



01162
12
DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO

Facultad de Ingeniería

**ESTIMACIÓN DE LA REFLEXIÓN DEL
OLEAJE DEBIDA A ESTRUCTURAS VERTICALES**

PRESENTA

ADRIÁN PEDROZO ACUÑA

DIRECTOR DE TESIS

Dr. RODOLFO SILVA CASARIN

TESIS

PRESENTADA A LA DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE

POSGRADO DE LA

FACULTAD DE INGENIERÍA

DE LA

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

COMO REQUISITO PARA OBTENER

EL GRADO DE

MAESTRO EN INGENIERÍA

(HIDRÁULICA)

CIUDAD UNIVERSITARIA



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

TESIS CON FALLA DE ORIGEN

AGRADECIMIENTOS

En primer término, a la Universidad Nacional Autónoma de México, por la formación que me ha brindado y por el apoyo económico que me otorgó a través de la Dirección General de Estudios de Posgrado.

A Rodolfo Silva Casarín por su amistad y gran apoyo, sin el cual hubiera sido muy difícil concretar esta labor, por su calidad como ser humano y por su profesionalidad.

A mis maestros de la División de Estudios de Posgrado de la Facultad de Ingeniería, quienes realizan una excelente labor académica, en especial, al Dr. Gabriel Echávez, por que su enseñanza fue más allá, convirtiéndose en un ejemplo de superación personal desde el inicio de mis estudios.

Me gustaría agradecer, de forma especial, su incondicional apoyo a todos mis amigos del Grupo de Ingeniería de Costas y Puertos del Instituto de Ingeniería, Berenice, Adolfo, Edgar, Gabriel, Georges, Gregorio, Gustavo, Juan Carlos y Roberto con quienes compartí la senda académica durante estos años, cosechando una excelente amistad.

A la Universidad de Plymouth, en Inglaterra, en particular, al Dr. Dave Simmonds por los datos que fueron base para el desarrollo de este trabajo y por la cordialidad brindada durante mi visita a esta institución.

Du vin, de poésie, o de vertu, mais enivrez vous

ÍNDICE

ÍNDICE.....	1
LISTA DE SÍMBOLOS.....	3
LISTA DE TABLAS.....	5
LISTA DE FIGURAS.....	6
1 INTRODUCCIÓN.....	9
1.1 OBJETIVOS DEL ESTUDIO.....	10
1.2 DESCRIPCIÓN Y ORGANIZACIÓN DEL ESTUDIO.....	11
2 ANÁLISIS DE SEÑALES DE OLEAJE.....	14
2.1 ANÁLISIS TEMPORAL.....	14
2.1.1 <i>La muestra</i>	14
2.1.2 <i>Corrección del nivel medio</i>	16
2.1.3 <i>Parametrización de la señal</i>	18
2.1.4 <i>Determinación de parámetros del oleaje y velocidades orbitales</i>	23
2.1.5 <i>Determinación de la dirección</i>	25
2.1.6 <i>Agrupamiento del oleaje</i>	27
2.2 ANÁLISIS ESPECTRAL.....	29
2.2.1 <i>Corrección del nivel medio</i>	31
2.2.2 <i>Función Ventana</i>	32
2.2.3 <i>Cálculo de las componentes de Fourier</i>	33
2.2.4 <i>Estimación del espectro</i>	34
2.2.5 <i>Suavizado del espectro</i>	34
2.2.6 <i>Parámetros espectrales</i>	37
2.2.7 <i>Estimación de la dirección del oleaje</i>	38
2.2.8 <i>Resumen del análisis temporal y espectral del oleaje</i>	46
3 ANÁLISIS DE MAREAS.....	49
3.1 INTRODUCCIÓN.....	49
3.2 CONSIDERACIONES GENERALES DE LAS MAREAS ASTRONÓMICAS.....	49
3.2.1 <i>Origen de las fuerzas generadoras de marea</i>	50
3.2.2 <i>Variaciones en la amplitud de las mareas</i>	52
3.3 PREDICCIÓN DE MAREAS.....	57
3.3.1 <i>Introducción</i>	57
3.3.2 <i>Tratamiento Armónico de los Datos de Marea</i>	57
3.4 ANÁLISIS DE DATOS OBSERVADOS.....	61
3.4.1 <i>Constantes armónicas</i>	61

4	ESTIMACIÓN DE LA REFLEXIÓN DEL OLEAJE.....	64
4.1	INTRODUCCIÓN.....	64
4.2	REFLEXIÓN DEL OLEAJE.....	64
4.3	ANÁLISIS EN DOS DIMENSIONES.....	65
4.3.1	<i>Método de Goda y Susuki (1976)</i>	65
4.3.2	<i>Método de Mansard y Funke (modificado por Baquerizo (1995))</i>	69
4.4	ANÁLISIS EN TRES DIMENSIONES	72
4.5	DEFINICIÓN DEL COEFICIENTE DE REFLEXIÓN.....	73
5	ANÁLISIS TEÓRICO DE LA REFLEXIÓN DEBIDA A ESTRUCTURAS POROSAS.....	75
5.1	INTRODUCCIÓN.....	75
5.2	OLEAJE MONOCROMÁTICO	75
5.2.1	<i>Formulación del problema</i>	75
5.2.2	<i>Solución general</i>	78
5.3	EXTENSIÓN AL CASO DEL OLEAJE	81
6	RESULTADOS Y CASO DE APLICACIÓN.....	84
6.1	ANÁLISIS DE RESULTADOS TEÓRICOS	84
6.1.1	<i>Parámetros de la estructura</i>	84
6.1.2	<i>Parámetros del oleaje</i>	87
6.2	CAMPAÑA DE CAMPO.....	89
6.3	RESULTADOS Y ANÁLISIS.....	91
7	CONCLUSIONES Y FUTURAS LÍNEAS DE TRABAJO.....	99
	BIBLIOGRAFÍA.....	103

LISTA DE SÍMBOLOS

H_i	altura de ola
T_i	periodo de ola
n	número de olas individuales de todo el registro.
$\eta(t)$	variación de la superficie libre con respecto al tiempo.
η_{min}	punto más bajo o más negativo de la elevación.
η_{max}	punto más alto o más positivo de la elevación.
η_{i+1}	elevación siguiente después del instante i .
η_{i-1}	elevación previa al instante i .
N_o^+	número de cruces de $\eta(t)$ con el nivel medio con pendiente positiva.
N_o^-	número de cruces de $\eta(t)$ con el nivel medio con pendiente negativa.
N_c^+	número de crestas positivas (sobre el nivel medio).
N_c^-	número de crestas negativas (sobre el nivel medio).
N_v^+	número de valles positivos (sobre el nivel medio).
N_v^-	número de valles negativos (sobre el nivel medio).
N_o^+	número de cruces de la superficie libre del agua con el NMM con pendiente positiva.
N_c	número total de crestas del registro
m_0	momento de orden cero de la función de densidad espectral
m_n	momento de orden n .
Skw	falta de oblicuidad o asimetría
U_x	Componente en x de la velocidad orbital.
U_y	Componente en y de la velocidad orbital.
H_{rms}	altura cuadrática media
H_s	altura significativa
$H_{1/10}$	altura de ola un décimo
H_{max}	altura de ola máxima
$SIWEH$	función envolvente (Smoothed Instantaneous Wave Energy History)
T_p	período pico
ω_i	frecuencias
ρ	peso específico del agua
g	aceleración de la gravedad
$S(w)$	espectro de frecuencias.
f_c	frecuencia de Nyquist
Δt	intervalo de tiempo
ε	anchura espectral de cuarto orden
ν	anchura espectral de segundo orden
Q_p	agudeza de pico

T_{01}	período medio basado en el primer momento
T_{02}	período medio basado en el segundo momento
GF'	factor de agrupamiento
$S(f, 0)$	función densidad espectral
$D(f, 0)$	función de distribución espectral
θ_i	direcciones
a_i	amplitudes
ε_i	fases
$b(t)$	profundidad de peso
β	factor de corrección
$W(f)$	función de peso
B_e	anchura de banda efectiva del filtro
f	frecuencia
NMM	nivel medio del mar
h	Altura de marea en cualquier instante t .
h_0	Nivel medio del agua sobre un punto determinado.
h	Amplitud de onda del componente A .
f	Factor de reducción de H para predicción anual.
a	Velocidad del componente A .
t	Tiempo medido desde un instante inicial, por ejemplo, el inicio de un año.
$V_0 + u$	Valor del argumento equilibrante del componente A cuando $t = 0$.
κ	Tiempo del componente A .
L	longitud oeste, en grados, para la estación.
S	longitud oeste, en grados, del meridiano de referencia de la estación.
K	representa la amplitud,
i	subíndice para definir las mareas semidiurnas
j	índice para las mareas diurnas
k	índice para mareas de largo período.
λ	longitud.
ϕ	latitud.
χ	fase.
$PH_{12}(kDf)$	fases del espectro cruzado entre las señales 1 y 2
z'_i	componentes complejas del espectro incidente.
z'_R	componentes complejas del espectro reflejado.
$R(kDf)$	coeficiente de reflexión
$\gamma_y(f)$	función de coherencia entre señales.
K_R	coeficiente de reflexión
$S_i(f)$	espectro del oleaje incidente
$S_r(f)$	espectro del oleaje reflejado

LISTA DE TABLAS

<i>Tabla 2.1 Metodología para el análisis temporal del oleaje</i>	<i>Página 14</i>
<i>Tabla 2.2 Metodología para el análisis espectral del oleaje.</i>	<i>Página 29</i>
<i>Tabla 2.3 Técnicas de medición propuestas para campo y laboratorio.</i>	<i>Página 39</i>
<i>Tabla 2.4 Funciones de transferencia para diferentes señales medidas, asociadas al oleaje.</i>	<i>Página 42</i>
<i>Tabla 2.5 Expresiones de los coeficientes de Fourier a_1, b_1, para diversos sistemas de medición de un punto.</i>	<i>Página 44</i>
<i>Tabla 2.6 Expresiones de los coeficientes de Fourier a_2, b_2, para sistemas de medición de un punto.</i>	<i>Página 44</i>
<i>Tabla 3.1 Frecuencias astronómicas básicas</i>	<i>Página 59</i>
<i>Tabla 3.2 Principales componentes armónicas.</i>	<i>Página 60</i>

LISTA DE FIGURAS

<i>Figura 2.1</i> Parámetros que definen al oleaje	Página 14
<i>Figura 2.2</i> Marea semidiurna.	Página 16
<i>Figura 2.3</i> Definición de olas por el método de pasos descendentes.	Página 18
<i>Figura 2.4</i> Definición de olas por el método de distancia entre crestas.	Página 19
<i>Figura 2.5</i> Separación de olas por medio del método de valles.	Página 20
<i>Figura 2.6</i> Señal senoidal con $N_c^+ = N_v^-$	Página 24
<i>Figura 2.7</i> Ubicación de un aparato de medición en la costa	Página 25
<i>Figura 2.8</i> Determinación de la dirección a partir de las velocidades orbitales.	Página 26
<i>Figura 2.9</i> Ejemplo de un registro de oleaje con agrupamiento.	Página 27
<i>Figura 2.10</i> Definición de los paquetes de olas.	Página 27
<i>Figura 2.11</i> Registro de oleaje con influencia de onda larga.	Página 31
<i>Figura 2.12</i> Señal reconstituida sin la influencia de la onda larga.	Página 32
<i>Figura 2.13</i> Diagrama de flujo para el análisis de oleaje.	Página 47
<i>Figura 3.1</i> Sobre elevación del nivel del mar	Página 48
<i>Figura 3.2</i> Revolución mensual de la Luna y la Tierra, alrededor del baricentro.	Página 49
<i>Figura 3.3</i> Diagrama de cuerpo libre de las fuerzas lunares que producen las FGM.	Página 50
<i>Figura 3.4</i> Las fases lunares, marea viva y muerta.	Página 52
<i>Figura 3.5</i> Ubicación de la Luna y el Sol en sus órbitas	Página 53
<i>Figura 3.6</i> Efecto de la declinación lunar.	Página 53
<i>Figura 3.6</i> Marea Semidiurna	Página 55
<i>Figura 3.7</i> Marea Mixta.	Página 55
<i>Figura 3.8</i> Marea Diurna	Página 55
<i>Figura 5.1</i> Definición del Problema	Página 74
<i>Figura 6.1</i> Coeficiente de reflexión en función de la profundidad relativa, para diferentes ε .	Página 83
<i>Figura 6.2</i> Coeficiente de transmisión en función de la profundidad relativa, para diferentes ε .	Página 83
<i>Figura 6.3</i> Coeficiente de reflexión en función de la profundidad relativa, variando f .	Página 84
<i>Figura 6.4</i> Coeficiente de reflexión en función de la profundidad relativa, variando f .	Página 84
<i>Figura 6.5</i> Coeficiente de reflexión en función de la profundidad relativa, variando b .	Página 85

<i>Figura 6.6a Variación de la reflexión en función del ángulo de incidencia del oleaje, variando el periodo de ola</i>	<i>Página 86</i>
<i>Figura 6.6b Variación de la transmisión en función del ángulo de incidencia del oleaje, variando el periodo de ola</i>	<i>Página 86</i>
<i>Figura 6.7^a Localización del sitio dentro del Reino Unido.</i>	<i>Página 87</i>
<i>Figura 6.7b Fotografía de los rompeolas.</i>	<i>Página 87</i>
<i>Figura 6.8 Dimensiones de la estructura en estudio.</i>	<i>Página 88</i>
<i>Figura 6.9^a Fotografía del rompeolas instrumentado.</i>	<i>Página 88</i>
<i>Figura 6.9b Ubicación de aparatos.</i>	<i>Página 88</i>
<i>Figura 6.10 Topografía del rompeolas instrumentado.</i>	<i>Página 89</i>
<i>Figura 6.11 Corte en la sección de estudio</i>	<i>Página 89</i>
<i>Figura 6.12a. Espectros de oleaje antes de la estructura.</i>	<i>Página 90</i>
<i>Figura 6.12b. Espectros de oleaje después de la estructura.</i>	<i>Página 90</i>
<i>Figura 6.13. Comparación entre energía total medida y la estimada con Mansard y Goda.</i>	<i>Página 90</i>
<i>Figura 6.14 Coeficientes de reflexión estimados con Goda y Mansard para la estructura en estudio.</i>	<i>Página 91</i>
<i>Figura 6.15 Comparación entre la solución analítica y los coeficientes de reflexión estimados por Mansard, para el dique en estudio.</i>	<i>Página 92</i>
<i>Figura 6.16 Comparación entre la solución analítica y los coeficientes de reflexión estimados por Goda, para el dique en estudio.</i>	<i>Página 93</i>
<i>Figura 6.17 Comparación entre la solución analítica y los coeficientes de reflexión estimados por Goda, para diferentes tirantes antes y después del dique.</i>	<i>Página 94</i>
<i>Figura 6.18 Comparación entre la solución analítica y los coeficientes de reflexión estimados por Mansard, para diferentes tirantes antes y después del dique.</i>	<i>Página 94</i>

1 INTRODUCCIÓN

En la naturaleza, cuando el oleaje se propaga sobre la costa sufre una serie de modificaciones debido a diversos fenómenos: reflexión, someramiento, refracción, difracción, rotura, como los más importantes. El fenómeno de la reflexión es uno de los más importantes y se debe a dos situaciones básicas: cambio significativo en la profundidad en una playa y la existencia de estructuras, principalmente de protección costera.

Hasta hace pocos años y gracias al trabajo realizado por Miche (1951), se empezó a considerar la necesidad de estudiar con más detalle a la reflexión, debido a que ésta se relaciona con otros fenómenos, como son: la rotura del oleaje, la generación de corrientes y el transporte de sedimentos a lo largo del litoral. Además, para evaluar la cantidad de energía disipada, por rotura o fricción de fondo en una playa, en relación con la energía incidente, es necesario determinar la cantidad de energía que ha sido reflejada.

Cuando se proyectan estructuras marítimas, el ingeniero considera como parámetro de diseño el oleaje que se tiene antes de su construcción, o sea al oleaje incidente, con lo que comete el error de no considerar al oleaje total que va actuar de forma continua sobre la misma, dado por la suma de la componente incidente y la reflejada por la estructura.

En el diseño de estructuras marítimas de protección es de vital importancia el conocimiento adecuado de este fenómeno para conocer la eficiencia de la estructura, es decir, su capacidad disipativa, la cual se determina a través de evaluar las componentes del oleaje, es decir, las partes reflejada, incidente, transmitida y disipada por la estructura.

Por otra parte, en laboratorio, cuando se realizan ensayos para el estudio de la transformación y efectos del oleaje, es necesario controlar las condiciones preestablecidas, para lo cual, debe de tomar en cuenta y compensar la parte de la energía del oleaje que se refleja y se re-refleja en la pala generadora, modelos y paredes del tanque.

Se conocen varios métodos analíticos para separar las ondas incidente y reflejada en experimentos realizados en laboratorios, la mayor parte de estas técnicas precisan los registros de la superficie libre en distintos puntos. Estos métodos pueden agruparse de acuerdo al número de puntos de medición que se consideren, por ejemplo: con dos registros temporales de superficie libre y con tres o más series de oleaje; de igual forma, se pueden clasificar de acuerdo al tipo de oleaje para el que fueron deducidos, unidireccional (normal a la estructura) o multidireccional. Todas estas técnicas de separación asumen válida la superposición lineal de componentes, teoría lineal, y por tanto es posible el uso del análisis de Fourier para el estudio del oleaje.

1.1 Objetivos del estudio

Los principales de objetivos de este trabajo de investigación son los siguientes:

- Revisar las metodologías existentes y establecer una metodología ordenada para la caracterización del oleaje.
- Presentar los elementos necesarios para el entendimiento de las mareas, su tratamiento analítico y predicción.
- Estudiar las metodologías existentes para la evaluación de la reflexión en campo y laboratorio.
- Desarrollar un modelo analítico para dar solución a la reflexión del oleaje generada por estructuras porosas, con una diferencia de niveles, antes y después de la estructura.
- Aplicar la metodología sugerida a mediciones realizadas en campo, para evaluar la reflexión generada por una estructura permeable.
- Comparar los resultados obtenidos con la solución teórica a desarrollar.

1.2 Descripción y organización del estudio

Con objeto de cumplir con los objetivos planteados, se organiza el presente estudio, en los siguientes capítulos:

Capítulo 1

En este capítulo se presentan los conceptos básicos para el desarrollo de este trabajo, en particular las metodologías necesarias para el análisis de oleaje, bajo los dominios del tiempo y la frecuencia, dado que esta información es la base para cualquier estudio de ingeniería oceanográfica.

Capítulo 2

Como en los datos empleados hay gran influencia de la marea, se presenta una explicación de las fuerzas generadoras de este fenómeno, así como del análisis necesario para estimar sus componentes armónicas.

Capítulo 3

Se presentan las bases analíticas de los métodos existentes para la estimación de la reflexión en laboratorio y campo, a partir de señales de oleaje medidas en la zona expuesta de la estructura. En particular, se desarrollan los métodos de Goda(1976) y Mansard modificado por Baquerizo (1995), para este propósito.

Capítulo 4

En este capítulo se presenta la solución analítica, para la evaluación de la transformación del oleaje al interactuar con una estructura porosa emergida, con una diferencia de niveles antes y después de la misma. Se analiza la dependencia de la solución con respecto a parámetros de la estructura como la permeabilidad y el coeficiente de fricción, y parámetros del oleaje como el período y ángulo de incidencia.

Capítulo 5

Se muestran los resultados del análisis para la solución numérica del problema planteado en el capítulo anterior. Se aplican las metodologías desarrolladas para la estimación de la reflexión a mediciones realizadas en campo, y se comparan los resultados obtenidos, para la estructura en estudio, con los resultados de la solución analítica.

Capítulo 6

Se presentan las principales conclusiones a las que se llega en este trabajo y se indican algunas de las futuras líneas de investigación sobre el tema.

**Análisis de Señales
de Oleaje**

2 ANÁLISIS DE SEÑALES DE OLEAJE

La caracterización del clima marítimo a partir de señales de oleaje medidas en campo puede ser realizada bajo dos perspectivas de análisis, una temporal y otra frecuencial.

La primera de ellas considera las propiedades, parámetros y distribuciones estadísticas con respecto al desplazamiento de la superficie libre. Mientras que el análisis espectral o frecuencial basa su tratamiento en el concepto de superposición lineal de las ondas en la señal de oleaje, bajo este supuesto, a través de la transformada rápida de Fourier, se estima la función de distribución espectral para obtener propiedades y parámetros que permitan definir un estado de mar.

2.1 Análisis Temporal

2.1.1 La muestra

La muestra que se utiliza para realizar la descripción estadística temporal de un estado de mar es un registro de oleaje medido por un aparato, por lo general un sensor de presión, ubicado en algún punto del mar, por lo general en profundidades someras no muy lejos de la costa.

De forma general, es posible afirmar que estos registros tendrán un aspecto similar al de la figura 2.1, en la que también se muestran los parámetros fundamentales que definen al oleaje, que son la altura de ola (H) y su período asociado (T),

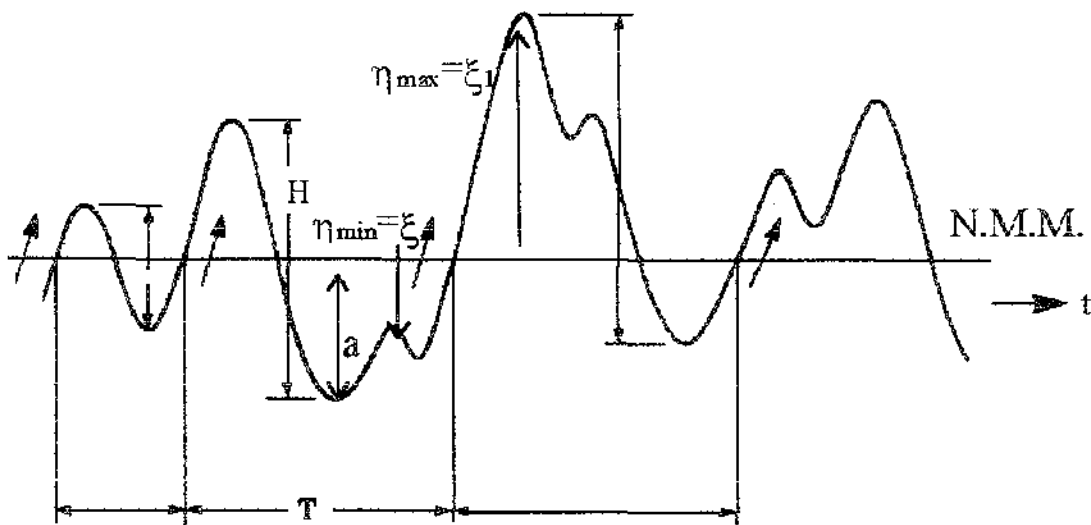


Figura 2.1 Parámetros que definen al oleaje

En primer término se considera el análisis estadístico de la muestra, con lo que se calculan, para el caso de las alturas y períodos de ola, los parámetros estadísticos que se indican a continuación:

- Número de sucesos N

- Media:
$$X = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N X_i$$

- Media cuadrática:
$$X_m^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N X_i^2$$

- Media de los N/n valores mayores: $X_{1/n}$

Casos particulares: $X_{1/3}$ = valor significativo ó $X_{1/10}$ valor un décimo

- Valor máximo del parámetro en la muestra: X_{\max} .

Antes de llevar a cabo la evaluación de los parámetros descritos, es necesario realizar algunas operaciones matemáticas que ayuden a evitar errores en el cálculo de los parámetros, sin alterar la información estadística contenida en la muestra, para ello se considera la siguiente metodología, bajo el dominio del tiempo:

METODOLOGÍA PARA EL ANÁLISIS TEMPORAL DEL OLAJE	
1. Corrección del nivel medio	<ul style="list-style-type: none"> • Media • Ecuación lineal • Ecuación parabólica
2. Discretización de la señal (separa H y T)	<ul style="list-style-type: none"> • Método de pasos ascendentes por cero • Método de pasos descendentes por cero • Método de Crestas • Método de Valles
3. Estimación de cruces	
4. Evaluación de parámetros y velocidades orbitales.	
5. Determinación de la dirección del oleaje	<ul style="list-style-type: none"> • Método gráfico con las velocidades

Tabla 2.1 Metodología para el análisis temporal del oleaje

A continuación se describe a detalle cada uno de los pasos y métodos existentes para llevar a cabo un análisis temporal.

2.1.2 Corrección del nivel medio

Por lo general, los registros de oleaje contienen la influencia de la variación de la marea, llegando a ser en algunos casos muy grande el impacto que tiene sobre el nivel medio del registro. Es por ello que se hace necesario realizar la corrección de dicho nivel, y de esa forma evitar una distorsión en el análisis estadístico.

Existen tres procedimientos fundamentales para llevar a cabo esta corrección,

1. **Media aritmética.** Consiste en obtener la media aritmética de la superficie libre para todo el registro, para posteriormente restarla a cada dato.
Este procedimiento es adecuado cuando la variación de la marea no tiene gran impacto sobre el oleaje, es decir cuando es de un orden magnitud pequeño, relativo a la profundidad a la que se mide.
2. **Corrección lineal.** La ecuación para realizar esta corrección se obtiene por medio del método de mínimos cuadrados, tal que:

$$\eta = A_0 + A_1 n \Delta t \quad : \quad n = 1, 2, \dots, N \quad (2.1)$$

donde,

$$A_0 = \frac{N_2 Y_0 - N_1 Y_1}{N_0 N_2 - N_1^2}, \quad A_1 = \frac{N_0 Y_1 - N_1 Y_0}{N_0 N_2 - N_1^2}, \quad (2.2)$$

$$N_r = \sum_{n=1}^N (n \Delta t)^r, \quad Y_r = \sum_{n=1}^N (n \Delta t)^r \eta_n \quad (2.3)$$

donde N denota el número de puntos en la muestra.

Se recomienda utilizar este tipo de corrección cuando la variación de la marea es grande y la muestra de oleaje, que normalmente tiene una duración de 17 minutos, se encuentra superpuesta en la zona 1, como se muestra en la Figura 2.2 donde la variación de la marea semidiurna se puede ajustar, con la ecuación de una línea recta.

Es claro que si la variación de la marea es de gran magnitud y el registro se ubica en esta zona, el nivel medio seguirá la tendencia de una línea recta tal que su corrección a través de la media aritmética, puede inducir errores al momento de calcular la estadística.

Así entonces, de acuerdo con la pendiente del nivel medio de la superficie libre, y su configuración, se determina el tipo de corrección a utilizar.

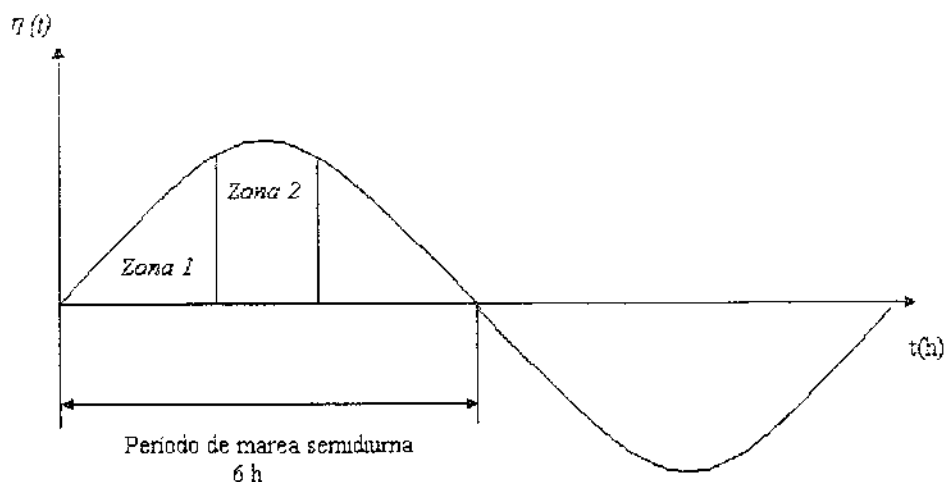


Figura 2.2 Marea semidiurna.

3. **Corrección parabólica.** La ecuación para realizar un cambio parabólico se deduce también con el método de mínimos cuadrados y queda expresada como

$$\eta = B_0 + B_1(n\Delta t) + B_2(n\Delta t)^2 \quad : \quad n = 1, 2, \dots, N \quad (2.4)$$

donde,

$$B_0 = \frac{1}{\Delta} \left[Y_0(N_2N_4 - N_3^2) + Y_1(N_2N_3 - N_1N_4) + Y_2(N_1N_3 - N_2^2) \right]$$

$$B_1 = \frac{1}{\Delta} \left[Y_0(N_2N_3 - N_1N_4) + Y_1(N_0N_4 - N_2^2) + Y_2(N_1N_2 - N_0N_3) \right]$$

$$B_2 = \frac{1}{\Delta} \left[Y_0(N_1N_3 - N_2^2) + Y_1(N_1N_2 - N_0N_3) + Y_2(N_0N_2 - N_1^2) \right]$$

$$\Delta = N_0N_2N_4 + 2N_1N_2N_3 - N_2^3 - N_0N_3^2 - N_1^2N_4$$

Si un registro indica la presencia de variaciones de largo período, del orden de minutos, en el nivel medio, se deberá aplicar un filtro numérico.

Este tipo de corrección se emplea en aquellos casos en los que además de que la carrera de marea es importante, la muestra de oleaje que se desea analizar se encuentra ubicada en la zona 2 de la figura 2.2, ya que como se puede observar la tendencia de la onda de largo período es parabólica.

2.1.3 Parametrización de la señal

Una vez que se ha corregido el nivel medio, se debe parametrizar la señal, esto es, calcular las alturas y periodos de ola. Para este propósito existen diversos métodos, los cuales se enuncian a continuación:

1. Método de pasos ascendentes por cero

Este método se determina a través del siguiente criterio:

$$\eta_i \cdot \eta_{i+1} < 0 \quad \text{y} \quad \eta_{i+1} > 0 \quad (2.6)$$

donde η_i representa el i ésimo dato de la elevación de la superficie después de la corrección del nivel medio. El tiempo en el cual cruza el nivel medio se determina por medio de una interpolación lineal entre el tiempo de muestreo de η_i y η_{i+1} . La diferencia temporal de este punto al siguiente paso ascendente define el período.

La condición para definir un máximo en el perfil es:

$$\eta_{i-1} < \eta_i \quad \text{y} \quad \eta_i > \eta_{i+1} \quad (2.7)$$

Con el fin de eliminar el problema de subestimación del máximo real entre dos puntos discretos, deben ser estimados el tiempo y la elevación máxima después de ajustar la curva parabólica en función de los tres puntos η_{i-1} , η_i y η_{i+1} . La ecuación para el ajuste parabólico se puede expresar como:

$$\eta_{max} = C - \frac{B^2}{4A}, \quad \text{y} \quad t_{max} = t_i - \frac{\Delta t B}{2A} \quad (2.8)$$

donde,

$$A = \frac{1}{2} (\eta_{i-1} - 2\eta_i + \eta_{i+1}), \quad B = \frac{1}{2} (\eta_{i+1} - \eta_{i-1}), \quad C = \eta_i \quad (2.9)$$

Para determinar la altura de ola, el punto más alto sobre la elevación de la superficie libre debe ser encontrado dentro del intervalo entre dos pasos ascendentes. Una vez que se identificó este punto, se denota como η_i y entonces η_{max} es estimada por medio de las ecuaciones (2.8) y (2.9). El punto más bajo o valle de la elevación η_{min} es calculado por medio de un proceso similar, y la altura de ola es calculada como la resta del valor máximo menos el mínimo, η_{max} y η_{min} .

2. Método de pasos descendentes por cero

Este método es análogo al de pasos ascendentes por cero, la única diferencia es que las olas se definen en el cambio de signo de positivo a negativo, como se puede ver en la figura 2.3.

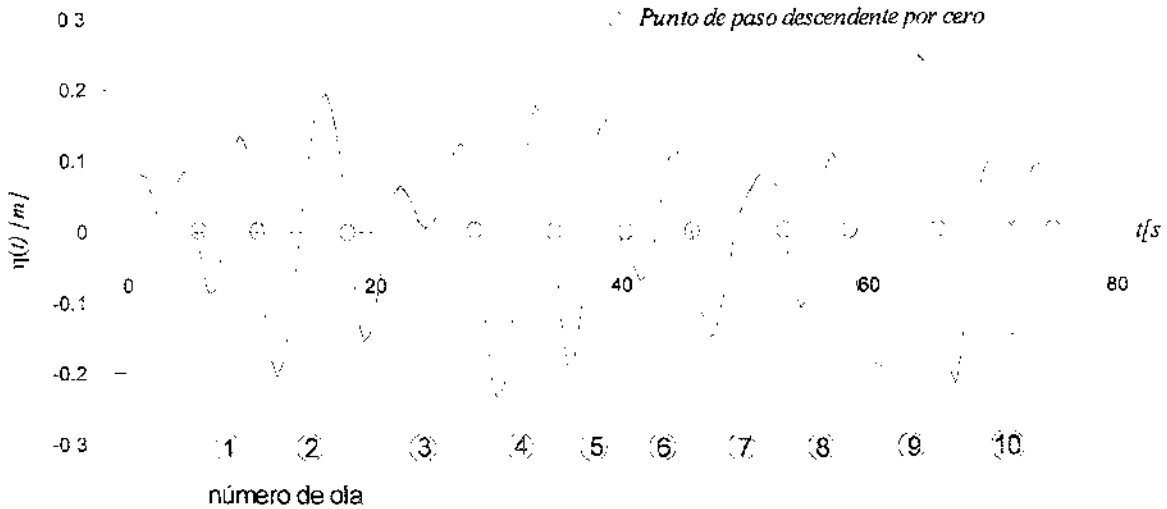


Figura 2.3 Definición de olas por el método de pasos descendentes.

El criterio para definir cada ola es el siguiente:

$$\eta_i \cdot \eta_{i+1} < 0 \quad \text{y} \quad \eta_{i-1} > 0 \quad (2.10)$$

3. Método de distancia entre crestas

Debido a la asimetría natural que se presenta en el oleaje, es decir, que no se tiene el mismo número de puntos del lado positivo que del negativo, el IAHR recomendó en 1986 que una altura de ola se debe definir a partir de la distancia entre cresta y cresta de la serie, tal como se muestra en la siguiente figura

El resultado de este procedimiento, si se le compara con el método de pasos ascendentes o descendentes por cero, es que se contabilizan un mayor número de olas. Sin embargo, tiene el inconveniente de agregar a la estadística olas pequeñas que tenderán a distorsionar los resultados.

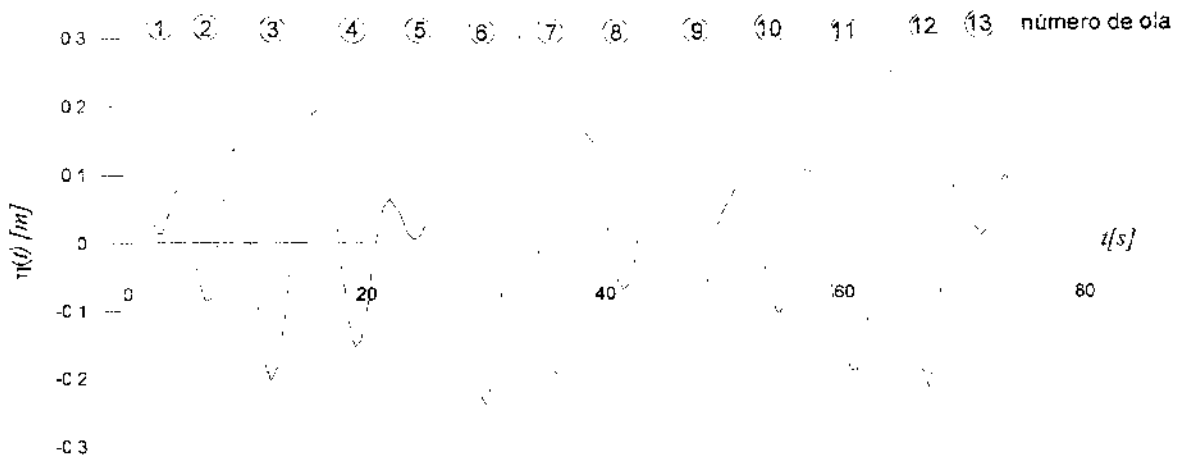


Figura 2.4 Definición de olas por el método de distancia entre crestas.

4. Método de distancia entre valles

Este método es análogo al de la distancia entre crestas, la diferencia estriba en encontrar los mínimos para separar las olas, como se muestra en la figura 2.5.

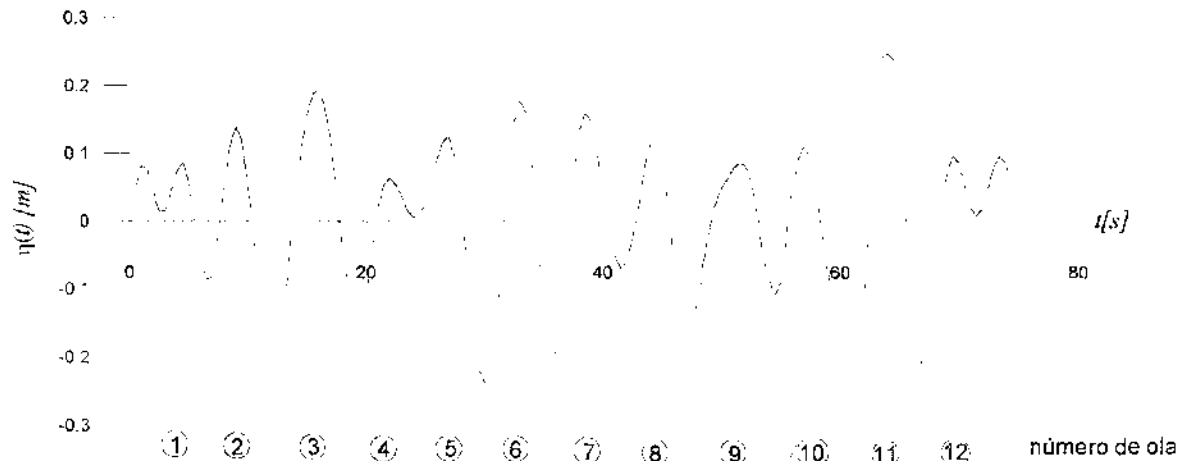


Figura 2.5 Separación de olas por medio del método de valles.

Proporción entre crestas y valles de un registro

Debido al interés por encontrar una función de distribución que determine la variación de la superficie libre del mar alrededor de su nivel medio $\eta(t)$, es importante determinar la proporción entre crestas y valles en un registro dado, ya que a través de ésta se puede obtener la función de distribución.

Si se evalúan en un registro los siguientes parámetros:

N_o^- = número de cruces de $\eta(t)$ con el nivel medio con pendiente positiva.

N_o^+ = número de cruces de $\eta(t)$ con el nivel medio con pendiente negativa.

N_c^- = número de crestas positivas (sobre el nivel medio).

N_c^+ = número de crestas negativas (sobre el nivel medio).

N_v^+ = número de valles positivos (sobre el nivel medio).

N_v^- = número de valles negativos (sobre el nivel medio).

Y si el registro es lo suficientemente largo, se deben de cumplir las siguientes condiciones:

$$\begin{aligned} N_o^+ &= N_c^+ - N_v^+ \\ N_o^- &= N_c^- - N_v^- \end{aligned} \quad (2.11)$$

Además, admitiendo que la función $\eta(t)$ es estadísticamente simétrica respecto al nivel medio, es decir, que las crestas y valles están normalmente distribuidos con respecto al nivel medio, se tiene:

$$N_v^+ = N_c^- = rN_c$$

donde $N_c = N_c^+ + N_c^-$, el número total de crestas y r la proporción de crestas negativas.

Por lo tanto:

$$N_o^+ = N_c^+ - N_v^+ = (1-r)N_c - rN_c = N_c(1-2r)$$

de donde, al operar algebraicamente se obtiene:

$$r = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{N_o^+}{N_c} \right) \quad (2.12)$$

Es claro que el número de crestas será siempre mayor o igual que el número de cruces con pendiente positiva, por lo tanto los valores límite para r serán:

$$\begin{aligned} \frac{N_c}{N_o^+} \rightarrow 1 &\Rightarrow r \rightarrow 0 \quad (\varepsilon \rightarrow 0) \\ \frac{N_c}{N_o^+} \rightarrow \infty &\Rightarrow r \rightarrow \frac{1}{2} \quad (\varepsilon \rightarrow 1) \end{aligned} \quad (2.13)$$

donde,

$$\varepsilon^2 = 4r(1-r)$$

La ecuación (2.13) define los valores límite para la anchura, que define que tan amplia es la base del espectro, y la proporción de las crestas en un registro dado. El caso $r=0$ se presenta si $N_0^+ = N_c^-$, es decir, cuando el número de cruces ascendentes con el nivel medio en el registro, es igual al número total de crestas. Definido lo anterior y utilizando la primera expresión de (2.11), se obtiene:

$$N_0^+ = N_c^- = N_c^+ - N_v^- \quad (2.14)$$

Es claro que se debe satisfacer la condición $N_c^- \geq N_c^+$, de donde $N_v^- = N_c^+ = 0$

Es posible afirmar, para el caso que no existen crestas negativas ni valles positivos, que existirán el mismo número de crestas positivas y de valles negativos. Dicha situación se muestra en la figura 2.6.

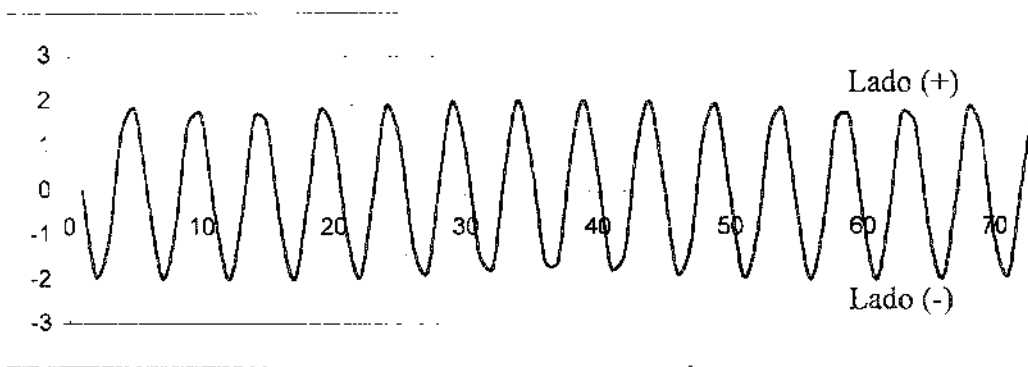


Figura 2.6 Señal senoidal con $N_c^+ = N_v^-$.

Se puede decir entonces, que toda la energía está contenida en una banda de frecuencias o períodos muy estrecha..

En términos de la función de densidad de los desplazamientos, basta con hacer tender el parámetro de anchura espectral, ε , propuesto por Longuet-Higgins (1956) a cero, con lo que la función toma la siguiente forma:

$$P(\xi) = \frac{\xi}{m_0} e^{-\frac{1}{2} \frac{\xi^2}{m_0}} \quad \text{para } \xi \geq 0 \quad (2.15)$$

$$P(\xi) = 0 \quad \text{para } \xi < 0$$

La ecuación (2.15) define la distribución de Rayleigh, es sabido que cerca de la costa el oleaje sufre efectos de soldadura y las ondas tienden a normalizarse con respecto al fondo del mar, por lo que esta distribución es la que mejor caracteriza a éstos estados de mar conocidos como oleaje tipo SWELL o LOCAL.

Para la segunda condición límite, establecida en la segunda expresión de (2.13) se tiene una condición completamente distinta. El número de crestas negativas es igual al número de crestas positivas, lo que impone un oleaje dentro del área de generación, debido a que están presentes todas las componentes, manifestándose en un amplio campo de períodos. Se trata de un oleaje tipo SEA o LOCAL puro.

Para este caso, el parámetro de anchura tiende a uno, con lo que la función densidad, $P(\xi)$, obtenida a partir de la función de desplazamientos máximos queda determinada de la siguiente forma:

$$P(\xi) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}m_o} e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{\xi}{m_o}\right)^2} \quad (2.16)$$

Dicha expresión define a la distribución Normal o de Gauss.

Es sabido que entre estas dos clasificaciones extremas del oleaje, distante y local, existen un sinnúmero de tipos intermedios, para definir sus funciones de densidad se emplea la siguiente expresión:

$$P(\xi) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}m_o} \left[\varepsilon \exp\left[-\frac{1}{2} \left(\frac{\eta}{\varepsilon}\right)^2\right] + (1-\varepsilon^2)^{1/2} \eta \exp\left(-\frac{1}{2} \eta^2\right) \cdot \int_{-\infty}^{\eta(1-\varepsilon^2)^{1/2}} e^{-\frac{1}{2}x^2} dx \right] \quad (2.17)$$

Donde,

$$\eta = \frac{\xi}{m_o} \quad \text{y} \quad \varepsilon^2 = 4r(1-r)$$

r = proporción de crestas negativas respecto al número total de crestas.

2.1.4 Determinación de parámetros del oleaje y velocidades orbitales

Los parámetros estadísticos más importantes para definir un estado de mar a partir de una serie de tiempo son:

La variación del nivel medio del mar que se calcula con la siguiente expresión:

$$\bar{\eta}(t) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \eta_i \quad (2.18)$$

donde,

η_i es la elevación de la superficie libre del mar en el tiempo t_i

N es el número de eventos o muestras.

La variación de la media cuadrática (la varianza) de superficie del agua, η_{rms}^2 , se calcula por medio de la ecuación:

$$\eta_{rms}^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \eta_i^2 \quad (2.19)$$

La altura media de olas y el período medio se evalúan con las expresiones siguientes:

$$H = \frac{1}{N_0} \sum_{i=1}^{N_0} H_i \quad (2.20)$$

$$T = \frac{1}{N_0} \sum_{i=1}^{N_0} T_i \quad (2.21)$$

donde

N_0 es el número de olas individuales de todo el registro.

H_i Altura de ola

T_i Período de ola

La altura cuadrática media, H_{rms} , queda definida por:

$$H_{rms} = \frac{1}{N_0} \sum_{i=1}^{N_0} H_i^2 \quad (2.22)$$

La falta de oblicuidad o asimetría es evaluada a través de la siguiente expresión:

$$Skw = \frac{1}{N_0 \eta_{rms}^3} \sum_{i=1}^N \eta_i^3 \quad (2.23)$$

La altura significativa H_s , esta definida como la media aritmética de las alturas de ola más altas del registro. La altura de ola "un décimo" $H_{1/10}$, es el promedio del 10% de las olas más altas de un registro. De la misma forma están definidas las alturas de ola $H_{1/100}$, $H_{1/3}$, $H_{1/1000}$, etc.

Normalmente, también es conveniente identificar los valores máximos de la muestra, como la altura de ola máxima, H_{max} .

En los casos en los que los equipos de medición proporcionen datos de corriente conviene determinar la media y el valor máximo para ambas componentes, a partir de las siguientes expresiones:

$$U_x = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N U_{x_i} \quad (2.24)$$

$$U_y = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N U_{y_i} \quad (2.25)$$

2.1.5 Determinación de la dirección

Si observamos la naturaleza, resulta claro que el oleaje no se propaga en una dirección específica, por el contrario, se distribuye a lo largo de varias direcciones, dependiendo de factores como la intensidad del viento o si el oleaje se encuentra en el área de generación o no.

Para mediciones de oleaje cerca de la costa, fuera del área de generación, normalmente la dirección del oleaje es semejante a la dirección del viento, sin embargo, para determinarla a través de las mediciones temporales se utilizan los datos de velocidades orbitales que van asociadas al oleaje. La metodología para lograr esto, se basa principalmente en utilizar los registros de U_x y U_y , junto con el dato de brújula para determinar la orientación del sistema de referencia del equipo.

En la siguiente figura se muestra un esquema tipo de la ubicación de un aparato de medición cerca de la costa, en ella se puede observar que los ejes que conforman el sistema de referencia del aparato están rotados con respecto al norte, este ángulo es el dato que se almacena en la brújula y se emplea para obtener la dirección del oleaje respecto al norte.

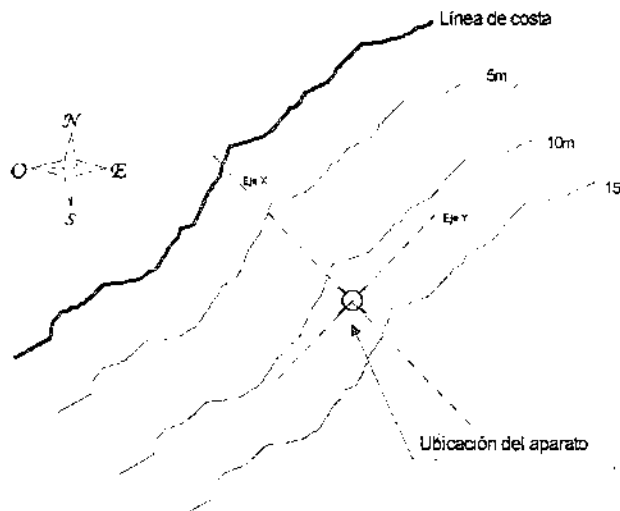


Figura 2.7 Ubicación de un aparato de medición en la costa

A continuación se presenta la metodología recomendada para determinar la dirección del oleaje a partir de datos temporales de velocidad:

1. Procesar y almacenar ambas velocidades orbitales, U_x y U_y .
2. Estimar los valores medios por registro
3. Dibujar ambas velocidades en el sistema de referencia del aparato XY
4. Rotar el sistema de referencia XY los grados que indica la brújula en el aparato.
5. Determinar el sentido del oleaje de acuerdo con la posición de la costa.

A continuación se presenta un ejemplo con datos medidos en las costas de Cancún, Quintana Roo, correspondientes al período del 30 de noviembre de 2000 al 7 de enero de 2001.

Se puede observar que si se dibuja la correlación entre las dos componentes de velocidad, se obtiene una línea de tendencia muy clara, sin embargo, de acuerdo con el resultado existen dos probables direcciones que se pueden asociar al oleaje a partir de sus velocidades orbitales, estas son Este-Sur-Este y la Oeste-Nor-Oeste.

El sentido y por tanto la dirección correcta se conoce a partir de la posición de la costa, la cual se encuentra del lado izquierdo del norte con una deflexión de 12° con respecto al norte.

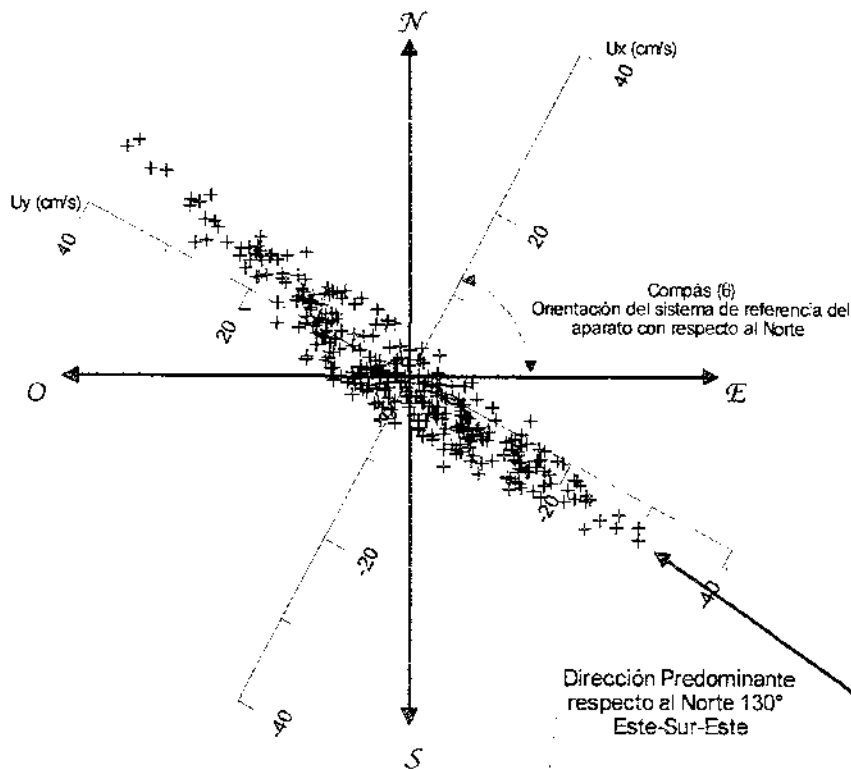


Figura 2.8 Determinación de la dirección a partir de las velocidades orbitales.

2.1.6 Agrupamiento del oleaje

Recientes estudios han comprobado que la caracterización de un estado de mar puede ser más completa si se analizan factores como el agrupamiento de las olas en un registro de oleaje, pues a pesar de su naturaleza aleatoria, se sabe que las olas de mayor magnitud no aparecen de forma individual sino que tienden a aparecer en grupos o paquetes de olas que poseen mayor energía. La figura 2.9 muestra un ejemplo de un perfil de oleaje que exhibe dicho agrupamiento para el caso de un registro de las costas de Cancún.

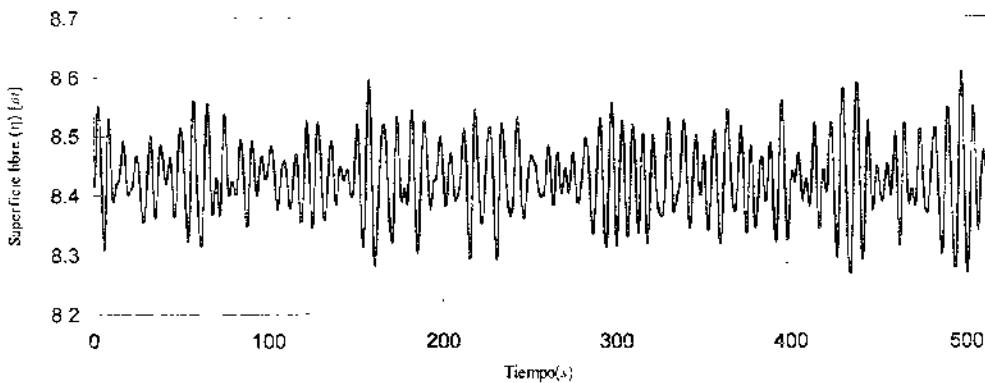


Figura 2.9 Ejemplo de un registro de oleaje con agrupamiento.

En 1987, Johnson et al mostraron que dicho fenómeno posee una gran relevancia pues se conoce que tiene influencia en :

- El número de olas necesario para generar resonancia en las estructuras o para voltear embarcaciones.
- La estabilidad de las piezas del manto de rompeolas y estructuras de protección costera.

Además, algunos autores como Goda (2000), han hecho notar que un agrupamiento bien desarrollado de un campo de oleaje está regularmente asociado a la presencia de ondas de largo período.

El agrupamiento del oleaje puede ser cuantitativamente descrito si se agrupan conjuntos de olas que exceden un cierto valor umbral de altura de ola H_c . A la sucesión de estas alturas de ola se les denomina “paquetes” de alturas de ola de magnitud importante y el número de olas que constituyen el conjunto se conoce como longitud del conjunto. La figura 2.10 es un esquema en donde se definen en forma gráfica un conjunto de olas, su longitud j , y el valor umbral que los define. Como se observa, los paquetes se delimitan de forma muy parecida a como se define el período por medio del método de pasos ascendentes por cero.

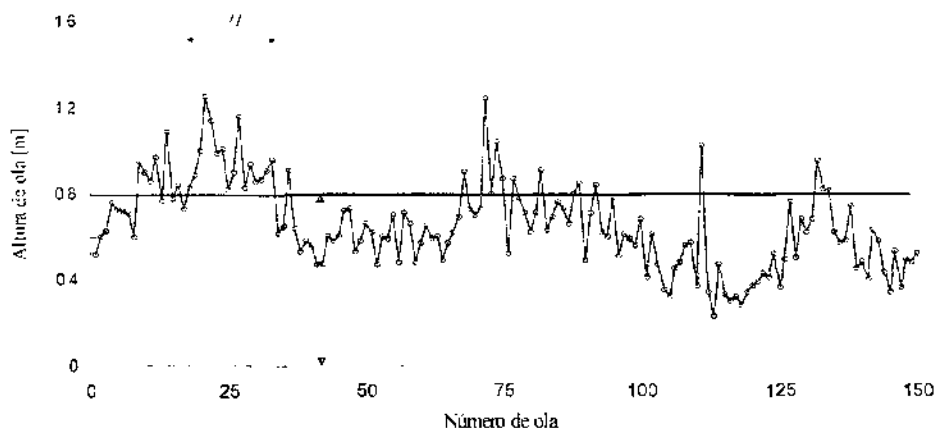


Figura 2.10 Definición de los paquetes de olas.

Existe otro método para describir el agrupamiento del oleaje por medio de la envolvente de energía del oleaje y fue desarrollado por Funke y Mansard en 1982.

Ellos proponen una función envolvente conocida como SIWEH (Smoothed Instantaneous Wave Energy History). La selección de dicho nombre se determinó para evitar confusiones con respecto a otras energías del oleaje pues cada palabra describe una característica en particular, “Historia de energía de ondas instantánea suavizada”, así entonces “Historia” hace referencia a que se trata de una función del tiempo, “instantánea” describe que la energía está dada para un instante determinado y “suavizado” implica una operación de suavizado. Se define al SIWEH como:

$$E(t) = \frac{1}{T} \int_{t-T_p}^{t+T_p} \eta^2(t+\tau) Q_1(\tau) d\tau \quad \text{para } T_p \leq t \leq T_n - T_p \tag{2.26}$$

donde T_n es el tiempo total del registro. Para el inicio y el final se tiene:

$$E(t) = \frac{2}{T_p + t} \int_{\tau=t}^{T_p} \eta^2(t+\tau) Q_1(\tau) d\tau \quad \text{para } 0 \leq t \leq T_p \tag{2.27}$$

$$E(t) = \frac{2}{T_p + t} \int_{\tau=t-T_p}^{T_n-t} \eta^2(t+\tau) Q_1(\tau) d\tau \quad \text{para } T_n - T_p \leq t \leq T_n \tag{2.28}$$

Se utiliza para estos casos:

$$Q_1(\tau) = 1 - \frac{\tau}{T_p} \quad \text{para } -T_p \leq \tau < T_p \tag{2.29}$$

$$Q_1 = 0 \quad \text{para los demás valores.}$$

El factor de agrupamiento se obtiene a partir del SIWEH por medio de la siguiente expresión:

$$GF = \frac{\overline{m_{\epsilon 0}}}{m_0} \quad (2.30)$$

$$GF = \frac{\frac{1}{T_n} \int_0^{T_n} (E(t) - \bar{E})^2 dt}{\bar{E}} \quad (2.31)$$

donde $m_{\epsilon 0}$ y m_0 son los momentos de orden cero de la función de densidad espectral del SIWEH y dentro del oleaje original respectivamente.

2.2 Análisis Espectral

El modelo matemático del oleaje que se utiliza supone que una señal de superficie libre del mar es resultado de una suma de un gran número de ondas sinusoidales cuyas amplitudes vienen dadas por:

$$a_{2i-1}^2 = 2S(\omega_{2i+1}) \left[(\omega_{2i+2} - \omega_{2i}) \right] \quad (2.32)$$

o lo que es lo mismo:

$$a_i^2 = 2S(\omega_i) \Delta\omega_i \quad (2.33)$$

Tomando en cuenta que bajo esta consideración es consistente el uso de la teoría lineal de Airy, es posible afirmar que la energía contenida en la banda de frecuencia $\Delta\omega_i$ está asociada a una onda y obtenida por unidad de superficie se define como:

$$\frac{1}{8} \rho g H^2 = \frac{1}{2} \rho g a^2 = \frac{1}{2} \gamma a^2 \quad (2.34)$$

donde γ representa el peso específico del agua de mar.

Al sustituir la ecuación (2.33) en (2.34), queda expresada la energía por unidad de superficie contenida en la banda de frecuencias $\Delta\omega_i$, tal que:

$$\frac{1}{2} \gamma [2S(\omega_i) \Delta\omega_i] \quad (2.35)$$

con lo que la energía total del oleaje por unidad de superficie será:

$$\frac{1}{2} \gamma \left[\sum_i 2S(\omega_i) \Delta\omega_i \right] \quad (2.36)$$

Si se representa la sumatoria como una integral, la energía total del oleaje por unidad de superficie queda expresada por:

$$\text{Energía} = \frac{1}{2} \gamma \int_0^{\infty} 2S(\omega) d\omega \quad (2.37)$$

Se puede afirmar que el fenómeno queda perfectamente definido a través del espectro si se aceptan las hipótesis estadísticas que nos permiten estudiarlo.

La precisión en el cálculo de la función de distribución espectral es muy importante para la validación del estudio a través de este tipo de análisis. La elección del tratamiento al cual será sometida la serie es, en consecuencia, bastante subjetiva y en cada caso debe estudiarse la resolución espectral y el nivel de confianza que se desea tener para la estimación de los parámetros.

El modo para el cálculo de los valores del espectro se realiza haciendo uso de las series de Fourier. Para simplificar este procedimiento se utiliza la transformada rápida de Fourier (FFT), la cual reduce en gran medida el número de operaciones que son necesarias para su obtención, este algoritmo tiene como base la propiedad de la transformada discreta de Fourier (DFT) que permite calcular la FFT de una sucesión a través de la DFT de subsucesiones más cortas.

En la siguiente tabla se presenta la metodología para realizar un análisis del oleaje bajo esta perspectiva:

METODOLOGÍA PARA EL ANÁLISIS ESPECTRAL DEL OLEAJE	
1. Corrección del nivel medio	<ul style="list-style-type: none"> • Media • Ecuación lineal • Ecuación parabólica • Filtro espectral
2. Aplicación de una función ventana	<ul style="list-style-type: none"> • Ventana tipo trapezoidal. • Ventana tipo coseno.
3. Estimación de las componentes de Fourier	
4. Cálculo del espectro de energía	
5. Suavizado del espectro de energía	
6. Parámetros espectrales	
7. Estimación de la dirección del oleaje.	<ul style="list-style-type: none"> • Espectro direccional

Tabla 2.2 Metodología para el análisis espectral del oleaje.

Para realizar un análisis espectral adecuado es conveniente que los registros al menos contengan 100 olas y que el intervalo de muestreo sea de una décima a una vigésima parte del período significativo. Una vez seleccionado el intervalo de muestreo, Δt , la máxima frecuencia, conocida como frecuencia de Nyquist, para la cual el espectro es estimado se determina por la expresión:

$$f_c = \frac{1}{2\Delta t} \quad (2.38)$$

2.2.1 Corrección del nivel medio

De la misma forma, que con el análisis temporal se debe llevar a cabo una corrección del nivel medio, ya que si éste no es corregido se introducirá en el espectro una distorsión que se denomina efecto de solapamiento o aliasing. Cuando se tiene un efecto de marea importante en el sitio, como es el caso de la figura 2.11, es necesario implementar una corrección espectral del nivel medio.

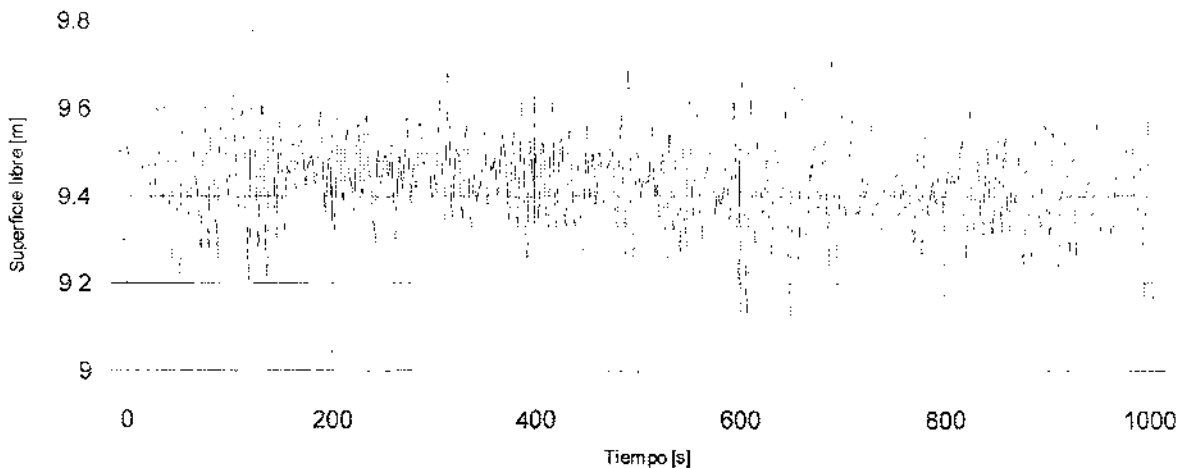


Figura 2.11 Registro de oleaje con influencia de onda larga.

El proceso de corrección consiste en un filtrado de energía que está asociada a ondas de largo período. Para el caso que se presenta, se filtraron aquellas componentes que tienen períodos mayores a 40 s, aceptando que el oleaje está formado por una suma de ondas sinusoidales, tal que la superficie libre está formada por:

$$\eta(t) = \sum_{n=1}^{N/2} [a_n \cos(2\pi f_n t) + b_n \sin(2\pi f_n t)] \quad \text{para } 0 \leq t < t_{\max} \quad (2.39)$$

Donde a_n y b_n son los coeficientes de Fourier.

Si se hace la descomposición armónica y después se hacen $a_n=0$ y $b_n=0$ para aquellas frecuencias f_n que satisfagan la siguiente desigualdad: $f_n < 0.025Hz$, es decir, para las ondas largas, se elimina su influencia, con lo que se obtiene una señal como la que se ve en la figura 2.12

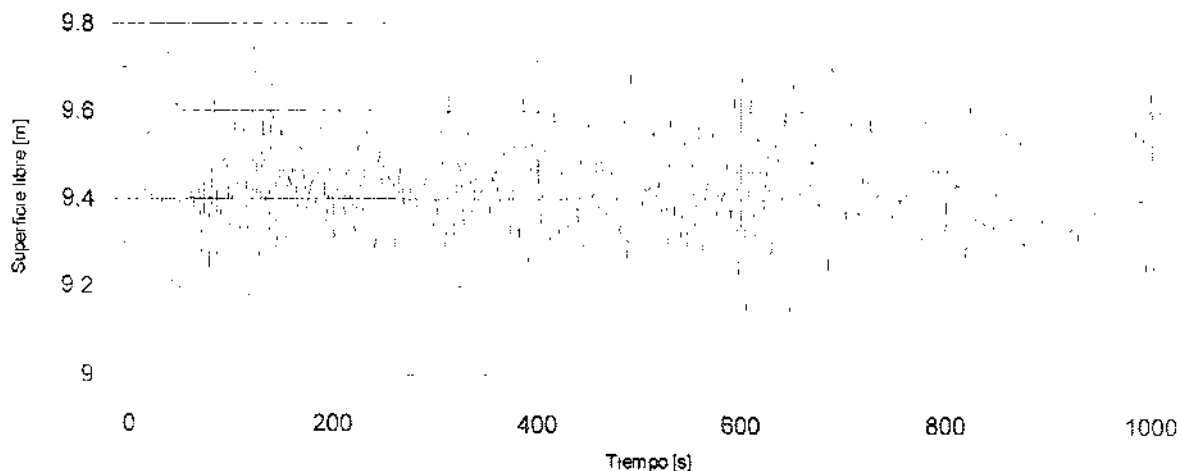


Figura 2.12 Señal reconstituida sin la influencia de la onda larga.

2.2.2 Función Ventana

Antes de hacer el análisis armónico de un perfil de ondas, es necesario realizar una corrección a los datos que la conforman, dicha operación se expresa como:

$$\eta(t_*) \rightarrow b(t_*)\eta(t_*) \quad \text{tal que } t_* = 1, 2, \dots, N. \tag{2.40}$$

donde a $b(t_*)$, se le conoce como profundidad de peso, la cual se debe multiplicar a toda la muestra a fin de reducir las oscilaciones en los extremos de la serie. Las ventanas más importantes son la trapezoidal y la cosenoidal, las cuales se expresan de la siguiente forma:

a) Ventana tipo trapezoide.

$$b_1(t_*) = \begin{cases} \frac{t_*}{l} & : 0 \leq t_* \leq l \\ 1 & : l \leq t_* \leq N-l \\ \frac{N-t_*}{l} & : N-l < t_* \leq N \end{cases} \tag{2.41}$$

b) Ventanas tipo coseno.

$$b_2(t_n) = \begin{cases} \frac{1}{2} \left[\frac{1 - \cos \pi t_n}{l} \right] & : 0 < t_n < l \\ -1 & : l \leq t_n \leq N-1 \\ \frac{1}{2} \left[\frac{1 - \cos(N - t_n)}{l} \right] & : N-1 < t_n \leq N \end{cases} \quad (2.42)$$

donde normalmente se acepta que $l = 0.1N$.

Si se aplica una ventana al registro, la energía total decrece y los valores espectrales estimados son menores que los reales, por lo que deben multiplicarse por un factor de corrección β al momento de evaluar la función de densidad espectral. Dicho factor está dado por:

$$\beta = \frac{N}{\sum_{n=1}^N [b(t_n)]^2} \quad (2.43)$$

2.2.3 Cálculo de las componentes de Fourier

En la actualidad, este cálculo se hace usando la técnica de la transformada de rápida de Fourier, sin embargo, los algoritmos convencionales para su cálculo presentan una limitación en cuanto a que la longitud del registro debe ser una potencia de 2, esto es, el número de puntos N debe cumplir: $N = 2^m$. Por lo tanto cuando se programan los aparatos de medición de oleaje se procura que los datos cumplan con esta restricción, y en caso contrario el número de datos es ajustado ya sea eliminando el exceso de datos de la parte inicial o final del registro, o añadiendo los ceros necesarios al final del registro.

Esta adición de ceros es normalmente realizada en la parte final del registro, después de la aplicación de una ventana, en el caso que ésta sea aplicada. El problema fundamental de la adición de ceros es que se reduce el nivel de la energía total. La corrección a este problema se puede tratar de forma análoga al de la función ventana, $b(t_n)=0$, para los valores que se encuentren más allá de la longitud original del registro.

El algoritmo de cálculo de la transformada rápida de Fourier se incluye como anexo en este trabajo.

2.2.4 Estimación del espectro

La función de densidad espectral $S(f_n)$, se calcula a través de la transformada rápida de Fourier de la serie de datos de superficie libre $\eta(t)$, y se define a partir de las siguientes expresiones:

$$S(f_n) = 0 \quad \text{para } n = 0 \quad (2.44)$$

$$S(f_n) = \frac{1}{2\Delta f} (a_n^2 + b_n^2) \quad \text{para } n = 1, \dots, \frac{N}{2} - 1 \quad (2.45)$$

$$S(f_n) = \frac{1}{2\Delta f} a_n^2 \quad \text{para } n = N/2 \quad (2.46)$$

donde a_n y b_n son los coeficientes de Fourier para cada frecuencia, $f_n = n\Delta f$. El intervalo de frecuencia Δf , se define a partir de la duración de la serie de tiempo, t_{max} , tal que:

$$\Delta f = \frac{1}{t_{max}} = \frac{1}{N\Delta t} \quad (2.47)$$

En la práctica, el espectro obtenido a partir de este procedimiento tiene una gran resolución estadística, sin embargo, para los casos de señales que contienen mucho ruido, es decir perturbaciones, la fiabilidad estadística disminuye. Es por este motivo que se hace necesario emplear un procedimiento de suavizado del espectro, con el fin de aumentar la fiabilidad a costa de perder un poco de resolución.

2.2.5 Suavizado del espectro

Los valores espectrales estimados fluctúan entorno a los valores del espectro real. Para atenuar estas oscilaciones es posible suavizar el espectro con una función de peso $W(f)$ de forma tal que:

$$S(f) = \int_0^{\infty} S(f_0) W(f_0 - f) df_0 \quad (2.48)$$

$W(f)$ debe ser una función normalizada, esto es:

$$\int_0^{\infty} W(f) df = 1 \quad (2.49)$$

En la práctica, el espectro alisado se calcula como un promedio ponderado de los valores espectrales de las frecuencias próximas a ella:

$$\bar{S}(f) = \sum_{f=k-m}^{f=k+m} W(f_k - f_i) S(f_i) \tag{2.50}$$

Cuando el registro es suficientemente largo, algunos tramos del mismo pueden considerarse representativos del estado de mar que está estudiando. Es posible elegir varios segmentos de la misma longitud y promediar las estimaciones obtenidas para cada uno de ellos:

$$\bar{S}(f) = \frac{1}{n} \sum_{n=1}^{n_s} S_n(f_i) \tag{2.51}$$

sonde n_s es el número de segmentos tomados.

Los filtros o funciones de peso más comunes son las siguientes:

a) Filtro rectangular.

Es el método más simple para llevar a cabo este procedimiento y está dado por la siguiente expresión:

$$W_1(f_j) = \frac{1}{m} \quad ; \quad -\left[\frac{(m-1)}{2} \right] \leq j \leq \left[\frac{m}{2} \right] \tag{2.52}$$

donde m , representa el número de valores espectrales no suavizados que se utilizaron para el promedio.

b) Filtro triangular

$$W_2(f_j) = \frac{1}{W_2} \left\{ 1 - \left[\frac{j}{(m-1/2)} \right] \right\} \quad ; \quad -\left[\frac{(m-1)}{2} \right] \leq j \leq \left[\frac{m}{2} \right] \tag{2.53}$$

c) Filtro parabólico

$$W_3(f_j) = \frac{1}{\bar{W}_3} \left\{ 1 - \left(\frac{j}{[(m-1)/2]} \right)^2 \right\} ; \quad - \left[\frac{(m-1)}{2} \right] \leq j \leq \left[\frac{m}{2} \right] \quad (2.54)$$

donde \bar{W}_2 y \bar{W}_3 son constantes de normalización que se utilizan para satisfacer con la condición dada por la ecuación (2.49).

El filtro rectangular tiene $2m$, grados de libertad y el ancho de banda para la resolución espectral está dada por la siguiente ecuación:

$$f_B = \frac{m}{N\Delta t} \quad (2.55)$$

Koopmans (1974) propone para los demás filtros, que los grados de libertad se calculen a través de ésta formulación:

$$r = \frac{2}{\sum_{j=-[(m-1)/2]}^{[m/2]} W^2(f_j)} \quad (2.56)$$

Para aquellos casos en los que m es grande, se aceptan las siguientes aproximaciones:

$$r \approx 1.5m \quad ; \quad \text{para el filtro triangular} \quad (2.57)$$

$$r \approx \frac{5}{3}m \quad ; \quad \text{para el filtro parabólico} \quad (2.58)$$

El ancho de banda de la resolución espectral se evalúa de forma similar y es equivalente a los valores dados por:

$$f_B \approx \frac{3m}{4N\Delta t} \quad ; \quad \text{para el filtro triangular} \quad (2.59)$$

$$f_B \approx \frac{5m}{6N\Delta t} \quad ; \quad \text{para el filtro parabólico} \quad (2.60)$$

Los filtros triangular y parabólico dan una estimación espectral a un intervalo de frecuencia de la mitad del filtro rectangular, sin embargo, se debe recordar que dos estimaciones espectrales adyacentes no son estadísticamente independientes para éstos filtros.

La resolución espectral se puede mejorar únicamente si se utiliza un registro de oleaje más largo, tal como se observa en la ecuación (2.55)

2.2.6 Parámetros espectrales

Todos los parámetros espectrales se calculan a partir de sus diferentes momentos. El momento de orden "n" respecto al origen se define mediante la siguiente expresión:

$$m_n = \int_0^{\infty} f^n S(f) df \quad (2.61)$$

donde $S(f)$ es la función densidad espectral y f es la frecuencia.

Cartwright y Longuet-Higgins en 1956 proponen un parámetro para describir la anchura espectral

$$\varepsilon = \left[1 - \frac{m_2^2}{m_0 m_4} \right]^{1/2} \quad (2.62)$$

Si el espectro es de banda angosta ε tiende a 0; si por el contrario, el espectro es de banda ancha ε tiende a 1.

Debido a que la estimación del momento de cuarto orden es muy sensible a los valores que se tienen en las altas frecuencias, para espectros que definen un estado de mar este parámetro no es representativo ya que puede inducir a fuertes errores. Para hacer más claro este problema, Longuet-Higgins propuso otro parámetro de anchura espectral, el cual depende de los momentos de orden inferior.

$$\nu = \left[\frac{m_0 m_2}{m_1^2} - 1 \right]^{1/2} \quad (2.63)$$

Otro parámetro que define la forma del espectro es el de agudeza de pico Q_p , propuesto por Goda en 1970.

$$Q_p = \frac{2}{m_0} \int_0^{\infty} f (S(f))^2 df \quad (2.64)$$

Goda (1985) señala que Q_p es cercano a 2 para olas generadas por viento.

Es posible estimar el período medio de las olas a partir del espectro, de tal forma que se tienen dos ecuaciones para estimarlo y son:

$$T_{01} = \frac{m_0}{m_1} \quad (2.65)$$

$$T_{02} = \frac{m_0}{m_2} \quad (2.66)$$

2.2.7 Estimación de la dirección del oleaje

En el mar, el oleaje generado por el viento no se propaga en una sola dirección, por el contrario, su energía se distribuye a lo largo de varias direcciones, esto es, la energía asociada a las frecuencias con un valor cercano a la frecuencia modal se propagan principalmente con la dirección del viento, mientras que la energía asociada con frecuencias mayores o menores, se distribuye sobre un rango de diferentes direcciones.

Un análisis direccional del oleaje consiste en determinar la forma en que se distribuye su energía sobre frecuencias (o números de onda) y direcciones de propagación, de forma simultánea.

Distribución direccional de la energía del oleaje.

Esta distribución espectral y angular está representada matemáticamente por la expresión que define al espectro de energía direccional del oleaje, tal que la energía se representa sólo en función de la frecuencia y la dirección de propagación.

Si se toma como base la hipótesis de que el oleaje se puede descomponer en un gran número de componentes sinusoidales, es posible dar una explicación más clara de lo que representa el espectro direccional al definir la elevación de la superficie libre como una función del tiempo y la posición, tal que:

$$\eta(x, y, t) = \sum_{n=1}^N a_n \cos[k_n(x \cos \theta_n + y \sin \theta_n) - \omega_n t + \phi_n] \quad (2.67)$$

Se asume que el oleaje es una superposición de N ondas senoidales, cada una de ellas viajando con su propia amplitud a_n , frecuencia angular $\omega_n = 2\pi f_n$, número de onda k_n , dirección θ_n y fase ϕ_n . Cada componente satisface la ecuación de dispersión dada por:

$$\omega_n^2 = gk_n \tanh(k_n h) \quad (2.68)$$

donde h , representa la profundidad.

Bajo la suposición de que las fases ϕ_n están distribuidas de forma aleatoria en un rango entre 0 y 2π , con una densidad de probabilidad uniforme, la siguiente expresión mantiene a la varianza del espectro y las amplitudes de las componentes del oleaje, dentro de un rango bidimensional definido entre f y $f+\Delta f$ para las frecuencias y $\theta - \theta+\Delta\theta$ para las direcciones, tal que:

$$\sum_f^{f+\Delta f} \sum_\theta^{\theta+\Delta\theta} \frac{1}{2} a_n^2 = S(f, \theta) df d\theta \quad (2.69)$$

Descomposición clásica del espectro direccional

La forma clásica para representar al espectro direccional está dada por la siguiente ecuación:

$$S(f, \theta) = E(f) D(f, \theta) \quad (2.70)$$

donde $E(f)$ es el clásico espectro de energía que puede ser estimado a partir de un registro de superficie libre, por medio de un análisis en el dominio de la frecuencia (análisis de Fourier), y se relaciona con el espectro direccional por medio de:

$$E(f) = \int_0^{2\pi} S(f, \theta) d\theta \quad (2.71)$$

donde $D(f, \theta)$ es la función de dispersión angular, que debe satisfacer dos propiedades dadas por:

$$D(f, \theta) \geq 0 \quad \text{entre } [0, 2\pi] \quad (2.72)$$

$$\int_0^{2\pi} D(f, \theta) d\theta = 1 \quad (2.73)$$

La primera condición indica que dicha función de dispersión angular es no negativa, mientras que la segunda es consecuencia de la definición del espectro direccional.

Por lo tanto se puede afirmar que esta función modela la dispersión direccional de la energía del oleaje en cada frecuencia f . El problema del análisis direccional, consiste entonces en determinar el espectro direccional del oleaje, o lo que es lo mismo estimar su espectro clásico y la función de dispersión angular asociada.

Es conveniente resaltar que el espectro clásico puede ser expresado también en función del número de onda y la dirección (k, θ) , a través del vector del número de onda definido por $(k_x, k_y) = (k \cos \theta, k \sin \theta)$ de tal forma que:

$$S(f, \theta) = \frac{2\pi}{C_g} S(k, \theta) = \frac{2\pi k}{C_g} S(k_x, k_y) \quad (2.74)$$

donde C_g es la celeridad de grupo asociada a la frecuencia f , dada por la teoría lineal.

En años recientes se ha llevado a cabo diversos esfuerzos en la búsqueda de una expresión para el espectro direccional, diversas técnicas de medición han sido propuestas para ser desarrolladas en experimentos realizados en campo y laboratorio.

A continuación se presenta una síntesis de las diferentes técnicas de medición dependiendo de la forma en la que se realiza el análisis:

TÉCNICA DE MEDICIÓN	DE	CONSISTE EN	EJEMPLOS
Sistemas de un solo punto		Comprenden la medición simultánea (en la misma vertical) de diversa propiedades del oleaje, como son superficie libre, velocidades etc.	1.Boya 2.Olómetro con corrientímetro en dos componentes
Arreglos de sensores de presión	de	Incluyen la medición de la superficie libre en diversos puntos sobre un marco de referencia fijo.	1. Sensores de presión idénticos 2. Sensores de presión en algunos puntos y corriente en otros
Sistemas de percepción remota		Se basan más en las correlaciones espaciales que en las temporales. Su principio básico de funcionamiento es tomar una fotografía del campo de oleaje sobre un área dada.	1.Radares de microondas 2. Satélite 3. Técnicas de estéreo fotografía.

Tabla 2.3 Técnicas de medición propuestas para campo y laboratorio.

Caracterización de los métodos estocásticos

Los métodos de este tipo se basan en la hipótesis de que el campo de oleaje se expresa como la superposición lineal de las ondas que lo componen. Es importante resaltar que la función de fase ϕ , de la ecuación (2.68), esta distribuida de forma aleatoria entre 0 y 2π (con una densidad de probabilidad uniforme), con lo que se admite que cada componente es independiente una de otra.

En la llamada aproximación estocástica, la información de la distribución de la fase en el campo de oleaje es ignorada, ya que se asume que no hay ondas asociadas a determinados valores de fase, y por lo tanto se enfoca al cálculo del espectro direccional.

Estos métodos constan de los siguientes pasos:

1. Realizar un análisis espectral de las señales de superficie libre que se tengan y calcular sus respectivos espectros cruzados entre cada par de señales.
2. Determinar el espectro direccional (o su función de dispersión angular para cada frecuencia) a través de la inversión de la expresión que relaciona al espectro cruzado con el direccional.

Análisis del espectro cruzado

Si se considera un sistema de medición compuesto por N sensores, cada uno de ellos midiendo superficie libre, velocidades, pendiente de la superficie, etc. Se denota a cada una de éstas señales con $P_n(t)$, para n igual a 1 y hasta N y a la posición de cada sensor con una coordenada relativa a un origen arbitrario.

Las señales se graban de forma simultánea en los N sensores del arreglo, todos con una duración T y un intervalo de muestreo Δt .

El análisis de la correlación entre señales se realiza en el dominio de la frecuencia, calculando los correspondientes espectros cruzados entre cada par de señales, por medio de la siguiente ecuación:

$$G_{mn}(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} R_{mn}(\tau) e^{-i2\pi f\tau} d\tau \quad (2.75)$$

donde,

$$R_{mn}(\tau) = \frac{1}{T} \int_0^T P_m(t) P_n(t + \tau) dt \quad (2.76)$$

En la práctica, el espectro cruzado es calculado a partir de muestras discretas con duración finita, por medio de una metodología basada en la Transformada rápida de Fourier y se estima solamente para los casos en que $m \leq n$, de tal forma que se concluye que $G_{mn}(f)$ y $G_{nm}(f)$ son cantidades complejas conjugadas. Por lo tanto, se deduce que para un sistema de medición compuesto por N señales o sensores, el número total de espectros cruzados que se deben calcular son $N(N+1)/2$.

Debido a que el espectro cruzado es una cantidad compleja, a las partes reales $C_{mn}(f)$ se les denomina funciones de coincidencia espectral y a las imaginarias $Q_{mn}(f)$, funciones de cuadratura espectral.

Relación entre el espectro cruzado y el direccional

Dentro del marco de la teoría lineal y asumiendo que las diferentes fases asociadas a las componentes del oleaje están distribuidas de forma aleatoria sobre $[0, 2\pi]$, se obtiene la siguiente ecuación para el espectro cruzado en función del espectro direccional.

$$G_{mn}(f) = \int_0^{2\pi} H_m(f, \theta) H_n^*(f, \theta) e^{-ik(x_n - x_m)} S(f, \theta) d\theta \quad (2.77)$$

si se toma la función de dispersión direccional $D(f, \theta)$ la ecuación anterior se puede escribir como:

$$G_{mn}(f) = E(f) \int_0^{2\pi} H_m(f, \theta) H_n^*(f, \theta) e^{-ik(x_n - x_m)} D(f, \theta) d\theta \quad (2.78)$$

donde,

$H_m(f, \theta)$ es una función de transferencia entre la señal de superficie libre y otra señal asociada al oleaje (velocidad, presión, etc.). El símbolo * se utiliza para indicar el conjugado de la función compleja.

Dicha función $H_m(f, \theta)$ se puede descomponer tal que:

$$H_m(f, \theta) = h_m(f) \cos^{\alpha_m} \theta \sin^{\beta_m} \theta \quad (2.79)$$

Los valores de h_m , α_m y β_m dependen del tipo de señal que se tiene. En la tabla 2.4 se presentan los valores que corresponden para dichas expresiones dependiendo de la señal medida $P_m(t)$.

En dicha tabla la variable $F(x, y, z, t)$ representa el potencial de velocidades para oleaje monocromático, definido por:

$$\Psi(x, y, z, t) = i \frac{g}{\omega} \frac{H}{2} \frac{\cosh(k(h+z))}{\cosh(kh)} \exp(i(kx - \omega t)) \quad (2.80)$$

Señal medida	P_m	h_m	α_m	β_m
Superficie libre	$\eta = \frac{1}{g} \frac{\partial \Psi}{\partial t} \Big _{z=0} = \frac{H}{2} \exp(i(kx - \omega t))$	1	0	0
Pendiente de superficie (eje x)	$\frac{\partial \eta}{\partial x} = [ik \cos \theta] \eta$	ik	1	0
Pendiente de superficie (eje y)	$\frac{\partial \eta}{\partial y} = [iks \text{en} \theta] \eta$	ik	0	1
Velocidad (eje x)	$u_x = -\frac{\partial \Psi}{\partial x} = \left[\omega \frac{\cosh(k(h+z))}{\sinh(kh)} \cos \theta \right] \eta$	$\omega \frac{\cosh(k(h+z))}{\sinh(kh)}$	1	0
Velocidad (eje y)	$u_y = -\frac{\partial \Psi}{\partial y} = \left[\omega \frac{\cosh(k(h+z))}{\sinh(kh)} \text{sen} \theta \right] \eta$	$\omega \frac{\cosh(k(h+z))}{\sinh(kh)}$	0	1
Velocidad (eje z)	$u_z = -\frac{\partial \Psi}{\partial z} = \left[-i\omega \frac{\sinh(k(h+z))}{\sinh(kh)} \right] \eta$	$i\omega \frac{\sinh(k(h+z))}{\sinh(kh)}$	0	0
Velocidad vertical de la superficie	$\frac{\partial \eta}{\partial t} = \frac{\partial \Psi}{\partial z} \Big _{z=0} = -i\omega \eta$	$-i\omega$	0	0
Aceleración (eje x)	$a_x = \frac{\partial u_x}{\partial t} = \left[-i\omega^2 \frac{\cosh(k(h+z))}{\sinh(kh)} \cos \theta \right] \eta$	$-i\omega^2 \frac{\cosh(k(h+z))}{\sinh(kh)}$	1	0
Aceleración (eje y)	$a_y = \frac{\partial u_y}{\partial t} = \left[-i\omega^2 \frac{\cosh(k(h+z))}{\sinh(kh)} \text{sen} \theta \right] \eta$	$-i\omega^2 \frac{\cosh(k(h+z))}{\sinh(kh)}$	0	1
Aceleración (eje z)	$a_z = \frac{\partial u_z}{\partial t} = \left[-\omega^2 \frac{\sinh(k(h+z))}{\sinh(kh)} \right] \eta$	$\omega^2 \frac{\sinh(k(h+z))}{\sinh(kh)}$	0	0
Aceleración vertical de la sup.	$\frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} = \omega^2 \eta$	$-\omega^2$	0	0
Desplazamiento (eje x)	$\xi_x = \int u_x dt = \left[i \frac{\cosh(k(h+z))}{\sinh(kh)} \cos \theta \right] \eta$	$i \frac{\cosh(k(h+z))}{\sinh(kh)}$	1	0
Desplazamiento (eje y)	$\xi_y = \int u_y dt = \left[i \frac{\cosh(k(h+z))}{\sinh(kh)} \text{sen} \theta \right] \eta$	$i \frac{\cosh(k(h+z))}{\sinh(kh)}$	0	1
Desplazamiento (eje z)	$\xi_z = \int u_z dt = \left[\frac{\sinh(k(h+z))}{\sinh(kh)} \right] \eta$	$\frac{\sinh(k(h+z))}{\sinh(kh)}$	0	0
Presión dinámica	$P = \rho \frac{\partial \Psi}{\partial t} = \left[\rho g \frac{\cosh(k(h+z))}{\cosh(kh)} \right] \eta$	$\rho g \frac{\cosh(k(h+z))}{\cosh(kh)}$	0	0

Tabla 2.4 Funciones de transferencia para diferentes señales medidas, asociadas al oleaje.

Estimación del espectro direccional

El problema de la estimación del espectro direccional se centra en encontrar la función de dispersión angular dada para la ecuación del espectro cruzado, y para su estimación se consideran los siguientes métodos:

a) Métodos paramétricos

Ajuste directo a modelos paramétricos

El principio de este tipo de métodos consiste en asumir "a priori" una expresión dada para función de dispersión angular y determinar el menor número de parámetros para ésta expresión a partir del espectro cruzado. La presente aproximación contribuye a disminuir el número de incógnitas relacionadas a dicha función, para el caso de un modelo unimodal el problema se reduce solamente a la determinación de dos parámetros, la dirección principal de propagación y un factor de dispersión direccional que representa la dispersión angular de la energía del oleaje sobre la dirección principal.

Mitsuyasu (1975), propuso el siguiente modelo:

$$\hat{D}_{IAMM}(f, \theta) = \Delta(s) \cos^{2s} \left(\frac{\theta - \theta_0}{2} \right) \quad (2.81)$$

El coeficiente de normalización se calcula a partir de la condición de que la integral de la función de dispersión direccional entre 0 y 2π es igual a 1 (Γ es la función Gamma):

$$\Delta(s) = \frac{2^{2s-1} (\Gamma(s+1))^2}{\pi \Gamma(2s+1)} \quad (2.82)$$

La dirección principal θ_0 y el índice direccional s se calculan a partir de los coeficientes de Fourier de primer y segundo orden, tal que:

Primer orden:

$$\theta_0 = \text{Arg}(a_1 + ib_1) \quad s = \frac{r_1}{1 - r_1} \quad (2.83)$$

Segundo orden:

$$\theta_0 = \frac{1}{2} \text{Arg}(a_2 + ib_2) \quad s = \frac{1 + 3r_2 + \sqrt{r_2^2 + 14r_2 + 1}}{2(1 - r_2)} \quad (2.84)$$

donde, $r_n = a_n^2 + b_n^2$

Los coeficientes de Fourier, para la función de dispersión direccional se definen por:

$$a_n = \int_0^{2\pi} D(f, \theta) \cos(n\theta) d\theta \tag{2.85}$$

$$b_n = \int_0^{2\pi} D(f, \theta) \text{sen}(n\theta) d\theta \tag{2.86}$$

Para sistemas de un solo punto es necesario calcular los coeficientes a_1, b_1, a_2, b_2 , ya que en éstos se concentra toda la información disponible de la transformada de Fourier. Las expresiones que los definen se presentan en las siguientes tablas:

Tipo de medición	$E(f)$	$a_1(f)$	$b_1(f)$
Boya $\left[\eta; \frac{\partial \eta}{\partial x}; \frac{\partial \eta}{\partial y} \right]$	C_{11}	$\frac{Q_{12}}{\sqrt{C_{11}(C_{22} + C_{33})}}$	$\frac{Q_{13}}{\sqrt{C_{11}(C_{22} + C_{33})}}$
Superficie libre y corrientes 2D $[\eta; u_x(z); u_y(z)]$	C_{11}	$\frac{Q_{12}}{\sqrt{C_{11}(C_{22} + C_{33})}}$	$\frac{Q_{13}}{\sqrt{C_{11}(C_{22} + C_{33})}}$
Presión y corrientes 2D $[p(z); u_x(z); u_y(z)]$	$C_{11} \left(\frac{1 \quad \cosh(kh)}{\rho g \quad \cosh(k(h+z))} \right)$	$\frac{Q_{12}}{\sqrt{C_{11}(C_{22} + C_{33})}}$	$\frac{Q_{13}}{\sqrt{C_{11}(C_{22} + C_{33})}}$
Tres desplazamientos $[\eta; \xi_x(0); \xi_y(0)]$	C_{11}	$\frac{Q_{12}}{\sqrt{C_{11}(C_{22} + C_{33})}}$	$\frac{Q_{13}}{\sqrt{C_{11}(C_{22} + C_{33})}}$
Tres velocidades $[u_z(z); u_x(z); u_y(z)]$	$C_{11} \left(\frac{1 \quad \sinh(kh)}{\omega \sinh(k(h+z))} \right)^2$	$\frac{Q_{12}}{\sqrt{C_{11}(C_{22} + C_{33})}}$	$\frac{Q_{13}}{\sqrt{C_{11}(C_{22} + C_{33})}}$
Tres aceleraciones $[a_z(z); a_x(z); a_y(z)]$	$C_{11} \left(\frac{1 \quad \sinh(kh)}{\omega \sinh(k(h+z))} \right)^2$	$\frac{Q_{12}}{\sqrt{C_{11}(C_{22} + C_{33})}}$	$\frac{Q_{13}}{\sqrt{C_{11}(C_{22} + C_{33})}}$

Tabla 2.5 Expresiones de los coeficientes de Fourier a_1, b_1 , para diversos sistemas de medición de un punto.

Tipo de medición	$a_2(f)$	$b_2(f)$
Para todos los sistemas	$C_{22} - C_{33}$ $C_{22} + C_{33}$	$2C_{23}$ $C_{22} + C_{33}$

Tabla 2.6 Expresiones de los coeficientes de Fourier a_2, b_2 , para sistemas de medición de un punto.

Como se mencionó en secciones anteriores, las expresiones $C_{mn}(f)$, que aparecen en ambas tablas, hacen referencia a las funciones de coincidencia espectral, es decir la parte real del espectro cruzado entre las señales m y n , y las $Q_{mn}(f)$ a la parte imaginaria del mismo espectro y se les denomina funciones de cuadratura espectral.

Otro modelo comúnmente usado para direcciones que caen en el rango definido por $[\theta_0 - \pi; \theta_0 + \pi]$, es el Gaussiano, definido por:

$$D_1(f, \theta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{(\theta - \theta_0)^2}{2\sigma^2}\right) \quad (2.87)$$

Una vez más la dirección principal θ_0 y el ancho direccional σ , se calculan por medio de los coeficientes de Fourier, tal que:

Primer orden:

$$\theta_0 = \text{Arg}(a_1 + ib_1) \quad ; \quad \sigma = \sqrt{-2\text{Ln}(r_1)} \quad (2.88)$$

Segundo orden:

$$\theta_0 = \frac{1}{2} \text{Arg}(a_2 + ib_2) \quad ; \quad \sigma = \sqrt{\frac{-2\text{Ln}(r_2)}{2}} \quad (2.89)$$

2.2.8 Resumen del análisis temporal y espectral del oleaje

En las dos secciones anteriores se han presentado y analizado las dos líneas básicas para el análisis y caracterización del oleaje a partir de señales medidas en campo, así como los diferentes métodos que existen para llevar al cabo cada una de las condiciones que nos imponen.

Es conveniente hacer notar que ambos procedimientos proporcionan información valiosa acerca del fenómeno, por lo que se recomienda utilizar ambos con el objeto de complementar sus resultados.

En la figura 2.13 se resumen, en forma gráfica, ambos procedimientos.

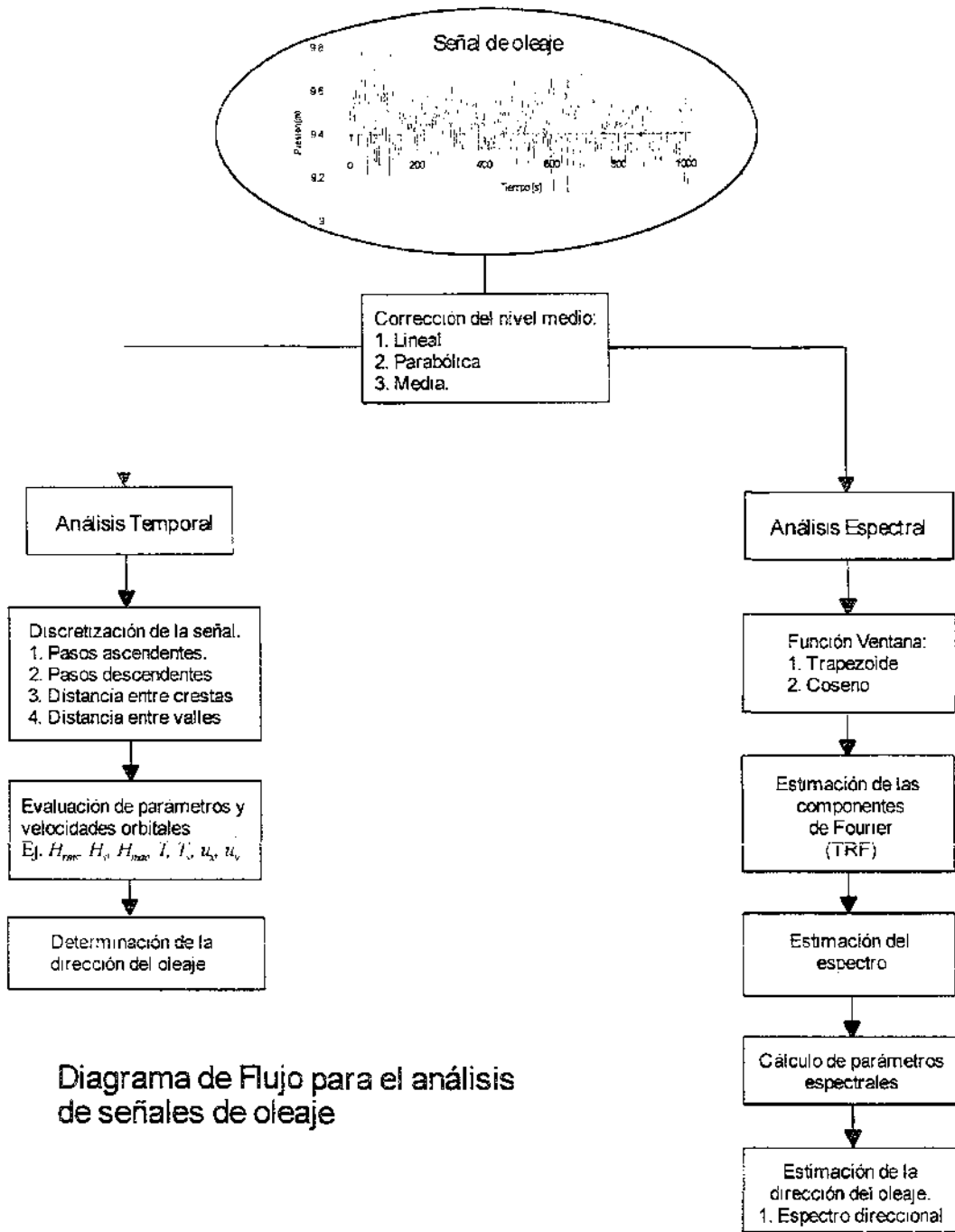


Figura 2.13 Diagrama de flujo para el análisis de oleaje.

3 ANÁLISIS DE MAREAS

3.1 Introducción

Dentro de los factores que influyen en la magnitud de la sobre elevación del nivel del mar, se encuentran la configuración de la línea de costa, la profundidad local en cada sitio, la batimetría o forma del fondo marino, así como los factores astronómicos y meteorológicos, huracanes o nortes, que pueden contribuir de manera importante a aumentar los rangos y períodos de ocurrencia de las mareas.

La evidencia más palpable de su existencia la encontramos a lo largo de las costas, con la aparición observada de niveles alto y bajo de la superficie libre del mar, por lo general dos veces por día, tal y como se muestra en la Figura 3.1.



Figura 3.1 Sobre elevación del nivel del mar

Diversas aplicaciones prácticas dentro de la ingeniería civil, requieren un conocimiento completo de dicho fenómeno, entre las más importantes destacan, la navegación dentro de estuarios, bahías y puertos; la construcción de puentes, diques rompeolas, así como la delimitación de la zona federal marítimo terrestre, entre otras.

3.2 Consideraciones generales de las mareas astronómicas

Las pleamares o máximas elevaciones de la superficie libre, se generan como resultado de la acumulación del flujo horizontal de agua hacia dos regiones, creadas por la máxima atracción gravitacional que se presenta cuando se combinan las fuerzas gravitacionales del Sol y la Luna. Las bajamares se dan como consecuencia de la retirada máxima de agua de regiones alrededor de la Tierra, su alternancia es producto de la rotación terrestre con respecto a estos puntos.

3.2.1 Origen de las fuerzas generadoras de marea

Aparentemente, la Luna gira alrededor de la Tierra, pero en la realidad, ambos cuerpos celestes giran juntos alrededor de un centro común de masa, o de gravedad. La fuerza que los mantiene unidos, es la atracción gravitacional entre ellos, sin embargo, existe, de forma análoga, una fuerza centrífuga opuesta generada por las revoluciones individuales alrededor del centro de masa del sistema Luna-Tierra.

Este equilibrio de fuerzas en la revolución orbital se aplica exclusivamente al centro de masa de cada uno de los cuerpos de forma individual.

Así entonces es posible afirmar, que las fuerzas generadoras de mareas son producto de la combinación de las siguientes fuerzas básicas:

1. La fuerza de atracción gravitacional ejercida por la Luna y el Sol sobre la Tierra.
2. Las fuerzas centrífugas generadas por las revoluciones de la Tierra y la Luna (la Tierra y el Sol) como sistema, alrededor de su centro de masa común.

Las fuerzas descritas actúan con respecto al centro de masa del sistema *Luna – Tierra*, mejor conocido como “baricentro”, que cae en un punto aproximadamente 1,718.78 km dentro de la superficie terrestre, siempre en el lado de la Luna, y por una línea que conecta los centros de masa individuales de ambos cuerpos, ver figura 3.2.

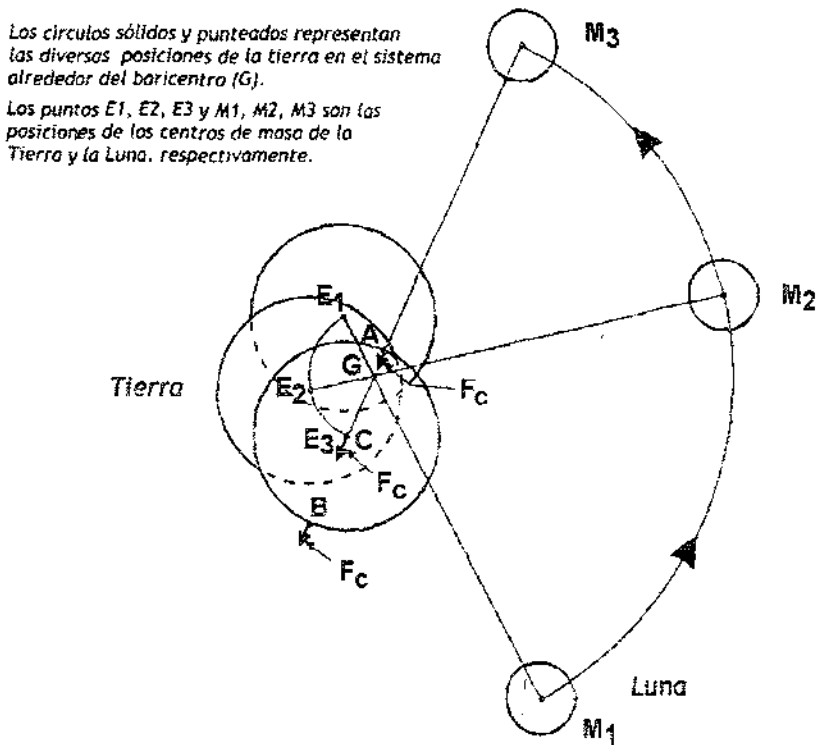


Figura 3.2 Revolución mensual de la Luna y la Tierra, alrededor del baricentro.

Efecto de la fuerza centrífuga.

Este efecto se da como resultado del movimiento orbital de la Luna que a su vez produce una de las dos componentes generadoras de mareas. Cuando el sistema Tierra - Luna gira alrededor del baricentro, se crea una fuerza centrífuga que siempre se dirige hacia fuera de éste.

Todos los puntos en o sobre la superficie terrestre actúan como un cuerpo en conjunto, que es influenciado por esta fuerza centrífuga. Además como el centro de masa de la Tierra se encuentra siempre del lado opuesto al baricentro, la fuerza centrífuga que se genera en cualquier punto sobre la misma, es siempre dirigido en sentido opuesto a la posición de la Luna. La Figura 3.2 muestra esta situación, con las flechas que representan la fuerza centrífuga F_c , en los puntos A, C, y B.

Es importante hacer notar que la fuerza centrífuga generada por la rotación diaria de la Tierra sobre su eje es despreciada en la teoría de mareas, debido a que su magnitud no es importante para el planteamiento de las fuerzas generadoras. Además, se sabe que la fuerza centrífuga generada por la rotación del sistema tiene la misma magnitud en cualquier punto sobre la misma longitud (sean el A,B,C de la figura 3.2), dentro de la superficie terrestre, y es igual a la que se genera por la rotación del centro de masa de la Tierra alrededor del baricentro.

En la Figura 3.3 se presenta un diagrama de cuerpo libre con las fuerzas que actúan en la tierra sobre los puntos A, B y C.

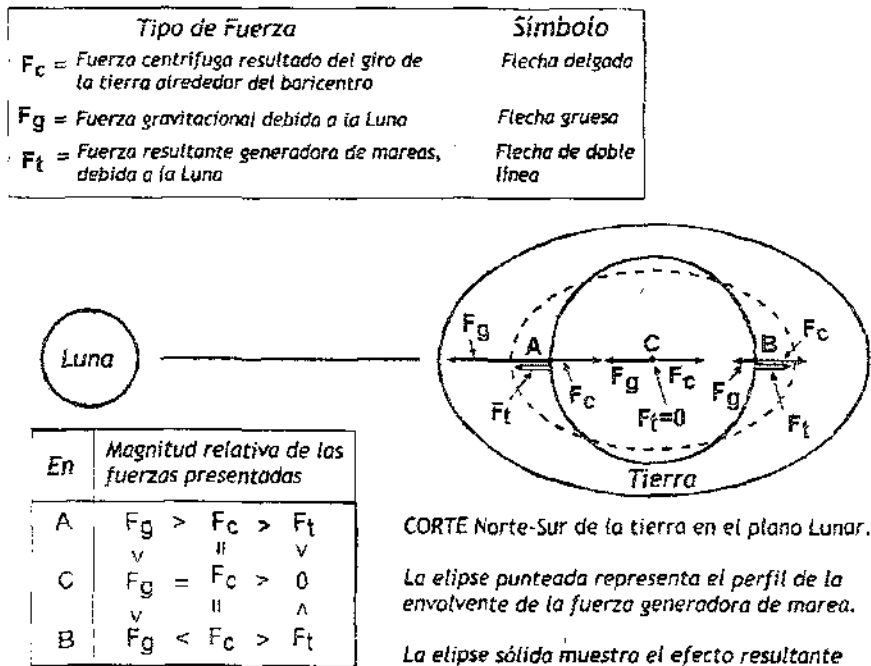


Figura 3.3 Diagrama de cuerpo libre de las fuerzas lunares que producen las FGM.

Efecto de la fuerza gravitacional.

Mientras el efecto de la fuerza centrífuga es constante para todas las posiciones y puntos sobre el planeta, el de la fuerza gravitacional se genera por la presencia de otro cuerpo celeste, por lo tanto si cambia con respecto a la posición, por que su magnitud varía con respecto a la distancia del cuerpo que atrae. De acuerdo con la Ley de atracción gravitacional de Newton, esta fuerza disminuye proporcionalmente con el cuadrado de la distancia entre los cuerpos.

Para el caso de la fuerza generadora de mareas, ésta varía de forma inversa con el cubo de la distancia entre el centro de masa de la Luna y la superficie terrestre, de esta forma, la teoría de mareas introduce una influencia variable de acuerdo con las diferentes posiciones de la Tierra con respecto al centro de masa de la Luna.

En el punto A de la Figura 3.3, ubicado aproximadamente 6437 km más cerca de la Luna que el punto C, la fuerza producida por la fuerza gravitacional de éste cuerpo es considerablemente más grande que la fuerza gravitacional que genera en C (punto en el que la fuerza de gravedad terrestre es nula) con lo que ésta última simplemente se equilibra con la fuerza centrífuga en dicho punto. Es por ello que la fuerza generadora de mareas en el punto A, apunta hacia la Luna por que es resultado de la diferencia entre la componente que aporta la fuerza gravitacional lunar menos la fuerza centrífuga.

Por el contrario en el lado opuesto de la Tierra, punto B de la misma figura, la fuerza gravitacional lunar, es menor que la centrífuga con lo que la fuerza generadora toma la dirección contraria a la posición de la Luna.

3.2.2 Variaciones en la amplitud de las mareas

El cambio en la amplitud de las mareas en cualquier punto del planeta está sujeto a diversos factores, a continuación se describirán las de origen astronómico.

Efecto de Fase Lunar.

Como se ha hecho notar ambas fuerzas de gravitación, la solar y lunar, actúan sobre las aguas de los mares terrestres. A lo largo del ciclo mensual de fases (29.53 días), la Luna es la que cambia de posición con respecto a la Tierra y el Sol, tal y como se muestra en la Figura 3.4.

Cuando la Luna entra en Fase Nueva o Fase Llena (ambas posiciones llamadas syzygy) las atracciones gravitacionales solar y lunar actúan de forma conjunta reforzándose, el resultado principal de esta combinación de efectos es el incremento de las mareas, dado que las mareas altas observadas aumentan y como consecuencia las bajas disminuyen con respecto a los valores promedio.

Esto significa que la amplitud de mareas es mayor en todos los puntos, tal es la magnitud de estas mareas que se les denomina “Mareas Vivas”.

Cuando la Luna entra en Cuarto Creciente – Menguante, las atracciones gravitacionales de ambos astros sobre el océano tienden a contrarrestarse la una a la otra, con lo que la envolvente que representa la suma de ambas reduce las fuerzas máximas y mínimas, en consecuencia, las mareas altas se reducen y las bajas se elevan sobre las que se presentan en promedio. A estas disminuciones de la amplitud de marea se les conoce como “Mareas muertas”.

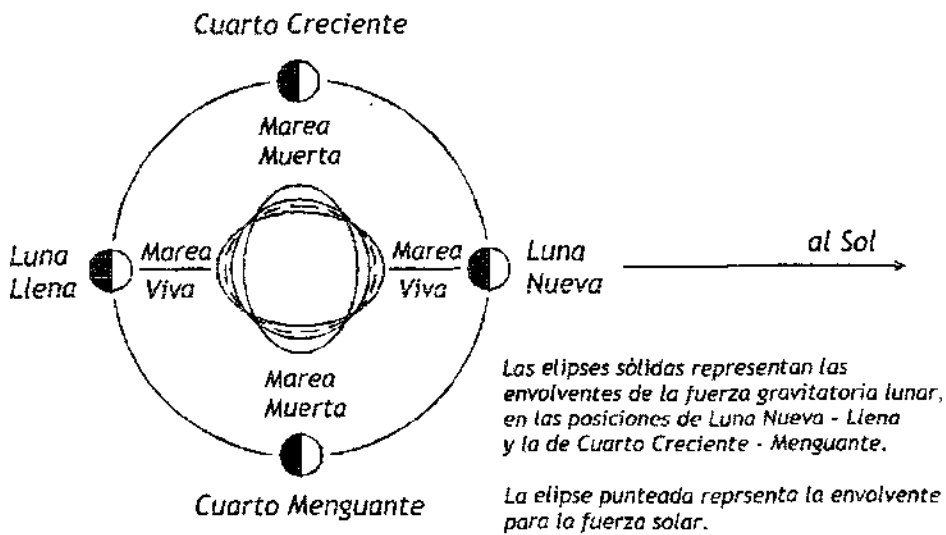


Figura 3.4 Las fases lunares, marea viva y muerta.

Efectos de Paralelismo. (Sol y Luna)

La Luna sigue una trayectoria elíptica alrededor de nuestro planeta, tal y como se muestra en la figura 3.5, en consecuencia, la fuerza gravitacional lunar varía de acuerdo con la posición de ésta en la órbita. Por lo que una vez al mes, cuando la Luna se encuentra en el “Perigeo”, la posición más cercana a la Tierra, las fuerzas generadoras se maximizan, produciendo carreras de marea por encima de los niveles normales. Aproximadamente dos semanas después, cuando la Luna llega al “Apogeo”, su posición más lejana con respecto a nuestro planeta, la fuerza generadora se reduce y por lo tanto se presentan carreras de marea menores que las promedio.

De forma análoga a lo que sucede con la Luna, cuando la Tierra se ubica en el “Perihelio”, el punto sobre la órbita más cercano al Sol (cerca del 2 de Enero de cada año), las amplitud de la marea se acrecenta, caso contrario cuando se ubica en “Aphelio”, el punto más lejano del Sol (cerca del 2 de Julio de cada año), en el cual disminuye. Ver Figura 3.5.

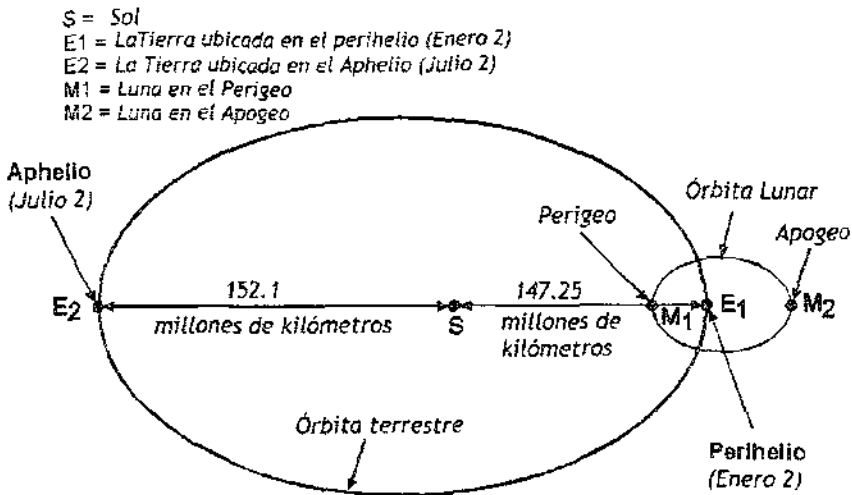


Figura 3.5 Ubicación de la Luna y el Sol en sus órbitas

Es posible afirmar que cuando se presentan de forma simultánea el perigeo, el perihelio y las fases de Luna Nueva – Llena, las amplitudes resultantes de marea se elevan al máximo, al contrario de lo que sucede cuando coinciden el apogeo, afelio, y las fases lunares de Cuarto Creciente – Decreciente, donde las carreras de marea se minimizan.

Efectos de la declinación lunar

El plano de la órbita lunar está inclinado apenas 5° con respecto al plano que define la órbita terrestre, y 23.5° respecto al ecuador. Se sabe que a la Luna le toma alrededor de un mes dar una vuelta a su órbita, y quince días pasar de una posición de máxima declinación angular al norte del ecuador, a una posición de máxima declinación angular al sur del mismo. En la figura 3.6 se presentan estas condiciones, la elipse punteada representa la envolvente de la fuerza generadora de marea debida a la Luna.

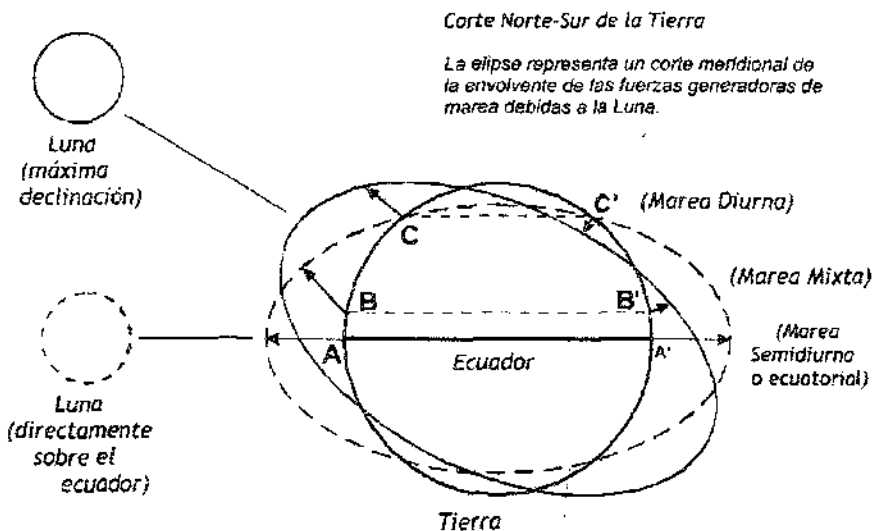


Figura 3.6 Efecto de la declinación lunar.

Si se consideran los puntos A y A', a lo largo del eje mayor de esta elipse, la altura de marea representada en A es la misma en el otro lado, punto A', siempre y cuando la posición de la Luna se encuentre en el otro extremo del eje con una diferencia de tiempo de aproximadamente 12 hrs, esto se debe a que cuando la Luna está sobre el ecuador, las dos pleamares y dos bajamares que se presentan en un día, son similares en su altura en alguna localidad, además de que están igualmente espaciadas en el tiempo, a este tipo de marea se le conoce como *semidiurna*.

Sin embargo, con el cambio de la posición de la Luna por arriba o por debajo del ecuador, la envolvente de la fuerza generadora de marea se inclina, como se observa con la línea continua en la Figura 3.6, dando como resultado una diferencia entre las magnitudes de las dos mareas diarias de la misma fase, a este fenómeno se le conoce como desigualdad diurna.

Si se observa el punto B en la misma figura, es claro que se ubica por debajo de la elipse que define la envolvente de la fuerza generadora, un día y medio después, en el punto B', dicha condición se mantiene, sin embargo como se muestra en el esquema, la altura de la marea no es tan grande como en el punto B. Esta situación genera, dos veces al día, una marea que tiene diferentes magnitudes en pleamares y bajamares sucesivas, a este tipo de marea que presenta una fuerte desigualdad diurna se le conoce como *marea mixta*.

Por último, si para el punto C, dentro de la envolvente, se considera que transcurre el mismo día y medio, se observa una rotación hasta el punto C', que se localiza fuera de la envolvente. Este cambio en la posición con respecto a la envolvente, tiene como consecuencia, que sólo se presenten una pleamar y bajamar al día. A este tipo de marea se le conoce como: *marea diurna*.

En las siguientes figuras se presentan ejemplos de los diferentes tipos de marea que se han definido.

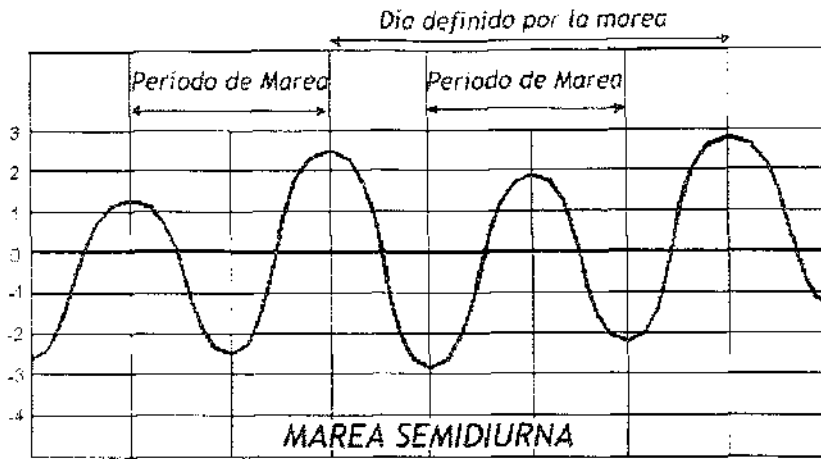


Figura 3.6 Marea Semidiurna

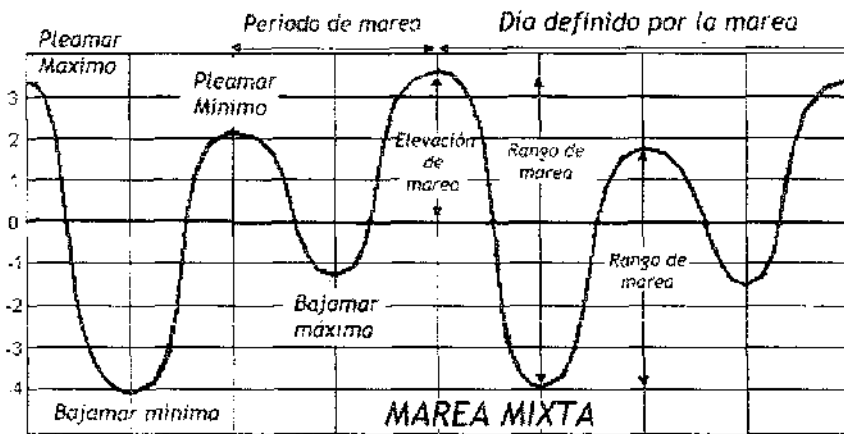


Figura 3.7 Marea Mixta.

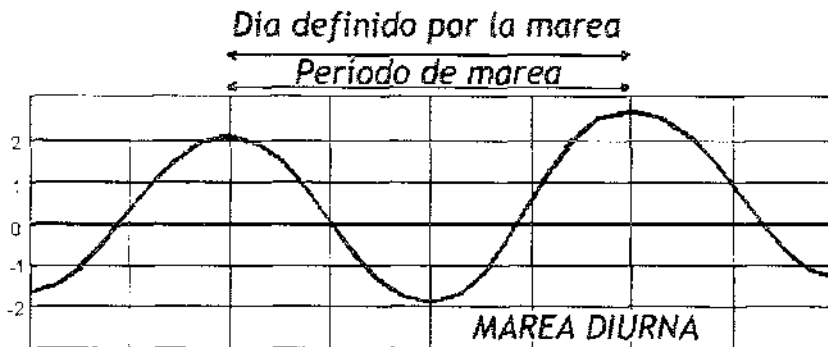


Figura 3.8 Marea Diurna

3.3 Predicción de mareas

3.3.1 Introducción

En 1867, William Thompson desarrolló una metodología para simplificar el estudio de las mareas a través del análisis armónico. La hipótesis básica de este método es que cualquier movimiento oscilatorio puede expresarse como la suma de movimientos armónicos simples.

A principios del siglo XIX, Laplace aplicó, también, los principios del análisis armónico para modelar pleamar y bajamar. Sin embargo, T. Young sugirió observar y analizar toda la curva de mareas, en lugar de sólo las condiciones extremas.

Otros autores cuyas publicaciones han sido relevantes para el desarrollo de los modelos de mareas son G. Airy, G. Darwin, J. Adams, W. Ferrel y L. Harris. Además de las instituciones British Association for the Advancement of Science y el Superintendent of the Coast and Geodetic Survey de los Estados Unidos.

A pesar de que las fuerzas actuantes en el fenómeno están bien definidas, modelar el movimiento que generan resulta complicado debido a la distribución irregular del fondo marino, así como de los efectos de inercia y fricción.

Las mareas, lejos de ser una sola onda que sigue a la Luna alrededor de la Tierra, se componen de zonas oscilatorias en donde el agua se mueve como lo haría en un recipiente inclinado. Dichas zonas oscilatorias, se denominan ondas estacionarias. La complejidad del fenómeno de mareas radica en que las ondas estacionarias pueden superponerse y generar un movimiento progresivo.

3.3.2 Tratamiento Armónico de los Datos de Marea

Existen dos métodos de predicción de mareas, el armónico y el no armónico. Para el armónico, los componentes elementales de las mareas, representados por constantes armónicas, se combinan para generar una marea compuesta. En el no armónico, las predicciones son hechas con relación a las posiciones de la Luna en el tiempo y a la altura media del sistema de mareas, con el fin de considerar las condiciones promedio y los cambios generados por las fases de la Luna, así como la declinación y el paralaje del Sol y la Luna. Sin el uso de un modelador de mareas el método armónico no sería de uso práctico, sin embargo, al contar con un computador, este método presenta grandes ventajas sobre el no armónico.

El análisis armónico de mareas tiene como base el supuesto de que el ascenso y descenso del agua en cualquier localidad, puede expresarse como una serie de términos relacionados con las condiciones astrológicas. Una función armónica simple es una magnitud que varía

proporcionalmente al seno de un ángulo que incrementa uniformemente con el tiempo. Una ecuación armónica simple es del tipo:

$$Y = A \cos(at) \quad (3.1)$$

Se dice que Y es una función armónica del ángulo at , a es una constante y t representa al tiempo.

La altura de marea en cualquier instante puede representarse armónicamente por la fórmula

$$h = H_o + \sum_i H_i f_i \cos[at + (V_o + u) - \kappa] \quad (3.2)$$

donde

- h Altura de marea en cualquier instante t .
- H_o Nivel medio del agua sobre un punto determinado.
- H Amplitud de onda del componente A .
- f Factor de reducción de H para predicción anual.
- a frecuencia angular del componente A .
- t Tiempo medido desde un instante inicial, por ejemplo, el inicio de un año.
- $V_o + u$ Valor del argumento equilibrante del componente A cuando $t = 0$.
- κ Tiempo del componente A , fase.

En la ecuación (3.2) solo h y t son variables para un año y lugar determinados. de modo que, para dicha condición, el valor de h depende solo del tiempo. Al comparar valores sucesivos de h , pueden determinarse fácilmente las alturas de pleamar y bajamar, así como sus tiempos de ocurrencia. El método armónico consiste, entonces, en la aplicación de esta fórmula.

El valor exacto de t para pleamar y bajamar son las raíces de (3.2), que se determinan como

$$\frac{dh}{dt} = -\sum afH \operatorname{sen}[at + (V_o + u) - \kappa] \quad (3.3)$$

La ecuación (3.3) no es de fácil solución, pero con ayuda de un modelador de mareas se puede aproximar su resultado.

El valor de H_o en lugares costeros es, generalmente, igual al nivel medio del mar. Sin embargo, en las partes altas de ríos de marea con pendientes pronunciadas, el nivel de agua está un poco por arriba del nivel medio del mar. El nivel de referencia para las predicciones puede elegirse arbitrariamente. Una vez que se ha fijado el nivel de referencia, el valor de H_o se obtiene observando las mareas locales.

La amplitud H y el tiempo t , llamadas constantes armónicas, se determinan por medio de este análisis. Cada lugar tiene sus propias constantes armónicas y son válidas para cualquier tiempo t . En caso de requerir resultados muy precisos, pueden volver a calcularse considerando cambios en la superficie ocasionados por dragado o transporte de sedimento.

El factor f se emplea para reducir la amplitud media a la real en función de la longitud del nodo lunar. El valor de f para un componente es cíclico pero, como el cambio es muy lento, se acostumbra utilizar el valor correspondiente a la mitad del año como constante para todo el período. El error que se genera por esta práctica es despreciable.

El valor de a es la frecuencia angular de un componente por unidad de tiempo. Es común expresarlo en grados por hora solar media, de modo que el valor unitario de t es la hora solar media. El valor de a para un componente es el mismo en cualquier lugar e instante.

$V_0 + u$ es el argumento equilibrante cuando $t = 0$. Este instante, generalmente, considera la media noche con que inicia el año. Estrictamente, V_0 es la parte del argumento que varía uniformemente y está referida al tiempo inicial. Mientras que para u , la variación lenta del argumento debida al cambio de la longitud del nodo lunar, se considera el valor correspondiente a la mitad del año como constante para todo el período. $V_0 + u$ es distinto para cada componente, para cada instante inicial y para cada longitud.

El análisis armónico es el proceso por el cual una marea observada se separa en un número determinado de componentes. Las magnitudes por hallar se denominan constantes armónicas. La predicción armónica se logra cuando las componentes armónicas, en función de las condiciones astronómicas en el instante que se desea predecir, se determinan.

Sea

L longitud oeste, en grados, para la estación.

S longitud oeste, en grados, del meridiano de referencia de la estación.

L y S serán negativos para la longitud este.

Por otro lado

$p = 0$ cuando se refiera a componentes de período largo.

$p = 1$ cuando se refiera a componentes diurnos.

$p = 2$ cuando se refiera a componentes semidiurnos.

p es el coeficiente de T en los argumentos equilibrantes. T es el ángulo horario medio del Sol y es el único parámetro dentro de estos argumentos que depende del punto de observación o predicción. En cualquier instante dado, la diferencia entre los valores de T para dos estaciones, debe ser la igual a la diferencia de longitud entre ambas estaciones. Entonces, si se tiene un valor de $V_0 + u$ para un componente en el meridiano de Greenwich, la corrección para obtener ese valor en una estación situada a L° de Greenwich, será $-pL$. El signo negativo es necesario por que T varía inversamente a la longitud.

En el caso del tiempo, es deseable tener el valor de $V_o + u$ para el horario local, de modo que para un meridiano situado S° al oeste de Greenwich, el tiempo inicial para la predicción será de $S/15$ horas solares medias mas tarde.

En las ecuaciones (3.2) y (3.3), a es la frecuencia angular de cada componente, es decir, el cambio horario en el argumento. La diferencia en el argumento debida a una diferencia de $S/15$ horas en el instante inicial es $aS/15$ grados. La corrección total, entonces, de los valores de Greenwich para un lugar situado en una longitud L° oeste y con un tiempo inicial a la media noche en el meridiano S° al oeste de Greenwich es:

$$\frac{aS}{15} - pL \tag{3.4}$$

Al sustituir la ecuación (3.2) en el ángulo, se tiene

$$at + (V_o + u) - \kappa = at + Greenwich(V_o + u) - pL - \kappa \tag{3.5}$$

Con el fin de no hacer esta corrección para cada año, puede incluirse en el valor de t de modo que

$$- \kappa' = \frac{aS}{15} - pL - \kappa \tag{3.6}$$

y el argumento queda

$$at + (V_o + u) - \kappa = at + Greenwich(V_o + u) - \kappa' \tag{3.7}$$

Este cambio permite emplear directamente los valores de $V_o + u$ de Greenwich y es el valor de t quien absorbe la corrección.

Por otro lado, si se acepta que

$$\alpha = Greenwich(V_o + u) - \kappa' \tag{3.8}$$

las ecuaciones (3.2) y (3.3) pueden escribirse como

$$h = H_0 + \sum_i f_i H_i \cos(qt + \alpha) \tag{3.9}$$

para la altura de marea en cualquier instante t , y

$$\sum_i a_i f_i H_i \sin(qt + \alpha) = 0 \tag{3.10}$$

para determinar los instantes de pleamar y bajamar.

Como ya se dijo, la ecuación (3.9) puede resolverse para cualquier valor de t , pero la ecuación (3.10) requiere de datos obtenidos de un modelado previo, para aproximar su solución.

El periodo y velocidad de cada componente dependen de datos astronómicos y son independientes de la localidad. Los valores de a , b , g ,... son el valor inicial de cada fase, es decir, cuando t es igual a cero. Dicho valor de las fases depende de la localidad y del instante en que comienza a medirse el tiempo.

3.4 Análisis de datos observados

3.4.1 Constantes armónicas

Como se ha mencionado, el análisis armónico de la marea tiene su base en la descomposición de la señal de marea, por medio del análisis de Fourier en distintas componentes que se denominan armónicos.

Dichas componentes son múltiplos de las frecuencias astronómicas básicas, la velocidad angular de la luna, ω_s , la velocidad angular de la tierra alrededor del sol, ω_h , y la velocidad angular asociada al día solar (24hr), ω_τ .

A continuación se presenta una tabla que resume las principales frecuencias astronómicas, que dan lugar a todas las componentes de las cuales se conforma la marea.

Descripción	Símbolo	Frecuencia (Hz)	Período
Rotación de la tierra sobre su eje.	ω_τ	0.72722×10^{-4}	24 horas
Rotación lunar sobre su órbita	ω_s	0.26617×10^{-5}	27.32158 días
Rotación terrestre sobre su órbita	ω_h	0.19911×10^{-6}	365.2422 días
Variación del perigeo lunar	ω_p	0.22505×10^{-7}	8.861 años
Variación del perihelio terrestre	ω_{ps}	0.96×10^{-11}	20,940 años

Tabla 3.1 Frecuencias astronómicas básicas

Por último y de acuerdo con la teoría de equilibrio de las mareas, la sobre elevación del nivel del mar se puede expresar como:

$$\eta(\lambda, \phi, t) = \cos^2 \phi \sum_i K_i \cos[\omega_i t + \chi_i + 2\lambda_i] + \sin 2\phi \sum_i K_i \cos[\omega_i t + \chi_i + \lambda_i] + (1 - 3 \sin^2 \phi) \sum_k K_k \cos(\omega_k t + \chi_k) \quad (3.11)$$

donde,

- K representa la amplitud,
- i subíndice para definir las mareas semidiurnas
- j índice para las mareas diurnas
- k índice para mareas de largo período.
- λ longitud.
- ϕ latitud.
- χ fase.

A continuación en la tabla 3.2, se enlistan algunas de las componentes armónicas, más importantes, con sus respectivas frecuencias y amplitudes.

Símbolo	Frecuencia(Hz)	Período	Amplitud K(m)	Descripción
Marea semidiurna				
M2	1.4052×10^{-4}	12.421 hr	0.24233	Lunar principal
S2	1.4544×10^{-4}	12.000 hr	0.11284	Solar principal
N2	1.3785×10^{-4}	12.660 hr	0.04640	Lunar elíptica
K2	1.4584×10^{-4}	11.970 hr	0.03070	Soli-lunar
Marea diurna				
K1	0.7292×10^{-4}	23.930 hr	0.14156	Soli-lunar
O1	0.6759×10^{-4}	25.820 hr	0.10051	Lunar principal
P1	0.7252×10^{-4}	24.070 hr	0.04684	Solar principal
Q1	0.6496×10^{-4}	26.870 hr	0.04684	Lunar elíptica
Marea de largo período				
Mf	0.0532×10^{-4}	13.660 días	0.04174	Lunar
Mm	0.0262×10^{-4}	27.550 días	0.02203	Lunar mensual
Ssa	0.00398×10^{-4}	182.62 días	0.01945	Semianual solar
Sa	0.00199×10^{-4}	365.24 días	0.00320	Solar anual

Tabla 3.2 Principales componentes armónicas.

Los componentes meteorológicos que usualmente se toman en cuenta en el análisis de marea son el Sa , Ssa y Sj , con periodos que corresponden al año tropical, a la mitad del año tropical y al día solar, respectivamente. En el análisis de las mareas, se ha encontrado que los factores Sa y Ssa usualmente afectan apreciablemente el nivel medio del mar.

**Estimación de la
reflexión del oleaje**

4 ESTIMACIÓN DE LA REFLEXIÓN DEL OLEAJE

4.1 Introducción

La ingeniería de costas y puertos tiene un amplio espectro de acción dentro de la ingeniería civil debido a que es la rama que se encarga del diseño y construcción de estructuras de protección y explotación de la zona litoral.

El diseño de los rompeolas y sus capas está basado en la necesidad de mantener estables las condiciones del clima marítimo dentro de un puerto y en la entrada del mismo, con el fin de proporcionar seguridad a las maniobras de las embarcaciones que operan. Cuando se proyectan dichas estructuras, el ingeniero considera como oleaje de diseño al que se tiene antes de construir la estructura, el oleaje incidente, con lo que se comete el error de no considerar al oleaje total que va actuar de forma continua sobre la misma y que es resultado de la suma de la componente incidente y la reflejada por la estructura.

Para este propósito es de suma importancia el conocimiento adecuado de la reflexión. para conocer la eficiencia de la estructura, es decir, su capacidad disipativa, la cual se determina a través de evaluar las componentes del oleaje, las partes reflejada, incidente, transmitida y disipada por la estructura.

Por otra parte, en los laboratorios de hidráulica marítima, cuando se realizan ensayos para el estudio de la transformación y efectos del oleaje, se debe controlar el oleaje generado, tomando en cuenta la parte de la energía del oleaje que se refleja y re-refleja en la pala generadora y paredes del tanque.

Sin embargo, esta no es una tarea trivial dado que el oleaje al incidir sobre una estructura sufre fenómenos de difracción, refracción, rotura y disipación. El análisis espectral del oleaje y la teoría lineal de ondas han sido clave en el desarrollo de los métodos que estudian la separación de las componentes incidente y reflejada del oleaje total en experimentos en laboratorio. La mayor parte de estas técnicas precisan los registros de la superficie libre en distintos puntos, y se clasifican de acuerdo al número de puntos de medición que se consideren: los de dos registros temporales de superficie libre y los de tres o más series de oleaje, de igual forma se pueden clasificar de acuerdo al tipo de oleaje para el que fueron deducidos, unidireccional (normal a la estructura) o multidireccional.

4.2 Reflexión del oleaje

En la naturaleza, cuando el oleaje se propaga sobre la costa siempre se presenta el fenómeno de la reflexión, debido a dos condiciones básicas: cambio significativo en la profundidad en una playa y / o la existencia de estructuras.

Entre los propósitos más importantes para realizar la separación del oleaje incidente y reflejado de una serie de tiempo, se encuentran:

- Determinar la reflexión generada por una estructura, o
- Conocer las condiciones de oleaje incidente para un sitio en particular.

En las siguientes secciones se comentan los métodos más usuales para el análisis de este fenómeno, los datos que requieren, las simplificaciones que se hacen del problema y sus limitaciones. Éstos se dividen en dos grupos principales:

1. Análisis en dos dimensiones 2D.
2. Análisis en tres dimensiones 3D.

4.3 Análisis en dos dimensiones

Estas técnicas estudian la reflexión producida por una estructura sobre la que incide de forma normal un tren de ondas mono o multicromático que es reflejado y se propaga en el sentido opuesto al del tren incidente. Los frentes de las ondas incidentes y reflejadas son, por tanto paralelos.

La mayor parte de ellas se basa en la teoría lineal del oleaje: se asume que un tren de ondas irregular puede representarse como la superposición de un número finito de ondas lineales de diferente amplitud, fase y frecuencia que inciden y son reflejadas por la estructura. De esta forma cada onda lineal puede tratarse por separado con las técnicas desarrolladas para trenes monocromáticos.

En el presente trabajo se emplean este tipo de métodos para el estudio de la reflexión, éstos son:

1. Goda y Susuki (1976)
2. Funke y Marsard modificado por Baquerizo (1995)

4.3.1 Método de Goda y Susuki (1976)

Dentro de las técnicas que suponen dos puntos de medición se encuentra el propuesto por Goda y Suzuki (1976), ellos utilizan por primera vez el concepto de transformada rápida de Fourier para la separación de cada onda lineal en los registros. Las hipótesis que plantea este método son las mismas propuestas por Kajima (1969):

- Fondo horizontal
- Validez de la teoría lineal
- El oleaje es la suma de diferentes ondas lineales (análisis espectral)

Si se incluye otro punto de medición de la superficie libre y se admiten las leyes de la reflexión, es posible mejorar los resultados de los métodos que consideran sólo dos puntos. De esta forma si los sensores no están uniformemente espaciados, se reduce la posibilidad de que alguna frecuencia con energía en el espectro quede sin analizar.

Este método expresa las componentes incidente y reflejada como:

$$\eta_i(x,t) = \sum_{n=1}^{N/2} [(a_i)_n \cos(k_n x - \omega_n t) + (b_i)_n \sin(k_n x - \omega_n t)] \quad \text{para } x \leq 0 \quad (4.1)$$

$$\eta_r(x,t) = \sum_{n=1}^{N/2} [(a_r)_n \cos(k_n x + \omega_n t) + (b_r)_n \sin(k_n x + \omega_n t)] \quad \text{para } x \leq 0 \quad (4.2)$$

donde $(a_i)_n$, $(a_r)_n$, $(b_i)_n$ y $(b_r)_n$ con $n = 1, 2, \dots, N/2$ son los coeficientes desconocidos para los trenes de onda de longitud N , donde $\eta_i(x,t)$ y $\eta_r(x,t)$ son respectivamente, las componentes incidente y reflejada. El oleaje total queda definido como:

$$\eta(x,t) = \eta_i(x,t) + \eta_r(x,t) \quad \text{para } x \leq 0 \quad (4.3)$$

o en su forma de componentes de Fourier,

$$\begin{aligned} \eta(x,t) = \sum_{n=1}^{N/2} \{ & [(a_i)_n + (a_r)_n] \cos(k_n x) + [(b_i)_n + (b_r)_n] \sin(k_n x) \} \cos \omega_n t \\ & + \{ [(b_i)_n - (b_r)_n] \cos(k_n x) + [(a_i)_n - (a_r)_n] \sin(k_n x) \} \sin \omega_n t \end{aligned} \quad (4.4)$$

Por otro lado, se pueden definir las diferentes series temporales medidas en los puntos $x=x_i$, tal que,

$$\eta(x_i, t) = \sum_{n=1}^{N/2} [a'_n \cos(\omega_n t) + b'_n \sin(\omega_n t)] \quad \text{para } 0 \leq t \leq t_{\max} \quad (4.5)$$

donde a'_n y b'_n representan los coeficientes de Fourier obtenidos para el registro. Al comparar las ecuaciones (4.4) y (4.5) se obtienen las siguientes igualdades:

$$a'_n = [(a_i)_n + (a_r)_n] \cos k_n x_i + [(b_i)_n + (b_r)_n] \sin k_n x_i \quad (4.6)$$

$$b'_n = [(b_i)_n - (b_r)_n] \cos k_n x_i + [(a_i)_n - (a_r)_n] \sin k_n x_i \quad (4.7)$$

De forma análoga si se considera la posición del segundo aparato de medición, j , con $x_i > x_j$ y $j > i$ se tiene un sistema de ecuaciones que si se resuelve para los valores de los

coeficientes $(a_i)_n$, $(a_r)_n$, $(b_i)_n$ y $(b_r)_n$ se obtiene su valor en función de los coeficientes de Fourier conocidos y la posición de cada aparato de tal forma que:

$$(a_i)_n = \frac{1}{2 \sin k_n (x_i - x_j)} \left[-a'_n \sin k_n x_i + a'_n \sin k_n x_j + b'_n \cos k_n x_i - b'_n \cos k_n x_j \right] \quad (4.8)$$

$$(b_i)_n = \frac{1}{2 \sin k_n (x_i - x_j)} \left[+a'_n \cos k_n x_i - a'_n \cos k_n x_j - b'_n \sin k_n x_i - b'_n \sin k_n x_j \right] \quad (4.9)$$

$$(a_r)_n = \frac{1}{2 \sin k_n (x_i - x_j)} \left[-a'_n \sin k_n x_i + a'_n \sin k_n x_j - b'_n \cos k_n x_i + b'_n \cos k_n x_j \right] \quad (4.10)$$

$$(b_r)_n = \frac{1}{2 \sin k_n (x_i - x_j)} \left[+a'_n \cos k_n x_i - a'_n \cos k_n x_j - b'_n \sin k_n x_i + b'_n \sin k_n x_j \right] \quad (4.11)$$

donde k_n es el número de onda calculado para cada frecuencia por medio de la ecuación de dispersión.

Una vez evaluados estos coeficientes, se aplica la transformada inversa de Fourier a los coeficientes con lo que se obtienen las series de tiempo de los oleajes incidentes y reflejados, $\eta_i(x,t)$ y $\eta_r(x,t)$.

Goda y Suzuki recomiendan que el rango de resolución de frecuencias se restrinja a:

$$\frac{\pi}{10} \leq k_n \Delta x \leq \frac{9\pi}{10} \quad (4.12)$$

donde, Δx : representa la distancia entre aparatos.

Para un arreglo formado por tres aparatos, se repite el procedimiento descrito anteriormente promediando las estimaciones por aparato. De esta forma el umbral mínimo de solución está limitado por la máxima distancia entre aparatos, y para frecuencias por debajo de este límite el método no existe solución. La frecuencia mínima de solución, f_{min} , está dada por la ecuación de dispersión tal que:

$$(2\pi f_{max})^2 = g k_{min} \tanh(k_{min} h) \quad (4.13)$$

donde h es la profundidad y k_{min} es el número de onda dado por:

$$k_{min} = \frac{\pi}{10 \Delta x_{max}} \quad (4.14)$$

donde Δx_{\max} , es el máximo espaciamento entre aparatos. Para el caso de la máxima frecuencia de solución, f_{\max} , esta se limita por la distancia mínima entre aparatos, como se muestra en las siguientes expresiones:

$$(2\pi f_{\min})^2 = gk_{\max} \tanh(k_{\max} h) \quad (4.15)$$

donde,

$$k_{\max} = \frac{9\pi}{10\Delta x_{\min}} \quad (4.16)$$

El coeficiente de reflexión se estima a partir de los espectros correspondientes a los oleajes incidente y reflejado que se obtienen de la solución del sistema de ecuaciones y se define con la siguiente expresión:

$$r_n = \frac{(S_r)_n}{(S_i)_n} \quad (4.17)$$

donde $(S_r)_n$, $(S_i)_n$ representan respectivamente, los espectros suavizados del oleaje reflejado e incidente.

Limitaciones

El método falla para aquellas frecuencias cuya longitud de onda, L , cumple con la siguiente igualdad:

$$\frac{\Delta x}{L} = \frac{n}{2} \quad n = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (4.18)$$

donde Δx es la separación entre aparatos.

El método no es capaz de dar solución para las frecuencias f , que satisfacen $\sin k\Delta x = 0$, donde k es el número de onda asociado a f .

4.3.2 Método de Mansard y Funke (modificado por Baquerizo (1995))

Este es uno de los métodos que necesitan tres o más series temporales de superficie libre para su realización, utiliza la técnica mínimos cuadrados para obtener las amplitudes complejas del oleaje incidente y reflejado.

Si se admite que la serie medida puede escribirse de la forma:

$$\eta_m(t) = \sum_{l=1}^N B_l^m e^{i\omega_l t} \quad m = 1,2,3 \quad (4.19)$$

donde B_l^m son los coeficientes complejos de Fourier de la función, el oleaje puede escribirse como:

$$\eta(x_m, t) = \sum_{l=1}^N \left(z_l^j e^{ik_l x_m} + z_R^l e^{-ik_l x_m} \right) e^{-i\omega_l t} \quad (4.20)$$

se tiene que cumplir para cada frecuencia angular ω_j , la función error dada por:

$$\varepsilon_j^m = z_l^j e^{ik_l x_m} + z_R^j e^{-ik_l x_m} - B_j^m \quad m = 1,2,3 \quad (4.21)$$

En general estas funciones tendrán valores complejos y no serán nulas debido a errores cometidos en la medición, los cuales tienen como causas más comunes: los ruidos y aspectos no lineales en los sensores, efectos no lineales de propagación del oleaje y los efectos viscosos.

El objetivo del método es encontrar z_l^j , z_R^j tal que el error dado por (4.21) sea mínimo para cada componente j .

Se considera la función suma de los cuadrados de los módulos de los errores cometidos en cada uno de los N sensores y para cada una de las M frecuencias:

$$E_j = E_j(z_l^j, z_R^j) = \sum_{m=1}^M |\varepsilon_j^m|^2 \quad (4.22)$$

Debido a que E_j toma valores no negativos, tiene sentido matemático y físico buscar un punto $z_0^j = (z_l^j, z_R^j)$ que minimice la función aunque z_l^j , z_R^j sean valores complejos. Se denota a la parte real e imaginaria del número complejo con $\Re\{\}$, $\Im\{\}$ respectivamente. Este mínimo debe verificar:

$$\begin{aligned} \frac{\partial E_i}{\partial \Re\{Z'_i\}} = 0; & \quad \frac{\partial E_i}{\partial \Im\{Z'_i\}} = 0 \\ \frac{\partial E_i}{\partial \Re\{Z'_R\}} = 0; & \quad \frac{\partial E_i}{\partial \Im\{Z'_R\}} = 0 \end{aligned} \quad (4.23)$$

Lo que equivale a resolver:

$$\frac{\partial E_i}{\partial z'_i} = 0; \quad \frac{\partial E_i}{\partial z'_R} = 0 \quad (4.24)$$

Al operar el sistema dado por (4.22) se tiene:

$$\begin{cases} M \overline{z'_i} + S_+ \overline{z'_R} - B_i = 0 \\ M z'_R + S_- z'_i - B_R = 0 \end{cases} \quad (4.25)$$

donde,

$$\begin{aligned} S_+ &= \sum_{m=1}^M e^{2ik'_i x_{m1}} & S_- &= \sum_{m=1}^M e^{-2ik'_i x_{m1}} \\ B_i &= \sum_{m=1}^M \overline{B_i^m} e^{i(-k'_i \tau_{m1} + k'_i \tau)} & B_R &= \sum_{m=1}^M \overline{B_i^m} e^{i(k'_i \tau_{m1} + k'_i \tau)} \end{aligned} \quad (4.26)$$

La solución al sistema (4.23) esta dada por:

$$\overline{z'_i} = \frac{B_R M - B_i S_-}{M^2 - S_+ S_-}; \quad z'_R = \frac{B_i M - B_R S_+}{M^2 - S_+ S_-} \quad (4.27)$$

La técnica de análisis se puede resumir en los siguientes puntos:

1. Calcular el espectro de las series de oleaje total, obtenidas en cada punto, tal que para $\eta_1(t)$, $\eta_2(t)$, $\eta_3(t)$ se tienen los espectros suavizados: $S_1(k \cdot \Delta f)$, $S_2(k \cdot \Delta f)$, $S_3(k \cdot \Delta f)$.
2. Obtener la amplitud de cada espectro por medio de:

$$A_i(k \cdot \Delta f) = \sqrt{2 \cdot S_i(k \cdot \Delta f) \cdot \Delta f} \quad (4.26)$$

3. Determinar el espectro cruzado en forma polar para las siguientes combinaciones: $\eta_1(t)$ con $\eta_2(t)$, $\eta_1(t)$ con $\eta_3(t)$.
4. Obtener la fase del espectro a partir del espectro cruzado, tal que: $PH_{12}(k \cdot Df)$, $PH_{13}(k \cdot Df)$ y para el caso $PH_{11}(k \cdot Df) = 0$ para todo k .

5. Hacer pares entre los espectros cruzados y la amplitudes.
6. Evaluar las series incidente y reflejada z'_i , z'_R con el sistema de ecuaciones presentado.
7. Evaluar los espectros de las series incidente y reflejada con:

$$S_i(k \cdot \Delta f) = \frac{\{z_i(k \cdot \Delta f)\}^2}{2\Delta f} \quad S_R(k \cdot \Delta f) = \frac{\{z_R(k \cdot \Delta f)\}^2}{2\Delta f} \quad (4.27)$$

8. Determinar el coeficiente de reflexión a partir de la siguiente ecuación:

$$R(k \cdot \Delta f) = \frac{z_R(k \cdot \Delta f)}{z_i(k \cdot \Delta f)} \quad (4.28)$$

Limitaciones

Existen dos limitaciones en la aplicación del método, que se deben a la pérdida de coherencia entre señales y a que el sistema de ecuaciones (4.25) no tiene solución para ciertas frecuencias.

A. Pérdida de coherencia

Este método utiliza, al menos, tres series temporales y supone que entre ellas existe una gran correlación. Físicamente esto significa que las series registradas son manifestaciones del mismo fenómeno. Una forma de verificar esta correlación es mediante la función de coherencia, $\gamma_{ij}(f)$, que se define como:

$$\gamma_{ij}(f) = \left(\frac{S_{ij}(f)}{S_{ii}(f)S_{jj}(f)} \right) \quad (4.29)$$

donde $S_{ij}(f)$ es el espectro cruzado entre las señales de los sensores i, j . $S_{ii}(f), S_{jj}(f)$ son los correspondientes espectros suavizados de las series temporales. La función $\gamma_{ij}(f)$ toma valores entre 0 y 1. Los valores de $\gamma_{ij}(f)$ cercanos a uno corresponden a frecuencias para las que las señales están muy correlacionadas.

B. Casos en los que no existe solución

Los coeficientes complejos de Fourier de los trenes incidente z_i' y reflejado z_r' , dados por (4.27) resultan del cálculo del cociente de dos determinantes. Cuando el denominador de esta ecuación es nulo, el sistema se indetermina y por lo tanto no tiene solución.

Ambos problemas se pueden solucionar si se colocan de forma adecuada los sensores de medición y si se toman en cuenta las siguientes anotaciones:

1. Para que exista coherencia entre señales es aconsejable que los sensores no estén muy alejados unos de otros (observen el mismo fenómeno físico);
2. Se debe evitar que los sensores estén uniformemente espaciados.

4.4 Análisis en tres dimensiones

El caso más sencillo que puede plantearse en el análisis de la reflexión en tres dimensiones es el de un tren irregular que incide de forma oblicua sobre la estructura. Estas técnicas pueden aplicarse a medidas realizadas en la naturaleza si el oleaje incidente consiste en un oleaje local con dispersión angular estrecha.

Como ya se ha mencionado a lo largo de este trabajo el oleaje proviene de diversas direcciones, y las técnicas de separación de oleaje total en sus componentes incidente y reflejada se encuentran con la dificultad adicional de estimar con la precisión adecuada el espectro direccional. La resolución del espectro debe ser lo suficientemente alta para poder tener en cuenta las principales direcciones de propagación con el fin de distinguir en el los picos direccionales que corresponden con el oleaje incidente.

Diversos autores como Benoit (1993), recomiendan realizar este análisis con al menos 30 componentes direccionales para cada frecuencia, como es de esperarse tanto los instrumentos elegidos para realizar las mediciones como los métodos de análisis de las mismas influyen de forma decisiva en la precisión de los resultados obtenidos.

Un problema que se presenta para la aplicación de este tipo de técnicas, es que cuando la medición del oleaje direccional se realiza en frente de una estructura reflejante se generan problemas con las fases de las componentes incidente y reflejada, debido a que la relación existente entre ambas no es aleatoria, sino que depende tanto de la distancia relativa del punto donde se encuentra el sensor a la estructura como del ángulo de incidencia con respecto a ella.

4.5 Definición del coeficiente de reflexión

A partir de las amplitudes complejas incidente, z'_i , y reflejada, z'_r , se pueden obtener las soluciones al sistema de ecuaciones dado por (4.25), y por tanto los espectros de las componentes incidente y reflejada del oleaje tal que:

$$S_i(j\Delta f) = \frac{z'_i{}^2}{2\Delta f} \quad ; \quad S_r(j\Delta f) = \frac{z'_r{}^2}{2\Delta f} \quad (4.30)$$

donde Δf es el intervalo de frecuencia.

El cociente entre las amplitudes complejas de dichas componentes dado por $K_R(f)$, es un número complejo que por consecuencia tiene un módulo expresado como $K_R(f)$ que se denomina coeficiente de reflexión, que depende de la frecuencia y una fase, $\phi(f)$, si se expresa este número en su forma polar, se tiene:

$$K_R(f) = K_R(f) e^{i\phi(f)} \quad (4.31)$$

El coeficiente de reflexión que depende de la frecuencia es el cociente entre el flujo de energía reflejada y el flujo de energía incidente en la sección de análisis para la frecuencia $j\Delta f$:

$$K_R(j\Delta f)^2 = \frac{S_r(j\Delta f)C_{gr}(j\Delta f)}{S_i(j\Delta f)C_{gi}(j\Delta f)} \quad (4.32)$$

Dado que en cada punto las celeridades de grupo del oleaje incidente y reflejado son iguales, dicho coeficiente puede calcularse de forma simple como:

$$K_R(j\Delta f)^2 = \frac{z'_r{}^2}{z'_i{}^2} \quad (4.33)$$

y la fase se define por medio de la siguiente ecuación:

$$\phi(j\Delta f) = \arg\left(\frac{z'_r}{z'_i}\right) \quad (4.34)$$

**Análisis teórico de la
reflexión debida a
estructuras porosas**

5 ANÁLISIS TEÓRICO DE LA REFLEXIÓN DEBIDA A ESTRUCTURAS POROSAS.

5.1 Introducción

Las estructuras porosas, tales como los diques rompeolas, son comúnmente usadas para proteger puertos, estuarios, y playas frente a la acción del oleaje. Además, son habitualmente utilizadas como elementos absorbentes en laboratorios para eliminar el oleaje no deseado durante los ensayos.

Previamente, varios autores han derivado soluciones teóricas para el cálculo de los coeficientes de reflexión y transmisión para estructuras porosas. Las soluciones existentes son válidas para estructuras con sección transversal rectangular y un tren de ondas incidiendo tanto normal como oblicuamente. La disipación de energía dentro de las estructuras se toma en cuenta introduciendo un coeficiente de fricción f , el cual se evalúa utilizando la condición de trabajo equivalente de Lorentz (Sollit y Cross, 1972; O. Madsen, 1974; O. Madsen y White 1976; P. Madsen 1983; Dalrymple et al. 1991, Silva 1995) o por medios experimentales.

En este capítulo se presenta el desarrollo teórico sobre la reflexión y transmisión de estructuras porosas debidas a ondas monocromáticas con incidencia normal u oblicua.

5.2 Oleaje monocromático

En este apartado se formula y se obtiene la solución general al problema de la propagación de un tren de ondas monocromático a través de un medio poroso.

5.2.1 Formulación del problema

Al considerar la interacción de un tren de ondas gravitatorio con una estructura porosa, isotrópica y homogénea de anchura b , entre dos regiones semiinfinitas de fluido de profundidad diferente h y h_3 , como muestra la figura 5.1. El tren de ondas incide oblicuamente con un ángulo θ , encontrando la cara del dique en $x = 0$. Parte de la energía es parcialmente reflejada y parcialmente transmitida a través del medio poroso. El movimiento de la ola dentro de la estructura porosa se amortigua cuando éste se propaga a través de los poros. Entonces, cuando la onda encuentra la cara aguas abajo del dique, es parcialmente reflejada hacia atrás de la estructura y parcialmente transmitida hacia la región semiinfinita aguas abajo. Dentro del dique las ondas transmitidas y reflejadas son consecuentemente reflejadas y transmitidas hacia el interior y hacia el exterior de las dos caras externas.

Para un fluido incompresible y movimiento irrotacional, el campo de ondas puede ser especificado por el potencial de velocidades Φ , en el exterior y en el interior del medio poroso,

las características del medio poroso vienen dadas por su porosidad ε , el coeficiente de fricción lineal f , y el término inercial s .

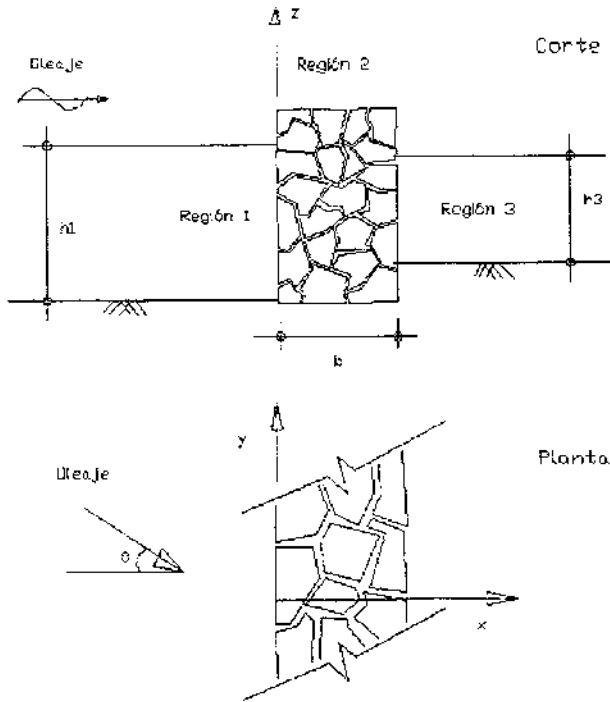


Figura 5.1 Definición del Problema

El problema de frontera puede ser completamente resuelto si el potencial $\Phi_i(x,y,z,t)$ es conocido en la i ésima región, donde $i=1,2,3$. estos potenciales se pueden expresar como,

$$\Phi_i(x, y, z, t) = \Re \left[\phi_i(x, z) e^{-i(\lambda z - \sigma t)} \right] \quad i = 1, 2, 3 \quad (5.1)$$

donde σ , es la frecuencia angular de la onda incidente, el parámetro λ es la componente del número de onda k_0 en la dirección del eje y , $\lambda = k_0 \text{sen } \theta$.

Para satisfacer las condiciones de frontera en cada interfase vertical, la variación en "y" de la solución en cada región debe ser la misma (ley de Snell). Los potenciales Φ_i deben satisfacer el siguiente problema:

Ecuación de dominio en la región i :

$$\frac{\partial^2 \phi_i}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi_i}{\partial z^2} - \lambda^2 \phi_i = 0 \quad \begin{cases} i = 1, 2, 3 \\ -h \leq z \leq 0 \end{cases} \quad (5.2)$$

con $\bar{u} = \bar{\nabla} \phi_i$

Condiciones de frontera:

Condición cinemática de contorno en el fondo:

$$\frac{\partial \phi_i}{\partial z} = 0 \quad \begin{cases} i = 1, 2, 3 \\ z = -h \end{cases} \quad (5.3)$$

Condición cinemática y dinámica en la superficie libre (combinadas)

$$\frac{\partial \phi_i}{\partial z} - \frac{1}{h} \phi_i = 0 \quad \begin{cases} i = 1, 2, 3 \\ z = 0 \end{cases} \quad (5.4)$$

donde

$$\begin{aligned} \Gamma_1 &= \frac{\sigma^2 h}{g} \\ \Gamma_2 &= \frac{\sigma^2 h}{g} (s - if) \\ \Gamma_3 &= \frac{\sigma^2 h_3}{g} \end{aligned} \quad (5.5)$$

y g es la aceleración de la gravedad.

Las condiciones de frontera en las superficies de transición entre las diferentes regiones se expresan en términos de la presión y del flujo de masa con el fin de asegurar la continuidad en las regiones adyacentes. La expresión matemática de las condiciones de compatibilidad que deben ser satisfechas son:

en $x = 0$:

Continuidad de la velocidad

$$\phi_{1x} = \varepsilon \phi_{2x} \quad -h < z \leq 0 \quad (5.6)$$

Continuidad de la presión

$$\phi_1 = (s - if) \phi_2 \quad -h < z \leq 0 \quad (5.7)$$

en $x = b$:

Continuidad de la velocidad

$$\varepsilon \phi_{2x} - \phi_{3x} \quad -h < z \leq 0 \quad (5.8)$$

Continuidad de la presión

$$(s - i f) \phi_2 = \phi_3 \quad -h < z \leq 0 \quad (5.9)$$

donde el subíndice indica derivada con respecto a la variable x .

5.2.2 Solución general

La resolución de este problema de contorno se realiza mediante el método de separación de variables, el cual conduce a un problema de Sturm-Liouville.

En la Región 1, el potencial ϕ_1 , (Dalrymple, Losada y Martin, 1990), se expresa como sigue,

$$\phi_1(x, y) = I_0(z) \left\{ e^{-ix\sqrt{k_0^2 - \lambda^2}} + R_0 e^{ix\sqrt{k_0^2 - \lambda^2}} \right\} + \sum_{n=1}^{\infty} I_n(z) R_n e^{ix\sqrt{k_n^2 - \lambda^2}} \quad (5.10)$$

donde se incluye una familia de modos evanescentes, la cual ayuda a satisfacer las condiciones de compatibilidad en la superficie de acuerdo. Fijemos el criterio de considerar siempre la raíz positiva que satisface,

$$\Re \left\{ \sqrt{k^2 - \lambda^2} \right\} \geq 0 \quad \Im \left\{ \sqrt{k^2 - \lambda^2} \right\} \leq 0 \quad (5.11)$$

El subíndice cero hace referencia al modo progresivo, el cual se propaga lejos de la estructura porosa. Los n modos evanescentes se disipan muy rápidamente a medida que se van alejando de la estructura porosa y se caracterizan por un número infinito de raíces imaginarias de la ecuación de la dispersión,

$$\Gamma_l = k_n h \tanh k_n h \quad n = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (5.12)$$

Las raíces reales de esta ecuación trascendente son $\pm k_n$, correspondiendo k_0 al modo propagante. R ($\equiv R_0$) es el coeficiente de reflexión, y es una cantidad compleja. Se asume que la amplitud de la onda incidente es igual a la unidad, lo cual no quita generalidad a la solución.

La dependencia con la profundidad $I_n(z)$, viene dada por la siguiente expresión:

$$I_n(z) = \frac{ig \cosh k_n(h+z)}{\sigma \cosh k_n h} \quad n = 0, 1, 2, \dots \tag{5.13}$$

Es bien conocido que la serie de autofunciones $\{\cosh k_n(h+z), n = 0, 1, 2, \dots\}$, es una serie ortogonal completa con,

$$\int_{-h}^0 \cosh k_n(h+z) \cosh k_m(h+z) dz = \delta_{nm} N^2 \tag{5.14}$$

donde,

$$N^2(k_n) = \frac{\sinh 2 k_n h + 2 k_n h}{4 k_n} \tag{5.15}$$

y δ_{nm} es la delta de Kronecker.

En la Región 2, el potencial de velocidades, se puede expresar como una suma de una onda progresiva y una familia de modos evanescentes.

$$\phi_z = \sum_{n=1}^{\infty} P_n(z) \left\{ A_n e^{-ix \sqrt{K_n^2 - \lambda^2}} + B_n e^{i(x-h) \sqrt{K_n^2 - \lambda^2}} \right\} \tag{5.16}$$

donde la dependencia de la profundidad es ahora dada por,

$$P_n(z) = \frac{ig \cosh K_n(z+h)}{\sigma \cosh K_n h} \quad n = 1, 2, 3, \dots \tag{5.17}$$

A_n y B_n son las amplitudes complejas de las ondas en el interior de la estructura porosa y K_n satisface la relación compleja de dispersión,

$$\Gamma_2 - (s - ij) \frac{\sigma^2 h}{g} = K_n h \tanh K_n h \quad n = 1, 2, 3, \dots \tag{5.18}$$

La familia de autofunciones $\{\cosh K_n(z+h), n = 1, 2, 3, \dots\}$ es también una serie ortogonal de funciones con un factor de normalización $N^2(K_n)$.

Por último, en la región fluida detrás de la estructura porosa,

$$\varphi_3(x,y) = T M_0(z) e^{-i(x-h) \sqrt{k_0^2 - \lambda^2}} + \sum_{n=1}^{\infty} M_n(z) T_n e^{-i(x-h) \sqrt{k_n^2 - \lambda^2}} \tag{5.19}$$

donde

$$M_n = \frac{ig \cosh k_n (h_3 + z)}{\sigma \cosh k_n h_3} \tag{5.20}$$

En la ecuación (5.13), T ($\equiv T_0$) es el coeficiente de transmisión complejo y T_n , $n > 0$ son las amplitudes complejas de los modos evanescentes en la parte posterior de la estructura. Los números de onda satisfacen la ecuación (5.12).

Con el fin de satisfacer las condiciones de compatibilidad en las interfases ($x = 0$ y $x = b$), se sustituye los potenciales Φ_1 , Φ_2 , y Φ_3 en las ecuaciones (5.6) a (5.9). Se obtiene con ello un sistema algebraico de ecuaciones cuyas incógnitas son R , R_n , T , T_n , A_n y B_n . Cada condición de compatibilidad incluye un número infinito de términos. Con el fin de simplificar el álgebra del problema, se utilizará la ortogonalidad de las autofunciones I_n , P_n y M_n en el dominio $(-h, 0)$. Se llega entonces al siguiente sistema de ecuaciones

$$\begin{aligned} X_{mm} R_m - (s - if) \sum_{n=0}^{\infty} Z_{mn} [A_n + B_n e^{-iQ_n b}] &= -\delta_m X_{0m} \\ \sum_{m=0}^{\infty} q_m Z_{mm} R_m - \varepsilon Q_n Y_{nm} [-A_n + B_n e^{-iQ_n b}] &= -\delta_m q_m Z_{0m} \\ (s - if) \sum_{n=0}^{\infty} Z_{mn} [A_n + B_n e^{-iQ_n b}] - V_{mm} T_m &= 0 \\ \varepsilon Q_n Y_{nm} [-A_n e^{-iQ_n b} + B_n] + \sum_{m=0}^{\infty} q_m W_{mn} T_m &= 0 \end{aligned} \tag{5.21}$$

donde

$$X_{mm} = \int_{-h}^0 I_m^2(z) dz \tag{5.22}$$

$$Y_{mm} = \int_{-h}^0 P_m^2(z) dz \tag{5.23}$$

$$Z_{mn} = \int_{-h}^0 I_m(z) P_n(z) dz \tag{5.24}$$

$$V_{mm} = \int_{-h}^0 M_m(z) I_n(z) dz \tag{5.25}$$

$$W_{nm} = \int_{-h_n}^0 M_m(z) P_n(z) dz \quad (5.26)$$

el cual puede resolverse numéricamente. El número de ecuaciones e incógnitas es de $4n+2$, donde, n es el número de modos evanescentes.

Es conveniente mencionar que para muchos estudios la aproximación de onda plana es utilizada, ya que su solución se simplifica de forma considerable debido a que solo se hace uso del modo progresivo en cada región.

5.3 Extensión al caso del oleaje

Para dar solución a este tipo de problemas, tal y como ha sido demostrado por Silva (1995), se puede hacer uso de las siguientes funciones de transferencia

$$S_R(f, \theta) = |R(f, \theta)|^2 S_i(f, \theta) \quad (5.27)$$

donde $R(f, \theta)$ es la función de transferencia de reflexión para cada uno de los armónicos.

El espectro del oleaje transmitido S_T se evalúa como,

$$S_T(f, \theta) = |T(f, \theta)|^2 S_i(f, \theta) \quad (5.28)$$

donde $T(f, \theta)$ es la función de transferencia de transmisión para cada una de las componentes armónicas.

El espectro total en cualquier localización x , aguas arriba del dique, se puede evaluar a través de la siguiente expresión,

$$S_\zeta(f, \theta, x) = |K_r(f, \theta, x)|^2 S_i(f, \theta, z) \quad (5.29)$$

donde $S_i(f, \theta)$ es el espectro de oleaje incidente y ξ_r es el desfase relativo, entre el oleaje incidente y reflejado, introducido por la estructura en cada una de sus componentes armónicas.

El coeficiente de reflexión,

$$R_{irr} = \frac{H_{rms,r}}{H_{rms,i}} = \sqrt{\frac{m_{0R}}{m_{0i}}} \quad (5.30)$$

donde H_{rmsi} y H_{rmsr} son la altura de ola cuadrática media incidente y la altura de ola cuadrática media reflejada, respectivamente.

El coeficiente de transmisión,

$$T_{irr} = \frac{H_{rmsi}}{H_{rmsi}} = \sqrt{\frac{m_0}{m_0}} \quad (5.31)$$

donde H_{rmsT} es la altura de ola cuadrática media transmitida.

Resultados y Caso de Aplicación

6 RESULTADOS Y CASO DE APLICACIÓN

Con base en las ecuaciones deducidas en el capítulo anterior, se presentan, en primer término, resultados del análisis teórico de la transformación del oleaje debida a una estructura porosa, haciendo variar diferentes parámetros, tanto de la estructura como del oleaje.

Posteriormente, se hace una descripción de la estructura que se instrumentó y las mediciones que se emplearon, para la estimación de la reflexión en campo. Por último, se muestran los resultados obtenidos bajo las metodologías de Goda y Mansard, así como su comparación, con las soluciones teóricas descritas anteriormente.

6.1 Análisis de resultados teóricos

Se analiza la dependencia de la solución teórica con respecto a:

- a) Parámetros de la estructura: Coeficiente de fricción, f , permeabilidad, ε , y anchura, b .
- b) Parámetros del oleaje: Angulo de incidencia, θ , frecuencia, kh , número de modos evanescentes, N .

6.1.1 Parámetros de la estructura

En las figuras 6.1, 6.2 y 6.3 se presentan en función de la profundidad relativa kh , las variaciones del coeficiente de reflexión para diferentes permeabilidades, coeficientes de fricción, y anchuras del dique. Para los dos primeros casos, las características de la estructura, que se utilizaron, están dadas por:

$$\begin{aligned} b &= 15\text{m} \\ \theta &= 0^\circ \\ T &= 12\text{ s} \\ f &= 1.501 \\ Nt &= 5 \text{ modos evanescentes.} \end{aligned}$$

Para el caso de diferentes anchuras de dique, se tiene:

$$\begin{aligned} \varepsilon &= 0.1 \\ \theta &= 0^\circ \\ T &= 12\text{ s} \\ f &= 1.501 \\ Nt &= 5 \text{ modos evanescentes.} \end{aligned}$$

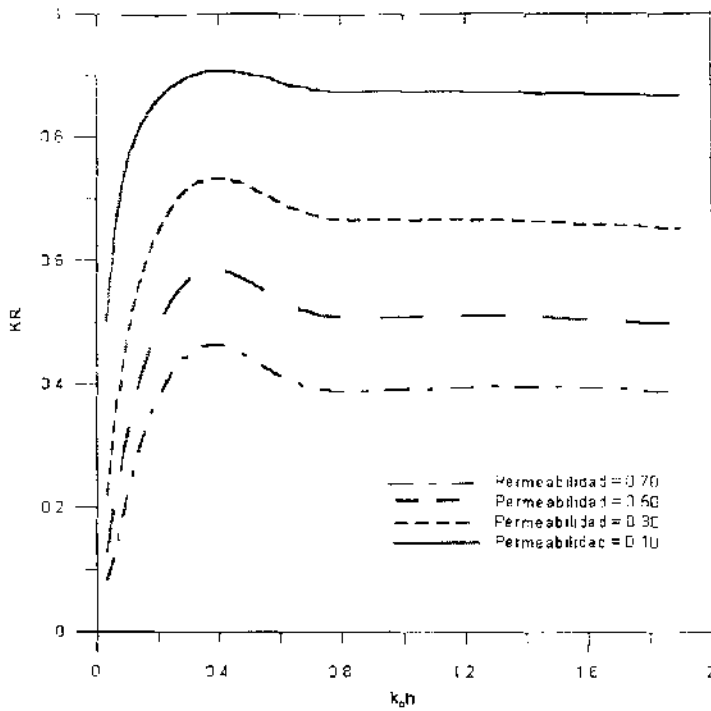


Figura 6.1 Coeficiente de reflexión en función de la profundidad relativa, para diferentes ε .

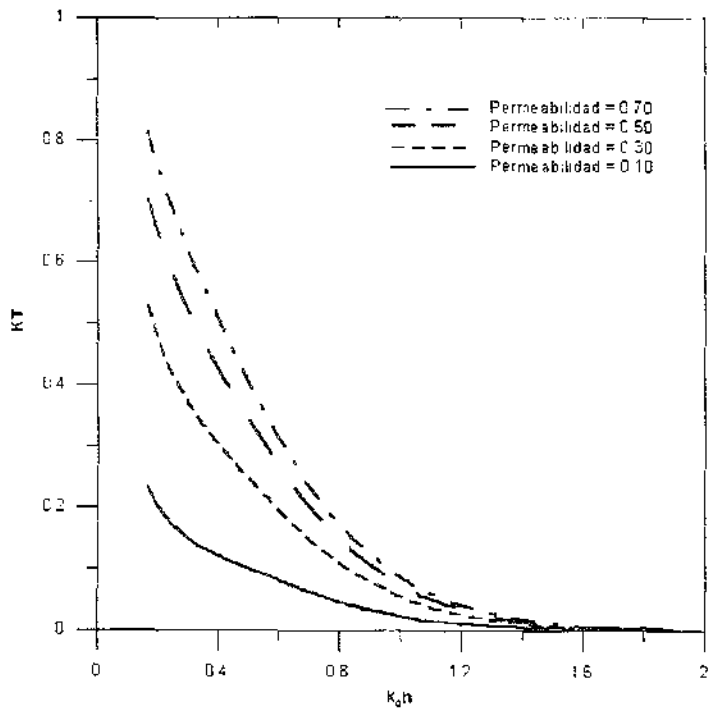


Figura 6.2 Coeficiente de transmisión en función de la profundidad relativa, para diferentes ε .

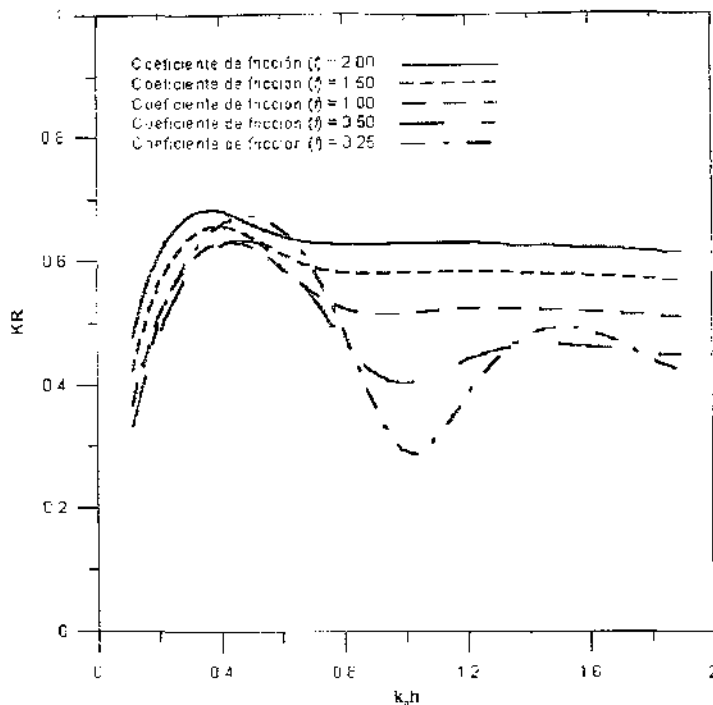


Figura 6.3 Coeficiente de reflexión en función de la profundidad relativa, variando f .

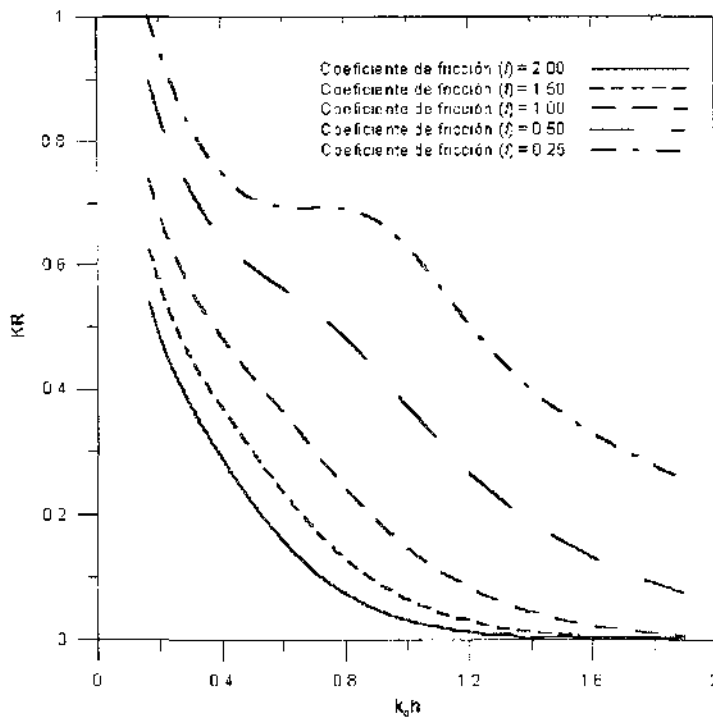


Figura 6.4 Coeficiente de reflexión en función de la profundidad relativa, variando f .

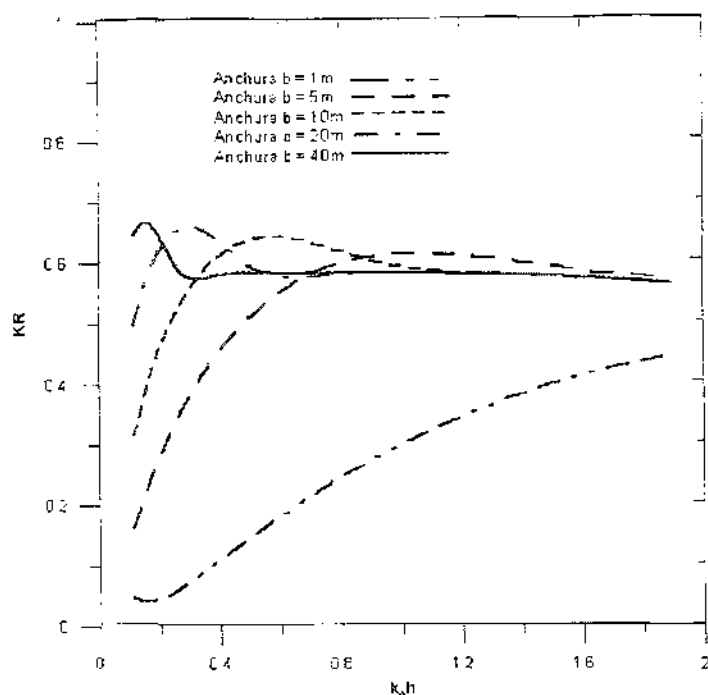


Figura 6.5 Coeficiente de reflexión en función de la profundidad relativa, variando b .

Si se observan las figuras 6.1 y 6.2, se puede afirmar que, para las condiciones de simulación presentadas, la permeabilidad de la estructura, es uno de los parámetros con mayor influencia sobre la reflexión del oleaje, dado que para valores de menos de 50%, éste coeficiente indica reflexiones de más del 50% del oleaje incidente, así mismo, a mayor permeabilidad, el coeficiente de transmisión aumenta.

En el caso de varios coeficientes de fricción, Figuras 6.3 y 6.4, se tiene que para ondas muy largas, valores de $k_d h$ pequeños, la transmisión tiende a ser total, mientras que la reflexión tiende a disminuir de forma considerable.

En la Figura 6.5, se muestra el coeficiente de reflexión en función de la profundidad relativa, variando la anchura del dique, en este caso se tienen coeficientes de reflexión del 60%, salvo en la curva de una anchura estrecha de un metro, en el que la reflexión es menor.

6.1.2 Parámetros del oleaje

En la figuras 6.6, se presenta la variación de la reflexión en función del ángulo de incidencia de oleaje. La estructura de simulación, posee las siguientes características, $b=15\text{m}$, $T=12\text{s}$, $\varepsilon=0.45$ y $f=1.501$.

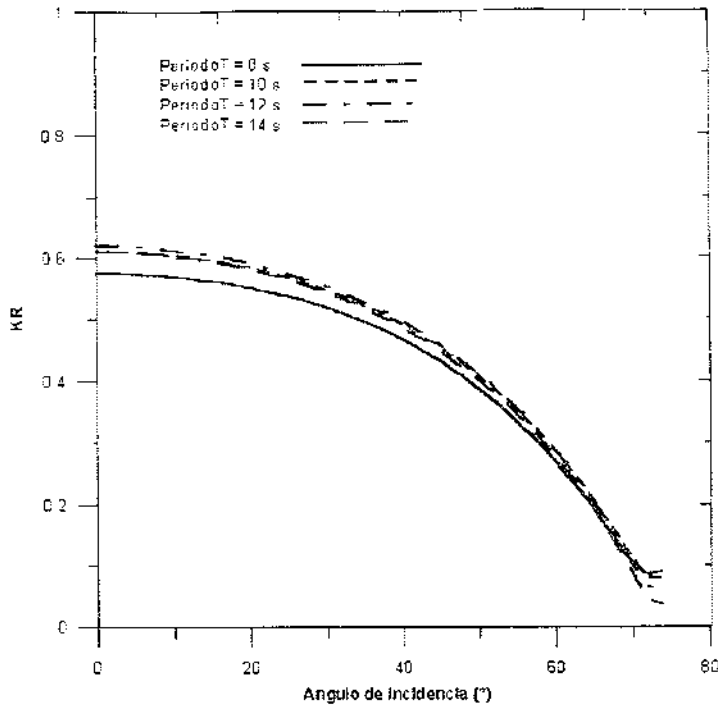


Figura 6.6a Variación de la reflexión en función del ángulo de incidencia del oleaje, variando el período de ola

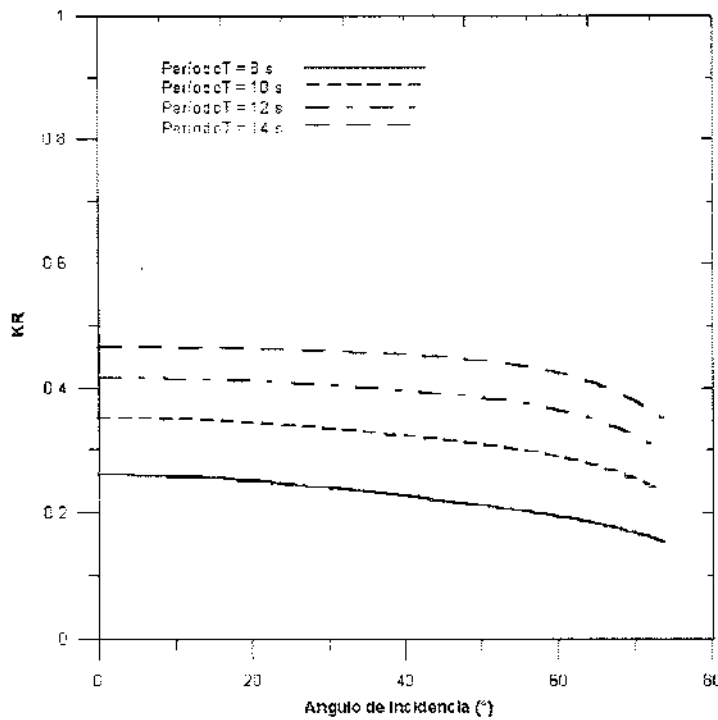


Figura 6.6b Variación de la transmisión en función del ángulo de incidencia del oleaje, variando el período de ola

En las figuras 6.5 y 6.6, se presentan los resultados de la variación del coeficiente de reflexión y transmisión, en función del ángulo de incidencia del oleaje, para diferentes períodos de ola, en ellas se puede observar que para el primer caso existe una gran variación; dado que, a mayores ángulos de reflexión menor es el coeficiente, sin embargo, para la transmisión se tienen variaciones mínimas con respecto al ángulo de incidencia, siendo el período el que domina para determinar el cambio de magnitud en el coeficiente.

6.2 Campaña de campo

Con objeto de estudiar el impacto de la reflexión del oleaje debida a estructuras marítimas de protección costera, y gracias al apoyo de la Universidad de Plymouth, en el Reino Unido, se utilizaron mediciones de oleaje realizadas en la costa sur de ese país (West Sussex), para el desarrollo de este trabajo (Ver Figuras 6.7a y 6.7b), .

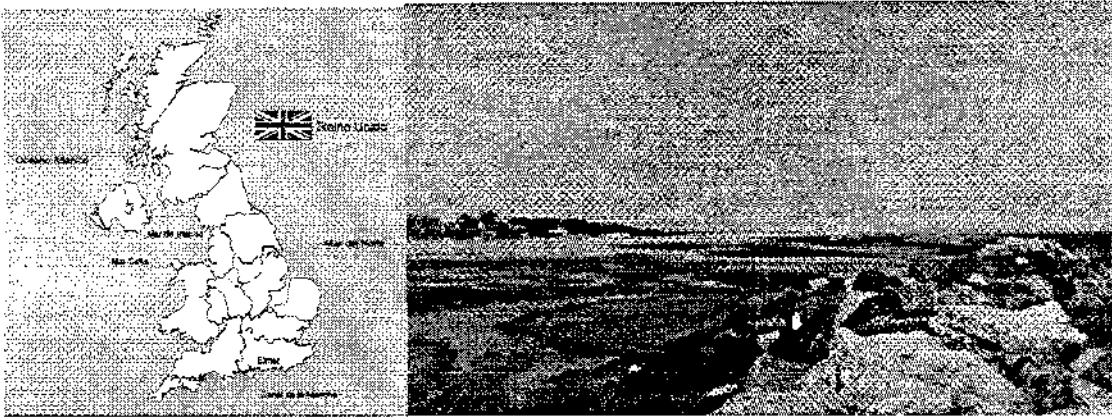


Figura 6.7a. Localización del sitio dentro del Reino Unido. **Figura 6.7b** Fotografía de los rompeolas.

Como se observa en la Figura 6.7b el rompeolas instrumentado es parte de un conjunto de ocho estructuras sin coraza construidos de escollera de granito y limo con un $D_{50}=1.2\text{m}$, para la sección de interés, ubicados en una zona donde la carrera de marea oscila entre 2.3 y 5.3m, además de que están sujetas a la acción de tormentas que se presentan en el Canal de la Mancha.

En la Figura 6.8 se muestra un esquema con las dimensiones en perfil, de la estructura en estudio.

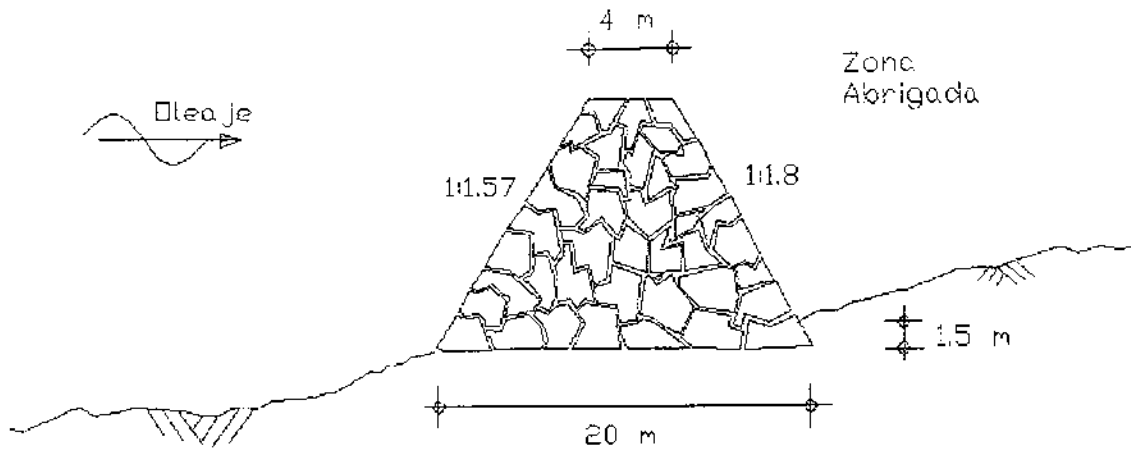


Figura 6.8 Dimensiones de la estructura en estudio.

Con el fin de estudiar la transmisión y reflexión del oleaje por este tipo de estructuras, se realizaron mediciones en la zona expuesta y abrigada de la misma, tal que en la primera se utilizaron 6 sensores de presión y en la segunda cuatro monitores de clima marítimo, colocados lo suficientemente cerca uno del otro, para asegurar la homogeneidad de los datos y minimizar los efectos de difracción o refracción generados por la estructura.

En ambos casos se midieron alrededor de 17 minutos continuos de oleaje, con intervalos de muestreo de 0.5s y 0.25s, para las zonas expuesta y protegida respectivamente. Es claro que los sensores de presión midieron oleaje total, es decir, el incidente más el reflejado por la estructura y los monitores midieron al oleaje transmitido.

En las Figuras 6.9a y 6.9b se presenta una fotografía del rompeolas instrumentado y un esquema con la configuración que se empleó para la ubicación de los aparatos de medición en ambas zonas.

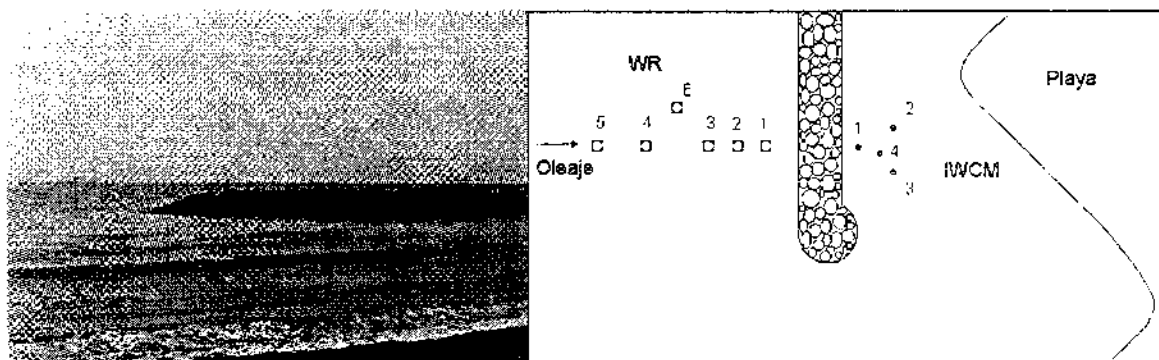


Figura 6.9a. Fotografía del rompeolas instrumentado. **Figura 6.9b.** Ubicación de aparatos.

Así mismo, en las figuras 6.10 y 6.11, se presenta la batimetría del sitio y un corte de la sección de estudio, respectivamente.

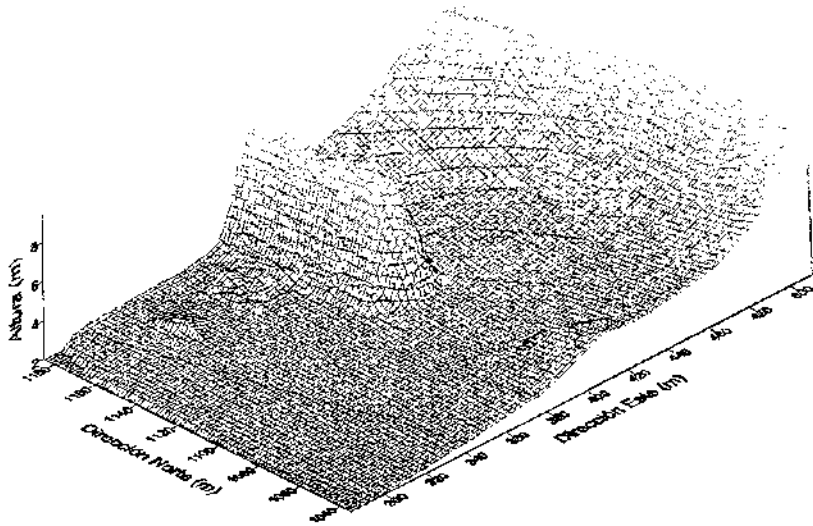


Figura 6.10 Topografía del rompeolas instrumentado.

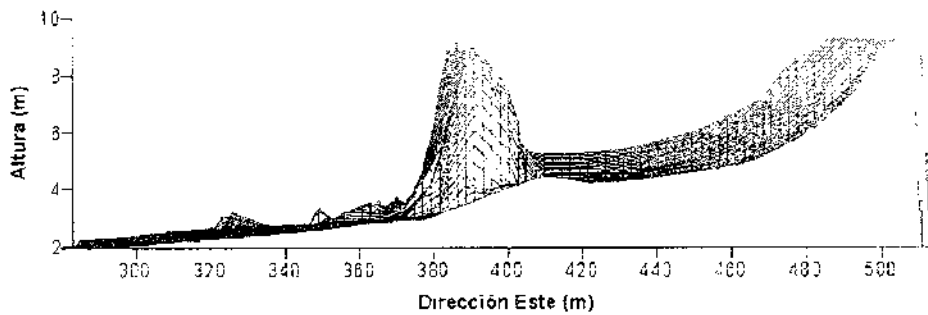


Figura 6.11 Corte en la sección de estudio

6.3 Resultados y análisis.

Con objeto de observar la transformación del oleaje debida al rompeolas, en las Figuras 6.12a y 6.12b se presentan los espectros calculados para tres diferentes series antes y después de la estructura, en ellas se muestra que para los casos de altas frecuencias la estructura filtra bastante bien la señal, no así para el caso de las bajas frecuencias que permanecen casi sin cambio, a partir de este resultado, es posible afirmar que este tipo de estructuras son muy eficientes para disipar a través del manto poroso las ondas de gravedad (<0.04 Hz), sin embargo, las ondas largas, como son las que componen la marca, son transmitidas sin presentar grandes transformaciones

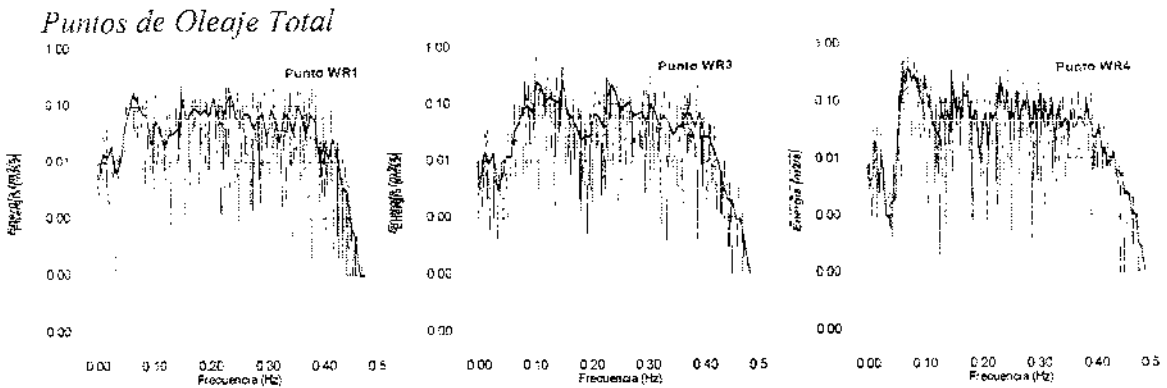


Figura 6.12a. Espectros de oleaje antes de la estructura.

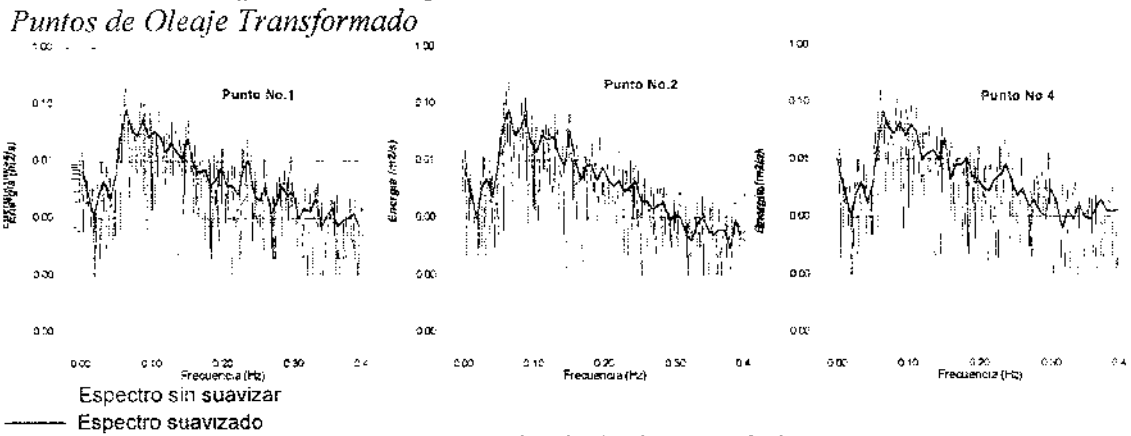


Figura 6.12b. Espectros de oleaje después de la estructura.

Con el fin de separar el oleaje incidente y reflejado del oleaje total medido, se emplearon las metodologías propuestas por Goda y Mansard, que se describieron en el capítulo 4. Para determinar que tan buena aproximación hacen dichos métodos, del oleaje total, se compararon los resultados obtenidos con el espectro de una señal de oleaje medida aguas arriba de la estructura, en la figura 6.13, se exhiben los resultados.

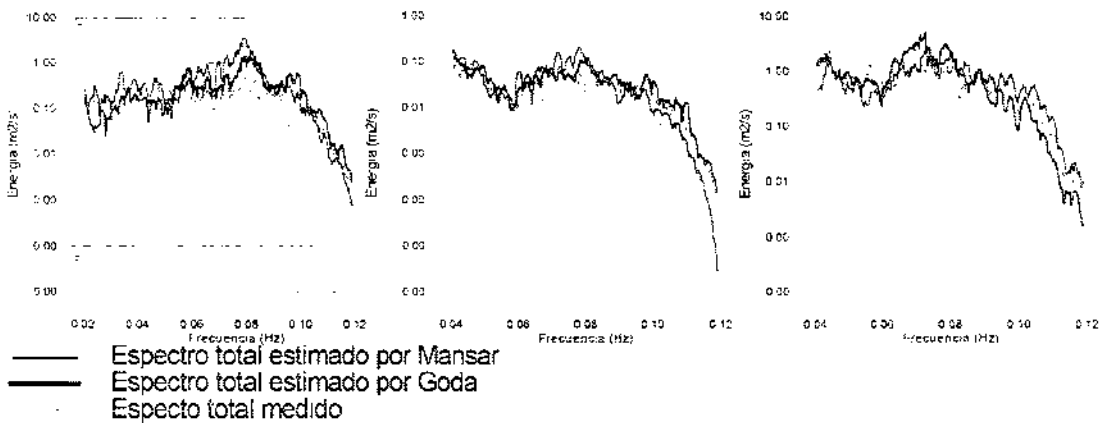


Figura 6.13. Comparación entre energía total medida y la estimada con Mansard y Goda.

Como se observa en la figura 6.13, los dos métodos utilizados en el presente trabajo describen de manera satisfactoria al oleaje total, ya que ambos siguen la tendencia descrita por la línea que define el espectro total de una señal medida en campo.

Para el cálculo de la reflexión en la estructura, se escogieron señales correspondientes a oleaje de tormenta, en el cual se somete al dique a condiciones extremas.

En la Figura 6.14, se muestran los resultados obtenidos a partir de cada metodología, a este respecto, a partir de éstos valores, se puede determinar el carácter reflejante del rompeolas, esta característica se puede asociar a que además de ser una estructura bien graduada, existe material en forma de sedimento, que ha ido colmatando los poros que puedan existir entre las piezas que lo componen, dotándolo de mayor impermeabilidad, y aunado a lo anterior, la playa refleja parte de la energía debido al desnivel de 1.5m, que existe entre la zona expuesta y la abrigada.

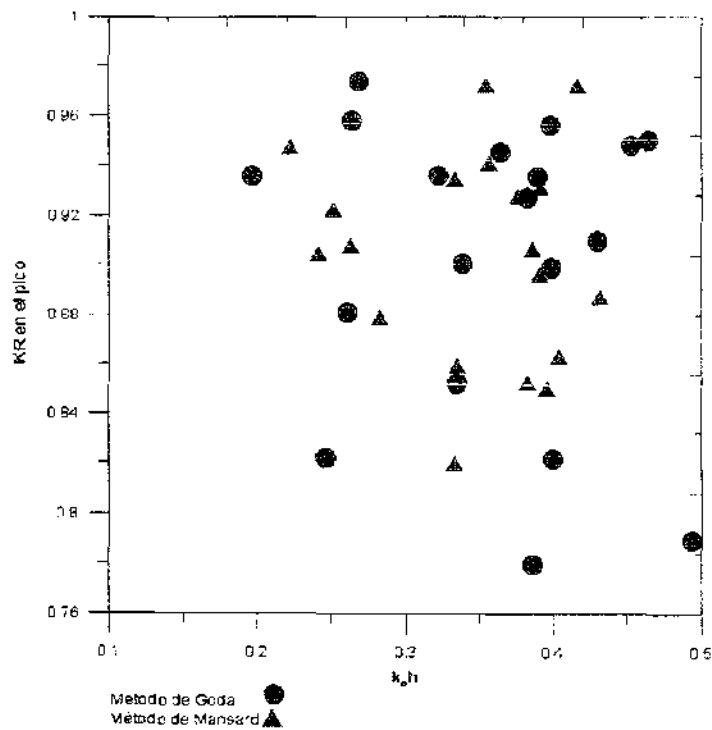


Figura 6.14 Coeficientes de reflexión estimados con Goda y Mansard para la estructura en estudio.

Con el propósito de observar el ajuste del modelo teórico que se desarrolló en el capítulo 4, con los datos de campo, se comparan los resultados del coeficiente de reflexión estimados por ambas metodologías para la estructura, con los que se obtienen a partir de la solución analítica de las ecuaciones, tomando las siguientes consideraciones, para el oleaje y la estructura.

$$\begin{aligned}
 T &= 12 \text{ s} \\
 h_1 &= 5 \text{ m} \\
 h_2 &= 3.5 \text{ m} \\
 \theta &= 0^\circ \\
 f &= 1.50 \\
 b &= 15 \text{ m}
 \end{aligned}$$

En la figura 6.15, se presentan los resultados obtenidos para la solución analítica, al variar la permeabilidad del dique, contra los coeficientes de reflexión estimados a través del método de Mansard, en función de la profundidad relativa.

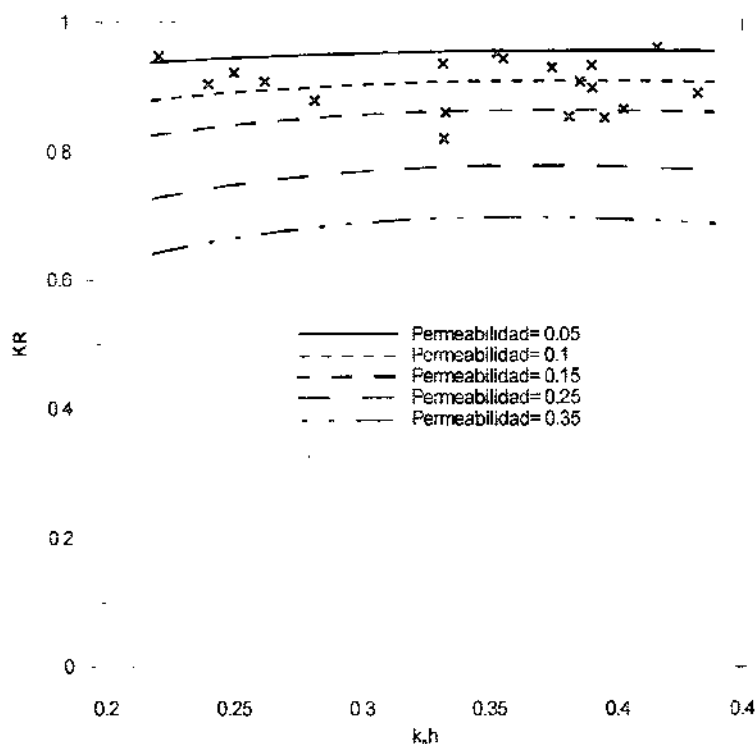


Figura 6.15 Comparación entre la solución analítica y los coeficientes de reflexión estimados por Mansard, para el dique en estudio.

De acuerdo con éstos resultados, se puede afirmar, que la teoría describe de forma adecuada las variaciones del coeficiente de reflexión, para una permeabilidad del 10%, lo que confirma para las condiciones de simulación elegidas, la impermeabilidad de la estructura, que se debe quizá, a un proceso de acumulación de sedimento dentro de los vacíos entre la escollera, la cual lo convierte en un dique muy reflejante.

Se presenta, en la Figura 6.16, la comparación entre el coeficiente de reflexión estimado a través del método de Goda y los valores obtenidos a través de la solución analítica para diferentes permeabilidades.

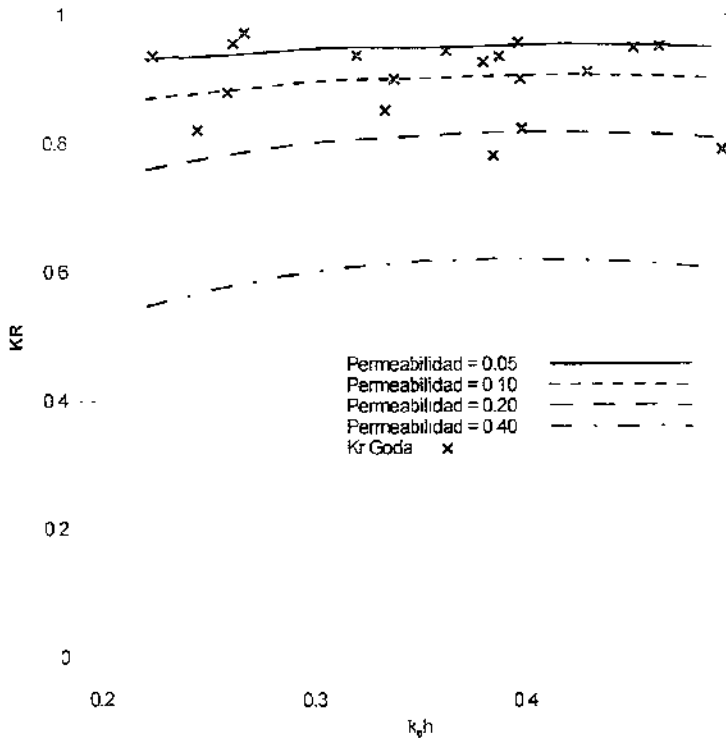


Figura 6.16 Comparación entre la solución analítica y los coeficientes de reflexión estimados por Goda, para el dique en estudio.

De acuerdo con los resultados obtenidos y en congruencia con los de Mansard, se tiene que la teoría logra aproximar los valores del coeficiente de reflexión, estimados con la metodología de Goda, para permeabilidades muy bajas, de menos del 10%.

Con objeto de completar la discusión y de alguna forma estimar la importancia de las ondas largas en el coeficiente de reflexión, se generaron resultados en los que se toma en consideración, la variación en ambos tirantes de agua, antes y después de la estructura, h_1 y h_3 , para un dique con las siguientes características:

$$\begin{aligned} \varepsilon &= 0.1 \\ b &= 15\text{m} \\ \theta &= 0^\circ \\ T &= 12\text{ s} \\ f &= 1.501 \end{aligned}$$

Los resultados obtenidos se muestran en las figuras 6.17 y 6.18.

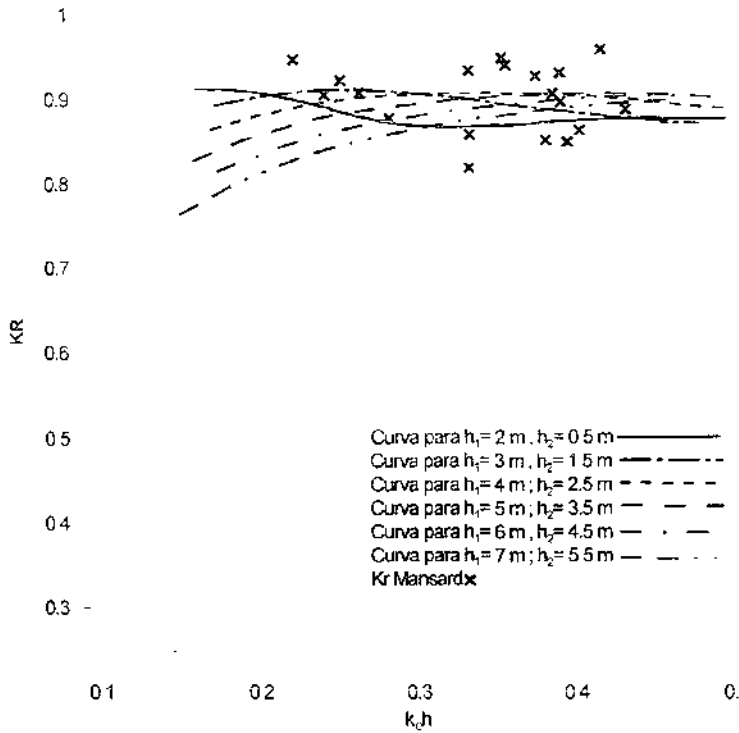


Figura 6.17 Comparación entre la solución analítica y los coeficientes de reflexión estimados por Mansard, para diferentes tirantes antes y después del dique.

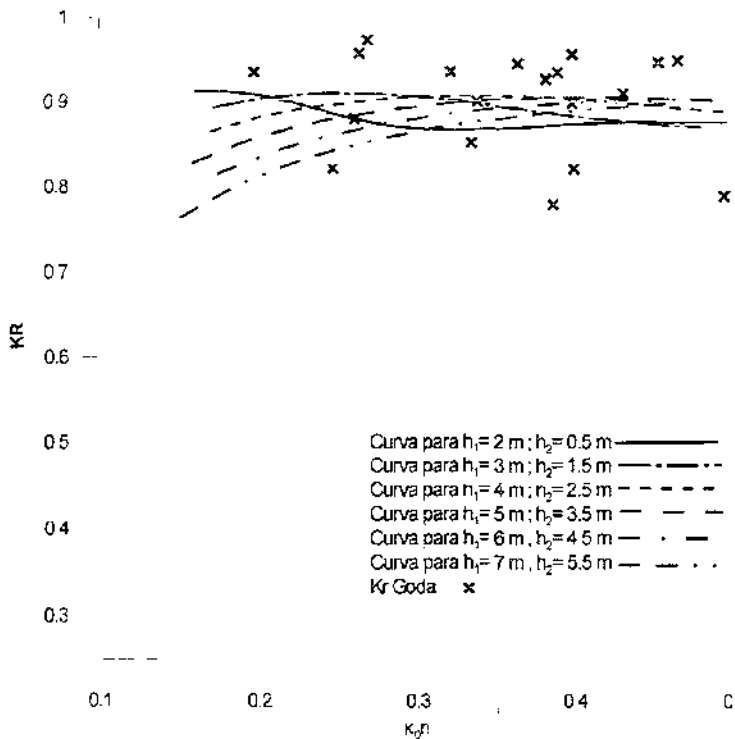


Figura 6.18 Comparación entre la solución analítica y los coeficientes de reflexión estimados por Mansard, para diferentes tirantes antes y después del dique.

De acuerdo con los resultados que se presentan en las figuras 6.17 y 6.18, se puede afirmar, que para las condiciones de simulación elegidas, a mayor tirante de agua, tanto en la zona expuesta del dique como en la abrigada, disminuye la reflexión, aunque no de forma significativa, sin embargo, si se observa la parte inicial de las curvas, es posible afirmar, que para el caso de frecuencias que se acercan a valores de ondas largas, a mayor nivel de agua menor es la reflexión de esas componentes.

Cabe hacer notar, que los datos estimados por Goda y Mansard, están dados para condiciones en las que se tiene un $h_1 = 4.8\text{m}$ promedio, por lo que se debe asociar a estos la curva de $h_1 = 5\text{ m}$ con $h_3 = 3.5\text{m}$.

Conclusiones y Futuras Líneas de trabajo

7 CONCLUSIONES Y FUTURAS LÍNEAS DE TRABAJO

En esta tesis se ha abordado el estudio de la reflexión del oleaje, su estimación en campo, y su modelado analítico cuando se genera por estructuras porosas, con diferencia en la magnitud de los tirantes aguas abajo y arriba del rompeolas. Las principales conclusiones organizadas por, a) metodologías estudiadas y b) solución analítica, son:

a) Metodologías estudiadas:

1. Los métodos utilizados para separar oleaje incidente y reflejado, propuestos por Goda y Mansard, describen de manera satisfactoria al oleaje total, ya que ambos siguen la tendencia descrita por el espectro total de las señales medidas en campo. De ahí que ambos métodos realizan de manera similar la separación del oleaje incidente y reflejado.
2. De acuerdo con los resultados del análisis espectral, antes y después de la estructura, para los casos de altas frecuencias, ésta filtra bastante bien la señal, no así para el caso de las bajas frecuencias que permanecen casi sin cambio.
3. Se comprueba la eficiencia de este tipo de estructuras para disipar, a través del manto poroso, las ondas de gravedad.
4. Ambas metodologías definieron el carácter reflejante de la estructura, dando valores de este coeficiente del orden del 90%.

b) Solución analítica:

1. La solución analítica que se presenta para la estructura en estudio, describe en forma adecuada el fenómeno de reflexión, dado que se analizó la dependencia de la solución de los parámetros de la estructura, y del oleaje.
2. Para las consideraciones supuestas, a medida que el coeficiente de permeabilidad aumenta, el coeficiente de reflexión aumenta, mientras que el de transmisión disminuye.
3. Lo mismo sucede con el coeficiente de fricción, dado que a medida que este aumenta, la reflexión aumenta, y la transmisión disminuye.
4. Con respecto a las ondas que se propagan, se puede concluir, que para ondas de largo período $k\eta h$ pequeños, el coeficiente de reflexión disminuye, no así para las componentes que pertenecen a las ondas gravitatorias.

5. Para ángulos de incidencia mayores que treinta grados, la reflexión disminuye considerablemente, no así la transmisión que permanece más estable.
6. Es posible afirmar, que para las condiciones de simulación elegidas, la variación en el nivel medio del mar tiene una influencia directa en la evaluación del coeficiente de reflexión, dado que a mayor tirante de agua, en ambas zonas del dique, disminuye.
7. La variación del coeficiente reflexión debida a la marea, está más asociada a frecuencias que se acercan a valores de ondas largas, que a las que se encuentran dentro del rango de ondas de gravedad.

Futuras líneas de trabajo

Finalmente, esta tesis abre líneas de investigación. Entre las cuales cabe destacar:

- Impacto de las corrientes en la evaluación de la transformación del oleaje.
- Inclusión de la rotura dentro de la solución analítica, hidrodinámica en la zona de rompientes.
- Estudio teórico de la reflexión, incluyendo la aproximación de la ecuación de pendiente suave.
- Impacto de la reflexión, en morfología de playas y formas de equilibrio.

BIBLIOGRAFÍA

1. Baquerizo, A.. (1995) "Reflexión del oleaje en playas". Tesis doctoral, Universidad de Cantabria, Santander, España.
2. Bendat J, Piersol A, (1986) "Random data, analysis and measurement procedures", John Wiley & Sons.
3. Dalrymple, R.A., Losada. M.A., Martín, P.A., (1991) "Reflection and transmission from porous structures under oblique wave attack" *J. Fluid Mechanics*. 224, pp 625-644.
4. Dalrymple, R.A., y Martin. P.A., (1991), "Wave diffraction through offshore breakwaters" *Journal Waterways, Port, Coastal and Ocean Engineering*. ASCE. vol. 116, no. 6, pp 727-741
5. Dean, R., Dalrymple, R.A., (1991) "Water wave mechanics for engineers and scientists", *Advanced Series on Ocean Engineering*, volume 2, World Scientific, pp 353.
6. Frigaard P., and Brorsen M., (1998), "Experimental and numerical wave generation and analysis", *Hydraulics and Coastal Engineering Laboratory, Department of Civil Engineering, Aalborg University*.
7. Goda, Y. (2000) "Random Seas and design of maritime structures", University of Tokio Press. World Scientific.
8. Goda, Y., and Y. Suzuki, (1976), "Estimation of incident and reflected waves in random wave experiments", *Proceedings of the 15th Coastal Engineering Conference*, Vol I, 828-845 pp.
9. Kajima, R., (1969) "Estimation of incident wave spectrum in the sea area influenced by reflection", *Coastal Engineering in Japan*, 12, 9-16 pp.
10. Losada, M.A., López, C., (1999), "Mound breakwater stability versus wave reflection", *Coastal Structures*, Balkema, Rotterdam.
11. Madsen, O.S., (1974) "Water transmission through porous structures", *J. Waterways, Ports, Coastal and Ocean Engineering*, ASCE, 100, pp 169-188.
12. Madsen, O.S., White, S. M., (1976), "Reflection and transmission characteristics of porous rubble mound breakwaters", *Miscellaneous Report*, no. 76-5, U. S. Army. Corps of Engineers, CERC, 138 pp.

13. Madsen, P.A. (1983), "Wave reflection from a vertical permeable wave absorber", *Coastal Engineering* 7, 381-396.
14. Mansard, E.P.D. & Funke, E.R. (1980), "The measurement of incident and reflected spectra using a least squares method", *Proceedings of the 17th Coastal Engineering Conference*, 154-172 pp.
15. Mellor, G., (1996), "Introduction to physical oceanography", AIP press, Springer Verlag, New York.
16. Pedrozo, A., (1999), "Análisis frecuencial y temporal y del oleaje", Tesis para obtener el título de ingeniero civil, Facultad de Ingeniería, UNAM, México.
17. Sherman, P., (1988), "Manual of harmonic analysis and prediction of tides", US Department of Commerce, Coast and geodetic survey.
18. Silva, R., (1995), "Transformación del oleaje debido a obras de defensa del litoral", Tesis doctoral, Universidad de Cantabria, Santander, España.
19. Simmonds, D., Pedrozo, A. & Silva, R., (2000), "Estimación de la reflexión generada por estructuras", XIX Congreso Latinoamericano de Hidráulica. Córdoba Argentina, IAHR.
20. Simmonds, D., Chadwick, A.J., Bird, P.A.D & Pope, D., (1997), "Field Measurements of Wave Transmission through a Rubble Mound Breakwater", *Proceedings Coastal Dynamics '97*, Plymouth. ASCE
21. Sollit, R. B., y Cross, C.K., (1972), "Water transmission through permeable breakwaters". In *Proc. 13th Coastal Engineering Conference*, Vancouver, ASCE, pp 1827-1846.
22. Sollit, R.B., y Cross, C.K. (1976), "Wave reflection and transmission at permeable breakwaters". Technical paper No. 76-8. CERC.
23. Yokoki, H., Isobe, M., & Watanabe, W., (1994) "A method for estimating reflection coefficient in short crested random seas". *Proc. of 23rd International Conference on Coastal Engineering*, Kobe.