

01170
12



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA
DE MEXICO**

**DIVISION DE ESTUDIOS DE POSGRADO
FACULTAD DE INGENIERIA**

**RED DIGITAL DE ECUALIZACION Y CRUCE PARA
SISTEMAS DE AUDIO DE ALTA FIDELIDAD**

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE:

MAESTRO EN INGENIERIA ELECTRICA

(OPCION INSTRUMENTACION)

P R E S E N T A :

ING. ANTONIO PEREZ LOPEZ

ASESOR DE TESIS: M. EN C. SANTIAGO JESUS PEREZ RUIZ

2 12/00

MEXICO, D. F.

MAYO 2001



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

INDICE

| | |
|--|----|
| AGRADECIMIENTOS. | 3 |
| DEDICATORIAS. | 4 |
| RESUMEN. | 5 |
| 1. INTRODUCCIÓN. | 6 |
| 1.1 Antecedentes. | 6 |
| 1.2 Clases de redes de cruce. | 7 |
| 1.2.1. Redes de cruce pasivas. | 8 |
| 1.2.2. Redes de cruce activas. | 9 |
| 1.3 Objetivos. | 11 |
| 2. TIPOS DE REDES DE CRUCE. | 13 |
| 2.1. Red de cruce de voltaje-constante. | 15 |
| 2.2. Red de cruce pasa-todo (all-pass). | 21 |
| 2.3. Red de cruce Linkwitz-Riley. | 25 |
| 2.4. Red de cruce de fase lineal y alta pendiente. | 28 |
| 2.5. Conclusión del tipo de redes. | 30 |
| 3. FILTROS DIGITALES. | 32 |
| 3.1. Filtros FIR. | 33 |
| 3.2. Filtros IIR. | 34 |
| 3.3. Comparación entre los filtros FIR y los IIR. | 35 |
| 3.4. Diseñando filtros FIR. | 37 |
| 3.4.1. Diseño por ventaneo. | 37 |
| 3.4.2. Diseño por muestreo en frecuencia. | 39 |
| 3.4.3. Diseño optimizado utilizando el algoritmo de Parks-McClellan. | 40 |
| 3.4.4. Características de las redes digitales de cruce. | 41 |
| 4. RESULTADOS. | 42 |
| 4.1. Simulación. | 42 |
| 4.2. Evaluación. | 48 |
| 4.2.1. Arreglo experimental para las mediciones. | 48 |
| 4.2.2. Lista del equipo utilizado para las mediciones. | 50 |
| 4.2.3. Red de cruce de voltaje-constante. | 51 |
| 4.2.4. Red de cruce pasa-todo. | 58 |
| 4.2.5. Red de cruce implementada con un filtro programable. | 65 |
| 4.2.6. Red digital de cruce. | 72 |
| CONCLUSIONES. | 80 |
| APENDICE A. | |
| Teoría del diseño de cajas acústicas. | 81 |
| APENDICE B. | |
| Listado del programa de simulación. | 83 |
| REFERENCIAS. | 92 |

AGRADECIMIENTOS.

Agradezco sinceramente:

A Dios, porque siempre ha estado a mi lado y en los momentos difíciles me ha ayudado.

A Ricardo, Jesús y Felipe, por su paciencia, comprensión y tolerancia durante la elaboración de este trabajo; pero, sobre todo por su amistad, que espero saber valorar y conservar durante mucho tiempo todavía.

A todos los amigos y compañeros que me ayudaron y apoyaron en la realización de este trabajo.

A las instituciones que me han formado profesionalmente en el campo de la ingeniería: al Instituto Politécnico Nacional (IPN) y a la Universidad Nacional Autónoma de México (UNAM).

Al Centro de Instrumentos de la UNAM, que me ha dado la oportunidad de desarrollarme profesionalmente, de conocer a gente muy valiosa y de superarme académica y humanamente.

GRACIAS.

DEDICATORIAS.

Dedico, con mucho cariño, este trabajo:

A Aurorita y Antonio, mis queridos padres.
Por darme la vida, educarme, encausarme y dejarme ser.
Nunca será suficiente lo que haga para agradecer lo que me han dado.

A Martha, mi amada esposa, amante, amiga y compañera.
Por su paciencia, comprensión y extraordinaria tolerancia
(sobre todo en estos últimos dos años y medio);
pero, sobre todo por su amor y confianza.
Sin ella no hubiera sido posible empezar y,
mucho menos, terminar este trabajo.

A Lorena, Thania y Sandra, mis latosas;
pero, muy queridas hijas que, aunque no lo crean,
siempre han sido el motivo de mi vida y
sin ellas no tendría sentido todo lo que hago.

A Tachita, mi querida Suegra.
Por su candor y
su incondicional solidaridad y apoyo
en todo momento.

A Toña, Pepe, Tere, Juan y Jorge; mis queridos hermanos.
Por su ejemplo y tenacidad para afrontar la vida.

Y a todo aquel y aquello
que ha influido en mi carácter y
vida profesional.

RESUMEN.

El objetivo de este trabajo es la implementación de una red de cruce y equalización con filtros digitales de respuesta finita al impulso, mejor conocidos como filtros FIR o no recursivos. Con la aplicación de esta red digital a los sistemas de audio, es posible optimizar y mejorar las ventajas que se han logrado con las redes analógicas de cruce implementadas con filtros pasivos y activos.

En esta tesis se efectuó una revisión de los trabajos que se han realizado sobre el diseño de redes de cruce, con la finalidad de determinar el más adecuado para el diseño de una red digital de cruce. Para lograr este diseño se elaboraron varios programas en MATLAB®, con los cuales se realizó la simulación y el análisis del desempeño de diferentes tipos de redes. De este análisis, se concluyó que las características de la red de cruce pasa-todo son las que se requieren para cumplir con dicha finalidad. La red digital de cruce diseñada, se implementó en el PDS TMS320C30 mediante un programa de manipulación especializado.

Como resultado de este trabajo, se muestran las gráficas obtenidas de la simulación, así como de las mediciones de evaluación eléctricas y acústicas de la red digital de cruce y de otras tres redes analógicas de diferentes características. Con estas mediciones se pudo realizar una comparación, con la que se establecieron sus diferencias y la conveniencia de su aplicación en sistemas de audio de alta fidelidad.

1. INTRODUCCIÓN.

Los altavoces electrodinámicos, los cuales se utilizan en más del 90 % de los diseños de sistemas de audio, han quedado a la zaga con respecto a otros componentes que constituyen la cadena de audio. Este rezago se manifiesta, esencialmente, en una de sus características más importantes: la eficiencia (relación entre la potencia acústica de salida y la potencia eléctrica de entrada, ver apéndice A); la cual es baja y dependiente de la frecuencia.

Sin embargo, las deficiencias que presentan este tipo de altavoces pueden ser corregidas, en cierta medida; adecuando y optimizando el funcionamiento de los demás componentes que conforman el sistema de audio. Estos componentes son, por un lado, la red de cruce (divisora o de división de frecuencias) y ecualización (ponderación o alineamiento) [1-7] y, por el otro, la caja acústica en la que se monten los altavoces [8-10] (la importancia de ésta, se ilustra en forma sintetizada en el apéndice A).

Por otro lado, los avances tecnológicos de la industria de la grabación profesional han impuesto la necesidad de mantener la señal de audio en formato digital siempre que sea posible [1]. Esta necesidad ha hecho que el procesamiento de señales que utilizan los equipos más sofisticados, para registro, mezclado, edición, grabación, reproducción, etc., sea enteramente digital. Una de las metas, de la ingeniería del audio, es extender las ventajas del procesamiento digital de señales (PDS) a toda la cadena de reproducción. Un eslabón de esta cadena lo representa la red de cruce y ecualización; indispensable en un sistema de audio de alta fidelidad.

1.1. Antecedentes.

Para comprender las consideraciones de diseño a las que están sujetas las redes de cruce en los sistemas de audio de alta fidelidad, es necesario revisar, someramente, la historia y la teoría del diseño de cajas acústicas, apéndice A.

La inquietud por mejorar los sistemas electroacústicos para reproducir, con mayor fidelidad, la señal de audio grabada fue iniciada de manera formal por Villchur (con el Sistema de caja cerrada en 1957) y Novak (con el sistema de caja con conducto en 1959) [11], dando lugar al trabajo clásico del sistema bass-reflex de A. Neville Thiele, el cual fue presentado por primera vez a principios de 1961. Esto representó una aportación importante al trabajo hecho hasta esos días sobre sistemas de audio y proporcionó nuevos conceptos y criterios que facilitaron su diseño [1].

Una década después, Richard H. Small produjo una serie de artículos sobre el análisis de los sistemas de audio a frecuencias bajas [8-10], dándose a conocer el primero a mediados de 1972, en una revista de circulación internacional. A partir de la publicación de esos artículos se consolidó una teoría, relativamente fácil de entender, para el análisis de ese tipo de sistemas y se adoptaron los parámetros conocidos como de Thiele-Small, que desde entonces se han utilizado para el diseño de sistemas de audio de alta fidelidad [8].

Como se puede ver, la aplicación de la ingeniería para el análisis, diseño, desarrollo y evaluación de los sistemas de audio es relativamente reciente; y la implementación de técnicas digitales, aún más [3, 4 y 12].

Por otra parte, hace aproximadamente 20 años, ni el programa musical grabado en cinta magnética, ni el de los discos de acetato (formatos introducidos comercialmente en la década de los 40's), ni las transmisiones de radio en FM estéreo (de los 60's), contenían energía, que fuera significativa, por debajo de los 40 Hz [1 y 11]. Por ello, resultaba vano el deseo de que los sistemas de audio alcanzaran una extensión substancial de la eficiencia, hacia la gama de frecuencias bajas. Sin embargo, a partir de la década de los 80's, surgieron dos factores que cambiaron este punto de vista: los equipos de masterización y reproducción de audio digital, de entre los cuales destaca el de formato en disco compacto (CD en inglés); introducido en 1982 [12].

El formato en CD es, en la actualidad, el más popular y posee un ancho de banda que comprende frecuencias que van desde casi 0 Hz (corriente directa, c.d.) hasta 20 kHz, con un intervalo dinámico de prácticamente 100 dB. Por lo tanto, existe la posibilidad de grabar señales con un contenido significativo de frecuencia por debajo de los 20 Hz; que se pueden escuchar [13].

Es justo señalar que, aunque tardío, el desarrollo tecnológico que tuvo la grabación y reproducción analógica en cinta magnética de casete, logró extender el ancho de banda de 20 a 20000 Hz a principios de los 80's [12].

Por otra parte, recientes investigaciones en psicoacústica sugieren que el cambio de fase y el retraso de grupo asociado con los filtros pasa altas, en su región de bajas frecuencias, son importantes en la percepción subjetiva del sonido [1]. Por lo tanto, un sistema que no responde linealmente a frecuencias inferiores a los 40 Hz no puede ser considerado como de alta fidelidad, para los niveles más altos de calidad subjetiva [1 y 13].

1.2. Clases de redes de cruce.

La necesidad de una red de cruce se debe a que un solo altavoz, aunque sea de alta calidad, no cubre completamente el espectro o gama de frecuencias de audio. Por lo tanto, a dicho altavoz, no se le puede aplicar el calificativo de dispositivo de "alta fidelidad o alto desempeño" [1]. Es por ello que, el altavoz de alta fidelidad es, en realidad, un arreglo de altavoces que se complementan. El sistema de audio, en su forma más simple (de dos vías), está formado por una caja de propiedades acústicas definidas, dos altavoces especializados y una red de cruce.

La caja acústica coadyuva al desempeño del altavoz encargado de reproducir las frecuencias bajas. El tipo de caja en la que se monte ese altavoz es muy importante, debido a que, además de evitar el corto circuito acústico, controla parámetros que influyen al buen desempeño del altavoz, como son la compliancia y el desplazamiento máximo [8-10]. El corto circuito acústico consiste en la cancelación del sonido debido a la interferencia destructiva del sonido

radiado por la parte frontal y posterior del altavoz. Esta interferencia ocurre cuando el producto kb (donde k es el número de onda y b es el radio del altavoz) es suficientemente pequeño como para que el altavoz radie perpendicularmente a su eje acústico [14].

Además, en el diseño físico de la caja, se deben tener en cuenta algunos inconvenientes derivados de la separación y el desalineamiento de los altavoces [5], como son: a) la inclinación del patrón de radiación, con respecto al eje acústico del sistema y b) la reducción del ángulo de dispersión vertical del lóbulo principal de radiación y la consecuente aparición de lóbulos secundarios. Todo esto ocurre en la región de frecuencias donde se realiza la transición de la señal eléctrica y acústica de un altavoz a otro, por lo que ambos altavoces reproducen la misma señal simultáneamente (región de cruce) [5]. Por otra parte, debido a la forma geométrica de la caja, se genera interferencia del campo sonoro en la gama de frecuencias altas, debido a la difracción en las esquinas o bordes [15].

Los altavoces especializados son transductores que reproducen el sonido en diferentes intervalos o bandas de frecuencia del espectro audible, y se conocen como: a) reproductor de frecuencias bajas (*RFB*) o woofer, b) reproductor de frecuencias medias (*RFM*), pasa banda o midrange (para el caso de sistemas de tres vías) y c) reproductor de frecuencias altas (*RFA*) o tweeter.

La red de cruce se encarga, principalmente, de canalizar dichas bandas al altavoz especializado correspondiente, por medio de diferentes filtros como son: a) el pasa bajas, b) pasa banda (en el caso de tres vías) y c) pasa altas.

1.2.1. Redes de cruce pasivas.

Como señala Linkwitz [5], el diseño de una red de cruce pasiva (llamada así porque sus componentes eléctricos son pasivos) es una tarea difícil si se desean obtener resultados óptimos, debido a que esta clase de redes se conectan entre el amplificador de potencia y los altavoces del sistema.

Por una parte la impedancia de la red influye en la salida del amplificador, y por otra la impedancia de los altavoces depende de la frecuencia; además, esta impedancia es probable que no sea puramente real en la región cruce [5]. La configuración de un sistema pasivo se muestra en la figura 1.1.

También, es muy probable que los altavoces tengan diferente eficiencia (relación entre la potencia acústica de salida y la potencia eléctrica de entrada). Esto implica que, para igualarlas, es necesario incorporar atenuación en el filtro que maneja el altavoz cuya eficiencia es mayor. Esta atenuación causa que la impedancia de salida del amplificador se incremente, lo que provoca que el amortiguamiento de la resonancia mecánica del altavoz se reduzca [5].

Debido a que el altavoz *RFB* requiere de un mayor amortiguamiento, para controlar su desempeño, no se puede permitir que el filtro pasa bajas tenga atenuación. Esto significa que el altavoz *RFA* debe tener una eficiencia igual o mayor a la del *RFB*, por lo tanto, restringe la

elección de los *RFA*'s que se puedan combinar con un *RFB* específico [5]. Por todo eso, se desarrolló otra clase de redes más sofisticadas: las redes de cruce activas.

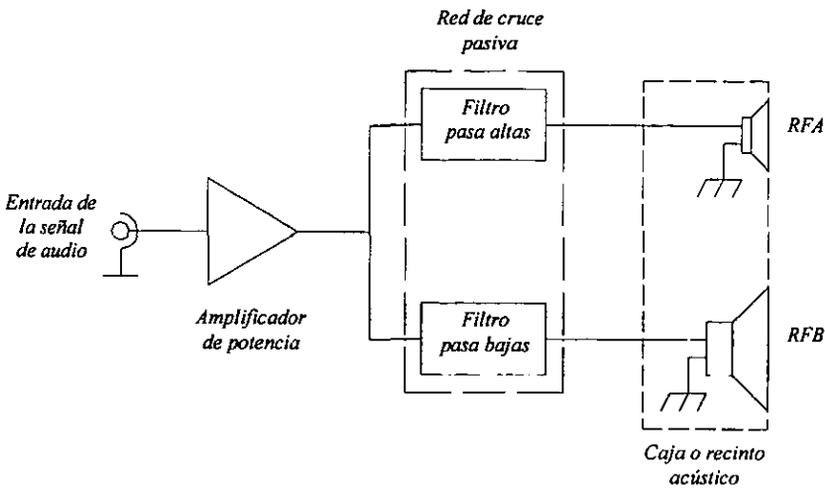


Figura 1.1.- Configuración de un sistema de audio con red de cruce pasiva (sistema pasivo) de dos vías, para un canal de reproducción de audio. Este sistema tiene dos altavoces especializados; uno para reproducir las frecuencias altas, *RFA*, y otro para las frecuencias bajas, *RFB*.

1.2.2. Redes de cruce activas.

Las redes de cruce activas resuelven los inconvenientes de las pasivas y ofrece algunos beneficios adicionales, ya que cada altavoz es manejado directamente por su propio amplificador de potencia (que en este caso forma parte de la red), como se muestra en la figura 1.2. Con esto, la diferencia de eficiencia entre los altavoces se puede minimizar, mediante el ajuste de la ganancia de cada amplificador. Esto ofrece completa libertad en la selección de los altavoces [5].

En principio, esta clase de redes ofrece grandes posibilidades para el avance del arte en el diseño de sistemas de audio (sistemas activos), y los beneficios que se obtienen incluyen [1]:

1. Subjetivamente, el desempeño de un sistema activo bien diseñado, excede las expectativas, aún en sistemas de dos vías, cuando se compara con un sistema similar pasivo. Las características de más sonoro y más claro son notorias. Esto se logra porque la carga, de cada amplificador, reduce su demanda de energía, debido a que se restringe el funcionamiento de éste a cierto ancho de banda. Por ejemplo, en un sistema pasivo cuando el amplificador se satura, como puede ocurrir durante la reproducción del transitorio de un bajo potente, la distorsión armónica que genera es claramente reproducida por el altavoz *RFA* (este es un caso especial de intermodulación). En

contraste, la configuración del sistema activo mantiene la distorsión, únicamente, en el amplificador que corresponde al *RFB* sin afectar al *RFA*, el cual reproduce el sonido con claridad y sin distorsión.

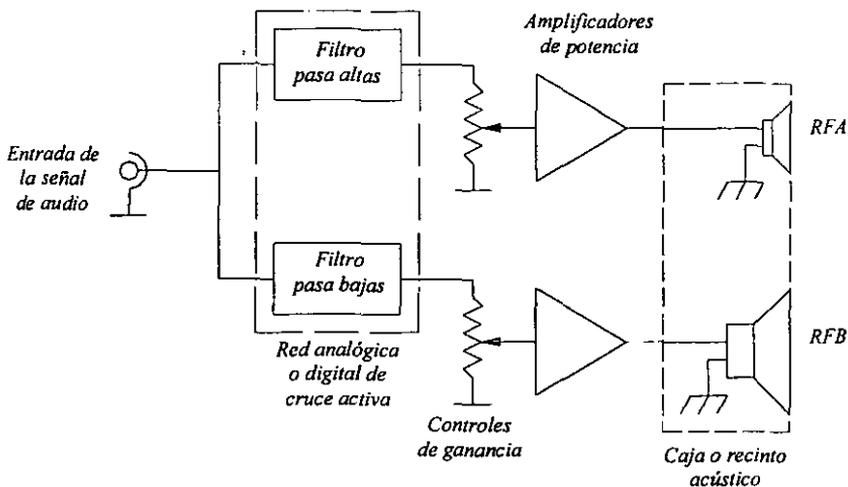


Figura 1.2.- Configuración de un sistema con red de cruce activa (sistema activo) de dos vías, para un canal de reproducción de audio. En los sistemas activos se pueden utilizar redes analógicas o digitales de cruce. A este tipo de sistemas los caracteriza el aislamiento, en impedancia, entre la red y los altavoces, debido a la intermediación del amplificador de potencia (que en este caso es parte de la red de cruce).

2. Los amplificadores de potencia están conectados directamente a cada altavoz, por lo que se consideran como fuentes de voltaje constante, lo cual tenderá a suprimir la resonancia producida por el amortiguamiento electromagnético del altavoz.
3. La interacción entre el amplificador y el altavoz, puede aprovecharse para incluir el altavoz *RFB* en el lazo de retroalimentación del amplificador (esto se hace en el diseño de sistemas que se conocen con el nombre de "servo-bass").
4. Es posible realizar una considerable variedad de ecualizaciones, formas de respuesta en frecuencia y características de fase que son prácticamente imposibles de realizar por medio de redes pasivas.
5. Las diferencias en la eficiencia (sensibilidad) de los altavoces se pueden controlar fácilmente, mediante el ajuste de la ganancia del amplificador que lo requiera.
6. Debido a que cada amplificador alimenta al altavoz que le corresponde, el umbral de protección de sobrecarga se puede ajustar con mayor precisión.

7. Se pueden implementar etapas de retraso electrónicamente, para altavoces específicos, permitiendo la ecualización de los retrasos de tiempo que pudieran existir debido a la distribución del montaje de los altavoces en la caja acústica. Tal compensación es útil para mantener la simetría de la directividad en la región de cruce, además, la corrección del tiempo de retraso facilita el diseño de un sistema de fase mínima [5].
8. Es posible que la ecualización del intervalo de frecuencias bajas pueda incorporarse en la misma red de cruce; si se requiere.
9. Los filtros activos tienen potencialmente menor distorsión que los pasivos, debido a que no se utilizan bobinas, ni capacitores electrolíticos.

Esta clase de redes de cruce se pueden dividir en dos categorías: las analógicas y las digitales. El desarrollo de una red digital de cruce es el objetivo de este trabajo, y su implementación queda plenamente justificada debido a que se pueden alcanzar características de funcionamiento que con una red pasiva o activa son difíciles de conseguir, como son:

- a) Aumento del orden de la red, que implica pendientes de corte o atenuación mayores sin incrementar la cantidad de componentes eléctricos y electrónicos. Una pendiente de corte más abrupta disminuye la posibilidad de que los altavoces manejen energía en la región de frecuencias que no les corresponde [16]. Además, el ancho de banda de transición de los filtros y la región de cruce de la red se reduce; lo que minimiza el efecto producido por la interacción compleja del campo acústico radiado en esa región del espectro (interferencia que provoca cancelaciones o reforzamiento del sonido en ciertas zonas del espacio sonorizado).
- b) Respuesta polar ideal de las salidas combinadas para altavoces no coincidentes [5]. Aunque aún no existe una definición universalmente aceptada para la respuesta polar ideal, se puede considerar como aquella donde se tenga una magnitud de respuesta en frecuencia plana para cualquier ángulo en el plano horizontal, por lo menos en un espacio 2π .
- c) Respuesta en fase lineal para la salida combinada. Aunque la importancia de una respuesta en fase lineal aún no es del todo clara [5, 17 y 18], si esta condición no compromete seriamente otro requisito, lograrlo sería una meta deseable.

1.3. Objetivos.

En esta sección, se plantean las características que deben tener los filtros de una red digital de cruce, para un sistema de dos vías, las cuales son las siguientes:

1. Respuesta en frecuencia plana, en la banda de paso de los filtros pasa bajas y pasa altas. Para lograrlo, el diseño de los filtros digitales FIR se basará en la determinación de la magnitud absoluta de la respuesta en frecuencia de los filtros analógicos pasa-todo de orden par, con los cuales son diseñadas las redes de cruce Linkwitz-Riley. Las razones

por las cuales se utilizarán la función de transferencia y la magnitud absoluta de la respuesta en frecuencia de los filtros pasa-todo, se debe a que éstas se obtienen con base a la de los filtros de Butterworth, que son de respuesta máximamente plana (por lo que se puede lograr un rizo menor al 0.1 dB, en la banda de paso) y a que se facilita su implementación, con el programa Hypersignal-Workstation, en la tarjeta de PDS.

2. Pendiente de corte máxima en ambos filtros. Los polinomios de las funciones de transferencia de los filtros pasa-todo pueden ser de grados muy altos, por lo que se pueden obtener, por lo menos con el programa de simulación, filtros de orden muy elevado. En la práctica es muy complicado realizar redes de cruce pasivas mayores al 4° orden, y aunque es posible hacerlo con las redes activas, implica compromisos, en ocasiones muy estrictos, con la estabilidad y fase de los filtros y las tolerancias y cantidad de componentes eléctricos y electrónicos. La mínima pendiente de corte que se pretende alcanzar con la implementación de los filtros digitales equivaldría a la de un filtro analógico pasa-todo de 26° orden, es decir, de 156 dB/octava.
3. Respuesta en frecuencia ideal de la combinación de las salidas acústicas del sistema. Al tener pendientes de corte tan abruptas, es posible minimizar la interacción indeseable entre los altavoces en la región de cruce, por lo que el patrón de radiación del sistema únicamente dependerá de los altavoces que se utilicen.
4. Respuesta en fase lineal (deseable) del sistema de audio. Al no existir retraso adicional por parte de la red de cruce, por tener el mismo corrimiento de fase ambos filtros digitales (esto se logra cuando ambos filtros tienen el mismo retraso y el mismo orden o cantidad de coeficientes), se cumple con la condición de linealidad de fase.

2. TIPOS DE REDES DE CRUCE.

En este capítulo se analizarán las características de los filtros que se utilizan en el diseño de redes de cruce, que a su vez son aplicadas a sistemas de audio de alta fidelidad. Con base en este análisis, se definirá el tipo de filtro más apropiado, el cual se utilizará como objetivo para el diseño de la red digital de cruce.

Las redes de cruce simétricas de dos vías, tanto pasivas como activas, están constituidas por filtros pasa bajas y pasa altas, cuyas funciones de transferencia normalizadas se representarán por $H_B(s_n)$ y $H_A(s_n)$, respectivamente.

Para que el sistema de audio reproduzca con mayor fidelidad la señal grabada, las redes de cruce deben distribuir a cada altavoz la gama de frecuencias que le corresponde. Además, de acuerdo a lo propuesto por Small [2], Linkwitz [5] y Lipshitz y Vanderkooy [16], las redes de cruce tienen la exigencia de cumplir los siguientes requisitos:

1. Respuesta en frecuencia eléctrica plana en todo el espectro de frecuencias de interés, es decir, que la combinación de las señales de salidas de ambos filtros sea independiente de la frecuencia y corresponda fielmente a la señal de entrada. Esto se ilustra analíticamente con la siguiente expresión

$$H_0(s_n) = H_B(s_n) + H_A(s_n) = 1. \quad (2.1)$$

donde s_n es la frecuencia compleja normalizada, esto es

$$s_n = \frac{s}{\omega_0} = \frac{\sigma + j\omega}{\omega_0} = \sigma_n + j\omega_n \quad (2.2)$$

y a su vez $\omega_0 = 2\pi f_0$ (frecuencia de cruce de la red) y $\sigma \rightarrow 0$.

El que $H_0(s_n)$ sea igual a la unidad, indica que la magnitud de la respuesta en frecuencia de la red de cruce debe ser constante en todo el espectro de interés; de allí que sea independiente de la frecuencia. En la práctica, la transferencia total de energía puede tener cualquier valor de magnitud, siempre que sea constante; sin embargo, la unidad será utilizada por conveniencia.

Esta condición se impone con la finalidad de que el sistema de audio alcance una respuesta en frecuencia acústica plana, por lo menos, a lo largo del eje acústico del sistema. Considerando que la respuesta en frecuencia de cada altavoz es plana en la banda de paso del filtro que le corresponde.

2. Pendientes de corte y bandas de rechazo adecuadas en ambos filtros, con el fin de evitar que efectos indeseables en el desempeño de los altavoces se presenten más allá de sus bandas de paso útiles.

3. Respuesta polar del sistema (patrón de radiación) aceptable, teniendo en cuenta la separación y el desalineamiento físicos entre los altavoces. Por lo tanto, es deseable que la respuesta en fase de cada filtro sea la misma; por lo menos en el intervalo de frecuencias de la región de cruce de la red (ω_c), esto es

$$\varphi_B(\omega_c) = \varphi_A(\omega_c) \quad (2.3)$$

4. Respuesta en fase del sistema aceptable, esto es

$$\varphi_s(\omega) = \arg[H_B(j\omega) + H_A(j\omega)] = -\tau\omega, \quad (2.4)$$

donde τ representa la constante tiempo del retraso introducido por la red, lo que denota que existe una relación entre la fase de la red de cruce y la frecuencia. Lo deseable es que $\varphi_s(\omega)$ sea lineal con respecto a ω , es decir, una línea recta que pase por el origen del plano fase vs. frecuencia con pendiente τ .

En el diseño de cualquier red de cruce el cumplimiento del primer requisito es indispensable, debido a la extrema sensibilidad del oído humano a variaciones relativas en la amplitud del sonido, aunque se pase por alto alguno de los demás requisitos [17]. En lo que respecta a las ventajas de tener una respuesta en fase lineal, aún no se tienen todas las evidencias que las sustenten, y su fundamental conveniencia sobre material de música en general no es del todo clara; sin embargo, se tiene la certeza de que en las señales cuya frecuencia está entre los 100 y 3000 Hz la distorsión es más perceptible [18]. En este trabajo no se discutirá si la distorsión lineal causada por el retraso de fase es perceptible o no; pero, se intentará que el sistema de audio cumpla con el cuarto requisito.

Con estos requisitos se pueden, entonces, clasificar las funciones de transferencia de las redes de cruce, principalmente, en los siguientes tres tipos [5]:

- a) $H_0(s_n)$ es independiente de la frecuencia en magnitud y fase.
- b) $H_0(s_n)$ es independiente de la frecuencia en magnitud y exhibe una dependencia de la frecuencia en el corrimiento de fase.
- c) $H_0(s_n)$ es dependiente de la frecuencia en magnitud y fase.

El tipo a), corresponde a la función de transferencia normalizada de la red de cruce de voltaje-constante, representada por la ec. (2.1), la cual parece ser la ideal, debido a que la combinación resultante de la respuesta en frecuencia de los filtros no introduce variaciones en la magnitud, ni distorsión lineal (o por transitorio) causada por corrimiento en la fase. Sin embargo, por las condiciones de operación y su respuesta polar (inclinación del patrón de radiación), como se verá más adelante, finalmente no resulta la mejor elección [5].

El tipo b), describe a las redes de cruce pasa-todo, las cuales se representan por

$$H_0(j\omega_n) = H_B(j\omega_n) + H_A(j\omega_n) = 1 \cdot e^{j\varphi(\omega_n)}. \quad (2.5)$$

Su respuesta en frecuencia de estado estable (magnitud) siempre es la unidad, ec. (2.1), pero presenta una dependencia de la frecuencia en la fase, $\varphi(\omega_n)$, lo cual produce diferente retraso en las frecuencias que componen la señal transmitida, o dicho de otra manera, se genera distorsión lineal [5].

Y el tipo c) es un compromiso entre las dos anteriores, esto es

$$H_o(j\omega_n) = H_B(j\omega_n) + H_A(j\omega_n) = [1 + r(\omega_n)]e^{j\varphi(\omega_n)}, \quad (2.6)$$

donde el rizo, $r(\omega_n)$, de la respuesta en frecuencia, puede influir en la reducción de la distorsión lineal debida a la respuesta en fase, $\varphi(\omega_n)$ [5].

De estos tres tipos de redes de cruce los dos primeros son de mayor interés, por lo que se hará un análisis más detallado de su desempeño para realizar una comparación y así establecer las diferencias que sustenten el por qué se eligieron las redes de cruce pasa-todo como base para el diseño de las redes digitales de cruce.

2.1. Red de cruce de voltaje-constante.

Para este tipo de redes se debe enfatizar que la ec. (2.1) es una relación vectorial. Esto es, la magnitud de la suma de las funciones de transferencia debe ser la unidad, para que no exista alteración en la amplitud de la señal de entrada por parte del sistema, y no haya corrimiento de fase en todos los valores de frecuencia, es decir, no exista distorsión lineal. Su realización se basa en las siguientes suposiciones, planteadas por Small [2]:

1. Los altavoces tienen la misma eficiencia o sensibilidad (relación entre la potencia acústica de salida y la potencia eléctrica de entrada, ver apéndice A).
2. Se considera que los altavoces son fuentes omnidireccionales, que su respuesta en frecuencia es plana (en la banda de paso de sus respectivos filtros) y están montados en una pantalla infinita (C-D), como se muestran en el esquema de la figura 2.1, de tal forma que no haya separación ($d_1 = 0$) ni desalineamiento ($d_2 = 0$) entre ellos. Bajo estas condiciones el sistema de audio radia hemisféricamente en toda la gama de frecuencias audibles, y la amplitud del sonido no variará con el ángulo vertical de observación (α); si se conserva la distancia (r) entre el observador (P) y el sistema.
3. Los altavoces están separados ($d_1 > 0$) pero alineados ($d_2 = 0$), entonces, el punto de observación debe localizarse sobre el eje acústico del sistema ($\alpha = 0^\circ$), esto significa que la distancia de ambos altavoces al punto de observación (P_0) son iguales (suposición 2; pero, sólo en el plano horizontal del eje acústico del sistema).

La suposición 1, se plantea, básicamente, para limitar la utilidad del criterio de desempeño, debido a que los altavoces utilizados en un sistema de audio difícilmente tienen la misma eficiencia y, muy frecuentemente, son de muy diferentes tipos [2].

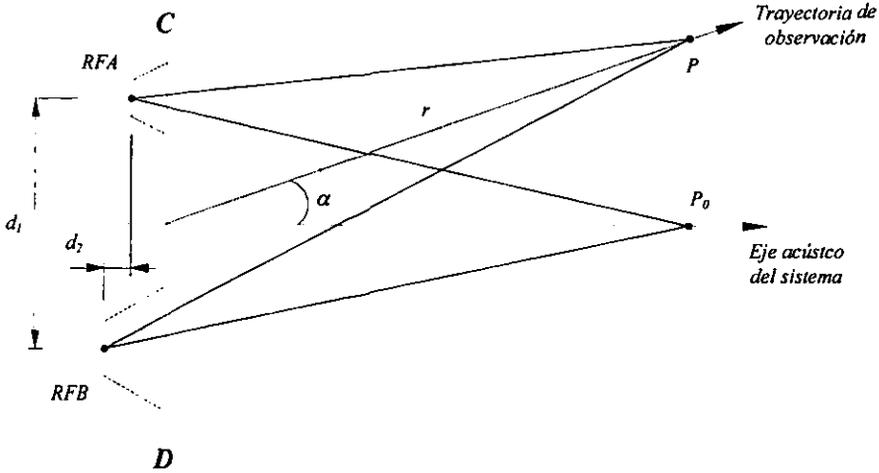


Figura 2.1.- Configuración utilizada comúnmente para el montaje de los altavoces de un sistema de audio de dos vías. En este esquema se muestran las trayectorias del sonido directo emitido por los altavoces especializados (para altas y bajas frecuencias, *RFA* y *RFB*, respectivamente) a los puntos de observación P_0 y P . Los altavoces están separados una distancia d_1 y desalineados una distancia d_2 .

La suposición 2, no es planteada únicamente por simplicidad; sino que es la mejor forma de asegurar que la amplitud de la señal de salida de ambos altavoces se suma uniformemente, en la región de sonorización, aunque esto dependa, en una situación real, del ángulo de dispersión o patrón de radiación vertical del altavoz *RFA*; ya que afectará al sonido directo radiado fuera del eje acústico del sistema [2].

Con esta suposición, la magnitud absoluta de la combinación de las funciones de transferencia de los filtros, $H_0(\omega)$ de la ec. (2.1), es la unidad (0 dB en magnitud relativa) o constante, en todo el intervalo de frecuencias de interés a cualquier ángulo de observación vertical, y la respuesta en fase del sistema, $\varphi_s(\omega)$ de la ec. (2.4), es también constante (por lo menos en la región de cruce). Por lo tanto, el criterio de desempeño de este tipo de redes de cruce será referido como de transferencia de voltaje constante o de voltaje-constante [2].

La suposición 3, es otra forma de lograr que la suma de la presión sonora radiada por el sistema sea uniforme, solo que ésta se verá afectada, significativamente, si el punto de observación (P) se localiza fuera del eje acústico del sistema ($\alpha \neq 0^\circ$) y la separación entre los altavoces es mayor a la longitud de onda de la frecuencia de cruce de la red ($d_1 > \lambda_0$) [2].

En los sistemas de audio convencionales, la separación entre los altavoces es inevitable y, generalmente, el observador no se ubica en el eje acústico del sistema. Por ello, la diferencia de distancia entre los altavoces *RFB* y *RFA* al punto de observación P (figura 2.1), introduce cambios de fase indeseables en la suma de las señales acústicas en ese punto. El efecto más severo, con este tipo de redes, ocurre cuando las señales son de igual magnitud y su diferencia

de fase es cercana a los 180° . En este caso, la suma es muy sensible a pequeños cambios de fase adicionales [2]. Esta situación no la puede solucionar la red de cruce, y cualquier intento por mejorar el desempeño del sistema debe ser acompañado por el esfuerzo de reducir la separación entre los altavoces [2].

Por otra parte, si se establece la función de transferencia de los altavoces y se representa por un modelo simple, es posible que la ecualización, que se puede incluir en los filtros de la red de cruce, sea implementada con mayor facilidad. Con esto, se podría lograr la similitud de eficiencia que se requiere de los altavoces. Esta implementación puede constituir la red de cruce adecuada para un arreglo de altavoces específico de un sistema de audio; pero, si este arreglo no puede ser ecualizado, cuando se utilice una red de cruce de voltaje-constante, entonces ese sistema no producirá resultados óptimos con ningún diseño de red. Sin embargo, es posible diseñar redes de cruce de aplicación universal; si el Sistema no se ecualiza [2].

En las figuras 2.2a y 2.3a se muestran las gráficas típicas de la magnitud relativa de la respuesta en frecuencia (en dB) y la respuesta en fase (en grados), respectivamente, de un sistema de audio con una red de cruce de voltaje-constante de 2° orden simétrica, considerando que el sistema está trabajando bajo la suposición 2 ó 3.

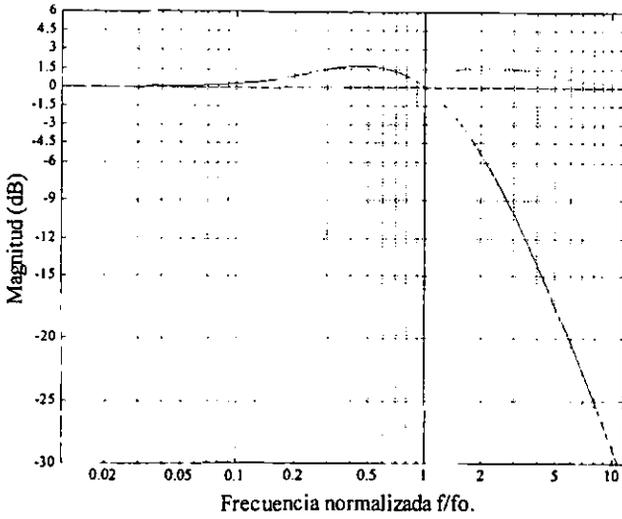
En las figuras 2.2b y 2.3b, se muestran las gráficas típicas correspondientes a la respuesta en frecuencia y en fase, respectivamente, de una red de voltaje-constante de 3° orden. Ambas redes propuestas por Small [2].

En las gráficas de las figuras 2.2a y b, se puede apreciar que la magnitud, en la banda de paso de los filtros pasa bajas y pasa altas, no es plana, observándose un aumento de amplitud de aproximadamente 1.5 y 3 dB, respectivamente, cerca de la región de cruce. El punto de cruce de las pendientes de atenuación se efectúa en 0 dB y no en -3 dB, como lo establece convencionalmente la teoría de filtros. Estas características se deben a los valores de los coeficientes de los polinomios y a los ceros que se agregan a las funciones de transferencia de los filtros, con la finalidad de que la combinación de estos sea la unidad.

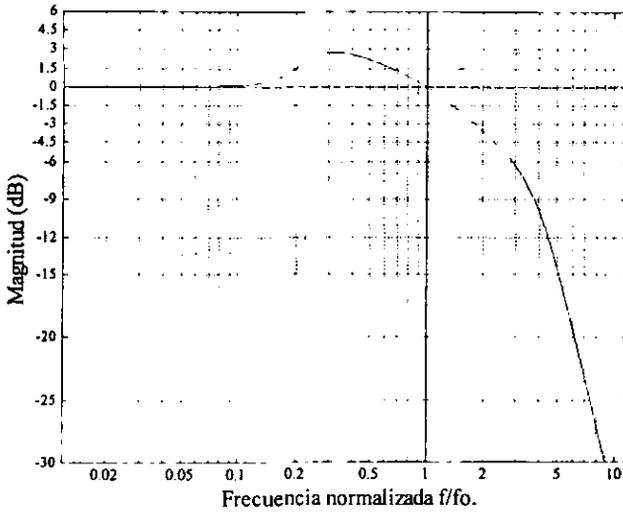
También, se puede observar que la región de cruce no se reduce con el aumento del orden de la red. Esto provoca que exista una fuerte interacción entre los altavoces, en esa región del espectro, lo cual trae como consecuencia que el patrón de radiación se incline, por la diferencia de fase de los filtros, y esto ocasiona que un mínimo de NPS o cancelación se localiza muy cerca del eje acústico del sistema de audio, como se aprecia en la figura 2.4.

Asimismo, en las gráficas de las figuras 2.3a y b, se puede observar que la diferencia de fase entre los filtros, en la región de cruce, es constante (120°) y la fase de la red (la combinación de ambos filtros, bajo la condición 2 ó 3) es de 0° .

En la figura 2.4, se muestra el patrón de radiación del sistema de audio en dos situaciones: cuando los altavoces están alineados y no están separados, y cuando están alineados; pero, separados una distancia igual a la longitud de onda de la frecuencia de cruce (λ_0).



a)



b)

Figura 2.2.- Respuesta en frecuencia de las redes de cruce de voltaje-constante simétricas propuestas por Small: a) de 2^o y b) de 3^o orden. Los altavoces están alineados ($d_t = 0$) y el punto de observación (P_o) está sobre el eje acústico del sistema ($\alpha = 0^\circ$). Bajo estas condiciones puede existir separación ($d_t \geq 0$) entre los altavoces. La frecuencia de cruce (f_0) es de 3000 Hz. La respuesta del filtro pasa bajas se indica con la línea continua, la del filtro pasa altas con (-----) y la suma de la respuesta de ambos filtros con (- - -).

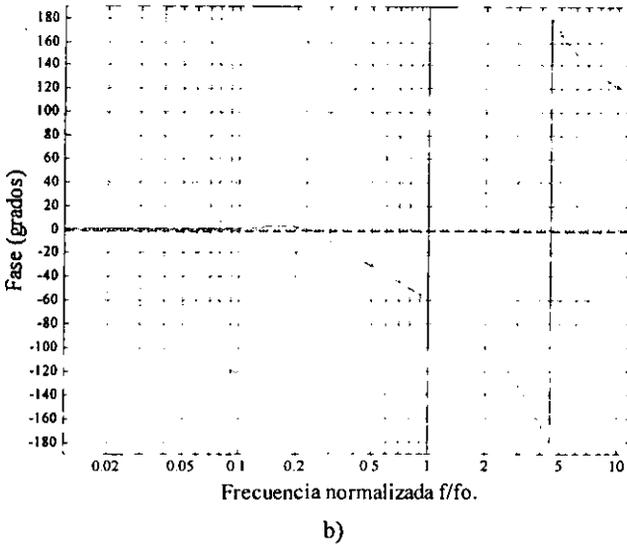
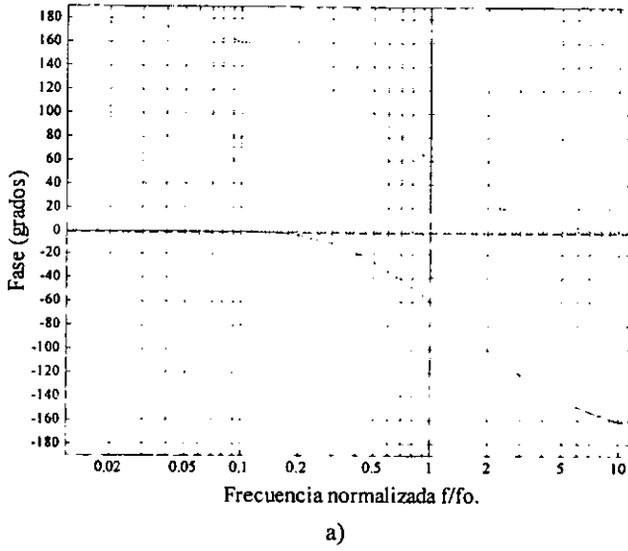


Figura 2.3.- Respuesta en fase de las redes de cruce de voltaje-constante simétricas propuestas por Small: a) de 2° y b) de 3° orden. Bajo las mismas condiciones indicadas en la figura 2.2. La respuesta del filtro pasa bajas se indica con la línea continua, la del filtro pasa altas con (-----) y la suma de la respuesta de ambos filtros con (- - -).

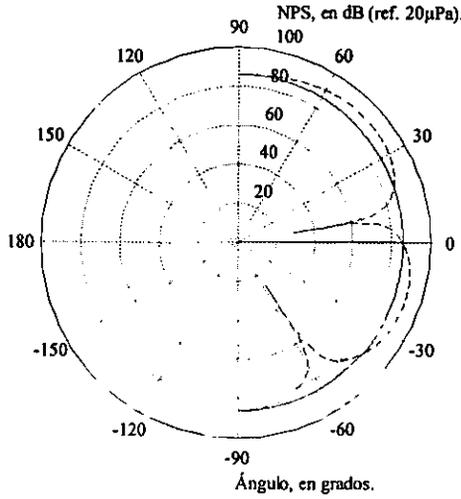


Figura 2.4.- Patrón de radiación vertical de un sistema de audio, de dos vías, con las redes de cruce de voltaje-constante, de 2° y 3° orden simétricas, propuestas por Small. Este patrón se forma, principalmente, cuando el sistema reproduce la frecuencia de cruce de la red; por eso el patrón es el mismo para ambas redes. En el diagrama polar se ilustran dos situaciones: a) $d_1 = 0$ (línea continua), radiación hemisférica y b) $d_1 = \lambda_0$ (---), donde λ_0 es la longitud de onda de la frecuencia de cruce ($f_0 = 3000$ Hz). En ambas situaciones los altavoces están alineados ($d_2 = 0$). La inclinación se debe a la diferencia de fase de los filtros pasa bajas y pasa altas, figura 2.3.

Las funciones de transferencia de los filtros pasa bajas y pasa altas que constituyen la red de cruce de voltaje-constante simétrica de 2° orden, mostrada en la figura 3.2a, son

$$H_B(s_n) = \frac{1 + as_n}{1 + as_n + as_n^2 + s_n^3} \quad \text{y} \quad H_A(s_n) = \frac{as_n^2 + s_n^3}{1 + as_n + as_n^2 + s_n^3}, \quad \text{donde } a = 2 + \sqrt{3}.$$

Por lo tanto, la función de transferencia normalizada de esta red de cruce es

$$H_0(s_n) = H_B(s_n) + H_A(s_n) = \frac{1 + as_n + as_n^2 + s_n^3}{1 + as_n + as_n^2 + s_n^3} = 1.$$

Mientras que las funciones de transferencia de los filtros de la red de cruce de 3° orden son

$$H_B(s_n) = \frac{1 + as_n + bs_n^2}{1 + as_n + bs_n^2 + bs_n^3 + as_n^4 + s_n^5} \quad \text{y} \quad H_A(s_n) = \frac{bs_n^3 + as_n^4 + s_n^5}{1 + as_n + bs_n^2 + bs_n^3 + as_n^4 + s_n^5},$$

y el valor de los coeficientes es $a = 5.35898$ y $b = 21$.

2.2. Red de cruce pasa-todo (all-pass).

La aplicación de las redes de cruce pasa-todo es apropiada cuando la magnitud de la respuesta en frecuencia es más importante que la respuesta en fase, y la no linealidad que introducen es tolerable. En este caso la función de transferencia normalizada, es expresada por la ec. (2.5). Es conveniente establecer, en el análisis que se hará a continuación, tres condiciones, planteadas por Garde [6] y Holbrook [19], que deben cumplir los filtros que constituyen este tipo de redes:

- a) La función de transferencia normalizada del filtro pasa bajas, $H_B(s_n)$, tiene polos únicamente.
- b) Las magnitudes de la respuesta en frecuencia de los filtros pasa bajas y pasa altas son simétricas con respecto a la frecuencia de cruce de la red. Este tipo de simetría se obtiene cuando

$$|H_B(j\omega)| = \left| H_A\left(\frac{1}{j\omega}\right) \right| \quad (2.7)$$

- c) Los polinomios de los denominadores, de las funciones de transferencia normalizadas, de ambos filtros son idénticos.

La condición a), tiene la ventaja de que es fácilmente realizable y se puede implementar para redes pasivas y activas. Las condiciones b) y c), definen la posible localización de los polos de las funciones de transferencia de ambos filtros en el plano complejo de frecuencias. Aunque existen otras posibilidades, es conveniente que los polos se localicen dentro de un círculo centrado en el origen del plano complejo s , donde dicho círculo es de radio unitario debido a que la frecuencia está normalizada, ec. (2.2).

Para encontrar el polinomio adecuado para el denominador de las funciones de transferencia de los filtros pasa bajas y pasa altas, $H_B(s_n)$ y $H_A(s_n)$ respectivamente, de las redes de cruce pasa-todo, se debe satisfacer, fundamentalmente, el requisito 1, el cual se expuso al principio de este capítulo y se expresa en la ec. (2.1). Por lo tanto, la magnitud de la respuesta en frecuencia del polinomio debe ser $|1 \pm (j\omega)^k|$, donde k es el orden del filtro.

Para que las funciones de transferencia de ambos filtros sean estables, todos sus polos deben estar del lado izquierdo del plano complejo s , con respecto al eje imaginario ($\pm j\omega$), por lo que el denominador que se requiere se puede encontrar reflejando, simétricamente, las singularidades de $(1 \pm s_n^k)$ que caigan del lado derecho hacia el lado izquierdo, sin que esto afecte la magnitud [6 y 19]. Los polinomios que cumplen con los lineamientos de magnitud y simetría, planteados en el párrafo anterior, son los polinomios de Butterworth; es por ello que los filtros de las redes de cruce pasa-todo se diseñan con base en estos polinomios [6].

De acuerdo a lo anterior, y considerando las tres condiciones, se establece que el numerador del filtro pasa altas, $H_A(s_n)$, es $\pm s_n^k$. Este diseño siempre se puede realizar, y el signo del

numerador en las funciones de transferencia de las redes de cruce pasa-todo, indica que en algunos sistemas de audio es necesario invertir la polaridad en la conexión correspondiente al altavoz *RFA*, para evitar cancelaciones del sonido en la región de cruce. Por lo tanto la función de transferencia normalizada de este tipo de redes se puede obtener mediante adición o sustracción de las funciones de transferencia de los filtros [6].

En las figuras 2.5a y 2.6a se muestran las gráficas típicas de la magnitud relativa de la respuesta en frecuencia (en dB) y la respuesta en fase (en grados), respectivamente, de un sistema de audio con una red de cruce pasa-todo de 2° orden simétrica, considerando que el observador esta ubicado en el eje acústico del sistema de audio y que entre los altavoces no existe separación ($d_1 = 0$), ni desalineamiento ($d_2 = 0$). Bajo este mismo considerando, en las figuras 2.5b y 2.6b se muestran las gráficas típicas correspondientes a la respuesta en frecuencia y fase de una red de cruce simétrica pasa-todo de 4° orden.

Tanto en la figura 2.5a como en la 2.5b, se puede apreciar que la magnitud es completamente plana en la región de frecuencias de la banda de paso de ambos filtros, esto se debe a que su diseño, al igual que los filtros de Butterworth, se basa en las propiedades de una función máximamente plana, aunque el punto de cruce de las pendientes de atenuación de estos filtros se efectúa en -6 dB. También, se puede observar que la región de cruce se hace más estrecha conforme se aumenta el orden de la red, en contraste con las redes de voltaje-constante.

Asimismo, en las gráficas de las figuras 2.6a y b, se puede apreciar que la fase tanto de los filtros como de la red de cruce es la misma. Esto hace que el patrón de radiación no se incline, como se aprecia en la figura 2.7.

En la figura 2.7, se ilustra el patrón de radiación del sistema de audio reproduciendo la frecuencia de cruce de la red, cuando los altavoces están alineados y no están separados, y cuando están alineados; pero, separados una distancia igual a la longitud de onda de la frecuencia de cruce ($d_1 = \lambda_0$).

Las redes de orden par de este tipo, son utilizadas en el diseño de las renombradas redes de cruce activas de Linkwitz-Riley, de las cuales se hablará con mayor detalle más adelante.

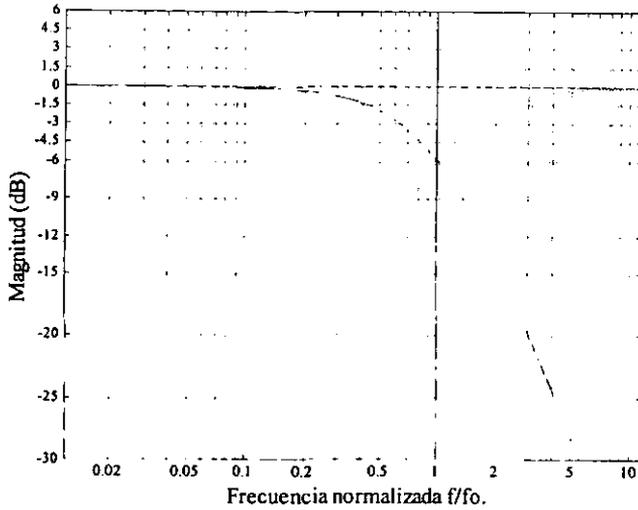
Las funciones de transferencia de los filtros pasa bajas y pasa altas de la red de cruce pasa-todo simétrica de 2° orden, mostrada en la figura 2.5a, de acuerdo con Garde [6], son

$$H_B(s_n) = \frac{1}{(s_n + 1)^2} = \frac{1}{B_1(s_n)^2} \quad \text{y} \quad H_A(s_n) = -\frac{s_n^2}{(s_n + 1)^2} = -\frac{s_n^2}{B_1(s_n)^2},$$

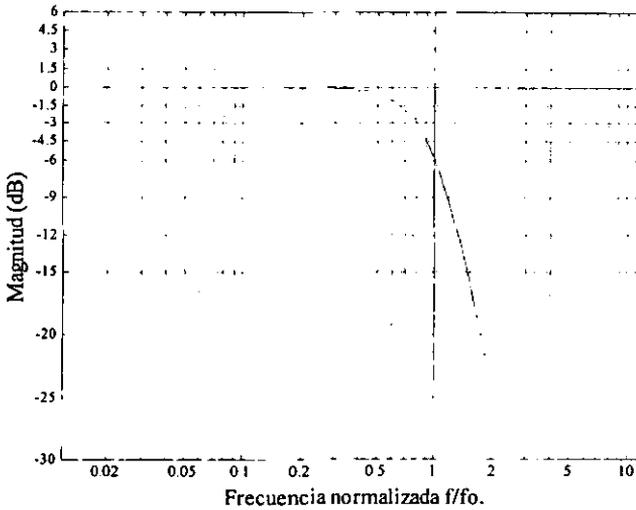
por lo tanto, la función de transferencia normalizada de esta red de cruce es

$$|H_0(s_n)| = |H_B(s_n) + H_A(s_n)| = \left| \frac{1 - s_n^2}{(s_n + 1)^2} \right| = \left| \frac{(s_n - 1)}{(s_n + 1)} \right| = \left| \frac{B_1(-s_n)}{B_1(s_n)} \right| = 1,$$

donde $B_1(s_n)$ corresponde al polinomio de Butterworth de 1^{er} grado.

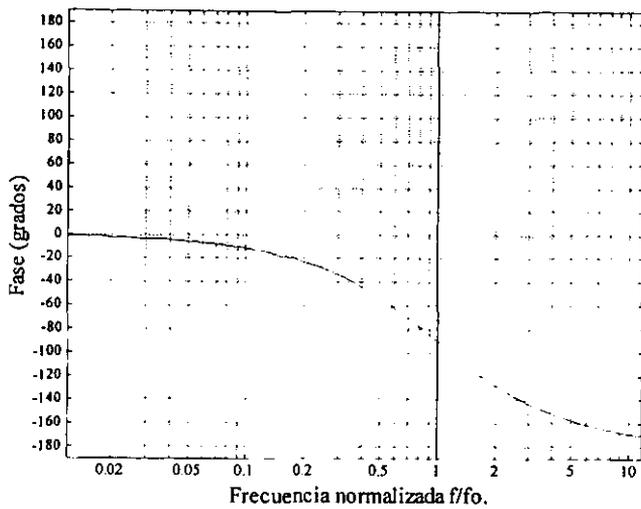


a)

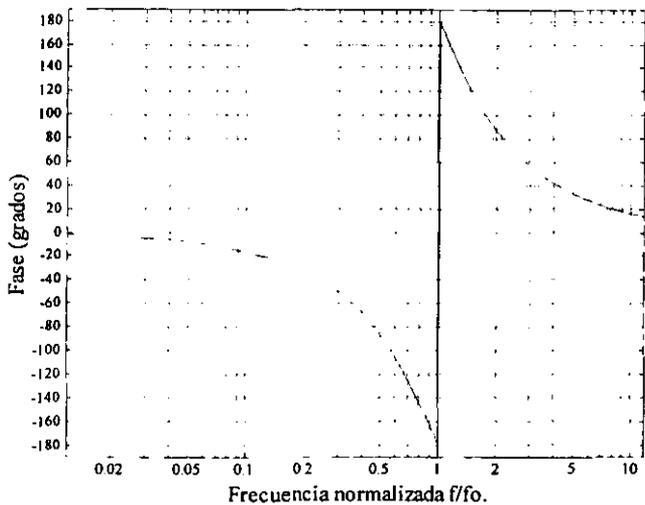


b)

Figura 2.5.- Respuesta en frecuencia de las redes de cruce pasa-todo simétricas: a) de 2° y b) de 4° orden, donde el punto de observación (P_0) está sobre el eje acústico del sistema ($\alpha = 0^\circ$). Los altavoces están alineados ($d_s = 0$, compensación de las redes de cruce Linkwitz-Riley). En esta situación puede haber separación ($d_s \geq 0$) entre los altavoces. La frecuencia de cruce (f_0) es de 3000 Hz. La respuesta del filtro pasa bajas se indica con la línea continua, la del filtro pasa altas con (----) y la suma de la respuesta de ambos filtros con (- - -).



a)



b)

Figura 2.6.- Respuesta en fase de las redes de cruce pasa-todo simétricas: a) de 2° y b) de 4° orden. Bajo las mismas condiciones indicadas en la figura 2.5. En este caso se puede observar que las fases de ambos filtros y de su combinación coinciden; sin embargo, en la región de cruce, el cambio de fase se realiza más abruptamente conforme el orden de la red aumenta.

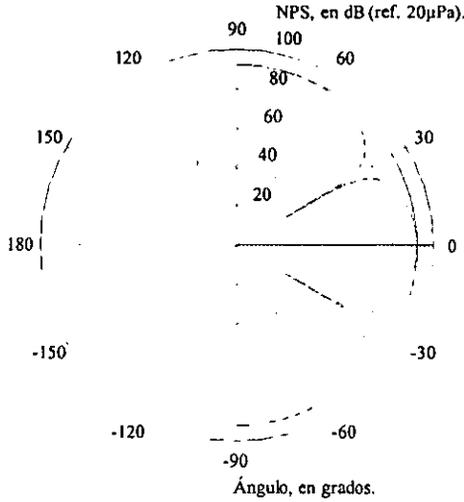


Figura 2.7.- Patrón de radiación vertical de un sistema de audio, de dos vías, con las redes de cruce pasa-todo simétricas de 2° y 4° orden. Este patrón se forma, principalmente, cuando el sistema reproduce la frecuencia de cruce de la red; por eso el patrón es el mismo para ambas redes. En el diagrama polar se ilustran dos situaciones de separación entre altavoces: a) $d_i = 0$ (línea continua), radiación hemisférica y b) $d_i = \lambda_0$ (---), donde λ_0 es la longitud de onda de la frecuencia de cruce ($f_0 = 3000$ Hz). En ambas situaciones los altavoces están alineados ($d_j = 0$). El patrón no se inclina debido a que la fase de ambos filtros es la misma, figura 2.6.

Y las funciones de transferencia de los filtros de la red de cruce de 4° orden [6] son

$$H_B(s_n) = \frac{1}{(s_n^2 + \sqrt{2}s_n + 1)^2} = \frac{1}{B_2(s_n)^2} \quad \text{y} \quad H_A(s_n) = \frac{s_n^2}{(s_n^2 + \sqrt{2}s_n + 1)^2} = \frac{s_n^2}{B_2(s_n)^2},$$

por lo cual la función de transferencia normalizada de la red de cruce es

$$|H_0(s_n)| = |H_B(s_n) + H_A(s_n)| = \left| \frac{1 + s_n^2}{(s_n^2 + \sqrt{2}s_n + 1)^2} \right| = \left| \frac{(s_n^2 - \sqrt{2}s_n + 1)}{(s_n^2 + \sqrt{2}s_n + 1)} \right| = \left| \frac{B_2(-s_n)}{B_2(s_n)} \right| = 1,$$

donde $B_2(s_n)$ corresponde al polinomio de Butterworth de 2° grado.

2.3. Red de cruce Linkwitz-Riley.

El problema que se ataca en el diseño de este tipo de redes consiste en corregir la inclinación (β) que sufre el patrón de radiación, en la región de cruce de la red. Esto es causado por la

separación (d_1) y el desalineamiento (d_2) de los altavoces (*RFA* y *RFB*) que conforman el sistema de audio de dos vías de la figura 2.8. El sonido emitido por ambos altavoces contribuye a la presión sonora que existe en el punto de observación P_E . Este punto está ubicado al frente y sobre el eje acústico del sistema (perpendicular al plano *C-D*), pero a diferente distancia de donde están montados los altavoces. Esto se debe a que el plano efectivo de radiación del *RFB* está recorrido la distancia d_2 con respecto al del *RFA* [5].

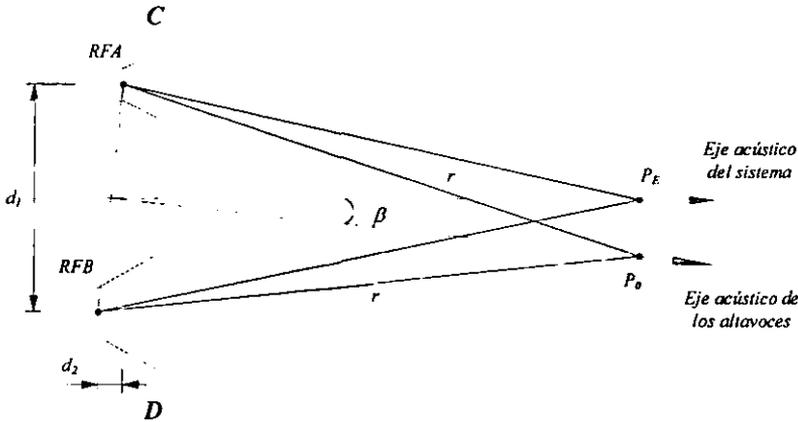


Figura 2.8.- Radiación de los altavoces especializados (para altas y bajas frecuencias, *RFA* y *RFB*, respectivamente), los cuales están separados una distancia d_1 y desalineados una distancia d_2 de sus respectivos planos efectivos de radiación, lo que causa que el patrón de radiación del sistema se incline el ángulo β , al combinarse la señal de ambas fuentes en la región de cruce de la red.

El objetivo, para la solución de este problema, es aplicar a cada altavoz, del sistema de audio, una señal de entrada tal, que la presión sonora en el punto P_E sea independiente de la frecuencia, de acuerdo a la ec. (2.1). Por lo tanto, se considerará primero la presión sonora en el punto P_0 , el cual, por conveniencia, se supondrá que está localizado en el eje acústico de ambos altavoces y a la distancia r , equidistante a los mismos, figura 2.8.

Para simplificar el problema, es mejor hacer coincidir el eje acústico de los altavoces con el eje acústico del sistema. Esto se logra si se hace retroceder la distancia d_2 al *RFA*, como se muestra en la figura 2.9. Otra manera es aplicarle un retraso electrónico, a este mismo altavoz, equivalente al tiempo que le toma a la señal propagarse la distancia d_2 en el aire. Por lo tanto, el plano efectivo de radiación de ambos altavoces quedará alineado, plano *E-F*, por lo cual las señales que emitan ambos altavoces arribarán al mismo tiempo al punto P_0 .

Es importante la presión sonora tanto en el punto P_0 , ubicado en el eje acústico del sistema, como en cualquier punto P ubicado en el plano vertical formado por el eje acústico del sistema y el plano *E-F*. De esta forma se obtiene el ángulo de observación α , de la figura 2.9. La separación d_1 , entre los altavoces, causa que las distancias de las trayectorias desde el *RFA*

y el *RFB* al punto *P* sean diferentes. Esto provoca que las señales arriben a diferente tiempo, es decir, que cambie la fase con la cual la presión sonora se combina en ese punto. Esta combinación, también es influenciada por la fase relativa que introduce la red de cruce a la señal eléctrica que maneja cada altavoz.

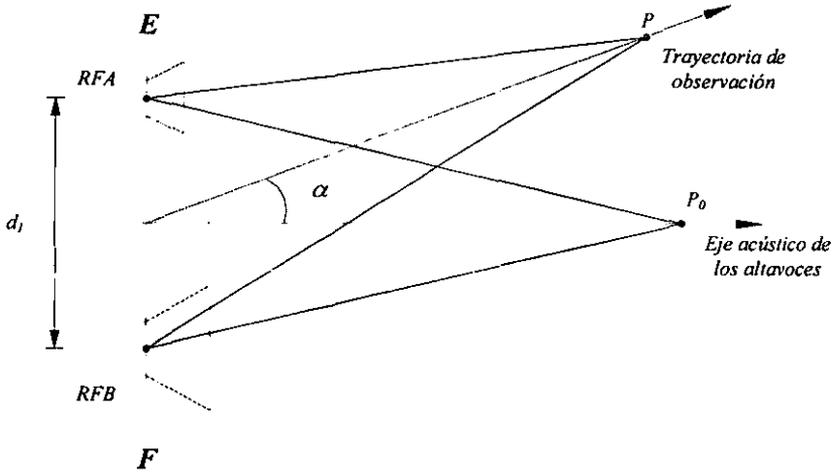


Figura 2.9.- Corrección física del desalineamiento entre los altavoces, lo que hace que el plano efectivo de radiación de ambos sea el mismo (plano *E-F*) y el eje acústico de los altavoces coincida con el eje acústico del sistema.

Por simplificación se supondrá que la distancia entre los altavoces y el punto *P* es suficientemente grande, tal que las trayectorias entre estos y dicho punto son esencialmente paralelas. De esta manera, Linkwitz [5] establece que la diferencia en distancia entre las trayectorias es

$$l = d_1 \text{sen } \alpha$$

y el desfaseamiento

$$\varphi_l(\omega_c) = 360^\circ \frac{l}{\lambda_c} = 360^\circ \frac{d_1}{\lambda_c} \text{sen } \alpha,$$

donde λ_c es la longitud de onda de las frecuencias de la región de cruce (ω_c), de las señales que radian ambos altavoces. Por lo tanto, la diferencia de fase total entre las señales que provienen de los altavoces y arriban al punto *P* es

$$\Delta\varphi(\omega) = \varphi_A(\omega) - \varphi_B(\omega) + \varphi_l(\omega_c),$$

donde $\varphi_A(\omega)$ y $\varphi_B(\omega)$ es el corrimiento de fase introducido por los filtros pasa altas y pasa bajas, respectivamente.

Por otra parte, la fase de las señales será sumada en el punto P del espacio [5] siempre que

$$\Delta\varphi(\omega_c) = \pm n360^\circ$$

y será restada cuando

$$\Delta\varphi(\omega_c) = \pm(2n+1)180^\circ,$$

donde $n = 0, 1, 2, \dots$.

La interacción más fuerte ocurrirá en la frecuencia de cruce de la red o de corte de los filtros, f_0 (punto de intersección de las pendientes de corte de los filtros), donde ambos altavoces contribuyen con igual magnitud. Para frecuencias que son más altas o bajas que la región de cruce, el patrón de radiación del sistema estará determinado solamente por el patrón de radiación del altavoz activado en el intervalo de frecuencias correspondiente [5].

2.4. Red de cruce de fase lineal y alta pendiente.

Dadas las características de las redes anteriores, vale la pena conocer la configuración de redes de cruce de fase lineal y alta pendiente, las cuales cumplen los requisitos expuestos al principio de esta sección. Además, este tipo de redes permiten vislumbrar la aplicación de los filtros digitales FIR al diseño de redes de cruce, debido a que la determinación de las funciones de transferencia de los filtros de fase lineal se basa en una versión retrasada de la señal de entrada.

Las variaciones de amplitud, las pendientes de corte relativamente lentas, los problemas en el patrón de radiación y las diferencias de fase entre los filtros de las redes de cruce de voltaje-constante y pasa-todo, se deben principalmente al cambio de fase del filtro pasa bajas; cuando el filtro pasa altas se deriva por substracción [16], esto es

$$H_A(s) \sim 1 - H_B(s) \tag{2.8}$$

el retraso de tiempo en la banda de paso del filtro pasa bajas impide que el filtro pasa altas logre una gran pendiente de corte. Esto se puede mejorar reemplazando el 1 de la ec. (2.8), por la función de transferencia de un retraso de tiempo puro adecuadamente elegido ($e^{-s\tau}$, donde τ es un retraso de tiempo puro). Esto corresponde a determinar la salida del filtro pasa altas substrayendo la salida del filtro pasa bajas de una versión retrasada en tiempo de la señal de entrada. La combinación de las dos señales de salida forman ahora una versión retrasada de la señal de entrada [16], esto es

$$H_A(s) + H_B(s) = e^{-s\tau} \tag{2.9}$$

con lo que se obtiene una magnitud de respuesta en frecuencia perfecta y una respuesta en fase lineal. Específicamente, según Lipshitz y Vanderkooy [16], el retraso de tiempo τ debería ser igual al retraso de fase y de grupo del filtro pasa bajas en cero Hz, esto es

$$\tau = -\lim_{\omega \rightarrow 0} \frac{\varphi_B(\omega)}{\omega} = -\frac{d\varphi_B(0)}{d\omega}$$

donde el retraso de fase, $\tau_p(\omega)$, y el retraso de grupo, $\tau_g(\omega)$, están definidos por

$$\tau_p(\omega) = -\frac{\varphi(\omega)}{\omega} \quad \text{y} \quad \tau_g(\omega) = -\frac{d\varphi(\omega)}{d\omega}. \quad (2.10)$$

Esta consideración es necesaria, para que la pendiente de corte del filtro pasa altas derivado con la ec. (2.9) sea más rápida que la que se obtiene con los filtros de voltaje-constante (que es el caso especial de la ec. (2.9), cuando $\tau = 0$). Para clarificar la situación, se supondrá que el filtro pasa bajas es no recursivo, de orden r y con ganancia unitaria en cero Hz; el cual se expresa de la siguiente forma

$$H_B(s) = \frac{1}{a_0 + a_1s + a_2s^2 + \dots + a_rs^r} = \frac{1}{\sum_{k=0}^r a_k s^k}, \quad \text{donde } a_0 = 1. \quad (2.11)$$

Entonces se puede demostrar, con las ecs. (2.10), que el retraso de tiempo de este filtro, a cero Hz, está dado por

$$\tau_p(0) = \tau_g(0) = a_1. \quad (2.12)$$

Alternativamente, si se normaliza el polinomio del denominador de la ec. (2.11), considerando que

$$s_n = \frac{s}{\omega_0}, \quad \text{donde } \omega_0 = (a_r)^{\frac{1}{r}}. \quad (2.13)$$

La ec. (2.11) se puede expresar de la siguiente forma

$$H_B(s_n) = \frac{1}{b_0 + b_1s_n + b_2s_n^2 + \dots + b_{r-1}s_n^{r-1} + s_n^r} = \frac{1}{\sum_{k=0}^r b_k s_n^k} \quad (2.14)$$

donde $b_0 = b_1 = 1$. En términos de los coeficientes normalizados de los polinomios, se puede encontrar que la ec. (2.12) se expresa como

$$\tau_p(0) = \tau_g(0) = \frac{b_1}{\omega_0} \quad (2.15)$$

mientras que la ec. (2.9) se escribe como

$$H_B(s_n) = e^{-\omega_0 \tau_p s_n} - H_A(s_n). \quad (2.16)$$

Por lo tanto, si se define al retraso de tiempo normalizado del filtro pasa bajas de la ec. (2.14) como

$$\tau_n = b_l = \omega_0 \tau_p(0) = \omega_0 \tau_g(0) \quad (2.17)$$

la ec. (2.16) se puede re-escribir como

$$H_B(s_n) = e^{-\tau_n s_n} - H_A(s_n). \quad (2.18)$$

Finalmente, después de manipular la ec. (2.18) utilizando las series de expansión de Maclaurin y las tablas de Iverson [16], se determinan los polinomios exponenciales truncados, de las funciones de transferencia de los ambos filtros, las cuales son:

$$H_B(s_n) = \frac{1}{\sum_{k=0}^r \frac{b_l^k}{k!} s_n^k} \quad \text{y} \quad H_A(s_n) = \frac{-e^{-b_l s_n} \sum_{k=r+1}^{\infty} \frac{b_l^k}{k!} s_n^k}{\sum_{k=0}^r \frac{b_l^k}{k!} s_n^k},$$

donde $r = 2, 3, 4$ y $b_l = \tau_n = (r!)^{1/r}$, es el grado del polinomio u orden de la red de cruce.

Sin embargo, los polinomios utilizados en el diseño de este tipo de filtros no pueden superar el 4° grado, debido a que se vuelven inestables por la aparición de ceros del lado derecho del plano complejo.

2.5. Conclusión del tipo de redes.

Con base en el análisis que se realizó sobre los anteriores tipos de redes de cruce, las cuales hasta ahora son las que tienen mayor aplicación en el diseño de sistemas de audio, es posible establecer los requisitos de las funciones de transferencia de los filtros que las conforman. Esto con la finalidad de determinar el tipo de red que se utilizará como base para el diseño de una red digital de cruce. Estos requisitos, de acuerdo a lo que establecen Linkwitz [5], Garde [6], Lipshitz y Vanderkooy [16] y Holbrook [19], son:

1. La diferencia de fase entre los filtros debe que ser cero ($\varphi_A(\omega_c) = \varphi_B(\omega_c)$); en la región de cruce (f_c). Para evitar la inclinación del patrón de radiación del sistema de audio.
2. La magnitud de ambos filtros debe ser de -6 dB en la frecuencia de cruce (f_0). Para que la magnitud de la suma de las señales de los filtros sea la unidad y no ocurra un pico en la región de cruce.

3. La diferencia de fase ($\varphi_A(\omega) - \varphi_B(\omega)$) debe ser la misma fuera de la región de cruce. Para que la simetría del patrón de radiación del sistema sea preservada, es decir, ambos filtros deben cambiar sus fases en la misma razón que cambia la frecuencia, esto es, deben tener idéntico retraso de grupo.
4. Si se cumplen los requisitos 3 y 4, el sistema de audio no tendrá distorsión lineal.

Las redes de cruce cuyos filtros tienen polos idénticos y el filtro pasa altas tiene sus ceros en el origen del plano s ($s = 0$); cumplirán estos requisitos.

Para que $\varphi_A(\omega) = \varphi_B(\omega)$, los filtros deberán ser de orden par; por lo tanto, la función de transferencia de la red de cruce tendrá un número par de ceros.

Para que la magnitud relativa de los filtros sea de -6 dB en la frecuencia de corte, deberá tener polos dobles. Esto se logra conectando en cascada dos filtros de Butterworth idénticos [5 y 6].

Para que no ocurra cancelación del sonido en la región de cruce de la red, el altavoz *RFA* se debe conectar con polaridad invertida; sólo para los ordenes de red de cruce siguientes: 2, 6, 10, 14, 18, 22, 26, etc. Esto se debe a que la función de transferencia del filtro pasa altas debe ser negativa, para que la magnitud absoluta de la suma de ésta con la del filtro pasa bajas sea la unidad [6].

Por lo tanto, para el diseño de la red digital de cruce, se utilizará como base la red de cruce tipo pasa-todo simétrica.

3. FILTROS DIGITALES.

Una forma muy útil para realizar el análisis de señales continuas y el diseño de filtros es la transformada de Laplace, con la cual se cambia el dominio de observación de una señal temporal sin alterarla, es decir, se transforma del dominio del tiempo, t , al de la frecuencia, s , donde $s = j\omega$ y $\omega = 2\pi f$ [20]. Esta transformación se realiza de la siguiente manera

$$X(s) = \int_0^{\infty} x(t)e^{-st} dt, \quad (3.1)$$

pero, cuando se requiere que el análisis y el diseño de filtros se realice con base a señales digitales, es necesario adecuar estos procedimientos. Por lo tanto, se puede establecer que las señales de entrada y salida de cualquier sistema digital, son señales temporales discretas, cada una de las cuales se expresa en forma de secuencia de números. Esta secuencia se puede obtener muestreando (digitalizando) una señal continua, esto es, si se toma una muestra cada tiempo T de una señal analógica $x(t)$; la cual se representa por $x(nT)$, donde n es cualquier número entero. Para propósitos de análisis matemático, el tiempo usualmente se normaliza, entonces, la secuencia de una señal temporal discreta se expresa como $x(n)$ y su transformada de Laplace como:

$$X_d(s) = \sum_{n=0}^{\infty} x(n)e^{-snT}. \quad (3.2)$$

Ahora si la variable compleja $e^{sT} = z$, resulta que la manera más conveniente de representar, hacer el análisis y realizar el diseño de filtros digitales, cuando se tienen señales temporales discretas, es con la transformada z [19-21]. De la ec. (3.2), dada la secuencia $x(n)$ definida para todo n , se tiene que:

$$X(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n)z^{-n} \quad (3.3)$$

donde, $X(z)$ es la transformada z de la secuencia $x(n)$ y z^{-n} representa las muestras retrasadas temporalmente un tiempo específico T .

Los filtros digitales pueden ser utilizados para implementar redes de cruce activas [4], si se elige el tipo de filtro adecuado. También es posible implementar redes de cruce de alta precisión donde, con una adecuada equalización de la respuesta en frecuencia del altavoz, se puede ajustar, muy aproximadamente, la respuesta en frecuencia de la red teórica deseada.

Por otra parte, las limitaciones que imponen los filtros analógicos no se aplican a todos los filtros digitales, debido a que en un tipo específico de filtro digital es posible separar la respuesta en frecuencia de la respuesta en fase [4]. Por ello, se puede elegir que la función de transferencia deseada sea de fase lineal o de fase mínima, produciendo una respuesta combinada pasa-todo completamente de fase lineal. Los filtros digitales se clasifican

principalmente en dos categorías, los de respuesta impulsiva finita (FIR) y los de respuesta impulsiva infinita (IIR), los cuales se verán con mayor detalle a continuación.

3.1. Filtros FIR.

Los filtros FIR tienen una respuesta impulsiva que dura un tiempo finito. La estructura para la realización de un filtro FIR se muestra en la figura 3.1. Esta estructura es una instrumentación directa de la suma de convolución [21]

$$y(n) = \sum_{m=0}^{N-1} h(m)x(n-m), \quad (3.4)$$

cuya función de transferencia, para un filtro FIR causal, es:

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \sum_{m=0}^{N-1} h(m)z^{-m} \quad (3.5)$$

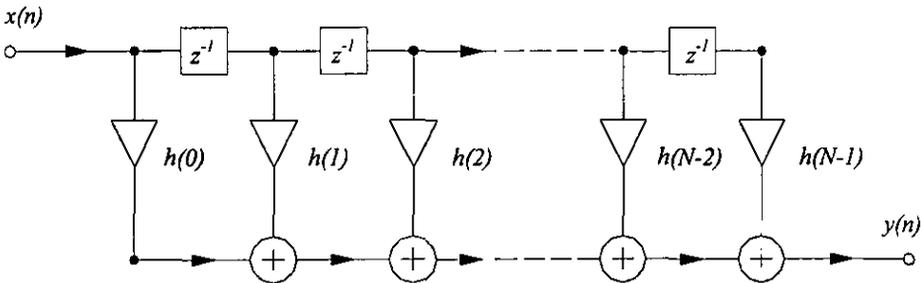


Figura 3.1.- Forma directa de realizar un filtro FIR.

donde $H(z)$ es un polinomio en z^{-1} de grado $N - 1$. Esto es, $H(z)$ tiene $N - 1$ ceros, que se pueden localizar en cualquier lugar del plano z , y $N - 1$ polos, los cuales todos caen en el origen, es decir, en $z = 0$. Por lo tanto, la respuesta en frecuencia de un filtro FIR se encuentra evaluando la función de transferencia de la ec. (3.5), para $z = e^{j\omega}$, alrededor del círculo unitario en el plano z , esto es

$$H(e^{j\omega}) = \sum_{m=0}^{N-1} h(m)e^{-j\omega m}. \quad (3.6)$$

Con cualquier secuencia de duración finita que esté completamente especificada por N muestras de su transformada de Fourier, se puede obtener un filtro FIR encontrando los coeficientes de su respuesta impulso o N muestras de su respuesta en frecuencia.

Para que un filtro FIR sea de fase lineal ($\arg\{H(\omega)\} = \varphi(\omega) = -\tau\omega$), tiene que cumplir con la siguiente restricción [23]:

$$h(m) = h(N - 1 - m), \quad (3.7)$$

por lo que la respuesta en frecuencia de un filtro FIR de orden impar es

$$H(e^{j\omega}) = e^{-j\omega\left(\frac{N-1}{2}\right)} \left[h\left(\frac{N-1}{2}\right) + \sum_{m=0}^{\frac{N-3}{2}} 2h(m) \cos\left(\omega\left(m - \frac{N-1}{2}\right)\right) \right]$$

y de orden par es

$$H(e^{j\omega}) = e^{-j\omega\left(\frac{N-1}{2}\right)} \left[\sum_{m=0}^{\frac{N-1}{2}} 2h(m) \cos\left(\omega\left(m - \frac{N-1}{2}\right)\right) \right]$$

donde $h(m)$, $0 \leq m \leq N - 1$, es la respuesta impulsiva y $\tau_r = \frac{N-1}{2} = \frac{a}{T}$, es el retraso temporal en muestras.

3.2. Filtros IIR.

La respuesta impulsiva de un filtro IIR nunca decae a cero, lo que hace que sea susceptible a la inestabilidad. Para realizar un filtro IIR puede emplearse una estructura recursiva como la que se muestra en la figura 3.2. Esta estructura instrumenta la siguiente ecuación en diferencias [21-23]:

$$y(n) = \sum_{m=0}^M a_m x(n-m) - \sum_{m=1}^N b_m y(n-m), \quad (3.8)$$

y la función de transferencia correspondiente es:

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{\sum_{m=0}^M a_m z^{-m}}{1 + \sum_{m=1}^N b_m z^{-m}} \quad (3.9)$$

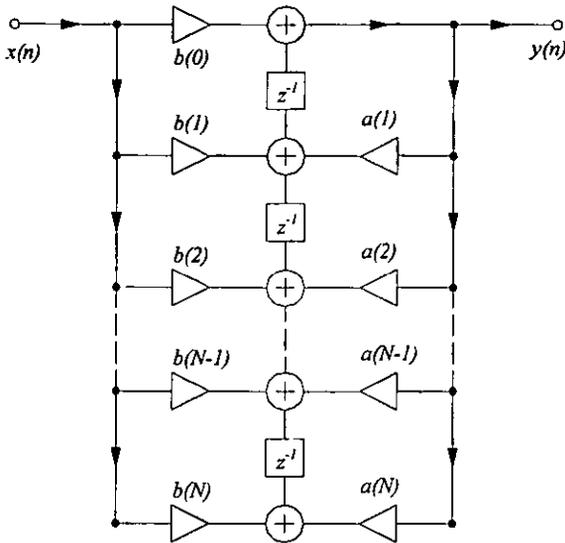


Figura 3.2.- Forma directa de realizar un filtro IIR.

La función de transferencia de la ec. (3.9) tiene, en general, M ceros y N polos. Para que el filtro sea estable, los polos de $H(z)$ deben caer dentro del círculo unitario. La cuantización de los coeficientes puede ocasionar que la posición de los polos cambie y los mueva fuera del círculo unitario. El resultado es un filtro inestable.

3.3. Comparación entre los filtros FIR y los IIR.

Se tendría que discutir una amplia variedad de métodos de diseño de ambos filtros debido a que ni un solo tipo y ni un solo diseño es el mejor para todas las aplicaciones. La elección entre un filtro FIR y uno IIR depende de la ponderación relativa que uno establezca para las ventajas y desventajas de cada tipo de filtro [22].

Los filtros IIR, por ejemplo, tiene la ventaja de que se pueden diseñar varios tipos de filtros con base en las formulas convencionales que se utilizan para el diseño de filtros analógicos. Esto es, una vez que el problema ha sido especificado en términos apropiados para un tipo de filtro dado (es decir, de Butterworth, de Chebyshev o elíptico), entonces los coeficientes (o polos y ceros) del filtro digital deseado son obtenidos por sustitución directa en un conjunto de ecuaciones de diseño [22].

Este tipo de simplicidad del procedimiento de diseño es atractivo sólo para el diseño de algunos tipos de filtros o si la disponibilidad de cómputo es insuficiente para la determinación de sus coeficientes [22].

En el caso de los filtros FIR, no existe una fórmula convencional de diseño, aunque el método de ventaneo se podría aplicar de alguna manera en forma directa; pero, se necesitarían algunas iteraciones para encontrar las especificaciones prescritas. La mayoría de los métodos de diseño de este tipo de filtros son procedimientos iterativos, que requieren de un poder de cálculo relativamente grande para su implementación [21].

En contraste, es posible diseñar un filtro digital IIR utilizando una calculadora de bolsillo y tablas de parámetros de diseño de filtros analógicos. Sin embargo, el precio que se paga por esa simplicidad se puede medir en términos de flexibilidad en la obtención de una respuesta en frecuencia no convencional. Las formas convencionales en el diseño de los filtros IIR están limitadas a los pasa bajas, pasa banda, pasa altas y demás filtros convencionales. Además, estos diseños generalmente ignoran la respuesta en fase del filtro. Por eso, aunque se pueda obtener un filtro elíptico pasa bajas con excelentes características de magnitud de respuesta en frecuencia por medio de un procedimiento de cálculo relativamente simple, su respuesta en fase será sumamente no lineal [21].

En contraste, los filtros FIR pueden tener una respuesta en fase lineal. Además, el método de ventaneo y la mayoría de métodos algorítmicos (como el de Parks-McClellan), ofrecen la posibilidad de realizar aproximaciones de respuesta en frecuencia arbitrarias, con una dificultad un poco mayor a la que se tendría en el cálculo de un filtro pasa bajas. También, el problema de diseño está mucho más bajo control que con los filtros IIR, debido a que existe un teorema de optimización para los filtros FIR que es importante en un amplio rango de situaciones prácticas [21].

Finalmente, hay cuestiones económicas en la implementación de los filtros digitales. En lo que respecta a este tipo de filtros, estas cuestiones son generalmente medidas en términos de complejidad en la implementación electrónica o en la velocidad de cómputo. Ambos factores están más o menos directamente relacionados con el orden requerido del filtro para cubrir las especificaciones requeridas. Si se deja a un lado la consideración de la fase, es generalmente cierto que para una respuesta en frecuencia específica se encontrará mayor eficacia con un filtro IIR. Sin embargo, en muchos casos, la respuesta en fase lineal que se dispone con un filtro FIR puede valer la pena el costo extra, y en algunos casos uno no puede necesariamente sacrificar eficacia en la elección de los filtros FIR [21].

En resumen las ventajas más importantes que tiene los filtros FIR sobre los IIR, son:

1. Los filtros FIR son siempre estables ya que utilizan únicamente ceros en su función de transferencia.
2. Con los filtros FIR se puede alcanzar una respuesta en fase lineal exacta, por lo que se pueden aplicar en la reconstrucción de señales; sin introducir distorsión lineal. Mientras que los filtros IIR no pueden alcanzar una característica de fase lineal, siempre que todos los polos de su función de transferencia caigan dentro del círculo unitario.
3. Con los filtros FIR es posible implementar respuestas en frecuencia arbitrarias, lo cual pueden ser de utilidad para incluir la ecualización de los altavoces en la red de cruce.

3.4. Diseñando filtros FIR.

Existen varias formas de obtener los coeficientes de la respuesta impulsiva de un filtro FIR, para aproximar su respuesta en frecuencia a la que se requiere, la cual se debe especificar con una plantilla de diseño, como la que se muestra en la figura 3.3. A continuación se describirán las técnicas de diseño más utilizadas en el diseño de este tipo de filtros.

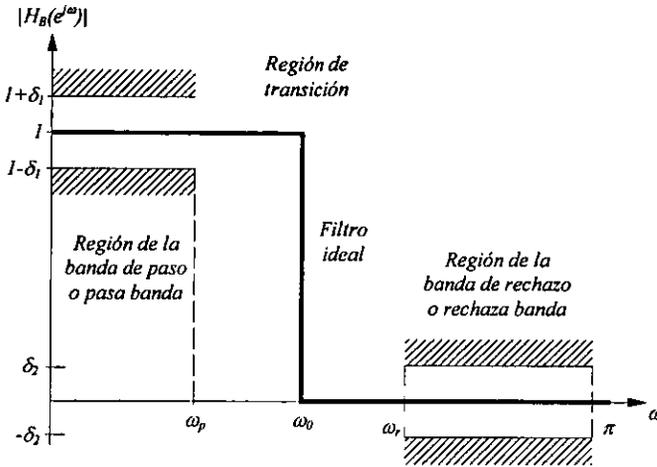


Figura 3.3.- Esquema de especificación de las tolerancias δ_1 y δ_2 para un filtro pasa bajas práctico. La línea gruesa indica la respuesta en frecuencia del filtro pasa bajas ideal.

3.4.1. Diseño por ventaneo.

El ventaneo es una de las primeras técnicas de diseño de los filtros FIR y una de las más simples, debido a que los coeficientes se pueden obtener de forma cerrada sin elaborados procedimientos de optimización. Por eso, el tiempo que toma realizar los diseños es muy reducido. Esta simplicidad hace que esta técnica siga siendo atractiva en la actualidad, a pesar de los sofisticados algoritmos de diseño desarrollados durante los últimos 20 años [22]. Por otra parte, los diseños basados en las ventanas Kaiser son muy flexibles, y la experiencia ha mostrado que bajo ciertas condiciones de diseño, esta técnica se aproxima a la óptima [22]. Para explicar la técnica del ventaneo, primero se debe considerar la magnitud absoluta de la respuesta en frecuencia de un filtro pasa bajas ideal (o deseado), $H_{Bi}(e^{j\omega})$, como el que se muestra en la figura 3.3, con una frecuencia angular de corte en ω_0 radianes [22]. Los coeficientes de la respuesta impulso correspondiente a $H_{Bi}(e^{j\omega})$, obtenidos mediante la aplicación de la transformada discreta de Fourier inversa en el tiempo [22] son:

$$h_{Bi}(n) = \frac{\omega_0}{\pi} \left(\frac{\text{sen}(\omega_0 n)}{\omega_0 n} \right), \quad -\infty \leq n \leq \infty. \quad (3.10)$$

Claramente la ec. (3.10) representa un filtro IIR no causal que, además, es inestable (es decir, la respuesta impulso $h_{BI}(n)$ no es absolutamente sumable) e irrealizable. Para obtener un filtro FIR que se aproxime a la respuesta en frecuencia ideal, se puede truncar la respuesta impulso de la ec. (3.10) [22 y 24] para obtener una secuencia de longitud finita como sigue

$$h(n) = \begin{cases} h_{BI}(n), & -\frac{N-1}{2} \leq n \leq \frac{N-1}{2} \\ 0 & \text{para cualquier otro valor} \end{cases} \quad (3.11)$$

donde la respuesta impulso $h(n)$ representa la de un filtro FIR de orden $N-1$, y para que este filtro sea causal simplemente se debe retrasar la respuesta impulso $\frac{N-1}{2}$ unidades de tiempo.

Este proceso, de obtener $h(n)$ de $h_{BI}(n)$, se puede ver como la multiplicación de la secuencia $h_{BI}(n)$ con la función de ventana rectangular siguiente

$$w(n) = \begin{cases} 1, & -\frac{N-1}{2} \leq n \leq \frac{N-1}{2} \\ 0 & \text{para cualquier otro valor.} \end{cases} \quad (3.12)$$

Equivalentemente, $H(e^{j\omega})$ es la convolución (en el dominio de la frecuencia) de $H_{BI}(e^{j\omega})$ con la transformada de Fourier de la ventana rectangular, la cual es:

$$W(e^{j\omega}) = \frac{\text{sen}\left(\frac{\omega N}{2}\right)}{\text{sen}\left(\frac{\omega}{2}\right)}, \quad (3.13)$$

donde N es la longitud de la ventana u orden del filtro. La respuesta en frecuencia resultante tiene rizo, el cual se incrementa cerca de la banda de transición. El rizo se ciñe a esta banda conforme el orden aumenta; pero, su magnitud no disminuye. Este rizo se puede disminuir, utilizando una ventana que tenga un corte menos abrupto [22 y 24]. Es por eso que en la aplicación de esta técnica para el diseño de filtros FIR se utiliza la ventana de Kaiser, definida

$$w(n) = \begin{cases} I_0\left(\beta \sqrt{1 - \left(\frac{n}{(N-1)/2}\right)^2}\right) / I_0(\beta), & -\frac{N-1}{2} \leq n \leq \frac{N-1}{2} \\ 0 & \text{para cualquier otro valor} \end{cases} \quad (3.14)$$

donde β es el parámetro con el que se establece la atenuación mínima de la banda de rechazo y $I_0(x)$ es la función de Bessel de orden cero modificada, la cual se determina como sigue:

$$I_0(x) = 1 + \sum_{k=1}^{\infty} \left[\frac{(x/2)^{2k}}{k!} \right]^2, \quad (3.15)$$

el valor del argumento x se limita al intervalo de 0 a β , y para este intervalo es suficiente sumar 20 términos de la ec. (3.15) para obtener el valor de $w(n)$, de la ec. (3.14), con suficiente precisión. El valor típico de β está entre 2 y 10, para una atenuación aproximada de 30 y 100 dB, respectivamente. De lo anterior se puede ver que, conforme β se incrementa la atenuación de la banda de rechazo se incrementa, mientras que la banda de transición se ensancha, esto permite que con una longitud de la ventana N , adecuada, se pueda llegar a un diseño final.

Kaiser encontró una expresión para establecer la longitud del filtro, en función del ancho de la banda de transición $\Delta f = \frac{\omega_r + \omega_p}{2\pi}$ y la atenuación de la banda de rechazo $A_r = -20 \log_{10} \delta_2$, de la siguiente manera

$$N - 1 = \frac{A_r + 7.95}{14.36 \Delta f} \quad (3.16)$$

la cual es de gran utilidad, ya que agiliza la realización del diseño de los filtros.

3.4.2. Diseño por muestreo en frecuencia.

Para obtener la aproximación de cualquier respuesta en frecuencia continua, ésta se debe muestrear en N puntos igualmente espaciados, alrededor del círculo unitario en el plano z .

Con esto, los coeficientes de la transformada discreta de Fourier se obtienen así

$$H(k) = \sum_{n=0}^N h(n) e^{-j\left(\frac{2\pi}{N}\right)nk} \quad (3.17)$$

y los coeficientes de la respuesta impulsiva como sigue

$$h(n) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} H(k) e^{j\left(\frac{2\pi}{N}\right)nk} \quad (3.18)$$

Utilizando este método, el error de aproximación es exactamente cero en las frecuencias de muestreo y finito entre ellas. Para filtros con respuesta en frecuencia razonablemente alisada, los errores de interpolación son generalmente pequeños.

En el caso de filtros selectores de banda, las muestras en frecuencia que ocurren en bandas de transición son variables libres cuyos valores son elegidos por un algoritmo de optimización que minimiza alguna función de error de aproximación del filtro [23].

Una vez que la respuesta en frecuencia ha sido aproximada, se calcula la respuesta impulsiva utilizando la transformada discreta de Fourier inversa definida por la ec. (3.18).

3.4.3. Diseño optimizado utilizando el algoritmo de Parks-McClellan.

La ventana Kaiser es versátil puesto que permiten el diseño de filtros arbitrarios que tienen limitaciones específicas de diseño. Sin embargo, el diseño de filtros FIR con este tipo de ventanas tiene varias limitaciones importantes, por ejemplo:

1. El diseñador no tiene control simultáneo sobre las tolerancias de la banda de paso (δ_1) y la de rechazo (δ_2), las máximas tolerancias son siempre iguales.
2. No garantizan que la longitud de los filtros, diseñados con esta técnica, sea mínima.

Una tercera aproximación para diseñar filtros FIR es considerar el problema de diseño como un problema de aproximación de Chebyshev, del cual se deriva un conjunto de condiciones para que la solución sea óptima (en el sentido de que el error de aproximación máximo sobre el intervalo completo de la aproximación sea mínimo). Un algoritmo utilizado para resolver esas condiciones es el de intercambio de Remez. Éste se basa en el teorema de alternancia [20], que proporciona un conjunto de condiciones necesarias y suficientes de la función de error, tal que la solución sea la mejor aproximación a la respuesta en frecuencia deseada. El algoritmo de Parks-McClellan es la realización del algoritmo de intercambio de Remez para diseñar filtros FIR. La minimización de la longitud del filtro es importante debido a que en muchas aplicaciones esto determina la cantidad de tiempo de cómputo. Por ejemplo, un filtro FIR de longitud N se puede implementar directamente en el dominio del tiempo evaluando la expresión

$$y(n) = \sum_{m=0}^{N-1} h(m)x(n-m), \quad (3.19)$$

para cada valor de salida $y(n)$ esta expresión requiere de N multiplicaciones y $N-1$ sumas. Con frecuencia, $h(n)$ es un filtro simétrico tal que

$$h(n) = h(N-1-n). \quad (3.20)$$

Si esto se cumple y N es par, entonces la ec. (3.19) se puede calcular más eficazmente de la siguiente manera

$$y(n) = \sum_{m=0}^{(N/2)-1} h(m)(x(n-m) + x(n-N+1+m)). \quad (3.21)$$

Con esto se reducen las operaciones de multiplicación a la mitad y se mantiene el número de sumas para cualquier valor de N . Nótese que la cantidad de cálculos es linealmente proporcional a la longitud del filtro. En el algoritmo de Parks-McClellan, se requiere de las cantidades N , ω_p , ω_r y la relación entre las máximas tolerancias de rizo, $K = \frac{\delta_1}{\delta_2}$. Las máximas

tolerancias δ_1 y δ_2 son determinadas por la solución optimizada resultante y si estas tolerancias no son lo suficientemente pequeñas, se puede incrementar N y rediseñar la función

de transferencia del filtro. Si se especifican las cantidades más comunes, que son δ_1 , δ_2 , ω_p y ω_r , se puede estimar el orden del filtro y utilizar esta estimación como entrada al algoritmo de Parks-McClellan. El diseño resultante es generalmente muy aproximado y siempre se puede mejorar incrementando ligeramente el orden del filtro $N - 1$, donde este se expresa como

$$N - 1 = \frac{-20 \log_{10} \sqrt{\delta_1 \delta_2} - 13}{14.6 \Delta f} \quad (3.22)$$

Esta estimación del orden del Filtro, para filtros optimizados, se aproxima razonablemente a la que propuso Kaiser, ec. (3.16), para el caso especial de $\delta_1 = \delta_2$, es por eso que este tipo de filtros exhiben características de igual rizo (equiripple, en inglés) tanto en la banda de paso como en la banda de rechazo, a los cuales se les llama filtros de igual rizo.

3.4.4. Características de las redes digitales de cruce.

Es posible utilizar filtros digitales en sistemas activos de audio, para implementar las funciones de transferencia de la red de cruce con mucha precisión, y con la correcta ecualización de la respuesta en frecuencia de los altavoces. Se puede escoger que las funciones de transferencia de los filtros pasa bajas y pasa altas sean de fase lineal o de fase mínima, produciendo una respuesta combinada completamente de fase lineal o una respuesta combinada pasa-todo. Para la aplicación de los filtros digitales al diseño de redes de cruce, es necesario hacer algunas observaciones relevantes, las cuales pueden ser de utilidad para elegir adecuadamente los filtros de la red deseada:

1. Si las funciones de transferencia de los filtros pasa bajas y pasa altas son de fase lineal y éstos tienen respuesta en fase idénticas, entonces la respuesta en fase combinada es también lineal. Esto significa que es posible la implementación de una red de cruce con filtros digitales FIR, con la condición de que su respuesta combinada introduzca un retraso de tiempo puro y que cada filtro tenga el mismo número de coeficientes.
2. Si las funciones de transferencia individuales de los filtros son de fase mínima, entonces la respuesta combinada es de voltage-constante o pasa-todo, por ejemplo, los filtros de Butterworth de primer orden o los de Linkwitz-Riley de cuarto orden, respectivamente.
3. Las cualidades deseadas para ambos filtros son que la suma forme una función de fase lineal o una pasa-todo y en particular que ambos filtros tengan la misma respuesta en fase para minimizar la inclinación del patrón de radiación de la respuesta combinada.
4. Los filtros asimétricos pueden incluir una combinación de un filtro pasa altas de fase mínima y un pasa bajas con exceso de fase. El exceso de fase es el corrimiento de fase que es agregado por elementos externos al filtro, por ejemplo, cambio de polaridad del altavoz, retraso puro introducido electrónica o físicamente, etc.

4. RESULTADOS.

En el contenido de este capítulo:

- a) Se describe la forma en que está estructurado el programa de simulación y análisis, elaborado en MATLAB® 5.3, con el cual se determinaron los filtros analógicos, utilizados como base, para obtener los Filtros FIR que conformaron la red digital de cruce, objetivo de este trabajo. Además, se muestran las gráficas que se obtienen como resultado de la simulación (el listado de este programa se muestra en el apéndice B).
- b) Se muestran, con fotografías, los arreglos experimentales de medición con los cuales se realizaron las evaluaciones eléctricas y acústicas de los filtros y redes de cruce.
- c) Se lista el equipo que se utilizó para efectuar las mediciones de evaluación.
- d) Se indican los tipos de redes de cruce que se implementaron y sus características más importantes.
- e) Se muestran, en forma de diagrama a bloque, los arreglos experimentales de medición implementados, los cuales ilustran la manera en que se realizaron las evaluaciones.
- f) Se reportan los resultados de las mediciones eléctricas y acústicas que se realizaron a los filtros y redes de cruce. Estos resultados consisten en una serie de gráficas, donde se aprecia la magnitud relativa de la respuesta en frecuencia, la respuesta en fase y la respuesta impulsiva. Con esta información fue posible establecer las diferencias en el desempeño de los filtros y, con base a lo planteado en el capítulo 2, determinar si es posible su aplicación en el diseño de redes de cruce.

4.1. Simulación.

La simulación se realizó con base en la conclusión del tipo de redes (capítulo 2, sección 2.5), en la cual se determinó que la magnitud de la respuesta en frecuencia de la red de cruce pasa-todo es la más conveniente; para realizar el diseño de la red digital de cruce.

Debido a la forma en la que se establecen las funciones de transferencia de los filtros de las redes de cruce pasa-todo (con base a lo que indica Garde [6]), el programa se estructuró de la forma que se describe a continuación. Para facilitar la descripción, y si se desea cotejar con el listado del programa, se incluyen algunos nombres de variables utilizadas en el mismo.

1. Este programa se maneja como función, por lo cual se deben proporcionar los parámetros necesarios para su funcionamiento, esto es

```
function red_pt(fo,d1cm,d2cm,alfag,ora,ofd,r,T,imp)
```

donde:

f_0 = frecuencia de cruce de la red.

$d1_{cm}$ = separación entre los altavoces (alineación vertical).

$d2_{cm}$ = alineamiento entre los altavoces (separación horizontal).

α = ángulo de observación con respecto al eje acústico del sistema de audio.

o_r = orden de la red analógica.

o_d = orden de los filtros digitales.

r = distancia entre el observador y el sistema.

T = temperatura ambiente.

i_{mp} = opción para la impresión de datos.

2. Se realizan conversiones de unidades y cálculos de otros parámetros (como la velocidad del sonido, entre otros) necesarios para el buen desempeño del programa.
3. Se establecen los ordenes válidos de la red de cruce pasa-todo (o_r), y se asigna el cambio de polaridad (pol) del altavoz *RFA*, que lo requiera.
4. Se determinan los coeficientes de los polinomios del numerador y denominador de las funciones de transferencia de los filtros de Butterworth, ($bFAPB$ y $aFAPB$, para el pasa bajas, y $bFAPA$ y $aFAPA$, para el pasa altas), que se utilizan como base para obtener las funciones de transferencia de los filtros pasa-todo correspondientes. El orden de estos filtros base (o_f), es la mitad del orden de la red de cruce.
5. Se determinan los coeficientes de los polinomios del numerador y denominador de las funciones de transferencia de los filtros de la red de cruce pasa-todo ($bFAPB_n$, pasa bajas, $bFAPAn$, pasa altas, y $aFAPB_d$, ambos), mediante la convolución de los polinomios correspondientes de los filtros base. Esto se efectúa así, debido a que los polinomios de las funciones de transferencia de los filtros de la red son el cuadrado de los polinomios de las funciones de transferencia de los filtros base. La multiplicación en el dominio de la frecuencia se realiza mediante la convolución.
6. Se determina la respuesta en frecuencia de los filtros pasa bajas ($FAPB$) y pasa altas ($FAPA$) de la red de cruce pasa-todo, aplicando la transformada de Laplace a las funciones de transferencia correspondientes.
7. Se determinan para cada filtro y su combinación (suma de ambos filtros), la magnitud absoluta ($MFAPB$, $MFAPA$ y MRA) y relativa ($mFAPB$, $mFAPA$ y mRA) de la respuesta en frecuencia, la respuesta en fase ($fPAPBg$, $fPAPAg$ y fRA) y el retraso de fase ($r fRA$) y de grupo ($r gRA$).
8. Se obtiene la presión acústica ($pFAPBf_0$ y $pFAPAf_0$) y el NPS ($NPSFAPB_0$ y $NPSFAPA_0$) que aportaría cada altavoz, con su respectivo filtro, cuando están alineados ($d2_{cm} = 0$), reproducen la frecuencia de cruce (f_0) y, además, el punto de observación se sitúa a la distancia r ; sobre el eje acústico del sistema ($\alpha = 0$).

9. Se establece la región de sonorización. Para esto, se supone que el sistema de audio radia en un espacio 2π , por lo tanto, se realiza un barrido sobre el plano vertical del eje acústico del sistema; de -90° a 90° (α).
10. Se determina, bajo diferentes condiciones de simulación, el retraso entre las señales de los altavoces (ψ), la presión sonora (p_{RA}) y el NPS (NPS) del sistema en el punto de observación a la frecuencia de cruce y la magnitud de la respuesta en frecuencia del sistema (RA). Esta respuesta se obtiene mediante la suma de la respuesta en frecuencia de los filtros pasa bajas y pasa altas. Esta suma se considera como la respuesta en frecuencia acústica del sistema de audio (se supone que los altavoces son fuentes omnidireccionales de respuesta plana, montadas en una pantalla infinita). Las condiciones de simulación consisten en modificar la separación (d_{1cm}) y el alineamiento (d_{2cm}) de los altavoces, y colocar el punto de observación (situado en el plano vertical) a diferentes ángulos (α), con respecto al eje acústico del sistema) y distancias (r , con respecto al sistema).
11. Con esta información el programa realiza los cálculos necesarios y, como resultado, se obtienen las gráficas que se muestran en las figuras 4.1, 2, 3 y 4, las cuales corresponden a la magnitud relativa de la respuesta en frecuencia, la respuesta en fase y el retraso de fase y de grupo normalizados, tanto de los filtros como de la red de cruce; según lo indican Linkwitz [5], Garde [6], Hillerich [7] y Lipshitz y Vandrekoooy [16]. Además, se ilustra, en la figura 4.5, el patrón de radiación vertical del sistema de audio, donde se puede visualizar la inclinación que sufre y el tamaño de los lóbulos principal y laterales.
12. Para realizar la implementación de los filtros digitales en la tarjeta del PDS, se recalcula la magnitud absoluta de la respuesta en frecuencia de los filtros pasa-todo (MFAPBd, pasa bajas y MFAPAd, pasa altas). Se determinan los coeficientes de los polinomios del numerador de la función de transferencia del filtro digital FIR (los cuales se normalizan con respecto a la frecuencia de Nyquist, f_{ny}), mediante la aplicación del algoritmo de intercambio de Remez. Se aplica la transformada z y se obtiene la respuesta en frecuencia de los filtros digitales, figura 4.6.
13. Se generan archivos de datos que contienen los valores de los coeficientes o de la magnitud absoluta de la respuesta en frecuencia de los filtros. Estos archivos se deben modificar (con el editor de MSDOS, por ejemplo) con el fin de agregar otros datos necesarios para la implementación de los filtros digitales en la tarjeta del PDS.
14. Por último, se tiene la opción de imprimir algunos datos que pueden ser importantes, los cuales son difíciles de apreciar en las gráficas, por ejemplo, la diferencia de fase entre los filtros, retraso de tiempo entre altavoces, etc.

Con base lo expuesto al principio de esta sección, las condiciones en las que se llevó a cabo la simulación fueron las siguientes:

- a) los altavoces se montaron sin separación ($d_{1cm} = 0$),

- b) los altavoces se montaron alineados ($d_2 = 0$),
- c) el punto de observación, se ubicó sobre el eje acústico del sistema ($\alpha = 0^\circ$), a una distancia (r) de 2.5 m,
- d) una temperatura ambiente de 20 °C,
- e) una frecuencia de cruce de la red (f_0) de 3000 Hz,
- f) para el caso del patrón de radiación, los altavoces siempre emiten a la frecuencia de cruce de la red y,
- g) para la red de cruce digital se utilizó una frecuencia de muestreo (f_m) de 40950 Hz, por lo tanto, la frecuencia de Nyquist (f_{ny}) fue de 20475 Hz.

A continuación se presentan los resultados de esta simulación, para una red de cruce pasado de 26° orden, analógica y simétrica y su equivalente digital.

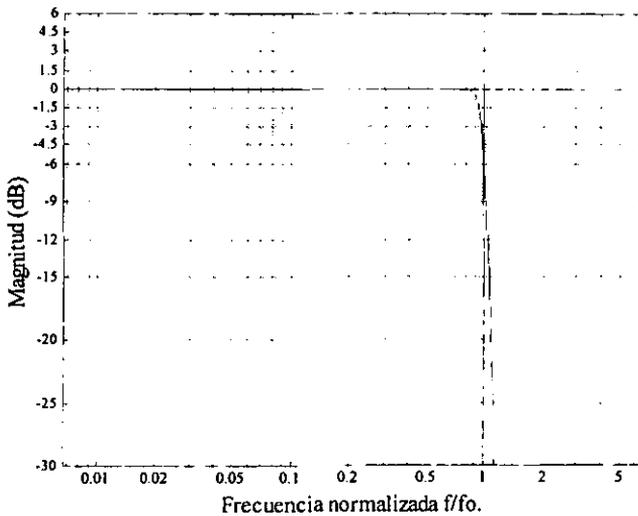


Figura 4.1.- Magnitud relativa de la respuesta en frecuencia de los filtros pasa bajas (línea continua) y pasa altas (---) y de la red de cruce (- - -) pasa-todo de 26° orden, analógica y simétrica. Se consideró que los altavoces no están separados ($d_1 = 0$) y están alineados ($d_2 = 0$), que el punto de observación está sobre el eje acústico del sistema ($\alpha = 0^\circ$) y que la frecuencia de cruce (f_0) es de 3000 Hz.

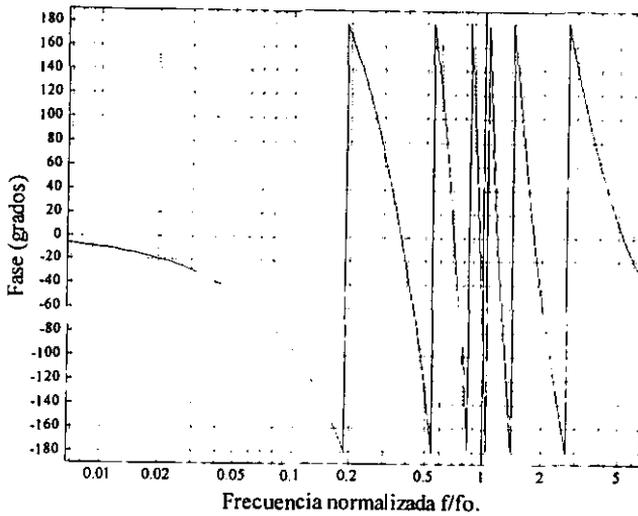


Figura 4.2.- Respuesta en fase de los filtros pasa bajas y pasa altas y de la red de cruce pasa-todo de 26° orden, analógica y simétrica. Con $d_1 = 0$, $d_2 = 0$, $\alpha = 0^\circ$ y $f_0 = 3000$ Hz.

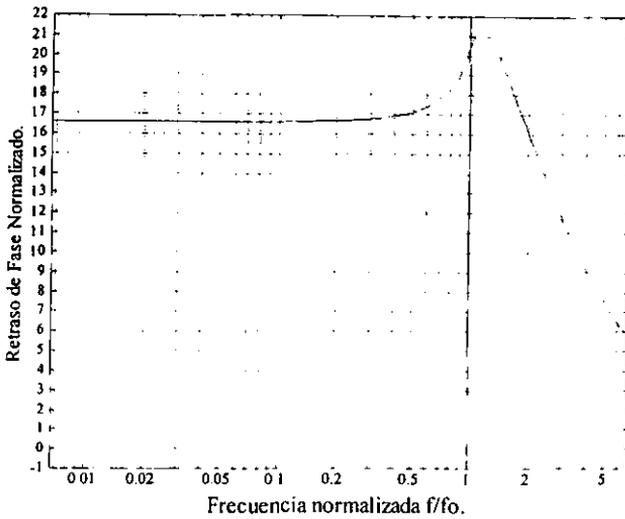


Figura 4.3.- Retraso de fase normalizado de los filtros pasa bajas y pasa altas y de la red de cruce pasa-todo de 26° orden, analógica y simétrica. Con $d_1 = 0$, $d_2 = 0$, $\alpha = 0^\circ$ y $f_0 = 3000$ Hz. El retraso de fase normalizado se obtiene dividiendo la fase entre la frecuencia normalizada.

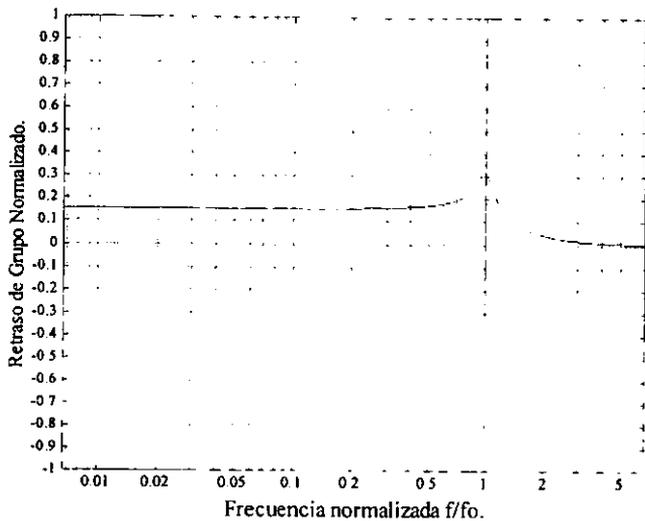


Figura 4.4.- Retraso de grupo normalizado de los filtros pasa bajas y pasa altas y de la red de cruce pasa-todo de 26° orden, analógica y simétrica. Con $d_1 = 0$, $d_2 = 0$, $\alpha = 0^\circ$ y $f_0 = 3000$ Hz. El retraso de grupo normalizado se obtiene derivando la fase con respecto a la frecuencia normalizada.

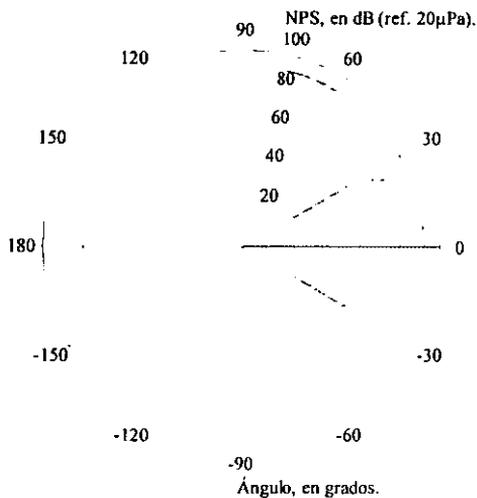


Figura 4.5.- Patrón de radiación vertical del sistema, con la red de cruce pasa-todo de 26° orden, analógica y simétrica. Con $d_1 = 0$, $d_2 = 0$, $\alpha =$ desde -90° hasta 90° y $f_0 = 3000$ Hz.

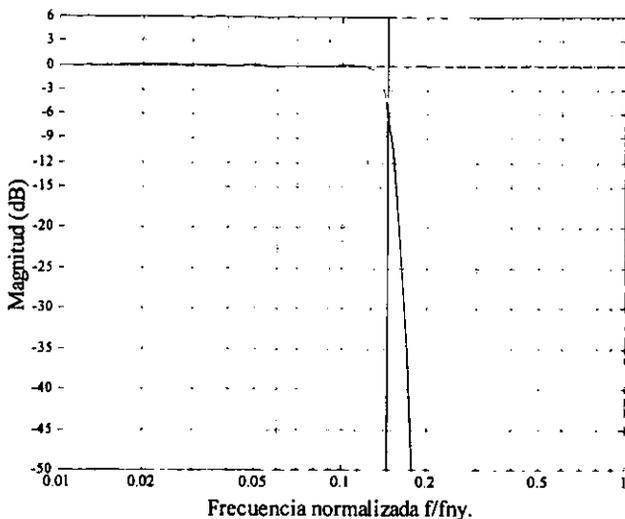


Figura 4.6.- Magnitud relativa de la respuesta en frecuencia de los filtros digitales pasa bajas (línea continua) y pasa altas (-----) y de la red digital de cruce (---), equivalentes a los pasa-todo de 26° orden. La frecuencia está normalizada con respecto a la frecuencia de Nyquist ($f_{ny} = 20475$ Hz).

4.2. Evaluación.

4.2.1. Arreglos experimentales para las mediciones.

Con la finalidad de ilustrar los arreglos experimentales, con el que se realizaron las mediciones de evaluación de los filtros y de las redes de cruce, se muestran en las siguientes figuras las fotografías del equipo que se utilizó.

En la figura 4.7, se muestra el arreglo para las mediciones tanto eléctricas como acústicas, el cual consiste del analizador de espectros, la computadora para la adquisición de datos, el generador de ruido y el amplificador de potencia. También se pueden ver dos de las redes de cruce que se evaluaron: el filtro programable de dos canales implementado como red de cruce (en la pantalla del analizador se muestra la respuesta en frecuencia eléctrica del filtro pasa bajas) y la red de cruce activa.

En la figura 4.8, se muestra la computadora en la que están instalados la tarjeta de PDS y el programa de manipulación Hypersignal-Workstation, con los cuales se implementaron los filtros digitales FIR. En la pantalla se muestra el menú del programa de manipulación.

En la figura 4.9, se muestra la colocación de la caja acústica y el micrófono de medición dentro de la cámara anecoica, con los cuales se realizó la evaluación acústica de las redes.

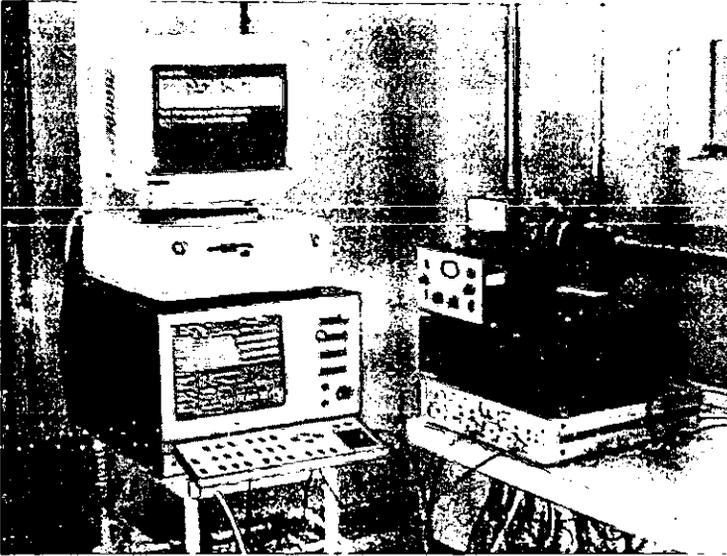


Figura 4.7.- Conexión del equipo de medición y redes evaluadas.

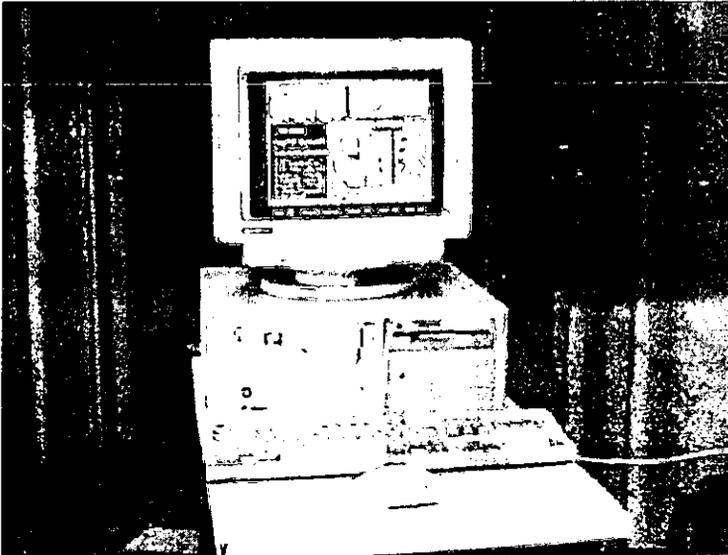


Figura 4.8.- Computadora en la que esta instalada la tarjeta del PDS y el programa de manipulación.

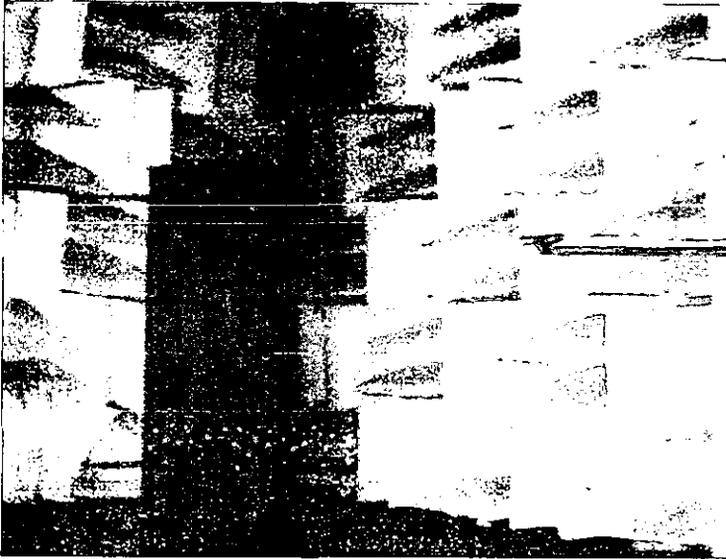


Figura 4.9.- Montaje en la cámara anecoica, de la caja acústica y el micrófono de medición para la evaluación acústica del sistema con las redes de cruce.

4.2.2. Lista del equipo utilizado en las mediciones.

1. Cámara anecoica, de volumen libre de $\sim 48 \text{ m}^3$. Laboratorio de Acústica del Centro de Instrumentos, UNAM (LACIUNAM).
2. Analizador de espectros de alta resolución de dos canales, marca B&K, tipo 2034.
3. Generador de ruido, marca B&K, tipo 1405.
4. Computadora personal PS2, marca IBM, modelo 50.
5. Programa de adquisición de datos del analizador, ib2034. LACIUNAM.
6. Computadora personal, marca NewMax, con procesador 486.
7. Tarjeta de procesamiento digital de señales (PDS), marca Texas Instruments, modelo TMS320C30; instalada en la computadora NewMax.
8. Programa para el manejo de la tarjeta PSD, marca Hiperception, modelo Hypersignal-Workstation; instalado en la computadora NewMax.
9. Filtro programable de dos canales, marca Stanford Research Systems (SRS), modelo SR650.
10. Red activa de cruce, marca Rane, modelo AC 23.
11. Amplificador de potencia, marca Yamaha, modelo AX-380.
12. Componentes eléctricos utilizados como filtros (bobina y capacitores).
13. Caja acústica, tipo torre de $\sim 32 \text{ dm}^3$, con conducto.
14. Altavoz reproductor de frecuencias altas (RFA), de 8Ω , marca ER, modelo TW124.
15. Altavoz reproductor de frecuencias bajas (RFB), de 4Ω , marca ER, modelo WF173.
16. Cables y conectores.

4.2.3. Red de cruce de voltaje-constante.

Para su implementación se utilizaron los siguientes componentes:

- Para el filtro pasa altas: un capacitor de, aproximadamente, $6.6 \mu\text{F}$ (obtenido con un arreglo de capacitores en paralelo de $3.3 \mu\text{F}$) y como carga el altavoz *RFA*.
- Para el filtro pasa bajas: una bobina con valor de, aproximadamente, 0.212 mH y como carga el altavoz *RFB*.

Y sus características son:

- Red de cruce de voltaje-constante de 1^{er} orden, analógica, pasiva y simétrica; implementada con filtros de Butterworth de 1^{er} orden.
- Frecuencia de corte (f_0) de ambos filtros, 3000 Hz (calculada), $\sim 3300 \text{ Hz}$ (real).
- Atenuación en f_0 , $\sim 3 \text{ dB}$.
- Pendiente de corte, $\sim 6 \text{ dB/octava}$.

El arreglo experimental para la medición eléctrica y acústica de los filtros de esta red de cruce, se muestra en el diagrama a bloques de la figura 4.10.

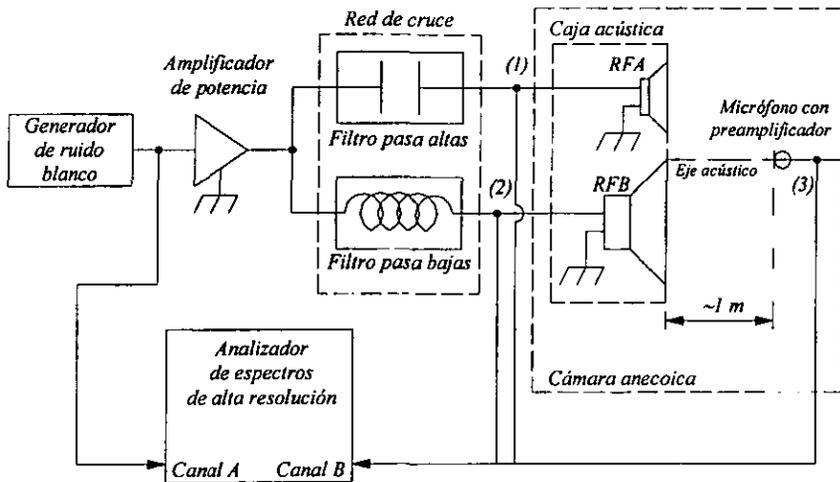


Figura 4.10.- Diagrama a bloques del arreglo experimental de las mediciones eléctricas y acústicas de los filtros de la red de cruce de voltaje-constante de 1^o orden, analógica, pasiva y simétrica. Los puntos de conexión para efectuar las mediciones eléctricas de los filtros pasa altas y pasa bajas, se indican con los números (1) y (2), respectivamente, mientras que para la medición acústica, efectuada en la cámara anecoica, se indica con el número (3).

Los números (1) y (2), indican los puntos de las mediciones eléctricas, de los filtros pasa altas y pasa bajas, respectivamente. Los resultados, se muestran en las figuras 4.11 y 12.

Las gráficas de las figuras 4.11a y b, corresponden a las mediciones eléctricas de magnitud relativa de la respuesta en frecuencia y a la de respuesta en fase de ambos filtros, las cuales dan cuenta del pobre desempeño de esta red de cruce. Esto se debe a la amplia región de frecuencias de cruce que esta red exhibe, como consecuencia de la pendiente de corte tan lenta de ambos filtros y a la diferencia de fase que existe entre éstos. Por ello, se justifica que esta red no sea utilizada en sistemas de alta fidelidad. Sin embargo, la fase de ambos filtros no cambia abruptamente, esto hace que el retraso de fase y de grupo y la distorsión lineal sean pequeños. Por otra parte, esta red en particular, es el mejor ejemplo de la red de cruce de voltaje-constante, y su implementación es muy sencilla.

En las gráficas 4.12a y b, se muestran las gráficas de la medición eléctrica de la respuesta impulsiva, para los filtros pasa bajas y pasa altas, respectivamente. En las cuales se aprecia que, aunque el pico del filtro pasa bajas se nota ligeramente más ancho, las respuestas impulsivas de ambos filtros son muy parecidas lo que denota que su contenido energético es similar.

Las mediciones acústicas de los filtros y del sistema, se muestran en las figuras 4.13 y 4.14. Estas mediciones se realizaron introduciendo el sistema de audio y un micrófono de medición en la cámara anecoica. Con el micrófono, colocado a ~ 1 m de distancia sobre el eje acústico del sistema, se obtuvo la señal acústica, indicada con el punto (3) en la figura 4.10. De esta forma se midieron las respuestas acústicas de cada altavoz, con su filtro correspondiente, y las del sistema.

En la figura 4.13a, se muestra la magnitud relativa de la respuesta en frecuencia, tanto de cada altavoz, con su respectivo filtro, como del sistema. En esta figura, se puede apreciar que la gama de frecuencias que reproducen en común ambos altavoces, es bastante amplia (región de cruce). Esto provoca que la magnitud de la respuesta acústica del sistema decaiga, en esa región del espectro, debido a la fuerte interacción entre los altavoces.

En las gráficas de la figura 4.13b, se muestra la respuesta en fase acústica correspondiente, donde se aprecia que, fuera de la región de cruce, la fase del sistema corresponde a la de los filtros. El retraso de tiempo causado por la distancia a la que se colocó el micrófono del sistema, se compensó considerando la velocidad del sonido a la temperatura de 20 °C.

En la gráfica de la figura 4.13c, se aprecia que en la región de cruce, la diferencia de fase de los filtros aumentó, debido al corrimiento de fase introducido por el desalineamiento horizontal entre los altavoces, lo que produce que dicha diferencia sea de alrededor de 180°, lo cual origina que la magnitud en esa región del espectro se atenúe.

En las figuras 4.14a, b y c, se muestra la respuesta impulsiva acústica del altavoz *RFB*, del altavoz *RFA* (con sus filtros correspondientes) y del sistema, respectivamente, donde se puede apreciar, con mayor claridad, el retraso de tiempo causado por la distancia entre el micrófono de medición y el sistema y el desalineamiento horizontal entre los altavoces.

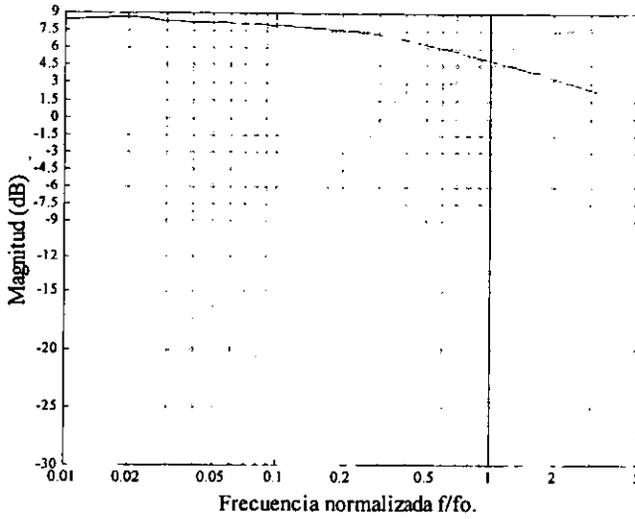


Figura 4.11a.- Gráficas de la magnitud relativa de la respuesta en frecuencia eléctrica de los filtros pasa bajas (línea continua) y pasa altas (línea punteada), de la red de cruce de voltaje-constante de 1^{er} orden, analógica, pasiva y simétrica. $f_0 \approx 3300$ Hz.

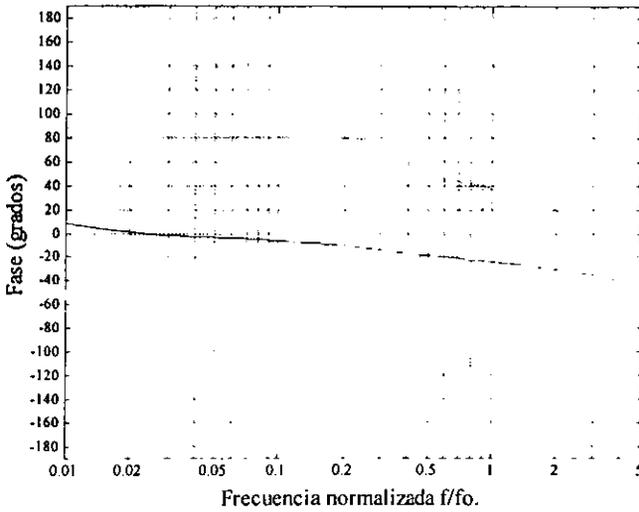


Figura 4.11b.- Gráficas de la respuesta en fase eléctrica de los filtros pasa bajas (línea continua) y pasa altas (línea punteada), de la red de cruce de voltaje-constante de 1^{er} orden. $f_0 \approx 3300$ Hz.

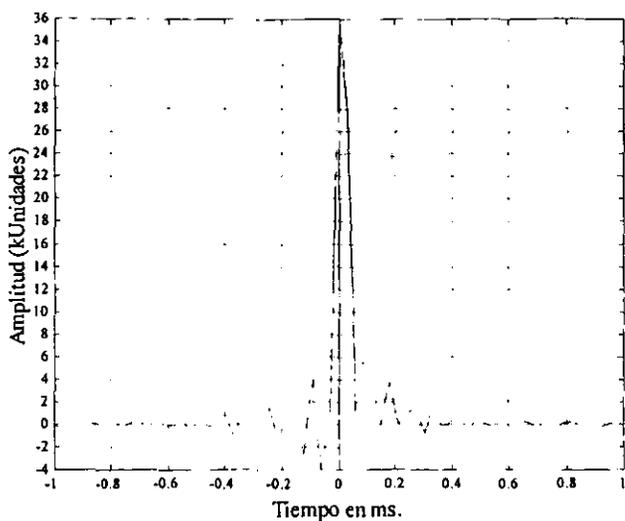


Figura 4.12a.- Gráfica de la respuesta impulsiva eléctrica del filtro pasa bajas de la red de cruce de voltaje-constante de 1^{er} orden.

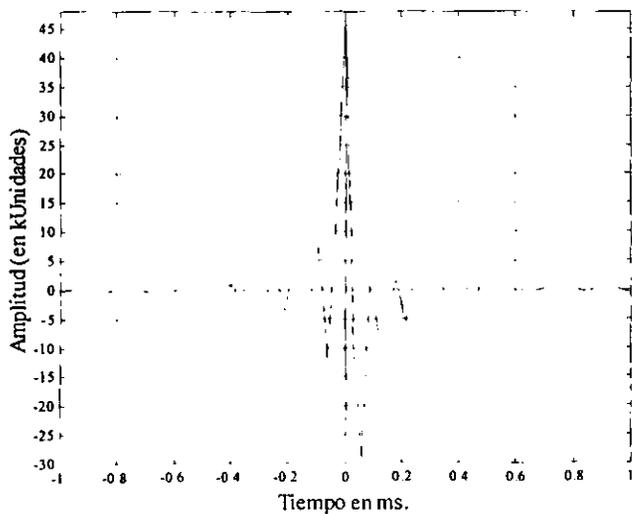


Figura 4.12b.- Gráfica de la respuesta impulsiva eléctrica del filtro pasa altas de la red de cruce de voltaje-constante de 1^{er} orden.

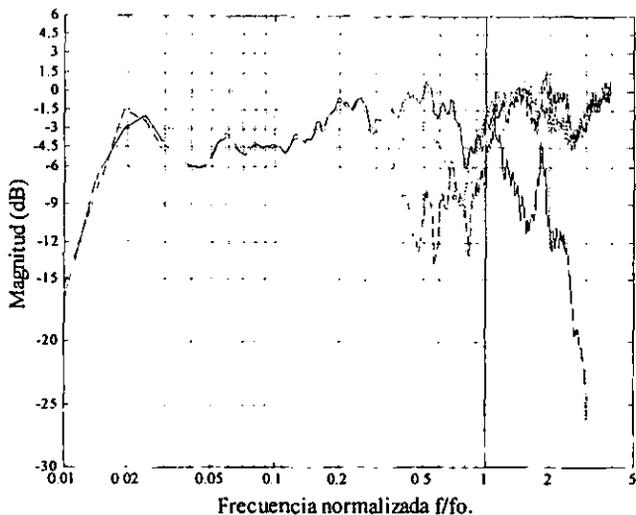


Figura 4.13a.- Gráficas de la magnitud relativa de la respuesta en frecuencia acústica del altavoz *RFB* (línea continua), del altavoz *RFA* (-----) y del sistema (- - -); con la red de cruce de voltaje-constante de 1^{er} orden, analógica, pasiva y simétrica. $f_0 \approx 3300$ Hz.

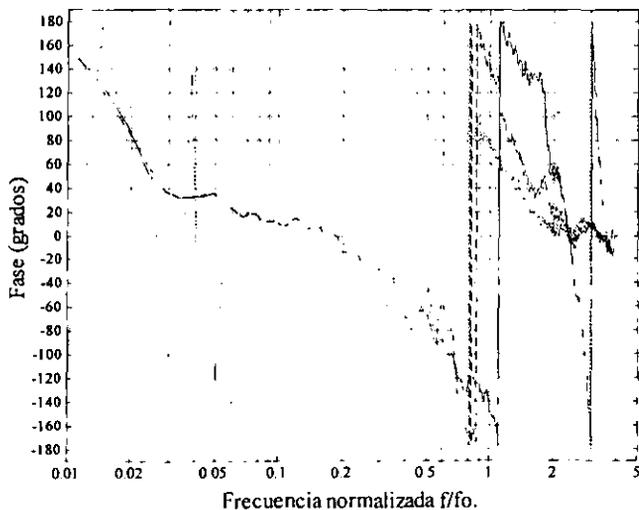


Figura 4.13b.- Gráficas de la respuesta en fase acústica del altavoz *RFB* (línea continua), del altavoz *RFA* (-----) y del sistema (- - -), con red de cruce de voltaje-constante de 1^{er} orden. $f_0 \approx 3300$ Hz.

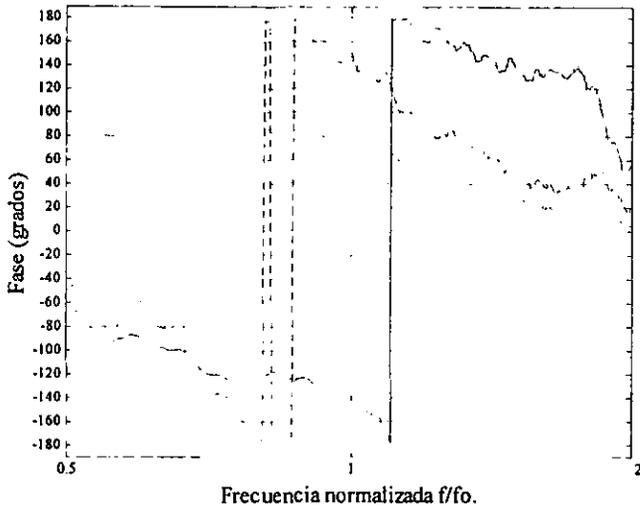


Figura 4.13c.- Acercamiento de la figura 4.13b, para apreciar con mayor detalle la respuesta en fase acústica del altavoz *RFB* (línea continua), del altavoz *RFA* (----) y del sistema (- - -), con la red de cruce de voltaje-constante de 1^{er} orden. $f_0 = 330$ Hz.

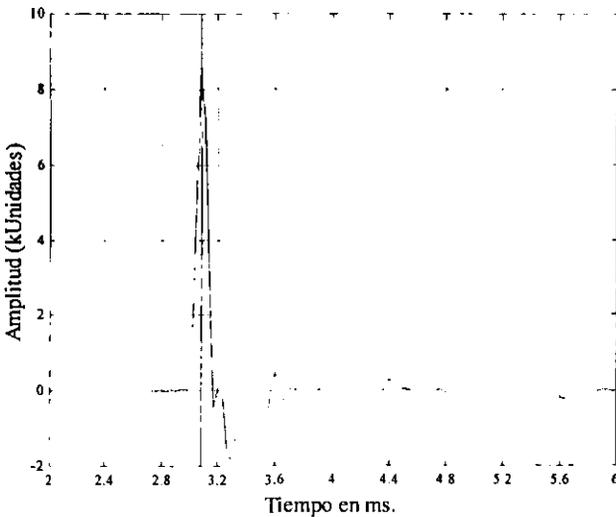


Figura 4.14a.- Gráfica de la respuesta impulsiva acústica del altavoz *RFB* con el filtro pasa bajas de la red de cruce de voltaje-constante de 1^{er} orden.

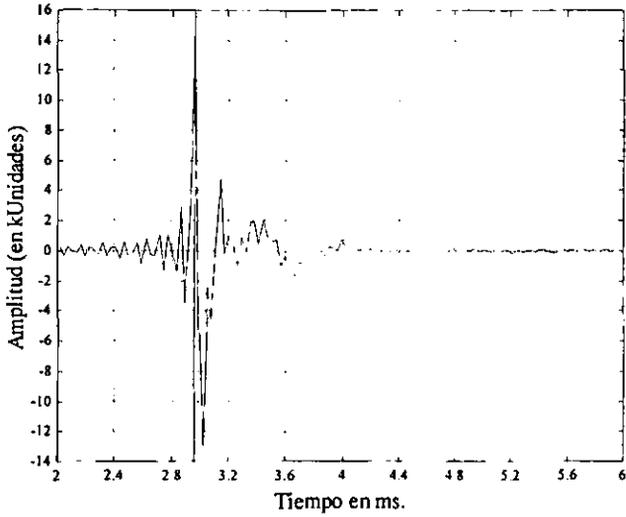


Figura 4.14b.- Gráfica de la respuesta impulsiva acústica del altavoz *RFA* con el filtro pasa altas de la red de cruce de voltaje-constante de 1^{er} orden.

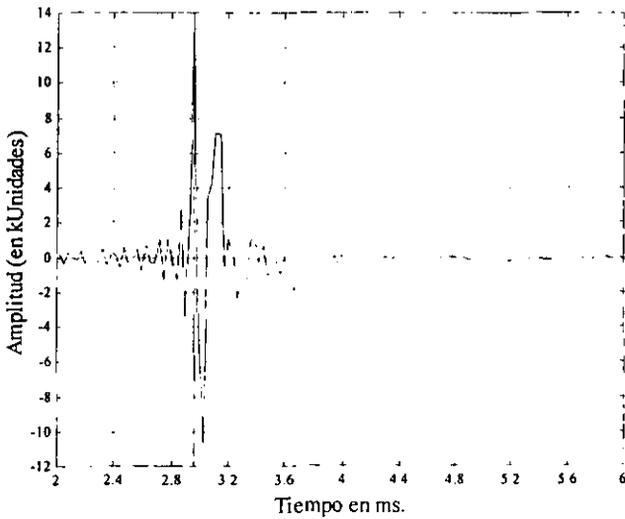


Figura 4.14c.- Gráfica de la respuesta impulsiva acústica del sistema con la red de cruce de voltaje-constante de 1^{er} orden.

4.2.4. Red de cruce pasa-todo.

En este caso, se evaluó una red de cruce que se utiliza comercialmente en equipos de sonorización (marca Rane, modelo AC 23). Algunas de sus características son las siguientes:

- a) Se puede implementar una red de cruce pasa-todo, de 4° orden, analógica, activa y simétrica. Implementa con filtros pasa-todo de 4° orden.
- b) Tiene unidad de retraso de hasta 2 ms para el altavoz *RFB*, con lo cual se puede realizar el alineamiento de Linkwitz-Riley.
- c) Se puede implementar una red de cruce hasta de 5 vías.
- d) Frecuencia de corte (f_0) ajustable desde 190 Hz hasta 7 kHz, para la implementación del sistema 2 vías. En este caso se ajustó a ~ 3000 Hz.
- e) Atenuación en f_0 , ~6 dB.
- f) Pendiente de corte, ~24 dB/octava.

El arreglo experimental para las mediciones de evaluación eléctrica y acústica de esta red de cruce, se ilustra en el diagrama a bloques de la figura 4.15. En este caso no fue posible compensar el retraso por el desalineamiento entre los altavoces (compensación de Linkwitz-Riley), debido a que el altavoz *RFB* del sistema de audio estaba retrasado físicamente con respecto a *RFA*.

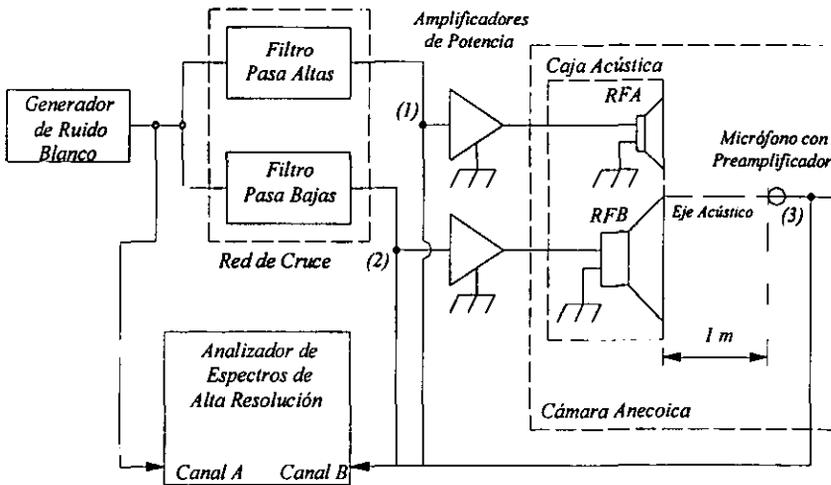


Figura 4.12.- Diagrama a bloques del arreglo experimental de las mediciones eléctricas y acústicas, de los filtros de la red activa de cruce pasa-todo de 4° orden, analógica, activa y simétrica. La red es de la marca Rane, modelo AC 23, utilizada en equipos comerciales de sonorización. Este arreglo se utilizó también para evaluar el filtro programable marca Stanford Research Systems, modelo SR650, que se utiliza en mediciones de precisión.

La medición se efectuó de manera similar a la realizada para evaluar la red cruce de voltaje-constante, sección 4.2.3. Los resultados de las mediciones eléctricas se muestran en las gráficas las figuras 4.16 y 17.

En las gráficas de la figura 4.17a, se muestra la magnitud relativa de la respuesta en frecuencia eléctrica de ambos filtros. Se puede observar que, aunque la pendiente de atenuación de los filtros es relativamente rápida, la región de cruce aún es bastante amplia.

El deficiente desempeño del filtro pasa bajas en su región de frecuencias bajas, se debe a un mal funcionamiento de esta red de cruce, cuando se configura como un sistema de dos vías.

En la figura 4.16b, se aprecia que la respuesta en fase eléctrica de ambos filtros es prácticamente igual en la región de cruce. Esta característica es indispensable para que el patrón de radiación del sistema no se incline. Por lo tanto, esta inclinación dependerá únicamente del alineamiento horizontal entre los altavoces.

Con esto, se puede tener el control de la direccionalidad vertical del sistema, aplicando simplemente un retraso de tiempo al altavoz que esté físicamente más adelantado. Este retraso, se puede aplicar electrónicamente (recomendable) o físicamente (inclinando la caja acústica lo suficiente, como para alinear verticalmente los centros acústicos de ambos altavoces y siempre que el ángulo de dispersión vertical de los altavoces sea amplio).

La ligera diferencia de fase entre los filtros, que se puede apreciar mejor en la figura 4.16c, se debe a que es un poco difícil ajustar en cero el control de retraso de tiempo del filtro pasa bajas.

En las gráficas 4.17a y b se muestran las gráficas de la medición eléctrica de la respuesta impulsiva, para los filtros pasa bajas y pasa altas, respectivamente. Si se comparan ambas gráficas, se puede apreciar el pequeño retraso entre las señales, debido al desajuste del control de retraso del filtro pasa bajas.

Los resultados de las mediciones acústicas se muestran en las gráficas de las figuras 4.18 y 4.19. En las gráficas de la figura 4.18a, se muestra la magnitud relativa de la respuesta en frecuencia, tanto de los altavoces como del sistema. En esta figura, se puede apreciar que la región de cruce se reduce, con respecto a la de la red de cruce de voltaje-constante.

En las gráficas de la figura 4.18b, se muestra la respuesta en fase acústica correspondientes a los altavoces y al sistema. En esta medición, también se compensó el retraso de tiempo causado por la distancia del micrófono al sistema. En la gráfica de la figura 4.18c, se puede observar con mayor detalle la fase en la región de cruce y la diferencia debida al desalineamiento horizontal entre los altavoces.

En las figuras 4.19a, b y c, se muestran las respuestas impulsivas acústicas del altavoz *RFB*, del altavoz *RFA* y del sistema, respectivamente, donde también se aprecia el retraso de tiempo debido a la distancia de colocación del micrófono de medición respecto al sistema y al desalineamiento horizontal entre los altavoces.

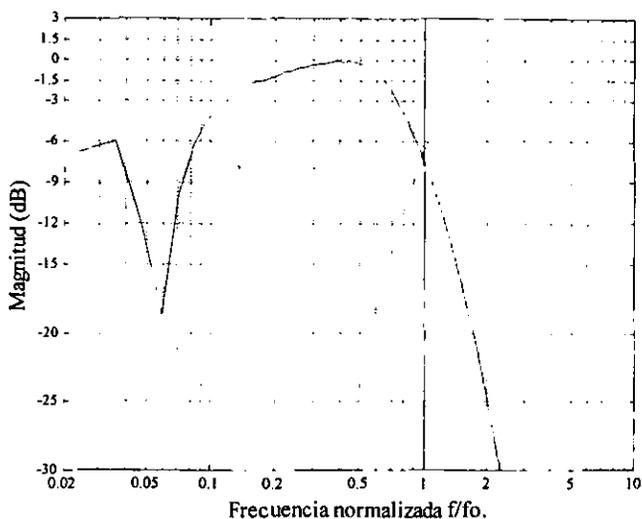


Figura 4.16a.- Gráficas de la magnitud relativa de la respuesta en frecuencia eléctrica de los filtros pasa bajas (línea continua) y pasa altas (línea punteada), de la red de cruce pasa-todo de 4° orden, analógica, activa y simétrica; marca Rane, modelo AC 23. $f_0 \approx 2700$ Hz.

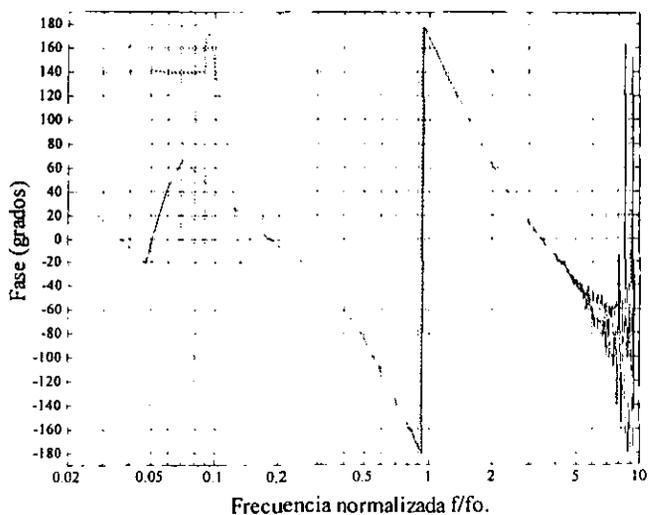


Figura 4.16b.- Gráficas de la respuesta en fase eléctrica de los filtros pasa bajas (línea continua) y pasa altas (línea punteada), de la red de cruce pasa-todo de 4° orden. $f_0 \approx 2700$ Hz.

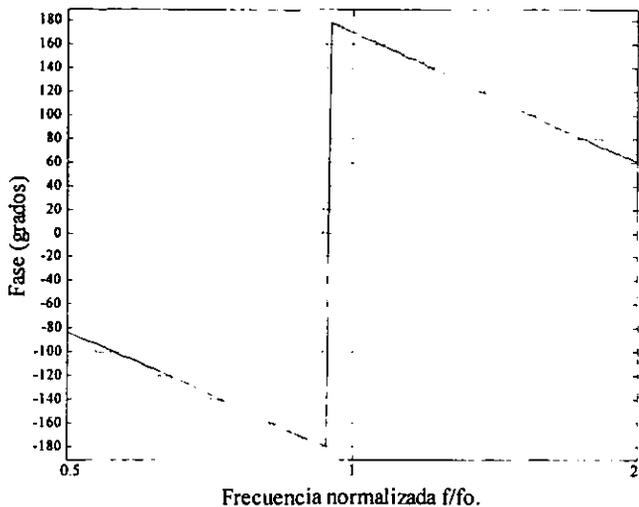


Figura 4.16c.- Acercamiento de la figura 4.16b, para apreciar con mayor detalle la respuesta en fase eléctrica de los filtros pasa bajas (línea continua) y pasa altas (línea punteada), en la región de cruce de la red pasa-todo de 4° orden. $f_0 \approx 2700$ Hz.

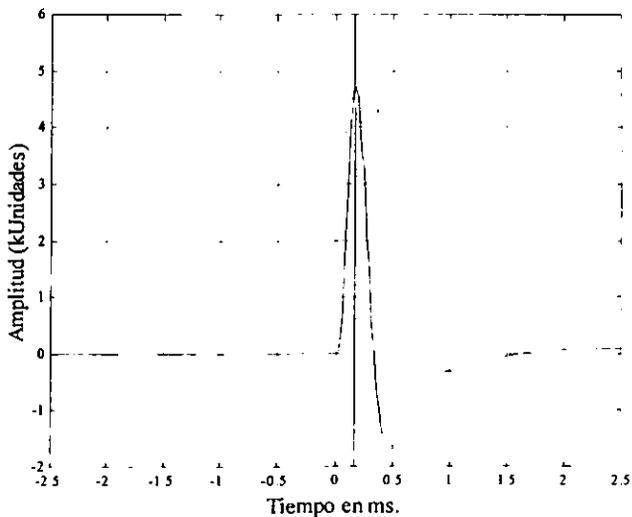


Figura 4.17a.- Gráfica de la respuesta impulsiva eléctrica del filtro pasa bajas de la red de cruce pasa-todo de 4° orden.

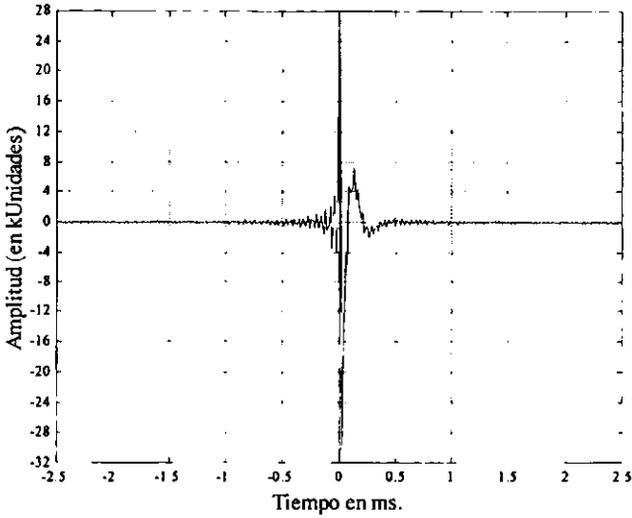


Figura 4.17b.- Gráfica de la respuesta impulsiva eléctrica del filtro pasa altas de la red de cruce pasa-todo de 4º orden.

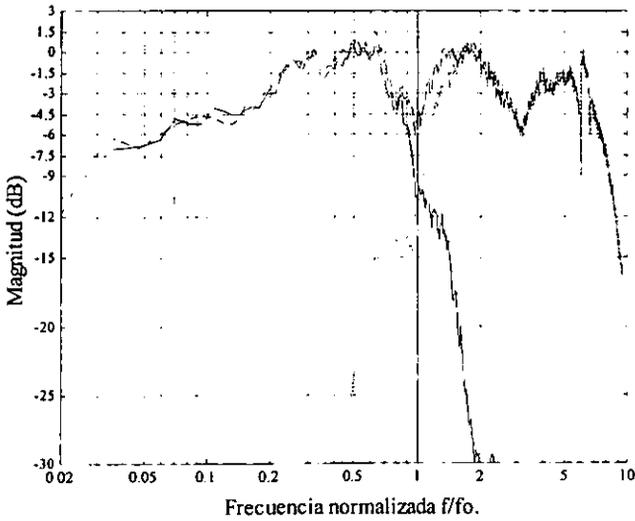


Figura 4.18a.- Gráficas de la magnitud relativa de la respuesta en frecuencia acústica del altavoz *RFB* (línea continua), del altavoz *RFA* (línea con guiones) y del sistema (línea con puntos); con la red de cruce pasa-todo de 4º orden. $f_0 \approx 2700$ Hz.

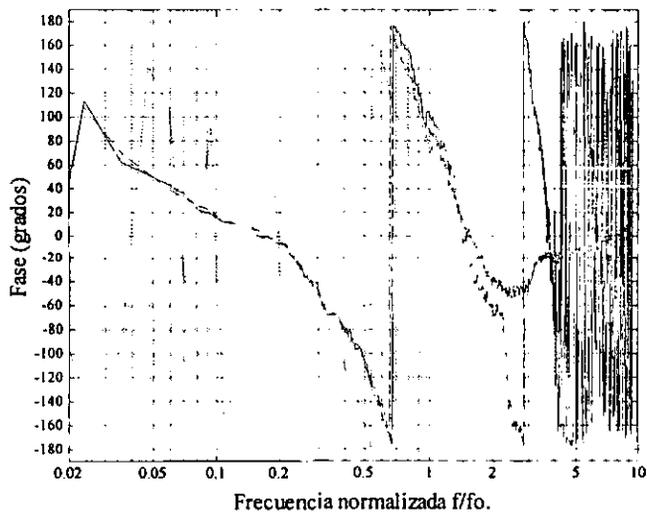


Figura 4.18b.- Gráficas de la respuesta en fase acústica del altavoz *RFB* (línea continua), del altavoz *RFA* (-----) y del sistema (- - -); con la red de cruce pasa-todo de 4° orden. $f_0 \approx 2700$ Hz.

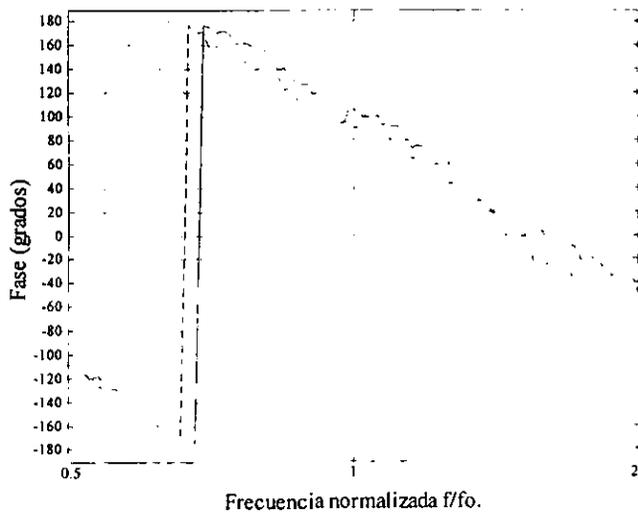


Figura 4.18c.- Acercamiento de la figura 4.18b, para apreciar con mayor detalle la región de cruce de la respuesta en fase acústica del altavoz *RFB* (línea continua), del altavoz *RFA* (línea punteada) y del sistema (- - -), con la red de cruce pasa-todo de 4° orden. $f_0 \approx 2700$ Hz.

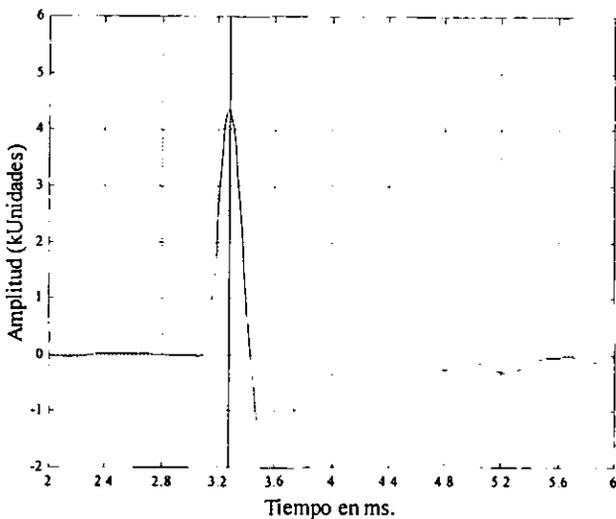


Figura 4.19a.- Gráfica de la respuesta impulsiva acústica del altavoz *RFB* con el filtro pasa bajas de la red de cruce pasa-todo de 4º orden.

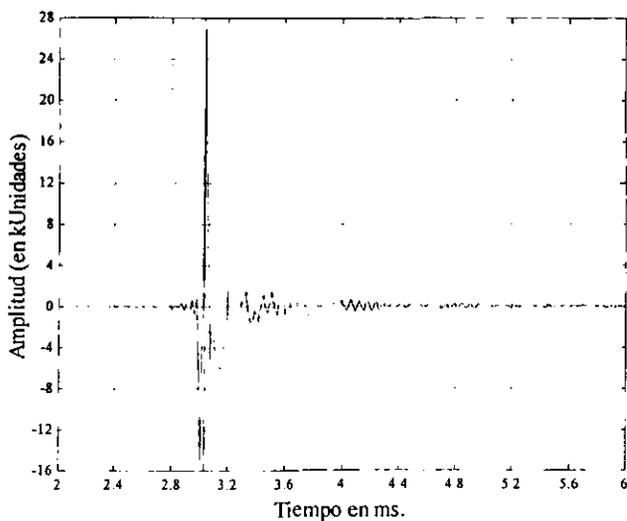


Figura 4.19b.- Gráfica de la respuesta impulsiva acústica del altavoz *RFA* con el filtro pasa altas de la red de cruce pasa-todo de 4º orden.

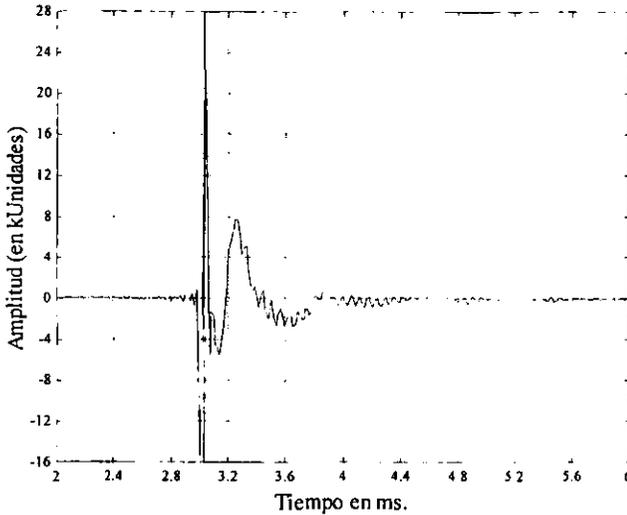


Figura 4.19c.- Gráfica de la respuesta impulsiva acústica del sistema con la red de cruce pasa-todo de 4º orden.

4.2.5. Red de cruce implementada con un filtro programable.

Para realizar una comparación más significativa con los filtros FIR de la red digital de cruce implementada en este trabajo, se evaluó el filtro programable de dos canales, marca Stanford Research Systems, modelo SR650, el cual consta de un filtro pasa bajas y uno pasa altas con pendientes de corte de 115 dB/octava, que equivalen a filtros de, aproximadamente, 19º orden.

Entre sus características destacan las siguientes:

- a) Ambos filtros son del tipo elíptico de 8 ceros y 6 polos, conformados por cuatro etapas concatenadas.
- b) La frecuencia de corte de ambos filtros es ajustable, desde 1 Hz hasta 100 kHz. En este caso, se ajustó f_0 a 3000 Hz.
- c) Atenuación en f_0 , 6 dB.
- d) Pendiente de corte de 115 dB/octava.
- e) Rizo en la banda de paso, 0.1 dB pico-pico.
- f) Atenuación en la banda de rechazo, 80 dB.
- g) Se pueden configurar como pasa banda y rechaza banda.
- h) Es utilizado en mediciones de precisión, en las que se requiere eliminar ruido o componentes de frecuencia indeseables.
- i) Es un aparato muy costoso.

El arreglo experimental de medición para las evaluaciones eléctricas y acústicas de este filtro, se realizó de la misma forma que con la red de cruce pasa-todo, figura 4.15.

En la gráfica de respuesta en frecuencia eléctrica, que se muestran en la figura 4.20a, se puede observar que la pendiente de atenuación de ambos filtros es muy rápida, por lo que la región de cruce es bastante reducida. Por lo tanto, se obtendrán una menor interacción entre los altavoces en esa región del espectro y su separación tendrá menos influencia sobre el ángulo de dispersión vertical del sistema, ya que éste dependerá, en mayor medida, del patrón de radiación de cada altavoz.

En las gráficas de la figura 4.20b, se muestra la respuesta en fase eléctrica de ambos filtros en el intervalo de frecuencias de interés, en las que se puede ver que el cambio de fase de ambos filtros es sumamente abrupto en la región de pasa banda de cada filtro lo que ocasionará que el retraso de fase y de grupo, así como la distorsión lineal sean grandes. Por lo tanto, su aplicación en sistemas de audio de alta fidelidad y de sonorización profesional estaría condicionada a la percepción de esos parámetros por el escucha.

En las gráficas de la figura 4.20c, se observa mejor que la diferencia de fase de ambos filtros, en la región de cruce, es constante. Esta diferencia, que es de aproximadamente 120° , causará que el patrón de radiación vertical del sistema se incline, cuando los altavoces estén alineados ($d_2 = 0$).

En las gráficas de las figuras 4.21a y b, se muestran las mediciones eléctricas que corresponden a las respuestas impulsivas de los filtros pasa bajas y pasa altas. En la que se aprecia un ligero retraso en la señal del filtro pasa bajas.

En las gráficas de las figuras 4.22a y b, se muestran los resultados de las mediciones acústicas. En la gráfica de la figura 4.22a, se puede ver la magnitud relativa de la respuesta en frecuencia, de los altavoces y del sistema, en la cual se aprecia una menor atenuación en la región de cruce.

En la grafica de la figura 4.22b, se muestra la respuesta en fase de los altavoces y del sistema, en la cual se aprecia que, en el eje acústico del sistema, la diferencia de fase se reduce. Esto se debe a que en el punto de medición no es perceptible la inclinación que sufre el patrón de radiación, y esa pequeña diferencia de fase se debe al desalineamiento entre los altavoces. Además, se puede observar que la fase del sistema corresponde a la de los filtros, en su region de pasa banda.

En la gráfica de la figura 4.22c, se puede ver con mayor detalle lo que ocurre en la región de cruce, y apreciar mejor la diferencia de fase entre los filtros y la coincidencia de la fase de éstos con la del sistema.

En las gráficas de las figuras 4.20a, b y c, se muestran las respuestas impulsivas acústicas de los altavoces y del sistema, en las cuales se puede ver el retraso de tiempo, debido a la distancia a la que está colocado el micrófono de medición con respecto al sistema y al desalineamiento entre los altavoces.

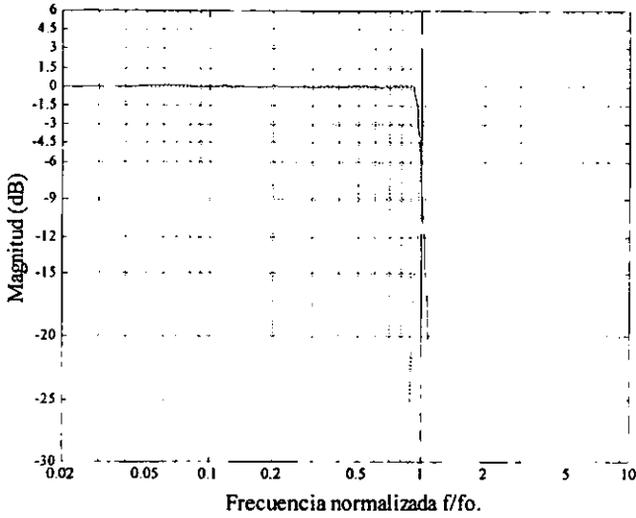


Figura 4.20a.- Gráficas de la magnitud relativa de la respuesta en frecuencia eléctrica de los filtros pasa bajas (línea continua) y pasa altas (línea punteada), de la red de cruce de $\sim 19^\circ$ orden, analógica, activa y simétrica; implementada con el filtro programable marca Stanford Research Systems, modelo SR650. $f_0 = 3000$ Hz.

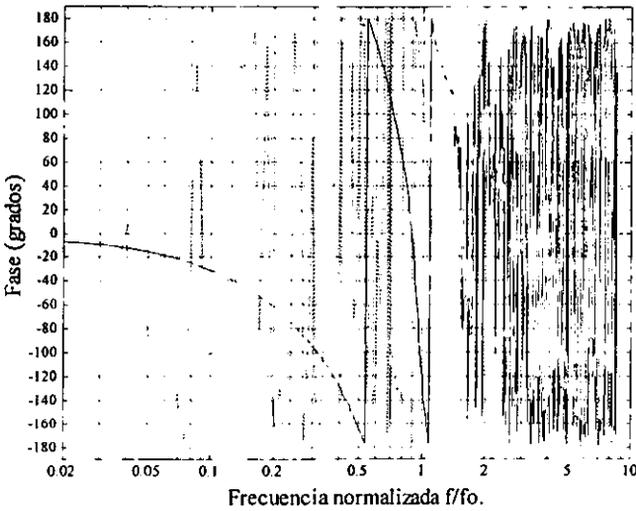


Figura 4.20b.- Gráficas de la respuesta en fase eléctrica de los filtros pasa bajas (línea continua) y pasa altas (línea punteada), de la red de cruce implementada con el filtro programable. $f_0 = 3000$ Hz.

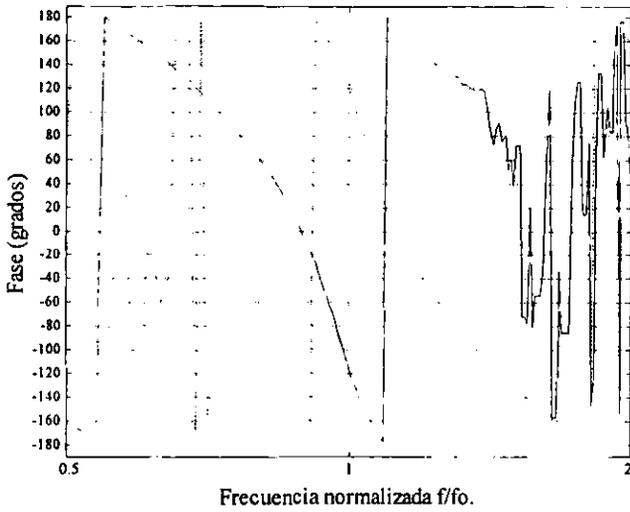


Figura 4.20c.- Acercamiento de la figura 4.20b, para apreciar con mayor detalle la respuesta en fase eléctrica, de los filtros pasa bajas (línea continua) y pasa altas (línea punteada), en la región de cruce de la red implementada con el filtro programable. $f_0 = 3000$ Hz.

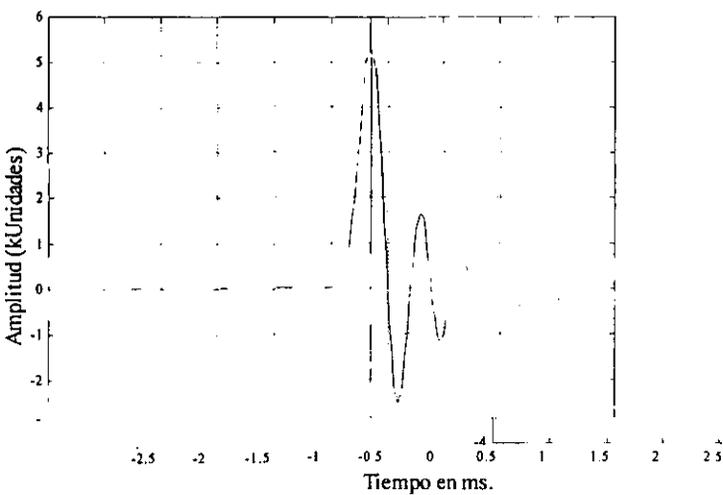


Figura 4.21a.- Gráfica de la respuesta impulsiva eléctrica del filtro pasa bajas de la red de cruce implementada con el filtro programable.

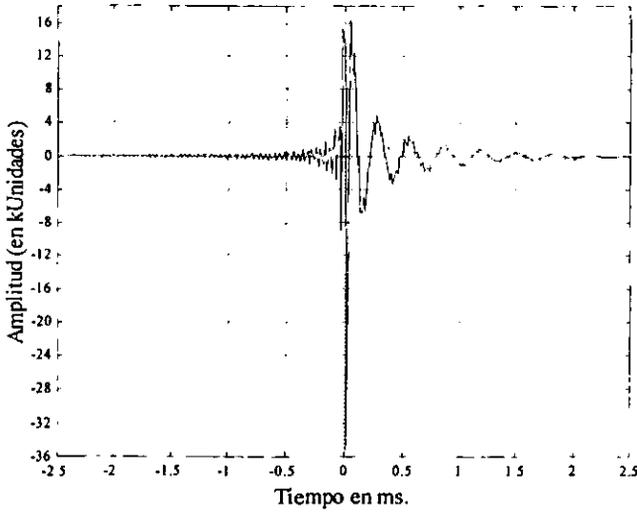


Figura 4.21b.- Gráfica de la respuesta impulsiva eléctrica del filtro pasa altas de la red de cruce implementada con el filtro programable.

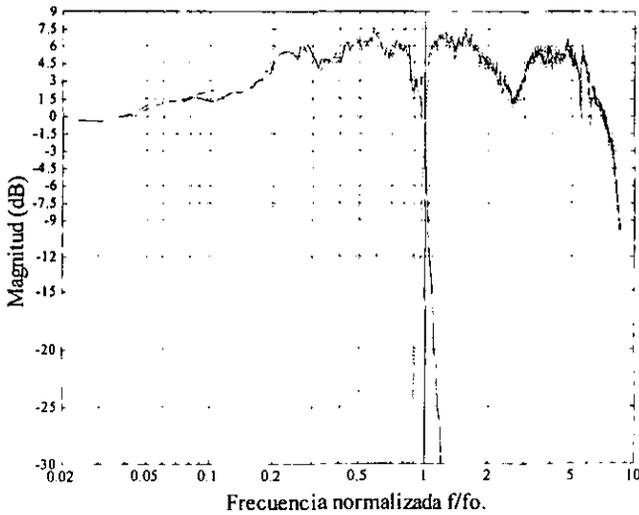


Figura 4.22a.- Gráficas de la magnitud relativa de la respuesta en frecuencia acústica del altavoz *RFB* (línea continua), del altavoz *RFA* (línea de puntos) y del sistema (línea de guiones), con la red de cruce implementada con el filtro programable. $f_0 = 3000$ Hz.

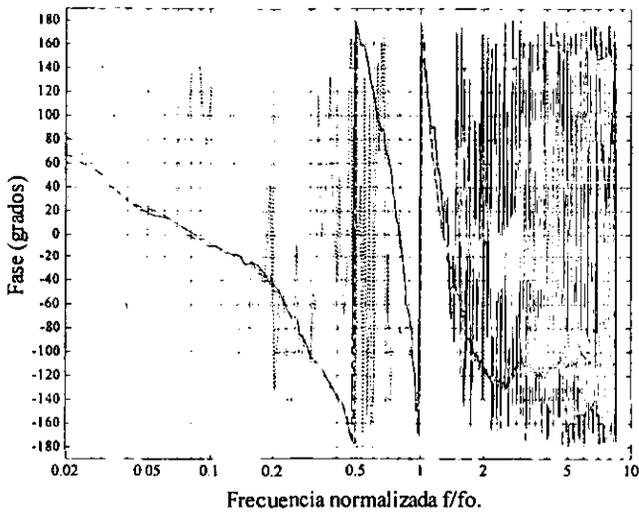


Figura 4.22b.- Gráficas de la respuesta en fase acústica del altavoz *RFB* (línea continua), del altavoz *RFA* (.....) y del sistema (---), con la red implementada con el filtro programable. $f_0 \approx 3000$ Hz.

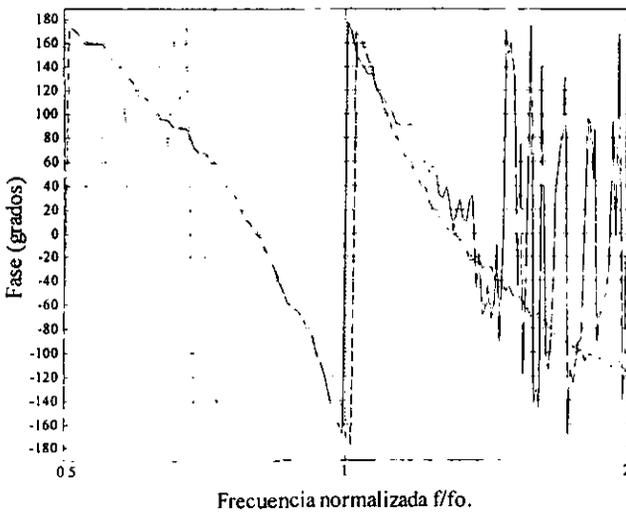


Figura 4.22c.- Acercamiento de la figura 4.22b, para apreciar con mayor detalle la región de cruce de la respuesta en fase acústica del altavoz *RFB* (línea continua), del altavoz *RFA* (.....) y del sistema (---), con la red de cruce implementada con el filtro programable. $f_0 = 3000$ Hz.

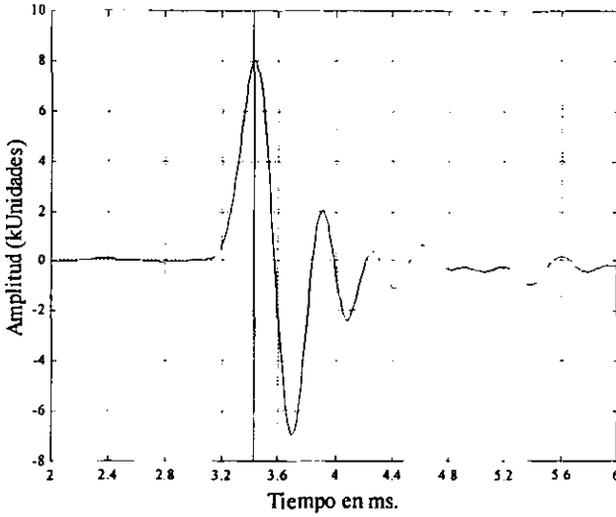


Figura 4.23a.- Gráfica de la respuesta impulsiva acústica del altavoz *RFB* con el filtro pasa bajas de la red de cruce implementada con el filtro programable.

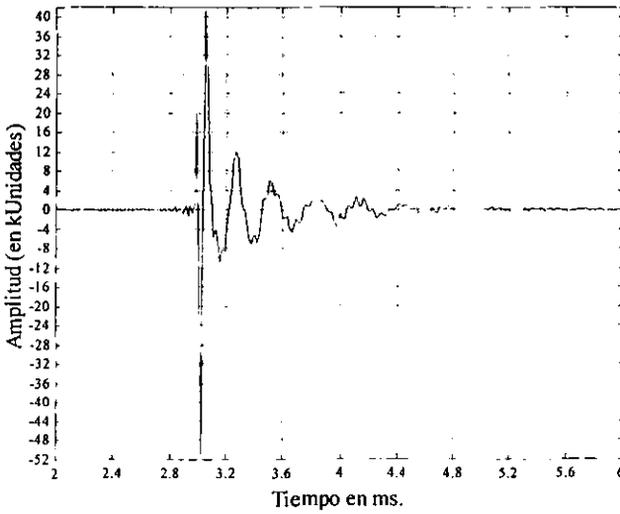


Figura 4.23b.- Gráfica de la respuesta impulsiva acústica del altavoz *RFA* con el filtro pasa altas de la red de cruce implementada con el filtro programable.

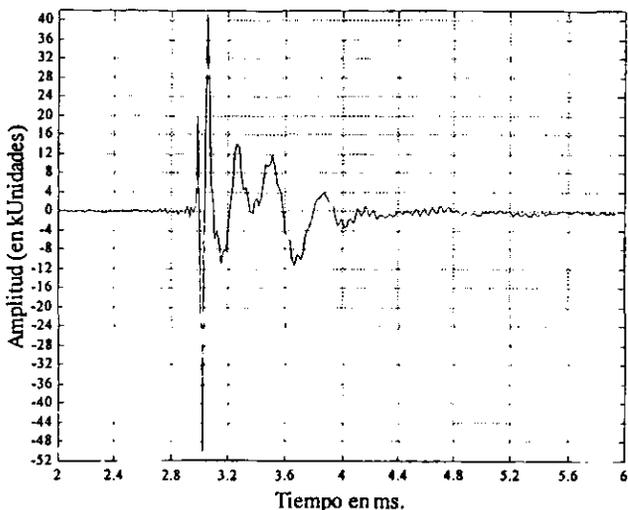


Figura 4.23c.- Gráfica de la respuesta impulsiva acústica del sistema con la red de cruce implementada con el filtro programable.

4.2.6. Red digital de cruce.

Para la implementación de la red digital de cruce, se utilizó la tarjeta de PDS, TMS320C30 instalada en una computadora personal. Por medio del programa Hypersignal-Workstation se manipulo la tarjeta PDS, para implementar los filtros FIR digitales diseñados con el programa de análisis y simulación de la sección 4.1 de este capítulo. Con ello, se logró implementar una red de cruce con filtros cuyas pendientes de corte fueran aún más abruptas; 156 dB/octava.

Las características de los filtros digitales diseñados son las siguientes:

- a) Ambos filtros tienen la magnitud de la respuesta en frecuencia equivalente a la de los filtros de una red de cruce pasa-todo de 26° orden, simétrica.
- b) Frecuencia de muestreo (f_m), 25600 Hz.
- c) El filtro pasa Bajas lo forma un filtro FIR de 229 coeficientes, al igual que el pasa altas.
- d) Frecuencia de corte (f_0) de ambos filtros ajustable, desde 1 Hz hasta 12 kHz. En este caso, ésta se ajustó a 3000 Hz.
- e) Atenuación en f_0 , 6 dB.
- f) Pendiente de corte, 156 dB/octava.
- g) Rizo en la banda de paso, 0.1 dB pico-pico.
- h) Atenuación en la banda de rechazo, 80 dB.

El arreglo experimental de medición para la evaluación de los filtros de la red digital de cruce, se muestra en el diagrama a bloques de la figura 4.24.

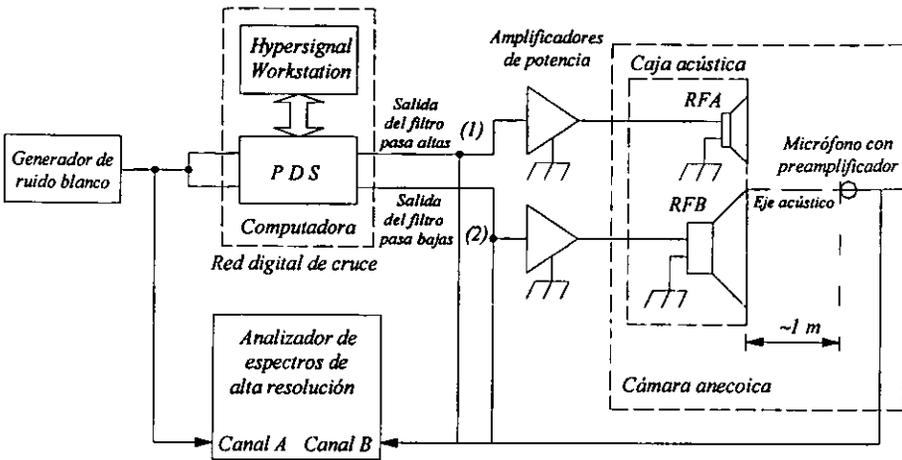


Figura 4.24.- Diagrama a bloques del arreglo experimental de las mediciones eléctricas y acústicas, de los filtros FIR de la red digital de cruce equivalente a una red pasa-todo simétrica de 26° orden. La red se implementó en el PDS de Texas Instruments TMS320C30, manejado por el programa Hypersignal-Workstation.

En la gráfica de la magnitud relativa de la respuesta en frecuencia eléctrica, que se muestran en la figura 4.25a, se puede observar que la pendiente de atenuación de ambos filtros es más rápida que la del filtro programable, y la posibilidad de hacerla aún más abrupta depende de la velocidad del procesador, de la frecuencia de muestreo y del orden de los filtros digitales.

Otra de las cuestiones interesantes de implementar las redes con filtros FIR digitales, es que la fase de ambos filtros es lineal y cercana a cero en todo el intervalo de frecuencias de la banda de paso de ambos filtros, por lo tanto, la diferencia de fase se puede cancelar o minimizar para filtros de orden muy altos, como se puede apreciar en la figura 4.25b. En ésta se aprecia que la variación de la respuesta en fase en el intervalo de frecuencias de interés es mínimo, así como la diferencia en la región de cruce; como se puede observar con mayor detalle en el acercamiento que se muestra en la figura 4.25c.

En las gráficas de las figuras 4.26a y b, se muestran las mediciones eléctricas que corresponden a las respuestas impulsivas de los filtros digitales pasa bajas y pasa altas. En las que se aprecia el retraso de tiempo es grande y es el mismo, debido a que el orden de los filtros también lo es.

En las gráficas de las figuras 4.27a y b, se muestran los resultados de las mediciones acústicas. En la gráfica de la figura 4.27a, se puede ver la magnitud relativa de la respuesta en

frecuencia de los altavoces, en la cual se aprecia una ligera reducción en la región de cruce con respecto a la del filtro programable.

En la grafica de la figura 4.27b, se muestra la respuesta en fase de los altavoces, en la cual se aprecia que la fase que puede llamarse del sistema cambia muy suavemente, por lo tanto, el retraso de fase y de grupo y la distorsión lineal del sistema son pequeños. El hecho de que la fase no sea cero, puede deberse a que la compensación del retraso generado por la distancia entre el micrófono de medición y el sistema no esté bien compensado.

En la gráfica de la figura 4.27c, se puede ver con mayor detalle lo que ocurre en la región de cruce, y apreciar mejor la diferencia de fase entre los filtros.

En las gráficas de las figuras 4.28a y b, se muestran las respuestas impulsivas acústicas de los altavoces, en las cuales se puede ver el retraso de tiempo, debido a la distancia a la que está colocado el micrófono de medición del sistema y al desalineamiento entre los altavoces.

Por otro lado, es importante señalar que la implementación de los filtros digitales, en este equipo en particular, está limitada, ya que no es posible implementar ambos filtros simultáneamente y por la velocidad y capacidad de manejo de datos del PDS. Por lo tanto, es difícil realizar aplicaciones en tiempo real en el intervalo de frecuencias de audio.

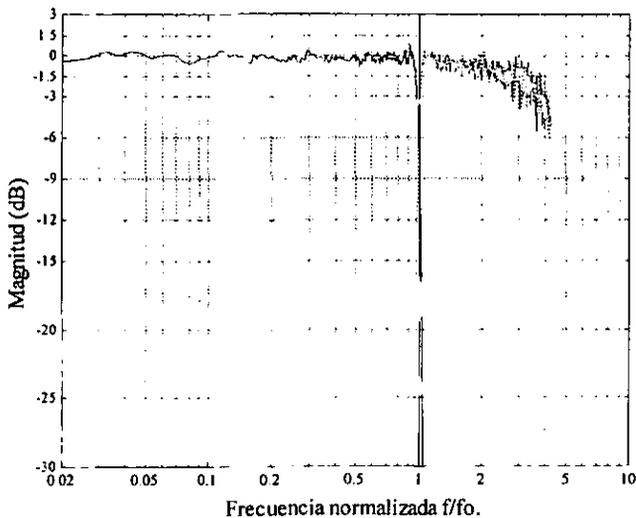


Figura 4.25a.- Gráficas de la magnitud relativa de la respuesta en frecuencia eléctrica de los filtros pasa bajas (línea continua) y pasa altas (línea punteada), de la red digital de cruce, activa y simétrica; implementada con el programa Hypersignal-Workstation en la tarjeta de PDS de la Texas Instruments TMS320C30. Esta red de cruce es equivalente a la pasa-todo de 26° orden, analógica. $f_0 = 3000$ Hz, $f_m = 25600$ Hz y el no. de coeficientes = 229 (ambos filtros).

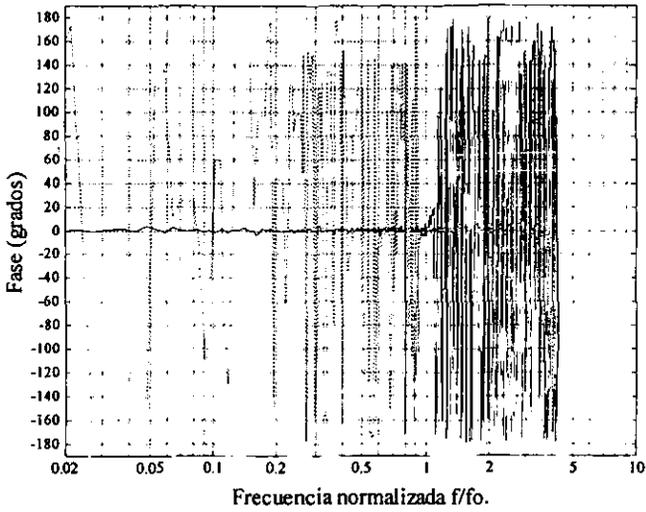


Figura 4.25b.- Gráficas de la respuesta en fase eléctrica de los filtros pasa bajas (línea continua) y pasa altas (línea punteada), de la red digital de cruce. $f_0 = 3000$ Hz.

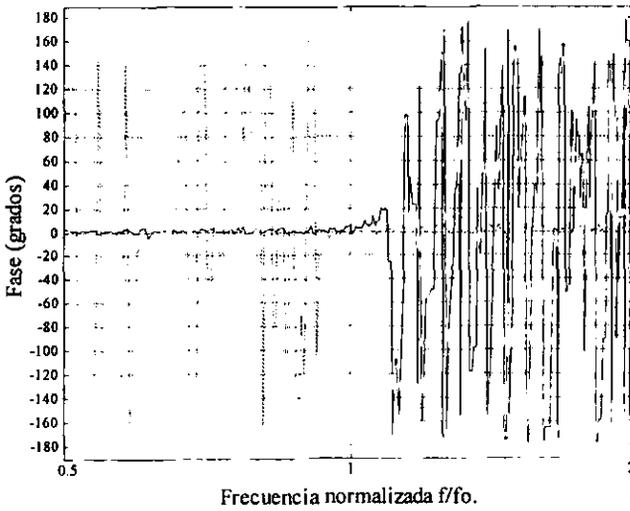


Figura 4.25c.- Acercamiento de la figura 4.25b, para apreciar con mayor detalle la respuesta en fase eléctrica de los filtros FIR pasa bajas (línea continua) y pasa altas (línea punteada), en la región de cruce de la red digital. $f_0 = 3000$ Hz.

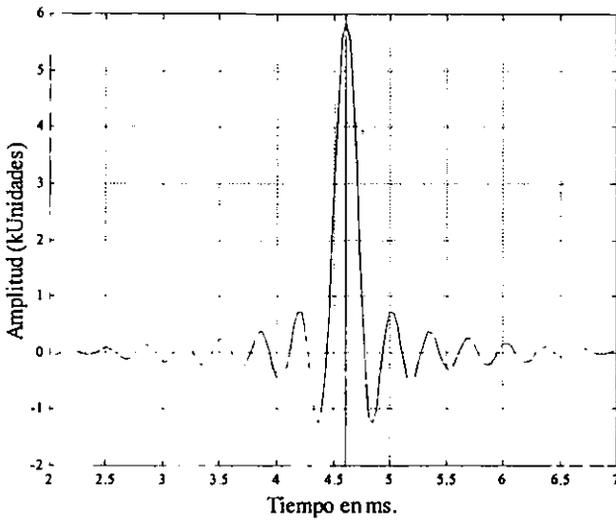


Figura 4.26a.- Gráfica de la respuesta impulsiva eléctrica del filtro pasa bajas de la red digital de cruce.

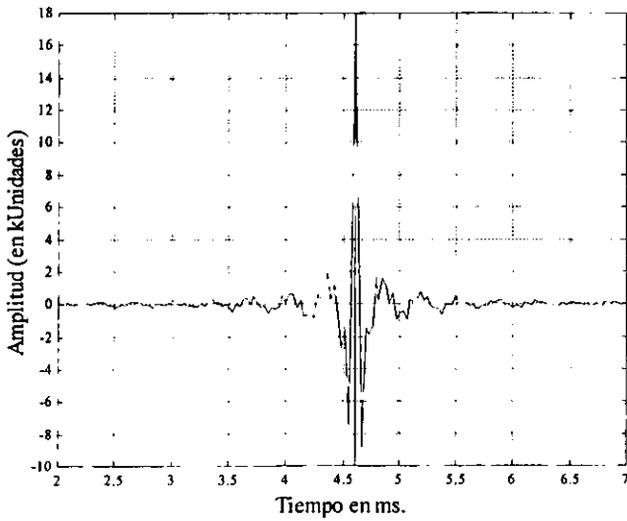


Figura 4.26b.- Gráfica de la respuesta impulsiva eléctrica del filtro pasa altas de la red digital de cruce.

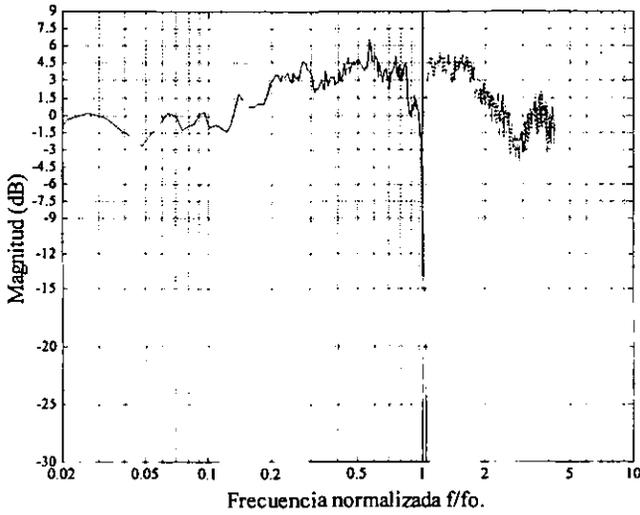


Figura 4.27a.- Gráficas de la magnitud relativa de la respuesta en frecuencia acústica de los altavoces *RFB* (línea continua) y del altavoz *RFA* (línea punteada), con los filtros correspondientes de la red digital de cruce.

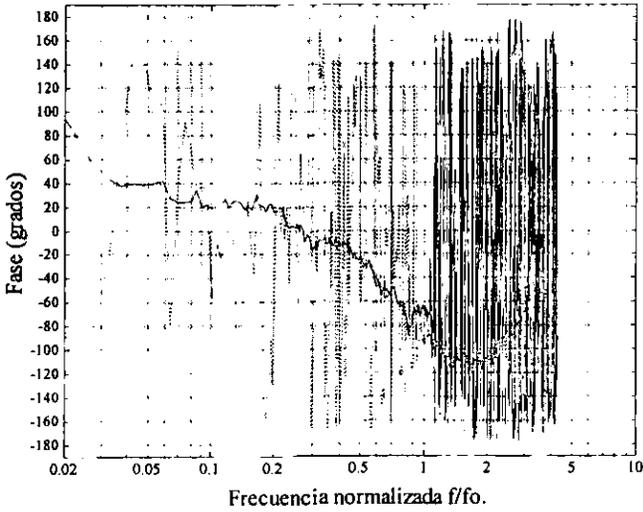


Figura 4.27b.- Gráficas de la respuesta en fase acústica de los altavoces *RFB* (línea continua) y del altavoz *RFA* (línea punteada), con los filtros correspondientes de la red digital de cruce.

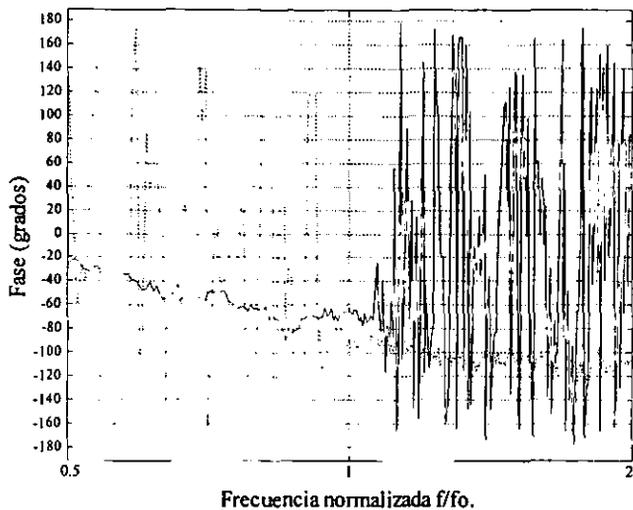


Figura 4.27c.- Acercamiento de la figura 4.27b, para apreciar con mayor detalle la región de cruce de la respuesta en fase acústica de los altavoces *RFB* (línea continua) y *RFA* (línea punteada), con los filtros correspondientes de la red digital de cruce.

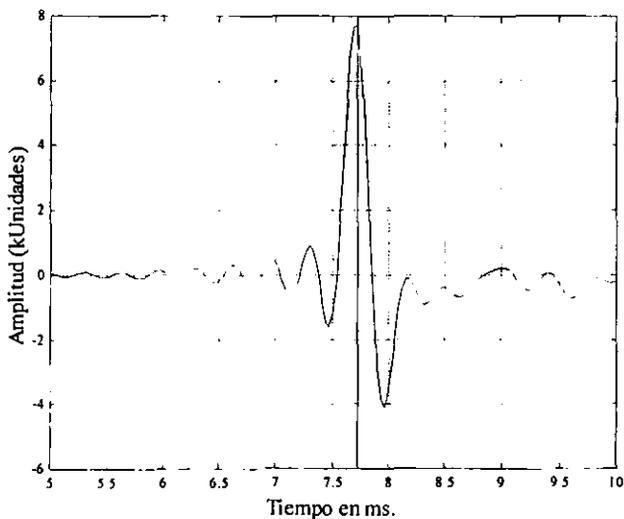


Figura 4.28a.- Gráfica de la respuesta impulsiva acústica del altavoz *RFB* con el filtro pasa bajas de la red digital de cruce.

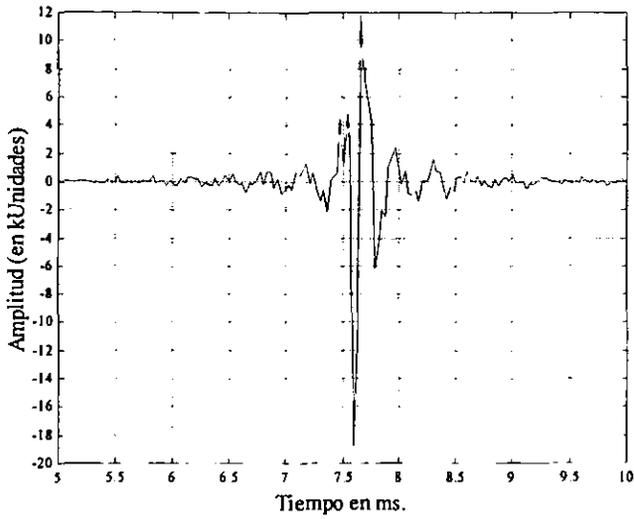


Figura 4.28b.- Gráfica de la respuesta impulsiva acústica del altavoz *RFA* con el filtro pasa altas de la red digital de cruce.

ESTA TESIS NO SALE
DE LA BIBLIOTECA

CONCLUSIONES.

Con el programa de análisis y simulación elaborado para este trabajo, es posible estimar el desempeño eléctrico y acústico de un sistema de audio de dos vías en condiciones ideales, es decir, se considera a los altavoces como cargas puramente resistivas y fuentes sonoras omnidireccionales, montadas en una pantalla infinita y radiando en un espacio 2π .

La implementación en el PDS fue relativamente sencilla, gracias a que con el programa de simulación se obtiene un archivo con los datos de la magnitud absoluta de la respuesta en frecuencia de los filtros, los cuales se pueden cargar fácilmente al programa de manipulación del PSD.

Los objetivos planteados en este trabajo, para la implementación de la red digital de cruce, se cumplieron completamente, ya que se logró, a pesar de los problemas causados por el mal funcionamiento y limitaciones en el procesamiento del PDS, obtener los filtros digitales FIR, pasa bajas y pasa altas, con las características requeridas para una red de cruce de este tipo.

Con los resultados que se obtuvieron de la implementación de la red digital de cruce de 26° orden con filtros FIR, se puede ver que la región de cruce de la respuesta en frecuencia eléctrica y acústica es reducida significativamente, y que la respuesta en fase eléctrica es prácticamente cero en todo el intervalo de interés y la respuesta en fase acústica no tiene cambios abruptos por lo que el retraso de fase y de grupo y la distorsión lineal son pequeños, por lo menos, en el eje acústico del sistema. Con esto es posible lograr que el patrón de radiación del sistema de audio dependa únicamente del patrón de radiación de los altavoces.

Aunque resulte relativamente costosa la implementación de una red digital de cruce, puede ser competitiva con los sistemas pasivos (muy elaborados) y los activos (con filtros de ordenes relativamente altos conectados en cascada); que también son costosos.

Con la aplicación de los filtros digitales a los sistemas de audio, es posible coadyuvar a superar parte de las deficiencias que imponen los componentes electromecánicos, geométricos y acústicos de un sistema de audio convencional, para convertirlo en uno de alta fidelidad. Con esto se tiene, cada vez más al alcance, la posibilidad de realizar una red de cruce y equalización ideal. Esto es, realizar una red que tenga propiedades de causalidad, estabilidad y fase mínima.

En la literatura consultada y estudiada se habla de la posible aplicación de los filtros digitales al diseño de redes de cruce, y de las ventajas que éstas pueden proporcionar al utilizarse en sistemas de audio; sin embargo, hasta la elaboración de este trabajo, no se han realizado implementaciones prácticas y evaluado, realmente, las ventajas que pueden aportar a éstos sistemas. En este trabajo se implementa y se evalúa el desempeño de una red digital de cruce diseñada de manera relativamente simple, pero, que permite ver los alcances que puede tener su aplicación. Además, con los resultados obtenidos, es motivación para continuar trabajando en el desarrollo y mejoramiento de otros sistemas con un mayor grado de complejidad, que permita lograr el diseño de múltiples sistemas para diferentes aplicaciones.

APENDICE A.

Teoría del diseño de cajas acústicas.

Con base en la teoría del análisis de sistemas de radiación directa, a bajas frecuencias y en la región de pistón, y con el afán de expresar de la manera más simple posible todos los parámetros involucrados en el diseño de Sistemas con caja acústica, se encontró que el desempeño de cualquiera de estos sistemas está sintetizado y se puede describir como un filtro pasa altas, cuya región de pasa banda está definida con la siguiente ecuación [1 y 7-10]

$$\eta_0 = k_n f_3^3 V_B \cdot 100$$

donde: η_0 = eficiencia de referencia (parte constante de la eficiencia $\eta = \frac{P_A}{P_E}$), en %.

P_A = potencia acústica de salida, en W.

P_E = potencia eléctrica de entrada, en W.

k_n = factor de eficiencia que depende de lo siguiente: a) del tipo de sistema, es decir, si es abierto o cerrado, b) de las pérdidas del sistema, c) de la forma de la respuesta requerida o alineamiento y d) de la relación entre la compliancia del altavoz y la de la caja acústica. Los valores máximos de este parámetro, que pueden ser considerados como límites prácticos, para el diseño de un buen sistema son: 1×10^{-6} , para Sistemas cerrados, y 2×10^{-6} , para sistemas abiertos, en $1/(\text{Hz}^3 \cdot \text{m}^3)$.

f_3 = frecuencia de corte, frecuencia donde la eficiencia del sistema cae 3 dB, con respecto a la de referencia, en Hz.

V_B = volumen del recinto donde está montado el altavoz, en m^3 .

todo esto supone que el sistema está radiando hemisféricamente en un campo libre; es decir, en un campo del tipo 2π (fuente montada en un baffle infinito).

La importancia fundamental de esta ecuación es que muestra que: para recintos y altavoces dados, cualquier alteración en el volumen o en la frecuencia de corte del Sistema afectará su eficiencia. Por ejemplo, dada una frecuencia de corte de 70 Hz, para un recinto cerrado, la eficiencia de referencia podría ser duplicada aumentando al doble su volumen. De otro modo, para la misma eficiencia, si la respuesta en bajas frecuencias se extendiera una octava, por ejemplo a 35 Hz, entonces el volumen tendría que aumentarse ocho veces. Por lo tanto, f_3 y V_B no pueden ser parámetros independientes [1].

Es importante notar que el tamaño del altavoz no aparece en la ecuación. Teóricamente, ignorando factores prácticos tales como los límites de excursión del diafragma, cualquier tamaño de altavoz puede usarse en recintos prácticos, siempre que su desempeño sea en el rango de pistón. Con respecto a las bajas frecuencias de reproducción, no hay propiedades intrínsecas especiales que posean los conos grandes opuestas a los pequeños. Simplemente, los altavoces grandes son capaces de radiar potencias acústicas mayores, para un nivel de distorsión dado [1].

En la práctica el concepto de eficiencia de referencia es difícil de evaluar, debido a que resulta complicado y costoso medir la potencia acústica, por lo tanto, para fines prácticos, resulta más conveniente especificar la sensibilidad, ya que se puede asociar a la eficiencia [1].

Las condiciones de medición de la sensibilidad de un sistema, para una impedancia nominal de carga de altavoz (R_E) de 8Ω y una señal de excitación de baja amplitud [1], son:

- a) El micrófono de medición se debe colocar a aproximadamente 1 m de distancia del sistema, sobre su eje acústico.
- b) El voltaje que se debe suministrar es de 2.83 V, que equivale a 1 W de potencia eléctrica, en el intervalo de frecuencias de trabajo del sistema, esto quiere decir que la potencia eléctrica es directamente proporcional al cuadrado del voltaje aplicado e inversamente a R_E .
- c) El nivel de presión sonora (NPS) que se obtiene en ese punto corresponde a la sensibilidad del sistema.

y se expresa, por ejemplo, de la siguiente manera: *sensibilidad = 85 dB/W a 1 m*, y se lee, *la sensibilidad de un sistema, de 8Ω de impedancia nominal, es de 85 dB de NPS a un metro de distancia, sobre su eje acústico, cuando se le aplica una señal de 1 W de potencia eléctrica en el ancho de banda de operación.*

Un sistema de cualquier tipo se puede representar como un filtro pasa altas. El sistema con caja acústica cerrada equivale a uno de segundo orden, con una pendiente de corte de 12 dB/octava, mientras que un sistema con conducto equivaldría a un filtro de cuarto orden con una pendiente de 24 dB/octava. Sistemas con doble conducto alimentados a través de un filtro de primer orden, pueden ofrecer la respuesta de un filtro pasa banda de tercer orden sobre tres octavas, esto es importante para los sistemas de reforzamiento de bajas frecuencias, mejor conocidos como sub-woofers.

APENDICE B.

Listado del programa de simulación.

```
% Red Pasa-Todo Normalizada de Orden Par Simétrica (red_pt).
%
% Diseño de Redes Pasa-Todo de orden par simétricas basadas en filtros Butterworth, para
% sistemas de audio de dos vías. La separación entre los altavoces debe alinearse con la
% vertical de la caja acústica en que estén montados y se puede proponer cualquier valor
% razonable. Para el desalineamiento, separación horizontal, entre los altavoces también
% se puede proponer cualquier valor razonable. Entre los altavoces, equidistante a ambos,
% y perpendicular a la vertical se encuentra el eje acústico del sistema. El punto de
% observación se localizará en el plano formado por la vertical y dicho eje. Por lo que
% la trayectoria entre el sistema y dicho punto y el eje formará ángulo de observación
% alpha.
%
% fo = Frecuencia de corte (de los filtros) o de cruce (de la red), en Hz.
% Esta debe ser un número entero y múltiplo de 5.
% d1cm = Distancia de separación vertical entre los altavoces, en cm.
% d2cm = Distancia de desalineamiento (separación horizontal) entre los altavoces, en cm.
% alfab = Ángulo de observación con respecto al eje acústico, en grados.
% Esta puede tener una resolución de 0.1°.
% ora = Orden de la red analógica de cruce.
% ofd = Orden del filtro digital.
% r = Distancia entre el sistema y el punto de observación P, en m.
% T = Temperatura ambiente, en °C.
% imp = 1.- si se desea imprimir en pantalla los resultados.
% 0.- si no se desea imprimir.
%
% sintaxis: red_pt(fo,d1cm,d2cm,alfag,ora,ofd,r,T,imp);
%
function red_pt(fo,d1cm,d2cm,alfag,ora,ofd,r,T,imp);

wo = 2*pi*fo; % fo, en radianes/s.
dlm = d1cm/100; % d1cm, en m.
d2m = d2cm/100; % d2cm, en m.
alfar = alfab*pi/180; % alfab, en radianes.
ofa = ora/2; % Orden del filtro de Butterworth utilizado como base.
c = 331.4*sqrt(1+(T/273)); % Velocidad del sonido, en m/s.
ko = wo/c; % Número de onda o frecuencia espacial de fo, en radianes/m.
To = 1/fo; % Periodo de fo, en s.
Tol = To*1e6; % To, en µs.
loo = c/fo; % Longitud de onda de fo, en m.
loocm = loo*100; % loo, en cm.
pref = 20e-6; % Presión de referencia, en pascales.
fi = 20; % | fi es el límite inferior y fs el superior del eje de frecuencia,
fs = 20000; % | de las gráficas de magnitud, fase y retraso de fase y grupo, en
nm = 2^12; % | Hz. nm son las muestras en las que se divide el intervalo de
rf = round(fs/nm); % | frecuencias de análisis. Y rf es la resolución, en Hz.
fny = rf*nm/2; % Frecuencia de Nyquist, en Hz.
f = 0:rf:fny; % Intervalo de frecuencias de análisis, en Hz.
fn = f/fo; % Intervalo de frecuencias normalizado, donde 1 corresponde a fo.
efi = find(f == fi); % Elemento correspondiente a fi.
efo = find(f == fo); % Elemento correspondiente a fo.
efs = find(f == fs); % Elemento correspondiente a fs.
efig = efi:efs; % Elementos que forman el intervalo de frecuencias de graficación.
fmin = fn(efi); % Frecuencia normalizada mínima.
fmax = fn(efs); % Frecuencia normalizada máxima.
% Advertencia para indicar que sólo se admiten redes de cruce de orden par.
sob = rem(ora,2);
if sob == 1;
    fprintf('\n\n ; SOLO ORDEN PAR !! \n\n');
    break
end
% Polarización del altavoz RFA, según el orden de la red de cruce.
pol = 1;
if ora == 2 | ora == 6 | ora == 10 | ora == 14 | ora == 18 | ora == 22 | ora == 26
```

```

pol = -1;
end
% Filtro Pasa Bajas. El altavoz RFB se debe conectar con polaridad positiva (+).
[bFAPB, aFAPB] = butter(ofa, 1, 's'); % Obtención de los coeficientes de los polinomios
bFAPBn = conv(bFAPB, bFAPB); % del numerador y denominador de la función de
aFAPBd = conv(aFAPB, aFAPB); % transferencia del filtro de Butterworth pasa bajas,
% que se utilizará como base, para que, mediante su
% convolución, se obtengan los coeficientes
% correspondientes del filtro pasa bajas de la red
% de cruce.
FAPB = freqs(bFAPBn, aFAPBd, fn); % Respuesta en frecuencia del filtro analógico pasa
% bajas de la red de cruce, en el plano s.
MFAPB = abs(FAPB); % Magnitud absoluta.
mFAPB = 20*log10(MFAPB(eifg)); % Magnitud relativa, en dB.
fFAPBr = angle(FAPB(eifg)); % Fase, en radianes.
fFAPBrd = unwrap(fFAPBr); % Fase desenvuelta, en radianes.
fFAPBrc = fFAPBrd - fFAPBrd(1); % Fase con ajuste a cero, en radianes.
fFAPBg = fFAPBr*180/pi; % Fase, en grados.
fFAPBgd = unwrap(fFAPBg); % Fase desenvuelta, en grados.
fFAPBgc = fFAPBgd - fFAPBgd(1); % Fase con ajuste a cero, en grados.
rgFAPBm = max(-diff(fFAPBrc)); % Retraso de grupo.
fFAPBro = fFAPBrc(efo); % Fase en fo, en radianes.
fFAPBgo = fFAPBgc(efo); % Fase en fo, en grados.
pFAPBfo = (1/r)*exp(-j*fFAPBro); % Presión acústica (pFAPBfo), en Pa, y nivel de
NPSFAPBo = 20*log10(pFAPBfo/pref); % presión sonora (NPSFAPBo), en dB, radiados por el
% altavoz RFB, que se deben registrar en el punto P.
% Filtro Pasa Altas. El altavoz RFA se debe conectar con la polaridad asignada por "pol"
% según el orden del filtro.
[bFAPA, aFAPA] = butter(ofa, 1, 'high', 's'); % Obtención de los coeficientes de los
bFAPAN = conv(bFAPA, bFAPA)*pol; % polinomios del numerador y denominador de la
% función de transferencia del filtro de
% Butterworth pasa altas, que se utilizará
% como base para que, mediante su convolución,
% se obtengan los coeficientes correspondientes
% del filtro pasa altas de la red de cruce.
FAPA = freqs(bFAPAN, aFAPBd, fn); % Respuesta en frecuencia del filtro analógico pasa
% altas, en el plano s.
MFAPA = abs(FAPA); % Magnitud absoluta.
mFAPA = 20*log10(MFAPA(eifg)); % Magnitud relativa, en dB.
fFAPAr = angle(FAPA(eifg)); % Fase, en radianes.
fFAPArd = unwrap(fFAPAr); % Fase desenvuelta, en radianes.
fFAPArc = fFAPArd - fFAPArc(1); % Fase con ajuste a cero, en radianes.
fFAPAg = fFAPAr*180/pi; % Fase, en grados.
fFAPAgd = unwrap(fFAPAg); % Fase desenvuelta, en grados.
fFAPAgc = fFAPArc - fFAPAgc(1); % Fase con ajuste a cero, en grados.
fFAPAr0 = fFAPArc(efo); % Fase en fo, en radianes.
fFAPAg0 = fFAPAgc(efo); % Fase en fo, en grados.
pFAPAf0 = (1/r)*exp(-j*fFAPAr0); % Presión acústica (pFAPAf0), en Pa, y nivel de
NPSFAPAO = 20*log10(pFAPAf0/pref); % presión sonora (NPSFAPAO), en dB, radiados por el
% altavoz RFA, que se deben registrar en el punto P.
% Región de Sonorización (Espacio 2pi).
ra = 180/nm; % Resolución del intervalo angular, en grados.
alphag = -90:ra:90-ra; % Intervalo angular, en grados.
alpha = alphag*pi/180; % Intervalo angular, en radianes.
ea0 = find(alpha == 0); % Elemento donde alpha = 0.
ealf = find(alphag == round(alphag*10)/10); % Elemento donde alpha = alfa.
% Determinación del patrón de radiación del sistema en "fo" bajo diferentes condiciones.
% CONDICIÓN IDEAL (HEMISFERICA).
% Sin Retraso: Donde d2 = 0, d1 = 0, alpha va de -90° a 90° (barrido angular vertical,
% espacio 2pi) y alfa = cualquier valor, dentro de alphag.
psii = zeros(size(alpha)); % Retraso entre los altavoces. En este caso no existe
% debido a que están alineados y no están separados.
pFAPBi = (1/r)*exp(-j*(fFAPBro-psii)); % Presión acústica radiada por el RFB en el
% punto de observación P.
pRAI = abs(pFAPAf0 + pFAPBi); % Presión acústica absoluta radiada (pRAI), en Pa, y nivel
NPSi = 20*log10(pRAI/pref); % de presión sonora (NPSi), en dB, debidos a la combinación
% de ambos altavoces para fo.
% Respuesta en frecuencia combinada (red analógica).
RAI = FAPA + FAPB;
MRAI = abs(RAI); % Magnitud absoluta.
mRAI = 20*log10(MRAI(eifg)); % Magnitud relativa, en dB.

```

```

fRAir = angle(RAI(eifg)); % Fase, en radianes.
fRAird = unwrap(fRAir); % Fase desenvuelta, en radianes.
fRAirc = fRAird-fRAird(1); % Fase con ajuste a cero, en radianes.
fRAig = fRAir*180/pi; % Fase, en grados.
fRAigd = unwrap(fRAig); % Fase desenvuelta, en grados.
fRAigc = fRAigd-fRAigd(1); % Fase con ajuste a cero, en grados.
rgRAiH = -diff(fRAird)/rgFAPBm/pi; % Retraso de grupo normalizado.
rgRAiG = abs(fRAird./fn(eifg)); % Retraso de fase normalizado.
frRAig = ffAPBgo-ffAPAg; % Fase relativa entre filtros, en grados.
% CONDICIÓN a).
% Con Retraso por Desalineamiento: Donde d2 " desalineamiento propuesto, d1 = 0, alpha
% va de -90° a 90° y alfa " ángulo propuesto.
d4map = d2m./cos(alphar);
psia = ko*d4map; % | Retraso angular entre las señales de los altavoces debido al
% | desalineamiento, en radianes.
pFAPBa = (1/r)*exp(-j*(fFAPBro-psia)); % | Presión acústica, en el punto P, radiada
% | por el altavoz FFB, en Pa.
pRAa = abs(pFAPafo+pFAPBa); % | Presión acústica radiada (pRAa), en Pa, y nivel de presión
NPSa = 20*log10(pRAa/pref); % | sonora (NPSa), en dB, debida a la combinación de ambos
% | altavoces; en la región de transición.
NPSmaxa = max(NPSa); % NPS máximo, en dB.
NPSae = NPSa(ea0); % NPS en el eje, en dB.
NPSaalfa = NPSa(ealfa(1)); % NPS en el ángulo alfa, en dB.
NPSarm = NPSmaxa-NPSi(ea0); % NPS relativo en máximo, en dB.
NPSare = NPSae-NPSi(ea0); % NPS relativo en eje, en dB.
NPSaralfa = NPSaalfa-NPSi(ea0); % NPS relativo en el ángulo alfa, en dB.
d4mar = d2m/cos(alfar);
tLal = d4mar/c; % | Retraso de tiempo entre las señales de los altavoces en el que se
% | incluye el retraso adicional que genera el ángulo alfa, en s.
tLa2 = tLal*1000000; % en µs.
TLa = tLal/To; % Normalizado.
% Respuesta en frecuencia del filtro pasa bajas analógico considerando el retraso por
% separación.
FAPBa = FAPB.*exp(-j*2*pi*fn*TLa);
fFAPBar = angle(FAPBa(eifg)); % Fase, en radianes.
fFAPBard = unwrap(fFAPBar); % Fase desenvuelta, en radianes.
fFAPBarc = fFAPBard-fFAPBard(1); % Fase con ajuste a cero, en radianes.
fFAPBag = fFAPBarc*180/pi; % Fase, en grados.
fFAPBagd = unwrap(fFAPBag); % Fase desenvuelta, en grados.
fFAPBagc = fFAPBagd-fFAPBagd(1); % Fase con ajuste a cero, en grados.
fFAPBago = fFAPBagc(efo); % Fase en fo, en grados.
% Respuesta en frecuencia combinada (red analógica).
RAa = FAPA+FAPBa;
mRAa = abs(RAa); % Magnitud absoluta.
mRAa = 20*log10(mRAa(eifg)); % Magnitud relativa, en dB.
fRAar = angle(RAa(eifg)); % Fase, en radianes.
fRAard = unwrap(fRAar); % Fase desenvuelta, en radianes.
fRAarc = fRAard-fRAard(1); % Fase con ajuste a cero, en radianes.
fRAag = fRAar*180/pi; % Fase, en grados.
fRAagd = unwrap(fRAag); % Fase desenvuelta, en grados.
fRAagc = fRAagd-fRAagd(1); % Fase con ajuste a cero, en grados.
rgRAaH = -diff(fRAard)/rgFAPBm/pi; % Retraso de grupo normalizado.
rgRAaG = abs(fRAard./fn(eifg)); % Retraso de fase normalizado.
frRAag = ffAPBgo-ffAPAg; % Fase relativa entre filtros, en grados.
% CONDICIÓN b).
% Con retraso por desalineamiento y separación: La cual se utilizará como referencia y
% donde d2 " desalineamiento propuesto,
% d1 = long. de onda de fo, alpha va de
% -90° a 90° y alfa " ángulo propuesto.
d3mbp = d2m.*tan(alphar);
d5mbp = loo-d3mbp;
d6mbp = d5mbp.*sin(alphar);
psib = ko*(d4map+d6mbp); % | Retraso angular entre las señales de los altavoces debido
% | a la separación y al desalineamiento, en radianes.
pFAPBb = (1/r)*exp(-j*(fFAPBro-psib)); % | Presión acústica, en el punto P, radiada
% | por el altavoz FFB, en Pa.
pRAB = abs(pFAPafo+pFAPBb); % | Presión acústica radiada (pRAB), en Pa, y nivel de presión
NPSb = 20*log10(pRAB/pref); % | sonora (NPSb), en dB, debida a la combinación de ambos
% | altavoces (región de transición).
NPSmaxb = max(NPSb); % NPS máximo, en dB.
NPSbe = NPSb(ea0); % NPS en el eje, en dB.

```

```

NPSbalfa = NPSb(ealfa(1)); % NPS en el ángulo alfa, en dB.
NPSbrm = NPSmaxb-NPSi(ea0); % NPS relativo en máximo, en dB.
NPSbre = NPSbe-NPSi(ea0); % NPS relativo en eje, en dB.
NPSbralfa = NPSbalfa-NPSi(ea0); % NPS relativo en el ángulo alfa, en dB.
d3mbr = d2m.*tan(alfar);
d5mbr = 1oo-d3mbr;
d6mbr = d5mbr.*sin(alfar);
tLb1 = (d4mar+d6mbr)/c; % | Retraso de tiempo entre las señales de los altavoces en el
% | que se incluye el retraso adicional que genera el ángulo
% | alfa, en s.

tLb2 = tLb1*1000000; % en us.
TLb = tLb1/To; % Normalizado.
% Respuesta en frecuencia del filtro pasa bajas analógico considerando el retraso por
% desalineamiento y separación.
FAPBb = FAPB.*exp(-j*2*pi*fn*tLb);
ffAPBbr = angle(FAPBb(eifg)); % Fase, en radianes.
ffAPBbrd = unwrap(ffAPBbr); % Fase desenvuelta, en radianes.
ffAPBbrc = ffAPBbrd-ffAPBbrd(1); % Fase con ajuste a cero, en radianes.
ffAPBbdg = ffAPBbr*180/pi; % Fase, en grados.
ffAPBbdgd = unwrap(ffAPBbdg); % Fase desenvuelta, en grados.
ffAPBbdgc = ffAPBbdgd-ffAPBbdgd(1); % Fase con ajuste a cero, en grados.
ffAPBbdgo = ffAPBbdgc(efo); % Fase en fo, en grados.
% Respuesta en frecuencia combinada (red analógica).
RAB = FAPA+FAPBb;
MRAB = abs(RAB); % Magnitud absoluta.
mRAB = 20*log10(MRAB(eifg)); % Magnitud relativa, en dB.
fRABr = angle(RAB(eifg)); % Fase, en radianes.
fRABrd = unwrap(fRABr); % Fase desenvuelta, en radianes.
fRABrc = fRABrd-fRABrd(1); % Fase con ajuste a cero, en radianes.
fRABg = fRABr*180/pi; % Fase, en grados.
fRABgd = unwrap(fRABg); % Fase desenvuelta, en grados.
fRABgc = fRABgd-fRABgd(1); % Fase con ajuste a cero, en grados.
rgRABH = -diff(fRABrd)/rgFAPBm/pi; % Retraso de grupo normalizado.
rgRABG = abs(fRABrd./fn(eifg)); % Retraso de fase normalizado.
frRABg = ffAPBbdgo-ffFAPAg; % Fase relativa entre filtros, en grados.
% CONDICION c).
% Con retraso por desalineamiento y separación: Donde d2 = desalineamiento propuesto,
% d1 = separación propuesta, alpha va de
% -90° a 90° y alfa = ángulo propuesto.
d5mcp = d1m-d3mcp;
d6mcp = d5mcp.*sin(alfar);
psic = ko*(d4map+d6mcp); % | Retraso angular entre las señales de los altavoces debido
% | a la separación y al desalineamiento, en radianes.
pFAPBc = (1/r)*exp(-j*(ffAPBro-psic)); % | Presión acústica, en el punto P, radiada
% | por el altavoz RFB, en Pa.
pRAC = abs(pFAPAfo+pFAPBc); % | Presión acústica radiada (pRAC), en Pa, y nivel de presión
NPSc = 20*log10(pRAC/pref); % | sonora (NPSc), en dB, debida a la combinación de ambos
% | altavoces (región de transición).
NPSmaxc = max(NPSc); % NPS máximo, en dB.
NPSce = NPSc(ea0); % NPS en el eje, en dB.
NPScalfa = NPSc(ealfa(1)); % NPS en el ángulo alfa, en dB.
NPScrm = NPSmaxc-NPSi(ea0); % NPS relativo en máximo, en dB.
NPScre = NPSce-NPSi(ea0); % NPS relativo en eje, en dB.
NPScralfa = NPScalfa-NPSi(ea0); % NPS relativo en el ángulo alfa, en dB.
d5mcr = d1m-d3mbr;
d6mcr = d5mcr.*sin(alfar);
tLc1 = (d4mar+d6mcr)/c; % | Retraso de tiempo entre las señales de los altavoces en el
% | que se incluye el retraso adicional que genera el ángulo
% | alfa, en s.

tLc2 = tLc1*1000000; % en us.
TLc = tLc1/To; % Normalizado.
% Respuesta en frecuencia del filtro pasa bajas analógico considerando el retraso por
% desalineamiento y separación.
FAPBC = FAPB.*exp(-j*2*pi*fn*TLc);
ffAPBCr = angle(FAPBC(eifg)); % Fase, en radianes.
ffAPBCrd = unwrap(ffAPBCr); % Fase desenvuelta, en radianes.
ffAPBCrc = ffAPBCrd-ffAPBCrd(1); % Fase con ajuste a cero, en radianes.
ffAPBCcg = ffAPBCr*180/pi; % Fase, en grados.
ffAPBCcgd = unwrap(ffAPBCcg); % Fase desenvuelta, en grados.
ffAPBCcgc = ffAPBCgd-ffAPBCgd(1); % Fase con ajuste a cero, en grados.
ffAPBCcgo = ffAPBCcg(efo); % Fase en fo, en grados.

```

```

% Respuesta en Frecuencia Combinada (Red Analógica).
RAC = FAPA+FAPBC;
MRAC = abs(RAC); % Magnitud absoluta.
mRAC = 20*log10(MRAC(eifg)); % Magnitud relativa, en dB.
fRACr = angle(RAC(eifg)); % Fase, en radianes.
fRACrd = unwrap(fRACr); % Fase desenvuelta, en radianes.
fRACrc = fRACrd-fRACrd(1); % Fase con ajuste a cero, en radianes.
fRACg = fRACr*180/pi; % Fase, en grados.
fRACgd = unwrap(fRACg); % Fase desenvuelta, en grados.
fRACgc = fRACgd-fRACgd(1); % Fase con ajuste a cero, en grados.
rgRACH = -diff(fRACrd)/rgFAPBm/pi; % Retraso de grupo normalizado.
rgRACG = abs(fRACrd./fn(eifg)); % Retraso de fase normalizado.
fRACg = fFAPBCgo-fFAPAg; % Fase relativa entre filtros, en grados.
% Determinación de la Función de Transferencia de los Filtros Digitales FIR equivalentes.
fm = 2*fny; % Frecuencia de muestreo, en Hz.
fd = 0:fny/99:fny; % | Intervalo de frecuencias de análisis, en Hz. Dividido en 100 partes
% | para hacerlo compatible con el número de datos que maneja el DSP.
fdnrz = fd/fny; % | Intervalo de frecuencias normalizado (de 0 a 1), donde 1 corresponde
% | a la frecuencia de Nyquist. Esto se realiza para la aplicación del
% | algoritmo Remez o Parks-McClellan.
fdn = fd/fo; % | Intervalo de frecuencias normalizado con respecto a fo. Para obtener la
% | magnitud absoluta de los filtros analógicos con el número de datos de fd.
fdo = fo/fny; % Proporción entre fo y fny. Obtenida para fines de graficación.
% Filtro Pasa Bajas.
FAPBd = freqs(bFAPBn,aFAPBd,fdn); % | Función de transferencia y magnitud absoluta del
MFAPBd = abs(FAPBd); % | filtro analógico, recalculadas para fdn.
bFDPBn = remez(ofd,fdnrz,MFAPBd); % Coeficientes del numerador.
aFDPBd = 1; % Coeficiente del Denominador.
FDPB = freqz(bFDPBn,aFDPBd,fd,fm); % | Función de transferencia del filtro digital pasa
% | bajas, en el plano Z.
MFDPB = abs(FDPB); % Magnitud absoluta.
mFDPB = 20*log10(MFDPB); % Magnitud relativa, en dB.
% Filtro pasa altas.
FAPAd = freqs(bFAPAN,aFAPAd,fdn); % | Función de transferencia y magnitud absoluta del
MFAPAd = abs(FAPAd); % | filtro analógico, recalculadas para fdn.
bFDPAN = remez(ofd,fdnrz,MFAPAd); % Coeficientes del numerador.
FDPA = freqz(bFDPAN,aFDPAd,fd,fm); % | Función de transferencia del filtro digital pasa
% | altas, en el plano Z.
MFDPA = abs(FDPA); % Magnitud absoluta.
mFDPA = 20*log10(MFDPA); % Magnitud relativa, en dB,
% *Respuesta en frecuencia combinada (red digital) equivalente.
RD1 = FDPA+FDPB;
mRD1 = 20*log10(abs(RD1)); % Magnitud relativa, en dB.
% Escalamiento y rotulación de los ejes de amplitud, fase y frecuencia.
ampl = [-30 -25 -20 -15 -12 -9 -6 -4.5 -3 -1.5 0 1.5 3 4.5 6];
fo1 = ones(size(ampl));
ampld = [-50 -45 -40 -35 -30 -25 -20 -15 -12 -9 -6 -3 0 3 6];
fdol = fdo*ones(size(ampld));
amp2 = -1:0.1:1;
fo2 = ones(size(amp2));
amp3 = -1:1:22;
fo3 = ones(size(amp3));
grad = -180:20:180;
amp4 = -200:100:200;
fo4 = ones(size(amp4));
w = [0.0001 0.0002 0.0005 0.001 0.002 0.005 0.01 0.02 0.05 0.1 0.2 0.5 1 2 5 10 20 ...
50 100 200 500 1000];
ID = 0:20:100;
cur = ones(size(ID));
figure(1)
clf
semilogx(fn(eifg),mFAPA,'b')
hold on
plot(fn(eifg),mFAPB,'r')
plot(fn(eifg),mRAA,'m--')
plot(fn(eifg),mRAB,'g-')
plot(fn(eifg),mRAC,'c:')
plot(fo1,ampl,'k')
axis([fmin fmax -30 6])
set(gca,'Xticklabel',[],'Ytick',ampl,'fontsize',8,'fontname','times new roman');
title(['Red Pasa-Todo (Garde) de ',num2str(ora),'° orden. d2 = ',num2str(d2cm,2),...

```

```

    ' cm y alpha = ', num2str(alfag,3), ' °.', 'fontsize',9, 'fontname', 'times new roman');
ylabel('Magnitud (dB)', 'fontsize',12, 'fontname', 'times new roman')
for i = 1:length(w)
    if w(i) >= fmin & w(i) <= fmax
        text('position', [w(i), -31], 'string', w(i), 'HorizontalAlignment', 'center', ...
            'fontsize',9, 'fontname', 'times new roman');
    end
end
text('position', [fmax, -33], 'string', ['Frecuencia normalizada f/fo, fo = ', ...
    num2str(fo), ' Hz.'], 'HorizontalAlignment', 'right', 'fontsize',12, ...
    'fontname', 'times new roman');
legend('±HAPA) Filtro Pasa Altas.', ...
    '±HAPB) Filtro Pasa Bajas.', ...
    ['HAPA+HAPB a) d1 = 0.', ...
    ['HAPA+HAPB b) d1 = ', num2str(loocm,4), ' cm (lambdao).'], ...
    ['HAPA+HAPB c) d1 = ', num2str(d1cm,4), ' cm.'], 3)
grid
figure(2)
clf
semilogx(fdnrz, mFDPA, 'b')
hold on
plot(fdnrz, mFDPA, 'r')
plot(fdnrz, mRDI, 'm')
plot(fdo1, ampld, 'k')
axis([0.01 1 -50 6])
set(gca, 'Xticklabel', [], 'Ytick', ampld, 'fontsize',8, 'fontname', 'times new roman');
title(['Filtros FIR, equivalentes, de ', num2str(ofd), '° orden, con fm = ', ...
    num2str(fm), ' Hz y fo = ', num2str(fo), ' Hz = ', num2str(fdo), '°'], ...
    'fontsize',9, 'fontname', 'times new roman');
ylabel('Magnitud (dB)', 'fontsize',12, 'fontname', 'times new roman')
for i = 1:length(w)
    if w(i) >= 0.01 & w(i) <= 1
        text('position', [w(i), -51.5], 'string', w(i), 'HorizontalAlignment', 'center', ...
            'fontsize',9, 'fontname', 'times new roman');
    end
end
text('position', [1, -54.5], 'string', ['Frecuencia normalizada f/fny, fny = ', ...
    num2str(fny), ' Hz.'], 'HorizontalAlignment', 'right', 'fontsize',12, ...
    'fontname', 'times new roman');
legend('±HAPA) Filtro Pasa Altas.', ...
    '±HAPB) Filtro Pasa Bajas.', ...
    'HAPA+HAPB.', 3)
grid
figure(3)
clf
semilogx(fn(eifg), fFAPAg, 'b')
hold on
plot(fn(eifg), fFAPBag, 'm--')
plot(fn(eifg), fFAPBbg, 'g-')
plot(fn(eifg), fFAPBcg, 'c:')
plot(fo4, amp4, 'k')
axis([fmin fmax -190 190])
set(gca, 'Xticklabel', [], 'Ytick', grad, 'fontsize',8, 'fontname', 'times new roman');
title(['Red Pasa-Todo (Garde) de ', num2str(ora), '° orden. d2 = ', num2str(d2cm,2), ...
    ' cm y alpha = ', num2str(alfag,3), ' °.'], 'fontsize',9, 'fontname', 'times new roman');
ylabel('Fase (grados)', 'fontsize',12, 'fontname', 'times new roman')
for i = 1:length(w)
    if w(i) >= fmin & w(i) <= fmax
        text('position', [w(i), -200], 'string', w(i), 'HorizontalAlignment', 'center', ...
            'fontsize',9, 'fontname', 'times new roman');
    end
end
text('position', [fmax, -221], 'string', ['Frecuencia normalizada f/fo, fo = ', ...
    num2str(fo), ' Hz.'], 'HorizontalAlignment', 'right', 'fontsize',12, ...
    'fontname', 'times new roman');
legend('Filtro Pasa Altas.', ...
    'Filtro Pasa Bajas a) d1 = 0.', ...
    ['Filtro Pasa Bajas b) d1 = ', num2str(loocm,4), ' cm (lambdao).'], ...
    ['Filtro Pasa Bajas c) d1 = ', num2str(d1cm,4), ' cm.'], 2)
grid

```

```

figure(4)
clf
semilogx(fn(eifg),fRAag,'m--')
hold on
plot(fn(eifg),fRAbg,'g-.')
plot(fn(eifg),fRAcg,'c:')
plot(fo4,amp4,'k')
axis([fmin fmax -190 190])
set(gca,'Xticklabel',[],'Ytick',grad,'fontsize',8,'fontname','times new roman');
title(['Red Pasa-Todo (Garde) de ',num2str(ora),'° orden. d2 = ',num2str(d2cm,2),...
' cm y alpha = ',num2str(alfag,3),'°.'],'fontsize',9,'fontname','times new roman');
ylabel('Fase (grados)','fontsize',12,'fontname','times new roman')
for i = 1:length(w)
    if w(i) >= fmin & w(i) <= fmax
        text('position',[w(i),-200],'string',w(i),'HorizontalAlignment','center',...
'fontsize',9,'fontname','times new roman');
    end
end
text('position',[fmax,-221],'string',['Frecuencia normalizada f/fo, fo " ',...
num2str(fo),' Hz.'],'HorizontalAlignment','right','fontsize',12,...
'fontname','times new roman');
legend('Suma a) d1 = 0.',...
['Suma b) d1 = ',num2str(100cm,4),' cm (lambdao).'],...
['Suma c) d1 = ',num2str(d1cm,4),' cm.'],2)
grid
figure(5)
clf
semilogx(fn(efi:efs-1),rgRAaH,'m--')
hold on
plot(fn(efi:efs-1),rgRAbH,'g-.')
plot(fn(efi:efs-1),rgRAcH,'c:')
plot(fo2,amp2,'k')
axis([fmin fmax -1 1])
set(gca,'Xticklabel',[],'Ytick',amp2,'fontsize',8,'fontname','times new roman');
title(['Red Pasa-Todo (Garde) de ',num2str(ora),'° orden. d2 = ',num2str(d2cm,2),...
' cm y alpha = ',num2str(alfag,3),'°.'],'fontsize',9,'fontname','times new roman');
ylabel('Retraso de Grupo Normalizado, según Hillerich.','fontsize',11,...
'fontname','times new roman')
for i = 1:length(w)
    if w(i) >= fmin & w(i) <= fmax
        text('position',[w(i),-1.05],'string',w(i),'HorizontalAlignment','center',...
'fontsize',9,'fontname','times new roman');
    end
end
text('position',[fmax,-1.165],'string',['Frecuencia normalizada f/fo, fo " ',...
num2str(fo),' Hz.'],'HorizontalAlignment','right','fontsize',12,...
'fontname','times new roman');
legend('Suma a) d1 = 0.',...
['Suma b) d1 = ',num2str(100cm,4),' cm (lambdao).'],...
['Suma c) d1 = ',num2str(d1cm,4),' cm.'],3)
grid
figure(6)
clf
semilogx(fn(eifg),rgRAaG,'m--')
hold on
plot(fn(eifg),rgRAbG,'g-.')
plot(fn(eifg),rgRAcG,'c:')
plot(fo3,amp3,'k')
axis([fmin fmax -1 22])
set(gca,'Xticklabel',[],'Ytick',amp3,'fontsize',8,'fontname','times new roman');
title(['Red Pasa-Todo (Garde) de ',num2str(ora),'° orden. d2 = ',num2str(d2cm,2),...
' cm y alpha = ',num2str(alfag,3),'°.'],'fontsize',9,'fontname','times new roman');
ylabel('Retraso de Fase Normalizado, según Garde.','fontsize',11,...
'fontname','times new roman')
for i = 1:length(w)
    if w(i) >= fmin & w(i) <= fmax
        text('position',[w(i),-1.55],'string',w(i),'HorizontalAlignment','center',...
'fontsize',9,'fontname','times new roman');
    end
end
text('position',[fmax,-2.7],'string',['Frecuencia normalizada f/fo, fo " ',...

```

```

num2str(fo,' Hz.'),'HorizontalAlignment','right','fontsize',12,...
'fontname','times new roman');
legend('Suma a) d1 = 0. ....
      ['Suma b) d1 = ',num2str(loocm,4),' cm (lambdao).'],...
      ['Suma c) d1 = ',num2str(d1cm,4),' cm.'],2)
grid
figure(7)
clf
polar2(alphar,NPSi,'b')
hold on
polar2(alphar,NPSa,'m--')
polar2(alphar,NPSb,'g-.')
polar2(alphar,NPSc,'c:')
polar2(alphar*cur,ID,'cur','k')
set(gca,'fontsize',10,'fontname','times new roman');
title(['Patrón de Radiación en el espacio 2pi (de -90° a 90°) para d2 = ',...
      num2str(d2cm,2),' cm.'],'fontsize',10,'fontname','times new roman');
xlabel(['fo = ',num2str(fo,5),' Hz, alpha = ',num2str(alfag,5),' °, r = ',num2str(r),...
      ' m y NPSmáx = ',num2str(NPSmaxb,4),' dB'],'(ref.',num2str(pref),' Pa).'],...
      'fontsize',10,'fontname','times new roman');
legend(['Para d2 = d1 = 0; omnidireccional. ....
      ['Para a) d1 = 0.'],...
      ['Para b) d1 = ',num2str(loocm,4),' cm (lambdao).'],...
      ['Para c) d1 = ',num2str(d1cm,4),' cm.'],3)
grid
if imp == 1
fprintf('\n RED PASA-TODO (GARDE) DE ORDEN PAR SIMÉTRICA.\n\n');
fprintf(' Condiciones de evaluación:\n');
fprintf('      a) Separación entre altavoces (d1) = 0,\n');
fprintf('      b) d1 = longitud de onda de fo.\n');
fprintf('      c) d1 = valor propuesto.\n');
fprintf(' Temperatura ambiente (T) _____ %7.2f °C.\n',T);
fprintf(' Velocidad del sonido (c) _____ %7.2f m/s.\n',c);
fprintf(' Orden del Filtro Analógico _____ %7.0f.\n',ora);
fprintf(' Orden del Filtro Digital _____ %7.0f.\n\n',ofd);
fprintf(' Resultados:\n');
fprintf(' Frecuencia de cruce (fo) _____ %7.2f Hz.\n',fo);
fprintf(' Periodo de fo (To) _____ %7.2f μs.\n',To1);
fprintf(' Long. de onda de fo (lambdao) _____ %7.2f cm.\n\n',loocm);
fprintf(' Desalineamiento (d2) _____ %7.2f cm.\n',d2cm);
fprintf(' Ángulo de observación (alpha) _____ %7.2f°.\n',alfag);
fprintf(' Separación d1: a) _____ %7.2f cm.\n',0);
fprintf('      b) _____ %7.2f cm.\n',loocm);
fprintf('      c) _____ %7.2f cm.\n',d1cm);
fprintf(' Magnitud Relativa en fo: a) _____ %7.2f dB.\n',mRAa(efo));
fprintf('      b) _____ %7.2f dB.\n',mRAb(efo));
fprintf('      c) _____ %7.2f dB.\n',mRAc(efo));
fprintf(' Retraso: a) en tiempo _____ %7.2f μs.\n',tLa2);
fprintf('      normalizado _____ %7.2f.\n',TLa);
fprintf('      b) en tiempo _____ %7.2f μs.\n',tLb2);
fprintf('      normalizado _____ %7.2f.\n',TLb);
fprintf('      c) en tiempo _____ %7.2f μs.\n',tLc2);
fprintf('      normalizado _____ %7.2f.\n',TLc);
fprintf(' Fase en fo: del FAPA (ref.) _____ %7.2f°.\n',fFAPAg);
fprintf(' del FAPB: s/r _____ %7.2f°.\n',fFAPBgo);
fprintf('      a) _____ %7.2f°.\n',fFAPBago);
fprintf('      b) _____ %7.2f°.\n',fFAPBbgo);
fprintf('      c) _____ %7.2f°.\n',fFAPBcgo);
fprintf('      relativa: s/r _____ %7.2f°.\n',frRAig);
fprintf('      a) _____ %7.2f°.\n',frRAag);
fprintf('      b) _____ %7.2f°.\n',frRAbg);
fprintf('      c) _____ %7.2f°.\n',frRAcg);
fprintf(' NPS: s/r (ref.) _____ %7.2f dB.\n',NPSi(ea0));
fprintf(' a) máximo _____ %7.2f dB.\n',NPSmaxa);
fprintf('      eje _____ %7.2f dB.\n',NPSae);
fprintf('      alfa _____ %7.2f dB.\n',NPSaalfa);
fprintf(' b) máximo _____ %7.2f dB.\n',NPSmaxb);
fprintf('      eje _____ %7.2f dB.\n',NPSbe);
fprintf('      alfa _____ %7.2f dB.\n',NPSbalfa);
fprintf(' c) máximo _____ %7.2f dB.\n',NPSmaxc);
fprintf('      eje _____ %7.2f dB.\n',NPSce);

```

```

fprintf('          alfa _____ %7.2f dB.\n',NPScalfa);
fprintf(' relativo: a) máximo _____ %7.2f dB.\n',NPSarm);
fprintf('          eje _____ %7.2f dB.\n',NPSare);
fprintf('          alfa _____ %7.2f dB.\n',NPSaralfa);
fprintf(' b) máximo _____ %7.2f dB.\n',NPSbrm);
fprintf('          eje _____ %7.2f dB.\n',NPSbre);
fprintf('          alfa _____ %7.2f dB.\n',NPSbralfa);
fprintf(' c) máximo _____ %7.2f dB.\n',NPSbrm);
fprintf('          eje _____ %7.2f dB.\n',NPScre);
fprintf('          alfa _____ %7.2f dB.\n\n',NPSbralfa);
fprintf(' A continuación se listan los Coeficientes de los\n');
fprintf(' filtros Digitales. Considere que son simétricos.\n\n');
a = ofd/2;
b = ofd+1;
fprintf(' Coef.          Pasa Bajas          Pasa Altas\n');
for c = 1:a
    fprintf(' %2.0f(%2.0f) _____ %11.8e _____ %11.8e\n',c,b,FDPBn(c),bFDPAn(c));
    b = b-1;
end
fprintf(' %2.0f _____ %11.8e _____ %11.8e\n\n',a+1,bFDPBn(a+1),bFDPAn(a+1));
fprintf(' Tabla de valores de Frecuencia Normalizada vs. Amplitud Relativa y\n');
fprintf(' Absoluta de ambos filtros.\n\n');
d = 1;
fprintf(' | Frec. Norm. | Amplitud Pasa Bajas | Amplitud Pasa Altas |\n');
fprintf(' | No. | (f/fo) | (dB) | (Abs.) | (dB) | (Abs.) |\n');
for c = 1:100
    fprintf(' | %3.0f | ___ %6.3f ___ | %7.2f | %7.5e | %7.2f | %7.5e |\n',d,fdnrz(c),...
        mFDPB(c),mFDPB(c),mFDPA(c),mFDPA(c));
    d = d+1;
end
fprintf('\n');
end

```

REFERENCIAS.

1. Martin Colloms, *High Performance Loudspeakers*, John Wiley & Sons, 5ª edición. Reimpresión con correcciones febrero de 1999.
2. Richard H. Small, "Constant-Voltage Crossover Network Design", *J. Audio Eng. Soc.*, Vol. 19, No. 1, Enero 1971.
3. M. O. J. Hawksford, "Digital Signal Processing Tools for Loudspeakers Evaluation and Discrete-Time Crossover Design", *J. Audio Eng. Soc.*, Vol. 45, Enero/Febrero 1997.
4. M. O. J. Hawksford, "MATLAB Program for Loudspeaker Equalization and Crossover Design", *J. Audio Eng. Soc.*, Vol. 47, No. 9, Septiembre 1999.
5. Siegfried H. Linkwitz, "Active Crossover Networks for Noncoincident Drivers", *J. Audio Eng. Soc.*, Vol. 24, No. 1, Enero/Febrero 1976.
6. Peter Garde, "All-Pass Crossover Systems", *J. Audio Eng. Soc.*, Vol. 28, No. 9, Septiembre 1980.
7. Bernd Hillerich, "Acoustic Alignment of Loudspeakers Drivers by Nonsymmetrical Crossover of Different Orders", *J. Audio Eng. Soc.*, Vol. 37, No. 9, Septiembre, 1989.
8. Richard H. Small, "Direct-Radiator Loudspeaker System Analysis", *J. Audio Eng. Soc.*, Vol. 20, Junio 1972.
9. Richard H. Small, "Closed-Box Loudspeaker Systems Part I: Analysis", *J. Audio Eng. Soc.*, Vol. 20, Diciembre 1972.
10. Richard H. Small, "Closed-Box Loudspeaker Systems Part II: Synthesis", *J. Audio Eng. Soc.*, Vol. 21, Enero/Febrero 1973.
11. Mark R. Gander, "Fifty Years of Loudspeakers Developments as Viewed Through the Perspective of the Audio Engineering Society", *J. Audio Eng. Soc.*, Vol. 46, No. 1/2, Enero/Febrero 1998.
12. Ken C. Pohlmann, *Principles of Digital Audio*. Sams, 2ª Edición, 1990.
13. Louis D. Fielder and Eric M. Benjamin, "Subwoofer Performance for Accurate Reproduction of Music", *J. Audio Eng. Soc.*, Vol. 36, No. 6, Junio 1988.
14. Donald E. Hall, *Basic Acoustics*. John Wiley & Sons, Inc., 1987
15. John Watkinson, "Speakers' Corner", *Electronics World*, Mayo 1998.
16. Stanley P. Lipshitz and John Vanderkooy, "A Family of Linear-Phase Crossover Networks of High Slope Derived by Time Delay", *J. Audio Eng. Soc.*, Vol. 31, Enero/Febrero 1983.
17. Lipshitz S. P., Pocock M. and Vanderkooy J., "On the Audibility of Midrange Phase Distortion in Audio Systems", *J. Audio Eng. Soc.*, Vol. 30, Septiembre 1982.
18. Deer J. A., Bloom P. J. and Preis D., "Perception of Phase Distortion in All-Pass Filters", *J. Audio Eng. Soc.*, Vol. 33, No. 10, Enero/Febrero, 1983.
19. James G. Holbrook, *Transformada de Laplace para Ingenieros en Electrónica*. Limusa-Wiley, S. A., 1972.
20. D. Brook and R. J. Wynne, *Signal Processing Principles and Applications*. Edward Arnold a Division of Hodder & Stoughton, 1988.
21. Alan V. Oppenheim y Ronald W. Schaffer, *Digital Signal Processing*. Prentice-Hall, Inc., 1975.
22. Douglas F. Elliott, *Handbook of Digital Signal Processing, Engineering Applications*. Academic Press, Inc., 1987.
23. Rabiner L. R. and Gold B., *Theory and Application of Digital Signal Processing*. Prentice Hall Inc., Englewood Cliffs, N.J., 1975.
24. Charles A Bouman, "Digital Signal Processing with Aplications, EE438-Laboratory 5: Digital Filter Design (Week 2)", Febrero, 2001. Información obtenida por internet en la dirección www.ecn.purdue.edu/WISE/ee438/lab5/pdf/lab5.pdf.