia Transporte de Hidrocarburos", Facultad de Ingeniería UNAM.

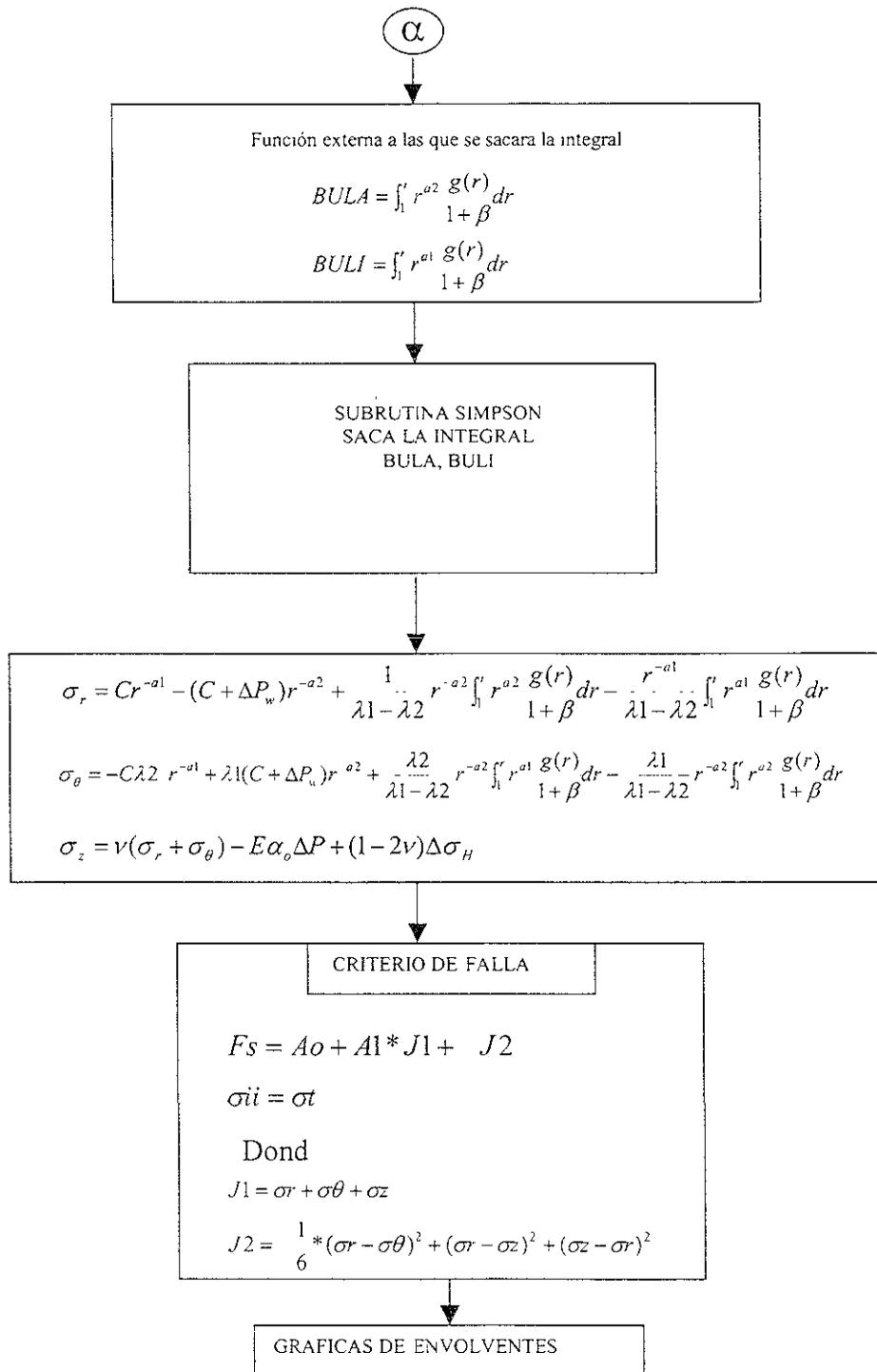
27. Gerencia de Perforación y Terminación de Pozos Región Norte,
Subgerencia de Ingeniería Región Norte.
28. Beck F.E., Langlinas J.P. y Bourgoyne A.T. Jr. "Experimental and Theoretical Considerations for Diverter Evaluation and Design".

APÉNDICE A

ENVOLVENTES DE FALLA

En este apéndice se muestra el diagrama de flujo y listado del programa de computo realizado en FORTRAN, el cual calcula los esfuerzos alrededor de una cavidad esférica y las envolventes de falla.





LISTADO DEL PROGRAMA ESFUERZO.FOR

```

C   PREDICCION DE PRODUCCION DE ARENA EN POZOS PETROLEROS
C   DETERMINACION DE LAS ENVOLVENTES DE FALLA PARA DISPAROS
C   EN POZOS PETROLEROS
C   JOEL TREJO FUENTES
C   DR. DANIEL GARCIA GAVITO
C   IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-H,O-Z)
C   INTEGER OPCION
C   EXTERNAL BULA,BULI
C   DOUBLE PRECISION MG,SIH,GVERT,GPO,POISON,CO,CI,PHI,MAGA,LAM,LUM,
1  K,L,RC,ESM
C   COMMON /CUCO/BETA,GDR,RU,ADOS,AUNO,ESM
C   OPEN(5,FILE='ESFUERZ1.DAT')
C   PHI=3.1415926535
C   WRITE (*,*) 'MODULO DE YOUNG E= LB/PG2'
C   READ (5,*) YOUNG
C   WRITE (*,*) 'RELACION DE POISSON '
C   READ(5,*) POISON
C   WRITE (*,*) 'RELACION DE ESFUERZO PLASTICO Y ELASTICO M=EP/EE'
C   READ (5,*) RELA
C   WRITE (*,*) 'GRADIENTE DE ESFUERZO HORIZONTAL PSI/PIE'
C   READ (5,*) SIH
C   WRITE (*,*) 'GRADIENTE DE ESFUERZO VERTICAL PSI/PIE'
C   READ (5,*) GVERT
C   WRITE (*,*) 'GRADIENTE DE PRESION DE PORO PSI/PIE'
C   READ (5,*) GPO
C   WRITE (*,*) 'PROFUNDIDAD DEL POZO PIES'
C   READ (5,*) PROF
C   WRITE (*,*) 'PERMEABILIDAD K MILIDARCY'
C   READ (5,*) K
C   WRITE (*,*) 'ESPESOR DE LA FORMACIÓN PIES'
C   READ (5,*) L
C   +WRITE (*,*) 'VISCOSIDAD DEL GAS'
C   READ (5,*) MG
C   WRITE (*,*) 'RADIO DE LA CAVIDAD PG.'
C   READ (5,*) RO
C   WRITE (*,*) 'RADIO DE PISTOLA PG.'
C   READ (5,*) RP
C   CO=.15
C   CI=.2
C   RU=RO/RP
C   DHO=SIH*PROF
C   DVH=GVERT*PROF
C   GRP=GPO*PROF
C   PCAP=0
C   ETOT=0
C   BAT=(6*CI)/((1./SQRT(3.))-2.*CI)
C   GAMA=((1./SQRT(3.))-2.*CI)**2./(((1./SQRT(3.))-CI)**2.)
C   MAGA=(RELA/YOUNG)*GAMA
C   FO=CO/((1./SQRT(3.))-2.*CI)
C   ALFA=((1./SQRT(3.))+CI)/((1./SQRT(3.))-2.*CI)

```

```

BETA=( (0.5*YOUNG) / (1.-POISON) ) *MAGA
DCUA=SQRT( (BETA+1.) * ( (BETA*(4.*ALFA-1.) **2.) +9. ) )
LAM=( - (1.-BETA) +DCUA) / (4.* (1.+BETA) )
LUM=( - (1.+BETA) -DCUA) / (4.* (1.+BETA) )
DPHO=DHO-GRP
DVPE=DVH-GRP
AUNO=(2.*LAM-1.) * (-1.)
ADOS=(2.*LUM-1.) * (-1.)
PMA=(1/(3-2*( (1-2*POISON) / (1-POISON) ))) * (3*DPHO-2*FO- ((2*FO*
1(3+BAT))/BAT) * ( (1-(0.02+2*.008*FO) / (2*FO*( (1-POISON) / YOUNG) ) *
2( (3+BAT) / (3+2*BAT) ) * SQRT( (1/6) * (BAT**2+4*BAT+3) ) ) ** (BAT/
3(2*BAT+3) ) -1)
DOS=2.*FO+3.*DPHO+PMA*(3.-2.*( (1.-2.*POISON) / (1.-POISON) ) )
RY=(1.- (BAT/ (2.*FO*(3.+BAT) ) ) *DOS)
RA=(1./BAT)
RC=ABS(RY) **RA
CR=RC/RA
DER=RU/ ( (QG*MG) / (4*PHI*K*RP) )
H=( (QG*MG) / (4*PHI*K*RP) ) * (1-1/RU)
PD=0
GDR=( (BETA*(1.+2.*ALFA) * (1.-ALFA) ) /RU) *PD+(BETA*(1.-ALFA) ) *
&DER+(FO*BETA) * (1.+2.*ALFA) /RU
C   CALCULA LOS ESFUERZOS EN LOS DISPAROS
CALL SIMPM(BULA,1.D0,CR,1.D-8,ANS1,ERROR,AREA,IFLAG)
SIM=AREA
CALL SIMPM(BULI,1.D0,CR,1.D-8,ANS1,ERROR,AREA,IFLAG)
SAM=AREA
SIGR=(2./ (1.+2.*ALFA) ) * (FO+3./2.*DPHO+(1.-ALFA) * (PMA/4) )
C   CONST=(1./ (CR** (-AUNO) -CR** (-ADOS) ) ) * (SIGR+PMA*(CR** (-ADOS) ) -
C   1( (CR** (-ADOS) ) / (LAM-LUM) ) *SIM+ ( (CR** (-AUNO) ) / (LAM-LUM) ) *SAM) *
C   23/2*DPHO-(1/2-ALFA*BETA) *SIGR-(PMA/7.935) *BETA*(1-ALFA)-BETA*FO
CONST=1.5
CALL SIMPM(BULA,1.D0,RU,1.D-8,ANS1,ERROR,AREA,IFLAG)
MIS=AREA
CALL SIMPM(BULI,1.D0,RU,1.D-8,ANS1,ERROR,AREA,IFLAG)
MUS=AREA
ERA=- (CONST+PMA) * (RU** (-ADOS) )
EAR=CONST*(RU** (-AUNO) ) + (1/ (LAM-LUM) ) *
&(RU** (-ADOS) ) *MIS- ( (RU** (-AUNO) ) / (LAM-LUM) ) *MUS
ESRA=ERA+EAR
ARE=LAM*(CONST+PMA) *RU** (-ADOS)
TAR=-CONST*LUM*RU** (-AUNO) +
&(LUM/ (LAM-LUM) ) *RU**AUNO*MIS- ( (LUM/ (LUM-LAM) ) *RU** (-ADOS) ) *MIS
ETAN=ARE+TAR
SOT=(1-2*POISON) *DPHO
ESOB=POISON*(ESRA-ETAN)+SOT
TOT=-EAR-TAR-POISON*EAR-POISON*TAR-SOT+CONST*(RU** (-ADOS) )
1-CONST*LAM*(RU** (-ADOS) ) +CONST*POISON*(RU** (-ADOS) ) -
2POISON*CONST*LAM*(RU** (-ADOS) )
SUB=LAM*(RU** (-ADOS) ) - (RU** (-ADOS) ) -POISON*(RU** (-ADOS) ) +
1POISON*LAM*(RU** (-ADOS) )
EQU=ABS( (TOT/SUB) )
SUN=(ESRA+ETAN+ESOB) *.2
CALL ENVOLVE(POISON,LAM,EAR,TAR,SOT,UNO,DOS,TRES,CUATRO,CINCO,
1
A,B,ESM,SAM,K)
DP=PMA/10
ADP=0

```

```

DO I=1,10
DG=.65
ZG=.93
RW=.328
RD=703.28
T=180+460
S=0
HP=39
DQ=(6*0.00001*DG*(K**-.1)*L)/(MG*RW*HP**2)
QSG=ABS(((K*L)*(1-1/CR)*((PMAX**2)-(AHP**2)))/((1-1/CR)*1424*MG
1*ZG*T*(LOG(RD/RW))+S+DQ)*(CR**(-ADOS)))*(AHP-EQU/AHP))
QRG=((K*L)*((-CR**(-ADOS))+(-CR**(-ADOS)*CONST*(PMAX**2-
1AHP**2))+SAM))/(-CR**(-ADOS))/(((1-1/CR)**2)*1424*MG*ZG*T*
2(LOG(RD/RW))+S+DQ))/(CR-1)+(PMAX*(1-AHP/PMAX))
AHP=DP+ADP
ADP=AHP
WRITE(*,*) ,AHP,QSG,QRG
END DO
ENV=CO+CI*J1-J2
END
C CORRELACION PARA DETERMINAR PARAMETROS
C DE FLUJO ESFERICO
SUBROUTINE CILINDRI(QG, MG, PHI, K, L, DPWF, UR, ALFA, POISON, FO, YOUNG,
1PD, PMAX)
IMPLICIT DOUBLE PRECISION(A-H, O-Z)
DOUBLE PRECISION K, L, MG
COMMON /CUCO/BETA, GDR, RU, ADOS, AUNO
DER=1
H=(QG*MG)/(2*PHI*K*L)
PD=0
GDR=(BETA*(1.+2.*ALFA**2.)*DPWF)/RU+(BETA*(1.-ALFA))*
&DER+(FO*BETA)*(1.+ALFA)/RU
RETURN
END
C
C
SUBROUTINE SIMPM(F, A, B, ACC, ANS, ERROR, AREA, IFLAG)
C
SUBROUTINA DE SIMPSON'S ( NUMERICAL INTEGRATION )
C
C F - NOMBRE DE LA FUNCION CUYA INTEGRAL SE DESEA. EL NOMBRE DE LA
FUNCION
C F DEBE APARECER EN UNA DECLARACION EXTERNA EN EL PROGRAMA DE
LLAMADA
C A,B- LIMITE INFERIOR Y SUPERIOR DE INTEGRACION.
C ANS- VALOR APROXIMADO DE LA INTEGRAL DE F(X) DE A A B.
C AREA-VALOR APROXIMADO DE LA INTEGRAL DE ABS(F(X)) DE A A B
C ERROR ERROR ESTIMADO DE ANS. EL USUARIO PUEDE ESCOGER LA FORMA DE
EXTRAPOLAR TO EXTRAPOLATE BY FORMING
C ANS+ ERROR PARA CONSEGUIR LO QUE ES A MENJDO UN RESULTADO
MAS EXACTO, PERO
C NO SIEMPRE.
C ACC- EXACTITUD DESEADA DE ANS. EL CODIGO INTENTA HACER
ABS(ERROR) .LE.
C ACC*ABS(AREA)
C IFLAG =1 PARA REGRESO NORMAL

```

```

C           =2 SI ESTO ES NECESARIO IR A NIVEL 30 O 3 PARA USE DE
SUBINTERVALO
C           DEMASIADO PEQUEÑO PARA LA LONGITUD DE CAMPOS DE MAQUINA.
C           EL ERROR PUEDE SER INESTABLE EN ESTE CASO.
C           =3 SI MAS DE 2000 EVALUACIONES DE FUNCIONES SON USADAS.
C           APROXIMACIONES SON USADAS PARA COMPLETAR LOS COMPUTOS Y
C           EL ERROR ES NORMALMENTE INESTABLE.

```

```

C           IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-H,O-Z)
           DIMENSION FV(5),LORR(30),F1T(30),F2T(30),F3T(30),
&           DAT(30),ARESTT(30),ESTT(30),EPST(30),PSUM(30)
           DOUBLE PRECISION U/9.D-7/
           EXTERNAL F
           ABS(X)=DABS(X)

```

```

C-----
           FOURU      = 4.D0*U
           IFLAG      = 1
           EPS        = ACC
           ERROR      = 0.D0
           LVL        = 1
           LORR(LVL)  = 1
           PSUM(LVL)  = 0.D0
           ALPHA      = A
           DA         = B - A
           AREA       = 0.D0
           AREST      = 0.D0
           FV(1)      = F(ALPHA)
           ARGU1= ALPHA+0.5D0*DA
           ARGU2= ALPHA+DA
           FV(3)      = F(ARGU1)
           FV(5)      = F(ARGU2)
           KOUNT      = 3
           WT         = DA / 6.D0
           EST        = WT * ( FV(1) + 4.D0 * FV(3) + FV(5) )

```

```

C-----
C           'BASIC STEP'
C-----

```

```

           1 DX       = 0.5D00 * DA
           FV(2)     = F(ALPHA + 0.5D0 * DX)
           FV(4)     = F(ALPHA + 1.5D0 * DX)
           KOUNT     = KOUNT + 2
           WT        = DX / 6.D0
           ESTL      = WT * ( FV(1) + 4.D0 * FV(2) + FV(3) )
           ESTR      = WT * ( FV(3) + 4.D0 * FV(4) + FV(5) )
           SUM       = ESTL + ESTR
           ARESTL    = WT * (ABS(FV(1)) + 4.D0*ABS(FV(2)) + ABS(FV(3)))
           ARESTR    = WT * (ABS(FV(3)) + 4.D0*ABS(FV(4)) + ABS(FV(5)))
           AREA      = AREA + ARESTL + ARESTR - AREST
           DIFF      = EST - SUM

```

```

C-----
C           RAISE LEVEL
C-----

```

```

           IF( ABS(DIFF) .LE. EPS * ABS(AREA) ) GO TO 2
           IF( ABS(DX) .LE. FOURC * ABS(ALPHA) ) GO TO 3
           IF( LVL .GE. 30 ) GO TO 5
           IF( KOUNT .GE. 2000 ) GO TO 6

```

```

C-----

```

```

C      CHECK ERROR
C-----
      LVL          = LVL + 1
      LORR(LVL)   = 0
      F1T(LVL)    = FV(3)
      F2T(LVL)    = FV(4)
      F3T(LVL)    = FV(5)
      DA          = DX
      DAT(LVL)    = DX
      AREST       = ARESTL
      ARESTT(LVL) = ARESTR
      EST         = ESTL
      ESTT(LVL)   = ESTR
      EPS         = EPS / 1.4
      EPST(LVL)  = EPS
      FV(5)       = FV(3)
      FV(3)       = FV(2)
      GO TO 1
C-----
C      ACCEPT APPROXIMATE
C-----
      2 ERROR = ERROR + DIFF / 15.00
      3 IF( LORR(LVL) .EQ. 0 ) GO TO 4
      SUM    = PSUM(LVL) + SUM
      LVL    = LVL - 1
      IF( LVL .GT. 1 )      GO TO 3
      ANS    = SUM
      RETURN
C-----
C      'MOVE RIGHT'
C-----
      4 PSUM(LVL) = SUM
      LORR(LVL)  = 1
      ALPHA      = ALPHA + DA
      DA         = DAT(LVL)
      FV(1)      = F1T(LVL)
      FV(3)      = F2T(LVL)
      FV(5)      = F3T(LVL)
      AREST      = ARESTT(LVL)
      EST        = ESTT(LVL)
      EPS        = EPST(LVL)
      GO TO 1
C-----
C      ACCEPT 'POOR' RESULTS
C-----
      5 IFLAG = 2
      GO TO 2
      6 IFLAG = 3
      GO TO 2
      END
      FUNCTION BULA
      IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-H,O-Z)
      COMMON /CUCO/BETA, GDR, RU, ADOS, AUNO, ESM
      BULA=(RU**ADOS)*(GDR/(1.0+BETA))
      RETURN
      END
      FUNCTION BULI

```

```

IMPLICIT DOUBLE PRECISION(A-H, O-Z)
COMMON /CUCO/BETA, GDR, RU, ADOS, AUNO, ESM
BULI=(RU**AUNO) * (GDR/(1.+BETA))
RETURN
END
SUBROUTINE ENVOLVE (POISON, LAM, EAR, TAR, SOT, UNO, DOS, TRES, CUATRO,
1                               CINCO, A, B, ESM, SAM, K)
DOUBLE PRECISION MG, SIH, GVERT, GPO, POISON, CO, CI, PHI, MAGA, LAM, ESM
A=.15
B=.2
UNO=POISON**2*LAM**2+3*B**2+3*B**2*LAM**2+6*B**2*POISON-12*B**2*
1POISON*LAM+6*B**2*LAM**2*POISON+3*B**2*POISON**2*LAM**2+1*LAM+3 *B
2**2*POISON**2-6*B**2*POISON**2*LAM-POISON*LAM**2+2*POISON*LAM-
3LAM**2*POISON-6*B**2*LAM*POISON**2-2*POISON**2*LAM
DOS=6*B**2*TAR+2*EAR-12*B**2*EAR*POISON*LAM+6*B**2*SOT*POISON-
112*B**2*LAM*POISON*TAR-6*B**2*EAR*LAM+12*B**2*POISON*TAR-6*B**2*
2LAM*SOT-6*B**2*LAM*TAR+12*B**2*POISON*EAR-6*A*B*POISON*LAM+
36*A*B*POISON-6*A*B*LAM-6*B**2*POISON**2*LAM*TAR-6*B**2*
4POISON**2*EAR*LAM+6*B**2*POISON**2*EAR+6*B**2*POISON**2*TAR-
56*B**2*SOT*POISON*LAM+6*B**2*SOT+6*B**2*EAR+2*POISON*SOT+LAM*SO
T+
6EAR*LAM-2*LAM*TAR+2*POISON**2*EAR+2*POISON**2*TAR-SOT+6*A*B-TAR-
72*POISON*EAR-2*POISON*TAR
TRES=-36*A*B*SOT-36*B**2*TAR*SOT-12*EAR**2*LAM**2*POISON**2+
112*EAR**2*LAM**2*POISON+6*LAM**2*SOT*EAR-6*EAR*LAM*TAR+6*EAR*
2LAM*SOT+36*B**2*LAM*SOT**2-36*B**2*LAM**2*SOT**2-36*B**2*
3EAR**2*LAM**2+6*LAM*SOT*TAR-12*LAM*A**2-36*A*B*TAR-36*B**2*
4SOT**2-36*B**2*TAR**2-3*TAR**2+12*POISON*TAR**2+6*TAR*SOT-
512*POISON**2*TAR**2-12*POISON*TAR*SOT-3*SOT**2+24*POISON**2*
6LAM*A**2
CUATRO=12*POISON*A**2-12*LAM**2*A**2-12*POISON**2*A**2-144*EAR*
1B**2*LAM*POISON*TAR-72*B**2*TAR**2*POISON-36*EAR*B**2*LAM*SOT-
272*EAR*B**2*LAM*TAR-36*EAR*B**2*SOT*POISON*LAM-72*EAR*B**2*
3POISON**2*LAM*TAR-36*EAR*A*B*LAM-36*EAR*A*B*POISON*LAM-36*B**2*
4EAR*LAM**2*SOT-36*A*B*POISON*TAR-36*B**2*POISON**2*TAR**2-36*
5B**2*EAR**2*POISON**2*LAM**2-36*B**2*SOT*POISON*TAR-72*B**2*
6EAR**2*POISON*LAM**2-36*B**2*EAR*POISON*LAM**2*SOT-12*A**2-36*
7B**2*TAR*POISON*LAM*SOT-36*B**2*TAR*LAM*SOT-24*POISON*LAM*A**2
CINCO=36*A*B*POISON*LAM**2*SOT-36*A*B*POISON*LAM**2*EAR-3*
1EAR**2*LAM**2-3*LAM**2*SOT**2-6*LAM*SOT**2-36*A*B*LAM**2*SOT-
236*A*B*LAM**2*EAR+12*LAM**2*POISON*A**2+24*EAR*LAM*POISON*TAR-
336*A*B*LAM*TAR-72*A*B*POISON*LAM*SOT-36*A*B*POISON*LAM*TAR+36*
4A*B*POISON*SOT-12*EAR*POISON*LAM*SOT-24*EAR*POISON**2*TAR*LAM-
512*POISON*SOT*LAM*TAR-12*LAM**2*SOT*POISON*EAR-12*POISON**2*
6LAM**2*A**2
SEIS=2*LAM*POISON*EAR+2*LAM*POISON*TAR-2*POISON**2*EAR*LAM-2*
1POISON**2*TAR*LAM-2*POISON*LAM*SOT
SIM=-1/2/(UNO)
ESM=DOS-(TRES+CUATRO+CINCO)**(1/2)
SAM=SIM*(ESM+SEIS)
RETURN
END

```

Adicionalmente al programa de envolventes de falla se anexa el programa para el cálculo de las caídas de presión por fricción, el cual tiene por nombre CAIDAS.FOR, con el siguiente listado (las ecuaciones de este programa se muestran en el Apéndice "B"), cabe mencionar que este programa fue correlacionado con resultados obtenidos por Burgoyne y Langlinas²⁸ dando excelentes resultados:

```

C          SUBROUTINA PARA DETERMINAR EL
C          FLUJO DE GAS EN TUBERIAS VERTICALES, HORIZONTALES E INCLINADAS
C          ALUMNO:   TREJO FUENTES JOEL
IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-H,O-Z)
IMPLICIT DOUBLE PRECISION NRE
APS = 1
OPEN(5, FILE='CAIDAS.DAT')
WRITE (*,*) 'CUAL ES EL VALOR DE LA Pth (PSI)'
READ (5,*) PSE
PENS = PSE
RUG=.0006
DPS=20
    WRITE (*,*) 'CUAL ES EL VALOR DE LA TEMPERATURA (F)'
    READ (5,*) T
    WRITE (*,*) 'CUAL ES EL VALOR DEL GASTO DE GAS (MMPIE3/DIA)'
    READ (5,*) QG
    WRITE (*,*) 'CUAL ES LA DENSIDAD RELATIVA DEL GAS'
    READ (5,*) DG
        WRITE (*,*) 'CUANTOS TRAMOS DE TUBERIA VA A MANEJAR'
READ (5,*) I
DO CA = 1, I
    WRITE (*,*) 'EL VALOR DE LA LONG. TOTAL DE LA TUBERIA (Ft)'
    READ (5,*) TL
    WRITE (*,*) 'CUAL ES EL DIAMETRO DE LA TUBERIA (pg)'
    READ (5,*) DTP
    WRITE (*,*) 'CUAL ES EL VALOR DEL ANGULO'
    READ (5,*) RJP
    TL1=0
196    RJ=RJP * 3.1416/180
    APS=PSE+DPS/2
    PS2=PSE+DPS
    P=APS
C          CALCULO DE LAS PROPIEDADES DEL GAS
TPC = 167 + 316.67 * DG
PPC = 702.5 - 50 * DG
TPR = (T + 460) / TPC
PPR = P / PPC
RSU=0.8
DR = .27 * PPR / (RSU * TPR)
940    ZG = ((.31506 - (1.0467 / TPR) - (.5783 / TPR ** 3)) * DR) -

```

```

1(.5353 - .6123 / TPR) * DR ** 2 + (.064224 * DR ** 5 / TPR) +
2(.68157 * DR ** 2 / TPR ** 3) * (1 + .68446 * DR ** 2) *
3(2.71828 ** (-.68446 * DR ** 2)) + 1
  TJF= ABS((RSU-ZG)/RSU)
  IF (TJF .LE. 0.001) GOTO 970
  RSU = ZG
  GOTO 940
970  BG = .02825 * ZG * (T + 460) / P
     DGX = .0764 * DG / BG
     AR = (9.399999 + .5794 * DG) * (T + 460) ** (1.5) /
&(209 + 550.4 * DG + (T + 460))
     XA = 3.5 + 986 / (T + 460) + .2897 * DG
     YA = 2.4 - .2 * XA
     O2=EXP(XA*(DGX/62.428)**(YA))
     PO =O2*(AR*0.001)
     VRG = QG ** 2 * ZG ** 2 * (T + 460) ** 2 /
&(772.93 * DTP ** 4 * P ** 2)
     VRA = SQRT(VRG)
     NRE = DTP * VRG * DG / PO

C                                     GASTO MASICO
     GMG = DGX * QG * BG / 86400
     GMT = GMG

C                                     COLGAMIENTO SIN RESVALAMIENTO
     VSG = (.002122 * QG * BG) / DTP ** 2
     VSM = VSG

C                                     DETERMINACION DEL FACTOR DE FRICCION
     FTP = (1.14 - 2 * LOG((DTP / RUG) + 21.25 / NRE ** .9)) ** (-2)

C                                     DETERMINACION DEL GRADIENTE
     EK = (7.2557 * DGX * GMT * GMG / (DGX * APS * DTP ** 4 * DGX))
     IF (RJP .EQ. 0) GOTO 8280
     GOTO 8290
8280  GPT = 43.539 * FTP * GMT ** 2 / (DGX * DTP ** 5 * (1 - EK))
     GOTO 8330
8290  GP1=((DGX*(SIN(RJ))))/144
     GP2={(FTP*DGX*VSM ** 2)/(5.362 * DTP)}/144
     GP3=(1-EK)
     FY = GP1 + GP2
8320  GPT = (FY / GP3)
     IF (GPT .GE. 0) GOTO 8330
     GPT = GPT *(-1.0)
8330  THL = DPS / GPT
     TL2 = TL1 + THL
     IF (TL2 .GE. TL) GOTO 8470
     TL1 = TL2
     PSE = PS2
     TS = "S"
     GOTO 196
8470  IF (TL2 .EQ. TL) GOTO 8500
     PWF = PS2 - GPT * (TL2 - TL)
     WRITE (*,*) '---- RESULTADOS ----'
8500  WRITE (*,*) ' TRAMO DE TUBERIA ',CA
     IF (RJP .EQ. 0) GOTO 8621
8621  PT = PENS
     WRITE (*,*) ' LONGITUD (ft)',TL

```

```
WRITE (*,*) ' VELOCIDAD GAS (pies3/seg)',VRA
WRITE (*,*) ' VISCOSIDAD DEL GAS cpoises',PO
WRITE (*,*) ' PRESION DE ENTRADA',PT
WRITE (*,*) ' PRESION DE SALIDA',PWF
      PENS = PWF
END DO
WRITE (*,*) '                               FIN DEL PROGRAMA'
STOP
END
```

APÉNDICE B

Ecuaciones utilizadas para el cálculo de caídas de presión por fricción:

Para calcular la caída de presión por fricción se dan los siguientes datos de entrada:

Presión en la tubería (P_{tub})

Temperatura superficial del gas (T)

Longitud de tubería (L_t)

Diámetro de la tubería ($D_{tp\phi_{equiv}}$)

Ángulo de Inclinación (J_{rp})

Gasto de gas (Q_g)

Densidad del gas (D_g)

Rugosidad absoluta de la tubería (ξ_{tub})

Los parámetros determinados por este programa son:

Propiedades del gas

Caídas de presión en las "n" secciones del sistema

Presión de salida

Temperatura crítica

Presión crítica

Viscosidad del gas

Factor de desviación del gas

Factor de fricción

El programa emplea el método de Beggs y Brill primeramente calculando lo siguiente:

Determinación de las presiones y temperaturas pseudocríticas (PC) y pseudoreducidas (PR) para el gas, TPC, PPC, TPR, PPR, con las siguientes ecuaciones:

$$T_{PC} = 167 + 316.67 * \gamma_{GF} \quad (B.1)$$

$$P_{PC} = 702.5 - 50 * \gamma_{GF} \quad (B.2)$$

$$T_{PR} = (T + 460) / T_{PC} \quad (B.3)$$

$$P_{PR} = P / P_{PC} \quad (B.4)$$

Cálculo del factor “z” de compresibilidad

$$\rho_r = 0.27 * P_{PR} / z T_{PR} \quad (B.5)$$

$$z = (A1 + A2/T_{PR} + A3/T_{PR}^3) \rho_r + (A4 + A5/T_{PR}) \rho_r^2 + (A5A6 \rho_r^5) / T_{PR} + (A7 \rho_r^2 / T_{PR}^3) (1 + A8 \rho_r^2) (EXR - A8 \rho_r^2) + 1 \quad (B.6)$$

Donde:

A1=0.31506	A2=-1.0467	A3=-0.5783	A4=0.5353
A5=-0.6123	A6=-0.10489	A7=0.68157	A8=0.68446

El procedimiento consiste en suponer un valor de “z” y obtener “ρ_r” para ese valor supuesto. Se calcula z con la Ec. (B.6) y se compara con el supuesto. Si no

coinciden estos valores, se supone para la siguiente iteración el valor de “z” calculado. El procedimiento se repite hasta satisfacer una tolerancia preestablecida (menor o igual a 0.001).

Cálculo de B_g , v_g , μ_g con las siguientes ecuaciones

$$B_g = \frac{0.02825z(T + 460)}{P} \quad (B.7)$$

$$V_g = \frac{q^2 z^2 (T + 460)^2}{772.93 d^4 p^{-2}} \quad (B.8)$$

$$\rho_g = \frac{0.0764 \gamma_{gf}}{B_g} \quad (B.9)$$

Para la viscosidad del gas

$$\mu_g = K(10^{-4}) \exp((X)(\rho_g / 62.428)^Y) \quad (B.10)$$

donde:

$$K = \frac{(9.4 + 0.5794 \gamma_{gf})(T + 460)^{1.5}}{209 + 550.4 \gamma_{gf} + (T + 460)} \quad (B.11)$$

$$X = 3.5 + \frac{986}{(T + 460)} + 0.2897 \gamma_{gf} \quad (B.12)$$

$$Y = 2.4 - 0.2X \quad (B.13)$$

Factor de fricción para régimen turbulento:

$$N_{RE} = \frac{dv\rho}{\mu} \quad (\text{B.14})$$

$$f = \left[(1.14 - 2 \log \left(\frac{\epsilon}{d} + \frac{21.25}{N_{RE}^{0.9}} \right)) \right]^{-2} \quad (\text{B.15})$$

Gasto másico de gas.

$$W_g = \frac{\rho_g q_g B_g}{86400} \quad (\text{B.16})$$

Se obtiene el término de aceleración E_k

$$E_k = \frac{7.2557 \rho_m W_g^2}{\rho_{ns} P d^4 \rho_g} \quad (\text{B.17})$$

Se determina el gradiente de presión total para la sección a calcular para un Δh .

$$\frac{\Delta P}{\Delta L} = \frac{43.539 f W_g}{\rho_{ns} d^5 (1 - E_k)} \quad (\text{B.18})$$

Se repite el procedimiento hasta alcanzar la profundidad ó longitud total de la sección.