

56



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA
DE MÉXICO**

FACULTAD DE INGENIERÍA

“BIOMECÁNICA DE LA RODILLA”

T E S I S
QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:
INGENIERO MECÁNICO ELECTRICISTA
(Á R E A M E C Á N I C A)
P R E S E N T A :
LAZARO MORALES ACOSTA

DIRECTOR: ING. ALVARO AYALA RUIZ



MEXICO, D.F.

MAYO DEL 2001



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

QUIERO AGRADECER

A LA
UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE
MÉXICO

A LA
FACULTAD DE INGENIERÍA

A TODOS MIS MAESTROS

A MIS PADRES
LORENZO MORALES DEL ANGEL
Y
CATALINA ACOSTA BAUTISTA

A ELLOS QUE ME HAN CONFIADO LA
OPORTUNIDAD PARA DESARROLLARME
COMO PERSONA, ME HAN EDUCADO CON
EL EJEMPLO DE SUPERACIÓN Y DEL
BUEN TESTIMONIO

A LA
PARROQUIA EMPERATRIZ DE LAS AMERICAS
Y EN ESPECIAL AL PADRE A.A. JUAN PABLO
TROUTTIER

A TODOS

MIS FAMILIARES Y AMIGOS, PORQUE ...

**ME HAN DEMOSTRADO SU APRECIO,
SU APOYO Y SINCERIDAD**

**ESTOY ESPECIALMENTE AGRADECIDO CON EL
ING. ALVARO AYALA RUÍZ, POR SU ASESORÍA,
CONSEJOS Y SUGERENCIAS DURANTE EL
DESARROLLO DE ÉSTA TESIS.**

A LOS MIEMBROS DEL JURADO, PORQUE...

**ME HAN DEDICADO PARTE DE SU
VALIOSO TIEMPO, ME HICIERON
OBSERVACIONES SOBRE DIFERENTES
CONCEPTOS Y ME AYUDARON A
REALIZAR UN MEJOR TRABAJO.**

INDICE

INTRODUCCIÓN	1
Capítulo I ANATOMIA HUMANA	3
1.1 Introducción	4
1.2 Definición del anatomía	4
1.2.1 Niveles de organización estructural	5
1.2.2 Articulaciones	8
1.3 Anatomía de la rodilla	8
1.3.1 Superficies articulares	11
1.3.1.1 La tróclea	11
1.3.1.2 Los cóndilos	12
1.3.1.3 La rótula	13
1.3.1.4 Las glenoides	14
1.3.1.5 La articulación peroneotibial superior	15
1.3.1.6 La sinovial	15
1.3.2 Los medios de unión	16
1.3.2.1 El aparato meniscal	16
1.3.2.2 El aparato capsuligamentoso	20
1.3.2.3 El sistema adiposo	27
1.3.2.4 El aparato tendimuscular	27
Bibliografía	30
Capítulo II RESISTENCIA DE MATERIALES	31
2.1 Introducción	32
2.2 Fuerzas	32
2.3 Esfuerzos	33
2.4 Tensor de esfuerzos	35
2.4.1. Existencia del tensor de esfuerzos	36
2.5 Deformación	39
2.5.1 Existencia del tensor de deformación	42
2.6 Relaciones esfuerzo- deformación	44

2.6.1	Relaciones esfuerzo – deformación en un sistema de referencia cualquiera	48
2.7	Elasticidad plana	50
2.7.1	Estado plano de deformación	50
2.7.2	Estado plano de esfuerzos	51
2.8	Criterios de falla	52
2.8.1	Fallas por cedencia y fractura	52
	Bibliografía	55

Capítulo III BIOMECÁNICA DE LA RODILLA 56

3.1	Introducción	57
3.2	Lesiones de rodilla	57
3.2.1.	Lesiones degenerativas	57
3.2.2	Lesiones traumáticas	58
3.3	Reemplazo de alguna articulación	59
3.4	Reemplazo de la rodilla	60
3.5	Caso de estudio	61
3.6	Análisis de la rodilla	61
3.6.1	Propiedades mecánicas del hueso	62
3.7	Desarrollo del estudio en rodilla	64
3.7.1	Diagrama de cuerpo libre	66
3.8	Diagrama de cuerpo libre de la rótula	68
3.9	Diagrama de cuerpo libre del fémur	69
3.10	Diagrama de cuerpo libre de la tibia	70
	Bibliografía	71

Capítulo IV ANÁLISIS EN COSMOS/M 72

4.1	Introducción	73
4.2	¿Por qué se utiliza el método de los elementos finitos?	73
4.3	Método de los elementos finitos	74
4.4	Planteamiento en Cosmos/M	75

INTRODUCCIÓN

En cuántas ocasiones nos hemos preguntado ¿Es complicado interpretar la naturaleza?, ¿Qué puedo hacer para entenderla?. Esta y otras preguntas obligadas para alguien que quiere entender su entorno, durante la etapa del estudio de alguna ingeniería son comunes, dentro de las aulas no sólo se plantean estas cuestiones, también se dan los elementos suficientes para entender los fenómenos y proponer los modelos matemáticos que los describen aceptablemente, como estudiante en esta facultad he podido vivir este proceso.

La inquietud de aplicar conceptos de la Mecánica en otras áreas nos ha llevado a un caso en específico, la posibilidad de explorar otras ramas del conocimiento relacionadas con la ingeniería "reafirmó" el deseo de realizar el presente trabajo.

En la biomecánica¹ se presenta precisamente la oportunidad de auxiliarse en diferentes ciencias (Física, Biología, Matemáticas), que en su conjunto pueden llegar a plantear una variedad de soluciones que permiten a un Médico Ortopedista, Médico del Deporte, Ingeniero, Diseñador de equipo ergonómico, etc. Ofrecer soluciones aceptables a problemas físicos, que ayudan a mejorar la calidad de vida de las personas, el diseño de partes artificiales del cuerpo humano requiere de un estudio cuidadoso, en la actualidad existe un gran interés por desarrollar el conocimiento necesario y llegar algún día a fabricar en nuestro país lo que se conoce como prótesis². El Médico Felipe M. Camarillo³ se ha interesado en acudir al Centro de Diseño Mecánico de esta Facultad y plantear esta inquietud, cabe mencionar que la mayoría de las prótesis que actualmente se están utilizando en México son importadas y a un alto costo, la demanda de prótesis es muy grande, por ejemplo en Latinoamérica aproximadamente 150,000⁴ personas anualmente se someten al reemplazo total de cadera o de rodilla.

En este trabajo se desarrollara una etapa importante dentro del diseño de una prótesis de rodilla humana, los resultados de este trabajo serán una primera aproximación que apoyará el diseño de un elemento que pretenda sustituir a la rodilla humana.

Al pretender diseñar una prótesis nos lleva al estudio de diferentes ciencias, también nos podemos dar cuenta que el planteamiento matemático no es sencillo, pero el análisis de esfuerzos, deformaciones y desplazamientos forman parte de una etapa importante para un buen diseño de una prótesis, hasta antes de la existencia de la computadora la solución precisa de los modelos matemáticos planteados estaban limitados debido a la gran cantidad de cálculos a realizar, de acuerdo a su época, en la actualidad gracias al desarrollo de diferentes métodos numéricos en conjunción con paquetes de cómputo se nos presenta una gran oportunidad para llegar a una solución con un grado de confiabilidad más aceptable.

¹. Biomecánica. (de bio- y el mecánica). f. Aplicación de las leyes de la mecánicas a las estructuras vitales, específicamente al aparato locomotor [DIC]

². Ver Capítulo 3, apartado 3.4.

³. Médico adscrito. Hospital General de México, Servicio de Ortopedia, Pabellón 106.

⁴. Referencia [2]

En este trabajo de tesis se tendrá como objetivo: **estudiar y entender el comportamiento de la rodilla involucrando a la anatomía, la matemática, la física y las habilidades de razonamiento adquiridas durante la carrera**, al cumplir con el objetivo planteado se estará reuniendo información que podría ser utilizada en el diseño de una prótesis.

En el **capítulo I** del presente trabajo inicia estudiando la anatomía humana en forma muy general, para ir comprendiendo los vocablos utilizados en la medicina, posteriormente se estudia en forma más detallada los tipos de articulación, para llegar al caso específico de la rodilla humana y desmembrar cada una de sus partes, señalando su nombre y la importancia de su función.

Para el **capítulo II** se estudian los conceptos propios de la mecánica de materiales como esfuerzos, deformación y desplazamiento que serán utilizados a lo largo de esta tesis, se estudian a detalle algunos criterios de falla de materiales que pudieran considerarse para tomarlos en cuenta en el análisis.

En el **capítulo III** se hace el planteamiento del modelo que será considerado, en donde se discretiza (diagrama de cuerpo libre, condiciones de frontera, propiedades del material y excitaciones propuestas), las cuales serán la base de datos que se introducirá en el modelo en 2D dibujado en el paquete de cómputo Cosmos/M.

El **capítulo IV** contiene el desarrollo de como se modela y mallado el modelo en 2D, cuales son los parámetros necesarios e introducidos para poder realizar el análisis y obtener los diagramas correspondientes a esfuerzos, deformaciones y desplazamientos de la rodilla humana, sometida a la carga determinada en la configuración de análisis y se presenta el análisis de los resultados obtenidos. **Conclusiones** se presentan las conclusiones de esta tesis.

Adicionalmente el **Apéndice A**, éste contiene un ejercicio desarrollado en el paquete de cómputo Cosmos/M, el cual tiene como propósito el justificar el tipo de elemento utilizado en el mallado de los huesos, el cual es fundamental para un correcto análisis.

Bibliografía

[A] Insall, J., Cirugía de la Rodilla, 2ª. ed, 1986, Ed. Médica Panamericana: 736 pp.

[DIC] Diccionario terminológico de ciencias médicas, undécima ed., 1981, México: Ed. Salvat, Mexicana de Ediciones, S.A. de C. V.

Referencia

[1] U.S. Healthcare[®], <http://www.Healthcare.com>

Capítulo I

ANATOMIA HUMANA

CAPITULO I ANATOMIA HUMANA

1.1. Introducción

Durante el estudio de alguna ingeniería es obvio que se prepare al estudiante interesado en esta ciencia en campos del conocimiento como la física, química, matemáticas (en sus diferentes especialidades), ciencia de materiales, etc. Y es claro que no se estudian a detalle ciencias que no se relacionan directamente con el ejercicio de esta profesión como podría ser la Biología, Geografía, Meteorología, Anatomía, etc. Se puede deducir que al estudiante de ingeniería se le dotan de herramientas matemáticas, leyes de la física, teorías y una serie de conceptos que son válidos y aplicables a cualquiera de las demás ciencias y es por eso que podemos relacionar a una ingeniería con muchas de las demás áreas del conocimiento.

En este trabajo de tesis se presenta el caso anterior descrito y es por ello que en estos momentos debido al tipo de formación en ingeniería existen áreas del conocimiento que es necesario abordar para la realización de este trabajo, es desconocido para nosotros aspectos de anatomía y fisiología, por lo que la información que se presenta en este capítulo es muy importante e iniciaremos por estudiar algunos conceptos básicos y así introducimos en el estudio del cuerpo humano. Se presenta una investigación de conceptos, definiciones, diferentes estructuras y/o sistemas principales del cuerpo humano.

Con lo anterior se pretende entender y estudiar de manera más sólida la anatomía de la rodilla, en esta parte sólo se estudiará desde el punto de vista anatómico, se describirán todos aquellos elementos que se involucran en el funcionamiento de esta articulación.

La anatomía de la rodilla la estudiaremos en dos partes:

- ◆ Superficies Articulares¹
- ◆ Los medios de Unión²

1.2. Definición de anatomía

El estudio del cuerpo humano abarca diversas ramas de la ciencia, cada una contribuye al conocimiento sobre el funcionamiento del cuerpo, en este caso la ciencia que estudia las partes del cuerpo es la anatomía.

La anatomía es una parte del campo de la biología humana (específicamente de la antropología, ver cuadro 1-1), que se ocupa de estudiar su estructura y las relaciones entre los sistemas del cuerpo.

Debido a las investigaciones cada vez más detalladas y el empleo de herramientas como el microscopio, tinciones especiales y otros procedimientos más, el estudio de la morfología³ humana también se volvió más compleja. De esta manera, la anatomía se ha

¹. Referencia, sección 3.1.1.

². Referencia, sección 4.1.

³. (de morfo- y del gr. logos. tratado). f. A., Morphologie; f., Estudio de la forma y estructura de los seres organizados y las leyes que los rigen [DIC], página 645.

dividido en diferentes ramas, una clasificación general es: anatomía macroscópica, anatomía microscópica o histología, neuroanatomía y anatomía del desarrollo o embriología esta forma de dividir solo se hace con el fin de facilitar y delimitar en cierta forma el estudio del cuerpo [E].

1.2.1. Niveles de organización estructural

Los seres vivos estamos constituidos desde los niveles más básicos, en donde cada uno realiza tareas específicas dentro de un organismo, por lo que se han determinado varios niveles de organización y sé que se presentan a continuación.

El **nivel químico**, incluye a las sustancias químicas esenciales para mantener la vida. La agrupación de sustancias químicas, forma el siguiente nivel superior de organización estructural es el **nivel celular**; la célula es la unidad básica estructural y funcional de un organismo, entre muchos tipos de células existen en el cuerpo las células musculares, nerviosas y sanguíneas.

El siguiente nivel superior de organización estructural es el **nivel de los tejidos**. Los tejidos son grupos de células similares que, con su material intercelular (sustancia entre células), por lo general, tienen un origen embrionario similar y realiza funciones especiales.

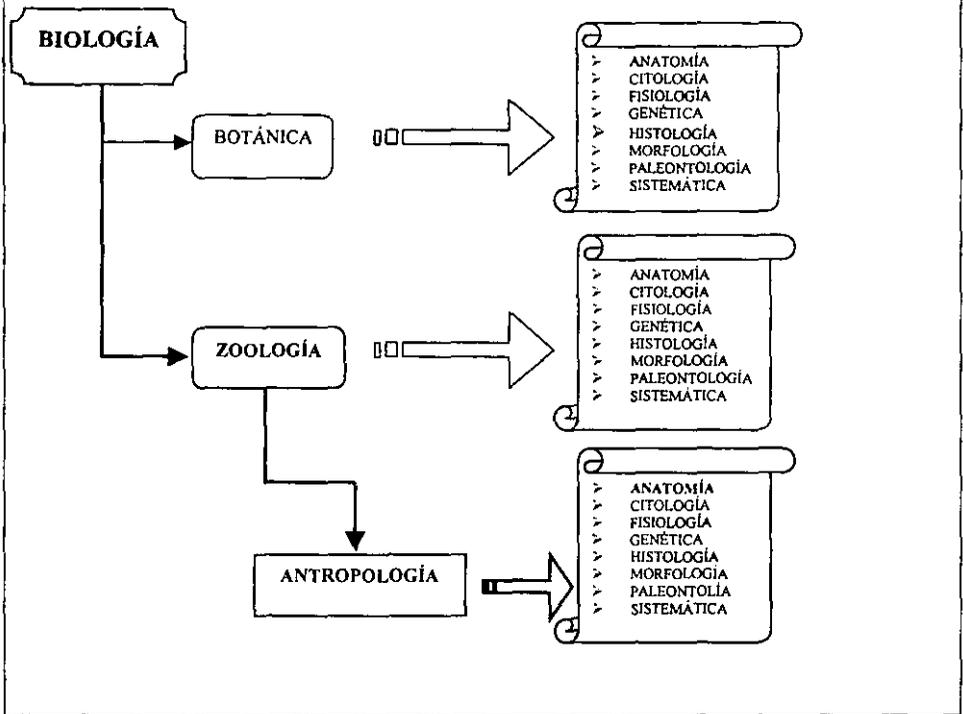
El **nivel orgánico**. Los órganos son estructuras compuestas de dos o más tejidos diferentes, tienen funciones específicas, por lo general, formas reconocibles. Algunos ejemplos de este nivel son: órganos del corazón, el hígado, los pulmones, el cerebro, el estomago, etc.

Nivel de sistema o aparato. Un sistema consiste en una asociación de órganos que tienen una función común desde un punto de vista funcional, en el cuadro⁴ 1-2 se presentan los principales sistemas del cuerpo humano.

Catalogado como el nivel más alto es el **nivel de organismo**. Todas las partes del cuerpo funcionan entre sí para constituir el organismo total, un individuo viviente.

⁴. [F]

CUADRO 1-1 LA BIOLOGÍA Y SUS RAMAS DE ESTUDIO



CUADRO 1-2 SISTEMAS PRINCIPALES DEL CUERPO HUMANO, ORGANOS REPRESENTATIVOS Y FUNCIONALES.

1. Tegumentario

Definición: la piel y las estructuras derivadas de ella, como pelo, uñas, glándulas sudoríparas y sebáceas.

Función: ayuda a regular la temperatura corporal, protege el cuerpo, elimina los desechos, sintetiza la vitamina D y recibe ciertos estímulos tales como la temperatura, presión y dolor.

2. Esquelético

Definición: todos los huesos del cuerpo, sus cartilagos asociados y las articulaciones corporales.

Función: soporta y protege al cuerpo, brinda estabilidad, alberga a las células madre que producen las células sanguíneas y restablece los minerales.

Referencia.

3. Muscular

Definición: se refiere de manera específica al tejido músculo esquelético; otros tejidos musculares incluyen el visceral y el cardíaco.

Función: participa en el movimiento, en mantener la postura y producir calor.

Referencia.

4. Nervioso

Definición: cerebro, médula espinal, nervios y órganos de los sentidos, como el ojo el oído.

Función: regula las actividades corporales a través de los impulsos nerviosos.

5. Endocrino

Definición: todas las glándulas que producen hormonas.

Función: regula las actividades corporales a través de las hormonas transportadas por el sistema cardiovascular.

6. Cardiovascular

Definición: sangre corazón y vasos sanguíneos.

Función: distribuye el oxígeno y los nutrientes a las células, lleva el bióxido de carbono y los desechos de las células, mantiene el equilibrio acidobásico del cuerpo, protege en contra de las enfermedades, previene las hemorragias por medio de la formación de coágulos sanguíneos y ayuda a regular la temperatura del cuerpo.

7. Linfático

Definición: linfa, vasos linfáticos y estructuras o órganos que contenga el tejido linfático elevado número de leucocitos del tipo de los linfocitos), como el bazo, el timo, los ganglios linfáticos y las amígdalas.

Función: regresa las proteínas y el plasma al sistema cardiovascular, transporta las grasas del aparato digestivo al sistema cardiovascular, filtra el líquido corporal, produce leucocitos y protege en contra de las enfermedades.

8. Respiratorio

Definición: los pulmones y una serie de vías asociadas que entran y salen de ellos.

Función: brinda oxígeno, elimina el bióxido de carbono, y ayuda a regular el equilibrio acidobásico del cuerpo.

9. Digestivo

Definición: un tubo largo denominado aparato digestivo y órganos asociados como las glándulas salivales, hígado, vesícula biliar y páncreas.

Función: realiza degradación física y química, así como la absorción de los alimentos para que los utilicen las células y elimina los sólidos y otros desechos.

10. Urinario

Definición: órgano que produce, recoge y elimina la orina.

Función: regula la composición química de la sangre, elimina los desechos, regula el equilibrio electrolítico y el volumen del líquido y ayuda a mantener el equilibrio acidobásico del cuerpo.

11. Reproductor

Definición: órganos (testículos y ovarios) que produce las células reproductoras (espermatozoides y óvulos) y otros órganos que transportan y almacenan las células reproductoras.

Función: reproducción del organismo.

1.2.2. Articulaciones

Como sabemos el sistema esquelético⁵ esta formado por huesos independientes, en donde la mayor parte de los cuales se mantienen unidos en las articulaciones por medio de tejido conectivo flexible.

Una articulación queda definida como: el punto de contacto entre huesos, entre cartilago y huesos o entre dientes y huesos. La estructura de la articulación determina el comportamiento de ésta, debido ha ello una articulación puede clasificarse según su movimiento y su estructura [F].

Respecto a sus movimientos existen articulaciones que no permiten el movimiento (sinatrosis), otras permiten un ligero movimiento (anfiartrosis), y otras permiten un movimiento considerable (diartrosis). En general mientras más cerca se encuentre el lugar de fijación en el punto de contacto, más fuerte será la articulación.

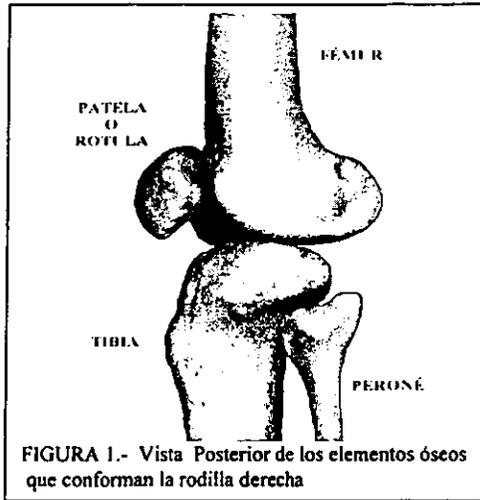
El movimiento de las articulaciones también está determinado por la estructura (forma) de los huesos de la articulación, la flexibilidad (tensión) de los ligamentos de tejido conectivo y las cápsulas articulares que mantienen unidos a los huesos y la posición de los ligamentos, músculos y tendones. Podemos apreciar en el cuadro 1-3 algunos tipos de articulaciones.

1.3. Anatomía de la rodilla

Situada en el punto de unión entre el muslo y la pierna, la rodilla es, respecto del miembro inferior, lo que el codo respecto del superior: comprende la articulación de la pierna con el muslo, como también todas las partes blandas que la rodean. Sus límites generalmente admitidos son: 1°, por arriba, un plano horizontal que pasa a unos dos dedos por encima de la base de la rótula; 2°, por abajo, un segundo plano, igualmente horizontal, que pasa por la tuberosidad anterior de la tibia. Así comprendida, la altura de la rodilla es de 12 a 15 cm [E].

La rodilla es una articulación que está formada por cuatro huesos, el fémur(hueso del muslo), la tibia y el peroné (huesos de la pierna) y por la patela o rótula (ver figura 1). Aunque el peroné no articula directamente con la rodilla es un hueso importante el cual consideraremos ya qué inserta músculos y ligamentos importantes.

⁵. Cuadro 1-1, página 7.



En el hombre por el desarrollo considerable que ha tomado, la tibia es el hueso principal que se articula con el fémur; el peroné articula en forma muy reducida, resultando ser una pieza esquelética secundaria, la articulación de la rodilla se conoce como *femorotibial*. (Haciendo una analogía de elementos mecánicos se puede considerar como del tipo troclear⁶).

Es considerada también un conjunto trocloide⁷ en el que se enfrentan de delante atrás: la tróclea, que prolonga los cóndilos⁸, y la rótula que prolonga a las glenoides⁹ (ver figura 2). La articulación de la rodilla presenta dos grados de libertad.

- a) El primer grado está representado por el movimiento de flexoextensión, que es el posible en cualquier articulación «auténticamente» troclear, como ocurre en la articulación del codo;
- b) El segundo grado está representado por los movimientos de rotación, solamente posible en flexión y que son factibles gracias a la existencia de una troclear que esté «modificada» y sea «incongruente» a la vez:
 - ◆ «*Modificada*», ya que su cresta medial, formada por la cresta medial posterior de la rótula y el macizo de las espinas tibiales, es efectivamente incompleta;
 - ◆ «*Incongruente*», ya que sus superficies articulares están mal encajadas, a pesar de la interposición de los meniscos, que tienen un papel de elementos de adaptación.

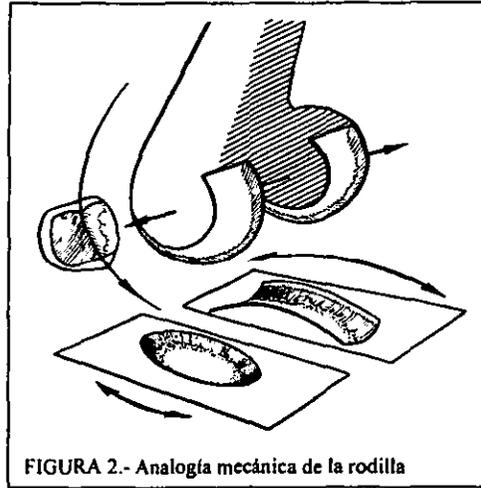
⁶. La troclear es una articulación con una de sus superficies (la femoral) es forma de polea.

⁷. La trocloide es una articulación en la que sus superficies son dos segmentos de cilindro: uno (el femoral) es convexo mientras el otro (el rotuliano y el tibial) es cóncavo.

⁸. Cóndilo. Eminencia redondeada en el extremo articular de un hueso.

⁹. Glenoide. Nombre de las cavidades articulares poco profundas, que permiten extensos y fáciles movimientos.

CUADRO 1-3 ALGUNOS TIPOS DE ARTICULACIONES			
TIPO	DESCRIPCIÓN	MOVIMIENTO	EJEMPLO
Fibroso	No hay cavidad articular; una capa delgada del tejido fibroso, denso o no, mantienen unidos los huesos.		
Sutura	Se encuentra sólo entre los huesos craneales; a estos los separa una capa delgada de tejido fibroso.	Ninguna (sinartrosis)	Sutura lambdaidea, entre los parietales y occipital
Sindesmosis	Los huesos que participan en ella se unen por tejido fibroso denso.	Leve (anfiartrosis)	Las de los extremos distales o inferiores de la tibia y el peroné
Gonfosis	Una espiga conoidea encaja en una cavidad; el ligamento peridental separa los huesos.	Ninguno (sinartrosis)	Raíces de los dientes en los alvéolos
Cartilaginoso	No hay cavidad sinovial; los huesos de la articulación están unidos por cartílago.		
Sincronosis	El material de unión es cartílago hialino.	Ninguno (sinartrosis)	Articulaciones temporales entre la diáfisis y las epifisis de los huesos largos y permanente de la primera costilla con el esternón
Sínfisis	El material de unión es un disco ancho y plano de fibrocartílago	Leve (anfiartrosis)	Articulaciones intervertebrales y Sínfisis del pubis
Sinovial	Hay cavidad de cartílago articulares; la cápsula articular consiste en cápsula fibrosa externa y membrana sinovial interna; quizás contenga ligamentos accesorios, discos articulares (meniscos) y bolsas.	Libre (diartrosis)	
Plana	Las superficies articulares generalmente son planas.	No axial	Articulaciones intercarpianas e intertarsianas
En bisagra	Una superficie en forma de polea en caja en otra cóncava.	Monoaxial (flexión-extensión)	Articulaciones del codo, rodilla, tobillo e interfalángicas
En pivote	Una superficie redondeada, puntiaguda o cóncava encaja e un anillo que consiste el hueso y ligamento.	Monoaxial (rotación)	Articulaciones atlantoaxial y radiocubital
Elipsoidal	Un cóndilo ovoide encaja en una cavidad elíptica.	Biaxial (flexión-extensión, abducción-aducción)	Articulación radiocarpiana
En silla montar	de Ambas superficies articulares son cóncavas en una dirección y convexas en la otra.	Biaxial (flexión-extensión, abducción-aducción)	Articulación carpometacarpiana del pulgar
Esferoideal	Una superficie esférica encaja en una depresión en forma de cáliz.	Triaxial (flexión-extensión, abducción-aducción, rotación)	Articulación del hombro y la cadera



1.3.1. Superficies articulares¹⁰

Cuatro huesos contribuyen a formar las superficies articulares de la rodilla: por parte del muslo, el extremo inferior del fémur; por parte de la pierna, una sección lateral y el extremo superior de la tibia, completado por delante y por arriba por la cara posterior de la rótula.

- La articulación femorrotuliana relaciona la tróclea femoral con la cara posterior de la rótula.
- La articulación femorotibial relaciona los cóndilos femorales con las glenoides tibiales, aunque en gran parte lo hace a través de los meniscos.
- La articulación peroneotibial superior relaciona las carillas articulares correspondientes de la extremidad superior del peroné y la tibia.

1.3.1.1. La tróclea

La tróclea ocupa la parte anterior de la extremidad inferior del fémur y es recorrida centralmente por un canal anteroposterior que divide en dos vertientes: este canal troclear¹¹ se continúa por atrás de la escotadura intercondílea (ver figuras 3 y 4), la vertiente externa (VET) y la interna (VIT) son convexas en todos los sentidos, la configuración general está marcada por tres características [D].

- La vertiente externa es más extensa y prominente, su espiral tiene los radios más grandes;
- El borde superior sobrepasa el surco supratroclear, formando una transición suave con la vertiente interna;

¹⁰ . El revestimiento cartilaginoso y su espesor modifican las descripciones clásicas.

¹¹ El canal troclear forma con el eje anatómico del fémur un ángulo de pocos grados abierto hacia arriba y afuera.

c) El ángulo de apertura de la tróclea (T) presenta valores medios de 140°.

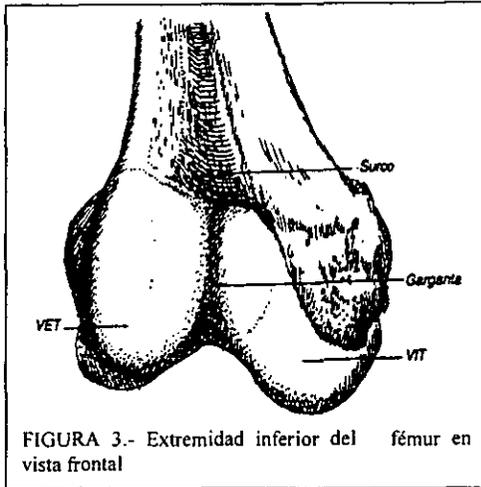


FIGURA 3.- Extremidad inferior del fémur en vista frontal

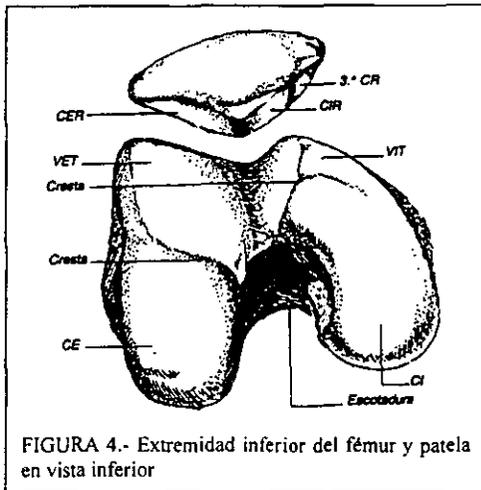


FIGURA 4.- Extremidad inferior del fémur y patela en vista inferior

1.3.1.2 Los cóndilos

Los cóndilos ocupan la parte baja y posterior de la extremidad inferior del fémur, están separados por la escotadura intercondílea prolonga hacia atrás el canal troclear; el cóndilo externo (CE) y el cóndilo interno (CI) que continúan a las vertientes trocleares correspondientes, son igualmente convexos en todos los sentidos, siendo similares, de perfil, a dos espirales en las que los radios respectivos disminuyeran de delante atrás (ver figuras 3 y 4). Existen dos características esenciales que hacen diferenciarse entre el CE y el CI.

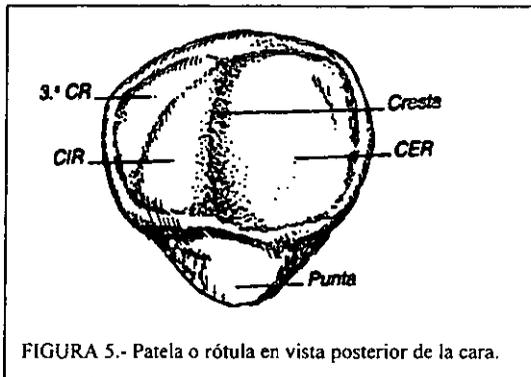
- a) Una superficie más grande, condicionada por una espiral condílea de radios más grandes;
- b) una divergencia global media hacia atrás con relación al plano sagital, sobre todo el tercio, posterior, por el hecho de una disposición en plano truncado¹²

1.3.1.3. La rótula

Es un hueso sesamoideo¹³ integrado en el aparato extensor y situado entre el tendón del cuádriceps (TC) y el tendón rotuliano (TR) [D].

Características sobresalientes:

- a) El espesor puede variar entre 2 - 3 cm sin contar con el cartílago, que puede medir 5 mm en la línea media¹⁴;
- b) En la cara posterior pueden diferenciarse de dos partes: el articular superior y otra inferior extraarticular:
 - La superficie articular ocupa las 3/4 partes superiores y comprende una cresta y dos caras: la cresta vertical es prominente pero chata y se corresponde con el canal troclear; las dos carillas. Cóncavas, externa e interna, se corresponden con las vertientes trocleares respectivas; la carilla externa (CET) es más larga y menos oblicua; la carilla interna (CIR) presenta por dentro una impronta condílea, llamada tercera carilla (3.^a CR) (ver figura 5), y que no sería articular más que en la flexión máxima;
 - La punta, extraarticular, ocupa el cuarto inferior y presta parcialmente inserción al tendón rotuliano;
- c) El ángulo de apertura de la rótula (R) presenta valores medios de 130°.



¹² . El eje anteroposterior no es rectilíneo sino segmentado en tercios, el tercio anterior oblicuo hacia atrás y afuera, el tercio medio casi sagital y el tercio posterior oblicuo hacia atrás y adentro: la divergencia se inicia en el tercio anterior, disminuye el tercio medio y se invierte en el tercio posterior.

¹³ . La comparación de un grano de sésamo viene dada no tanto por el tamaño o la forma como por la situación intratendinosa que le permite actuar como polea de flexión.

¹⁴ . El cartilago rotuliano es el más espeso del organismo y el sometido a presiones más altas.

1.3.1.4. Las glenoides

Las glenoides se apoyan sobre las tuberosidades tibiales externa e interna¹⁵ y están separadas por el espacio interglenoideo: la glenoides externa (GE) y la glenoides interna (GI) son cóncavas transversalmente (ver figura 7), siguiendo la convexidad de los cóndilos correspondientes; el espacio interglenoideo (EIG) adopta la forma de un reloj de arena; las espinas tibiales externa e interna¹⁶ delimitan las superficies pre y retroespinales en las que se insertan los meniscos y los ligamentos cruzados [D].

Existen diferencias en la configuración, específicamente en la curvatura sagital¹⁷:

- a) La glenoides externa (GE) es convexa de delante atrás debido a un vértice (V) que se sitúa en la unión del tercio anterior con el tercio medio; ello da lugar a una división de dos vertientes: una anterior ascendente y otra posterior descendente que se une a través de una suave pendiente con la cara posterior de la tuberosidad tibial externa;
- b) La glenoides interna (GI) es regularmente cóncava de delante atrás, apoyándose sobre la cara posterior de la tuberosidad tibial interna por medio del reborde tibial posterior (RTP).

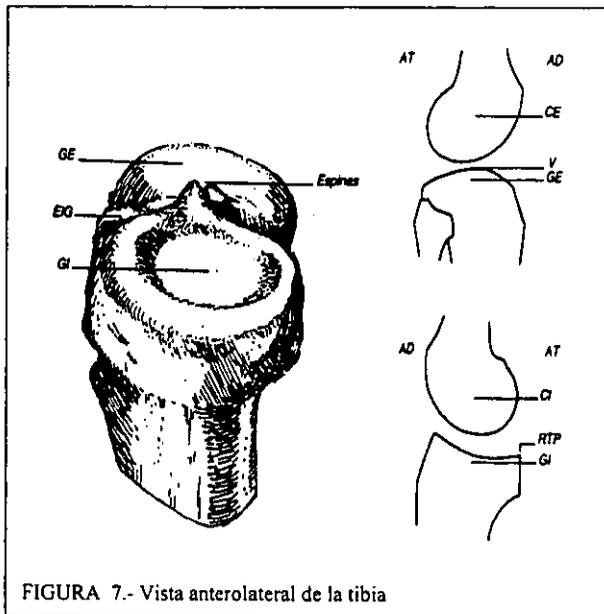


FIGURA 7.- Vista anterolateral de la tibia

¹⁵ . La plataforma tibial vista de perfil no es horizontal, sino que desciende de delante atrás.

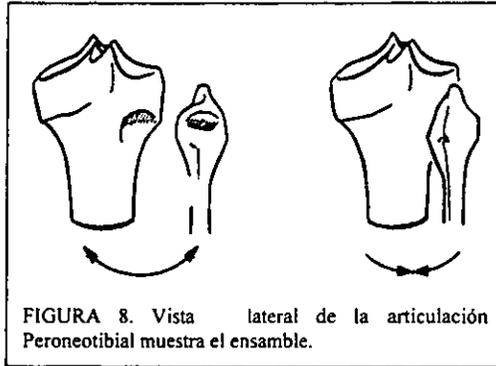
¹⁶ . La espina tibial interna (ETI) es más alta y más anterior y su vertiente interna cóncava, prolonga y continúa la concavidad de la glenoides interna (GI).

¹⁷ . En forma de saeta. Recto o derecho; que va en dirección anteroposterior.

1.3.1.5. La articulación peroneotibial superior

Es una artrodia¹⁸ situada bajo las glenoides externa y localizada en su tercio posterior (ver figura 8) [D].

- La superficie tibial ocupa la cara posterior de la tuberosidad tibial externa: es ovalada y mira hacia atrás, afuera y abajo.
- La superficie peroneal, ocupa la vertiente interna del caballete que forma la cara superior, y es ovalada mirando hacia delante, adentro y arriba.



1.3.1.6. La sinovial

Una articulación en la que hay espacio entre huesos de la articulación se llama articulación sinovial. Las articulaciones sinoviales se caracterizan por su libertad de movimiento (ver figura 9) y presencia del cartilago articular. El cartilago articular cubre las superficies de los huesos de la articulación pero no une o mantiene juntos a los huesos. El cartilago articular de las articulaciones sinoviales es cartilago hialino¹⁹.

La sinovial de la rodilla (**Sin**), se refleja sobre los huesos y tapiza la cara profunda de la cápsula (**Cap**) formando un fondo de saco más o menos profundo alrededor de las extremidades óseas (ver figuras 9 y 10).

- El fondo del saco perifemoral se localiza sobre todo en la parte anterior y mira hacia el surco supratrocLEAR donde se comunica con la bolsa serosa subcuadrípica (**BsC**) amarrada en su zona alta²⁰ por el músculo crural (pág. 28).
- El fondo de saco peritibial está más desarrollado en sus porciones laterales: la interna es más profunda, pudiendo alcanzar varios mm; la externa se puede

¹⁸ La artrodia es una articulación en que las superficies son planas.

¹⁹ Es el tipo de cartilago más abundante en el cuerpo. Se encuentra en las articulaciones en los extremos de los huesos largos en donde se denomina cartilago articular. El cartilago hialino le da flexibilidad y apoyo, reduce la fricción y absorbe el impacto de los golpes.

²⁰ La bolsa serosa subcuadrípica está a veces separada parcialmente o en su totalidad del fondo de saco perifemoral por un repliegue de la sinovial, formando un tabique: la plica suprarrotuliana (PSR)

comunicar con la articulación peroneotibial por intermedio de una bolsa serosa situada sobre el tendón del popliteo (TP)

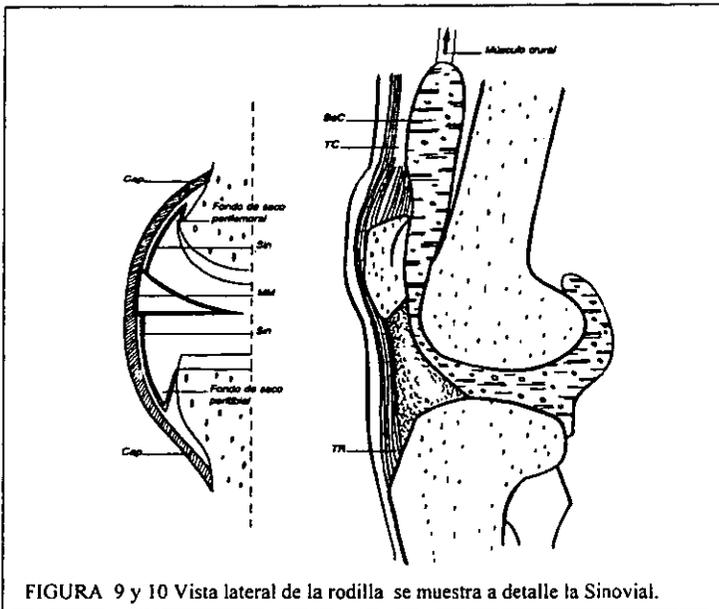


FIGURA 9 y 10 Vista lateral de la rodilla se muestra a detalle la Sinovial.

Estando unida por los lados a la cara periférica de los meniscos (págs. 18y 19), la sinovial (Sin) se divide en dos partes, una femoromeniscal y otra meniscotibial²¹.

Por detrás y al nivel de la escotadura, la sinovial (Sin) se invagina²² hasta las formaciones adiposas (pág. 27) y contornea los ligamentos cruzados, de manera que estos últimos (pág. 20) permanecen extraarticulares y extrasinoviales sin dejar de ser intracapsulares.

1.3.2. Los medios de unión

La unión de las superficies articulares se realiza por el conjunto meniscal, capsuloligamentoso, adiposo y muscular.

1.3.2.1. El aparato meniscal

Los cartílagos semilunares o meniscos interarticulares (ver figuras 11, 12 y 13), en número de dos, uno externo (ME) y otro interno (MI), están destinados a agrandar las

²¹ . El menisco interrumpe la sinovial pero no está envuelto en ella
²² . Invaginación: Repliegue de un tejido orgánico en el interior de otro.

cavidades glenoideas de la tibia. Anchos de 10 a 12 mm, revisten la forma de dos medias lunas, de las cuales la Externa (se le compara como una *O*) es más cerrada que la interna (que se compara con una *C*), los meniscos son los "amortiguadores" de la rodilla.

Características de los meniscos:

- Una cara superior, cóncava que se amolda sobre el cóndilo correspondiente del fémur;
- Una cara inferior, casi plana, que descansa sobre la cavidad glenoidea de la tibia;
- La cara periférica, es convexa y gruesa, constituye el muro meniscal (**MM**), que se adhiere al plano capsular (**Cap**).
- Una circunferencia menor, delgada, casi cortante, mirando al centro de la cavidad glenoidea, adonde no llega.

Sus funciones principales son:

- Amortiguación de las fuerzas que se transmiten a la rodilla.
- Proveen estabilidad a la rodilla, ya que mejoran el contacto entre el fémur y la tibia.
- Ayudan a la lubricación de la rodilla.
- Interactúan con el cartílago articular, dándole protección y ayudando a su nutrición.

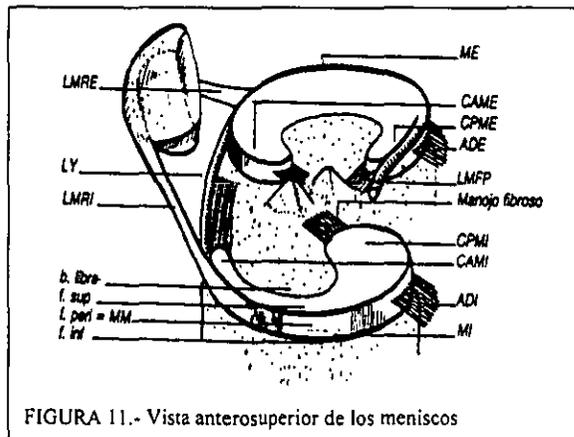
Su corte verticotrassversal representa un triángulo muy prolongado, cuya base, que corresponde a la circunferencia mayor, mide 8mm en la parte externa y tan sólo 6 en la interna.

Los cartílagos semilunares están adheridos a la tibia por sus extremos o astas: El externo (ligamento meniscorrotuliano externo **LMRE**) se adhiere, por su asta anterior, a la superficie preespinal, y por su asta posterior, al tubérculo interno de la espina de la tibia (esta última parte un fascículo fibroso que se adosa al ligamento cruzado posterior y sube con éste hasta el cóndilo interno); el interno (ligamento meniscorrotuliano interno **LMRI**) de inserta, por su asta anterior, al borde anterior de la meseta tibial, inmediatamente por delante del ligamento cruzado anterior (**LCA**), y por su asta posterior a la superficie retroespinal.

Los dos cartílagos semilunares interno y externo tienen también otras conexiones. En primer lugar están adheridos al plano capsular (**Cap**) por una circunferencia externa (ver figura 11) y luego están unidos al cuádriceps²³ por dos verdaderas aletas ligamentosas que emana de los bordes laterales de la rótula (aletas meniscorrotulianas de Pauzat) y el borde inferior del músculo vasto correspondiente, que están más o menos confundidas con la parte anterior de la cápsula por medio del ligamento adiposo (**LA**). Por ultimo unidas entre sí en su parte anterior por un ligamento transversal, el ligamento yugal de Luschka (**LY**).

²³. Cuádriceps (de quadri- y el lat. Caput, cabeza), nombre de los músculos gemelos, sóleo y plantar considerados como uno sólo) [DIC]

- a) El menisco externo (ME) tiene una configuración eminentemente variable, aunque presenta unas particularidades más constantes:²⁴
- La forma es circular casi cerrada;
 - El cuerpo anterior (CAME) es tan voluminoso como el cuerpo posterior (CPME).
 - La adherencia al plano capsular a la cara periférica está interrumpida por detrás por el paso del tendón del músculo poplíteo (TP), que cruza lateralmente el tercio posterior con una oblicuidad más o menos acentuada y formando el hiato poplíteo (HP).
 - Las intersecciones son más numerosas y reforzadas:
 - Meniscefemorales: el ligamento meniscefemoral posterior (LMFP) nade del cuerpo posterior y es satélite del ligamento cruzado posterior (LCP)²⁵.
 - Musculomeniscales, constituyendo el amarre dinámico externo (ADE) que une el cuerpo posterior (CPME) con el músculo poplíteo P.
- b) El menisco interno (MI) tiene una configuración particular pero constante:
- La forma es semilunar, casi abierta;
 - El cuerpo anterior (CAMI), grácil, consta con el cuerpo posterior (CPMI) en el que la preponderancia viene dada tanto por la extensión como el espesor.
 - La adherencia del plano capsular a la cara periférica es continúa.
 - Las inserciones están reforzadas por otras musculomeniscales, constituyendo el amarre dinámico interno (ADI) que el cuerpo posterior (CPMI) con el tendón directo semimembranoso (SM).



²⁴. [D]

²⁵. El ligamento meniscefemoral posterior cruza el LCP más frecuentemente por delante que por detrás y a veces se desdobra.

1.3.2.2. El aparato capsuligamentoso ²⁶

Lo constituyen las uniones pasivas agrupadas en un sistema central y un sistema periférico [D].

El Sistema Central

Conformada por una parte ligamentosa esencial y una parte ósea accesoria:

- a) **La parte ósea.** Está representada por el macizo de las espinas tibiales.
 - b) **La parte ligamentosa.** Esta representada por los ligamentos cruzados cuyo origen embriológico es según con el de los meniscos.
- ◆ El ligamento cruzado anteroexterno (LCAE) es «frágil» (ver figuras 14 y 15):
 - La inserción anterior es tibial, en la superficie preespinal, cerca del cuerno anterior del menisco interno (CAMI), justo delante de la espina tibial interna(ETI);
 - La inserción externa es femoral, a la vez vertical y muy posterior, situada en la cara interna del cóndilo externo (CE) y con una altura equivalente a un tercio de longitud del ligamento;
 - La dirección es oblicua hacia arriba, afuera, afuera y atrás;
 - El aspecto torsionado sobre sí mismo es tal, que las fibras anteriores en la tibia llegan a ser internas en fémur con una forma habitualmente plurifascicular²⁷;
 - La vascularización²⁸ es precaria²⁹.
 - ◆ El ligamento cruzado posterointerno(LCPI) es «potente» (ver figuras 16 y 17):
 - La inserción posterior es tibial, sobre la superficie retroespinal, tiene su inicio en la parte más posterior, desbordándose sobre la espina tibial;
 - La inserción interna es femoral, a la vez horizontal y muy anterior. sobre la cara externa del cóndilo interno (CI) y sobre una longitud que puede alcanzar la longitud del ligamento;
 - La dirección es oblicua hacia arriba, adentro y adelante;
 - El aspecto torsionado sobre sí mismo es tal, que las fibras posteriores en la tibia se vuelven externas sobre el fémur;
 - El volumen, importante, aumenta con la adición de fascículos accesorios del ligamento meniscofemoral posterior (LMFP) (pág. 18);
 - La vascularización es generosa³⁰.

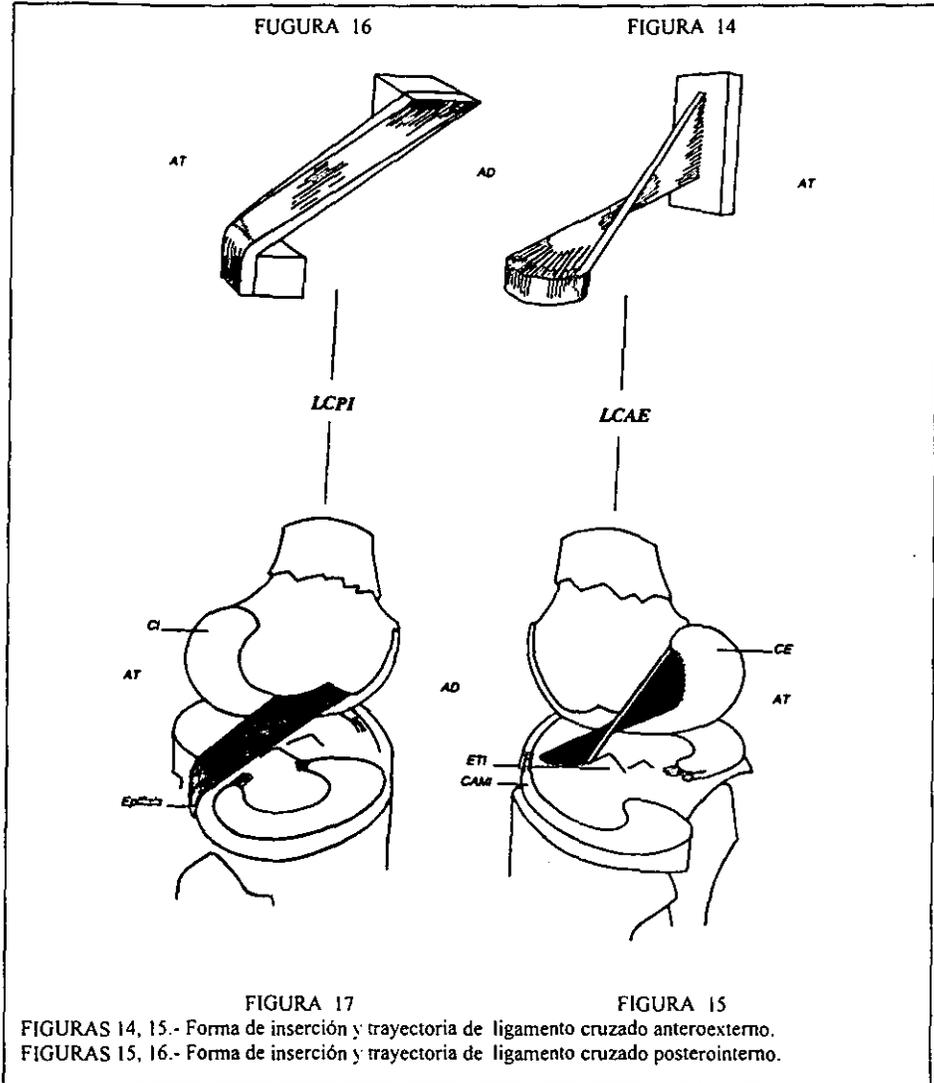
²⁶ [D], páginas 26-31.

²⁷ . La estructura plurifascicular comporta el menos dos fascículos y su denominación se refiere a la disposición de sus inserciones tibiales: el fascículo anteroexterno, a la vez delgado y largo, y el fascículo posteroexterno, a la vez grueso y corto

²⁸ . Producción de vasos o aumento del número de los mismos[DIC] , página 1038.

²⁹ . Vascularización del LCA depende a la vez de la arteria articular media y de la red arterial periarticular por intermedio del ligamento adiposo (página 29)

c) La sinovial. Envuelve los ligamentos cruzados a partir de un pliegue que nace de la cara posterior de la articulación (pág.13), haciéndoles como un manguito.



FIGURAS 14, 15.- Forma de inserción y trayectoria de ligamento cruzado anteroexterno.
 FIGURAS 15, 16.- Forma de inserción y trayectoria de ligamento cruzado posterointerno.

³⁰ . La vascularización del LCP está ampliamente aportada desde sus inserciones por la articular media.

El Sistema Periférico

Es un conjunto capsuloligamentoso, externo e interno, y cuya descripción esquemática será dividida en tercios y separada en tres planos:

- ◆ La división en tercios anterior, medio y posterior;
- ◆ La separación en tres planos, generalmente muy unidos:
 - El plano profundo, capsular, que recubre los engrosamientos y esfuerzos ligamentarios;
 - El plano medio, tendinoso;
 - El plano superficial aponeurótico o aponeurosis superficial, es común y se continúa por arriba con la aponeurosis femoral y por abajo con la aponeurosis de la pierna.

a) El sistema periférico externo (ver figura 18)

- ◆ El tercio anterior está representado por el alerón rotuliano externo (ARE), en el que se superponen:
 - El plano capsular (Cap), que adhiere al muro meniscal (MM) (pág. 19) y refuerza el ligamento meniscorrotuliano externo (LMRE), que se dirige oblicuamente hacia abajo, atrás y afuera;
 - El alerón anatómico externo (AAE) de la rótula. De forma triangular, con base rotuliana y vértice en la tuberosidad condílea externa va por detrás del ligamento lateral externo largo (LLEL) al que cruza por encima de su origen;
 - Las expansiones directas del vasto externo y las cruzadas del vasto (pág. 28); las expansiones que provienen del biceps y del tibial anterior; las expansiones anteriores de la bandeleta iliotibial (BIT), etc. El conjunto es a la vez heterogéneo y discontinuo³¹.
- ◆ El tercio medio asocia el plano capsular, la aponeurosis iliotibial que le cruza por delante y el ligamento lateral externo llamado largo, que lo recubre por detrás:
 - La aponeurosis iliotibial (AIT) beneficiada de una prolongación posterior se une al tabique intermuscular externo (TIME) (pág. 23) del muslo, que se origina en el borde externo de la línea áspera del fémur.
 - El ligamento lateral externo llamado largo (LLEL) está muy bien individualizado a partir de unas fibras largas femoroperoneas, franqueando en puente el menisco externo (ME) y al tendón del poplíteo (TP), para formar un tendón redondeado que se dirige oblicuamente hacia abajo y atrás:

³¹. La disposición de los planos, uno superficial y uniforme, otro profundo y entrecruzado por su naturaleza fasciculada, lo convierten en una zona de menor resistencia: el punto de ángulo antero externo (PAAE) responde a una descripción reciente pero difícil de confirmar por disección.

- La inserción alta se efectúa sobre la tuberosidad condílea externa, justo por delante de la inserción del alerón anatómico externo(AAE) que se cruza por encima;
- La inserción baja se efectúa sobre la vertiente externa del caballete que forma la cara superior de la cabeza del peroné, justo por dentro del tendón terminal del biceps (TB) que lo envuelve.

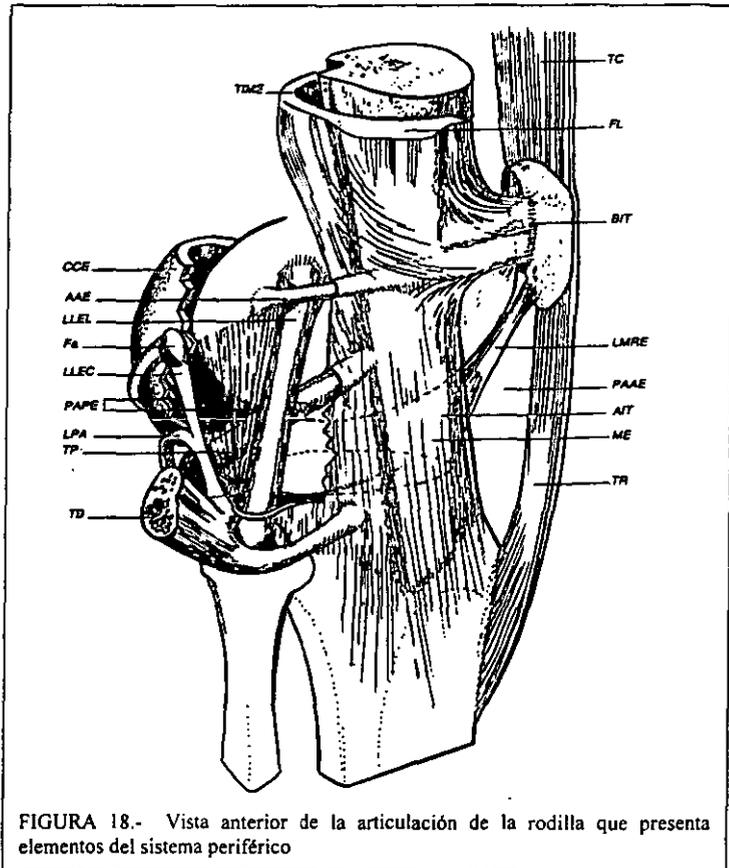


FIGURA 18.- Vista anterior de la articulación de la rodilla que presenta elementos del sistema periférico

- ◆ El tercio posterior representa el plano capsular, elemento de base, cuyo espesor aumenta de delante hacia atrás:
 - La parte posterior, gruesa y resistente, cubre el cóndilo externo, constituyendo el casquete condíleo externo (CCE):
 - La inserción alta es común con la del gemelo externo (GE), extendiéndose del borde superior del cóndilo externo al límite superior

de la superficie articular y a veces también a la cara periférica del cuerno posterior del menisco externo.

- La inserción baja se efectúa sobre la cara posterior de la tuberosidad tibial externa, en la proximidad de la glenoides externa;
- La parte posterior, delgada y laxa, va a constituir la «tela de fondo» de una zona de menor resistencia: el punto de ángulo posteroexterno (PAPE). Como si fuese una «ventana», se intercala entre las sólidas uniones capsuloligamentoaponeuróticas por delante y el grueso casquete condíleo por detrás, el PAPE está disociado del menisco pero se beneficia de un sostén, ligamentoso:
- La dislocación del PAPE del menisco externo la impone el paso, lateral y oblicuo, del tendón del poplíteo (TP): éste está en contacto con la cara periférica del menisco, dando lugar a una interrupción de la cohesión capsular a todo lo largo del trayecto tendinoso. La discontinuidad así formada constituye el hato poplíteo (HP) (ver figura 13^b).
 - El sostén ligamentoso del PAPE está asegurado por el ligamento lateral externo llamado corto (LLEC)³², que constituye un cordón grueso oblicuo hacia abajo y adelante:
 - La inserción alta se efectúa en la fabela (Fa);
 - La inserción baja se efectúa sobre la apófisis estiloides de la cabeza del peroné, dividiendo el vértice con la implantación del pilar externo del ligamento poplíteo arqueado (LPA). La articulación peroneotibial superior está protegida por ligamentos, especialmente de localización anterior y posterior, pudiendo comunicar con la articulación femorotibial.

b) El sistema periférico interno (ver figura 19).

- ♦ El tercio anterior está representado por el alerón rotuliano interno (ARI), en el que se superponen:
 - El plano capsular (Cap), adherido al muro meniscal (MM) (pág. 19) que refuerza el meniscorrotuliano interno (LMRI), menos desarrollado que su homólogo externo y que se dirige oblicuamente hacia abajo, atrás y adentro;
 - El alerón anatómico interno (AAI) de forma triangular de base rotuliana y vértice en la tuberosidad condílea interna por detrás del ligamento lateral interno largo (LLI) al que cruza por encima de su origen;
 - Las expansiones directas del vasto externo y las cruzadas del vasto; las expansiones musculares directas del vasto interno y las cruzadas del vasto

³² . El ligamento lateral externo se desdobra en ligamento largo y en ligamento corto, en ellos las inserciones altas son distantes, mientras que las inserciones bajas se juntan hasta el punto de confundirse, realizando la imagen de una V centrada sobre la cabeza del peroné: las ramas anterior y posterior corresponden, respectivamente, a los ligamentos largos y corto, y están «envueltas» por un desdoblamiento capsular.

externo; el conjunto es más homogéneo y continuo respecto al tercio anterior externo (pág. 22).

- ◆ El tercio medio asocia el plano capsular medio y el ligamento lateral interno que lo recubre:
 - El plano capsular medio esta formado por fibras cortadas que terminan en el menisco, permitiendo la individualización del fascículo femoromeniscal y del fascículo meniscotibial;
 - El ligamento lateral interno (LLI) está muy bien individualizado a partir de las fibras largas femorotibiales, franqueando en puente el menisco interno (MI) y el canal transversal laterosubglenoideo interno recorrido por el tendón reflejo del semimembranoso (TrfSM), para formar una bandeleta resistente, extensa, gruesa, que se dirige oblicuamente hacia abajo y adelante:
 - La inserción alta «en medallón», se efectúa sobre el tubérculo del cóndilo interno justo por delante de la inserción del alerón anatómico interno (AAI) que lo cruza por encima;
 - La inserción baja, delgada y despegada en abanico, se efectúa sobre la parte antero superior de la cara interna de la tibia, sobrepasando por abajo y atrás de la inserción de los músculos de la pata de ganso (PG) y la bolsa serosa interpuesta.
- ◆ El tercio posterior representa el plano capsular, elemento de base, cuyo espesor aumenta de delante hacia atrás:
 - La parte posterior, gruesa y resistente, cubre el cóndilo interno para constituir el casquete condíleo interno (CCI):
 - La inserción alta sobre el borde superior del cóndilo interno está íntimamente ligada a la del gemelo interno (GI) donde la disociación capsulomuscular, frecuente inmediata, crea un plano de clivaje que se puede transformar en una bursa, llamada gemelo interno (BGI), y comunica con la articulación;
 - La inserción baja se efectúa sobre la cara posterior de la tuberosidad tibial interna a algunos milímetros por debajo del reborde tibial posterior.
 - La parte anterior, delgada y laxa, constituye la «tela de fondo» de una zona de menor resistencia: el punto de ángulo posterointerno (PAPI).

En forma de «ventana», se intercala entre las potentes intersecciones capsuloligamentosas por delante y el grueso casquete condíleo por detrás, el PAPI se beneficia de un apoyo meniscal y de un sostén musculoligamentoso:

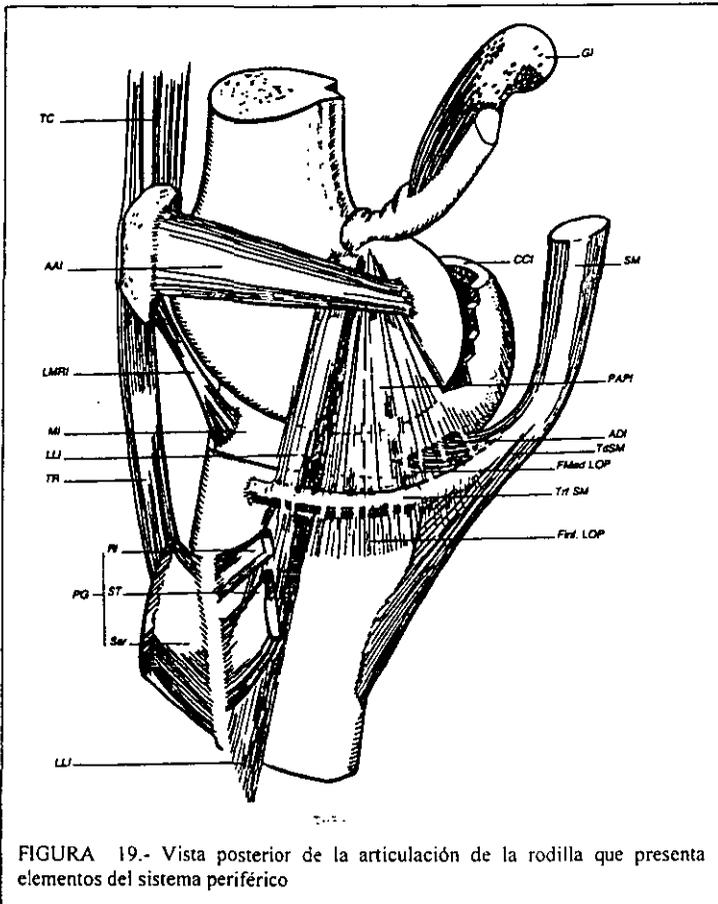


FIGURA 19.- Vista posterior de la articulación de la rodilla que presenta elementos del sistema periférico

- El apoyo del **PAPI** sobre el menisco interno (**MI**) se efectúa por intermedio de la cara periférica que se adhiere a la cápsula (ver figuras 11 y 13^b).
- El sostén musculoligamentoso del **PAPI** está asegurado por el músculo semimembranoso (**SM**) y el ligamento oblicuo anterior **LOP**):
 - El músculo semimembranoso (**SM**) constituye el amarre dinámico interno (**ADI**) (pág. 18) formando parte activa en la delimitación del **PAPI** por sus tres tendones: reflejo **Trf**, directo **Trd**, recurrente **Trc**;
 - El ligamento oblicuo posterior (**LOP**) después de su inserción femoral posterior sobre el tubérculo del 3^{er} aductor, diverge oblicuamente a través del **PAPI** por sus tres fascículos: superior (**F. Sup.**), medio (**F. Med.**), e inferior (**F. Inf.**);

- En resumen, el sostén del **PAPI** aparece «tentacular» por la imbricación de los tres tendones y de los tres fascículos: en efecto, el fascículo superior se continuo en el tendón concurrente, el fascículo medio se entremezcla con el tendón directo, el fascículo inferior atraviesa el tendón reflejo antes de determinar sobre la tibia por detrás del ligamento lateral interno.

1.3.2.3. El sistema adiposo

Se trata del paquete adiposo y de sus prolongaciones incorporadas con la sinovial (ver figura 20) [D].

- El *paquete adiposo* (PA) anterior, o subrotuliano es una masa gruesa que llena en vacío delimitado por delante por la punta extraarticular de la rótula y el tendón rotuliano (TR), por debajo por la superficie preespinal.
- Las prolongaciones celulograsas constituyen los repliegues alares y el ligamento adiposo:
 - Los repliegues alares son laterales, en forma de almohadillas, y se remontan a lo largo de la mitad inferior de los bordes de la rótula.
 - El ligamento adiposo (LA) es posterior, con la forma de un cordón que se destaca del centro del paquete adiposo para fijarse con la extremidad inferior de la escotadura intercondílea prolongándose a veces hasta el ligamento cruzado anterior (LCA) gracias a su trayecto interarticular con dirección oblicua hacia atrás y arriba en el plano sagital³³
- La sinovial recubre esta voluminosa franja grasa y la separa de la cavidad articular³⁴.
- La bolsa serosa pretibial (**B pre T**) situada debajo del paquete adiposo, se intercala entre la extremidad superior de la tibia y el tendón rotuliano (TR).

1.3.2.4. El aparato tendímuscular

Es el yunque activo donde se reúnen cuatro grupos musculares, sin contar el músculo poplíteo.

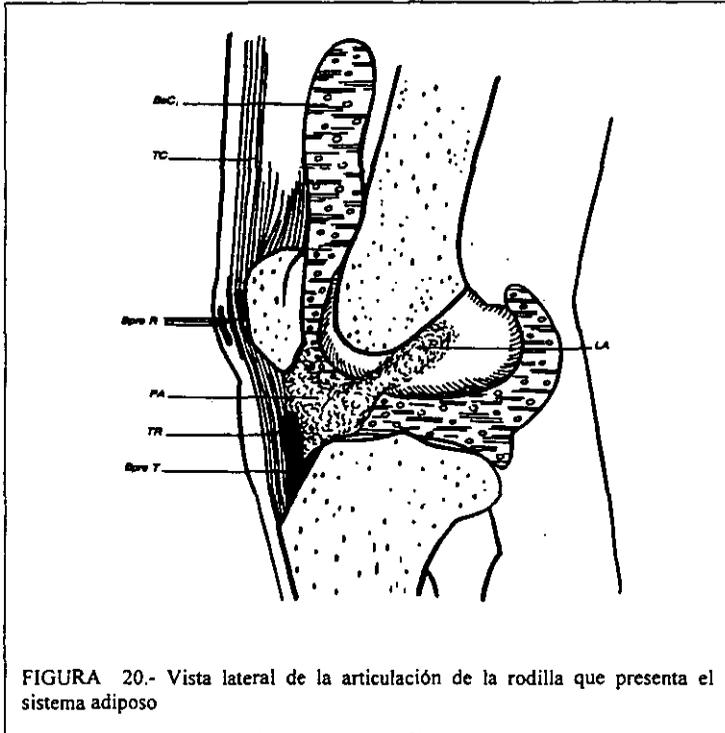
a) El grupo anterosuperior

El cuádriceps, que ocupa la casi totalidad de la longitud anterior del muslo (ver figura 20) y que está inervado por el nervio crural³⁵, es la pieza maestra del aparato extensor.

³³ . El vestigio de un septum central que llega a provocar una separación en el feto se reduce a un ligamento suspensorio.

³⁴ . La sinovial que recubre el paquete adiposo está a veces unida a la cara interna de la unión trocilocondílea interna por un repliegue de la sinovial, que forma una bandeleta que se rige oblicuamente por detrás de la rótula: la plicaretrotrotuliana (PRR).

- En su origen cabe distinguir cuatro cabos:
 - El recto anterior (RA)



- El vasto externo (VE) y el vasto interno (VI)
- El crural (Cru)
- La terminación es común a través del tendón cuadricepsal que prolonga al tendón rotuliano y reforzado por expansiones aponeuróticas y bolsas serosas; el conjunto constituye un paralelogramo tendinosoaponeurótico
 - El tendón cuadricepsal (TC)
 - El tendón rotuliano (TR)
 - Las expresiones tendinoaponeuróticas
 - Las bolsas serosas prerrotulianas (B pre R)

³⁵. Rama terminal del plexo lumbar.

b) El grupo posteroinferior

El gemelo externo(GE) y el gemelo interno (GI) están directamente relacionados con la rodilla: se trata de los dos cabos superficiales, con origen femoral, del tríceps sural³⁶: músculo poliarticular (rodilla y retropié) integrado en el compartimiento posterior de la pierna (ver figura 18) e innervado por el ciático poplíteo interno³⁷.

c) El grupo posteroexterno

Es poco numeroso: La fascia lata y el bíceps son dos músculos biarticulares (cadera y rodilla)

- La fascia lata (FL)
- El bíceps femoral (B)

d) El grupo posterointerno

Se trata de cuatro músculos biarticulares (cadera y rodilla): el semimembranoso es el «cabeza de fila», abriéndose por detrás de los tres músculos de la pata de ganso.

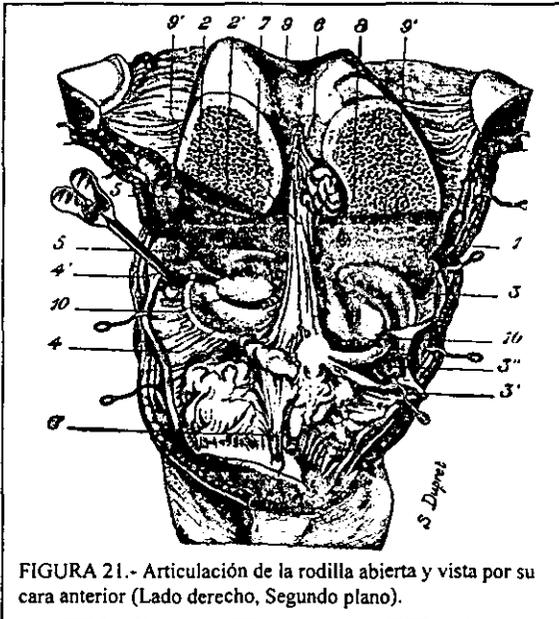


FIGURA 21.- Articulación de la rodilla abierta y vista por su cara anterior (Lado derecho, Segundo plano).

³⁶. El sóleo es el cabo profundo con el origen en la pierna.

³⁷. Rama terminal del nervio ciático mayor.

Bibliografía

[A] Hollinshead, W. Henry, Anatomía humana, trad., Arturo Quero Mota, 3ª. ed, 1983 México: Harla, 45 pp.

[B] Latarjet A.y Testut L., Tratado de Anatomía Humana, trad., M. Latarjet , 4ª. ed, España: Ed. Salvat Editores S.A. de C.V., tomo I, 106pp.

[C] Quiroz Gutiérrez, Fernando, Tratado de Anatomía Humana, 5ª. ed, México: Ed. Porrúa, S.A.tomo I, 30pp.

[D] Segal Philippe y Jacob Marcel, La Rodilla, Ramón Rochera Villaseca, 1985, España, Ed. Masson, S.A., 110 pp.

[E] Testut L. y Jacob O., Anatomía topográfica, 8ª. ed, 1975, España: Ed. Salvat Editores, S.A., tomo II, 80 pp.

[F] Tortora, Gerard J. y Anagnoskos, Nicholas P., Principios de Anatomía y Fisiología., Martha Castilleja Mendieta, 6ª. ed, México: Ed. Harla, 63 pp.

[DIC] Diccionario terminológico de ciencias médicas, undécima ed., 1981, México: Ed. Salvat Mexicana de Ediciones, S.A. de C. V.

Capítulo II

RESISTENCIA DE MATERIALES

CAPITULO II RESISTENCIA DE MATERIALES

2.1 Introducción

En este capítulo se presenta el estudio de conceptos sobre resistencia de materiales que serán de gran utilidad durante el desarrollo del presente trabajo, se inicia con la descripción de tipos de fuerzas, así como una clasificación de las mismas. Una vez que se consideran las causas que provocan una reacción en un cuerpo se define el concepto "*esfuerzo*" y su descomposición, todo lo anterior nos ayuda a entender el caso más general que se puede presentar en una porción de materia, se presenta en un manejo formal (Tensor de Esfuerzos). Al estar sometido un cuerpo a fuerzas de superficie se presenta una deformación en el cuerpo y el estudio de las deformaciones en sus diferentes direcciones también se presenta en un manejo formal (Tensor de Deformación).

Se puede intuir una relación entre los esfuerzos y las deformaciones, para lo que se exponen en este capítulo las Ecuaciones Fundamentales, posteriormente se estudia la elasticidad plana, También se estudian algunos criterios de falla que posteriormente se utilizarán.

2.2 Fuerzas

Para poder hablar de los esfuerzos en una porción de materia debemos inmediatamente relacionar el fenómeno con un efecto de algún tipo de fuerza que actúa sobre el cuerpo.

La fuerza queda definida como toda acción que modifica el estado de reposo o movimiento uniforme de un cuerpo

El *esfuerzo* es sólo la respuesta del medio a un conjunto de fuerzas que actúan sobre las fronteras y es posible ser transmitidas a través de él [A].

Desde un punto de vista de la mecánica del medio continuo, se dice que sobre un volumen de control infinitesimal sólo se presentan dos tipos de fuerzas que son: **fuerzas másicas** (conocidas también como fuerzas de cuerpo) y **fuerzas de superficie**. Las fuerzas másicas son debidas a campos externos (gravitacional, magnéticos, eléctricos) que actúan sobre toda la masa de volumen elemental y no se presenta un contacto físico.

Las fuerzas de superficie son aquellas que actúan sobre las fronteras del medio a través del contacto directo, se pueden presentar en dos formas (ver figura 1):

- a) Concentrada- puntual
- b) Distribuida- uniforme, no uniforme

Debido al tipo de estudio que deseamos realizar analizaremos con detalle los esfuerzos causados por las fuerzas de superficie.

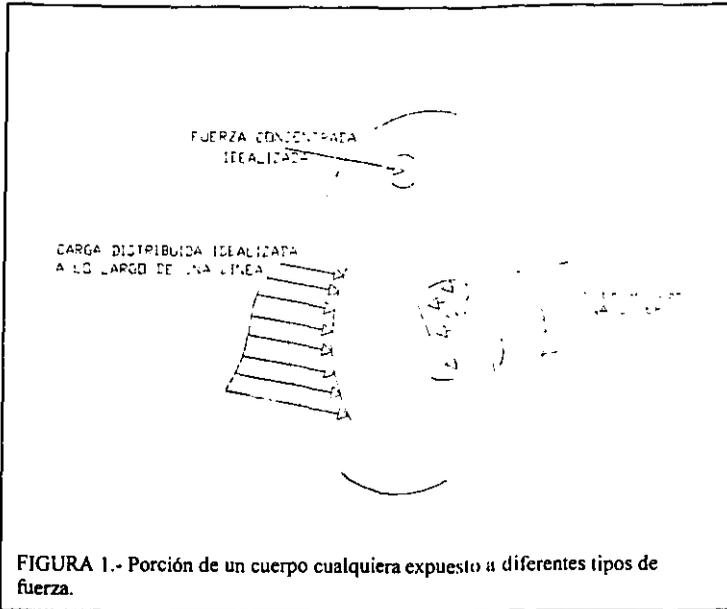


FIGURA 1.- Porción de un cuerpo cualquiera expuesto a diferentes tipos de fuerza.

2.3 Esfuerzos

La descripción de un campo de esfuerzos surge del análisis de los esfuerzos en un punto A (ver figura 2 a) consideraremos una partícula donde el material es un medio continuo, esto es, que consta de una distribución de materia continua o uniforme con propiedades mecánicas idénticas en todas direcciones.

En resumen debe ser un material homogéneo e isotrópico, que ocupa un dominio continuo y limitado del espacio.

El punto A está bajo la acción de las fuerzas exteriores F_1, F_2, \dots, F_n existen en cada punto a del cuerpo sólido, fuerzas interiores que pueden poner de manifiesto un estado de esfuerzos.

Si tenemos ΔS (área infinitesimal), la distribución de la fuerza que actúa sobre toda el área seccionada consistirá de un número infinito de fuerzas, cada una de ellas actuando en un punto específico del área (ver figura 2 c) [B].

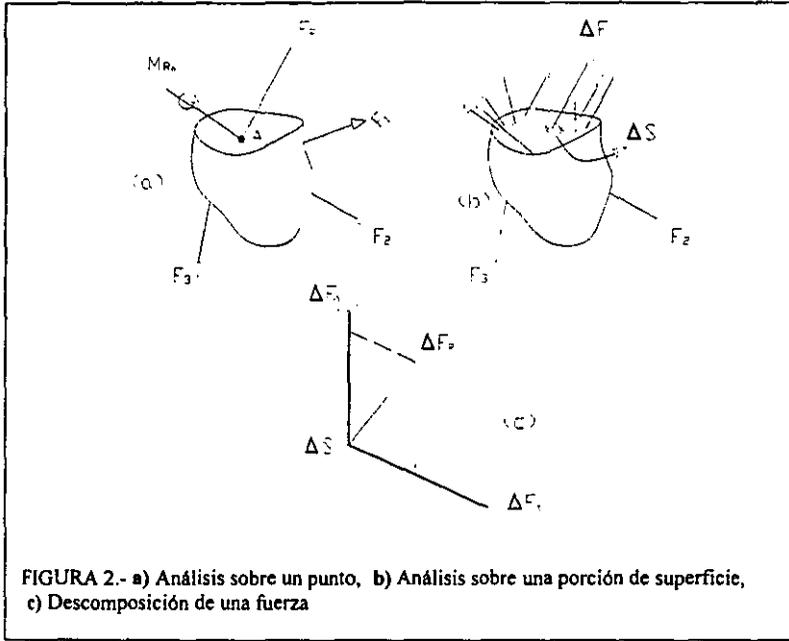


FIGURA 2.- a) Análisis sobre un punto, b) Análisis sobre una porción de superficie, c) Descomposición de una fuerza

Esta fuerza, como todas las demás tendrá una dirección particular, pero para nuestro estudio la reemplazaremos por dos de sus componentes, ΔF_n y ΔF_t , que se toman normal y tangente al área, respectivamente

Si consideramos que ΔS se vuelve cada vez más pequeña, y se acerca a cero, así lo hará la fuerza ΔF y sus componentes; sin embargo, el cociente de la fuerza entre el área tenderá en general, a un límite finito. Este cociente se llama esfuerzo, y describe la intensidad de la fuerza interna sobre un plano específico que pasa por un punto.

Esfuerzo normal. La intensidad de la fuerza, o fuerza por unidad de área, que actúa normal a ΔS se define como el *esfuerzo normal*, σ (sigma). Matemáticamente puede expresarse así.

$$\sigma_n = \lim_{\Delta S \rightarrow 0} \Delta F_n / \Delta S \quad \text{----- (1)}$$

Si la fuerza normal "tira" del área elemental ΔS (ver figura 2 c), nos referimos a ella como a un *esfuerzo de tensión*, mientras que si "empuja" sobre ΔS le llamaremos *esfuerzo de compresión*.

Esfuerzo Cortante. Del mismo modo, La intensidad de la fuerza, o fuerza por unidad de área, que actúa tangente a ΔS se llama *esfuerzo cortante* τ (tau). Esta componente se expresa matemáticamente así:

$$\tau = \lim_{\Delta S \rightarrow 0} \Delta F_t / \Delta S \quad \text{----- (II)}$$

Nótese que la orientación del área ΔS especifica por completo la dirección de ΔF_n , la cual es siempre perpendicular al área. Por otra parte, cada fuerza cortante ΔF_t puede actuar en un número infinito de direcciones dentro del plano del área, sin embargo, la dirección de ΔF sea conocida, la dirección ΔF_t puede establecerse como se muestra (ver figura 2 c).

2.4 Tensor de esfuerzos

Sea $T(A,q)$ una tensión en A en la dirección q. Se puede descomponer en la tensión sobre la normal al plano obteniendo un esfuerzo normal σ . La proyección de la tensión sobre el plano dS se llama tensión tangencial o esfuerzo cortante τ .

$$T(A, q) = \sigma + \tau$$

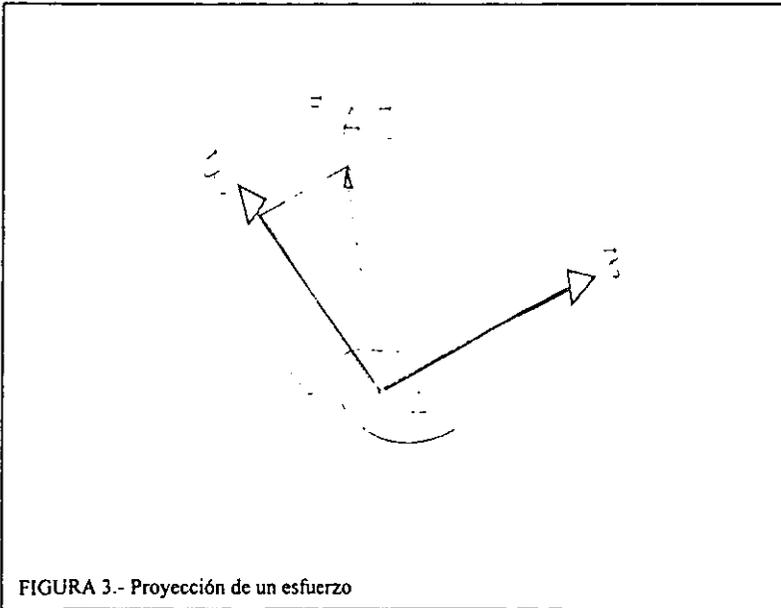


FIGURA 3.- Proyección de un esfuerzo

- La normal en A al elemento dS orientada según el vector q permite definir la medida algebraica de la tensión normal, que llamaremos esfuerzo normal σ .
- Para τ el eje orientado en elasticidad plana; en elasticidad tridimensional τ será esencialmente un número aritmético.

$$[T(A,q)]^2 = \sigma^2 + \tau^2 \quad \text{----- (III)}$$

Se llama *estado de esfuerzos* en un punto de un cuerpo al conjunto de esfuerzos relativos a todos los planos que pasan por ese punto

Se llama *campo de esfuerzos* en un volumen al conjunto de estado de esfuerzos relativo a cada punto. Un campo de esfuerzos puede ser uniaxial - biaxial - triaxial.

2.4.1 Existencia del tensor de esfuerzos

Sea A un punto del cuerpo; utilizaremos como referencia un sistema cartesiano derecho en el espacio de tres dimensiones Ox_1, Ox_2, Ox_3 el equilibrio de un tetraedro elemental de vértice A aislado del conjunto (ver figura 4). Las aristas AA_1, AA_2, AA_3 son paralelas a los ejes del sistema de referencia.

Las caras $A_1 A_2 A_3$ tiene por altura AH , q es el vector unitario de la dirección orientado desde A hacia H.

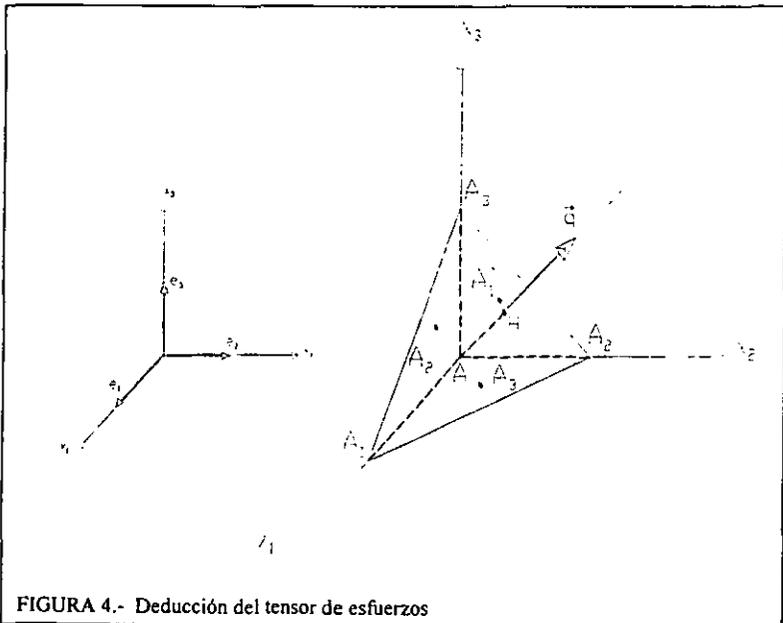


FIGURA 4.- Deducción del tensor de esfuerzos

Sean $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$, los cosenos directores de \mathbf{q} .

Sea dS el área de la cara $A_1 A_2 A_3$, las otras $A A_2 A_3, A A_3 A_1, A A_1 A_2$ tienen por áreas $\alpha_1 dS, \alpha_2 dS, \alpha_3 dS$.

$\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3$ son los vectores unitarios de los ejes, los seminormales exteriores de las caras del tetraedro son: $-\mathbf{e}_1, -\mathbf{e}_2, -\mathbf{e}_3$.

Supongamos conocidos los vectores tensiones $\mathbf{T}(A, \mathbf{e}_i)$ según los ejes: son funciones de las coordenadas de A . Por hipótesis estas funciones son continuas.

Si hacemos un análisis desde el punto de vista de la estática sobre el tetraedro.

$$\Sigma \mathbf{F} = 0 \quad ; \quad F_c + F_s = 0 \quad \text{----- (IV)}$$

$\Sigma \mathbf{M}$; se puede considerar despreciable, ya que el análisis es sobre una sección dS infinitesimal, es de segundo orden.

- (F_c) λdV resultante de las fuerzas de volumen.
- (F_s) $\mathbf{T}(H, \mathbf{q})dS$ sobre la cara $A_1 A_2 A_3$.
- (F_s) $\mathbf{T}(A'_3, -\mathbf{e}_3) \alpha_3 dS = -\mathbf{T}(A'_3, \mathbf{e}_3) \alpha_2 dS$ sobre la cara $A A_1 A_2$. A'_3 punto de esta cara cercano al A .
- (F_s) $\mathbf{T}(A'_2, -\mathbf{e}_2) \alpha_2 dS$ sobre la cara $A A_1 A_3$.
- (F_s) $\mathbf{T}(A'_1, -\mathbf{e}_1) \alpha_1 dS$ sobre la cara $A A_2 A_3$.

Sustituyendo las fuerzas que intervienen en el tetraedro en la ecuación I nos queda:

$$dS [\mathbf{T}(H, \mathbf{q}) - \Sigma \mathbf{T}(A'_i, -\mathbf{e}_i) \alpha_i] + \lambda dV = 0 \quad \text{----- (V)}$$

si dividimos la ecuación V entre dS y hacemos tender $A_1 A_2 A_3$ hacia A , permaneciendo el plano $A_1 A_2 A_3$ paralelo a sí mismo, $dV/dS \rightarrow 0$ quedando una relación vectorial de la siguiente forma:

$$\mathbf{T}(A, \mathbf{q}) = \Sigma \alpha_i \mathbf{T}(A'_i, -\mathbf{e}_i) \quad \text{----- (VI)}$$

Esta relación señala que \mathbf{q} pasa a $\mathbf{T}(A, \mathbf{q})$ mediante una transformación lineal, siendo conocidos los vectores $\mathbf{T}(A, \mathbf{e}_i)$.

Componentes de los vectores $\mathbf{T}(A, \mathbf{e}_i)$ en la referencia elegida, (vea figura 5).

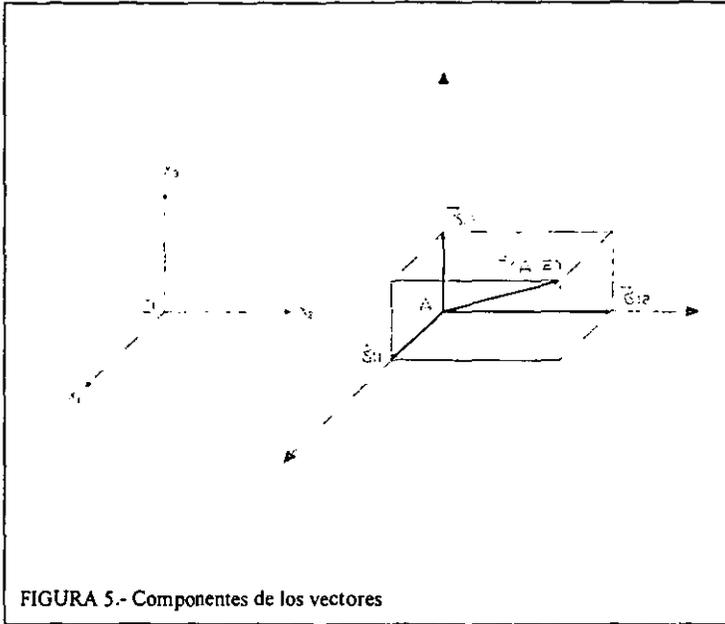


FIGURA 5.- Componentes de los vectores

Tensiones	Ox ₁	Ox ₂	Ox ₃
T(A, e ₁)	σ ₁₁	σ ₁₂	σ ₁₃
T(A, e ₂)	σ ₂₁	σ ₂₂	σ ₂₃
T(A, e ₃)	σ ₃₁	σ ₃₂	σ ₃₃

Sean X₁, X₂, X₃ las componentes del vector T(A,q); proyectando la igualdad vectorial (VI) sobre los ejes, se tiene que:

$$X_1 = \alpha_1 \sigma_{11} + \alpha_2 \sigma_{12} + \alpha_3 \sigma_{13} \quad \text{----- (VII)}$$

$$X_2 = \alpha_1 \sigma_{21} + \alpha_2 \sigma_{22} + \alpha_3 \sigma_{23} \quad \text{----- (VIII)}$$

$$X_3 = \alpha_1 \sigma_{31} + \alpha_2 \sigma_{32} + \alpha_3 \sigma_{33} \quad \text{----- (IX)}$$

Expresado en forma matricial queda:

$$\begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \end{bmatrix} \quad \text{----- (X)}$$

$$[T] = [\zeta'] [q] \quad \text{----- (XI)}$$

La relación III puede expresarse:

$$T(A,q) = \zeta' (q) \quad \text{----- (XII)}$$

Que es una relación independiente del sistema de referencia que se elija.

ζ' es un operador lineal al cual se asocia la matriz de σ_{ij} en la referencia ortonormal elegida. Se muestra que ζ' tiene una estructura tensorial.

Al tensor de esfuerzos lo definen 9 elementos de los cuales 6 son independientes, se expresa matemáticamente de la siguiente forma:

$$\sigma_{ij} = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{bmatrix}$$

Cuando se presenta el caso de $\sigma_{23} - \sigma_{32} = 0$; $\sigma_{12} - \sigma_{21} = 0$ y $\sigma_{13} - \sigma_{31} = 0$ se dice que es un tensor simétrico y se puede escribir según la relación IV como:

$T(A,q) = \zeta (q)$ Las componentes de σ_{ij} del tensor, son funciones continuas (por hipótesis) de las coordenadas x_1, x_2, x_3 del punto A y deben verificar las ecuaciones de equilibrio bajo la forma siguiente:

$$\frac{\partial \sigma_{i1}}{\partial x_1} + \frac{\partial \sigma_{i2}}{\partial x_2} + \frac{\partial \sigma_{i3}}{\partial x_3} + \rho X_i = 0 \quad (i=1,2,3) \quad \text{----- (XIV)}$$

2.5 Deformación

El desplazamiento de puntos en un medio continuo puede ser el resultado de la deformación de un cuerpo, rotación y traslación. La deformación de un sólido puede ser incluso por dilatación, cambio de volumen, o distorsión, cambio de forma. Encontrando normalmente situaciones que tratan traslación y rotación en la rama mecánica, llamada dinámica. Las deformaciones pequeñas son estudiadas por medio de la teoría elástica, mientras las deformaciones más largas son tratadas en las disciplinas de plasticidad e hidrodinámica. Las ecuaciones desarrolladas en esta sección son básicamente geométricas, para que se apliquen a los tipos de medios continuos.

El *desplazamiento* es una cantidad vectorial que se usa para medir el movimiento de una partícula o punto de una posición a otra. De aquí que, si un cuerpo se clasifica como deformable, sus partículas adyacentes puedan ser desplazadas unas con relación a las otras cuando se aplican fuerzas sobre el cuerpo. En cambio, si el cuerpo es rígido, entonces no ocurre ningún desplazamiento relativo entre las partículas[B].

Consideremos un cuerpo de material continuo, se muestra en su estado inicial no deformado (ver figura 6). Las tres partículas A, B y C están ubicadas en el cuerpo en puntos medidos desde un sistema de coordenadas fijo. Cuando una carga (conjunto de fuerzas) ocasiona que el cuerpo se deforme, y por lo tanto se mueva a su posición final, las partículas se desplazan a los A', B' y C'. El desplazamiento del punto A está indicado por el vector $u(A)$.

A causa de la deformación las líneas AB y AC, inicialmente rectas, se convierten en las curvas A'B' y A'C'; como resultado, las longitudes de AB y de AC y el ángulo θ . Se puede apreciar que existe una diferencia en su magnitud y orientación, que es el resultado de la deformación del cuerpo. Por tanto, las mediciones de la deformación deben explicar los cambios de longitud de los segmentos de línea inscritos en el campo y también los cambios hechos en el ángulo entre ellos.

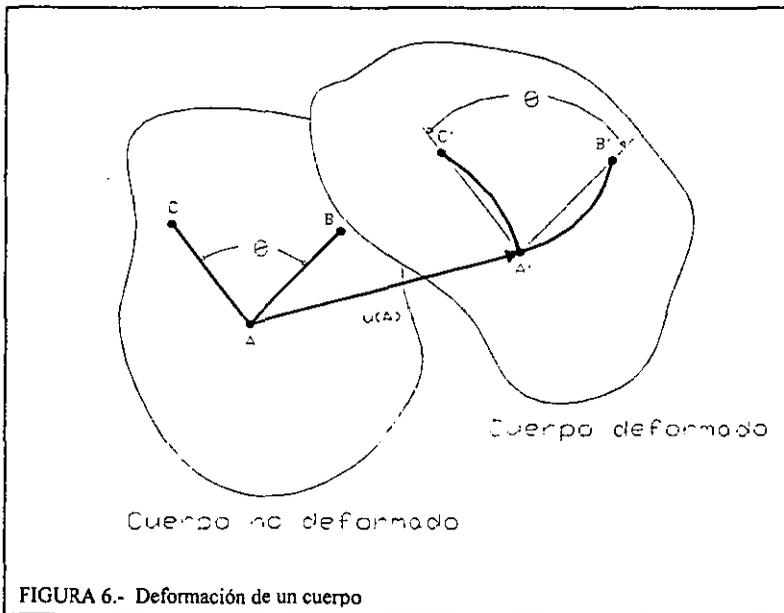


FIGURA 6.- Deformación de un cuerpo

La deformación en un cuerpo no se presenta en forma uniforme en todo su volumen, y por tanto el cambio de geometría de un segmento de línea dentro del cuerpo puede variar

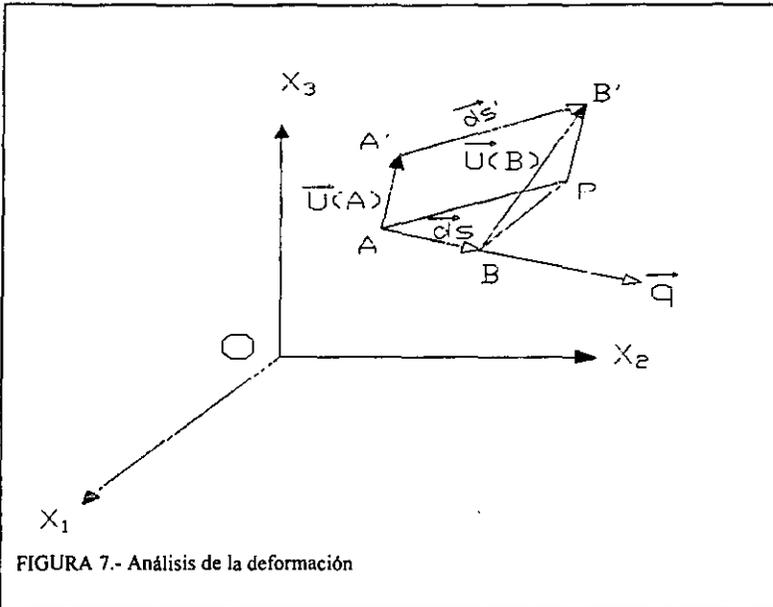
a lo largo de su longitud, es por esta razón que al estudiar la deformación en un cuerpo se consideran segmentos de línea muy cortos y están ubicadas en la vecindad de un punto.

Para estudiar la deformación de un cuerpo en forma más general, necesitamos analizar el desplazamiento de un punto y extrapolar los resultados a las partículas circunvecinas del mismo.

Sea [E]:

- R un sistema de referencia Ox_1, Ox_2, Ox_3 (ver figura 7).
- x_1, x_2, x_3 , las coordenadas del punto A respecto de R antes de la deformación;
- B, un punto próximo al A, de coordenadas $x_1+d x_1, x_2+d x_2, x_3+d x_3$;
- $q(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)$ el vector unitario de la dirección AB. Después de la deformación, A pasa a ser A' y B el B':

$$AA' = U(A), \quad BB' = U(B)$$



Los vectores tales como el $U(A)$ forman un campo vectorial, las componentes U_1, U_2, U_3 de $U(A)$, son funciones continuas y derivables de las coordenadas de A.

$$\begin{aligned}
 dS &= AB & dS' &= A'B' \\
 dS &= dS + BP & AP \text{ Y } A'B' & \text{ vectores equipolentes} \\
 &= dS + (BB' - AA') \\
 &= dS + [U(B) - U(A)]
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} dS' &= dS + dU(A) \\ AP &= AB + dU(A) \end{aligned} \quad \text{----- (XV)}$$

(con una aproximación de un infinitésimo de segundo orden).

Componentes de dU respecto de R.

$$\begin{aligned} dU_1 &= (\partial U_1 / \partial x_1) d x_1 + (\partial U_1 / \partial x_2) d x_2 + (\partial U_1 / \partial x_3) d x_3 \\ dU_2 &= \sum (\partial U_2 / \partial x_j) d x_j \quad \text{----- (XVI)} \\ dU_3 &= \sum (\partial U_3 / \partial x_j) d x_j \end{aligned}$$

El vector dU queda determinado (con una aproximación de la traslación AA' = U) a partir del vector AB = dS mediante una transformación lineal cuya matriz en la referencia R es:

$$[\zeta_0] = \begin{bmatrix} \partial U_1 / \partial x_1 & \partial U_1 / \partial x_2 & \partial U_1 / \partial x_3 \\ \partial U_2 / \partial x_1 & \partial U_2 / \partial x_2 & \partial U_2 / \partial x_3 \\ \partial U_3 / \partial x_1 & \partial U_3 / \partial x_2 & \partial U_3 / \partial x_3 \end{bmatrix} \quad \text{----- (XVII)}$$

Observando que: $dx_i = \alpha_{ij} dS$

Otra forma de expresar la relaciones matemáticas II

$$\begin{aligned} dU_1 &= dS \sum \alpha_{j1} (\partial U_1 / \partial x_j) \quad \text{----- (XVIII)} \\ dU_2 &= dS \sum \alpha_{j2} (\partial U_2 / \partial x_j) \quad \text{----- (XIX)} \\ dU_3 &= dS \sum \alpha_{j3} (\partial U_3 / \partial x_j) \quad \text{----- (XX)} \end{aligned}$$

2.5.1 Existencia del tensor de deformación

Las relaciones XVI se pueden escribir en forma matricial:

$$[dU] = [\zeta_0][dS]$$

$$[\zeta_0] = [\zeta_1] + [\zeta_2]$$

$[\zeta_1]$ matriz simétrica, $[\zeta_2]$ matriz antisimétrica:

osea en la referencia R:

$$\begin{bmatrix} \partial U_1 / \partial x_1 & \partial U_1 / \partial x_2 & \partial U_1 / \partial x_3 \\ \partial U_2 / \partial x_1 & \partial U_2 / \partial x_2 & \partial U_2 / \partial x_3 \\ \partial U_3 / \partial x_1 & \partial U_3 / \partial x_2 & \partial U_3 / \partial x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (\partial U_1 / \partial x_1) & 1/2[(\partial U_1 / \partial x_2) + (\partial U_2 / \partial x_1)] & 1/2[(\partial U_1 / \partial x_3) + (\partial U_3 / \partial x_1)] \\ " & \partial U_2 / \partial x_2 & 1/2[(\partial U_2 / \partial x_3) + (\partial U_3 / \partial x_2)] \\ " & " & \partial U_3 / \partial x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 1/2[(\partial U_1 / \partial x_2) - (\partial U_2 / \partial x_1)] & 1/2[(\partial U_1 / \partial x_3) - (\partial U_3 / \partial x_1)] \\ -1/2[] & 0 & 1/2[(\partial U_2 / \partial x_3) - (\partial U_3 / \partial x_2)] \\ -1/2[] & -1/2[] & 0 \end{bmatrix} \text{--- (XXI)}$$

$$dU = \zeta_1(dS) + \zeta_2(dS) \quad \text{o bien} \quad dU = dU^1 + dU^2$$

Los operadores ζ_1 y ζ_2 tienen estructura tensorial. $[\zeta_1]$ es el tensor de las deformaciones; el vector *deformación*.

Matriz del tensor de deformaciones en la referencia R:

$$\begin{bmatrix} e_{11} & e_{12} & e_{13} \\ e_{21} & e_{22} & e_{23} \\ e_{31} & e_{32} & e_{33} \end{bmatrix}$$

Se puede escribir de otra manera:

$$\begin{bmatrix} e_1 & g_3 & g_1 \\ g_3 & e_2 & g_2 \\ g_1 & g_2 & e_3 \end{bmatrix}$$

Como las componentes de rot U son pequeñas, podemos poner $1/2 \text{rot } U = d\phi$, $d\phi$ es el vector rotación elemental en A.

La transformación que corresponde al vector dU no produce *deformación* alguna de la materia en la proximidad de A.

$$dU \begin{bmatrix} dU_1 = e_{11}dx_1 + e_{12}dx_2 + e_{13}dx_3 \\ dU_2 = \text{-----} \\ dU_3 = \text{-----} \end{bmatrix} \text{----- (XXII)}$$

$$\left[\begin{array}{ccc} 0 & 1/2[(\partial U_1/\partial x_2) - (\partial U_2/\partial x_1)]dx_2 & + 1/2[(\partial U_1/\partial x_3) - (\partial U_3/\partial x_1)]dx_3 \\ \text{-----} & \text{-----} & \text{-----} \\ \text{-----} & \text{-----} & \text{-----} \end{array} \right] \text{----- (XXIII)}$$

2.6 Relaciones esfuerzo-deformación

Es de imaginar que existe una relación entre el esfuerzo y la deformación en un cuerpo, en la cual las componentes de esfuerzo deben estar asociadas a sus respectivas componentes de la deformación y se establecen en relaciones matemáticas para expresarlas.

Para hacer el análisis de esta relación esfuerzo - deformación es necesario realizar algunas consideraciones generales:

1. Un sistema de referencia y un punto del material (material; homogéneo, isotrópico, medio continuo).
2. El estado de esfuerzos y el estado de deformaciones vienen determinados en ese sistema de referencia

$$\sigma_{ij}(\sigma_{ij} = \sigma_{ji}) \text{ y } \epsilon_{ij}(\epsilon_{ij} = \epsilon_{ji}) \text{ con } i, j = 1, 2, 3.$$

Las relaciones entre esfuerzo - deformación pueden ser función del punto considerado, del tiempo, de la temperatura: $\sigma_{ij} = f_{ij}(\epsilon_{ij}; X_i; t; \theta)$.

Para simplificar el análisis se propone como hipótesis complementaria: un cuerpo deformado a una determinada temperatura θ_0 (constante en todo el cuerpo) y la existencia de un estado neutro en ausencia de fuerzas exteriores ($\sigma_{ij} = 0, \epsilon_{ij} = 0$).

Supondremos que el estado de deformación del cuerpo es independiente del tiempo, si expresamos matemáticamente haciendo las consideraciones anteriores:

$$\sigma_{ij} = f_{ij}(e_{ij}; X_i)$$

El material es homogéneo; un mismo estado de deformación conduce a un mismo estado de esfuerzos, cualquiera que sea considerado el punto en el interior del sólido, de donde:

$$\sigma_{ij} = f_{ij}(e_{hk})$$

Las deformaciones son muy pequeñas y se puede admitir que las tensiones son funciones lineales y homogéneas de las deformaciones. La ley Generalizada de Hooke (XXIV) es válida para las deformaciones de un comportamiento lineal y se puede expresar en forma matricial [E].

$$\begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{12} \\ \sigma_{13} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a^{11}_{11} & a^{12}_{11} & a^{13}_{11} & a^{22}_{11} & a^{23}_{11} & a^{33}_{11} \\ a^{11}_{12} & \text{---} & \text{---} & \text{---} & \text{---} & \text{---} \\ \text{---} & \text{---} & \text{---} & \text{---} & \text{---} & \text{---} \\ \text{---} & \text{---} & \text{---} & \text{---} & \text{---} & \text{---} \\ \text{---} & \text{---} & \text{---} & \text{---} & \text{---} & \text{---} \\ \text{---} & \text{---} & \text{---} & \text{---} & \text{---} & \text{---} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_{11} \\ e_{12} \\ e_{13} \\ e_{22} \\ e_{23} \\ e_{33} \end{bmatrix} \text{--- (XXIV)}$$

sea:
$$\sigma_{ij} = a^{hk}_{ij} e_{hk}$$

y los 36 coeficientes a^{hk}_{ij} son constantes. La experiencia demuestra que en elasticidad lineal y para pequeñas deformaciones, hay correspondencia biunívoca entre el estado de esfuerzos y el de deformaciones[E]:

Estado de esfuerzos \Leftrightarrow Estado de deformación

Por lo que la matriz a^{hk}_{ij} se puede invertir, de donde: $\sigma_{11} = b^{hk}_{ij} e_{hk}$

Debido a que se está considerando un material isótropo es posible considerar un plano de simetría (P), esta hipótesis exige que el tensor de deformaciones admita también el mismo plano de simetría (P) y recíprocamente

De aquí que podemos enunciar la propiedad fundamental siguiente:

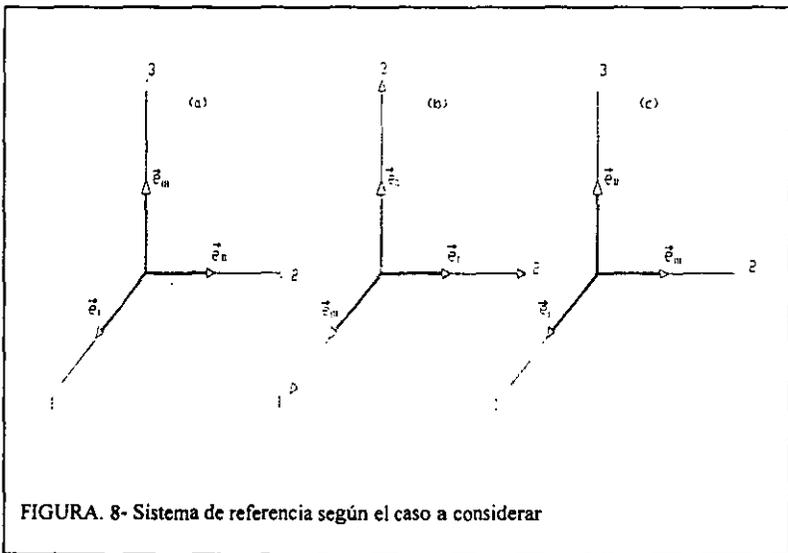
- Los dos tensores tienen los mismos planos de simetría y por consiguiente las mismas direcciones principales.

La hipótesis de isotropía reduce el número de coeficientes a^{hk}_{ij} a dos.

En efecto, consideraremos en A en estado 1 de deformación, definido por las dilataciones principales e_I, e_{II}, e_{III} (ver figura 8 a); en la referencia principal, tenemos:

estado 1

$$\begin{bmatrix} \sigma_I \\ \sigma_{II} \\ \sigma_{III} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b & c \\ a' & b' & c' \\ a'' & b'' & c'' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_I \\ e_{II} \\ e_{III} \end{bmatrix} \quad \text{----- (XXV)}$$



Consideraremos un estado 2 (ver la figura 8), las leyes de tensiones en función de las deformaciones no cambian sobre los ejes, por lo que se puede escribir:

estado 2

$$\begin{bmatrix} \sigma_{III} \\ \sigma_I \\ \sigma_{II} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b & c \\ a' & b' & c' \\ a'' & b'' & c'' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_{III} \\ e_I \\ e_{II} \end{bmatrix} \quad \text{----- (XXVI)}$$

Comparando las expresiones de las tensiones en los estados 1 y 2, tenemos:

$$\begin{aligned} \sigma_I &\rightarrow a = b & b &= c' & c &= a' \\ \sigma_{II} &\rightarrow a' = b'' & b' &= c'' & c' &= a'' \\ \sigma_{III} &\rightarrow a'' = b' & b'' &= c' & c'' &= a \end{aligned}$$

en el estado 1 se puede escribir:

$$\begin{bmatrix} \sigma_I \\ \sigma_{II} \\ \sigma_{III} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b & c \\ c & a & b \\ b & c & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_I \\ e_{II} \\ e_{III} \end{bmatrix} \quad \text{----- (XXVII)}$$

Consideraremos aún, un estado 3 de deformación, obtenido por permutación de e_{II} y e_{III} (ver figura 8 c).

estado 3

$$\begin{bmatrix} \sigma_I \\ \sigma_{III} \\ \sigma_{II} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b & c \\ c & a & b \\ b & c & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_I \\ e_{III} \\ e_{II} \end{bmatrix} \quad \text{----- (XXVIII)}$$

comparando de nuevo las expresiones de las tensiones de los dos estado (1 y 3).

$$\sigma_I \rightarrow b = c$$

resulta que:

$$\begin{aligned} \sigma_I &= a * e_I + b(e_{II} + e_{III}) \\ \sigma_{II} &= a' * e_{II} + b(e_I + e_{III}) \\ \sigma_{III} &= a'' * e_{III} + b(e_I + e_{II}) \end{aligned} \quad \text{----- (XXIX)}$$

De otra forma

$$\begin{aligned} \sigma_I &= a * e_I + b(e_{II} + e_{III}) \\ &= (a-b) * e_I + b(e_I + e_{II} + e_{III}) \\ &= (a-b) * e_I + b(e_I + e_{II}) \end{aligned} \quad \text{----- (XXX)}$$

Habitualmente se pone: $a-b=2 * G$, $b=\lambda$

Que son los coeficientes de Lamé.

$$\begin{aligned} \sigma_I &= 2 \cdot G \cdot e_I + 3 \cdot \lambda \cdot e \\ \sigma_{II} &= 2 \cdot G \cdot e_{II} + 3 \cdot \lambda \cdot e \\ \sigma_{III} &= 2 \cdot G \cdot e_{III} + 3 \cdot \lambda \cdot e \end{aligned} \quad \text{----- (XXXI)}$$

2.6.1 Relaciones esfuerzo - deformación en un sistema de referencia cualquiera

Sumando miembro a miembro las relaciones (I).

$$\begin{aligned} \sigma_I + \sigma_{II} + \sigma_{III} &= 2 \cdot G \cdot (e_I + e_{II} + e_{III}) + 9 \cdot \lambda \cdot e \\ \sigma_I &= (2 \cdot G + 3 \cdot \lambda) \cdot e \end{aligned} \quad \text{----- (XXXII)}$$

en la transferencia principal tenemos: matriz del desviador de tensiones

$$[A_I] = \begin{bmatrix} \sigma_I - \sigma & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{II} - \sigma & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{III} - \sigma \end{bmatrix} \quad \text{----- (XXXIII)}$$

Matriz del desviador de deformaciones

$$[B_I] = \begin{bmatrix} e_I - e & 0 & 0 \\ 0 & e_{II} - e & 0 \\ 0 & 0 & e_{III} - e \end{bmatrix} \quad \text{----- (XXXIV)}$$

Según XXXI y XXXII, tenemos:

$$\begin{aligned} \sigma_I - \sigma &= 2 \cdot G \cdot (e_I - e) \\ \sigma_{II} - \sigma &= 2 \cdot G \cdot (e_{II} - e) \\ \sigma_{III} - \sigma &= 2 \cdot G \cdot (e_{III} - e) \end{aligned} \quad \text{----- (XXXV)}$$

Estas tres igualdades nos permiten escribir:

$$[A_I] = 2 \cdot G \cdot [B_I]$$

esta relación matricial es independiente del sistema de referencia escogido, así para cualquier sistema de referencia tenemos:

$$\begin{bmatrix} \sigma_{11}-\sigma & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22}-\sigma & \sigma_{23} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33}-\sigma \end{bmatrix} = 2 \cdot G \begin{bmatrix} e_{11}-e & e_{12} & e_{13} \\ e_{21} & e_{22}-e & e_{23} \\ e_{31} & e_{32} & e_{33}-e \end{bmatrix} \text{----- (XXXVI)}$$

Donde las relaciones:

$$\sigma_{ij} = 2 \cdot G \cdot e_{ij} + \delta_{ij} \cdot 3 \cdot \lambda \cdot e \quad i=j=1, 2, 3 \text{----- (XXXVII)}$$

δ_{ij} símbolo de Kronecker
 $\delta_{ij}=0$ para $i \neq j$, $\delta_{ij}=1$ para $i=j$.

Relaciones de las deformaciones en función de las tensiones:

Cuando $i=j$

$$e_{ij} = (\sigma_{ij}/2G) - (3\lambda e/2G)$$

pero: $3 \cdot e = [3\sigma/(2G+3\lambda)] + [(\sigma_{11}+\sigma_{22}+\sigma_{33})/(2G+3\lambda)]$

efectuando los calculos para e_{ii} :

$$e_{ii} = \sigma_{ii} \cdot \{[\lambda+G] / [G \cdot (2G+3\lambda)]\} - \{\lambda / [2G \cdot (2G+3\lambda)]\} \cdot (\sigma_{22}+\sigma_{33})$$

ponemos:

$$E = G \cdot (2G+3\lambda) / (\lambda+G)$$

y: $v = \lambda / 2(\lambda+G)$

de donde:

$$e_{11} = \sigma_{11}/E - v/E \cdot (\sigma_{22}+\sigma_{33}) \text{----- (XXXVIII)}$$

de la misma forma:

$$e_{22} = \sigma_{22}/E - v/E \cdot (\sigma_{33}+\sigma_{11}) \text{----- (XXXIX)}$$

$$e_{33} = \sigma_{33}/E - v/E \cdot (\sigma_{11}+\sigma_{22}) \text{----- (XL)}$$

para $i \neq j$

$$e_{12} = \sigma_{12}/2G \text{----- (XLI)}$$

$$e_{23} = \sigma_{23}/2G \text{----- (XLII)}$$

$$e_{31} = \sigma_{31} / 2G \quad \text{----- (XLIII)}$$

El coeficiente E es el módulo de elasticidad longitudinal.
 El coeficiente ν es el coeficiente de Poisson.
 El coeficiente G es el módulo de elasticidad transversal.
 Haciendo unos cálculos elementales, obtenemos:

$$G = E / 2(1 + \nu) \quad \lambda = E\nu / [(1 + \nu)(1 - 2\nu)]$$

2.7 Elasticidad plana

El comportamiento elástico de un cuerpo y analizado sólo en el plano es el caso más común en que los ingenieros analizan algunos problemas, es por esta razón que es necesario conocer como quedan planteados los tensores y las ecuaciones fundamentales en **2D**.

- EL ESTADO PLANO DE DEFORMACIONES
- EL ESTADO PLANO DE ESFUERZOS

2.7.1. Estado plano de deformación.- Definición a partir de las funciones de desplazamiento.- Se dice que hay deformación plana, paralela al plano Ox_1, Ox_2 , si:

$$U_1 = U_1(x_1, x_2)$$

$$U_2 = U_2(x_1, x_2)$$

$$U_3 = 0 \text{ o constante.}$$

Para cada plano, $U_3 \approx \text{constante}$, el desplazamiento es el mismo y situado en este plano.

a) Tensor de deformaciones

$$e_{11} = (\partial U_1 / \partial x_1) \quad e_{22} = (\partial U_2 / \partial x_2) \quad e_{33} = 0$$

$$e_{21} = (1/2) * [(\partial U_1 / \partial x_2) + (\partial U_2 / \partial x_1)] \quad e_{23} = e_{31} = 0$$

matriz den tensor en una referencia ortonormal:

$$\begin{bmatrix} e_{11} & e_{12} & 0 \\ e_{21} & e_{22} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

b) **Tensor de esfuerzos.**- Matriz del esfuerzos es una referencia ortonormal:

$$\begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & 0 \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{33} \end{bmatrix}$$

c) **Relaciones esfuerzo - deformación en 2D**

Aquí

$$\begin{aligned} \theta &= e_{11} + e_{22} \\ \sigma_{11} &= 2 * G * e_{11} + \lambda * \theta \\ \sigma_{12} &= 2 * G * e_{12} \\ \sigma_{22} &= 2 * G * e_{22} + \lambda * \theta \end{aligned}$$

Puesto que

$$\begin{aligned} \sigma_{33} &= \lambda * \theta \quad \text{o} \quad \nu(\sigma_{11} + \sigma_{22}) \\ \sigma_{11} + \sigma_{22} &= 2\theta * (\lambda + G) \end{aligned}$$

2.7.2. **Estado plano de esfuerzos.** a) **Definición.**- Hay estado plano de esfuerzos con respecto a l plano Ox_1, Ox_2 , si:

$$e_{33} = 0 \qquad e_{13} = 0 \qquad e_{23} = 0$$

Matriz del tensor de esfuerzos:

$$\sigma_{ij} = \sigma_{ij}(x_1, x_2)$$

$$\begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & 0 \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

b) **Tensor de deformaciones**

$$\begin{bmatrix} e_{11} & e_{12} & 0 \\ e_{21} & e_{22} & 0 \\ 0 & 0 & e_{33} \end{bmatrix}$$

c) Relaciones deformaciones - esfuerzo en 2D

$$\begin{aligned} \text{Siendo:} \quad e_{11} &= [(1/E) * (\sigma_{11} - \nu * \sigma_{22})] \\ e_{22} &= [(1/E) * (\sigma_{22} - \nu * \sigma_{11})] \\ e_{33} &= -[(\nu/E) * (\sigma_{11} + \sigma_{22})] \\ e_{12} &= \sigma_{12} / 2G \end{aligned}$$

2.8 Criterios de falla

La eficiencia del diseño se confía en gran medida en la capacidad para predecir las circunstancias bajo la cual la falla es probable que ocurra. Las variables importantes conectadas con la falla estructural incluyen la naturaleza del material: la configuración de carga; el valor de la carga; la forma, superficies peculiares y temperatura del miembro; y las características del medio que circunda el miembro (condiciones ambientales) [F].

En los términos más generales, la falla se refiere a cualquier acción que conduce a una incapacidad por parte del la estructura o máquina para funcionar en la manera que se destinó. Seguida de deformación permanente, fractura o deflexión excesiva lineal elástica pueden observarse como modos de falla, el último es el más fácil de predecir.

Entre las variables citadas anteriormente, uno de los factores más importantes con respecto a influir en el umbral de falla es el valor a que la carga se aplica. La carga de valor alto –carga dinámica– puede conducir a una variedad de fenómenos adversos asociada con la vibración y aceleración de impacto, con niveles altos acompañados de esfuerzo y deformación así como también inversión rápida de esfuerzo.

2.8.1 Fallas por cedencia y fractura

a) Cedencia

A causa de una carga en un material no homogéneo o no uniforme, regiones de alto esfuerzo pueden estar presentes en la cual ocurre la cedencia localizada. Como la carga aumenta, la acción inelástica llega a ser más generalizada, resultando eventualmente en un estado de general de cedencia. La rapidez con que la transición de cedencia localizada a general ocurre es dependiente de las condiciones de servicio así como también de la distribución de esfuerzos y las propiedades de los materiales. Entre las diversas condiciones de servicio, la temperatura representa un factor particularmente importante [F].

El movimiento relativo o deslizamiento entre dos planos de átomos (y el desplazamiento relativo de dos secciones de un cristal) representa el mecanismo más común de cedencia. El deslizamiento ocurre más fácilmente a lo largo de planos cristalográficos llamados planos de deslizamiento o cortante. Los planos a lo largo del cual el deslizamiento tiene lugar fácilmente son generalmente aquellos conteniendo el número

más grande de átomos por unidad de área. Por cuanto el grueso de la cedencia del material representa el efecto total de deslizamiento que ocurre a lo largo de muchos planos orientados accidentalmente, la energía de la cedencia es claramente una cantidad estadística, como son las otras propiedades de los materiales tal como el módulo de elasticidad. Si un metal falla por cedencia, uno puede, en base a las consideraciones anteriores, esperar que el esfuerzo de corte juegue un papel importante.

Se presentan las teorías de cedencia para un material con $\sigma'_{yp} = \sigma''_{yp}$. La primera comparación es hecha al igualar para cada teoría los valores críticos que corresponden a carga uniaxial y torsión para la relación de Poisson $\nu=0.3$.

La teoría de los esfuerzos principales máximos:	$\tau_{py} = \sigma_{py}$
La teoría de los esfuerzos cortantes máximos:	$\tau_{py} = 0.50\sigma_{py}$
La teoría de deformación principal máxima:	$\tau_{py} = 0.77\sigma_{py}$
La teoría de energía de distorsión máxima:	$\tau_{py} = 0.577\sigma_{py}$
La teoría esfuerzos cortantes octaédricos máximo:	$\tau_{py} = 0.577\sigma_{py}$

La teoría de la energía de distorsión máxima (Von Misses)

En esta teoría, la falla por fluencia ocurre cuando, en cualquier punto del cuerpo, la energía de distorsión por unidad de volumen en un estado de esfuerzos combinados, llega a ser igual que la asociada con la fluencia en una prueba de tensión simple.

$$(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + 6(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2) = 2\sigma_{yp}^2 \tag{I}$$

o en términos del esfuerzo principal,

$$(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 = 2\sigma_{yp}^2 \tag{II}$$

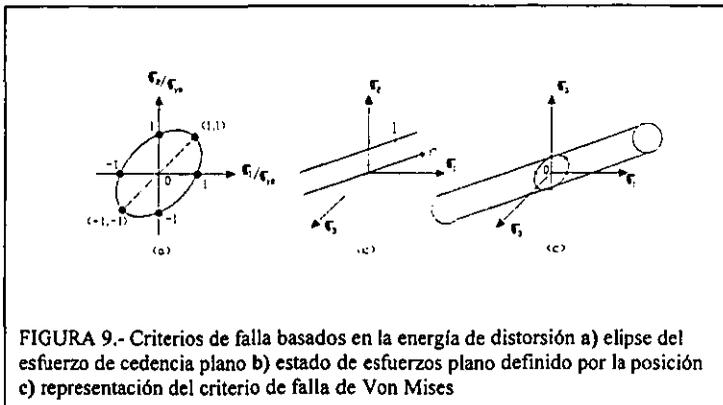
Para esfuerzos en el plano $\sigma_3=0$, y el criterio de fluencia hacen

$$\sigma_1^2 - \sigma_1\sigma_2 + \sigma_2^2 = \sigma_{yp}^2 \tag{III}$$

o alternativamente,

$$\left(\frac{\sigma_1}{\sigma_{yp}}\right)^2 - \left(\frac{\sigma_1}{\sigma_{yp}}\right)\left(\frac{\sigma_2}{\sigma_{yp}}\right) + \left(\frac{\sigma_2}{\sigma_{yp}}\right)^2 = 1 \tag{IV}$$

La expresión anterior define una elipse (ver la figura 9).



b) Fractura

Es la separación de un cuerpo sujeto a un esfuerzo, en dos o más partes. La fractura se clasifica en frágil o dúctil. La fractura frágil generalmente comprende la rápida propagación de una grieta, con el mínimo de absorción de energía y de deformación plástica. En los monocristales, la fractura frágil ocurre por clivaje a lo largo de un plano cristalográfico. En los materiales policristalinos, la superficie de fractura frágil muestra una apariencia granular debida a los cambios en orientación de los planos de clivaje de un grano a otro.

Al igual que con la deformación plástica, la diferencia entre la resistencia a la fractura teórica y la resistencia a la fractura real se debe a irregularidades estructurales. En 1921, A. A. Griffith dio la primera explicación de esta discrepancia. En su teoría explicaba que la falla en los materiales frágiles era producida por muchas grietas finas submicroscópicas elípticas en el metal. Lo agudo de la punta de tales grietas dará como resultado una concentración de esfuerzo muy alta que podría exceder la resistencia a la fractura teórica en esta área localizada y hacer que la grieta se propague aun cuando el cuerpo del material esté sujeto a un esfuerzo tensil aplicado, claramente bajo.

Posiblemente existan microgrietas en el metal, debido a las condiciones previas de solidificación o trabajado; sin embargo, aun un material inicialmente ileso puede desarrollar grietas en una escala atómica. De la explicación anterior, es evidente que cualquier método que aumente la movilidad de las dislocaciones tenderá a reducir la posibilidad de fractura frágil.

La fractura dúctil ocurre después de una considerable deformación plástica previa a la falla. La falla de la mayoría de los metales dúctiles policristalinos ocurre con una fractura copa y cono, asociada con la formación de un cuello en una probeta a tensión. la fractura por simplemente reemplazo de los esfuerzos σ'_{yp} , σ''_{yp} , y τ_{yp} con los esfuerzos uniaxiales

últimos σ'_u , σ''_u , y τ_u respectivamente. El esfuerzo principal máximo, el máximo esfuerzo cortante, el esfuerzo octaédrico cortante, Mohr, y las teorías Coulomb-Mohr

Bibliografía

- [A] Mase George E. y Mase G. Thomas, Continuum Mechanics for Engineers
U.S.A. 1992, Ed. CRC,
- [B] Hibbeler Russell C., Mecánica de Materiales, trad. , Francisco Andión Uz. y Rodolfo Navarro Salas, 3^ª. ed. México, Ed. Continental, S. A. De C. V.
- [C] Ferdinand P. Beer y E. Russell Johnston, Mecánica de Materiales, trad. ,Humberto Rincón Castell, 2^ª.ed. México, Ed. McGraw-Hill
- [D] White Frank M. , Mecánica de Fluidos, trad. , Manuel Rodríguez Fernández y Rodrigo Martínez Val-Peñalosa, 1^{er}a ed. , México, Ed. McGraw-Hill
- [E] Marcel Kerguignas y Guy Caignaert, Resistencia de materiales, trad, Alejandro Rodríguez de Torres, España Madrid, Ed. Reverté, S.A.
- [F] A. C. Ugural y S. K. Fenster, Advanced Strength and Aplied Elasticity, U.S.A. 1995, Ed. Prentice - Hall.

Capítulo III

BIOMECÁNICA DE LA RODILLA

CAPITULO III BIOMECÁNICA DE LA RODILLA

3.1 Introducción

En este capítulo se analiza la rodilla¹ humana en una configuración de arranque (ver figura 3 c), se estudian en forma general los tipos de lesiones y enfermedades que se presentan con mayor frecuencia, de las cuales se pueden agrupar dentro de dos categorías: Lesiones Traumáticas ó Lesiones Degenerativas.

Es importante señalar que se atacará el caso de lesiones del tipo traumático ya que son este tipo de lesiones las modifican seriamente la calidad de vida de las personas y con mayor repetición son motivo de una sustitución completa de la articulación.

También se define el termino prótesis y en específico prótesis de rodilla², la siguiente parte dentro de este capítulo se refiere a la especificación del caso de estudio y el desarrollo de una metodología para realizar el análisis por elementos finitos utilizando un paquete de cómputo, tomando como base la secuencia³ utilizada por Ayala⁴ A.

3.2 Lesiones de rodilla

Hablar de lesiones de la rodilla resulta ser un tema muy extenso y en este trabajo sólo se mencionaran algunos casos, los diferentes padecimientos que se pueden presentar básicamente caen dentro alguno de los siguientes casos:

1. Traumáticas⁵
2. Degenerativas⁶

3.2.1 Lesiones degenerativas

▪ Artritis

En sentido literal, artritis significa “inflamación articular”, él termino se aplica a casi un centenar de afecciones, cuya sintomatología es: dolor persistente, rigidez, laxitud o deformidad en varias articulaciones⁷.

Sus formas principales son la artritis reumatoide y la osteoartritis. Esta última es una forma degenerativa de artritis o desgaste (designada como artrosis), que progresa con la actividad de la articulación, y con la edad. La artritis reumatoide, enfermedad inflamatoria de los tejidos blandos, constituye la variedad más deformante de la enfermedad y, en consecuencia, la que causa mayor incapacidad funcional. Puede progresar hasta ocasionar un intenso dolor, inestabilidad articular, deformidad,

¹. Ver capítulo I, sección 1.3

². Ver Clasificación, página 2.

³. [A], páginas 65 -68.

⁴. Ing. Alvaro Ayala Ruiz, profesor titular en la Facultad de Ingeniería, Departamento de Ingeniería Mecánica e Industrial

⁵. Traumatismo: (de trauma). M. A., Traumatismus; F. traumatisme; In., traumatism; It. Y P., traumatismo, Término general que comprende todas las lesiones internas y externas provocadas por una violencia exterior. Estado del organismo afecto de una herida o contusión graves. [DIC], página 1004

⁶. Degeneración: (del lat. Degeneratio, -onis). F. A. Degeneration; F., degenerescencia. Decadencia. Alteración de los tejidos o elementos anatómicos, con cambios químicos de la sustancia constituyente y pérdida de los caracteres esenciales y funciones. página [DIC], página 270

⁷. Ver capítulo I, sección 1.2.2

limitación de la actividad e invalidez. En tal caso es probable la necesidad de acudir a la cirugía.

▪ Lesiones meniscales degenerativas

Estas generalmente son el resultado del desgaste de la rodilla y su característica de la lesión es que los bordes del menisco están deshilachados (ver figura 1⁸).

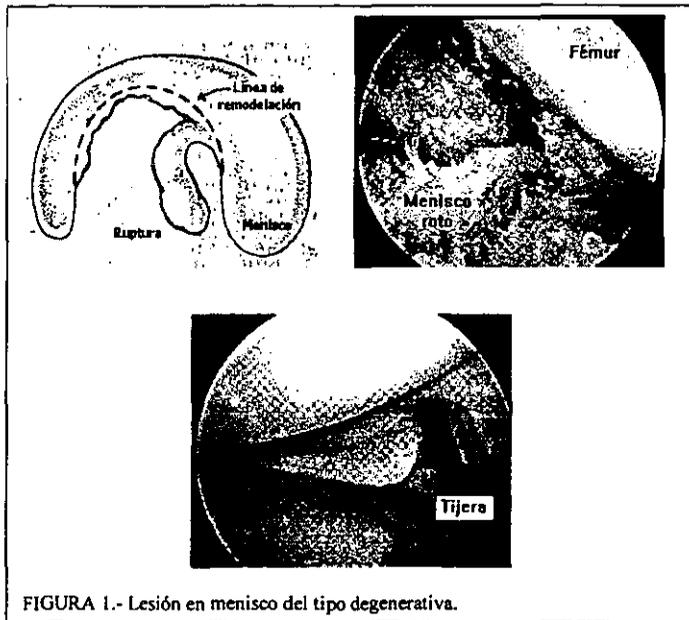


FIGURA 1.- Lesión en menisco del tipo degenerativa.

Este tipo de rupturas normalmente no es posible repararlo con suturas, lo que se hace es remodelarlo (recortar los bordes) con el uso de tijeras o de rasuradoras especiales. La tendencia actual es preservar la mayor parte del menisco, ya que se aumenta el riesgo de desgaste de la rodilla sino se tienen los meniscos integrados.

3.2.2 Lesiones traumáticas

Este tipo de lesión es ocasionado por algún impacto sobre la rodilla el cual ha ocasionado la destrucción total o parcial, lo que provoca en las personas severo dolor que evita el uso de la articulación y dependiendo de la magnitud del traumatismo es el grado de destrucción de las superficies articulares y/o medios de unión, sólo en casos en donde la destrucción articular es importante, una prótesis total de la rodilla puede permitir al paciente volver a desempeñar sus actividades diarias que impacta en su calidad de vida

⁸ Referencia [1].

- **Lesión de ligamento cruzado⁹**

El ligamento cruzado anterior (LCA) es uno de los dos ligamentos que se encuentran dentro de la rodilla y su función es controlar los movimientos hacia delante y atrás de la rodilla, es decir evita que haya juego entre el fémur y la tibia, se utiliza al realizar movimientos de impulso o de corte.

Sin duda la principal causa de lesión (traumática) del LCA es en la práctica deportiva generalmente durante un movimiento de cambio de trayectoria, durante un choque o una tacleada. El efecto de rotación sobre el pie que se encuentra apoyado y recibe un golpe sobre la rodilla, es una hiperextensión sobre el ligamento cruzado anterior.

- **Lesiones meniscales traumáticas**

Como su nombre lo indica el resultado de un golpe sobre la articulación puede generar una lesión de tipo traumática, generalmente durante una torsión de la rodilla, en este tipo de problemas se aprecia la ruptura del menisco¹⁰.

3.3 Reemplazo de alguna articulación

La sustitución de una articulación ha sido uno de los mayores avances logrados por la cirugía ortopédica en este siglo XX. El trabajo en conjunto de ingenieros y cirujanos ha posibilitado el desarrollo de los materiales y las técnicas para que ello sea posible.

En procedimientos de reemplazo total de articulaciones, los cirujanos ortopédicos extraen el hueso y/o el cartílago que se están deteriorando y que causan dolor en la articulación. Reemplazan aquellas estructuras con partes artificiales, conocidas como prótesis, diseñadas para funcionar lo más similar posible a las articulaciones normales, el procedimiento sirve para aliviar el dolor severo y restaurar la movilidad, los reemplazos totales de articulaciones se han convertido en operaciones muy seguras y eficaces.

Los reemplazos totales de articulaciones son procedimientos generalmente opcionales; rara vez son operaciones obligatorias o de urgencia. Con la orientación de su médico, los pacientes pueden hacer planes meses por adelantado.

El reemplazo total de cadera y de la rodilla son los tipos más comunes de reemplazos totales de articulaciones realizadas en América Latina (aproximadamente 150.000¹¹ personas se someten a cada uno de estos procedimientos anualmente).

⁹. Ver capítulo I, sección 1.3.2.2

¹⁰. Ver capítulo I, sección 1.3.2.1

¹¹ Referencia [2].

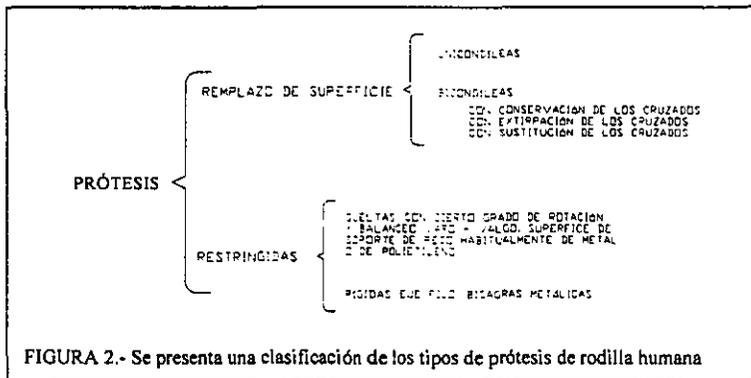
3.4 Reemplazo de la rodilla

La razón más frecuente para colocar una prótesis de rodilla es eliminar el dolor y la incapacidad causada por algún traumatismo que ha ocasionado la destrucción articular. También las superficies¹² de la articulación pueden estar dañadas por la artrosis (también conocida como osteoartritis), otra posibilidad de lesión que justifique el reemplazo en la articulación puede ser por la artritis reumatoide.

La rodilla es como una bisagra¹³ en el empalme de los huesos¹⁴: el hueso del muslo (fémur) y el hueso de la espinilla (tibia). En el procedimiento de un reemplazo total de rodillas, el cirujano extrae el cartílago lesionado que mitiga las puntas de estos dos huesos y cepilla quirúrgicamente las puntas artríticas de los huesos. El cirujano luego coloca una cubierta suave de plástico sobre la superficie de la tibia y cubre la punta del fémur con una tapa metálica pequeña diseñada para funcionar sin problemas sobre la superficie plástica. Estas partes protésicas se mantienen en su lugar con cemento óseo especial.

El cirujano también reemplaza la parte de atrás de la rótula con una superficie plástica, mejorando toda la capacidad de la rodilla para el movimiento.

Una clasificación¹⁵ interesante de los diferentes modelos de prótesis en dos categorías, las cuales tienen como criterio principal el conservar la mayor cantidad de movimientos originales en la articulación y cada una subdividida del siguiente modo (ver figura 2):



La mayoría de los pacientes que han tenido un reemplazo total de articulaciones son individuos que han sufrido algún accidente grave y artríticos con dolor crónico en las articulaciones que les inhibe caminar, hacer ejercicios y hasta desempeñar trabajos. Su dolor no puede ser aliviado satisfactoriamente por medicación, descanso, ejercicios u otros enfoques convencionales. Muchos sufren de osteoartritis, a veces llamada enfermedad degenerativa de las articulaciones.

¹². Ver capítulo I, sección 1.3.1
¹³. Ver capítulo I, cuadro 1.3
¹⁴. Ver capítulo I, cuadro 1-2
¹⁵. [A], página 642.

3.5 Caso de estudio

Para el caso de estudio de ésta tesis se realizarán los cálculos en la articulación de la rodilla humana del miembro inferior derecho de una persona joven aproximadamente 20 - 29 años de edad, con un peso de 700 N del sexo masculino físicamente sano y una altura de 1.70 m, y en posición de impulso¹⁶ para la actividad de desplazamiento, se analizará en un estado estático y considerando el doble de su carga corporal sobre la extremidad inferior derecha.



FIGURA 3.- Radiografía de la rodilla derecha y flexionada, en vista lateral.

3.6 Análisis de la rodilla

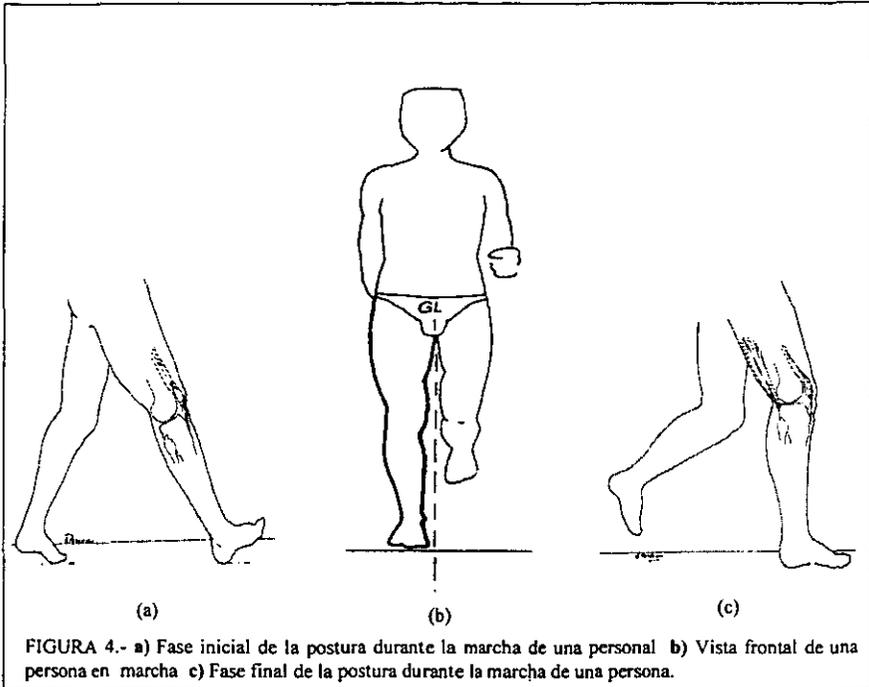
La función mecánica de todas las articulaciones del esqueleto¹⁷ es permitir el movimiento¹⁸ de segmentos óseos al mismo tiempo que soportan cargas al realizar actividades físicas habituales. Para la articulación de la rodilla, los movimientos se asocian con actividades ambulatorias, que incluyen correr, caminar, al subir, bajar escaleras o rampas, levantarse de un asiento, etc. Las cargas funcionales durante estas actividades son las fuerzas de reacción del piso aplicadas en la parte inferior del pie durante la fase de una postura o la carga inercial de la pierna durante el desarrollo de la actividad.

¹⁶ Ver figura 3°.

¹⁷ Ver capítulo I, cuadro 1-3.

¹⁸ Ver capítulo I, sección 1.2.2

Estas fuerzas varían durante el ciclo de marcha desde un máximo de 1,3 veces el peso corporal para la marcha normal hasta más de 5 veces el peso corporal para las actividades de correr, salvo el caso de la postura en estado estático, como la posición de parado, la rodilla debe soportar cargas variables; al mismo tiempo, debe permitir el movimiento entre sus componentes óseos, la articulación de la rodilla puede soportar una gama de movimientos, pero presenta limitaciones y está relativamente sin protección de tejidos envolventes, Es mucho más vulnerable a los traumatismos directos, cambios de dirección bruscos y torsiones.



3.6.1 Propiedades mecánicas del hueso

Es importante señalar que los tejidos¹⁹ biológicos, como los huesos, responden a las sollicitaciones mecánicas, en tal forma que aún no se pueden comprender y explicar claramente. Los componentes cualitativos y cuantitativos de los huesos y los cartílagos dependen no sólo de las hormonas, enzimas, vitaminas y proteínas, sin embargo se puede considerar que existe un comportamiento del hueso que cumple con la ley de Hooke.

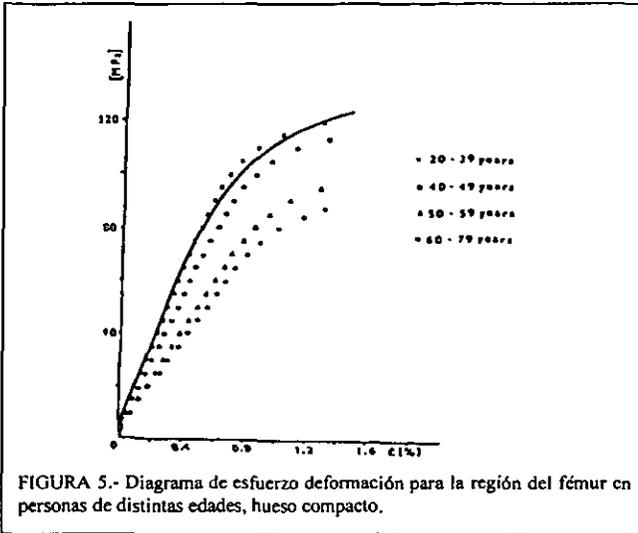
El hueso esponjoso²⁰ es un material anisotrópico y será considerado en éste estudio como isotrópico, el hueso compacto²¹ es un material ortotrópico y así será

¹⁹. Ver capítulo I, sección 1.2.1

²⁰. [F], página 139 y 142 tabla 7.

²¹. Ibid., tabla 3 página 102.

considerado, además (ver figura 5²²), para el hueso cartilaginoso se puede decir que es un material anisotrópico y no homogéneo, sin embargo, durante el éste análisis se trabajo como un material homogéneo e isotrópico. En términos generales se puede decir que el hueso en su conjunto hasta cierta carga sufre una deformación elástica, más allá de esa carga ocurre una infima deformación plástica e inmediatamente llega a un punto de ruptura (fractura).



Sabemos que el problema que se quiere atacar es no lineal, no homogéneo y se encuentra en 3D, sin embargo para el desarrollo del presente trabajo se considerará un modelo plano, propiedades mecánicas que dependen del tipo de hueso.

- ◆ el hueso esponjoso como materias isotrópico
- ◆ el hueso compacto como material orthotrópico
- ◆ el hueso cartilaginoso como material isotrópico.

CUADRO 3-1 PROPIEDADES MECÁNICAS DEL HUESO				
PARTE	TIPO DE HUESO	MÓDULO DE ELASTICIDAD [GPa]	RELACIÓN DE POISSON	REGIÓN EN COSMOS/M
FÉMUR	Hueso compacto ²³	$E_x=12$		
		$E_y=13$		
ROTULA O PATELA	Hueso esponjoso ²⁴	$G_{xy}=4.53$	0.376	MP 2
		$E_x=18.5$		
		$E_x=0.17374$		
Hueso cartilaginoso ²⁵				

²². [C], figura 2.54, pagina 123

TIBIA	Hueso compacto ²⁶	$E_x= 6.91$		
		$E_y=8.51$		
		$G_{xy}=2.41$	0.49	MP2
	Hueso esponjoso ²⁷	$E_x= 18.5$		MP1
	Hueso cartilaginoso ²⁸	$E_x= 0.17374$	0.3	MP3

²⁶. [F], página 102, tabla 3.

²⁷. Ibid., página 139, tabla 7

²⁸. [C] Pagina 130 y 132, tabla 2.10.

3.7 Desarrollo del estudio en la rodilla

Para modelar los elementos óseos involucrados en 2D se obtuvo una radiografía tomada mediante la técnica de isodosis de una persona que cumple con los requerimientos propuestos (ver sección 3.5) en vista antero medial, se digitalizó la placa por vía de un escáner de plancha HP Scanjet 3200 con una resolución de 9600 dpi para posteriormente trazar punto a punto el perfil de la geometría de cada hueso en el paquete de cómputo AutoCAD 2000, una vez que se obtuvo el contorno de la geometría se exporto el archivo por medio del formato DXF al paquete de cómputo Cosmos/M 2.0.

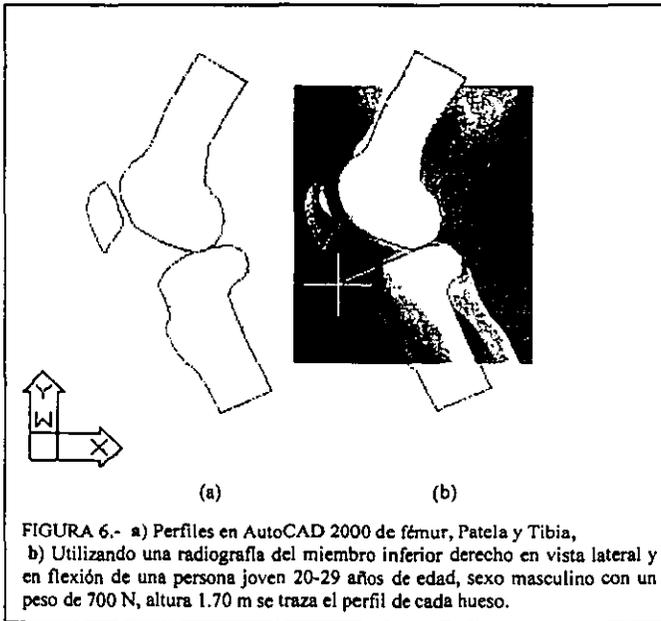


FIGURA 6.- a) Perfiles en AutoCAD 2000 de fémur, Patela y Tibia, b) Utilizando una radiografía del miembro inferior derecho en vista lateral y en flexión de una persona joven 20-29 años de edad, sexo masculino con un peso de 700 N, altura 1.70 m se traza el perfil de cada hueso.

Se procedió a elaborar el diagrama de cuerpo libre del caso de estudio y posteriormente se realizó el diagrama para cada elemento óseo involucrado y considerado importante en este análisis (Rótula, Fémur y Tibia, el peroné esta

²⁶. [C], figura 2.54, página 123

²⁷. [F], página 102, tabla 3.

²⁸. [C], página 130 y 132, tabla 2.10.

considerado como un hueso que da estabilidad y se considera que es una articulación secundaria en la rodilla)

Teniendo las condiciones de frontera determinadas, el modelo geométrico y las propiedades del material²⁹ a considerarse se procede a trabajar en Cosmos/M en el módulo GeoStar para preparar cada uno de los modelos y proporcionar a la base de datos los parámetros requeridos.

Una presentación en diagrama de bloques de la secuencia utilizada en el análisis de la rodilla humana, en un paquete de cómputo que utiliza Elementos Finitos para la solución del modelo (ver figura 7).

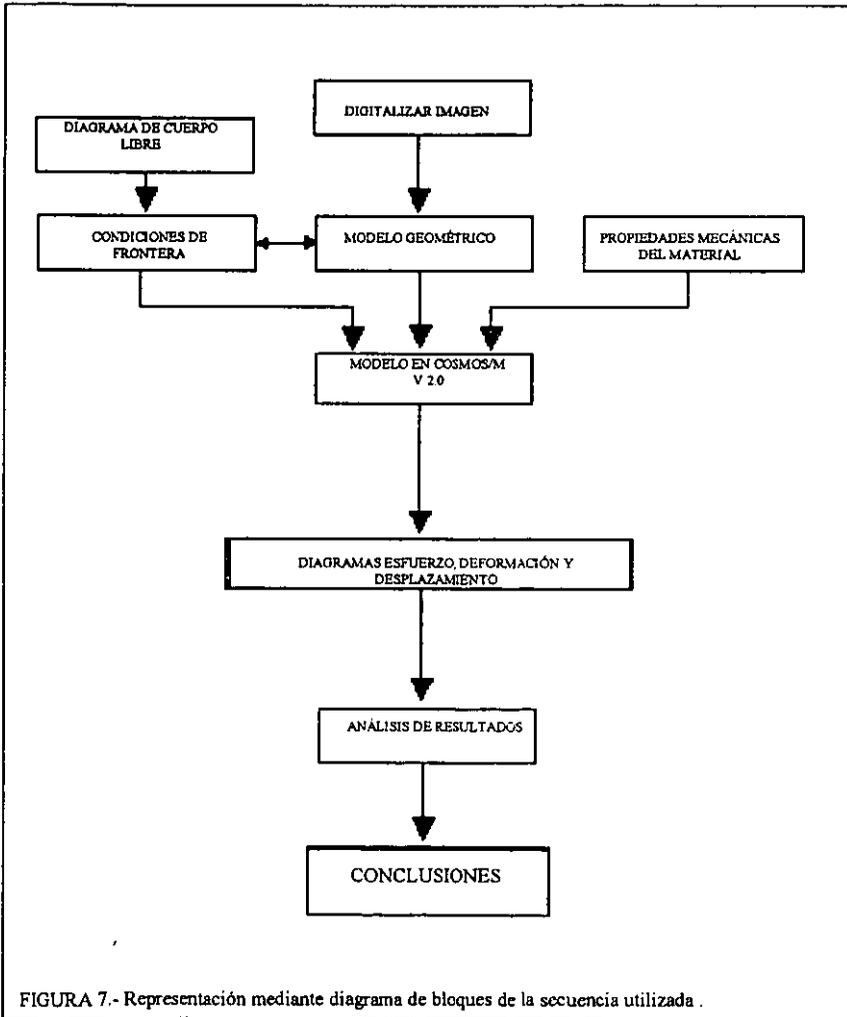


FIGURA 7.- Representación mediante diagrama de bloques de la secuencia utilizada .

²⁹. Ver sección 3.6.1.

3.7.1 Diagrama de cuerpo libre

Para obtener el diagrama de cuerpo libre se utilizó el capítulo I de este trabajo, nos da como resultado que un par de tendones, un par de músculos y un ligamento serán considerados en nuestro análisis.

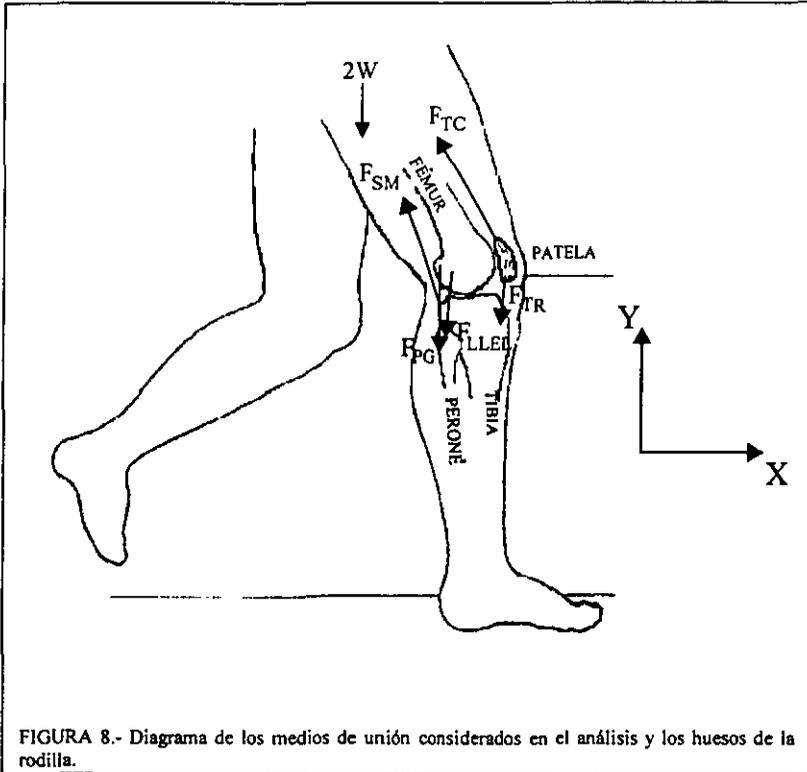
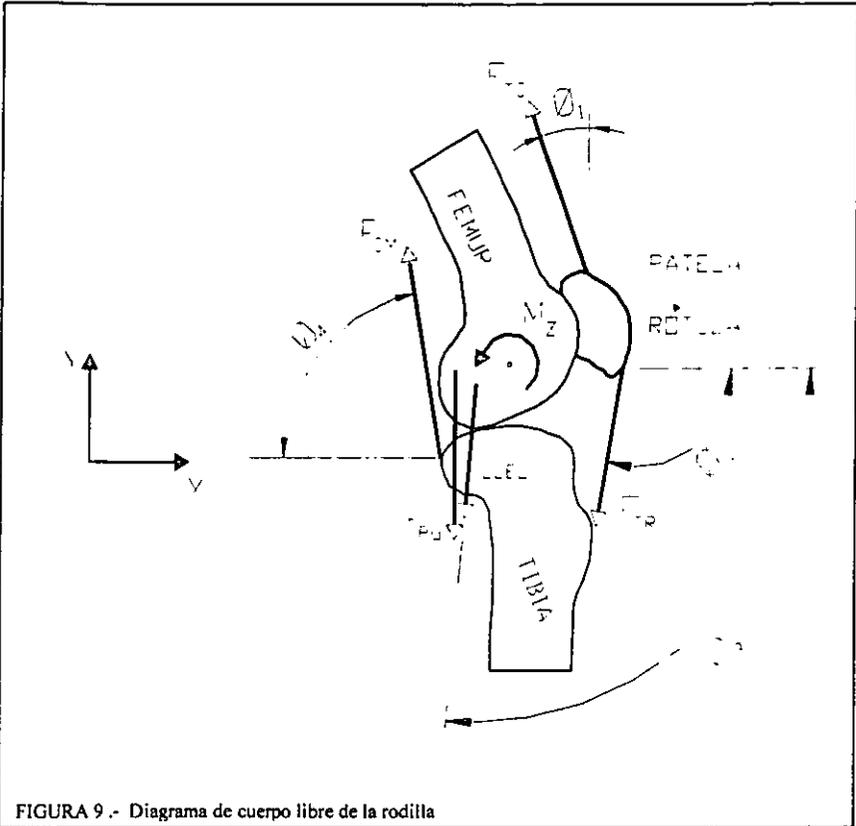


FIGURA 8.- Diagrama de los medios de unión considerados en el análisis y los huesos de la rodilla.

NOMENCLATURA	NOMBRE	INCLINACIÓN
F _{TC}	Tendón del Músculo Cuadricipital	$\theta_1=20^\circ$
F _{TR}	Tendón Rotuliano	$\theta_5=95^\circ$
F _{PG}	Músculo de la Pata de Ganzo	$\theta_3=95^\circ$
F _{LLEL}	Ligamento Lateral Externo Largo	270°
F _{SM}	Músculo Semimembranoso	$\theta_4=80^\circ$

F_{TC} Ver sección 1.3.2.4, página 28
 F_{TR} Ver sección 1.3.2.4, página 28
 F_{PG} Ver sección 1.3.2.2, página 25
 F_{LLEL} Ver sección 1.3.2.2
 F_{SM} Ver sección 1.3.2.2, página 26

Aislando la zona de interés y nombrando algunas variables que nos permitirán realizar cálculos posteriores de las partes involucradas, se tiene el diagrama de cuerpo libre de la rodilla (ver figura 9) .



NOMENCLATURA	NOMBRE	FUERZA [N]
F_{TC}	Tendón del Músculo Cuadricipital	1400

F_{TC} y $F_{(C1+CE)}$ Obtenidos de $2 \cdot W$, con $W = 700$ [N], referencia [D], página 40

El siguiente paso consiste en realizar un diagrama de cuerpo libre para cada uno de los elementos óseos involucrados e iniciamos con la rótula.

3.8 Diagrama de cuerpo libre de la rótula.

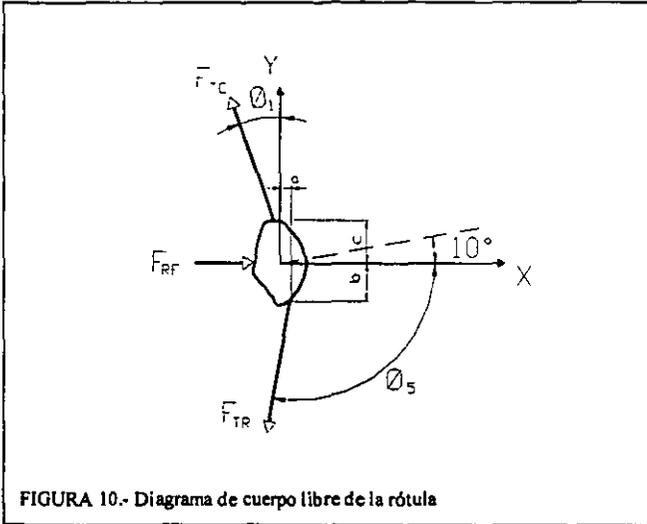


FIGURA 10.- Diagrama de cuerpo libre de la rótula

Para: $a = 0.0034 \text{ [m]}$, $b = 0.0135 \text{ [m]}$, $c = 0.0156 \text{ [m]}$
 $F_{TC} = 1400 \text{ [N]}$, $\theta_1 = 20^\circ$, $\theta_5 = 95^\circ$

Planteando las ecuaciones de equilibrio:

$$\begin{aligned} \Sigma F_x &= 0 && \text{----- (I)} \\ \Sigma F_y &= 0 && \text{----- (II)} \end{aligned}$$

$$\Sigma F_x = -F_{TC} \text{sen}(\theta_1) + F_{TR} \text{cos}(\theta_5) + F_{RF} \text{----- (III)}$$

$$\Sigma F_y = F_{TC} \text{cos}(\theta_1) - F_{TR} \text{sen}(\theta_5) \text{----- (IV)}$$

Sustituyendo en la ecuación IV y después el resultado en la ecuación III, nos queda:

$$\Sigma F_y = 1400 \text{cos}(20) - F_{TR} \text{sen}(95) = 0$$

$$F_{TR} = [(1400 \text{cos}(20)) / \text{sen}(95)] \text{ [N]}$$

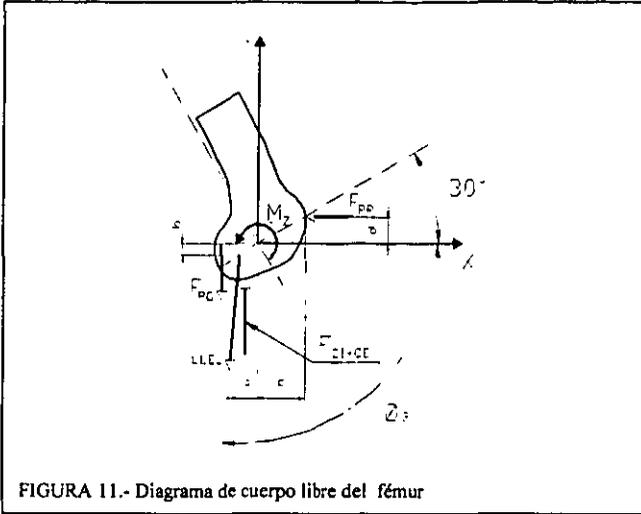
$$F_{TR} = \underline{1320.594 \text{ [N]}}$$

$$\Sigma F_x = -1400 \text{sen}(20) + 1320.594 \text{cos}(95) + F_{RF} = 0$$

$$F_{RF} = 478.828 + 115.097 \text{ [N];}$$

$$F_{RF} = \underline{593.925 \text{ [N]}}$$

3.9 Diagrama de cuerpo libre del fémur



Para: $a=0.0157$ [m], $b=0.0078$ [m], $c=0.0272$ [m], $d=0.0143$ [m], $F_{RR}=F_{RF}$, $\theta_3=95^\circ$ y $F_{(CI+CE)}=1400$ [N]; $k^{30}=0.245 H$ con un valor de $H=1.70$ [m], $\theta_f=30^\circ$

Planteando las ecuaciones de equilibrio:

$$\begin{aligned} \Sigma F_x &= 0 && \text{----- (I)} \\ \Sigma F_y &= 0 && \text{----- (II)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Sigma F_x &= -F_{RR} + F_{LLEL} \cos(\theta_3) && \text{----- (III)} \\ \Sigma F_y &= F_{PG} - F_{LLEL} \sin(\theta_3) + F_{(CI+CE)} && \text{----- (IV)} \end{aligned}$$

Sustituyendo en la ecuación III y después el resultado en la ecuación IV, nos queda:

$$\begin{aligned} \Sigma F_x &= -593.925 + F_{LLEL} \cos(95) = 0 \\ F_{LLEL} &= [(593.925)/\cos(95)] \text{ [N]}; \end{aligned}$$

$F_{LLEL} = -6814.525$ [N]
Se puede concluir que F_{LLEL} es una fuerza a tensión en la dirección -90°

$$\Sigma F_y = -F_{PG} - 6814.525 \sin(95) + 1400 = 0;$$

$F_{PG} = -5388.593$ [N]
La dirección de la fuerza F_{PG} es en el sentido de -90°

$$M_2 = \sin \theta_f * k * 2 * W$$

$$M_2 = \{ (\sin(30)) * 0.245 H \} * 2W \quad M_2 = (0.1225 H) * 2 * 700$$

$$M_2 = 291.55 \text{ [N]}; \text{ En sentido positivo.}$$

¹⁰. [E], página 48.

3.10 Diagrama de cuerpo libre de la Tibia

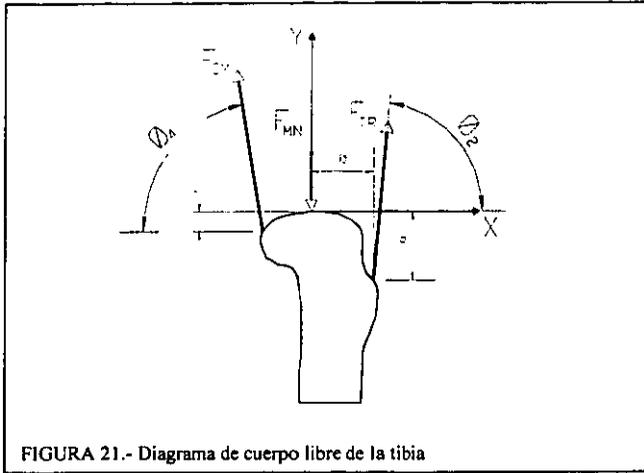


FIGURA 21.- Diagrama de cuerpo libre de la tibia

Para: $a = 0.0366 \text{ [m]}$, $b = 0.0313 \text{ [m]}$, $c = 0.0111 \text{ [m]}$
 $F_{(CI+CE)} = F_{MN}$ a 270° , $\theta_2 = 85^\circ$ y $\theta_4 = 80^\circ$

Planteando las ecuaciones de equilibrio:

$$\begin{aligned} \Sigma F_x &= 0 && \text{----- (I)} \\ \Sigma F_y &= 0 && \text{----- (II)} \end{aligned}$$

$$\Sigma F_x = -F_{SM} \cos(\theta_4) + F_{TR} \cos(\theta_2) \text{----- (III)}$$

$$\Sigma F_y = F_{SM} \sin(\theta_4) + F_{TR} \sin(\theta_2) - F_{MN} \text{----- (IV)}$$

Sustituyendo en la ecuación III y despejando a F_{SM} , nos queda:

$$F_{SM} = \{F_{TR} \cos(\theta_2)\} / \cos(\theta_4)$$

$$F_{SM} = [(1320.594 * \cos(85^\circ) / \cos(80^\circ)) \text{ [N]}; \quad F_{SM} = \underline{\underline{662.819 \text{ [N]}}}$$

Se presenta finalmente un concentrado de los resultados en magnitud de las fuerzas obtenidas en las secciones 3.8 –3.10 (ver cuadro 3-2), la orientación se pueden ver en cada diagrama de cuerpo libre, estos resultados serán utilizados en el capítulo IV.

Son parte de las condiciones de frontera que estábamos buscando para realizar el análisis en el paquete de cómputo y serán aplicadas estas fuerzas en una región aproximada de 3 mm (entre los próximos 6 nodos más cercanos) ya que será considerada como una carga uniformemente distribuida y no una fuerza concentrada, utilizando el principio de Saint Venant's

CUADRO 3-2 CONCENTRADO DE RESULTADOS		
NOMENCLATURA	NOMBRE	FUERZA [N]
F_{TC}	Tendón del Músculo Cuadricipital	1400
F_{TR}	Tendón Rotuliano	1320.594
F_{FR}, F_{CR}	Fuerza de reacción entre fémur y rótula	593.925
F_{PO}	Músculo de la Pata de Ganzo	5388.593
F_{LL}	Ligamento Lateral Externo Largo	6814.525
F_{CU}	Músculo Semimembranoso	662.819

Bibliografía

- [A] Ayala, A., Cruz, M., Camarillo, F., Sociedad Mexicana de Ingeniería Mecánica, A.C., ed, Morelia Michoacán - México, Ed. III Congreso Anual 1997, 5pp.
- [B] Ortiz, H., Análisis Fotoelástico del Estado de Deformaciones de un Hueso Humano Bajo Carga, ed, México D. F 1998, Ed, tesis maestría IPN, 230pp.
- [C] J. Valenta, Clinical Aspect of Biomedicine 2, ed. Faculty of Mechanical Engineering, Prague, Czechoslovakia, Ed. Elsevier, 30pp.
- [D] M. Insall, John, Cirugía de la Rodilla, ed, médica panamericana, Buenos Aires, 1986, 20pp.
- [E] A. Winter, D., Biomechanics of Human Movement, ed University of Waterloo, Ontario Canadá, Ed. John Wiley & Sons, 1979, 5pp.
- [F] S. Cowin, Ph.D., Bone Mechanics, ed. University of New York, New York U.S., Ed. City University of New York, 1989, 132,pp.
- [DIC] Diccionario terminológico de ciencias médicas, undécima ed., México: Ed. Salvat Mexicana de Ediciones, S.A. de C. V.

Referencias

- [1] Dr. Arturo Almazán, http://www.geocities.com/artroscopia.geo/Los_meniscos.htm
- [2] U. S. Healthcare®, <http://www.Healthcare.com>

Capítulo IV

ANÁLISIS EN COSMOS/M

CAPITULO IV ANÁLISIS EN COSMOS/M

4.1 Introducción

Se encontrará en este capítulo la razón por la que se utilizó un paquete de cómputo que mediante el método de los elementos finitos obtiene el estado de esfuerzos, deformaciones y desplazamientos, dicho paquete tiene como herramienta la presentación gráfica de las magnitudes mediante isoclinas, también en este capítulo se explica a detalle cual fue la secuencia de las actividades para obtener en el paquete de cómputo Cosmos/M en el módulo GeoStar, las gráficas correspondientes a los resultados en cada perfil de elemento óseo involucrado en la articulación de la rodilla.

Para cada uno de los casos ha procesar, se deben proporcionar algunos parámetros que son necesarios para el cálculo y con la ayuda de este paquete de cómputo que utiliza el método de elementos finitos. Iniciamos con una nueva sesión en Cosmos/M y la importación de un modelo geométrico generado en el paquete de dibujo AutoCAD 2000 en un formato de exportación DXF, posteriormente se declararon las propiedades del material y la forma de asignar estas a los elementos dependiendo de su posición, otra parte importante que se encuentra descrita en este capítulo es la forma en que se mallo cada perfil y el tipo de elemento que se eligió.

Finalmente encontraremos las imágenes de la pieza original y la correspondiente a cada una de las etapas por las que se fue trabajando incluyendo las condiciones de frontera, teniendo como resultado diagramas de las magnitudes de los esfuerzos, deformaciones y desplazamientos.

4.2 ¿Por qué se utiliza el método de los elementos finitos?

Desde el punto de vista de la ingeniería resulta importante el estudio del comportamiento de un cuerpo, el determinar una función que involucre las propiedades mecánicas del material, la geometría y las condiciones de frontera, además que nos puedan predecir su estado, no es sencillo, ya que dicha función debe cumplir con ciertos requisitos que a continuación enumeraremos.

En el problema bidimensional en elasticidad, se requiere conocer 8 variables (incógnitas), que son:

- 3 componentes de esfuerzo $(\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy})$
- 3 componentes de deformación (e_1, e_2, g_2)
- 2 componentes de desplazamiento (U_1, U_2)

Las incógnitas deben satisfacer junto con las condiciones de frontera:

- 2 ecuaciones de equilibrio (ver sección 2.4.1, ecuación XIV)

$$\frac{\partial \sigma_{11}}{\partial x_1} + \frac{\partial \sigma_{12}}{\partial x_2} + \rho X_1 = 0$$

$$\frac{\partial \sigma_{21}}{\partial x_1} + \frac{\partial \sigma_{22}}{\partial x_2} + \rho X_2 = 0$$

- Relaciones deformación - esfuerzo (ver sección 2.8, página 53)

$$e_{11} = [(1/E) * (\sigma_{11} - \nu * \sigma_{22})]$$

$$e_{22} = [(1/E) * (\sigma_{22} - \nu * \sigma_{11})]$$

$$e_{33} = -[(\nu/E) * (\sigma_{11} + \sigma_{22})]$$

$$e_{12} = \sigma_{12} / 2G$$

- Ecuación de compatibilidad en función de (U_1, U_2)

$$[(\partial^2 / \partial x_1^2) + (\partial^2 / \partial x_2^2)] * (\sigma_{11} + \sigma_{22}) = - [1 / (1 - \nu)] * [(\partial(\rho X_2) / \partial x_1) + (\partial(\rho X_1) / \partial x_2)]$$

Como podemos observar el proponer una función que cumpla con estas ecuaciones no es sencillo y requiere de una amplia experiencia en la mecánica del medio continuo, se complica aun más para los diferentes materiales con que está formado el hueso.

4.3 Método de los elementos Finitos

El método de los elementos finitos es una técnica de interpolación muy poderosa que nos permite determinar el estado de esfuerzos, deformaciones y desplazamientos en estructuras demasiado complejas para su análisis por estrictamente métodos analíticos.

La terna (\hat{E}, P_e, Σ_e) es conocida como elemento finito, donde:

$\hat{E} \equiv$ Elemento finito geométrico (está definido por nodos)

$P_e \equiv$ Espacio local de elemento finito (está definido por polinomios)

$\Sigma_e \equiv$ Conjunto de grados de libertad

Para la construcción de los elementos finitos debemos definir el dominio de los siguientes conjuntos de funciones:

$P_t = \{ P : \hat{E} \rightarrow \mathcal{R} : P(X, Y) \}$ en el caso del plano

$\Sigma_t \equiv \{ \phi_i \in L(P_t, \mathcal{R}) : \phi_i(P) = P(a_i), 1 \leq i \leq 2 \}$

donde a_i es el nodo i -ésimo del conjunto \hat{E} aquí $L(P_t, \mathcal{R}) = \{ g : P_t \rightarrow \mathcal{R} : g \text{ es lineal} \}$ y $w_i \in P_t$.

Una vez que se encuentran las funciones que satisfacen los teoremas anteriores, se procede a plantear una función de deformación tal que:

$F : G \rightarrow \hat{G}$ donde G es un cuerpo regular acotado, es una función que satisface lo siguiente:

- i) $F : G \rightarrow \hat{G}$ es continua y uno a uno, su inversa $F^{-1} : \hat{G} \rightarrow G$ es continua.
- ii) $\nabla f(x, y) > 0$, para toda $x, y \in G$

$\hat{G} \equiv$ Cuerpo deformado
 $G \equiv$ Cuerpo no deformado

Una vez que se cuenta con las funciones descritas anteriormente, se procede a formular mediante principios variacionales discreto y continuos, una vez que se puede garantizar que son equivalentes nos ayuda a expresar una ecuación tal que nos sirve para determinar los elementos de la matriz de rigidez buscada y mediante métodos numéricos se puede llegar a la solución de nuestro problema:

4.4 Planteamiento en Cosmos/M

Cabe aclarar que el proceso para analizar cada uno de los huesos es muy similar y la secuencia del procedimiento en el uso del paquete sólo varía en los valores de las propiedades, la geometría y las condiciones de frontera¹, por lo que desarrollaremos con todo detalle sólo el análisis en la rótula. Iniciando una sesión nueva en el paquete Cosmos/M en el módulo GeoStar y asignado el nombre respectivo al archivo Análisis_R1 iniciamos al declarar el sistema de unidades en que trabajaremos y tener una congruencia en dimensiones lo que nos ayudara en no cometer errores respecto a las unidades a trabajar, para este caso se utilizó el Sistema Internacional de Unidades (SI) y al mismo tiempo se designaron las propiedades del material que serán consideradas, dentro de Cosmos/M esto se lleva a cabo en : (Propsets>Material Property, Material Property Name) en donde se utilizó la tabla 3.1 (ver página 63).

¹ Parte de las condiciones de frontera se refiere a las fuerzas a las que se expone el cuerpo, las cuales fueron obtenidas en el capítulo III, secciones 3.8-3.10

Proseguimos a escribir el Elemento Grupo² que es donde declaramos el tipo de malla estaremos utilizando para el análisis y que es función del tipo de material, en este caso del tipo de hueso, la geometría y espesor, dentro de la sesión se asignan los valores de la siguiente forma:

- Para el caso de hueso esponjoso y cartilaginoso (Propsets>Element Group, Shell4) este tipo de elemento se utilizó por las siguientes características: se recomienda utilizar en análisis de dos dimensiones que se realicen en materiales considerados como isotrópicos de comportamiento lineal, restringidos por lo menos en dos grados de libertad y en un análisis estructural estático y cuya convergencia se pueda acelerar utilizando mayor número de nodos por elemento y reduciendo la dimensión del mismo.
- Para el caso de hueso compacto (Propsets>Element Group, Shell4L) este tipo de elemento se utilizó por las siguientes características: se recomienda utilizar en análisis de dos dimensiones que se realicen en materiales ortotrópicos de comportamiento lineal, restringidos por lo menos en dos grados de libertad y en un análisis estructural estático y cuya convergencia se pueda acelerar utilizando mayor número de nodos por elemento y reduciendo la dimensión del mismo.

Continuamos con la declaración de la Constante Real es donde asignamos el espesor de la geometría a estudiar, se lleva a cabo en: (Propsets>Real Constant, Thickness) que para este caso será de un espesor de 0.01[m].

Una vez que tenemos los parámetros definidos y declarados en la base de datos de la computadora, se inicia la transferencia del dibujo que representará nuestro modelo, esto se lleva a cabo de la siguiente forma: (Control> CAD_ System >Read DXF) y al cual escribiremos el nombre de nuestro archivo o en su caso se rastrea por medio de la ventana, para el caso de la rótula fue: C:\patelacosmo.dxf, la transferencia de este tipo de polylínea resulta ser una transferencia limpia y en el caso de observar alguna entidad que no sea necesaria se procede a borrar.

La siguiente parte consiste en explicitar la densidad de malla por utilizar en la geometría, para lo cual se realizó de la siguiente forma: al observar que los perfiles no son simétricos respecto a algún eje, resulta un poco más complicado el mallado y no se puede llevar a cabo como si fuera una superficie; por lo tanto se realizó el mallado en el nivel de Región y cumpliendo con la característica de ser elementos cuadrados y tamaño promedio de un milímetro por lado, el procedimiento es el siguiente: en el menú de cortinas desplegadas de Cosmos/M se elige (Geometry>Contours>Define, Number of Elements) y se pone el número de curvas a considerar como un contorno. El siguiente nivel es definir la región aprovechando el contorno (Geometry>Regions>Define, Number of Contours) se elige el contorno y queda en el nivel de región, se definieron tres regiones una para el hueso esponjoso, otra para el hueso compacto y la última para el hueso cartilaginoso.

². Ver justificación del uso del elemento Shell4 en el Apéndice A

Continuamos en asignar la densidad de la malla y eso se hace en: (Meshing>Mesh Density> Region Elem Size, Beginning and Ending Region, Average element size, Tolerance, Redefinition Criterion, Common ratio) el tamaño de elemento de asigno de un milímetro por lado, una tolerancia entre nodos de 0.0001 [m], una criterio de definición de máximo numero de elementos en la región, una razón entre lados de uno, Ahora para efectuar específicamente la malla de tipo cuadrado y con los parámetros asignado la forma de crearse es: (Meshing> Quad_Mesh Sf/Rg, Geometric entity type) eligiendo la opción de Región, se ejecuta este comando y se obtiene un mallado, para decidir si es proporcionado se procede a revisar las fronteras y pedir la razón entre lados, para este caso se exigió que la razón entre lados máxima fuera dos: (Meshing>Elements> Check element, Aspect ratio) nos lista si algún elemento esta por arriba de este parámetro y cual es, para tomar las medidas necesarias.

Como resultado de este parámetro se trabajo de la siguiente forma:

Archivo	Número de elementos total	Elementos por arriba del Aspec ratio 2
Análisis R1	2090	2.919%
Análisis F9	5338	4.215%
Análisis T9	4327	3.813%

La siguiente etapa consiste en aplicar las cargas obtenidas en el capítulo III, secciones 3.8 – 3.10, se realiza de la siguiente forma (LoadsBC>Structural>Forces) en la posición que indique en nuestro diagrama y magnitud de la fuerza, por ultimo se restringe nuestro modelo de la siguiente forma ((LoadsBC>Structural>Displacement) en todos los casos en dos sentidos (x,y) y en la posición que corresponda

Para poder procesar con los datos designados y ver los diagramas (isoclinas) correspondientes a los resultados, se realizó así:

Analysis>Data_Check: en este paso el paquete de cómputo revisa que la base de datos está completa.

Analysis>Run_Check: realiza una revisión del mallado e indica si existe algún problema con el tipo de malla y el material, deformación del elemento.

Analysis>Static>Run_ Static Analysis y Run_Check, Analysis>Static>Run_ Stress Analysis: Soluciona el modelo planteado

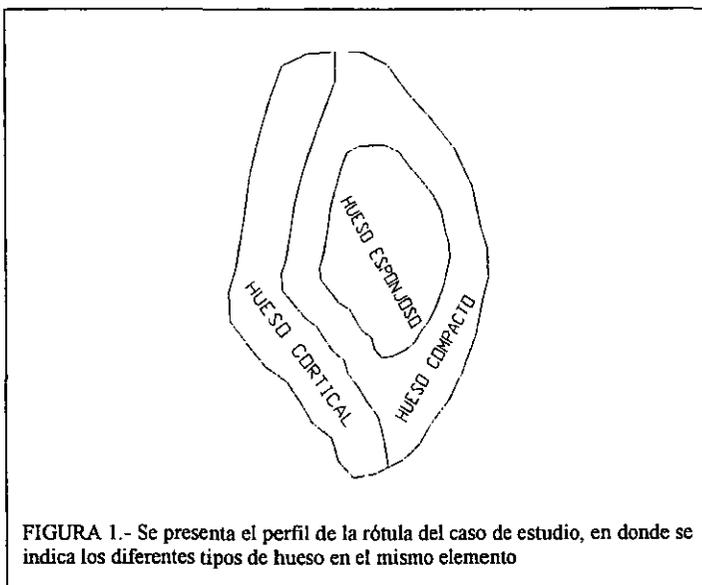
Results>List>Displacement y Results>List>Stress Component: al ejecutar el comando se pueden visualizar los resultados obtenidos

Se presenta a continuación los resultados de la distribución correspondiente a desplazamiento, deformación y esfuerzo de la rótula, el fémur y la tibia, una escala de valores que nos permite visualizar en cada diagrama la magnitud para las diferentes posiciones, indicando en la parte inferior de cada imagen la magnitud de las fuerzas consideradas

4.5 Análisis de la rótula

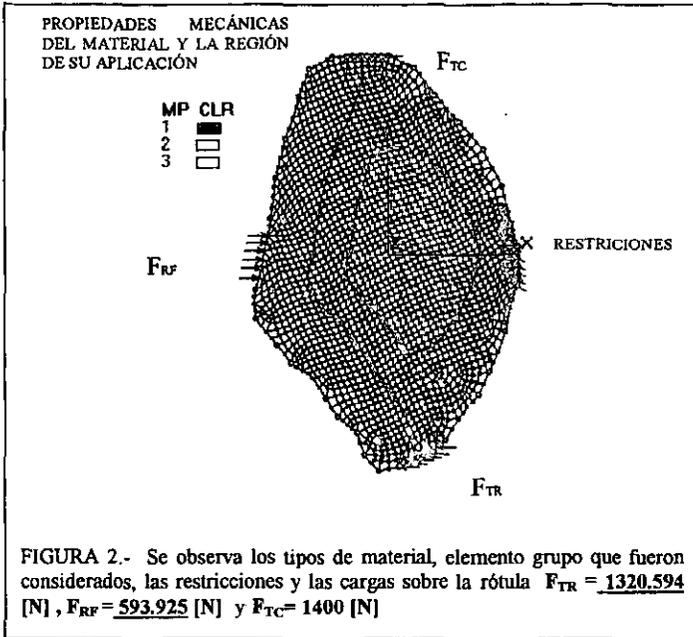
Parte de las condiciones de frontera se determinaron de los resultados obtenidos en el capítulo III sección 3.8, las fuerzas $F_{TC} = 1400$ [N], $F_{TR} = 1320.594$ [N] y $F_{RF} = 593.925$ [N] se aplican en $a = 0.0034$ [m], $b = 0.0135$ [m], $c = 0.0156$ [m] con sus respectivos ángulos $\theta_1 = 20^\circ$, $\theta_5 = 95^\circ$ en las direcciones indicadas, pero se colocaron en los seis nodos próximos a la posición indicada en el diagrama, además la carga como uniformemente distribuida .

La otra parte de las condiciones de frontera que se refieren a las restricciones de desplazamiento de la rótula y fueron colocadas a la altura de las bolsas serosas prerrotulianas³ **B pre R**, restringiendo en desplazamiento en dos direcciones, (x,y).

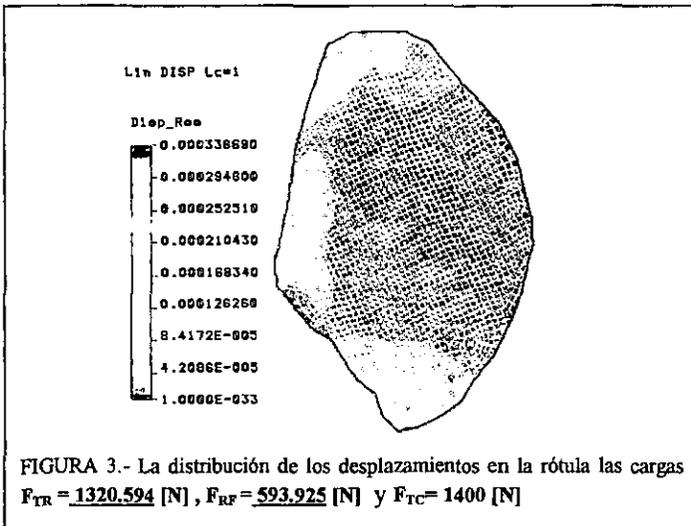


También se puede observar en la figura 2 de las regiones por las que se compone el mallado en la rótula y que en número total de elementos tiene 2090 y 2151 nodos.

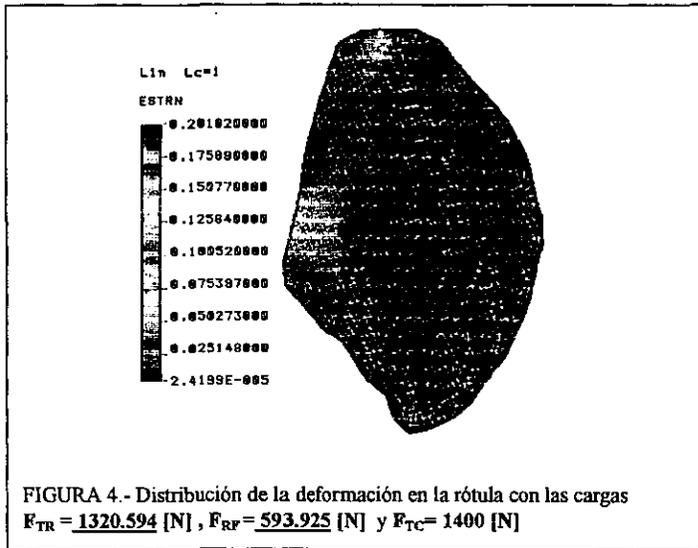
³. Ver capítulo I, sección 1.3.2.4



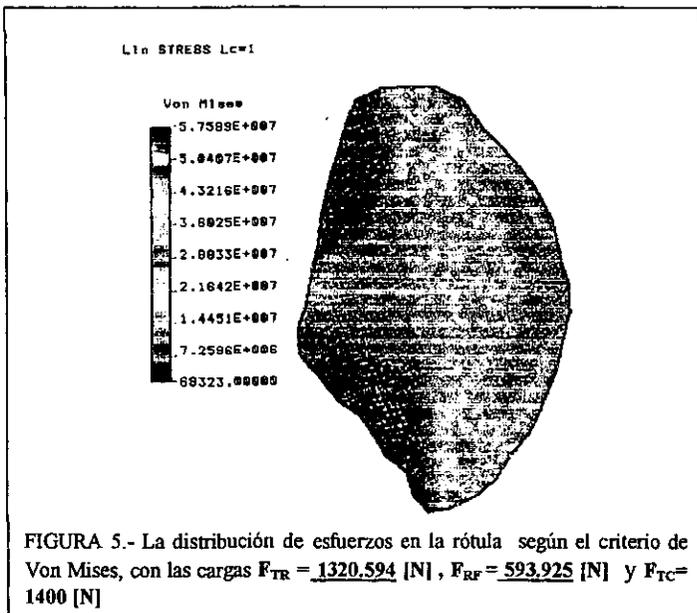
En la figura 3 se puede observar como la rótula distribuye el desplazamiento y están dados los resultados en metros.



Se presenta la figura 4 en donde la magnitud de la deformación se encuentra en forma adimensional.



Una de las gráficas más útiles para el diseño se presenta en la figura 5, y enseguida se presenta el resumen de un listado de los resultados más importantes del análisis.



4.6 Análisis del fémur

En el análisis del fémur se consideraron los tres tipos de hueso y se declararon la propiedades⁴ de acuerdo a la región (ver figura 6)

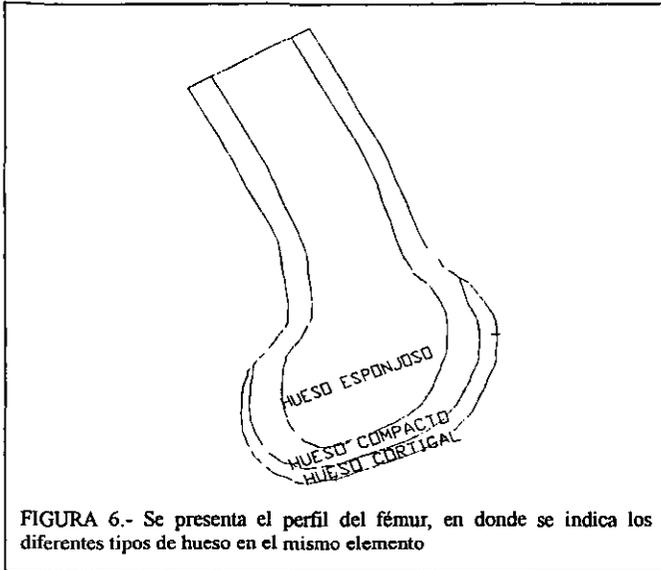


FIGURA 6.- Se presenta el perfil del fémur, en donde se indica los diferentes tipos de hueso en el mismo elemento

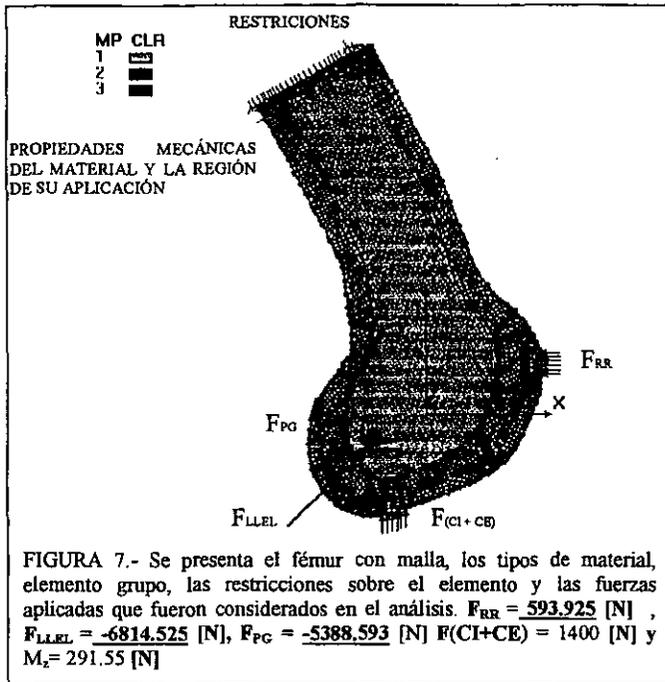
Una parte de las condiciones de frontera se determinaron de los resultados obtenidos en el capítulo III sección 3.9, Para: $a = 0.0157$ [m], $b = 0.0078$ [m], $c = 0.0272$ [m], $d = 0.0143$ [m], $F_{RR} = F_{RF}$, $\theta_3 = 95^\circ$ y $F(CI+CE) = 1400$ [N]; $k^5 = 0.245 H$ con un valor de $H = 1.70$ [m], $\theta_f = 30^\circ$, estas fuerza se colocaron en los seis nodos próximos a la posición indicada en el diagrama, además la carga como uniformemente distribuida (ver figura 7).

La otra parte de la condiciones de frontera que se refieren a las restricciones de desplazamiento del fémur fueron colocadas en la parte superior del fémur, el interés de estudiar la distribución de esfuerzos de acuerdo a la complejidad de la geometría y a lo largo de la parte inferior del fémur nos llevó a restringirlo (en dos direcciones x, y) en posición señalada..

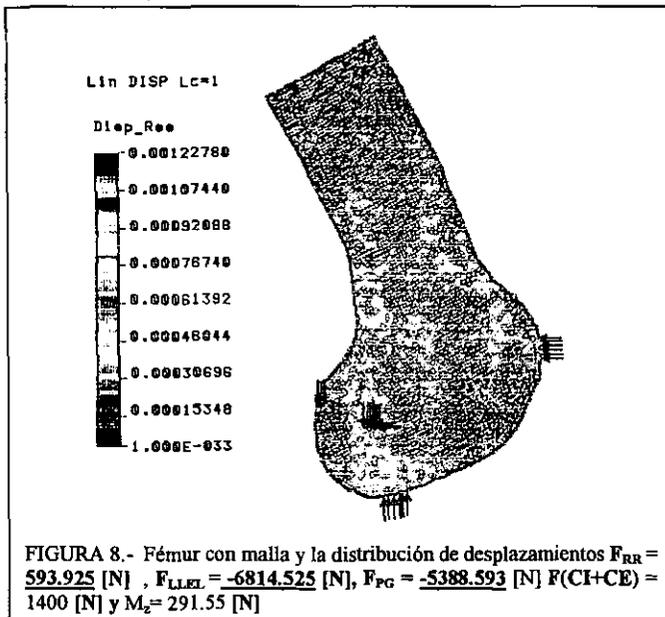
También se puede observar en la figura 7, las regiones por las que se compone el mallado en el fémur y que en número total de elementos tiene 5338 y 5446 nodos

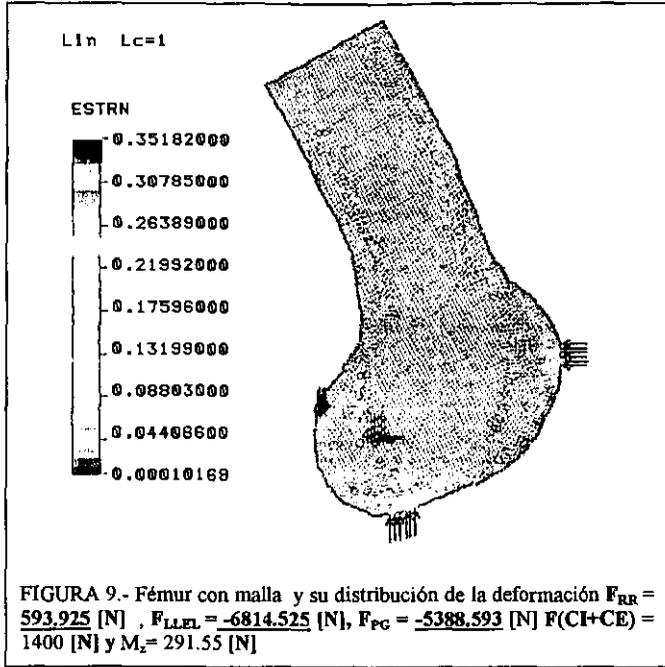
⁴ Ver capítulo III, cuadro 1

⁵. [E], página 48.

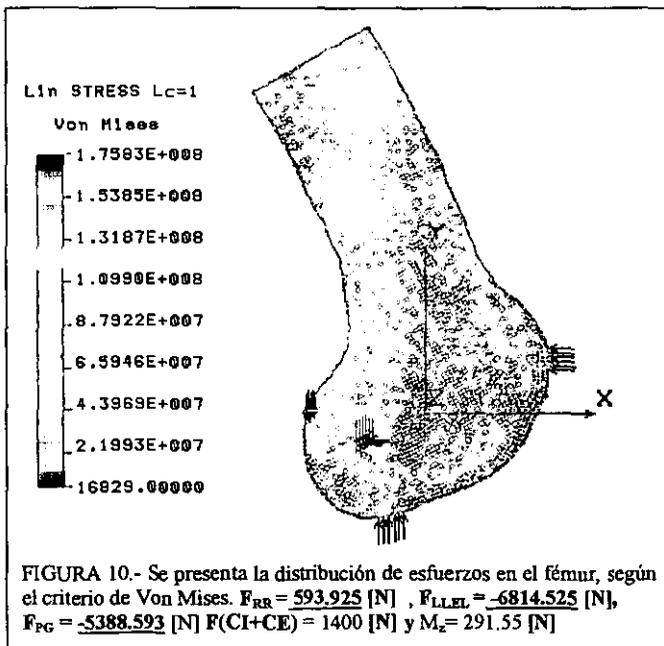


En la figura 8 se puede observar la distribución de los desplazamientos y están dados los resultados en metros y en la figura 9 la distribución de la deformación se encuentra en forma adimensional.





Una de las gráficas más útiles para el diseño se presenta en la figura 10, y enseguida se presenta el resumen de un listado de los resultados más importantes del análisis.



4.7 Análisis de la tibia

En el análisis de la tibia se consideraron los tres tipos de hueso y se declararon la propiedades⁶ de acuerdo a la región (ver figura 6)

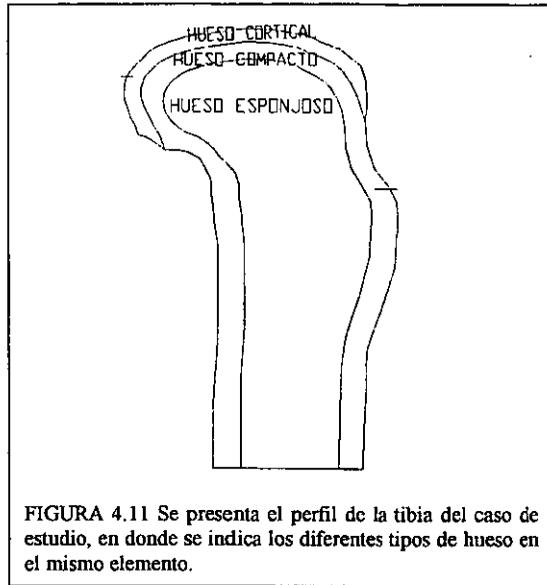


FIGURA 4.11 Se presenta el perfil de la tibia del caso de estudio, en donde se indica los diferentes tipos de hueso en el mismo elemento.

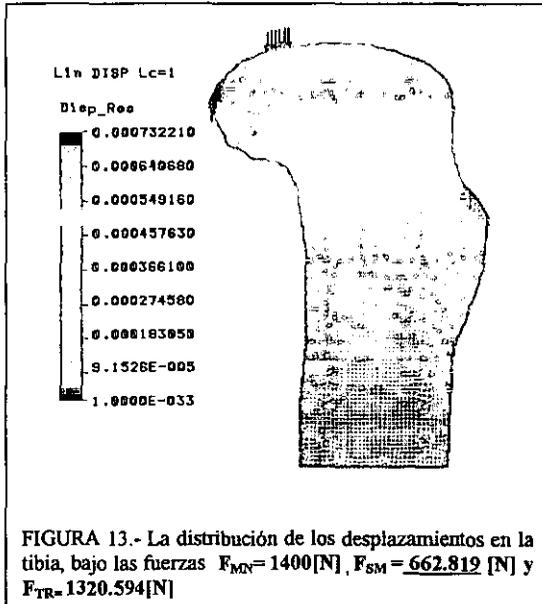
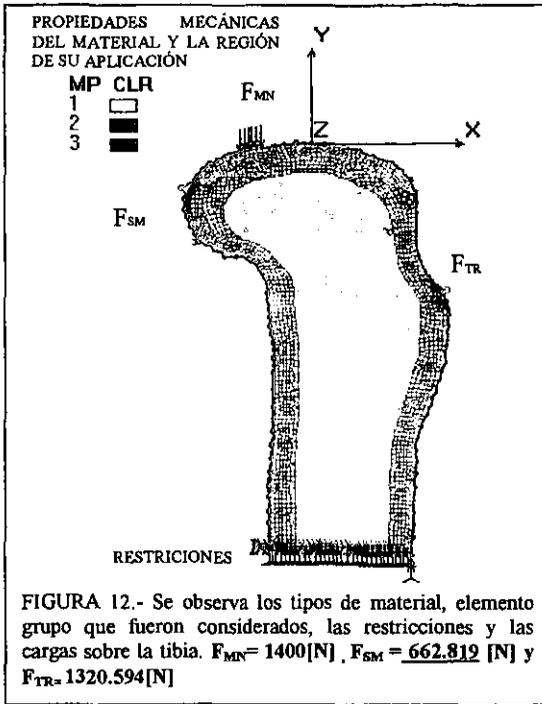
Parte de las condiciones de frontera se determinaron de los resultados obtenidos en el capítulo III sección 3.10, para: $a = 0.0366$ [m], $b = 0.0313$ [m], $c = 0.0111$ [m] $F_{(CI+CE)} = F_{MN} = 1400$ [N], $F_{SM} = 662.819$ [N], $F_{TR} = 1320.594$ [N] y con los ángulos $\alpha = 270^\circ$, $\theta_2 = 85^\circ$ y $\theta_4 = 80^\circ$, estas fuerza se colocaron en los seis nodos próximos a la posición indicada en el diagrama, además la carga como uniformemente distribuida .

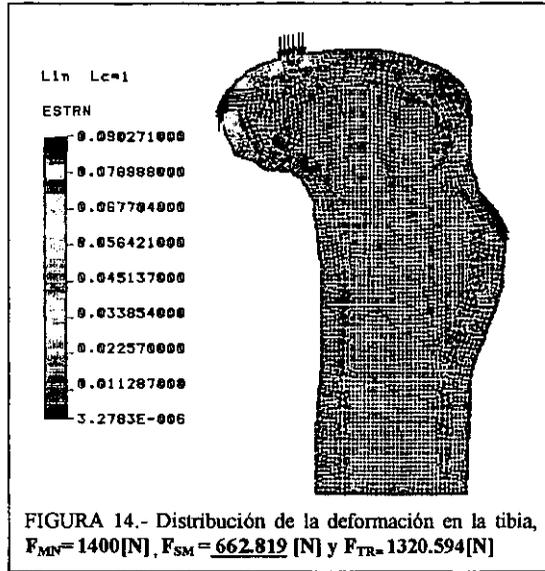
La otra parte de las condiciones de frontera que se refieren a las restricciones de desplazamiento de la tibia fueron colocadas en la parte inferior de la tibia, el interés de estudiar la distribución de esfuerzos de acuerdo a la complejidad de la geometría y a lo largo de la parte superior de la tibia nos llevó a restringirlo (en dos direcciones x,y) en la posición señalada.

También se puede observar en la figura 12 las regiones por las que se compone el mallado en la tibia y que en número total de elementos tiene 4327 y 4435 nodos.

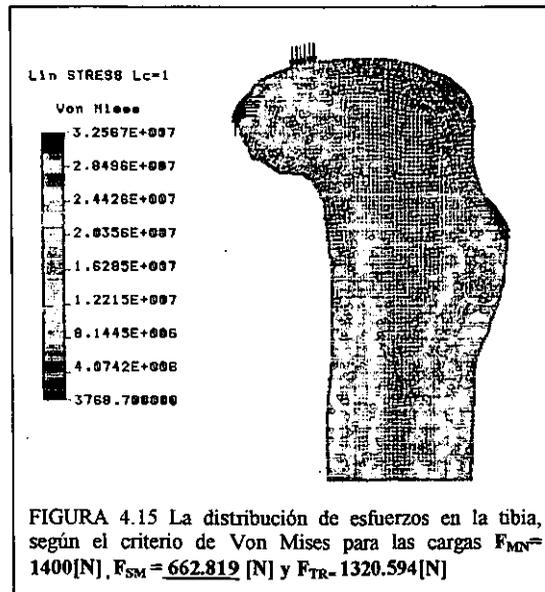
En la figura 13 se puede observar como la rótula distribuye el desplazamiento y están dados los resultados en metros.

⁶ Ver capítulo III, cuadro 1





Una de las gráficas más útiles para el diseño se presenta en la figura 15, y se presenta el resumen de un listado de los resultados más importantes del análisis.



4.8 Análisis de resultados

Para realizar el análisis de resultados en el paquete de cómputo Cosmos/M se tomo la convención desde un inicio de utilizar un sistemas de unidades para todo los cálculos y es el Sistema Internacional de Unidades, por lo tanto, Los Esfuerzos se encuentran en Pascuales [Pa ó N/m²], los desplazamientos en metros [m] y las deformaciones en forma adimensional [m/m].

Los valores que a continuación se presentan han sido tomados de las gráficas presentadas y en sus valores más alto, medio y mínimo en magnitud de cada hueso, con estos valores se realizó una comparación de los resultados, para realizar comentarios sobre las zonas en que se presentan los máximos valores.

CUADRO 4.1 COMPARACION DE LOS VALORES EN DESPLAZAMIENTO [m]		
Rótula	Fémur	Tibia
336.69E-6	1227E-6	732.21E-6
168.34E-6	613E-6	366.1E-6
1.00E-33	1.00E-33	1.00E-33

CUADRO 4.2 COMPARACION DE LOS VALORES EN DEFORMACIÓN [m/m]		
Rótula	Fémur	Tibia
0.2102	0.35182	0.09027
0.10052	0.17596	0.04513
24.199E-6	101.69E-6	3.27E-6

CUADRO 4.3 COMPARACION DE LOS VALORES EN ESFUERZO [Pa ó N/m²]		
Rótula	Fémur	Tibia
57.599E6	175.83E6	32.567E6
28.833E6	87.922E6	16.285E6
68323	16829	3768.7

De los valores de la cuadro 4.1 podemos determinar que en magnitud máxima de desplazamiento pueden ser ordenados:

1.- Fémur

En el fémur podemos observar un desplazamiento preferencial en la zona de la zona de inserción del músculo PG y una distribución en esa área.

2.- Tibia

Podemos ver que la tibia presento un segundo lugar en magnitud máxima en desplazamientos (ver figura 13), se presenta una distribución homogénea en planos de un perfil tipo hipérbola.

3.- Rótula

la rótula presenta sus mayores desplazamientos en el lugar de contacto con el fémur y en el punto de inserción del TC.

De los valores de la cuadro 4.2 podemos determinar que en magnitud máxima de deformación pueden ser ordenados:

- 1.- Fémur
- 2.- Rótula
- 3.- Tibia

La deformaciones se presentan en todos los casos cerca de la aplicación de las cargas y su distribución en sólo en la zona cercana al punto de la aplicación, es decir en el cartilago.

De los valores de la cuadro 4.3 podemos determinar que en magnitud máxima de esfuerzo pueden ser ordenado:

1.- Fémur

En el fémur se presenta la mayor magnitud en esfuerzo en comparación con los otros dos casos y existe un concentrador de esfuerzos a la altura de la inserción del Gemelo Interno, se puede observar (ver figura 10) que la distribución se lleva a cabo a lo largo del eje de aplicación de la fuerza del LLEL y PG.

2.- Rótula

Para el caso de la rótula se puede apreciar la función del hueso esponjoso ya que distribuye el esfuerzo en la mayor parte del cuerpo que lo conforma.

También se presentan concentradores de esfuerzo en la inserción del TC y TR, que puede no corresponder a la realidad debido a la consideración de aplicar las cargas en un conjunto de puntos.

3.- Tibia

En la tibia se presenta un efecto interesante entre la interfase del hueso compacto y el hueso esponjoso, la distribución de esfuerzos tiene una tendencia a la superficie.

Los resultados presentados nos pueden ayudar a la selección de materiales en el diseño de alguna prótesis, también podemos inferir la importancia en la selección de los pegamentos utilizados, y que por el comportamiento en la distribución en el cuerpo de cada hueso es diferente en magnitud y dirección a soportar.

CONCLUSIONES

CONCLUSIONES

Al término del desarrollo del presente trabajo puedo decir que el estudio de la rodilla ha sido un reto importante en mi formación, ya que requirió involucrarme directamente con la anatomía de la rodilla para poder entender su comportamiento en conjunto y de ahí comprender la función de los principales elementos musculares y ligamentosos que se involucran considerablemente en la configuración planteada, también me llevó a involucrarme más a detalle con el paquete de cómputo Cosmos/M V2 que fue parte importante para en la solución del caso de estudio.

Como resultado del estudio de la articulación pude plantear los diagramas de cuerpo libre de los elementos óseos involucrados, la determinación de las condiciones de frontera y me queda claro la función importante de los meniscos, cabe mencionar que éste estudio es un planteamiento que tiene una consideración muy fuerte un modelo en dos dimensiones y que seguramente tiene variaciones importantes en los resultados con respecto a un modelo en tres dimensiones. Aun con la idealización de varios parámetros el modelo que se ha planteado en éste trabajo ofrece una aproximación congruente en resultados en una comparación con los materiales utilizados actualmente en prótesis de rodilla

Otra dificultad fue el investigar las propiedades mecánicas del hueso en la población mexicana promedio y desafortunadamente no existe en la actualidad un estudio sobre el tema, por lo que de bibliografía del extranjero obtuve los valores considerados en las propiedades en el hueso en personas que residen en USA ó Europa.

Al cursar toda la diversidad de materias en la Facultad de Ingeniería, desde las ciencias básicas, ciencias de la ingeniería y ciencias aplicadas de la ingeniería me dieron las herramientas necesarias y desarrollaron en mi la habilidad para poder enfrentar un problema y plantear una de sus posibles soluciones, muestra de ello es la secuencia planteada en el diagrama de bloques desarrollado en este trabajo (ver figura 6, Cáp III).

Este estudio sobre la rodilla ha sido una primera aproximación utilizando la biomecánica y me permite visualizar estudios futuros que aportarían información valiosa para el diseño de alguna prótesis de la articulación: en primer lugar quiero mencionar que el siguiente paso sería realizar este tipo de estudio con la metodología propuesta en este trabajo pero con una geometría en 3D.

Recomiendo que para el caso de diseño de una prótesis se formen grupos interdisciplinarios, ya que es muy importante el tener la opinión fundamentada sobre un especialista de cada área (médico del deporte, ortopedista, cirujano, especialista en rodilla, un antropólogo, biólogo, ingeniero mecánico, algún especialista en materiales, diseñador gráfico).

Actualmente hace falta un estudio de las propiedades mecánicas del hueso en la población mexicana y al tener los valores de estas propiedades los resultados serán más cercanos a nuestra población. En combinación con trabajos experimentales podría ser calibrado este tipo de análisis y en su conjunto nos proporcionarían resultados muy útiles.

APÉNDICE A

COSMOS/M™

En la práctica de la Ingeniería moderna es común que nos apoyemos de programas de cómputo que existe en el mercado, pero la decisión de cual elegir no resulta ser fácil ya que estará determinado por la problemática que debemos resolver, los criterios que consideremos, la teoría que conozcamos y el presupuesto con que contemos, el equipo de cómputo a nuestro alcance, etc.

A continuación mencionare programas que utilizan el método del elemento finito (FEM) para resolver los modelos de problemas estáticos que existen en el mercado y que pudo ser considerado para ser adquirido según el tipo de aplicación y tamaño de la empresa que desea utilizarlo, continuación se lista los más comunes: NISA/DISPLAY, MSN/NASTRAN, MSN/PATRAN, MSN/ABAQUS, MSN/DYTRAN, I-DEAS, ALGOR, COSMOS/M.

La mayoría de los programas mencionados puede trabajar sobre dos plataformas que son de uso común en la industria e instituciones de enseñanza superior, las PC'S (Computadoras Personales) y Workstations (Estaciones de Trabajo), es de notar que existen en la actualidad otros paquetes de cómputo pero debido a su alto costo y requerimientos no esta al alcance de la mayoría de la gente, para el caso de la elaboración de nuestro trabajo se utiliza el paquete de cómputo Cosmos/M Versión 2.0 que es con el que se cuenta actualmente en el Laboratorio de Ingeniería y Manufactura Asistida Por Computadora (LIMAC)

COSMOS/M es programa de cómputo que maneja un sistema de solución por medio del método FEM, modular, autónomo desarrollado por Investigación Estructural y Corporación del Análisis (SRAC) para las computadoras personales y Estaciones de Trabajo. El programa incluye módulos para resolver desde casos lineales, estáticos, casos no lineales, problemas estructurales, dinámicos, además de los problemas de transferencia de calor, mecánica fluidos, electromagnetismo, electromagnetismo de alta frecuencia, análisis de fatiga.

Como podemos observar es un paquete de cómputo muy completo y desde una PC puede ser ejecutado, además que cuenta con las interfaces para poder tener compatibilidad con muchos de los programas existentes en el mercado, aun así es necesario obtener un factor de seguridad del manejo de los resultados, es por esa razón que he realizado algunos ejercicios teóricos que serán comparados con los resultados obtenidos en el paquete de cómputo.

Análisis Estático Lineal (STAR): Amplia librería de elementos 1D, 2D y 3D, según sea el caso para el tipo de material isotrópico, ortotrópico anisotrópico, multi_capa compuesto, y materiales cuyas condiciones de temperatura, Incluye restricciones, rigidez por subestructurado, submodelado, restricciones multi_punto, ecuaciones de restricción.

Una vez que se ha explicado el porque se utilizara el paquete de cómputo elegido, procedamos a determinar que tan cambiante resultan los resultados, se comparan con una solución exacta obtenida de una expresión conocida y para un caso elemental.

Ejemplo:

Se tiene una barra de Aluminio 1345 Alloy de dimensiones $0.254 * 0.0752 * 0.0127$ [m], la cual tiene dos apoyos y consideraremos que estará sometida a las siguientes cargas sometida a) 5000 [N], b) 10000 [N], c) 15000 [N] se determinaran los esfuerzo y deformaciones en los Puntos A, B utilizando tres diferentes tipos de malla. Una vez que tenemos un bosquejo del problema, procedemos a realizar un diagrama de cuerpo libre el cual nos permitirá identificar las variables conocidas y aquella que deseamos calcular.

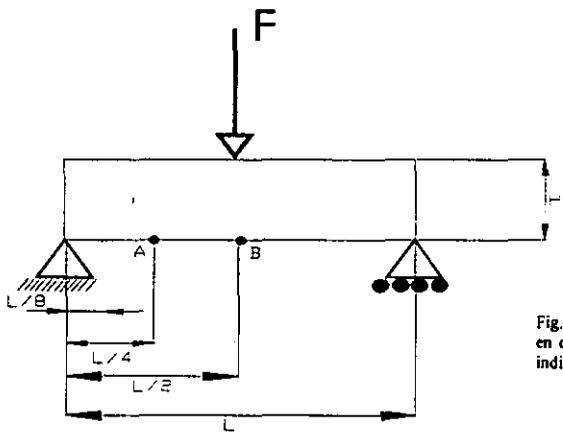


Fig. A-1 Bosquejo de una barra apoyada en dos bases y expuesta una fuerza, se indican puntos de interés para estudio.

Datos:

$L = 0.254$	[m]	$F = 5000$	[N]
$H = 0.0752$	[m]	$F = 10000$	[N]
$T = 0.0127$	[m]	$F = 15000$	[N]

Material Aluminio1345 Alloy, Propiedades:

- $E = 2.1E11$ [N/m²]
- $\nu_{xy} = 2.8e-1$ [m/m]
- $Dens = 7.7e+3$ [Kg/m³]

Resolver: Calcular los esfuerzos y la deformaciones para cada uno de los puntos indicados, y para cada caso de magnitud de F.

Procedemos ha realizar el diagrama de cuerpo libre del problema expuesto.

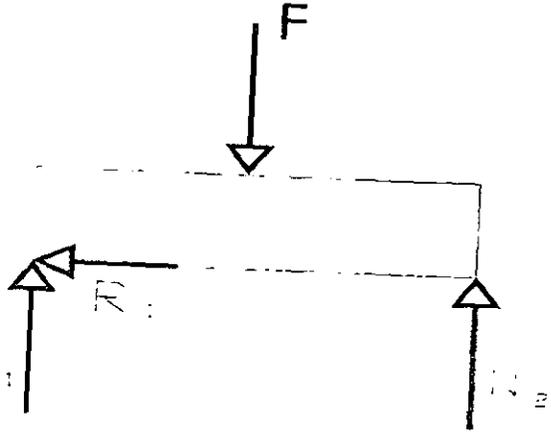
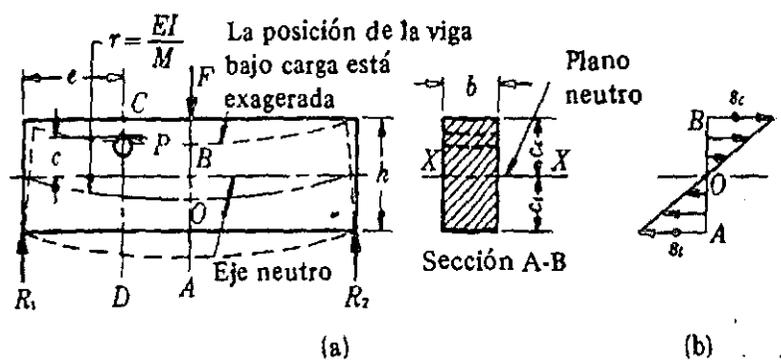


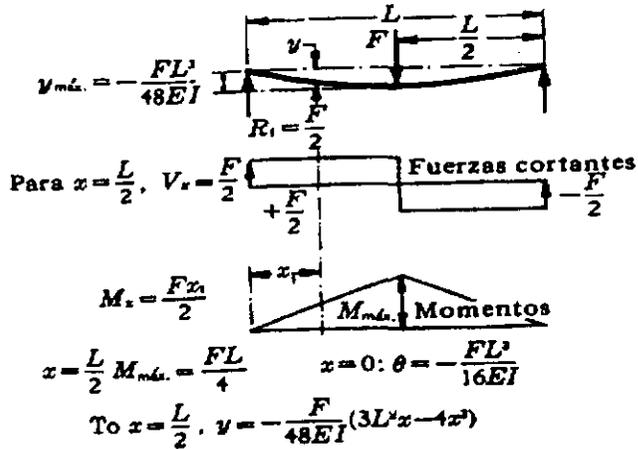
Diagrama de Cuerpo Libre.

Cálculos: Revisar la tabla A-A

$$\sigma = Mc/I$$

Donde M = Momento [N-m], c = Distancia del eje neutro al punto de interés [m],
 I = Momento centroidal de inercia [m⁴]





Planteamiento en Cosmos/M

Para cada uno de los casos ha procesar se deben de dar algunos parámetros que son necesarios para poder se calculados los esfuerzos y deformaciones.

Se inicia declarando el sistema de unidades, para este caso se utilizo el Sistema Internacional de Unidades (SI) y al mismo tiempo seleccionamos el material que será analizado (Propsets> Pick Material Library), después proseguimos expresando el Elemento Grupo que es en donde decimos que tipo de malla estaremos utilizando para el análisis y que es muy importante señalarlo bien ya que existen diversos tipos que están directamente relacionados con él numero de nodos, la geometría, es tipo de material y espesor (Propsets>Element Group), seguimos con la declaración de una serie de constantes y es ahí en donde decimos el espesor de nuestra placa.

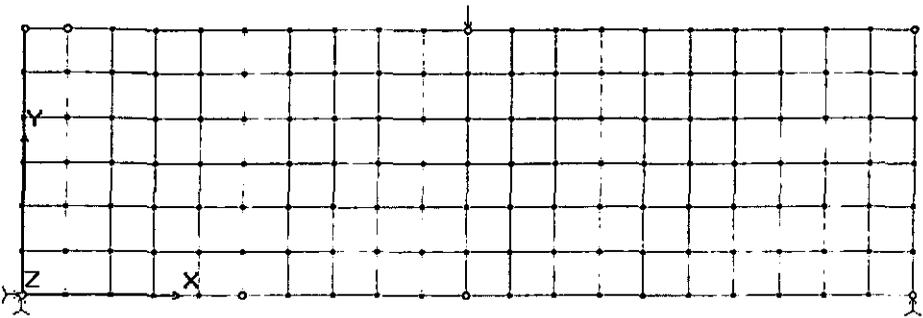
Una ves que tenemos los parámetros anteriores definidos y declarados en la base de datos de la computadora, se inicia el dibujo un rectángulo de las siguientes dimensiones 0.254 * 0.0752 * 0.0127 [m], posteriormente iniciamos con los preparativos para realizar el mallado, para este caso por medio de curvas declare un contorno y una superficie (Geometry> Contour, Geometry> Surfaces), el siguiente paso es realizar la malla sobre la geometría (Meshing>Parametric Mesh Surfaces, >Auto_Mesh >Quad_Mesh Sf/Rg), lo siguiente es introducir el valor de la carga a la que estará sometida en cada caso: a) 5000 [N] b)10000 [N] c)15000[N] lo anterior se hace en (LoadsBC>Structural>Forces) en la posición que indica nuestro diagrama, por ultimo restringimos nuestra barra en la posición

APENDICE " A "

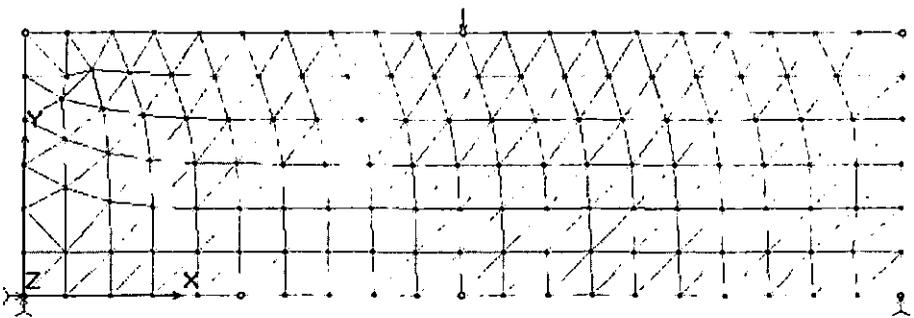
Y ((LoadsBC>Structural>Displacement). Obtener los valores de Esfuerzo y Deformación de los Puntos A y B utilizando tres diferentes tipos de maya

Para poder procesar con los datos designados y ver los resultados, se realizó así: Analysis>Data_Check, Analysis>Run_Check, Analysis>Static>Run_ Static Analysis, Run_Check, Analysis>Static>Run_ Stress Analysis.
Resultados en: Results>List>Displacement y Results>List>Stress Component.

Malla: elementos cuadrado

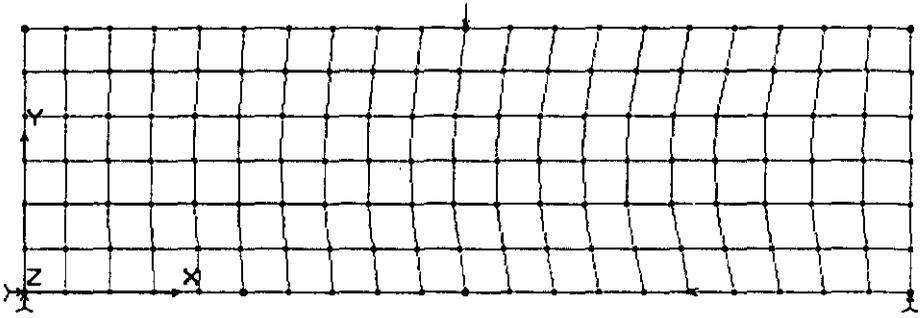


Malla: elementos triangulares



APENDICE " A "

Malla: elementos cuadráticos



COMPARACIÓN DE TIPOS DE MALLADO

MOMENTO DE INERCIA	
B= 1.270E-02	[m]
H= 7.520E-02	[m]
lz= (1/3)*B*H ³	1.800E-06

VALORES OBTENIDOS TEÓRICAMENTE

SGA [Nm ²]	SGA [Nm ²]	SGA [Nm ²]	SGB [Nm ²]	SGB [Nm ²]	SGB [Nm ²]
F=5000 [N]	F=10000 [N]	F=15000 [N]	F=5000 [N]	F=10000 [N]	F=15000 [N]
3.316E+06	6.631E+06	9.947E+06	6.63E+06	1.326E+07	1.989E+07

F= 5000 [N]			
NODO	SG(X)	SG(X) TEO	% ERROR
A0	1.411E+07	3.316E+06	325.560
A1	1.210E+07	3.316E+06	264.938
A3	1.411E+07	3.316E+06	325.560
F= 10000 [N]			
A0	2.822E+07	6.631E+06	325.561
A1	2.420E+07	6.631E+06	264.939
A2	2.822E+07	6.631E+06	325.561
F= 15000 [N]			
A0	4.234E+07	9.947E+06	325.660
A1	3.630E+07	9.947E+06	264.938
A2	4.234E+07	9.947E+06	325.660

F= 5000 [N]			
NODO	SG(X)	SG(X) TEO	% ERROR
B0	2.445E+07	6.631E+06	268.708
B1	2.023E+07	6.631E+06	205.070
B2	2.457E+07	6.631E+06	270.518
F= 10000 [N]			
B0	4.910E+07	1.326E+07	270.217
B1	4.045E+07	1.326E+07	204.995
B2	4.915E+07	1.326E+07	270.594
F= 15000 [N]			
B0	7.364E+07	1.989E+07	270.166
B1	6.068E+07	1.989E+07	205.020
B2	7.372E+07	1.989E+07	270.588

- *0 ELEMENTO RECTANGULAR
- *1 ELEMENTO TRIANGULAR
- *2 ELEMENTO CUADRICO

Referencia

Cosmos/M Guía de Usuario Capítulos 1 – 7 y Apéndice A